

Notes du mont Royal

www.notesdumontroyal.com

Cette œuvre est hébergée sur « *Notes du mont Royal* » dans le cadre d'un exposé gratuit sur la littérature.

SOURCE DES IMAGES
Google Livres



sophi acutissimi mathematicorumq; omni
um sine controversia principis opa a
interprete fidissimo tractata. ne cum
antea librariorum detestanda culpa mēdis
feditissimis adeo deformia cēnt: ut vir
ipsum agnoscere n. us.

thecologus insignis: alissima arthe-
maticarū disciplinarum scientia rarissimus
iudicio castigatissimo deterlit: emendavit.

ignoras cētum 7 undetriginta que in alijs
codicibus inucrie 7 deformitate erant: ad re-
ctam symmetriam concinavit: 7 multas ne-
cessarias addidit. undē quoq; plurimis

locis intellectu difficilem cōmentario

lis sane luculentis 7 eruditiss. ape-

ruit: enarrauit: illustravit. hęc

ut eliminatio eriret cipio ve-

gius mediol. vir vtraq;

lingua: arte medica: subli-

mioribusq; studijs

clarissimus dilige-

tiam: 7 censurā

suā prestitit.

A. Paganus Paganinus Characteri-
bus elegantissimis accuratissi-
me imprimebat.

THE UNIVERSITY OF CHICAGO
LIBRARY
540 EAST 57TH STREET
CHICAGO, ILL. 60637

THE UNIVERSITY OF CHICAGO
LIBRARY
540 EAST 57TH STREET
CHICAGO, ILL. 60637

Reuerendissimo Domino suo in omnibus precipuo. D. Francisco de Soderinis. Tituli sanctæ fusanne prebitero Cardinali Voleterrano. Frater Lucas paciolor de burgo Sancti Sepulchri ex minoritana familia perpertuam. F.D.



Vm mecum ipse patris tui vizi clarissimi: cum fratre florētī ni populi principis Illustrissimi Petri Soderini: cum tuo rum omnium quibus ipse debere plurimum. vxi. Cum ma deniq; beneficia mecum repetō: repetō aut frequentis simet: vel quod huiusmodi p se recordatio viro probo in cūdisima esse solet: vel quod interui fortuna nihil est reliquum aliud: Tantum metuis: Tantum fratri clarissimo principi: Tā tum tibi debere sentio: vt oratione consequi non possim: aio vix capia. Neq. n. solum vestre erga me familie beneficia hmoi sunt quæ vel vno loco vel tpe consistit: sed ea quæ cum per se oium maxima sunt: Cuncta se re tesse. Italia: vt quocumq; me recipiam: vestigia nō leuiter impressa vī deam vestro: erga nos merito. Siue. n. Romæ: Siue Mediolāi: Siue flo rentiæ in quacūq; cū vestra semp honestissima familia floruerit. Nūc tandem frater oī laude maior primus nra tempestate ppetuus princeps ē dictus: tot ē tanta occurrūt vt obruat sepe memoriam multitudi: quā tū cōtra magnitudo beneficij: labētem reuocet. Quo pacto. n. (vt omie tā ingentia alia) vestri possum obliuisci: q effecistis restituta ab inferis vita: studio: cura: ope deniq; vestra quos aduersa valitudine pene adierat: vt cōiuncta sit rō vitæ nostræ ē vestre bñficijs: sed ē fratrum meo: du um: Iuniperi. S. ē Ambrosii: sacre theologiæ pfecto: recordatio: quos ob excellentem eo: virtutem ē libentissime repetō: ē ob religionis con iunctionē ardentissime diligo: tanq cōiunctos in minoritana familia nra: magnos stimulos affert: ad gratum erga vos oium exhibendū: quos ita semper fouistis: vt dubitare possim plus ne ipse amare viderer affectus an vos maximis in illos meritis colere. Quæ oīa facile ame impetrarūt: vt qn ē pro fortuna mea parari rependere non possum: ē tu nihil aliud pro amplitudine tua requiris q amari. Partum tibi meum recentē ex ma thematicis disciplinis paratum tradere voluerim. Eūq; ita. Reuerendissi mæ. D. Tuæ nūcupare: dicareq; tāquam benefactori meo precipuo: ē vi uenti in terris augustissimo numini. Nam si diuos. Ideo colimus: quod sa lutei nram laborantes ab his exposcimus: I mpetremusq; nō video quo pacto non te numinis cuiusdam loco habeam: q vitam abs te vno possi immortalē deum acceperim. Quod in studio ē si semper ateneris: ita af fectus fuerim: vt nihil aliud egerim ab incunabulis: vel natura optima magistra: vel assiduo vsu: nescio tū quo pacto elaboratum hoc tempore tantum anobis est: quantum ē maturior ætas maioris asserre iudicii po tuit ad indicandum ē industria ad expoliendum opus ē ingenium ad inueniēdam rem asserre potuit. Euclidē igitur ex megaricis philosophis facile principem post multa in studiis mathematicis nro Marte annos ab hinc non paucos edita formis æneis subieci: qui multum sane ab alijs dē stabit: ē quod charaterum elegantiorum formam delegi: ē quod acuratē us oīa digessi: ē multa quoq; mea addidi: quæ vel Euclidis: vel Cāpani loca quedā obscuriora Illustrēt. Qualis at sit studio: hmoi fructus: quæ ve eo: excellētia: ē qta hac tēpestate raritas: ipse q lōge excellis in his faci le cognosces. Atq; vtinā ē alii cognoscere vellēt nō ostētare aut ea q nō sciūt veluti sumū vēditare nō conarent. Qui tāto grāuius peccāt qto hæc cū certiora sunt: ē sibi plane cōiunctissima: nō possumus sic offendere in vna alteraue rei: q oīs plane totius mathematicæ disciplinæ rō non con cidat ē ruat. Tu vero ē hæc legeri: ē corrigere: cum his q rationem oēm hu iusmodi facultatis complectunt. Quo: ptem vrbinati Duci vltimo: p tem Ludouico Sforciæ clarissimo quondam Mediolanensi pncipi dica ta sunt ame. Et qm maximis amicorum scibus ipulsus: ē tuorum precl pue familiarium quorum mihi carissimus Leonardus vincius accessit

LIBER

ut ederem. Leges quia soles frontis serenitate vernacula lingua per me do-
natam Euclidem: ut quod opus ad utilitatem nostrum omnium con-
scriptum est maximaq; humano generi utilitates pariet. Ita omnibus ob-
uium sit: ut cum lingua patria nostra & in his disciplinis locupletetur.
Habeant & aliteris alienis quam vel linguam admirentur: vel auctorem
sequantur: quonullus vnquam prestantiori vel Platonis summi phyloso-
phi testimonio vixit valeat ad vota. Reuerendissima. D. Tua fidelis ser-
ui sui non Immemor. Venetiis. V. Idus Iunii. M.D.VIIII.

Danielis Caietani Cremonensis Epigrāma.

Redditus inferis Euclides mœstus ab vmbra
Pallidus Informis: conditus ora sita.
Hospicium a multis miseranda Voce poposcit.
Per fora per regum limina perq; scholas.
Accipitur nulli nisi qui se nosse putabant.
Sed male quod fuerat cognitus: Emicuit.
Extremaq; diu mundi spaciatus ad oras
Si qua sibi misero dextera ferret opem.
Inuenit tandem qualem felicia dudum.
Patronum Votis fata tulere suis.
Frater Is est a quo nitidus formosusq; ille.
Redditur antiquo tempore qualis erat.

¶ Magnifico & clarissimo danieli Rainerio patricio Veneto Avocatori mammi
mo & liberatissimo Danielis Caietani Cremonensis Epistola.



Xistimavi me Daniel Clarissime nefas cōmittere si fidelissimā Eu
clidis castigatōem peminētissimū sacre theologiæ ac phiæ docto
rē atq; in arithmeticiis penetralibus pūissimum viz Magistꝛ Lu
paciolū seraphicæ ac minoritanæ familiæ ornamentum singulare
nuper cuiuslā laudibus psequi distulissēm. Tu q̄a sanæ doctrinæ
fauctor assertor cōcelebraris indefessus has meas laudes tui matu
rū iudicii solito libramēto ppēdēs facile cognoveris non ab assentatiōe aliq̄ sed
mero p̄tatis fonte effluxisse q̄ hoiem intus nosti & scripta illius medulitus in
spexisti q̄tumq; ē ille ingenio valeat atq; doctrina. Te q̄o nullo mō decipi posse
q̄ semp nū similitus es cōsentis examinātū tui iudiciū quod oibus in rebus excu
tiēdis circūcisum rotōdū p̄fectum semp inuentum ē ob id te vel æquā vel posse
ri nri seruitibus votis nūc alteꝝ vt Catonē alteꝝ vt hortēsum nūc statua si liceat
cōsecrēt nūc imāgie q̄d te vel cēfente vel dicēte informant istūmūq; ætatis nre
viri doctissimi i medio æqtatis sinu. Nō temere Magistꝛ Lucas te Elegit cui suas in
Euclidē lucubratiōes dedicaret q̄ cū studiis maximis polleas ea & i aliis et nūina
cōplecteris sed ex hoc ipso cōsumatissima tibi gloria reponderat. Nā satis eminet
ingenii p̄prietū meritis q̄ fuerit fautor alieni. Vez in p̄nti remotis gradibus dignita
tū p̄ q̄ merito virtutū maz; ab aliis discerni soles nobilitatis tuæ posthac solū
erit iudiciū scripta eruditorū te cognitorē habuisse vel potius nūm æternū. Sed
q̄ti cōueniēs est obsecro te dedicatiōem hāc vel nūcupatiōē æstimari. Cui n̄ mō
nus gloriæ apud posteros attribuat̄ auctōris sui lima q̄ tui nōis aspiciat. Est æ
Lu. paciulus. Careat assentiōe p̄bū meū. vir sanæ raræ exq̄sitæq; doctrinæ Sepdē
pauillulum sacre theologiæ assiduā lectiōem. Cōtinuas cōtiōes seu mauius om̄
lia; q̄s in celeberrimis Italiæ & extra Italiā Ciuitatibus frequētissimo theatro ha
bit in q̄bus inclytus om̄ilista mō corda terrificat mō p̄mulcet & quoque vult du
cit. Lege viz fidei catholice amplificatorē viz in p̄hya in theologia in mathesi
incōparabilem; quē vt laudare nō studeo ita ipse laudari plurimū vetat cōtentus
se ipso id quod est veri p̄hy p̄prium ornāmētum. Nāq; moris ē sapiētibus mūda
næ laudis crasmata subfānare; & de se ipsis sumpta ab aliis p̄conia deridere q̄m
iuxta illud Symmachianū vt ꝛa laus ornat ita falsa castigat. Sic & ipse facit q̄ dū
vult suā sciētiam exercere nō veret̄ illis esse impedimēto q̄ illius ampliudinē suis
dictis cōmendare p̄sumūt; ceterꝝ ego quāuis loqui phibeor tacere tñ nō pos
sum hoc quod mensura & numerus Euclidis siue p̄fessoz in curia siue tralatoy p
cursu ita cōfusa ita lacere ita p̄postere legebat vt q̄ arē ipsam callerent aut nō in
telligerēt aut alienæ culpæ fugillatiōem in ipm Euclidē impudētē retorquerēt.
Nūc q̄o vbi lincea Luca pacioli acies in has symplegadas ac reciprocas tot ex
roy charybdes se se p̄etrauit iā facta ē plana via securus trāsimus liber di/cursus per
obscuras añ cōualles & redditus ē Euclides q̄us obuius oibus plāus atq; expositus
solertissimo ingenio castigatissima emēdatiōe cōstantissimo iudicio Magistꝛ
Lucæ nri; quē vt poetā dicēdo itelligimus κατ'εὖ γινόμενος vt oratorē demo
sthenē vt phum Aristotelē itelligimus. p̄i mō arithmetiū cōfēredo fratrē intellē
gere totus orbis italus fas hēt de quo illud asiū i ꝛa atq; absolutissima artis arith
metice cognitiōe quod aium de Cicerōe q̄ in actiōibus ceteris ceteros in aulo
duētio ipse se sup̄auit & de. M. frontōe qui cū extra reliquos excelleret oratores i
pelopem se sibi p̄tulit hoc docet ars ipsa quā in speculatu atq; cōiectu recōditā
hic lucas solus e multis nō praticā fecit tot corporibus i varias atq; multiplices figu
ras deductis sed impitissimo cuiq; exponēdo facilimā q̄si sub ipsis oculis p̄posuit.
Ec quis hoc ausus vnq̄ ānis sup̄ioribus nobilissimū iceptū aggredi? certe nemo ne
sciētissimus quidē mathematicus p̄terq; Lucas paciulus vir in arithmetica arte
rarissimi exēpli ac p̄penullius. Sed q̄a tāti viri laudū maria mihi trāsmittere diffi
cillimū ē Daniel Generosissime hoc q̄si stagnū p̄naugemus nō posse tot narrari
i laudē sciæ hois q̄n illud africanū adagium semp vberius relinq̄tur. At caueant
Monco a p̄palato volumine vituperones & p̄cant quæso in p̄enitēda maledicta
suas linguas acuminaret Repetāq; obsecro & nomen dedicatis & excellentiam il
lius cui dedicetur. Vale ex patanio I dibus Maius. M. D. V I I I I.

Franciscus Massarius Venetus Iacobo Cocco. P. V. suo salutem.

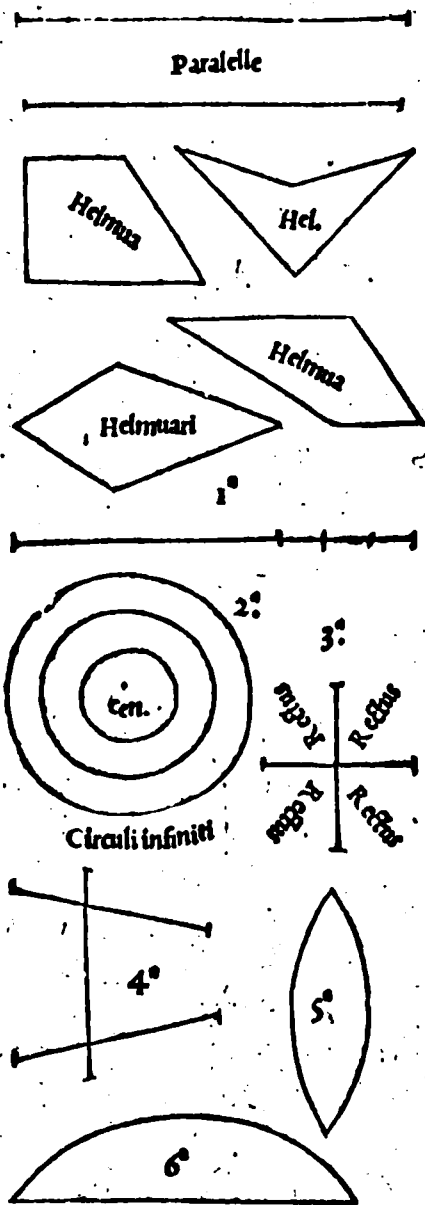


Anto sum studio semp complexus (vt ipse scis) mathematicas disciplinas mi Iacobe Cocce amiconum amicissime: vt admodum trahar cogarq; ad illos amados: qui in huiusmodi studiis versantur ac profitentur: quando quidem illas ad philosophiæ necessitatem accedere non ignoro: Nec te fugit in pluribus Platonem Aristotelem huiusmodi exempla proponere & fere semper mathematice demonstrare: quom eo tempore essent in luce enim uero refringunt Athenis in Accademia Platonis inscriptum esse neminem intro se recipere: qui prius non mathematicas obcalluerit scientias. Quin etiam illas verissimas esse facile cognosco ob id Auerrois in primo certitudinis gradu collocauit. Verum illæ ipsæ disciplinæ iam plures annos sub tenebris iacent: aut per q̄ paucos fuerunt perceptæ: præsertim liber Elementorum Euclidis: qui nec integer nec ab omni labe alienus iam diu latitauit: adeo vt ne ipse Euclides agnosceretur. Sed tamē hac nostra ætate multo labore industria ac diligentia Magister Lucas Pacioli Sacre Theologiæ professor non solum castigauit verum etiam multa ad expositionem adiunxit egregie quidem inuenta. hoc enim modo cum redegit ad verum sensum idq; proculdubio putandum est. Nam hoc tempore ipse Magister præceteris pollet: (vt verius dicam) sola Phoenix. Nolo modo quot insunt homini virtutes: quantum ingenium: quanta memoria: & rerum exuberantia: & doctrinarum altissima cognitio ex amissim commemorare: propterea q̄ satis insignem reddunt sua volumina: testanturq; etiam lectiones: quibus ambo interfuius, ob id itaq; non immerito ab omnibus Pontificibus: ab omnibus supremi ordinis Antistitibus: summisq; Principibus totius Italiæ summo amore & charitate fuit semper complexatus. Quamobrem te etiam summo opere precor: vt huiusmodi disciplinas precipue Euclidem velis omni studio amplecti. Nam hæc quo ad studia philosophiæ tibi profutura sunt: eo magis quia ipse Euclides a predicto Magistro Luca fidissimo interprete fuit emunctus ac emendatus: qui vir cumulate laudandus de bonisq; disciplinis benemeritus haud quempiam omisit locum: quem omni studio cura ac diligentia ad communem vsum non optime exposuerit scio ego q̄ communis Præceptoris sis studiosus immo potius suæ multiplicis scientiæ contemplator: quom moris sit tui omnes litterarum professores amore prosequi: hunc præceteris aliis tanq̄ peritissimum ac ante alios sapientissimum amare obseruare & venerari videris haud equidem sum dubius: quem si sequaris inceptum sis in summum virum euasurus tuamq; domum illustraturus. Ad hanc spem me erigit tuum perspicax ingenium: & pene diuinum: tua etiam eruditio tanta in ista adulescentia q̄ta vix in vlllo fenerat: p hoc merito te quadam admiratione intuemur. Me quoq; excitant suauitas: modestia: grauitas: & tui optimi mores: cuius nulla in toto corpore menda sedet. Quæ omnia ipsa ætas auget. Non enim tuus animus nisi in litterarum studiis: in liberalibus artibus: in ipsa deniq; vera sapientia versatur: ad quæ omnia te pronum ac propensum video: quid tu aliud tuæ Reipub. polliceris? nisi vt te optimo senatore administrante felix Respub. felicior indies vndiq; fulgeat: tuq; rectissime magistratibus defunctus posteritati nomen conferes. Sed quæ de te sunt plura dicenda in aliud reiciam tempus. Verum modo ad Euclidem animum intende: & vt ameris ama Vale.

PLATO
Nulla dies sit sine linea.

Linea recta	Linea Curva
	
Punctus	Anguli acutiusculi
	
Superficies plana	Biangula
	





equilaterum atq; rectangulum. Alia est tetragona longius. q. est figura rectangula. sed eglatera non est. Alia est helmuarum. que est equilatera. sed rectangula non est. 21. ¶ Alia est helmuarum que opposita latera habet equalia. atq; oppositos angulos equales. idem tamen nec rectis angulis nec equis lateribus continetur. Preter has autem omnes quadrilaterae figurae helmuariphe nominantur. 22. ¶ Equidistantes lineae sunt q. in eadem superficie collocatae atq; in alterutram partem protrahere non conueniunt. etiam si in infinitum protrahantur.

Castigator.

¶ A diffinitione superficies superioris posita excipitur circularis que postea specialiter inferius ponitur. que non continetur terminis. ideo eius termini non sunt lineae sed linea. Et etiam monangula excipitur. Et quis multae curuilineae speciei conuexae concavae et plane lineae contineantur quibus posset diffinitio illa applicari ut patet intuenti.



¶ Etitiones sunt quinq;. 1. ¶ A quolibet puncto in quemlibet punctum rectam lineam ducere atq; lineam definitam in continuum rectumq; quantumlibet protrahere. 2. ¶ Super centrum quodlibet quantumlibet occupando spacium circulum designare. 3. ¶ Omnes rectos angulos sibiinvicem esse equales.

4. ¶ Si linea recta super duas lineas rectas ceciderit duoq; anguli ex una parte duobus rectis angulis minores fuerint istas duas lineas in eandem partem protrahendo proculdubio conueniunt. 5. ¶ Duas lineas rectas superficie nullam concludere.



¶ Omnes animi conceptiones sunt hec. 1. ¶ Quae uni et eidem sunt equalia et sibiinvicem sunt equalia. 2. ¶ Et si equalibus equalia addantur tota quoq; fient equalia. 3. ¶ Et si ab equalibus equalia auferantur quae relinquuntur erunt equalia. 4. ¶ Et si ab inequalibus equalia demas quae relinquuntur erunt inequalia. 5. ¶ Et si inequalibus equalia addas ipsa quoq; fient inequalia. 6. ¶ Si fuerint due res uni equalis ipse sibiinvicem erunt equalis. 7. ¶ Si fuerint due res quarum utraq; unius eisdem fuerit dimidium utraq; erit equalis alteri. 8. ¶ Si aliqua res alicui supponatur appliceturq; ei nec excedat altera alteram. ille sibiinvicem erunt equalis. 9. ¶ Omne totum est maius sua parte.

Castigator.

¶ Ista quae uni et eidem et. quam Euclides hic acomodat quantitatibus infra in. n. qnti libri acomodat proportionibus ut ibi. ¶ Prima et sexta differunt tanq; inclusum et exclusum vel sicut abstractum et concretum vel sicut mensura et mensuratum vel sicut prima et secunda intentio suae res et speciei rei.

Verba Campani.



¶ Sciendum est autem q. preter has animi conceptiones suae communes scientias multas alias quae numero sunt et comprehensibiles pretermisit Euclides quoniam haec est una.

¶ Si due quantitates equalis ad quamlibet tertiam eiusdem generis comparent simul erunt ambe illa tertia aut equalis maioris aut equalis minoris aut simul equalis. ¶ Item alia quae est aliquid quicquid ad quamlibet aliam eiusdem generis tantum esse equalis tertiae ad

aliquam quartum eiusdem generis in quantitatibus cōtinuū: hoc vult
saliter verum est siue antea maiores fuerint cōsequētibz siue minores: ma
gnitudo n. de. a. scit in infinitū. in nūeris autē non sic: sed si fuerit primus
submultiplex secundū: erit quilibet tertius eque submultiplex alicuiusq̄rit
qm nūeris cre. cit in infinitum: sicut magnitudo in infinitum minuit.

Propositio prima.

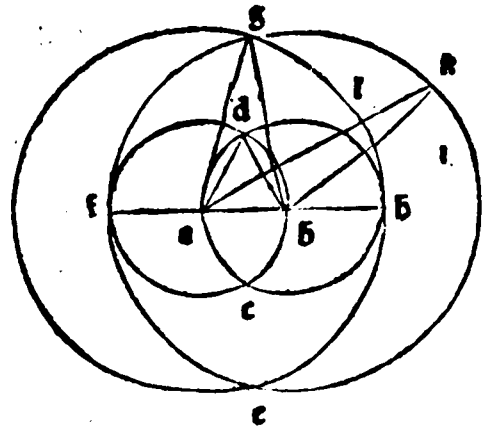
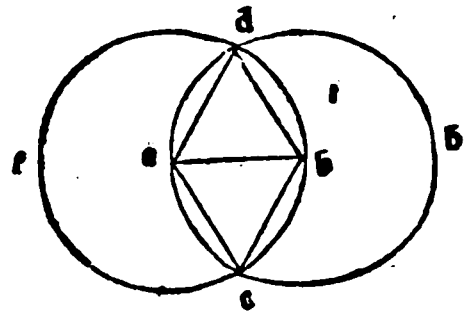


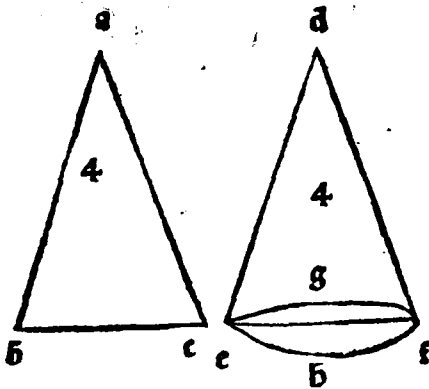
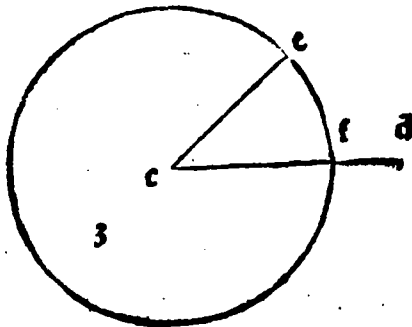
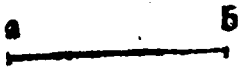
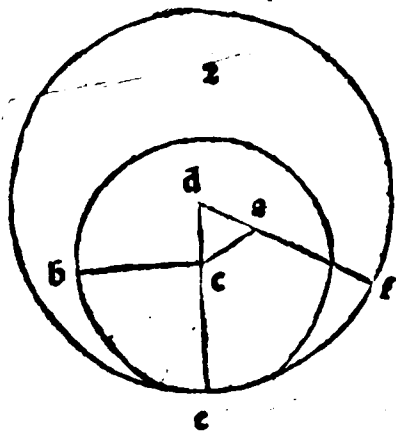
Proponitur equilaterum supra datam lineam re
ctā collocare.

Essō data linea recta. a. b. volo super ipsam triangulū
equilaterum cōstruere. Super alteram eius extremitatē. s.
in puncto. a. ponam pedem circini immobilē & alter
pedem mobilem extendam vsq. ad. b. & describam fm
quantitatē ipsius lineae date per secundam petitionem circulum. c. b. d.
rursus alterā eius extremitatē. s. punctum. b. faciam centz: & p eandē
petitiōem & fm eiusdem q̄ritatē lineae circulum. e. a. d. h. q. circuli in
tersecabūt se in duobus punctis q̄ sunt. c. d. & alteram duarū sectionum: si
cut sectionem. d. cōtinuabo cum ambabus extremitatibus date lineae p̄ra
ctis lineis. d. a. d. b. p̄ primam petitiōem. Quia ergo a puncto. a. q̄ est centz
circuli. c. b. d. p̄tracte sunt lineae. a. d. & a. b. vsq. ad eius circūferentiā ip
se erunt equales per diffinitionem circuli. Similiter quoq. q̄ a puncto. b.
quod est centz circuli. e. a. d. p̄tracte sunt lineae. b. a. & b. d. vsq. ad eius cir
cūferentiā ipse erūt et equales: q̄a ergo vtrāq. duarū linearū. a. d. b. d. eq̄
lis est lineae. a. b. vt p̄batum est: ipse erūt equales inter se p̄ primā cōceptiō
nem: ergo sup datam lineam collocauimus triāgulum equilaterū: quod ē
p̄positum. **S**i autē sup eandē lineam libeat collocare reliq̄s duas trian
guloz spēs. s. triāgulum duarū eq̄liū latez. **T**riāgulum trium eq̄liū
latez. p̄trahat lineā. a. b. in vtrāq. ptem vsq. quo occurret circūferētia am
borum circuloz sup duo puncta. f. & h. & posito cētro in puncto. a. lineē
circuli. e. h. g. fm q̄ritatē lineae. a. h. Itemq. posito cētro in puncto. b.
lineetur circulus. e. f. g. fm q̄ritatē lineae. b. f. He. autē circuli interfecabunt
se in duobus punctis q̄ sunt. e. g. Cōiungant igitur extremitates date lineae
cū altera dictarū sectionum p̄ duas lineas rectas q̄ sunt. a. g. & b. g. & q̄a be li
neae. a. b. & a. f. exeunt a cētro circuli. c. d. f. ad eius circūferentiā ipse erūt
equales. Similr quoq. a. b. & b. h. q̄a exeunt a cētro circuli. c. a. d. h. vsq. ad ip
sius circūferentiā ipse erūt equales. Quia ergo vtrāq. duarū linearū. a. f.
& b. h. equalis est lineae. a. b. ipse erunt inter se eq̄les: ergo posita. a. b. cōi
erit. b. f. equalis. a. h. sed. b. f. est equalis. b. g. quia ambo exeunt a cētro cir
culi. e. f. g. ad eius circūferentiā. Similr quoq. a. h. est equalis. a. g. & vtrāq.
earum est maior. a. b. eo q̄ vtrāq. duarū linearum. b. f. & a. h. maior est
a. b. quare sup datam lineam collocauimus triāgulum duorum equaliū
latez. **T**riāgulum ē trium inequaliū latez sup eandē lineam
collocabimus: si aliquod punctum exis in circūferētia alterutrius duoz
maiorum circuloz quod nō sit in altera duarū sectionum: & cui non obui
et. f. h. cum in vtrālibet ptem p̄tracta fuerit in cōtinuum & directum: cō
iunxerimus p̄ duas lineas rectas cum ambabus extremitatibus date lineae.
Sit. n. punctum. k. signans in circūferētia circuli. e. f. g. & non sit in altera se
ctionum nec occurrat ei. f. h. cū p̄traheretur in cōtinuum: & directum vsq.
ad eius circūferentiā. Protrahā ergo lineas. a. k. & b. k. & secabit lineā. a.
k. circūferentiā circuli. e. h. g. fecit ergo in puncto. l. erit. b. k. equalis. a.
l. quia. b. k. est equalis. b. g. & a. l. equalis. a. g. quare. a. k. est maior. b. k. sed
& b. k. est maior. a. b. triāgulus ergo. a. b. k. est trium inequaliū latez.
Sic igitur super datam lineam oēs triāguloz species collocauimus.

Castigator.

a **C**ircinus &c. rectius accōnuenientius sextus dī cum sextam ptem semp
capiat aut sit eius sexta circuli quē facit in q̄cūq. dispōne repiatur stricte la
teq. &c. **b** **D**escribere circulū fm q̄ritatē lineae date est ipsam facer
semidiamet. circuli describēdi. **c** **C**ōstruere siue formare figuram aliquā





sup data linea e ipsam ponere vnu ex lateribus figure sic describere de sup ea.

Propositio 2.



Dato puncto cui libet linee recte propositae equas rectam lineam ducere.

Sit a. punctus datus. b. c. linea data volo a puncto a ducere lineam vnā equalem lineae b. c. in quacūq; ptem cōiungat cōiungā ergo punctū. a. cū altera extremitate lineae b. c. cum q̄ voluerō. f. cōiungā ipsum a. c. extremitate c. p̄ lineam a. c. sup quā cōstitū triāgulum eglatez. fm̄ doctū p̄cedētis q̄ sit a. c. d. f. in illa extremitate lineae date cū qua cūiunxi puncto datū. f. in extremitate. c. ponā pedē circini imobilē f. describā sup ipsum circulū fm̄ q̄titate ipsius date lineae q̄ sit circulus. e. b. f. latus triāguli eglatez qd̄ oppōit puncto dato. f. latus. d. c. p̄rahā p̄ centz. circuli descripti v/ q̄ ad eius circūferentiam f. sit tota linea sic protracta. d. c. e. fm̄ cuius quantitatem inueniā circulū posito cētro in. d. q̄ sit circulus. e. f. f. postea p̄rahā latus d. a. v/ q̄ ad circūferentiam huius vltimi circuli f. occurrat circūferētie ipsius in puncto. f. dico igit q̄ a. f. est eglis. b. c. nam. b. c. f. c. e. sunt eglis: quia exēit a centro circuli. e. b. ad eius circūferētiā. Si militer quocq. d. f. f. d. e. sunt eglis quia exēit a centro circuli. e. f. ad circūferētiā. sed. d. a. f. d. c. sunt eglis quia sunt latera triāguli equilateri ergo si. d. a. f. d. c. demantur de. d. e. f. d. f. q̄ sunt eglis: erūt residua q̄ sunt. a. f. f. c. e. equalia quia ergo vtrāq; duarū linearum. a. f. f. c. b. ē equalis. c. e. ipse sunt eglis inter se: quare a puncto a. protractimus lineam a. f. equalem. b. c. qd̄ est p̄positum.

Propositio 3.



Propositis duabus lineis inequalibus de longiori earum breuiori equalem abscondere.

Sint due lineae a. b. f. c. d. f. sit a. b. minor volo ex. c. d. abscondere vnā que sit equalis. a. b. duco primo a puncto c. vnā lineā eglē. a. b. fm̄ qd̄ docuit p̄cedens que sit. c. e. posito ergo centro in puncto. c. describam circulum fm̄ quantitatem. c. e. qui secabit lineam. c. d. Sit ergo vt fecit eam in puncto f. eritq; linea. c. f. equalis lineae. c. e. quia ambo exēit a centro eiusdem circuli ad circūferentiam f. quia vtrāq; duarū linearum. a. b. f. c. f. c. est eglis. c. e. ipse sunt inter se eglis: quod est p̄positum.

Propositio 4.

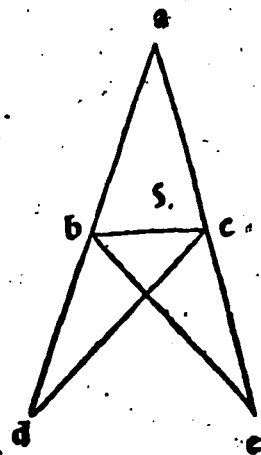


Enim duorum triangulorum quorum duolatera vnus duobus lateribus alterius equalia fuerint: duosq; anguli eorum illis equilateribus contenti eglis fuerint alter alteri: latera quoq; illorū reliqua se se respicientia equalia: reliqui vero anguli vnus reliquis angulis alterius eglis erunt: ac totus triangulus toti triangulo equalis.

Sint duo triāguli. a. b. c. d. e. f. sitq; latus. a. b. eglale lateri. d. e. f. latus a. c. eglale lateri. d. f. f. angulus. a. eglis angulo. d. tūc dico q̄ basis. b. c. est equalis basi. e. f. f. angulus. b. eglis angulo. e. Item angulus. c. eglis angulo. f. quod probatur. Supponam triāgulum. a. b. c. triāgulo. d. e. f. ita q̄ angulus. a. cadat super angulum. d. f. latus. a. b. super latus. d. e. f. latus. a. c. super latus. d. f. f. patet per conuersionem penultime conceptionis q̄ nec anguli nec latera se se excedent eo q̄ angulus. a. est equalis angulo. d. f. late ra superposita his quibus sup̄ponuntur per ypothesim. Puncta ergo. b. c. cadent super puncta. e. f. si ergo linea. b. c. cadit super lineam. e. f. patet p̄positum: quia cum linea. b. c. superposita lineae. e. f. non excedat eam nec excedatur ab ea est ei equalis per penultimam conceptionem: eadem ratione erit angulus. b. eglis angulo. e. f. angulus. c. eglis angulo. f. Si autem linea. b. c. non cadit super lineam. e. f. kd̄ cadit intra triāgulum si cut linea. e. g. f. aut extra sicut linea. e. h. f. tūc due lineae recte concludunt superficiem quod est contra vltimā petitionē. m.

Castigator

Hec s. vocatur fuga mistorum qm mikri ingenii cu ad eam pueniunt fuga arpiunt sed ne fuge det occasio ondam eam breuiter flecti onfione q sufficet adijceti. Sit. n. triangulus. a. b. c. diuidam eum p lineam. c. d. p perpendicularē in duos triangulos partiales. a. d. c. f. b. d. c. eritq. angulus. a. d. c. primi trianguli eq̄lis angulo. b. d. c. secundi quia vterq. rectus f. latera illos continentia sunt equalia quia. d. b. est equale. d. a. f. c. d. est latus cōe quare per premissam erūt residui anguli equales puta angulus. a. f. angulus. b. f. hoc ē ppositū. ¶ Quod ē duo anguli sub basi sunt equales patet qm duo aguli q sunt apud. a. eq̄les duobus rectis sunt p diffinitionē li nec stātis sup aliam qā facit duos angulos equales semper duobus rectis vt infra. n. probabit. Similiter duo aguli q sunt apud. b. igitur demptis superioribus qui sunt equales vt probatum est q sunt infrius relinquentur eq̄les per cōm sciam f. ex ista demonstratiōe patet q triangulus eq̄lateralis est eq̄angulus qā equalitas quorumlibet duorum laterum concludit equalitatem angulorum conrespondentium f. c.



Propositio .5.



Prois trianguli duum equalium laterum angulos qui supra basim sunt equales esse necesse est. qz si eius duo equalia latera directe protrahantur fient quoqz sub basi duo anguli inuicem equales.

Sit triangulus. a. b. c. cuius latus. a. b. sit equale lateri. a. c. dico q. angulus. a. b. c. est equalis angulo. a. c. b. q. si protrahantur. a. b. f. a. c. v. s. q. ad. d. f. e. fiet angulus. d. b. c. equalis angulo. e. c. b. quod sic probatur. Protrahis. a. b. f. a. c. ponam per tertiam lineam. a. d. equalē lineae. a. e. f. protraham lineas. e. b. d. c. f. intelligam duos triangulos. a. b. e. f. a. c. d. quos pbabo esse equales f. equilateros f. eq̄angulos. Sunt. n. duo latera. a. b. f. a. c. trianguli. a. b. e. equalia duobus lateribus. a. c. f. a. d. trianguli. a. c. d. f. angulus. a. est cōis vtriq. ergo p premissam ba sic. b. e. est equalis basi. c. d. f. angulus. e. est equalis angulo. d. f. angulus. a. b. e. equalis angulo. a. c. d. I tem intelligo duos triangulos. d. b. c. f. e. c. b. quo similiter probabo esse equilateros f. equiangulos. Nā duo latera. d. b. f. d. c. trianguli. b. d. c. sunt equalia duobus lateribus. e. c. f. e. b. trianguli e. b. c. f. angulus. d. est equalis angulo. e. ergo per premissam i. basis basis f. reliqui anguli reliquis angulis ergo angulus. d. b. c. est equalis angulo. e. c. b. f. hoc est scđum propositum. f. q. anguli sub basi equales sunt. f. angulus. b. c. d. est equalis angulo. e. b. c. sed totus. a. b. e. est equalis. a. c. d. vt probatum fuit supra. ergo angulus. a. b. c. residuus est equalis angulo. a. c. b. residuo quorum vterq. est super basim quod primum propositum.

Castigator.

Nota quando dicit angulum. a. b. c. intelligit angulum. b. qui designatur per litteram mediam f. tali modo semper vtitur in triangulis f. c. f. si diceret angulum. b. a. c. intelligeretur angulus. a. f. dicendo. a. c. b. vel. b. c. a. intelligitur angulus. c. sed cōmuniter in prostrando seruat̄ ordo alphabeti videlicet litterarum. a. b. c. d. f. c.

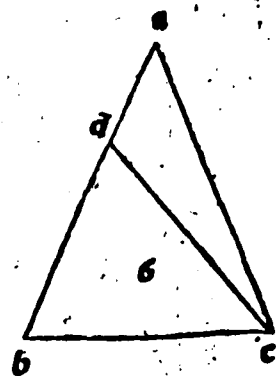
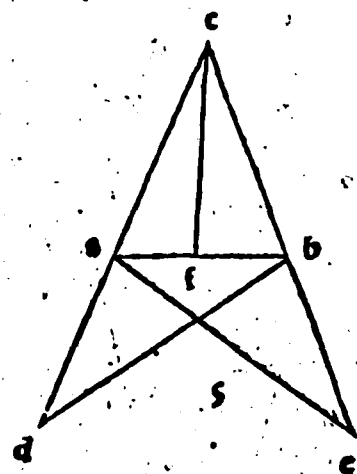
Et quilibet illorum qui sunt supra basim. est minor recto vt dicitur in expositione septime sexti f. per consequens quilibet illorum qui sunt sub basi est maior vt potest facilliter colligi per decimam tertiam huius.

Propositio .6.



Si duo anguli alicuius trianguli eq̄les fuerint duoqz latera angulos illos respicientia equalia erunt.

Hec est conuersa premissa quantum ad primam eius ptem. Sit enim triangulus. a. b. c. cuius duo anguli. b. f. c. sunt equales dico q. latus. a. b. est equale lateri. a. c. Si enim nō sunt equalia erit alterum altero maius. siq. a. b. maius q. c.



refectur ad equalitatem. a. c. p. tertiam propositionem ut superius sit a parte. a. f. refectur in puncto. d. sit. b. d. equalis. a. c. f. ducatur linea. d. c. intelligo ergo duos triangulos. a. b. c. f. d. b. c. quos probabo esse equilateros & equiangulos. Sunt enim duo latera. d. b. f. b. c. trianguli. d. b. c. equalia duobus lateribus. a. c. f. b. c. trianguli. a. b. c. f. angulus. b. equalis angulo. c. totali per ypotensim ergo basis. d. c. f. equalis basi. b. a. f. angulus. d. c. b. equalis angulo. a. c. b. pars videlicet toti quod est impossibile.

Propositio .7.



In duobus punctis aliquam lineam terminantibus duae lineae ad punctum unum concurrentes erunt ab eisdem punctis alias lineas singulas suis contrinualibus equales que ad alium concurrant punctum in eandem partem duci est impossibile.

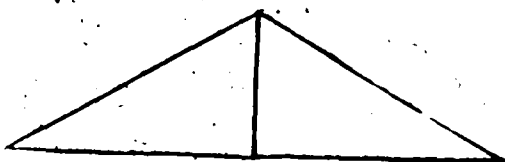
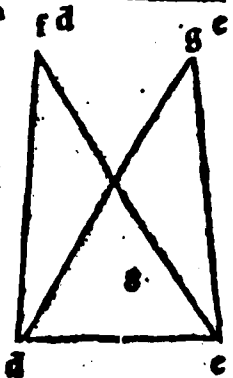
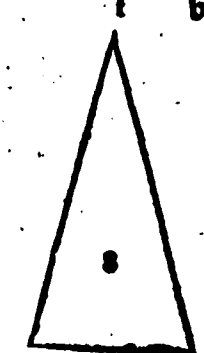
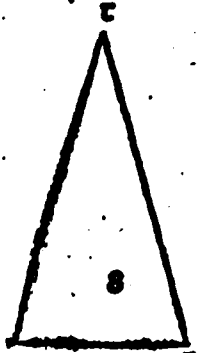
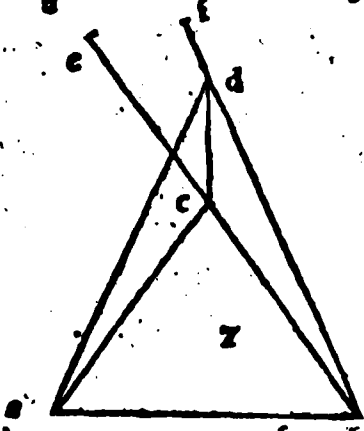
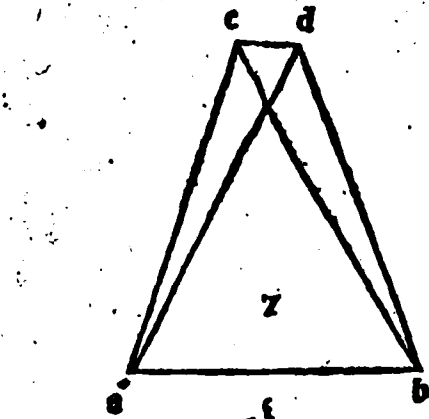
Si linea. a. b. a. cuius extremitatibus protrahantur duae lineae in partem unam que concurrant in eodem puncto ut sunt. a. c. f. b. c. que concurrant in puncto. c. dico q. in eandem partem non protrahantur aliae duae ab eisdem extremitatibus que concurrant ad aliud punctum ita q. illa que egredietur a puncto. a. sit equalis lineae. a. c. f. que egredietur a puncto. b. sit equalis lineae. b. c. Quod si fuerit possibile protrahant aliae duae lineae in eandem partem que concurrant in puncto. d. f. sit linea. a. d. equalis lineae. a. c. f. linea. b. d. equalis. b. c. aut ergo punctus. d. cadet intra triangulum aut extra: nam in altero laterum. a. c. f. b. c. non cadet quia tunc pars esset equalis suo toti. Si autem cadat extra aut altera linearum. a. d. f. b. d. fecabit alteram linearum a. c. f. b. c. aut neutra neutram: & fecet primo altera alteram & protrahatur linea. c. d. Quia ergo trianguli. a. c. d. duo latera. a. c. f. a. d. sunt equalia erit angulus. a. c. d. equalis angulo. a. d. c. per 5. Similiter quia in triangulo. b. c. d. duo latera b. c. f. b. d. sunt equalia erunt anguli. b. c. d. f. b. d. c. Similiter equales per eadem: & quia angulus b. d. c. est maior angulo. a. d. c. sequitur angulum. b. c. d. esse maiorem angulo. a. c. d. partem. f. toto quod est impossibile. Si autem. d. cadit extra triangulum. a. b. c. ita q. lineae non se fecerit protraham lineam. d. c. & producam. b. d. f. b. c. sub basi v. q. ad. f. f. ad. c. f. quia lineae. a. d. f. a. c. sunt equales erunt anguli a. c. d. f. a. d. c. e. q. per 5. Similiter q. a. b. c. f. b. d. sunt equales erunt anguli sub basi qui sunt. c. d. f. f. d. c. e. equales per secundam partem eiusdem. Quia ergo angulus. c. c. d. minor est angulo. a. c. d. sequitur angulum. f. d. c. esse minorem angulo. a. d. c. quod est impossibile. Et eodem modo deducetur aduersarius ad inconueniens: si. d. punctus cadat intra triangulum. a. b. c. f. c.

Propositio .8.



In duobus triangulorum quorum duo latera unius duobus lateribus alterius fuerint equalia basiq. unius basi alterius equalis: duos angulos equis lateribus contentos: equales esse necesse est.

Sint duo trianguli. a. b. c. d. e. f. sit. a. c. equalis. d. f. f. b. e. equalis. e. f. f. a. b. equalis. d. e. dico q. angulus. c. est equalis angulo. f. f. angulus a. angulo. d. f. angulus. b. angulo. e. Superpōam basim. a. b. basi. d. e. que cum sint equales neutra excedet alteram per conuersionem penultime conceptionis: aut ergo punctus. c. cadet super punctum. f. aut nō. Si sic tunc quia angulus. c. superpositus erit angulo. f. f. neuter eorum excedit alterum: ipsi sunt equales per conceptionem predictam. Similiter argue reliquos angulos esse equales: si autem punctus. c. non cadit super f. sed super quemlibet alium qui sit punctus. g. quia. e. g. est equalis. b. c. l. mo ead. m. item. f. d. g. equalis. a. c. erit. e. g. equalis. e. f. f. d. g. equalis. d. f. quod est impossibile per precedentem.



Propositio .9.



Et unum angulum per equalia scire.

Sit datus angulus quem oportet diuideret angulus. a. b. c. lineas ipsum continentis que sunt. a. b. c. ponam equalis per tertiam & producam lineam. a. c. super quam consituum triangulum equilaterum. a. d. c. & producam lineam. b. d. dico qd ipsa diuidit datum angulum per equalia. Intellego duos triangulos. a. b. d. & c. b. d. & quia duo latera. a. b. & c. b. d. trianguli. a. b. d. sunt equalia duobus lateribus. c. b. & b. d. trianguli. c. b. d. & basis. a. d. basi. c. d. ergo per precedentem angulus. a. b. d. est equalis angulo. c. b. d. quod est propositum facere.

Castigator.

Datum angulum rectum per tria equalia scire. **Q**uamuis Euclides in hoc libro nullibi doceat angulum in tria equalia diuidere cum difficultis sit scientia. Et non ita de facili posset de omni verificari. tamen de angulo recto pulcherrime hoc ostenditur ista. 9. & 32. huius mediantibus 33. addita. quod sic apparet. Ponatur trigonus equilaterus. a. b. c. certum est quolibet angulorum eius duabus tertis vnus recti equari cu omnes tres duobus rectis angulis sint equalis per 32. huius. Igitur vno illorum in duo equalia diuiso per 9. istam vtpote angulo. b. a. c. totali in duos partes. b. a. d. & d. a. c. per lineam. a. d. erit quilibet eorum tertia vnus recti hoc peracto detur rectus quicunq. vtpote. c. e. f. a. lineis. e. f. & g. f. contentus supra terminum vnus earum. f. consituum angulum. e. f. h. seu angulum. g. f. k. per 33. equalem angulo. b. a. d. vel. c. a. d. qd erit tertia vnus recti postea residuum dicti recti qui est due tertie recti vt deduximus diuisam per equalia per dictam. 9. s. angulum. g. f. h. per lineam. f. k. vel angulum. e. f. k. per lineam. f. h. & erit vnusquisq. duorum angulorum. h. f. k. & k. f. g. tertia vnus recti & sic totalis angulus rectus. e. f. g. est diuisus in tres equalis partes videlicet. e. f. h. h. f. k. & k. f. g. quod est propositum.

Propositio .10.



Sit proposita recta linea eam per equalia diuidere.

Sit proposita linea quam oportet diuidere per equalia. linea. a. b. f. per ipsam consituum triangulum equilaterum. a. b. c. & angulum. c. diuido per equalia secundum doctrinam precedentis per lineam. c. d. dico qd linea. c. d. diuidit datam lineam. a. b. per equalia. Intellego. n. duos triangulos. a. c. d. & b. c. d. & arguo sic. Duo latera. a. c. & c. d. trianguli. a. c. d. sunt equalia duobus lateribus. b. c. & c. d. trianguli. b. c. d. & angulus. c. vnus angulo. c. alterius ergo per quartam basis. a. d. basi. d. b. qd est propositum.

Propositio .11.



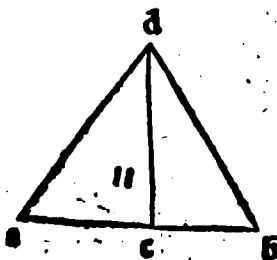
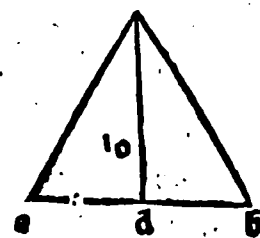
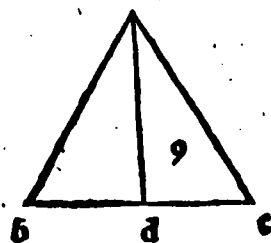
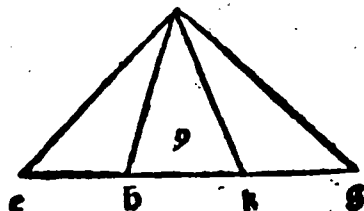
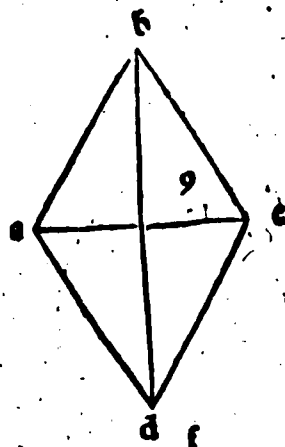
Alta linea recta a puncto in ea signato perpendiculari extrahere duobus quidem angulis equalibus ac rectis vtrinque subnixam.

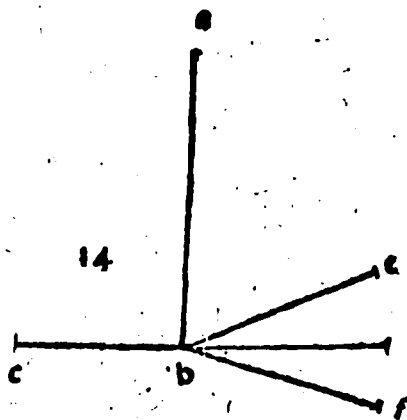
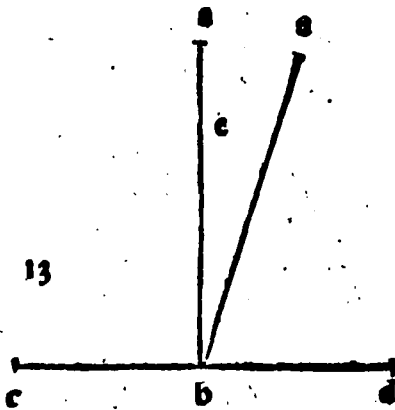
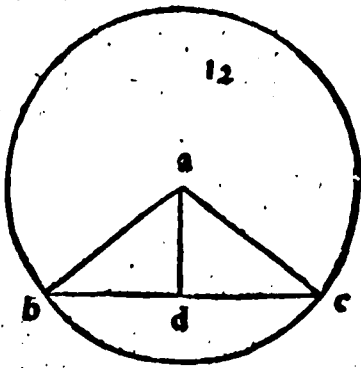
Sit data linea. a. b. in qua sit datus punctus. c. a quo oportet perpendiculari extrahere. Faciam ergo per tertiam lineam. b. c. equalem lineae. a. c. & super totam. a. b. consituum triangulum equilaterum. a. b. d. & traho lineam. c. d. de qd dico qd ipsa est perpendicularis super lineam. a. b. Intellego duos triangulos. a. c. d. & b. c. d. & quia duo latera. a. c. & c. d. trianguli. a. c. d. sunt equalia duobus lateribus. b. c. & c. d. trianguli. b. c. d. & basis. a. d. basi. b. d. erit per 8. angulus. a. c. d. equalis angulo. b. c. d. quare vterq. eorum erit rectus per diffinitionem anguli recti & linea. c. d. perpendicularis super lineam. a. b. per diffinitionem linee perpendicularis quod est propositum.

Castigator.

Vel per petitionem augendo alterutram earum ad equalitatem alterius.

Propositio .12.





Puncto extra signato ad datam lineam indefinitam quantitatis perpendicularem deducere.

Sit. a. punctus signatus extra lineam b. c. a quo ad ipsam oportet deducere perpendicularem. Protrahā ergo lineam b. c. in utraq. ptem q̄tum libuerit & sup p̄ctū. a. describā circū. b. c. sic ut fecer lineam datam in p̄ctis. b. c. & p̄trahā lineas. a. b. & a. c. & diuidā angulū. b. a. c. p̄ eq̄lia p̄ lineā. a. d. p̄. q. dico q̄. a. d. ē perpendicularis sup lineam. b. c. Intelligo duos triāgulos. a. b. d. & a. c. d. & q̄a duo latera. a. b. & a. c. triāguli. a. b. d. sunt equalia duobus lateribus. a. c. & a. d. triāguli. a. c. d. & angulus. a. vnius equalis angulo. a. alterius erit p̄. 4. basis. b. d. eq̄lis basi. d. c. & angulus. a. d. b. equalis angulo. a. d. c. quare utraq. eorū rectus & linea. a. d. perpendicularis super lineam b. c. per diffinitionem anguli recti & lineae perpendicularis quod est propositum.

Propositio .13.



Duo recte lineae sup rectā lineā stantis duo vtroque anguli aut sunt recti aut duobus rectis eq̄les.

Sit ut lineam. a. b. sup̄stet lineam. c. d. & si fuerit sup eā p̄p̄dicularis faciet duos angulos rectos p̄ cōuersionē diffinitionis. Si autē n̄ fuerit s̄ eā p̄p̄dicularis a p̄ctō. b. ducat. b. e. p̄p̄dicularis sup. e. d. p̄ vndecimā. erūtq. duo anguli. e. b. c. & e. b. d. recti p̄ cōuersionē diffinitionis q̄a ergo duo anguli. d. b. a. & a. b. e. aequant angulo. d. b. e. ipse cū angulo. c. b. e. erūt eq̄les duobus rectis q̄re tres anguli q̄ sūt. d. b. a. b. e. & c. b. e. sūt eq̄les duobus rectis sed angulus. c. b. a. ē eq̄lis duobus angulis. c. b. e. & e. b. a. ergo duo anguli. c. b. a. & a. b. d. sūt eq̄les duobus rectis q̄d ē propositū. Ex quo patet q̄ totū spaciū q̄d in q̄libet superficie plana p̄ctū quodlibet circūstat quorū rectis angulis ec̄ eq̄les.

Castigator

Per cōuersionē diffinitionis. s̄ lineae sup rectā lineā stantis q̄m̄ linea recta sup rectā stas & duos angulos inuicē eq̄les cāns ē p̄p̄dicularis. cōuersione huius ē q̄ ois p̄p̄dicularis ē linea cāns sup aliā duos angulos inuicē eq̄les & p̄ cōsequens rectos. Hec & sequens faciūt ad vndecim. vndecimi & .13. dicti.

Propositio .14.



Ine lineae a p̄ctō vni⁹ lineae i diuersas partes exierint duosq. circa se angulos rectos aut duobus rectis eq̄les fecerit ille duae lineae sibi directe coniunctae sunt i linea vna.

Sit ut ap̄ctō. b. lineae. a. b. exeat duae lineae i oppositas ptes q̄ sint. b. c. & b. d. & faciat duos angulos q̄ sūt. c. b. a. & d. b. a. eq̄les duobus rectis tūc dico q̄ duae lineae. c. b. & d. b. sūt sibi inuicē directe cōiunctae & linea vna & hec ē q̄si cōuersa poris q̄ si nō fuerit linea vna tūc p̄trahat. c. b. incōtinuū & directū q̄ q̄a nō ē linea vna cū. d. b. trāsibit sup eā ut. b. e. aut infra eā ut. b. f. q̄a. ergo sup lineam rectā q̄ ē. c. b. e. cadit linea. a. b. erūt anguli. c. b. a. & e. b. a. eq̄les duobus rectis p̄ cōuersionē & q̄a oēs recti sūt adiūcē eq̄les p̄. 3. petitiōem anguli quoq. c. b. a. & d. b. a. sūt eq̄les duobus angulis rectis p̄ ypothesim erūt duo anguli. c. b. a. & e. b. a. equales duobus angulis. c. b. a. & d. b. a. ergo de p̄o cōi angulo. c. b. a. erit angulus. e. b. a. equalis angulo. d. b. a. p̄s totū q̄d ē impossibile. Si s̄. lineam. c. b. p̄tractā p̄trahis angulū. d. b. a. ē equalē angulo. f. b. a. si forte diceret aduersarius lineam. c. b. p̄tractā cadere infra. b. d.

Propositio .15.



Antium duarū lineae se inuicem secantium oēs anguli contra se positi sunt eq̄les vnde manifestum ē q̄ cum duae lineae recte se inuicem secant quatuor qui sunt anguli quatuor rectis esse equales.

Sint duae lineae. a. b. & c. d. se inuicē secantes in p̄ctō. e. dīco q̄ angulus. d. e. b. ē eq̄lis angulo. a. e. c. & angulus. b. e. c. ē eq̄lis angulo. a. e. d. Erūt. n. p̄. 13. duo anguli. a. e. c. & c. e. b. eq̄les duobus rectis itēq. duo anguli. c. e. b. & d. e. b. eq̄les duobus rectis p̄ eādē q̄re duo p̄

qui sūt eāles duobus postremis eo q̄ oēs recti sūt aduicē eāles p. 3. petitiō
nē: de pto ergo cōi angulo q̄ ē. c. e. b. erit angulus. a. e. c. eālis āgulo. d. e. b.
Eodē mō p̄babit angulū. c. e. b. esse eālem angulo. a. e. d. qd̄ ē p̄positū.

Propositio .16.



In quodlibet laterum triāguli directe protrahatur
faciet angulū extrinsecū vtroq; angulo trian-
guli sibi intrinsecus opposito maiorem.

¶ Sit vt triāguli. a. b. c. latus. a. b. p̄trahatur vsq; ad. d.
dico q̄ angulus. d. b. c. maior est vtroq; duob; angulo; in
trinsecis sibi oppositis q̄ sunt. b. a. c. & b. c. a. Diuidā. n.
p. ro. lineam. c. b. p̄ eālia in puncto. e. & p̄traham. a. e. vsq; ad. f. ita vt. e. f.
fiat eālis. a. e. & p̄traham lineā. f. b. Intelligo duos triāgulos. c. e. a. & c. e. b.
e. f. & quia duo latera. a. e. & e. c. triāguli. a. e. c. sunt eālia duobus lateribus
f. e. & e. b. triāguli. f. e. b. & angulus. e. vnus est eālis angulo. c. alterius p̄
missam quia sunt anguli cōtrapositi erit p. 4. angulus. e. c. a. eālis angu-
lo. e. b. f. & iō angulus. e. b. d. maior erit āgulo. b. c. a. Si r̄ quoq; p̄babitur
q̄ est maior angulo. c. a. b. Nam diuidam. a. b. per equalia in puncto. g. p̄
ro. & p̄traham lineam. g. h. eālem lineē. c. g. p. 3. postea p̄traham. h. b. h.
eruntq; duorum triāgulo; q̄ sunt. a. g. c. & b. g. h. duo latera. a. g. & g. c. p̄
mi eālia duobus lateribus. b. g. & g. h. & eālis angulus. g. vnus angulo. g.
alterius per. 5. ergo p. 4. angulus. g. a. c. est equalis angulo. g. b. h. quare p̄
5. & angulo. k. b. d. & quia angulus. c. b. d. est maior angulo. k. b. d. erit etiā
maior angulo. b. a. c. quod est p̄positum.

Propositio .17.



In his triāguli duo quilibet anguli duobus rectis
sunt minores.

¶ Sit triāgulus. a. b. c. dico q̄ duo q̄libet eius anguli duo
bus rectis sunt minores: p̄trahat. n. vnū latus eius vt. b. c.
vsq; ad. d. eritq; p̄cedētem angulus. e. extrinsecus maior
a. & maior. b. & d. c. extrinsecus cū. c. intrinsecus ē eālis duo
bus rectis per. 5. ergo anguli. b. & c. intrinseci sine anguli. a. & c. intrinseci
sunt minores duobus rectis. Similiter si p̄trahatur latus. b. a. probabitur
q̄ duo anguli. a. & b. sunt minores duobus rectis: quod est p̄positum.

Propositio .18.



In his triāguli longius latus maiori angulo op-
positum est.

¶ Sit vt in triāgulo. a. b. c. angulus. a. sit maior angulo. c. dī
co q̄ latus. c. b. maius erit latere. a. b. Si. n. sit eāle erit per. 5.
āgulus. a. eālis angulo. c. quod ē cōtra ypothesym. Si āt
a. b. sit maius refectur ad equalitatē. c. b. p. 3. sitq; d. b. eā
le. c. b. erit ergo p. 5. angulus. d. c. b. eālis angulo. b. d. c. sed. b. d. c. est maior
angulo. b. a. c. p. 16. ergo. b. c. d. ē maior. b. a. c. quare multo fortius maior
a. c. b. p̄s toro: qd̄ ē ipossibile. **Propositio .19.**



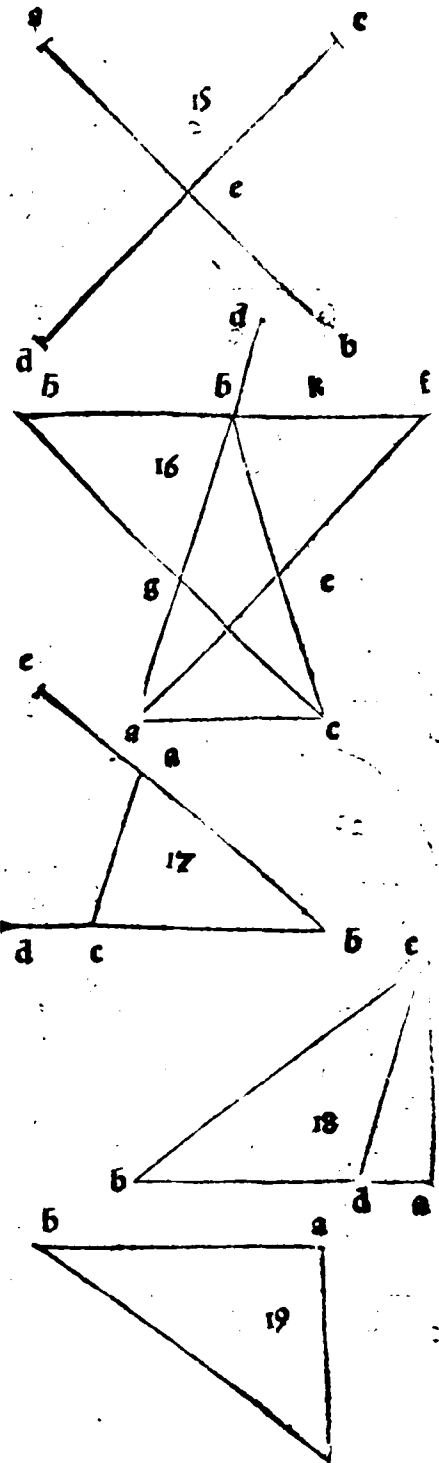
In his triāguli maior angulus longiori lateri op-
positus est.

¶ Sit vt i triāgulo. a. b. c. latus. b. c. sit maius latere. a. b. dī
co q̄ angulus. a. erit maior angulo. c. & est conuersa prece-
dentis. Si. n. sit equalis tunc per. 6. latus. a. b. est equale late-
ri. b. c. quod est contra ypothesym. Si autem. c. sit maior
tunc per precedentem latus. a. b. est maius latere. b. c. quod est contra ypo-
thesym quare a sūit p̄positū. **Propositio .20.**



In his triāguli duo quelibet latera simul iuncta
reliquo sunt longiora.

¶ Sit triāgulus. a. b. c. dico q̄ duo latera. a. b. & a. c. sunt
longiora latere. b. c. Protrahatur lineā. b. a. vsq; ad. d. ita
vt. a. d. sit equalis. a. c. & p̄trahatur. c. d. p. 5. erit angulus. a
c. d. eālis angulo. d. q̄re angulus. b. c. d. est maior angulo. d.



LIBER

ergo per. 8. latus. b. d. est maius latere. b. c. sed. b. d. est equale. a. b. & a. c. q̄
re. b. a. & a. c. simul iuncta sunt maiora. b. c.

Propositio .21.



I de duobus punctis terminalibus vnius lateris
trianguli due linee exeunt intra triangulum ip-
sum ad punctum vnum cōueniant eadem duabus
quidem reliquis trianguli lineis breuiores erunt &
maiorē angulum continebunt.

Sit vt in triāgulo. a. b. c. ab extremitatibus lateris. b. c.
concurrant due linee. b. d. & c. d. ad punctum. d. intra triangulum. a. b. c.
dico q̄ ipse simul iuncte sunt breuiores duabus lineis. a. b. & a. c. simul iun-
ctis & q̄ angulus. d. est maior angulo. a. Protraham enim. b. d. v̄l q̄ quo se
cet latus. a. c. in puncto. e. eruntq̄ per. 10. b. a. & a. c. simul iuncte maiores
b. e. ergo. b. a. & a. c. sunt maiores. b. e. & e. c. At vero. d. e. & e. c. simul iun-
cte per eandē sunt maiores. d. c. quare. b. e. & e. c. sunt maiores. b. d. & d. c.
& quia. b. a. & a. c. sunt maiores. b. e. & e. c. vt p̄batū ē prius erūt multo for-
tius maiores. b. d. & d. c. q̄ est primū p̄positum. At qm̄ angulus. b. d. c. est
maior angulo. d. e. c. p̄. 16. & angulus. d. e. c. est maior angulo. e. a. b. p̄ ean-
dem erit angulus. b. d. c. multo fortius maior angulo. b. a. e. q̄ est scdm̄
p̄positum.

Propositio .22.



Tribus lineis rectis p̄positis quaz̄ due quelibet
simul iuncte reliqua sint longiores de tribus aliis
lineis sibi equalibus triangulum constituere.

Sint tres līe recte p̄positae. a. b. c. & sint quelibet due
simul iuncte longiores reliqua. aliter. n. ex illis tribus equa-
libus triangulus non posset constitui per. 10. Cum igit ex
illis tribus p̄dictis voluero cōstituere triangulum : sumo lineam rectam
quesit. d. e. cui non pono a p̄re. e. determinatum finem : de qua sumo per
3. d. f. equalem. a. & f. g. equalem. b. & g. h. equalem. c. factoq̄ puncto. f. cē-
tro describo fm̄ q̄tatem lineae. f. d. circulū. d. k. Itemq̄ facto. g. cētro de-
scribo fm̄ q̄tatem lineae. g. h. k. h. qui circuli interfecabunt se in duobus
punctis quorum vnum sit. k. alioquin sequeretur vnam distarum lineaz̄
esse equalem aliis duabus iunctis aut maiorem eis quod est contrarium
positi : Duco ergo lineam. k. f. & k. g. eritq̄ triangulus. k. f. g. constitutus
ex tribus lineis equalibus lineis. a. b. c. datis sunt enim. f. d. & f. k. equales
qm̄ sunt a cētro ad circūferētiā quare. f. k. est equalis. a. Similiterq̄. g.
h. & g. k. sunt equales : quia exeūt a cētro ad circūferētiā : quare. g. k. ē
equalis. c. & quia. g. f. sumpta fuit equalis. b. patet p̄positum manifeste.

Castigator

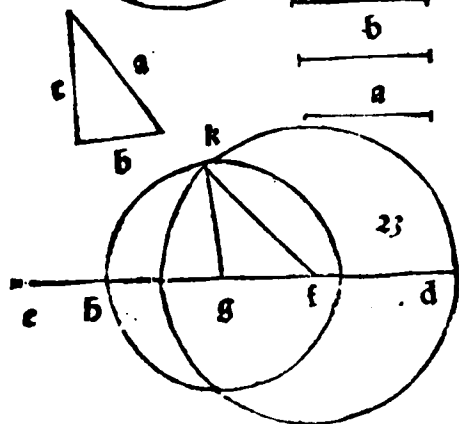
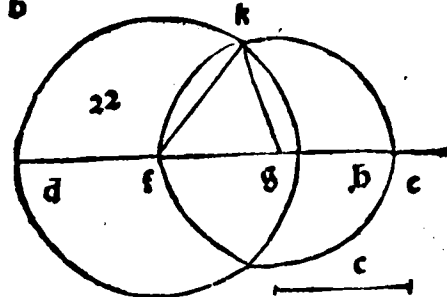
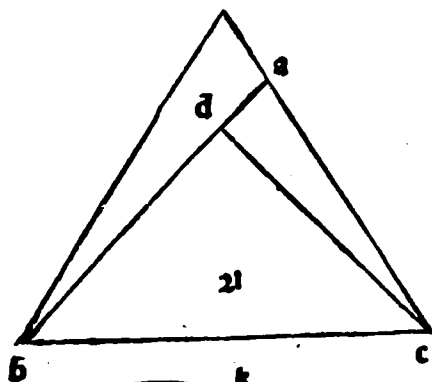
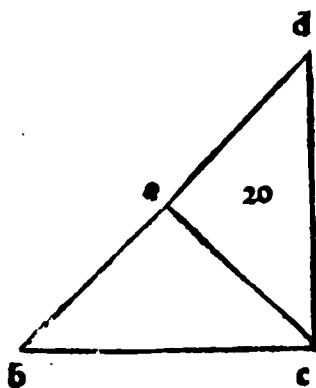
Quia. d. f. per ypothesim equatur lineae. a. & eidem. d. f. per diffinitio-
nē circuli seu centri equatur. f. k. & ideo per concep. sextam si fuerit due res
vni equales & c. f. k. equatur. a.

Propositio .23.



Ita recta linea super terminum eius cuiuslibet an-
gulo p̄posito equum angulum designare.

Sit data linea. f. e. que est in superiori figura : & sint lineae
b. a. continentes angulum datum cui subterdam basim
c. super punctum. f. lineae. e. f. iuberem facere equalem an-
gulum angulo dato. Ad lineam. e. f. adiungo. f. d. equalē
lineae. a. & ex. f. e. sumo. f. g. equalem. b. & ex. g. e. sumo. g. h. equalem. c.
& super puncta. f. & g. de. cribo duos circulos. d. k. & k. h. fm̄ quantitatem
duarum linearum. f. d. & g. h. & interfecantes se in puncto. k. sicut docuit p̄
cedens : ductisq̄ lineis. k. f. & k. g. erunt equalia duo latera. k. f. & f. g. tri-
anguli. k. f. g. duobus lateribus. a. & b. trianguli. a. b. c. & basim. g. k. equalis
basim. c. ergo per. 8. angulus. k. f. g. equalis erit angulo contento. ab. a. & a.
b. quod est p̄positum.



Propositio .24.



Primum duorum triangulorum quorum duo latera vnius duobus lateribus alterius fuerint equalia: si fuerit angulorum sub illis equis lateribus contentorum alter altero maior: basis quoque eiusdem basi alterius maior erit.

Sint duo trianguli. a. b. c. d. e. f. sintque duo latera. a. b. e. a. c. equalia duobus lateribus. d. e. f. d. f. vnūquodque suo correlatio dextro. f. dextro sinistro. sinistro. Sintque angulus. a. maior angulo. d. dato. Dico quod basis. b. c. maior erit basi. e. f. Faciā. n. iuxta doctrinam precedentis angulū e. d. g. equalē angulo. a. eritque angulus e. d. f. p. eius. Et ponā. d. g. equalē. a. c. Et pertraham. e. g. q. aut trāsitū supra. e. f. vt fecerit lineam. d. f. aut super. e. f. vt sit secum linea vna: aut infra. Trāseat ergo pmo sup. Et qā. a. b. e. a. c. latera triāguli. a. b. c. sunt equalia. e. d. f. d. g. lateribus triāguli. e. d. g. et angulus. a. angulo. d. totali: erit p. 4. basis. b. c. equalis basi. e. g. At nō quia. d. g. e. d. f. sunt equalēs: nam vtraque equalis. a. c. erit p. 5. angulus. d. f. g. equalis angulo. d. g. f. Quare. d. f. g. maior erit. f. g. e. ergo. c. f. g. multo fortius maior ē eodem. f. g. e. ergo p. 18. latus. e. g. maius ē latere. e. f. quare f. b. c. maior ē. e. f. quod ē ppositū. Si nō. e. g. trāseat sup. e. f. f. sit secū linea vna tūc e. f. erit p. e. g. p. vltimā ergo cōceptō p. 3. ppositū. Si nō. e. g. trāseat infra. e. f. pertrahant due linee. d. f. e. d. g. q. sunt equalēs vt pbatū ē v. q. ad. k. e. ad. h. sicut per scdm partē qntē sub basi. f. g. anguli. k. f. g. e. f. g. h. equalēs: quare angulus. e. f. g. maior erit angulo. f. g. e. ergo p. 18. latus. e. g. maius est latere. e. f. q. re. b. c. maior ē. e. f. quod est ppositum. Istud vltimum mēbz posset ē pbari per. 2. p ipsam. n. erūt in dispositione tertia due linee. d. g. e. g. maiores duabus lineis. d. f. e. f. qā. d. g. ē equalis. d. f. ppter hoc q. ambe sunt equalēs. a. c. Erit. g. e. maior. e. f. quare f. b. c. maior: q. ē ppositū. melius tñ est demonstrare priori. mō vt in oī dispositione arguat p qntā.

Propositio .25.



Primum duorum triangulorum quorum duo latera vnius duobus lateribus alterius fuerint equalia: basis vō vnius basi alterius fuerit maior: erit quoque angulus trianguli maioris illis equis lateribus contentus angulo alterius se respiciēte maior.

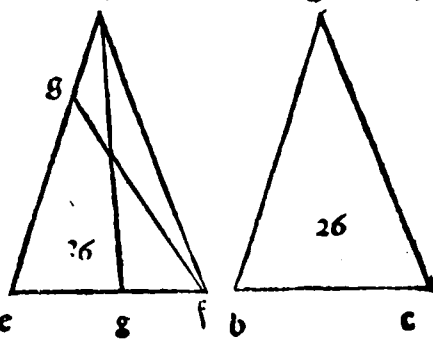
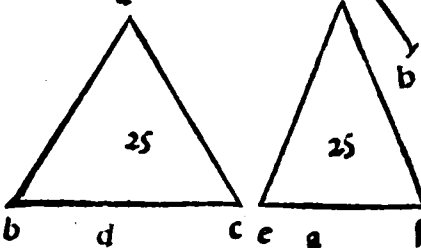
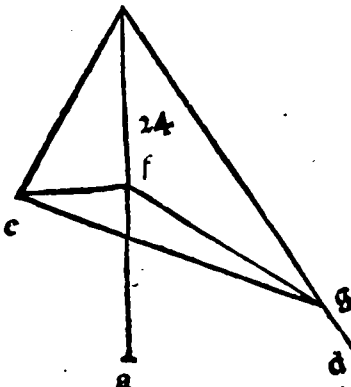
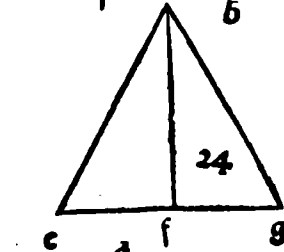
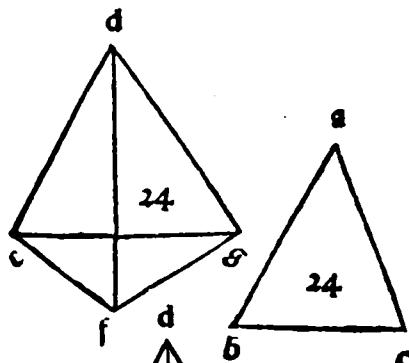
Sint duo trianguli. a. b. c. d. e. f. sintque duo latera. a. b. e. a. c. primi equalia duobus lateribus. d. e. f. d. f. secundi vnūquodque suo correlatio: sitque basis. b. c. maior basi. e. f. dico quod angulus. a. maior erit angulo d. hec est conuersa precedentis. Equalis quidem non erit: sic. n. esset per 4. basis. b. c. equalis basi. e. f. quod ē cōtra ypothesim: sed nec minor quia sic esset. d. maior: et ita per precedentem basis. e. erit maior basi. b. c. quod est contrarium propositioni quare maior erit sicq. ppositum asstruitur.

Propositio .26.



