

Notes du mont Royal

www.notesdumontroyal.com

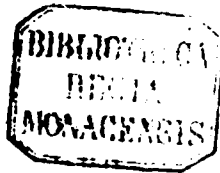
Cette œuvre est hébergée sur « *Notes du mont Royal* » dans le cadre d'un exposé gratuit sur la littérature.

SOURCE DES IMAGES
Google Livres

lídís

megarensis philo

sophi acutissimi mathematicorumqz omni
um sine controuersia principis opa a. O am
pano interprete fidissimo tralata. Que cum
antea librariorum detestanda culpa mēdis
fedissimis adeo deformia eēnt: vt vir & u/
clide m ipsum agnosceremus. Lucas pacio
lus theologus insignis: altissima. Mathe-
matica: disciplinarum scientia rarissimus
iudicio castigatissimo deterisit: emendauit.
R figuras cētum ⁊ vndetrīginta que in alijs
codicibus inuerse ⁊ deformatē erant: ad re-
ctam symmetriam concinauit: ⁊ multas ne-
cessarias addidit. Qundē quoqz plurimis
locis intellectu difficilem cōmentario
lis sane luculentis ⁊ eruditiss. ape-
ruit: enarrauit: illustrauit. Adhec
vt eliminatioz exiret Scipio ve-
gius mediol. vir vtraqz
lingua: arte medica: subli-
mioribusqz studijs
clarissimus diligē-
tiam: ⁊ censurā
suā prestitit.



A. Paganus Paganinus Characteri-
bus elegantissimis accuratissi-
me imprimebat.

1509

UNITED STATES DISTRICT COURT
SOUTHERN DISTRICT OF NEW YORK
IN SENATE
JANUARY 11, 1966
JAMES EARL RAY, Defendant
v.
UNITED STATES OF AMERICA, Plaintiff
CRIMINAL ACTION NO. 65-15337
JAMES EARL RAY, Defendant
v.
UNITED STATES OF AMERICA, Plaintiff
CRIMINAL ACTION NO. 65-15337
JAMES EARL RAY, Defendant
v.
UNITED STATES OF AMERICA, Plaintiff
CRIMINAL ACTION NO. 65-15337

Ruerendissimo Domino suo in omnibus precipuo. D. Francisco de Soderinis. Tituli sanctæ fusanne presbitero Cardinali Voleterrano. Frater Lucas paciulus de burgo Sancti Sepulchri ex minoritana familia perpertuam. F.D.



Vm mecum ipse patris tui viri clarissimi: cum fratris florētini populi principis Illustrissimi Petri Soderini cum tuorum omnium quibus ipse debere plurimum velim. Cum tua denique beneficia mecum repeto: repeto alit frequentissimè: vel quod huiusmodi per se recordatio viro probocumdisissima esse solet: vel quod intermi fortuna nihil est reliquum aliud: Tantum metuis: Tantum fratri clarissimo principi: Tantum tibi debere sentio: ut oratione consequi non possim: aio vix capiam. Neque enim solum vestre erga me familiæ beneficia huiusmodi sunt quæ vel vno loco vel tempore constent: sed ea quæ cum per se omnium maxima sunt: Cuncta ferè testet. Italia: ut quocumque me recipiam: vestigia non leuiter impressavi deam vestro erga nos merito. Siue enim Romæ: Siue Mediolani: Siue florentiæ in qua ciuitate cum vestra semper honestissima familia floruerit. Nunc tandem frater omni laude maior primus nostra tempestate proprius princeps est diffusior: et tanta occurrit ut obuiat sæpe memoriam multitudinis: quæ tamen contra magnitudo beneficiorum labentem reuocet. Quo pacto enim (ut omittam ingentia alia) vestri possum obliuisci: quæ effectis restituta ab infirmitate studio: cura: ope denique vestra quos aduersa validudine pene adierat: ut cuncta sit ratio vestre nostræ et vestre beneficentiae: sed et fratrum meorum ducum: Iuniperi. S. et Ambrosii: sacre theologiæ professorum recordatio: quos ob excellentem eorum virtutem et libentissime repeto: et ob religionis commendationem ardentissime diligo: tanquam cõfessaneos in minoritana familia nostra: magnos stimulos affert: ad gratum erga vos omnium exhibendum: quos ita semper fouisti: ut dubitare possum plus ne ipse amare viderer affectus an vos maximis in illos meritis colere. Quæ omnia facile amè impetraritis ut quoniam et pro fortuna mea parari rependere non possum: et tu nihil aliud pro amplitudine tua requiris quam amari. Partum tibi meum recentem ex mathematicis disciplinis paratum tradere voluerim. Et quia ita. Ruerendissime. D. Tuæ nuncuparet dicere: tanquam benefactori meo precipuo: et uiuenti in terris angustissimo numini. Nam si diuos Ideo colimus: quod salutem nostram laborantes ab his exposcimus. Impetremusque: non video quo pacto non te numinis cuiusdam loco habeam: quæ vitam abs te vno possum immortalē deum acceperim. Quod in studio et si semper ateneris ita assuetus fuerim: ut nihil aliud egerim ab incunabulis: vel natura optima magistra: vel assiduo vniuerso: tamen quo pacto elaboratum hoc tempore tantum anobis est: quantum et maturior ætas maioris affert iudicii potuit ad indicandum et industria ad expoliendum opus et ingenium ad inueniendam rem affert potuit. Euclidem igitur ex megaricis philosophis facile principem post multa in studiis mathematicis nostro Marte annos ab hinc non paucos edita formis æncis subiecit: qui multum sane ab aliis distabit: et quod characterum elegantiorum formam delegit: et quod accuratius omnia digessi: et multa quoque mea addidi: quæ vel Euclidis: vel Capani loca quedam obscuriora Illustrēt. Qualis autem sit studio huiusmodi fructus: quæ ve eorum excellētia: et quæ hac tempestate raritas: ipse quæ longe excellit in his facile cognosceret. Atque utinam et alii cognoscere vellēt non ostentare aut ea quæ noscunt veluti summi veditare non conarent. Qui tanto grauius peccat quanto hæc cum certiora sunt: et sibi plane cõiunctissima: non possumus sic offendere in vna alteraue re: quæ omnis plane totius mathematicæ disciplinæ ratio non coincidat et ruat. Tu vero et hæc leges: et corriges: cum his rationem omnem huiusmodi facultatis complectunt. Quorum preter vrbinati Duci vltimo: preter Ludouico Sforciæ clarissimo quondam Mediolanensi principi dicata sunt amè. Et quoniam maximis amicorum precibus impulsus: et tuorum precipue familiarium quorum mihi carissimus Leonardus vincius accessit

LIBER

ut ederem. Leges qua soles frontis serenitate vernacula lingua per me d^o
natum Euclidem: ut quod opus ad utilitatem nostrum omnium con-
scriptum est maximaq; humano generi utilitates parit: Ita omnibus ob-
uium sit: ut cum lingua patria nostra & in his disciplinis locupletetur.
Habeant & aliteris alieni: quam vel linguam admirentur: vel auctorem
sequantur: quonullus vnquam prestantiori vel Platonis summi phyloso-
phi testimonio vixit valeat ad vota. Reuerendissima. D. Tua fidelis ser-
ui sui non Immemor. Venetiis. V. Idus Iunij. M.D.VIIII.

Danielis Caietani Cremonensis Epigrāma.

Redditus infernis Euclides mœstus ab umbris.
Pallidus: Informis: conditus ora sita.
Hospicium a multis miseranda Voce poposcit.
Per fora per regum limina perq; scholas.
Accipitur nulli nisi qui se nosse putabant.
Sed male quod fuerat cognitus: Emicuit.
Extremaq; diu mundi spaciatus ad oras
Si qua sibi misero dextera ferret opem.
Inuenit tandem qualem felicia dudum.
Patronum Votis fata tulere suis.
Frater Is est a quo nitidus formosusq; ille.
Redditur antiquo tempore qualis erat.

Magnifico & clarissimo danieli Rainerio patricio Veneto Auocatori maturi
mo & liberatissimo Danielis Caetani Cremonensis Epistola.



Xissimaui me Daniel Clarissime nefas cōmittere si fidelissimā Eu-
clidis castigatōem p̄minētissimū sacre theologiæ ac phiædocto-
rē atq; in arithmeticiis penetrabilibus pitissimum viz; Magistꝛ Lu-
pacioli scrupulose ac minoritanæ familiæ ornamentum singulare
nuper cuigilatā laudibus p̄sequi distulissēm. Tu q̄a sanæ doctrinæ
fauctor assessor cōcelebraris indefessus has meas laudes tui maturi
iudicii solito libramēto p̄pēdēs facile cognoueris non ab assentatiōe aliq; sed
mero p̄ritatis fonte effluxisse q̄ & hoīem intus nosti & scripta illius medulitus in-
specisti q̄numq; et ille ingenio valeat atq; doctrina. Te p̄o nullo mō decipi posse
q̄ semp tui similitudinis es cōsentit examinātū tuū iudiciū quod oībus in rebus excu-
tiēdis circūcisum totōdū p̄fectum semp inuentum ē ob id te vel æquæui vel poste-
ri nūi fructibus votis nūc alitꝛ vt Catonē alitꝛ vt hortēsum nūc statua si liceat
cōsecrēt nūc imagie qd te vel cōsente vel dicte infurmant īstutuntq; ætatis n̄ræ
viri doctissimi i medio æq̄tatis sihu. Nō temere Maḡ Lucas te Elegit cui suas in
Euclidē lucubratiōes dedicaret q̄ cū studiis maximis polleas ea & i aliis et nūina
cōplecteris sed ex hoc ipso cōsumatissima tibi gloria reponderat. Nā satis eminet
Ingeniū p̄p̄ri meritis q̄ fuerit fautor alieni. Vt in p̄nti remotis gradibus dignita-
tū p̄ q̄s merito virtutū tuarū ab aliis discerni soles nobilitatis tuæ posthac solū
erit iudiciū scripta auditorū te cognitorē habuisse vel potius numē æternū. Sed
q̄ri cōueniēs est obsecro te dedicatiōem hāc vel nūcupatiōē æstimari. Cui si mī
nus gloriæ apud posteros attribuat auctoris sui lima q̄ tui nōis auspiciatū. Est at
Lu. pacioli. Careat assentiōe p̄bū meū. vir sanæ raræ exsistatq; doctrinæ Sep̄tē
pauillulum sacre theologiæ assidua lectiōem. Cōtinuas cōtiōes seu manū omī
lias q̄s in celeberrimis Italiæ & extra Italiā Ciuitatibus frequētissimo theatro ha-
bit in q̄bus inclutus omīssa mō corda terrificat mō p̄mulcet & quoquo vult du-
cit. Lege viz; fidei catholice amplificatorē viz; in phiæ in theologia in mathesi
incōparabilem quē vt laudare nō studeo ita ipse laudari plurimū vetat cōtentus
se ipso id quod est veri phiæ p̄p̄rium ornāmētum. Nāq; moris ē sapiētibus mūda-
næ laudis crasmata subīpare; & de se ipsis sumpta ab aliis præconia deridere qm̄
iuxta illud Symmachianū vt p̄a laus ornat ita falsa castigat. Sic & ipse facit q̄ dū
vult suā sciētiam exercere nō verē illis esse impedimēto q̄ illius amplitudinē suis
dictis cōmendare p̄sumūt. Ceterū ego quāuis loqui phibeor tacere tñ nō pos-
sum hoc quod mensura & numerus Euclidis siue p̄ressorū in curia siue tralatoꝝ p̄
cursu ita cōfusa ita lacere ita p̄p̄ostere legebat vt q̄ artē ipsam callerent aut nō in-
telligerēt aut alienæ culpæ iugillatiōem in ipm̄ Euclidē impudētē retorquerēt.
Nūc p̄o vbi lyncea Lucæ pacioli acies in has symplegadas ac reciprocas tot ex-
tor; charybdes se p̄petrauit iā facta ē plana via securus trāsitus liber di; cursus per
obscuras an cōualles & redditus ē Euclides p̄us obuius oībus plāus atq; expositus
solertissimo ingenio castigatissima emēdatiōe cōstantissimo iudicio Magistꝛ
Lucæ n̄rī quē vt poetā dicēdo itelligimus κατ'εξ οὐ τοῦ οὐνοῦ vt oratorē demo-
sthenē vt phum Aristotelē itelligimus. p̄i mō arithmetica effertēdo fratrē intelli-
gere totus orbis italus fas hēti de quo illud asū i p̄a atq; absolutissima artis arith-
metice cognitiōe quod aiunt de Cicerōe q̄ in actiōibus ceteris ceteros in aulo
ductio ipse se sup̄auit & de. M. frontōe qui cū extra reliquos excelleret oratores i
pelopem se sibi prætulit hoc docet ars ipsa quā in speculatu atq; cōiectu recōditā
hic lucas solus e multis nō practica fecit tot corporibus i varias atq; multiplices figu-
ras deductis sed impitissimo cuiq; exponēdo facilimā q̄si sub ipsis oculis p̄posuit.
Ec quis hoc ausus vnq; anis sup̄ioribus nobilissimū īceptū aggredi? certe nemo ne
sciētissimus quidē mathematicus præterq; Lucas pacioli v̄t in arithmetica arte
rarissimi exēpli ac p̄penullius. Sed q̄a tāti viri laudū maria mihi trāsmittere diffi-
cillimū ē Daniel Generosissime hoc q̄si stagnū p̄nauigemus nō posse tot narrari
i laudē sciæ hoīs qm̄ illud africanū adagium semp vberius relinq̄tur. At caueant
Monco a p̄palato volumine vituperones & p̄cant quæso in penitēda maledicta
suas linguas acuminare. Repetātq; obsecro & nomen dedicātis & excellentiam il-
lius cui dedicetur. Vale ex patauo I dibus Maius. M.D. V I I I.

Franciscus Massarius Venetus Iacobo Cocco. P.V. suo salutem.



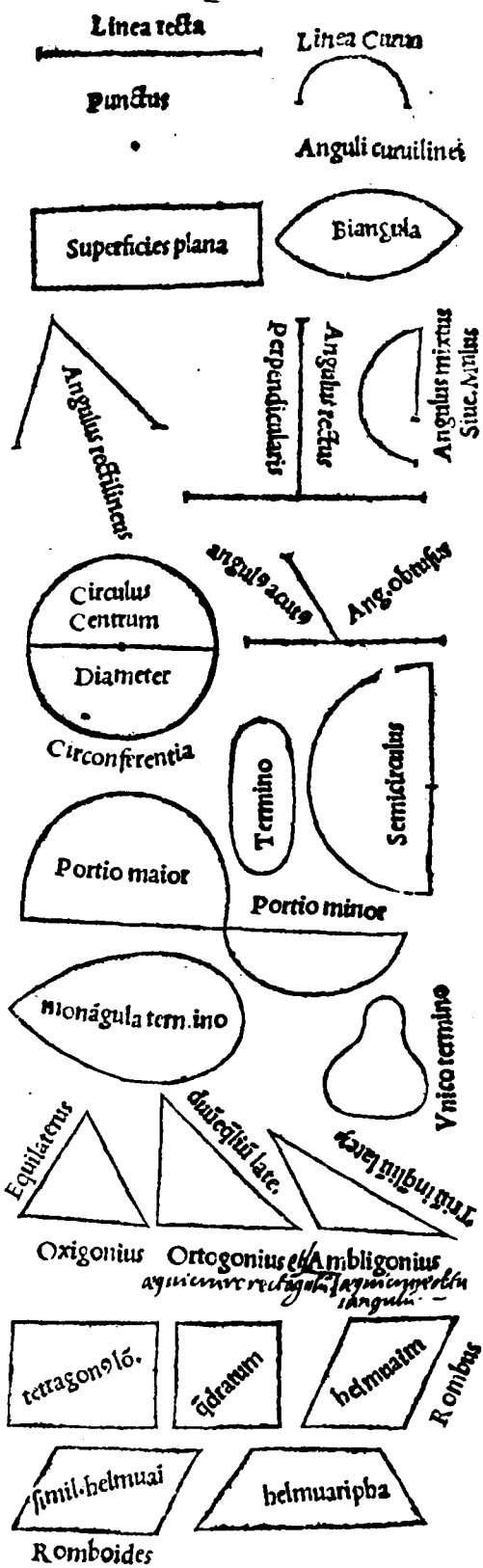
Anto sum studio semp complexus (vti ipse scis) mathematicas disciplinas mi Iacobe Cocce amicorum amicissime: vt admodum trahar cogarq; ad illos amados: qui in huiusmodi studiis versantur ac proficiunt: quado quidem illas ad philosophiæ necessitatem accedere non ignoro: Nec te fugit in pluribus Platonem Aristotelem huiusmodi exempla proponere & sepe semper mathematice demonstrare: quom eo tempore essent in luce enim uero referunt Athenis in Accademia Platonis inscriptum esse neminem intro se recipere: qui prius non mathematicas obcalluerit scientias. Quin etiam illas uerissimas esse facile cognosco ob id Aueroys in primo certitudinis gradu collocauit. Verum ille ipse discipline iam plures annos sub tenebris iacerant: aut per q̄ paucis fuerunt perceptæ: præsertim liber Elementorum Euclidis: qui nec integer nec ab omni labe alienus iam diu latitauit: adeo vt ne ipse Euclides agnosceretur. Sed tamē hac nostra ætate multo labore industria ac diligentia Magister Lucas Pacioli Sacre Theologiæ professor non solum castigauit verum etiam multa ad expositionem adiunxit egregie quidem inuenta. hoc enim modo cum redegit ad verum sensum idq; proculdubio putandum est. Nam hoc tempore ipse Magister præceteris pollet: & (vt uerius dicam) sola P. boenix. Nolo modo quot in sunt homini virtutes: q̄tum ingenium: q̄taue memoria: & rerum exuberantia: & doctrinæ altissima cognitio ex amussim cōmemorare: propterea q̄ satis insignem redunt sua volumina: testanturq; etiam lectiones: quibus ambo interfuius. ob id itaq; non immerito ab omnibus Pontificibus: ab omnibus supremi ordinis Antistitibus: summisq; Principibus totius Italiæ summo amore & charitate fuit semper complexatus. Quamobrem te etiam summo opere precor: vt huiusmodi disciplinas precipue Euclidem uelis omni studio amplecti. Nam hæc quo ad studia philosophiæ tibi profutura sunt: eo magis quia ipse Euclides a predicto Magistro Luca fidissimo interprete fuit emunctus ac emendatus: qui uix cumulate laudandus de bōisq; disciplinis benemeritis haud quempiam ornauit locum: quem omni studio cura ac diligentia ad cōmunem vsum non optime exposuerit: scio ego q̄ cōmunis Præceptoris sis studiosus immo potius suæ multiplicis scientiæ contemplator: quom moris sit tui omnes litterarum professores amore prosequi: hunc præceteris aliis tanq̄ peritissimum ac ante alios sapientissimum amare obseruare & venerari uideris haud equidem sum dubius: quem si sequaris incoceptum sis in summam virum euasurus tuumq; domum illustraturus. Ad hanc spem me erigit tuum perspicax ingenium: & pene diuinum: tua etiam eruditio tanta in ista adulescentia q̄ta vix in vllō senetac p hoc merito te quadam admiratione intuentur. Me quoq; excitant suauitas: modestia: grauitas: & tui optimi mores: cuius nulla in toto corpore menda sedet. Quæ omnia ipsa ætas auget. Non enim tuus animus nisi in litterarum studiis: in liberalibus artibus: in ipsa deniq; vera sapientia uersatur: ad quæ omnia te promum ac propensum video: quid tu aliud tuæ Reipub. polliceris? nisi vt te optimo senatore administrante felix Respub. felicior indigeret vndiq; fulgeat: tuq; rectissime magistratibus defunctus posteritati nomen conferes. Sed quæ de te sunt plura dicenda in aliud relictam tempus. Verum modo ad Euclidem animum intende: & vt ameris ama Vale.

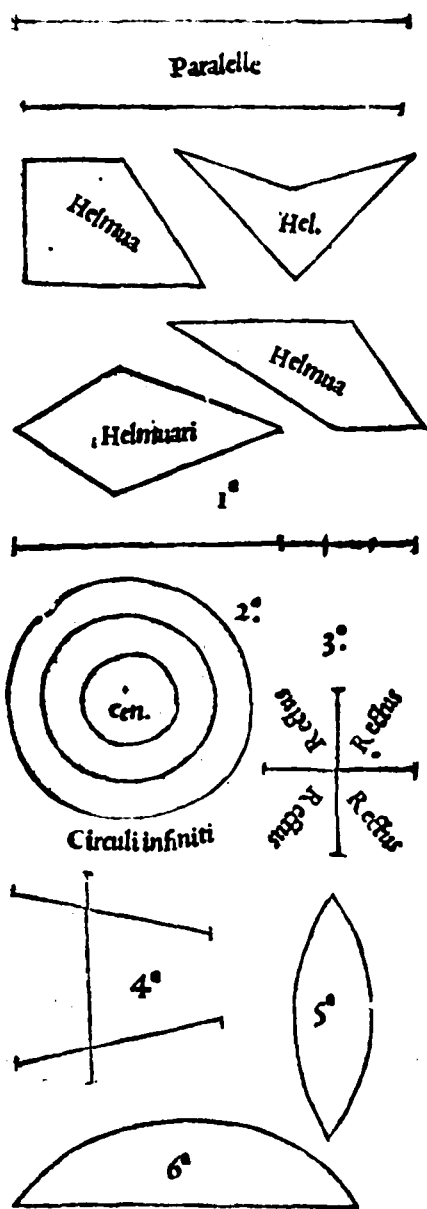
PLATO
Nulla dies sine linea.

Celestissimi philosophi ac perspicacissimi Mathematici. Euclidis megarensis primus elementorum liber: ex optima. Campani translatione Reuerendo Sacre theologie professore Mathematicae discipline disertissimo. Magistro Luca pa ciolo de burgo Sancti sepulchri Ordinis Minorum Castiga tore accuratissimo feliciter Incipit. Diffinitionibus seu descri ptionibus principiorum per se notorum praemissis.



Lineatus est cuius pars non est. 2. **L**inea est longitudo sine la titudine cuius quidem extremi/ tates sunt duo puncta. 3. **L**i nea recta est ab vno pūcto ad ali um breuissima extensio in extre mitates suas vtrunq; eorum reci piens. 4. **S**uperficies est que longitudinem et latitudinem tan tum habet. cuius termini qdem sunt lineae. 5. **S**uperficies pla na est ab vna linea ad aliam extē sio in extremitates suas recipi ens. 6. **A**ngulus planus est duarum linearum alternus cō tactus. quarum expansio est super superficiem applicatioq; non directa. 7. **Q**uando autem angulum continent due li/ nee recte rectilineus angulus nominat. 8. **Q**uando recta li nea super rectam steterit duos anguli vtrobiq; fuerint eq̄les. eorum vterq; rectus erit. 9. **L**ineaeq; lineae superstant ei cui superstat perpendicularis vocatur. 10. **A**ngulus vero qui re cto maior est obtusus dicitur. 11. **A**ngulus vero minor recto acutus appellatur. 12. **T**erminus ē quod vniuscuiusq; finis est. 13. **F**igura est que termino vel terminis continetur. 14. **C**irculus est figura plana vna quidem linea contenta. que circūferentia nominatur. in cuius medio punctus est. a quo omnes lineae recte ad circūferentiam exeūtes fibiinuicem sunt eq̄les. Et hic quidem punctus circuli dī. 15. **D**iameter circuli est linea recta q̄ super eius centrum transiens extremitatesq; suas circumferentie applicans. circulum in duo media diuidit. 16. **S**emicirculus est figura plana diametro circuli et medie tate circumferentie contenta. 17. **P**ortio circuli est figura plana recta linea et parte circumferentie contenta. semicirculo quidem aut maior aut minor. 18. **R**ectilineae figure sunt que rectis lineis cōtinentur quarum quedam trilaterae que tribus rectis lineis. quedam quadrilaterae que quatuor rectis lineis. quedam multilaterae que pluribus q̄ quatuor rectis lineis con tinentur. 19. **F**igurarum trilaterarum. alia est triangulus ha bens tria latera equalia. Alia triangulus duo habens equalia latera. Alia triangulus trium inequalium laterum. Harum iterum alia est orthogoniam. vnum. i. rectum angulum habēs. Alia est amblygonium aliquem obtusum angulum habens. Alia est oxigonium. in qua tres anguli sunt acuti. 20. **F**igur arum autem quadrilaterarum. Alia est quadratum quod est





equilaterum atq; rectangulum. Alia est tetragonus longis. q̄ est figura rectangula. sed eglatera non est. Alia est helmuaym. que est equilatera. sed rectangula non est. 21. ¶ Alia est similis helmuaym que opposita latera habet equalia. atq; oppositos angulos equales. idem tamen nec rectis angulis nec equis lateribus cōtinetur. Præter has autem omnes quadrilateræ figuræ helmuariæ nōminantur. 22. ¶ Equidistantes linee sunt q̄ in eadem superficie collocatæ atq; in alterutram partem protrahere non conueniunt. etiam si in infinitum protrahantur.

Castigator.

¶ A diffinitione superficiæ superius posita excipitur circularis que postea specialiter inferius ponitur que non continetur terminis. Et ideo eius termini non sunt linee sed linea. Et etiam monangula excipitur Et quis multæ curuilineæ speciei conuexæ concavæ Et plane lineis contineantur quibus posset diffinitio illa applicari ut patet intuenti.



Etitiones sunt quinq; . 1. ¶ A quolibet puncto in quolibet punctum rectam lineam ducere atq; lineam definitam in cōtinuum rectumq; quantumlibet protrahere. 2. ¶ Super centrum quodlibet quantumlibet occupando spacium circuli designare. 3. ¶ Omnes rectos angulos sibiinuicem esse equales. 4. ¶ Si linea recta super duas lineas rectas ceciderit duoq; anguli ex vna parte duobus rectis angulis minores fuerint illas duas lineas in eandem partem protrahatæ proculdubio conueniunt. 5. ¶ Duas lineas rectas superficie nullam cōcludere.



Omnes animi cōceptiones sunt hec. 1. ¶ Que vni et eidem sunt equalia et sibiinuicem sunt equalia. 2. ¶ Et si quilibet equalia addantur tota quoq; fient equalia. 3. ¶ Et si ab equalibus equalia auferantur que relinquuntur erunt equalia. 4. ¶ Et si ab inequalibus equalia demas que relinquuntur erunt inequalia. 5. ¶ Et si inequalibus equalia addas ipsa quoq; fient inequalia. 6. ¶ Si fuerint due res vni equalis ipse sibiinuicem erunt equalis. 7. ¶ Si fuerint due res quarum vtraq; vnius eiusdem fuerit dimidium vtraq; erit equalis alteri. 8. ¶ Si aliqua res alicui supponatur appliceturq; ei nec excedat altera alteram. ille sibiinuicem erunt equalis. 9. ¶ Quia ne totum est maius sua parte.

Castigator.

¶ Ista que vni et eidem Et. quam Euclides hic acomodat quantitatibus infra in. u. q̄nti libri acomodat proportionibus ut ibi. ¶ Prima Et sexta differunt tanq̄ inclusum Et exclusum vel sicut abstractum Et concretum vel sicut mensura Et mensuratum vel sicut prima Et secunda intentio sue res Et speciei rei.

Herba Campani.



Ciendum est autem q̄ præter has animi conceptiones sue communes scientias multas alias que numero sunt et comprehensibiles pretermisit Euclides quoniam hec est vna.

¶ Si due quantitates equalis ad quamlibet tertiam eiusdem generis cōparentur simul erunt ambe illæ tertia aut equalis maioribus aut equalis minoribus aut simul equalis. ¶ Itē alia Quarta est aliq̄ q̄ntitas ad quālibet aliam eiusdem generis tantā esse quālibet tertia ad

aliquam quartam eiusdem generis in quantitatibus continuis: hoc vniuersaliter verum est siue maiores fuerint cōsequētibz siue minores: magnitudo. n. decrescit in infinitū. in nūeris autē non sic: sed si fuerit primus submultiplex secundi: erit quilibet tertius eque submultiplex alicuiusq̃rtis qm̃ numerus crescit in infinitum: sicut magnitudo in infinitum minuit.

Propositio prima.

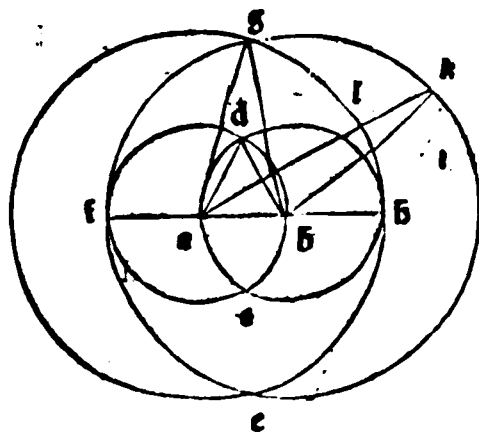
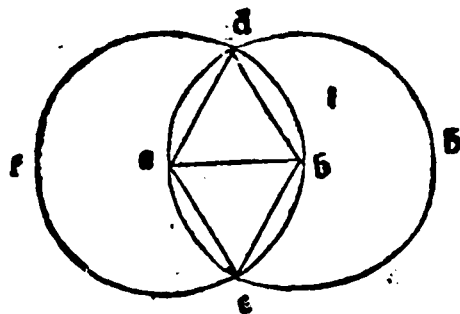


Priangulum equilaterum super datam lineam rectas collocare.

Est data linea recta. a. b. volo super ipsam triangulum equilaterum cōstituere. Super alteram eius extremitatē. s. in puncto. a. ponam pedem circini immobilē & alter pedem mobilem extendam vsq. ad b. & describam fm̃ quantitatē ipsius lineae date per secundam petitionem circulum c. b. d. f. rursus alterā eius extremitatē. s. punctum. b. faciam centz: & p̃ eandem petitiōem & fm̃ eiusdem q̃titatē lineaebo circulum. c. a. d. h. q̃ circuli interfecbūt se in duobus punctis q̃ sunt. e. d. & alteram duarū sectionum: sicut sectionem. d. cōtinuabo cum ambabus extremitatibus date lineae p̃traētis lineis. d. a. d. b. p̃ primam petitiōem. Quia ergo a puncto. a. qd̃ est centz circuli. c. b. d. p̃traēt sunt lineae. a. d. & a. b. vsq. ad eius circūferentiā ipse erunt equales per diffinitionem circuli. Similiter quoq. q̃a a puncto. b. quod est centz circuli. c. a. d. p̃traēt sunt lineae. b. a. & b. d. vsq. ad eius circūferentiā ipse erūt et equales: q̃a ergo vtrāq. duarū linearū. a. d. b. d. equalis est lineae. a. b. vt p̃batum est: ipse erūt equales inter se p̃ primā cōceptiōnem: ergo super datam lineam collocauimus triangulum equilaterū: quod ē p̃positum. **S**i autē super eandem lineam libeat collocare reliq̃s duas triangulorū spēs. s. triangulum duum equilaterū & triangulum trium inequalium latez. p̃trahat lineā. a. b. in vtrāq. p̃tem vsq. quo occurret circūferētie amborum circuloz super duo puncta. f. & h. & posito cētro in puncto. a. lineae circuli. e. h. g. fm̃ q̃titatē lineae. a. h. Itemq. posito cētro in puncto. b. lineetur circulus. e. f. g. fm̃ q̃titatē lineae. b. f. He. autē circuli interfecabunt se in duobus punctis q̃ sunt. e. g. cōiungant igitur extremitates date lineae cū altera dictarū sectionum p̃ duas lineas rectas q̃ sunt. a. g. b. g. & q̃a heeli nee. a. b. & a. f. exeunt a cētro circuli. c. d. f. ad eius circūferentiā ipse erūt equales. Silt quoq. a. b. & b. h. q̃a exeūt a cētro circuli. c. a. d. h. vsq. ad ipsius circūferentiā ipse erūt equales. Quia ergo vtrāq. duarum linearū. a. f. & b. h. equalis est lineae. a. b. ipse erunt inter se eq̃les: ergo posita. a. b. cōi erit. b. f. equalis a. h. sed b. f. est equalis b. g. quia ambo exeunt a cētro circuli. e. f. g. ad eius circūferentiā. Silt quoq. a. h. est equalis a. g. & vtrāq. earum est maior. a. b. eo q̃ vtrāq. duarum linearum. b. f. & a. h. maior est a. b. quare super datam lineam collocauimus triangulum duorum equalium laterum. **T**riangulum ēt trium inequalium latez super eandem lineam collocabimus: si aliquod punctum exi. in circūferētia alterutrius duorū maiorum circuloz: quod nō sit in altera duarū sectionum: & cui non obuiet. f. h. cum in vtrālibet p̃tem p̃traēta fuerit in cōtinuum & directum: cōiunxerimus p̃ duas lineas rectas cum ambabus extremitatibus date lineae. Sit. n. punctus. k. signatus in circūferētia circuli. e. f. g. & non sit in altera sectionum nec occurrat ei. f. h. cū p̃traheretur in cōtinuum: & directum vsq. ad eius circūferentiā. Protrahā ergo lineas. a. k. & b. k. & secabit lineā. a. k. circūferentiā circuli. e. h. g. sciet ergo in puncto. l. eritq. b. k. equalis a. l. quia b. k. est equalis b. g. & a. l. equalis a. g. quare a. k. est maior. b. k. sed & b. k. est maior. a. b. triagulus ergo a. b. k. est trium inequalium latez. Sic igitur super datam lineam oēs tri angulorum species collocauimus.

Castigator.

a Circinus &c. rectius accōmuentius sextus dī cum sextum p̃tem semp capiat aut sit eius sexta circuli quē facit in q̃cūq. dispōnere p̃atur stricte la req. &c. **b** Describere circulū fm̃ q̃titatē lineae date est ipsam facer fm̃ diametz circuli describēdi. **c** Cōstituere siue formare figuram aliquā



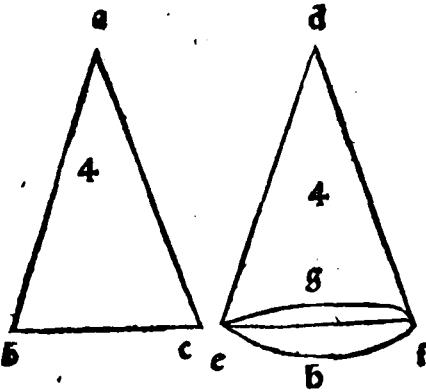
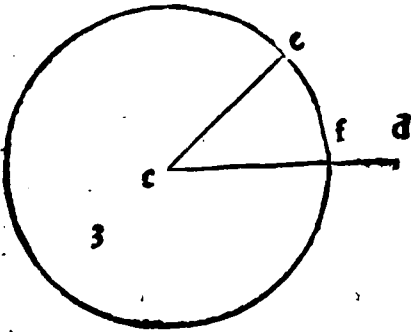
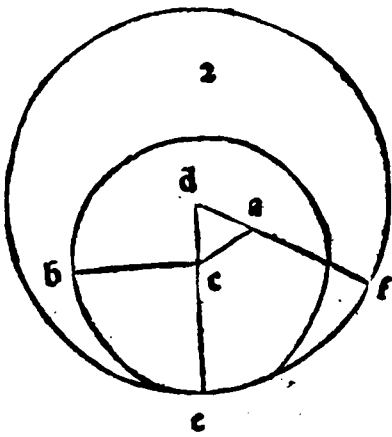


fig datā lineā ē ipsam ponere vnū ex lateribus figure sic describēde sup ea.

Propositio .2.

Dato puncto cuiuslibet linee recte propositae equae rectam lineam ducere.



A Sit .a. punctus datus .f. b. c. linea data volo a puncto .a. ducere lineā vnā equalem lineae .b. c. in quācūq; ptem cōtingat cōiungā ergo punctū .a. cū altera extremitate lineae .b. c. cum q̄ uoluerō .f. cōiungā ipsum .a. cū extremitate .c. p lineam .a. c. sup quā cōstitūā triāgulum eq̄latez fm doctrinā pcedētis q̄ sit a. c. d. f. in illa extremitate lineae date cū qua cōiunxi punctū datū .f. in extremitate .c. ponā pedē circini imobilē f. describā sup ipsum circulū fm q̄ritatē ipsius date lineae q̄ sit circulus .e. b. f. latus triāguli eq̄lateri qd̄ oppositū pūcto dato .f. latus .d. c. p̄traham p̄ centro circuli descripi v/ q̄ ad eius circūferentiam f. sit tota lineā sic protractā .d. c. e. fm cuius quantitatē lineabo circulū posito cētro in .d. q̄ sit circulus .e. f. f. postea p̄traham latus .d. a. v/ q̄ ad circūferentiam huius vltimi circuli f. occurrat circūferētiē ipsius in pūcto .f. dico igit q̄ a. f. est eq̄lis .b. c. nam .b. c. f. c. e. sunt eq̄les quia exeūt a centro circuli .e. b. ad eius circūferētiā. Similiter quoq; .d. f. d. e. sunt eq̄les quia exeūt a centro circuli .e. f. ad circūferētiā. sed .d. a. f. d. c. sunt eq̄les quia sunt latera triāguli eq̄ilateri ergo si .d. a. f. d. c. demantur de .d. e. f. d. f. q̄ sunt eq̄les erūt residua q̄ sunt .a. f. f. c. e. equalia quia ergo vtrāq; duarū linearum .a. f. f. c. b. ē equalis .c. e. ipse sunt eq̄les inter se quare a pūcto .a. protraximus lineam .a. f. equalem .b. c. qd̄ est p̄positum.

Propositio .3.

Propositis duabus lineis inequalibus de longiorum breuiorū equalem abscindere.



Sint due lineae .a. b. f. c. d. f. sit .a. b. minor volo ex .c. d. abscindere vnā que sit equalis .a. b. dico primo a puncto .c. vnā lineā eq̄lem .a. b. fm qd̄ docuit pcedens que sit .c. e. posito ergo centro in pūcto .c. describam circulum fm quantitatē .c. e. qui secabit lineam .c. d. Sit ergo vt fecit eam in puncto .f. eritq; lineae .c. f. equalis lineae .a. b. quia ambo exeunt a centro eiusdem circuli ad circūferentiam f. quia vtrāq; duarū linearum .a. b. f. c. est eq̄lis .c. e. ipse sunt inter se eq̄les quod est p̄positum.

Propositio .4.

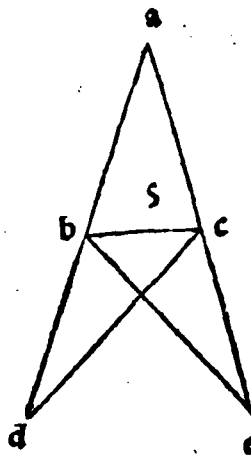
Quoniam duorum triangulorum quorum duo latera vnus duobus lateribus alterius equalia fuerint duosq; anguli eorum illis equilateralibus contenti equalis fuerint alter alteri latera quoq; illorum reliqua sese respicientia equalia: reliqui vero anguli vnus reliquis angulis alterius equalis erunt: ac totus triangulus toti triangulo equalis.



Sint duo trianguli .a. b. c. d. e. f. sitq; latus .a. b. equale lateri .d. e. f. latus .a. c. eq̄le lateri .d. f. f. angulus .a. equalis angulo .d. tūc dico qd̄ basis .b. c. est equalis basi .e. f. f. angulus .b. equalis angulo .e. Item angulus .c. equalis angulo .f. quod probatur. Supponam triāgulum .a. b. c. triāgulo .d. e. f. ita qd̄ angulus .a. cadat super angulum .d. f. latus .a. b. super latus .d. e. f. latus .a. c. super latus .d. f. f. patet per conuersionem penultime conceptionis qd̄ nec anguli nec latera sese excedent eo qd̄ angulus .a. est equalis angulo .d. f. latera superposita his quibus superponuntur per ypothesim. Puncta ergo .b. c. cadent super puncta .e. f. si ergo lineae .b. c. cadit super lineam .e. f. patet p̄positum quia cum lineae .b. c. superposita lineae .e. f. non excedat eam nec excedatur ab ea est ei equalis per penultimam conceptionem eadem ratione erit angulus .b. equalis angulo .e. f. angulus .c. equalis angulo .f. Si autem lineae .b. c. non cadit super lineam .e. f. d. cadit intra triāgulum si cut lineae .e. g. f. aut extra sicut lineae .e. h. f. tunc due lineae recte concludunt superficiem quod est contra vltimā petitionē m.

Castigator

Hec s. vocatur fuga miserorum qm miseri ingenii cū ad eam pueniūt fugā arripiunt sed ne fuge dei occasio oñdam eam breuiter & leui ofensione q̄ sufficiet adiscēti. Sit. n. triangulus. a. b. c. diuidam eum p lineam. c. d. p perpendicularē in duos triangulos partiales. a. d. c. & b. d. c. eritq̄ angulus. a. d. c. primi trianguli eq̄lis angulo. b. d. c. sc̄andi quia vterq̄ rectus ē latera illos continentia sunt equalia quia. d. b. est equale. d. a. & c. d. est latus cōe quare per premissam sūt residui anguli equales puta angulus. a. & angulus. b. & hoc ē ppositū. ¶ Quod ē duo anguli sub basi sunt equales patet qm duo anguli q̄ sunt sunt apud. a. eq̄les duobus rectis sunt p diffinitionē li nee stātis sup aliam q̄a facit duos angulos equales s̄mper duobus rectis vt infra. n. probabit. Similiter duo anguli q̄ sunt apud. b. Igitur demptis superioribus qui sunt equales vt probatum est q̄ sunt inferius relinquentur eq̄les per cōm sciam & ex ista demonstratiōe patet q̄ triagulus eq̄lateralis est eq̄angulus q̄a equalitas quorumlibet duorum laterum concludit equalitatem angulorum correspondentiū &c.



Propositio .5.



Proponitur. Si duo anguli duorum equalium laterum angulos qui supra basim sunt equales esse necesse est: q̄ si eius duo equalia latera directe protrahantur fient quoq̄ sub basi duo anguli inuicem equales.

Sit triangulus. a. b. c. cuius latus. a. b. sit equale lateri. a. c. dico q̄ angulus. a. b. c. est equalis angulo. a. c. b. q̄ si protrahantur. a. b. & a. c. vsq̄ ad. d. & e. fiet angulus. d. b. c. equalis angulo. e. c. b. quod sic probatur. Prolat. a. b. & a. c. ponam per tertiam lineam. a. d. equalem lineae. a. e. & protraham lineas. e. b. d. c. & intelligam duos triangulos. a. b. e. & a. c. d. quos pbabo esse equales & equilateros & eq̄angulos. Sunt. n. duo latera. a. b. & a. c. trianguli. a. b. e. equalia duobus lateribus. a. c. & a. d. trianguli. a. c. d. & angulus. a. est cōis vtriq̄, ergo p premissam basis. b. e. est equalis basi. c. d. & angulus. e. est equalis angulo. d. & angulus. a. b. e. equalis angulo. a. c. d. Item intelligo duos triangulos. d. b. c. & e. c. b. quo similiter probabo esse equilateros & equiangulos. Nā duo latera. d. b. & d. c. trianguli. b. d. c. sunt equalia duobus lateribus. e. c. & e. b. trianguli e. b. c. & angulus. d. est equalis angulo. e. ergo per premissam: basis basis: & reliqui anguli reliquis angulis ergo angulus. d. b. c. est equalis angulo. e. c. b. & hoc est secundum propositum. s. q̄ anguli sub basi equales sunt: & angulus. b. c. d. est equalis angulo. e. b. c. sed totus. a. b. e. est equalis. a. c. d. vt probatum fuit supra. ergo angulus. a. b. c. residuus est equalis angulo. a. c. b. residuo quorum vterq̄ est super basim: quod primum propositum.

Castigator.

Nota quando dicit angulum. a. b. c. intelligit angulum. b. qui designatur per litteram mediam & tali modo semper vtitur in triangulis &c. & si diceret angulum. b. a. c. intelligeretur angulus. a. & dicendo. a. c. b. vel. b. c. a. intelligitur angulus. c. sed cōmuniter in proferendo seruatur ordo alphabeti videlicet iterarum. a. b. c. d. &c.

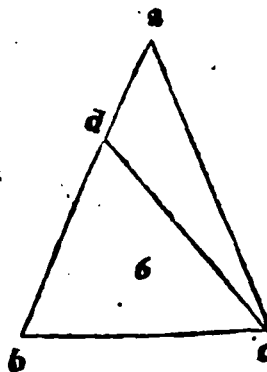
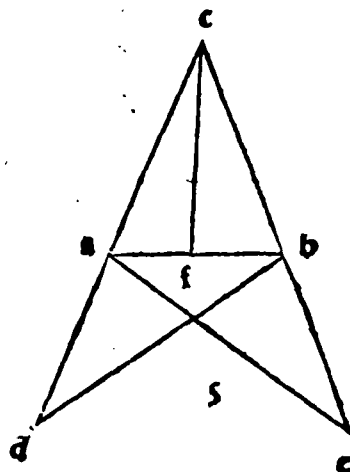
¶ Et quilibet illorum qui sunt supra basim. est minor recto vt dicitur in expositione septime sexti & per consequens quilibet illorum qui sunt sub basi est maior vt potest facilius colligi per decimam tertiam huius.

Propositio .6.



I duo anguli alicuius trianguli eq̄les fuerint duosq̄ latera angulos illos respicientia equalia erunt.

Hec est conuersa premissae quantum ad primam eius partem. Sit enim triagulus. a. b. c. cuius duo anguli. b. & c. sint equales dico q̄ latus. a. b. est equale lateri. a. c. Si enim nō sunt equalia erit alterum altero maius. siq̄. a. b. maius q̄



refecetur ad equalitatem. a. c. p. tertiam propositionem ut superfluum sit a parte. a. f. rejecetur in puncto. d. sitq. b. d. equalis. a. c. f. ducatur linea. d. c. intelligo ergo duos triangulos. a. b. c. f. d. b. c. quos probabo esse equilateros f. equiangulos. Sunt enim duo latera. d. b. f. b. c. trianguli. d. b. c. equalia duobus lateribus. a. c. f. b. c. trianguli. a. b. c. f. angulis. b. equalis angulo. c. totali per ypotensim ergo basis. d. c. e. equalis basi. b. a. f. angulus d. c. b. equalis angulo. a. c. b. pars videlicet toti quod est impossibile.

Propositio .7.



In duobus punctis aliquam lineam terminantibus due linee ad punctum vnum cōcurrentes extērint ab eisdem punctis alias lineas singulas suas contērninalibus equales que ad aliū cōcurrant punctum in eandem partem duci est impossibile.

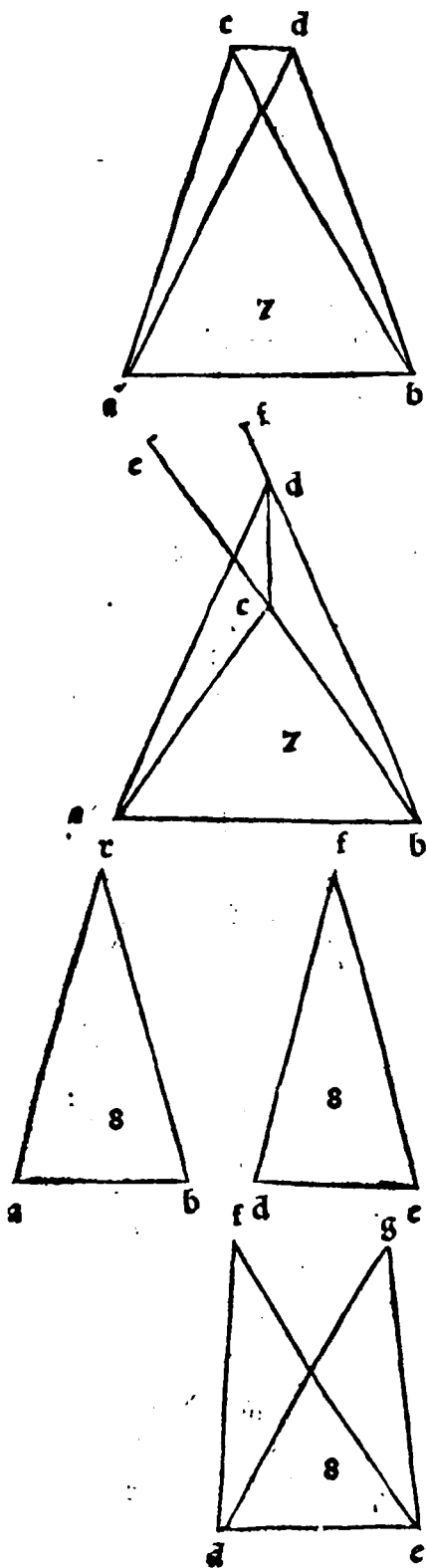
Si linea. a. b. a. cuius extremitatibus protrahantur due linee in partem vnam que concurrant in eodem puncto v. sint. a. c. f. b. c. que concurrant in puncto. c. dico q. in eandem partem non protrahentur alie due ab eisdem extremitatibus que concurrant ad aliud punctum ita q. illa que egreditur a puncto. a. sit equalis linee. a. c. f. que egreditur a puncto. b. sit equalis linee. b. c. Quod si fuerit possibile protrahant alie due linee in eandem partem que concurrant in puncto. d. f. sit linea. a. d. equalis linee. a. c. f. linea. b. d. equalis. b. c. aut ergo punctus. d. cadet intra triangulum aut extra: nam in altro laterum. a. c. f. b. c. non cadet quia tūc pars esset equalis suo toti. Si autem cadat extra aut altera linearum. a. d. f. b. d. secabit alteram linearum a. c. f. b. c. aut neutra neutram: f. fecet primo altera alteram f. protrahatur linea. c. d. Quia ergo triaguli. a. c. d. duo latera. a. c. f. a. d. sunt equalia erit angulus. a. c. d. equalis angulo. a. d. c. per s. Similiter quia in triangulo. b. c. d. duo latera. b. c. f. b. d. sunt equalia erunt anguli. b. c. d. f. b. d. c. Similiter equales per eādem f. quia angulus b. d. c. est maior angulo. a. d. c. sequitur angulum. b. c. d. esse maiorem angulo. a. c. d. partem. f. toto quod est impossibile. Si autem. d. cadit extra triangulum. a. b. c. ita q. linee non se fecent protraham lineam. d. c. f. producam. b. d. f. b. c. sub basi v. q. ad. f. f. ad. e. f. quia linee. a. d. f. a. c. f. sunt equales erūt anguli a. c. d. f. a. d. c. eqles per. s. Similiter qa. b. c. f. b. d. sunt equales erūt anguli sub basi qui sunt. c. d. f. f. d. c. e. equales per secundam partem eiusdem. Quia ergo angulus. e. c. d. minor est angulo. a. c. d. sequitur angulum. f. d. c. esse minorem angulo. a. d. c. quod est impossibile. Et eodem modo deducetur aduerfarius ad inconueniēs: si. d. punctus cadit intra triangulum. a. b. c. f. c.

Propositio .8.



Primū: duorum triangulorum quorum duo latera vnius duobus lateribus alterius fuerint equalia: basisq. vnius basi alteri itas equalis: duos angulos equis lateribus contentos: equales esse necesse est.

Sint duo trianguli. a. b. c. d. e. f. sitq. a. c. equalis. d. f. f. b. e. equalis. e. f. f. a. b. equalis. d. e. dico q. angulus. c. est equalis angulo. f. f. angulus. a. angulo. d. f. angulus. b. angulo. e. Superpōam basim. a. b. basi d. e. que cum sint equales neutra excedet alteram per conuersionem penultime conceptionis: aut ergo punctus. c. cadet super punctum. f. aut nō. Si sic: tunc quia angulus. c. superpositus erit angulo. f. f. neuter eorum excedit alterum: ipsi sunt equales per conceptionem predictam. Similiter argue reliquos angulos esse equales: si autem punctus. c. non cadit super f. sed super quemlibet alium qui sit punctus. g. quia. e. g. est equalis. b. c. i. mo eadem: itemq. d. g. equalis. a. c. erit. e. g. equalis. e. f. f. d. g. equalis. d. f. quod est impossibile per precedentem.



Propositio .9.

Et unum angulum per equalia secare.



Sit datus angulus quem oportet diuideret angulus. $a.b.d.$ linea. $b.c.$ linea. ipsum continentem que sunt. $a.b.$ & $b.c.$ ponam equalis per tertiam & producam lineam. $a.c.$ super quam constituam triangulum equilaterum. $a.d.c.$ & protraham lineam. $b.d.$ dico qd ipsa diuidit datum angulum per equalia. **I**ntelligo duos triangulos. $a.b.d.$ & $b.c.d.$ quia duo latera. $a.b.$ & $b.c.$ & $b.d.$ sunt equalia duobus lateribus. $c.b.$ & $b.d.$ trianguli. $c.b.d.$ & $b.a.d.$ basi. $a.d.$ basi. $c.d.$ ergo per precedentem angulus. $a.b.d.$ est equalis angulo. $c.b.d.$ quod est propositum facere.

Cassigatoz.

Datum angulum rectum per tria equalia secare. **Q**uamuis Euclides in hoc libro nullibi doceat angulum in tria equalia diuidere cum difficilis sit scientia. Et non ita de facili posset de omni verificari. tamen de angulo recto pulcherrime hoc ostenditur ista. 9. & 31. huius mediantibus addita. quod sic apparet. Ponatur trigonus equilaterus. $a.b.c.$ certum est quilibet angulorum eius duabus tertiis vnius recti equari cum omnes tres duobus rectis angulis sint equalis per 31. huius. **I**gitur vno illorum in duo equalia diuiso per 9. istam ut puta angulo. $b.a.c.$ totali in duos partes. $b.a.d.$ & $d.a.c.$ per lineam. $a.d.$ erit quilibet eorum tertia vnius recti hoc per actio detur rectus quicunq. ut puta. $e.f.g.$ a lineis. $e.f.$ & $g.f.$ contentus supra terminum vnius earum. $f.$ constituam angulum. $e.f.h.$ seu angulum. $g.f.k.$ per 23. equalem angulo. $b.a.d.$ vel. $c.a.d.$ qd erit tertia vnius recti postea residuum disti recti qui est due terti recti ut deduximus diuisam per equalia per distam. 9. s. angulum. $g.f.h.$ per lineam. $f.k.$ vel angulum. $e.f.k.$ per lineam. $f.h.$ & erit vnusquisq. duorum angulorum. $b.f.k.$ & $c.f.k.$ tertia vnius recti & sic totalis angulus rectus. $e.f.g.$ est diuisus in tres equalis partiales videlicet. $e.f.h.$ & $h.f.k.$ & $k.f.g.$ quod est propositum.

Propositio .10.

Proposita recta linea eam per equalia diuidere.



Sit proposita linea quam oportet diuidere per equalia. linea. $a.b.$ si per ipsam constituam triangulum equilaterum. $a.b.c.$ & angulum. $c.$ diuido per equalia secundum doctrinam precedentis per lineam. $c.d.$ dico qd linea. $c.d.$ diuidit datam lineam. $a.b.$ per equalia. **I**ntelligo. $n.$ duos triangulos. $a.c.d.$ & $b.c.d.$ & arguo sic. Duo latera. $a.c.$ & $c.d.$ trianguli. $a.c.d.$ sunt equalia duobus lateribus. $b.c.$ & $c.d.$ trianguli. $b.c.d.$ & angulus. $c.$ vnius angulo. $c.$ alterius ergo per quartam basis. $a.d.$ basi. $d.b.$ qd est propositum.

Propositio .11.

Et a linea recta a puncto in ea signato perpendicularem extrahere duobus quidem angulis equalibus ac rectis vtrinque subnixam.

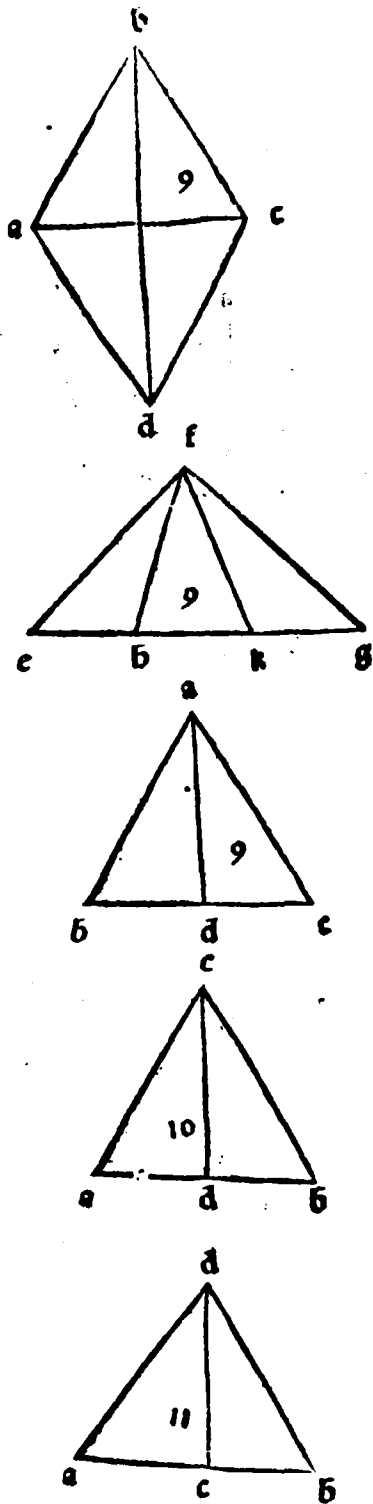


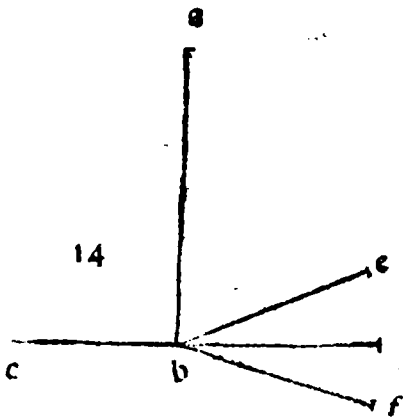
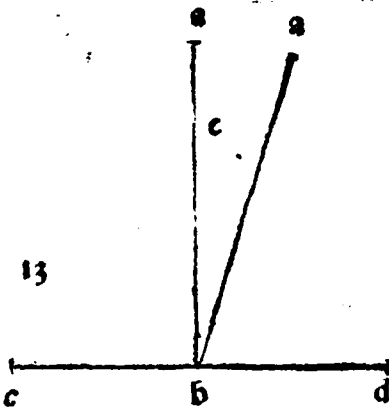
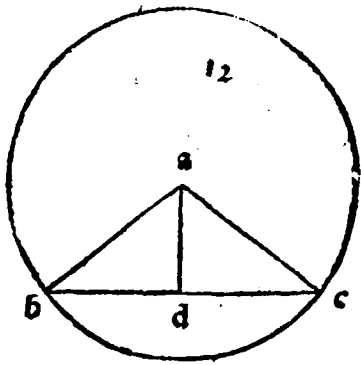
Sit data linea. $a.b.$ in qua sit datus punctus. $c.$ a quo oportet perpendicularem extrahere. Faciam ergo per tertiam lineam. $b.c.$ equalem lineae. $a.c.$ & super totam. $a.b.$ constituam triangulum equilaterum. $a.b.d.$ & protraham lineam. $c.d.$ de qd dico qd ipsa est perpendicularis super lineam. $a.b.$ **I**ntelligo duos triangulos. $a.c.d.$ & $b.c.d.$ quia duo latera. $a.c.$ & $b.c.$ & $c.d.$ sunt equalia duobus lateribus. $c.b.$ & $c.d.$ trianguli. $c.b.d.$ & basi. $a.d.$ basi. $b.d.$ erit per 8. angulus. $a.c.d.$ equalis angulo. $b.c.d.$ quare vterq. eorum erit rectus per definitionem anguli recti & linea. $c.d.$ perpendicularis super lineam. $a.b.$ per definitionem linee perpendicularis: quod est propositum.

Cassigatoz.

Vel per petitionem augendo alterutram earum ad equalitatem alterius.

Propositio .12.





Puncto extra signato ad datam lineam indefinitae quantitatis perpendicularem deducere.

Sit .a. punctus signatus extra lineam .b. c. a quo ad ipsam oportet deducere perpendicularem. Protrahat ergo lineam .b. c. in utraque partem quantum libuerit et super punctum .a. describat circulum .b. c. sic ut fecerit lineam datam in punctis .b. c. et pertrahat lineas .a. b. et .a. c. et dividat angulum .b. a. c. per equalem per lineam .a. d. p. q. dico quod .a. d. est perpendicularis super lineam .b. c. Intelligo duos triangulos .a. b. d. et .a. c. d. quia duo latera .a. b. et .a. c. sunt equalia duobus lateribus .a. c. et .a. d. trianguli .a. c. d. et angulus .a. unus equalis angulo .a. alterius erit p. q. basis .b. d. equalis basi .d. c. et angulus .a. d. b. equalis angulo .a. d. c. quare uterque eorum rectus et linea .a. d. perpendicularis super lineam .b. c. per definitionem anguli recti et lineae perpendicularis: quod est propositum.

Propositio .13.



Duas recte lineas super recta linea stantis duo utrobique anguli aut sunt recti aut duobus rectis aequales.

Sit ut lineam .a. b. super rectam lineam .c. d. quod si fuerit super ea perpendicularis faciet duos angulos rectos per conversionem definitionis. Si autem fuerit super ea perpendicularis a puncto .b. ducat .b. e. perpendicularis super .c. d. per undecimam erunt duo anguli .e. b. c. et .e. b. d. recti per conversionem definitionis: quia ergo duo anguli .d. b. a. et .a. b. e. ad eundem angulum .d. b. e. ipsae cum angulo .c. b. e. erunt aequales duobus rectis: quare tres anguli sunt .d. b. a. b. e. et .c. b. e. sunt aequales duobus rectis: sed angulus .c. b. a. est equalis duobus angulis .c. b. e. et .e. b. a. ergo duo anguli .c. b. a. et .a. b. d. sunt aequales duobus rectis: quod est propositum. Ex quo patet quod totum spatium quod interbet superficie plana punctum quodlibet circumstant quatuor rectis angulis et aequale.

Castigator

Per conversionem definitionis. si lineae super recta linea stantis quoniam linea recta super recta stans et duos angulos inuicem aequales cans est perpendicularis. conversio huius est quod omnis perpendicularis est linea cans super aliam duos angulos inuicem aequales et per eosdem rectos. Hec et sequens faciunt ad undecimam. undecima et .13. dicta.

Propositio .14.



Idue lineae a puncto unius lineae in diversas partes exierint duosque circa se angulos rectos aut duobus rectis aequales fecerint: ille due lineae sibi directe coniuncte sunt et linea una. **S**it ut a puncto .b. lineae .a. b. exeant due lineae oppositae partes quod sint .b. c. et .b. d. et faciant duos angulos qui sunt .c. b. a. et .d. b. a. aequales duobus rectis: tunc dico quod due lineae .c. b. et .d. b. sunt sibi inuicem directe coniuncte et linea una: hec est quasi conversio: quod si non fuerint linea una tunc protrahat .c. b. in continuum et directum quod non est linea una cum .d. b. transibit super ea ut .b. e. aut infra ea ut .b. f. quia ergo super lineam rectam quod est .c. b. e. cadit linea .a. b. erunt anguli .c. b. a. et .e. b. a. aequales duobus rectis per praedictum: quia omnes recti sunt ad inuicem aequales: per .3. petitionem anguli quoque .c. b. a. et .d. b. a. sunt aequales duobus angulis rectis per hypothese: erunt duo anguli .e. b. a. et .e. b. a. equales duobus angulis .c. b. a. et .d. b. a. ergo deprobo contra angulum .c. b. a. erit angulus .e. b. a. equalis angulo .d. b. a. per totum quod est impossibile. Si igitur lineam .c. b. protrahat per abis angulum .d. b. a. et equalis angulo .f. b. a. si forte diceret adversarius lineam .c. b. protrahat cadere infra .b. d.

Propositio .15.



Duam duarum linearum se inuicem secantium: omnes anguli contra se positi sunt aequales: unde manifestum est quod cum due lineae recte se inuicem secant quatuor qui sunt anguli quatuor rectis esse equales.

Sint due lineae .a. b. et .c. d. se inuicem secantes in puncto .e. dico quod angulus .d. e. b. est equalis angulo .a. e. c. et angulus .b. e. c. est equalis angulo .a. e. d. Erunt .n. p. 13. duo anguli .a. e. c. et .c. e. b. aequales duobus rectis: et itaque duo anguli .c. e. b. et .d. e. b. aequales duobus rectis per eadem quare duo per

ini sūt eq̄les duobus postremis eo q̄ oēs recti sūt adiūicē eq̄les p.3. petitiō
nē: dēpto ergo cōi angulo q̄ ē. c. e. b. erit angulus. a. c. c. eq̄lis āgulo. d. e. b.
Eodē mō p̄babit angulum. c. e. b. esse eq̄lem angulo. a. e. d. q̄d ē p̄positū.

Propositio .16.



In quodlibet laterum triāguli directe protrahatur
faciet angulum extrinsecum utroq̄ angulo trian-
guli sibi intrinsecus opposito maiorem.

Sit utriusq̄ triāguli. a. b. c. latus. a. b. p̄trahatur vsq̄ ad. d.
dico q̄ angulus. d. b. c. maior est utroq̄ duorū anguloz in
trinsecorū sibi oppositoz q̄ sunt. b. a. c. & b. c. a. Diuidā. n.
p. 10. lineam. c. b. p̄ eq̄lia in puncto. e. & p̄traham. a. e. vsq̄ ad. f. ita ut. e. f.
fiat eq̄lis. a. e. & p̄traham lineā. f. b. Intelligo duos triāgulos. c. e. a. & f. b.
e. f. & quia duo latera. a. e. & e. c. triāguli. a. e. c. sunt eq̄lia duobus lateribus
f. e. & e. b. triāguli. f. e. b. & angulus. e. vnius est eq̄lis angulo. e. alterius p̄
p̄missam quia sunt anguli cōtrapositi: erit p. 4. angulus. e. c. a. eq̄lis angulo
e. b. f. & iō angulus. e. b. d. maior erit āgulo. b. c. a. Si q̄ quoq̄ p̄babitur
q̄ est maior angulo. c. a. b. Nam diuidam. a. b. per equalia in puncto. g. p̄
10. & p̄traham lineam. g. h. eq̄lem lineē. c. g. p. 3. p̄stēa p̄traham. h. b. k
eruntq̄ duorum triāguloz q̄ sunt. a. g. c. & b. g. h. duo latera. a. g. & g. c. p̄
mi eq̄lia duobus lateribus. b. g. & g. h. & cōt̄i: & angulus. g. vnius angulo. g.
alterius per. 15. ergo p. 4. angulus. g. a. c. est equalis angulo. g. b. h. quare p̄
15. & angulo. k. b. d. & quia angulus. c. b. d. est maior angulo. k. b. d. erit etiā
maior angulo. b. a. c. quod est p̄positum.

Propositio .17.



In his triāguli duo quilibet anguli duobus rectis
sunt minores.

Sit triāgulus. a. b. c. dico q̄ duo quilibet eius anguli duo
bus rectis sunt minores: p̄trahat. n. vnū latus eius ut. b. c.
vsq̄ ad. d. eritq̄ p̄cedētem angulus. e. extrinsecus maior
a. & maior. b. & d. c. extrinsecus cū. c. intrinsecō ē eq̄lis duo
bus rectis per. 13. ergo anguli. b. & c. intrinseci siue anguli. a. & c. intrinseci
sunt minores duobus rectis. Similiter si p̄trahatur latus. b. a. probabitur
q̄ duo anguli. a. & c. sunt minores duobus rectis: quod est p̄positum.

Propositio .18.



In his triāguli longius latus maiori angulo op-
positum est.

Sit utriusq̄ triāgulo. a. b. c. angulus. a. sit maior angulo. c. dē
coq̄ latus. c. b. maius erit latere. a. b. Si. n. sit eq̄le erit per. 5.
āgulus. a. eq̄lis angulo. c. quod ē cōtra ypothē ym. Si at
a. b. sit maius refectur ad equalitatē. c. b. p. 3. sitq̄. d. b. eq̄
le. c. b. erit ergo p. 5. angulus. d. c. b. eq̄lis angulo. b. d. c. & d. b. d. c. est maior
angulo. b. a. c. p. 15. ergo. b. c. d. ē maior. b. a. c. quare multo fortius maior
a. c. b. p̄s toto: q̄d ē ip̄sibile.

Propositio .19.



In his triāguli maior angulus longiori lateri op-
positus est.

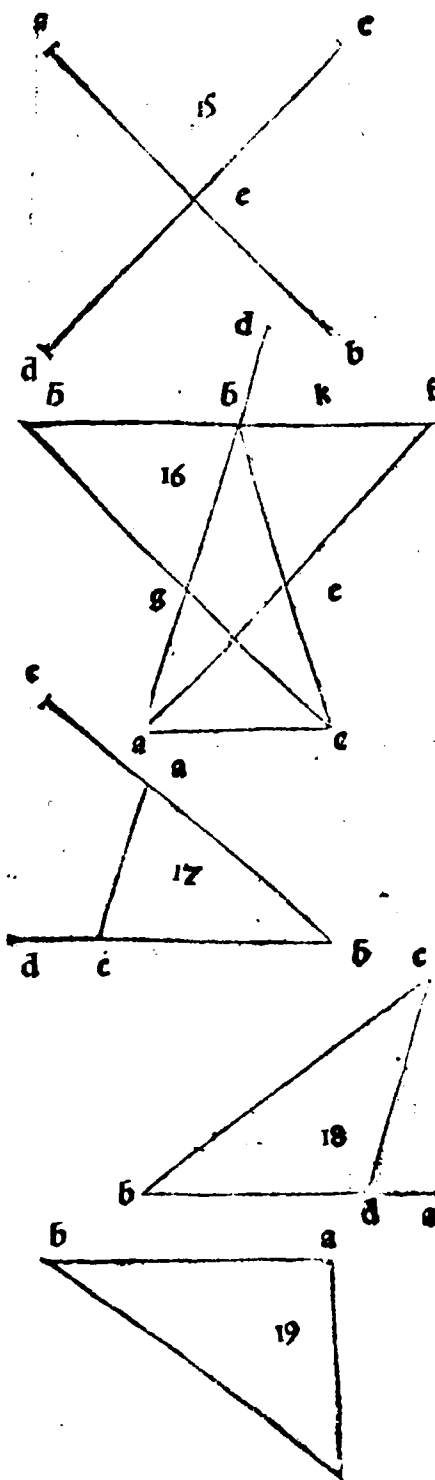
Sit utriusq̄ triāgulo. a. b. c. latus. b. c. sit maius latere. a. b. di-
co q̄ angulus. a. erit maior angulo. c. & est conuersa prece-
dentis. Si. n. sit equalis tunc per. 6. latus. a. b. est equale late-
ri. b. c. quod est cōtra ypothē ym. Si autem. c. sit maior
tunc per precedentem latus. a. b. est maius latere. b. c. quod est cōtra ypo-
thē ym quare affrui p̄positū.

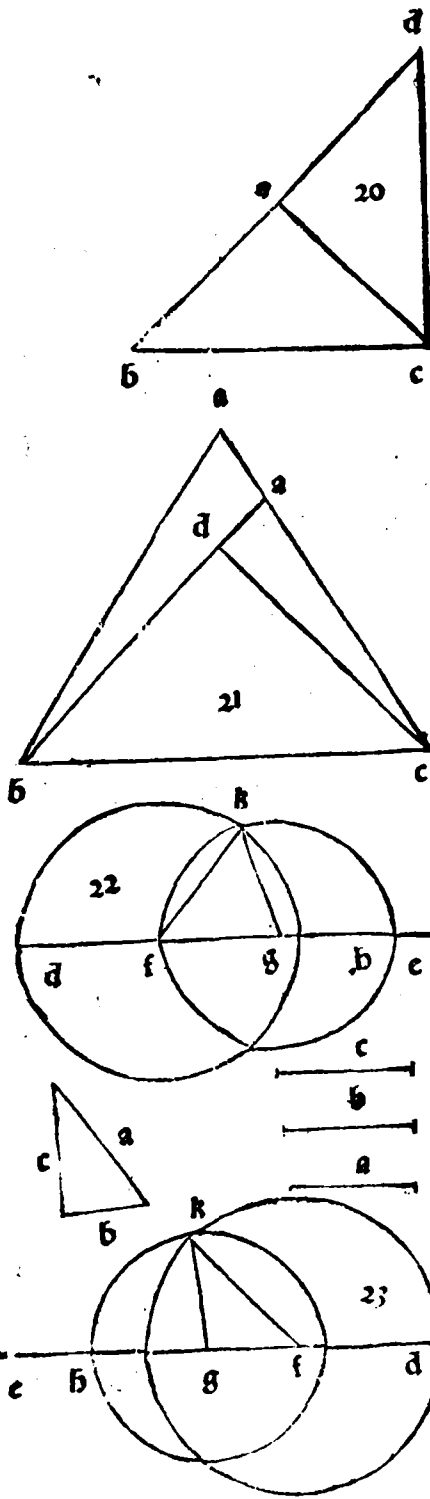
Propositio .20.



In his triāguli duo quilibet latera simul iuncta
reliquo sunt longiora.

Sit triāgulus. a. b. c. dico q̄ duo latera. a. b. & a. c. sunt
longiora latere. b. c. Protrahatur lineā. b. a. vsq̄ ad. d. ita
ut. a. d. sit equalis. a. c. & p̄trahatur. c. d. p. 5. erit angulus. a.
c. d. eq̄lis angulo. d. q̄re angulus. b. c. d. est maior angulo. d.





ergo per. 8. latus. b. d. est maius latere. b. c. sed. b. d. est equale. a. b. & a. c. q̄ re. b. a. & a. c. simul iuncta sunt maiora. b. c.

Propositio .21.



I de duobus punctis terminalibus vnius lateris trianguli due linee exeuntes intra triangulum ipsum ad punctum vnum conueniant eadem duabus quidem reliquis trianguli lineis breviores erunt & maiorem angulum continebunt.

Sit vt in triangulo. a. b. c. ab extremitatibus lateris. b. c. concurrant due linee. b. d. & c. d. ad punctum. d. intra triangulum. a. b. c. dico q̄ ipse simul iuncte sunt breviores duabus lineis. a. b. & a. c. simul iunctis & q̄ angulus. d. est maior angulo. a. Protraham enim. b. d. vsq̄ quo se eet latus. a. c. in puncto. e. eruntq̄ per. 20. b. a. & a. e. simul iuncte maiores b. c. ergo. b. a. & a. c. sunt maiores. b. e. & e. c. At vero d. e. & e. c. simul iuncte per eandē sunt maiores. d. c. quare. b. e. & e. c. sunt maiores. b. d. & d. e. & quia. b. a. & a. c. sunt maiores. b. e. & e. c. vt p̄batū ē prius erit multo fortius maiores. b. d. & d. c. q̄ est primū p̄positum. At qm̄ angulus. b. d. e. est maior angulo. d. e. c. p̄. 26. & angulus. d. e. c. est maior angulo. e. a. b. p̄ eandem: erit angulus. b. d. c. multo fortius maior angulo. b. a. c. q̄ est scdm̄ p̄positum.

Propositio .22.



Tribus lineis rectis p̄positis quaz̄ due quelibet simul iuncte reliqua sunt longiores de tribus aliis lineis sibi equalibus triangulum constituere.

Sint tres linee recte p̄positae. a. b. c. & sint quelibet due simul iuncte longiores reliqua. aliter. n. ex illis tribus equalibus triangulum non posset constitui per. 20. Cum igit ex illis tribus p̄dictis voluero cōstituere triangulum: sumo lineam rectam quesit. d. e. cui non pono a p̄e. e. determinatum finem: de qua sumo per. 3. d. f. equalem. a. & f. g. equalem. b. & g. h. equalem. c. factūq̄ puncto. f. cētro describo fm̄ q̄tatem lineae. f. d. circulū. d. k. Itemq̄ factū o. g. cētro describo fm̄ q̄tatem lineae. g. h. k. h. qui circuli interfecabunt se in duobus punctis quorum vnum sit. k. alioquin sequeretur vnam dictarum linearū esse equalem aliis duabus iunctis aut maiorem eis: quod est contrarium positi: Duco ergo lineam. k. f. & k. g. eritq̄ triangulus. k. f. g. constitutus ex tribus lineis equalibus lineis. a. b. c. datis: sunt enim. f. d. & f. k. equales qm̄ sunt a cētro ad circūferētiā quare. f. k. est equalis. a. Similiterq̄. g. h. & g. k. sunt equales: quia ex eū a cētro ad circūferētiā: quare. g. k. ē equalis. c. & quia. g. f. sumpta fuit equalis. b. patet p̄positum manifeste.

Castigator

Quia. d. f. per ypothesim equatur lineae. a. & eidem. d. f. per diffinitio nē circuli seu centri equatur. f. k. & ideo per concep. sextam si fuerit due res vni equales & c. f. k. equatur. a.

Propositio .23.



Et a recta linea super terminum eius cuiuslibet angulo p̄posito equum angulum designare.

Sit data linea. f. e. que est in superiori figura: & sint lineae b. a. continentes angulum datum cui subtendam basim c. super punctum. f. lineae. e. f. iuberem facere equalem angulum angulo dato. Ad lineam. e. f. adiungo. f. d. equalem lineae. a. & ex. f. e. sumo. f. g. equalem. b. & ex. g. e. sumo. g. h. equalem. c. & super puncta. f. & g. describo duos circulos. d. k. & k. b. fm̄ quantitatem duarum linearum. f. d. & g. h. & interfecantes se in puncto. k. sicut docuit p̄cedens: ductisq̄ lineis. k. f. & k. g. erunt equalia duo latera. k. f. & f. g. tri- anguli. k. f. g. duobus lateribus. a. & b. trianguli. a. b. c. & basim. g. k. equalis basi. c. ergo per. 8. angulus. k. f. g. equalis erit angulo contento. ab. a. & a. b. quod est p̄positum.

Propositio .24.



Primum duorum triangulorum quorum duola-
tera vnius duobus lateribus alterius fuerint equa-
lia: si fuerit angulorum sub illis equis lateribus co-
tentorum alter altero maior: basis quoque eiusdem
basi alterius maior erit.

Sint duo trianguli. a. b. c. & d. e. f. sintque duo latera. a. b. & a. c. equalia duobus lateribus. d. e. & d. f. & vnūquodque suo correlatio dextro. f. dextro sinistro. sinistro. Sitque angulus. a. maior angulo. d. dato. Dico quod basis. b. c. maior erit basi. e. f. Faciam. n. iuxta doctrinam precedentis angulū e. d. g. equalē angulo. a. eritque angulus e. d. f. p̄ eius. Et ponā. d. g. equalē. a. c. Et pertraham. e. g. q̄ aut trāsit per supra. e. f. vt secet lineam. d. f. aut super. e. f. vt sit secum linea vna: aut infra. Trāseat ergo p̄mo sup̄. Et q̄a. a. b. & a. c. latera trianguli. a. b. c. sunt equalia. e. d. & d. g. lateribus trianguli. e. d. g. & angulus. a. angulo. d. totali: erit p̄. 4. basis. b. c. equalis basi. e. g. At nō quia. d. g. & d. f. sunt equalēs: nam vtraque equalis. a. c. erit p̄. 5. angulus. d. f. g. equalis angulo. d. g. f. Quare. d. f. g. maior erit. f. g. e. ergo. e. f. g. multo fortius maior ē eodem. f. g. e. ergo p̄. 18. latus. e. g. maius ē latere. e. f. quare & b. c. maior ē. e. f. quod ē p̄positū. Si nō. e. g. trāseat sup̄. e. f. & sit secū linea vna tūc e. f. erit p̄. e. g. p̄ vltimā ergo cōceptiōes p̄ p̄positū. Si nō. e. g. trāseat infra. e. f. pertrahant due linee. d. f. & d. g. q̄ sunt equalēs vt p̄batū ē vsq̄ ad. k. & ad. h. fiētque per scđam partē ante sub basi. f. g. anguli. k. f. g. & f. g. h. equalēs: quare angulus. e. f. g. maior erit angulo. f. g. e. ergo per. 18. latus. e. g. maius est latere. e. f. q̄re. b. c. maior ē. e. f. quod est p̄positum. Istud vltimum mēbz posset ēt p̄bari per. 11. p̄ ipsam. n. erūt in dispositiōe tertia due linee. d. g. & e. g. maiores duabus lineis. d. f. & f. e. & q̄a. d. g. ē equalis. d. f. p̄pter hoc q̄ ambe sunt equalēs. a. c. Erit. g. e. maior. e. f. quare & b. c. maior: q̄d ē p̄positū. melius tñ est demonstrare priori. mō vt in oī dispositione arguat p̄ q̄ntā.

Propositio .25.



Primum duorum triangulorum quorum duola-
tera vnius duobus lateribus alterius fuerint equa-
lia: basis vō vnius basi alterius fuerit maior: erit
quoque angulus trianguli maioris illis equis lateri-
bus cōtēntus angulo alterius se respiciēte maior.

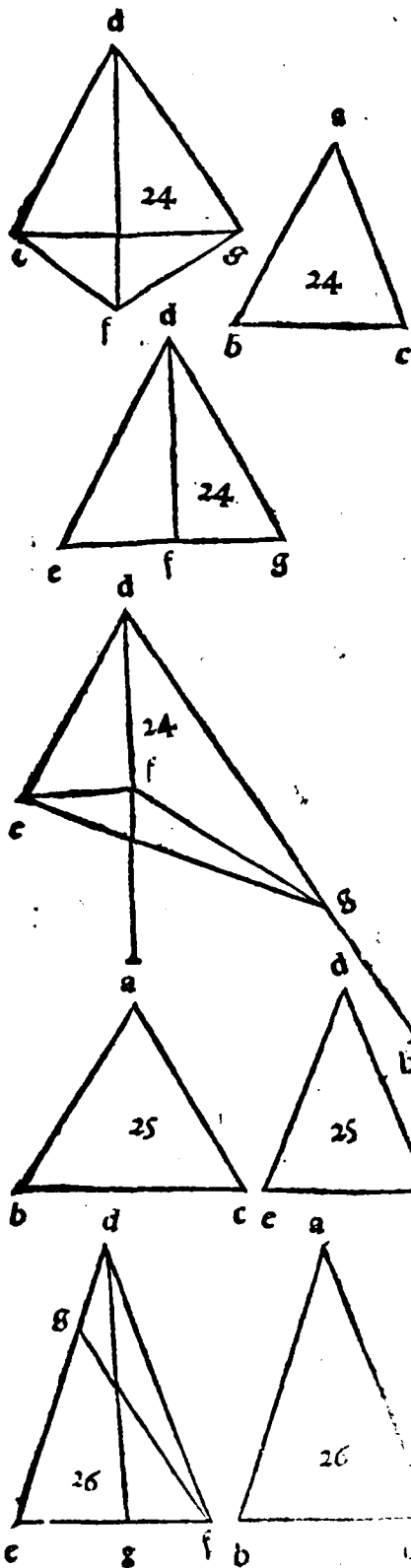
Sint duo trianguli. a. b. c. d. e. f. sintque duo latera. a. b. & a. c. primi equalia duobus lateribus. d. e. & d. f. secundi vnūquodque suo correlatio sitque basis. b. c. maior basi. e. f. dico quod angulus. a. maior erit angulo d. hec est conuersa precedentis. Equalis quidem non erit: sic. n. esset per 4. basis. b. c. equalis basi. e. f. quod ē cōtra ypothesim: sed nec minor quia sic esset. d. maior: & ita per precedentem basis. e. erit maior basi. b. c. quod est contrarium propositioni quare maior erit sicque p̄positum astruitur.

Propositio .26.



Primum duorum triangulorum quorum duo an-
guli vnius duobus angulis alterius & vterque se re-
spicienti equalēs fuerint latus quoque vnius lateri
alterius equalē: fueritque latus illud inter duos an-
gulos equalēs aut vni eorum oppositū: erunt quo-
que duo vnius reliqua latera duobus reliquis alteri-
us trianguli lateribus vnūquodque se respicienti equalia: angu-
lusque reliquus vnius angulo reliquo alterius equalis.

Sint duo trianguli. a. b. c. d. e. f. sitque angulus. b. equalis angulo. e. & angulus. c. equalis angulo. f. sitque latus. b. c. equalē lateri. e. f. aut alterum duorum laterum. a. b. & a. c. equalē alteri duorum laterum. d. e. & d. f. ita quod a. b. sit equalē. d. e. aut. a. c. d. f. dico quod reliqua duo latera vnius erunt equalia reliquis duobus lateribus alterius & reliquus angulus reliquo angulo equalis: angulus videlicet. a. angulo. d. Ponam ergo primo vt latus. b. c. super quod iacent anguli. b. c. sit equalē lateri. e. f. super quod iacent angu-



te sumpti sunt equeles duobus rectis: & hec est conuersa duarum precedentiu. Primum sic patet. Si enim angulus. b. g. h. non est equalis angulo. c. h. g. alter eorum erit maior. sit ergo maior angulus. c. h. g. & quia duo anguli. c. h. g. & g. h. d. sunt equales duobus rectis per. 13. erunt duo anguli. b. g. h. & d. h. g. minores duobus rectis ergo per quartam petitionem due linee. a. b. & c. d. si protrahantur concurrent in parte. b. f. d. ad punctu aliquem vt ad k. non ergo sunt equidistantes per diffinitionem quod est contra hypothe sim: & quia hoc est impossibile. erunt igitur duo anguli coalterni. b. g. h. & c. h. g. equales quod est primum propositum. Ex hoc patet secundum est. n. per. 15. angulus. b. g. h. equalis angulo. a. g. e. ergo angulus. a. g. e. erit equalis angulo. c. h. g. extrinsecus videlicet intrinseco: quod est secundum propositum. Ex hoc rursus patet tertium: Sunt enim per. 13. duo anguli. a. g. e. & a. g. h. equales duobus rectis. ergo duo anguli. a. g. h. & c. b. g. erunt etiam equales duobus rectis qui sunt duo intrinseci ex eadem parte sumpti quod est tertium propositum.

Propositio 30.



Si fuerint due linee vni equidistantes eadem sibi inuicem equidistantes erunt.

Sint due linee. a. b. & c. d. quarum vtraque equidistet linee. e. f. dico illas duas videlicet. a. b. & c. d. esse equidistantes. hoc autem est vniuersaliter verum siue due linee. a. b. & c. d. sint in vna superficie cum linea. e. f. siue non: hic tamen non intelligitur nisi secundum quod omnes sunt in superficie vna. secundum. n. quod sunt in diuersis superficiebus probatur in nona. libri. 11. quod sunt equidistantes. Sint ergo omnes in superficie vna. protraham autem lineam. g. h. secantem lineas. a. b. e. f. & c. d. in punctis. k. l. m. & quia. a. b. equidistat. e. f. erit angulus. b. k. l. equalis angulo. e. l. k. per primam partem precedentis cum illi sint coalterni. atque. c. d. equidistat. e. f. erit angulus k. l. e. extrinsecus equalis angulo. l. m. c. intrinseco per secundam partem precedentis ergo angulus. b. k. l. est equalis angulo. c. m. l. qui cum sint coalterni erunt per. 17. linee. a. b. & c. d. equidistantes. quod est propositum.

Similem habes in. 16. 11.

Propositio 31.



Puncto extra lineam dato linee propositae equidistantem ducere.

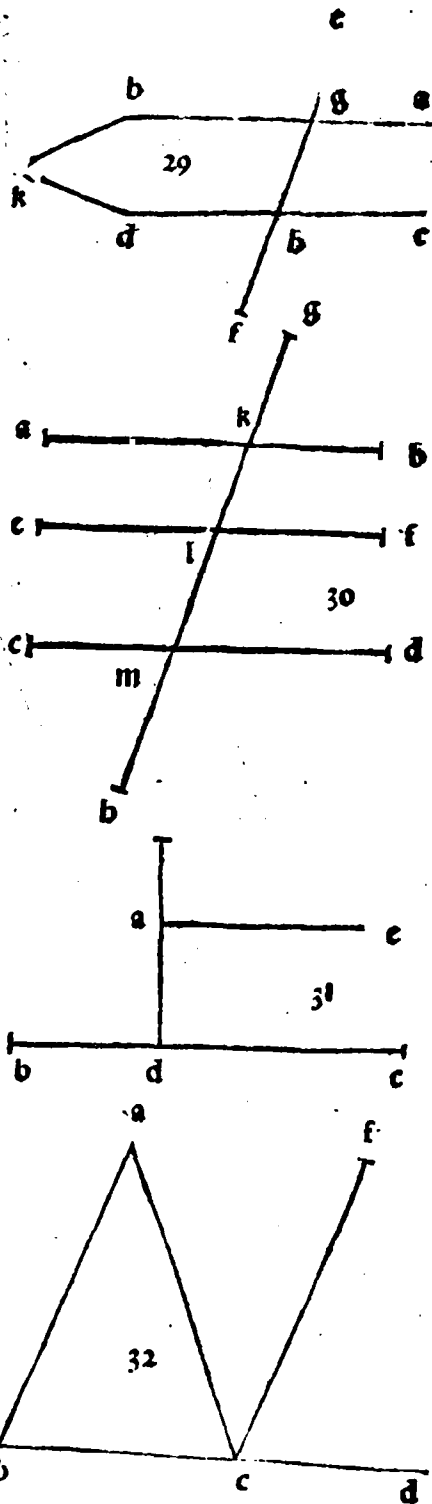
Punctus extra lineam datus intelligitur cum linea vtri que protrahatur per ipsum non transit. Sit ergo punctus. a. datus extra lineam. b. c. a quo oportet protrahere lineam equidistantem. b. c. protraho lineam. a. d. qualitercumque contingat & super punctum. a. qui est extremitas linee. a. d. constituo angulum. e. a. d. per doctrinam. 13. equalem angulo. b. d. a. sibi coalternio. eritque. a. e. equidistans. b. c. per. 17. quod est propositum.

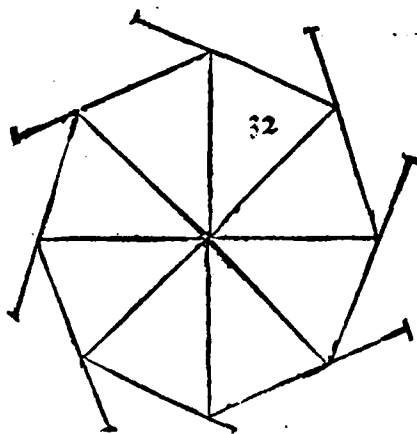
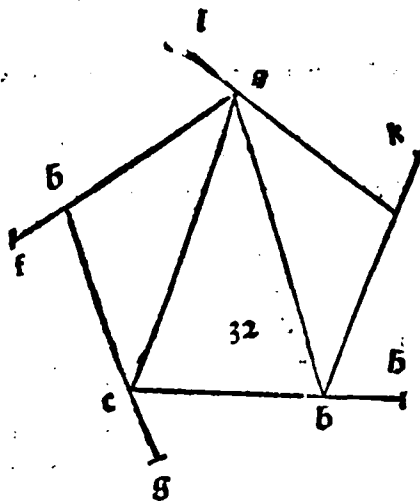
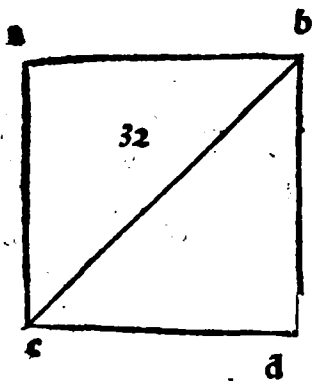
Propositio 32.



Inis trianguli angulus extrinsecus duobus intrinsecis sibi oppositis est equalis: Omnes autem tres angulos eius duobus rectis angulis equos esse necesse est.

Sit triangulus. a. b. c. cuius latus. b. c. protrahatur vsque ad. d. dico quod angulus. c. extrinsecus est equalis duobus angulis. a. & b. intrinsecis sibi oppositis simul iunctis. & quod tres anguli trianguli. a. b. c. simul iuncti sunt equales duobus rectis. A puncto. c. protraham. c. f. equidistantem. a. b. secundum doctrinam precedentis. eritque angulus. f. c. a. equalis angulo. a. & b. sunt coalterni per primam partem precedentis. & angulus. f. c. d. extrinsecus equalis angulo. b. intrinseco per eandem partem eiusdem. quare totus. a. c. d. extrinsecus est equalis duobus angulis. a. & b. intrinsecis sibi oppositis. quod est primum. & quia duo anguli. a. c. b. & a. c. d. sunt equeles duobus rectis per. 13. erunt tres anguli. a. b. & c. intrinseci equales





les duobus rectis: quod est fm propositum. ¶ Ex hac aut patet q ois figura polygonie ois anguli simul sumpti tot rectis angulis sunt equales quotus est numerus quo a prima defluerit duplicatus: verbi gratia. Poligoniarum figurarum est triangula prima: quia si esset duarum linearum: cum figura sit clausio lineaz: tunc due linee recte includerent superficiem quod est impossibile per vltimam petitionem. Quadrilatera secunda: pentagona 3^a. similiter aut qlibet tota erit in ordine quotus erit numerus laterum aut angulorum eius inde dempto binario. Dico ergo q triangule q e prima ois anguli sunt eqles duobus rectis. Quadrilatera q est secunda erunt equales quatuor rectis & pentagoe q est tertia erunt equales sex rectis. Hoc aut inde manifestum est qm cum quelibet talis figura sit in tot triangulos resoluibilis: quota ipsa fuerit a prima ductis rectilineis a quouis angulo eius ad ois angulos oppositos: suntq ois anguli ois trianguli duobus rectis equales erunt ois laterate figure ois anguli bis tot rectis equales quota ipsa fuerit a prima: quod est propositum. Sit. n. exempli gra: Pentagonus a. b. c. d. e. a cuius angulo. a. ducam lineas ad angulos. c. d. sibi oppositos: eritq totus petagonus resolutus in triangulos. a. b. c. a. c. d. e. a. d. e. quoz cu cuiuslibet sint anguli equales duobus rectis erunt pentagoni anguli equales sex rectis: quod est duplum eius numeri quo a prima distat siue duplu numeri angulorum aut laterum eius inde dempto binario. ¶ Possumus quoq sic idem proponere dicetes q ois figure polygonie ois anguli pariter accepti sunt tot rectis angulis equales qtus e numerus que eius anguli duplicat inde demptis: quatuor pucto. n. quolibet itra figuram signato & ab eo ad singulos angulos lineis ptractis erit ipsa figura i tot triangulos resoluta quati fuerint eius anguli: idq ois anguli oium illoz trianguloz piter accepti tot rectis angulis erunt equales qtus est numerus que duplicat anguli pposite figure: cu itaq sint ois anguli trianguloz in quos ipsa resoluta est puctum mediū circūstantes quatuor rectis equales p. 13. manifestum cōstat ppositum. ¶ Similiter quoq patet q ois figure polygonie anguli ois extrinseci qtuor rectis angulis sunt equales: sunt. n. intrinseci & extrinseci bis tot rectis equales quot huerint angulos per. 13. Intrinseci at sunt bis tot rectis equales quot huerint angulos: depts inde quatuor: ergo extrinseci sunt quatuor rectis equales: quod est ppositum. Exēpli gra: ppositi pentagoni latera ptrahantur vt fiant anguli extrinseci. a. b. qdem ptrahatur vsq. ad. f. b. c. v. q. ad. g. c. d. v. q. ad. h. d. e. v. q. ad. k. e. a. v. q. ad. l. eruntq per. 13. duo anguli. a. intrinsecus & a. extrinsecus equales duobus rectis: eadem autem ratione duo anguli. b. intrinsecus & b. extrinsecus: sic & ceteri quare. a. b. c. d. e. anguli intrinseci & extrinseci decē rectis. demptis igitur intrinsecis q sunt eqles sex rectis erunt extrinseci. v3. b. a. l. c. b. f. d. c. g. e. d. h. & a. e. k. eqles quatuor rectis. ¶ Patet et q ois petagoni cuius vnū quodq latus duo secat ex reliqs h3. s. angulos duobus rectis equales. sit qualis proponit petagonus. a. b. c. d. e. & secet latus. a. c. latus. b. e. in pucto. g. & latus a. d. idem latus. b. e. in pucto. f. eritq angulus. a. f. g. equalis duobus angulis. b. f. d. cu sit extrinsecus ad ipsos in triangulo. f. d. b. Itēq angulus. f. g. a. erit equalis duobus angulis. c. f. e. cu sit extrinsecus ad ipsos in triangulo. g. c. e. sed duo anguli. a. f. g. & f. g. a. cu angulo. a. sunt eqles duobus rectis ergo qtuor anguli. b. d. f. c. e. sunt cu angulo. a. eqles duobus rectis: qd e ppositum.

Castigator.

a ¶ f. multiangule nā grece poly. multū gonia vō angulū significat ēt si gure pluriū anguloz dicere possumus. b ¶ Possumus quoq sic idem pponere &c. Ista regula aducitur infra in. 21. libri. n. & multū facit ad illā & sequētes vt patet. c ¶ Ista vocat figura egrediētium anguloz & ē. 1. in ordine qā nec trianguli nec quadrāguli latera ptracta in cōtinuū & directū cōcurrēt vt patet intueti quia tunc due linee recte clauderent superficiem cōtra vltimam petitionem. De tetragono patet quia si latera sunt equidistantia non concurrent sed si non sunt equidistantia habebit angulos acutos & obtusos igitur ex vna parte latera concurrent ex alia vero

minime. Et sic non erit figura huius ordinis: sed latera pentagoni bina & bina continent angulos obtusos: ergo utrinque pertracta cōcurrent & sic ē prima talium. **Propositio .33.**



Sin summitatibus duarum linearum equidistantium & equalis quantitatis alie due linee coniungantur ipse quoque equalis & equidistantes erunt.

Sint due linee. a. b. & c. d. equales & equidistantes quarum extremitates coniungam per lineas. a. c. & b. d. quas dico esse equales & equidistantes. **P**rotrahā. n. lineam. a. d. & quia linee. a. b. & c. d. sunt equidistantes erit angulus. b. a. d. equalis angulo. a. d. c. per primam partem. 29. ergo erunt duo latera. a. b. & a. d. trianguli. a. b. d. equalia duobus lateribus. d. c. & d. a. trianguli. d. c. a. & angulus a. primi equalis angulo. d. secundi. ergo per. 4. basis. b. d. primi est equalis basi a. c. secundi. & angulus. a. d. b. primi equalis angulo. d. a. c. secundi. At quia ipsi sunt coalterni erunt linee. b. d. & a. c. equidistantes per. 27. & quia prius probatum est ipsas esse equales: patet propositum utrinque. **Propositio .34.**



Superficies equidistantibus contenta lateribus lineas atque angulos ex aduerso collocatos habet equales diametro diuidente eam per medium.

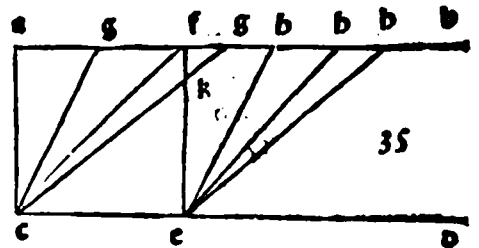
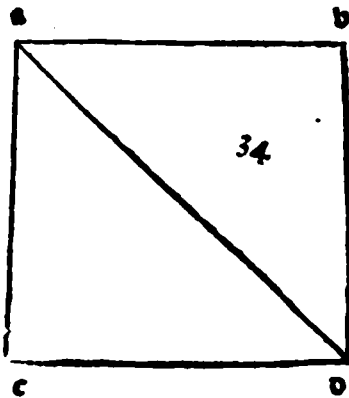
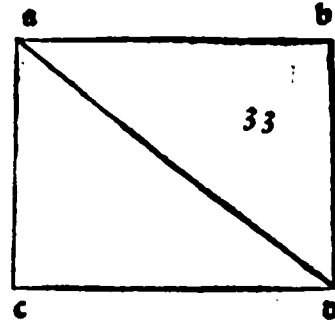
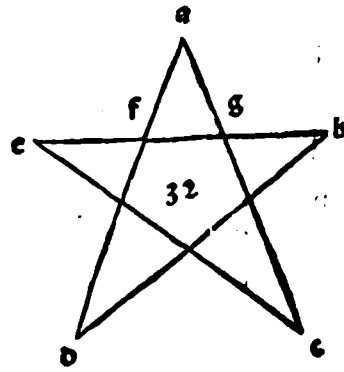
Sit superficies. a. b. c. d. equidistantium laterum: ita quod linea. a. b. equidistet. c. d. & a. c. b. d. dico duas lineas. a. b. & c. d. item duas lineas. a. c. & b. d. esse equales. Similiter & dico angulum. a. c. e. equalem angulo. d. & angulum. b. angulo. c. **P**rotrahā diametrum. a. d. que etiam diuidet superficiem illam per medium. cum. a. b. & c. d. sunt equidistantes: erunt anguli. b. a. d. & c. d. a. qui sunt coalterni equales per. 29. At quia et. a. c. & b. d. sunt equidistantes: erunt anguli. c. a. d. & b. d. a. qui sunt coalterni equales per eandem. Intelligo. n. duos triangulos. a. d. b. & d. a. c. & quia duo anguli. a. & d. trianguli. a. d. b. sunt equales duobus angulis. d. & a. trianguli. d. a. c. & latus. a. d. super quod iacent illi anguli in utroque triangulo est cōe: erit per. 26. latus. a. b. equale lateri. c. d. & latus. a. c. lateri. b. d. & angulus. b. angulo. c. & quia angulum. a. totalem patet esse equalem angulo. d. totali per secundam conceptionem totum propositum cum correlario liquet.

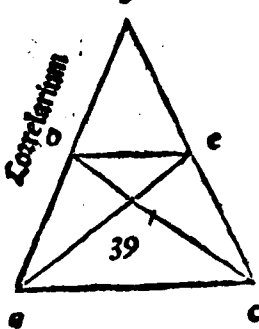
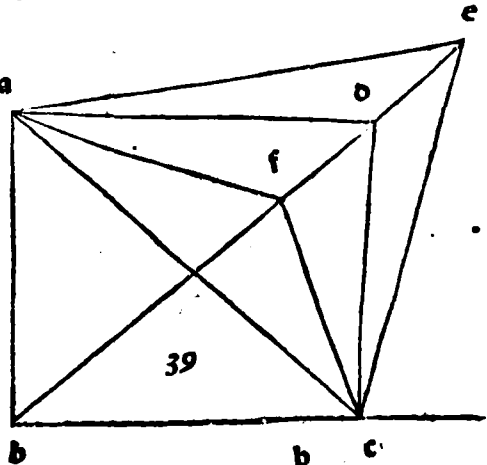
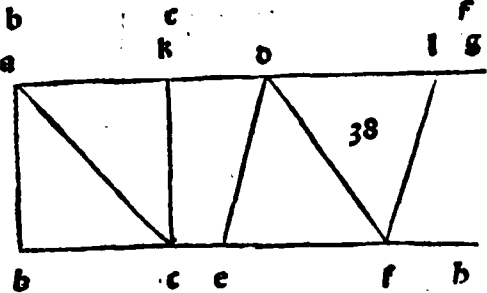
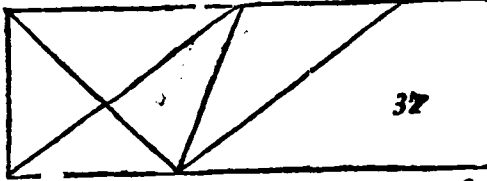
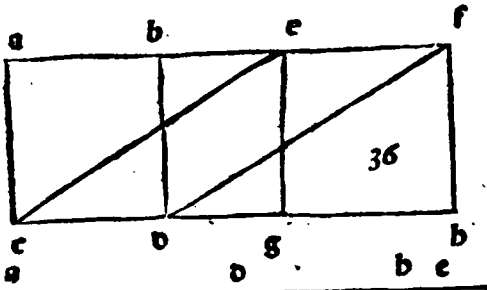
Propositio .35.



Superficies equidistantium laterum super unam basim atque in eisdem alternis lineis constitute equales esse probantur.

Sint due linee. a. b. & c. d. equidistantes inter quas fiat a. c. f. e. superficies equidistantium laterum super basim. c. e. & super eandem basim & inter eandem lineas fiat alia superficies. g. c. h. e. similiter equidistantium laterum dico duas predictas superficies esse equales quod sic probatur. **A**ut. n. linea. c. g. secabit lineā. a. b. in aliquo puncto linee. a. f. aut in puncto. f. aut in aliquo puncto linee b. f. fecit ergo primo in aliquo puncto linee. a. f. ut in prima figuratione apparet. & quia utraq. duarum linearum. a. f. & g. h. est equalis linee. c. e. per precedentem una earum erit equalis alteri dempta ergo linea. f. g. cōi remanebit. a. g. equalis. f. h. Quia per precedentem itē est. a. c. equalis. f. e. & angulus. h. f. e. angulo. g. a. c. per secundam partem. 29. uidelicet extrinsecus intrinseco erit per. 4. triangulus. a. c. g. equalis triangulo f. e. h. ergo irregulari figura quadrilatera que ē. g. c. f. e. addita utriusque erit superficies. a. c. f. e. equalis superficiē. g. c. h. e. quod est propositum. **S**ecet ergo modo linea. c. g. lineam. a. b. in puncto. f. ut in secunda figuratione apparet. eruntq. simili argumentatione priori duo trianguli. a. c. f. & f. c. h. equales quare utrobique addito triangulo. f. c. e. patet propositum. **S**ecet tertio modo linea. c. g. lineā. a. b. inter duo puncta. f. b. ut in tertia figuratione apparet: secabitq. lineam. f. c. sicut in puncto. k. &





quia simili argumentatione priori linea. a. f. ē equalis linee. g. h. facta cōmuni linea. g. f. erit a. g. equalis. f. h. ē triangulus. a. g. c. equalis triangulo. f. c. h. adito ergo utriq. triangulo. c. k. e. ē detracto ab utroq. triangulo. f. k. g. erit superficies. a. c. f. e. equalis superficiei. g. c. h. e. quod est ppositum.

Propositio 36.



Parallelogramma in basibus equalibus atq. in eisdem lineis constituta equalia esse necesse est.

¶ Parallelogramum dicitur superficies equidistantium laterum. Sint due superficies. a. b. c. d. ē. e. f. g. h. equidistantium laterum constitute inter duas lineas equidistantes q. sunt. a. f. ē. c. h. ē super eales bases que sunt. c. d. ē. g. h. dico eas esse eales. Nam protraham duas lineas. c. e. ē. d. f. eritq. per 33. superficies. c. d. e. f. equidistantium laterum propter hoc q. e. f. est. equalis ē equidistans. c. d. nam utraq. earum est equalis. g. h. Quia ergo per premis sam utraq. duarum superficierum. a. b. c. d. ē. e. f. g. h. est equalis superficiei c. d. e. f. ipse erunt sibi inuicem eales; quod est ppositum.

33

Propositio 37.



Quales sunt sibi cuncti trianguli qui super eandem basim atq. inter duas lineas equidistantes sunt constituti.

¶ Sint duotrianguli. a. b. c. ē. d. b. c. constituti super basim b. c. inter duas lineas. a. e. ē. b. f. que sunt equidistantes; dico eos esse eales. Protraham enim. c. g. equidistantem. a. b. ē. c. h. equidistantem. d. b. per 31. eruntq. due superficies. a. b. c. g. ē. d. b. c. h. eales per 35. ē quia dicti trianguli sunt earum dimidia per correlarium. 34. ipsi erūt eales per cōem sciam que est quoq. tota sunt ealia ē dimidia; sicq. patet ppositum.

31
35
34

Propositio 38.



Sino trianguli super bases eales atq. inter duas lineas equidistantes ceciderint eales eos esse necesse est.

¶ Sint duo trianguli. a. b. c. ē. d. e. f. constituti super bases b. c. ē. c. f. eales ē iter lineas. a. g. ē. b. h. equidistantes; dico eos esse eqles. ¶ Protraham enim. c. k. equidistantem. a. b. ē. f. l. equidistantem. e. d. eruntq. due superficies. a. b. c. k. ē. d. e. f. l. eales per 36. ē quia dicti trianguli sunt eaz dimidia p correlarium. 34. ipsi erunt eqles p antedictam cōem sciam.

36
34

Propositio 39.



Anes duo trianguli eales si in eandem basim ex eadem parte ceciderint inter duas lineas equidistantes erunt.

¶ Sint duo triaguli. a. b. c. ē. d. b. c. constituti super basim b. c. ex una eademq. parte; sintq. eales; dico eos esse inter lineas equidistantes; ē hec est cōuersa. 37. ¶ A puncto. a. p. traham lineam equidistantem linee. b. c. que si pertransierit per punctum d. liquet ppositum. Si autem ptransierit supra aut infra; transeat primo supra ē sit. a. e. producāq. b. d. usquequo secet lineā. a. e. in puncto. e. ē pro traham lineam. e. c. ē quia triagulus c. b. e. est eqlis triagulo. a. b. c. p. 37. ē triagulus. d. b. c. positus est eqlis triagulo a. b. c. erit triagulus. d. b. c. eqlis triagulo e. b. c. ps toti quod est impossibile. Nō igitur ptransibit lineā q. a puncto. a. ducitur eq distanter. b. c. supra. d. trāseat. ergo infra. ē sit a. f. secās lineam. d. b. in pūcto. f. p. traham ergo lineam. f. c. ē quia p. 37. triagulus. f. b. c. est eqlis triagulo. a. b. c. ipse ē erit equalis triagulo. d. b. c. ps toti quod est impossibile. Quia ergo linea a puncto. a. equidistāter b. c. non trāsit nisi p punctum. d. patet ppositum. ¶ Ex hac aut ē premisa nota q. si aliqua linea rect. duo alicuius trianguli latera p eq. secet uel scuerit ipsa erit tertio equidistās quod sic pbatir. Sit triagulus. a. b. c. cuius duo latera q. sint a. b. ē. b. c. secet lineā. d. e. p equalia. a. b. quidem in pūcto. d. ē. b. c. in puncto. e. dico q. linea. d. e. ē equidistās. a. c. Protraham

37

37

37

- 38 eni in q̄drilatero .a.e.d.diametros .a.e.f.d.c. eritq. p. 38. triángulus .a.e.d. equalis triángulo .d.e.b. propter id q̄ linea .a.d. posita est equalis linee .d. b. Itemq. per eandem triángulus .c.e.d. erit equalis eidem triángulo .d. e.b. propter id q̄ linea .c.e. posita est equalis linee .e.b. quia triángulus .a. e.d. est equalis triángulo .c.e.d. quia ergo ipsi sunt constituti super eandē basim .uidelicet lineam .e.d. & ex eadem parte ipsi erant p̄ hanc. 39. inter li neas equidistantes ergo linea .d.e. est equidistans linee .a.c. quod quidē propositum ad quintam quarti ualēbit.

Castigator

a ¶ Iste concursus p̄batur per tertiam partem. 39. per eam enim f̄ per ad uersarium duo anguli intrinseci totales .a. f̄ .b. sunt equales duobus rectis sed linea .b.d. latus secundi triánguli diuidit angulum intrinsecum in duos priales. Et quia super lineas .a.e. f̄ .b.d. cadit linea .a.b. que ex parte .e. f̄ d. facit duos angulos minores duobus rectis scilicet .a.b.d. f̄ .e.a.b. quare per. 4. petitionē due linee .a.e. f̄ .b.d. in eandem partem protracte concurrēt. ¶ Vel sic per. 30. si non concurrant .a.e. f̄ .b.d. per aduersarium. ipse per distinctionem erant equidistantes f̄ quia ēt ex ypothe. b.c. equidistat a.e. ideo per. 30. b.d. f̄ .b.c. erunt equidistantes cum utraq. equidistat a.e. f̄ sic .b.d. cum .b.c. non cāserent angulū .d.b.c. q̄d est contra ypothesim. ¶ Potest etiam propositum huius. 39. concludi ostensue sic per con uersionem. 35. sic deducendo uidelicet ducam a puncto .e. per. 31. equidi stantem lateri .a.b. q̄ sit .c.e. quam ponam per. 3. equalem ipsi .a.b. f̄ coniū gam extremitates .a. f̄ .e. per lineam .a.e. per primam petitionem q̄ erit e qualis f̄ equidistans basi .b.c. per. 33. deinde ab eodem puncto .c. p̄ eandē 31. erigam equidistantem lateri .b.d. que sit .c.f. quam similiter ponam per. 3. equalem ipsi .b.d. demum per rectam coniungam extremitates .d.f. per eandem petitionem que similiter erit equalis f̄ equidistans ipsi basi b.c. per eandem. 33. f̄ sic sunt due superficies equidistantium laterum. equa les quia dicti triánguli sunt earum dimidia f̄ sunt equales per ypothesim ergo ipse sunt equales per conceptionem quoq. dimidia sunt equalia tota quoq. sunt equalia f̄ sunt super eandem basim .b.c. ergo p̄ conuersionem 35. ipse sunt inter duas lineas equidistantes que sunt .a.f̄ .b.c. f̄ sic earū dimidia que sunt ipsi triánguli. ¶ Ista facit ad secundam. n. f̄ ad pri mam. 14. f̄ 6. f̄ 7. 8. 17.

Propositio .40.



I duo triánguli equales super equales bases uni us eiusdemq. linee ex eadem parte fuerint consti tuti eos inter duas lineas equidistantes necesse est contineri.

¶ Sint duo triánguli .a.b.c.d.e. f̄ .e.g. f̄ .c.f. e.g. f̄ ex eadem pte dico eos esse inter du as lineas equidistantes. f̄ hec est cōuersa. 38. f̄ p̄batur per ipsam sicut p̄ce dens p. 37. ¶ A puncto .a. ducatur linea equidistans linee .b.f̄ q̄ si transierit p̄ punctum .d. patet p̄positum. sin aut̄ p̄transierit supra ut .a.g. f̄ p̄ducatur e.d. usq. ad ipsam q̄ sit .e.g. f̄ ducatur linea .g.f̄. eritq. p. 38. triángulus .a.b. c. equalis triángulo .g.e.f̄. quare f̄ triángulus .d.e.f̄. erit equalis triángulo .g.e.f̄. p̄s toti quod est impossibile. Non ergo trāsibit supra Trāseat ergo in fra. f̄ fecet lineam .d.e. i puncto .b. f̄ ducatur linea .f̄.h. eritq. p. 38. triangu lus .h.e.f̄. equalis triángulo .a.b.c. quare f̄ triángulo .d.e.f̄. p̄s toti quod ē impossibile. quia ergo non transibit nisi per punctum .d. patet p̄positum.

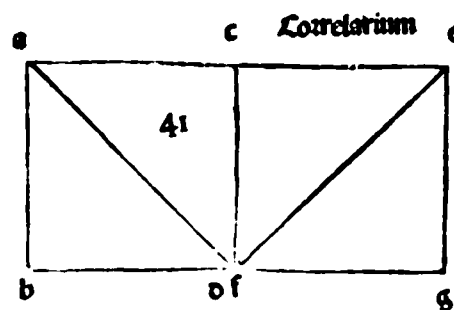
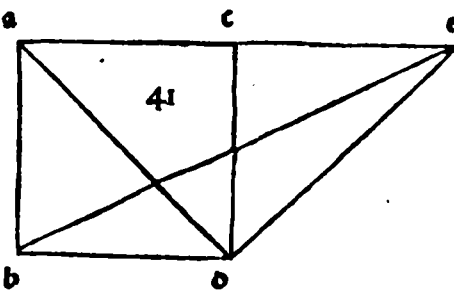
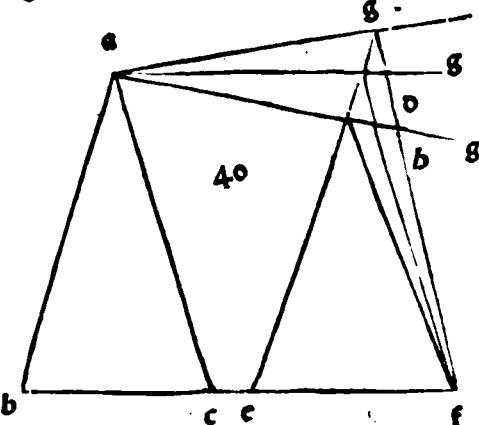
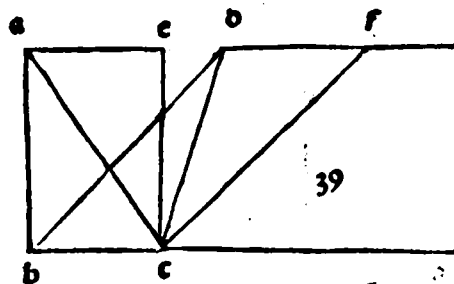
Propositio .41.



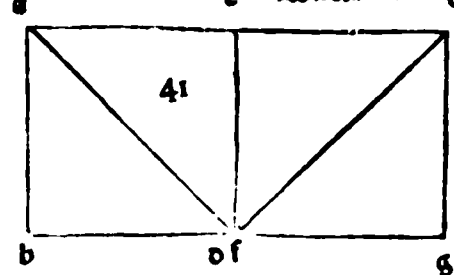
I parallelogramum triángulusq. in eadem basi at q. in eisdem alternis lineis fuerint constituta pa rallelogramum triángulo duplum esse conueniet.

¶ Sit pallelogramū .a.b.c.d. f̄ triángulus .e.b.d. sup basim b.d. f̄ inter lineas .a.e. f̄ .b.d. q̄ sunt eqdistantes dico palle logramū duplū ēē triángulo p̄trahā in pallelogrāo diame

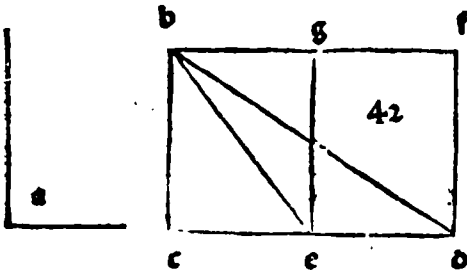
tr. .a.d. eritq. triángulus .a.b.d. dimidiū pallelogrami p̄ corr. 34. f̄ quia



Correlarium

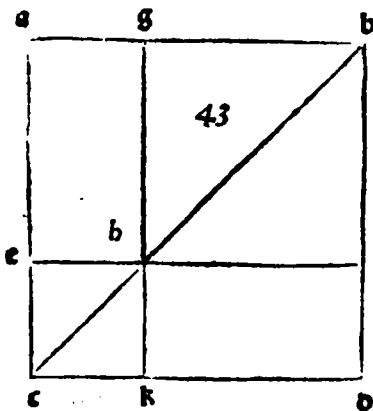


triangulus, e. b. d. est equalis triangulo, a. b. d. per. 37. patet triangulum e. b. d. esse dimidium palellogrami, a. b. c. d. quod est propositum. Similiter quoque potest probari quod si palellogramum triangulus, in equalibus basibus, atque inter lineas equidistantes fuerint constituta palellogramum duplum erit triangulo, quod ideo non posuit Euclides, quia leuiter patet ex hac precedente correlarium. ff. 38. diuiso palellogramo per diametrum in duos triangulos, uel super basim palellogrami inter easdem lineas equidistantes triangulo constituto ad quem duplum erit palellogramum per hanc precedentem et ipse equalis alteri triangulo per. 38.



Equidistantium laterum superficiem designare cuius angulus sit angulo assignato equalis. ipsa vero superficies triangulo assignato equalis.

Sit assignatus angulus, a. et assignatus triangulus, b. c. d. uolo describere superficiem equidistantium laterum equalem triangulo, b. c. d. cuius uterque duorum angulorum contra se posito sit equalis, a. ¶ Dimido basim, c. d. per dimidium in puncto, e. et protraho lineam, b. e. et a puncto, b. duco, b. f. equidistantem c. d. critque per. 38. triangulus, b. e. d. equalis triangulo, b. c. d. quare triangulus, b. e. d. est dimidium totalis trianguli, b. c. d. igitur super punctum e. linee, d. c. constituo angulum, d. e. g. equalem angulo, a. et perficio palellogramum, g. e. d. f. quod quia per precedentem est duplum ad triangulum, b. e. d. erit etiam equale triangulo, b. c. d. per hanc eandem scientiam: quoniam dimidia sunt equalia. ipsa quoque sunt equalia. est enim triangulus, b. c. d. utriusque dimidium quare descripsimus palellogramum, g. e. d. f. equale triangulo, b. c. d. cuius uterque duorum angulorum, g. e. d. et d. f. g. contra se positorum est equalis angulo, a. quod fuit propositum.



Paris palellogrami spaci eorum que circa diametrum sunt palellogramorum supplementa equi sibi inuicem esse necesse est.

Sit palellogramum, a. b. c. d. in quo protraham diametrum, b. c. et protraham, e. f. equidistantem utriusque duorum laterum, a. b. et c. d. que fecerit diametrum in puncto, h. a quo ducam, k. g. equidistantem utriusque duorum laterum, a. c. et b. d. et perducam ea quousque fecerit utrumque latus, a. b. et c. d. sitque tota, g. h. k. eritque totum palellogramum, a. b. c. d. diuisum in quatuor palellogramata quorum duo scilicet, e. c. k. h. et g. h. b. f. dicantur consistere circa, c. b. quia diametrum transiit per medium eorum et ideo sunt circa diametrum reliqua duo scilicet, a. e. g. h. et k. h. f. d. dicantur supplementa hec duo supplementa dicantur esse equalia. sunt enim duo trianguli, a. b. c. et c. d. b. equales per correl. 34. similiter quoque duo trianguli, g. h. b. et f. h. b. sunt equales per idem correl. 34. At duo trianguli, c. e. h. et k. h. c. similiter equales per idem correlarium demptis igitur duobus triangulis, b. g. h. et f. h. e. c. de totali triangulo, a. b. c. ac duobus triangulis reliquis b. f. h. et k. c. h. de totali triangulo reliquo, c. d. b. erunt per communem sciendam residua que sunt duo dicta supplementa equalia quod est propositum.



Proposita linea recta super eam superficiem equidistantium laterum cuius angulus sit angulo assignato equalis ipsa vero superficies triangulo assignato equalis designare.

Designare superficiem equidistantium laterum super lineam aliquam est lineam ipsam facere latus unum ipsius superfici. Sit ergo data linea, a. b. et datus angulus, c. et datus triangulus d. e. f. super lineam, a. b. uolo designare superficiem unam equidistantium laterum itaque linea, a. b. sit unum ex lateribus eius cuius uterque duorum

42 gulum cōtra se positorum sit equalis angulo. c. ff ipsa totalis superficies
sit eq̄lis triangulo. d. e. f. differt aut̄ hec. 4. 2. quia hic Datur latus unius
superficiē describēde scilicet linea. a. b. ibi aut̄ nullum. Cum ergo uo
luero facere adiungo lineam. a. g. lineę. a. b. fm rectitudinem quam po
no equalem lineę. e. f. basi trianguli dati super quam constituo triangulū
unum ei equalem ff equilaterum. quod hoc modo facio. Constituo an
gulum. a. g. k. equalem angulo. e. ff angulum. g. a. k. equalem angulo. f. p
23 ff quia. g. a. posita fuerat equalis. e. f. erit per. 26. triangulus. g. a. k. eq̄
26 lis ff equilaterus triangulo. c. f. d. diuidam ergo. g. a. per equalia in pūcto
38 h. ff protraham. k. h. ff producam a pūcto. k. lineam. m. k. n. equidistan
33 tem lineę. g. b. eritq. per. 38. triangulus. a. h. k. equalis triangulo. g. h. k. tūc
super pūctum. a. lineę. g. a. faciam angulum. g. a. l. per. 23. equalem an
gulo. c. dato: ff complebo super basim. a. b. ff inter lineas. g. b. ff. m. n. equi
41 distantes superficiem equidistantium laterum. m. l. h. a. que per. 41. du
pla erit ad triangulum. k. h. a. quare equalis totali triangulo. k. g. a. quare
ff triangulo. d. e. f. Proposito: protraham ergo. b. n. equidistantem. a. l. ff
producam diametrum. n. a. quam protraham quousq. concurrat cum. m
a h. in pūcto. o. ff complebo superficiem equidistantium laterum. m. o. n
q. ff protraham. l. a. usq. ad. p. eritq. per precedentem supplementum. a. b
p. q. equale supplemento. m. l. h. a. quare ff triangulo. d. e. f. ff quia per. 15.
15 angulus. l. a. h. est equalis angulo. b. a. p. ff ideo angulus. b. a. p. est equa
lis angulo. c. patet super datam lineam. a. b. descriptam esse superficiem
equidistantium laterum. a. b. p. q. equalem dato triangulo. d. e. f. cuius uter
q. duorum angulorum contra se positorum qui sunt. a. ff. q. est equalis da
to. angulo. c. quod fuit propositum. ¶ Castigator.
a ¶ Concurfus ille non probatur ab auctore sed sic elicitur nam a l. n. est
triangulus ff p. 12. huius duo anguli. l. n. sunt minores duobus rectis ff per
secundam partem. 29. huius angulus. l. extrinsecus equatur angulo. m.
intrinsicō ergo duo anguli. m. n. sunt minores duobus rectis quare per pe
ultimam petitionem. m. h. ff. n. a. concurrēt ad ptem illam in pūcto. o.

Proposito 45.

¶ Data linea quadratum describere.

11 ¶ Sit data linea. a. b. ex q̄ uolo q̄dratū describeret A pū
28 ctis. a. ff. b. lineę. a. b. educo p. 11. lineas. a. c. ff. b. d. perpen
33 diculares ad lineam. a. b. que erunt equidistantes per ulti
29 mam partem. 28. ff pono utrāq. earum eidem. a. b. per ter
tiam equalem ff protraho lineam. c. d. eritq. ipsa equalis
ff equidistans lineę. a. b. per. 33. ff quia nterq. duorum angulorum. a. ff. b.
est rectus. erit uterq. duorum. c. ff. d. rectus per ultimam partem. 29. ergo
per diffinitioem. a. b. c. d. est quadratum quod est propositū. ¶ Idem ali
11 ter sit. a. c. perpendicularis super lineam. a. b. per. 11. ff sit ei equalis ut prius
31 ff a pūcto. c. per. 31. ducatur. c. d. equidistans. a. b. ff ponatur equalis ei ff
33 ducatur linea. d. b. que per. 33. erit equalis ff equidistans. a. c. ff omnes an
29 guli recti per ultimam ptem. 29. q̄re per diffinitioem habemus ppositū.

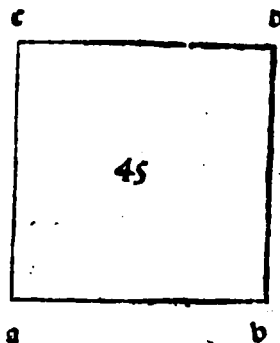
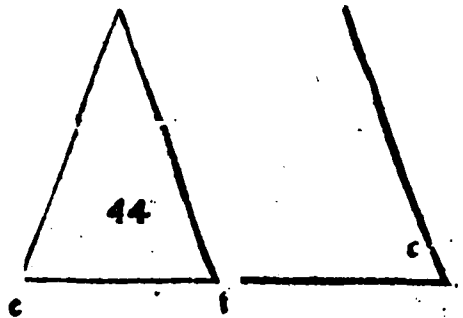
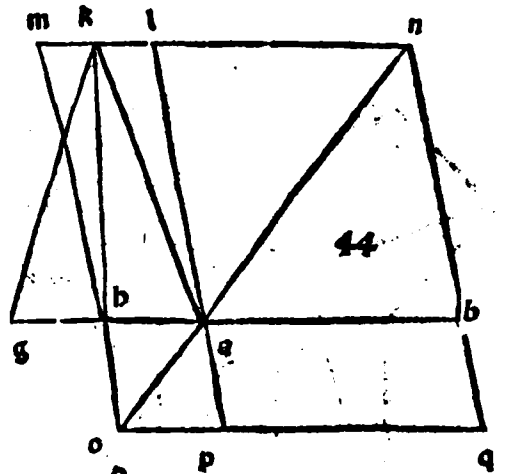
Proposito 46.

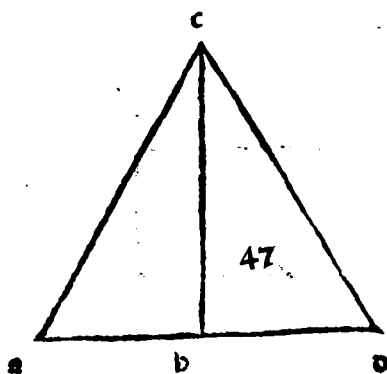
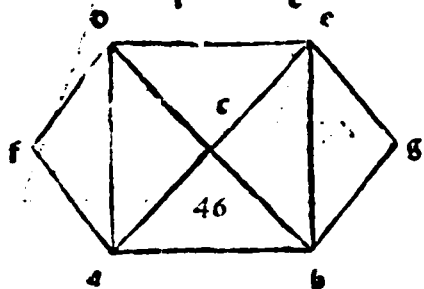
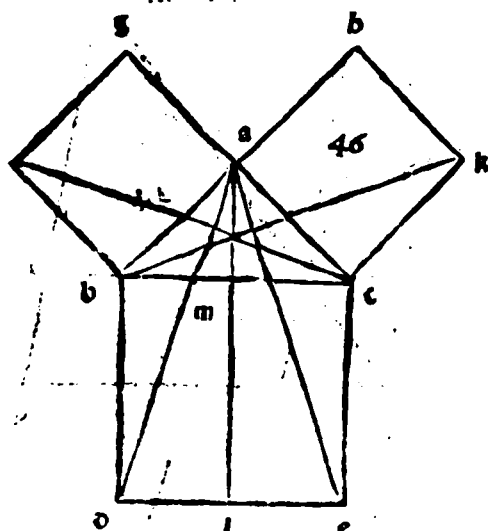
¶ In omni triangulo rectangulo quadratum quod
a latere recto angulo opposito in semetipso ducto d
scribitur equum est duobus quadratis que ex duo
bus reliquis lateribus conscribuntur.



¶ Sit triangulus. a. b. c. cuius angulus. a sit rectus dico q
quadratum lateris. b. c. equum ē quadrato. a. b. ff quadrato
a. c. simul sumptis. ¶ Quadrabo ergo hec tria latera fm doctrinā precedē
tis sitq. quadratum. b. c. superficies. b. c. d. e. ff quadratum. b. a. superficies.
b. f. g. a. ff quadratū. a. c. superficies. a. c. h. k. ab angulō. a. recto ducam ad ba
fm. d. e. basim maximi quadrati tres lineas. s. a. l. equidistantem utriq. la
teri. b. d. ff. c. e. que fecet. b. c. in pūcto. m. ff hypothenis. a. d. ff. a. c. Itemq.
a duobus reliquis angulis trianguli qui sunt. b. ff. c. ducam ad duos angu

b iii





los duorum quadratorum minor duas lineas se intersecantes intra ipsum triangulum que sunt. b. k. & c. f. quia uterque duorum angulorum. b. a. c. & b. a. g. est rectus per. 14. erit. g. c. linea una: eadem ratione erit. b. h. linea una. quia uterque duorum angulorum. c. a. b. & c. a. h. est rectus: quia ergo super basim. b. f. & inter duas lineas equidistantes que sunt. c. g. & b. f. constituta sunt parallelogramum. b. f. g. a. & triangulum. b. f. c. erit per. 41. parallelogramum. b. f. g. a. duplum triangulo. b. f. c. sed triangulum. b. f. c. est equalis triangulo. b. a. d. per. 4. quia. f. b. & b. c. latera primi sunt equalia. a. b. & b. d. lateribus postremi. & angulus. b. primi est equalis angulo. b. postremi. eo quod uterque constat ex angulo recto & angulo. a. b. c. comuni. ergo parallelogramum. b. f. g. a. est duplum ad triangulum. a. b. d. sed parallelogramum. b. d. l. m. est duplum ad eundem triangulum. per. 41. quia constituti sunt super eandem basim scilicet. b. d. & inter lineas equidistantes que sunt. b. d. & a. l. ergo per eandem scientiam quadratum. a. b. f. g. & parallelogramum. b. d. l. m. sunt equalia quia eorum dimidia uidelicet predicti trianguli sunt equalia Eodem modo & per easdem propositiones mediantibus triangulis. k. b. c. & a. c. c. probabimus quadratum. a. c. h. k. esse equalis parallelogramo. c. e. l. m. quare patet propositum. **Caligato:**

Et correlarie potest addi ex quo patet quod quadratum diametri ad quadratum costae est duplum quo applicato conclusio probatur in lateribus quadrati & diametri que faciunt ysochelem quia ad specialiter tenderet conclusio ut patet per applicationem in correlario factam sit igitur huius modi ysocheles. a. b. c. & sint. a. c. & b. c. continentia angulum. c. rectum & equalia & a. b. sit maximum latus quod opponitur angulo recto. c. dico quod quadratum huius maximi lateris est equalis duobus quadratis reliquorum laterum scilicet. quadrato. a. c. d. f. quod est quadratum lateris. a. c. & quadrato. b. c. e. g. quod est quadratum lateris. b. c. Est enim quadratum. a. b. e. d. diuisum in quatuor triangulos equales per duas diagonales e. a. & f. b. d. quorum duo sunt medietates maiorum duorum quadratorum scilicet triangulus. a. c. d. & b. c. e. sicut uidetur sed triangulus principalis. a. b. c. & triangulus ei oppositus puta. a. c. d. e. sunt equalis. aliis medietatibus duabus quadratorum minorum que sunt extra quadratum maximum quoniam omnes isti in. 6. triangulos equales diuisi sunt sicut patet expressis igitur quadratum lateris. a. b. est equalis duobus quadratis reliquorum laterum ut dicit prima pars theorematis & per consequens. a. d. quod est duplum ad quadratum alterius lateris & ita quadratum diametri erit duplum ad quadratum costae ut dicit correlarium. quia latus maioris quadrati est diameter minoris & latus minoris est semidiameter maioris ergo. & c.

Propositio .47.



Quod ab uno trianguli latere in seipsum ducto produciatur: equus fuerit duobus quadratis que a duobus reliquis lateribus describuntur. rectus est angulus cui latus illud opponitur.

Lineam in seipsum ducere est eius quadratum describere. **Sit** triangulus. a. b. c. sitque quadratum lateris. a. c. e quale quadratis duorum laterum. a. b. & b. c. simul iunctis. dico angulum b. cui latus. a. c. opponitur esse rectum: & hec est conuersa prioris. **A** puncto. b. extraho lineam. b. d. per. u. perpendicularem super lineam. b. c. quam pono equalem. a. b. & produco lineam. d. c. eritque precedentem quadratum d. c. equalis duobus quadratis duarum linearum. d. b. & b. c. & quia. b. d. posita est equalis. b. a. erunt per communem scientiam que est linearum equalium equalia esse quadrata: quadrata duarum linearum. a. b. & b. d. equalia: quia propter erit quadratum. d. c. equalis. quadrato. a. c. ergo per aliam communem scientiam que est conuersa prioris scilicet lineas quarum quadrata sunt equalia esse equalis: erit. d. c. equalis. a. c. quare. per. 8. angulus. b. trianguli. a. b. c. est rectus quod est propositum.

Propositio .48.



Propositis quibuscunq; quadratis alteri illoz gnomoni reliquo equalem describere.

Proponatur ergo duo quadrata scilicet .a. b. f. c. d. f. sit propositum producere gnomonem circa .a. b. equalem .c. d. quadrato. ¶ Protrahatur itaq; unum latus quadrati .a. b. ad equalitatem unius lateris quadrati .c. d. in continuum f. directu f. sit f. e. ita q. f. e. sit egle uni latez quadrati .c. d. f. ex .e. ducam lineam recta ad .a. sit ergo triangulus orthogoni⁹ q. a. f. e. angulus rectus arguat ergo fm penultimam primi sicut quadratu .e. a. est nu qntum quadratum .e. f. qdratum .f. a. sed quadratu .e. f. est egle quadrato .c. d. f. quadratum .f. a. e. egle qdrato .a. b. ergo qdratum .a. e. e. egle quadratis .a. b. f. c. d. Itē .e. f. a. e. triangulus ergo .e. f. f. a. latera sunt logiora .a. e. latere fm .a. o. primi sed .f. a. e. egle .a. b. rōe qdrature: ergo .e. f. f. b. sunt logiora .a. e. ergo illa totalis linea scilicet .e. b. e. maior .a. e. refectur ergo .b. c. ad equalitatem .a. e. ad punctum .c. ita q. b. c. sit egle .a. e. ergo quadratum .b. c. est egle quadrato .a. e. sed quadratum .a. e. ut prius probatum fuit est egle quadratis .a. b. f. c. d. ergo quadratum .b. c. est egle eisdem sed quadratum .b. c. addit si per quadratum .a. b. gnomonem illum quem uider. ergo gnomon ille est quadrato .c. d. equalis. quod erat probandum.

Ista ultima memini me repissime in antiquissimis libris penultimā secūdis nullo mō est huius pmi cum de gnomone nihil sit dictū. adhuc. Explicit liber primus Incipit liber secundus.

Liber secundus. Euclidis de potētia linee recte eiusq; partium ex optima Campani interpretatiōe Magistro Luca pacio de burgo. Sancti Sepulcri Or. minorum. Castigatore diligentissimo q̄ felicissime Incipit.



Due parallelogramum rectangulum sub duabus lineis angulum rectu abientibus contineri.

Parallelogramum est superficies eque distantium laterum.

Parallelogramu rectangulum ē hñs oēs angulos rectos f. pducitur ex uno duorum latez eius ambitum unū ex suis angulis in reliquum. f. ideo sub illis dicitur contineri.

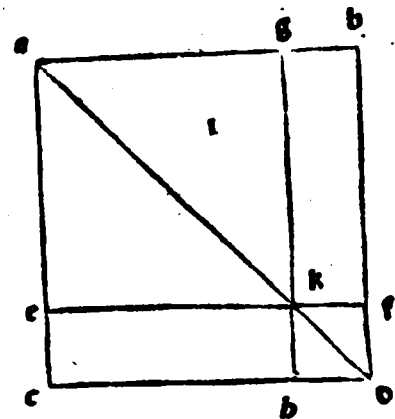
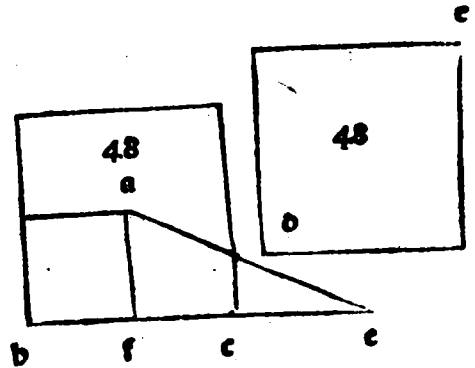
Oēs parallelogrami spacj ea qdem q̄ diameter secat p̄ medium parallelograma circa eades diame

trum consistere dicuntur. Eorum vero parallelogramoz que circa eandem diametrum consistunt quodlibet unum cus sup

plementis duobus gnomonominatur.

Que palellagrama dicunt cōsistere circa diametꝝ. f. q̄ sint supplemētat expositum est supra in demonstratiōe. 43. pmi. ¶ Sit .n. palellogramum .a. b. c. d. cuius diametꝝ .a. d. diuidant due linee .e. f. g. h. ducte equi distāter: lateribus oppositis dicti palellogrami. secātes se sup diametꝝ .a. d. in puncto .k. eritq; ipsum parallelogramum diuisum in .4. palellogramina f. unūquodq; duorum palellogramorum que sunt .a. g. e. k. f. k. f. b. d. que diameter secat p̄ medium dicit consistere circa diametrum. Reliqua duo q̄ diameter non secat dicuntur supplementa q̄ duo supplementa cum alterutro dictorum palellogramorum consistētium circa diametrum componūt figuram quādam q̄ gnomon appellat cui deest ad cōplemētum palellogrami palellogramum unum reliquum circa diametrum consistens quod si addat supra diametrum totalis compositi cōsistet. erit

b iiii



q. simile totali. Vnde palellogrammū addito gnomoni quālibet crescat ² mi-
nime si alteratur. quemadmodum dixit Aristoteles in predicamentis.

Castigator

a ¶ Ex quo hec pulchra sequitur uidelicet pmi q. quīs minuat superficies palellogrami non pp hoc minuitur lateralis circumfrentia quia ex ipsa dempto uno dictorum palellogramorum circa diametrum consistentiū residuum quod erit figura gnomonis tantundem circuet. Et secundum hūc sequitur q. licet gnomoni addeatur superficies addito sibi palellogramo prius dempto non pp hoc augetur eius circumfrentia lateralis. Tertium se quitur q. oīs superficies rectangula plana est palellogramum sed non eō tra cum oīs talis sit de necessitate equidistantiū laterum & n̄ possit reperi in pluribus nec paucioribus quatuor laterum ad hoc q. oēs eius anguli sint recti. Ideo aplicando aduerte. ¶ Productum. Quod fit ex ductu unius in alterum. Superficies rectangula. Rectangulum. Multiplicatio. Palellogramum rectangulum. Nomina sinonima.

Propositio .1.



Si fuerint due linee quarum una in quotlibet partes diuidatur illud q. ex ductu alterius in alteram fiet equum erit his que ex ductu linee diuise in una quāq. partem linee particulatim diuise rectangula producentur.

¶ Lineam in aliam lineā ducere ē supra terminos unius earum duas lineas orthogonaliter alii eq̄les erigere. & superficiem equidistantiū laterum rectangulam complere q. sub illis duabus lineis p̄ diffinitionem dicitur contineri. ¶ Sit due linee. a. b. & c. quāq. una scilicet. a. b. in quotlibet ptes diuidatur q. sint. a. d. & d. e. & e. b. dico q. illud quod fit ex ductu c. in totam. a. b. equum est illis palellogramis rectangulis simul iunctis q. sūt. ex. c. in. a. d. & in. d. e. & in. e. b. ¶ Sup̄ p̄cta. a. b. erigā lineas. a. f. & b. g. ppendiculares sup̄ lineam. a. b. quarum utraq. sit eq̄lis linee. c. & cōplebo rectangulam superficiem. a. f. b. g. ducta linea. f. g. q. per diffinitionem pducitur ex. c. in. a. b. & sub illis dicitur contineri. praham quoq. a punctis d. & e. lineas. d. h. & e. k. equidistantes lateribus. a. f. & b. g. eritq. utraq. earum equalis. p. 34. pmi utraq. eaz. est eq̄lis. a. f. p̄ diffinitionem igitur rectangulum. a. d. f. h. pducitur ex. c. in. a. d. & sub illis dē contineri ē rectanguli. d. h. e. k. ex. c. in. d. e. & rectanguli. e. k. b. g. ex. c. in. e. b. & quia hec rectangula simul iuncta sunt eq̄lia totali rectangulo. a. f. b. g. patet uerū esse propositū.

Propositio .2.



Si fuerit linea in partes diuisa illud quod ex ductu totius linee in seipsam fit equum erit his que ex ductu eiusdem in oēs suas partes.

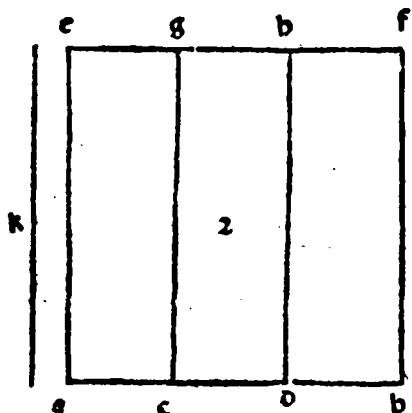
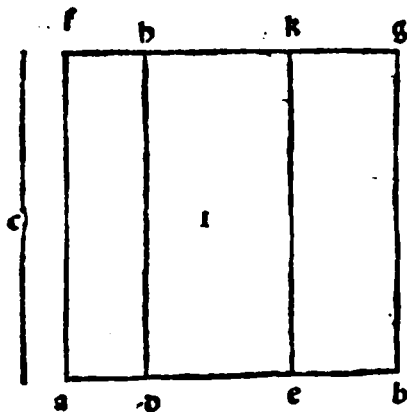
¶ Sit linea. a. b. diuisa in. a. c. & c. d. & d. b. dico q. illud q. d fit ex ductu totius. a. b. in se quod sit. a. c. b. f. equum est his que sunt ex ipsa tota in unamquāq. dictarum partium quod palā patebit. ductis. c. g. & f. d. h. equidistantes. a. c. & b. f. ¶ Aliter sumatur. k. eq̄lis. a. b. eritq. p̄ p̄misam quod fit ex ductu. k. in totā. a. b. equū ē q. d fit ex ductu. k. in oēs ptes. a. b. & quia ex. k. in. a. b. fit quācumq. ex. a. b. in se. & ex. k. in oēs partes. a. b. quantum ex. a. b. in omnes partes eiusdem propter id quia k. & a. b. sunt equales patet uerū esse propositum.

Propositio .3.



Si fuerit linea in duas partes diuisa illud quod fiet ex ductu totius in alterutram partem equum erit his que ex ductu eiusdem partis in seipsam & alterius in alteram.

¶ Sit linea. a. b. diuisa in. a. c. & b. c. dico q. illud quod fit ex tota. a. b. in eius partem. a. c. equum est quadrato eiusdē a. c. partis. & ei quod fit ex eadem parte. a. c. in. b. c. fiat quadratum linee. a. c. q. sit. a. c. d. f. & pficiatur superficies. a. b. d. e. patebitq. propositum. ¶ Ali



ter sumat. g. equalis a c. ff. quia. b. a. in. a. c. tñ eff quantum. a. c. in. a. b. cō uerso ff. a. c. in. a. b. ff. in. c. b. ff. in seipsam quantum. g. in eadem. At. g. in totam. a. b. quātum in. a. c. ff. in. c. b. per primam huius patet propositum. scilicet q. tantum erit. a. c. in. a. b. quantum in se ff. in. c. b. quare e conuerso a. b. in. a. c. quantum. a. c. in. se. ff. in. c. b. quod uolumus demonstrare.

Propositio .4.



Si fuerit linea in duas partes diuisa illud quod ex ductu totius in seipsam fit: equum est his que ex ductu utriusque partis in seipsam et alterius in alteras bis. Ex hoc manifestum est q. in omni quadrato due superficies quas diameter secat per medium sunt ambe quadrate.

Sit linea. a. b. diuisa in. a. c. ff. b. c. dico q. quadratum totius a. b. equum ē duobus quadratis duarum linearum. a. c. ff. b. c. ff. duplo eius quod fit ex ductu unius eazū alteram. **D**escribam qdratum alterius partialium fit q. c. d. b. e. quadratum linee. c. b. cui adiungam gnomonem fm ductum directiuū linee alterius scilicet. a. c. quod faciam hoc mō. In quadrato descripto protraham. d. i. a. p. puncto. a. educam perpendicularē super lineam. a. b. que sit. a. k. quam. a. k. ff. d. i. a. p. puncto. b. d. producam usq. quo concurrat in puncto. f. ff. a. puncto. f. producam. f. h. equidistantē in lineā. a. b. quam. f. h. ff. b. c. producam usq. quo concurrat in puncto. g. ff. producam. c. d. usq. ad. h. ff. e. d. usq. ad. k. Et quia duo latera. d. e. ff. e. b. tri. anguli. d. e. b. sunt equalia: erūt p. 5. pmi duo anguli. e. d. b. ff. c. b. d. equalēs ff. quia angulus. e. est rectus erit p. 32. primi uterq. eorum medietas recti. Eadem rōne uterq. duorū angulorum. c. d. b. ff. c. b. d. erit medietas recti. quare per secundam ptem. 29. primi erit unusquisq. quatuor angulorū qui sunt. h. f. d. ff. b. d. f. ff. k. f. d. ff. k. d. f. medietas recti ergo p. 6. primi. f. g. ff. g. b. sunt equalēs. similiter quoq. f. a. ff. a. b. pari rōe. f. b. ff. h. d. Itemq. f. k. ff. k. d. quare utraq. duarum superficialium a. b. g. f. ff. k. d. h. f. est quadrata ff. quia totale quadratum. a. b. f. g. q. est quadratum linee. a. b. constat ex duobus quadratis que consistunt circa diametrum q. sunt quadrata duarum linearum. a. c. ff. c. b. ff. ex duobus supplementis quorum unū quodq. pducitur ex. a. c. in. b. c. patet propositum nostrum. **A**liter si linea. a. b. ut prius diuisa in. a. c. ff. c. b. eritq. p. 2. huius quod fit ex tota. a. b. in se equum ei quod fit ex ipsa in. a. c. ff. c. b. sed ex ipsa in. a. c. tñ fit quantum ex. a. c. in se ff. ex. a. c. in. b. c. per 3. huius. Itēq. ex ipsa. a. b. tota in. b. c. tñ fit quantum ex. c. b. in se ff. ex. c. b. in. a. c. per eandē. ergo qd fit ex tota. a. b. in se equum est ei quod fit ex. a. c. in se ff. in. c. b. ff. ex. c. b. in se. ff. in. a. c. quod est propositum. Sed hac uia nō patet correlarium. sicut uia precedēti patet. unde prima est auctori magis consona.

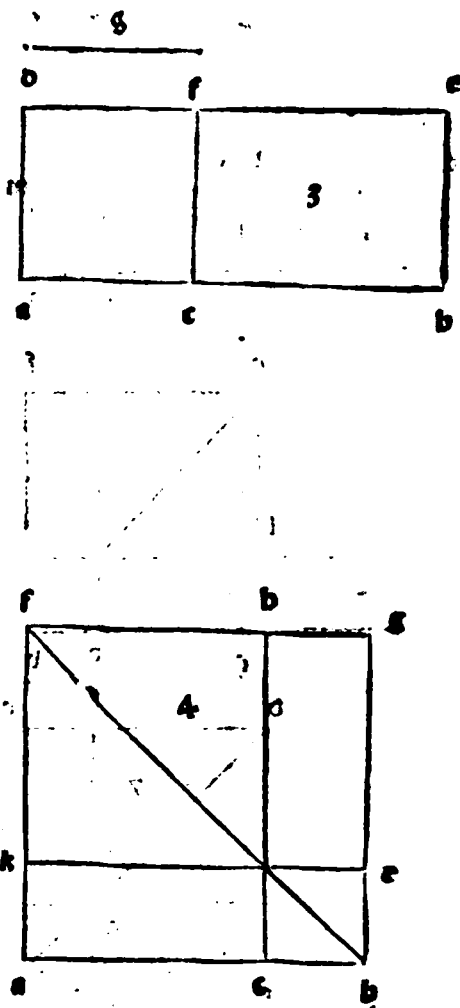
Castigator

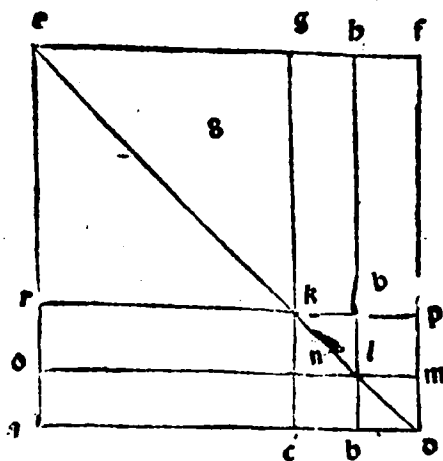
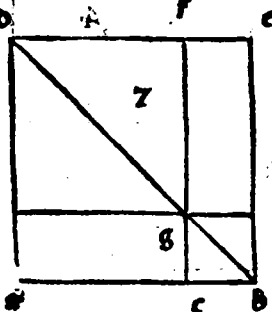
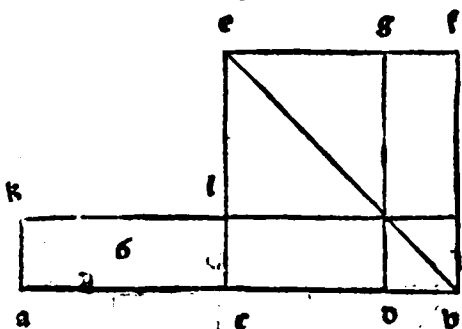
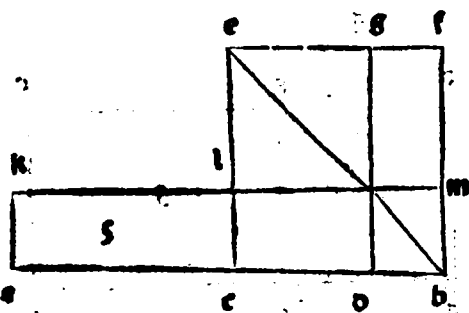
Nota q. nunq. poterit linea aliqua taliter diuidi partibus existentibus inequalibus. quin quadrata partium inequū simul iuncta sint maiora duplo superficie unius partis in alteram ut cōstat ex pmo duorum antecedentium pre demonstratorum super. 35. decimi ut ibi apte declarat quod est nota dignum in praticis operationibus ppter radicū subtractionem unius ab altera cum semper duplum superficie unius in alteram oportet at detrahi a summa quadratorum partium inequalium ff. radix remanētis erit residuum que operatio ex ista. 4. secundi. elicetur ff. per eam probatur ftearum additio ut super. 35. decimi.

Propositio .5.



In linea recta per duo equalia duocq. inequalia secetur quod sub inequalibus totius sectionis rectangulum cōnectur cum eo quadrato quod ab ea que inter utraq. est sectiones describitur equum est ei quadrato quod a dimidio totius linee in se ducto describitur.





Sit linea. a. b. diuisa per equalia in puncto. c. ff. p. inequalia in puncto. d. dico quadratum. c. b. esse equale ei quod fit ex. a. d. in. d. b. ff. quadrato. c. d. Describa quadratum. c. b. g. sit. c. b. f. e. i. quo protraham diametrum. e. b. ff. ducam. d. g. equidistantem. b. f. que secet diametrum. e. b. in puncto. h. ff. a. puncto. h. educam equidistantem lineae. a. b. ff. sit. h. k. secans lineam. b. f. i. puncto. m. ff. lineam. c. e. in puncto. l. ff. protraham. a. k. equidistantem. c. e. eritq. per correlarium premisse utraq. duarum superficierum. l. g. ff. d. m. quadrata. ff. per. 43. primi. duo supplementa. c. h. ff. b. f. equalia. ergo addito quadrato. d. m. utriq. erit palellogramum. c. m. equale parallelogramo. d. f. ff. quia. a. d. est. equale. c. m. p. 36. p. miterit. a. h. equale gnomoni qui circumstat quadrato. l. g. ergo addito utriq. quadrato. l. g. erit. a. h. cum quadrato. l. g. equale quadrato. c. f. quod est propositum.

Propositio .6.



Sit recta linea in duo equalia diuidatur. alia vero ei in longum addatur. quod ex ductu totius iam compositae in eam que iam adiecta est cum eo quod ex ductu dimidie in seipsam: equum est ei quadrato quod ab ea que constat ex adiecta et dimidia in seipsam ducta describitur.

Sit linea. a. b. diuisa per equalia in puncto. c. ei. addatur linea. b. d. dico q. quadratum. c. d. quod sit. c. d. e. f. equale ei quod fit ex tota. a. d. in b. d. ff. quadrato. c. b. ff. Producam in quadrato predicto diametrum. d. e. ff. ducam lineam. b. g. equidistantem. d. f. que secet diametrum. d. e. in puncto. h. a. quo h. Producam equidistantem lineae. a. b. que sit. h. k. secans d. f. in puncto. m. ff. c. e. in puncto. l. ff. Producam. a. k. equidistantem. c. l. eritq. per. 36. primi. a. l. equale. c. h. At. c. h. erit equale. h. f. per. 43. primi. quare. a. l. est equale. h. f. ergo addito. c. m. utrobq. erit. a. m. equalis toti gnomoni circumstanti. l. g. quare. l. g. addito utrobq. erit. a. m. cum. l. g. equale. toti quadrato. c. f. ff. quia utraq. duarum superficierum. l. g. ff. b. m. est quadrata: per. correlarium. 4. huius patet propositum.

Propositio .7.



Sit linea in duas partes diuidatur. quod fit ex ductu totius in seipsam cum eo quod est ex ductu alterius partis in seipsam. equum est eis que ex ductu totius lineae in eandem partem bis et ex ductu alterius partis in seipsam.

Sit linea. a. b. diuisa in duas partes in puncto. c. dico q. quadratum totius. a. b. cum quadrato. b. c. equum est ei quod fit ex. a. b. in. b. c. bis cum quadrato. a. c. describatur quadratum totius quod sit. a. b. d. e. ff. ducatur diameter. b. d. ff. c. e. f. equidistans. b. c. secans diametrum in puncto. g. ff. ducatur. k. g. h. equidistans. a. b. ff. quia quadratum. a. e. c. quadrato. c. h. tantum sunt quantum quadratum. k. f. cum duabus superficierum. a. b. ff. c. e. patet propositum.

Hec facit ad. 68. decimi. ff. 69. decimi. ff. 70. ff. 71. ff. 72. ff. 73. ff. 74. ff. 76. ff. 91.

Propositio .8.



Sit linea in duas partes diuidatur: cuius in longum alia equalis vni diuidentium adiungatur: quod ex ductu totius iam compositae in seipsam fiet. equum erit bis q. ex ductu prioris lineae in eam adiectam quater. et ei quod ex ductu alterius diuidentis in seipsam.

Sit linea. a. b. diuisa in puncto. c. qlibetq. cōtingat: cui addatur. b. d. equalis. c. b. dico q. quadratum totius. a. d. quod sit. a. d. e. f. est equale ei quod fit ex. a. b. ff. b. d. quater cum quadrato. a. c. hoc autem patebit ducta diametro. d. e. ff. lineis. c. g. ff. b. h. equidistantibus li

4 nec. d. f. f. secantibus diametrum in punctis. k. l. per que puncta ducuntur
p. q. r. r. f. m. n. l. o. equidistantes. a. d. erit enim per correlarium. 4. huius
4 unaqueq. superficiem r. g. n. q. f. b. m. quadrata: quia. c. b. posita est
equalis. b. d. erit utraq. superficiem. c. l. f. l. p. quadrata. Eruntq. 4. qua-
drata diuisoria quadratum. c. p. equalia. f. quia totus gnomon circum-
stans quadrato. r. g. est quadruplus ei quod fit ex. a. b. in. b. d. quia quadri-
plus ad superficiem. a. l. patet propositum.

Propositio .9.



Si linea in duo equalia duos unequalia diuidatur
que sunt ex ductu unequalium sectionem in seipsa
pariter accepta: duplum sunt utriusq. pariter acce-
ptis: que quidem ex diuisia. eaq. que utriusq. sectio-
ni interiacet quadratis describuntur.

a
32
p
32
p
29
6
29

¶ Sit linea. a. b. diuisa per equalia. in. c. f. per unequalia.
in. d. Dico q. quadratum. a. d. f. quadratum. d. b. simul iuncta: dupla sunt
quadrato. a. c. f. quadrato. c. d. simul iunctis. ¶ Super lineam. a. b.
erigo lineam. c. e. perpendicularem f. equalem utriq. earum linearum.
a. c. f. c. b. f. produco. e. a. f. e. b. eritq. per. 32. primi uterq. angulorum.
a. f. b. f. uterq. angulorum partialium qui sunt ad. e. medietas recti. to-
tusq. e. rectus. f. produco. d. f. equidistantem. c. e. f. perpendicularem su-
per lineam. a. b. eritq. uterq. angulorum. d. rectus: f. angulus. d. f. b. me-
dieta recti per. 32. primi: siue per secundam partem. 29. primi quare per
6. primi. d. f. f. d. b. sunt equalia a puncto. f. duco. f. g. equidistantem. a. b.
eritq. per secundam partem. 29. primi: uterq. angulorum. g. rectus. f. angu-
lus. e. f. g. medietas recti quare per sextam eiusdem latera. e. g. f. g. f. sunt e-
qualia: f. quia per penultimam eiusdem quadratum. e. f. est equale quadrato
e. g. f. quadrato. g. f. ipsum erit duplum ad quadratum. g. f. quare ad qua-
dratum. c. d. ¶ Itemq. per eandem quadratum. e. a. est equale quadrato
a. c. f. quadrato. c. e. ipsum erit duplum ad quadratum. a. c. f. quia quadra-
tum. a. f. est equale quadrato. e. f. f. a. e. per eandem ipsum erit duplum ad
quadratum. a. c. f. ad quadratum. c. d. sed quadratum. a. f. est iterum equa-
le per eandem quadrato. a. d. f. quadrato. d. f. ergo quadratum. a. d. f. q.
dratum. d. f. dupla sunt ad quadratum. a. c. f. ad quadratum. c. d. f. quia
quadratum. d. f. est equale quadrato. d. b. erunt quadrata duarum lin ear.
a. d. f. d. b. dupla quadratis duarum linearum que sunt. a. c. f. c. d. quod
est propositum.

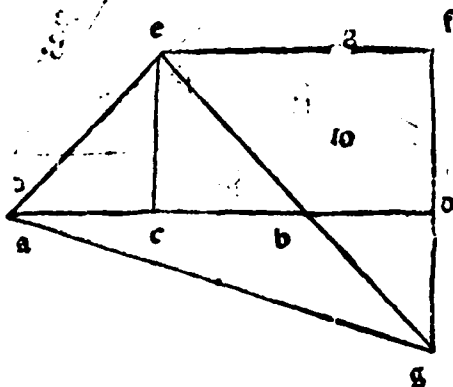
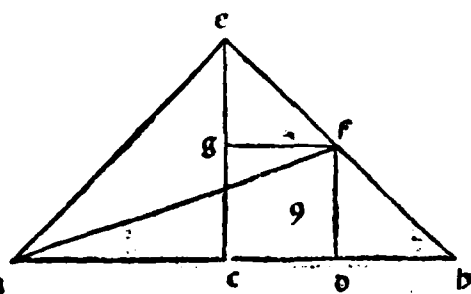
Castigator

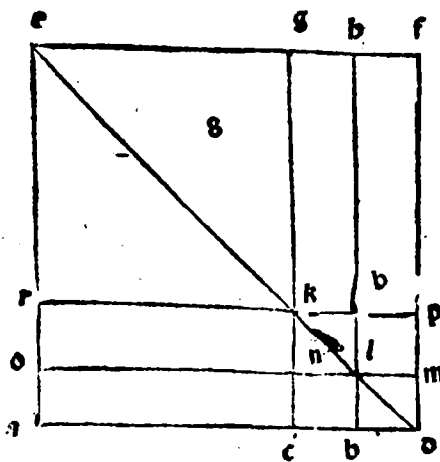
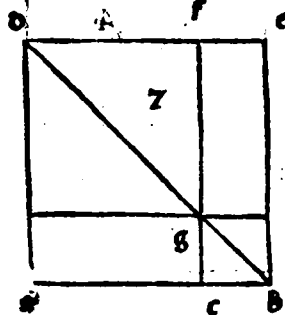
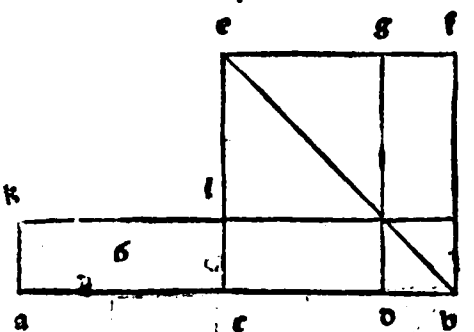
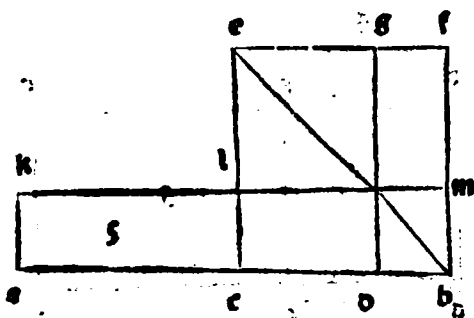
¶ Illi trianguli sunt similes. s. a. d. f. f. a. c. p. f. ideo laterum proportio-
lium per. 4. sexti. quia angulus. d. maioris f. angulus. c. minoris sunt recti
f. angulus. a. unius est idem cum angulo. a. alterius sequitur per. 32. primi
angulos. p. parui f. f. magni esse equales f. si latera illos continentia sunt
proportionalia per. 4. sexti. f. ideo ponendo. a. d. 9. f. d. f. 3. erit.
c. p. 2. p. g. a. a. p. 10. quia. a. c. 6. f. p. f. 10. cetera sunt clara f. prae-
terea dicitur uulgariter se. a. d. basa del grande mida. d. f. catetto che mida-
ra. a. c. basa del piccolo. cioe se. 9. mida. 3. che mida. 6. operando habebis
uiam diximus.

Propositio .10.



Si linea in duo equalia diuidatur eiq. in logum
alia addatur. quadratum quod describitur a to-
ta cum addita: quadratum quod ab ea que ad-
dita est. utraq. quadrata pariter accepta. ei qua-
drato quod a diuisia. eiq. quod ab ea produci-
tur que ex diuisia adiectaq. consistit utriusq.
quadratis pariter acceptis dupla esse necesse est.





Sit linea .a.b. diuisa per equalia in puncto .c. & p'inequalia in puncto .d. dico quadratū .c.b. esse equale ei quod fit ex .a.d. in .d.b. & quadrato .c.d. ¶ Describā quadratum .c.b. q' sit .c.b.f.e. i quo protraham diametrum .e.b. & ducam .d.g. equidistantem .b.f. que secet diametrum .c.b. in puncto .h. & a. puncto .h. educam equidistantem lineae .a.b. q' sit .h.k. secans lineā .b.f. i puncto .m. & lineam .c.e. in puncto .l. & protraham .a.k. equidistantem .c.e. eritq' per correlarium premisse utraq' duarum superficierum .l.g. & .d.m. quadrata. & per .43. primi duo supplementa .c.b. & .h.f. equalia . ergo addito quadrato .d.m. utriq' erit palellogramum .c.m. equale parallelogramo .d.f. & quia .a.l. est equale .c.m. p. 36. p'mit erit .a.h. equale gnomoni qui circumstat quadrato .l.g. ergo addito utriq' quadrato .l.g. erit .a.b. cum quadrato .l.g. equale quadrato .c.f. quod est propositum.

Propositio .6.



Sit linea in duo equalia diuidatur. alia vero ei linea in longum addatur. quod ex ductu totius iam compositae in eam que iam adiecta est cum eo quod ex ductu dimidie in seipsam. equum est ei quadrato quod ab ea que constat ex adiecta & dimidia in seipsam ducta describitur.

Sit linea .a.b. diuisa per equalia in puncto .c. eiq' addatur linea .b.d. dī eo q' quadratum .c.d. quod sit .c.d.e.f. equale ē ei quod fit ex tota .a.d. in .b.d. & quadrato .c.b. ¶ Producam in quadrato predicto diametrum .d.e. & ducam lineam .b.g. equidistantem .d.f. que secet diametrum .d.e. in puncto .h. a. quo .h. Producam equidistantem lineae .a.b. que sit .h.k. secans .d.f. in puncto .m. & .c.e. in puncto .l. ¶ Producam .a.k. equidistantem .c.l. eritq' per .36. primi .a.l. equale .c.b. At .c.h. erit equale .h.f. per .43. primi .quare .a.l. est equale .h.f. ergo addito .c.m. utrobq' erit .a.m. equalis toti gnomoni circumstanti .l.g. quare .l.g. addito utrobq' erit .a.m. cum .l.g. equale toti quadrato .c.f. & quia utraq' duarum superficierum .l.g. & .b.m. est quadrata per correlarium .4. huius patet propositum.

Propositio .7.



Sit linea in duas partes diuidatur. quod fit ex ductu totius in seipsam cum eo quod est ex ductu alterius partis in seipsam. equum est eis que ex ductu totius lineae in eandem partem bis & ex ductu alterius partis in seipsam.

Sit linea .a.b. diuisa in duas partes in puncto .c. dico q' quadratum totius .a.b. cum quadrato .b.c. equum est ei quod fit ex .a.b. in .b. c. bis cum quadrato .a.c. describatur quadratum totius quod sit .a.b.d.e. & ducatur diameter .b.d. & .e.f. equidistans .b.c. secans diametrum in puncto .g. & ducatur .k.g. h. equidistans .a.b. & quia quadratum .a.c. cū quadrato .c.b. tantum sunt quantum quadratum .k.f. cum duabus superficierum .a.b. & .c.e. patet propositum.

Hec facit ad .68. decimi . & .69. decimi . & .70. & .71. & .72. & .73. & .74. & .76. & .92.

Propositio .8.



Sit linea in duas partes diuidatur. eiq' in longū alia equalis vni diuidentium adiungatur. quod ex ductu totius iam compositae i seipsam fiet. equum erit his q' ex ductu prioris lineae in eam adiectam quater. & ei quod ex ductu alterius diuidentis in seipsam.

Sit linea .a.b. diuisa in puncto .c. q' uterq' cōtingat: cui addatur .b.d. equalis .c.b. dico q' quadratum totius .a.d. quod sit .a.d.e.f. est equale ei quod fit ex .a.b. & .b.d. quater cum quadrato .a.c. hoc autem patebit ducta diametro .d.e. & lineis .c.g. & .b.h. equidistantibus &

4 nec. d. f. & secantibus diametrum in punctis. k. l. per que puncta ducuntur
p. q. r. s. m. n. l. o. equidistantes. a. d. erit enim per correlarium. 4. huius
4 unaqueq. superficierum r. g. n. q. f. b. m. quadrata: & quia. c. b. posita est
equalis. b. d. erit utraq. superficierum. c. l. f. l. p. quadrata. Eruntq. 4. qua-
drata diuidentia quadratum. c. p. equalia & quia totus gnomon circun-
stans quadrato. r. g. est quadruplus ei quod sit ex a. b. in. b. d. quia quadru-
plus ad superficiem. a. l. patet propositum.

Propositio .9.



Si linea in duo equalia duosq. unequalia diuidatur
que sunt ex ductu unequalium sectionem in seipsa
pariter accepta: duplum sunt vtriusq. pariter acce-
ptis: que quidem ex dimidia. eaq. que vtriusq. sectio-
ni interiacet quadratis describuntur.

Sit linea. a. b. diuisa per equalia. in. c. & per unequalia.
in. d. Dico q. quadratum. a. d. & quadratum. d. b. simul iuncta: dupla sunt
quadrato. a. c. & quadrato. c. d. simul iunctis. **S**uper lineam. a. b.
erigo lineam. c. e. perpendicularem & equalem utriq. earum linearum.
a. c. & c. b. & produco. e. a. & c. b. eritq. per. 32. primi. uterq. angulorum.
32 a. c. b. & uterq. angulorum partialium qui sunt ad. e. medietas recti. to-
32 p. nusq. e. rectus. & produco. d. f. equidistantem. c. e. & perpendicularem fir-
per lineam. a. b. eritq. uterq. angulorum. d. rectus: & angulus. d. f. b. me-
dieta recti per. 32. primi: siue per secundam partem. 19. primi quare per
32 6. primi. d. f. & d. b. sunt equalia a puncto. f. duco. f. g. equidistantem. a. b.
p. eritq. per secundam partem. 19. primi: uterq. angulorum. g. rectus. & angu-
29 6. lis. e. f. g. medietas recti quare per sextam eiusdem latera. e. g. & g. f. sunt e-
29 qualia: & quia per penultimam eiusdem quadrati. e. f. est equale quadrato
c. g. & quadrato. g. f. ipsum erit duplum ad quadratum. g. f. quare ad qua-
dratum. c. d. **I**temq. per eandem quadratum. e. a. est equale quadrato
a. c. & quadrato. c. e. ipsum erit duplum ad quadratum. a. c. & quia quadra-
tum. a. f. est equale quadrato. e. f. & a. e. per eandem ipsum erit duplum ad
quadratum. a. c. & ad quadratum. c. d. sed quadratum. a. f. est iterum equa-
le per eandem quadrato. a. d. & quadrato. d. f. ergo quadratum. a. d. & q-
dratum. d. f. dupla sunt ad quadratum. a. c. & ad quadratum. c. d. & quia
quadratum. d. f. est equale quadrato. d. b. erunt quadrata duarum linea-
rum. a. d. & d. b. dupla quadratis duarum linearum que sunt. a. c. & c. d. quod
est propositum.

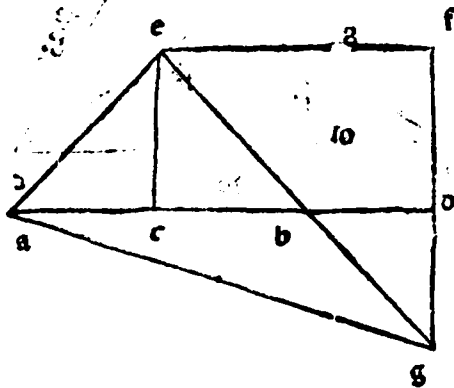
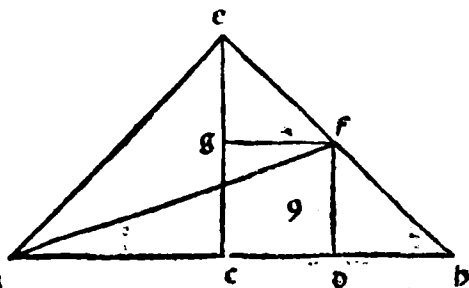
Castigator

Illi trianguli sunt similes. s. a. d. f. & a. c. p. & ideo laterum proportio-
lium per. 4. sexti. quia angulus. d. maioris & angulus. c. minoris sunt recti
& angulus. a. unius est idem cum angulo. a. alterius sequitur per. 32. primi
angulos. p. parui & f. magni esse equales & sic latera illos continentia sunt
proportionalia per. 4. sexti. & ideo ponendo. a. d. 9. & d. f. 3. erit.
c. p. 2. p. g. a. p. 12. 40. quia. a. c. 6. & p. f. 10. cetera sunt clara & prae-
terea dicitur uulgariter se. a. d. basa del grande mida. d. f. cateto che mida-
ra. a. c. basa del piccolo. cioe se. 9. mida. 3. che midara. 6. operando habebis
uiam diximus.

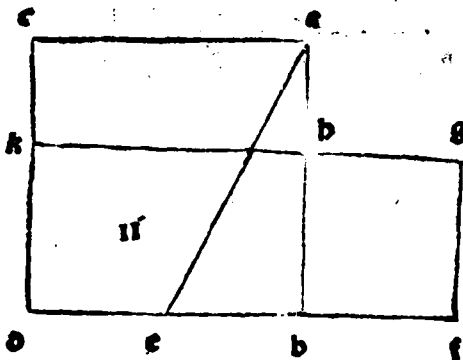
Propositio .10.



Si linea in duo equalia diuidatur eiq. in longum
alia addatur. quadratum quod describitur a to-
ta cum additaz quadratum quod ab ea que ad-
dita est. vtriusq. quadrata pariter accepta. ei qua-
drato quod a dimidia. eiq. quod ab ea produci-
tur que ex dimidia adiectaq. consistit vtriusq.
quadratis pariter acceptis dupla esse necesse est.



Sit linea. a. b. diuisa per equalia in. c. & addita sibi linea. b. d. dico qd duo quadrata duarum linearum. a. d. & b. d. pariter accepta dupla sunt duobus quadratis duarum linearum. a. c. & c. d. pariter acceptis. ¶ Erigo. c. e. perpendicularare sup. lineam. a. b. & eqlem utriq. lineaz. a. c. & c. d. & perficio triangulum. a. e. b. ductis lineis. a. e. & e. b. eritq. ut in premissa uterq. angulorum. a. & b. & ut temp. eorum qui sunt ad. e. medietas recti per. 32. pmi totusq. e. est rectus A puncto. e. produco. e. f. equalem & equidistantem. c. d. & produco. f. d. & e. b. quousq. concurrunt in puncto. g. & produco lineam a. g. eritq. per ultimam partem. 29. primi angulus. c. e. f. rectus sed angulus. c. e. b. est medietas recti. ergo angulus. b. e. f. est similiter medietas recti & quia per. 33. eiusdem. f. d. est equidistant. c. e. erit per. 34. eiusdem angulus. f. rectus. ergo per. 32. eiusdem. erit angulus. e. g. f. medietas recti. Itē q. per eadem angulus. d. b. g. similiter medietas recti propter id quod angulus. b. d. g. est rectus ergo per. 6. eiusdem duo latera. e. f. & f. g. sunt equalia. Itemq. duo latera. d. b. & d. g. sunt equalia: ergo per penultimam eiusdem quadratum. e. g. duplum est ad quadratum. e. f. quare ad quadratum. c. d. ¶ Itemq. p. eadem qdratum. a. e. duplū ē ad qdratū. a. c. quia qdratum. a. g. est p. eadem eqle qdrato. a. e. & e. g. similiter quoq. & qdrato. a. d. & d. g. At quia qdratum. d. g. est equale quadrato. b. d. erunt duo quadrata duarum linearum. a. d. & b. d. pariter accepta dupla duobus quadratis duarum linearum. a. c. & c. d. pariter acceptis quod ē propositum. Hec autem & omnes premisse veritatem habent in numeris sicut in lineis.



Propositio 11.



Item lineam sic se aie. ut quod sub tota & una portione rectangulum continetur: equum sit ei quod sit ex reliqua sectione quadratum.

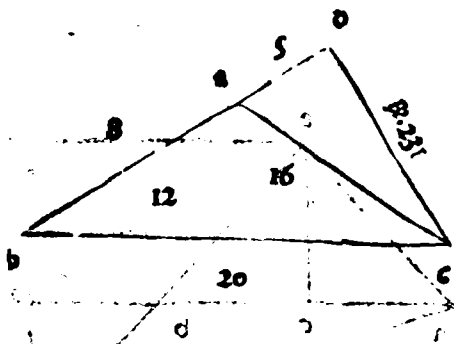
Sit linea data. ab. quā uolumus sic diuidere: ut quod ex tota & eius minore portione producit equum sit quadrato maioris. ¶ Describo quadratum ipsius quod sit. a. b. c. d. & latus. b. d. diuido per equalia in. e. & produco. a. e. & e. b. produco usq. ad. f. ita quod. e. f. sit equalis. a. e. & ex. b. f. portione extrinsecā describo qdratum quod ex latere. a. b. refecat portionem equalem. b. f. que sit. b. h. & quadratum descriptum sit. b. f. h. g. Dico q. a. b. sic est diuisa in puncto. h. quod illud quod sit ex tota. a. b. in eius portione. h. a. est equale quadrato. b. b. Produco. g. h. usq. ad. k. que erit equidistant. a. c. Quia ergo linea d. b. diuisa est per equalia in. e. & est sibi addita linea. b. f. erit per. 6. huius quod sit ex. d. f. in. b. f. cum quadrato. e. b. equale quadrato. e. f. Quare & qdrato. e. a. Quare per penultimam primi: quadratis duarum linearum. e. b. & b. a. Ergo dempto ab utrisq. quadrato linee. c. b. erit quod sit ex. d. f. in. b. f. & ipsum est superficies. d. g. equale quadrato linee. a. b. Ergo dempto ab utrisq. parallelogramo. h. d. erit quadratum. b. f. equale parallelogramo. h. c. Et quia quadratum. h. f. est quadratum linee h. b. Et parallelogramum. h. c. producit ex. c. a. que est equalis. a. b. in. a. h. patet factum esse ppositum. ¶ Ad hoc autem faciendum in numeris non labores: quia impossibile est numerum sic diuidi: ut. hēc undecima proponit sicut scies sexti. 29. te docente.

Propositio 12.



In his triangulis qui obtusum habent angulum: tanto ea que obtusum subredit angulum: ambobus reliquis lateribus que obtusum continent angulus amplius potest. quantum est quod continetur bis sub uno eorum: atq. ea que sibi directe iuncta ad obtusum angulum a perpendiculari extra deprehenditur.

Sit triangulus. a. b. c. habens angulum. a. obtusum. A puncto. c. ducat linea perpendicularis ad lineā. b. a. q. necessario cadet extra triangulum. a. b. c. alioqn angulus obtusus esset rectus aut minor recto p. 16. pmi. Sit ergo. c. d.



32

29

33

34

32

6

6

29

16

p.

perpendicularis super lineam .a.b. productam usq. ad .d. Dico q. quadratum lateris .b.c. quod subtenditur angulo obtuso tanto maius est duobus quadratis duarum linearum .a.b. & .a.c. ambientibus ipsum angulum obtusum. quantum est illud quod fit ex .b.a.in.a.d. bis. Potentia enim linee respectu quadrati sui est. unde tantum dicitur posse linea quelibet quantum in se ducta producit. Erit enim per .4. huius quadratum .b.d. equale duobus quadratis duarum linearum .b.a. & .a.d. & duplo eius quod fit ex .b.a.in.a.d. Et quia quadratum .b.c. per penultimam primi e. quale quadrato .b.d. & quadrato .d.c. ipsum erit equale quadratis trium linearum .b.a.a.d.&d.c. & duplo eius quod fit ex .b.a.in.a.d. Sed per eandem quadratum .a.c. est equale quadratis .a.d.&d.c. Ergo quadratum .b.c. est equale quadratis duarum linearum .b.a.&a.d. & duplo eius quod fit ex .b.a.in.a.d. Quare .b.c. tanto amplius potest duabus lineis .b.a. & .a.c. quantum est duplum eius. quod fit ex .b.a.in.a.d. Iam enim diximus q. tantum dicitur posse linea quelibet quantum in se ducta producit quod est propositum. **Propositio .13.**

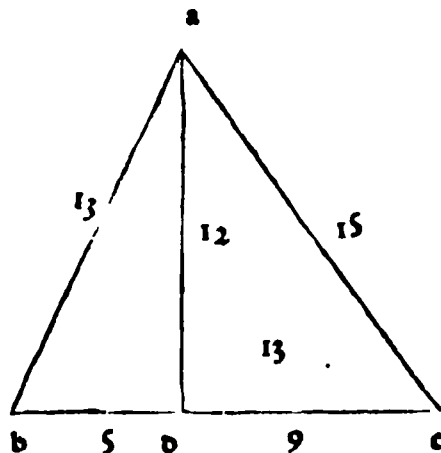


Per isoxigonij tanto ea que acutum respicit angulum ambobus lateribus angulum acutum continentibus minus potest. quantum est quod bis continetur sub vno eorum cui perpendicularis intra se perstat. eaq. sui parte. que perpendiculari anguloq. acuto interiacet.

Quod hic proponitur de latere subtenso alicui angulo acuto in triangulo oxigonio veritatem habet de latere subtenso cuilibet angulo acuto in omni triangulo siue fiat orthogonius siue ambigonijs siue oxigonijs.

Sit ergo in triangulo .a.b.c. quicumq. triangulus fuerit. angulus .c. acutus qui si fuerit oxigonijs ducatur perpendicularis ab alterutro angulo .a. uel .b. ad utranq. basim .b.c. uel .a.c. quia cu. sic fuerit semper cadet perpendicularis intra triangulum. Si autem sit ambigonijs aut orthogonijs ab angulo obtuso uel recto ducatur perpendicularis ad latus oppositum qua manifestum est cadere intra triangulum: ut simpliciter dicam cum in omni triangulo sint duo acuti anguli necessario erit alter reliquorum angulorum. qui sint .a. & .b. acutus. Ducam igitur perpendicularem ad lineam illam que duobus acutis interiacet. Sit ergo ut trianguli .a.b.c. angulus .b. etiam sit acutus: ducam ergo ad .b.c. perpendicularem que sit .a.d. que ut dictum est cadet intra triangulum. dico itaq. q. quadratum .a.b. quod subtenditur angulo acuto .c. tanto minus est duobus quadratis duarum linearum .a.c. & .b.c. quantum duplum eius quod fit ex .b.c.in.d.c.

Vel dico q. quadratum .a.c. quod etiam subtenditur angulo .b. quem posuimus acutum quicquid fuerit de angulo .a. tanto minus est duobus quadratis duarum linearum .a.b. & .b.c. quantum est duplum eius quod fit ex .c.b.in.b.d. Erit enim per .7. huius quadratum .b.c. cum quadrato .d.c. equale ei quod fit ex .b.c.in.d.c. bis & quadrato alterius partis scilicet .b.d. quare addito utriq. quadrato .a.d. erit quadratum .b.c. cum quadratis duarum linearum .a.d. & .d.c. equale quadratis duarum linearum .a.d. & .d.b. & duplo eius quod fit ex .c.b.in.c.d. At quia per penultimam primi quadratum .a.c. est equale quadratis duarum linearum .a.d. & .d.c. erit quadratum .b.c. cum quadrato .a.c. equale quadratis duarum linearum .a.d. & .d.b. & duplo eius quod fit ex .b.c.in.c.d. sed per eandem penultimam primi quadratum .a.c. equum est quadrato .a.b. & duplo eius quod fit ex .b.c.in.c.d. quare tanto minus potest .a.b. duobus lateribus .b.c. & .a.c. quantum est duplum eius quod fit ex .b.c.in.c.d. quod est propositum. Simili modo probabis latus .a.c. quod subtenditur angulo .b. acuto posse tanto minus duobus lateribus .a.b. & .b.c. quantum est duplum eius: quod fit ex .c.b.in.b.d. **Notandum autem per hanc & precedentem & penultimam primi: q. cognitis lateribus omnis trianguli**



cognoscitur area ipsius & auxiliantibus tabulis de corda & arcu cognoscitur omnis eius angulus.

Castigator

a ¶ Alioquin angulus .c. uel .b. qui sunt acuti ex ypothesi esset maior recto uel rectus p. 16. p. ideo.

Propositio .14.



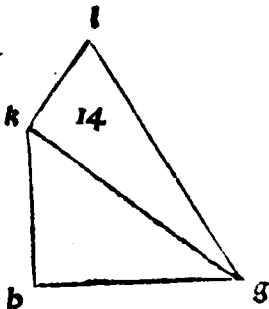
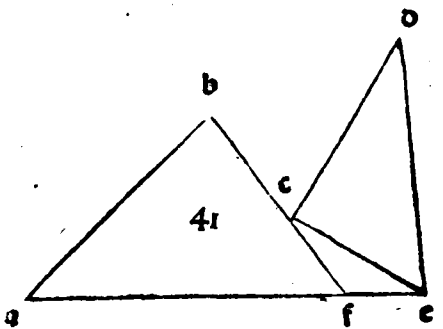
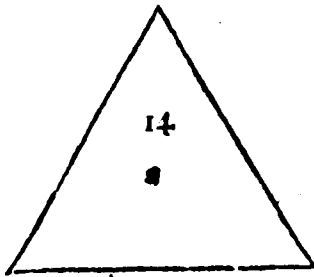
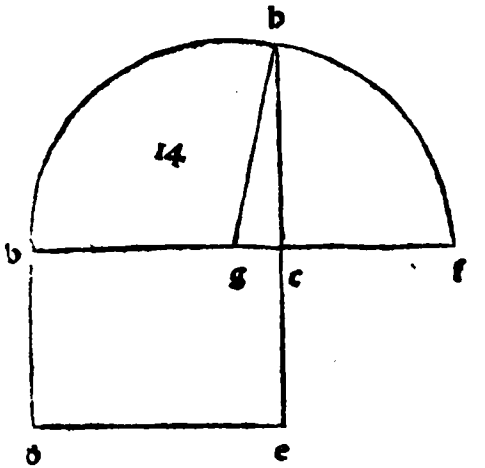
Ad trigono equum quadratum describere.

¶ Sit datus trigonus .a. cui nos uolumus equum quadratum describere. ¶ Designabo superficiem equidistantium laterum & rectorum angulorum equalem trigono dato fm quod docet .42. pmi: sitq. superficies illa .b. c. d. e. cuius si latera fuerint equalia habemus quod querimus. Ipsa enim erit quadrata. per diffinitionem .

Si autem latera sint inequalia tunc adiungam minus ipsorum laterum maiori secundum rectitudinem .sitq. linea .e. f. equalis minori duorum laterum quod est .c. e. adiuncta maiori qd est .b. c. fm rectitudinem . Totā .b. f. diuidam p equalia in puncto .g. & facto .g. cetro sup lineā .a. b. f. fm quantitatem lineę .g. b. describā semicirculū .b. h. f. & latus .e. c. p dūcam usquequo fecit circumferentiam in puncto .h. Dico q. quadratum lineę .c. h. est equale trigono dato. ¶ Produca lineam .g. h. & quia linea .b. f. diuisa est per equalia in .g. & per inequalia in .c. erit per .5. huius quod fit ex ductu .b. c. in .c. f. cum quadrato .c. g. equale quadrato .g. f. quare & quadrato .g. h. quare per penultimam primi & duobus quadratis duarum linearum .g. c. & .c. h. Ergo dempto utrinq. quadrato .c. g. erit quod fit ex .b. c. in .c. f. quod est equale superficiē .b. e. eo q. e. f. est eqle .c. e. Equale quadrato lineę .c. h. quare quadratum lineę .c. h. est equale trigono .a. quod est propositum. ¶ Et nota q. per hoc inuenitur latus tetragonum cuiuslibet altera parte longioris & simpliciter omnis figure rectis lineis contentę quęcunq. fuerit. Quoniam omnem figuram talem in triangulos resolueremus & cuiuslibet illorum triangulorum inueniemus tetragonum latus fm doctrinam istius. & inueniemus per penultimam primi . lineam unam que possit in omnia latera tetragonica inuenta. Verbi gratia . uolo nunc inuenire latus tetragonum rectilineę figure irregularis .a. b. c. d. e. f. Resoluo eam in .3. triangulos qui sunt .a. b. f. c. d. e. f. c. Inuenio quoq. fm doctrinam istius tria latera tetragonica istorum trium triangulorum que sunt .g. h. h. k. & .k. l. & erigo .b. k. perpendiculariter super .g. h. & produco .g. k. eritq. per penultimam primi quadratum .g. k. equale quadratis duarum linearum .g. h. & .h. k. & tertium latus .k. l. erigo perpendiculariter super lineam .g. k. & produco .lineam .g. l. eritq. per penultimam primi . g. l. latus tetragonum totius figure rectilineę propositę. ¶ Explicit liber secundus.

Castigator

a ¶ Etiam dato quadrato equum ei trigonum describere ut in .18. sexti habebis & in .41. p. apparet si ei diligēs intellectus extiterit. Et non solum quadrato sed cuiusq. figure & superficiē multilaterę seu polygonę his mediis antibus possumus semper equum triangulum designare qm oēs tales resolueremus in triangulos & unicuiq. triangulo p hanc assignabimus equum quadratum siue parallelogramum quodcunq. De hinc ex oibus illis unum cōficiemus per hanc & .25. sexti equale illis oibus postea sup duplum basis huius maximi faciemus triangulum equalis altitudinis & ipse erit equalis illi polygonie propositę.



Euclidis de circulis et eorū portioibus liber tertius fm opti-
mas. Campani traductiōem. Magistro Luca paciolo de bur-
go. S. S. Or. mino. Castigator acuratissimo feliciter. Incipit.



Eorum diametri sunt equeles. ip-
sos circulos equeles esse. Maiores
aut quorum maiores et minores
quorū minores. 1. **C**irculum li-
nea ptingere dī. q̄ cum circulus
tangat in vtrāq̄ ptem ciecta. cir-
culum nō secat. 2. **C**irculi sese
ptingere dicunt qui tangētes se
inuicem non secāt. 3. **R**ecte li-
nee ī circulo equeleter distare dicū-
tur a centro. cum a cētro ad ipas
ducte ppendiculares fuerint eque-
les. 4. **P**lus vō distare a cē-
tro dī. in quā ppendicularis lōgius cadit. 5. **R**ecta linea por-
tiones circuli ptingēs corda notat. 6. **P**ortio vō circūferentie
arcus nūcupat. 7. **A**ngulus at portiois dī q̄ a corda et arcu
ptinet. 8. **S**upra arcū angulus p̄stere dī. q̄ a quolibet pū-
cto arcus ad corde terminos duabus rectis lineis exētibz cō-
tinet. 9. **S**ector circuli est figura q̄ sub duabus a centro du-
ctis lineis et sub arcu q̄ ab eis comprehendit ptinget. 10. **A**n-
gulus aut q̄ ab eis lineis ambitur supra cētrum p̄stere dī. 11.
Similes circulozum portioes dicunt in q̄bus qui supra ar-
cum p̄stunt anguli sibi inuicem sunt equeles. 12. **A**rcus quo-
q̄ similes sunt qui equos angulos p̄dicto modo suscipiūt. 13.

Castigator

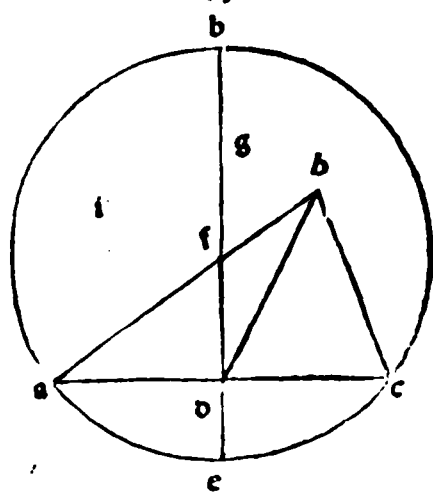
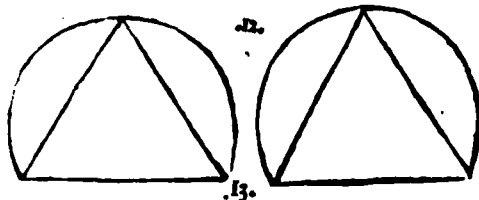
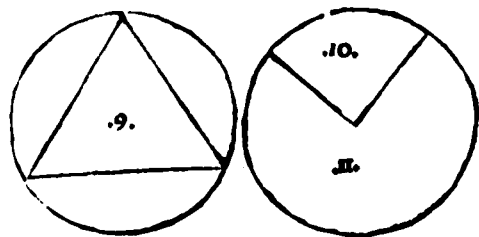
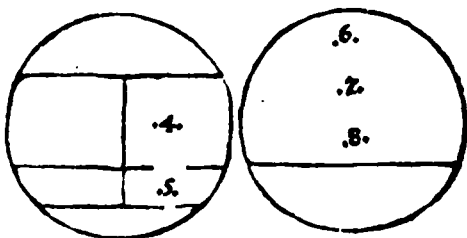
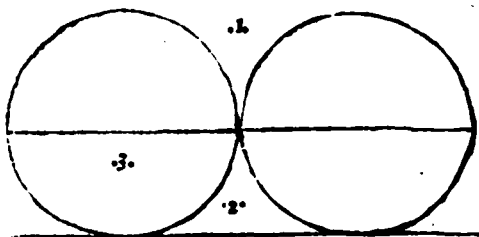
a **C**ircularis figura inter alias optinet principatum quia multe con-
ditiones sibi competunt q̄ nulli alii figurarum yfopimetrarum nam ipsa
est prima figurarum et perfectissima et simplicissima et regularissima et ca-
pacissima oium yfoperimetrarum et pulcherrima oium ut constat ex ele-
ctione summi opificis et sic addere potes ipsa q̄ est maxie apta motui ut
inde physico auditu dixit ap. Et si queratur quare Euclides prius de ipsa
uerba non fecit dicitur eo quia inuenit multa de ipsa que minime con-
cludi poterant nisi ex conclusionibus rectilinearum figurarum et ideo si
bi fuit necesse sciam de circulis preposterare quemadmodum fecit prepo-
nendo geometriam arithmetice cum illa sit prior cunctis testante Diui-
no philosopho et Boetio in si a arithmetica.