Primum duorum triangulorum quorum duo anguli vnius duobus angulis alterius et vterque se respicienti equalēs fuerint: latus quoque vnius lateri alterius equalē fueritque latus illud inter duos angulos equalēs aut vni eorum oppositū: erunt quoque duo vnius reliqua latera duobus reliquis alterius trianguli lateribus vnūquodque se respicienti equalia: angulus quoque reliquus vnius angulo reliquo alterius equalis.

Sint duo trianguli. a. b. c. d. e. f. sitque angulus. b. equalis angulo. e. et angulus. c. equalis angulo. f. sitque latus. b. c. equalē lateri. e. f. aut alterum duorum laterum. a. b. e. a. c. equalē alteri duorum laterum. d. e. f. d. f. ita q. a. b. sit equalē. d. e. aut. a. c. d. f. dico quod reliqua duo latera vnius erunt equalia reliquis duobus lateribus alterius et reliquus angulus reliquo angulo equalis: angulus videlicet. a. angulo. d. Ponam ergo primo vt latus. b. c. super quod iacent anguli. b. c. sit equalē lateri. e. f. super quod iacent anguli.



Si e. f. qui positi sunt equales angulis. b. c. tunc dico qd latus. a. b. est equale lateri. d. e. & latus. a. c. lateri. d. f. & angulus. a. angulo. d. Si. n. latus. a. b. nō sit equale lateri. d. e. alterum erit maius: sit ergo maius. d. e. quod refcabo ad equalitatem. a. b. sitq. g. e. equale. a. b. & producam lineam. g. f. eritq. per. 4. angulus. g. f. e. equalis angulo. a. c. b. quare & angulo. d. f. e. c. pars totī quod est impossibile: erit ergo. d. e. equale. a. b. ergo per. 4. d. f. equale. a. c. & angulus. d. equalis angulo. a. quod est primum membrum diuisionis ppositite. Sint rursus vt prius duo anguli. b. c. & equales duobus angulis. e. f. sitq. latus. a. b. quod opponitur angulo. c. equale lateri. d. e. quod opponitur angulo. f. cui positi sunt equalis angulus. c. dico qd latus. b. c. erit equale lateri. e. f. & latus. a. c. lateri. d. f. & angulus. a. angulo. d. Si. n. latus. e. f. nō fuerit equale lateri. b. c. erit alterum maius: sit ergo. e. f. maius: ponatur itaq. e. g. equale. b. c. & producam lineam. d. g. eritq. per. 4. angulus. d. g. e. equalis angulo. a. c. b. quare & angulo. d. f. e. extrinsecus videlicet intrinsecō qd est impossibile: p. 16. Erit ergo. e. f. equale. b. c. ergo per. 4. latus. d. f. equale lateri. a. c. & angulus. d. totalis angulo. a. quod est secundum membrum diuisionis ppositite: quare totum manifeste patet.

Propositio .27.



In recta linea super duas lineas rectas ceciderit duosque angulos coalternos sibi inuicem equales fecerit ille due linee erunt equidistantes.

Sit vt linea. a. b. cadat super duas lineas. c. d. & e. f. & fecerit lineam. c. d. in puncto. g. & lineam. e. f. in puncto. h. sitq. angulus. d. g. h. equalis angulo. e. h. g. dico qd linee. c. d. & e. f. sunt equidistantes. Si. n. non concurrent aut ad partem. c. e. super punctum. k. aut a parte. d. f. super punctum. l. & qualitercumq. fuerit accideri possibile per. 16. videlicet angulum extrinsecum esse equalem intrinsecō. Nā vnus dictorum angulorū coalternorū qui positi sunt equales erit extrinsecus & reliquus intrinsecus. Quia igitur impossibile est eas concurrere i alterutra ptem ptractas ipse p diffinitionem erunt equidistantes: quod est propositum.

Propositio .28.



Si linea recta duabus lineis rectis superuenit siue ritos angulus eius intrinsecus angulo extrinsecō sibi opposito equalis aut duo anguli intrinseci ex vna parte duobus angulis rectis equales ille due linee equidistantes erunt.

Sit vt linea. a. b. fecerit duas lineas. c. d. & e. f. in puncto. g. & h. sitq. angulus. g. extrinsecus equalis angulo. h. intrinsecō ex eadem parte sumptis aut duo anguli. g. & h. intrinseci ex eadem parte sumpti sint equalis duobus angulis rectis. Dico qd due linee. c. d. & e. f. sunt equidistantes.

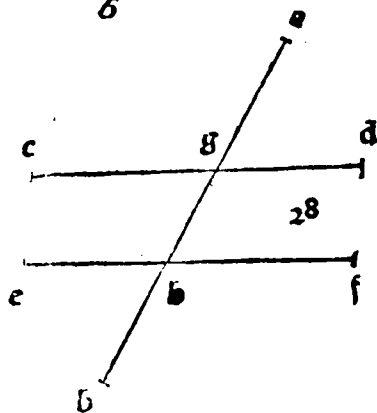
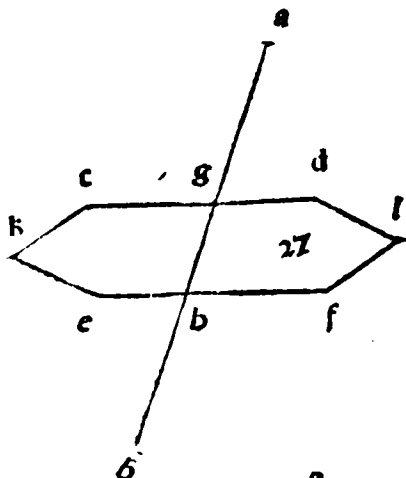
Sit ergo primo angulus. d. g. a. equalis angulo. f. h. g. eritq. per. 15. angulus. c. g. h. equalis eidem angulo. f. h. g. qre per premissam. c. d. & e. f. sunt equidistantes. Sint rursus duo anguli. d. g. h. & f. h. g. equales duobus rectis. Et quia per. 13. duo anguli. d. g. h. & c. g. h. sunt similiter equales duobus rectis erit angulus. c. g. h. equalis angulo. f. h. g. quare per premissam. c. d. & e. f. erunt equidistantes: quod est propositum.

Propositio .29.



In duabus lineis equidistantibus linea superuenierit duo anguli coalterni equales erunt: angulusq. extrinsecus angulo intrinsecō sibi opposito equalis. Item duo anguli intrinseci ex alterutra parte constituti duobus rectis angulis equales.

Sint due linee. a. b. & c. d. equidistantes super quas cadat linea. e. f. fecans eas in punctis. g. & h. dico qd anguli. g. & h. coalterni sunt equaliter & qd angulus. g. extrinsecus est equalis angulo. h. intrinsecō sibi opposito ex eadem parte sumptis: & qd anguli. g. & h. intrinseci ex eadem par



de sumpti sunt equeles duobus rectis: & hec est conuersa duarum precedentiu.
Primum sic patet. Si enim angulus. b. g. h. non est equalis angulo. c. h. g.
alter eorum erit maior. sit ergo maior angulus. c. h. g. & quia duo anguli.
c. b. g. & g. b. d. sunt equales duobus rectis per. 13. erunt duo anguli. b. g. b. &
d. h. g. minores duobus rectis ergo per quartam petitionem due linee. a. b.
& c. d. si protrahantur concurrent in parte. b. f. d. ad punctu aliquem vt ad
k. non ergo sunt equidistantes per diffinitionem quod est contra hypothe-
sim: & quia hoc est impossibile. erunt igitur duo anguli coalterni. b. g. h.
& c. h. g. equales quod est primum propositum. Ex hoc patet secundum
est. n. per. 15. angulus. b. g. h. equalis angulo. a. g. e. ergo angulus. a. g. e. erit
equalis angulo. c. b. g. extrinsecus videlicet intrinseco quod est secundum
propositum. Ex hoc rursus patet tertium: Sunt enim per. 13. duo anguli. a.
g. e. & a. g. b. equales duobus rectis. ergo duo anguli. a. g. h. & c. h. g. erunt
etiam equales duobus rectis qui sunt duo intrinseci ex eadem parte sum-
pti: quod est tertium propositum.

Propositio 30.



Si fuerint due linee vni equidistantes eedem sibi in-
uicem equidistantes erunt.

Sint due linee. a. b. & c. d. quarum vtraque equidistet li-
nee. e. f. dico illas duas videlicet. a. b. & c. d. esse equidi-
stantes. hoc autem est vniuersaliter verum siue due linee. a.
b. & c. d. sint in vna superficie cum linea. e. f. siue non: hic
tamen non intelligitur nisi secundum qd omnes sunt in superficie vna. se-
cundum. n. qd sunt in diuersis superficiebus probatur in nona. libri. ii. qd
sunt equidistantes. Sint ergo omnes in superficie vna. protraham autem li-
neam. g. h. secantem linee. a. b. e. f. & c. d. in punctis. k. l. m. & quia. a. b.
equidistat. e. f. erit angulus. b. k. l. equalis angulo. e. l. k. per primam per-
tem precedentis cum illi sint coalterni. atq. c. d. equidistat. e. f. erit angulus
k. l. c. extrinsecus equalis angulo. l. m. c. intrinseco per secundam partem p-
cedentis ergo angulus. b. k. l. est equalis angulo. c. m. l. qui cum sint coal-
terni erunt per. 17. linee. a. b. & c. d. equidistantes. quod est propositum.

Similem habes in. 16. u.

Propositio 31.



Puncto extra lineam dato linee propositae equidi-
stantem ducere.

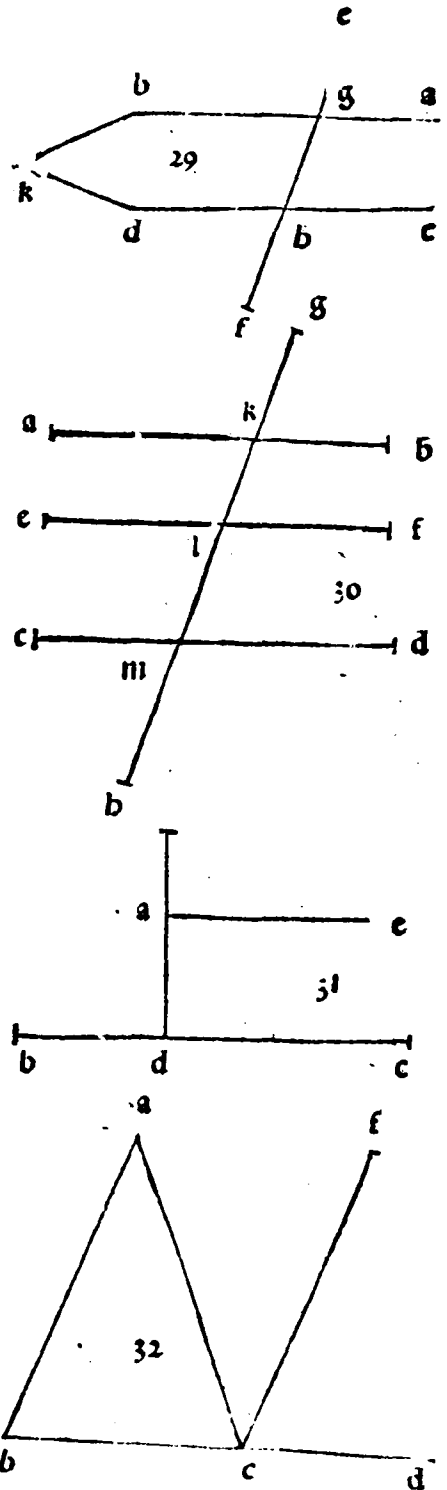
Punctus extra lineam datus intelligitur cum linea vtri-
usque protrahatur per ipsum non transit. Sit ergo punctus. a.
datus extra lineam. b. c. a quo oportet protrahere lineam
equidistantem. b. c. protraho lineam. a. d. qualitercumq.
contingat & super punctum. a. qui est extremitas linee. a. d. constituo angu-
lum. e. a. d. per doctrinam. 13. equalem angulo. b. d. a. sibi coalterni. eritq.
a. e. equidistans. b. c. per. 17. quod est propositum.

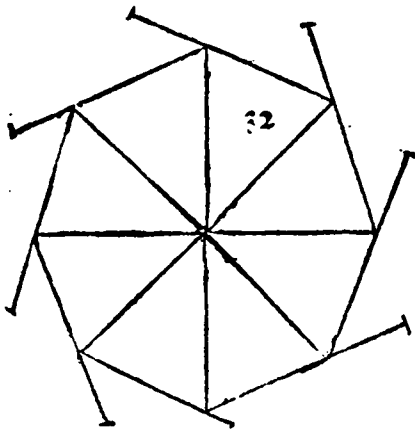
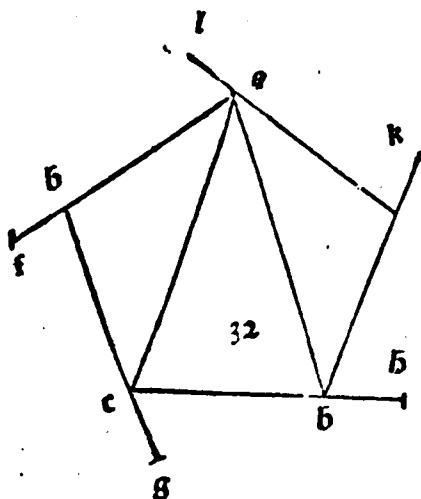
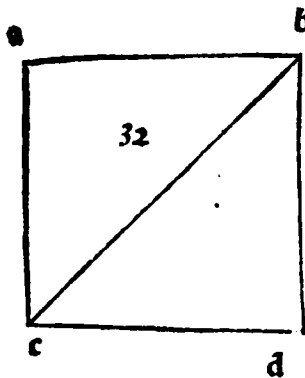
Propositio 32.



Inis trianguli angulus extrinsecus duobus in-
trinsecis sibi oppositis est equalis: Omnes autem
tres angulos eius duobus rectis angulis equos
esse necesse est.

Sit triangulus. a. b. c. cuius latus. b. c. protrahatur vsq.
ad. d. dico qd angulus. c. extrinsecus est equalis duobus an-
gulis. a. & b. intrinsecis sibi oppositis simul iunctis. & qd tres anguli trian-
guli. a. b. c. simul iuncti sunt equales duobus rectis. A puncto. c. protraham
c. f. equidistantem. a. b. fm doctrinam precedentis. eritq. angulus. f. c. a. equalis angulo.
a. a. qd sunt coalterni p. pma pte. 19. & angulus. f. c. d. extrinsecus equalis angulo.
b. intrinseco p. scdam pte eius de. qre totus. a. c. d. extrinsecus est equalis duobus
angulis. a. & b. intrinsecis sibi oppositis. qd est pmu. & qd duo anguli. a. c. b. &
a. c. d. sunt equeles duobus rectis p. 13. erunt tres anguli. a. b. c. intrinseci eq-





les duobus rectis: quod est fm propositum. ¶ Ex hac aut patet q ois figure polygonie oes anguli sumal sumpti tot rectis angulis sunt equales quotus est numerus quo a prima desliterit duplicatus: verbi gratia. Poligoniarum figurarum est triangula prima: quia si esset duaz linearum: cum figura sit clausio lineaz: tunc due linee recte inclideret superficiem quod est impossibile per vltimam petitionem. Quadrilatera secunda: pentagona 3. similiter aut qlibet tota erit in ordine quotus erit numerus laterum aut angulorum eius inde dempto binario. Dico ergo q triangule q e prima oes anguli sunt eqles duobus rectis. Quadrilatera q est secunda erunt equales quatuor rectis & pentagoe q est tertia erunt equales sex rectis. Hoc aut inde manifestum est qm cum quelibet talis figura sit in tot triangulos resoluibilis quota ipsa fuerit a prima ductis rectilineis a quouis angulo: eius ad oes angulos oppositos: sintq oes anguli ois trianguli duobus rectis equales erunt oes laterate figure oes anguli bis tot rectis equales quota ipsa fuerit a prima: quod est propositum. Sit. n. exempli gra: Pentagonus a. b. c. d. e. a cuius angulo. a. ducam lineas ad angulos. c. d. sibi oppositos eritq totus petagonus resolutus in triangulos. a. b. c. a. c. d. & a. d. e. quoz cu cuiuslibet sint anguli equales duobus rectis erunt pentagoni anguli equales sex rectis: quod est duplum eius numeri quo a prima distat siue duplum numeri angulorum aut laterum eius inde dempto binario. ¶ Possumus quoq & sic idem proponere dicetes q ois figure polygonie oes anguli pariter accepti sunt tot rectis angulis equales qtus e numerus que eius anguli duplicat inde dempti: quatuor pucto. n. quolibet itra figuram signato & ab eo ad singulos angulos lineis ptractis erit ipsa figura i tot triangulos resoluta quati fuerint eius anguli: idq oes anguli oium illoz trianguloz piter accepti tot rectis angulis erunt equales qtus est numerus que duplicat anguli pposite figure: cu itaq sint oes anguli trianguloz in quos ipsa resoluta est puctum mediu circumsantes quatuor rectis equales p. 13. manifestum constat ppositum. ¶ Similiter quoq patet q ois figure polygonie anguli oes extrinseci qtuor rectis angulis sunt equales: sint. n. intrinseci & extrinseci bis tot rectis equales quot huerint angulos per. 13. Intrinseci at sunt bis tot rectis equales quot huerint angulos: deptis inde quatuor: ergo extrinseci sunt quatuor rectis equales: quod est ppositum. Expli gra: ppositi pentagoni latera ptabantur vt fiant anguli extrinseci. a. b. qdem ptabatur vsq ad. f. b. c. vsq ad. g. c. d. vsq ad. h. d. e. vsq ad. k. e. a. vsq ad. l. eruntq per. 13. duo anguli. a. intrinseci & a. extrinseci equales duobus rectis: eadem autem ratione duo anguli. b. intrinseci & b. extrinseci: sic & ceteri quare. a. b. c. d. e. anguli intrinseci & extrinseci decet rectis. demptis igitur intrinseci q sunt eqles sex rectis erunt extrinseci. v3. b. a. l. c. b. f. d. c. g. e. d. h. & a. e. k. eqles quatuor rectis. ¶ Patet et q ois petagoni cuius vnūquodq, latus duo fecat ex relijs h3. 5. angulos duobus rectis equales. sit qualis proponit petagonus. a. b. c. d. e. & fecet latus. a. c. latus. b. e. in pucto. g. & latus. a. d. idem latus. b. e. in pucto. f. eritq angulus. a. f. g. equalis duobus angulis. b. f. d. cu sit extrinsecus ad ipsos in triangulo. f. d. b. Itaq angulus. f. g. a. erit equalis duobus angulis. c. f. e. cu sit extrinsecus ad ipsos in triangulo. g. c. e. sed duo anguli. a. f. g. & f. g. a. cu angulo. a. sunt eqles duobus rectis ergo qtuor anguli. b. d. f. c. e. sunt cu angulo. a. eqles duobus rectis: qd e ppositum.

Castigator.

a ¶. f. multiangule na grece poly. multu gonia vo angulu significat et si gure pluriu anguloz dicere possumus. b ¶ Possumus quoq & sic idem pponere &c. Ista regula aducitur infra in. 21. libri. n. & multu facit ad illa & sequetes vt patet. c ¶ Ista vocat figura egrediētium anguloz & e. 1. in ordine qa nec trianguli nec quadraguli latera ptracta in cotinuū & directu cōcurrēt vt patet intuitu quia tunc due linee recte clauderent superficiem cōtra vltimam petitionem. De tetragono patet quia si latera sunt equidistantia non concurrent sed si non sunt equidistantia habebit angulos acutos & obtusos igitur ex vna parte latera concurrent ex alia vero

minime. Et sic non erit figura huius ordinis: sed latera pentagoni bina & bina continent angulos obtusos ergo utrinque pertracta concurrent & sic est prima talium.

Propositio .33.



In similitudinibus duarum linearum equidistantium & equalis quantitatis alie due linee coniungantur ipse quoque equalis & equidistantes erunt.

Sint due linee. a. b. & c. d. equales & equidistantes quarum extremitates coniungam per lineas. a. c. & b. d. quas dico esse equales & equidistantes. **P**rotrahā. n. lineam. a. d. & quia linee. a. b. & c. d. sunt equidistantes erit angulus. b. a. d. equalis angulo. a. d. c. per primam partem. 29. ergo erunt duo latera. a. b. & a. d. trianguli. a. b. d. equalia duobus lateribus. d. c. & d. a. trianguli. d. c. a. & angulus a. primi equalis angulo. d. secundi. ergo per. 4. basis. b. d. primi est equalis basi a. c. secundi. & angulus. a. d. b. primi equalis angulo. d. a. c. secundi. At quia ipsi sunt coalterni erunt linee. b. d. & a. c. equidistantes per. 27. & quia prius probatum est ipsas esse equales: patet propositum utrumque.

Propositio .34.



Omnis superficies equidistantibus contenta lateribus lineas atque angulos ex aduerso collocatos habet equales diametro diuidente eam per medium.

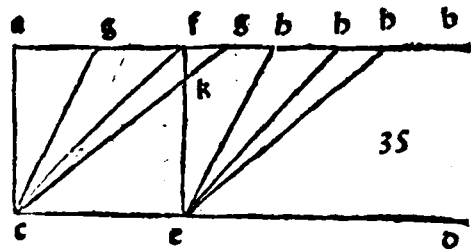
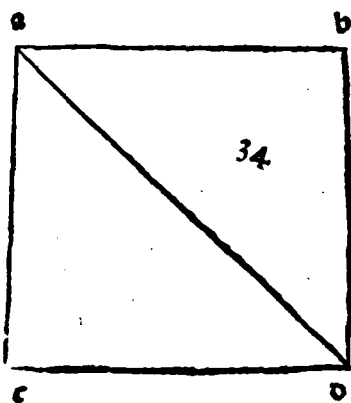
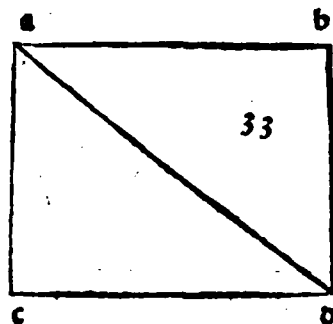
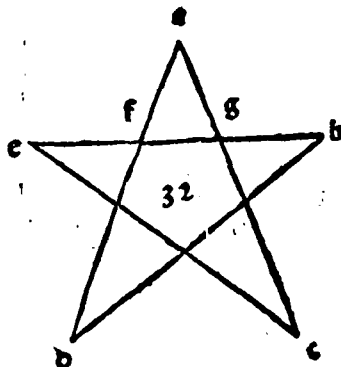
Sit superficies. a. b. c. d. equidistantium laterum: ita quod linea. a. b. equidistat. c. d. & a. c. b. d. dico duas lineas. a. b. & c. d. item duas lineas. a. c. & b. d. esse equales. Similiter & dico angulum. a. esse equalem angulo. d. & angulo. c. **P**rotrahā diametrum. a. d. que etiam diuidet superficiem illam per medium. cum. a. b. & c. d. sunt equidistantes erunt anguli. b. a. d. & c. d. a. qui sunt coalterni equales per. 29. At quia et. a. c. & b. d. sunt equidistantes: erunt anguli. c. a. d. & b. d. a. qui sunt coalterni equales per eandem. Intelligo. n. duos triangulos. a. d. b. & d. a. c. & quia duo anguli. a. & d. trianguli. a. d. b. sunt equales duobus angulis. d. & a. trianguli. d. a. c. & latus. a. d. super quod iacent illi anguli in utroque triangulo est cōterit per. 26. latus. a. b. equale lateri. c. d. & latus. a. c. lateri. b. d. & angulus. b. angulo. c. & quia angulum. a. totalem patet esse equalem angulo. d. totali per secundam conceptionem totum propositum cum correlario liquet.

Propositio .35.



Omnis superficies equidistantium laterum super unam basim atque in eisdem alternis lineis constituta equalis esse probantur.

Sint due linee. a. b. & c. d. equidistantes inter quas fiat a. c. f. e. superficies equidistantium laterum super basim. c. e. & super eandem basim & inter easdem lineas fiat alia superficies. g. c. h. e. similes equidistantium laterum dico duas predictas superficies esse equales quod sic probatur. **A**ut. n. linea. c. g. secabit lineā. a. b. in aliquo puncto linee. a. f. aut in puncto. f. aut in aliquo puncto linee b. f. secet ergo primo in aliquo puncto linee. a. f. ut in primafiguratione appareat. & quia utraq. duarum linearum. a. f. & g. h. est equalis linee. c. e. per precedentem una earum erit equalis alteri dempta ergo linea. f. g. cōi remanebit. a. g. equalis. f. h. **Q**uia per precedentem itez est. a. c. equalis. f. e. & angulus. h. f. e. angulo. g. a. c. per secundam partem. 29. uidelicet extrinsecus intrinseco erit per. 4. triangulus. a. c. g. equalis triangulo f. e. h. ergo irregulari figura quadrilatera que ē. g. c. f. e. addita utriusque erit superficies. a. c. f. e. equalis superficiē. g. c. h. e. quod est propositum. **S**ecet ergo modo linea. c. g. lineam. a. b. in puncto. f. ut in secundafiguratione appareat. eruntque simili argumentatione priori duo trianguli. a. c. f. & f. c. h. equales quare utrobique addito triangulo. f. c. e. patet propositum. **S**ecet tertio modo linea. c. g. lineā. a. b. inter duo puncta. f. b. ut in tertiafiguratione appareat: secabitque lineam. f. e. sic ut in puncto. k. &



quia simili argumentatione priori linea a.f. ē equalis lineae g.b. facta cōmuni linea g.f. erit a.g. equalis f.h. ē triangulus a.g.c. equalis triangulo f.c.h. adito ergo utriq. triangulo. c.k. ē. ē detracto ab utroq. triangulo. f.k.g. erit superficies a.c.f. ē equalis superficiei g.c.h. ē. quod est ppositum.

Propositio 36.



Anna paralellograma in basibus equalibus atq. in eisdem lineis constituta equalia esse necesse est.

¶ Paralellogramum dicitur superficies equidistantium laterum. Sint due superficies a.b.c.d. ē. e.f.g.h. equidistantium laterum constitute inter duas lineas equidistantes q. sunt a.f. ē. c.h. ē. super eales bases que sunt c.d. ē. g.h. dico eas esse eales. Nam protraham duas lineas c.e. ē. d.f. eritq. per 33. superficies c.d.e.f. equidistantium laterum propter hoc q. e.f. ē. equalis ē equidistanti c.d. nam utraq. earum est equalis g.h. Quia ergo per premisam utraq. duarum superficierum a.b.c.d. ē. e.f.g.h. est equalis superficiei c.d.e.f. ipse erunt sibi inuicem eales quod est ppositum.

Propositio 37.



Quales sunt sibi cuncti trianguli qui super eandem basim atq. inter duas lineas equidistantes sunt cōstituti.

¶ Sint duotrianguli a.b.c. ē. d.b.c. constituti si per basim b.c. inter duas lineas a.e. ē. b.f. que sint equidistantes: dico eos esse eales. Protraham enim c.g. equidistantem a.b. ē. c.h. equidistantem d.b. per 31. eruntq. due superficies a.b.c. ē. g.f.d.b. c.h. eales per 35. ē. quia dicti trianguli sunt earum dimidia per correlarium 34. ipsi erunt eales per cōm sciam que est quoz tota sunt ealia ē dimidia siq. patet ppositum.

Propositio 38.



Sino trianguli super bases eales atq. inter duas lineas equidistantes ceciderint eales eos esse necesse est.

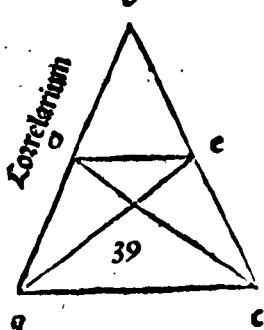
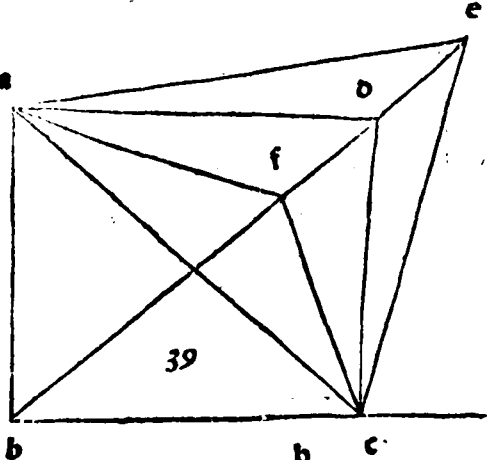
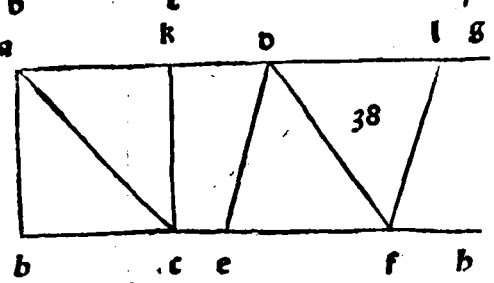
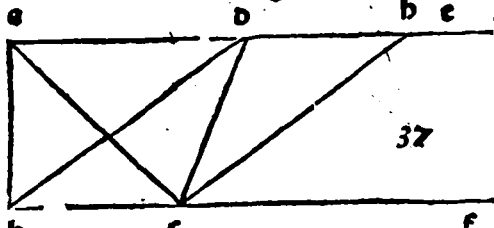
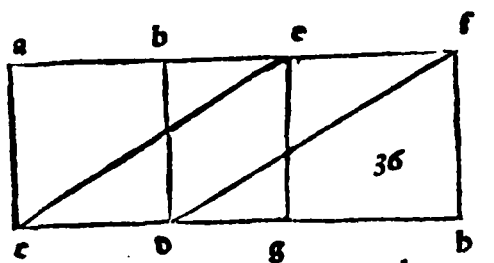
¶ Sint duo trianguli a.b.c. ē. d.e.f. constituti super base b.c. ē. c.f. eales ē iter lineas a.g. ē. b.h. equidistantes: dico eos esse eales. ¶ Protraham enim c.k. equidistantem a.b. ē. f.l. equidistantem e.d. eruntq. due superficies a.b.c. ē. k.f.d.e.f. eales per 36. ē. quia dicti trianguli sunt eaz dimidia p correlarium 34. ipsi erunt eales p antedictam cōm sciam.

Propositio 39.



Anes duo trianguli eales si in eandem basim z ex eadem parte ceciderint inter duas lineas equidistantes erunt.

¶ Sint duo triaguli a.b.c. ē. d.b.c. cōstituti super basim b.c. ex una eademq. parte sintq. eales: dico eos esse inter lineas equidistantes: ē. hec est cōuersa. 37. ¶ A puncto a. p. traham lineam equidistantem lineae b.c. que si pertransierit per punctum d. liquet ppositum. Si autem ptransierit supra aut infra transcat primo supra ē sit a.e. produciq. b.d. usquequo secet lineā a.e. in puncto e. ē. protraham lineam e.c. ē. quia triagulus c.b.e. est ealis triagulo a.b.c. p. 37. ē. triagulus d.b.c. positus est ealis triagulo a.b.c. erit triagulus d.b.c. ealis triagulo e.b.c. p. toti quod est impossibile. Nō igitur ptransibit lineā q. a puncto a. ducitur eq. distanter b.c. supra d. trāscat ergo infra ē sit a.f. secas lineam d.b. in pūcto f. p. traham ergo lineam f.c. ē. quia p. 37. triagulus f.b.c. est ealis triagulo a.b.c. ipse ē erit equalis triagulo d.b.c. p. toti quod est impossibile. Quia ergo linea a puncto a. equidistat b.c. non trāsit nisi p punctum d. patet ppositum. ¶ Ex hac autē ē premisa nota q. si aliqua linea recta duo alicuius trianguli latera p eq. secet nel secuerit ipsa erit tertio equidistans quod sic p. batur. Sit triagulus a.b.c. cuius duo latera q. sunt a.b. ē. b.c. secet linea d.e. p. equalia a.b. quidem in pūcto d. ē. b.c. in puncto e. dico q. linea d.e. ē. equidistans a.c. Protraham



Correlarium

- 38 enī in q̄drilatero. a. c. e. d. diametros. a. e. f. d. c. eritq. p. 38. triāgulus. a. e. d. equalis triangulo. d. e. b. propter id q̄ linea. a. d. posita est equalis linee. d. b. Itemq. per eandem triangulus. c. e. d. erit equalis eidem triangulo. d. e. b. propter id q̄ linea. c. e. posita est equalis linee. e. b. quia triangulus. a. e. d. est equalis triangulo. c. e. d. quia ergo ipsi sunt constituti super eandē basim. uidelicet lineam. e. d. f. ex eadem parte ipsi erunt p̄ hanc. 39. inter lineas equidistantes ergo linea. d. e. est equidistans linee. a. c. quod quidē propositum ad quintam quarti tibi ualebit.

Castigator

a. Iste concursus pbatur per tertiam partem. 29. per eam enim f. per aduersarium duo anguli intrinseci totales. a. f. b. sunt equales duobus rectis sed linea. b. d. latus secundi trianguli diuidit angulum intrinsecum in duos priales. Et quia super lineas. a. e. f. b. d. cadit linea. a. b. que ex parte. e. f. d. facit duos angulos minores duobus rectis scilicet. a. b. d. f. e. a. b. quare per 14. petitionē due linee. a. e. f. b. d. in eandem partem protracte concurrunt. Vel sic per 30. si non concurrant. a. e. f. b. d. per aduersarium. ipse per diffinitionem erunt equidistantes f. quia et ex hypothe. b. c. equidistat a. e. ideo per 30. b. d. f. b. c. erunt equidistantes cum utraq. equidistat a. e. sic. b. d. cum. b. c. non cāfarent angulū. d. b. c. qd est contra ypothesim.

Potest etiam propositum huius. 39. concludi ostensue sic per conuersionem. 35. sic deducendo uidelicet ducam a puncto. e. per. 31. equidistantem lateri. a. b. q̄ sit. c. e. quam ponam per 3. equalem ipsi. a. b. f. coniungam extremitates. a. f. e. per lineam. a. e. per primam petitionem q̄ erit equalis f. equidistans basi. b. c. per 33. deinde ab eodem puncto. c. p̄ eandē 31. erigam equidistantem lateri. b. d. que sit. c. f. quam similiter ponam per 3. equalem ipsi. b. d. demum per rectam coniungam extremitates. d. f. per eandem petitionem que similiter erit equalis f. equidistans ipsi basi b. c. per eandem. 33. f. sic sunt due superficies equidistantium laterum. equalis quia dicti trianguli sunt earum dimidia f. sunt equalis per ypothesim ergo ipse sunt equalis per conceptionem quoy dimidia sunt equalia tota quoq. sunt equalia f. sunt super eandem basim. b. c. ergo p̄ conuersionem. 35. ipse sunt inter duas lineas equidistantes que sunt. a. f. f. b. c. f. sic earū dimidia que sunt ipsi trianguli. Ista facit ad secundam. 2. f. ad primam. 14. f. 26. f. 7. 8. 17.

Proposito .40.

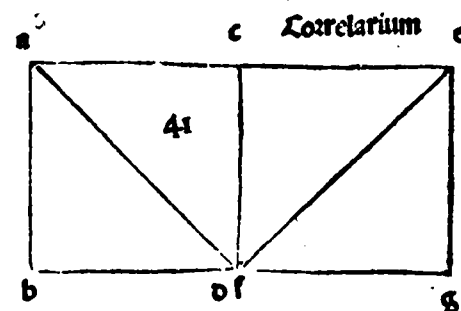
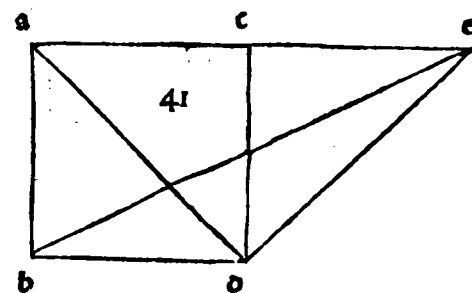
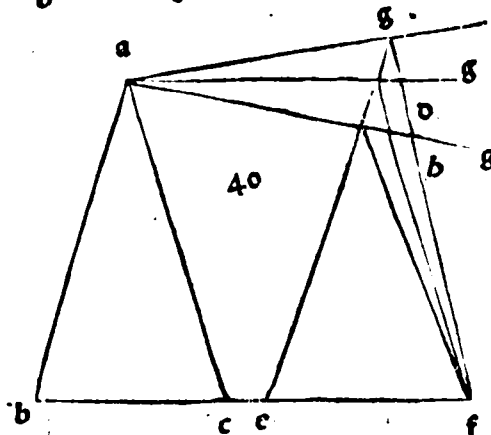
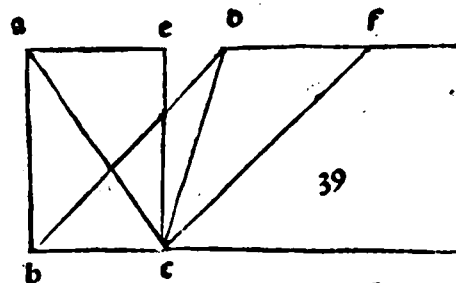
S duo trianguli equalis super equalis bases unius eiusdemq. linee ex eadem parte fuerint constituti eos inter duas lineas equidistantes necesse est contineri.

Sint duo trianguli. a. b. c. d. e. f. egle cōstituti sup duas bases q̄ sunt. b. c. f. e. f. f. ex eadem pre dico eos esse inter duas lineas equidistantes. f. hec est cōuersa. 38. f. pbatur. per ipsam sicut p̄cedens p. 37. A puncto. a. ducatur linea. equidistans linee. b. f. q̄ si transierit p̄ punctum. d. patet ppositum. sin aut p̄transierit supra ut. a. g. f. pducatur e. d. usq. ad ipsam q̄ sit. e. g. f. ducatur linea. g. f. eritq. p. 38. triāgulus. a. b. c. equalis triangulo. g. e. f. quare f. triāgulus. d. e. f. erit equalis triāgulo. g. e. f. p̄ toti quod est impossibile. Non ergo trāsbīt supra Trāseat ergo infra. f. fecit lineam. d. e. i puncto. h. f. ducatur linea. f. h. eritq. p. 38. triāgulus. h. e. f. equalis triangulo. a. b. c. quare f. triāgulo. d. e. f. p̄ toti quod ē impossibile. quia ergo non trāsbīt nisi per punctum. d. patet ppositum.

Proposito .41.

S parallelogramum triāgulusq. in eadem basi atq. in eisdem alternis lineis fuerint constituta parallelogramum triāgulo duplum esse conueniet. Si parallelogramū. a. b. c. d. f. triāgulus. e. b. d. sup basim b. d. f. inter lineas. a. e. f. b. d. q̄ sint equidistantes dico palellogramū duplū ē triāgulo p̄trahā in palellogrāo diame

tr. a. d. eritq. triāgulus. a. b. d. dimidiū palellogrami p̄ con. 34. f. quia

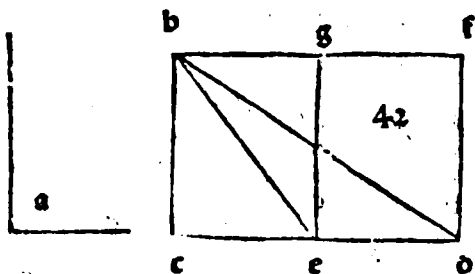


triangulus. e. b. d. est equalis triangulo. a. b. d. per. 37. patet triangulum e. b. d. esse dimidium palellogrami. a. b. c. d. quod est propositum. Similiter quoque potest probari quod si palellogramum triangulusque in equalibus basibus atque inter lineas equidistantes fuerint constituta palellogramum duplum erit triangulo quod ideo non possit. Euclides quia leniter patet ex hac precedente correlarium. ff. 38. diuiso palellogramo per diametrum in duos triangulos. uel super basim palellogrami inter easdem lineas equidistantes triangulo constituto ad quem duplum erit palellogramum per hanc precedentem ff. ipse equalis alteri triangulo per. 38.

37

38

38



Propositio 42.



Quidistantium laterum superficiem designare cuius angulus sit angulo assignato equalis. ipsa uero superficies triangulo assignato equalis.

¶ Sit assignatus angulus. a. ff assignatus triangulus. b. c. d. uolo describere superficiem equidistantium laterum equalem triangulo. b. c. d. cuius uterque duorum angulorum contra se positorum sit equalis. a. ff Diuido basim. c. d. per dimidium in puncto. e. ff protraho lineam. b. e. ff a puncto. b. duco. b. f. equidistantem c. d. critque per. 38. triangulus. b. e. d. equalis triangulo. b. c. d. quare triangulus. b. e. d. est dimidium totalis trianguli. b. c. d. igitur super punctum e. lineae. d. c. constituo angulum. d. e. g. equalem angulo. a. ff perficio palellogramum. g. e. d. f. quod quia per precedentem est duplum ad triangulum. b. e. d. erit etiam equale triangulo. b. c. d. per hanc eodem scientiam quorum dimidia sunt equalia. ipsa quoque sunt equalia. est enim triangulus. b. c. d. utriusque dimidium quare descripsimus palellogramum. g. e. d. f. equale triangulo. b. c. d. cuius uterque duorum angulorum. g. e. d. ff. d. f. g. contra se positorum est equalis angulo. a. quod fuit propositum.

38

Propositio 43.



Quis palellogrami spaci corum que circa diametrum sunt palellogramorum supplementa equi sibi inuicem esse necesse est.

¶ Sit palellogramum. a. b. c. d. in quo protraham diametrum. b. c. ff protraham. e. f. equidistantem utrique duorum laterum. a. b. ff. c. d. que fecit diametrum in puncto. h. a quo ducam. k. g. equidistantem utrique duorum laterum. a. c. ff. b. d. ff producam ea quousque fecit utrumque latus. a. b. ff. c. d. sitque tota. g. h. k. critque totum palellogramum. a. b. c. d. diuisum in quatuor palellogramata quorum duo scilicet. e. c. k. h. ff. g. h. b. f. dicuntur consistere circa. c. b. quia diametrum transit per medium eorum ff ideo sunt circa diametrum reliqua duo scilicet. a. e. g. h. ff. k. h. f. d. dicuntur si supplementa hec duo supplementa dicuntur esse equalia. sunt enim duo trianguli. a. b. c. ff. c. d. b. equalis per correl. 34. similiter quoque duo trianguli. g. h. b. ff. f. h. b. sunt equalis per idem correl. 34. At duo trianguli. c. e. h. ff. k. h. c. f. similiter equalis per idem correlarium demptis igitur duobus triangulis. b. g. h. ff. b. e. c. de totali triangulo. a. b. c. ac duobus triangulis reliquis b. f. h. ff. k. c. h. de totali triangulo reliquo. c. d. b. erunt per communem sciendam residua que sunt duo dicta supplementa equalia quod est propositum.

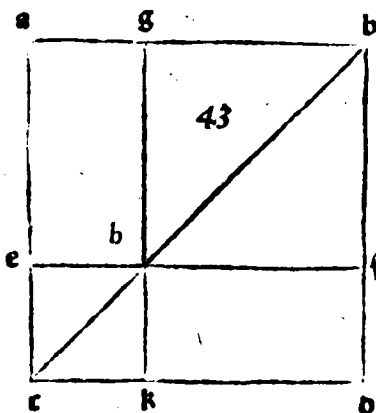
34

Propositio 44.



Proposita linea recta super eam superficiem equidistantium laterum cuius angulus sit angulo assignato equalis ipsa uero superficies triangulo assignato equalis designare.

¶ Designare superficiem equidistantium laterum super lineam aliquam esse lineam ipsam facere latus unum ipsius superfici. Sit ergo data linea. a. b. ff datus angulus. c. ff datus triangulus d. e. f. super lineam. a. b. uolo designare superficiem unam equidistantium laterum itaque linea. a. b. sit unum ex lateribus eius cuius uterque duorum an-

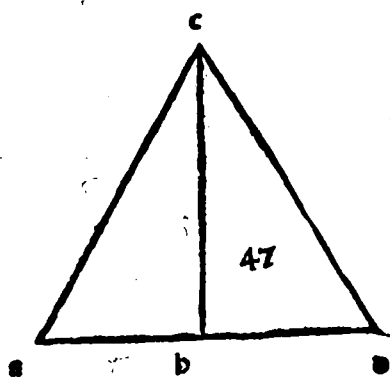
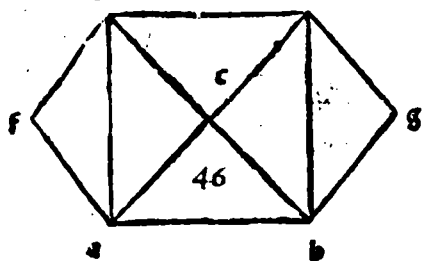
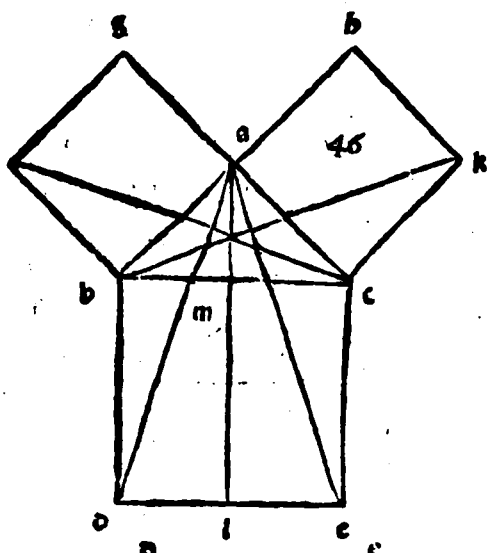


A geometric diagram consisting of a large rectangle with vertices labeled m (top-left), k (top-left), l (top-right), and n (top-right). A horizontal line segment g is drawn across the middle, with points b and a on it. A vertical line segment o is drawn on the left, and a vertical line segment p is drawn on the right. A diagonal line segment q connects the bottom-left corner to the top-right corner. The number 44 is written in the upper right area of the rectangle. Below the rectangle, there are two triangles. The left triangle has vertices c (bottom-left), e (bottom-right), and f (top). The right triangle has vertices c (bottom-left), e (bottom-right), and f (top). The number 44 is written in the upper left area of the left triangle.

11 **S**it una linea a.b. ex quo lo quatur desinere. A. pu
28 **L**etis. a. f. b. linea a. b. educo p. 11. lineas. a. c. f. b. d. perpen
33 **D**iculus erit ad lineam. a. b. que erit equidistans per ulti
29 **m**am partem. 28. f. pono utraq. earum eidem. a. b. per ter
33 **t**iam equalem f. protraho lineam. c. d. erit ipsa equalis
29 f. equidistans lineae. a. b. per. 33. f. quia utraq. duorum angulorum. a. f. b.
11 **e**st rectus. erit utraq. duorum. c. f. d. rectus per ultimam partem. 29. ergo
31 **p**er diffinitionem. a. b. c. d. est quadratum quod est propositu. ¶ Idem ali
33 **t**er sit. a. c. perpendicularis super lineam. a. b. per. 11. f. sit it. equalis ut prius
29 **e**st a puncto c. per. 31. dicatur. c. d. equidistans. a. b. f. ponatur equalis ei f.
33 **d**icatur linea. d. b. que per. 33. erit equalis f. equidistans. a. c. f. omnes an
29 **g**uli recti per ultimam ptem. 29. qre per diffinitionem habemus propositu.

In omni triangulo rectangulo quadratum quod
a latere recto angulo opposito in semetipso ducto
describitur equum est duobus quadratis que ex ou
bus reliquis lateribus conscribuntur.

 Sit triangulus. a. b. c. cuius angulus. a. sit rectus dico q. quadratum lateris. b. c. equum ē quadrato. a. b. ff. quadrato a. c. simul sumptis. ¶ Quadrabo ergo hec tria latera fm doctrinā precedē tis: sitq. quadratum. b. c. superficies. b. c. d. e. ff. quadratum. b. a. superficies. b. f. g. a. ff. quadrati. a. c. superficies. a. c. h. k. ab angulo. a. recto ducam ad ba. tem. d. e. basin maximū quadrati tres lineas. s. a. l. equidistantem utriq. la. teri. b. d. ff. c. e. que fecer. b. c. in puncto. m. ff. hypothemisa. d. ff. a. e. Itemq. a duobus reliquis angulis trianguli qui sunt. b. ff. c. ducam ad duos angu



los duorum quadratorum minor, duas lineas se intersectantes intra ipsum
triangulum que sunt. b. k. f. c. f. quia uterq. duorum angulorum. b. a. c.
f. b. a. g. est rectus per. 14. erit. g. c. linea una: eadem ratione erit. b. h. linea
una. q. uterq. duorum angulorum. c. a. b. f. c. a. h. est rectus: quia ergo super
basim. b. f. f. inter duas lineas equidistantes que sunt. c. g. f. b. f. constituta
sunt parallelogramum. b. f. g. a. f. triangulus. b. f. c. erit per. 41. parallelogra-
mum. b. f. g. a. duplum triangulo. b. f. c. sed triangulus. b. f. c. est equalis tri-
angulo. b. a. d. per. 4. quia. f. b. f. b. c. latera primi sunt equalia. a. b. f. b.
d. lateribus postremi. f. angulus. b. primi est equalis angulo. b. postremi
eo q. uterq. constat ex angulo recto f. angulo. a. b. c. communi. ergo paral-
logramum. b. f. g. a. est duplum ad triangulum. a. b. d. sed parallelogramum.
b. d. l. m. est duplum ad eundem triangulum. per. 41. quia constituti sunt
super eandem basim scilicet. b. d. f. inter lineas equidistantes que sunt. b.
d. f. a. l. ergo per eam scientiam quadratum. a. b. f. g. f. parallelogramum.
b. d. l. m. sunt equalia. quia eorum dimidia uidelicet predicti trianguli
sunt equalia. Eodem modo f. per eandem propositionem mediantibus tri-
angulis. k. b. c. f. a. e. c. probabimus quadratum. a. c. h. k. esse equalis para-
llogramo. c. e. l. m. quare patet propositum. **Castigator.**

Et correlarie potest addi ex quo patet q. quadratum diametri ad qua-
dratum costae est duplum quo applicato conclusio probatur in lateribus
quadrati f. diametri que faciunt ysochelem quia ad specialiter tenderet
conclusio ut patet per applicationem in correlario factam sit igitur huius
modi ysocheles. a. b. c. f. sunt. a. c. f. b. c. continentia angulum. c. rectum e-
qualia f. a. b. sit maximum latus quod opponitur angulo recto. c. dico
q. quadratum huius maximi lateris est equalis duobus quadratis relquo-
rum laterum scilicet. quadrato. a. c. d. f. quod est quadratum lateris. a. c.
f. quadrato. b. c. e. g. quod est quadratum lateris. b. c. Est enim quadra-
tum. a. b. c. d. diuisum in quatuor triangulos equales per duas diagonales
e. a. f. b. d. quorum duo sunt medietates maiorum duorum quadratorum
scilicet triangulus. a. c. d. f. b. c. e. sicut uidet sed triangulus principalis. s. a.
b. c. f. triangulus ei oppositus puta. c. d. e. sunt equales. aliis medietatibus
duabus quadratorum minorum que sunt extra quadratum maximum
quoniam omnes isti in. 6. triangulos equales diuisi sunt sicut patet expe-
dictis igitur quadratum lateris. a. b. est equalis duobus quadratis reliquo-
rum laterum ut dicit prima p. theoremati f. p. consequens. a. d. q. d. aut est duplum
ad quadratum alterius lateris f. ita quadratum diametri erit duplum ad
quadratum costae ut dicit correlarium. quia latus maioris quadrati est dia-
meter minoris f. latus minoris est semidiameter maioris ergo. f. c.

Propositio .47.



Quod ab uno trianguli latere in seipsum ducto p-
ducitur: equus fuerit duobus quadratis que a duo-
bus reliquis lateribus describatur. rectus est angu-
lus cui latus illud opponitur.

Lineam in seipsum ducere est eius quadratum descri-
bere. **Sit** triangulus. a. b. c. sitq. quadratum lateris. a. c. e
quale quadratis duorum laterum. a. b. f. b. c. simul iunctis. dico angulum
b. cui latus. a. c. opponitur esse rectum: f. hec est conuersa prioris. **A** p-
teto. b. extraho lineam. b. d. per. u. perpendicularem super lineam. b. c. qua
pono equalem. a. b. f. produco lineam. d. c. eritq. precederem quadrati
d. c. equalis duobus quadratis duarum linearum. d. b. f. b. c. f. quia. b. d.
posita est equalis. b. a. erunt per communem scientiam que est linearum
equalium equalia esse quadrata: quadrata duarum linearum. a. b. f. b. d. equa-
lia: qua propter erit quadratum. d. c. equalis. quadrato. a. c. ergo per aliam
communem scientiam q. est conuersa prioris scilicet lineas quas quadrata
sunt equalia esse equales: erit. d. c. equalis. a. c. quare. per. 8. angulus. b.
trianguli. a. b. c. est rectus quod est propositum.

Propositio .48.



Propositis quibuscunque quadratis alteri illorum gnomoni reliquo equalem describere.

¶ Proponatur ergo duo quadrata scilicet. a. b. f. c. d. f. sit propositum producere gnomonem circa a. b. equalem c. d. quadrato. ¶ Protrahatur itaque unum latus quadrati. a. b. ad equalitatem unius lateris quadrati. c. d. in continuum f. directu f. sit f. e. ita q. f. e. sit egle uni lateri quadrati. c. d. f. ex. e. ducam lineam recta ad. a. sit ergo triangulus orthogoni⁹ q. a. f. e. angulus rectus arguat ergo fm penultimam primi scilicet quadratu. e. a. est tñ qñtum quadratum. e. f. f. qdratum. f. a. sed quadratu. e. f. est egle quadrato. c. d. f. quadratum. f. a. e. equale qdrato. a. b. ergo qdratum. a. e. e. equale quadratis. a. b. f. c. d. It. e. f. a. e. triangulus ergo. e. f. f. f. a. latera sunt logiora. a. e. latere. fm 20. primi sed. f. a. e. egle. a. b. rōe qdrature: ergo. e. f. f. f. b. sunt logiora. a. e. ergo illa totalis linea scilicet. e. b. e. maior. a. e. refectur ergo. b. c. ad equalitatem. a. e. ad punctum. c. ita q. b. c. sit equale. a. e. ergo quadratum. b. c. est equale quadrato. a. e. sed quadratum. a. e. ut prius probatum fuit est equale quadratis. a. b. f. c. d. ergo quadratum. b. c. est equale eisdem sed quadratum. b. c. addit super quadratum. a. b. gnomonem illum quem uidet: ergo gnomon ille est quadrato. c. d. equalis. quod erat probandum.

¶ Ista ultima memini me repissime in antiquissimis libris penultimā fecūdi nullo mō est huius pmi cum de gnomone nihil sit dictū. adhuc. Explicit liber primus Incipit liber secundus.

¶ Liber secundus. Euclidis de potentia linee recte eiusq paritum ex optima Campani interpretatiōe Magistro Luca pacioso de burgo. Sancti Sepulcri Or. minorum. Castigatore diligentissimo q̄ felicissime Incipit.



¶ Ant parallelogramum rectangulum sub duabus lineis angulum rectū abientibus dīptineri.

¶ Parallelogramum est superficies eq distantium laterum.

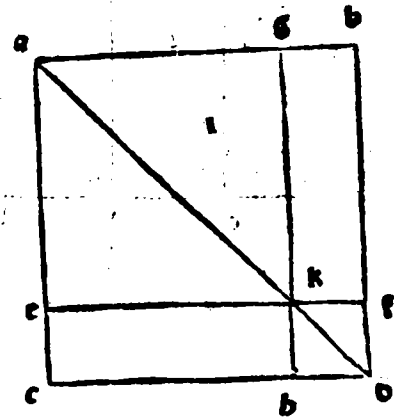
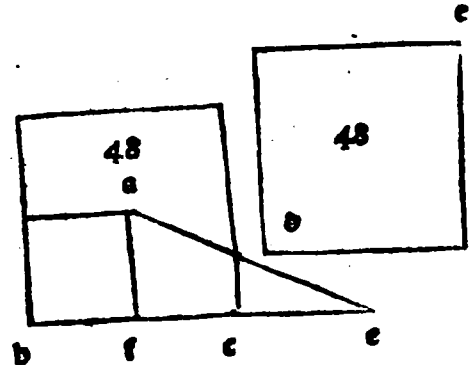
¶ Parallelogramū rectangulum ē hñs oēs angulos rectos f. pducitur ex uno duorum laterū eius ambitūm unū ex suis angulis in reliquum. f. ideo sub illis dicitur contineri.

¶ Oēs parallelogrami spaciū ea qdem q̄ diameter secat p̄ medium parallelogramā circa eādes diame

trum consistere dicuntur. Eorum vero parallelogramoz que circa eandem diametrum consistunt quodlibet unum cui sup plientis duobus gnomio nominatur.

¶ Que parallelograma diamet consistere circa diamet. f. q̄ sunt supplemēta: expositum est supra in demonstratione. 43. pmi. ¶ Sit. n. parallelogramum. a. b. c. d. cuius diamet. a. d. diuidant due linee. e. f. g. h. ducte equi distāter: lateribus oppositis dicti parallelogrami. secātes se sup diamet. a. d. in puncto. k. critq. ipsum parallelogramum diuisum in. 4. parallelogramā f. unū quodq. duorum parallelogramorum que simā. a. g. e. k. f. k. f. b. d. que diameter secat p̄ medium dicit consistere circa diametrum. Reliqua duo q̄ diameter non secat dicuntur supplementa q̄ duo supplementa cum alterutro dictorum parallelogramorum consistētum circa diametrum componit figuram quādam q̄ gnomio appellat cui deest ad cōplemētum parallelogrami parallelogramum unūm reliquum circa diametrum consistētū quod si addat supra diametrum totalis compositi cōsistēt. exit

b. iiii



q. simile totali. Vnde pallelogramū addito gnomōe quāuis crescat mi-
nime tñ alteratur. quemadmodum dixit. Aristoteles in predicamentis.

Castigator

a ¶ Ex quo hec pulchra sequitur ut scilicet pñū q. quā minuat superficies
pallelogrami non pp hoc minuitur lateralis circūferentia quia ex ipsa
dempto uno dictorum pallelogramorum circūferentiam consistit
residuum quod erit figura gnomoni tantundem circūferentia. Et secundum
sequitur q. licet gnomoni augeatur superficies addito sibi pallelogramo
prius dempto non pp hoc augeatur eius circūferentia lateralis. Tertium se-
quitur q. ois superficies rectangula plana est pallelogramum sed non eō-
tra cum ois talis sit de necessitate equidistantium laterum tñ possit reperiri
in pluribus nec paucioribus quatuor laterum ad hoc q. oēs eius anguli
sint recti. Ideo aplicando aduerte. ¶ Productum. Quod sit ex ductu unius
in alterum. Superficies rectangula. Rectangulum. Multiplicatio. Pa-
rallelogramum rectangulum. Nomina sinonima.

Propositio



¶ Si fuerint due linee quarū una in quotlibet partes
diuidatur illud q. ex ductu alterius in alteram fiet
equum erit his que ex ductu linee in diuisis in vna
quāq. partem linee particulatim diuise rectangula
producentur.

¶ Lineam in aliam lineā ducere ē supra terminos unius
earum duas lineas orthogonaliter alii eōles erigere. Superficiem equidiv-
stātiā laterum rectangulā completere q. sub illis duabus lineis p. diffini-
tionem dicitur contineri. ¶ Sit due linee. a. b. c. quāq. una scilicet a. b.
in quotlibet ptes diuidatur q. sint. a. d. e. f. e. b. quō q. illud quod fit
ex ductu c. in totam a. b. equum est illis pallelogramis rectangulis simul
iunctis q. sūt. ex. c. in. a. d. e. in. d. c. e. in. e. b. ¶ Sup. pñcta. a. b. erigā lineas. a.
f. f. b. g. ppendiculares sup. lineam. a. b. quarum utraq. su eōlis linee. c. f. cō-
plebo rectangulam superficiem. a. f. b. g. ducta linea. f. g. q. per diffinitionem
pducitur ex. c. in. a. b. tñ sub illis dicitur cōtineri. probam quoq. a punctis
d. e. e. lineas. d. h. e. k. equidistantes lateribus. a. f. f. b. g. erig. utraq. earum
equalis. p. 34. pñū utraq. eaz. est eōlis. a. f. p. diffinitionem igitur rectan-
gulum. a. d. f. h. pducitur ex. c. in. a. d. e. f. sub illis dē cōtineri ē rectangulū. d.
h. e. k. ex. c. i. d. e. f. rectangulū. e. k. b. g. ex. c. in. e. b. f. quia hec rectangula si-
mul iuncta sunt eōlia totali rectangulo. a. f. b. g. patet uerū esse propositū.

Propositio 2.



¶ Si fuerit linea in partes diuisa illud quod ex ductu
totius linee in seipsam fit equum erit his que ex du-
ctu eiusdem in oēs suas partes.

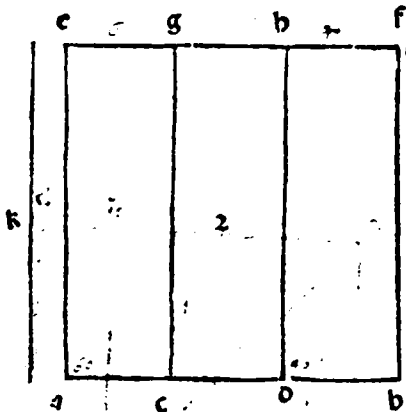
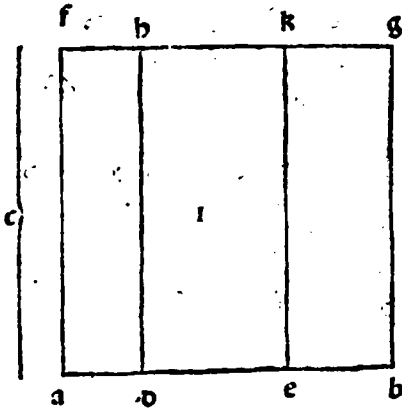
¶ Sit linea. a. b. diuisa in. a. c. f. d. f. d. b. dico q. illud qd
fit ex ductu totius. a. b. in se quod sit. a. c. b. Equum est his
que sunt ex ipsa tota in unamquāq. distātiā partium
quod patā patebit. ductis. c. g. f. d. h. equidistantes. a. c. f. b. f. ¶ Aliter sumā-
tur. k. eōlis. a. b. erig. p. pñisam quod fit ex ductu. k. in totā a. b. equū ei
qd fit ex ductu. k. in oēs ptes. a. b. f. quia ex. k. in. a. b. tñ fit quāsi ex. a. b.
in se. f. ex. k. in oēs partes. a. b. quantum in ex. a. b. in omnes partes eiusdem.
propter id quia k. f. a. b. sunt equales patet uerū esse propositum.

Propositio 3.



¶ Si fuerit linea in duas partes diuisa illud quod fiet
ex ductu totius in alterutram partem equum erit
his que ex ductu eiusdem partis in seipsam et alte-
rins in alteram.

¶ Sit linea. a. b. diuisa in. a. c. f. b. c. dico q. illud quod fit
ex tota. a. b. in eius partem. a. c. equum est quadrato eiusdē
a. c. partis. f. ei quod fit ex eadem parte. a. c. in. b. c. fiat quadratum linee. a.
c. q. sit. a. c. d. f. f. pñciatur superficies. a. b. d. e. patebitq. propositum. ¶ Ali



ter sumat. g. equalis. a. c. f. quia. b. a. in. a. c. tñ est quantum. a. c. in. a. b. c. d. uerso f. a. c. in. a. b. f. in. c. b. f. in seipsam quantum. g. in eadem. At. g. in totam. a. b. quantum in. a. c. f. in. c. b. per primam huius patet propositum. scilicet q. tantum. crit. a. c. in. a. b. quantum in se f. in. c. b. quare e conuerso a. b. in. a. c. quantum. a. c. in. f. in. c. b. quod uolumus demonstrare.

Propositio .4.



Si fuerit linea in duas partes diuisa illud quod ex ductu totius in seipsam fit equum est his que ex ductu utriusq. partis in seipsam & alterius in alteras bis. Ex hoc manifestum est q. in omni quadrato due superficies quas diameter secat per medium sunt ambe quadrate.

Sit linea. a. b. diuisa in. a. c. f. b. c. dico q. quadratum totius a. b. equum ē duobus quadratis duarum linearum. a. c. f. b. c. f. duplo eius quod fit ex ductu unius ex p. altera m. Describam q. d. r. a. t. u. m. alterius partialium sit q. c. d. b. e. quadratum linee. c. b. cui adiungam gnomonem fm ductum directiuū linee alterius scilicet. a. c. quod faciam hoc mō. In quadrato descripto protraheam. d. i. a. m. e. t. r. u. m. b. d. f. a. p. u. n. c. t. o. a. e. d. u. c. a. m. p. e. r. p. e. d. i. c. u. l. a. r. e. s. u. p. e. r. l. i. n. e. a. m. a. b. q. u. e. s. i. t. a. k. q. u. a. m. a. k. f. d. i. a. m. e. t. r. u. m. b. d. p. r. o. d. u. c. a. m. u. s. q. q. u. o. c. o. n. c. u. r. r. a. n. t. i. n. p. u. n. c. t. o. f. f. a. p. u. n. c. t. o. f. p. r. o. d. u. c. a. m. f. h. e. q. u. i. d. i. s. t. a. n. t. e. m. l. i. n. e. a. a. b. q. u. a. m. f. h. f. b. e. p. d. u. c. a. m. u. s. q. q. u. o. c. o. n. c. u. r. r. a. t. i. n. p. u. n. c. t. o. g. f. p. r. o. d. u. c. a. m. c. d. u. s. q. a. d. b. f. e. d. u. s. q. a. d. k. f. q. u. i. a. d. u. o. l. a. t. e. r. a. d. e. f. e. b. t. r. i. a. n. g. u. l. i. d. e. b. s. u. n. t. e. q. u. a. l. i. a. t. e. r. t. p. s. p. m. i. d. u. o. a. n. g. u. l. i. e. d. b. f. c. b. d. e. q. u. a. l. e. s. t. f. q. u. i. a. a. n. g. u. l. u. s. e. e. s. t. r. e. c. t. u. s. e. r. i. t. p. 32. p. r. i. m. i. u. t. e. r. q. e. o. r. u. m. m. e. d. i. e. t. a. s. r. e. c. t. i. E. a. d. e. m. r. o. n. e. u. t. e. r. q. d. u. o. r. u. m. a. n. g. u. l. o. r. u. m. c. d. b. f. c. b. d. e. r. i. t. m. e. d. i. e. t. a. s. r. e. c. t. i. q. u. a. r. e. p. e. r. s. e. c. u. n. d. a. m. p. r. e. m. 29. p. r. i. m. i. e. r. i. t. u. n. u. s. q. u. i. s. q. q. u. a. t. u. o. r. a. n. g. u. l. o. r. u. q. u. i. s. u. n. t. h. f. d. f. b. d. f. f. k. f. d. f. k. d. f. m. e. d. i. e. t. a. s. r. e. c. t. i. e. r. g. o. p. 6. p. r. i. m. i. f. g. f. g. b. s. u. n. t. e. q. u. a. l. e. s. s. i. m. i. l. i. t. e. r. q. u. o. q. f. a. f. a. b. p. a. r. i. r. o. e. f. h. f. h. d. I. t. e. m. q. f. k. f. k. d. q. u. a. r. e. u. t. r. a. q. d. u. a. r. u. m. s. u. p. e. r. f. i. c. i. e. r. u. m. a. b. g. f. f. k. d. h. f. e. s. t. q. u. a. d. r. a. t. u. m. f. q. u. i. a. t. o. t. a. l. e. q. u. a. d. r. a. t. u. m. a. b. f. g. q. e. s. t. q. u. a. d. r. a. t. u. m. l. i. n. e. e. a. b. c. o. n. s. t. a. t. e. x. d. u. o. b. u. s. q. u. a. d. r. a. t. i. s. q. u. e. c. o. n. s. i. s. t. u. n. t. c. i. r. c. a. d. i. a. m. e. t. r. u. m. q. s. u. n. t. q. u. a. d. r. a. t. a. d. u. a. r. u. m. l. i. n. e. a. r. u. m. a. c. f. c. b. f. e. x. d. u. o. b. u. s. s. u. p. p. l. e. m. e. n. t. i. s. q. u. o. r. u. m. u. n. u. q. u. o. d. q. p. d. u. c. i. t. u. r. e. x. a. c. i. n. b. c. p. a. t. e. t. p. r. o. p. o. s. i. t. u. m. n. o. s. t. r. u. m. A. l. i. t. e. r. s. i. t. l. i. n. e. a. a. b. u. t. p. r. i. u. s. d. i. u. i. s. a. i. n. a. c. f. c. b. e. r. i. t. q. p. 2. h. u. i. u. s. q. u. o. d. f. i. t. e. x. t. o. t. a. a. b. i. n. s. e. q. u. e. u. m. e. i. q. u. o. d. f. i. t. e. x. i. p. s. a. i. n. a. c. f. c. b. s. e. d. e. x. i. p. s. a. i. n. a. c. tñ f. i. t. q. u. a. n. t. u. m. e. r. i. t. e. x. a. c. i. n. f. e. f. e. x. a. c. i. n. b. c. p. e. r. 3. h. u. i. u. s. I. t. e. m. e. x. i. p. s. a. a. b. t. o. t. a. i. n. b. c. tñ f. i. t. q. u. a. n. t. u. m. e. r. i. t. e. x. c. b. i. n. f. e. f. e. x. c. b. i. n. a. c. p. e. r. e. a. n. d. e. e. r. g. o. q. d. f. i. t. e. x. t. o. t. a. a. b. i. n. f. e. q. u. e. u. m. e. s. t. e. i. q. u. o. d. f. i. t. e. x. a. c. i. n. f. e. f. i. n. c. b. f. e. x. c. b. i. n. f. e. f. i. n. a. c. q. u. o. d. e. s. t. p. r. o. p. o. s. i. t. u. m. S. e. d. h. a. c. u. i. a. nō p. a. t. e. t. c. o. r. r. e. l. a. r. i. u. m. s. i. u. t. u. i. a. p. r. e. c. e. d. e. n. t. i. p. a. t. e. t. u. n. d. e. p. r. i. m. a. e. s. t. a. u. c. t. o. r. i. m. a. g. i. s. c. o. n. s. o. n. a.

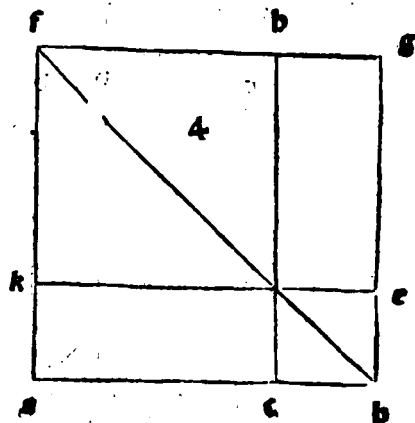
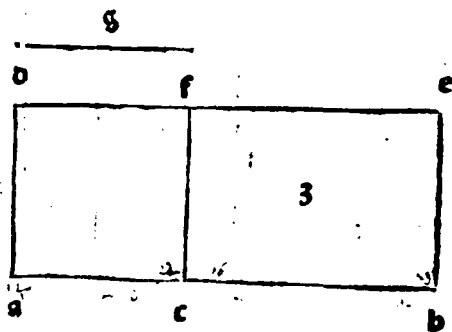
Castigator

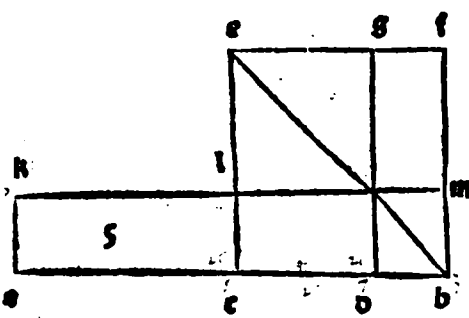
Nota q. nunq. poterit linea aliqua taliter diuidi partibus existentibus inequalibus. quin quadrata partium inequum simul iuncta sint maiora duplo superficie unius partis in alteram ut constat ex pmo duorum aſſe- dentium pte demonstratorum super. 35. decimi ut ibi apte declarat quod est nota dignum in praticis operationibus ppter radicem subtractionem unius ab altera cum semper duplum superficie unius in alteram oportet at detrahi a summa quadratorum partium inequalium & radix remanetis erit residuum que operatio ex ista. 4. secundi. elicitur & per eam probatur & earum additio ut super. 35. decimi.

Propositio .5.



Si linea recta per duo equalia duosq. inequalia sece- tur quod sub inequalibus totius sectionis rectan- gulum continetur cum eo quadrato quod ab ea que inter utraq. est sectiones describitur equum est ei quadrato quod a dimidio totius linee in se ducto describitur.





¶ Sit linea .a. b. diuisa per equalia in puncto .c. & p'inequalia in puncto .d. dico quadratū .c. b. esse equale ei quod fit ex .a. d. in .d. b. & quadrato .c. d. ¶ Describā quadratum .c. b. q' sit .c. b. f. e. i quo protraham diametrum .e. b. & ducam .d. g. equidistantem .b. f. que fecit diametrum .e. b. in puncto .h. & a. puncto .h. educam equidistantem linee .a. b. q' sit .h. k. fecit lineā .b. f. i. p' puncto .m. & lineam .c. e. in puncto .l. & protraham .a. k. equidistantem .c. e. eritq' per correlarium premisse utraq' duarum superficierum .l. g. & .d. in quadrata & per .43. primi duo supplementa .c. h. & .b. f. equalia . ergo addito quadrato .d. m. utriq' erit palellogrammū .c. m. equale parallelogramo .d. f. & quia .a. l. est equale .c. m. p. 36. p'miserit .a. b. equale gnomoni qui circumstat quadrato .l. g. ergo addito utriq' quadrato .l. g. erit .a. b. cum quadrato .l. g. equale quadrato .c. f. quod est propositum.

Propositio .6.



¶ Recta linea in duo equalia diuidatur. alia vero ei linea in longum addatur. quod ex ductu totius iā composite in eam que iam adiecta est cum eo quod ex ductu dimidiū in seipsam: equum est ei quadrato quod ab ea que consistat ex adiecta & dimidia in seipsam ducta describitur.

¶ Sit linea .a. b. diuisa per equalia in puncto .c. eiq' addatur linea .b. d. dico q' quadratum .c. d. quod sit .c. d. e. f. equale ē ei quod fit ex tota .a. d. in .b. d. & quadrato .c. b. ¶ Producam in quadrato predicto diametrum .d. e. & ducam lineam .b. g. equidistantem .d. f. que fecit diametrum .d. e. in puncto .h. a. quo .h. Producam equidistantem linee .a. b. que sit .h. k. secans .d. f. in puncto .m. & .c. e. in puncto .l. & Producam .a. k. equidistantem .c. l. eritq' per .36. primi .a. l. equale .c. b. At .c. h. erit equale .h. f. per .43. primi. quare .a. l. est equale .h. f. ergo addito .c. m. utrobq' erit .a. m. equalis toti gnomoni circumstanti .l. g. quare .l. g. addito utrobq' erit .a. m. cum .l. g. equale toti quadrato .c. f. & quia utraq' duarum superficierum .l. g. & .b. m. est quadrata: per correlarium .4. huius patet propositum.

Propositio .7.



¶ Linea in duas partes diuidatur. quod sit ex ductu totius in seipsam cum eo quod est ex ductu alterius partis in seipsam: equum est eis que ex ductu totius linee in eandem partem bis & ex ductu alterius partis in seipsam.

¶ Sit linea .a. b. diuisa in duas partes in puncto .c. dico q' quadratum totius .a. b. cum quadrato .b. c. equum est ei quod fit ex .a. b. in .b. c. bis cum quadrato .a. c. describatur quadratum totius quod sit .a. b. d. e. & ducatur diameter .b. d. & .e. f. equidistans .b. c. secans diametrum in puncto .g. & ducatur .k. g. h. equidistans .a. b. & quia quadratum .a. c. ē quadrato .c. h. tantum sunt quantum quadratum .k. f. cum duabus superficieribus .a. h. & .c. e. patet propositum.

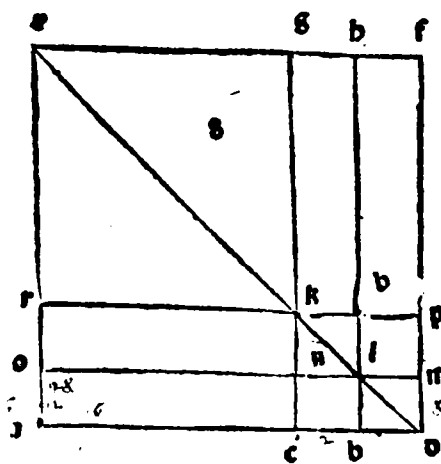
¶ Hec facit ad .68. decimi . & .69. decimi . & .70. & .71. & .72. & .73. & .74. & .76. & .92.

Propositio .8.



¶ Linea in duas partes diuidatur: eiq' in longū alia equalis vni diuidentium adiungatur: quod ex ductu totius iam composite i seipsam fiet: equum erit his q' ex ductu prioris linee in eas adiectam quater. & ei quod ex ductu alterius diuidentis in seipsas.