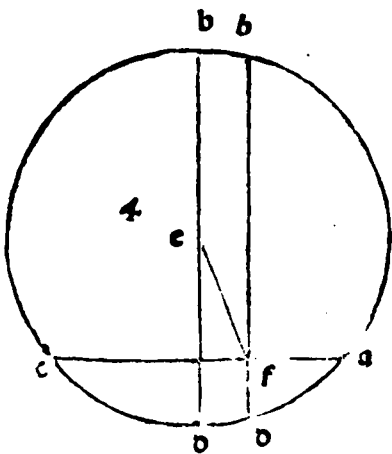
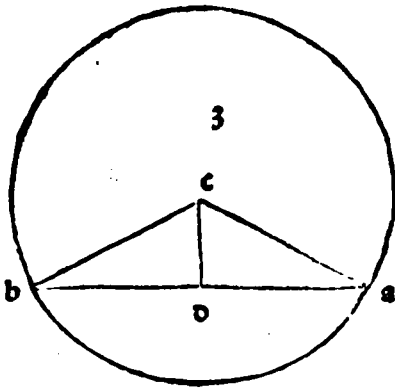
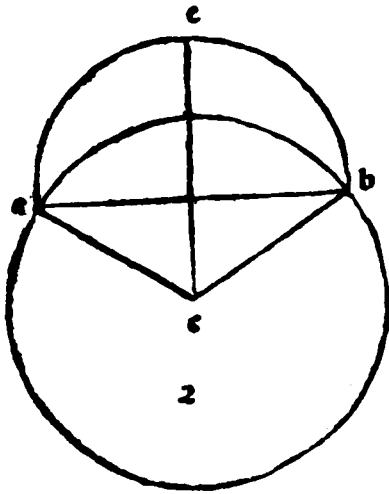
Propositio .i.



Circuli propositi centrum inuenire. unde manife-
stum est q̄ duabus rectis lineis in eodem circulo
apud circūferentiam terminatio neutraillarum al-
teram per equalia orthogonaliter secat nisi ipsa su-
per centrum transierit.

Sit circulus propositus. a. b. c. cuius uolumus centrum
inuenire. **D**uco in ipso circulo lineā. a. c. qualiteramq̄ contingat quam
divido per equalia in puncto. d. a quo duco perpendicularē ad lineam
a. c. quam applico circūferēti ex vtrāq̄ parte. sitq̄ e. d. b. q̄ in rursus diui-
do p̄ equalia in puncto. f. quē dico esse centrū circuli. **S**i enī nō erit ut aut ali-
bi aut in linea. e. b. aut extra. In linea. b. nō. si. n. fuerit. e. aut i. pū. lo. g.
erit linea. e. f. maior linea. e. g. p̄videt et toto q̄ ē impossibile. **Q**uod si fue-
rit extra lineā. e. b. ut i. pū. to. b. duca lineā. b. a. h. d. b. c. et q̄ latera. b. d. et





d a. trianguli. h. d. a. sunt equalia lateribus. h. d. f. d. c. trianguli. h. d. c. f. basis. h. a. b. a. b. c. erit per. 8. primi angulus. a. d. h. equalis angulo. c. d. h. quare uterque rectus & quia angulus. a. d. b. fuit etiam rectus erit. a. d. h. equalis. a. d. b. p. 3. petitiōe primi pars. uidelicet toti quod est impossibile. Nō est ergo centrum dati circuli alicubi quam in puncto. f. quod est ppositum.

Propositio .2.



El per circuli circumferentiam duobus punctis signatis. lineam rectam ductam ab al. ero ad alterū. circulum secare necesse est.

¶ Sit ut in circumferentia circuli. a. b. cuius centrum sit. c. signata sint duo pūcta que sunt. a. f. b. dico q. linea recta coniungens unū cum altero secabit circulum. Alioquin cadet extra circulum sitq. a. c. b. linea recta si possibile est producā lineas. c. a. f. c. b. eruntq. p. 5. primi angulus. c. a. b. f. c. b. a. equalis: pro traham item lineam. c. e. que fecit circumferentiam in puncto. d. eritq. p. 16. pmi: angulus. a. e. c. maior angulo. c. b. e. quare maior angulo. c. a. e. quare per. 18. eiusdem lateris. a. c. maius latere. c. e. f. quia. c. d. est equalis. c. a. erit. c. d. maior. c. e. pars toto quod est impossibile: Quia ergo linea coniungens duo pūcta. a. b. non transibit extra circulum secabit ipsum quod est ppositum.

Propositio .3.



¶ Lineam intra circulum preter centrum collocatā. alia a centro veniens per equa secet. orthogonaliter super eam insistere. & si in eam orthogonaliter steterit. eam per equalia diuidere necesse est.

¶ Sit ut lineam. a. b. collocatam intra circulum. a. b. cuius centrum sit. c. linea. c. d. ueniens a centro diuidat per equalia: dico q. diuidit eam orthogonaliter. & conuerso uidelicet si diuidit eam orthogonaliter diuidit eam per equalia. ¶ Producā lineas. c. a. f. c. b. f. ponam. primo q. diuidat eam per equalia: erunt ergo duo latera. c. d. f. d. a. trianguli. c. d. a. equalia duobus lateribus. c. d. f. d. b. trianguli. c. d. b. f. basis. c. a. b. ergo per. 8. primi: angulus. d. unius est equalis angulo. d. alterius quare uterq. rectus: quare. c. d. est perpendicularis super. a. b. quod est ppositum. ¶ Ponam iterum q. c. d. sit perpendicularis super. a. b. f. ostendam q. ipsa diuidit. a. b. per equalia. Erit enim propter hanc positionem uterq. anguloz qui sunt ad. d. rectus quare unus equalis alteri. At quia per. 5. primi angulus. c. a. d. est equalis angulo. c. b. d. f. latus. c. a. equalis lateri. c. b. per. 26. primi: eiusdem erit linea. a. d. equalis lineae. d. b. quod est ppositum.

Propositio .4.



¶ Intra circulum due linee se inuicem secēt. & super centrum non transeant. non per equalia eas secari necesse est.

¶ Sit ut in circulo. a. b. c. d. cuius centrum sit. e. due linee a. c. f. b. d. secant se in puncto. f. f. utraq. earum uel altera non transeat per centrum. dico q. ipse non diuidit se per equalia: ita q. utraq. p. equalia diuidatur ab altera. ¶ Quod si fuerit hoc possibile: ponatur f. sit primo ut neutra transeat per centrum a centro. e. producā lineam. e. f. eritq. per primam partem premisse unusquisq. 4. angulorum: qui sunt. a. f. e. e. f. c. f. d. rectus quod est impossibile: sic enim rectus ēēt minor recto. ¶ Sit igitur ut altera earum transeat per centrum & altera non: sitq. b. d. transiens per centrum adhuc dico q. non diuidunt se per equalia quod si sic. tunc per primam partem premisse. cū b. d. ducta a centro diuidat. a. c. per equalia diuidat eam orthogonaliter quare etiā. a. c. diuidet. b. d. orthogonaliter: & quia diuidit. a. c. ipsam b. d. per equalia ut ponit aduersarius: ipsa transibit per centrum per contrarium prime huius: quare ambe transeunt per centrum quod est contra ypothesim.

Propositio .5.



In circulo: um se inuicem secantium cētra diuersa esse. ¶ Sint duo circuli. a. c. b. a. d. b. secantes se super duo pun-
ctū. a. a. f. b. Dico q̄ eorum sunt diuersa centra. ¶ Si enim
haberent idem centrum ipsum erit p̄ diffinitionem in por-
tione utriq; circulo cōmunitisq; illud. e. f. ducantur linee
e. a. f. e. f. c. eruntq; per diffinitionem due linee. e. a. f. e. f. eq̄
les: ¶ Itemq; per diffinitionem due linee. c. a. f. e. c. equales quare. e. f. est
equalis. e. c. cum utraq; earum sit equalis. e. a. pars uidelicet toti quod est
impossibile.

Propositio .6.



In circulo: um se se contingentium nō idem centrum
esse necesse est.

¶ Sint duo circuli. a. b. f. a. c. contingentes se in puncto. a.
Dico q̄ eorum sunt diuersa centra. Si enim habuerint idē
centrum erit per diffinitionem inter minorem eorum cū
minor posuit fuerit intra maiore: sitq; ipsum. d. f. ducant
linee. d. a. f. d. b. c. eritq; per diffinitionem utraq; duarum linearum. d. b.
f. d. c. equalis. a. d. quod est impossibile. ¶ De circulis autē se contingen-
tibus extra quorum scilicet unus est extra alterum: manifestum est p̄ dif-
finitionem centrū quod ipsi non habent idem centrum.

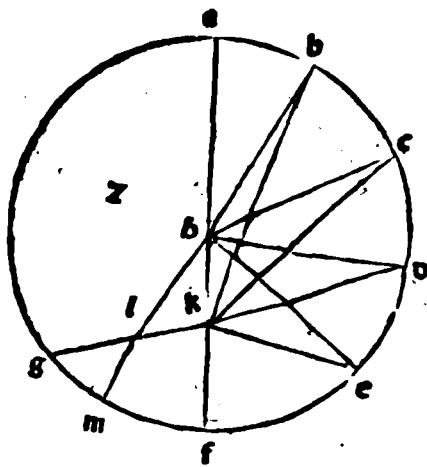
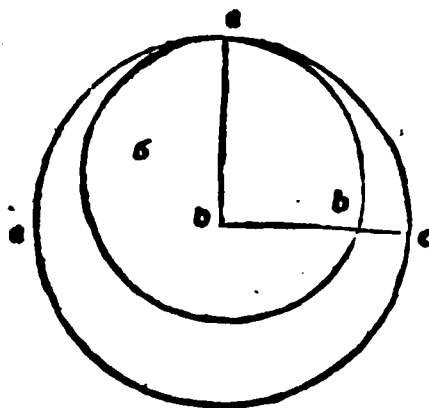
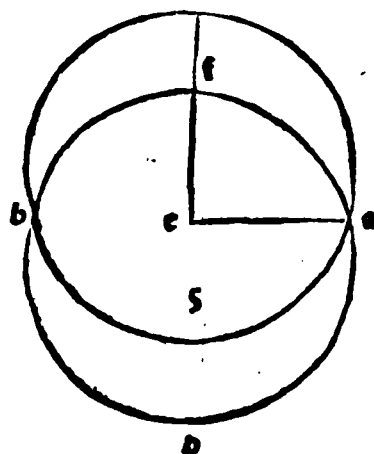
Propositio .7.



In diametro circuli punctus preter centrum si
gnetur. ex eo ad circumferentiam linee plurime
ducantur que super centrum transierit omnium
erit longissima. que vero diametrum perficiet om-
nium erit breuissima. que autem centro prime ce-

teris longiores. ¶ Quanto vero a centro remotiores tāto bre-
uiores esse conueniet. ¶ Duas quoq; equidistantes linee bre-
uissime collaterales equales esse necesse est.

¶ Sit ut in diametro. a. f. circuli. a. b. c. cuius centrum sit. h. sit signatus pū-
ctus. k. preter centrum a quo ducantur plurime linee que sunt. k. a. k. b. k.
c. k. d. k. e. k. f. k. g. ad circumferentiam: f. transeat. a. k. per centrum. h. f. k.
f. sit complementum dyametri: sitq; ut. k. e. f. k. g. equidistant a. k. f. hoc
est dicere ut angulus. e. k. f. sit equalis angulo. f. k. g. dico q̄. k. a. est omniū
longissima. f. k. f. omniū breuissima: alie uero tanto longiores quāto
centro propinquiores. ut. k. b. est longior. k. c. f. k. c. est longior. k. d. f. k.
d. longior. k. e. f. k. e. f. k. g. sunt equaliter quia enim in triangulo. b. k. h.
duo latera. b. h. f. h. k. per. 10. primi: sunt maiora latere. b. k. f. ipsa sunt e-
qualia linee. a. k. erit. a. k. maior. b. k. f. eadem ratione. maior omnibus
aliis f. hoc est primum. ¶ Itemq; quia in triangulo. e. h. k. duo latera. h.
k. f. k. e. per eandem sunt maiora latere. h. e. quod est equalis linee. h. f. ip-
sa erunt maiora linea. h. f. ergo dempta communi linea que est. h. k. rema-
nebit k. e. maior. k. f. eadem ratione quolibet aliarum erit maior ipsa f. h.
est secundum. ¶ Itemq; quia duo latera. b. h. f. h. k. trianguli. b. h. k. sunt
equalia duobus lateribus. c. h. f. h. k. trianguli. c. h. k. f. angulus. b. h. k. ē ma-
ior angulo. c. h. k. erit per. 14. primi. basis. b. k. maior basi. k. c. eadem rōne
k. c. maior erit. k. d. f. k. d. maior. k. e. f. hoc est tertium. ¶ Quod si due
linee. k. g. f. k. e. non sunt equaliter sitq; k. g. de qua sumā
k. l. equalem. k. e. f. producam. h. l. quousq; fecer circumferentiam in pun-
cto. m. f. quia per ypothesim angulus. g. k. f. est equalis angulo. f. k. e. erit
per. 13. primi. angulus. l. k. h. equalis angulo. c. k. h. f. duo latera. l. k. f. k. h.
trianguli. l. k. h. sunt equalia duobus lateribus. e. k. f. k. h. trianguli. e. k. h.
ergo per. 4. primi. basis. h. l. est equalis basi. h. e. f. quia. h. m. ē equalis. h. e.
erit. h. m. equalis. h. l. quod est impossibile. sunt ergo due linee. k. g. f. k.
e. equaliter quod est nostrum propositum. quartum.



P. 17. c. 17.

Propositio .8.



Extra circulum puncto signato ab eo ad circumferentiam linee plurime ducantur circulum secando. que super centrum transferit omnium erit longissima. Centro autem propinquiores ceteris remotionibus longiores. Linee vero partiales ad circumferentiam extrinsecus applicate. ea quidem que diametro in directum adiacet omnium est minima. ceteris propinquiores remotionibus breviores. Due vero que linee brevissime utrinque eque propinquant equales sunt.

Sit ut a puncto. a. assignato extra circuli. b. c. d. cuius centrum sit. n. ducant plurime linee ad circumferentiam secando circulum que sint. a. k. n. b. a. h. c. a. g. d. f. a. f. e. Dico q. a. b. transiens per centrum omnium erit longissima. f. q. a. c. e. maior. a. d. f. a. d. maior. a. e. f. q. a. k. est brevissima omnium extrinsecus. f. q. a. h. est minor. a. g. f. a. g. minor. a. f. f. dico q. si ducat. a. l. ita q. ipsa f. a. h. e. q. l. iter distent ab. a. k. hoc est q. angulus. k. a. b. sit e. q. l. angulo. l. a. k. ipse erunt equales. Producam. n. a. centro. n. lineas. n. e. n. d. n. c. n. f. n. g. f. n. h. eruntq. p. 20. primi duo latera. a. n. f. n. c. trianguli. a. n. c. maiora. a. c. f. q. a. ipsa sunt equalia linee. a. b. erit. a. b. maior. a. c. eadem rōe erit maior oibus aliis quod est p. m. Et quia duo latera. a. n. f. n. c. trianguli. a. n. c. sunt equalia duobus lateribus. a. n. f. n. d. trianguli. a. n. d. f. angulus. a. n. c. e. maior angulo. a. n. d. erit p. 24. p. m. i. basis. a. c. maior basi. a. d. f. eadem rōe erit. a. d. maior. a. e. q. d. e. f. m. Itēq. quia in triangulo. a. n. b. duo latera. a. h. f. n. h. sunt maiora. a. n. per. 20. primi. f. h. n. est equalis. n. k. erit p. cōm. sciam. a. h. maior. a. k. eadem rōe q. libet extrinsecus applicata. maior erit. a. k. quod ē tertium. Item quia p. 21. p. m. i. due linee. a. h. f. h. n. sunt minores duabus lineis. a. g. f. g. n. f. h. n. ē equalis. g. n. erit p. cōm. sciam. a. g. maior. a. h. eadem rōe erit. a. f. maior a. g. q. d. est quartum. Quod si. a. l. non sit equalis. a. h. cū ipse sint equaliter distantes ab. a. k. erit altera maiori sitq. a. l. ponā ergo. a. m. equalē a. h. f. producā. n. o. m. q. a. ergo duo latera. m. a. f. a. n. trianguli. m. a. n. sunt equalia duobus lateribus. h. a. f. a. n. trianguli. h. a. n. f. angulus. m. a. n. ē e. q. l. angulo. h. a. n. erit p. 4. p. m. i. basis. m. n. e. q. l. basi. n. h. f. q. a. n. o. ē e. q. l. n. h. erit. n. o. equalis. n. m. p. uidelicet toti quod est impossibile f. hoc est quintum.

20
p.
24
20
21

4

Propositio .9.



Intra circulum puncto signato ab eo plures q. due linee ducte ad circumferentiam fuerint equalēs. punctum illud centrum circuli esse necesse est.

Sit ut a puncto. a. signato intra circuli. b. c. d. ducte sint .3. linee. a. b. a. c. f. a. d. ad circumferentiam q. pono e. equalēs dico punctum. a. esse centz. circuli. Producam. n. duas lineas. c. b. f. d. c. f. diuidā utraq. eaz. p. e. q. l. a. c. b. q. d. e. m. in puncto. e. f. d. c. in puncto. f. f. p. d. ucam. e. a. f. f. a. quas applico circumferentie ex utraq. p. te. eritq. p. 8. p. m. i. uterq. anguloz. q. sunt ad. e. e. q. l. alteri. igr. p. 13. p. uterq. erit rectus. Silz quoq. p. eādem uterq. anguloz. q. sunt ad. f. rectus ergo per correlarium p. me huius. quia. a. e. diuidit. c. b. per equalia f. orthogonaliter ipsa transit p. centrum. similiter quoq. a. f. transit p. centz. quia diuidit d. c. p. equalia f. orthogonaliter. quare. a. est centz. q. d. est p. positum.

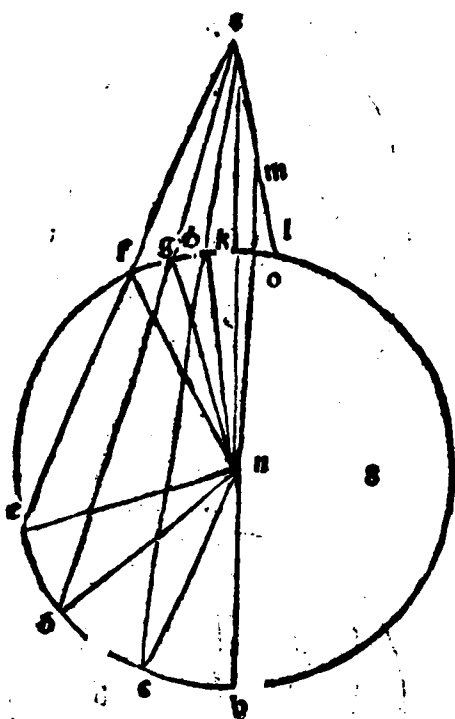
13
8

Propositio .10.

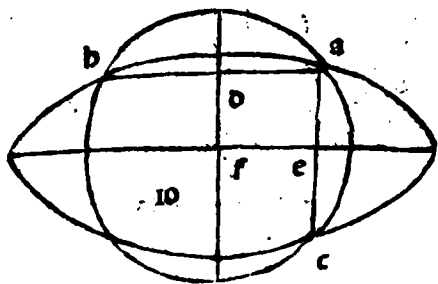
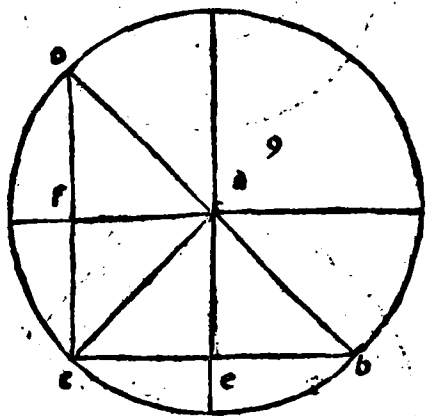


Circulus circulum secet in duobus tantum locis secare necesse est.

Sint si possibile ē duo circuli secantes se in pluribus q. in duobus locis sup. 3. puncta a. b. c. Producam lineas. a. b. f. a. c. quas diuidam p. e. q. l. a. in punctis. d. f. e. f. producā a puncto. e. lineam. e. f. p. p. d. icularem sup. lineam. a. c. f. a puncto. d. lineam. d. f. p. p. d. icularem super lineam. a. b. f. secant se due linee. e. f. f. d. f. in puncto. f. eritq. per correlarium prime huius punctum



Corda pauonis.



5 f. centrum circuli utriusque quod est impossibile. per. 5. huius.

Propositio. 11.



Circulus circulum contingat. lineas per centra eorum transeat. ad punctum contactus eorum applicari necesse est.

¶ Si enim linea transiens per centra duorum circulorum c.e.f.d.e. sese contingentium intra uel extra. non uadat ad locum contactus secet circumferentiam utriusque. sitq. a. centrum circuli. c.d.f. b. centrum circuli. e.c.f. ducatur linea recta. a.b.c.d. secans circumferentiam utriusque. ducantur linee a puncto. e. qui sit locus contactus ad centra que sint. e.a.c.e.b. eruntq. in contactu interiori. per 10. primi due linee. e.b. f. b.a. longiores. e.a. quare longiores. a.d. e. enim a. centrum circuli. c.d.f. quoniam. b.c. est equalis. e.b. quoniam. b. est centrum circuli. e.c. erit. c.a. longior. a.d. quod est impossibile. ¶ In contactu uero exteriori erunt due linee. a.c. f. e.b. longiores. a.b. quare. a.d. f. e.b. maius erunt q. tota. a.b. quod est falsum.

Propositio 12.



Circulus circulum contingat siue intrinsecus siue extrinsecus. in uno tantum loco contingere necesse est.

¶ Si enim fuerit possibile. ut circulus circulum contingat in duobus locis intra uel extra contingat circulum. a.b.c. d. circulus. a.b.e. iterius in duobus punctis. a.b. uel exterius circulus. c.d.f. in duobus punctis. c.d. Cum ergo ducemus lineam rectam ab. a.ad. b. si ipsa cadat extra circulum. a.b.c. interioriorem accidet contrarium secunde huius. Quod si ipsa cadat intra ipsum. cum diuiserimus ipsam per equalia f. eduxerimus a puncto diuisionis perpendiculararem ad ipsam. fuerintq. applicata circumferentie ex utraque parte ipsa transibit per centra amboꝝ circuloꝝ que accidet contrariū pmissis. ¶ In circulo uero contingente exteriꝝ in punctis. c.d. si ducamus lineam rectam a puncto e. ad punctum. d. necesse est accidere contrariū se huius. que utrunque impossibile.

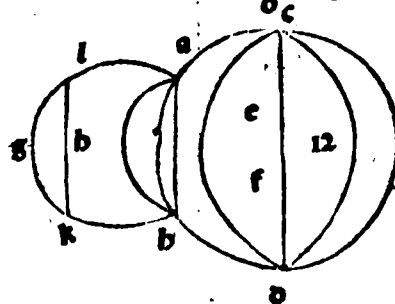
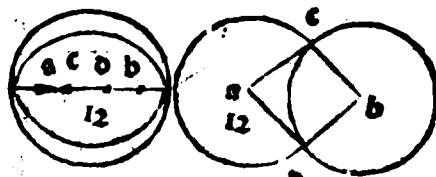
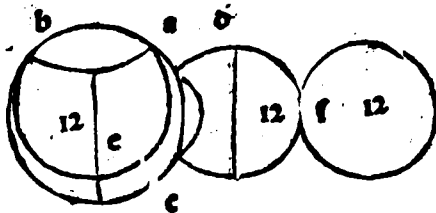
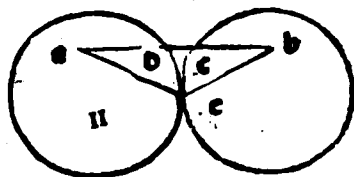
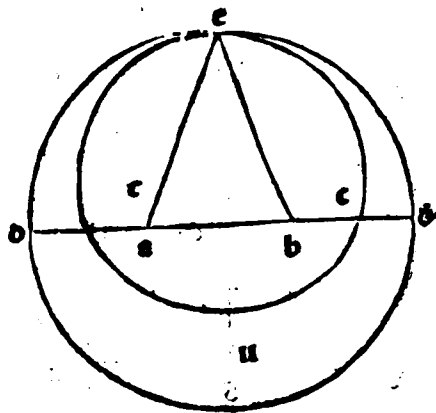
Castigator.

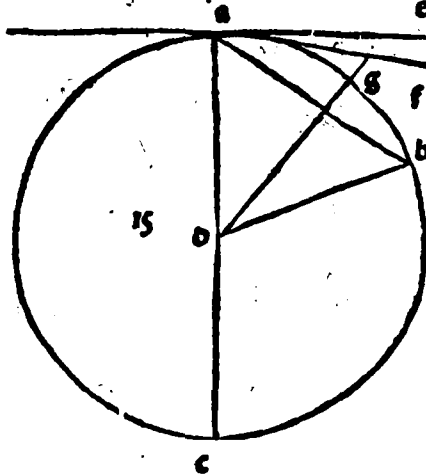
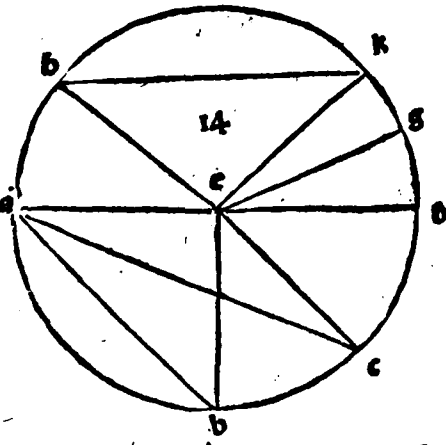
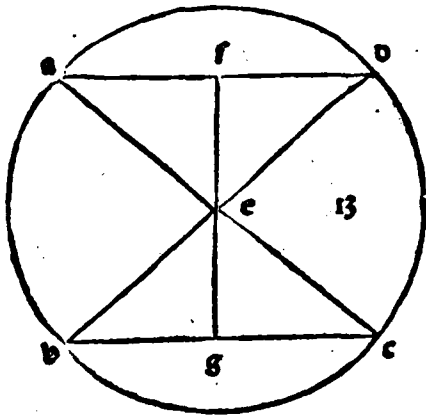
¶ Verbi gratia. Quod si fuerit possibile. ut sese in duobus aut pluribus contingant locis circulus ergo. c.d. circulum. a.b. in duobus locis interiori contingat super duo puncta. c. f. d. Si itq. centrum circuli. a. b. punctum. e. f. centrum circuli. c.d. punctum. f. linea. ergo que coniungit punctum. e. puncto. f. f. perhibetur ad circumferentiam cadit in loco ubi duo circuli sese contingunt per premisam. Coniungam itaq. e. cum. f. f. pertraham lineam. e.f. ad duo puncta in quibus duo circuli sese contingunt. c.f. d. centrum uero circuli. a. b. est. e. linea. ergo. c.e. linee. c. d. est equalis sed linea. e.d. linea. d.f. longior existit. ergo linea. c.e. longior est linea. f.d. sed linea. c.f. linea. c.e. fortior inuenitur linea. c.f. multo longior existit linea. f.d. Et est quia centrum circuli. c. d. est punctum. f. erit linea. f.d. linee. f.e. equalis. Sed iam fuit ostensum. q. linea. c.f. linea. f.d. multo longior existit. hoc autem contrarium f. impossibile non ergo contingit. c.d. circulum. a.b. nisi tñ i loco uno. Contingant ergo se exterius in duobus locis si f. possibile fm similitudine qua circulus. g.h. circulum. a.b. contingit linea ergo q. perhibet a puncto. a. ad punctum. b. cadit itra circulum. a. b. f. cadit extra circulum. g.h. f. at contrariū f. impossibile est. qm si qlibet duo puncta cadetia fuerit sup arcu circuli linea unum eoz. alteri coniungit itra circulum cadit p a. huius nō ergo contingit circulum nisi i loco uno exterius. neq. iterius. Et f. e. quod demonstrare uoluimus.



Ecce linee in circulo si fuerint equales eas a centro egdistare. et si a centro egdistiterit eales ee necesse est.

¶ Sit ut in circulo. a.b.c.d. cuius centrum sit. e. due linee a.d. f. e.c. b. sint eales. dico q. ipse equidistant a centro f. eoz uerso. Producat. n. a. centro. e. linee. e.f. f. e.g. ppendicularares ad a.d. f. b.c. eruntq. p. 1. prem. tertie huius. a. d. diuisa p equalia. in. f. f. b. c. i





g. quia ergo duo latera .e. d. & .d. a. trianguli .e. d. a. sunt equalia duobus lateribus .e. c. & .c. b. trianguli .e. c. b. & basis .e. a. basi .c. b. erit per .8. primi angulus .d. equalis angulo .c. & quia duo latera .e. d. & .d. f. trianguli .e. d. f. sunt equalia duobus lateribus .e. c. & .c. g. trianguli .e. c. g. Nam d. f. est equalis .c. g. eo qd tota .a. d. posita est equalis .b. c. & angulus .d. est equalis angulo .c. erit per .4. primi basis .e. f. equalis basi .e. g. & quia iste sunt perpendiculares uenientes ad eas a centro patet per diffinitionem 4. huius ipsas equaliter distare a centro. ¶ Aliter idem. Quadratum enim .e. d. per penultimam primi ualeat quadrata duarum linearum .e. f. & .f. d. & quadratum .e. c. quadrata duarum linearum que sunt .e. g. & .c. g. & quia quadratum .d. e. est e quale quadrato .e. c. & quadratum .d. f. quadrato .g. c. erit quadratum .e. f. e quale quadrato .e. g. quare .e. f. est e quale e. g. sicq. patet idem. ¶ Sit ergo .e. f. equalis .e. g. quod est eas equaliter distare a centro. dico tunc q. a. d. est equalis .b. c. de quadratis enim duarum linearum .e. d. & .e. c. equalibus demptis quadratis duarum linearum .e. f. & .e. g. equalibus remanent per penultimam primi quadrata duarum linearum .f. d. & .f. g. c. que per communem scientiam necesse est esse equalias quare .f. d. est equalis .g. c. ergo duplum .f. d. quod est .a. d. e quale duplo .g. c. quod est .b. c. & hec est secunda pars propositi.

Propositio .14.



Intra circulum plurime recte linee ceciderint diametrum eius omnium longissimam. eiq. propinquiores remotioribus longiores esse necesse est.

¶ Sit ut in circulo .a. b. c. cuius centrum .e. cadat plurime linee que sint .a. b. a. c. a. d. f. g. h. k. sitq. a. e. d. diameter. dico ipsam esse longissimam & alias tanto maiores quanto sunt ipsi propinquiores. ducantur enim a centro .e. linee ad extremitates omnium que sint .e. b. e. c. e. f. e. g. e. h. & .e. k. eruntq. per .10. primi duo latera .e. f. & .e. g. trianguli .e. f. g. longiora .f. g. & quia ipsa sunt equalia .a. d. erit .a. d. maior .f. g. eadem ratione maior erit q. a. c. quia .a. e. & .e. c. sunt maiora .a. c. & equalia .a. d. ergo .a. d. maior est .a. c. sic quoq. est maior .h. k. & maior etiam q. a. b. quod autem .f. g. sit maior .h. k. & .a. c. a. b. patet quia per .24. primi cum duo latera .f. e. & .e. g. trianguli .f. e. g. sint equalia duobus lateribus .h. e. & .e. k. trianguli .h. e. k. & angulus .f. e. g. maior angulo .h. e. k. erit basis .f. g. maior basi .h. k. Similiter quoq. q. a. e. & .e. c. sunt equalia .a. e. & .e. b. & angulus .a. e. c. maior angulo .a. e. b. erit basis .a. c. maior basi .a. b. & sic est propositum.

Propositio. 15.



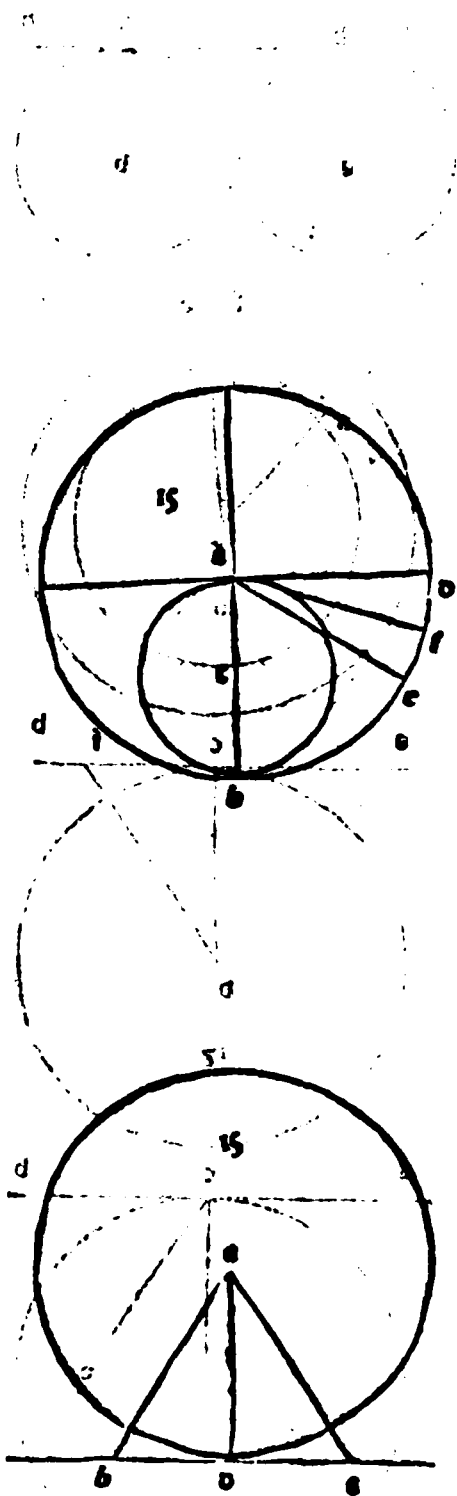
Ab altero terminorum diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter linea recta ducatur. extra circulum eam cadere necesse est. ¶ Atq. inter illam & circulum aliam lineam rectam capi impossibile est. ¶ Angulum autem ab illa & circumferentia contentum. omnium acutorum angulorum esse angustissimum. ¶ Angulum vero intrinsecum a diametro & circumferentia contentum omnium angulorum acutorum esse amplissimum necesse est. ¶ Unde etiam manifestum est omnem lineam rectam a termino diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter ductam circulum ipsum contingere.

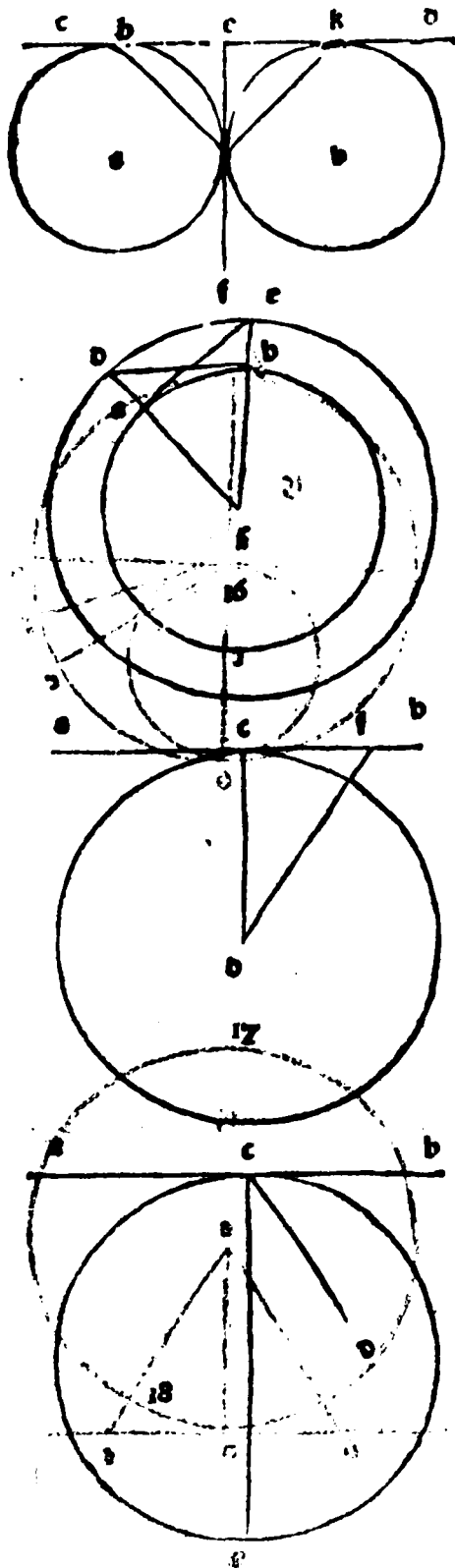
¶ Sit ut .a. termino a diametri .a. c. circuli .a. b. c. cuius centrum .d. ducatur linea orthogonaliter dico q. ipsa cadit extra circulum. & q. inter lineam illam & circumferentiam nulla alia recta linea intercipitur & q. angulus quem ipsa & circumferentia continet est minor omni angulo rectilineo qui uidelicet a duabus rectis lineis continetur. & quod angulus contentus a diametro & circumferentia est maior omni angulo rectilineo acuto.

5 p dere infra circulum. sit illa linea. a. b. & ducatur linea. d. b. eritq. per. 3. primi angulus. d. a. b. equalis angulo. d. b. a. & quia angulus. d. a. b. est rectus per ypothesim. habebit triagulus. a. b. d. duos angulos rectos quod est impossibile. per. 31. primi. ¶ Cadet ergo extra suq. a. e. q. si inter ipsam & circumferentiam potest linea recta intercipi sit illa. a. f. ad quam ducatur perpendicularis. d. g. & quia angulus. d. g. a. est rectus. erit per. 15. primi linea a. d. longior linea. d. g. quod est impossibile. quare inter ipsam & circumferentiam nulla linea recta intercipitur. ¶ Propter quod patet q. angulus contentus. a. b. e. a. & circumferentia qui dicitur angulus contingentie est minor os angulo a duabus rectis lineis contento. Si enim aliquis rectilineus angulus esset angulo contingentie equalis. aut eo minor cum ois talis possit per se lia diuidi fm doctrinam. 9. primi inter lineam. a. e. & circumferentia posset linea recta intercipi q. monstrauimus esse non posse. Per qd patet angulum contentum a diametro & circumferentia oium acutorum rectilineorum esse maiorem. quia non differt a recto nisi in angulo contingentie quem monstrauimus esse minorem os rectilineo. ¶ Corollarium patet p. primam p. tem. Cum enim linea. a. e. in utraq. ptem erecta non fecit circulum & tangat ipsum in puncto. a. ipsa est contingens p. diffinitionem. ¶ Ex hoc notandum q. non ualet ista argumentatio. hoc trāsīt a minori ad maius. & p. oia media. ergo p. equale. Nec ista contingit reperire maius hoc & minus eodem ergo contingit reperire equale. Hoc aut sic patet. Sit circulus. a. b. sup. centz. c. cuius diameter. a. c. b. & ducatur ab eius termino. a. linea. a. d. orthogonaliter eritq. contingens circulum p. corollarium huius. Describat itez sup. punctum. a. fm quantitatem diametri. a. b. circulus. b. e. d. & imaginetur linea. a. b. moueri sup. punctum. a. per circumferentiam arcus. b. e. d. ita q. punctum. b. numeret oia puncta arcus. b. e. d. quousq. perueniat ad lineam. a. d. & cooperiat ipsam. & quia angulus. a. d. e. est rectus erit ut nō sit sumere aliquem angulum acutum cui eqlem non fecerit linea. a. b. cū diametro. a. c. b. minoris circuli. quia transiit ad angulum rectum diuina merans situm oium angulorum acutorum quorum manifestum est quosdam esse minores angulo semicirculi contento a semicircumferentia. a. b. & diametro. a. c. b. & angulum rectum manifestum est esse maiorem eodem. Dico. q. nullus in transitu ab acutis minoribus ad rectū maiorem interueniens fuit ei equalis. Si enim fuerit aliquis sit ut illum fecerit linea. a. b. cū punctus. b. fuit in puncto. e. arcus. b. e. d. quia ergo angulus. e. a. b. est equalis angulo semicirculi predicto & angulus aut semicirculi est amplissimus oium acutoz. p.ultima ptem huius erit angulus. e. a. b. amplissimus oium acutorum diuidatur ergo angulus. e. a. d. sicut pposuit. 9. primi p. equalia ducta linea. a. f. eritq. per conceptionem angulus. f. a. b. amplior angulo e. a. b. quare erit aliquid amplius amplissimo quod ē impossibile. ¶ Vel sic cum angulus. e. a. b. sit equalis angulo semicirculi sicut ponitur. At angulus semicirculi cum angulo contingentie est equalis uni recto. Similiter quoq. angulus. e. a. b. cum angulo. e. a. d. est equalis uni recto & erit angulus. e. a. d. equalis angulo contingentie & quia angulus contingentie ē angustissimus oium acutorum. p. 3. ptem huius. erit similiter angulus. e. a. d. sibi equalis angustissimus oium acutoz sed angulus. e. a. f. est eo angustior p. conceptione erit ergo aliquid angustius angustissimo qd ē impossibile. ¶ Non ergo erit angulus rectilineus equalis angulo semicirculi & quia transitur a minori ad maius & non per equale. Item quia est reperire minorem eo & maiorem patet instantia contra utraq. argumentationem predictam. Vnde per interemptionem ad illud est respondendum.

¶ Castigator

¶ Si circulum linea recta contingat tantum in puncto contingere necesse est. si enim fm lineam contingat ducam ad terminos linee secundum quam contingit que sit. b. c. a centro circuli quod sit. a. lineas. a. b. & a. c. & ducam lineam. a. d. in medium linee. b. c. & erit duo trianguli. a. b. d. & a. d. c. tūc arguo sic. Aut linea. a. d. incidit orthogonaliter super. b. c. aut nō.





Si sic erit in omni triangulo angulus apud d. rectus & per consequens in illis triangulis erunt latera. a. b. & a. c. longiora latere. a. d. p. 18. primi. quia maiori angulo opponitur quodlibet illorum laterum suo in illis triangulis. Si uero non incidit orthogonaliter erit unus angulus quem facit obfus & ei in suo triangulo maior latus opponitur per eandem. 18. ex quo sequitur qd tres linee uenientes a centro. a. usq. ad puncta. b. c. d. non sunt equales sed ista tria puncta sunt puncta circumferentie igitur linee uenientes a centro ad circumferentiam non sunt equales quod est contra diffinitionem circuli. Sequitur etiam a centro ad contactum linea ducta esse perpendicularem super contingentem ut infra per. 17. huius demonstratur.



Oset probari, quod angulus contingencie est diuisibilis secundum lineam rectam ut constat per figurationem hic a latere positam. Certum est qd angulus, qui causatur ex contactu duorum circuloꝝ uel spaꝝ est angulus contingencie & talis diuidatur per lineam. e. g. quia hic habetur triangulus h. g. k. cuius basis. h. k. diuidatur per equalia in puncto. e. & protrahatur uersus. g. contactum & arguitur per. 4. primi. deinde per. 16. huius & patet propositum.

Castigator

2. Nihil hoc ad rombum Euclidis. quia ipse intelligit a recta & curua causatus.

Propositio. 16.



Dato puncto ad datum circulum lineam contingentem ducere.

Sit circulus datus. a. b. cuius centrum. c. punctusq. datus. d. uolo ergo a puncto. d. ducere lineam contingentem circuli. a. b. Produco lineam. d. c. secantem circumferentiam circuli. a. b. in puncto. a. super quam describo circulum. d. e. secundum quantitatem linee. d. c. concentricum circulo. a. b. & a puncto a. Produco lineam. a. e. perpendicularem ad lineam. d. c. que fecit circumferentiam circuli. d. e. in puncto. e. & produco lineam. e. c. secantem circumferentiam circuli. a. b. in puncto. b. deinde produco lineam. d. b. que erit contingens circulum. a. b. Quia enim duo latera. a. c. & c. e. trianguli. a. c. e. sunt equalia duobus lateribus. b. c. & c. d. trianguli. b. c. d. & angulus. c. e. communis utriq. erit per. 4. primi angulus. e. a. c. equalis angulo. d. b. c. angulus autem. e. a. c. est rectus quare angulus. d. b. c. est rectus per correlarium ergo precedentis erit linea. d. b. contingens circulum. a. b. quod est propositum.

Propositio 17.



Si circulum lineam rectam contingat a contactu uero ad centrum lineam rectam ducatur. necesse est eam super lineam contingentem esse perpendicularem.

Sit linea. a. b. contingens circulum. c. e. cuius centrum sit. d. in puncto. c. qui iungatur cum centro per lineam. c. d. dico hanc esse perpendicularem super lineam contingentem. Si enim non est perpendicularis ad ipsam. sit ergo. d. f. perpendicularis ad eandem que fecit circumferentiam circuli in puncto. e. eritq. uterq. angulorum qui sunt. a. d. f. rectus igitur per. 18. primi linea. c. d. est maior linea. d. f. quod est impossibile. Constat itaq. d. c. esse perpendicularem super. a. b. quod est propositum.

Quia sic pars esset maior suo toto. quod est contra conceptionem cui d. c. sit equalis. d. e. per diffinitionem circuli.

Propositio 18.



Si circulum lineam rectam contingat a contactu in circulum lineam quendam orthogonaliter ducatur in eadem centrum esse necesse est.

Sit ut prius linea. a. b. contingens circulum. c. e. in puncto. c. & a contactu ducatur intra circulum. c. e. linea perpendicularis ad lineam. a. b. dico qd centrum circuli est in linea. c. e. & est conuersa prioris. Si enim non fuerit centrum in linea. c. e. sit

48
26

4'

e

8
a

alibi ubicumq. contingat. suq. d. f. producantur linea. d. e. eritq. d. c. per p. misam perpendicularis ad lineam. a. b. quod est impossibile cum. e. c. posita sit perpendicularis ad ipsam: quare patet **propositum.**

Propositio .19.



Intra circulum angulus supra centrum consistat alius vero angulus supra circumferentiam consistens eandem basim habeat inferior superioris duplus erit.

Sit ut in circulo. a. b. c. cuius centrum. d. fiat angulus. a. d. c. super centrum & angulus. a. b. c. super circumferentiam: suq. utriusq. anguli eadem basis que sit arcus. a. c. dico angulum. a. d. c. duplum esse ad angulum. a. b. c. **Q**uod sic probatur. Aut enim due linee. a. b. f. b. c. includunt duas lineas. a. d. f. d. c. aut altera earum sit linea una cum altera reliquarum. aut etiam altera primarum fecit alteram postremarum.

Sit ergo primo ut includant eas ut in primafiguratione apparet. & producantur linea. b. d. e. eritq. per. 32. primi angulus. a. d. e. extrinsecus equalis duobus intrinsecis qui sunt. $\text{b. a. d. f. a. b. d.}$ trianguli. a. b. d. & quia ipsi sunt equales per. 5. eiusdem erit angulus. a. d. e. duplus ad angulum. a. b. d. similiter quoq. erit angulus. e. d. c. duplus ad angulum. d. b. c. quare totus angulus. a. d. c. duplus est ad totum angulum. a. b. c. quod est **propositum.**

Quod si altera duarum linearum. a. b. f. b. c. fiat linea una cum altera duarum linearum que sunt. a. d. f. d. c. ut in secundafiguratione apparet. per easdem per quas prius: & simili modo liquet **propositum.** **Q**uod si altera duarum primarum fecit alteram duarum postremarum. ut in. 3. figuratione apparet. ubi linea. a. b. fecit lineam. d. c. producantur linea. b. d. e. eritq. per easdem quas prius assumptimus & simili modo angulus. e. d. c. duplus ad angulum. d. b. a. & totus angulus. e. d. c. duplus ad totum angulum. d. b. c. quare angulus. a. d. c. duplus est ad angulum. a. b. c. quod est **propositum.**

Castigator

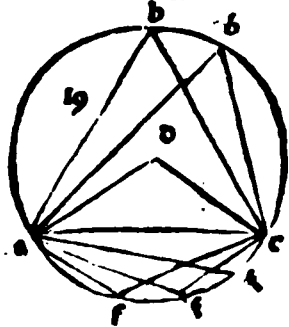
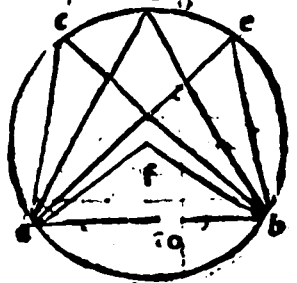
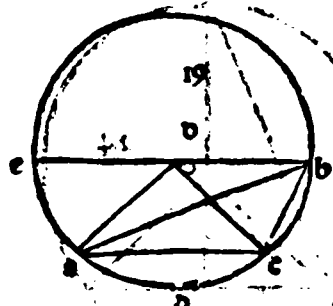
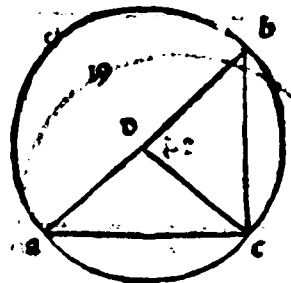
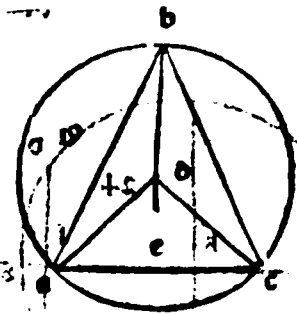
Ista. 19. indiget limitatione aliter pateret istantiam ut patebit nā si angulus fuerit super arcum portionis minoris veluti in arcu. a. f. c. in puncto. f. tunc manifeste apparet eandem basim habere cum angulo supra centrum quia eadē corda. a. c. est basis utriusq. tñ non ut concludi angulus. d. esse duplus ad angulum. f. & ideo limitanda ut conclusio sic uidelicet. Alius quoque angulus super circumferentiam portionis maioris consistens eandem basim circumferentiam habeat inferior superioris duplus erit. **Vigesima conclusio** veritate habet sed non probabitur. Angulis consistentibus in portione. a. f. b. per premisam cum ipsa sit portio minor ut. de. 19. diximus sed bene indifferenter concludet **propositum** per quem. 11. de quadrilatero circulo inscripto sic uidelicet. quilibet angulus. b. cum eodem angulo. f. equant duobus rectis ergo anguli. b. sibi inuicem sunt equales cum. a. b. c. f. sit quadrilaterum & similiter de angulis. f. in minori portione consistentibus per eandem. 11. probabit eos esse equales sic uidelicet quilibet angulus. f. cum eodem angulo. b. equivalent duobus rectis igitur omnes anguli. f. sibi inuicem sunt equales quia sunt duo anguli in quadrilatero. a. b. c. f. ex aduerso collocati ut patet intuitu & equalitas angulorum super circumferentiam maioris portionis probat per unicum angulum super circumferentiam minoris portionis & e converso equalitas eorum qui sunt super arcum minoris concluditur per unicum illos qui sunt in portione maiore.

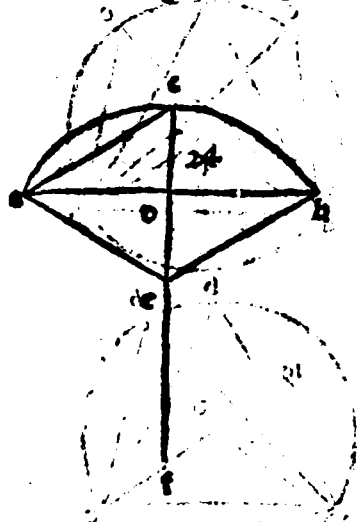
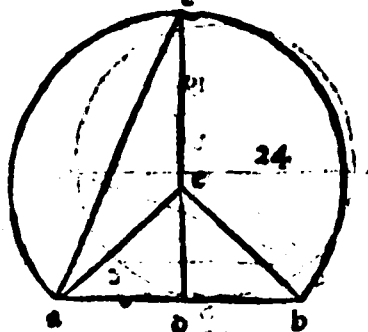
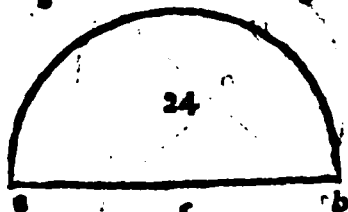
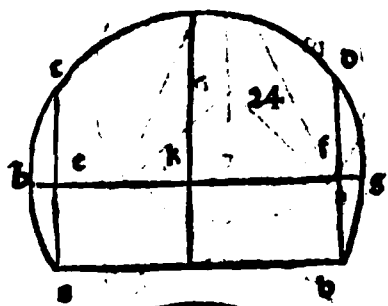
Propositio .20.



In una circuli portione anguli super arcum consistent angulos quoslibet esse equales necesse est.

Sit ut in portione. a. d. b. circuli. a. d. b. cuius centrum. f. consistent quilibet anguli super arcum. a. d. b. qui sunt. e. d. e. dico eos esse equales. **P**rotrahat. n. corda. a. b. f. ab eius extremitatibus: ducantur in centrum lineae. a. f. f. b. f. eritq. per premisam angulus. f. consistens super centrum ad unumquemque conum. duplus: quare ipsi sunt equales: quod est **propositum.**





Propositio 21.



Intra circulum quadrilaterus describatur. quoslibet eius duos angulos ex aduerso collocatos duobus rectis angulis equos esse necesse est.

¶ Sit quadrilaterum .a. b. c. d. inscriptum circulo .a. b. c. d. dico quosq. duos eius angulos ex aduerso collocatos esse equales duobus rectis. ¶ Prahant. n. i. q. d. r. l. a. t. e. r. o. d. i. a. m. e. t. r. i. a. c. b. d. e. r. i. t. q. p. p. m. i. s. s. a. m. a. n. g. u. l. u. s. . c. b. d. e. q. u. a. l. i. s. a. n. g. u. l. o. . c. a. d. . ¶ a. n. g. u. l. u. s. a. b. d. a. n. g. u. l. o. . a. c. d. q. u. a. r. e. t. o. t. u. s. . a. b. c. e. r. i. t. e. q. u. a. l. i. s. d. u. o. b. u. s. a. n. g. u. l. i. s. q. s. u. n. t. a. c. d. . ¶ c. a. d. . ¶ q. u. a. i. p. s. i. c. u. a. n. g. u. l. o. . a. d. c. s. u. n. t. e. q. u. a. l. i. s. d. u. o. b. u. s. r. e. c. t. i. s. . p. . 32. p. r. i. m. i. t. e. r. u. n. t. d. u. o. a. n. g. u. l. i. . b. t. o. t. a. l. i. s. . ¶ d. t. o. t. a. l. i. s. e. q. u. a. l. i. s. d. u. o. b. u. s. r. e. c. t. i. s. q. u. o. d. e. p. p. o. s. i. t. u. m. S. i. m. i. l. i. t. e. r. q. u. o. q. p. b. a. b. i. t. a. n. g. u. l. o. s. . a. . ¶ c. t. o. t. a. l. e. s. e. e. q. u. a. l. i. s. d. u. o. b. u. s. r. e. c. t. i. s.

¶ C. a. s. i. g. a. t. o. r.

¶ Ex ista excluduntur elumaym. sine rombus. ¶ similis elumaym. sine romboides. quia nō pnt circulo inscribi cū a. anguli oppositi sint obtusi.

Propositio 22.



¶ Las circuli similes portiones inequales. sup. vna rectam lineam assignatam. ex eadem parte cadere impossibile est.

¶ Sit linea recta assignata .a. b. sup. quam fiat portio circuli .a. c. b. dico q. super eandem lineam ex pte eadem non fiet alia portio que sit similis huic. ¶ q. e. a. m. a. i. o. r. a. u. t. m. i. n. o. r.

¶ Quod si fuerit hoc possibile fiat ergo portio .a. d. b. maior ea que tñ sit similis ei fiat ergo angulus .a. c. b. in portione minori. ¶ angulus .a. d. b. in maiori. erit ergo ut lineae .a. d. ¶ d. b. includant lineas .a. c. ¶ c. b. ut patet in figuracione prima. Aut ut altera primarum fiat eadem cum altera portione. ut in secunda aut ut altera secet alteram ut in tertia.

¶ Quod si fuerit primo modo erit per .x. primi angulus .c. maior angulo .d. non

ergo sunt portiones similes per diffinitionem. Quod si secundo modo erit adhuc angulus .c. maior angulo .d. per .16. eiusdem. nec sic igitur erunt portiones similes. Si aut tertio modo sit ut linea .a. d. secet lineam .c. b. ¶ fecet circūferentiam portionis minoris in puncto .e. ¶ ducatur linea .e. b. eritq. p. eandē .16. primi angulus .a. e. b. cōsistens in portione .a. e. b. maior angulo

d. sed .e. e. q. u. a. l. i. s. p. . 10. huius q. r. e. c. c. e. m. a. i. o. r. a. d. q. r. e. n. u. l. l. o. m. o. s. i. m. i. l. i. s.

¶ Simili quoq. mō p. b. a. b. i. s. q. s. u. p. l. i. n. e. a. m. . a. b. n. o. n. s. i. t. e. t. p. o. r. t. i. o. s. i. m. i. l. i. s. p. o. r. t. i. o. n. i. . a. c. b. m. i. n. o. r. e. a. p. o. s. i. t. o. c. i. n. l. o. c. o. d. ¶ d. i. n. l. o. c. o. c. i. n. f. i. g. u. r. a. t. i. o. n. i. b. u. s. p. d. i. c. t. i. s. e. r. i. t. e. n. i. m. p. e. r. p. r. e. m. i. s. s. a. s. s. c. i. l. i. c. e. t. p. . x. ¶ 16. p. r. i. m. i. ¶ p. r. e. m. i. s. s. o. m. o. a. n. g. u. l. u. s. d. o. m. n. i. u. m. f. i. g. u. r. a. t. i. o. n. u. m. m. a. i. o. r. a. n. g. u. l. o. . c. q. u. a. r. e. p. o. r. t. i. o. n. e. s. n. o. n. e. r. u. n. t. s. i. m. i. l. e. s.

¶ Et nota q. licet pponatur super lineam unam nō posse fieri portiones similes inequales ex eadem pte. uerū est tamē q. nec ex diuersis quod licet p. b. a. r. e. m. i. o. r. i. q. f. e. x. u. n. a. p. t. e. s. u. p. p. o. s. i. t. a. m. a. i. o. r. i. q. f. e. x. a. l. i. a. n. e. c. e. s. s. e. e. n. i. m. e. r. i. t. p. c. o. e. m. s. c. i. a. m. i. p. s. a. m. a. m. a. i. o. r. i. e. x. c. e. d. i. nō e. r. g. o. s. u. n. t. s. i. m. i. l. e. s. p. h. a. n. c. . x.

¶ 16

¶ 20

¶ 22

¶ 16

Propositio 23.



¶ Intra circulum similes portiones super lineas equas fuerint ipsas portiones equales esse necesse est.

¶ Sint duae lineae .a. b. ¶ c. d. equales sup. quas sint duae portiones circulorum .a. e. b. ¶ c. f. d. que sint similes. dico q. ipse sunt equales. Si .n. nō sint equales altera earum supposita alteri excedet maior minorem. sed linea .a. b. non excedet

linea .c. d. ne excedatur ab ea: cum sint equales. quare accidit contrariū premisse quod est impossibile. erunt enim .a. b. ¶ c. d. linea. una.

Propositio 24.



¶ Et si semicirculi. siue semicirculo maioris minoris siue portionis circulum perficere.

¶ Intentum p. hanc conclusionem est ex omni arcu dato siue ex omni circuli portione data perficere circulum. Sit ergo .a. b. quilibet arcus ex quo uolo perficere circulum pro

traham in eo duas lineas qualitercunq, contingat que sint .a.c. & .b.d. quas diuidam per equalia .a.c. quidem in puncto .e. & .b.d. in puncto f. & protraham .e.g. perpendicularem ad .a.c. & .f.h. perpendicularem ad .b.d. que fecerint se in puncto .k. eritq, per correlarium prime huius centrum circuli in utraq, linearum .e.g. & .f.h. quare centrum est punctum .k. Si aut .e.g. non fecerit .f.h. sed sint linea una. quemadmodum erit si due linee .a.c. & .b.d. sint egdistantes tunc ipsa applicabitur circūferentie dati arcus ex utraq, parte ipsa igitur diuisa p medium in puncto .k. erit ibi centrum circuli p idē correlariū. Egdistantes at nō erūt .e.g. & .f.h. qacū in utraq, sit centz circuli p dictū correlariū. essent eiusdē circuli duo cētra. Sic p de oī arcusue de oī portioē cōiter demonstrari q̄liter inde circulus pficiat

¶ Quia tñ auctor uñ hac cōclusionē uariat fm diuersas spēs arcū oīum portionū enumerādo spēs demonstrabibz diuisim p spēs q̄liter ex oī portione data circulus perficiatur. Sit ergo primum .a.b. portio data semicirculi. eritq, p diffinitionem semicirculi . linea .a.b. diameter. ea igitur diuisa per medium in puncto .c. erit .c. centrum circuli. **¶** Sit rursus portio .a.c.b. semicirculo maior cuius corda sit .a.b. quā diuido p eq̄lia in puncto .d. a quo duco .d.c. ppendicularem ad ipsam que transibit per cētrum p correlarium prime huius & protraho lineam .a.c. & quia linea .a.b. est minor diametro cum sit .a.c.b. portio maior semicirculo: erit .a.d. minor semidiametro. sed .d.c. est maior semidiametro. ergo .d.c. ē maior q̄ .a.d. ergo .p. 19. primit angulus .c.a.d. ē maior angulo .a.c.d. fiat itaq, per .23. primit angulus .c.a.e. equalis angulo .a.c.d. pducta linea .a.e. que fecerit lineam .c.d. in puncto .e. eritq, p. 6. primi. linea .a.e. equalis linee .c.e. pducatur igitur linea .e.b. eritq, per .4. primi. linea .e.b. equalis linee .a.e. quare tres linee .e.a.e.b.e.c. sunt equales ergo per .9. huius. e. est centrum circuli. **¶** Sit iterum .a.c.b. portio minor semicirculo cuius corda sit .a.b. quā diuido p equalia in puncto .d. a quo pducō lineam .c.d. e. perpendicularem ad lineam .a.b. que fecerit circūferentiam in puncto .c. hac manifestum est transire per cētrum p correlarium prime huius. pducō iterū lineam .a.c. eritq, angulus .a.c.d. maior angulo .c.a.d. si est eq̄lis erit portio .a.c.b. semicirculus. & si minor erit maior semicirculo. positū est at q̄ sit minor pducō igitur lineā .a.e. que cū lineā .a.c. faciat angulū equalem angulo .c. & fecerit lineam .c.f. in puncto .e. & manifestum ē q̄ punctū .e. cadat extra datam portionem. & produco lineam .e.b. & quia angulus .a. totalis est equalis angulo .c. erit per .6. primi. linea .e.a. eq̄lis linee .e.c. & quia p quartam primi linea .e.b. est equalis linee .e.a. erit per .9. huius punctum .e. centrum circuli quare patet propositum fm omnes species portionum circuli.

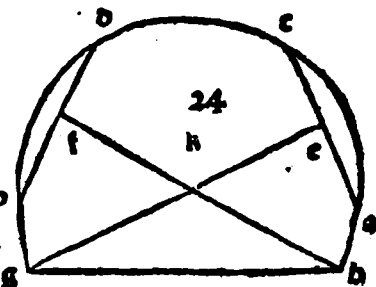
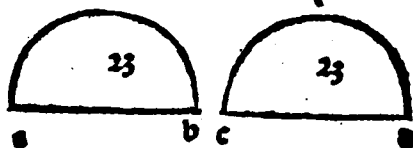
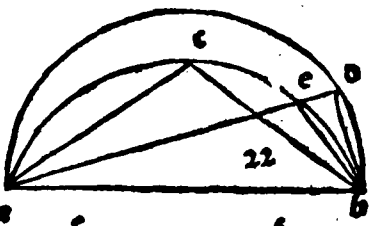
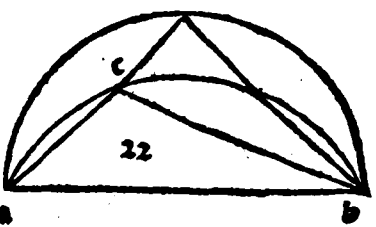
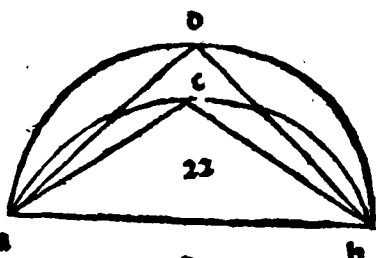
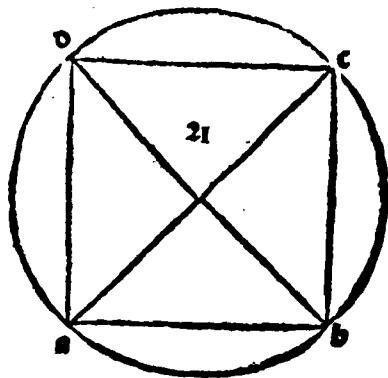
Castigator

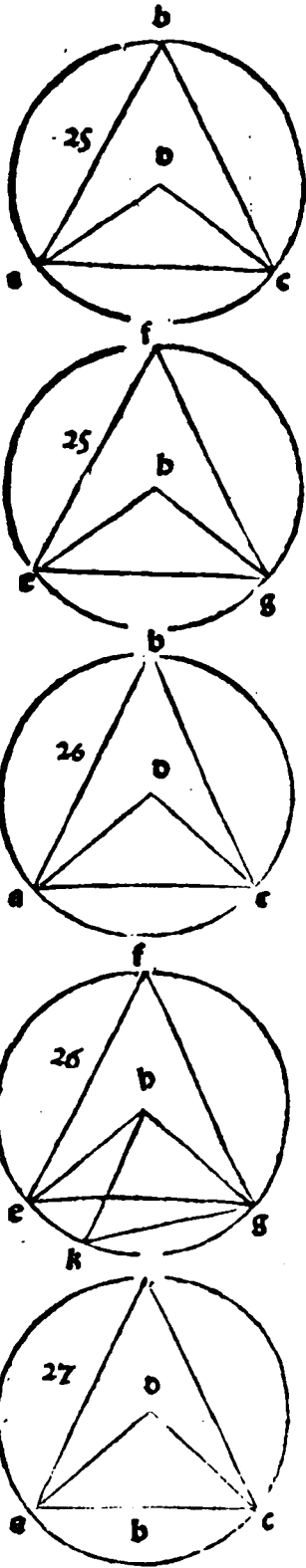
¶ Quia oēs linee recte i circulo sunt minores diametro eiusdē circuli p. 14. huius. & ideo corda cuiuslibet portionis eiusdē ē breuior diametro sed si angulus .a.c.d. ē eq̄lis angulo .c.a.d. erit dicta portio semicirculus p. 6. primi. Et si minor erit maior semicirculo qm tūc linea .c.d. ēē lōgior a.d. uel .b.d. p. 18. primi. & cū in eadē sit cētrū circuli p correlariū pme huius & iā nō ē in pūcto .d. ut dictū ē quia ēē cōtra ypotesim sequitur. q̄ sit supra d. iter. d. & .c. p aduersariū. & p cōns corda .a.b. ēē infra centz & sic efficeret corda portiois maioris .a.c.b. & iō cōtra ypotesim. b. Vel sic tūc angulus .c.a.d. ēē maior angulo .a.c.d. si mō fiat angulus .c.a.e. p. 13. primi. eq̄lis angulo .a.c.d. ut in portione maiori tūc sequetur dictā portionē ēē maiore cum punctus .e. per .9. huius sit cētrū. ut in secunda dispositione. portiois maioris sicq, cōtra ypotesim. qm positū ē q̄ sit portio minor. iō. & c.

Proposito 25.

¶ In equis circulis seu super centra. seu super circū ferētijs equalēs anguli pstant. super equos arcus eos cadere necesse est.

¶ Sint duo circuli equales .a.b.c. cuius centrum .d. & .e.f. g. cuius centrum .b. & fiant supra centra eorum duo angu





li. a. d. c. f. e. h. g. qui ponantur equales. dico duos arcus. a. b. c. f. e. f. g. et se equales. ¶ Protrahantur due linee. a. c. f. e. g. f. hant duo anguli in circū ferentis ipsorum consistens supra predictos arcus qui sint angulus. a. b. c. f. angulus. e. f. g. quia ergo circuli sunt equales. erunt per diffinitionem ^a eq lium circularum semidiametri equales: f. quia duo anguli. d. f. h. sunt eq les erit per. 4. primi linea. a. c. equalis linee. e. g. f. per. 19. huius erit ang lus. b. equalis angulo. f. cum. d. ^b angulus sit equalis angulo. h. ergo p dif finitionem similium portionum due portiones. a. b. c. f. e. f. g. sunt simi les: f. quia ipse sunt super lineas. a. c. f. e. g. equales ipse erunt equales per. 13. huius quare arcus. a. b. c. f. e. f. g. sunt equales Quod si anguli. b. f. f. g sunt in circumferentia ponantur equales. erunt per diffinitionem portio nes similes f. anguli. d. f. h. equales per. 19. huius f. quia circuli sunt equa les per positionem erunt per. 4. primi due linee. a. c. f. e. g. equales qua re ut prius portiones equales per. 13. huius cum sint similes f. super equales lineas. igitur f. arcus equales: quod est ppositum.

Castigator

a ¶ Immo per conuersionem diffinitionis. b ¶ Quia uterq. duplus ad illos.

Propositio 26.



In equis circulis equi sumantur arcus. infra illos formatos angulos. qui supra centra eorum seu su pra circumferentias constituentur equos esse ne cesse est.

¶ Sint ut prius duo circuli. a. b. c. cuius centrum. d. f. e. f. g. cuius centrum. h. sintq. duo arcus. a. b. c. f. e. f. g. equales si antq. super ipsos arcus duo anguli in centro qui sint. d. f. h. ductis. a. d. c. d. e. h. g. h. Itemq. super eisdem arcus fiant duo alii anguli in circumferentia qui sint. b. f. f. ductis lineis. a. b. c. b. e. f. f. g. f. dico duos angulos. d. f. h. adinuicem esse equales. Itemq. duos. b. f. f. adinuicem esse equales f. e hec conuersa prioris. ¶ Si enim non sunt. d. f. h. anguli adinuicem equa les: sit ergo. h. maior a quo abscidatur ^a angulus. k. h. g. qui sit equalis an gulo. d. eritq. per premisam arcus. k. e. f. g. eq̄lis arcui. a. b. c. sed duo arcus a. b. c. f. e. f. g. positi sunt equales: accidit ergo partem esse equalem totis quod est impossibile: quare anguli. d. f. h. totales sunt equales. ¶ Simi li quoq. modo probabis angulos. b. f. f. esse equales. uel si mauis probato q̄ anguli. d. f. h. sint equales. sequitur. b. f. f. esse equales per. 19. huius f. e conuerso.

Castigator

a ¶ Vel super punctum. b. fiet angulus. k. h. g. per. 13. primi. equalis an gulo. d.

Propositio 27.



In circulis equalibus eque linee arcus resecant. arcus quoq. equos esse si autem linee inequales fuerint arcus quoq. inequales. et a maiore linea maiorem ^a arcum: a minore vero minorem abscin di necessarium est.

¶ Sint duo circuli equales. a. b. c. cuius centrū. d. f. e. f. g. cuius centz. h. sintq. corda. a. c. equalis corde. e. g. dico duos arcus. a. b. c. f. e. f. g. quos predictae corde ex predictis circulis resecant esse equales. Quod si corda. e. g. ponat maior corda. a. c. dico arcū. e. f. g. eē maiore arcu. a. b. c. Primū quidē sic pbat ducant a cētris lineae ad extremitates cordaz. q̄ sint d. a. d. c. h. e. h. f. quia circuli positi sunt fore eq̄les. erūt hee ^a semidiamet ri eq̄les. f. quia linea. a. c. posita est eq̄lis lineae. e. g. erit per. 8. primi: ang lus. d. equalis angulo. h. totali: quare per. 15. huius erit arcus ^b a. b. c. eq̄lis arcui. e. f. g. siq. patet primū. Secundum sic sit. e. g. maior. a. c. eritq. per. 15. primi angulus. b. maior angulo. d. fiat ergo angulus. f. b. g. equalis angulo

2
4
b
19
23
19
4
43
19
19
8
b
52
25

25 d. cuius per. s. huius arcus. fig. equalis arcui. a. b. c. qre arcus. e. f. g. est. maior arcui. a. b. c. quod est secundum. propositum.

Cafigator

a ¶ Per conversionem diffinitionis equalium circuloꝝ. b ¶ Arcus inferiores ideo cōcludunt eꝓles quia superiores sunt eꝓles p. 25. huius qbus a totis circūferētiis remotis remanētes sunt eꝓles. ¶ Aliqui hnt a minore linea maiore arcū & utrūq. pōt stare sed diversimode cōsideratum qm qñ dī a maiore linea maiorem arcū intelligit in portione minore & qñ dī a minore linea intelligitur de portione maiore quia in portione maiori maior linea minorem arcū abscondit qm ipsa magis appropinquat dya metro & sic minuit arcum portionis maioris sed keus in minori.

Propositio .28.

¶ In circuloꝝ equalium equos arcus. equas cordas habere necesse est.

¶ Sint duo circuli eꝓles. a. b. c. cuius centꝝ. d. f. e. f. g. cui⁹ centꝝ. h. sitq. arcus. a. b. c. equalis arcui. e. f. g. dico q. corda a. c. est eꝓlis corde. e. g. & est hec conuersa pme partis premisse. ¶ Ducantur linee. d. a. d. c. h. e. h. g. erūtq. p. 26. hui⁹ anguli. d. f. b. equalēs quare per qtam pmi: erit. a. c. eꝓlis. e. g. qd est propositum. qu ecūq. aut pbate sunt passiones de diuersis circulis eꝓlibus intellige multo fortius ueras eē de eodē.

Propositio .29.

¶ Arcum arcum per equalia diuidere.

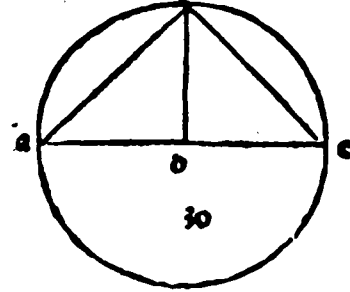
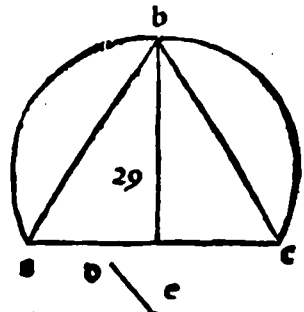
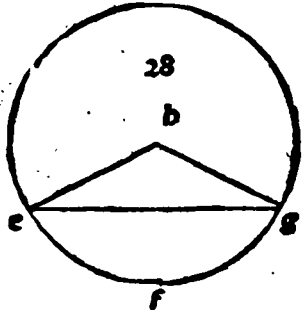
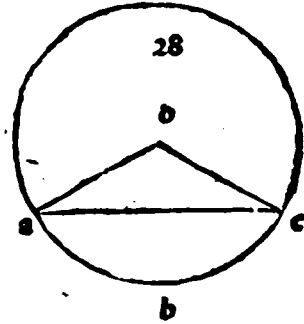
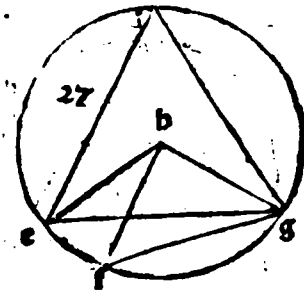
¶ Sit datus arc⁹. a. b. c. cui subtrēdat corda. a. c. q. diuidat p equalia in puncto. d. a. quo ducat ppendicularis ad ipsam q sit. d. b. secās circūferētiā dati arcus in puncto. b. quē dico diuidere datū arcum p equalia. ducat. n. lineē. b. a. b. c. q. erūt eꝓles p. 4. pmi qre p pma prem. 27. hui⁹ arc⁹ a. b. erit eꝓlis arcui. b. c. quod ē ppositū.

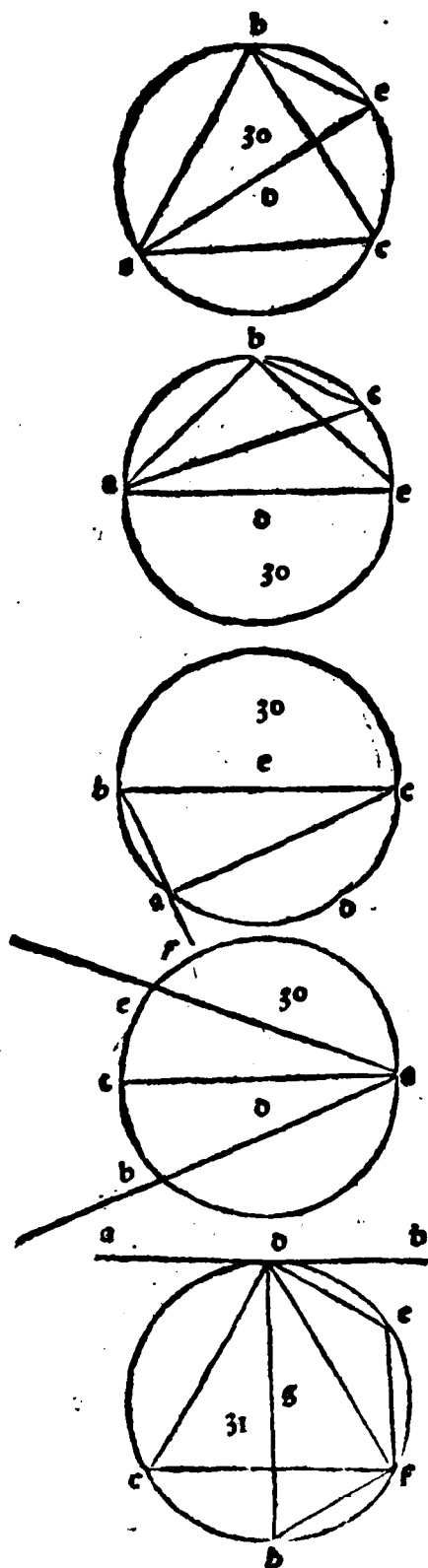
Propositio .30.

¶ Rectilīneus angulus in semicirculo supra arcum consistat. rectus est. Si uero in portione semicirculo minore recto maior. Si autem in portione semicirculo maiore recto minor. ¶ Itemq. omnis portiois angulus semicirculo maioris rectio maior. minoris uero recto minor de necessitate erit.

¶ Sit ut in circulo. a. b. c. cuius centꝝ. d. f. diameter. a. d. c. semicircul⁹. a. b. c. in cui⁹ semicirculi circūferētiā fiat angulus. a. b. c. ductis lineis. a. b. & b. c. dico illū angulū eē rectum. ptrahat ab ipso angulo in centꝝ. lineā. b. d. eritq. p quintā pmi: angulus. a. b. d. eꝓlis angulo. a. & angulus. d. b. c. eꝓlis angulo. c. & q. angulus. c. d. b. ē eꝓlis duobus angulis. d. b. a. & a. p. 31. pmi ipse erit duplus ad angulū. d. b. a. eadem rōne angulus. a. d. b. duplus erit ad angulū. d. b. c. ergo duo anguli. c. d. b. & a. d. b. dupli sunt ad totalē angulū. a. b. c. sed ipsi sunt eꝓles duobus rectis. p. 13. pmi: erit igr angulus. a. b. c. totalis medietas duob⁹ rectoꝝ: qre rectus quod est pmiū ppositum.

¶ Idē aliter ptrahat. b. c. usq. ad. e. eritq. p. 31. pmi: angulus. a. b. c. equalis duobus angulis. a. f. c. & q. angulus. a. est equalis angulo. a. b. d. & angul⁹ c. angulo. c. b. d. erit āgul⁹ a. b. c. eꝓlis totali āgulo. a. b. c. ergo uterq. eoꝝ ē rectus p diffinitionem. ¶ Tertiū sic patet: sit in circulo. a. b. c. cui⁹ centꝝ. d. portio. a. b. c. cuius corda. a. c. maior semicirculo: & fiat sup eius circūferētiā angulus. a. b. c. ductis lineis. b. a. & b. c. dico illū angulū eē minore recto. ducat enim diamiter. a. d. e. f. lineā. e. b. eritq. per pmiā partem huius. b. totalis rectus. quare angulus. a. b. c. erit minor recto per cōem sciā cum sit pars eius: sicq. patet tertiū. ¶ Secūdū sic. Sit nrsus in circulo. a. b.





e. cuius centz. d. portio a. b. c. cuius corda. a. c. q. sit semicirculo minor & si
at sup ei⁹ circūferentiā angulus. a. b. c. ductis lineis. b. a. & b. c. dico hūc an-
gulum esse maiorem recto. producatz enim diameter a. d. e. & linea. b. e.
eritq. per primam partem huius angulus. a. b. c. rectus. quare angulus. a. b. c.
erit maior recto quod est secundum propositum. ¶ Quartum & quin-
tum sic. Sint in circulo. a. b. c. d. cuius centrum. e. portio. a. b. c. cuius corda
a. c. maior semicirculo & portio. a. d. c. cuius eadem corda. a. c. minor semicirculo
dico angulum cōtentum ab arcu. b. a. & corda. a. c. esse maiorem re-
cto & angulum cōtentum ab arcu. d. a. & corda. a. c. esse minorem recto. p-
ducatur diameter. c. e. b. & linea. b. a. usq. ad. f. eritq. per primam partem
huius angulus. b. a. c. rectus quare per. 13. primi angulus. f. a. c. est similiter
rectus. Quia igitur angulus rectus est primi pars & secundus pars recti cui
denter patet utrūq. quare tota liquet hec pēthamēbris conclusio. ¶ Ex
istis autem duabus ultimis partibus nota ēt instātiā contra illas duas
argumētationes ad quas tulimus instātiā. in 15. huius trāsitur enim ab
angulo portionis semicirculo minoris q. est minor recto per ultimam p-
tem huius ad angulum portionis semicirculo maioris qui est maior re-
cto per penultimā partem huius. non tñ per equale. Cum. n. omnis por-
tio circuli sit semicirculus aut minor semicirculo. aut maior sit aut tñ an-
gulus semicirculi per primam partem. 15. quam angulus portionis mino-
ris per ultimam ptem huius minor recto. portionis uero maioris sit ma-
ior recto. & tñ non erit aliquis portionis angulus. nec simpliciter aliquis
cōtēntus a circūferentiā. & linea recta nec rectus nec eq̄lis recto. Quod
ut clarius pateat sit in circulo. a. b. c. cuius centz. d. linea. a. b. cui non sit de-
terminatus finis ex parte. b. secās ex ipso portione semicirculo minore.
eritq. per ultimam ptem huius minor recto. huius circuli sit diameter. a.
d. c. & imaginē linea. a. b. moueri ad partem. c. sup pūctum. a. q. quamdiu
fuerit citra. c. uel in ipso. c. coopiens diametz. a. d. c. faciet cum arcu angu-
lum minorem recto. In oī aut pūcto ultra. c. uelut in. e. faciet p. pūctū
ptem huius angulum maiorem recto. trāsit ergo a minori ad maius nō p. eq̄-
le. & sicut in rectilineis angulis est repire maiorem angulo semicirculi &
minore. nō tñ eq̄lem ut mōstratū ē. i. 15. huius sic in angulis portionū est
repire maiore recto & minorem nō tñ eq̄lem. ut patet ex ista demōstratōe.

Propositio 31.



¶ Si circulum linea recta contingat & a cōtactu in cir-
culum quedam circulum secans recta linea preter
centz. ducatur quoscūq. duos angulos cū contin-
gente facit. duobus angulis qui in alternatis circuli
super arcus consistunt. portionibus. equales.

¶ Sit recta linea. a. b. contingens circulum. c. d. e. f. cui⁹
centz. g. in pūcto. d. a quo. d. ducatur in circulum preter centrum linea
d. f. secans ipsum. fiantq. angulus. d. c. f. consistens sup arcum portionis
d. e. f. ductis lineis. c. d. & c. f. & angulus. d. e. f. cōsistens super arcum portio-
nis d. c. f. ductis lineis. e. d. & e. f. dico angulum. c. esse equalem angulo. b.
d. f. & angulū. e. angulo. a. d. f. ducat. n. diameter. d. g. h. & linea. f. b. eritq.
p. 17. huius. d. h. ppendicularis sup. a. b. & p. pnam ptem pmissae angul. us. d
f. h. rectus. quare duo anguli. a. d. h. & d. f. h. sunt eq̄les. posito ergo cōmu-
ni angulo. h. d. f. erit angulus. a. d. f. equalis duobus angulis qui sunt. d. f.
h. & b. d. f. sed hi duo cum angulo. h. sunt equales duobus rectis per. 31. pri-
mi: ergo angulus. a. d. f. cum angulo. h. sunt equales duobus rectis. sed an-
gulus. a. d. f. cum angulo. b. d. f. equialet duobus rectis per. 13. primi: ergo
angulus. b. d. f. est equalis angulo. h. ergo & angulo. c. per. 20. huius & hoc
est primum. Et quia duo anguli. c. & e. sunt equales duobus rectis per. 11.
huius erit angulus. e. equalis angulo. a. d. f. quod est secundum. Vel istud
secundum sic si angulus. a. d. f. cum angulo. h. equialet duobus rectis. ut
premonstratum est. sed angulus. e. cum angulo. h. equialet duobus rectis
per. 11. huius. ergo angulus. e. est equalis angulo. a. d. f. quod est ppositū.

Propositio. 32.

Super datam lineam. circuli portionem describere capientem angulum. dato angulo equalem. seu rectum. seu maiorem seu minorem recto.



30

23

p.

6

15

6

15

¶ Sit. a. b. linea data. c. datus angulus super lineam a. b. uolo describere unam circuli portionem recipiētem in circūfrētia rectilineum angulum equalem angulo. c. Si igitur fuerit angulus. c. rectus diuisa. a. b. per medium describam super eam semicirculum. factumq. erit propositum. per primam partem. 30. huius. ¶ Si autem sit obtusus ducā lineam. d. a. cū lineā. b. a. cōtinentem equalem angulum angulo. c. Et a puncto. a. ducam lineam. a. c. perpendicularē super lineam. a. d. Et super punctum. b. faciam angulum p. 23. primi equalem angulo. e. a. b. in quo obtusus excedit rectum ducta lineā. b. f. usq. ad perpendicularē. a. e. eruntq. per. 6. primi lineę. f. a. et f. b. equales. factō itaq. puncto. f. centro circuli describam sū quantitatē lineę. f. a. circulum. a. h. b. eritq. per correlarium. 15. huius lineā. a. d. cōtingens circulū quare per premisam angulus qui fit in portione. a. h. b. est equalis angulo. d. a. b. quare et angulo. c. quod est propositum. ¶ Si autem angulus. c. sit acutus. producam lineam. a. g. cōtinentem cum lineā. a. b. angulū equalem angulo. c. Et a puncto. a. ducam. a. e. perpendicularē ad lineā a. g. Et super punctum. b. faciam angulum equalem angulo. e. a. b. in quo rectus excedit acutum. ducta lineā. b. f. usq. ad ppendicularem. a. e. eritq. per. 6. primi lineę. f. a. et f. b. equales. factō itaq. puncto. f. centro circuli. describam sū quantitatē lineę. f. a. circulum. a. k. b. eritq. per correlarium. 15. huius lineā. a. g. cōtingens circulum. quare per premisam angulus qui fit in portione. a. k. b. est equalis angulo. g. a. b. quare et angulo. c. quod est propositum.

Propositio. 33.

Dato circulo: dato angulo. equum angulum capiētem portionem abscindere.



31

¶ Sit. a. b. datus circulus. c. datus angulus uolo ergo a circulo. a. b. abscindere portionem unam capiētem equalem angulum angulo. c. produco lineam. d. a. e. cōtingētem datum circulum in puncto. a. a quo duco in circulum lineam. a. b. cōtinentem cum lineā. a. e. angulum equalem angulo. c. eritq. per. 31. huius portio. a. b. existens a parte lineę. a. d. recipiens angulum equalem angulo. c. quod est propositum.

Propositio. 34.

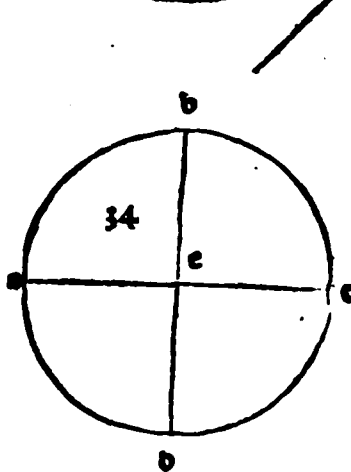
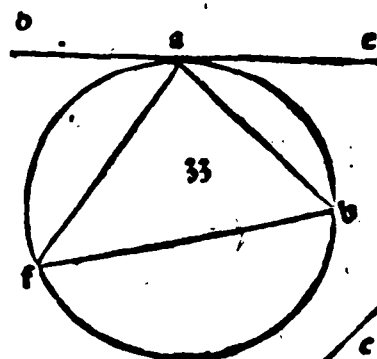
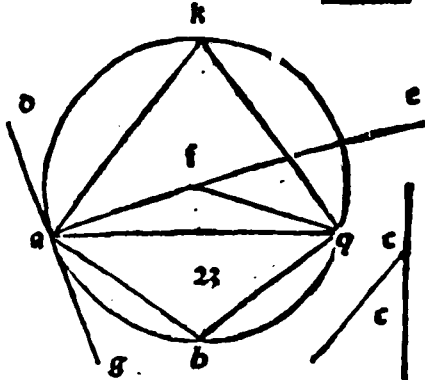
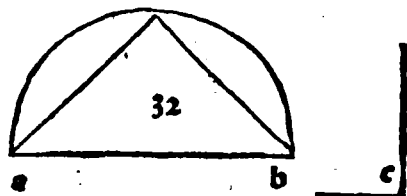


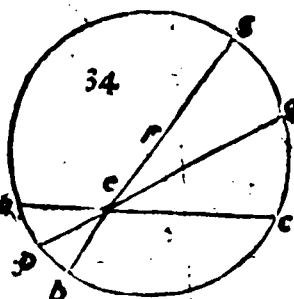
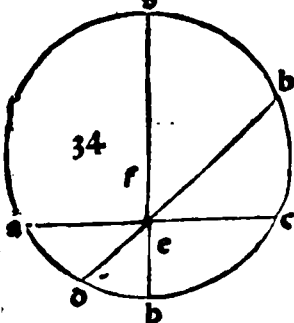
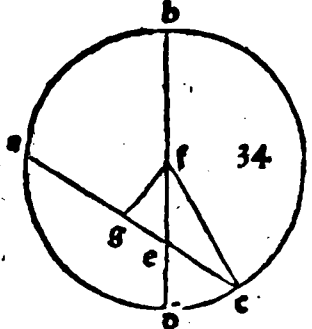
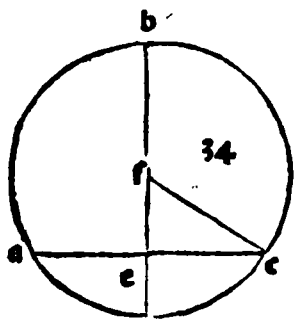
3

5

Intra circulum due recte lineę sese inuicem secēt. q. sub duabus partibus vnius earum. pcedit. equū est ei rectāgulo quod sub duabus alterius lineę partibus continetur.

¶ Sint due lineę. a. c. et b. d. secantes se in circulo a. b. c. d. super punctum e. dico q. illud rectangulum quod fit ex. a. e. in. e. c. equum ē ei quod fit ex. b. e. in. e. d. ¶ Aut enim ambe lineę. a. c. et b. d. transibunt per centrum circuli aut altera tantum aut neutra. q. si ambe transeāt per centrum erit. e. centrum circuli. omnesq. .4. lineę equales. quare liquet propositum. ¶ Quod si altera earum tantum transīt per centrum sit illa. b. d. cētrumq. circuli sit. f. aut ergo. b. d. secabit a. c. per equalia aut per inequalia. secet ergo primo per equalia eritq. per primam partem. 3. huius secās eam orthogonaliter. ducatur itaq. lineā. f. c. eritq. p. 5. secandi quod fit ex. b. e. in. e. d. cum quadrato. e. f. equale quadrato lineę. f. d. quare et quadrato lineę. f. c. ergo per penultimam primi et quadratis duarum linearum. f. c. et f. e. c. dempto ergo utrinq. quadrato. e. f. erit quod fit ex. b. e. in. e. d. equale quadrato lineę. e. c. et quia. e. c. est equalis. a. e. patet propositum. ¶ Quod si. b. d. transiens per centrum secat. a. c. per inequalia a centro. f. ducatur. f. g. perpendicularis ad. a. c. eritq. per secundam





partem tertie huius. a. g. equalis. g. c. ¶ ducatur linea. f. c. etiam per. s. fecit
quod fit ex. b. e. in. e. d. cum quadrato. e. f. ¶ ideo per penultimam primi
tum quadratis duarum linearum. f. g. g. e. propter id quod angulus. f.
g. e. est rectus equalis q. drato linee. d. i. ¶ ideo linee. f. c. ppter p quod penul
timam primi ¶ quadratis duarum linearum. f. g. g. e. c. dempto ergo utriq.
quadrato linee. f. g. erit quod fit ex. b. e. in. e. d. cum quadrato linee. g. e.
equale quadrato linee. g. c. sed per. s. fecundi quod fit ex. a. e. in. e. c. cum
quadrato linee. g. e. est equalis quadrato linee. g. c. dempto igitur utriq.
quadrato linee. g. e. erit quod fit ex. b. e. in. e. d. equalis ei quod fit ex. a. e.
in. e. c. quod est propositum. ¶ Quod si neutra earum transsit per centrū
sive altera diuidat alteram per equalia sive per inequalia producam li
neam. g. f. e. h. diametrum curuli transierit per punctum sectionis ea
rum. Et si altera diuidat alteram p equalia. ut. b. d. a. c. tunc. g. h. diuidit
etiam. a. c. per equalia. ergo orthogonaliter per tertiam huius. ergo per f.
¶ Quidam modum huius conclusionis quod fit. ex. g. e. in. e. h. equum est
ei quod fit ex. a. e. in. e. c. ¶ per tertium modum huius quod fit ex. g. e. in.
e. h. equum est ei quod fit ex. b. e. in. e. d. ergo quod fit ex. a. e. in. e. c. equū
est ei quod fit ex. b. e. in. e. d. quod est propositum. ¶ At si neutra diuidit
alteram per equalia erit per tertium modum huius conclusionis quod fit
ex. g. e. in. e. h. equalis utriq. eorum que sunt ex. a. e. in. e. c. ¶ b. e. in. e. d.
quare unum eorum erit equalis alteri quod est propositum.

¶ Castigator.

¶ Quod fecerit se per equalia extra centrum ē impossibile per. 9. huius.
qa semper ab eodem puncto sectionis erunt plures q. due linee equales si
ambe linee ad inuicem fuerint equales. Si uero fuerint inequales. tunc
per hanc est impossibile. qa ut deducitur rectangulum duarum partium
unius semper est equalis alteri rectangulo aliarum partium alterius ¶ sic
p conceptionē ē esse impossibile.

Propositio 35.



Extra circulum punctus signetur. ad e. antes ad
circulum alia linea secans. alia contingens due re
cte linee ducantur quod sub tota secante. atq. parte
sui extrinseca continetur equum est ei quadrato qd
ex contingentelinea describitur.

¶ Sit. a. punctus signatus extra circulum. b. c. d. cuius cen
trum. e. a quo ducantur ad circulum due linee. a. b. contingens. ¶ a. d. c.
secans. dico q. illud quod fit ex. a. c. in. d. a. equum est quadrato linee. a. b.
¶ Aut enim. a. d. c. transsit per centrum aut non transsit ergo primo per
centrum quod est. e. ¶ ducatur linea. e. b. que per. 17. huius perpendicu
laris erit super lineam. a. b. ¶ quia linea. d. c. diuisa est per equalia in puncto
e. ¶ est ei addita linea. d. a. erit per sextam secundi quod fit ex. c. a. ¶ a. d.
cum quadrato linee. e. d. ¶ ideo cum quadrato linee. e. b. equalis quadra
to linee. e. a. ¶ ideo per penultimam primi equalis quadratis duarum li
nearum. e. b. ¶ b. a. propter id quod angulus. b. est rectus. dempto ergo
utring. quadrato. e. b. erit quod fit ex. c. a. in. a. d. equalis quadrato
linee. a. b. quod est propositum. ¶ Quod si linea. a. d. c. non transsit per
centrum sumatur. a. f. e. g. transiens per centrum ¶ ducantur linee. e. d. ¶ e.
h. ¶ sit. e. h. perpendicularis ad. a. d. c. erit. p. 3. huius. d. h. equalis. b. c. qa
ergo linea. d. c. diuisa est per equalia in puncto. h. ¶ addita sibi linea. a. d.
erit per. 6. secundi quod fit ex. c. a. in. a. d. cum quadrato. d. h. equalis
quadrato linee. a. b. ergo addito utriq. quadrato. b. e. erit quod fit ex. c. a.
in. a. d. cum quadratis duarum linearum. d. h. ¶ h. e. ¶ ideo p penultima
primi cum quadrato. d. e. propter id quod angulus. h. est rectus. ¶ ideo cū
quadrato. e. f. propter id quod e. d. ¶ e. f. sunt equales. equalis quadratis
duarum linearum. a. h. ¶ h. e. ¶ ideo per penultima pmi quadrato linee. a. e.
sed quia per sextam secundi quod fit ex. g. a. in. a. f. cum quadrato. f. e. eq
le est quadrato linee. a. c. quia ergo utriq. eorum que sunt ex. c. a. in. a. d.
¶ ex. g. a. in. a. f. cum quadrato linee. f. e. ¶ e. ¶ equalis quadrato linee. a. e. ipse

erunt inter se equalia. Dempto ergo utrinque quadrato linee. e. f. erit quod sit ex. c. a. in. a. d. equalia ei quod sit ex. g. a. in. a. f. sed id quod sit ex. g. a. in. a. f. est equalia quadrato linee. a. b. p. pmissum modum huius ergo quod sit ex. c. a. in. a. d. est equalia quadrato linee. a. b. quod est ppositum. Et ex hac nota quod puncto extra circulum signato si ab ipso ad circulum quotlibet secantes linee ducantur rectangula que continentur sub totis. et earum portioibus extrinsecis adinuicem sunt equalia. quoniam omnia sunt equalia quadrato linee cotingentis. Nota et quod si a quolibet puncto extra circulum signato due linee contingentes ad circulum ipsum ducantur. ipse erit adinuicem equalis. erit. n. quadratum utriusque earum equalia ei quod sit ex linea secante ab ipso puncto ducta in circulum. in partem eius extrinsecam. Hoc autem euidentius patet per penultimam primi. Sit. a. punctus signatus extra circulum. b. c. d. cuius centrum. e. f. ab ipso ducantur due linee. a. b. f. a. d. contingentes circulum in punctis. b. d. dico ipsas esse equales. Producam. n. lineas. e. a. e. b. f. e. d. eritque. p. 17. huius uterque angulus. b. f. d. rectus. quare per penultimam primi quadratum. a. e. erit equalia duobus quadratis duarum linearum. a. b. f. b. e. Similiter quocumque duobus. a. d. f. d. e. quare quadrata duarum linearum. a. b. f. b. e. sunt equalia quadratis duarum. a. d. f. d. e. quia quadrata duarum sunt. b. e. f. e. d. sunt equalia erunt quadrata duarum que sunt. a. b. f. a. d. equalia. ergo. a. b. est equalis. a. d. quod est ppositum. Aliter et ducatur linea. b. d. eritque per quintam primi angulus. e. b. d. equalis angulo. e. d. b. propter id quod linea. e. b. est equalis linee. e. d. quia uterque duorum angulus. b. f. d. est rectus. erit per communem sciam angulus. a. b. d. residuus equalis angulo. a. d. b. residuo. per sextam. ergo primi est linea. a. b. equalis linee. a. d. a. Per conceptionem si due res fuerint uni equales ipse sibi. b. Per communem sciam que est quorum latera sunt equalia quadra. quocumque equalia esse. c. Per communem sciam conuersam precedentis quare quadrata sunt equalia lineas equales esse.

Propositio 36.

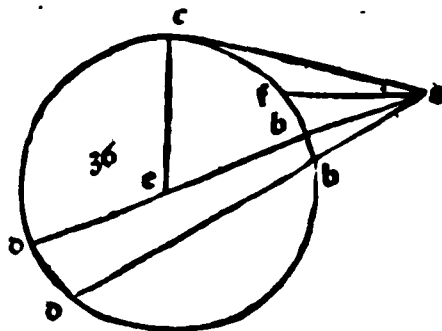
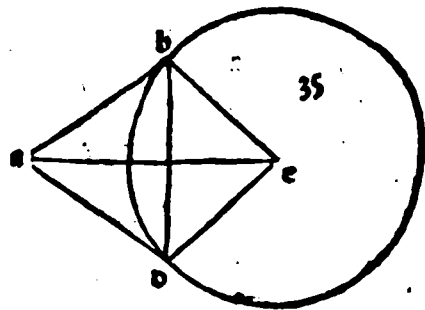
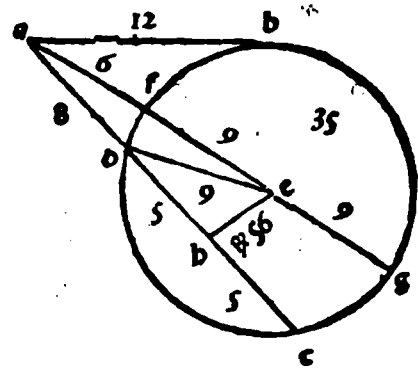
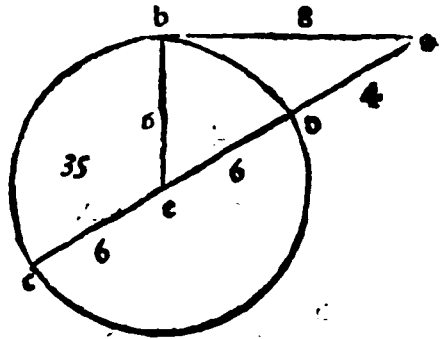


Si fuerit punctus extra circulum signatus a quo due linee ad circulum ferantur ducatur altera secans altera autem contingens applicata fuerit quod ex ductu totius secantis in partem extrinsecam equum ei quod ex ductu applicate in seipsum fit. erit linea applicata ex necessitate circuli pposita.

Sit. a. punctus signatus extra circulum. b. c. d. cuius centrum. e. a quo ducantur ad circulum linee. a. b. d. secans ipsum et linea. a. c. applicata circuli contingens. esto ut quod sit ex. d. a. i. a. b. sit equalis quadrato. a. c. dico linea. a. c. esse contingentem et hoc conuersa poris. Si. n. non est contingens. sit ergo contingens linea. a. f. eritque per pmissam quod sit ex. d. a. in. a. b. equalia quadrato linee. a. f. quare quadratum linee. a. f. est equalia quadrato linee. a. c. ergo. a. c. est equalis. a. f. quod est impossibile. p. 8. huius erit ergo. a. c. contingens quod est ppositum. Idem ostendit siue probabitur maneat prior dispositio et hypothesis. et si linea. a. b. d. transierit per centrum ducatur puncto. a. linea transiens per centrum. f. quia quod sit ex hac tota in eius partem extrinsecam est equalis ei quod sit ex. d. a. in. a. b. pmissam ipsum erit equalia quadrato linee. a. c. quare ut prius. a. c. erit contingens circulum.

Castigator

a. Prosupponit. n. punctus. c. non posse altius super circumferentiam poni uel si in inferiorem parte circuli signetur non posse inferius et tunc semper. a. f. erit minor. a. c. et ideo p. 8. huius sequitur impossibile. b. Per communem sciam que est quare quadrata sunt equalia lineas quocumque equalia esse. c. Per communem sciam si fuerint due res uni equales ipse eadem. d. Nimirum si ultima primi huius ultime tertiis suffragetur cum alie eiusdem primi aliis ubilibet subueniant. e. Per communem scientiam duorum equalium cui equatur. unum eisdem equatur et reliquum. Explicit liber tertius.



**De figurarum unius alteri inscriptione et circumscriptio-
ne Liber quartus. Euclidis ex suprema Campani interpretatio-
ne. Magistro Luca paciolo de burgo Sancti Sepulcri Ordinis
minorum castigatore ferventissimo. Incipit.**

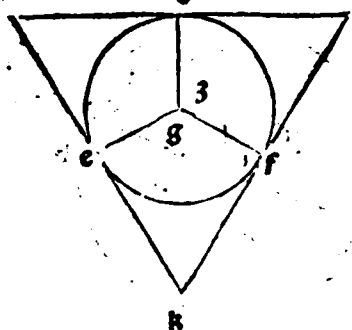
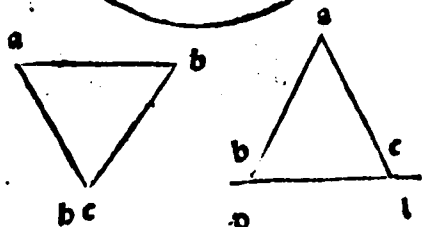
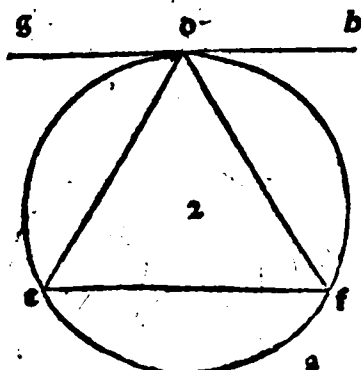
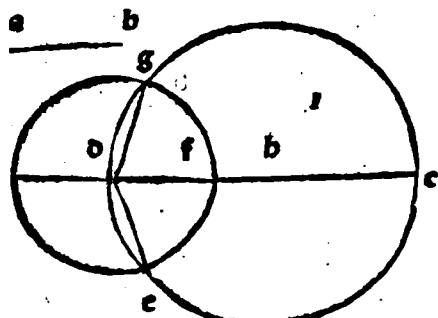
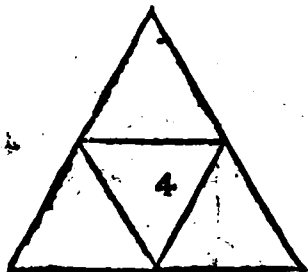


Figura intra figuram dicitur inscribi quando ea que inscribitur eius in qua inscribitur latera quoque suorum angulorum ab interiore parte contingit. **C**ircumscribi vero figura figure perhibetur quod tiens ea quidem figura eius cui circumscribitur suis lateribus omnibus omnes angulos contingit.

Propositio .1.



Intra datum circulus date linee recte que diametro minime maior existat equam rectam lineam coaptare.

Sit linea data. $a.b.$ circulusq. datus. $c.d.e.$ cuius diameter $c.d.$ qua non est maior linea $a.b.$ uolo intra datum circulum coaptare lineam equalem $a.b.$ si fuerit equalis diametro constat propositum. **S**i aut minor ex diametro sumatur. $d.f.$ sibi equalis est super punctum $d.$ fin quantitate linee $d.f.$ describatur circulus. $f.e.g.$ secans datum circulum in punctis $g.f.e.$ ad alterum quorum ducatur linea a puncto $d.$ ut $d.e.$ uel $d.g.$ eritq. utralibet earum equalis lineae $a.b.$ eo quod utraq. earum est equalis lineae $d.f.$ per diffinitionem circuli: quare habemus propositum.

Propositio .2.



Intra assignatum circulum triangulum triangulo assignato equiangulum collocare.

Sit assignatus triangulus $a.b.c.$ assignatusq. circulus $d.e.f.$ nolo intra hunc circulum collocare unum triangulum equiangulum triangulo $a.b.c.$ equilaterum enim non est necessarium esse sed est possibile. **P**roduco $g.d.$ continuentem circulum in puncto $d.$ super quem facio angulum $h.d.f.$ ducta linea $d.f.$ equalem angulo $c.$ et angulum $g.d.e.$ ducta linea $d.e.$ equalem angulo $b.$ et protraho lineam $e.f.$ eritq. per 31. tertii angulus $e.$ equalis angulo $c.$ quia uterq. est equalis angulo $h.d.f.c.$ quidem per positionem. **U**ero per 31. tertii eadem ratione erit angulus $f.$ equalis angulo $b.$ quare per 32. primi. $d.$ tertius erit equalis $a.$ tertio. quare habemus propositum.

Propositio .3.



Intra assignatum circulum assignato triangulo triangulum equiangulum describere

Sint ut prius assignatus triangulus $a.b.c.$ assignatusq. circulus $d.e.f.$ cuius centrum $g.$ circa hunc circulum uolo describere unum triangulum equiangulum triangulo $a.b.c.$ equilaterum enim non est necessarium sed est possibile. **P**roducam basin $b.c.$ in utraq. partem ut fiant duo anguli extrinseci. $f.$ et a centro $g.$ producam lineam $g.d.$ ad circumferentiam. $f.$ constituam angulum $d.g.e.$ ducta linea $g.e.$ equalis angulo $b.$ extrinseci. $f.$ $d.g.f.$ ducta linea $g.f.$ equalis $c.$ extrinseci. $f.$ a punctis $d.e.f.$ producam in utraq. parte lineas orthogonaliter que per correlarium. 15. tertii erunt contingentes cir-

31

31

32

15

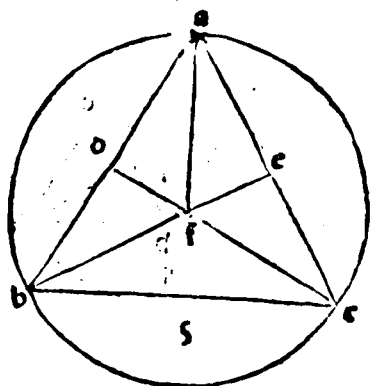
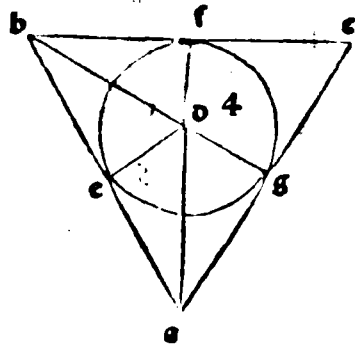
culum quas contingentes. Protraham quousq; concurrat in punctis. h. k. l. necesse est enim ipsas concurrere. cum enim uterq; angulorum qui sunt ad. d. f. uterq; eorum qui sunt ad. e. sit rectus si intelligatur protrahi linea d. e. erunt duo anguli qui sunt ad partem. h. minores duobus rectis. quare p penultimam petitionem in partem illam protrahite concurrent linee. l. d. h. k. e. h. eadem ratione concurrent due linee. h. d. l. k. f. l. cum uterq; angulorum qui sunt ad. f. sit etiam rectus. Quia ergo in quadrilatero. h. d. e. g. duo anguli. d. f. e. sunt recti. erunt duo anguli. g. f. b. equals duobus rectis. cuiuslibet enim quadrilateri quatuor anguli sunt equals quatuor rectis. ut monstratum est supra. 32. primi. quia duo anguli. b. intrinsecus f. extrinsecus sunt similiter equals duobus rectis per. 13. primi. ut uero. b. extrinsecus positus e. equalis. d. g. erit intrinsecus. b. equalis. h. Simili quoq; ratione erit. c. intrinsecus equalis. l. f. quia duo anguli. b. f. c. intrinseci sunt minores duobus rectis per. 32. primi. erunt similiter duo anguli. h. f. l. minores duobus rectis. quare per penultimam petitionem due linee. h. e. f. l. protrahite concurrent in puncto. k. fietq; triangulus. h. k. l. Quia angulus. h. e. f. equalis angulo. b. intrinsecus. f. angulus. l. angulo. c. intrinsecus erit per 32. primi. angulus. k. equalis angulo. a. quare habemus propositum.

Propositio .4.



Intra datum triangulum circulum describere.

Sit assignatus triangulus. a. b. c. uolo intra ipsum circulum describere hec est quasi couersa secunde. ¶ Diuido. n. duos eius angulos. a. f. b. per equalia. a. quidem ducta linea. a. d. b. uero. ducta linea. b. d. q. concurrant in puncto. d. a quo ducam perpendiculares ad tria latera ipsius. d. e. quidem ad a. b. d. f. ad. b. c. f. d. g. ad. a. c. f. quia duos triangulos. e. a. d. f. g. a. d. angulus. a. unius est equalis angulo. a. alterius. f. uterq; angulus. e. f. g. rectus f. latus. a. d. c. e. erit per. 16. primi. linea. d. e. equalis linee. d. g. Eadem rone cum duorum triangulorum. e. b. d. f. f. b. d. angulus. b. unius sit equalis angulo. b. alterius f. uterq; angulorum. e. f. f. rectus latus quoq; d. b. c. e. erit per eadem. linea. e. d. equalis linee. d. f. quare tres linee. d. e. d. f. d. g. sunt equals. posito ergo centro in. d. f. descripto circulo secundum quantitate unius earum transibit per. g. tertii per reliquarum duarum extremitates. f. quia per correlarium. 15. tertii utraqueq; linearum. a. b. b. d. f. c. a. erit contingens circulum. patet perfectum esse propositum.

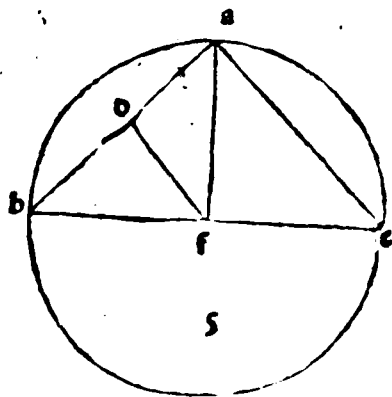


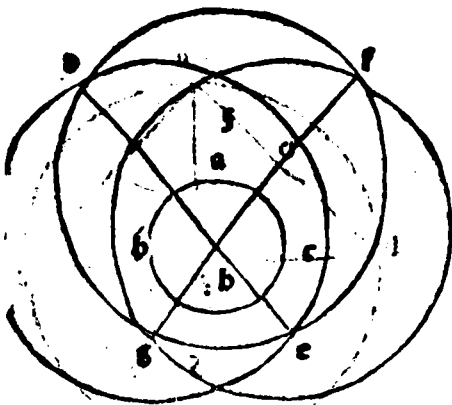
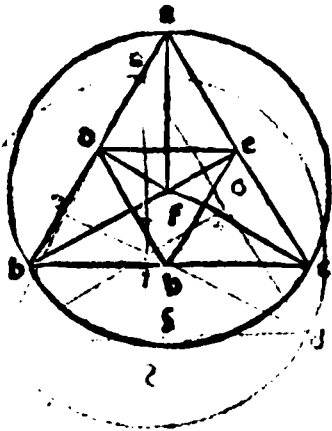
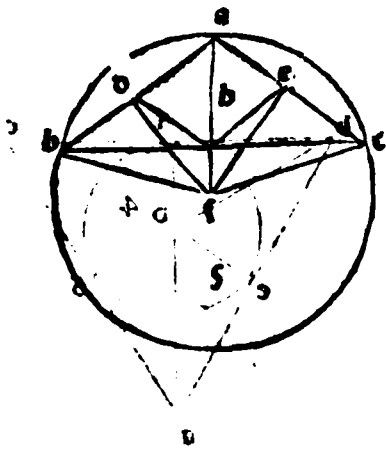
Propositio .5.



Arca trigonum assignatum siue illud sit orthogonium siue amblygonium siue oxigonium circulum describere.

Sit trigonus assignatus. a. b. c. uolo circa ipsum describere circulum hec est quasi couersa tertie. ¶ Diuido duo eius latera. a. b. f. a. c. per equalia. a. b. quidem in puncto. d. f. a. c. q. protraho quousq; concurrant in puncto. f. suntq; d. f. e. f. concurrant enim qm cum uterq; angulorum. d. f. e. sit rectus si intelligatur protrahi linea. d. e. fient duo anguli ad partem in quam protrahuntur minores duobus rectis quare concurrent p penultimam petitionem. Igitur a puncto. f. q. est punctus concursus quem dico esse centrum circuli quesiti. Protraho lineas ad singulos angulos que sunt. f. a. f. b. f. c. f. quia in triangulo. a. d. f. duo latera. a. d. f. d. f. sunt equalia duobus lateribus. b. d. f. d. f. trianguli b. d. f. angulus. d. uni angulo. d. alterius quia uterq; rectus erit per quartam primi. f. a. equalis. f. b. eadem rone erit f. a. equalis. f. c. c. o. p. a. t. i. s. lateribus f. angulis duos triangulos. a. e. f. f. c. e. f. ergo per. 9. tertii punctum. f. erit cent. circuli quesiti. hec est universalis demonstratio ad oes spes trigoni. ¶ Quia tñ auctor uidet uelle medium uariare disjungendo inter orthogonium amblygonium f. oxigonium. de quolibet eorum sigillatim est demonstrandum. ¶ Sit ergo trigonus propositus orthogonius sitq; angu





lus. a. rectus latus. b. c. respiciens hunc angulum rectum diuido per equa-
 lia in. f. a quo puncto quoniam dico esse centz. circuli ad medium punctum
 alterius duoz. reliquoz. laterum qui sit. d. duco lineam. f. d. ¶ quia linea
 f. d. diuidit duo latera. a. b. ¶ b. c. per equalia ipsa erit eq-
 distans tertio. uidelicet linee. a. c. hoc enim demonstratum est supra. 39.
 primu ¶ quia angulus. a. positus est rectus. erit per secundam partem ¶ per
 tertiam. 29. primi uterq. angulorum qui sunt ad. d. rectus ducatur igit li-
 nea. f. a. eritq. ¶ quartam primi linea. a. f. equis linee. b. f. comparatis ad in-
 uicem lateribus ¶ angulis trianguloz. a. d. f. b. d. f. ¶ quia linea. b. f. est equis
 linee. c. f. erit. 3. linee. b. f. a. f. c. f. ad inuicem equales. quare per. 9. tertiu erit
 h. centrum circuli quesiti. ¶ Sit natus trigonius. a. b. c. ambliogonius. sitq.
 angulus. a. obtusus latus. b. c. respiciens hunc angulum obtusum. diuido ¶
 equalia in puncto. h. a quo ad media puncta. duorum reliquorum lateru
 que sunt. d. f. e. duco lineas. h. d. f. h. e. eritq. d. b. equidistans. a. c. ¶ e. b. eq-
 distans. a. b. propter id quod demonstratum est supra. 39. primi uidelicet
 q. linea secans duo latera alicuius trianguli per equalia. tertio est equidi-
 stans quare per secundam partem. 29. primi erit uterq. duorum anguloz.
 b. d. h. ¶ c. e. h. equalis angulo. a. ¶ ideo uterq. obtusus. Ductis igitur per-
 pendicularibus. d. f. ad lineam. a. b. ¶ e. f. ad lineam. a. c. quozq. concur-
 rant in puncto. f. quem dico esse centz. circuli. Manifestum est enim eas qd
 currere propter causam prius dictam. secabit utraq. earum lineam b. ¶ c.
 respicit obtusum ¶ concurrerit extra triangulum. a. b. c. igitur a puncto. f.
 qui est punctus concursus earum. Produco lineas. f. a. f. b. f. c. que per quar-
 tam primi bis assumptam erunt equales comparatis pmo lateribus ¶ an-
 gulis duorum triangulorum. a. d. f. b. d. f. deinde aliorum duorum. a. e. f.
 c. e. f. quare per. 9. tertiu. f. est centrum circuli quesiti. ¶ Esto iterum ut tri-
 gonius. a. b. c. sit oxigonius diuisus omnibus eius lateribus per equalia ui-
 delicet latus. a. b. in puncto. d. ¶ latus. a. c. in puncto. e. ¶ b. c. in puncto. h.
 Protraho lineas. d. e. d. b. ¶ e. h. eritq. d. b. equidistans. a. c. ¶ e. h. a. b. pro-
 pter id quod demonstratum est super. 39. primi quare per secundam parte
 29. primi uterq. angulorum. b. d. b. c. e. h. erit equalis angulo. a. ¶ ideo acu-
 tus ductis igitur perpendicularibus. d. f. ad lineam. a. b. ¶ e. f. ad lineam. a.
 c. manifestum est eas concurrere intra triangulum. a. b. c. sitq. punctus co-
 cursus. f. quem dico esse centz. circuli. ¶ Produco enim lineas. f. a. f. b. f. c.
 que per quartam primi bis assumptam ut prius erunt equales. quare ¶
 9. tertiu erit. f. centrum circuli quesiti. ¶ Per predicta patet qd si triangulo
 fuerit orthogonius centrum circuli circumscribendi cadet in medio late-
 ris quod opponitur angulo recto. Si fuerit ambliogonius centrum cadet
 extra triangulum. Si autem fuerit oxigonius cadet intra triangulum.

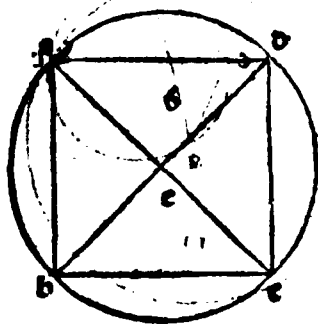
Castigator

a. ¶ Per conuersionem secunde partis. 30. tertiu ¶ per conuersionem tertie
 partis eiusdem. ¶ Aliter enim rectus est equalis obtuso uel maior obtu-
 so ideo extra de necessitate ad hoc facit correlarium. 39. primi. ¶ 2. 6.
 b. ¶ Aliter enim rectus equatur acuto uel esset eo minor. ¶ Ex ista quin-
 ta elicitur modus coniungendi tria puncta ubicunq. fuerint posita in ea-
 dem circumferentia hoc est inueniendi centrum eis commune describen-
 do circulos super unumquodq. eorum ¶ a punctis intersecationum ipsoz
 protractis duabus lineis ¶ ubi ille se interfecabunt illic erit centrum quem
 admodum habes in ludis nostris de uiribus quantitatibus. Et hic sunt illa
 puncta. a. b. c. dummodo non sint situata in linea una quia tunc esset
 impossibile in curuo suscipere rectum. Fiat prius unus circulus super unu
 punctorum coprehedens omnia puncta illa intra se ¶ postea describan-
 tur duo alii circuli super alia duo puncta. ¶ a punctis intersecationum isto-
 rum uelud. f. g. ¶ d. e. ducantur lineae ¶ punctus intersecationis istarum erit
 centrum commune illis tribus ut hic.

Propositio 6.



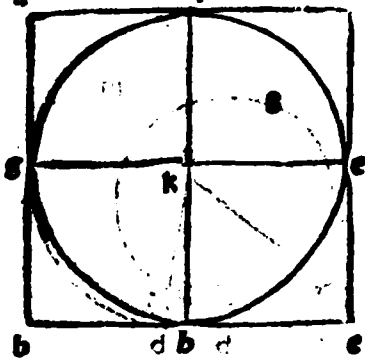
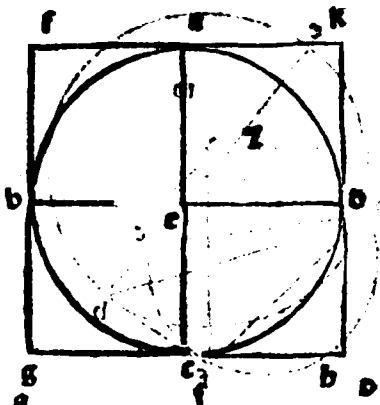
Intra datum circulum quadratum describere.
 ¶ Sit datus circulus. a. b. c. d. cuius centrum. e. uolo intra ipsum describere quadratum. ¶ Protraho in ipso duas diametros. a. c. & b. d. secantes se orthogonaliter supra centrum e. quarum extremitates coniungo protractis lineis. a. b. d. c. c. d. e. d. a. quas dico continere quadratum quesitum. ¶ Ipse enim erunt equales adinuicem per quartam primi ter assumptam propter id quod quatuor linee e. a. e. b. e. c. e. d. sunt equales. ¶ quatuor anguli qui sunt a. e. c. recti. ¶ unusquisque. quatuor angulorum. a. b. c. e. d. ¶ rectus per primam partem. 30. tertius propter id quod quilibet eorum ¶ in semicirculo erit igitur a. b. c. d. quadratum per definitionem quod est propositum.



Propositio 7.



Intra propositum circulum quadratum describere.
 ¶ Sit propositus circulus. a. b. c. d. cuius centrum. e uolo circa ipsum describere quadratum. ¶ Protraho in ipso duas diametros. a. c. & b. d. secantes se orthogonaliter supra centrum e. a quarum extremitatibus duco in utraque partem lineas orthogonaliter quousque. quilibet earum concurrant cum duabus lateralibus suntque puncta cōcurfus eaz. f. g. h. k. eritque p correlarium 15. tertii uterque. ¶ angulorum qui sunt ad unūquodque. quatuor punctorum. a. b. c. d. rectus quia ergo in quadrilatero. a. f. b. e. c. tres anguli. a. b. e. f. e. sunt recti. erit quartus angulus qui est. f. rectus habet. n. quodlibet quadrilaterum quatuor angulos equales quatuor rectis: ut demonstratum est supra. 31. primi: eadem ratione quilibet angulorum. g. b. e. k. erit rectus: ergo p secundam partem. 28. primi. due linee. f. g. & k. h. Itemque due. f. k. & g. h. sunt equidistantes. ergo p 34. primi. f. k. est equalis. g. h. & f. g. k. h. ¶ quia p eandem. f. k. est equalis. h. d. & f. g. a. c. At uero. b. d. est equalis. a. c. erunt quatuor linee. f. k. g. h. f. g. & k. h. equales: sed ¶ quatuor anguli. f. g. k. h. sunt recti ut probatum est p 15. ergo. f. g. k. h. est quadratum per definitionem quod est propositum.



Castigator.

a ¶ Videtur potius per illud correlarium. 15. tertii uelle in nuere quatuor lineas. f. g. g. h. h. k. k. f. esse contingentes circulum cum propositum sit ei circulum scribere quadratum ¶ anguli illi quatuor ad dicta quatuor puncta esse rectos. quoniam hoc ex ypotese ex protractione linearum orthogonaliter ab extremitatibus diametrorum ¶ est manifestum.

Propositio 8.

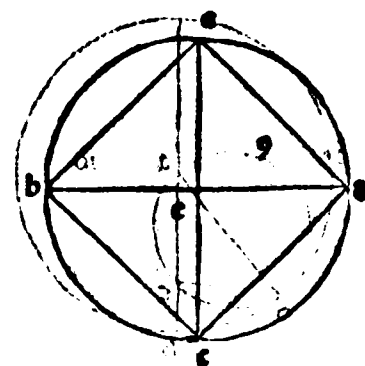


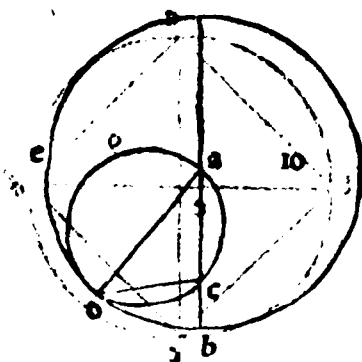
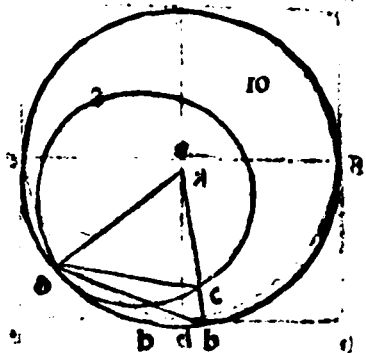
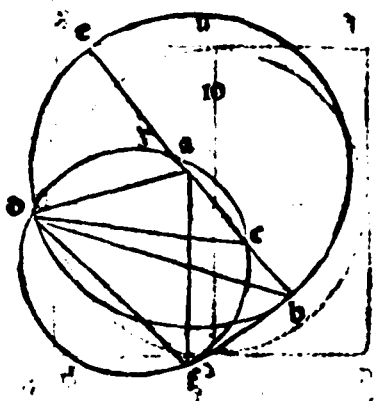
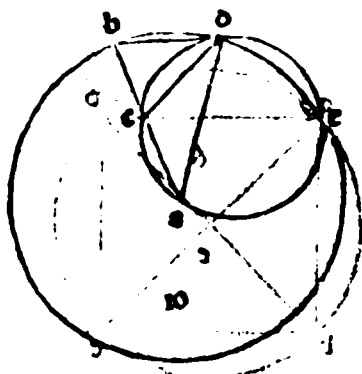
Intra quadratum assignatum circulum describere.
 ¶ Sit quadratum assignatum. a. b. c. d. uolo intra ipsum describere circulum hec ¶ est ¶ cōuersa. 6. diu. do unūquodque. lateris eius p equalia. a. d. qdem in puncto. f. b. a. in puncto. g. c. b. in puncto. h. f. d. c. in puncto. e. ¶ pduco lineas. e. g. & f. h. secantes se in puncto k. que dico ¶ est centrum circuli. Erit. n. f. h. equidistantes ¶ equalis a. b. per. 33. primi p id quod. a. f. & b. h. sunt equales ¶ equidistantes. Similiter p eadem ¶ d. c. a. b. ¶ quia ¶ omnes medietates quatuor laterum ipsius quadrati sunt adinuicem equales erunt p. 34. primi quatuor linee. k. e. k. f. k. g. & k. h. equales ergo p. 9. tertii. k. est centrum circuli ¶ sicuti.



a ¶ Per cōem scilicet quorum tota sunt equalia dimidia quoque equalia ¶ est.

Intra assignatum quadratum circulum describere.
 ¶ Sit quadratum. a. b. c. d. uolo circa ipsum circulum describere. hec ¶ est ¶ cōuersa. 7. ¶ Protraho in ipso duas diametros. a. c. & b. d. secantes se in puncto. e. que dico ¶ est centrum circuli. Cum. n. linee. a. d. & a. b. sint equales erunt p. 3. primi anguli. a. d. b. & a. b. d. equales ¶ quia angulus. a. totalis ¶ est rectus. erit p. 33. primi uterque. eorum medietas ¶ recti. ¶ Simili quocumque modo probabitur quilibet partium angulorum a predictis diametris ¶ lateribus quadrati propositi





contentorum esse medietatem recti quia igitur angulus. e. a. d. est equalis angulo. e. d. a. erit per. 6. primi linea. e. a. equalis lineae. e. d. eadem ratione. erit. e. a. equalis. e. b. & e. c. equalis. e. d. quare quia quatuor lineae. e. a. e. b. e. c. e. d. sunt equalis. erit per. 9. tertii. e. contz. circuli q̄liti. q̄d est p̄positū.

Castigatio

a Per conceptionem si fuerint duae res quarum utraq. unius eiusdem fuerit dimidiū. Potius per istā si duae res equalēs uni tertie fuerint equalēs utraq. illius tertie erit dimidiū. Ista habet ortum ex. 9. tertii decimi. & ibi clarius formatur huiusmodi triangulus.

Propositio 10.



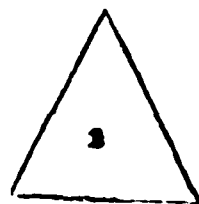
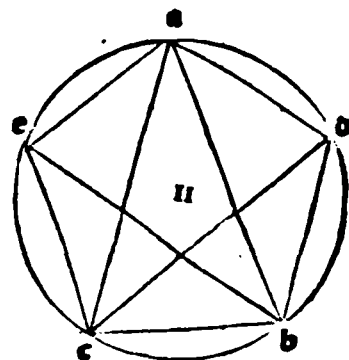
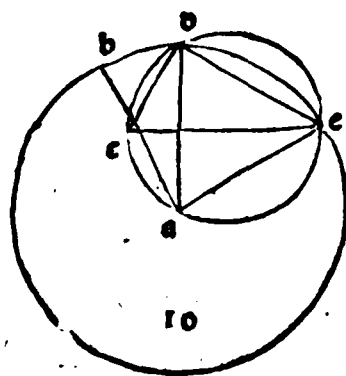
Sum equalium laterum triangulus designare. cuius uterq. duorum angulorum quos basis optinet reliquo duplus existat.

Intentio est describere unū triangulum duum equalium laterz. & tertii ineqlis cuius uterq. anguloz q̄ super latz quod est reliquis inequale existit ad tertium duplus existat. Ad hoc autē faciendum sumat. lineā q̄libet que sit. a. b. que dividatur fm q̄. docet. ii. secundi in puncto. c. ita q̄ illud quod sit ex. a. b. in. b. c. sit equalē quadrato. a. c. factoq. puncto. a. centro fm ipsius quantitatē describatur circulus. b. d. e. intra quem per p̄mam huius coaptetur linea. b. d. qualis lineae. a. c. & pducantur duae lineae. d. a. d. c. dico triangulum. a. b. d. esse q̄lis p̄ponitur. Circūscribat circulus qui sit. d. a. a. per. 5. huius triangulo. d. c. a. Quia ergo linea. d. b. est equalis. lineae. a. c. erit quod sit ex. a. b. in. b. c. equalē quadrato lineae. b. d. quare per ultimam tertii. b. d. linea est cōtingens circulum. d. c. a. & per. 31. eiusdem angulus. c. d. b. est equalis angulo. c. a. d. P̄posito ergo cōi angulo. c. d. a. erit totus angulus. b. d. a. equalis duobus angulis. c. a. d. c. d. a. sed per. 32. primi angulus. b. c. d. est eq̄lis eidem quia extrinsecus ad ipsos. ergo angulus. b. d. a. est equalis angulo. b. c. d. & quia angulus. a. d. b. est equalis angulo. a. b. d. per. 5. primito q̄ latera. a. d. f. a. b. sunt equalia. erit angulus. b. c. d. equalis angulo. c. b. d. ergo per. 6. primi linea. c. d. est equalis lineae. b. d. quare & lineae. c. a. ergo per. 5. primi angulus. c. a. d. est equalis angulo. c. d. a. Quia ergo uterq. angulorum. c. d. b. f. c. d. a. est equalis angulo. c. a. d. erit totus angulus. b. d. a. duplus ad angulum. d. a. b. & ideo angulus. a. b. d. sibi equalis. duplus est et ad angulum. b. a. d. quod est p̄positum. Forſan dicet aduersarius circulum. d. c. a. circūscriptum trigono partiali secare circulum. b. d. e. in alio quo puncto arcus. b. d. ita q̄ simul secabit lineam. b. d. unde ipsa non erit circulo applicata. sicut in demonstratione supponitur. sed ipsum secans. Sit ergo si possibile ē ut ponit aduersarius & a puncto. b. ducatur ad ipsum circulum minorem contingens. b. f. & ducantur lineae. f. a. f. d. eritq. per penultimam tertii quod sit ex. a. b. in. b. c. equalē quadrato. b. f. ergo. b. f. est equalis. b. d. quare per. 5. primi angulus. b. f. d. est equalis angulo. b. d. f. & quia per. 31. tertii angulus. b. f. a. est equalis angulo. a. d. f. erit angulus. b. d. f. maior angulo. a. d. f. quod est impossibile. cum ipse sit pars eius. Aliiter possumus istud refellere & ostēdere q̄ ille minor circulus nullo modo secabit lineam. b. d. forſan enim diceret q̄ secaret eam non secando arcū d. b. maioris circuli. Si enim possibile est q̄ secet eam. sit hoc in puncto. h. eritq. quod sit ex. a. b. in. b. c. equalē ei quod sit ex. d. b. in. b. h. Monstratum est enim supra penultimam tertii q̄ si ab aliquo puncto extra circulum signato quolibet lineae secantes ad circulum ducantur que sub totis & earum portionibus extrinsecis continentur. equalia sunt adinuicem & quia quod sit ex. a. b. in. b. c. est equalē quadrato. b. d. erit q̄d sit ex. d. b. in. b. h. equalē quadrato. d. b. quod est impossibile per secundam secundi: quare constat p̄positum. Et nota q̄ minor circulus necessario secabit maiorem & abscindet ab eo arcum unum. equalem arcui. b. d. & maior abscindet simi iter ab eodem unum arcum equalem arcui. d. c. Quod sic probatur. si enim minor non secat maiorem. contingit ergo ipsum in puncto.

d. ¶ quia per .12. tertii circuloꝝ se contingentiũ centra. ¶ punctus cõ
tactus sunt in linea una. erit cẽtrum minoris circuli in linea. a. d. propter
hoc q̃ in ea est centrum maioris ¶ punctus contactus. ergo per .12. tertii
angulus. a. d. b. est rectus quare similiter ¶ angulus. a. b. d. sibi equalis est
a rectus quod est impossibile. per .32. primi. Secet ergo ipsum in pũctis. e.
d. dico arcum. e. d. maioris esse equalem arcui. d. b. ¶ arcum. e. d. minoris
esse equalem arcui. d. c. p̃duco lineas. d. e. c. e. ¶ e. a. eritq; per .16. tertii unus
quisq; quatuor angulorum qui sunt. d. e. c. e. a. d. a. c. ¶ a. d. c. equalis ali
ppter id qđ duo arcus. d. c. ¶ e. a. b. sunt equales. per .12. eiusdem quare to
b talis angulus. a. e. d. duplus est ad angulum. b. a. d. ¶ ideo equalis utriq;
angulorum. a. b. d. ¶ a. d. b. ¶ quia angulus. a. e. d. est equalis angulo. a. d.
e. per .5. primi; propter id quod. a. e. ¶ a. d. sint equales a centro ad circũ
ferentiam. erunt duo anguli. e. d. trianguli. a. e. d. equales duobus angu
c lis. d. ¶ b. trianguli. a. d. b. ergo per .32. primi; reliquus angulus. a. ¶ c. unius
est equalis reliquo angulo. a. alterius; ergo per .35. tertii arcus. e. d. maioris
est equalis arcui. d. b. ¶ per eandem arcus. e. d. minoris est equalis arcui. d.
c. ¶ hoc est quod proposuimus.

Castigator

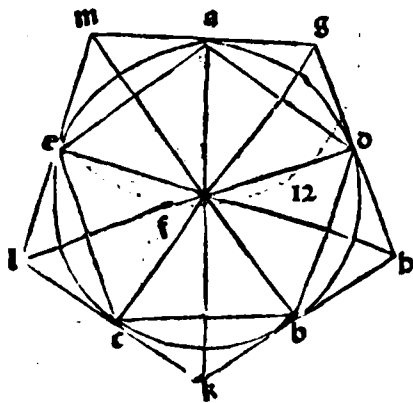
a ¶ Quia ut ibi omnium est quod sit ex tota secante in partem sua extri
secam equalē quadrato lineę contingentis ¶ cum. b. f. modo sit con
tingens per aduersarium ideo ¶ c. Et quoniam rectangulum. a. b. in. b. c.
ex hypothesi est equalē quadrato lineę. a. c. quia sic fuit diuisa linea. a. b.
ex .11. secundi erit. b. f. equalis. a. c. per communem scientiam que est qua
dratorum equalium latera esse equalia ¶ per consequens. b. f. etiam esteq
lis. b. d. quom̃ b. d. locata fuerit in circulo maiori ad equalitatē. a. c. ex p̃
ma hypothesi ex quibus cuncta sequentia manifeste patent. ¶ Facilius for
matur isse triagulus. 10. huius secundum mōm habitum in .9. tertii decimi
uidelicet duobus lateribus exagoni ¶ basi que sit latus decagoni uno ¶
eodem circulo in scriptorum tunc quilibet angulus ad basim duplus erit
ad reliquum ut ibi declaratur. b ¶ Quia per primam dispositionem
huius. d. c. fuit innēta equalis. d. b. que quidem. d. b. posita fuit eq̃lis. a. c.
¶ ideo. d. c. ¶ c. a. sunt eq̃les ¶ iō concluditur per primam partem. 12. tertii
arcus esse equales. ¶ Cũ angulus. b. f. d. totalis sit maior ipso. a. d. f. sequi
tur angulum. b. d. f. sibi equalem esse maiorem eodem. a. d. f. ideo impos
sibile quoniam. b. d. f. est pars ipsius. a. d. f. ¶ Quia triagulus haberet duos
angulos rectos actu quod est impossibile per dictam. 32. primi. c ¶ Per
communem sciam que est quorum dupla seu quorum tota sunt equalia
sub dupla quoq; seu tota sunt equalia.



Propositio .11.

Intra datum circulum equilaterum atq; equian
gulum pentagonum describere.

a ¶ Sit datus circulus. a. b. c. uolo intra ipsum describere pẽ
thagonum unum. equilaterum atq; equiangulum. ¶ Desi
gno triangulum unum qualem premissa p̃pōit. qui sit. 1.
cui alium equiangulum intra datum circulum describo.
b sicut docet secunda huius qui sit. a. b. c. sitq; uterq; angulorum. a. b. c. ¶ a.
c. b. duplus ad angulum. c. a. b. utriq; eorum diuido per 2 equalia ductis li
neis. b. e. ¶ c. d. eruntq; per .15. tertii. 5. arcus in quos. 5. puncta. a. d. b. c. e. di
uidunt circulum adinuicem equales. propter id quod quinq; anguli qui
in dictos arcus cadunt sunt adinuicem equales. ¶ Continuatis igitur illis
quinq; punctis per lineas rectas que sunt. a. d. d. b. b. c. c. e. e. a. erit pen
thagonus. a. d. b. c. e. inscriptus dato circulo qualis proponitur. ¶ Est enĩ
equilaterus per .18. tertii cum. 5. arcus quorum eius quinq; latera sunt cor
dei sint adinuicem equales ¶ etiam equiangulus per .16. eiusdem eo qđ
quinq; arcus. d. a. e. a. e. c. e. c. b. c. b. d. ¶ b. d. a. in quos anguli ipsius pẽtha
goni cadũt sunt adinuicem equales; sicq; constat propositum.



Castigator.

a ¶ Per cōmunem sciētiam si equalibus equalia addas cū arcus. a. d. sit equalis arcui. e. c. per. 15. addito utriq. arcu. a. e. erit arcus d. a. e. equalis arcui. a. e. c. sic de reliquis. b ¶ Pari modo potest deduci per quartā primū angulos duos qui sunt ad. f. esse equales. Nam duo latera. a. f. f. a. g. trianguli. a. f. g. equantur duobus lateribus d. f. f. d. g. trianguli. d. f. g. ut dicitur latus. a. f. primi lateri. d. f. secundi per diffinitionē circuli f. centri. Et latus. a. g. eiusdem primi lateri. d. g. secundi per penultimam tertiū angulus. f. a. g. primi angulo. f. d. g. secundi. qm uterq. rectus ex hypothēsi. ergo reliqui anguli unius reliquis angulis alterius unusquisq. suo relatiuo. s. angulo. a. f. g. angulo d. f. g. angulo. a. g. f. angulo. d. g. f. igit f. c.

Propositio .12.



Ircapropositum circulum pentagonum equilaterum atq. equiangulum designare.

¶ Sit propositus circulus. a. b. c. cuius cētrum. f. uolo circa ipsum designare pentagonum equilaterum atq. equiangulum. ¶ Supra circumferentiam ipsius circuli quasi fm doctrinam premisse sibi inscripsim pēthagonum quinq. puncta angularia notabo. que sunt. a. d. b. c. e. ad que a centro ducam lineas. f. a. f. d. f. b. f. c. f. e. f. ab eisdem punctis educam perpendicularares ad istas lineas in utranq. partem quousq. concurrant in punctis. g. h. k. l. m. eruntq. hee linee contingentes circulum per correlarium. 15. tertiū f. ad ista puncta concursus ducam a centro lineas. f. g. f. h. f. k. f. l. f. m. Et quia monstratum est super penultimam tertiū q. si ab aliquo puncto extra circulum signato due linee contingentes ad ipsum circulum ducantur q. ipse erunt equales. erit. linea. g. a. equalis linee. g. d. f. h. d. h. b. p. sic de ceteris. At quoniam quinq. arcus in quos quinq. puncta. a. d. b. c. e. diuidunt circulum. sunt adinuicem equales. erunt per. 16. tertiū quinq. anguli. a. f. d. d. f. h. b. f. c. c. f. e. e. f. a. consistentes super hos arcus in cētro. f. sibi inuicem equales. Sunt autem duo latera. a. g. f. f. a. trianguli. f. g. a. equalia duobus lateribus. d. g. f. f. d. trianguli. f. g. d. f. latus. g. f. cōmune. ergo per. 8. primū duo anguli eorum qui sunt. ad. f. Itemq. duo anguli q. sunt ad. g. sunt adinuicem equales. eadem ratione duo anguli qui sunt ad. f. in triangulis. d. f. h. f. h. f. b. Itemq. duo qui sunt. ad. h. sunt adinuicem equales. Similiter quoq. singuli trium reliquorum angulorum q. sunt. b. f. c. c. f. e. e. f. a. f. singuli trium. qui sunt. k. l. m. diuidantur per equalia. primi quidem per lineam. f. k. secūdi per lineam. f. l. tertiū uero per lineam. f. m. f. quia hii tres anguli qui sunt. b. f. c. c. f. e. e. f. a. sunt sibi inuicem equales f. aliis duobus qui sunt. a. f. d. f. d. f. b. equales erunt eorum dimidia que sunt decem anguli facti in centro. f. adinuicem equalis. Quia igitur duo anguli. a. f. f. trianguli. g. a. f. sunt equales duobus angulis. a. f. f. trianguli. m. a. f. f. latus. a. f. cōmune erit per. 16. primū angulus. g. unius equalis angulo. m. alterius f. latus. g. a. equalis lateri. a. m. ¶ Eadem ratione erit angulus. g. in triangulo. g. f. d. equalis angulo. h. in triangulo. d. f. h. f. latus. g. d. equalis lateri. d. h. quare quia. g. a. est dimidium g. m. f. g. d. dimidium. g. h. f. g. a. f. g. d. sunt equalia erunt per cōmunem sciētiam. g. m. f. g. h. eorum dupla equalia. Similiter quoq. probabimus. g. m. esse equalis. m. l. f. m. l. l. k. f. l. k. k. h. quare pēthagonus g. h. k. l. m. est equilateralis. ¶ Sed f. equiāgulus: cū enim duo anguli qui sunt ad. g. sunt adinuicem equales. f. duo qui sunt ad. m. similiter adinuicem equales f. g. partialis. sit equalis. m. partiali. utrunq. enim probatū est prius. erit per eandem cōmunem sciētiam. g. totalis equalis. m. totali. f. eadem ratione probabis equalitatem in ceteris angulis: quare est equiāgulus. sicq. constat propositum.

Castigator.

a ¶ Per cōm sciām quoz tota sūt eq̃lia: dimidia quoq. eq̃lia ēē necesse est. b ¶ Quoz dimidia sunt eq̃lia tota quoq. eq̃lia ēē necesse est.

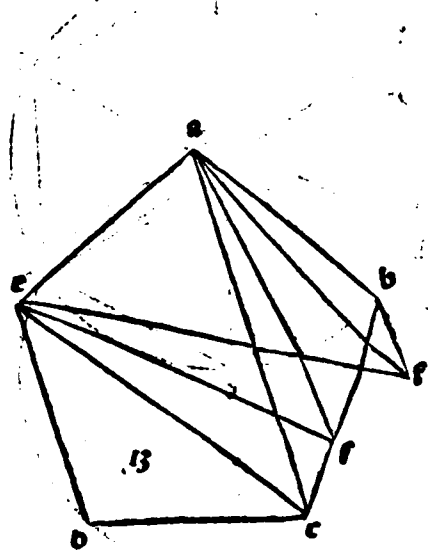
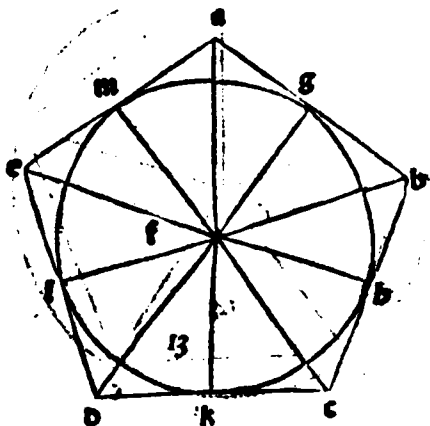
Propositio .13.

Intra equilaterum atq; equiangu-
lum assignatum. circulum describere.

Si assignatus pentagonus equilaterus atq; equiangu-
lus quia de aliis non est necessarium hoc esse possibile. a.
b. c. d. e. uolo sibi inscribere circulum. hec est quasi conuer-
sa. r. r. duos eius ppinquos angulos qui sunt. a. f. e. diuido
per equalia ductis lineis. a. f. e. f. donec concurrant in puncto. f. intra
ipsum pentagonum quem dico esse centrum circuli. ¶ Cōcurrent enim
propter id quod dimidium. totalis anguli. a. ¶ f. similiter totalis anguli. e
minus est angulo recto. ¶ Si enim intra pentagonum non concurrant
aut extra ipsum pentagonum aut in latere pentagoni. aut in eius an-
gulo qui utriq; angulorum diuisorum opponitur. ¶ Concurrant ergo p-
mo extra in puncto. f. ¶ ducatur linea. b. f. ¶ quia duo latera. c. a. f. a. f. tri-
anguli. e. a. f. sunt equalia duobus lateribus. b. a. f. a. f. trianguli. b. a. f. ¶ an-
gulus. a. unius angulo. a. alterius erit per. 4. primi. basis. e. f. equalis basi.
f. b. ¶ quia angulus. a. partialis est equalis angulo. e. partiali. propter id
quod. a. totalis. e. totali erit per. 6. primi. f. a. equalis. f. e. ¶ quare. f. a. e. equa-
lis. f. b. ergo per. 5. primi duo anguli. b. totalis. ¶ a. partialis sunt equales
quare. a. partialis est equalis uel maior. a. totali ¶ quod est impossibile.

¶ Concurrant ergo in puncto. f. super latus. b. c. eritq; arguendo per pre-
missas ¶ premisso modo angulus. a. partialis equalis angulo. a. totali qd
est impossibile. ¶ Quod si forsan cōcurrent in angulo. c. erit per eandem
¶ eodem modo. c. b. equalis. c. a. ¶ ideo adhuc prius angulus. a. partia-
lis equalis angulo. a. totali. Quod quia hoc esse non potest. Sit ergo pun-
ctus concursus qui est. f. intra pentagonum a quo ducō. s. perpendiculara
res ad eius. s. latera. que sint. f. g. f. h. f. k. f. l. f. m. ¶ ad duos eius angulos p-
pinquos alitrfecus angulis per equalia diuisis qui sunt. b. f. d. ducō lineas
f. b. f. d. ¶ quia duo anguli. a. ¶ m. trianguli. a. f. m. sunt equales duobus an-
gulis. a. f. g. trianguli. a. f. g. ¶ latus. a. f. commune erit per. 26. primi. f. m.
equalis. f. g. ¶ Per eandem quoq; probabis. f. l. equalem. f. m. sumptis duo-
bus triangulis. e. f. m. ¶ e. f. l. ¶ Quia iterum duo latera. a. f. ¶ a. b. triangu-
li. a. f. b. sunt equalia duobus lateribus. a. f. ¶ a. e. trianguli. a. f. e. ¶ angulus
a. unius angulo. a. alterius erit per. 4. primi angulus. b. partialis equalis
angulo. e. partiali. ¶ quia. b. totalis equalis e. e. totali. ¶ e. e. totalis diuisus
est per equalia erit etiam. b. totalis diuisus per equalia. ¶ Eodem modo
probabis. d. totalem diuisum per equalia propter equalitatem. d. partia-
lis ¶ a. partialis sumptis triangulis. e. a. f. ¶ e. d. f. quia ergo duo anguli. g.
¶ b. trianguli. g. f. b. sunt equales duobus angulis. h. ¶ b. trianguli. h. f. b.
¶ latus. f. b. commune erit per. 26. primi. f. h. equalis. f. g. ¶ Eodem modo
probabis. f. k. equalem. f. l. sumptis triangulis. l. f. d. k. f. d. quoniam igitur
s. lineae. f. g. f. h. f. k. f. l. ¶ f. m. sunt equales. erit. f. centrum circuli. per. 9. tertii.
quem describemus fm quantitatem unius earum ¶ tanget omnia latera
pentagoni. propter equalitatem linearum. ¶ nullum eorum scabit per
primā partem. r. tertii. sicq; cōstat ppositū. ¶ Castigator.

Hoc enī probatum est supra. 33. primi ubi ostensum est omnes. 5. an-
gulos pentagoni. 6. rectis equiualeere scilicet unusquisq; ualet unum re-
ctum ¶ quintam unius recti. ¶ ideo dimidium totalis anguli. a. ¶ simili-
ter. e. minus est angulo recto ¶ ideo ex illa parte concurrēt per pēultimā
petitiōem. b ¶ per aduersarium. c ¶ Etiam per aduersarium. d. ¶ Quia
angulus. b. pēthagoni ex ypotesi ē eqlis angulo totali ipsius pēthagoni ¶
ideo cū angulus. b. totalis sit maior angulo. b. pēthagoni ē maior angulo
a. totali ¶ iō cū angulus. a. ptialis equet ipsi. b. seqt ipsum. a. ptialē eē ma-
iore. a. totali siue ei eqlēm qd ē impossibile ¶ c. p. p. m. am dispositionē nō
seqt anguli. a. ptialem eē eqlēm. a. totali sed ipso maiore ¶ in duabus po-
ssemis dispositionibus seqtur totali eē eqlēm semper. s. qñ per aduersariū
concurrerent in latere uel in angulo illis opposito.



Propositio .14.

Circa datum pentagonum quod sit equilaterum. atq; equiangulum circulum describere.



Sit ut prius datus pentagonus equilateralis atq; equi-
gulus. quia de aliis non est necessarium hoc esse possibile
a b c d e. uolo circa ipsum describere circulum. hec est q
si cōuersa. n. Duos ei⁹ p̄p̄inuos āgulos q̄ sunt a. f. e. diuisi

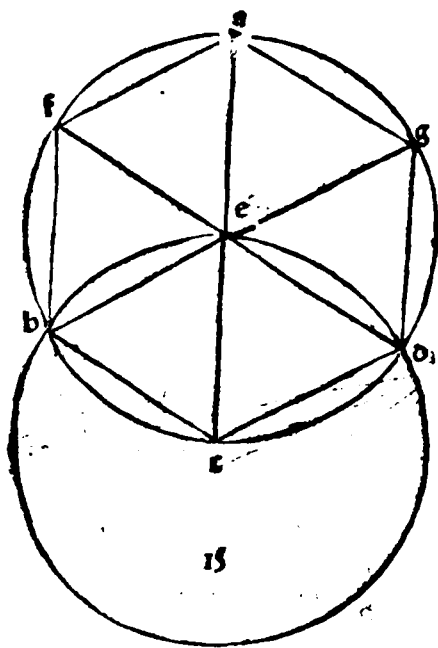
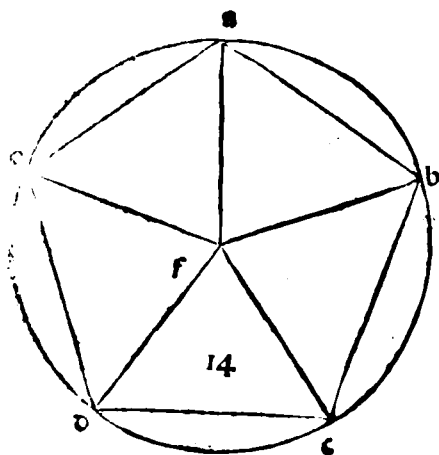
doper equalia ductis lineis. a. f. f. e. quousq; concurrāt intra ipsum pen-
thagonum in puncto f. ¶ Concurrent. n. f. intra pentagonum ut proba-
tum est in premissa. Et a puncto concursus duco ad reliquos angulos line-
as que sint. f. b. f. c. f. d. f. quia duo latera. a. f. f. a. b. trianguli. a. f. b. sunt eq
li i duobus lateribus. a. f. f. a. e. trianguli. a. f. e. f. angulus. a. unius angulo
a. alterius erit per. 4. primi. f. b. equalis. f. e. f. angulus. b. partialis angulo.
e. partiali. Et quia. b. totalis est equalis. a. totali. f. e. totalis diuisus est per
equalia. erit similiter. b. totalis diuisus p̄ equalia. f. hoc quoq; modo p̄ba-
bis utrūq; anguloz. c. f. d. diuisum eē p̄ equalia f. s. lineas. f. a. f. b. f. c. f. d
f. e. esse equales. quare p. 9. tertii. f. erit centrum circuli. sicq; patet p̄positū.

Propositio .15.

Intra p̄positum circulum exagonus equilaterus
atq; equiangulum describere. ¶ Ex hoc itaq; ma-
nifestum est q̄ latus exagoni equum est dimidio
diametri circuli cui inscribitur.



Sit p̄positus circulus. a. b. c. d. cuius centrū. e. uolo sibi
inscribere exagonum equilaterum atq; equiāgulum. pro-
duco diāmetrum. a. e. c. f. s̄m quantitatem semidiametri. e. c. factō cen-
tro puncto. c. describo circulum. e. b. d. secantem priorem in duobus pun-
ctis b. d. a quibus produco duas diametros in circulo primo que sint. b. e
g. d. e. f. trium ergo diametrorum extremitates cōiungo. 6. lineis que sunt
a. f. f. b. b. c. c. d. d. g. f. g. a. quas dico continere exagonum quēsitum. Exi-
t enim ut demonstrat prima primi uterq; triangulorum. b. e. c. c. e. d. equi-
laterus. quare f. equiāgulus per. 5. eiusdem ergo p. 31. primi duo anguli.
b. e. c. f. c. e. d. cum uno equali uni eorum sunt equales duobus rectis. Pro-
pter id quod quisq; eorum est tertia duorum rectorum sed ipsi per. 13. eius-
dem cum angulo. d. e. g. sunt equales duobus rectis. ergo angulus. d. e. g. ē
equalis utriq; eorum quare p. 8. eiusdem. 5. anguli. qui sunt ad. e. sunt ad-
inuicem equales. ergo p. 15. tertii arcus in quos cadunt sunt equales. quare
f. eorum corde per. 18. eiusdem que sunt latera ipsius exagoni. Equila-
terus igitur est sed f. equiāgulus p. 26. tertii propter id quod p̄ arcus in
quos angularia puncta exagoni diuidunt circulum bini f. bini sumpti
sunt adinuicem equales. ut arcus. a. f. b. arcui. f. b. c. f. ideo angulus. f. qui
consistit in primo est equalis angulo. b. qui consistit in secundo. idem in
ceteris. quare constat p̄positum. ¶ Correlarium ex hoc patet q̄ dimi-
dium diāmetri f. latus exagoni sunt latera eiusdem trianguli equilateri.
ut. e. c. f. e. b. f. c. b. ¶ Et nota q̄ non proponitur circa p̄positum circū-
lum exagonū equilaterū atq; equiāgulū designare. Nec intra talē exagonū
circulū talē circulum describere. quēadmodū f. cit de triangulo q̄drato sp̄s
thagono. non quia nō sit necessarium hoc esse possibile. sed quia hec tria
per eadem precepta sunt in pentagono equilatero f. equiāgulo. o. f. in
omni figura equilatera. atq; equiāgula quēcūq; fuerit. Vnde quancūq;
figuram equilateram f. equiāgulam scimus circulo inscribere eandem
circulo extra. f. circulum sibi intra f. extra: hisdem mediis per q̄ hec in
pentagono fecimus describemus. ¶ Nota etiam q̄ omnis figura equi-
latera circulo inscripta. aut circumscripta est etiam necesario equiangu-
la. de inscripta patet per. 17. f. 26. tertii sumptis arcibus circuli. quibus la-
tera inscripte figure corde sunt binis f. binis. In hos enim arcus ipsius fi-
gure anguli cadūt De circūscripta autem ductis a circuli centro lineis ad
oēs eius angulos. f. ad loca contactus facile probabis. si plene intellectu



demonstratione. huius diligens intellectus accessit. erit enim ut oēs ipsius figure angulos linee a centro uenientes per equalia diuidant. sumptis itaq. quibilibet duobus eius proximis lateribus cum linea ad angulum ab eis contentum. & cum duabus ad eorum extremitates a centro uenientibus duos triangulos ab eis contentos equiangulos adinuicem per 4. primi esse probabis. Sicq. faciendo de omnibus patebit eos esse equiangulos p hac cōm sciā quoz dimidia sunt equalia. tota quoq. eē eglia.

Colligato.

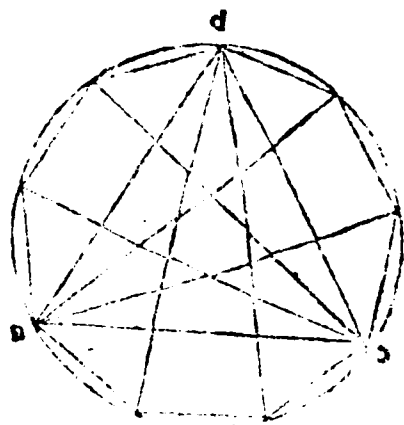
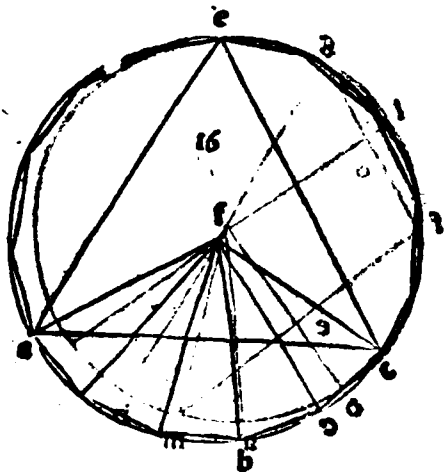
a **No.** diligenter quia ad praticam multum facit tale peripositi ut apparebit.

Propositiō .16.



Intra datum circulum quindecagonum equilaterum atq. equiangulum designare. **Deinde** circa quēlibet circulum assignatum quindecagonum equilaterum atq. equiangulum intra datum quindecagonum circulum describere.

Sit datus circulus. a. b. c. uolo sibi inscribere quindecagonum equilaterum & equiangulum. deinde etiam circumscribere atq. intra saltem quindecagonum propositum circulum describere. Non proponit autē circa talem quindecagonum circulum describere. quia hoc per se dat intelligere per a. l. i. que proponit. In dato circulo q. iuxta doctrinā secū de huius. protrabo latus trianguli equilateri q. sit. a. c. & iuxta doctrinā .ii. latus pentagoni equilateri atq. equianguli. quod sit. a. b. Et quia arcus. a. c. est totius circumferentię tertijs cuius arcus. a. b. est quinta. erit superfluum inter eos quod est arcus. b. c. due tertię. arcus. a. b. uel due quintę arcus. a. c. sue due quintędecimę totius circumferentię. Nam in omni toto excedit tertię quintę in duabus tertijs ipsius quintę. uel in duabus quintis ipsius tertię. siue in duabus quintis decimis totius. hoc enim patet in quinta & tertię primi numeri habentis quintam. & tertię qui est 5. eius enim tertię que est 5. excedit eius quintam. que est 3. in duabus unitatibus que sunt due tertię ipsius ternarij qui ē quinta. uel due quintę ipsius quinarij qui est tertię siue due quintędecimę ipsius 15. qui est totum. **Diuiso** igitur arcu. b. c. per equalia in .d. patet utrunq. duorū arcuum. c. d. & d. b. esse tertię arcus. a. b. uel quintam arcus. a. c. siue quintędecimam totius circumferentię. **Subreps** igitur eis cordis. c. d. & d. b. coaptatis. cōtinuē intra datum circulum sibi equalibus per primam huius complēbitur figura. proposita. **Cetera** uero duo que proponit cum tertio q. dat intelligere uidelicet quindecagonum circulo circūscribere ac circulum quindecagono inscribere ac etiam circumscribere ex 12. 13. & 14. huius plene intellectus facile perficies. **Et nota** q. quācumq. figuram equilateram circulo scimus inscribere duplo plurium laterū circulo scimus inscribere & circūscribere. & ipsi circulum. **Diuisis** .c. n. arcibus quibus latera eius que sciuntur inscribi subduntur. per equalia & a punctis medijs ad extremitates laterum ipsius figure ductis lineis si et intra circulum figura duplo plurium laterum que erit equilatera per 13. tertię. ergo & equiangula. hoc enim demonstratum est supra. 15. huius q. omnis figura equilatera circulo inscripta est etiā equiangula. Et quia hanc circulo scimus inscribere sciemus cetera tria per 12. 13. & 14. huius. **Quia** igitur sci mus inscribere triangulum equilaterum sciemus per hoc & exagonum & per exagonum duodecagonum ac per duodecagonum figuram. 24. laterum. & sic in infinitum duplando. Et licet p. triangulum possit ut diximus inscribi exagonus. posuit tamen huius ppriam demonstrationem ex qua sequitur potissimum per utile. Et similiter quia sci mus & inscribere quadratum sciemus per hoc inscribere omnem figuram cuius laterum numerus est pariter par. per pentagonum quoq. sciemus decagonum & figuram. 10. laterum. sicq. continuē duplando. idem quoq. intellige de quindecagono. per ipsum enim sciuntur figure. 30. & 60. & omnium continuē duplatorum laterum. **Ceterarum** autem si



garum de quibus ista non docet. uel que per has non habentur difficilis est scientia. Sparum utilis. ut sunt eptagona nonagona undecagona. Quod si sciremus triangulum duum equalium laterum designare. cuius uterq. angulorum ad basim triplus esset ad reliquum sciremus eptagonum ut supra pentagonum circulo inscribere. q. si uterq. quadruplus esset ad reliquum sciremus nonagonum. & si quinquuplus undecagonum. Idemq. in ceteris figuris imparium laterum. posito utroq. angulorum ad basim multiplici ad reliquum. per eum numerum qui est medietas. maximi par sub impari numero laterum ipsius figure contenti.

Castigator.

Quia scilla secunda prosupponit triangulum assignatum equilaterum & sic inscribendo circulo unum ei equiangulum. Orietur pariter equilaterus ad instar propositi quia maior & minor secundum quantitate propositi circuli. Similiter dicitur de pentagono. per. ii. huius. b. Per. 29. tertii. c. Per. 28. tertii cum omnis illi arcus sint sibi invicem equales quoniam quisq. est. s. pars totius circumferentie. d. Verba campani traductoris immo utilissima cum uirtus circa difficile uersetur teste. A. p. quia facile malum.



A tria angulum in tria equa diuidere. Sit angulus datus. c. uolo ipsum diuidere in tres equales angulos quod sic facio. pono primo. c. centum circuli describendo circumulum qualitercumq. contingat. & protraho latera continetia datum angulum usq. quo fecerit circumferentiam in punctis a. b. tunc a puncto. c. quod est centrum circuli duco lineam. e. d. perpendiculariter ad lineam. e. b. & in linea. e. d. assigno punctum. e. a quo duco lineam ad equalitatem. e. b. usq. quo fecerit circumferentiam circuli in puncto. f. & produco. e. usq. a. deinde protraho lineam. g. h. equidistantem. f. a. que scilicet. g. h. transeat per centrum. & duco lineam. f. g. equidistantem lineae. e. c. & protraho lineam. c. b. incontinuum & directam usq. ad. l. que secat lineam. f. g. orthogonaliter in puncto. o. & per equalia dico ergo q. arcus. l. g. est equalis arcui. h. b. propter hoc. q. angulus. l. c. g. est equalis angulo. h. c. b. cum sint contra se positi. Cum igitur arcus. f. g. sit duplus arcui. l. g. erit etiam duplus arcui. h. b. sed arcus. f. g. est equalis arcui. a. h. cum sint inter duas lineas equidistantes que sunt. f. a. &. g. h. ergo arcus. h. b. est duplus arcui. h. b. ergo & angulus. a. c. h. est duplus angulo. h. c. b. diuidam ergo angulum. a. c. h. per equalia per lineam. c. m. & patet propositum.

Castigator.

Ista de diuisione anguli in tres partes equales est limitanda quoniam non est de omni. Eius limitatio erit ista datum angulum minorem recto in tria equa diuidere na de obtuso non possit illis mediis concludi quia tunc linea. d. c. caderet inter lineas. a. c. &. b. c. & tunc demonstratio non tendit ut per te deducendo percipere potes. ideo discursus tibi reliquitur &c. Et talis limitatio datur intelligi per constitutionem ipsius nonagoni in circulo ob cuius rationem principaliter illa posita uidetur ubi prius inscribit triangulum circulo equilaterum & per consequens equiangulum cuius quisq. angulorum minor est recto ex. 32. primi ut euidenter apparet.



Nra datum circumulum nonangulum equilaterum atq. equiangulum. designare qd sic fieri pot iuxta doctrina secunde huius. inscribam circulo assignato triangulum equilaterum atq. equiangulum qui sit a. b. c. & unumquemq. angulorum eius diuidam per tria equalia & protraham lineas diuidentes angulos usq. ad circumferentiam & nunc quia notum anguli locati in circulo sunt equales de necessitate arcus suppositi ipsis angulis sunt equales. Protraham enim cordas subtraetas singulis arcibus & habebam intentam. **Explicit Liber quartus.**



Sermo habetur per Reverendissimi patris M. L. V. C. A. M. Pa-
ciolum de burgo Sancti Sepulchri, Ox. minor. In eccle-
sia Sancti Bartholomei. Venetiis. 1508. Die. xi. augusti
in. quintu. Euclidis. Spiritus sancti gratia illuminet ser-
vus & corda nostra. Amen. ¶ Arduum difficultumq; re-
rum omnium. Reverendi dñi venerandi patres & excellentissi-
mi Doctores. Magnifici viri. Acutissimi cuiuscunq; facultatis studētēs
nosq; ceteri prestantissimi cives & difficillima est proportio. Hęc est illa
que sola intima altissime idiuiduę trinitatis penetrat & a sacris theo-
logis solertissime inuestigatur. Hęc enim est que sæpius in eorum uolu-
mini bus relatio dicitur: aliquando respectus: nōnunq; habitudō. Inter-
dum intellectualis discursus: & nomine alio comparatio nūcupatur. Hu-
ius notitiam diuini philosophi summopere cupierunt: dum Metaphysi-
cen op̃a in lucem prodere curarent. Hanc pro uiribus naturales profe-
qui sunt: ut Socrates: Plato: Aristoteles: ceteriq; omnes. Cum de re-
rum uniuersiq; natura agerent. Non enim aliud in rebus uniuersis supe-
rioribus: scilicet & inferioribus q̃ debita earum adinuicem proportio:
seu habitudō queritur. Nunq̃ enim sacris litteris incumbentes: processio-
nem sancti spiritus a patre & filio ex eorū reciproco amore causatam
lingua calamoq; explicare potuissent: nisi prius relationem inter eos pa-
tris ad filium: & econtra percepissent. Hanc procul summus opifex in
cælestium terrestriumq; rerum dispositione semper habuit. Dum orbū
motus cursusq; syderum & planetarum omnium ordinatissime dispone-
ret. Hęc quando æthera firmabat sursum: & appendebat fundamēta ter-
rę: & librabat fontes aquarum: & mari terminum suū. Circundabat le-
gemq; ponens aquis ne transirent fines suos: cum eo erat cuncta cōpo-
nens. Que nam esset humano generi delectatio si ex tanta rerum diuer-
sitate proportio non oriretur? Cum sepe dicatur: uarietas est que delectat.
Quo pacto insuper in inuisibilia raperetur amorem nisi habitudinē
quandam creaturę ad creatorem cerneret. Et quāuis finiti ad infinitum
proportio nulla esse predicetur: attingentie tamen inter ea proportio a
sacris non negatur doctoribus. Naturales autē & ipsi ut paulo ante dixi-
mus: p̃cedulo rerum naturalium proportionēs quęsuere: prout in eorū
codicibus passim habetur. Prefertim Aristotelis cuius op̃a p̃ aliis aspi-
due premanibus habētur. Nam inde physico auditu proportionē motu-
um inter se subtilissime perscrutatur. Et ex decem predicamentis quo nu-
mero denario oēs phi contenti extiteret: unū relatiōis seu ad aliqd̃ buic-
tā sublimi indagatrici p̃portioni. s. sp̃aliter addicauit. ¶ Omitto loca
alia pene innumerabilia ubi de p̃portionibus & p̃portionalitatibus sæ-
pissime diseritur. Que omnia ut de naturalibus concludam: > medicis
p̃sertim peritisimiss: quib⁹ omnium cura cōmissa est nota sunt & et de
necessitate debent. Nō. n. calidi & frigidi hūidi & siccī in medelis dispo-
nendis rectā rōnem habebūt: nisi gradū cuiuslibet predictarū nouerint.
quem postea ex multis p̃portionado qualitatibus unā efficiunt egrotā-
ti corpori debite exhibedā. ¶ Quo et Astronomi p̃portiōe relicta age-
rent: nōneuelut amentes ceci q̃ discurrerent. Narrēt hī qui sentiūt: dicāt
egyptiū Ptolomeus: Ali. Albategni. Almagranus. Geber. Albuma:
sari & ceteri oēs qui p̃portiōe preuia pitissimi euasere. ¶ Qualiter corō-
graphi cosmographiq;. Marinus quē sepe Ptolomeus ipugnat Strabo &
alii qui totius orbis sitū nobis tabulis quibusdam accuratissime tradide-
runt: tot & tanta simul unico libello complecti potuissent? nisi matrem
oium obseruassent proportionem. ¶ Dicant queso architecti omnes &
diuersarū machinarū inuētores prisci & p̃sentes: Pythius qui pri-
mus adē minere nobiliter architectatus ē. Dinocrates: Archimedes:
Vitruuius: Frōtinus: Vegetius: & alii q̃ plures q̃ i. edificiorū structuris nū-
me excelluerunt: quorū memoriā p̃fusa ruina adhuc nobis asserūt quo
medio talia ederint? Certe proportionē duce se oia p̃fecisse respōdebūt.

¶ Quomodo pictores celeberrimi. Appelles Miron Polidamus & ceteri quos historie nominant aliquid laude dignum prospectu aspectu su-
is posteris reliquissent. Si in eorum figuris liniamenta distantiaq. debi-
tas altitudines & latitudines proportionatiter non seruissent. **¶** Lapid-
de quoq. seu lapidum sculptores Phidias: Praxiteles Apollodorus Nestor
& reliqui industria tali prediti, non ne eandem diligentissime propor-
tionem marmoris acieq. statuis accomodant. prout indies frustis
talium hinc inde repertis facile datur intelligi. **¶** Pariter & Musici
nil aliud in eorum melodiis armoniisq. querunt nisi modum debitum
uocum & sonorum hoc est: Sesquialtera sequiteria. Diapente: Diapa-
son: & aliis huiusmodi proportionibus (teste Boetio) proportionatum.
ut in auditorum auribus dulcius ac suauius resonent. & summam illis de
lectationem ingerant: quæ sine proportionem & proportionalitate mini-
me Causari potest. Quem morem imitando poetæ Catullus sua (eis-
dem fere metris) Datilo: Iambo: Spondeo: Trocheo: Anapesto: Tri-
braco. Proceleumatico. Ceterisq. proportionis loco utendo pedibus.
Componunt. **¶** Nec non & rethores (ad istorum instar) Orationum
suarum partes debitis ac congruis numeris assignant. **¶** Hoc idem origo
& fundamentum omnium liberalium artium grammatica obseruare ui-
detur: dum normam recte loquendi recteq. scribendi. discere incipienti-
bus tradit. graui: acuto: circumflexoq. accentibus terminatam. **¶** Quæ et
uia æquis finis sanctiones. Iustiniana scilicet & canonica suas recte forma-
rent sententias: si iustitiam utranq. commutatiuam scilicet & distributiua
non supponerent. Quarum altera uidelicet distributiua penes geome-
tricam tantum proportionem attendi comprobatur (ut in ethicis Ari-
stoteles: & plato inde legibus & republica testantur) iuxta quam iustus au-
dex uiuorum & mortuorum olim humano generi retribuet merita ac de
merita omnium adinuicem proportionando ut ex sacris aperte elicatur
litteris. **¶** Hanc assidue & commutatiuam obseruant rerum publicarum
fauores dignissimi huius seculi negotiatores res pecunia uendendo. emen-
doq. seu quouis alio modo pertractando. **¶** Aliarum quoq. unaqueq.
mechanicarum industria suas debitas habet proportionem ipsam mode-
rantes: experientia teste. **¶** Sed dum talia percurimus quid de arithme-
ticis geometrisq. nostris dicemus: qui precipui inter alios semper habiti
sunt: ut Pitagoras & Nicomachus: qui primi numerorum apud grecos in-
uentores fuisse perhibentur: quis apud latinos Boetius & Apuleius habean-
tur. Non ne hi ceteris diligentius proportionem seruant: quam (teste
Euclide) rationalem uocant. **¶** Geometre uero utriq. indifferenter ra-
tionali scilicet & irrationali curam adhibent. **¶** Hec deniq. proportio
infinitus thesaurus est hominibus quo qui usi sint principes facti sunt ami-
citie dei propter disciplinæ dona Commendati. **¶** Hanc ego proposse
sine fictione didici & cupientibus sine inuidia communico uirtutis eius
apertissime ostendēdo. **¶** Hæc igitur proportionum & proportionalita-
tum Euclides necessariam cernens obseruantiam ut omnium que dixerit
fructus uberior habeatur. De his ipsis disertissime hoc in quinto egit. Dif-
initiones earundem premittens ac deinceps more suo conclusiones tri-
ginta quatuor numero. (quibus iste totus complectitur liber) exarando.
Et contra aduersarium eas firmissime atq. inrefragabiliter concludit.
¶ Qua propter si quis ad speculationem aliquam quacunq. in facultate
scientia: arteq.: aspirat ad hunc properet fontem quo aquæ uiue semper
flumina fluunt. Et super astra eius extolletur ingenium. **¶** Sed ut iam ad
litteram ueniamus res exposulat. Quæ sic incipit uidelicet. pars est.



Mnes hi sunt qui interfuerunt. In diu Bartholomei ædificat
ego Lucas Pacioli Burgensis Sancti Sepulchri Ex mino
ritana Francisci familia Quintum Euclidis profiteri solē
niter cepi præfatione hac prius habita. M.D.viii. Au
gusti. die. xi. Et in primis.

¶ Clarissimus Vir. Ioānes Lascare ad senatum Venetū
christianissimi francoꝝ Regis Orator. ¶ Vir clarissimus Philippus fr
terius Barchinonensis Catholici Hispaniarum Regis ad eundem Sena
tum Orator. ¶ Reuerendus Apostolorum presul Isidorus bagnolus Se
renissimi Principis Cancellarius. ¶ .g. Ioannes Baptista Egnatius Vir
omni litterarū genere præstans. ¶ .g. Vincentius Dylcius.

¶ Reuerendi Sacre Theologie Professores.

¶ Magister Gabriel Venetus Eremitæ Fæmilie tenuissimæ provincie
præf. ¶ .M. Gabriel Bruhus Venetus Minoritanæ Familiæ Romanie
Prouinciæ Minister. ¶ .M. Petrus Lucignanensis eiusdem familie.

¶ .M. Iacobus fauentinus eiusdem familiæ. ¶ .M. Ioannes Andreas
de ciuitati. ¶ .M. Petrus de cruce Hispanus. ¶ .M. Antonius foroiu
liensis. ¶ .M. Germanus Guardianus. ¶ .M. Nicolaus Mutinensis.

¶ .M. Angelus Venetus. ¶ .M. Simon Venetus Regens. ¶ Sacre
Theo. bacalarius formatus. Frater Petrus terrenouanensis. ¶ .S. Theo.
Bacalarius Frater Bartholomeus montalcinas. ¶ Frater Iocundus
Veronensis Antiquarius. Omnes prelibati Eiusdem Minoritanæ Fa
milie. ¶ Hieronimus Riginus Mantuanus Eremita. ¶ Sebastianus
Leonardus Cosmographus.

¶ Magnificus Vir Bernardus Bembus Doctor & æques. ¶ .M. V. Mari
nus Georgius Doctor. ¶ .M. V. Sebastianus foscarenus Philosophie p
fessor Clarissimus. ¶ .M. V. Gabriel Maurus æques. ¶ .M. V. Franci
scus donatus æques. ¶ .M. V. Vincentius Quirinus Doctor. ¶ .M. V.
Petrus pascalicus Doctor & æques. ¶ .M. V. Nicolaus Teupul^o Doctor
¶ .M. V. Daniel Rainerius aduocator comunis. ¶ Excellens Vir Ioan
nes Baptista Brocardus.

Medici Illustres.

¶ Benedictus Thedaldus. ¶ Marinus Brocardus. ¶ Franciscus Valen
tinus. ¶ Alexander Veronensis. ¶ Ambrosius Leo Nolanus. ¶ Ro
dulfus Camertes. ¶ Matheus Feltrensis. ¶ Cæsar Optatus. ¶ Ascanius
Esinus. ¶ Excellens studiorum humanitatis professor Hieronimus Ma
ferius Forolunensis. ¶ .M. V. Hieronimus Sauorgnanus. ¶ .M. V. Frã
ciscus Duodus. ¶ .M. V. Vincentius Grimanus. ¶ .M. V. Franciscus &
Iacobus fratres Cornelii. ¶ .M. V. Thomas Iustinianus. ¶ .M. V. Mar
cantoni^{us} Comerius. ¶ .M. V. Federicus Molinus. ¶ .M. V. Petrus Do
natus. ¶ .M. V. Petrus Contaren^{us}. ¶ .M. V. Donat^{us} Legius. ¶ .M. V. Lau
rentius Bragaderius. ¶ .M. V. Marinus Sanutus. ¶ .M. V. Angelus Pi
saurius. ¶ .M. V. Petrus Mocenicus. ¶ .M. V. Sanctus Tronus. ¶ .M.
V. Laurentius Memmus. ¶ .M. V. Carolus Contarenus. ¶ .M. V. Domi
nicus priolus. ¶ .M. V. Ioannes Bembus. ¶ Flaminius poeta calenus
¶ Aldus Manutius Romanus. ¶ Palladius Soranus poeta. ¶ Leonar
dus Angussini praten^{sis}. ¶ Petrus Zianus. ¶ Iacobus draganus. ¶ Ma
theus Cinus Florentinus. ¶ Bartholomeus. Franciscus & Paulus fratres
Rompiasii. ¶ Nicolaus Sapa. ¶ Lucas Carolus. ¶ Bartholomeus Pe
dretus. ¶ Laurentius Papiensis Musicus. ¶ Franciscus masfarius. ¶ Ia
cobus Coccus. ¶ Marcus Antonius Bragadenus. Hi tres adolescētes sum
me indolis. ¶ Petrus Priolus. ¶ Sebastianus Priolus. ¶ Bernardus
pocellius & Ioānes eius filius Florentini. ¶ Iacobus Georgius Mathema
ticæ Sestator. ¶ Georgius Tragurinus eiusq. filius Marcus. ¶ Alexius
Bergomensis. ¶ Ioānes Marcus Canotius Patavinus. ¶ Petrus Lom
bardus. Hi quatuor prefati Architectonica Clari. ¶ Bernardinus Pe
rulus Vrbinas. ¶ Alexander francius & Vanotius Pauli Senenses. ¶ Ot

taui⁹ forosempronienfis. ¶ Ioānes franciscus puteolanus. ¶ Nicolaus corbolus florentinus. ¶ Franciscus rostellus florentinus Cosmographus. ¶ Aliiq. plurimi quorum nomina sigillatim referre ad quingentū amplius oporofum nimis foret florem tantum hominum decerpfi.

¶ Ifidorus Bagnolus Apofolorum præful & Sereniffimi Principis Cellarius Natali Regie dñi Jacobi præfuli & Veneto Canonico. S. P. D.



Electatur Mirum immodum Superiore Anno prælectio ne quadam Euclidis Mathematicorum omnium facile Principis in quintum eius Librum. quam LVCAS. Paciolus de Burgo Sacti Sepulchri Minoritanæ Familæ addictus omnium noſtræ tempeſtate hiſce diſciplinis inſtructiſſimus habuit. Non potui frater optime totum uoluptatem incredibilem quam ceperam non cõmunicare: tum quod te etiam atq. etiam amem. Tum quod ipſa res Digna mihi ſemper eſt uifa: que tibi quoq. cognita perſpectaq. foret. Noras tu ſcio. LVCAM. noſtrum Noras hominis ingenium. Noras hominis famam Verum eius ſcripta fortaſſe non attigeras ut pro ingenii tui Felicitate & candore melius de tota re ſententiã ferres. Ego uero qui tibi ſemper gratificari ſtudi curau. Vt qui audire prælegentem LVCAM. per publicas occupatiões non potuiſſi præſens habere abſens in quo te quandoq. oblecter fructuq. maximum capias. Leges igitur tu iſtam prælectionem. Leges & poſt illã quintum Euclidis librum qui ſane iſt eſt ut quanto Euclides ipſe omnes alios ſcriptores antecellit tanto quintus hic ſcripta ab eo alia præſtet. Sunt qdem plena ingenii: plena acuminis: plena diuinitatis in hoc qnto omnia. Nihil conſequutum te in mathematicis credes. Niſi quintum non ſolum quod aiunt a limine ſalutes ſed accurate inſpicias. Quare non dubito quin pro rei præſtantia & auctoris ſingulari ac prope diuina ſcientia id legas & quod te plurimum delectari poſſit & aliis etiam atq. etiam prodeſſe. Cætera interim mathematica uel Euclidis nunc eadem emendatiſſima uel que Lucas ipſe ſuo Marte peperit qñ in dies cudiſſur ſelix expecta. Bene uale Venetiis ex ædib⁹ noſtris. M.D. viii. Martii. xii.

Castigator.



Utant non nulli optime lector huiusmodi mathematicæ diſcipline ignari proportionem quantitatem eſſe quod minime uerum eſt ſed eſt mera quantitatu adinuicem habitudo. cum eiſdem fuerint generis quantecumq. fuerint ut in ſequentibus apertiffime. Euclides ipſe diffinit. Et talis habitudo ad minus exigit duo extrema ſeu duos terminos. Proportionalitate autem nõ ſic intelligas habitudinem eſſe quantitatum ſed ſolum proportionum ſimilitudinem & nomine alio quidam eam proportionum proportionem appellant. Ad cuius conſtitutionem ad minus due proportionẽs requirunt. cum ſimilitudo ad minus exigat duo extrema hoc eſt duas proportionẽs ut in ſta in iſto quinto loco ſuo habebis & due proportiões ad minus exigunt tres terminos ſi fuerit continuæ. ut. 2. 4. 8. 16. dicuntur proportionales & ſic. 3. 9. 27. 81. ſunt. n. primi proportionales in dupla: poſtremi uero in tripla & dicũt continua. Item alio modo dicuntur proportionalia in continua ut ſunt. 2. 4. 10. 20. & 14. & iſta uocatur proportionalitas dupla in continua &c. Et ppet ne tu cum reliquis in foueam cadas uolui te tantum reddere ne in ſequentibus tibi equo uocatio occurrat. quoniam ſcribitur Indoctus &c.

Necessarius ac vtilissimus Euclidis Liber quintus de p
portionibus et proportionalitatibus ex perfecta Campani tra
ductioe. Magistro Luca Paciolo de burgo. Sancti Sepul
cri Ordinis. Vinorum Castigatore optimo. Incipit feliciter.

Diffinitio .1.



Ars est quantitas quantitatis mi
nor maioris cum minor maiorem
nummeret.

Pars quandoq. sumitur proprie: et
hec est q. aliquotiens sumpta suū totū
ipse constituit sine diminutione uel aug
mento: et dicitur suū totum numera
re per illum numerum sū quem sumi
tur ad ipsius totius constitutionem: ta
lem aut partem quam multiplicatiua
dicimus hic diffinit. **Q**uandoq. su
mitur cōter et hec est quilibet quanti
tas minor que quotienscūq. sumpta suo
toto minus aut maius constituit. quā

aggregatiua dicimus: eo q. cum alia quantitate diuersa totum suū cō
stituat: per se autem quotiens cūq. sumpta fuerit non producat.

Diffinitio .2.



Multiplex est maior minoris qm eam minor metitur.

Pars relatiue dicitur ad totum: et in istis duobus extre
mis consistit eorum adinuicem relatio: et ideo diffinito
minori extremo diffinit hic maior: uocat aut ipsum mul
tiplex propter hoc q. minus ipsum aliquotiens sumptum
constituat: erunt igitur relatiue dicta adinuicem: pars et
multiplex. Nam omnis pars submultiplex: ut patet per eius diffinitionē.

Diffinitio .3.



Proportio est duarum quantecūq. sint eiusdem ge
neris quantitas certa alterius ad alterā habundō.

Proportio est habitudo duarum rerum eiusdem gene
ris adinuicem in eo q. earum altera maior aut minor est
reliqua uel sibi equalis. **N**on enim solum in quantitati
bus reperit proportio. sed in ponderibus: potētis et sonis.
In ponderibus quidem et potētis uult plato in thimeo q. proportionē
ubi elementorum nume. ostendit: in sonis autem esse proportionem liq.
ex musica. Nam ut uult Boecius in quarto si quilibet nenus in duas ine
quales ptes diuidat. erit ipsa ptiū suūq. sonoz: eadem cōuerso mō p
portio. Sed in quibuscūq. pportio reperitur: ea ptiū participant naturam ppe
tatēq. quantitatē: non. n. reperitur in aliquibus rebus duabus nisi in eo q. eaz
una est reliqua maior aut minor. aut sibi eqlis. **Q**uantitatis aut ppiū
est sū ipsam eqlē uel ineguale dici. ut uult Aristo. in pdicamentis. n. liq.
pportionem primo in quantitate repiri. et p ipsam in omnibus aliis. Nec
ē in aliquibus rebus pportionem cui similis non sit in aliquibus quantitatib.
pp qd bene dixit Euclides pportioem simplr ēē in quantitate cum eā diffi
niuit p habitudinem duaz quantitatū eiusdem generis adinuicē. **C**uius
diffinitionis intellectus ē: q. pportio ē habitudo duaz quantitatū adinu
cem q. attēdit in eo q. una eaz ē maior aut minor alia uel sibi eqlis: p qd
patet q. oportet eas ēē eiusdē generis: ut duos nūeros: aut duas lineas: aut
duas supficies: aut duo corpa: aut duo loca: aut duo tpa. Non n. pōt dici
linea maior aut minor supficie. aut corpe nec ipsi loco. sed līea. linea et su
p fies supficie. Sola. n. uniuoca. cōpabilia sunt. **Q**uod aut dicit cer
ta habitudo. Nō sic intelligas q. si nota uel scita. sed quasideterminata: ut sit
sensu. Proportio ē determinata hūdo duaz quantitatū ita in quā determi

nata & hec & non alia. Non enim est necessarium ut ois habitudo duarū
quāritatum sit scita a nobis nec ē a natura. ¶ Nam proportio quedam
est discretorum ut numerorū. qdam autē continuorū. In numeris autē mi
nor est pars^b aut partes maioris ut demonstratur in septimo: quare & in
eis omnibus est habitudo certa & nota. ¶ At uero in continuis est pro
portio magis largi: est enim in eis ubi minor quāritas est pars^c aut ptes
maioris & talium oium mediantibus numeris est proportio notata q̄ rō
nans dicitur. Dicunturq; omnes tales quāritates cōmunicantes: quia
eas una & eadem necessario metitur. unde & omnes numeri sunt cōmuni
cantes. omnes enim ipsos metitur unitas. ¶ Est etiā ubi minor nō est pars
aut partes^d maioris & in talibus nō est nota proportio. nec nobis nec na
ture. Diciturq; hec proportio irrōnalis: & hec quāritates incōmunican
tes: unde sicut quēcunq; proportio reperitur in numeris reperiat^e in om
ni genere continuorum: ut in lineis superficiebus corporibus & tempori
bus: non autem econuerso: infinite enim sunt proportionēs in continuis
reperite: quas numerorum natura non sustinet. Sed quēcunq; proportio
reperitur in uno genere cōtinuorum eadem reperit^f in omnibus aliis. Nā
qualitercunq; se habet aliqua linea ad quamlibet aliam: sic se habet que
libet superficies ad aliquā aliam. & quodlibet corpus ad aliquod aliud: si
militer & tempus. sed non sic quilibet numerus ad aliquem alium: unde
magis est larga proportio in continuis. q̄ in discretis. Ex quo manifestum
est proportionem geometricam esse maioris abstractionis: q̄ proportio
nem arithmetica: omnis enim proportio circa quam arithmetica uersat^g.
rōnalis est: geometria uero rōnales & irracionales equaliter considerat.

Castigator

a ¶ Vniuoca sunt quorū nomen cōmune est & ratio substantie eadem
ut hoc nomen homo significat sor. & pla. quoniam eadem ratione sor.
est homo qua. pla. &c. Equiuoca uero quorū nomen cōmune est & ra
tio substantie diuersa ut hoc nomen canis significat latrabilem piscem &
stellam sed alia & alia ratione &c. etiā hoc nomē sanum dicitur de urina
& cibo in genere latent equiuocationes. b ¶ Quando minor est pars ut
4. respectu. u. quando minor est partes ut 8. respectu. u. & sic in ceteris.
c ¶ Ut linea bipedalis linee quadripedalis quando pars^h linea octo
pedalis linee. u. qn ptes. d ¶ Vel. 8. 10. respectu. u. uel. 12. respectu. 8. u.

Diffinitio 4.



Proportionalitas est similitudo proportionum.

¶ Ut si dicamus q̄ que est proportio a. ad b. ea est etiam
c. ad d. proportio que ē inter a. & b. similis ē illi que est in
ter c. & d. Hec autem similitudo que ex istis proportioni
bus resultat dicitur proportionalitas.

Castigator

¶ Amica est enim similitudo. dissimilitudo uero odiosa at contraria.
Boetius in primo musice capitulo primo & 31. Proportiones autem prin
cipaliter in numeris cōsiderātur. Boetius primo capitulo quarti musices.
¶ Ista proportionalitas potest dici dupla tripla quadrupla sexquialtera
sexquitercia &c. put fuerint q̄ritates proportionate continue.

Diffinitio 5.



Quantitates que dicuntur cōtinuam habere propor
tionalitatem: sunt quarū eque multiplicia: aut eā
sunt: aut eque sibi sine interruptione addunt aut
minuunt.

¶ Supposita diuisione proportionalitatis p̄ continuam
& discontinuam diffinit mensura diuidentia. & primo cō
tinuam imo ut uerius dicam: supposita diuisione proportionalium p̄ con
tinue proportionalia & incontinue diffinit non continuam proportio
nalitatem: nec incontinuum: sed cōtinue proportionalia & incontinue.
Diffinitio autem continue proportionalitatis & incontinue satis patet p̄

a 4 c 6

b 2 d 3

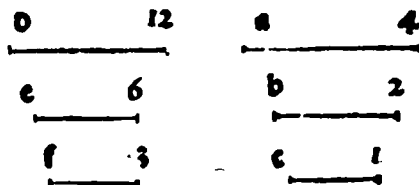
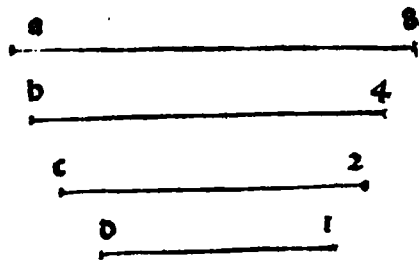
e 8

b 4

c 2

d 1

Diffinitionem continue pportionalium & icontinue. ¶ Continua aut proportionalitas est cum quodlibet quantatum eiusdem generis i qua proportionem prima antecedit secundam in eadem quolibet aliarum antecedit proximo consequentem: ut cum dicimus sicut se habet. a. ad. b. ita b. ad. c. & c. ad. d. eritq. quolibet earum antecedens & consequens excepta prima que est solum antecedens: & ultima que est tantum consequens. ¶ Et in hac proportionalitate necesse est omnes quantitates esse eiusdem generis propter continuationem proportionum eo q. non sit proportio inter quantitates generum diuersorum: & hec erit ad minus in tribus terminis. constituta. ¶ Incontinua autem est cum quatuor quantitatibus siue oēs fuerint eiusdem generis siue due prime unius & due postreme alterius in qua proportionem prima antecedit secundam in eadem tertia antecedit quartam: ut cum dicimus sicut se habet. a. ad. b. ita. c. ad. d. eritq. earum quolibet aut tantum antecedens aut tñ consequens: nec est necesse ut sint omnes quatuor eiusdem generis sicut erat in proportionalitate continua: eo q. consequens prime proportionis non continuatur antecedenti scilicet sed possibile ē ut sint eiusdem generis: & possibile est ut sint diuersorum. Sicut. n. contingit lineam reperiri duplā ad lineā aut triplā: ita si perficiem ad superficiem: & corpus ad corpus: & tempus ad tempus: & numerus ad numerum. ¶ Viso quid sit continua proportionalitas. & quid incontinua explanemus diffinitionem continue proportionalium pmissam. ¶ Quantitates inquit proportionales continue sunt quaz. eque multiplicia aut sibi sunt equalia: aut eque sibi sine interruptione addunt aut minuuntur: utbi gratia. Sint tres quantitates eiusdem generis. a. b. c. ad quas sumantur. d. e. f. eque multiplicia: ut sicut. d. est multiplex ad. a. ita. e. sit multiplex ad. b. & f. ad. c. eruntq. omnes in eodem genere. Multiplicia. n. & submultiplicia in eodem sunt genere: sitq. ut. d. e. f. aut sint equalia ad invicem: aut similiter se habeant in addendo aut minuendo: ita q. sicut. d. addit super. e. aut minuit ab ipso: ita. e. addat super. f. aut minuat ab ipso. Cū hec inquam multiplicia sic se habuerint erunt tres quantitates. a. b. c. continue proportionales. ¶ Multiplicia aut nō intelligas similiter se habere in addendo aut minuendo quantum ad quantitatem excessus: sed quantum ad proportionem: aliter. n. diffinitio ēē falsa. Nam quālibet quātita- tum eiusdem generis equis se differentiis excedentium eque multiplicia accepta equis etiam differentiis se excedunt: tñ similiter se habēt in addendo & minuendo quantum ad quantitatem excessus. Nec tñ priores quantitates sunt continue proportionales: imo minoꝝ est semper maior proportio. ¶ Hoc aut ideo evenit qm̄ ea multiplicia non similiter se excedūt quantum ad proportionem: sed solum quātū ad quātitatē excessus est. n. & ibi in minoribus multiplicibus maior proportio. ¶ Verbi grā sumatur tres numeri equis differentiis se excedētes immediate videlicet arithmetice ut. 2. 3. 4. hōꝝ triū eque multiplices equaliter se excedūt. dupli quidē binario: tripli ternario. & sic de ceteris: non tamen sunt. 2. 3. 4. continue proportionales: imo minorum est maior proportio: est enim ipsorum proportio sexquialtera: & maiorum sexquitercia. ¶ Quia ergo inter eos nō ē similitudo proportionum. Non erit inter eos proportionalitas: & ideo neq. continua neq. incontinua. ¶ Patet ergo similitudinē illā additionis aut diminutionis nō intelligi quantum ad quātitatē excessus: sed quātū ad proportionem. ¶ Erit itaq. sensus diffinitionis premisse. Cōtinua pportionalia sunt quāru oīa multiplicia equalia: sunt cōtinue pportionalia. ¶ Sed noluit ipsā diffinitionē pponere si b hac formā: quia tunc diffiniret idem per idem a parte tñ rei: est istud cū sua diffinitione conuertibile. Tres aut quantitates. a. b. c. oportet esse eiusdem generis ad hoc ut earum multiplicia sibi invicē equalia sint aut similiter se habeant in addendo aut minuendo. Si. n. a. & b. essent diuersorum generum essent etiam. d. & e. ipsaz. a. & b. multiplicia eorūdem diuersorum generum: propter hoc q. multiplicia & submultiplicia eiusdē sunt generis: quare. d. nō ēē equis. e. nec ea maiori



aut minor. Nā q̄itates dīuersoꝝ geneꝝ nō sunt adinuicē comparabiles.

¶ Castigator.

a ¶ Maxime geometre interest de p̄portionibus ¶ natura ipsarum tota liter differere. Nam arithmeticus nō inuenit in oībus numeris p̄portiois modos qm̄ infinite sunt p̄portiones quas natura numeroꝝ non patitur in isto per Campanum dicitur. ¶ Qm̄ aut ipsa p̄portionis cōsideratio extensa est ¶ lata ¶ applicatur fere omnibus adinuicem comparabilibus s̄m magis ¶ minus. Ideo s̄m hunc conceptum cōerni potest sic diffiniri. ¶ Proportio est aliquorum adinuicem cōparabilium unus ad alterum certa habitudo. uerbi gratia. ut numeri ad numerū magnitudinis ad magnitudinem soni ad sonum; temporis ad tempus; motus ad motum; humoris ad humorem; saporis ad saporem; coloris ad colorem &c. Geometre aut trahit intentionem proportionis ad magnitudinem ¶ habet eam sic diffinire. proportio est duarū q̄ntitatum eiusdem generis unus ad alteram certa habitudo. Dico aut eiusdem generis quia sola talia comparabilia sunt. ¶ Diuiditur autem proportio in duas spēs que accipiuntur in comparatione ad quantitates. Nam quantitatum quedam sunt cōmuni cātes siue cōmensurabiles. quedam dicuntur incōicantes siue incōmensurabiles; cōicantes dicuntur ille quibus est una quantitas cōmunis eas numerans. Dicitur aut una quantitas numerare aliam. que s̄m aliquem numerum accepta p̄ducit ipsam ut linea pedalis bipedalem uel tripedalem lineam. Sunt igitur quantitates cōmunicātes sicut linea bipedalis ¶ tripedalis quas pedalis linea s̄m binarium ¶ ternarium numerat. Q̄ntitates uero quibus non est una cōmunis quantitas eas numeris dicuntur incōmensurabiles cuiusmodi sine diameter quadrati ¶ eius latus sunt igit s̄m hoc due p̄portionum spēs. rationalis ¶ irrationalis p̄portio rationalis debetur q̄ntitatibus cōicantibus ipsa quoq̄ est que numeris sola debetur. Irrationalis aut p̄portio q̄ntitatibus incōmensurabilibus debet numeris. uero neq̄ q̄ cōpetit. ¶ Vñ manifestū ē q̄ ad geometriā p̄tinet p̄portiois cōsideratio quia oīs p̄portio est magnitudinis sed nō oīs p̄portio ē nūmeralis. Proportio igit rationalis denotatur immediate ab aliquo nūmero cū. n. q̄ntitatū cōicantiū oportet q̄ s̄m aliquē numerū maior uel aliquā p̄ minoris maiore nūeretur p̄ quod dixit Euclides infra in .5. decimi. Oīum duarū q̄ntitatū cōicantiarū est p̄portio alterius ad alterā tanq̄ p̄portio nūeri ad numerū. Diuidit autem hec spēs s̄m oīm modum s̄m que diuisa ē p̄portio arithmetica mā alia est q̄ntitatis alia. inequalitatis ¶ p̄portio inequalitatis subdividit alia maioris alia minoris inequalitatis ¶ utraq̄ accipit inter eorū terminos nō eodē ordine. Prima. n. ē habitudo maioris termini ad minore. secūda minoris ad maiore cōuerso. Et utraq̄ s̄m qnq̄ spēs subdividit. qm̄ maioris inequalitatis spēs sunt p̄portio multiplex p̄portio super particularis p̄portio superpartiens. Item p̄portio multiplex superparticularis ¶ p̄portio multiplex superpartiens. Totidēq̄ spēs habet p̄portio inequalitatis minoris ¶ eisdē signant. noībus addita prepositione sub. ¶ de istoz diuisionibus dicit arithmetica non oportet plus insistere. ¶ Proportio aut irrationalis non notatur sic immediate ab aliquo numero ab alia p̄portione numerali qm̄ nō ē possibile ut s̄m aliquē numerum p̄ aliqua minoris maiore numeret. Cōtingit tñ mediate denotare irrationalē a numero ut q̄ p̄portio diametri ad costā ē medietas p̄portionis duplę. ¶ ita capiunt alie spēs p̄portionis huius denotationē a numero. Diuidit autem hec p̄portio in duas spēs q̄ accipiunt penes cōparationem ad q̄ntitates mensurabiles ¶ ad modos diuersificationis in eis ut lineaz quedā sunt incōmensurabiles in longitudine tñ quedā sunt incōmensurabiles in lōgitudine simul ¶ in potētia. Incōmensurabiles in lōgitudine sunt linee quarū lōgitudines nō cōicant. Si aut superficies quadrate in quas possint cōicent. tñc sunt incōmensurabiles in lōgitudine tñc cōicantes aut in potētia. Et hec spēs prima ut latus quadrati ¶ diametri eiusdē nō cōicant quadrata aut eorū cōicāt s̄m p̄portionē duplā. Si uero superficies quadrate in quas possunt

f	12	e	8
c	6	a	4
d	2	b	2
b	6	g	6
e	16	g	19
a	8	c	9
b	4	d	6
f	16	b	24
g	12	e	16
c	6	a	8
d	4	b	5
b	12	f	15
g	10	e	14
c	5	a	7
d	3	b	4
b	9	f	12
g	16	e	24
c	8	a	7
d	6	b	5
b	18	f	15

et quartā quia nisi p multipliciū sup̄ione cōtinuant termini prime p portiois cū terminis secūde. nō erit p qd sit pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d.

Caligato.

a ¶ Nam si a. ponatur. 6. & b. 4. c. u. ero. 5. & d. 3. & sumant multiplicia eq̄ liter ut puta dupla ad primam & tertiam erit. f. 10. & e. u. Itemq; ad secundā & quartam et dupla erunt. h. 6. & g. 8. que multiplicia in ordine suarum quātitatum adinuicem cōparata arithmetice eodem modo se hñt in addendo equando & minuendo nam dupla p quaternarium ut patet & tripla p senarium & sic in ceteris & tñ prime ad secūdā nō est sicut tertie ad quartā nā illa est sexq̄altera & alia sup̄bipartiens tertias & ideo geometrice debēt intelligi. ¶ Infra. 4. qñti clare apebit multiplicia taliter relata adinuicem ppositum cōcludere et in. 1. sexti. Idem. b ¶ Exemplū qñ non sunt pportioales. s. & 3. pro. c. d. & 6. 4. p. a. b. multiplicia nō se hñt eodem mō. 10. 6. 12. 8. ¶ Id est non arithmetice sed geometricē. c ¶ Boetius. 1. musice capitulo. 12. sed inter has tres medietates pportionalitas qd̄ p̄prie & maxime geometrica nuncupat̄ iccirco qñ eq̄ pportioibz tota contextitur. Sed tñ eodem utemur p̄misce uocabulo pportioalit̄ et ceteras nūcupantes uidelicet arithmetica & arithmetica. d ¶ Sicut numeri caput est unitas ita pportioū eq̄litate eē p̄ncipium. Boetius. 1. musice capitulo. 15. ibidem ostendit qualiter duobus modis proportionalitas arithmetica procreatur exemplis optimis in numeris.

Diffinitio .7.



Quantitates quarum proportio est una proportionalis nominantur.

¶ Postquam diffiniuit quantitates continue proportionales & incontinue diffinit quantitates proportionales simpliciter & patet diffinitio.

Diffinitio .8.



Si fuerint p. m. 2 tertie eque multiplices. Itēq; secūde 2 quarte eque multiplices. addetq; multiplex prime super multiplicem secūde. Non addet autem multiplex tertie super multiplices quarte dicetur prima maioris proportionis ad secundā q̄s tertie ad quartam.

¶ Diffinitis quātitatibus pportionalibus diffinit quātitates in proportionales. Sunt aut̄ improporcionales inter quas est dissimilitudo pportio num quod cōtingit dupliciter aut q̄a maior est pportio p̄me ad secundā & tertie ad quartā aut q̄a minor & tō eius sunt due sp̄s. Priā qñ maior est pportio p̄mi ad sc̄dm q̄ tertie ad quartam & dicit̄ hec maior improporionalitas. ¶ Secūda uero qñ minor est proportio primi ad sc̄dm q̄ tertie ad quartam & dicitur minor improporionalitas. ¶ Diffinit ergo eas inter quas est maior proportio prime ad secundā q̄ tertie ad quartā q̄ est maior improporionalitas diffinitionem aut̄ earum inter quas ē minor pportio prime ad secundā q̄ tertie ad quartā non ponit quia ipsa patet ex alia. ¶ Cū igit̄ fuerint. 4. quantitates ad quas p̄mam & tertā sumpta sint eque multiplicia. & ad sc̄dm & quartā eq̄ multiplicia & multiplicia p̄me & sc̄de relata adinuicem non se habebūt similiter multiplicibus tertie & quarte relatis adinuicem in additione diminutione & equalitate ille. 4. quantitates erunt improporcionales. ¶ Quod si ita fuerit q̄ multiplex p̄me sit equale multiplici sc̄de. multiplex uero tertie sit minus multiplici quarte. Aut q̄ multiplex p̄me sit maius multiplici sc̄de. multiplex aut̄ tertie sit eq̄le. aut minus multiplici quarte. Aut q̄ multiplex p̄me sit maius multiplici sc̄de & similiter multiplex tertie multiplici quarte uerumtñ plus excedit quātum ad pportionem non quātum ad quātitatē excessus multiplex p̄me multiplex sc̄de q̄ multiplex tertie multiplex quarte. Aut q̄ multiplex p̄me sit minus multiplici sc̄de. & si multiplex tertie multiplici quarte uerumtñ minus minuit quātum ad pportionem nō quātum ad quā

nitatē excessus: multiplex p̄me a multiplici sc̄de: q̄ multiplex tertie a mul-
tiplici quarte: erit quolibet istoz. 4. modoz. maior p̄portio p̄me ad secun-
dam q̄ tertie ad quartam q̄tuor aut̄ modis istis oppositis erit minor pro-
portio p̄me ad sc̄dam q̄ tertie ad quartā. Exēpla aut̄ istoz. oīum euidenter
sumētur ex numeris. ¶ Additio ergo illa multiplicis p̄me sup̄ multiplex se-
cūde. Non aut̄ multiplicis tertie sup̄ multiplex q̄rte de q̄ loquitur auct̄or
i diffinitionē latitudinē hēt ad istos. 4. modos p̄dictos t̄ ipsos cōphēdit.
un̄ sensus istius diffinitionis ē cū sumptis sic multiplicibus ut proponit fue-
rit maior p̄portio multiplicis p̄me ad multiplex secūde q̄ multiplicis ter-
tie ad multiplex q̄rte: erit maior proportio p̄me ad sc̄dam q̄ tertie ad q̄rtā:
si diffiniuit aut̄ sub hac forma p̄p̄ cōem cām p̄sdictā. Vel possumus dice-
re q̄ additio multiplicis p̄me sup̄ multiplex secūde: t̄ non multiplicis ter-
tie sup̄ multiplex q̄rte: de qua loquitur in p̄missa diffinitione maioris in-
proportionalitatis proprie accipitur prout p̄ba diffinitionis sonāt: t̄ non
se ex tēdit nisi ad sc̄dm q̄tuor p̄dictoz. modoz. licet reuera quolibet illo-
rum q̄tuor modoz. sit maior proportio p̄me ad secūdam q̄ tertie ad q̄rtā.
un̄ sensus illius diffinitionis ē cū sumptis sic multiplicibus ut proponit si
multiplici p̄me exite maiori multiplici secūde si sit nēcariū q̄ multiplex
tertie sit maius multiplici q̄rte: tūc erit maior p̄portio p̄me ad sc̄dam q̄ ter-
tie ad q̄rtam. p̄ hoc aut̄ non posuit reliquos tres additiōis modos in p̄di-
cta diffinitione: quia iste est illis oībus magis planus t̄ ad dictam diffi-
nitiōem sufficiens. Nusq̄ enim est maior proportio prime. 4. quantitatum
ad secundam q̄ tertie ad quartam: quin contingat aliqua eque multipli-
cia ad p̄mam t̄ tertiā repiri. Que cum relata fuerint ad aliqua eque mul-
tiplicia secūde t̄ quarte inuenietur multiplex prime addere super mul-
tiplex secūde non aut̄ multiplex tertie super multiplex quarte. Nec usq̄ cō-
tingit hoc repiri qn̄ sit maior p̄portio p̄me ad sc̄dam q̄ tertie ad quartam
ut demonstrabimus infra supra decimā huius. ¶ Posunt aut̄ esse hee quā-
titates improporcionales diuersorum generum sicut t̄ quātitates inconti-
nue proportionales si inter eas fuerit incontinua improporționalitas ut
si dicatur maior est proportio. a. ad. b. q̄. c. ad. d. Si autem fuerit cōtinua
improporționalitas erunt oēs eiusdem generis necessario sicut sunt in cō-
tinua proportionalitate. ut si dicatur maior ē p̄portio. a. ad. b. q̄. b. ad. c.

¶ Castigator.

a ¶ Sufficiētia huius diffinitionis habetur ex. 8. huius. s. ut in fine dicte
B. dicitur. b ¶ Dissimilitudo uero odiosa atq̄ contraria. Boetius in pri-
mo musice capitulo primo. ¶ Amica est enim similitudo.

Diffinitio .9.



St autem proportionalitas ad minus inter tres
terminos constituta.

¶ Postq̄ auct̄or diffiniuit p̄portionem p̄portionalitatē
t̄ q̄ntitates p̄portionales t̄ ip̄portioales. oñdit q̄ sit mi-
nimus nūerus terminoz. inter quos p̄portioalitas pōt cōsi-
stere maximū aut̄ nō ponit. q̄ illū nō cōtingit summeret
potest. n. proportio q̄libet continuari in terminis infinitis siue fuerit rō-
nalis a proportio siue b irrationalis. ¶ Ad proportionalitatem aut̄ exi-
guntur ad minus due p̄portiones similes: eo q̄ p̄portionalitas sit similitu-
do p̄portionum. Quelibet aut̄ proportio hēt añs t̄ consequens: ergo q̄li-
bet p̄portionalitas hēt ad minus duo añtia t̄ duo consequētia: hoc ē im-
possibile fieri i paucioribus q̄ tribus terminis in q̄bus medius eoz. fiet añs
t̄ consequēs: t̄ iō p̄portionalitas erit continua q̄rte in tribus terminis ad
minus erit continua proportionalitas constituta. Incontinua autem nō
erit in paucioribus q̄ in. 4. eo q̄ in ipsa quilibet terminus est tantum ante-
cedens: aut tantum consequens: idem intellige de minori numero termi-
norum improporționalitatis. Si enim fuerit continua. erit ad minus in-
ter tres terminos. Si incontinua ad minus inter quatuor.

¶ Castigator.

a ¶ Que ab aliquo numero denominatur immediate: b ¶ Que ab aliquo numero non denominatur immediate ut dyametri ad costam eius quadrati.

Diffinitio 10.



¶ Si fuerint tres quantitates continue proportionales dicitur proportio prime ad tertiam proportio prime ad secundam duplicata.

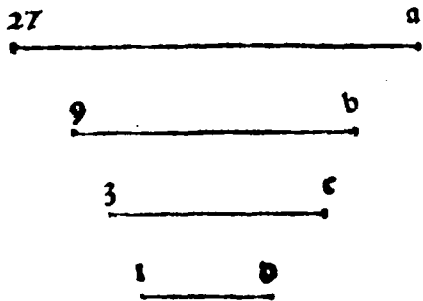
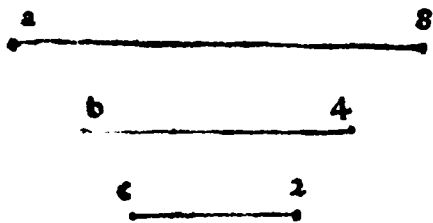
¶ Diffinit proportionem que est inter extremos terminos continue proportionalitatis in tribus terminis consistit: et dicitur si fuerit proportio primi ad secundam sicut secundi ad tertium erit proportio primi ad tertium sicut primi ad secundam duplicata: hoc est ex duabus talibus composita. ¶ Siue quod idem est: erit proportio primi ad tertium sicut primi ad secundam duplicata: hoc est in se multiplicata. Verbi gratia in numeris. Sint 3 numeri continue proportionales: sintque continue duplicati. 1. 4. 8. proportio primi ad tertium erit sicut proportio primi ad secundam in se multiplicata: proportio autem primi ad secundam est duplicata: duplicata uero in se multiplicata: producit quadruplam: unde proportio extremorum est quadrupla: uidelicet duplum dupli uel secundam priorem expositionem proportio extremorum est sicut proportio primi ad secundam duplicata: quia quadrupla constat ex duabus duplis.

Diffinitio 11.



¶ Si fuerint quatuor quantitates continue proportionales. proportio prime ad quartam dicitur proportio prime ad secundam triplicata.

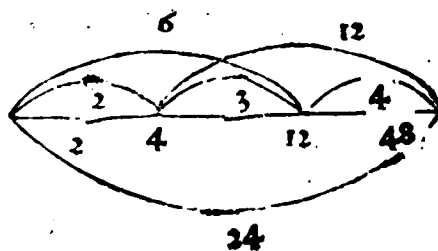
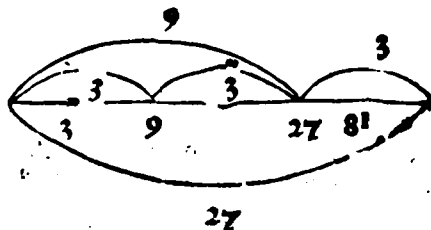
¶ Diffinit proportionem que est inter extremos terminos continue proportionalitatis in 4. terminis consistit: et dicitur si fuerit 4. quantitates continue proportionales: erit proportio prime ad quartam sicut proportio prime ad secundam triplicata. ¶ Hoc est ex tribus talibus composita. quoniam tales inueniuntur in eis: siue quod idem est: erit proportio prime ad quartam sicut prime ad secundam triplicata. hoc est in se postea in productum multiplicata. Verbi gratia in numeris. Sint quatuor numeri continue proportionales: sintque continue tripli ut sint 1. 3. 9. 27. proportio primi ad quartum erit sicut proportio primi ad secundam in se postea in productum multiplicata: proportio autem primi ad secundam est tripla: tripla vero in se multiplicata producit noncuplam: et tripla in noncupla producit uiginticuplam septuplam. Unde itaque proportio extremorum uiginticupla septupla. quod est triplum tripli. Vel secundum priorem expositionem proportio extremorum est sicut proportio primi ad secundam triplicata: quia uiginticupla septupla constat ex tribus triplis. Non diffinit autem proportionem extremorum continue proportionalitatis inter plures quam quatuor terminos consistit: propter id quod dimensiones in rebus naturalibus recte non excedunt ternarium. ¶ Denominatio autem proportionis duarum quantitarum quibus nullum interponitur medium habet naturam linee. Earum uero quibus interponitur unum medium in continua proportionalitate habet naturam superficiem eo quod sit ex multiplicatione denominationis duarum primarum in se. Omne autem quod ex multiplicatione est nec in lineam producit: natura habet superficiem. si in se quidem quadrati: si vero in alteram parte altera longioris. Sed proportionis earum quantitarum denominatio quibus in continua proportionalitate duo media interponuntur naturam habet solidi: quia prouenit ex multiplicatione denominationis duarum primarum. Primo in se. ex qua multiplicatione producit superficiem: deinde in productum ex qua multiplicatione prouenit solidum siue corpus: totum. ¶ Et non quod ex multiplicatione linee in superficiem producit crescit in solidum. ¶ Est ergo ac si diceret proportio duarum quantitarum est simplex inter nullum: et habet naturam simplicis dimensionis ut linee: proportionalitas autem trium est duplex inter nullum: et habet naturam duplicis dimensionis. ut superficiem: proportionalitas autem quatuor est triplex inter nullum: et habet naturam trine dimensionis ut solidi. Et quia dimensiones ulterius non procedunt. ideo non diffinit proportionem contentam inter extremos.



portionalitatis in quinque terminis aut pluribus constitute. ¶ Vel non definit proportionem in his quia earum proportio habet ex predictis definitionibus. Si. n. in tribus terminis proportio extremorum constat ex proportionem primorum duplicata: & in quatuor terminis constat ex eadem triplicata: in. 5. terminis constat ex eadem quadruplicata: & in sex ex eadem quintuplicata. ¶ Vbi quemadmodum in tribus terminis continue proportionabilibus proportio extremorum continet proportionem primorum bis. & in. 4. terminis ter. sic in. 5. terminis continebit quater. & in sex quinquies. & ita deinceps. ut semper proportio extremorum in terminis continue proportionalibus toties contineat proportionem primorum quot sunt omnes termini minus uno. ¶ Similiter quoque si proportio extremorum continue proportionalitatis in tribus terminis constitute est ea que producit ex proportionem primorum in se semel multiplicata: & in. 4. in se bis multiplicata: in quinque terminis ea que producit ex proportionem primorum in se ter multiplicata & in. 6. terminis quater: & sic semper ut termini fuerint duobus plures multiplicationibus: ut multiplicationes sint equales mediis extremis interpositis. Et nota quod et in impropotionalitate continua extremorum proportio producit ex omnibus proportionibus intermediis. ¶ Ex predictis apparet quod proportio extremorum continue proportionalitatis in tribus terminis constitute denotatur a quadrato: in quatuor terminis constitute denotatur a cubo: quorum quidem quadrati & cubi latus est denominatio proportionis primi ad secundum: uerbi gratia: in numeris. Sint quatuor numeri continue proportionales qui sunt continue tripli. 3. 9. 27. 81. proportio primi ad secundum denominatur a ternario. est enim triplum: primi non ad tertium a nonario qui est quadratus ternarii. nam ipsa est noncupla. At non proportio primi ad quartum denominatur a. 27. qui est cubus denominationis proportionis primi ad secundum uidelicet ternarii. ipsa. n. est uiginticupla septupla. ¶ Et proportio extremorum in proportionalitatis continue in tribus terminis constitute denominatur a superficiali non quadrato: cuius latera sunt denominationes ipsarum proportionum in quatuor terminis constitute denominatur a solido non cubo. cuius tria latera sunt denominationes trium proportionum. quod et patet in numeris. Sint quatuor numeri continue impropotionales: qui sunt. 2. 4. 12. 48. in quibus proportio primi ad secundum est dupla: secundi ad tertium tripla: & ideo primi ad tertium sexcupla: tertii uero ad quartum quadrupla: & ideo primi ad quartum uiginticupla quadrupla. Senarius ergo qui est denotatio proportionis primi ad tertium est superficialis: cuius latera sunt duo & tria qui sunt denominationes duarum primarum proportionum. 2. 4. uero qui est denotatio proportionis primi ad quartum est solidus cuius latera sunt. 2. 3. &. 4. qui sunt denominationes trium proportionum inter illos quatuor terminos entium.

Castigator

¶ Et quecumque dicte sunt passionis de proportionalitate indifferenter intellige scilicet arithmetice & geometrice quoniam utroque modo possunt assignari quantitates uidelicet proportionales geometrice & proportionales arithmetice & utroque continue & discontinue respectu eorundem generum & diuersorum ut dictum est. quia continue semper sunt eiusdem generis siue geometrice siue arithmetice & incontinue possunt esse diuersorum & eiusdem indifferenter. Sed illa geometrica habet attendi penes proportionem quo ad equalitatem diminutionem & additionem & ista arithmetica solum penes differentias seu excessus. Et sic intelligas de impropotionalitate utriusque maiori & minori continua & incontinua &c. ut per te facilliter deduces cuius ingenii non diffido ideo &c. etiam quo ad compositionem proportionis extremorum in tribus & in quatuor terminis continet: quia sicut geometrica in tribus terminis primi ad tertium constat ex primi ad secundum duplicata quo ad proportionem etiam arithmetica quo ad differentias ex illa duplicata & in. 4. triplicata & sic in ceteris argue.



Diffinitio .12.



Quantitates que sunt in pportione vna. antecedens ad consequentem ⁊ antecedens ad consequentem. dicitur e contrario sicut consequens ad antecedentem. sic consequens ad antecedentem. ¶ Itemq; permutatim sicut antecedens ad antecedentem sic etiam consequens ad consequentem.

¶ Diffinit species proportionalitatis que sunt .6. uidelicet conuersa. permutata. disiuncta. coniuncta. eversa. ⁊ equa. ¶ Sunt autē hec species q̄si quidam modi arguendi: diffinit ergo primo conuersam proportionalitatem ⁊ permutatam: in quibus manent antecedentia ⁊ consequentia eadem s̄m substantiam: quod non est in disiuncta: coniuncta aut eversa ⁊ in quibus nihil extra sumitur ut in equa: uocat autē antecedens primū extremum proportionis: consequens uero uocat secundum. ¶ Vult itaq; per hanc diffinitionemq; si fuerit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ⁊ ex b. ego concludam: ergo. b. ad. a. sicut. d. ad. c. uidelicet ut faciam de antecedentibus consequentia ⁊ de consequentibus antecedentia: quod iste modus arguendi uocetur pportionalitas e contrario sue eversa. ¶ Si autē sic arguam. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ergo. a. ad. c. sicut. b. ad. d. uidelicet ut ambo extrema prime proportionis: fiant antecedentia: ⁊ ambo extrema secunde consequentia. uult q̄ iste modus arguendi uocetur pportionalitas permutata: ⁊ in isto modo arguendi fit antecedens secunde proportionis consequens: ⁊ consequens prime antecedens.

Diffinitio .13.



Coniuncta vero proportionalitas dicitur quotiens sicut antecedens cum consequente ad consequens sic etiam antecedens cum consequente ad consequens.

¶ Diffinit coniunctam disiunctam ⁊ eversam in quibus etiam nihil extra sumitur sed termini non manent in ip̄s. idem s̄m substantiam ⁊ uult q̄ si ita fuerit. ut sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ⁊ ego ex hoc concludā. ergo totius. a. b. ad. b. sicut totius. c. d. ad. d. q̄ iste modus arguendi dicatur proportionalitas coniuncta.

Diffinitio .14.



Disiuncta vero proportionalitas dicitur augmentorum antecedentium supra consequentia equa comparatio.

¶ Vult q̄ si fuerit proportio totius. a. b. ad. b. sicut totius. c. d. ad. d. ⁊ ex hoc ego concludam. ergo. a. ad. b. sicut. c. ad. d. q̄ iste modus arguendi uocetur disiuncta proportio.

Diffinitio .15.



Eversa proportionalitas dicitur quorumlibet antecedentium ad augmenta suis supra consequentia sua similitudo proportionum.

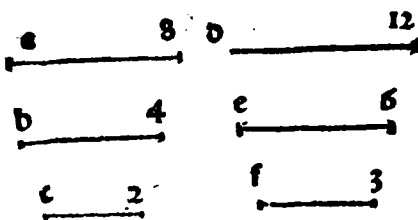
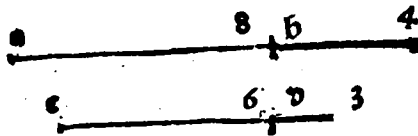
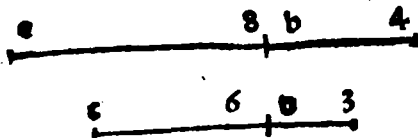
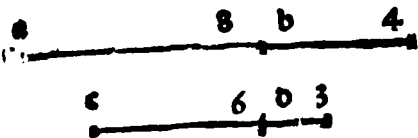
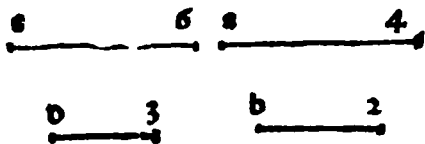
¶ Vult q̄ si fuerit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. ⁊ ex hoc ego concludam ergo. a. b. ad. a. sicut. c. d. ad. c. q̄ iste modus arguendi dicatur eversa proportionalitas.

Diffinitio .16.



Equa proportionalitas dicitur quantitatibus primis propositis alijsq; secundum eundem numerum in vna proportionē applicatis mediorum eque numero remoto utroque extremorum similitudo proportionum.

¶ Diffinit equam pportionalitatem que ad probandū propositum ad extra sumit. ⁊ uult q̄ si simantur quolibet quantitates ut. a. b. c. itemq; totidem alie sue sint eiusdem generis cum primis. siue alterius. ut. d. e. f. fuerintq; secunde in proportionē primarum siue eodem ordine. ut si dicatur. a. ad. b. sicut. d. ad. e. ⁊ b. ad. c. sicut. e.

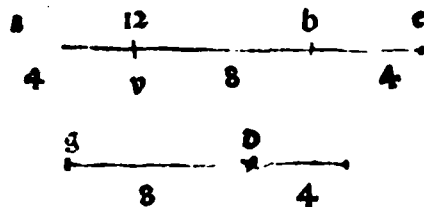


ad. f. Sine ordine cōuerso ut si dicatur. a. ad. b. sicut. d. ad. f. b. ad. e. si
cut. d. ad. e. & ex hoc concludatur. ergo. a. ad. c. sicut. d. ad. f. q. iste mo-
dus arguendi uocet equa pportionalitas. ¶ Hoz aut. 6. modorum argu-
endi qui dicuntur specia pportionalitatis quatuor pbat auctor in lra in-
fra in isto. 5. Permutatam quidem pportionalitatem pbat in. 16. huius
diffinitam in. 17. in. 18. equam uero pportionalitatem de-
monstrat. in. 22. & 23. Sed in. 22. cū qñtitates duoz ordinū eodē ordie sunt
pportōales in. 23. cū qñtitates sunt pportōales ordine cōuerso. Cōuersam hō p-
pportōalitatem: aut euerfam n̄ demonstrat eo q cōuersa patet ex diffinitōe
qñtitarum in cōtinue pportōaliū. Euerfa aut patet ex pmutata adinuicē
19. ut sup eadem. 19. sumus dicturi. qñ aut cōuersa pportōalitas ex dione qñ-
titatum in cōtinue pportōaliū māifesta sit demonstremus nūc. ¶ Sit er-
go pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. uolo ergo demonstrare qd̄ erit. b. ad. a. si-
cut. d. ad. c. Sumat. e. ad. a. & f. ad. c. eq̄ multiplicia. Silr quoq. g. ad. b. &
h. ad. d. eq̄ multiplicia eritq. p cōuersionem diffinitōis qñtitarum incon-
tinue pportionalium. ut. e. & g. itemq. f. & h. similiter se habeāt in additio-
ne diminutione & equalitate. Intellico tūc. b. pñmum. a. scūdum. d. terti-
um. c. qñtum. Supra qñt. sunt ad pñmum & tertium. g. & h. eq̄ multiplicia. Itēq.
ad scūm qñtum. e. & f. eq̄e multiplicia. Et qā multiplicia pñi & secūdi
qñt. g. & e. similiter se hñt multiplicibus tertiū & qñti qñt. b. & f. ad in-
uicē additōe diminutōe & eq̄litate. erit p dictam diffinitōem pportio
b. pñi. ad. a. scūdum sicut. d. tertiū ad. c. qñtum qd̄ est ppositum. Constat
itaq. modus arguēdi qd̄ cōuersa pportionalitas. ¶ Huius aut qñti libri
pñcipia plarimis difficilima esse unī equibz dā conclusōibus quas ex-
ip̄i demonstrat: magis ab intellectu distātia. Nihil. n. ut̄ intellectui ime-
diacius adherere. q̄ q duaz. quarumlibet qñtitarum equalium sit ad terti-
am quālibet una pportio: quod tñ huius quinti. septima demonstrat ex
diffinitōe incontinue pportionalitatis q ab intellectu pñmo ut̄ q pluri-
mum esse remota. Quis. n. non facilius duaz. quātitatum eq̄lium ad ali-
quam tertiā eādem esse pportionem cōcedat. q̄. 4. quātitatum si multi-
plicia pñe & tertiē eq̄liter sumpta multiplicibus secūde. & qñte eq̄liter sum-
ptis similiter se habuerint in additione diminutōe & eq̄litate esse ppor-
tionem pñe ad secūdam. sicut tertiē ad qñtam. Vex. si subtiliter intuemur
liquido constabit nō posse uniri intellectui q pportio duaz. quantitatū
equalium ad tertiā sit una. nisi p quid est esse pportionem unam. Si. n.
quis ignoret quid est esse pportionem unam eādem pportionem alteri
quō cognoscat duaz. qñtitarum eq̄lium esse eādem pportōem ad tertiā.
¶ Indiget igitur pculdubio intellectus anteq̄ illam q̄ uidebatur cōcepti-
bilis ppositio apprehendat huius rei que p ipsius diffinitōe habebitur
cognitōe. postmodum ut̄ p ea diffinitio duabus quātitatibus equalibus
ad tertiā cōparatis cōueniat ptractatiōe. quod si diffinitio inuēta fuerit
illis quātitatibus cōuenire cōcludet ppositū. Sin aut oppositū. Nō ē igit
immediata ppositio quā superficialis apprehensio immediatam iudicauit.
¶ Similiter quoq. immediacius iudicat prima apphensio adherere intelle-
ctui q duarum quātitatum ineq̄lium maior est pportio maioris eaz. ad
aliā q̄ minoris ad eādem. Quam demonstrat. 8. huius. q̄ quod. 4. quan-
titatum sit maior pportio pñe ad secūdam q̄ tertiē ad quartā. cū mul-
tiplicibus ad pñmā & tertiā equaliter sumptis. Itemq. aliis ad secūda
& quartā & equaliter multiplex prime addit super multiplex secūde. &
multiplex tertiē nō addit sup multiplex quarte. ex quo que p̄dicta est pro-
positio demonstratur: sed similiter nec ipsa potest intelligi nisi p quid ē cē
pportionem maiore. ¶ Igitur oportuit euclidem q̄ quantitates dicuntur
pportiones: & q̄ improporcionales diffinire. Proportionales aut̄ sicut q̄-
rum pportio una est. & Improporcionales quaz. pportiones diuerse. Itaq. dif-
finitū quantitates quaz. pportio una. & eas in quibus cōnectuntur ex-
trema nō dissociatis mediis quas uocauit continue proportionales. & di-
xit hanc pportionalitatem in tribus terminis ad minus existere. pp̄ hoc

c	b	f	a
a	4	c	6
b	2	d	3
b	6	b	9

quod unum saltem bis sumendum est medium. ¶ Et eas in quibus accidit interruptio mediorum: hec sunt incontinue proportionales & hec proportionalitas ad minus exigit quatuor terminos propter alterius medii summptionem. ¶ Et diffiniuit et quantitates que sunt impropportionales. quare est maior una proportio quam sit alia. Et si esset omnis proportio scita suae rationalis. tunc facilius esset intellectui cognoscere que proportionales essent una & que diuerse. ¶ Quia enim haberent unam denominationem essent una. que autem diuersas diuerse. hec autem facilitas manifesta est ex arithmetica quoniam omnium numerorum proportio scita est rationalis est. Vnde Jordanus in secundo arithmetice sue diffinitio est que proportionales sunt eadem & que diuerse. dicit easdem esse que eadem denominationem recipiunt. Maiorem propter quod maiorem & minorem quam minorem. Sed in finite sunt proportionales. irrationales quoniam denotatio scibilis non est. ¶ Quare cum Euclides consideret in hoc libro suo proportionalia cōter non contra hēdo ad rōales uel irrōales quoniam considerat proportionem repletam in continuis que cōis est ad istas. Non potuit diffinire idēptitatem proportionum per idēptitatem denominationum. sicut arithmetici eo quod multarum proportionum ut dēn est sunt denominationes simpliciter ignote. diffinitionē autem oportet fieri ex notis uel malicia proportionum irrationalium coegit Euclidem tales diffinitiones ponere. ¶ Quia ergo non potuit ut patet ex pmissis diffinire proportionalitatem siue idēptitatem proportionum. per idēptitatem habitudinum. siue denominationum ipsorum terminorum propter irrationalitatem habitudinum & inconuenientiam terminorum coactus est. refugere ad terminorum multiplicia. ut ex illorum habitudinibus quantum ad excessum & equalitatem consideratis equis numerositatibus sumptis propter quod ad naturam irrationalitatis reducitur propositam diffinitionem uenit. ¶ Nihil enim in quocumque in equalitatis genere terminis magis idem quam eorum multiplicia. nec terminorum habitudinibus. quam multiplicium habitudo. ¶ Et quia proportio est duarum quantitarum eiusdem generis certa habitudo. considerata in eo quod sunt equeles aut quod altera maior. ideo idēptitas proportionum entium inter primam. 4. quantitarum ad secundam & tertiam ad quartam est similis equalitas prime ad secundam. & tertie ad quartam. aut similis maioritas. aut similis minoritas. hec autem similis equalitas. aut similis maioritas. aut similis minoritas. tunc est inter quatuor quilibet quantitates cum est inter omnes earum equaliter multiplices. ¶ Quod ergo dicit in quinta diffinitione. quantitates que dicuntur continuam proportionalitatem habere cetera: ac si diceret. omnes illas quantitates uoco continue proportionales quod est eas similiter esse equales continue & similiter continue esse maiores. & similiter continue esse minores quarum omnes eque multiplices. aut sibi inuicem sunt. similiter continue equales. uel similiter continue maiores. uel similiter continue minores quod est etiam ipsas multiplices esse continue proportionales quod si hoc alicubi in multiplicibus dissonat eas dico non esse continue proportionales. ¶ Quod autem dicit in sexta diffinitione. Quantitates que dicuntur esse per proportionem unam prima ad secundam & tertia ad quartam. & cetera: ac si diceret omnes. 4. quantitates uoco incontinue proportionales. & se habere primam ad secundam sicut tertia se habet ad quartam: quod est primam ad secundam. & tertiam ad quartam similiter se habere in equando aut addendo aut minuendo. quarum omnes eque multiplices prime & tertie ad omnes eque multiplices secunde & quarte. similiter se habent aut inequando. aut addendo aut minuendo quod est etiam multiplices prime in eadem proportionem se habere ad multiplices secunde. in quibus multiplices tertie se habent ad multiplices quarte. quod si hoc alicubi dissonat in multiplicibus. dico non esse proportionem prime ad secundam sicut tertie ad quartam. ¶ Quod autem dicit in. 8. diffinitione est ac si diceret maiorem proportionem uoco. 4. quantitarum prime ad secundam quam tertie ad quartam quod est primam magis excedere secundam quam tertia excedat quartam. quarum aliquam ex multiplicibus prime addit super aliquam ex multiplicibus secunde aliquam ex multis

pluribus tertie sumpta secundum numerationem multiplicis pme nō ad
dēte sup aliquē ex multiplicibus q̄re: sumpta fm numerationē multipli
cis scde. qđ est esse maiorem pportionem multiplicis pme ad multiplicē
scde. q̄ multiplicis tertie ad multiplicem q̄re. ¶ Diffinitiones autē istas
nō sunt aliqui demonstrare. quorū A metus filius Iosph tētauit eas de
monstrare in epistola sua quā de pportione & proportionalitate compo
suit. & accepit tria p modū positionis tāq̄ pncipia q̄ dicit eē p se nota & p
batione non indigere. ¶ Quorū p̄mum ē qđ si fuerint. 4. quantitates. q̄
nō sit pportio pme ad scdam sicut tertie ad q̄rtā. erit ecōuerso pportio scde
ad p̄mā sicut q̄re ad tertiā. & hic ē modus arguēdi quē uocauit supius
Euclides ecōuersam pportionalitatē. & errauit qm dixit ppositionem eē p
se nota. cuius añs & cōsequēs sunt ignota. Ignorū ē. n. qđ sit eē pportio
nem pme quātītatis ad scdam sicut tertie ad q̄rtā. q̄re hoc ignoto po
sito iposibile est intelligere quid ex ipso sequat. ¶ Similiter quoq̄ quia
cōsequēs ē ignorū. impossibile ē intelligere quid ad ipsum añdat. ¶ Se
cūdum pncipium eius fuit: qđ si fuerint. 4. quantitates quarum sit propor
tio pme ad scdam sicut tertie ad q̄rtā. si p̄ma sit maior scda: erit tertia
maior q̄rtā: & si minor minor. & si eq̄lis eq̄lis. ¶ Tertium fuit qđ si fuerint
4. quantitates q̄rum sit pportio pme ad scdam sicut tertie ad q̄rtā. erit
pme ad quodlibet multiplex secunde: sicut tertie ad aliquod eque multi
plex ex multiplicibus q̄re: & accedit sibi in istis duobus pncipiis idē p̄m
quod accidebat in p̄mo. Accipit. n. i oibus ignota similiter tāq̄ nota. q̄re
non demonstrauit. ¶ Peccauit et in scda demonstratione & in tertia &
in quinta. in q̄rum qualibet arguit ex. 8. uel ex. 10. huius q̄ probatur ex dif
finitione in continue proportionalitatis. ¶ Arguit. n. sic si pportio. a
b ad. e. ē maior q̄. g. ad. d. sit ergo. u. b. p̄tis. a. b. ad. e. sicut. g. ad. d. p̄ quod
appet ipsum supponere qđ duarum quātītatum. a. b. &. u. b. in eq̄lium rela
tari ad. e. maior maiorem & minor minorem ad ipsam optinet pportionē
uel qđ quātitas q̄ ad. e. hēbit minorem pportionem q̄ habeat. a. b. erit mi
nor. a. b. quorū p̄mū demonstrat. 8. huius. & scdm. 10. Nā cū uolueris sum
mere quātītatem q̄ se habeat ad. e. in pportione. g. ad. d. dabo tibi maio
rem aut minorem aut equalem. a. b. indifferenter sicut uoluerō. quare aut
non demonstrat aut accidet sibi circulus & pncipia esse ignotiora cōclu
sionibus. ¶ Supponenda sunt igitur cum Euclide pncipia tanq̄ nota. &
non ipsa ex conclusionibus. sed conclusiones ex ipsis demonstrande sunt.



Castigator.

¶ Ex quo pportionalitas ē similitudo pportionum sequit qđ pportio
nes similes sunt q̄rum eadē ē denomiatio ut dupla. Et dupla tripla & tripla
& c. medietas triple & medietas triple igit pportionum rōalium. Tales autē
due pportiones aut cōicant in uno termino aut nō: ex primo sit pportionali
tas cōtinua & ē illa qđ ad minus ē i tribus terminis cōstituta. ubi nō media
sunt diuersa sicut. a. ad. b. ita. c. ad. d. ¶ Cōtingit autē in eisdē terminis unā
pportionem inferri ex alia multis modis cū fuerit pportionalitas qua pp
Euclides ponit. 6. mōs sue spēs & ut ibi dī sunt quidā modi arguēdi quo
rum p̄mū dī cōuersa: scds p mutata: tertius conuēcta: q̄rtus diuēcta: qui
tus euerfa: sextus eq̄. Et iste modus arguēdi requirit ad minus duas pportio
litates sicut & pportionalitas requirit duas pportiones quia una añs alia
nō qđ inferri uocatur cōsequēs & qñq̄ ipsi termini añcedētia: & cōsequen
tia & qđ p̄or ē in pportione uocatur añs. posterior nō in q̄libet pportio
ne uocatur cōsequēs: & sic accipiēs noia in descriptionibus seq̄ntibus. un
ecōuersa pportionalitas sb aliis xbis ē cum ex añcedētibz hūit cōsequētia
& econuēse ordine cōuerso ut sic arguēdo sicut. a. ad. b. ita. c. ad. d. igit ecō
uerso sicut. d. ad. c. ita. b. ad. a. hic. n. a. & c. sunt p̄mo añcedētia & postea
cōsequētia & econtra est de. b. & d. istud idē patet in numeris accipiēdo
6. & 4. 3. & 2. idē ē in magnitudinibus siue sint cōmēsurabiles siue non
cōmēsurabiles. n. se hnt unō nūcro: incōmēsurabiles patet si intelligas p

qdrati pui p.e.cius diametꝝ p.b.latus magni qdrati p.a.cius diametꝝ
 ueꝝ ē sicut.a.ad.b.ita.c.ad.d.ē ex b sequitꝝ q sicut.d.ad.e.ita.b.ad.a.ēc.
¶ Permutata pportio dꝛ cū ex antecedēte secūde pportionis sit cōsequens
 priꝛ ē ex cōsequēte pꝛime aꝛs scde ita.s.arguēdo sicut.a.ad.b.ita.c.ad.d.igꝛ
 pmutatim sicut.a.ad.c.aꝛs.ad aꝛs ita.b.ad.d.cōsequas ad cōsequēti ē te
 net cōsequētia siue p has lꝛas intelligas numeros siue magnitudines cō
 mēsurabiles siue incōmēsurabiles. Asummit autē iste modus arguendi in
 aliis scientis ē ad diuersas materias trahit sed quomodo in alia materia
 ualet ē quō nō difficultatem hēt ē alibi uideri dēt in isto scdo modo ar
 guēdi pportionalitas composita ex pportionibus rōalibus ē econuerso quia seq
 tur sicut costa maior ad suam dyametꝝ sic costa mior ad suam dyametꝝ
 igꝛ sicut costa ad costā ita dyameter ad dyametꝝ sed possibile ē q costa sit
 dupla ad costā ē tūc sequitur q dyameter sit dupla dyametꝝ hoc autē nō
 accidit in pꝛimo mō ē cā est quia si aꝛs ē in isto ex pportioe maioris ineq
 litatis cōsequens erit ex pportione minoris ineqꝛlitas ē econuerso
 semp autē in eisdem terminis tū pportioe maioris ineqꝛlitas ē rōalis ē
 erit pportio rōalis minoris ineqꝛlitas ē econuerso nōia. n. non differant
 nisi p hanc ppositionem. s.b. ēc. Sequitur tertia.s. coniuñcta pportionalitas
 sub aliis ꝛbis. Coniuñcta pportionalitas dꝛ quotiēs a diuisis arguitur ad
 coniuñctiones si enim ut.a.ad.b.ita.c.ad.d.igitur cōiungēdo terminos te
 net sicut.a.b.ad.b.ita.c.d.ad.d.eodē ordine fuato. **¶** Quarta sub aliis
 ꝛbis. Disiūcta uero est cum econuerso.s. a cōiūctis terminis ad eodē
 diuisos arguitur ut sicut.a.b.ad.b.ita.c.d.ad.d.igitur sicut.a.ad.b.ita.c.
 ad.d.ē in istis seruatur idē ordo in terminis i quibus fiat illatio ut aꝛs
 ē suū cōsequēs cōiungant. ēc. **¶** Sequitur euerſa sub aliis ꝛbis euerſa pportio
 ē a diuisis uel simplicibus terminis ad cōiūctos siue cōpositos nō eodē or
 die sed cōuerso sit illatio ut sicut arguebat.a.ad.b.ita.c.ad.d.igꝛ. sicut.d.c
 ad.c.ita.b.a.ad.a.ē differt a cōiūctā qā i illa arguebat ad cōsequētiā ista
 ad aꝛtia. Et iō uocat euerſa ē pꝛ ē duplex uel euerſa cōiūcta uel euerſa di
 siūcta pꝛmiscēdo cā cū duobꝝ ꝛꝑibus pꝛdictis. Et pꝛnt multi alii modi arguē
 di ex pꝛmissione hāꝝ regulāꝝ formari uel fieri ēc. **¶** Eꝛ pportionalitas
 sub aliis ꝛbis ē duabus multitudinibus qꝛitate pꝛpositis ē sibi in similitu
 dine pportionum correspondētibꝝ subtrañtis mediis pꝛimāꝝ ad ulꝛi
 mas in hitudine pportionis similitudo sic arguēdo sicut.a.ē.b.ē.c. inter se
 ita.d.ē.e.ē.f. inter se igitur sicut.a.ad.c.ita.d.ad.f. Et isti sunt modi arguē
 di utiles i oī qꝛitate ē i oibꝝ pportioibꝝ potes facere oīs has cōsequētiāꝝ p
 ter ultimā q ad minus sex terminos regit uñ si fuerit qꝛtuor qꝛitates ppor
 tionales cōuersim erūt pportionales ē pmutatim ē cōiūctim ē euerſim
 ē rursus diuisim seu disiuñctim h dico q diuersa oportet pꝛceder cōiūctim
 ut patet ex descripiōe. Cñalis autē forma arguēdi in oibꝝ istis pꝛ ē talis
 uidelicet sicut pꝛ ad.1ꝛ ita.3ꝛ ad.4ꝛ igꝛ sicut.4ꝛ ad.3ꝛ ita.1ꝛ ad pꝛ ut
 sic i cōuersa uel sic igꝛ sicut pꝛ ad.3ꝛ ita.1ꝛ ad.4ꝛ ut sic in pmutata ē sic i
 aliis. ē tūc sub ifert sed pꝛmi ad.3ꝛ ē pportio talis uel talis igit scdi ad.4ꝛ
 est pportio consimilis ibi arguit in pmutata ē ita suo modo est in aliis ar
 guēdū Aꝛ. th in tercio topicoꝝ uniꝛ tali mō arguēdi in pportione pꝛmu
 tata uidelicet sicut pꝛ ad scdm ita tertiū ad qꝛtum igꝛ pmutatim sicut pꝛ
 mum ad.3ꝛ ita.1ꝛ ad.4ꝛ sed pꝛ supat plus.3ꝛ q.3ꝛ 4ꝛ supat igꝛ.1ꝛ plus
 supat.4ꝛ q idē.3ꝛ supat.4ꝛ Exꝛ summātur isti numeri.6.ē.4.3.ē.1. ē ar
 guatur sic sicut.6.ad.4.ita.3.ad.1. quia utrobqꝝ est pꝛoportio sexquialtera.
 igitur sicut.6.ad.3.ita.4.ad.2. quia utrobqꝝ est pꝛoportio dupla sed sic se hēt
 6.ad.3. q supat plus q.3. supant.2. qā supatio.6.ad.3. ē fm pꝛportione dupla
 sed.3.ad.2. fm pꝛportione sexquialtera. pꝛoportio autem dupla maior
 ē pꝛportione sexquialtera igꝛ sic se hnt.4.ad.2. q supant.1. plus q.3. supant.1.
 ut pꝛius. Tenet autē ista forma p hoc q pꝛoportio pꝛmi ad.3ꝛ ē pꝛoportio
 secundi ad.4ꝛ sunt equales sicut concluditur per generalem formam ar
 guendi: igitur quecuqꝝ pꝛoportio est altera maior ē altera. ēc.

Propositio .1.



Ifuerit quotlibet quantitates aliar totides eque multiplices. aut singule singulis equales necesse e queniadmodum vna illarum ad sui comparem. totum quoq ex his aggregatum ad omnes illas pariter acceptas similiter se habere.

Sint quotlibet quantitates. f sint. $a. b. c.$ aliarum totide que sint $d. e. f.$ eque multiplices unaqueq ad sui comparem. aut singule singulis equales. ita uidelicet q sicut e multiplex $d.$ ita $b.$ est multiplex $e.$ $f.$ $c.$ multiplex $f.$ uel si $a. e$ equis. $d. q$ similiter. $b.$ sicut q $e.$ $f.$ $c.$ equis. $f.$ dico q sicut se habet. $a.$ ad $d.$ ita se habet aggregatum ex oibus que sint $a. b. c.$ ad aggregatum ex oibus que sint $d. e. f.$ **Q**uod si singule singulis sint equales patet ppositum per hanc com sciari. si equis equalia addantur tota quoq erunt equalia. **S**i aut sint oes suis compibus eque multiplices diuisis eis fm quantitatem suarum submultiplicium. erit aggregatum ex pma pre. $a. f.$ prima. $b. f.$ pta. $c. f.$ equle aggregati ex $d. e. f.$ p predicta com sciari adiuuante hac. que eidem sunt equalia inter se sunt equalia. **S**i militer quoq aggregatum f secundis pibus quantitatium $a. b. c.$ erit equalis aggregati ex $d. e. f.$ sicut de ceteris. **Q**uia hoc poterit toties fieri quotiens $d.$ continet in $a.$ erit ut equle aggregati ex $d. e. f.$ toties contineatur in aggregato ex $a. b. c.$ quoties $d.$ continet in $a.$ quia ergo quoties $d.$ numerat $a.$ toties aggregati ex $d. e. f.$ numerat aggregati ex $a. b. c.$ patet q sicut $a. e$ multiplex ad $d.$ ita aggregati ex $a. b. c.$ aggregati ex $d. e. f.$ q $d.$ e ppositu.

Castigator.

Quia oportet oes partes cuiuslibet multiplicis pbare prius adiuuante ee equles p illam f uni eidem $f.$ qm qlibet illarum equle sue fit bmultiplici f tuc p aliam com sciari si equalibus. $f.$ componedo ear in ordine multiplicium.

Propositio .12.



Ifuerint sex quantitates quarum prima ad scdam atqz tertia ad quartam eque multiplices. quinta ad secundam atqz sexta ad quartam eque multiplices: totum prime & quinte ad scdam. totumqz tercie & sexte ad qrtam eque multiplicia esse pueniet.

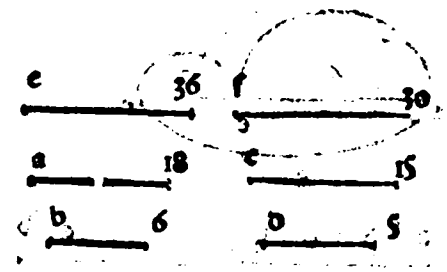
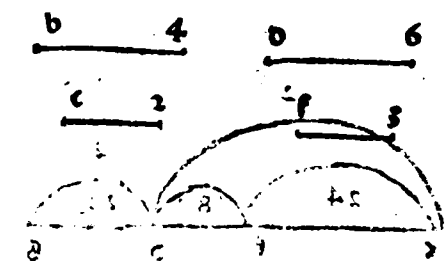
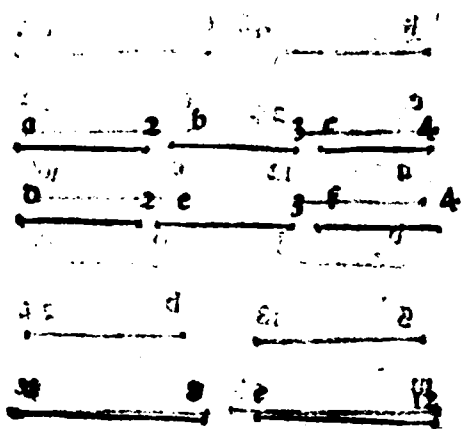
Sint sex quantitates. $a.$ prima. $b.$ secunda. $c.$ tertia. $d.$ qrtta. $e.$ quinta. $f.$ sexta. **S**it q $a. f.$ eque multiplices ad $b.$ $f.$ $d.$ iteq. $e. f.$ sint eq multiplices ad eandem dico q sicut totu aggregati ex $a. f.$ $e. f.$ est multiplex ad quantitatem $b.$ ita totu aggregati ex $c. f.$ $e. f.$ est multiplex ad quantitatem $d.$ Nam quia numerus fm que $b.$ continet in $a.$ est equis numero fm quem $d.$ continetur in $c.$ Similiter quoq numerus fm que $b.$ continet in $e.$ est equalis numero fm que $d.$ continet in $f.$ erit p com sciari que est si equalibus equalia addant f cetera. numerus fm quem $b.$ continet in aggregato ex $a. f.$ $e. f.$ equis numero fm que $d.$ continet in aggregato ex $c. f.$ $e. f.$ q sicut aggregati ex $a. f.$ $e. f.$ est multiplex ad $b.$ ita aggregati ex $c. f.$ $e. f.$ est multiplex ad $d.$ q $d.$ e ppositu.

Propositio .3.



Ifuerint primum scdi & tertium quarti eque multiplicia: ad primum vero & tertium multiplices fiantur equales erit multiplex primi ad secundum atqz multiplex tercij ad quartum eque multiplicia.

Sint sex qntitates. $a.$ pma. $b.$ secunda. $c.$ tertia. $d.$ quarta. $e.$ qnta. $f.$ sexta. **S**it q $a.$ ad $b.$ $f.$ $c.$ ad $d.$ iteq. $e.$ ad $a.$ $f.$ $f.$ ad $c.$ eq multiplices. dico q sic $e. f.$ est multiplex ad $b.$ ita $f.$ ad $d.$ Diuidat $n. e.$ fm qntitate $a.$ fm submultiplici $f.$ $f.$ fm quantitatem $e.$ erit q p equalitatem primum $e.$ ad $a.$ $f.$ primum $f.$ ad $c.$ ut quelibet primum $e.$ sit ita multiplex ad $b.$ sicut qlibet primum $f.$ ad $d.$ **Q**uia ergo sicut prima $p.$ $e.$ est multiplex ad $b.$ ita prima $p.$ $f.$ est multiplex ad $d.$ Itemq sicut scda pars $e.$ est multiplex ad $b.$ ita secunda $f.$ ad $d.$ ergo erit p premisam aggregatum ex duabus p mris pibus $e.$ ita multiplex ad $b.$ sicut aggregatum ex duabus p mris pibus



f. ad. d. & quia rursus tertia pars. e. si sit aliqua tertia pars f. ita multiplex ad. b. sicut tertia. f. ad. d. erit p eadem ut totum aggregatum ex tribus primis partibus. e. sit ita multiplex ad. b. sicut totum aggregatum ex tribus primis partibus. f. ad. d. ¶ Sicut si plures fuerint partes. e. & f. componendo semper sequentem cum aggregato ex prioribus concludens q sicut. e. est multiplex ad. b. ita. f. ad. d. per premisam totiens sumptam quot fuerint partes in e. aut in. f. minus una: sicq patet propositum.

Castigator.

a ¶ Quia tunc prima pars. e. tenet locum prime & prima pars. f. tenet locum tertie. & secunda. e. tenet locum quinte. & secunda. f. tenet locum sexte. & ideo per premisam concluditur totius. e. ad. b. sicut totius. f. ad. d. & eodem modo ulterius ad alias partes si que forent. b ¶ Quoniam semper aggregatum ex partibus. e. habebit locum prime & semper sequens pars. e. habebit locum quinte. & aggregatum ex partibus. f. tenebit locum tertie & semper pars succedens. f. tenebit locum sexte. & ideo per premisam totiens repetitam quoties fuerint partes. e. minus una: aut i. f. &c.

Propositio. 4.



¶ fuerit pportio primi ad secundum: sicut tertii ad quartum: ad primum autem & tertius eque multiplicia assignentur. Itemq; ad secundum & quartum multiplices equales erunt assignate multiplices eodem ordine pportionales.

¶ Sit proportio. a. primi ad. b. secundum. sicut. c. tertii ad. d. quartum. Sumanturq. e. ad. a. & f. ad. c. eque multiplicia. Itemq. g. ad. b. & h. ad. d. eque multiplicia: dico q proportio. e. ad. g. est sicut. f. ad. h. ¶ Suma. k. ad. e. & l. ad. f. eque multiplicia. iteq. m. ad. g. & n. ad. h. eque multiplicia. & quia. e. & f. sunt eque multiplicia ad. a. & c. iteq. k. & l. eque multiplicia ad. e. & f. erunt p premisam. k. & l. eque multiplicia ad. a. & c. ¶ Per eadem quoq. erunt. m. & n. eque multiplicia ad. b. & d. quare per conversionem diffinitionis incontinue pportionalitatis. k. ad. m. & l. ad. n. similiter se habebunt in addendo diminuyendo & equados quia ergo. k. & l. sunt eque multiplicia ad. e. & f. itemq. m. & n. eq multiplicia ad. g. & h. erit per diffinitione incontinue pportionalitatis pportio. e. ad. g. sicut. f. ad. h. quod est propositum.

Propositio 5.



¶ fuerint due quantitates: quarum una sit pars alterius minuatursq; ab utraque ipsarum ipsa pars erit reliquum reliquo atq; totum toti eque multiplex.

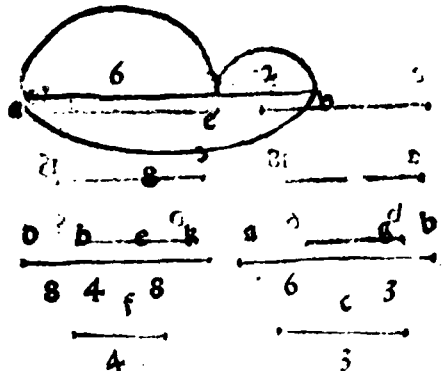
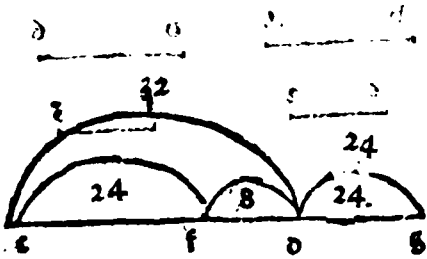
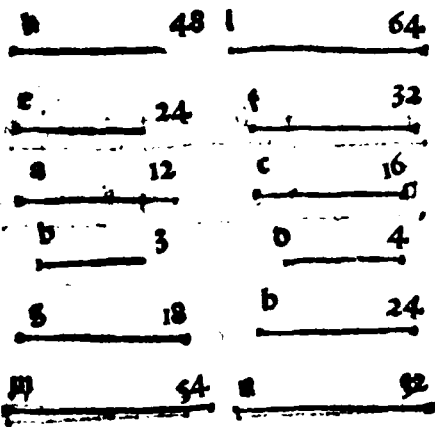
¶ Vel sic si aliquota erit reliquum reliqui tota ps erit quota totius. Sit quantitas. a. b. tota pars quantitat. c. d. quota. e. b. ipsius. a. b. minuatursq. a. b. ex quantitate c. d. & sit residuum. f. c. eritq. f. d. equalis. a. b. Similiter quoq. minuat e. b. ex quantitate. a. b. sitq. residuum. e. a. dico q quota ps est qntas. a. b. quantitat. c. d. tota est. quantitas. a. e. quantitat. c. f. ¶ Cum. n. f. d. si eqlis a. b. erit. f. d. ita multiplex. e. b. sicut. c. d. & multiplex. a. b. ponat itaq. d. g. ita multiplicem. a. e. sicut. f. d. est multiplex. e. b. eritq. ex pma huius qntas. f. g. ita multiplex. a. b. sicut. f. d. est multiplex. e. b. & q sic fuit. c. d. multiplex. a. b. sicut. f. d. fuit multiplex. e. b. erit utraq. duar qntatu. c. d. & f. g. eque multiplex quantitat. a. b. qre p cōpesciam. c. d. & f. g. sunt eqlis ad invicē: dempta igr ab utraq. ear. quantitate. f. d. erit. c. f. eqlis. d. g. & quia. d. g. fuit ita multiplex. a. e. sicut. f. d. e. b. & iō sicut. a. b. e. b. qre & sicut. c. d. a. b. erit. c. f. ita multiplex. a. e. sicut tota. c. d. totius. a. b. qd est ppositum.

Propositio 6.



¶ fuerint due quantitates ad alias duas eque multiplices: duaeq; minores a duabus maioribus ut a q a sua multiplice subtrahantur. erunt duo reliqua rursus eque multiplica aut eis equalia.

¶ Sit quantitates. a. b. ad. c. & d. e. ad. f. eque multiplices



subtrahatur, c. ex a. b. f. f. ex d. e. f. sint residua ex a. b. quidē a. g. ex d. e. d. h. eritq. g. b. eq̄lis. c. f. b. e. eq̄lis. f. dico q̄ duo residua a. g. f. d. h. erunt equalia duabus quantitatibus. c. f. f. aut eis eque multiplicia. ¶ Sit ergo primo. a. g. eq̄lis. c. d. dico q̄ d. h. est equalis. f. Sumā. n. quantitatē. e. k. eq̄lē. f. eritq. p̄ premisas ypothesēs ut totiēs. f. sit in. h. k. quotiēs. c. in. a. b. q̄re sicut a. b. est multiplex. c. ita. h. k. ē multiplex. f. sed sic erat ēt. d. e. multiplex eiusdē. f. erit igr̄ per cōem sciam. h. k. eq̄lis. d. e. dempta igr̄ cōi earū quantitate. h. e. erit. d. h. equalis. e. k. q̄re equalis. f. q̄d ē p̄positū. ¶ Si aut. a. g. sit multiplex. c. ponā. ut. e. k. sit eque multiplex. f. eritq. ut prius ut totiēs. f. sit in. h. k. quotiēs. c. in. a. b. Sed totiēs erat ēt in. d. e. erit igr̄ ut prius. d. e. equalis. h. k. f. d. h. e. k. q̄re sicut a. g. est multiplex. c. ita. d. h. est multiplex. f. q̄ est p̄positū. Aliter idē. ¶ Cū fm̄ eūdem num̄ex cōtineat q̄ritas. a. b. quantitatē. c. fm̄ quē q̄ritas. d. e. quatitatē. f. demptaq. ab utriq. unitate remāeat unitas uel nūcus fm̄ quē. a. g. cōtinet. c. f. fm̄ quē d. h. cōtinet. f. patet quatitates. a. g. f. d. h. ēē eq̄les aut eq̄ multiplices quantitatibus. c. f. f. ¶ Castigator.

a ¶ Cū a. g. posita sit eq̄lis. c. sequit̄ q̄. c. bis ē. in. a. b. f. similiter. f. bis ē in h. k.

Propositio .7.

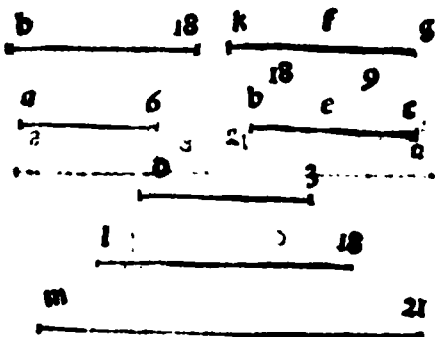
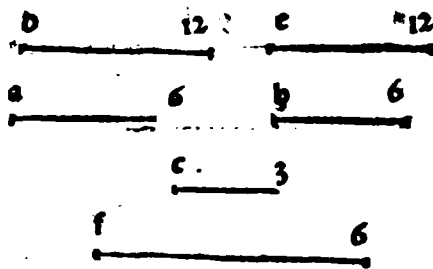
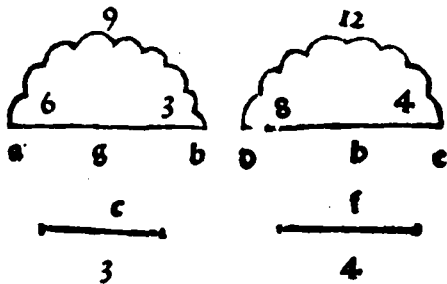
Sint due quantitates eq̄les ad q̄libet cōparentur earum ad illam erit vna proportio. itemq. ad illas, p̄portio illius vna est.

¶ Sint due quatitates. a. b. equales. que cōparent̄ ad quālibet tertiā ut ad. c. dico q̄ eadē est p̄portio. a. ad. c. f. b. ad. c. ¶ Itēq. eadē. c. ad. a. f. c. ad. b. Primū sic p̄bat̄. cū. n. c. sit cōsequens ad. a. primā f. ad. b. tertiā ipsa erit in rōne secunde f. q̄re. Sumā igr̄. d. ad. a. primā f. c. ad. b. tertiā eque multiplices. f. sumā. f. quālibet ex multiplicibus. c. que ē secūda f. quarta. f. quia. a. f. b. quaz. sūt eq̄ multiplices. d. f. e. posite sunt eq̄les erit ut si. d. diuidatur fm̄ quantitatē. a. f. e. fm̄ quatitatē. b. q̄ p̄ter utrobq. sint numero f. quatitate eq̄les numero quidē p̄ ypothesim p̄ equalitatem multiplicatiōis utrobq. quatitate aut p̄ hāc cōem sciam quotiens oportuerit repetitam̄ que eidē sunt equalia sibi inuicē sunt equalia quia igr̄ prima ex p̄tib. d. est equalis p̄ me ex p̄tib. e. f. secūda secūde. f. cetera ceteris. Suntq. tot partes in. d. quot sunt in. e. erit per primā huius. d. equalis. e. q̄re p̄ cōem sciam si due quatitates equales cōparent̄ ad aliā tertiā aut ambe quatitates. d. f. e. sunt similiter maiores. f. aut similiter minores aut sibi equales igr̄ ex diffinitione incōtinēe p̄portionalitatis q̄ est p̄portio. a. prime ad. c. secūdas eadē est. b. tertiē ad. c. quartā q̄d est p̄positum. ¶ Secundū eodē modo p̄babis ordine conuerso ut. c. ponatur prima f. tertiā. a. uero secūda. b. q̄ra. Cū uero quatitas. f. q̄ est eq̄ multiplex p̄me f. tertiē sit aut similiter maior quatitatibus. d. f. e. que sunt eque multiplices secūde f. quartē aut similiter minor aut eis equalis erit p̄ eandē diffinitionē proportio. c. p̄me ad. a. secūdas sicut. c. tertiē ad. b. quartā quod est p̄positum secundum.

Propositio .8.

Sint due quantitates inequales ad vnā quantitatē proportionentur. maior quidem maiorem. minor uero minorem obtinebit proportionē. illius uero ad illas ad minorem uero proportio maior. ad maiorem uero minor erit.

¶ Sint due quantitates inequales. a. f. b. c. sitq. maior. b. c. f. p̄portionent̄ ad eandē quantitatē que sit. d. dico q̄ maior ē p̄portio b. c. ad. d. q̄ a. ad. d. f. q̄ ecōtrario maior ē. d. ad. a. q̄ d. ad. b. c. Primū sic p̄bat̄. ponā. e. b. equalē. a. f. multiplicabo totiēs. e. c. q̄ pueniat quantitas maior. d. sitq. f. g. f. sumā. k. f. ita multiplicē. b. c. f. similiter. h. ita multiplicē. a. sicut. f. g. ē multiplex e. c. eritq. p̄ primā huius. h. ita multiplex. a. sicut. k. g. ē multiplex. b. c. erit ēt. h. equalis. k. f. p̄ hoc q̄ eaz. submultiplicet que sunt. a. f. b. c. posite sunt eq̄les. ¶ Ponam quoq. q̄. h. nō sit minor



d. sed equalis aut maiori totiens. n. multiplicabo unamquāq. trium quantitatū. c. c. b. e. f. a. equaliter: g. f. g. multiplex. e. c. proueniat maior. d. f. g. h. multiplex. a. non proueniat minor eadem. ¶ Deinde toties multiplicabo. d. quod pueniat quantitas maior. h. sitq. m. prima quantitas multipliciū. d. que sit maior. h. Sub qua sumam maximā multiplicē. d. aut sibi equalē: si. m. est prima in ordine multipliciū. d. que sit. l. erit q. ut. l. non sit maior. h. f. constabit. m. ex. d. f. l. propter id quod omne multiplex constat ex proximo precedenti multiplici f. simplo ut triplū ex duplo f. simplo. excepto primo multiplici quod cōstat ex bis simplo. ¶ Quia ergo. h. est equalis. k. f. non erit. k. f. minor. l. itaq. k. f. f. d. non efficient minus q. l. f. d. quare non efficient minus q. m. f. quia. f. g. ē maior. d. erit. k. g. maior q. m. ¶ Intellego igitur quantitatē. b. c. primā. d. secundā. a. tertiam. d. quartā. f. quia ad primā f. tertiam sumpta sūt eque multiplicia uidelicet. k. g. f. h. Similiter quoq. ad secundā f. quartā eque multiplicia: imo idem rōne duorum quod est. m. f. addit. k. g. multiplex prime super. m. multiplex secunde non addit aut. h. multiplex tertie super. m. multiplex quarte: erit per diffinitionem maioris in proportionalitatis maior proportio. b. c. prime ad. d. secundā q. a. tertie ad. d. quartā quod est primū. ¶ Secundū pbabis per eandem diffinitionem cōuerso ordine: ut. d. sit prima f. tertiam. a. secunda. b. c. quartat addit enim. m. multiplex prime super. h. multiplicem. secunde. Nō addit autem. m. multiplex tertie super. k. g. multiplicem quarte: quare maior ē proportio. d. ad. a. q. d. ad. b. c. quod est secundū. ¶ Ex huius autē demonstrationis modo patet sufficientia diffinitionis maioris in proportionalitatis quā posuit auctor in principio huius quinti. Nusquā. n. est maior proportio prime quatuor quantitatum ad secundā q. tertie ad quartā. quin contingat aliqua eque multiplicia ad primā f. tertiam reperiri: q. cum relata fuerint ad aliqua eque multiplicia secunde f. quarte: inueniet multiplex prime addere super multiplex secunde. Non autem multiplex tertie super multiplex quarte. hec autem multiplicia sic reperiemus: sicut demonstrabimus in fra supra. 12. huius.

Castigator

a ¶ Quia. k. g. per primā huius est ita multiplex. b. c. sicut. k. f. b. e. f. iō sicut. h. a. cum. k. f. sit equalis h. rōne submultipliciū ut ibi dī f. c. b. ¶ Primum multiplex est duplum: f. hoc appellat Boetius minimū in secundo libro sue musice. cap. 22. f. tale semper constat ex bis simplo. Simplicium autē intelligitur subduplū: ut. 2. respectu. 4. f. 6. respectu. 3. f. c. oīa alia multiplicia cōstant ex pximo p.ecedente multiplici f. simplo ut triplū ex duplo. 2. f. simplo. 1.

Propositio 9.



I fuerit aliquarum quantitatum ad vnā quantitatē proportio vna ipsas cē equales. Si vero vnus ad eas pportio vna ipsas equales cē necesse ē.

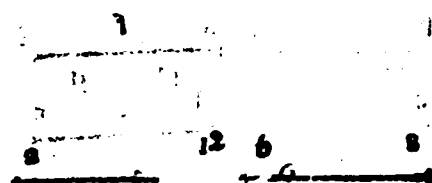
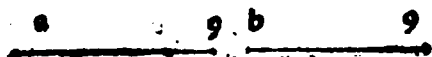
¶ Sit duarum quantitatum. a. f. b. pportio una ad. c. dīco eas esse equales. f. si cōuerso fuerit eadem pportio. e. ad utraq. earum: adhuc dico eas cē equales. hec est cōuersa. 2. Primum sic patet. si enim nō sunt equales: sed altera ear. maior. utpote. a. erit p primā partē premisse maior pportio. a. ad. c. q. b. ad. c. quod ē cōtra ypothe. Secundū quoq. patet. quia si. a. est maior. b. erit per secundā partem premisse maior pportio. c. ad. b. q. ad. a. quod est etiam cōtra ypothesim.

Propositio 10.



S fuerit vnus ad quantitatem vnā aliquam pportio maior quantitatem maiorem esse. Si vero vnus ad eandem pportio maior minorem cē necesse est.

¶ Quod si fuerit maior pportio. a. ad. c. q. b. ad. c. dico a. esse maiore. b. f. si fuerit maior. c. ad. b. q. c. ad. a. adhuc



8 dico. a. esse maiorem. b. nec esse conuersa. 8. Primi patet p primam partē 2. q per primam. 8. nam per primam partem septime: nō erit. a. equalis b. nec etiam minor per primam octauē. Secundum uero patet ex secūdis partibus eandem.

Castigator.

a. Per primam septime. a. non est equalis. b. & per primam partē octaue. a. non est minor. b. quia tunc utrumq. esset contra ypoth. uidelicet q sit maior proportio. a. ad. c. q. b. ad. c. & sic etiam secūda pars p secūdas partes predictarum ēt esset contra ypoth. ut patet &c.

Propositio .11.



3 fuerint quantitatum proportiōes alicui uni equales ipsas quoq. proportiōes sibi inuicem equales esse necesse est.

Propositionem hanc quā Euides in principio primi annumerauit inter cōmunes animi conceptiones que ei dem sunt equalia sibi quoq. sunt equalia: prout de quantitatibus intelligitur hic demonstrat prout proportionibus accomodatur. Sit ergo utraq. duarum proportionum que sunt. a. ad. b. & c. ad. d. equalis proportioni que est. e. ad. f. dico proportiōes que sunt. a. ad. b. & c. ad. d. sibi inuicem ēē equales. Sumam enim. g. ad. a. & h. ad. c. & k. ad. e. eque multiplices. Itemq. l. ad. b. & m. ad. d. & n. ad. f. eque multiplices: & quia per ypothesim proportio. e. ad. f. est sicut. a. ad. b. & similiter sicut. c. ad. d. erit per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis bis sumptam si. k. addit super. n. q. g. addit super. l. & h. super m. & si. k. minuit ab. n. q. g. minuat ab l. & h. ab. m. & si. k. ē equalis n. q. g. sit equalis. l. & h. equalis. m. quia igitur. g. ad. l. & h. ad. m. similiter se habent in addendo & minuendo & quando. mediantibus. k. & n. erit per diffinitionem incontinue proportionalitatis. a. ad. b. sicut. c. ad. d. quod est propositum.

Propositio .12.



3 fuerit proportio primi ad secūdum sicut tertiū ad quartum: tertiū uero ad quartum maior q. quinti ad sextum erit proportio primi ad secūdum maior q. quinti ad sextum.

Sicut i precedēti q hic demonstrat in proportionalibus conceptibile est i quantitatibus: uidelicet q si due quantitates fuerint sibi inuicem equales quacūq. fuerit una earum maior eadē maior erit & reliqua. In proportionibus tñ hoc demonstratur ut si sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. c. uero ad. d. sit maior q. e. ad. f. erit quoq. a. ad. b. maior q. e. ad. f. Sumā enim. g. ad. a. & h. ad. c. & k. ad. e. eque multiplices. Itemq. l. ad. b. & m. ad. d. & n. ad. f. eque multiplices: & q. per ypothesim proportio. c. ad. d. est sicut. a. ad. b. & maior q. e. ad. f. erit per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis si. h. addit super. m. & g. addat super. l. & per conuersionem diffinitionis maioris impropotionalitatis q nō sit necesse. k. addere * super. n. Quia igitur mediantibus. h. & m. si g. addit super. l. nō est necesse. k. addere. super. n. erit per diffinitionem maioris impropotionalitatis maior proportio. a. ad. b. q. e. ad. f. quod est propositum. Simili quoq. modo probabis q si sit a. ad. b. sicut. c. ad. d. & c. ad. d. minor q. e. ad. f. erit. a. ad. b. minor. q. e. ad. f. Cū enim sit. c. ad. d. minor q. e. ad. f. erit. e. ad. f. maior q. c. ad. d. per cōuersionem igitur diffinitionis maioris impropotionalitatis si. k. addit super. n. non est necesse q. h. addat super. m. & si. h. non addit super m. g. non addit super. l. Ergo si. k. addit super. n. non ē necesse ut. g. * addat super. l. Per diffinitionem igitur maioris impropotionalitatis maior erit proportio. e. ad. f. q. a. ad. b. ergo e conuerso: minor erit. a. ad. b. q. e. ad. f. quod est propositum. Ex modo autem demonstrationis octaue huius & hac fiet manifestum q si fuerit prime quatuor quantitatum ad

$$\frac{b}{12} = \frac{k}{9} = \frac{g}{6}$$

$$\frac{c}{4} = \frac{e}{3} = \frac{a}{2}$$

$$\frac{d}{8} = \frac{f}{6} = \frac{b}{4}$$

$$\frac{m}{24} = \frac{n}{18} = \frac{l}{12}$$

$$\frac{k}{16} = \frac{b}{12} = \frac{g}{8}$$

$$\frac{e}{8} = \frac{c}{6} = \frac{a}{4}$$

$$\frac{f}{6} = \frac{d}{3} = \frac{b}{2}$$

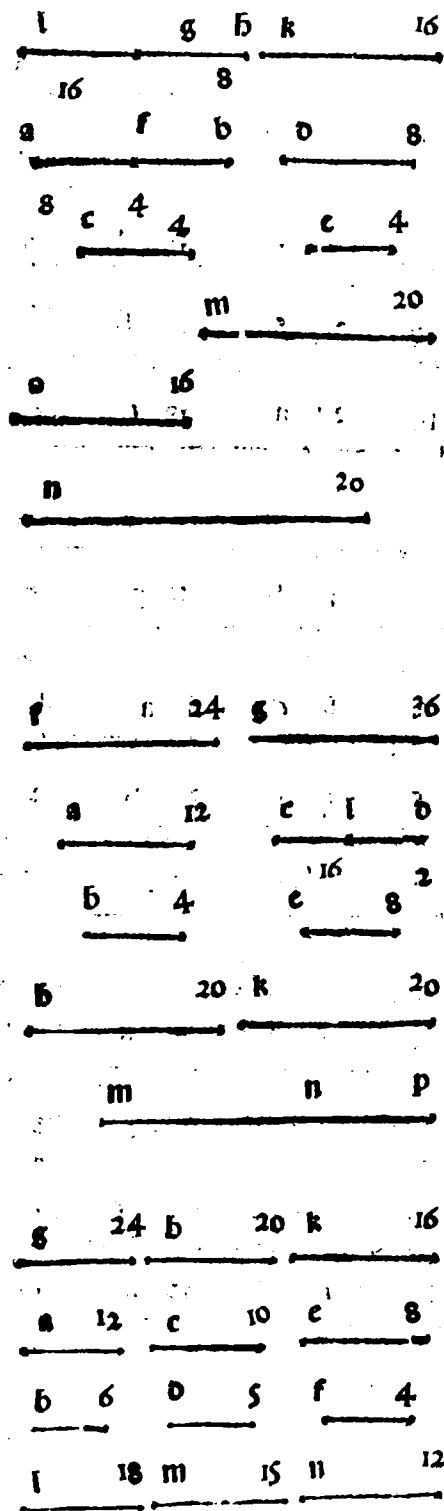
$$\frac{n}{18} = \frac{m}{9} = \frac{l}{6}$$

$$\frac{g}{24} = \frac{b}{18} = \frac{k}{36}$$

$$\frac{a}{8} = \frac{c}{6} = \frac{e}{12}$$

$$\frac{b}{4} = \frac{d}{3} = \frac{f}{4}$$

$$\frac{l}{16} = \frac{m}{12} = \frac{n}{16}$$



secundam maior proportio q̄ tertie ad quartam cōtinget reperire aliqua eque multiplicia prime & tertie: que cum comparabūtur ad aliqua eque multiplicia secūde & quarte inuenietur multiplex prime addere sup̄ multiplex secūde: non autem multiplex tertie super multiplex quarte: quod sic patet. Sit enim maior proportio. a. b. ad. c. q̄. d. ad. e. ponam ergo ut sit proportio. a. f. ad. c. sicut. d. ad. e. eritq̄ per hanc. n. & per. 10. a. f. minor a. b. & sit minor in quantitate. f. b. quam multiplicabo totiens q̄ proueni at quantitas maior. c. que sit. g. h. hac conditione. ut. d. totiens multiplicata producat quantitatem non minorem. e. que sit. k. ¶ Tūc ponam ut l. g. sit ita multiplex. a. f. sicut. g. h. est multiplex. f. b. aut. k. d. eritq̄ per primam huius. l. h. ita multiplex. a. b. sicut. k. d. Deinde ponam q̄. m. sit prima quantitas multiplex. e. que sit maior. k. & ponam. n. ita multiplicem c. sicut. m. est multiplex. e. eritq̄ per premisas ypotheses & conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis: quantitas. n. prima multiplicium. c. que erit maior. l. g. nec erit. l. g. minor. c. b Sumam ergo sub n. maximam multiplicium. c. aut sibi equalem si forsan. n. sit prima multiplicium eius que sit. o. constabitq̄. n. ex. o. & c. ¶ Quia ergo. l. g. non est minor. o. & g. h. est maior. c. erit. l. h. maior. n. quare cum. k. sit minor. m. patet propositū. ¶ Conuersam quoq̄ huius demonstrare possumus. uidelicet q̄ si contingit reperire aliqua eque multiplicia prime & tertie quarum multiplex prime addat super aliquod multiplex secūde & multiplex tertie non addat super multiplex quarte: maior erit proportio prime ad secundam q̄ tertie ad quartam: quod sic probatur. ¶ Sint quatuor quantitates. a. prima. b. secūda. c. d. tertia. e. quarta. sintq̄. f. ad. a. & g. ad. c. d. eque multiplicia. Similiter. h. ad. b. & k. ad. e. eque multiplicia. & addat. f. super. h. non addat autem. g. super. k. dico q̄ maior est proportio a. ad. b. q̄. c. d. ad. e. Si enim equalis per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis addet. g. super. k. quod est contra ypothe. Si aut minor sit. c. l. ad. c. sicut. a. ad. b. eritq̄ per huius. 10. c. l. minor. c. d. & sit minor in quantitate. l. d. Ponam igitur ut. m. n. sit ita multiplex. c. l. & n. p. multiplex. l. d. sicut. f. est multiplex. a. eritq̄ per primā huius. m. p. ita multiplex. c. d. sicut. f. est multiplex. a. utraq̄ igitur duarum quantitatū. m. p. & g. est eque multiplex quantitatū. c. d. ergo ipse sunt equales. Nam hec illatio demonstrata est in. 7. huius: & quia. g. non est maior. k. non erit. m. p. maior eadem: sed per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis. m. n. est maior. k. eo q̄. f. est maior. h. ergo. m. n. ē maior. m. p. quod est impossibile quare relinquitur propositum.

Castigator.

a ¶ Quia stat q̄. k. addat super. n. etiam: sed nō tñ fm̄ proportionē quantū h. super. m. ut in quarto modo maioris iproportionalitatis habuisti. 8. diffini. huius quinti: sed hoc non est necesse sed possibile solum. b ¶ Quoniam totiens multiplicabo unāquāq̄ trinm quantitatū. f. b. d. a. f. g. k. non proueniat minor e. & g. l. g. non efficiatur minor. c. sed equalis aut maior. c ¶ Cum hoc q̄. c. & e. totiens eque multiplicentur q̄. m. proueniat maior. k. & n. maior l. g.

Propositio .13.

¶ Si fuerit quodlibet quantitatū ad totidem alias proportio una erit quoq̄ que proportio unius ad unam. eadem proportio harum omnium pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas.

¶ Quod primo proposuit de multiplicibus: hic proponit de omnibus proportionibus: unde hec est cōmuniō illarū q̄ omnis multiplicitas est proportio: non autē e conuerso. ¶ Sit igitur. a. ad. b. & c. ad. d. & e. ad. f. una proportio: dico q̄ que ē proportio. a. ad. b. eadem est compositi ex. a. c. e. ad compositum ex. b. d. f. Sumam. g. ad. a. & h. ad. c. & i. k. ad. e. eque multiplicia. Itemq̄. l. ad. b. & m. ad. d. & n. ad. f. eque multiplicia: eritq̄ per primam huius compositum ex. g. b. k.

ita multiplex compositi ex.a.c.e.sicut.g.est multiplex.a. Similiter per ead-
dem compositum ex.l.m.n.crit ita multiplex compositi ex.b.d.f.sicut.l.
est multiplex.b. et per conuersione diffinitionis in continue proportio-
nitatis. bis sumptam si.g.addit super.l.h.addit super.m. et.k. super.n. et si
minuit minuit et si equat equat ergo per comunem scientiam si.g.ad-
dit super.l.compositum ex.g.h.k.addit super compositum ex.l.m.n. et
si minuit minuit et si equat equat ergo per diffinitionem in continue p-
portionalitatis proportio.a.ad.b.est sicut compositi ex.a.c.e.ad composi-
tum ex.b.d.f.quod est propositum.

Castigator.

a Si equalibus equalia addantur uel si inequalibus equalia addantur etc.
b Quia.a.tenet locum prime compositi ex.a.c.e. tertie.b.seconde co-
positum ex.b.d.f.quarte.

Propositio. .14.

Si fuerint quatuor quantitates proportionales. fue-
ritqz maior prima tertia: necesse est secundam. quar-
ta esse maiorem. Quod si minor et minorem. Si ve-
ro equalis et equalem esse.

Sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.dico q si.a.est ma-
ior.c.b.erit maior.d. et si minor minor et si equalis equa-
lis. Si enim.a.sit maior.c.erit per primam partem.8. huius maior ppor-
tio.a.ad.d.g.c.ad.d.quare maior erit.a.ad.d.g.ad.b. ergo per secundam
partem.10. huius.b.erit maior.d.quod est propositum. ¶ Quod si.a.sit
minor.c.erit per primam partem.8. minor proportio.a.ad.d.g.c.ad.d.g.
re maior erit.a.ad.b.g.ad.d. per secundam ergo partem.10.b.erit minor
d. Si autem.a.sit equalis.c.erit per primam partem.7. a.ad.d.sicut.c.ad.d.
quare.a.ad.d.sicut ad.b.itaqz per secundam partem.9.b.erit equalis.d.sic
qz patet propositum.

Propositio. .15.

Si fuerint aliquibus quantitibus eque multipli-
ces assignate. erit ipsarum multiplicium atqz sub-
multiplicium una proportio.

Sint.c.ad.a. et.d.ad.b.eque multiplices. dico q que e-
st proportio.a.ad.b.ead e est.c.ad.d.diuidatur.c. fm quan-
titate.a. et.d. fm quantitate.b. sumtqz tot partes. c. quot
d. et quia quelibet pars.c.ad qualibet partem.d. se habet sicut.a.ad. b.erit
per.13. huius.c.ad.d.sicut.a.ad.b.quod est propositum.

Propositio. .16.

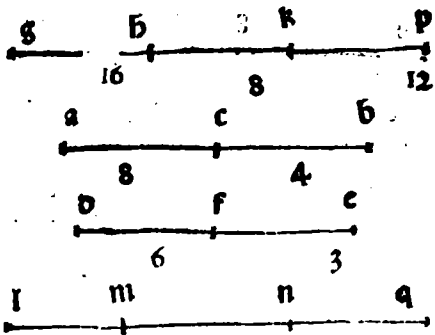
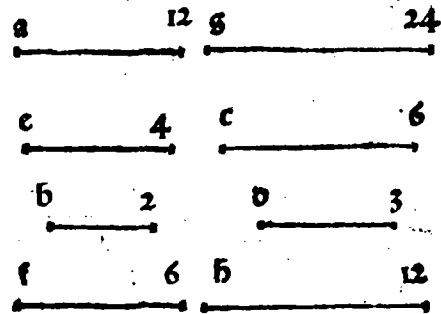
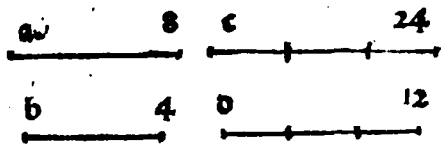
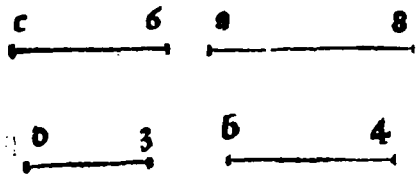
Si fuerint quatuor quantitates pportionales.pmu-
tati quoqz proportionales erunt.

Sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.dico q erit.a.ad.c.si
cut.b.ad.d. et iste est modus arguendi qui dicitur propor-
tionalitas permutata. cuius demonstratio sic patet. Su-
mam.e.ad.a. et.f.ad.b.eque multiplices itemqz.g.ad.c. et
b.ad.d.eque multiplices: eritqz per premisam.e.ad.f. sicut.g.ad.h. qua-
re per.14. si.c.addit supra.g. et.f.addit super.h. et si minuit minuit et si e-
quat equat per diffinitionem igitur in continue proportionalitatis erit.a. ad
c.sicut.b.ad.d. quod est propositum. Necesse est aut ut in permutata pro-
portionalitate sint omnes quatuor quantitates eiusdem generis.

Propositio. .17.

Si fuerint quantitates coniunctim proportionales:
easdem diuinctim quoqz proportionales esse.

Demonstrato mo arguendi qui dicitur pportionalitas pmuta-
ta demonstrat illud q dicitur pportionalitas diuincta. ¶ Sit ita
q pportio.a.b.ad.b.c.sicut.d.e.ad.e.f.dico q erit. a.c. ad
c.b.sicut.d.f.ad.f.e. Summa eni.g.h.ad.a.c. et.h.k.ad.c.b.itemqz.l.m.ad.d.
et.f.m.n.ad.f.e.eque multiplices. eritqz p primam huius.g.k. ita multiplex
f ii



a. b. sicut. g. b. est multiplex. a. c. l. n. ita multiplex. d. e. sicut. l. m. est multiplex. d. f. & ideo per premisas ypotheser. g. k. est ita multiplex. a. b. sicut est. l. n. d. e. ¶ Ponam iterum. k. p. ad. c. b. & n. q. ad. f. e. eque multiplices. Per conversionem igitur diffinitionis incontinue proportionalitatis. si. g. k. addit super. h. p. l. n. addit sup. m. q. & si minuit minuit & si equat equat demptis itaq. communibus. h. k. & m. n. erit per communem scientiam ut si. g. b. addit sup. k. p. q. l. m. addit sup. n. q. & si minuit minuit & si equat equat. ergo per diffinitionem incontinue proportionalitatis proportio a. c. ad. c. b. est sicut. d. f. ad. f. e. quod est positum.

Castigator.

a ¶ Qm. h. k. tenet locum prime. & c. b. locum secunde. m. n. locum tertie. f. e. locum quarte. k. p. locum quinte. n. q. locum sexte. Ideo per secundam huius. h. p. ad. c. b. sicut. m. q. ad. f. e.

Propositio 18.



¶ Si fuerint quantitates diffunctim proportionales coniunctim quocq. proportio alicuius erunt.

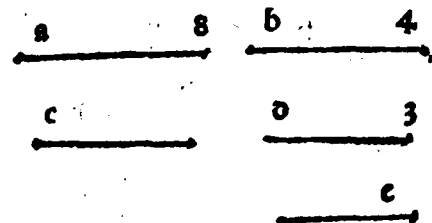
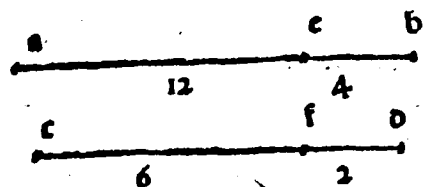
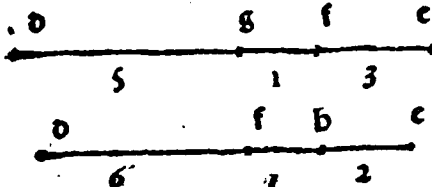
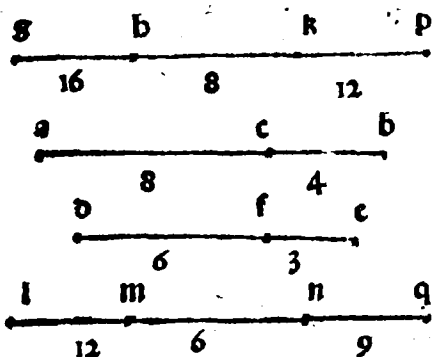
¶ Demonstrat modum arguendi qui dicitur proportio nalis coniuncta & est modus conuersus prioris. Ad cuius demonstrationem resumatur dispositio premisse & maneat oēs eius ypotheser. excepto q. ponat eē proportio. a. c. ad. c. b. sicut. d. f. ad. f. e. dico q. erit proportio. a. b. ad. b. c. sicut. d. e. ad. f. e. ¶ Seqt. n. ex hac hypothesi & aliis hypothēsibus pmissis de multiplicibus equaliter sumptis per conversionem diffinitionis incontinue proportionalitatis si. g. b. addit super. k. p. q. l. m. addat super. n. q. & si minuit minuit & si equat equat. ergo positis communibus. h. k. & m. n. sequitur per communem scientiam si. g. k. addit super. h. p. q. l. n. addat super. m. q. & si minuit minuit & si equat equat. quare per diffinitionem incontinue proportionalitatis erit proportio. a. b. ad. b. c. sicut. d. e. ad. f. e. quod est positum. ¶ Aliter idem indirecte sic. Cum sit proportio. a. c. ad. c. b. sicut. d. f. ad. f. e. non ē. a. b. ad. b. c. sicut. d. e. ad. f. e. sit ergo proportio. d. e. ad. aliquam aliam quantitatem sicut. a. b. ad. b. c. que aut erit maior. e. f. aut minor. si enim esset ei equalis constaret positum. Sit itaq. primo maior & sit. e. g. erit per pmissam. a. c. ad. c. b. sicut. d. g. ad. g. e. q̄re p. n. d. g. ad. g. e. est sicut. d. f. ad. f. e. Sequitur igitur per 14. q. cum. d. g. prima sit minor. d. f. tertia erit. g. e. secunda minor. e. f. quarta. sed erat positum q. esset maior. Sit ergo proportio. d. e. ad. minorem. e. f. que sit. e. h. sicut. a. b. ad. b. c. erit per pmissam. a. c. ad. c. b. sicut. d. h. ad. h. e. quare per 11. d. h. ad. h. e. sicut. d. f. ad. f. e. & quia. d. h. prima ē maior. d. f. tertia erit p. 14. e. h. secunda maior. e. f. q̄ra q. quia est impossibile sequitur ppositū.

Propositio 19.



¶ Si a duobus totis due portiones abscondantur fueritq. totum ad totum quantum abscondum ad abscondum. erit reliquum ad reliquum quantum totus ad totum.

¶ Quod quinta proponit de multiplicibus. hec proponit universaliter de omnibus proportionibus. unde est illa tanto cōmuniōr quanto multiplicitate proportio. Sine igitur due quantitates. a. b. & c. d. a quibus abscondantur due que sint. b. e. & d. f. sitq. proportio totius. a. b. ad. totam. c. d. sicut. b. e. ad. abscond. d. f. abscond. dico q. eadem erit. a. e. residui ad. c. f. residuum que est totius. a. b. ad. totam. c. d. ¶ Cum enim sit. a. b. ad. c. d. sicut. b. e. ad. d. f. erit permutati. a. b. ad. b. e. sicut. c. d. ad. d. f. & diffunctim. a. e. ad. c. b. sicut. e. f. ad. f. d. & iterum permutati. a. e. ad. c. f. sicut. e. b. ad. f. d. & quia sic erat. a. b. ad. c. d. patet positum. ¶ Ex hac aut. 19. & permutata proportionalitate demonstratur modus arguendi qui dicitur proportionalitas eversa ut si sit. a. b.



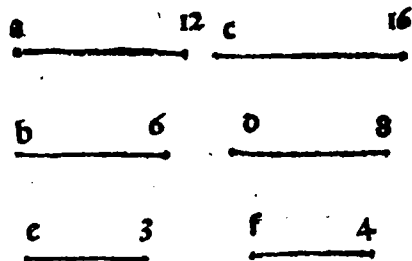
ad. b. e. sicut. c. d. ad d. f. dico q̄ erit. b. a. ad. a. e. sicut. c. d. ad. c. f. quia cū sit a. b. ad. b. e. sicut. c. d. ad. d. fuerit permutatim. a. b. ad. c. d. sicut. b. e. ad. d. f. quare per hanc. 19. b. a. ad. d. c. sicut. a. e. ad. c. f. igitur permutatim. b. a. ad. a. e. sicut. c. d. ad. c. f. quod est propositum. ¶ Cōuersa quoq. proportionalitas quā ex diffinitione incontinue proportionalitatis demonstrauimus in exponendo principia huius quinti: potest hic quoq. demonstrari indirecte ex permutatappportionalitate: s̄. 9. huius ut si sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico q̄ erit. b. ad. a. sicut. d. ad. c. sin autem sit. d. ad. e. sicut. b. ad. a. ¶ quia a. ad. b. est sicut. c. ad. d. erit permutatim. a. ad. c. sicut. b. ad. d. ¶ quia iterū. b. ad. a. sicut. d. ad. e. erit quoq. permutatim. b. ad. d. sicut. a. ad. e. quare erit. a. ad. e. sicut. a. ad. c. si igitur. e. non sit equale. c. accidet impossibile ¶ contrarium secunde partis. 9. si autem equalis erit b. ad. a. sicut. d. ad. c. quod est propositum.

Propositio 20.



Si fuerint quotlibet quantitates alieq. fm earū numerum quāz queq. due priorum fm pportionem duarum posteriarum necesse est improportionalitate quidē equalitatis vt si fuerit prima priorū vltima maior. z posterioꝝ primā vltima eē maior rem. Quod si minor z minorem. Si vero equalis z equalem.

¶ Demonstraturus Euclides modum arguēdi qui d̄r equa proportionalitas siue quantitates duorum ordinū directe siue peruersum proportionem premitit duo antecedentia ad demonstrandū ppositum necessaria per quorū primū demonstratur equa pportionalitas cū quantitates duorum ordinum directe pportionantur: per fm aut cum proportionantur peruersum: proponit aut hec duo antecedentia de quantitatibus duorū ordinū numero equalibus quecūq. fuerint. Vniuersaliter enim sumptis utrobiz quantitatibus fm quemcūq. numerum ueritatem habent: non est autem necesse ut demonstremus ea nisi solum in tribus: hoc enim omnino sufficiens est ad propositum: de pluribus aut quibusq. patebit p equā proportionalitatē cū ipsa demonstrata fuerint. ¶ Sint igitur tres quantitates. a. b. e. sumanturq. tres alie q̄ sint. c. d. f. ¶ sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ¶ b. ad. e. sicut. d. ad. f. dico q̄ si. a. est maior. e. c. erit maior. f. ¶ si minor minori ¶ si equalis equalis. ¶ Si enim est maior erit per primā partē b. maior proportio. a. ad. b. q̄. c. ad. b. quare per. n. maior erit. c. ad. d. q̄. e. ad. b. ¶ quia per conuersam proportionalitatem. e. ad. b. est sicut. f. ad. d. erit. c. ad. d. maior q̄. f. ad. d. itaq. per primā partē. 10. c. est maior. f. qd̄ est propositum. Quod si. a. sit minor. e. per easdē ¶ eodem modo probabitur. c. eē minorem. f. erit enim minor proportio. a. ad. b. q̄. e. ad. b. per primam ptem. 8. ¶ ideo p. n. ¶ per conuersam proportionalitatem minor erit. c. ad. d. q̄. f. ad. d. ¶ ideo per primā ptem. 10. erit. c. minor. f. quod ē ppositū. Si aut. a. sit equale. e. erit p primā partē. 7. pportio. a. ad. b. sicut. e. ad. b. ¶ id per undecimā ¶ conuersam pportionalitatē erit. c. ad. d. sicut. f. ad. d. quare per primā partē. 9. c. est equalis. f. quod ē ppositū. ¶ Quidā aut hanc cōclusionē demonstrauerūt eā p pportionalitatē permutatim hoc modo. proportio. a. ad. b. est sicut. c. ad. d. ergo pmutatim a. ad. c. sicut. b. ad. d. ¶ quia rursus. b. ad. e. sicut. d. ad. f. erit pmutatim b. ad. d. sicut. e. ad. f. sed erat. b. ad. d. sicut. a. ad. c. ergo per. n. erit. a. ad. e. sicut. e. ad. f. itaq. p. 14. si. a. prima est maior. e. tertia erit. c. secunda. maior. f. quarta. ¶ si minor minori ¶ si equalis equalis: qd̄ ē ppositū. ¶ Isti aut errauerunt in sua demonstratione: quia si eēt intentio Euclidis sic demonstrare nō oportet ipsum premittere hanc cōclusionē p antecedente ad equā pportionalitatē: si enim rursus fiat una pmutatio proportionalitatis ad quā deuentū est: que est e. f. a. ad. c. sicut. e. ad. f. sequitur q̄ sit. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ¶ hoc est equa proportionalitas. ¶ Preterea eorū cōclusio non sequitur nisi oēs quantitates amboꝝ ordinū fuerint generis unī



us. Si enim a. b. c. sint lineae. f. c. d. f. superficies aut corpora aut tpa non erit tunc pmutare proportionem peccant igitur uniuersaliter dictum particula riter demonstrantes.

¶ Colligato.

a. ¶ Quia. c. d. tenent locum pmi f. secundi f. a. b. tertii. f. qrti f. e. b. quinti f. sexti. f. ideo p duodecimam concludit postea facta cōuersa. f. f. d. tenent locum pmi f. secundi f. e. f. b. tertii f. qrti f. a. f. b. qnti f. sexti.

Propositio .21.



I fuerint quotlibet quantitates alieqz secundum earum numerum quarum queqz due ex prioribus quibusqz duabus ex posterioribus peruer sim comparate secundum proportionem earum fuerint. ne cesse quoqz est ut si fuerint in proportionalitate equalitatis priorum prima ultima maior. z posteriorum prima ultima esse maiorem. si autem minor z minores. Si vero equalis z equalis.

¶ Secundum autem sint tres quantitates. a. b. e. sumantqz alie tres qz sunt. f. c. d. f. sit pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. f. b. ad. e. sicut. f. ad. c. dico qz si a. e. maior. e. f. erit maior. d. f. si minor minor f. si equalis equalis. ¶ Hec autem probatur p easdem f. eodem mo quo pcedens. si. n. a. sit maior. e. erit. maior pportio. a. ad. b. q. e. ad. b. qre maior. c. ad. d. q. e. ad. b. f. ideo maior q. c. ad. f. maior igit. f. q. d. p scudam prem. 10. qd est ppositum. ¶ Quod si a sit minor. e. erit tadem minor. c. ad. d. q. ad. f. qre p eadem prem eiusdem f. erit minor. d. ¶ Si aut. a. sit eqlis. e. sequit. ut sit pportio. c. ad. d. sicut. c. ad. f. igitur per secundam partem. g. erit. f. equalis. d. quod est ppositum.

Propositio .22.



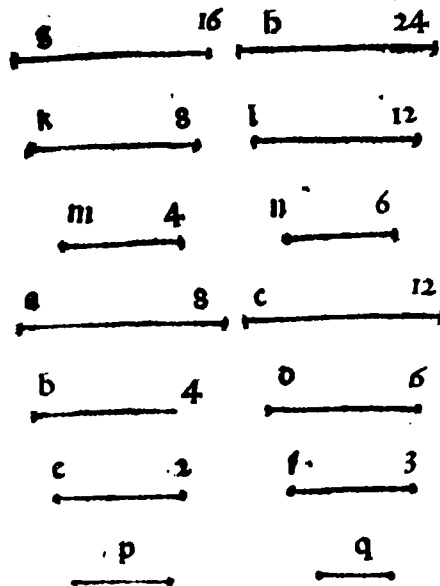
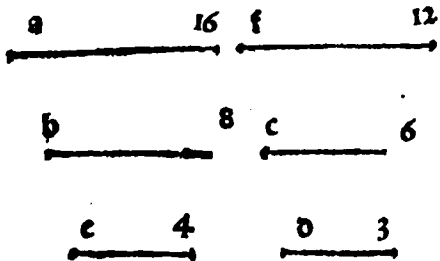
I fuerint quotlibet quantitates alieqz secundum earum numerum quarum queqz due secundum proportionem duarum ex primis in equa proportionalitate proportionales erunt.

¶ Demonstratis autem ad equa pportionalitatem. hic demonstrat eam. f. pmo cum quantitates duoz ordinu sunt directe pportioales. No est autem necesse ut demonstret nisi cu in utroq. duorum ordinu sunt tri tres quantitates. Per hoc. n. euidenter sequit. cu i utroq. ordie fuerint qtuor quantitates f. deinceps f. ideo et no oportuit eius asis demonstrari nisi solum cu in utroq. ordine sunt et tres quantitates. ¶ Sint igit tres quantitates. a. b. e. sumanturqz tres alie qz sunt. c. d. f. f. sit pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. f. b. ad. e. sicut. d. ad. f. dico qz erit. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ¶ Sumam. n. g. ad. a. f. h. ad. c. eq multiplicia. Itaqz. k. ad. b. f. l. ad. d. eqz rursus. m. ad. e. f. n. ad. f. eque. eritqz. p. 4. g. ad. k. sicut. h. ad. l. f. k. ad. m. sicut. l. ad. n. qre p. 20. si. g. est maior. m. erit. h. maior. n. f. si minor minor f. si equalis eqlis. ¶ Igitur p diffinitionem incōtinue pportionalitatis pportio. a. ad. e. est sicut. c. ad. f. qd est ppositum. ¶ Pōt quoqz hoc demonstrari. p. 15. huius sumptis. g. k. m. ad. a. b. e. f. h. l. n. ad. c. d. f. eq multiplicius erit. n. p. 15. g. ad. k. sicut. h. ad. l. f. k. ad. m. sicut. l. ad. n. cetera ptracta ut pus. ¶ Qd si fuerint quantitates plures tribus in utroq. ordine ut pte quatuor additis. p. f. q. ita qz sit. e. ad. p. sicut. f. ad. q. erit iterum. a. ad. p. sicut. c. ad. q. erit enim. a. ad. e. sicut. c. ad. f. hoc enim demonstratum est. sublati igitur. b. f. d. erunt tres quantitates. a. e. p. f. alie tres. c. f. q. ut proportionatur qre. a. ad. p. sicut. c. ad. q. sicqz demonstrat de. 4. per tres sublati uno medio. Eodem modo demonstrabis de. 5. per. 4. sublati duobus mediis f. de. 6. per. 5. sublati tribus f. sic de ceteris.

Propositio .23.



I fuerint quotlibet quantitates alieqz secundum earum numerum quarum queqz due secundum proportionem duarum ex prioribus indirecte proportionate in equa proportionalitate proportionales erunt.



Demonstrat equam proportionalitatem in quantitatibus duorum ordinum indirecte siue peruersum proportionatis. Nec est necesse qd demonstretur nisi cum in utroq. duorum ordinum sunt tantum tres quantitates: per hoc enim euidenter sequitur quaecunq. ponantur in utroq. ordine sicut in premissa de directe proportionatis demonstratum est. Sint igitur tres quantitates. a. b. e. sumanturq. alie tres que sunt. f. c. d. et sit proportio. a. ad b. sicut. c. ad. d. et b. ad. e. sicut. f. ad. c. dico qd erit. a. ad. e. sicut. f. ad. d. **S**umma enim. g. ad. a. et h. ad. c. et k. ad. f. eque multiplicia. Iteq. l. ad. b. et m. ad. e. et n. ad. d. eque multiplicia: eritq. p. q. r. a. g. ad. l. sicut. h. ad. n. et p. r. s. l. ad. m. sicut. k. ad. h. quare per. u. si. g. addit super. m. et k. addit super. n. et si minuit minuit: et si equat equat. ergo per diffinitionem incontinue proportionalitatis proportio. a. ad. e. e. sicut. f. ad. d. quod est propositum. **P**otest quoq. et hoc demonstrari per. r. s. huius sumptis. g. l. m. ad. a. b. e. et k. h. n. ad. f. c. d. eque multiplicibus. **E**rit enim per. r. s. g. ad. l. sicut. h. ad. n. et l. ad. m. sicut. k. ad. h. cetera pertracta ut prius. Conuenientius tñ demonstrantur hec et premissa sñm primum modū. **Q**uod si plures tribus fuerint quantitates in utroq. ordine iurpote quatuor additis. p. et q. ita qd sit a. ad. b. sicut. d. ad. q. et b. ad. e. sicut. c. ad. d. et e. ad. p. sicut. f. ad. c. erit itez a. ad. p. sicut. f. ad. q. **E**rit enim per predemonstrata. a. ad. e. sicut. c. ad. q. Sublatis igitur. b. et d. erunt tres quantitates. a. e. p. et alie tres. f. c. q. ut proponitur: quare. a. ad. p. sicut. f. ad. q. Sic igitur demonstratur de. 4. per tres sublato uno medio. Eodē mō demonstrabis de. 5. per quatuor sublatis duobus mediis. et de. 6. per. 5. sublatis tribus et sic in ceteris.

Castigato.

Nota cum in istis inducit diffinitio incontinue ppor. illa maioritas minoritas et equalitas multipliciū adinuicem. s. primi ad secundū et tertiū ad quartū intelliguntur semper geometrice et non arithmetice uidelicet qd in tñ quantū multiplex primū excedit equat aut minuit multiplex secundi tantū de multiplex tertiū sñm ppor. excedat equet multiplex tertiū multiplex quarti sicut dcm fuit supra in diffinitione qnta huius quinti lib. uñ nō sufficit dicere multiplex pmi excedet multiplex secundū et similiter multiplex tertiū excedit multiplex qrti ergo quatuor quantitates sunt ppor. et pportio p me ad secundā est sicut tertiē ad quartā sed oportet addere qd tantū de se excedant equet aut minuat et c.

Propositio .24.



Ifuerit proportio primi ad secundum tanquā tertij ad quartum: proportio vero quinti ad secundū tanq̄s sexti ad quartum erit proportio primi et quinti pariter acceptorum ad secundum tanquā sexti et tertij pariter acceptorum ad quartum.

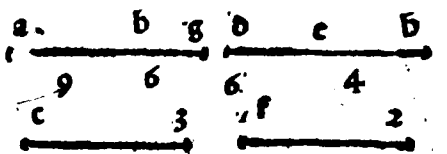
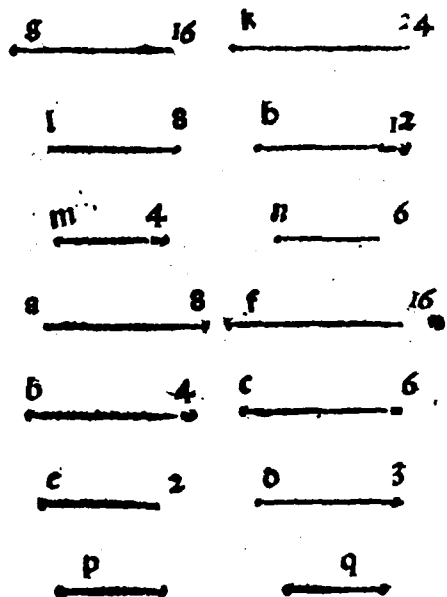
Quod secunda proposuit de multiplicibus hec proponit uniuersaliter de omnibus proportionibus unde est illa tanto cōmuniōr quanto multiplicitate proportio et se habet ad illā: quēadmodū. 13. ad primā. **S**it igitur pportio. a. b. ad. c. et sicut. d. e. ad. f. et itē. b. g. ad. c. si cut. e. h. ad. f. dico qd pportio. a. g. ad. c. sicut. d. h. ad. f. **E**rit enim per cōuersam proportionalitatem. c. ad. b. g. sicut. f. ad. e. h. quare per. 22. erit in equa proportionalitate. a. b. ad. b. g. sicut. e. d. ad. e. h. ergo coniunctim p 18. a. g. ad. g. b. sicut. d. h. ad. d. h. e. itaq. per. 22. erit in equa proportionalitate. a. g. ad. c. sicut. d. h. ad. f. quod est propositum.

Propositio .25.

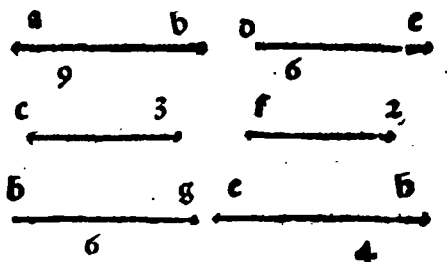


Ifuerint quatuor quantitates pportionales: fueritq. prima earum maxima: et vltima minima primi et vltimi pariter acceptas ceteris duabus maius eē necessario comprobatur.

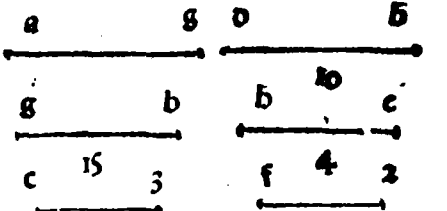
Quod hic proponitur non habet locum nisi cum oēs quatuor quantitates sint eiusdē generis. **S**int igr quatuor q̄ titatū eiusdē generis pportio. a. b. ad. c. d. sicut. e. ad. f. sitq. a. b. maxima neq. oportet ponere qd. f. sit minima: ga ipm ex hoc sequit qd. a. b. ē posita

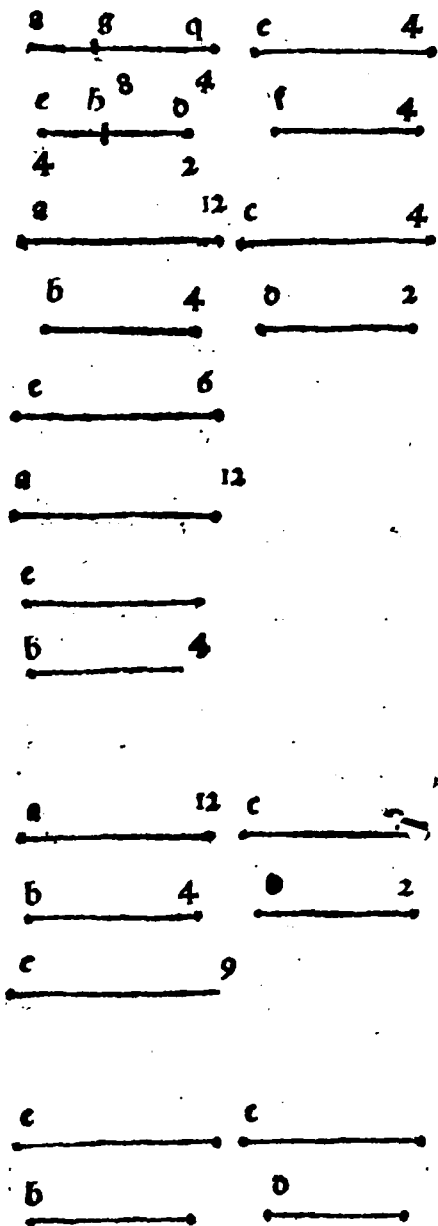


Explicite. 24.



Directe





est maximatum non posuit hoc auctor in cōclusionē tanq̃ positionē: sed potius tanq̃ pcedentis positionis cōclusionē. ¶ Dico q̃ cū ita fuerit maius erit aggregatū ex a. b. f. g. ex c. d. f. e. Cū enim a. b. sit maior. e. abscondā ex b. a. g. b. equalē. e. ¶ Similiter quoq̃ q. a. c. d. est maior. f. abscondā ex c. d. h. d. equalē. f. eritq̃ pp̃ yprothesim a. b. ad c. d. sicut. g. b. ad. b. d. q̃ rep̃. i. 9. a. g. residuū ad. c. h. residuū sicut tota. a. b. ad totum. c. d. s. a. b. ad c. d. Cū ergo. a. g. je habet ad. c. h. sicut. a. b. ad. c. d. sed. a. b. est maior. c. d. quare. a. g. maior est. c. h. additis igitur utriq̃ duabus quantitatibus. g. b. f. h. d. erit per cōemscientiam aggregatū ex a. b. f. h. d. maius aggregatū ex c. d. f. g. b. f. quia. d. h. posita est equalis. f. g. b. e. maius erit aggregatū ex a. b. f. g. aggregatū ex c. d. f. e. quod est propositum.

Castigator

a ¶ Quia primū aggregatū cōstat ex a. g. f. g. b. f. h. d. f. secūdu cōstat ex c. h. f. h. d. f. g. b. f. quia per 19. a. g. est maior. c. h. f. utriq̃. s. a. g. f. c. h. addite sunt ille due q̃titates. g. b. f. h. d. ideo primū ē maius secūdo f. c.

Propositio .26.

¶ Si fuerit quatuor quantitatū proportio p̃me ad secundam maior q̃s tertiē ad quartam erit conuerſim e contrario proportio secūde ad primam minor q̃s quartē ad tertiā.

¶ Sit p̃portio. a. ad. b. maior q̃. c. ad. d. dico q̃ erit e conuerſo mō contrario minor proportio. b. ad. a. q̃. d. ad. c. ¶ Si enim est eadē. b. ad. a. que ē. d. ad. c. erit e conuerſo a. ad. b. ut. c. ad. d. sed nō ē imo maior. At uero si ē. b. ad. a. maior q̃. d. ad. c. sit. e. ad. a. ut. d. ad. c. eritq̃ ex. n. e. ad. a. minor q̃. b. ad. a. q̃re ex prima pte. 10. e. est minor b. Ideoq̃ ex scda pte. 8. maior erit proportio. a. ad. e. q̃. a. ad. b. f. quia per cōuerſam proportionalitatē. a. ad. e. sicut. c. ad. d. erit ex. n. proportio. c. ad. d. maior q̃. a. ad. b. sed erat minor: relinquit ergo p̃positum. ¶ Possumus quoq̃ si libet asseruere p̃positū ostēsiue. ¶ Manifestū enim ē ex p̃ma pte. 10. q̃ illa q̃titas cuius ad. b. est eadē p̃portio que est. c. ad. d. ē minor. a. eo q̃ ponitur maior p̃portio. a. ad. b. q̃. c. ad. d. ¶ Illa ergo quantitas sit e cū sit igit p̃portio. c. ad. b. ut. c. ad. d. erit e conuerſo. b. ad. e. ut. d. ad. c. Cōstat autem ex secūda parte. 8. q̃ p̃portio. b. ad. a. minor est q̃ proportio. b. ad. e. itaq̃ per. 12. proportio. b. ad. a. est minor q̃. d. ad. c. quod uolumus.

Castigator

a ¶ Et cōuerſam p̃por. quia primo est. b. ad. e. sicut. d. ad. c. postea per. 12. b. ad. a. minor q̃. d. ad. c.

Propositio .27.

¶ Si fuerit quatuor quantitatū maior proportio p̃me ad secundam q̃s tertiē ad quartam. erit permutatim maior proportio p̃ime ad tertiā q̃s secūde ad quartam.

¶ Sit hic quoq̃ p̃portio. a. ad. b. maior q̃. c. ad. d. dico q̃ erit p̃mutatim maior proportio. a. ad. c. q̃. b. ad. d. ¶ Eadē enim nō erit: q̃a tūc quoq̃ eēt p̃mutatim. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ¶ Neq̃ minor. Nā si hoc ponatur sit itaq̃. e. ad. c. ut. b. ad. d. eritq̃ ex. 12. maior p̃portio. e. ad. c. q̃. a. ad. c. quare ex prima parte. 10. e. ē maior. a. I taq̃ p̃ primā ptem. 8. proportio. e. ad. b. ē maior q̃. a. ad. b. f. quia positū ē ut sit. e. ad. c. sicut. b. ad. d. erit p̃mutatim. e. ad. b. sicut. c. ad. d. ex. 12. igitur maior erit p̃portio. c. ad. d. q̃. a. ad. b. sed positum erat oppositum. uerū est ergo p̃positū. ¶ Ostēsiue quoq̃ idē quē admodū in p̃misas sumpta enim ē. c. ad. b. ut. c. ad. d. erit ex prima pte. 10. e. minor. a. quare ex prima parte. 8. maior erit. a. ad. c. q̃. e. ad. c. sed ex permutata proportionalitate est. e. ad. c. ut. b. ad. d. igit ex. 12. a. ad. c. est maior q̃. b. ad. d. quod est propositum.

Castigator

a ¶ Per conuerſam p̃por. quia sumpta fuit. e. ad. c. sicut. b. ad. d. f. ideo dicitur sumpta ad. b.

Propositio .28.



Si fuerint quatuor quantitates quaz pme ad secundā sit maior pportio q̄s tertie ad quartā. erit quoq̄s coniunctim maior pportio pme z secūde ad secundā q̄s tertie z quarte ad quartā.

Sit maior pportio .a. ad .b. q̄ .c. ad .d. dico q̄ maior erit totius .a. b. ad .b. q̄ totius .c. d. ad .d. ¶ Quia ipsa neq̄ erit eqlis neq̄ minor. Si enim eqlis: tūc erit disiunctim .a. ad .b. ut .c. ad .d. cōtra ypothe. Si autē ē minor sit .c. b. ad .b. ut .c. d. ad .d. eritq̄ ex .n. maior pportio .e. b. ad .b. q̄ .a. b. ad .b. itaq̄ ex prima pte. 10. e. b. ē maior q̄ .a. b. ¶ p cōceptionem .c. maior q̄ .a. quare ex prima parte. 8. maior est proportio. e. ad .b. q̄ .a. ad .b. sed .e. ad .b. est ut .c. ad .d. per disiunctam pportionalitatem eo q̄ erat .e. b. ad .b. ut .c. d. ad .d. ergo per .n. c. ad .d. ē maior q̄ .a. ad .b. hoc autē est cōtra ypothe. ¶ Idem ēt offensue: cum enim propositū sit q̄ maior sit pportio .a. ad .b. q̄ .c. ad .d. sit proportio .e. ad .b. ut .c. ad .d. eritq̄ ex pma parte decime. e. minor .a. Ideoq̄ ex cōmuni scientia. e. b. erit minor q̄ a. b. quare ex prima parte. 8. maior erit pportio .a. b. ad .b. q̄ .e. b. ad .b. At uero proportio .e. b. ad .b. est per coniunctam pportionalitatem sicut .c. d. ad .d. positum enim est ut sit .e. ad .b. tanq̄ .c. ad .d. igitur ex .n. maior est a. b. ad .b. q̄ c. d. ad .d. quod est propositum.

Propositio .29.



Si fuerint quatuor quantitates quaz pme z secūde ad secundā sit maior pportio q̄s tertie z quarte ad quartā. erit quoq̄s disiunctim pportio pme ad secundā maior q̄s tertie ad quartā.

Sit proportio .a. b. ad .b. maior q̄ .c. d. ad .d. dico q̄ erit disiunctim pportio .a. ad .b. maior q̄ .c. ad .d. ¶ Alioquin erit eqlis uel minor: q̄ si eqlis erit p cōiunctā pportionalitātē .a. b. ad .b. ut .c. d. ad .d. q̄ ē cōtra ypothe. si autē minor erit maior .c. ad .d. q̄ a. ad .b. ergo p premisā maior erit .c. d. ad .d. q̄ a. b. ad .b. quod est incōueniens quia positum est q̄ minor uerum est ergo quod dicitur. ¶ Quod ēt offensue astringemus hoc mō. ¶ Ponemus enim ut proportio .e. b. ad .b. sit tanq̄ pportio .c. d. ad .d. eritq̄ ex pma pte. 10. e. b. minor q̄ a. b. quare ex cōmuni scientia. e. est minor q̄ a. ¶ Minor igitur est ex prima pte. 8. pportio .e. ad .b. q̄ sit .a. ad .b. sed proportio .e. ad .b. est sicut .c. ad .d. ex disiunctā pportionalitātē itaq̄ ex .n. pportio .a. ad .b. est maior q̄ sit .c. ad .d. quod ē ppositum.

Propositio .30.



Si fuerint quatuor quantitates quaz pme z secūde ad secundā sit maior pportio q̄s tertie z quarte ad quartā: erit euerfim minor pportio pme z secūde ad primā q̄s tertie z quarte ad tertiam.

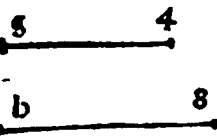
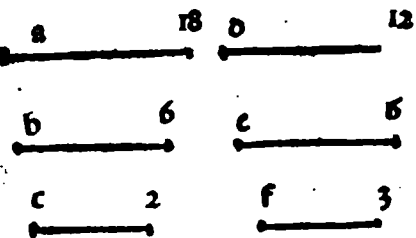
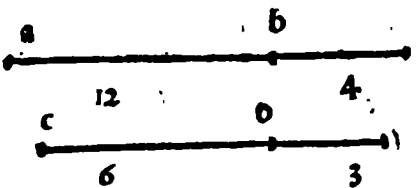
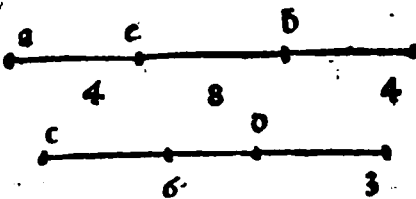
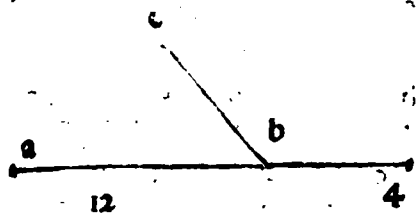
Sit maior pportio .a. b. ad .b. q̄ .c. d. ad .d. dico q̄ euerfim minor erit pportio .a. b. ad .a. q̄ .c. d. ad .c. ¶ Erit enim disiūctim ex premisā maior proportio .a. ad .b. q̄ .c. ad .d. I taq̄ per .16. erit eō uerso minor .b. ad .a. q̄ .d. ad .c. quare per ante premisā coniunctim minor erit .b. a. ad .a. q̄ .d. c. ad .c. quod est propositum.

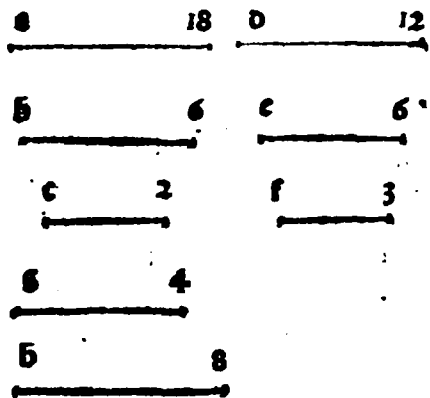
Propositio .31.



Si fuerint tres quantitates in vno ordine. itēq̄ tres in alio fuerintq̄ prime priorum ad secundā maior pportio q̄s prime posteriorum ad secundā. itē q̄s secūde priorum ad tertiam maior q̄s secūde posteriorum ad tertiam. erit quoq̄s pme priorum ad tertiam maior pportio q̄s pme posteriorum ad tertiam.

Sint tres quantitates .a. b. c. itēq̄ alie tres .d. e. f. sitq̄ maior proportio .a. ad .b. q̄ .d. ad .e. itēq̄ maior .b. ad .c. q̄ .e. ad .f. dico q̄ maior erit proportio .a. ad .c. q̄ .d. ad .f. ¶ Sit enim .g. ad .c. ut .e. ad .f. eritq̄ ex prima parte. 10. g. minor .b. quare ex secūda parte. 8. proportio .a. ad .g. est maior q̄ .a. ad





b. multo maior ergo est proportio a. a. 1. g. q. d. ad. e. ¶ Sit itaq. b. ad. q. ut d. ad. e. eritq. ex prima parte. 10. a. maior. b. quare ex prima parte. 8. p. portio. a. ad. c. maior est q. proportio. b. ad. c. At uero proportio. b. ad. c. est p. equam proportionalitatem sicut. d. ad. f. est enim. h. ad. g. ut d. ad. e. f. g. ad. c. ut. e. ad. f. igitur ex. 11. p. portio. a. ad. c. est maior q. d. ad. f. quare con. stat propositum.

Propositio 32.



¶ Si fuerint tres quantitates in uno ordine. itemq. tres in alio fuerintq. proportio secunde priorum ad tertiam maior q. p. ante posteriorum ad secundam. Itemq. p. ante posteriorum ad secundam maior q. secunde posteriorum ad tertiam. erit maior propor. tio p. ante priorum ad tertiam q. p. ante posteriorum ad tertiam.

¶ Sint enim tres quantitates in uno ordine. a. b. c. Itemq. tres in alio. d. e. f. quemadmodum in premissa. sitq. maior proportio. b. ad. c. q. d. ad. e. ¶ Sit enim. g. ad. c. ut. d. ad. e. eritq. g. minor. b. per primam partem. 10. quare maior erit proportio. a. ad. g. q. ad. b. per secundam partem. 8. ¶ Igitur multo ma. ior e. a. ad. g. q. e. ad. f. ¶ Sit itaq. h. ad. g. ut. e. ad. f. eritq. a. maior. b. ex pri. ma parte. 10. quare proportio. a. ad. c. maior est q. h. ad. c. ex prima parte. 8. At uero ex. 11. proportio. b. ad. c. est tanqua. d. ad. f. eo quod est. g. ad. c. ut. d. ad. e. f. h. ad. g. ut. e. ad. f. igitur ex. 11. maior est proportio. a. ad. c. q. d. ad. f. quod est propositum.

Propositio 33.



¶ Si fuerit proportio totius ad totum maior q. absc. si ad abscisum erit residui ad residuum maior pro. portio q. totius ad totum.

¶ Sint due quantitates. a. f. b. a quibus abscondantur. c. f. d. f. residua sunt. e. f. f. sitq. maior proportio. a. ad. b. q. c. ad. d. dico q. maior erit proportio. e. ad. f. q. a. ad. b. ¶ Erit enim ex. 12. permutatim maior proportio. a. ad. c. q. b. ad. d. quare ex. 30. erit euerim minor proportio. a. ad. c. q. b. ad. d. igitur rursus ex. 12. permu. tatim. b. ad. a. maior q. f. ad. e. quare ex. 16. minor erit. a. ad. b. q. e. ad. f. quod est propositum.

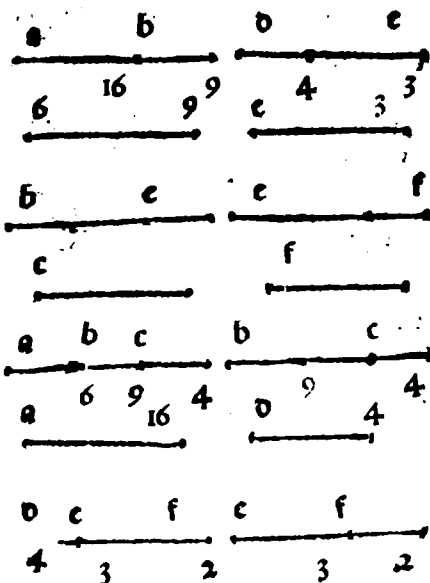
Propositio 34.



¶ Quotlibet quantitates ad totidem alias compa. rentur. fueritq. cuiuslibet precedentis ad suam re. latiuam maior proportio q. alicuius subsequētis ad suam. erit omnium harum pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas maior proportio q. alicuius subsequētum ad suam comparē aut etiam q. omnium pariter acceptarum ad omnes pariter acce. ptas. minor autem q. p. ante ad p. ante.

¶ Sint tres quantitates. a. b. c. relate ad totidem alias que sunt. d. e. f. sitq. maior proportio. a. ad. d. q. b. ad. e. f. b. ad. e. sit maior q. c. ad. f. dico q. p. portio. a. b. c. pariter acceptarum ad. d. e. f. pariter acceptas est maior q. b. ad. e. uel maior q. c. ad. f. ¶ Etiam maior q. b. f. c. pariter acceptarum ad e. f. f. pariter acceptas ¶ q. ipsa est minor q. a. ad. d. ¶ Cum sit enim. a. ad. d. maior q. b. ad. e. erit permutatim. a. ad. b. maior q. d. ad. e. ¶ Et coniu. ctim a. b. ad. b. maior q. d. e. ad. e. f. iterum permutatim. a. b. ad. d. e. maior q. b. ad. e. quare per premisam. a. ad. d. est maior q. a. b. ad. d. e. ¶ Eodemq. modo probatur maiorem esse. b. ad. e. q. b. c. ad. e. f. ¶ I taq. maior pro. portio est a. ad. d. q. b. c. ad. e. f. quare permutatim maior est. a. ad. b. c. q. d. ad. e. f. ¶ Et coniu. ctim maior a. b. c. ad. b. c. q. d. e. f. ad. e. f. ¶ Et iterum per. mutatim maior. a. b. c. ad. d. e. f. q. b. ad. e. f. quare per premisam ma. ior est. a. ad. d. q. a. b. c. ad. d. e. f. quod est propositum.

¶ Explicit liber quintus.



Liber sextus Euclidis de superficiebus similibus et earum ad inuicem proportionibus ex perfectissima Campani interpretatione. Magistro **LUCIA** Paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minor. Castigatore acuratissimo Incip.



Superficies similes dicuntur quarum anguli unus angulis alterius equales latera quoque equos angulos continentia proportionalia.

Ut sit rignonus. a. b. c. fuerit equian- gulus trigono. d. e. f. fuerit angulus. a. equalis angulo. d. et angulus. b. equalis angulo. e. et angulus. c. angulo. f. et proportio. a. b. ad. d. e. sicut. a. c. ad. d. f. et b. c. ad. e. f. ipsi erunt similes.



Superficies mutuo- rum laterum sunt in- ter quarum latera in- continua proportio-

nalitas retrahitue habetur.

Ut si duorum quadrilaterum. a. b. c. d. e. f. proportio. a. b. lateris primi ad. d. e. lateris secundi fuerit sicut proportio. e. f. lateris secundi ad. b. c. lateris primi illa duo quadrilatera dicuntur mutuo- rum laterum siue mutue- scia.

Linea dicitur diuidi secundum proportionem habentem medium et duo extrema quando eadem est proportio totius ad maiorem sui scilicet o- nem que est maioris ad minorem.

Propositio .1.



Iduarum rectilinearum superficierum equidista- tum laterum siue triangulorum fuerit altitudo una tanta erit alterutra earum ad alteram. quanta sua basis ad basim alterius.

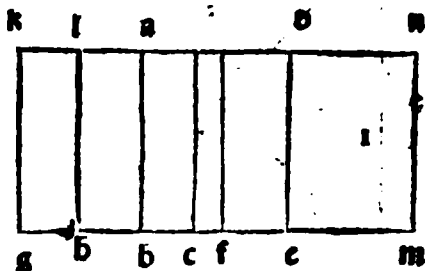
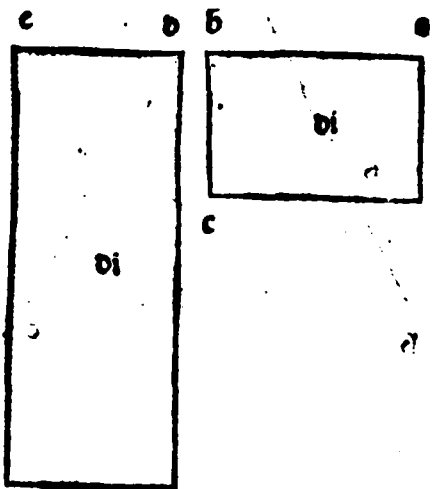
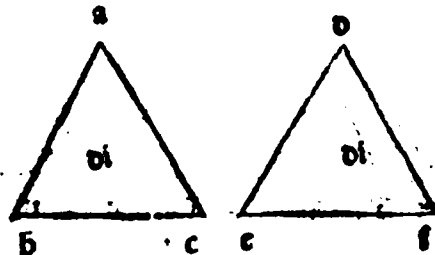
Sint duo parallelograma. a. b. c. d. e. f. equalis altitudi- nis. dico et proportionem eorum sicut. b. c. ad. e. f. Ponam illa duo parallelograma super lineam unam que sit. g. m. eruntque per hoc quod sunt equalis altitudinis inter lineas equidistantes quarum sit altera. k. n. deinde ex linea. g. m. sumam. g. c. multiplicem secundum quencumque numerum uoluerim. ad. b. c. et diui- dam eam in partes equales. b. c. in punctis. h. et b. a. quibus et puncto. g. ducam equi- distantes lineas. a. b. q. sunt. g. k. et h. l. et complebo superficies equidistantium la- terum. k. h. et l. b. eruntque unaquaeque earum per 36. primi equalis. a. c. quare sicut linea. g. c. est multiplex lineae. b. c. ita superficies. c. k. superficiei. a. c. et similiter quoque ad li- neam. e. f. sumam ex linea. g. m. lineam. f. m. multiplicem secundum quencumque numerum uoluerim. e. f. et complebo superficiem equidistantium laterum ducta linea. m. n. equi- distanter lineae. d. e. eruntque superficies. n. f. ita multiplex superficiei. d. f. sicut linea. m. f. lineae. e. f. et quia per 36. primi si linea. g. c. est maior linea. f. m. superficies. k. c. est maior superficiei. n. f. et si minor minor. et si equalis equi- lis erit per diffinitionem incontinue proportionalitatis eadem propor- tio basis. b. c. ad basim. e. f. que est superficiei. a. c. ad superficiem. d. f. quod est propositum. **D**e triangulis equalis altitudinis idem probabis et eo- dem modo per 38. primi ductis lineis ab extremitatibus earum quas ad bases sumes multiplices ad uertices triangulorum.

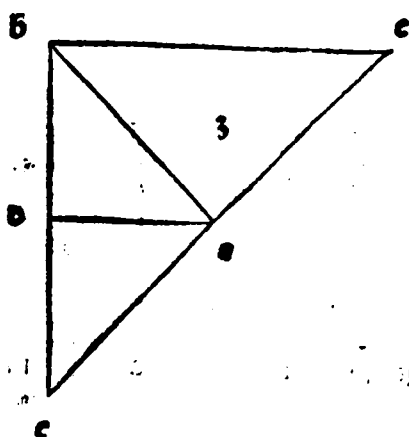
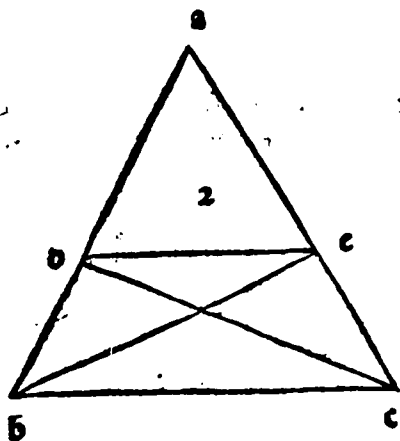
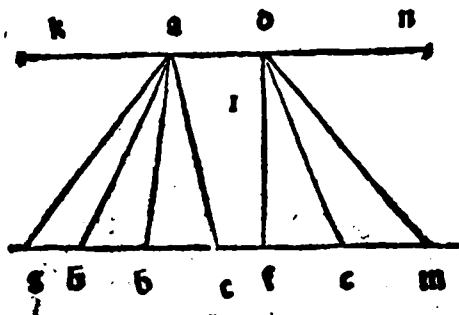


Propositio .2.

Ilinea recta duo trianguli latera secans reliquo siue sit equidistantem eas duo illa latera proportionaliter se- rare. Si uero proportionaliter se- ret et eam reliquo lateri equidistare necesse est.

Sit triangulus. a. b. c. cuius duo latera. a. b. et. a. c. fecer-





linea. d. e. equidistanter tertio lateris quod est. b. c. dico q̄ erit proportio
a. d. ad. d. b. sicut. a. e. ad. e. c. & econuerso si fuerit proportio. a. d. ad. d.
b. sicut. a. e. ad. e. c. linea. d. e. erit equidistans linee. b. c. ¶ Protraham
enim duas lineas. e. b. & d. c. eritq; per. 37. primi triangulus. e. d. b. equa-
lis triangulo. d. e. c. propter id quod ipsi sunt ambo s. per lineam. d. e. in-
ter lineas equidistantes. itaq; per secundam partem. 7. quinti proportio
trianguli. a. d. e. ad utrumq; illorum erit una. ¶ Sed proportio eius p̄ pre-
missam ad triangulum. e. d. b. est sicut lineae. a. d. ad lineam. d. b. & ad tri-
angulum. d. e. c. sicut lineae. a. e. ad lineam. e. c. Nam ipse cum utroq; illo-
rum est equalis altitudinis quare erit proportio. a. d. ad. d. b. sicut. a. e.
ad. e. c. quod est primum. ¶ Et si hoc fuerit erit per premisam ipsius. a.
d. e. ad utrumq; illorum proportio una quare per secundam partem. 9. qui-
ti ipsi sunt adinuicem equaliter & quia ipsi sunt super eandem basim. uide-
licet lineam. d. e. & ex eadem parte erit per. 39. primi linea. d. e. equidistans
linee. b. c. quod est secundum.

Propositio .3.



Ab aliquo angulorum trianguli linea recta ad ba-
sim ducta angulum illum per equalia secet: duas
partes ipsius basis reliquis eiusdem trianguli late-
ribus proportionales esse. Si vero due partes basis
quas linea ab angulo ducta distinguit reliquis tri-
anguli lateribus p. oportionales fuerint lineam illam
angulum per equalia diuidere necessario comprobatur.

¶ Sit trigonus. a. b. c. cuius angulum. a. diuidat linea. a. d. per equalia
dico q̄ proportio. b. d. ad. d. c. est sicut. b. a. ad. a. c. & econuerso. ¶ Protra-
ham enim. b. e. equidistantem. a. d. & producam. c. a. quousq; concurrat
cum. b. e. in puncto. e. eritq; per primam partem. 29. primi angulus. e. b. a.
equalis angulo. b. a. d. & per secundam partem eiusdem angulus. e. angu-
lo. d. a. c. quare angulus. e. est equalis angulo. e. b. a. ergo per. 6. primi. e. a.
est equalis. a. b. & ideo per primam partem. 7. quinti proportio. e. a. ad. a.
c. est sicut. b. a. ad. a. c. sed per premisam. e. a. ad. a. c. est sicut. b. d. ad. d. c. er-
go. b. a. ad. a. c. sicut. b. d. ad. d. c. quod est primum. ¶ Secunda pars que est
conuersa prime partis probabitur conuerso modo. ¶ Manente enim ea-
dem dispositione si fuerit proportio. b. a. ad. a. c. sicut. b. d. ad. d. c. quare
per premisam. e. a. ad. a. c. est sicut. b. d. ad. d. c. erit eadem proportio. e. a.
ad. a. c. que est. b. a. ad. a. c. ergo per primam partem. 9. quinti. e. a. & a. b.
sunt equaliter quare per. 5. primi duo anguli. e. & e. b. a. sunt equaliter. igitur
per primam & secundam partem. 29. primi angulus. b. a. d. est equalis an-
gulo. d. a. c. quod est secundum.

Castigator.

¶ Concurfus iste probatur per lineam. b. c. cadentem super duas line-
as. b. e. & c. a. per quartam petitionem primi. Nam ipsa primo cadit su-
per duas equidistantes. b. e. & d. a. & per secundam partem. 29. primi. a. d.
c. extrinsecus equatur angulo. e. b. c. totali intrinsecus: & quia per. 17. pri-
mi duo anguli. a. d. c. & a. c. d. trianguli. a. c. d. sunt minores duobus rectis
& ideo duo anguli. a. c. d. & e. b. c. totalis etiam sunt minores duobus re-
ctis cum loco anguli a. d. c. extrinseci ponatur. e. b. c. intrinsecus sibi equa-
lis & sic per predictam petitionem due linee. b. e. & c. a. in eandem parte
protracte concurrent in puncto. e. & c.

Propositio .4.



Quoniam duorum triangulorum quorum anguli vni-
us angulis alterius sunt equaliter: latera equos an-
gulos respicientia sunt proportionalia

¶ Sint duo trianguli. a. b. c. d. e. f. equianguli. sitq; angulus
a. equalis angulo. d. & angulus. b. angulo. e. & angulus. c. an-
gulo. f. dico q̄ proportio. d. e. ad. a. b. & d. f. ad. a. c. est sicut. e. f. ad. b. c. ¶ Ponā

enim ambos triangulos sup lineam unā que sit. e. c. ita q̄ duo anguli unius qui erunt super hanc lineam sint equales duobus alterius qui erunt super eandem. non quidem medius medio aut extremus extremo: sed medius unius extremo alterius: & ponam duos eorum medios angulos in eodē puncto coire. sitq̄. a. f. c. ipse idem triangulus qui erat. a. b. c. & quia angulus. a. f. c. est equalis angulo. e. f. c. angulus. d. f. e. angulo. c. per ypothesim: erit per primam partem. 18. primi linea. a. f. equidistans. d. e. f. d. f. equidistans. a. c. ¶ Complebo igitur superficiem equidistantium laterum que sit g. f. critq̄. per. 34. primi. g. a. equalis. d. f. f. g. d. equalis. a. f. ¶ Quia ergo per secundam huius. g. a. est ad. a. c. sicut. e. f. ad. f. c. & per eandem. e. f. ad. f. c. sicut. e. d. ad. d. g. erit per. 7. quinti. d. f. ad. a. c. & per eandem. e. d. ad. f. a. sicut. e. f. ad. f. c. quod est propositum.

Propositio. 5.



Anium duorum triangulorum quorum cuncto rum laterum sese respicientium est proportio una anguli lateribus proportionalibus contenti equi sibi invicem esse probatur.

Hec est conuersa prioris nec fecit ex ea & premissa una conclusionem sicut fecit in secūda & tertia huius: quia nec eadem figuratione nec eisdem mediis demonstratur quibus precedens. ¶ Sint itaq̄. duo triāguli. a. b. c. d. e. f. sitq̄. proportio. a. b. ad. d. e. f. a. c. ad. d. f. sicut. b. c. ad. e. f. dico q̄. angulus. a. est equalis angulo. d. & angulus. b. angulo. e. & angulus. c. angulo. f. ¶ Constituam super lineam. e. f. in opposita parte trianguli. d. e. f. angulum. f. e. g. equalem angulo. b. & angulum. e. f. g. equalem angulo. c. eritq̄. per. 31. primi. angulus. g. equalis angulo. a. ergo per premissam proportio. a. b. ad. d. e. f. a. c. ad. f. g. sicut. b. c. ad. e. f. ¶ Quare. a. b. ad. d. e. f. sicut. ad. e. g. f. a. c. ad. d. f. sicut. ad. f. g. ¶ Igitur per secundam partem nonne quinti. d. e. f. est equalis. e. g. f. & per eandē. d. f. equalis. f. g. quare per. 8. primi. duo trianguli. d. e. f. f. g. e. f. sunt equianguli: quare ergo triangulus. d. e. f. est etiam equiangulus triangulo. a. b. c. constat propositum.

Castigator.

a ¶ Per cōem sciam q̄ uni f. e. d. e. f. sive q̄ due res mi equales.

Propositio. 6.



Anes duo trianguli quorum vnus angulus vnus vnus angulo alterius equalis. latera q̄ illos duos equos angulos continentia proportionalia sunt inter se invicem equianguli.

Maneat prior dispositio: & sit solum angulus. b. equalis angulo. d. e. f. & proportio. a. b. ad. d. e. f. sicut. b. c. ad. e. f. dico adhuc duos triangulos. a. b. c. d. e. f. esse equiangulos. ¶ Cum enim sit per. 4. huius propter ypothesin premisse conclusionis. a. b. ad. e. g. sicut. b. c. ad. e. f. erit. a. b. ad. d. e. f. sicut. a. b. ad. e. g. quare per secundam partem nonne quinti. d. e. f. est equalis. e. g. ¶ Quia ergo duo latera. d. e. f. e. f. trigoni. d. e. f. sunt equalia duobus lateribus. e. g. f. e. f. trigoni. g. e. f. & angulus. e. vnus angulo. e. alterius: quia uterq̄ ē equalis angulo. b. ipsi erūt p̄ quartā primi equianguli. & quia. e. g. f. est et equiangulus. a. b. c. patet propositum.

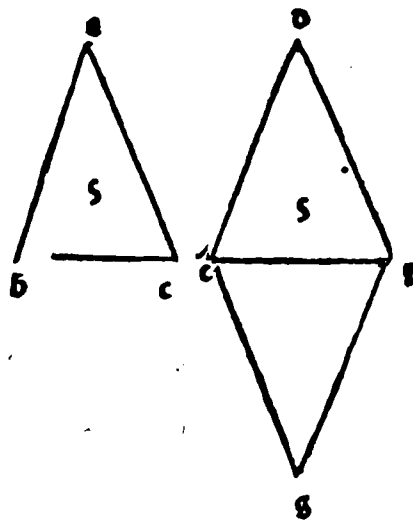
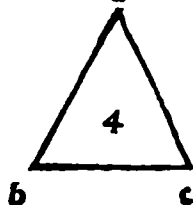
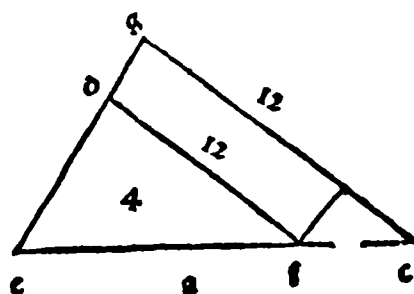
Castigator.

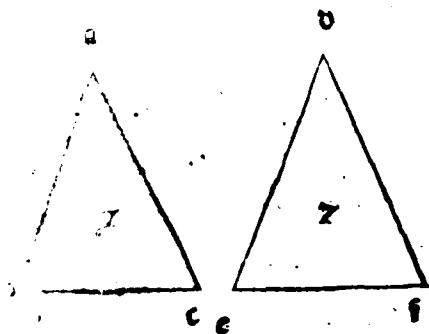
a ¶ Videlicet vnus p̄ ypoth. s. angulus. d. e. f. & alius p̄. 13. primi.

Propositio. 7.



Ifuerint duo triāguli quorum vnus angulus vnus vnus angulo alterius equalis: duosq̄ suorum reli quorum angulorum lateribus p̄portionalibus cōtenti: duorum vero demum. reliquorum. vterq̄ aut neuter recto angulo minor necesse est illos duos triangulos omnibus suis angulis inter se inuicem equiangulos esse.





Sint duo trianguli. a. b. c. d. e. f. sitq. angulus. a. equalis angulo. d. & p. portio. a. c. ad. d. f. sicut. c. b. ad. f. e. & uterq. duorum angulorū. b. & e. aut neuter sit minor recto dico eos esse equiangulos. ¶ Si enim angulus. c. minor est equalis angulo. f. alterius patet propositū per premisum. ¶ Sin autem sit. c. maior fiatq. angulus. a. g. equalis eidem uterq. per. 32. primi triangulus. a. g. c. equiangulus triangulo. d. e. f. quare per quartam huius proportio. a. c. ad. d. f. sicut. g. c. ad. e. f. sed sic fuit. b. c. ad. e. f. ergo per. 9. q. n. ti. g. c. & b. c. sunt equales. ¶ Ergo p. quintam primi angulus. b. est equalis angulo. b. g. c. ¶ Si ergo neuter duorum angulorum. b. & e. fuerit minor recto accidit duos angulos unius trianguli non esse minores duobus rectis quod ē non pōt p. 32. & 12. primi. ¶ Quod si uterq. fuerit minor recto erit angulus. a. g. c. maior recto per. 13. primi quare & angulus. c. sibi equalis est etiam recto maiori quod est contra yptobe. ¶ Quare destructo opposito remanet propositū. ¶ Oportet aut utrumq. angulorum restiquorum aut neutrum esse minorem recto. ¶ Possibile enim est in eodē triangulo ut in triangulo. a. b. c. lineam. g. c. esse equalem. b. c. & ideo erit a. c. ad. utraq. earum una proportio per. 7. quinti. Nec tñ erunt trianguli a. g. c. & a. b. c. equianguli quia unus angulus unius sit equalis uni angulo alterius immo idem ut angulus. a. & proportio linee. a. c. put est latus magni ad. a. c. prout est latus parvi sicut. b. c. latus magni ad. g. c. latus parvi utraq. enim equalis. ¶ Et hoc est pp hoc q. angulus. g. minoris est maior recto & angulus. b. maioris minor. Nam in omni triangulo duum equalium laterum uterq. angulorum qui sunt ad basim est minor recto.

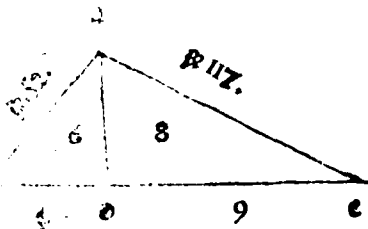
Castigator.

Quamvis ibi dicatur possibile enim est in eodem triangulo & c. Imaginatur primo formatus triangulus dñi equalium laterum. b. c. g. Demū protracto latere. b. g. quantum libuerit. ut ad. a. deinde protracta linea. a. c. a pñcto ad punctum. Imaginantur duo trianguli unus magnus. a. b. c. & alius parvus. a. g. c. qui suprapositus magno imaginatur & ab eo abscondit triangulum illum duum equalium laterum. s. b. c. g. prout in illis duobus explicite positus apparet & c. Et hec pro septima huius dicta sunt.

Propositio. 8.



Iab orthogoni angulo recto ad basim linea perpendicularis ducatur. fient duo trianguli partiales toti triangulo & sibi inuicem similes. Unde etiā manifestum est qz in omni triangulo rectangulo si ab eius angulo recto ad absum perpendicularis ducatur erit ipsa perpendicularis inter duas sectiones ipsius base pportionalis. Itemqz vtrunqz latus inter totam basim atqz sibi conterminalem basis portionem.



Sit trigonus. a. b. c. orthogonius eiusq. angulus. a. rectus a quo ducat a. d. perpendicularis ad basim. dico q. uterq. duorum triangulorum partialium qui sunt. a. b. d. & a. d. c. similis est totali triangulo. a. b. c. & unus eorum alteri. ¶ Est enim uterq. ipsorū equiangulus totali per. 32. primi. eo q. uterq. est orthogonius & in uno angulo cōmunicant cum totali quare & sibi inuicem sunt equianguli. ¶ Ita q. angulus. b. est equalis angulo. d. a. c. & angulus. b. a. d. angulo. c. & duo anguli qui sunt ad. d. sibi inuicē & angulo. a. totali equales quare per. 4. huius latera equos eorum angulos respicientia sunt proportionalia ergo per diffinitionē sunt similes quod est propositum. ¶ Vtrunq. correla. ex his enidenter apparet.

Castigator.

Nota propter dictum superius in fine expositionis octane huius. ubi per. 4. concluduntur latera illoꝝ triangulorum equos angulos respicientia esse proportionalia. Et ex hoc per diffinitionem similitum superficiez illos triangulos esse similes & c. Diffinitio illa nō dicit q. latera equos angulos respicientia sunt proportionalia sed q. latera equos angulos continentia sunt proportionalia ut ibi patet & sic videtur indēbite concludi

intentum. ¶ Quapropter aduerte q̄ idem est in triangulis dicere latera equos angulos respicientia esse proportionalia: & equos angulos continētia esse proportionalia: quod in istis duobus triangulis apparet. uidelicet a. b. c. & d. e. f. dato q̄ sint equanguli. uidelicet q̄ angulus. a. equetur angulo. d. & b. angulo. e. & c. angulo. f. nam latus. d. e. ad. a. b. que respiciūt angulos. c. & f. sunt in p̄porione laterū. d. f. ad. a. c. que etiā respiciunt equos angulos. b. & e. & per consequens istamet latera sunt continētia equos angulos uidelicet. a. & d. & sic arguas de reliquis &c. Et ideo postea per diffinitionem &c.

Propositio .9.



Elabus lineis p̄positis tertiam inter eas sub p̄portionalitate continua collocare.

¶ Sint due linee p̄posite. a. b. & c. iter quas uolo unam lineam in p̄portionalitate continua collocare. Ad iungam unam earum alteri sitq; tota ex eis cōposita. a. d. ita q̄. b. d. sit equale. c. & super totam describo semicirculum a. e. d. & produco. e. b. usq; ad circumferentiam perpendicularē ad lineā a. d. dico lineam. b. e. esse quam querimus. ¶ Produco enim lineas. e. a. & e. d. eritq; per 30. tertii angulus. e. totalis rectus: quare per primā partem. coroll. premisse p̄portio. a. b. ad. b. e. sicut. b. e. ad. b. d. quod est p̄positum.

Propositio .10.



Elabus lineis datis tertiam eis in continua p̄portionalitate subiungere

¶ Sint due linee p̄posite. a. b. & c. quibus uolo tertiam in continua p̄portionalitate subiungere: coniungo lineam. c. angulariter ut contingit cum lineā. a. b. sitq; a. d. sibi equalis: & produco lineam. a. b. usq; ad. e. donec fiat. b. e. equalis. a. d. & protracta lineā. b. d. a puncto. e. duco lineam sibi equidistantem quā lineam. a. d. produco quousq; concurrant in puncto. f. dico igitur lineam. d. f. esse quam querimus. ¶ Est enim per secundam huius p̄portio. a. b. ad. b. e. sicut. a. d. ad. d. f. sed a. b. ad. b. e. est sicut. a. b. ad. a. d. per 2. partem. 7. quinti: quare. a. b. ad. a. d. sicut. a. d. ad. d. f. quod est p̄positum. ¶ Quod si p̄positis tribus lineis uelimus inuenire quartam ad quam sit p̄portio tertie sicut prime ad secundam: ex prima & secunda fiat linea una & toti compositae tertiam angulariter adiungatur & a cōmuni termino prime & secunde ducatur linea ad extremitatem tertie: & ab altero termino secunde ducatur huic lineae equidistans: quousq; cōcurrat cum tertiam in continuum rectumq; protracta: eritq; per secundam huius linea quā hec equidistans abscindet que queritur: quēadmodum si in hac figura fuerit prima. a. b. secunda. b. e. tertiam. a. d. erit quarta. d. f.

Castigator.

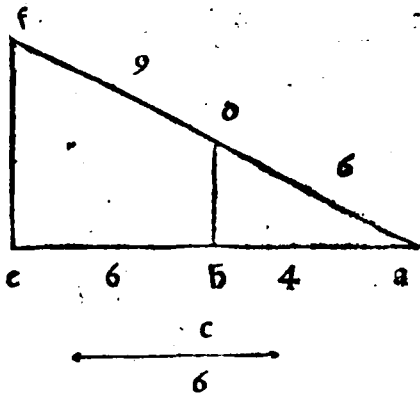
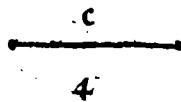
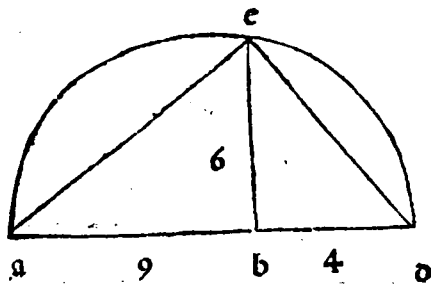
a ¶ Cōcurrent. n. per rationes supra in tertia huius adductas. b ¶ Quā uis non dicat sub continua p̄portio. subiungere: tñ indifferenter habet locum ad infinitas: quia inuenta quarta ad tertiam: tunc prima dimissa inuenitur quinta ad quartam & sexta ad quintam &c. dimittēdo semper priorem tres subsequentes retinendo. & tunc operando per. 10. sequitur intentum: ut patet.

Propositio .11.



Assignata linea quotamcūq; iubearis partem abscindere.

¶ Sit. a. b. linea assignata ab ea uolo aliquotam partem utpote tertiam abscindere. ¶ Coniungo ei angulariter: ut contingit lineam indefinite quantitatis que sit. a. c. a qua refeco tres equas portiones. que sint. a. d. d. e. & e. c. & produco lineas. c. b. & f. d. f. sibi equidistantes. dico. a. f. esse tertiam. a. b. est enim per secundam huius p̄portio. c. d. ad. d. a. sicut. b. f. ad. f. a. quare coniunctim. c. a. ad. d. a. sicut. b. a. ad. f. a. cum igitur. c. a. sit tripla. ad. d. a. patet. a. f. esse tertiam. a. b. quod est p̄positum.



Propositio .12.



Habebis lineis propositis altera indiuisa altera per partes diuisa: indiuisam quidem ad modum diuise diuidere.

Sint due linee quas angulariter ut continget coniungam. a. b. f. a. c. sitq. a. b. diuisa in tres uel qualescūq. portiones signatis in ea punctis. d. f. e. uolo secundum easdem portiones diuidere lineam. a. c. ¶ Cum igitur ipsas angulariter coniungero. protraham lineam. b. c. f. equidistantem ei. d. f. e. g. dico istas equidistantes diuidere lineam. a. c. in partes proportionales partibus. a. b. ¶ Protraham enim. f. h. equidistantem. a. b. que secet. e. g. in puncto. k. eritq. p. secundam huius proportionis. g. f. ad. f. a. sicut. e. d. ad. d. a. f. c. g. ad. g. f. sicut. b. k. ad. k. f. quare f. sicut. b. c. ad. e. d. per. 34. primi. f. secundam partem. 2. quinti: quod est propositum. Oportet autem secundam huius totiens repetere quot erunt partes lineae. a. b. minus una. At uero. 34. primi f. septimam quinti minus duabus.

Propositio .13.



Sint due superficies equidistantium laterum quarum unus angulus unius unius angulo alterius equalis: equales fuerint latera duos quos angulos continetia mutesia esse. Si uero latera duos quos angulos continetia mutesia fuerint duas superficies equales esse necesse est.

Sint due superficies. a. b. c. d. f. c. e. f. g. equidistantium laterum f. equales. sitq. angulus. c. unius equalis angulo. c. alterius. dico proportionem. b. c. ad. c. g. esse sicut. e. c. ad. c. d. f. si proportio. b. c. ad. c. g. fuerit sicut. e. c. ad. c. d. f. predicti anguli fuerint adhuc equales: dico illas duas superficies equidistantium laterum esse equales. ¶ Coniungam enim. eas angulariter ut delictet angulum. c. unius cum angulo. c. alterius. ita q. duo latera earum que sunt. b. c. f. c. g. fiant linea una: eruntq. similiter duo reliqua latera. d. c. f. c. e. linea una. Calioquin sequeretur per presentem hypothe. que est angulum. c. unius esse equalem angulo. c. alterius. f. per. 15. primi: pars esse equalem toti: complebo itaq. superficiem equidistantium laterum productis lineis. a. d. f. f. g. quousq. concurrant in. h. eritq. per primam partem. 2. quinti utriusq. superficiem. a. c. f. c. f. ad superficiem. c. h. proportio una: f. quia per primam huius proportionis superficiem. a. c. ad. superficiem. c. h. sicut lineae. b. c. ad lineam. c. g. f. superficiem. c. f. ad eandem superficiem c. h. sicut. e. c. ad. c. d. manifesta est prima pars propositae conclusionis. ¶ Secunda pars sic patet: per primam. n. huius est proportio. b. c. ad. c. g. sicut. a. c. ad. c. h. f. c. e. c. d. sicut. c. f. ad eandem. c. h. f. quia positum est q. proportio. b. c. est ad. c. g. sicut. e. c. ad. c. d. erit utriusq. duar. superficialium. a. c. f. e. g. ad superficiem. c. h. una proportio: ergo per primam partem. 9. quinti. a. c. est equalis. c. f. sitq. patet secunda pars.

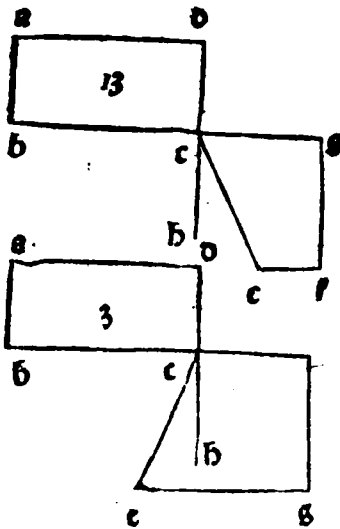
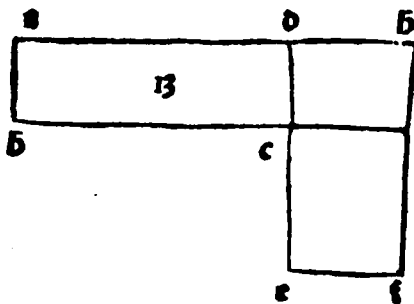
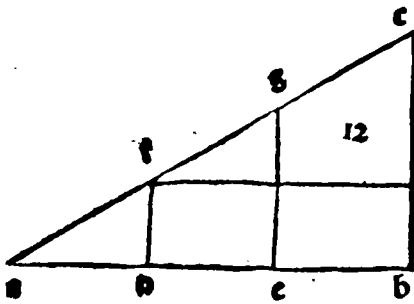
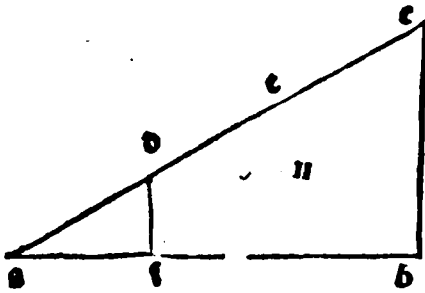
Castigator.

Quia si. d. e. f. c. e. non sunt linea una: tunc continuabo. d. c. usq. ad h. in utraq. dispositione aduersarii: f. semper per. 15. primi in qualibet anguli contra se positi erunt equales. s. angulus. c. utriusq. f. p. hypothe. et dictus angulus maior aut minor contra se posito equali angulo. c. superficialium. a. b. c. d. f. ideo p. toti quod e. impossibile p. coceptione. b. ¶ Concurrent. n. quia si imaginatur prahi linea. d. g. fiant duo anguli ex parte. h. minores duobus rectis. f. ideo per. 4. petitionem concurrent f. in. h.

Propositio .14.



Sint duo trianguli quorum unus angulus unius unius angulo alterius equalis: equales fuerint: latera duos angulos equos continetia erunt mutesia. Si uero latera duos quos angulos continetia fuerint mutesia duo trianguli equales esse comprobantur.



¶ Sint duo trianguli. a. b. c. c. d. e. equales; sitq. angulus. c. unius equalis angulo. c. alterius; dico proportionem. a. c. ad. c. e. esse sicut. d. c. ad. c. b. ¶ Si fuerit proportio. a. c. ad. c. e. sicut. d. c. ad. c. b. ¶ Si dicti anguli fuerint ad huc aequales dico illos duos triangulos esse equales. ¶ Coniungam enim eos angulariter ita q. latera. a. c. ¶ c. e. fiant linea una. eruntq. similiter. b. c. ¶ c. d. linea una. (aliter sequeretur partem esse equalem toti. per. 15. pmi) ¶ Et protraham lineam. b. e. eritq. per primam partem. 7. quinti utriusq. dictorum triangulorum ad triangulum. c. b. e. proportio una: ¶ quia per primam huius primi eorum ad ipsum est sicut a. c. ad. c. e. ¶ secundi eorum ad eandem sicut. d. c. ad. c. b. manifesta est prima pars propositae conclusionis. ¶ Secunda pars e converso probatur. quia. a. c. ad. c. e. est sicut primi trianguli ad triangulum. b. c. e. ¶ d. c. ad. c. b. sicut secundi ad eundem per primam huius: ¶ quia positum est sit. a. c. ad. c. e. sicut. d. c. ad. c. b. erit utriusq. dictorum triangulorum ad triangulum. b. c. e. una proportio: quare per primam partem. 9. quinti ipsi sunt equales: sicut patet secundam partem.

Propositio .15.



¶ Si fuerint quatuor linee proportionales quod sub prima et ultima rectangulum continetur: equum erit ei quod sub duabus reliquis. Si vero quod sub prima et ultima continetur equum fuerit ei quod sub duabus reliquis continetur rectangulum: quatuor lineas proportionales esse convenit.

¶ Sint quatuor lineae. a. b. c. d. proportionales: Sitq. proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico q. superficies contenta sub. a. ¶ d. equalis est superficiei contentae sub. b. ¶ c. ¶ Et si superficies contenta sub. a. ¶ d. est equalis superficiei contentae sub. b. ¶ c. dico q. proportio. a. ad. b. est sicut. c. ad. d.

¶ Fiant enim superficies contenta sub. a. ¶ d. ¶ superficies contenta sub. b. ¶ c. Si ergo est proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. latera illarum superficierum erunt mutuelesia: sed ¶ anguli ab eis contenti equales: quia utraq. est rectorum angulorum: quare per secundam partem. 13. huius ipsi sunt equales quod est primum. ¶ Secundum patet per primam partem eiusdem. si enim ipsi sunt equales, quia omnes anguli earum sunt recti: latera earum erunt mutuelesia: quare proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. quod est secundum.

Propositio .16.



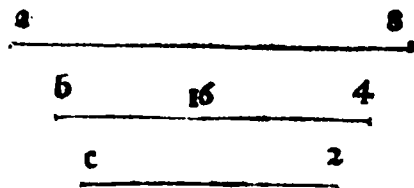
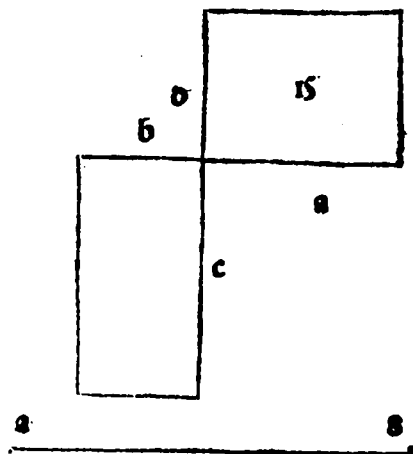
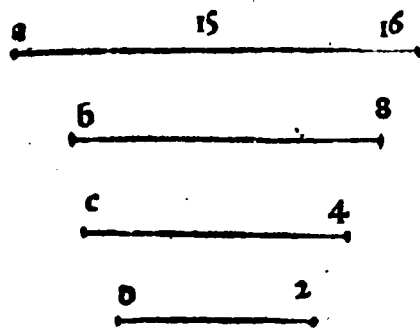
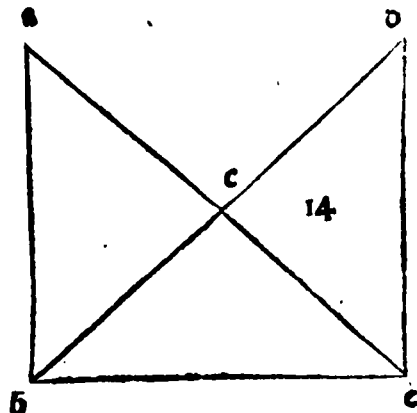
¶ Si fuerint tres lineae proportionales quod sub prima et tertia rectangulum continetur: equum erit ei quod a secunda quadrato describitur. Si vero quod sub prima et tertia continetur equum est ei quadrato quod a secunda producit: ipse tres lineae proportionales erunt.

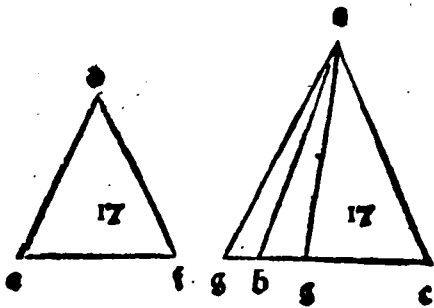
¶ Sit proportio lineae. a. ad lineam. b. sicut lineae. b. ad lineam. c. dico q. superficies contenta sub. a. ¶ c. equalis est quadrato. b. ¶ si superficies contenta sub. a. ¶ c. est equalis quadrato. b. dico q. proportio. a. ad. b. est sicut b. ad. c. ¶ Hoc autem est evidens per precedentem posita alia linea quae sit equalis. b. ita q. b. sit in ratione secunde ¶ tertie.

Propositio .17.



¶ Si fuerint duo trianguli similes proportio alterius ad alterum est tanq. proportio cuiuslibet sui lateris ad suum relativum latus alterius duplicata. Manifestum etiam ex hoc quia omnium trium linearum continue proportionalium quanta est prima ad tertiam tanta erit superficies constituta super

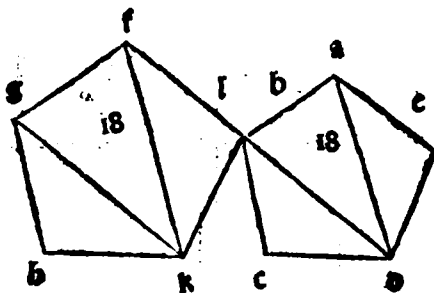




primam ad superficiem constitutam super secundam: cui fuerit ei similis in lincatione et creatione.

¶ Sint duo trianguli. a. b. c. f. d. e. f. similes eruntq. per diffinitionem eor. anguli et laterum proportionalium. Sit ergo angulus. a. equalis angulo d. et angulus. b. angulo. e. et angulus. c. angulo. f. ¶ Eritq. proportio. a. b. ad. d. e. et a. c. ad. d. f. sicut. b. c. ad. e. f. ¶ Dico q. proportio trianguli. a. b. c. ad triangulum. d. e. f. est sicut proportio. b. c. ad. e. f. duplicata. ¶ Subiungatur enim fm doctrinam. 10. huius duabus lineis. b. c. et e. f. tertia in continua proportionalitate que sit. c. g. protracta aut resecata. c. b. si. c. g. fuerit ea maior aut minor. ¶ Et producat. lineam. g. a. eritq. per secundam partem. 14. huius triangulus. a. g. c. equalis triangulo. d. e. f. propter id quod proportio. a. c. ad. d. f. est sicut. e. f. ad. c. g. et angulus. c. equalis angulo. f. ¶ re per secundam partem. 7. quinti trianguli. a. b. c. ad utrumq. illorum erit una proportio. ¶ Sed per primam huius proportio trianguli. a. b. c. ad triangulum. a. g. c. est sicut. b. c. ad. g. c. At uero proportio. b. c. ad. c. g. sicut. b. c. ad. e. f. duplicata per. 10. descriptionem quinti: ergo proportio trianguli. a. b. c. ad triangulum. d. e. f. est sicut proportio. b. c. ad. e. f. duplicata: qd est propositum. ¶ Si autem. c. g. sit equalis. b. c. erit per secundam partem. 14. huius triangulus. a. b. c. equalis triangulo. d. e. f. equalis autem proportio componitur ex equali duplicata uel triplicata uel quocumq. sumpta. ¶ Istam eandem passionem possemus eodem modo et per eadem media demonstrare de superficiebus equidistantium laterum similibus sumpta solum. 13. presentis loco. 14. Non demonstrat autem eam: quia per sequentem demonstratur uniuersaliter de omnibus superficiebus similibus. Quare per correl. q. uniuersaliter proponitur de omnibus superficiebus similibus nondum patet nisi de triangulis: sed demonstrata sequente patet erit de omnibus. Posuit autem ipsum hic et non in sequente quia est correl. huius: non aut. m. sequentis: ex modo enim demonstrationis huius sua ueritas manifestata est non ex modo illius.

Propositio 18.



¶ Pentes due superficies similes multiangule sunt diuisibiles in triangulos similes atq. numero eor. les. Etq. proportio alterius earum ad alteram sicut cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius proportio duplicata.

¶ Sint gratia exempli duo pentagoni. a. c. d. f. h. k. similes. dico q. ipsi sunt diuisibiles in triangulos similes numero equales: et q. d. proportio alterius eorum ad alterum est sicut. a. b. ad. f. g. proportio duplicata. ¶ Ducantur enim linee due. a. c. et a. d. itemq. f. h. et f. k. eritq. per presentem hypothe. et per. 6. huius triangulus. a. b. c. equiangularis triangulo. f. g. h. et triangulus. a. e. d. triangulo. f. i. k. ¶ Similiter quoq. per hanc communem scientiam. Si ab equalibus equalia demas que re. equa. sunt: erit triangulus. a. c. d. equiangularis triangulo. f. h. k. Nam ipsi pentagoni positi sunt equianguli et laterum proportionalium. ¶ Et quia trianguli in quos diuiduntur sunt adinuicem equianguli: ut probatum est: erunt etiam et similes per. 4. huius et diffinitionem similium superficieum: quare cum ipsi sint numero equales patet primum. ¶ Secundum sic protrahatur. b. d. que secet. a. c. in puncto. m. et g. k. que secet. f. h. in puncto. n. eritq. triangulus. b. c. d. equiangularis triangulo. g. h. k. per. 6. huius et presentem hypothe. quare et triangulus. a. b. m. triangulo. f. g. n. et a. m. d. f. n. k. ergo per. 4. huius proportio. b. m. ad. g. n. est sicut. a. m. ad. f. n. et a. m. ad. f. n. sicut. m. d. ad. n. k. quare per. 11. quinti. b. m. ad. g. n. sicut. m. d. ad. n. k. ergo per mutatum. b. m. ad. m. d. sicut. g. n. ad. n. k. sed per primam huius. a. b. m. ad. a. m. d. et b. c. m. ad. c. m. d. sicut. b. m. ad. m. d. ¶ Et per eandem. f. g. n. ad. f. n. k. et g. h. n. ad. h. n. k. sicut. g. n. ad. n. k. ergo per. 13. quinti. a. b. c.

ad a.c.d. sicut f.g.h. ad f.h.k. quare permutatim a.b.c. ad f.g.h. sicut a.c.d. ad f.h.k. ¶ Eadem ratione probabis qd sicut a.e.d. ad f.l.k. ergo per. 13. quinti totius pentagoni ad totum pentagonum sicut a.b.c. ad f.g.h. ¶ Per premisam igitur est proportio pentagoni a.c.d. ad pentagonum f.h.k. sicut proportio a.b. ad f.g. duplicata quod est positum. ¶ Ex quo rursus patet correl. precedentis. ¶ Aliter potest demonstrari secundum. ¶ Cum enim trianguli in quos pentagoni diuiduntur sint adinuicem similes erit per precedentem proportio a.b.c. ad f.g.h. sicut b.c. ad g.h. duplicata. ¶ Et a.c.d. ad f.h.k. sicut c.d. ad h.k. duplicata. ¶ Et a. e. d. ad f.l.k. sicut d.e. ad k.l. duplicata. ¶ Quia igitur omnes hee proportionnes duplicate sunt equales propter hoc quod positum est simplas et equales erit per. 13. quinti totius pentagoni ad totum pentagonum sicut lateris iunius ad suum relatiuum. latus alterius proportio duplicata.

Castigator.

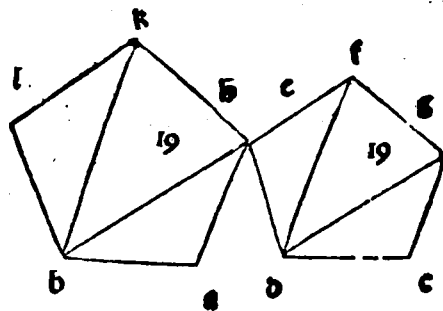
a ¶ Quia positi sunt pentagoni similes: ideo equianguli per diffinitionem similium superficialium: sic trianguli a.b.c. f.g.h. sunt equianguli per. 6. huius: quoniam angulus b. unus est equalis angulo g. alterius cum sint anguli propositorum pentagonorum integrorum: ut patet f. latera illos continentia sunt inter se proportionalia: per ypoth. pentagonorum similium &c. Et ideo per. 6. huius &c. ¶ Ex ista & prima huius notatur mirabile uisus: uidelicet quocumq. quadrilatero dato pro tractis in eo duabus diametris resoluetur in quatuor triangulos adinuicem proportionales ut in duobus quadrilateris propositorum pentagonorum apparet: uidelicet a.b.c.d. f.g.h.k. Nam triangulus a.b.m. ad triangulum a.m.d. est sicut basis b.m. ad basim m.d. per primam huius f. b.c.m. ad c.m.d. etiam ut b.m. ad m.d. f. ideo proportionales. Item a.b.m. ad b.c.m. sicut a.m. ad m.c. per eandem etiam c.d. m. ad a.m.d. sicut c.m. ad m.a. & e conuersa: sic quoque uoluantur semper sunt proportionales: quoniam bases semper heedem eodem modo dicetur de triangulis quadrilateri f.g.h.k. & omnium aliorum &c. ¶ Sed in his notibus que nulla inequalitate discordant: nulla omnino consonantia est & enim consonantia est dissimilium inter se uocum in unum redacta & cordia: hec Boe. tertio capiti. primi musice f. 31.

Propositio .19.



Epra datam lineam date superficiei similem superficiem describere.

¶ Sit data linea a.b. supra quam uolo constituere superficiem similem date superficiei que sit pentagona: f. sit c.d.e.f.g. ¶ Diuido hunc pentagonum in triangulos ductis lineis d.f. f. d.g. f. super punctum a. constituo angulum equalem angulo c. ducta linea a. b. f. super punctum b. constituo alium angulum: qui sit a.b.b. equalem angulo c.d. g. protracta linea b.h. quousq. concurrat cum a.h. in puncto b. eritq. per. 31. primi angulus a.h.b. equalis angulo c.g.d. f. ideo per. 4. huius latera duorum triangulorum g.c.d. f. b.a. b. proportionalia. ¶ Facio quoque angulum b.b.k. ducta linea b.k. equalē angulo g.d.f. f. angulū k.b.l. ducta linea b.l. equalē angulo f.d. e. f. angulum b.b.k. ducta linea b.k. equalē angulo d.g. f. f. angulum b.k.l. ducta linea k.l. equalē angulo d.f.e. eritq. perfectus pentagonus qui constituendus erat si per lineam a. b. ¶ Est n. equiangulus dato pentagono propter equalitatē angulorū triangulorum in quos est uterq. diuisus. ¶ Sed & laterum proportionaliū propter proportionalitatem laterum ipsorum triangulorum que ex quarta huius euidenter apparent: quare per diffinitionem similium superficiei



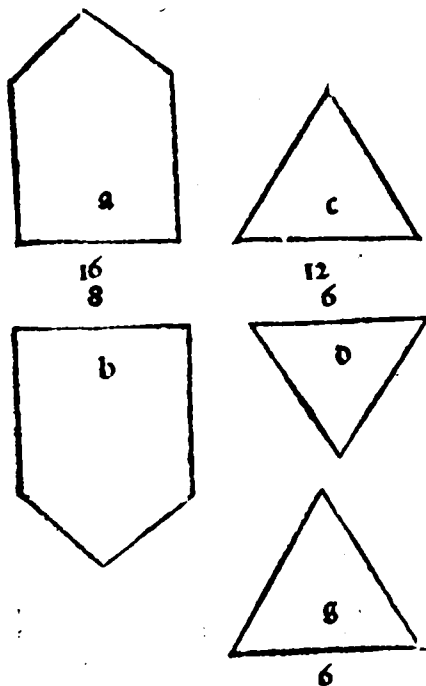
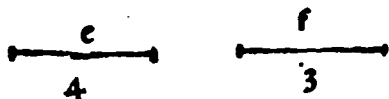
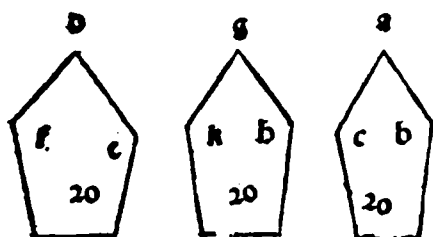
rum pentagonus constitutus super lineam .a. b. est similis pentagono dato quod est propositum.

Propositio .20.



Si fuerint vni superficies similes quaslibet superficies sibi inuicem similes esse necesse est.

Sit uterq. pentagonorum .a. b. c. d. e. f. similis pentagono .g. h. k. dico eos esse similes sibi inuicem. ¶ Est enim uterq. eorum equiangularis pentagono .g. h. k. per conuersionem diffinitionis similium superficialium: quare sunt equi anguli adinuicem. ¶ Similiter quoq. per conuersionem eiusdem diffinitionis proportio .a. b. ad .g. h. sicut .a. c. ad .g. k. ¶ Et .g. h. ad d. e. sicut .g. k. ad d. f. ¶ Ergo per equam proportionalitatem .a. b. ad .d. e. sicut .a. c. ad d. f. ¶ Eodem modo probabis reliqua latera pentagonorum .a. b. c. d. e. f. continencia equos angulos esse proportionalia: per diffinitionem itaq. similium superficialium ipsi sunt similes adinuicem: quod est propositum.



Propositio .21.



Si fuerint quotlibet linee proportionales atq. super binas et binas similes superficies designentur: ipse quoq. superficies erunt proportionales. Si vero super binas et binas similes superficies constitute fuerint proportionales: ipsas quoq. lineas proportionales esse necesse est.

Sint quatuor linee proportionales .a. b. c. d. sitq. proportio .a. ad .b. sicut .c. ad .d. dico q. si superficies similes constituantur super .a. b. utpote duo pentagoni similes et alie similes constituantur super .c. d. utpote duo trianguli similes: erit proportio pentagonorum sicut triangulorum. ¶ Quod si fuerint pentagoni similes: et similiter etiam trianguli similes: fueritq. proportio pentagoni ad pentagonum: sicut trianguli ad triangulum: dico q. erit proportio .a. ad .b. sicut .c. ad .d. ¶ Subiungatur enim lineis .a. b. c. d. lineis .e. f. d. in continua proportionalitate: sicut docet. 10. huius. eritq. per. 11. quinti et per equam proportionalitatem .a. ad .e. sicut .c. ad .f. ¶ Quia ergo per correl. 12. huius proportio pentagonorum: est sicut .a. ad .c. et triangulorum sicut .c. ad .f. erit proportio pentagonorum sicut triangulorum: et hoc est primum. ¶ Secundum sic patet. Sint duo pentagoni similes: et duo trianguli similes: sitq. proportio pentagonorum sicut triangulorum: dico q. proportio .a. ad .b. est sicut .c. ad .d. ¶ Sit enim .c. ad .g. sicut .a. ad .b. (hoc enim qualiter fiat dictum est supra. 10. huius). et super .g. fiat sicut docet. 19. huius. superficies similis illi que est constituta super lineam .c. eritq. per premisam similis ei que constituta est super lineam d. ¶ Eritq. etiam per primam partem huius. 11. que proportio pentagoni .a. ad pentagonum .b. eadem trianguli .c. ad triangulum .g. sed eadem erat etiam trianguli .c. ad triangulum .d. ergo per secundam partem. 9. quinti triangulus .d. est equalis triangulo .g. Et quia sunt similes: erit linea .g. equalis lineae .d. per primam partem. 12. huius cum super lineas .c. d. f. g. sint trianguli: uel per secundam partem. 18. cum fuerint que libet alie figure multiangule: equalitas enim non producit ex aliqua proportionem duplicata uel triplicata uel quotieslibet sumpta nisi ex equali. erit itaq. .c. ad .d. sicut .a. ad .b. quod est propositum.

Propositio .22.



Ante superficies equidistantium laterum que circa diametrum consistunt toti parallelogramo atq. sibi inuicem sunt similes.

Sit ut in parallelogramo .b. d. cuius diameter .a. c. consistant superficies .g. b. f. k. equidistantium laterum: circa

diametrum dico eas esse similes toti parallelogramo & sibi inuicē. ¶ Est enim per secundam huius. b.g.ad.g.c. & d.h.ad.h.c. sicut a.e.ad.e.c. ergo coniunctim. b.c.ad.c.g. & d.c.ad.c.h. sicut a.c.ad.c.e. quare per.ii. quinti. b.c.ad.c.g. sicut d.c.ad.c.h. ¶ Sed etiam sicut a.b.ad.e.g. cum a.b. sit equalis d.c. & e.g. h.c. ¶ Eodem modo erit a.d.ad.d.h. sicut a.b.ad.e.g. & d.c.ad.h.c. ¶ Quia ergo ista parallelograma sunt equiangularia constat per diffinitionem similium superficialium. g.h. esse simile b.d. ¶ Simili quoque modo probatur. f.k. esse simile eidem: propter hoc quod b.a. ad a.k. & d.a. ad a.f. est sicut c.a. ad a.e. per secundam huius & coniunctam proportionem quare per.10. huius. f.k. est etiam simile. g.h. sic patet totum.

Propositio .23.



In suo spacio parallelogramum partiale distinctum toti parallelogramo simile. atque secundum suum alius esse fuerit: circa eiusdem diametrum consistit.

¶ Sit ut in parallelogramo. b.d. sit distinctum parallelogramum. f.g. quod sit sibi simile & secundum suum eē. i. participans cum eo in angulo. c. dico quod parallelogramum. f.g. consistit circa diametrum parallelogrami. b. d. & est hec conuersa precedentis. ¶ Producam enim. a. e. c. que si fuerit diameter parallelogrami b.d. constat propositum. Sin autem sit a.b.c. diameter eius. & ducatur. h. k. equidistans f.c. eritque per premisam parallelogramum. f. k. simile parallelogramo. b.d. ergo per conuersionem diffinitionis similium si perficierum proportio. b.c.ad.k.c. est sicut d.c. ad f.c. ¶ Sed per eandem conuersionem dicte diffinitionis proportio. b.c.ad.g.c. est sicut d.c. ad f.c. propter id quod parallelogramum. f.g. positum est simile parallelogramo. b.d. ergo per.11. quinti proportio. b.c.ad.g.c. est sicut b.c. ad k.c. utraque enim est sicut d.c. ad f.c. quare per secundam partem nonē quinti. g.c. ē equalis k.c. pars uidelicet toti quod est impossibile. Erit igitur a.e.c. diameter parallelogrami. b.d. quod est propositum.