¶ Sit linea .a. b. diuisa in puncto .c. q'libetq' cōtingat: cui addatur .b. d. equalis .c. b. dico q' quadratum totius .a. d. quod sit .a. d. e. f. est equale ei quod fit ex .a. b. & .b. d. quater cum quadrato .a. c. hoc autem patebit ducta diametro .d. e. & lineis .c. g. & .b. b. equidistantibus i



- 4 nec. d. f. & secantibus diametrum in punctis. k. l. per que puncta ducantur
 4 p. q. r. s. t. m. n. l. o. equidistantes. a. d. erit enim per correlarium. 4. huius
 unaqueq. superficiem r. g. n. q. s. t. b. m. quadrata: & quia. c. b. posita est
 equalis. b. d. erit utraq. superficiem. c. l. & l. p. quadrata. Eruntq. 4. qua-
 drata diuidentia quadratum. c. p. equalia & quia totus gnomon circum-
 stans quadrato. r. g. est quadruplus ei quod sit ex. a. b. in. b. d. quia quadra-
 plus ad superficiem. a. l. patet propositum.

Propositio .9.



Si linea in duo equalia duosq. unequalia diuidatur
 que sunt ex ductu unequalium sectionem in seipsa
 pariter accepta: duplum sunt vtriusq. pariter acce-
 ptis: que quidem ex dimidia. eaq. que vtriusq. sectio-
 ni interiacet quadratis describuntur.

Sit linea. a. b. diuisa per equalia. in. c. & per unequalia
 in. d. Dico q. quadratum. a. d. & quadratum. d. b. simul iuncta: dupla sunt
 quadrato. a. c. & quadrato. c. d. simul iunctis. **S**uper lineam: a. b.
 erigo lineam. c. e. perpendicularem & equalem utriq. earum linearum.
 a. c. & c. b. & produco. c. a. & c. b. eritq. per 31. primi uterq. angulorum.
 a. & b. & uterq. angulorum partialium qui sunt ad. c. medietas recti. to-
 tusq. c. rectus. & produco. d. f. equidistantem. c. e. & perpendicularem su-
 per lineam. a. b. eritq. uterq. angulorum. d. rectus: & angulus. d. f. b. me-
 dietas recti per 31. primi siue per secundam partem. 29. primi quare per
 6. primi. d. f. & d. b. sunt equalia a puncto. f. duco. f. g. equidistantem. a. b.
 eritq. per secundam partem. 29. primi: uterq. angulorum. g. rectus. & angu-
 lus. e. f. g. medietas recti quare per sextam eiusdem latera. e. g. & g. f. sunt e-
 qualia: & quia per penultimam eiusdem quadratum. e. f. est equale quadrato
 e. g. & quadrato. g. f. ipsum erit duplum ad quadratum. g. f. quare ad qua-
 dratum. c. d. **I**temq. per eandem quadratum. e. a. est equale quadrato
 a. c. & quadrato. c. e. ipsum erit duplum ad quadratum. a. c. & quia quadra-
 tum. a. f. est equale quadrato. e. f. & a. e. per eandem ipsum erit duplum ad
 quadratum. a. c. & ad quadratum. c. d. sed quadratum. a. f. est iterum equa-
 le per eandem quadrato. a. d. & quadrato. d. f. ergo quadratum. a. d. & q-
 dratum. d. f. dupla sunt ad quadratum. a. c. & ad quadratum. c. d. & quia
 quadratum. d. f. est equale quadrato. d. b. erunt quadrata duarum linearum
 a. d. & d. b. dupla quadratis duarum linearum que sunt. a. c. & c. d. quod
 est propositum.

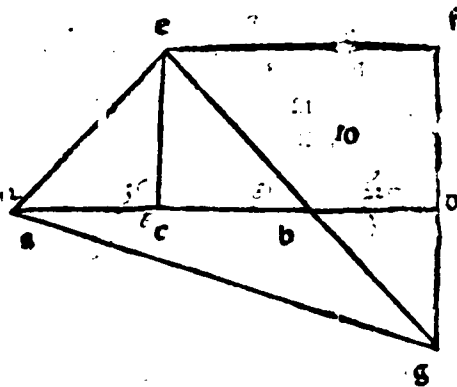
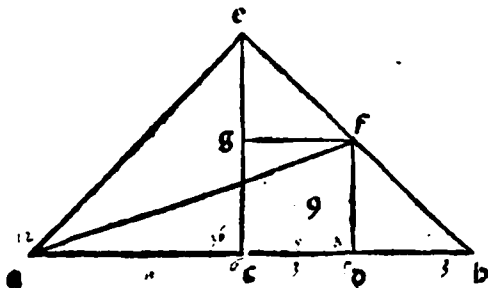
Castigator

Illi trianguli sunt similes. s. a. d. f. & a. c. p. & ideo laterum proportio-
 lia per 4. sexti. quia angulus. d. maioris & angulus. c. minoris sunt recti
 & angulus. a. communis est idem cum angulo. a. alterius sequitur per 31. primi
 angulos. p. parui & f. magni esse equales & sic latera illos continentia sunt
 proportionalia per distam. 4. sexti. & ideo ponendo. a. d. 9. & d. f. 3. erit.
 c. p. 1. p. g. i. a. p. 3. 40. quia. a. c. 6. & p. f. 2. 10. cetera sunt clara & prae-
 ce dicitur vulgariter s. a. d. basa del grande mida. d. f. carecto che mida-
 ra. a. c. basa del piccolo. cioe s. 9. mida. 3. che midara. 6. operando habebis
 ut iam diximus.

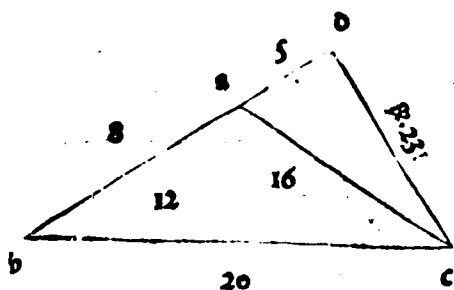
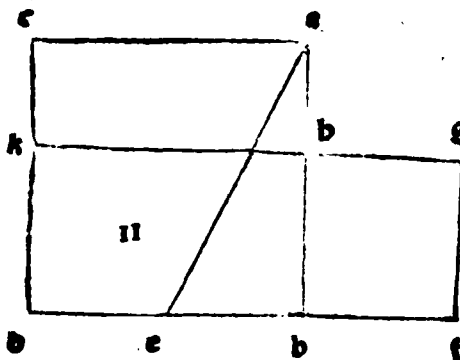
Propositio .10.



Si linea in duo equalia diuidatur etq. in totum
 alia addatur. quadratum quod describitur a to-
 ta cum addita: quadratum quod ab ea que ad-
 dita est. vtriusq. quadrata pariter accepta. ei qua-
 drato quod a dimidia. etq. quod ab ea produci-
 tur que ex dimidia adiectaq. consistit vtriusq.
 quadratis pariter acceptis dupla esse necesse est.



¶ Sit linea .a. b. diuisa per equalia in .c. & addita sibi linea .b. d. dico quod duo quadrata duarum linearum .a. d. & .b. d. pariter accepta dupla sunt duobus quadratis duarum linearum .a. c. & .c. d. pariter acceptis. ¶ Erigo .c. e. perpendicularē sup lineam .a. b. & equalem utriq; lineaz .a. c. & .c. b. & perficio triangulum .a. e. b. ductis lineis .a. e. & .e. b. eritq; ut in premis sa uterq; angulorum .a. & .b. & uterq; eorum qui sunt ad .e. medietas recti per .32. pmi totusq; .e. est rectus A puncto .e. produco .e. f. equalem & equidistantem .c. d. & produco .f. d. & .e. b. quousq; concurrunt in puncto .g. & produco lineam a g. eritq; per ultimam partem .29. pmi angulus .c. e. f. rectus sed angulus .c. e. b. est medietas recti. ergo angulus .b. e. f. est similiter medietas recti & quia per .33. eiusdem .f. d. est equidistans .c. e. erit per .34. eiusdē angulus .f. rectus. ergo per .32. eiusdem. erit angulus .e. g. f. medietas recti. Itē q; per eādem angulus .d. b. g. similiter medietas recti propter id quod angulus .b. d. g. est rectus ergo per .6. eiusdem duo latera .e. f. & .f. g. sunt equalia. Itemq; duo latera .d. b. & .d. g. sunt equalia ergo per penultimam eiusdem quadratum .e. g. duplum est ad quadratum .e. f. quare ad quadratū .c. d. ¶ Itemq; p eādem qdratum .a. e. duplū ē ad qdratū .a. c. quia qdratum a g. est p eādem eqle qdrato .a. e. & .e. g. similiter quoq; & qdrato .a. d. & .d. g. At quia qdratum .d. g. est equale quadrato .b. d. erunt duo quadrata duarum linearum .a. d. & .b. d. pariter accepta dupla duobus quadratis duarum linearum .a. c. & .c. d. pariter acceptis quod ē propositum. Hec autem & omnes premissae ueritatem habent in numeris sicut in lineis.



¶ Etiam lineam sic se .a. e. ut quod sub tota & una portione rectangulum continetur equum sit ei quod sit ex reliqua sectione quadratum.

¶ Sit linea data .a. b. quam uolumus sic diuidere ut quod ex tota & eius minore portione producat equum sit quadrato maiori. ¶ Describo quadratum ipsius quod sit .a. b. c. d. & latus .b. d. diuido per equalia in .e. & produco .a. e. & .e. b. produco usq; ad .f. ita quod .e. f. sit equalis .a. e. & ex .b. f. portione extrinsecā describo qdratum quod ex latere .a. b. refcat portionem equalem .b. f. que sit .b. h. & quadratum descriptum sit .b. f. h. g. Dico q; a. b. sic est diuisa in puncto .h. quod illud quod sit ex tota .a. b. in eius portione .h. a. est equale quadrato .h. b. Produco .g. h. usq; ad .k. que erit equidistans .a. c. Quia ergo linea .d. b. diuisa est per equalia in .e. & est sibi addita linea .b. f. erit per .6. huius quod sit ex .d. f. in .b. cum quadrato .e. b. equale quadrato .e. f. Quare & qdrato .e. a. Quare per penultimam pmi quadratis duarum linearum .e. b. & .b. a. Ergo dempto ab utrisq; quadrato linee .e. b. erit quod sit ex .d. f. in .b. & ipsum est superficies .d. g. equale quadrato linee .a. b. Ergo dempto ab utrisq; parallelogramo .h. d. erit quadratum .h. f. equale parallelogramo .h. c. Et quia quadratum .h. f. est quadratum linee .h. b. Et parallelogramum .h. c. producit ex .c. a. que est equalis .a. b. in .a. h. patet factum esse ppositum. ¶ Ad hoc autem faciendum in numeris non labores; quia impossibile est numerum sic diuidi ut hec undecima proponit sicut scies sexti .29. te docente.

Propositio .12.



¶ In his triangulis qui obtusum habent angulum: tanto ea que obtusum subtēdit angulum: ambobus reliquis lateribus que obtusum continent angulus amplius potest. quantum est quod continetur bis sub vno eorum: atq; ea que sibi diu ecte iuncta ad obtusum angulum a perpendiculari extra deprehenditur.

¶ Sit triagulus .a. b. c. habens angulum .a. obtusum. A puncto .c. ducat linea perpendicularis ad lineā .b. a. q̄ necessario cadet extra triagulum .a. b. c. alioqn angulus obtusus esset rectus aut minor recto p .16. pmi. Sit ergo .c. d.

32

29

33

34

32

6

6

29

16

p.

perpendicularis super lineam. a. b. productam usq. ad. d. Dico q. quadratum lateris. b. c. quod subtenditur angulo obtuso tanto maius est duobus quadratis duarum linearum. a. b. & a. c. ambientibus ipsum angulum obtusum. quantum est illud quod fit ex. b. a. in. a. d. bis. Potentia enim linee respectu quadrati sui est; unde tantum dicitur posse linea quelibet quantum in se ducta producit. Erit enim per. 4. huius quadratum. b. d. equale duobus quadratis duarum linearum. b. a. & a. d. ff. duplo eius quod fit ex. b. a. in. a. d. Et quia quadratum. b. c. per penultimam primi e. equale quadrato. b. d. ff. quadrato. d. c. ipsum erit equale quadratis trium linearum. b. a. a. d. & d. c. ff. duplo eius quod fit ex. b. a. in. a. d. Sed per eandem quadratum. a. c. est equale quadratis. a. d. & d. c. Ergo quadratum. b. c. est equale quadratis duarum linearum. b. a. & a. c. ff. duplo eius quod fit ex. b. a. in. a. d. Quare. b. c. tanto amplius potest duabus lineis. b. a. a. c. quantum est duplum eius. quod fit ex. b. a. in. a. d. Iam enim diximus q. tantum dicitur posse linea quelibet quantum in se ducta producit quod est propositum. **Propositio 13.**

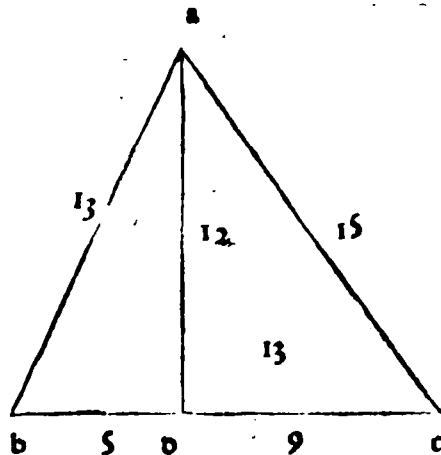


Prius oxigonij tanto ea que acutum respicit angulum ambobus lateribus angulum acutum continentibus minus potest: quantum est quod bis continetur sub viocorum cui perpendicularis intra su perstat: eaq. sui parte: que perpendiculari angulo acuto interiacet.

¶ Quod hic proponitur de latere subtenso alicui angulo acuto in triangulo oxigonio: ueritatem habet de latere subtenso cuilibet angulo acuto in omni triangulo siue fiat orthogonius siue amblygonius siue oxigonius.

¶ Sit ergo in triangulo. a. b. c. quicunq. triangulus fuerit. angulus. c. acutus qui si fuerit oxigonius ducatur perpendicularis ab alterutro angulo. a. uel. b. ad utranq. basim. b. c. uel. a. c. quia cu sic fuerit semper cadet perpendicularis intra triangulum. Si autem sit amblygonius aut orthogonius ab angulo obtuso uel recto ducatur perpendicularis ad latus oppositum qua manifestum est cadere intra triangulum: ff. ut simpliciter dicam cum in omni triangulo sint duq. acuti anguli necessario erit alter reliquorum angulorum. qui sint. a. & b. acutus. Ducam igitur perpendicularem ad lineam illam que duobus acutis interiacet. Sit ergo ut trianguli. a. b. c. angulus. b. etiam sit acutus: ducata ergo ad. b. c. perpendicularem que sit. a. d. que ut dictum est cadet intra triangulum. dico itaq. q. quadratum. a. b. quod subtenditur angulo acuto. c. tanto minus est duobus quadratis duarum linearum. a. c. & c. b. quantum duplum eius quod fit ex. b. c. i. d. c.

¶ Vel dico q. quadratum. a. c. quod etiam subtenditur angulo. b. quem posuimus acutum: quicquid fuerit de angulo. a. tanto minus est duobus quadratis duarum linearum. a. b. & b. c. quantum est duplum eius quod fit ex. c. b. in. b. d. Erit enim per. 7. huius quadratum. b. c. cum quadrato. d. c. equale ei quod fit ex. b. c. in. d. c. bis ff. quadrato alterius partis scilicet. b. d. quare addito utriq. quadrato. a. d. erit quadratum. b. c. cum quadratis duarum linearum. a. d. & d. c. equale quadratis duarum linearum. a. d. & d. b. ff. duplo eius quod fit ex. c. b. in. c. d. At quia per penultimam primi quadratum. a. c. est equale quadratis duarum linearum. a. d. & d. c. erit quadratum. b. c. cum quadrato. a. c. equale quadratis duarum linearum. a. d. & d. b. d. ff. duplo eius quod fit ex. b. c. in. c. d. sed p. eandem penultimam primi quadratum. a. b. equum est quadratis duarum linearum. a. d. & b. d. ergo quadratum. b. c. cu quadrato. a. c. equum est quadrato. a. b. ff. duplo eius quod fit ex. b. c. in. c. d. quare tanto minus potest. a. b. duobus lateribus. b. c. & a. c. quantum est duplum eius quod fit ex. b. c. in. c. d. quod est propositum. Simili modo probabis latus. a. c. quod subtenditur angulo b. acuto posse tanto minus duobus lateribus. a. b. & b. c. quantum est duplum eius: quod fit ex. c. b. in. b. d. ¶ Notandum autem per hanc & precedentem & penultimam primi: q. cognitis lateribus omnis triangul-



cognoscitur area ipsius & auxiliantibus tabulis de corda & arcu cognoscitur omnis eius angulus.

Castigator

a ¶ Alioquin angulus. c. uel. b. qui sunt acuti ex hypothesi esset maior recto uel rectus p. 16. p. ideo.

Propositio .14.



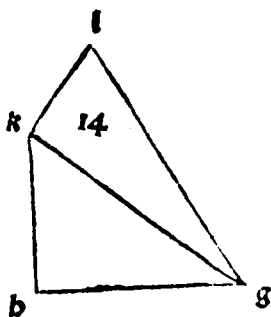
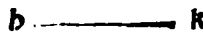
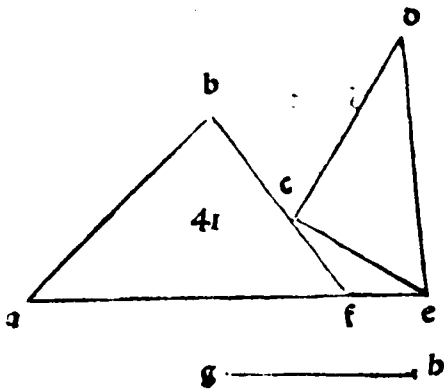
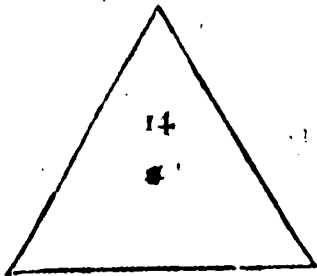
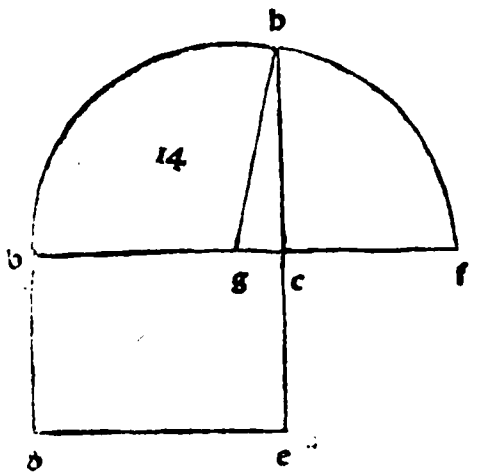
Alto trigono equum quadratum describere.

¶ Sit datus trigonus. a. cui nos uolumus equum quadratum describere. ¶ Designabo superficiem equidistantium laterum & rectorum angulorum equalem trigono dato fm quod docet. 42. pmi sitq. superficies illa. b. c. d. e. cuius si latera fuerint equalia habemus quod querimus. Ipsa enim erit quadrata. per diffinitionem. Si autem latera sint inequalia tunc adiungam

minus ipsorum laterum maiori secundum rectitudinem. sitq. linea. e. f. eqli minor duobz latez quod est. c. e. adiuncta maiori qd est. b. c. fm rectitudinem. Totā. b. f. diuidam p eqlia in puncto. g. & facto. g. cetro sup lineā. a. b. f. fm qntitatem lineae. g. b. describā semicirculū. b. h. f. & latus. c. c. pda cam usquequo fecit circumferentiam in puncto. h. Dico q. quadratura lineae. c. h. est equale trigono dato. ¶ Produca lineam. g. h. & quia linea. h. f. diuisa est per equalia in. g. & per inequalia in. e. erit per. s. huius quod sit ex ductu. b. c. in. c. f. cum quadrato. c. g. equale quadrato. g. f. quare & quadrato. g. h. quare per penultimam primi & duobz quadratis duarum linearum. g. c. & c. h. Ergo dempto utrinq. quadrato. c. g. erit quod sit ex. b. c. in. c. f. quod est equale superfici ei. b. c. e. o q. e. f. est eqli. c. e. Equale quadrato lineae. c. h. quare quadratum lineae. c. h. est equale trigono. a. quod est propositum. ¶ Et nota q. per hoc inueniatur latus tetragonum cuiuslibet altera parte longioris & simpliciter omnis figure rectis lineis contenta quacumq. fuerit. Quoniam omnem figuram talem in triangulos resoluerimus & cuiuslibet illorum triangulorum inueniemus tetragonum latus fm doctrinam istius. & inueniemus per penultimam primi. lineam unam que possit in omnia latera tetragonica inuenta. Verbi gratia uolo nunc inuenire latus tetragonum rectilinee figure irregularis. a. b. c. d. e. f. Resoluo eam in. 3. triangulos qui sunt. a. b. f. c. d. e. f. c. Inuenio quod q. fm doctrinam istius tria latera tetragonica istorum trium triangulorum que sunt. g. h. h. k. & k. l. & erigo. b. k. perpendiculariter super. g. h. & produco. g. k. eritq. per penultimam primi quadratum. g. k. equale quadratis duarum linearum. g. h. & h. k. & tertium latus. k. l. erigo perpendiculariter super lineam. g. k. & produco. lineam. g. l. eritq. per penultimam primi. g. l. latus tetragonum totius figure rectilinee propositae. ¶ Explicet libet secundus.

Castigator

a ¶ Etiam dato quadrato equum ei trigonum describere ut in. 18. sciti habebis & in. 41. p. apparet si ei diligēs intellectus extiterit. Et non solum quadrato sed cuiusq. figure & superfici multilateri seu polygonie his mediis antibus possumus semper equum triangulum designare qm oēs tales resoluerimus in triangulos & unicuiq. triangulo p hanc assignabimus equum quadratum siue palellogramum quodcūq. De hinc ex oibus illis unum conficiemus per hanc & 25. sexti equale illis oibus postea sup duplum basis huius maximi faciemus triangulum equalis altitudinis & ipse erit equalis illi polygonie propositae.



Euclidis de circulis et eorum portioibus liber tertius secundum optimam Campani translationem. Magistro Luca Paciolo de burgo. S. S. O. mino. Castigator accuratissimo feliciter. Incipit.



Eorum diametri sunt equales. ipsos circulos equales esse. Maiores autem quorum maiores et minores quorum minores. 1. **C**irculum lineam contingere dicitur quod cum circulus tangat in utraque parte eicet. circulum non secat. 2. **C**irculi se tangere dicuntur qui tangentes se invicem non secant. 3. **R**ecte lineae in circulo equidistant distare dicuntur a centro. cum a centro ad ipsas ducte perpendicularares fuerint equales. 4. **P**lius vero distare a centro dicitur in qua perpendicularis longior cadit. 5. **R**ecta linea portiones circuli continens corda nominatur. 6. **P**ortio vero circumferentie arcus nuncupatur. 7. **A**ngulus autem portio dicitur quod a corda et arcu continetur. 8. **S**upra arcum angulus consistere dicitur quod a quolibet puncto arcus ad eorum terminos duabus rectis lineis ex utroque continetur. 9. **S**ector circuli est figura quod sub duabus a centro ductis lineis et sub arcu quod ab eis comprehenditur continetur. 10. **A**ngulus autem quod ab eis lineis ambitur supra centrum consistere dicitur. 11. **S**imiles circulorum portiones dicuntur in quibus qui supra arcum consistunt anguli sibi invicem sunt equales. 12. **A**rcus quoque similes sunt qui equos angulos predicto modo suscipiunt. 13.

Castigator

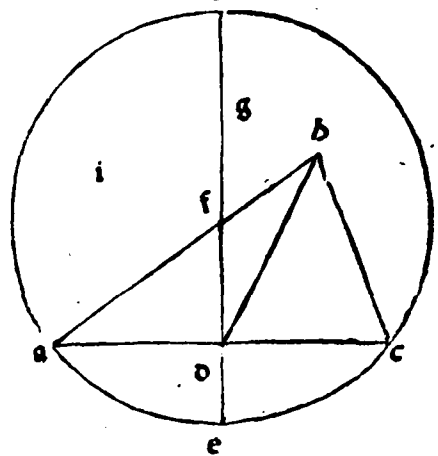
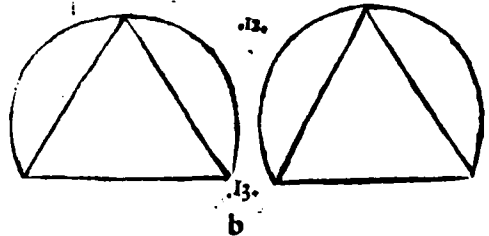
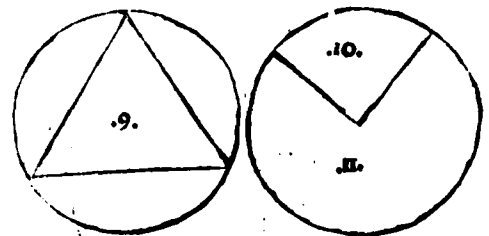
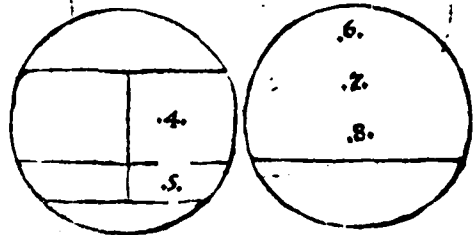
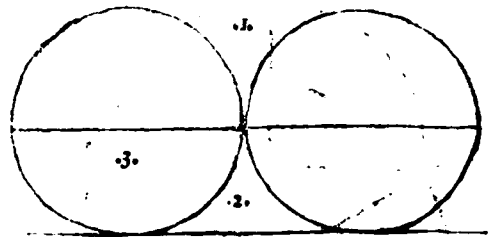
Circularis figura inter alias optinet principatum quia multe conditiones sibi competunt quod nulli alii figurarum ysoimetrarum nam ipsa est prima figurarum et perfectissima et simplicissima et regularissima et capacissima omnium ysoimetrarum et pulcherrima omnium ut constat ex electione summorum artificum et sic addere potes ipsa quod est maxime apta motui ut inde physico auditu dixit aristoteles. Et si queratur quare Euclides prius de ipsa uerba non fecerit dicatur eo quia inuenit multa de ipsa que minime concludi poterant nisi ex conclusionibus rectilinearum figurarum et ideo si ibi fuisse necesse sciam de circulis preposterare quemadmodum fecit preponendo geometriam arithmetice cum illa sit prior cunctis testante Diuino philosopho et Boetio in sua arithmetica.

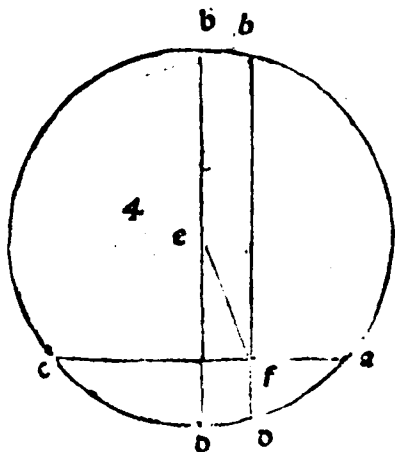
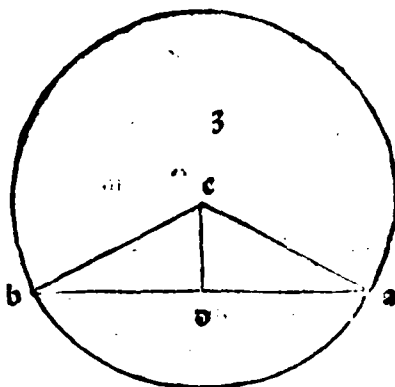
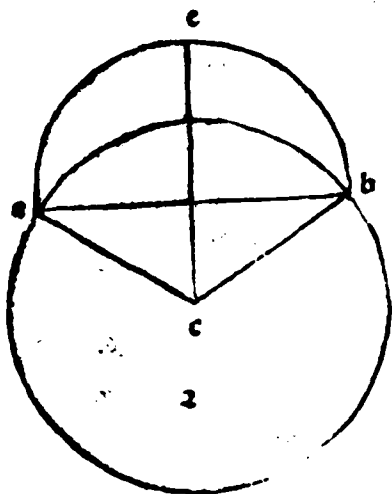
Propositio 1.



Circuli propositi centrum inuenire. unde manifestum est quod duabus rectis lineis in eodem circulo apud circumferentiam terminatis neutraillarum alteram per equalia orthogonaliter secant nisi ipsa super centrum transierit.

Sit circulus propositus. a. b. c. cuius uolumus centrum inuenire. **D**uco in ipso circulo lineam a c. qualitercumque contingat quam diuido per equalia in puncto. d. a quo duco perpendicularem ad lineam a c. quam applico circumferentie ex utraque parte. sitque. e. d. b. quam rursus diuido per equalia in puncto. f. que dico esse centrum circuli. **S**i enim non fuerit autem aliubi aut in linea. e. b. aut extra. In linea. e. b. non si. n. fuerit i. e. aut in puncto. g. erit linea. e. f. maior linea. e. g. per uidelicet toto quod est impossibile. **Q**uod si fuerit extra lineam. e. b. ut in puncto. h. ducatur linea. h. a. b. d. h. c. et egaliter. h. d. f.





d a. trianguli. b. d. a. sunt equalia lateribus. b. d. f. d. c. trianguli. b. d. c. f. basis. h. a. basi. h. c. erit per. 8. primi angulus. a. d. h. equalis angulo. c. d. h. quare uterq. rectus f. quia angulus. a. d. b. fuit etiam rectus. erit. a. d. b. equalis. a. d. b. p. 3. petitiōe primi pars. uidelicet toti quod est impossibile. Nō est ergo centrum dati circuli alicubi quam in puncto. f. quod est ppositū.

Propositio .2.



Si per circuli circumferentiam duobus punctis signatis. lineam rectam ductam ab al. ero ad alterū. circuli in se habere necesse est.

¶ Sit ut in circumferentia circuli. a. b. cuius centrum sit. c. signata sunt duo pñta que sunt. a. f. b. dico q. linea recta coniungens unū cum altero secabit circulum. Alioquin cadet extra circulum. sitq. a. e. b. linea recta si possibile est. producam lineas. c. a. f. c. b. eruntq. p. 5. primi angulus. c. a. b. f. c. b. a. equalis: propterea item lineam. c. e. que fecit circumferentiam in puncto. d. eritq. p. 16. pñti angulus. a. e. c. maior angulo. c. b. e. quare maior angulo. c. a. e. quare per. 18. eiusdem latus. a. c. maius latere. c. e. f. quia. c. d. est equalis. c. a. erit. c. d. maior. c. e. pars toto quod est impossibile: Quia ergo linea coniungens duo puncta. a. b. non transibit extra circulum secabit ipsum quod est ppositum.

Propositio .3.



Si lineam intra circulum preter centrum collocatā alia a centro veniens per equa secet. orthogonaliter super eam insistere. et si in eam orthogonaliter steterit. eam per equalia diuidere necesse est.

¶ Sit ut lineam. a. b. collocatā intra circulum. a. b. cuius centrum sit. c. linea. c. d. ueniens a centro diuidat per equalia: dico q. diuidit eam orthogonaliter. f. econuerso uidelicet si diuidit eam orthogonaliter diuidit eam per equalia. ¶ Produca lineas. c. a. f. c. b. f. ponam. primo q. diuidat eam per equalia: erunt ergo duo latera. c. d. f. d. a. trianguli. c. d. a. equalia duobus lateribus. c. d. f. d. b. trianguli. c. d. b. f. basis. c. a. basi. c. b. ergo per. 8. primi angulus. d. unius est equalis angulo. d. alterius quare uterq. rectus: quare. c. d. est perpendicularis super. a. b. quod est ppositum. ¶ Ponam iterum q. c. d. sit perpendicularis super. a. b. f. ostendam q. ipsa diuidit. a. b. per equalia. Erit enim propter hanc positionem uterq. angulus qui sunt ad. d. rectus quare unus equalis alteri. At quia per. 5. primi angulus. c. a. d. est equalis angulo. c. b. d. f. latus. c. a. equalis lateri. c. b. per. 26. primi eiusdem erit linea. a. d. equalis linee. d. b. quod est ppositum.

Propositio .4.



Si intra circulum due linee se inuicem secēt. et super centrum non transeant. non per equalia eas secari necesse est.

¶ Sit ut in circulo. a. b. c. d. cuius centrum sit. e. due linee a. c. f. b. d. secent se in puncto. f. f. utraq. earum uel altera non transeat per centrum. dico q. ipse non diuidit se per equalia: ita q. utraq. p equalia diuidatur ab altera. ¶ Quod si fuerit hoc possibile: ponatur f. sit primo ut neutra transeat per centrum a centro. e. producam lineam. e. f. eritq. per primam partem premisse unusquisq. 4. angulorum: qui sunt. a. f. e. e. f. c. f. c. f. d. rectus quod est impossibile: sic enim rectus ēēt minor recto. ¶ Sit igitur ut altera earum transeat per centrum f. altera non: sitq. b. d. transiens per centrum adhuc dico q. non diuidunt se per equalia quod si sic. tunc per primam partem premisse. cū b. d. ducta a centro diuidat. a. c. per equalia diuidat eam orthogonaliter quare etiā. a. c. diuidet. b. d. orthogonaliter f. quia diuidit. a. c. ipsam b. d. per equalia ut ponit aduersarius: ipsa transibit per centrum per correlarium prime huius: quare ambe transeunt per centrum quod est contrapositionem.

Propositio .5.



Circulorum se invicem secantium cētra diversa esse. ¶ Sint duo circuli. a. c. b. a. d. b. secantes se super duo puncta. a. a. f. b. Dico q̄ eorum sint diversa centra. ¶ Si enim haberent idem centrum ipsam erit p̄ diffinitionem in portione utriq̄ circulo cōmuni sitq̄ illud. e. f. ducantur linee e. a. f. e. f. c. eruntq̄ per diffinitionem due linee. e. a. f. e. f. e. q̄
les. ¶ Itemq̄ per diffinitionem due linee. e. a. f. e. c. equales quare. e. f. est equalis. e. c. cum utraq̄ earum sit equalis. e. a. pars videlicet toti quod est impossibile.

Propositio .6.



Circulorum se se contingentium nō idem centrum esse necesse est.

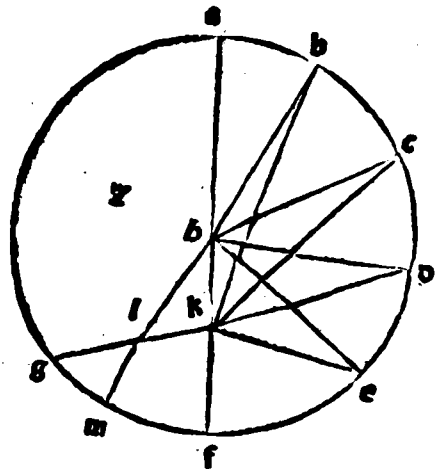
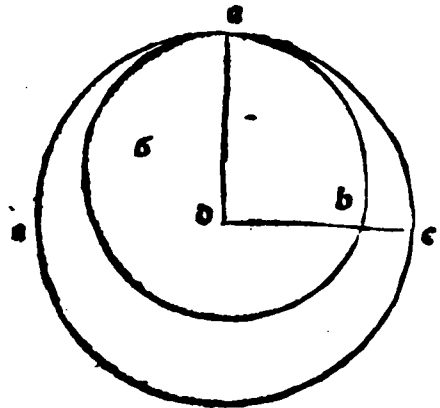
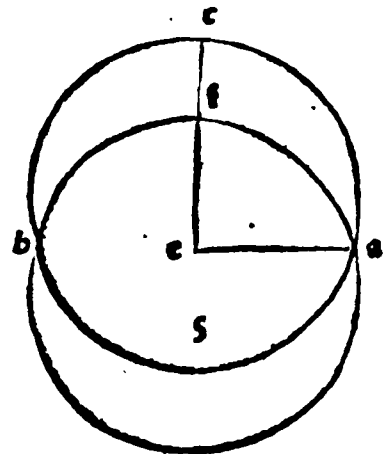
¶ Sint duo circuli. a. b. f. a. c. contingentes se in puncto. a. Dico q̄ eorum sint diversa centra. Si enim habuerint idē centrum erit per diffinitionem inter minorem eorum cū minor posuit fuerit intra maiore; sitq̄ ipsum. d. f. ducantur linee. d. a. f. d. b. c. eritq̄ per diffinitionem utraq̄ duarum linearum. d. b. f. d. c. equalis. a. d. quod est impossibile. ¶ De circulis autē se contingētibz extra quorum scilicet unus est extra alterum; manifestum est p̄ diffinitionem centrū quod ipsi non habent idem centrum.

Propositio .7.



In diametro circuli punctus præter centrum si gnetur. ab eo ad circumferentiam linee plurime ducantur que super centrum transierit omnium erit longissima. que vero diametrum perficiet omnium erit brevissima. que autem centro. p̄xime ce teris longiores. ¶ Quanto vero a centro remotiores tāto breviores esse conveniet. ¶ Duas quoq̄ equidistantes linee brevissimie collaterales equales esse necesse est.

¶ Sit ut in diametro. a. f. circuli. a. b. c. cuius centrum sit. h. sit signatus p̄ctus. k. præter centrum a quo ducantur plurime linee que sunt. k. a. k. b. k. c. k. d. k. e. k. f. k. g. ad circumferentiam; f̄ transeat. a. k. per centrum. h. f. k. f. sit complementum dyametri; sitq̄. ut. k. e. f. k. g. equidistant a. k. f. hoc est dicere ut angulus. e. k. f. sit equalis angulo. f. k. g. dico q̄. k. a. est omnium longissima. f. k. f. omnium brevisima; alie vero tanto longiores quāto centro propinquiores. ut. k. b. est longior. k. c. f. k. c. est longior. k. d. f. k. d. longior. k. e. f. k. e. f. k. g. sunt equales; quia enim in triangulo. b. k. h. duo latera. b. h. f. h. k. per. 30. primi; sunt maiora latere. b. k. f. ipsa sunt e' qualia linee. a. k. erit. a. k. maior. b. k. f. eadem ratione maior omnibus aliis f̄ hoc est primum. ¶ Itemq̄ quia in triangulo. c. h. k. duo latera. b. k. f. k. e. per eandem sunt maiora latere. h. e. quod est equalis linee. h. f. ipsa erunt maiora linea. h. f. ergo dempta communi linea que est. h. k. remanebit. k. e. maior. k. f. eadem ratione quelibet aliarum erit maior ipsa f̄ h̄ est secundum. ¶ Itemq̄ quia duo latera. b. h. f. h. k. trianguli. b. h. k. sunt equalia duobus lateribus. c. b. f. h. k. trianguli. c. h. k. f̄ angulus. b. b. k. ē maior angulo. c. b. k. erit per. 24. primi. basis. b. k. maior basi. k. c. eadem rōne k. c. maior erit. k. d. f. k. d. maior. k. e. f̄ hoc est tertium. ¶ Quod si due linee. k. g. f. k. e. non sunt equales erit altera maior; sitq̄. k. g. de qua sumā k. l. equalē. k. e. f̄ producam. b. l. quousq̄ fecer circumferentiam in puncto. m. f̄ quia per ypothesim angulus. g. k. f. est equalis angulo. f. k. e. erit per. 13. p̄mi. angulus. l. k. h. equalis angulo. c. k. h. f̄ duo latera. l. k. f. k. h. trianguli. l. k. h. sunt equalia duobus lateribus. c. k. f. k. h. trianguli. c. k. h. ergo per. 4. primi basis. h. l. est e'ualis basi. h. e. f̄ quia. h. m. ē equalis. b. e. erit. h. m. equalis. h. l. quod est impossibile. sunt ergo due linee. k. g. f. k. e. equales quod est nostrum propositum. quartum.



¶ Descriptis

Propositio .8.



Extra circulum puncto signato ab eo ad circumferentiam linee plurime ducantur circulum secando. que super centrum transierit omnium erit longissima. Centro autem propinquo: es ceteris re motioribus longiores. Linee vero partiales ad circumferentiam extrinsecus applicate: ea quidem que diametro in directum adiacet omnium est minima. eiq; p pinquiores remotionibus breviores. Due vero que linee bre uissime vtrinq; eque propinquant equales sunt.

Sit ut a pñcto. a. assignato extra circuli. b. c. d. cuius cñtrū sit. n. ducant plurime linee ad circumferentiam secando circulum que sint. a. k. n. b. a. b. c. a. g. d. f. a. f. e. Dico q. a. b. transiens per centrum omnium erit longis sima. f. g. a. c. ē maior. a. d. f. a. d. maior. a. e. f. g. a. k. est breuissima oium extrinsecarū. f. g. a. h. est minor. a. g. f. a. g. minor. a. f. f. dico q. si ducat. a. l. ita q. ipsa f. a. h. eq̄liter distent ab a. k. hoc est q. angulus. k. a. h. sit eq̄lis an gulo. l. a. k. ipse erunt equales. Producam. n. a centro. n. lineas. n. e. n. d. n. c. n. f. n. g. f. n. h. eruntq; p. 20. pmi duo latera. a. n. f. n. c. trianguli. a. n. c. maiora. a. c. f. q. a. ipsa sunt equalia linee. a. b. erit. a. b. maior. a. c. eadem rōe erit maior oibus aliis quod est p̄mum. Et quia duo latera. a. n. f. n. c. trianguli. a. n. c. sunt equalia duobus lateribus. a. n. f. n. d. trianguli. a. n. d. f. angulus. a. n. c. ē maior angulo. a. n. d. erit p. 24. pmi: basis. a. c. maior basi. a. d. f. eadem rōe erit. a. d. maior. a. e. q. d. ē fm. Itēq; quia in triangu lo. a. n. b. duo latera. a. h. f. n. h. sunt maiora. a. n. per. 20. primi. f. h. n. est equalis. n. k. erit p. cōem sciām. a. b. maior. a. k. eadem rōne q̄libet extrin secus applicata; maior erit. a. k. quod ē tertium. Item quia p. 22. pmi: due linee. a. h. f. h. n. sunt minores duabus lineis. a. g. f. g. n. f. h. n. ē equa lis. g. n. erit p. cōem scientiam. a. g. maior. a. h. eadem rōne erit. a. f. maior a. g. q. d. est quartum. Quod si. a. l. non sit equalis. a. h. cū ipse sint equa liter distantes ab a. k. erit altera maior sitq; a. l. ponā ergo. a. m. equalē a. h. f. producā. n. o. m. q. a. ergo duo latera. m. a. f. a. n. trianguli. m. a. n. sunt equalia duobus lateribus. h. a. f. a. n. trianguli. h. a. n. f. angulus. m. a. n. ē eq̄lis angulo. h. a. n. erit p. 4. pmi: basis. m. n. eq̄lis basi. n. h. f. q. a. n. o. ē eq̄lis. n. h. erit. n. o. equalis. n. m. p̄ uidelicet toti quod est impossibile f. hoc est quintum.

Propositio .9.



Intra circulum puncto signato. ab eo plures q̄ due linee ducte ad circumferentiam fuerint equa les. punctum illud centum circuli esse necesse est.

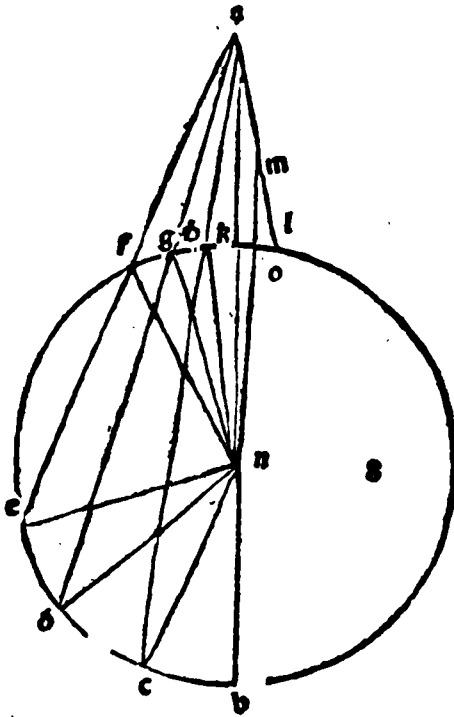
Sit ut a pñcto. a. signato intra circuli. b. c. d. ducte sint .3. linee. a. b. a. c. f. a. d. ad circūferētiām q̄s pono eē equa les dico punctum. a. esse centz circuli. Producā. n. duas lineas. c. b. f. d. c. f. diuidā utrāq; eaz; p. eq̄lia. c. b. qdem in. pñcto. e. f. d. c. in puncto. f. f. pducā. e. a. f. f. a. quas applico circūferētiē ex utraq; p te. eritq; p. 8. pmi uterq; anguloz; q. sunt ad. e. eq̄lis alteri. igr p. 13. p. uterq; erit rect⁹. Si r̄ quoq; p. eādem uterq; anguloz; q̄ sunt ad. f. rectus ergo per correlarium p̄me huius. quia. a. e. diuidit. c. b. per equalia f. orthogonaliter ipsa transit p. centrum. similiter quoq; a. f. transit p. centz quia diuidit d. c. p. equalia f. orthogonaliter. quare. a. est centz qd est ppositum.

Propositio .10.

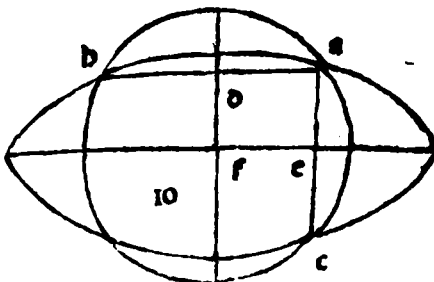
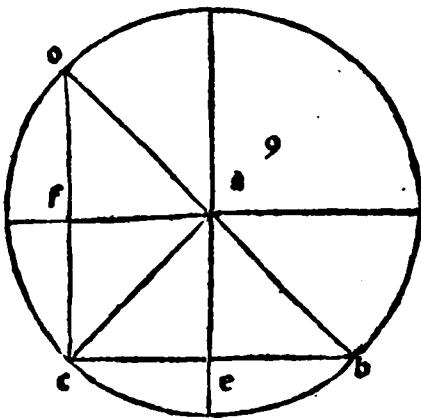


¶ circulus circulum secet. in duobus tantum locis secare necesse est.

Sint si possibile ē duo circuli secantes se in pluribus q̄ in duobus locis sup. 3. puncta. a. b. c. Producā lineas. a. b. f. a. c. quas diuidā p. eq̄lia in punctis. d. f. e. f. producā a puncto. e. lineam. e. f. p̄pendicularē sup. lineam. a. c. f. a puncto. d. lineam. d. f. p̄pendicularē super lineam. a. b. f. fecerit se due linee. e. f. f. d. f. in puncto. f. eritq; per correlarium prime huius punctum



¶ Cauda pavonis.



20 p.

24

20

21

4

13

§ f. centrum circuli utriusque quod est impossibile. per. s. huius.

Propositio. .11.



¶ Circulus circulum contingat. lineasque per centra eorum transeat. ad punctum contactus eorum applicari necesse est.

¶ Si enim linea transiens per centra duorum circulorum c. e. f. d. e. sese contingendum intra vel extra. non vadit ad locum contactus secet circumferentiam utriusque. sitque. a. c. e. centrum circuli. e. d. f. b. centrum circuli. e. c. f. ducatur linea recta. a. b. c. d. secans circumferentiam utriusque. f. ducantur lineae a puncto. e. qui sit locus contactus ad centra que sint. e. a. c. e. b. eruntque in contactu interiori. per 10. primi due lineae. e. b. f. b. a. longiores. e. a. quare longiores. a. d. e. enim a. centrum circuli. e. d. f. quoniam. b. c. est equalis. e. b. quoniam. b. est centrum circuli. e. c. erit. c. a. longior. a. d. quod est impossibile. ¶ In contactu uero exteriori erunt due lineae. a. e. f. e. b. longiores. a. b. quare. a. d. f. c. b. maius erunt quam tota. a. b. quod est falsum.

Propositio .12.



¶ Circulus circulum contingat siue intrinsecus siue extrinsecus. in vno tantum loco contingere necesse est.

¶ Si enim fuerit possibile. ut circulus circulum contingat in duobus locis intra vel extra contingat circulum. a. b. c. d. circulus. a. b. e. iterius in duobus punctis. a. b. uel exterior circulus. c. d. f. in duobus punctis. c. d. Cum ergo ducemus lineam rectam ab. a. ad. b. si ipsa cadat extra circulum. a. b. e. interiorem accidet contrarium secunde huius. Quod si ipsa cadat intra ipsum. cum diuiserimus ipsam per equalia f. eduxerimus a puncto diuisionis perpendiculararem ad ipsam. fueritque applicata circumferentie ex utraque parte ipsa transibit per centrum amboꝝ circuloꝝ que accidet contrarium pmissis. ¶ In circulo uero contingente exteriori in punctis. c. d. si ducamus lineam rectam a puncto c. ad punctum. d. necesse est accidere contrarium se huius. que utrumque impossibile.

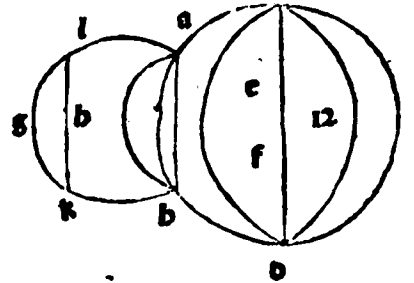
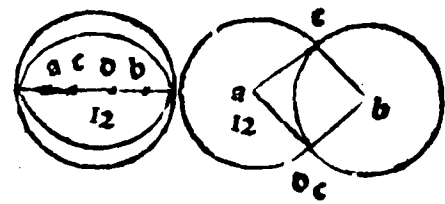
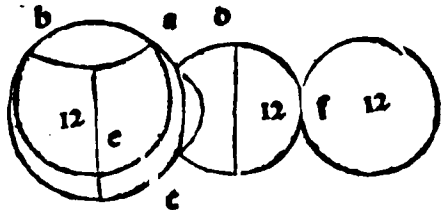
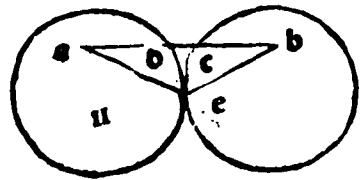
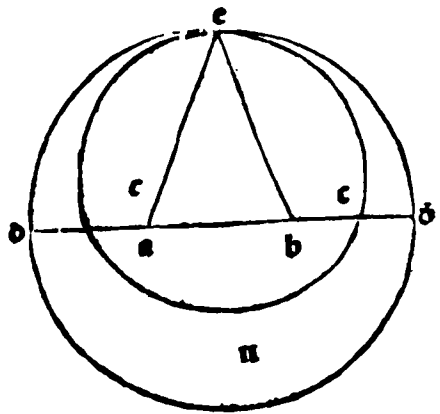
Castigator.

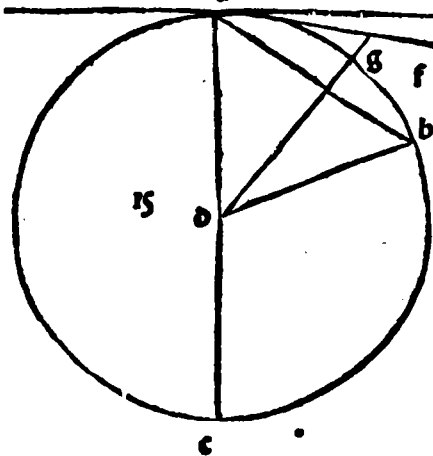
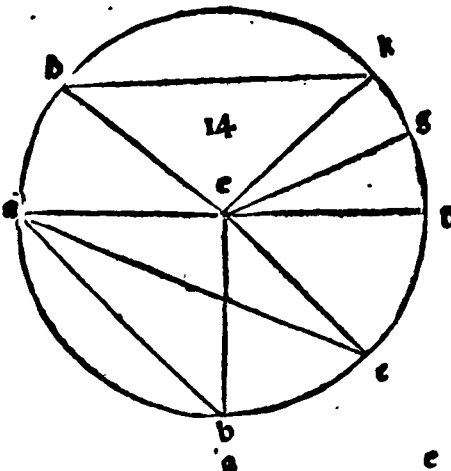
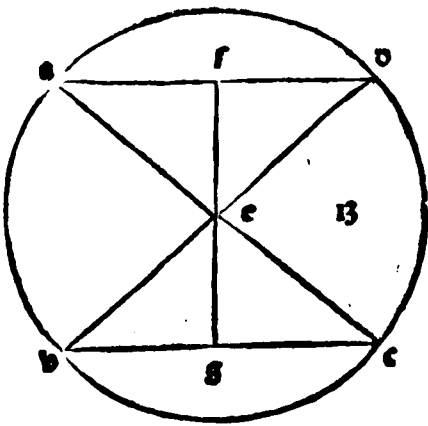
¶ Verbi gratia. Quod si fuerit possibile. ut sese in duobus aut pluribus contingant locis circulus ergo. c. d. circulum. a. b. in duobus locis interiori contingat super duo puncta. c. f. d. Sitque centrum circuli. a. b. punctum. e. f. centrum circuli. c. d. punctum. f. linea. ergo que coniungit punctum. e. puncto. f. f. p. trahitur ad circumferentiam cadit in loco ubi duo circuli sese contingunt per premisam. Coniungam itaque. e. cum. f. f. p. traham lineam. e. f. ad duo puncta in quibus duo circuli sese contingunt. c. f. d. centrum uero circuli. a. b. est. e. linea ergo. c. e. lineae. e. d. est equalis sed linea. e. d. linea. d. f. longior existit. ergo linea. c. e. longior est linea. f. d. sed linea. c. f. linea. c. e. fortior inuenitur linea. c. f. multo longior existit linea f. d. Et et quia centrum circuli. c. d. est punctum. f. erit linea. f. d. lineae. f. e. equalis. Sed iam fuit ostensum. q. linea. c. f. linea. f. d. multo longior existit. hoc autem contrarium f. impossibile non ergo contingit. c. d. circulum. a. b. nisi tñ in loco uno. Contingant ergo se exteriori in duobus locis si B ē possibile fm similitudinē qua circulus. g. h. circulum a. b. contingit linea ergo q. trahit a puncto. a. ad punctum. b. cadit itra circulum a. b. f. cadit extra circulum. g. h. si at contrarium f. impossibile ē. qm si quilibet duo puncta cadetia fuerit super arcu circuli linea unum eorum alteri coniungit itra circulum cadit per a. huius nō ergo contingit circulum nisi in loco uno exteriori. neq. iterius. Et h. ē quod demonstrare uoluimus.



Propositio .13. Ecce lineae in circulo si fuerint equales eas a centro equidistare. et si a centro equidistiterit equales esse necesse est.

¶ Sit ut in circulo. a. b. c. d. cuius centrum sit. e. due lineae a. d. f. c. b. sint equales. dico q. ipse equidistant a centro f. eod uerso. Producat. n. a centro. e. lineae. e. f. f. e. g. p. perpendicularares ad. a. d. f. b. c. erunt. p. a. prem tertie huius. a. d. diuisa p. equia. in. f. f. b. c. i





g. quia ergo duo latera .e. d. f. d. a. trianguli .e. d. a. sunt equalia duo
 bus lateribus .e. c. f. c. b. trianguli .e. c. b. f. basis .e. a. basi .c. b. erit per .8. pri
 mi angulus .d. equalis angulo .c. f. quia duo latera .e. d. f. d. f. trianguli .e.
 d. f. sunt equalia duobus lateribus .e. c. f. c. g. trianguli .e. c. g. Nam
 d. f. est equalis .c. g. eo q. tota .a. d. posita est equalis .b. c. f. angulus .d. est
 equalis angulo .c. erit per .4. primi basis .e. f. equalis basi .e. g. f. quia iste
 sunt perpendiculares uenientes ad eas a centro patet per definitionem
 4. huius ipsas equaliter distare a centro. ¶ Aliter idem. Quadratum
 enim .e. d. per penultimam primi ualeat quadrata duarum linearum .e. f.
 f. f. d. f. quadratum .e. c. quadrata duarum linearum que sunt .e. g. f. c. g.
 f. quia quadratum .d. e. est e quale quadrato .e. c. f. quadratum .d. f. qua
 drato .g. c. erit quadratum .e. f. equale quadrato .e. g. quare .e. f. est equale
 e. g. sic patet idem. ¶ Sit ergo .e. f. equalis .e. g. quod est eas equaliter di
 stare a centro. dico tunc q. a. d. est equalis .b. c. de quadratis enim duarum
 linearum .e. d. f. e. c. equalibus demptis quadratis duarum linearum .e. f.
 f. e. g. equalibus remanent per penultimam primi quadrata duarum li
 nearum .f. d. f. g. c. que per communem scientiam necesse est esse equalia
 quare .f. d. est equalis .g. c. ergo duplum .f. d. quod est .a. d. est equale duplo
 .g. c. quod est .b. c. f. hec est secunda pars propositi.

Propositio .14.



Intra circulum plurime recte linee ceciderint dia
 metrum eius omnium longissimam. ciq. propin
 quiores remotioribus longiores esse necesse est.

¶ Sit ut in circulo .a. b. c. cuius centrum .e. cadat plurime
 linee que sint .a. b. a. c. a. d. f. g. h. k. sitq. a. e. d. diameter. di
 co ipsam esse longissimam f. alias tanto maiores quanto
 sunt ipsi propin quiores. ducantur enim a centro .e. linee ad extremitates
 omnium que sint .e. b. e. c. e. f. e. g. e. h. f. e. k. cruntq. per .20. primi duo la
 tera .e. f. f. e. g. trianguli .e. f. g. longiora .f. g. f. quia ipsa sunt equalia .a. d.
 erit .a. d. maior .f. g. eadem ratione maior erit q. a. c. quia .a. e. f. e. c. sunt
 maiora .a. c. f. equalia .a. d. ergo .a. d. maior est .a. c. sic quoq. est maior .h.
 k. f. maior etiam q. a. b. quod autem .f. g. sit maior .h. k. f. a. c. a. b. patet.
 quia per .14. primi cum duo latera .f. e. f. e. g. trianguli .f. e. g. sint equalia
 duobus lateribus .h. e. f. e. k. trianguli .h. e. k. f. angulus .f. e. g. maior angu
 lo .h. e. k. erit basis .f. g. maior basi .h. k. Similiter quoq. q. a. e. f. e. c. sunt
 equalia .a. e. f. c. b. f. angulus .a. e. c. maior angulo .a. e. b. erit basis .a. c. ma
 ior basi .a. b. f. sic est propositum.

Propositio .15.



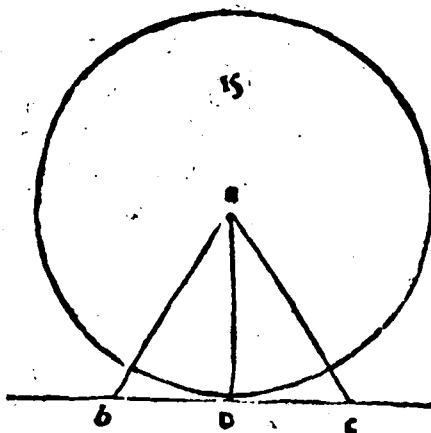
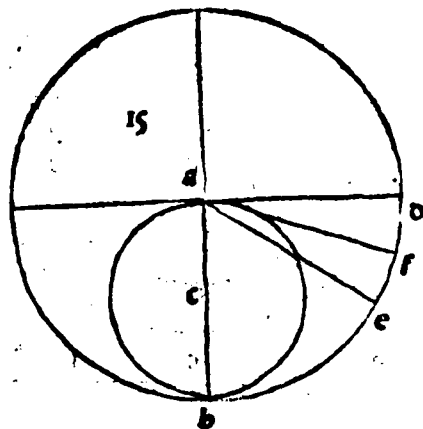
Ab altero terminorum diametri cuiuslibet cir
 culi orthogonaliter linea recta ducatur. extra cir
 culum eam cadere necesse est. ¶ Etq. inter illam
 z circulum aliam lineam rectam capi impossibi
 le est. ¶ Angulum autem ab illa z circumferentia
 contentum omnium acutorum angulorum esse angulissimum.
 ¶ Angulum vero intrinsecum a diametro z circumferentia
 contentum omnium angulorum acutorum esse amplissimum
 necesse est. ¶ Unde etiam manifestum est omnem lineam re
 ctam a termino diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter du
 ctam circulum ipsum contingere.

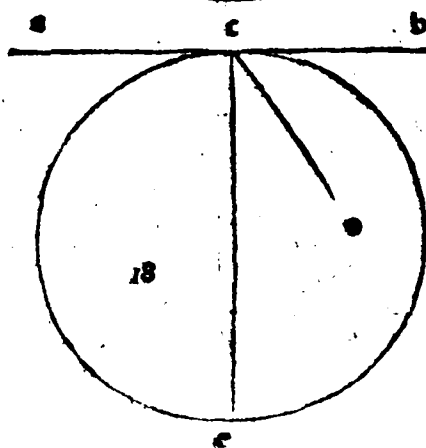
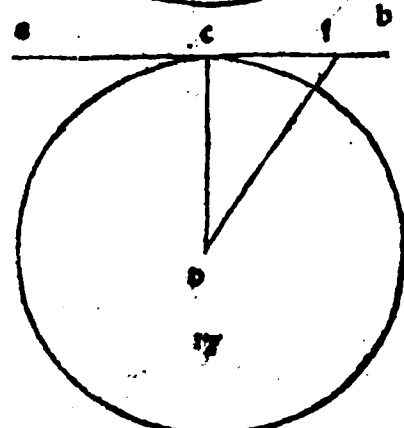
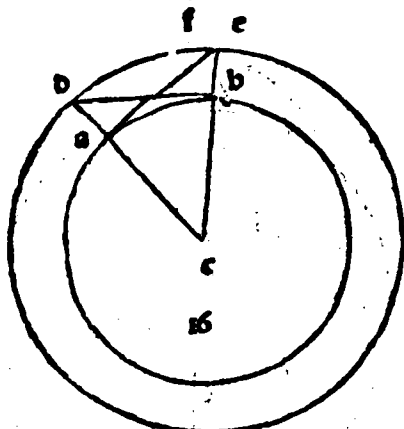
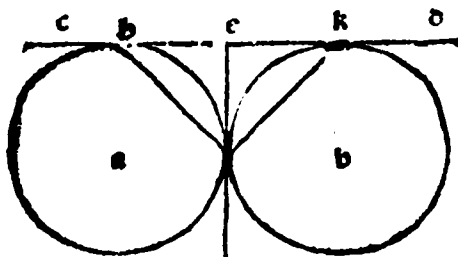
¶ Sit ut .a. termino a diametri .a. c. circuli .a. b. c. cuius centrum .d. ducatur
 linea orthogonaliter dico q. ipsa cadit extra circulum. f. q. inter lineas
 illam f. circumferentiam nulla alia recta linea intercipitur: f. q. angulus
 quem ipsa f. circumferentia continet est minor omni angulo rectilineo
 qui uidelicet a duabus rectis lineis continetur. f. quod angulus conten
 tur a diametro f. circumferentia est maior omni angulo rectilineo acuto.

5 p dere infra circulum. sit illa linea. a. b. & ducatur linea. d. b. circū. per. s. p. r. m. i. angulus. d. a. b. equalis angulo. d. b. a. & quia angulus. d. a. b. est rectus per ypothefim. habebit triagulus. a. b. d. duos angulos rectos quod est im possibile. per. 32. primi. ¶ Cadeo ergo extra sitq. a. e. q. si inter ipsam & circūferentiam potest linea recta intercipi sit illa. a. f. ad quam ducatur p. pendicularis. d. g. & quia angulus. d. g. a. est rectus. erit per. 18. primi linea a. d. longior linea. d. g. quod est impossibile. quare inter ipsam & circūferentiam nulla linea recta intercipietur. ¶ Propter quod patet q. angulus cōtēntus. ab. e. a. & circūferentia qui d. r. angulus cōtingentis est minor oī angulo a duabus rectis lineis contento. Si enim aliquis rectilineus angulus esset angulo cōtingentis equalis. aut eo minor cū. oīs talis posset p. ere q. lia diuidi s. m. doctrinam. 9. primi inter lineam. a. e. & circūferentia posset linea recta intercipi q. monstrauimus esse nō posse. Per qd patet angulū cōtēntum a diametro & circūferentia oīum acutorum rectilineorum esse maiorem. quia non differat recto nisi in angulo cōtingentis quem mōstrauimus esse minorem oī rectilineo. ¶ Correlariū patet p. primam p. tem. Cum enim linea. a. e. in utraq. p. tem. erecta non fecit circulum & t. gat ipsum in puncto. a. ipsa est cōtingens p. diffinitionem. ¶ Ex hoc notandum q. nō ualet ista argumentatio. hoc trāsit a minori ad maius. & p. oīa media. ergo p. equale. Nec ista cōtingit reperire maius hoc & minus eodem ergo cōtingit reperire equale. Hoc aut sic patet. Sit circulus. a. b. sup. cent. p. c. cuius diameter. a. c. b. & ducatur ab eius termino. a. linea. a. d. orthogonaliūter. eritq. cōtingens circulum p. correlariū huius. Describat itez sup. punctum. a. s. m. quantitatem diametri. a. b. circulus. b. c. d. & imaginetur linea. a. b. moueri sup. punctum. a. per circūferentiam arcus. b. c. d. ita q. punctum. b. numeret oīa puncta arcus. b. c. d. quousq. perueniat ad lineam. a. d. & cooperiat ipsam & quia angulus. b. a. d. est rectus. erit ut nō sit sumere aliquem angulum acutum cui eqlem non fecerit linea. a. b. cū diametro. a. c. b. minoris circuli. quia transiit ad angulum rectum diuis merans sūm oīum angulorum acutorum quorum manifestum est quosdam esse minores angulo semicirculi cōtēnto a semicircūferentia. a. b. & diametro. a. c. b. & angulum rectum manifestum est esse maiorem eodem. Dico q. nullus in transitu ab acutis minoribus ad rectū maiorem interme dius fuit ei equalis. Si enim fuerit aliquis. sit ut illum fecerit linea. a. b. cū punctis. b. suis in puncto. e. arcus. b. c. d. quia ergo angulus. e. a. b. est eq. lis angulo semicirculi predicto & angulus aut semicirculi est amplissimus oīum acutoz. p. ultimā p. tem. huius. erit angulus. e. a. b. amplissimus oīum acutorum diuidatur ergo angulus. e. a. d. sicut p. posuit. 9. primi p. equalia ducta linea. a. f. circū. per conceptionem angulus. f. a. b. amplior angulo e. a. b. quare erit aliquid amplius amplissimo quod ē impossibile. ¶ Vel sic cum angulus. e. a. b. sit equalis angulo semicirculi sicut ponitur. At angulus semicirculi cum angulo cōtingentis est equalis uni recto. Similiter quoq. angulus. e. a. b. cum angulo. e. a. d. est equalis uni recto & erit angulus. e. a. d. equalis angulo cōtingentis & quia angulus cōtingentis ē angustissimus omnium acutorum. p. 3. p. tem. huius. erit similiter angulus. e. a. d. sibi eq. lis angustissimus oīum acutoz sed angulus. e. a. f. est eo angustior p. conceptione. erit ergo aliquid angustius angustissimo qd ē impossibile. ¶ Non ergo erit angulus rectilineus equalis angulo semicirculi & quia transiit a minori ad maius & non per equale. Item quia est reperire minorem eo & maiorem patet instantia contra utraq. argumētatio nem predictam. Vnde per interemptionem ad illud est respondendum.

Castigator

¶ Si circulum linea recta contingat tantum in puncto contingere neces se est. si enim s. m. lineam contingat ducam ad terminos linee secundum quam contingit que sit. b. c. a centro circuli quod sit. a. lineas. a. b. & a. c. & ducam lineam. a. d. in medium linee. b. c. & erūt duo trianguli. a. b. d. & a. d. c. sic arguo sic. Aut linea. a. d. incidit orthogonaliūter super. b. c. aut nō.





Si sic erit in omni triangulo angulus apud d. rectus & per consequens in illis triangulis erunt latera. a. b. & a. c. longiora latere. a. d. p. 18. primi. quia maiori angulo opponitur quodlibet illorum laterum suo in illis triangulis. Si uero non incidit orthogonaliter erit unus angulus quem facit obfus & ei in suo triangulo maior lateris opponitur per eandem. 18. ex quo sequitur q. tres linee uenientes a centro. a. usq. ad puncta. b. c. d. non sunt equales sed ista tria puncta sunt puncta circumferentie igitur linee uenientes a centro ad circumferentiam non sunt equales quod est contra. diffinitionem circuli. Sequitur etiam a centro ad contactum linea ducta esse perpendicularem super contingenter ut infra per. 17. huius demonstratur.



Orset probari, quod angulus contingente est diuisibilis secundum lineam rectam ut constat perfigurationem hinc a latere positam. Certum est q. angulus qui causatur ex contactu duorum circuloꝝ uel spaz. est angulus contingente & talis diuidatur per lineam. e. g. quia hic habetur triangulus. b. g. k. cuius basis. b. k. diuidatur per equalia in puncto. e. & protrahatur uersus. g. contactum & arguitur per. 4. primi. deinde per. 16. huius patet propositum.

Castigator
a. Nihil hoc ad rombum Euclidis. quia ipse intelligit recta & curua causatus.

Propositio. 16.

Dato puncto ad datum circulum lineam contingenter ducere.



Sit circulus datus. a. b. cuius centrum. c. punctusq. datus d. uolo ergo a puncto. d. ducere lineam contingenter circulum. a. b. Produco lineam. d. c. secantem circumferentiam circuli. a. b. in puncto. a. super quam describo circulum. d. secundum quantitatem linee. d. c. concentricum circulo. a. b. Ea puncto a. Produco lineam. a. e. perpendicularem ad lineam. d. c. que fecit circumferentiam circuli. d. e. in puncto. e. & produco lineam. e. c. secantem circumferentiam circuli. a. b. in puncto. b. deinde produco lineam. d. b. que erit contingens circulum. a. b. Quia enim duo latera. a. c. & e. c. trianguli. a. c. e. sunt equalia duobus lateribus. b. c. & c. d. trianguli. b. c. d. & angulus. c. b. communis utriq. erit per. 4. primi angulus. e. a. c. equalis angulo. d. b. c. angulus autem. e. a. c. est rectus quare angulus. d. b. c. est rectus per correlatiuum ergo precedentis erit linea. d. b. contingens circulum. a. b. quod est propositum.

Propositio. 17.

Circulum linea recta contingat a contactu uero ad centrum linea recta ducatur. necesse est eam super lineam contingenter esse perpendicularem.



Sit linea. a. b. contingens circulum. c. e. cuius centrum sit. d. in puncto. c. qui iungatur cum centro per lineam. c. d. dico hanc esse perpendicularem super lineam contingenter. Si enim non est perpendicularis ad ipsam. sit ergo. d. f. perpendicularis ad eandem que fecit circumferentiam circuli in puncto. e. eritq. uterq. angulorum qui sunt. ad. f. rectus igitur per. 18. primi linea. c. d. est maior linea. d. f. quod est impossibile. Constat itaq. d. c. esse perpendicularem super. a. b. quod est propositum.

Quia sic pars esset maior suo toto. quod est contra conceptionem circuli. d. c. sit equalis. d. e. per diffinitionem circuli.

Propositio. 18.

Circulum linea recta contingat & a contactu in circulum linea quedam orthogonaliter ducatur. in eadem centrum esse necesse est.



Sicut prius linea. a. b. contingens circulum. c. e. in puncto. c. & a. contactu ducatur intra circulum. c. e. linea perpendicularis ad lineam. a. b. dico q. centrum circuli est in linea. c. e. & est conuersa prioris. Si enim non fuisset centrum in linea. c. e. sit

2

4 26

4

18 2

alibi ubicumq; contingat. sitq; d. e. producatur linea. d. e. eritq; d. e. per p
misam perpendicularis ad lineam. a. b. quod est impossibile cum. e. c.
posita sit perpendicularis ad ipsam: quare patet propositum.

Propositio .19.



Intra circulum angulus supra centrum consistat
alius vero angulus supra circumferentiam confi
stens eandem basim habeat inferior superiori du
plus erit.

Sit ut in circulo. a. b. c. cuius cent. d. fiat angulus. a. d. c.
super centrum & angulus. a. b. c. super circumferentiam. sitq;
utriusq; anguli eadem basis que sit arcus. a. c. dico angulum. a. d. c. duplū
esse ad angulum. a. b. c. **Q**uod sic probatur. Aut enim due linee. a. b.
& b. c. includunt duas lineas. a. d. & d. c. aut altera earum sit linea una
et altera reliquarum. aut etiam altera prima. fecit alteram postremam.
Sit ergo primo ut includant eas ut in prima figuratione apparet. &
producat lineam. b. d. e. eritq; per 31. primi: angulus. a. d. e. extrinsecus eq
lis duobus intrinsecis qui sunt. b. a. d. & a. b. d. anguli. a. b. d. & quia ipsi
sunt equales per 5. eiusdem erit angulus. a. d. e. duplus ad angulum. a. b. d.
similiter quoq; erit angulus. e. d. c. duplus ad angulum. d. b. c. quare totus
angulus. a. d. c. duplus est ad totum angulum. a. b. c. quod est propositum.
Quod si altera duarum linearum. a. b. & b. c. fiat linea una cum alte
ra duarum linearum que sunt. a. d. & d. c. ut in secunda figuratione appa
ret. per easdem per quas prius & simili modo liquet propositum. **Q**uod si
altera duarum primarum. fecit alteram duarum postremarum. ut in 3. fi
guratione apparet. ubi linea. a. b. fecit lineam. d. c. producatur linea. b. d.
e. eritq; per eandem quas prius assumpsimus & simili modo angulus. e. d.
a. duplus ad angulū. d. b. a. & totus angulus. e. d. e. duplus ad totū angulū
d. b. c. quare angulus. a. d. c. duplus est ad angulū. a. b. c. qd est propositum.

Castigator

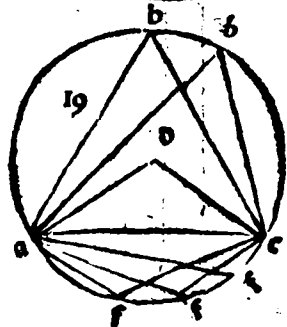
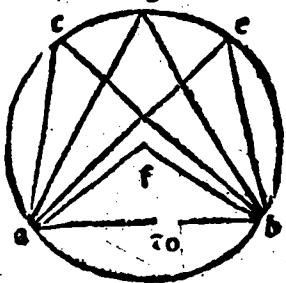
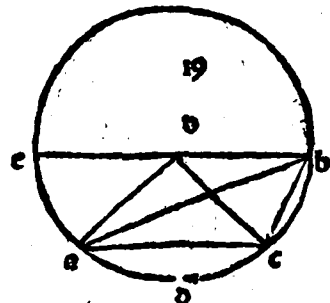
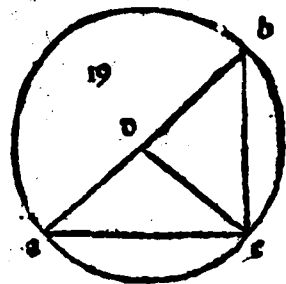
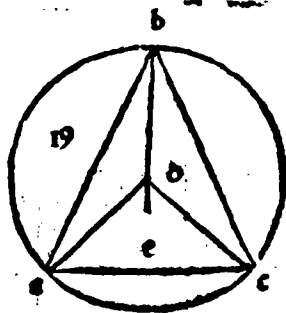
Ista 19. indiget limitatione aliter pateret istā tiam ut patebit nā si angu
lus fuerit sup arcū portionis minoris veluti in arcu. a. f. c. in puncto. f. tūc
māifeste appet eādem basim hēre cum angulo supra cent. qā eadē corda
a. c. est basis utriusq; tñ non ut concludi angulus. d. esse duplus ad angulū
lū. f. & ideo limitāda ut cōclusio sic videlicet. Aliis 70 angulus sup circū
ferentiam portionis maioris consistens eādem basim circumalem hēat infe
rior superiori duplū erit. **V**igesima cōclusio veritatē hēt sed nō pbat. d.
angulis consistentibus in portione. a. f. b. per premisā cū ipsa sit portio
minor ut. de. 19. diximus sed bene indifferēter concludet propositum p se
quētem. 11. de quadrilatero circulo inscripto sic videlicet. quilibet angu
lus. b. cum eodem angulo. f. equant duobus rectis ergo anguli. b. sibi inui
cem sunt equales cum. a. b. c. f. sit qdrilaterum & similis de angulis. f. in mi
nori portioe consistentibus per eādem. 11. probabit eos esse equales sic ut
videlicet quilibet angulus. f. cum eodem angulo. b. equivalent duobus re
ctis igitur omnes anguli. f. sibi inuicem sunt equales quā sunt duo an
guli i qdrilatero. a. b. c. f. ex aduerso collocati ut patet inuēti & eqūitas an
guloꝝ sup circumferentiā maioris portionis pbat p unicū angulum sup
circūferentiā minoris portionis & conuerso equalitas eoꝝ qui sunt super
arcum minoris cōcluditur per unicū illoꝝ qui sunt in portioe maiore.

Propositio .20.



In vna circuli portione anguli super arcum consi
stant angulos quoslibet esse equales necesse est.

Sit ut in portione. a. d. b. circuli. a. d. b. cuius cent. f. con
sistant quolibet anguli super arcum. a. d. b. qui sunt. e.
d. e. dico eos esse equales. **P**rotrahat. n. corda. a. b. & ab
eius extremitatibus ducantur in centrum linee. a. f. & b. f.
eritq; per premisā angulus. f. consistens super centrum ad unumquēq;
eorum. duplus: quare ipsi sunt equales: quod est propositum.