Castigator.

a. ¶ Poterat etiam aduersarius dicere quod esset a.l.c. uidelicet infra punctum. e. Et idem ut prius accideret impossibile: sed hac positione. g.c. esset maior. k. c. ut patet.



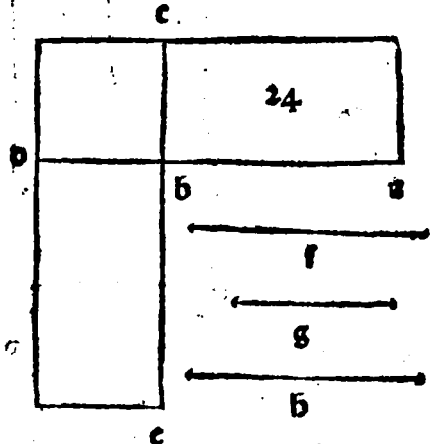
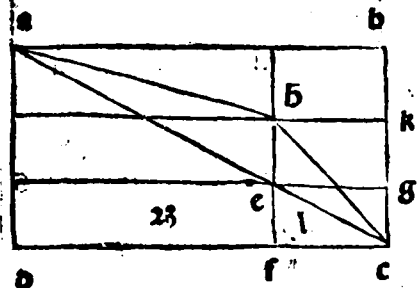
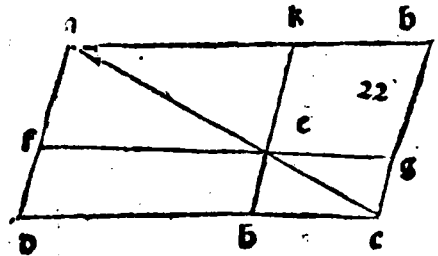
Propositio .24.

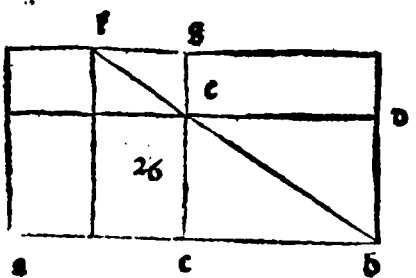
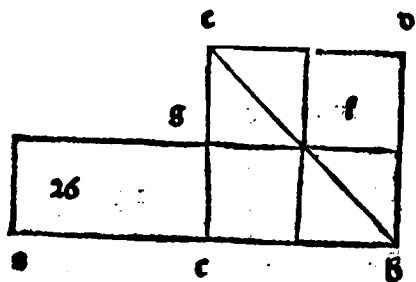
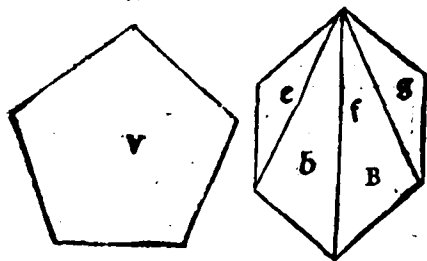
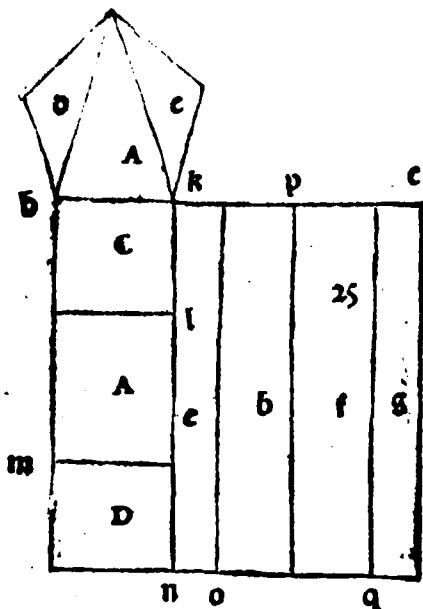
Quoniam duarum superficialium equidistantium laterum quarum unus angulus unus uni angulo alterius equalis proportio alterius ad alteram est que producit ex duabus proportionibus suorum laterum duos equos angulos continentium.

¶ Sint due superficies equidistantium laterum. a.c. & e.d. sitque angulus. b. unus equalis angulo. b. alterius: dico quod proportio unius ad alteram producta est ex proportionē. a. b. ad b. d. & c. b. ad b. e. ¶ Disponam enim has duas superficies penitus sicut disposui eas in.13. huius: adiuncto ad utraque parallelogramo. b.c. d. ¶ Et ponam ut proportio linee. f. ad lineam. g. sit sicut a. b. ad b. d. & g. ad h. sicut c. b. ad b. e. (qualiter enim hoc fiat. dictum est supra.10. huius): eritque per primam huius & 11. quinti. a. c. ad c. d. sicut f. ad g. & c. d. ad d. e. sicut g. ad h. quare per.22. quinti erit in eadem proportionalitate. a. c. ad d. e. sicut f. ad h. ¶ Quia f. ad h. producit ex f. ad g. & g. ad h. ut dictum est in fine expositionis. n. diffinitionis quinti. erit ut a. c. ad d. e. producat ex eisdem: quare constat propositum.

Castigator.

b. ¶ d.a.f. c.e. erunt linea una propter ypothe. in angulis & cā in.13. superius adducta per.15. primi. & ista facit ad.7. duodecimi. ¶ Nota qualiter.10. huius applicetur huic.24. Nam ibi dicitur quod si tribus lineis propositis uelimus quartam inuenire ad quam tertia se habeat sicut prima ad secundam &c. Et ideo in ista dispositione habes tres lineas. primam. f. ad





g. secundā g. ad. h. tertiā sicut. c. b. ad b. e. que quidem. h. sic. p. 10. inuenta est. qm habet tres alias lineas uidelicet c. b. primā ad. e. b. secundā et g. tertiā: cui g. tertiā inuenta est. h. quarta ad quā ipsa. g. tertiā se habet in p. portione: sicut. c. b. primā ad e. b. secundā ut patet in ista figura ad modū decime predicte disposita.

Propositio .25.



Alte superficies similem alijs propositis equalem designare.

Sint pposite due superficies rectilinee. A. pentagona. B. exagona. uolo facere unam superficiem similem. a. et equalem. b. ¶ Vtrāq. propositarū superficiū resoluo in triangulos. ¶ A. quidem in triāgulos. c. a. d. ¶ B. uero in triāgulos. e. b. f. g. et super basim superficiē. a. que sit. h. k. constituo fm doctrinā 44. primi superficiem equidistantium laterum rectangulam equalem. c. que sit. h. l. ¶ L. m. equalem. a. ¶ m. n. equalem. d. ut sit tota superficies equidistantium laterum. h. n. constituta super basim. h. k. equalis pēthagono. a. ¶ Eodem modo super lineam. k. n. que est fm latus huius superficiē cōstituo aliam superficiem rectangulā equalem exagono. b. quia facio. k. o. equalem. e. ¶ o. p. equalem. b. ¶ p. q. equalē. f. ¶ q. r. equalem g. ut sit tota rectangula superficies. n. r. equalis exagono. b. ¶ Et pono per. 9. huius lineam. s. t. proportionalem inter lineam. h. k. et lineam. k. r. et super eā fm doctrinā. 19. huius constituo superficiem. u. similem superficiē. a. dico ipsam esse quā querimus et equalem superficiē. b. ¶ Cum enim tres linee. h. k. s. t. ¶ k. r. sint continue proportionales. et si per primā et secundā sint cōstitute superficies similes uidelicet. a. et u. erit per correlat. 17. huius. a. ad. u. sicut. h. k. ad. k. r. quare per primā huius sicut. h. n. ad. n. r. ¶ Et ideo p. primam partem septime quinti sicut. a. ad. n. r. ¶ Et p. hoc per secundā partem eiusdem sicut. a. ad. b. itaq. p. secundam partem. 9. quinti. u. est equalis. b. quod ē ppositū. ¶ Quod etiam possumus ex permutata p. portione litate facile pbare: quia cum sit. a. ad. u. sicut. h. n. ad. n. r. erit permutatim a. ad. h. n. sicut. u. ad. n. r. ¶ Et quia. a. est equalis. h. n. erit. u. equalis. n. r. ¶ re. u. est etiam equalis. b. per hanc cōmunem scientiam: quęcunq. uni et eīdem sunt equalia inter se sunt equalia. ¶ Nō est autē necessarium ut superficies. h. l. l. m. ¶ m. n. equidistantium laterū equales triangulis. c. a. d. aut superficies. k. o. o. p. p. q. ¶ q. r. equales triangulis. e. b. f. g. sint rectangule: sed ut angulus extrinsecus superficiē. l. m. sit. equalis angulo intrinseco superficiē. l. h. ¶ extrinsecus. m. n. intrinseco. m. l. ¶ Similiter quoq. ut extrinsecus superficiē. k. o. sit equalis intrinseco superficiē. h. n. ¶ extrinsecus. o. p. intrinseco. k. o. sicq. de ceteris. ¶ Cum enim sic fuerit erit unaquaq. linearū. k. n. et sibi opposita. h. m. itemq. b. r. et sibi opposita. n. q. linea una per ultimam partem. 19. primi et per. 14. eiusdem quotiens oportuerit equaliter repetitas. ¶ Propter id qd. oēs superficies. h. l. l. m. ¶ m. n. Itemq. k. o. o. p. p. q. ¶ q. r. sunt equidistantiū laterum et angulus extrinsecus cuiusq. sequētis est equalis intrinseco eā pcedentis: quare due superficies. h. n. ¶ n. r. erūt equidistantiū laterū et inter lineas equidistantes et equalis altitudinis. Cetera ergo argue ut prius.

Propositio .26.



Per dimidiū datelinee parallelogramū designatū maius ē eo palellogramo cui datelinee applicato deest ad cōplectionē linee simile z super diametrum cōsistens super dimidiū collocati.

Sit data linea. a. b. sup cuius dimidiū. c. b. cōstituat parallelogramū. e. d. cuius diameter. b. e. et ad lineā. a. b. applicet parallelogramū. a. f. cuius unū latus secet. e. c. in pūcto. g. itaq. ad cōplementū totius lineę. a. b. desit superficies. f. b. que sit similis superficiē. c. d. et cōsistēs circa diametrum eius. dico tūc q. parallelogramū. e. d. ē maius parallelogramo. a. f. ¶ Est enim p. primā huius. a. g. equale. g. b. ¶ per. 43. p. mi. c. f. equale. f. d. ergo p. hāc cōem scientiā: si equalibus eqūa addas et c.

erit gnomon constans ex tribus parallelogramis que sunt. c. f. b. f. d. e. q. lis parallelogramo. a. f. quare parallelogramum. c. d. e. maius parallelogramo. a. f. in parallelogramo. e. f. q. d. est propositum. ¶ I de etiā esset si superficies. a. f. fieret altior superficie. c. d. ut uidere potes in secunda figura in q. etiam per primam huius. a. g. est equale. g. b. demptis itaq. utriq. duobus supplementis superficie. f. b. excedet parallelogramum. c. d. parallelogramum. a. f. in parallelogramo. f. e.

Castigator.

a ¶ Tunc eet econuerso quia parallelogramo. a. f. linee. a. b. applicato de est ad cōplectionem totius linee parallelogramum. f. b. quod quidē ē maius. c. d. super dimidium collocato: ¶ sunt similia ex. 22. huius. q. d. f. b. non consistit super diametrum collocati super dimidiū: uidelicet. c. d. imo ipsū c. d. consistit super diametrum illius. f. b. quod ad cōplectentū linee deest: ut patet. Et ideo cōclusio ista. 26. uidet sub disūctione intelligi. s. cui date linee applicato ad cōplectionem linee deest simile parallelogramū consistens super diametrum super dimidium collocati uel super cuius diametrum cōsistit illud sup dimidiū collocatū: ut in illa scda figura euidenter apparet in qua. c. d. cōsistit super diametrum. f. b. ¶ c. q. d. ē cōuerso mō.

Propositio .27.

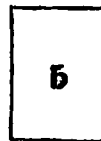
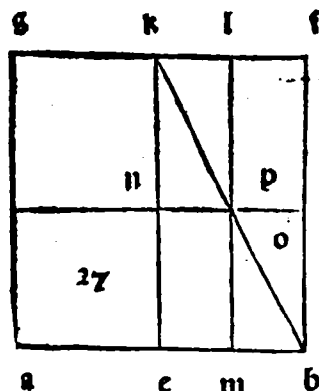
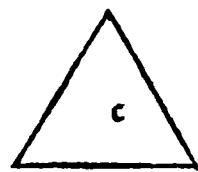


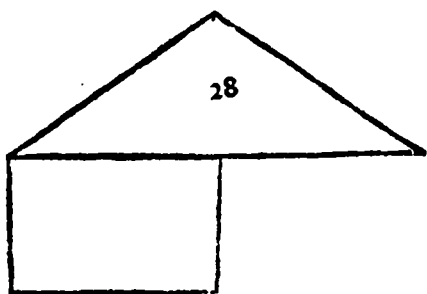
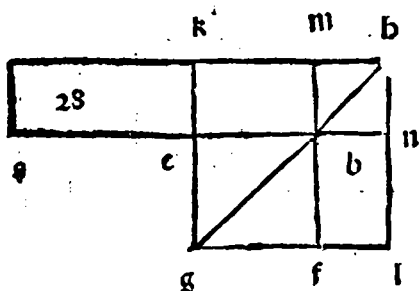
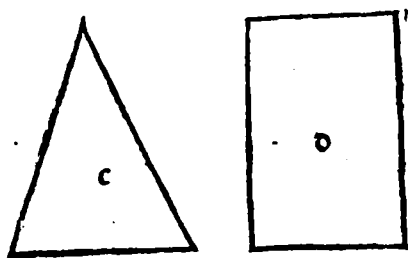
¶ Aliter a superficie proposita equum ei super quā libet assignatā lineā parallelogramū designare cui deest ad cōplectendā lineam alij superficie propositae simile parallelogramum quod fm eiusdem suū ēē parallelogramo super dimidium date linee collocato minime maius existat.

¶ Sit assignata linea. a. b. ¶ propositus triangulus. c. propositumq. parallelogramum. d. uolo super lineā. a. b. designare parallelogramum equale triangulo. c. ita q. deest ad complendam lineam. a. b. parallelogramum simile. d. ¶ sit ita conditionatum. q. triangulus. c. non sit maior parallelogramo simili. d. collocato super dimidium linee. a. b. alioquin ad impossibile laboraretur per premisam. ¶ Diuido igitur lineam. a. b. per equalia in puncto. e. ¶ fm doctrinam. 19. huius: super eius medietatem e. b. constituo parallelogramum. e. f. simile. d. ¶ complebo super totam lineam. a. b. parallelogramum. b. g. ¶ Quia igitur. c. non est maior parallelogramo. e. f. ¶ id equalis ei aut minor sicut positum est. ¶ Si fuerit ei equalis erit parallelogramum. e. g. quale intenditur per. 36. primi coadiuuante prima pre. 9. quinti: ¶ per diffinitionē similitudinū superficierum ¶ 20. huius ¶ Si autem minor sit minor in superficie aliqua cui equalis ¶ similis. d. fiat fm doctrinam. 25. huius que sit. h. eritq. h. similis. e. f. per 20. huius. quare per conuersionem diffinitionis equiangula sibi ¶ proportionalium laterum. ¶ Protraham igitur in parallelogramo. e. f. diametrum. b. k. ¶ resecabo latera. k. f. ¶ e. k. superficie. e. f. ad mensuram laterum superficie. h. protractis lineis. i. m. ¶ n. o. equidistantibus lateribus superficie. e. f. ¶ secantibus se in puncto. p. ut superficies. k. p. sit equalis ¶ similis superficie. h. ¶ Eratq. per. 23. huius punctum. p. in diametro. k. b. ¶ Protracta itaq. o. n. usq. ad. a. g. dico parallelogramum. a. p. ēē quale proponitur. ¶ Deest enim sibi ad complementum linee. a. b. parallelogramū. p. b. q. d. per. 22. ¶ 20. huius est simile parallelogramo. d. Sed ipm etiam parallelogramum. a. p. est equale triangulo. c. Est enim per primā huius. a. n. equale. n. b. ergo per. 43. primi: ¶ hanc communem scientiam si equalibus equalia addas ¶ parallelogramum. a. p. est equale gnomoni. n. b. ¶ quia iste gnomon est equalis triangulo. c. propter id quod parallelogramum. e. f. positum fuit ēē maius triangulo. c. in parallelogramo h. quod est equale parallelogramo. k. p. patet propositum.

Castigator.

a ¶ Quia premisa ondit omne palellogramum collocatum super dimidium date linee esse maius eo cui date linee applicato deesset ad com





plectionem totius lineae unum parallelogramum simile illi sup dimidium collocato consistens super diametrum eiusdem. Et ideo in casu si triangulus esset maior parallelogramo simili, d. collocato sup dimidium date lineae esset impossibile designare unum parallelogramum equale trigono. c. cui applicato date lineae deesset unum parallelogramum simile. d. quādo parallelogramū deficiens ad complendam lineam esset super diametrum collocatū: quoniam tale est maius illo: Et sic ad impossibile laboraretur. ut patet quoniam semper oportet quod parallelogramū date lineae applicatū sit minus illo super dimidium collocato Et non maius sit. b. ¶ Quia p. 36. primi. e. g. equatur. e. f. Et per ypothe. et triangulus. c. equatur eidem. e. f. cum dicitur si fuerit ei equalis: Et ideo per primam partem. 9. quinti. e. g. ad. e. f. sicut trianguli. c. ad idem. e. f. quia utriusque proportio equalitatis. Et ideo cum utriusque ad idem sit una proportio per dictam. 9. illa duo sunt equalia: ut scilicet. e. g. Et triangulus. c. cetera sequuntur per diffinitionē. Et. 10. huius.

Propositio 28.



Eper datam lineam date superficiei trilaterae equū parallelogramum constituitur. quod addat super complementum date lineae superficiem equidistantium laterum date superficiei equidistantium laterum similis. ¶ Sit ut prius data linea. a. b. Et datus triangulus. c. datūque parallelogramum. d. uolo super lineam. a. b. constituitur parallelogramum equale triangulo. c. quod addat super totam lineam. a. b. parallelogramum simile. d. ¶ Divido lineam. a. b. per equalia in puncto. e. Et super eius medietatem. e. b. facio. e. f. similem. d. secundum quod docet. 19. huius. ¶ Et secundum doctrinam. 25. huius. facio. k. l. cuius diametrum. g. h. similem. d. Et equalem duabus superficiibus. e. f. Et. c. ¶ Erunt. per. 10. huius. k. l. similis. e. f. ¶ Superposita igitur superficiei. k. l. superficiei. e. f. ita quod ambe comunicent in angulo. g. erit per. 23. huius superficies. e. f. consistens circa diametrum superficiei. k. l. quare punctum. b. est in diametro. g. h. ¶ Complebo igitur parallelogramum. a. b. quod dico esse quale proponitur. ¶ Quod constat per tractis lineam. f. b. usque ad. m. Et lineam. e. b. usque ad. n. ¶ Est enim per primam. Et. 36. primi huius. a. k. equale. k. b. Et ideo per. 43. primi est etiam equale. n. f. addito ergo utrique. e. h. erit per communem scientiam. a. h. equale gnomoni. e. h. f. ¶ Sed iste gnomon est equalis triangulo. c. quia parallelogramum. k. l. positum fuit equale duabus superficiibus. c. Et. e. f. ergo parallelogramum. a. h. est equale. c. Et addit ad complementum lineae. a. b. parallelogramum. m. n. quod per. 22. Et. 20. huius est simile parallelogramo. d. quare constat perfectum esse quod uolumus. Possumus autem ad lineam datam adiungere parallelogramum equale non solum trilaterae superficiei posite. sed et cuilibet rectilineae figure propositae quaecumque ipsa fuerit cui desit ad complendam lineam datam superficies similis superficiei equidistantium laterum propositae: sicut docet praemisae observata conditione eius ne laboretur ad impossibile per ante praemisam. ¶ Vel quod addat ad complendam lineam superficiem equidistantium laterum similem superficiei propositae: sicut proponit conclusio praesens. ¶ Propositam enim superficiem cui equale parallelogramum debet ad lineam datam adiungi quod addat aut diminuat ad complementum lineae parallelogramum simile parallelogramo dato: resolvemus in triangulos. Et ipsis mediantibus describemus superficiem equidistantium laterum totali superficiei propositae equalem. ¶ Hoc autem qualiter fiat: si scire uolueris. require. 25. huius. ¶ Tunc super duplum basis eius equalis altitudinis triangulum constituemus quem si. 44. primi diligenter inspexeris parallelogramo prius designato inuenies esse equalem: quare Et superficiei propositae. ¶ Huic ergo triangulo si equale parallelogramum ad lineam datam adiunxeris quod addat ad complementum lineae aut minuat parallelogramum simile parallelogramo dato secundum quod docet haec Et praemisae: quod propositum erat te perfectum non dubites.

Propositio .29.



Eamlibet lineam propositam secundum proportionem habentem in medium. duosque extrema secare.

Sit proposita linea. a. b. quolo dividere secundum proportionem habentem in medium et duo extrema. **E**x ipsa describo quadratum. b. c. et ad eius latus. a. c. adiungo secundum quod docet premissa parallelogramum. e. d. equale quadrato. b. c. et addat ad complementum lineae. a. c. parallelogramum. a. d. quod sit simile. b. c. **S**itque latus parallelogrami. e. d. quod equidistat. a. c. d. et fecerit lineam. a. b. in puncto. f. dico lineam. a. b. esse divisam in puncto f. sicut proponitur. **E**st enim. a. d. quadratum propter id quod est simile. b. c. **Q**uare. a. f. est equale. f. d. **S**ed et. f. e. est equalis. a. b. propter id quod est equalis. a. c. per. 34. primi. **E**t quia. c. d. est equale. b. c. dempto utrinque. c. f. erit. a. d. equale. e. b. et angulus. f. unius angulo. f. alterius ergo per. 13. huius latera sunt mutuelesia. **E**rgo. e. f. a. d. f. d. sicut. a. f. a. d. f. b. **E**t quia. e. f. est equalis. a. b. et. f. d. a. f. erit. a. b. a. d. a. f. sicut. a. f. a. d. f. b. **E**rgo per diffinitionem est divisa ut proponitur. **I**dem etiam potest demonstrari ex. 11. secundi. **D**ividatur enim. a. b. in puncto. f. secundum quod docet. 11. secundi sitque. e. b. quod continetur sub rota. a. b. et eius parte. f. b. ita quod. f. e. sit equalis. a. b. et. a. d. sit quadratum. a. f. **E**st itaque per predictam. 11. secundi. e. b. equale. a. d. **Q**uod restat arguere ut prius per. 13. huius. **V**el sic cum. a. b. sit divisa in puncto. f. secundum quod docet. 11. secundi. quod fit ex. a. b. prima in. f. b. tertiam est equale quadrato. a. f. secundum. ergo per secundam partem. 16. huius proportio. a. b. prime ad. a. f. secundam est sicut. a. f. secundam ad. f. b. tertiam per diffinitionem itaque divisa est. a. b. ut proponitur. **C**astigator.

Idem ostendit. 11. secundi sub aliis verbis. et unum ex correlariis. 16. non in numeris et. 6. tertii decimi indifferenter in linea et numero et in. 10. quarti decimi valde ab omnibus philosophis commendatur talis divisio.

Propositio .30.



Ifuerint duo trianguli super unum angulum constituti quorum duo latera angulum illum continentia duobus alijs eorum lateribus equidistant. fuerintque illa quatuor latera secundum equidistantiam relata proportionalia. illos duos triangulos super unam lineam rectam constitutos esse necesse est.

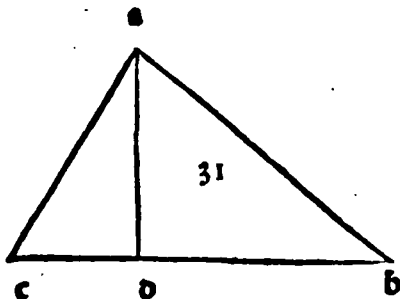
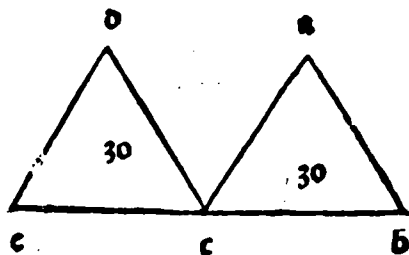
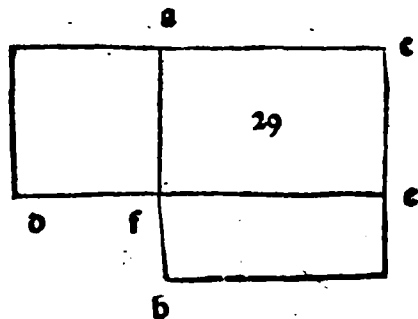
Sint duo trianguli. a. b. c. d. e. c. constituti super angulum. a. c. d. sitque. a. c. equidistans d. e. et. d. c. a. b. et sit proportio. a. c. ad. d. e. sicut. a. b. ad. d. c. dico quod due bases eorum. b. c. et. c. e. sunt linea una. **E**st enim angulus. a. equalis angulo. d. quia uterque eorum est equalis angulo. a. c. d. per primam partem. 19. primi. **I**gitur per presentem hypothese. 6. huius ipsi trianguli sunt equianguli. et angulus b. est equalis angulo. d. c. e. et angulus. a. c. b. angulo. e. quare per. 32. primi: tres anguli qui sunt. a. d. c. sunt equales duobus rectis ipsi enim equantur tribus angulis utriuslibet duorum triangulorum. **E**rgo per. 14. primi. b. e. est. linea una quod est propositum.

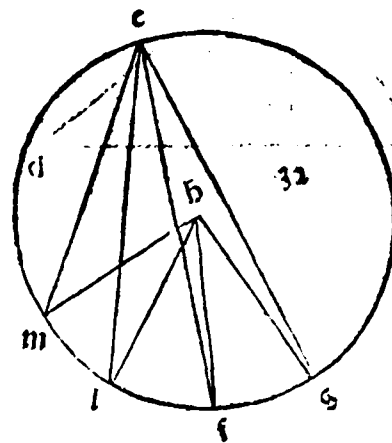
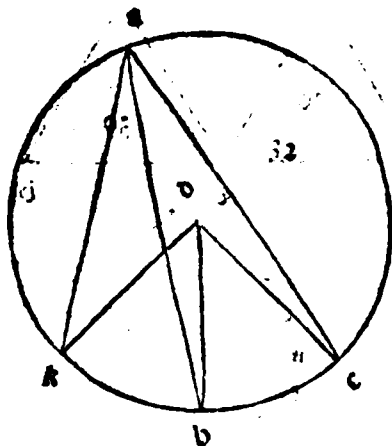
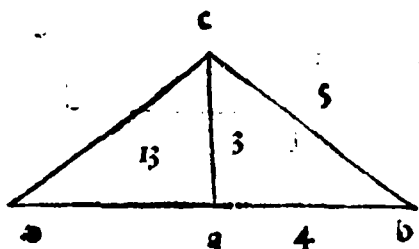
Propositio .31.



In omni triangulo rectangulo superficies lateris quod subtendit angulo recto equalis est superficibus duorum laterum angulum rectum continentium pariter acceptis. cum fuerint similes ei linea ratione et creatione.

Quod proponit penultima primi de superficies quadratis proponit hec penultima sexti de omnibus superficies similibus. unde hec est illa tanto unius salior quanto superficies laterata quadrato. **S**it itaque triangulus rectangulus. a. b. c. cuius angulus. a. sit rectus dico quod superficies constituta super latus. b. c. est equalis duabus superficies constitutis super. a. b. et. a. c. cum omnes tres superficies fuerint similes in figura et situ.





¶ Ducam perpendicularem. a. d. ad lineam. b. c. eritq. per secundam par-
tem correl. 8. huius proportio. b. c. ad. c. a. sicut. c. a. ad. d. c. f. c. b. ad. b. a.
sicut. b. a. ad. d. b. ¶ Si itaq. super quamlibet trium linearum. b. c. c. a. f. a
b. fiat superficies similis aliis i figura f. sicut. erit per correl. 17. huius propor-
tio superficiei constitute super. b. c. primam. ad constitutam super. c. a. f.
c. a. d. b. c. primam ad constitutam super. a. b. secundam sicut. b. c.
primam ad. d. b. tertiam per idem correl. ¶ Quare per conuersam propor-
tionalitatem superficiei. a. c. ad superficiem. c. b. sicut. c. d. ad. c. b. ¶ Et si
militer superficiei. a. b. ad. superficiem. b. c. sicut. b. d. ad. b. c. ¶ Et ponatur
a. c. prima f. c. b. secunda f. c. d. superficies tertia. f. a. b. superfi-
cies quinta. f. b. d. superficies sexta. f. arguatur per. 14. quinti quod por-
tio superficiei constitute super. b. c. ad duas superficies constitutas super. c.
a. f. a. b. simul est sicut. b. c. ad. c. d. f. d. b. simul. ¶ Quia igitur. b. c. est
equalis duabus lineis. c. d. f. d. b. simul. erit superficies constituta
super. b. c. equalis duabus superficiibus constitutis super. c. a. f. a. b. simul
sumptis quod est propositum. ¶ Conuersam quoq. huius possumus fac-
le demonstrare per modum demonstrationis ultime primi. ¶ Sit enim
triangulus. a. b. c. sitq. superficies constituta super. b. c. equalis duabus su-
perficiibus constitutis super duas lineas. a. b. f. a. c. sibi similibus. dico q.
angulus. a. est rectus. ¶ Ponam enim angulum. c. a. d. rectum. f. lineam
a. d. equalem. a. b. f. claudo superficiem ducta linea. d. c. eritq. per hac. 34.
superficies constituta super. c. d. equalis duabus constitutis super duas line-
as. c. a. f. a. d. sibi similibus. quare etiam constitute super. b. c. sibi simili.
hec enim posita est equalis duabus constitutis super a. b. f. a. c. sibi simili-
bust erit ergo linea. b. c. equalis. c. d. quare per. 8. primi angulus. a. est re-
ctus quod est propositum. ¶ **Propositio .32.**



¶ In circulis equalibus supra centrum siue supra cir-
cūferentiā anguli cōsistat. erit angulorū ppor- tio tā
q̄ proportio arcus illos angulos suscipientiū.

¶ Sint circuli. a. b. c. cuius centrum. d. f. e. f. g. cuius cen-
trū. h. e. q̄les si p quoz. cētra fāt duo anguli. b. d. c. f. h. g.
¶ Et si per eorum circūferentiā alii duo qui sunt. b. a. c. f.
f. e. g. dicoq. proportio angulorum tam eorum qui sunt super centra q̄ eo-
rum q̄ super circūferentiā est sicut arcus. b. c. ad. arcū. f. g. ¶ Cōtinua-
bo. n. illis duobus arcibus alios arcus e. q̄les. siue scdm eundem nomen: si
ue scdm diuersos. ¶ Sitq. arcus. k. b. e. q̄lis. b. c. f. uterq. duoz. arcū. l. m.
f. f. l. e. q̄lis. f. g. ¶ Et pducam lineas. k. d. k. a. m. h. l. h. m. e. f. l. e. ¶ Erūtq.
p. 26. tertii anguli q̄ sunt ad. d. adiūicē e. q̄les. ¶ Similiter quoq. f. qui sunt
ad. h. adiūicē e. q̄les. I dē ē de his q̄ sunt ad. a. f. de his q̄ sunt ad. e. ¶ Sicut
igitur arcus. k. c. est multiplex arcus. b. c. ita angulus. k. d. c. anguli. b. d. c.
¶ Et angulus. k. a. c. anguli. b. a. c. Similiter sicut arcus. m. g. ē multiplex
arcus. f. g. ita angulus. m. h. g. anguli. f. h. g. f. angulus. m. e. g. anguli. f. e. g.
¶ Sed si arcus. k. c. est e. q̄lis arcui. m. g. angulus. k. d. c. est e. q̄lis angulo. m.
h. g. f. angulus. k. a. c. angulo. m. e. g. f. si maior maiores. f. si minor mino-
res p. 26. tertii. ¶ Per diffinitionem itaq. incōtinue pportionalitatis ppor-
tio arcus. b. c. ad arcū. f. g. est sicut anguli. b. d. c. ad angulū. f. h. g. f. sicut an-
guli. b. a. c. ad angulum. f. e. g. q̄ est ppositū. I dē intellige in eodē circulo.

¶ **Castigator.**

a ¶ Hoc nō dicit explicite sed sequitur ad illā pbata e. q̄litate quē ad modum
diximus supra in prima huius de. 36. primi adducta ita accidit in. 26. tertii
sunt. n. quattuor quātitates angulus. b. d. c. pma angulus. f. h. g. scda arcus
b. c. tertia arcus. f. g. quarta f. a. d. pma f. tertia sumpta sunt e. q̄ multipli-
cia uidelicet dupla. s. angulus. k. d. c. f. arcus. k. c. f. ad. scdam angulus. m.
h. g. triplus ad angulū. f. h. g. f. arcus. m. g. triplus ad arcū. f. g. q̄rtam ergo
per dictā diffinitionem in cōtinue ppor. f. sic de aliis angulis ad. a. f. e.
f. arcibus eorundem.

¶ **Explicit liber sextus.**

Septimvs Eudidis liber de numeris et eorum adinuicem proportionibus et proportionalitatibus, ex optima Campani traditione. Magistro Luca Paciolo de Burgo Sancti Sepulcri Ordinis Minorum Aestigatore accuratissimo. Incipit.



Vitas est qua via queq; res via dicitur. 2. **N**umerus est multitudo ex unitatibus composita. 3. **N**aturalis series numerorum dicitur in qua secundum unitatis additionem fit ipsorum computatio. 4. **D**ifferentia numerorum appellatur numerus quo maior habundat a minore. 5. **N**umerus prius dicitur qui sola unitate metitur. 6. **N**umerus compositus dicitur quem alius numerus metitur. 7. **N**umeri contra se prius dicuntur qui nullo numero excepta sola unitate numerantur. 8. **N**umeri adinuicem compositi siue communicantes dicuntur quos alius numerus communitas metitur nullusque eorum est ad alium prius. 9. **N**umerus per alium multiplicari dicitur qui toties sibi coaceruatur quotiens in multiplicante est unitas. 10. **P**roductus vero dicitur qui ex eorum multiplicatione crescit. 11. **N**umerus alium numerare dicitur qui secundum aliquem multiplicatus illum producit. 12. **P**ars est numerus numeri minor maioris cum minor maiorem numerat. Et qui numeratur numerantis multiplex appellatur. 13. **D**enominans est numerus secundum quem pars sumitur in suo toto. 14. **S**imiles dicuntur partes que ab eodem numero denominantur. 15. **P**rima simpla numeri pars est unitas. 16. **Q**uod duo numeri partes habuerint communem tot partes maioris dicitur esse minor quotiens eadem pars fuerit in minore. Tote vero quotiens ipsa fuerit in maiore. 17. **N**umeri ad numerum dicitur proportio minoris quidem ad maiorem in eo quod est maioris pars vel partes. Maioris vero ad minorem secundum quod eum continet et eius partem vel partes. 18. **C**um fuerint quotlibet numeri continue proportionales dicitur proportio primi ad tertium sicut primi ad secundum duplicata. ad quartum vero triplicata. 19. **C**um continue fuerint eadem vel diuerse proportionales dicitur proportio primi ad ultimum ex omnibus composita. 20. **D**enominatio dicitur proportionis minoris quidem numeri ad maiorem pars vel partes ipsius minoris que in maiore sunt. Maioris autem ad minorem totum vel totum et pars vel partes prout maior superfluit. 21. **S**imiles siue una alij eadem dicuntur proportionales que eandem denominationem recipiunt. Maior vero que maior. Minor autem que minor. 22. **N**umeri vero quorum proportio una proportionalis appellantur. 23. **T**ermini siue radices dicuntur quibus in eadem proportionem minores fieri impossibile est. 1. **P**etitiones sunt quatuor. **C**uiuslibet numero quotlibet posse sumi equales prout libet vel multiplices. 2. **Q**uotlibet

meri contra se prius dicuntur qui nullo numero excepta sola unitate numerantur. 8. **N**umeri adinuicem compositi siue communicantes dicuntur quos alius numerus communitas metitur nullusque eorum est ad alium prius. 9. **N**umerus per alium multiplicari dicitur qui toties sibi coaceruatur quotiens in multiplicante est unitas. 10. **P**roductus vero dicitur qui ex eorum multiplicatione crescit. 11. **N**umerus alium numerare dicitur qui secundum aliquem multiplicatus illum producit. 12. **P**ars est numerus numeri minor maioris cum minor maiorem numerat. Et qui numeratur numerantis multiplex appellatur. 13. **D**enominans est numerus secundum quem pars sumitur in suo toto. 14. **S**imiles dicuntur partes que ab eodem numero denominantur. 15. **P**rima simpla numeri pars est unitas. 16. **Q**uod duo numeri partes habuerint communem tot partes maioris dicitur esse minor quotiens eadem pars fuerit in minore. Tote vero quotiens ipsa fuerit in maiore. 17. **N**umeri ad numerum dicitur proportio minoris quidem ad maiorem in eo quod est maioris pars vel partes. Maioris vero ad minorem secundum quod eum continet et eius partem vel partes. 18. **C**um fuerint quotlibet numeri continue proportionales dicitur proportio primi ad tertium sicut primi ad secundum duplicata. ad quartum vero triplicata. 19. **C**um continue fuerint eadem vel diuerse proportionales dicitur proportio primi ad ultimum ex omnibus composita. 20. **D**enominatio dicitur proportionis minoris quidem numeri ad maiorem pars vel partes ipsius minoris que in maiore sunt. Maioris autem ad minorem totum vel totum et pars vel partes prout maior superfluit. 21. **S**imiles siue una alij eadem dicuntur proportionales que eandem denominationem recipiunt. Maior vero que maior. Minor autem que minor. 22. **N**umeri vero quorum proportio una proportionalis appellantur. 23. **T**ermini siue radices dicuntur quibus in eadem proportionem minores fieri impossibile est. 1. **P**etitiones sunt quatuor. **C**uiuslibet numero quotlibet posse sumi equales prout libet vel multiplices. 2. **Q**uotlibet

numero aliquē quātūlibet sumere possē maior. 3. **C** Sēte mē
 merozū in infinitum possē procedere. 4. **C** Nullū numerū in
 infinitum possē diminui. 1. **C** Cōmunes animi conceptiones
 sunt decē. 1. **C** Omnia pars minor est suo toto. 2. **C** Quicūq;
 eiusdē siue equaliū fuerint eque multiplices. ipsi quoq; erūt eq
 les. 3. **C** Quibus idē numeris eque multiplex fuerit. siue quo
 rum eque multiplices fuerint equales. 7 ipsi etiā erūt equa
 les. 4. **C** Omnis numeri pars est unitas ab ipso denominata.
 5. **C** Omnis pars est minor q̄ maiorem h̄s denominationem.
 maior vero que minorem. 6. **C** Quilibet numerus totus ē ab
 unitate. quota pars ipsius est unitas. 7. **C** Quicūq; numerus
 in unitatē ducitur. seipsum producit. Unitas quoq; in quēcun
 q; ducta pducit eundē. 8. **C** Quicūq; numerus numerat du
 os. numerat quoq; cōpositū ex illis. 9. **C** Quicūq; numeri s
 numerat aliquē. numerat om̄m numeratū ab illo. 10. **C** Quicū
 q; numerus numerat totū 7 detractum. numerat residuū.

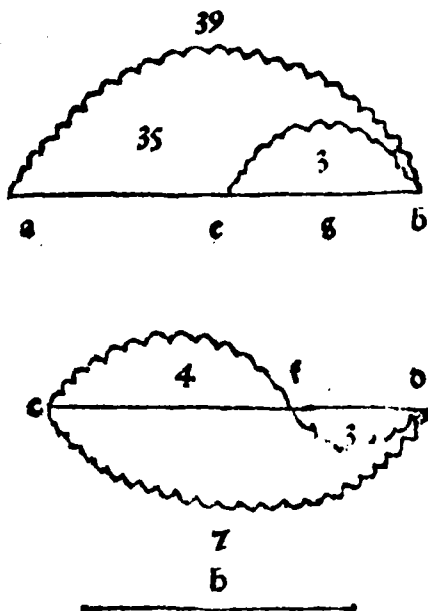
Castigator.

2 **C** Species ille propor. maioris inequalitatis: ē p̄ consequēs econuerso
 s. minoris iequalitatis que numero sunt quinq; uidelicet multiplex super
 particularis suppartiens. Multiplex superparticularis ē multiplex suppar
 tiens ex ista diffi. 10. sumptum denotationē. Nā cū maioris numeri ad
 minore dicitur totū intelligit multiplex per diffi. 1. quinti. Et ideo p̄ma
 species dicta multiplex: ē cum ēt maioris ad minorem dicitur totum ē
 pars intelligitur totū semel ē pars unica ē tūc secunda spēs dicta suppar
 ticularis cū sexqui. ē ēt totū ē p̄tes: ē tunc tertia spēs dicta suppartiens ē in
 telligit totū pluries ē pars unica ē tūc q̄rta species dicta multiplex super
 particularis cū sexqui. ē etiā totum pluries ē p̄tes: ē tūc quinta spēs dicta
 multiplex suppartiens quibus denominationibus preposita li. sub. dicēdo
 submultiplex sub superparticularis sub suppartiens ēc. tot species minoris
 inequalitatis numero habebis quot maioris. b **C** Iste cōceptiōes in. 10.
 libro respectu q̄ritatū in genere quasi ad instar quinti: de quibus in illo
 agitur. allegātur p̄ similes istis ut dicēdo p̄ simile antepenultime: p̄ simile
 penultime ēc. ut patet in expositione. 9. eiusdē ē secūda. c **C** Proportio
 dicitur cōpōni ex duabus p̄portionibus q̄n denominatio illius p̄portio
 nis pducit ex r̄ductu denominationū illaz. p̄portionū unius in alterā Vi
 tellio in sua p̄spectiua. d **C** Boe. 2. musice. cap. 9. dicit unitatē numerum
 cū dicitur maiores uero sunt numeri tres ē quor minores binarius ē uni
 tas in maioribus igitur minor: ē i minoribus maior p̄portio cōtinet ēc.
 p̄portiones autē p̄ncipaliter in numeris cōsiderant. I de in. 4. musice. cap. 1.
 e **C** Oium exēplaz diffi. ut. 1. 2. 3. 4. 5. 6. ēc. ut. 1. respectu separi ē q̄temariū.
 ut. 3. 5. 7. 11. 13. 17. ēc. semp sunt ipares: ut. 4. 6. 8. 12. 14. ēc. ēt ipares: ut. 15. 21. 33.
 39. ēc. Vt. 11. ē. 13. 17. 19. ēc. 11. ē. 7. 10. ē. 63. 7. 21. 34. Vt. 4. ē. 8. 7. 12. ē.
 16. 15. 11. 33. ē. 15. 14. 30. 63. **C** Contra se primi ē adinūicē primi idē iportat
 ut infra uigēsimā secūda huius apparet. **C** Quoz stat q̄ aliquis sit cōpō
 situs ē alter nō. ē q̄ uterq; sit p̄mus: ut ex. 24. infra apparet ē q̄ ambo sine
 cōpositi sed nō adinūicē ut. 10. ē. 63. **C** Cōicantes aliq̄n oēs impares. 15.
 11. 33. ēt oēs pares. 12. 18. 30. ē pares ē ipares. 15. 14. 33. 36. 63.

Propositio



3 a maio. e. duozū numerorū minor detrahatur
 donec minus eo super sit. Ac deinde de minore ip
 sum reliquū donec minus eo relinquitur. Itēq; a re
 liquo primo reliquū fin quousq; minus eo super
 sit: atq; in huiusmodi cōtinua detractōe nullus
 fuerit reliquus: qui ante relictū numeret vsq; ad
 unitatem: eos duos numeros contra se p̄mios esse necesse est.



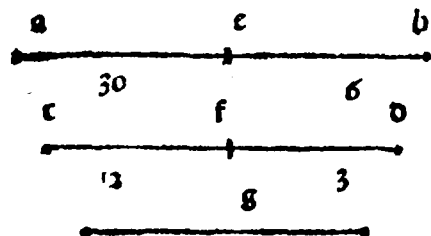
¶ Sine duo numeri. a. b. f. c. d. minor detrahatur. c. d. ex. a. b. quotiens potest f. sit residuum. e. b. qui erit minor. c. d. alioquin posset ex ipso adhuc detrahi. c. d. detrahatur f. ipse. e. b. ex. c. d. quotiens potest. sup. residuum. f. d. sed f. d. detrahatur ex. e. b. quotiens potest f. sit residuum. g. b. q. sit unitas. dico tunc duos numeros. a. b. f. c. d. esse contra se primos. Si enim sunt compositi numerabit eos communiter per diffinitionem aliquis numerus preter unitatem qui sit. h. ¶ Et quia. b. numerat. c. d. numerabit. a. e. per penultimam conceptionem f. quia idem numerat. a. b. numerabit etiam. e. b. per ultimam conceptionem. ergo f. c. f. per penultimam. quare f. f. d. per ultimam. ergo f. g. e. per penultimam. ergo f. g. b. per ultimam. ¶ quia. g. b. est unitas sequitur numerum esse partem unitatis uel sibi equalem quod est impossibile. ¶ Erunt igitur. a. b. f. c. d. contra se primi quod est propositum. ¶ Quod si duo numeri. a. b. f. c. d. sunt contra se primi. non erit in hac mutua detractione status antequam ad unitatem perueniatur. Et est istud conuersum eius quod auctor proponit. ¶ Si autem in hac mutua detractione fuerit status anteq. perueniatur ad unitatem sit ut. g. b. sit numerus qui detrahatur ab. f. d. f. nihil sit residuum. igitur. g. b. numerat. f. d. ergo per penultimam conceptionem numerat f. e. g. f. q. etiam numerat seipsum numerabit per antepenultimam conceptionem totum. e. b. ergo per penultimam numerat. c. f. sed ostensum est prius q. numerat. f. d. ergo per antepenultimam numerat totum. c. d. quare per penultimam numerat. a. e. ¶ quia ostensum est prius q. etiam numerat. e. b. sequitur per antepenultimam ut etiam numeret. a. b. quia igitur numerus. g. b. numerat utrumq. duorum numerorum. a. b. f. c. d. numeri. a. b. f. c. d. sunt compositi non igitur contra se primi quod est contra ypothe. ¶ Per hac ergo uiam propositis quibusq. duobus numeris inuestigamus utrum ipsi sint contra se primi. si enim tali facta mutua detractione perueniatur ad unitatem ipsi sunt contra se primi. Si autem sit status anteq. perueniatur ad unitatem ipsi sunt compositi.

Propositio. .2.



Propositio. .2. **P**ropositis duobus numeris adinueni compositis maximum numerum communem eos numerantem inuenire. Unde manifestum est quomodo numerus duos numeros numeros numerat numerum maximum ambos inuenientem.

¶ Sine duo numeri compositi. a. b. f. c. d. minor. c. d. ¶ Quia ergo numerat eos communiter aliquis numerus per diffinitionem. uolo inuenire maximum numerum eos communiter numerantem. Secundum modum f. similitudinem prioris minuo minorem de maiori quoad possum. uidelicet. c. d. de. a. b. f. sit residuum. e. b. ¶ Itemq. e. b. de. c. d. quoad possum f. sit residuum. f. d. ¶ quia huius diminutio non potest fieri infinities per ultimam petitionem nec potest etiam ad unitatem peruenire in proposito per precedentem (quia tunc essent numeri propositi contra se primi) quod est contra ypothe. ¶ Sit ut cum detraxero. f. d. ex. e. b. quoad potero q. nihil sit residuum. dico tunc. f. d. esse maximum numerum numerantem. a. b. f. c. d. ¶ Quod enim numeret eos patet per penultimam f. antepenultimam conceptionem alternatim quoties oportuerit repetitis sicut in demonstratione conat. se precedentis. ¶ Numerat enim. f. d. e. b. quia cum ab ipso detrahatur quoad potest nihil sit residuum ergo f. c. f. per penultimam conceptionem ergo f. c. d. per antepenultimam quare f. a. e. per penultimam igitur f. a. b. per antepenultimam. ¶ Q. d. autem nullus maior. f. d. numeret a. b. f. c. d. sic patet. ¶ Si enim fieri potest sit numerus. g. maior. f. d. numerat utrumq. duorum numerorum. a. b. f. c. d. ¶ Quia igitur. g. numerat. c. d. numerabit per penul. concep. a. e. ¶ quia numerat. a. b. numerabit per ultimam. e. b. ergo per penul. numerat c. f. ¶ quia etiam numerat. c. d. numerabit per ultimam. f. d. maior uidelicet minorem quod est impossibile. ¶ Ex hoc secundo processu liquet correl.



Propositio .3.



Propositio tribus numeris adinuicem compositis maximum numerorum eos communiter numerantium inuenire.

¶ Priusq̃ hanc tertiam conclusionem demonstramus demonstrandum arbitramur ipsius ahsuidelicet propositis tribus numeris q̃liter poterimus certificari an ipsi sint adinuicem compositi. ¶ Sint itaq̃ tres numeri. a. b. c. de quibus uolo uidere utrum ipsi sint adinuicem compositi. ¶ Per primam igitur inquit ro an duo primi qui sunt. a. b. sint adinuicē primi quod si sic non erūt a. b. c. adinuicem compositi. per diffinitionem. ¶ Si autem. a. b. sint adinuicem compositi sit per precedentem. d. maximus numerus eos numerans qui si numerat. c. erunt per diffinitionem. a. b. c. adinuicem compositi. ¶ Si autem non numerat ipsum. sed ipsi. c. q̃. d. quidem sunt contra se primi. non erunt. a. b. c. adinuicem compositi. Nā quicūq̃ numeraret eos numeraret et. d. per correl. precedentis. sicq̃ esset. d. f. c. compositi quod est contra ypothe. ¶ Si autem. c. f. d. sunt compositi erunt etiam. a. b. c. adinuicem compositi. ¶ Sit enim per premisam. e. maximus numerus. c. f. d. qui etiam p̃ penul. concep. numerabit. a. f. b. quare per diffinitionem. a. b. c. sint adinuicem compositi. ¶ Simili quoq̃ modo sciatur p̃positis quotlibet pluribus q̃ tribus an omnes sint adinuicem compositi.

¶ Propositis itaq̃ tribus qui sint adinuicem compositi. qui etiam sint. a. b. c. uolo inuenire maximum numerum numerantem omnes. ¶ Sumo fm̃ doctrinam premisse. d. maximum numerantem. a. f. b. qui si numerat. c. ipse est quem querimus. alioquin per correl. precedentis seq̃ retur maiorem numerare minorem. ¶ Si autem non numerat. c. erunt tamen. b. c. f. d. adinuicem compositi per ypothe. ¶ Et correl. precedentis ¶ diffinitionem. ¶ Sit igitur maximus eos numerans. e. dico. e. esse maximum numerantem. a. b. c. ¶ Quod enim eos numeret patet per hanc ult. ypothe. que est ipsum esse maximum numerantem. c. f. d. ¶ Et per p̃ult. concep. ¶ Et q̃ nullus eo maior numeret eos sic patet. ¶ Sit enim si potest fieri. f. maior. e. qui numeret. a. b. c. qui cum numeret. a. f. b. numerabit per correl. premisse. d. ¶ Et quia etiam numerat. c. numerabit per idem correl. e. maior uidelicet minorem quod est impossibile. ¶ Non erit igitur numerus aliquis maior. e. numerans. a. b. c. quod est propositum. ¶ Simili quoq̃ modo inuenitur maximus numerus numerans quotlibet plures tribus adinuicem compositos unde non oportuit Eudidem de pluribus tribus hoc docere quia idem est modus ¶ ars in tribus ¶ pluribus.

¶ Ex ultimo aut̃ huius demonstrationis p̃cessus possumus et̃ istud correl. buic̃ tertie conclusioni adiungere. ¶ Vñ manifestum est q̃ oīs numerus numerans quotlibet adinuicem compositos numerat maximum numerantem eos omnes. ¶ Et etiā maximos numerantes binos ¶ binos eorum.

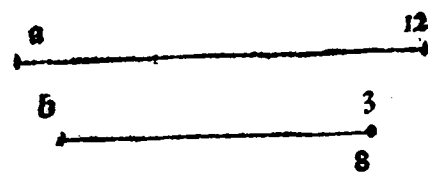
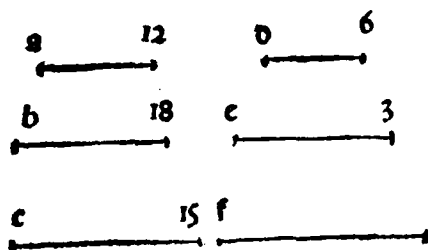
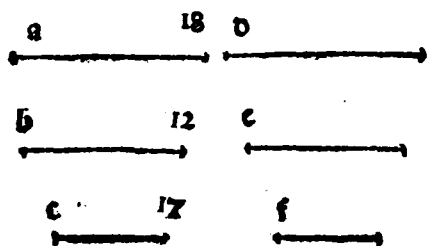
Castigator

a ¶ Per penultimam conceptionem quia quicūq̃ numerus numeraret c. f. d. numeraret et̃ a. f. b. q̃m̃. d. iam numerat. a. f. b. ergo p̃ penultimā a. b. c. essent adinuicem compositi. b ¶ Quia cū sint. a. b. c. adinuicem compositi erit aliquis numerus eos cōiter numerans ¶ cū. d. sit maximus numerans. a. f. b. sequitur q̃ ille numerus cōiter numerans illos tres q̃ numeret etiam. d. per correl. precedentis ¶ per consequēs. d. f. c. sunt etiam adinuicem cōpositi.

Propositio .4.

Primum duorum numerorum inaequalium minor maioris aut pars est: aut partes.

¶ Sint duo numeri. a. f. b. b. minor. dico q̃ b. est pars uel ptes. a. Aut n. b. numerat. a. aut non. ¶ Si numerat pars eius est p̃ diffinitionem. Si non numerat ipsum. aut ergo sunt adinuicem primi aut non si nō sint adinuicē primi habebunt per diffinitionem partem cōm̃ que quotiens fuerit in. b. tot



partes. a. dicetur esse. b. p. diffinitionē. ¶ Si autem sint adinvicem primi quia di. olem numeri p. est unitas ab ipso denominata. patet idē p. unitates.

Propositio .5.



I fuerint quatuor numeri quoz primus tota pars secundi quota tertius quarti: erunt primus et tertius pariter accepti tota pars secundi et quarti pariter acceptorum quota primus secundi.

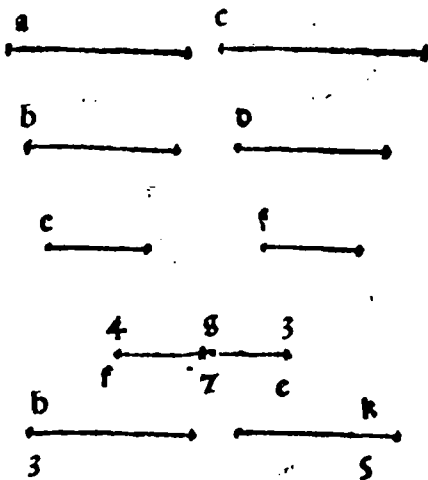
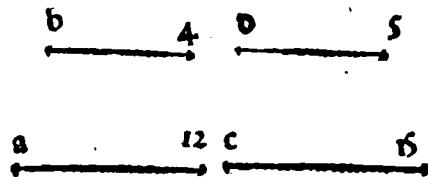
¶ Volens Euclides hos libros de numeris aliquo preceptum nō indigere sed per se ipsos stare: partem eius quā proposuit per primam quinti de quantitibus in generis proponit p. hāc quitam huius septimi de numeris. ¶ Sint igitur. a. numeri. a. b. c. d. sitq. b. tota pars. a. quota. d. c. dico q. b. f. d. pariter accepti sunt tota pars. a. f. c. pariter acceptorum quota. b. est. a. ¶ Dimisis enim. a. f. c. secundum quantitatem. b. f. d. argumentare sicut in prima quinti. ¶ Erat enim. ut totidem sint partes. a. quot. c. per positionem. ¶ Et ut aggregatum ex prima parte. a. f. prima. c. sit euale aggregato ex. b. f. d. ¶ Similiter quoq. f. aggregatum ex secunda parte. a. f. secunda. c. ¶ Et quia hec aggregatio toties potest fieri quotiens continetur. b. in. a. sequitur ut numerus equalis aggregato ex. b. f. d. totiens contineatur in aggregato ex. a. f. c. quotiens. b. continetur in. a. quare constat propositum.

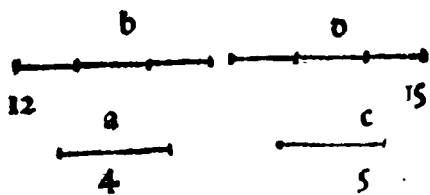
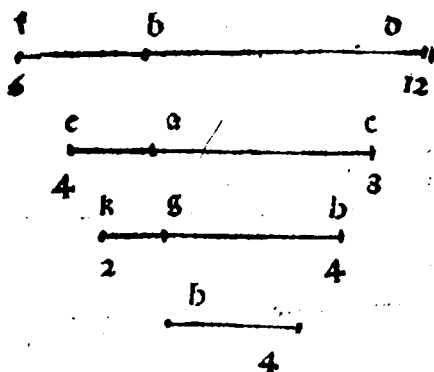
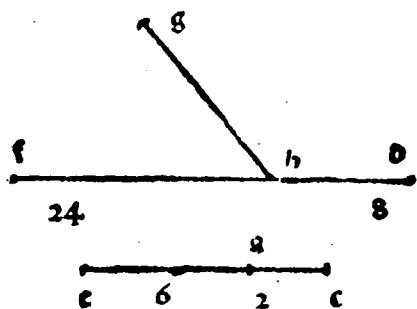
Propositio .6.



I fuerit quatuor numeri quozum primus tote partes secundi quote tertius quarti: erunt primus et tertius pariter accepti tote partes secundi et quarti pariter acceptorum quote primus secundi.

¶ Quod proposuit premisa de partes proponit ista de p. tibus. ¶ Sint itaq. ut prius quatuor numeri. a. b. c. d. sitq. ut. b. sit tot f. tote ptes. a. quot f. quote. d. est. c. dico q. b. f. d. pariter accepti erunt tot f. tote partes. a. f. c. pariter acceptorum: quot f. quote. b. ē. a. ¶ Dico autem tot f. totas quia partium pluralitas duobus numeris diffinitur quorum alter numerator dicitur alter denominator ut cum dictus tres quaterternarius numerat quinas denominat. ¶ Quia igitur. b. ē partes. a. sit ut sint partes eius numerate ab. h. f. denominatē a. k. eritq. similiter per positionem. d. partes. c. numerate ab. b. f. denominatē a. k. Vna itaq. partium. b. sit. e. f. una partium. d. sit. f. eritq. per ypothe. e. pars. b. denominata ab. h. f. pars. a. denominata a. k. ¶ Similiter quoq. f. f. erit pars. d. secundum. h. f. pars. c. secundum. k. ¶ Compositus igitur ex. e. f. f. sit. g. eritq. per premisam. g. pars. b. f. d. pariter acceptorum secundum. h. f. ¶ Itemq. per eandem erit pars. a. f. c. pariter acceptorum secundum. k. ¶ Quare per. 16. diffinitionem erunt. b. f. d. pariter accepti partes. a. f. c. pariter acceptorum numerate ab. h. f. denominatē a. k. eo q. eorum communis pars est. g. minoris scđū. h. f. maioris fm. k. f. q. sic erat. b. a. constat propositum. ¶ Potes autem f. per hanc f. premisam quod proponit de quatuor numeris ad quotlibet numeros ampliare: q. si quotlibet numeri minores ad totidē maiores cōparētur fuerintq. singuli singuloz tota pars aut ptes quota vel quote primus secundi: erit quoq. omnes pariter accepti tota pars aut partes omnium pariter acceptorum quota vel quote primus secundi. quod facile probatur per hanc f. premisam: quotiens oportuerit repetitas. ¶ Et si crederemus esse intentionem Euclidis assumere ex prius demonstratis aliqua ad demonstrationem eorum que hic proponit ex. 13. quinti: facile demonstrassemus hanc sextam. Nunc autem quia uidetur oppositum aliter enim supenuacue proposuisset multa de numeris que demonstrata sunt in quinto de quantitibus in genere. Necesse habuimus propriis uti demonstrationibus tanquam ex prioribus nihil fumentest solis huius septimi contenti principiis: propter quod f. petitiones f. communes animi conceptiones propositi proprias non inconuenienter huius septimi principio apposuimus.





Propositio .7.



Si fuerint duo numeri quorum unus alterius pars detrahaturque ab ambobus ipsa pars: erit reliquus tota pars reliqui quota totius totius.

¶ Quod proponit hic Euclides de numeris propositum prius in quinta quinti. de quantitatibus in genere. ¶ Sit itaq; ut quota pars est totus. a. totius. b. ¶ Totus sit. c. detrahitur ab. a. d. detracti. a. b. dico q; tota erit. e. residuus. a. f. residui. b. quota est totus. a. totius. b. ¶ Et hec est quasi conuersa quinte. ¶ Sit enim p. pe- titioem. e. tota pars. g. quota. c. est. d. ¶ Eritq; per. s. tota pars. a. composui ex. g. f. d. quota est. c. d. quare f. quota est. a. b. ¶ Igitur per secundam co- ceptionem composui. ex. g. f. d. est equalis. b. ¶ Dempso itaq; ab utroq; numero. d. erit. g. equalis. f. quare erit. e. tota pars. f. quota est. a. b. tota. n. erat. e. g. qd est propositum.

Propositio .8.



Si a duobus numeris quorum alter alterius par- tes propositis partes ille subtrahantur: erit reli- quus reliqui eadem partes qui est totus totius.

¶ Hec est quasi conuersa sexte. ¶ Vt si sit quot f. quote p- tes e. totus. a. totius. b. tot f. tote. c. detractus ab. a. d. detra- hit. a. b. erit. e. residuus. a. tot f. tote ptes. f. residui. b. quot f. quote est. a. b. ¶ Sit enim. g. una ptium. a. ¶ Et. b. una ptium. c. eritq; pro- pter ypoth. g. tota pars. a. quota. h. c. f. tota. b. quota. h. d. ¶ Detrahantur igitur. h. de. g. f. remaneat. k. eritq; k. per premisam tota pars. e. quota. g. a. f. tota. f. per eandem quota. g. b. ¶ Quia igitur. e. f. f. habent partem eam que est. k. erit per. 16. diffinitionem. e. partes. f. tot quidem quota ps est. k. e. f. tote quota est. k. f. f. quia tot f. tote erat. a. b. patet ppositum.

Castigator.

¶ Quoniam in casu isto. a. fuit posita due tertie ipsius. b. ¶ Cum. g. sit una partium. a. ipse erit una tertia ipsius. b. ¶ Erat una medietas ipsius. a. eadē ratione. b. erit medietas. c. ¶ Tertia totius. d. nunc sunt duo numeri. g. mi- nor. b. maior. g. est pars. b. sicut. h. d. per premisam. k. residuus. g. est to- ta pars. f. residui. b. quota. g. totus totius. b. s. tertia que quidem tertia de nominatur a ternario ¶ iterum. g. est medietas ipsius. a. ¶ h. detractus. a. g. est medietas. c. detracti. ab. a. sequitur per eandem premisam ut. k. residuus. g. sit medietas. c. residui. a. que quidem medietas denominatur a binario ¶ sic. k. est pars communis. f. f. c. ergo. per. 16. diffinitione tot p- tes. e. est totius. f. quotiens. k. continetur. in. e. ¶ tote quotiens. k. contine- tur in. f. maiore sed in. f. continetur ter. ¶ in. e. bis ergo sunt due tertie ¶ id concluditur in fine ¶ quia tot f. tote erat. a. b. patet propositum quia po- situm fuit q; a. eset due tertie totius. b. ¶ Perimodo sequeretur si posi- tus fuisset tres quarte uel. quatuor quinte ipsius. b. ¶

Propositio .9.



Si fuerint quatuor numeri quorum primus secun- di tota pars quota tertius quarti: erit permutati tota pars aut partes primus tertij quota pars aut partes secundus quarti.

¶ Sit. a. primus tota pars. b. secundi quota. c. tertius. d. q- ti. sintq; a. f. b. minores. c. f. d. ¶ Aliter enim eset econ- uerso ei quod proponit. ¶ Dico q; quota pars uel partes est. a. c. tota uel tote est. b. d. ¶ Diuidantur enim. b. quidem fm quantitatem. a. d. a. c. fm. c. eruntq; per presentem ypoth. tot partes. b. quot. d. ¶ Et quia una- queq; partium. b. est equalis. a. f. unaqueq; d. c. ¶ Est autem. a. c. pars aut partes per presentem ypoth. ¶ per quartam. ¶ Erit unaqueq; partium. b. sue comparis ex partibus. d. ut prima prime. ¶ Secunda secundesicq; de- ceteris. ¶ Tota pars aut partes quota uel quote est. a. c. ¶ Per. s. igitur uel. s. sub disunctione quotiens oportuerit repetita: erit tota pars aut

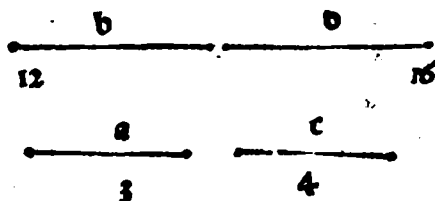
partes. b. d. quota uel quote est. a. c. quod est propositum.

Propositio .10.



Si fuerint quatuor numeri: quorum primus tote ptes secundi quote tertius quarti: erit permutatim primus tota pars aut partes tertij quota vel quote secundus quarti.

Sint quatuor numeri ut prius quorum similiter minores sint. a. b. sitq. a. tote partes. b. quote. c. est. d. dico q. quota pars aut partes est. a. c. tota uel tote est. b. d. ¶ Diuidatur enim minores in partes illas qui sunt. a. b. c. eruntq. per presentem hypothe. tot ptes. a. quot. c. ¶ Et quia unaqueq. ex partibus. a. e. tota pars. b. quota que libet ex partibus. c. est. d. ¶ Hoc enim habemus ex nostra ypothe. erit pmutatim per premisam: ut quota pars aut partes e. b. d. tota uel tote sit una queq. ex partibus. a. sue comparis ex partibus. c. ¶ Per quintam igit uel sextam sub disunctione quotiens oportuerit repetitas: erit tota pars aut partes. b. d. quota uel quote est. a. c. quod est propositum.



Propositio .11.



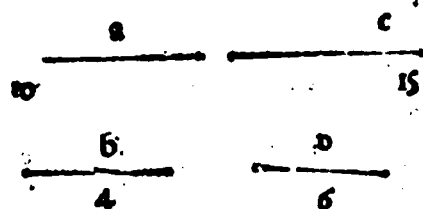
Si fuerint quatuor numeri proportionales quorum primus secundo et tertius quarto sit maior: erit secundus tota pars: aut partes primi quota vel quote quartus tertij. Quod si secundus fuerit tota pars aut partes primi quota vel quote quartus tertij quatuor numeros esse conueniet.

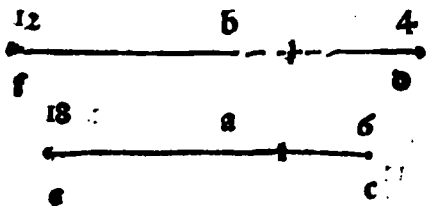
Sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. sintq. a. b. c. maiores: dico q. quota pars aut partes est. b. a. tota uel tote est. d. c. ¶ E conuerso. ¶ Erit enim p conversionem diffinitionis similium proportionum ut quotiens. b. in. a. totiens sit. d. in. c. ¶ Et si qua pars aut partes. b. superfluit in. a. tota pars aut partes. d. si perfluant in. c. si itaq. contineatur. b. in. a. sine superfluitate partit: quia totiens sine superfluitate continetur. d. in. c. erit per diffinitionem similium partium: quota pars. b. a. tota. d. c. q. si quotienslibet continetur. b. in. a. cum superfluitate partit: quia totiens continetur. d. in. c. cum superfluitate similis partis distincto. a. fm. b. ut superfluat. e. atq. c. fm. d. ut superfluat. f. erit tota pars. e. b. quota. f. d. ¶ At quia totiens continetur. b. in. a. differentia. a. ad. e. quotiens. d. in. a. differentia. c. ad. f. erit per communem scientiam totiens. e. in. a. quotiens. f. in. c. ¶ Cum igitur. a. b. habeant. e. partem communem: similiter. c. d. f. sit itaq. e. in. b. quotiens. f. in. d. itemq. e. in. a. quotiens. f. in. c. erit per. 16. diffinitionem. b. tot ff tote partes. a. quot ff quote. d. c. ¶ Si autem. b. quotienslibet continetur in. a. cum superfluitate quotlibet partium: quia totiens continetur. d. in. c. cum superfluitate totidem ff similium partium: distincto a. fm. b. ut superfluat. e. similiter. c. fm. d. ut superfluat. f. erit. e. tot ff tote partes. b. quot ff quote. f. d. ¶ Sumpta itaq. una ex ipsis argumentadum: ut prius: sicq. patet primum. ¶ Secundum sic sit. b. a. tota pars aut partes quota uel quote. d. c. dico q. erit pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ¶ Si enim est tota pars constat propositum. ¶ Si autem tote partes diuisis eis fm ptes illas patebit totiens esse. b. in. a. quotiens. d. in. c. ff totam partem aut partes. b. superfluere in. a. quotā aut quote. d. si perfluunt in. c. per diffinitionem itaq. est proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. sicq. liquet totum.

Castigator.

Scilicet per secundam quicumq. eiusdem sue equalium ff. Quia cum. e. b. f. sint partes similes. b. ff. d. per diffinitionem. 14. ab eodem numero denominantur: ff per consequens numerus fm quem. e. continetur in. b. est equalis numero fm quem. f. continetur in. d. tunc per communem scientiam dictam. differentia. a. ad. e. ff differentia. f. ad. c. cum sint equalium eque multiplices. hoc est illorum numerorum denominantium partes illas: sequitur. e. totiens contineri in. a. quotiens. f. in. c.

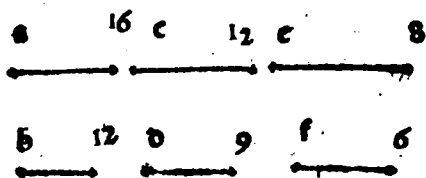
b





In duobus numeris fm suas proportionales duo numeri detrabantur: erit proportio reliqui ad re, i quum tanq; proportio totius ad totum.

¶ Quod proposuit Euclides in .19. qnti. de quantitatibus i generet pponit hic de nūeris. **¶** Vt si sit pportio totius, a. ad totū. b. sicut. c. detracti. ab. a. ad. d. detractū. a. b. erit. e. residui. a. ad. f. residuum. d. sicut. a. ad. b. **¶** Si. n. a. sit minor. b. erit p presentem ypoth. **¶** p conuersionem diffinitionis. c. tota ps aut ptes. d. quota uel quote est. a. b. per. z. igitur uel. b. erit. e. tota pars aut partes. f. quota uel quote est. a. b. per diffini tionem igitur erit pportio una: qd est propositum. **¶** Qd si. a. sit maior. b. erit p primam prem pmise quota ps aut ptes. b. a. tota uel tote. d. c. qre p. z. uel. 8. tota uel tote erit. f. e. itaq; p secundam prem premisse. e. ad. f. sicut. a. ad. b. quare cōstat ppositum. **¶** C edūt aut huic. z. **¶** 8. hec enim sola q ambe ille continet. **¶** Volant aut qdam scdam partem huius pbare p. 19. quinti: sed si hoc intenderet Euclides: cum ista pponat p particulariter qd illa uniuersaliter uane illa demonstrata in qnto ppo suis: et hāc hic in septimo. Et qd ite non demonstrat eam simplr p. 19. quinti. At uero nec modum demonstrationis illius possunt affirmare ad demonstrationem huius cum illa demonstret in quantitatibus in genere. p pportionalitatem pmutatam q infra demonstrat in numeris. Existimo aut **¶** rōabiliter conuinci ut Euclidem quē uultum demonstratoris arithmetici: grā decimi in quo sine numeroz aliqua precognitiōe trāsire non poterat constare assumere. **¶** Idcirco plurima eoz que in quinto de quantitatibus in genere demonstrauit. hic repetere demonstranda de numeris: qm p alia pncipia propria uidelicet numeroz q magis nota sunt intellectui q ea per que procescit in quinto ipsa demonstrare intendit: pncipia enim quinti propter maliciam quātitatū incōmunicantium difficilia sunt pncipia nero numerorum magis ultro se intellectui applicanti: faciliusq; q illa. Egent enim illa intellectu magis disposito.



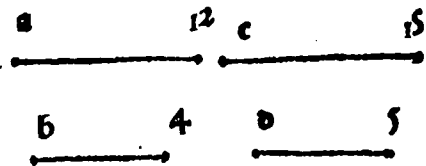
Ifuerint quotlibet numeri proportionales quantus erit vnus antecedens ad suum consequentem: tanti erunt oēs antecedentes pariter accepti ad omnes consequentes pariter acceptos.

¶ Quod pponit Euclides p. 13. quinti de quantitatibus in genere pponit p hanc de numeris. **¶** Vt si sint. a. b. c. d. e. f. pportionales dico q que ē pportio. a. ad. b. ea est q. a. c. e. pariter acceptorum ad. b. d. f. pariter acceptos. **¶** Si enim. a. c. e. sint minores. b. d. f. erit p conuersionem diffinitionis quota ps aut partes. a. b. tota uel tote. c. d. e. f. **¶** Per. 5. ergo uel per. 6. quotiens oportuerit repetitas: erit quota pars uel partes. a. b. tota uel tote. a. c. e. pariter accepti. b. d. f. pariter acceptorum: quare per diffinitionem pportio una. **¶** Si aut. a. c. e. sint maiores. b. d. f. erit p primam partem. 11. quota pars uel partes. b. a. tota uel tote. d. c. e. f. **¶** Per. 5. ergo uel. 6. quotiens oportuerit repetitas: erit quota pars uel partes. b. a. tota uel tote. b. d. f. pter accepti. a. c. e. pariter acceptorum. itaq; per secundam partem. 11. proportio. a. ad. b. sicut. a. c. e. pariter acceptorum ad. b. d. f. pariter acceptos: quod est propositum.



Ifuerint quatuor numeri proportionales: permuatim quoq; proportionales erunt.

¶ Modum arguendi qui dicitur proportionalitas permuatata quam demonstrauit Euclides per. 16. quinti in quantitatibus in genere: pponit hic demonstrādū in numeris. **¶** Vt si sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit pmutatim a. ad. c. sicut. b. ad. d. **¶** Erit enim. a. maior. b. aut minor: similiter quoq; **¶** maior. c. aut minor. **¶** Sit itaq; pmo minor utroq; erit ergo p presentem



ypothe. & conuersionem diffinitionis. a. tota pars aut partes. b. quota uel quote. c. d. per. 9. itaq. uel. 10. erit permutatim. a. tota pars aut partes. c. quota uel quote. b. d. quare per diffinitionem proportio una. ¶ Sit igitur. a. maior utroq. eritq. per primam partem. i. ut quota pars aut partes est. b. a. tota uel tote sit. d. c. quare per. 9. uel. 10. tota pars aut partes erit. d. b. quota uel quote. e. a. igitur per secundam partem. i. erit. a. ad. c. sicut. b. ad. d. ¶ Sit tertio. a. maior. b. minor. c. eritq. per primam partem. i. tota pars aut partes. b. a. quota uel quote. d. c. quare per. 9. uel. 10. quota uel quote e. a. c. tota uel tote erit. b. d. per diffinitionem itaq. proportio una. ¶ Ultimo quoq. sit. a. minor. b. maiorq. c. eritq. ut tota pars aut partes sit. c. d. quota uel quote est. a. b. per. 9. itaq. uel. 10. erit tota uel tote. d. b. quota uel quote. c. a. qre per secundam partem. i. b. ad. d. sicut. a. ad. c. sicq. constat proportionem. ¶ Huic autem cedunt. 9. & 10. quia hec sola quod ambe ille pponit.

Propositio 15.



Si fuerint quotlibet numeri aliiq. secundum corum numerum omnesq. duo ex pncipalibus secundum proportionem omnium duorum ex posterioribus in proportionem equalitatis proportionales erunt.

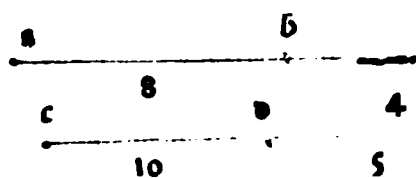
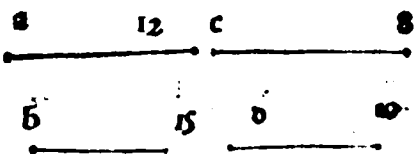
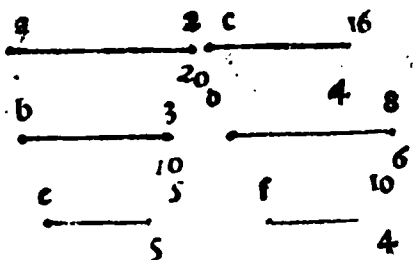
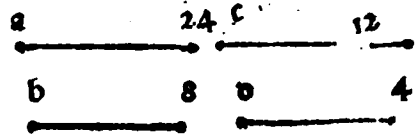
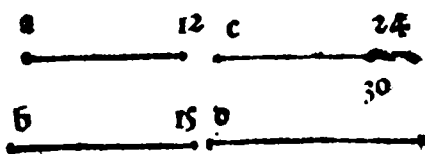
¶ Modum arguendi qui dicitur equa proportionalitas quam demonstrauit Euclides per. 22. quinti de quantitatibus in genere proponit hic demonstrandum in numeris directe proportionalitatis. ¶ Equam autem proportionalitatem quam demonstrauit per. 23. quinti de quantitatibus indirecte proportionalitatis non proponit demonstrandum in numeris sed eam demonstrabimus in fra sup. 19. huius. ¶ Nec est necessarium ut pdemonstremus in numeris quod demonstratum est p. 11. quinti de quantitatibus in genere uidelicet si quotlibet proportionem in numeris fuerint uni equales uel eadem ipsas e. sibi equales uel easdem. ¶ Hoc enim manifestum est p diffinitionem ut sit a. ad. c. e. ad. f. sit sicut. b. ad. d. erit tam. a. c. q. e. f. tota pars aut partes quota uel quote. b. d. ¶ Aut totiens continebit. a. c. e. f. quotiens. b. d. ¶ Et tota pars aut partes superfluent. c. in. a. e. f. in. e. quota uel quote. d. in. b. ¶ Quia ergo quota pars aut partes est. a. c. tota uel tote est. e. f.

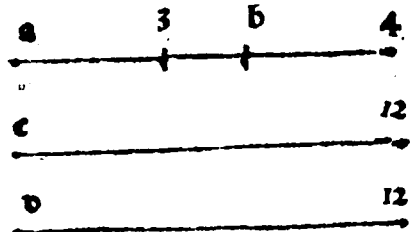
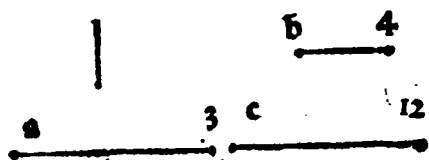
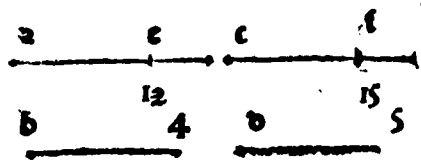
¶ Aut quotiens. a. continet. c. totiens. e. f. ¶ Et quota pars aut partes. c. superfluent. in. a. tota uel tote. f. in. e. ¶ Erit per diffinitionem. a. ad. c. sicut. e. ad. f. ¶ Sint igitur ut proponitur numeri. a. b. e. f. alii totidem. c. d. f. sitq. a. ad. b. sicut. c. ad. d. e. b. ad. e. sicut. d. ad. f. ¶ Dico q. erit in equa proportionalitate. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ¶ Erit enim per premisam. a. ad. c. sicut. b. ad. d. sed e. b. ad. d. sicut. e. ad. f. quare. a. ad. c. sicut. e. ad. f. ¶ Igitur per eandem. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ¶ Idem erit sumptis pluribus. ¶ Sicq. constat propositum. ¶ Quoniam autem Euclides ceteras quatuor species proportionalitatis que sunt conuersa. coniuncta. disiuncta. reuersa. non proponit demonstrandas in numeris. conueniens arbitramur eas quas auctor tanq. facile demonstrabiles pretermisit demonstrare. ¶ Primum itaq. demonstrabimus conuersam ut sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico q. erit e. conuerso. b. ad. a. sicut. d. ad. c. ¶ Si enim fuerit. a. minor. b. tunc quoq. erit c. minor. d. ¶ Et tota pars aut partes. a. b. quota uel quote. c. d. quare per secundam partem. i. erit. b. ad. a. sicut. d. ad. c. ¶ Si autem fuerit. a. maior. b. erit quoq. e. c. maior. d. ¶ Et per primam partem. i. b. tota pars aut partes. a. quota uel quote. d. c. per diffinitionem igitur. b. ad. a. sicut. d. ad. c. ¶ Disiunctam proportionalitatem ostendere.

¶ Ut si sit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. erit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ¶ Erit enim permutatim. a. b. ad. c. d. sicut. b. ad. d. ¶ Et per. 12. sicut. a. ad. c. ¶ Quia ergo. a. ad. c. sicut. b. ad. d. erit permutatim. a. ad. b. sicut. c. ad. d.

¶ Coniuncte proportionalitati demonstrationem asferre.

¶ Ut si sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. ¶ Erit enim permutatim. a. ad. c. sicut. b. ad. d. quare per. 13. a. b. ad. c. d. sicut. b. ad. d. permutatim igitur erit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d.





¶ Etenim proportionalitatem restat in numeris stabilire.

¶ Ut si sit a.b ad b.sicut.c.d.ad.d.erit.a.b.ad.a.sicut.c.d.ad.c. **¶** Erit.n. permutatim.a.b.ad.c.d.sicut.b.a.d.d.quare per.n.sicut.a.ad.c. permutatim igitur erit.a.b.ad.a.sicut.c.d.ad.c. **¶** Patet itaq. totum. **¶** Ex his quoq. leue est demonstrare in numeris q. Euclides proponit per.24. quinti de quantitatibus in genere uidelicet q.

¶ Si proportio primi ad secundum fuerit sicut tertij ad quartum quoniam quoq. ad secundum sicut sexti ad quartum:erit proportio primi et quinti pariter acceptorum ad secundum sicut tertij et sexti ad quartum.

¶ Ut si sit.a.ad b.sicut.c.ad.d.itemq. e.ad.b.sicut.f.ad.d.erunt.a. et.e. pariter accepti ad.b.sicut.c. et.f. pariter accepti ad.d. **¶** Erit enim per conuersam proportionalitatem.b.ad.e.sicut.d.ad.f.quare per equam proportionalitatem.a.ad.e.sicut.c.ad.f.ergo coniunctim.a. et.e.ad.e.sicut.c. et.f.ad.f. **¶** Itaq. per equam proportionalitatem.a. et.e.ad b.sicut.c. et.f.ad.d. qd est propositum. **¶** Eodemq. modo probabis econuerso. **¶** Si sit.b.ad.a.sicut.d.ad.c.itemq. b.ad.e.sicut.d.ad.f. **¶** Erit b.ad.a. et.e.sicut.d.ad.c. et.f. **¶** Erit enim per conuersam proportionalitatem.a.ad.b.sicut.c.ad.d. **¶** Quare per equam.a.ad.e.sicut.c.ad.f. **¶** Et coniunctim.a. et.e.ad.e.sicut.c. et.f.ad.f.igitur econuerso.e.ad.a. et.e.sicut.f.ad.c. et.f. **¶** Per equam itaq. proportionalitatem erit.b.ad.a. et.e.sicut.d.ad.c. et.f. quod erat propositum. **¶** Ex hoc quoq. manifestum est q. si fuerit proportio quotlibet numeroꝝ ad primum sicut totidem alioꝝ ad secundum:erit aggregati ex omnibus antecedentibus ad primum ad primum sicut aggregati ex omnibus antecedentibus ad secundum:ad secundum. **¶** Iteq. econuerso si fuerit proportio primi ad quotlibet numeros sicut secundi ad totidem alios:erit primi ad aggregatum ex omnibus consequentibus ad ipsum: sicut secundi ad aggregatum ex omnibus consequentibus ad ipsum.

¶ Castigator.

¶ Et hoc quia semper habentur.6.numeri. quoꝝ primus ad secundum sicut tertius ad quartum et quintus ad secundum:sicut sextus ad quartum et sic primus et quintus dicuntur antecedentes ad secundum:et tertius et sextus antecedentes ad quartum:et sic et dñr eoꝝ consequentes. et ideo aggregati ex primo et quinto fit unus numerus et aggregati ex tertio et sexto fit alius et ulterius accipit unus alius numerus p. quinto ad primum:et illud aggregati hñ p. primo ad secundum et unus alius pro tertio ad quartum:et illud aggregati habet pro sexto et sic in infinitum et econuerso et.c. et patet correlarium.

Propositio .16.



¶ Numeret unitas aliquem numerum quotiens quilibet tertius aliquem quartum:erit quoq. permutatim ut quotiens unitas numerat tertium totiens secundus numeret quartum.

¶ Ut si sit unitas ad.a.sicut.b.ad.c.erit pmutatim unitas ad.b.sicut.a.ad c. **¶** Nō si pfluat aut hec demonstrata pmutata pportione:nō enim ex illa pōt cōcludi quod hic pponitur. Nam illa demonstrata est de.4.numeris pportionalibus:unitas uero nō est numerus per diffinitionē. **¶** Hoc ergo mō pateat propositum. **¶** Diuidat a.p. unitates et.c. fm quantitatē.b. eruntq. per presentē ypothe. tot partes a. quot c. **¶** Et quia unaqueq. partiū.a. est unitas et unaq. prium.c. ē eq. lis.b. erit ut quotiens unitas in.b. toties unaqueq. partiū.a. in sua cōpari ex prius.c. **¶** Per modū itaq. demonstratiōis.s. sequet toties esse.a. i. c. quotiens unitas in.b. quod est ppositum.



Propositio .17.

¶ Quorum numerorū unū uterq. ducatur in alterū: qui inde producentur erunt equales.

¶ Sicut si ex.a.in.b. pueniat.c. et ex.b.in.a. pueniat.d. erunt c. et.d. equales. **¶** Cū enim.b. multiplicatus per.a. pducatur.c. erit p cōuersionem diffinitionis.b.in.c. quotiens

unitas in a. ergo per premisam erit. a. in. c. quotiens unitas in. b. ¶ Et quotiens est. a. etiam in. d. quia ex. b. in. a. fit. d. sequitur ut totiens sit. a. in. c. quotiens in. d. ¶ Per concep. igitur. c. et. d. sunt similes. ¶ Possumus quoque hanc conclusionem alio modo proponere. ¶ Si duorum numerorum uterque ducatur in alterum idem numerus utrobique pueniet. ¶ Vt si ex. a. in. b. pueniat c. idem et ex. b. in. a. pueniet. ¶ Quia enim ex. a. in. b. fit. c. erit ut prius per conversionem definitionis. b. in. c. quotiens unitas in. a. Et permutatim per premisam. a. in. c. quotiens unitas in. b. ¶ Quia igitur. a. totiens sibi coaceruatur in. c. quotiens in. b. est unitas sequitur per definitionem quod ex. b. in. a. fit. c.

Propositio .18.



I unus numerus in duos ducatur: tunc erit duorum inde pductorum alter ad alterum: quantus ducum multiplicatorum alter ad alterum.

¶ Multiplicet a. utrumque duorum numerorum. b. et. c. et pueniat. d. et. e. dico quod erit proportio. d. ad. e. sicut. b. ad. c. ¶ Sequitur enim per conversionem definitionis eius quod est multiplicari ut. b. in. d. et. c. in. e. fit quotiens unitas in a. quare per definitionem per portio. d. ad. b. est sicut. e. ad. c. ¶ Equaliter enim eos continent quia quotiens. a. unitate. ¶ Ergo permutatim. d. ad. e. sicut. b. ad. c. quod est propositum.

Propositio .19.



I duo numeri unum multiplicent: erit proportio duorum inde pductorum tanquam ducum multiplicatum.

¶ Ex conversione antecedentis premisse concluditur hec eadem passio que in premissa. ¶ Vt si uterque duorum numerorum. b. et. c. multiplicet. a. et pueniat. d. et. e. erit. d. ad. e. sicut. b. ad. c. ¶ Erit enim per ante premisam. ut ex. a. i. b. et. c. fiant. d. et. e. quare per premisam. d. ad. e. sicut. b. ad. c. quod est propositum. ¶ Potes autem quod proponit per hanc et premisam de duobus numeris ad quotlibet numeros ampliare. ¶ Quod si unus multiplicet quotlibet erit pductorum et multiplicatorum una proportio. ¶ Similiter quoque si quotlibet multiplicent unum erit pductorum et multiplicatum una proportio. ¶ Quod per hanc et premisam quotiens oportuerit repetitas facile probabis. ¶ Hic autem super pra polliciti sumus demonstrare uolumus equam proportionalitatem in quotlibet numeris duorum ordinum indirecte proportionalitatem quam demonstrat Euclides per. 23. quinti in quantitatibus in genere: dicimus igitur quoniam. ¶ Si quotlibet numeri totidem a iis fuerint indirecte proportionales extremi quicquid in eadem proportionem proportionales erunt. ¶ Vi si sit. a. ad. b. sicut. d. ad. f. ¶ Et. b. ad. e. sicut. c. ad. d. ¶ Erit. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ¶ Ducatur enim. c. in. d. et. f. ¶ Et pueniant. g. et. h. ¶ Eritque per premisam. g. ad. h. sicut. d. ad. f. ¶ Quare et sicut. a. ad. b. ¶ Ducatur ite. f. in. d. et pueniat. k. ¶ Eritque per hanc. 19. g. ad. k. sicut. c. ad. f. ¶ Et quia ex. f. in. d. fit. k. fiet idem e converso per. 17. ex. d. in. f. ¶ Quia igitur ex. c. et. d. in. f. sunt. h. et. k. ¶ Erit per hanc. 19. h. ad. k. sicut. c. ad. d. ¶ Quare sicut. b. ad. e. ¶ Et quia iam ostensum est quod e. g. ad. h. sicut. a. ad. b. erit per. 15. a. ad. e. sicut. g. ad. k. ¶ Sed sic erat etiam. c. ad. f. ¶ Est igitur. a. ad. e. sicut. c. ad. f. quod est propositum. ¶ Idem probabis si fuerint in utroque ordine numeri plures tribus quemadmodum probat in. 23. quinti de quatuor tribus pluribus tribus.

Propositio .20.



I fuerint quatuor numeri proportionales quod ex ductu primi in ultimum pducetur equum erit ei quod ex ductu secundi in tertium. Si vero quod ex primo in ultimum pducetur equum est ei quod ex secundo in tertium illi quatuor numeri sunt proportionales.

¶ Quod proposuit Euclides per. 15. sexti de quatuor lineis proportionalibus et proponit hic de quatuor numeris proportionalibus uerbi gratia. ¶ Sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. fiatque ex. a. in. d. e. et ex. b. in. c. f. dico quod e. et. f. sunt equales et e converso. ¶ Ducatur enim

$$\begin{array}{ccc} c & 20 & d & 30 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} c & 4 & b & 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} a & & 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} b & 8 & c & 12 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} a & & 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} b & 2 & c & 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} a & 12 & c & 18 & g & 162 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} b & 4 & d & 9 & b & 54 \\ \hline \end{array}$$

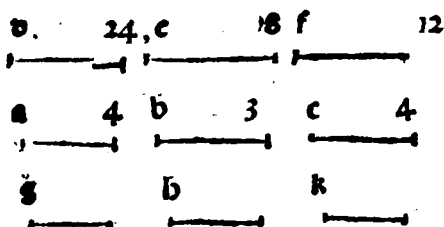
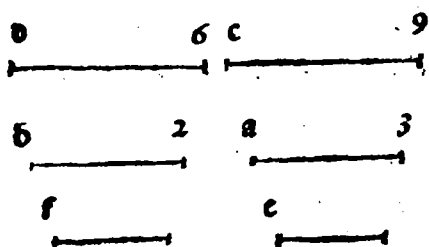
$$\begin{array}{ccc} c & 2 & f & 3 & k & 27 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} e & 24 & g & 32 & f & 24 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} a & 8 & c & 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} b & 4 & d & 3 \\ \hline \end{array}$$

a. in. b. fiat. g. ¶ Eritq. per. 18. g. ad. e. sicut. b. ad. d. ¶ Et quia per. 12. ex. b. in. a. fit. g. ¶ Ex eodem. b. in. c. a. erit per. 18. g. ad. f. sicut. a. ad. c. ¶ Sed p. 14. e. a. ad. c. sicut. b. ad. d. ergo erit. g. ad. f. sicut. g. ad. e. ¶ Equales igit. sunt. f. ¶ e. quod est p. m. ¶ Nec oportet p. demonstrare si vnus na. meri ad duos sit vna proportio q. ipsi sunt e. q. sicut aut si ipsi sunt equales q. vnus ad ipso sit vna proportio. ¶ Si enim est vna proportio. g. ad. e. ¶ ad. f. aut ipse erit tota pars vel partes. e. quota vel quote idem est. f. ¶ tunc per cōceptionem patet. e. ¶ f. e. s. e. q. s. ¶ Aut toties. g. continebit. e. quo tiens. f. ¶ Et supfluent in eo tota pars vel p. e. quota vel quote in codē superfluent. f. ¶ tunc et per conceptionem patet eos e. s. equales. ¶ Quod si ipsi fuerint equales patet per conceptionem q. aut. g. erit tota pars vel p. tes. e. quota vel quote. f. ¶ tunc per diffinitionem erit ipsius. g. ad. vtrunq. eorum proportio vna. ¶ Aut equaliter continebit vtrunq. cum superflui rate similia ¶ tot numero partium ¶ tūc etiā per diffinitionē erit eius ad vtrunq. proportio vna. ¶ Secūdum sic patet. s. e. productus ex. a. in. d. equalis. f. productus ex. b. in. c. dico q. p. portio. a. ad. b. est sicut. c. ad. d. ¶ Et est hec conuersa prime partis. ¶ Sit enim vt prius. g. qui fit ex. a. f. b. ¶ quia. e. ¶ f. sunt equales. erit. g. ad. vtrunq. eorum proportio vna ¶ quia vt prius per. 18. g. ad. f. sicut. a. ad. c. ¶ ad. e. sicut. b. ad. d. erit. a. ad. c. sicut b. ad. d. quare permutatim. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ¶ Non proponit autē Eu clides de tribus numeris cōtinue proportionalibus q. ille qui ex ductu pri mi in tertium produciatur sit equalis quadrato medii. Et ille qui ex pri mo in tertium produciatur si erit equalis quadrato medii q. illi tres nume ri sunt continue proportionales sicut proponit in. 16. sexti de tribus lineis. ¶ Hoc enim facile demonstratur per hāc. 10. medio illorum trium nume rorum equali assumpto: quemadmodum in sexto de tribus lineis proba tur per quatuor assumpta quarta equali medie.



Propositio .21.



¶ Meri secundum quamlibet proportionem mini mi numerat quolibet in eadem p. portione minor minorem et maior maiorem equaliter.

¶ Sint. a. ¶ b. minimi numeri in sua proportionē sitq. c. ad. d. sicut. a. ad. b. dico q. a. numerat. c. ¶ b. d. equaliter. ¶ Cum sit enim. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit permutatim. a. ad. c. sicut. b. ad. d. ¶ Erit igitur. a. c. tota pars vel partes quota vel quote b. d. ¶ Si itaq. fuerit pars constat propositum. ¶ At si partes sit. e. vna par tium. a. ¶ f. vna partium. b. ¶ quia tota pars est. e. c. per ypothē. quota. f. d. erit per diffinitionem proportio. e. ad. c. sicut. f. ad. d. ¶ Quare permu tatim. e. ad. f. sicut. c. ad. d. ¶ Quare etiā sicut. a. ad. b. nō sunt itaq. a. ¶ b. minimi sue proportionis: quod est contrarium positis. Similiter quoq. ¶ Quotlibet numeri siue in eadem proportionē siue in diuersis minimi numerant omnes in eadem proportionē quicq. summi correat inum equaliter.

¶ Ut si sint. a. b. c. minimi in eadem proportionē vel in diuersis. ¶ Sint q. in eadem uel eisdem. d. e. f. ita q. sit. d. ad. e. vt. a. ad. b. ¶ e. ad. f. vt. b. ad. c. dico q. a. numerat. d. ¶ b. e. ¶ c. f. equaliter. ¶ Quia enim est. a. ad. b. vt. d. ad. e. erit permutatim. a. ad. d. vt. b. ad. e. ¶ quia. b. ad. c. vt. e. ad. f. erit etiam permutatim. b. ad. e. vt. c. ad. f. quare. b. ad. e. ¶ c. ad. f. sicut. a. ad. d. ¶ Et quia. a. b. c. sunt minores. d. e. f. erit. b. e. ¶ c. f. tota pars aut par tes. quota est. a. d. ¶ Si itaq. pars constat propositum. ¶ At si partes sit. g. vna partium. a. ¶ h. vna partium. b. ¶ k. vna. c. ¶ Eritq. per prentem ypothē. tota pars. h. e. ¶ k. f. quota. g. d. ¶ Quare per diffinitionem. h. ad. e. ¶ k. ad. f. sicut. g. ad. d. ¶ Permutatim igitur erit. g. ad. h. vt. d. ad e. ¶ h. ad. k. vt. e. ad. f. ¶ Quare. g. ad. h. vt. a. ad. b. ¶ h. ad. k. vt. b. ad. c. ¶ Quia ergo. g. h. k. sunt minores. a. b. c. ¶ in eadem proportionē sequi tur contrarium positi.

Propositio .22.



Si fuerint duo numeri fm suam proportionem minimi ipsi erunt adinuicem primi.

¶ Sint duo numeri. a. & b. fm suam proportionem minimi. dico qd ipsi sunt contra se primi. ¶ Si eni non. ¶ Numeret eos. c. fm. d. & e. ¶ Eritq. per. 18. d. ad. e. sicut. a. ad. b. ¶ Et quia. d. & e. sunt minores. a. & b. sequitur a. & b. nō

esse pportōis minimos qd est contrariū positioni. ¶ Similiter quoq. ¶ Si fuerint quotlibet numeri in continuatiōe suarum ppor-
tionū sine eadem siue dixer se fuerint minimi. nullus numerus numerabit omnes.

¶ Ut si sint. a. b. c. minimi in continuatiōe suarum proportionum: dico qd nullus numerabit omnes. ¶ Sin autē numeret eos. d. a. quidem fm e. b. uero fm. f. & c. fm g. eritq. per. 18. e. ad. f. sicut. a. ad. b. sicut b. ad. c. ¶ Quia ergo. e. f. g. sunt minores. a. b. c. fm proportionem eorum non erunt. a. b. c. quales positi sunt: quod est inconueniens. ¶ Quāquam autem nullus numeret. a. b. c. si fuerint minimi: potest tamen esse ut quotlibet duos ex eis numeret unus. ¶ Ducto etenim quotlibet numero in aliquem ad se primum ac utroq. eorum in aliquem tertium ad utrūq. primum: prouenient tres numeri quorum quicq. duo erunt compositi. Nullus tamen numerabit omnes. ¶ Sint enim. a. b. c. tres numeri quorū quisq. sit primus ad alios: ducaturq. a. in. b. & c. & proueniat. d. & e. itemq. b. in. c. & proueniat. f. dico quosq. duos ex. d. e. f. esse adinuicem compositos: tamen nullus numerabit omnes. ¶ Duos quosq. patet esse compositos. ¶ A. enim numerat. d. & e. ¶ B. uero. d. & f. & c. ¶ Quod autem nullus numeret omnes: patebit prius demonstrato qd. a. est maximus numerus. d. & e. ¶ B. quoq. maximus numerans. d. & f. ¶ Et c. maximus numerans. d. & f. ¶ Hoc autem sic constat. ¶ Si enim. a. non est maximus numerans. d. & e. sit itaq. g. numeretq. d. fm. b. & c. fm. k. ¶ Eritq. per eandem partem. 10. a. ad. g. sicut. b. ad. b. ¶ Itemq. per eandem. a. ad. g. sicut k. ad. c. ¶ Quia ergo. a. est minor. g. erit. h. minor. b. & k. minor. c. ¶ Et quia. b. ad. k. sicut. b. ad. c. ¶ Vtraq. enim est sicut. d. ad. e. per. 18. bis assumptam. ¶ Sint autem. h. & k. minores. b. & c. ¶ Erit per immediate sequentem & per hanc ypothē. qd. b. & c. sunt contra se primi reperire minimis minores: qd quia est impossibile. ¶ Erit. a. maximus numerans. d. & e. ¶ Eo dēq. modo probabitur qd. b. sit maximus numerans. d. & f. & c. maximus numerans. e. & f. ¶ Si quis ergo numerat. d. e. f. per correl. secunde ter assumptam ipse numerabit. a. b. c. sed quisq. eorū primus erat ad reliquos. ¶ Accidit igitur impossibile. ¶ Similiter quoq.

¶ Quotlibet numeri quos unus non numerat fm continuatiōnem suarum proportionum sunt minimi.

¶ Ut si sint. a. b. c. quotlibet numeri quos omnes nullus numerat. dico qd ipsi sunt in continuatiōe suarum proportionum minimi. ¶ Aliquin sunt minimi. d. e. f. qui per. 11. numerabunt. a. b. c. quia suam relatiōem effluer. ¶ Sit ergo ut fm. g. eritq. per. 17. ut uicuersa g. numeret. a. b. c. fm d. e. f. quare accidit contrarium positioni.

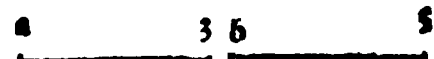
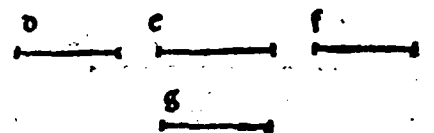
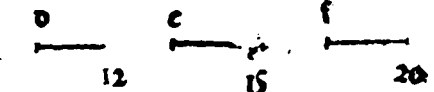
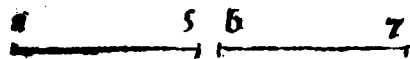
Propositio .23.

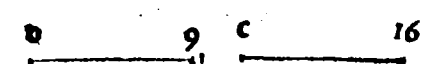
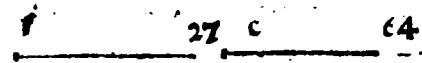
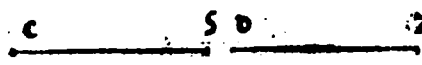
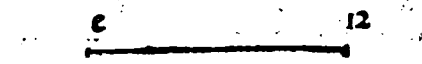
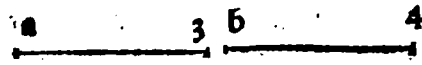
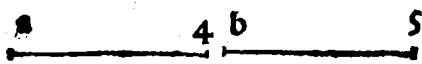
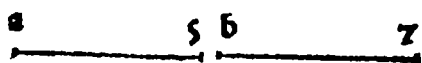
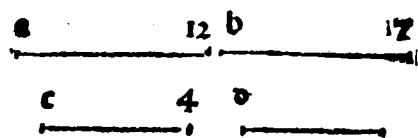


Quotlibet numeri contra se primi sunt fm suam proportionem minimi.

¶ Hec est conuersa premissae. ¶ Ut si duo numeri sint. a. & b. cōtra se primi ipsi erūt fm suā pportione minimi. Sin autē minime i eadē pportioe si possibile est. c. & d. ¶ Cōstat itaq. per. 11. qd. c. numerat. a. & d. b. equaliter sit igitur ut fm. c. erit per. 17. ut uicuersa. c. numerat. a. & b. a. quidem secundum. c. & b. fm. d. non sunt igitur. a. & b. cōtra se primi: quod est contra ypothē.

b lili





Propositio 24.



Ifuerint duo numeri contra se primi. si quis vnus eorum numeret ad alterum esse primus necessario comprobatur.

Sint. a. f. b. contra se primi. c. vero numeret. a. dico q. c. primus est ad. b. Alioquin numeret eos. d. qui per penultimam conceptionem numerabit etiam. a. non sunt ergo. a. f. b. contra se primi. d. enim numerat ambos.

Propositio 25.



Ifuerint duo numeri ad alium quemlibet primi qui ex ductu vnius in alterum producat. ad eundem erit primus.

Sit uterq. duorum numerorum. a. f. b. primus ad. c. **E**x. a. in. b. sit. d. dico q. d. est primus ad. c. Aliiter enim numeraret eos. e. d. quidem fm. f. eritq. per secundam partem. 10. a. ad. e. sicut. f. ad. b. Et quia. a. f. c. sunt primi f. c. numerat. c. ipse erit per. 24. primus ad. a. quare per. 23. a. f. c. sunt fm suam proportionem minimis sequitur ergo per. 21. vt. e. numeret. b. Et quia positum est q. ipse numeret. c. non erunt. b. f. c. contra se primi: qd est contra ypothe.

Propositio 26.



Ifuerint duo numeri contra se primi qui ex vno eorum in seipsum producat. ad reliquum e primus.

Sint contra se primi. a. f. b. **E**x. a. in se fiat. c. dico q. c. primus est ad. b. Sit enim. d. equalis. a. eritq. d. primus ad. b. **E**x. a. in. d. fiet. c. per premisam igitur patet. c. primum esse ad. b. quod proposuimus.

Propositio 27.



Iduobus numeris ad alios duos comparatis vterq. ad vtrumq. fuerit primus qui ex duobus prioribus ad eum qui ex duobus posterioribus producat. erit primus.

Sint. a. f. b. priores. c. f. d. posteriores: sitq. uterq. duorum. a. f. b. primus ad vtrumq. duorum. c. f. d. **E**t ex. a. in. b. sit. e. **E**x. c. in. d. f. dico q. e. primus est ad. f. Hoc autem. 25. ter asumpta euidenter concludit. Cum enim fiat. e. ex. a. in. b. quorum vterq. primus est ad. c. **E**t ad. d. **E**rit per ipsam. e. primus ad. c. **E**t item per ipsam p. mus ad. d. Quia item. f. sit ex. c. in. d. quorum vterq. primus est ad. e. erit rursus per ipsam. f. primus ad. e. quod est propositum.

Propositio 28.



Ifuerint duo numeri contra se primi ducaturq. eorum vterq. in seipsum: et vnde inde producti contra se primi. Itemq. si in vtrumq. productorum suum ducatur principium: erunt quoq. producti contra se primi.

Sint. a. f. b. contra se primi: ducaturq. vterq. in se: p. ueniant ex. a. quidem. c. ex. b. vero. d. Itemq. ducatur. a. in. c. **E**t proueniat. e. **E**t. b. in. d. proueniat. f. dico. c. f. d. esse contra se primos. **I**te q. c. f. f. contra se primos. **E**st enim per. 26. c. primus ad. b. **P**er eandem igitur erit. d. primus ad. a. **E**t ad. c. sicq. constat primum quod est. c. f. d. esse contra se primos. **R**eliquum sic: est enim vterq. duorum numerorum. a. f. c. primus ad vtrumq. duorum. b. f. d. **I**taq. per. 27. erit. e. primus ad. f. quod est reliquum. **N**on solum autem erit. e. primus ad. f. sed etiam per. 25. ad. b. **E**t ad. d. **I**temq. per eandem. f. ad. a. **E**t. c. sicq. si infinites duceretur vtrumq. productorum in suum principium essent omnes producti contra se primi: non solum hoc sed quilibet ductus ab. a. ad quemlibet ductum a. b.

Propositio 29.



Si fuerint duo numeri contra se primi qui ex ambobus coaceruatur ad vtrumq; conuerit primus. Si vero ex ambobus coaceruatus ad vtrumq; eorum fuerit primus. duo quoq; numeri adiuuices erunt primi.

Sint. a. & b. contra se primi: dico q; ex eis compositus. a. b. ad vtrumq; eorum erit primus & conuerso. Nam si. d. numerat totum. a. b. & alterum eorum numerabit per eam scientiam & reliquum quare non erunt contra se primi: sed hoc positum fuerat: patet ergo primum. Secundum sic: sit. a. b. primus ad vtrumq; suorum componentium q; sunt a. & b. dico q; a. & b. sunt contra se primi. Posito enim q; d. numeret vtrumq; duorum numerorum. a. & b. sequitur per eam scientiam q; etiam numeret. a. b. ex eis compositum: quare ad neutrum duorum numerorum a. & b. erit. a. b. primus: sed positum erat q; esset ad vtrumq; Accidit igitur impossibile. Eodem quoq; modo si coaceruatus ex duobus primus fuerit ad alterum: primus quoq; erit ad reliquum: ideoq; & coaceruati inter se. Sit. n. compositus ex. a. & b. primus ad. a. dico q; erit et primus ad. b. alioquin numeret eos. d. qui per conceptionem numerabit & a. cum numeret totum & detractum hoc autem inconueniens erat enim compositus ex. a. & b. primus ad. a.

Propositio .30.



Nis numerus compositus ab aliquo primo numeratur.

Sit. a. quilibet numerus compositus: dico q; aliquis primus numerat ipsum. Quia enim est compositus numerabitur ab aliquo numero qui sit. b. qui si fuerit primus verum erit quod dicitur: si autem compositus sit. c. qui numerat eum: qui etiam per eam scientiam numerabit. a. si ergo ipse fuerit primus constat quod dicitur. At si compositus necessario numerabit eum. alius qui sit. d. qui etiam per communem scientiam numerabit. a. de quo rocinare ut prius. Quia ergo quotiens occurrit compositus necesse est minorem assumere qui compositum occurrentem numeret sequitur ut tandem deueniatur ad aliquem primum: alioquin accideret impossibile & contrarium petitioni numerum in infinitum decrescere.

Propositio .31.



Nis numerus autem primus aut a primo numeratur.

Sit. a. quilibet numerus dico ipsum esse primum vel numerari a primo. Quia si non est primus erit compositus: quilibet autem talis ab aliquo primo numeratur per premisam. a. igitur vel primus est vel a primo numeratur: quod proponitur.

Propositio .32.



Nis numerus primus ad omnem quem non numerat est primus.

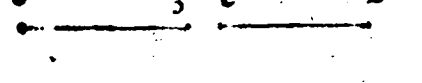
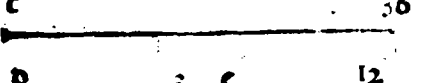
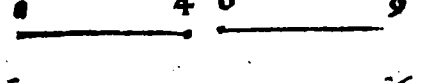
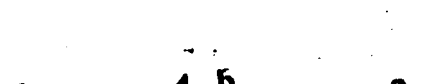
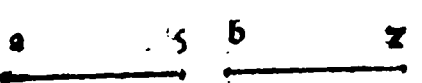
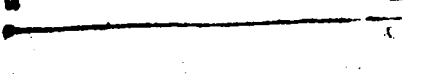
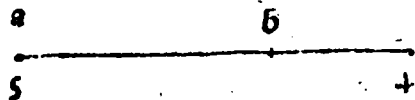
Sit. a. numerus primus non numerans. b. dico q; a. & b. sunt contra se primi. Si enim. c. numerat eos non est verum q; a. sit primus.

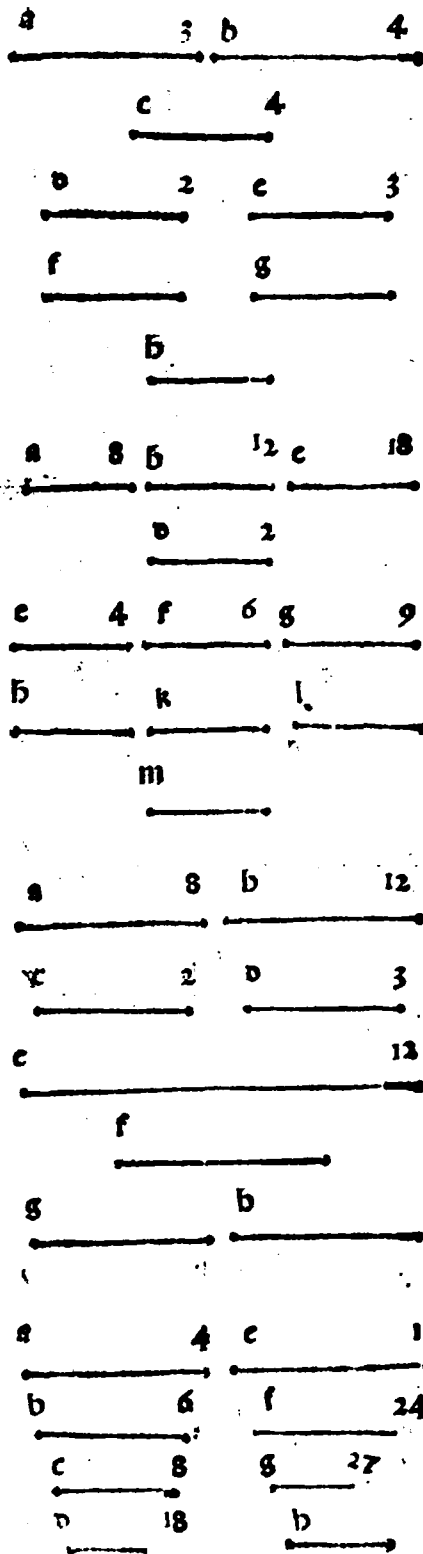
Propositio .33.



In numerus ex duobus productus ab aliquo primo numeretur necesse est eundem primum alterum illorum duorum numerare.

Sit. c. productus ex. a. in. b. & sit. d. numerus primus q; ponat numerare. c. dico q; d. numerat. a. vel. b. Numeret enim. c. p. m. e. si ergo non numerat. a. erit primus ad ipsum p. p. misam: & ideo erit p. m. sua p. portionem minimi p. 33. Et q; a. ad. d. sicut. e. ad. b. p. secundam p. 20. sequitur ut. d. numeret. b. per. 31. qd est propositum. Unde manifestum est q; si aliquis numerus numerat productum ex duobus vel si eidem fuerit commensurabilis: commensurabilis quoq; erit alteri eorum.





Propositio .34.

Amoros fm proportionem numerorum assigna-
torum minimos inuenire. ¶ Unde manifestu est
maximum numerum duos comuniter numera-
re fm minimos illius pporionis eos numerare.

Et sint. a. & b. numeri compositi fm quorum proportio-
nem volumus inuenire minimos. ¶ Si ergo fuerit con-
tra se primi sunt quales inquirimus per. 33. ¶ Si autem compositi sumantur
vt docet secunda maximus eos cōiter numerās qui sit. c. ¶ Numeretq. eos
fm. d. & e. erūtq. in eadem pportione per. 18. ¶ Quos dico esse quales q̄-
rimus. ¶ Sin autē sint. f. & g. que per. 21. numerabunt. a. & b. equaliter sit
igitur vt fm. h. eritq. p scdm prem. 20. c. ad. h. sicut. f. ad. d. vel sicut. g. ad
e. ¶ Quare. c. est minor. h. ¶ Itaq. cū. h. nūeret. a. & b. nō fuit. c. maximus
eos numerās sed erat positū q̄. si. ergo &c. Similiter quoq. possumus.

C Numeros fm continuitatem proportionum numeros affi-
giato: uni minimos reperire. Unde etiam manifestum est ma-
ximum numerum quolibet cōmuniter numerantem fm mini-
mos p. oportionum eorum eos numerare.

¶ Vt si sint. a. b. c. fm quorum proportionem volumus minimos inueni-
re siue fuerint in eadem pportione siue in diuersis. ¶ Si nullus numerus
numerat eos omnes: ipsi sunt quos querimus per. 23. hoc enim ibi demon-
stratum est. ¶ Si autem vnus numerat omnes: sumatur vt docet tertijs
maximus eos communiter numerans qui sit. d. ¶ Numeretq. eos fm. e. f.
g. qui erunt in eadem proportionem per. 18. ¶ Dico eos esse quos queri-
mus. ¶ Alioquin sint. h. k. l. qui per. 25. numerabunt. a. b. c. equaliter sit
ut fm. m. ¶ Eritq. per secundam partem. 10. d. ad. m. vt. h. ad. e. vel. k. ad
f. vel. l. ad. g. Minor est igitur. d. q. m. quare cum. m. numeret a. b. c. non
fuit. d. maximus eos numerans: quare sequitur impossibile fuit enim. d.
maximus numerans. a. b. c.

Propositio .35.

Propositio .35.

¶ Aliabet duo numeri minimos numeros sue proportionis maior minorem ⁊ minor maiorem multiplicantes minimum ab ipsis numeratus produ-
cunt. Unde manifestum est minin usque duo nu-
merant quemlibet ab eis numeratum numerare.

Sint duo numeri. a. & b. minimeq; in eorū proportio-
ne. c. & d. eritq; per primam partem. 10. vt ex. a. in. d. & b. in. c. fiat idem
numerus qui sit. e. ¶ Q uē dico ēē minimum numeratum ab. a. & b. ¶ Ali-
ter enim sit. f. quem numeret. a. & b. f. m. g. & h. eritq; per secundam partē
10. h. ad. g. sicut. a. ad. b. & sicut. c. ad. d. & per. 18. erit. c. ad. h. sicut. e. ad. f.
cum itaq; per. 11. c. numeret. h. e. numerabit. f. maior minorem quia ergo
hoc est impossibile constat verum esse quod dicitur.

Propositio. 36.



Repositis quotlibet numeris minimus ab eis nu-
meratum reperire. Manifestum etiam ex hoc est
minimum numerum quem quotlibet numerant
quemlibet ab eis numeratum numerare.

¶ Sint ppositi numeri. a. b. c. d. volo inuenire minimum
numeꝝ numeratū ab eis. I nuenio itaq. primo minimū
numeratū ab. a. **¶** b. q. si. a. numerat. b. nō erit alius q. b. **¶** Si aut non nu
merat eū nec cōuerſoſi ipsi sunt cōtra se primi q. ex uno in alteꝝ puenit
erit minimus p. 23. **¶** p. mis. f. **¶** Q. d. si sunt cōcantes. f. uant. minimi i
eoꝝ p. portioe: ut docet. 34. **¶** maiore i minore eoꝝ multiplicato pueniat
e. q. erit minimus nūeratus ab eis p. mis. f. **¶** Simili quoq. mō inueniat
minimus nūeratus ab. e. f. c. q. sic. f. erit. q. f. minimus numeratus ab. a. b. c.
¶ Sed **¶** minimus quē numerant. f. f. d. sit. g. erit. q. g. minimus quē nume
rāt numeri ppositi. **¶** Q. uod eni oēs ipsum numerēt: patet p. cōceptionē.
¶ Sed si non est minimus ponatur ergo. h. quem ga. numerāt. a. f. b. nu

numerabit etiam ipsam per correl. premis. c. ¶ Per idem quoq. correl. numerabit ipsum. f. sed g. ¶ Maior itaq. numerat minorem quod est impossibile. ¶ Hec & premisa proponuntur in alio loco sub tribus conclusionibus quas prima equiualeat pmissis secunda componit ex correlariis ambobus tertia pponit de tribus qd hec de quolibet numeris. Est itaq. pma.

¶ Datis duobus numeris minimus ab eis numeratu inuenire.

¶ Datis numeri sunt. a. f. b. quorum minor si numerat maiorem est maior quem primus. ¶ Alioquin maior eo numeraret minorem se. ¶ Si autem neuter neutrum numeret, si ipsi sunt contra se pmi. erit qui ex a. in. b. puenit qui sit. c. minimus oium quem numerat. a. f. b. ¶ Nam si minorem eo numerauerint esto. d. quem numeret fm. e. f. f. ¶ Eritq. p secundam partem. 10. a. ad. b. sicut. f. ad. e. ¶ Et quia a. f. b. sunt sue proportionis minimi per. 33. numerabit. a. f. per. 11. ¶ Et quia per. 18. est. c. ad. d. sicut. a. ad. f. Na ex. b. in. a. f. f. sunt. c. f. d. ¶ Sequit. c. numerare. d. ¶ Sed erat. d. minor c. quare impossibile. ¶ Si autem. a. f. b. sunt cōcantes negociare ppositum vt in. 35. ¶ Secunda trium conclusionum ex ambobus correl. ē cōfecta.

¶ Si plures numeri numerum vnum numerent. necesse est vt minimus quem numerant eundem numerum numeret.

¶ Vt si sit quilibet numerus quem numerat. a. f. b. d. minimusq. ab eis dem numeratus. c. erit vt. c. numeret. d. ¶ Cum. n. sit. d. maior. c. si. c. nō numerat ipsum. numerabit tñ aliquid eius. ¶ Sitq. plurimum quod nūerat. e. f. residuum sit. f. eritq. f. minus. c. ¶ Quia igitur. a. f. b. numerat. c. numerabit per cōm sciam f. e. sed numerabant. d. itaq. p aliam cōmmentem scientiam numerabunt. f. inconueniens ergo sequitur q. c. non fuit minimus quem numerant. a. f. b. ¶ Idem cōmmentes & eodem modo de quolibet numerato a quolibet pluribus. s. q. minimus ab illis quolibet pluribus numeratus eundem numeret. vltima trium conclusionum est.

¶ Propositis tribus numeris. minimus numerozū ab eis numeratozū inuenire.

¶ Tres numeri ppositi sunt. a. b. c. minimusq. quem numerant. a. f. b. sit. d. qui sumetur vt prima trium conclusionum docet. ¶ Si igitur. c. numerat d. scito. d. esse quem querimus. ¶ Si. n. a. b. c. minorem eo numerat. sit. n. e. quem per premisam conclusionem numerabit. d. quod est impossibile. ¶ Si autē. c. non numerat. d. sumatur. e. minimus numeratus ab eis. ¶ Qd at. e. numeretur ab a. b. c. patet quia. c. numerat ipsum f. d. similiter ergo f. a. b. q. numerat. d. ¶ Quare. e. numerabit ab. a. b. c. eritq. e. minimus quem numerat. a. b. c. ¶ Si autē sit. f. quem p pmissam cōclusionem numerabit. d. sed. c. numerat. f. quia. a. b. c. numerat eum. quare. c. d. numerabit eū quare p premisam. e. numerabit eū & est maior eo. ¶ Sed f. e. maior minorem quod non esse potest. Idem inuenies & eodem mō quolibet propositis.

Propositio .37.



¶ Numerus aliquis alius numez numeret. erit in numerato pars a numerante denominata.

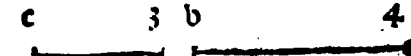
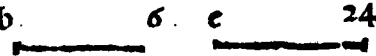
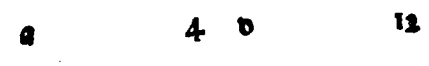
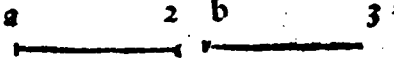
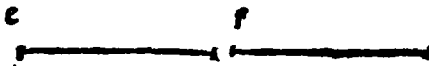
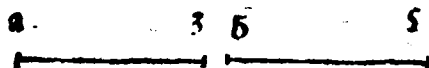
¶ Huius sensus ē q. ois numerus numeratus a ternario hēt tertiam & numeratus a quario hēt quartā. sicq. de ceteris. ¶ Vt si. b. numeret. a. erit in. a. ps. denoiata a. b. ¶ Numeret n. ipsum quotiens vnitas in. c. eritq. per. 16. vt. c. quoq. totiens numeret. a. quotiens vnitas in. b. quare tota pars. est. c. a. quota vnitas. b. ¶ Et quia vnitas est pars ois numeri ab ipso denominata per cōmmentem scientiam. erit. c. pars. a. denominata a. b. quod est propositum.

Propositio .38.

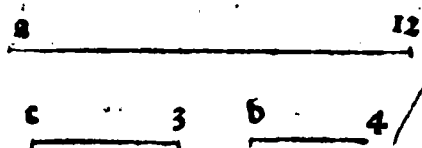


¶ Numerus aliquis partem quotācūq. habeat numerabit ipsum numerus ad illam ptes dictus.

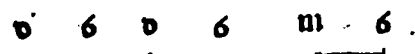
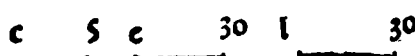
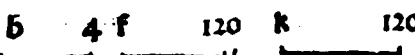
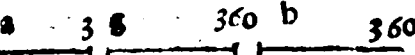
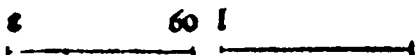
¶ Hec est conuersa premisse cuius est intentio q. ois numerus hñs tertiā nūerat a ternario & hñs qntā a quario sicq. de ceteris. ¶ Vt si. b. sit. ps. a. denoiata a. c. seq. vt. c. numeret. a. ¶ Quia enim. b. est pars. a. denominata a. c. sed & vnitas ē ps.



I



I



c.denominata ab ipso per concep. sequitur ut quotiens unitas numerat. et totiens. b. numerat. a. ¶ Itaq. per. 16. quotiens unitas. b. totiens. c. numerat a. quare constat propositum. ¶ Aliter idem cum sit. b. pars. a. si tota unitas. c. eritq. per hanc communem scientiam unitatem et partem omnis numeri ab ipso denominatam. c. denominans. b. in. a. ¶ quia t. b. in. a. quotiens unitas in. c. euidenter sequitur propositum per. 16.

Propositio 39.



¶ Numerum minimū propositarum denominationum habentem partes inuenire. Ex quo manifestū est q. minimus numerus numeratus a quoti bet ē minimus habēs partes denotatas ab ipse.

¶ Sint. a. b. c. d. denominantes partes propositas. ¶ e. minimus numeratus ab eis sumptū fm. 36. ipsum. e. dico esse quem querimus. ¶ Sint enim fm quos numerant ipsum. f. g. h. k. eritq. p. 16. ¶ hanc communem scientiam unitas est pars omnis numeri ab ipso dicta ut uiceversa. f. g. h. k. numerent. e. fm. a. b. c. d. quare sint partes eius ab illis dictae. ¶ Est igitur. e. habens partes propositarum denominationum. ¶ Minimus etiam qm si alter fuerit ut. l. sint partes. l. dictae ab eis. m. n. p. q. eruntq. per. 16. ¶ predictam cōem scientiam. a. b. c. d. uiceversa partes. l. dictae ab. m. n. p. q. quare non erat. e. minimus quem numerat. a. b. c. d. quod est inconueniens. ¶ Habito minimo: si cura est habere secundū aut quotiūquelibet q. si secundū sume duplum minimi: si tertii triplū ¶ ad hunc modū in aliis. ¶ Cum enim omnis multiplex. e. numeret ab a. b. c. d. per hanc cōem scientiam. Omnis numerus numerans alium numerat omnem numeratum ab illo. ¶ Necesse est per. 37. ut omnis multiplex. e. habeat partes denominatas ab. a. b. c. d. ¶ Si itaq. duplus. e. nō fuerit secundus habens partes propositarum denominationum: erit alius quem si cur sequitur esse maiorem. c. sic sequitur et minorem duplo: ¶ quia illum numerant. a. b. c. d. per. 38. sequitur per correl. 36. q. e. numeret eundē quod est impossibile. ¶ Cum enim numeret f. numeraret p hanc cōmū sciētiā omnis numerus numerans totum ¶ detractum numerat residuum differtiam illius ad f. que cum sit minor sit maior numerus numeraret minorem quod esse non potest: sequitur itaq. duplum. e. esse fm numerū habentem propositarum denominationum partes. ¶ Similiter quoq. argues duplum. e. esse tertium probato duplo esse secundum: alioquin quia esset triplo minor: ¶ duplo maiori sequeretur. e. numerare aliquem inter ipsius duplum ¶ triplum: quod ut prius patet esse impossibile. ¶ Probatō autem triplo esse tertium ad huius similitudinem probabis quadruplum esse quartum: ¶ sic in ceteris.

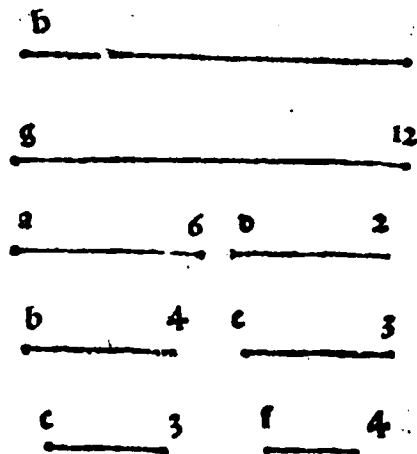
¶ Minimum numerum habentem partes propositarum denominationum sumptarum continue reperire.

¶ Ut minimum numerum habentem tertiam que tertia habeat quartā que etiam quarta habeat quintam aut septimam aut qualitercūq. cōtinuat eas ab eisdem uel diuersis denominari. ¶ Multiplicari oportet denominatorem prime partis in denominatorem secunde: ¶ ex eis productū in denominatorem tertie: productum quoq. in denominatorem quarte sicq. de ceteris usq. ad ultimam a prima. ¶ Vel usq. ad primam ab ultimā ¶ qui prouenerit erit qui inquiritur: ut in. proposito. 60. uel. 84. ¶ Hoc autem ita esse demonstratiue sic habeto. ¶ Sint numeri partes propositas denominantes. a. b. c. d. uolumus inuenire minimum numerum qui habeat partem denominatam ab. a. ita q. illa pars habeat partem denominatam a. b. ¶ illa aliam denominatam a. c. sed ¶ hec aliam dictam a. d. ¶ Ducatur itaq. d. in. c. ¶ proueniat. e. ¶ e. in. b. ¶ proueniat. f. ¶ quod ducatur in. a. ¶ proueniat. g. quem dico esse quem inquirimus. ¶ Cum enim ipse. g. proueniat etiam ex. a. in. f. per. 17. erit. f. pars. g. dicta ab. a. At quia. f. prouenit per eandem ex. b. in. e. erit. e. pars. f. dicta a. b. sed ¶ propter hoc erit. d. pars. e. dicta a. c. ¶ quia unitas est pars. d. dicta ab ipso

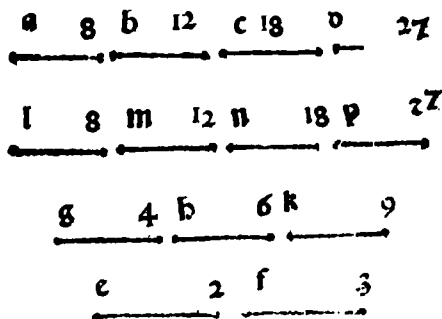
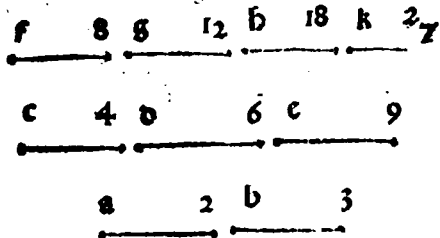
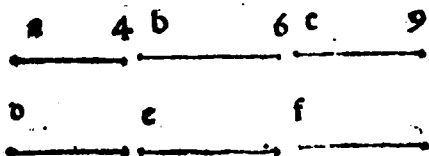
d. patet. g. habere partes ut proponitur. ¶ Si ergo non fuerit minimus sit. h. sitq. si pars eius dicta ab a. f. l. pars. k. dicta ab b. f. m. pars. l. dicta ab c. quod pars. m. dicta ab d. ¶ Erunt p. 3. f. 14. g. ad f. ut. h. ad k. f. ad e. ut. h. ad b. f. e. ad d. ut. h. ad m. sed f. d. ad unitatem ut. m. ad n. ¶ Ergo per. 15. erit in proportionem equalitatis. g. ad unitatem ut. h. ad n. ergo permutatim erit. g. ad. h. ut unitas ad. n. ¶ Quare cum. h. sit minor g. erit. n. minor unitate. sequitur igitur impossibile partē numeri minorem esse unitate. ¶ Erit itaq. g. minimus habēs partes ut pponit. Quo inuēto si cura fuerit hęc scdm aut quotūquēlibet p minimi multiplices ut prius dcm est sumēdi erūt hec aut. 39. pponitur in alio fm hunc modum.

¶ P. opositis partibus quotūquēlibet minimum numerum eas continentium inuenire.

¶ Vt si partes propositę sint. a. b. c. sintq. eas denominantes. d. e. f. ¶ Sumatur minimus quem numerant. d. e. f. qui sit. g. hunc dico esse quem querimus. ¶ Erunt enim in eo propositę partes per. 37. ¶ Qui si nō fuerit minimus eas continens sit ergo. b. quē numerabunt. d. e. f. per. 38. igitur nō erit. g. minimus numeratus ab eis quod est incōueniēs quia erat. ¶ Intellico uero partes. a. b. c. indeterminate poni f. nō sub quantitate certa: aliter enim non ēēt necessarium ut minimus numerus quem numerāt. d. e. f. esset minimus continens partes ppositas. ¶ Plurimas enim cōtingit partes reperire quas numerus numeratus ab eaz. denominatoribus non continet. ¶ Verbi gratia. Tres numeri q. sunt. 90. f. 72. sunt eiusdē numeri pter. primus quidē tertia. scdus uero q. rta. f. tertius quinta: nec tñ minimus quē numerāt denoiatores eoz. qui ē. 60. partes istas cōtinet. ¶ Instandū igitur est si pter sub certa quātitate ponant prime cōsequentię huius demonstrationis. ¶ Nō enim sequitur ut arguit p. 37. si ternarius hūc numerat ergo hūc numerus positus est eius tertia. ¶ Sed ergo hēt tertiam. ¶ Quapp idem est qd pponitur fm utrūq. modum: sed fm primū cōuenientius uidet qd intenditur pponi. ¶ Attendere aut oportet q. cū oīs ps habeat q. tate in ea cōtingit ponere quotlibet f. quolibet ptes fm quātitate: f. inquirere q. minimus eas cōtinet f. sub quibus denominationibus. ¶ Minimū aut eas cōtinet cōstat ēē minimū numeratū ab eis. ¶ Scdūdm quos uero numerant sunt qui illos in illo denoiant. ¶ Contingit itēz. ponere quotlibet f. quolibet denominationes: f. inquirere in quo minimo hęc denominationes reperiuntur f. fm quas q. tates. ¶ Minimū quoq. cōstat ēē minimum numeratū ab illis. ¶ Scdūdm quos uero numerant sunt qui q. tates determinant. ¶ Vtrobq. aut idcirco inquiri minimus quia infiniti sunt hinc quidē qui has ptes cōtinent. Inde uero in q. bus hęc denoiationes reperiuntur. ¶ Contingit rursus ponere quotlibet ptes f. totidē denoiationes. Vel quotlibet denoiationes f. totidem partes. ¶ Nō aut quolibet cū quibuslibet: sed certas cū certis. ¶ Si enim ponam ptes tres quatuor quinq. f. denoiationes eaz. 6. 7. 8. f. inquiram quis nūc rurs cōtinet has ptes sub istis denoiationibus: similis ero inquisitori uano q. renti impossibile. ¶ Certas igitur conuenit ponere ptes cū denoiationibus certis f. nō ut contingit f. inquirere quis numerus positus ptes sub positis denominationibus continet: nō aut quos. ¶ Minimus unicus enim est nam siue pposita fuerit una pars f. una denoiatio siue plures f. plures: non erit sumere plures numeros quod ppositū erit continētes. Solus enī est cuius ternarius est quinta nō plures. Solus quoq. cuius ternarius octa: na: f. senarius quarta non plures. ¶ Ideoq. pponentem partes f. denoiationes ipsarū in toto non est querere quis minimus continet has ptes sub istis denoiationibus: sed quis unus cōtinet. ¶ Proponētē aut ptes tñ. Cōtingit querere quis minimus eas continet f. a quibus in eo denoiantur. ¶ Solas quoq. pponentē denoiationes conuenit querere q. partes ab illis dictę f. in quo minimo repliunt. Conuenientius aut uī partes p denoiationes inquirere q. denoiationes p partes: diuersitatē quidē denoiationū nō partū comitatur pportionū diuersitas. Explicat liber septimus.



Liber octauus Euclidis de numeris similibus ac eorum ad instar continue quantitatis denominationibus et ipsorum adinuicem proportionibus ex optima Campani interpretatione Magistro Luca pacolo de Burgo Sancti Sepulcri Odinis Binorum Castigatore diligentissimo. Incipit.



Atera numerorum dicuntur quorum multiplicatione numeri producantur. 1. **S**upercialis appellatur numerus qui ex duobus lateribus continetur. 2. **S**olidus vero qui sub tribus ex quorum continua multiplicatione habet procreari. 3. **Q**uadratus est numerus superficialis equalibus lateribus consistens. 4. **C**ubus est solidus equalibus consistens lateribus. 5. **S**imiles dicuntur numeri si per faciales siue solidi quorum la-

tera sunt proportionalia.

Propositio. 1.



In numerorum quolibet continue proportionalitatis duo extremi fuerint contra se primi: eos omnes secutum suam proportionem minimos esse necesse est.

Sint continue proportionales. a. b. c. duoque extremi qui sunt a. c. sint contra se primi. dico quod in eadem proportionem non reperientur totidem minores. Si autem contingit sint. d. e. f. eruntque per 15. septimi. a. ad. c. sicut. d. ad. f. quia. a. f. c. sunt minimi in sua proportionem p. 13. eiusdem sequitur p. 11. ut. a. numeret. d. f. c. f. maiores. s. minores quod esse non potest. **Propositio. 2.**



Emeros quolibet continue proportionalitatis finem proportionem datam minimos inuenire. unde manifestum erit quod si fuerint tres numeri continue proportionalitatis finem eam minimi duo extremi erunt quadrati. quod si fuerint quatuor erunt extremi cubi.

Sint datae proportionis minimi. a. b. ducaturque a. in se fiat. c. f. in. b. fiat. d. b. quoque in se. fiat. e. eruntque. c. d. e. continue proportionales in proportionem a. ad. b. p. 18. f. 19. septimi: quia. c. f. e. sunt contra se primi p. 18. eiusdem erunt. c. d. e. finem datam proportionem minimi p. premisam. **D**ucatur iterum. a. in omnes illos. fiat. f. g. h. b. in. c. fiat. k. erunt et. f. g. h. k. continue proportionales in proportionem a. ad. b. p. 18. f. 19. septimi: minimi quoque p. 18. eiusdem et premisam hac uia ratione inuenietur. s. uel. 6. uel quolibet. **Propositio. 3.**



In numeri quolibet continue proportionales secundum suam proportionem fuerint minimi: duos eorum extremos contra se primos esse necessario comprobatur.

Hec tertia est conuersa prime. Sint. n. a. b. c. d. continue proportionales et finem suam proportionem minimi. dico quod. a. et. d. extremi erunt adinuicem primi. **M**ini. n. in proportionem a. ad. b. sint. e. f. eruntque p. 22. septimi contra se primi p. hos ergo duos finem doctrinam prae se inueniant totidem continue proportionales et minimi quot sunt numeri propositi. **P**rimo quidem tres qui sunt. g. h. k. deinde quatuor qui sunt. l. m. n. p. et ad hunc modum continue p. additionem unius quousque fiat tot quot sunt numeri propositi ut sint hic. l. m. n. p. qui ergo. l. m. n. p. equales esse. a. b. c. d. eo quod in eadem proportionem sunt ut in quolibet minimi. **E**t quia. l. f. p. sunt contra se primi p. 23. septimi: erunt quoque. a. f. d. illis equales contra se pri-

mit quod est propositum.

Propositio .4.



Similitudinem assignatarum proportionum in minimis numeris secundum ipsas proportionum continuatim proportionalibus inuenire.

¶ Assignate proportionem in minimis terminis inueniant ut docet. 34. septimi. Sicut prima inter a. b. secunda inter c. d. tertia inter e. f. sic quoque de pluribus si fuerint plures. uolo has proportionem in quatuor minimis numeris continuare. Sumo ergo. g. minimum quem numerat. b. f. c. quotiens. b. numerat ipsum. g. totiens a. numerat. h. d. quoque totiens numeret. k. quotiens. c. g. itaque si c. numerat. k. sit ut f. totiens numeret. l. erunt. b. g. k. l. quos quimus. ¶ Cōstat. n. p. 18. septimi q. sit. h. ad. g. sicut. a. ad. b. f. g. ad. k. sicut. c. ad. d. at. k. ad. l. sicut. e. ad. f. ¶ Minimi quoque. nā si alii sint minimi ut. n. p. m. q. oportebit p. u. septimi bis assumpti ut uterque duorum. b. f. c. numeret. p. q. r. e. g. numerabit eundem. p. correl. 35. sep. quod est inconueniens. ¶ Sunt igitur. b. g. k. l. minimi. ¶ At uero si c. non numerat. k. s. u. m. minimus numeratus ab eis. s. e. f. k. quem. m. quotiens numerat. k. totiens. b. numeret. n. f. g. totiens. p. erunt. per. 18. septimi. n. p. m. in proportionem. b. g. k. quare. n. ad. p. ut. a. ad. b. f. p. ad. m. ut. c. ad. d. sed quotiens. e. numerat. m. totiens. f. numeret. q. f. erit p. eandem. m. ad. q. sicut. e. ad. f. ¶ Manifestum est igitur q. assignate proportionem continuare sunt in quatuor numeris qui sunt. n. p. m. q. ¶ Qui si non fuerint minimi. sint si possibile est alii qui sint. r. s. t. x. quia itaque. per. u. septimi bis assumptam uterque duorum numerorum. b. f. c. numerat. s. sequitur p. correl. 35. sep. ut. g. numeret eundem quare et. k. numerabit. t. at q. a. p. u. septimi. e. numerat eundem. t. nō erit. m. minimus quem numerant. k. f. c. hac rōe quā illis f. quotlibet alias sine oī offendiculo continuare poteris.

Propositio .5.



Primum duorum numerorum compositorum portio unus ad alterum est ex laterum suorum portio dicta proportionibus.

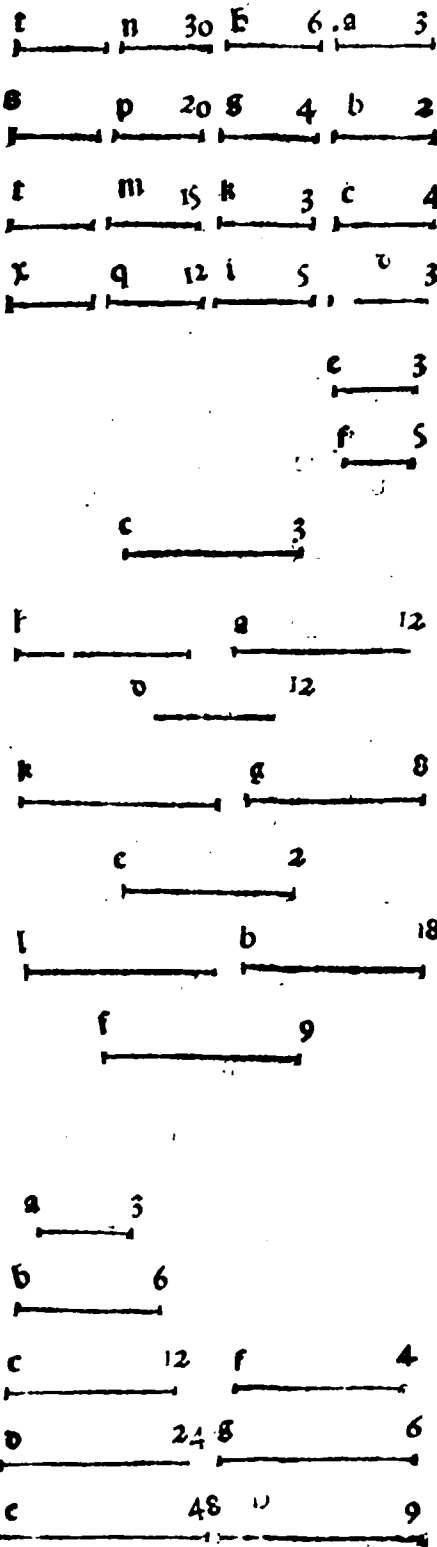
¶ Quod proponit. 14. sexti de superficiebus equidistantium laterum proponit hec de numeris compositis. Sint duo numeri compositi. a. b. latera. a. sint. c. f. d. latera. b. sint e. f. f. dico itaque q. proportio. a. ad. b. constat ex ea que est. c. ad. e. f. ea que est. d. ad. f. ¶ Sit enim ut ex. d. in. e. fiat. g. quia ergo ex. d. in. c. fit. a. f. ex f. in. e. fit. b. per. conuersionem diffinitionis laterum erit per. 18. septimi. a. ad. g. sicut. c. ad. e. f. per. 19. eiusdem. g. ad. b. sicut. d. ad. f. quare per diffinitionem proportio. a. ad. b. composita est ex ea que est. c. ad. e. f. ea que est. d. ad. f. quod est propositum. ¶ Nec est necessarium ut continuemus proportionem laterum uidelicet eam que est. c. ad. e. f. eam que est. d. ad. f. in minimis numeris repertis secundum doctrinam precedentis ut docent quidam hoc enim est propositum preter necessarium. ¶ Arguant enim posito q. illi minimi sint. h. k. l. ita q. sit. h. ad. k. sicut. c. ad. e. f. k. ad. l. sicut. d. ad. f. proportionem. h. ad. l. esse compositam ex compositorum laterum proportionibus. ¶ Sumpto. g. fieri ex. d. in. e. arguant. a. ad. g. ut. h. ad. k. quia ut. c. ad. e. f. g. ad. b. ut. k. ad. l. quia ut. d. ad. f. ideoque secundum equam proportionem. f. a. ad. b. ut. h. ad. l. concludunt igitur. a. ad. b. componi ex quibus. b. f. l. uerum quidem sed non necessario assumpto.

Propositio .6.



In numerorum quotlibet continue proportionalium primis secundum non numeret. nullus eorum numerabit ultimum.

¶ Sint. a. b. c. d. e. continue proportionales. dico q. si a. non numeret. b. nullus eorum numerabit. e. Manifestum autem est q. si ipsum numeret oēs numerabūt. e. f. simpliciter



quilibet precedentis quilibet sequentē. ¶ Si autem nō numerat ip̄m pate
q̄. d. non numerabit. e. nec simpliciter aliquis eorum proximo sequentem
quia sunt positi continue p̄portionales. ¶ Sed q̄ nullus alius ut. c. nume
ret ip̄m sic constat. ¶ Sumantur s̄m doctrinam secūde huius totidem
minimi continue p̄portionales in p̄portionē eadē quot sunt ip̄s. c. ¶ oēs
sequentes qui sunt. f. g. h. eruntq̄. p. 3. huius. f. ¶ h. contra se primi ¶ quia p̄
equam p̄portionalitatem. c. ad. e. ut. f. ad. h. cum. f. non numeret. h. nec. c.
numerabit. e. eodē mō nec aliq̄s alioz̄: quare liquet qd̄ p̄positum est.

Propositio .7.



Sin numeroz̄ continue p̄portionalium primus
ultimū numeret: idem ip̄s z̄ secundū numerabit.
¶ Sint qui prius continue p̄portionales. dico si. a. nume
rat. e. ip̄s numerabit. b. alioquin ex premisa nō numera
ret. e. quod est contrarium ¶ impossibile. Non solum aūq̄
numerabit. b. sed ¶ oēs ¶ quisq̄. eoꝝ quilibet ip̄m sequentē.

Propositio .8.



Inter duos numeros numeri quotlibet in conti
nua p̄portionalitate ceciderint: totides inter oni
nes duos in eadē p̄portionē relatos cadere ne
cesse est.

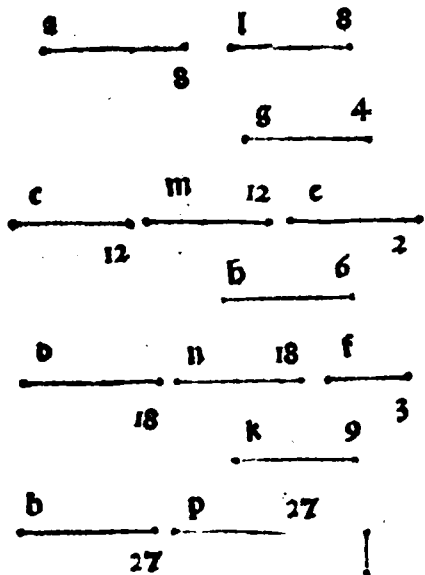
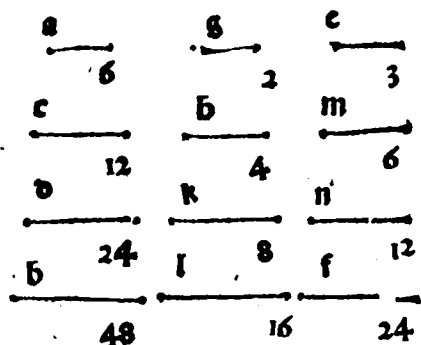
Sint. a. ¶ b. inter quos cadunt. c. ¶ d. in cōtinua p̄portioē
habentes se in p̄portionē. e. ad. f. dico q̄ totidē cadūt inter
e. ¶ f. ¶ in eadē p̄portionē quot inter. a. ¶ b. Sint enim. g. h. k. l. totidē
minimi quot sunt. a. ¶ b. ¶ qui inter eos cadunt sumpti: quēadmodū do
cet secunda huius cōtinue p̄portionales in eadē p̄portionē eruntq̄. p. 3. g.
¶ l. cōtra se primi ¶ per equā p̄por. erit. g. ad. l. sicut. a. ad. b. ideoq̄ ¶ sicut
e. ad. f. ¶ quia ip̄s sunt in sua p̄portionē minimi per. 23. septimi: sequitur
per. 21. eiusdē ut. g. numeret. e. ¶ l. f. equaliter: toties igit̄ numeret. h. ¶ m. ¶
k. n. positiq̄. m. ¶ n. inter. e. ¶ f. constat per. 18. septimi. e. m. n. f. eē conti
nue p̄portionales: quēadmodum sunt. g. h. k. l. ¶ ideo quēadmodum. a.
c. d. b. quare patet quod dictū est. ¶ Ex hac constat nullā sup̄ficularem
posse per equalia diuidi: si enim hoc eēt oporteret inter duos numeros
sola unitate distātes numerum cadere mediū quod eē non potest: ideoq̄
tonus in musica quē sexquioctaua cōtinētp̄portio i duo uera semitonium
diuidi non pōt̄: sed necessario diuiditur in minus semitonium ¶ maius.

Propositio .9.



Inter duos numeros contra se p̄minos numeri
quotlibet continua p̄portionalitate ceciderint: in
ter utrumq̄ eorum z̄ unitatem totidē continua
p̄portionalitate cadere necesse est.

Sint. a. ¶ b. cōtra se primi. inter quos cadat incōtinua
p̄por. c. ¶ d. dico q̄ totidē erunt continue p̄portionales in
ter. a. ¶ unitatē ¶ itēmq̄. totidē inter. b. ¶ unitatē Sint enim in illa p̄por
tione minimi. e. ¶ f. sumpti ut docet. 34. septimi: ex quibus sumant tres
continue p̄portionales ¶ minimi in eorum p̄portionē: put docet secū
da huius qui sunt. g. h. k. deinde quatuor qui sunt. l. m. n. p. ¶ hoc totiens si
at usquequo sic sumpti fiant totidem quot sunt numeri p̄positi: ut sunt
hic. l. m. n. p. Constat itaq̄. cum sint. a. c. d. b. in sua p̄portionē minimi p̄
primam huius: sintq̄. l. m. n. p. totidem ¶ minimi in eadem. Non sit aut̄
possibile eē aliquid minus minimo q̄ numeri. l. m. n. p. equales erūt nu
meris. a. c. d. b. quisq̄. suo relatiuo ē igit̄. l. equalis. a. ¶ p. b. Manifestum
autem ex secunda huius q̄ ex. f. in se fit. k. ¶ ex eodem in. k. p. per diffini
tionē igit̄ eius quod est multiplicari: erit. f. in. k. k. quoq̄. in. p. quoties
unitas est in. f. itaq̄. unitas. f. k. p. sunt continue p̄portionales. Similiter
autem ¶ unitas. e. g. l. sumptis ergo. a. ¶ b. loco. l. ¶ p. sibi equalium erunt
inter. a. ¶ unitatem. g. ¶ e. ¶ inter. b. ¶ unitatem. k. ¶ f. continue p̄por
tionales totidem quot sunt inter. a. ¶ b. quod est p̄positum.

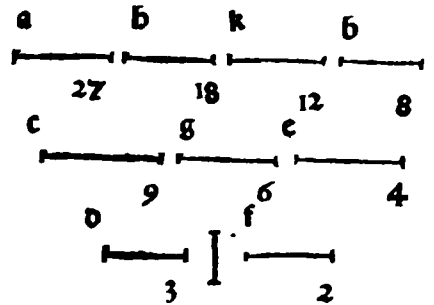


Propositio .10.



Inter vtrunq; eorum 2 unitatem quotibet numeri continua proportionalitate ceciderint ambo bus numeris totidem continua proportionalitate interesse necesse est.

¶ Sint duo numeri. a. f. b. sintq; c. f. d. inter. a. f. unitatem. e. quoq; f. f. inter. b. f. unitatem continue proportionales. dico totidem esse inter. a. f. b. continue proportionales: hec est conuersa prioris excepto q; ad subiectum premisse appositum erat. a. f. b. esse contra se primos quod non apponitur hic ad passionem: qua propter vniuersalior est passio huius subiecto illius. **¶** Quia igitur quotiens unitas in. d. totiens est. d. in c. f. totiens. c. in. a. constat quod ex. d. in se fit. c. f. ex eodem. d. in. c. a. Similiter quoq; ex. f. in se. f. in. e. fient. e. f. b. **¶** Ducat itaq; d. in. f. f. productus sit. g. itemq; idem. d. ducatur. in. g. f. e. f. sint producti. h. f. k. Constat igitur ex. 18. septimi q; c. ad. g. vt. d. ad. f. f. ex. 19. q; g. ad. e. vt. d. ad. f. quare. c. g. e. sunt continue proportionales in proportionem. d. ad. f. item per. 18. iterum sunt. a. ad. h. sicut. c. ad. g. f. h. ad. k. sicut g. ad. e. f. per. 19. k. ad. b. sicut. d. ad. f. igitur sunt. a. b. k. b. continue proportionales: quare constat propositum.

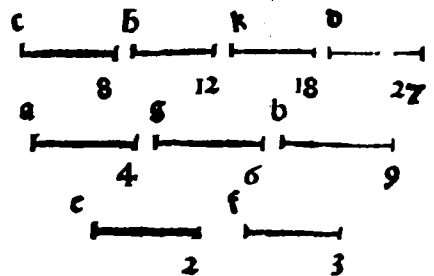


Propositio .11.



Ifuerint ambo quadrati erit proportio vnius ad alterum tanq; suilateralis ad latus illius proportio duplicata. Si vero ambo fuerint cubi: erit proportio alterius ad alterum tanq; suilateralis ad latus alterius proportio triplicata.

¶ Sint duo quadrati. a. f. b. f. duo cubi. c. f. d. latera t; quadratorum q; cuborum sunt. e. quidem. a. f. c. f. vero. b. f. d. dico q; p. portio. a. ad. b. erit sicut. e. ad. f. duplicata. c. vero ad. d. sicut eadem triplicata. Manifestum enim est q; ex. e in se fit. a. f. ex ipso. e. in. a. c. sic quoq; ex. f. in se fit. b. f. ex ipso in. b. d. ducatur igitur. e. in. f. f. proveniat. g. f. in g. f. b. f. proveniant. h. f. k. eritq; per. 18. septimi. a. ad. g. sicut. e. ad. f. f. p. 19. g. ad. b. sicut. e. ad. f. igitur ex diffinitione. a. ad. b. sicut. e. ad. f. duplicata quod est primum. **¶** Secundum eodem modo constat. sunt enim p. 18. iterum. c. ad. h. sicut. a. ad. g. f. h. ad. k. sicut. g. ad. b. f. per. 19. k. ad. d. sicut. e. ad. f. quare. c. h. k. d. sunt etiam continue proportionales in proportionem. e. ad. f. per diffinitionem igitur erit. c. ad. d. sicut. e. ad. f. triplicata quod est secundum.



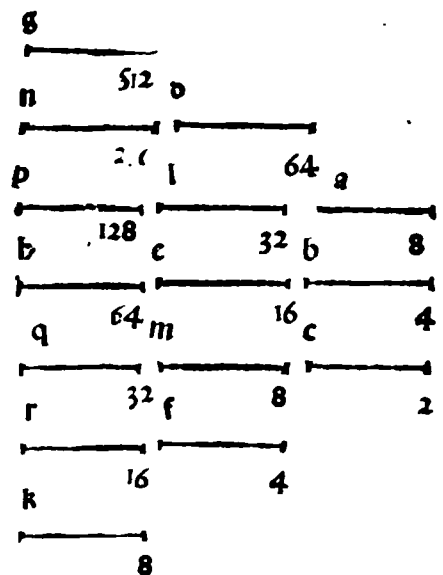
Propositio .12.

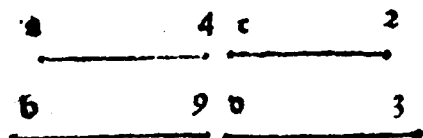
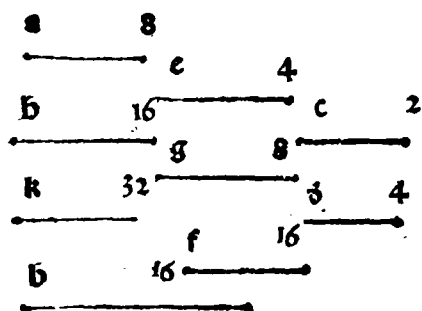
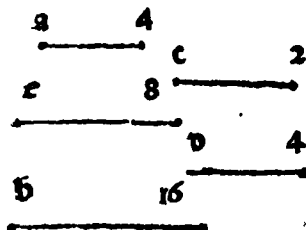


Inumerosum continue proportionalitatis quisq; in seipsum ducatur: qui inde producentur sub continua proportionalitate esse. Quod si item in ipsos productos principia sua ducantur inde quoq; productos continue proportionalitatis esse necesse est. idemq; in omnibus hoc modo productis extre-

mitantibus.

¶ Sint. a. b. c. continue proportionales quorum quisq; in se ducatur f. p. ueniant ex. a. quidem. d. ex. b. vero. e. f. ex. c. f. dico q; d. e. f. sunt cōtinue proportionales: q; si item. a. ducatur in. d. f. proveniat. g. b. quoq; in. e. f. proveniat. h. f. c. in. f. proveniat. k. dico etiam q; g. h. k. erunt continue proportionales. **¶** Sit enim ex. a. in. b. l. f. ex. c. in. eundem. m. eruntq; p. 18. f. 19. septimi. d. l. e. m. f. cōtinue p. portōales in p. portione. a. b. c. itaq; p. equam proportiōalitatem argue. d. ad. e. sicut. e. ad. f. quod est primum. **¶** R eliquum sic. ducatur. a. in. l. f. e. f. proveniat. n. f. p. c. quoq; ducatur in. e. f. m. f. proveniant. q. f. r. eruntq; per easdem. g. n. p. h. q. r. k. continue quoq; proportionales in proportionem primorum: per equam igitur proportionalitatem conclude. g. ad. h. sicut. h. ad. k. quod est reliquum. Eadem erit ratio quotienscumq; primi in productos ducantur.





Propositio .13.



Iquis quadratus numerus alium quadratus numeret: latus quoque suum latus illius numerare poterit. Si vero latus suum latus illius numeret quadratus numerat quadratum.

Sint duo numeri. a . b . quadrati: latera quoque c . d . dico quod si a . numerat. b . quoque numerabit. d . **E**converso **C**onstat enim quod ex c . in se fit. a . ex d . quoque in se. b . fiat igitur. e . ex c . in d . eruntque per. 18. c . d . septimi. a . e . b . continue proportionales in proportionem. c . a . d . d . Si igitur. a . numerat. b . idem ipse per. 7. huius numerabit. e . quare c . d . quod est primum. **C**onversa sic patet. si c . numerat. d . a . numerabit. e . propter id quod proportio. a . ad . e . sicut. c . ad . d . **E**t si numerat. e . ipse numerabit. b . propter hoc quod sunt continue proportionales.

Propositio .14.



Icubus alium cubum numeret: latus quoque suus latus alterius numerabit. Si vero latus suus latus alterius numeret: cubus numerabit cubum.

Sint duo numeri. a . b . cubi latera quoque c . d . dico quod si a . numerat. b . quoque numerabit. d . **E**converso. **P**ropter ut enim. c . in se. e . fiat. d . quoque in se. f . fiat. c . d . igitur quod ex c . in e . fit. a . **E**t ex d . in f . fiat itaque. g . ex c . in d . eruntque per. 18. c . d . e . f . continue proportionales in proportionem. c . a . d . d . c . d . e . f . **P**er easdem igitur erunt. a . b . k . b . continue quoque proportionales in eadem proportionem. **I**taque si a . numerat. b . idem ipse per. 7. huius numerabit. h . quare c . d . est n . c . ad . d . sicut. a . ad . h . **C**onstat igitur prima pars. **C**onversa patet: sicut conuersa prioris. Nam si c . numerat. d . a . quoque numerabit. h . quem si numerat necesse est ut numeret. b .

Propositio .15.



Inumerus quadratus quendam alium quadratum non numeret: nec latus suum latus illius numerabit. Si vero latus suum latus illius non numeret: quadratus is quadratum illum non numerare ex necessitate conuincitur.

Hec. 15. proponit negationes conuerti: que affirmationibus quas. 13. huius conuerti proposuit opponuntur: ut si sint duo numeri quadrati. a . b . quorum latera. c . d . si a . non numerat. b . quoque non numerabit. d . econverso etiam si c . non numerat. d . nec. a . b . **S**it enim primo ut. a . non numeret. b . si itaque. c . numerat. d . per secundam partem. 13. huius. c . a . numerabit. b . quod est contrarium positioni: sicque patet primum. **S**ecundum quoque sic sit ut. c . non numeret. d . itaque si a . numeret. b . per primam partem. 13. necesse est ut. c . numeret. d . necesse est igitur ut numeret ipsum cum non numerat ipsum: quod est impossibile. **Q**uemadmodum autem necesse est conuerti negationes oppositas affirmationibus quas. 13. demonstrauit conuerti: sic quoque necesse est eas negationes que opponuntur illis affirmationibus quas premissa conuerti demonstrauit conuertantur unde si cubus non numerat cubum nec latus eius numerabit latus illius econverso quoque si latus unius non numerat latus alterius nec ipse cubus numerabit alterum cubum: demonstratur autem hoc per premissam a destructione consequentis: sicut quod propositum est per. 13. ideoque hoc auctor non proposuit: sed per id quod propositum est ipsum dedit intelligi.

Propositio .16.



Iduo numeri superficiales fuerint similes necesse est tertium numerum finem proportionalitatem continuam eis interesse: eritque proportio unius numeri ad alterum sibi similes velut unius lateris sui ad latus alterius se respiciens proportio duplicata.

Sint duo numeri. a . b . superficiales et similes: dico

q inter ipfos cadet unus numerus in continua pportione: latera enim. a. sint. c. f. d. b. uero latera sint. e. f. f. eruntq. ex conuersione diffinitionis numerorum similium. c. ad. e. sicut. d. ad. f. constat aut q. ex. c. in. d. fiat. a. f. ex. e. in. f. b. fiat itaq. g. ex. e. in. d. eritq. per. 19. septimi. a. ad. g. sicut. c. ad. e. f. per. 18. eiusdē. g. ad. b. sicut. d. ad. f. quare. a. ad. g. sicut. g. ad. b. est itaq. g. continua proportionalitate medius inter. a. f. b. quod est propositum. ¶ Correl. autem patet cum sit. a. ab. b. per diffinitionem sicut. a. ad. g. duplicata que eadem est illi que est. c. ad. e.

Propositio .17.



Ifm continuam proportionalitatem tertius numerus duobus numeris interfit: illi duo numeri superficiales sunt et similes.

Hec est conuersa premisse: ut si inter. a. f. b. sit. c. si b. continua proportionalitate constitutus. a. f. b. erunt superficiales et similes. ¶ Sint enim. d. e. minimi in proportione qua continuantur. a. c. b. qui per. 11. septimi numerabunt. a. f. c. equaliter sitq. ut fm. f. f. per eandem. c. f. b. equaliter: et sit ut fm. g. erunt igitur per diffinitionem. a. f. b. superficiales: et erunt etiam per diffinitionem. d. e. f. latera numeri. a. e. quoq. f. g. latera numeri. b. ¶ Quod autem ipsi sint similes sic habeto. ¶ Cum enim ex. d. in. g. sit. c. f. ex. e. in. f. sit idem. c. erit per secundam partem. 10. septimi. d. ad. e. sicut. f. ad. g. per diffinitionem igitur. a. f. b. sunt similes: quod est propositum. ¶ Hoc autem ultimū quod est. a. f. b. esse similes potest etiam haberi per. 19. f. 18. septimi: f. per has hypothe. q. a. c. b. sunt continue proportionales in proportione. d. ad. e. minimorum numerantium. a. f. c. fm. f. f. c. f. b. fm. g.

Propositio .18.



Si fuerint duo numeri solidi similes: necesse ē eis duos numeros fm continuam proportionalitatem interesse: eritq. proportio vnius solidi ad alterū sibi similē. velut cuiuslibet sui lateris ad latūs alterius respiciens se pportionaliter pportio triplicata.

Sint duo numeri. a. f. b. solidi similes: dico q. inter ipso cadent duo numeri in continua proportione. Sint enim latera numeri. a. c. d. e. latera uero. b. sint. f. g. h. eruntq. ex conuersione diffinitionis numerorum similium. c. ad. f. f. d. ad. g. sicut. e. ad. h. Sit igitur ex. c. in. d. k. f. ex. f. in. g. l. erūtq. ex diffinitione. k. f. l. superficiales et similes. quare p. 16. huius unus numerus cadet inter eos medius fm proportionem. c. ad. f. qui sit. m. Manifestum autem est q. ex. e. in. k. sit. a. f. ex. h. in. l. b. si igitur ex. e. in. m. f. l. hant. n. f. p. erūt per. 18. septimi. a. ad. n. sicut. k. ad. m. f. n. ad. p. sicut. m. ad. l. quare. a. n. p. sunt continue proportionales in pportione c. ad. f. ¶ Et quia per. 19. eiusdem. p. ad. b. sicut. e. ad. h. f. ideo sicut. c. ad. f. sequitur ut quatuor numeri. a. n. p. b. sint continue proportionales fm proportionem. c. ad. f. ¶ Sunt itaq. inter. a. f. b. duo numeri. n. f. p. medii in continua proportionalitate suorum laterum interpositi: quod est propositum. ¶ Correl. autem patet cum proportio. a. ad. b. sit per diffinitionem sicut. a. ad. n. triplicata que est eadem illi: que est. c. ad. f.

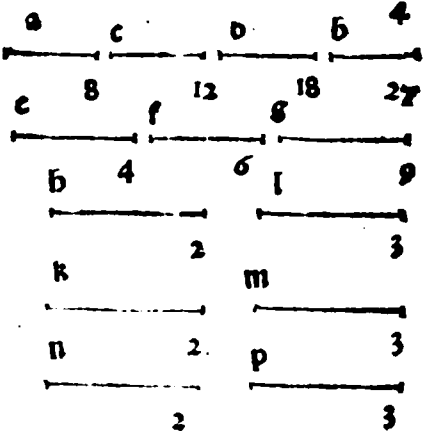
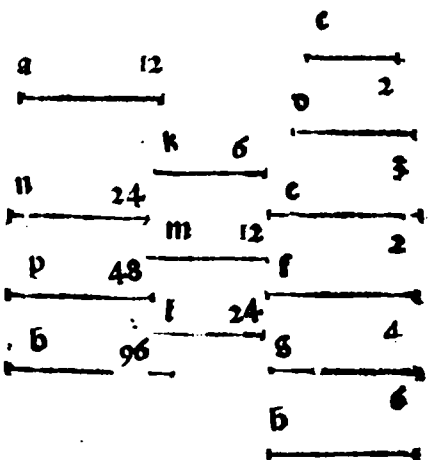
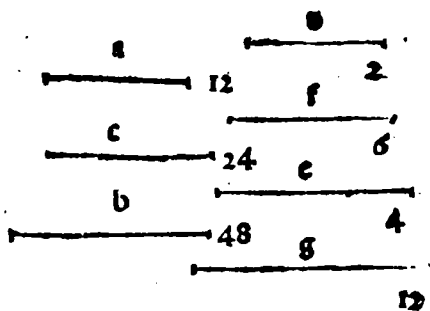
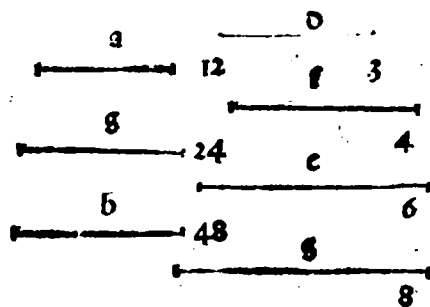
Propositio .19.

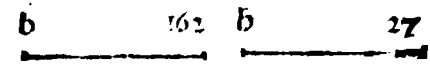
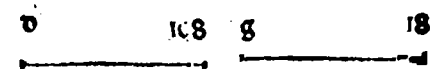
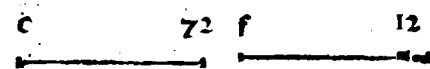
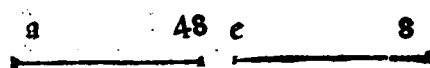
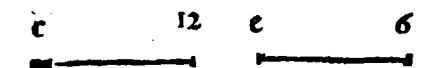
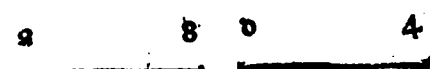
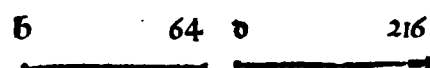
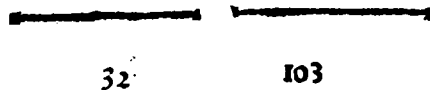
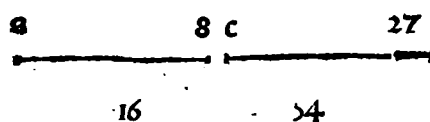
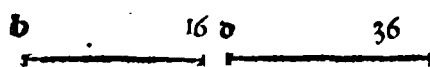
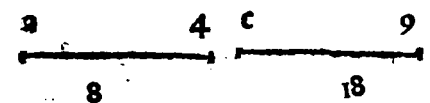
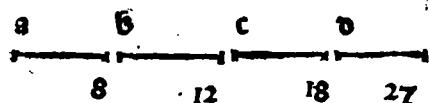
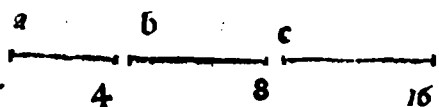


Icis fm continuam pportionalitatem duo nūeri interiacēt quilibet duo nūeri solidi sunt atq. similes.

Hec est cōuersa pmissa: ut si inter. a. f. b. sint duo numeri. c. f. d. medii in cōtinua pportione: erūt. a. f. b. solidi et similes. ¶ Sumātur enī tres minimi in eadē pportione cōtinue pportioales q. sint. e. f. g. erūtq. p. 17. e. f. g. superficiales et similes. ¶ Sint ergo. h. f. k. latera. e. at. l. f. m. latera. g. eritq. p. corre. 16. huius. e. ad. f. sicut. h. ad. l. aut sicut. k. ad. m. manifestū aut est ex tertia q. e. f. g. sunt cōtra se primi: ideoq. p. 13. septimi in sua proportione minimi: quia p. equā pportionalitatem sunt. a. ad. d. f. c. ad. b. sicut. e. ad. g.

i ii





sequitur per. 21. septimittur ipsi numerent. a. f. d. equaliter quod sit fm. n. f. item. c. f. b. equaliter qd sit fm. p. Quia igitur ex. h. in. k. fit. e. f. ex. e. in n. fit. a. sequitur p diffinitionem ut. a. sit solidus eiusq. latera. h. k. n. simili ter quia ex. l. in. m. fit. g. f. ex. g. in. p. b. sequitur et ut. b. sit solidus f. eius la tera. l. m. p. ¶ Ipsos aut esse similes sic constabit cum ex. g. in. n. fiat. d. f. ex eodē i. p. b. erit p. 18. septimi. n. ad. p. sicut. d. ad. b. f. quia sic erat. h. ad. l. f. k. ad. m. p. diffinitionē manifestū est. a. f. b. eē similes; qd ē ppositum.



Propositio .20.

Triū numeroz continue pportionalius primus fuerit quadratus tertiu quoq. quadratum eē.

¶ Sint tres numeri continue pportionales. a. b. c. sitq. a. quadratus dico q. c. est etiam quadratus. ¶ Sunt enim p. 17. a. f. c. supficiales f. similes cū igitur. a. sit quadratus p ypothe. erit. c. qdratus.



Propositio .21.

Quatuor numeroz continue pportionalium. primus fuerit cubus: quartus cubum eē necesse ē.

¶ Sint qtuor numeri cōtinue pportionales. a. b. c. d. sit q. a. cubus: dico q. d. est et cubus. ¶ Cōstat enim p. 19. q. a. f. d. sunt solidi similes: f. quia. a. est cubus p ypothe. erit etiam. d. cubus.



Propositio .22.

Duorum numerozum quozum proportio sicut q drati ad quadratum fuerit vnus quadratus: alte rum quoq. quadratum eē.

¶ Sint duo numeri. a. f. b. in pportione duozū quadra torū qui sint. c. f. d. sitq. a. uel. b. quadratus: dico reliquū eē quadratū. Cum enim. c. f. d. sint quadrati sequitur eos eē supficiales similes: ideoq. per. 16. cadet vnus medius inter eos in conti nua pportione: quare p. 8. f. inter. a. f. b. per. 10 igitur constat ppositum.



Propositio .23.

Duorum numerozum quozum proportio ad al terum sit sicut cubi ad cubum alteruter fuerit cu bus z alterum cubicum eē.

¶ Sint duo numeri. a. f. b. in pportione duorum cu borum qui sint. c. f. d. sitq. a. uel. b. cubus: dico reliquum esse cubum. ¶ Necesse ē enim q. c. f. d. sint solidi similes: quippe oēs cubi sunt similes f. solidi: itaq. per. 18. inter ipsos cadent duo medii in cōtinua pportione totidem igitur per. 8. cadent inter. a. f. b. itaq. per. 21. manifestum est quod dicitur.



Propositio .24.

Numeroz superficialium similiū est pportio vni us ad alterum sicut pportio quadrati ad qdratū.

¶ Sint. a. f. b. superficiales similes: dico q. unius ad alte rum ē pportio sicut quadrati ad quadratum. ¶ Erit. n. per. 16. inter eos vnus numerus medius in continua ppor tione qui sit. c. ¶ Sumptis itaq. tribus minimis in ppor tione eoz: qui sint. d. e. f. erunt p correl. 2. d. f. f. quadrati: f. quia p equā p portionalitatem est. a. ad. b. sicut. d. ad. f. constat uerum eē qd pponitur.



Propositio .25.

Numeroz solidoz similiū est proportio vnus ad alterum sicut alicuius cubi ad aliquem cubū.

¶ Sint. a. f. b. solidi similes: dico q. pportio vnus ad al terum est sicut cubus ad aliquem alium cubū. ¶ Sunt qui dem per. 18. inter eos duo numeri medii fm continuam pportionem qui sint. c. f. d. in eorum proportiōe sint minimi: quatuor. e. f. g. h. quorum. e. f. h. erunt cubi per correlarium secū det quia igitur per equam proportionalitatem est. a. ad. b. sicut. e. ad. h. li quet ppositum. Explicit liber Octauus.

Liber nonus Euclidis de quinque numerosi precipuis speciebus. et de perfecto habundante ac diminuto fm Campani optimam traductionem. Magistro Luca Paciolo de burgo sancti Sepulchri Ordinis minorum Castigatore optimo Incipit.



Et numerus est qui potest in duo equalia diuidi. 2. **I**mpar numerus est qui in duo equalia diuidi non potest. additque supra parem unitatem. 3. **P**ariter par est quem cuncti pares cum numerantes paribus vicibus numerant. 4. **P**ariter impar est quem cuncti pares cum numerantes imparibus vicibus numerant. 5. **P**ariter par et impariter est quem pares cum numerantes quidam paribus quidam imparibus vicibus numerant. 6. **I**mpariter impar quem cuncti impares cum numerantes imparibus vicibus numerant. 7. **P**erfectus numerus appellatur qui omnibus partibus suis quibus numeratur est equalis. 8. **H**abundans dicitur quod oibus suis partibus minor est. 9. **D**iminutus vero quod maior.

Castigato:

Diffinitiones istae respectu sunt parium et imparium. 1. **P**erfectus. 4. 6. 8. 10. et similes. 2. **I**mpar. 3. 5. 7. 9. et similes. 3. **P**ariter. 8. 16. 32. 64. et similes. 4. **P**ariter. 6. 10. 14. 18. 22. 26. 30. 42. 54. et similes. 5. **P**ariter. 12. 24. 36. 48. 60. et similes. 6. **P**ariter. 12. 18. 24. 36. 48. et similes. 7. **P**ariter. 6. 12. 18. 24. 36. et similes. 8. **P**ariter. 12. 24. 36. et similes. 9. **P**ariter. 8. 10. 16. et similes.

Propositio .1.



Si fuerint duo numeri superficiales similes qui ex ductu alterius in alterum producat numerum quadratum esse necesse est.

Sint. a. et b. superficiales similes ex quorum multiplicatione proveniat. c. dico. c. esse quadratum. fiat enim. d. ex. a. in se. eritque. per. 18. septimi. d. ad. c. sicut. a. ad. b. et quia inter. a. et b. cadit unus medius secundum continuam proportionalitatem per. 16. octavi. sequitur per. 8. eiusdem ut unus quoque cadat inter. d. et c. itaque cum d. sit quadratus erit per. 10. eiusdem. c. quoque quadratus quod est propositum.

Propositio .2.



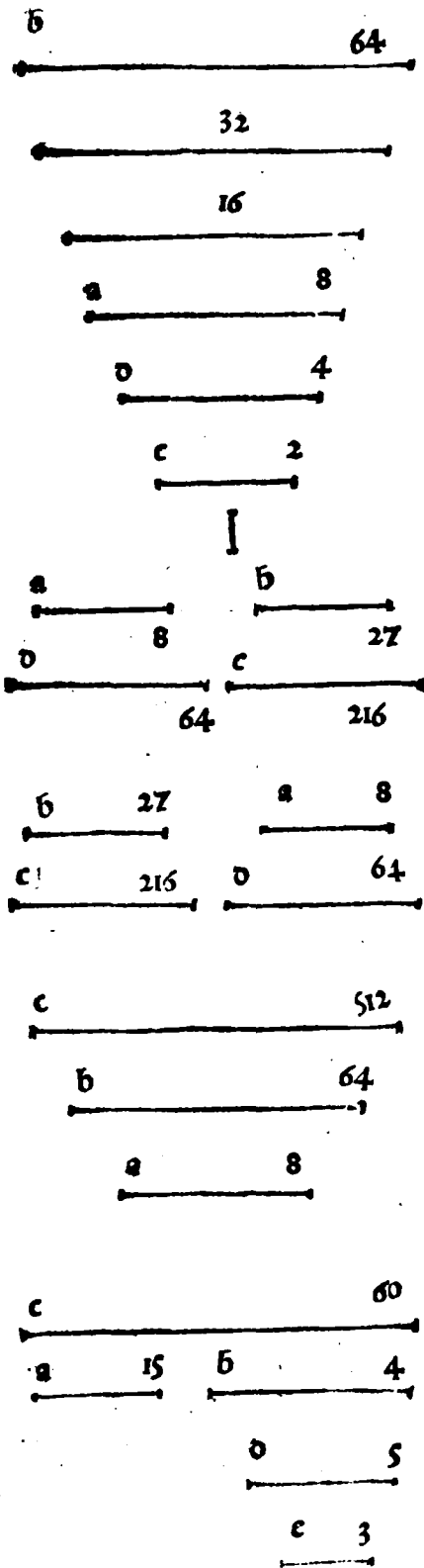
Tex ductu alterius in alterum tetragonus producat. duo quilibet numeri sunt superficiales similes. 1. **E**x his itaque patens est: quia si tetragonus in tetragonum ducatur qui ex eis producat tetragonum esse. 2. **S**i vero ex ductu tetragoni in numerum aliquem tetragonus producat illud numerum aliquem esse tetragonum. 3. **I**temque si ex ductu tetragoni in numerum aliquem non tetragonus producat eum numerum aliquem non tetragonum esse. 4. **S**i vero tetragonus in numerum aliquem non tetragonum ducatur qui inde producat non tetragonum esse necesse est.

Hec est conuersa prioris ut si ex. a. in. b. fiat. c. fueritque. c. quadratus erit a. et b. superficiales similes sit enim. d. ex. a. in se. eritque. per. 18. septimi. d. ad

i iii

a	24	b
12	288	c
144		576

b	24	a
48	288	d
576		144



c. sicut a. ad. b. per .16. autem octavi cum. d. f. c. sunt superficiales similes: eo q sunt ambo quadrati: erit iter eorum unus numerus medius fm cōtinuam propor. per .8. itaq. eiusdem erit etiam unus inter. a. f. b. igitur per .17. eiusdem. a. f. b. sunt superficiales similes: quod est propositum. Prima ps cor. rel. patet per premisam: sunt enim omnes tetragoni superficiales similes. Secunda patet ex hac cum sit solus tetragonus similis tetragono. Tertia ps patet ex prima ipsius cor. rel. parte a destructione consequentis. Quarta uero patet ex eiusdem parte secunda a destructione etiam consequentis.

Propositio .3.



I numerus cubus in seipsum ducatur qui inde pducetur erit cubus.

Sit. a. cubus ex quo in se ducto fiat. b. dico. b. esse cubū. **S**it enim. c. latus cubicum. a. ex. c. uero in se fiat. d. patet itaq. q ex. c. in. d. sit. a. sunt igitur unitas. c. d. a. continue proportionales: quod ex. 18. septimi & presentibus ypothesibus manifestū est. **E**t qd est. a. ad. b. sicut unitas ad. a. eo q quotiens unitas est in. a. toties. a. in. b. erit inter. a. f. b. duo numeri medii fm proportionalitatem continuam per. 8. octavi. **C**um igitur ex ypothesi sit a. cubus erit per. 11. eiusdem. b. quoq. cubus: qd oportebat demonstrare.

Propositio .4.



I cubus in alium cubum ducatur: qui inde productur erit cubus.

Sint. a. f. b. cubi: fiatq. c. ex. a. in. b. dico. c. esse cubum. **F**iat enim. d. ex. a. in se eritq. per premisam. d. cubus: & quia per. 18. septimi est. a. ad. b. sicut. d. ad. c. constat ex 13. octavi. c. esse cubum: quod est propositum.

Propositio .5.



I numerus cubus in numerum alium ducatur: fueritq. productus cubus in quem ductus est numerum cubum eē necesse est: unde & manifestum est: qd ex ductu cubi in non cubum productur nō cubus. **D**uctoq. cubo in numerus aliquem si fuerit qui inde productur non cubus in quem ille ductus fuerit necesse est eē non cubum.

Sit enim ex. a. cubo in. b. numerum productus. c. cubus dico. b. esse cubum: fiat enim. d. ex. a. in se qui p ante premisam erit cubus: qd igitur ē per. 18. septimi. a. ad. b. sicut. d. ad. c. estq. a. cubus: sed f. d. f. c. cubi erit per 13. octavi. b. cubus: quod est propositum. **P**rima pars cor. rel. patet ex hac quinta a destructione consequentis. secunda per premisam similiter a destructione consequentis.

Propositio .6.



I ex ductu cuiusdā numeri in seipsum cubus producat eum eē cubum necessario comprobatur.

Sit ut ex. a. in se fiat. b. sitq. b. cubus: dico ergo. a. esse cubum: fiat enim. c. ex. a. in. b. eritq. ex diffinitione. c. cubus. & quoniam constat ex. 18. septimi q sit. a. ad. b. sicut b. ad. c. cum sint. b. f. c. cubi: sequitur ex. 13. octavi. a. esse cubum: quod est propositum.

Propositio .7.



I numerus compositus in numerum quemlibet ducatur: qui inde productur erit solidus.

Sit. a. numerus compositus: qui ducatur in. b. & prone fiat. c. dico. c. esse numerum solidum. **C**um enim. a. sit cōpositus numeratur ab aliquo numero qui sit. d. numeret q. eum fm. e. quia igitur ex. e. in. d. sit. a. f. ex. a. in. b. c. erit ex diffinitione solidorum. c. solidus eiusq. latera. e. d. b. qd est ppositum.

Propositio .8.



Si fuerint numeri ab unitate continue proportionales: tertius ab unitate erit quadratus: ac deinceps vno semper intermisso. Quartus vero ab unitate cubus: ac deinceps duobus semper intermissis. Itemque septimus ab unitate est quadratus cubi: ac deinceps: quinque semper intermissis quadratus cubicus continuo sequitur.

Sint continue proportionales unitas, a. b. c. d. e. f. g. h. k. l. m. n. dico b. esse quadratum f. d. omisso. c. & sic alios vno semper omisso. vnde simpliciter omnes existentes in locis imparibus sunt quadrati: ut sunt tertius quintus & septimus. **P**ro dico item. c. esse cubum f. f. duobus omisissis: & sic in ceteris. **P**ro omniq. simpliciter est cubus cuius ab unitate locus addit super ternarium: vel quemlibet multiplicem ipsius ternarii unitatem: ut sunt quartus septimus decimus tertius decimus & sextus decimus. in his. n. conueniunt omnes qui duos transmittunt. **P**ro itemq. dico. f. ab unitate septimum esse quadratum cubicum: & similiter enim quinque numeris intermissis: idem in ceteris. **P**ro simpliciter aliter dico cuius locus ab unitate addit super senarium vel quemlibet multiplicem ipsius unitatem: ut sunt septimus tertius decimus decimus nonus & vigesimus quintus: illum esse quadratum cubicum: quadratum quidem quoniam eius locus impari cubum autem quoniam super multiplicem ternarii addit unitatem. quippe senarii multiplices omnes ternarii necesse est esse multiplices. **P**ro ne autem proposita sunt sic constant. **P**ro Est enim ex hypothesi. a. in. b. quotiens unitas in. a. itaq. b. ex diffinitione quadratus: quia igitur. b. c. d. sunt continue proportionales cum. b. sit quadratus: patet ex. 17. vel. 20. octau. d. esse quadratum. Eadem ratione f. f. quia. d. e. f. sunt continue proportionales: f. d. e. quadratus: idem in ceteris vno intermisso: constat itaq. primum. **P**ro Secundum sic cum sit. b. in. c. quotiens. a. in. b. ex hypothesi. sequitur a diffinitione: ut ex. a. in. b. fiat quadratum fiat. c. igitur ex diffinitione cubi. c. est cubus. At quia. c. d. e. f. sunt continue proportionales: sed f. f. g. h. k. est autem. c. cubus: necesse est per. 19. vel. 21. octau. ut. f. quoq. sit cubus. ideoq. f. k. idem q. in ceteris duobus transmissis: quare liquet secundum. **P**ro Quoniam autem in. f. septimo & in. n. tertio decimo: ceterisq. quinque mediis omissis: tibus simpliciter vero & in omnibus quorum locus super quemlibet multiplicem senarii addit unitatem: terminantur quadratorum & cuborum computationes: in his quidem vniust in illis autem duorum omissione sequitur ipso esse quadrato: ex huius prima parte & cubico ex secunda: quare quadrati cubici: constat ergo totum quod dicitur.

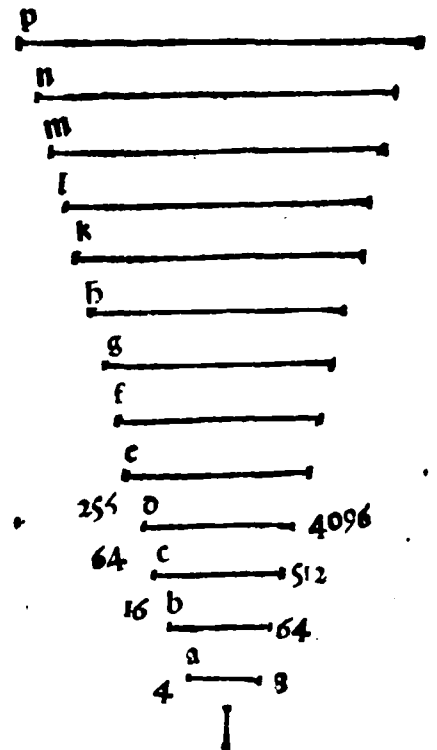
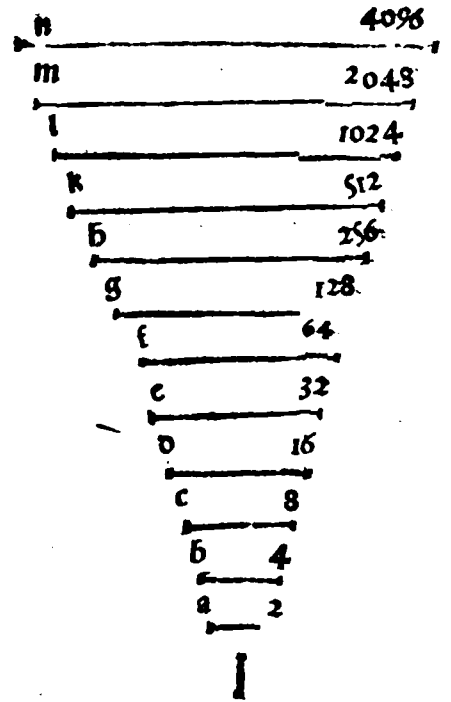
Propositio .9.



Si numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate dispositis unitatem sequens quadratus fuerit: ceteri quoque omnes erunt quadrati. Si vero qui unitatem sequitur fuerit cubus: ceteri quoque omnes erunt cubi.

Sint qui prius continue proportionales ab unitate sit q. a. quadratus dico omnes esse quadratos: aut sit idem cubus: tunc quoq. dico omnes esse cubos. b. enim constat esse quadratum per premissam: quia ergo. a. ad b. sicut. b. ad c. ex. 20. octau. sequitur. c. esse quadratum. idem quoq. ex eiusdem. 17. vel. 20. potes arguere: de sequentibus autem idem eodemq. modo probabis: quare patet primum. **P**ro Secundum autem sic cum. b. fiat ex. a. in se si fuerit. 1. cubus erit per. 3. ipse quoq. cubus. c. vero constat esse cubum per premissam. itaq. per. 23. octau. d. omnesq. sequentes cubicos esse probabis: est enim. a. ad. b. sicut. c. ad. d. idem quoq. arguere potes ex. 19. vel. 21. eiusdem: sunt enim. a. b. c. d. sed f. b. c. d. e. singuliq. quatuor continue sumpti continue proportionales.

i iiii



Propositio .10.



In numeris quolibet ab unitate continua proportionalitate dispositis unitate sequens non quadratus fuerit: non critalior quicquam quadratus exceptis ab unitate: tertio ex his qui deinceps uno semper in termino reperiunt tetragoni. Si vero secundus ab unitate non fuerit cubus: nullus ceterorum erit cubus exceptis ab unitate quarto: et deinceps his qui duorum semper intermissione formantur cubici.

Hec ex opposito subiecti premisse inferunt partem oppositi passionis: dico autem partem quoniam ex .8. constat omnes impares esse quadratos: omnesque quorum locus super ternarium vel quemlibet ipsius multipliciter addit unitatem esse cubos. ¶ Sint itaque qui prius ab unitate continue proportionales non sit autem .a. quadratus sed nec cubus: dico nullum ex omnibus esse quadratum: aut cubicum nisi quos octava proponit. ¶ Si enim quis alius ponatur quadratus: sequitur per .11. octavi .a. esse quadratum. Quod si cubus sequitur per .13. eiusdem .a. esse cubum quorum utrumque contrarium est ypothe. Constat ergo propositum.

Propositio .11.



In numeris quolibet ab unitate continua proportionalitate dispositis aliquis numerus primus ultimum numeret: eum quoque qui unitatem sequitur numerare necesse est.

Sint usque ad .d. continue proportionales ab unitate: sit .q. e. numerus primus de quo ponatur ipsum numerare. .d. dico quod idem numerabit .a. Nam si non erit ad ipsum primus per .31. sequitur ex .a. in se fit .b. sequitur ex .16. eiusdem ut ipse quoque sit primus ad .b. sed fit ad .c. fit ad .d. sequitur ipsum esse primum per .15. eiusdem: eo quod ex .a. .b. fit .c. fit ex eodem in .c. .d. non ergo numerat .d. cum sit primus ad ipsum: quare accedit contrarium ypothe. ¶ Idem aliter cum sit .e. primus si non numerat .a. primus erit ad ipsum per .31. sequitur itaque per .13. eiusdem erunt minimi in sua proportionem: quia autem .e. ex ypothe. numerat .d. sit ut sit .f. constat vero quod ex .a. in .c. fiat .d. ergo per secundam partem .10. sequitur .a. ad .e. sit ut .f. ad .c. quare per .11. eiusdem .e. numerabit .c. fit ut sit .g. quia ex .a. in .b. fit .c. sequitur quoque per eandem fit eodem modo ut .e. numeret .b. effo ergo quod sit .h. fit quoniam rursus ex .a. in se fit .b. necesse est iterum per eandem ut .e. numeret .a. sed positum erat non numerare: ergo accedit impossibile.

Propositio .12.



In numeris ab unitate continue proportionalibus minor maiorem numerat secundum aliquem in illa proportionalitate dispositum.

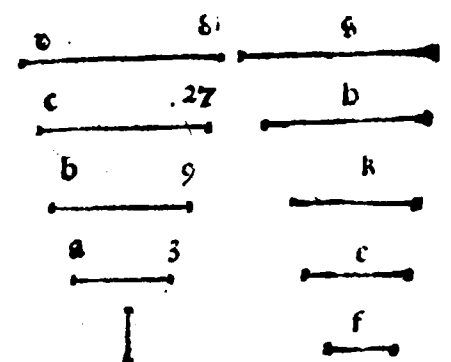
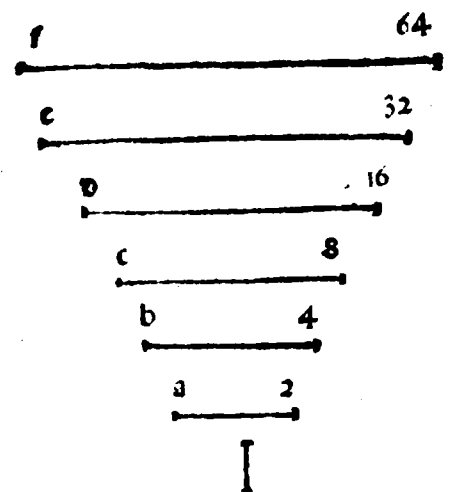
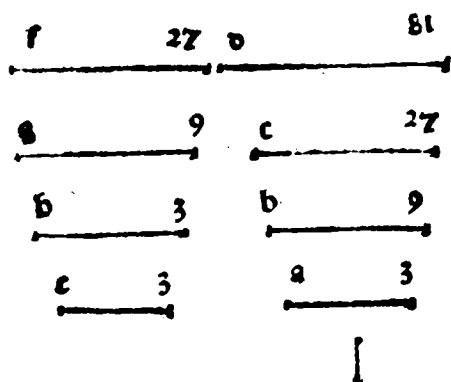
Sint ab unitate usque ad .f. continue proportionales: dico nullum ipsum numerare .f. nisi secundum aliquem aliorum: constat .n. quod .e. numerat ipsum .f. secundum .a. est enim .e. ad .f. ut unitas ad .a. sed fit .d. numerat eundem .f. secundum .b. est namque per eandem proportionalitatem .d. ad .f. ut unitas ad .b. De .c. quoque patet eodem modo quod secundum seipsum numeret eum. Eodem quoque .a. numerat eum secundum .e. eo quod sicut unitas ad .e. ita .a. ad .f. .b. vero secundum .d. est enim ut unitas ad .d. ita .b. ad .f. uez: igitur est quod proponitur. Quippe, quotus quisque proponitur ultimum numerare fuerit sub ultimo secundum totum supra unitatem: numerare ipsum conuenit per eandem proportionalitatem et diffinitionem.

Propositio .13.



In quolibet numeris ab unitate continue proportionalibus si qui unitate sequitur fuerit numerus primus maximus eorum nisi de numeris in illa proportionalitate dispositis nullus numerabit.

Sint ut prius usque ad .d. continue proportionales ab unitate: sit .q. a. numerus primus: dico quod nullus numerabit ultimum nec secundum



placiter aliquem eorum nisi aliquis eorum qui antecedit ultimū vel eū qui ponitur numerari. Sit enim si possibile est. e. diuersus ab eis qui numeret. d. qui si fuerit primus per a. numerabit. a. nō igitur est. a. primus quod ē contra ypothe. ¶ Si autē ipse fuerit cōpositus necesse est p. 30. septimi ut aliquis primus numeret eū qui non erit nisi. a. Nam si est alius ab. a. ut. f. cū necesse sit ipsum numerare. d. arguetur et eundē numerare. a. p. u. sic quoq. a. nō erit primus. Est igit. a. primus numerans. e. qm̄ aut. e. numerat. d. sit ut fm̄ g. eritq. p. secundā partē. 10. sep. a. ad. e. sicut. g. ad. c. sit enim. d. ex. a. in. c. qre cū. a. numeret. e. f. g. numerabit. c. sitq. ut fm̄. h. sequiturq. ut. a. numeret g. sicut sequebatur ut numeraret c. alioquin si. g. quidē est primus cum numeret. c. sequitur p. n. ipm̄ numerare. a. Si aut cōpositus p. eadē sequitur numerus primū numerantē. g. numerare. a. qd̄ est inconueniens itaq. a. numerat cū sequitur ergo p. secundā partē. 10. septimi ut. b. numeret quoq. b. eo q. tā ex. a. in. b. q. ex. g. in. b. constat p. duci. c. ¶ Numeret. h. itaq. ipsum k. Constat aut ut prius de. g. q. a. numeret. h. Nā si non non erit. a. primus itaq. p. secundā partē. 10. sep. sequitur ut. k. numeret. a. sit enim tā ex. a. in. f. q. ex. h. in. k. b. Manifestū est aut. k. nō ēē. a. nullus enim numerus. g. b. k. est aliquis ex. a. b. c. d. si enim. g. ēēt aliquis ex eis cū ipse numeret. d. fm̄. e. ēēt per premisam. e. quoq. aliquis ex eis sed non erat nec igitur. g. ¶ Si militer cū. h. numeret. c. fm̄. g. non erit. h. aliquis ex. a. b. c. Nā ēēt p. premisam f. g. ostensum est aut q. non. ¶ Nec igit. h. eadē rōne nec. k. ¶ Cū. n. ipse numeret. b. fm̄. h. si ipse ēēt. a. conuinceret p. premisam. h. quoq. ēē. a. At non erat. ¶ Nec igitur. h. erit. a. ¶ Numeret aut ipsum. Nō est itaq. a. primus quod est impossibile. ¶ Aliter idem si. e. diuersus ab. a. b. c. d. numerat. d. sit ut fm̄. f. f. quia. a. numerus primus numerat. d. p. ductum ex. e. in. f. sequitur ex. 33. sep. q. ipse numeret. e. uel. f. numeret ergo. e. ¶ Quia igitur tā ex. a. in. c. q. ex. e. in. f. sit. d. erit per scdm̄ partem. 10. septimi. a. ad. e. sicut. f. ad. c. nūerat itaq. f. c. sit ut scdm̄. g. eritq. per. 33. septimi ut. a. quoq. numeret. f. uel. g. suq. ut. f. sequiturq. per secundā partem. 10. eiusdem ut. g. numeret. b. sitq. ut secundum. h. ut prius igitur. a. numerabit. g. uel. h. f. sit ut numeret. g. h. ergo per secundā partem dicte. 10. numerabit. a. si itaq. h. non est equalis. a. non erit. a. primus quod est contra ypothe. Si autē equalis erit unusquisq. numerorum. g. f. e. aliquis ex. a. b. c. d. p. premisam quotiens oportet assumptam. Non est igitur. e. diuersus ab eis qd̄ est etiam contra ypothe. itaq. constat uep. esse quod proponitur.

Propositio .14.

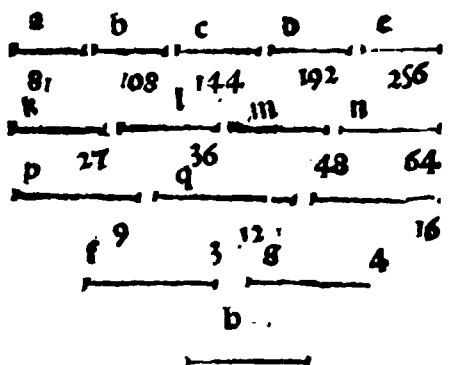
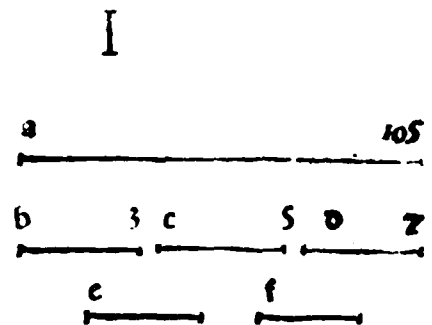
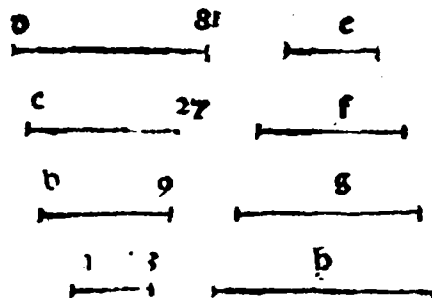


Propositus fuerit numerus minimus quem numerant primi assignati nō numerabit eū aliquis numerus primus præter illos assignatos. ¶ Sit. a. minimus numerus numeratus a numeris primis q. sunt. b. c. d. dico q. alius primus præter eos non numerabit. a. Sin autem sit. e. primus numerans eum fm̄. f. quia ergo quilibet numerorum. b. c. d. numerat. a. productum ex. e. in. f. est autem quilibet eorum primus sequitur ex. 33. septimi ut quilibet eorum numeret. e. uel. f. sed. e. nullus numerat cum sit primus quilibet ergo eorum numerat. f. cum itaq. sit. f. minor. a. utpote qūl numerat eum fm̄. e. nō erit a. minimus numeratus ab illis quod est inconueniens.

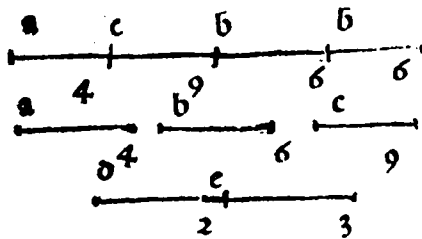
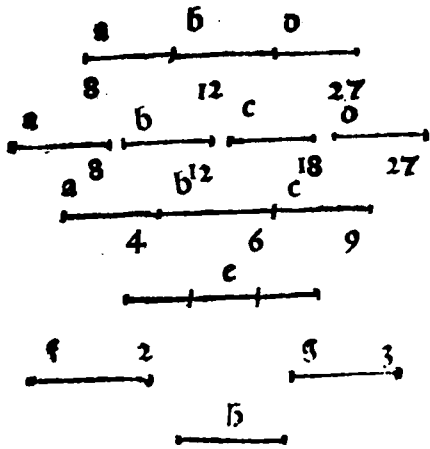
Propositio .15.



Quotlibet numeri continue proportionales fm̄ suam proportionem fuerint minimi quicunq. aliquem illorum numerat alteri terminorum illius proportionis erit communis. ¶ Sint. a. b. c. d. e. continue proportionales f. minimi fm̄ proportionem. f. ad. g. qui sint in sua proportionem minimi f. ponatur. h. numerare. c. dico q. h. est cōmēsurabilis. f. uel. g. ¶ Sumantur enim in eadem proportionem quatuor minimi qui sunt. k. l. m. n. constat autem ex secunda octau q. ex. f. in. m. sit. c. alioquin contingeret



esse minus minimo quod esse non potest itaq; per correl. 13. septimi erit
h. cōmensurabilis. f. vel. m. q. si. f. constat propositum si autem. m. suman
tur in eadē proportiōe tres minimi qui sunt. p. q. r. eritq; ex secunda octa
ui ut. m. fiat ex. f. in. r. ne minus minimo aliquid esse cogamur concede
rei quare per predictum correl. b. est cōmensurabilis. f. vel. r. sed nō erat
f. sic enim constabat propositum cōmensurabilis igitur est. r. qui cum
ex secunda octaui fiat ex. g. in se sequitur ex dicto correl. vt. b. sit cōmē
surabilis. g. quod est propositum.



Propositio .16.



P fuerint duo numeri quotlibet continue propo
tionales in sua proportione minimi quilibet eorū
ad compositum ex reliquis primus esse necessa
rio comprobatur.

Sint. a. b. c. d. continue proportionales & minimi. di
co compositum ex. a. b. c. primum esse ad. d. Si enim nō
numerabit aliquis numerus qui sit. e. compositum ex. a. b. c. & d. per pre
missam igitur erit. e. cōmunicans alteri terminorum illius proportionis
qui sunt. f. g. erit itaq; numerus aliquis numerans. e. & alterum duorum
f. g. qui sit. h. quia ergo. h. numerat. e. numerabit. d. & compositum ex. a.
b. c. & quia numerat. i. vel. g. quorum vterq; numerat vtrum q. mediorum
& simpliciter omnes si plures duobus sunt : ex secunda octaui sequitur vt
ipse numeret. b. & c. ergo & a. quia numerat totum. a. b. c. non sunt igitur
a. & d. contra se primi quod est inconueniens per. 3. octaui. Similiter quo
q; constabit compositum ex. a. b. d. primum esse ad. c. si enim vt prius. e.
numerat ambos sequitur per premissam vt aliquis numerus qui etiam sit
h. numeret. e. & altez duoz. f. g. itaq; h. numerat. c. & totū. a. b. d. sed & b.
cū vtraq; radicū numeret oēs mediorum igitur & cōpositū ex. a. & d. quia ne
cessario numerat altez duoz. a. d. cū numeret altez duoz. f. g. numerabit
& reliquum. Non sunt igitur. a. & d. contra se primi : & ita idem vt prius.

Demonstrant autem idem aliter de tribus continue pportionalibus
& minimis sine adminiculo premisset probant enim ex quibusq; duobus
compositum primum ēē ad reliquum : sint itaq; 3. continue propotiona
les & minimi. a. b. c. quorum termini. d. f. c. dico tunc compositum ex. a.
& b. primū ēē ad. c. & compositum ex. b. & c. ad. a. itemq; ex. a. & c. ad. b.
manifestū enim est ex secunda octaui qd ex. d. in se fit. a. & in. e. fit. b. & ex
e. in se. c. & ex. 23. septimi quod. d. & e. sunt contra se primi itaq; ex prima
parte. 29. eiusdem erit totus. d. e. primus ad vtrumq; eoz quia igitur vter
q; duoz numeroz. d. & e. primus est ad. e. erit per. 25. eiusdem qui ex. d.
in. d. e. producit & ipse est compositus ex. a. & b. primus ad. e. sequitur er
go per. 26. eiusdem : ut etiam compositus ex. a. & b. sit primus ad. c. sit enī
c. ex. e. in se. **S**imili quoq; demonstratiōe pbabit cōpositum ex. b. & c.
primum ēē ad. a. At vero cōpositum ex. a. & c. primum ēē ad. b. sic habe
to : cū sit enim vterq; duoz. d. & e. primus ad totum. d. e. erit p. 25. septimi
q ex. d. in. e. pducitur : & ipse est. b. primus ad. d. e. itaq; p. 26. eiusdem qui ex
d. e. in se puenit : & ipse est qui componitur ex. a. & c. & duplo. b. pms erit
ad. b. sequitur ergo compositum ex. a. & c. primum ēē ad. b. necesse enim ē
vt ex duobus compositus cū primus fuerit ad vnum eorum ex qbus com
ponitur : sit primus ad reliquum. Demonstratum autem est hoc supra. 29.
septimi. Oportet autē stabilire ad robur istius demonstrationis composi
tum ex. a. & b. produci ex. d. in compositum ex. d. & e. supposito q ex. d. in
se fit. a. & ex eodem in. e. b. itemq; q ex. d. e. in se producat compositum
ex. a. & c. & duplo. b. supposito eo quod prius & q ex. e. in se fit. c. huius ita
q. gratia proponimus hec demonstranda.

Quod sit ex ductu vnus numeri in quotlibet tantum ē : quā
tum quod ex ductu eiusdem in compositum ex illis.

Idem pponit prima secundi de lineis. Sit enim vt ex. a. in. b. & in. c. &
in. d. pueniant. e. & f. & g. dico q ex. a. in cōpositū ex. b. & c. & d. puenit

compositū ex.e.f.f.g. sequitur enim ex conuersione diffinitionis eius qđ multiplicat vt tota pars sit.b.e. f. tota.c.f. sed f.d. tota.g. quota est vni-
tas.a. per quintā itaq; septimi tota quoq; pars erit cōpositus ex.b.f.c.f.d.
compositū ex.e.f.f.g. quota est vnitas.a. ergo per diffinitionem ex. a.
in cōpositū ex.b.f.c.f.d. sit cōpositus ex.e.f.f.g. qđ est propositum.
¶ Quod sit ex ductu quotlibet numerorū in vnum equum est ei
quod sit ex composito eorum in eundem.

¶ Hoc est conuersum eius quod modo demonstratum est: vt si ex.b. f.c.
f.d.in.a. hiant.e.f.f.g. fiet quoq; cōpositus ex composito in eundem
qđ ex.rz. septimi f. predemonstrato facile concluditur.

¶ Quod sit ex ductu quotlibet numerorum in quotlibet alios:
equū ē ei quod sit ex cōposito horū in cōpositū illorum.

¶ Vt si.a.b.c. multiplicent.d.e.f. quilibet quilibet iungatur, producta
dico aggregatū ex productis esse quale producto ex composito ex.a.f.b.
f.c.in cōpositum ex.d.f.e.f.f. ¶ Est enim p. premisam quod sit ex cō-
posito ex.a.b.c.in.d. quātum quod ex singulis in illum.d. sic f.in. e. f.in
f. ex cōposito autem horum.a.b.c.in quemlibet illorum.d.e.f. p. añ pre-
misam sit quātū ex cōposito in cōpositū itaq; constat propositum.

¶ Numero in quotlibet partes diuiso: tantū est quod sit ex to-
to eo in se: quantum quod ex eo in omnes suas partes.

¶ Idem pponit secūda secūdi de lineis vt si.a. diuidatur in.b.f.c.f.d.
dico qđ tñ sit ex.a.in se quātū in oēs illos. b.c.d. Posito enim.e. equali.a.
constat ex prima hāz incidentium tñ fieri ex.e.in.a. quātū in oēs ptes
a.fed per cōcep.ex.e.in.a. sit quātū ex.a.in se. f. ex.e.in partes.a. quātū
ex.a.in eadem. Manifestum ergo est verum esse quod dicitur.

¶ Numero in duo diuiso quod sit ex toto in alterum diuidētū
tantum est quantum quod ex eodem in se z in alterum.

¶ Idem proponit tertia secūdi de lineis. Sit enim.a. diuisus in.b.f.c. di-
co tñ fieri ex.a.in.c. quātum ex.c.in se. f.in.b. Nā qđ ex.a.in.c. est quātum qđ
ex.c.in.a. p.rz. septimi. sumpto itaq; d. equali.c. erit.a.in.c. quātū. d.i.a.
At p. primā hāz.d.in.a. est quantum in.b.f.c. ga ergo.d.in.a. f.in.b.f.i
c. est quātū.c.in.a. f.in.b.f.i se pp equalitatem.c. f.d. cōstat ppositum.

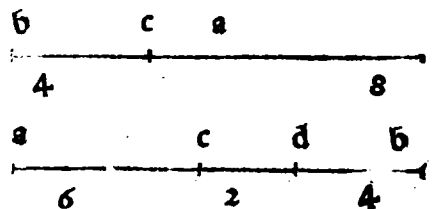
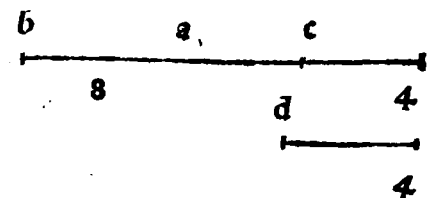
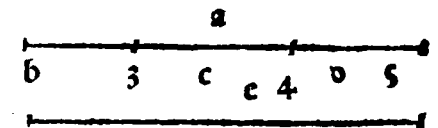
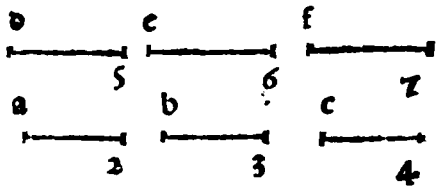
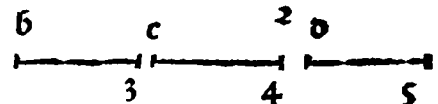
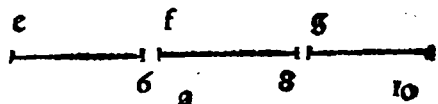
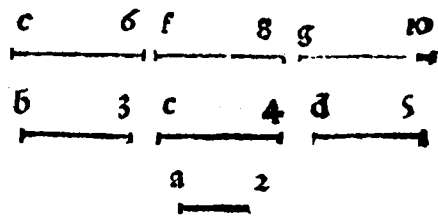
¶ Numero in duo diuiso quod ex ductu totius in se: est quan-
tum quod ex ductu vtriusq; diuidētium in se z alterius eorum
bis in alterum.

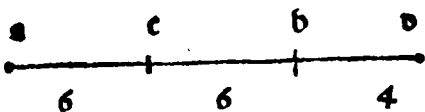
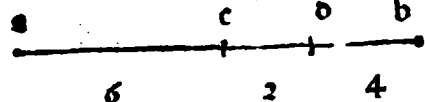
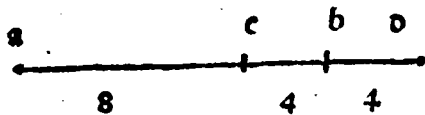
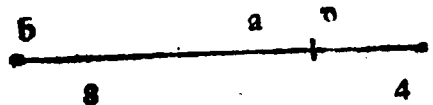
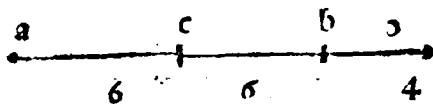
¶ Idem proponit quarta secūdi de lineis vt si.a. diuidatur in.b.f.c. di-
co tantum fieri ex.a.in se quātum ex.b.in se. f.c.in se f. ex.b. bis in.c. est
enim per quartam harum qđ ex.a.in se quantum quod ex eo in.b. f.in.c.
ex eo aut in.b. per premisam est quantum ex.b.in se f.in.c. at ex.a. in.c.
per eandem est quantum ex.c.in se f.in.b. f. quia ex.c.in.b. tñ est quan-
tum ex.b.in.c. per.rz. septimi liquet verum esse quod proponitur.

¶ Numero per duo equalia duosq; equalia diuiso quod sit ex
maiori unequalium in minorem cū quadrato intermedij equus
est quadrato medietatis totius.

¶ Idem proponit de lineis quinta secūdi: vt si.a.b. diuidatur in duos
numeros equales qui sint.a.c.f.c.b. itemq; in duos inequales quorum sit
maior.a.d.f. minor.d.b. dico qđ illud quod sit ex toto.a. d.in. d. b. cum
quadrato.c.d. equali est quadrato.c.b. per premisam enim quadratum
c.b. ē equali quadrato.c.d. f. quadrato.d.b. f. ei quod sit ex.b. d.in. c.d.
bis: sed ex.b.d.in se f.in.c.d. tantum sit quantum in.c. b. per primam ha-
ram: f. ideo quantum in.a.c. itaq; ex.b.d.in se f.in.c. d. bis quātum ex ip-
so.b.d.in.a.d. per eandem igitur quadratum.c.b. superat id quod sit ex.b.
d.in.a.d.in quadrato.c.d. constat ergo propositum.

¶ Cum fuerit numerus in duo equalia diuisus: eius alius nu-
merus adiunctus: quod sit ex ductu totius compositi in adiun-
ctum cum quadrato medietatis equum est quadrato compo-
si ex dimidio z adiuncto.





¶ Idem pponit sexta secundi de lineis. Sit enim .a. b. diuisus in duos equales numeros q̄ sint .a. c. & .c. b. addaturq; ei numerus .b. d. dico illud q̄ fit ex toto .a. d. in .d. b. cum quadrato .c. b. esse equale quadrato .c. d. est enim ex sexta harum quadratum .c. d. equale quadrato .d. b. & quadrato .b. c. & ei quod fit ex .d. b. in .b. c. bis, sed per primam harum ex .b. d. in .c. fit in .b. c. bis est quantum ex .b. d. in .d. a. Sunt enim .a. c. & .c. b. equaliter itaq; quadratum .c. d. superat id q̄ fit ex .b. d. in .d. a. in quadrato .c. b. quod est ppositum.

¶ Cum numerus in duo diuiditur quod fit ex toto in se eius eo quod ex altero diuidentium in se: est equum ei quod ex toto in eū dem bis cum eo quod ex altero in se.

¶ Idem pponit septima secundi de lineis. Sit enim numerus .a. diuisus in .b. & .d. dico quadratum .a. cum quadrato .d. tñ esse quantum quod fit ex .a. in .d. bis cum quadrato .b. constat quidem ex sexta harum q̄ quadratum .a. tantum est quantum quadratum .d. & quadratum .b. & quod fit ex .d. in .b. bis itaq; quadratum .a. cū quadrato .d. tñ est quantum quod ex .d. bis in se & bis in .b. cum quadrato .b. sed ex .d. bis in se & bis in .b. fit quantum ex .d. bis in .a. per primam harum ergo quod fit ex .d. bis in .a. cum quadrato .b. est quantum quadratum .a. cum quadrato .d. quare patet ppositum.

¶ Cum fuerit numerus in duo diuisus eiq; equalis vni diuidentium additus: quadratus totius cōpositi equum est quadruplo eius quod fit ex priori in additum cum quadrato alterius.

¶ Idem pponit octaua secundi de lineis. Sit numerus .a. b. diuisus in .a. c. & .c. b. cui addatur .b. d. qui ponatur equalis .c. b. dico quadratum .a. d. tantum esse quantum est id quod fit ex .a. b. in .b. d. quater cum quadrato .a. c. est nāq; per sextam harum quadratum .a. d. equum quadrato .a. b. & quadrato .b. d. & ei quod fit ex .a. b. in .b. d. bis: & quia quadratum .b. d. est eq̄le q̄drato .c. b. erit q̄dratum .a. d. eq̄le q̄drato .a. b. & q̄drato .c. b. & ei q̄ fit ex .a. b. in .b. d. bis: per premisam autem est quadratum .a. b. cum quadrato .c. b. quantum quadratum .a. c. cum eo quod fit ex .a. b. in .b. c. bis itaq; quadratum .a. d. tantum est quantum quod ex .a. b. in .b. d. bis & ex .a. b. in .b. c. bis cum quadrato .a. c. & quia ex .a. b. in .b. c. tantum fit quantum in .b. d. constat verum esse quod ppositum est.

¶ Cum fuerit numerus in duo equalia duosq; unequalia diuisus: quadrata ambozum icqualium pariter accepta duplus sunt quadrato medietatis & quadrato eius quo icqualis portio excidit equalē pariter acceptis.

¶ Idem pponit nona secundi de lineis. Sit enim .a. b. diuisus p̄ duos equales q̄ sint .a. c. & .c. b. & p̄ duos inequales q̄ sint .a. d. & .d. b. dico q̄ quadrata duosq; numeroꝝ .a. d. & .d. b. pariter accepta sunt duplū duobus q̄dratis duosq; numeroꝝ .a. c. & .c. d. pariter acceptis. Est enim p̄ sextā harum quadratum .a. d. quantum q̄dratum .a. c. & quadratum .c. d. & duplū eius q̄ fit ex .a. c. in .c. d. q̄ aut .a. c. est equalis .c. b. erit q̄dratum .a. d. q̄um q̄dratum .b. c. & q̄dratum .c. d. & duplū eius q̄ fit ex .b. c. i. c. d. itaq; q̄dratum .a. d. cū q̄drato .b. d. sunt q̄ntum q̄dratum .b. c. & quadratum .c. d. & duplū eius q̄ fit ex .b. c. in .c. d. & q̄dratum .b. d. duplū aut eius q̄ fit ex .b. c. in .c. d. cū quadrato .b. d. est equale q̄drato .b. c. & quadrato .c. d. p̄ q̄. harum ergo quadrata duosq; numeroꝝ .a. d. & .d. b. sunt quantum quadrata duosq; numeroꝝ .b. c. & .c. d. duplicata: & quia .b. c. & .c. a. sunt equales. patet ppositum.

¶ Cum fuerit numerus in duo equa diuisus alijsq; ei adiunctus quadratum totius cōpositi cū quadrato adiuncti duplum sunt ad quadratus medietatis ipsius cū quadrato cōpositi ex medietate & adiuncto.

¶ Idem pponit .x. secundi de lineis. Sit enim numerus .a. b. diuisus in duos equales .a. c. & .c. b. sitq; sibi adiunctus numerus .b. d. dico quadratum .a. d. cum quadrato .b. d. duplum ē ad quadratum .a. c. cum quadrato .c. d. cum sit enim numerus .c. d. in duo diuisus sibiq; sit .a. c. equalis vni diuidentium additus erit per .x. harum quadratum .a. d. quantum quod fit ex .c. d. in .c. a. quater cum quadrato .b. d. quia uero .a. c. est equalis .c. b. erit q̄dratum .a. d. quantum q̄ fit ex .d. c. in .c. b. q̄ter cū qua

drato. b. d. itaq. quadratum. a. d. cum quadrato. d. b. erit quantum quod fit ex. d. c. in. c. b. quater cum duplo quadrati. b. d. hoc autem per. 9. harū duplum est ad quadratum. c. d. cum quadrato. c. b. cum igitur sit quadratum. c. b. equale quadrato. a. c. constat propositum.

¶ Numerus aliquē ita diuidere vt quod ex toto & vna eius portione continetur equum sit quadrato alterius est impossibile.

¶ Quod 11. secundi proponit faciendum in lineis. demonstrat hoc impossibile esse in numeris. Sit enim quilibet numerus. a. b. dico impossibile eē ipsum sic diuidi vt proponitur: sic enim diuideretur fm pportione habentem medium & duo extrema: vt patet ex diffinitione. 19. sexti. Si autem potest diuidatur in. c. sitq. a. b. ad. b. c. sicut. b. c. ad. c. a. erit itaq. a. c. minor. c. b. detrahatur igitur ab eo equalis sibi qui sit. c. d. quia igitur est proportio totius. a. b. ad totum. b. c. sicut. b. c. detracti ab. a. b. ad. c. d. detractum ab. b. c. erit eadem. a. c. residui. a. b. ad. b. d. residuum. b. c. quare. b. c. ad. c. d. sicut. c. d. ad. d. b. erit igitur. c. d. maior. d. b. detracto itaq. q. d. e. de. c. d. vt sit. d. e. equalis. d. b. erit etiā proportio. b. c. ad. c. d. sicut. c. d. ad. d. e. quare sic. d. b. residui. c. b. ad. c. e. residuum c. d. potest igitur c. e. detrahi ab. e. d. non erit itaq. finis istius detractionis quod est impossibile. Nunc ad propositum reuertamur.

Propositio .17.



Ifuerint duo numeri contra se primi quantus est primus eorum ad secundum: tantum eē secundus ad tertium quemq. impossibile est.

¶ Sint. a. b. contra se primi: dico impossibile eē aliquē eis in continua proportionalitate adiūgi. Si enim potest sit. c. quia igitur. a. ad. b. sicut. b. ad. c. sunt autem. a. b. in sua proportione minimi per. 23. septimi: sequit per. 21. eiusdem ut. a. numeret. b. qui cum ēt numeret se nō erūt. a. b. cōtra se primi: quod ē cōtrarium positioni.

Propositio .18.



Iquotlibet numerorum continue proportionaliū duo extremi fuerint contra se primi quantus est primus ad secundum tantum eē vltimum ad aliquem alium est impossibile.

¶ Sint. a. b. c. continue pportionales. sintq. a. b. c. contra se primi dico q. in eadem pportione nō pōt eis adiungi alius: si enim potest sit. d. quia igitur est. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit pmutatum. a. ad. c. sicut. b. ad. d. sunt aut. a. b. c. in sua pportione minimi p. 23. septimi: itaq. p. 21. eiusdem. a. numerat. b. quare ēt numerat. c. numero p. n. continue pportionaliū: si p. numerat scdm ipse numerat oēs: & simpliciter qlibet pcedēs quēlibet sequētē: at q. ēt numerat se nō erūt. a. b. c. cōtra se p. m. q. d. est incōueniēs.

Propositio .19.



In propositis duobus numeris an sit eis tertius cōtinue proportionalis perscrutari.

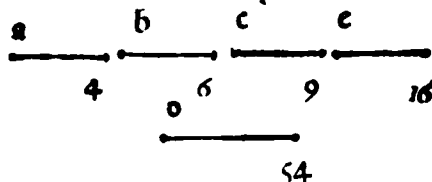
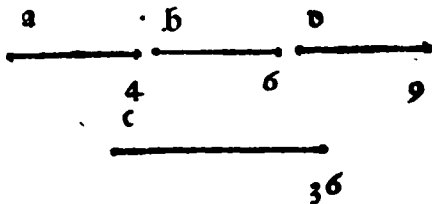
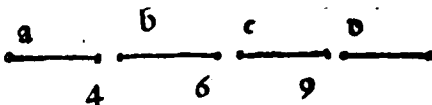
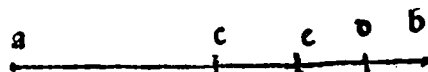
¶ Sint. a. b. duo numeri ppositi: uolo inquirere an eis possit tertius sub continua pportionalitate adiūgi. Igit si ipsi sunt cōtra se primi impossibile ē per. 17. ¶ Si uero compositi ducat. b. in se. & pueniat. c. quē si. a. numerat erit. ¶ Si uero nō nūerat nō erit. ¶ Nūeret. n. eū fm. d. q. erit quē q. rimus p. 2. ptē. 20. septimi. ¶ Sit ergo ut nō numeret eū: ē tñ ut. a. ad. b. sicut. b. ad. d. itaq. q. ex. b. in se fit. c. sequit p. primā ptē. 20. septimi. ut ex. a. in. d. sit idē. igitur. a. numerat. c. fm. d. sed erat positū q. nō: quare sequitur iposibile.

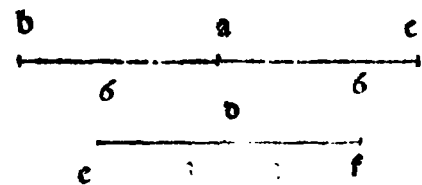
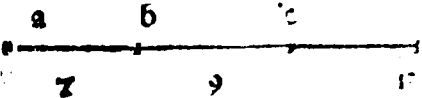
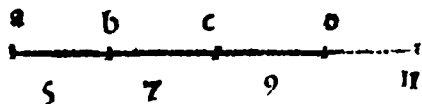
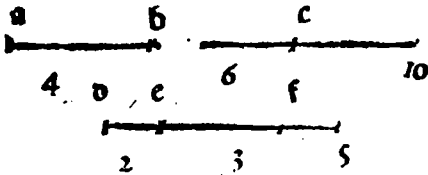
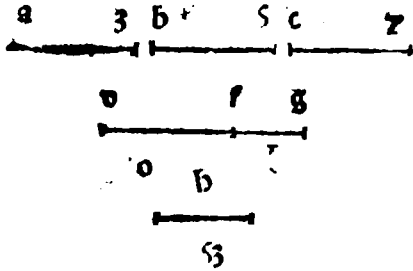
Propositio .20.



Istis tribus numeris cōtinue pportionalibus an sit aliquis q. rtus eis cōtinue pportionalis inquirere.

¶ Sint continue pportionales. a. b. c. uolo inquirere an alius eis sub continua pportionalitate possit adiūgi. ¶ Igitur si. a. b. c. sunt contra se primi. impossibile est per. 18. si





compositi: sit. d. qui prouenit ex. b. in. c. quem si numerat. a. erit. si uero nō numerat non erit. ¶ Numeret enim cum fm. e. qui erit quem querimus per secundam partem. 10. septimi. ¶ Sit ergo ut non numeret eum: est tñ ut. a. ad. b. sicut. c. ad. e. itaq. quia ex. b. in. c. sit. d. sequitur per primā partē 10. septimi: ut ex. a. in. e. sit idem ¶ Ergo. a. numerat. d. fm. e. sed positum erat q. non. ¶ I dem potes perscrutari quolibet continue proportionali bus propositis. si enim duo extremi sint contra se primi finem habet intentio per. 18. si autem compositi ducto secūdo in ultimum si productum nu- meret primus: is secundum quē cū numerat est quem querimus p. secūda partem. 10. sep. ¶ Si autem primus productum non numerat nullus. erit quolibet enim posito per primam partem eiusdem fm. ipsum positum numerabit primus productum: quod positum erat non numerare.

Propositio .21.



Alis quolibet numeris primis aliquem primum ab eis diuersum eē necesse est.

¶ Nihil aliud intenditur nisi q. numeri primi sint infini ti demonstrare. Sint enim. a. b. c. numeri primi. dico esse aliquem primum diuersum ab eis sit quidē. d. f. minimus quē numerant cui addita unitate fiat. d. g. qui est primus aut compositus. si primus constat ppositum. ¶ Si compositus numerat cū aliquis primus qui sit. h. quē non est possibile eē aliquē ex primis ppositis. si enim eēt aliquis eoz cū quilibet ipsoz numeret. d. f. ipse quoq. numera ret cundē: at quia numerat. d. g. oporteret ipsum numerare. f. g. qui ē uni tas: q. est impossibile. ¶ I dē sequitur posito. d. f. quolibet nūero quē nu merat. a. b. c. quare constat ppositum.

Propositio .22.



3 coaceruent quolibet numeri pares: totus quoq. ab eis coaceruatus erit par.

¶ Sit quisq. numerorum a. b. c. part. dico ex eis compo- situm eē parem. ¶ Habet enim ex conuersione diffinitio- nis quisq. eorum medietatem. ¶ Sint ergo eoz medietates. d. e. f. quia igitur sicut. a. ad. d. sic. b. ad. e. c. ad. f. erit ex. 13. septimi sicut. a. ad. d. itaq. totus. a. b. c. ad totum. d. e. f. itaq. d. e. f. est medietas. a. b. c. ergo per diffinitionem. a. b. c. ē par: quod ē propositum.

Propositio .23.



3 numeri impares numero pares coaceruentur totus quoq. ex eis coaceruatus erit par.

¶ Sit quilibet numeroz. a. b. c. impari: dico ex eis cō- positum eē parem. ¶ Dempta enim a quolibet unitate cō- stat residuos eē pares: f. quia ille unitates dempte compo- nunt parē: cū sint numero pares: constat propositū per pre- misam.

Propositio .24.



3 numeri impares numero impares coaceruentur totum quoq. ex eis coaceruatum imparem eē.

¶ Sit quilibet numeroz. a. b. c. impari: dico totū ex eis cō- positum eē imparem. ¶ Erit. n. p. p. misam compositus ex a. f. b. par: f. quia. c. depta unitate ē par: erit p ante p. mis- sam totus. a. b. c. dempta unitate par: per diffinitionē ita q. constat totum eē imparē.

Propositio .25.



3 a numero pari numerus par detrahatur reliquus erit par.

¶ Sit totus. a. par a quo detrahatur. b. qui quoq. sit par: f. residuus sit. c. dico. c. eē parē. ¶ Sit enim. d. medietas. a. e. quoq. sit medietas. b. detractoz. e. de. d. sit reliquus. f. erit per. 13. septimi. c. ad. f. sicut. a. ad. d. quare. f. ē medietas c. itaq. c. est par: quod est propositum.

Propositio .26.



I a nūcro ipari detrahatur ipar reliquus erit par.
 ¶ Sit. a. b. numerus impar a quo detrahatur. b. c. qui sit impar: dico reliquum qui ē. a. c. ēē parē. ¶ Detrahatur enim ab utroq. duoz. numeroz. a. b. ē. b. c. unitas que sit. b. d. eritq. uterq. duoz. residuoꝝ q̄ sunt. a. d. ē. d. c. par per premisam itaq. constat. a. c. ēē parē: qđ ē ppositum.

Propositio .27.



I a numero impari numeri unum parē subtrahas qui relinquitur impar est.

¶ Sit. a. b. impar a quo detrahatur. a. c. qui sit par: dico c. b. residuum ēē imparem. ¶ Sit enim. b. d. unitas eritq. a. d. par. ē quia. a. c. est par erit per. 25. c. d. par. cum itaq. sit. d. b. unitas erit. c. b. impar: quod est propositum.

Propositio .28.



I de numero pari imparem tollas qui relinquitur impar est.

¶ Sit. a. b. par a quo tollatur. a. c. qui sit impar: dico. c. b. residuum ēē imparem. ¶ Subtrahatur enim ab. a. c. unitas que sit. c. d. eritq. a. d. par itaq. per. 25. d. b. quoq. erit par: quia igitur. d. c. est unitas. sequitur. c. b. ēē imparem: quod est propositum.

Propositio .29.



I numerus impar in numerū parē ducatur q̄ inde producietur erit par.

¶ Ex. 23. manifestum est quod dicitur.

Propositio .30.



I in imparē ducatur impar qui pducetur erit impar.

¶ Hec quoq. ex. 24. manifesta est.

Propositio .31.



I numerus impar numerz pares numeret: numero pari cum numerabit.

¶ Si enim numero impari cum numeraret ex impari in imparē fieret par: quod est inconueniens per premisam.

Propositio .32.



I impar imparē numeret impariter cum numerat.

¶ Si enim pariter cum numeraret ex numero ipari in numerū parē fieret impar quod est inconueniens per. 29.

Propositio .33.



I numerus impar numerz parē metiatur eius: de quoq. dimidium ipsum metiri necesse est.

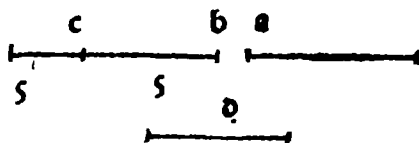
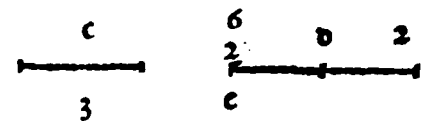
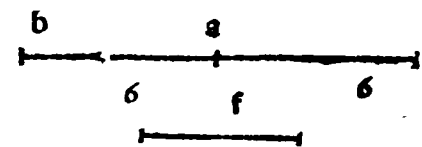
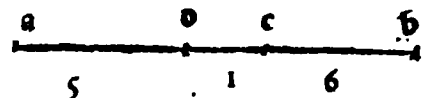
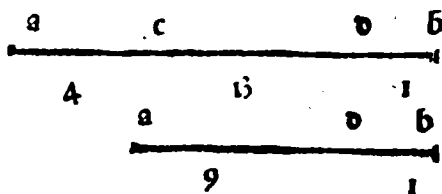
¶ Sit. a. numerus par cuius dimidium. b. sitq. c. numerus impar qui numeret. a. dico q. c. numerabit. b. ¶ Numeret enim. a. fm. d. eritq. per. 31. d. numerus par. Eslo igitur eius dimidium. e. ducaturq. c. in. e. ē proueniat. f. erit q. per. 18. sep. a. ad. f. sicut. d. ad. e. ē quia etiam est. a. ad. b. sicut. d. ad. e. sequitur. b. ē. f. ē ēē equales. cum itaq. c. numeret. f. idē numerabit. b. qđ est propositum.

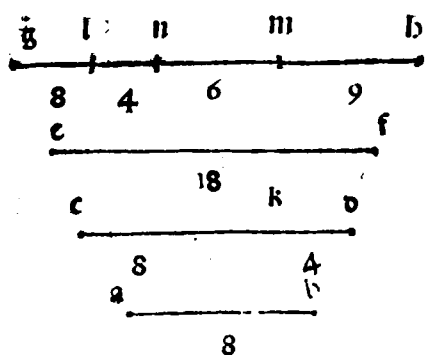
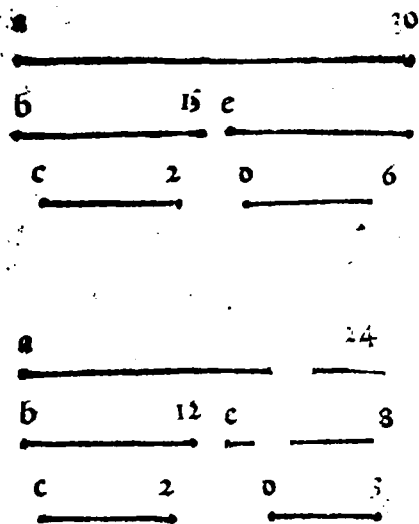
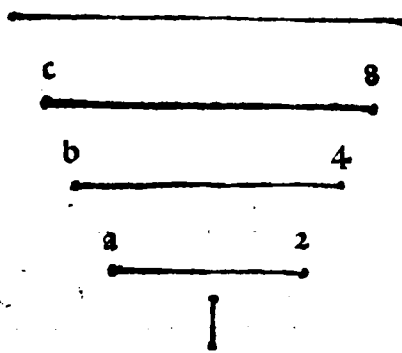
Propositio .34.



I numerus impar ad aliquē fuerit primus: idē ad eiusdem duplum erit primus.

¶ Sit. a. numerus impar primus ad. b. cuius duplum sit. c. dico q. a. est primus ad. c. ¶ Sin autem numeret eos. d. cū q. a. sit impar sequitur. d. ēē imparem: quicunq. enim imparē numerat impar est. ¶ Per premisam itaq. d. numerat it. b. non sunt igitur. a. ē. b. contra se primi: qđ est contra ypothesim.





Propositio .35.

Ameri a duobus dupli sunt pariter pares tātus.



Sint vnitas, a, b, c, d. cōtinue proportionales. sitq. a. bi-
narius: dico oēs eos esse pariter pares eisq. fm hac pportio-
nem in infinitum auctis nullum alium eē pariter parem.

P De his qdem constat p diffinitionem cū p. a. quilibet
pcedens numeret quemlibet sequētem p aliquem eorum.
quos oēs oportet esse pares: ff nullus alius numeret aliquem eorum per. 13
eo q. a. qui est binarius vnitatem sequens ē primus. **Q**uod autem nul-
lus alius ab his sit pariter par constat: sic. **P**osito enim aliquo diuidatur
in duas medietates eiusq. medietas in duas: ff hoc toties fiat quousq. nu-
merus aut vnitas diuisionem impediāt quod est necesse euenire per vlti-
mam petitionem. si vero numerus hanc prohibeat ipse erit impar qui cum
numeret pariter parem positum non erat pariter par que posius ē pariter
par. si autem vnitas non erit. 13. vel. 15. alius a continue duplis ab vnitate.

Propositio .36.

Amerus cuius medietas ē impar ē pariter ipar.



Sit. a. numerus cuius medietas que sit. b. sit impar dico.
a. esse pariter imparē. **S**it enim. c. binarius manifestum
est itaq. qm ex c. in. b. sit. a. sit aut. d. quilibet numerus par
numerās. a. q numeret eū scdm. e. eritq. p scdm ptem. 10.
septimi. e. ad. b. sicut. c. ad. d. igit. e. numerat. b. nā q. a. c. nu-
merat. d. erit itaq. e. numerus impar. erat enim. b. p diffinitionem igitur
a. est pariter impar.

Propositio .37.

Nis numerus a duobus non duplus cuius me-
diatas est par est pariter par et impariter.



Sit numerus. a. non duplus a duobus cuius medietas q
sit. b. ponatur par. dico ipsum esse pariter parem: ff ipariter.
Sit enim. c. binarius de quo manifestum est q ipse nu-
merat. a. fm. b. quia uero. a. nō est duplus a duobus: neces-
se est si eius medietas que est. b. in alias duas medietates diuidatur: medie-
tatisq. medietas in alias duas ut tandem occurrat numerus impediens di-
uisionem qui propter hoc q diuisionem non recipit erit impar. **S**itq. is
in quo sistit diuisio. d. in numero quippe necesse est stari qā si usq. ad uni-
tatem perueniret diuisio esset. a. de numeris duplis a binario de quibus nō
est: de. d. uero manifestum est q ipse numerat. a. per hanc cōem scientiam
ois numerus numerans alium numerat oēm numeratum ab illo. Nume-
ret ergo eum fm. e. eritq. e. par. Alioquin. cum. d. sit numerus impar seq-
retur per. 30. a. esse imparem: quia igitur. b. numerus par numerat. a. fm. c
q quoq. ē par ē eni binarius. At uero. e. numerus par numerat eūdem fm
d. qui est impar. constat ex diffinitione numerum. a. esse pariter parem ff
impariter: qd est propositū.

Propositio .38.



I de secundo atq. vltimo numerorum cōtinue p-
portionalium equale primo dematur quantum ē
reliquum secundi ad primum tantum esse reliquū
vltimi ad coaceruatum ex cunctis precedentibus
necessario comprobatur.

Sint cōtinue pportionales. a. b. c. d. e. f. g. h. dematq. de
c. d. eq̄lis. a. b. qui sit. c. k. ff de. g. h. qui sit. g. l. dico tūc q pportio. k. d. ad. a.
b. est sicut. l. h. ad cōpositum ex. e. f. c. d. ff. a. b. **S**umat ex. g. h. eq̄lis. e. f. q
sit. g. m. ff eq̄lis. c. d. qui sit. g. n. eritq. l. n. eq̄lis. k. d. **M**āifestum aut est p
u. sep. q cum sit. g. h. ad. g. m. sicut. g. m. ad. g. n. erit. h. m. residuum ad. m.
n. residuum sicut. g. h. ad. g. m. **I**deoq. sicut. e. f. ad. c. d. **S**imili quoq.
modo erit. m. n. ad. l. n. sicut. c. d. ad. a. b. permutatim igitur erit. h. m. ad
e. f. ff. m. n. ad. c. d. sicut. n. l. ad. a. b. itaq. coniunctim per. 13. si p. erit. l. h.
compositus ex. h. m. m. n. ff. l. n. ad cōpositum ex. e. f. c. d. ff. a. b. sicut. l.
n. ad. a. b. ideoq. sicut. k. d. ad. a. b. quod est propositum.

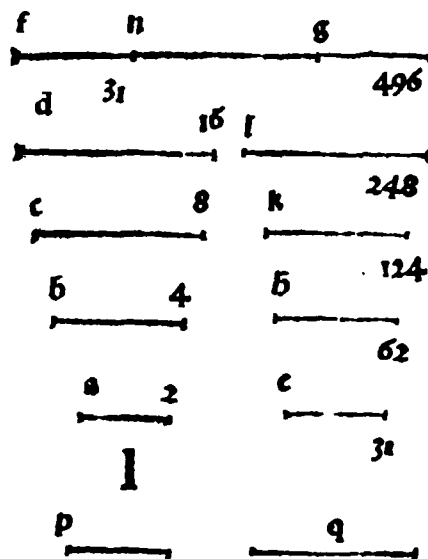
Propositio 39.



Cum coaptati fuerint numeri ab unitate continue dupli qui coniuncti faciant numerum primum extremus eorum in aggregatum ex eis ductus producit numerum perfectum.

Sint ab unitate continue dupli. a. b. c. d. ex eis autem & unitate coacti fuerint numeri. e. qui ponatur esse numerus primus

- a in quem. e. multiplicet. d. & proueniat. f. g. dico. f. g. esse numerum perfectum. Sumatur igitur. b. k. l. continue dupli ad. e. ut tot sint. e. b. k. l. quot sint continue dupli ad unitatem si mpti. eritq. per equam proportionalitatem. l. ad. e. sicut. d. ad. a. quare per primam partem. 10. kp. ex. a. in. l. p. uenit. f. g. Nam ipse. f. g. prouenit ex. d. in. e. & quia. a. est binarius est. f. g. duplus ad. l. sunt igitur. e. b. k. l. & f. g. continue proportionales. dematur igitur ex. b. equalis. e. qui sit. m. b. & residuus. h. n. qui erit etiam equalis. e. itemq. ex. f. g. dematur eidem equalis qui sit. f. n. eritq. per premissam. n. g. quantum aggregatum ex. e. f. b. f. k. f. l. & f. n. cum sit equalis. e. est quantum aggregatum ex. a. f. b. f. c. f. d. f. unitate. itemq. totus. f. g. est quantum aggregatus ex oibus his scilicet. a. b. c. d. & unitate & illis. e. b. k. l. de quibus omnibus manifestum est q. numerat eum scilicet. f. g. c. quidē fm. b. f. fm. k. quod ex prima parte. 10. kp. conuincitur adiutate equa proportionalitate si ubi opus fuerit. Est enim vt. d. ad. c. sic. b. ad. e. & vt. d. ad. b. sic. k. ad. e. per equam b. proportionalitatem. quare & ex. c. in. h. & ex. b. in. k. necesse est prouenire. f. g. quem dudum produxerat. d. in. e. si igitur nullus alius ab his numerat. f. g. ipse erit per diffinitionem numerus perfectus. **Q**uod autem nullus alius eum nūeret sic patet si enim hoc possibile esset sit. p. qui numeret eum fm. q. eritq. per. 33. kp. vt. e. numeret alterum eorum ponaturq. & q. numeret. p. & quia per secundam partem. 10. kp. est. q. ad. d. sicut. e. ad. p. sequitur vt. q. numeret. d. quare cum. a. qui sequitur unitatem sit primus est enim binarius erit. q. per. 13. huius aut. a. aut. b. aut. c. quicūq. autem horū fuerit erit. p. aut. d. l. aut. k. aut. b. si enim. q. fuerit. a. constat q. p. erit. l. quod si fuerit. b. p. erit. k. si autem. c. p. quoq. erit. b. non est igitur. p. diuersus ab illis vt fuerat positum. relinquitur ergo q. f. sit numerus perfectus quod erat demonstrandum.
- b
- c
- d



Castigator.

a **E**x hac habetur esse perfectorum primus senarius secundus 28. tertius 496. ac deinceps alternatim terminando in octonarios & senarios in infinitum & non poterit esse perfectus nisi terminetur in altero dictorum.

b **Q**uia in utroq. ordine sunt numeri in dupla proportionem dispositi & ideo p. equa ppor. siue puerum siue directe sunt. d. b. f. k. e. p. portiones.

Et iste sunt omnes partes eius quibus numeratur ille quidem fm. l. k. b. e. & iste fm. d. c. b. a. & unitas fm. f. totum per concep. quia omnis numeri pars est unitas ab ipso dicta.

c **E**t si poneret aduersarius. e. numerare. q. tūc quia est per primam partem. 10. septimi. q. ad. d. sicut. e. ad. p. erit permutatum per. 16. quinti. p. ad. d. sicut. e. ad. q. sed. q. numeratur. ab. e. per aduersariū ergo. d. numeratur etiam. ab. p. & tunc per. 8. erit. p. aliquis illorum. a. b. c. d. & sic vicēversa q. erit aliquis illorum. l. k. h. e. quemadmodum dictum est de. p. ideo & c.

d **C**um quilibet eorum numeret. f. g. fm. illos. s. l. k. h. & ideo. q. si fuerit. a. p. erit. l. cum. a. numeret. f. g. fm. l. & si. q. erit. b. p. erit. k. cum. b. numeret eundem. f. g. fm. k. & si. q. erit. c. p. erit. b. quia. c. numeret. f. g. fm. b. & ideo fm. p. erit aliquis illorum cum. q. numeret eundem. f. g. fm. p. & c. **L**atius in his que de proportionem & proportionalitate posita sunt in calce. 5. diffinitione li. 5. & circa diffinitiones. 12. 13. 14. 15. 16. eiusdem ibi dare habet qualiter quantitates cōmunicanter & cōmensurabiles se habeant in longitudine & potentia.

Explicit liber Nonus.

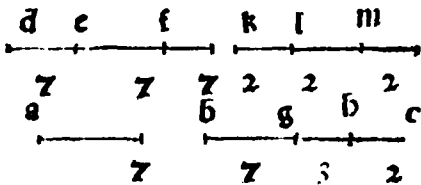
¶ Decimus praeliis. difficultissimus Eudidis liber de tridecis
Irrationalibus lineis. Ex campani optima interpretatione.
Magistro Luca paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordi
nis Minorum. Castigatore acuratissimo. Incipit.



Quantitates quibus fuerit vna
quantitas cōis eas numerans.
dicent' cōicantes. quibus vero
nō fuerit vna cōis quātitas eas
numerans dicent' incōmensura
biles. 2 ¶ Linee i potētia cōican
tes dicūtur quaz sup̄ficies qua
dratas vna cōis sup̄ficies nūerat
3 ¶ Linee incōmēsurabiles i po
tentia dicuntur quaz sup̄ficies.
quadratas non nūerat vna cōis
superficies. que cum ita sint mīa

nifestum est qz omni linee posite multe alie sunt incōmensurabiles. quedam in longitudine tm̄. quedam in longitudine ⁊ potentia. 4 ¶ **H**is aut linea cum qua rōcinamur posita vocetur rōnalis. 5 ¶ **L**ineę ei cōicantes dicūtur rōnales. 6 ¶ **E**idem aut in cōicantes dicuntur irrōales siue surde. 7 ¶ **H**is vō qua drata sup̄ficies de qua p̄ypoteli rōc. namur dicitur rōnalis. 8 ¶ **S**up̄ficies vero ei cōicantes dicūtur rōnales. 9 ¶ **E**idem aut incōmensurabiles sup̄ficies dicunt irrōationales siue surde. 10 ¶ **L**atera v̄ro que in illas quadratas possunt dicitur irrōnalia. 11 ¶ **Q**uālibet quātitatē totiēns posse multiplicari vt quālibet eiusdem generis quātitatē positā excedat.

Propositio .1.



In duabus quantitatibus inequalibus propofitis
maius dimidio a maiori detrahatur. iteq; de reli
quo maius dimidio dematur deinceps quoq; eo
dem modo: necesse est vt tandem minore pofitu
rum minor quantitas relinquatur.

 **S**int due quantitates ineq̃les. a. f. b. c. b. c. maior. dico q̃ toties p̃ot maius dimidio detrahi. a. b. c. uel eius residuo q̃ necesse erit re linq̃ quantitatem minorẽ. a. multiplicetur. n. a. quotiens excedat. b. c. sitq̃ eius multiplex. d. e. f. maius. b. c. detrahatur. itaq̃. a. b. c. maius dimidio q̃ sit. b. g. iteq̃ ex residuo quod est. g. e. maius dimidio quod sit. g. b. hoc quoq̃ totiens fiat quousq̃. b. c. diuisa fuerint in tot ptes quotiens. a. conti netur in. d. e. f. ¶ Dico tūc q̃ ultimum residuum ut est hic. b. c. est minus. a. multiplicetur namq̃. h. c. quotiens est multiplicata. a. in. d. e. f. sitq̃ eius multiplex. k. l. m. ¶ Q̃ uia igitur unaqueq̃ quantitatū. k. l. m. est equa lis. h. c. sequit̃ ut f. k. sit minor. b. g. sed f. l. minor. g. h. at quia. m. est equa lis. h. c. erit p̃ conceptionem. k. l. m. minor. b. c. quare minor. d. e. f. cū sit ergo. d. e. f. ad. a. sicut. k. l. m. ad. h. c. sitq̃. d. e. f. maior. k. l. m. sequit̃ p̃. 14. quinti q̃. a. sit maior. h. c. quod est ppositum. I dēq̃ sequit̃ si de maiori di midium dematur. iteq̃ de reliquo dimidium sitq̃ totiens quousq̃ maior diuidat̃ in tot partes quotiens continet̃ minor in quolibet suo multipli ce. maiorẽ positaz̃ quantūlibet excedente. ¶ Attendere aut̃ oportet q̃ huic uidet̃. r. tertiū contradicere pponens angulum contingentie. mino rem fore quolibet angulo a duabus lineis rectis contento posito. n. angu lo quolibet rectilineo. si ab ipso maius dimidio demat̃. iteq̃ de residuo maius dimidio. necesse uidetur hoc totiens posse fieri quousq̃ angulus

rectilineus minor angulo contingentie relinquitur: cuius oppositum. 5. tertii syllogizati: sed hi non sunt uniuoce anguli: non enim eiusdem sunt generis simpliciter curuum & rectum. At uero nec angulum contingentie totiens contingit sumi ut qualemcūq; rectilineum excedat: quod necessarium est ut ex prehabita demonstratione patet: ad hoc ut consequens ex antecedere sequat. planū ergo est et quēlibet angulū rectilineū infinitis angulis cōtingentie esse maiore.

Propositio .2.



Si fuerint due quantitates inequales detrahatur q; a maiori equale minori: donec minus eo superfit ac deinde a minori ipsius reliqui equale demat donec minus eo relinquitur denuo quoq; a reliquo primo equale reliqui secundi donec minus eo superfit aufertur: & in huiusmodi cōtinua detractio ne nullum reliquum quod ante relictum numeret: inueniatur: eas duas quantitates incōmensurabiles esse necesse est.

Simile huic ppositum prima septimi in numeris. Sint due quantitates inequales. a. & b. maior. a. a quibus si fiat reciproca quoad pōt detractio: non occurrat et si infinities fiat aliqua quantitas detractioem impediēs siue ante relictum numerās dico eas incōmensurabiles esse. ¶ Sinaut sit cōis eaz; mensura. c. detrahatur igitur. b. ex. a. quotiens pōt. sitq; residuum d. quod residuum detrahatur ex. b. quotiens pōt sit residuum. e. Fiatq; totiens ista detractio quousq; ex alterutra duaz; quantitatū. a. & b. remaneat minus. c. hoc enim necesse est esse possibile per precedentem. Sitq; hic. e. minus. c. cum igitur. c. mensuret. b. detractam ab. a. & etiam. a. mensurabit per conceptionē. d. residuum. ideoq; cū mensuret. d. detractum a b. & etiam ipsum. b. mensurabit. e. residuum. sed erat. e. minus. c. maior ergo quantitas mensurat minorem quod est impossibile.

Propositio .3.



Propositis duabus quantitatibus inequalibus cōcantibus maximam quantitatē cōiter eas numerantem inuenire. Ex hoc itaq; manifestum ē: quē duas metitur quantitates maximam quoq; communiter ambas meti entem metiri.

Huius demonstrationem si secundā septimi non ignoras non potes ignorare: processus enim utrobiz; idem.

Propositio .4.



Propositis tribus quantitatibus cōmunicantibus maximam eas cōmuniter numerantem inuenire.

Hec ex tertia septimi sic patet sicut premissa ex secunda septimi.

Propositio .5.



Parium duarum quantitatū cōmunicantium. est proportio tanq; numeri ad numerum.

Sint due quantitates. a. & b. cōmunicantes: dico q; eaz; pportio ē sicut alicuius numeri ad aliū numez;. ¶ Sit. n. c. maxia q̄titas cōiter mēsurās. a. & b. repta ut docet. 3. huius que mensuret. a. fm numez;. d. & b. fm numez;. c. eritq; a. ad. c. ut. d. ad. vnitatē. eo q; sicut. a. ē multiplex. c. ita. d. est multiplex vnitatis. ac. c. ad. b. ut vnitās ad. e. qm sicut. c. ē submultiplex. b. ita vnitās est submultiplex. e. igit p equam pportionalitatem. a. ad. b. ut. d. ad. e. quod est propositum.

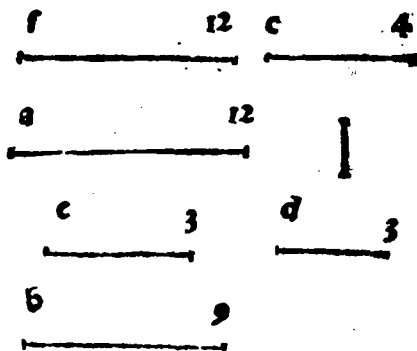
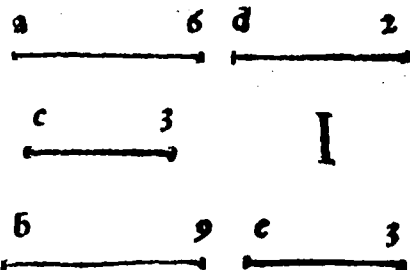
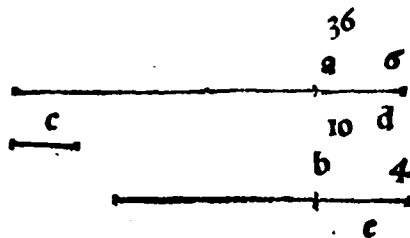
Propositio .6.



Si fuerint due quantitates quaz; sit pportio vnius ad alteram tanq; numeri ad numerum: eas duas cōmunicantes esse necesse est.

Hec est conuersa prioris ut si sit. a. ad. b. sicut numerus. c. ad numez;. d. erūt due q̄ntitates. a. & b. cōmunicātes. ¶ Sit enim. c. toties mēsurans. b. quoties ē vnitās in. d. & totiens

k ii

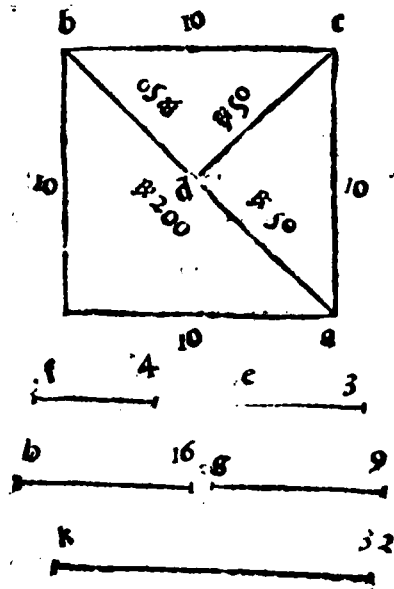
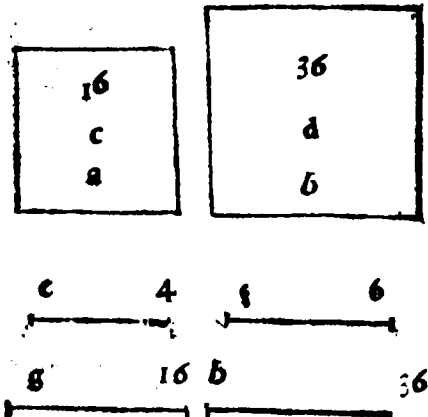


mensurans. f. quotiens unitas in. c. Cum sit igitur. f. ad. e. ut. c. ad unitatē ac. e. ad. b. ut unitas ad. d. erit p. equam p. portionalitatem. f. ad. b. ut. c. ad d. quare ēt ut. a. ad. b. igitur p. primam p. tem. 9. quinti. f. eff. equalis. a. cum itaq. e. mensuret. f. per conceptionem mensurabit. a. igitur. a. f. b. cōican tes i mensurabat enim f. b. quod est propositum.

Propositio .7.



Primum duarum superficier quadratar quarus latera in longitudine cōmunicant ē p. portio unus ad alteram tanquā numeri quadrati ad numerus quadratum. Si vero fuerit p. portio superfici quadrate ad superficiem quadratam: tanquā p. portio numeri quadrati ad numerum quadratum: erunt latera eaz in longitudine cōmunicantia. Quod si fuerit p. portio superfici quadrate ad superficiem quadratā non velut numeri quadrati ad numerum quadratus: latera earum erunt in longitudine incōmensurabilia.



¶ Sint. a. f. b. due linee quadrate quaz quadrata sint. c. f. d. dico q. si a. f. b. cōmunicant in longitudine erit p. portio. c. ad. d. sicut numeri quadrati ad numerus quadratum ē cōuerso. ¶ Si aut p. portio. c. ad. d. nō sit sicut numeri quadrati ad numerus quadratum. a. f. b. erunt incōmensurabiles in longitudine ē econuerso. Verūm istud argumētum quartū nō p. ponit. ¶ Primum patet sic. si a. f. b. cōmunicant in longitudine ipse p. s. erunt in p. portione duorū numeroz q. sint. c. f. f. quoz quadrati sint. g. f. h. Quia ergo est. c. ad. d. sicut. a. ad. b. duplicata per. 18. sexti sequit ut sit ēt. c. ad. d. sicut. e. ad. f. duplicata. ¶ Sed ēt p. 11. octau. g. ad. b. ut. e. ad. f. duplicata ergo. c. ad. d. sicut. g. ad. h. quod est primum. ¶ Secundum sic sit. c. ad. d. sicut. g. nūerus qdratus ad. h. numerus qdratus dico q. a. f. b. erūt in longitudine cōicantes. Cum enim sit. c. ad. d. ut. a. ad. b. duplicata p. 18. sexti. f. g. ad. h. p. 11. octau. ut. e. ad. f. duplicata quare ē simpla. a. ad. b. sicut simpla e. ad. f. p. 6. igitur sint. a. f. b. cōicantes quod est secundum. ¶ Tertium uero patet ex primo a destructione consequentis. ¶ Similiter quartum patet ex secundo a destructione consequentis. ¶ Ex tertia parte buius nota diamet. ē incōmensurabilē costē. ¶ Cum. n. sit quadratū diametri duplū quadrato costet dupla uero p. portio non sit sicut numeroz quadratorum sequit diamet. ē incōmensurabilem costē in longitudine. Alioquin cū quaternarius sit numerus quadratus ēnt oēs pariter pares quadrati ē etiā alii infiniti q. nō sint qdrati. ¶ Ducit aut. A. p. prioz. ad istud incōueniens si diameter ponatur cōmensurabilis costē q. impar numerus erit equalis parti quod sic patet. Sit enim diameter. a. b. cōmensurabilis lateri. a. c. eritq. per. 5. a. b. ad. a. c. sicut aliquis nūerus ad alium. Sint ergo hii numeri. e. f. qui sint minimi i sua p. portione. eritq. ob hoc alter eorum impar. Si enim uterq. par non erūt minimi quadrati quoz eo. sint. g. f. b. si ergo. e. est. impar. erit quoq. ex. 30. noni. g. impar sit itaq. k. duplus ad. b. eritq. k. ex diffinitione par. ¶ Quia igitur. a. b. ad. a. c. ut e. ad. f. erit per. 18. sexti ē. 11. octau. quadratum. a. b. ad quadratum. a. c. ut. g. ad. h. est itaq. g. duplus ad. b. sic enim est quadratū a. b. ad quadratū a. c. p. penultimam primi: f. quia etiam. k. est duplus ad. b. sequitur p. 9. quinti ut. g. nūerus impar sit equalis. k. nūero pari. ¶ Quod si. e. sit par ē. f. impar. erit p. portio. f. ad dimidiū. e. qd sit. l. sicut. a. c. ad dimidiū. a. b. qd sit. a. d. ē ideo erit p. portio qdrati. a. c. ad quadratū. a. d. sicut p. portio numeri. b. qui est impar per. 30. noni ad quadratum numeri. l. qui sit. m. cui. k. ponatur esse duplus. eritq. k. per diffinitionem par. At quia qdratū a. c. est duplum ad quadratum. a. d. per penultimam primi erit. b. duplus ad. m. cūq. k. sit etiam duplus ad. m. erit. per. 9. quinti numerus impar. b. equalis. k. numero pari quod est propositum.

Castigator.

¶ Videlicet quānum ad p. portionem arithmeticam nō aut quānum ad

pporcionem geometricam. quia semper inter diametrum & costam. col-
locabit tertia subcontinua pportionalitate per. 9. sexti. & sic prima & tertia
cōmunicabunt medie. per consequens. prima que est diameter. commu-
nicabit. tertia que est costa. &c. geometricæ.

Propositio .8.



Ifuerint due quantitates vni quātitati cōcantes
ipsas quoq; inuicem cōmensurabiles eē necesse ē.

¶ Sit vtrāq; duarū quantitatū. a. & b. cōcans a quanti-
tati. c. dico. a. & b. esse cōmensurabiles. **¶** Est enim per. 5.
a. ad. c. sicut numerus ad numerū. similiter quoq; per ean-
dem. c. ad. b. sicut numerus ad numerum. Sit itaq; nume-
rus. d. ad numerum. e. sicut. a. ad. c. numerusq; .f. ad numerum .g. sicut .c.
ad. b. At proportionē que sunt. d. ad. e. & .f. ad. g. continentur in tribus
terminis qui sunt. h. k. l. ut docet. 4. octauī. eritq; perequā proportionalita-
tem. a. ad. b. sicut. h. numerus ad. l. numerum. Per. 6. igitur sunt. a. & b. cōi-
cantes qđ ē propositū. **¶** Ex hac quoq; sequitur qđ si fuerint due qntitates si
bi inuicem cōcantes. cuiusq; vna earum communicat & reliqua: & cui-
cunq; vna non cōmunicat nec reliqua. **¶** Sint enim due quantitates. a. &
b. cōmunicantes: ponaturq; quelibet quantitas que sit. c. cum qua cōmu-
nicet. a. dico qđ. b. cōmunicabit cum eadem: quod ex hac octaua patet cū
vtrāq; earum cōmunicet cū. a. ex ypothesi. **¶** Quod si iterum. a. & b. sint
cōmunicantes vt prius: ponatur. c. quelibet quantitas cum qua non com-
municet. a. dico qđ. b. non communicabit cum eadem. Si enim. c. cōmu-
nicaret cum. b. cum. a. quoq; per ypoth. communicet cum eodem. b. essent
per hanc octauam. a. & c. cōmunicantes. sed positum erant qđ non essent.
quare constat quod diximus.

Castigator

a **¶** Communicatiā proprie dicitur numeroz. ut in septimo & octauo &
nono libris apparet. sed cōmensurabilitas proprie competit quantitati
continue. Et ideo nimirum si auctor indifferēter aliquando vtitur vno
& alio termino ut in ista octaua apparet.

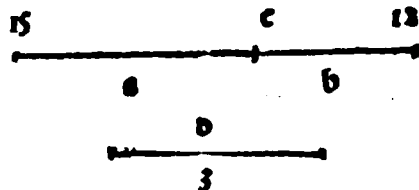
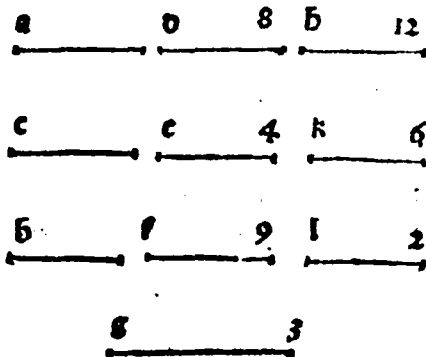
Propositio .9.



Si fuerint due quantitates cōcantes: totum quoq;
ex eis confectum vtriq; earum. erit cōmunicans.
Si vero fuerit totum vtriq; cōmensurabile erūt
ambe cōmensurabiles.

¶ Sint due quantitates. a. & b. cōmensurabiles: dico
totum ex eis cōpositum quod sit. c. vtriq; earum eē cōm-
mensurabile & econuerso. Adhuc quoq; si totum ex eis cōpositum vni
earum communicet dico qđ communicabit alteri: & ipse similiter iter se.
Idem quoq; in cōtrario. si enim. a. & b. sint incōcantes: dico qđ. c. vtriq;
earum erit incōmunicans & econuerso: ac si. c. alteri earum sit incommu-
nicans: erit quoq; incōmunicans & alteri: & ipse etiam inter se. Sint itaq;
primum. a. & b. cōmunicantes: sintq; earum cōis mensura .d. qui cum
vtrāq; earū numeret p conceptionem similē antepnultime numerabit. &
c. quare p diffinitionem. c. cōcabit vtriq; earū. scilicet. a. & b. Econuerso quo-
q; si. c. communicet vtriq; earū. sit oim cōis mensura. d. cōstat itaq; p diffi-
nitionem. a. & b. cōcantes esse. Sed cōmunicet. c. cū altera earū que sit. a.
dico qđ cōcabit cū. b. & a. & b. communicabūt adinuicē. Sit. n. d. com-
muniter mensurans. c. & a. qđ igitur. d. mensurat totum & deductum per
conceptionem ipsa mensurabit residuum videlicet. b. p definitionem er-
go & c. cōcāt cū. b. & a. communicat quoq; cum. b. **¶** Si autē. a. & b. sint in-
communicantes erit. c. incommunicans vtriq; earū. si enim cū vtrāq; seu
et cum altera earū communicaret & ipse communicarēt adinuicem. quod
est contra ypothesim. **¶** Similiter quoq; econuerso si. c. ē incōcans vtriq;
earū seu etiam alteri earū: erit quoq; incommunicans reliquē: si ipse inter
se quod palam est ex predemonstratis a destructione consequentis.

h iii



Propositio .10.



Primum quatuor quantitatum proportionalium si fuerit prima comunicans secunde: tertia quoque erit cōicans quarte. Si vero prima incommensurabilis fuerit secunde: tertia quoque incommensurabilis erit quarte.

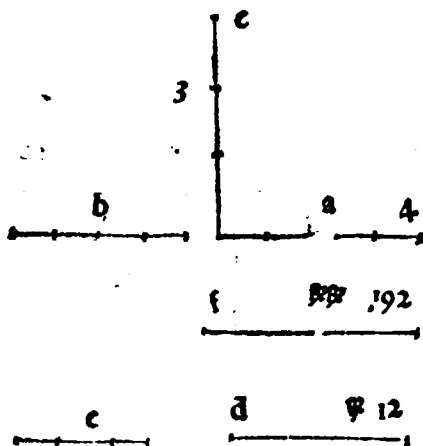
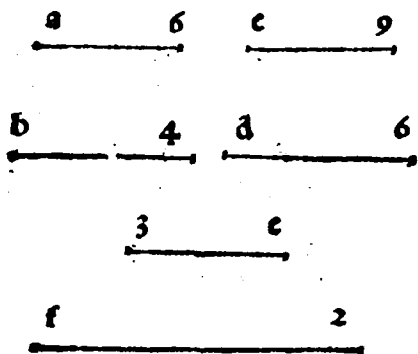
Sint quatuor quantitates proportionales. a. b. c. d. dico qd si. a. comunicat cum. b. c. quoque comunicabit cum. d. qd si. a. est incōmensurabilis. b. c. quoque erit incōmensurabilis. d. Et si. a. cōicat cum. b. in potentia tñ. c. quoque comunicabit cum. d. in potentia tantum. Verūm illud non proponit auctor quia facile patet ex demonstratione priorum. ¶ Si enim. a. cōicat cū. b. erit per. 5. a. ad. b. sicut numerus ad numerum. Sit ergo sicut. e. ad. f. At quia est per ypotēsim. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit. c. ad. d. sicut numerus. e. ad numerum. f. Per. 6. igitur est. c. cōicans cum. d. quod est primum. ¶ Secundum patet ex primo a destructione consequentis. Si enim. a. est incōmensurabilis. b. oportet. c. ē incōmensurabilem. d. nam si esset ei cōmensurabilis cū sit ut. c. ad. d. sic. a. ad. b. p ypotēsim ēēt p primam ptem. a. comunicans cum. b. sed non erat quare constat totū quod proponit auctor. ¶ Quod aut adiunximus videlicet qd si. a. cōicat cum. b. in potentia tñ. c. comunicat cū. d. in potentia tñ. si patet. ¶ Cū enim. a. non cōicat cum. b. in longitudine nec. c. quoque ex parte secunda huius cōicat cum. d. in longitudine. At vero cum quadratum. a. cōicat cum quadrato. b. ex ypotēsi erit per. 5. quadratum linee. a. ad quadratū linee. b. sicut numerus ad numerum qui sint. e. f. f. Et quia quadratum. c. ad quadratum. d. est sicut qdratum. a. ad qdratum. b. erit et quadratū. c. ad quadratum. d. sicut numerus. e. ad numerum. f. per. 6. igitur. c. f. d. cōicant i potentia: qd quia non communicant in longitudine: constat ppositum.

Propositio .11.



Reposita qualibet recta linea duas ei incōmensurabiles alteram in longitudine tantum alteram in longitudine et potentia rectas lineas inuenire.

Sit linea. a. proposita: volo duas lineas reperire quaz una communicet cum. a. in potentia tñ. altera vero sit incōmensurabilis ei in longitudine et in potentia. Sumo itaq. duos numeros nequaquam se habentes in pportione aliquoz numero quadratoz. sintq. hii. b. f. c. quos facile est sumere cū qlibet qdratus numerus ad quēlibet non quadratū ea habeat pportione quā nequaquam habent aliqui numeri quadrati cōfirmante bec. 11. octauū duobus talibus numeris sumptis inuenio lineā. d. ad cuius quadratū se beat quadratū linee. a. sicut nūerus. b. ad numerum. c. Hanc aut lineā ita repio diuido lineā. a. in tot ptes equalēs quot sunt vnitates in numero. b. quod facile facio adiuvante. 11. vel. 11. sexti: debine sup extremitatē linee. a. erigo lineā. e. ppendi calariter in qua toties cōtineat vna ex ptribus. a. quotiens vnitās est in. c. Quia igit ex prima sexti pportio quadrati linee. a. ad supficiē que sit ex a. in. e. ē sicut. a. ad. e. et ideo sicut numeri. b. ad numerum. c. Si ponatur. d. in medio loco proportionalis inter. a. f. e. sicut docet. 9. sexti qd nunc per primam partem. 16. eiusdem quadratū. d. erit equale superficiē producte ex a. in. e. et erit pportio quadrati linee. a. ad. quadratum linee. d. sicut numeri. b. ad numerum. c. quare. a. f. d. sunt cōmensurabiles in potentia ex diffinitione et per vltimam ptem. 2. ipse sunt incōmensurabiles in longitudine. Reperta est itaq. d. prima linea quam propositum erat inquire re. ¶ Alteram sic reperio interpono ut docet. 9. sexti lineam. f. medio loco proportionalem inter. a. f. d. eritq. per correl. 17. sexti quadratum. a. ad quadratum. f. sicut. a. ad. d. ¶ I taq. per secundam partem. 10. quadratum a. est incōmensurabile quadrato. f. igitur linea. f. est incōmensurabilis linee. a. in potentia quare et in longitudine et est itaq. f. secunda linea quā propositum erat reperire. Et sic patet ppositum.



¶ Castigator.

¶ Quia quadratū .a. ad qdratū .f. nō ē sicut nūeri qdrati. ad nūmē. quādratū nec simpliciter sicut alicuius numeri ad aliquem nūmē. qm̄ si sic ēēt. Tūc p̄ sexta huius cōuersam. s. ēēt quadratū .f. qdratū .a. cōicantia Et cōmēsurabilia quod non sūt. cūm sūt sicut .a. ad .d. v. dictū est. Et ideo per tertiam partem sep. huius .a. f. f. latera dictōz quadratorū i longitudine sūt incommēsurabilia. v. dicif ibi f. c. quare lineē .a. f. f. sūt in longitudine f. potentia incommēsurabiles. v. queriunt.

Propositio .12.



¶ Si nūm quadratū lineaz pportionalis si prima tanto amplius possit secunda quantū ē quadratū alicuius lineē cōicantis sibi in longitudine. necesse est tertiam quoq. tanto amplius posse quarta quā tum est quadratū alicuius lineē cōicantis sibi in longitudine: q. si fuerit prima potentior secunda quadrato alicuius lineē incommēsurabilis sibi i longitudine. erit quoq. tertio potentior quarta quadrato alicuius lineē sibi incommēsurabilis in longitudine.

¶ Sint quatuor lineē pportionales .a. b. c. d. sitq. .a. maior .b. f. c. maior d. Sit quoq. .a. potentior .b. quadrato lineē e. f. c. potentior .d. quadrato lineē .f. dico q. si a cōicet .e. in longitudine. c. quoq. cōicabit .f. in longitū d. line q. si a. non cōicet .e. in longitudine nec .c. cōicabit .f. in longitū ne. Quod f. si a. cōicet .e. in potētia tūc .c. quoq. cōicabit .f. in potētia tūc. Vēz tū illud vltimū nō pponit auctor q. facile patet ex prioz demon- stratiōe. Cū sit .n. pportio .a. ad .b. sicut .c. ad .d. erit qdratū .a. ad quadratū .b. sicut quadratū .c. ad quadratū .d. f. quia quadratū .a. est equale quadra- tis duaz lineaz .b. f. e. similiter quadratū .c. quadratis duaz lineaz .d. f. f. erit pportio quadratoz duarū lineaz .b. f. e. ad qdratū .c. sicut qua- dratorū .d. f. f. ad quadratū .f. ergo disūctim erit quadratū .b. ad quadra- tum .c. sicut quadratū .d. ad quadratū .f. ergo .b. ad .c. sicut .d. ad .f. Item p equam pportionalitatē erit .a. ad .c. sicut .b. ad .f. ergo p primā pte decime cōstat priā p huius f. p sam fa. f. p tertiā ibi adiūctā tertiā hic adiūctā.

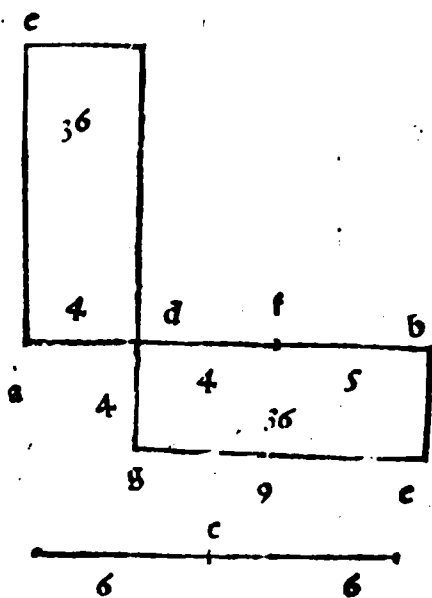
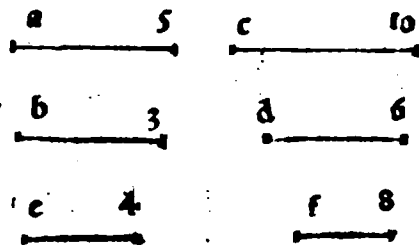
Propositio .13.

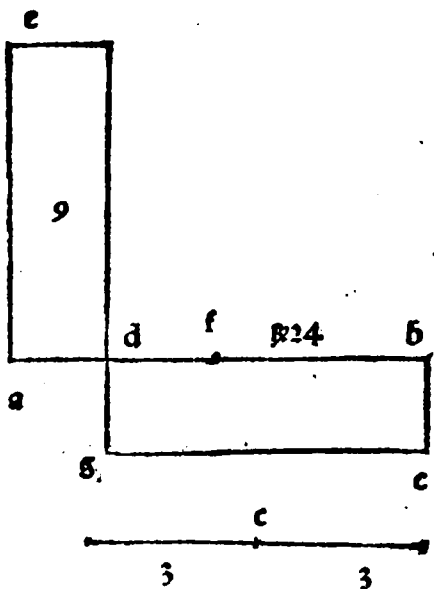
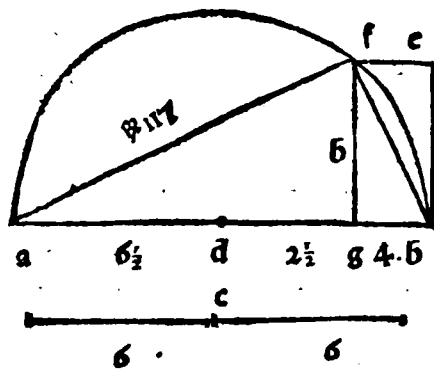


¶ Si erint due lineē inaequales quarum longiorē in duo cōicantis diuidat superficies sibi adiūcta eq̄ lis quarte parti quadrati breuioris lineē cui adiū- cte superficiei desit ad complēdam totam lineas superficies quadrata necesse est ipsam lineam lon- giorē in duas portiones cōmēsurabiles diuidere necesse ē.

¶ Sint due lineē .a. b. f. c. maior .a. b. f. adiungat ad lineā .a. b. superficies eq̄ lis q̄re pti qdrati lineē .c. ita q. desit ad cōplēdā lineā .a. b. superficies qdra- tai hoc enim est possibile. per .17. f. quod facile fiet hoc modo. ¶ Dist- datur .a. b. in duas lineas .a. d. f. d. b. ita q. inter eas cadat medietas lineē c. continue proportionalis. ¶ Hoc autem qualiter fiat in fine demonstra- tionis huius docebitur. Eritq. ex .16. f. superficies .a. d. in .d. b. que sit .d. e. equalis quadrato medietatis lineē .c. quare ex .4. secūdi erit eadem sub quadrupla quadrati lineē .c. ¶ Deest quoq. ad complēdam lineam .a. b. superficies quadrata: cū f. a. d. sit equalis .d. g. f. d. b. equalis .g. e. Dico itaq. q. si superficies .d. e. diuidat lineam .a. b. in duo cōicantia erit lineā .a. b. potē

b. iiii





tior linea. c. in quadrato alicuius lineae secum communicantis in longitudi-
ne & econuerso. ¶ Cū autē sit linea. a. b. maior linea. c. non erit. a. d. equa-
lis. d. b. sic enim esset superficies. d. e. quadrata: & quia ipsa est equalis qua-
drato medietatis lineae. c. esset. a. d. equalis medietati. c. & tota. a. b. toti. c.
quod est contra ypoth. Non est igit. a. d. equalis. d. b. I taq. de maiori ca-
rū que sit. d. b. abscindatur. d. f. equalis. a. d. eritq. per. 8. secūdi quadratum
totius. a. b. equale his que sunt ex. d. b. in. d. a. quater & quadrato. f. b. Qua-
re linea. a. b. erit potētiō linea. c. in. quadrato lineae. f. b. Quā necesse est
cōicari toti. a. b. si linea. a. d. est cōicans lineae. d. b. Si enim hoc fuerit erit
d. b. cōicans. d. f. sue equali quare p. 9. b. f. cōicat cum. f. d. & ideo toti. b.
d. & pp hoc cū tota. a. f. igit. & cū tota. a. b. sicq. patet primū. ¶ Cōuersum
huius sic patet sit. a. b. potētiō. c. i linea. f. b. que cōicet secum in lōgitu-
dine. dico tūc q. sup̄ficies equalis quarte parti quadrati lineae. c. addita ad
lineam. a. b. ita q. defit sup̄ficies quadrata diuidet lineam. a. b. in duo cō-
municantia. Diuidatur enim. f. a. per equalia in. d. & fiat sup̄ficies. d. e.
ex. d. b. in. d. a. & deerit ad complendam lineam. a. b. sup̄ficies quadra-
ta: eritq. per. 8. secūdi quadratum. a. b. equale quadruplo sup̄ficies. d. e.
et quadrato. f. b. igitur quadruplum sup̄ficies. d. e. est equale quadrato
c. quare sup̄ficies. d. e. sit equalis quarte parti quadrati. c. dico igit q. d.
b. est cōicans cū. a. d. cū sit. f. b. comunicās cum. a. b. Si enim hoc fuerit
vt q. f. b. sit comunicās cū. a. b. erit & comunicans cū. a. f. p. 9. quare &
cum. a. d. sed & cū. d. f. sibi equali itaq. & d. b. est comunicans cum. a. d.
q. d. est secūdu. Nunc autē monstrandū est qualiter linea. a. b. cū ipsa posi-
ta fuerit maior linea. c. possit sic diuidi vt inter pter eius cadat medietas
lineae. c. continue proportionalis. ¶ Cū enim sic fuerit diuisa sup̄ficies q. fiet
ex vna in alterā erit equalis quadrato medietatis lineae. c. & ipsa erit sup̄fi-
cies equalis quarte parti quadrati lineae. c. adiuncta ad lineam. a. b. ita q.
defit sup̄ficies q. drata. Hoc enim sic fiet diuisa. a. b. per equalia in. d. lineae
super ea semicirculus. a. f. b. & similiter. b. c. p. perpendicularis ad. a. b. q. ponat
equalis medietati lineae. c. & ducatur. e. f. equidistans ad. a. b. vsq. quo se-
cet circūferentiā semicirculi in puncto. f. necesse est enim vt fecet ea: cū li-
nea. a. b. sit maior linea. c. ¶ Et ducat. f. g. p. perpendicularis ad. a. b. q. cū per
34. primi sit equalis lineae. c. b. erit quoq. equalis medietati lineae. c. ¶ Du-
cant itaq. lineae. f. a. f. b. eritq. per primam partē 30. tertius angulus. a. f. b. re-
ctus: & ideo p. primam partē coroll. 8. sexti erit linea. f. g. medio loco pro-
portionalis inter. a. g. & g. b. quare medietas lineae. c. que ē sibi equalis erit
etiam proportionalis inter easdem quod est nostrum propositum.

Propositio 14.



Si fuerint due lineae inaequales quarum longiorem
diuidat in duas partes incommensurabiles super-
ficies equalis quarte parti quadrati beniozis sibi
adiuncta ita q. defit ad eius complectionē: superfi-
cies quadrata erit longior potētiō: beniozi aug-
mento quadrati lineae incommensurabilis ipsi lon-
giori in longitudine. Si vō longior potētiō fuerit beniozi q. dra-
to lineae incommensurabilis sibi longiori in longitudine adiunga-
turq. ei superficies equalis parti quarte quadrati beniozis de-
fueritq. longiori superficies quadrata necesse est vt ipsa superfi-
cies sibi adiuncta eandem longiorem lineam in duas portiones
incommensurabiles diuidat.

¶ Hec. 14. ex contrario antecedentis premisse infert contrariū consequen-
tis p̄misse & non differt eius dispositio a dispositione illius. sed & modus
argumentādi vtrobiq. idē. Si enī. a. d. nō cōicet cū. d. b. nec. d. f. sibi ad eā
lis cōicabit cū eadē. d. b. itaq. p. 9. d. f. nō cōicabit cū. f. b. q. neq. a. f. sunt
enī. a. f. & d. f. cōicantes tanq. numerans & numeratū ideo neq. a. b. cō-
municabit cū linea. f. b. ¶ Q. d. si hoc fuerit videlicet si. a. b. non cōicet cū
f. b. non cōicabit cū. a. f. quare neq. cū. a. d. aut. d. f. Neq. igit. a. b. cū. d. a.

Potest quoq; hec. 14. demonstrari per premissam. pma pars huius ex scda illius & secunda ex prima a destructione consequentis. si enim. a. d. f. d. b. non cōicent nec etiam. a. b. f. b. cōicabūt; nam si. a. b. f. b. f. cōicarent oporteret per secundam partem premissę vt. a. d. cōicaret cum. d. b. sed possum est q; non. Eodem modo de secunda pte. si enim. b. a. f. b. f. non cōmunicant nec. a. d. f. d. b. communicabunt. nam si sic sequitur per primā ptem premissę vt. a. b. f. b. f. cōicent q; n̄. cōicant; quare patet ppositum.

¶ Ligatoz.

¶ Diuidere i duas portiones incommensurabiles & diuidere in duo incommuniātia conuertunt vt patet ex secunda pte huius decimequarte & quinquagesimę primę huius decimi infra vbi linea. d. b. rōalis diuidit in puncto. f. in duo icōicantia ex quo patet q; quis rationale cōicet rationali tñ rationale potest diuidi in duas ptes tales ptes q; neutra illaz cōmunicabit alteri vt si diuidat. 10. in tales duas q; pductum vnius in alteram sit. 10. vna ps erit. 5. plus. & 5. f. altera. 5. minus. & 5. q̄num vtraq; ē incommensurabilis alteri & ē toti. 10. ideo. f. c.

Propositio .15.



¶ Si superficies rectangula quam continet due linee in longitudine rōales rōalis ēē probatur.

¶ Sint due linee. a. b. f. b. c. continentes superficiem rectangula. a. c. rōales in longitudine; dico superficiem. a. c. ēē rōalem. ¶ Descripto enim quadrato cuius vis eam. vt. c. d. linee. b. c. erit per primam sexti. c. d. ad. a. c. si cut. b. d. ad. a. b. quia igitur. b. d. cōmunicat in longitudine cū. a. b. ex hypothesi eo q; b. c. sua equalis cōmunicat cum ipsa erit per primam partem 10. c. d. cōmunicans. a. c. cum sit itaq; c. d. rōalis per diffinitionem erit & a. c. rōalis quod est ppositum.

Propositio .16.



¶ Si ad iuncta fuerit linee in longitudine ratiōali superficies rationalis rectangula latus eius secundum erit in longitudine rationale lateriq; primo i longitudine cōmensurable.

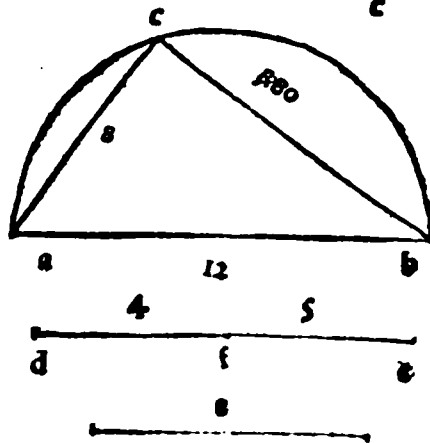
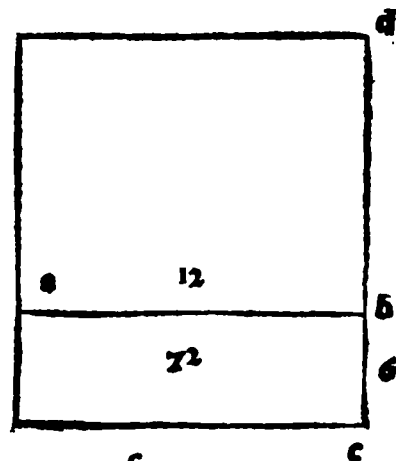
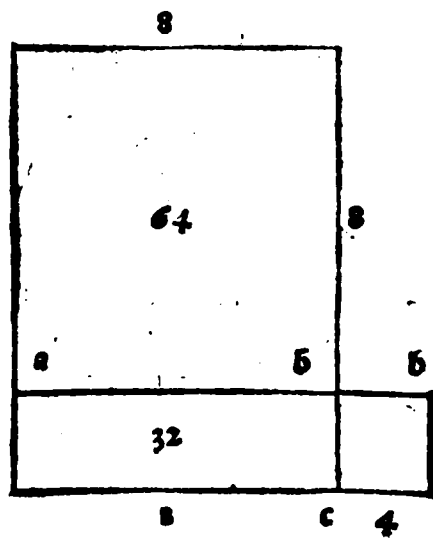
¶ Hec est quasi conuersa prioris vt si superficies. a. c. adiūcta ad lineam. a. b. rōalem in longitudine fuerit ratiōalis; dico q; latus eius secundum quod est. b. c. erit etiam rationale in longitudine & cōmunicans lateri primo sit enim. a. d. quadratum. a. b. eritq; rationale ex diffinitione & propter hoc erit cōmunicans cum superficie. a. c. ratiōali: quia igitur p primam sexti sicut. a. d. ad. a. c. ita est ēē. d. b. ad. b. c. cōicat aut. d. a. cū. a. c. erit p primam partem. 10. b. d. cōmunicans. b. c. ergo cum. b. a. sua equali sed. b. a. rōalis est quare per diffinitionem & b. c. constat itaq; ppositum.

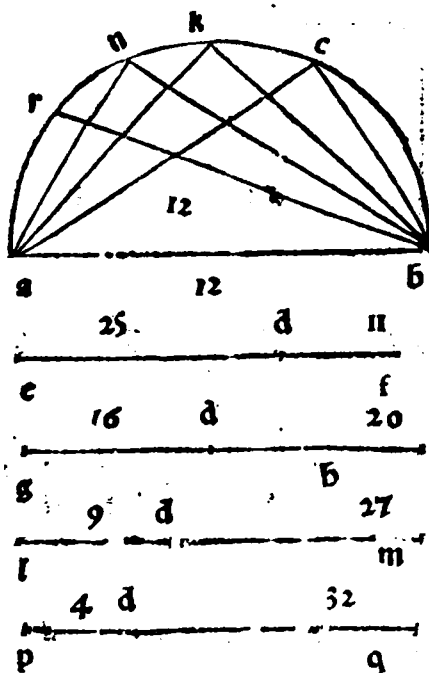
Propositio .17.



¶ Si lineas inuenire potentia tantum ratiōales cōmensurabiles quarum longior plus possit breuiori quadrato linee sibi cōmensurabilis in longitudine.

¶ Proposui est inuenire duas lineas ratiōales potentia tantum cōmunicantes quarum longior sit potentia tantum breuiori quadrato linee sibi cōmunicantis in longitudine. Sumo itaq; aliquam lineam ratiōalem que sit. a. b. super quam describo semicirculum. a. c. b. & sumpto aliquo numero vt. d. e. diuido ipsum i duos numeros. d. f. f. e. ita q; sit proportio. d. e. ad. d. f. sicut numeri quadrati ad numerum quadratum non sit autem proportio. d. e. ad. f. e. vt numeri q; quadrati ad numerum quadratum. talis autem numerus est quilibet quadratus diuisibilis in quadratum & non quadratum. vt. 9. qui diuiditur in. 4. & 5. & oēs hōz eque multiplices; & inuenio lineam ad cuius quadratum se hēat qdratū linee. a. b. sicut numerus. d. e. ad numerum. d. f. q̄liter at ipsa reperitur in demonstratione. 5. & a. dictum est; hanc lineam inuentam q;





necessario est minor. a. b. coapto p primam quarti intra semicirculum. a. c. b. sitq. a. c. & subtendā lineā. c. b. dico duas lineas. a. b. & c. b. ēē quas que rimus. Erit igit p primā pte. 30. tertii angulus. c. rectus. & iō p penultimā primi quadratū. a. b. equale est qdratis duaz lineaz. a. c. & c. b. & q. a. ppor tio qdrati linee. a. b. ad qdratū linee. a. c. & sicut. d. e. ad. d. f. p ypoth. erit p euer sam pportionalitatē pportio qdrati linee. a. b. ad qdratū linee. c. b. si cut. d. e. ad. f. e. ergo qdratum. c. b. cōicat cū quadrato. a. b. p. 6. huius. Erit igit qdratū. c. b. rōnale p diffinitionē cū cōicet rōnali supficiē. Et q. a. c. b. & a. b. sunt incommensurabiles p vltimā ptem. 7. constat duas lineas. a. b. & c. b. ēē rōnales potētia tñ cōicantes. ¶ At q. a. lineā. a. b. ē potētiōr lineā. c. b. in quadrato linee. a. c. que p scūdam ptem. 7. cōicat scū i lon gitudine constat habitū ēē ppositū. ¶ Si aut libeat plures duabus potē tia tñ rōnales cōicantes quaz vna potētiōr sit qualibet aliaz in qua drato alicuius linee scū cōicantis in longitudine repire. sit vt pūs lineā a. b. rōnalis in longitudine sup quā describat semicirculus. a. c. b. sumā turq. nūerus. d. qdratus qui sit diuisibilis i multos qdratos & non qdratos quoz non qdratoz mīme sit pportio sicut aliquoz numeroz qdratoz. tales aut nūeri vltro se offerunt vt. 36. qui ē diuisibilis. in. 15. & n. itēq. i. 16. & 20. nūfuzq. in. 9. & 12. ac itēq. in. 4. & 32. istoz 70 non qdratoz q sunt 11. 10. 17. 32. ad inuicē non ē pportio sicut alicuius numeri qdrati ad aliū. ¶ Eſto igit vt nūerus. d. qdratus diuidat in. e. qdratū & f. non qdratū sitq. qdratū linee a. b. ad qdratū linee. a. c. sicut nūerus. d. ad numez. e. & ducatur lineā. c. b. & constat ppositū vt prius demonstratū ē. a. b. & c. b. ēē duas tales lineas quas ingrimus. ¶ Similiter quoq. diuidā. d. in. g. qdratum & h. non quadratū sitq. quadratū linee. a. b. ad quadratū linee. a. k. sicut. d. ad. g. & ducatur lineā. k. b. erūtq. vt prius due linee. a. b. & c. b. & k. b. qles ingrimus. ¶ Eodē mō si nūfuz diuidatur. d. i. l. quadratū & i. m. non qdratū & ponatur pportio quadrati linee. a. b. ad quadratū linee. a. n. sicut. d. ad. l. & pducatur. n. b. erūt due linee. a. b. & b. n. quales ingrimus. Quod si nūfuz diuidatur. d. in. p. quadratū & in. q. non quadratū & fuerit ppor tio quadrati linee. a. b. ad quadratū linee. a. r. sicut. d. ad. p. & ptracta fue rit lineā r. b. erūt ēē due linee. a. b. & b. r. quales ingrimus. ¶ Sunt itaq. linee. a. b. b. c. b. k. b. n. b. r. potētia tñ rōnales & in ea cōicantes quaz vna videlicet. a. b. ē potētiōr qlibet aliaz in quadrato linee scū cōican tis in longitudine. Si igitur quatuor b lineaz. b. c. b. k. b. n. b. r. nulla cōi cat aliū in longitudine constat ppositū. Iſtud aut sic pbatur. Patet. n. ex premissis q. quadratū linee. b. c. ad quadratū linee. a. b. ē sicut nūerus. f. ad numez. d. & quadratū linee. a. b. ad quadratū linee. b. k. ē sicut nūerus d. ad. numez. h. ergo p equam pportionalitatē quadratum linee. b. c. ad quadratum linee. b. k. ē sicut nūerus. f. ad nūmerum. h. sed nullus quatuor numerorum. f. h. m. q. se habet ex ypothēsi ad alium sicut nūe rus quadratus ad nūmerum quadratum. quare per. 3. partem. 7. due linee b. c. b. k. sunt incommensurabiles in longitudine. ¶ Eadem ratione quelibet due ex illis quatuor sunt incommensurabiles in longitudine & liquet ergo quod volumus.

¶ Castigator

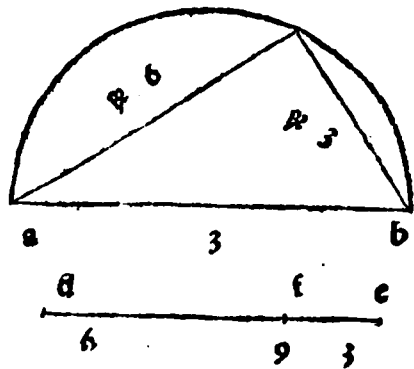
b ¶ In ista infra vbi dicitur. Si igitur quatuor linearū. b. c. b. k. b. n. & b. r. nulla comunicat aliū & c. ¶ Nam si vna comunicaret alteri vtputa. b. c. cum. b. k. sequeretur q. lineā. a. b. comunicaret cum eadem. quia si comy municant in longitudine earum quadrata se haberent sicut duo numeri quadrati per primam partem. 7. huius. & tunc quadratum vnius earum ad quadratum linee. a. b. etiam eset sicut numeri quadrati ad nūmerum quadratum. & tunc per secundam partem. 7. huius esent eorum latera scilicet linee. a. b. & b. k. seu. b. c. in longitudine commensurabilia quod ēē falsū. Vt prius conclusum fuit oppositū. ¶ Et sic de quacūq. alia & c. ¶ Et ideo Euclides probat eas ēē ad inuicē incommensurabiles vt ibi patet & c.

Castigator.

¶ De necessitate oportuit ponere duas líneas íequales ad hoc vt cñt in longitudine incóicantes & solum in potentia cõicantes rónales. quia possunt esse due líneas solum in potentia rónales. Et non tm̃ in potentia cõicantes. sed et in longitudine cõicant vt sunt latera duaz sup̃ficiarum quadratarũ quarũ vna sit. n. pedũ & alia trium pedũ que cũ sint sicut duo numeri quadrati. 4. 16. & 36. p̃ primã p̃tem. 2. latera sunt cõmensurabilia in longitudine. que latera dicuntur vulgariter p̃. n. & p̃. 3. qm̃. p̃. 3. est medietas de p̃. n. & p̃. 3. consequens quarta p̃ quadrati. de p̃. n. vt. 3. I dem dicitur de illis decime octauae sequentis

d. ¶ Cum quadratum linea. a. b. rōnales se debeat habere ad quadratum
linee inueniende sicut numerus. d. e. ad numeꝝ. d. f. hoc est sicut numerus
quadratus ad numeꝝ quadratum linea. a. b. ¶ linea inuenienda erunt cōi
cantes in longitudine ex secunda pte. 7. huius. Et erit pportio eazꝝ. sicut
lateris numeri quadrati. d. e. ¶ lateris numeri quadrati. d. f. cum numeroꝝ
quadratoꝝ. d. e. ¶ d. f. sit duplicata suoꝝ correlatiuoꝝ lateꝝ p. n. octavi
ac et dictaꝝ lineaꝝ quadrata p. 18. sexti sunt suoꝝ correlatiuoꝝ lateꝝ in
duplicata pportione que est similis illi lateꝝ dictoꝝ numeroꝝ Et cum
dicti numeri ponantur quadrati. 5. 9. ¶ 4. eoꝝ latera erunt. 3. ¶ 1. inter q̃
ponatur vnitas. vt supra i. 5. huius apparet. Modo q̃cumqꝫ fuerit illa linea.
inuenienda erit cōicans linee. a. b. posite. vt dictum ē. Et eazꝝ cōis men
sura erit in. a. b. toties quoties vnitas in. 3. ¶ i illa inuenienda erit. vt vni
tas in. 1. Et sic illa mēsurabit. a. b. secūdu numeꝝ. 3. ¶ illam inueniendā
secūdu numeꝝ. 1. ergo diuisa. a. b. in tot ptes eq̃les. quod sint vnitates i
3. due ex illis erit linea inuenienda ad cuius quadratum se hēbit quadra
tum linea. a. b. sicut numerus. d. e. ad numeꝝ. d. f. rōnibus aductis quam
postea i dicto feniāculo vt pmittitur coaptabis cetera sunt plana intue
ti ff. Sed ponendo. a. b. n. numerus. d. e. dēret eē. 144. eius. 3. ¶ 1. ¶ diui
deretur. a. b. in. n. ptes ¶ d. f. 64.

c ¶ Linea inuenienda faciliter habetur per.ii.buius.



Propositio .18.

¶ **Las líneas in potentia tantum rationales com-**
municantes quarum longior plus possit benevol-
quantum est quadratum linee sibi incommensu-
rabilis in longitudine intinere.

In hac quoq; remaneat eadē dispositio eedēq; ypothe-
ses que in premisa hoc solū mutato q; pportio numeri.
d.e. ad neutrū duoz; numerorum. d. f. f. e. e. sit sicut numeri quadrati ad
numertum quadratum: hoc autē facile fiet: posito. d. e. quolibet numero
quadrato diuiso in duos numeros non quadratos vt si. d. e. sit. 9. f. d. f. 6.
f. e. e. 3. argumentando ut prius hoc duntaxat expto q. a. b. f. a. c. sint in
cōmensurabiles in longitudine per vltimam partem. z. ¶ Et sciendum
q; due linee quales hec f. premisa docent inuenire componunt binomiū
f. minori earum abscisa de maiori quereliqua est dictur residuū. Nota
etiam q; linee tantum potentia rationales communicantes possunt esse
vna rationalis f. alia irrationalis sicut latera tetragonica duarum superfi-
cierum quarum vna sit. 35. pedum f. alia. 24. sunt rationalia potentia
tantum communicantia: latus enim prime superficies est. 5. latus vero f.
cande non numeratur f. possunt esse ambe irrationales vt latera tetrago-
nica duarum superficierum quarum vna sit. 24. pedum f. alia. 35. neutrius
enim numeratur latus. suntq; i longitudine incōmensurabilia ex vltima
parte septime. ¶ Quod si libeat ēt inuenire plures lineas duabus poten-
tia tantum rōnales communicantes quarum vna sit potentior qualibet
aliarum in quadrato linee secum non communicantes in longitudinet
sumatur talis numerus qui possit plures sic diuidi q; ipsius ad nullam sua-
rum partium nec alicuius ad aliquam aliarum sit proportio vt numeri

quadrati ad numerum quadratum vt. 15. potest diuidi in. 3. & 12. Item in 5. & 10. & rursus in. 7. & 8. Et sit processus idem que fuit in premiffa.

Castigator.

¶ Vt in premiffa per quintam huius fed facilius per. n. huius inueniatur linea ad cuius quadratum fe habeat quadratum linee. a. b. ficut numerus d. e. fcilicet. 9. ad numerum. d. f. fcilicet. 6. & quia numerus. d. e. ponitur quadratus eius latus erit notū. f. eius radix que in cafu eft. 3. rationalis in longitudine. & latus numeri. d. f. 6. ē irrationale. & dicitur radix furda. Itaq; inter. 3. & 6. ponatur vnitas. Tunc per quintam vel. 11. diuidatur linea a. b. in tot partes quoties vnitas in. 3. & vna illarum erit eius menfura que in linea inueniēda erit totiens quoties vnitas in 6. Et fic linea inueniēda erit. 6. & linea. a. b. erit i cafu. 3. eius quadratum. 9. Et quadratum linee inueniente. a. c. erit. 6. I deo per tertiam partem. 7. incommenfurabilis in longitudine. ¶ Sed ponendo lineam. a. b. u. numerus. d. e. deberet eſſe. 144. & d. f. 96. & f. e. 48. tunc arguendo per euerſam propor. concluditur ut in precedenti.

Propoſitio. 19.



Sis superficies quam cōtinēt due linee potencialiter tantum rōnales cōicantes eſt irrōnalis diciturq; superficies medialis eiusq; latus tetragonū cum fcilicet quod in eam poteſt eſt irrōnale diciturq; linea medialis.

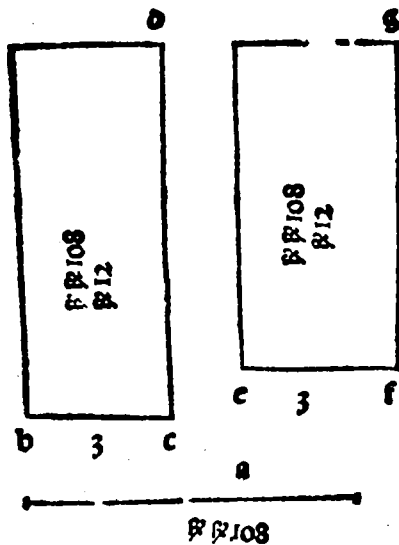
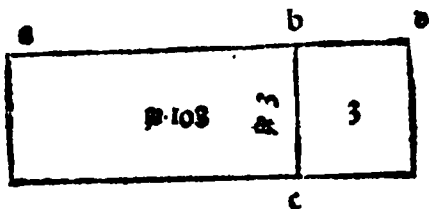
¶ Sint due linee. a. b. b. c. cōtinētes ſupficiem. a. c. rōnales potētia tñ cōicantes que q̄liter repiātur ex premiffa. & añ p̄miſſa. manifeſtum ē dico ſupficiē. a. c. eſt irrōnalem. Sit. n. c. d. quadratum. b. c. eritq; rōnale p̄ ypotheſim eo q̄ linea. b. c. ē rōnalis i potētia. & q̄a ex prima ſexti. a. c. ad. c. d. ſicut. a. b. ad. b. d. non cōicatur aſit. a. b. cū. b. d. q̄a ex ypotheſi non cōicatur cum ſua equali que ē. b. c. ſequitur p̄ ſecundā p̄tem. 10. ut ē. a. c. non cōicetur cū. c. d. q̄re p̄ diffinitionem ſupficiēs. a. c. eſt. irrōnalis. ideoq; & ſuū latus tetragonū eſt ēt irrōnale. Dicit autē hec ſupficies medialis qm̄ ipſa eſt medio loco p̄portionalis inter duas ſupficiēs rōnales videlicet inter q̄drata duarū linearū ipſam continentū & lineā potēs in ipſam dicitur medialis. qm̄ ipſa quoq; ē medio loco p̄portionalis inter duas lineas potētia tñ rōnales communicantes & he due linee ſunt latera dicte ſuperficiel. Et hoc eſt q̄ volumus.

Propoſitio. 20.



Si adiuncta fuerit linee in longitudine rationali ſuperficies equalis quadrato linee medialis latus eius ſecundum potētia tantum erit rationale lateriq; p̄mo in longitudine incommenſurable.

¶ Hec ē quaſi conuerſa p̄miſſe. Sit. a. linea medialis. ſuāq; linea. b. c. rōnalis in longitudine cui adiungatur ſupficiēs b. d. eqliſ quadrato linee. a. q̄ hoc mō fieri ſubiungat duabus lineis. b. c. & a. linea. c. d. in continua proportionalitate: vt docet. 10. ſexti: eritq; ſuperficies ex. b. c. & c. d. eqliſ quadrato linee. a. p̄. 16. cūſ dē: dico latus eius ſm̄ qd̄ eſt. d. c. eſſe rōnale in potētia tñ & incommenſurable in longitudine lateri. b. c. ¶ Eritq; ex p̄miſſa p̄ diffinitionē linee medialis vt linea. a. poſſit in aliquā ſupficiē contentā a duabus lineis potētia tñ rōnalibus cōmunicantibus q̄ ſit ſupficiēs. e. g. cuius latera. e. f. & f. g. eruntq; due ſuperficies b. d. & f. g. p̄ primā p̄tem. 13. ſexti: laterū mutuoꝝ p̄ hoc q̄ ipſe ſunt eqliſ & rectangule: p̄portio ergo. b. c. ad. e. f. eſt ſicut. f. g. ad. c. d. quare p̄. 10. cum. b. c. cōicetur in potētia cū. e. f. eo q̄ quadrata vtriuſq; earū ſunt rationalia ex ypotheſi. f. g. cōicabit in potētia cū. c. d. Cum igit q̄dratum. f. g. ſit rōnale p̄ ypotheſim eritq; quoq; quadratū. c. d. rōnale p̄ diffinitionem at q̄a ſupficiēs. b. d. eſt irrōnalis ſicut ſua equalis. e. g. p̄ premiffam ſequitur vt quadratū linee. c. d. nō cōicetur cū ſupficie. b. d. Et q̄a q̄dratū linee. c. d. ad ſupficiē. b. d. ē p̄ primā ſexti: ſicut. c. d. ad. c. b. erit p̄ ſecundā partē. 10. ut c. d. nō cōicetur cū. b. c. q̄re cū. b. c. ſit rōnalis i longitudine ex ypotheſi erit. c. d. irrōnalis i longitudine & potētia tñ rōnalis. patet ergo p̄poſita cōcluſio.



Propositio .21.

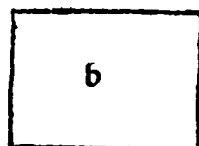
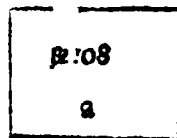
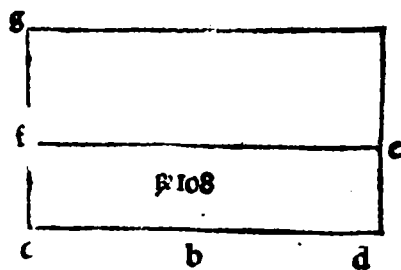
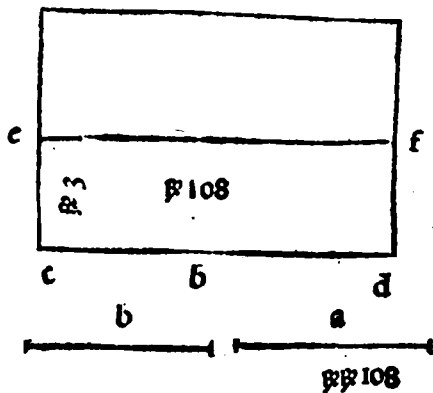


Ponitur linea comunicans mediali est medialis.

Sit linea .a. medialis cui ponatur linea .b. esse cōicans
sue in longitudine sue in potentia tñ: dico q. etiā linea
.b. est medialis. Sit enim linea .c.d. rōnalis in lōgitudine
cui adiungatur superficies .c.f. equalis quadrato lineae .a.
Et item superficies .e.g. equalis quadrato lineae .b. hoc aut
qualiter fiat in premisa demonstratōe dictum est. Eritq. per premisam
linea .d.f. rōnalis in potentia tñ & incōmensurabilis lineae .c. d. & quia p
primam sexti .e.g. ad .c. f. sicut .f.g. ad .d. f. cōicat autem .e.g. cum .c.f. eo q
quadratum .b. comunicat cū quadrato .a. per ypothesim: quibus quadra-
tis dicte superficies posite sunt equalis: sequitur per primam partem .10. vt
linea .f.g. comunicet cum linea .d.f. quare .f.g. est rōnalis in potentia tan-
tum sicut est .d.f. & incōmensurabilis in longitudine lineae .c. f. cum linea
d.f. sibi cōicans sit incōmensurabilis eidem .e.f. eo q. sue equalis: hoc enim
probatum est in .8. qd si fuerint due quantitates cōicantes cuiusq. vna
earum non cōicat nec reliquatq. per .19. erit superficies .e.g. medialis &
eius latus tetragonum quod est .b. mediale quod est propositum. **S**i
militer quoq. omnis superficies cōicans superficiei mediali medialis esse
conuincitur. Sit enim superficies .a. medialis cui ponatur superficies .b. &
cōicans dico superficiem .b. esse medialem quod sic constabit. Sit linea .c.
d. rōnalis in longitudine: adiungaturq. ei superficies .c.e. que sit equalis su-
perficiei .a. quod hoc modo fiet. Inueniatur linea .c. f. ad quam sic se ha-
beat vnum ex lateribus superficiei .a. sicut linea .c. d. se habet ad reliquum
hoc autem linea qualiter reperiatur in .10. sexti dictum ē. Eritq. ex .g. eius-
dem superficies .d.f. equalis .a. Itemq. eodem modo ad lineam .e. f. adijci-
gat superficies .e.g. q. sit eq. lis .b. erit itaq. p. 10. linea .c. f. potētia tñ rōnalis:
erit quoq. lineae .c. d. in lōgitudine incōmensurabilis. Et q. a. & .b. erant cō-
municantes ex ypothesi: erunt quoq. .c. e. & .e. g. eis equalis cōicantes: ita
q. per primam sexti & per primam partem .10. huius erunt due lineae .c. f. &
f. g. cōicantes in longitudine. **E**st igitur linea .f. g. rōnalis in potētia tā-
tum & lineae .e. f. incōmensurabilis in longitudine: quare per .19. superficies
e.g. erit medialis: cum linea .e. f. sit rōnalis in longitudine sicut .c. d. sibi
equalis. Cum sit ergo .b. equalis .e.g. erit quoq. .b. mediale: quod est p
positum. **E**t nota q. omnes superficies mediales cōmunicantes compo-
nunt superficiem medialem. Vnde tota .d. g. est medialis: quia cum due
lineae .e. f. & .f. g. sint rōnales in potentia tñ & non cōmunicantes in lon-
gitudine sequitur vt tota .c. g. sit rōnalis in potentia tantum & non cō-
municans .c. d. in longitudine: itaq. per .19. d. g. ē medialis. Eodemq. mo-
do si sint plures.

Castigator.

Quia per nonam compositum ex .c. f. & .f. g. quod est .c. g. cōmuni-
cat vtriq. .c. f. & .f. g. tunc per octavam cum .f. g. non cōicat in longitudi-
ne cum .e. f. nec etiā .c. g. cōicabit ipsi .e. f. cum .c. g. per .9. cōmunicet ip-
si .f. g. & ideo per octavam cuiusq. non cōicat vnum nec reliquum com-
municabit & c. & ideo due lineae .c. g. & .c. d. cum sint rōnales potētia tñ
cōmunicantes continent superficiem .d. g. totam medialem p. 19. & c.
Si vis scire an due lineae seu quantitates irracionales sint communi-
cantes sue commensurabiles. primo videas vtrum sint equalis: si sic sem-
per cōmunicant cum non sit maior cōmunicantia equalitate. si non sunt
equalis: tunc vide que pars aut partes sit minor maioris: redigendo eas
ad vltimam earum depressionem per viam fracti schisando: vt vulgo
dicunt: & si earum vltima depressio habeat radicem discretam erunt cō-
municantes: si non: non erunt: vt si sint .p. 90. & .p. 40. earum vltima de-
pressio erit .p. 3. cuius radix est 3: hoc est .p. 40. est due tertie .p. 90. ergo se
hnt sicut duo ad tria. sicut numerus ad numerum. ideo per sextam huius
sint cōmunicantes & c.



Propositio .22.



Anus differentia qua habudat mediale a media li: irrationalis esse probatur.

Sit vtraq. duarum superficies. a. b. f. a. medialis d. co q. superficies. b. que est earum differentia est irrationalis. **S**it enim linea. c. d. rationalis in longitudine cui adiungatur superficies. d. e. equalis superfici. a. f. superficies d. f. equalis totali superfici. a. b. Hoc autem equaliter fiat i premisa do-
cuimus. Quia ergo. d. f. est equalis. a. b. f. d. e. equalis. a. erit per coceptio-
nem. g. f. equalis. b. Si itaq. superficies. b. non est irrationalis sed rationa-
lis erit f. f. g. sua equalis rationalis. At cum linea. e. g. sit rationalis in lo-
gitudine sicut sua equalis. c. d. erit per. 16. linea. e. f. rationalis in longitudi-
ne f. communicans linee. e. g. Per. 20. autem est vtraq. duarum linearum
c. e. f. c. f. potentialiter tantum rationalis f. linee. c. d. incommensurabilis in
longitudine itaq. e. f. linea est incommensurabilis linee. c. e. in longitudi-
ne. **E**t quia per primam sexti quadratum linee. e. f. ad superficiem: que
fit ex. e. f. in. c. e. est sicut. e. f. ad. c. e. sequitur per secundam partem. 10. vt qua-
dratum linee. c. f. sit incommensurabile superfici. f. f. ex. e. f. in. c. e. qua-
re f. ipsum quadratum erit incommensurabile duplo b. superfici. ex. e. f. in
c. e. Quadratum vero. c. e. cum sit rationale est communicans quadrato
e. f. Totum igitur ex ambobus compositum erit per. 9. comunicans qua-
drato. e. f. f. ideo incommensurabile duplo superfici. ex. e. f. in. c. e. **E**t q. a
per quartam secundi quadrati linee. c. f. est equale duobus quadratis dua-
rum linearum. c. e. f. e. f. duplo superfici. ex. c. e. in. e. f. Et duplum sup-
fici. c. e. in. e. f. est incommensurabile aggregato ex duobus quadratis dua-
rum linearum. c. e. f. e. f. sequitur per ea que addita sunt in. 9. vt quadra-
tum. c. f. sit incommensurabile aggregato ex duobus quadratis duarum li-
nearum. c. e. f. e. f. At cum aggregatum ex his quadratis sit rationale se-
quitur quadratum linee. c. f. non esse rationale f. ideo linea. c. f. non est ratio-
nalis in potentia: f. idcirco non erit superficies. d. f. medialis neq. a. b. sibi
equalis quod est inconueniens cum sit contrarium positum: relinquatur igitur
q. superficies. b. est irrationalis: quod est propositum.

Castigator.

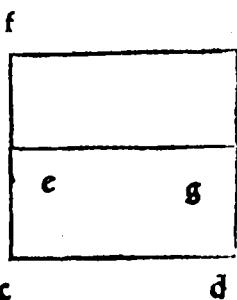
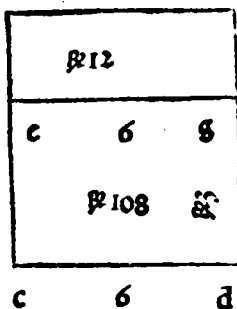
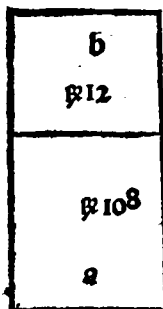
Quia oē mediale est irrationale sed non e conuerso. ut supra. 19. huius.
a **S**cilicet si quatitates sint incommunicantes totum quoq. ex eis con-
fectum seu compositum vtriq. earum erit incommunicans. f. quia qua-
dratum linee. c. f. est confectum. ex duobus quadratis. e. f. f. c. e. f. duplo
superfici. ex. c. e. in. e. f. sequitur per nonam tota. a. b. p. 19.
b **C**um sub duplum sit pars proprie dicta dupli.

Propositio .23.



Anus superficies quam continent due linee me-
diales potentialiter tantum communicantes: aut
rationalis est aut medialis.

Sint due linee. a. b. f. b. c. mediales potentia tantum
communicantes: dico q. superficies. a. c. ab eis cōtenta aut
est rationalis aut medialis. Sint enim. d. c. quadratum li-
nee. b. c. f. a. e. quadratum linee. a. b. eruntq. ex ypothesi hec duo quadra-
ta communicantia: f. erit per primam sexti superficies. a. c. medialis me-
dio loco proportionalis inter ipsa quadrata. Sumatur igitur linea. f. g. q.
sit rationalis in longitudine: cui adiungatur superficies. f. b. equalis qua-
drato. a. e. f. b. k. equalis superfici. a. c. f. k. l. equalis quadrato. d. c. eruntq.
hec tres superficies. f. h. h. k. f. k. l. continue proportionales: sicut sunt sue
equales. a. e. a. c. f. d. c. quare per primam sexti erunt etiam tres linee. g. h.
h. m. f. m. l. que sunt bases earum continue proportionales. Et cum superfi-
cies. f. h. f. k. l. sint cōmunicantes sicut duo quadrata. a. e. f. c. d. eis equa-
lia: sequitur per primam sexti f. 10. huius vt linea. g. b. sit communicans cō.



m.l. vtrāq. autem earum est rationalis in potentia per. 10. huius. Igitur superficies vnius earum in alteram est rationalis: omnis enim superficies quam continent due linee rationales in potentia: comunicantes in longitudine necessario est rationalis vt patet ex prima sexti & prima pte. 10. huius & ex diffinitione superficies rationalium. ¶ Et quia ex prima pte. 16. sexti quadratum linee. h. m. ē equale superficiē ex. g. b. in. m. l. erit quadratum linee. h. m. rationale. ¶ Si ergo linea. b. m. est rationalis in longitudine siue cōicans linee. k. m. que est equalis linee. f. g. erit per. 15. superficies. h. k. rationalis: ideoq. & sua equalis. a. c. Si autem linea. b. m. sit irrationalis in longitudine siue incōmensurabilis linee. k. m. que est equalis linee. f. g. cum ipsa sit rationalis saltē in potētia: eo q. suū qdratū ē rōnale erit ex. 19. superficies. h. k. medialis: quare & sua equalis. a. c. cōstat ergo p. positum. ¶ Et nota q. si due linee. a. b. & b. c. essent mediales in longitudine cōmunicantes: esset superficies. a. c. medialis tñ. Esset enim superficies a. c. cōmunicans vtriq. duorum quadratorum. a. e. & c. d. per primā sexti & per presētē ypothesim & per. 10. huius: ideo superficies. h. k. sibi equalis. a. c. esset comunicans vtriq. superficiē. f. h. & k. l. Igitur per primam sexti & 10. huius linea. b. m. esset cōmunicans vtriq. duarū linearum. g. h. & l. m. & quia hec ambe sunt rationales in potentia tantum: non cōicantes in longitudine linee. f. g. esset quoq. h. m. rationalis in potentia tñ non comunicans in longitudine linee. f. g. & ideo nec comunicans linee. h. p. quare per. 19. erit superficies. h. k. medialis tantum. & ideo etiā a. c. sibi equalis. ¶ Si autem due linee. a. b. & b. c. essent mediales neq. in longitudine neq. in potentia cōmunicantes: superficies. a. c. non esset rationalis neq. medialis. Si enim sic eēt scilicet q. due linee. a. b. & b. c. eēt mediales neq. in longitudine. neq. in potentia comunicantes: essent duo quadrata. a. e. & c. d. incommunicantia: itaq. & due superficies. f. h. & k. l. eēt equalēs quoq. essent incommunicantes: quare & due linee. g. b. & m. l. essent incommensurabiles per primam sexti & per secundam partem. 10. Et quia vtrāq. earum est rationalis tantum in potentia per. 20. esset superficies. vnius earum in alterā medialis per. 19. Cum ergo quadratum linee b. m. sit equale dicte superficiē que fit ex. g. b. in. m. l. per primam partem 16. sexti esset per. 19. linea. b. m. linea medialis. Per. 15. ergo non esset superficies. h. k. rationalis. nec etiā p. 10. medialis: quare nec sua equalis. a. c.

Castigator.

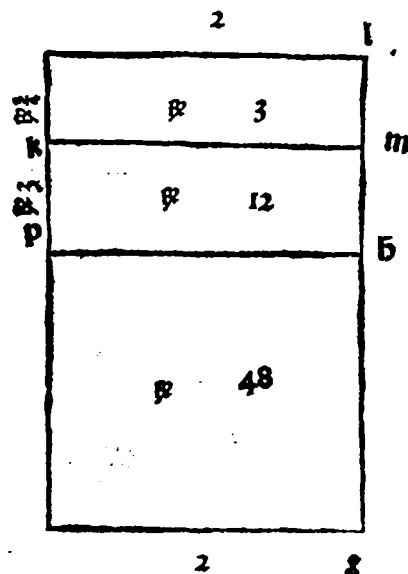
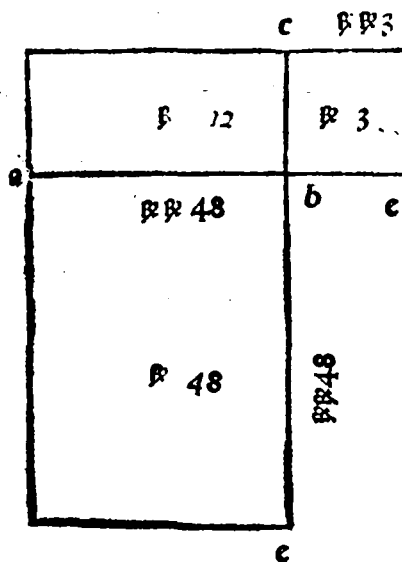
k. ¶ Qualiter fiat in tribus precedentibus dictum est. Videlicet per. 10. sexti positis tribus lineis quartam inuenire ad quam tertia se habeat sicut prima ad secundam: hoc autem totum fit vt deueniatur ad secundam partem. 13. sexti & arguatur superficies illas equalēs cum sint eorū laterū & vnus angulus immo omnes vnius equetur angulo alterius &c. quoniam trium linearum due sunt latera superficiē qdrate. a. s. secūda & tertia altera est linea. f. g. quarta inuenta est. g. h. tunc reliqua patent per decimam quintam sexti. Tunc erunt quatuor linee proportionales. prima. f. g. secūda vnum latus superficiē quadrate. a. tertia reliquum latus dicte superficiē quadrate. a. quarta erit linea inuenta per. 10. sexti. s. g. h. ita de reliquis. o. ¶ Scilicet q. nullo modo posset esse rationalis sed tantum medialis.

Propositio. 24.



¶ Has lineas mediales potentia tantum comunicantes superficiēq. rationalem cōtinentes quarum longior sit potentior: breuior: augmento quadrati linee comunicatis eidem longiori in longitudine inuenire.

¶ Cum omnes due linee mediales potentia tantum cōmunicantes cōtineant superficiē rōalem aut mediale ut ex premissa patet



docet inuenire eas duas que continent superficiem rationalem & eas que medialem. Vnde propositum est inuenire duas lineas mediales potentia tantum comunicantes quarum longior possit amplius breuiori in quadrato alicuius linee sibi communicantes in longitudine que contineant superficiem rationalem. ¶ Ad hoc s'm doctrinam. 12. Sumo duas lineas a. & b. potentia tantum rationales communicantes quarum longior que sit a. possit amplius breuiori que sit b. in quadrato alicuius linee s'cum comunicantes in longitudine. Et ponam lineam c. secundū doctrinam. 9. sexti medio loco proportionalem inter a. & b. & ponam vt sit proportio a. ad b. sicut c. ad d. q. qualiter fiat in 10. sexti dictum est. Dico tūc duas lineas c. & d. esse quas querimus. patet enim ex 19. q. superficies quam continent due linee a. & b. est medialis & quia per primam partem. 16. sexti q. dratum linee c. est dicte superficiē equale erit igitur per 19. linea c. medialis. Cum autem sit a. ad b. sicut c. ad d. & b. comunicat cum a. in potentia tantum ex ypothesi quia tam a. & b. rationalis est in potentia sequitur per 10. q. c. quoq. comunicet cum d. in potentia tantum. Itaq. per 11. cum c. sit linea medialis erit etiam d. medialis & per primam partem. 11. erit linea c. potentior linea d. in quadrato linee sibi comunicatis in longitudine. Si ergo due linee c. & d. contineant superficiem rationalem ipse sunt quales inquirimus. Eas autem continere superficiem rationalem sic habeto cum sit a. ad b. sicut c. ad d. erit permutatum a. ad c. sicut b. ad d. sed erat a. ad c. sicut c. ad b. igitur ē c. ad b. sicut b. ad d. itaq. p. primam partem. 16. sexti superficies quam continent due linee c. & d. est equalis quadrato b. est autem quadratum b. rationale per ypoth. cum ipsa sit rationalis in potentia superficies ergo quam continent due linee c. & d. est rationalis quare constat propositum.

¶ Assignator.

¶ Nota q. ista consequētia valet sic arguendo iste linee sunt rationales in lōgitudine ergo comunicant in longitudine & in potentia sed non e conuer so. s. iste sunt rationales in potentia seu comunicantes in potentia ergo in longitudine quia. 2. n. & 3. sunt rationales in potētia & non in longitudine quis in vtraq. comunicent & 2. n. & 3. comunicant in potentia & non in longitudine cum quadratorum suorum non sit proportio sicut numerorum quadratorum. ¶ In lineis medialibus non agitur de irrationalitate cum semp sunt irrationales quia sunt latera tetragonica superficiorum irrationalium vt in 19. dicitur sed solum de eis dicitur comunicantia & cōmēsurabilitas vt patet. n. ¶ Scilicet tribus lineis propositis quartā inuenire ad quam. 3. f. habeat sicut prima ad secundam & in casu prima ē linea a. & 4a linea b. tertia linea c. & quarta inuenta est linea d. vt ibi dī.

Propositio .25.



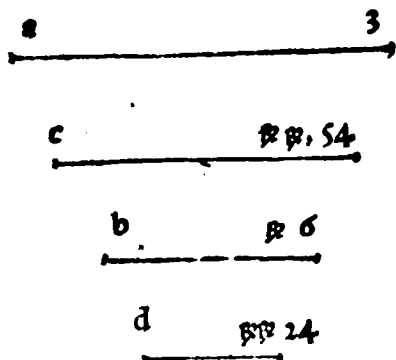
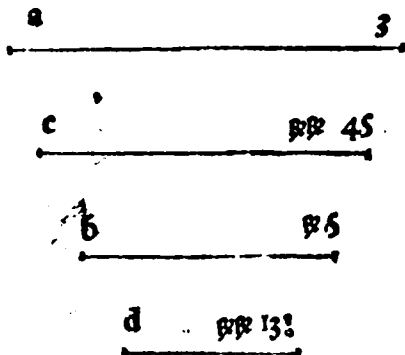
Eas lineas mediales potentia tantum comunicantes superficiemq. rationalem continentes quarū longior sit potētiō breuiori quadrato linee eidem longiori in longitudine incōmēsurabilis inuenire.

¶ Positis duabus lineis a. & b. rōalibus potētia tū cōicātibz quaz longior possit amplius breuiori qdrato linee s'cum non cōicantis in longitudine que quidem reperiuntur s'm doctrinā. 18. ceterisq. positionibus manētibz sicut in pmissa argumentādo mō cōsimili patebit duas lineas c. & d. ēē quales querimus. Et nota q. duellē q. hēc & pmissa docent inuenire cōponunt bimediale p'mum. & minori earum abscisa de maiori que reliqua est dī residuum mediale p'mum.

Propositio .26.



Eas lineas mediales potentia tantum comunicantes superficiemq. medialem continentes quarū longior breuiore tanto amplius possit quantū est quadratum alicuius linee incōmēsurabilis ip si longiori in longitudine inuenire.



¶ Cum docuerit inuenire duas lineas mediales potentia tantum cōmunicantes superficiemq; rationalem continentes: quarum longior plus possit breuiori in quadrato linee secum communicantis in longitudine & secum incommensurabilis in longitudine. Nunc docet inuenire duas lineas mediales potentia tñ communicantes superficiemq; medialem continentes quarum longior sit potentior breuiori in quadrato linee non secū cōcantis in longitudine: sed solum sibi incommensurabilis in longitudine. Illud enim facile habet ex isto. ¶ Sint itaq; tres linee sumpte fm doctrinam. 18. a. b. c. potētia tantum rationales & in ea solum cōmunicātes. Sitq; a. a. potentior. b. & c. c. quadrato linee sibi incōmensurabilis in longitudine: & ponatur. d. medio loco proportioalis inter. a. & b. vt docet. 9. sexti & sit. d. ad. e. sicut. a. ad. c. dico duas lineas. d. & e. esse quales in grūmus. Cum sit enim quadratum linee. d. equale superficiē que cōtinetur sub. a. & b. per primam partem. 16. sexti. Sitq; superficies contenta sub. a. & b. medialis: ex. 19. cum. a. & b. sint potentia tantum rationales communicātes erit ex eadem linea. d. medialis. Quia. a. ad. c. sicut. d. ad. e. communicat autem. a. cum. c. in potentia tantum ex ypothesi. Sequitur ex. 10. vt. e. quoq; cōmunicet cū. d. in potentia tñ. I taq; per. 21. erit. e. linea medialis. Et etiam quia. a. est potentior. c. quadrato linee sibi incōmensurabilis in longitudine erit quoq; per. 11. d. potentior. e. quadrato linee sibi incommensurabilis in longitudine. ¶ Si igitur due linee. d. & e. contineant superficiem medialem constar eas esse quales inquirimus. ¶ Eas autem continere superficiem medialem sic habetur. Cum sit ex ypothesi. a. ad. c. sicut. d. ad. e. erit permutatim. a. ad. d. sicut. c. ad. e. sed. a. ad. d. est sicut. d. ad. b. p. ypothesi: itaq; d. ad. b. sicut. c. ad. e. igitur per primam partem. 15. sexti: superficies quam continent. d. & e. est equalis ei quam continent. c. & b. sed. b. & c. continent superficiem medialem per. 19. cum ipse sint rationales i potentia tantum communicantes ex ypothesi: itaq; d. & e. continent superficiem medialem. quod est propositum. ¶ Si autē cura esset inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiēq; medialem continentes: quarum longior esset potentior breuiori quadrato linee secum communicantis in longitudine. Sumeremus tres lineas fm doctrinam. 17. a. b. c. potentia tantum rationales & in ea solum communicātes: & poneremus lineam. a. esse potentiores linea. c. quadrato alicuius linee sibi communicantis in longitudine: cetera vero manerent vt prius & argumentatione consimili concluderemus duas lineas. d. & e. esse quales proponitur inquirere. ¶ Et nota q; due linee quas hec. 26. docet inuenire componunt bimediale secundum & minori earum abscisa de maiori que reliqua est dicitur residuum mediale secundum.

¶ Castigator.

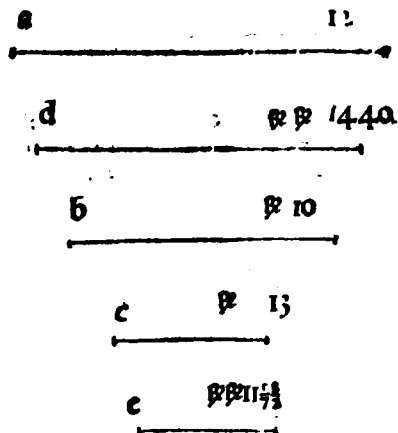
o ¶ Potentia linee. e. medialis ad potentiam linee. d. medialis est vt. 13. ad. 144. numerorum qui communicant: quoniam quadrati. 13. quod est 169. ad quadratum numeri. 144. quod est. 20736. est sicut numerorū quadratorum. I deo per secundam partem. 7. huius latera. 13. & 144. communicant in longitudine & potētia. a. ad. b. est velut. 12. ad. 5. p. ¶ Propter hoc dixit supra i. 12. 18. si libeat plures lineas inuenire potentia tñ rationales cōmunicantes vt posset tres quatuor & c. lineas mediales inuenire & c.

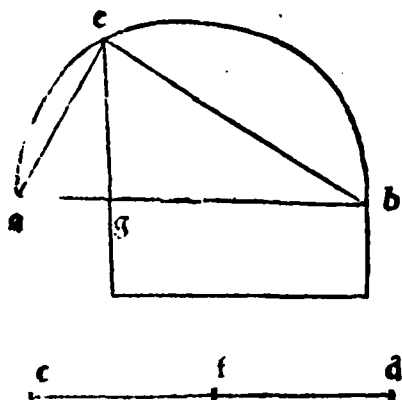
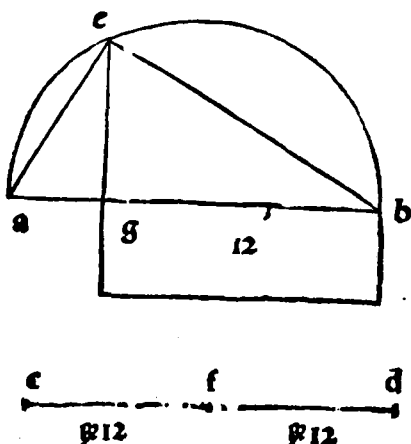
Propositio .27.



¶ Eas lineas potentialiter incōmensurabiles superficiemq; medialem continentes quarum quadrata ambo pariter accepta sint rationale inuenire.

¶ Propositum est inuenire duas lineas incommensurabiles tam in potentia q̄ in longitudine que contineant superficiem medialem & quadrata ambanum pariter accepta fa





dant superficiem rationalem. Ad hec autem sumo p. 18. duas lineas. a. b. f. c. d. potentia tantum rationales communicantes quantum longior que sit. a. b. sit potentior. c. d. quadrato alicuius lineae sicut incommensurabilis in longitudine. Et super lineam. a. b. describo semicirculum. a. e. b. f. diuido lineam. c. d. per equalia ad punctum. f. f. diuido lineam. a. b. ad punctum. g. ita q. linea. c. f. cadat in medio loco proportionalis inter. a. g. f. g. b. f. qualiter hoc fiat in. 13. dictum est. Et pono q. superficies. b. h. fiat ex. a. g. in. g. b. Erunt ex prima parte. 16. sexti quadratum. c. f. e. quale superficie. b. h. f. quia quadratum. c. f. est e. quale quarte parti quadrati. c. d. ex quarta secundi. Et quia superficies. b. h. deest ad complendum lineam a. b. superficies quadrata. Cum. a. g. sit equalis. g. b. Et quia linea. a. b. potentior est linea. c. d. quadrato lineae sibi incommensurabilis in longitudine ex hypothesi erit ex secunda parte. 14. linea. a. g. incommensurabilis lineae. g. b. Educo igitur a puncto. g. perpendicularem super lineam. a. b. vsq. ad circumferentiam semicirculi que sit. g. e. Et protrabo lineas. a. f. e. b. quas dico esse quales querimus. Erit enim. e. g. equalis. c. f. eo q. utraq. cadit in medio loco proportionalis inter. a. g. f. g. b. prima quidem per primam partem coroll. 8. sexti. secunda vero per hypothesin: propter quod quadratum. vtriusq. earum per primam partem. 16. sexti est e. quale superficie. ex. a. g. in. g. b. que est. b. h. ipse igitur sunt equales. At quia per quartam sexti proportio. a. e. ad. e. b. e. sicut. a. g. ad. g. e. sunt aut. a. g. f. g. e. f. g. b. continue proportionales erit. a. e. ad. e. b. duplicata: sicut. a. g. ad. g. b. Quare per. 18. sexti erit quadratum lineae. a. e. ad quadratum lineae. e. b. sicut. a. g. ad. g. b. Cum sit igitur. a. g. incommensurabilis. g. b. erit per secundam partem. 10. quadratum. a. e. incommensurabile quadrato. e. b. quare due lineae. a. e. f. e. b. sunt incommensurabiles in potentia. Et quia per penultimam primi quadratum. a. b. est e. quale quadratis duarum linearum. a. e. f. e. b. pariter acceptis quadratum aut. a. b. est rationale: cum a. b. sit rationale in potentia p. hypothesi. erit quoque quadrata duarum linearum. a. e. f. e. b. pariter accepta rationale. Si vero he due lineae continent superficiem medietate habitum est propositum. Erat aut. c. d. rationale in potentia f. in eam tantum commensurabilis lineae. a. b. quare f. c. f. f. ideo f. g. e. sibi equalis erit potentia rationale f. tamen in eadem commensurabilis cum. a. b. itaq. per. 19. superficies. ex. a. b. in. g. e. est medietas. Quia igitur per quartam sexti f. per primam prem. 15. eiusdem superficies. a. e. in. e. b. est sibi. s. superficies. a. b. in. g. e. equalis constat duas lineas. a. e. f. e. b. esse quales volumus. Et nota q. due lineae quas docet hec. 17. inuenire componunt lineam maiorem f. minori earum abscissa que reliqua est dicitur linea minor.

Propositio .28.



Quas lineas potentia tantum incommensurabiles superficies rationalem continentes quas ambo quadrata pariter accepta sunt medietate inuenire.

Sit hic prorsus eadem dispositio que prius in premis. Sint autem due lineae. a. b. f. c. d. quales proponit. 15. eruntq. simili argumentatione premisse due lineae. a. e. f. e. b. quales hec. 18. proponit. Cum sit enim. a. b. linea medietas erit eius quadratum medietas per. 19. f. ideo quadrata duarum linearum. a. e. f. e. b. sunt medietas per penultimam primi f. quia. a. b. f. c. d. continent superficiem rationalem. sequitur etiam vt. a. b. in. c. f. f. ideo in. g. e. sibi equalis contineat superficiem rationalem: itaq. f. a. e. in. e. b. patet ergo quod queritur. Vnde due lineae quas hec. 18. docet inuenire componunt lineam potentem in rationale f. medietas f. minori earum abscissa de maiori que reliqua est dicitur linea que iuncta cum rationali componit totum medietas.

Castigator.

In istis tribus. 17. 18. 19. vbi adducitur. 4. sexti. Imaginantur semper tres trianguli: vnus totalis ex. a. e. b. f. duo partiales. s. a. e. g. f. g. e. b. qui

oēs adinuicem sunt similes per.8. sexti: & ideo latus. a.e. magni respiciens angulū. b. eiusdē magni ad latus. g.e. parui. respiciēs eūdē angulū. b. rōne parui trianguli. g.e.b. est sicut lateris. a.b. magni respiciētis angulū. e. rectū ipsius magni ad latus. e.b. parui. s.g.e.b. respiciens angulū. g. rectū eiusdem parui: & quia omnes anguli recti sunt equales per petitionem & b. priorum laterum: est idem vtrobiq. respectu diuersorum.

Propositio .29.



Eas lineas potentialiter incommensurabiles superficies mediam continentes quaz quadrata ambo pariter accepta sint mediale duplo superfici cuius in alteram incommensurabile inuenire.

Huius quoq. dispositio a duarum premisfarum dispositione non sit in quoquam diuersa. Sint autem lineae

due. a.b. & c.d. quales. 26. proponit etiamq. premisfa argumentatione due lineae. a.e. & e.b. quas inquirimus. Cum enim. a.b. sit linea medialis erit quadrata duarum linearum. a. e. & e.b. pariter accepta mediale. **A**t cum. a.b. & c.d. contineant superficiem medialem. sequitur vt. a.b. in. e. & ideo i.e.g. sibi equalem contineat quoq. superficiem medialem: ois. n. superficies mediali communicans medialis esse conuincitur: quēadmodū in. 11. monstratum est. **S**uperficies igitur. a.e. in. e.b. medialis est cum ipsa sit equalis superfici. a.b. in. g.e. **Q**uia vero linea. a.b. est incommensurabilis lineae. c.d. erit etiam incommensurabilis lineae. c.f. quare & lineae. e.g. quare per primam sexti & secundam partem. 10. huius superficies a.b. in. e.g. quae est equalis superfici. a.e. in. e.b. erit incommensurabilis quadrato lineae. a.b. itaq. & quadratis duarum linearum. a.e. & e.b. pariter acceptis. **Q**uod cum ita sit sequitur quoq. vt duplum superfici. a.e. in. e.b. sit incommensurabile quadratis predictis duarum linearū. a.e. & e.b. piter acceptis & hoc erat monstrandum. **D**ue lineae quas. hec. 29. docet inuenire componunt lineam potentem in duo medialia & minori earum abscissa de maiori quae reliqua est dicitur linea quae iuncta cum mediali facit totum mediale.

Castigator

2 **P**ropter hoc q. multiplicia & submultiplicia eiusdē sunt generis. Vt i fine quinte diffinitionis quinti libri dictum fuit. Et ideo partes proprie semper sunt de ratione totius. & sic. c. f. cum sit medietas. c.d. etiam per. 9. & 8. huius & rectius concluditur propositum.

Propositio .30.

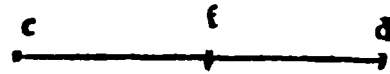
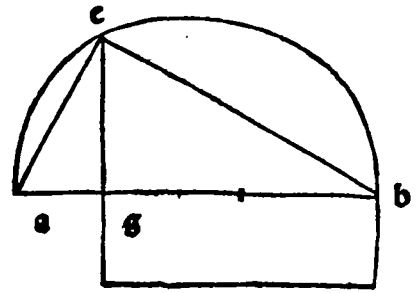


I due lineae potentialiter tantū rōnales cōicantes in longū directumq. cōiungant: tota linea ex his cōposita erit irrationalis: diciturq. binomium.

Sint due lineae. a.b. & b.c. in continuū. directumq. coniuncte rationales in potentia tñ cōicantes: quas p. 17. & 18. reperies: dico totam lineā. a.c. ex eis compositam esse irrationalem & ipse vocatur binomium. Est enim p. quartam secundi quadratum. a.c. equale quadratis duarū linearū. a.b. & b.c. & duplo superfici vnius earum in alterā: quadrata autē ambarum faciunt superficiem rationalem ex ypothesi: duplū vero superfici. vnius earum in alterā facit superficiem medialem ex. 19. itaq. quadrata ambarum pariter accepta faciūt superficiem incommensurabilem duplo superfici. vnius earū in alterā. erit igit ex. 9. quadratū. a.c. incommensurabile duobus qdratis duarū linearū. a. b. & b.c. piter acceptis quare irrationale p. diffinitionē cum duo illa qdrata faciant superficiem rationalem. ideoq. suū latus tetragonum quod est. a.c. irrationale quoq. p. diffinitionem: constat ergo propositum.

Castigator

1 **H**ec irrationalitas facit infra ad. 67. huius. Et sicut in ista. 30. probatur linea binomialis esse irrationalis per. 4. secundi. ita infra. 68. beatius probatur idem de residuo q. sit linea irrationalis mediante. 7. eiusdem.



fandi. 9. huius.

Propositio 31.



Si due linee mediales potentia tantum cōicantes superficiemq; rationalem continentes directe cōiungantur tota linea ex his composita erit irrationalis diciturq; bimediale primum:

¶ Sint due linee. a. b. f. b. c. in continuum directumq; cōiuncte quales pponuntur quas p. 14. f. 25. reperies: dico totam lineam. a. c. ēē irrationalem & ipsa vocatur bimediale primum. Est. n. duplum superficiē. a. b. in. b. c. rōnale per ypothe. duoq; que quadrata duarum linearū. a. b. f. b. c. pariter accepta faciunt mediale. cum vtrumq; quadratum sit mediale p ypothesim & vnum eorum cōicans alii: duplum igitur superficiē vnus earum in alterā est incōicans duobus qdratis piter acceptis itotum ergo aggregatum ex duplo superficiē & duobus quadratis & ipsum est quadratum totius. a. c. p quartam secūdi est incommensurable duplo superficiē vnus earū in alteram p. 9. huius cum itaq; duplū superficiē sit rationale erit quadratū. a. c. irrōnale. ideoq; & linea. a. c. qd est ppositum. ¶ I dē aliter: sit linea. d. e. rōnalis in longitudine cui adiungatur superficies. d. f. equalis duobus quadratis duarum linearum. a. b. f. b. c. eritq; superficies hec. d. f. medialis cū vtrumq; quadratū sit mediale p ypothe. & vnum eorū cōicans alii quare p. 10. linea. d. g. est rōnalis in potentia tū non cōicans in longitudine lineē. d. e. Rursus ad lineam. f. g. que est equalis. d. e. adiungatur superficies. f. h. equalis duplo superficiē. a. b. in. b. c. eritq; f. h. rōnalis p ypothesim. quare per. 16. linea. g. h. erit rōnalis in longitudine. Due itaq; lineē. d. g. f. g. h. sunt potentialiter rōnales & in ea tū cōicantes: ergo p. 30. tota linea ex eis cōposita que est. d. h. est binominū & irrōnalis: quare p. 16. a destructione consequētis superficies. e. h. ē irrōnalis. At qā p quartam secūdi latus. ius tetragonici est linea. a. c. ipsa erit irrationalis per diffinitionem quod oportuit demonstrari.

Castigator

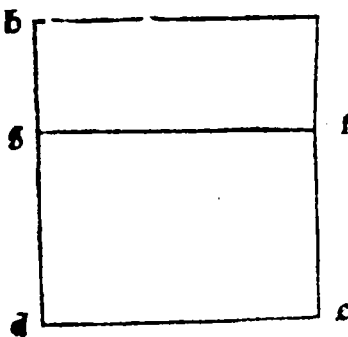
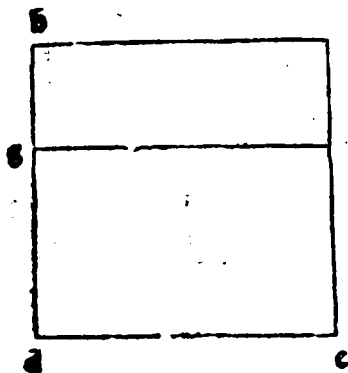
¶ I stanum linearum aliquando longior est potetior breuiore in quadrato lineē maiori communicantis. vt in. 24. aliquando non communicantis. 25. huius.

Propositio 32.



Si due linee mediales potētaliter tantū cōicantes superficiēq; mediale continentes directe cōiungantur tota linea erit irrationalis dicit q; bimediale fm.

¶ Sint due linee. a. b. f. b. c. mediales i continuū directūq; coniuncte vt proponitur quas per. 26. contingit reperiri. Dico totam. a. c. ex. eis cōpositam ēē irrationalem & ipsa vocatur bimediale scūdum. ¶ Esto enim linea. d. e. rōnalis in longitudine cui adiungatur superficies. d. f. equalis duobus quadratis duarum linearum. a. b. f. b. c. piter acceptis & qā ex ypothesi duo illa qdrata sunt cōicantia vt vtrumq; mediale: erit superficies. d. f. medialis quare per. 10. linea. d. g. que est eius latus scūdum est rationalis in potentia tantū & lineē. d. e. incommensurabilis in longitudine. ¶ Rursus adiungatur ad lineam. g. f. que est equalis lineē. d. e. superficies. f. h. equalis duplo superficiē. a. b. in. b. c. eritq; etiam superficies. f. h. medialis: erat enim per ypothesim superficies. a. b. in. b. c. medialis. ergo duplum eius cui est equalis. f. h. erit mediale. Per. 20. igitur linea. g. h. rationalis in potētia tantum & incommensurabilis in longitudine lineē. g. f. ¶ Quia vero. a. b. f. b. c. sunt potentialiter tantum communicantes erit per primam sexti & p secundam partem. 10. huius superficies vnus in alteram incommensurabilis quadrato vtriusq;. ¶ At quia quadrata earum communicant per ypothesim. erit dicta superficies quare & duplum eius incommunicans duobus qua-



dratis earum pariter acceptis. Due ergo superficies. d. f. & f. h. sunt in comunicantes: per primam itaq; sexti & secundam partem, 10. huius erit linea. d. g. incommensurabilis lineæ g. h. que cum sint rationales in potentia: erit per. 30. tota linea. d. h. binomium & irrationalis: ergo per. 16. a destructione consequentis erit superficies. e. h. irrationalis. Et quia latus eius tetragonum per quartam secundi est linea. a. c. sequitur per diffinitionem q; linea. a. c. sit irrationalis: quod ppositum erat ostendere.

Calligatoz.

t ¶ Quia p primam sexti superficiei. a. c. ad vtrumq; quadratum est sicut basis. a. b. ad basim. b. c. que sunt ex ypothesi due linee non comunicantes in longitudine sed solum in potentia. Et ideo p secundam partem decime huius superficies. a. c. etiam non comunicat cum aliquo duorum quadratorum illarum duarum linearum. a. b. & b. c. quis superficies illa & dicta quadrata sint irrationalia quia medialia seu irrationalia non comunicant nisi se habeant sicut numeri per quintam huius.

u ¶ Quia dato opposito huius consequentis sequitur lineam. d. h. esse rationalem per. 16. que non est. Et ideo irrationalis superficies. e. h. que sine esset rationalis & nunc per. 16. vt dictum est.

Propositio .33.



¶ Cum coniuncte fuerint due linee potentialiter incommensurabiles superficiemq; medialem continentes quarum ambo quadrata pariter accepta sunt rationales: tota linea erit irrationalis diciturq; linea maior.

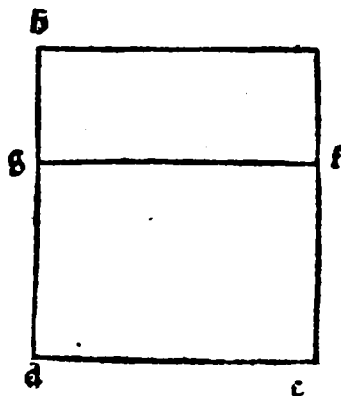
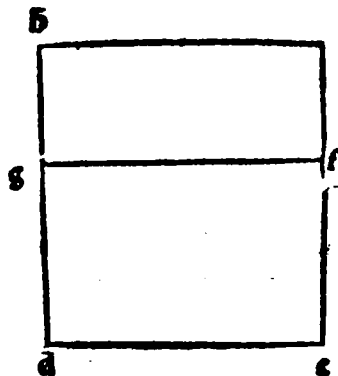
¶ Sint due linee. a. b. & b. c. sibi in continuum directumq; coniuncte sicut proponitur: quas contingit ex. 17. reperire dico. a. c. ex eis compositam esse lineam irrationalem & ipsa vocatur linea maior. Cum enim ambo quadrata pariter accepta sint rationale superficies vero alterius in alteram quare & eius duplum medialis per ypothesin erit totum ex duobus quadratis pariter acceptis incommunicans duplo superficiei vnius in alteram. itaq; totum aggregatum ex duobus quadratis & duplo superficiei & ipsum est equale quadrato. a. c. p quartam scd erit per. 9. huius incommensurable duobus quadratis. duarum linearum. a. b. & b. c. pariter acceptis: per diffinitionem ergo est quadratum linee. a. c. irrationale & linea. a. c. irrationalis quod est propositum. ¶ Idem aliter si aut in premissis ad lineam. d. e. que sit rationalis in longitudine adiungatur superficies. d. f. que sit equalis duobus quadratis duarum linearum. a. b. & b. c. pariter acceptis: eritq; rationalis per ypothesin quare p. 16. latus eius secundum quod est. d. g. erit etiam rationalis in longitudine & communis lineæ. d. e. ¶ Rursus ad lineam. f. g. adiungatur superficies. f. h. equalis duplo superficiei. a. b. in. b. c. eritq; medialis per ypothesin quare per. 20. linea. g. h. que est eius latus secundum est rationalis in potentia tantum per. 30. igitur est linea. d. h. binomium & irrationalis: ideoq; p. 16. a destructione consequentis superficies. e. h. est irrationalis quare latus eius tetragonum quod per quartam secundi est. a. c. est irrationale per diffinitionem: quod volumus ostendere.

Propositio .34.



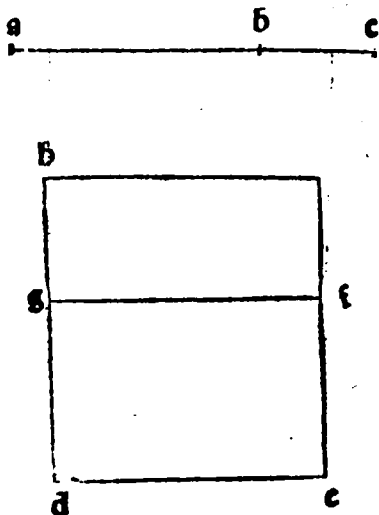
¶ Cum coniuncte fuerint due linee potentialiter incommensurabiles superficiemq; rationalem continentes quarum ambo quadrata pariter accepta sunt mediale: tota linea erit irrationalis diciturq; potens in rationale & mediale.

¶ Sint vt in premissis due linee. a. b. & b. c. in continuum directumq; coniuncte quales proponitur: & ipse sunt ex. 18. sumende dico q; tota linea. a. c. ex eis composita erit irrationalis & illa vocatur linea potens in rationale & mediale. Cum sit enim superficies. a. b. in. b. c. rationalis p ypothesin. ideoq; & duplum eius ac ambo quadrata pariter accepta



sunt medial e: sequitur p quartam secundi § 9. huius quemadmodum in premissis q. quadratum totius .a.c. sit incōicans duplo superficie .a.b.in.b.e. per diffinitionem igitur ipsum est irrationale § linea .a.c. irrationalis qd est ppositum. ¶ Idem aliter: sit ut in premissis linea .d.e. rōnalis in longitudine superficies .d.f. sibi adiuncta equalis duobus qdratis pter acceptis duaz. lineaz. a.b. § b.c. eritq. medialis p ypothesim p. 10. igitur erit linea .d.g. rationalis in potentia tantum non communicans in longitudine linee .d.e. Sitq. superficies .f.h. adiuncta ad lineam .g.f. equalis duplo superficie ex .a.b.in.b.c. eritq. rationalis per ypothe. § ideo per. 16. latus eius secundum quod est .g.h. rationale in longitudine quare per. 30. linea .d.h. est binomium § irrationalis: § superficies .e.h. per. 16. a destructione consequentis est irrationalis. Cum itaq. linea .a.c. sit eius latus tetragonum per quartam secundi sequitur ut .a.c. sit irrationalis per diffinitionem: constat ergo propositum.

Propositio .35.



Sim iuncte fuerint due linee potētiāliter incōmēsurabiles superficieq. mediale ptenētes quaz quadrata ambo pariter accepta sit mediale duplo superficie vnus in alteram incōmensurable tota linea erit irrōnatis diciturq. potens in duo medialia.

¶ Sint quoq. due linee hic .a.b. § .b.c. in continuū directumq. cōiuncte ut pponit que ex. 19. sumende sunt dico q. linea .a.c. ex eis cōposita est irrōnalis § ipsa dicit potens in duo medialia. Adiungatur n. ad lineā .d.e. que sit rōnalis in longitudine superficies .d.f. eq̄lis duobus qdratis duaz. lineaz. a.b. § b.c. pter acceptis eritq. medialis p ypothesim quare p. 10. linea .d.g. erit rōnalis in potētia tñ § incōmensurabilis .d.e. linee rōnalis in longitudine. ¶ Rursus ad lineam .g.f. que est equalis .d.e. adiungatur superficies .f.h. que sit equalis duplo superficie vnus in alterā erit et ex ypothesi medialis quare p. 10. linea .g.h. erit rōnalis in potētia tñ. ¶ At q. per ypothesim ambo quadrata pariter accepta sunt incōmensurable duplo superficie vnus in alterā sequit ut .d.f. sit incōmensurabilis f.h. quare p primam sexti § secundam partem. 10. huius linea .d.g. § incōmensurabilis .g.h. p. 30. igitur est linea .d.h. binomium § irrōnalis. Itaq. superficies .e.h. est irrōnalis § eius latus tetragonum quod est .a.c. ut in premissis quare constat ppositum. ¶ Si aut. duplum superficie .a.b.in.b.c. non esset incōmensurable ambobus quadratis pariter acceptis esset linea .a.c. medialis. Esset enim .d.f. communicans f.h. ideoq. linea .d.g. linee g.h. tota igitur .d.h. esset rationalis in potentia tantum § incōmensurabilis in longitudine linee .d.e. per. 19. igitur esset superficies .e.h. medialis eiusq. latus tetragonum quod est .a.c. linea medialis. Ut autem facilius fiat doctrina sequentium premonstranda arbitramur hoc loco duo quorum primum est.

Castigator.

¶ Quia tota superficies .e.f. tunc esset medialis per. 11. § 9. huius postea per. 10. linea .d.h. que est latus secundum dictē superficie .e.h. est solum in potentia rationalis lateriq. primo .d.e. in longitudine incōmensurabilis. Et ideo per. 19. latus tetragonum superficie .e.h. est linea medialis quod est per. 4. secundi linea .a.c. ut premititur. ¶ Vel sic f. melius per. 9. huius. Si autem duplum superficie .a.b.in.b.c. non esset incōmensurable seu incommunicans ambobus quadratis pariter acceptis. tunc esset eisdem commensurable sue communicans quare per. 9. totum ex eis scilicet .d.f. § f.h. confectum. scilicet superficies .e.h. esset communicans vtriq. superficie scilicet .d.f. § f.h. quare per. 11. huius .e.h. tota esset etiā medialis superficies. Et ideo per. 10. secundum latus eius quod est tota .d.h. est solum in potentia rationale § sic per. 19. linea .a.c. que per. 4. secundi est eius latus tetragonum esset linea mere medialis § c.

¶ Si aliqua linea per duo inequalia diuidatur quadrata amborum sectionum pariter accepta: tanto amplius sunt duplo superficiei vnius earum in alteram quantum est quadratum eius linee qua maior excedit minorem.

¶ Sit enim linea .a. b. diuisa per duo inequalia in puncto .c. sitq; maior portio .c. b. de qua sumatur .c. d. equalis .a. c. dico q; quadrata duarum linearum .a. c. & c. b. sunt amplius duplo superficiei vnius in alteram in quadrato linee .d. b. **¶** Nam quod fit ex .a. c. in .c. b. bis cum quadratis duarum linearum .a. c. & c. b. est equale ei quod fit ex .a. c. in .c. b. quater cum quadrato .d. b. Eo q; vtraq; hec equalia sunt quadrato linee .a. b. primum quidem per quartam secundi. Secundum vero per .8. eiusdem. Dempis itaq; vtrinque equalibus videlicet eo quod fit ex .a. c. in .c. b. bis erunt residua que sunt de primo quidem quadrata duarum linearum .a. c. & c. b. **¶** De secundo vero quod fit ex .a. c. in .c. b. bis cum quadrato .d. b. equalia. Quare constat ppositum. **¶** Ex hoc ergo manifestum est q; si aliqua linea p duo inequalia diuidatur quadrato ambarum partium pariter accepta plus cum duplo superficiei vnius earum in alteram. Et hoc est pp quod istud premisimus.

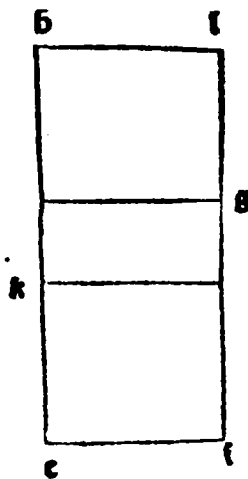
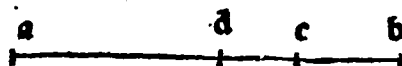
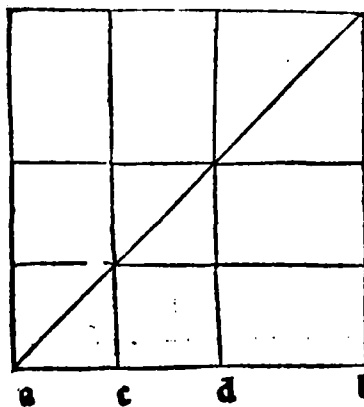
¶ Si aliqua linea per duo inequalia itemq; alia duo inequalia diuidatur quadrata magis inequalium pariter accepta tanto sunt amplius quadratis minus inequalium pariter acceptis quantum est duplum quadrati illius linee que inter vtrasq; est sectiones & quadruplum eius quod fit ex eadem linea in eam que est inter punctum sectionis minus inequalium & punctum quod diuidit totam lineam per equalia.

¶ Sit linea .a. b. diuisa per duo inequalia in puncto .c. itemq; per alia minus inequalia in puncto .d. rursus per equalia in .e. dico q; quadrata duarum partium magis inequalium que sunt .a. c. & c. b. tantum sunt amplius duobus quadratis duarum linearum minus inequalium que sunt .a. d. & d. b. quantum est duplum quadrati linee .c. d. & quadruplum eius quod fit ex .c. d. in .d. e. **¶** Sunt enim per .9. secundi quadrata duarum linearum .a. c. & c. b. pariter accepta dupla quadratis duarum linearum .b. e. & e. c. pariter acceptis. at per eandem .9. secundi quadrata duarum linearum .a. d. & d. b. pariter accepta dupla sunt quadratis duarum linearum .b. e. & e. c. pariter acceptis. **¶** Itaq; quadrata duarum linearum .a. c. & c. b. pariter accepta excedunt quadrata duarum linearum .a. d. & d. b. pariter accepta in eo quo duplum quadrati linee .c. e. excedit duplum quadrati linee .d. e. hoc autem per quartam secundi est duplum quadrati linee .c. d. & quadruplum eius quod fit ex .c. d. in .d. e. quare constat ppositum. Ex hoc manifestum est q; quanto fuerint sectiones alicuius linee magis inequales tanto erunt earum quadrata pariter accepta maior at hoc est propter quod istud premisimus. **P**ropositio .6.



¶ Si alias duas lineas sub eam termino ex quibus coniunctum & nominatum est binomium diuidi impossibile est.

¶ Sit linea .a. b. binomium eritq; ex .30. composita ex duabus lineis in potentia tantum rationalibus communicantibus que sint .a. c. & c. b. dico q; impossibile est eam diuidi in alias duas lineas sub hac diffinitione videlicet q; ipse sint potentia tantum rationales communicantes. **¶** Si enim potest diuidatur in .a. d. & d. b. que sint potentia rationales tñ communicantes. Eſto quoq; linea .e. f. rationalis in longitudine cui adiungatur superficies .b. e. g. que sit equalis quadratis duarum linearum .a. c. & c. b. pariter acceptis & superficies .f. h. que sit equalis quadrato linee .a. b. eritq; superficies .e. g. rationalis eo q; vtrunq; quadratorum linearum .a. c. & c. b. pariter acceptis est rationale per ypothesim & superficies .g. h. medialis per .19. qm ipsa est equalis duplo superficiei .a. c. in .c. b. per quartam secundi. Sit igitur rursus superficies .f. k. equalis quadratis duarum linearum .a. d. & d. b. pariter acceptis



que cum sint diuerse a duabus lineis. a. c. f. c. b. est per secundum predem³ stratorum antecedentium superficies. f. k. diuersa a superficie. e. g. Eari³ ergo differentia sit. k. g. eritq. per quartam secundi excessus superficiei. f. h. super. f. k. qui sit. k. l. equalis duplo eius quod sit ex. a. d. in. d. b. & propter hoc erit etiam superficies. f. k. rationalis & superficies. k. l. medialis itaq. superficies. k. g. cum ipsa sit differentia duarum superficierum rationalium que sunt. e. g. & f. k. erit rationalis. Non enim differt rationale a rationali nisi in rationali & hoc dico diffinitione f. 9. huius hoc confirmatibus Eadem quoq. cum ipsa sit differentia duarum superficierum mediarum que sunt. g. h. & k. l. erit irrationalis per. 22. quod est impossibile.

Castigator.

b ¶ Ista adiunctio superficierum ad lineam rationalem in longitudine equalium aliis superficieribus sit ubiq. in sequentibus & precedentibus : v³ visum est : quemadmodum dictum est supra in vigesima & vigesima prima : vigesima secunda : & vigesima tertia huius. ideo ibi recurrit : quia actor cum semel diligenter docuerit sufficit ei & nobis. c ¶ Ex istis sex sequentibus diuisionibus linearum compositarum in suas componentes : vt patet apparet illa philosophantium maxima : videlicet omnes res per quas cumq. causas componitur per easdem resolui necesse est. d ¶ Cum vtraq. diuisio sit per inequalia scilicet in. c. & in. d. quoniam linee componentes binomium semper sunt inequales per. 17. & 18. huius quia longior potentior brevior &c.

Propositio .37.



Imediali primo fini terminum suum in duas lineas mediales diuisa sub earum termino in alias duas lineas mediales idem diuidi est impossibile.

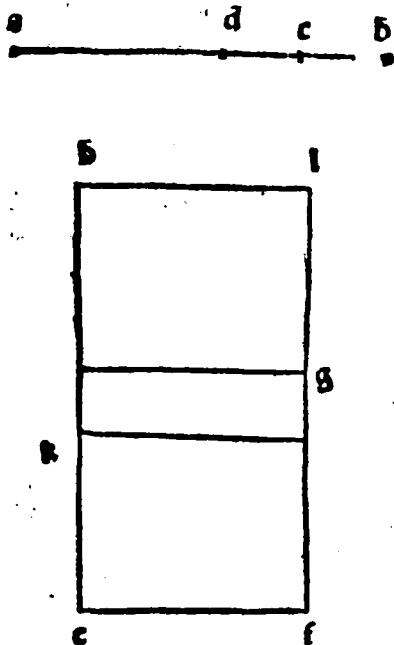
¶ Sit quoq. hic linea. a. b. bimediale primum diuisa in duas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiemq. rationalem continentes ex quibus. 31. asserit eam componi que sunt. a. c. f. c. b. dico q. impossibile est eam diuidi in alias duas lineas sub earum diffinitione. Quod si possibile fuerit diuidi eam in puncto. d. assumptaq. linea rationali. e. f. adiungatur ei. e. g. equalis duobus quadratis duarum linearum. a. c. f. c. b. & superficies. f. h. equalis quadrato. a. b. & superficies. f. k. equalis quadrato duarum linearum. a. d. f. d. b. eritq. per quartam secundi. g. h. equalis duplo superficiei. a. c. in. c. b. & per eandem erit. k. l. equalis duplo superficiei a. d. in. d. b. propter ypothesim quoq. erit vtraq. duarum superficierum. e. g. & k. f. medialis & vtraq. duarum. g. h. & k. l. rationalis. hoc autem impossibile esset enim per primum superficies. k. g. irrationalis ex. 22. per secundum autem eadē esset rationalis ex diffinitione f. 9. quod est inconueniens.

Propositio .38.



Imediale secundum nisi in duas lineas tantu sub termino suo diuidi non potest.

¶ Sit vt prius linea. a. b. bimediale secundum diuisa in duas lineas. a. c. f. c. b. mediales potentia tantum comunicantes superficiemq. medialem continentes ex quibus 31. proponit eam componi dico q. impossibile est eam diuidi sub earum diffinitione in alias duas. Sin autem diuidat in. d. sint q. vt prius superficies. e. g. f. h. & f. k. adiuncte ad lineam rationalem. e. f. eruntq. per presentes ypotheses vtraq. superficies. e. g. & g. h. medialis quare per. 20. vtraq. duarum linearum. f. g. & g. l. erit rationalis in potentia etiam non communicans in longitudine linee. e. f. At quia due linee. a. c. & c. b. erunt incommensurabiles in longitudine sequitur per primam sex³ ti & per secundam partem. 10. huius q. vtrumq. quadratorum linearum a. c. f. c. b. sit incommensurable superficiei vnius in alteram cumq. dicta quadrata communicent. ex ypothesi sequitur vt ambo quadrata pariter



accepta sint incommensurable superfici ei vnus in alteram: ideoq. & eius duplo: quare superficies. e. g. incommensurable est superfici ei. g. h. & linea g. f. linee. g. l. per primam. sexti & secundam partem. 10. huius itaq. per. 30. linea. f. l. est binomium diuisa fm suum terminum in puncto. g. ¶ Eodemq. modo probabitur ipsam binomium esse mediantibus superficiebus. e. m. & m. h. diuisam secundum suum terminum in puncto. m. quod est impossibile per. 36. Non enim potest dici q. linea. f. l. diuisa sit ad puncta. g. & m. in partes consimiles. sic enim esset linea. f. m. equalis. g. l. sed ipsa est maior linea. m. l. vt patet ex primo premisorum antecedentium huius & prima sexti cum. e. m. superficies sit maior. h. m. superficie. Huius autem demonstrationis modus potest esse communis. 37. ceterisque eam sequentibus.

Propositio .39



Linea maior nisi in duas lineas tantum ex quibus constat sub earum termino diuidi non potest.

¶ Sit quoq. hec linea maior. a. b. diuisa ad punctum. c. in duas lineas potentialiter incommensurabiles superficiemq. medialem continentes quarum ambo quadrata pariter accepta sint rationales: ex talibus enim componitur vt affirmat. 33. dico q. impossibile est ad alium punctum in alias duas lineas sub hac diffinitione ipsam diuidi q. si potest sit hic ad. d. manent sub his eadem figura eedemq. ypotheses que prius & argue quemadmodum in. 36. superficiem. g. h. esse rationalem & irrationalem: quod est impossibile.

Propositio .40.



Linea potens in rationale & mediale nisi in suas duas lineas tantum sub termino suo non diuiditur.

¶ Hec quoq. 40. manentibus prioribus figura & positionibus exceptoq. ipsa linea. a. b. diuidatur in punctum. c. in illas duas lineas ex quibus. 34. dicit eam componi probabitur quemadmodum. 37. Si autem aliter fuerit q. proponat erit superficies. k. g. rationalis & irrationalis quod esse non potest.

Propositio .41.

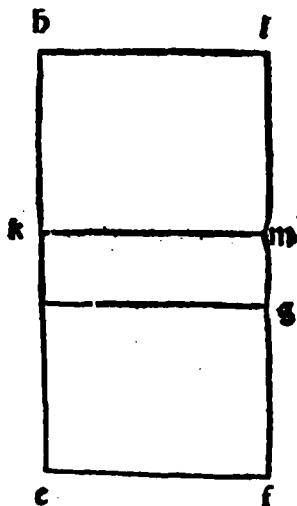


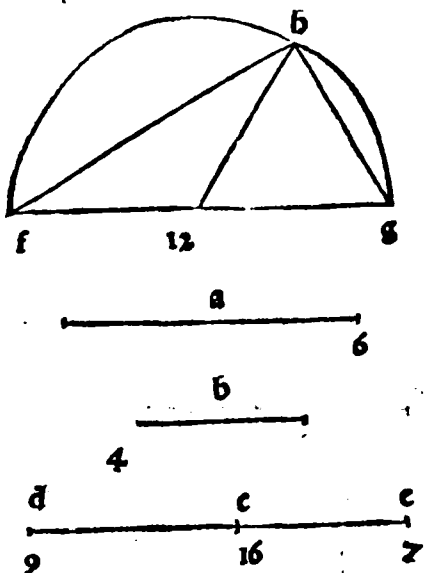
Linea potens in duo medialia nequit diuidi in alias duas sub termino earum ex quibus coniuncta est: sed in suas tantum duas ex quibus componitur est diuisibilis.

¶ Hec enim. 41. diuisa linea. a. b. ad punctum. c. in eas ex quibus. 35. asserit eam componi ceterisq. vt supra tam figura q. positionibus manentibus probatur sicut. 38. nam dato opposito proposito. Sequitur oppositum. 36. quod. est impossibile.

¶ Si fuerit binomij longior portio breuiore potentior augmento quadrati linee communicantis eidem longiori in longitudine fueritq. eadem longior linee posite rationali communicans ipsum: vocabitur binomium primum. Si vero breuior posite rationali communicet dicetur binomium secundum. Quod si neutra portionum eius posite rationali communicet appellabitur binomium tertium. Item si longior breuiore tanto amplius possit quantum est quadratum alicuius linee ipsi longiori incommensurabilis in longitudine fueritq. longior portionum posite linee rationali communicans in longitudine ipsum nuncupabitur binomium quartum. Si vero breuior posite rationali communicet in longitudine quintum nominabitur. Si autem neutra portionum eius posite rationali communicet in longitudine erit binomium sextum.

Propositio .42.





Inomium primum inuenire.

¶ Sit, a. linea rationalis posita: sumanturq. duo numeri quadrati. b. & c. quorum. c. sit diuisibilis in quadratum qui sit. d. & in nō quadratum qui sit. c. ponaturq. proportio quadrati lineae. a. ad quadratum lineae. f. g. sicut numeri. b. ad numerum. c. eritq. ex secunda parte. z. linea. f. g. communicans lineae. a. rationali posite in longitudine. Super eam igitur lineetur. f. g. h. semicirculus: sitq. proportio quadrati lineae. f. g. ad quadratum lineae. f. h. sicut. c. ad. d. & ducatur linea. g. h. Dico ergo duas lineas. f. g. & g. h. directe coniunctas componere binomium primum. Est enim linea. f. g. que est longior potentior linea. g. h. que est breuior in quadrato lineae. f. h. per 30. tertii & penultimam primi: communicat autem linea. f. h. lineae. f. g. in longitudine per secundam partem. z. cum proportio quadratorum ipsarum. f. g. & f. h. sit sicut numerorum quadratorum qui sunt c. & d. Linea vero. g. h. conuincitur esse rationalis in potentia tantum: nō communicans lineae. f. g. in longitudine. Ideoq. neq. lineae. a. rationali posite. Cum sit enim quadratum lineae. f. g. ad quadratum lineae. f. h. sicut numerus. c. ad numerum. d. erit per euerfam proportionalitatem quadratum lineae. f. g. ad quadratum lineae. g. h. sicut numerus. c. ad numerum. e. Cum itaq. c. sit numerus quadratus. e. vero non quadratus sequitur per vltimā partem. z. vt linea. g. h. sit incommensurabilis lineae. f. g. in longitudine. Relinquitur igitur ipsam. g. h. esse rationalem in potentia tantum & a definitione lineae. f. g. & g. h. componere binomium primum: quod erat inueniendum.

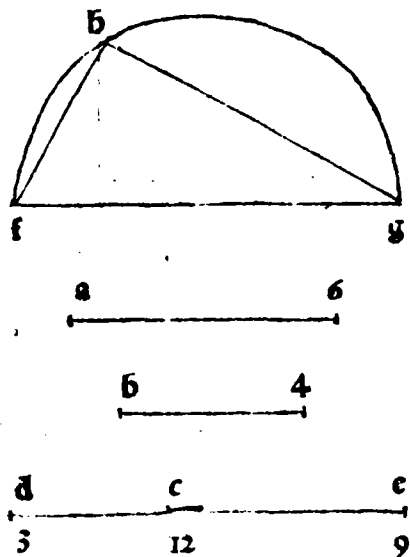
Castigator.

a ¶ Que. f. g. reperitur: vt in. 17. huius. sed ponendo numerum. b. minorem numero. c. s. b. 4. & c. 16. necessario linea. f. g. erit longior linea. a. ¶ quia numerorum quadratorum proportio laterum suorum est duplicata per vndecimam octauī ac etiam dictarum linearum quadrata per 18. sexti. sunt suorum correlatiuorum laterum in duplicata proportione que est similis illi laterum dictorum numerorum: & cum dicti numeri ponantur quadrati scilicet. 4. & 16. eorum latera erunt. 2. & 4. inter que ponat vnitas: vt supra in quinta huius & n. apparet. Modo quecumq. fuerit illa linea inuenienda erit communicans lineae. a. posite: vt dictum est & earum communis mensura erit in. a. totiens & cetera. vt ibi dictum est in. 17. postea inuenitur alia. f. h. simili modo ad cuius quadratum se habeat quadratum lineae. f. g. sicut. c. numeri ad. d. numerum penitus sicut inuenimus. f. g. & procedendo semper similiter habebis propositū & ideo supra in. 17. docuit inuenire plures huiusmodi lineas & etiam dicendo si. 16. dat. 9. quid dabit. 144.

Propositio. 43.

Inomium secundum reperire.

¶ Sit vt prius. a. rationalis linea posita. b. vero numerus quadratus. c. vero sit numerus non quadratus diuisibilis in. d. non quadratum & e. quadratum. Ita tamen q. proportio totius. c. qui est non quadratus ad. d. qui est etiam non quadratus sit sicut numerorum quadratorum: talis autem numerus est. 12. & 48. diuisibilis enim est. 12. in. 9. quadratum numerum & 3. non quadratum: estq. proportio. n. ad. 3. sicut 36. ad. 4. quorum vterq. quadratus eodem modo. 48. diuisibilis est in. 36. & 12. Tales autem numeros sic reperiēs. Sit. a. numerus quadratus. b. quoq. sit vnitate minor. cuius quadratū sit. c. At vero. d. pueniat ex. b. in. a. eritq. ex prima incidētū noni. b. d. 12. ad. c. Ducatur idē. a. in. c. & pueniat. e. eritq. e. quadratus ex prima parte correl. secūde noni eo q. vterq. numero. a. & c. est qdratus p. ypothesim. Fiat rursus. f. ex. a. in. d. eritq. f. qualē qrimus. Est. n. ex vltima pte p. dicti correl. numerus. f. nō qdratus eo q. d. nūc



fit non quadratus: Si. n. d. numerus esset quadratus: esset quoq. b. quadratus. ex. 1. pre eiusdem correl. 2. noni ¶ ex. 11. octani: ¶ quia. a. est quadratus esset p. 16. eiusdem: tertius continue proportionalis inter. a. & b. quod est impossibile cum sint sola unitate distantes. Non est igitur. d. quadratus quare nec. f. Est enim. f. equalis. d. ¶ e. qm cum. b. sit differentia. d. ad. c. ut patet ex premissis: erit p. primam incidentium noni quod sit ex. a. in. d. equum his que fiunt ex. a. in. b. ¶ in. c. ¶ Et quia ex. a. in. b. sit. d. ¶ in. c. sit e. sequitur ut. d. sit differentia. f. ad. e. Et quia per. 18. septimi est. f. ad. e. sicut. d. ad. c. erit permutatim. f. ad. d. sicut. e. ad. c. Cūq. vterq. duorū numeroz. e. & c. sit quadratus manifestum est numeroz. f. & e. qualē volumus. Est enim non quadratus diuisibilis in. d. non quadratum ¶ e. quadratum: cuius pportio ad. d. est sicut quadrati ad qdratum videlicet. e. ad. c. cetera oia sunt vt prius. ¶ Dico q. linee. f. g. & h. cōponunt binomium secundū Cum. n. sit qdratum. a. ad quadratum. f. g. sicut. b. ad. c. rursusq. qdratū f. g. ad quadratum. g. h. sicut. c. ad. e. erit p. equam pportionalitatem qdratum. a. ad quadratum. g. h. sicut. b. ad. e. cū igit vterq. duorū numeroz. b. & e. sit quadratus erit p. secundam prem. 7. ¶ linea. g. h. cōicans in longitudine linee. a. rationali posite: de linea vero. f. g. constat q. ipsa sit rationalis in potentia tñ non cōicans linee. a. rationali posite in longitudine p. vltimam partem. 7. que cū sit potentior linea. g. h. in qdrato linee. f. h. p. 30. tertii ¶ penultimam primi cōicet aut linea. f. h. linee. f. g. in longitudine per secundam partem 7. eo q. eorum quadrata sunt in pportione numerorum. c. & d. quorum est proportio sicut numerorum quadratorum p. ypothesim: constat propositum. ¶ Aliter quoq. idem esto linea. g. h. cōmunicans. a. rationali posite in longitudine quam facile est inuenire. Sitq. c. numerus quadratus diuisibilis in quadratum. d. ¶ non quadratū. e. sitq. proportio quadrati linee. g. h. ad quadratum linee. f. g. sicut numerus. e. ad numerum. c. eritq. f. g. incommensurabilis linee. g. h. in longitudine per vltimam partem. 7. ¶ potentior ea in quadrato linee. f. h. cui cōmunicat in longitudine. primo per conuersam b. deinde per euerfam proportionalityatem: ¶ per secundam partem. 7. ex definitione igitur linee. f. g. & h. componunt binomium secundum.

¶ Castigator.

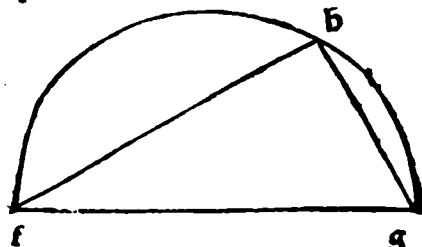
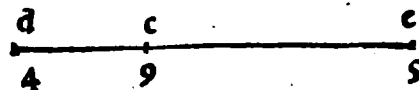
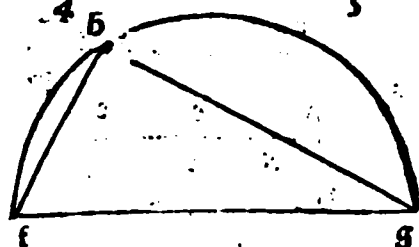
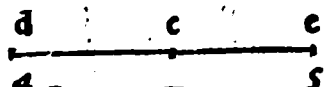
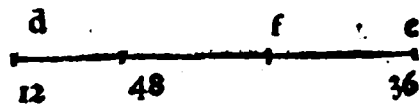
b ¶ Quia cum quadratum linee. g. h. sit ad quadratum linee. f. g. sicut numerus. e. non quadratus ad numerum. c. quadratum ex ypothe. I deo per conuersam proportionalitatem. quadratum. f. g. ad quadratum. g. h. sicut numeri. c. ad numerum. e. ¶ quoniam quadratum. f. g. equalit duobus quadratis. g. h. & f. h. per. 30. tertii. ¶ penultimam primi sicut numerus. c. equialet duobus numeris. e. & d. Igitur per euerfam proportionalitatem quadratum. f. g. ad quadratum. f. h. sicut numeri. c. quadrati ad numerum. d. quadratum tunc per secundam partem. 7. linee. f. g. cōmunicat linee. f. h. in longitudine ¶ c.

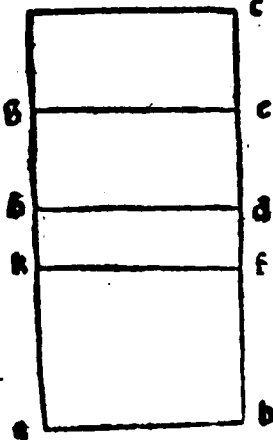
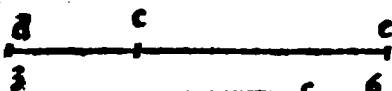
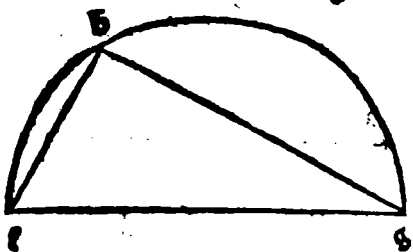
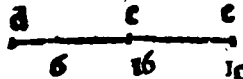
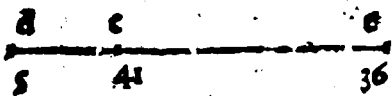
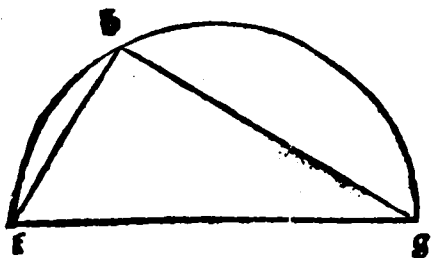
Propositio 44.

Inominum tertium inuestigare.



¶ Binomium quoq. tertiu sic reperitur posita vt prius linea. a. rationali in longitudine sit. b. nūerus primus. c. vero quadratus diuisibilis in quadratum. d. ¶ non quadratum. e. cetera omnia sint vt prius: dico q. due linee. f. g. & h. cōponunt binomium tertium: neutra enim earum ē cōmensurabilis in longitudine linee. a. rationali posite sed vtraq. incommensurabilis. f. g. quidem per vltimam partem. 7. h. g. vero per equā proportionalitatem ¶ vltimam partem. 7. Est enim per equam proportionalitatem quadratum linee. a. ad quadratum linee. g. h. sicut numerus. b. ad numerum. e. medianibus: hinc quidem quadrato linee. f. g. inde vero numero. c. numeri autem. b. & e. non sunt in proportione aliquorum quadratorum: cum. b. sit numerus primus. si enim essent in proportione numerorum quadratorum: necesse esset per. 16. octauis





et octauam eiusdem tertium eis in continua proportionalitate interesse esset igitur per. r. z. eiusdem numerus. b. superficialis quod est impossibile cum sit primus p ypothe. incōmensurabilis est itaq. linea. g. h. linee. a. rōnali posite ex vltima parte. z. Quia ergo linea. f. g. potentior est linea. g. h. in qdrato linee. f. h. ex. 30. tertii et penul. primi que communicat ei in longitudine ex scda pte. z. et euerfa pportionalitate ex diffinitione binomii tertius patet nostra intentio.

Propositio .45.

Inomium quartum scrutari.



In inuentione binomii quarti eodem modo procedendum est sicut in inuentione primi. excepto q. quadratus numerus. c. diuidatur in duos non quadratos qui sint. d. f. e. cetera omnia negocianda sunt hic ex diffinitione binomii quarti sicut ibi ex diffinitione binomii primi.

Propositio .46.

Inomium quintum querere.



Huius inuentio sic est sicut binomii secundi et excepto q. numerus. c. non quadratus diuidetur in. d. non quadratum. f. e. quadratum. ita tñ q. proportio. c. ad. d. non sit sicut numeri quadrati ad numerum quadratum. Cetera oia sunt hic pquirenda ex diffinitione binomii quinti sicut ibi q. ta sunt ex diffinitione binomii scdi. Vel pone q. linea. g. h. sit cōcās linee a. rationali posite in longitudine et pone numerum. c. quadratum diuisum in duos non qdratos q. sint. d. f. e. pone itaq. pportione qdrati linee. g. h. ad qdratum. f. g. sicut numeri. c. ad. numerum. c. deinde asstue propositum ex vltima parte. z. et pñibus ypothesibus et conuersa et euerfa proportionum alitibus et iterum ex vltima parte. z. ex diffinitione binomii quinti.