Propositio .21.



Intra circulum quadrilaterus describitur. quolibet eius duos angulos ex aduerso collocatos duos rectis angulis equos esse necesse est.

Sit quadrilaterum .a. b. c. d. inscriptum circulo .a. b. c. d. dico quod duos eius angulos ex aduerso collocatos esse equales duobus rectis. **P**robant. in quadrilatero diametri .a. c. b. d. erunt per primam angulus .c. b. d. equalis angulo .c. a. d. & angulus .a. b. d. angulo .a. c. d. quare totus .a. b. c. erit equalis duobus angulis q sunt .a. c. d. & .c. a. d. & qd ipsi cu angulo .a. d. c. sunt eqles duobus rectis .p. 31. pr miterut duo anguli .b. totalis .f. d. totalis eqles duobus rectis quod eppo situm. Similiter quoq. pbabit angulos .a. & c. totales ee eqles duobus rectis.

Casfigator.

Ex ista excluduntur elmuaym. siue rombus. & similis elmuaym. siue romboides. quia no pnt circulo inscribi cu anguli oppositi sunt obtusi.

Propositio .22.



Si circuli similes portiones inaequales. sup una rectam lineam assignatam. ex eadem parte cadere impossibile est.

Sit linea recta assignata .a. b. sup quam fiat portio circuli .a. c. b. dico q super eandem lineam ex pte eadem non fiet alia portio que sit similis huic. & ea maior aut minor.

Quod si fuerit hoc possibile fiat ergo portio .a. d. b. maior ea que tñ sit similis ei fiat ergo angulus .a. c. b. in portione minori. & angulus .a. d. b. in maiori. erit ergo ut lineae .a. d. & .d. b. includant lineas .a. c. & .c. b. ut patet in figuratone prima. Aut ut altera primarum fiat eadem cum altera postrema. ut in secunda aut ut altera sicut alteram ut in tertia. **Q**uod si fuerit primo modo erit per .11. primi angulus .c. maior angulo .d. non ergo sunt portiones similes per definitionem. Quod si secundo modo erit adhuc angulus .c. maior angulo .d. per .10. eiusdem. nec sic igitur erut portiones similes. Si aut tertio modo sit ut linea .a. d. fecerit lineam .c. b. & fecerit circumferentiam portionis minoris in puncto .e. & ducatur linea .c. b. eritq. p eandem .16. primi angulus .a. c. b. consistens in portione .a. c. b. maior angulo .d. sed .e. e eqles p .20. huius qre. c. e maior .d. qre nullo mo similis. **S**imiliter quoq. mo pbabit q sup lineam .a. b. non sit et portio similis portioni .a. c. b. minor .c. a. posito .c. in loco .d. & .d. in loco .c. in figuratonebus pdictis erit enim per premissas scilicet p .21. & .16. primi & premisso mo angulus .d. omnium figuratoneum maior angulo .c. quare portione non erunt similes. **E**t nota q licet pponatur super lineam unam no posse fieri portiones similes inaeqles ex eadem pte. uey est tamen q nec ex diuersis quod licet pbare miori q e ex una pte supposita maiori q e ex alia. necesse enim est p coem sciam ip sam a maiori excedi no ergo sunt similes p hanc .22.

Propositio .23.



Si circuli similes portiones super lineas equas fuerint ipsas portiones equales esse necesse est.

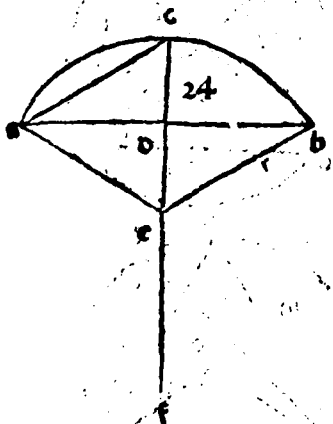
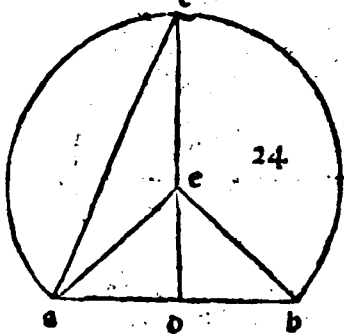
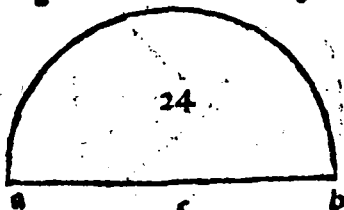
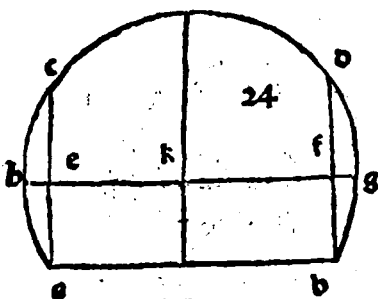
Sint duae lineae .a. b. & .c. d. equales sup quas sint duae portiones circulorum .a. c. b. & .c. d. e. que sint similes. dico q ipse sint equales. Si .n. no sunt equales altera earum supposita alteri excedet maior minorem. sed linea .a. b. non excedet lineam .c. d. nec excedetur ab ea: cum sint equales. quare accidit contrariu premisse quod est impossibile erunt enim .a. b. & .c. d. lineae aequales.

Propositio .24.



Si semicirculi siue semicirculo maioris minor siue portione circuli perficere.

Intentum p hanc conclusionem est ex omni arcu dato siue ex omni circuli portione data perficere circulum. Sit ergo .a. b. quilibet arcus ex quo uolo perficere circulum pro



traham in eo duas lineas qualitercumq; contingat que sint .a.c. & .b.d. quas dividam per equalia .a.c. quidem in puncto .e. & .b.d. in puncto f. & protraham .e.g. perpendiculararem ad .a.c. & .f.h. perpendiculararem ad .b.d. que fecerit se in puncto .k. eritq; per correlarium prime huius centrum circuli in utraq; lineam .e.g. & .f.h. quare centrum est punctum .k. Si aut. e.g. non fecerit .f.h. sed sine linea una. quomodocumq; erit si due linee .a.c. & .b.d. sint egdistantes tunc ipsa applicabitur circūferentie dati arcus ex utraq; parte ipsa igitur divisa p medium in puncto .k. erit ibi centrum circuli p idē correlariū. Egdistantes .a.c. non erūt .e.g. & .f.h. quā in utraq; sit centz circuli p dictū correlariū. essent eiusdē circuli duo cētra. Sic p de oi arcusue de oi portioe cōiter demonstrari q̄liter inde circulus pficiat

¶ Quia tñ antior n̄ hāc cōclusionē uariat fm̄ diuersas spēs arcuū oīum portionū enumerādo spēs demonstrabimus diuisim p spēs q̄liter ex oi portione data circulus perficiatur. Sit ergo primum .a.b. portio data semicirculi. eritq; p diffinitionem semicirculi . linea .a.b. diameter. ea igitur diuisa per medium in puncto .c. erit .c. centrum circuli. **¶** Sit n̄rursus portio .a.c.b. semicirculo maior cuius corda sit .a.b. quā diuido p eq̄lia in puncto .d. a quo duco .d.c. ppendiculararem ad ipsam que transibit per cētrum p correlarium prime huius & protraho lineam .a.c. & quia linea .a.b. est minor diametro cum sit .a.c.b. portio maior semicirculo: erit .a.d. minor semidiametro. sed .d.c. est maior semidiametro. ergo .d.c. ē maior q̄ .a.d. ergo .p. 19. primitangulus .c.a.d. ē maior angulo .a.c.d. fiat itaq; per .23. primitangulus .c.a.e. equalis angulo .a.c.d. pducta linea .a.e. que fecerit lineam .c.d. in puncto .e. eritq; p .6. primi linea .a.e. equalis linee .c.e. pducatur igitur linea .e.b. eritq; per .4. primi linea .e.b. equalis linee .a.e. quare tres linee .e.a.e.b.c. sunt equales ergo per .9. huius .e. est centrum circuli. **¶** Sit iterum .a.c.b. portio minor semicirculo cuius corda sit .a.b. quā diuido p equalia in puncto .d. a quo pduco lineam .c.d. e. perpendiculararem ad lineam .a.b. que fecerit circūferentiam in puncto .c. hāc manifestum est transire per cētrum p correlarium prime huius. pduco iterū lineam .a.c. eritq; angulus .a.c.d. maior angulo .c.a.d. si est eq̄lis erit portio .a.c.b. semicirculus. & si minor erit maior semicirculo. posuū est q̄ si minor pduco igitur lineā .a.e. que cū linea .a.c. faciat angulū equalē angulo .c. & fecerit lineam .c.f. in puncto .e. manifestum ē q̄ punctū .e. cadat extra datam portionem. & produco lineam .e.b. & quia angulus .a.e.b. totalis est equalis angulo .c. erit per .6. primi linea .c.a. eq̄lis linee .c.e. & quia p quartam primi linea .e.b. est equalis linee .e.a. erit per .9. huius punctum .e. centrum circuli quare patet propositum fm̄ omnes species portionum circuli.

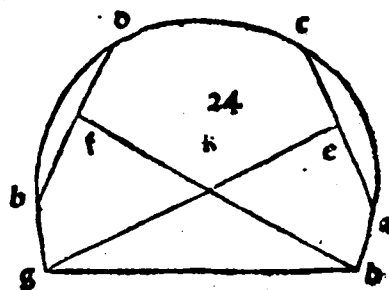
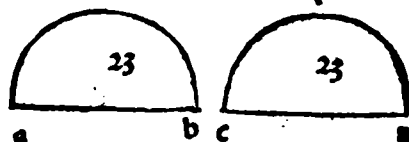
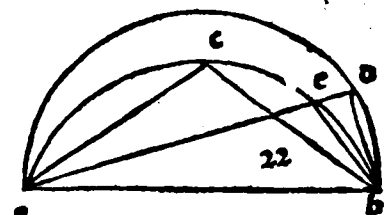
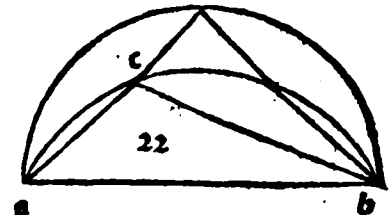
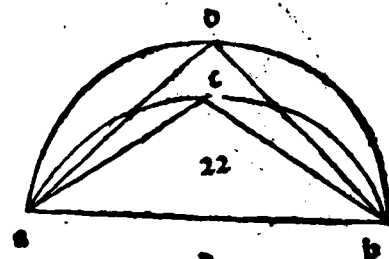
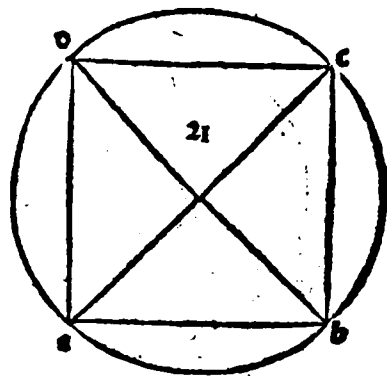
Castigator

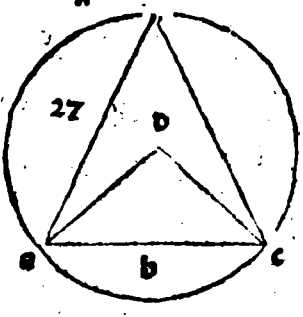
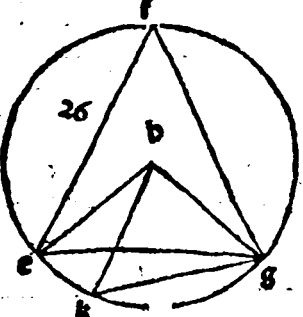
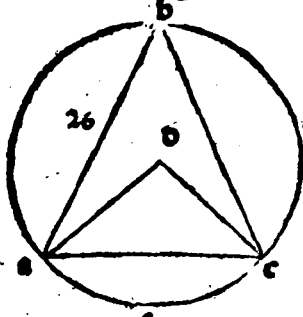
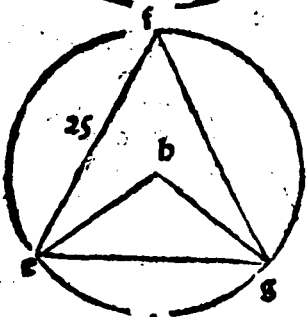
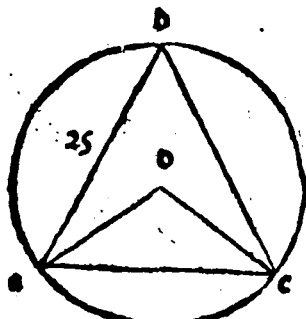
¶ Quia oēs linee recte i circulo sunt minores diametro eiusdē circuli p .14. huius. & ideo corda cuiuslibet portionis eiusdē ē breuior diametro sed si angulus .a.c.d. ē eq̄lis angulo .c.a.d. erit dicta portio semicirculus p .6. pmi. Er si minor erit maior semicirculo q̄ si tūc linea .c.d. ē lōgiot .a.d. uel .b.d. p .18. pmi. & cū in eadē sit cōp. circuli p correlariū pme huius & si nō ē in pūcto. datū dictū ē quia ē cōtra ypotēsīm sequit. q̄ sit supra d. iter .d. & c. p dact. s̄r̄t̄. & p cōis corda .a.b. ē i s̄ra cētrū & sic efficeret corda portiois maioris .a.c.b. & iō cōtra ypotēsīm. b̄. Vt sic tūc angulus .c.a.d. ē maior angulo .a.c.d. si nō fiat angulus .c.a.e. p .23. pmi eq̄lis angulo .a.c.d. ut in portione maiori tūc sequeat dictā portionē ē maiorē cum punctus .e. per .9. huius sit cētrū. ut in secunda dispositione. portio nis maioris siq; cōtra ypotēsīm. quā posuū ē q̄ sit portio minor. iō. &c.

Propositio 25.

¶ In equis circulis seu super centra. seu super circū ferētiās equalē angulū p̄stant. super equos arcus eos cadere necesse est.

¶ Sint duo circuli equales .a.b.c. cuius centrum .d. & .e.f. g. cuius centrum .b. & fiant supra centra eorum duo angu





Et a. d. c. e. h. g. qui ponantur equales. dico duos arcus a. b. c. e. f. g. esse equales. ¶ Protrahantur due linee a. c. e. g. et fiant duo anguli in circulis ferentibus ipsorum consistens supra predictos arcus qui sint angulus a. b. c. e. angulus e. f. g. quia ergo circuli sunt equales. erunt per diffinitionem equalium circulorum semidiametri equales: et quia duo anguli d. e. f. h. sunt equaliter erit per. 4. primi linea a. c. equalis lineae e. g. et per. 19. huius erit angulus b. equalis angulo f. cum d. angulus sit equalis angulo h. ergo per diffinitionem similium portionum due portiones a. b. c. e. f. g. sunt similes: et quia ipse sunt super lineas a. c. e. g. equales ipse erunt equales per. 13. huiusquare arcus a. b. c. e. f. g. sunt equales Quod si anguli b. e. f. g. sunt in circumferentia ponantur equales. erunt per diffinitionem portiones similes et anguli d. e. f. h. equales per. 19. huius et quia circuli sunt equales per positionem erunt per. 4. primi due linee a. c. e. g. equales quare ut prius portiones equales per. 13. huius cum sint similes et super equales lineas. igitur et arcus equales: quod est propositum.

Castigator

a ¶ Immo per conversionem diffinitionis. b ¶ Quia uterque duplus ad illos.

Propositio 26.



In equis circulis equi sumantur arcus. infra illos formatos angulos. qui supra centra eorum seu supra circumferentias constituentur equos esse necesse est.

¶ Sint ut prius duo circuli a. b. c. cuius centrum d. e. f. g. cuius centrum h. sintque duo arcus a. b. c. e. f. g. equales si autem super ipsos arcus duo anguli in centro qui sint d. e. f. h. ductis a. d. e. d. e. h. g. b. Itemque super eosdem arcus fiant duo alii anguli in circumferentia qui sint b. e. f. d. et f. g. f. g. f. d. dico duos angulos d. e. f. h. adinvicem esse equales. Itemque duos b. e. f. g. adinvicem esse equales et hoc conversum prioris. ¶ Si enim non sunt d. e. f. h. anguli adinvicem equales: sit ergo b. maior a quo abscedatur angulus k. h. g. qui sit equalis angulo d. eritque per premisam arcus k. e. f. g. equalis arcui a. b. c. sed duo arcus a. b. c. e. f. g. positi sunt equales: accidet ergo partem esse equalem totis quod est impossibile: quare anguli d. e. f. h. totales sunt equales. ¶ Similiter quoque probabis angulos b. e. f. g. esse equales. vel si manibus probabo quod anguli d. e. f. h. sunt equales. sequitur b. e. f. g. equales per. 19. huius et converso.

Castigator

a ¶ V p er punctum b. fiet angulus k. h. g. per. 13. primi. equalis angulo d.

Propositio 27.



In circulis equalibus eque linee arcus referent. arcus quoque equos esse si autem linee inequales fuerint arcus quoque inequales. et a maiore linea maiorem arcum. a minore vero minorem abscedi necessarium est.

¶ Sint duo circuli equales a. b. c. cuius centrum d. e. f. g. cuius centrum h. sintque corda a. c. equalis corde e. g. dico duos arcus a. b. c. e. f. g. quos predictae cordae ex predictis circulis referant esse equales. Quod si corda e. g. ponatur maior corda a. c. dico arcum e. f. g. esse maiorem arcui a. b. c. Primum quidem sic probat ducant a centro linee ad extremitates cordarum et sint d. a. d. c. h. e. b. et quia circuli positi sunt fore. equaliter erit per. 8. primi: angulus d. equalis angulo h. totaliter quare per. 13. huius erit arcus a. b. c. equalis arcui e. f. g. si quod pater primo. Secundum sic sit e. g. maior a. c. eritque per. 13. primi angulus b. maior angulo d. fiat ergo angulus f. h. g. equalis angulo

35 d. eritq. per 35. huius ar. cis. f. g. equalis arcui. a. b. c. qre arcus. e. f. g. est. maior arcu. a. b. c. quod est secundum. propositum.

¶ Ca stigatoz

a ¶ Per cōuersionem diffinitionis equalium circuloz. b ¶ Arcus infiores ideo cōcludunt eqles. quia supiores sunt eqles p. 35. huius qbus a totis circūfretis remotis remanētes sunt eqles. ¶ Aliqui hnt a minore linea maiore arcū f. utiq. pōt stare sed diuersimode cōsideratum. qm qn dīa maiore linea maiorem arcū intelligit in portione minore f. qn dīa a. minore linea intelligitur de portione maiore quia in portione maiori maior linea minorem arcū abscindit qm ipsa magis appropinquat dyametro f. sic minuit arcum portionis maioris sed fecit in minori.

Propositio 28.

In circulis equalibus equos arcus. equos cordas habere necesse est.

¶ Sint duo circuli eqles. a. b. c. cuius centz. d. f. e. f. g. cuius centz. h. sitq. arcus. a. b. c. equalis arcui. e. f. g. dico q. corda a. c. est eqlis corde. e. g. f. est hec conuersa pme partis premissae. ¶ Ducantur linee. d. a. d. c. b. e. h. g. crūq. p. 36. huius anguli. d. f. h. equales quare per qtam pmiu erit. a. c. eqlis. e. g. qd est propositum. qu ecūq. aut pbat sunt passiones de diuersis circulis eqlibus intellige nullo fortius ueras eē de eodē.

Propositio 29.

Arcum arcum per equalia diuidere.

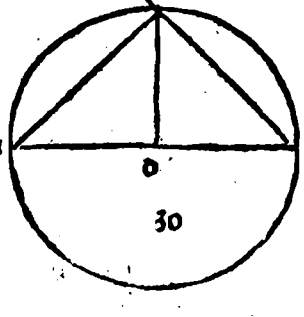
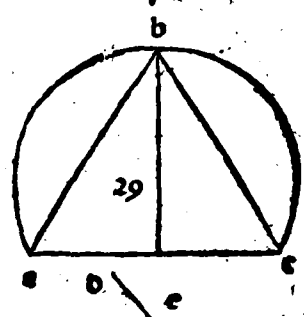
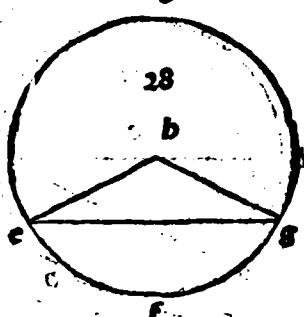
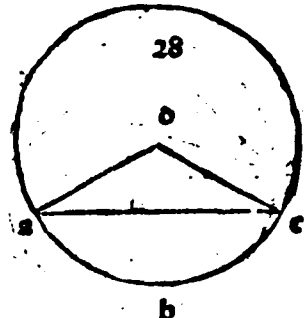
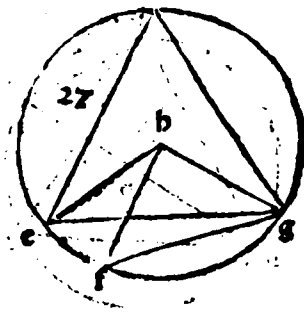
¶ Sit datus arcus. a. b. c. cui subēdat corda. a. c. q. diuidat p equalia in puncto. d. a. quo ducat ppendicularis ad ipsam q sit. d. b. fecit circūfretiam dati arcus in puncto. b. quē dico diuidere datū arcum p equalia. ducat. n. linee. b. a. b. c. q. erūt eqles p. 4. pmi qre p pmiā ptem. 27. huius arcus a. b. c. erit eqlis arcui. b. c. quod ē ppositū.

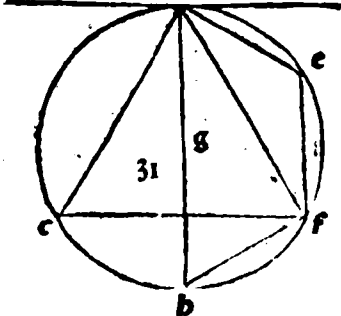
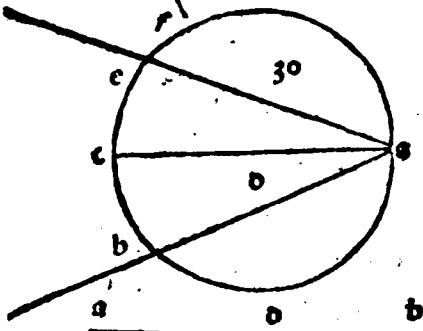
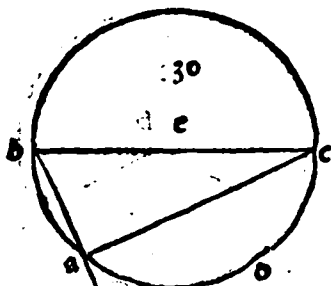
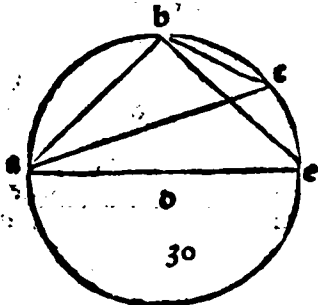
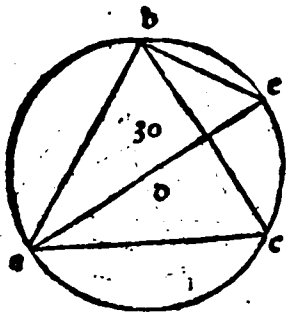
Propositio 30.

In rectilino angulus in semicirculo supra arcum consistat. rectus est. Si uero in portione semicirculo minore recto maior. Si autem in portione semicirculo maiore recto minor. ¶ Itemq. omnis portiois angulus semicirculo maioris recto maior. minoris uero recto minor de necessitate erit.

¶ Sit ut in circulo. a. b. c. cuius centz. d. f. diameter. a. d. c. semicirculus. a. b. c. in cuius semicirculi circūfretia fiat angulus. a. b. c. ductis lineis. a. b. f. b. c. dico illū angulū eē rectum. p. trahat ab ipso angulo in centz. linea. b. d. eritq. p. quīntā pmiu angulus. a. b. d. eqlis angulo. a. f. angulus. d. b. c. eqlis angulo. c. f. q. angulus. c. d. b. ē eqlis duobus angulis. d. b. a. f. a. p. 32. pmiu ipse erit duplus ad angulū. d. b. a. eadē rōne angulus. a. d. b. duplus erit ad angulū. d. b. c. ergo duo anguli. c. d. b. f. a. d. b. dupli sunt ad totale angulū. a. b. c. sed ipsi sunt eqles duobus rectis. p. 3. pmiu erit igr angulus. a. b. c. totalis medietas duoz rectoz. qre rectus quod est pnam ppositum.

¶ Idē aliter p. trahat. b. c. usq. ad. e. eritq. p. 32. pmiu angulus. a. b. c. equalis duobus angulis. a. f. c. f. q. angulus. a. ē equalis angulo. a. b. d. f. angulus. e. angulo. c. b. d. erit igr angulus. a. b. c. eqlis totali angulo. a. b. c. ergo utiq. eoz ē rectus p diffinitionem. ¶ Tertiū sic patet sit in circulo. a. b. c. cuius centz. d. portio. a. b. c. cuius corda. a. c. maior semicirculo. f. fiat sup. eius. circūfretia angulus. a. b. c. ductis lineis. b. a. f. b. c. dico illū angulū eē minorē recto. ducat enim diameter. a. d. e. f. linea. e. b. eritq. per pmiā partem huius. b. totalis rectus. quare angulus. a. b. c. erit minor recto per cōfessiam cum sit pars eius. sicq. patet tertiū. ¶ Secūdū sic. Sit nūq. in circulo. a. b.





cuius centz. d. portio a. b. c. cuius corda a. c. q. sit semicirculo minor. Et si
at sup ei⁹ circumferentiā angulus. a. b. c. ductis lineis. b. a. f. b. c. dico hūc an-
gulum esse maiorem recto. producatz enim diameter a. d. e. f. linea. b. c. e-
ritq. per primam partem huius angulus. a. b. c. rectus. quare angulus. a. b. c.
erit maior recto quod est secundum propositum. ¶ Quartum ¶ quin-
tum sic. Sint in circulo. a. b. c. d. cuius centrum. e. portio. a. b. c. cuius corda
a. c. maior semicirculo ¶ portio. a. d. c. cuius eadem corda. a. c. minor semi-
circulo dico angulum cōtentum ab arcu. b. a. f. corda. a. c. esse maiorem re-
cto ¶ angulum cōtentum ab arcu. d. a. f. corda. a. c. esse minorem recto. ¶
ducatur diameter. c. e. b. f. linea. b. a. usq. ad. f. eritq. per primam partem
huius angulus. b. a. c. rectus quare per. 3. primi angulus. f. a. c. est similiter
rectus. Quia igitur angulus rectus est primi pars ¶ secundus pars recti cui
denter patet utrūq. quare tota liquet hec pēthamembriū conclusio. ¶ Es-
istis autem duabus ultimis partibus nota ēt instātiā contra illas duas
argumētationes ad quas tulimus instātiā. in. 5. huius. trāsitur enim ab
angulo portionis semicirculo minoris q. est minor recto per ultimam p-
tem huius ad angulum portionis semicirculo maioris qui est maior re-
cto per penultimā partem huius. non tñ per equale. Cum. n. omnis por-
tio circuli sit semicirculus aut minor semicirculo. aut maior sit aut tñ an-
gulus semicirculi per primam partem. 5. quam angulus portionis mino-
ris per ultimam ptem huius minor recto. portionis uero maioris sit ma-
ior recto. ¶ tñ non erit alicuius. portionis angulus. nec simpliciter aliquis
cōtentus a circumferentiā. ¶ linea recta nec rectus nec eq̄lis recto. Quod
ut clarius pateat sit in circulo. a. b. c. cuius centz. d. linea. a. b. cui non sit de
terminatus finis ex parte. b. fecis ex ipso portionē semicirculo minorem.
eritq. per ultimam ptem huius minor recto. huius circuli sit diameter. a.
d. c. ¶ imaginez linea. a. b. moueri ad partem. c. sup pūctum. a. q. quamdiu
fuerit circa. c. uel in ipso. c. coopiens diametz. a. d. c. facit cum arcu angu-
lum minorem recto. In oi aut pūcto ultra. c. uelut in. e. faciet p pūctū
ptem hū angulum maiorem recto. trāsit ergo a minori ad maius nō p eq̄-
le. ¶ sicut in rectilineis angulus est repire maiorem angulo semicirculi ¶
minore. nō tñ eq̄lem ut mōstratū ē. 15. huius. sicut in angulis portionū est
repire maiore recto ¶ minorem si tñ eq̄lem. ut patet ex ista demōstratōe.

Propositio 31.



¶ Circulum linea recta contingat et a cōtactu in cir-
culum quedam circulum secans recta linea preter
centz. ducatur quocunq. duos angulos cū contin-
gente facit. duobus angulis qui in alternatis circuli
super arcus consistunt. portionibus. equales.

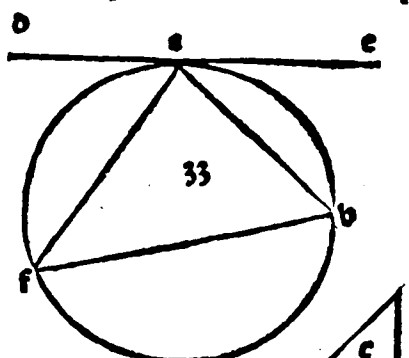
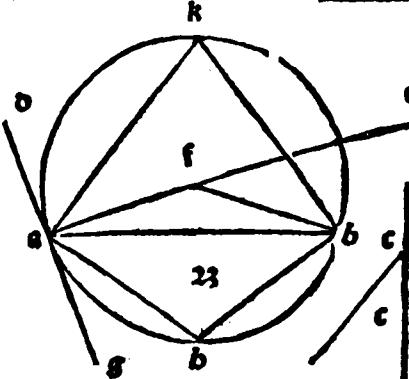
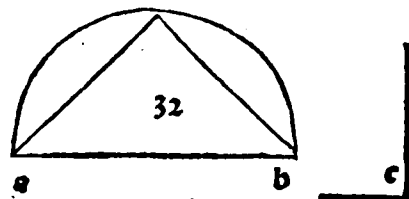
¶ Sit recta linea. a. b. contingens circulum. c. d. e. f. cui⁹
centz. g. in puncto. d. a quo. d. ducatur in circulum preter. centrum linea
d. f. secans ipsum. fiantq. angulus. d. c. f. consistens sup arcum portionis
d. e. f. ductis lineis. c. d. f. c. f. ¶ angulus. d. e. f. consistens super arcum portio-
nis d. e. f. ductis lineis. e. d. f. ¶ dico angulum. c. esse equalem angulo. b.
d. f. ¶ angulū. e. angulo. a. d. f. ducat. n. diameter. d. g. h. ¶ linea. f. h. eritq.
p. 12. hui⁹. d. h. ppendicularis sup. a. b. ¶ p. 11. primam ptem finis angulū. us. d.
f. h. rectus. quare duo anguli. a. d. h. ¶ d. f. h. sint eq̄les. posito ergo cōmū-
ni angulo. h. d. f. erit angulus. a. d. f. equalis duobus angulis qui sint. d. f.
h. ¶ b. d. f. sed hi duo cum angulo. h. sint equales duobus rectis per. 31. pri-
mi: ergo angulus. a. d. f. cum angulo. h. sint equales duobus rectis. sed an-
gulus. a. d. f. cum angulo. b. d. f. equialet duobus rectis per. 13. primi ergo
angulus. b. d. f. est equalis angulo. h. ergo ¶ angulo. c. per. 10. huius ¶ hoc
est primum. Et quia duo anguli. c. ¶ f. ¶ sint equales duobus rectis per. 15.
huius erit angulus. c. equalis angulo. a. d. f. quod est secundum. Vel istud
secundum sic si angulus. a. d. f. cum angulo. h. equialet duobus rectis. ut
p. 11. mōstratum est. sed angulus. c. cum angulo. h. equialet duobus rectis
per. 15. huius. ergo angulus. c. est equalis angulo. a. d. f. quod est ppositū.

Propositio. 32.



Super datam lineam. circuli portionem describere capientem angulum. dato angulo equaleni. seu rectum. seu maiorem seu minorem recto.

- ¶ Sit. a. b. linea data & c. datus angulus super lineam a. b. uolo describere unam circuli portionem recipiētem in circūferētia rectilineum angulum equalem angulo. c. Si igitur fuerit angulus. c. rectus diuisa. a. b. per medium describam super eam semicirculum. factumq. erit propositum. per primam partem. 30. huius.
- ¶ Si autem sit obtusus ducā lineam. d. a. cū lineā. b. a. cōtinentem equalē angulum angulo. c. & a puncto. a. ducam lineam. a. e. perpendicularē super lineam. a. d. & super punctum. b. faciam angulum p. 23. primi equalē angulo. e. a. b. in quo obtusus excedit rectum ducta lineā. b. f. usq. ad perpendicularē. a. e. eruntq. per. 6. primi lineę. f. a. & f. b. equales. factō itaq. puncto. f. centro circuli describam fm quantitatem lineę. f. a. circulum. a. b. b. eritq. per correlarium. 15. huius lineā. a. d. contingens circulum quare per premisam angulus qui fit in portione. a. b. b. est equalis angulo. d. a. b. quare & angulo. c. quod est propositum. ¶ Si autem angulus. c. sit acutus. producam lineam. a. g. continentem cum lineā. a. b. angulū equalē angulo. c. & a puncto. a. ducam. a. e. perpendicularē ad lineā a. g. & super punctum. b. faciam angulum equalē angulo. e. a. b. in quo rectus excedit acutum. ducta lineā. b. f. usq. ad ppendicularē. a. e. erūtq. per. 6. primi lineę. f. a. & f. b. equales: factō itaq. puncto. f. centro circuli. describam fm quantitatem lineę. f. a. circulum. a. k. b. eritq. per correlarium. 15. huius lineā. a. g. contingens circulum. quare per premisam angulus qui fit in portione. a. k. b. est equalis angulo. g. a. b. quare & angulo. c. quod est propositum.



Propositio 33.



Dato circulo: dato angulo. equum angulum capiētem portionem abscindere.

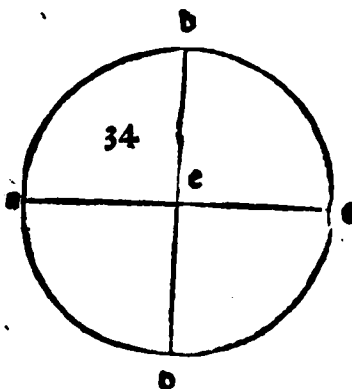
- ¶ Sit. a. b. datus circulus. & c. datus angulus uolo ergo a circulo. a. b. abscindere portionem unam capiētem equalē angulum angulo. c. produco lineam. d. a. e. contingētem datum circulum in puncto. a. a. quo duco in circulum lineam. a. b. continentem cum lineā. a. e. angulum equalē angulo. c. eritq. per. 31. huius portio. a. b. existens a parte lineę. a. d. recipiens angulum equalē angulo. c. quod est propositum

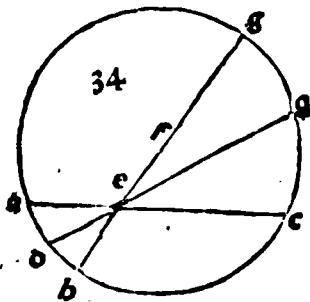
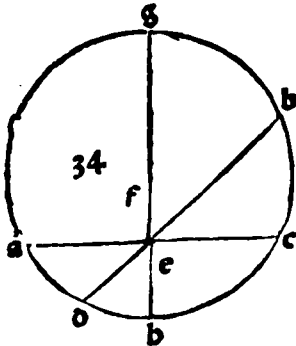
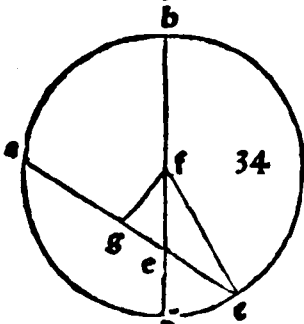
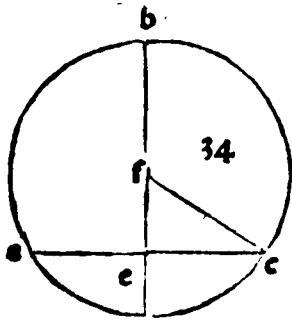
Propositio 34.



Intra circulum due recte lineę sese inuicem secēt. q. sub duabus partibus vnius earum. pcedit. equū est ei rectāgulo quod sub duabus alterius lineę partibus continetur.

- ¶ Sint due lineę. a. c. & b. d. secantes se in circulo a. b. c. d. super punctum e. dico q. illud rectangulum quod fit ex. a. e. in e. c. equum ē ei quod fit ex b. e. in e. d. ¶ Aut enim ambe lineę. a. c. & b. d. transibunt per centrum circuli aut altera tantum aut neutra. q. si ambe transiāt per centrum erit. e. centrum circuli. omneq. 4. lineę equales: quare liquet propositum. ¶ Quod si altera earum tantum transi per centrum sit illa. b. d. cētrumq. circuli sit. f. aut ergo. b. d. secabit a. c. per equalia aut per inequalia. fecit ergo primo per equalia eritq. per primam partem. 3. huius fecās eam orthogonaliter. ducatur itaq. lineā. f. c. eritq. p. 5. f. c. quod fit ex b. e. in e. d. cum quadrato. e. f. equalē quadrato lineę. f. d. quare & quadrato lineę. f. c. ergo per penultimam primi & quadratis duarum linearum. f. e. & e. c. dempto ergo utrinq. quadrato. e. f. erit quod fit ex b. e. in e. d. equalē quadrato lineę. e. c. & quia. e. c. est equalis. a. e. patet propositum. ¶ Quod si. b. d. transiens per centrum fecat. a. c. per inequalia a centro. f. ducatur. f. g. perpendicularis ad. a. c. eritq. per secundam





partem tertie huius. a. g. equalis. g. c. & ducatur linea. f. e. eritq. per. s. fecūdi quod fit ex. b. e. in. e. d. cum quadrato. e. f. & ideo per penultimam primi cum quadratis duarum linearum. f. g. & g. e. propter id quod angulus. f. g. e. est rectus equale q̄ drato linee. d. f. & ideo linee. f. c. ppter q̄ quod penultimam primi & quadratis duarum linearū. f. g. & g. c. dempto ergo utriq. quadrato linee. f. g. erit quod fit ex. b. e. in. e. d. cum quadrato linee. g. e. equale quadrato linee. g. c. sed per. s. fecūdi quod fit ex. a. e. in. e. c. cum quadrato linee. g. e. est equale quadrato linee. g. c. dempto igitur utriq. quadrato linee. g. e. erit quod fit ex. b. e. in. e. d. equale ei quod fit ex. a. e. in. e. c. quod est propositum. ¶ Quod si neutra earum transsit per centrū siue altera diuidat alteram per equalia siue per inequalia producā li-
neam. g. f. e. b. diametrum circuli transeuntem per punctum sectionis ea-
rum. Et si altera diuidat alteram p equalia. ut. b. d. a. c. tunc. g. b. diuidit
etiam. a. c. per equalia. ergo orthogonaliter per tertiam huius. ergo. per se-
cundum modum huius conclusionis quod fit. ex. g. e. in. e. b. equum est
ei quod fit ex. a. e. in. e. c. & per tertium modum huius quod fit ex. g. e. in
e. b. equum est ei quod fit ex. b. e. in. e. d. ergo quod fit ex. a. e. in. e. c. equū
est ei quod fit ex. b. e. in. e. d. quod est propositum. ¶ At si neutra diuidat
alteram per equalia erit per tertium modum huius conclusionis quod fit
ex. g. e. in. c. b. equale utriq. eorum que sunt ex. a. e. in. e. c. & b. e. in. e. d.
quare unum eorum erit equale alteri quod est propositum.

¶ Castigator.

¶ Quod fecerit sese per equalia extra centrū ē iposibile per. 9. huius. qa semper ab eodem puncto sectionis essent plures q̄ due linee equales si ambe linee ad inuicem fuerint equales. Si uero fuerint inequales. tunc per hanc est iposibile. qa ut deducitur rectangulum duarum partium unius semper est equale alteri rectangulo aliarum partium alterius & sic p conceptionē esset iposibile.

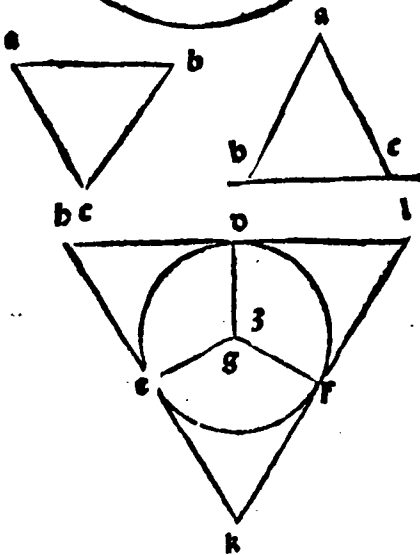
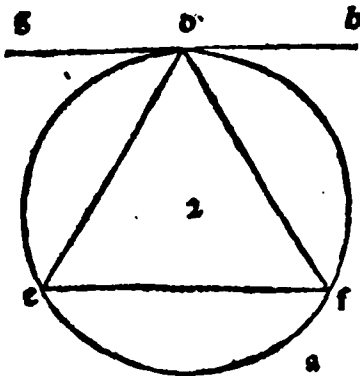
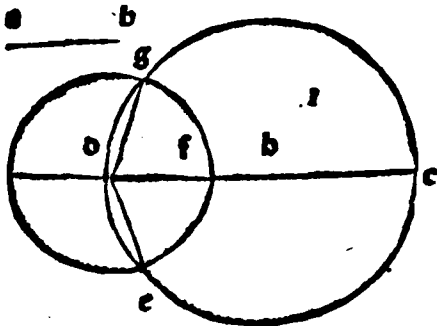
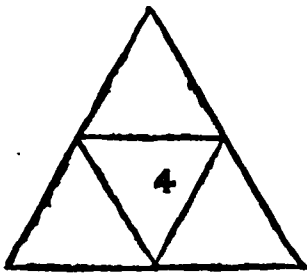
Propositio 35.



Extra circulum punctus signetur. ab eo antes ad circulum alia linea secans. alia contingens due re-
cte linee ducantur quod sub tota secante. atq. parte
sui extrinseca continetur equum est ei quadrato qd
ex contingente linea describitur.

¶ Sit. a. punctus signatus extra circulum. b. c. d. cuius cen-
trum. e. a quo ducantur ad circulum due linee. a. b. contingens. & a. d. c.
secans. dico q̄ illud quod fit ex. a. c. in. d. a. equum est quadrato linee. a. b.
¶ Aut enim. a. d. c. transsit per centrū aut non transeat ergo primo per
centrū quod est. e. & ducatur linea. e. b. que per. 17. huius perpendicu-
laris erit super lineam. a. b. & quia linea. d. c. diuisa est per equalia in puncto
e. & est ei addita linea. d. a. erit per sextam secūdi quod fit ex. c. a. & a. d.
cum quadrato linee. e. d. & ideo cum quadrato linee. e. b. equale quadra-
to linee. e. a. & ideo per penultimam primi equale quadratis duarum li-
nearum. e. b. & b. a. propter id quod angulus. b. est rectus. dempto ergo
utriq. quadrato. e. b. erit. quod fit ex. c. a. in. a. d. equale quadrato
linee a. b. quod est propositum. ¶ Quod si linea. a. d. c. non transsit per
centrū sumatur. a. f. e. g. transiens per centrū & ducantur linee. e. d. & e.
b. & sit. e. h. perpendicularis ad. a. d. c. eritq. p. 3. huius. d. h. equalis. b. c. qa
ergo linea. d. c. diuisa est per equalia in puncto. b. & addita sibi linea. a. d.
erit per. 6. secūdi quod fit ex. c. a. in. a. d. cum quadrato. d. h. equale
quadrato linee a. h. ergo addito utriq. quadrato. h. e. erit quod fit ex. c. a.
in. a. d. cum quadratis duarum linearum. d. h. & b. e. & ideo p penultimā
primi cum quadrato d. e. propter id quod angulus. h. est rectus. & ideo cū
quadrato. e. f. propter id quod e. d. & e. f. sunt equales. equale quadratis
duarum linearū. a. b. & h. e. & ideo per penultimā pmi quadrato linee. a. e.
sed quia per sextam secūdi quod fit ex. g. a. in. a. f. cum quadrato. f. e. eq̄
le est quadrato linee. a. e. quia ergo utriq. eorum que sunt ex. c. a. in. a. d.
& ex. g. a. in. a. f. cum quadrato linee. f. e. ē equale quadrato linee. a. e. ipsa

De figurarum unius alteri inscriptione & circumscriptione Liber quartus. Euclidis ex suprema Campani interpretatio-
ne. Magistro Luca paciolo de burgo. Sancti Sepulcri Ordinis minorum castigatoris feruentissimo. Incipit.



Igura intra figuram dicitur inscribi quādo ea que inscribitur eius in qua inscribitur latera unoquoque suorum angulorum ab interiore parte contingit. **C**ircumscribi vero figura figure perhibet quatiens ea quidem figura eius cui circumscribitur suis lateribus omnibus omnes angulos contingit.

Propositio .1.



Intra datum circulus date linee recte que diametro minime maior existat equam rectam lineam coaptare.

Sit linea data. a. b. circulusq. datus. c. d. e. cuius diameter c. d. qua non est maior linea. a. b. uolo intra datum circulum coaptare lineam equalem. a. b. q. si fuerit equalis diametro constat propositum. **S**i aut minor ex diametro sumatur. d. f. ubi equalis est super punctum. d. fm quantitatem linee. d. f. describatur circulus. f. e. g. secans datum circulum in punctis. g. f. e. ad alterum quorum duatur linea a puncto. d. ut. d. e. uel. d. g. eritq. utralibet earum equalis linee a. b. eo q. utraq. earum est equalis linee. d. f. per diffinitionem circuli: quare habemus propositum.

Propositio .2.



Intra assignatum circulum triangulum triangulo assignato equiangulum collocare.

Sit assignatus triangulus. a. b. c. assignatusq. circulus. d. e. f. uolo intra hunc circulum collocare unum triangulum equiangulum triangulo. a. b. c. equilaterum enim non est necessarium esse sed est possibile. **P**roduco. g. d. h. continuentem circulum in puncto. d. super quem facio angulum. h. d. f. ducta linea. d. f. equalem angulo. c. f. angulum. g. d. e. ducta linea. d. e. equalem angulo. b. f. protraho lineam. e. f. eritq. per 31. tertii angulus. e. equalis angulo. c. quia uterq. est equalis angulo. h. d. f. c. quidem per positionem. e. uero per 31. tertii eadem ratione erit angulus. f. equalis angulo. b. quare per 31. primi. d. tertius erit equalis. a. tertio. quare habemus propositum.

Propositio .3.



Intra assignatum circulum assignato triangulo triangulum equiangulum describere.

Sint ut prius assignatus triangulus. a. b. c. assignatusq. circulus. d. e. f. cuius centrum. g. circa hunc circulum uolo describere unum triangulum equiangulum triangulo. a. b. c. equilaterum enim non est necessarium sed est possibile. **P**roducam basim. b. c. in utraq. partem. ut fiant duo anguli extrinseci. f. a centro. g. **P**roducam lineam. g. d. ad circumferentiam. f. constituam angulum. d. g. e. ducta linea. g. e. equalē angulo. b. extrinseci. f. d. g. f. ducta linea. g. f. equalē. c. extrinseci. f. a punctis. d. e. f. producam in utraq. parte lineas orthogonaliter que per correlarium. 15. tertii erunt contingentes cir-

31

31

32

15

cum quas contingentes. Protraham quousq; concurrat in punctis. h. i. l. necesse est enim ipsas concurrere. cum enim uterq; angulorum qui sunt ad. d. e. uterq; eorum qui sunt ad. e. sit rectus si intelligatur protrahi linea d. e. erit duo anguli qui sunt ad partem. h. minores duobus rectis. quare p penultimam petitionem in partem illam protrahere concurrent lineae. l. d. h. k. e. h. eadem ratione concurrent due lineae. h. d. l. k. f. l. cum uterq; angulorum qui sunt ad. f. sit etiam rectus. Quia ergo in quadrilatero. h. d. e. g. duo anguli. d. e. f. e. sunt recti. erunt duo anguli. g. f. h. e. quales duobus rectis. cuiuslibet enim quadrilateri quatuor anguli sunt equales quatuor rectis. ut monstratum est supra. 32. primum quia duo anguli. b. intrinsecus extrinsecus sunt similiter equales duobus rectis. per. 13. primum uero. b. extrinsecus positus e equalis. d. g. erit intrinsecus. b. equalis. h. Simili quoque ratione erit. c. intrinsecus equalis. l. f. quia duo anguli. b. f. c. intrinseci sunt minores duobus rectis. per. 32. primum erit similiter duo anguli. h. f. l. minores duobus rectis. quare per penultimam petitionem due lineae. h. e. f. l. f. protrahere concurrent in puncto. k. fietq; triangulus. h. k. l. f. quia angulus h. est equalis angulo. b. intrinsecus. f. angulus. l. angulo. c. intrinsecus. erit per. 32. primum. angulus. k. equalis angulo. a. quare habebimus propositum.

Propositio 4

In dato triangulo circulum describere.



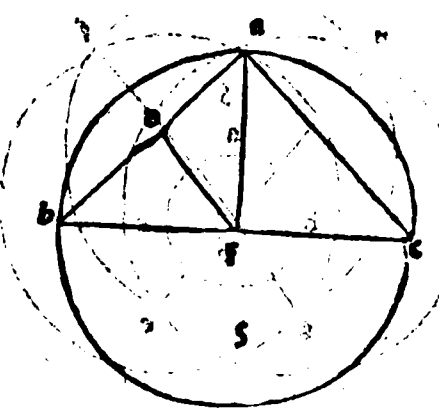
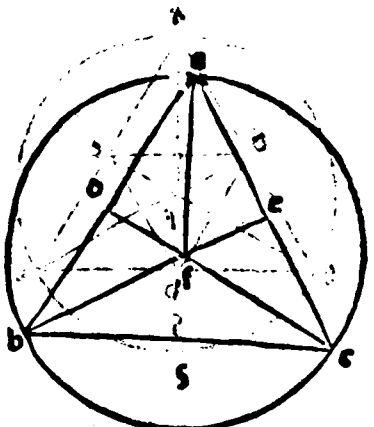
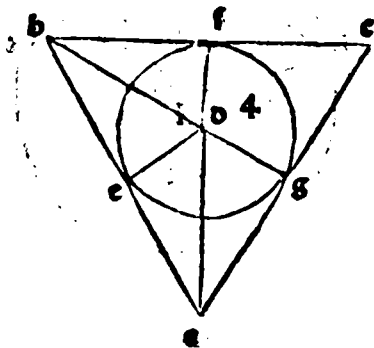
I Si assignatus triangulus. a. b. c. uolo intra ipsum circulum describere hec est quasi conuersa secunde. ¶ Diuido. n. duos eius angulos. a. f. b. per. e. h. i. a. quidem ducta linea. a. d. b. uero ducta linea. b. d. f. concurrant in puncto. d. a. quo ducam perpendiculares ad tria latera ipsius. d. e. quidem ad a. b. d. f. ad. b. c. e. f. d. g. ad. a. c. ¶ quia duos triangulos. e. a. d. f. g. a. d. angulus. a. unius est equalis angulo. a. alterius. f. uterq; angulus. a. f. g. rectus f. latera. a. d. c. e. erit per. 26. primum linea. d. e. equalis lineae. d. g. Eadem rone cum duorum triangulorum. e. b. d. f. b. d. angulus. b. unius sit equalis angulo. b. alterius. f. uterq; angulorum. e. f. f. rectus latera quoque. d. b. c. e. erit per eadem. lineae. e. d. equalis lineae. d. f. quare tres lineae. d. e. d. f. d. g. sunt equales. posito ergo centro in. d. e. descripto circulo secundum quantitatem unius earum transibit per. g. tertii per reliquarum duarum extremitates. restat quia per correlatum. 15. tertii unaquaeq; linearum. a. b. b. c. f. c. a. circuli contingens circulum. patet perfectum esse propositum.

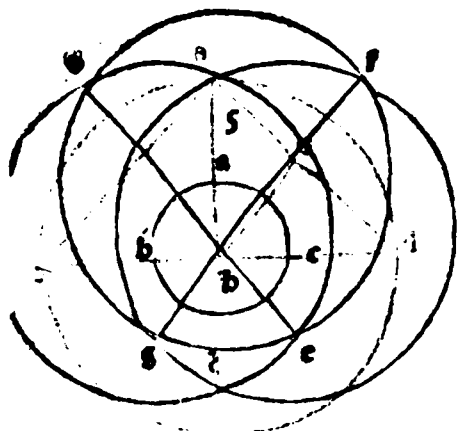
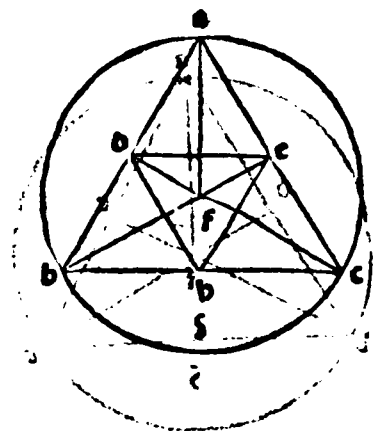
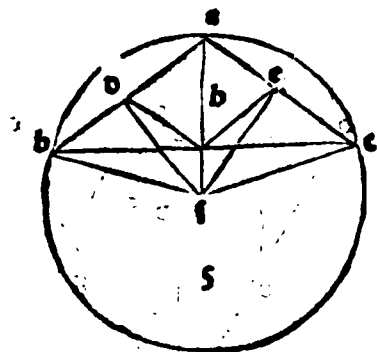
Propositio 5

In ca trigonum assignatum siue illud sit orthogonum siue ambigonium siue oxigonum circulum describere.



I Si trigonum assignatum. a. b. c. uolo circa ipsum describere circulum hec est quasi conuersa tertie. ¶ Diuido duo eius latera. a. b. f. a. c. per equalia. a. b. quidem in puncto. d. f. a. c. in puncto. e. a quibus punctis produco perpendiculares ad lineas. a. b. f. a. c. q. protraho quousq; concurrant in puncto. f. fiat. d. f. e. f. concurrere enim qm cum uterq; angulorum. d. f. e. sit rectus si intelligatur prahi linea. d. e. f. erit duo anguli ad partem in quam protrahuntur minores duobus rectis. quare concurrent p penultimam petitionem. Igitur a puncto. f. q. est punctus conuersus quem dico esse centrum circuli quesiti. Protraho lineas ad singulos angulos que sunt. f. a. f. b. f. c. ¶ quia in triangulo. a. d. f. duo latera. a. d. f. d. f. sunt equalia duobus lateribus. b. d. f. d. f. trianguli. b. d. f. ¶ angulus. d. unius angulo. d. alterius. quia uterq; rectus erit per quartam primi. f. x. equalis. f. b. eadem rone erit. f. a. equalis. f. c. copatis lateribus ¶ angulis duos triangulos. a. d. f. e. f. erit per. 9. tertii punctum. f. erit centrum circuli quesiti. hec est universalis demonstratio ad oes species trigoni ¶ Quia in auctor uidet helle medium variare distinguendo inter orthogonium ambigonium ¶ oxigonum. de quolibet eorum syllatim est demonstrandum. ¶ Si ergo trigonum propositum orthogonium sit. angulus





bus a. rectus latus. b. c. respiciens hunc angulum rectum diuido per equa-
 lia in. fa quo puncto quem dico esse centz. circuli ad medium punctum
 alterius duo3 reliquo3 latus qui sit. di duo lineam. f. d. f. quia linea
 f. d. diuidit duo latera. a. b. f. b. c. trianguli. a. b. c. per equalia ipsa erit eq-
 distans tertio. uidelicet linee. a. c. hoc enim demonstratum est. supra. 39.
 primi f. quia angulus. a. posuit est rectus. erit per secundam partem f. per
 tertiam. 19. primi uterq. angulorum. qui sunt ad d. rectus. ducantur igit li-
 nea. f. a. erit p. quartam primi linea. a. f. equis linee. b. f. comparatis adun-
 uicem lateribus f. angulis triangulo3. a. d. f. b. d. f. quia linea. b. f. est equis
 linee. c. f. erit. 3. linee. b. f. a. f. c. f. adinuicem equaliter. quare per. 9. tertii erit
 f. centrum circuli quesiti. ¶ Sit. rursus triangulus. a. b. c. ambigonus. sitq.
 angulus. a. obtusus latus. b. c. respiciens hunc angulum obtusum. diuido p.
 equalia in puncto. b. a quo ad media puncta duorum reliquorum lateru
 que sunt. d. f. e. ducio lineas. h. d. f. h. e. eritq. d. h. equidistans. a. c. f. c. b. c.
 distans. a. b. propter id quod demonstratum est. supra. 39. primi uidelicet
 q. linea secans duo latera aliquis trianguli per equalia. tertio. est. equidi-
 stans. quare per secundam partem. 19. primi erit uterq. duorum angulo3
 b. d. h. f. c. e. h. equalis angulo. a. f. ideo uterq. obtusus. Ductis igitur per
 perpendicularibus. d. f. ad lineam. a. b. f. e. f. ad lineam. a. c. quotsq. concu-
 rant in pñcto. f. quem dico esse centz. circuli. Manifestum est enim earc3
 dante. propter causam prius dictam secabit utraq. eam3 lineam. b. c. d.
 respicit obtusum f. concurret extra triangulum. a. b. c. igitur a puncto. f.
 qui est punctus concursus earum3. Produco lineas. f. a. f. b. f. c. que per quar-
 tam primi bis assumptam erunt equaliter. comparatis pmo lateribus f. an-
 gulis duorum triangulorum. a. d. f. b. d. f. deinde aliorum duorum. a. c. f. e.
 c. f. quare per. 9. tertii. f. est centrum circuli quesiti. ¶ Est item ut tri-
 gonus. a. b. c. sit oxigonius diuisi omnibus eius lateribus per equalia. ui-
 delicet latus. a. b. in puncto. d. f. latus. a. c. in puncto. e. f. b. c. in puncto. h.
 Protraho lineas. d. e. d. b. f. e. h. eritq. d. h. equidistans. a. c. f. e. b. a. b. pro-
 pter id quod demonstratum est super. 39. primi quare per secundam parte
 19. primi uterq. angulorum. b. d. h. c. e. h. erit equalis angulo. a. f. ideo aci-
 us ductis igitur perpendicularibus. d. f. ad lineam. a. b. f. e. f. ad lineam. a. c.
 manifestum est eas concurrere intra triangulum. a. b. c. sitq. punctus co-
 cursus. f. quem dico esse centz. circuli. ¶ Produco enim lineas. f. a. f. b. f. c.
 que per quartam primi bis assumptam ut prius erunt equaliter. quare p.
 9. tertii erit. f. centrum circuli quesiti. ¶ Per predicta patet q. si triangul3
 fuerit orthogonius centz. circuli circumscribendi cadet in medio late-
 ris quod opponitur angulo recto. Si fuerit ambigonus centz. circuli
 extra triangulum. Si autem fuerit oxigonius cadet intra triangulum.

Castigator

a. ¶ Per conuersionem secundae partis. 30. tertii f. per conuersionem tertie
 partis eiusdem. ¶ Aliter enim rectus est equalis obtuso uel maior obtu-
 so ideo extra de necessitate ad hoc facit conuersionem. 39. primi. f. 2. 6.
 b. ¶ Aliter enim rectus cõtenetur a quo uel esset eo minor. ¶ Ex ista quin-
 ta elicitur modus coniungendi tria puncta ubi cum fuerint posita in ea-
 dem circumferentia hoc est inueniendi centz. circuli e3 communis describen-
 do circulos super unumquodq. eorum f. a punctis intersecationum ipso3
 protractis duabus lineis f. ubi ille se interfecabunt illic erit centz. quem
 admodum habes in ludis nostris. de uiribus quantitatibus. Et hic sunt illa
 puncta. a. b. c. dummodo non sint summa in linea una quia tunc esset
 impossibile in curuo suscipere rectum. Fiat primum circulus super una
 punctorum coprehedens omnia puncta illa intra se f. postea describan-
 tur duo alii circuli super alia duo puncta. f. a punctis intersecationum ista
 rum uelud. g. f. d. e. ducantur lineae f. punctus intersecationis istarum erit
 centz. commune illis tribus ut hic.

Propositio 6



Intra datum circulum quadratum describere.
 Sit datus circulus a. b. c. d. cuius centrum e. nolo tunc
 ipsum describere quadratum. Protraho in ipso duas
 metros a. c. b. d. secantes se orthogonaliter supra centrum
 eorum extremitates coniungo productis lineis a. b. b.
 c. c. d. d. a. quas dico continere quadratum quicquam
 p. p. e. erit tunc equaliter ad invicem per quartam primi ter assumptam
 propter id quod quatuor linee a. c. b. d. e. id sunt equales. f. quatuor
 anguli qui sunt a. e. recti. f. minus quatuor. quatuor angulorum a. b. c. d.
 E. rectus per primam partem. 30. tertiis propter id quod quilibet eorum e
 in semicirculo erit igitur a. b. c. d. quadratum per definitionem quod est
 propositum.

Propositio 7.



Intra propositum circulum quadratum describere.
 Sit propositus circulus a. b. c. d. cuius centrum e. nolo
 circa ipsum describere quadratum. Protrabo in ipso du
 as diametros a. c. b. d. secantes se orthogonaliter sup cen
 trum e. a. quatuor extremitatibus duco in utraque partem
 lineas orthogonaliter quoties quibet eorum coaruant cu
 duabus lateralibus sinte p. c. f. a. c. d. f. g. h. k. erit p. correlarium
 35. tertiis uterq. anguloz qui sunt ad unumque quatuor punctoz a. b. c. d.
 rectus quia ergo in quadrilatero a. b. c. d. tres anguli a. b. c. e. sunt recti: erit
 quartus angulus qui est f. rectus habet. n. quodlibet quadrilaterum qua
 tuor angulos e. quatuor rectis ut demonstratum est supra 31. primi: eadē
 ratione quilibet angulorum g. h. f. k. erit rectus: ergo p. secundam prem. 30.
 pmi. duelline f. g. h. k. Itemque due f. k. f. g. h. sunt equidistantes: ergo p.
 34. primi. f. k. est equalis g. h. f. g. h. k. b. c. d. e. quia p. eandem. f. k. est equalis
 h. d. e. f. g. a. c. e. utero b. d. est equalis a. c. d. tunc quatuor linee f. k. g. h. f.
 g. f. k. h. equales: sed f. quatuor anguli f. g. h. k. sunt recti ut probatum est
 ut ergo f. g. h. k. est quadratum per definitionem quod est propositum.

Caligator.

a. Videretur potius per illud correlarium 35. tertiis velle in nuere quatuor
 lineas f. g. h. k. f. k. esse contingentes circulo cu ppositum sit et circū
 scribere quadratū q. anguli illi quatuor ad dicta quatuor puncta esse rectos:
 quoniam hoc ex ipotēsi ex promissione linearum orthogonalitab
 extremitatibus diametrorum est manifestum.

Propositio 8.

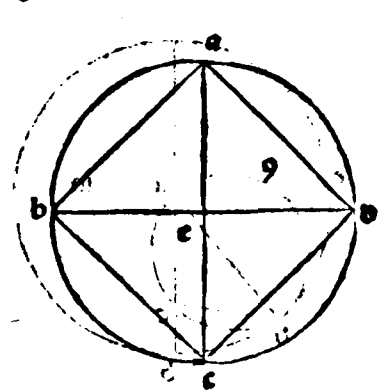
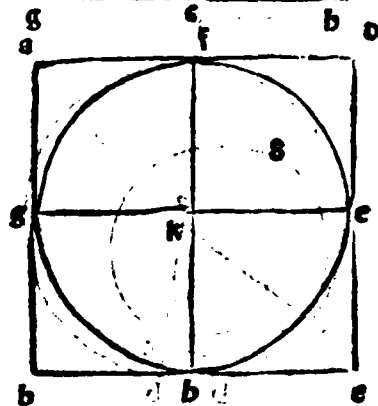
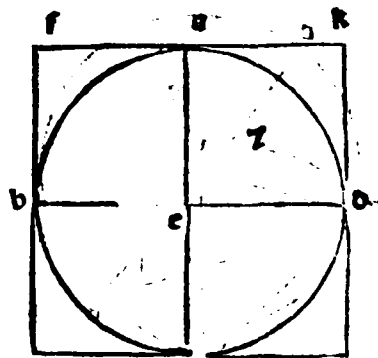
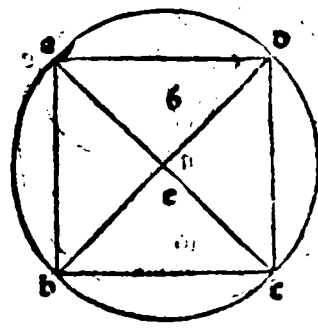


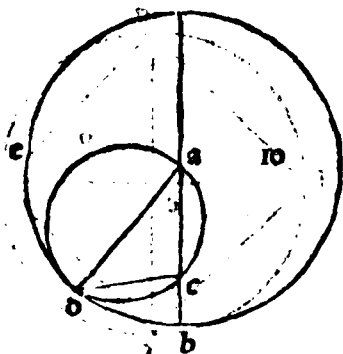
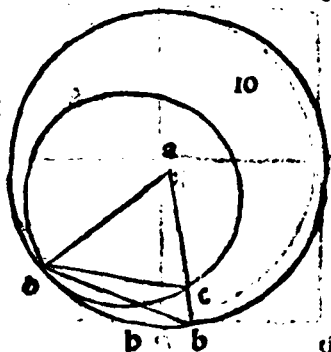
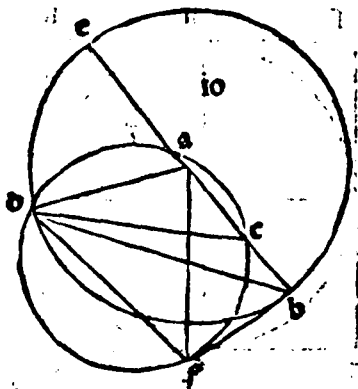
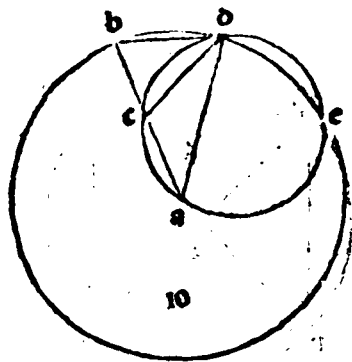
Intra quadratum assignatum circulum describere.
 Sit quadratum assignatū a. b. c. d. nolo intra ipsum de
 scribere circuli hēc q. cōversa. 6. diuido unumquodq. la
 tus p. equalia a. d. q. d. em in puncto f. b. a. in puncto g. c. b.
 in puncto h. f. d. a. in puncto e. f. p. duco lineas e. g. f. f. h.
 secantes se in puncto k. quē dico ēē centz circuli. Erunt. h. in
 equidistantes ēē equalia a. b. per 33. pmi. p. id quod a. f. f. b. h. sunt equaliter ēē
 distantes. Similiter p. eadē f. d. c. a. b. f. quia oēs medietates quatuor late
 rum ipsius quadrati sunt ad invicem equales erunt p. 34. pmi. quatuor sit
 nec. k. e. k. f. k. g. f. k. h. equales ergo p. 35. tertiis. k. est centrum circuli q. l. h.
 a. Per eōdem sciam quoniam tota sunt equalia dimidia quoq. equalia e.

Propositio 9.



Intra assignatum quadratum circulum describere.
 Sit quadratum a. b. c. d. nolo circa ipsum circulum descri
 bere. hēc est q. cōversa. 7. Protraho in ipso duas diame
 tros a. c. b. d. secantes se in puncto e. quē dico ēē centz cir
 culi. Cum in lineis a. d. f. g. in bisint equaliter erūt p. 35. pmi. a. g.
 l. a. d. b. f. c. a. b. d. equaliter g. a. angulus a. totalis ē rectus: erit
 p. 31. pmi. uterq. eoz medietas recti. Simili quoq. mō p. b. abit quēti
 bet p. tialium angulorum a. p. dictis diametris ē lateralibus q. d. rati p. p. s. u.





contentorum esse medietatem rectis quia igitur angulus. e. a. d. est equalis angulo. e. d. a. erit per. 6. primis linea. e. a. equalis linee. e. d. eadem ratio ne. erit. e. a. equalis. e. b. f. c. c. equalis. e. d. quare quia quatuor linee. e. a. e. b. e. c. c. d. sunt equalis. erit per. 2. tertie. ceteris circuli. quoniam quod est oppositum.

¶ Colligatur.
a. ¶ Per conceptionem si fuerint due res quantum unaqueque unius eiusdem fuerit dimidium. Potius per ista si due res equalis tertiae fuerint equalis utraque illius tertiae erit dimidium. ¶ Ista habet octavum ex. 9. tertii decimi. ¶ Ibi clarius formatur huiusmodi triangulus.



Propositio 10.
Et cum equalium laterum triangulus designare. cuius uterque duorum angulorum quos basis optinet reliquo duplus existat.

¶ Intentio est describere in triangulum datum equalium laterum. ¶ tertii ineq. l. uterque angulo. ¶ q. superius quod est. reliquis ineq. l. existunt ad tertium duplus existat. Ad hoc autem faciendum sumat linea quilibet que sit a. b. que dividatur fm. q. docet. ii. secundi in puncto. c. ita q. illud quod sit ex a. b. in. b. e. sit equalis quadrato. a. c. factus puncto. a. centro. fm. ipsius quantitate describatur circulus. b. d. c. intra quem per primam huius coarctetur linea. b. d. qualis linee. a. c. ¶ pducantur due linee. d. a. d. c. dico triangulum. a. b. d. esse q. l. pponitur. ¶ Circumscribat circulus qui sit. d. c. a. per. s. huius triangulo. d. c. a. Quia ergo linea. d. b. est equalis. linee. a. c. erit quod sit ex a. b. in. b. c. equalis quadrato linee. b. d. quare per ultimam tertii. b. d. linea est contingens circulo. d. c. a. f. per. 31. eiusdem angulus. c. d. b. est equalis angulo. c. a. d. ¶ Posito ergo totus angulo. c. d. a. erit totus angulus. b. d. a. equalis duobus angulis. e. a. d. c. d. a. sed per. 31. primi angulus. b. c. d. est equalis eiusdem quia extrinsecus ad ipsos. ergo angulus. b. d. a. est equalis angulo. b. c. d. ¶ quia angulus. a. d. b. est equalis angulo. a. b. d. per. s. primis eo q. latera. a. d. f. a. b. sunt equalia. erit angulus. b. c. d. equalis angulo. c. b. d. ergo per. 6. primis linea. c. d. est equalis linee. b. d. quare ¶ linee. c. a. ergo per. s. primis angulus. c. a. d. est equalis angulo. c. d. a. Quia ergo uterque angulorum. c. d. b. f. c. d. a. est equalis angulo. c. a. d. erit totus angulus. b. d. a. duplus ad angulum. d. a. b. f. ideo angulus. a. b. d. sibi equalis. duplus est ad angulum. b. a. d. quod est ppositum. ¶ Foras dicit aduersarius circulum. d. c. a. circumscrip. trigono partiali secare circulum. b. d. e. in aliquo puncto arcus. b. d. data q. simul secabit lineam. b. d. unde ipsa non erit circulo applicata. sicut in demonstratione supponitur. sed ipsum secans. Sit ergo si possibile ē ut ponit aduersarius f. a puncto. b. ducatur ad ipsum circulum minorem contingens. b. f. ¶ ducantur linee. f. a. f. d. eritq. per penultima tertii quod sit ex a. b. in. b. c. equalis quadrato. b. f. ergo. b. f. est equalis. b. d. quare per. s. primis angulus. b. f. d. est equalis angulo. b. d. f. ¶ quia per. 3. tertii angulus. b. f. a. est equalis angulo. a. d. f. erit angulus. b. d. f. maior angulo. a. d. f. quod est impossibile. cum ipse sit pars eius. ¶ Aliiter possumus istud resistere ¶ ostendere. q. ille minor circulus nullo modo secabit lineam. b. d. foras enim dicit q. secare eam non. secando arcu. d. b. maioris circuli. Si enim possibile est q. secet eam. sit hoc in puncto. h. eritq. quod sit ex a. b. in. b. c. equalis ei quod sit ex. d. b. in. b. h. Monstratum est enim supra penultima tertii q. si ab aliquo puncto extra circulum signato quotlibet linee secantes ad circulum ducantur que sub totis f. earum portionibus extrinsecis continentur. equalia sunt ad invicem. ¶ quia quod sit ex a. b. in. b. c. est equalis quadrato. b. d. erit q. sit ex. d. b. in. b. b. equalis quadrato. d. b. quod est impossibile. per secundam secundi. quare constat ppositum. ¶ Et nota. q. minor circulus necessario secabit maiorem ¶ abscedet ab eo arcum unum. equallem arcui. b. d. ¶ maior abscedet similiter ab eodem unum arcum equallem arcui. d. c. ¶ Quod sic probatur. si enim minor non secat maiorem contingit ergo ipsum in puncto.

Castigator.

Per communem scientiam si equalibus equalia addas cū arcus. a. d. se equalis arcui. e. c. per. 15. addito utriq. arcu. a. e. erit arcus. d. a. e. equalis arcui. a. e. c. sic de reliquis. **P**artim modo potest deduci per quartā primū angulos duos qui sunt ad. f. esse equales. Nam duo latera. a. f. & a. g. trianguli. a. f. g. equantur duobus lateribus d. f. & d. g. trianguli d. f. g. uidelicet lateri. a. f. primi lateri. d. f. secundi per diffinitionem circuli & centri. Et lateri. a. g. eiusdem primi lateri. d. g. secundi per penultimam tertii & angulus. f. a. g. primi angulo. f. d. g. secundi. quū uterq. reclus ex hypothese. ergo reliqui anguli unius reliquis angulis alterius unusquisq. mo relatiuo. s. angulo. a. f. g. angulo d. f. g. & angulo. a. g. f. angulo. d. g. f. igit sic.

Propositio .12.

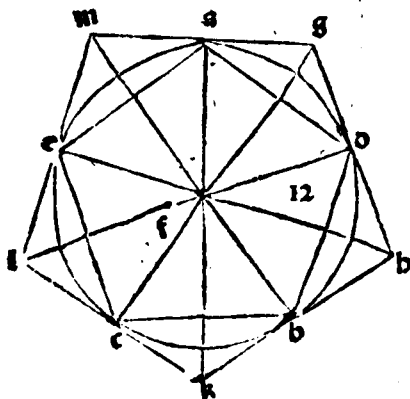


Incap. propositum circulum pentagonum equilaterum atq. equiangularum designare.

Sit propositus circulus. a. b. c. cuius centrum. f. uolo designare pentagonum equilaterum atq. equiangularum. **S**upra circumferentiam ipsius circuli quasi secundum doctrinam premisse sibi inscripsisse pentagonum quinque puncta angularia notabo. que sunt. a. d. b. c. e. ad que a centro ducam lineas. f. a. f. d. f. b. f. c. f. e. & ab eisdem punctis educam perpendiculares ad istas lineas in utraq. partem quousq. concurrant in punctis. g. h. k. l. m. eruntq. hee linee contingentes circulum per correlarium. 15. tertii: & ad ista puncta concursus ducam a centro lineas. f. g. f. h. f. k. f. l. f. m. Et quia monstratum est super penultimam tertii q. si ab aliquo puncto extra circulum signato due linee contingentes ad ipsum circulum ducantur q. ipse erunt equales. erit. linea. g. a. equalis lineae. g. d. & h. d. h. b. & sic de ceteris. At quoniam quinque arcus in quos quinque puncta. a. d. b. c. e. diuidunt circulum. sunt adinuicem equales. erunt per. 16. tertii quinque anguli. a. f. d. d. f. h. b. f. c. c. f. e. e. f. a. consistentes super hos arcus in centro. f. sibi inuicem equales. Sunt autem duo latera. a. g. & f. a. trianguli. f. g. a. equalia duobus lateribus. d. g. & f. d. trianguli. f. g. d. & latus. g. f. commune. ergo per. 8. primi duo anguli eorum qui sunt. ad. f. Itemq. duo anguli qui sunt ad. g. sunt adinuicem equales. eadem ratione duo anguli qui sunt ad. f. in triangulis. d. f. h. & h. f. b. Itemq. duo qui sunt. ad. h. sunt adinuicem equales. Similiter quoq. singuli trium reliquorum angulorum qui sunt. b. f. c. c. f. e. e. f. a. & singuli trium qui sunt. k. l. m. diuidantur per equalia. primi quidem per lineam. f. k. secundi per lineam. f. l. tertii uero per lineam. f. m. & quia hii tres anguli qui sunt. b. f. c. c. f. e. e. f. a. sunt sibi inuicem equales & aliis duobus qui sunt. a. f. d. & d. f. b. equales erunt eorum dimidia que sunt decem anguli facti in centro. f. adinuicem equaliter. Quia igitur duo anguli. a. f. f. trianguli. g. a. f. sunt equales duobus angulis. a. f. f. trianguli. m. h. f. & latus. a. f. commune erit per. 16. primi angulus. g. unius equalis angulo. m. aliterius & latus. g. a. equaliter lateri. a. m. **E**adem ratione erit angulus. g. in triangulo. g. f. d. equalis angulo. h. in triangulo. d. f. b. & latus. g. d. equaliter lateri. d. b. quare quia. g. a. est dimidium g. m. & g. d. dimidium. g. h. & g. a. & g. d. sunt equalia: erunt per communem scientiam. g. m. & g. h. eorum dupla equalia. Similiter quoq. probabimus. g. m. esse equale. m. l. & m. l. k. & l. k. k. h. quare pentagonus. g. h. k. l. m. est equilateralis. **S**ed & equiangularis: cū enim duo anguli qui sunt ad. g. sunt adinuicem equales. & duo qui sunt ad. m. similiter adinuicem equales & g. partialis sit equalis. m. partiali. utriusq. enim probatum est prius. erit per eandem communem scientiam. g. totalis equalis. m. totali. & eadem ratione probabis equalitatem in ceteris angulis: quare est equiangularis. sicq. constat propositum.