Propositio .47.

In binomio sexto denum oportet insistere.



Binomium sextum sicut tertium scrutandum est et tñ erit hic numerus qdratus. c. diuisus in duos non quadratos. d. f. e. cetera ut ibi erit. ex diffinitione binomii. 6. linea quā cōponunt. f. g. f. g. h. sibi inuicem directe cōiuncte binomium sextum: quod est propositum inuenire.

Propositio .48.



Si fuerit superficies binomio pñio lineaq. rōnali contenta: latus qd super ea sit binomium eē necesse ē.

Sit superficies. a. c. contenta linea rōnali. a. b. et binomio pñio q. sit. b. c. dico q. latus tetragonici superficie. a. c. ē binomium. Sit n. pñctus. d. cōis terminus duar. portionū binomii primi. b. c. cuius maior portio sit. b. d. eritq. rōnalis in longitudine ex diffinitione et cōmensurabilis linee. a. b. rōnali posite. Diuidat itē minor portio q. est. d. c. p. cōlia ad pñctū. e. lineaq. d. b. diuidatur sub ea cōditione ad pñctū. f. qd inter ptes eius q. sunt. b. f. f. d. c. dat. d. e. medio loco proportionalis qd q. lter fiat in. 13. dñ est. Ducant at linee c. g. d. h. f. k. eq. distantes linee. a. b. f. q. ex diffinitione binomii primi linee. d. b. ē potētiōr linea. d. c. in qdrato linee sibi cōicantis in longitudine segit ex scda pte. 13. et q. due linee. b. f. f. d. sint cōicātes: p. 9. igit ē vtraq. ea cōicāns toti linee. b. d. qre p diffinitionē ambe sunt rōnales i longitudine ideoq. p. 15. vtraq. duar. superficie. a. f. f. h. ē. rōnalis. Describat itaq. quadratū. l. m. cuius latus. l. r. eqle superficie. a. f. cui circūponat gnomon ptracta dyagonali. l. m. n. ad eam q. titatē q. ipsius gnomonis qdratū: qd sit. m. n. sit eqle superficie. f. h. duoq. eius supplemēta sint. p. m. f. m. q. q. necesse est esse equalia duabus superficiebus. d. g. f. g. c. quod sic collige. Cum enim sit linea. d. e. medio loco proportionalis inter lineas. b. f. f. d. erit superficies. d. g. ex prima sexti medio loco pportionalis inter superficies. a. f. f. h. quare et inter quadrata. l. m. f. m. n. Et quia supplemētū. p. m. est et medio loco pportionale inter qdrata dicta ex prima sexti: sequit vt. p. m. sit

equalis. d. g. ideoq. m. q. g. c. Igitur linea. l. p. est latus tetragonum super-
ficii. a. c. hanc lineam dico esse binomium. Cum sint. n. ambo quadrata
l. m. f. m. n. rationalia erunt ex diffinitione due linee. l. r. f. r. p. potentia
liter rōnales. Est autem per primam sexti. a. f. ad. d. g. sicut. b. f. ad. d. e. Sed
b. f. est incommensurabilis. d. e. f. quia. b. f. est rationalis simpliciter ut p-
batum est. d. e. vero quia cōicatur in longitudine. d. e. rōnali in potētia tñ.
Eritq. ipsa rōnalis in potentia tñ per. 18. quod ex premissis ypothesibus
manifestum ē. Itaq. p. secundam ptem. 10. superficies. a. f. ē incommensura-
bilis superfici. d. g. igit f. qdratum. l. m. supplemento. p. m. quare p. primā
sexti ē secundā ptem. 10. linea. l. r. est incommensurabilis linee. l. p. Ex. 30.
igitur constat lineam. l. p. esse binomium quod erat monstrandum.

Propositio .49.



Si fuerit superficies linea rōnali binomioq. secūdo
prēta: latus eius tetragonū erit bimediale primū.

¶ Sit eadem figura eodemq. ypothēsis que in premissa
eritq. ex diffinitione binomii secūdi linea. d. c. rationalis
in longitudine: quare per. 15. vtrāq. duarum superficiei-
rum. d. g. f. g. c. ideoq. f. duo supplementa. p. m. m. q. erūt
rationalia: linea vero. b. d. erit rationalis in potentia tantum: f. diuisa
in duas lineas communicantes. f. d. f. b. f. ex diffinitione binomii secūdi
f. premissis ypothesibus f. secūda parte. 13. per. 19. igitur erit vtrāq. duarū
superficierum. a. f. f. b. f. ideoq. f. vtrumq. quadratorum. l. m. f. m. n. me-
diale. itaq. ambe linee. l. r. f. r. p. sunt mediales in potētia quoq. cōicantes
nam cū linea. b. f. cōicet linee. f. d. sequitur ut. a. f. cōicet. f. b. quare qdratum
l. m. qdrato. m. n. ideoq. f. linea. l. r. linee. r. p. i potētia: in longitudine at
non cōicant: qm̄ vna earū ad alterā ē sicut. l. m. ad. m. p. Cū igit. l. m. nō
cōicet. m. p. eo q. altera medialis videlicet. l. m. altera rōnalis videlicet
m. p. sequitur vt. l. r. non cōmunicet in longitudine. r. p. quia igitur ipse
continet superficiem rationalem que est. m. p. constat lineam. l. p. ex
31. huius esse bimediale primum.

Propositio .50.



Si binomio tertio ac linea rōnali superficies pti-
neatur linea in eam potens erit bimediale secūdus.

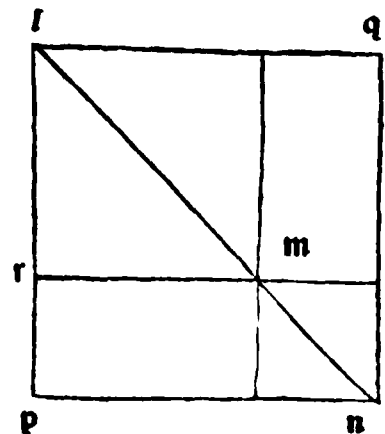
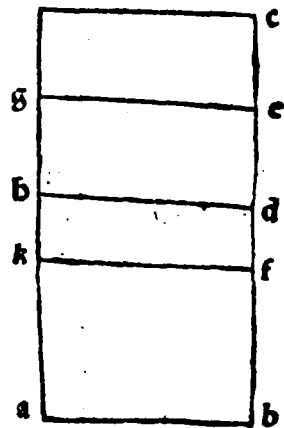
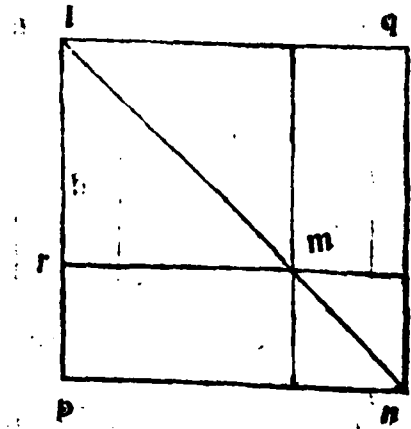
¶ Dispositio f. ypothēsis maneat vt supra. Eritq. ex his
ypothesibus f. diffinitione binomii tertii f. 19. vnaqueq.
quatuor superficierum in quas diuisa ē superficies. a. c. me-
dialis: quare vtrumq. duorū qdratorū. l. m. m. n. f. vtrūq.
duorū supplementorū. p. m. f. m. q. erit et mediale vtrāq. igit. duarū linea-
rum. l. r. f. r. p. erit medialis. f. cum due superficies. a. f. f. b. f. sint commu-
nicantes eo q. due linee. b. f. f. d. f. sunt communicantes per secūdam par-
tem. 13. erunt due linee. l. r. f. r. p. communicantes in potentia in longitu-
dine vero non. quia superficies. l. m. non communicat cum superficie. m.
p. eo q. neq. a. f. communicat cum. d. g. Nam linea. b. f. non communi-
cat cum. d. e. cum igitur ipse contineant superficiem medialem que ē. p.
m. constat ex. 32. lineam. l. p. esse bimidiale secūdum qd est propositum.

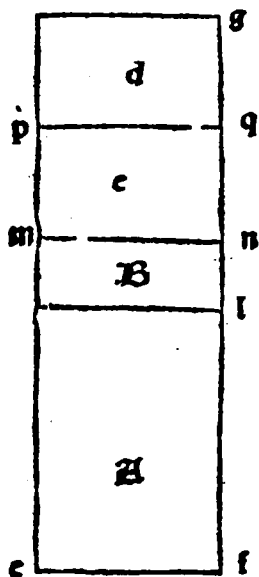
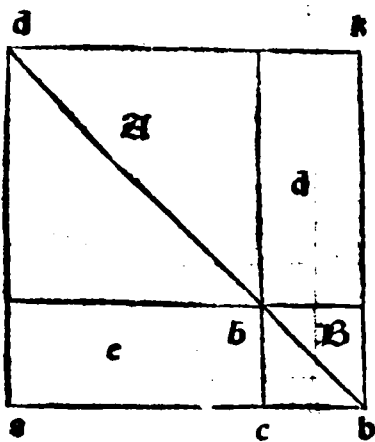
Propositio .51.



Si linea rationali binomioq. quarto superficies pti-
neatur: que i eam superficiem potest ē linea maior.

¶ Cunctis vt in premissis manētibz erit ex ypothē. f.
diffinitione binomii quarti f. 19. vtrāq. duarum superfi-
cierum. d. g. f. g. c. quare f. vtrāq. duarum. p. m. f. m. q.
medialis duoq. quadrata. l. m. f. m. n. pariter accepta ra-
tionale eo q. superficies. a. d. est rationalis per diffinitionem binomii
quarti. f. 15. Et quia. d. b. diuiditur in puncto. f. in duo incommunicantia
per secūdam partem. 14. erit superficies. a. f. incommensurabilis superfi-
ciei. f. b. I deoq. f. quadratum. l. m. quadrato. m. n. due igitur linee. l. r. f.
r. p. sunt incommensurabiles in potentia que cum contineāt superficiem





medialem. p. m. & earum quadrata ambo pariter accepta sunt rationale constar per. 33. lineam. l. p. esse lineam maiorem quod erat monstrandū.

Propositio. 52



I fuerit superficies linea rationali atq; binomio qn to contenta quaecumq; in eam linea pot potens in rationale & mediale esse ex necessitate convincitur.

E Hic in hac quoq; est aliquid ex priorum dispositione & positionibus mutandum. & eis enim manentibus erit ex his que posita sunt i diffinitione binomii quinti & 5. vtraq; duarum superficierum. d. g. f. g. c. quare vtraq; duarum. p. m. f. m. q. rationalis. Toraq; a. d. quare & quo quadrata. l. m. f. m. n. pariter accepta medialis ex. 19. cumq; ex secunda parte. 14. sit linea. f. b. incommensurabilis linee. f. d. ideoq; superficies. a. f. superficiei. f. b. & quadratum. l. m. quadrato. m. n. erit linea. l. r. incommensurabilis in potentia linee. r. p. at quia ipse continet superficiem rationalem. p. m. & earum quadrata ambo pariter accepta sunt mediale concludit ex. 34. linea. l. p. esse potentem in rationale & mediale quod promissum est.

Propositio. 53



I binomio sexto lineaq; rationali superficies contineatur linea que in eam potest in duo mediale potens esse probatur.

E Hec. 53. adhuc te subfinetociari a pingendo figurat contenta enim est premissis dispositione & positionibus. Quibus stantibus necesse est ex ipsis positis & dispositione i. diffinitione binomii postremi & 19. qualibet ex superficieribus. a. d. f. d. g. f. g. c. propter quod & ambo quadrata. l. m. f. m. n. pariter accepta & p. m. f. m. q. esse medialem. Cumq; b. f. f. f. d. propter quod. a. f. f. f. h. ideo q. l. m. f. m. n. sint incommensurabiles erant due linee. l. r. & r. p. incommensurabiles in potentia. at quia ipse continet superficiem medialem. p. m. earumq; ambo quadrata pariter accepta sunt mediale quod est. duplo superficiei vnius in alteram incommensurabile; quod ex eo probatur q; superficies. b. h. est incommensurabilis superficiei. h. c. propter hoc q; linea. d. b. est incommensurabilis linee. d. c. sequitur ex. 35. lineam. l. p. esse que potest in duo mediale.

Propositio 54



I linee rationali equus quadrato binomii rectangulum adiungat status eius secundū binomium primū esse conueniet.

E Hec sex sequentes conuerse sunt sex precedentium per ordinem. Huius autē ē hec intertio. Sit linea. a. b. binomii diuise ad punctum. c. in duas lineas. a. c. & c. b. f. n. suam diffinitionem aut terminum eiaq; a. b. quadratum sit. b. d. sitq; linea. e. f. rationalis in longitudine cui adiungatur superficies. e. g. & equalis quadrato. b. d. **P** Dico q; latus secundum huius superficiei quod est linea. f. g. est binomium primum. Diuidatur enim quadratum. b. d. in duo quadrata. b. h. & h. d. que sunt quadrata duar; portionum binomii; & in duo supplementa. a. h. & h. k. quorum vtrunq; conuenit sub duabus portionibus binomii; eritq; ex diffinitione binomii que habetur per. 30. vtrumq; istorum quadratorum rationale. & per. 19. vtrunq; supplementorum mediale. Ex superficie igitur. e. g. abscindatur superficies. e. l. equalis quadrato. d. h. & l. m. equalis quadrato. h. b. & n. p. equalis vni duorum supplementorum. a. h. vel. h. k. Eratq; p. g. residua equalis reliquo supplemento. Quare per primam sexti linea. n. q. est equalis linee. a. g. **P** Ex premissis

autem manifestum est q. vtraq. duarum superficiesum. e. l. f. l. m. f. ideo tota superficies. e. n. est rationalis. Et vtraq. duarum equalium. n. p. f. p. g. ideo tota. m. g. medialis. quare per. 16. vtraq. duarum linearum f. l. f. l. n. f. tota linea. f. n. rationalis in longitudine: f. linee. e. f. rationali posite commensurabilis: f. per. 20. vtraq. duarum. n. q. f. q. g. f. tota. n. g. rationalis in potentia tantum incommensurabilis linee. m. n. f. ideo linee. e. f. sibi equali f. per consequens f. linee. f. n. in longitudine. ¶ Si igitur linea f. n. que est maior linea. n. g. vt ex primo duorum antecedentium. 35. demonstrationi subiectorum f. prima sexti apparet: fuerit potentior linea. n. g. minori in quadrato linee secum communicantis in longitudine. tunc ex diffinitione binomii primi manifestum est lineam. f. g. esse binomium primum. ¶ Hoc autem ita esse sic habeto. Cum inter duo quadrata. d. h. f. h. b. sit p. prima sexti superficies. a. h. medio loco proportionalis: conuincitur ex prioribus ypothesibus superficiem. m. q. esse inter superficies. e. l. f. l. m. medio loco proportionalis. Quare per primam sexti linea. n. q. que est medietas linee. n. g. est in medio loco proportionalis inter duas lineas f. l. f. l. n. quod igitur sit ex. f. l. n. est quantum quod ex. n. q. in se p. 16. sexti ideoq. per. 4. secundi quantum quarta pars quadrati linee. n. g. Itaq. per primam partem. 13. cum linea. f. n. diuidatur a superficie sibi adiuncta equali quarte parti quadrati breuioris linee. n. g. itaq. ad complendam totam lineam. f. n. desit superficies quadrata in duo communicantia ad punctum. l. erit. f. n. potentior. n. g. in quadrato linee sibi communicantis in longitudine: constat ergo propositum.

Propositio 55.



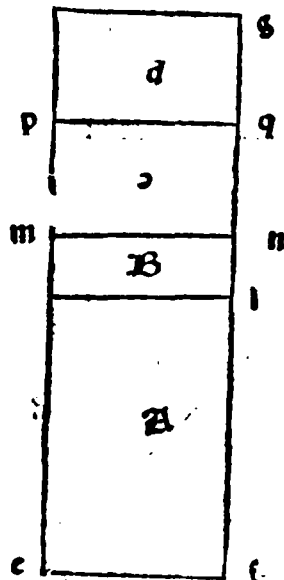
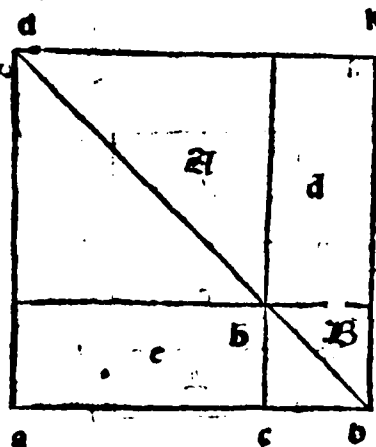
Si linea rationali equa superficies quadrato bimedialis primi adiungatur latus eius reliquum binomium esse oportebit.

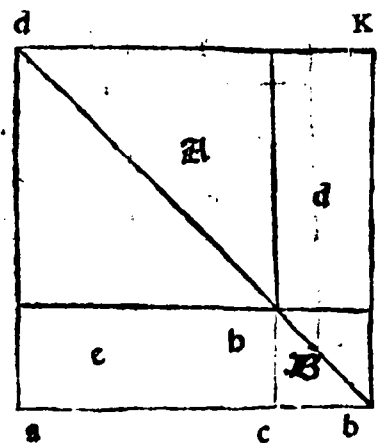
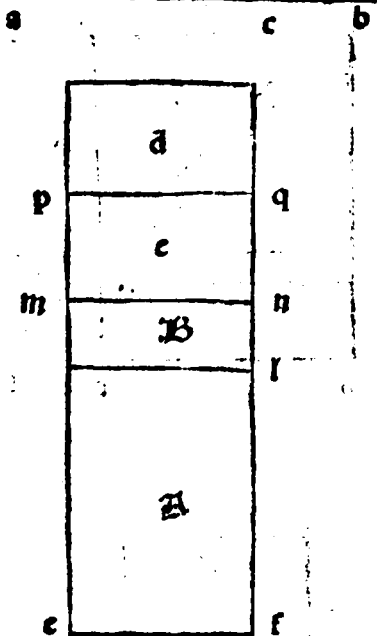
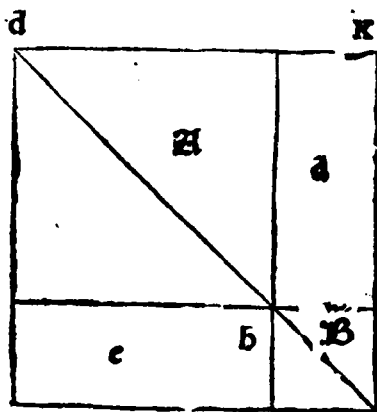
¶ Sit linea. a. b. bimediale primum diuisa ad punctum c. secundum suum terminum. Cetera autem sint vt prius dico lineam. f. g. esse binomium secundum erit enim superficies m. g. rationalis eo q. partes bimedialis primi continent superficiem rationalem f. superficies tres. e. l. l. m. f. tota. e. n. mediales communicantes eo q. portiones bimedialis primi sunt linee mediales potentia tantum communicantes ex. 31. per. 16. igitur erit linea. n. g. rationalis in longitudine commensurabilis linee. e. f. rationali posite. f. p. 20. linea. f. n. rationalis in potentia tantum que cum sit maior linea. n. g. ex primo duorum antecedentium demonstrationi. 35. adiunctorum f. prima. 6. eaq. potentior quadrato linee communicantis secum in longitudine ex prima parte. 13. erit a diffinitione linea. f. g. binomium secundum quod est propositum.

Castigator.

b ¶ Nota q. non valet dicere practice. 450. plus 360. qd est bimediale secundum quantum dicere 450. plus 360. scilicet radix vniuersalis totius compositi f. vult dicere q. accepta radice de. 360. Et illa posita super radicem de. 648. f. huius aggregati summere radicem quod probatur in quadrando eas. f. vna queq. facit. 450. plus 360. vt patet operando f. cetera.

c ¶ Quia ex primo duorum antecedentium cum linea. a. b. diuidatur per inequalia in puncto. c. quoniam due linee componentis bimediale primum vna est maior altera ex. 25. huius. Et ideo duo quadrata earum sunt amplius duplo superficie vnius in alteram quare superficies. e. n. maior est superficie. m. g. cum. e. n. equatur duobus quadratis duarum linearum. a. c. f. c. b. f. m. g. duobus supplementis. Et ideo per primam sexti. n. f. maior est. m. g. reliqua sequuntur etc.





Propositio .56.



Si adiuncta fuerit linee i longitudine rōnali superficies rectāgula eq̄lis quadrato bimedialis secūdi latus eius fm binomiū tertiū esse necesse est.

¶ Si fuerit linea. a. b. bimediale fm diuisa p terminū suū ad punctū. c. reliqua vero oīa fuerint vt prius: erit linea f. g. binomiū tertiū. Erit. n. ex. 32. ¶ nostris positōibus vtraq; superficies. e. n. f. m. g. medialis q̄re p. 10. vtraq; duaz; lineaz; f. n. f. n. g. erit rōnalis in potētia t̄m̄at q̄a bimedialis secūdi partes sunt cōcantes in potētia t̄m̄ erit superficies. e. l. cōicans superficies. l. m. ¶ ideo linea. f. l. line. l. n. potētiōr ergo est p primā partē. 13. f. n. q̄ sit. n. g. in quadrato linee sibi cōcantis in longitudine. Cūq; sint superficies. a. b. f. quadratū. h. b. in cōmensurabilia eo q̄ linee. a. c. f. c. b. in cōmensurabiles: ideoq; f. ambo q̄drata pariter accepta ambobus supplemētis pariter acceptis: eo q̄ q̄drata sibi inuicē cōcānt ex ypothēsi supplemēta quoq; cū sibi inuicē sint eq̄lia sequit vt superficies. e. n. sit in cōmensurabilis superficies. m. g. ¶ ideo linea f. n. line. n. g. p diffinitionē igit ē linea. f. g. binomiū tertiū: qd̄ ēpositū.

Propositio .57.



Si linee rōnali rectangulum equū quadrato linee maioris adiungatur alterum se continentium late rum erit binomium quartum.

¶ Si hec quoq; fuerit linea. a. b. linea maior diuisa fm terminū suū ad punctū. c. cūctaq; reliqua non fuerint aliter q̄ prius erit linea. f. g. binomiū quartū. Cū enim sint ambo quadrata portionū linee maioris p̄ter accepta rōale erit superficies. e. n. rōnalis: ideoq; p. 16. linea. f. n. rōnalis in lōgitudine cōicans line. e. f. rōnali posite: superficies vero. m. g. erit medialis p̄ illud qd̄ portioēs lineē maioris continēt superficiē mediale: itaq; per. 10. linea. n. g. est i potētia rōnalis t̄m̄: f. quia ēt portiones p̄sare line. a. b. sunt potētiāliter in cōmensurabiles superficies. e. l. in cōmensurabilis erit. l. m. ideoq; linea. f. l. line. l. n. igitur p primā partē. 14. linea. f. n. est potētiōr linea. n. g. in quadrato linee sibi in cōmensurabilis: ex diffinitione igitur est linea. f. g. binomium quartum: quod erat propositum.

Propositio .58.



Si linee rōnali q̄drato linee potēntis supra rōnale z mediale eq̄lis: parte altera lōgiōr forma adiungat alterū latus eius binomiū quintum eē necesse est.

¶ Proposita linea. a. b. ea que p̄t supra mediale f. rōnale diuisa fm eius diffinitionē ad p̄ctū. c. nihil inuicē de reliq̄s sequiturq; lineā. f. g. esse binomiū quintū. Cū enim partes huius line. a. b. cōtineant rōnalem superficiem necesse est vt superficies. g. m. ideoq; p. 16. linea. n. g. sit rationalis. Cumq; ambo quadrata p̄tium huius linee pariter accepta sint mediale erit superficies. e. n. medialis: f. per. 10. linea. f. n. rōnalis in potētia t̄m̄: at quia portiones p̄dictē line. nec sunt in cōmensurabiles in potētia: erit superficies. e. l. in cōmensurabilis superficies. m. l. ideoq; f. linea. f. l. line. l. n. potētiōr igitur est per primā partē. 14. linea. f. n. linea. n. g. in quadrato linee sibi in cōmensurabilis: p̄ diffinitionem itaq; binomii quinti concludē propositum.

Propositio .59.



Notiens adiuncta fuerit linee rationali superficies rectangula equalis quadrato linee potēntis in duo medialia eiusdes superficies latus fm binomium sextum esse conuincitur.

¶ In hac. 59. sit linea. a. b. linea potēntis supra duo medialia: que aut p̄ter hec sunt sicut supra maneant f. erit tūc linea. f. g. binomium sextum quod ignorare nō poteris si p̄missoz eius q; quod. 35. p̄ponit in memōrā fūeris: f. sic patet in hac nostra intentio.

Propositio .60.



Anis linea cuilibet binomiorum comunicans sub eadem specie binomium esse probatur.

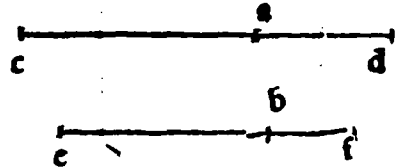
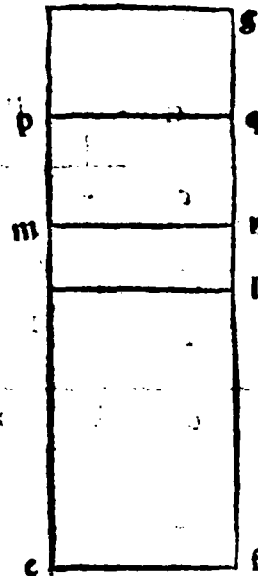
Sit linea .a. binomium cuius vis speciei sitq. linea .b. sibi cōicans in longitudine: dico lineam .b. ēē binomii eiusdē speciei cuius .a. Sint enim binomiales portiones

a. c. f. d. eruntq. ambe rationales in potentia tantū communicantes p. 30. linea vero .b. diuidatur per .n. sexti fm pportionem .c. ad .d. in .e. f. eritq. p coniuictam f. euerfam f. permutatā proportionalitatem .c. ad .e. f. d. ad .f. sicut .a. ad .b. cum sint igitur .a. f. b. cōicantes: erūt etiam per primam partem .10. c. f. e. itēq. d. f. f. cōicantes. Si igitur fuerit .c. rationalis in potentia tantum erit f. e. si autem in longitudine f. e. Eo' demq. modo si .d. est rationalis in potentia tñ vel etiam in longitudine. erit quoq. f. f. similiter. f. ex .n. si potentior est .c. d. quadrato linee sibi cōmensurabilis in longitudine vel si forte incōmensurabilis erit. f. e. potentior .f. in quadrato linee sibi cōmensurabilis vel etiam incōmensurabilis: necesse est ex diffinitionibus sex specierum binomioꝝ vt eiusdem speciei binomii sint .a. f. b. Si autem linea .b. cōicet binomio .a. in potentia tñ erit etiam f. sic linea .b. binomium autē eiusdē speciei non est necessarium imo impossibile est vt ambo simul cadāt sub prima specie binomiorum. vel sub secunda quarta vel quinta: sed necesse est vt ambo cadāt sub primis tribus aut ambo sub tribus postremis: vnum enim eorum ēē ali' qua ex tribus primis speciebus f. aliud in aliqua ex tribus postremis est impossibile. Cum enim .a. cōmunicet cum .b. in potētia tantum. c. quoq. cum .e. f. d. cum .f. cōicabit tñ in potentia ex .10. Si igitur alterutra duarū linearum .c. f. d. fuerit rationalis in longitudine non erit sua compar ex lineis .e. f. f. rationalis in longitudine. Non est itaq. possibile vt .a. f. b. cadant simul sub aliqua ex illis speciebus binomiorum in quibus altera duarum portionum binomii est rationalis in longitudine. hec autem speciei sunt: prima f. secunda quarta f. quinta. At vero quia per .n. due linee .c. f. e. simul potentiores sunt duabus lineis .d. f. f. in quadratis duarū linearum sibi in longitudine cōmunicantium aut incōicantium necesse est vt ambo binomia .a. f. b. simul cadant sub primis tribus speciebus binomiorum aut simul sub tribus postremis ex diffinitione ipsarum specierum. Lineam autem .b. quid dubitas esse binomium cum sint enim .c. f. e. cōmunicantes in potentia tantum: similiter quoq. d. f. f. sint autem .c. f. d. rationales in potentia tantum: conuincitur .e. f. f. esse rationales in potētia tantum: que quia nō cōicant in longitudine sicut nec eis proportionales .c. f. d. ipse componunt indubitanter binomium per .30. huius.

Castigator.

Sub eadem specie .f. principali. Quia binomiorum due sunt species principales: vt supra .41. huius posite sunt prime speciei lōgiores binomiorum portioēs potētiōres sunt breuioribus in quadrato linee ei' dē lōgioribus cōicātis f. secūde speciei lōgiores potētiōres sunt breuioribus in quadrato linee ei' dē lōgioribus incōmensurabilis in lōgitudine f. vtraq. istaz habet tres spēs: priā habet binomii pmiū scdm f. tertiū. f. scda quartū qn tñ f. sextū. **E**t ideo si duo binomia cōicāt solū in potētia nō est possibile vt ambo cadāt sub eadē spē particulari primi secūdi quarti f. quinti. hoc est alteri illoꝝ hñtium alterā portionū rōnalem: qā cōpares portioēs eoꝝ nō core'pōderent in rationalitate vel irrationalitate: sed erunt ambo sub tertia principalis prime. aut sub tertia principalis secūde. hoc est tertium aut sextum binomii. Sed qñ duo binomia cōicarent in longitudine f. eorum portiones essent in longitudine cōmensurabiles: tñ bñ possunt ēē sub eadē specie particulari: hoc est ambo: sub prima ex primis tribus vel secunda vel tertia: f. sic sub eadem specie aliqua ex tribus postremis: vt patet arguendo ex adductis coniuncta euerfa f. permutata proportionalitatibus: quia tunc semper eorum compares portiones con-

m



responderet in rationalitate irrationalitate cōicatioe vel cōmēsurabilitate.

Propositio .61.



Per hanc lineam alterutri bimedialium commensurabilis sub eadem specie bimedialis esse ex necessitate conuincitur.

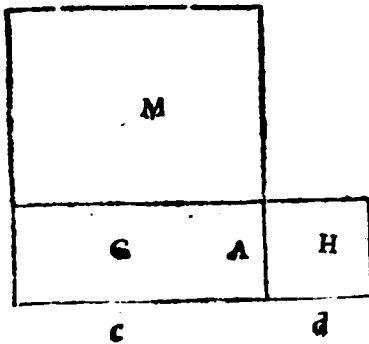
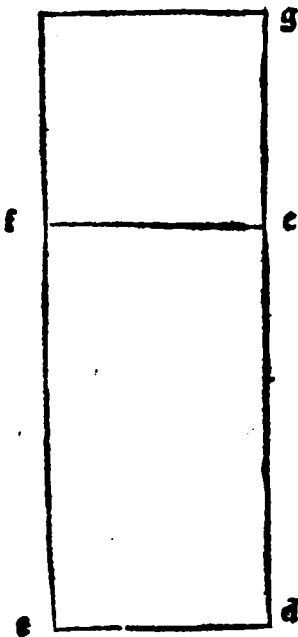
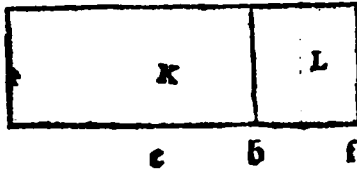
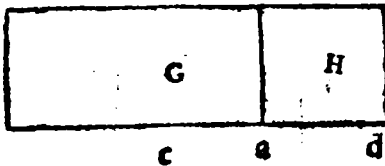
Veritatem habet quod dicitur siue in longitudine siue etiam in potentia tñ cōmunicet aliqua linea alterutri bimedialium. Sint enim due linee cōicantes. a. f. b. quoniam duorum modorū predictorum. sitq. a. b. imediale primum vel secundum. dico q. etiā. b. est bimediale primum vel secundum: prout fuerit. a. Diuisio enim. a. b. imediali in suas bimediales portiones ex quibus componitur p. 31. f. 32. que sint. c. f. d. b. quoq. diuisa in. e. f. f. fm proportionem. c. ad d. vt docet. u. sexti positaq. g. superficie contenta sub. c. f. d. f. k. sub. e. f. f. Et posito. h. quadrato. d. f. l. f. erit per coniunctam f. e. uersam f. permutatam proportionalitatem quemadmodum in premisa. c. ad e. f. d. ad. f. sicut. a. ad. b. Sicut igitur ex positione. a. f. b. sunt cōicantes: siue hoc sit in lōgitudine siue in potentia sic. c. f. e. itēq. d. f. f. similiter erunt cōicantes. At quia. c. f. d. sunt mediales potētia tantum cōicantes: sequitur ex. u. vt e. f. f. sint etiam mediales f. ex. 10. potētia tñ cōicantes cum ipse per ypothesim sint proportionales. c. f. d. cūq. sit per primam sexti. g. ad. h. sicut. c. ad. d. f. k. ad. l. f. sicut. e. ad. f. erit. g. ad. h. sicut. k. ad. l. f. pmutatim. g. ad. k. sicut. h. ad. l. quia igitur. h. est cōmunicans. l. eo q. duo eorum latera que sunt. d. f. f. cōicant in longitudine vel in potētia fm q. a. f. b. in alterutro eorum cōmunicāt. sequitur ex. 10. vt. g. f. k. quoq. sibi inuicem cōicēt. Erit igitur. k. rationalis aut medialis: prout fuerit. g. ex diffinitione superficie rationalis aut. u. In hoc enim tñ differt bimediale primum a bimediali secundo q. portiones bimedialis primi in quas fm suum terminum diuiditur continent superficiem rōnalem: bimedialis autem secundi mediam. Si igitur. a. fuerit bimediale primum erit superficies. g. rōnalis quare f. k. f. ideo. b. bimediale primum per. 31. Quod si. a. fuerit bimediale secundum erit superficies. g. medialis ob hoc etiam. f. k. b. itaq. p. 32. erit bimediale secundum quare constat propositum. ¶ Idem aliter ad lineā rōnalem. c. d. posita. a. alterutro bimedialiū f. b. sibi in longitudine vel potētia cōicantes adiugatur superficies. c. e. equalis quadrato. a. f. f. g. equalis quadrato. b. eruntq. superficies. c. e. f. f. g. cōmunicantes eo q. quadrata eis equalia que sunt quadrata linearum. a. f. b. sunt cōmunicantia ex ypothesi. ex prima igitur sexti f. 10. huius necesse est duas lineas. d. e. f. e. g. cōmunicantes: f. quia si. a. fuerit bimediale primum linea. d. e. erit binomium secundum p. 55. ideoq. e. g. etiam binomium secundum per premisam. ¶ Quare latus tetragonum superficie. f. g. f. ipsum est. b. bimediale primum per. 49. At vero si. a. fuerit bimediale secundum linea. d. e. erit binomium tertium per. 56. ideo. e. g. est binomium tertium per premisam quare f. latus tetragonum superficie. f. g. f. ipsum ē. b. bimediale secundum per. 50. Manifestum est igitur verum esse quod proponitur.

Propositio .62.



Per hanc lineam cōicans linee maiori: est linea maior.

Et hec quoq. veritatem habet. si utrobilibet modo cōicans fuerit aliqua linea linee maiori. Esto enim. a. linea maior. b. vero quouis sibi cōicans modis erit. b. linea maior. Diuisa namq. a. in eas portiones ex quibus constat p. 33. que sint. c. f. d. f. b. fm earum proportionem in. e. f. f. positaq. q. g. sit superficies cōtēta sub. c. f. d. f. k. sub. e. f. f. m. f. b. sint q. drata. c. f. d. at. n. f. l. e. f. f. erit. m. ad. h. sicut. n. ad. l. per secundam partē 18. sexti f. coniunctim. m. f. h. ad. h. sicut. n. f. l. ad. l. f. permutatim. m. f. h. ad. n. f. l. sicut. h. ad. l. quia ergo. h. cōicat cum. l. eo q. d. cōicat cum. f. aut in longitudine aut in potētia: prout. a. cōmunicat cum. b. sequitur vt ambo quadrata. m. f. h. pariter accepta cōmunicent cum amobus qua-



drans. n. f. l. pariter acceptis. cum itaq. duo prima pariter accepta sunt rationale per. 33. erunt quoq. f. duo postrema rationale per diffinitionem. At quia superficiem. k. necesse est esse medialem sicut. g. ex. 21. lineasq. .e. f. esse incommensurabiles in potentia sicut. c. f. d. ex. 10. concluditur per. 33. lineam. b. esse lineam que dicitur maior quod est propositum. ¶ Idē aliter. cum sit. a. linea maior cui. b. communicat siue hoc fuerit in longitudine siue in potentia sumpta linea rationali que sit. c. d. adiungatur superficies. ei. c. e. equalis quadrato linee. a. deinde. f. g. equalis quadrato linee. b. cum igitur quadrata duarum linearum. a. f. b. sint communicantia ex ypothesi. erit superficies. c. e. communicans si. superficie. f. g. ideoq. per primam sexti f. primam partem. 10. huius linea. d. e. linee. e. g. in longitudine. at quia ex. 57. linea. d. e. est binomium quartum erit quoq. per. 60. linea. e. g. binomium quartum igitur ex. 51. linea. b. potens in superficiem. f. g. est linea maior.

Propositio .63.



¶ Quia linea linee potenti in rationale et mediale communicet ipsa in rationale et mediale potens esse comprobatur.

¶ Verum quoq. est q. qualitercumq. linea aliqua sit communicans potenti in rationale et mediale siue in longitudine siue in potentia tantum ipsa etiam est potens in rationale et mediale quod sicut prius duplici modo probatur et necesse est autem quantum ad primum modum ut sicut due linee. c. f. d. sint in potentia incommensurabiles. ita sint etiam. e. f. per. 10. Et quemadmodum. g. est superficies rationalis nam tale continent portiones linee potētis in rationale et mediale. ita etiam per diffinitionem sit. k. rationalis et quemadmodum duo quadrata. m. f. h. pariter accepta sunt mediale et sic etiam per. 21. duo quadrata. n. f. l. pariter accepta erunt mediale igitur ex. 34. b. est potens in rationale et mediale. ¶ Quantum autem ad secundum modum necesse est ex. 58. ut linea. d. e. sit binomium quintum. ideoq. f. per. 60. linea. e. g. est binomium quintum. quare per. 51. latus tetragonum superficie. f. g. quod est. b. erit linea potens in rationale et mediale quod est propositum.

Casigator.

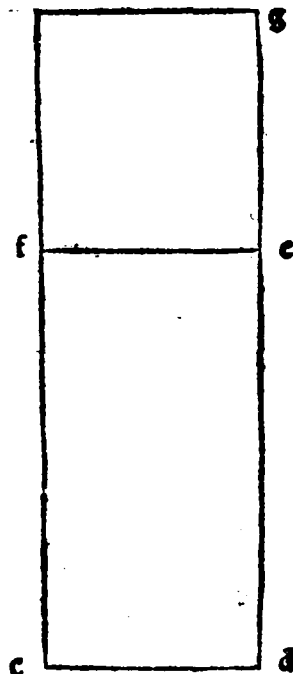
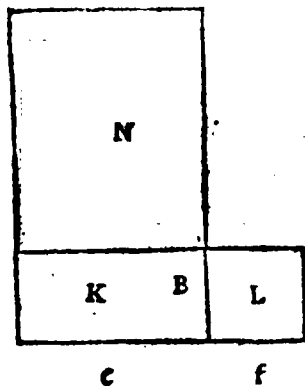
¶ Quia p. 1. sexti. g. ad. h. sicut. c. ad. d. Ergo per. 11. quinti. sicut. e. ad. f. f. sicut. k. ad. l. ergo permutatim g. ad. k. sicut. h. ad. l. f. per primam partem 10. huius. g. communicat cum. k. quia. h. prima communicat. cum. l. secunda f. ideo per. 21. k. conuincitur esse medialis f. c. f. hac via per diffinitionem. k. in. 63. conuincitur esse rationalis quemadmodum i. 61. per. 11. medialis.

Propositio .64.



¶ Quia linea communicans potenti in duo media lia: ipsa quoq. potens est in duo media lia.

¶ Hec quoq. manentibus eisdem dispositione et positionibus eo duplici modo quo premisse probabitur vera esse siue in longitudine siue in potentia communicet linea b. cum linea. a. potenti in duo media lia. Quantum enim ad primum agumentationis modum erit per. 35. superficies. g. medialis. ideoq. f. k. per. 21. cum communicet ei: duo quoq. quadrata. m. f. h. pariter accepta erunt ex eadem. 35. mediale: ideoq. duo. n. f. l. pariter accepta per. 21. at quia duo quadrata. m. f. h. pariter accepta ex predicta. 35. sunt in commensurabile duplo superficie. g. sequitur. p. 10. f. nostras positiones ut duo quoq. l. f. n. pariter accepta sint incommensurabile duplo superficie. k. cum itaq. sint. e. f. f. incommensurabiles in potentia quemadmodum. c. f. d. erit ex. 35. linea. b. potens in duo media lia. quantum autem ad secundum solite argumentationis modum erit. p. 59. d. e. binomium sextum. ideoq. erit p. 60. linea. e. g.



erit binomium sextum quare per 53. latus tetragonum superficiei. f. g. qd est. b. erit potens in duo medialia quod est propositum.

Propositio .65.



Due superficies quaz altera rationalis altera vero medialis coniungantur linea potens in tota superficie unde compositam aliqua erit quatuor irrationalium linearum videlicet aut binomium aut bimediale primum aut linea maior aut potens in rationali et mediale.

¶ Vt si. a. sit rationalis superficies. b. medialis erit linea potens in totam. a. b. aliqua premissa quatuor. Sit. n. linea. c. d. rationalis cui adiungat superficies. c. e. equalis. a. f. f. g. equalis. b. eritq. ex. 16. linea. d. e. rationalis in longitudine concans linee. c. d. rationali posite. ex. 10. linea. e. g. rationalis in potentia tñ. ex. 30. linea. d. g. binomium cuius cum altera binomialium portionum q. est. d. e. sit rationalis in longitudine concans linee rationali posite q. e. c. d. ipsum erit ex diffinitione speciei binomii aut binomii primum aut secundum aut quartum aut quintum: tertium aut sextum non erit ex diffinitione itaq. ex. 48. 49. 51. f. 52. linea potens in totam. c. g. que est equalis duabus simul. a. f. b. erit aut binomium aut bimediale primum: aut linea maior aut potens in rationali et mediale quod est propositum. **¶** Bimediale vero secundum aut potens in duo medialia non erit: quoniam si esset bimediale secundum esset ex. 56. linea. d. g. binomium tertium quod si esset potens in duo medialia esset ex. 59. linea. d. g. binomium sextum. sed neutrum erat vñ patet nostra intentio.

Propositio .66.



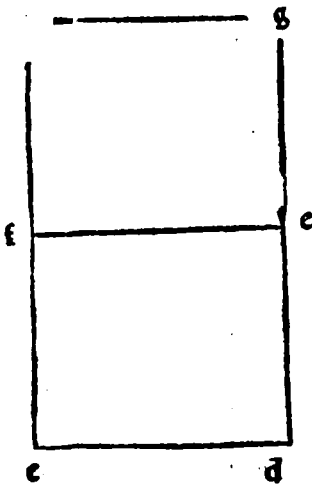
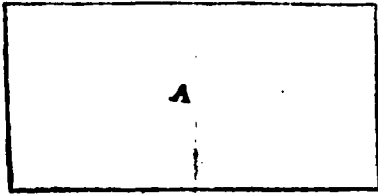
Si iuncte fuerint due superficies mediales incommensurabiles linea potens in totam superficiem alterutra erit duarum irrationalium linearum videlicet aut bimediale secundum aut potens in duo medialia.

¶ Vt si. a. f. b. sint due superficies mediales incommensurabiles si. n. essent incommensurabiles esset composita ex eis medialis ex. 9. f. u. que est linea potens in ea medialis. ex. 19. dico q. linea potens incommensurata ex ambabus erit aut bimediale secundum aut potens in duo medialia: Sit. q. dem linea. c. d. rationalis superficies. nō sibi adiuncta. c. e. equalis. a. f. superficies f. g. equalis. b. eritq. ex. 10. linea. d. e. similiter quoq. linea. c. g. rationalis in potentia tantum cumq. superficies. c. e. f. f. g. sint incommensurabiles sicut. a. f. b. eis equales. ideoq. linee. d. e. f. e. g. ex pria sexti. f. 10. huius. erit ex. 30. linea. d. g. binomium cuius cum utraq. binomialium portionum que sunt. d. e. f. e. g. sit incommensurabilis linee rationali posite que est. c. d. ipsum erit ex diffinitione binomium tertium aut sextum: linea ergo potens in totam c. g. equalem composita ex. a. f. b. erit ex. 50. f. 53. aut bimediale secundum aut potens in duo medialia: quod est propositum.

Caligatoz.

¶ Qualiter autem linee in longitudine rationali. c. d. posite adiungantur superficies equales superficiebus. a. f. b. f. qualiter habeatur noticia certa theoricę et practice virtute. 10. sexti ut supra. 54. huius recte percipies hoc prius addito q. cuiuslibet dictarum superficierum inuenies tetragonum latus per ultimam secundi quo inuenio semper pones illud secundam lineam et primam. c. d. rationalem deinde per dictam. 10. sexti eis subiunges tertiam sub continua proportionalitate que ex noticia superficierum et linee. c. d. rationalis posite etiam tertia. d. e. f. e. g. erunt note. ut si in 66. a. superficies esset. p. 15. f. c. d. 6. tunc. d. e. esset. p. 5. f. Si superficies. b. esset p. 180. linea. f. e. etiam. 6. sicut c. d. sua equalis. e. g. secundum latus esset p. 5. Et sic apparet q. ex positione linee. c. d. rationalis maiori vel breuiori oritur maius vel minus eius secundum latus. d. e. f. e. g. ut si. c. d. potestatur. 5. d. e. erit practice p. 3. f. e. g. p. 8. f. si. c. d. sit. 8. erit. d. e. p. 15. f. e. g. p. 3. f. per regulam trium dicendo si. 6. dant. p. 15. qd dabit. p. 15. f. c.

Propositio .67.





¶ In posita fuerit linea binomialis ceterisq; irrationales sequentes eam: non erit earum aliqua sub termino alterius.

¶ Vult q; si linea aliqua vt. a. fuerit ex sex prehabitis lineis irrationalibus que sunt binomium & eius quinq; comites ipse non erit aliqua aliarum. Si enim quadrato eius equalis superficies adiungatur ad lineam rationalem. b. c. que sit. b. d. si quidem a. fuerit binomium. erit ex. 54. linea. c. d. binomium primum: que si fuerit binomiale primum: erit. c. d. ex. 55. binomium secundum: si aut binomiale secundum: erit. c. d. ex. 56. binomium tertium. Et si linea maior erit. c. d. ex. 57. binomium quartum. At si potens in rationale & mediale. aut si potens in duo mediale: erit ex. 58. c. d. binomium quintum: aut ex. 59. binomium sextum. Et quia impossibile est. c. d. esse simul sub diuersis speciebus binomiorum a diffinitione est impossibile. a. esse simul sub diuersis speciebus sex prehabitarum linearum irrationalium. ¶ De linea aut mediali constat q; ipsa quoq; non sit aliqua sex sequentium videlicet neq; binomium neq; aliqua ex ipsius comitibus. Cum enim superficies equalis quadrato linee medialis adiungitur ad lineam rationalem: latus eius secundum est rationale in potentia ex. 20. cum aut superficies equalis quadrato binomii aut alicuius suarum comitum: latus eius secundum est binomium aut primum aut secundum & sic de ceteris per. 54. & 5. eam sequentes quare ipsum est irrationale & in longitudine & in potentia per. 30. ¶ Cum igitur sit impossibile eandem lineam esse rationalem in potentia & irrationalem tam in longitudine q; in potentia. nimirum impossibile lineam medialem esse binomial em aut aliquam ex quinq; suis comitibus.

Castigator.

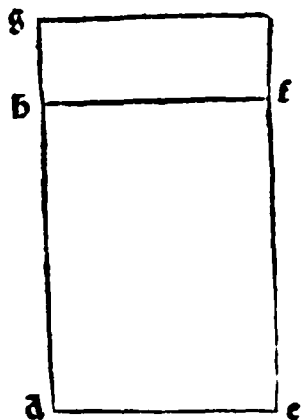
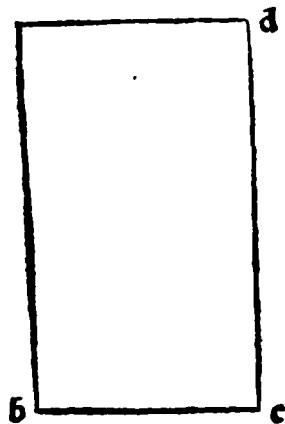
¶ Ibi n. probatum est q; quadratum cuiuslibet binomii est incommensurable duobus quadratis duarum linearum componentium binomium p. 9. huius. & 4. secundi que quadrata semper sunt rationalia eo q; linee ille in potentia sunt rationales cōcantes p. 17. & 18. huius. Et ideo p diffinitionem huius. 10. quadratum ipsum est irrationale cum nō cōciet rationali. Sicq; patet binomium tā in longitudine q; in potentia esse irrationale. per. 30. huius.

Propositio .68



¶ Si linea de linea abscondatur fuerintq; ambe potentialiter tantum rationales cōcantes: reliqua linea erit irrationalis diciturq; residuum.

¶ Si linea. a. b. c. abscesa ex. a. b. sintq; ambe rationales tantum potentia cōcantes quales docuit inuenire. 17. & 18. & hec sunt que componunt binomium. ¶ Dico q; a. c. reliqua ē irrationalis & ipsa vocatur residuum. Constat enim ex. 7. secundi q; quadrata duarum linearum. a. b. & b. c. pariter accepta que componunt superficiem rationalem ex ypothesi & diffinitione rationalis superficiiei & 9. huius tantum sunt quintum duplum superficiiei. a. b. in. b. c. cum quadrato. a. c. Cumq; ex. 19. superficies. a. b. in. b. c. sit medialis. ideoq; & duplum eius & mediale per. 11. & ideo. irrationale per. 19. sequitur vt ambo quadrata duarum linearum. a. b. & b. c. pariter accepta sunt incommensurable duplo superficiiei vnius earum in alteram: quare per. 9. & quadrato linee. a. c. ex diffinitione igitur quadratum linee. a. c. est irrationale cum ipsum sit incommensurable rationali videlicet duobus quadratis duarum linearum. a. b. & b. c. pariter acceptis. I taq; etiam ex diffinitione linea. a. c. ē irrationalis quod est propositum. ¶ Exemplariter in figura esto superficies. e. g. equalis duobus quadratis duarum linearum. a. b. & b. c. pariter acceptis. Eritq; rationalis. ¶ I temq; sit superficies. d. f. equalis duplo superficiiei vnius in alteram: eritq; ex. 19. medialis & erit ex. 7. secundi superficies. f. g. equalis quadrato linee. a. c. cumq; superficies. e. g. sit incommensurabilis superficiiei d. f. eadem erit ex. 9. incommensurabilis. f. g. quare. f. g. irrationalis & eius tetragonum latus. a. c.



Propositio .69.



Si fuerit linea de linea abscisa fuerintque ambe mediales potentialiter tantum communicantes superficiemque rationalem continentem reliqua linea erit irrationalis diceturque residuum mediale primum.

Sit linea. b. c. abscisa ex linea. a. b. sintque ambe quales proponitur quas ex. 14. & 15. reperies & hec sunt que com-

ponunt bimediale primum dico quod reliqua linea. a. c. erit irrationalis & ipsa dicitur residuum mediale primum. Erunt enim ambo earum quadrata pariter accepta mediale: duplum vero superficiei unius in alteram rationale. itaque ambo quadrata pariter accepta, incommensurable sunt duplo superficiei unius in alteram quia itaque ambo quadrata pariter accepta componuntur ex duplo superficiei unius in alteram & quadrato linee. a. c. sequitur per. 9. ut quadratum linee. a. c. sit incommensurable duplo superficiei unius in alteram quare tam ipsum quadratum quam latus eius. a. c. est irrationale per diffinitionem constat ergo propositum. Quod quædam modum in premissa si libet potes declarare exemplariter in figura. **A**lter idem scilicet sit linea. d. e. rationalis in longitudine cui adiungatur superficies. d. f. equalis duplo superficiei unius in alteram & superficies. g. e. equalis ambobus quadratis pariter acceptis. eritque per. 7. secundi superficiei. f. g. equalis quadrato linee. a. c. cum itaque. p. ypothesim sit superficies. e. g. medialis erit per. 20. linea. d. g. rationalis in potentia tantum. Cum vero sit superficies. e. h. rationalis per ypothesim erit ex. 16. linea. d. h. rationalis in longitudine itaque per. 68. linea. g. h. est residuum & irrationalis ideoque per. 16. a. destructione consequentis superficies. f. g. est irrationalis & eius latus tetragonum quod est. a. c. est irrationale. Et sic patet propositum.

Propositio .70.

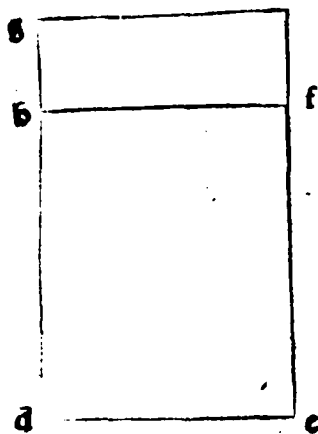


Si linea de linea secetur fuerintque ambe mediales potentialiter tantum communicantes continentemque mediale: reliqua linea erit irrationalis diceturque residuum mediale secundum.

Sit hic quoque linea. b. c. abscisa ex linea. a. b. utraque autem a. b. & b. c. sint ut propositum & ipse per. 16. reperiunt & sunt

que componunt bimediale secundum dico quod linea reliqua que est. a. c. est irrationalis & ipsa dicitur residuum mediale secundum. Sunt enim ex ypothesi & 21. ambo quadrata duarum linearum. a. b. & b. c. pariter accepta mediale. similiter quoque duplum superficiei unius in alteram est mediale. Cum itaque ex 22. mediale non deferat a mediali nisi in irrationali erit quadratum linee. a. c. in quo per 7. secundi duo quadrata linearum. a. b. & b. c. pariter accepta excedunt duplum superficiei unius in alteram irrationale quare & linea. a. c. irrationalis. **F**igurali quoque exemplo patefieri potest istud ut prius. Si enim sit. e. g. equalis ambobus quadratis. a. b. & b. c. simul & d. f. duplo superficiei unius in alteram erit. f. g. p. 7. scilicet equalis quadrato. a. c. que cum sit directa superficiei unius medialis. e. g. ad superficiem medialem. d. f. ipsa est irrationalis per. 22. & eius tetragonum latus. a. c. irrationale. **I**dem aliter. Sit linea. d. e. rationalis cui adiungatur superficies. d. f. equalis duplo superficiei unius in alteram. & e. g. equalis ambobus quadratis pariter acceptis. eritque per. 7. scilicet. f. g. equalis quadrato. a. c. quare 70. e. g. est medialis erit ex. 20. linea. d. g. in potentia tantum rationalis. Similiter quoque cum. e. h. sit medialis erit ex eadem linea d. h. rationalis. similiter in potentia tantum. Et quoniam. a. b. & b. c. sunt incommensurabiles in longitudine ideoque quadratum utriusque earum superficiei unius in alteram & propter hoc ambo quadrata pariter accepta cum ipsa ex ypothesi coincident sunt quoque incommensurable duplo superficiei unius in alteram sequitur ut e. g. sit incommensurable. h. e. quare propter linea. d. g. linee. d. h. igitur ex. 68. linea. g. h. est residuum & irrationalis ideoque per. 16. a. destructione consequentis superficies. f. g. irrationalis & eius latus tetragonum. a. c. irrationale.

Propositio .71.





I linea de linea detrahatur si erintq; ambe poten-
tialiter incommensurabiles continentesq; mediale
quadrataq; earum ambo pariter accepta rationa-
le: reliqua linea erit irrationalis vocabitq; minor.

Si sint. a. b. c. b. c. quales pponitur que p. 27. reperiunt
et componunt lineam maiorem erit linea. a. c. irrationalis et ipsa
est que dicitur linea minor. Quod qui premissa firmiter tenuerit positio-
nesq; diligenter attenderit duplici modo vt antecedentes facile probabit.

Propositio .72.



I linea de linea deniat si erintq; ambe potenti-
ter incommensurabiles superficiemq; rationalem con-
tinentes quadrataq; earum ambo pariter accepta
mediale: linea reliqua erit irrationalis diciturq; iun-
cta cum rationali componens totum mediale.

Et hoc quoq; nescire non potest qui prior nouerit nisi a me-
moria exciderint: quoniam positis lineis. a. b. c. b. c. vt pponitur que et p.
28. reperiuntur lineam potentem in rationale et mediale componunt: sit
a. c. reliqua rationalis ipsa dicitur que iuncta cum rationali componit totum mediale.

Propositio .73.



I linea a linea detrahatur si erintq; ambe poten-
tialiter incommensurabiles superficiemq; mediale con-
tinentes quadrataq; earum ambo pariter accepta me-
diale duplo si per se alterius in altera incommen-
surabile: reliqua linea erit irrationalis diciturq;
iuncta cum mediali faciens totum mediale.

Si sint et hic. a. b. c. b. c. quales pponitur que per. 29. reperiuntur et ipse
sunt que componunt lineam potentem in duo mediale eritq; a. c. reli-
qua irrationalis dicta que iuncta cum mediali componit totum media-
le quod vt facile premissa duplici argumentatione concludas processum
20. moneo diligenter attendas. Est aut. in premissis: in hic antecedens
necessarium ad demonstrationes sequentium quod est propositum.

Si fuerint quatuor quantitates differentia prime quarum
ad secundam sit sicut tertia ad quartam: erit permutatiua differ-
entia prime ad tertiam sicut secunde ad quartam.

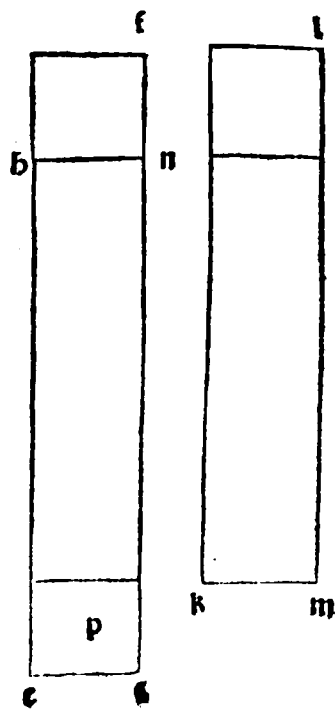
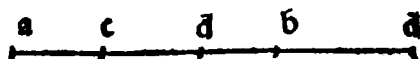
Intelligendum est hoc de quantitatibus eodem modo relatis vt cum pri-
ma maior fuerit secunda sic quoq; tertia maior quarta. cum vero minor et
minor. Exempli gratia sit dicta. a. ad b. sicut. c. ad. d. dico qd erit. a. ad. c. sic. b.
ad. d. est enim per hanc eandem animi conceptionem. **P**er differentia extre-
mor. est composita ex differentiis ipsorum ad media differentia. a. ad. c.
composita est ex ea que est. a. ad. b. et ea que est. b. ad. c. at ea que est. b. ad.
d. per eandem conceptionem componitur ex ea que est. b. ad. c. et ea que
est. c. ad. d. et quia ex ypothesi est differentia. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ea vero
que est. b. ad. c. est communis sequitur per communem scientiam vt sit
a. ad. c. sicut. b. ad. d. quod est propositum.

Castigator.

Geometrice non arithmetice. s. sicut. a. excedit. b. in. .1. ipsius a. vel
in. .2. ipsius. b. qd etiam. c. excedat. d. in. .3. ipsius. c. vel in. .4. ipsius. d. et si. a.
minuit. a. b. tantumdem minuat. c. ad. d. quoniam arithmetice esset falsum
quod dicitur. nam. 12. prima differt a. 8. secunda per quatuor unitates. et
6. tertia a. 4. quarta per duas unitates unde excessus arithmetice non est
idem sed geometrice.

Et ex hoc sequitur commune dictum. s. quod proportio extremorum
componitur ex proportionibus mediorum quod probatur proposita
istaviritate videlicet quanta est aliqua quantitas ad aliam: tanta et deno-
minatur proportio eius ad ipsam. Et istud inductiue patet. Quoniam si
fuerit vna equalis alteri. erit equa proportio inter illas. et si dupla fuerit

m iiii



linea erit proportio dupla & si fuerit incommensurabiliter contespondens in longitudine & potentia erit & proportio irrationalis consimilis erit quia semp pportionum denominatio cōformis ē habitudini terminorū. Et hinc est argumentum q̄ nulla quantitas excedit aliam iproportionabiliter quis vna excedat aliam incōmensurabiliter &c. ¶ Vnde hoc stante apparet comune dictum prepositum esse verum videlicet q̄ proportio extremorum componitur ex pportionibus mediorum. Et accipio duas lineas. a. f. c. duplam & subduplam. Tunc q̄ proportio. a. ad. c. componitur ex pportionione medii vel mediorum sumptorum inter. a. & c. Et tantū amplius quantum excedit. b. medium. Igitur. a. excedit. c. secundum pportionem duorum excessuum sumptorum. Igitur excessus iste continet excessus istos quorum habitudo cōtinet habitudines & proportio pportioniones. Et hoc voco pportionem componi ex pportionibus. Consimiliter quoq̄ si fuerint plura media tunc. n. ex omnibus pportionibus illorum inter se. & ad extrema componitur pportio extremorum. Et inde est q̄ omnis proportio multipliciter resolui potest in pportiones exemplum in pportionione dupla que resolui pot in duas pportiones similes. & iste sunt irōnales potest et resolui in duas pportiones rōnales sed non similes. verbi gratia in sexquialteram & sexquiterciam sic enim quaternarius excedit binarium. puta pportionione sexquialtera que est ternariū ad binarium & secundum sexquiterciam que est quaternariū ad ternariū. Si aut accipias duplam pportionem secundum senarium. & ternarium inuenies plura media & pportiones plures. Et sic semper ascendēdo ad maiores numeros &c. ¶ Etia pportio extremorū arithmetice componitur ex omnibus differentiis inter mediis q̄ per ea que dicta sunt super diffinitione. ii. quinti & i opere nostro magno ipreso ad cartas. 44. de numeris equaliter siue inequaliter se excedentibus colligere potes.

Propositio .74.



Nulla linea nisi vna tantum residuo coniungi potest vt sint ambe sub termino earum que erant ante separationem.

¶ Sit linea .a. c. residuū que fuerit reliqua abscisa. b. c. ex a. b. eruntq̄. a. b. & b. c. rationales tantum potentia communicantes ex. 68. dico q̄ ipsa. a. c. nulli alii linee q̄. b. c. poterit componi sub hac diffinitione neq̄ maiori. b. c. neq̄ minori. b. c. Si autem potest componatur cum. c. d. indifferenter maiori aut minori q̄. c. b. eruntq̄ ob hoc ambe linee. a. d. & d. c. rationales in potentia tantū communicantes. Quia ergo ex. 7. secundi quadrata ambarum linearum a. b. & b. c. pariter accepta excedunt duplum superficiē vnus earum in alteram in quadrato. a. c. ¶ Similiter quoq̄ quadrata duarum linearum a. d. & d. c. pariter accepta excedunt duplum superficiē vnus ipsarum in alteram in quadrato eiusdem. a. c. ¶ Sequitur ex premisse antecedente vt differentia duorum quadratorum duarum linearum. a. b. & b. c. pariter accepta ad duo quadrata duarum linearum. a. d. & d. c. pariter accepta sit sicut differentia dupli superficiē. a. b. in. b. c. ad duplum superficiē. a. d. in. d. c. ¶ Cum autem sint duo quadrata vtriusq̄ sectionis pariter accepta rationale ex ypothesi duplum vero superficiē vnus in alteram portionum vtriusq̄ sectionis mediale per ypothe. & 19. ¶ Erit vna & eadem differentia duarum superficiēum rationalium & duarum mediarum hoc autem est impossibile. Rationales enim superficies non differunt nisi in rationali superficiē vt patet per diffinitionem rationalis superficiē & per. 9. Medialis autem non differt a mediali nisi i irrationali superficiē per. 22. ¶ Hoc autem sit manifestius in figura sic. Sit enim superficies. e. f. adiuncta ad lineam. e. g. equalis ambobus quadratis duarum linearum a. b. & b. c. pariter acceptis. At. g. h. sit equalis duplo superficiē vnus in alteram eritq̄. f. h. equalis quadrato linee. a. c. ex. 7. secundi ¶ Similiter quoq̄ sit. k. l. adiuncta ad lineam. k. m. equalis duobus quadratis

duarum linearum. a. d. & d. e. pariter acceptis. e. f. m. n. si equalis duplo superficie vnus in alteram. eritq. ex. 7. secundum. n. l. equalis quadrato linee a. c. ideoq. etiam equalis. h. f. est itaq. differentia. e. f. ad. g. h. sicut. k. l. ad m. n. quare per antecedens premisum erit permixta differentia. e. f. ad k. l. & ipsa sit. p. sicut. g. h. ad. m. n. Et quia vtraq. duarum superficierum. e. f. & k. l. est rationalis vtraq. vero duarum superficierum. g. h. & m. n. medialialis sequit impossibile videlicet superficiem. p. e. r. o. n. a. l. e. m. & i. r. r. o. n. a. l. e. m.

Propositio .75.



Milla linea nisi vna tantum residuo mediali primo coniungi potest vt sint ambe sub termino earum que erant ante separationem.

Hec quoq. probabitur simili modo. Sint enim in vtraq. sectione ambo quadrata ariter accepta mediale dupli vero superficier vnus in alteram rationale & quia vt prius eadem e differentia quadrato vnus sectionis ad quadrata alterius que e dupli superficier vnus ad duplum superficier alterius erit vna & eade superficies differentia duarum mediarum & duarum rationalium quod est impossibile.

Propositio .76.



Milla linea residuo mediali secundo coniungibilis est vt sub termino earum fiant nisi tantum que ab ea ante separata erat.

Sit enim. a. c. residuum mediale secundum que fuit residua abscisa. b. c. ex. a. b. eruntq. ex. 20. due linee. a. b. & b. c. mediales poterit tñ cōicantes mediale continentes dico q. ipsa. a. c. nulli linee alii q. c. b. sub hac diffinitione coniungi pōt. Sin autem coniungatur linee. e. d. sitq. linea. e. f. rationalis in longitudine ad quam coniungatur superficies. e. h. equalis quadratis duarum linearū a. b. & b. c. pariter acceptis & e. k. equalis quadratis linearum. a. d. & d. c. pariter acceptis a qua abscindatur e. g. equalis quadrato lineeta. c. eritq. per. 7. secundum superficies. l. h. equalis duplo superficier. a. b. in. b. c. & l. k. p. eandem sit equalis duplo superficier. a. d. i. d. c. qui ergo quadrata amborum partium prime sectionis sunt mediale & duplum etiam superficier mediale incommensurabile duobus quadratis pariter acceptis que nescire diligens geometra non poterit qui positiones diligenter seruauerit erit superficies. e. h. medialis cum ipsa sit equalis duobus quadratis pariter acceptis & superficies. l. h. medialis cum ipsa sit equalis duplo superficier vnus in alteram per. 20. igitur est vtraq. duarum linearum. f. h. & g. h. rationalis in potentia tantum & quia vna est incommensurabilis alii eo q. superficies. e. h. est incommensurabilis superficier. h. l. sicut duo quadrata duplo superficier erit ex. 68. linea. f. g. residuum quare linea. f. g. que est residuum componitur linee. g. h. vt sint ambe sub termino earum que erant ante separationem. Similiter quoq. probabis eandem. f. g. cum linea. g. k. componi eadem conditione mediantibus superficieribus. e. k. & k. l. quarum prima est equalis quadratis duarum linearum. a. d. & d. c. pariter acceptis & secunda duplo superficier vnus in alteram quod est impossibile p. 74. & hic modus demonstrationis potest esse communis. 75. ceterisq. quatuor sequentibus eam.

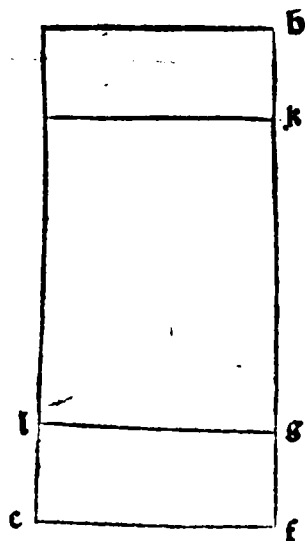
Propositio .77.

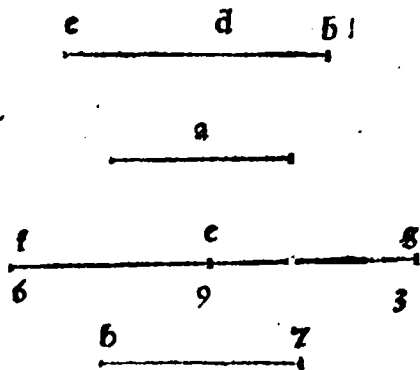
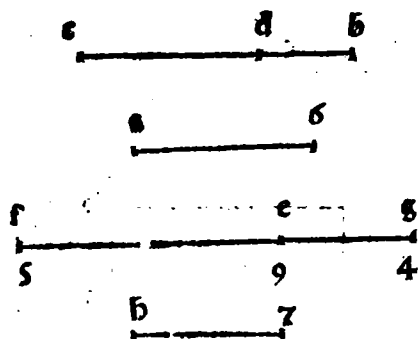
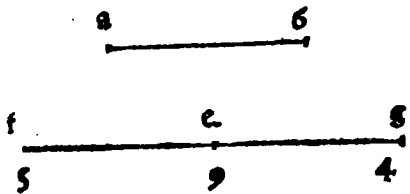
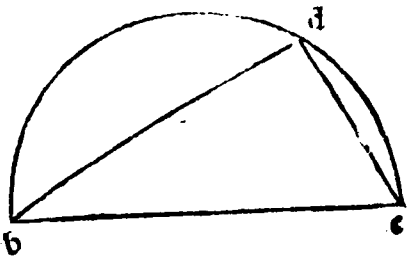


Nulla linea minori coniungibilis est vt sub termino suo fiat nisi tantum que ante sibi abscissionem coniungebatur.

Intellige quid sit linea minor quod si oblitus es consule. 21. & sine obiectione concludes propositum. Si quem admodū in. 74. pcesseris poterisq. si libuerit quē admodū in. 76. pcedere.

Propositio .78.





Linea que coniuncta cum rationali facit totum mediale nisi vni tantum componi non potest vt sub earum termino fiant.

¶ Quid sit linea que proponitur ex. 72. didicisti. cum ex. 70. de ea volueris quod per hanc. 73. dicitur demonstrare a processu. 75. in quoq non deuias. sed sicut in. 76. si te delectauerit ingenio ducere poteris procedere.

Propositio .79.



Linee que iuncta cum mediali facit totum mediale nisi vna linea tantum iungi nequit vt sub earum termino fiant que erant ante separationem.

¶ Huius linee que iuncta cum mediali conponit totum mediale magistra est. 73. de qua quod hec. 79. enunciat sic concludere cogaris sicut de residuo mediali secundo quod per. 76. enunciatum est conclusisti.

¶ Propterea duabus lineis altera rationali altera vero residuo adiecta ipsi residuo linea aliqua secundum eius terminum si fuerit totum inde compositum potentius linea adiecta in quadrato linee ipsi toti communicantis in longitudine: fueritque idem totum posite rationali linee in longitudine commensurable quod posuitur erat dicitur residuum primum. **¶** Si vero linea adiecta posite rationali commicet in longitudine dicitur residuum secundum. **¶** Quod si fuerit utraque rationali posite in longitudine incommensurable vocabitur residuum tertium. **¶** Si fuerit tota linea potentior adiecta augmento quadrati linee ipsi toti incommensurable eademque tota posite rationali communicet in longitudine nuncupabitur residuum quartum. **¶** Si vero linea adiecta posite rationali coicet in longitudine vocabitur residuum quintum. **¶** Quod si fuerit utraque posite rationali in longitudine incommensurable appellabitur residuum sextum.

Propositio .80.



Residuum primum inuestigare.

¶ Ab inuentione omnium specierum residui facile nos absoluit inuentione per ordinem omnium specierum binomii. Nam in qualibet specie binomiorum si minor portio abscindatur de maiori linea reliqua erit residuum similis speciei vt patet ex diffinitionibus tam binomiorum quam residuorum: propriis tamen inuentionibus residuorum insistentes sic inquiramus primum. Sit linea. a. rationalis posita cui commensurable in longitudine sumatur. b. c. sitque. e. numerus quadratus diuisus in. f. non quadratum et in quadratum. g. sitque proportio quadrati linee. b. c. ad quadratum linee. c. d. sicut. e. ad. f. eritque per vltimam partem. c. d. rationalis in potentia tantum. **¶** Cum itaque sit. c. b. potentior. c. d. in quadrato linee sibi communis in longitudine quod patet sicut in explanatione binomii primi constet ex diffinitione lineam. b. d. esse residuum primum.

Propositio .81.



Residuum secundum patefacere.

¶ Ad habendum residuum secundum sit. a. linea rationalis posita: etque communicans in longitudine. c. d. et sit quadratum. c. d. ad quadratum. b. c. sicut. f. ad. e. eritque. b. d. residuum secundum ex diffinitione: si debitas aut positas non seruas ypotheses aut binomii secundi repetitione indiges.

Propositio .82.

**Residuum tertium perscrutari.**

Residuum tertium sic habetur: posita ut prius. a. rationali numeroq. e. quadrato diuiso in. f. non quadratum. $\&$ g. qdratū assumptoq. h. numero pmo ac qdratū lice. a. ad quadratum linee. b. c. sicut. h. ad. e. sit quadratum linee. b. c. ad quadratum linee. c. d. sicut. e. ad. f. eritq. ex diffinitione ne de quo si hesitas consule binomium tertium: linea. d. b. residuū tertiū.

Propositio .83.**Residuum quartum inuenire.**

Hic sicut i inuentione residui pmi sit linea. b. c. communicans linee. a. rationali posite: numerus autem. e. quadratus sit diuisus in. f. $\&$ g. quorum sit uterq. non quadratus: sitq. quadratum linee. b. c. ad quadratum linee. d. c. sicut. e. ad. f. $\&$ scies ex diffinitione lineam. d. b. esse residuum quartum. si eorum que in inuentione binomii quarti didiceras oblitus non fueris.

Propositio .84.**Residuum quintum demonstrare.**

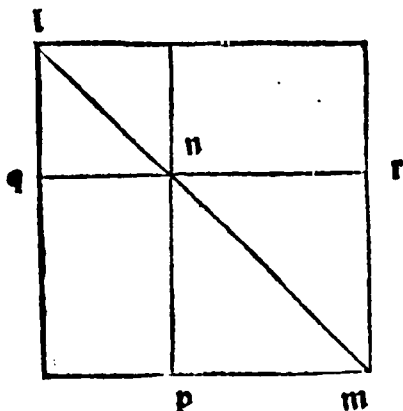
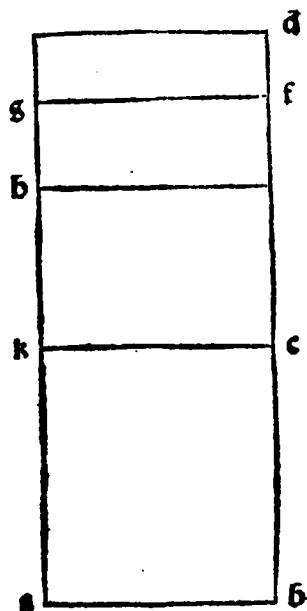
Cum residuum quintum inuenire libuerit erit linea. c. d. communicans linee. a. rationali posite in longitudine sicut erat i inquisitione secundi: $\&$ erit quadratus numerus e. diuisus in. f. $\&$ g. quoz. neuter quadratus sicut in premissa $\&$ erit quadratum linee. c. d. ad quadratum. b. c. sicut. f. ad e. ex quibus a diffinitione concludere licet: habita sufficienti noticia binomii quinti: lineam. d. b. esse residuum quintum.

Propositio .85.**Residuum sextum demumpraesto sit reperire.**

Residuum sextum sic reperitur. erit ut prius linea. a. rationalis posita $\&$ e. numerus quadratus diuisus in. f. $\&$ g. non quadratos $\&$ erit. h. numerus primus $\&$ quadratū linee a. ad quadratum linee. c. b. sicut. h. ad. e. At vero quadratū b. c. ad quadratum. c. d. ut. e. ad. f. eritq. ex diffinitione. linea. d. b. residuum sextum. cui si non plene animus tuus assenserit exerce te conuenit in inuentione binomii sexti.

Propositio .86.**Si fuerit superficies linea rationali atq. residuo primo contenta latus eius tetragonum necesse est esse residuum.**

Sit superficies. a. c. cōtenta linea rationali. a. b. $\&$ residuo primo. b. c. dico latus tetragonum superficie. a. c. esse residuum. ¶ Ad iungatur enim ad lineam. b. c. linea. c. d. sitq. illa cuius detractione. b. c. fuit residuum primum. Eritq. ex diffinitione b. d. rationalis ex longitudine $\&$ c. d. in potentia tantum. b. d. quoq. erit potentior. d. c. in quadrato linee secum communicantis in longitudine. Diuidatur igitur. d. c. per equalia in. e. $\&$ tota. b. d. diuidatur ea cōditiōne in. f. q. inter. b. f. $\&$ f. d. sit. e. d. medio loco proportionaliter itq. ex secunda parte. g. b. f. cōmunicans in longitudine. f. d. per. g. igitur utraq. earum communicat cum tota linea. b. d. quare per diffinitionem ambe sunt rationales in longitudine. Ducantur itaq. linee. f. g. e. h. $\&$ c. k. equidistantes a. b. eritq. per. i. s. utraq. duaz. superficies. a. f. $\&$ g. d. rationalis. Sit quadratum ergo. l. m. equale superficie. a. f. eritq. rationale $\&$ latus eius rationale in potentia. Intra illud quadratū ptracta diagonali linea. l. m. describatur quadratum. l. n. equale superficie. g. d. eritq. ipsum rationale $\&$ eius latus rationale in potentia protrahatur autem duae linee. n. p. q. n. equidistantes lateribus totalis quadrati. ¶ Dico ergo quadratum. p. r. esse equale superficie. a. c. $\&$ eius latus quod est. n. p. est residuum. Cum enim linea. d. e. sit ex ypothēsi medio loco proportionalis inter. b. f. $\&$ f. d.



erit ex prim^o sexti superficies. d. h. medio loco proportionalis inter duas superficies. a. f. g. d. ideoq. & inter duo quadrata. l. m. & n. l. Cūq. ex prima sexti sit superficies. l. p. medio loco proportionalis inter eadem duo q. drata erit. l. p. equalis. d. h. et etiam. h. c. f. quia quadratum. l. n. est equale g. d. erit. t. r. equale b. g. e. totus itaq. gnomio circumscribitur quadrato. m. n. est eq. lis. c. g. f. g. a. l. m. erat equale. a. f. relinquit. m. n. equale. a. c. q. aut n. p. latus q. drati. m. n. sit residuum sic collige. Est. n. v. itaq. duar. lineaz. p. t. f. r. n. rōnalis in potētia eo q. v. trūq. q. drati. l. m. & n. l. ē rōnale vnaq. earū est incōmensurabilis alii p. primam sexti f. r. o. huius: eo q. quadratum l. m. est incōmensurabile. l. r. superficie sicut superficies. a. f. superficie. h. d. de quibus manifestum est q. ipse sunt incōmensurabiles: est enim p. primam sexti vna eaz. ad alterā sicut linea. b. f. que est rōnalis in lōgitudine ad lineam. d. e. que est rōnalis in potētia tantum. Ex. 68. igitur linea. p. n. que pōt in superficiem. a. c. est residuum: & hoc est quod intendimus.

Castigator.

a ¶ Quia cum ille due superficies sint rōnales erunt quadrata illis equalia rōnalia. I deo q. quid fuerit de lateribus eoz. tetragonis illa in potētia erūt rōnalia: & p. hoc nō negat quin dicta latera possint ēē rōnalia i longitudine: sed nō est necessariū. Et ideo nō erat ponēdo illa rōnalia i potētia f. c. b. ¶ Per si ab equalibus equalia demas f. c. Nā cū l. p. sit equalis. d. h. si ab ipsa. l. p. dematur quadratū. l. n. remanebit supplementū. p. q. q. d. ē equale supplemento. t. r. f. si de superficie. d. h. demat. g. d. q. posita est eq. lis ipsi quadrato. l. n. remanebit superficies. e. g. Et quia remota sunt eq. lia remanentia erunt equalia p. dictā cōem sciam: f. ideo. t. r. sequit. equari ipsi superficie. e. g. v. t. dicit. c. ¶ Aliud quoq. est hic notandū videlicet q. a dicitur i illa. 86. q. latus tetragonici superficie. a. c. erit residuum ab eius diff. s. p. n. f. nos hēmus q. dicta superficies. a. c. est. 24. m. p. 252. que habet ex ductu 4. m. p. 7. residui primi p. diffi. ipsius in. a. b. s. in. 6. cuius tetragonum latus est vna radix ligata seu vniuersalis videlicet. p. v. 24. m. p. 252. f. hoc ē p. ipsum. e. u. residuum cuiusuis spēi. s. primi secūdi tertiū quarti quinti vel sexti. f. p. 68. ad cōstitutionē residui cuiuslibet regrit q. due linee inequales p. 17. f. 18. huius sunt tm potētia rōales cōicantes: f. tūc de maiori abscissa minori reliqua d. r. residuum f. c. modo ista linea practice ad iusum illius. 68. non erit residuum. s. p. v. 24. m. p. 252. quia 24. m. p. 252. est. p. p. f. 24. ē simplex f. mera radix. s. p. 24. tūc potētia eius est. 24. f. potentia. m. p. 252. est. p. 252. ecce rationale: f. irrationale: quoniam. p. p. est linea medialis f. latus tetragonum superficie irrationalis per. 19. huius. Et ideo. p. v. 24. m. p. 252. non erit residuum a diffinitione f. c. Ad hoc dicendum q. cum dicitur duas lineas potentialiter tantum rationales communicantes nō dicitur magis de potētia simplici scilicet de primaria multiplicatione in se q. de duplici vel triplici potentia hoc est in se bis vel ter f. quater f. c. cum omnes tales appellatione potentie omnes veniant f. c. Et ideo quamuis in prima earum multiplicatione in se ex qua oritur. 24. f. m. p. 252. quod est quadratum radices vniuersalis illius: f. illa duplex. p. effecta est vnica scilicet. p. 252. f. non communicat cum. 24. rationali: f. ideo secundo ducta in se qualibet erit vna. 576. f. alia. 252. que communicant f. c. f. ideo intelligendum est de potentia vnica duplicata triplicata quadruplicata: f. quotiensuis multiplicata: quoniam omnes potentie nuncupantur: quod notandum tibi multis in locis deferuiet: presertim in isto decimo vbi agitur de lineis compositis f. earum residuis seu recisis f. c. de quibus et hoc notādo clarius alias dicemus vt patebit f. c. ¶ Item aliud mirabile ē scilicet q. cum quadratum. l. m. equatur superficie. a. f. que in casu est. 11. cuius latus tetragonum est. p. 11. f. l. t. seu. l. q. vel. t. n. est. p. 3. sequitur. p. m. seu. p. n. vel. n. r. es latus tetragonum quadrati. p. r. quod est. p. 21. m. p. 3. pro residuo proposito quo in se duci facit. 24. m. p. 252. etiam dictum latus est. p. v. 24. m. p. 252. quod ratione quadrature p. batur illi equari scilicet. p. 21. m. p. 3. quod est no. dignissimum.



I si superficies aliqua linea rationali residuoq; secundo continetur linea in eadem potens erit residuum mediale primum.

In hac quoq; argue sicut in premisa ex diffinitione residui secundi & secunda parte. 13. & nona & decimanona & 15. & 69.

Propositio. 88.



I linea rationali residuoq; tertio superficies continetur erit linea super eam potens residuum mediale secundum.

In priori demonstrationi insiste & facile concludes propositum ex diffinitione residui tertii & secunda parte. 13. & 9. & 19. & 70.

Propositio. 89.



I fuerit superficies linea rationali residuoq; quarto contenta linea super eam potens erit linea minor.

In hac quoq; non aliter procedas q̄ prius. facile enim erit tibi propositum concludere. si premisam non despicis ex diffinitione residui quarti & secunda parte. 14. & 9. & 19. & 15. & 71. & sic patebit propositum.

Propositio. 90.



I fuerit linea rationali residuoq; quinto superficies contenta latus eius tetragonicum erit cum rationali componens mediale.

In itere premisse argumētatione ex diffinitione residui quinti & secunda parte. 14. & 9. & 19. & 15. & 72. quod propositum est concludere.

Propositio. 91.



I linea rationali residuoq; sexto superficies contineat latus tetragonicum quod super eam pot. cum mediali constituens totum mediale esse comprobatur.

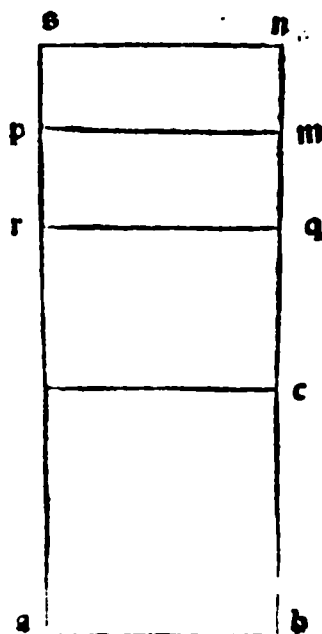
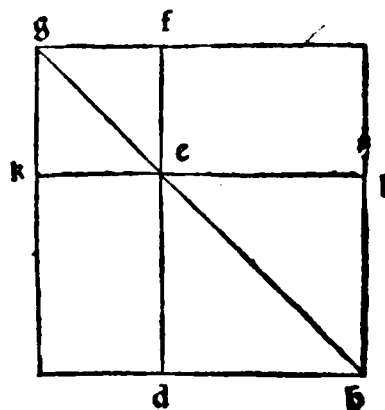
In nunc quoq; ultimo quod per hanc dicit premisso modo satage concludere ex diffinitione residui sexti & secunda parte. 14. & 9. & 19. & 73. in his aut oibus p̄cessum tuū nihil offendere poterit si primam eaz & p̄fecte didiceris & memoriter teneris & quid quoq; supponat soletter attenderis. Quod si forsan de aliquo in quadrato. l. m. te dubitare contigerit ad suum equale in superficie. a. d. tibi recurrendum erit & patebunt tuo ingenio.

Propositio. 92.

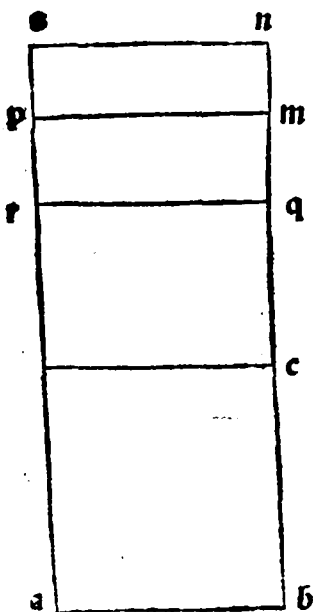
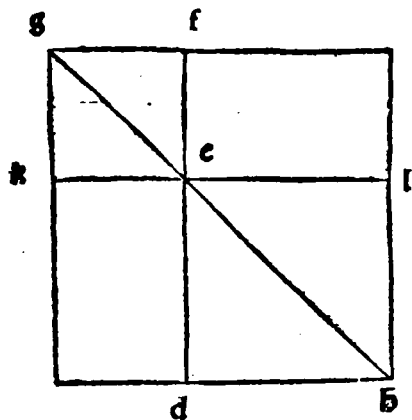


I ad lineam rationales superficies equalis quadrato residui applicetur alterum latus residuum primum esse necesse est.

Hec sex sequentes sunt conuerse sex precedentium per ordinem. huius aut prime hec est intentio q̄ si sit superficies a. c. adiuncta ad lineā rōnalem. a. b. equalis quadrato residui quod sit. d. e. erit eius latus secundum quod est. b. c. necessario residuum primum. Adiciantur. n. linee. d. e. que proponitur esse residuum; linea p̄ cuius abscissione ipsa fuerit residuum; sitq; ei adiuncta. e. f. eritq; ex. 68. utraq; duarum lineaz. d. f. & f. e. rōnalis in potētia & una eaz in cōmensurabilis alii describat ergo quadratū linee. f. e. quod sit. e. g. & q̄dratū. d. e. que posita est esse residuum quod sit. e. h. & adiciantur supplementa. d. k. & f. l. eritq; q̄dratū. g. b. tanq̄ quadratū linee. d. f. & quadratū. e. h. erit sicut superficies a. c. Erit et utraq; quadratoz. g. b. & g. e. rōnale. Sit igit superficies. a. m. adiuncta ad lineā. a. b. equalis q̄drato. g. b. eritq; ob hoc rōnalis quare p̄. 16. linea. m. b. est rōnalis in longitudine. Supficies vero. p. n. sit eq̄lis q̄drato e. g. que et p̄ hoc erit rōnalis & p̄. 16. linea. m. n. rōnalis i lōgitudine. itaq; tota linea. b. n. est rōnalis p̄. 9. Diuidat aut. c. n. p̄ equalia. in. q. & ducatur q. r. eq̄distans. a. b. eritq; ex prima sexti. c. r. equalis. r. n. Manifestum vero ē



q̄ cum tota sup̄ficies. a. n. sit equalis duobus quadratis. g. h. f. e. g. part̄ ter acceptis que sunt quadrata duarum linearum. d. f. f. f. e. f. sup̄ficies a. c. sit eq̄lis q̄drato lineę. d. e. q̄ ē. e. h. erit p. 7. scđi sup̄ficies residua ex a. n. que est. c. f. equalis duplo sup̄fici ex. d. f. in. f. e. Quare f̄ horum dimidia que sunt. r. n. f. d. g. necesse est esse equalia. ¶ Cūq̄ igitur ex prima sexti sit sup̄ficies. d. g. medio loco proportionalis inter duo quadrata. g. h. f. g. e. eritq̄ sup̄ficies. r. n. medio loco proportionalis inter duas sup̄ficies. a. m. f. p. n. ideoq̄ per primā sexti erit et linea. q. n. medio loco p̄portionalis inter duas lineas. b. m. f. m. n. cūq̄ sit. q. n. dimidium lineę n. c. f. lineę. b. n. diuisa per punctum. m. in duo cōmunicantia inter que cadit. q. n. medio loco p̄portionalis; sequitur ex prima pte. 13. q̄ linea. b. n. sit potentior linea. n. c. in quadrato lineę scđi cōcantis in longitudine. q̄a ergo sup̄ficies. d. g. ē medialis ex. 19. ex ypothesi aut̄ sup̄ficies. c. r. sibi equalis medialis f̄ lineę. c. q. rōnalis in potentia tñ p. 20. ideoq̄ et duplū eius quod ē linea. n. c. ē rōnalis tñ in potētiat̄ q̄a ergo. b. n. ē rōnalis in longitudine cōmunicans lineę. a. b. p̄site rationali f̄ potentior. n. c. in quadrato lineę sibi cōmunicantis in longitudine; sequitur ex diffinitione lineę. b. c. esse residuum primum; quod est propositum.



Propositio 93.
¶ Si adiuncta fuerit superficies equalis quadrato residui medialis primi ad lineam rationalem alterum latus eius erit residuum secundum.

¶ Hic erit linea. d. e. residuū mediale primum f̄ lineę. e. f. erit linea illa p̄ cuius abscissionem. d. e. fuerat residuum mediale primum: dico q̄. b. c. erit residuum secundum q̄ nescire nō poteris si demonstrationem premisse quousqueam solido amplectaris habitu insiteris f̄ quales lineas oporteat esse. d. f. f. f. e. vigilanter attenderis: de quo si dubitas. 69. requirenda erit.



Propositio 94.
¶ Si superficies equalis quadrato residui medialis secundum applicata fuerit ad lineam rōnalem; alter latus eius residuum tertium esse conuenit.

¶ Hic etiam erit. d. e. residuum mediale secundum f̄ sequitur ut sit. c. b. residuum tertium: quod ut facile conuincas prime demonstrationi insistas f̄ quales lineas conueniat esse. d. f. f. f. e. ex. 20. collige



Propositio 95.
¶ Si adiuncta fuerit lineę rationali superficies equalis quadrato lineę minoris latus eius secundum erit residuum quartum.

¶ Si fuerit. d. e. linea minor aserit hec. 95. q̄. b. c. erit residuum quartum: test aut̄ sumendum ex. 71. quales lineas ēē necesse sit. d. f. f. f. e. cū. d. e. fuerit linea minoris ē est asserendum propositum premisso modo: excepto q̄ in hac f̄ duabus sequētibz necesse est lineam. b. n. diuidi ad punctum. m. in duo incommensurabilia que in tribus premissis diuidebatur necessario in duo cōmēsurabilia. nam in tribus premissis fuerant due lineę. d. f. f. f. e. cōcantes in potētiā tñ f̄ ideo earū quadrata cōcantiā: p̄p̄ quod f̄ sup̄ficies. a. m. f. p. n. quadratis earum equalis cōcantes. Quapropter et f̄ due lineę. b. m. f. m. n. ideoq̄ fuit i tribus premissis linea. b. n. potētiōr linea. n. c. in q̄drato lineę secum cōcantis in longitudine ex prima parte. 13. In hac aut̄ f̄ duabus sequētibz sunt due lineę. d. f. f. f. e. incommensurabiles in potentia ut apparet ex. 71. f. 72. f. 73. f̄ ideo earum quadrata p̄pter quod f̄ sup̄ficies a. m. f. p. n. incommensurabiles propter quod f̄ due lineę. b. m. f. m. n. incommensurabiles ideoq̄ per primam partem. 14. tam in hac q̄ in duabus sequētibz necesse ē lineę. b. n. ēē potētiōrē linea. n. c. in quadrato lineę sibi incommensurabilis in longitudine: cetera perquire ut prius.

Castigator.

¶ Quia inter eas cadit medio loco pportionalis linea. q. n. p primam sexti cū. c. r. Et ideo. r. n. sit medio loco pportionalis inter duas superficies a. m. f. p. n. sicut sua equalis. d. g. inter duo quadrata. g. h. f. g. e. illis duabus superficiebus. a. m. f. p. n. equalia ex ypothesi.

Propositio .96.



¶ Ad lineam rationalem quadrato lineae cum rationali constituentis mediale equalis superficies adiungatur. latus eius secundū erit residuū quintus.

¶ Pone similiter hic lineam. d. e. eē illam q̄ iuncta cū rōnali cōponat totū mediale & attende ex. 72. quales lineas oporteat esse. d. f. f. f. e. & concludes sine offendiculo si prius habite demonstrationi oportune insliteris lineam. b. c. esse residuum quintum.

Propositio .97.



¶ Ad lineā rōnalem superficies equalis quadrato lineae cū mediāli cōponētis mediale adiungatur: latus eius alterum erit residuum sextum.

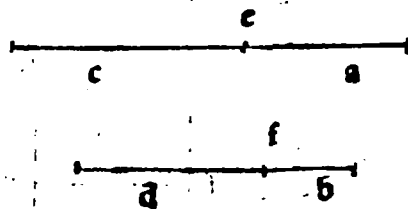
¶ Nunc vltimo conuenit lineā. d. e. eē illā que iūcta cū mediāli cōponit totū mediale cui adiuncta linea. e. f. que videlicet sit illa per cuius abscisionē linea. d. e. fuerat que pponitur si quales lineas. d. f. f. f. e. esse oporteat ex. 73. didiceris priorem argumētationē firmā mēte tenueris sine obice quōq̄ lineā. b. c. eē residuū sextum concludere poteris. si aut fortassis in aliquo te hesitare contigerit quicquid illud fuerit de quadrato. g. h. ad sibi equalem superficie. a. n. cōferendum erit & sic patebit propositum nostrum.

Propositio .98.



¶ Quis linea residuo commensurabilis ipsa quoq̄ in termino & ordine est idem residuum.

¶ Quod 60. & quatuor. eā sequentes de binomio. eiusq̄ comitibus quinq̄ pposuerunt hec. 98. & quatuor. eā sequētes de residuo suisq̄ q̄nq̄ comitibus vix esse pponunt q̄bus qui vsq̄ ad solūm habitum insliterit has ignorare non poterit. Quicquid autem in illis de cōcantia in longitudine & potentia tantum dictum ē in is quoq̄ idem oportet intelligi. nam omnis linea residuo communicans in longitudine siue in potentia tantum ipsa etiam est residuum. sed si communicat in longitudine non solum est ipsa residuum. sed etiam eiusdem speciei residuum. Verbi gratia: linea communicans in longitudine residuo primo est residuum primum & secundo communicans est secundum. sic quoq̄ in ceteris. Cum autem linea communicat residuo in potentia tantum ipsam quoq̄ necesse est eē residuum sed non eiusdem speciei: immo impossibile est vt linea communicans in potentia tantum residuo primo aut secundo aut tertio aut quarto aut quinto cadat simul cum eo sub eadem specie sed necesse est vt ambo cadant simul sub tribus primis speciebus aut ambo simul sub tribus postremis. Sit itaq̄ exempli gratia. a. residuum cui communicet. b. in longitudine: dico q̄. b. erit residuum eiusdem speciei cum. a. Ad iungatur enim linea. c. ad lineam. a. & illa sit per cuius abscisionem. a. fuit residuum: & ad. b. adiungatur alia que sit. d. ad quam sic se habeat. b. sicut. a. ad. c. sitq̄ composita ex. a. & c. e. composita vero ex. b. & d. sit. f. erit q̄ ex permutata proportionalitate. a. ad. b. sicut. c. ad. d. & per. 13. quinti erit. e. ad. f. sicut. a. ad. b. vel sicut. c. ad. d. ¶ Cum itaq̄. a. communicet. cum. b. erit per. 10. c. communicans cum. d. & e. quoq̄ communicans cū f. & quia etiam est necessario ex permutata proportionalitate. e. ad. c. sicut. f. ad. d. sequitur per. 12. vt si fuerit. c. potentior. c. in quadrato lineae sibi communicantis in longitudine vel si forte incommensurabilis sit similiter. f. potentior. d. at quoniam omnis linea communicat in longitudi



ne linee rationali est similiter illi rationalis: similiter dico q̄a ambe erūt
rationales in longitudine vel ambe in potentia tñ: sequitur ex diffinitio
nibus residuorum vt. b. sit residuum eiusdem speciei cum. a. Si aut. b. cōi
cat in potentia tantum cum. a. ipsa quoq. erit residuum non tamen eius
dem speciei necessario. sed quemadmodum dictum est: cuius demonstra
tio ex his que in. 60. de binomiis dicta sunt colligenda est.

Propositio .99.



Panis linea vtrilibet residuo mediali comunicas
est sub ipsius termino 2. ordine residuū mediale.

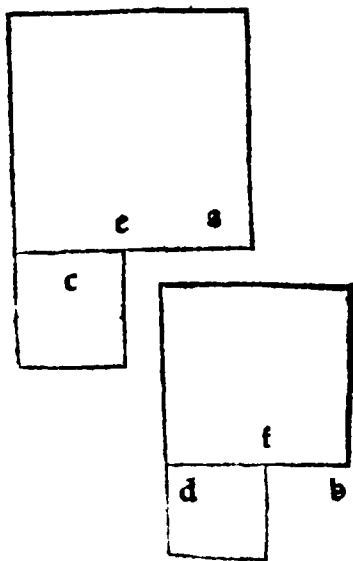
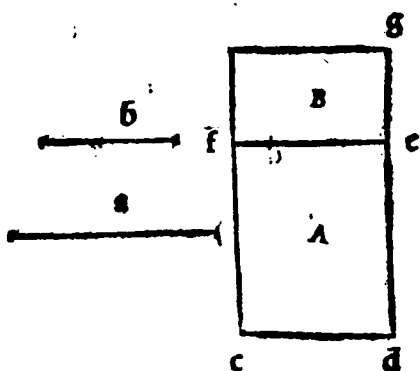
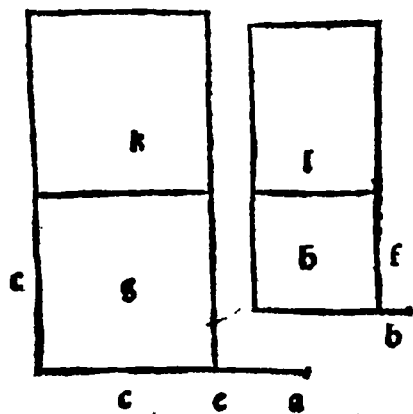
¶ Vtrum ē quod dicitur sue cōicet linea cum vtrilibet
residuo mediali in longitudine sue in potentia. Sit. n. a.
vtrilibet residuū mediale cui. b. cōicet in longitudine vel
potentia dico q. b. est etiam residuum mediale quale fue
rit. a. **¶** Adiungatur enim linea. c. ad lineam. a. & sit. c. per cuius abscisio
nem. a. fuit residuum mediale: & ad. b. adiungatur alia q̄ sit. d. sitq. b. ad
d. sicut. a. ad. c. totaq. cōposita ex. a. & c. sit. e. & ex. b. d. sit. f. describatur igit
quadrata. c. & d. que sint. g. & h. & superficies. e. in. c. sit. k. & f. in. d. sit. l. Et
quia ē vt prius. e. ad. f. & c. ad. d. sicut. a. ad. b. sunt aut. e. & c. mediales potē
tia tñ cōicantes. ex. 69. & 70. sequit ex. 21. vt. f. & d. eis comunicantes. sint
etiam mediales potentia tñ comunicantes: constat aut ex prima sexti q̄
sit. k. ad. g. sicut. e. ad. c. & l. ad. h. sicut. f. ad. d. & quia est. e. ad. c. sicut. f. ad
d. sequitur vt sit. k. ad. g. sicut. l. ad. h. Et permutatim. k. ad. l. sicut. g. ad. h.
¶ Cum ergo. g. comunicet cum. h. sequit vt. k. cōicet cum. l. Si igitur. k. est
rationale quod est in residuo mediali primo erit etiam per diffinitionem
l. rōnalis quare per. 69. b. etiam est residuum mediale primum. Si aut. k.
sit medialis quod est in residuo mediali secundo: erit per. 21. etiam. l. media
lis. ideoq. b. p. 70. residuū mediale secundum quare: constat propositum.
¶ Idem aliter Si linea. b. cōicet cum linea. a. que est vtrilibet residuū me
diale in longitudine vel in potentia sit superficies. c. e. adiūcta ad lineam
rationalem. c. d. equalis quadrato. a. & f. g. equalis quadrato. b. erūtq. ob
hoc. c. e. & f. g. cōicantes quēadmodū & quadrata lineaz. a. & b. eis equa
lia. ideoq. p. primam sexti & 10. huius. d. e. & c. g. sunt cōicantes in longi
tudine: & quia si. a. est residuum mediale primū & linea. d. e. est residuum
secundum per. 93. & si. a. est residuum mediale scdm. linea. d. e. est residuū
tertium per. 94. at cum. d. e. est residuum secundum linea. c. g. est etiam re
siduum secundum & cum illa est tertiū. similiter & hec. est tertium per. 98.
¶ Sequitur itaq. ex. 87. & 88. vt. b. sit residuum mediale primum aut secū
dum prout fuerit. a. & sic patet quod intendimus.

Propositio .100.



I linea aliqua linee minori comunicet ipsa quo
q̄ erit linea minor.

¶ Facile est hanc probare duplici modosicut premissam
sue cōicet linea aliq̄ cū linea minori in lōgitudine sue in
potentia hoc aut appposito quantum ad primum modum
q̄ cum sit. f. ad. d. sicut. e. ad. c. erit ex scda parte. 18. sexti qua
dratum. f. ad quadratum. d. sicut quadratum. e. ad quadratum. c. & cōi
m. etim quadrata duarum linearum. f. & d. ad quadratum. d. sicut quadrata
duaz. lineaz. e. & c. ad quadratum. c. & pmutatim quadrata duaz. lineaz.
f. & d. ad q̄drata duaz. lineaz. e. & c. sicut quadratum. d. ad q̄dratum. c. cōi
cat aut quadratū. d. ad quadratū. c. ergo duo quadrata duaz. lineaz. f. &
d. piter accepta cōicant cū duobus q̄dratis duaz. lineaz. e. & c. piter acce
ptis: & q̄a ex. 21. q̄drata duaz. lineaz. e. & c. piter accepta sunt rōales: erit aut
p diffinitionē & duo quadrata duaz. lineaz. f. & d. piter accepta rōnale.
Cūq. sit sup̄ficies. k. medialis erit et. l. sibi cōicans medialis: igit ex. 21. b. ē
nea minor. quantum autem ad secundum modum erit per. 95. linea. d.
e. residuum quartum ideoq. per. 98. & linea. e. g. erit etiam residuum quar
tum. ideoq. etiam per. 89. linea. b. est linea minor.





Propositio .101.

Phis linea cōicans linee cū rōnali cōponenti mediale est cum rationali componens mediale.

Hanc quoq; duplici predicto modo non est difficile probare sue de cōicantia in longitudine sue de cōicantia in potētia tñ intelligat; sed quantū ad primum modū erunt duo quadrata duarum linearum. f. f. d. pariter accepta mediale p. u. quē admodum sint duo quadrata duarum linearum. e. e. c. piter accepta ex. 72. quibus ipsa cōmunicant f. superficies. l. erit rationalis: per diffinitionem quemadmodum est superficies. k. ex. 72. cum ipsa cōmunicans. ¶ Igitur ex. 72. b. est cum rationali componens mediale. quantum ad secundum modum: erit. d. e. residuum quintum ex. 69. ideoq; f. e. g. ex. 98. quare. b. est cum rationali componens mediale. per. 90.



Propositio .102.

Phis linea cōmensurabilis linee cū mediali cōstituenti mediale est cū mediali cōstituens mediale.

Hic quoq; pone lineam aliquam cōicare cū ea que cū mediali componit mediale indifferenter in longitudine vel potentia tñ put volueris: f. duplici modo premissio sine difficultate concludes eam quoq; cum mediali componere mediale. erit etiam quantum ad primum modum superficies. l. medialis quemadmodum f. k. f. duo quoq; quadrata duarum linearum. f. f. d. pariter accepta mediale sicut f. duo quadrata duarum linearum. e. e. c. f. q. duo quoq; duarum linearum. e. e. c. ad. k. sicut duo duarum. f. f. d. ad. l. cū duo prima non communicent cum duplo. k. ex. 73. neq; duo secunda cōmunicabunt cum duplo. l. ex. 10. igitur ex. 73. b. est cum mediali cōponens mediale. Quantum aut ad scdum modum erit. d. e. residuum sextū ex. 97. ideoq; f. e. g. ex. 98. quare. b. est cū mediali cōponens mediale ex. 91.

Propositio .103.



Ide superficie rōnali superficies medialis abscindat linea in reliquam superficiem potens erit alterutra duarum irrationalium aut residuū aut linea minor.

Sit enim tota superficies constans ex. a. f. b. rationalis a qua detrahatur. b. que sit medialis: dico q. linea potens in. a. residuum aut est residuum aut linea minor. Esto nāq; linea. c. d. rationalis superficiesq; e. e. sibi adiuncta sit tanq; a. f. f. g. tanq; b. f. tota. c. g. sicut tota. a. b. eritq; c. g. rationalis. ideoq; per. 16. linea. d. g. rationalis in longitudine f. f. g. erit medialis. ideoq; per. 10. e. g. rationalis in potentia tantum est igitur ex diffinitione linea. d. e. residuum primum aut quartum: ergo per. 86. f. 89. linea potens in superficiem. c. e. f. ideo in superficiem. a. sibi equalem est residuum aut linea minor: quod est propositum.

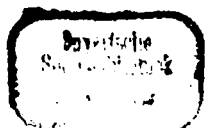
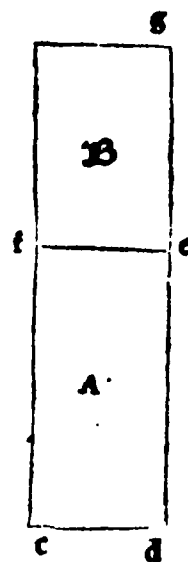
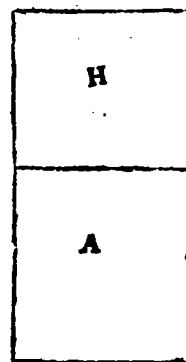
Propositio .104.



Ide superficie mediali superficies rationalis detrahatur linea in reliquam superficiem potens erit alterutra duarum irrationalium linearum aut residuum: mediale primum aut cum rationali componens mediale.

Hec quoq; sicut premissa probatur. Erit enim tota. a. b. medialis. b. autem rationalis: tunc dico quod in. a. residuum pōt aut ē residuum mediale primum aut cum rationali componens mediale. Cum enim. c. g. equalis sit. a. b. erit per. 10. linea. d. g. rationalis in potentia tantum: f. cū sit. f. g. equalis. b. erit per. 16. linea. e. g. rationalis in longitudine ergo a diffinitione erit linea. d. e. residuum secundum aut quintum quare per. 87. f. 90. latus tetragonum superficiem. c. e. f. ideo superficiem. a. est residuum mediale primum aut cum rationali componens mediale: quod est propositum nostrum.

Propositio .105.





Superficies medialis a superficie mediali detra-
batur fueritque reliqua toti incōmensurabilis que i
ipsam reliquam pōt alterutra erit duarū irrō alius
videlicet aut residuum mediale secundum aut cū
mediali componens mediale.

¶ Si a duarum premissarum demōstratione non deuias
concludes sine difficultate propositum. Sint enim tota. a. b. f. b. mediales
¶ sit. a. reliqua incōmensurabilis toti. (Aliter enim esset. a. medialis ex. 22.
¶ eius latus tetragonum mediale ex. 19.) tunc dico q. linea potens in. a.
est residuum mediale secundum aut cum mediali componens mediale.
¶ Nam cum sit. c. g. equalis. a. b. erit p. 20. linea. d. g. rationalis in poten-
tia tantum per eandem quoq. cum sit. f. g. equalis. b. erit etiam. e. g. ratio-
nalis in potentia tantum ¶ cum sit. a. incōmensurabilis toti. a. b. erit. f. g.
incōmensurabilis. c. g. ideoq. per primam sexti. ¶ 10. huius erit etiam. e. g.
incōmensurabilis. d. g. igitur a diffinitione linea. d. e. erit residuum tertū
aut sextum: quare p. 88. ¶ 91. latus tetragonum superfici. c. e. f. ideo su-
perfici. a. ē residuum mediale secundū aut cū mediali cōponens mediale.

Propositio .106.



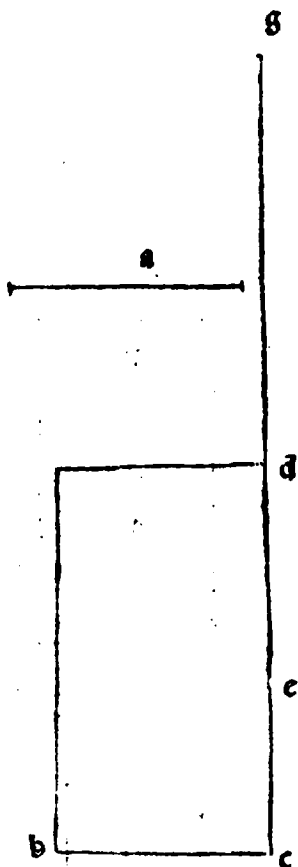
Linearū irrōnāliū que sunt residuum et post ipsas
subsecute vllam aliu termino et ordine subesse im-
possibile est residuo quoq. binomii terminum vel
ordinem conuenire non est possibile.

¶ Vult aut per hanc. 106. q. residuum ¶ alie quinq. linee
irrōnāles eam sequentes differant specie ¶ diffinitio-
ne abinuicem ¶ nulla linea vna potest esse sub duabus neq. sub pluribus
speciebus hatur sex lineaz irrōnāliū que sunt residuum ¶ eius quinq.
cōites ¶ q. omnes species residui differūt ab omnibus speciebus binomii
nec est possibile lineam vnā simul esse residuum ¶ binomii cuiuscūq.
speciei residui vel binomii. ¶ Pars prima sic constat: qm superficies equa-
lis quadratis residui ¶ suarū quinq. comitum cū adiungantur ad lineā
rōnalem habent secūda latera necesario diuersa abinuicē ex. 92. ¶ quinq.
eam sequentibus. sunt aut secūda latera residuum primum ¶ secundum
¶ deinceps vsq. ad sextum. ¶ Secunda pars constat hoc modo: si eadem li-
nea potest esse simul residuum ¶ binomium sit. a. cuius quadrato equalis
superficies adiungatur ad rōnalem lineā. b. c. sitq. b. d. eritq. ex. 54. linea
c. d. binomium primum ¶ ex. 92. residuum primum. ¶ In quantum ergo bi-
nomiū p. mū diuidat in suas binomiales portiones ad pūctum. e. sitq. ma-
ior portio. c. e. que erit rōnalis in longitudine p. diffinitionem: inquantū
aut est residuum primum adiungatur ei. d. g. per cuius abscisionem fiterat
residui primum: eritq. et ex diffinitione. c. g. rōnalis in longitudine. Cū
itaq. sit vtraq. duarū lineaz. c. g. ¶ c. e. rōnalis in longitudine erit et p.
9. linea. e. g. rationalis in longitudine: at q. linea. d. e. est rōnalis in poten-
tia tñ cū ipsa sit p. ypoth. minor portio binomii primi: erit p. 68. linea. d.
g. residuum ¶ quia ipsa erat rōnalis in potentia tñ cum p. eius abscisionē
eēt linea. c. d. residui primum sequit iposibile p. 68. Quod vt clarius pateat
esto superficies. b. d. adiuncta ad lineam rōnalem. b. c. equalis quadrato
linee. d. g. cum itaq. linea. d. g. sit rationalis in potentia erit p. 16. linea. c. d.
rationalis in longitudine. at cum etiam linea. d. g. sit residuum erit ex. 92.
linea. c. d. residuum primum quod esse non potest cum linea que dicitur
residuum sit irrōnalis per. 68.

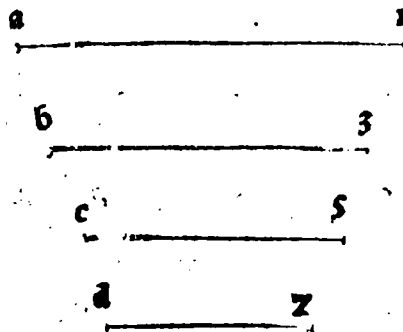
Propositio .107.

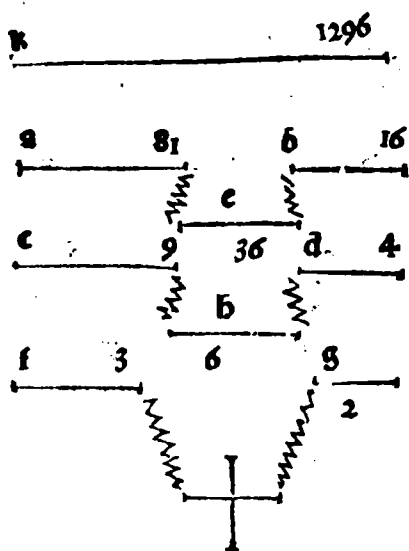


Linea que residuum dicitur vllāve irrōnāliū
que post eam sunt nequit esse sub termino binomii
aut sub termino et ordine vllius ceteraz lineaz irrō-
nāliū que binomii subsequunt: cū aut possibile
sit linearū irrōnāliū scribi in infinitum p.
duci non est possibile vllanz earū cum ea que
precefferit in termino. et ordine conuenire



¶ Vult per hanc vltimam libri .10. q. .13. irrationales linee de quibus in hoc decimo demonstratum est & ipse sunt linea medialis binomii & eius quinque comites residuum & eius quinque comites sint abinuicem singule a singulis specie differentes: & q. nulla linea vna potest esse simul sub duabus aut pluribus speciebus earum: & q. species linearum irrationalium possunt in infinitum produci quare nulla cum alia conuenit in diffinitione & ordine. Quod autem hec .13. linee videlicet medialis binomium & eius .5. comites residuum & eius .5. comites sint irrationales demonstratum esse superius memineris: de mediali quidem ex .19. de binomio autem & eius quinque comitibus ex .30. & quinque eam sequentibus: at vero de residuo suisque quinque comitibus ex .68. & quinque eam sequentibus. Nullam autem harum .13. linearum irrationalium posse conuenire in specie cum aliqua aliarum linearum sic collige. ¶ Esto enim ut ad vnam eandemque lineam rationalem in longitudine adiungatur superficies equalis quadratis predictarum .13. linearum irrationalium secundum ordinem se invicem sequuntur: eritque ex .20. secundum latus prime istarum .13. superficierum rationale in potentia tantum. ¶ Secunda autem latera secunde istarum .13. superficierum & quinque eam sequentium erunt omnes species binomiorum per ordinem videlicet binomium primum secundum & deinceps usque ad sextum ex .54. & quinque eam sequentibus demonstratum esse memineris. ¶ Secunda vero latera tertie superficierum & quinque eam sequentium sunt species residuorum in ordine videlicet residuum primum & residuum secundum & deinceps usque ad sextum quod ex .92. & quinque eam sequentibus didicisti. Cum igitur ipsa linea rationalis in potentia tantum non conueniat cum aliqua specie binomiorum aut cum aliqua residuorum quoniam omne binomium per .30. & omne residuum per .68. est linea irrationalis & in longitudine & in potentia. Et cum nulla species residuorum conueniat cum aliqua specie binomiorum ex secunda parte penult. huius decimi sequitur ut omnia secunda latera harum .13. superficierum sint adinuicem diuersa: ideoque per primam sexti & ipse .13. superficies sunt diuersae cum earum omnium altitudo sit vna quare etiam hec .13. linee irrationales propositae sunt singule a singulis diuersae. ¶ Possumus autem harum .13. linearum irrationalium species in infinitum produci. infinite enim sunt species linearum mediarum in infinitum te quoque binomiorum & sic de singulis. Quod hoc modo constat. Esto linea .a. medialis: sumaturque vnitas & quolibet numeri primi ut .3. .5. & .7. & sint totidem linee .b. .c. .d. quot sunt sumpti numeri primi. sintque quadrata istarum linearum .b. .c. .d. ad quadratum .a. sicut numeri primi ad vnitatem. eritque linee .b. .c. .d. mediales ex .11. quoniam ipse communicant in potentia cum linea .a. mediali. omnes autem erunt diuersae in longitudine ab .a. & a se invicem per vltimam penult. 7. quoniam nullius istorum numerorum ad vnitatem nec alicuius eorum ad alterum per .16. & .8. & correlarium secunde octauae & presentis hypothesis est proportio sicut numeri quadrati ad numerum quadratum. ¶ Erit ergo .a. & omnes sibi communicantes in longitudine sub prima specie linearum mediarum .b. vero & omnes sibi communicantes in longitudine sub secunda. .c. autem & omnes eidem communicantes vel commensurabiles sub tertia. .d. quoque & omnes sibi communicantes in longitudine sub quarta: & quia numeri primi sunt infiniti ut ex .11. non didicisti: necesse est species linearum mediarum esse infinitas. ¶ Quod autem est dictum de linea mediali intellige de binomio suisque .5. comitibus: & residuo suisque quinque comitibus: nam sicut omnis linea communicans mediali est medialis siue communicet ei in longitudine siue in potentia ut probatum est in .11. ita etiam omnis linea communicans binomio aut alicui suarum quinque comitum vel etiam residuo aut alicui suarum quinque comitum in longitudine vel in potentia est secum sub eadem specie ut probatum est in .60. & quatuor eam sequentibus & 98. & quatuor eam sequentibus. ¶ Sunt igitur species harum .13. linearum irrationalium infinite quarum nulla conuenit cum precedenti in ordine vel diffinitione. ¶ Conuenit quoque dicitur aliter species linearum irrationalium esse infinitas



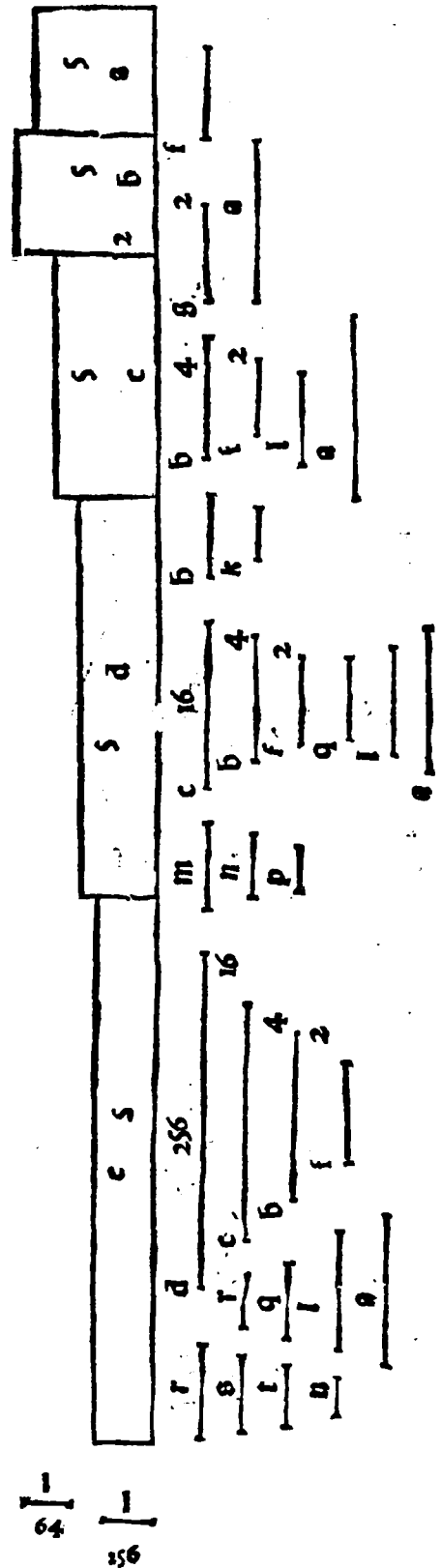


nam omne latus tetragonum superficiem dicta a numero non quadrato est irrationale per ultimam partem. 7. et per diffinitionem. cum itaq. tales numeri sint infiniti: erunt etiam species harum linearum irrationalium infinite. ¶ Tertio modo contingit secundam partem huius ultime conclusionis libri decimi sic exponi: ut dicamus ab unaquaque linea rationali in potentia tantum infinitas linearum irrationalium species produci quarum nullam cum aliqua earum que ipsam precesserint: possibile est in diffinitione et ordine convenire. ¶ Verbi gratia. Sumatur aliqua superficies rationalis dicta a numero non quadrato ut quinquaginta: latus etiam tetragonum irrationale in longitudine quoniam ipsum est incommensurable lateri tetragonum superficiem rationalis dicta a numero quadrato ex ultima parte. 7. Dico ergo quod huius lateris latus. itemque scilicet lateris latus et rursus huius tertii lateris latus et sic in infinitum: sunt linee irrationales tam in longitudine quam in potentia: et quod nulla earum convenit diffinitione vel specie cum aliqua que eam precesserit in ordine. estque latus tetragonum premisse superficiem quocumque dicta fuerit a numero non quadrato earum omnium sicut radix et principium et quolibet ipsarum est principium omnium ipsam sequentium: et quocumque ab aliquo tetragonum latere cuiusque talis superficies proficiuntur diuersae sunt in longitudine et potentia ab omnibus que a quoquam alio tetragonum latere talis superficies generantur et hoc dico cum ipsarum superficierum non fuerit proportio sicut numerorum quadratorum. hec autem ut possumus firma demonstratione colligere antecedens ad ipsa premittere oportet. sitque istud.

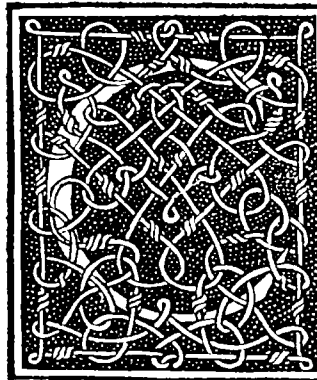
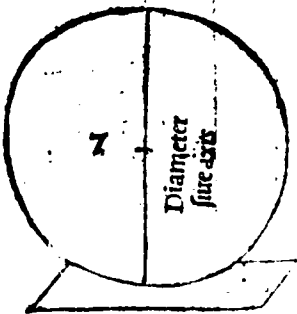
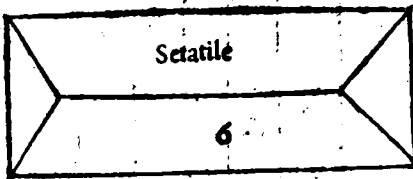
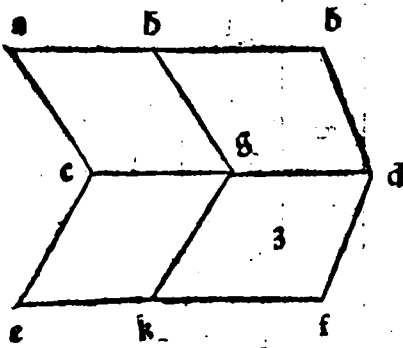
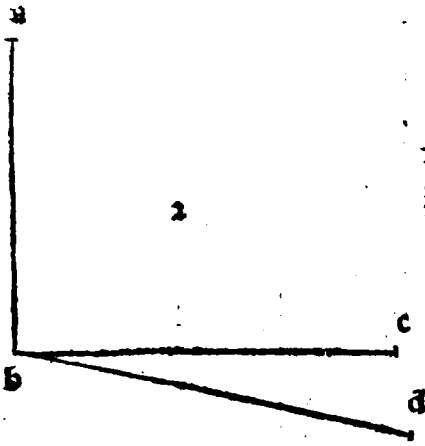
¶ Quibuslibet duobus inuicem ductis si quid licet producat quod latera tetragonum duorum precedentium inuicem duces totum tetragonum latus ipsius producti produces.

¶ Verbi gratia sit ut ex a. in b. sit k. at. c. et d. sint latera tetragonum a. et b. fiat autem e. ex c. in d. sintque iterum f. et g. latera tetragonum c. et d. fiat h. ex f. in g. dico quod h. est latus tetragonum e. et quod e. rursus est latus tetragonum k. Cum enim ex f. i. se in g. fiant c. et h. erit c. ad h. sicut f. ad g. sed et sic h. ad d. sicut f. ad g. eo quod ex g. in f. se fiant h. et d. Sunt igitur c. h. d. continue proportionales itaque ex h. in se quantum ex c. in d. quare h. est latus tetragonum e. Eadem quoque ratione cum ex c. in se sit a. i. d. sit e. et ex d. in se sit b. erunt et a. c. b. continue proportionales in proportionem c. ad d. Cum igitur ex a. in b. sit k. sequitur etiam ut ex e. in se sit k. quare e. est latus tetragonum k. constat itaque quod dicitur. Restat itaque demonstrare quod propositum est. Sit igitur superficies a. rationalis dicta a numero non quadrato. ut 5. sitque linea a. eius tetragonum latus et sumantur quolibet linee rationales in longitudine que sint b. c. d. e. Sintque dicta a numeris quorum quisque precedens sit tetragonum latus proximo sequentis: ut si b. sit 2. c. 4. d. 16. e. vero 256. ad has autem lineas rationales in longitudine adiungatur superficies equalis a. eruntque secunda latera singularum rationalia in longitudine per 16. ut secundum latus b. 2. et dimidium: secundum c. unum et quartum: secundum vero d. una quarta et una 16. at vero superficies e. secundum latus erit una 64. et una 256. Sit ergo f. tetragonum latus b. g. vero sit tetragonum latus secundi lateris superficiem b. eritque per premissum antecedens ut ex f. i. g. sit a. Rursus sit h. tetragonum latus secundi lateris c. k. quoque sit tetragonum latus h. eritque per predictum antecedens ut ex b. in h. sit a. et ex f. in k. sit tetragonum latus a. quod sit l. ¶ Sit iterum m. tetragonum latus scilicet lateris superficiem d. sed cum n. sit tetragonum latus m. et p. tetragonum n. eritque p. predictum antequam ut ex c. in m. fiat a. et ex b. in n. l. et ex f. in p. tetragonum latus l. quod sit q. Amplius autem sit r. tetragonum latus lateris secundi superficiem e. sit quoque s. tetragonum r. et t. s. sit u. tetragonum t. ¶ Sequiturque per dictum antecedens ut ex d. in r. fiat a. et ex c. in s. l. et ex b. in t. sit q. et etiam ex f. in u. tetragonum latus q. quod sit x. et sic in infinitum. Dico ergo has lineas a. l. q. x. quarum a. est tanquam radicale principium esse irrationales

a. quidem in longitudine tantum; cetera vero in longitudine & in potentia. Et dico q. nulla earum conuenit cum alia in diffinitione vel ordine. ¶ Cum enim ex. f. in. g. & k. fiant. a. & l. erit. a. ad. l. sicut. g. ad. k. & quia vt patet ex dictis ypothesibus. g. & k. sunt incommensurabiles in longitudine & in potentia. sequitur et. vt. a. & l. sunt incommensurabiles in longitudine & in potentia. Eadem ratione. a. & q. & enim. a. ad. q. sicut. g. ad. p. & p. p. eandem cam et. a. & x. cum sint sicut. g. & u. Et hac via quoq. necesse est vt. l. & q. sint similiter incommensurabiles tam in longitudine q. in potentia. cum enim ex. f. in. k. & p. fiant. l. & q. erit. l. ad. q. vt. k. ad. p. at. k. & p. nec commensurabiles sunt in longitudine nec in potentia. Si enim sint erunt h. & n. commensurabiles. sed non sunt. at vero. l. & x. oportet esse vtroq. modo incommensurabiles; & enim. l. ad. x. sicut. k. ad. u. eo q. ex. f. in. k. & u. sunt. l. & x. Sunt aut. k. & u. vtroq. modo incommensurabiles. Sinaut accidet. d. & h. esse commensurabiles quod est inconueniens. q. vero & x. q. sunt quoq. incommensurabiles potentia & longitudine ex eo patet q. est. q. ad. x. sicut. p. ad. u. constat autem q. p. & n. sunt incommensurabiles. na si non erunt. n. & c. commensurabiles. ideoq. m. & s. sed non sunt. ¶ Manifestum est itaq. infinitas lineas irracionales esse in longitudine & in potentia incommensurabile: & ideo diffinitione & specie differentes produci ex linea. a. rationali in potentia tantum ¶ Restat autem nunc ostendere q. quacuq. irracionales linee ab aliqua linea rationali in potentia tantum hac via generantur: diuerse sunt ab omnibus tam in longitudine q. in potentia que a qualibet alia linea rationali in potentia tantum quadratum cuius ad quadratum prioris non sit sicut numeri quadrati ad numerum quadratum hac eadem via egrediuntur: hoc quoq. sic constat. ¶ Sint. a. & b. rationales in potentia tantum siue tetragonica latera duarum superficierum distinctarum. a numeris non quadratis. sitq. vt illi numeri non sint in proportionem aliquorum numerorum quadratorum: linee quoq. que procedunt hac via ab. a. sunt. c. d. e. & f. a. b. procedant. f. g. h. dico q. nulla ex lineis. c. d. e. communicat in longitudine vel potentia cum aliqua ex lineis. f. g. h. Cū. n. sint. c. & f. tetragonica latera. a. & b. at. d. & g. tetragonica latera. c. & f. e. & h. tetragonica. d. & g. nō ē possibile vt aliq. ex. c. d. e. cōicet cū sua cōpari ex. f. g. h. vel longitudine vel potentia. Si. n. alterutro modo cōicet. e. cum. h. sequitur vt. d. communicet. cum. g. & c. cum. f. quare & a. cū b. etiam in longitudine quod est contra ypothesim. Vniuersaliter autem verum est dicere quamlibet harum esse vtroq. modo incommensurabile cuilibet istarum. Dato namq. q. d. communicet cum h. etiam in potentia tantum sequitur vt. c. quoq. communicet cum. g. & a. cum. f. quod non est possibile. ¶ Attendere autem oportet q. cum dico latus lateris nihil aliud intelligo q. latus superficierum denominata a latere priori. vnde. tetragonici latus linee. a. voco lineam illam que potest in superficiem dictam a linea a. talis autem superficies est quam continet linea. a. & linea rationalis in longitudine dicta ab vno. Si ergo libet inuenire tetragonici latus cuius libet linee. Sit linea. a. cuius tetragonici latus volo inuenire. b. vero sit linea rationalis in longitudine dicta ab vnitatem & ipsa ē minima omnium linearum rationalium numeratarum ab integris. Medio loco proportionis inter eas sit. c. est igitur p. 16. sexti. c. tetragonici latus. a. I dem enim fit ex. a. in. b. & ex. c. in. f. At vero ex. a. in. b. sit superficies dicta ab. a. Quicquid enim a quolibet in vnum ducto producit ab eo qd vnum multiplicat denominat. Et nota q. cum. c. fuerit latus tetragonici linee a. indifferenter contingit lineam. c. esse maiorem linea. a. & minorem prout. b. etiam fuerit maior aut minor.



Liber undecimus Euclidis de corporibus in genere et specie iuxta optimam Campani translationem. Magistro Luca pacio de burgo Sancti Sepulchri Ordinis minorum. Calligatore diligentissimo. feliciter Incipit.



Super est quod longitudinem et latitudinem et altitudinem habet cuius termini sunt superficies. Linea erecta supra superficiem est que cum singulis sibi coterminantibus lineis in ea superficie expansis angulos rectos facit. Linea autem hec supra eam superficiem perpendicularis esse et ad eandem orthogonaliter insistere dicitur.

Intelligatur enim linea. a. b. exurgere supra planum: ita quod punctus. a. imaginetur in aere et. b. in plano et a puncto. b. ducantur plures linee in eodem plano

ut. b. c. b. d. et quotlibet alie. Si igitur ita fuerit quod linea. a. b. cum linea. b. c. et cum linea. b. d. et cum quolibet alia linea protracta a puncto. b. in plano illo angulum rectum contineat ipsa dicitur esse perpendicularis ad illam superficiem in qua protracte sunt hee linee videlicet. b. c. et. b. d. et alie cum quibus ipsa ponitur continere angulum rectum.

Superficies autem erecta super superficiem est quotiens puncto uno eodem linee que est communis terminus illarum superficierum due perpendiculares conterminales superstant que rectum continentes angulum in eisdem superficieribus site sunt.

Verbi gratia imaginemur superficiem. a. b. c. d. exurgere superficiem. h. o. c. d. e. f. i. a cere: et intelligamus lineam. c. d. esse communem terminum ambabus in ea itaque signet punctus. g. a quo ad lineam. c. d. extrahantur due linee perpendiculares una videlicet in superficie. c. d. e. f. i. sit. g. k. et alia in superficie. a. b. c. d. sit. g. h. si igitur angulus quem continent hee due linee perpendiculares videlicet. g. h. et. g. k. erit rectus superficies. a. b. c. d. dicitur orthogonaliter erecta super superficiem. c. d. e. f. i.

Superficies equidistantes sunt que in vtramlibet partem protracte non concurrent et si in infinitum producantur.

Intellectum est quod dicitur. Scire tamen debes quod omnes plane superficies aut sunt equidistantes ab invicem aut in omnem partem protracte concurrent alicubi et super rectam lineam se secabunt. Lineas autem rectas non est necessarium vel esse equidistantes vel in vtramque partem protractas concurrere. quippe que in eadem superficie non sunt nec equidistant ab invicem nec tamen quantumlibet protracte concurrent.

Equa corpora sunt atque similia quorum terminales superficies numero ac quantitate equeles unius creatiois sunt atque similes. Similia corpora sunt que similibus superficieribus numero equeles continent.

Si has duas diffinitiones de corporibus equalibus et similibus non intelligis ad diffinitionem similium superficierum positam in principio sexti recurre.

Corpus seratile dicitur quod quinque superficieribus quarum tres parallelograme sunt due vero triangule continetur.

Domus quatuor parietes equidistantes habenti tectum unico fastigio supremis duarum parietum lateribus equali et equidistanti superpositum seratilis corporis expressam similitudinem gerit.

Sphera est transitus arcus circuli a dimidio circuli quotiens sumpto vel supremo semicirculo lineaque diametri fixa do nec ad locum suum redeat arcus ipse circumducitur.

Super quamlibet lineam semicirculo descripto si linea illa fixa semicirculus tota revolutione circumducatur corpus quod describitur sphaera no

minatur cuius centrum constat esse centrum semicirculi circūducti.

Piramis laterata ē figura corporea quā continent superficies ab vna quāz relique sunt ad vñā oppositū punctū sursum erecte.

In omni laterata piramide cūctę superficies ipsam ambientes ab ipsius basi ad vñum punctum subleuantur qui conus piramidis dicitur suntq; oēs hee laterales superficies triangule: basis vero frequēter nō ē triangula.

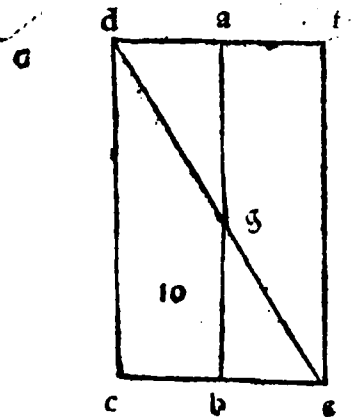
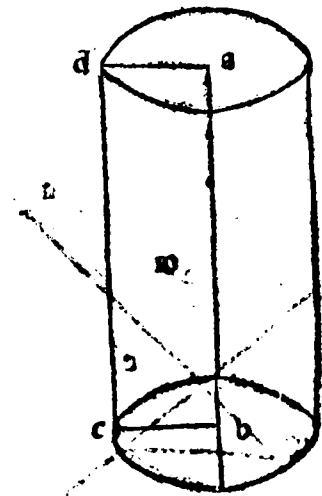
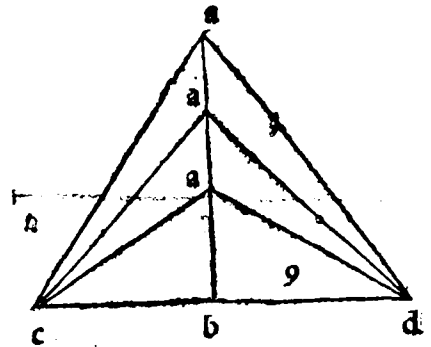
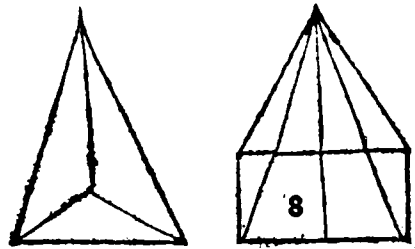
Piramis rotunda est figura solida: estq; transitus trianguli rectanguli alterutro suorum laterum rectum angulum continētiū fixo & donec vsq; ad locum vnde moueri cepit redeat triangulo ipso circūducto. **S**i autem latus fixum lateri circūducto fuerit equale erit figura rectangula. **S**i vero longius acutiangula. **S**i vero breuius obtusiangula erit. **A**xis autem ipsius figure est latus fixum. **B**asisq; sua circulus. **D**icitur autem figura hec piramis columnę rotundę.

Sit trigonus, a. b. c. rectum angulum habens qui sit. b. figaturq; alterutrum laterum ambiētium rectum angulum. b. sitq; latus quod figitur a. b. quo fixo circūducatur trigonus quousq; ad locum vnde moueri cepit redeat: corporea ergo figura que huius trigoni motu describitur rotunda piramis appellatur: cuius tres sunt differentie. Alia enim est rectangula alia acutiangula. Tertia obtusiangula. Et prima quidem est quādo latus. a. b. lateri. b. c. fuerit equale. Effe enim vt linea. b. c. cū rotatu trigoni peruenit ad situm lineę. b. d. ita q; punctus. c. cadat super punctum. d. fiatq; linea vna. hoc est vt ipsa tunc coniungatur situi a quo moueri cepit secundum rectitudinem: eritq; linea hic quasi. b. c. d. q; quia ex. 32. primi. 5. eiusdē angulus. c. a. b. est medieta recti erit angulus. c. a. d. rectus iōq; piramis hec dicitur rectangula. **S**i autē latus. a. b. sit longius latere. b. c. erit acutiangula: erit. n. tunc ex. 31. primi. 19. eiusdem angulus. c. a. b. minor medietate recti ideoq; totus angulus. c. a. d. est minor recto & acutus quare piramis acutiangula. **Q**uod si latus. a. b. fuerit breuius latere. b. c. erit angulus. c. a. b. maior medietate recti ex. 31. primi. 19. eiusdem & totus. c. a. d. q; eff duplus ad ipsum. c. a. b. maior recto & obtusus. igit & piramis conuenienter tunc dicitur obtusiangula. **A**xis autem huius piramidis dicitur linea. a. b. **B**asis vero eius circulus quem describit linea. c. b. super centrum. b. dicitur quoq; hec piramis columnę rotundę illius videlicet quam motu suo describeret parallelogramum proueniens ex. a. b. & b. c. latere. a. b. manente fixo.

Figura corporea rotunda cuius bases sunt circuli duo plani extremitatibus & crassitudine id est altitudine equales est transitus parallelogrami rectanguli latere rectum angulum continēte fixo ipsaq; superficies donec ad locum suum redeat circūducta diciturq; hec figura columna rotunda. **C**olumnę itaq; rotundę atq; spherę circuliq; vñum atq; idem est centrum.

Sit parallelogramum rectangulum. a. b. c. d. figaturq; latus. a. b. & eo fixo totū palellogramū quousq; ad locum suū cadat vel redeat circūducatur: corporea ergo figura huius parallelogrami motu descripta rotunda columna nominatur: cuius bases sunt duo circuli centrum est punctus b. alter vero est quem motu suo designat linea. d. a. & eius centrum est punctus. a. **A**xis autem huius columnę dicitur linea. a. b. que manet fixa in motu parallelogrami. **Q**uod si imaginati fuerimus parallelogramum a. b. c. d. cum peruenit rotatu suo ad situm. a. b. e. f. coniungi situi a quo moueri cepit secundum continuitatem superficiē plane: vt scilicet totū sit vñum parallelogramum. d. c. e. f. & protraximus in eo diametrum. d. e. erit quoq; diameter. d. c. diameter columnę. **Q**uod autem dicitur columnę & spherę & circuli idem esse centrum: intelligi debet cum horum vna est eadēq; diameter. Verbi gratia diximus enim q; d. e. est diameter istius colūne. Spherā igit atq; circulū quoz diameter ē linea. d. e. necesse est idē centz hēre cū centro pposite colūne. Sit. n. vt linea. d. e. fecit lineā

n. iiii



a. b. in puncto. g. eritq. g. centrum colūne: diuidit enim axem columnę equalia & diametrum columnę per equalia quod patet per .26. primi nā anguli qui sunt ad .g. sunt equalis ex .15. primi & anguli qui sunt ad .a. & b. recti ex ypothesi: linea quoq. a. d. est equalis lineę .b. e. itaq. d. g. ē equalis. e. g. & a. g. equalis. g. b. cunq. anguli. c. f. sunt recti si super punctum. g. secundum spaciū. d. g. ac sup lineā. d. e. circulus describat trāsit ex cōuerſa prime ptis. 30. tertii p puncta. c. f. itaq. punctum .g. est centz circuli cuius diameter est diameter colūne. ideoq. & sphere: quare māifestum est omni parallelogramo rectangulo circulum omniq. columnę rotunde spheram esse circūscriptibiles. Sicq. patet q. voluit istud theorema.

¶ Angulus corporeus siue solidus est quem continent anguli plani plures q̄ duo qui non in vna superficie siti ad vnum punctum angularem conueniunt.

¶ Duo anguli plani angulum solidum perficere nequeunt sicut nec due recte lineę nequeūt superficiem claudere, Angulos quoq. planos solidum angulum continentis in eadem superficie non conuenit esse sitos sed in diuersis quemadmodum duas rectas lineas planum perficientes angulum non conuenit sibi inuicem secundum situm rectitudinis applicari.

¶ Similes sunt figure corporeę rotunde siue sint colūne siue earū piramides quaz axes diametris suaz basiū sunt pportionales.

¶ Propositis enim duabus piramidibus rotundis aut duabus columnis rotundis si fuerit pportio axis vnius earum ad diametrum sue basis sicut axis alterius ad diametrum sue basis ille due columnę aut piramides similes adinuicem esse dicuntur.

Castigator.

¶ Ista diffinitio equalium atq. similium corporum &c. p̄supponit quędam corpora esse equalia & non similia & sunt illa quorum terminales superficies numero & quantitate vniusq. creationis. sed nō similes vt sunt superficies equidistantium laterum & rectorum angulorum in solido parallelogramo cuius lineę angulares sunt supra superficiem orthogonaliter erectę & in illo cuius lineę angulares non sunt orthogonaliter erectę que dam sunt eiusdem altitudinis sunt equalia si in equis basibus vt dicitur infra. 32. & 33. huius Et tamen non sunt similia a diffi. similium superficie rum in principio sexti posita. Quedam sunt similia & non equalia vt in eisdem parallelogramis inequalis altitudinis. Et sic dicendum est de aliis infinitis. quędā sunt equalia & similia simul vt ex te elicere potes &c.

Propositio .1.

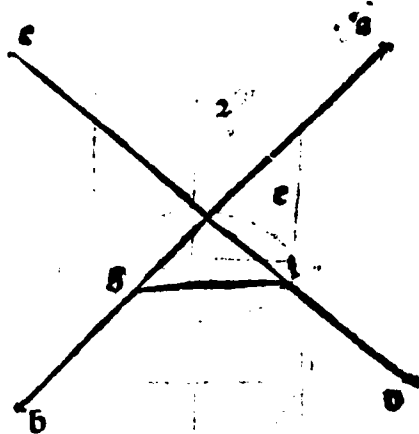
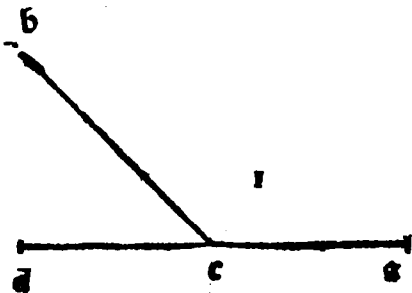
¶ Inee recte partem esse in plano & partem in sublimi est impossibile.

¶ Sit linea .a. b. recta dico quod non est possibile vt pars eius sit in plano & pars sursum eleuata. si enim est possibile sit pars eius que est .a. c. sita in plano & pars eius que est .c. b. in sublimi posita & protrahatur directe .a. c. i plano in quo ipsa sita est vsq. ad .d. eritq. vt vni eidemq. lineę que ē linea .a. c. due lineę penitus diuersę que sunt lineę .c. b. & .c. d. ex eadem parte directe adiciantur quod est impossibile ex .13. primi.

Propositio .2.

¶ Ines lineę due quarum altera alteram secat in vna superficie site sunt omnisq. triangulus in vna superficie totus consistit.

¶ Sint due lineę rectę .a. b. & .c. d. se inuicem secantes in puncto. e. dico eas esse i superficie vna totum. ¶ Signetur enim punctus. f. in. linea .c. d. & punctum .g. in linea .a. b. & ducatur linea. f. g. Quia igitur impossibile est partem trianguli. e. f. g. esse in plano & partē in sublimi quin etiam suarum terminalium linearum vnius aut plurium



pars similiter sit in plano. & pars similiter i sublimi cum de lineis hoc sit i possibile per premisam erit quoq; impossibile de triangulo. itaq; totus triangulus. e. f. g. est in superficie vna. Ex hac igitur secunda parte & premisa constat prima pars huius secunde propositionis.

Propositio .3.



Anium duarum superficierum seinuicem secantium communis sectio est linea recta.

¶ De planis superficiebus intellige & verum erit quod dicimur. Sint itaq; due superficies plane. a. b. & c. d. seinuicē sectantes dico quod earum communis sectio erit linea recta. Esto enim duo puncta .e. & .f. termini communis sectionis earum que continuatur per lineam rectam que sit .e. f. si igitur linea. e. f. est in vtraq; duarum superficierum. a. b. & c. d. constat propositū. at vero si in neutra aut si non in altera cum ambo puncta. e. & .f. sint in vtraq; superficierum. a. b. & c. d. in ea superficie in qua ipsa non fuerit protrahatur linea recta que sit. c. h. f. erunt igitur due recte linee. e. f. & c. h. f. habentes duos terminos communes quod est impossibile. sic enim due recte linee includerent superficiē quod ē cōtra petitionē ultimā pmi libri.

Propositio .4.



Si fuerit linea orthogonaliter ab incisione duarum linearum erecta intersecantium se ipsa ad eandē superficiem perpendicularis erit.

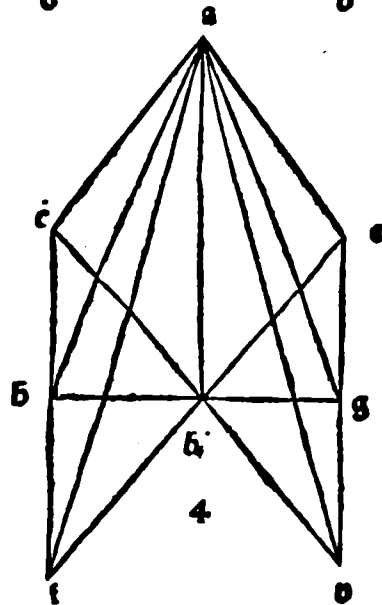
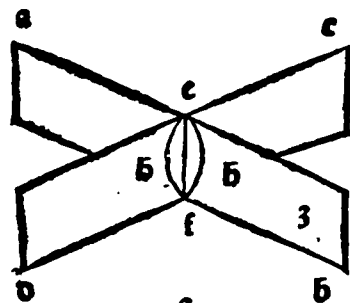
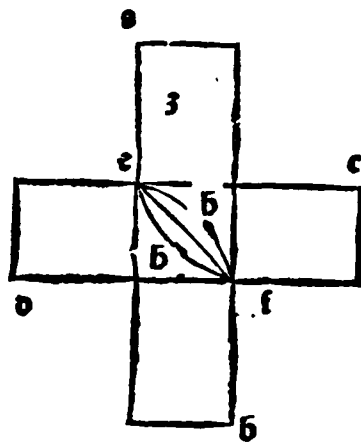
¶ Sit linea. a. b. orthogonaliter erecta super incisionem duarum linearum. c. d. & e. f. secantiū se in puncto. b. de quibus constat p̄ ān̄ premisam q̄ ipse sunt site in vna superficie dico q̄ linea. a. b. perpendicularis ē ad ipsas superficies. Sint. n. c. b. & f. b. d. equales at vero. f. b. & e. b. equales & p̄trahant linee. e. d. & c. f. que erūt equales p. 4. primi & equidistantes p. 27. eiusdē. Signato itaq; puncto aliquo i linea c. d. qui sit. g. ducaī linea. g. b. h. eritq; ex. 16. primi. e. g. equalis. f. h. igitur a puncto. a. vel quouis puncto linee. a. b. demittatur ypothemisaliter linee a. c. a. d. a. e. a. f. a. g. a. h. eritq; ex. 4. primi. a. c. equalis. a. d. & a. e. equalis. a. f. Item p. 8. eiusdem erit angulus. a. e. d. equalis angulo. a. f. c. ergo p. 4. ipsius erit. a. g. equalis. a. h. & ideoq; p. 8. eiusdem erit angulus. a. b. g. equalis angulo. a. b. h. quare ex diffinitione vterq; est rectus & linea. a. b. perpendicularis ad lineam. g. h. **¶** Simili quoq; mō p̄babis eādē esse p̄p̄dicularem ad oēs lineas protrahatas a puncto. b. in superficie duarum linearum c. d. & e. f. igitur ex diffinitione constat lineam. a. b. ēē p̄p̄dicularem ad superficiem in qua site sunt due line. c. d. & e. f. seinuicē secantes qd est p̄positū.

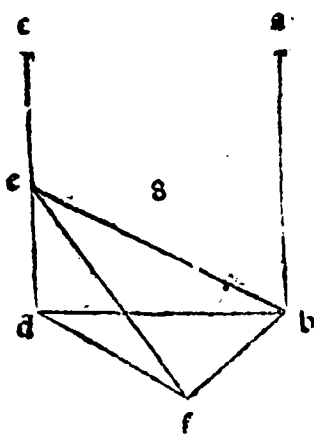
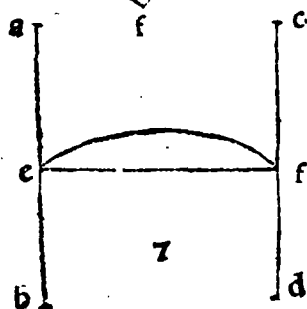
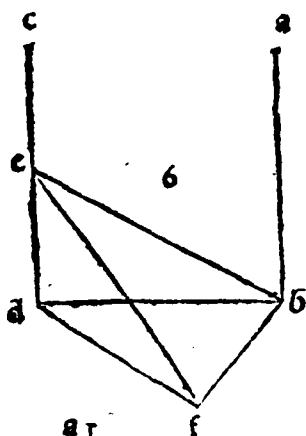
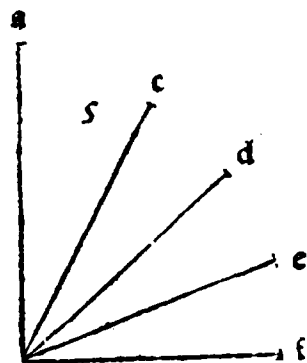
Propositio .5.



Si super tres lineas conterminales cōi earum termino erecta linea quedam orthogonaliter insistat eedem tres linee in vna superficie site erunt.

¶ Sit linea. a. b. orthogonaliter erecta super cōm terminum trium linearum. b. c. b. d. b. e. angulariter se cōtingentiū in puncto. b. quaz; nulla aliā directe applicetur quod idē est ac seinuicem secēt in puncto. b. p̄tracte. n. se secabunt dico q̄ tres linee. b. c. b. d. b. e. sunt in vna superficie site. **¶** Cōstat aut̄ de quibusq; eaz; duabus q̄ ipse sunt in vna superficie site p̄ scdā huius vel p̄ primam ptem. 1. huius. si igitur linea. b. d. nō fuerit in superficie duarum linearum. b. c. & b. e. sed ille due in plano; hec aut̄ in sublimi; erit vt hec superficies i qua site sunt due linee. a. b. & b. d. si p̄trahatur & p̄ illud quod notum est super quartā secet illam in qua site sunt. b. c. & b. e. eritq; p. 3. huius cōmunis earum sectio linea recta & ipsa sit. b. f. Quia igitur ex premisa linea. a. b. ē perpendicularis ad superficiem duarum linearum. b. c. & b. e. sequitur ex diffinitione vt ipsa sit perpendicularis ad lineam. b. f. quare angulus. a. b. f. est rectus cumq; etiam angulus. a. b. d. sit rectus ex ypothesi. sequitur impossibile videlicet partem suo toti esse equalem.





Propositio .6.



Si fuerint due linee super vnā superficiem perpendicularēs eas equidistantes esse necesse est.

Si sint due linee. a. b. c. d. perpendicularēs ad vnā superficiem dico eas esse equidistantes. **P**rotrahatur. n. linea. b. d. eruntq; ex diffinitione duo anguli. a. b. d. c. d. b. recti. **S**i igitur due linee. a. b. c. d. sint i superficie vna ipse sunt equidistantes per secundam partem. 18. primi. Iplas autem esse in superficie vna sic collige. a. puncto. b. super lineam. b. d. in plano cui perpendiculariter insistit. a. b. c. d. protrahe orthogonaliter lineam b. f. c. ex linea. c. d. sume. d. e. equalē. b. f. c. ptrahe lineas. e. b. c. e. f. c. d. f. erit igit duo latera. e. d. c. d. b. trianguli. e. d. b. equalia duobus lateribus. f. b. c. d. b. trianguli. f. d. b. c. angulus. e. d. b. equalis angulo. f. b. d. cū vterq; sit rectus. Itaq; per quartam primi lineā. b. e. est equalis lineē. d. f. itēq; cū duo latera. e. b. c. b. f. trianguli. e. b. f. sint equalia duobus lateribus. f. d. c. d. e. trianguli. f. d. e. c. b. f. basis. e. f. communis erit per. 8. primi angulus. e. b. f. equalis angulo. f. d. e. cū vterq; sit rectus. Quia igitur angulus. f. d. e. est rectus a diffinitione erit etiam angulus. e. b. f. rectus itaq; lineā. f. b. perpendiculariter eff erecta super communem terminum trium linearum. b. a. b. d. b. e. contingentium angulariter in pūcto. b. quare per premisam ipse sunt in superficie vna. Cum igitur ex prima parte huius scāde lineā c. d. sit in eadem superficie. cum vtraq; linearum. e. b. c. b. d. sequitur. a. b. c. d. esse in superficie vnā constat ergo propositum.

Propositio .7.



Si in duabus lineis equidistantibus duobus punctis signatis ab alte. ad alterum recta linea ducatur in qua superficie ille due linee site sunt eas quoq; in eandem sitam esse necessario cōprobat.

Si sint due linee. a. b. c. d. equidistantes de quibus constat per diffinitionem q; ipse sunt in superficie vna. In eis autem signentur duo puncta. e. f. c. producatu linea recta. e. f. dico itaq; lineam. e. f. esse sitam in superficie linearum. a. b. c. d. **S**i autem sit. e. f. in alia superficie vt in sublimi dependens que superficies si protrahatur secabit necesario superficiem i qua site sunt due linee. a. b. c. d. eritq; per. 3. huius cōis sectio earum linea recta eisdem punctis terminata quod est impossibile sic enim due recte linee concluderent superficiem.

Propositio .8.



Si in idem planum due recte linee equidistanter erigatur altera vero earum orthogonaliter sistat reliquam quoq; ad idem planum perpendiculari rem esse conueniet.

Hec est quasi conuersa sexte. Sint enim due linee. a. b. c. d. equidistantes c. sit earum altera vt. c. d. erecta perpendiculariter super superficiem quamlibet dico reliquam earum que ē. a. b. esse perpendicularē ad eandem superficiem. **F**iat enim prorsus eadē dispositio que in sexta ē. eritq; vt ibi vterq; duorum angulorum. e. d. b. c. f. b. e. rectus; primus quidem per positionem. secūsus autem per. 8. pmi quare per. 4. huius lineā. f. b. est perpendiculariter erecta super superficiem in qua sunt due linee. b. d. c. b. e. cūq; per premisam due linee. a. b. c. d. sint in eadem superficie cum duabus lineis. b. d. c. b. e. sequitur lineam. f. b. esse perpendiculariter erectam supra superficiem in qua est lineā. b. a. a diffinitione igitur erit angulus. f. b. a. rectus c. quia etiam angulus. d. b. a. est rectus per vltimam partem. 29. primi tsequitur per quartam huius lineam. a. b. esse perpendicularē ad superficiem in qua site sunt due linee. b. d. c. b. e. quare constat propositum.

Propositio .9.



Si duae lineae vni non in vna superficie equidistant eas quoque sibi inuicem equidistare necesse est.

Sit vtraque duarum linearum .a.b. & .c.d. equidistans lineae .e.f. nec sint omnes in superficie vna. dico quod eadem quoque sibi inuicem sunt equidistantes: de his quidem que sunt omnes in superficie vna probatum est per .30. primi. at vero de his que in vna superficie non sunt ut est hic .e.f. que intelligitur sursum erecta in sublimi. restat hoc loco probandum. Signetur itaque in ea punctus .g. a quo educantur due perpendiculares ad duas lineas .a.b. & .c.d. que sunt .g.h. & .g.k. eritque per .4. huius lineae .e.f. perpendicularis ad superficiem videlicet illam in qua sunt sitae duae lineae .g.h. & .g.k. itaque per praemissam bis assumpta vtraque illarum duarum linearum .a.b. & .c.d. perpendicularis est ad eandem superficiem videlicet ad illam in qua sitae sunt dictae duae lineae .g.h. & .g.k. Per sextam huius igitur ipsae sunt sibi inuicem equidistantes quod est propositum.

Propositio .10.



Si duae lineae se angulariter contingentes duabus aliis se contingentes sibi oppositis equidistantes fuerint non autem in superficie vna qui ab eis fiunt duo anguli equales sibi inuicem esse comprobantur.

Sint duae lineae .a.b. & .a.c. se angulariter contingentes in puncto .a. equidistantes aliis duabus que sunt .d.e. & .d.f. se quoque angulariter contingentibus in puncto .d. nec sint cum eis in superficie vna dico angulum .a.c.e. equalem angulo .d. Est enim linea .d.e. equalis lineae .a.b. cui ipsa posita est esse equidistans. & .d.f. equalis .a.c. cui et ipsa equidistare ponitur. Et ducantur lineae .d.a. & .e.b. & .f.c. eritque ex .33. primi bis assumpta vtraque duarum linearum .b.e. & .c.f. equalis & equidistans lineae .a.d. Per conceptionem igitur & praemissam eedem sunt equales & equidistantes sibi inuicem. & itaque per .33. primi denuo repetita duae lineae .b.c. & .e.f. sunt etiam equales & equidistantes inter se igitur per .8. primi constat propositum.

Propositio .11.



In aere in aere assignato ab eo ad datam superficiem perpendiculari ducere.

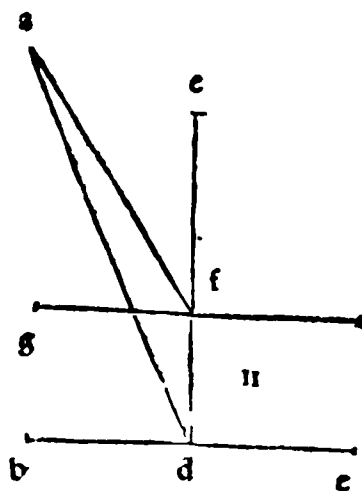
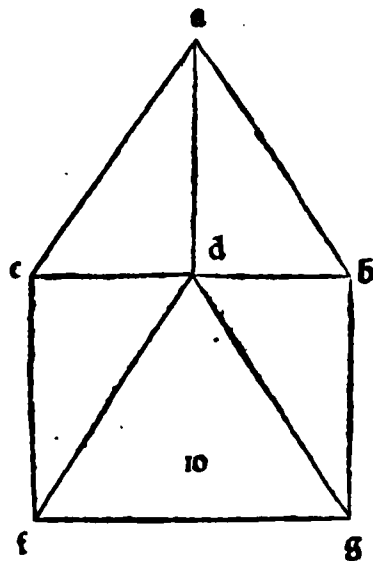
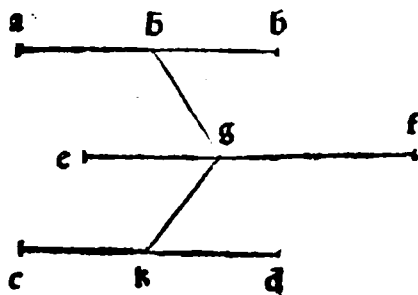
Sit punctus .a. sursum in aere a quo volumus ad superficiem subiacentem perpendicularem ducere: ducatur igitur in plano illo linea .b.c. utcumque contingerit ad quam ab ipso puncto .a. ducatur perpendicularis .a.d. secundum doctrinam .11. primi. Rursusque a puncto .d. in plano illo ad quod ducenda est perpendicularis a puncto .a. extrahatur linea .d.e. que sit perpendicularis ad lineam .b.c. ut docet .11. primi. Ad hanc quoniam linea .d.e. ducatur alia linea perpendicularis a puncto .a. que sit .a.f. hanc dico esse eam quam intendimus. Sit enim linea .f.g. equidistans lineae .b.c. & quia uterque duorum angulorum .b.d.a. & .b.d.f. est rectus erit ex quarta huius linea .b.d. perpendicularis ad superficiem in qua est triangulus .a.d.f. ideoque etiam per .8. huius erit linea .g.f. perpendicularis ad eandem superficiem. Igitur a definitione erit angulus .g.f.a. rectus: cumque etiam angulus .d.f.a. sit rectus sequitur ex quarta huius lineam .a.f. esse perpendicularem ad superficiem in qua sunt duae lineae .d.f. & .f.g. quod est propositum.

Propositio .12.

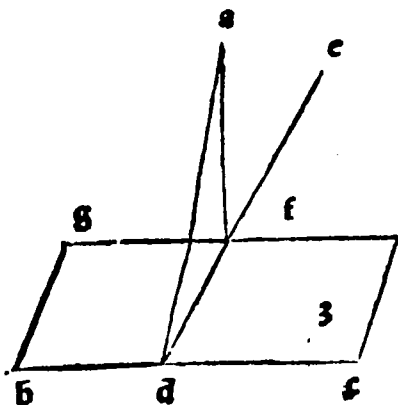


Superficie proposita punctoque in ea assignato ab eo puncto ad datam superficiem lineam orthogonaliter erigere.

Cum a puncto quolibet in superficie proposita assignato perpendicularem educere libuerit a quolibet puncto sursum in aere ad libitum posito ad eandem superficiem perpendicularem quocumque modo praemissa docuit demittere que si in assignatum punctum ceciderit ipsa est quam queris. Sinautem ab ipso assignato puncto ad demissam perpendicularem equidistantem ducito: itaque per .8. huius probabitur esse quam queris.



Propositio. 13.



**Eas líneas super punctum unū ad superficiē vnas
orthogonaliter insilire est impossibile**

Si enim possibile est vt due linee vni eadēq. superficies super punctum vnum perpendiculariter insistant superficies in qua ipse perpendicularares, site sunt intelligatur producti quousq. fecerit superficiem cui distet linee perpendiculariter insistant eritq. per. 3. huius communis earum sectio linea recta: quia ex diffinitione vtraq. illarum duarum perpendicularium cum cōmuni sectione continet angulum rectum sequitur vt angulus rectus sit pars anguli recti quod est impossibile. ¶ Quod modum autē demonstratum ē im- possibile esse ab vno eodem puncto extra superficiem duas lineas super punctum vnum ad eandem superficiem esse perpendicularares ita etiam de monstrabimus impossibile esse duas lineas ab vno eodēq. puncto extra superficiem signato ad eandem superficiem protrahās ad ipsam esse per- pendicularares. ¶ Si enim hoc fuerit ipse erunt equidistantes ex. 6. huius qd est impossibile ex diffinitione linearum equidistantium. ¶ Constat igit̃ ex hac q. si aliqua superficies plana aliam planam superficiem orthogona- liter fecerit ab aliquo puncto secantis superficiei ad superficiem sectam per pendicularis educatur: in communem earum sectionem eam cadere necesse ē. Alioquin ab eodem puncto secantis superficiei ad communem earum sectionem perpendicularis, protrahatur vt docet. 12. primi & a puncto in quo incidit cum cōmuni sectione alia perpendicularis ad eandem cōmuni sectionem in superficie secta educatur vt docet. 11. primi. Erig. ex dif- finitione superficiei super aliam superficiem orthogonaliter erecte angu- lus quem continēt hee due lineae perpendicularares rectus, quare per quartā huius prima harum duarum perpendicularium etiam est perpendicularis ad superficiem sectā. ergo ab vno pūcto protrahuntur due lineae perpendicularares ad eandem superficiem qd est impossibile: relinquatur itaq. ppositum nostrum.

Propofitio .14.



3 linea vna super duas superficies assignatas ob-
togonaliter insitit: ille due superficies si etiam
in infinitum in quacunque partem protrahantur
nunquam concurrent.

Posita enim linea vna duabus superficiebus ortho-
gonaliter insistere si possibile est superficies illas concurrere.

¶ In eorum cōi sectione que per .a. huius erit linea recta pūctusq. quocūq. modo signetur a quo due linee in illis duabus superficiebus ad lineā illā que ipsis perpēdiculariter supstat p̄trabantur : erit cōstimmus triangulus ex his duabus lineis & perpendiculari. ¶ Huius itaq. trianguli vterq. duorum angulorum qui super perpendicularē consistunt est rectus vt patet ex diffinitione linee supra superficiem perpendiculariter stantis hoc autē est impossibile per .32. primi.

Conuerſio quoqꝫ videlicet ſi ſuper duas ſuperficies equidiſtantes linea recta ceciderit que ad alteram earum perpendicularis ſit ipſa quoqꝫ perpendicularis erit ad reliquam.

¶ Positis enim duabus superficiibus equidistantibus intelligatur linea recta ambas penetrans que alteri earum perpendiculariter superstat: dico qd eadem linea relique superficiē perpendiculariter superstat. ¶ Sit enim superficies vna secans positas superficies equidistantes super lineam eas penetrantem eritq. communis sectio huius superficiē secantis & alterius sectorum videlicet illius cui linea penetrans ponitur perpendiculariter insisterē continens angulum rectum cum ipsa linea penetrante ex diffinitione linee perpendicularis ad superficiem. ¶ Si igitur alia communis sectio ipsius superficiē secantis & reliqua duarum sectorum cum eadem linea penetrante non contineat angulum rectum erit ex vltima propositione primi vt ille due communes sectiones in alterutra partem pro-

tracte necessario concurrant quare & superficies que posite sunt equidistantes necessario concurrent. Et quia hoc est impossibile erit ille angulus re-
ctus. Eodemq; modo erit de qualibet alia superficie eadem superficies eq-
uidistantes secante super eadem lineam: igitur ex quarta huius & ex ista. 14.
constat verum esse quod diximus.

Propositio .15.



Si fuerint due linee se contingentes angulariter eq-
uidistantes aliis duabus se angulariter contingentibus
non autem in superficie vna ab eisdem lineis
extente due superficies in nulla parte quantumcumq;
producantur possunt concurrere.

Sint due linee. a. b. & a. c. se angulariter contingentes
in puncto. a. equidistantes duabus lineis. d. e. & d. f. se angulariter contigē-
tibus in puncto. d. & nō sunt in superficie vna: dico earum superficies in quā-
cumq; pte nō quantumcumq; ptebantur nunq̄ concurrere. Protrahatur & n.
a puncto. d. per docet. s. huius perpendicularis ad superficiem duarum li-
nearum. a. b. & a. c. sitq; d. g. & a puncto. g. ducatur. g. h. equidistans .a. b. &
g. k. equidistans .a. c. critq; ex diffinitione vterq; duorū angulorum. d. g. h.
d. g. k. rectus & per. 9. erit linea. d. f. equidistans linee. g. k. & linea. d. e. equi-
distans linee. g. h. quare per vltimam partem. 29. primi vterq; duorū an-
gulorum. e. d. g. f. d. g. erit rectus: ideoq; per quartā huius linea. d. g. erit p-
pendicularis ad superficiem duarum linearum. d. e. & d. f. cumq; ipsa eadē
sit etiam ex ypothesi perpendicularis ad superficiem duarum linearum. a.
b. & a. c. igitur ex premissa liquet quod est propositum.

Propositio .16.



Si duas superficies equidistantes vna superficies
secet cōes earū sectiones equidistantes erunt.

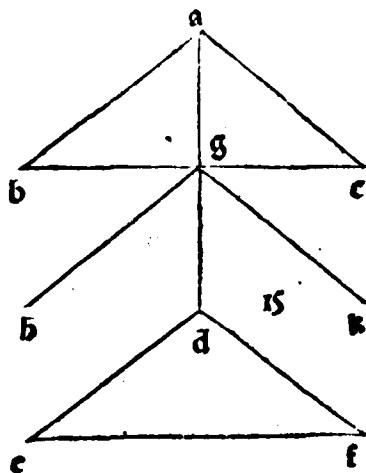
Constat equidem ex tertia q; vna superficie quascunq;
duas superficies equidistantes secante cōmunes earū sectio-
nes erunt due linee recte: que cū sint ambe sitae in superficie
secante. si ipse non fuerint equidistantes ponantur ad quod-
libet vnum punctum concurrere erit itaq; vt vnus atq; idem punctus sit
in vtraq; illarum duarū sectionum cōmuniū cūq; vna illarū cōmuniū
sectionum sit in vna duarum superficierū sectarū & reliqua in altera. sequi-
tur superficies illas que posite sunt esse equidistantes concurrere. hoc autē
impossibile est. Erunt igitur cōes earum sectiones equidistantes quod est
propositum. **E**x hac & premissa potes elicere conclusionem vnā simi-
lem. 30. primi videlicet istā. Si fuerint due superficies vni equidistan-
tes ipse quoq; erunt adinuicem equidistantes. Positis enim tribus superfi-
ciebus quarum vtraq; duarum extremarum equidistat medie dico q; ne-
cesse est ipsas extremas equidistare adinuicem. Secantur omnes ille tres su-
perficies duabus superficieribus se quoq; inuicem secantibus eruntq; ex hac
36. cōes sectiones duarum extremarū superficierū equidistantes sectionibus
medie: quare ex. 30. primi ipse etiam sectiones duarum extremarum sup-
ficerum erunt equidistantes adinuicem. Et quia ipse contingunt se in cō-
muni sectione duarum superficierum tres positas superficies secantium ex
premissa euidenter constat quod diximus

Propositio .17.



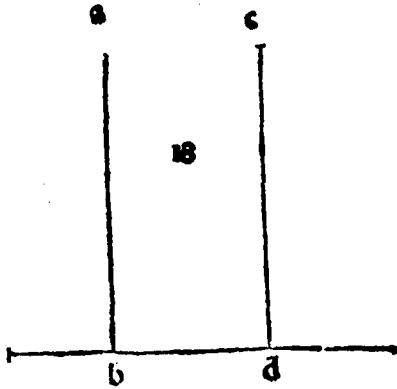
Si superficies tres vel plures equidistantes duas
rectas lineas seinuicem contingentes vel equidi-
stantes secant illarum linearum portiones propor-
tionales esse probantur.

Intelligentur enim due recte linee penetrantes quali-
tercumq; contigerit tres superficies equidistantes aut etiam
plures tribus. dico itaq; duas portiones illarum linearum inter quaslibet
duas superficies interceptas proportionales esse quibusque duabus inter
alias duas ex illis equidistantibus superficieribus interceptis. Coniungan-



tur enim due extremitates illarum duarum linearum ducta inter eas linea vna diagonaliter eritq; hec diagonalis cum vtraq; illarum duarum penetrantium superficies propositas in superficie vna illas equidistantes superficies positas secante. si ergo harum superficierum communes sectiones que premissam erant equidistantes cogitatione protraxeris ex prima parte feci de sexti constabit propositum.

Propositio .18.

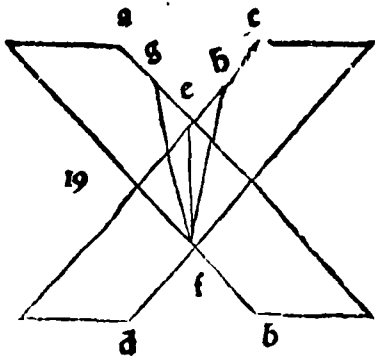


In superficie assignata orthogonaliter steterit linea: ois superficies a linea illa quouslibet ducta ad eadem assignata superficie erit orthogonaliter erecta. ¶ Sit enim linea .a. b. erecta perpendiculariter super assignatam superficiem & a linea .a. b. producatu superficies quorsum libuerit quam dico super propositam superficiem esse perpendiculariter erectam. ¶ Cum enim ipsa fecer superficies assignatam: erit earum communis sectio linea recta ex .3. huius. sitq; .b. d. in hac ergo cōi sectione signato puncto quolibet qui sit .d. extrahatur ab eo. in superficie que pducta est a linea .a. b. linea quedam perpendicularis ad lineam .b. d. que sit .d. c. eritq; ex secunda parte .18. primi linea .c. d. equidistans lineae .a. b. ideoq; ex .8. huius linea .c. d. est et perpendicularis ad superficiem propositam. ¶ Quia ergo hoc modo quelibet linea protracta orthogonaliter a quolibet puncto lineae .b. d. ad ipsam lineam .b. d. in ipsa superficie que producta est a linea .a. b. est perpendicularis ad propositam superficiem ex diffinitione superficiei supra superficiem orthogonaliter erecte constat verum esse quod propositum est.

Propositio .19.



Due superficies se inuicem secantes supra vnam superficiem erecte fuerint orthogonaliter cōis earum sectio ad eandem superficiem perpendicularis erit. ¶ Sint due superficies .a. b. & .c. d. se inuicem secantes erecte orthogonaliter super assignatam superficiem: sitq; cōis earum sectio linea recta .e. f. hanc dico esse perpendicularem ad assignatam superficiem. Alioquin a puncto .f. qui est communis terminus sectionum duarum superficierum se inuicem secantium. & tertie superficiei secte pducatur vna linea recta que sit .f. g. in superficie .a. b. perpendicularis ad superficiem assignatam. Itēq; ab eodem puncto ducatur alia perpendicularis ad eandem superficiem que sita sit in superficie .c. d. & ipsa sit .f. h. Erūt q; due lineae .f. g. & .f. h. orthogonaliter insistentes si per punctum vnum ad superficiem assignatam: hoc autem impossibile per .13. huius. ¶ Tales autē lineas posse protrahi a cūcto .f. in vtraq; duarum superficierum .a. b. & .c. d. cum .e. f. nō fuerit perpendicularis ad assignatam superficiem dubitare nō cōuenit. ¶ Intelligatur quidem linea .f. b. cōis sectio superficiei .a. b. & superficiei assignate. Et linea .f. d. superficiei .c. d. & superficiei assignate. Si igitur linea .e. f. fuerit perpendicularis ad vtranq; duarum linearum .f. b. & .f. d. ipsa etiam erit perpendicularis ad superficiem assignatam ex quarta huius. Si autem ad neutram sit .f. g. perpendicularis ad .f. b. & .f. h. perpendicularis ad .f. d. deinde a puncto .f. protrahe in superficie assignata vnā lineam perpendicularem ad lineam .f. b. que ex diffinitione superficiei super aliam superficiem orthogonaliter erecte cum linea .f. g. continebit angulum rectum: per quartam igitur huius erit linea .f. g. perpendicularis ad superficiem assignatam. ¶ Eodem quoq; modo protracta alia linea a puncto .f. in superficie assignata que sit perpendicularis ad lineam .f. d. sequetur ex diffinitione predicta & ex quarta huius lineam .f. h. esse perpendicularem ad superficiem assignatam quod est impossibile per .13. huius. ¶ Quod si consistere lineam .e. f. esse perpendicularem ad lineam .f. b. sed non ad lineam .f. d. sequetur modo consimili duas lineas .e. f. & .f. h. esse perpendiculares ad superficiem assignatam: quod nihil minus ē impossibile.



Propositio .20.



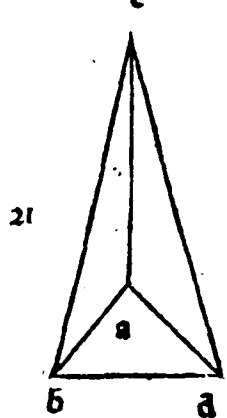
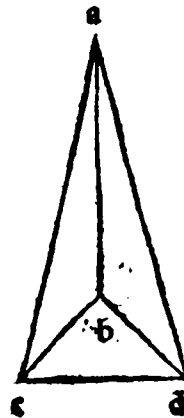
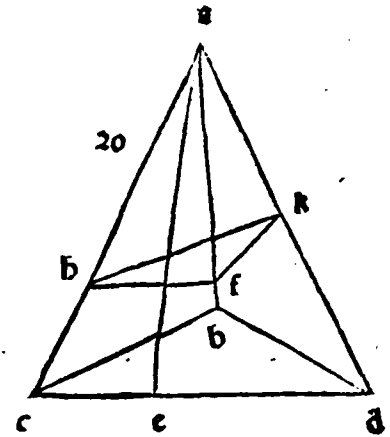
I tres anguli superficiales solidi angulus contineat illorum trium angulorum quique duo pariter accepti reliquo sunt maiores.

Sint tres linee .a.b.a.c.a.d. pyramidaliter erecte supra superficiem .b.c.d. continentes tres superficiales angulos ex quibus solidus perficitur angulus in puncto .a. dico quoslibet duos ex ipsis superficialibus angulis solidum angulum in puncto .a. constituentibus pariter acceptos tertio esse maiores. ¶ Si enim hi tres anguli superficiales fuerint sibi inuicem equales aut si duo tantum equales tertio existente minore utrobilibet duorum equalium: constat per eam scientiam verum esse quod dicitur. ¶ Quod si eorum vnus utrobilibet duorum reliquorum maior fuerit siue illi duo ponantur equales siue non equales adhuc constabit illum maiorem cum utrobilibet duorum reliquorum pariter acceptorum tertio esse maiorem. Sed et illos duos minores pariter acceptos hoc tertio qui maior utrobilibet ponitur esse maiorem sic collige. ¶ Esso .n. trium propositorum angulorum superficialium angulis .c.a.d. maior utrobilibet reliquorum duorum. Ex ipso ergo abscindam angulum .e.a.d. equalem angulo .b.a.d. protracta linea .a.e. Et sumatur ex hac linea .a.e. linea .a.g. et ex linea .a.b. lineam .a.f. quas ponam esse equales. Et protraham lineam a puncto .g. qualitercumque contingat in superficie duarum linearum .a.c. et .a.d. quousque iacet .a.c. in puncto .h. et .a.d. in puncto .k. et ipsa sit .h.g. .k. Et producam lineas .f.h. et .f.k. Cui sit igitur .a.f. equalis .a.g. posita .a.k. coi erit per quartam primi .f.k. equalis .k.g. Et quia ex .20. primi due linee .b.f. et .f.k. sunt maiores linea .b.k. erit per conceptionem .b.f. maior .h.g. ideoque per .25. primi cui sit linea .a.f. equalis linee .a.g. erit angulus .f.a.h. maior angulo .h.a.g. per conceptionem igitur constat duos angulos .h.a.f. et .a.k. pariter acceptos esse maiores angulo .b.a.k. quod erat demonstrandum.

Propositio .21.

Quoniam angulus solidus quatuor rectis angulis minor esse probatur.

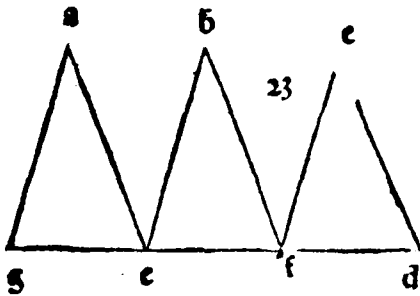
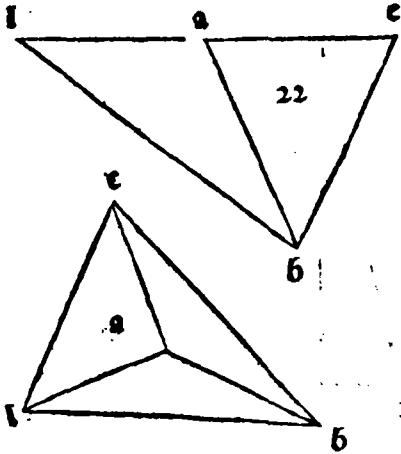
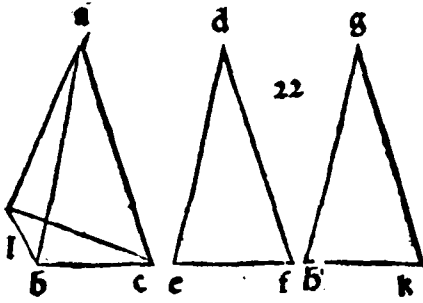
Anguli solidi quantitas ex angulorum superficialium ipsum solidum continentium quantitate determinatur: hec ergo .21. proportionaliter proponitur quoque quoslibet superficiales angulos solidum quolibet continentes pariter acceptos quatuor rectis angulis esse minores. ¶ Sit enim triangula pyramis .a.b.c.d. cuius supremus angulus cum possit esse quilibet suorum angulorum hic tamen sit .a. De quo dico quod tres superficiales anguli ipsum .a. continentes sunt minores quatuor rectis. ¶ Constat enim ex .32. primi .9. angulos trium triangulorum hanc pyramidem circumstantium et ipsi sunt .a.b.c.a.c.d.a.d.b. esse equales sex angulis rectis: de tribus autem angulis basis eius est triangulus .b.c.d. constat quoque per eadem quod ipsi sunt equales duobus rectis. ¶ Cum igitur sex anguli trium triangulorum predictorum hanc nostram pyramidem de cuius supremo angulo disputamus circumdantur: qui in sex anguli cum tribus angulis basis reliquos tres angulos solidos pyramidis continent: sunt ex premissa ter assumpta maiores tribus angulis basis sequitur ipsos sex angulos esse maiores duobus rectis. Ex noue igitur angulis trium triangulorum pyramidem circumdantium his sex angulis demptis erunt ex eadem scientia reliqui tres et ipsi sunt qui constituunt solidum angulum .a. minores .4. rectis. ¶ Si autem angulus .a. supremus in assumpta pyramide pluribus angulis superficialibus quam tribus contineat quod erit secundum multitudinem angulorum siue basis: cum igitur omnes anguli omnium triangulorum ipsam pyramidem circumdantium pariter accepti sint ex .32. primi tot rectis angulis equales quantum est numerus angulorum siue basis duplicatus: eo quod tot necesse est esse triangulos pyramidem circumdantes quot fuerint anguli siue basis. Cumque omnes anguli siue basis sint tot rectis angulis equales quantum est numerus angulorum siue basis duplicatus: demptis inde .4. ut in .32. primi demonstratum est. Cumque igitur omnes an-



21

21

21



guli triangulorum pyramidem circūdantium qui super latera basis ipsius pyramidis consistunt pariter accepti sint maiores omnibus angulis basis pariter acceptis vt euidenter constat ex premissa totiens quot angulos ba-
sis habuerit repetita adhuc necessario sequitur ex cōmuni scientia superfi-
cialis angulos solidum angulum a. continentes pariter acceptos esse mi-
nores quatuor rectis: eoinquam minores quo omnes anguli trigonōrū
pyramidem circūdantium qui super latera basis stant pyramidis consi-
stunt excedunt omnes angulos basis pariter acceptos.

Propositio .22:



Sint tres anguli superficiales quorum quilibet duo pa-
riter accepti tertio sint maiores cūctis sibi inuicē
equis lineis contineantur de tribus basibus angu-
los illos ab ipsarum linearum equalium terminis
subtendentibus triangulum substitui vel constitui
possibile est.

Sint tres superficiales anguli. $b.a.c.e.d.f.h.g.k.$ vt proponitur: tales
videlicet vt quicq. duo eorum tertio sint maiores. ¶ Sintq. sex latera eos
continentia equalia que sint. $a.b.a.c.d.e.d.f.g.h.g.k.$ ¶ Subtendantur eis
tres bases que sint. $b.c.e.f.h.k.$ ¶ Ex his ergo tribus basibus triangulum
aio constitui posse: ¶ Est enim angulus. $b.a.l.$ equalis angulo. $d.$
¶ Linea. $a.l.$ lineę. $d.e.$ ¶ Protrahantur. $l.b.l.c.$ eritq. ex. 4. primi linea. $l.b.$
equalis lineę. $e.f.$ Ex ypothesi vero constat totalem angulum. $a.$ esse ma-
iorem angulo. $g.$ erant. n. quicq. duo ex tribus angulis. $b.a.c.d.f.g.$ tertio
maiores. Igitur ex. 14. primi linea. $l.c.$ linea. $h.k.$ est maior. Cūq. sint ex
10. primi due lineę. $l.b.f.b.c.$ maiores linea. $l.c.$ sequitur datę lineę. $l.b.f.$
 $b.c.$ esse multo fortius maiores linea. $h.k.$ ¶ Quia igitur. $l.b.$ est equalis. $e.$
¶ erunt due lineę. $b.c.f.e.f.$ maiores linea. $h.k.$ Constat itaq. hoc modo
quasq. duas lineas ex tribus lineis. $b.c.e.f.h.k.$ esse longiores tertia. Igitur
ex. 22. primi cōstat verum esse quod dicitur. Hoc dūtaxat addito q. si duo
anguli. $b.a.f.c.d.$ pariter accepti sint equalēs duobus rectis. ¶ erūt due lineę
 $l.a.f.a.c.$ ex. 14. primi linea vnaque cum sit equalis ex ypothesi duabus
lineis. $g.h.f.g.k.$ que ex. 10. primi longiores sunt linea. $h.k.$ cūq. ex eadē
lineę due. $l.b.f.b.c.$ sint longiores linea. $l.c.$ sequitur vt prius. $b.c.f.e.f.$ pa-
riter acceptas esse longiores. $h.k.$ At hō si duo p̄dicti anguli sint maiores
duobus rectis. ¶ erūt ex. 11. primi due lineę. $a.l.f.a.c.$ idēq. ¶ due. $g.h.f.g.k.$
breviores duabus que sint. $l.b.f.b.c.$ quare vt prius. $b.c.f.e.f.$ pariter acce-
pte sint longiores linea. $h.k.$

Propositio .23.



Tribus angulis superficialibus propositis quorum
quicq. duo pariter accepti tertio sint maiores oēs
aut tres simul quatuor rectis angulis minores: ex
tribus illis equalibus qualescūq. sint solidum
angulum constituere.

Sint propositi tres anguli superficiales qui sunt. $a.b.c.$
de tribus illis equalibus volumus vnum solidum angulum constituere.
¶ Oportet igitur ex. 10. huius vt quicq. duo eorum pariter accepti tertio
sint maiores ¶ ex. 1. huius vt omnes pariter accepti quatuor rectis angu-
lis sint minores ex ipsis itaq. sint hec posita: latera vero eos continentia cū
ēta ad inuicem sint equalia eisq. subtendantur tres bases ¶ ipse sint. $d.e.e.f.$
¶ $f.f.d.$ eritq. ex premissa possibile de tribus lineis his basibus equalibus trian-
gulum constitui ¶ Sit igitur ex eis constitutus secundum doctrinam. 22.
primi triangulus. $d.e.f.$ cui sicut docuit quinta quarti circūscribatur circū-
lus. $d.e.f.$ supra centz. $g.f.$ protrahatur. $g.d.g.e.g.f.f.$ cum sint ad inuicem
equales ex diffinitione circuli lateraq. tres p̄positos angulos ambiētia eq̄-
lia ex ypothesi necesse est vt earum quolibet quolibet illorum laterum
sit minor equalē autem aut maiorem esse ē impossibile. Si enim linea
exiens a centro. $g.$ ad circūferētiā circuli. $d.e.f.$ esset equalis alicui latez

a. d. a. e. b. e. b. f. c. f. c. d. sequeretur propterea que posita sunt annuente. 8. primi tres angulos. a. b. c. ppositos esse equales tribus angulis. d. g. e. e. g. f. f. g. d. cūq; hi tres sint equales quatuor rectis angulis vt facile patet ex. 13. protracta paulisper vna linearum exientium a centro ad circūferentiam in continuum et directum essent et tres anguli. a. b. c. equales et quatuor rectis quod est contra posita. ¶ Quod si esset maior superpositis tribus tri angulis quorum sunt anguli. a. b. c. tribus triangulis diuidentibus triangulum. d. e. f. vnoquoq; illi cum quo comunicat in basi ita q; bases superponantur basibus equales videlicet equalibus et anguli. a. b. c. cadant ad partem puncti. g. sequeretur ex. 11. primi tres angulos. a. b. c. esse maiores tribus qui sunt. d. g. e. e. g. f. f. g. d. essent itaq; maiores quatuor rectis quod est amplius contrarium positis. ¶ Reliquitur itaq; vnum quodq; ex sex lateribus tres propositos angulos ambientibus maius esse lineam egrediente a centro. g. ad circūferentiam. d. e. f. ideoq; et potentius. ¶ Sit igitur potentius in linea. g. h. que sit secundum. n. huius orthogonaliter erecta super superficiem trianguli vel circuli. d. e. f. Demittanturq; tres ypothemise. h. d. h. e. h. f. quas dico continere angulos tres superficiales equales tribus ppositis constituentes angulum solidum in puncto. h. Cum enim quadratum linee. a. d. sit equale duobus quadratis duarum linearum. d. g. et. g. h. ex ypothesi. At quadratum linee. d. h. sit egle eidem ex penultima primi necesse est lineā. a. d. esse equalem linee. d. h. Eodēq; modo et lineā. a. e. linee. e. h. igit ex. 8. primi a cū bases et sint egles erit angulus. a. egles angulo. d. h. e. Si militer quoq; erit angulus. b. equalis angulo. e. h. f. et angulus. c. equalis angulo. f. h. d. quare constat factum esse quod facere disposuimus.

Castigator.

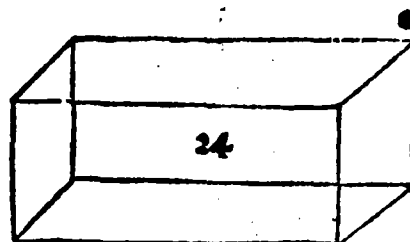
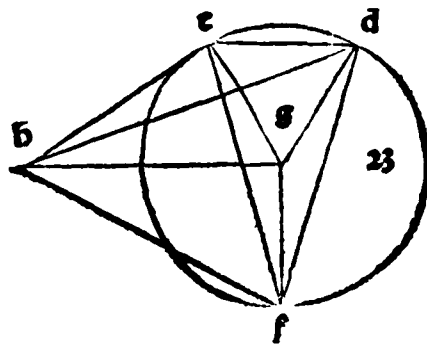
a ¶ Quia cum triangulus. d. e. f. sit constitutus ex tribus lineis equalibus illis tribus basibus presupponitur latus. e. d. huius trianguli. d. e. f. esse equalē illi basi. d. e. subtense angulo. a. Et ideo p. 8. primi concludit de angulis.

Propositio 24.

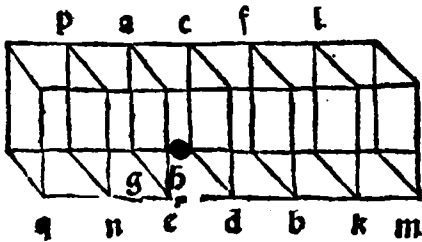


¶ Superficiebus equidistantibus solidus contineatur eius opposite superficies sibi inuices equales sunt et equidistantium lateri vni.