Castigator.

Per eandem scientiam quod tota sunt equalia dimidia quoq. equalia esse necesse est. **Q**uod dimidia sunt equalia tota quoq. equalia esse necesse est.



Propositio .13.

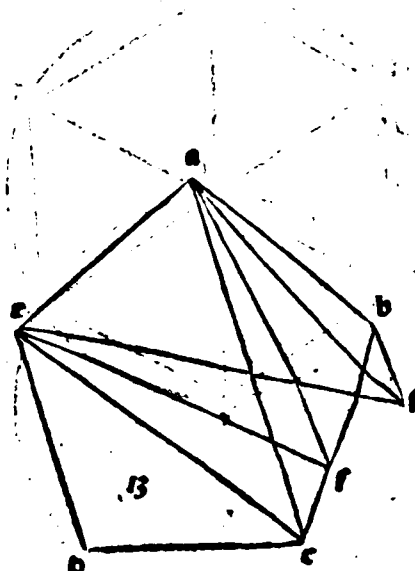
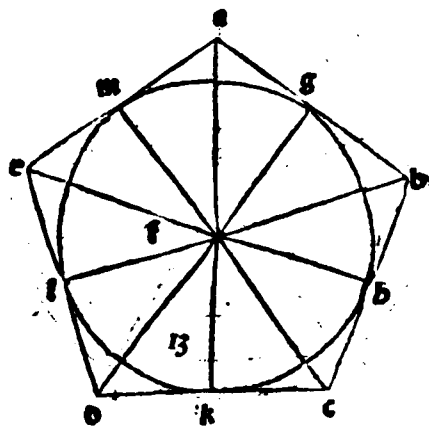


Intra equilaterum atq; equiangulum pentagonum assignatum circuli describere.

¶ Sit assignatus pentagonus equilaterus atq; equiangulus quia de aliis non est necessarium hoc esse possibile. a. b. c. d. e. uolo sibi inscribere circulum. hec est quasi conuer-
sa. 11. duos eius propinquos angulos qui sunt. a. f. e. diuido per equalia ductis lineis. a. f. e. f. donec concurrant in puncto. f. intra ipsum pentagonum quem dico esse centrum circuli. ¶ Concurrent enim propter id quod dimidium totalis anguli. a. ¶ Et similiter totalis anguli. e minus est angulo recto. ¶ Si enim intra pentagonum non concurrant aut extra ipsum pentagonum aut in latere pentagoni. aut in eius angulo qui utriq; angulorum diuisorum opponitur. ¶ Concurrent ergo primo extra in puncto. f. ¶ Ducatur linea. b. f. ¶ quia duo latera. c. a. f. a. f. tri- anguli. e. a. f. sunt equalia duobus lateribus. b. a. f. a. f. trianguli. b. a. f. ¶ angulus. a. unius angulo. a. alterius erit per. 4. primi basis. e. f. equalis basi. f. b. ¶ quia angulus. a. partialis est equalis angulo. e. partiali. propter id quod. a. totalis. e. totali erit per. 6. primi. f. a. equalis. f. e. ¶ quare. f. a. f. equalis. f. b. ergo per. 5. primi duo anguli. b. totalis ¶ a. partialis sunt equales quare. a. partialis est equalis uel maior. a. totali quod est impossibile.

¶ Concurrent ergo in puncto. f. super lapso. b. c. eritq; arguendo per pre-
missas ¶ premisso modo angulus. a. partialis equalis angulo. a. totali qd est impossibile. ¶ Quod si forsan concurrant in angulo. e. erit per eandem ¶ eodem modo. c. b. equalis. c. a. ¶ ideo adhuc ut prius angulus. a. partialis equalis angulo. a. totali. Quod quia hoc esse non potest. Sit ergo pen-
tus concursus qui est. f. intra pentagonum. a quo duco. 5. perpendiculari-
res ad eius. 5. latera. que sunt. f. g. f. h. f. i. f. l. f. m. ¶ ad duos eius angulos p-
pinquos aliter scilicet angulis per equalia diuisis qui sunt. b. f. d. duco lineas
f. b. f. d. ¶ quia duo anguli. a. f. m. trianguli. a. f. m. sunt equales duobus an-
gulis. a. f. g. trianguli. a. f. g. ¶ latius. a. f. commune erit per. 16. primi. f. m.
equalis. f. g. ¶ Per eandem quoq; probabis. f. l. equalem. f. m. sumptis duo-
bus triangulis. e. f. m. ¶ e. f. l. ¶ Quia iterum duo latera. a. f. ¶ a. b. triangu-
li. a. f. b. sunt equalia duobus lateribus. a. f. ¶ a. e. trianguli. a. f. e. ¶ angulus
a. unius angulo. a. alterius erit per. 4. primi angulus. b. partialis equalis
angulo. e. partiali. ¶ quia. b. totalis equalis f. e. totali. ¶ e. totalis diuisus
est per equalia erit etiam. b. totalis diuisus per equalia. ¶ Eodem modo
probabis. d. totalem diuisum per equalia propter equalitatem. d. partialis
¶ a. partialis sumptis triangulis. e. a. f. ¶ e. d. ¶ quia ergo duo anguli. g.
¶ b. trianguli. g. f. b. sunt equales duobus angulis. h. ¶ b. trianguli. h. f. b.
¶ latius. f. b. commune erit per. 16. primi. f. h. equalis. f. g. ¶ Eodem modo
probabis. f. k. equalem. f. l. sumptis triangulis. l. f. d. k. f. d. quoniam igitur
5. linee. f. g. f. h. f. k. f. l. ¶ f. m. sunt equales. erit. f. centrum circuli. per. 9. tertii.
quem describemus fm quantitatem unius earum ¶ tanget omnia latera
pentagoni. propter equalitatem linearum. ¶ nullum eorum secabit per
primam partem. 15. tertii. sicq; constat ppositum. ¶ Castigator.

¶ Hoc eni probatum est supra. 31. primi ubi ostensum est omnes. 5. an-
gulos pentagoni. 6. rectis equialere scilicet unusquisq; ualet unum re-
ctum ¶ quintam unius recti. ¶ ideo dimidium totalis anguli. a. ¶ simili-
ter. e. minus est angulo recto ¶ ideo ex illa parte concurrerit perpendicularis
petitioem. b. ¶ per aduersarium. c. ¶ Etiam per aduersarium. d. ¶ Quia
angulus. b. pentagoni ex ypotesi ¶ equalis angulo totali ipsius pentagoni ¶
ideo cu angulus. b. totalis sit maior angulo. b. pentagoni ¶ maior angulo
a. totali ¶ in cu angulus. a. partialis equalis ipsi. b. ¶ f. ¶ ipsam. a. partiali ¶ ma-
iore. a. totali sine ei equali qd ¶ impossibile ¶ ite. p. primam dispositionem nō
¶ f. ¶ anguli. a. partiali ¶ equali ¶ a. totali sed ipso maiore ¶ in duabus po-
sitionibus ¶ f. ¶ totali ¶ equali ¶ semper. 3. qn per aduersaria
concurrerent in latere ¶ in angulo illis opposito.



Propositio .14.

Intra datum pentagonum quod sit equilaterum, atq; equiangulum circulum describere.



Sit ut prius datus pentagonus equilaterus atq; equi-
gulus. quia de aliis non est necessarium hoc esse possibile
a. b. c. d. e. uolo circa ipsum describere circulum. hec est q̄
si cōferam. Duos ei⁹ p̄p̄nquos angulos q̄ sunt a. f. e. diuisi

doper equalis a ductis lineis. a. f. f. e. quousq; concurrat intra ipsum pen-
thagonum in puncto. f. 7 Concurrent. n. f. intra pentagonum ut proba-
tum est in premis. Et a puncto concursus duco ad reliquos angulos line-
as que sunt. f. b. f. c. f. d. f. quia duo latera. a. f. f. a. b. trianguli. a. f. b. sunt eq̄
lia duobus lateribus. a. f. f. a. c. trianguli. a. f. c. angulus. a. unius angulo
a. alterius erit per. 4. primi. f. b. equalis. f. e. f. angulus. b. partialis angulo
e. partiali. Et quia. b. totalis est equalis. a. totali. f. e. totalis diuisus est per
equalia. erit similiter. b. totalis diuisus p̄ equalia. f. hoc quoq; modo p̄ba-
bis utrūq; angulo. c. f. d. diuisum ē p̄ equalia f. 5. lineas. f. a. f. b. f. c. f. d
f. e. esse equales. quare p. 9. terti. f. erit centrum circuli. sicq; patet p̄positū.

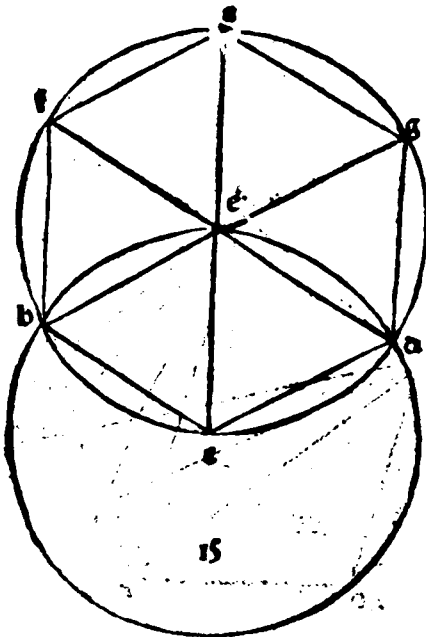
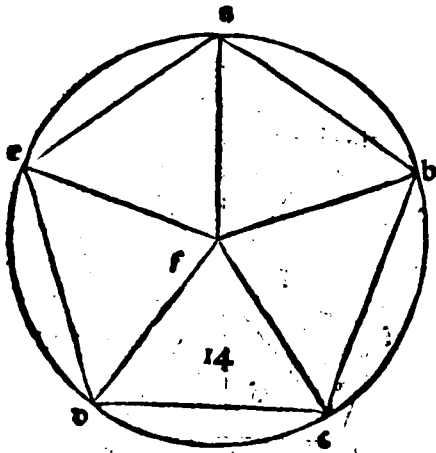
Propositio .15.

Intra propositum circulum exagonus equilaterū
atq; equiangulum describere. **E**x hoc itaq; ma-
nifestum est q̄ latus exagoni equum est dimidio
diametri circuli cui inscribitur.



Sit propositus circulus a. b. c. d. cuius centrū. e. uolo sibi
inscribere exagonum equilaterum atq; equiangulum. pro-

duco diametrum. a. e. c. f. fm̄ quantitatem semidiametri. e. c. facto cen-
tro puncto. c. describo circulum. e. b. d. secantem priorem in duobus pun-
ctis. b. d. a quibus produco duas diametros in circulo primo que sunt. b. e.
g. d. e. f. trium ergo diametrorum extēsitates cōiungo. 6. lineis que sunt
a. f. f. b. b. c. c. d. d. g. f. g. a. quas dico continere exagonum quesitum. Erīt
enim ut demonstrat prima primi uterq; triangulorum. b. e. c. c. e. d. equi-
laterus. quare f. equiangulus per. 5. eiusdem ergo p. 33. primi. duo anguli.
b. e. c. f. c. e. d. cum uno equali uni eorum sunt equales duobus rectis. Pro-
pter id quod quisq; eorum est tertia duorum rectorum sed ipsi per. 13. eius-
dem cum angulo. d. e. g. sunt equales duobus rectis. ergo. angulus. d. e. g. ē
equalis utriq; eorum quare p. 15. eiusdem. anguli. qui sunt. ad. e. sunt ad-
inuicem equales ergo p. 15. terti. arcus in quos cadunt sunt equales. quare
f. eorum corde per. 28. eiusdem que sunt latera ipsius exagoni. Equila-
terus igitur est sed f. equiangulus p. 26. terti. propter id quod sex arcus in
quos angularia puncta exagoni diuidunt circulum. binis f. binis sumpti
sunt adinuicem equales. ut arcus. a. f. b. arcus. f. b. c. f. ideo angulus. f. qui
consistit in primo est equalis angulo. b. qui consistit in secundo. idem in
ceteris. quare constat propositum. **C**orrelarium ex hoc patet q̄ dimi-
dium diametri f. latus exagoni sunt latera eiusdem trianguli equilateri
ut. e. c. f. e. b. f. c. b. **E**t nota q̄ non proponitur circa propositum circū-
lum exagonū equilaterū atq; equiangulū designare. Nec intra talē exagonū
circa talē circulum describere. quēadmodū fecit de triangulo q̄drato f. p̄
thagono. non quia nō sit necessarium hoc esse possibile. sed quia hec tria
per eadem precepta sunt in pentagono equilatero f. equiangulo. f. in
omni figura equilatera. atq; equiangulara quēcūq; fuerit. Vnde quancūq;
figuram equilateram f. equiangularam scimus circulo inscribere eandem
circulo extra. f. circulum sibi intra f. extra hisdem mediis per q̄ hec in
pentagono fecimus describemus. **N**ota etiam q̄ omnis figura equi-
latera circulo inscripta. aut circumscripta est etiam necessario equiangu-
la. f. de inscripta patet per. 27. f. 26. terti sumptis arcibus circuli. quibus la-
tera inscripte figure corde sunt binis f. binis. In hos enim arcus ipsius fi-
gure anguli cadūt. Ad circumscripta autem ductis a circuli centro lineis ad
oēs eius angulos. f. ad loca contactus facile probabis. si plene inchoaste



demonstratione. huius diligens intellectus, accersit. erit enim ut oēs ipsius figure angulos linee a centro venientes per equalia diuidant. sum' p'is itaq. quib'libet duobus eius proximis lateribus cum linea ad angulum ab eis contentum. & cum duabus ad eorum extremitates a centro venientibus duos triangulos ab eis contentos equiangulos adinuicem per 4. primi esse probabis. Sicq. faciendo de omnibus patebit eos esse equiangulos p' hac cōm sciam quoq. dimidia sunt equalia. tota quoq. ē equalia.

¶ **Castigator.**

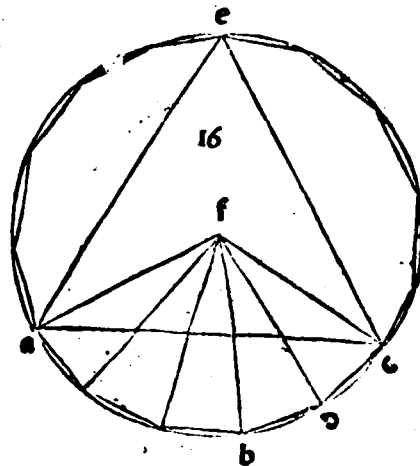
a ¶ No. diligenter quia ad praxim multum facit tale persuppositū ut apparebit.

Propositio .16.



Intra datum circulum. quindecagonum equilaterum atq. equiangulum designare. ¶ Deinde circa quēlibet circulum assignatum quindecagonum equilaterum atq. equiangulum atq. intra datum quindecagonum circulum describere.

¶ Sit datus circulus. a. b. c. uolo sibi inscribere quindecagonum equilaterum & equiangulum. deinde etiam circūscribere atq. intra talē quindecagonum propositum circulum describere. Non proponit autē circa talem quindecagonum circulum describere. quia hoc satis dat intelligere per alia que proponit. In dato circulo iuxta doctrinā secundē huius. protrabo latus trianguli equilateri q. sit. a. c. & iuxta doctrinā .11. latus pentagoni equilateri atq. equianguli quod sit. a. b. Et quia arcus. a. c. est totius circumferentia tertia: cuius arcus. a. b. est. quinta erit superfluum inter eos quod est arcus. b. c. due tertie: arcus. a. b. uel due quinte arcus. a. c. siue due quindecime totius circumferentie. Nam in omni toto excedit tertia quinta. in duabus tertiis ipse quinte. uel in duabus quintis ipse tertie. siue in duabus quintis decimis totius. hoc enim patet in quinta & tertia primi numeri habentis quintam & tertiam qui est 15. eius enim tertia que est 5. excedit eius quintam que est tria in duabus unitatibus que sunt due tertie ipsius ternarii qui ē quinta. uel due quinte ipsius quinarī qui est tertia siue due quindecime ipsius. 15. qui est totum. ¶ Diuiso igitur arcu. b. c. per equalia. in. d. patet utrumq. duorū arcuum. c. d. & d. b. esse tertiam arcus. a. b. uel quintam arcus. a. c. siue quindecimam totius circumferentie. ¶ Subtēsis igitur eis cordis. c. d. & d. b. coaptatisq. cōtinue intra datum circulum sibi equalibus per primam huius complebitur figura proposita. ¶ Cetera uero duo que proponit cum tertio q. dat intelligere uidelicet quindecagonum circulo circūscribere ac circulum quindecagono inscribere ac etiam circūscribere ex 12. 13. & 14. huius plene intellectus facile perficies. ¶ Et nota q. quancūq. figuram equilateram circulo scimus inscribere duplo plurium laterū circulo scimus inscribere & circūscribere. & ipsi circulum. ¶ Diuisis ē. n. arcibus quibus latera eius que scitur inscribi subtenduntur. per equalia & a punctis mediis ad extremitates laterum ipsius figure ductis lineis fiet intra circulum figura duplo plurium laterum que erit equilatera per 12. tertii. ergo & equiangula. hoc enim demonstratum est supra. 15. huius q. omnis figura equilatera circulo inscripta est etiā equiangula. Et quia huius circulo scimus inscribere scimus cetera tria per. 12. 13. & 14. huius. ¶ Quia igitur scimus inscribere triangulum equilaterum scimus per hoc & exagonum & per exagonum duodecagonum ac per duodecagonum figuram. 14. laterum. & sic in infinitum duplando. Et licet p' triangulum possit ut diximus inscribi exagonus. posuit tamen huius propriam demonstrationem ex qua sequitur potissimum per utile. Et similiter quia scimus & inscribere quadratum scimus per hoc inscribere omnem figuram cuius laterum numerus est pariter par. per pentagonum quoq. scimus decagonum & figuram. 10. laterum. sicq. continue duplando. idem quoq. intellige de quindecagono. per ipsam enim sciuntur figure. 30. & 60. & omnium continue duplatorum laterum. ¶ Ceterarum autem si



giratum de quibus ista non docet. uel que per has non habentur difficilis est sciencia. Et parum utilis. ut sunt eptagona nonagona undecagona. Quod si sciremus triangulum datum equalium laterum designare. cuius uterq. angulorum ad basim triplus esset ad reliquum sciens eptagonum ut supra pentagonum circulo inscribere. q. si uterq. quadruplus esset ad reliquum sciens nonagonum. & si quinquaplus undecagonum. Idemq. in ceteris figuris imparium laterum. posito utroq. angulorum ad basim multiplici ad reliquum. per eum numerum qui est medietas. maximi paris sub impari numero laterum ipsius figure contenti.

Castigator.

a ¶ Quia si illa secunda proposuit triangulum assignatum equilaterum & sic in scribendo circulo unum ei equiangulum. Orietur pariter equilaterus ad instar propositi quis maior & minor secundum quantitatem propositi circuli. Similiter dicitur de pentagono. per. 11. huius. b ¶ Per. 19. tertii. c ¶ Per. 18. tertii cum omnis illi arcus sint sibi inuicem equales quoniam quisq. est. 15. pars totius circumferentie. d ¶ Verba campani traductoris immo utilissima cum uirtus circa difficile uertitur teste. A. B. quia facile malum



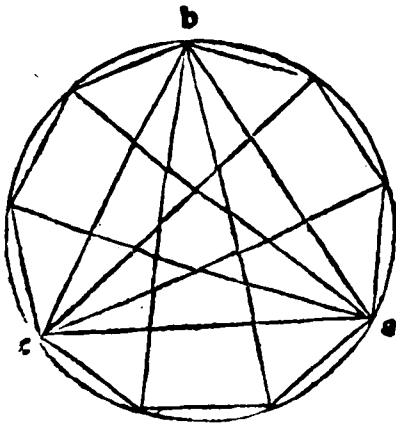
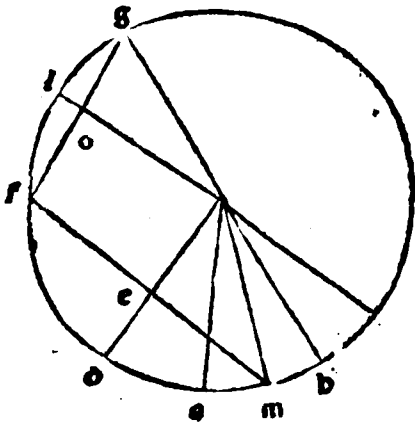
Atum angulum in tria equa diuidere. ¶ Si angulus datus c. uolo ipsum diuidere in tres equales angulos quod sic facio. pono primo. c. centrum circuli describendo circulum qualitercumq. contingat. & protraho latera continetia datum angulum usq. quo fecerit circumferentiam in punctis a. f. b. tunc a puncto. c. quod est centrum circuli duco lineam. c. d. perpendiculariter ad lineam. c. b. f. in lineam. c. d. assigno punctum e. a quo duco lineam ad equalitatem. c. b. usq. quo fecerit circumferentiam circuli in puncto. f. & produco. e. usq. a. deinde protraho lineam. g. h. equidistantem. f. a. que scilicet. g. h. transat per centrum. & duco lineam. f. g. equidistantem linee. e. c. & protrabo lineam. c. b. in continuum & directum usq. ad. l. que secat lineam. f. g. orthogonaliter in puncto. o. & per equalia dico ergo q. arcus. l. g. est equalis arcui. h. b. propter hoc. q. angulus. l. c. g. est equalis angulo. h. c. b. cum sint contra se positi. Cum igitur arcus. f. g. sit duplus arcui. l. g. erit etiam duplus arcui. h. b. sed arcus. f. g. est equalis arcui a. b. cum sint inter duas lineas equidistantes que sunt. f. a. & g. h. ergo arcus b. a. est duplus arcui. h. b. ergo & angulus. a. c. b. est duplus angulo. h. c. b. diuidam ergo angulum. a. c. b. per equalia per lineam. c. m. & patet propositum.

Castigator.

a ¶ Ista de diuisione anguli in tres partes equales est limitanda quoniam non est de omni. Eius limitatio erit ista datum angulum minorem recto in tria equa diuidere na de obtuso non posset illis mediis concludi quia tunc linea. d. c. caderet inter lineas. a. c. & b. c. & tunc demonstratio non tendit ut per te deducendo percipere potes. ideo discursus tibi relinquitur & c. Et talis limitatio datur intelligi per constitutionem ipsius nonagoni in circulo ob cuius rationem principaliter illa posita uidetur ubi prius inscribit triangulum circulo equilaterum & per consequens equiangulum cuius quisq. angulorum minor est recto ex. 31. primi. cuius uidetur apparere.



Nra datum circulum non angulum equilaterum atq. equiangulum designare qd sic fieri potest iuxta doctrinam secunde huius. inscribam circulo assignato triangulum equilaterum atq. equiangulum qui sit a. b. c. & unumquemq. angulorum eius diuidam per tria equalia & protrabam lineas diuidentes angulos usq. ad circumferentiam & tunc quia nouem anguli locati in circulo sunt equales de necessitate arcus suppositi ipsis angulis sunt equales. Protrabam enim cordas subtractas singulis arcibus & habebam intentum. ¶ Explicit Liber quartus.





Sermo habitus per R. euerendum patre. M. LVCAM Pa-
 ciolum de burgo Sancti Sepulchri. Or. minoꝝ. In eccle-
 sia Sancti Bartholomaei. Venetiis. 1508. Die. xi. augusti
 in quinta Euclidis. Spiritus sancti gratia illuminet sen-
 sus & corda nostra. Amen. ¶ Arduarum difficultumq; re-
 rum omnium. R. eueredi dñi uenerandi patres: excellentissi-
 mi Doctores: Magnifici uiri: Acutissimi cuiusq; facultatis studētēs
 nosq; ceteri prestantissimi ciues: difficillima est proportio. Hec est illa
 que sola intima altissime idividuaq; trinitatis penetrat: & a sacris theo-
 logis solertissime inuestigatur. Hec enim est que saepius in eorum uolu-
 minibus relatio dicitur: aliquando respectus: nōnq̃ habitudo. Inter-
 dum intellectualis discursus: & nomine alio comparatio nūciatur. Hu-
 ius notitiam diuini philosophi summopere cupierunt: dum Metaphysi-
 cen opera in lucem prodere curarent. Hanc pro uiribus naturales profe-
 qui suntur Socrates: Plato: Aristoteles: ceteriq; omnes. Cum de re-
 rum uniuersiq; natura agerent. Non enim aliud in rebus uniuersis supe-
 rioribus: scilicet & inferioribus q̃ debita earum adinuicem proportio:
 seu habitudo queritur. Nunq̃ enim sacris litteris incumbentes processio-
 nem sancti spiritus a patre & filio ex eorum reciproco amore causatam:
 lingua calamoq; explicare potuissent: nisi prius relationem inter eos p a-
 tris ad filium: & contra percepissent. Hanc procul summus opifex in
 caelestium terrestriumq; rerum dispositione semper habuit. Dum orbū
 motus cursusq; syderum & planetarum omnium ordinatissime dispo-
 neret. Hec quando aethera firmabat sursum: & appendebat fundamēta ter-
 re: & librabat fontes aquarum: & mari terminum suum circumdabat le-
 gemq; ponens aquis: ne transirent fines suos: cum eo erat cuncta cōpo-
 nens. Que nam esset humano generi delectatio si ex tanta rerum diuer-
 sitate pportio non oriretur? Cum sepe dicatur: uarietas est que delectat.
 Quo pacto insuper in inuisibilem raperetur amorem nisi habitudinē
 quandam creaturæ ad creatorem cerneret. Et quāuis finiti ad infinitum
 proportio nulla esse predicetur: attingentie tamen inter ea proportio a
 sacris non negatur doctoribus. Naturales autē & ipsi: ut paulo ante dixi-
 mus p̃sedulo rerum naturalium proportionē: quæsiuerunt: prout in eorū
 codicibus passim habetur. Prefertim Aristotelis cuius opera pre aliis aspi-
 due premanibus habentur. Nam inde physico auditu proportionē motu-
 um inter se subtilissime perscrutatur. Et ex decem predicamentis quo nu-
 mero denario oēs p̃hi contenti extiteruntū relatiōis seu ad aliqd huic
 tā sublimi indagatrici pportioni. s. spāliter addicauit. ¶ Omitto loca
 alia pene innumeralia ubi de pportionibus & pportionalitatibus sa-
 pissime disceritur. Que omnia cur de naturalibus concludamus) medicis
 p̃sertim peritisimis: (quib⁹ omnium cura cōmissa est) nota sunt & et de
 necessitate debent. Nō. n. calidi & frigidi hūidi & siccī in medelis dispo-
 nendis rectā rōnem habebūt: nisi gradū cuiuslibet predictay nouerint:
 quem postea ex multis pportionado qualitatibus unā efficiunt egrotā-
 ti corpori debite exhibedā. ¶ Quo ēt Astronomi pportiōe relicta age-
 rent: mōne uelut amentes cecī q̃ discurrerent. Narrēt hī qui sentiūt dicāt
 egyptiū: Ptolomeus: Ali. Albategni. Alfagranus. Geber. Albuma-
 far: & ceteri oēs qui pportiōe preuia pitissimi euasere. ¶ Qualiter coro-
 graphi cosmographiq; Marinus quē sepe Ptolomēus ipugnat Strabo &
 alii qui totius orbis sitū nobis tabulis quibusdam accuratissime tradide-
 runt: tot & tanta simul unico libello complecti potuissent: nisi matrem
 osium obferasent proportionem. ¶ Dicant queso architecti omnes &
 diuersarum machinarum inuētores prisci & presētes: Pythius qui pri-
 mus adē minerue nobiliter architectatus ē. Dinocrates: Archimedes:
 Vitruuius: Frōtinus: Vegetius: & alii q̃plures q̃ i edificioꝝ structuris sū-
 me excelluerunt: quoꝝ memoriā p̃fusa ruinæ adhuc nobis asserūt quo
 medio talia ederunt? Certe proportionē duce se oīa p̃fecisse respōdebūt.

¶ Quomodo pictores celeberrimi. Appelles Miron Polidorus & ceteros quos historie nominant aliquid laude dignum prospectivo aspectu suis posteris reliquisse. Si in eorum figuris liniamenta distantiasq; debitas altitudines & latitudines proportionaliter non seruassent. ¶ Lapidum quoque seu lapidum sculptores Phidias Praxiteles. Apollonius Nestor & reliqui industria tali prediti, non ne eandem diligentissime proportionem marmoris aciesq; statuis accommodarunt. prout indies frustis talium hinc inde repertis facile datur intelligi. ¶ Pariter & Musici nil aliud in eorum melodiis armoniisq; querunt nisi modum debitum uocum & sonorum: hoc est: Sesquialtera sesquitercia. Diapente: Diapason: & alii huiusmodi proportionibus (teste Boetio) proportionatum. ut in auditorum auribus dulcius ac suauius resonent. & summam illis delectationem ingerant: quæ sine proportionem & proportionalitate minime Causari potest. Quem morem imitando poetæ Carmina sua (eisdem scilicet mediis) Datilo: Iambo: Spondeo: Trocheo: Anapesto: Tribraco. Proceleumatico. Ceterisq; proportionis loco utendo pedibus. Componunt. ¶ Nec non & rethores (ad istorum instar) Orationum suarum partes debitis ac congruis numeris assignant. ¶ Hoc idem origo & fundamentum omnium liberalium artium grammatica obseruare uideatur: dum normam recte loquendi recteq; scribendi. discere incipientibus tradit. graui: acuto: circumflexoq; accentibus terminatam. ¶ Quæ est uia æquisime sanctiones. Iustiniana scilicet & canonica suas recte reformaret sententias: si iustitiam utraq; commutatiuam scilicet & distributiua non supponerent. Quarum altera uidelicet distributiua penes geometricam tantum proportionem attendi comprobatur (ut in ethicis Aristoteles: & plato inde legibus & republica testantur) iuxta quam iustus iudex uiuorum & mortuorum olim humano generi retribuit merita ac de merita omnium adinuicem proportionando ut ex sacris aperte elicitur litteris. ¶ Hanc assidue & commutatiuam obseruant rerum publicarum fautores dignissimi huius seculi negotiatores res pecunia uendendo. emendoq; seu quouis alio modo pertractando. ¶ Aliarum quoque inaqueq; mechanicarum industria suas debitas habet proportionem ipsam moderantes: experientia teste. ¶ Sed dum talia percurimus quid de arithmeticiis geometricisq; nostris dicemus: qui precipui inter alios semper habiti sunt: ut Pitagoras & Nicomachus: qui primi numerorum apud grecos inuentores fuisse perhibentur: quis apud latinos Boetius & Apulcius habentur. Non ne hi ceteris diligentius proportionem seruauit: quam (teste Euclide) rationalem uocant. ¶ Geometre uero utriq; indifferenter rationali scilicet & irrationali curam adhibent. ¶ Hoc deniq; proportio infinitus thesaurus est hominibus quo qui usi sunt percipientes facti sunt amici dei propter discipline dona Commendati. ¶ Hanc ego propositæ sine fictione didici & cupientibus sine inuidia comunico uirtutem eius apertissime ostendendo. ¶ Hæc igitur proportionum & proportionalitatum Euclides necessariam cernens obseruantiam ut omnium quæ dixeris fructus uberior habeatur. De his ipsis disertissime hoc in quinto egit. Dispositiones earundem premittebat ac deinceps more suo conclusiones triginta quatuor numero. (quibus iste totus complectitur liber) exarando. Et contra aduersarium eas firmissime atq; inrefragabiliter concludit. ¶ Quia propter si quis ad speculationem aliquam quacumq; in facultate scientia: arteq; aspirat ad hunc properet fontem: a quo aque uivæ impet flumina fluunt. Et super astra eius extollitur ingenium. ¶ Sed ut iam ad litteram ueniamus res exposulat. Quæ sic incipit uidelicet. pars est.



Mnes hi sunt qui interfuerunt. In diui Partholomei ædes cū ego Lucas Pacioli Burgensis Sancti Sepulchri Ex mino-
ritana Francisci familia Quintum Euclidis profiteri solē
niser capī præfatione hac prius habita. M.D.viii. Au-
gusti. die. xi. Et in primis..

¶ Clarissimus Vir, Ioānes Laseares ad senatum Venetū
christianissimi francoꝝ Regis Orator. ¶ Vir clarissimus Philippus fer-
rerius Barchinonensis Catholici Hispaniarum Regis ad eundem Sena-
tum Orator. ¶ Reuerendus Apostolorum prefat' Isidorus bagnolus Se-
renissimi Principis Cancellarius. ¶ J. Ioannes Baptista Egnatius Vir
omni literaz genere præstans. ¶ J. Vincentius Dulcius.

¶ Reuerendi Sacre Theologie Profesores.

¶ Magister Gabriel Venetus Eremitæ Fæmilie tenuis in prouinciæ
pæfex. ¶ M. Gabriel Brunus Venetus Minoritanæ Familiæ Romanæ
Prouinciæ Minister. ¶ M. Petrus Lucignanensis eius dem familie.

¶ M. Iacobus fauentinus eiusdem familiæ. ¶ M. Ioannes Andreas
de ciuitali. ¶ M. Petrus de cruce Hispanus. ¶ M. Antonius foroiu-
liensis. ¶ M. Germanus Guardianus. ¶ M. Nicolaus Murinensis.

¶ M. Angelus Venetus. ¶ M. Simon Venetus Regens. ¶ Sacre
Theo. bacalarius formatus. Frater Petrus terrenouanensis. ¶ S. Theo.
Bacalarius Frater Bartholomeus montalcinas. ¶ Frater Iocundus
Veronensis Antiquarius. Omnes prelibari Eiusdem Minoritanæ Fa-
milie. ¶ Hieronimus Riginus Mantuanus Eremita. ¶ Sebastianus
Leonardus Cosmographus.

¶ Magnificus Vir Bernardus Bembus Doctor & æques. ¶ M. V. Mari-
nus Georgius Doctor. ¶ M. V. Sebastianus forcareus Philosophie p-
fessor Clarissimus. ¶ M. V. Gabriel Maurus æques. ¶ M. V. Franci-
scus donatus æques. ¶ M. V. Vincentius Quirinus Doctor. ¶ M. V.
Petrus pæcalicus Doctor & æques. ¶ M. V. Nicolaus Teupul⁹ Doctor
¶ M. V. Daniel Rainerius aduocator communis. ¶ Excellens Vir Ioan-
nes Baptista Brocardus.

Medici Illustres.

¶ Benedictus Thedaldus. ¶ Marinus Brocardus. ¶ Franciscus Valen-
tinus. ¶ Alexander Veronensis. ¶ Ambrosius Leo Nolanus. ¶ Ro-
dulfus Camerter. ¶ Matheus Feltrensis. ¶ Cæsar Optatus. ¶ Ascanius
Esinus. ¶ Excellens studiorum humanitatis professor Hieronimus Ma-
serius Forolucensis. ¶ M. V. Hieronimus Sauorgnanus. ¶ M. V. Frā-
ciscus Duodus. ¶ M. V. Vincentius Grimanus. ¶ M. V. Franciscus &
Iacobus fratres Comedii. ¶ M. V. Thomas Iustinianus. ¶ M. V. Mar-
cantonijs Comerius. ¶ M. V. Federicus Molinus. ¶ M. V. Petrus Do-
natus. ¶ M. V. Petrus Contaren⁹. ¶ M. V. Donat⁹ Legius. ¶ M. V. Lau-
rentius Bragadenus. ¶ M. V. Marinus Sanutus. ¶ M. V. Angelus Pæ-
sanius. ¶ M. V. Petrus Mocenicus. ¶ M. V. Sanctus Tronus. ¶ M.
V. Laurētius Memmus. ¶ M. V. Carolus Contarenus. ¶ M. V. Domi-
nicus priolus. ¶ M. V. Ioannes Bembus. ¶ Flaminius poeta calenus
¶ Aldus Manutius Romanus. ¶ Palladius Soranus poeta. ¶ Leonar-
dus Augusini pratensis. ¶ Petrus Zianus. ¶ Iacobus draganus. ¶ Ma-
theus Cinius Florentinus. ¶ Bartholomeus Franciscus & Paulus fratres
Rompiasii. ¶ Nicolaus Sapa. ¶ Lucas Carolus. ¶ Bartholomeus Pe-
dretus. ¶ Laurentius Papiensis Musicus. ¶ Franciscus masariius. ¶ Ia-
cobus Coccus. ¶ Marcus Antonius Bragadenus. Hi tres adolescētes sum-
me indolis. ¶ Petrus Priolus. ¶ Sebastianus Priolus. ¶ Bernardus
rocdaius & Ioānes eius filius Florentini. ¶ Iacobus Georgius Mathema-
tica Sectator. ¶ Georgius Tragurinus eiusq; filius Marcus. ¶ Alexius
Bergomensis. ¶ Ioānes Marcus Canotius Patavinus. ¶ Petrus Lom-
bardus. Hi quatuor prefati Architectonica Clari. ¶ Bernardinus Pe-
rulus Vrbinas. ¶ Alexander francius & Vanotius Pauli Seneser. ¶ Ot-

Paulus forosempreniensis. ¶ Ioannes franciscus puteolanus. ¶ Nicolaus corbohus florentinus. ¶ Franciscus rostellus florentinus Cosmographus. ¶ Alii plurimi quorum nomina sigillatim referre ad quingentos amplius operosum nimis foret florem tantum hominum decerpere.

¶ Isidorus Bagnobis Apostolorum presul & Serenissimi Principis Cæcellarius Natali Regie diui Jacobi presuli & Veneto Canonico S. P. D.



Electatus Mirum Immodum Superiorem Anno prælectione quadam Euclidis Mathematicorum omnium faciliæ Principis in quatuor eius Librum. quam LVCAS. Paciolus de Burgo Sancti Sepulchri Minoritanæ Familie additus omnium nostra tempestate huius disciplinæ instructissimus habuit. Non potui frater optime tecum voluptatem incredibilem quam ceperam non communicare: tum quod te etiam atque etiam amem. Tum quod ipsa res Digna mihi semper est uisa que tibi quoque cognita perspecta foret. Noras tu scio. LVCAS nostrum Noras hominis ingenium. Noras hominis famam. Verum eius scripta fortasse non attigeras ut pro ingenii tui Felicitate & candore melius de tota re sententiâ ferres. Ego uero qui tibi semper gratificari studui curavi. Ut qui audire prælegentem LVCAS. per publicas occupationes non potuisti præsens habere absens in quo te quandoque oblecter fructuque maximum capias. Leges igitur tu istam prælectionem. Leges & post illam quintum Euclidis librum qui sane is est ut quanto Euclides ipse omnes alios scriptores antecellit tanto quintus hic scripta ab eo alia præstet. Sunt quidem plena ingenii: plena acuminis: plena diuinitatis in hoc quod omnia. Nihil consequutum te in mathematicis credes. Nisi quintum non solum quod aiant a limine salutes sed accurate introspectas. Quare non dubito quin pro rei præstantia & auctoris singulari ac prope diuina scientia id legas & quod te plurimum delectari possit & aliis etiam atque etiam prodesse. Cætera interim mathematica uel Euclides nunc tadem emendatis sima uel que Lucas ipse suo Marte peperit quoniam in dies cuditur felix expecta. Bene uale Venetis ex ædibus nostris. M.D. viii. Martii. xii.

Castigator.



Ut autem non nulli optime lector huiusmodi mathematicæ discipline ignari proportionem quantitatem esse: quod minime uerum est sed est mera quantitatum adiunctionem habetudo. cum eiusdem fuerint generis quantæcumque fuerint ut in sequentibus apertissime. Euclides ipse diffinit. Et talis habitudo ad minus exigit duo extrema seu duos terminos. Proportionalitatem autem non sic intelligas habitudinem esse quantitatum sed solum proportionum similitudinem & nomine alio quidam eam proportionum proportionem appellant. Ad cuius constitutionem ad minus due proportionem requirunt. cum similitudo ad minus exigat duo extrema hoc est duas proportionem ut infra in isto quinto loco suo habebis & due proportionem ad minus exigunt tres terminos si fuerint continuæ. ut. 1. 4. 8. 16. dicuntur proportionales & sic. 3. 9. 27. sunt. n. primi proportionales in dupla: postremi uero in tripla dicitur continua. Item alio modo dicuntur proportionalia in continue ut sunt. 1. 4. 10. 20. 28. & ista uocatur proportionalitas dupla in continua &c. Et præea ne tu cum reliquis in foueam cadas uolui te cautum reddere ne in sequentibus tibi eadem uocatio occurrat. quoniam scribimus. Indoctis &c.

Claccidius ac vtilissimus Euclidis Liber quintus de p
portionibus et proportionalitatibus ex perfecta Campani tra
ductione. Magistro Luca Paciolo de burgo. Sancti Sepul
cri Radinis. Vinorum Castigatore optimo. Incipit feliciter.

Diffinitio .1.



Pars est quantitas quantitatis mi
nor maioris cum minor maiorem
numeret.

Pars quandoq. sumitur proprie: &
hec est q. aliquotiens sumpta suū totū
p. se cōstituit sine diminutiōe uel aug
mento: & dicitur suū totum numera
re per illum numerum sūm quem sumi
tur ad ipsius totius cōstitutionem: ta
lem aut partem quam multiplicatiuā
dicimus hic diffinit. **Q**uandoq. su
mitur cōiter: & hec est quilibet quanti
tas minor que quotienscūq. sumpta suo
toto minus aut maius cōstituit. quā

aggregatiuam dicimus: eo q. cum alia quantitate diuersa totum suū cō
stituat: per se autem quotiens cūq. sumpta fuerit non producat.

Diffinitio .2.



Multiplex est maior minoris q. cam minor metitur.

Pars relatiue dicitur ad totum: & in istis duobus extre
mis consistit eorum adinuicem relatio: & ideo diffinitio
minori extremo diffinit hic maior: uocat aut ipsum mul
tiplex propter hoc q. munis ipsum aliquotiens sumptum
cōstituantur igitur relatiue dicta adinuicem: pars &
multiplex. Nam omnis pars submultiplex: ut patet per eius diffinitionē.

Diffinitio .3.



Proportio est duarum quantecūq. sint eiusdes ge
neris quātitatū certa alterius ad alterā habitudo.

Proportio est habitudo duarum rerum eiusdem gene
ris adinuicem in eo q. earum altera maior aut minor: est
reliqua uel sibi equalis. **N**on enim solum in quantitatē
bus reperit proportio. sed in ponderibus: potētis & sonis.

In ponderibus quidem & potētis mult. plato in thimeo ēē proportionēt
tibi elementorum numez. oñdit: in sonis autem esse proportionem liqē
ex musica. Nam ut mult. Boecius in quarto si quilibet neruus in duas ine
quales ptes diuidat. erit ipsaz. ptiū suoz. sonoz. eadem cōuerso mō p
portio. Sed in quibuscūq. pportio reperitur: ea picipant naturam ppe
tatēq. quātitatū: non. n. reperitur in aliquibus rebus duabus nisi in eo q. ear
una est reliqua maior aut minor. aut sibi eqlis. **Q**uantitatis aut ppiū
est sūm ipsam eqlē uel inequale dici. ut uult Aristo. in pēdicamētis. un. liqē
pportionem primo in quantitate repiri. & p ipsam in omnibus aliis. Nec
ēē in aliquibus rebus pportionem cui similis non sit in aliquibus quātitatib.
pp qd bene dixit Euclides pportioem simplr ēē in quātitate cum ea diffi
niuit p habitudinē duaz. quātitatū eiusdem generis adinuicē. **C**ui
diffinitionis intellectus ē: q. pportio ē habitudo duaz. quātitatū adinu
icem q. antēdit in eo q. una ear. ē maior aut minor alia uel sibi eqlis: p qd
patet q. oportet eas ēē eiusdē generis: ut duos nūeros: aut duas lineas aut
duas superficies: aut duo corpa: aut duo loca: aut duo tpa. Non n. pōt dici
linea maior aut minor superficie. aut corpe nec tps loco. sed liea. linea & su
p. ficiet. superficie. Sola. n. uniuoca. cōpabilia sunt. **Q**uod aut dicit cer
ta habitudo. Nō sic intelligas q. si nota uel scita. sed quasideterminata: ut sic
sens. Proportio ē determinata bitudo duaz. quātitatū: ita inquā determ

nata q̄ hec ē non alia. Non enim est necessarium ut ois habitudo diu-
quātitarum sit scita a nobis nec et a natura. ¶ Nam proportio quedam
est discretorum ut numeroꝝ. q̄dam aut̄ continuoꝝ. In numeris aut̄ mi-
nor est pars^b aut partes maioris ut demonstratur in septimo; quare ē in
eis omnibus est habitudo certa ē nota. ¶ At uero in continuis est pro-
portio magis larga; est enim in eis ubi minor quātitas est pars^c aut ptes
maioris ē talium oium mediantibus numeꝝ est proportio nota; q̄ ē rō-
nalis dicitur. Dicunturq̄ omnes tales quantitates cōmunicantes i quia
eas una ē eadem necessario metitur. unde ē omnes numeri sunt cōmuni-
cantes. omnes enim ipsos metitur unitas. ¶ Est etiā ubi minor nō est ps
aut partes^d maioris ē in talibus nō est nota proportio. nec nobis nec na-
ture. Diciturq̄ hec proportio irōnalis; ē hec quantitates incōmunican-
tes; unde fit ut quęcunq̄ proportio reperitur in numeris reperiat in om-
ni genere continuoꝝ; ut in lineis superficiebus corporibus ē tempori-
bus; non autem econuerso; infinite enim sunt proportionēs in continuis
reperit; quas numerorum natura nō sustinet. Sed quęcunq̄ proportio
reperitur in uno genere cōtinuoꝝ eadem reperit in omnibus aliis. Nā
qualitercunq̄ se habet aliqua linea ad quamlibet aliam; sic se habet que-
libet superficies ad aliquā aliam. ē quodlibet corpus ad aliquod aliud; si-
militer ē tempus. sed non sic quilibet numerus ad aliquem alium; unde
magis est larga proportio in continuis. q̄ in discretis. Ex quo manifestum
est proportionem geometricam esse maioris abstractionis; q̄ proportio-
nem arithmetica; omnis enim proportio circa quam arithmetica uersat̄
rōnalis est; geometria uero rōnales ē irrationales equaliter considerat̄.

Castigator

a ¶ Vniuoca sunt quorum nomen cōmune est ē ratio substantie eadem
ut hoc nomen homo significat sor. ē pla. quoniam eadem ratione sor.
est homo qua. pla. ēc. Equiuoca uero quorum nomen cōmune est ē ra-
tio substantie diuersa ut hoc nomen canis significat latrabilem p̄stem ē
stellam sed alia ē alia ratione ēc. etiā hoc nomē sanum dicitur de urina
ē cibo in genere latent equiuocationes. b ¶ Quando minor est pars ut
4. respectu. n. quando minor est partes ut. 8. respectu. n. ē sic in ceteris.
c ¶ Ut linea bipedalis linee quadripedalis quando pars ut linea octo-
pedalis linee. n. qñ ptes. d ¶ Vel. p. 10. respectu. n. uel. p. 5. respectu. p. n.

Diffinitio .4.



Proportionalitas est similitudo proportionum.

¶ Ut si dicamus q̄ que est proportio. a. ad. b. ea est etiam
c. ad. d. proportio que ē inter. a. ē. b. similis ē illi que est in-
ter. c. ē. d. Hec autem similitudo que ex istis proportioni-
bus resultat dicitur proportionalitas.

Castigator

¶ Amica est enim similitudo. dissimilitudo uero odiosa at contraria.
Boetius in primo musice capitulo primo ē. 31. Proportiones autem prin-
cipaliter in numeris cōsiderātur. Boetius primo capitulo quarti musices.

¶ Ista proportionalitas potest dici dupla tripla quadrupla sexquialtera
sexquitercia ēc. put fuerint q̄ti tates proportionate continue.

Diffinitio .5.



Quantitates que dicuntur cōtinuam habere propo-
tionalitatem sunt quarum eque multiplicia; aut eq̄
sunt; aut eque sibi sine interruptione addunt aut
minuunt.

¶ Supposita diuisione proportionalitatis p̄ continuam
ē discontinuam diffinit membra diuidentia. ē primo cō-
tinuam imo ut uerius dicam; supposita diuisione proportionalium p̄ con-
tinue proportionalia ē incontinue; diffinit non continuam proportio-
nalitatem; nec incontinuum; sed cōtinue proportionalia ē incontinue.
Diffinitio autem continue proportionalitatis ē incontinue satis patet p̄

a 4 c 6

b 2 d 3

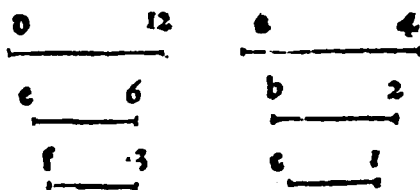
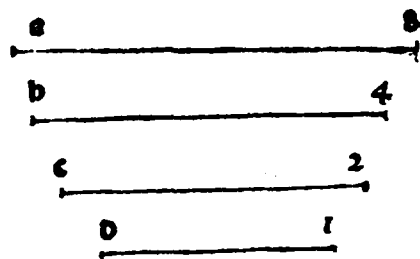
a 8

b 4

c 2

d 1

Diffinitionem continue proportionalium & continue. ¶ Continua aut proportionalitas est cum quolibet quantatum eiusdem generis i qua proportione prima antecedit secundam in eadem quolibet aliarum antecedit proximo consequentem ut cum dicimus sicut se habet. a. ad. b. ita b. ad. c. & c. ad. d. erit quilibet earum antecedens & consequens excepta prima que est solum antecedens & ultima que est tantum consequens. ¶ Et in hac proportionalitate necesse est omnes quantitates esse eiusdem generis propter continuationem proportionum eo q non sit proportio inter quantitates generum diuersorum: & hec erit ad minus in tribus terminis. constituta. ¶ Incontinua autem est cum quatuor quantatum siue oēs fuerint eiusdem generis siue due prime unius & due postreme alterius in qua proportione prima antecedit secundam in eadē tertia antecedit quartam ut cum dicimus sicut se habet. a. ad. b. ita. c. ad. d. erit earum quilibet aut tantum antecedens aut tñ consequens nec est necesse ut sint omnes quatuor eiusdem generis sicut erat in proportionalitate continua: eo q consequens prime proportionis non continuatur antecedenti sed desit sed possibile ē ut sint eiusdem generis: & possibile est ut sint diuersorum. Sicut. n. contingit lineam reperiri duplā ad lineā aut triplā ita superficiem ad superficiem: & corpus ad corpus: & tempus ad tempus: & numerus ad numerum. ¶ Viso quid sit continua, proportionalitas, & quid incon tinua explanemus diffinitionem continue proportionalium pmissam. ¶ Quantitates inquit proportionales continue sunt quāz eque multiplicia aut sibi sunt equalia: aut eque sibi sine interruptione addunt aut minuant: uerbi gratia. Sint tres quantitates eiusdem generis. a. b. c. ad quas sumantur. d. e. f. eque multiplicia: ut sicut. d. est multiplex. ad. a. ita. e. sit multiplex ad. b. & f. ad. c. eruntq omnes in eodem genere. Multiplicia. n. & submultiplicia in eodem sunt genere: sitq. ut. d. e. f. aut sint equalia adi uicem: aut similiter se habeant in addendo aut minuendo: ita q sicut. d. addit super. e. aut minuit ab ipso: ita. e. addat si per. f. aut minuat ab ipso. Cū hec inquam multiplicia sic se habuerint erunt tres quantitates. a. b. c. continue proportionales. ¶ Multiplicia aut nō intelligas similiter sic se habere in addendo aut minuendo quantū ad quantitatem excessus: sed q tantum ad proportionē: aliter. n. diffinitio eēt falsa. Nam quālibet quantatum eiusdem generis equis se differētis excedentium eque multiplicia accepta equis etiam differētis se excedunt: uñ similiter se habēt in addē do & minuendo quantum ad quantitatem excessus. Nec tñ priores quantitates sunt continue proportionales: imo minor est semper maior pro portio. ¶ Hoc aut ideo euenit qm̄ eaz multiplicia non similiter se exce dūt quantū ad proportionē: sed solum quantū ad quantitatem excessus est. n. & ibi in minoribus multiplicibus maior proportio. ¶ Verbi grā: sumantur tres numeri equis differētis se excedētes immediate uidelicet arithmetice ut. 2. 3. 4. hōz nūz eque multiplices equaliter se excedūt. dupli quidē bina rio tripli ternario. & sic de ceteris non tamen sunt. a. 3. 4. cōtinue ppor tionalia: imo minorem est maior proportio: est enim ipsorum proportio sexquialtera & maiorum sexquitercia. ¶ Quia ergo inter eos nō ē similitudo proportionum. Non erit inter eos proportionalitas: & ideo neq. conti nua neq. incontinua. ¶ Patet ergo similitudinē illā additionis aut dimi nutionis nō intelligi quantū ad quantitatem excessus: sed quantū ad proportio nē. ¶ Erīt itaq. sensus diffinitionis premisse. Cōtinua proportionalia sunt q nū oīa multiplicia equalia sunt cōtinue proportionalia. ¶ Sed noluit ipsā diffinitionē pponere sub hac forma: quia tunc diffiniret idem per idem: a parte enī rei est istud cū sua diffinitione conuertibile. Tres aut quantita tes. a. b. c. oportet esse eiusdem generis ad hoc ut earum multiplicia sibi finitē equalia sint aut similiter se habeant in addendo aut minuendo. Si. n. a. & b. essent diuersorum generum essent etiam. d. & e. ipsaz. a. & b. multiplicia eorūdem diuersorum generum: propter hoc q multiplicia & submultiplicia eiusdē sunt generis quare. d. nō eēt cōlis. e. nec ea maiori



aut minor. Nā q̄titates diuersorū generū nō sunt adinuicē comparabiles.

¶ Castigator.

¶ Maxime geometre interest de p̄portionibus: Et natura ipsarū tota
liter discreta. Nam arithmeticus nō inuenit in oibz numeris p̄portiois
modos qm̄ infinite sunt p̄portiones quas natura numerorū non patitur
in isto per Campanum dicitur. ¶ Qm̄ aut ipsa p̄portiois cōsideratio
extensa est & lata & applicatur fere omnibus adinuicem comparabilibus
fm̄ magis & minus. Ideo fm̄ hunc conceptum eōdem potest sic diffiniri.
¶ Proportio est aliquorū adinuicem cōparabilium unius ad alterū
certa habitudo. uerbi gratia. ut numeri ad numerū magnitudinis ad ma
gnitudinem soni ad sonum temporis ad tempus motus ad motum ha
moris ad humorem: saporis ad saporem coloris ad colorem &c. Geome
tre aut trahit intentionem proportionis ad magnitudinem & habet tam
sic diffinire. proportio est duarū q̄titarū eiusdem generis unius ad al
teram certa habitudo. Dico aut eiusdem generis quia sola talia compa
rabilia sunt. ¶ Diuiditur autem proportio in duas spēs que accipiuntur in
comparatione ad quantitates. Nam quantitarū quedam sunt cōmuni
cates siue cōmensurabiles. quedam dicuntur incōcantes siue incōmēsur
abiles: cōcantes dicuntur ille quibus est una quantitas cōmunis eas nume
rans. Dicitur aut una quantitas numerare aliam. que fm̄ aliquem nume
rum accepta p̄ducit ipsam: ut linea pedalis bipedalem uel tripedalem line
am. Sunt igitur quantitates cōmunicantes: sicut linea bipedalis & tripeda
lis: quas pedalis linea fm̄ binarium & ternarium numerat. Quantitates ue
ro quibus non est una cōmunis quantitas eas numerās dicitur incōmen
surabiles cuiusmodi sunt diameter quadrati & eius latus. sunt igit fm̄ hoc
due p̄portionum spēs. rōnalis & irrōnalis: p̄portio rōnalis debetur q̄
titatibus cōcantibus ipsa quoq; est que numeris sola debetur. Irrōnalis
aut p̄portio q̄titatibus incōmensurabilibus debetur: numeris uero neq;
q̄ cōpetit. ¶ Vñ manifestū ē q; ad geometrā p̄tinet p̄portiois cōsideratio
qa ois p̄portio est magnitudinis sed nō ois p̄portio ē rōnalis. Proportio igit
rōnalis denotatur immediate ab aliquo numero: cū. n. q̄titarū cōcantiū opo
ret q; fm̄ aliquē numerū minor uel aliquā p̄ minoris maiore nūmeri: p̄
quod dixit Eudides infra in. 5. decimi. Oium duarū q̄titarū cōcantium
est p̄portio alterius ad alterā tanq; p̄portio nūeri ad numerū. Diuidit aut
hec spēs fm̄ oēm modum fm̄ que diuisa ē p̄portio arithmetica: nā alia
est cōlatis alia inequalitatis: & p̄portio lequalitatis subdiuidit: alia ma
ioris alia minoris inequalitatis: & utraq; accipit inter eosdē terminos nō
eodē ordine. Prima. n. ē habitudo maioris termini ad minorem. secūda m̄
noris ad maiore cōuerso. Et utraq; fm̄ qnq; spēs subdiuidit. qm̄ maioris i
equalitatis spēs, sunt p̄portio multiplex proportio super particularis p̄por
tio superpartiens. Item proportio multiplex superparticularis & proportio
multiplex superpartiens. Totidēq; spēs habet proportio inequalitatis ma
ioris & eisde signant nobis addita prepositione sub. & de istorū diuisiō
bus dicit arithmetica non oportet plus insistere. ¶ Proportio aut irrōna
lis non nōiatur sic immediate ab aliquo numero ab alia p̄portione nu
merali qm̄ nō ē possibile ut fm̄ aliquē numerum p̄ aliqua m̄noris ma
iore numeret. Cōtingit tñ mediate denotare irrōnale a numero ut q; p̄
portio diametri ad cōssā ē medietas p̄portionis duplę. Cita capiunt alie
spēs p̄portionis huius denotationē a numero. Diuidit aut hec p̄portio in
duas spēs q; accipiunt penes cōparationem ad q̄titates mensurabiles &
ad modos diuersificationis in eis ut lineaz quedā sunt incōmensurabiles
in longitudine tñ: quedā sunt incōmensurabiles in lōgitudine simul & in
potētia. Incōmensurabiles in lōgitudine sunt linee quarū lōgitudines nō
cōciant. Si aut superficies quadrare in quas possint cōciant. tñ sunt incō
mensurabiles in lōgitudine tñ: cōcantes aut in potētia. Et hec spēs p̄
ma ut latus quadrati & diametri eiusdē nō cōciant quadrata aut eorū
cōcāt fm̄ p̄portionē duplā. Si uero superficies quadrare in quas possint

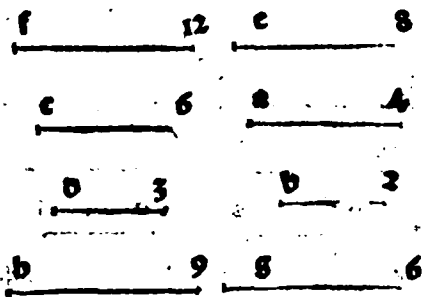
que linee incommensurabiles in longitudine sunt in qua superficies incognita
 testuntur ille linee dicere incommensurabiles in longitudine & in potentia.
 Et hec spes est secunda. exemplum est: accipiat linea medioloco propor
 tionalis inter diametrum & costam fm q docet .9. sexti inferioris. Ibi. n.
 latus quadrati ex illa linea media inuenta sunt incommensurabiles in
 longitudine: sicut constat quia cum extrema fuerint incommensurabilia in
 ter se erunt & incommensurabilia cu medio quod est fm continuam pportio
 nalitatem inter ista sunt due eodem linee incommensurabiles in potentia:
 qm quadrata earum non coicant. Na ex decima septima sexti oium triu
 linearu continue proportionaliu quanta e prima ad tertia triu erit & qua
 dratum prime ad quadratu secunde. Pnt aut hec spes utraq. subdividi in
 pot spes quot modis accidir lineas uel sic esse incommensurabiles. Nam
 no solu linee possunt ee incommensurabiles in longitudine triu dum se hnt
 sicut diametru & costas sed aliis modis se hntibus forte i ismitu. similiter
 dico de lineis incommensurabilibus i longitudine & potentia. qd si solu sut ta
 les q medie sunt inter costas & diametru sed alie &c. **Diffinitio. 6.**



Quantitates que dicuntur ee fm pportione vna pma ad secundam & tertia ad quarta sunt quaru pme
 & tertie multiplices equales multiplicibus secunde
 & quarte equalibus fuerint similes vel additione vel
 diminutione vel equalitate eode ordine sumpte.

Posita superius diffinitione quantitatuu continue pportio
 naliu. hic ponit diffinitione incotinue pportionaliu: & est q. quaru libet
 4. quantitatuu quaru prime & tertie eque multiplicia supra fuerint. Itaq. se
 cunde & quarte eque multiplicia: fuerint. multiplex prime sic se hnt ad multi
 plex secunde qtu ad additione aut diminutione aut equalitate: sicut multi
 plex tertie ad multiplex quarte: erit pportio prime earu ad secunda: sicut ter
 tie ad quarta. uerbi gra. Sint quor quantitates. a. b. c. d. sumantq. ad prima &
 ad tertia que sint. a. f. e. eque multiplicia utpote dupla: q sint. e. f. f. Iteq.
 ad secunda & quarta q sunt. b. g. d. sumant alia eq multiplicia utpote tripla: q
 sint. g. f. b. itaq. ut hec. 4. multiplicia sic supra coparata adinuice fm ordi
 ne pmaru quor quantitatuu ita uidelicet q. e. coparet ad. g. f. ad. h. non
 aut. e. ad. f. aut. g. ad. h. sint similia in additione diminutione & equalitate: ui
 delicet q. si. e. addit supra. g. & similiter. f. addat supra. h. aut si. e. minuit. a.
 g. f. f. similiter minuat. ab. h. aut si. e. e. q. l. g. & similiter. f. si e. l. h. tunc
 pportio. a. ad. b. e. sicut. c. ad. d. **P** Similitudo aut in addendo aut diminuendo
 do intelligat hic sicut in diffinitione continue pportionaliu: uidelicet no
 quantum ad quantitate excessus: sed quantum ad pportione.

Q d aut dicit
 eode ordine sumpte itelligat sicut expositu: uidelicet ut multiplicia no
 referant adinuice fm ordine earu quantitatuu: qbus eque multiplicia assumu
 tur ut multiplex prime no referat ad multiplex tertie: aut multiplex secu
 nde ad multiplex quarte: sed referat fm primu ordine ipsaz. 4. quantitatuu
 uidelicet multiplex pme ad multiplex secunde & multiplex tertie ad mul
 tiplex quarte. **E**rit itaq. sensus istius diffinitionis. Incotinue pportiona
 les sunt quantuor quantitates & pportio prime ad secunda e sicut tertie ad qu
 rta cu sumptis eque multiplicibus ad prima & tertia. Iteq. eque multiplici
 bus ad secunda & quarta erit pportio multiplicis prime ad multiplex secunde si
 aut multiplicis tertie ad multiplex quarte: sed no diffiniuit sub hac forma
 pportiu predicta: licet a pateret idē sit. No e aut necessariu ut quatuor q
 uantitates. a. b. c. d. sint eiusde generis: eo q. b. non continuat in pportione
 cu. c. sed pnt ee due prime unius generis: & due sequetes alterius. **P** Per q
 patet q. necesse e referri multiplex prime ad multiplex secunde & multiplex
 tertie ad multiplex quarte: non aut multiplex prime ad multiplex tertie aut
 multiplex secunde ad multiplex quarte: quia no semp sunt eiusde generis.
 multiplex pme & tertie: nec multiplex secunde & quarte. **F**uit at necesse sume
 re eque multiplices ad prima & tertia. iteq. eque multiplices ad secunda &
 quarta: si no eque multiplices ad prima & secunda: & itenon eque ad ter



f	12	e	8
c	6	a	4
d	2	b	2
b	6	g	6
e	16	g	19
a	8	c	9
b	4	d	6
f	16	b	24
g	12	c	16
c	6	a	8
d	4	b	5
b	12	f	15
g	10	e	14
c	5	a	7
d	3	b	4
b	9	f	12
g	16	e	14
c	8	a	7
d	6	b	5
b	18	f	15

nā ē quarta quia nisi p multipliciū supponē continuant terminū prime p
portiois cū terminis secūde. nō erit p qd sit pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d.

Castigator.

a ¶ Nam si a. ponatur. 6. b. 4. c. u. ero. 5. d. 3. ¶ sumant multiplicia eq
liter ut puta dupla ad primam ¶ tertiam erit. f. 10. ¶ c. b. Itemq. ad secundā
¶ quartam ēt dupla erunt. b. 6. ¶ g. 8. que multiplicia in ordine suarū
quātitarū adinuicem cōparata arithmetice eodem modo se hnt in ad
dendo equando ¶ minuendo: nam dupla p quāternarium ut patet ¶ tri
pla p senarium ¶ sic in ceteris ¶ th prime ad secundā nō est sicut tertie ad
quartam nā illa est sexgaltera ¶ alia supbipartiens tertias ¶ ideo geo
metricē debēt intelligi. ¶ Infra. 4. qnti. clare a. pbit multiplicia taliter re
lata adinuicem ppositum cōcludere ēt in. i. xxi. Idem. b. ¶ Exemplū
qñ non sunt pportioales. s. ¶ 3. pro. c. d. ¶ 6. 4. p. a. b. multiplicia nō se hnt
eodem mō. 10. 6. n. 8. ¶ Id est non arithmetice sed geometricē. c. ¶ Boe
tius. 2. musice capitulo. n. sed inter has tres medietates pportionalitas qdē
pprie ¶ maxime geometrica nuncupat iecirco qñ eqs pportionibus
ta contextitur. Sed th eodem utemur pmissue uocabulo pportioalitates
et ceteras nūcupantes uidelicet arithmetica ¶ armonieam. d. ¶ Sicut
numeri caput est unitas ita pportionū eqūlitate ēt pncipium. Boetius. 2.
musice capitulo. 15. ibidem ostendit qualiter duobus modis pportiona
litas arithmetica procreatur exemplis optimis in numeris.

Diffinitio .7.



Quantitates quarum proportio est una proportio
nales nominantur.

¶ Postquam diffiniuit quantitates continue proportio
nales ¶ incontinue diffinit quantitates proportionales
simpliciter ¶ patet diffinitio.

Diffinitio .8.



¶ Si fuerint p. m. 2. tertie eque multiplices. Itēq.
secunde 2. quarte eque multiplices. addetq. multi
plex prime super multiplicem secunde. ¶ Non ad
det autem multiplex tertie super multiplices quar
te dicitur prima maioris proportionis ad secundā
q. tertiam ad quartam.

¶ Diffinitis quātitaribus pportionalibus diffinit quātitates in propor
tionales. Sūt autē improporcionales inter quas est dissimilitudo pportio
nam quod cōtingit dupliciter aut qā maior est pportio pme ad secundā
q. tertie ad quartā aut qā minor ¶ iō eius sint due spēs. Pria qñ maior est p
portio pmi ad scdm q. tertii ad quartū ¶ dicitur hec maior impropor
tionalitas. ¶ Secunda uero qñ minor est pportio primi ad scdm q. tertii
ad quartū ¶ dicitur minor improporționalitas. ¶ Diffinit ergo eas in
ter quas est maior proportio prime ad secundā q. tertie ad quartā q. est
maior improporționalitas diffinitionem aut eam inter quas ē minor
pportio prime ad secundā q. tertie ad quartā non ponit quia ipsa pa
tet ex alia. ¶ Cū igit fuerint. 4. quantitates ad quas pmi ¶ tertii sūt
pta sint eque multiplica. ¶ ad scdm ¶ quartam est multiplicia ¶ multi
plicia pme ¶ scde relata adinuicē non se habebūt similiter multiplicibus
tertie ¶ quarte relatis adinuicē in additione diminutione ¶ equalitate
ille. 4. quantitates erunt improporcionales. ¶ Quod si ita fuerit q. mul
tiplex pme sit equale multiplici scde. multiplex uero tertie sit minus mul
tiplici quarte. Aut q. multiplex pme sit maius multiplici scde. multiplex
aut tertie sit eqle. aut minus multiplici q. rte. Aut q. multiplex pme sit ma
ius multiplici scde ¶ similiter multiplex tertie multiplici q. rte. uerumt
plus excedit quātum ad pportionem non quātum ad quāsitas excessus
multiplex pme multiplex scde q. multiplex tertie multiplex q. rte. Aut q.
multiplex pme sit minus multiplici scde. ¶ sūt multiplex tertie multipli
ci q. rte. uerumt minus minuit quātum ad pportionem nō quātum ad quā

si autem excessus multiplex pme a multiplici scde q multiplex tertia mul-
tiplici quater erit quolibet istoz. 4. modoz maior pportio pme ad secun-
dam q tertia ad quartam qmior aut modis istis oppositis erit minor pro-
portio pme ad scdam q tertia ad quartam. Exempla aut istoz oium. euidenter
sumuntur ex numeris. ¶ Additio ergo illa multiplicis pme sup multiplex se-
cunde. Non aut multiplicis tertia sup multiplex qrt de q loquitur auctor
in diffinitione latitudine het ad istos. 4. modos pdictos et ipsos cophe-
dit. un sensus illius diffinitionis e cu sumptis sic multiplicibus ut proponit fue-
rit maior pportio multiplicis pme ad multiplex secunde q multiplicis ter-
tie ad multiplex qrt erit maior pportio pme ad fam q tertia ad qrtam
n diffinit aut sub hac forma pp com cam pndicta. Vel possumus dice-
re q additio multiplicis pme sup multiplex secunde et non multiplicis ter-
tie sup multiplex qrt de qua loquitur in pmissa diffinitione maioris in-
proportionalitatis proprie accipitur. prout pba diffinitionis sonant et non
se excedit nisi ad scdm quor pdictoz modoz licet reuera quolibet illo-
rum quor modoz sit maior pportio pme ad secundam q tertia ad qrtam.
un sensus illius diffinitionis e cu sumptis sic multiplicibus ut proponit si
multiplici pme exnte maiori multiplici secunde n sit notari q multiplex
tertie sit maior in multiplici qrt erit maior pportio pme ad scdam q ter-
tie ad qrtam. pp hoc aut non possit reliquos tres additiois modos in pdi-
cta diffinitione quia iste est illis oibus magis planus et ad dictam diffi-
nitionem sufficiens. Nusq enim est maior pportio prime. 4. quantitatum
ad secundam q tertia ad quartam quon compingatur aliqua eque multipli-
cia ad primam et tertia repit. Que cum relata fuerint ad aliqua eque mul-
tiplicia secunde et quater inueniuntur multiplex prime addere super multi-
plex secunde non aut multiplex tertia super multiplex quarte. Nec usq co-
tingit hoc repit q sit maior pportio pme ad scdam q tertia ad quartam
ut demonstrabimus infra supra decima huius. ¶ Possunt aut esse hec qua-
titates improporcionales diuersorum generum sicut et quantitates inconti-
nue. proportionales si inter eas fuerit continua improporționalitas ut
si dicatur maior est proportio. a. ad. b. q. c. ad. d. Si autem fuerit continua
improporționalitas erunt oes eiusdem generis necessario sicut sunt in co-
tinua proportionalitate. ut si dicatur maior e pportio. a. ad. b. q. b. ad. c.

Castigator.

¶ Sufficiens huius diffinitionis habetur ex. 8. huius. s. ut in fine dicte
pndicta. b. ¶ Dissimilitudo vero odiosa atq contraria. Boetius in pri-
mo musicæ capitulo primo. ¶ Amica est enim similitudo.

Diffinitio.



St autem proportionalitas ad minus inter tres terminos constituta.

¶ Possq auctor diffiniuit pportionem pportionalitatem
et quantitates pportionales et ipportionales. ordit q sit mi-
nimus nu. n. terminoz inter quos pportionalitas pot. cōsi-
stere. maximū aut nō ponit. q illū nō cōtingit summeret
potest. n. proportio qlibet continuari in terminis infinitis siue fuerit rō-
nalis. ¶ proportio siue. p. irrationalis. ¶ Ad pportionalitatem aut exi-
guntur ad minus due pportiones similes eo q pportionalitas sit similitu-
do pportionum. Quilibet aut proportio het ahs et consequens ergo qli-
bet pportionalitas het ad minus duo ahs et duo consequentia. hoc e im-
possibile fieri i paucioribus q tribus terminis in qbus medius eoz fiet ahs
et consequens et iō pportionalitas erit continua qre in tribus terminis ad
minus erit continua pportionalitas constituta. Incontinua autem nō
erit in paucioribus q in. 4. eo q in ipsa quilibet terminus est tantum ante
cedens aut tantum consequens idem intellige de minori numero termi-
norum improporționalitatis. Si enim fuerit continua. erit ad minus in
ter tres terminos. Si incontinua ad minus inter quatuor.

Castigator.

a ¶ Que ab aliquo numero denominatur immediate. b ¶ Que ab aliquo numero nō denominatur immediate ut dyametri ad costā eius. qdrati.

Diffinitio 10.



Si fuerint tres quantitates continue proportionales dicetur proportio prime ad tertiam proportio prime ad secundam duplicata.

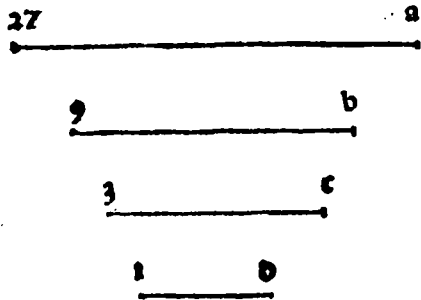
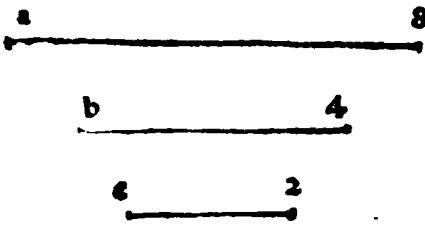
¶ Diffinit proportionem q̄ est inter extremos terminos continue proportionalitatis in tribus terminis constituta. ¶ dicit q̄ si fuerit proportio primi ad secundum sicut secūdi ad tertium erit proportio primi ad tertium sicut primi ad secundum duplicata: hoc est ex duabus talibus composita. ¶ Sive quod idem est erit p̄portio primi ad tertium sicut primi ad scdm duplicata: hoc est in se multiplicata. Verbi gr̄a in numeris. Sint 3. numeri continue proportionales: sintq̄ cōtinue dupli. ut. 2. 4. 8. proportio primi ad tertium erit sicut proportio p̄mi ad scdm in se multiplicata: proportio aut̄ primiad scdm ē dupla: dupla uero in se multiplicata: producit quadruplam: unde proportio extremorum est quadrupla: uidelicet duplum dupli: uel secundū priorem expositionem proportio extremorum est sicut proportio primi ad secundum duplicata: quia quadrupla constat ex duabus duplis.

Diffinitio 11.



Si fuerint quatuor quantitates continue proportionales. proportio prime ad quartam dicetur proportio prime ad secundam triplicata.