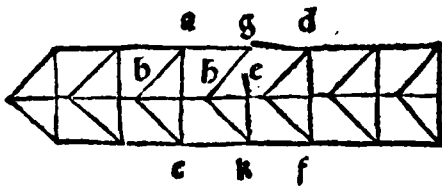
¶ Quicquid dicant alii solidum equidistantibus superficiebus contentum superficiebus paribus necesse est contineri que sicut esse non possunt pauciores sex ita possunt esse in omni numero pari senarium excedere. ¶ Constat enim columnā exagonam posse. 8. superficiebus que bine et bine opposite sibi inuicem equidistant contineri: sic quoq; octogonam. 10. et decagonam. 12. et ad istarum similitudinem in infinitum. ¶ Sed horum omnium solidorum equidistantibus superficiebus contentorum que infinita esse pronundo solum illud dicitur parallelogrammum cuius omnes superficies ipsam ambientes parallelograme sunt et istud sex superficiebus duntaxat necesse est ambiri. De tali itaq; quod sex tantum superficiebus ambitur dico debere intelligi q; hec. 24. proponit. Sit igitur tale solidum corpus. a. b. cuius omnino superficies sic vt solido habitu mente comprehendat; patebitq; tibi vnāquāq; earū quatuor ex reliquis secare. Cuius quatuor latera cum sint communes sectiones ipsius secantis et quatuor sectarum. Sint autem ille quatuor secte bine et bine secundum q; ad inuicem opponuntur equidistantes ex ypothesi sequitur ex. 16. bis assumpta vt quatuor latera huius superficiei secantis et quatuor sectarum sint ad inuicem bina et bina equidistantia. Constat itaq; secundum. ¶ At vero ex. 34. primi manifestum est omnia latera opposita istarum sex superficierum esse equalia. ¶ Erunt igitur bina latera angulum planum continentia cuiusq; earum equalia binis lateribus angulum planum in superficie sibi opposita continentibus Anguli quoq; ab illis binis et binis lateribus cōtenti egles p. 10. huius igit ex cōuersa penultime cōis scie in primo libro posite necesse est quiaq; duas superficies in solido. a. b. oppositas esse sibi inuicē equales quod est ppositum.



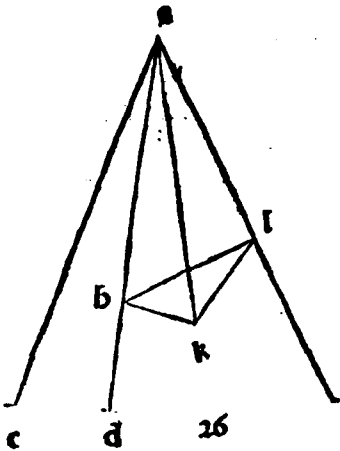
6.



25



25



26

Propositio .25.



3 superficies quedam secet solidum parallelogrammum equidistanter duabus ipsius solidi superficiebus oppositis duo partialia corpora que ad illam secantem superficiem velut ad communem terminum copulantur suis basibus sunt proportionalia.

Sit corpus .a.b. solidum parallelogrammum & secet ipm superficies .c.d. equidistanter duabus eius oppositis superficiebus que sunt a.e. & f.b. & sit superficies .g.b. basis ipsius solidi .a.b. de qua constat p premissam q ipsa sit equidistantium laterum. Et sit communis sectio duarum superficieum .c.d. & g.b. linea .h.d. de qua constat per .3. huius q ipsa sit linea recta & per .16. huius q ipsa sit equidistans .g.e. ideoz sunt due superficies .g.d. & h.b. equidistantium laterum & ipse sunt bases duorum partialium corporum in que superficies .c.d. diuidit solidum .a.b. Dico itaq; q proportio solidi .a.d. ad solidum .b.c. sicut basis .g.d. ad basim .h.b. Protrahantur enim vtrinq; quantum libuerit. quatuor linee penetrantes sup superficiem .c.d. super eius angulos & ipse sunt .a.f. & e.b. cum duabus reliquis sibi equidistantibus. Sumanturq; ex eis omnibus portiones ex parte puncti .b. quot libuerit que ponantur singule equales linee .b.d. & ex parte puncti .e. alie similiter quot libuerit que ponantur equales linee .e.d. sup quas vtrinq; constituentur solida parallelogramma secundum suarum longitudinem exigentium. Sintq; ex pte puncti .b. solida .f.k. & l.m. & ex parte puncti .e. solida .a.n. & q.p. Eritq; ex diffinitione corporum equalium atq; similium vnum quoddam solidum .f.k. & l.m. equale solidum .e.b. & vnu quoddam .a.n. & q.p. est equale .a.d. Fiat igitur argumentum quemadmodum in prima secti. Est enim solidum .c.m. ita multiplex solidi .b.c. sic basis .h.m. basis .h.b. & solidum .q.c. ita multiplex solidi .a.d. sic basis q. b. basis .g.d. & si basis .h.m. est equalis basi .q.b. solidum .e.m. est equale solidum .q.c. ex diffinitione corporum equalium atq; similium & si basis est minor basi & solidum est minus solidum & si maior maius quod patet ex diffinitione eadem resecata maiori basi ad equalitatem minoris & descripto super eam solido parallelogrammo. itaq; ex diffinitione incotinue proportionalitatis proportio solidi .a.d. ad solidum .e.b. sicut basis .g.d. ad basim .h.b. quod est propositum. **Q**uod si superficies aliqua secet corpus seratile equidistanter duabus eius triangularibus superficiebus oppositis duo partialia corpora que ad illam secantem superficiem velut ad comunem terminum copulantur suis basibus erunt proportionalia. **S**it enim .a.f. corpus seratile cuius sint due trigone superficies .a.b.c.d.e.f. Constat igitur ex diffinitione seratilis vnaquaq; trium superficieum que sunt .a.b.d. e.b.c.e.f. a.c.d.f. esse parallelogrammum. Secet igitur superficies .g.h. istud seratile equidistanter duabus eius oppositis superficiebus que sunt .a.b.c.d.e.f. dico q; proportio seratilis .a.k. ad seratile .g.f. est sicut basis .a.k. ad basim .g.f. quod sicut de solidis parallelogrammis probatur. Protractis enim in vtrinq; partem lineis .a.d. b.e.c.f. factisq; inter eas ex parte puncti .e. seratilibus equalibus seratili .g.f. & ex parte puncti .b. aliis equalibus seratili .a.k. vtrinq; quouis numero ex diffinitione incotinue proportionalitatis. si cum ista vigili mente perlustras non erit tibi difficile concludere qd diximus.

Propositio .26.



Et per datum punctum date linee angulo solido proposito equalem angulum solidum constituere. **S**olidus angulus propositus sit .a. qui contineat tribus lineis .a.b.a.c.a.d. tres superficiales angulos ipsi solidum perficientes continentibus cui super punctum .e. linee .e.f. propoite que ad libitum pponentis iaceat: aut in sublimi confurgat iubemur equalem angulum solidum constituere qualiscumq; sit situs linee .e.f. a puncto .g. vbiuq; volueris signatos: producto linea .g.e. erunt q; ex secda huius due linee .e.f. & g.e. in superficie vna. In hac itaq; superficie

super punctum. e. datum in assignata linea secundum consilium .13. pmi
constitue angulum eglem angulo. b. a. c. & ipse sit. f. e. g. dehinc ex linea.
a. d. absconde linea. a. b. sicut volueris & a puncto. h. producto ppendicv
larem. b. k. ad superficiem in qua sunt due linee. a. b. & a. c. quod qualiter
faciendum sit. n. huius docuit. Nec sit igitur tibi cura de pñcto. k. Nihil. n.
refert vtz ppendicularis. h. k. occurrat supfici in qua sunt due linee. a. b.
& a. c. inter ipsas lines aut extra aut in eaz altera ducto tñ lineam. a. k.
positoq. puncto. l. in linea. a. b. vbiq. volueris ptrahe lineas. k. l. & l. h. &
pone angulum. f. e. m. in superficie lineaz. e. f. & e. g. equalem angulo. b. a.
k. & lineam. e. m. equalē lineē. a. k. & ex linea. e. f. sume lineam. e. p. equa
lem lineē. a. l. & a puncto. m. educ lineā. m. n. ppendicularem ad superfi
ciem in qua sunt due lineē. e. f. & e. g. & pone eam equalē. b. k. & protra
he lineas. e. n. n. p. & p. m. dico igitur tres lineas. e. f. e. g. e. n. continere an
gulum solidū in puncto. e. equalē angulo. a. pposito. Cum sint enim ex
ypothesi duo latera. a. k. & k. h. trianguli. a. k. b. equalia duobus lateribus
e. m. & m. n. trianguli. e. m. n. & anguli qui sunt ad. k. & ad. m. recti ex dif
finitione lineē ppendiculariter erecte supra superficiem. Erunt ex quar
ta primi due lineē. a. b. & e. n. equales. Per eandem quoq. erunt due lineē
k. l. & m. p. equales. Ideoq. et p eandem. h. l. & n. p. equales cum sint. b.
k. & k. l. equales. m. n. & m. p. & anguli. b. k. l. & n. m. p. recti p. 8. igitur pñ
mi erit angulus. n. e. p. equalis angulo. h. a. l. ¶ Simili quoq. mō probabis
angulum. g. e. n. esse equalē angulo. c. a. d. Constat itaq. nos efficisse quod
volumus. Huic si studiosus insisteris quocūq. lateribus. a. solidus angu
lus ppositus cōtineatur quod a te petis sine offēdiculo perficere poteris.

Castigator.

a ¶ Non mireris de puncto. g. si ad libitum ponatur & linea. g. e. ptraha
tur hoc. n. sit vt habeatur superficies ex secunda huius in qua angulus sup
ficialis situetur & c. etiam per primam huius si pñtus. g. directe obuiaret
pñcto. e. nūc fieret linea vna q̄ tota ē in eodē plano sue i eadē supficie.

Propositio .27



¶ Per assignatam lineam dato solido equidistan
tium superficierum simile solidum constituere.

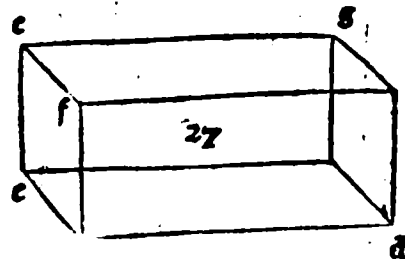
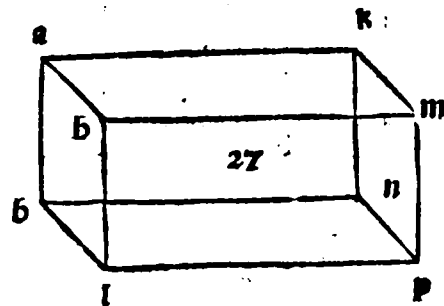
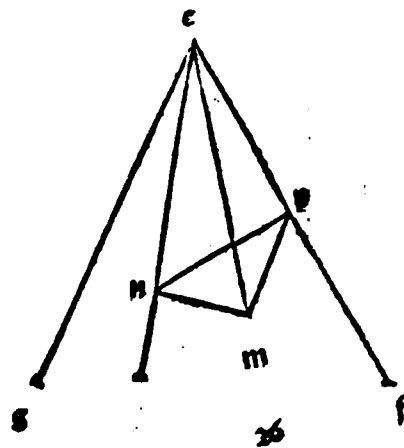
¶ Sit assignata linea. a. b. de cuius situ vtrum in plano
iaceat vel sursum exurgat nihil curetur sitq. assignatum
parallelogramum solidum corpus. c. d. cui super lineam
a. b. inbemur simile solidum fabricare. Sint igitur tres li
nee continentes superficiales angulos ex quibus componitur solidus an
gulus. c. inscripte litteris. c. e. c. f. c. g. At secundum precepta premisse super
punctum. a. lineē. a. b. constituantur angulus solidus equalis. c. quem con
tineant tres lineē. a. b. a. h. a. k. & auxilio. 10. sexti sit proportio. c. e. ad. a. b.
& c. f. ad. a. h. & g. c. ad. a. k. proportio vna. Dehinc a tribus punctis. b. h.
k. protrahantur sex lineē. h. l. equidistans lineē. a. b. & h. m. equidistans li
neē. a. k. iterum. b. l. equidistans lineē. a. h. & b. n. equidistans lineē. a. k.
¶ Rursus quoq. k. n. equidistans. a. b. & k. m. equidistans a. h. Amplius
autem protrahantur. m. p. equidistans. h. l. & p. l. equidistans. b. m. pro
trahatur quoq. & linea. p. n. eritq. completum solidum parallelogramum
a. p. quod dico esse simile solido. c. d. Hoc autem ex diffinitione similiū
superficierum & diffinitione similium corporum si earum memineris
facile concludes.

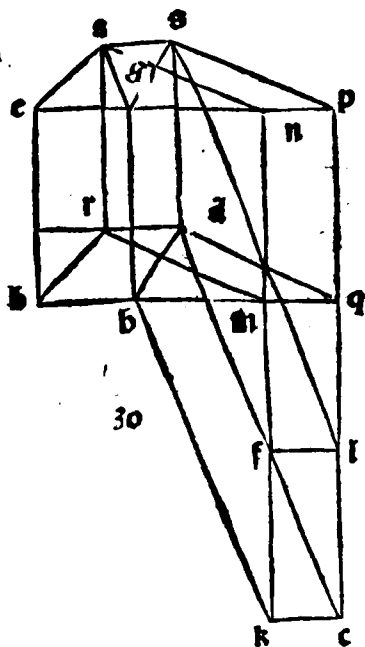
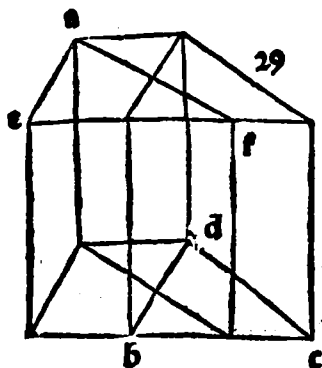
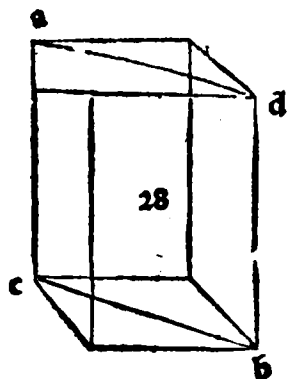
Propositio 28.



¶ Superficies aliqua solidum parallelogramum su
per duas quaslibet oppositas superficies eius ter
minales & super earum duas diametros sciet cā
dem supficie. corpus illud p eqla secare necesse est.

¶ Sit corpus. a. b. solidum parallelogramum de quo sit
positū q̄ superficies. a. b. c. d. sciet ipsum sup diametros duaz
superficies. oppositas solidum ipm terminantiū que sunt. a. d. & c. b. dico





¶ ipsa diuidit istud solidum propositum per equalia. Cōstat enim q̄ ipsa diuidit illud solidum in duo seratilia quorum superficies quadrilateras binas & binas adinuicem relatas secundum q̄ ipse sunt opposita latera solidi propositi manifestum est ex. 24. huius eē equalis cum solidum de quo loquimur positum sit esse parallelogramum. Ex eadem quoq; &. 41. p̄mi constat trilateras superficies dictorum seratiliū e se equalis. ¶ Igitur a diffinitione solidorum equalium liquet quod propositum est.

Castigator.

2 ¶ Quia triangulus formatur sup̄ vnum latus superficieꝝ oppositarum & super idem formatur eadē superficies opposita. Et ideo per. 41. sunt equeles dicti trianguli quoniam sunt medietates illarum superficierum per communem scientiam. 7. in primo libro.

Propositio. 29.



¶ Incta solida equidistantium superficierum eque alta atq; in eadem basi super vnam lineam constituta probantur esse equalia.

¶ Verum est q̄ solida equidistantium laterum eque alta siue inter superficies equidistantes super vnam & eandem basim constituta si ne adinuicē eque sicut de superficiebus equidistantium lateꝝ sup̄ vnam basim & inter lineas equidistantes constitutis vt in. 35. primi demonstratum est. Sed talium solidorum quedam dicuntur constitui super lineam vnam & sunt illa quoꝝ sup̄remaz sup̄ficierum duo opposita latera sunt p̄m rectitudinem protracta linea vna & de talibus hec. 29. proponit demonstrandum ipsa omnia esse equalia adinuicem. Sunt autē eoꝝ alia que non dicuntur constituta sup̄ lineam vnam & sunt illa quoꝝ sup̄remaz sup̄ficieꝝ duo latera opposita quecuq; sumantur p̄m rectitudinem p̄tracta nō sunt linea vna & de talibus sequēs demonstrandum p̄ponet ipsa quoq; oīa esse adinuicem equalia. ¶ Sint itaq; duo solida parallelograma eque alta siue inter superficies equidistantes. a. b. &. a. c. constituta super vnam basim que sit. a. d. quoꝝ sup̄reme superficies sint. e. b. &. f. c. Sintq; hāꝝ sup̄remarum superficies duo latera opposita cum secundum rectitudinem protrahantur linea vna & ipsa sint. e. f. &. b. c. dico itaq; q̄ solida. a. b. &. a. c. sunt equalia: hoc autē si figuram eius secundum q̄ oportet actu vel cogitatione fabricaueris & quemadmodū in. 35. primi b̄ processeris idem faciens hic de seratilibus quod ibi de triangulis facile concludere poteris occurruntq; tibi hic eedem diuersitates in solidis que ibi in superficiebus occurrise nouisti.

Castigator.

b ¶ Quoniam seratilia hic in que resoluntur ista duo solida parallelograma sunt omnia adinuicem equalia per diffi. corpoꝝ equalium atq; similitum & tunc per cōem scientiam quoꝝ dimidia sunt equalia tota quoq; equalia esse. quia illa seratilia semper sunt dimidia illorum parallelogramorum. I deo & cetera.

Propositio 30.



¶ Incta solida equidistantium superficierum eque alta que in eadem basi non autem super lineam vnam fuerint constituta probantur esse equalia.

¶ Sint nunc duo solida parallelograma eque alta siue inter superficies equidistantes sintq; super vnam & eandem basim sed non super lineam vnam constituta: dico iteq; ea eē equalia. ¶ Esto enim duo solida palelograma. a. b. &. a. c. eque alta siue inter superficies equidistantes constituta super vnam basim que sit. a. d. sed nō sup̄ vnā lineā: sintq; eoꝝ sup̄reme superficies. e. b. &. f. c. quāꝝ opposita latera p̄m rectitudinē p̄tracta non erūt lineavna. Cūq; ipsa ex ypothesi sint in vna sup̄ficie eo q̄ solida p̄posita sunt inter superficies equidistantes: necesse est vt duo latera vnius earum p̄tracta secundum rectitudinem fecent duo alterius eāꝝ p̄tracta p̄m rectitudinē: p̄trahantur itaq; duo

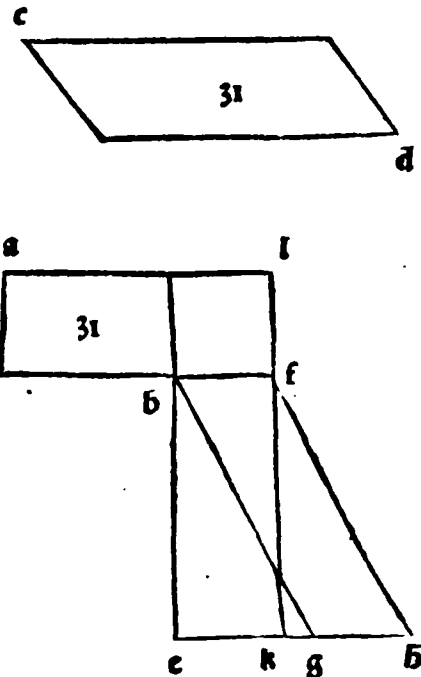
opposita latera superfici. e. b. que sunt. e. g. f. h. b. f. duo opposita superfici. f. c. que sunt. k. f. f. c. l. f. fecerit se super quatuor puncta. m. n. p. q. eritq. superficies. m. n. p. q. equidistantium laterum equalis unicuique trium superficierum quaz. vna est basis ppositis solidis cōis f. ipsa ē. a. d. f. due relique sunt superpreme superficies corūde solidoz. f. ipse sunt. e. b. f. c. f. ductis itaq. lineis a quatuor punctis. m. n. p. q. ad quatuor angulos basis. a. d. sibi fm directā habitudinē relatos que sunt. n. a. m. r. p. s. q. d. pfectū erit solidū palellogramum. a. q. in eadē basi cū vtroq. duoz. priorz. f. eque altū f. sup lineā vnā cū vtroq. ipsoz. p. premisam igit vtrūlibet duoz. solidoz. pposito. que sunt. a. b. f. a. c. est eque solidū. a. q. p. conceptionē ergo ē solidū. a. b. eque solidū. a. c. qre constat ppositum. ¶ Potes quoq. cōuersas huius f. p. misse pbare si libet ducendo ad impossibile. Pones. n. quelibet duo solida palellogama ēē eqlia f. cōstituta sup eandē basim eqdistantia f. demonstrabis ea ēē eque alta. Erūtq. hec f. premissa tue demonstrationis mediū im possibile aut ad qd duces erit: prem suo toti ēē eqlē: qd euidenter patet si de illo solido qd altius ēē mentit aduersarius cū tñ ambo posita sunt equalia f. sup eandē basim cōstituta vnū solidū palellogramū eque altū demissiori absinderis: hoc aut absisum eque ēē demissiori cōuincēs ex hac f. premissa. ideoq. f. toti illi a quo ipsum absinderis ex cōi. scientia.

Propositio .31.



Solida eqdistantium superfici. in basibus equis cōstituta si fuerit eque alta lineeqz eoz. angulares supra bases orthogonaliter steterint erunt equalia.

¶ Et hoc quoq. vez. ē q. oia solida palellograma i equis basibusq. inter superficies eqdistantes siue eque alta cōstituta si. nt adinuicē eqlia sicut de superficiebus eqdistantium laterum super equales bases f. inter lineas eqdistantes cōstitutis in .36. primi probatum est. At taliū solidoz. alia sunt quoz. angulares linee super suas bases orthogonaliter erigunt de qbus hec. 31. pponit demonstrādum ea ēē equalia. Alia vero sunt quorum angulares linee super suas bases nō sunt orthogonaliter erecte de qbus sequēs demonstrādū pponit ea ēē equalia. Intelligant itaq. super duas bases. a. b. f. c. d. que sunt equalēs f. eqdistantium laterum nō tñ vnus creatōis. sed sit. a. b. tetragonus longus. f. c. d. simile helmuaym duo solida eqdistantium laterum cōstituta eque alta sintq. linee erecte sup angulos ppositaz. basium perpendiculares ad ipsas dico hec duo solida adinuicē ēē equalia. Protrahant itaq. duo latera basis. a. b. f. sint illa que cōtinent angulū. b. vsq. ad. f. f. c. f. fiat angulus. f. b. g. equalis angulo. c. basis. c. d. f. sumant due linee. b. f. f. b. g. equalēs duobus lateribus basis. c. d. q. cōtinent angulū. c. f. perficiat superficies eqdistantium laterum. b. h. que erit equalis f. similis basi. c. d. Dehinc ptrahatur. h. e. equidistans. b. f. f. k. equidistans. b. e. eritq. quadrilatera superficies. b. k. equidistantium laterum equalis. b. h. ex. 35. primi cūq. b. h. sit equalis. c. d. erit per cōceptionem. b. k. equalis. a. b. Compleatur itaq. superficies equidistantium laterum. b. l. ptracta linea. k. f. quousq. cōcurrat cū vno ex lateribus cōtinentibus angulū. a. in puncto. l. Age ergo vt super tres superficies equidistantium laterum que sunt. b. h. b. k. b. l. cōstituantur eque alta solida solido constituto super basim. a. b. sintq. linee oium solidoz. istoz. erecte super bases perpendiculares ad ipsas f. appellentur bases f. solida super eas constituta eisdem nominibus. ¶ Manifestum est ergo ex diffinitione solidorum equalium atq. similium q. duo solida. b. h. f. c. d. equalia atq. similia sunt ¶ De solidis autem. b. h. f. b. k. constat ex. 29. q. ipsa sunt equalia sunt. enim eque alta f. constituta super vnā f. eandē basim f. ipsa est superficies erecta super lineam. b. f. f. super lineam vnā: est autem per. 25. proportio. a. b. ad solidum. b. l. sicut basis. a. b. ad basim. b. l. f. p. eandē solidi. b. k. ad solidum. b. l. sicut basis. b. k. ad basim. b. l. cūq. sit vtriusq. duarum basium. a. b. f. b. k. ad basim. b. l. vna proportio: ex prima parte. 7. quinti erit vtriusq. duorum solidorum. a. b. f. b. k. ad



LIBER

solidum. b. l. proportio vna igitur ex prima parte none quintel erunt duo solida. a. b. f. b. k. equalia: at quia solidum. b. k. est equale solido. b. h. solidumq. b. h. solido. c. d. sequitur ex communi scientia solidum. a. b. esse egle solido. c. d. quod est propositum.

¶ Castigator.

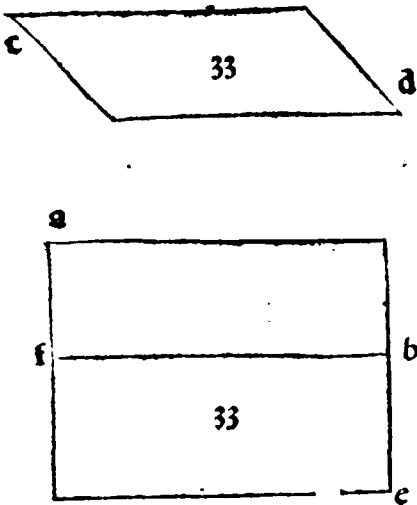
a ¶ Quia imaginatur super totam basim. a. f. vel. e. l. parallelogramū solidum constitutum & superficies erecta super lineam. b. f. equidistanter basibus oppositis ipsum secare.

Propositio .32.



I solida equidistantium superficierum in equis basibus constituta eque alta fuerint linee autem angulares supra bases orthogonaliter non steterit ipsa esse equalia necesse est.

¶ Fabricatis duobus corporibus vt proponitur videlicet que sint equidistantium terminorum & eque alta & sup bases equas non autem super bases suas perpendiculariter erecta sed ambo super eas inclinata. Si autem a quatuor angulis suppremarum superficierum ipsorum ad bases suas perpendiculares ducantur que ex. 6. erunt singulares equidistantes & etiam ex ypothesi singule singulis equalis ipse enim solidorum propositorum altitudinem diffiniunt: & si inter eas solida equidistantium laterum perficiantur constabit ex premissa hec duo solida ultimo constituta esse ad inuicem equalia. Cūq. duorum priorum & duorum posteriorum sint eedem bases videlicet eorum superficies suppremet constar ex. 29. vel. 30. & hac communi scientia: quecuq. equalibus sint equalia sibi inuicem sunt equalia verum esse quod propositum est. ¶ Ex his potes conuersas huius & premisse eisdem mediātibz indirecte demonstrare si libet eodem modo & ad idem inconueniens sicut in conuersis duarum istas antecedentium deducendo. Pones enim duo solida parallelograma esse equalia & super equalis bases & conuincas ea esse eque alta vel pones ea esse eque alta & equalia & conuincas ea sup bases eqles.



Propositio .33.



Omnia solida equidistantium superficierum eque alta suis basibus sunt proportionalia.

¶ Sint duo solida equidistantium superficierum eque alta constituta super duas bases. a. b. f. c. d. dico q. proportio illorum duorum solidorum vnus ad alterum est sicut proportio suarum basium que sunt. a. b. & c. d. vnus ad alteram. Constat quidem ex. 24. vtrāq. harum duarum basium esse equidistantium laterum. ¶ Duo igitur latera opposita & equidistantia in superficie. a. b. protrahantur & inter ea fiat superficies equidistantium laterum que sit. f. e. equalis. c. d. Dehinc supra superficiem. f. e. compleatur solidum parallelogramum eque altum ei quod constitutum est super basim a. b. sitq. amborum communis terminus illa superficies que exurgit super lineam. b. f. hec autem solida & sue bases eisdem nūcupentur nominibus. ¶ Quia igitur basis. f. e. est equalis basi. c. d. erit ex. 31. vel. 32. solidum. f. e. equale solido. c. d. At quia totale solidum. a. e. secat superficies exurgens super lineam. b. f. equidistanter duobus lateribus oppositis erit ex. 25. proportio solidi. f. e. ad solidum. a. b. sicut basis. f. e. ad basim. a. b. Cūq. sint c. d. & f. e. tam bases q. solida equalia: bases quidem ex ypothesi solida aut ex. 31. vel. 32. Sequit ex. 7. quinti bis assumpta semel p basibus & semel p solidis q. solido. a. b. & c. d. basiūq. a. b. & c. d. sit pportio vna qd demonstrare volumus. ¶ Huius quoq. conuersam eadē ipsa mediāte demonstrare quē admodū conuersas precedentium nō ē difficile. pones enim duo solida para-

llograma esse suis basibus pportionalia & conuincet ea esse eque alta abscisq; ab eo q; altius mentiet aduersarius vno solido pallelogramo eque alto demissiori erunt abscisum & dimissus suis basibus pportionalia ex ypothesi & ex hac. 33. cumq; et eent totale altius a quo parziale abscidisti & ipsum demissius eisdem basibus pportionalia ex ypothesi sequitur ex prima pte. 9. qnti totale q; aduersarius dicit altius & ptiale qd ab eo abscidisti esse equalia.

Propositio .34.



S duo solida equidistantium superficierum lineis altitudinum super bases orthogonaliter erectis fuerint equalia eorum bases eorundem altitudinibus mutuas esse. Si vero fuerint due bases suis altitudinibus mutue ipsa solida sibi inuicem equalia esse necesse est.

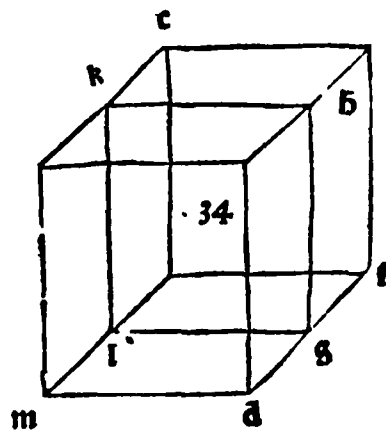
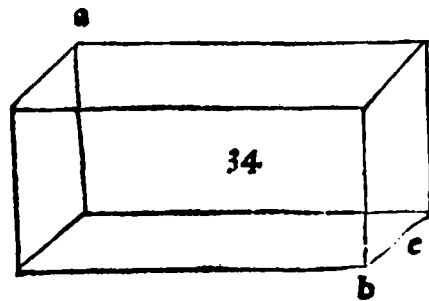
Quocumq; sunt duo solida equidistantium superficies equalia eorum bases & altitudines necesse est esse mutueque & econuerso quemadmodum de superficieribus equidistantium latez equiangulis. 13. sexti proposuit. At tamen hac. 34. istud demonstrandum pponitur de illis solidis pallelogramis in quibus linee altitudinum suis basibus pallelogramis orthogonaliter insistant. Ea vero que sequitur proponit idem de ceteris. Sint ergo nunc duo solida pallelograma. a. b. & c. d. equalia quorum bases sint. a. e. & c. f. lineaeq; altitudinum ipsoz sint super has bases orthogonaliter erecte & sit altitudo solidi. a. b. linea. e. b. & solidi. c. d. linea. f. d. si igitur fuerint due line. e. b. & f. d. determinantes ipsoz solidoz altitudines equales adinuicem cum ipsa quoq; solida sint ex ypothesi equalia. erunt ex conuersa. 31. bases eoq; que sunt. a. e. & c. f. equalis. ideoq; bases & altitudines erunt mutue sicq; constabit propositi prima pars. & econuerso constabit secunda vt si altitudines & bases sint mutue ponantur altitudines equalis erunt quoq; bases equalis. ideoq; per. 31. & solida equalia & sic constat secunda pars. At si si lineae. e. b. & f. d. non fuerint equalis sit. f. d. maior & ex ea refectetur. f. g. ad equalitatem. e. b. tribusq; ceteris lineis que sunt altitudines solidi. c. d. ad eandem mensuram in punctis. b. k. l. reiectis perficiatur solidum pallelogramum. c. g. eque altu solido. a. b. eritq; ex premissa. a. b. ad. c. g. sicut a. e. ad. c. f. Cum itaq; c. d. sit equeale. a. b. erit ex prima parte. 7. quinti. c. d. ad. c. g. sicut. a. e. ad. c. f. per premissam autem e proportio. c. d. ad. c. g. sicut m. f. ad. f. l. qd patet si vna ex lateralibus superficiebus solidi. c. d. & ipsa sit. f. m. intelligat basis ipsius. At p prima sexti. f. m. ad. f. l. sicut. d. f. ad. f. g. ideoq; p. 7. qnti. sicut. d. f. ad. b. e. Igitur. a. e. ad. c. f. sicut. d. f. ad. b. e. constat itaq; prius. Scdm ptem cu sit couersa prie couerso mo p babis sit. n. eadē dispositione manente pportio. a. e. ad. c. f. sicut. d. f. ad. e. b. dico tunc solida. a. b. & c. d. esse equalia. erit. n. ex. 7. qnti. d. f. ad. f. g. sicut. a. e. ad. c. f. sed ex premissa est a. b. ad. c. g. sicut. a. e. ad. c. f. igitur. a. b. ad. c. g. sicut. d. f. ad. f. g. ex prima autem sexti. c. d. ad. f. g. sicut. m. f. ad. f. l. & ex premissa. c. d. ad. c. g. sicut. m. f. ad. f. l. itaq; c. d. ad. c. g. sicut. a. b. ad. c. g. igitur ex. 9. 5. a. b. & c. d. sint equalia quod est ppositum.

Propositio .35.



S duo solida equidistantium terminorum fuerint equalia eorum bases eorundem altitudinibus erunt mutue. Si vero bases sue altitudinibus suis mutue fuerint quilibet duo corpora equidistantium superficierum probantur esse equalia.

Quod pmissa pposuit de solidis pallelogramis quoque linee altitudinum super bases suas orthogonaliter exurgunt. hec. 35. pponit in distincte de omnibus. Demonstrare autem couenit hanc ex premissa que ad modum demonstrauimus. 31. & 33. Fabricatis enim duobus solidis equidistantium laterum quibuscumq; si linee altitudinum suis basibus orthogonaliter insistant; constat vtz esse quod dixi ex premissa. ¶ Sinaut a quatuor angularibus punctis suppressaz superficiez in vtroq; solido quareme



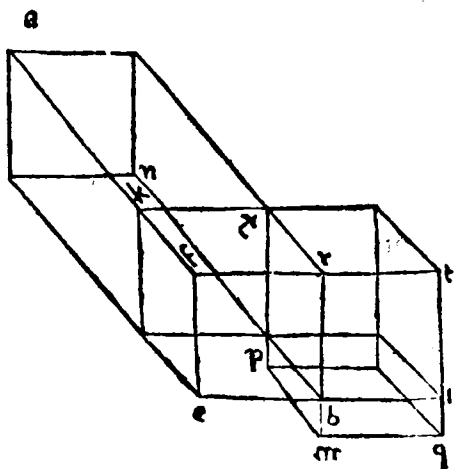
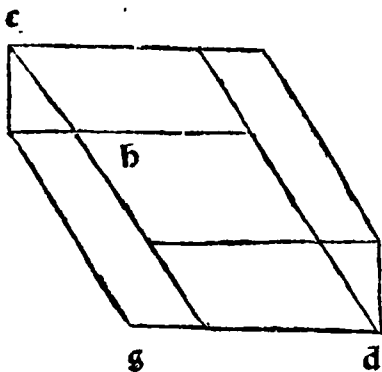
linee demittantur perpendiculariter ad bases vel a punctis angularibus in
fimarum superficierum quatenus erigantur inter quas duo solida para
llograma perficiantur eque alta solidis prioribus. eruntq. ex. 29. & 30. hec
duo solida duobus prioribus solidis equalia. cum igitur horum & eorum
sint eadem bases & eadem altitudines: sit aut ex premissa de posterioribus
verum quod hec. 35. proponit verum erit idem etiam de prioribus.

Propositio 36.



Si duo solida equidistantium superficierum fue
rint similia proportio erit vtriusq. ad alterum ta
q. cuiuslibet suilateris ad suum relatiuum latus
alterius proportio triplicata.

Sint enim duo solida. a. b. & c. d. parallelograma & si
milis dico q. proportio vnius eoz. ad alter. est sicut vnius
latus eius ad vnum latus alterius quod sibi refertur proportio triplicata
quemadmodum duarum superficierum similium proportio est sicut suo
rum relatiuum laterum proportio duplicata vt in. 18. sexti demonstra
tum est. ¶ Nam si solida. a. b. & c. d. fuerint equalia cum ipsa ponantur si
milis erunt ex diffinitionibus similium corporum & similium superfie
rum cuncta latera vnius equalia suis relatiuis lateribus alterius ideoq. cum
duarum quantitatum equalium proportio triplicata aut quotienslibet
sumpta non efficiat nisi equalitatis proportionem: constat in hoc casu ve
rum esse quo proponitur. ¶ Si autem inequalia sit. a. b. maior cuius lon
gitudo sit. b. e. latitudo. e. f. altitudo. f. a. basis. e. r. & suprema superficies. a.
n. Solidi vero. c. d. sit longitudo. d. g. latitudo. g. h. altitudo. h. c. constat
itaq. ex diffinitione similium corporum & ex diffinitione similium sup
ficierum & presenti ypothesi q. proportio. a. f. ad. c. h. & f. e. ad. h. g. & e. b.
ad. g. d. sit proportio vna. Sumatur igitur ex linea. a. f. quam manifestum
est esse maiorem. c. h. linea. f. k. equalis. h. c. ceteraq. tres determinantes alti
tudinem solidi. a. b. refertur ad equalitatem eius & inter eas complea
tur solidum parallelogramum. k. b. eque altum solido. c. d. & protrahan
tur due linee basis. e. b. vsq. ad. l. & r. b. vsq. ad. m. sitq. b. l. equalis. g. d. &
b. m. equalis. h. g. & perficiatur superficies equidistantium laterum. m. l.
que erit equalis & similis. b. d. Super eam igitur erigatur solidum parallelo
gramum. p. q. secundum altitudinem prescriptam ex altitudine solidi. a. b.
eritq. p. q. equale & simile solido. c. d. rursusq. inter lineas. r. b. & b. l. perfici
atur superficies equidistantium laterum. b. t. super quam quoq. erigatur
solidum parallelogramum. x. l. eque altum vtriusq. duorum solidorum. k. b.
& p. q. replendo alterutrum duorum angulorum entium inter ea.
¶ Cum autem duo solida. a. b. p. q. sint similia eo q. ambo posita sint simi
lia solido. c. d. corpora vero vni & eidem corpori similia inter se sunt simi
lia vt patet ex diffinitione similium corporum & 20. sexti. Manifestum
est ex. 25. ter assumpta q. inter duo solida. a. b. & p. q. secundum continuam
proportionalitatem cadunt duo solida. k. b. & x. l. opportune ergo consti
tuta vel constructa figura: ypothesibusq. memorie firme commendatis
ex prima sexti facile concludes propositum. ¶ Excute torporem & dilige
ter attende sciesq. ex. 25. huius proportionem solidi. a. b. ad solidum. k. b.
esse sicut superficiem. a. r. ad superficiem. k. r. ideoq. ex prima sexti sicut linee
a. f. ad lineam. k. f. Et proportionem solidi. k. b. ad solidum. x. l. sicut su
perficiem. k. r. ad superficiem. x. t. ideoq. sicut linee. f. r. ad lineam. r. t. Et p
portionem solidi. x. l. ad solidum. p. q. sicut superficiem. r. l. ad superficiem
l. m. ideoq. sicut linee. r. b. ad lineam. b. m. ¶ Ex ypothesi vero liquet q.
proportio linee. f. r. ad lineam. r. t. & linee. r. b. ad lineam. b. m. est sicut li
nee. a. f. ad lineam. k. f. itaq. ex diffinitione proportionis triplicate posita
in problemo quinti: constat q. proportio solidi. a. b. ad solidum. p. q.
ideoq. etiam ad solidum. c. d. est sicut linee. a. f. ad lineam. k. f. triplicata &
quia linea. k. f. posita est equalis linee. c. h. patet verum esse quod dictum.
¶ Scire autem oportet q. quicquid per hanc. 36. & per. 7. eam continue



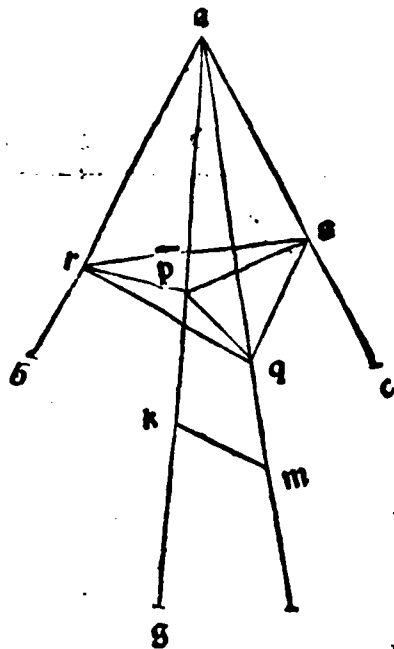
precedentes demonstratum est de solidis parallelogramis. idem quoque, verum est de seratilibus quorum bases communiter sunt trigone aut communiter tetragone. hoc autem ex. 28. & hac. 36. & 7. eam continue precedētibz constabit ingenioso inspectori. ¶ Si enim fuerint seratilia quelibet eque alta super eadem basim vel super bases equales cōiter tamen trigonas aut communiter tetragonas cum ipsa sint diuidia solidorum parallelogramorum suarum altitudinum ex. 28. ipsē erunt equalia ex. 29. & tribz eam sequentibus ex his enim constat solida parallelograma ipsi seratilibz dupla esse equalia. ¶ Similiter quoque, si fuerint duo seratilia super bases communiter trigonas aut communiter tetragonas eque alta ipsa erunt suis basibus proportionalia quē ad modum de solidis parallelogramis ex. 33. habetur ipsa enim sunt ex. 28. diuidia solidorum parallelogramorum sue altitudinis solidorum autem parallelogramorum sue altitudinis eorūq; basium est vna proportio ex. 33. cum itaq; sit solidorum parallelogramorum proportio sicut seratiliū quia sicut simplum ad simplum sic duplum ad duplum ex. 15. quinti atq; basium solidorum parallelogramorum est proportio sicut basium seratiliū aut enim eadem erunt bases seratiliū & solidorum parallelogramorum; & hoc quidem erit cum bases seratiliū fuerint tetragone tunc enim ex seratilibz super eadem bases erunt solida parallelograma complenda. Aut bases seratiliū erunt subduple ad bases solidorum parallelogramorum; & hoc qdē erit cū bases seratiliū fuerint cōiter trigone; tūc. n. erūt ex seratilibz solida parallelograma complenda adiunctis ad bases seratiliū superficiebus trigonis vt fiant bases seratiliū cum trigonis adiunctis superficiebus superficies equidistantium laterum sequitur vt sit proportio seratiliū sicut suaz; basium. ¶ Eodēq; modo si seratilia fuerint equalia fuerintq; communiter super bases trigonas vel communiter super bases tetragonas bases eorum altitudinibus ipsorum mutue erunt. Quod si bases eorum suis altitudinibus fuerint mutue ipsa seratilia erunt equalia quemadmodum de solidis parallelogramis. 34. & 35. proponunt. Hoc autē facile patet ex his que dicta sunt in. 35. Si vero seratilia fuerint ad inuicem similia: erit proportio vnius ad alterum. sicut proportio lateris vnius ad suam reliquum latus alterius triplicata quemadmodum de solidis parallelogramis. 36. proponit quod ex eadem. 36. facile tibi patebit ex illis seratilibz similibz solidis parallelogramis completis. solida ipsa probaueris esse similia: quod ex definitione similium corporum & similium superficieum & ex hoc qd seratilia ponuntur ad inuicem similia ex. 34. primi leue est negociari.

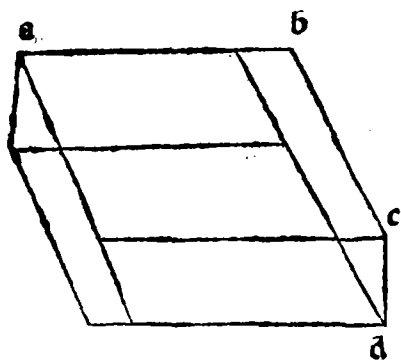
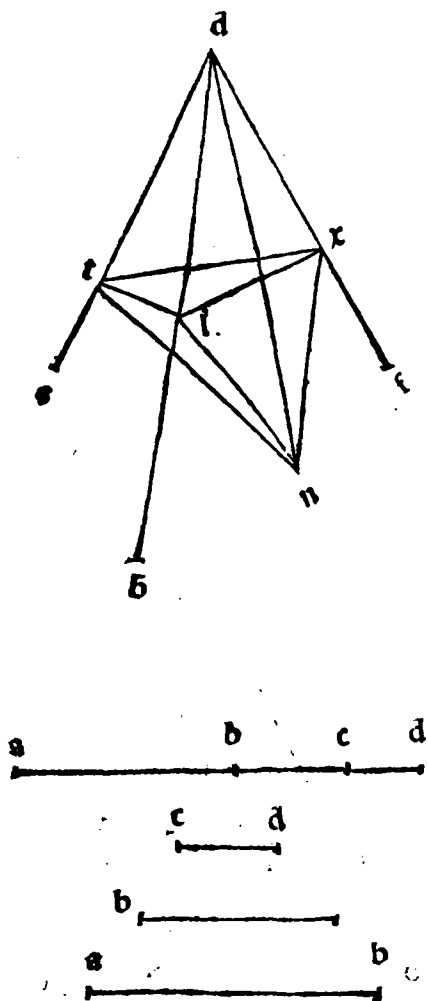
Propositio. 37.



Si fuerit duo anguli plani equales super quos due ypothēmis in aere stantur cum lateribus angulorum subiacentium singulos singulis equos angulos cōtinentes atq; in illis ypothēmis duo puncta signentur a quibus punctis due perpendiculares ad superficies angulorum propositorum demittantur a punctis autem super que perpendiculares ceciderint ad eosdem duos angulos planos due recte linee ducantur duo anguli qui ab illis duabus lineis atq; duabus ypothēmis continentur equi sibi inuicem esse probantur.

¶ Sint duo anguli plani .a. & .d. eq̄les contenti lineis .a. b. & .a. c. & .d. e. & .d. f. & super eos erigantur due linee ypothēsimiliter .a. g. & .d. h. sitq; angulus .g. a. c. equalis angulo .h. d. f. & angulus .g. a. b. equalis angulo .h. d. e. atq; in duabus ypothēmis .a. g. & .d. h. signentur quomodolibet duo puncta .k. & .l. a quibus secundum precepta. ii. huius demittantur ad superficies angulorum .a. & .d. due perpendiculares que sint .k. m. & .l. n. & protrahantur due linee .a. m. & .d. n. ¶ Dico igitur angulum .g. a. m. esse equalem angulo .h. d. n. Si linea .a. k. est equalis .d. l. bene quidem. Sin autem ex linea .a. g. sumatur .a. p. equalis .d. l. at a puncto .p. demittatur linea p-





pendicularis ad superficiem anguli. a. que sit. p. q. manifestum est igitur q. punctum. q. est in linea. a. m. quod ex. 6. huius & diffinitione linearum equidistantium quas necesse est esse in superficie vna facile constat studio se intuenti. De hinc a puncto. q. ducatur perpendiculares due vna ad lineam. a. b. que sit. q. r. & alia ad lineam. a. c. que sit. q. s. similiter quoque a puncto. n. ducantur due alie perpendiculares vna ad lineam. d. e. que sit. n. t. & alia ad lineam. d. f. que sit. n. x. & protrahantur. r. s. & t. x. iterumque a punctis. p. & l. demittantur ypothemise. p. q. p. r. p. s. & l. n. l. t. l. x. His itaq. positis figuraq. prudenter disposita demonstrationem propositi sic collige. Constat ex penultima primi q. quadratum linee. a. p. est equale quadratis duarum linearum. a. q. & p. q. ac ex eadem q. quadratum. a. q. est equale quadratis duarum linearum. a. s. & s. q. itaq. quadratum. a. p. est equale quadratis trium linearum. a. s. s. q. & q. p. Sed ex eadem quadratum. s. p. est equale quadratis duarum linearum. s. q. & p. q. ergo quadratum. a. p. est equale quadratis duarum linearum. a. s. & s. p. ideoque ex vltima primi angulus. a. s. p. est rectus: similique modo probabis vnūqueq. trium angulorum d. x. l. a. r. p. d. t. l. esse rectum. ¶ Cum igitur ex ypothesi sit angulus. s. a. p. equalis angulo. x. d. l. linea. a. p. linee. d. l. erit ex. 26. primi linea. d. x. equalis. a. s. & x. l. equalis. s. p. Eodem quoque modo cum ex ypothesi sit angulus. r. a. p. equalis angulo. e. d. l. erit ex eadem linea. a. r. equalis. d. t. & r. p. equalis. t. l. quare per quartam primi linea. r. s. erit equalis linee. t. x. & angulus. a. r. s. equalis angulo. d. t. x. & angulus. a. s. r. angulo. d. x. t. est enim ex ypothesi angulus. a. equalis angulo. d. a conceptione igitur erit angulus. s. r. q. equalis angulo. x. t. n. & angulus. r. s. q. angulo. t. x. n. Sunt enim residui duorum rectorum demptis equalibus. Necesse ē itaq. ex. 26. primi vt linea. r. q. sit equalis. t. n. & q. s. equalis. n. x. Cūq. ex penultima primi quadratum linee. r. p. sit equale quadratis duarum linearum. r. q. & q. p. & quadratum linee. t. l. equale quadratis duarum linearum. t. n. & l. n. sint autem due linee. r. p. & t. l. equales: due quoque sunt. r. q. & t. n. equalis: sequitur ex communi scientia duas que sunt. p. q. & l. n. esse equalis. ¶ Eodem modo cum quadratum linee. a. p. sit equale quadratis duarum linearum que sunt. a. q. & p. q. p. similiter quadratum linee. d. l. quadratis duarum linearum que sunt. d. n. & n. l. sit autem. a. p. equalis. d. l. & p. q. equalis. l. n. sequitur ex communi scientia. a. q. esse equalem. d. n. ex. 8. igitur primi concludo propositum. Videlicet angulum. p. a. m. esse equalem angulo. l. n. d.

Propositio 38.



Solidum tribus lineis proportionalibus contentum equum erit solido quod a medie linee equis lateribus continetur. si anguli sui amboz sibi inuicem equalis fuerint.

¶ De solidis parallelogramis intelligatur: de his enim quacūq. sint dū tamen equi angula verum est q. contentum a tribus lineis proportionalibus equale est ei quod a media earum continetur quemadmodum de superficiebus rectangulis probatum est in. 16. sexti & de non rectangulis elicitur euidenter ex secunda parte. 13. eiusdem. Sint igitur tres linee. a. b. b. c. & c. d. continue proportionales fiatq. ex eis vnus angulus solidus ad libitum & perficiatur solidum equidistantium laterum cuius linea. a. b. sit longitudo. b. c. vero altitudo. sed. c. d. latitudo & ipsum solidum dicatur. a. d. sumpta quoque alia linea quelibet equali. b. c. que etiam vocetur. b. c. super ipsius extremitatē que est. b. constituitur angulus solidus equalis angulo solido a. secundum quod docet. 26. lineeque cetera solidum angulum. b. continentes refecerunt ad equalitatem linee. b. c. & perficiatur solidum equidistantium superficialium cuius longitudo latitudo & altitudo sit linea. b. c. & ipsum appelletur. b. c. ¶ Dico itaq. duo solida. a. d. & b. c. esse equalia

¶ Manifestum est enim q̄ cuncte superficies vnus sunt equiangule suis re-
latiuis superficiibus alterius quod ex .34. primi patere potest. nam cum
solidus angulus .b. ponatur equalis solido angulo .a. necesse est vt vnus
angulus vnus cuiusq̄ superficiē solidi .a. d. sit equalis vni angulo sue rela-
tiue superficiē in solido .b. c. itaq̄ per .34. primi eorum oppositi erunt
equales. At quia vnus cuiusq̄ superficiē quadrilaterē omnes anguli sunt
equales quatuor rectis ex .32. primi : necesse est duos reliquos vnus esse
equales duobus reliquis sue relatiue. cumq̄ ipsi duo reliqui in qualibet sint
etiam ad inuicem equales conuincitur necesario vt vnāqueq̄ ex superfi-
ciēbus solidi .a. d. sit equiangula sue relatiue in solido .b. c. Quare ex secun-
da parte .13. sexti bases duorum solidorum propositorum erunt equales.
Sunt enim equiangule & laterum mutuum. Si itaq̄ lineę altitudinum
super bases ipsorum orthogonaliter insistant constat ex .31. ipsa esse equa-
lia. cum enim hee lineę sint equales & ipse determinant altitudinem soli-
dorum erunt solida eque alta. At si lineę altitudinum ipsorum non in-
sistant suis basibus orthogonaliter ab ipsarum summitatibus ad bases
perpendicularibus demissis erunt ex premissa hee perpendiculares ad in-
uicem equales. Ipse enim erunt sicut erant & in premisse demonstratio-
nis figura due lineę .p. q. & .l. n. quas demonstrauimus oportere esse equa-
les. Quia igitur omnium solidorum altitudo ex perpendicularibus a sum-
mitatibus ipsorum ad suas bases descendentes diffinitur erunt ex .32.
duo solida .a. d. & .b. c. equalia. ¶ Conuersa quoq̄ huius possumus si dele-
ctat conuerso modo probare. ¶ Vt si parallelogramum corpus .a. d. sit
equale & equiangulum corpori parallelogramo .b. c. & corpus .b. c. conti-
neat a media triū lineę continentiū corpus .a. d. erūt tres lineę continētes
corpus .a. b. cōtinue pportioales. Cū .n. duo solida palelograma .a. d. & .b. c.
sint equalia & eque alta ex ypothesi ipsa erūt sup bases equales per con-
uersas .31. & .32. & quia ipse bases eorum sunt equiangule sequitur ex prima
parte .13. sexti q̄ ipse sunt mutuum laterum itaq̄ proportio .a. b. ad .b. c.
sicut .b. c. ad .c. d. quare constat propositum.

Castigator.

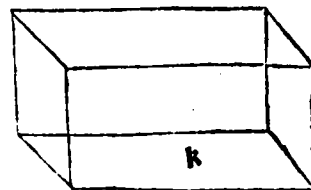
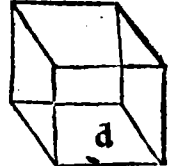
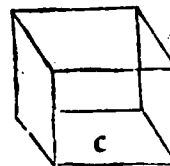
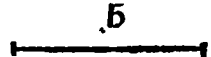
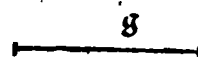
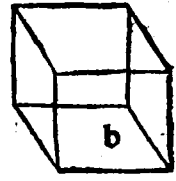
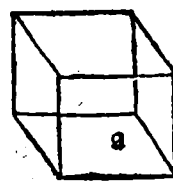
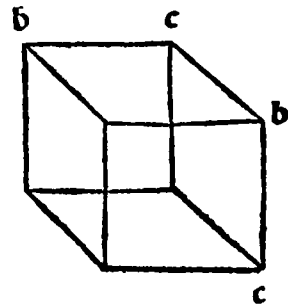
a ¶ Per conuersam .31. & .32. huius quoniam bases sint equales ex prima .13.
sexti. Ideo eque alta.

Propositio .39.



¶ Si fuerint quotlibet lineę pportiones solida quo-
q̄ sua equidistantia atq̄ similia vnus cuiusq̄
creationis superficie erunt proportionalia. si
vero solida equidistantia atq̄ similia vnus
cuiusq̄ creationis superficie fuerint propo-
tionalia lineę quoq̄ a quibus ipsa solida continen-
tur erunt proportionalia. Simile pponit vigesima prima sexti
de superficiebus.

¶ Sint enim .4. lineę .a. b. & .c. d. proportionales & super has fabricentur
quatuor solida parallelograma eisdem nominibus dicta que sint expres-
se similia. duobus enim ad libitum fabricatis super duas lineas .a. & .c. cete-
ra secundum precepta .27. constituenda erunt dico hec .4. solida esse pro-
portionalia & e conuerso. Subiungantur enim duabus lineis .a. & .b. in con-
tinua proportionē due que sint .e. f. quemadmodum docet .10. sexti &
duabus lineis .c. & .d. alie due que sint .g. & .h. constat igitur ex .36. & ex
diffinitione proportionis triplicate que posita est in principio quinti &
ex hac ypothesi q̄ solida .a. & .b. sibi inuicem & solida .c. & .d. sibi ad inui-
cem sunt expresse similia q̄ proportio solidi .a. ad solidum .b. est sicut
proportio lineę .a. ad lineam .f. & solidi quoq̄ .c. ad solidum .d. sicut li-
nec .c. ad lineam .h. & quia per .22. quinti proportio lineę .a. ad lineam
f. est sicut lineę .c. ad lineam .h. erit ex .11. quinti solidum .a. ad solidum
b. sicut solidum .c. ad solidum .d. Constat igitur prima pars. ¶ Secūda sic



sunt duo solida. a. b. sibi ad inuicem similia duo que sint. c. d. sibi ad inuicem expresse similia. Sintq. cuncta parallelorama & ponantur pportionalia. dico q. linee. a. b. c. d. super quas sunt constituta sunt proportionales. Sit. n. ex. 10. sexti sicut linea. a. ad lineam. b. ita linea. c. ad lineam. d. fiat fm. 17. huius super lineam. k. solidū expresse simile solido. d. q. d. ē dicatur. k. eritq. ex diffinitionibus similium corporum & similium superficies. 10. sexti corpus. k. expresse simile corpori. c. ideoq. per primā partē huius. 39. iam pbatam erit pportio solidi. a. ad solidum. b. sicut solidi. c. ad solidum. k. & quia eadem erat solidi. c. ad. solidum. d. erit ex secunda parte none. quinti solidum. k. egle solido. d. cūq. eēt sibi expresse simile sequitur lineam. k. eē equalem lineae. d. Equalitas enim non producit ex ali qua proportionē triplicata vel quotieslibet sumpta nisi ex equalitate igitur ex secunda parte. 7. quinti constat ēt hmoi pars secūda. Decipitis autē si arbitrarīs oportere vñū quodq. quatuor solidoz. a. b. c. d. eē simile cuilibet alioz. necesse ē. n. duo solida. a. b. sibi ad inuicē. iteq. duo. c. d. sibi ad inuicē eē similia solida aut. c. d. solidis. a. b. eē similia cōtingens ēst necesse aū nō. 7. I dē ex hac. 39. de scralibus facile poteris cōcludere.

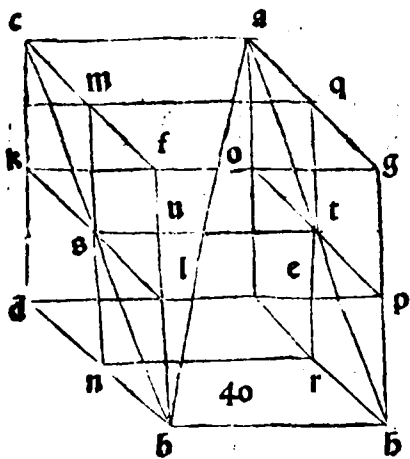
Propositio 40.



In scisa fuerint latera duarum oppositarū superficierū cubi vñū quodq. i duo media exierintq. a punctis sectionum due superficies se vicissim secantes z cubum communem earum sectionem diametrum cubi per equalia secare z ab ipsa diametro versauice per equalia secare necesse est.

Statue cubum qui sit. a. b. de quo constat per diffinitionem q. omnes linee ipsum continentes sint equalēs & eius superficies rectangule tale enim corpus cubum dicimus. Huius igitur basis sit superficies. a. c. d. e. superficies vero eius suprema. b. f. g. h. dextra vero eius superficies sit. a. e. g. h. sinistra at superficies sit. b. f. c. d. ceterior quoq. sit. d. e. b. h. sed vltior a. c. g. f. eiusq. diameter sit. a. b. Diuidatur itaq. omnia latera duarum quarumlibet superficierum oppositarum eius per equalia & sint nunc superficies quarum latera diuidantur dextra atq. sinistra. Diuidantur inquam quatuor latera dextre quidem super quatuor puncta que sunt. o. p. q. r. Sinistre vero super quatuor que sint. k. l. m. n. & coniungantur puncta in his superficieribus opposita ductis lineis. o. p. q. r. que secent se in puncto t. I iteq. k. l. m. n. que secent se in puncto. s. & perficiantur due superficies secantes se inuicem & cubum: protractis itē lineis. o. k. f. p. l. q. m. f. r. n. sitq. harum duarum superficierum communis sectio linea. s. t. dico igitur q. linea. s. t. diuidit diametrum. a. b. & diuiditur ab eadem diametro per equalia: quod patet vtraq. enim earum transit per centrum cubi.

Aliter vero conuenit quod propositum est demonstrare. Producantur enim due linee. t. a. f. t. h. & item due. s. c. s. b. eritq. ex. 4. primi. a. t. equalis. t. h. & s. c. equalis. s. b. constat autem ex prima parte. 29. primi: q. angulus. p. t. q. est equalis angulo. a. q. t. Et ex. 4. primi angulus. h. t. p. est equalis angulo. t. a. q. I itaq. ex. 32. primi totus angulus. h. t. q. cum angulo. q. t. a. valet duos rectos Quare ex. 14. pmi linea. a. b. erit linea vna. Similiter quoq. linea. a. b. erit linea vna. At q. ex. 9. huius linea. a. c. ē equidistans lineae. b. h. Vtraq. enim est equidistans lineae. d. e. cūq. ipse sint eq. les quia latera cubi. Sequitur ex. 33. primi duas lineas. a. h. f. c. b. eē equalēs & equidistantes I deoq. per cōceptionem earum medietates que sunt a. t. f. b. s. erunt equalēs. Ex. 7. autem huius manifestum est quod linea. s. c. est in superficie duarum linearum. a. h. f. b. c. f. ex eadē linea. a. b. que est diameter cubi. est etiam diameter superficierū parallelograme. a. c. b. h. itaq. linea. s. t. secat diamet. a. b. Secet ergo ipsam in puncto. u. Dico ergo lineā. s. u. eē equalē lineae. u. t. Et linea ēt. a. u. lineae. u. b. Intelligantur duo trianguli a. t. u. b. s. u. quoz anguli q. sunt ad. t. f. s. sint equalēs ad inuicem. Similiter anguli corūdem q. sunt ad. a. f. b. egle ad inuicē ex priā



parte. 39. primi: propter id qd linea. a. t. equidistat linee. s. b. Et quia etia ipse sunt adinuicem equales: sequitur ex. 36. primi quod propositum est. ¶ I dem quoq; eodem modo concludatur qd si solidum. a. b. nō sit cubus sed solidum corpus parallelogramum siue equalibus lineis siue non equalibus contentum fuerit siue quoq; super basim orthogonaliter erectum siue etiam qd super ipsam inclinatum. Vnde ampliatur in hac. 40. figuratio cu bi ad omnes figuras parallelogramas solidas.

Propositio .41.

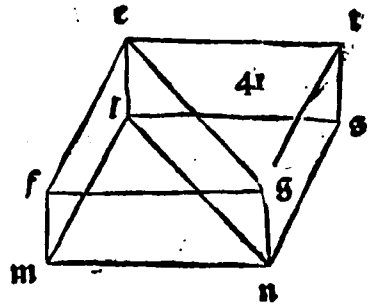
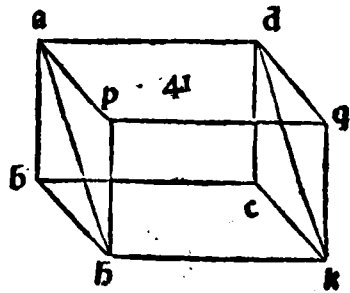


S duo corpora seratilia quorum alterum basim triangulā alterum vero basim habeat equidistantiū laterum ipsi basi triangule duplam eque alta siue rint illa duo corpora necesse est esse equalia.

¶ Sit superficies. a. b. c. d. equidistantium laterum dupla trilatera superficies. e. f. g. h. super as duas superficies fiant duo corpora seratilia eque alta: sitq; seratile quod est supra basim quadrā gulam. a. b. h. d. c. k. cuius basis est superficies equidistantium laterum proposita. a. b. c. d. alia eius superficies equidistantium laterum est. a. h. d. k. tertia vero est. b. h. c. k. due autem eius triangulares superficies sunt altera quidem triangulus. a. b. h. reliqua vero triangulus. d. c. k. seratile autē quod est super basim triangulam. e. f. g. h. sit e. f. g. l. m. n. cuius altera duarū trilaterarum superficies est basis predicta: reliqua vero triangulus. l. m. n. trium autem superficies eius equidistantium laterum: prima quidem est. e. f. l. m. secunda vero. e. g. l. n. tertia vero. f. g. m. n. Dico itaq; hec duo seratilia proposita esse adinuicem equalia. Perficiantur enim duo solida parallelogramata adiungendo vtriq; duorum propositorum seratiliū aliud seratile sibi equale. Primo quidem seratili super eadem basim sitq; adiacentum seratili. a. p. h. d. q. k. Cuius due trilatera superficies sunt. a. p. h. d. q. k. Tres autem quadrilatera: prima quidem. a. h. d. k. que est terminus communis sibi qd ei cui adiungit. Secunda vero. a. d. p. q. Tertia quoq; p. q. h. k. ¶ Secundo autem seratili adiungatur aliud seratile sibi equale hoc modo. Adiungatur primo triangulo. e. f. g. alius triangulus equalis qui sit. e. g. r. ita qd tota superficies. e. f. g. r. sit equidistantium laterum qd super hunc triangulum fiat seratile. e. g. l. n. s. quod cum illo cui adiungit perficiat corpus parallelogramum. Huius seratilis adiuncti due trilatera superficies sunt. e. g. r. l. n. s. Tres autem parallelogramata sunt: prima quidem e. l. r. s. Secunda. e. l. g. n. ¶ Ipsa est communis terminus sibi qd ei cui adiungitur. Tertia vero. g. r. n. s. ¶ Manifestum ē igitur ex diffinitione solidonū equalium atq; similium qd duo seratilia parallelogramata componentia solidum. a. k. sibi inuicem. utq; duo componentia solidum parallelogramum. e. n. sibi adinuicē sunt equalia. At vero ex. 31. vel ex. 32. huius duo solida. a. k. e. n. sunt sibi inuicem equalia. quia ergo horum solidorum medietates sunt seratilia proposita per communem scientiam constat ea esse equalia: quocumq; enim fuerint equalia eorum medietates necesse est esse equalia: liquet itaq; quod propositum est.

Castigator.

a ¶ Appellat hic inferius multiangulas quas in principio primi dixit multilateras qd sunt a quadrilateris vsq; i infinitum semper tñ rectilinee.



Quoddecimus liber. Euclidis de multangularum seu multilateralum superficialium similium circulis inscriptarum alterius ad alteram proportionibus ex optima Campani interpretatione. Magistro Luca Paciolo de Bui go Sancti Sepulchri Ordinis Minorum. Castigatore accuratissimo. Incipit.

Propositio .1.

¶ Nium duarum superficialium similium multangularum inter duos circulos descriptarum est proportio alterius ad alteram tamquam proportio quadratorum que ex diametris circulorum eas circumscribentium prouenunt.

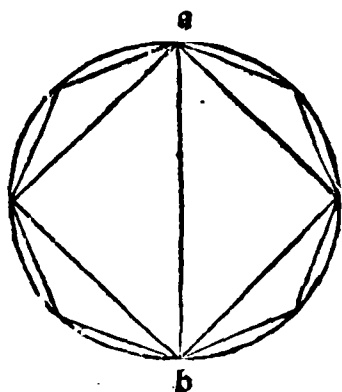
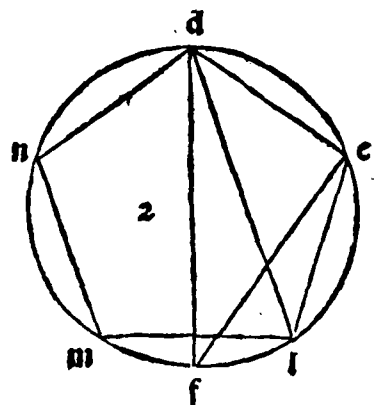
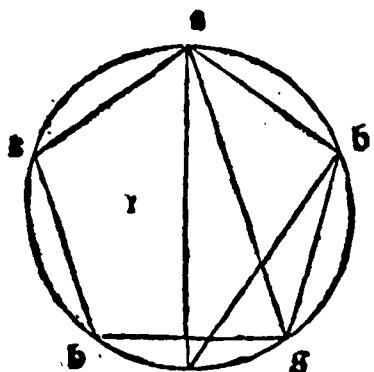
¶ Sint duo circuli .a. b. c. d. e. f. quibus inscribantur due quelibet figure poligone que ponantur ad inuicem similes: sunt nunc pentagone inscripte ut docet. n. quarti. si ipse sint .a. b. g. h. k. aliud pentagonum .d. e. l. m. n. diametri quoque circulorum sint .a. c. f. d. f. dico itaque quod proportio pentagoni .a. b. g. h. k. ad pentagonum .d. e. l. m. n. est sicut quadratum diametri .a. c. ad quadratum diametri .d. f.

protrahantur enim in utroque circulo due linee ab extremitate diametri ad extremitatem unius lateris pentagoni diametro non contentis: nalis se inuicem cancellantes intra ipsum pentagonum in hoc quidem a. g. f. c. b. in illo autem d. l. f. e. erunt ex 6. sexti triangulus .a. b. g. equiangulus triangulo .d. e. l. nam cum pentagoni ponant ad inuicem similes erunt ex diffinitione similium superficies angulus .b. equalis angulo .e. f. latera ipsorum continentia proportionalia uidelicet proportio .a. b. ad .d. e. sicut .b. g. ad .e. l. cum sint autem ex 10. tertii duo anguli .f. f. l. sibi inuicem equales. Itemque duo alii .c. f. g. sibi inuicem equales erunt duo qui sunt .c. f. f. ad inuicem equales ex hac communi sciencia que equalibus sunt equalia sibi quoque equa esse necesse est. Et quia ex prima parte 30. tertii uterque duorum angulorum .a. b. c. d. e. f. est rectus sequitur ex 31. primi duos triangulos .a. b. c. d. e. f. esse equiangulos quare per quartam sexti proportio diametri .a. c. ad diametrum .d. f. est sicut lateris .a. b. ad latus .d. e. cum itaque ex secunda parte 18. sexti proportio duorum pentagonorum sit sicut proportio lateris .a. b. ad latus .d. e. proportio duplicata est per eadem proportionem quadrati diametri .a. c. ad quadratum diametri .d. f. sit sicut diametri .a. c. ad diametrum .d. f. duplicata per hanc communi sciencia: quorum dimidia sunt equalia ipsa quoque ad inuicem esse equalia manifestum est quod propositum est.

Propositio .2.

¶ Nium duorum circulorum est proportio alterius ad alterum tamquam proportio quadrati sue diametri ad quadratum diametri alterius.

¶ Sint duo circuli .a. b. c. d. quorum diametri quoque dicantur .a. b. f. c. d. dico itaque quod proportio circuli .a. b. ad circulum .c. d. est sicut quadratum .a. b. ad quadratum diametri .c. d. Manifestum enim est ex hac communi sciencia quanta est quelibet magnitudo ad aliquam secundam tantam necesse est esse quamlibet tertiam ad aliquam quartam quod proportio quadrati diametri .a. b. ad quadratum diametri .c. d. est sicut circuli .a. b. ad superficiem aliquam que sit .e. cuiuscunque figure aut forme ponatur: hanc autem impossibile est maiorem esse aut minorem circulo .c. d. Si enim est possibile ipsam esse minorem circulo .c. d. sit itaque minor in superficie .f. itaque circulus .c. d. sit equalis duabus superficiebus .e. f. pariter acceptis constat igitur ex prima 10. quod totiens possit ex circulo .c. d. suisque residuis subtrahi maius dimidio quousque relinquatur quantitas aliqua minor .f. inscribatur ergo sibi



vt docet. 6. quarti quadratū. c. d. g. h. de quo cōstat q̄ ipsum sit maius me-
diatate circuli. quā adratum enim quod est duplum ad ipsum est circulū
circūscribens vt patet ex penultima primi & 7. quarti. Si igitur portiones
circuli existentes super latera quadrati pariter accepte fiterint minus sup-
ficie. f. sufficit. Sint aut quatuor arcus existentes super dicta latera p̄ equa-
lia diuidantur & puncta ipsos arcus diuidentia cum extremitatibus late-
rum continuentur per lineas rectas. verbi gratia arcus. c. g. diuidatur per
equalia in puncto. k. & protrahantur lineae. k. c. k. g. sicq; de ceteris. Erit
q̄ quilibet triangulorum descriptorum super latera quadrati maior me-
diatate portionis in qua existit eo q̄ ois triangulus ysocheles est medie-
tas parallelogrami sue basis per. 41. primi. Sint itaq; portiones existentes
super latera octogonii inscripti pariter accepte minus superficie. f. si enim
nondum hoc esset nō cesarem diuidere arcus quoz; latera vltime descri-
pte figure sunt corde per equalia; & iscribere figuram equilateram duplo
plurium laterum prime semper subtrahendo ab ipsis circuli portionibus
maius dimidio quouq; per primā. 10. portiones super latera alicuius talis
figure circulo inscripte existentes pariter accepte erunt minus superficie. f.
Sint ergo nunc que dicte sunt eritq; ex conceptione octogonum. c. d. ma-
ius superficie. e. In circulo igitur. a. b. eadem via inscribatur simile octo-
gonum; quod dicatur. a. b. sitq; ex premissa proportio octogoni. a. b. ad
octogonum. c. d. sicut quadrati diametri. a. b. ad quadratum diametri. e.
d. ideoq; per. 11. quinti sicut proportio circuli. a. b. ad superficiem. e. itaq; p̄
mutatim polygonii. a. b. ad circulum. a. b. sicut polygonii. c. d. ad superfi-
ciem. e. cumq; sit polygonium. c. d. maius superficie. e. erit polygonium. a.
b. maius circulo. a. b. hoc aut impossibile non est ergo superficies. e. minor
circulo. c. d. Sed nec maior. Eset enim si possibile sit: cum igitur sit p̄por-
tio quadrati diametri. a. b. ad q̄dratum diametri. c. d. sicut circuli. a. b. ad
superficiē. e. erit eōuerso q̄drati diametri. c. d. ad q̄dratū diametri. a. b. sicut
superficiē. e. ad circulū. a. b. & cōstat ex cōscia i principio huius demonstratio-
nis posita q̄ eadē ē circuli. c. d. ad aliquā superficiē q̄ sit. f. eritq; ex. 14. q̄nti su-
p̄ficies f. minor circulo. a. b. itaq; proportio quadrati diametri. c. d. ad q̄-
dratum diametri. a. b. erit sicut circuli. c. d. ad superficiem. f. minorem cir-
culo. a. b. ¶ Sed ex hoc demonstrauimus paulo ante sequi impossibile q̄ vi-
dalicet polygoniū inscriptū circulo maius esse circulo: sicut ergo superficies
a. non pōt ēē minor circulo. c. d. ita nec maior: erit ergo necesario eq̄lis
quare per secundam partē. 7. quinti liquet quod propositum est.

Castigator.

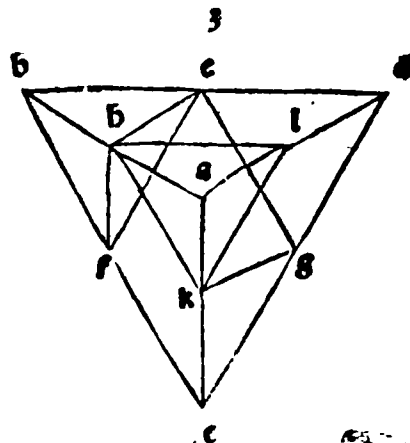
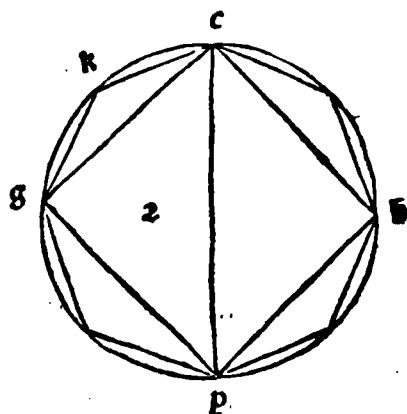
a. ¶ Quia tūc sequeretur polygonii. c. d. ad circulū. c. d. ēē sicut circuli. a.
b. ad quātitatem. f. sic polygoniū. c. d. ēēt maius circulo. c. d. quod ē im-
possibile cum sit pars eius vt paulo ante concludisti polygonium. a. b.
esse maius circulo. a. b. & c.

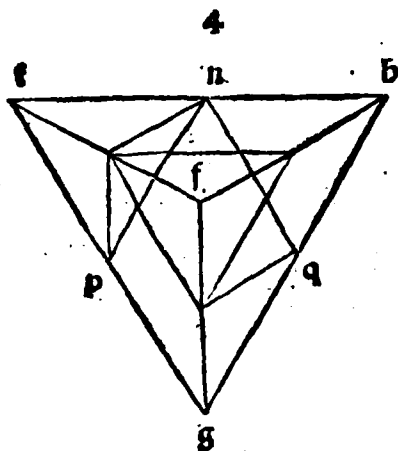
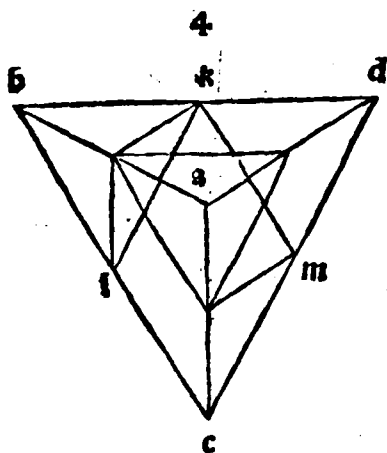
Propositio .3.



his piramis cuius basis triangula scindi pōt i
duas equas piramides sibi inuicē totiq; piramidi
similes vnaq; in duo scratilia q̄ambo pariter acce-
pta dimidio totius piramidis necesse ē ēē maiora.

¶ Sit piramis. a. b. c. d. si per basim triangulam. b. c. d.
eiusq; vertex solidus angulus. a. a quo demittantur tres
ypothemise. a. b. a. c. a. d. ad tres angulos basis: & diuidantur omnia late-
ra basis per equalia in tribus punctis. e. f. g. tres quoq; ypothemise per
equalia in tribus punctis. h. k. l. & protrahantur in basi due lineae. e. f. & e.
g. eritq; basis eius diuisa in tres superficies quantum due sunt duo triangu-
li. b. e. f. e. g. d. quos ex secunda parte secunde sexti ex diffinitione simi-
lium superficierum constat esse similes sibi inuicem & toti basi equa-
les ad inuicem ex. 8. primi tertia est tetragona: parallelograma & ipsa
est. e. f. g. c. quam constat esse duplam ad triangulum. e. g. d. ex. 40. &
41. primi: demittant ergo nūrsus a puncto. b. due ypothetis. b. c. f. b. & a





puncto.k. ypothemise .k.g. & protrahantur linee.h.k.k.l.f.l.b. diuisa
itaq. tota pyramis.a.b.c.d.in duas pyramides que sunt.h.b.e.f.&.a.b.k.l.
& duo seratilia quorum vnum est.e.h.f.g.k.c.& est super basim quadrangulam.c.f.g.e.& aliud est.e.g.d.h.k.l.& est super basim triangulam.e.g.d.de duabus aut pyramidibus.h.b.e.f.a.h.k.l.g. ipse sunt equales adi-
cem sibi & toti pyramidi.a.b.c.d.similes constat ex diffinitione corpe-
rum equalium & simulum & ex.10.u. libri & ex secunda parte. 2. xxi. D
duobus aut seratilibus q. ipsa sunt eqilia constat ex vltima.u. libri. Quod
vero ambo seratilia pariter accepta sunt maius medietate totius pyrami-
dis ex hoc manifestum est q. vtrunq. illorum diuisibile est in duas pira-
mides quantum altera triangula equalis vni duarum in quas & seratilia
totalis pyramis diuiditur.altera vero quadrangula que dupla est ad reli-
quam quare patet ambo seratilia pariter accepta tres quartas esse totalis
pyramidis diuise hanc proportionem si scire desideras. sextam huius .u.
libri consule. sed sufficit tibi scire quantum ad propositum illa duo serati-
lia pariter accepta duas partiales pyramides i quas & seratilia totalis diui-
ditur pariter acceptas quantalibet quantitate excedere.

Propositio .4.



Pdue pyramides eque alte quarum bases trian-
gule singule in binas pyramides equales sibi imi-
cem ac toti similes binasq. seratilia equalia diuida-
tur erit proportio basis vnius ad basim alterius
tanq. proportio duorum seratiliu suorum ad duo
seratilia alterius. eritq. palas oia seratilia que fue-
rint in vtralibet illarum pyramidum pariter accepta ad cuncta
seratilia que in altera pyramide fuerint eandem habere propor-
tionem q. basis eius pyramidis ad basim alterius pyramidis.

Sint due pyramides quarum bases triangule eque alte hec quidem .a.
b.c.d. cuius conus punctus .a. basis triangulus .b.c.d. ypothemise .a.b.a.c.
a.d. illa vero .e.f.g.h. cuius conus punctus .e. basis triangulus .f.g.h. ypo-
themise .e.f.e.g.e.h. hec aut due pyramides diuidantur sicut in premissa.
Sintq. bases earum diuise hec quidem protractis lineis latera basis ipsius
per equalia diuidentibus que sunt.k.l.f.k.m. illa vero protractis lineis
que sunt.n.p.n.q. dico ergo q. proportio basis .b.c.d. ad basim .f.g.h. est
sicut duorum seratiliu pyramidis .a. pariter acceptorum ad duo seratilia
pyramidis .e. pariter accepta. Manifestum est aut ex .18. sexti pre. secunda q.
proportio trianguli .b.c.d. ad triangulum .k.m.d. est sicut linee .b.d. ad li-
neam .k.d. duplicata p. eandem quoq. est proportio trianguli .f.g.h. ad
triangulu .n.q.h. sicut linee .f.h. ad lineam .n.h. duplicata. Cuiq. sit linea .b.d.
ad lineam .k.d. sicut linea .f.h. ad lineam .n.h. vtrobiq. .n. e. dupla proportio erit
triangulus .b.c.d. ad triangulum .k.m.d. sicut triangulus .f.g.h. ad trian-
gulum .n.q.h. & pmutatim triangulus .b.c.d. ad triangulu .f.g.h. sicut trian-
gulus .k.m.d. ad triangulu .n.q.h. triangulus aut .k.m.d. ad triangulu .n.q.
h. e. sicut seratile exns sup ipm ad seratile exns sup illu p. 33. vndecimi huius
quoq. seratilis ad illud e. sicut amboq. seratiliu pyramidis .a. piter accepto-
rum ad ambo seratilia pyramidis .e. piter accepta ex .15. qnti: necesse est .n.
vt sit duplum ad duplum quemadmodu simplicum ad simplicum. itaq. con-
clude ex .u. quinti quod propositum est. Dormitas aut si dubitas seratilia
vnius harum pyramidum eque alte esse seratilibus pyramidis alterius .ess
n. sint pyramides eque alte sit quoq. vtraq. eaz. diuisa i duas pyramides eqi-
les sibi toti q. similes & in duo seratilia eqilia & sint due partiales pyramides
eque alte eo q. similes & equales quod facile patebit demissi a verticibus
partialium pyramidum perpendicularibus ad bases ipsarum .p. 34. quibus p.
perpendicularibus ex .37. vndecimi constare esse equales. Cuiq. altitudines
harum partialium pyramidum pariter accepte componant altitudi-
nem totalis pyramidis diuise. Sintq. ambo seratilia eque alta vni partia-
lium pyramidum ei videlicet que superpartialem triangulum basis tota

his pyramidibus componitur non est phas ambigere fratilia vnus earum pyramidum esse eque alta fratilibus alterius earum. Correllarium vero ex eo manifestum est qd similiter bases partialium pyramidum sic se habeant adinuicem sicut bina fratilia vnus ad bina fratilia alterius. & quia bases partialium sic se habent adinuicem sicut bases totalium ex secunda parte. 13. sexti & permutata proportionem constat ex. 13. quinti verum esse quod correllarium proponit.

Propositio .5.



Pones due pyramides eque alte quarum bases triangule suis basibus sunt proportionales.

¶ Quod. 33. vndecimi pponit de solidis parallelogramis & in fine. 36. vndecimi vtz esse demonstramus de fratilibus. hec quinta. 12. proponit de pyramidibus triangularibus. Intelligatur enim due pyramides eque alte quarum bases sunt duo trigoni. a. f. b. dico qd proportio pyramidis. a. ad pyramidem. b. est sicut basis. a. ad basim. b. quod eodem demonstrationis vel argumentationis genere demonstrandum est quo secundam huius demonstramus. sit enim vt basis. a. ad basim. b. ita pyramis. a. ad corpus c. de quo dico qd ipsum non erit minus neq. maius pyramide. b. nam si possibile est vt sit minus esto minus in solido. d. vt pyramis. b. sit equalis duobus corporibus. c. f. d. pariter acceptis diuisa itaq. pyramide. b. vt p. ponit. 3. detrahantur ab ea duo fratilia que ex premissa sunt maius medietate pyramidis ipsius itemq. ex vtraq. duarum partialium residuum pyramidum duo earum predicto modo diuisarum fratilia demantur & fiat hoc totiens quousq. ex pyramide. b. cogatur aduersarius p. primam 10. confiteri relinqui minus solido. d. eruntq. ex communi scientia fratilia detracta maius. c. fiat igitur a pyramide. a. similis fratilium detractio & intelligamus tot fratilia detracta esse ex pyramide. a. quot detrahimus ex pyramide. b. eritq. ex correllario premissae sicut basis. a. ad basim. b. ita fratilia detracta a pyramide. a. ad fratilia detracta a pyramide. b. sed sic erat pyramis. a. ad corpus. c. itaq. fratilia pyramidis. a. ad fratilia pyramidis. b. sicut pyramis. a. ad corpus. c. & permutati fratilia pyramidis. a. ad pyramidem. a. sicut fratilia pyramidis. b. ad corpus. c. Cumq. sint fratilia pyramidis. b. maius corpore. c. erit fratilia pyramidis. a. maius pyramide. a. Et quia hoc est impossibile non erit corpus. c. minus pyramide. b. sed nec maius. hoc enim posito cum sit proportio basis. a. ad basim. b. sicut pyramidis. a. ad corpus. c. erit e conuerso basis. b. ad basim. a. sicut corporis. c. ad pyramidem. a. Eritq. eadem ex communi scientia pyramidis. b. ad aliquod corpus quod sit. d. sequeturq. ex. 14. quinti qd corpus. d. sit minus pyramide. a. eo qd pyramis. b. ponitur minor corpore. c. Erit igitur basis. b. ad basim. a. sicut pyramis. b. ad corpus minus pyramide. a. Ex hoc autem demonstratum est sequi impossibile videlicet fratilia detracta ab aliquo pyramide maius esse ea pyramide a qua detrahuntur ideoq. relinquitur corpus. c. esse equale pyramidi. b. cum nec minus ea possit esse nec maius & proportionem pyramidis. a. ad pyramidem. b. esse sicut basis. a. ad basim. b. hoc erat autem demonstrandum.

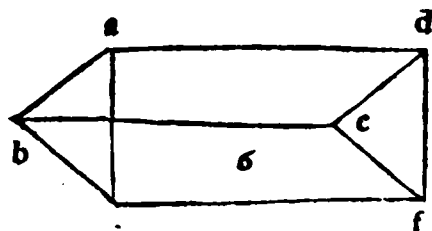
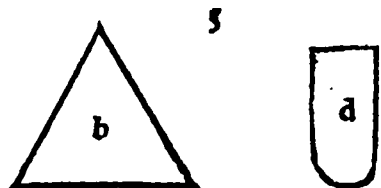
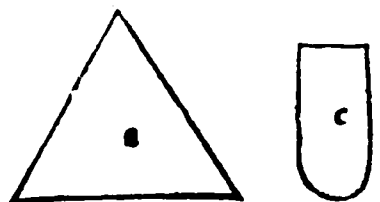
Propositio .6.



Pone corpus seratile in tres pyramides equales baseq. triangulas habentes est diuisibile.

¶ Sit seratile. a. b. c. d. e. f. ipsum dico esse diuisibile in tres pyramides triangulas equales. Protrahatur enim in vna quaq. suarum trium superficierum parallelogramum linea diagonalis itaq. vna earum diagonalium sit con-

terminalis reliquis duabus vt si protrahas lineas. b. d. b. f. & f. a. quas propter confussionem protrahere contempsit eritq. totum seratile in tres tri-



gulas pyramides diuisum quas ex premiffa bis afumpta facile conflat eſſe equales. Quoniam autem Euclides nihil demonſtrandum proponit de pyramidibus lateratis exceps ſolidis his quarum ſunt baſes triangule vt omnium cognitionem ex elementis que ponit ſufficienter elicere poſſimus quedam arbitramur non inutile demonſtrationibus hic poſitis ad iungere ſolis enim elementis contentus Euclides multa pretermiſit que quamuis ex eis conſequantur non tamen ſine difficultate patent ſtudentibus horum primum eſt hoc.

¶ Si duo ſolida quorum alterum ſeratile alterum vero pyramis cuius baſis triangula ſuper eandem baſim aut ſuper equales trigonas aut ſeratile ſuper quadrangulam: pyramis vero ſuper trigonam que quadrangule baſis ſeratilis ſit dimidiū. Si ita fuerint eque alta ſeratile pyramidi triplum eſſe conueniet.

¶ Si ſeratile propoſitum fuerit ſuper baſim trigonam tunc ex pyramide propoſita ſuper propriam baſim perficiatur ſeratile pyramidi propoſite eque altum. Si vero ſeratile fuerit ſuper baſim quadrangulam tunc baſi pyramidis adiciatur triangulus ex quo & baſi pyramidis perficiatur ſeratile equidistantium laterum ſuper quam ex ipſa pyramide compleatur ſeratile pyramidi eque altum. Quia igitur iſtud ſeratile ſeratili priori eſt eque altum & vtrorumq; baſes ſunt equales ex hypotheſi ſequitur ipſa eſſe equalia hoc enim demonſtratum eſt in .36. vndecimi. at quoniam ex 6. huius. 12. libri ſeratile ſecundum triplum eſt ad pyramidem propoſitam nam ipſa eſt vna ex tribus pyramidibus in quas ipſum ſeratile diuiditur. Erunt quoq; per communem ſcientiam propoſitum ſeratile triplum ad propoſitam pyramidem.

¶ Si quolibet pyramides quarum baſes triangule ſuper vnas eandemq; baſim ſive ſuper equales conſtitute fuerint: eque alte eas eſſe ad inuicem equales neceſſe eſt.

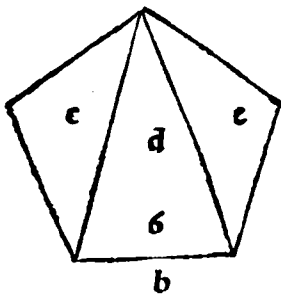
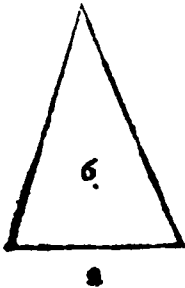
¶ Fabricato enim vno ſeratili eque alto pyramidibus propoſitis ſuper baſim triangulam equalem baſibus propoſitarum pyramidum aut ſuper baſim quadrangulam duplam baſibus earūdem erit ipſum ſeratile triplum ad pyramides ſingulas. hoc enim conſtat ex premiffa addita ſive interpoſita igitur ex communi ſcientia cuncte propoſite pyramides ſunt vt diximus ad inuicem equales.

¶ Omnes pyramides quarum baſes triangule eque alte ſuis baſibus ſunt proportionales.

¶ Fiant ſuper baſes propoſitarum pyramidum aut ſuper alias trigonas equales aut ſuper parallelogramas duplas ſeratilia ipſis pyramidibus eque alta eruntq; ob hoc ſeratilia ſibi inuicem eque alta & quia ſeratilia ſuis baſibus ſunt proportionalia vt probatum eſt in .36. vndecimi. 33. ipſius mediante. Cumq; ex prima harum additarum manifeſtū ſit hec ſeratilia tripla eſſe ad propoſitas pyramides vnumquodq; videlicet ad ſuam relationem: baſesq; ipſorum equales aut duplas eſſe baſibus ipſarum ſit aut ex .15. quinti vt triplum ad triplum ita ſimplum ad ſimplum erūt quoq; propoſite pyramides ſuis baſibus proportionales.

¶ Si fuerint due quolibet pyramides eque alte fueritq; alteri baſis trigona: relique autem tetragona aut plurilatera: pyramides ipſas ſuis baſibus proportionales eſſe conueniet.

¶ Exempli gratia. Intellegantur due pyramides eque alte ſuper duas baſes. a. & b. ſicq; baſis. a. triangula. b. vero pentagona. Et dicantur hec pyramides. a. & b. itaq; dico proportionem pyramidum. a. & b. eſſe ſicut baſium a. & b. diſtinguat qđem pentagonus. b. in tres triángulos. c. d. e. eritq; tota pyramis. b. diſtincta in tres pyramides eque altas quarum baſes ſunt triánguli. c. d. e. que etiam dicantur nominibus ſuarum baſium. quia igitur ex premiffa interpoſita proportio pyramidis. c. ad pyramidem. a. eſt ſicut trigoni. c. ad trigonum. a. & pyramidis. d. a. pyramidem. a. ſicut trigoni. d.



ad trigonum .a. iteq. piramis .e. ad piramidem .a. sicut trigoni .e. ad trigonum .a. ex .14. quinti bis assumpta sequitur q. sit proportio aggregati ex omnibus piramidibus .c. d. e. & ipsum est piramis .b. ad piramidem .a. sicut aggregati ex omnibus trigonis .c. d. e. & ipsum est pentagonus .b. ad trigonum .a. constat igitur quod volumus.

¶ Omnes laterate piramides eque alte suis basibus pportionesales esse probantur.

¶ Si altera earum fuerit super basim trigonam ex premissa interposita constat quod dicitur. Si autem basis vtriusq. fuerit polygonia vtralibet ipsarum basium resoluta in triangulos & ipsa piramide in piramides triangularis erit ex premissa interposita pportio vniuscuiusq. harum triangularium piramidum inter quas altera propositarum diuiditur ad reliqua sicut sue basis ad basim alterius . itaq. per .14. quinti quoties oportet assu piram. constat verum esse quod diximus.

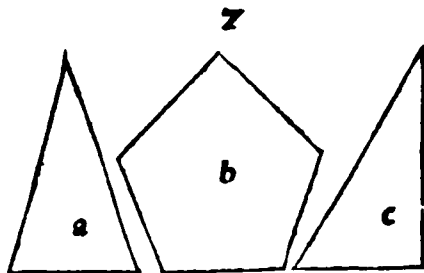
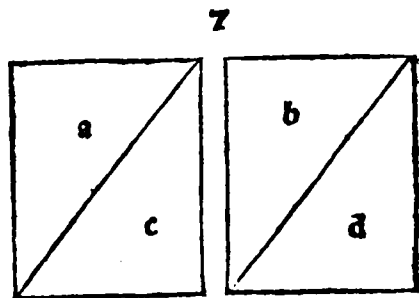
Propositio .7.

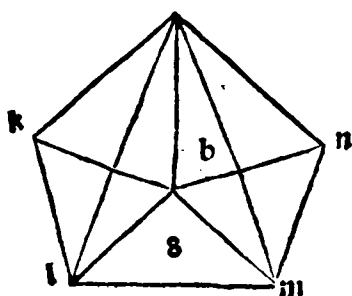
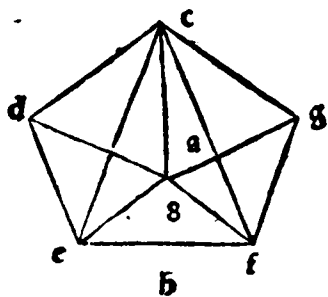
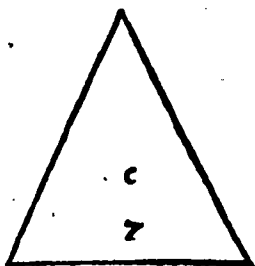
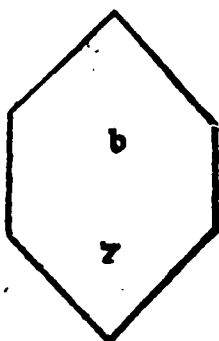
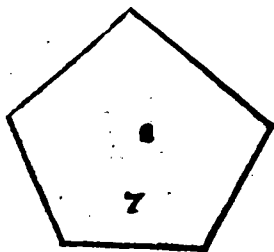


P due piramides triangularum basium fuerint equales earum bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases & altitudines fuerint mutue eadem piramides sibi inuicem esse equales necesse est.

¶ Quod trigesima quarta & trigesima quinta vndecimi proposuerunt de solidis parallelogramis & nos in .36. eiusdem demōstrauimus de seratilibus: hec septima .n. proponit de piramidibus habentibus bases triangulas. **¶** Intelligantur enim due piramides equales super duos trigonos .a. & .b. que dicantur .a. & .b. dico itaq. q. proportio basis .a. ad basim .b. est sicut proportio altitudinis piramidis .b. ad altitudinem piramidis .a. & si hoc fuerit dico piramides .a. & .b. esse equales. Adhibeantur quidem duobus trigonis .a. & .b. duo alii qui sint .c. & .d. vt fiant ambe superficies .a. c. & .b. d. equidistantiū laterum & ex ipsis piramidibus super bases .a. c. & .b. d. compleantur solida parallelograma piramidibus propositis eque alta que similiter dicantur .a. c. & .b. d. Manifestū igitur ē ex sexta huius .n. q. piramis .a. est sexta pars solidi .a. c. & piramis .b. sexta solidi .b. d. itaq. ex .35. vndecimi argue propositam primam quidem partem ex prima . secundam autem ex secunda. **¶** Quod si due quolibet piramides laterate fuerint equales earum bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases earum altitudinibus ipsarum mutue fuerint eadem piramides equales esse oportet.

¶ Si bases vtriusq. fuerint triangule demonstratum est verum esse quod diximus. Si sit altera tantū igitur .a. basiq. alterius piramidis sit .b. & sumatur trigonus .c. equalis polygonio .b. fiatq. super .c. piramis eque alta piramidi que est super .b. & sint .a. b. c. equiuoca nomina piramidū & basium. quia igitur ex ypothesi due piramides .a. & .b. sint eqles & ex vltima interpositarum ad sextam huius duarū piramides .b. & .c. sint eqles & erunt ex communi scientia due piramides .a. & .c. equales igitur bases earum sunt mutue ad altitudines earum ex prima parte .7. huius. Cumq. bases .b. & .c. sint equales altitudines quoq. piramidum .b. & .c. equales. Erunt ex prima parte & secunda .7. quinti bases .a. & .b. mutue altitudinibus piramidum .a. & .b. **¶** Secunda pars cōuerso mō probatur. nam si fuerit basis .a. ad basim .b. vt altitudo piramidis .b. ad altitudinē piramidis .a. erit ex .1. pte & p̄ia .7. quinti basis .a. ad basim .c. sicut altitudo piramidis .b. ad altitudinē piramidis .a. itaq. ex scda pte huius .7. due piramides .a. & .c. sunt equales quare p̄ communem sciam due quoq. piramides .a. & .b. sunt equales. **¶** Si vero neutra propositarum piramidum fuerit





trigona sed vtraq; polygonia. Verbi gratia altera pentagona altera exago-
na que adhuc dicantur. a. & b. sumatur similiter triangulus. c. equalis exa-
gono. b. super quem fiat piramis eque alta piramidi. b. eruntq; due pira-
midis. b. & c. equales. ideoq; due que sunt. a. & c. etiam per conceptionem
equales quare basis. a. ad basim. c. sicut altitudo piramidis. c. ad altitudi-
nem piramidis. a. hoc enim nuper demonstratum est. Est ergo ex septia
quinti basis. a. ad basim. b. sicut altitudo piramidis. b. ad altitudinem pi-
ramidis. a. Conuersa conuerso modo patet. si enim basis. a. ad basim. b. fue-
rit vt altitudo piramidis. b. ad altitudinem piramidis. a. erit quoq; ex se-
ptima quinti basis. a. ad basim. c. vt altitudo piramidis. c. ad altitudinem
piramidis. a. ideoq; vt patet ex prioribus erunt due piramides. a. & c. equa-
les quare etiam ex communi scientia & due que sunt. a. & b. erunt etiam
equales. Et hoc est propositum.

Propositio 3.



Penium duarum piramidum similium quarum
bases triangule & portio alterius ad alteram tanq; la-
teris ad latus eius relatiuum proportio triplicata.

Propositis duabus piramidibus bases triangulas habē-
tibus similibus ex ipsis perfice duo solida parallelograma
quemadmodum dictum est in demonstratione premis-
se et eruntq; hec duo solida parallelograma similia eo q; piramides ponun-
tur similes ad inuicem. nam duo solidi anguli qui sunt communes pira-
midibus & solidis parallelogramis superficialibus angulis numero & quan-
titate equalibus continentur & latera quoq; illos angulos superficiales co-
tinentia sunt proportionalia quare ex. 34. primi tres superficies solidorū
parallelogramorum communes angulos solidos constituentes sunt equi-
angule & laterum proportionalium. ideoq; similes ex diffinitione simi-
lium superficialium: quare ex. 24. & 13. quinti cum sit sex superficies horum
duorum solidorum parallelogramorum sunt similes ad inuicem: igitur
a diffinitione corporum similium erunt ipsa solida similia: quare cum p-
portio solidorum & piramidum sit vna ex. 15. quinti. nam solida sunt sex-
cupla piramidibus ex sexta huius. cumq; sit proportio solidorum vna si-
cut suorum relatiuorum laterum triplicata ex. 36. vndecimi libri:
Sint autem latera solidorum eadem quoq; latera piramidū. erit quoq;
ex 11. quinti proportio propositarum piramidum sicut suorum relatiuo-
rum laterum proportio triplicata: quod ē propositum.

Quod si fuerit due quilibet piramides laterate similes erit
proportio alterius ad alteram sicut sui lateris ad sibi relatiuum
latus alterius proportio triplicata.

Sint due laterate piramides quarum coni. a. & b. similes sintq; sup ba-
ses pentagonas que sunt. c. d. e. f. g. h. k. l. m. n. dico q; proportio earum ē
sicut suorum relatiuorum laterum triplicata. Constat enim ex diffinitio-
ne similium superficialium & corporum q; pentagoni qui sunt bases pro-
positarum piramidum sibi adinuicem. cunctiq; reliqui trianguli ipsas
ambientes sibi inuicem sunt similes. Diuidantur itaq; bases ambarum in
triangulos similes & numero equales prout. 18. sexti proponit esse possibi-
les protractis in hac quidem lincis. c. e. & c. f. in illa vero. b. l. & b. m. Di-
co igitur istas piramides esse diuisas in piramides triangulas similes & nu-
mero equales. Conferantur enim adinuicem due piramides. a. c. d. e. b.
b. k. l. quarum coni sunt. a. & b. constat autem ex ypothesi triangulum. c.
a. d. esse similem triangulo. b. h. k. & triangulum. d. a. e. triangulo. k. b. l.
& quia etiam ex ypothesi angulus. d. est equalis angulo. k. & latera. c.
d. & d. e. continentia angulum. d. sunt proportionalia lateribus. b. k. &
k. l. continentibus angulum. k. erunt ex. 6. sexti duo trianguli. c. d. e. & b.
k. l. equianguli. ideoq; per. 4. sexti erit proportio. c. d. ad. b. k. sicut. c. e.
ad. b. l. cumq; ex ypothesi sit proportio. c. a. ad. b. b. & etiam. a. e. ad. b. l. sicut

c.d.ad.h.k.erit ex .3. quinti. c.a.ad.h.b. & a.c.ad.b.l. sicut c.e.ad.b.l. igitur ex .5. sexti & diffinitione similium superficierum triangulus c.a.e. erit similis triangulo. b.b.l. manifestum est itaq; ex diffinitione similium corporum q; piramis. a.c.d.e. est similis piramidi. b.b.k.l. similiter quoq; constat piramidem. a.c.e.f. esse similem piramidi. b.b.l.m. & piramidem. a.c.f.g. piramidi. b.b.m.n. Quia ergo ex hac .8. proportio piramidis. a.c.d.e. ad piramidem. b.b.k.l. est sicut lateris. c.d. ad latus. h.k. triplicata & etiam piramidis. a.c.e.f. ad piramidem. b.b.l.m. sicut. e.f. ad. l.m. triplicata. ac etiam piramidis. a.c.f.g. ad piramidem. b.b.m.n. sicut. c.g. ad. b.n. triplicata cum sit ex hypothese proportio. e.f. ad. l.m. & c.g. ad. h.n. sicut. c.d. ad. h.k. sequitur ex .3. quinti ut proportio totalium piramidum a.f.b. sit sicut vnius harum partialium ad aliam vniam. igitur ex hac .8. & vndecima quinti constat verum esse quod diximus.

Omnes columne laterate eque alte suis basibus sunt proportionales.

Verum est quod dicitur super qualescunq; bases polygonias sint columne. Columnas autem lateratas vocamus solida corpora laterata quorum bases & superficies supprime sunt similes & equales. cuncte vero relique superficies ipsa solida circumstantes sunt equidistantium laterum. Talium autem solidorum prima species est feratilis cum super vna suarum trilatararum superficierum intelligitur esse statum. Secunda vero species est columna cuius basis sit quadrilatera quam ex duobus feratilibus necesse est esse compositam: & tertia est cuius basis e pentagona & ipsa ex tribus feratilibus perficitur. Simpliciter autem dico q; omnis laterata columna in tot corpora feratilia potest distingui in quot triangulos sua basis. In intelligantur itaq; due columne laterate. a.f.b. constitute super duas bases a.f. b. eque alte. dico q; proportio columnarum. a.f.b. est sicut basium. a.f. b. Distinguantur naq; hee bases in triangulos & hee columne in feratilia: basis quidem. a. que ponatur esse quadrangula in duos trigonos s.c.f. d. & columna. a. in duo feratilia. c.f. d. basis vero. b. que sit pentagona distinguatur in tres trigonos. e.f.g. & columna. b. in tria feratilia que similiter vocentur. e.f.g. Manifestum est igitur ex his que in .36. vndecimi dicta sunt q; proportio feratilis. c. ad feratile. e. est sicut basis. c. ad basim. e. & iterum feratilis. d. ad feratile. e. sicut basis. d. ad basim. e. quare per .24. quinti erit columne. a. ad feratile. e. sicut basis. a. ad basim. e. eade ratione erit columna. a. ad feratile. f. sicut basis. a. ad basim. f. at rursus columne. a. ad feratile. g. sicut basis. a. ad basim. g. Igitur ex .24. quinti quotiens necesse fuerit assumpta facile concluder propositum constat itaq; ex hoc q;

Omnes columne laterate super eandem basim vel super equales constitute si fuerint eque alte erunt equales.

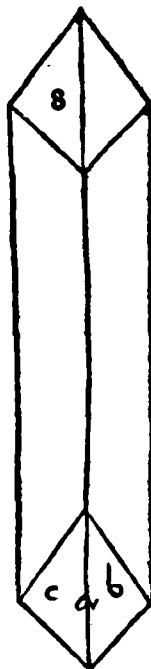
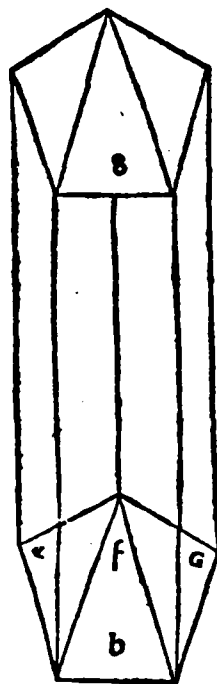
Cum enim ut proximo probatum est eque alte columne laterate sint suis basibus proportionales. ponantur autem bases esse aut eadem aut equales: necesse est ex .24. quinti ut etiam columne sint equales constat quoq; q;

Si fuerint quelibet solida parallelograma feratilia & laterate columne eque alta ipsa quoq; suis basibus proportionalia esse necessario comprobantur.

Omnia enim hee species sunt lateratarum columnarum de quibus paulo ante vniuersaliter probatum est verum esse quod dicitur.

Omnis laterata columna tripla est ad suam piramidem.

Distinguantur basis columne in triangulos & secundum numerum triangulorum illorum distinguatur columna in feratilia & piramis colli ne in piramides habentes bases triangulas que videlicet sunt bases feratiliu. constat itaq; vnumquod. feratilis ad eam piramidem que super eandem basim cum ipso feratili consistit triplum esse hoc enim demonstratum est in sexta huius duodecimi libri: igitur ex .3. quinti omnia



feratilia pariter accepta ad omnes pyramides pariter acceptas necesse est esse triplum cumq; ex omnibus feratilibus pariter acceptis columna & ex omnibus pyramidibus pariter acceptis pyramis columnę perficiantur constat veram esse hanc nostram propositionem.

¶ Si fuerint due quęlibet columnę laterate equales earum bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases earum & altitudines mutue fuerint eadem columnas equales esse necesse est.

¶ Si enim columnę sint equales earum pyramides erunt equales eo qđ omnis laterata columna est tripla ad suam pyramidem. si autem pyramides fuerint equales sue bases suis altitudinibus mutue erunt quemadmodum demonstratum est in septima huius. ¶ Quia igitur columnarum suarumq; pyramidum eodem sunt bases & altitudines sunt eodem. constat prima pars propositi. ¶ Sint igitur bases & altitudines propositarum columnarum lateratarum mutue dico qđ columnę erunt equales. cum enim eodem sunt bases eodemq; altitudines columnarum suarumq; pyramidum erunt bases & altitudines pyramidum propositarum columnarum mutue. si hoc ut posuimus est verum fuerit de columnis. erunt itaq; pyramides equales prout in septima huius demonstratum est igitur & columnę equales cum ipse triple sint ad suas pyramides quare patet secunda pars eius quo propositum est.

¶ Omnium duarum columnarum lateratarum similium est proportio alterius ad alteram tanq; lateris ad suum relatiuum latus proportio triplicata.

¶ Si columnę fuerint similes erunt ex diffinitione similium corporum bases earum ceterę superficies eas ambientes similes. Diuidantur itaq; bases earum in triangulos similes & numero equales quemadmodum. 38. sexti proponit esse possibile & ipse columnę diuidantur in feratilia super hos triangulos existentia. stude igitur probare feratilia vnus suis relatiuis feratilibus alterius esse similia: quod facile probabis ex ypothesi & sexta & quarta & quinta sexti & diffinitione similium superficialium & diffinitione similium corporum hoc aut probato erit ex. 36. vndecimi proportio vnus cuiusq; feratilis vnus ad suum relatiuum feratile alterius sicut sui lateris ad latus illius proportio triplicata. Et quia omnium laterum est proportio vna cum cuncta feratilia vnus sint similia suis relatiuis feratilibus alterius. sequitur ex vndecima quinti ut cunctorum feratiliū vnus ad sua relatiua feratilia alterius sit proportio vna: quare per. 13. quinti que est proportio vnus feratilis ad suum feratile relatiuum alterius eadem est omnium pariter acceptorum ad omnia pariter accepta & quia vtrobiq; omnia feratilia pariter accepta componunt columnas & relatiua latera feratiliū sunt relatiua latera columnarum necesse est ex vndecima quinti ut proportio columnarum sit sicut suorum relatiuorum laterum proportio triplicata quod est propositum.

Propositio .9.



Per hanc columna rotunda pyramidi sue triplex est comprobatur.

¶ Supra circulum .a. intelligatur vna columna & vna pyramis secundum eandem suam altitudinem erecte dicanturq; equinoce ipsa pyramis & columna & circulus nomine vno scilicet .a. dico itaq; qđ columna .a. est tripla ad pyramidem .a. cuius probatio est quia neq; maior neq; minor potest esse qđ tripla. Sit enim primum si possibile ē maior qđ tripla quantitate corporis b. ita qđ si .b. corpus dematur de columna .a. erit residuum eius triplum ad pyramidem .a. Inscribatur ergo quadratum circulo .a. super quod erigatur duo feratilia eque alta columnę .a. de quibus duobus feratilibus par-

ter acceptis constat q̄ ipsa sunt plus medietate columnne. a. quemadmo-
dum ipsum quadratum constat esse plus medietate circuli. a. Si enim ex
ipsis seratilibus perficiantur solida parallelograma quorum ipsa sunt me-
dietates: erit ipsa columna pars ipsorum duorum solidorum pariter acce-
ptorum. ¶ Deinde super latera quadrati inscripti perficiam quatuor tria-
gulos: duum equalium laterum in portionibus circuli quarum portionū
latera quadrati sunt corde diuisis arcibus illarum portionum per equa-
lia & sint illi trianguli. c. d. e. f. super quos etiam erige seratilia ad altitudi-
nem columnne. a. & manifestum est q̄ hec seratilia sunt maius medietate
portionum columnne super portiones circuli consistentium quemadmo-
dum & ipsi trianguli sunt maius medietate portionum circuli. Fiat autē
hoc totiens quousq̄ per primam. 10. cogatur aduersarius confiteri portio-
nes columnne pariter acceptas esse minus corpore. b. ¶ Erit igitur colum-
na laterata octogona quam componunt omnia seratilia pariter accepta
quorum bases sunt trianguli diuidentes polygonum inscriptum circulo
a. maius triplo piramidis rotunde. a. & quia ipsa laterata columna est
tripla ad suam piramidem sicut demonstratum est in eis que premissa
sunt. sequitur ex secunda parte. 10. quinti libri vt rotunda piramis. a. sit
minor laterata piramide laterate columnne cuius basis est inscriptum po-
ligonium basi rotunde piramidis. a. quod est impossibile. Est enim pi-
ramis laterata pars ipsius piramidis rotunde: non est igitur piramis. a.
minus tertia parte sue columnne. sed nec plus tertia. Si enim possibile est:
sit piramis. a. plus tertia parte columnne. a. quantitate corporis. b. ita q̄ de
tracto corpore. b. de piramide. a. sit residuum ipsius piramidis tertia pars
columnne. a. igitur quemadmodum prius ex piramide. a. intelligatur de-
trahi piramis laterata sibi eque alta cuius basis sit quadratum circulo. a.
inscriptum quam lateratam piramidem constat esse plus dimidio pira-
midis rotunde. Item de residuo piramidis. a. rursus intelligantur detra-
hi piramides eque alte statute super triangulos. c. d. e. f. qui sunt in portio-
nibus basis & hoc totiens fiat vt ex prima decimi relinquatur ex piramidi
de. a. minus corpore. b. Erit itaq̄ piramis laterata inscripto poligonio su-
perstantis quam componunt laterate piramides ex rotunda piramide de-
tracte maius tertia parte rotunde columnne. a. & quia vt probatum est i pre-
cedentibus hec piramis laterata est tertia pars sue columnne laterate. a. se-
quitur denuo ex secunda parte. 10. quinti libri columnnam rotundam. a. esse
minorem columna laterata eiusdem altitudinis cuius basis ē poligonū
basi rotunde piramidis inscriptum: hoc autem impossibile nam hec co-
lumnna laterata pars est columnne rotunde. Cum igitur columna rotunda
non possit esse minus triplo sue piramidis neq̄ maius: erit necessaria tri-
pla ad eam quod demonstrare volumus.

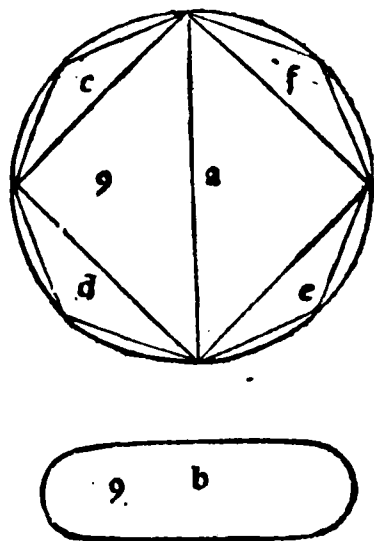
¶ Calligatoz.

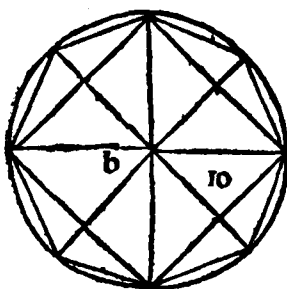
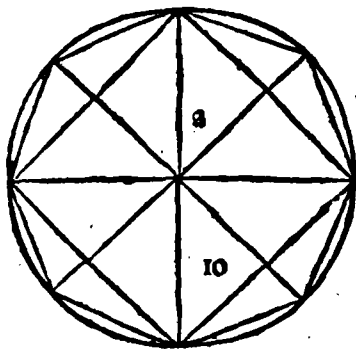
a ¶ Quia minus deficit ad complendam totam columnnam q̄ triplo
cui deficit corpus. b. q̄ maius est portionibus columnne p̄ter acceptis.
b ¶ Cum quelibet tertia pars huius sit maior tertia parte illius rotun-
de. Ideo tota totali.

Propositio .10.



¶ Annum duarum rotundarum piramidū simi-
lium columnnarum ve rotundarum similium est
pportio alterius ad alterā tanq̄ diametri sue ba-
sis ad diamet̄z basis alterius pportio triplicata.
¶ Sint duo circuli. a. & b. super quos constituātur due
rotunde piramides similes dueq̄ columnne rotunde simi-
les & dicantur circuli & piramides & columnne & diametri circulorum
his noibus. a. & b. equiuoce: dico itaq̄ q̄ proportio duarum piramidum
a. & b. duarumq̄ columnnarum. a. & b. est sicut duarum diametrorum





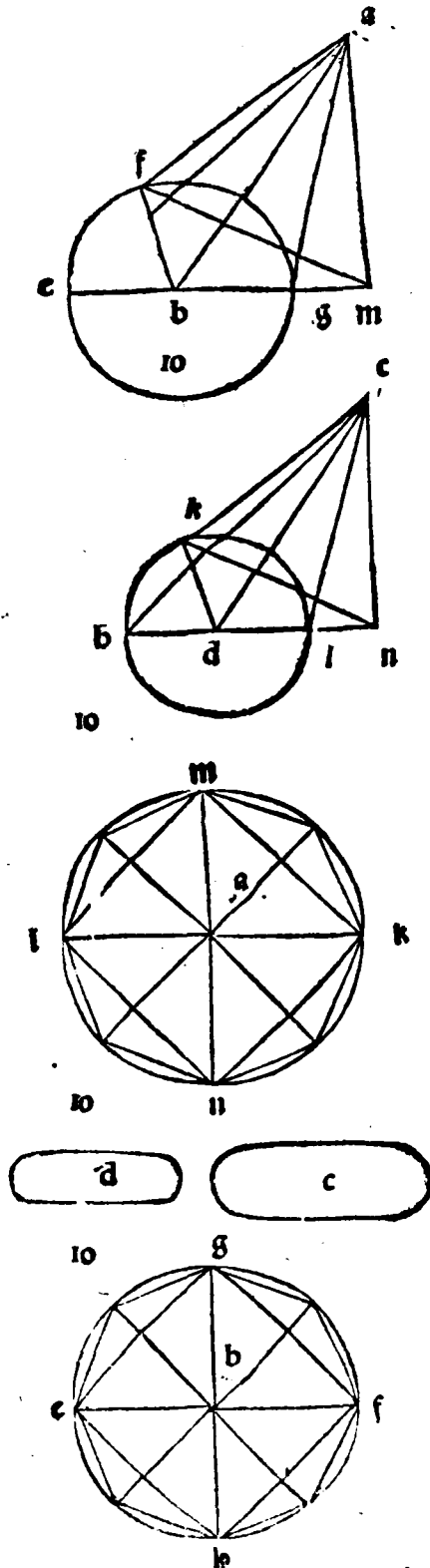
a. b. pportio triplicata: hoc autem si de pyramidibus confiteri: de columnis autem constabit ex. 15. quinti. cum omnis columna rotunda sit ex premissa tripla ad suam pyramidem: de pyramidibus autem constabit hoc demonstratione ducente ad impossibile. Est enim per communem scientiam positam in principio secunde demonstrationis huius. a. libris que proportio diametri. a. ad diametrum. b. triplicata: eadem pyramidis. a. ad aliquod corpus. Illud igitur corpus sit. c. de quo dico qd ipsum non potest esse minus neq. maius pyramide. b. Sit primo minus si fuerit possibile quantitate corporis. d. ita qd duo corpora. c. & d. pariter accepta sint quantum pyramis. b. itaq. quemadmodum in secunda parte premissis ex pyramide. b. detrahatur laterata pyramis sibi eque alta cuius basis sit quadratum inscriptum circulo. b. & ex residuo detrahantur pyramides eiusdem altitudinis consistentes super trigonos portionum circuli. b. fiat itaq. hoc totiens quousq. cogente prima. 10. sit residuum pyramidis. b. minus corpore. d. erit ex communi scientia laterata pyramis detracta quam componunt partiales pyramides detracte maius corpore c. Inscrubatur itaq. circulo. a. polygonum simile illi quod est basis laterate pyramidis detracte a pyramide. b. & ad angulos huius polygoni inscribitur circulo. a. demitte lineas a cono pyramidis. a. perficiens super illud polygonum lateratam pyramidem eque altam rotunde pyramidi. a. hanc igitur studeas demonstrare esse similem laterate pyramidi detracte a rotunda pyramide. b. quod hoc modo facies. In vtraq. pyramide eriges axem ipsius qui erit ex diffinitione linea continuans verticem pyramidis cum centro basis & erit perpendicularis ad basim. De hinc a centr. basim protrahas in vtroq. circulo semidiametros ad omnes angulos vtriusq. polygoni inscripti amq. ex diffinitione similitudinis pyramidum rotundarum sit pportio axis vnius ad axem alterius sicut diametri basis vnius ad diametrum basis alterius. ideoq. etiam ex. 15. quinti & equa proportionalitate sicut semidiametri ad semidiametrum. sint autem vtrobiq. omnes anguli quos axes cum semidiametris continent recti necesse est ex sexta propositione sexti libri qd qrtia eiusd. & diffinitione similitudinis suplicie & similitudinis corporum diffinitioe vt laterata pyramis. a. sit similis laterate pyramidi. b. qre per additam ad. 8. huius pportio laterate pyramidis. a. ad lateratam. b. est sicut lateris vnius ad suum relatiuum latus alterius pportio triplicata. ideoq. & sicut diametri. a. ad diametrum. b. triplicata. igitur quoq. sicut rotunde pyramidis. a. ad corpus. c. ex. 11. quinti quare permutatim pportio laterate pyramidis. a. ad rotundam pyramidem. a. sicut laterate pyramidis. b. ad corpus. c. Et quia laterata pyramis. b. maior est corpore. c. erit laterata pyramis. a. maior rotunda pyramide. a. quod est impossibile cum sit pars eius. Non est ergo corpus. c. minus rotunda pyramide. b. Restat itaq. probandum qd nec maius. Si enim aduersarius dicat ipsam esse maius tunc arguatur ex conuersa proportionalitate pportio nem diametri. b. ad diametrum. a. triplicatam esse sicut corporis. c. ad rotundam pyramidem. a. sed ex conceptione eadem est rotunde pyramidis b. ad aliquod corpus aliud quod sit. d. & quia ex ypotbesi corpus. c. maius est rotunda pyramide. b. sequitur. ex. 14. quinti qd rotunda pyramis. a. sit maior corpore. d. itaq. pportio rotunde pyramidis. b. ad corpus quod est minus rotunda pyramide. a. videlicet ad. d. est sicut sue diametri. b. ad diametrum alterius pportio triplicata. hoc autem est impossibile. na ex hoc demonstrauimus sequi qd pars sit maior suo toto. cum ergo corpus. c. non possit minus esse neq. maius rotunda pyramide. b. erit necessario sibi equale. ideoq. ex secunda parte. 7. quinti constat propositum. Non lateat autem nos huius demonstrationis processum ad eas dumtaxat columnas & pyramides rotundas coartari quarum axes suis basibus perpendiculariter insistant: tales enim diffinitae fuerunt in principio vnde cum tamen passio hic demonstrata communiter conueniat omnibus columnis rotundis similibus pyramidibus rotundis similibus sue ca-

nam axes super bases suas fuerint orthogonaliter erecte siue super eas fuerint inclinate: & appellentur differentie causa hee rotunde columnne & piramides quarum basibus axes orthogonaliter superstant erecte: relique vero dicantur inclinate: & quia in principio. ii. non sunt diffinitae columnne aut piramides rotunde nisi ille tantum quas erectas vocamus. hee quide per motum parallelogrami rectanguli ille vero per motum trigoni rectanguli. ideo conueniens arbitramur diffinire columnnas rotundas & piramides diffinitionibus communiter & vniuoce conuenientibus erectis & inclinatis columnnis & pyramidibus rotundis. Cum igitur extra superficiem alicuius circuli descripti signatur punctus qui cum circumferentia ipsius circuli per lineam rectam continuatur si linea ipsa signato puncto manente fixo descripto circulo quousq; ad locum vnde moueri inceperit. circumducatur corpus quod a curua superficie quam motu suo describit hec linea & ab ipso circulo cui circumducitur continetur voco pyramidem rotundam. & circulum cui linea hec circumducitur voco basim ipsius pyramidis. fixum autem punctum extra circuli superficiem signatum voco conum pyramidis: lineamq; rectam continuantem centrum basium cum cono pyramidis appello axem seu sagittam pyramidis. Cuiusq; hec sagitta fuerit perpendicularis ad basim dico pyramidem esse erectam. cum vero inclinata dico etiam pyramidem inclinatam. Cum autem fuerint duo circuli equales descripti in superficiebus equidistantibus quos vna plana superficies per eorum centra transiens secuerit fuerintq; continueate per lineam rectam due relatiue sectiones duarum circumferentiarum ipsorum circularum. Si linea hec in circumferentiis ipsorum circularum equidistans sit a quo moueri inceperit quousq; ad locum suum redeat circumducatur corpus quod a curua superficie quam motu suo describit hec linea & a duobus propositis circulis continetur: voco columnnam rotundam. cuius axis siue sagitta est linea recta centra duorum circularum continuans. Et cum hec sagitta fuerit perpendicularis ad superficiem vtriusq; duorum circularum dico columnnam esse rectam. Cum vero fuerit super basim inclinata dico columnnam esse inclinatam. Cuiusq; fuerint due rotunde piramides aut columnne a quarum axibus egrediantur due superficies super bases earum orthogonaliter erecte fuerintq; anguli quos axes & communes sectiones harum superficialium & basium continent adinuicem equales: & fuerit proportio axis vnius ad axem alterius sicut semidiametri basis vnius ad semidiametrum basis alterius tunc illas duas piramides adinuicem aut illas duas columnnas adinuicem dico similes esse. His diffinitionibus positis demonstrandum est qd omnium duarum rotundarum pyramidum similium columnnarum vtriusque circularum similium siue erecte siue inclinate fuerint est proportio vnius ad alteram sicut diametri basis vnius ad diametrum basis alterius proportio triplicata quod de solis erectis demonstratum est ad hoc autem premitimus antecedens necessarium.

Castigator.

a Diffinitio non dicitur hoc sed ex permutata proportione. eliditur. Quoniam si proportio axis vnius ad diametrum siue basis est sicut axis alterius ad diametrum siue basis. Ergo permutatum axis vnius ad axem alterius sicut diametri vnius ad diametrum alterius &c.

Si fuerint due rotunde piramides adinuicem similes vtriusque quarum due plane superficies super axem secant fuerintq; harum duarum superficialium altera in vtraque piramide super basim eius orthogonaliter erecta at arcus basium inter illas duas superficies contenti similes: et ut anguli quos axes & due communes sectiones basium & earum superficialium que super



bases non ponuntur orthogonaliter erecte continent a diuini-
cem equales.

¶ Sint due rotunde piramides. a. b. f. c. d. quarum bases sunt circuli .e. f. g. h. k. l. f. axes due linee. a. b. f. c. d. f. diametri basium. e. g. f. h. l. cetera basium sunt duo puncta. b. f. d. conijungantur. a. f. c. similes adinuicem: f. ab eorum conis ad superficiem basium protrahantur ut docet m. vndecimi libri due perpendicularares que sunt .a. m. f. c. n. f. continentur puncta. m. f. n. cum centris basium protractis lineis. b. m. f. d. n. eritq. ex is. vndecimi superficies. a. b. m. que egreditur ab axe. a. b. erecta sup basium piramidis. a. b. orthogonaliter. Eodem modo superficies. c. d. n. que egreditur ab axe. c. d. erit erecta super basium piramidis. c. d. orthogonaliter. Sint itaq. duo arcus. f. g. f. h. l. similes f. intelligatur due superficies. a. b. f. c. d. k. egredi ab axibus f. scire piramides. a. b. f. c. d. similes.

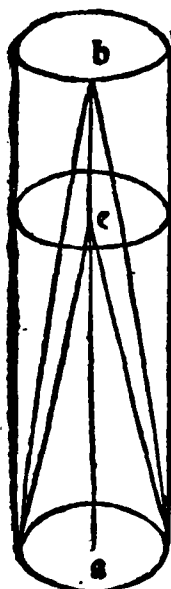
¶ Dico igitur duos angulos. a. b. f. c. d. k. esse adinuicem equales. Protrahantur. n. due linee. f. m. f. k. n. quia igit due piramides. a. b. f. c. d. sunt similes f. due superficies. a. b. m. c. d. n. stantes orthogonaliter sup bases egrediuntur ab eorum axibus: erit ex diffinitione similium piramidum angulus. a. b. m. equalis angulo. c. d. n. f. quia ex diffinitione linee supra superficiem perpendiculariter erecte vterq. duorum angulorum .a. m. b. c. n. d. est rectus erunt ex. 32. primi. f. 4. sexti duo primi trianguli .a. b. m. f. c. d. n. laterum proportionalium vt proportio linee .a. b. ad lineam. c. d. f. cut. b. m. ad. d. n. f. sicut. a. m. ad. c. n. Et quia ex diffinitione similium piramidum proportio axis. a. b. ad axem. c. d. est sicut semidiametri. b. f. ad semidiametrum. d. k. erit ex. n. quinti. proportio. b. f. ad. d. k. sicut .b. m. ad. d. n. Cumq. sunt duo anguli. f. b. m. f. k. d. n. equales eo q. duo arcus. f. g. f. h. l. sunt similes ex ypothefi: erit ex sexta f. quarta sexti proportio. f. m. ad. k. n. sicut. b. m. ad. d. n. ideoq. sicut. a. m. ad. c. n. f. quia iterum ex diffinitione linee super superficiem perpendiculariter erecte vterq. duorum angulorum. a. m. f. c. n. k. est rectus: erit ex sexta f. quarta sexti proportio. a. f. ad. c. k. sicut. a. m. ad. c. n. ideoq. per. n. quinti sicut. a. b. ad. c. d. f. sicut b. f. ad. d. k. igitur ex quinta sexti duo anguli. a. b. f. c. d. k. sunt adinuicem equales quod est propositum. ¶ I dem probabis leuiter de rotundis columnis similibus: hoc itaq. demonstrato dico q. omnium duarum rotundarum piramidum similium quecumq. fuerint sue erecte sue inclinate est proportio vnus earum ad alteram sicut diametri sue basis ad diametrum alterius basis proportio triplicata. Sint enim vt prius due rotunde piramides. a. f. b. quarum bases sunt circuli. a. f. b. f. horum circulorum diametri sint etiam. a. f. b. sitq. proportio piramidis. a. ad corpus .c. sicut diametri. a. ad diametrum. b. proportio triplicata. non erit igitur corpus c. minus neq. maius rotunda piramide. b. Sit enim primo si possibile est minus quantitate corporis. d. ita q. duo corpora. c. f. d. pariter accepta sint quantum rotunda piramis. b. ab axe igitur piramidis. b. prodeat superficies que sit orthogonaliter erecta super circulum. b. Sitq. communis sectio huius superficies f. circuli. b. linea. e. f. transiens per centrum. b. que erit diameter circuli. b. f. protrahatur intra circulum. b. alia diameter secans hanc orthogonaliter que sit. g. h. Sicq. inscribatur circulo. b. quadratum e. g. f. b. f. a. rotunda piramide. b. intelligatur detrahi laterata piramis cuius basis est quadratum circulo. b. inscriptum: que vt probatum est supra maius erit dimidio rotunde piramidis. Et ex residuo eius detrahant piramides eius de altitudinis consistentes sup trigonos portionu circuli. b. fiatq. hoc toties quouq. residuu sit rotunde piramidis. b. minus corpore d. ex pria decimi. Erity. ex conceptione laterata piramis detracta qua coponunt laterate partiales piramides detracte maius corpore. c. tunc ergo p deat ex axe piramidis. a. sup. rificies alia que sit orthogonaliter erecta super circulum. a. f. sit communis sectio huius superficies f. circuli. a. linea

k.l.que ob hoc erit diameter circuli.a. protrahatur autem in circulo .a. alia diameter secans hanc orthogonaliter que sit.m.n.sicq. inscribatur in circulo.a. quadratum.k.m.l.n. & diuidendo arcus portionum circuli.a. per equalia perficiatur in circulo.a. polygonum simile illi quod est inscriptum circulo.b. & ad singulos angulos huius polygoni demitte lineas rectas a cono pyramidis.a. perficiet super illud polygonum lateratam pyramidem eque altam pyramidi.a. hanc autem lateratam pyramidem probabis esse similem laterate pyramidi detracte .a. rotunda pyramide.b. quod hoc modo facies produces axes cogitatione vel actu vtriusq. in v. risq. pyramidibus.a. & b. & a. centris basium protrahas lineas rectas ad omnes angulos inscriptorum polygoniorum. Eruntq. ex premisso antecedente omnes anguli quos continet axis pyramidis.a. cum singulis lineis ductis a centro circuli .a. ad angulos polygoni sibi inscripti equales suis relativiis angulis quos continet axis pyramidis .b. cum singulis lineis ductis a centro circuli .b. ad angulos polygoni sibi inscripti. Et quia ex diffinitione rotundarum pyramidum similibus proportio axis pyramidis.a. ad axem pyramidis .b. est sicut semidiametri circuli .a. ad semidiametrum circuli .b. sequitur ex sexta & quarta sexti & diffinitionibus similibus superficierum & similibus corporum q. due laterate pyramides .a. & b. sint similes. Cetera argue sicut prius in decima .constat itaq. de omnibus rotundis pyramidibus similibus quod proportio earum sit sicut diametrorum suarum basium triplicata. & quia omnis columna rotunda est tripla ad suam pyramidem.hoc enim sufficiter est demonstratum siue columnne & siue pyramides fuerint erecte siue inclinate sequitur ex .15. quinti vt etiam quarumlibet columnarum rotundarum similibus sit proportio sicut suarum diametrorum triplicata.

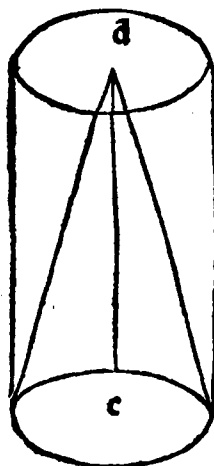
Propositio .11.



Proponitur duas rotundas pyramides siue columnas eque altas suis basibus proportionales esse necesse est. **S**upra duos circulos.a. & b. statuantur vt prius due rotunde pyramides eque alte que dicantur similiter.a. & b. & due rotunde columne eque alte eisdem litteris ascripte a. & b. dico itaq. q. proportio duarum pyramidum.a. & b. duarumq. columnarum.a. & b. est sicut duorum circulorum.a. & b. quod de columnis manifestum erit si hoc prius de pyramidibus demonstrabit. omnis enim rotunda columna tripla est ad suam pyramidem de pyramidibus autem constabit indirecta demonstratione hoc modo. Est enim ex communi scientia proportio rotunde pyramidis.a. ad aliquod corpus sicut circuli.a. ad circulum .b. illud corpus sit .c. dico itaq. q. corpus .c. non potest esse maius neq. minus rotunda pyramide .b. sit enim primo minus quantitate corporis .d. igitur circulo .b. inscribatur quadratum & detrachatur a rotunda pyramide .b. pyramis .laterata cuius sit basis quadratum circulo .b. inscriptum & ex portionibus pyramidis detrahantur pyramides super trigonos portionum circuli consistentes fiatq. hoc totiens quotusq. sit .ex pyramide .b. residuum minus corpore .d. eritq. laterata pyramis detracta quam componunt partiales pyramides detracte maior corpore .c. Inscribatur ergo circulo .a. polygonum simile illi polygonio quod est basis laterate pyramidis .b. & perficiatur super ipsum pyramis laterata ductis lineis a vertice pyramidis laterate .a. ad angulos polygoni inscripti. Eruntq. due laterate pyramides.a. & b. eque alte.hoc .n. est propositum de rotundis & q. proportio laterate pyramidis.a. ad lateratam pyramidem .b. est sicut basis eius ad basim illius videlicet sicut polygoni .a. ad polygonum .b. hoc .n. demonstratum est in sexta huius. At vero polygoni .a. ad polygonum .



12



b. est sicut circuli. a. ad circumferentiam. b. quod manifestum est ex praefata & soliditas huius itaq; laterate pyramidis. a. ad lateratam pyramidem. b. sicut rotundae pyramidis. a. ad corpus. c. quare permutatim laterate pyramidis. a. ad rotundam pyramidem. a. sicut laterate pyramidis. b. ad corpus. c. cumq; sit laterata pyramis. b. maior corpore. c. sequitur lateratam pyramidem. a. esse maiorem rotunda pyramidem. a. hoc autem impossibile est enim pars eius non erit ergo corpus. c. minus rotunda pyramidem. b. ¶ Si vero ponat aduersarius q; sit maius demonstrabimus. rursus idem impossibile consequetur enim per conuersam proportionalitatem proportio corporis. c. ad rotundam pyramidem. a. sicut circuli. b. ad circumferentiam. a. sit quoq; eadem rotunde pyramidis. b. ad aliquod corpus quod sit. d. Cum igitur corpus c. sit maius rotunda pyramidem. b. per ypothesim: erit ex 14. quinti rotunda pyramis. a. maior corpore. d. itaq; proportio circuli b. ad circumferentiam. a. erit sicut rotunde pyramidis. b. ad quoddam corpus minus rotunda pyramidem. a. Sed hoc demonstratum est prius esse impossibile. sic enim sequitur q; pars sit maior suo toto. non est igitur corpus. c. minus neq; maius rotunda pyramidem. b. sed tantum equale. itaq; ex secunda parte septime quinti concludere propositum. Vt autem facilius inconcussiusq; demonstraretur quod sequitur: ad ipsam est antecedens vtile premittendum quod est.

¶ Si superficies quedam rotundam columnam equidistat basi eius secuerit: erunt duo partialia corpora que ad illam sectionem superficiem terminantur portionibus axis columnae proportionalia.

¶ Simile est hoc ei quod proposuit. 25. vndecimi libri de solidis parallelis grammis nec solum verum est hoc de columnis rotundis immo simpliciter de omnibus columnis siue laterate fuerint siue rotunde. Quod quia argumentationem prime sexti vel. 25. vndecimi firmiter tenuerit facile demonstrare poterit: hic enim non aliter q; ibi ex diffinitione incontinuae proportionalitatis que posita est in problemo quinti libri arguendum est. propositum. ¶ Attendere autem oportet q; quaecumq; superficies secat columnam equidistans basi ipsius secat etiam eam equidistans superficier basis eius: oppositae. nam quaecumq; superficies vni superficier sunt equidistantes: ipse quoq; sunt equidistantes adinuicem vt ex his que dicta sunt ex decima sexta vndecimi libri didicistis quare manifestum est q; omnes rotunde columnae quarum sunt bases equales altitudinibus suis sunt proportionales. Idem quoq; de lateratis. idem quoq; de pyramidibus rotundis & etiam de lateratis quod de pyramidibus constabit si prius de columnis probetur. Est enim omnis columna triplex ad suam pyramidem. Rotunda quidem ex nona huius: laterata vero ex his que supra in octaua demonstrata sunt.

Propositio 12.



Si due pyramides rotunde siue columnae fuerint equales siue bases & altitudines erunt mutue. Si vero siue bases & altitudines mutue fuerint ipsae pyramides siue columnae equales esse necesse est.

¶ Altitudinem pyramidum determinant lineae a contrariis ad bases perpendiculariter descendentes: columnarum autem a supremis earum superficieribus ad bases. ¶ Sint itaq; due rotunde pyramides. a. b. & c. d. equales: duae quoq; rotunde columnae. a. b. & c. d. equales sintq; communes bases tam pyramidum q; columnarum duo circuli. a. & c. communes quoq; altitudines tam pyramidum q; columnarum determinate per lineas. a. b. & c. d. dico q; proportio circuli. c. ad circumferentiam. a. est sicut altitudinis. a. b. ad altitudinem. c. d. & conuerso. Hoc autem si de columnis probatum fuerit de pyramidibus certum erit: quoniam omnis columna rotunda tripla est ad suam pyramidem. Si itaq; due altitudines

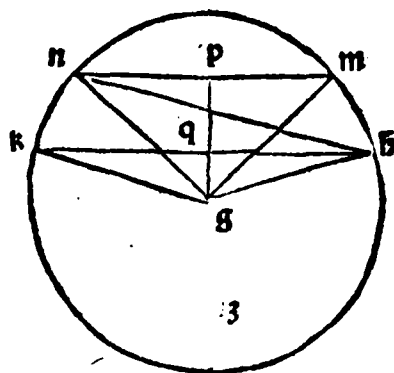
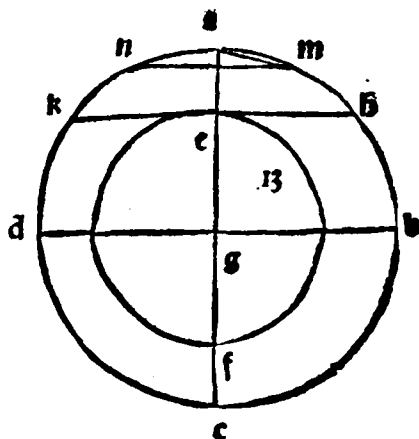
a. b. c. d. fuerint equales ex premiffa constat propositum. Si autem inaequalis sit, a. b. maior sumaturq. a. e. equalis. c. d. fecetur columna. a. b. a. iupficie. e. eq. distatet basi eius. a. critq. ex premisso antecedente columna. a. b. ad columnam. a. e. sicut altitudo. a. b. ad altitudinē. a. e. ideoq. ex pria pte. 7. quinti columna. c. d. ad columnā. a. e. sicut altitudo. a. b. ad altitudinē. a. e. quare p. scdm ptem. 7. quinti sicut altitudo. a. b. ad altitudinē. c. d. ex pmissa autē ē columna. c. d. ad columnā. a. e. sicut circulus. c. ad circulū. a. itaq. p. n. quinti est altitudo. a. b. ad altitudinem. c. d. sicut basis. c. ad basim. a. constat igit. pria ps. 7. Scda couerso mō cōstabit eadē dispositione manēte. Sit. n. vt basis. c. ad basim. a. sic altitudo. a. b. ad altitudinem. c. d. dico q. due columne. a. b. c. d. sunt equales. Erit enim ex secūda pte. 7. quinti altitudo. a. b. ad altitudinem. a. e. sicut basis. c. ad basim. a. 7. q. ex premiffa columna. c. d. ad columnā. a. e. ē sicut basis. c. ad basim. a. 7. ex pmissio antecedente columna. a. b. ad columnā. a. e. sicut altitudo. a. b. ad altitudinē. a. e. sequitur ex. n. quinti vt columna. c. d. ad columnam. a. e. sit sicut columna. a. b. ad eandem. a. c. igitur ex prima parte. 9. quinti due columne. a. b. c. d. sunt equales. quare constat etiam secunda pars.

Propositio 13.



Em propositū fuerit duo circuli ab vno centro circūducti superficiem multiangulam equalium laterum circulum minorem minime tangentium intra circulum maiorem describere.

Sint duo circuli. a. b. c. d. e. f. ab vno cōi centro q. d. sit. g. circūducti. dico q. intra maiorem. qui sit. a. b. c. d. possibile est vnum polygonum quod sit equilaterū describi minore circulū q. est. e. f. nullo suoq. latez. tangens. quā adrent. n. hi duo circuli duabus diametris si p. centz. ipsoz. orthogonaliter seinuicem secantibus que sint. a. c. e. f. b. d. sitq. e. f. diameter minoris ps. diametri. a. c. q. est diameter maioris. sicq. igitur a puncto. e. ducatur vtrinq. vsq. ad circūferentiam maioris linea orthogonaliter super diamet. e. f. que occurrat circūferentie maioris hincq. dem in puncto. h. inde vero in puncto. k. eritq. ex correlario. 5. tertii linea. h. c. k. cōtingens circulū minore. Postea vero quādrantē. a. b. maioris circuli diuide p. equalia in puncto. l. fm doctrinam 19. tertii debinc rursus arcū. a. l. p. equalia ad punctū. m. cūq. hoc pluries feceris necessario tandem deuenies ad arcum qui minor erit arcu. a. h. sit hic. a. m. Hoc autē idcirco necessarium est quia cum fuerint due quantitates inaequales si a maiori earū dematur eius dimidium. utq. a residuo dimidium possibile est hoc totiens fieri quousq. tandē minor minore earū relinquetur quem idmodum in prima. 10. demonstratum est. Cum igit sic diuidendo ad arcum quantulumcūq. minorem. a. h. fuerit deuentum cuiusmodi ē arcus hic. a. m. sumat arcus. a. n. eq. lis arcui. a. m. ducanturq. due linee. a. m. e. n. m. Quia igit arcus. a. k. ē eq. lis arcui. a. b. q. d. ex scda pte. tertie tertii 7. quarta primi 7. 2. tertii manifestū ē. Et q. arcus. a. n. ē eq. lis arcui. a. m. erit ex cōi scia arcus. n. k. eq. lis arcui. m. h. ergo due linee. m. n. e. k. h. sunt eq. distantes. Ergo linea. m. n. nō poterit tāgere circulū. e. f. q. re multo fortius nec. linea. a. m. p. ipsum tāgere. **Q**uoniam igit cōstat circulū. a. b. c. d. diuisibile ēē p. archus equales arcui. a. m. ideoq. p. 18. tertii simul cōstat intra ipsum circulū posse chordulas eq. les chordule. a. m. cōtinue coaptari circulū ipsum polygonie chordantes. manifestū ē intra circulū maiore posse vnū polygonū eq. latez. cuius vnū latus ē linea. a. m. i scribi 7. q. a. linea. a. m. nō cōtingit circulū minore patet ex pria pte. 13. tertii et diffinitione lineaz. a. centro circuli eq. liter eq. distantium q. inscriptum polygonū nullo latez. suoq. tangit circulū minore q. d. ē ppositum. **A**t q. d. dubitas duz. lineaz. m. n. e. k. h. eq. distantes cum sint duo arcus. n. k. e. m. h. eq. les: hoc autē incōcusam fuitatē sortitū est q. due linee circuli vnū nō autē se inuicē secantes: si ex circumferentia equales arcus hinc inde lineis ipsis intersunt erunt eq. distantes: due quidem a centro. g.



lineam .g.p. perpendicularem ad lineam .m.n. que fecit lineam .h.k. in pñ
 fto. q. ¶ protrahe lineas .g.m. .g.n. .g.k. .g.h. ¶ duobus arcibus .n.k. ¶ .m.
 h. subtende duas cordas que etiam dicantur .n.k. ¶ .m.h. eruntq. ex .18. ter
 tii hec corde equales .n.k. ¶ .m.h. eo q. arcus equales. Et per secundam p
 tem tertie eiusdem tertii erit linea .n.p. equalis lineae .m.p. cū igitur vterq.
 duorum angulorum qui sunt ad .p. sit rectus ex diffinitione perpendicu
 laris erit ex quarta primi angulus .n.g.p. equalis angulo .p.g.m. At 70
 per .8. primi angulus .k.g.n. est equalis angulo .h.g.m. itaq. per commu
 nem scientiam que est si equalibus equalia addas tota erunt equalia erit
 angulus .k.g.q. equalis angulo .q.g.h. ideoq. per quartam primi linea .k.
 q. erit equalis lineae .q.h. quare per primam partem tertie tertii linea .g.
 q. erit perpendicularis ad lineam .k.h. igitur ex prima parte .18. primi due
 lineae .n.m. ¶ .k.h. sunt equidistantes ¶ hoc est quod dubitare conquesus
 es. ¶ Hoc enim idem aliter demonstrare est possibile ducatur enim li
 nea .n.b. eritq. ex vltima sexti angulus .b.n.m. equalis angulo .n.b.k. eo
 q. arcus .h.m. est equalis arcui .n.k. ideo ex .17. primi linea .m.n. erit equi
 distans lineae .h.k. Conuersam quoq. si libuerit conuerso modo probabis
 si enim linea .m.n. est equidistans lineae .h.k. erit arcus .n.k. equalis arcui
 m.h. erunt enim ex prima parte .19. primi duo anguli .h.n.m. ¶ .n.b.k. eq
 les. ideoq. ex vltima sexti duo arcus .n.k. ¶ .m.h. erunt etiam equales.

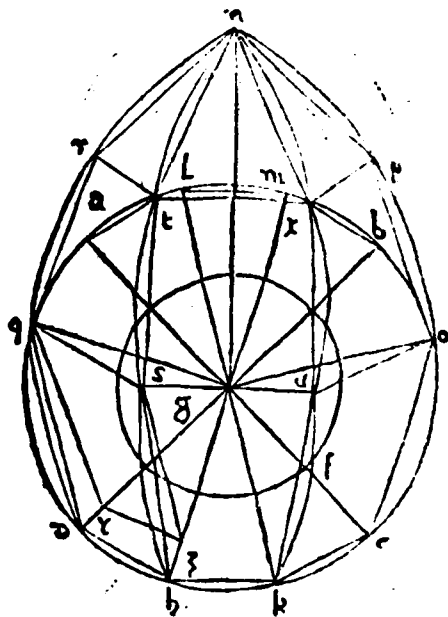
Propositio .14.

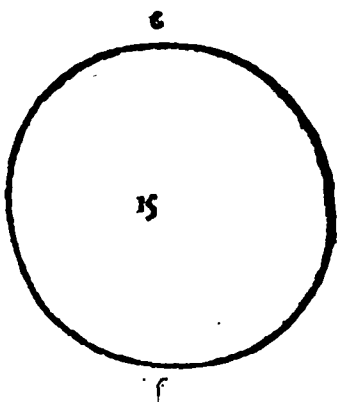
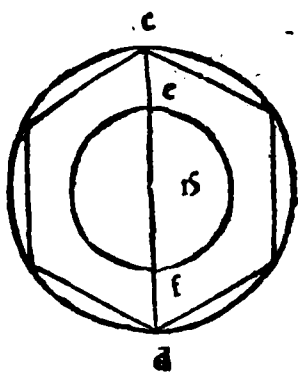
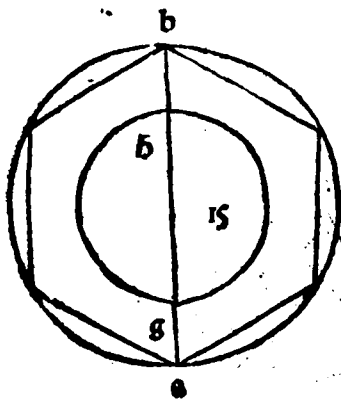


Probis speris vnum centrum habentibus pro
 positio intra maiorem earum solidum multarum
 basium superficiem minoris sphere minime tan
 gentium figuraliter constituere. Quo constituto
 si in minori sphere siue in qualibet alia sphere si
 mile corpus intelligibiliter constituatur erit pro
 portio corporis multarum basium intra maiorem spheram cō
 stituti ad corpus multarum basium intra minorem spherā vel
 aliam constitutum sicut diametri maioris sphere ad diametrum
 minoris vel alterius sphere proportio triplicata.

¶ Siue propositae due sphere .a.b.c.d. ¶ .e.f. vnum atq. idem centrum
 quod sit .g. habentes ¶ sit maior earum spera .a.b.c.d. minor vero spher
 a .e.f. volumus autē intra maiorem earū vnum corpus multarum basium
 constitueret de quibus non intendimus q. ipse bases sint equales aut simi
 les sed q. nulla earū tāgat superficiē minoris sphere. Cum igitur hoc volue
 rimus facere scabimus simul vtranq. propositarum spherarum vna pla
 na superficie per commune centrum earum transeuntes eruntq. ex diffini
 tione sphere ¶ diffinitione circuli communes sectiones huius secantis su
 perficiē ¶ superficierum spherarum propositarum lineae continentes cir
 culos sint itaq. duo circuli .a.b.c.d. ¶ .e.f. quorum centrum est centrum
 sphere de quo propositum est quod ipsum sit .g. Quadrabimus igitur
 hos duos circulos duabus diametris se supra commune centrum eorum
 orthogonaliter secantibus que sint .a.c. ¶ .d.b. postea maiori circulo scdm
 precepta premisse inscribemus vnum polygonium equilaterum nullo
 suorum laterum tangens minorem circulum. Et sufficiat exempli causa
 inscripsisse duodecagonū equilaterum ita q. in quadrante ipsius maioris
 circuli q. e. c. d. sint tria latera huius duodecagoni que sint corde .d.b. ¶ .k.
 ¶ .k.e. que cum sint equales erunt quoq. ex prima parte .17. tertii arcus ea
 rum equales. Deinceps duobus punctis .b. ¶ .k. que sunt extremitates me
 die corde producemus duas diametros que sint .h.m. ¶ .k.l. ¶ super cen
 trum .g. erigemus lineam .g.n. perpendicularē ad superficiem circuli
 a. b. c. d. quam producemus quousq. obuiet superficiē sphere maioris
 super punctum .n. ¶ Deinde intelligam quatuor superficies secantes

sphas propositas & quarum vnaqueq; fecit eas super lineam. g.n. sed
prima earum supra lineam. g.n. & diametrum. d.b. secunda super lineam
g.n. & diametrum. h.m. tertia vero super lineam. g.n. & diametrum. k.l.
quarta autem super lineam. g.n. & diametrum. c.a. Enuntq; ex diffinitio-
nibus sphere & circuli communes sectiones harum superficierum & sup-
ficii sphere maioris linee continentes circulos & erunt portiones inscri-
pte vt inter punctum. n. & quatuor puncta que sunt. d.h.k.c. quadrantes
horum circulorum qui quadrantes sunt. d.n.h.n. & k.n. & c.n. hoc autē
ideo euenit eo q; oēs anguli quos continet linea. g.n. cū vnaqua; diame-
trorum protractarum in superficie circuli. a.b.c.d. sunt recti ex diffinitio-
ne linee perpendicularis ad superficiem. Recti vero anguli in cetro quar-
te circumferentie subtenduntur. quod ex vltima sexti euidenter apparet.
Ex diffinitione autem circulorum equalium manifestum est q; vnus
quisq; horum quatuor circulorum est equalis circulo. a.b.c.d. Nam dia-
meter oium ipso; ē diameter sphere maioris. igit per. 35. qnti quadrates
eorum sunt equalēs quare quinq; arcus qui sunt. d.n. h.n. k.n. c.n. & d.c.
sunt equalēs. In vnoquoq; ergo quatuor quadratium circulorum erecto-
rum coaptentur ypothemisales chorde quarum quelibet sit equalis chor-
de circuli prostrati que sunt latera polygonii sibi inscripti & est vna eaz;
corda. d.h. sintq; in primo quidem. d.q.q.r. & r.n. in secundo vero. h.s.s.
t. & t.n. in tertio autem. k.u.u.x. & x.n. & in quarto sunt. c.o.o.p. & p.n. &
protrahantur corausta coniungentes capita ypothemisalium chordarū
que sunt. q.s.s.u.u.o. & r.t.t.x.x.p. Vides igitur quarte parti superioris he-
mispherii maioris sphere que quidem quarta pars est. d.n.c. inscriptum eē
corpus. 9. basium quarum tres que cecunt in puncto. n. sunt triangle.
cetere autem sunt quadrangule. suntq; harum quadrangulorum superficie-
rum ypothemisalia latera equalia. sed non equidistantia. Corausti autē
inter quosq; duos circulos intercepti sunt equidistantes adinuicē & chor-
de circuli prostrati sed non sunt adinuicē equalēs. ¶ Hoc autem scies si p-
pendiculares a coraustorum extremitatibus ad superficiem circuli iacen-
tis demiseris. de quibus constat q; ipse cadet super diametros circulorum
quos corausti continuant quod ex demonstratis in. 33. u. facie deprehen-
des. Verbi gratia. Sint a duobus terminis corausti. q.s. demisse due ppē-
diculares. q.y. & s.3. cadentes in diametris. d.b. & h.m. & protrahantur li-
nee. q.d.s.h. & y.3. eruntq; ex quarta sexti duo trianguli. q.y.d. & s.3.h. si-
miles quare proportio duarum perpendiculariū. q.y. & s.3. erit sicut dua-
rum cordarum. q.d. & s.h. cumq; sint corde equalēs erunt etiam & perpen-
diculares equalēs. At ipse sunt equidistantes ex sexta. u. ergo ex. 33. primi
coraustus. q.s. est equalis & equidistans line. y.3. & quia ex secunda parte se-
cunde sexti linea. y.3. est equidistans corde. d.b. & ideo minore ea sequi-
tur ex. 9. vndecimi vt coraustus. q.s. sit etiam equidistans corde. d.h. & mi-
nor ea ex 8. conceptione. Cum itaq; corde que sunt latera polygonii inscri-
pti circulo iacenti & ipse sunt omnes equalēs corde. d.h. non tangant sphe-
ram minorem: necesse est vt nullum latus harum basium corporis inscri-
pti sue quadrangule sint sue trigone tangat eandem minorem spheram
cum omnia hec latera sint ipsis cordis equalia aut minora. Smpliciter autē
dico q; nulla etiam harum basium de quibus omnibus manifestum est
ex secunda parte secunde. u. q; ipse sunt tote in superficie vna pōt aliquo-
fui puncto contingere minorem spheram eo q; omnis linea recta ducta
super quemlibet punctum cuiusq; earum equidistans corausto minor
est necessario corda prostrati circuli. Si igitur connexitates aliarum quar-
tarum maioris sphere tam superioris hemispherii q; inferioris ad eius simi-
litudinem quadrilateris trilaterisq; superficiebus subtexantur eritq; ma-
iori sphere corpus. 22. basium superficiem minoris sphere minime tan-
gentium quā admodū ppositum fuerat inscrip- tū. Dico insup q; si alia q;





libet sphaera simile corpus statuatur erit proportio vnus ad alterum sicut diametri vnus sphaerae ad diametrum alterius triplicata. Erant enim. 22. bases vtriusq. corporis bases totidem lateratarum pyramidum quarum omnium vertices erunt in centris ipsarum sphaerarum has autem pyramides perficies si a singulis angulis inscriptorum corporum qui sunt extremitates cordarum & coraustorum lineas ad centra sphaerarum produxeris. Stude itaq. ex diffinitione similium corporum probare cunctas pyramides vnus esse similes suis relatiuis pyramidibus alterius. Quo probato erit ex. 8. huius proportio vnus cuiusq. earum ad suam relatiuam alterius sicut proportio semidiametrorum sphaerarum ipsarum triplicata. sunt enim semidiametri sphaerarum latera cunctarum pyramidum. At quia semidiametrorum & diametrorum est ex. 15. quinti vna proportio ex. 13. eiusdem facile concludes propositum.

Castigator.

a ¶ Cum polygonum descriptum secundum quantitatem lineae. y. 3. sit pars polygoni descripti secundum quantitatem lineae seu corde. d. h. vt patet intuitu. quoniam diametri suorum circulorum quibus imaginatur inscribi sunt inequales &c.

Propositio 15.



¶ Annum duarum sphaerarum est proportio alterius ad alteram tanquam siue diametri ad diametrum alterius proportio triplicata.

¶ Sint due sphaerae. a. b. & c. d. quarum diametri sunt. a. b. & c. d. dico q. proportio earum est sicut suarum diametrorum proportio triplicata. Cuius demonstratio est quoniam nam neq. ad minorem sphaeram q. sit sphaera. c. d. neq. ad maiorem est proportio sphaerae. a. b. sicut diametri. a. b. ad diametrum. c. d. triplicata. Esto quidem proportio sphaerae. a. b. ad sphaeram. e. f. sicut diametri. a. b. sphaerae a. b. ad diametrum. c. d. triplicata; demonstrabo itaq. q. sphaera. e. f. non potest esse minor neq. maior q. sphaera. c. d. Si enim affirmet aduersarius eam esse minorem imaginabor eam includi a sphaera. c. d. & circūduci ab eodem centro & inscribam sphaerae. a. b. corpus multarum basium sphaeram. e. f. minime tangentium quod iam dicatur. c. d. & inscribam. a. b. corpus multarum basium simile corpori multarum basium. c. d. q. d. ēt noīe sue sphaerae dicat. a. b. Et sphaera. c. d. aliud huic simile q. d. ēt dicat noīe sue sphaerae. c. d. vt in pmissa ostensum est. constat itaq. ex scda parte premisse. q. quinti q. proportio sphaerae. a. b. ad sphaeram. e. f. est sicut corporis multarum basium quod est. a. b. ad corpus multarum basium. c. d. quod est. c. d. vtraq. enim est sicut diameter. a. b. ad diametrum. c. d. triplicata; hec autem ex ypothe. illa vero ex secunda parte premisse; quare permutatim proportio sphaerae. a. b. ad corpus multarum basium. a. b. est sicut sphaerae. e. f. ad corpus multarum basium. c. d. Cum igitur sphaera. a. b. sit maior corpore multarum basium. a. b. erit etiam sphaera. e. f. maior corpore multarum basium. c. d. hoc autem est impossibile. nā ipsa est pars eiusmodi, ergo sphaera. e. f. minor sphaera. c. d. Si autem dicat aduersarius esse maiorem conuertabimus ipsum hoc modum: erit enim per conuersam proportionalitatem sphaera. e. f. ad sphaeram. a. b. sicut diametri. c. d. ad diametrum. a. b. triplicata. sit itaq. eadē sphaera. e. f. ad sphaeram. g. h. eritq. ex. 14. q. sphaera. g. h. minor sphaera. a. b. eo q. sphaera. c. d. posita ē minor sphaera. e. f. q. rē proportio sphaerae. c. d. ad aliquā sphaeram minorem sphaera. a. b. ē sicut diametri. c. d. ad diametrum. a. b. triplicata. At hoc est impossibile; nam ex hoc sequitur q. pars sit maior suo toto vt demonstratum est prius. itaq. sphaera. e. f. non est maior neq. minor q. sphaera. c. d. igitur ex. 7. quinti concludere propositam conclusionem que imponit finem libro duodecimo.

Explicit liber duodecimus.

Liber tertiusdecimus Eudidis de admiranda vi linee secun-
dam proportionem habentem medium duosq; extrema diuise
z quinque corporum regularium formatione ex perfecta Cam-
pani traductione. Magistro Luca Paciolo de Burgo San-
cti Sepulchri ordinis Binorum castigatore optimo Incipit.

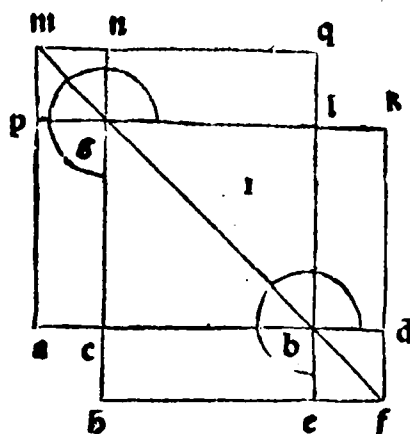
Propositio .1.



Si diuisa fuerit linea secundum
proportionem habentem medium
duosq; extrema si maiori portioni
linea in longum addatur equalis
dimidio ipsius linee proportio
naliter diuise: quadratum linee ex
eis duabus compositae quadrati me-
dietatis eiusdem linee diuise quin-
cuplum esse necesse est.

Si linea, a. b. diuisa in puncto. c. p-
ut docet. 29. sexti. & sit maior portio eius
linea. b. c. cui. b. c. directe adiungatur li-
nea. b. d. que sit equalis medietati totius
a. b. dico q; quadratum linee. c. d. erit qn

cuplum ad quadratum linee. b. d. Quadrabo enim lineam. b. d. & sit eius
quadratum. d. e. & circumponam huic quadrato gnomonem secundum
quantitatem linee. b. c. protracta diametro. f. b. g. sitq; circumpositus gno-
mo. e. g. d. e. itq; ex. 22. sexti superficies inde composita que sit. b. h. tanq;
quadratum linee. c. d. Dico igitur quadratum. h. k. quincuplum esse ad
quadratum. d. e. Sit igitur. e. l. quadratum circumpositi gnomonis sibi
q; circumponatur alius gnomon ad quantitatem linee. a. c. protracta dia-
metro. f. b. vsq; ad. m. sitq; hic gnomon. c. m. l. & protrahantur linee. c. n. &
p. l. equidistantes lateribus oppositis secantes se super diametrum. f. m. in
puncto. g. Manifestum est autem ex. 22. sexti q; compositum ex hoc se-
cundo gnomone & quadrato. c. l. & ipsum quadratum sit. a. q. est quadra-
tum linee. a. b. quod ex quarta secundi necesse est esse quadruplum ad qua-
dratum. d. e. eo q; linea. b. d. est medietas linee. a. b. cumq; sit ex prima par-
te. 16. sexti superficies. a. n. ideoq; per. 43. primi superficies. m. l. equalis qua-
drato. c. l. prouenit enim. a. n. ideoq; & m. l. ex. b. a. in. a. c. & c. l. prouenit
ex. c. b. in se & cum ex prima sexti sit. a. l. dupla ad. l. d. ideoq; equalis. l. d.
& c. e. pariter acceptis ex. 43. primi erit ex hac comuni scientia si equalibus
equalia addas tota fient equalia: quadratum. a. q. equale gnomoni. e. g.
d. hic ergo gnomon quadruplus est ad quadratum. d. e. quemadmodum
erat quadratum. a. q. itaq; totum quadratum. h. k. cum ipsum constet ex
simplo & quadruplo erit ex comuni scientia quincuplum ad idem quod est
propositum. Idem aliter ex quarta secundi constat q; quadratum linee
a. b. est quadruplum ad quadratum linee. b. d. At per secundam eiusdem
quod sit ex. a. b. i. b. c. & in. a. c. est equale quadrato. a. b. quod autem ex. a.
b. in. b. c. equum est ei quod ex. b. d. bis in. b. c. quod ex prima secundi ma-
nifestum est cum. a. b. sit dupla ad. b. d. At vero quod ex. a. b. in. a. c. est
ex prima parte. 16. sexti equale quadrato. b. c. itaq; per communem scien-
tiam quod sit ex. b. d. bis in. b. c. & quod ex. b. c. in se est eqle quadrato. a.
b. & ideo est quadruplum ad quadratum. b. d. quare superaddito quadra-
to. b. d. erit totum aggregatum quincuplum ad quadratum. b. d. videli-
cet illud quod sit ex. b. d. bis in. b. c. cum quadrato. b. c. & quadrato. b. d.
at quia ex quarta secundi hoc totum est equale quadrato. c. d. constat ve-
rum esse quod diximus.



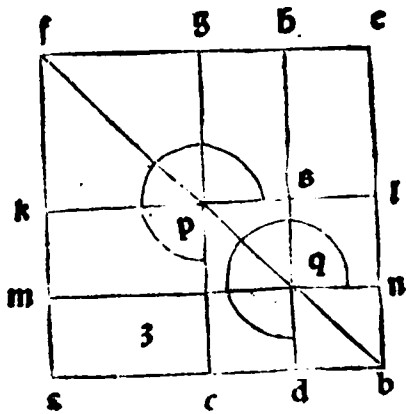
Propositio .2.



In cuilibet linee bipartite cuius quadratū quadratū alterutrius suarum portionum fit quincuplum in longum sibi linea addatur donec eidem portioni reliqua portio cum addita linea fiat duplex: eadez duplex linea scdm proportionem habentem mediū quoq; extrema diuisa erit maioris portio eius erit

linea media.

Hec est conuersa premissa duplici quoq; modo sicut illa demonstrabitur via retrograda eadem p̄sum manente dispoñe. verbi gr̄a. sit quadratum. h. k. quincuplum ad quadratum. d. e. & linea a. b. dupla ad lineam b. d. dico q̄ linea a. b. diuisa est in puncto. c. fm̄ proportionem habentē medium & duo extrema & maior portio eius est linea media vt est. c. b. Constat aut̄ ex. 4. secundi q̄ quadratum. a. q. quadruplum est ad quadratum. d. e. itaq; gnomon. g. d. e. equalis est quadrato. a. q. quare duo supplementa l. d. & c. e. pariter accepta sunt quantum gnomon. c. m. l. Atq; eadē supplementa pariter accepta sunt ex prima sexti quantum a. l. ideoq; quantum. c. q. sequitur q̄. c. q. sit equalis gnomoni. c. m. l. dempta igit̄ ab utroq; superficie. l. n. erit quadratum. c. l. equale superficiē. a. n. cum igit̄ fiat superficies. a. n. ex. a. b. in. a. c. sit aut̄ quadratum. c. l. quadratū linee. c. b. erit ex scda parte. 16. sexti p̄portio. a. b. ad. b. c. sicut. b. c. ad. c. a. ex diffinitione ergo linee fm̄ p̄portionem hntem medium & duo extrema diuise positam in principio sexti libri cōclude p̄positū. **I**tem aliter cum quadratū. c. d. sit ex ypothesi quincuplū ad quadratum b. d. quadratum vero. a. b. sit ex quarta secūdi quadruplū ad idem. at quadratū. c. d. sit ex eadem equale quadrato. c. b. & quadrato. b. d. & ei qd̄ sit ex b. d. bis in. c. b. sequitur vt illud qd̄ sit ex. b. d. bis in. c. b. tñ est quantum qd̄ ex. a. b. in. b. c. eoq; a. b. dupla est ad b. d. ergo quod sit ex. a. b. in. b. c. cū quadrato. b. c. est equale quadrato. a. b. & quia ex scda secūdi quod sit ex. a. b. in. b. c. & in. a. d. ē eq̄le quadrato. a. b. sequit̄ ex cōi scientia vt quadratum linee. b. c. sit equale ei quod sit ex. a. b. in. a. c. igit̄ ex secunda parte. 16. sexti & diffinitione cōstat p̄positum.



Propositio 3.



In diuisa fuerit linea secundum proportionem habentem medium & duo extrema si in minori portio in tantū dimidium maioris directe innatur: erit vt quadratum linee inde compositae quincuplum sit quadrati quod ex ipsa maioris medietate portionis describitur.

Sit linea a. b. diuisa in puncto c. secundum p̄portionem hntem medium & duo extrema. sitq; eius maior portio linea. c. b. q̄ diuidat̄ p̄ equalia in. d. dico q̄ quadratum linee. a. d. est quincuplum ad quadratum linee. c. d. describatur enim quadratum. a. b. quod sit. a. e. in quo protrahatur diameter. b. f. & linee. g. c. & d. h. itemq; k. l. & m. n. equidistant̄ lateribus op̄positi: secantes se inuicem super diametrum in duobus punctis. p. & q. & extra diamet̄ in duobus aliis locis. r. & s. manifestū igit̄ est ex. 22. sexti vel ex correlario quarte secūdi: q̄ oēs superficies existentes in quadrato a. e. quas diameter diuidit per medium sunt quadrata: quatuor autem superficies que sunt. a. r. m. p. p. h. & s. e. constat ex. 43. primi & prima sexti ēē adinuicem eq̄les. nam due postreme. p. h. & s. e. sunt adinuicē equales ex prima sexti quoniā igit̄ ex p̄nti ypothesi & diffinitione linee fm̄ q̄ p̄ponitur diuise & p̄ma parte. 16. sexti quadratum. c. l. est eq̄le superficie. a. g. ideoq; & gnomoni. r. f. s. p̄ id quod superficies. a. r. est equalis superficie. p. h. & qm̄ ex quarta secūdi quadratum. c. l. est quadruplum ad quadratum. r. s. qd̄ est tanq̄ quadratum linee. c. d. sequitur ex cōi scientia q̄ quadratum. m. h. sit quincuplum quadrati. r. s. cōstat enim ex gnomone quadruplo. & a. s. simplo. hoc aut̄ est p̄positū. **I**dem aliter cum sit linea. b. c. diuisa p̄ equalia in puncto. d. & addita est ei linea. a. c. erit ex. 6. secūdi quod sit ex

a.b.in.a.c.cum quadrato.c.d.interiacentis equale quadrato.a.d.at quia quod fit ex.a.b.in.a.c.equale est quadrato.c.b.ex prima parte.16. sextis hoc aut est quadruplum ad quadratum.c.d.manifeste patet veritas eius quod dicitur. Potes quoque si libet et duplici modo ex consequente huius sui ans concludere processu retrogrado. Sit.n.eadem dispositione manente quadratum.m.h. quincuplum ad quadratum.r.f. eritque gnomon.r.f.f. equale quadrato c.l. Vtrumque.n. e quadruplum ad quadratum.r.f. at quia superficies.a.g. e equalis gnomoni predicto necesse est ut superficies eade sit equalis quadrato predicto. quod fit ex secunda parte.16. sexti. et diffinitione linea.a.b. e diuisa in puncto.c. fm proportionem habentem medium et duo extrema: et maior portio eius est linea c.b. ¶ Idem aliter cum sit ex ypothesi quadratum linee.a.d. quincuplum ad quadratum linee.c.d. et ex.6. secunda idem ipsum quadratum sit equale ei quod fit ex.a.b.in.a.c. cum quadrato.c.d. sequitur ut id quod fit ex.a.b.in.a.c. cum quadrato.c.d. sit quincuplum ad idem quadratum.c.d. ideoque eo dempto erit residuum videlicet quod fit ex.a.b.i.a.c. quadruplum ad ipsum et quia quarta secunda quadratum linee.c.b. est quadruplum ad idem necesse est ut quod fit ex.a.b.in.a.c. sit equale quadrato.c.b. quare itez ex secunda parte.16. sexti et diffinitione linea.a.b. est diuisa fm proportionem habentem medium et duo extrema in puncto.c. et maior eius portio est linea.c.b.

Propositio .4.



¶ Secundum proportionem habentem medium et duo extrema quolibet linea fuerit diuisa eiqz in locum directe tanqz maior sectio adiciatur erit tota lineam inde compositam fm proportionem habentem medium et duo extrema diuisam esse et erit eius maior portio linea prima.

¶ Sit linea.a.b. diuisa qua supponit proportionem in puncto.c. et sit eius maior portio c.b. totiqz.a.b. adiciat directe linea.b.d. quod sit equalis.c.b. dico quod tota.a.d. eade proportionem diuisa est in puncto.b. et maior eius portio e linea.a.b. quod est linea prima. Est.n. ex diffinitione.a.b.ad.b.c. sicut.b.c.ad.c. a. ad. b. ex prima quinti.a.b.ad.b.d. sicut ad.b.c. igitur ex vndecima eiusdem.a.b.ad.b.d. sicut.b.c.ad.c.a. Quare per conuersam proportionem a. ad.b. sicut.a.c.ad.c.b. et conuictim.d.a.ad.a.b. sicut.a.b.ad.b.c. Cumque sit ex septima quinti.a.b.ad.b.c. sicut ad.b.d. erit ex vndecima eiusdem.d.a.ad.a.b. sicut.a.b.ad.b.d. Itaque ex diffinitione linea.a.d. diuisa est in puncto.b. fm proportionem habentem medium et duo extrema et maior portio eius e linea.a.b. quod est propositum. Eodem quoque modo si ex maiori portione cuiuslibet linee secundum predictam proportionem diuise tanqz minor portio detrahatur erit ipsa maior portio secundum eandem proportionem diuisa. eritque maior portio eius linea detracta. verbi gratia. Sit linea.a.b. si cut proponitur in puncto.c. diuisa sitque maior portio.a.c. a qua detrahatur c.d. equalis.c.b. dico quod a.c. est diuisa fm proportionem eandem in puncto.d. et quod maior portio eius est linea.d.c. Cum enim sit ex diffinitione.b.a.ad.a.c. sicut.a.c.ad.c.b. At ex septima quinti.a.c.ad.c.b. sicut ad.c.d. erit ex vndecima eiusdem.b.a.ad.a.c. sicut.a.c.ad.c.d. ideoque per.19. quinti sicut.c.b. residuum ad.d.a. residuum. Sed ex septima eiusdem.c.b.ad.d.a. sicut.c.d.ad.d.a. itaque.a.c.ad.c.d. sicut.c.d.ad.d.a. ex diffinitione ergo constat quod diximus. Nec igitur ea quam auctor proponit additio nec ea quam ex opposito proponimus detractio quantumcumque vtralibet in prolixum tendat a proprietate diuisionis linee primitiue discordat.



Propositio .5.



¶ Secundum proportionem habentem medium et duo extrema quolibet linea fuerit diuisa quod ex tota linea quodque ex minori portione producit ambobus quadrata pariter accepta triplum sunt eius quod ex maiore portione quadratum describitur.

¶ Sit linea .a.b. diuisa per sepe dictam proportionem in puncto .c. sitq. maior portio eius linea .c.b. dico q. quadrata duarum linearum .a.b. & .c. a. pariter accepta triplum sunt ad quadratum linee .c.b. Hec enim duo quadrata pariter accepta sunt ex septima secundi quantum quadratum .c. b. & duplum eius quod fit ex .a.b. in .a.c. I temq. quia quod fit ex .a.b. in .a.c. est equale quadrato .c.b. ex diffinitione & prima parte .16. sexti: manifestum est propositum.

Propositio .6.



Divis rationalis linee secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuise vtriusq. portionem residuum esse necesse est.

¶ Sit linea .a.b. secundum solitam proportionem diuisa in puncto .c. rationalis. dico q. vtraq. portio eius est residuum. Sit enim maior eius portio .a.c. cui directe adiciatur .a.d. equalis dimidio totius .a.b. eritq. etiam .d. a. rationalis ex .6. decimi libri & diffinitione. Constat autem ex prima huius q. quadratum linee .d.c. quincuplum est ad quadratum linee .d.a. igitur linea .d.c. est communicans linee .d.a. in potentia ex diffinitione. sed non in longitudine ex vltima parte .7. decimi quare per .68. decimi linea .a.c. est residuum cum due linee .c.d. & .d.a. sint ambe rationales potentialiter tantum communicantes. & quia iterum si ad lineam rationalem .a.b. adiungatur superficies equalis quadrato linee .a.c. que est residuum erit latas eius secundum lineam .c.b. ex prima parte .16. sexti necesse est ex .91. decimi vt linea .c.b. sit residuum primum. Quare constat propositum. Amplius autem si linee .a.b. diuise vt proponitur maior portio fuerit rationalis: erit minor residuum. verbi gratia. sit vt prius .a.b. diuisa in .c. secundum dictam proportionem & maior portio eius que est .a.c. sit rationalis que diuidatur per equalia in .d. eritq. ex tertia huius quadratum d b. quincuplum ad quadratum .d.c. at quia .d.c. est rationalis cum ipsa sit dimidium .a.c. sequitur vt due linee .d.b. & .d.c. sint rationales potenti aliter tantum communicantes quare vt prius linea .c.b. est residuum. at vero si linea rationalis in potentia tantum secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuidatur adhuc necesse est vt vtraq. portio eius sit residuum. Sit enim .a.b. rationalis in potentia tantum diuisa sicut proponitur in puncto .c. & suamatur aliqua rationalis in longitudine que sit .d.e. que etiam diuidatur in .f. secundum predictam proportionem. Manifestum est igitur ex secunda .14. libri que sine adminiculo alicuius eorum que sequuntur in cōcussa demonstratione roborat q. pportio .a.b. ad .d.e. est sicut .a.c. ad .d.f. & sicut .c.b. ad .f.e. Cum ergo .a.b. cōicet cū .d.e. in potentia sequit ex pma pte .10. decimi q. .a.c. cōicet cū .d.f. & .c.b. cū .f.e. in potentia. Et q. vtraq. portio line .d.e. est residuum vt patet ex predictis sequitur ex .98. decimi vt vtraq. portio linee .a.b. sit & residuum sed nō eiusdem speciei vt ibidē demonstratum est. Quare constat q. ois linee rōalis in lōgitudine vel in potentia tñ. fm pportionem hñtem medium & duo extrema diuise vtraq. portio ēe residuum. Et nota q. pma p. pñtis demonstratiōis qua demonstrat q. maior portio linee diuise fm pportioem hñtem medium & duo extrema sit residuum si tota linea sit rōalis pcedit ex sufficientibus siue tota linea ponat rōalis in longitudine siue in potētia tñ. Scda p. pars qua demonstrat hoc de minori portione q. ipsa quoq. sit residuum si tota est rōalis non pcedit ex sufficientibus nisi tota sit rōalis in longitudine. Tertia aut p. q. pbatur q. minor portio est residuum sufficienter pcedit siue maior portio sit rōalis in longitudine siue in potentia tñ. Ad concludendum igr de maiori portioe linee pdicto modo diuise q. ipsa sit residuum sufficit ponere totam lineam diuisam esse rōalem in potentia tñ. sed ad cōcludendum quoq. hoc de minori portione mediante maiore si sufficit ponere portioē maiorem similiter rōalem in potentia tñ. sed ad cōcludendum hoc de minori portione mediante tota necesse est ponere totā lineam esse rōalem in longitudine aut vtēdum est secunda .14. libri quēadmodū dcm ē.



Propositio .7.



Iquis pentagonus tres equos angulos habens fuerit equilaterus equiangularis quoque idem pentagonus esse probatur.

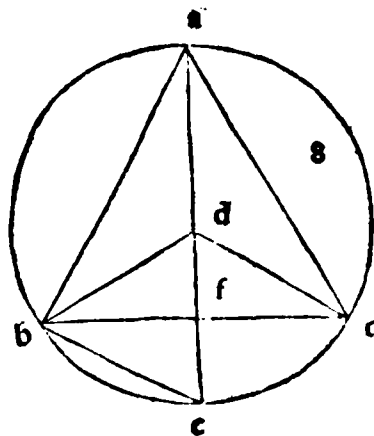
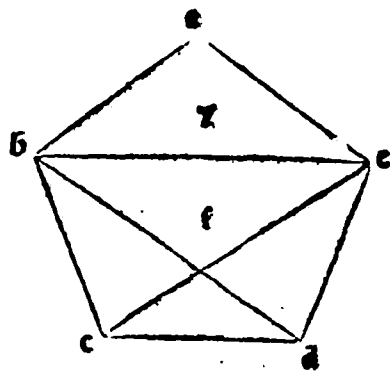
Sit pentagonus. a. b. c. d. e. equilaterus. sintque quilibet tres eius anguli siue continue siue incontinue sumantur ad invicem equales & sint prius incontinue sumpti. sintque anguli. a. c. d. illi tres qui ponuntur ad invicem equales dico totum pentagonum esse equiangularum. His angulis subtrahantur chordae. b. e. b. d. & c. & totus pentagonus dividatur in trigonum & quadrilaterum cuius due diagonales sint chordae duorum primorum equilatum angulorum secantes se intra quadrilaterum ipsum in puncto. f. eritque per quartam primi b. si. b. e. equalis basi. b. d. & angulus. a. e. b. equalis angulo. c. d. b. Cumque per quintam primi angulus. b. e. d. sit equalis angulo. b. d. e. eo quod duo latera. b. e. & b. d. sint equalia. erit ex cor. scia. totalis angulus. e. equis totali angulo. d. Si vero probabis totale angulum. b. esse equaliter angulo totali. c. Est n. per quartam primi basis. b. e. equalis b. si. c. e. & angulus. a. b. e. equalis angulo. d. c. e. per quintam autem eiusdem. f. primi est angulus. e. b. c. equis angulo. e. c. b. igitur ex cor. scia. totalis angulus. b. e. equis totali angulo. c. Sint itaque tres anguli. b. c. d. continue sumpti equales & sic quoque erit pentagonus equiangularis: erit enim ex. 4. primi basis. b. d. equalis b. si. c. e. & angulus. c. d. b. angulo. d. e. c. & angulus. b. d. c. angulo. e. c. d. quare per sextam primi due linee. c. f. & f. d. erunt equales cum duo anguli trianguli. f. c. d. qui sunt ad basin. c. d. sint equales. Igitur ex hac cor. scia. si ab equilibus erit linea. f. b. equalis linee. f. e. erat enim tota. b. d. equalis toti. c. e. id est: eo quod per quintam primi erit angulus. f. b. equalis angulo. f. e. b. & eadem autem est angulus. a. b. c. equalis angulo. a. e. b. Itaque per eandem sciam angulus. b. totalis est equalis angulo. e. totali tres enim partiales anguli componenter unum sunt equales tribus partialibus componentibus alium unusquisque suo relativo. Manifestum est igitur quod tres anguli. e. b. c. non continue sumpti in proposito pentagono sunt equales. Cum autem sic demonstratum est totum pentagonum esse equiangularum utrolibet ergo modo constat propositum.

Propositio .8.



Iquis trianguli equilateri quod a latere suo quadratum descriptum triplum est quadrato dimidii diametri circuli a quo triangulus ipse circumscribitur.

Sit triangulus. a. b. c. equilaterus cui circumscribatur circulus. a. b. c. supra centrum. d. quemadmodum docet quintum quarti libri & protrahatur in eo diameter. a. d. e. dico ergo quod quadratum linee. a. b. triplum est ad quadratum semidiametri. a. d. Ducatur n. due linee. b. d. & d. c. & arcus. b. e. subtendantur chorda b. e. eritque ex octava primi angulus. b. a. d. equalis angulo. c. a. d. quare per ultimum sexti arcus. b. e. est equis arcui. e. c. Et quia ex. 27. tertii tres arcus. a. b. b. c. & c. a. sunt ad invicem equales eo quod ex chordae que sunt latera trigoni sunt equales ex hypothesis. Erit arcus. b. e. sexta pars circumferentie. ideoque chorda. b. e. erit latus hexagoni equilateri ipsi circulo inscripti. quare per cor. 5. quarti linea. b. e. est equalis semidiametro. a. d. Manifestum est autem ex prima parte. 30. tertii quod angulus. a. b. e. est rectus. ideoque quadratum linee. a. e. est equale quadrato duarum linearum. a. b. & b. e. pariter acceptis ex penultima primi. At vero quadratum. a. e. quadruplum ad quadratum. b. e. ex quarta secundi cum linea a. e. sit dupla. b. e. Relinquitur ergo quadratum. a. b. triplum esse ad quadratum. b. e. & ideo ad quadratum. a. d. quod est propositum. Non lateat autem nos quod linea. b. c. que est latus trigoni dividit semidiametrum. d. e. per equalia. Esto quidem punctus divisionis. f. constat igitur ex quarta primi quod b. f. est equalis. f. c. ideoque per primam partem tertii omnes anguli qui sunt ad f. sunt recti Quare ex penultima primi quadratum. b. d. est equale quadrato duarum linearum. d. f. & f. b. Quadratum vero b. e. equale quadrato duarum linearum que sunt. b. f. & f. e. Et quia. b. d. est equalis. b. e. erit



ex cōi scia duo quadrata duaz lineaz. b. f. f. d. pariter accepta equalia duobus quadratis duaz lineaz. b. f. f. e. pariter acceptis. Dempto igitur vtrinq. quadrato. b. f. erit ex cōi scia qdratum. f. d. residuum equale qdrato. f. e. residuo quare f. linea. f. d. linee. f. e. ex hac cōi scia quaz quadrata sunt equalia eas lineas esse equales. Ex hoc itaq. manifestum est q. perpē dicularis ducta a centro circuli ad latus trigoni equilateri sibi inscripti eq. lis est dimidio linee ducte a cētro eiusdem circuli ad ipsius circūferentiā.

Castigator.

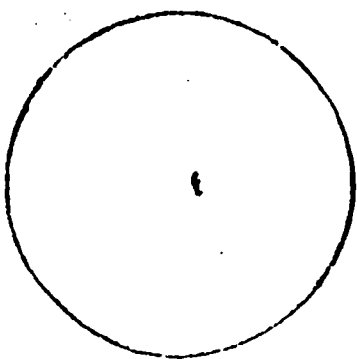
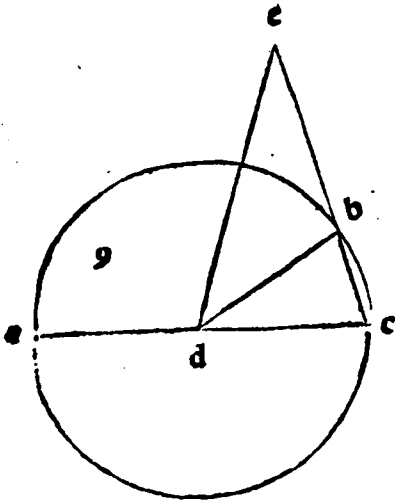
a ¶ Quia duo anguli ad. d. sunt equales adinuicem f. latera trianguloz illos continētia eq. lia. f. b. d. d. c. f. d. f. cōe vtriq. triangulo.

Propositio .9.



¶ Latus exagoni equilateri latusq. decagoni equilateri quos ambos vnus idemq. circulus circumscribit sibi inuicem in longum directumq. coniungantur tota linea ex eis composita fm proportionem habentem medium ⁊ duo extrema diuisa erit maior eius portio latus exagoni.

¶ Sit circulus. a. b. c. cuius cent. d. f. diamet. a. d. c. sitq. arcus. c. b. quinta pars arcus semicirculi. a. b. c. cui subtendatur chorda. c. b. quam cōstat esse latus decagoni equilateri pposito circulo inscripti. A diūganurq. linee. c. b. in cōtinuū f. directum linea. b. e. que ponatur esse eq. lis lateri exagoni eq. lateri predicto circulo inscripti. Dico totam lineā. c. e. diuisam esse. in pā. fto. b. fm pportionē hntem medium ⁊ duo extrema ⁊ maiore eius portionem dico esse lineā. b. e. q. est latus exagoni. Ducant. n. in cent. due li. nec. e. d. f. b. d. eritq. angulus. e. equalis angulo. b. d. e. ex. 5. primi pp hoc q. linea. e. b. est eq. lis linee. b. d. ex correl. 5. quarti angulus quoq. d. b. c. est eq. lis angulo. c. ex. 5. primi quare ex. 31. primi angulus. a. d. b. erit duplus ad angulum. d. b. c. f. quia p eādē angulum. d. b. c. est duplus ad angulum. e. sequitur vt angulus. a. d. b. sit quadruplus ad angulum. e. Est. n. ex cōi scia qdruplum qcquid fuerit dupli dupli. Cūq. sit ēt idem angulus. a. d. b. quadruplus ad angulū. b. d. c. ex vltima sexti eo q. arcus. a. b. est qdruplus ad arcum. b. c. necesse est ex cōi scia vt agulus. e. sit equalis angulo. b. d. c. Si igr intelligant duo trianguli. d. e. c. totalis. f. b. d. c. ptialis cū angulus. e. totalis sit eq. lis angulo. b. d. c. ptialis f. angulus. c. sit cōis vtriusq. necesse est ex. 31. primi vt ipsi sint equianguli quare p qrtam sexti pportio duoz latez. e. c. f. c. d. cōtinentium angulum. c. in totali triangulo ē sicut duoz latez. d. c. f. c. b. cōtinentium eūdē angulū in ptiali triangulo qa ergo pportio. e. c. ad. c. d. ē sicut ad. e. b. ex scda pte. 7. quinti. f. d. c. ad. c. b. ē sicut e. b. ad eādē ex pma pte eiusdem. Sequit ex. n. gnti vt sit pportio. e. e. ad e. b. sicut. e. b. ad. b. c. I gr a dione cōclūde ppositum lineam. e. c. esse diuisam fm pportionem hntem mediū ⁊ duo extrema ⁊ maiorem portionē eius ēē latus exagoni q. oportuit nos demonstrare. Conuersam quoq. de mōstrare cōuenit qd facile fiet via retrograda. Eā n. assumit Ptolomeus capitulo. 9. prime dictōis almagesti ad demonstrandum qntitatem chordaz arcuū circuli. Dico itaq. q. si linea qlibet fm pportionē hntem mediū ⁊ duo extrēa diuidat cuius circuli maior portio fuerit latus exagoni eius dem minor erit latus decagoni. At 7o cuius minor erit latus decagoni eiusdem maior erit latus exagoni. Sit. n. priori dispositōe manēte linea e. c. diuisa in puncto. b. fm predictā pportionē ⁊ maior eius portio sit. e. b. dico q. cuiuscūq. circuli linea. e. b. est latus exagoni eiusdē ē linea. b. c. latus decagoni. f. cuiuscūq. circuli linea. b. c. est latus decagoni eiusdē est linea. e. b. latus exagoni. Intelligo autē hoc de exagonis f. decagōis equilateris. Si. n. sit. e. b. latus exagoni circulo. a. b. c. inscripti erit per correl. 5. quarti. e. b. equalis. d. c. f. quia pportio. c. e. ad. e. b. est sicut. e. b. ad. b. c. ex ypotbesi erit ex. 7. quinti. c. e. ad. d. c. sicut. d. c. ad. c. b. igit ex. 6. sexti duo triāguli. e. d. c. f. d. c. b. sunt equianguli. Angulus ergo. e. est equalis angulo. b. d. c. ipsos enim latera proportionalia respiciunt, cumq. sit angulus



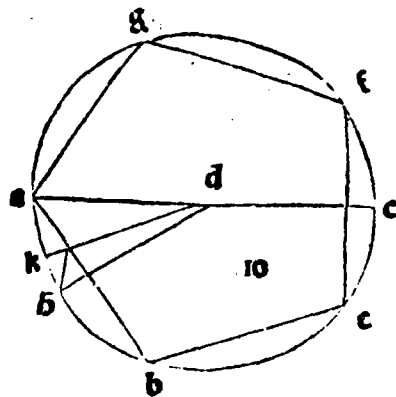
a.d.b. quadruplus ad angulum.e.ex.31. primi bis assumpta. & quinta eiusdem bis sequit vt et idē angulus.a.d.b. sit quadruplus ad angulum.b.d.c. Ideoq. ex vltima sexti arcus.a.b. quadruplus est ad arcum.b.c. Linea igitur.b.c. est latus decagoni circulo.a.b.c. inscripti. Qd si linea.b.c. fuerit latus decagoni circuli.a.b.c. erit.e.b. latus exagoni eiusdem. Sit.n.e.b. latus exagoni circuli.f. eritq. ex predictis.b.c. latus decagoni eiusdem. In teiligantur igitur inscripti ee decagoni equilateri duobus circulis.a.b.c. & f. quoz oia latera erunt equalia linee.b.c. & quia ois figura equilatera circulo inscripta est equiangulara vt probatum est in.15. quarti libri sequitur vtrosq. decagonos ee equiangulos. Cūq. oēs anguli vnus pter accepti sint equales oibus angulis alterius pariter acceptis sicut euidenter apparet ex demonstratis in.31. primi: necesse est ex hac cōi scia quorūlibet equalium decimas aut quotaslibet ptes eiusdē denotatiōis ee equalēs vt vnus hōz decagonoz sit equiangularis alii. ideoq. similis ex dione similitū supā cietur. & quia si due figure similes duobus circulis inscribant: erit proportio duoz relatiuoz laterū illaz figurarum sicut duaz diametroz illoz circuloz vt apparet ex correl.18. xxi libri & prima.n. cum latera decagonorum similitum inscriptoz duobus circulis.a.b.c. & f. sint equalia sequitur vt diametri eoz sint equalēs. ideoq. & semidiametri ee equalēs. Sūt autē semidiametri & latus exagoni equalia ex correlari o decime quīte quarti. Erit ergo linea.e.b. latus exagoni circulo.a.b.c. inscripti sicut ipsa est latus exagoni circuli.f. sibi equalis. Hoc autē est quod demonstrare voluimus. Ex hac autem nōa huius.13. libri noueris exortam esse decimam q̄r ei libri que duum equalium laterum proponit trigonum describendum cuius vterq. duorum angulorum quos basis obtinet ad tertium duplus extat. Talis enim est vterq. triangulorum.e.d.c. & d.c.b. & simpliciter omnis cuius duo latera sunt equalia maiori portioni alicuius linee diuise sint proportionem habentem medium duoz extrema & tertium quod est basis est equalē minori portioni linee eiusdem. Vel cuius duo latera sunt equalia lateri exagoni equilateri alicui circulo inscripti: basis vero est equalis lateri decagoni equilateri eidem circulo inscripti quod est propositum.

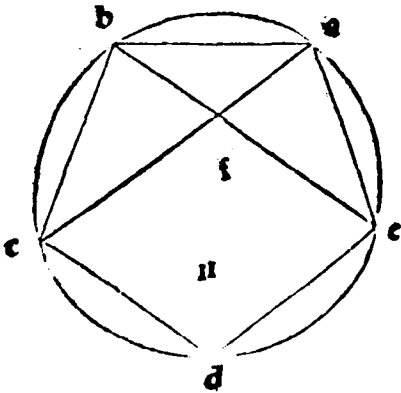
Propositio .10.



Pene latus pentagoni equilateri tanto potentius est latere exagoni equilateri quantum potest latus decagoni equilateri si sint in eo dē circulo ambo inscripti.

Sit circulus.a.b.c. cuius centrum.d. & diameter.a.d.c. inscribaturq. ei pentagonus equilaterus qui sit.a.b.e.f.g. & a centro.d. protrahatur perpendicularis ad latus.a.b. que producatnr vsq. quo obuiet circumferentie in puncto.h. sitq. d.h. & protrahatur due chorde.a.h. & h.b. que erunt equalēs adinuicē ex secunda parte.3. tertii & quarta primi. ideoq. et duo arcus.a.h. & h.b. equalēs adinuicem ex.17. tertii. Est igitur vtraq. duarum chordarum.a.h. & h.b. latus decagoni equilateri proposito circulo inscripti. Dico itaq. q. quadratum linee.a.b. que est latus pentagoni ē equalē duobus quadratis duaz linearū.b.d. & a.h. pter acceptis quaz prima est equalis lateri exagoni ex correl.15. quarti & scda ē latus decagoni p̄trahat.n.a centro.d. p̄pendicularis ad lineā a.h. q̄ est latus decagoni q̄ producat vsq. ad circumferētiā: sitq. d.k. q̄ secet lineam a.b. q̄ est latus pentagoni in puncto.l. & Protrahat lineā b.l. Cōstat autē ex scda pte tertie tertii & 4. p̄mi.17. tertii q. lineā d.k. q̄ est p̄pendicularis ad chordam.a.h. simul diuidit p equalia chordam & arcū. Ideoq. arcus.a.k. est eq̄lis arcui.k.h. Quare ex vltima sexti angulus.a.d.l. est eq̄lis angulo.l.d.h. Ideoq. ex q̄rta primi basis.a.l. basi.l.h. Igr ex q̄nta primi angulus.l.a.h. eq̄lis est angulo.l.h.a. Cūq. et sit ex eadē angulus.h.a.b. eq̄lis angulo.b.b.a. sequit vt angulus.l.h.a. sit equalis angulo.b.b.a. Ergo ex.31. p̄mi duo trianguli.b.a.h. & a.b.l. sunt eq̄anguli. Est.n. angulus.b. maioris eq̄li: angu





lo.b.minoribz & angulus.a.cōis est vtriq. Itaq. per quartam sexti pponēdo
b.a.ad.a.h.ē sicut.a.h.ad.l.a. Quare ex prima parte.16. sexti quod proue
nit ex b.a.in.a.l. est equale quadrato linee.a.h. q̄ est latus decagoni. C. ū sit
autē semicirculus.a.e.c. equalis semicirculo.a.f.c. & arcus.a.e. arcui.a.f. erit
arcus.e.c. residuus equalis arcui.f.c. residuo. Quare arcus.e.c. est medietas
arcus.e.f. ideoq. equalis arcui.a.h. & duplus ad arcum.b.h.k. Et quia arcus.
e.b.ē duplus ad arcum.b.h. erit ex.13. quinti tonus arcus.e.e.b. duplus ad
totum arcum.b.b.k. ideoq. ex vltima sexti angulus.c.d.b.ē duplus ad an
gulum.b.d.l. cūq. ē angulus.c.d.b. duplus sit ad angulum.b.a.d. ex.32. &
quinta primi. sunt.n. duo latera. d.a. & d.b. & qualia erit angulus b.d.l. eq̄
lis angulo. b.a.d. itaq. per.32. primi erit triangulus.b.d.l. eq̄ angulus trian
gulo b.a.d. Est.n. angulus.d.minoribz eq̄lis angulo.a.maiores. & angulus.b
est cōis vtriq. Ergo. per quartam sexti proportio. a.b.ad.b.d. est sicut. b.d
ad.l.b. quare per primam partem.16. sexti quod prouenit ex.a.b.in.b.l.ē
equale quadrato.d.b. at vero probatum est prius q̄ illud quod prouenit
ex.a.b.in.l.a. est equale quadrato.a.b. I taq. quod prouenit. ex.a.
b.in.a.l. & in.l.b. est equale duobus quadratis duarum linearum.a.h.
& b.d. & quia ex secunda secundi quod prouenit ex.a.b.in.l.a. & in.l.b. est
equale quadrato linee.a.b. Est autem linea.a.b. latus pentagoni equilate
ri proposito circulo inscripti. Linea vero.a.h. est latus decagoni equilate
ri. & linea.b.d. est ex correlario.15. quarti equalis lateri exagoni equilateri
proposito circulo inscriptorum inconcussa demonstratiōe astruunt hoc
quod dicitur.

Propositio .ii.



3 duobus p[ro]p[ri]is angulis pentagoni equaliter intra ci culum descripti a ter minus suo: um la terus duc recte linee furendantur vti q[ui] alteram secundum proportionem habentem medius duo q[ui] exi[er]it cma leabit maio: q[ui] ipsius portio lateri ipsi us pentagoni equalis erit.

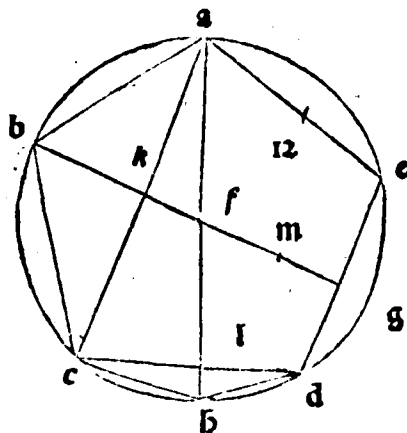
¶ Sit pentagonus equilaterus. a. b. c. d. e. in scriptus circulo eiusdem literis signato & duobus eius propinquis angulis qui sunt. a. f. b. subtrahatur due recte linee. a. c. f. b. e. secantes se inuicem in puncto. f. Dico itaq; vtrūq; harum esse diuisum in puncto. f. sibi proportionem habentem medium duorum extremarum & maior portio vtriusq; esse equalis lateri pentagoni. Manifestum est enim ex. 17. tertiū q; quinque arcus circuli pentagonum propositū circumscribentis quorum latera ipsius pentagoni sunt chordes sunt adinuicem inuicem. I deoq; ex vltima sexti quatuor anguli. a. e. b. a. b. e. b. a. c. f. b. c. a. sunt adinuicem equales. Nam arcus. a. b. a. e. f. b. c. sunt adinuicem equales. Cumq; sit arcus. c. d. e. duplus ad arcum. b. c. erit quoq; ex vltima sexti angulus. c. a. e. duplus ad angulum. c. a. b. at vero ex. 31. primi angulus a. f. e. duplus est ad angulum. f. a. b. igitur angulus. a. f. e. est equalis angulo. f. a. e. Quare per sextam primi linea. a. e. est equalis linee. f. e. Sunt autē duo trianguli. a. b. e. f. a. f. b. equianguli per ea que dicta sunt & per. 31. primi. Est enim angulus. e. maioris equalis angulo. a. minoris & angulus. b. communis vtriq;. Igitur per quartam sexti proportio. e. b. ad. b. a. sicut. b. a. ad. f. b. cumq; sit. c. f. equalis. a. b. eo q; ipsa vt probatum est equalis. a. e. Sequitur ex. 7. quinti: vt sit proportio. b. e. ad. e. f. sicut. e. f. ad. f. b. Quare p diffinitionem linea. c. b. est diuisa sibi proportionem habentem medium duorum extrema & eius maior portio est equalis lateri ipsius pentagoni. Si autem hoc est verum de linea. e. b. erit quoq; ex. 7. quinti & quinta eiusdē & diffinitione idem verum de linea. a. c. Nam tota. b. e. est equalis toti. a. c. ex quarta primi & portiones portionibus ex sexta. primi & communis scientia: portiones enim. a. f. f. b. f. sunt equales ex sexta primi. idco. f. e. f. e. c. residue erunt adinuicem equales ex conceptione. Vel potes si libet & facilius de linea. a. c. demonstrare propositum negotiando circa ipsum vt prius circa lineam. e. b.

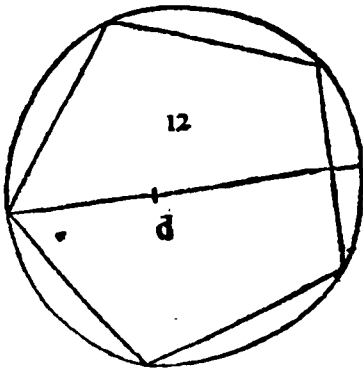
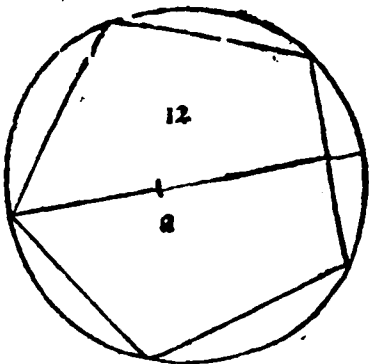
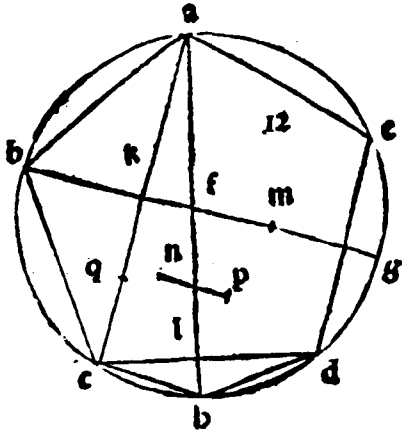
Propositio .12.



Si circuli pentagonum equilaterum circumscribentis diametros fuerit rationalis eius latus pentagoni erit linea irrationalis ea scilicet que dicitur minor.

Sit pentagonus equilaterus. a. b. c. d. e. inscriptus circulo ei dem litteris a scripto cuius centrum. f. & due diametri. b. g. & a. h. sitq. vtraq. har. diametroz linea rationalis in longitudine dico tunc q. latus pentagoni inscripti erit linea irrationalis illa videlicet q. dicitur minor. Protrahatur. n. linea. a. c. q. secet diamet. b. g. in puncto k. Eritq. ex vltima sexti & quarta primi linea. a. c. diuisa a diametro. b. g. orthogonaliter & per eq. lia in puncto. k. q. a. cum semicirculo. b. a. g. sit eq. lis semicirculo. b. e. g. & arcus. b. c. arcui. b. a. sicut constat ex 17. tertii. erit arcus. a. g. residuus equalis arcui. c. g. residuo. I. 6q. ex vltima sexti angulus. a. b. g. equalis est angulo. c. b. g. Cum itaq. duo latera. a. b. & b. k. trianguli. a. b. k. sint eq. lia duobus lateribus. c. b. & b. k. trianguli. c. b. k. & angulus. b. vnus angulo. b. alterius erit ex quarta primi basis. a. k. equalis basi. k. c. & oes anguli qui sunt ad. k. sunt recti ex prima parte tertie tertii. Diameter aut. a. h. secet latus pentagoni. c. d. in puncto. l. Eritq. similiter linea. c. d. diuisa a diametro. a. h. orthogonaliter & per equalia in puncto. l. Cu. n. sint duo arcus. a. d. h. & a. c. h. equales & arcus. a. c. sit eq. lis arcui. a. d. erunt duo residui semicirculoz qui sunt. c. h. & d. h. eq. les. Quibus si subtendantur due chorde que sunt. c. b. & d. h. ipse quoq. ex 28. tertii erunt equales & q. a. arcus. a. c. est equalis arcui. a. d. erit ex vltima sexti angulus. c. b. l. eq. lis angulo. d. h. l. I. deoq. p. quartam primi basis. c. l. est equalis basi. d. l. & oes anguli qui sunt ad. l. recti ex prima pte tertie tertii. Itaq. duo trianguli. a. c. l. & a. f. k. sunt equianguli ex 31. pmi. Est. n. angulus. l. maioris eq. lis angulo. k. minoris eo q. vterq. est rectus & angulus. a. est cois vtriq. quare ex quarta sexti proportio. l. c. ad. c. a. eff. sicut. k. f. ad. f. a. Sumatur igr. ex diametro. b. g. linea. f. m. equalis quarte parti semidiametri. eritq. per equam proportionalitatem proportio. c. l. ad quartam partem linee. a. c. q. sit. c. q. sicut. k. f. ad quartam partem linee. f. a. que est. f. m. & q. a. per 15. quinti proportio. c. d. ad. c. k. est sicut. c. l. ad. c. q. Sic enim est duplum ad duplum sicut iimplum ad iimplum. Erit per. u. quinti. d. c. ad. c. k. sicut. k. f. ad. f. m. & conuincim linee constantis ex. d. c. & c. k. ad. c. k. sicut. k. m. ad. m. f. & io per primam partem. 11. sexti proportio quadrati linee coposite ex. d. c. & c. k. ad quadratum linee. c. k. sicut quadrati linee. k. m. ad quadratum linee. m. f. Coflat aut. ex premissa q. si linea. a. c. diuidatur fm proportionem hntem medium duoz extrema maior portio eius erit equalis linee. d. c. igr. linea constans ex. d. c. & c. k. coponitur ex maiori portioe linee diuise fm proportionem hntem mediu duoz extrema & ex medietate totius linee sic diuise. Est. n. c. k. medietas. a. c. Itaq. p. prima istius. 13. libri quadratum linee composite ex. d. c. & c. k. quincuplum quoq. est ad quadratum linee. c. k. I. deoq. quadratum linee. k. m. quincuplum quoq. est ad quadratum linee. m. f. Cum sit hoz. quadratoz & illoz vna proportio est aut. linea. b. m. quincupla ad lineam. m. f. Erat. n. m. f. q. tra pars semidiametri ppositi circuli: ergo qdratu linee. k. m. ad qdratu linee. m. f. est sicut linee b. m. ad lineam. m. f. & q. a. ex secunda parte. 18. sexti quadratum linee. k. m. ad quadratu linee. m. f. est sicut linee. k. m. ad lineam. m. f. duplicata. Erit ex vndecima quinti linea. b. m. ad lineam. m. f. sicut linea. k. m. ad lineam. m. f. duplicata. Igitur linea. k. m. est medio loco proportionalis inter duas lineas. b. m. & m. f. quod sic constat. Sit enim linea. n. p. medio loco proportionalis inter eas sumpta secundum doctrinam none sexti eritq. ex diffinitione proportionis duplicate que posita est in principio quinti proportio. b. m. ad m. f. sicut. b. m. ad n. p. duplicata: & quia. b. m. ad n. p. sicut. n. p. ad m. f. erit etiam ex. u. quinti proportio. b. m. ad m. f. sicut. n. p. ad m. f. duplicata. Igitur ex prima parte. 9. quinti due linee. k. m. & n. p. sunt equales. I. 6q.





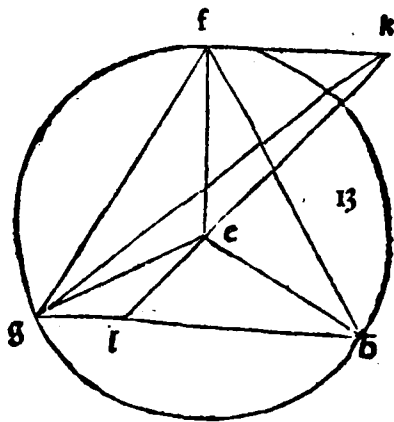
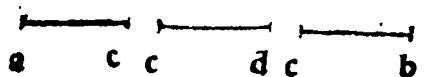
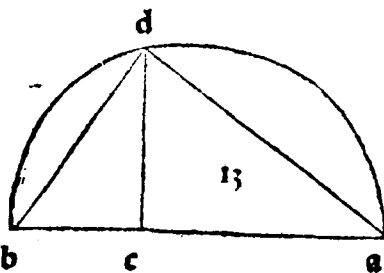
ex prima parte. 7. quinti & ex secunda parte eiusdem linea k. m. eff me-
dio loco proportionalis inter. b. m. f. m. f. Quare ex correl. 17. sexti pro-
portio quadrati linee. b. m. ad quadratum linee. m. k. est sicut est linee. b.
m. ad lineam. m. f. & quia linea. b. m. est quinquapla ad lineam. m. f. erit q-
dratum linee. b. m. quinquaplum ad quadratum linee. m. k. linea at. b. m.
est rōnalis in longitudine. Ergo per vltimam ptem. 7. decimi linea. m. k.
est rōnalis in potentia tñ & quia linea. b. m. est potentior linea. m. k. in q-
drato linee sibi incōmensurabilis in longitudine vt continuo probabitur
erit linea. b. k. residuum quantum ex diffinitione residui quarti. Quod at
probandum assumpsimus sic patet. Sit numerus. r. quinquaplus ad nume-
r. s. sintq. r. & s. quantum. r. ac si esset. r. quinq. s. vnum. r. quatuor. Et sit li-
nea. b. m. potentior linea. m. k. in quadrato linee. x. Cū igitur sit qdratū
linee. b. m. ad quadratū linee. m. k. sicut numerus. r. ad nume-
r. s. erit p uer-
sam proportionalitatem quadratum linee. b. m. ad quadratū linee. x. sicut
numerus. r. ad nume-
r. s. Quare per vltimam ptem. 7. decimi linea. x. est
incōmensurabilis linee. b. m. in longitudine. Nō est ergo dubium quin. b.
k. sit residuum quantum. Manifestum vero est ex. 34. tertii: q illud quod
fit ex. b. k. in. k. g. est equale ei quod fit ex. a. k. in. k. c. I deoq. et ipsum idē
est equale quadrato. k. c. eo q. a. k. est equalis. k. c. ergo quadrato. b. k. ad-
dito vtriq. erit ex penultima primi quod fit ex. b. k. in. k. g. equalis
quadrato. b. c. Et quia ex prima secundi quod fit ex. b. k. in. k. g. ē
equale ei qd fit ex. b. k. in. g. b. Erit linea. b. c. latus tetragonum sup-
ficiē contenta a duabus lineis. g. b. & k. b. & quia linea. g. b. est rōnalis: linea ve-
ro. b. k. est residuum quantum. & quia linea potens in superficiem linea rōali
residuoq. quadrato cōtentam est linea minor vt constat ex. 39. decimi li-
bri necesse est lineam. b. c. que est latus pentagoni equilateri proposito cir-
culo inscripti esse lineam minorem. quod erat ex principio demonstan-
dum. Hoc ergo modo sequitur q latus pentagoni equilateri circulo inscri-
pti sit linea minor. si diameter circuli cui inscribatur fuerit rationalis in
longitudine. At vero si diameter circuli fuerit rōalis in potētia tñ adhuc
necesse est vt latus pētagoni equilateri sibi inscripti sit linea minor. Esto
enim linea. a. rōnalis in potētia tñ supra quam describatur circulus ei-
descripto inscribatur pentagonus equilaterus cuius vnum latus sit. b. c. di-
canturq. pentagonus & circulus. a. dico q linea. b. c. est linea minor. Suma-
tur enim aliqua linea rōnalis in longitudine que sit d. & super eam linee-
tur circulus cui inscribatur pentagonus equilaterus & sit vnum latus ipsi-
us linea. e. f. dicanturq. pentagonus & circulus. d. constat igitur ex hac. n.
q. e. f. est linea minor cum diameter. d. sit rōnalis in lōgitudine. Qm̄ nō
proportio pentagoni. a. ad pētagonum. d. est sicut quadrati linee. b. c. ad
quadratum linee. e. f. vtraq. enim est ex secunda parte. 13. xxi: sicut linee
b. c. ad lineam. e. f. duplicata. Pentagoni autem. a. ad pentagonum. d. est
sicut quadrati diametri. a. ad quadratum diametri. d. ex prima. n. erit ex
n. quinti quadratum linee. c. b. ad quadratum linee. e. f. sicut quadratum
diametri. a. ad quadratum diametri. d. cumq. quadrata duar. diametror.
a. & d. sunt cōciantia: quia ambo sunt rōnalis ex ypothesi erunt quoq. ex
prima parte. 10. decimi quadrata duarum linearum. b. c. & e. f. cōciantia.
Ergo linea. b. c. cōicat in potentia cum linea. e. f. & q. a. linea. e. f. est minor
sequitur ex. 100. decimi: q. ē. b. c. sit linea minor quod est propositum. Si
ue ergo diameter alicuius circuli sit rationalis in longitudine siue in potē-
tia tñ necesse est vt latus pētagoni eqilateri sibi inscripti sit linea minor.

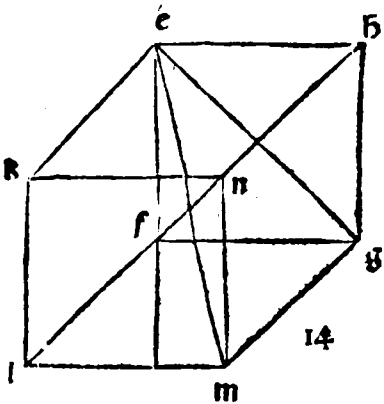
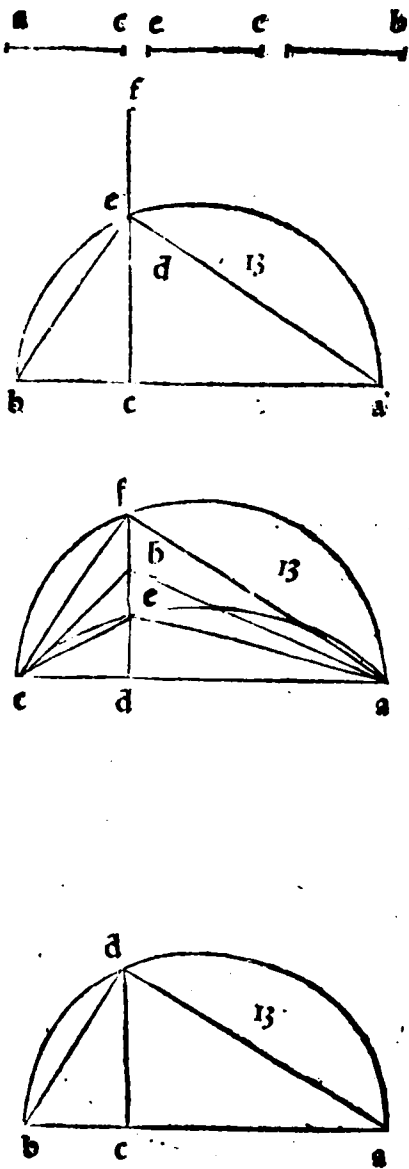


Propositio 17.

Pyramidem quatuor. basium triangulariū & equilate-
rarum ab assignata sphaera circumscriptibilem tribu-
re basibus ergo sphaere diametros ad latus ipsius py-
ramidis sexquialteram proportionem potenciali-
ter habere probatur.

¶ Sit linea. a. b. diameter assignate spere que diuidatur in puncto. c. ita
 q. a. c. sit dupla ad. b. c. ¶ lineetur super eam semicirculus. a. d. b. ¶ produ-
 catur linea. c. d. orthogonaliter super lineam. a. b. ¶ producantur linee. b. d.
 d. f. d. a. Postea fiat circulus. f. g. h. super centrum. e. cuius semidiamiter sit
 equalis linee. c. d. cui ex secunda quarti libri inscribatur triangulus equila-
 terus qui sit. f. g. h. ad cuius angulos protrahantur a centro linee. c. f. e. g. e.
 h. Deinde super centrum. e. erigatur secundum q. docet. u. vndecimi linea
 e. k. que ponatur equalis. a. c. perpendicularis ad superficiem circuli. f. g. h.
 Et demittantur a puncto. k. ypothemise. k. f. k. g. k. h. Erunt completa pira-
 mis quatuor basium triangularium ¶ equilateralum quam dico esse ab as-
 signata spere circumscriptibilem. Et dico quadratum diametri proposite
 spere sexquialterum esse ad quadratum lateris fabricate pyramidis. Con-
 stat enim ex prima parte correlarii. s. sexti q. linea. c. d. est medio loco pro-
 portionalis inter. a. c. ¶ c. b. ¶ quare ex correl. 17. eiusdem quadratum linee
 a. c. ad quadratum linee. c. d. est sicut. a. c. ad. c. b. Ergo coniunctum quadra-
 tum. a. c. ¶ quadratum. c. d. ad quadratum. c. d. sicut. a. b. ad. b. c. Ideoq. ex
 penult. primi quadratum. a. d. ad quadratum. d. c. sicut. a. b. ad. b. c. Cum
 ergo linea. a. b. sit tripla ad. b. c. (erat. n. a. c. dupla ad eam) erit quoq. quadra-
 tum. a. d. triplum ad quadratum. d. c. ¶ aut ex. s. huius quadratum. f. g. triplum ad
 quadratum. e. f. ¶ Quare cum ex ypothesi. d. c. sit equalis. e. f. erit ex coi. scia. a.
 d. equalis. f. g. ¶ quia ex diffinitione linee perpendicularis ad superficiem
 linea. e. k. continet cum singulis lineis. e. f. e. g. e. h. angulos rectos quare
 liber est equalis linee. c. d. ¶ q. ipsa eadem est equalis linee. a. c. ¶ angulus. c.
 ¶ rectus erit p. quartam primi vnaqueq. trium lineaz. k. f. k. g. k. h. equalis li-
 nee. a. d. Manifestum igitur fabricatam pyramidem esse quatuor basium
 triangularium equilateralaz. Ipsam autem esse circumscriptibilem ab assignata
 spere sic habeto. Linee. e. k. intelligantur adiuncte secundum rectitudinem linea. e. l.
 equalis linee. c. b. vt tota. k. l. sit equalis. a. b. ¶ est diameter assignate spere. Hanc
 autem lineam inquam. e. l. imageris esse sub circulo. f. g. h. perpendicularare
 quoq. ad ipsam superficiem ex pte inferiori sicut est. e. k. ex parte superiori
 eritq. vnaqueq. trium lineaz. e. f. e. g. e. h. simpliciter quilibet semidiamete-
 ri circuli. f. g. h. medio loco proportionalis inter. k. e. ¶ e. l. quomodocumq.
 ¶ d. c. inter. a. c. ¶ c. b. nam hec sunt equales illis vnaqueq. sue relative. Si
 igitur super lineam. l. k. describatur semicirculus circūducaturq. quousq. ad lo-
 cum vnde moueri ceperat redeat erit ex diffinitione speraz equalium spere de-
 scripta motu huius semicirculi equalis spere assignate. Sunt. n. spere equales
 q. sunt equalis diametri quomodocumq. de circulis in principio tertii dictū ē. Se-
 micirculum hunc vero necesse est transire p. tria puncta. f. g. h. que sunt an-
 guli solide pyramidis fabricate. Similiter autem dico q. semicirculus hic quē
 super lineam. k. l. fuerit descriptus si circūducatur quousq. ad locū redeat vñ
 moueri cepat continget circulum. f. g. h. super oia puncta circūferentie ip-
 sius. Quod ex hac vetusta veritate probatur. Si linea recta super lineam re-
 ctam perpendiculariter steterit que inter ptes eius cui supstat vel circūstat
 medio loco proportionalis ponatur. fueritq. super eam lineam cui perpe-
 dicularis superstat semicirculus descriptus circumferentia ipsius per extre-
 mitatem linee medio loco proportionalis posite perpendiculariter necessa-
 rio transibit. Cum igitur cuncte semidiametri circuli. f. g. h. sint perpendi-
 culares ad lineam. k. l. ¶ medio loco proportionales inter partes ipsius q.
 sunt. k. e. ¶ e. l. sequitur vt semicirculus descriptus super. k. l. si circūducatur
 transeat per oia puncta circumferentie. f. g. h. ¶ per oēs solidos angulos pi-
 ramidis fabricate. Itaq. a diffinitione eius quod est figuram inscribi fi-
 gure pyramidis fabricata est inscripibilis illi spere quam semicirculus super
 lineam. k. l. lineatus motu suo describit. Et quia hec spere descripta est as-
 signate spere equalis per diffinitionem equalium speraz sequitur ex com-
 muni scia vt hec pyramis fabricata sit ab assignata spa circūscriptibilis qd
 est propositum. Correlariū autem patet sic. Cum. n. a. b. sit tripla ad. b. c. p. euer-
 sam proportionalitatem erit. a. b. sexquialtera ad. a. c. Iog. ex scda pte correla-





rius. fenti & correlario. r. eiusdē quadratū lineae. a. b. erit & sexquialter. a. d. quadratum lineae. a. d. & q. a. linea. a. d. ē cōlis lateri fabricate pyramidis. at. 70. a. b. est diameter. Ipse cōstat. & esse quod per correlariū dī. Ne aut. quemq. de vetusta veritate proposita hesitare cōtingat eā volumus hoc mō demonstratione firmare. Sit igitur sup. lineam. a. b. lineae. c. d. perpendi- cularis q. ponatur medio loco p. portionalis inter partes lineae. a. b. q. sit. a. c. f. c. b. ita q. proportio. a. c. ad. c. d. sit sicut. c. d. ad. c. b. Et super lineā. a. b. describatur semicirculus. a. e. b. Dico q. huius semicirculi circūferentia trā- sibat per punctū. d. q. est extremitas perpendicularis. Sinaut aut. secabit li- neam. c. d. aut supertrāsibit eā totam ipsam trāsirens & includēs & nō cōtin- gēs. Secet ergo primo eā in pūcto. e. & ducatur lineae. e. b. & e. a. eritq. ex pri- ma parte. 30. tertii totalis angulus. a. e. b. rectus. Itaq. ex prima parte cor- rel. 8. fenti proportio. a. c. ad. c. e. ē sicut. c. e. ad. c. b. At 70. ex scūda parte 8. qnti proportio. a. c. ad. c. e. ē maior q. a. c. ad. c. d. eo q. c. e. ē minor q. c. d. Cū igitur sit. c. e. ad. c. b. sicut. a. c. ad. c. e. & c. d. ad. c. b. sicut. a. c. ad. c. d. erit per. 13. qnti. e. c. ad. c. b. maior q. c. d. ad. c. b. Ideoq. per primam partē 10. quinti. e. c. est. maior q. d. c. pars videlicet q. suū totum quod est impos- sibile. Non ergo secabit circūferentia semicirculi lineam. c. d. ¶ Supertrā- feat igitur & producat. c. d. v. q. ad circūferentiā sitq. tota. c. e. & protra- hatur lineae. e. b. & e. a. sequeturq. vt prius lineam. c. d. esse maiore q. sit lineae. c. e. Quod est ē impossibile. cōstat ergo propositū. Si aut. dicimus q. si fuerit aliq. angulus rectus cui basis subtrahatur super quā semicirculus lineae turs ipsius circūferentiā per angulum rectum trāsire necesse ē. Conuersam 70. huius proponit prima pars. 30. tertii. Quod aut. dicimus sic constat. ¶ Sit. n. angulus. a. b. c. rectus cui subtrahatur basis. a. c. & super eā lineetur semicirculus dico q. ipsius circūferentia trāsibit per pūctum. b. in quo co- cune lineae cōtinentes angulum rectū cuius demonstratio est q. neq. trāsibit supra neq. infra. Sin aut. transeat. primo infra sitq. a. e. c. & ab angulo. b. producat. lineae. b. d. perpendicularis ad basim. a. c. q. secet circūferentiā semicirculi in pūcto. e. & protrahatur lineae. e. a. & e. c. Eritq. angulus. a. e. c. rectus ex prima parte. 30. tertii. at ipse est maior angulo. a. b. c. per. 22. pri- mi hoc aut. est impossibile ex tertia petitione cū. vterq. sit rectus. Hic qui- dem ex ypothesi ille 70. ex prima parte. 30. tertii. Nō ergo trāsibit circum- ferentia semicirculi infra angulum. b. transeat itaq. supra & sit. a. f. c. produ- catur autem perpendicularis. d. b. quousq. obuiet circūferentiā semicir- culi. a. f. e. in pūcto. f. & producantur lineae. f. a. f. c. eritq. ex prima parte 30. tertii angulus. a. f. c. rectus. Cumq. ēt esset ex ypothesi angulus. a. b. c. re- ctus sequitur impossibile per. 22. primi sicut in principio. Reliquitur ergo quod diximus. Hoc aut. necessarium est ad cognitionem eoz. q. sequitur.

Propositio 14.



Assignata sphaera circūscriptibilem cubum cōsti- tuere eiusdem aut sphaerae diametrum lateri ipsius cubi potentialiter triplicem ēē māifestum erit.

¶ Assignate sphaerae diameter sit. a. b. super quā lineetur se- micirculus. a. d. b. diuidaturq. diameter in pūcto. c. pro- fus secundum conditionem premisse videlicet vt lineae. a. c. sit dupla ad lineam. c. b. & producat. c. d. perpendicularis ad. a. b. & pro- trahatur. d. b. & d. a. postea fiat vnum qdratum cuius omnia latera sine equalia lineae. b. d. sitq. e. f. g. h. super cuius quatuor angulos erigantur vt docet. 22. vndecimi quatuor lineae perpendiculares ad superficiē ipsius qdra- ti quaz. quibet ponatur ēt equalis lineae. b. d. sitq. e. k. f. l. g. m. h. n. eritq. hee quatuor perpendiculares singule singulis eqdistantes ex sexta vndeci- mi & anguli quos continent cum lateribus quadrati recti ex diffinitione lineae perpendiculares ad superficiē deinde cōiungantur extremitates istarū perpendicularem protractis lineis. k. l. l. m. m. n. n. k. eritq. cōpletus cubus sex superficiebus qdratis cōtētur. Cōstat. n. ex. 33. 34. pmi q. quatuor superficies ipsum ambiētes & ipse sunt quaz. opposita latera sint quatuor perpendi-

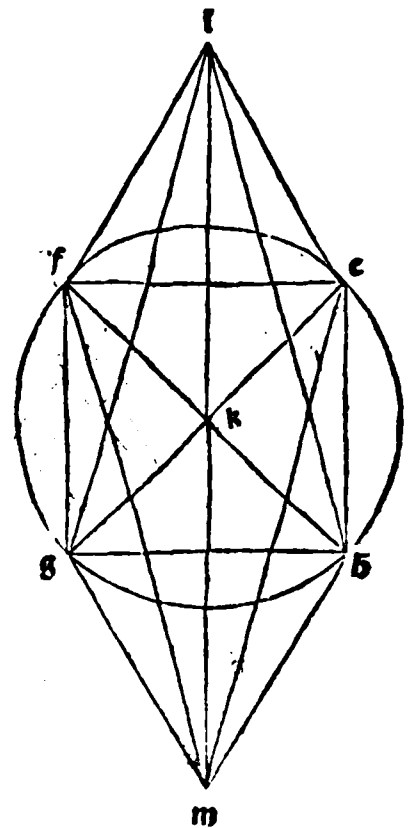
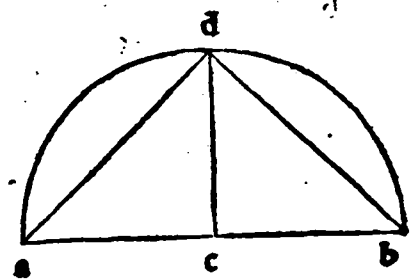
culares sunt omnes quadrates de basi aut hoc positum est. at vero de suprema eius superficie quod est k.l.m.n. quod ipsa quoque sit quadrata. constat ex .33. primi et 10. vndecimi. ideoque ex quarta vndecimi manifestum est singula latera eiusdem cubi duabus ipsius oppositis superficiebus orthogonaliter insistere. Vt autem cubum hunc ab assignata spera circumscribibilem esse demonstramus: unam suarum superficiesum pertrahat diagonalis. Verbi gratia in basi eius sit q. e. g. et ab huius diagonalis altera extremitate pertrahatur diameter cubi. e. m. eritque ex penultima primi quadratum. e. g. duplum ad quadratum. f. g. Iamque et ad quadratum. g. m. eo quod q. g. m. est equalis. f. g. Sunt namque omnia latera cubi adinuicem equalia. et quia rursus ex penultima primi quadratum. e. m. est equale quadratis duarum linearum. e. g. et g. m. propter hoc quod angulus. e. g. m. est rectus ex diffinitione linee perpendicularis ad superficiem. Erit quadratum. e. m. triplum ad quadratum. m. g. Constat namque ex duplo et simplo. cumque ex secunda parte correlarii. 8. sexti et ex correlario. 17. eiusdem quadratum quoque a. b. sit triplum ad quadratum. b. d. eo quod linea. a. b. tripla est ad lineam. b. c. sit autem. b. d. equalis. e. g. sequitur ex corollaria ut. e. m. quod est diameter cubi sit equalis. a. b. quod est diameter sperae. Itaque si super. e. m. lineam semicirculus circumducaturque quousque ad locum vbi fuit initium motus redeat: spera descripta erit ex diffinitione sperarum equalium equalium sperae assignate. At vero quia hic semicirculus transitum faciet per punctum. g. eo quod angulus. e. g. m. est rectus eademque ratione per ceteros singulos rectos angulos cubi quod ex ante hanc. 14. imediate permissum manifestum est. Constat constitutum cubum ab assignata spera eo quod sua equali circumscribibilem esse quod demonstrare oportebat. correlarii vero demonstratio in istius demonstrationis processu preparatur.

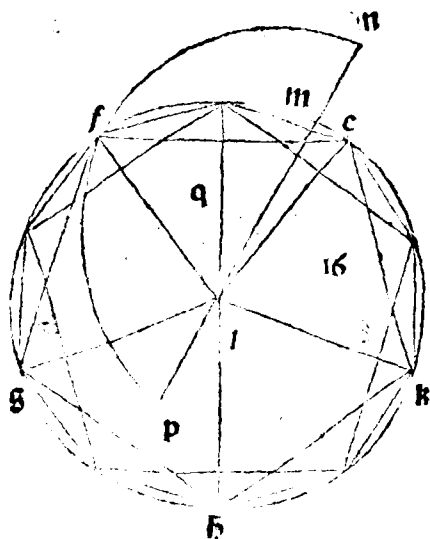
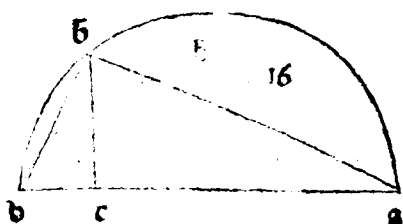
Propositio .15.



Propius octo basium triangularium et equilateralium a spera proposita circumscribibile componere erit quod palam eiusdem sperae diametrum lateri ipsius corporis duplicem esse potentialiter.

Diameter sperae propositae sit. a. b. que diuidatur per equalia in puncto. c. et super eam lineam semicirculus. a. d. b. et perducatur. c. d. perpendicularis. ad. a. b. et iungatur punctus. d. cum. a. et cum. b. Describamurque unum quadratum cuius singula latera sint equalia lineae. b. d. sitque quadratum. hoc. e. f. g. h. in quo pertrahantur diametri due. e. g. et f. h. secantes se inuicem in puncto. k. Constat igitur ex .4. primi quod utraque istarum diametrorum sit equalis lineae. a. b. que est diameter sperae cum angulus. d. sit rectus ex prima parte. 30. tertii et singuli quoque anguli. e. f. g. h. recti ex diffinitione quadrati. Constat rursus quod eadem due diametri. e. g. et f. h. diuidunt se inuicem per equalia in puncto. k. h. autem ex .5. primi et .32. et sexta eiusdem facile est elicere. Erigatur itaque super punctum. k. linea. k. l. perpendicularis ad superficiem quadrati quod ponatur equalis medietati diametri. e. g. vel. f. h. et de mittantur hypothemise. l. e. l. f. l. g. l. h. eruntque ex his quod posita sunt et penultima primi quotiens oportuerit repetita singule harum hypothemisarum equales sibi inuicem et equales lateribus quadrati. Habes ergo pyramidem quatuor equilateralium triangulariumque basium super quadratum constitutam. Hinc itaque sub ipso quadrato simile pyramidem hoc modo appone lineam. l. k. producas perforando quadratum usque ad. m. ita quod. k. m. extra sub quadrato sit equalis. l. k. existenti supra: et iunge punctum. m. cum singulis angulis quadrati produciendo. 4. alias hypothemisarum que sunt. m. e. m. f. m. g. m. h. de quibus quoque manifestum est ex penultima primi: quemadmodum de aliis quod sunt in superiori parte quod praesent equalis ad inuicem et lateribus quadrati. Complem: igitur corpus. g. basium triangularium et equilateralium. Hoc autem ab assignata spera circumscribibile esse sic habeto. Constat namque quod linea. l. m. est equalis diametro assignate sperae in utraque eorum est equalis diametro quadrati igitur si super. l. m. lineetur semicirculus qui circumuoluatur quousque ad locum suum redeat: spera quoniam in motu suo describet erit equalis assignate sperae ut ex diffinitione sperarum equalium colligitur. Hic





vero semicirculus transibit per quatuor angulos quadrati & simpliciter p
oia puncta circūferentie circuli circūcribētis quadratū, eo q̄ semidiame
ter quadrati vt linea f.k. & portiones lineæ l.m. q̄ sunt l.k. & k.m. sunt ad
inuicem equales, quare ex diffinitione eius quod ē figuram inuicem alii figu
re inscribi fabricatum corpus inscribibile ē spere motibilibus semicirculū
describere. Itaq̄, & spere assignare hoc coepte. cū ipse sint adinuicē eq̄les ex dif
finitione. Correl. 70. manifeste cōstat sunt. n. due lineæ. d. b. & d. a. equales
ex 4. p̄miū deoq̄ quadratū. a. b. duplū est ad quadratū. b. d. ex p̄m̄i p̄mit
latur aut fabricati corporis est equale lineæ b. d. v. & est ergo correlariū.

Propositio 11.16.



Opus viginthi basium triangularium atq̄ equila
terarum a data sphaera diametrum rationalem ha
bete circumscribibile fabricare. eritq̄ palam latus
eiusdem corporis esse lineam irrationalem eam sci
licet que dicitur minor.

Sit hic quoq̄, diameter assignate spere. a. b. que ponat
esse rationalis siue in longitudine siue in potentia tri. & diuidatur in p̄ctō
t. ita q̄. a. c. sit quadrupla ad. c. b. & lineetur super eam semicirculus. a. d. b.
& pducatur. c. d. p̄pendicularis ad. a. b. & p̄trahatur linea. d. b. deinde p̄m̄ q̄
tate lineæ. d. b. lineetur circulus. c. f. g. h. k. supra centz. l. cui inscribat p̄
tagonū. equilaterus ei. dem liris annotatus. ad cuius angulos a centro. l.
ducantur lineæ. l. e. l. f. l. g. l. h. l. k. Rursus in eodem circulo inscribatur de
cagonus eq̄lateralis diuidantur. n. cuncti arcus quoq̄ chordæ sunt latera p̄
tagoni p̄ equalia & a p̄nctis mediis ad extremitates cunctoz. latez. inscri
pti pentagoni lineæ recte dirigantur. Itēq̄, super singulos angulos pentago
ni erigatur cathetus p̄m̄ q̄ docet. n. vnde decimi quorum quilibet sit ēt equa
lis lineæ. b. d. & cōtinent extremitates hōz. quinq̄. cathetoꝝ. quinq̄. corau
stis. Eruntq̄. ex. 6. vnde decimi quinq̄. catheti erecti adinuicem equidistan
tes. Cūq̄. ipsi sint equales erunt quoq̄. ex 33. p̄. imi. quinq̄. corauisti eorū
extremitates iungentes equales lateribus pentagoni. Demitte igit a sum
mitatibus singulis singuloꝝ cathetoꝝ. bina. & bina. ypothermisas ad duos
circūstantes angulos inscripti decagoni. & harum decem ypothermisaz. a
quinq̄. extremitatibus cathetoꝝ. ad. 5. p̄nctā que sunt singuli anguli me
diū inscripti decagoni descendētum extremitates continualium penta
gonum rursus ipsi circulo inscribēdo qui quoq̄. erit eq̄lateralis ex. 13. tertiz.
Cum hoc itaq̄. feceris videbis te perfecisse decem triagulos quoq̄. latera
sunt decem ypothermisaz. & quinq̄. corauisti & s. latera huius secūdi pentago
ni inscripti. Hos ergo decē triagulos eq̄lateros ē sic collige. Cum. n. t̄a
semidiameter descripti circuli q̄ q̄libet. erectorum cathetorum sit equalis
lineæ. b. d. ex ypohesi. erit ex correlario. 15. quarti quilibet cathetorū equa
lis lateri exagoni eq̄lateri circulo cuius semidiameter est equalis lineæ
b. d. inscripti. Quia 70. ex penul. primi vnaqueq̄. 10. ypothermisarum t̄a
to est potentior catheto quantum potest latus decagoni. At vero ex. 10.
huius latus quoq̄. p̄tagoni ē tanto potentius eodem quātum p̄t idē la
tus decagoni. Erit ex cōi scia vnaqueq̄. hāz. ypothermisaz. equalis lateri
pentagoni. De corauistis aut iam patuit q̄. ipsi sint equales lateribus penta
goni. Itaq̄. cuncta latera horum decem triaguloꝝ. aut sunt latera penta
goni eq̄lateri secūda vice circulo inscripti aut illis equalia sunt igitur eq̄la
teri trianguli. Amplius aut super centz. circuli q̄ d̄ est p̄ctum. l. erige aliū
cathetū equalē p̄oribus q̄ sit. l. m. eiusq̄. superiore extremitatē q̄ est p̄ctus
m. iūge cū singulis extremitatibus prioꝝ. per quinq̄. corauistos eritq̄. ex sex
ta vnde decimi hic centralis cathetus singulis cathetorum angularium equi
distans. Ideoq̄. ex. 33. primi hi quinq̄. corauisti erunt semidiametro circuli
equales & ex correl. 15. quarti quilibet eorum tanquam latus exagoni. cen
trali ergo catheto ex vtraq̄. parte adiciatur linea vna equalis lateri deca
goni. Supra quidem adiciatur ei. m. n. deorsum autem sub circulo adij
ciatur sibi a centro circuli. l. p. postea demittant p̄nctō. n. s. ypothermis

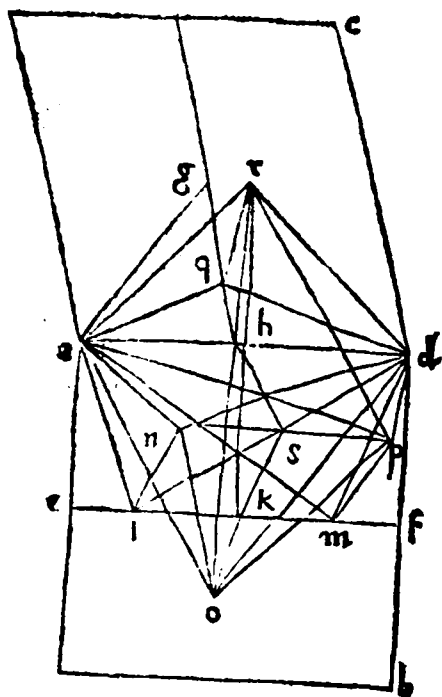
ad .5. superiores angulos decem triangulorum qui sunt in circulo. Et a puncto .p. aliter ad alios quinque inferiores. Eruntque hec decem ypothemise equales adinuicem lateribus inscripti pentagoni ex penultima primi .10. huius quemadmodum de aliis decem prius demonstratum est. Habes ergo corpus .20. basium triangulorum atque equilaterarum cuius cuncta latera sunt equalia lateribus pentagoni. Eius vero diameter est linea .n. p. Horum autem .20. triangulorum decem consistunt in circuitu supra circulum qui autem confluant sursum ad punctum .n. concurrentes. At quinque reliqui deorsum emergunt super punctum .p. concurrentes. Hoc autem ycoedum corpus a data sphaera circumscribibile esse sic erit manifestum. Cum linea .l. m. sit equalis lateri hexagoni .e. f. g. circumscribitur sphaera .l. n. erit ex nona primi libri diuisa secundum proportionem .h. m. .f. d. extre. in puncto .m. .f. maior portio eius erit linea .l. m. Diuidat itaque .l. m. per equalia in .q. .Eritque ex cōi scia .p. q. equalis .q. .n. Nam .p. l. posita est equalis lateri decagoni quemadmodum .n. .p. .q. .n. est medietas .n. .p. quemadmodum .e. q. .n. medietas .m. l. Cū ergo quadratum .n. q. sit ex 3. huius quocumque ad quadratum .q. .m. erit quoque ex .15. gnti quadratum .p. n. quicuplū ad quadratum .l. m. Est .n. ex quarta secundum quadratum .p. m. quadruplum ad quadratum quoque .l. m. quadruplum ad quadratum .q. m. ex eadem. Quadruplum autem ad quadruplum est ut simpliciter ad simpliciter teste .15. gnti at vero quadratum .a. b. quicuplum est ad quadratum .m. b. d. ex secunda parte correlarii .8. sexti .f. ex correlario .17. eiusdem est et .a. b. quicupla ad .b. c. eo quod .a. c. fuit ad eandem quadrupla. Quia ergo .l. m. est ex ypothesi equalis .b. d. erit ex cōi scia .a. b. equalis .n. p. Itaque si super lineam .n. p. semicirculus describat qui tādū quod locū primum repetat circūuoluat sphaera ipsius motu descripta erit a diffinitione sperarum equalium equalis sphaere pposite. Et quoniam linea .l. m. est medio loco proportionalis inter .l. n. .f. n. m. ideoque inter .l. n. .f. p. l. erit quoque quilibet semidiameter circuli medio loco proportionalis inter .l. n. .f. l. p. Et cum .l. m. sit equalis semidiametro circuli itaque semicirculus super .p. n. descriptus transibit per omnia puncta circumferentie circuli .e. f. g. Ideoque .f. p. singulos angulos solidi fabricati in illa circumferentia consistentes .f. quae eadē ratione singuli coramisti continuantes extremitates angularium cathetorum cū extremitate centrali sunt medio loco proportionales inter .p. m. .f. m. n. eo quod quilibet eorum est equalis .l. m. sequitur ut idem semicirculus transeat et per reliquos angulos figure ycoedre statuta. Et igitur corpus hoc inscribibile sphaere cuius diameter .p. n. Ideoque .f. sphaere cuius diameter .a. b. Latus autem huius solide figure dico esse lineam minorem. Cōstat .n. quod linea .b. d. est rationalis in potentia cū eius quadratum sit subquicuplum ad quadratum lineae .a. b. quae posita est rationalis siue in longitudine siue in potentia .m. Itaque semidiameter atque semidiametri circuli .e. f. g. est et rationalis in potentia. Nam eius semidiameter est equalis .b. d. Igitur ex .12. huius latus pentagoni equilateri huius circulo inscripti est linea minor. at vero sicut in huius demonstrationis processu patuit latus huius figure est quantum latus pentagoni ergo latus huius figure .10. alchaidarum est linea minor quemadmodum proponit.

Propositio .17.

Sipus duodecim basium pentagonarum equilateralum atque equiangularium ab assignata sphaera diametrum rationalem habente circumscribibile consistuere. eritque palam latus eiusdem corporis irrationale esse: id quod residuum dicitur.

Eiat cubus secundum quod docet .14. huius circumscribibile ab assignata sphaera: sintque huius cubi due superficies .a. b. .f. a. c. imaginemur at nunc quod .a. b. sit superior superficies cubi .f. a. c. sit una ex lateralibus sitque linea .a. d. cōi istis duabus superficiibus. diuidantur itaque in superficie .a. b. duo opposita latera per equalia videlicet .d. b. in puncto .f. .f. lateri oppositū .i. e. .f. puncta diuisionis continentur per lineam .e. f. latus quoque .a. d. .f. illud quod sibi oppositū in superficie .a. c. diuidat per equalia .f. puncta diuisionis continentur linea recta cuius medietas sit





g. h. Sitq. punctus. b. medius punctus lineae. a. d. similiter lineae. q. f. diuidat
p equalia in. k. & protrahatur. h. k. quilibet igitur trium lineaz. e. k. k. f. & g
h. diuide fm proportionem ha. me & du. ext. in tribus punctis. l. m. q. sine
q maiores portiones eaz. l. k. k. m. & g. q. Quas manifestum est esse equa
les cu tote lice diuise sint equales videlicet quelibet eaz. medietati lateris
ambi. Deinde a duobus punctis. l. & m. erige perpendicularares vt docet. n. vn
decimi ad superficiem. a. b. quaz. vtraz. ponas equalē lineae. k. l. sine q. l. n
f. m. p. s. militer a puncto. q. erige perpendiculariter. q. r. ad superficiem. a. g.
quam ponas equalē. g. q. p. trahaturq. lineae. a. l. a. n. a. m. a. p. d. m. d. p. d.
l. d. n. a. r. a. q. d. r. d. q. Manifestum est igitur ex quinta huius q. duē lineas
k. e. & e. l. poterit aliter sūte triplū ad lineā. k. l. ideoq. et ad lineam. l. n. cu
k. l. & l. n. sint equales. At p. o. k. e. ē equalis. e. a. igit. duē lineae. a. e. & e. l.
sunt potētia triplū ad lineā. l. n. quare ex penul. primi. a. l. ē potētia tripla
ad. l. n. ideoq. p. eadem. a. n. ē potētia quadrupla ad. l. n. Cūq. ois lineā sit
potētia quadrupla ad medietatem sui sequit ex cōi. sēla q. a. n. sit dupla in
longitudine ad. l. n. & q. a. l. m. dupla est ad. l. k. At. k. l. & l. n. sūta equales
erit. a. n. equalis. l. m. sunt. n. eaz. dimidia equalia. Et q. ex. 33. primi. l. m.
est equalis. n. p. erit. a. n. equalis. n. p. Eodem mō p. b. bis. tres lineas. p. d. d. a.
f. r. a. ē equalis sibi inuicem & duabus predictis. Habemus itaq. ex his qn
q. lineis pētagonū equilaterū q. est. a. n. p. d. r. Sed fortasse dices ipsum nō
esse pentagonum q. nec forsan ē totus in supficie vna. qd. esset necessariū
ad hoc vt esset pētagonus. quod ergo sit totus in supficie vna sic habeto.
p. deat eadem a pūcto. k. lineā. k. s. perpendicularis ad superficiem. a. b. q. sit eq
lis. l. k. eritq. ob hoc equalis vtriq. duaz. lineaz. l. n. & m. p. cūq. ipsa sit eq
distans vtriq. eaz. ex sexta vndecimi. ideoq. cum amabus in eadem supfi
cie ex dione lineaz. equidistantium necesse est vt punctus. s. sit in lineā. n
p. & q. diuidat eā p equalia. p. trahant igitur duē lineas. r. h. & h. s. sūta itaq.
duo triangula. k. s. h. & q. r. h. s. p. vnū angulū videlicet. k. b. q. cōstitui &
est p. portio. k. b. ad. q. r. sicut. k. s. ad. q. b. nā vt. g. h. ad. q. n. sic. k. b. ad. q.
r. ex. 7. quinti. & vtr. q. ad. q. h. sic. k. s. ad. q. h. ex eadē. sed. g. h. ad. q. r. vt
q. r. ad. q. h. eo q. q. r. est equalis. g. q. ergo p. 30. sexti lineae. r. h. s. est lineā
vna. Quare ex secunda vndecimi totus pētagonus de quo disputamus
est in supficie vna. Ipsum quoq. dico esse equiangulū. cū. n. e. k. s. sit dī
uisa fm proportionem habentem medium duoz. extrema. & k. m. sit eq
lis maiori portioni eiu. erit quoq. ex. 4. presentis tota. e. m. diuisa fm p
portionem habentem medium duoz. extrema. maior quoq. portio eius
lineae. e. k. l. ideoq. per. 5. duē lineae. e. m. & m. k. l. ideoq. duē eim. & m. p.
Nam m. p. est equalis. m. k. sunt potētia triplū ad lineam. e. k. l. ideoq.
& ad lineam. a. e. n. m. a. e. est equalis. e. k. l. itaq. tres lineae. a. e. e. m. & m. p.
sunt potētia quadruplū ad lineam. a. e. Constat autē per penultimam
primi bis assumptam q. lineā. a. p. est potētia equalis tribus lineis. a. e. &
e. m. & m. p. l. itaq. a. p. est potētia quadrupla ad lineam. a. e. Latus vero
cubi cum sit duplū ad lineam. a. e. est potētia quoq. quadruplū ad ip
sam ex. 4. secunda igitur ex cōi. scientia. a. p. est lateri cubi equalis. Cūq.
a. d. sit vnum ex lateribus cubi erit. a. p. equalis. a. d. l. ideoq. ex. 8. primi an
gulus. a. n. d. est equalis angulo. a. n. p. Eodem mō p. b. bis. angulū. m. d. p.
n. est equalē angulo. d. r. a. quia p. b. bis lineam. d. n. est potētia triplū
quadruplū ad medietatem lateris cubi. Cum igitur ex his pētagonus sit
eq. lateris & habeat tres angulos equales ipse erit eq. angulus ex septima pñ
tis libri. Si itaq. hac via rōeq. cōsimili sup vnūquodq. reliquoq. latez. cu
bi pētagonum equilaterū & equiangulū fabricemus p. ficiet solidum. n.
supficiebus pētagonis eq. lateris & equiangulis cōtentum. Cubus. n. hēt
n. latera. Reliquum autē est demonstrare solidum hoc esse a data spha
circūscriptibile. p. trahant igit a lineā. f. k. duē supficies secātes cubū. quaz.
vna secet ipsum sup lineā. h. k. & alia sup lineā. e. f. eritq. ex. 40. vndecimi
vt cōi. sectio. h. a. p. duaz. supficies. & secet diamet. cubi & secet viceversa ab
ipsa diāetro p. eq. l. a. sit ergo cōi. sectio eaz. v. j. q. ad diāet. cubi lineā. k. o.

¶ Ita q. o. sit centrum cubi. Et ducantur linee. o. a. o. n. o. p. o. d. o. r. Cōstat aut q. vtraq. duarum lineaz. o. a. f. o. d. est semidiameter cubi. I dōq. equales. De linea. autem. o. k. constat ex. 40. vndecimi q. ipsa est equalis e. k. videlicet medietati lateris cubi. Et quia. k. f. ē equalis. k. m. Erit. o. f. diuisa in puncto. o. k. fm proportionē habentem medium duoz. extrema f. maior portio eius erit linea. o. k. q. est equalis. e. k. Itaq. p. s. huius erunt duæ linee. o. f. f. j. k. I dōq. o. f. f. j. p. Eo q. j. p. ad quas hec demōstratio non extēditur est equalis. k. f. triplum in potētia ad lineā. o. k. Et iō ad medietatem lateris cubi quare p. penul. primi. linea. o. p. ē potētia tripla ad medietatem lateris cubi. Ex correl. aut. 14. huius cōstat q. semidiameter spere tripla est in potētia ad medietatem lateris cubi quem circūscribit eadem spere. Itaq. o. p. est quanta semidiameter spere circūscribentis cubum p. positum. Eadem ratione cuncte linee ducte a puncto o. ad angulos singulos pētagonoz. oīum superlatera cubi descriptorum ad singulos angulos in q. qui proprii sunt pentagonis non aut cōes eis f. superficiebus cubi. s. p. prii quales sunt in pentagono statuto tres anguli. n. p. r. De illis aut lineis q. veniunt a puncto. o. ad angulos singulos pentagonoz. qui sunt cōes pētagonis f. superficiebus cubi quales sunt in pentagono pnti duo anguli. a. f. d. cōstat q. ipse sunt equales semidiametro spere circūscribentis cubum. I p. n. sunt semidiametri cubi ex. 40. vndecimi. At vero semidiameter cubi est tanq. semidiameter spere ipsum circūscribētis quemadmodum ex rōcinatione. 14. appet. I g. oēs linee ducte a pūcto. o. ad singulos angulos duodecedri sunt eqles adinuicē f. semidiametro spere. Semicirculus itaq. super totam diametrum spere vel cubi lineatus. si circūducatur transibit p. oēs angulos eius quare per diffinitionem ipsum est ab assignata spere circūscribibile. Dico itē q. latus huius figure est linea irrōnalis ista videlicet q. residuū d. r. si diameter spere ipsum circūscribentis fuerit rōalis in lōgitudine vel in potentia. Cum. n. diameter spere sit ex. 14. huius tripla in potentia ad latus cubi erit latus cubi rōnale in potentia si diameter spere fuerit rōnalis in longitudine vel in potētia. Cōstat aut ex. 11. q. linea. r. p. diuidit lineam. a. d. q. est latus cubi fm proportionē hntem mediū duoz. extrema f. g. portio eius maior equalis ē lateri pentagoni. Et quia maior portio eius est residuum ex sexta huius manifestum est latus figure duodecedron eē residuum quod demonstrare volumus. Fabricata sunt igitur p. 13. f. quatuor eam sequētes quinq. corpora equilatera atq. equianguia quorum vnūquodq. ē circūscriptibile ab assignata spere. Sūt aut hec solida: p. mum q. dem quatuor basium triāgularium: f. d. r. tetracedron. Secundum ē sex basium quadrataz. f. d. r. cubus siue exacedron. Tertium octobasiū triāgularium: f. d. r. octocedron. Quartum aut ē solidum ycocedron f. est vīginti basium triāgularium. Quintum vero ex. 12. basibus pentagonis cōstituit d. r. q. duodecedron. Hec at quinq. solida regularia dicūtur qm ipsa equianguia sunt atq. eqlatera f. a spere atq. ab inuicem circūscriptibilia. plura vero his quinq. eqlatera q. sint f. equianguia eē est impossibile. Ad cōstitutionem cuiuslibet anguli solidi necesse est ad minus tres supficiales angulos cōcurrere. Ex duobus enim solis superficialibus nequit solidus angulus cōpleri: q. ergo tres anguli cuiuslibet exagoni equilateri f. equianguli sunt equales quatuor angulis rectis. At vero eptagoni f. cuiuslibet pluriū laterum figure equilatera atq. equianguia tres anguli sunt maiores quatuor angulis rectis quemadmodum ex. 32. primi euidenter elicitur: omnis autem angulus solidus quatuor rectis angulis minor est teste. 11. vndecimi impossibile est tres angulos exagoni atq. eptagoni: f. simpliciter omnis plurilatera figure equilatera tamen atq. equianguia solidum angulum cōstituire. ideo nulla solida figura equilatera atq. equianguia potest ex superficiebus exagonalibus aut pluriū laterum constitui. Si enim tres anguli exagoni equilateri atq. equianguli quemq. solidum angulum excedunt quatuor f. plures multo fortius eundem excedunt. Tres autem angulos pētagonī equilateri atq. equianguli minores eē quatuor rectis angulis. ma

nissum est & quatuor esse maiores quare ex tribus angulis pentagoni equilateri atq; equianguli possibile est solidum angulum constitui. ex quatuor autem aut ex pluribus impossibile. ideoq; vnum duntaxat solidum ex pentagonis equilateralis atq; equiangulis constitutum est illud videlicet quod duodecedron dicitur in quo anguli pentagonorum terni & terni solidos angulos perficiunt. Eadem quoq; est ratio in quadrilateris figuris equilateralis & equiangulis q̄ in pentagonis: ois enim quadrilatera figura si equilatera equiangula fuerit ipsa erit quadrata a diffinitione. Nam omnes eius anguli erunt recti per 31. primi. Ex tribus igitur angulis talis superficialis figure possibile est solidum angulum constitui: ex quatuor autem aut ex pluribus impossibile est: propter quod ex talibus figuris superficialibus que cum quadrilatero ipse sint equilatero atq; equi angulo vnicum solidum quod cubum dicimus fabricatum est. Triangulorum autem equilaterorum sex anguli sunt equales quatuor rectis ex 31. primi pauciores ergo minores & plures maiores igitur ex sex angulis talium trigonorum aut ex pluribus impossibile est angulum solidum fieri. ex quinque & ex quatuor & ex tribus possibile. Cum itaq; tres anguli trigoni equilateri efficiunt angulum solidum: perficitur ex triangulis equilateralis corpus quatuor basium triangularium atq; equilaterarum. Cum vero quatuor consurgunt corpus octo basium quod octocedron diximus. At vero si quinque triangulorum equilaterorum anguli solidum angulum continent fiet corpus ycocedron viginti basium triangularium & equilaterarum. Quare ergo tot & talia sunt solida regularia & quare plura his non sunt dictum est.

Castigator.

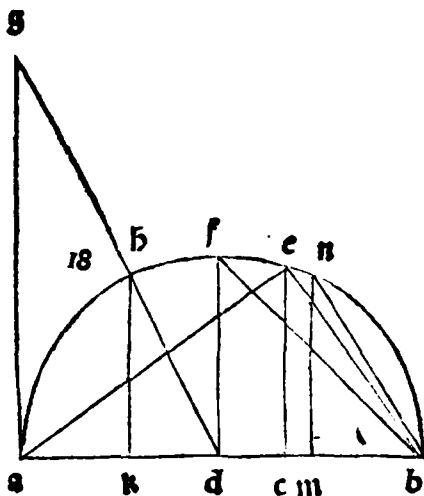
a ¶ Quia sicut totum ad totum ita dimidium ad dimidium . Nam vt ibi dicitur dyameter spere tripla est in potentia ad latus cubi ideo semidyameter similiter est potentia triplex ad medietatem lateris cubi ac si dyameter eset .6. eius potentia , 36 . ¶ latus cubi eset .x. n. cuius potentia est .12. semidyameter .3. potentia eius .9. medietas lateris cubi eset .x.3. cuius potentia .3. que est subtripla ad potentiam .3. hoc est ad potentiam medietatis dyameter spere ¶ cetera.

Propositio .18.



Altera quibus corporum præmissorum ab eadem
specie circumscriptibilium cuius speciei sola diamet-
ros nobis proposita fuerit per ipsam propositas
diametri uniuenire.

Sit a.b. diameter alicuius speræ nobis proposita. ex qua iubemur latera quinq; premifforum corporum elicere. ¶ Diuidamus igitur hanc diametrum in.c. ita q. a.c. sit dupla ad.c.b. Et per equalia, in.d. Et lineemus super eam semicirculum.a.f.b. ad cuius circumferentiam protrahantur duæ linee perpendiculares ad lineam a.b. que sint.c.e.f.d.f. Et iungamus.e.cum.a.f.cum.b.f.f.cum.b. Manifestum ergo est ex demonstratione.13. q.a.c. est latus figure quatuor basium triangularium f.e. equilaterarum. Et ex demonstratione.14. q.c.b. est latus cubi. Et ex demonstratione.15. q.f.b. est latus figure octo basium triangularium f.e. equilaterarum. Prodeat itaq; a puncto.a. linea.a.g. perpendicularis ad.a.b. f. equalis eidem.a.b. f. iungatur.g.cum.d. Sitq; b. punctus in quo.g.d. fecat circumferentiam semicirculi. Et ducatur.h.k. perpendicularis ad.a.b. f. quia.g.a. est dupla ad.a.d. erit ex quarta sex. ti.h.k. dupla ad.k.d. Sunt enim duo trianguli.g.a.d. f. h.k.d. equianguli ex.31. primi eo q. angulus.a. maioris est equalis angulo.k. minoris namq; vterq; rectus f. angulus.d. est communis vtriq;. Igitur ex quarta secundi.b.k. est potentia quadrupla ad.k.d. ergo ex penultima. primi.h.



d. est potentia quincupla ad. k. d. cumq. d. b. sit equalis. h. d. est enim. d. centrum semicirculi. erit quoq. d. b. potentia quincupla ad. k. d. At vero cum tota. a. b. sit dupla ad totam. b. d. quemadmodum. a. c. detracta ex prima. a. b. est dupla ad. c. b. detractam ex secunda. b. d. eritq. ex. 19. quinti b. c. residua primæ dupla ad. c. d. residuam secunde. I deoq. tota. b. d. est tripla ad. d. c. Igitur quadratum. b. d. est noncuplum ad quadratum. d. e. quia ipsum erat quincuplum tantum ad quadratum. k. d. erit ex se cūda parte decime quinti. quadratum. d. c. minus quadrato. k. d. I deoq. d. c. minor. k. d. Sit igitur. d. m. equalis. k. d. & prodeat. m. n. v. q. ad circumferentiam que sit perpendicularis ad. a. b. & iungatur. n. cum. b. Cum igitur. d. k. & d. m. sint equales erunt ex diffinitione eius quod est ali quas lineas a. centro equidistare due linee. h. k. & m. n. equaliter distantes a centro. I deoq. equales adinuicem ex secunda parte. 13. tertii & ex secunda parte tertie eiusdem. I taq. m. n. est equalis. m. k. Nam. h. k. erat equalis ei. At quia. a. b. dupla est ad. b. d. & k. m. dupla est ad. d. k. & quadratum. b. d. quincuplum ad quadratum. d. k. erit ex. 15. quinti quadratum. a. b. similiter quincuplum ad quadratum. k. m. est enim quadratum dupli ad quadratum dupli sicut quadratum simpli ad quadratum simpli. Ex demonstratione enim. 16. manifestum est q. diameter pere est potentialiter quincupla tam ad latus exagoni circuli figure. 20. basium. q. ad k. m. est equalis lateri exagoni circuli figure. 20. basium. Nam diameter spere que est. a. b. ē potentialiter quincupla tam ad latus exagoni circuli illius figure. q. ad. k. m. Rur. u. q. ex demonstratione eiu dem manifestum est q. diameter spere constat ex latere exagoni & duplici lateri decagoni circuli figure. 20. basium. Cum ergo. k. m. sit tanq. latus exagoni. At vero. a. k. sit equalis. m. b. Nam ipsa sint residua equalium demptis equalibus. Erit. m. b. tanq. latus decagoni. Quia igitur. m. n. est tanq. latus exagoni. nam ipsa est equalis. k. m. erit ex penultima primi & 10. huius n. b. tanq. latus pentagoni figure circuli. 20. basium. Et q. ex demonstratione. 16. apparet q. latus pentagoni circuli figure. 20. basium est latus eiusdem figure. 20. basium. Constat lineam. n. b. esse latus istius figure. Diuidatur itaq. e. b. que est latus cubi ab assignata spere circumscriptibilis secundum proportionem habententem medium duosq. extrema in puncto. p. Sitq. maior portio eius. p. b. Constat igitur ex demonstratione premissæ q. p. b. est latus figure. u. basium. Inuenta ergo sunt latera. 5. premissorum corporum ex diametro spere nobis proposita. Est enim latus. a. e. pyramidis. 4. basium. e. b. latus cubi. f. b. latus octocedri. At vero. n. b. latus yocedri. Linea autem. p. b. latus duodecedri. Que autem horum laterum sint maiora aliis sic habetur. Constat enim q. a. e. est maior. f. b. nam arcus. a. e. est maior arcu. f. b. I temq. f. b. est maior. e. b. Et. e. b. maior q. n. b. At vero. n. b. dico etiam esse maiorem q. p. b. Cum enim sit. a. c. dupla ad. c. b. erit ex quarta secundi quadratum. a. c. quadruplum ad quadratum. c. b. Constat autem ex secunda parte correlarii. 8. sexti & ex correlario. 17. eiusdē q. qdratū. a. b. triplū ē ad qdratū. b. e. sed. p. n. sexti qdratū. a. b. ad quadratum. b. e. est. sicut qdratū. b. e. ad qdratū. c. b. ex eo q. proportio. a. b. ad. b. e. est sicut. b. e. ad. b. c. ex secūda pte correlarii. 8. sexti. itaq. p. n. quiti quadratum. b. e. triplum est ad qdratū c. b. & quia quadratum. a. c. quadruplum est ad idem quadratum vt ostē sum est erit ex prima parte. 10. quinti quadratum. a. c. minus quadrato. b. e. I deoq. linea. a. c. maior est linea. b. e. I deoq. a. m. multo maior. b. e. Manifestum vero est ex. 9. huius q. si linea. a. m. diuisa fuerit fm proportionem hntem medium duosq. extrema erit maior portio eius linea. k. m. q. est equalis m. n. At nō cum. b. e. diuiditur fm eandem pportionem vt delict hntem mediū. duosq. extrēa maior eius portio ē linea. p. b. cū itaq. tota. a. m. sit maior tota. b. e. erit. m. n. que est equalis maiori portioni. a. m. maior q. p. b. que est maior portio. b. e. Hoc autem manifestum est ex secunda. 14. libri que sine auxilio alicuius earum que sequuntur firma de-

monstratione solidatur. Ergo p. 19. primi a fortiori. n. b. maior est q. p. b. Quare patet latera horum. s. corporum premissorum fere eo ordine quo corpora se invicem sequuntur se invicem excedere. In cubo enim dumtaxat & octocedro habet hic instantias. Nam latus octocedri excedit latus cubi quia cubus antecedit octocedrum. Cubum autem premitunt idcirco octocedro quia eadem divisione diametri assignate speret latus pyramidis. 4. bases triangulas habentis & latus cubi inveniuntur. Est igitur. a. e. latus pyramidis maius lateribus ceterorum corporum. Post ipsi. m. aut est f. b. latus octocedri maius sequentium corporum lateribus. Tertio ordine sequit in magnitudine. e. b. latus cubi. Quarto vero loco e. n. b. latus ycedron. Minimum autem est omnium. p. b. latus duodecedron vel duodecedri. ¶ Explicet liber Tertiusdecimus.

¶ Quartusdecimus liber Euclidis de habitudinibus trianguli pentagoni exagoni decagoni ad invicem respectu lineae. Secundum proportionem habentem medium duosque extrema divisae & corporum regularium ad invicem proportionibus ex optima Campani interpretatione. Magistro Luca Paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Monachum Castigatore accuratissimo feliciter. Incipit.

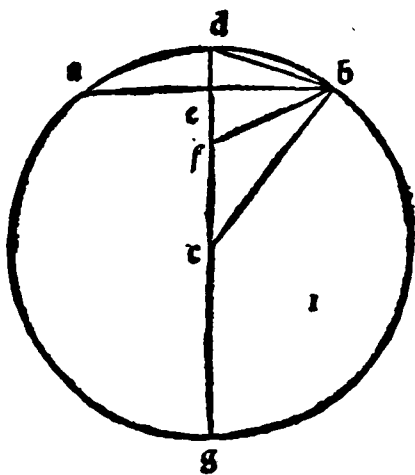
Propositio .i.



Perpendicularis a centro circuli ducta ad latus pentagoni intra circulum ipsum descripti. Dimidio lateris decagoni atque dimidio lateris exagoni intra circulum eundem descriptorum ambobus dimidiis in longum directis coniunctis equalis esse probatur. ¶ Patet igitur quod perpendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni est equalis perpendiculari ducte a centro ad latus trianguli dimidioque lateris decagoni intra eundem circulum de-

scripti directe coniunctis.

¶ Sit linea. a. b. latus pentagoni equilateri inscripti circulo cuius centrum. c. & ducatur a centro. c. perpendicularis ad lineam. a. b. que per secundam partem tertie diuidet ipsam per equalia & arcum eius etiam per equalia ex quarta primi & 12. tertii. Sitque hec perpendicularis linea. c. d. secans. a. b. in puncto. e. & arcum eius in puncto. d. Est igitur ut diximus linea. a. e. equalis linee. e. b. & arcus. a. d. arcui. d. b. Protrahaturque linea. d. b. de qua constat quod ipsa est latus decagoni equilateri propositi circulo inscripti cum ipsa subtrahatur medietati quinte totius circumferentie. Dico itaque quod linea. c. e. est equalis medietati linee. c. d. & medietati linee. d. b. in longum directis coniunctis. Compleatur quidem diameter. d. c. sitque. d. c. g. & sit. e. f. equalis. e. d. & protrahatur. b. f. Eritque ex. 4. primi. b. f. equalis. b. d. ideoque p. 5. primi angulus. b. d. f. erit equalis angulo. b. f. d. Constat autem ex vltia sexti quod angulus. g. c. b. quadruplus est ad angulum. b. c. d. Eo quod arcus. g. b. quadruplus est ad arcum. b. d. At vero angulus. g. c. b. per. 32. primi duplus est ad angulum. b. d. c. Nam ipse est extrinsecus duobus qui sunt. b. d. c. & d. b. c. At ipsi sunt equales ex. 5. primi. igitur angulus. b. d. c. duplus est ad angulum. b. c. d. Quare angulus quoque. b. f. d. duplus est ad angulum. b. c. f. Sed angulus. b. f. d. est equalis duobus intrinsecis qui sunt. b. c. f. & c. b. f. per. 32. primi. Itaque duo anguli. b. c. f. & c. b. f. sunt equales. Ideoque per. 6.



primi. c. f. est equalis. b. f. I deoq. etiam. c. f. est equalis. b. d. Nam. b. d. & b. f. sunt equales adinuicem. Quare dimidium. c. d. cum dimidio. b. d. est quantum dimidium. c. d. cum dimidio. c. f. at vero & dimidium. c. d. cum dimidio. c. f. est quantum dimidium. c. f. bis cum dimidio. f. d. Dimidium autem. c. f. bis est quantum. c. f. Et dimidium. f. d. est quantum. e. f. Itaq. c. e. est quantum dimidium. c. d. cum dimidio. d. b. quod est propositum. Correlarium autem sic constat manifestum est enim ex 8. tredecimi libri q. perpendicularis ducta a centro circuli ad latus trianguli sibi inscripti est equalis dimidio linee ducte a centro ad circumferentiam. Hoc quidem ibi demonstratum est & quasi correlarium conclusum. Cum igitur ex hac prima istius. 14. libri pateat q. perpendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni sit equalis dimidio linee ducte a centro ad circumferentiam & dimidio lateris decagoni; sequitur q. perpendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni sit equalis perpendiculari ducte a centro ad latus trianguli; dimidioq. lateris decagoni intra eundem circulum descripti; & hoc est quod ex correlario proponitur. Nunc ergo explicandum est quod ait Aristeus in libro intitulo Expositio scientie. 5. corporum nec non & Apollonius in dono secundo in proportionalitate figure. n. basium ad figuram. 10. basium dicens q. proportio superficierum figure habentis. n. bases ad superficies figure habentis. 10. bases est tanq. proportio corporis. n. basium ad corpus. 10. basium. Linea & enim ducta a centro circuli pentagoni figure. n. basium duodecetri ad circumferentiam eius est quasi linea prodians a centro circuli trianguli figure. 10. basium yccedri ad circumferentiam eius. Hec sunt ipsius magni apollonii verba. Intelligenda autem sunt de figura. 12. & figura. 10. basium ab vna eademq. sphaera circumscriptibili. Est enim proportio corporis duodecetri ad corpus yccedron cum ambo vna eademq. sphaera circumscribit. Sicut proportio omnium superficierum duodecetri pariter acceptarum ad omnes superficies yccedri pariter acceptas quemadmodum Apollonius premisorum verborum prima parte commemorat; quod & decima huius. 14. libri solida demonstratione stabilitur. Et est circulus circumscribens pentagonum duodecetri equalis circulo circumscribenti trigonum yccedri cum duodecetron & yccedron eadem sphaera circumscribit quemadmodum ipse apollonius secunda parte premisorum verborum commemorat; quod etiam in quinta huius libri demonstratione firmatur; premittenda sunt igitur antecedentia ad tantorum virorum eloquia inconcussa veritate corroboranda.

Castigator.

a ¶ At vero dimidium. c. d. cum dimidio. c. f. est quantum dimidium. c. f. bis cum dimidio. f. d. & cetera.

¶ Propter hoc est notandum q. omnium duarum quantitarum in equalium semper dimidium maioris cum dimidio minoris est quantum dimidium minoris bis & dimidium differentie qua maior habundat a minore verbi gratia sint due linee ille in numeris. c. d. n. f. c. 8. differentia. f. d. erit. 4. nam. c. d. est latus exagoni & c. f. latus decagoni ut dictum est & latus exagoni excedit latus decagoni in. f. d. dico q. medietas. c. d. que est. 6. cum dimidio. c. f. quod est. 4. que iuncta faciunt. 10. & sint dimidia totalia equantur dimidio. c. f. bis. 8. & dimidio. f. d. quod est. 2. que iuncta similiter faciunt. 10. & hoc in omni genere verificatur & ideo isto medio ipse concludit dicens dimidium autem. c. f. bis est quantum. c. f. totum & dimidium. f. d. est quantum. e. f. medietas differentie f. d. maioris ad minorem itaq. c. e. est quantum dimidium. c. d. cum dimidio. d. b. & cetera sine isto proposito non conclud. ret ut patet.

Propositio .2.



Sicquid accidit vni linee diuise secundum proportionem habentem medium & duo extrema omni linee similiter diuise probatur accidere &c.

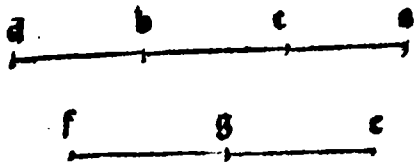
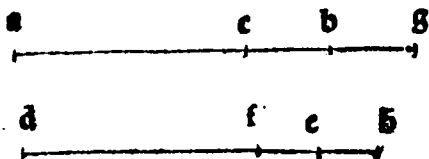
Sit vtraq; duarum linearum .a. b. & .d. e. diuise secundum proportionem habentem medium duosque extrema hec quidem in .c. illa vero in .f. sintque maiores portiones huius quidem .a. c. illius autem .d. f. Dico itaque quod ambarum ad sui maiores portiones est vna proportio . Itemque ambarum ad sui minores portiones est proportio vna atque quod maiorum portionum ad minores vna. Et e contrario & permutatim & coniunctim & disiunctim & euersum . Nihil enim aliud est quicquid vni earum accidit . idem quoque alii accidere . Constat enim ex diffinitione linee secundum proportionem habentem medium duosque extrema diuise & ex prima parte .16. sexti quod fit ex .a. b. in .b. c. est equale quadrato .a. c. Eodemque modo quod fit ex .d. e. in .e. f. est equale quadrato .d. f. Ideoque proportio eius quod fit ex .a. b. in .b. c. ad quadratum .a. c. est sicut eius quod fit ex .d. e. in .e. f. ad quadratum .d. f. Vtraque enim est proportio equalitatis . Igitur quadruplum eius quod fit ex .a. b. in .b. c. ad quadratum .a. c. sicut quadruplum eius quod fit ex .d. e. in .e. f. ad quadratum .d. f. Quod ex .15. quinti & permutata & equalitatis proportionalitate manifestum est . Quare coniunctim quadruplum eius quod fit ex .a. b. in .b. c. cum quadrato .a. c. ad quadratum .a. c. sicut quadruplum eius quod fit ex .d. e. in .e. f. cum quadrato .d. f. ad quadratum .d. f. Adiungatur autem secundum rectitudinem ad lineam .a. b. vna linea que sit equalis .b. c. que dicatur .b. g. Et ad .d. e. adiungatur equalis .e. f. que dicatur .e. h. Manifestum est igitur ex octaua secundi libri quod quadruplum eius quod fit ex .a. b. in .b. g. cum quadrato .a. c. est quale quadrato linee .a. g. At vero similiter quadruplum eius quod fit ex .d. e. in .e. h. cum quadrato .d. f. est equale quadrato .d. h. Ad vero ex communi scientia quadruplum eius quod fit ex .a. b. in .b. c. equum est quadruplo eius quod fit ex .a. b. in .b. g. Eoque .b. c. & .b. g. sunt equales . Similiter quoque quadruplum eius quod fit ex .d. e. in .e. f. equum est quadruplo eius quod fit ex .d. e. in .e. h. Eoque .e. f. & .e. h. sunt etiam equales . Igitur ex prima parte septime quinti & ex .11. eiusdem quadratum .a. g. ad quadratum .a. c. sicut quadratum .d. h. ad quadratum .d. f. Quare ex secunda parte .11. sexti proportio linee .a. g. ad lineam .a. c. est sicut linee .d. h. ad lineam .d. f. Et coniuncti .a. g. & .a. c. ad .a. c. sicut .d. h. & .d. f. ad .d. f. At vero .a. g. & .a. c. sunt tanquam duplum .a. b. & .d. h. & .d. f. tanquam duplum .d. e. Quare duplum .a. b. ad .a. c. sicut duplum .d. e. ad .d. f. Et permutatim duplum .a. b. ad duplum .d. e. sicut .a. c. ad .d. f. Sed duplum .a. b. ad duplum .d. e. sicut .a. b. ad .d. e. ex .15. quinti . Igitur .a. b. ad .d. e. sicut .a. c. ad .d. f. Itaque permutatim & euersum & conuersum & disiunctim & coniunctim quod oportebat ostendere .

Propositio .3.



Suiso latere exagoni secundum proportionem habentem medium duosque extrema maior eius portio erit latus decagoni circumscripti a circulo ipsius exagonum circumscribente .

Sit linea .a. b. latus exagoni alicuius circuli & diuisa secundum proportionem habentem medium duosque extrema in puncto .c. sitque maior portio eius .b. c. Dico quod cuiuscunque circuli .a. b. est latus exagoni eiusdem .b. c. erit latus decagoni . Adiungatur enim ad lineam .a. b. linea .b. d. que sit latus decagoni illius circuli cuius .a. b. est latus exagoni . Eritque ex nona .13. linea .a. d. diuisa secundum proportionem habentem medium duosque extrema & maior portio eius erit linea .a. b. Cum igitur vtraque duarum linearum .a. b. & .a. d. sit diuisa secundum proportionem habentem medium duosque extrema . Igitur erit per premisam ambarum ipsarum ad sui maiores portiones vna proportio . Itaque .d. a. ad .a. b.



que est eius maior portio sicut. a. b. ad. b. c. que est etiam eius maior portio. Sed. d. a. ad. a. b. sicut. a. b. ad. b. d. ex diffinitione linee diuise secundum proportionem habentem medium duorum extrema & maior portio eius. Igitur ex vndecima quinti a. b. ad. b. d. sicut a. b. ad. b. c. Quare per secundam partem. 9. quinti. b. d. & b. c. sunt equales. Cum ergo. b. d. sit latus decagoni erit quoque ex communis scientia. b. c. latus decagoni. Vel aliter ad lineam. a. b. adiungatur. b. d. equalis. b. c. eritque ex. 4. tredecimi tota. a. d. diuisa secundum proportionem habentem medium duorum extrema & maior portio eius linea. a. b. Itaque per conuersam. 9. tredecimi quam continet post ipsam demonstrauimus cuius circuli linea. a. b. est latus exagoni eiusdem linea. b. d. Ideoque linea. b. c. sibi equalis est latus decagoni. Possumus iterum idem alia via si libet demonstrare. Sit enim. e. f. equalis. a. b. que etiam diuidatur in. g. secundum proportionem habentem medium duorum extrema. Et sit maior portio eius linea. f. g. Constat igitur ex premissa quod quemadmodum. a. b. est equalis. e. f. sic. a. c. est equalis e. g. & c. b. equalis. g. f. Cumque fuerit. b. d. adiuncta ad. a. b. latus decagoni illius circuli cuius. a. b. est latus exagoni erit sicut prius dictum est ex. 9. tredecimi tota. a. d. diuisa secundum proportionem habentem medium duorum extrema. Et maior eius portio erit linea. a. b. Itaque per premissam. a. b. ad. b. d. sicut f. g. ad. g. e. Quare per primam partem. 15. sexti quod fit ex. a. b. in. g. e. equum est ei quod fit ex. b. d. in. f. g. Cumque. a. b. sit equalis e. f. Erit quod fit ex. e. f. in. g. e. equum est ei quod fit ex. b. d. in. f. g. Sed quod fit ex. e. f. in. g. e. equum est quadrato. f. g. Ex diffinitione linee diuise secundum proportionem habentem medium duorum extrema. Et ex prima parte. 16. sexti. Igitur quod fit ex. b. d. in. f. g. est equale quadrato. f. g. Ideoque ex prima sexti linea. b. d. est equalis. f. g. Et quia. f. g. est equalis. c. b. erit quoque. c. b. equalis. b. d. & latus decagoni quod oportebat ostendere.

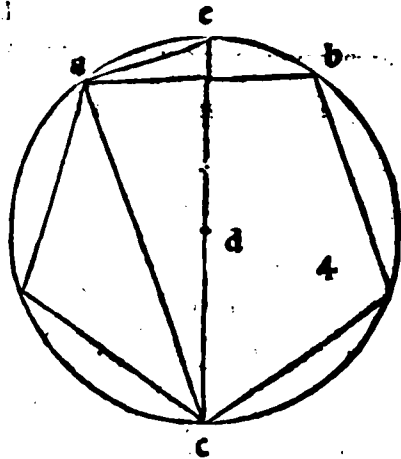
Propositio 4.



Quadratum lateris pentagoni intra circulum descripti quadratumque linee que illius pentagoni angulo subtenditur ambo hec quadrata pariter accepta quadrati medietatis diametri eiusdem circuli quincuplum esse pronuncio.

Sit in circulo. a. b. c. cuius centrum. d. inscriptus vnus pentagonus equilateralis cuius vnus latus sit. a. b. & protrahatur diameter. c. d. e. diuidens lineam. a. b. & eius arcum per equalia. Est igitur arcus. a. c. medietas quinte partis circumferentie illius circuli. Quare arcus. a. c. est due quinte totius circumferentie. Protrahantur itaque due linee. a. e. & a. c. Eritque. a. e. latus decagoni equilateri. eo quod eius arcus est medietas quinte partis circumferentie. Linea vero. a. c. erit que subtenditur vni ex angulis pentagoni predicti. Eo quod arcus. a. c. est due quinte partes circumferentie circuli. Dico itaque quod quadrata duarum linearum. a. b. & a. c. pariter accepta quincuplum sunt ad quadratum linee. d. e. Est enim ex quarta secundi quadratum linee. c. e. quadruplum ad quadratum linee. d. e. Cum autem angulus. c. a. e. sit rectus ex prima parte 30. tertii. eruntque ex penultima primi quadrata duarum linearum. c. a. & a. e. quadruplum ad quadratum. d. e. Igitur quadrata trium linearum. c. a. & a. e. & d. e. quincuplum sunt ad quadratum linee. d. e. & quia ex decima tredecimi libri quadratum. a. b. est equale quadratis duarum linearum. a. e. & d. e. sequitur ut quadrata duarum linearum. a. b. & a. c. sint quincuplum ad quadratum d. e. quod est propositum.

Manifestum est ergo quod quadratum lateris cubi atque quadratum lateris figurę duodecim basium cum cubum & figurę duodecim basium eadem sphaera circumscribit ambo quadrata pariter accepta quincuplum sunt quadrati medietatis diametri circuli qui circumscribit pentagonum eiusdem figure duodecim basium.



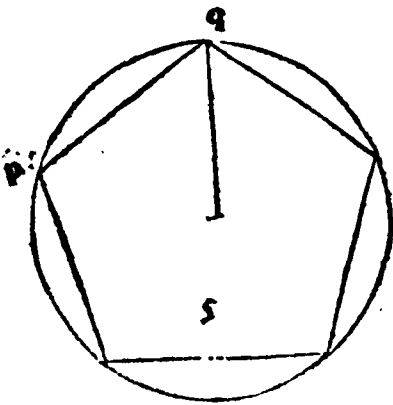
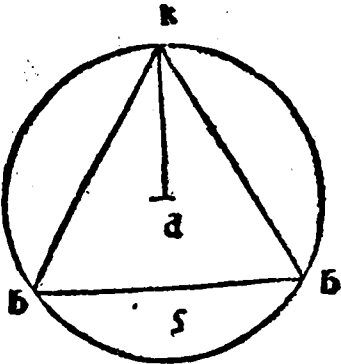
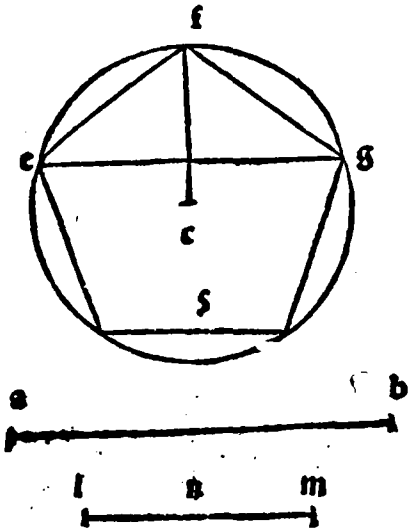
Est siud correlarium vere manifestum est: constat enim ex demonstratione. 17. tredecimi libri qd latur cubi subtenditur angulo pentagoni duo decedri cum cubum & duodecedron vna eademq; spera circumscribitur itaq; per hanc quartam sine obice constat correlarium etc.

Propositio 5.



Pentagonus figure duodecim basium triangulus qd figure viginti basium quos eadem spera circumscribit vno eodemq; circulo circumscribitur.

Sit spera cuius diameter a.b. circumscribens duas solidas figuras videlicet duodecedron cuius vnus ex duodecim pentagonis sit c.f. & ycocedron cuius vnus ex 20. triangulis sit d. Pentagono autem c. Et trigono d. super duo centra d. & e circumscribantur duo circuli huic quidem f.c. ex 14. quarti illi vero k.d. ex 5. eiusdem. Dico itaq; qd hi duo circuli sperarum propositarum quorum alter circumscribit pentagonum c. Alter vero trigonum d. sunt equales. Signetur enim duo latera pentagoni c. vnum ex suis angulis continentia litteris e.f. & g. & protrahatur linea e.g. que subtendat angulum f. Et semidiameter circuli que sit c.f. Vnumquodq; ex lateribus trigoni d. signetur litteris k.h. Et protrahatur semidiameter sui circuli que sit d.k. Debinc sumatur linea l.m. ad quam sit linea a.b. que est diameter sperae assignare quincupla in potentia. Que quidem l.m. in diuidatur in n. secundum proportionem habentem medium duosq; extrema. Sitq; maior portio eius linea l.n. Et secundum quantitatem totius l.m. lineetur circulus p.q. I taq; semidiameter circuli p.q. sit equali linee l.m. Eritq; ex correlario 5. quarti linea l.m. tanq; latus exagoni equilateri circulo p.q. inscripti. I deoq; per tertiam huius linea l.n. erit tanq; latus decagoni equilateri eidem circulo inscripti. igitur ex 11. quarti inscribantur pentagonus equilaterus circulo p.q. cuius vnum latus sit p.q. eritq; ex 20. tredecimi libri quadratum p.q. equale quadratis duarum linearum l.m. & l.n. pariter acceptis. Cōstat autem ex demonstratione 16. tredecimi qd b.k. est equalis p.q. ergo quadratum b.k. est equale quadratis duarum linearum l.m. & l.n. pariter acceptis. At vero ex demonstratione 17. tredecimi manifestum est qd e.g. est latus cubi ab eadem spera circumscribitur. Quare per correlarium 14. tredecimi a.b. que est diameter sperae potencialiter est tripla ad e.g. que est latus cubi. Si autem e.g. diuidatur secundum proportionem habentem medium duosq; extrema patet ex demonstratione 17. tredecimi qd e.f. est tanq; maior portio eius. igitur ex secunda huius e.g. ad l.m. sicut e.f. ad l.n. Nam vt tota ad totam sic maior portio ad maiorem itaq; per 11. sexti quadratum e.g. ad quadratum l.m. sicut quadratum e.f. ad quadratum l.n. Quare per 13. quinti quadrata duarum linearum e.g. & e.f. pariter accepta ad quadrata duarum linearum l.m. & l.n. pariter accepta sicut quadratum e.g. ad quadratum l.m. ergo per 15. quinti & permutatam proportionalitatem & equam triplum duorum quadratorum duarum linearum e.g. & e.f. pariter acceptorum ad quadrata duarum linearum l.m. & l.n. pariter accepta sicut triplum quadrati e.g. ad quadratum l.m. Triplum autem e.g. quadrati est tanq; quadratum a.b. ex correlario 14. tredecimi. At quadratum a.b. est per ypotensim quincuplum ad quadratum l.m. ergo triplum quadrati e.g. quincuplum quoq; est quadratum l.m. Quare etiam triplum quadratorum duarum linearum e.g. & e.f. pariter acceptorum est quincuplum ad quadrata duarum linearum l.m. & l.n. pariter accepta & quia probatum est qd quadratum b.k. est equale quadratis duarum linearum l.m. & l.n. pariter acceptis. Sequitur ex communi scientia vt triplum quadratorum e.g. & e.f. sit quincuplum ad quadratum b.k. Constat autem ex 8. tredecimi qd quincuplum quadrati b.k. est quincuplum ad quadratum d.k. Nam simplum est triplum. Et ex quarta huius constat qd triplum quadratorum e.g. & e.f. est quincuplum quare



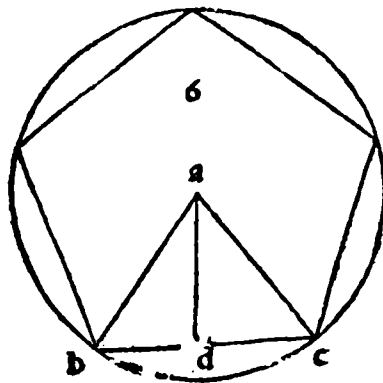
drati-e-f. nam simplum est quindcuplū. I taq. quincuplum quadrati-c-f. est equale quincuplo quadrati-d-k. ideoq. per-5. quinti. quadratum-c-f. est equale quadrato-d-k. Quare etiam linea-c-f. est equalis linee-d-k. Er go ex diffinitione circulorum equalium circulus circumscribens pentagonum-c. est. equalis circulo circumscribenti trigonum-d. quod erat ex principio demonstrandum. Nam semidiametri horum circulorum sunt equales videlicet-c-f. f-d. k.

Propositio .6.



Quadratum quoq. quod est trigincuplum tetragoni qui sub perpendiculari ducta a centro circuli circumscribentis pentagonum figure duodecim basium ad latus pentagoni atq. sub latere ipsius pentagoni continetur omnibus superficiibus corporis duodecim basium pariter acceptis esse equale ex necessitate conuincitur.

Sit petagonus-a. vna ex-n. basibus figure duodecetri f. vnum ex eius lateribus sit-b-c. sibiq. ex-14. quarti circumscribatur circulus supra centrum-a. f. protrahantur linee-a. b. f-a-c. f-a-d. perpendicularis ad-b-c. Dico ergo q. trigincuplum eius quod sit ex-a-d. in-b. c. est equale omnibus superficiibus duodecetri pariter acceptis. Constat enim pentagonum a. esse diuisibilem in quinq. triangulos equales triangulo-a. b. c. ex-8. primi itaq. omnes-n. pentagoni duodecetri cum omnes sint equales f. similes pentagono-a. diuisibiles sunt in-60. triangulos quorum quisq. per-8. primi est equalis triangulo-a. b. c. Quod autem sit ex-a-d. in-b. c. est duplum per-4. primi ad triangulum-a. b. c. ergo trigincuplum eius quod sit ex-a-d. in-b. c. est sexagincuplum ad triangulum-a. b. c. Nam vt simplum ad simplum sic duplum ad duplum. Cum itaq. omnes duodecetri superficies pariter accepte sint etiam sexagincuplum ad triangulum-a. b. c. sequitur vt trigincuplum eius quod sit ex-a. d. in-b. c. sit equale omnibus superficiibus duodecetri pariter acceptis quod est propositum.



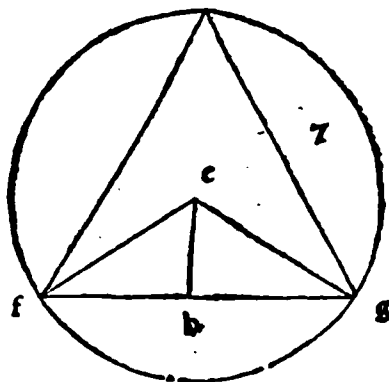
Propositio .7.



Quadratum quoq. quod est trigincuplum tetragoni qui sub perpendiculari ducta a centro circuli ad latus sibi inscripti trianguli figure viginti basium atq. sub ipso latere trianguli continetur equale est omnibus superficiibus figure viginti basium pariter acceptis.

Est enim hic trigonum-e. vna ex-20. basibus figure yocedri f. vni ex eis lateribus sit-f. g. Sibiq. ex-5. quarti circumscribatur circulus super centrum-e. f. protrahantur linee-e. f. e. g. f. e. b. perpendicularis ad-f. g. Dico igitur q. trigincuplum eius quod sit ex-e-b. in-f. g. est equale omnibus superficiibus yocedri pariter acceptis. Constat enim trigonum-e. esse diuisibilem in tres trigonos quorum quilibet per octanam primi est equalis trigono-f. g. I taq. omnes-20. trigoni yocedri pariter accepti cum cuncti sint equales similes trigono-e. sunt tanq. sexagincuplum trigoni-e. f. g. Et quia p. 41. primi quod sit ex-e. b. in-f. g. est duplum trigoni-e. f. g. I 6q. trigincuplum huius est equale sexagincuplo illius sequitur vt trigincuplum-e. b. in-f. g. sit equale omnibus superficiibus yocedri pariter acceptis quod erat demonstrandum.

Manifestum igitur est q. proportio superficiens figure duodecim basium in aliqua spha contenta ad superficies figure viginti basium in eadem spha contenta est tanq. proportio tetragoni contenti sub latere petagoni ipsius figure duodecim basium z sub perpendiculari ducta a centro sui circuli ad ipsius latus petagoni ad tetragonum contentum sub latere trianguli ipsius figure viginti basium z perpendiculari ducta a centro sui circuli ad ipsius latus trianguli corporis viginti alceidatum.

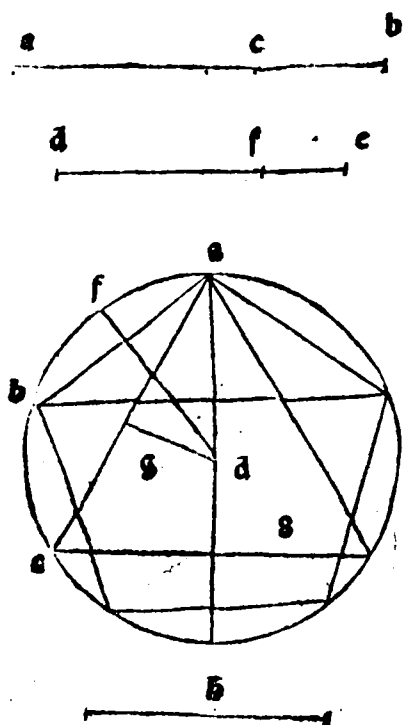


¶ Quod per illud correlarium concluditur verū esse siue figura. a. basif. & figura. 10. basium sunt ab eadem spera circumscribibilis vt proponitur siue etiam fuerint circumscribibilis a diuersis speris. Proponitur autem prout hec figure. sunt circumscribibilis ab eadem spera quoniam hoc modo valet & sufficit ad propositum. Eius ergo communis veritas sic patet. Constat enim ex. 6. huius q. trigincuplum. a. d. in. b. c. equum est omnibus superficiebus duodecedri pariter acceptis cuius pentagonus. a. est. vna ex. a. sup. rficiebus. Et ex hac. 7. constat similiter q. trigincuplum. e. b. in. f. g. equum est omnibus superficiebus ycoedri pariter acceptis cuius trigonus. e. est vna ex. 10. basibus. Siue illud duodecedron & istud ycoedron eadem spera circumscribat. Siue diuerse. Itaq. proportio trigincupli. a. d. in. b. c. ad oēs superficies illius duodecedri piter acceptas est sicut trigincupli e. b. in. f. g. ad omnes superficies ycoedri pariter acceptas. Vtrobq. enim est proportio equalitatis. Quare permutatim trigincuplum. a. d. in. b. c. ad trigincuplum. e. b. in. f. g. sicut omnes superficies illius duodecedri ad omnes superficies huius ycoedri & per. 15. quinti trigincupli ad trigincuplum est sicut simpli ad simplum. Constat igitur per a. quinti q. proportio omnium superficialium illius duodecedri ad omnes superficies huius ycoedri est eius quod sit ex. a. d. in. b. c. ad id quod sit ex. e. b. in. f. g. Et hoc est quod ex correlario proponitur.

Propositio .8.

Proportio cunctarum superficialium corporis duo-
decim basium pariter acceptarum ad cunctas su-
perficies corporis viginti basium pariter acceptas
que ab una sphaera ambobus circun- scribuntur est tales
proportio lateris cubi quem circumscribit eadem
sphaera ad latus trianguli ipsius corporis viginti basium.

¶ Vt ab huius. 3. demonstrationis libri. 14. processu ambiguitas omnis
abscedat: istud prescire oportet. Quod si aliqua linea secundum propor-
tionem habentem medium duosq. extrema fuerit diuisa & ex medietate
eius tanq. dimidium sue maioris portionis detrahatur ipsa quoq. medie-
tas secundum proportionem habentem medium duosq. extrema diuisa
erit & eius maior portio est tanq. dimidium maioris sue duple. Vt ubi gra-
tia sit. a. b. diuisa secundum proportionem habentem medium duosq. ex-
trema in. c. Et maior eius portio sit. a. c. & sit. d. e. tanq. dimidium. a. b. Et
d. f. tanq. dimidium. a. c. Dico ergo q. d. e. diuisa est in. f. secundum pro-
portionem habentem medium duosq. extrema & maior portio eius est. d.
f. Constat enim ex. 15. quinti q. proportio a. b. ad. a. c. est sicut. d. e. ad. d. f.
Videlicet duplum ad duplu tanq. simplicium ad simplicium. Quare pmutati.
a. b. ad. d. e. sicut. a. c. ad. d. f. Igitur per. 19. quinti. c. b. ad. f. e. sicut. a. b.
ad. d. e. Est itaq. c. b. dupla ad f. e. sic enim est. a. b. ad d. e. Cum igitur to-
ta. a. b. sit dupla ad totam. d. e. & singule partes. a. b. ad singulas partes. d. e.
quare ex. 15. quinti & 11. eiusdem & diffinitione linee diuise secundum propor-
tionem habentem medium duosq. extrema. Erit linea. d. e. diuisa in. f.
quemadmodum proponitur. Nunc igitur demonstrationi eius quod p-
positum est insistamus. Ad cuius exemplum sit. a. b. c. circulus cuius cen-
trum. d. circumscribens pentagonum duodecedri & trigonum ycocedri
que ambo pariter eadē spera circumscribitur & concludit. Nam ex. 5. huius
manifestum est q. idem circulus huius pentagonum & illius trigonum cir-
cumscribit. Sit autem linea. a. b. latus pentagoni & linea. a. c. trigoni. Sit
q. linea. h. tanq. latus cubi ab eadem spera circumscripti. Dico itaq. q. pro-
portio omnium superficialium duodecedri pariter acceptarum ad omnes
superficies ycocedri pariter acceptas est sicut linea. h. ad lineam. a. c. Pro-
ducatur quidem a. centro. d. perpendicularis ad. a. b. q. transeat vsq. ad cir-
cūferentiam secans. a. b. in puncto. e. & arcum eius in puncto. f. Hāc autē ppē
diuiderem cōstat diuidere p. eq̄lia tam lineam. a. b. q. eius arcum chordā q.
dem. a. b. p. scđam ptem tertie textū: arcū vero eius p. q̄rta pmi & 17. tertii.



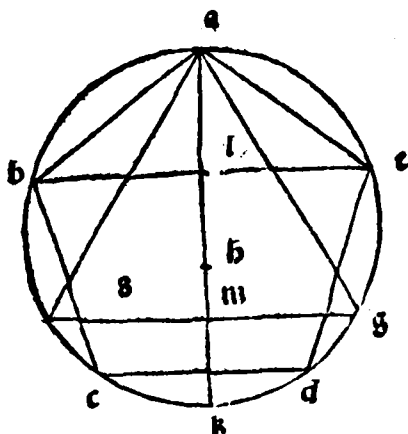
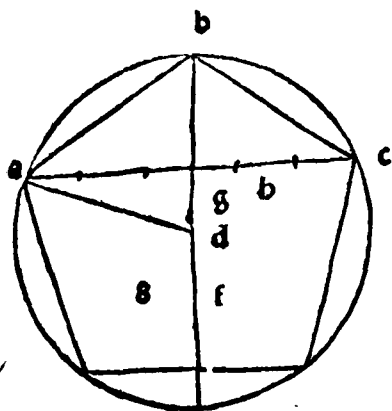
igitur arcus. f. a. decima pars circumferentie. Subtendatur itaq; sibi chor-
da. a. f. que erit latus decagoni equilateri eiusdem circuli. Erit igitur ex. g.
tredecimi linea constans ex. d. f. f. a. diuisa secundum proportionem ha-
bentem medium duosq; extrema. & maior portio eius erit linea. d. f. A
vero ex prima huius. d. e. est equalis dimidio. d. f. dimidioq; f. a. in lon-
gum directumq; coniunctis. Sit igitur. d. g. perpendicularis ad. a. c. critq;
ex correlario. s. tredecimi. g. d. tanq; dimidium. d. f. Itaq; si a linea. d. e.
que est tanq; dimidium. d. f. a. cum. d. f. f. f. a. sit linea vna; detrahatur
equalis. d. g. que est tanq; dimidium. d. f. crit per illud quod ante hoc pro-
batum est linea. d. e. diuisa secundum proportionem habentem medium
duosq; extrema & maior portio erit tanq; g. d. Ex demonstratione autem
r. tredecimi constat q; si linea. h. que est latus cubi diuidaturq; secundum
proportionem habentem medium duosq; extrema maior portio eius erit
tanq; a. b. que est latus pentagoni figure. n. basium. Itaq; per secundam hu-
ius proportionem. h. ad. a. b. est sicut. d. e. ad. g. d. Quare per primam partem
s. sexti quod prouenit ex. h. in. g. d. equum est ei quod sit ex. a. b. in. d. e.
Ex correlario autem premisse manifestum est q; proportio omnium su-
perficierum duodecetri cuius latus. a. b. pariter acceptarum ad omnes su-
perficies ycocedri cuius latus. a. c. pariter acceptas est sicut eius quod sit ex
a. b. in. d. e. ad illud quod sit ex. a. c. in. g. d. Igitur ex prima parte. y. quin-
ti f. u. eiusdem proportio eius quod prouenit ex. b. in. g. d. ad illud quod
prouenit. ex. a. c. in. g. d. est. sicut omnium superficierum illius duodece-
tri ad omnes huius ycocedri. At vero eius quod prouenit ex. h. in. g. d.
ad illud quod prouenit ex. a. c. in. g. d. est per primam sexti sicut. h. ad. a.
c. Itaq; per. u. quinti proportio omnium superficierum illius duodecetri
ad omnes huius ycocedri est sicut. h. ad. a. c. quod est propositum. Hoc ip-
sum aliter probare poterimus. si ad ipsum huius antecedens necessarium
premierimus quod est.

¶ Si circulo cuilibet pentagonus equilateralis inscribatur re-
ctangulum q; sub dodrante diametri ipsius circuli & sub dexta-
te ipsius linee angulum ipsius pentagoni subtendentis contine-
tur eidem pentagono equum esse ex necessitate oportet.

¶ Maiores nostri vnumquodq; integrum in. n. partes equales intellectu
& ratione diuiserunt omnesq; eas simul hoc est ipsum totum a sem; voca-
uerunt; vndecim vero earum dixerunt deuncē. decem autem dextantem
nouem dodrantē. octo ὃο bisse. at septem septuancem septatē vel ἡμικε-
m. sex autem semis; quinq; quinquincem. quatuor trientem. tres autem qua-
drantem. duas. ὃο sextantem. vnam autem appellauerūt vnciam easq; p
ordinem talibus designauere figuris q; sepiissime inueniunt in antiq; libris.

3	fff	fff	ff	ff	f
As	Deunc	Dextans	Dodrans	Bisse	Septanx.
S	ff	ff	3	3	f
Semis	Quantanx	Triens	Quadrans	Sextans	Vncia

¶ Vnciam quoq; quam duodecimam partem assis fore diximus in alias
rursus. n. fractiones. Sed alia via diuiserūt. nam medietatem vncie dixe-
runt smiunciam. tertiam vero duellam. qrtā scilicet sextam sexculam.
octauam dragmam duodecimam semissiclam. decimā octauam tremis-
sem. vigesimā quartam scrupulum. quadagesimā octauam obulum.
septuagesimā secundam bisstiquam. nonagesimā sextam ceracem.
Vltima vero que est centesima quadagesima quarta pars ipsius vncie sili-
quam nominauerunt. His autem. n. fractionibus vncie posteri ores adiu-
xere calculum. Est autem calculus centesima nonagesima secunda pars vncies
cuius additionis causa fuit vt vsq; ad minimum extremum diatesseron &
diapente symphoniarum tonorum semitonorumq; interua'lis distincta-
rum harum fractionum denominatio con/cenderet vel contenderet



ipsas omnes fm' ordinem talibus annotare figuris.

Σ ζ υ β γ δ ε ζ η θ ι κ λ μ ν ξ ο π ρ σ τ υ φ χ ψ ω
Geminiuā Duella Siciliū Sexula Dragma Emiffeda Tremiffa
Σ ζ υ β γ δ ε ζ η θ ι κ λ μ ν ξ ο π ρ σ τ υ φ χ ψ ω

Scrupulus Obulus Bissiliqua Cerates Siliqua Calcus

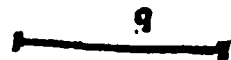
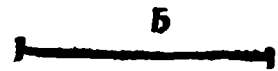
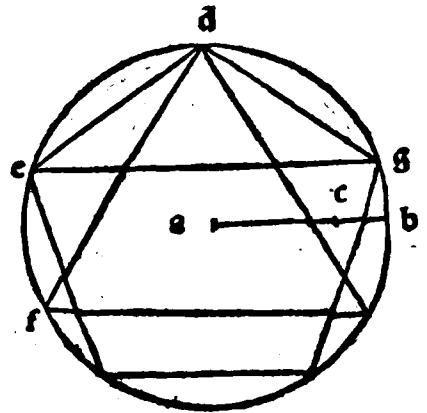
Et Eius ergo quod dicitur sensus est : q̄ si in aliquo circulo pentagonus equilaterus inscribatur illud quod sit ex tribus quartis diametri circuli in quinque sextas linee subdividentis vnum ex angulis inscripti pentagoni equale est pentagono. verbi gratia. Sit circulus. a. b. c. super centrum. d. e. q. ex. u. quarti inscribatur pentagonus equilaterus cuius duo latera vnū ex suis angulis continencia sint. a. b. f. b. c. Et angulo. b. subdividentur linea. a. c. f. protrahatur diameter. b. d. e. secans lineam. a. c. per: equalia in puncto. g. Sit. d. f. medietas. d. e. f. g. b. dupla ad. h. c. erit. b. f. dodrans diametri: est enim tres quarte ipsius f. a. b. erit dextans. a. c. est enim. s. j. te eius: protrahatur autem linea. a. d. Dico q̄ illud quod provenit ex. b. f. in. a. h. est equale pentagono inscripto circulo. Cum enim. a. g. sit perpendicularis ad b. d. erit ex. 41. primi illud quod provenit ex b. d. in. a. g. duplum ad triangulum. a. b. d. Ideo q̄ quod provenit ex. b. f. in. a. g. triplum erit ad eundem triangulum. Et quod provenit ex. b. f. in. h. g. duplum est ex. b. f. in totam. a. h. quincuplum. Cum itaq. totus pentagonus quincuplus sit ad eundem triangulum: constat q̄ istud quod sit ex. b. f. in. a. h. est equale pentagono Et illud erat demonstrandum. Quod igitur ex principio propositum est nunc alia via sicut promissurus demonstrabimus. Sint itaq. circulo cuius centrum. h. inscripti pentagonus figure. n. basium. Et trigonus figure. 10. basium quas eadem spera circumscribit. Constat enim ex s. huius q̄ huius duodecetri pentagonus Et illius yccedri trigonus ab eodem circulo circumducuntur. Sitq. pentagonus a. b. c. d. e. Et trigonus. a. f. g. Et angulo. a. pentagoni subtrahatur linea. b. e. que ex demonstratione. 17. tridecimi erit latus cubi quem eadem spera concludit. Protrahatur itaq. diameter. a. b. k. secans orthogonaliter Et per equalia vtrinq. duarum linearum. b. e. f. f. g. Hanc quidem in puncto. l. illam vero in puncto m. Dico ergo q̄ proportio omnium superficialium duodecetri ad omnes yccedri quorum pentagonus Et trigonus proposito circulo sint inscripti est sicut linee. b. e. que est latus cubi ab eadem spera concludit ad lineam. f. g. que est latus trigoni yccedri. Constat enim ex correlario octave tridecimi q̄ linea. h. m. est. dimidium linee. a. h. Ideo q̄. a. m. erit dodrans diametri. a. k. est enim eius tre: quarte. Sit ergo. l. n. dupla ad. n. e. erit. g. b. n. dextans. b. e. est enim quinque eius sexte. Itaq. per premisum antecedens quod provenit ex. a. m. in. b. n. erit equale pentagono. a. b. c. d. e. Quod autem provenit ex. a. m. in. m. f. est equale triangulo. a. f. g. Igitur ex prima sexti proportionis pentagoni ad trigonum est sicut. b. n. ad. m. f. Quare duodecupli illius pentagoni ad vigincuplum istius trigoni sicut duodecupli linee. b. n. ad vigincuplum linee. m. f. qd. ex. 15. quinti Et quia proportionalitate manifestum est. Duodecuplum autem b. n. est tanq̄ decuplum. b. e. nam. n. dextans coequant. x. arjes hoc est. x. tota: vigincuplum vero. m. f. est tanq̄ decuplum. f. g. nam. f. g. est dupla ad m. f. igitur duodecupli istius pentagoni ad vigincuplum istius trigoni est sicut decupli b. e. ad decuplum. f. g. Et quia duodecuplum illius pentagoni est omne superficies duodecetri: vigincuplum autem huius trigoni est omnes superficies yccedri Et quia per. 15. quinti decupli. b. e. ad decuplum. f. g. sicut. b. e. simple ad. f. g. simplam erit per. 11. quinti proportio omnium superficialium duodecetri ad yccedri pariter acceptarum ad omnes superficies yccedri pariter acceptas sicut. b. e. ad. f. g. Et hoc est quod oportuit nos demonstrare.

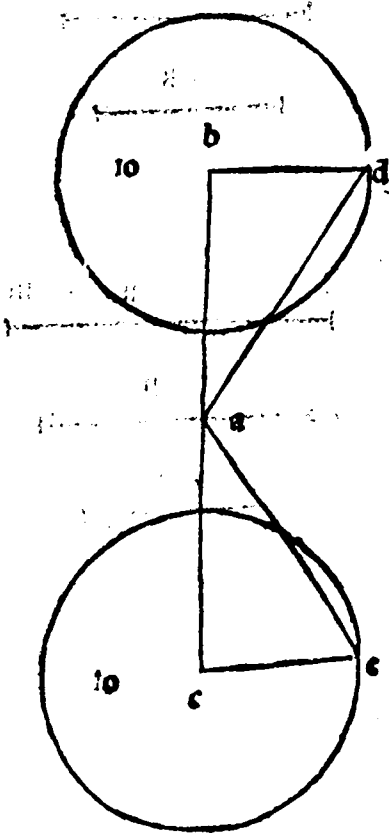
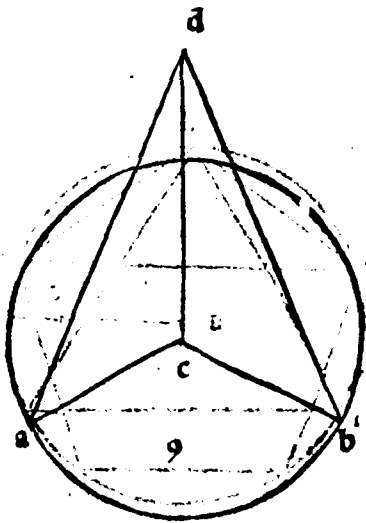
Propositio .9.



Iuista qualibet linea scdm pportioem habentem me-
dium duosq; extrema erit pportio linee potētis su-
pra totam lineam eiusq; maiorem portionem ad
lineam potētem supra totam eiusdemq; minorem
portionem tanq; pportio lateris cubi ad latus tri-
anguli corporis viginti basium vna cum cubo ipso
in eadem sphaera contenti.

Si linea .a. b. diuisa secundum proportionem habentem medium duo-
q; extrema & maior portio eius sit linea .a. c. & super centrum .a. secundum
quantitatem linee .a. b. describatur circulus .d. b. e. Eiq; inscribatur ex .n.
quarti pentagonus equilaterus cuius vnum latus sit .d. e. Et ex secunda
eiusdem triangulus equilaterus cuius vnum latus sit .d. f. Et vni ex angu-
lis pentagoni qui sit .d. subtendatur linea .e. g. Constat igitur ex .s. huius
q; sphaera circumscribens duodecedron cuius pentagoni latus est .d. e. cir-
cumscribit similycocedron cuius trianguli latus est .d. f. Et ex demonstra-
tione .17. tredecimi manifestum est q; eadem sphaera circumscribit cubum
cuius latus est .e. g. Sumatur ergo linea .h. potens super totam .a. b. & eius
maiorem portionem .a. c. Et sumatur .k. potens super totam .a. b. & mino-
rem eius portionem .b. c. Dico itaq; q; proportio .e. g. ad .d. f. hoc est
lateris cubi ad latus trianguli yocedri vna cum ipso cubo ab ipsa sphae-
ra contenti est sicut .b. ad .k. Constat quidem ex correlario .5. quar-
ti q; .a. b. est tanq; latus exagoni equilateri circulo .b. d. e. inscripti. Igitur
ex tertia huius .a. c. est tanq; latus decagoni eiusdem circuli. Itaq; per .10. g.
d. e. potens est super totam .a. b. & eius maiorem portionem .a. c. Quare .d.
e. est equalis .h. Nam quadratum vtriusq; earum tantum est quantum
quadrata duarum linearum .a. b. & .a. c. pariter accepta. Patet autem ex oc-
tana .3. g. d. f. est tripla est potentialiter ad .a. b. At vero ex .s. eiusdem pa-
tet q; .k. quoq; tripla est potentialiter ad .a. c. ergo ex secunda parte .u. xxi
ti proportio .d. f. ad .a. b. est sicut .k. ad .a. c. Quare permutatim .d. f. ad .k.
sicut .a. b. ad .a. c. Et quia ex demonstratione .17. tredecimi manifestum
est q; si .e. g. diuidatur secundum proportionem habentem medium duosq;
extrema maior portio eius erit tanq; .d. e. Erit per secundam huius propor-
tio .e. g. ad .d. e. sicut .a. b. ad .a. c. Quare per .u. quinti erit quoq; .e. g. ad .d. e.
sicut .d. f. ad .k. Et permutatim .e. g. ad .d. f. sicut .d. e. ad .k. Et quia per pri-
mam partem .7. quinti .d. e. ad .k. sicut .h. ad .k. Eo q; d. e. & h. sunt equales
Erit per .u. quinti .e. g. ad .d. f. sicut .b. ad .k. quod est propositum. Non so-
lum autem est proportio .e. g. lateris cubi ad .d. f. latus trianguli yocedri
sicut .h. ad .k. immo simpliciter sicut quorumlibet duarum linearum vni-
us ad alteram; quarum altera potest super totam quamlibet lineam diui-
sam secundum proportionem habentem medium duosq; extrema & su-
per eius maiorem portionem. Altera vero super totam & eius minorem
portionem. Nam singulae lineae talium e pportio vna. Verbi gratia. Ma-
neant priores ypotheses circa lineas .a. b. h. & k. Et sumatur quoq; queli-
bet alia linea que sit .l. m. diuisa secundum proportionem habentem me-
dium duosq; extrema in .n. & portio maior sit .l. n. Siq; linea .p. potens su-
per totam .l. m. & eius maiorem portionem .l. n. Et linea .q. sit potens su-
per totam .l. m. & eius minorem portionem .m. n. Dico ergo q; propor-
tio .p. ad .q. est sicut .b. ad .k. Cōstat enim ex secunda huius q; .b. a. ad .a. c.
est sicut .l. m. ad .l. n. Ergo per primam partem .u. xxi quadrati .b. a. ad
quadratum .a. c. est sicut quadrati .l. m. ad quadratum .l. n. Quare coniu-
ctim quadrati .b. ad quadratum .a. c. sicut quadrati .p. ad quadratum
l. n. Et permutatim qdrati .h. ad qdrati .p. sicut qdrati .a. c. a. qdratum
l. n. Eodē argumentatiōis genere sequit q; pportio qdrati .k. ad qdrati .q.
est sicut quadrati .c. b. ad quadratum .n. m. Et quia ex secunda huius & ex
prima parte .u. xxi quadratum .a. c. ad quadratum .l. n. sicut quadratum
c. b. ad quadratum .m. n. Erit .ex .u. quinti quadratum .b. ad quadratum
p. sicut quadratum .k. ad quadratum .q. Quare per secundam partem .u.





facti. h. ad. p. sicut. R. ad. q. Et permutatim. h. ad. k. sicut. p. ad. q. quod erat demonstrandum. Et ne quisq. dubitationis locus ea que demonstranda restant obscuri premittenda adhuc arbitramur quedam quibus sequentia firmo demonstrationis robore inconcussa permaneant.

¶ Si aliqua plana superficies speram quamlibet fecet communis differentia plane superficies secantis & curue superficies sperae erit circumferentia continens circulum.

¶ Si igitur aliqua plana superficies secans speram & sit linea. a. b. communis sectio superficies secantis & superficies sperae. Dico q. linea. a. b. est. circumferentia circuli. Aut enim centrum sperae est in plana superficie secante. aut extra. Quod si fuerit in ea ponatur vbiq. contigerit & sit. c.

Quia ergo tota linea. a. b. est in superficie sperae & quia omnes linee ducte a centro sperae ad ipsius circumferentiam sunt equales quemadmodum constat ex diffinitione sperae. sequitur vt omnes linee ducte a puncto. c. ad lineam. a. b. sint equales. Est igitur ex diffinitione circuli superficies quam continet linea. a. b. circulus & eius centrum est. c. videlicet idem q. centrum sperae. Si autem centrum sperae fuerit extra superficiem secantis ponatur ergo vbi libet quod sit. d. a quo secundum doctrinam. ii. vndecimi ducatur linea. d. c. perpendicularis ad superficiem secantem.

Et protrahantur ab eodem centro. d. due linee recte quomodocumq. contingat ad lineam. a. b. que sint. d. a. & d. b. Et iungatur. c. cum. a. & cum. b. Eruntq. due linee. d. a. & d. b. equales. Eo q. ipse sunt a centro sperae ad superficiem eius. Ex diffinitione autem linee perpendicularis ad superficiem. Manifestum est q. anguli. d. e. a. & d. c. b. sunt recti. Ideoq. ex penultima primi & ista communi scientia: que equalibus sunt equalia inter se sunt equalia. Erunt quadrata duarum linearum. c. d. & c. a. pariter accepta equalia quadratis duarum linearum. d. c. & c. b. pariter acceptis.

Demptis itaq. vtrinq. quadrato. d. c. Erit quadratum. c. a. equale quadrato. c. b. Quare & linea. c. a. lineae. c. b. Eodem argumentationis genere necesse est omnes linee ductas a puncto. c. ad lineam. a. b. esse equales ergo ex diffinitione circuli superficies quam continet linea. a. b. est circulus & eius centrum est. c. quod est propositum.

¶ Ex hoc itaq. manifestum est q. cum superficies secat speram super centrum eius sector proueniens in superficie sperae est linea continens circulum cuius centrum est centrum sperae.

¶ Cum autem superficies secat speram non super centrum eius sector quoq. proueniens in superficie sperae est linea continens circulum cuius centrum est punctus ille in quo incidit perpendicularis ducta a centro sperae ad superficiem secantem.

¶ Amplius autem dico q.

¶ Si in spera aliqua fuerint circuli equales perpendiculares ducte a centro sperae ad superficies illorum circulozum erunt ad invicem equales.

¶ Sint i spera cuius centrum. a. signati duo circuli. b. & c. equales. Ad quorum superficies protrahantur a centro sperae videlicet a puncto. a. perpendiculares secundum q. docet. ii. vndecimi. Ad hunc quidem. a. b. Ad illum autem. a. c. Dico q. due linee. a. b. & a. c. sunt equales. Protrahantur enim a punctis. b. & c. singule linee recte ad circumferentias illorum circulozum prout libuerit. In h. quidem. b. d. In illo autem. c. e. Et iungat. a. cum. d. & cum. e. Eruntq. ex diffinitione linee supra superficiem perpendiculariter stantis vtrq. duorum angulorum. a. b. d. a. c. e. rectus. At vero ex secunda parte premissi correlarii. Manifestum est q. duo puncta. b. & c. sunt centra circulozum. b. c. Ideoq. due linee. b. d. & c. e. sunt semidiametri eorum. qui circuli cum ponantur equales sequitur ex diffinitione ne equalium circulozum has semidiametros esse equales. Et quia due linee. a. d. & a. e. sunt equales quia sunt ducte a centro sperae ad eius superficiem. Erunt ex penul. primi due perpendiculares. a. b. & a. c. equales.

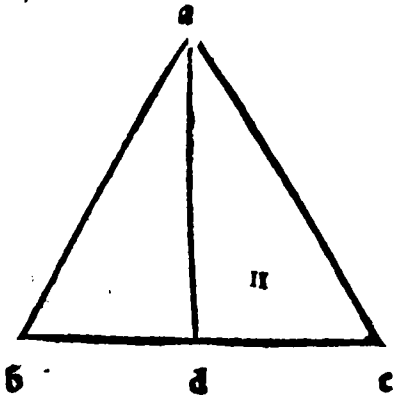
Quod oportebat demonstrare. Nunc igitur ad propositum redeamus.

Propositio. 10.



Proportio corporis duodecedri ad corpus ycocedri que ambo vna eademq; spera includit: ē sicut omnium superficierum eius pariter acceptarum ad omnes superficies illius pariter acceptas.

Hoc est quod superius post demonstrationem prime huius auctoritate aristeli & Apollonii commemorauimus cuius demonstratio ex his que premissa sunt euidenter dicitur. Ex quinta quidem huius manifestum est q̄ circuli quorum alter circumscribit pentagonum duodecedri: reliquis vero. trigonum ycocedri. que ambo corpora spera vna cohercet sunt adinuicem equales. Itaq; erunt perpendiculares a centro sperę ad superficies omnium circulorum circumscribentium pentagonos huius duodecedri & trigonos illius ycocedri in eorum centra cadentes adinuicem equales sicut ex premissis manifestum est. Nam omnes hi circuli teste. s. huius sicut dictum est equales sunt sibi adinuicem. Piramides igitur quarum sunt bases pentagoni duodecedris coni autem earum sunt centrum sperę. atq; piramides quarum bases sunt trigoni ycocedris: & coni earum similiter centrum sperę sunt eque alte. Cunctarum quidem pyramidum altitudinem mensurant vel determinant a conis ad bases perpendiculares cadentes. Piramides autem eque altas suis basibus proportionales esse oportet quemadmodum in. 6. duodecimi probatum est. Itaq; proportio pyramidis cuius basis pentagonus duodecedri ad pyramidem cuius basis trigoni ycocedri est sicut istius pentagoni ad hunc trigonum. Ideoq; per. 24. quinti proportio duodecupli illius pyramidis cuius basis pentagonus duodecedri. Ad pyramidem cuius basis trigonus ycocedri sicut duodecupli illius pentagoni ad hunc trigonum. Hęc autem. n. pyramides quarum sunt bases. n. pentagoni duodecedri sunt tanq̄ totum corpus ipsius duodecedri. At. n. pentagoni tanq̄ omnes superficies eius. Itaq; proportio corporis duodecedri ad pyramidem cuius basis est trigonus ycocedri est sicut proportio omnium superficierum duodecedri ad trigonum ycocedri. Quare rursum ex. 24. quinti proportio corporis duodecedri ad vigincuplum illius pyramidis cuius basis est trigonus ycocedri est sicut omnium superficierum duodecedri ad vigincuplum trigoni ycocedri. Cum igitur vigincuplum huius pyramidis sit tanq̄ totum corpus ycocedri ad vigincuplum istius trigoni tanq̄ omnes superficies ipsius ycocedri erit proportio corporis duodecedri ad corpus ycocedri que ambo vna eademq; spera concludit sicut proportio omnium superficierum corporis duodecedri pariter acceptarum ad omnes superficies corporis ycocedri pariter acceptas. Hoc autem est predictorum philosophorum de proportiōe horum duorum corporum sententia fixa solidaq; demonstratione roborata. cui quoq; adiiciendum est hoc. Nam cum proportio lateris cubi ad latus trianguli corporis ycocedri vna cum ipso cubo ab eadem spera conclusi sit sicut proportio omnium superficierum corporis duodecedri pariter acceptarum ad omnes superficies ipsius ycocedri in eadem spera conclusi sicut ex. 8. huius demonstratum est: erit ex. n. quinti proportio corporis duodecedri ad corpus ycocedri que ambo spera vna circumuoluit tanq̄ proportio lateris cubi eidemq; sperę inscripibili: ad latus ipsius trigoni ycocedri. Amplius autem quia diuisa qualibet linea secundum proportionem habentem medium duorū extrema est proportio linee potentis super totam & eius maiorem portionem ad lineam potentem super totam & eius minorem portionem sicut lateris cubi alicui sperę inscripti ad latus trigoni corporis ycocedri ab eadem spera circūducti sicut ex. 9. huius demonstratū ē erit et ex. n. q̄nti vt diuisa qualibet linea fm p̄portionē hntem mediū duorū extrema sit p̄portio linee potentis sup totā & eius maiore portionē ad lineā potentem super totam & eius minorem portionem vcluti p̄portio corpo



ris duodecetri ad corpus ycocedri que ambo vna atq; eadem spera circū scribit. Ex dictis igitur manifestum est q̄ proportio lateris cubi alicui spe re inscripti ad latus trigoni ycocedri ab eadem spera circūscripti. Itēq; proportio cūctarum superficierum duodecetri ad cūctas superficies ycocedri que ambo super eadem spera circūscribit. Et rursus proportio linee potentis super quamlibet lineam diuisam s̄m proportionem habē tem medium duoq; extrema s̄ super eius maiorem portionem ad lineā potentem super eandem s̄ super eius minorem portionem atq; iterum p̄portio corporis duodecetri ad corpus ycocedri que ambo vna eadēq; spera coeret est proportio vna. Mirabilis itaq; est potentia linee s̄m p̄ portionem habentem medium duoq; extrema diuise: cui cum plurima pholosophantium admiratione digna conueniant hoc principium vel precipuum ex superiorum principiorum inuariabili procedit natura vt tam diuersa solida tū magnitudine tū basium numero tū etiam figura ir rationali quadam symphonia rationabiliter conciliet. Quippe demon stratum est q̄ proportio duodecetri corporis ad ycocedron corpus que ambo spera vna coambit est quasi proportio linee potentis super quam libet lineam s̄m prefatam proportionem diuisam s̄ super eius maiorem partem ad quamlibet lineam potentem super eandem s̄ eius minorem partem. quoniam vero de tribus ceteris corporibus regularibus non ha bemus aliquid dictum studeamus de ipsis aliquid dicere.

Propositio .11.



Pomni triangulo equilatero si ab vno angulorū eius perpendicularis ad basim ducatur latus eius dem trianguli ad ipsam perpendicularē potētia liter sexquitergium esse conueniet

Sit enim triangulus equilateralis .a. b. c. ducaturq; ab an gulo .a. linea .a. d. perpendicularis ad basim dico q̄ .a. b. ē potentialiter sexquitergium ad .a. d. Sunt quidem ex .5. primi duo anguli b. f. c. equales. Et quia anguli ad .d. sunt recti erit per .16. primi linea .b. c. diuisa per equalia in puncto .d. Itaq; ex quarta secundi quadratum .b. c. quadruplum est ad quadratum .b. d. ideoq; etiam quadradratum .a. b. q̄ druplum est ad quadratum .b. d. Est enim triangulus equilateralis. Quare per penul. primi quadrata duarum linearum .a. d. f. b. d. pariter accepta q̄ druplum sunt ad q̄dratum .b. d. itaq; quadratum .a. d. triplum est ad q̄dra tū .b. d. cōstat ergo p̄positū.

Propositio .12.



Pnis trigonus equilateralis cuius est latus ratio nale superficies medialis esse probatur.

Sit vt p̄us triangulus .a. b. c. equilateralis s̄ sit latus eius a. b. rationale siue in longitudine siue in potentia tantum dico itaq; q̄ ipse triangulus est superficies medialis. Ducar tur enim perpendicularis .a. d. ab angulo .a. ad basim. Erit q̄ ex premisa s̄ ex .6. decimi s̄ diōne superficiei rationalis quadratum li nee .a. d. rationale s̄ linea .a. d. rationalis in potentia. Ipsa autem ex vlti ma parte .7. decimi mediante premisa erit incōmensurabilis lineae .a. b. ideoq; s̄ lineae .b. d. que est tanq̄ eius dimidium. Sunt itaq; due lineae .a. d. s̄ b. d. rationales potentialiter tantum cōmunicantes. Igitur ex .19. decimi superficies vnus earum in alteram est medialis. Cūq; superficies vnus earū in alteram sit equalis trigono .a. b. c. cōstat v̄z esse quod diximus.

Propositio .13.



Pante superficies vtriuslibet duorum solidorum quorum alterum est piramis quatuor basium triā gularium z equilateralum reliquum vero est cor pus octobasium triangularium z equilateralū pa riter accepte: si diameter spere ea circūscriptis rōnalis fuerit componunt superficiem medialem.

Nam si diameter sphaerae alterum duorum propositorum corporum circumscribens fuerit rationalis siue in longitudine siue in potentia tunc erit ex correlario .13. tredecimi libri latus pyramidis rationale in potentia & ex correlario .15. eiusdem latus quoque corporis octo basium rationale in potentia. Quare per premisam trianguli qui sunt bases vtriuslibet corporis erunt superficies mediales. Et quia trianguli vtriuslibet eorum sibi adinuicem sunt aequales erunt ex .12. decimi omnes superficies vtriuslibet eorum pariter acceptae componentes superficiem medialem quem admodum proponitur &c.

Propositio .14.



I tetracedron & octocedron vna eademque sphaera circumscribat erit vna ex basibus tetracedri sexquialtera ad vnam ex basibus octocedri. Omnes autem bases octocedri pariter acceptas ad omnes bases tetracedri pariter acceptas sexquialteram proportionem habere necesse est.

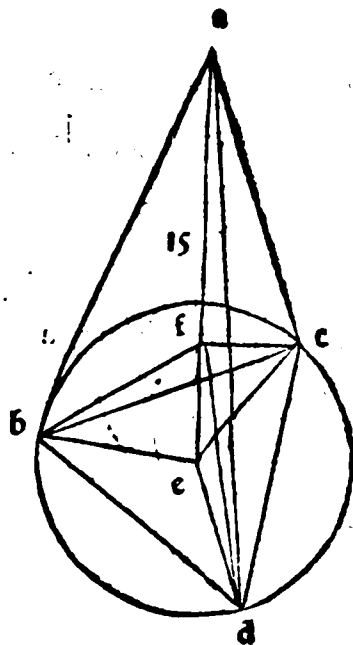
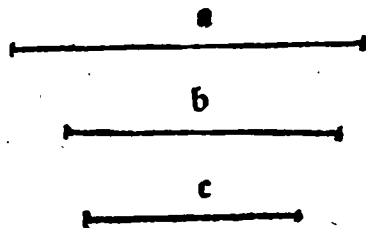
Sit aliqua sphaera cuius diameter .a. circumscribens pyramidem cuius latus .b. & octocedron cuius latus .c. Dico itaque quod triangulus equilateralis cuius latus .b. sexquialterus est ad triangulum equilaterum cuius latus .c. Et quod superficies quam componunt octo trianguli equilateri cuiusque quorum est latus .c. sexquialtera est ad superficiem quam componunt quatuor trianguli equilateri cuiusque quorum est latus .b. Constat enim ex correl. .13. tredecimi quod quadratum .a. ad quadratum .b. sicut .6. ad .4. Igitur conuerso quadratum .b. ad quadratum .a. sicut .4. ad .6. Ex correlario vero .15. eiusdem manifestum est quod quadratum .a. ad quadratum .c. sicut .6. ad .3. Itaque per equam proportionalitatem quadratum .b. ad quadratum .c. sicut .4. ad .3. Quadratum autem .b. ad quadratum .c. est sicut trigonus equilateralis cuius latus .b. ad trigonum equilaterum cuius latus .c. Vtrobique enim est sicut .b. ad .c. proportio duplicata ex secunda parte .12. scilicet: Igitur trigonus equilateralis cuius latus .b. ad trigonum equilaterum cuius latus .c. sicut .4. ad .3. Quare constat prima pars propositi. Ex quo euidenter relinquitur secunda. Erit enim per conuersam proportionalitatem trigonus equilateralis cuius latus .c. ad trigonum equilaterum cuius latus .b. sicut tria ad quatuor. Ideoque octuplum trigoni equilateri cuius latus .c. ad quadruplum trigoni equilateri cuius latus .b. est sicut octuplum ternarii ad quadruplum quaternarii. hoc est sicut .12. ad .16. Quia octuplum trigoni equilateri cuius latus .c. est omnes bases octocedri cuius latus .c. & quadruplum trigoni equilateri cuius latus .b. est omnes bases pyramidis cuius latus .b. Et quia proportio .12. ad .16. est sexquialtera sequitur ut superficies quam componunt omnes bases octocedri cuius latus .c. ad superficiem quam componunt omnes bases pyramidis cuius latus .b. sexquialtera sicut diximus in proportionem respiciat.

Propositio .15.



Piramide quatuor basium triangularium atque equilateralium intra sphaeram quamlibet collocata si a quolibet angulorum eius per centrum sphaerae recta linea ad basin ducatur in centrum circuli basium circumscribentis eam cadere atque eidem basi perpendiculariter insilire necessario comprobatur.

Sit pyramis .a. b. c. d. 4. basium triangularium atque equilateralium intra sphaeram aliquam cuius centrum sit .f. collocata. Et cum quilibet quatuor angulorum istius pyramidis possit esse conus eius atque quilibet quatuor triangulorum basis. Imaginemur nunc eius solidum angulum a. esse conum & triangulum .b. c. d. imaginemur esse basim. Atque huic basi intelligamus circumscriptum esse circulum .b. c. d. Dehinc a puncto .a.



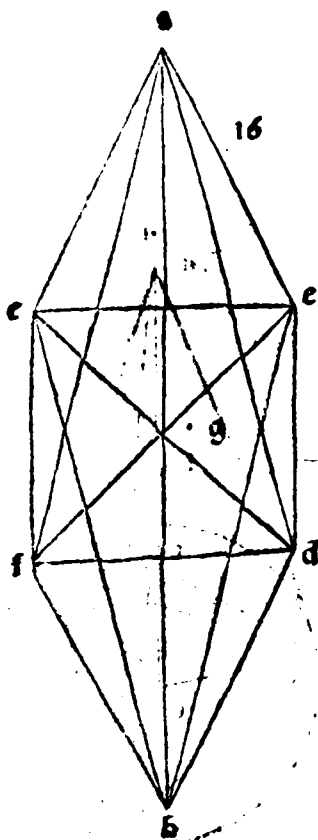
quem imaginati sumus conum pyramidis ducamus ad basim . b . c . d . lineam rectam transiunt per punctum . f . qui est centrum sphere circum scribentis pyramidem de qua disputamus . Et occurrat hec linea superfici ci . b . c . d . quam imaginati sumus basim pyramidis super punctum . e . Dico igitur q punctum . e . est centrum circuli . b . c . d . & q linea a . f . e . est perpendicularis ad superficiem . b . c . d . Producant enim lineas . f . b . f . c . f . d . Et quia quatuor puncta . a . b . c . d . sunt in superficie sphere cuius centrum f . propter hoc q illam spheram positum est circumscribere hanc pyramidem . Erunt omnes quatuor linee . f . a . f . b . f . c . f . d . adinuicem equales sunt enim ducte a centro sphere ad eius superficiem . Ergo quia duo latera . a . f . f . b . trianguli . a . f . b . sunt equalia duobus lateribus . a . f . f . c . trianguli . a . f . c . & basi . a . b . basi . a . e . ¶ Nam pyramis posita est equilatera . Erit ex octaua primi angulus . a . f . b . equalis angulo . a . f . c . Ideoq . per . 13 . primi angulus quoq . b . f . e . erit equalis angulo . c . f . e . ¶ Eodem modo probabis angulum . d . f . e . esse equalen angulo . c . f . e . ¶ Necesse est enim ex octaua primi ut angulus . a . f . e . sit equalis angulo . a . f . d . quare per . 13 . primi angulus quoq . c . f . e . erit equalis angulo . d . f . e . Sunt igitur tres anguli b . f . e . c . f . e . d . f . e . adinuicem equales . Protractis igitur lineis . e . b . e . c . f . e . d . sequitur ex quarta primi bis assumpta eas esse adinuicem eqles . Ideoq . per . 9 . tertii punctus . e . est centrum circuli . b . c . d . Et quia perpendicularis ducta a centro sphere ad superficiem cuiuslibet circuli eam secantis cadit super centrum eiusdem circuli sicut ex his que premissa sunt videlicet ex his que decimam huius immediate precedunt didicisti coniungitur lineam . a . f . e . esse perpendicularem ad superficiem circuli . a . b . c . quemadmodum proponitur . ¶ Sin autem erunt eiusdem circuli duo centra quod natura tanq impossibile exhoruit .

Propositio . 16 .



Solidum octo basium triangularium atq . equilaterarum quod ab aliqua sphaera circumscribitur diuisibile est in duas pyramides eque altas quarum altitudo equalis est semidiametro sphere : basis autem vtriusq . quadratum . quod est sub duplum quadrato diametri sphere .

Esset corpus octo basium triangularium atq . equilaterarum . cuius sex anguli sunt a . b . c . d . e . f . circumscripum a sphaera cuius centrum . g . Cōstat itaq . q sex puncta a . b . c . d . e . f . sunt in superficie sphere cuius centrum . g . Si igitur centrum g . iungatur cum quolibet horum sex punctorum erunt due linee iungentes ipsum eis ad inuicem equales cum ipse sint a centro sphere ad superficiem . Cum autem ex correl . 15 . tredecimi sit diameter spere potentialiter dupla ad latus huius corporis erit ex quarta secundi latus huius corporis potentialiter duplum ad semidiametrum sphere . Quadratum ergo e . f . duplum est ad quadratum . c . g . ideoq . equale duobus quadratis duarum linearum . c . g . f . g . f . itaq . per penul . primi angulus . c . g . f . est rectus . eadē rōne quisq . triū anguloz . f . g . d . d . g . e . f . e . g . c . ē rectus qre p . 14 . pmi c . g . d . f . fig . c . est linea vna : igitur ex secunda . 11 . quinq . puncta . c . e . f . d . e . g . sunt in superficie vna . Manifestum est autem ex quinta primi f . 31 . eiusdem q . quilibet quatuor angulorum . c . e . d . f . est rectus . igitur ex diffinitione quadrati superficies . c . e . d . f . est quadrata . & quia latus eius est latus propositi corporis . constat ex correlario . 15 . tredecimi istud quadratum esse subduplum quadrato diametri sphere . consimili quoq . ratiocinatione constat vtrāq . duarum linearum . a . g . f . g . b . cum qualibet quatuor linearum . c . g . f . g . d . g . e . g . continere angulum rectum . ideoq . ex . 4 . vni decimi vtrāq . earum esse perpendicularem ad superficiem . c . e . d . f . & ambas scilicet . a . g . f . g . b . per . 14 . primi componere lineam vnam : diuisum est igitur propositum corpus in pyramidem . a . c . f . d . e . c . ius basis



c. f. d. e. cuius basis quadratum .c. e. d. f. quod est subduplum quadrato diametri spere & etiam altitudo linee .a. g. que est semidiameter spere & in pyramidem .b. a. f. d. e. cuius basis est predictum quadratum & eius altitudo linea .g. b. que est semidiameter spere & hoc est quod oportebat ostendere.

Castigatoria.

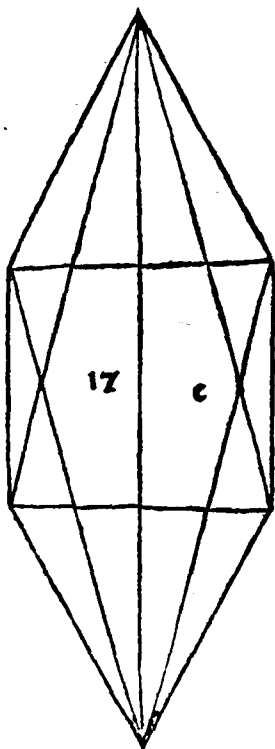
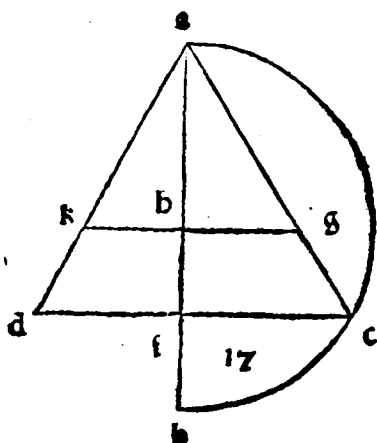
Ad ista quarta sedi ipso medio aducitur. Nam cum diameter spere diuidatur in duas partes equales ipsa diameter potentialiter est quadrupla ad sui medietatem. quia quadratum eius est equale duobus quadratis suarum duarum medietatum & duplo eius quod fit ex ductu vnius medietatis in alteram duplum autem illud sunt similiter duo alia quadrata earundem duarum medietatum. Et sic apparet quod diameter est potentia quadrupla ad eius medietatem. Nunc autem quod est subduplum alicui ipsi est duplum ad quartam illius dupli vt .8. est subduplus ad .16. Et ideo .8. qui est subduplus. est duplus ad quartam partem .16. videlicet illius duplum ad subduplum. Ita in proposito latus .8. basium est potentia duplum ad medietatem diametri cum ipsum sit subduplum ad dia-

Propositio .17.



Piramidem quatuor basium triangularium atque equilateralium sphaera aliqua circumscribente erit proportio tetragoni qui sub linea potentialiter sub sex quitercia ad dodrantem lateris ipsius pyramidis & sub linea super quinq; pteiente vicissimas septimas eiusdem dodrantis continetur ad quadratum diametri spere sicut corporis ipsius pyramidis ad corpus octo basium triangularium atque equilateralium que ambo eadem sphaera circumducantur.

Sit sphaera cuius diameter .a. b. & centrum .h. circumscribens pyramidem quatuor basium triangularium atque equilateralium .a. c. d. & corpus octo basium triangularium atque equilateralium quod sit .e. Sitq; linea .l. m. potentialiter sub sex quitercia ad dodrantem linee .a. c. que est latus pyramidis. Et linea .n. m. contineat dodrantem predictum & eius quinq; vicissimas septimas. Sitq; p. quadratum diametri .a. b. Dicq; itaq; q. proportio pyramidis .a. c. d. ad octocedron .e. & sicut superficiem .l. m. in .m. n. ad quadratum .p. Imaginemur enim solidum angulum .a. esse comunem pyramidis & basium pyramidis cuius vnum latus est .d. c. secare diametrum spere in puncto .f. Eritq; quemadmodum ex rationatione .13. tredecimi manifestum est .a. f. dupla ad .f. b. Cumq; etiam .a. b. sit dupla ad .b. h. erit ex .19. quinti .b. f. dupla ad .b. f. Ideoq; .a. f. quadrupla ad .f. b. Imaginationem igitur superficiem secantem pyramidem .a. c. d. super centrum spere & equidistantem basi ipsius. Sitq; linea .g. k. communis sectio huius superficiei & trianguli .a. c. d. Eritq; ex .17. vndecimi proportio .c. a. ad .a. g. sicut .1. ad .a. b. & Igitur .c. a. ad .a. g. sicut .4. ad .3. Sic enim est ex eversa proportionalitate .f. a. ad .a. h. Constat etiam ex secunda parte .19. primi & .16. vndecimi & .10. eiusdem & prima parte secunde sexti & diffinitione similitudinum superficialium & similium corporum quod pyramis .a. g. k. est similis pyramidis .a. c. d. Ideoq; ex .8. duodecimi proportio pyramidis .a. c. d. ad pyramidem .a. g. k. est sicut .c. a. ad .a. g. triplicata quare sicut .4. ad .3. triplicata & sicut .64. ad .17. itaq; proportio pyramidis .a. c. d. ad pyramidem .a. g. k. est sicut .64. ad .17. Fiat ergo triangulus equilaterus .q. r. s. ex linea equali .q. g. quam constat esse dodrantem linee .a. c. & producat linea .q. t. perpendicularis ad .r. s. eritq; ex .18. huius linea .q. t. potentialiter sub



Castigator.

b ¶ Et etiam .xv. ad .8. & .v. ad .64. ꝑ. quia per .8. diffi. quinti quatuor-
quantitatum continue proportionalium prime ad quartam sicut prime
ad secundam triplicata & per secundam octavi quatuor numerorum mi-
nionum secundum suam proportionem semper duo extremi scilicet
primus & ultimus cum fuerint continue proportionales erunt de ne-
cessitate cubi. Et ideo vnus ad alium semper proportio triplicata hoc
est primi cubi. ad secundum numerum triplicata per dictam definitio-
nem quinti. &c. Et ideo quamuis ibi acceperit .64. & .xv. qui sunt duo
numeri cubi poterat accipere quoscunq; duos alios cubos indifferenter
inequales .cetera quoq; profequendo vt dicitur . I dem eueniet &c. vt
per te experiri poteris. Sed in casu isto cum per eandem proportionalita-
tem fuit proportio lateris vnus ad latus sibi relatum alterius vt .4. ad
3. triplicata fuit necesse sumere .64. cubum. 4. & .xv. cubum ternarii argu-
endo vt dictum est per secundam octavi. sed fuit lateris ad latus .3. ad
1. triplicata per .8. tunc accepisset cubum ternarii .xv. & cubum binarii
8. & sic in ceteris &c. erunt de .4. & .3. continue .64. 48. 36. xv.

Ex premiffis igitur manifeftum eft quod perpendicularis
veniens a centro fphære pyramidem quatuor bafium triang-
ularium atq; equilateralum circumfcribentis ad quamlibet
bafim ipfius pyramidis equalis eft fextæ parti diametri fphære.

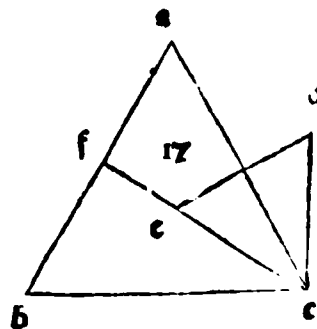
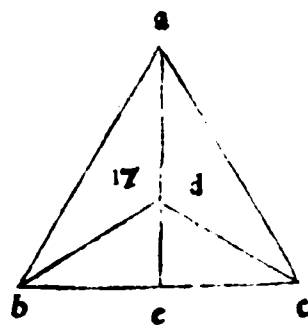
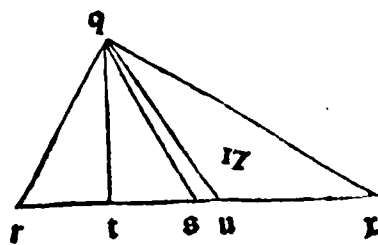
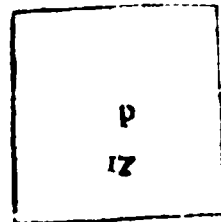
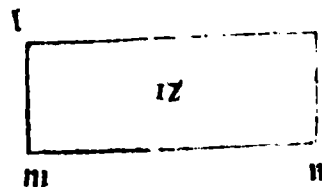
Cum enim cuncti trianguli pyramidem ambiētes sint similes & equales erunt quoq; circuli ipsos circumscribentes equales. ideoq; perpendicularares a centro spere ad eosdem circulos in eorum centra erunt etiam equales. Perpendicularares autem cadentes ad circulos sunt perpendicularares ad bases pyramidis itaq; perpendicularares ad bases sunt adinuicem equales. Linea autem .h. f. est perpendicularis ad basim pyramidis .a. c. d. quam .h. f. quia constat ex predictis esse sextam partem diametri. a. b. relinquitur ergo esse verū quod per cor. l. concluditur. ¶ Idem aliter demonstrare contingit si prius hoc antecedens fuerit stabili ratione firmatum.

In omni triangulo equilatero linea descēdens ab vno angulo eius orthogonallyter supra basim tripla est ad perpendiculararem quae a centro circuli trigonum ipsum circumscribens ad quolibet latus eius protrahitur.

Sit enim triangulus .a. b. c. equilaterus sitq; .d. centrum circuli ipsum circumscribentis a quo ducantur lineae ad singulos angulos quas manifestum est esse equales cum sint a centro circuli ad circumferentiam. Sine enim tria puncta .a. b. c. in circumferentia circuli ipsum trigonum circumscribentis protrahantur autem .a. d. in contrarium & directum quousq; obuiet lateri .b. c. si per punctum .e. cōstat igitur ex octaua primi q; angulus .a. d. b. est equalis angulo .a. d. c. ideoq; ex .13. primi angulus .b. d. c. est equalis angulo .c. d. e. quare per quartam primi .b. e. est equalis .e. c. & anguli qui sunt ad .s. recti. Itaq; .d. e. perpendicularis est ad .b. c. veniens a centro circuli circumscribentis trigonum .a. b. c. & .a. e. perpendicularis est etiam ad .b. c. veniens ab vno angulorum predicti trigoni. Dico ergo q; .a. e. tripla est ad .e. d. Constat enim q; tetragonus qui fit ex .d. e. in .e. b. equalis est trigono .b. d. c. tetragonus quoq; qui fit ex .a. e. in .e. b. equalis est trigono .a. b. c. At quia trigonus .a. b. c. triplus est ad trigonum .d. b. c. eritq; tetragonus qui fit ex .a. e. in .e. b. triplus ad eum qui fit ex .d. e. in .e. b. Cū igitur ex prima sexti sit proportio tetragoni .a. e. in .e. b. ad tetragonum ex .d. e. in .e. b. sicut .a. e. ad .e. d. erit .a. e. tripla ad .e. d. quemadmodum proponitur.

¶ Necesse est ergo vt perpendicularis cadens ab aliquo angulo alicuius trigoni equilateri super latus oppositum transeat per centrum circuli trigonum ipsum circumscribentis.

Nunciatq; quod promissimus absoluamus ad hoc autē imaginemur pyramidem quatuor basium triangularum atq; equilaterarum cuius vna ex quatuor basibus cuius sit trigonus .a. b. c. circumscripam esse a sphaera cuius centrum .d. & protrahatur linea .d. e. perpendicularis ad superficiē trianguli .a. b. c. quam constat cadere in centrum circuli dicti trigonum circumscribentis. Dico igitur lineam .d. e. esse sextam partem diametri sphere propositam pyramidem circumscribētis. Pro ducam enim lineam .d. c. & lineam .c. f. perpendicularē ad lineam .a. b. quam .c. f. ex proximo correlario constat transire per punctum .e. & ex promisso antecedente trip'am esse ad .e. f. Constat autem ex quarta secundi q; secuncū quadratum diametri sphere cuius centrum .d. est .36. est quadratum semidiametri .d. c. 9. ex correl. autem .13. tredecimi est quadratum .b. c. 24. Et per .11. huius quadratum .c. f. 18. & per premissum antecedens quadratum .c. e. 8. Quia igitur ex penul. primi quadratum .d. c. est equale quadratis duarum linearum .d. e. & .e. c. est autem quadratum .d. c. 9. & quadratum .c. e. 8. prout quadratū diametri sphere est .36. relinquitur quadratū .d. e. vnum prout quadratum diametri sphere est .36. Itaq; linea .e. d. est vnum prout diameter sphere est .6. quod oportebat probare. ¶ Eodem demonstrationis genere demonstrabitur nobis q; semidiameter sphere circumscribentis corpus .8. basium triangularium atq; equilaterarum tripla est in potentia ad perpendicularē a centro sphere circumscribentis ipsum ad quamlibet suarum basium descendētem. ¶ Constat quidem quemadmodum dictum est prius q; cum omnes bases huius corporis



sunt equales & similes enim circuli ipsas circumscribentes equales ideoque perpendiculares a centro sphere in ipsorum circulorum centra cadentes erunt adinueniuntur equales. Cumque perpendiculares ad circulos basium sint quoque perpendiculares ad bases sequitur ut perpendiculares a centro sphere ad singulas bases adinueniuntur sint equales. Si ergo quod dicimus de perpendiculari ad unam suarum basium probetur relinquetur verum esse quod proponitur. ¶ Sit itaque ut prius triangulus .a. b. c. una ex basibus octocedri circumscripti a sphaera cuius centrum .d. & cetera quoque fiant ut prius. ¶ Cum igitur ex correlario .14. tredecimi diameter sphere sit potentia liter dupla ad latus octocedri. sequitur ut latus octocedri sit potentialiter duplum ad semidiametrum sphere. ideoque cum quadratum linee .b. c. est .n. erit quadratum linee .d. c. que est semidiameter sphere .6. ex .11. autem huius cum quadratum .b. c. est .n. quadratum .c. e. est .9. Ex premisso autem cedente quadratum .c. e. est .4. itaque cum quadratum .d. c. que est semidiameter sphere est .6. quadratum .c. e. est .4. & quia ex penultima prius quadratum .d. c. est equale quadratis duarum linearum .c. e. & .d. sequitur ut quadratum .c. d. sit duo prout quadratum .d. e. est .6. constat ergo quod diximus.

Propositio .18.



Eplum quadrati quod ex diametro sphere cubi circumscribentis describitur equum est omnibus superficiebus ipsius cubi pariter acceptis perpendicularis quoque que a centro sphere ad quolibet ex superficiebus cubi producitur medietati lateris cubi eiusdem equalis esse ex necessitate convincitur.

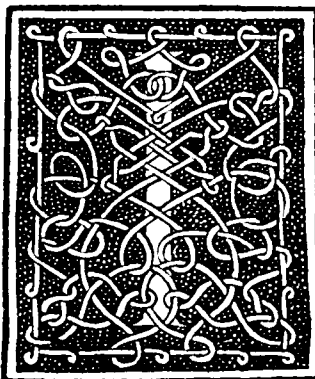
¶ Manifestum est enim ex correlario .14. tredecimi quod diameter sphere cubi includentis tripla est in potentia ad latus cubi cum igitur quadratum diametri sphere triplum sit ad quadratum lateris cubi & ita triplum duplum quadrati diametri sphere equum sit sexuplo quadrati lateris cubi. Sunt autem omnes superficies cubi sex quadrata que ex latere cubi in se producantur. itaque duplum quadrati diametri sphere equum est omnibus superficiebus cubi. Constat igitur prima pars secundam autem partem ex .18. & .19. & .40. undecimi libri facile probabis.

¶ Ex his ergo evenire necesse est ut ex medietate lateris cubi iussu quadrati producti ex diametro sphere ipsum cubum ambientis cubi soliditas producat.

¶ Explicit liber decimus quartus.

¶ Quintus decimus. Et ultimus Euclidis liber de quinque regularium corporum alterius in altero reciproca formatione et de eorundem difficillime figurationis omissione secundum optimam Campani translationem. Magistro Luca pacio de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minorum Castigatore excellentissimo. Incipit quam feliciter.

Incipit Liber. xv. Propositio prima.



Intra propositum cubum corpus habens quatuor bases triangulas equalium laterum designare.

¶ Sit cubus cuius basis est quadratum a. b. c. d. suprema vero eius superficies quadratum. e. f. g. h. Ipsum autem hac arte fabricare conueniet quadrato basis fm quamlibet lineam ex. 45. primi descripto super singulos angulos eius ex. 12. vndecimi cathetus secundum mensuram lateris ipsius quadrati erigatur quos ex 6. vndecimi constat esse equidistantes.

¶ Quinq. ergo eorum bini & bini co-

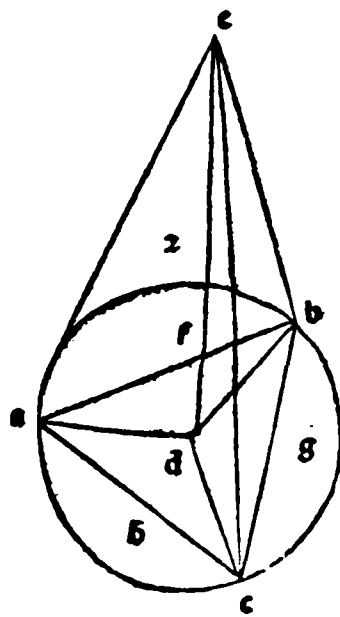
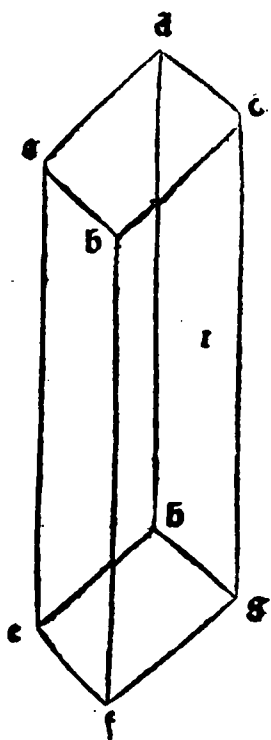
rausto eis imposito equidistat lateri quadrati continentur. ¶ Constat igitur esse compositum cubum: nam quatuor eius laterales superficies sunt quadrate ex. 33. pmi & ex. 34. eiusde diffinitione quadrati. De suprema autem superficie, manifestum est quoq. q. ipsa est quadrata ex. 10. immo. 24. vndecimi & hac comuni scia que equalibus sunt equalia: sibi quoq. sunt equalia: & ex diffinitione quadrati. ¶ Si itaq. huic cubo libeat corpus quatuor basium triangularium & equilateralum inscribere: in basi & in eius superficie suprema: protrahantur due diametri quarum vna continet duas extremitates infimas duorum cathetorum & alia continet suprema aliorum duorum quas animo intelliges. s. a. c. & b. f. ¶ Dehinc a duobus punctis. h. & f. terminatibus diametrum superficiem supremae demitte ypothemisaliter binas & binas diametros que quatuor laterales superficies diuidant quas imaginaberis esse ab. h. quidem. a. b. & h. c. At vero ab. f. f. a. & f. c. Has autem diametros in hac plana figura protrahere contempsi ne multitudo linearum confunderet intellectum. ¶ Si igitur figuram hanc vt oportet actu vel animo compleueris videbis ex sex diagonalibus lineis sex superficies ipsius cubi diuidentibus pyramidem quatuor basium triangularium esse perfectam quam cubo pposito ex diffinitione constat esse inscriptam. Huius aut pyramidis bases equilateras esse constat eo q. ex quarta primi omnes iste sex diagonales sunt ad adiunctum equales.

Propositio .2.



Intra datum corpus habens quatuor bases triangulas atq. equilateras corpus octo basium triangularium equalium laterum distinguere.

¶ Si intra pyramidem quatuor basium triangularium & equilateralum octocedron libeat inscribere prius conuenit pyramidem ipsam fabricare que ratione certa hoc modo componitur. ¶ Statuatur scdm cuiuslibet lineae quantitatem trigonus equilateralis qui sit. a. b. c. cui circumscribatur circulus supra centrum. d. Et exeat. d. e. perpendicularis ad superficiem ipsius trigoni ex. 12. vndecimi: que ponatur dupla esse in potentia ad semidiametrum circuli circumscribentis trigonum. a. b. c. Et a puncto. e. cadant tres ypothemise super tria puncta. a. b. c. ¶ Effitaq. completa pyramis quatuor basium trilaterarum & equilateralum. Protrahantur enim. d. a. d. b. d. c. Cum igitur anguli quos continet linea. e. d. cum singulis lineis. d. a. d. b. d. c. sunt recti ex diffinitione perpendicularis ad superficiem. cunq. quadratum linee. e. d. sit ex ypothesi duplum ad quadratum semidiametri circuli. a. b. c. erit ex penultima primi quadratum vniu. cuiusq. trium ypothemisarum linearum. e. a. e. b. e. c. triplum ad quadratum semidiametri circuli. a. b. c. sed ex octaua tredecimi quadratum quoq. cuiusq. triu laterum trianguli. a. b. c. triplum e ad quadratum semidiametri eiusde circuli. Igit oia latera statute pyramidis



sunt adinuicem equalia. Quare ipsa est equilaterum basium. ¶ Cum itaq; sibi octocedron includere voluerimus diuidemus vnum quodq; sex laterum eius in duo media & equalia & continuabimus medium punctum cuiusq; lateris cum medijs punctis cunctorum reliquorum laterum cum quibus ipsum continet & angulum superficialem. Verbi gratia diuidam latera basium in punctis. f. g. h. & ypothemisas cadentes ab. e. in punctis. k. l. m. & continuabo punctum. f. cum puncto. g. & cum. h. & cum. k. & cū. l. punctūq; m. cū eisdem. g. h. k. l. & g. cū. h. & cū. l. & k. cū eisdē. h. & l. Ecce itaq; perfectum est corpus octo basium triangularem his duodecim lineis media puncta laterum fabricate pyramidis iungentibus contentum. ¶ Has autem octo bases ex quarta primi quotiens oportet repetita equilateras esse manifestum est ipsum quoq; corpus statim pyramidi ex diffinitione inscriptum quemadmodum iussi eramus efficere.

Castigator.

2. ¶ Ad inueniendum lineam in potentia duplam alteri modū habuisse in vltima secundi quando didicisti cuiuslibet figure rectis lineis contente latera tetragonum inuenire. Ad hoc ergo faciendum sufficit formare triangulum orthogonium cuius duo latera rectum angulum continentia sint equalia illi linee cui in potentia queris aliam duplam & tertium laterum erit linea quesita hoc est diametrum quadrati illius. Et sic triplam in potentia & quadruplam & c. iungendo semper inuentas orthogonally formato trigono semper tertium laterum erit linea quesita per penultimam primi.

Propositio 3.



Altra cubum assignatum figuram octo basium triangularem equalium laterum constituere cubo intendimus inscribere octocedron.

¶ Qualiter autem cubum componere oporteat in prius huius sufficienter dictum est. Igitur fabricato cubo pyramis quatuor basium triangularem & equalium laterum in eo ex prima huius designetur. Ac intra ipsam pyramidem expremissa octocedron distinguatur. Quo facto simul etiam factum erit quod volumus. ¶ Constat enim ex ratiocinatione prime latera cuncta ipsius in scripte pyramidis esse diagonos basium cubi. Et ex ratiocinatione premissae liquet cunctos angulos octocedri in hac pyramide distincti esse in lateribus ipsius pyramidis. Quare manifestum est omnia angularia pyramidis huius octocedri esse in basibus assignati cubi. Igitur ex diffinitione habemus propositum. ¶ Aliter idem centris cunctorum basium cubi quemadmodum in nona quarti sic repertis a centro supreme superficiei eius ad centra quatuor lateraliū superficierum quatuor ypothemisas demitte. Et a centro infime & ad eandem lateraliū superficierum centra quatuor alias ypothemisas eleua. Centra quoq; quatuor lateraliū quatuor rectis lineis continua ita videlicet quod una earum tantum que se invicem fecit continuas. Verbi gratia iungas centrum anteriori cū centro dextre & cū centro sinistre & cū centro vltionge cū eisdem hoc est cū centro dextre & cū centro sinistre. ¶ Habes itaq; corpus octo basium triangularem his. n. lineis quae centra superficierum cubi complexū continent. ¶ Si igitur has bases equilateras esse probare volueris a centris basium cubi ad cuncta ipsius latera perpendiculares protrahe quas necessarium est omnia latera ipsius cubi per equalia diuidere ex secunda parte tertie. ¶ Tertia quod planum esse vnicuique basium cubi circulum circumscripseris atq; ideo binas & binas super idem punctum in lateribus basium cubi constet concurrere easq; ex secunda parte. ¶ Tertia patet adinuicem esse equalēs & equidistantes lateribus cubi ex secunda parte. ¶ Primi itaq; & singulares & equales dimidiolateris cubi. Igitur ex. io. vndecimi manifestum est binas & binas earum super idem laterum cubi in medio eius puncto concurrentes rectum angulum continere iteo qd omnes superficies cubi sunt quadrate. ¶ Quare igitur ille. n. li-

nee centra superficium cubi continuantes & anguli quos beo linee super media puncta laterum cubi concurrentes bine & bine continentur sub-
tenduntur ipse erunt ex quarta primi vel etiam si maius ex penultima pri-
mi adinuicem equales. Ergo est in proposito cubo designatum corpus
octo basium triangularium & equilaterarum. quod oportebat facere &c.

Propositio .4.



Pltra datum corpus octo basium triangularium
atq; equilaterarum cubum figurare.

P Non dubites quin corpus octo basium triangularium
atq; equilaterarum certo dogmate fabricabis hoc modo.
Qualibet recta linea super aliquod planum sursum or-
thogonaliter erecta eam per equalia diuide & a puncto
eius medio duas lineas hinc inde perpendiculares extrahe que componant
lineam vnam. Eruntq; hee due linee seinuicem secantes videlicet prima
que super positum planum est orthogonaliter erecta & alia que ipsam su-
per eius mediū punctum orthogonaliter secat in eadem superficie site
per primam partem secunde vndecimi. ¶ Ad superficiem igitur in qua
ipse site sunt super comunem punctum sectioni earum quemadmodum
n. docet vndecimi perpendicularem erige quam facias eandem superficiē
in vtrāq; partem penetrare. Et pone cunctas sex portiones harum trium
linearum a puncto in quo seinuicem secant equales. Sic enim quelibet
quamlibet per equalia & orthogonaliter diuidet. Ita q; cum sint tres queq;
due earum saluifere crucis venerandum signum ad angulos rectos con-
tinebunt a supremo igitur erecte linee super positum planum puncto qua
tuor ypothemisas ad extremitates duarum linearum ipsam secantium
demitte. Deinde ab infimo eiusdem erecte puncto: quatuor alias ypo-
themisas ad eadem duarum secantium linearum extremitates eleua.
Postremo quoq; harum ypothemisarum extremitates quatuor rectis
lineis quadratum continentibus continua. ¶ Erunt enim hee duodecim
linee videlicet quatuor ypothemise a supremo puncto erecte perpendicu-
laris descendentes: quatuor que postreme ab eius infimo puncto sursum
eleuate & relique quatuor linee harum ypothemisarum extremitates co-
tinuantes ex penult. primi siue iunctionis puncto pluries repetita adinuicem
equales. Quare constat corpus ab eisdem terminatum octo basibus
triangularibus equilateris q; contineri. ¶ Si igitur huic corpori cubum in-
scribere delectat centra octo triangulorum ipsum ambientium inuenire
ex quinta quarti labora ea q; reperta. n. lineis rectis hac lege continua vt
centrum cuiusq; horum triangulorum cum centro cuiusq; triū ad ipsius
latera terminatorum per rectam lineam copuletur. Non est autem huius
rei idoneum figuram in plano depingere. ideoq; restat vt quod dicitur
mente concipias ipsumq; si placet actu & opere concipias videbis enim. n. li-
neas horum triangulorum centra posita lege continuantes cubum con-
nere quem restat vt equilateris rectangulisq; superficiebus demonstras eē
conclusum. Non enim erit cubus: nisi omnes eius superficies sint quadra-
te. Ducito ergo a quolibet angulo trigonorum superficiebus octocedri
perpendicularem ad latus illi angulo oppositum. ¶ Has autem perpen-
diculares ex. n. 14. libri constat esse adinuicem equales & diuidere latera
quibus perpendiculariter insunt per equalia. Ideoq; binas & binas sup
idem punctum lateris cui supersunt concuenire easdēq; constat ex his que
in. 17. quartidecimi demonstrata sunt transire per centra triangulorum.
Ideoq; per extremitates laterum inclusi corporis transire ac earum por-
tiones que intra centra trigonorum & latera ipsorum que interceptantur ex
his etiam que in eadem demonstrata sunt constat esse equales. Angulos
quoq; ab his perpendicularibus bini: & binis cocuntibus contentos ex. 8.
primi patet esse equales. ¶ Et quia hee perpendiculares sueq; portiones
inter centra & latera intercepte eisdem angulos ambiunt: erunt quoq;

anguli quos linee a centris trigonorum ad latera perpendiculariter cadētes binae & binae continent ad inuicem equales. Cumq; latera illius corporis de quo disputamus hos angulos subtendant sequitur ex quarta primi frequenter sumpta corpus inclusum esse equilaterum at quodq; rectangulum. Protrahantur enim diagoni in singulis superficialibus. ¶ Hos diagonos ex quarta primi omnes ad inuicem equales esse conuincēs mediantibus angulis a duabus perpendicularibus per ipsarum diagonorum extremitates transeuntibus contentis si prius hos angulos ex. 8. primi equales sibi inuicem esse probaueris. Cum igitur diametri tetragonarum basium corporis huius sint ad inuicem equales latera quoq; earundem basium equalia esse necesse est ex. 8. primi multoties repetita ipsas tetragonas bases esse equiangulas. Atq; ex. 32. primi omnes anguli cuiusq; earum sint equales quatuor rectis. Sequitur eas esse rectangulas. Itaq; ex diffinitione quadrati ipse sunt quadrate. Igitur inscriptum corpus manifestum est esse cubum sicut intendimus.

Castigator.

¶ Nota de cubo tacitam descriptionem videlicet quod est corpus habens 6. superficies quadratas. 12. latera equalia octoq; angulos solidos. 24. angulis superficialibus contentos.

Propositio



Pyramidem quatuor basium triangularium atq; equilateralum assignato corpori octo basium triangularium quoq; atq; equilateralium inscribere.

¶ Assignato corpori octo basium inscribe secundum precepta premisse cubum eubq; inscripto inscribe. ut docet prima huius pyramidem qualis proponitur cum igitur huius pyramidis anguli sint etiam anguli cubi quemadmodum ex demonstratione prime manifestum est. cuncti autem anguli cubi sunt ex premissa in superficialibus assignati octo cedunt etiam quoq; cuncti anguli pyramidis huius in superficialibus corporis octo basium cui eam iubentur inscribere quare ex diffinitione manifestum est nos fecisse quod queritur.

Propositio



¶ Atrā datum corpus viginti basium 2 equalium laterum corpus duodecim basium pentagonalium 3 equalium laterum atq; equalium angulorum figuratim componere.

¶ Corpus 20. basium non doctum hinc fabricare quoniam ex. 16. tredecimi quae conuenit arte hoc fieri satis euidens ē. Eo igitur ut ibi docetur composito. si sibi corpus. 12. basium pentagonalium atq; equilateralium includere delectat hac via procedendum est. ¶ Manifestum enim est. 20. triangulos. 60. superficiales angulos habere. ¶ quia ad constitutionem vnius cuiusq; solidi anguli corporis yocedri quinque superficiales conueniunt sicut ex demonstratione. 16. tredecimi colligitur. constat illud corpus duodecim solidis angulis compleri. Inuentis igitur ut in ante premissa centris cunctorum triangulorum totum yocedron terminantium ea. 30. rectis lineis continua ita quod cuiusq; centrum centris omnium circumiacentium cum quibus communicat in latere per rectas lineas iungas. Cum ergo hoc feceris videbis ex illis. 30. lineis duodecim pentagonos constitui. 12. angulis solidis dati yocedri oppositos. ¶ Hos itaq; pentagonos quemadmodum in ante premissa fecisti de basibus cubi equilateros esse probabis. ¶ Necesse est enim ut quorūlibet triangulorum duorum idem latus habentium centra eodem spatio distent. Restat ergo ut eos etiam equiangulos esse filogices. ¶ Manifestum est autem ex ratiocinatione. 16. tredecimi datum corpus viginti basium ab eadem sphaera cuius diameter est tanquam diameter huius corporis videlicet lineam quae duos eius angulos oppositos continuat esse circūscriptibilem.

¶ Si igitur hec diameter per medium secetur punctus sectionis erit centz
 sphere ipsum circūscribens. Ab eo. itaq. ad superficies cunctorum pen-
 tagonorum perpendiculares ex.ii. vndecimi ducito. Et a puncto in quo
 singulis pentagonis obuiauerint ad singulos eorum angulos rectas li-
 neas dirigito. Deinde cētrum sphere cum singulis angulis ipsorum pen-
 tagonorum continuator. Age ergo eos proba esse equiangulos hoc mo-
 do. ¶ Cum enim omnes circuli circūscribentes trigonos ycocedri sint
 equales erunt omnes perpendiculares a centro sphere ad ipsos venientes
 & in eorum centra cadentes equales. Omnes ergo linee a cētro sphere ad
 angulos cuiuslibet pentagoni venientes sunt equales. Nam anguli pen-
 tagonorum sunt centra circulorum trigonos ipsos ycocedri circūscribē-
 tium ex ypothesi. Igitur ex penultima primii eodem argumentationis
 genere quo superius in.14. silogizauimus sectorem prouenientem in sup-
 ficie sphere cum aliqua plana superficies spheram secat nō super centrum
 eius esse circumferentiam continentem circulum. ¶ Necesse est quinq. li-
 neas venientes a concursu perpendiculariter ducte a centro sphere ad su-
 ficiēs omnium pentagonorum ad quinq. angulos cuiusq. pentagoni esse
 adinuicem equales. Itaq. omnibus his duodecim pentagonis est circulus
 circūscriptibilis cum igitur ipsi sint equilateri conuincitur eos esse etiā
 equiangulos quod oportebat ostendere.

Propositio. 7.



Itra datum corpus duodecim basium pentago-
 narum equilaterarum atq. equiangularum cor-
 pus viginti basium triangularium atq. equilate-
 rarum fabricare.

¶ Qualiter corpus duodecim basium pentagonarum
 equilaterarum atq. equiangularum componere oporteat
 ex.12. uidecimi require. Sed qualiter corpus viginti basium triangulariū
 & equilaterum sibi conueniat inscribi hic addisce. Suorum pentagono-
 rum centris vt in.14. quarti sit repertis ea adinuicem.30. lineis hac lege
 continua vt vnus cuiusq. pentagoni centrum centro cuiusq. pentagoni
 secum in latere communicantis iungatur. Ita videlicet q. vnus cuiusq.
 pentagoni centrum centris quinq. pentagonorum terminantium vel dr
 triangulorum continetur. Cum igitur hoc feceris obuiant tibi viginti
 trianguli ab his.30. lineis centra pentagonorum continuantibus contenti.
 Eruntq. hi viginti trianguli viginti solidis angulis ipsius duodecetri op-
 positi amplectentes corpus viginti basium triangularium quas equilate-
 ras esse demonstrabimus & erunt.12. solidi anguli huius corporis.10. ba-
 sium in cōtis.12. pentagonorum corpus dati duodecetri terminantiū.
 ¶ Hos itaq.10. angulos eglateros et sic pba. A cōtis pētagonoꝝ ducito
 perpendiculares ad latera eruntq. omnes perpendiculares equales binas
 ergo & binas probabis ex octaua primii equos angulos continere. Et q. a
 linee continuantes centra pentagonorum bis angulis a binis & binis per
 perpendicularibus contentis subtendantur cum omnes perpendiculares sint
 equales erunt ex quarta primii omnes linee cōtinuantes centra pentago-
 norum equales quod est propositum. ¶ Perpendiculares autem binas &
 binas equales angulos continere & omnes eas adinuicem esse equales sic
 collige. ¶ Ex quinta primii.6.26. eiusdem constat singulas earum diuide-
 re latera pentagonorum super que cadunt per equalia: easq. esse adinuicem
 equales ductis lineis a centris pentagonorum ad singulos angulos
 eorum quare bine & bine super idem latus cadentes in eodem ipsius late-
 ris puncto coibunt eo q. vtraq. diuidit illud latus duobus pentagonis a
 quorum centris veniunt commune per equalia. ¶ Has igitur perpendi-
 culares binas & binas vsq. ad angulos qbus cōmune latus in quo coeunt

oppositum per centra pentagonorum producto & eisdem angulis duas lineas subtendito quas ex demonstratione 17. tredecimi manifestum est esse tanq̃ latus cubi ab eadem sphaera cum proposito duodecedro circumscriptibili. ideoq; patet eas esse equales eo q̃ omnia latera cubi sint equalia. easdēq; liquet ex nona vndecimi esse equidistantes propter hoc q̃ ambe equidistant communi lateri in quo bina & bina perpendicularēs conueniunt. ¶ At vero ipsas easdem constat ex his perpendicularibus per equalia diuidi. itaq; per 33. primi cuncte lineę continuantes puncta in quibus bina & bina perpendicularēs super has lineas quas tanq̃ cubi latera fore diximus concurrunt sunt adinuicem equales. ¶ Nam omnes sunt tanq̃ latus cubi. Igitur ex octaua primi anguli contenti a binis & binis perpendicularibus sunt equales quare per quartam eiusdem lineę quodq; continuantes centra pentagonorum sunt sibi inuicem equales inscriptū ergo est proposito duodecedro corpus viginti basium triangularium & equalium laterum sicut iussi eramus.

Propositio .8.



Duodecim basium pentagonarum atq; equilateralum proposito intra ipsum cubum distinguere.

¶ Cuius duodecedron super cubi latera fabricetur vt constat ex 17. tredecimi minimum eo fabricato sibi conuenit cubum inscribi. ¶ Nam cum dubitem sine pentagoni si vnus cuiusq; eorum vni angulo put cubi figuram videbis exigere chordam vnā subtenderis ex eis duodecim eboris sex equilateras rectangulasq; superficies cubi & corpus amplectentes perficies. ¶ Equilateras quidem eas esse constat ex quarta primi. Rectangulas autem eodem argumentationis genere quo id sexta huius bases duodecedri dato yocedro inscripti demonstrauimus esse equiangulas. Constat quidem ex decima septima tredecimi propositum duodecedron sphere esse inscriptibile. Ergo a centro illius sphere ad omnes has quadrilateras superficies perpendicularēs vt docet vndecima vndecimi protrahe. Et a puncto concursus ad singulos angulos illarum quadrilaterarum superficierum rectas lineas dirige. ¶ Ac eosdem angulos quadrilaterarum superficierum cum centro sphere iunge. Eruntq; hec lineę centrum sphere cum angulis quadrilaterarum superficierum continuantes semidiametri sphere de quatuor quadratis quia dempto quadrato perpendicularis remanens ex penultima primi quadrata linearum continuantium punctum concursus perpendicularium cum angulis quadrilaterarum superficierum. ¶ Necessē est omnibus his quadrilateris superficibus circulos esse circumscriptibiles ideoq; necesse est eas esse equiangulas cum sint equilaterę. ¶ Et quia de 32. primi anguli cuiusq; earum pariter accepti sunt equales quatuordecim angulis sequitur eas esse rectangulas. Nihil ergo deest inscripto corpori de ratione cubi.

Castigator.

¶ Quoniam ex vnaquaq; corda & duobus lateribus pentagoni causatur triangulus duum equalium laterum habens vnum angulum pentagoni. Et ideo bini & bini accepti per 4. primi arguantur eorū ille equales vndiq; & cum eodem sint latera cubi tali duodecedro inscripti ex 17. 13. sequitur sex superficies cubum complectentes esse quadratas atq; equilateras prout cubus exigit quemadmodum dictum est supra in isto 4. huius & cetera.

Propositio .9.

Propositio .9.



Alto duodecedro sibi demū octocedron inscribere.

¶ Composito duodecedro vt in .17. tertii decimi sex latera suaz superficie ea videlicet que cathetos sup sex lineas opposita latera superficie cubi per equalia secantes erectis tanq̃ eoꝝ corauis iungunt per equalia diuide: eaq̃ bina & bina adinuicem cōposita cōtinua per tres lineas q̃ seinuicem super medium punctū diametri cubi ex .40. vndecimi per equalia secabunt. Eruntq; vt quoq; due earum trium seinuicem quoq; ad angulos rectos diuidāt. ¶ Si igitur harū trium lineaz extremitates per .12. lineas rectas cōtinuaueris pueniet tibi corpus octo basium triangulariū & equilateraz ex quarta pmi vel si mauis ex penultima pmi: qđ oportebat ostendere.

Propositio .10.



Altra assignatum duodecedron piramidem quatuor basium triangularium atq; equilaterarum adhuc restat distinguere.

¶ Assignato duodecedro inscribe cubum ex octaua huius cuboq; piramidē ex prima. Cum igitur anguli piramidis sint in angulis cubi vt patet ex rōcinatione pme. Et anguli cubi i angulis duodecedri ex ratiocinatione octauae erūt quoq; anguli piramidis in angulis duodecedri. Itaq; constat quod volumus.

Propositio .11.



Proposito ycocedro in eo cubum figurare.

¶ Ycocedro inscribi duodecedron ex iuxta. Ac duodecedro cubum ex octaua. Constat aut ex demonstratione sexte q; omnes anguli duodecedri cadunt super centrum basium ycocedri. Et anguli cubi sint in angulis duodecedri. ¶ Itaq; anguli cubi sunt in centris basium ycocedri habemus ergo propositum.

Propositio .12.



Cocedron datum piramidem quatuor basium triangularium atq; equilateraz sibi postulat inscribi.

¶ Si in dato ycocedro ex premissa cubum inscriperis cuboq; ex prima piramidē incluseris quin postulatiōi ycocedri satisfeceris hesitandum non erit. ¶ Scire autem oportet quod cum sint quinq; regularia corpora de quoz mutua ab inuicem inscriptione in hoc .15. libro determinatur si vnūquodq; eoꝝ cuiuslibet ceteroz esset inscribibile. .20. eorū dē inscriptiones acciderēt. ¶ Quippe cuiuslibet eoꝝ quinq; eēt cetera quatuor inscribilia. Ideoq; quater quinq; inscriptiones quod est .20. necessario puenirent. At vero piramidi solum octocedron conueniens est inscribi. ¶ Non .n. sunt in piramide bases aut anguli aut latera in qbus anguli cubi aut ycocedri aut etiam duodecedri possint extremi ipsius piramidis contingere. ¶ Cubi quoq; solius piramidis & octocedri vt octocedron solius piramidis & cubi receptiōi sunt apta. Qualiter .n. in eoꝝ alterutro .12. angulos ycocedri. ¶ Aut .20. angulos duodecedri. ita vt singuli in eorum singulis cadant collocabis. Ycocedron aut cum cetera conuenienti ambitione possit cōplecti solius octocedri nequit esse receptaculum. Nam octocedri sex anguli semidiametrali seinuicem bini & bini oppositione respiciunt lineaq; eos continuantes se se per equalia orthogonaliter diuidunt. ¶ Itaq; illud gloriosum signum ad cuius intuitū cōsternantur demones sub rectis angulis triplicatum reddant. ¶ Hos itaq; triangulos neq; bases neq; anguli neq; latera ycocedri possunt sub suo situ recipere. Neq; .n. in eo recipies sex bases aut sex angulos aut sex latera hac diametrali orthogonalit; oppositione se continuantes. Duodecedron autem nulli ceteroz sue ambitionis denegauit hospiciū immo cunctozū receptator existit. Vnde non in cōuenienter duodecedri figurā antiqui Platonis discipuli vel ascripserunt

eclo quemadmodum pyramidis formam igni eo q̄ sursum sibi pyrami-
dali figura enolet. ac octocedri aeri. ¶ Quippe sicut aer ignem motus
paritate sequitur sic octocedri forma pyramidis formam ad motū ha-
bilitate comittat. ¶ Viginti vero basium figuram aque dictauerunt. nā
cum ipsa basium pluralitate plus ceteris circuletur in speram fluentis res
motui magis q̄ scandentis cōuenire visa est. ¶ Cubon vere figuram qdā
dedere terre. Quid. n. in figuris maiori ad motum violentia indiget quā
tesserā. ¶ At in elementis quid fixius constantiusq̄ reperitur terra. Si
igitur ex. 10. inscriptionibus. 3. quas pyramis non substat binasq̄ a qua-
bus naturam cubi & octocedri aliena est. ¶ Rursusq̄ vnam cui repu-
gnat octocedri figura reieceris erunt relique tantum. 12. inscriptiones.
Pyramidis quidem sola. Cubi vero octocedriq̄ bine. Octocedri autem
tres. Duodecedri autem quatuor. De quibus omnibus vt arbitror suffi-
cienter alias disputatum est.

Propositio 13.



Albicato quouis quinq̄ regularium corporum sibi
sphaeram inscribere.

¶ Ex tertio decimo libro itaq̄ manifestum est vnūq̄q̄
q̄q̄ horum corporum esse sphaerā inscriptibile. Nūc itaq̄
constabit viceversa sphaeram vniciq̄ ipsorum esse inscri-
ptibilem. A circumscribentis enim sphaere cētro ad bases
vniuersas cuiuslibet eorum perpendiculares exeant quas intra centra cir-
culorum bases ipsas circumscribentium cadere necesse est. cumq̄ omnes
circulo cas circumscribentes sint equales eruntq̄ hec perpendiculares eq̄-
les. Itaq̄ si secundum quantitatem vnius earum circulum super centrum
circumscribentis sphaere descripseris eiusq̄ semicirculum quousq̄ ad locū
vnde moueri ceperit redeat circumdaxeris. Quia ipsum per extrema-
tes cunctaq̄ ppendicularium necesse est trāsire cōuincēs ex correlario. 15.
tertiū speram istius semicirculi motu descriptam vniuersas bases assigna-
ti corporis in concursibus perpendicularium cōtingere. Non enim plus
potest sphaera de basibus corporis contingere quam circumductus semi-
circulus dum mouebatur contingit. Quare assignato corpori constas
nos sphaeram quemadmodum propositum erat inscripsisse.

LAUS DEO. FINIS.

¶ Euclidis megarensis philosophi perspicacissimi elementorum opus
de duabus quantitibus discreta scilicet & continua. ac easdem propor-
tionibus & proportionalitatibus ex optima Campani interpretatione
Magistro Luca Paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minorum
sacre theologie p̄fessore. Mathematiceq̄ discipline cultore feruentissimo
die noctuq̄ chalcographis aistente postillis suis oportunis plerisq̄ in lo-
cis additis manu propria accuratissime castigatum finit.

¶ Venetiis impressum per probum Virum Paganinum de Paganinis
de Brixia decreto tamen publico vt nullus ibidem totiq̄ dominio anno-
rum. xv. curriculo imprimat aut imprimere faciat. & libit impressum
sub quouis colore in publicū ducat sub penis in dicto priuilegio contentis
Anno redemptionis nostrae. M. D. VII. III. Klen. xi. Iunii. Leonardo
Laurentano Ve. Re. Pu. Cubemante. Pontificatus Iulii. II. Anno. VI.