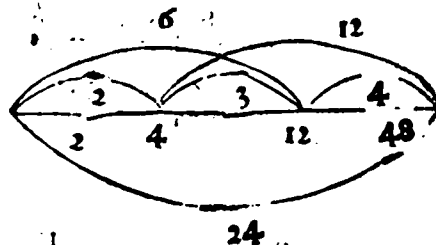
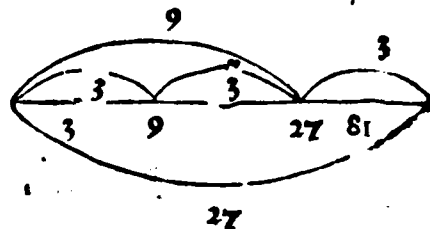
¶ Diffinit proportionem que est inter extremos terminos continue proportionalitatis in 4. terminis constituta. ¶ dicit q̄ si fuerit 4. quantitates cōtinue p̄portionales erit p̄portio p̄me ad q̄rtam sicut p̄portio p̄me ad secundam triplicata. ¶ Hoc est ex tribus talibus composita. qm̄ tales inueniuntur in ea: sive quod idem est erit p̄portio p̄me ad quartam sicut p̄me ad secundam triplicata. hoc ē in se. postea in productum multiplicata. Verbi gr̄a in numeris. Sint quatuor numeri continue proportionales: sintq̄ continue tripli ut sint. 1. 3. 9. 27. proportio primi ad quartum erit sicut proportio primi ad secundum in se postea in productum multiplicata: proportio aut̄ primiad secundum ē tripla: tripla 70 in se multiplicata p̄ducit nōcuplam. ¶ tripla in nōcupla producit uigintiuplam septuplam: erit itaq̄ p̄portio extremorum uigintiupla septupla. quod est triplum tripli. Vel s̄m priorem expositionem p̄portio extremorum est sicut proportio primi ad scdm triplicata: q̄ uigintiupla septupla constat ex tribus triplis. Non diffinit aut̄ proportiōem extremorum cōtinue p̄portionalitatis inter plures q̄ quatuor terminos constituta: pp̄ id q̄ dimensiones in rebus naturalibus recte non excedunt ternarium. ¶ Denominatio aut̄ p̄portionis duarum quantitatū quibus nullum interponitur medium hēt naturam lineæ. Eaz̄ uero quibus interponit unū medium l cōtinua p̄portionalitate hēt naturam superficies: eo qd̄ sit ex multiplicatione denominationis duarum primarum in se. Oē aut̄ quod ex multiplicatione lineæ in lineam producit: natura hēt superficies: si in se qdem quadrati: si 70 in alteram Parte altera longioris. Sed proportiōis eaz̄ quantitatū denominationis quibus in cōtinua proportionalitate duo media interponuntur naturam hēt solidi: quia prouenit ex multiplicatione denominationis duarum primarum. Primo in se. ex qua multiplicatione producit superficies: deinde in productum ex q̄ multiplicatione prouenit solidum sive corpus of. ¶ n. qd̄ ex multiplicatione lineæ in superficiem producit crecit in solidum. ¶ Est ergo ac si diceret proportio duarum quantitatū est simplex interuallum: h̄is naturam simplicis dimensionis ut lineæ: proportionalitas aut̄ trium est duplex interuallum: h̄is naturam duplicis dimensionis. ut superficies: proportionalitas aut̄ quatuor est triplex interuallum: h̄is naturam trine dimensionis ut solidi. Et quia dimensiones ulterius non procedunt. ideo non diffiniuit proportionem constantem inter extremos q̄



portionalitatis in quinque terminis (aut pluribus) constituitur. ¶ Vel non distinctus proportionem in his quia earum proportio habet ex predictis definitionibus. Si enim in tribus terminis proportio extremorum constat ex proportionibus primorum duplicata; & in quatuor terminis constat ex eadem triplicata; in sex terminis constat ex eadem quadruplicata; & in sex ex eadem quintuplicata. ¶ Vnde quomodo in tribus terminis continuae proportionis libus proportio extremorum continet proportionem primorum bis. & in quatuor terminis ter. sic in sex terminis continet quater. & in sex quinquies. & ita deinceps. ut semper proportio extremorum in terminis continuae proportionalibus toties contineat proportionem primorum quot sunt omnes termini minus uno. ¶ Similiter quoque si proportio extremorum continuae proportionalitatis in tribus terminis constituitur est ea que producit ex proportionibus primorum in se semel multiplicata; & in quatuor in se bis multiplicata; in quinque in se ter multiplicata; & in sex in se quater; & sic semper ut termini fuerint duobus plures multiplicationibus sine ut multiplicationes sint equele mediis extremis interpositis. Et nota quod et in impropotionalitate continua extremorum proportio producit ex omnibus proportionibus intermediis. ¶ Ex predictis apparet quod proportio extremorum continuae proportionalitatis in tribus terminis constituitur denominatur a quadrato: in quatuor a cubo: quorum quidem quadrati & cubi latera sunt denominationes proportionis primi ad secundum: verbi gratia in numeris. Sint quatuor numeri continue proportionales qui sint continue tripli. 3. 9. 27. 81. proportio primi ad secundum denominatur a ternario. est enim triplum primi hoc ad tertium a nonario qui est quadratus ternarii. nam ipsa est noncupla. At hoc proportio primi ad quartum denominatur a 27. qui est cubus denominationis proportionis primi ad secundum videlicet ternarii. ipsa enim est vigintiquinquecupla. ¶ Et proportio extremorum in proportionalitatis continue in tribus terminis constituitur denominatur a superficiali non quadrato: cuius latera sunt denominationes ipsarum proportionum in quatuor terminis constituitur denominatur a solido non cubo. cuius tria latera sunt denominationes trium proportionum. quod et patet in numeris. Sint quatuor numeri continue impropotionaliter qui sunt. 1. 4. 9. 48. in quibus proportio primi ad secundum est dupla: secundum ad tertium tripla: & tertium ad quartum sexcupla: tertium vero ad primum quadrupla: & ideo primi ad quartum vigintiquinquecupla. Ternarius ergo qui est denominatio proportionis primi ad tertium est superficialis: cuius latera sunt duo & tria qui sunt denominationes duarum primarum proportionum. 2. 4. 9. 48. vero 27 est denominatio proportionis primi ad quartum est solidus cuius latera sunt 3. 3. & 4. 9. sunt denominationes trium proportionum inter illos quatuor terminos entium.

Colligatur

¶ Et quoniam dicte sunt passionis de proportionalitate indifferenter intellige scilicet arithmetice & geometrice: quoniam utroque modo possunt assignari quantitates videlicet proportionales geometricae & proportionales arithmetice & utraque continue & discontinue respectu eorundem generum & diversorum ut dictum est. quia continue semper sunt eiusdem generis siue geometricae siue arithmetice & incontinue possunt esse diversorum & eiusdem indifferenter. Sed illa geometrica habet attendi penes proportionem: quo ad equalitatem diminutionem & additionem & ista arithmetica solum penes differentias seu excessus. Et sic intelligas de impropotionalitate utriusque maiori & minori continua & incontinua scilicet ut per te facilius deduces cuius ingenii non diffido ideo & cetera etiam quo ad compositionem proportionis extremorum in tribus & in quatuor terminis continue: quia sicut geometrica in tribus terminis primi ad tertium constat ex primi ad secundum duplicata quo ad proportionem etiam arithmetica quo ad differentias ex illa duplicata & in quatuor triplicata & sic in ceteris argue.



Diffinitio 12.



Quantitates que sunt in pportione vna antecedens ad consequentem & antecedens ad consequentem dicitur contrario sicut consequens ad antecedentem. sic consequens ad antecedentem. Itemque permutatum sicut antecedens ad antecedentem sicut etiam consequens ad consequentem.

e — 6 a — 4

d — 3 b — 2

a — 8 b — 4

c — 6 d — 3

a — 8 b — 4

c — 6 d — 3

a — 8 b — 4

c — 6 d — 3

a — 8 d — 12

b — 4 e — 6

c — 2 f — 3

Diffinit species proportionalitatis que sunt, uidelicet conuersa, permutata, disuncta coniuncta euerfa. Sunt autem hec species que quidam modi arguendi diffinit ergo primo conuersam proportionalitatem & permutatam in quibus manent antecedentia & consequentia eadem fm substantiam: quod non est in disuncta: coniuncta autem euerfa & in quibus nihil extra sumitur ut in equa uocat autem antecedens primum extremum proportionis consequens uero uocat secundum. Vult itaque per hanc diffinitionem si fuerit proportio a ad b sicut c ad d: & ex hoc ego concludam ergo b ad a sicut d ad c uidelicet faciam de antecedentibus consequentia & de consequentibus antecedentia quod est qd modus arguendi uocatur proportionalitas contrario siue euerfa. Si autem sic arguam a ad b sicut c ad d ergo a ad c sicut b ad d uidelicet utambo extrema prime proportionis stant antecedentia: & ambo extrema secundae consequentia autem qd iste modus arguendi uocatur proportionalitas permutata: & in isto modo arguendi sit antecedens secundae proportionis consequens: & consequens prime antecedens.

Diffinitio 13.



Disiuncta vero proportionalitas dicitur quotiens sicut antecedens cum consequente ad consequens sicut etiam antecedens cum consequente ad consequens.

Diffinit coniectam disiectam & euerfam in quibus etiam nihil extra sumitur sed termini non manent in ipsis, idem fm substantiam & multo si ita fuerit ut sit a ad b sicut c ad d: & ex hoc concludam ergo totius a b ad b sicut totius c d ad d: qd iste modus arguendi dicatur proportionalitas coniecta.

Diffinitio 14.



Disiuncta vero proportionalitas dicitur augmentorum antecedentium supra consequentia equa comparatio.

Vult qd si fuerit proportio totius a b ad b sicut totius c d ad d: & ex hoc ego concludam ergo a ad b sicut c ad d: qd iste modus arguendi uocatur disiecta proportionalitas.

Diffinitio 15.



Euerfa proportionalitas dicitur quomolibet antecedentium ad augmenta sua supra consequentia sua similitudo proportionum.

Vult qd si fuerit a b ad b sicut c d ad d: & ex hoc ego concludam ergo a b ad z sicut c d ad z: qd iste modus arguendi dicatur euerfa proportionalitas.

Diffinitio 16.



Qua proportionalitas dicitur quantitibus plurimis propositis alijsq; secundum eundem numerum in vna proportionem applicatis mediorum eorum numero remoto utrumq; extremorum similitudo proportionum.

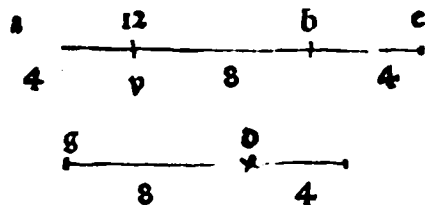
Diffinit equam proportionalitatem que ad probandum propositum ad extra sumit. Vult qd si simantur quolibet quantitates ut a b c itemq; totidem alie siue sint eiusdem generis cum primis siue alterius ut d e f fuerintq; secunde in proportionem primarum siue eodem ordine ut si dicatur a ad b sicut d ad c: & b ad c sicut e

ad. f. Sine ordine conuerso ut si dicatur. a. ad. b. sicut. e. ad. f. f. b. ad. e. si
 ex. d. ad. e. f. ex hoc concludatur. ergo. a. ad. c. sicut. d. ad. f. q. iste mo-
 dus arguendi uocet equa pportionalitas. ¶ Hic aut. 6. modorum argu-
 endi quid dicitur species pportionalitatis quatuor pbat auctor in lra in-
 fra in istis. Permutatam quidem pportionalitatem pbat in. 16. huius
 diffinitionis. c. 11. 12. conuictam in. 18. equam uero pportionalitatem de-
 monstrat. in. 22. 23. Sed in. 22. cu quantitate duorum ordinu eode ordine sunt
 pportiones in. 23. cu ho sunt pportiones ordine conuerso. Conuersam ho p-
 portionalitate aut conuersam si demonstrat eo q conuersa patet ex diffinitione
 quantitatam incontinue pportionalium. Euerfa aut patet ex pmutata adinuicem
 19. ut sup eadem. 19. sumus dicturi. qd aut conuersa pportionalitas ex dione q-
 titatum incontinue pportionalium manifeste sit demonstremus nuc. ¶ Sit ex
 20. pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. uolo ergo demonstrare qd erit. b. ad. a. si-
 cut. d. ad. c. Sumat. e. ad. a. f. ad. c. et multiplicia. Silr quoq. g. ad. b. f.
 h. ad. d. et multiplicia eritq. p conuersionem diffinitionis quantitatam incon-
 tinue pportionalium. ut. e. f. g. itemq. f. f. h. similiter se habeat in additio-
 ne diminutione et equalitate. Intellego tuc. b. pnum. a. secundum. d. tertiu.
 um. c. qrtum. Supra sunt ad pnum et tertium. g. f. h. et multiplicia. Itaq.
 ad scdm et qrtum. e. f. g. eque multiplicia. Et qa multiplicia pmi et secun-
 di sunt. g. f. c. similiter se hnt multiplicibus tertii et qrti q sunt. b. f. c. ad in-
 uicem additione diminutione et equalitate. erit p dictam diffinitionem pportio
 b. pmi. ad. a. secundum sicut. d. tertii ad. c. qrtum qd est ppositum. Constat
 itaq. modus arguendi q d conuersa pportionalitas. ¶ Huius aut qnti libri
 pncipia plurimis difficilima esse uir equibsdā conclusionibus quas ex
 ipsi demonstrat magis ab intellectus distantia. Nihil. n. ur intellectui ime-
 diacius adherere. q q duaz quantitatibz quantitatam equalium sit ad terti-
 am quolibet una pportio: quod tn huius quinti. septima demonstrat ex
 diffinitione incontinue pportionalitatis q ab intellectu pmo ur q pluri-
 mum esse remota. Quis. n. non facilius duaz quantitatam equalium ad ali-
 quam tertiam eadem esse pportionem concedat. q. 4. quantitatam si multi-
 plicia pme et tertie equaliter sumpta multiplicibus secunde. et qrt equaliter sum-
 ptis similiter se habuerint in additione diminutione et equalitate esse ppor-
 tionem pme ad secundam. sicut tertie ad qrtam. Vex si subtiliter inueniatur
 quiduo constabit nō posse uniri intellectui q pportio duaz quantitatū
 equalium ad tertiam sit una. nisi p quid est esse pportionem unam. Si. n.
 quis ignoret quid est esse pportionem unam eadem pportionem alteri
 quo cognosceret duaz quantitatam equalium esse eadem pportioem ad tertiam.
 ¶ Indiget igitur pculdubio intellectus anteq illam q uidebatur concepi-
 bilis ppositio apprehendat huius rei que p ipsius diffinitione habebitur
 cognitione. postmodum utq. ea diffinitio duabus quantitatibus equalibus
 ad tertiam coparatis conueniat tractatione. quod si diffinitio inueta fuerit
 illis quantitatibus conuenire concludet ppositū. Sin aut oppositū. Nō ē igit
 immediata ppositio quā superficialis apprehensio immediatam iudicanti
 ¶ Similiter quoq. immediacius iudicat prima apphensio adherere intelle-
 ctui q duarum quantitatam in equalium maior est pportio maioris eaz ad
 aliam q minoris ad eadem. Quam demonstrat 8. huius. q quod. 4. quan-
 titatum sit maior pportio pme ad secundam q tertie ad quartam. cu mul-
 tiplicibus ad pnam et tertiam equaliter sumptis. Itemq. aliis ad secundā
 et quartam et equaliter multiplex prime addit super multiplex secunde. et
 multiplex tertie nō addit sup multiplex quarte ex quo que pdicta est pro-
 positio demonstratur: sed similiter nec ipsa potest intelligi nisi p quid ē ee
 pportionem maiore. ¶ Igitur oportuit euclidem q quantitates dicuntur
 pportiones: et q improportionales diffinire. Proportionales aut sunt q-
 rum pportio una est. et improportionales quaz pportiones diuerse. Itaq. dif-
 finiuit quantitates quaz pportio una. et casin quibus conueniuntur ex-
 trema nō dissociatis mediis quas uocauit continue proportionales. et di-
 xit hanc pportionalitatem in tribus terminis ad minus existere. pp hoc

c	8	f	12
a	4	c	6
b	2	d	3
g	6	b	9

quoniam saltem bis sanctam est mediam. Et eas in quibus accidit in-
 ruptio mediour: & hec sunt incontinue proportionales & hec proportionales
 ad minus exigit quatuor terminos per alterius medii summptionem. Et dif-
 finit et quantitates que sunt impropportionales. quare est maior una por-
 tio quam sit alia. Et si est ois proportio scita sunt rationales. sic facile est intel-
 lectui cognoscere que proportionales sunt una & que diuersae. ¶ Que. n. habe-
 rent unam denominationem essent una. que aut diuersas diuersae. hec aut si-
 militas manifesta est ex arithmetica quoniam omnium numerorum proportio
 scita & rationalis est. Vnde Iordanus in secundo arithmetice sue diffinit que propor-
 tionales sunt eadem & que diuersae. dicit eadem esse que eadem denominationem
 recipiunt. Maiorem vero quam maiorem & minorem quam minorem. Sed in-
 nite sunt proportionales. irrationales quoniam denotatio scibilis non est. ¶ Quare est
 Euclides consideret in hoc libro suo proportionalia continet non contra-
 hendo ad rationales uel irrationales quoniam considerat proportionem rectam in con-
 tinuis. que continetur est ad istas. Non potuit diffinire idem proportionem
 per idem proportionem denominationum. sicut arithmetici: eo quod multarum pro-
 portionum ut donum est sunt denominationes simpliciter ignote. diffini-
 tionem aut oportet fieri ex notis uel malicia proportionum irrationalis
 coegit Euclidem tales diffinitiones ponere. ¶ Quia ergo non potuit ut
 patet ex premis diffinire proportionalitatem sue idem proportionem propor-
 tionum. per idem proportionem habitudinum. sue denominationem ipsorum
 terminorum per irrationalitatem habitudinum & inconuenientiam termi-
 norum coactus est refugere ad terminorum multiplicia. ut ex illorum
 habitudinibus quantum ad excessum & equalitatem consideratis equis nume-
 rositatibus sumptis per quod ad naturam irrationalitatis reducitur propor-
 tionem diffinitionem uenit. ¶ Nihil. n. in quocumque in equalitatis genere ter-
 minis magis idem quam eorum multiplicia. nec terminorum habitudini-
 bus. que multiplicium habitudo. ¶ Et quia proportio est duarum quantitarum
 eiusdem generis certa habitudo. considerata in eo quod sunt equales aut quod alte-
 ra maior. ideo idem proportionem entium inter primam. 4. quantita-
 tum ad secundam & tertiam ad quartam est similis equalitas prime ad secundam. &
 tertie ad quartam. aut similis maioritas. aut similis minoritas. hec aut simi-
 lis equalitas. aut similis maioritas. aut similis minoritas. tunc est inter quatuor
 quilibet quantitates cum est inter omnes earum equaliter multiplices. ¶ Quod
 ergo dicit in quinta diffinitione. quantitates que dicuntur continuam pro-
 portionalitatem habere. cetera: ac si diceret. omnes illas quantitates uoco con-
 tinue proportionales quod est eas similiter esse equales continue & simi-
 liter continue esse maiores. & similiter continue esse minores quarum om-
 nes eque multiplices. aut sibi inuicem sunt. similiter continue equales. uel
 similiter continue maiores. uel similiter continue minores quod est etiam
 ipsas multiplices esse continue proportionales quod si hoc alicubi
 in multiplicibus dissonat eas dico non esse continue proportionales.
 ¶ Quod autem dicit in sexta diffinitione. Quantitates que dicuntur
 esse secundum proportionem unam prima ad secundam & tertia ad quartam. & cetera:
 ac si diceret omnes. 4. quantitates uoco incontinue proportionales. & se
 habere primam ad secundam sicut tertia se habet ad quartam: quod est
 primam ad secundam. & tertiam ad quartam similiter se habere inequan-
 do aut addendo aut minuendo. quarum omnes eque multiplices prime
 & tertie ad omnes eque multiplices secunde & quarte. similiter se habent
 aut inequando. aut addendo aut minuendo quod est etiam multiplices
 prime in eadem proportionem se habere ad multiplices secunde. in qua
 multiplices tertie se habent ad multiplices quarte. quod si hoc alicubi
 dissonat in multiplicibus. dico non esse proportionem prime ad secundam
 sicut tertie ad quartam. ¶ Quod autem dicit in. 8. diffinitione est ac si diceret ma-
 iorem proportionem uoco. 4. quantitarum prime ad secundam quam tertie ad quartam
 quod est primam magis excedere secundam quam tertiam excedat quartam. quarum aliquod ex
 multiplicibus prime addit super aliquam ex multiplicibus secunde aliquod ex multi-

pluribus tertie sumpta secundum numerationem multiplicis pme nō ad
dēre sup aliquē ex multiplicibus q̄rte: sumpta s̄m numerationē multipli
cis sc̄de. q̄d est esse maiorem p̄portionem multiplicis pme ad multiplicē
sc̄de. q̄ multiplicis tertie ad multiplicem q̄rte. ¶ Diffinitiones aut̄ istas
mixt sunt aliqui demonstrare. quorū A metus filius Ioseph tētavit eas de
monstrare in epistola sua quā de p̄portione & proportionalitate compo
suit. & accepit tria p̄ modū positionis tāq̄ p̄ncipia q̄ dicit eē p̄ nota & p̄
batione non indigere. ¶ Quorū p̄mum ē q̄d si fuerint. 4. quantitates. q̄
rū sit p̄portio pme ad sc̄dam sicut tertie ad q̄rtā. erit eōuerso p̄portio sc̄de
ad p̄mam sicut q̄rte ad tertā. & hic ē modus arguēdi quē uocauit sup̄ius
Euclides cōuersam p̄portionalitatē. & errauit qm̄ dixit p̄positionem eē p̄
p̄ nota. cuius āns & consequēs sunt ignota. Ignotū ē. n. q̄d sit eē p̄portio
nem pme quātītatis ad sc̄dam sicut tertie ad q̄rtā. q̄r hoc ignoto po
tuit ip̄osibile est intelligere quid ex ip̄o sequat̄. ¶ Similiter quoq̄ quia
cōsequēs ē ignotū. impossibile ē intelligere quid ad ip̄am āndat. ¶ Se
cūdam p̄ncipium eius fuit q̄d si fuerint. 4. quantitates quarum sit propor
tio pme ad sc̄dam sicut tertie ad q̄rtā. si p̄ma sit maior sc̄da: erit tertia
maior q̄rtā: & si minor minor. & si ēq̄lis ēq̄lis. ¶ Tertium fuit q̄d si fuerint
4. quantitates q̄rum sit p̄portio pme ad sc̄dam sicut tertie ad q̄rtā. erit
pme ad quodlibet multiplex secundē: sicut tertie ad aliquod eque multi
plex ex multiplicibus q̄rte: & accidit sibi in istis duobus p̄ncipiis idē p̄m
quod accidebat in p̄mo. Accepit. n. i oib̄us ignota similiter tāq̄ nota. q̄r
non demonstrant. ¶ Peccauit ēt in sc̄da demonstratione & in tertia &
in quinta. in q̄rum qualibet arguit ex. 8. uel ex. 10. huius q̄ probatur ex dif
finitione in continue proportionalitatis. ¶ Arguit. n. sic si p̄portio. a
b. ad. c. ē maior q̄. g. ad. d. sit ergo. u. b. p̄tis. a. b. ad. c. sicut. g. ad. d. p̄ quod
appet ip̄am supponere q̄ duarum quātītatum. a. b. & u. b. ineq̄lium rela
tū ad. c. maior maiorem & minor minore ad ip̄am optinet p̄portionē
ad q̄ quātītatis q̄ ad. c. hēbit minore p̄portionem q̄ habeat. a. b. erit mi
nor. a. b. quorū p̄mū demonstrat. 8. huius. & sc̄dm. 10. Nā cū uolueris sum
mere quātītatem q̄ se habeat ad. c. in p̄portione. g. ad. d. dabo tibi maio
rem aut minorem aut equalem. a. b. indifferenter sicut uolueris. quare aut̄
non demonstrat aut accidit sibi circūlūs & p̄ncipia esse ignotiora cōclu
sionibus. ¶ Supponenda sunt igitur cum. Euclide p̄ncipia tāq̄ nota. &
non ipsa ex conclusionibus. sed conclusiones ex ip̄is demonstrande sunt.



¶ Castigator.

a ¶ Ex quo p̄portionalitas ē similitudo p̄portionum sequit̄ q̄ p̄portio
nes similes sunt q̄rum eadē ē denomiatio ut dupla. Et dupla tripla & tripla
& c. medietas triple & medietas triple igr̄ p̄portionum rōalium. Tales aut̄
due p̄portiones aut cōcitant in uno termino aut nō: ex primo sit p̄portionali
tas cōtinua & ē illa q̄ ad minus ē i tribus terminis cōstituta. ubi nō media
sunt diuersa sicut. a. ad. b. ita. c. ad. d. ¶ Cōtingit aut̄ in eisdē terminis unā
p̄portionem inferri ex alia multis modis cū fuerit p̄portionalitas qua p̄
Euclides ponit. 6. mōs siue spēs & ut ibi d̄r sunt quidā modi arguēdi quo
rum p̄mus d̄r cōuersa: sc̄dm p̄ mutata: tertius cōiuncta: q̄rtus diuincta: qui
nus cūersa: sextus ēq̄. Et iste modus arguēdi regit ad minus duas p̄portio
litates sicut & p̄portionalitas requirit duas p̄portiones quia una āns alia
nō q̄ infertur uocatur consequēs & q̄ h̄q̄ ipsi termini āncedētia: & cōsequen
tia & q̄ p̄or ē in p̄portione uocatur āns. posterior nō in q̄libet p̄portio
ne uocatur cōsequēs: & sic accipit̄ nola in descriptionibus seq̄ntibus. usq̄
cōuersa p̄portionalitas s̄b aliis nōbis ē cum ex āncedētib̄us sūt cōsequētia
& eōuerso ordine cōuerso ut sic arguēdo sicut. a. ad. b. ita. c. ad. d. igr̄ eō
uerso sicut. d. ad. c. ita. b. ad. a. hic. n. a. & c. sunt p̄mo āncedētia & postea
consequētia & eōtra est. de. b. & d. istud idē patet in numeris accipiendo
6. & 4. & 8. & idē ē in magnitudinibus siue sint cōmēsurabiles siue non
cōmēsurabiles. n. se h̄m unō nūcro in cōmēsurabiles patet si intelligas p̄

qdrati pui p.c.cius diametp. p.b.latus magni qdrati. p.a.cius diametru
 neq. e sicut. a.ad.b.ita.c.ad.d. ff ex h sequit q. sicut. d.ad.c.ita.b.ad.a. ff.
 ¶ Permutata pportio dr cu ex antecedente secunde pportionis sit consequens
 prie ff ex consequente pme ams scde ita. s. arguendo sicut. a.ad.b.ita.c.ad.d. igr
 pmutatim sicut. a.ad.c.ans. ad ams ita. b.ad.d. cōsequens ad consequens ff ne
 net consequentia sue p has lras intelligas numeros sue magnitudines. cō
 mēsurabiles siue incōmēsurabiles. Asummit aut iste modus arguendi in
 aliis scientis ff ad diuersas materias trahit sed quomodo in alia materia
 ualet ff quo nō difficultatem hēt ff alibi uideri dēt in isto scdo modo ar
 guēdi pportionalitas composita ex pportiōibus irrōnālibus pōt infiri ex
 pportionalitate cōposita ex pportionibus rōnālibus ff econuerso quia seg
 tur sicut costa maior ad suam dyametp. sic costa nōr ad suam dyametp.
 igr sicut costa ad costā ita dyameter ad dyametp. sed possibile ē q costa sic
 dupla ad costā ff nūc sequitur q dyameter sit dupla dyametris hoc aut nō
 accidit in pmo mō ff cā est quia si ams ē in isto ex pportiōe maioris ineq
 litatis cōsequens erit ex pportione minoris inequalitatis ff econuersos
 semp aut in eisdem terminis cū pportiōe maioris ineqlitatis est rōnalis et
 erit pportio rōnalis minoris ineqlitatis ff econuerso nōia. n. non distinet
 nisi p hanc ppositionem. ff. c. Sequitur tertia. s. cōiūcta pportionalitas
 sub aliis h̄bis. Cōiūcta pportionalitas dr quotis a diuisis arguitur ad
 cōiūctiones si enim ut. a.ad.b.ita.c.ad.d. igr cōiūgēdo terminos te
 net sicut. a.b.ad.b.ita.c.d.ad.d. eodē ordine fuato. ¶ Quarta sub aliis
 h̄bis. Disiūcta uero est cum econuerso. s. a cōiūctis terminis ad eordem
 diuisos arguitur ut sicut. a.b.ad.b.ita.c.d.ad.d. igr sicut. a.ad.b.ita.c.
 ad.d. ff in istis seruatur idem ordo in terminis i quibus fiat illatio ut ams
 ff suū cōsequens cōiūgant. ff. c. ¶ Sequit euerfa sub aliis h̄bis euerfa pportio
 ē a diuisis uel simplicibus terminis ad cōiūctos siue cōpositos nō eodē or
 die sed cōuerso fit illatio ut sicut arguebat. a.ad.b.ita.c.ad.d. igr sicut. d.c
 ad.c.ita.b.a.ad.a. ff differt a cōiūcta qā i illa arguebat ad cōsequētia i ista
 ad aūtia. Et iō uocat euerfa ff p̄t ē duplex uel euerfa cōiūcta uel euerfa di
 iūcta p̄miscēdo cā cū duabz sp̄ibus p̄dictis. Et p̄t multi alii modi arguē
 di ex p̄missione h̄az regulaz formari uel fieri ff. c. ¶ Eā pportionalitas
 sub aliis h̄bis ē duabus multitudinibus q̄titatū p̄positis ff sibi in similitu
 dine pportionum conrespondentibus subtrahis mediū primaz ad ult
 azas in bitudine pportionis similitudo sic arguēdo sicut. a. b. ff. c. inter se
 ita. d. ff. c. f. inter se igr sicut. a. ad. c. ita. d. ad. f. Et isti sunt modi arguē
 di utiles i oī q̄titate ff i oībz pportiōibus potes facere oēs has cōsequētiāz p
 eer ultimā q̄ ad minus sex terminos requit un si fuerit q̄tuor q̄titates ppor
 tionales cōuersum erūt pportionales ff pmutatim ff cōiūctim ff euerfim
 ¶ rursus diuisim seu disiūctim si dico q diuersa oportet pceder cōiūctim
 ut patet ex descriptiōe. Chalis aut forma arguēdi in oībus istis p̄t ē talis
 uidelicet sicut p? ad. 1? ita. 3? ad. 4? igr sicut. 4? ad. 3? ita. 1? ad p? ut
 sic i cōuersa uel sic igr sicut p? ad. 3? ita. 1? ad. 4? ut sic in pmutata ff sic i
 aliis. ff nūc sub ifert sed p̄mi ad. 3? ē pportio talis uel talis igr scdi ad. 4?
 est pportio consimilis ibi arguit in pmutata ff ita suo modo est in aliis ar
 guēdū Ap. ff in tertio topico. ut itali mō arguēdi in pportione p̄mis
 tata uidelicet sicut p? ad. scdm ita. tertiu ad q̄rtum igr pmutatim sicut p̄mi
 mum ad. 3? ita. 1? ad. 4? sed p? supat plus. 3? q. 3? 4? supat igr. 3? plus
 supat. 4? q̄ idē. 3? supat. 4? Ex? summātur isti numeri. 6. ff. 4. 3. ff. 3. ff. 4.
 quatuor sic sicut. 6. ad. 4. ita. 3. ad. 1. quia utrobiz est pportio sexquialtera.
 igr sicut. 6. ad. 3. ita. 4. ad. 1. quia utrobiz est pportio dupla sed sic se hēt
 6. ad. 3. q. supat plus q. 3. supant. a. qā supatio. 6. ad. 3. ē fm pportione dupla
 sed. 3. ad. 1. fm pportione sexquialtera. pportio autem dupla. nūq
 ē pportione sexquialtera igr sic se hēt. 4. ad. 1. q. supant. 2. plus q. 3. supant. a.
 ut prius. Tenet aut ista forma p hoc q pportio primi ad. 3? ff pportio
 secundi ad. 4? sunt equales sicut concluditur per generalem formam ar
 guendi igr quēq. pportio est altera maior ff altera. ff. c.

Propofide

¶ Inter quolibet quantitates aliarum totides eque
multiplices aut singule singulis equales necesse e
quemadmodum una illarum ad sui comparcm.
totum quoq; ex his aggregatum ad omnes illas
pariter acceptas similiter se habere.

Sint quotlibet quantitates q sint a. b. c. allarum horde
que sit d. e. f. etque multiplices triaque ad fac comparatur singule sint
singulis eiles. ita melleles q sicut e. multiplex d. ita b. est multiplex. e. f.
b. multiplex. f. ncl f. a. e. equis. d. q. similiter. b. sit egle. e. f. c. equis. f. dico q
sicut se habet a. ad d. ita se habet aggregatum ex oibus que sunt a. b. c. ad
aggregatum ex oibus que sunt d. e. f. **Q**uod si singule singulis sint eq
les patet prousum per hanc eodem etiam: si equibus equalia addantur to
ta quoq. erunt equalia. **P** Si aut sint oes suis compositis equae multiplices
dimisit eis fm quantitatem suarum submultiplicum. erit aggregatum ex
pma pre. a. e. prima. b. e. pria. c. egle aggregato ex. d. e. f. p predicta eodem
etiam additate. hae. **Q**ue eodem sunt equalia. inter se sunt equalia. **S** Si
miller quoq. aggregatum e. scilicet tribus quantitatum a. b. c. erit equa
le aggregato ex. d. e. f. scilicet de ceteris q. ita hoc poterit toties fieri quot
iens d. continetur in a. eodem egle aggregatu ex. d. e. f. toties continetur in
aggregato ex. a. b. c. quotiens d. continetur in a. quia ergo quotiens d. numerat
a. toties aggregatu ex. d. c. s. numerat aggregatu ex. a. b. c. patet q. sicut. a. e.
multiplex ad. d. ita aggregatu ex. a. b. c. aggregatu ex. d. e. f. qd e. ppositu.

Castig. 102.

¶ Quia oportet ut partes cuiuslibet multiplicis habeat prius adinvenire
et equales illamque uni eisdem quatuorlibet illarum eorum sue si multiplici
ei quatuor partem eodem sciam fieri quatuor. Et componendo eas in ordine mul-
tiplicium. **Propositio .2.**

Proposition 2:

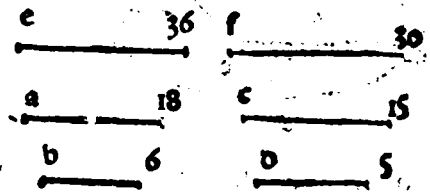
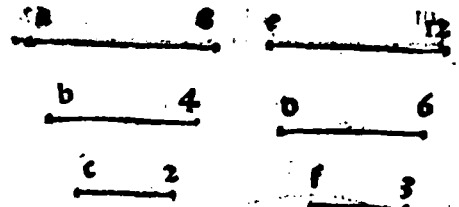
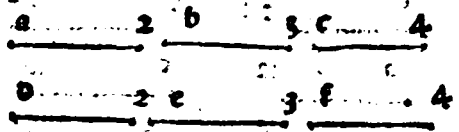
¶ In fine flex quantitares. quarum prima ad secundam
atque tertia ad quartam eque multiplices. quinta
vero ad secundam atque sexta ad quartam eque mul-
tiplices. totum primæ et quintæ ad secundam. totumque
tertiæ et sextæ ad quartam eque multiplica esse pueniet.

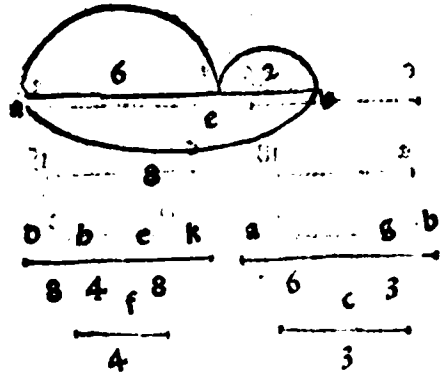
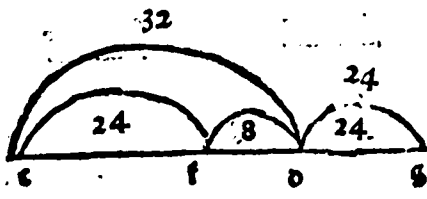
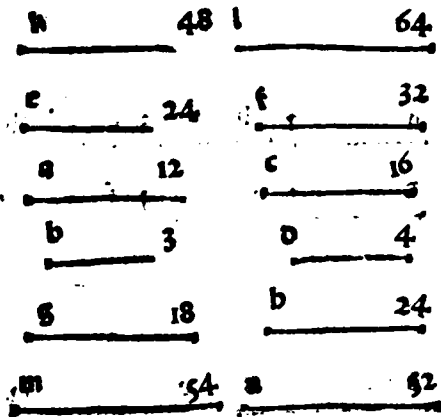
[illegible]

Scuola. Propositi

3 fuerint primum scilicet 2 tertium quatuor eque multi-
plicia: ad primum vero 2. tertium multiplices su-
mantur equales erunt multiplex primum ad secundum
atque multiplex tertium ad quatuor eque multiplicia.

Sint sex quantitates. a. prima. b. secunda. c. tertia. d. quarta. e. quinta. f. sexta. Sitq. a. ad b. e. c. ad. d. iteq. e. ad. a. f. f. ad. c. est multiplices. dico q. sic. e. e. multiplex ad. b. ita. f. ad. d. Duidat. n. e. fm quantitate. sit submultiplicis f. f. fm quantitate. c. eritq. p. equalitatem p. tium. e. ad. a. e. p. tium. f. ad. c. in quolibet p. tium. e. sit ita multiplex ad. b. sicut quilibet p. tium. f. ad. d. Quia ergo sic prima p. tium. est multiplex ad. b. ita prima p. tium. f. est multiplex ad. d. iteq. sic secunda p. tium. est multiplex ad. b. ita secunda. f. ad. d. ergo erit p. tium. salm aggregatum. ex duabus p. tium. p. tibus ita multiplex ad. b. sicut aggregatum ex duabus p. tibus p. tibus





f. ad. d. f. quia rursus tertia pars. e. si aliqua tertia pars. e. ita multiplex ad. b. sicut tertia. f. ad. d. erit p. eadem ut p. aggregat. ex tribus primis partibus. e. sit ita multiplex ad. b. sicut totum aggregat. ex tribus primis partibus. f. ad. d. ¶ Sicut si plures fuerint partes. e. f. c. componendo semper sequentem cum aggregato ex prioribus concludens q. sicut. e. est multiplex ad. b. ita. f. ad. d. per premisam totiens sumptam quot fuerint partes in p. aut in. f. minuat. ita. f. q. partes popositum.

Exigatio.
a. ¶ Quia tunc prima pars. e. tenet locum prime f. prima pars. f. tenet locum tertiae. f. secunda. e. tenet locum quinte. f. secunda. f. tenet locum sexte. f. ideo per premisam concluditur totus. e. ad. b. sicut totus. f. ad. d. f. eodem modo ulterius ad alias partes si que fuerint. ¶ Quoniam semper aggregatum ex partibus. e. habebit locum prime f. semper sequens pars. e. habebit locum quinte. f. aggregatum ex partibus. f. tenet locum tertiae f. semper pars succedens. f. tenet locum sexte. f. ideo per premisam totiens repetitam quoties fuerint partes. e. minus unat aut l. f. f.

Propositio.
¶ Si fuerit ppositio prima ad secundum sicut tertia ad quartum ad primum ante z tertius eque multiplicia assignentur. Item q. ad secundum z quartum multiplices equeles erit assignate multiplices eodem ordine pproportionales.

¶ Sit proportio. a. primi ad. b. secundum. sicut. c. terti ad. d. quartum. Sumanturq. e. ad. a. f. f. ad. c. eque multiplicia. Itemq. g. ad. b. f. h. ad. d. eque multiplicia. dico q. proportio. e. ad. g. est sicut. f. ad. h. ¶ Suma. h. ad. e. f. l. ad. f. eque multiplicia. itaq. m. ad. g. f. n. ad. h. eque multiplicia. ¶ Quia. e. f. f. sunt eque multiplicia ad. a. f. c. itaq. h. f. l. eque multiplicia ad. e. f. f. erit p. premisam. h. f. l. eque multiplicia ad. a. f. c. ¶ Per eadem quoq. erit. m. f. n. eque multiplicia ad. b. f. d. quare per conversionem definitionis incipit pproportionalitatis. k. ad. m. f. l. ad. n. similiter se habebunt in addendo diminuendo f. equa d. quia ergo. h. f. l. sunt eque multiplicia ad. e. f. f. itaq. m. f. n. eque multiplicia ad. g. f. h. erit per definitione incontinue pproportionalitatis proportio. e. ad. g. sicut. f. ad. h. quod est ppositum.

Propositio.
¶ Si fuerint due quantitates quarum una sit pars alterius minuatursq. ab utraque ipsarum ipsa pars erit reliquum reliquo atq. totum totieque multiplex.
¶ Vel sic si aliquota erit reliquum reliqui tota p. erit quota totu totius. Sit quantitas. a. b. tota pars quantitas. f. d. quota. e. b. ap. f. a. b. minuatursq. a. b. ex quantitate. c. d. f. sit residuum. f. c. eritq. f. d. equalis. a. b. Similiter quoq. minuat. e. b. ex quantitate. a. b. sitq. residuum. e. a. dico q. quota p. est q. nitas. a. b. quantitas. c. d. tota est. quantitas. a. f. quantitas. c. f. ¶ Cum. n. a. f. d. si e. q. l. a. b. erit. f. d. ita multiplex. e. b. sicut. c. d. e multiplex. a. b. ponat itaq. q. g. ita multiplex. a. e. sicut. f. d. est multiplex. e. b. eritq. ex pma b. utaq. sita. f. g. ita multiplex. a. b. sicut. f. d. est multiplex. e. b. f. q. sic fuit. c. d. multiplex. a. b. sicut. f. d. fuit multiplex. e. b. erit utraq. duar. q. nitaru. c. d. f. g. eque multiplex quantitas. a. b. q. n. q. c. o. m. s. c. i. a. m. c. d. f. f. g. sunt e. q. l. s. ad. invicem: dempta igr. ab utraq. ear. quantitate. f. d. erit. c. f. e. q. l. s. d. g. f. quia. d. g. fuit ita multiplex. a. e. sicut. f. d. e. b. f. i. o. sicut. a. b. e. b. q. n. f. sicut. c. d. a. b. erit. c. f. ita multiplex. a. e. sicut. tota. c. d. totius. a. b. q. d. est ppositum.

Propositio.
¶ Si fuerint due quantitates ad alias duas eque multiplices: duar. quoq. minores a duabus maioribus utraq. a sua multiplice subtrahantur. erit due reliq. e. runde partiu eque multiplices. aut e. q. l. s. ¶ Si sint quantitates. a. b. ad. c. f. d. e. ad. f. eque multiplices

d. sed equalitatem maiori totiens. n. multiplicabo unamquāque triū quantitatum. c. c. b. e. f. a. equaliter; g. f. g. multiplex. e. c. proueniat maior. d. f. g. h. multiplex. a. non proueniat minor eadem. ¶ Deinde toties multiplicabo. d. quod pueniat quantitas maior. b. siq. in prima quantitas multiplicū. d. que sit maior. h. Sub qua sumam maximā multiplicū. d. aut sibi equalē; si. m. est prima in ordine multiplicū. d. que sit. l. erit q. ut. l. non sit maior. h. f. constabit. m. ex. d. f. l. propter id quod omne multiplex constat ex proximo precedenti multiplici f. simplo ut triplū ex duplo f. simplo. excepto primo multiplici quod cōstat ex bis simplo. ¶ Quia ergo. h. est equalis. k. f. non erit. k. f. minor. l. itaq. k. f. f. d. non efficiant minus q. l. f. d. quare non efficiant minus q. m. f. quia. f. g. h. maior. d. erit. k. g. maior q. m. ¶ Intellico igitur quantitatē. b. c. primā. d. secundam. a. tertiam. d. quartam f. quia ad primā f. tertiam sumptam sūt eque multiplicia uidelicet. k. g. f. h. Similiter quoq. ad secundā f. quartam eque multiplicia; imo idem i. rōne duorum quod est an. f. addit. k. g. multiplex prime super. m. multiplex secunde non addit aut. h. multiplex tertie super. m. multiplex quartae erit per diffinitionem maioris improprietatis maior proportio. b. c. prime ad. d. secundam q. a. tertie ad. d. quartam quod est primū. ¶ Secundū pbabis per eandem diffinitionem cōuerso ordine; ut. d. sit primā f. tertiam. a. secundā. b. c. quartae addit enim. m. multiplex prime super. h. multiplicem. secunde. Nō addit autem. m. multiplex tertie super. k. g. multiplicem quartae quare maior ē proportio. d. ad. a. q. d. ad. b. c. quod est secundū. ¶ Ex huius autē demonstrationis modo patet sufficientia diffinitionis maioris improprietatis; quā possit auctor in principio huius quanti. Nusquā. n. est maior proportio prime quatuor. quantitarum ad secundam q. tertie ad quartā. quin contingat aliqua eque multiplicia ad primam f. tertiam reperiri; q. cum relata fuerint ad aliqua eque multiplicia secunde f. quartae inueniet multiplex prime addere super multiplex secunde. Non autem multiplex tertie super multiplex quartae. hec autem multiplicia sic reperiemus; sicut demonstrabimus in fra supra. n. huius.

Castigator

a ¶ Quia. k. g. per primam huius est ita multiplex. b. c. sicut. k. f. b. c. f. i. sicut. h. a. cum. k. f. sit equalis. h. rōne submultiplicū; ut ibi dī f. b. c. ¶ Primum multiplex est duplum; hoc appellat Boetius minimū in secundo libro sue musice. cap. 11. Tale semper constat ex bis simplo. Simplum autē intelligitur subduplū ut. a. respectu. 4. f. 6. respectu. n. f. c. oīa alia multiplicia cōstant ex pximo precedente multiplici f. simplo ut triplū ex duplo. a. f. simplo. i.

Propositio 9.



Si fuerit aliquarum quantitarum ad unam quantitatem proportio una ipsas ēē equales. Si vero unius ad eas proportio una ipsas equales ēē necesse ē.

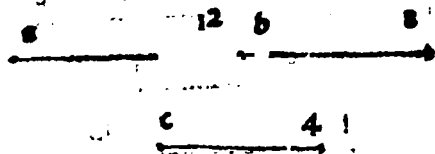
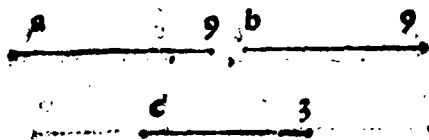
¶ Si duarum quantitarum. a. f. b. pportio una ad. c. dico eas ēē equales. f. si cōuerso fuerit eadem pportio. d. ad utraq. earum; adhuc dico eas ēē equales. hec est cōuersa. 7. Primum sic patet. si enim nō sunt equales; sed altera ear. maior. utpote. a. erit p. primā partē premisē maior pportio. a. ad. q. q. b. ad. c. quod ē cōtra ypothē. Secundū quoq. patet. quia si. a. eff. maior. b. erit per secundam partem premisē maior pportio. a. ad. b. q. ad. a. quod est etiam cōtra ypothēsim.

Propositio 10.



Si fuerit unius ad quantitatem unam aliquam proportionem maiorem quantitatem maiorem esse. Si vero unius ad eandem proportionem maiorem minorem ēē necesse est.

¶ Quod si fuerit maior pportio. a. ad. c. q. b. ad. c. dico a. ēē maiorem. b. f. si fuerit maior. c. ad. b. q. c. ad. a. adhuc



2 dico. a. esse maiorem. b. hec. est conuersa. 8. Primum patet p primam partē
2. et per primam. 8. nam per primam partem septime: nō erit. a. equalis
b. nec etiam minor per primam octauē. Secundum uero patet ex secundis
partibus eandem.

Castigator.

a. Per primam septime. a. non est equalis. b. et per primam partē octa-
ue. a. non est minor. b. quia tunc utrumq. esset contra ypoth. uidelicet q
sit maior proportio. a. ad. c. q. b. ad. c. et sic etiam secunda pars p secundas
partes predictarum et esset contra ypothe. ut patet &c.

Propositio .11.



Si fuerint quantitatum proportionēs alicui uni equa-
les ipsas quocq. proportionēs sibi inuicem equales
esse necesse est.

Propositionem hanc quā Euclides in principio primi
annumerauit inter cōmunes animi conceptiones que ei-
dem sunt equalia sibi quocq. sunt equalia: prout de quanti-
tibus intelligitur hic demonstrat prout proportionibus accomodatur.
Sit ergo utraq. duarum proportionum que sint. a. ad. b. et c. ad. d. equa-
lis proportioni que est. e. ad. f. dico proportionēs que sint. a. ad. b. et c. ad.
ad. d. sibi inuicem esse equales. Sumam enim. g. ad. a. et h. ad. c. et k.
ad. e. eque multiplicēs. Itemq. l. ad. b. et m. ad. d. et n. ad. f. eque mul-
tiplicēs: et quia per ypothesim proportio. e. ad. f. est sicut. a. ad. b. et simi-
liter sicut. c. ad. d. erit per conuersionem diffinitionis incontinue propor-
tionalitatis bis sumptam si. k. addit super. n. q. g. addit super. l. et h. si p
m. et si. k. minuit ab. n. q. g. minuat ab l. et h. ab. m. et si. k. ē equalis. n.
q. g. sit equalis. l. et h. equalis. m. quia igitur. g. ad. l. et h. ad. m. similiter
se habent in addendo diminuendo et equando. mediantibus. k. et n. erit
per diffinitionem incontinue proportionalitatis. a. ad. b. sicut. c. ad. d.
quod est propositum.

Propositio .12.



Si fuerit proportio primi ad secundum sicut tertij ad
quartum: tertij uero ad quartum maior q. quinti
ad sextum: erit proportio primi ad secundum maior
q. quinti ad sextum.

Sicut i precedenti q. hic demonstrat in proportionalibus
conceptibile est i quantitatibus: uidelicet q. si due quanti-
tates fuerint sibi inuicem equales quacumq. fuerit una earum maior eadē
maior erit et reliqua. In proportionibus tñ hoc demonstratur: ut si sit
proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. c. uero ad. d. sit maior q. e. ad. f. erit quoq.
a. ad. b. maior q. e. ad. f. Sumā enim. g. ad. a. et h. ad. c. et k. ad. e. eque
multiplicēs. Itemq. l. ad. b. et m. ad. d. et n. ad. f. eque multiplicēs: et q. a
per ypothesim proportio. c. ad. d. est sicut. a. ad. b. et maior q. e. ad. f. erit
per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis si. h. addit
super. m. et g. addit super. l. et per conuersionem diffinitionis maioris im-
proportionalitatis q. nō sit necesse. k. addere super. n. Quia igitur me-
diantibus. h. et m. si g. addit super. l. nō est necesse. k. addere super. n. erit
per diffinitionem maioris impropotionalitatis maior proportio. a. ad
b. q. e. ad. f. quod est propositum. Simili quoq. modo probabis q. si sit
a. ad. b. sicut. c. ad. d. et c. ad. d. minor q. e. ad. f. erit. a. ad. b. minor. q. e.
ad. f. Cū enim sit. c. ad. d. minor q. e. ad. f. erit. e. ad. f. maior q. c. ad. d.
per conuersionem igitur diffinitionis maioris impropotionalitatis si. k.
addit super. n. non est necesse q. h. addat super. m. sed si h. non addit super
m. g. non addit super. l. Ergo si. k. addit super. n. non ē necesse ut g. ad
dat super. l. Per diffinitionem igitur maioris impropotionalitatis ma-
ior erit proportio. e. ad. f. q. a. ad. b. ergo e conuerso: minor erit. a. ad. b. q.
e. ad. f. quod est propositum. Ex modo autem demonstrationis octa-
ue huius et hac fiet manifestum q. si fuerit prime quatuor quantitatum ad

$$\begin{array}{cccccc} b & 12 & k & 9 & g & 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} c & 4 & c & 3 & a & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} d & 8 & f & 6 & b & 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} m & 24 & n & 18 & l & 12 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} k & 16 & b & 12 & g & 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} c & 8 & c & 6 & a & 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} f & 6 & d & 3 & b & 2 \\ \hline \end{array}$$

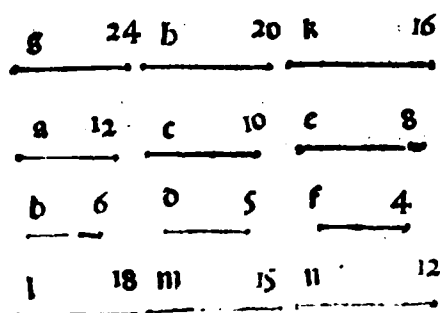
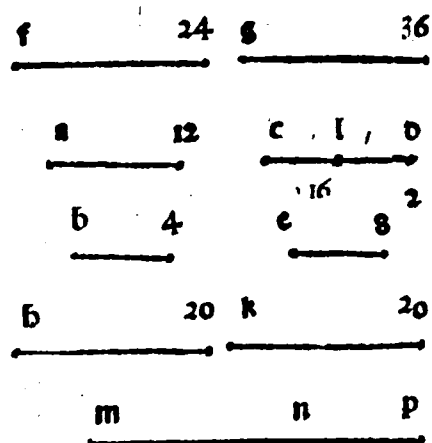
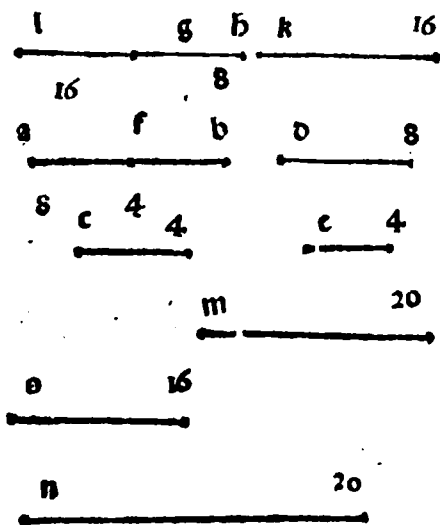
$$\begin{array}{cccccc} n & 18 & m & 9 & l & 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} g & 24 & b & 18 & k & 36 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} a & 8 & c & 6 & c & 12 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} b & 4 & d & 3 & f & 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} l & 16 & m & 12 & n & 16 \\ \hline \end{array}$$



secundam maior proportio q̄ tertie ad quartam cōtinget reperire aliqua eque multiplicia prime & tertie que cum comparabūtur ad aliqua eque multiplicia secūde & quarte inuenietur multiplex prime addere sup̄ multiplex secunde non autem multiplex tertie super multiplex quarte quod sic patet. Sit enim maior proportio. a. b. ad. c. q̄. d. ad. e. ponam ergo ut sit proportio. a. f. ad. c. sicut. d. ad. e. eritq̄ per hanc. n. & per. 10. a. f. minor a. b. & sit minor in quantitate. f. b. quam multiplicabo totiens q̄ proueniat quantitas maior. c. que sit. g. b. hac conditione. ut. d. totiens multiplicata producat quantitatem non minorem. e. que sit. k. ¶ Tūc ponam ut l. g. sit ita multiplex. a. f. sicut. g. h. est multiplex. f. b. aut. k. d. eritq̄ per primam huius. l. h. ita multiplex. a. b. sicut. k. d. Deinde ponam q̄. m. sit prima quantitas multiplex. e. que sit maior. k. & ponam. n. ita multiplicem c. sicut. m. est multiplex. e. eritq̄ per premisas hypothesi & conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis : quantitas. n. prima multiplicium. c. que erit maior. l. g. nec erit. l. g. minor. c. ¶ Sumam ergo sub n. maximam multiplicium. c. aut sibi equalem si forsan. n. sit prima multipliciam eius que sit. o. constabitq̄. n. ex. o. & c. ¶ Quia ergo. l. g. non est minor. o. & g. b. est maior. c. erit. l. h. maior. n. quare cum. k. sit minor. m. patet propositū. ¶ Conuersam quoq̄ huius demonstrare possumus. uidelicet q̄ si contingit reperire aliqua eque multiplicia prime & tertie quarum multiplex prime addat super aliquod multiplex secunde & multiplex tertie non addat super multiplex quarte maior erit proportio prime ad secundam q̄ tertie ad quartam quod sic probatur. ¶ Sint quatuor quantitates. a. prima. b. secunda. c. d. tertia. e. quarta. sintq̄. f. ad. a. & g. ad. c. d. eque multiplicia. Similiter. h. ad. b. & k. ad. e. eque multiplicia. & addat. f. super. h. non addat autem. g. super. k. dico q̄ maior est proportio a. ad. b. q̄ c. d. ad. e. Si enim equalis per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis addet. g. super. k. quod est contra hypothesi. Si autē minor sit. c. l. ad. c. sicut. a. ad. b. eritq̄ per huius. 10. c. l. minor. c. d. & sit minor in quantitate. l. d. Ponam igitur ut. m. n. sit ita multiplex. c. l. & n. p. multiplex. l. d. sicut. f. est multiplex. a. eritq̄ per primam huius. m. p. ita multiplex. c. d. sicut. f. est multiplex. a. utraq̄ igitur duarum quantitatū. m. p. & g. est eque multiplex quantitatū. c. d. ergo ipse sunt equales. Nam hec illatio demonstrata est in. 7. huius & quia. g. non est maior. k. non erit. m. p. maior eadem sed per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis. m. n. est maior. k. eo q̄. f. est maior. h. ergo. m. n. ē maior. m. p. quod est impossibile quare relinquitur propositum.

¶ Castigator.

a ¶ Quia stat q̄. k. addat super. n. etiam si d. nō tñ fm̄ p̄portione quantū h. super. m. ut in quarto modo maioris ip̄portionalitatis habuisti. 8. diffini. huius quintis sed hoc non est necesse sed possibile solum. b ¶ Quoniam totiens multiplicabo unāquāq̄ trium quantitatū. f. b. d. a. f. g. k. non proueniat minor. e. & g. l. g. non efficiatur minor. c. sed equalis aut maior. c ¶ Cum hoc q̄. c. & e. totiens eque multiplicentur q̄. m. proueniat maior. k. & n. maior l. g.

Propositio 13.



Si fuerit quodlibet quantitatū ad totidem alias proportio una erit quoq̄ que proportio unius ad unam. eadem proportio barum omnium pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas.

¶ Quod primo proposuit de multiplicibus : hic proponit de omnibus proportionibus : unde hec est cōmuniō illa : eo q̄ omnis multiplicitas est proportio non autē e conuerso. ¶ Sit igitur. a. ad. b. & c. ad. d. & e. ad. f. una proportio dico q̄ que ē proportio. a. ad. b. eadem est compositi ex. a. c. e. ad compositum ex. b. d. f. Sumam. g. ad. a. & h. ad. c. & k. ad. e. eque multiplicia. Itemq̄. l. ad. b. & m. ad. d. & n. ad. f. eque multiplicia : eritq̄ per primam huius compositum ex. g. b. k.

ita multiplex compositi ex. a. c. e. sicut. g. est multiplex. a. Similiter per ead-
dem compositum ex. l. m. n. erit ita multiplex compositi ex. b. d. f. sicut. l.
est multiplex. b. Et per conuersionem diffinitionis in continue proportio-
nitatis. bis sumptam si. g. addit super. l. b. addit super. m. f. k. super. n. Et si
minuit minuit. Et si equat equat. ergo per communem^a scientiam si. g. ad-
dit super. l. compositum ex. g. b. k. addit super compositum ex. l. m. n. Et
si minuit minuit. Et si equat equat. ergo per diffinitionem^b in continue p-
portionalitatis proportio. a. ad. b. est sicut compositi ex. a. c. e. ad compositi-
tum ex. b. d. f. quod est propositum.

Castigator.

a Si equalibus equalia addas. uel si inequalibus equalia addas. Et c.
b Quia. a. tenet locum prime compositi ex. a. c. e. tertie. b. secunde co-
positum ex. b. d. f. quarte.

Propositio. 14.

Si fuerint quatuor quantitates proportionales. fue-
ritque maior prima tertiam. necesse est secundam. quar-
ta esse maiorem. Quod si minor. et minorem. Si ve-
ro equalis. et equalem esse.

Si sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico q. si. a. est ma-
ior. c. b. erit maior. d. Et si minor. minor. Et si equalis. equa-
lis. Si enim. a. sit maior. c. erit per primam partem. 8. huius maior ppor-
tio. a. ad. d. q. c. ad. d. quare maior erit. a. ad. d. q. ad. b. ergo per secundam
partem. 10. huius. b. erit maior. d. quod est propositum. ¶ Quod si. a. sit
minor. c. erit per primam partem. 8. minor proportio. a. ad. d. q. c. ad. d. q.
re maior erit. a. ad. b. q. ad. d. per secundam ergo partem. 10. b. erit minor
d. Si autem. a. sit equalis. c. erit per primam partem. 7. a. ad. d. sicut. c. ad. d.
quare. a. ad. d. sicut. ad. b. itaq. per secundam partem. 9. b. erit equalis. d. sic
q. patet propositum.

Propositio. 15.

Si fuerint aliquibus quantitatibus eque multipli-
ces assignate. erit ipsarum multiplicium atq. sub-
multiplicium una proportio.

Si sint. c. ad. a. f. d. ad. b. eque multiplices. dico q. que e-
st proportio. a. ad. b. eade est. c. ad. d. diuidatur. c. fm quan-
titarum. a. f. d. fm quantitate. b. sumq. tot partes. c. quot
d. Et quia quelibet pars. c. ad quolibet partem. d. se habet sicut. a. ad. b. erit
per. 13. huius. c. ad. d. sicut. a. ad. b. quod est propositum.

Propositio. 16.

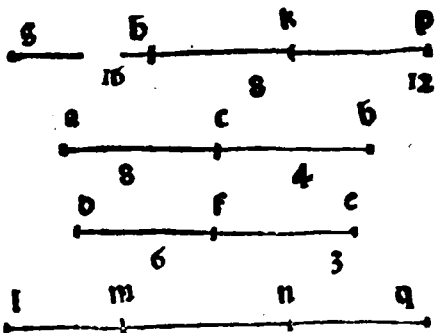
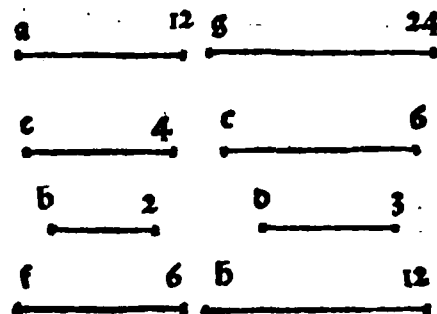
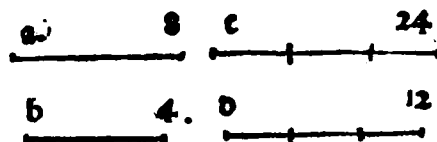
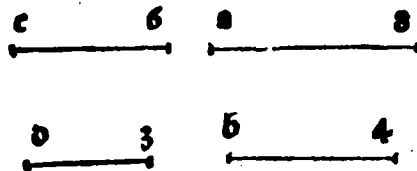
Si fuerint quatuor quantitates proportionales. gmu-
latim quoq. proportionales erunt.

Si sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico q. erit. a. ad. c. si-
cut. b. ad. d. Et iste est modus arguendi qui dicitur propor-
tionalitas permutata. cuius demonstratio sic patet. Su-
mam. e. ad. a. f. f. ad. b. eque multiplices itemq. g. ad. c. Et
h. ad. d. eque multiplices. eritq. per premisam. e. ad. f. sicut. g. ad. h. qua-
re per. 14. si. e. addit supra. g. f. f. addit super. b. Et si minuit minuit. Et si equat
equat. per diffinitionem igitur in continue proportionalitatis erit. a. ad
c. sicut. b. ad. d. quod est propositum. Necesse est aut. ut in permutata pro-
portionalitate sint omnes quatuor quantitates eiusdem generis.

Propositio. 17.

Si fuerint quantitates coniunctim proportionales:
eadem diiunctim quoq. proportionales esse.

Demonstrato mo arguendi qui dicitur proportionalitas pmuta-
ta demonstrat illud q. dicitur proportionalitas diiuncta. ¶ Sit ita
q. proportio. a. b. ad. b. c. sicut. d. e. ad. e. f. dico q. erit. a. c. ad
e. b. sicut. d. f. ad. f. e. Summa eni. g. h. ad. a. c. f. h. k. ad. c. b. itemq. l. m. ad. d.
Et f. m. n. ad. f. e. eque multiplices. eritq. p. primam huius. g. k. ita multiplex
f. h.



a. b. sicut. g. b. est multiplex. a. c. l. n. ita multiplex. d. e. sicut. l. m. est multiplex. d. f. ideo per premisas ypotheser. g. k. est ita multiplex. a. b. sicut est. l. n. d. e. Ponam iterum. k. p. ad. c. b. f. n. q. ad. f. e. eque multipliciter erunt. p. secunda. h. p. ad. c. b. f. m. q. ad. f. e. eque multiplices. Per conuersionem igitur diffinitionis incontinue proportionalitatis. si. g. k. addit super. b. p. l. n. addit super. m. q. f. si minuit minuit. f. si equat equat. demptis itaq. communibus. h. k. f. m. n. erit per communem scientiam ut si. g. h. addit super. k. p. q. l. m. addit super. n. q. f. si minuit minuit. f. si equat equat. ergo per diffinitionem incontinue proportionalitatis proportio a. c. ad. c. b. est sicut. d. f. ad. f. e. quod est positum.

Exagitor.

a. Q. m. b. k. tenet locum prime. f. c. b. locum secunde. m. n. locum tertie. f. e. locum quarte. k. p. locum quinte. n. q. locum sexte. Ideo per secundam huius. b. p. ad. c. b. sicut. m. q. ad. f. e.

Propositio .18.



Ifuerint quantitates disiunctim proportionales coniunctim quoque proportionales erunt.

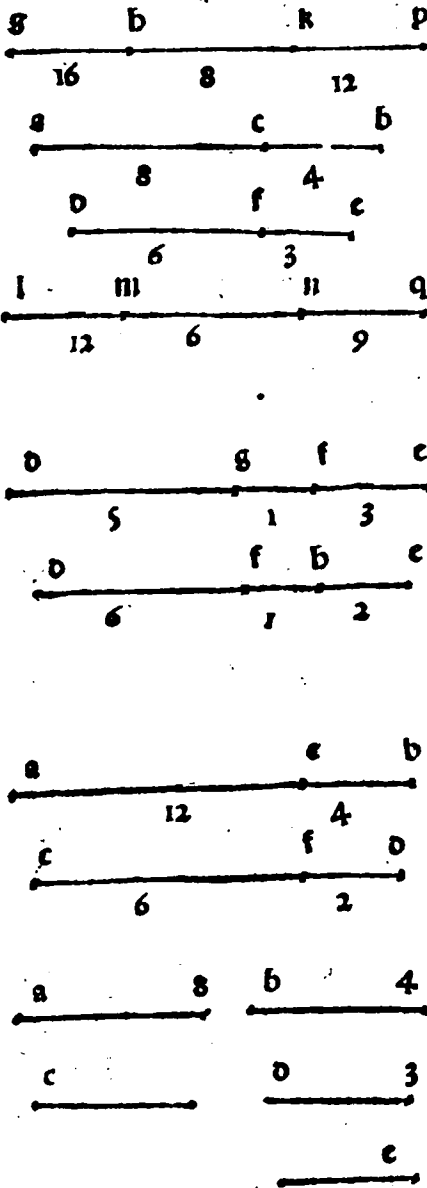
Demonstrat modum arguendi qui dicitur proportionalitas coniuncta et est modus conuersus prioris. Ad cuius demonstrationem resumatur dispositio premisse et maneat oēs eius ypotheser excepto q. ponat eē proportio. a. c. ad. c. b. sicut. d. f. ad. f. e. dico q. erit proportio. a. b. ad. b. c. sicut. d. e. ad. f. e. Sequitur. n. ex hac hypothesi et aliis hypothesibus premisse de multiplicibus equaliter sumptis per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis si. g. h. addit super. k. p. q. l. m. addat super. n. q. f. si minuit minuit. f. si equat equat. ergo positis communibus. h. k. f. m. n. sequitur per communem scientiam si. g. k. addit super. h. p. q. l. n. addat super. m. q. f. si minuit minuit. f. si equat equat. quare per diffinitionem incontinue proportionalitatis erit proportio. a. b. ad. b. c. sicut. d. e. ad. f. e. quod est positum. **A**liiter idem indirecte sic. Cum sit proportio. a. c. ad. c. b. sicut. d. f. ad. f. e. non ē. a. b. ad. b. c. sicut. d. e. ad. f. e. sit ergo proportio. d. e. ad. aliquam aliam quantitatem sicut. a. b. ad. b. c. que aut erit maior. e. f. aut minor. si enim esset ei equalis constaret positum. Sit itaq. primo maior et sit. e. g. eritq. per premissam. a. c. ad. c. b. sicut. d. g. ad. g. e. q. r. p. n. d. g. ad. g. e. est. sicut. d. f. ad. f. e. Sequitur igitur per. a. 4. q. cum. d. g. prima sit minor. d. f. tertia erit. g. e. secunda minor. e. f. quarta. sed erat positum q. esset maior. Sit ergo proportio. d. e. ad. minorem. e. f. que sit. e. h. sicut. a. b. ad. b. c. eritq. per premissam. a. c. ad. c. b. sicut. d. h. ad. h. e. quare. per. n. d. h. ad. h. e. sicut. d. f. ad. f. e. quia. d. h. prima ē maior. d. f. tertia erit. e. h. secunda maior. e. f. quarta. quia est impossibile. sequitur positum.

Propositio .19.



Ia duobus totis due portiones abscondantur. fueritq. totum ad totum quantum abscondum ad abscondum. erit reliquum ad reliquum quantum totus ad totum.

Quod quinta proponit de multiplicibus. hec proponit uniuersaliter de omnibus proportionibus. unde est illa tanto cōmuniō quanto multiplicitate proportio. Sint igitur due quantitates. a. b. f. c. d. a quibus abscondantur due que sunt. b. e. f. d. f. sitq. proportio totius. a. b. ad. totam. c. d. sicut. b. e. abscondit ad. d. f. abscondit. dico q. eadem erit. a. e. residui ad. c. f. residuum que est totius. a. b. ad. totam. c. d. Cum enim sit. a. b. ad. c. d. sicut. b. e. ad. d. f. erit permutati. a. b. ad. b. e. sicut. c. d. ad. d. f. et disiunctim. a. e. ad. e. b. sicut. c. f. ad. f. d. iterum permutati. a. e. ad. c. f. sicut. e. b. ad. f. d. quia sic erat. a. b. ad. c. d. patet positum. **E**x hac aut. 19. et permutata proportionalitate demonstratur modus arguendi qui dicitur proportionalitas euerter ut si sit. a. b.



ad. b. e. sicut. c. d. ad. d. f. dico q. erit. b. a. ad. a. e. sicut. c. d. ad. c. f. quia cū sit a. b. ad. b. e. sicut. c. d. ad. d. fuerit permutatim. a. b. ad. c. d. sicut. b. e. ad. d. f. quare per hanc. 19. b. a. ad. d. c. sicut. a. e. ad. c. f. igitur permutatim. b. a. ad. a. e. sicut. c. d. ad. c. f. quod est propositum. ¶ Cōuersa quoq. proportionalitas quā ex diffinitione incontinue proportionalitatis demonstrauimus in exponendo principia huius quinti potest hic quoq. demonstrari indirecte ex permutata proportionalitate. ff. 9. huius ut si sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico q. erit. b. ad. a. sicut. d. ad. c. si autem sit. d. ad. e. sicut. b. ad. a. ff. quia a. ad. b. est sicut. c. ad. d. erit permutatim. a. ad. c. sicut. b. ad. d. ff. quia iterū. b. ad. a. sicut. d. ad. c. erit quoq. permutatim. b. ad. d. sicut. a. ad. e. quare erit. a. ad. e. sicut. a. ad. c. si igitur. e. non sit equalis. c. accideret impossibile ff. contrarium secunde partis. 9. si autem equalis erit b. ad. a. sicut. d. ad. c. quod est propositum.

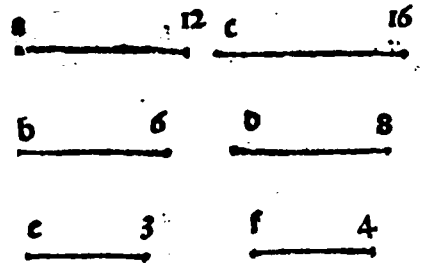
Propositio .20.

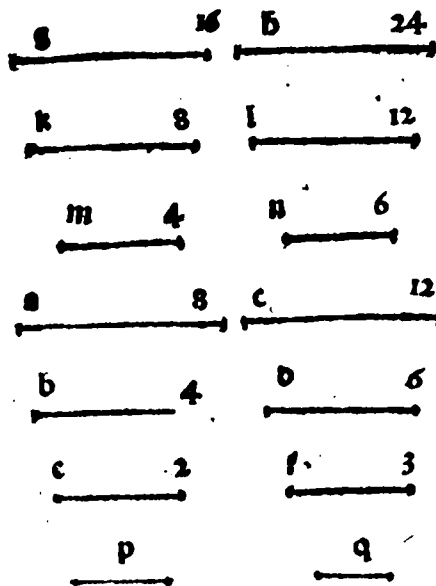
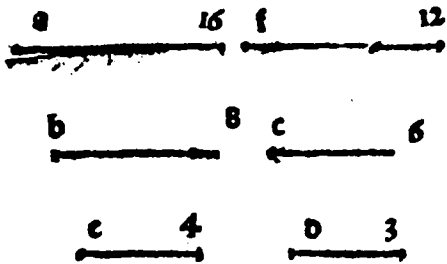


Si fuerint quotlibet quātitates alieq. fm earū numerum quāz quēq. due priorū fm pportionem duarum postremarum necesse est improporionalitate quidē equalitatis ut si fuerit prima priorū vltima maior. z posteriorum primā vltima ē maior. Quod si minor z minorem. Si vero equalis z equalē.

¶ Demonstratur Euclides modum arguēdi qui dī equa proportionalitas siue quātitates duorum ordinū directe siue pmutatim proportionantur premitit duo antecedentia ad demonstrandū ppositum necessaria per quorū primū demonstratur equa pportionalitas cū quantitates duorum ordinum directe proportionantur per fm aut cum proportionantur pmutatim: proponit aut hec duo antecedentia de quantitatibus duobz ordinū numero equalibus quēcūq. fuerint. Vniuersaliter enim sumptis utrobiz quantitatibus fm quemcūq. numerum veritatem habent: non est autem necesse ut demonstremus ea nisi solum in tribus: hoc enim omnino sufficiens est ad propositum: de pluribus aut quibusq. patebit p equā proportionalitate cū ipsa demonstrata fuerit. ¶ Sint igitur tres quantitates. a. b. e. sumanturq. tres alie q. sint. c. d. f. ff. sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ff. b. ad. e. sicut. d. ad. f. dico q. si. a. est maior. e. c. erit maior. f. ff. si minor. minor. ff. si equalis equalis. ¶ Si enim est maior erit per primā partē B. maior proportio. a. ad. b. q. e. ad. b. quare per. u. maior erit. c. ad. d. q. e. ad. b. ff. quia per conuersam proportionalitatem. e. ad. b. est sicut. f. ad. d. erit. c. ad. d. maior q. f. ad. d. itaq. per primā partē. 10. c. est maior. f. qd est propositum. Quod si. a. sit minor. c. per eadē ff. eodem modo probabitur. c. ē minorem. f. erit enim minor proportio. a. ad. b. q. e. ad. b. per primam ptem. 8. ff. ideo p. u. ff. per conuersam proportionalitatem minor erit. c. ad. d. q. f. ad. d. ff. ideo per primā ptem. 10. erit. c. minor. f. quod ē ppositū. Si aut. a. sit equalis. e. erit p primā partē. 7. pportio. a. ad. b. sicut. e. ad. b. ff. 10 per undecimā ff. cōuersam pportionalitatē erit. c. ad. d. sicut. f. ad. d. quare per primā partē. 9. c. est equalis. f. quod ē ppositū.

¶ Quidā aut hanc cōclusionē demonstrauerūt cā p pportionalitatē permutatim hoc modo. proportio. a. ad. b. est sicut. c. ad. d. ergo pmutatim a. ad. c. sicut. b. ad. d. ff. quia rursus. b. ad. e. sicut. d. ad. f. erit pmutatim b. ad. d. sicut. e. ad. f. sed erat. b. ad. d. sicut. a. ad. c. ergo per. u. erit. a. ad. e. sicut. e. ad. f. itaq. p. 4. si. a. prima est maior. e. tertia erit. c. secunda. maior. f. quarta. ff. si minor. minor. ff. si equalis equalis qd ē ppositū. ¶ Isti aut errauerunt in sua demonstratione quia si eēt intentio Euclidis sic demonstrare nō oporteret ipsum premittere hanc cōclusionē p antecedente ad equā proportionalitatē: si enim rursus fiat una pmutatio proportionalitatis ad quā deuentū est: que est e. ad. c. sicut. e. ad. f. sequitur q. sit. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ff. hoc est equa proportionalitas. ¶ Preterea eoz cōclusio non sequitur nisi oēs quantitates amboz ordinū fuerint generis uni-





us. Si enim a. b. c. sint linee. f. c. d. f. superficies aut corpora sunt tñ non erit tñc pmutare proportionem peccant igitur uniuersaliter dictum ptecula riter demonstrantes.

Castigator.
a ¶ Quia. c. d. tenent locū pmi & secūdi f. a. b. tertiū. f. qñti f. e. b. quñti f. sexti. f. ideo p duodecimam concludit postea f. c. d. tenent locum pmi & secūdi f. e. b. tertiū & qñti f. a. e. b. qñti f. sexti.

Propositio .21.



¶ Si fuerint quotlibet quantitates alieq secundum earum numerum quarum queqz due ex prioribus quibusqz duabus ex posterioribus puerfem comparate secundum proportionem earum fuerint. ne cesse quoqz est ut si fuerint impropotionalitate eq litaris priorum prima vltima maior. & posterioris prima vltima esse maiorem. si autem minor & minores. Si vero equalis & equalis.

¶ Secūdam aīis sunt tres quantitates. a. b. c. sumantqz alie tres q̄ sunt. f. c. d. f. sit pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. f. b. ad. c. sicut. f. ad. e. dico q̄ si a. f. maior. e. f. erit maior. d. f. si minor minor. f. si equalis equalis. ¶ Hec aut p batur p eadem f. eodem mō quo pcedens. si. n. a. sit maior. e. erit. maior pportio. a. ad. b. q̄. e. ad. b. q̄. e. maior. c. ad. d. q̄. e. ad. b. f. ideo maior q̄. c. ad. f. maior igit. f. q̄. d. p secūdam ptem. 10. qd̄ est ppositum. ¶ Quod si a. sit minor. e. erit tādē minor. c. ad. d. q̄. ad. f. q̄. e. p eadem ptem eiusdem f. erit minor. d. ¶ Si aut. a. sit eq̄lis. e. sequit. ut sit pportio. c. ad. d. sicut. c. ad. f. igitur per secundam partem. 9. erit. f. equalis. d. quod est ppositum.

Propositio .22.



¶ Si fuerint quotlibet quantitates alieq secundum earum numerum quarum queqz due secundum proportionem duarum ex p̄mis in equa pportionalitate proportionales erunt.

¶ Demonstratis aīstibus ad equā pportionalitatem. hic demōstrat eam f. pmo cum quantitates duoz ordinū sunt directe pportioales. Nō est aut necesse ut demonstret nisi cū in utroqz duo rum ordinū sunt tñ tres quantitates. Per hoc. n. euidenter sequit. cū i utroqz ordie fuerint q̄uor quantitates f. deinceps f. ideo ē nō oportuit eius aīis demonstrari nisi solum cū in utroqz ordine sunt ē tres quantitates. ¶ Sint igit tres quantitates. a. b. c. sumantqz tres alie q̄ sunt. c. d. f. f. sit pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. f. b. ad. c. sicut. d. ad. f. dico q̄ erit. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ¶ Sumam. n. g. ad. a. f. h. ad. c. eq̄ multiplicia. Itēq. k. ad. b. f. l. ad. d. eq̄ rursus. m. ad. e. f. n. ad. f. eque. eritq. p. 4. g. ad. k. sicut. b. ad. l. f. k. ad. m. f. erit. l. ad. n. q̄. e. p. 10. f. g. est maior. m. erit. h. maior. n. f. si minor minor. f. si equalis eq̄lis. ¶ Igitur p diffinitionem incōtinue pportionalitatis p portio. a. ad. e. est sicut. c. ad. f. qd̄ est ppositum. ¶ Pōt quoqz hoc demon strari. p. 15. huius sumptis. g. k. m. ad. a. b. c. f. b. l. n. ad. c. d. f. eq̄ multiplici bus erit. n. p. 15. g. ad. k. sicut. b. ad. l. f. k. ad. m. sicut. l. ad. n. cetera ptracta ut p̄s. ¶ Qd̄ si fuerint quantitates plures tribus in utroqz ordine suppo te quatuor additis. p. f. q. ita q̄ sit. e. ad. p. sicut. f. ad. q. erit iterum. a. ad. p. sicut. c. ad. q. erit enim. a. ad. e. sicut. c. ad. f. hoc enim demonstatum est. sublati igitur. b. f. d. erunt tres quantitates. a. e. p. f. alie tres. c. f. q. ut propo nitur itēq. a. ad. p. sicut. c. ad. q. sicqz demōstrat. de. 4. per tres sublati mo medio. Eodem modo demonstrabis de. 5. per. 4. sublati duobus mediis f. de. 6. per. 5. sublati tribus f. sic de ceteris.

Propositio .23.



¶ Si fuerint quotlibet quantitates alieq secundum earum numerum quarum queqz due secundum proportionem duarum ex prioribus indirecte ppor tionale in equa pportionalitate proportionales erunt.

De monstrat equam proportionalitatem in quatuoribus duorum ordinum indirecte sive peruersim proportionatis. Nec est necesse qd demonstretur nisi cum in utroq. duorum ordinum sunt tantum tres quantitates: per hoc enim euidenter sequitur quocumq. ponantur in utroq. ordine sicut in premissa de directe proportionatis demonstratum est. Sint igitur tres quantitates. a. b. c. sumanturq. alie tres que sint. d. e. f. sit proportio. a. ad b. sicut. c. ad. d. e. b. ad. e. sicut. f. ad. c. dico qd erit. a. ad. e. sicut. f. ad. d. **S**umma enim. g. ad. a. e. b. ad. c. e. k. ad. f. eque multiplicia. Iteq. l. ad. b. e. m. ad. e. e. n. ad. d. eque multiplicia: eritq. p. q. r. g. ad. l. sicut. h. ad. n. e. p. r. l. ad. m. sicut. k. ad. b. quare per. u. si. g. addit super. m. e. k. addit sup. n. e. si minuit minuit: e. si equat equat. ergo per diffinitionem incontinue proportionalitatis proportio. a. ad. e. e. sicut. f. ad. d. quod est ppositum. **P**otest quoq. hoc demonstrari per. r. huius sumptis. g. l. m. ad. a. b. c. e. k. b. n. ad. f. c. d. eque multiplicibus. **E**rit enim per. r. g. ad. l. sicut. b. ad. n. e. l. ad. m. sicut. k. ad. b. cetera pertracta ut prius. Conuenientius tñ demonstratur hec e premissa fm primum modū. **Q**uod si plures tribus sit sint quantitates in utroq. ordine utpote quatuor additis. p. e. q. ita qd sit a. ad. b. sicut. d. ad. q. e. b. ad. e. sicut. c. ad. d. e. e. ad. p. sicut. f. ad. c. erit iteq. a. ad. p. sicut. f. ad. q. **E**rit enim per predemonstrata. a. ad. e. sicut. c. ad. q. Sublatis igitur. b. e. d. erunt tres quantitates. a. e. p. e. alie tres. f. c. q. ut proponitur quare. a. ad. p. sicut. f. ad. q. Sic igitur demonstratur de. 4. per tres sublato uno medio. Eodē mō demonstrabis de. 5. per quatuor sublatis duobus mediis. e. de. 6. per. s. sublatis tribus e sic in ceteris.

Castigator.

Nota cum in istis inducit diffinitio incontinue ppor. illa maioritas minoritas e equalitas multipliciū adiuicem. s. primi ad secundū: e tertiū ad quātū intelligūtur semper geometricē e non arithmeticē uidelicet qd in tñ quantū multiplex primū excedit equat aut minuit multiplex secundi tantūde multiplex tertiū fm ppor. excedat equet multiplex tertiū multiplex quartū sicut dñ fuit supra in diffinitione qnta huius quinti lib. añ nō fuit sic dicere multiplex pmi excedet multiplex secundi: e similiter multiplex tertiū excedit multiplex quātū ergo quātor quātitates sunt ppor. e pportio p me ad secundā est sicut tertiē ad quātā: sed oportet addere qd tantūde se excedant equet aut minuat e.

Propositio .24.



Ifuerit proportio primi ad secundum tanquā tertiū ad quartum: proportio uero quinti ad secundū tanq. sexti ad quartum erit proportio primi e quātū pariter acceptorum ad secundum tanquā sexti e tertiū pariter acceptorum ad quartum.

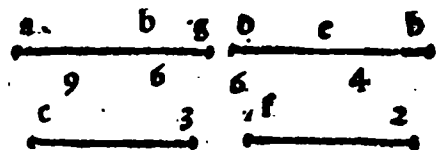
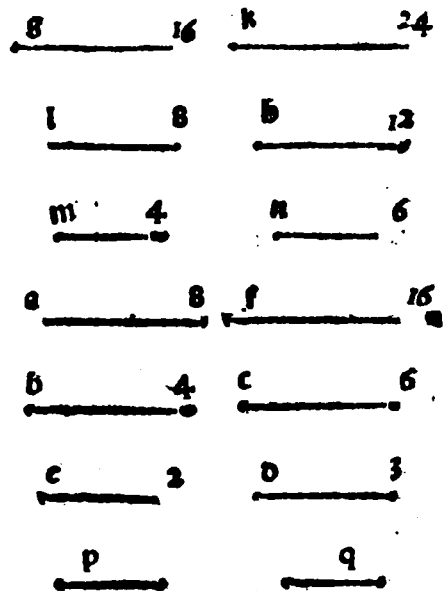
Quod secunda propositio de multiplicibus hec proponit uniuersaliter de omnibus proportionibus: unde est illa tanto cōmuniōr quanto multiplicitate proportio e se habet ad illā: quēadmodū. g. ad primā. **S**it igitur pportio. a. b. ad. c. e sicut. d. e. ad. f. e itē. b. g. ad. c. si cut. e. b. ad. f. dico qd pportio. a. g. ad. c. sicut. d. h. ad. f. **E**rit enim per cōuersam proportionalitatem. c. ad. b. g. sicut. f. ad. e. b. quare per. 11. erit in equa proportionalitate. a. b. ad. b. g. sicut. e. d. ad. e. b. ergo coniunctim p. a. g. ad. g. b. sicut. d. h. ad. h. e itaq. per. 11. erit in equa proportionalitate. a. g. ad. c. sicut. d. h. ad. f. quod est propositum.

Propositio .25.

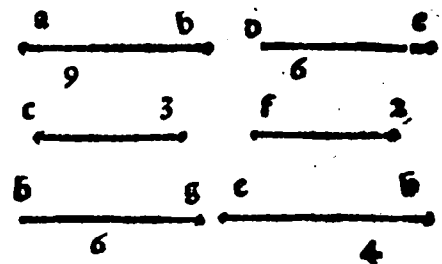


Ifuerint quatuor quantitates pportionales: fueritq. prima earum maxima: e vltima minima primā e vltimā pariter acceptas ceteris duabus maius eē necessario comprobatur.

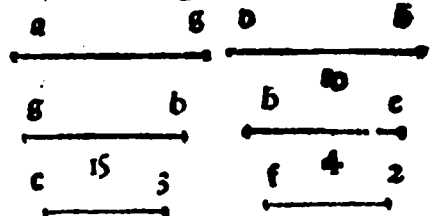
Quod hic proponitur non habet locum nisi cum oēs quatuor quātitates sint eiusdē generis. **S**int igit. quor. q. sitatū eiusdē generis pportio. a. b. ad. c. d. sicut. e. ad. f. sitq. a. b. maxima neq. oportet ponere qd. f. sit minima itaq. ipm ex hoc sequit. qd. a. b. e posita

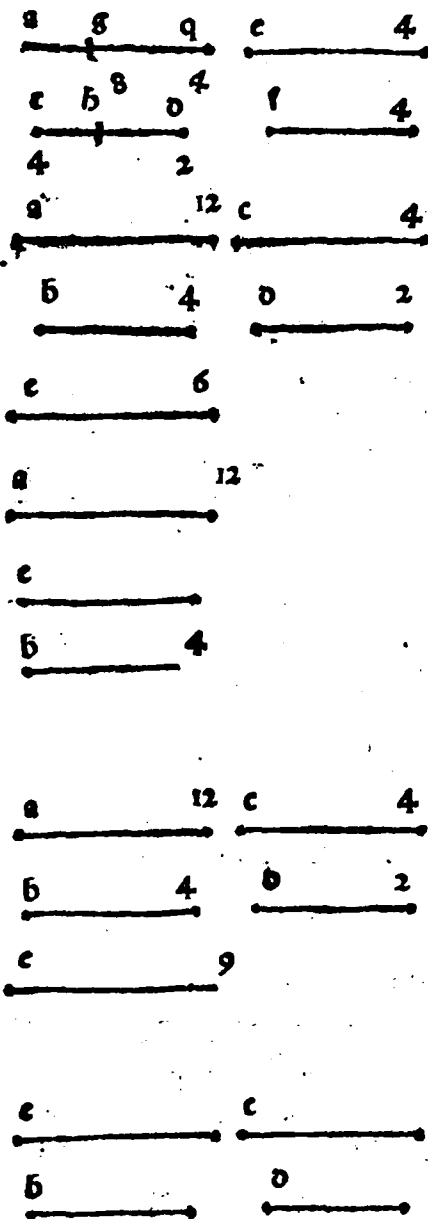


Explicite. 24.



Directe





est maximatus non possit hoc auctor in cōclusionē tanq̃ positionē: sed potius tanq̃ pcedentis positionis cōclusionē. ¶ Dico q̃ cū ita fuerit maius erit aggregatū ex a. b. f. g. ex c. d. f. e. Cū enim a. b. sit maior. e. abscondā ex b. a. g. b. equalē. e. ¶ Similiter quoq̃ ga. c. d. est maior. f. abscondā ex c. d. h. d. equalē. f. eritq̃ pp̃ yprohesim a. b. ad c. d. sicut g. b. ad h. d. q̃ resp. 19. a. g. residuū ad c. b. residuū sicut tota a. b. ad totum c. d. s. a. b. ad c. d. Cū ergo a. g. se habet ad c. h. sicut a. b. ad c. d. sed a. b. est maior c. d. quare a. g. maior est c. h. additis igitur utriq̃ duabus quantitātibus. g. b. f. h. d. erit per cōemscientiam aggregatū ex a. b. f. h. d. maius aggregato ex c. d. f. g. b. f. quia d. h. posita est equalis f. f. g. b. e. maius erit aggregatum ex a. b. f. g. aggregatum ex c. d. f. e. quod est propositum.

Castigator

a ¶ Quia primū aggregatū cōstat ex a. g. f. g. b. f. h. d. f. secundū cōstat ex c. h. f. h. d. f. g. b. f. quia per 19. a. g. est maior c. b. f. utriq̃. s. a. g. f. c. b. addite sunt ille due q̃ntitates. g. b. f. h. d. ideo primū f. maius secundo f. c.

Propositio .26.



¶ Si fuerit quatuor quantitatum proportio prime ad secundam maior q̃s tertię ad quartam erit conuersa in contrario proportio secunde ad primam minor q̃s quarte ad tertiam.

¶ Sit p̃portio a. ad b. maior q̃. c. ad d. dico q̃ erit conuerso mō contrario minor proportio. b. ad a. q̃. d. ad c. ¶ Si enim est eadē. b. ad a. que ē. d. ad c. erit e. cōuerso a. ad b. ut c. ad d. sed nō ē imo maior. At uero si ē. b. ad a. maior q̃. d. ad c. sit e. ad a. ut d. ad c. eritq̃ ex n. e. ad a. minor q̃. b. ad a. q̃te ex prima pte. 10. e. est minor b. Ideoq̃ ex scda pte. 8. maior erit proportio a. ad e. q̃. a. ad b. f. quia per cōuersam proportionalitātē a. ad e. sicut c. ad d. erit ex n. proportio c. ad d. maior q̃. a. ad b. sed erat minor: relinquūt ergo p̃positum. ¶ Possumus quoq̃ si libet asserere p̃positū ostēdē. ¶ Manifestū enim ē ex p̃ma pte. 10. q̃ illa q̃ntitas cuius ad b. est eadē p̃portio que est c. ad d. ē minor a. eo q̃ ponitur maior p̃portio a. ad b. q̃. c. ad d. ¶ Illa ergo quantitas sit e cū sit igit p̃portio c. ad b. ut c. ad d. erit e. cōuerso b. ad e. ut d. ad c. Cōstat autem ex secūda parte. 8. q̃ p̃portio b. ad a. minor est q̃ proportio b. ad e. itaq̃ per n. proportio b. ad a. est minor q̃. d. ad c. quod uolumus.

Castigator

a ¶ Et cōuersam p̃por. quia primo est b. ad e. sicut d. ad c. postea per n. b. ad a. minor q̃. d. ad c.

Propositio .27.



¶ Si fuerit quatuor quantitatum maior proportio prime ad secundam q̃s tertię ad quartam erit permutata maior proportio prime ad tertiam q̃s secunde ad quartam.

¶ Si hic quoq̃ p̃portio a. ad b. maior q̃. c. ad d. dico q̃ erit p̃mutata maior proportio a. ad c. q̃. b. ad d. ¶ Eadē enim nō erit: q̃a tūc quoq̃ eēt p̃mutata a. ad b. sicut c. ad d. ¶ Neq̃ minor. Nā si hoc ponatur: sit itaq̃. e. ad c. ut b. ad d. eritq̃ ex n. maior p̃portio e. ad c. q̃. a. ad b. quare ex prima parte. 10. e. ē maior a. Itaq̃ p̃ primā ptem. 8. proportio e. ad b. ē maior q̃. a. ad b. f. quia posuit ē ut sit c. ad c. sicut b. ad d. erit p̃mutata e. ad b. sicut c. ad d. ex n. igitur maior erit p̃portio c. ad d. q̃ a. ad b. sed posuit erat oppositum. uerū est ergo p̃positū. ¶ Ostēdē quoq̃ idē quēadmodū in p̃missis sumpta enim ē. c. ad b. ut c. ad d. erit ex prima pte. 10. e. minor a. quare ex prima parte. 8. maior erit a. ad c. q̃. e. ad c. sed ex permutata proportionalitate est e. ad c. ut b. ad d. igit ex n. a. ad c. est maior q̃. b. ad d. quod est propositum.

Castigator

a ¶ Per conuersam p̃por. quia sumpta fuit e. ad c. sicut b. ad d. f. ideo dicitur sumpta ad b.

Propositio .28.



Si fuerint quatuor quantitates quar pme ad secundā sit maior pportio q̄s tertie ad quartā. erit quoq̄s coniunctim maior pportio pme z secūde ad secundā q̄s tertie z quarte ad quartā.

Si maior pportio a. ad b. q̄. c. ad d. dico q̄ maior erit totius a. b. ad b. q̄ totius c. d. ad d. ¶ Quia ipsa neq̄ erit eq̄lis neq̄ minor. Si enim eq̄lis tūc erit disjunctim a. ad b. ut c. ad d. cōtra ypothe. Si autē minor sit. e. b. ad b. ut c. ad d. eritq̄ ex n. maior pportio. e. b. ad b. q̄ a. b. ad b. itaq̄ ex prima pte. 10. e. b. ē maior q̄ a. b. f. p̄ cōc̄ p̄ionem. ē maior q̄ a. quare ex prima parte. 8. maior est pportio. c. ad b. q̄ a. ad b. sed e. ad b. est ut c. ad d. p̄i disjunctam pportionalitatem eo q̄ erat. e. b. ut c. d. ad d. ergo per. n. c. ad d. ē maior q̄ a. ad b. hoc autē est cōtra ypothe. ¶ Idem ē ostensue: cum enim ppositū sit q̄ maior sit pportio a. ad b. q̄ c. ad d. sit pportio e. ad b. ut c. ad d. eritq̄ ex p̄ma parte decime. ē minor a. Ideoq̄ ex cōmuni scientia. e. b. erit minor q̄ a. b. quare ex prima parte. 8. maior erit pportio a. b. ad b. q̄ e. b. ad b. At uero pportio. e. b. ad b. est per coniunctam pportionalitatem sicut. e. d. ad d. positum enim est ut sit e. ad b. tanq̄ c. ad d. igitur ex. n. maior est a. b. ad b. q̄ c. d. ad d. quod est ppositum.

Propositio .29.



Si fuerint quatuor quantitates quar pme z secūde ad secundā sit maior pportio q̄s tertie z quarte ad quartā. erit quoq̄s disjunctim pportio pme ad secundā maior q̄s tertie ad quartā.

Si sit pportio a. b. ad b. maior q̄ c. d. ad d. dico q̄ erit disjunctim pportio a. ad b. maior q̄ c. ad d. ¶ Alioquin erit eq̄lis uel minor q̄ si eq̄lis erit p̄ cōiunctā pportionalitā. a. b. ad b. ut c. d. ad d. q̄ ē cōtra ypothe. Si autē minor erit maior c. ad d. q̄ a. ad b. ergo p̄ premisam maior erit c. d. ad d. q̄ a. b. ad b. quod est incōueniens quia positum est q̄ minor uerum est ergo quod dicitur. ¶ Quod ē ostē sue astruimus hoc mō. ¶ Ponemus enim ut pportio. e. b. ad b. sit tanq̄ pportio. c. d. ad d. eritq̄ ex p̄ma pte. 10. e. b. minor q̄ a. b. quare ex cōmuni scientia. e. b. sit minor q̄ a. b. Minor igitur est ex prima pte. 8. pportio. e. ad b. q̄ sit a. ad b. sed pportio. e. ad b. est sicut. c. ad d. ex disjuncta pportionalitate itaq̄ ex. n. pportio. a. ad b. est maior q̄ sit c. ad d. quod ē ppositum.

Propositio .30.



Si fuerint quatuor quantitates quar pme z secūde ad secundā sit maior pportio q̄s tertie z quarte ad quartā. erit euer sim minor pportio pme z secūde ad p̄mam q̄s tertie z quarte ad tertiam.

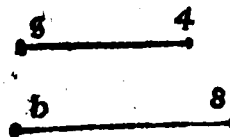
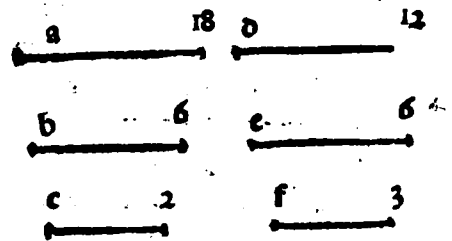
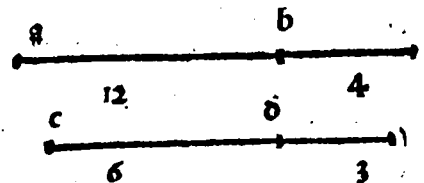
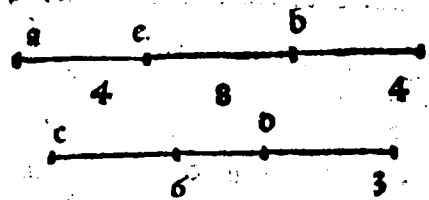
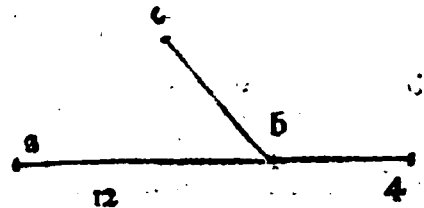
Si sit maior pportio a. b. ad b. q̄ c. ad d. dico q̄ euer sim minor erit pportio a. b. ad a. q̄ c. d. ad c. ¶ Erit enim disjunctim ex premisa maior pportio a. ad b. q̄ c. ad d. I taq̄ per. 26. erit cōuerso minor b. ad a. q̄ d. ad c. quare per ante premisam coniunctim minor erit b. ad a. q̄ d. ad c. quod est ppositum.

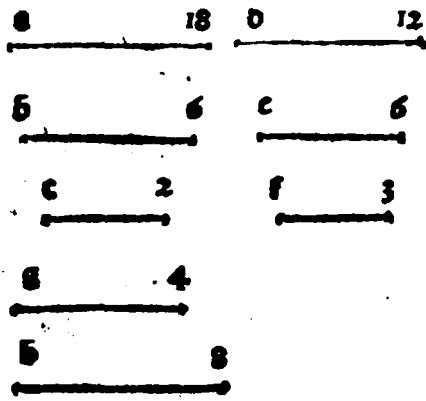
Propositio .31.



Si fuerint tres quantitates in vno ordine. itē q̄s tres in alio fuerintq̄ prime priorum ad secundā maior pportio q̄s p̄ime posteriorum ad secundā. itē q̄s secūde priorum ad tertiam maior q̄s secūde posteriorum ad tertiam. erit quoq̄s p̄ime priorum ad tertiam maior pportio q̄s p̄ime posteriorum ad tertiam.

Si sint tres quantitates a. b. c. itēq̄ alie tres d. e. f. sitq̄ maior pportio a. ad b. q̄ d. ad e. itēq̄ maior pportio b. ad c. q̄ e. ad f. dico q̄ maior erit pportio a. ad c. q̄ d. ad f. ¶ Sit enim g. ad c. ut e. ad f. eritq̄ ex prima parte. 10. g. minor b. quare ex secunda parte. 8. pportio. a. ad g. est maior q̄ a. ad





b. multo maior ergo est proportio a. ad. g. q. d. ad. c. ¶ Sit itaq. b. ad. g. ut d. ad. c. eritq. ex prima parte. 10. a. maior. b. quare ex prima parte. 8. p. portio. a. ad. c. maior est q. proportio. h. ad. c. At uero proportio. h. ad. c. est q. equam proportionalitatem sicut. d. ad. f. est enim. h. ad. g. ut. d. ad. c. ¶ g. ad. c. ut. e. ad. f. igitur ex. 11. p. portio. a. ad. c. est maior q. d. ad. f. quare con stat propositum.

Propositio 32.



¶ Si fuerint tres quantitates in uno ordine: itemq. tres in alio fuerintq. proportio secunde priorum ad tertiam maior q. p. ante posteriorum ad secundar. Itemq. p. ante priorum ad secundam maior q. se cunde posteriorum ad tertiam: erit maior p. portio p. ante priorum ad tertiam q. p. ante posteriorum ad tertiam.

¶ Sint enim tres quantitates in uno ordine. a. b. c. Itemq. tres in alio. d. e. f. quemadmodum in premisa. sitq. maior proportio. b. ad. c. q. d. ad. e. ¶ maior. a. ad. b. q. e. ad. f. dico q. maior erit. a. ad. c. q. d. ad. f. ¶ Sit enim g. ad. c. ut. d. ad. e. eritq. g. minor. b. per primam partem. 10. quare maior erit proportio. a. ad. g. q. ad. b. per secundam partem. 8. ¶ Igitur multo maior e. a. ad. g. q. e. ad. f. ¶ Sit itaq. b. ad. g. ut. e. ad. f. eritq. a. maior. b. ex pri ma parte. 10. quare proportio. a. ad. c. maior est q. b. ad. f. ex prima parte. 8. At uero ex. 11. proportio. b. ad. c. est tanquam. d. ad. f. eo quod est. g. ad. c. ut. d. ad. e. ¶ b. ad. g. ut. e. ad. f. igitur ex. 11. maior est proportio. a. ad. c. q. d. ad. f. quod est propositum.

Propositio 33.



¶ Si fuerit proportio totius ad totum maior q. abscisi ad abscisum erit residui ad residuum maior pro portio q. totius ad totum.

¶ Sint due quantitates. a. f. b. a quibus abscindantur. e. f. d. f. residua sunt. e. f. sitq. maior proportio. a. ad. b. q. c. ad. d. dico q. maior erit proportio. e. ad. f. q. a. ad. b. ¶ Erit enim ex. 17. permutatum maior proportio. a. ad. c. q. b. ad. d. quare ex. 30. erit eversum minor proportio. a. ad. c. q. b. ad. f. igitur rursus ex. 17. permutatum. b. ad. a. maior q. f. ad. e. quare ex. 16. minor erit. a. ad. b. q. e. ad. f. quod est propositum.

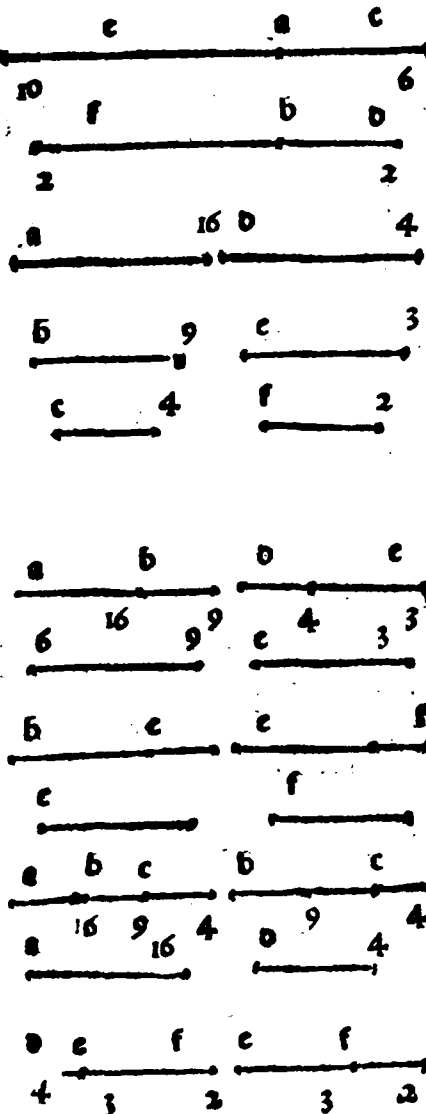
Propositio 34.



¶ Quotlibet quantitates ad totidem alias compa rentur. fuerintq. cumlibet precedentis ad suam re lativam maior proportio q. alicuius subsequenter ad suam. erit omnium harum pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas maior proportio q. alicuius subsequenter ad suam compararem aut etiam q. omnium pariter acceptarum ad omnes pariter acce ptas: minor autem q. p. ante ad primam.

¶ Sint tres quantitates. a. b. c. relate ad totidem alias que sint. d. e. f. sitq. maior proportio. a. ad. d. q. b. ad. e. ¶ b. ad. e. sit maior q. c. ad. f. dico q. p. portio. a. b. c. pariter acceptarum ad d. e. f. pariter acceptas est maior q. b. ad. e. uel maior q. c. ad. f. ¶ etiam maior q. b. ¶ c. pariter acceptarum ad e. f. f. pariter acceptas ¶ q. ipsa est minor q. a. ad. d. ¶ Cum sit enim. a. ad. d. maior q. b. ad. e. erit permutatum. a. ad. b. maior q. d. ad. e. ¶ conuictum a. b. ad. b. maior q. d. e. ad. e. ¶ iterum permutatum. a. b. ad. d. e. maior q. b. ad. e. quare per premisam. a. ad. d. est maior q. a. b. ad. d. e. ¶ Eodemq. modo probatur maiorem esse. b. ad. e. q. b. c. ad. e. f. ¶ I itaq. maior pro portio est a. ad. d. q. b. c. ad. e. f. quare permutatum maior est. a. ad. b. c. q. d. ad. e. f. ¶ conuictum maior a. b. c. ad. b. c. q. d. e. f. ad. e. f. ¶ iterum per mutatum maior. a. b. c. ad. d. e. f. q. c. b. ad. e. f. quare per premisam ma ior est. a. ad. d. q. a. b. c. ad. d. e. f. quod est propositum.

Explicit liber quintus.



Liber sextus Euclidis de superficibus similibus et earum
ad inuicem proportionibus et perfectissima Campani inter-
pretatione. Magistro **LUCIA** Paciolo de Burgo Sancti
Sepulcri Padini **Binoy**. Castigatorum acuratisimo Incip.



Superficies similes dicuntur que
rum anguli unius angulis alteri-
us equales latera quoque equos angu-
los continentia proportionalia.

¶ Ut sit rigonus. a. b. c. fuerit equian-
gulus trigono. d. e. f. fuerit angulus. a.
equalis angulo. d. f. angulus. b. equa-
lis angulo. e. f. angulus. c. angulo. f. f.
proportio. a. b. ad. d. e. sicut. a. c. ad. d. f.
f. b. c. ad. e. f. ipsi erunt similes.



Superficies mutuo-
rum laterum sunt in-
ter quarum latera in
continua proportio-

nalitas retrahitue habetur.

¶ Ut si duorum quadrilaterum. a. b. c. d. e. f. proportio. a. b. lateris primi
ad. d. e. lateris secundi fuerit sicut proportio. e. f. lateris secundi. ad. b. c. lateris
primi illa duo quadrilatera dicuntur mutuo- rum laterum siue murekesia.

¶ Linea dicitur diuidi secundum proportionem habentem medium et
duo extrema quando eadem est proportio totius ad maiorem sui et o-
nem que est maioris ad minorem.

Propositio .1.



Si duarum rectilinearum superficierum equidista-
tum laterum siue triangulorum fuerit altitudo una
tanta erit alterutra earum ad alteram. quanta sua
basis ad basim alterius.

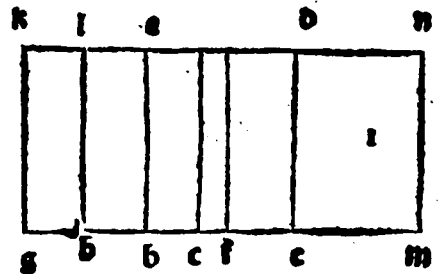
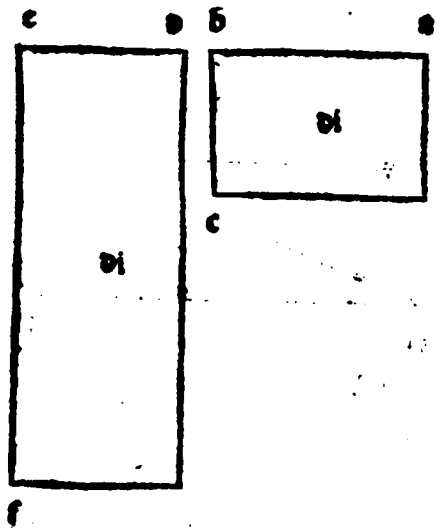
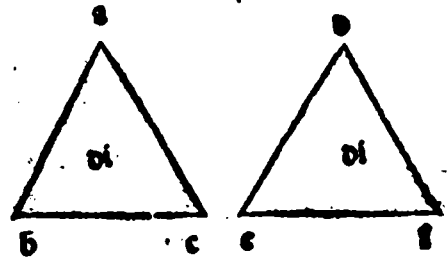
¶ Sint duo parallelograma. a. b. c. d. e. f. equalis altitudi-
nis. dico et proportionem eorum sicut. b. c. ad. e. f. Pona illa duo
parallelograma super lineam unam que sit. g. m. eruntque per hoc q. sunt equis
altitudinis inter lineas equidistantes quarum sit altera. k. n. deinde ex linea
g. m. summa. g. c. multiplicet per quemcumque numerum uolueris. ad. b. c. et diui-
dam eam in partes equales. b. c. in punctis. h. f. b. a quibus et puncto. g. ducam equi-
distantes lineas. a. b. f. sunt. g. k. f. h. l. et complebo superficies equidistantium la-
te- rum. k. h. f. l. b. eritque unaqueque earum per 36. primi equis. a. c. que sicut linea. g. c. et
multiplex linee. b. c. ita superficies. c. k. superficies. a. c. **¶** Similiter quoque ad li-
neam. e. f. summa ex linea. g. m. linea. f. m. multiplicet per quemcumque numerum
uolueris. e. f. et complebo superficiem equidistantium late- rum ducta linea. m. n. equi-
distanter linee. d. e. eritque superficies. n. f. ita multiplex superficiei. d. f. sicut
linea. m. f. linee. e. f. et quia per 36. primi si linea. g. c. est maior linea. f. m.
superficies. k. c. est maior superficie. n. f. et si minor minor. et si equalis equi-
lis erit per diffinitionem incontinue proportionalitatis eadem propor-
tio basis. b. c. ad basim. e. f. que est superficiei. a. c. ad superficiem. d. f. quod
est propositum. **¶** De triangulis equalis altitudinis idem probabis et eo-
dem modo per 38. primi ductis lineis ab extremitatibus earum quas ad
bases sumes multiplices ad uertices triangulorum.

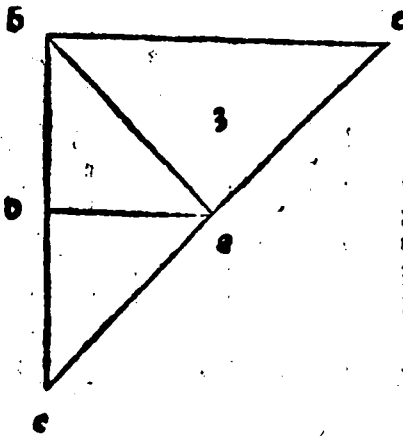
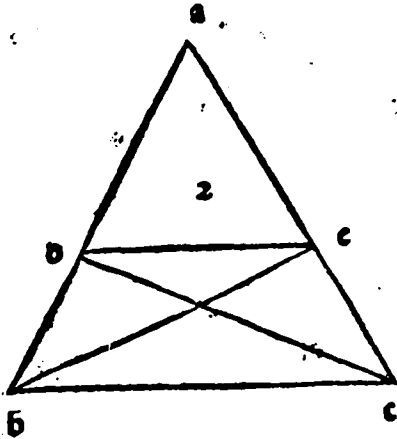
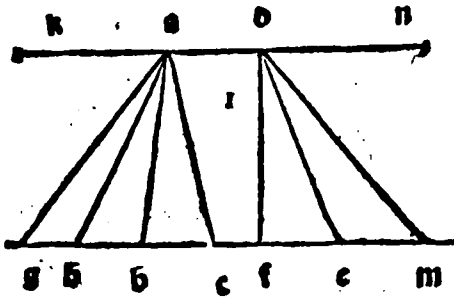


Propositio .2.

Si linea recta duo trianguli latera secans reliquo fue-
rit equidistantis: eas duo illa latera proportionaliter
secare. Si uero proportionaliter secet eam reliquo
lateri equidistare necesse est.

¶ Sit triangulus. a. b. c. cuius duo latera. a. b. et a. c. sec-





linea. d. e. equidistantem tertio lateri: quod est. b. c. dico q. erit proportio a. d. ad. d. b. sicut. a. e. ad. e. c. & conuerso si fuerit proportio. a. d. ad. d. b. sicut. a. e. ad. e. c. linea. d. e. erit equidistant. linee. b. c. ¶ Protraham enim duas lineas. e. b. & d. c. eritq. per. 32. primi triangulus. e. d. b. equalis triangulo. d. e. c. propter id quod ipsi sunt ambo super lineam. d. e. inter lineas equidistantes. itaq. per secundam partem. 7. quinti: proportio trianguli. a. d. e. ad utrumq. illorum erit una. ¶ Sed proportio eius p. premisam ad triangulum. e. d. b. est sicut linee. a. d. ad lineam. d. b. & ad triangulum. d. e. c. sicut linee. a. e. ad lineam. e. c. Nam ipse cum utroq. illorum est equalis altitudinis: quare erit proportio. a. d. ad. d. b. sicut. a. e. ad. e. c. quod est primum. ¶ Et si hoc fuerit erit per premisam ipsius. a. d. e. ad utrumq. illorum proportio una: quare per secundam partem. 9. q. si ipsi sunt adinuicem equales: & quia ipsi sunt super eandem basim. uidelicet lineam. d. e. & ex eadem parte erit per. 39. primi linea. d. e. equidistant. linee. b. c. quod est secundum.

Propositio .3.



Ab aliquo angulorum trianguli linea recta ad basim ducta angulum illum per equalia secet: duas partes ipsius basim reliquis eiusdem trianguli lateribus proportionales esse. Si vero due partes basim quas linea ab angulo ducta distinguit reliquis trianguli lateribus proportionales fuerint lineam illam angulum per equalia diuidere necessario conprobatur.

¶ Sit trigonus. a. b. c. cuius angulum. a. diuidat linea. a. d. per equalia dico q. proportio. b. d. ad. d. c. est sicut. b. a. ad. a. c. & conuerso. ¶ Protraham enim. b. e. equidistantem. a. d. & producam. e. a. quousq. concurrat cum. b. e. in puncto. e. eritq. per primam partem. 29. primi angulus. e. b. a. equalis angulo. b. a. d. & per secundam partem eiusdem angulus. e. c. angulo. d. a. c. quare angulus. e. est equalis angulo. e. b. a. ergo per. 6. primi. e. a. est equalis. a. b. & ideo per primam partem. 7. quinti proportio. e. a. ad. a. c. est sicut. b. a. ad. a. c. sed per premisam. e. a. ad. a. c. est sicut. b. d. ad. d. c. ergo. b. a. ad. a. c. sicut. b. d. ad. d. c. quod est primum. ¶ Secunda pars que est conuersa prime partis probabitur conuerso modo. ¶ Manente enim eadem dispositione si fuerit proportio. b. a. ad. a. c. sicut. b. d. ad. d. c. quare per premisam. e. a. ad. a. c. est sicut. b. d. ad. d. c. erit eadem proportio. e. a. ad. a. c. que est. b. a. ad. a. c. ergo per primam partem. 9. quinti. e. a. & a. b. sunt equales: quare per. 5. primi duo anguli. e. & e. b. a. sunt equales. igitur per primam & secundam partem. 29. primi angulus. b. a. d. est equalis angulo. d. a. c. quod est secundum.

Castigator.

¶ Concurfus iste probatur per lineam. b. e. cadentem super duas lineas. b. e. & c. a. per quartam petitionem primi. Nam ipsa primo cadit super duas equidistantes. b. e. & d. a. & per secundam partem. 29. primi. a. d. c. extrinsecus equatur angulo. e. b. c. totali intrinseco: & quia per. 17. primi duo anguli. a. d. c. & a. c. d. trianguli. a. c. d. sunt minores duobus rectis & ideo duo anguli. a. c. d. & e. b. c. totalis etiam sunt minores duobus rectis cum loco anguli a. d. c. extrinseci ponatur. e. b. c. intrinsecus sibi equalis: & sic per predictam petitionem due linee. b. e. & c. a. in eandem parte protracte concurrent in puncto. e. & c.



Propositio .4.

Si unum duorum triangulorum quorum anguli unus angulus alterius sunt equales: latera equos angulos respicientia sunt proportionalia.

¶ Sint duo trianguli. a. b. c. d. e. f. equianguli. sitq. angulus a. equalis angulo. d. & angulus. b. angulo. e. & angulus. c. angulo. f. dico q. proportio. d. e. ad. a. b. & d. f. ad. a. c. est sicut. e. f. ad. b. c. ¶ Ponam

in duobus triangulis super lineam unam que sit $e.c$ ita quod duo anguli unius qui erunt super hanc lineam sint equales duobus alterius qui erunt super eandem, non quidem medius medio aut extremus extremo: sed medius unius extremo alterius: et ponam duos eorum medios angulos in eodem puncto coire. sit $a.f.c$ ipse idem triangulus qui erat $a.b.c$. et quia angulus $a.f.c$ est equalis angulo e . et angulus $d.f.c$ angulo c , per hypothese[m] erit per primam partem. 18. primi lineam $a.f$ equidistantem $d.e$. $d.f$ equidistantem $a.c$. et Complebo igitur superficiem equidistantium laterum que sit $g.f$ eritque per 34. primi $g.a$ equalis $d.f$. $f.g$ equalis $a.f$. et Quia ergo per secundam huius $g.a$ est ad $a.c$ sicut $e.f$ ad $f.c$. et per eandem $e.f$ ad $f.c$ sicut $e.d$ ad $d.g$ erit per 2. quinti $d.f$ ad $a.c$ et per eandem $e.d$ ad $f.a$ sicut $e.f$ ad $f.c$. quod est propositum.

Propositio. 5.



Primum duorum triangulorum quorum cunctorum laterum sese respicientium est proportio una anguli lateribus proportionalibus contenti equi sibi invicem esse probatur.

Hec est eversa prioris nec fecit ex ea et premissa una conclusionem sicut fecit in secunda et tertia huius: quia nec eadem figuratio nec eisdem mediis demonstratur quibus precedenti. Sint itaque duo trianguli $a.b.c$ $d.e.f$. sitque proportio $a.b$ ad $d.e$ et $a.c$ ad $d.f$ sicut $b.c$ ad $e.f$. dico quod angulus a est equalis angulo d . et angulus b angulo e . et angulus c angulo f . et Constituiam super lineam $e.f$ in opposita parte trianguli $d.e.f$ angulum $f.g$ equalem angulo b . et angulum $e.f.g$ equalem angulo c . eritque per 31. primi angulus g equalis angulo a . ergo per premissam proportionem $a.b$ ad $d.e$ et $a.c$ ad $d.f$ sicut $b.c$ ad $e.f$. et Quare $a.b$ ad $d.e$ sicut $a.d$ ad $e.g$. et $a.c$ ad $d.f$ sicut $a.d$ ad $e.g$. Igitur per secundam partem nonne quinti $d.e$ est equalis $e.g$. et per eandem $d.f$ equalis $f.g$. quare per 8. primi duo trianguli $d.e.f$ et $e.g.f$ sunt equianguli: quare ergo triangulus $d.e.f$ est etiam equiangulus triangulo $a.b.c$ constat propositum.

Castigator.

Per eodem sciam quod uni et eidem siue quod dueres uni equales.

Propositio. 6.



Primus duo trianguli quorum unus angulus unus uni angulo alterius equalis: latera quoque illos duos equales angulos continentia proportionalia sunt inter se invicem equianguli.

Maneat prior dispositio: et sit solum angulus b equalis angulo d . et $a.b$ ad $d.e$ sicut $b.c$ ad $e.f$. dico adhuc duos triangulos $a.b.c$ $d.e.f$ esse equiangulos. et Cum enim sit per 4. huius propter hypothese[m] premisse conclusionis $a.b$ ad $e.g$ sicut $b.c$ ad $e.f$ erit $a.b$ ad $d.e$ sicut $a.b$ ad $e.g$. quare per secundam partem nonne quinti $d.e$ est equalis $e.g$. et Quia ergo duo latera $d.e$ et $e.f$ trigoni $d.e.f$ sunt equalia duobus lateribus $e.g$ et $e.f$ trigoni $e.g.f$. et angulus e unius angulo e alterius: quia uterque est equalis angulo b . ipsi erunt per quartam primi equianguli. et quia $e.g$ et $e.f$ erit equiangulus $a.b.c$. patet propositum.

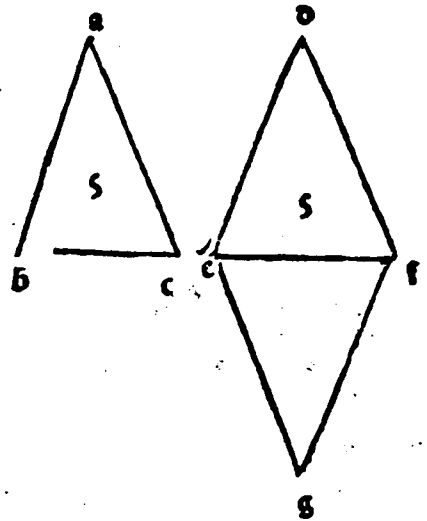
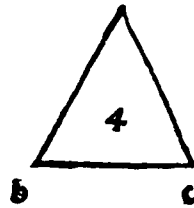
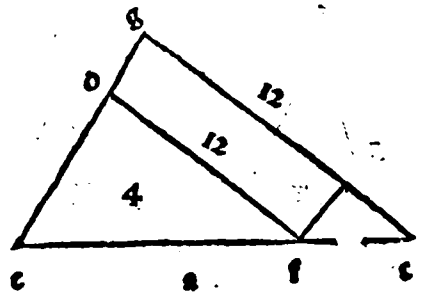
Castigator.

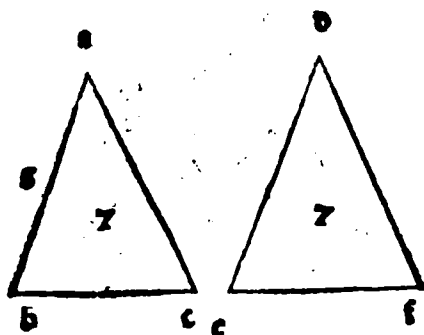
Videlicet unus per potest. angulus d et f alius per 33. primi.

Propositio. 7.



Si fuerint duo trianguli quorum unus angulus unus uni angulo alterius equalis: duos quoque suorum reliquorum angulorum lateribus proportionalibus contenti: duorum vero denique reliquorum uterque aut neuter recto angulo minor necesse est illos duos triangulos omnibus suis angulis inter se invicem equiangulos esse.





Sint duo trianguli. a. b. c. d. e. f. siq. angulus. a. equalis angulo. d. & p. portio. a. c. ad. d. f. sicut. c. b. ad. e. f. & uterq. duorum angulorū. b. & e. aut neuter sit minor recto: dico eos esse equiangulos. ¶ Si enim angulus. c. unius est equalis angulo. f. alterius: patet propositū per premisam. ¶ Sin autem sit. c. maior fiatq. angulus. a. c. g. equalis eidem: eritq. per. 31. primi triangulus. a. g. c. equiangulus triangulo. d. e. f. quare per quartam huius proportio. a. c. ad. d. f. sicut. g. c. ad. e. f. sed sic fuit. b. c. ad. e. f. ergo per. 9. q. ti. g. c. & b. c. sunt equales. ¶ Ergo p. quintam primi angulus. b. est equalis angulo. b. g. c. ¶ Si ergo neuter duorum angulorū. b. & e. fuerit minor recto: accidet duos angulos unius trianguli non esse minores duobus re-ctis: quod ēē non pōt p. 31. & 17. primi. ¶ Quod si uterq. fuerit minor re-cto: erit angulus. a. g. c. maior recto per. 13. primi: quare & angulus. e. sibi equalis est etiam recto maiori: quod est contra ypothe. ¶ Quare destina-to opposito remanet propositū. ¶ Oportet aut utrunq. angulorum reli-quorum aut neutrum esse minorem recto. ¶ Possibile enim est in eodē triangulo ut in triangulo. a. b. c. lineam. g. c. esse equalem. b. c. & ideo erit a. c. ad. utraq. earum una proportio per. 7. quinti. Nec tñ erunt trianguli a. g. c. & a. b. c. equianguli: quia unus angulus unius sit equalis uni angulo alterius: immo idem ut angulus. a. & proportio lineae. a. c. p. ut est latus ma-gni ad. a. c. prout est latus parvi sicut. b. c. latus magni ad. g. c. latus parvi: utraq. enim equalis. ¶ Et hoc est p. hoc q. angulus. g. minoris est maior recto: & angulus. b. maioris minor. Nam in omni triangulo duum equa-lium laterum uterq. angulorum qui sunt ad basim est minor recto.

Castigator.

Quamvis ibi dicatur possibile enim est in eodem triāgulo &c. Ima-ginatur primo formatus triangulus duū equalium laterum. b. c. g. Demū protracto latere. b. g. quantum libuerit. ut ad. a. deinde protracta linea. a. c. a pūcto ad punctum. Imaginantur duo trianguli unus magnus. a. b. c. & alius parvus. a. g. c. qui suprapositus magno imaginatur & ab eo abscin-dit triāgulum illum duum equalium laterum. s. b. c. g. prout in illis duo-bus explicite positis apparet &c. Et hec pro septima huius dicta sint.

Propositio. 8.

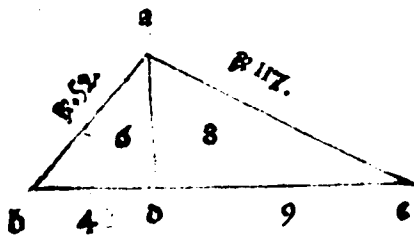


Iab orthogoni angulo recto ad basim linea perpe-dicularis ducatur. fient duo trianguli partiales to-ti triangulo & sibi inuicem similes. Unde etiā ma-nifestum est q. in omni triangulo rectangulo si ab eius angulo recto ad obfium perpendicularis ducatur erit ipsa perpe ndicularis inter duas sectiones ipsius basis p. portionalis. Itemq. utrunq. latus inter totam ba-sim atq. sibi conterminalē basis portionem.

Sit trigonus. a. b. c. orthogonius eiusq. angulus. a. rectus a quo ducat a. d. perpendicularis ad basim. dico q. uterq. duorum triangulorum par-tialium qui sunt. a. b. d. a. d. c. similis est totali triangulo. a. b. c. & unus eo-rum alteri. ¶ Est enim uterq. ipsorū equiangulus totali per. 31. primi. eo q. uterq. est orthogonius & in uno angulo cōmunicant cum totali: quare & sibi inuicem sunt equianguli. ¶ Ita q. angulus. b. est equalis angulo. d. a. c. & angulus. b. a. d. angulo. c. & duo anguli qui sunt ad. d. sibi inuicē & an-gulo. a. totali equales: quare per. 4. huius latera equos eorum angulos re-spicientia sunt proportionalia: ergo per diffinitionem. & sunt similes: qd est propositum. ¶ Vtrunq. correla. ex his euidenter apparet.

Castigator.

Nota propter dictum superius in fine expositionis octaue huius. ubi per. 4. concluduntur latera illoꝝ triangulorum equos angulos respicien-tia esse proportionalia. Et ex hoc per diffinitionem similium superficieꝝ illos triangulos esse similes &c. Diffinitio illa nō dicit q. latera equos an-gulos respicientia sunt proportionalia: sed q. latera equos angulos conti-nentia sunt proport ionalia: ut ibi patet & sic uidetur indebite concludi



intentum. ¶ Quapropter aduerte qd idem est in triangulis dicere latera equos angulos respicientia esse proportionalia: & equos angulos continētia esse proportionalia: quod in istis duobus triangulis apparet. uidelicet a. b. c. & d. e. f. dato qd sint eq anguli. uidelicet qd angulus. a. equetur angulo. d. & b. angulo. e. & c. angulo. f. nam latr. d. e. ad. a. b. que respiciūt angulos. c. & f. sunt in pporione later. d. f. ad. a. c. que etiā respiciunt equos angulos. b. & e. & per consequens istamet latera sunt continētia equos angulos: uidelicet. a. & d. & sic arguas de reliquis &c. Et ideo postea per diffinitionem &c.

Propositio 9.



Habebis lineis propositis tertiam inter eas sub proportionalitate continua collocare.

¶ Sint due linee propositae. a. b. & c. iter quas uolo unam lineam in proportionalitate continua collocare. Ad iungam tuam earum alteri sitq. tota ex eis cōposita. a. d. itaq. q. b. d. sit equale. c. & super totam describo semicirculum a. e. d. & produco. e. b. usq. ad circumferentiam perpendicularē ad lineā a. d. dico lineam. b. e. esse quam querimus. ¶ Produco enim lineas. c. a. & q. d. eritq. per 30. tertius angulus. e. totalis reclusus: quare per primā partem correl. premisse pporio. a. b. ad. b. e. sicut. b. e. ad. b. d. quod est ppositum.

Propositio 10.



Habebis lineis datis tertiam eis in continua pporionalitate subiungere

¶ Sint due linee propositae. a. b. & c. quibus uolo tertiam in continua proportionalitate subiungere: coniungo lineam. c. angulariter ut contingit cum lineā a. b. sitq. a. d. sibi equalis: & produco lineam. a. b. usq. ad. e. donec fiat b. e. equalis. a. d. & protracta lineā. b. d. a puncto. e. duco lineam sibi equā distātem quā lineam. a. d. produco quousq. concurrant in puncto. f. dico igitur lineam. d. f. esse quam querimus. ¶ Est enim per secundam huius pporio. a. b. ad. b. e. sicut. a. d. ad. d. f. sed a. b. ad. b. e. est sicut. a. b. ad. a. d. per 1. partem. 7. quinti: quare. a. b. ad. a. d. sicut. a. d. ad. d. f. quod est ppositum. ¶ Quod si propositis tribus lineis uelimus inuenire quartam ad quam sit pporio tertie sicut prime ad secundam: ex prima & secunda fiat linea una & toti compositae tertiā angulariter adiungatur & a cōmuni termino prime & secunde ducatur linea ad extremitatem tertie: & ab altero termino secunde ducatur huic linee equidistans: quousq. cōcurrat cum tertia in continuum rectumq. protracta: eritq. per secundam huius linea quā hec equidistans abscondet que queritur: quēadmodum si in hac figura fuerit prima. a. b. secunda. b. e. tertia. a. d. erit. quarta. d. f.

Castigator.

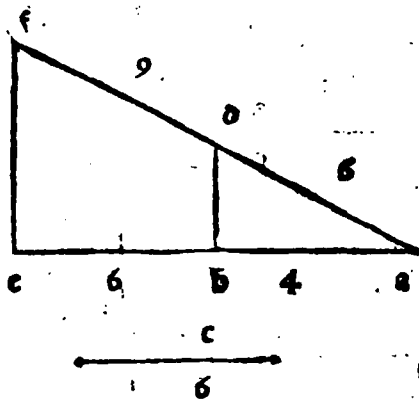
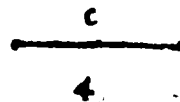
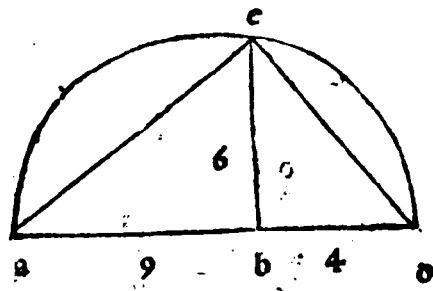
a ¶ Cōcurrent. n. per rationes supra in tertia huius adductas. b ¶ Quā uis non dicat sub continua pporio. subiungere: tñ indifferenter habet locum ad infinitas: quia inuenta quarta ad tertiam: tunc prima dimissa inuenitur quinta ad quartam & sexta ad quintam &c. dimittēdo semper priorem tres subsequentes retinendo. & tunc operando per 10. sequitur intentum: ut patet.

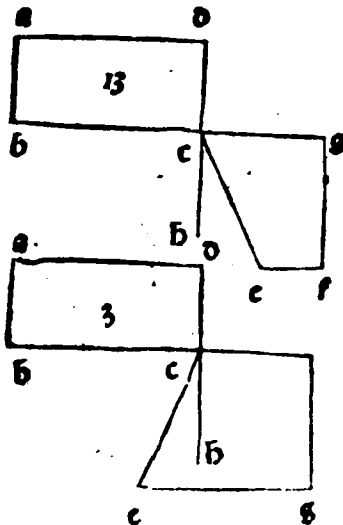
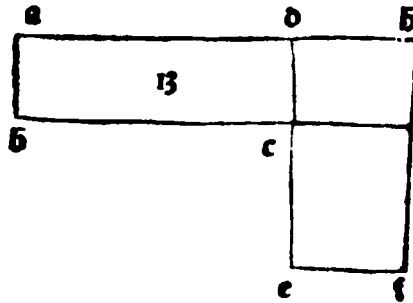
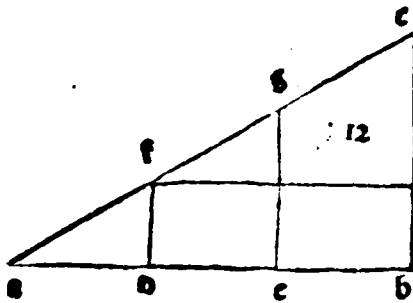
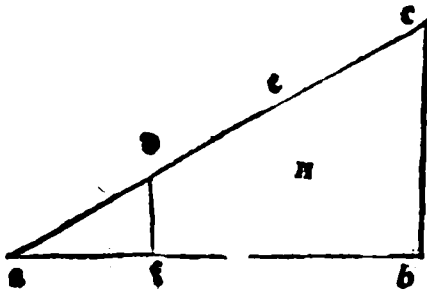
Propositio 11.



Assignata linea quotamcūq. subearis partem abscondere.

¶ Sit. a. b. linea assignata ab ea uolo aliquotam partem usque tertiam abscondere. ¶ Coniungo ei angulariter ut contingit lineam indefinite quantitatis que sit. a. c. a qua refeco tres equas portiones. que sint. a. d. d. e. & e. c. & produco lineas. c. b. & d. f. sibi equidistantes. dico. a. f. esse tertiam. a. b. est enim per secundam huius pporio. c. d. ad. d. a. sicut. b. f. ad. f. a. quare coniunctim. c. a. ad. d. a. sicut. b. a. ad. f. a. cum igitur. c. a. sit tripla. ad. d. a. patet. a. f. esse tertiam. a. b. quod est ppositum.





Propositio .12.
Elatus lineis propositis altera indiuisa altera per partes diuifa: indiuifam quidem ad modum diuife diuidere.

Sint due linee quas angulariter ut continget coniungam. a. b. & a. c. sitq. a. b. diuifa in tres uel qualencunq. portiones signatis in ea punctis. d. f. e. uolo secundum easde portiones diuidere lineam. a. c. ¶ Cum igitur ipsas angulariter coniunxerō. protraham lineam. b. c. & equidistantes ei. d. f. & e. g. dico istas equidistantes diuidere lineam. a. c. in partes proportionales partibus a. b. ¶ Protraham enim. f. h. equidistantem a. b. que secet. e. g. in puncto. k. eritq. p. secundam huius proportio. g. f. ad. f. a. sicut. e. d. ad. d. a. & a. f. c. g. ad. g. f. sicut b. k. ad. k. f. quare & sicut. b. e. ad. e. d. per. 34. primi. & secundam partem. z. quinti: quod est propositum. Oportet autem secundam huius totiens repetere quot erunt partes lineae a. b. minus una. At uero. 34. primi & septimam quinti minus duabus.



Propositio .13.
Idue superficies equidistantium laterum quarū unus angulus unius uel angulo alterius equalis: equales fuerint latera duos quos angulos continetia mtekesia esse. Si uero latera duos equos angulos continetia mtekesia fuerint duas superficies equales esse necesse est.

Sint due superficies. a. b. c. d. & e. f. g. equidistantium laterū & equales. sitq. angulus. c. unius equalis angulo. c. alterius: dico proportionem. b. c. ad. c. g. esse sicut. e. c. ad. c. d. & si proportio. b. c. ad. c. g. fuerit sicut. e. c. ad. c. d. & predicti anguli fuerint adhuc equales: dico illas duas superficies equidistantium laterum esse equales. ¶ Coniungam enim eas angulariter ut delictet angulum. c. unius cum angulo. c. alterius. ita q. duo latera earum que sunt. b. c. & e. c. g. fiant linea una: eruntq. similiter duo reliqua latera. d. c. & e. c. linea una. (alioquin sequeretur per presentem ypothe. que est angulum. c. unius esse equalem angulo. c. alterius. & per. 15. primi. partē esse equalem toti): complebo itaq. superficiem equidistantium laterum productis lineis. a. d. f. f. g. quousq. concurrant in. h. eritq. per primam partem. z. quinti utriusq. superficiē. a. c. f. c. f. ad superficiem. c. h. proportio una: & quia per primam huius proportio superficiē. a. c. ad. superficiē. c. h. sicut lineae. b. c. ad lineam. c. g. & superficiē. c. f. ad eandem superficiem c. h. sicut. e. c. ad. c. d. manifesta est prima pars propositae conclusionis. ¶ Secunda pars sic patet: per primam. n. huius est proportio. b. c. ad. c. g. sicut. a. c. ad. c. h. & e. c. ad. c. d. sicut. c. f. ad eandem. c. h. & quia positum est q. proportio. b. c. est ad. c. g. sicut. e. c. ad. c. d. erit utriusq. duarū superficiū. a. c. & e. c. g. ad superficiem. c. h. una proportio: ideo per primam partem. 9. quinti. a. c. est equalis. c. f. sitq. patet secunda pars.

Castigator.

Quia si. d. c. f. c. e. non sunt linea una: tunc continuabo. d. e. usq. ad. h. in utraq. dispositione aduersarii: & semper per. 15. primi in qualibet anguli cōtra se positi erūt equales. si angulus. c. utriusq. & p. ypothe. et dictus angulus maior aut minor cōtra se posito equat angulo. c. superficiē. a. b. c. d. & ideo p. toti quod ē impossibile p. cōceptionē. b. ¶ Cōcurrēt. n. quia si imaginatur ptrahi linea. d. g. fient duo anguli ex parte. b. minores duobus rectis. & ideo per. 4. petitionem concurrent & in. h.



Propositio .14.
Iduo trianguli quorū unus angulus unius uel angulo alterius equalis: equales fuerint: latera duos angulos equos continetia erūt mtekesia. Si uero latera duos equos angulos continetia fuerint mtekesia duo trianguli equales esse comprobantur.

¶ Sint duo trianguli. a. b. c. d. e. equales: sitq. angulus. e. unus equalis angulo. c. alterius: dico proportionem. a. c. ad. c. e. esse sicut. d. c. ad. c. b. ¶ Si fuerit proportio. a. c. ad. c. e. sicut. d. c. ad. c. b. ¶ Sed dicti anguli fuerint ad hoc equalis: dico illos duos triangulos esse equales. ¶ Coniungam enim eos angulariter ita q. latera. a. c. ¶ c. e. fiant linea una. eruntq. similiter. b. e. ¶ c. d. linea una. Caliter sequeretur partem esse equalem toti. per. 15. ¶ Simi ¶ protraheam lineam. b. e. eritq. per primam partem. 2. quinti utriusq. dictorum triangulorum ad triangulum. c. b. e. proportio una: ¶ quia per primam huius primi eorum ad ipsum est sicut a. c. ad. c. e. ¶ secundi eorum ad eundem sicut. d. c. ad. c. b. manifesta est prima pars propositae conclusionis. ¶ Secunda pars e converso probatur. quia. a. c. ad. c. e. est sicut primi trianguli ad triangulum. b. c. e. ¶ d. c. ad. c. b. sicut secundi ad eundem per primam huius: ¶ quia positum est ut sit. a. c. ad. c. e. sicut. d. c. ad. c. b. erit utriusq. dictorum triangulorum ad triangulum. b. c. e. una proportio: quare per primam partem. 9. quinti ipsi sunt equales: sicut patet secundam partem.

Propositio .15.



¶ Si fuerint quatuor linee proportionales quod sub prima 2 ultima rectangulum continetur: equum erit ei quod sub duabus reliquis. Si vero quod sub prima 2 ultima continetur equum fuerit ei quod sub duabus reliquis continetur rectangulum: quatuor lineas proportionales esse convenit.

¶ Sint quatuor linee. a. b. c. d. proportionales: Sitq. proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico q. superficies contenta sub. a. ¶ c. d. equalis est superficiei contente sub. b. ¶ c. ¶ Et si superficies contenta sub. a. ¶ c. d. est equalis superficiei contente sub. b. ¶ c. dico q. proportio. a. ad. b. est sicut. c. ad. d.

¶ Fiant enim superficies contenta sub. a. ¶ c. d. ¶ superficies contenta sub. b. ¶ c. Si ergo est proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. latera illarum superficierum erunt mutekesia: sed ¶ anguli ab eis contenti equalis: quia utraq. est rectorum angulorum: quare per secundam partem. 13. huius ipse sunt equalis quod est primum. ¶ Secundum patet per primam partem eiusdem. si enim ipse sunt equalis, quia omnes anguli earum sunt recti: latera earum erunt mutekesia: quare proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. quod est secundum.

Propositio .16.



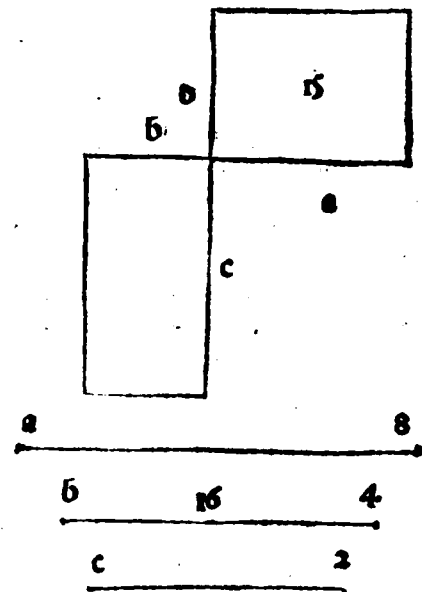
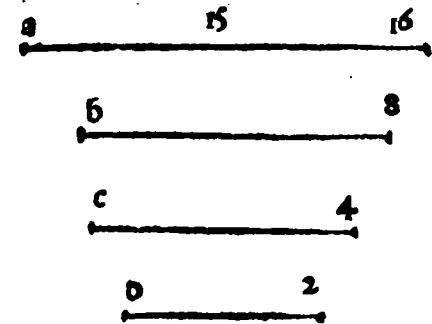
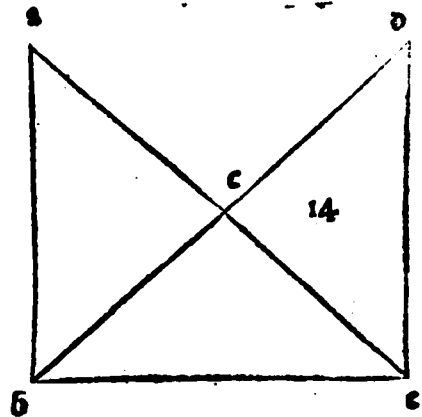
¶ Si fuerint tres linee proportionales quod sub prima 2 tertia rectangulum continetur: equum erit ei quod a secunda quadrato describitur. Si vero quod sub prima 2 tertia continetur equum est ei quadrato quod a secunda producit: ipse tres linee proportionales erunt.

¶ Sit proportio linee. a. ad lineam. b. sicut linee. b. ad lineam. c. dico q. superficies contenta sub. a. ¶ c. equalis est quadrato. b. ¶ Si superficies contenta sub. a. ¶ c. est equalis quadrato. b. dico q. proportio. a. ad. b. est sicut b. ad. c. ¶ Hoc autem est evidens per precedentem posita alia linea que sit equalis. b. ita q. b. sit in ratione secunde ¶ tertiae.

Propositio .17.



¶ Si fuerint duo trianguli similes proportio alterius ad alterum est tanq. proportio cuiuslibet sui lateris ad sumum relativum latus alterius duplicata. Manifestum etiam ex hoc quia omnium trium linearum continue proportionalium quanta est prima ad tertiam tanta erit superficies constituta super.



primam ad superficiem constitutam super secundam: tus fuerit ei similis in lincatione z creatione.

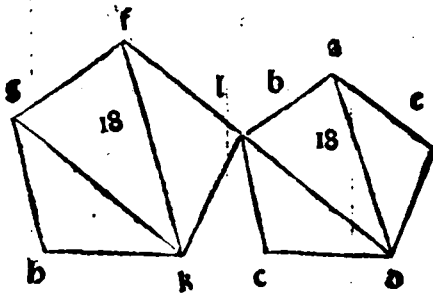
¶ Sint duo trianguli. a. b. c. f. d. e. f. similes eruntq; per diffinitionem eorū anguli & laterum proportionalium. Sit ergo angulus. a. equalis angulo d. & angulus. b. angulo. e. & angulus. c. angulo. f. ¶ Eritq; proportio. a. b. ad. d. e. & a. c. ad. d. f. sicut. b. c. ad. e. f. ¶ Dico q; proportio trianguli. a. b. c. ad triangulum. d. e. f. est sicut proportio. b. c. ad. e. f. duplicata. ¶ Subiungatur enim fm doctrinam. 10. huius duabus lineis. b. c. & e. f. tertia in continua proportionalitate que sit. c. g. protracta aut resecata. c. b. si. c. g. fuerit ea maior aut minor. ¶ Et producat lineam. g. a. eritq; per secundā partem. 14. huius triangulus. a. g. c. equalis triangulo. d. e. f. propter id quod proportio. a. c. ad. d. f. est sicut. e. f. ad. c. g. & angulus. c. equalis angulo. f. q; te per secundam partem. z. quinti trianguli. a. b. c. ad utrumq; illorum erit una proportio. ¶ Sed per primam huius proportio trianguli. a. b. c. ad triangulum. a. g. c. est sicut. b. c. ad. g. c. At uero proportio. b. c. ad. c. g. sicut. b. c. ad. e. f. duplicata per. 10. descriptionem quinti: ergo proportio trianguli. a. b. c. ad triangulum. d. e. f. est sicut proportio. b. c. ad. e. f. duplicata: qd est proposuim. ¶ Si autem. c. g. sit equalis. b. c. erit per secundam partem. 14. huius triangulus. a. b. c. equalis triangulo. d. e. f. equalis autem proportio componitur ex equali duplicata uel triplicata uel quotienscunq; sumpta. ¶ Istam eandem passionem possemus eodem modo & per eadē media demonstrare de superficiebus equidistantium laterum similibus sumpta solum. 13. presentis loco. 14. Non demonstrat autem eam: quia per sequentem demonstratur uniuersaliter de omnibus superficiebus similibus. Quare per correl. q; uniuersaliter proponitur de omnibus superficiebus similibus nondum patet nisi de triangulis: sed demonstrata sequente patēs erit de omnibus. Posuit autem ipsum hic & non in sequente quia est correl. huius: non autem sequentis: ex modo enim demonstrationis huius sua ueritas manifestata est non ex modo illius.

Propositio .18.



Pentec due superficies similes multiangule sunt diuisibiles in triangulos similes atq; numero eorū les. Estq; proportio alterius earum ad alteram sicut cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuū latus alterius proportio duplicata.

¶ Sint gratia exempli duo pentagoni. a. c. d. f. b. k. similes. dico q; ipsi sunt diuisibiles in triangulos similes numero equales: & q; proportio alterius eorum ad alterum est sicut. a. b. ad. f. g. proportio duplicata. ¶ Ducantur enim linee due. a. c. & a. d. itemq; f. b. & f. k. eritq; per presentem ypothe. & per. 6. huius triangulus. a. b. c. equiangularis triangulo. f. g. h. & triangulus. a. e. d. triangulo. f. l. k. ¶ Similiter quoq; per hanc communem scientiam. Si ab equalibus equalia demas que re. equa. sunt erit triangulus. a. c. d. equiangularis triangulo. f. b. k. Nam ipsi pentagoni positi sunt equianguli & laterum proportionalium. ¶ Et quia trianguli in quos diuiduntur sunt adinuicem equianguli ut probatum est: erunt etiā & similes per. 4. huius & diffinitionem similitudinū superficiearum: quare qd ipsi sint numero equales patet primum. ¶ Secundum sic protrahatur. b. d. que secet. a. c. in puncto. m. & g. k. que secet. f. h. in puncto. n. eritq; triangulus. b. c. d. equiangularis triangulo. g. h. k. per. 6. huius & presentem ypothe. quare & triangulus. a. b. m. triangulo. f. g. n. & a. m. d. f. n. k. ergo p. 4. huius proportio. b. m. ad. g. n. est sicut. a. m. ad. f. n. & a. m. ad. f. n. sicut. m. d. ad. n. k. quare per. 11. quinti. b. m. ad. g. n. sicut. m. d. ad. n. k. ergo permutatim. b. m. ad. m. d. sicut. g. n. ad. n. k. sed per primam huius. a. b. m. ad. a. m. d. f. b. c. m. ad. c. m. d. sicut. b. m. ad. m. d. ¶ Et per eandem. f. g. n. ad. f. n. k. & g. n. h. ad. h. n. k. sicut. g. n. ad. n. k. ergo per. 13. quinti. a. b. c.



ad.a.c.d.sicut.f.g.h.ad.f.h.k.quare pmutatim.a.b.c.ad.f.g.h.sicut.a.c.d.
ad.f.h.k. ¶ Eadem ratione probabis qd ficut.a.e.d.ad.f.l.k.ergo per.13
quinti totius pentagoni ad totum pentagonum:sicut.a.b.c.ad.f.g.h.
¶ Per premisam igr est portio pentagoni.a.c.d.ad pentagonum.f.
h.k.sicut portio.a.b.ad.f.g.duplicata:quod est ppositum. ¶ Ex quo
rursus patet correl.precedentis. ¶ Aliter potest demonstrari secundum.
¶ Cum enim trianguli in quos pentagoni diuiduntur sint adinuicem
similes:erit per precedentem portio.a.b.c.ad.f.g.h.sicut.b.c.ad.g.h.
duplicata. ¶ Et a.c.d.ad.f.h.k.sicut.c.d.ad.h.k.duplicata. ¶ Et a.e.d.
ad.f.l.k.sicut.d.e.ad.k.l.duplicata. ¶ Quia igitur omnes hee portio
nes duplicate sunt equales propter hoc quod positum est simplas et equa
les erit per.13.quinti totius pentagoni ad totum pentagonum sicut la
teris prius ad suum relatiuum.latus alterius portio duplicata.

¶ Castigator.

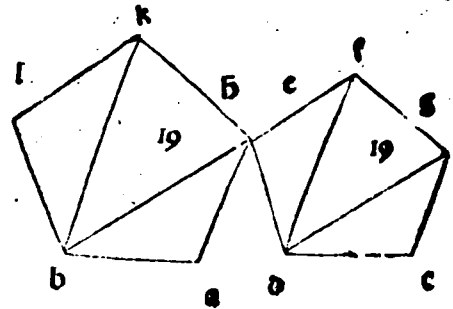
a ¶ Quia positi sunt pentagoni similes: ideo equianguli per diffini
tionem similium superficierum: ideo trianguli.a.b.c.f.f.g.h.sunt equian
guli per.6.huius: quoniam angulus.b.unius est equalis angulo.g.alteri
tis cum sint anguli propositorum pentagonorum integrorum: ut patet
¶ latera illos continentia sunt inter se proportionalia: per ypothe. pen
tagonorum similium &c. Et ideo per.6 huius &c. ¶ Ex ista ¶ prima
huius notatur mirabile uisum: uidelicet quocumq. quadrilatero dato pro
tractis in eo duabus diametris resoluetur in quatuor triangulos adinuicem
proportionales: ut in duobus quadrilateris propositis pentago
norum appareat: uidelicet a.b.c.d.f.f.g.h.k. Nam triangulus.a.b.m.ad
triangulum.a.m.d.est sicut basis.b.m.ad.basim.m.d.per primam huius
¶ b.c.m.ad.c.m.d.etiam ut.b.m.ad.m.d. ideo proportionales. Item
a.b.m.ad.b.c.m.sicut.a.m.ad.m.c.per eandem etiam.c.d.m.ad.a.m.d.
sicut.c.m.ad.m.a. ¶ e conuersa: ideo sic quocumq. uoluantur semper sunt pro
portionales: quoniam bases semper heedem eodem modo dicetur de tri
angulis quadrilateri.f.g.h.k. ¶ omnium aliorum &c. ¶ Sed in his uo
cibus que nulla inequalitate discordant: nulla omnino consonantia est
¶ enim consonantia est dissimilium inter se uocum in unum redacta co
cordia: hec Boe.tertio capitu. primi musice &c.

Propositio .19.



¶ **S**upra datam lineam date superficiei similem su
perficiem describere.

¶ Sit data linea.a.b. supra quam uolo constituere super
ficiem similem date superficiei que sit pentagona: ¶
sit.c.d.e.f.g. ¶ Diuido hunc pentagonum in triangulos
ductis lineis.d.f.f.d.g. ¶ super punctum.a. constituo an
gulum equalem angulo.c. ducta linea.a.h. ¶ super punctum.b. consti
tuo alium angulum: qui sit.a.b.h. equalem angulo.c.d.g. protracta li
nea.b.h. quousq. concurrat cum.a.h. in puncto.h. eritq. per.31. primi
angulus.a.h.b. equalis angulo.c.g.d. ideo per.4. huius latera duorum
triangulorum.g.c.d.f.f.h.a.b.proportionalia. ¶ Facio quoq. angulum.
h.b.k. ducta linea.b.k. equalē angulo.g.d.f. ¶ angulū.k.b.l. ducta linea
b.l. equalē angulo.f.d.e. ¶ angulum.b.h.k. ducta linea.h.k. equalē
angulo.d.g.f. ¶ angulum.b.k.l. ducta linea.k.l. equalē angulo.d.f.e.
eritq. perfectus pentagonus qui constituendus erat super lineam.a.b.
¶ Est.n. equiangulus dato pentagono propter equalitatē angulorū tria
ngulorum in quos est uterq. diuisus. ¶ Sed ¶ laterum proportionaliū pro
pter proportionalitatem laterum ipsorum triangulorum que ex quar
ta huius euidenter apparent: quare per diffinitionem similium superficiei



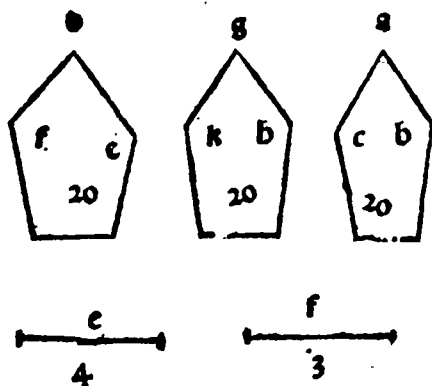
rim pentagonus constituitur super lineam. a. b. est similis pentagono dato quod est propositum.

Propositio .20.



C fuerint vni superficiei similes quilibet super fides sibi inuicem similes esse necesse est.

Sit utraq. pentagonorum. a. b. c. d. e. f. similis pentagono. g. b. k. dico eos esse similes sibi inuicem. **E**st eni utraq. eorum equiangularis pentagono. g. b. k. per conuersionem diffinitionis similium superficierum: quare sunt equi anguli adinuicem. **S**imiliter quoq. per conuersionem eiusdem diffinitionis proportio. a. b. ad. g. h. sicut. a. c. ad. g. k. **E**t. g. h. ad. d. e. sicut. g. k. ad. d. f. **E**rgo per equam proportionalitatem. a. b. ad. d. e. sicut. a. c. ad. d. f. **E**odem modo probabis reliqua latera pentagonorum. a. b. c. d. e. f. continentia equos angulos esse proportionalia: per diffinitionem itaq. similium superficierum ipsi sunt similes adinuicem: quod est propositum.

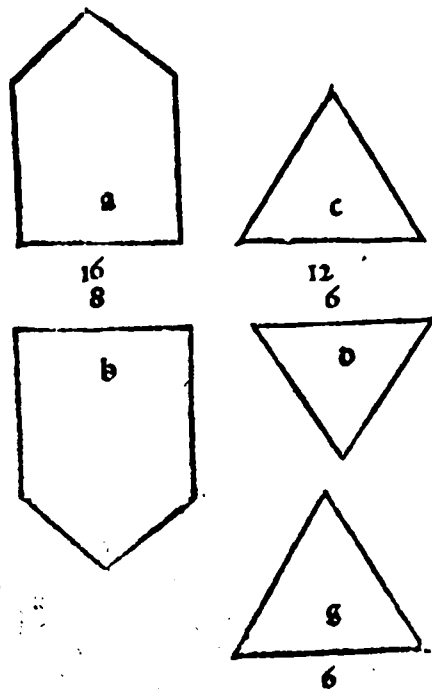


Propositio .21.



C fuerint quotlibet linee proportionales atq. super binas z binas similes superficies designentur: ipse quoq. superficies erunt proportionales. **S**i vero super binas z binas similes superficies constituta fuerint proportionales: ipsas quoq. lineas proportionales esse necesse est.

Sint quatuor linee proportionales. a. b. c. d. sitq. proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico q. si superficies similes constituantur super. a. b. utpote duo pentagoni similes: & alie similes constituantur super. c. d. utpote duo trianguli similes: erit proportio pentagonorum sicut triangulorum. **Q**uod si fuerint pentagoni similes: & similiter etiam trianguli similes: fuerintq. proportio pentagoni ad pentagonum: sicut trianguli ad triangulum: dico q. erit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. **S**ubiungatur enim lineis. a. b. c. d. lineis. e. f. in continua proportionalitate: sicut docet. 10. huius. eritq. per. 22. quinti & per equam proportionalitatem. a. ad. c. sicut. c. ad. f. **Q**uia ergo per correl. 17. huius proportio pentagonorum: est sicut. a. ad. c. & triangulorum sicut. c. ad. f. erit proportio pentagonorum sicut triangulorum: & hoc est primum. **S**ecundum sic patet. **S**int duo pentagoni similes: & duo trianguli similes: sitq. proportio pentagonorum sicut triangulorum: dico q. proportio. a. ad. b. est sicut. c. ad. d. **S**it enim. c. ad. g. sicut. a. ad. b. (hoc enim qualiter fiat dictum est supra. 10. huius). & super. g. fiat sicut docet. 19. huius. superficies similis illi que est constituta super lineam. c. eritq. per premisam similis ei que constituta est super lineam d. **E**ritq. etiam per primam partem huius. 21. que proportio pentagoni. a. ad. pentagonum. b. eadem trianguli. c. ad. triangulum g. sed eadem erat etiam trianguli. c. ad. triangulum. d. ergo per secundam partem. 9. quinti triangulus. d. est equalis triangulo. g. **E**t quia sunt similes: erit linea. g. equalis lineae. d. per primam partem. 17. huius cum super lineas. c. d. & g. sint trianguli: uel per secundam partem. 18. cum fuerint que libet alie figure multiangule: equalitas enim non producit ex aliqua proportionem duplicata uel triplicata uel quotieslibet sumpta nisi ex equali. erit itaq. c. ad. d. sicut. a. ad. b. quod est propositum.



Propositio .22.



Enche superficies equidistantium laterum que circa diametrum consistunt toti parallelogramo atq. sibi inuicem sunt similes.

Sicut in parallelogramo. b. d. cuius diameter. a. c. consistant superficies. z. b. & f. k. equidistantium laterum circa

diametrum dico eas esse similes toti parallelogramo & sibi invicem. ¶ Est enim per secundam huius. b. g. ad. g. c. & d. h. ad. h. c. sicut a. e. ad. e. c. ergo coniunctum b. c. ad. c. g. & d. c. ad. c. h. sicut a. c. ad. c. e. quare per. 11. quod b. c. ad. c. g. sicut d. c. ad. c. h. ¶ Sed etiam sicut a. b. ad. e. g. cum a. b. sit equalis d. c. & e. g. h. c. ¶ Eodem modo erit a. d. ad. d. h. sicut a. b. ad. e. g. & d. c. ad. h. c. ¶ Quia ergo ista parallelogramata sunt equiangula constatur per diffinitionem similium superficiesum. g. h. esse simile. b. d. ¶ Simili quoque modo probatur. f. k. esse simile eidem: propter hoc quod. b. a. ad. a. k. & d. a. ad. a. f. est sicut c. a. ad. a. e. per secundam huius & coniunctam proportionalitatem quare per. 20. huius. f. k. est etiam simile. g. h. sic patet totum.

Propositio .23.



In suo spacio parallelogramum partiale distinctum toti parallelogramo simile atque secundum suum altius esse fuerit: circa eiusdem diametrum consistit.

¶ Sit ut in parallelogramo. b. d. sit distinctum parallelogramum. f. g. quod sit sibi simile & secundum suam esse. i. p. cipians cum eo in angulo. c. dico quod parallelogramum. f. g. consistit circa diametrum parallelogrami. b. d. & est hec conversus prece-
denti. ¶ Producam enim. a. e. c. que si fuerit diameter parallelogrami b. d. constat propositum. Sin autem sit. a. h. c. diameter eius. & ducatur. h. k. equidistantis. f. c. eritque per premisam parallelogramum. f. k. simile parallelogramo. b. d. ergo per conversionem diffinitionis similium superficiesum proportio. b. c. ad. k. c. est sicut d. c. ad. f. c. ¶ Sed per eandem conversionem dictae diffinitionis proportio b. c. ad. g. c. est sicut d. c. ad. f. c. propter id quod parallelogramum. f. g. positum est simile parallelogramo. b. d. ergo per. 11. quinti proportio. b. c. ad. g. c. est sicut b. c. ad. k. c. utraque enim est sicut d. c. ad. f. c. quare per secundam partem nonne quinti. g. c. & equalis. k. c. pars videlicet toti quod est impossibile. Erit igitur. a. e. c. diameter parallelogrami. b. d. quod est propositum.

Castigator.

a. ¶ Poterat etiam aduersarius dicere quod esset. a. l. c. videlicet infra positi. e. Et idem ut prius accideret impossibile: sed hac positione. g. c. esset maior. k. c. ut patet.



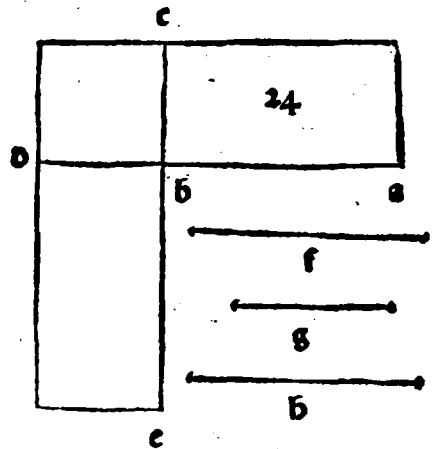
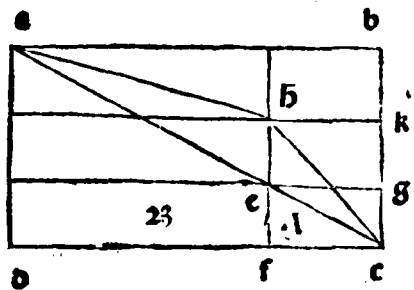
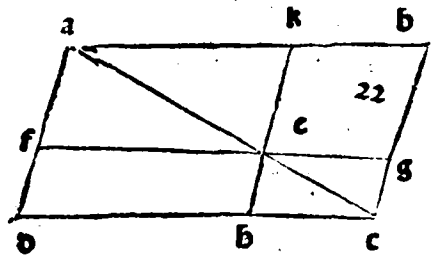
Propositio .24.

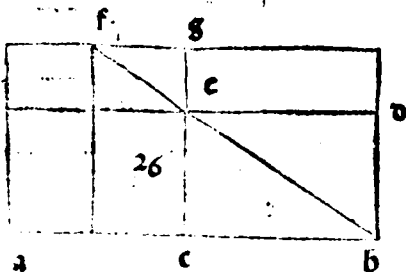
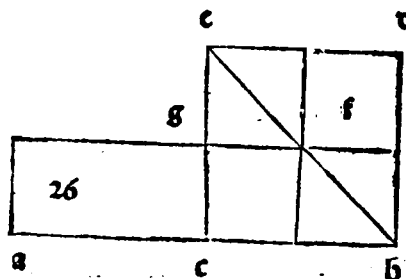
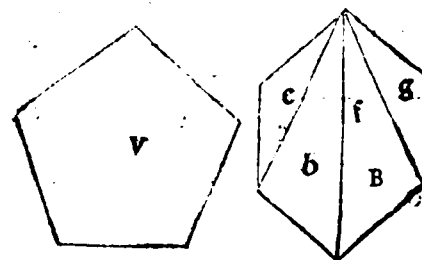
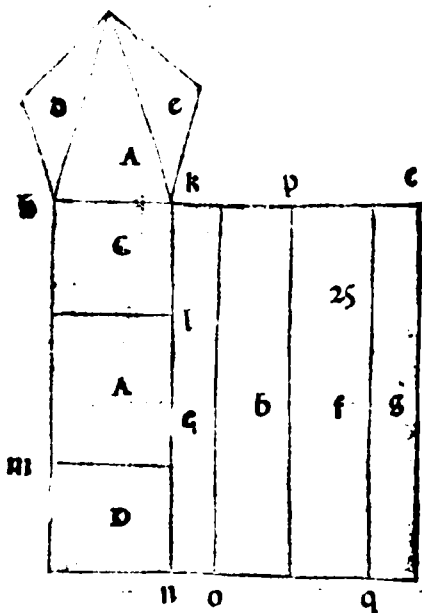
Quoniam duarum superficiesum equidistantium laterum quarum unus angulus unius unius alterius equalis proportio alterius ad alteram est que producit ex duabus proportionibus suorum laterum duos equos angulos continentium.

¶ Sint due superficies equidistantium laterum. a. c. & e. d. sitque angulus. b. unius equalis angulo. b. alterius: dico quod proportio unius ad alteram producta est ex proportionibus. a. b. ad. b. d. & c. b. ad. b. e. ¶ Disponam enim has duas superficies penitus sicut disposui eas in. 13. huius adiuncto ad utramque parallelogramo. c. d. ¶ Et ponam ut proportio linee. f. ad lineam. g. sit sicut a. b. ad. b. d. & g. ad. h. sicut c. b. ad. b. e. (qualiter enim hoc fiat. dictum est supra. 10. huius): eritque per primam huius & 11. quinti. a. c. ad. c. d. sicut f. ad. g. & c. d. ad. d. e. sicut g. ad. h. quare per. 22. quinti erit in eadem proportionalitate. a. c. ad. d. e. sicut f. ad. h. & quia f. ad. h. producit ex. f. ad. g. & g. ad. h. ut dictum est in fine expositionis. n. diffinitionis quinti. erit ut. a. c. ad. d. e. producat ex eisdem quare constat propositum.

Castigator.

b. ¶ d. a. f. c. e. erunt linea una propter ypothe. in angulis & cam in. 13. superius adducta per. 15. primi. & ista facit ad. 7. duodecimi. ¶ Nota qualiter. 10. huius applicetur huic. 24. Nam ibi dicitur quod si tribus lineis propositis velimus quartam invenire ad quam tertia se habeat sicut prima ad secundam &c. Et ideo in ista dispositione habet tres lineas. primam. f. ad





g. secundā. g. ad. b. tertiā sicut. c. b. ad. b. e. que quidem. b. sic p. 10. inuenta est. qm habet tres alias lineas uidelicet. e. b. primā ad. e. b. secundam; f. g. tertiā; cui. g. tertiē inuenta est. h. quarta ad quā ipsa. g. tertiā se habet in p. portione sicut. c. b. prima ad. e. b. secundam; ut patet in ista figura ad modū decime predictē disposita.

Propositio 25.



Alte superficies similem alioq. propositē equalem designare.

Sint pposite due superficies rectilinee. A. pentagona. B. exagona. uolo facere unam superficiem similem. a. & equalem. b. ¶ Vtrāq. propositarū superficiū resolu in triangulos. ¶ A. quidem in triangulos. c. a. d. ¶ B. uero in triangulos. e. b. f. g. & super basim superficiē. a. que sit. h. k. constituo fm doctrinā 44. primā superficiem equidistantium laterum rectangulam equalem. c. que sit. h. l. ¶ I. m. equalem. a. ¶ n. equalem. d. ut sit tota superficies equidistantium laterum. h. n. constituta super basim. b. k. & qualis pentagono. a. ¶ Eodem modo super lineam. k. n. que est fm latūs huius superficiē cōstituo aliam superficiem rectangulā equalem exagono. b. quia facio. k. o. equalem. e. ¶ o. p. equalem. b. ¶ p. q. equalem. f. ¶ q. r. equalem. g. ut sit tota rectangula superficies. n. r. equalis exagono. b. ¶ Et ponō per. g. huius lineam. s. t. proportionalem inter lineam. h. k. & lineam. k. r. & super eā fm doctrinam. 19. huius constituo superficiem. u. similem superficiē. a. dico ipsam esse quā querimus & equalem superficiē. b. ¶ Cum enim tres lineę. h. k. s. t. & k. r. sint continue proportionales. & super primā & secundam sint cōstitutę superficies similes uidelicet. a. & u. erit per correlat. 17. huius. a. ad. u. sicut. h. k. ad. k. r. quare per primam huius sicut. h. n. ad. n. r. ¶ Et ideo p. primam partem septime quinti sicut. a. ad. n. r. ¶ Et pp hoc. per s. cūdam partem eiusdem sicut. a. ad. b. itaq. p. secundam partem. g. quinti. u. est equalis. b. quod ēpositū. ¶ Quod etiam possumus ex permutata p. portione litate facile pbare; quia cum sit. a. ad. u. sicut. h. n. ad. n. r. erit permutatim a. ad. h. n. sicut. u. ad. n. r. ¶ Et quia. a. est equalis. h. n. erit. u. equalis. n. r. ¶ re. u. est etiam equalis. b. per hanc cōmunem scientiam; quecumq. uni & eīdem sunt equalia inter se sunt equalia. ¶ Nō est aut. necessarium ut superficies. h. l. l. m. & m. n. equidistantium laterū & equalis triangulis. c. a. d. aut superficies. k. o. o. p. p. q. & q. r. equalis triangulis. e. b. f. g. sint rectangule; sed ut angulus extrinsecus superficiē. l. m. sit. equalis angulo intrinseco. superficiē. l. h. & extrinsecus. m. n. intrinseco. m. l. ¶ Similiter quoq. ut extrinsecus superficiē. k. o. sit equalis intrinseco superficiē. h. n. & extrinsecus. o. p. intrinseco. k. o. sicq. de ceteris. ¶ Cum enim sic fuerit erit unaquaq. linearū. k. n. & sibi opposita. h. m. itemq. b. r. & sibi opposita. n. q. linea una per ultimam partem. 19. primū & per. 14. eiusdem quotiens oportuerit equaliter repetitas. ¶ Propter id qd oēs superficies. b. l. l. m. & m. n. Itemq. k. o. o. p. p. q. & q. r. sunt equidistantiū laterum & angulus extrinsecus cuiusq. sequētis est equalis intrinseco eā pcedentis; quare due superficies. b. n. & n. r. erūt equidistantiū laterū & inter lineas equidistantes & equalis altitudinis. Cetera ergo argue ut prius.

Propositio 26.



per dimidiū datę lineę parallelogramū designatū maius ē eo parallelogramo cui datę lineę applicato cōstet ad cōplectionē lineę simile & super diametrum cōsistens super dimidiū collocatū.

Sit data linea. a. b. sup cuius dimidiū. c. b. cōstituat parallelogramū. c. d. cuius diameter. b. e. & ad lineā. a. b. applicet parallelogramū. a. f. cuius unū latūs fecerit. e. c. in pūcto. g. ita qd cōplementū totius lineę. a. b. desit superficies. f. b. que sit similis superficiē. c. d. & cōsistēs circa diametrum eius. dico nūc qd parallelogramū. c. d. ē maius parallelogramo. a. f. ¶ Est enim p. primā huius. a. g. equale. g. b. & per. 43. p. mi. c. f. equale. f. d. ergo p. hęc cōm scientiā; si equalibus eglia addas & c.

erit gnomon constans ex tribus parallelogramis que sunt. c. f. b. f. f. d. e. q. his parallelogramo. a. f. quare parallelogramum. c. d. e. maius parallelogramo. a. f. in parallelogramo. e. f. q. d. est propositum. ¶ I dē etiā erit si superficies. a. f. fuerit altior superficie. c. d. ut uidere potes in secunda figura in q. etiam per primam huius. a. g. est equale. g. b. demptis itaq. utriq. duobus supplementis superficie. f. b. excedet parallelogramum. c. d. parallelogramum. a. f. in parallelogramo. f. e.

Castigator.

a ¶ Tunc est e conuerso quia parallelogramo. a. f. linee. a. b. applicato de est ad cōplectionem totius linee parallelogramum. f. b. quod quidē ē maius. c. d. super dimidium collocato ē sunt similia ex. 23. huius. q. d. f. b. non consistit super diametrum collocati super dimidium uidelicet. c. d. imp ipsū c. d. consistit super diametrum illius. f. b. quod ad cōplectenti linee deest ut patet. Et ideo cōclusio ista. 26. uidet sub diffinitione intelligi. s. cui date linee applicato ad cōplectionem linee deest simile parallelogramum consistens super diametrum super dimidium collocati uel super cuius diametrum consistit illud sup dimidium collocatum in illa scda. figura euidenter apparet in qua. c. d. consistit super diametrum. f. b. f. c. q. d. ē cōuerso mō.

Propositio 27.

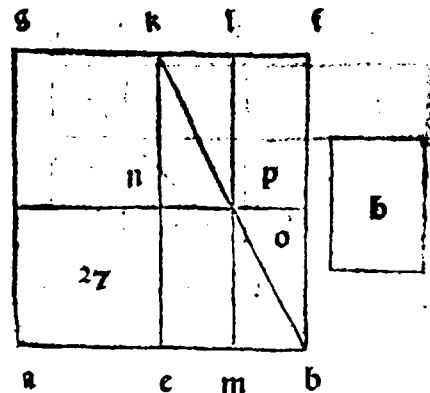
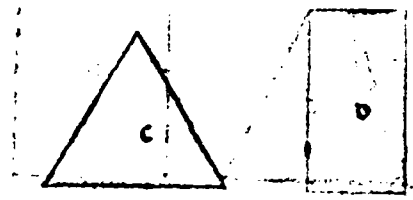


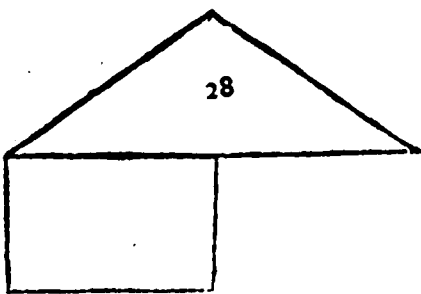
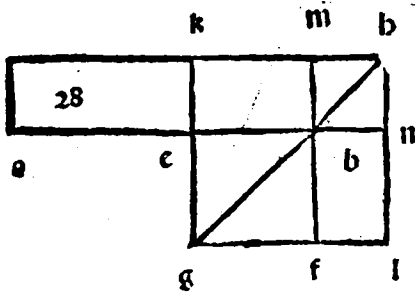
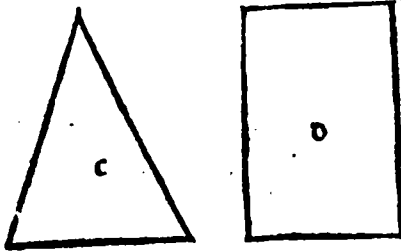
Altera superficie proposita equum el super qua libet assignata linea parallelogramum designare cui debeat ad complendam lineam alij superficie propositae simile parallelogramum quod fm eiusdes suū ē parallelogramo super dimidium date linee collocato in fine maius existat.

¶ Sit assignata linea. a. b. f. propositus triangulus. c. propositumq. parallelogramum. d. uolo super lineā. a. b. designare parallelogramum equale triangulo. c. ita q. debeat ad complendam lineam. a. b. parallelogramum simile. d. f. sit ita conditionatum. q. triangulus. c. non sit maior parallelogramo simili. d. collocato super dimidium linee. a. b. alioquin ad impossibile laboraretur per premissum. ¶ Divido igitur lineam. a. b. per equalia in puncto. e. f. fm doctrinam. 19. huius: super eius medietatem e. b. constituo parallelogramum. e. f. simile. d. f. complebo super rotam lineam. a. b. parallelogramum. b. g. ¶ Quia igitur. c. non est maior parallelogramo. e. f. sed equalis ei aut minor sicut positum est. ¶ Si fuerit ei equalis erit parallelogramum. e. g. quale intenditur per. 36. primi cōadiunante prima pte. 9. quintis f. per diffinitionē similitudinis superficieum f. 20. huius. ¶ Si autem minori sit minor in superficie aliqua cui equalis ē similis. d. fiat fm doctrinam. 25. huius que sit. h. eritq. h. similis. e. f. per 20. huius. quare per cōuersionem diffinitionis equiangula sibi ē proportionalium laterum. ¶ Protraham igitur in parallelogramo. e. f. diametrum. b. k. f. rescribo latera. k. f. f. c. k. superficie. e. f. ad mensuram laterum superficie. h. protrahis lineas. i. m. f. n. o. equidistantibus lateribus superficie. e. f. secantibus se in puncto. p. ut superficies. k. p. sit equalis ē similis superficie. b. ¶ Eratq. per. 13. huius punctum. p. in diametro. k. b. ¶ Protrahit itaq. o. n. utaq. ad. a. g. dico parallelogramum. a. p. ē quale proponitur. ¶ Deest enim sibi ad complementum linee. a. b. parallelogramum. p. b. q. d. per. 22. f. 10. huius est simile parallelogramo. d. Sed ipm etiam parallelogramum. a. p. est equale triangulo. c. Est enim per primā huius. a. n. equale. n. b. ergo per. 43. primi ē hanc communem scientiam si equalibus equalia addas f. c. parallelogramum. a. p. est equale gnomoni. n. b. l. f. quia iste gnomon est equalis triangulo. c. propter id quod parallelogramum. e. f. possum fuit ē maius triangulo. c. in parallelogramo h. quod est equale parallelogramo. k. p. patet propositum.

Castigator.

a ¶ Quia premissa ostendit omne palellogramum collocatum super dimidium date linee est maius eo cui date linee applicato deest ad com-





plectionem totius lineamentum parallelogramum simile illi sup dimidium collocato consistens super diametrum eiusdem. Et ideo in casu si triangulus esset maior parallelogramo simili, d. collocato sup dimidium date linee esset impossibile designare unum parallelogramum equale trigono. c. cui applicato date linee deesset unum parallelogramum simile. d. quando parallelogramum deficiens ad completam lineam esset super diametrum collocatus quoniam o[mn]e tale est maius illo: Et sic ad impossibile laboraretur. ut patet quoniam semper oportet quod parallelogramum date linee applicatum sit minus illo super dimidium collocato Et non maius sic. b. ¶ Quia p. 36. primi. e.g. equatur. e. f. Et per hypothesin. Et triangulus. c. equatur eidem. e. f. cum dicitur si fuerit ei equalis: Et ideo per primam partem. 9. quinti. e.g. ad. c. f. sicut trianguli. c. ad idem. e. f. quia utriusque proportio equalitatis. Et ideo cum utriusque ad idem sit una proportio per dictam. 9. illa duo sunt equalitates delictet. e.g. Et triangulus. c. cetera sequuntur per definitionem. Et 10. huius.

Propositio 28.



Super datam lineam date superficiem trilateram equam parallelogramum constituere. quod addat super completionem date linee superficiem equidistantium laterum date superficiem equidistantium laterum latere similes. ¶ Sicut prius data linea. a. b. Et data triangulus. c. datique parallelogramum. d. uolo super lineam. a. b. constituere parallelogramum equale triangulo. c. quod addat super totam lineam. a. b. parallelogramum simile. d. ¶ Divido lineam. a. b. per equalia in puncto. e. Et super eius medietatem. e. b. facio. e. f. similem. d. fm quod docet 19. huius. ¶ Et fm doctrinam. 35. huius. facio. k. l. cuius diametrum. g. h. similem. d. Et equalem duabus superficiibus. e. f. Et c. ¶ Erunt per. 10. huius. k. l. similis. e. f. ¶ Superposita igitur superficie. k. l. superfici. e. f. ita quod ambe communicent in angulo. g. erit per. 23. huius superficies. e. f. consistens circa diametrum superfici. k. l. quare punctum. b. est in diametro. g. h. ¶ Coplebo igitur parallelogramum. a. b. quod dico esse quale proponitur. ¶ Quod constat peractis linea. f. b. usque ad. m. Et linea. e. b. usque ad. n. ¶ Est enim per primam. Et 36. primi huius. a. k. equale. k. b. Et ideo per. 43. primi est etiam equale. n. f. addito ergo utriusque. e. b. erit per communem scientiam. a. b. equale gnomoni. e. h. ¶ Sed iste gnomon est equalis triangulo. c. quia parallelogramum. k. l. positum fuit equale duabus superficiebus. e. f. Et c. ergo parallelogramum. a. b. est equale. c. Et addit ad complementum lineae. a. b. parallelogramum. m. n. quod per. 23. Et 10. huius est simile parallelogramo. d. quare constat perfectum esse quod uolumus. Possumus autem ad lineam datam adiungere parallelogramum equale non solum trilaterae superficiem posite. sed et cuilibet rectilineae figure propositae quaecumque ipsa fuerit cui desit ad complendam lineam datam superficies similis superficiem equidistantium laterum propositae sicut docet praemisae observata condicione eius ne laboretur ad impossibile per ante praemisam. ¶ Vel quod addat ad complendam lineam superficiem equidistantium laterum similem superficiem propositae sicut proponit conclusio praefata. ¶ Propositam enim superficiem cui equale parallelogramum debet ad lineam datam adiungi quod addat aut diminuat ad completionem lineae parallelogramum simile parallelogramo dato: resoluemus in triangulos. Et ipsis mediantibus describemus superficiem equidistantium laterum totali superficiem propositae equalem. ¶ Hoc autem qualiter fiat si scire uolueris. require. 35. huius. ¶ Et hinc super duplum basis eius equalis altitudinis triangulum constituemus quem si. 44. primi diligenter inspexeris parallelogramo prius designato inuenies esse equalem: quare Et superficiem propositae. ¶ Huic ergo triangulo si equale parallelogramum ad lineam datam adiunxeris quod addat ad complementum lineae aut minuat parallelogramum simile parallelogramo dato secundum quod docet hoc Et praemisae: quod propositum erat te perficere non dubites.

Propositio. 29.



Iamlibet lineam propositam secundum proportionem habentem medium. duosque extrema secare.

Sit proposita linea. a. b. quolo diuidere secundum proportionem habentem medium & duo extrema. ¶ Ex ipsa describo quadratū. b. c. & ad eius latus. a. c. adiungo secundum quod docet premissa parallelogramum. e. d. equale quadrato. b. c. & addat ad complementum linee. a. c. parallelogramum. a. d. & sit simile. b. c. ¶ Sitq. latus parallelogrami. c. d. quod equidistat. a. c. d. e. & fecit lineam. a. b. in puncto. f. dico lineam. a. b. esse diuisam in puncto f. sicut proponitur. ¶ Est enim. a. d. quadratum propter id quod est simile. b. c. ¶ Quare. a. f. est equale. f. d. ¶ Sed & f. e. est equalis. a. b. propter id quod est equalis. a. c. per. 34. primi. ¶ Et quia. c. d. est equale. b. c. demptio utriusq. c. f. erit. a. d. equale. e. b. & angulus. f. unius angulo. f. alterius ergo p. 13. huius latera sunt mutuaesia. ¶ Ergo. e. f. ad. f. d. sicut. a. f. ad. f. b. ¶ Et quia. e. f. est equalis. a. b. & f. d. a. f. erit. a. b. ad. a. f. sicut. a. f. ad. f. b. ¶ Ergo per diffinitionem est diuisa ut proponitur. ¶ Idem etiam potest demonstrari ex. u. secundi. ¶ Diuidatur enim. a. b. in puncto. f. secundum quod docet. u. secundi sitq. e. b. quod continetur sub tota. a. b. & eius pte. f. b. ita q. f. e. sit equalis. a. b. & a. d. sit quadratum. a. f. ¶ Est itaq. per predictam. u. secundi. e. b. equale. a. d. ¶ Quod restat arguere ut prius per. 13. huius. ¶ Vel sic cum. a. b. sit diuisa in puncto. f. secundum quod docet. u. secundi. quod sit ex. a. b. prima in. f. b. tertiam est equale quadrato. a. f. secunde. ergo per secundam partem. 16. huius proportio. a. b. prime ad. a. f. secundam est sicut. a. f. secunde ad. f. b. tertiam per diffinitionem itaq. diuisa est. a. b. ut proponitur. ¶ Castigator.

¶ Idem ostendit. u. secundi sub aliis uerbis. & unum ex correlariis. 16. non in numeris & 6. tertii decimi indifferenter in linea & numero & in. 10. quarti decimi ualde ab omnibus philosophis commendatur talis diuisio.

Propositio 30.



Ifuerint duo trianguli super unum angulum constituti quorum duo latera angulum illum continentia duobus alijs eorum lateribus equidistant. fuerintque illa quatuor latera secundum equidistantiam relata proportionalia. illos duos triangulos super unam lineam rectam constitutos esse necesse est.

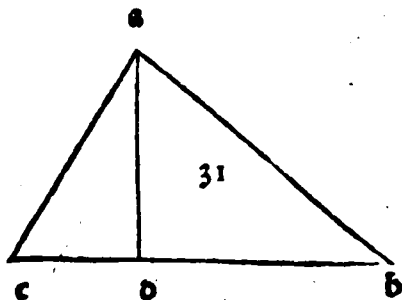
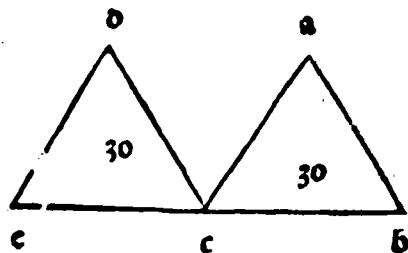
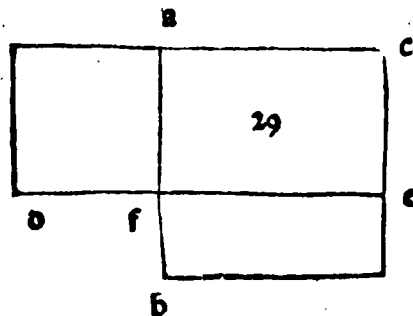
Sint duo trianguli. a. b. c. d. c. e. constituti super angulum. a. c. d. sitq. a. c. equidistans. d. e. & d. c. a. b. & sit proportio. a. c. ad. d. e. sicut. a. b. ad. d. c. dico q. due bases eorum. b. c. & e. c. sunt linea una. ¶ Est enim angulus. a. equalis angulo. d. quia utroq. eorum est equalis angulo. a. c. d. per primam partem. 29. primi ¶ Igitur per presentem ypoth. & 6. huius ipsi trianguli sunt equianguli. & angulus. b. est equalis angulo. d. c. e. & angulus. a. c. b. angulo. e. quare per. 32. primi tres anguli qui sunt. ad. c. sunt equales duobus rectis ipsi enim equantur tribus angulis utriuslibet duorum triangulorum. ¶ Ergo per. 14. primi. b. c. est. linea una quod est propositum.

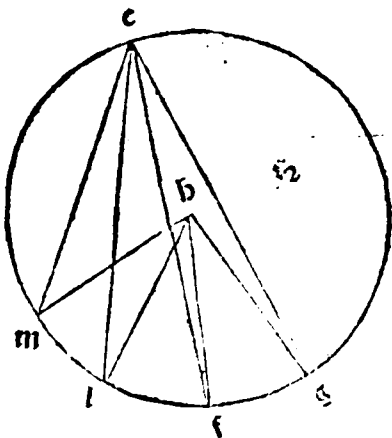
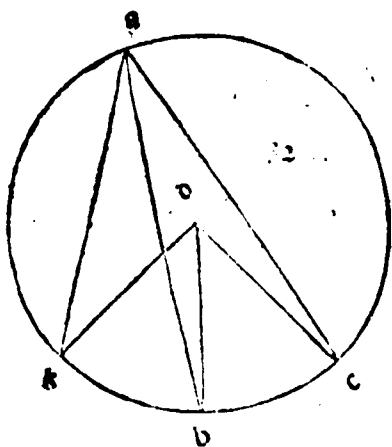
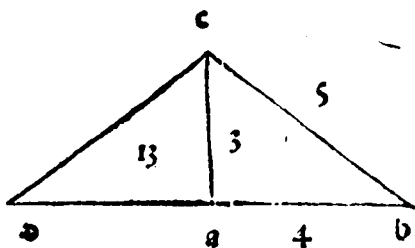
Propositio. 31.



In omni triangulo rectangulo superficies lateris q. subtenditur angulo recto equalis est superficibus duorum laterum angulum rectum continentium pariter acceptis. cum fuerint similes ei lineatione & creatione.

Quod pponit penultima pmi de superficiebus qdratis pponit hoc penultima sexti de omnibus superficiebus similibus. unde hec est illa tanto uniuersalior quanto superficies laterata qdrato. ¶ Sit itaq. triangulus rectangulus. a. b. c. cuius angulus. a. sit rectus dico q. superficies constituta super latus. b. c. est equalis duabus superficiebus constitutis super. a. b. & a. c. cum omnes tres superficies fuerint similes in figura & situ.





¶ Ducam perpendicularem. a. d. ad lineam. b. c. eritq. per secundam par-
tem correl. 8. huius proportio. b. c. ad. c. a. sicut. c. a. ad. d. c. ¶ Et c. b. ad. b. a.
sicut. b. a. ad. d. b. ¶ Si itaq. super quamlibet trium linearum. b. c. c. a. ¶ a
b. fiat superficies similis aliis i figura ¶ sit. erit per correl. 7. huius propo-
sio superficiesi constitute super. b. c. primam. ad constitutam super. c. a. ¶ fe-
cundam sicut. b. c. prime ad. d. c. tertiam ¶ item eiusdem superficiesi con-
stitute super. b. c. primam ad constitutam super. a. b. secundam sicut. b. c.
prime ad. d. b. tertiam per idem correl. ¶ Quare per conuersam propor-
tionalitatem superficiesi. a. c. ad superficiem. c. b. sicut. c. d. ad. c. b. ¶ Et si
militer superficiesi. a. b. ad. superficiem. b. c. sicut. b. d. ad. b. c. ¶ Et ponatur
a. c. prima ¶ c. b. secunda ¶ quarta ¶ c. d. superficies tertia. ¶ a. b. superfi-
cies quinta. ¶ b. d. superficies sexta. ¶ arguatur per. 24. quanti quod ppor-
tio superficiesi constitute super. b. c. ad duas superficiesi constitutas super. c. a.
¶ a. b. simul est sicut. b. c. ad. c. d. ¶ d. b. simul. ¶ Quia igitur. b. c. est
equalis duabus lineis. c. d. ¶ d. b. simul sumptis. erit superficiesi constituta
super. b. c. equalis duabus superficiesibus constitutis super. c. a. ¶ a. b. simul
sumptis: quod est propositum. ¶ Conuersam quoq. huius possumus fac-
le demonstrare per modum demonstrationis ultime primi. ¶ Sit enim
triangulus. a. b. c. sitq. superficiesi constituta super. b. c. equalis duabus su-
perficiesibus constitutis super duas lineas. a. b. ¶ a. c. sibi similibus. dico q.
angulus. a. est rectus. ¶ Ponam enim angulum. c. a. d. rectum. ¶ lineam
a. d. equalem. a. b. ¶ claudo superficiem ducta linea. d. c. eritq. per hac. 31.
superficiesi constituta super. c. d. equalis duabus constitutis super duas line-
as. c. a. ¶ a. d. sibi similibus. quare etiam constitute super. b. c. sibi simili.
hec enim posita est equalis duabus constitutis super a. b. ¶ a. c. sibi simili-
bus: erit ergo linea. b. c. equalis. c. d. quare per. 8. primi. angulus. a. est re-
ctus quod est propositum. ¶ **Propositio .32.**



In circulis equalibus supra centrum sine supra cir-
cūferentiā anguli cōsistat. erit angulor. pportio tā
q̃s proportio arcuum illos angulos suscipientū.

¶ Sint circuli. a. b. c. cuius centrum. d. ¶ e. f. g. cuius cen-
trū. h. ¶ eiles sup quor. cētra fiat duo anguli. b. d. c. ¶ f. h. g.
¶ Et si per eorum circūferentias alii duo qui sunt. b. a. c. ¶
f. e. g. dicoq. proportio angulorum tam eorum qui sunt super centra q̃ eo-
rum q̃ super circūferentias: est sicut arcus. b. c. ad. arcū. f. g. ¶ Cōtinua-
bo. n. illis duobus arcibus alios arcus eiles. siue scdm eundem nume-
rū: siue scdm diuersos. ¶ Sitq. arcus. k. b. ¶ eiles. b. c. ¶ uterq. duor. arcū. l. m.
¶ f. l. ¶ eiles. f. g. ¶ Et pducam lineas. k. d. k. a. m. h. l. h. m. e. ¶ f. l. e. ¶ Erūtq.
p. 26. tertii anguli q̃ sunt ad. d. adinuicē eiles. ¶ Similiter quoq. ¶ qui sunt
ad. h. adinuicē eiles. Idē ē de his q̃ sunt ad. a. ¶ de his q̃ sunt ad. x. ¶ Sicut
igitur arcus. k. c. est multiplex arcus. b. c. ita angulus. k. d. c. anguli. b. d. c.
¶ Et angulus. k. a. c. anguli. b. a. c. Similiter sicut arcus. m. g. ē multiplex
arcus. f. g. ita angulus. m. h. g. anguli. f. h. g. ¶ angulus. m. e. g. anguli. f. e. g.
¶ Sed si arcus. k. c. est eiles arcui. m. g. angulus. k. d. c. est eiles angulo. m.
h. g. ¶ angulus. k. a. c. angulo. m. e. g. ¶ si maior maiores ¶ si minor mino-
res p. 26. tertii ¶ Per diffinitionem itaq. incōtinue pportionalitatis ppor-
tio arcus. b. c. ad arcū. f. g. est sicut anguli. b. d. c. ad angulū. f. h. g. ¶ sicut an-
guli. b. a. c. ad angulum. f. e. g. qd est ppositū. Idē intellige in eodē circulo.

Castigatoz.

¶ Hoc nō dicit explicite sed sequitur ad illā pbata eqlitate quē ad modum
diximus supra in prima huiusde. 36. primi adducta ita accidit in. 26. tertii
sunt. n. quattior quātitates angulus. b. d. c. pma angulus. f. h. g. scda arcus
b. c. tertia arcus. f. g. quarta ¶ a. d. pma ¶ tertia sumpta sunt est multipli-
ca uidelicet dupla. s. angulus. k. d. c. ¶ arcus. k. c. ¶ ad. scdam angulus. m.
h. g. triplus ad angulū. f. h. g. ¶ arcus. m. g. triplus ad arcū. f. g. qrtam ergo
per dictam diffinitionem in cōtinue ppor. ¶ sic de aliis angulis ad. a. ¶ c. ¶
¶ arcibus eorundem. ¶ **Explicit liber sextus.**

Septimius Euclidis liber de numeris 2 eorum adinuicem proportionibus 2 proportionalitatibus . ex optima Campani traductione. Magistro Luca Paciolo de Burgo Sancti Sepulcri Ordinis Minorum Castigatore accuratissimo. Incipit.



Vitas ē qua una quę res una dicitur. 2. **N**umerus est multitudo ex unitatibus composita. 3. **N**aturalis series numerorum dicitur in q̄ secūdum unitatis additionem fit ipsorum computatio. 4. **D**ifferentia numerorum appellatur numerus quo maior habundat a minore. 5.

Numerus primus dicitur q̄ sola unitate metitur. 6. **N**umerus compositus dicitur quē alius numerus metit. 7. **N**umeri contra se primi dicuntur. q̄ nullo numero excepta sola unitate numerantur. 8. **N**umeri adinuicem compositi siue cōmunicantes dicuntur. quos alius numerus q̄ unitas metitur nullusq̄ eorum est ad alium primus. 9. **N**umerus per aliū multiplicari dicitur q̄ toties sibi coaceruatur. quotiens in multiplicante est unitas. 10. **P**roductus vero dicitur qui ex eorum multiplicatiōe crescit. 11. **N**umerus alium numerare dī q̄ scōm aliquem multiplicatus illum pducit. 12. **P**ars est numerus numeri minor maioris cum minor maiorem numerat. Et qui numeratur numerātis multiplex appellatur. 13. **D**enominas est numerus secūdum quem pars sumitur in suo toto. 14. **S**imiles dicuntur partes que ab eodem numero denominantur. 15. **P**rima simpla numeri ps est unitas. 16. **E**si duo numeri ptes habuerit cōm tot partes maioris dicitur esse minor. quotiens eadem pars fuerit in minore. tōte vero quotiens ipsa fuerit in maiore. 17. **N**umeri ad numerum dicitur proportio minoris quidem ad maiorem in eo quod est maioris pars vel partes. Maioris vero ad minorem secundū q̄ cum continet 2 eius partem vel partes. 18. **C**um fuerint quotlibet numeri continue proportionales dicitur proportio pmi ad tertium sicut pmi ad scōm duplicata. ad quartum vero triplicata. 19. **C**um continue fuerint eodem vel diuerse proportionales dicitur pportio pmi ad vltimum ex oibus pposita. 20. **D**enominatio dī proportionis minoris q̄dem numeri ad maiorem pars vel partes ipsius minoris. que in maiore sūt. Maioris autem ad minorem totum. vel totum 2 pars vel partes. prout maior superfluit. 21. **S**imiles siue una aliq̄ eadem dicuntur proportiones q̄ eandem denotationem recipiūt. Maior vō q̄ maior. Minor aut q̄ minorem. 22. **N**umeri vō quorū proportionales appellant. 23. **T**ermini siue radices dicunt q̄bus in eadem pportione minores sūt ipossibile ē. 1. **P**etitiones sunt quatuor. **C**uilibet numero quotlibet possit sumi equales prout libet. vel multiplices. 2. **Q**uotlibet

numero aliquē quātūlibet sumere possē maior. 3. **C** Serē numero in infinitum possē procedere. 4. **C** Nullū numerū in infinitum possē diminui. 1. **C** Cōmunes animi conceptiones sunt decē. 1. **C** Omnis pars minor est suo toto. 2. **C** Quicūq; eiusdē siue equaliū fuerint eque multiplices. ipsi quoq; erūt eq les. 3. **C** Quibus idē numerus eque multiplex fuerit. siue quo rum eque multiplices fuerint equales. et ipsi etiam erūt equa les. 4. **C** Omnis numeri pars est vnitas ab ipso denominata. 5. **C** Omnis pars est minor q̄ maiorem hīs denominationem. maior vero que minorem. 6. **C** Quilibet numerus totus ē ab vnitate. quota pars ipsius est vnitas. 7. **C** Quicūq; numerus in vnitate ducitur. seipsum producit. Vnitas quoq; in quēcum q̄ ducta. pducit eundē. 8. **C** Quicūq; numerus numerat du os. numerat quoq; cōpositū ex illis. 9. **C** Quicūq; numeri numerat aliquē. numerat oēm numeratū ab illo. 10. **C** Quicū q; numerus numerat totū et detractum. numerat residuum.

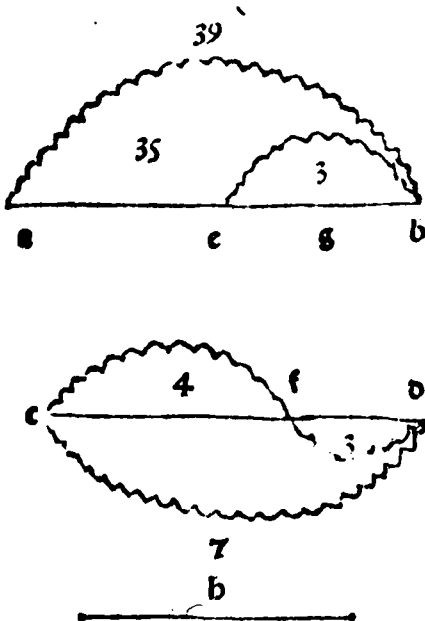
Castigator.

a **C** Species ille propor. maioris inequalitatis. ē p consequēs econuerso s. minoris equalitatis que numero sunt quinq; uidelicet multiplex super particularis suppartiens. Multiplex superparticularis ē multiplex suppar tiens ex ista diffi. 10. sumpserunt denominationē. Nā cū maioris numeri ad minorē dicatur totū intelligit multiplex per diffi. 2. quinti. Et ideo pma species dicta multiplex ē cum ēt maioris ad minorem dicatur totum ē pars intelligitur totū semel ē pars unica ē tūc scanda spēs dicta supparti cularis cū sexqui. ē ēt totū ē pres ē tunc tertia spēs dicta suppartiens ē in telligit totū pluries ē pars unica ē tūc q̄ta species dicta multiplex super particularis cū sexqui. ē etiā totum pluries ē pres ē tūc quinta spēs dicta multiplex suppartiens quibus denominationibus preposita li. sub. dicēdo submultiplex sub superparticularis sub suppartiens ēc. tot species minoris inequalitatis numero habebis quot maioris. b **C** Iste cōceptiōes in. 10. libro respectu q̄titarū in genere quasi ad instar quinti. de quibus in illo agitur. allegatur p similes istis ut dicēdo p simile antepenultime p simile penultime ēc. ut patet in expositione. 9. eiusdē ēc secūda. c **C** Proportio dicitur cōponi ex duabus pportionibus q̄n denomination illius pportio nis pducit ex ductu denominationū illarū pportionū unius in alterā Vi tellio in sua p̄spectiua. d **C** Boe. 2. musice. cap. 9. dicit unitatē numerum cū dicitur maiores uero sunt numeri tres ē quor minores binarius ē uni tas in maioribus igitur minor ē i minoribus maior pportio cōtinet ēc. pportiones aut pncipaliter in numeris cōsiderant. I dē in. 4. musice. cap. 1. e **C** Oium exēpla diffi. ut. 1. 2. 3. 4. 5. 6. ēc. ut. 1. respectu senarii ē q̄ternarii. ut. 3. 5. 7. 11. 13. 17. ēc. sēmp sunt ipares ut. 4. 6. 8. 10. 14. ēc. ēt ipares ut. 15. 21. 33. 39. ēc. Vt. 11. ē. 13. 17. 19. ēc. n. ē. 2. 7. 10. ē. 63. 7. 21. 34. Vt. 4. ē. 8. 7. 12. ē. 16. 15. 21. 33. ē. 15. 24. 30. 63. **C** Contra se primi ē adinuicē primi idē iportat ut infra uigesimasecūda huius apparet. **C** Quor stat q̄ aliquis sit cōposi tus ē alter nō. ē q̄ uterq; sit p̄mus ut ex. 24. infra apparet ē q̄ ambo sint cōpositi sed nō adinuicē ut. 10. ē. 63. **C** Cōicantes aliq̄n oēs impares. 15. 21. 33. ēt oēs pares. 12. 18. 30. ē pares ē ipares. 15. 24. 33. 36. 63.

Propositio .1.



3a maio: e duorū numerorū minor detrahatur: donec minus eo superfit. Alc deide de minore ip sum reliquū donec minus eo relinq̄tur. Itēq; a re liquo primo reliquū fm quousq; minus eo super fit: atq; in huiusmodi cōtinua detractōe nullus fuerit reliquus: qui ante relictū numeret vsq; ad vnitatem: eos duos numeros contra se primos esse necesse est.



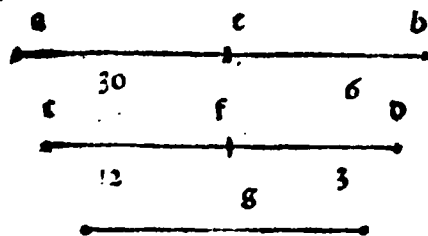
¶ Sint duo numeri. a. b. f. c. d. c. d. minor detrahaturq. c. d. ex a. b. quotiens potest f. sit residuum .e. b. qui erit minor. c. d. alioquin posset ex ipso adhuc detrahi. c. d. detrahatur f. ipse. e. b. ex. c. d. quotiens potest. sitq. residuum. f. d. sed f. f. d. detrahatur ex. e. b. quotiens potest: f. sit residuum g. b. q. sit unitas, dico tunc duos numeros. a. b. f. c. d. esse contra se primos. Si enim sint compositi numerabit eos communiter per diffinitionē aliquis numerus preter unitatem qui sit. h. ¶ Et quia. b. numerat. c. d. numerabit. a. e. per penultimam conceptionem: f. quia idem numerat. a. b. numerabit etiam. e. b. per ultimam conceptionem. ergo f. c. f. per penultimā. quare f. f. d. per ultimam. ergo f. g. e. per penultimam. ergo f. g. b. per ultimam. f. quia. g. b. est unitas: sequitur numerum esse partem unitatis uel sibi equalem: quod est impossibile. ¶ Erunt igitur. a. b. f. c. d. contra se primi quod est propositum. ¶ Quod si duo numeri. a. b. f. c. d. sint contra se primi. nō erit in hac mutua detractione status antequam ad unitatem perueniantur. Et est istud conuersum eius quod auctor proponit. ¶ Si autem in hac mutua detractione fueris status anteq. perueniatur ad unitatē sit ut. g. b. sit numerus qui detrahatur ab. f. d. f. nihil sit residuum. igitur. g. b. numerat. f. d. ergo per penultimam cōceptionem numerat f. e. g. f. ga etiam numerat seipsum numerabit per antepenultimam cōceptionē totum. e. b. ergo per penultimam numerat. c. f. sed ostensum est prius q. numerat. f. d. ergo per antepenultimam numerat totum. c. d. quare p. penultimam numerat. a. e. f. quia ostensum est prius q. etiam numerat. e. b. sequitur per antepenultimam ut etiam numeret. a. b. quia igitur numerus. g. b. numerat utrūq. duorum numerorum. a. b. f. c. d. numeri. a. b. f. c. d. sunt compositi: non igitur contra se primi quod est cōtra ypothē. ¶ Per hāc ergo viam propositis quibusq. duobus numeris inuestigamus: utrum ipsi sint contra se primi. si enim tali facta mutua detractione perueniatur ad unitatem ipsi sunt contra se primi. Si autem sit status anteq. perueniatur ad unitatem ipsi sunt compositi.

Propositio. .2.



Propositis duobus numeris adinuicem compositis maximum numerum cōmuniem eos numerantem inuenire. Unde manifestum est quod omnis numerus duos numeros numerans numerat numerum maximum ambos numerantem.

¶ Sint duo numeri compositi. a. b. f. c. d. minor. c. d. ¶ Quia ergo numerat eos communiter aliquis numerus per diffinitionem. uolo inuenire maximum numerum eos communiter numerantē. Secundum modum f. similitudinem prioris minuo minorem de maiori quoad possum. uidelicet. c. d. de. a. b. f. sit residuum. e. b. ¶ Itemq. e. b. de. c. d. quoad possum: f. sit residuum. f. d. f. quia huius diminutio nō potest fieri infinites per ultimam petitionem: nec potest etiam ad unitatē peruenire in proposito per precedentem: quia tunc essent numeri ppositi contra se primi: quod est contra ypothē. ¶ Sit ut cum detraxero. f. d. ex. e. b. quoad potero q. nihil sit residuum. dico tunc. f. d. esse maximum numerum numerantem. a. b. f. c. d. ¶ Quod enim numeret eos patet per penultimam f. antepenultimam cōceptionem alternatim quotiens oportuerit repetitas sicut in demonstratione conuersę precedentis. ¶ Numerat enim. f. d. e. b. quia cum ab ipso detrahatur quoad potest nihil sit residuum ergo f. c. f. per penultimam conceptionem: ergo f. c. d. per antepenultimam: quare f. a. e. per penultimā igitur f. a. b. per antepenultimā. ¶ Quod autem nullus maior. f. d. numeret a. b. f. c. d. sic patet. ¶ Si enim fieri potest sit numerus. g. maior. f. d. numerans utrumq. duorum numerorum. a. b. f. c. d. ¶ Quia igitur. g. numerat. c. d. numerabit per penul. concep. a. e. f. quia numerat. a. b. numerabit per ultimam. e. b. ergo per penul. numerat c. f. f. quia etiam numerat. c. d. numerabit per ultimam. f. d. maior uidelicet minorem: quod est impossibile. ¶ Ex hoc scādo pcesu liquet correl.



Propositio .3.



Propositio .3.
Propositis tribus numeris adinuicem compositis
maximum numerorum eos communiter nume-
rantium inuenire.

¶ Priusq̃ hanc tertiam conclusionem demonstramus
demonstrandum arbitramur ipsius ahs uidelicet propo-
sitis tribus numeris q̃liter poterimus certificari an ipsi sint
adinuicem compositi. ¶ Sint itaq̃ tres numeri. a. b. c. de quibus uolo ui-
dere utrum ipsi sint adinuicem compositi. ¶ Per primam igitur inquir-
ro an duo primi qui sunt. a. b. sint adinuicē primi quod si sic non erūt
a. b. c. adinuicem compositi. per diffinitionem. ¶ Si autem. a. b. sint ad-
inuicem compositi sit per precedentem. d. maximus numerus eos nume-
rans qui si numerat. c. erunt per diffinitionem. a. b. c. adinuicem compo-
siti. ¶ Si autem non numerat ipsum. sed ipsi. c. d. quidem sunt contra se
primi. non erunt. a. b. c. adinuicem compositi. Nā quicūq̃ numeraret eos
numeraret et. d. per correl. precedentis. siq̃ essent. d. e. c. compositi quod
est contra ypothe. ¶ Si autem. c. d. sint compositi erunt etiam. a. b. c.
adinuicem compositi. ¶ Sit enim per premisam. e. maximus numerus
c. d. qui etiam p̃ penul. concep. numerabit. a. b. quare per diffinitio-
nem. a. b. c. sint adinuicem compositi. ¶ Simili quoq̃ modo sciatur p̃-
positis quotlibet pluribus q̃ tribus an omnes sint adinuicem compositi.
¶ Propositis itaq̃ tribus qui sunt adinuicem compositi. qui etiam
sint. a. b. c. uolo inuenire maximum numerum numerantem omnes.

¶ Sumo fm̃ doctrinam premisse. d. maximum numerantem. a. b. qui
si numerat. c. ipse est quem querimus. alioquin per correl. precedentis seq̃-
retur maiorem numerare minorem. ¶ Si autem non numerat. c. erunt
tamen. b. c. d. adinuicem compositi per ypothe. & correl. precedentis
& diffinitionem. ¶ Sit igitur maximus eos numerans. e. dico. e. esse ma-
ximum numerantem. a. b. c. ¶ Quod enim eos numeret patet per hanc
ult. ypothe. que est ipsum esse maximum numerantem. c. d. & per p̃uult.
concep. ¶ Et q̃ nullus eo maior numeret eos sic patet. ¶ Sit enim si po-
test fieri. f. maior. e. qui numeret. a. b. c. qui cum numeret. a. b. numera-
bit per correl. premisse. d. & quia etiam numerat. c. numerabit per idem
correl. e. maior uidelicet minorem quod est impossibile. ¶ Non erit igitur
numerus aliquis maior. e. numeras. a. b. c. quod est propositum. ¶ Si
mili quoq̃ modo inuenietur maximus numerus numeras quotlibet plu-
res tribus adinuicem compositis unde non oportuit Euclidem de pluri-
bus tribus hoc doceret quia idem est modus & ars in tribus & pluribus.
¶ Ex ultimo aut̃ huius demonstrationis p̃cesus possumus et̃ istud correl.
huius tertie conclusionis adiicere. ¶ Vñ manifestum est q̃ oīs numerus nu-
merans quotlibet adinuicem compositos numerat maximum numeran-
tem eos omnes. & etiā maximos numerantes binos & binos eorum.

Castigator

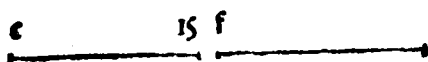
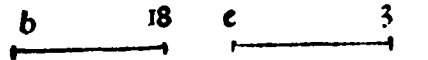
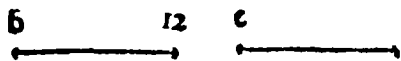
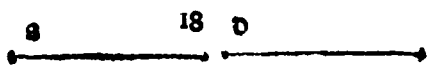
a ¶ Per penultimam conceptionem quia quicūq̃ numerus numeraret
c. d. numeraret et̃. a. b. qm̃. d. iam numerat. a. b. ergo p̃ penultimā
a. b. c. essent adinuicem compositi. b ¶ Quia cū sint. a. b. c. adinuicem
compositi erit aliq̃ numerus eos cōiter numeras & cū. d. sit maximus nu-
merans. a. b. c. sequitur q̃ ille numerus cōiter numeras illos tres q̃ nume-
ret etiam. d. per correl. precedentis & per consequēs. d. e. c. sunt etiam adin-
uicem cōpositi.

Propositio .4.



Propositio .4.
Anum duorum numerorum inaequalium minor
maioris aut pars est: aut partes.

¶ Sint duo numeri. a. b. b. minor. dico q̃. b. est pars uel
ptes. a. Aut. n. b. numerat. a. aut non. ¶ Si numerat pars
eius est p̃ diffinitionem. Si non numerat ipsum. aut ergo
sunt adinuicem primi aut non si nō sunt adinuicē primi
habebunt per diffinitionem partem cōm̃s que quotiens fuerit in. b. tot



8

partes. a. dicetur esse. b. p. diffinitionē. ¶ Si autem sunt adinuicem primi quia tñ oīs numeri p. s. unitas ab ipso denominata. patet idē p. unitates.

Propositio .5.



Ifuerint quatuor numeri quoz primus tota pars secundi quota tertius quarti: erunt primus z tertius pariter accepti tota pars secundi z quarti pariter acceptorum quota primus secundi.

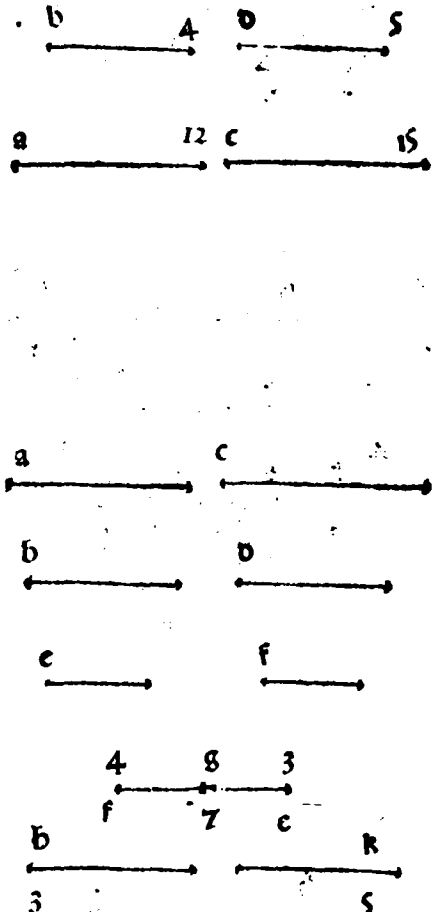
¶ Volens Euclides hos libros de numeris aliquo precedentium nō indigere sed per se ipsos stare: partem eius q. p. proposuit per primam quinti de quantitibus in genere: proponit p. hāc quitam huius septimi de numeris. ¶ Sint igitur. 4. numeri. a. b. c. d. sitq. b. tota pars. a. quota. d. c. dico q. b. f. d. pariter accepti sunt tota pars. a. f. c. pariter acceptoz. quota. b. est. a. ¶ Diuisis enim. a. f. c. secundum quantitatem. b. f. d. argumentare sicut in prima quinti. ¶ Erit enim. ut totidem sint partes. a. quot. c. per positionem. ¶ Et ut aggregatum ex prima parte. a. f. prima. c. sit equale aggregato ex. b. f. d. ¶ Similiter quoq. f. aggregatū ex secunda parte. a. f. secunda. c. ¶ Et quia hec aggregatio toties potest fieri quotiens continetur. b. in. a. sequitur ut numerus equalis aggregato ex. b. f. d. totiens contineatur in aggregato ex. a. f. c. quotiens. b. continetur in. a. quare constat propositum.

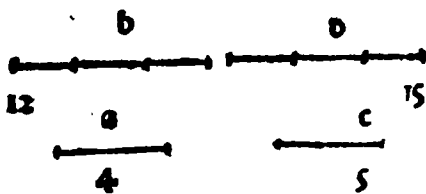
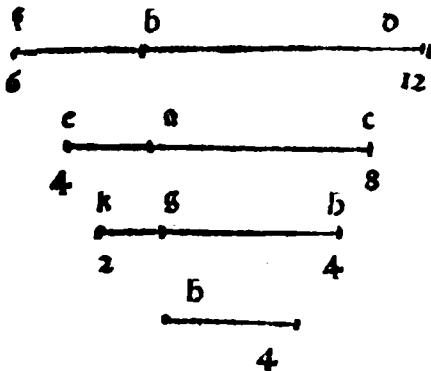
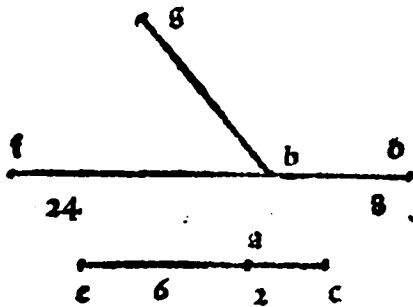
Propositio .6.



Ifuerit quatuor numeri quozum primus tote partes secundi quote tertius quarti: erunt primus z tertius pariter accepti tote partes secundi z quarti pariter acceptorum. quote primus secundi

¶ Quod proposuit: premisa de parte: proponit ista de partibus. ¶ Sint itaq. ut prius quatuor numeri. a. b. c. d. sitq. ut. b. sit tot f. tote ptes. a. quot f. quot. d. est. c. dico q. b. f. d. pariter accepti erunt tot f. tote partes. a. f. c. pariter acceptorum: quot f. quot. b. f. d. ¶ Dico autem tot f. totas: quia partium pluralitas duobus numeris diffinitur: quorum alter numerator dicitur alter denominator: cum dicimus tres. quintes: ternarius numerat: quinaris denominat. ¶ Quia igitur. b. ē partes. a. sit ut sint partes eius numerate ab. b. f. denominate a. k. eritq. similiter per positionem. d. partes. c. numerate ab. h. f. denominate a. k. ¶ Vna itaq. partium. b. sit. e. f. una partium. d. sit. f. eritq. per ypothē. e. pars. b. denominata ab. h. f. pars. a. denominata a. k. ¶ Similiter quoq. f. f. erit pars. d. secundum. h. f. pars. c. secundum. k. ¶ Compositis igitur ex. e. f. f. sit. g. eritq. per premisam. g. pars. b. f. d. pariter acceptorum secundum. h. ¶ Itemq. per eandem erit pars. a. f. c. pariter acceptorum secundum. k. ¶ Quare per. 16. diffinitionem erunt. b. f. d. pariter accepti partes. a. f. c. pariter acceptorum numerate ab. b. f. denominate a. k. eorum communis pars est. g. minoris scdū. h. f. maioris fm. k. f. q. sic erat. b. a. constat propositum. ¶ Potes autem f. per hanc f. premisam quod proponit de quatuor numeris ad quotlibet numeros ampliari: q. si quotlibet numeri minores ad totidē maiores cōparēt fuerintq. singuli singulos: tota pars aut ptes: quota uel quote primus secundus erūt quoq. omnes pariter accepti tota pars aut partes omnium pariter acceptorum quota uel quote primus secundus: quod facile probatur per hanc f. premisam: quotiens oportuerit repetitas. ¶ Et si crederemus esse intentionem Euclidis assumere ex prius demonstratis aliqua ad demonstrationem eorum: que hic proponit ex. 13. quinti: facile demonstrassemus hanc sextam. Nunc autem quia uidetur oppositum aliter enim superuacue proposuisset multa de numeris que demonstrata sunt in quinto de quantitibus in genere. Necesse habuimus propriis uti demonstrationibus tanquam ex prioribus nihil sumentes: solis huius septimi contenti principiis: propter quod f. petitiones f. communes animi conceptiones propositi proprias non inconuenienter huius septimi principio apposimus.





Propositio .7.



Si fuerint duo numeri quorum vnus alterius pars detrahaturq; ab ambobus ipsa pars: erit reliquus tota pars reliqui quota totus totius.

¶ Quod proponit hic Euclides de numeris proposuit superius in quinta quinti. de quantitatibus in genere. **¶** Sit itaq; ut quota pars est totus. a. totius. b. **¶** Totus sit. c. detractus ab. a. d. detractus a. b. dico q; tota erit. e. residuus. a. f. residui. b. quota est totus. a. totius. b. **¶** Et hec est quasi conuersa quinte. **¶** Sit enim per rationem. e. tota pars. g. quota. c. est. d. **¶** Eritq; per. s. tota pars. a. compositus ex. g. f. d. quota est. e. d. quare f. quota est. a. b. **¶** Igitur per secundam conceptionem compositus. ex. g. f. d. est equalis. b. **¶** Dempto itaq; ab utroq; numero. d. erit. g. equalis. f. quare erit. e. tota pars. f. quota est. a. b. tota. n. erat. e. g. qd est propositum.

Propositio .8.



Si a duobus numeris quorum vnus alter alterius partes propositis partes ille subtrahantur: erit reliquus reliqui eadem partes qui est totus totius.

¶ Hec est quasi conuersa sexte. **¶** Vt si sit quot f. quot ptes f. totus. a. totius. b. tot f. tote. c. detractus ab. a. d. detractus. a. b. erit. e. residuus. a. tot f. tote ptes. f. residui. b. quot f. quote est. a. b. **¶** Sit enim. g. una partium. a. **¶** Et. b. una partium. c. eritq; propter ypoth. g. tota pars. a. quota. h. c. f. tota. b. quota. h. d. **¶** Detrahatur igitur. h. de. g. f. remaneat. k. eritq; k. per premisam tota pars. e. quota. g. a. f. tota. f. per eandem quota. g. b. **¶** Quia igitur. e. f. f. habent partem eadem que est. k. erit per. s. diffinitionem. e. partes. f. tot quidem quota ptes est. k. c. f. tote quota est. k. f. f. quia tot f. tote erat. a. b. patet propositum.

Castigator.

¶ Quoniam in casu isto. a. fuit posita due tertie ipsius. b. f. cum. g. sit una partium. a. ipse erit una tertia ipsius. b. f. erit una medietas ipsius. a. eade ratione. b. erit medietas. c. f. tertia totius. d. nunc sunt duo numeri. g. minor. b. maior. g. est pars. b. sicut. h. d. per premisam. k. residuus. g. est tota pars. f. residui. b. quota. g. totus totius. b. s. tertia que quidem tertia denominatur a ternario f. iterum. g. est medietas ipsius. a. f. b. detractus. a. g. est medietas. c. detractus. ab. a. sequitur per eandem premisam ut. k. residuus. g. sit medietas. c. residui. a. que quidem medietas denominatur a binario f. sic. k. est pars communis. f. f. c. ergo. per. s. diffinitione tot ptes. c. est totius. f. quotiens. k. continetur. in. c. f. tote quotiens. k. continetur in. f. maiore sed in. f. continetur ter. f. in. e. bis ergo sunt due tertie f. id concluditur in fine f. quia tot f. tote erat. a. b. patet propositum quia possumus fuisse tres quarte uel quatuor quinte ipsius. b. f. c.

Propositio .9.



Si fuerint quatuor numeri quorum primus secundum tota pars quota tertius quarti: erit permutati tota pars aut partes primus tertij quota pars aut partes secundus quarti.

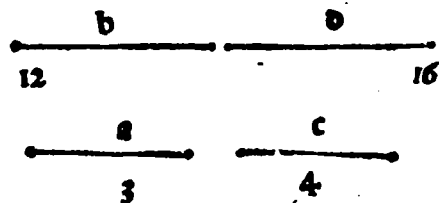
¶ Sit. a. primus tota pars. b. secundi quota. c. tertius. d. quarti. sintq; a. f. b. minores. c. f. d. **¶** Aliter enim esset conuerso et quod proponit. **¶** Dico q; quota pars uel partes est. a. c. tota uel tote est. b. d. **¶** Diuidantur enim. b. quidem fm quantitatem. a. d. uero fm. c. eruntq; per presentem ypoth. tot partes. b. quot. d. **¶** Et quia unaqueq; partium. b. est equalis. a. f. unaqueq; d. c. **¶** Est autem. a. c. pars aut partes per presentem ypoth. f. per quartam. **¶** Erit unaqueq; partium. b. sue comparis ex partibus. d. ut prima prime. **¶** Secunda secundae sicq; de ceteris. **¶** Tota pars aut partes quota uel quote est. a. c. **¶** Per. s. igitur uel. s. sub diffinitione quotiens. oportuerit repetitas erit tota pars aut

partes. b. d. quota uel quote est. a. c. quod est propositum.

Propositio .10.

Si fuerint quatuor numeri: quorum primus tote partes secundi quote tertius quarti: erit permutatim primus tota pars aut partes tertij quota vel quote secundus quarti.

Sint quatuor numeri ut prius quorum similiter minores sint. a. f. b. sitq. a. tote partes. b. quote. c. est. d. dico q. quota pars aut partes est. a. c. tota uel tote est. b. d. **P**roponitur enim minores in partes illas qui sunt. a. f. c. eruntq. per presentem hypothes. tot partes. a. quot. c. **E**t quia unaqueq. ex partibus. a. e. tota pars. b. quota que libet ex partibus. c. est. d. **H**oc enim habemus ex nostra hypothes. erit permutatim per premisam ut quota pars aut partes e. b. d. tota uel tote sit una queq. ex partibus. a. sue comparis ex partibus. c. **P**er quintam igitur uel sextam sub diffinitione quotiens oportuerit repetitas: erit tota pars aut partes. b. d. quota uel quote est. a. c. quod est propositum.



Propositio .11.

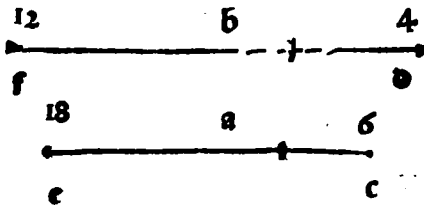
Si fuerint quatuor numeri proportionales quotus primus secundo et tertius quarto sit maior: erit secundus tota pars: aut partes primi quota vel quote quartus tertij. Quod si secundus fuerit tota pars aut partes primi quota vel quote quartus tertij quatuor numeros proportionales esse conueniet.

Sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. sintq. a. f. c. maiores: dico q. quota pars aut partes est. b. a. tota uel tote est. d. c. **E**t conuerso. **E**rit enim per conuersionem diffinitionis similium proportionum ut quotiens. b. in. a. totiens sit. d. in. c. **E**t si qua pars aut partes. b. superfluit in. a. tota pars aut partes. d. superfluant in. c. si itaq. contineatur. b. in. a. sine superfluitate partit: quia totiens sine superfluitate continetur. d. in. c. erit per diffinitionem similium partium: quota pars. b. a. tota. d. c. q. si quotienslibet continetur. b. in. a. cum superfluitate partit: quia totiens continetur. d. in. c. cum superfluitate similis partis distincto. a. fm. b. ut superfluat. e. atq. c. fm. d. ut superfluat. f. erit tota pars. e. b. quota. f. d. **A**t quia totiens continetur. b. in. a. differētia. a. ad. e. quotiens. d. in. differētia. c. ad. f. erit per communem scientiam totiens. e. in. a. quotiens. f. in. c. **C**um igitur. a. f. b. habeant. e. partem communem: similiter. c. f. d. f. sit itaq. e. in. b. quotiens. f. in. d. itemq. e. in. a. quotiens. f. in. c. erit per. 16. diffinitionem. b. tot f. tote partes. a. quot f. quote. d. c. **S**i autem. b. quotienslibet continetur in. a. cum superfluitate quotlibet partium: quia totiens continetur. d. in. c. cum superfluitate totidem f. similium partium: distincto a. fm. b. ut superfluat. e. similiter. c. fm. d. ut superfluat. f. erit. e. tot f. tote partes. b. quot f. quote. f. d. **S**umpta itaq. una ex ipsis argumentadum: ut prius: sicq. patet primum. **S**ecundum sic sit. b. a. tota pars aut partes quota uel quote. d. c. dico q. erit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. **S**i enim est tota pars constat propositum. **S**i autem tote partes diuisis eis fm. partes illas patebit totiens esse. b. in. a. quotiens. d. in. c. **E**t totam partem aut partes. b. superfluere in. a. quota aut quote. d. superfluant in. c. per diffinitionem itaq. est proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. sicq. liquet totum.

Castigator.

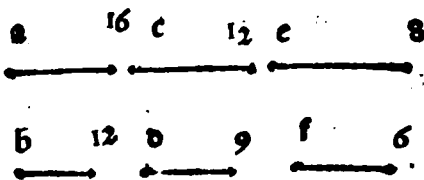
Scilicet per secundam quicumq. eiusdem siue equalium f. c. Quia cum. e. f. f. sint partes similes. b. f. d. per diffinitionem. 14. ab eodem numero denominantur: f. per consequens r. metus fm. quem. e. continetur in. b. est equalis numero fm. quem. f. continetur in. d. tunc per communem scientiam dictam. differētia. a. ad. e. f. differētia. f. ad. c. cum sint equalium eque multiplices. hoc est illorum numerorum denominantium partes illas sequitur. e. totiens contineri in. a. quotiens. f. in. c.

Propositio .12.



Ita duobus numeris fm suas proportionales duo numeri detrabantur: erit proportio reliqui ad re, i quum tanq; proportio totius ad totum.

¶ Quod proposuit Euclides in .19. qnti. de quantitatibus i genere: pponit hic de nūris. **¶** Ut si sit pportio totius. a. ad totū. b. sicut. c. detracti. ab. a. ad. d. detractū. a. b. erit. e. residui. a. ad. f. residuum. d. sicut. a. ad. b. **¶** Si. n. a. sit minor. b. erit p presens tem ypoth. **¶** p conversionem diffinitionis. c. tota ps aut ptes. d. quota uel quote est. a. b. per. z. igitur uel. 8. erit. e. tota pars aut partes. f. quota uel quo te est. a. b. per diffini tionem igitur erit pportio una: qd est propositum. **¶** Qd si. a. sit maior. b. erit p primam ptem pmissa quota ps aut ptes. b. a. tota uel tote. d. c. qre p. z. uel. 8. tota uel tote erit. f. e. itaq; p secundam ptem premisse. e. ad. f. sicut. a. ad. b. quare cōstat ppositum. **¶** Cedūt autē huic. z. **¶** 8. hec enim sola q ambe ille continet. **¶** Volunt autē qdam scdam par tem huius pbare p. 19. quintis: sed si hoc intenderet Euclides: cum ista ppo nat priculariter qd illa universaliter uane illa demonstrata in qnto ppo fuisset hāc hic in septimo. Et qd itez non demonstrat eam simplr p. 19. qnti. At uero nec modum demonstrationis illius possunt affirmare ad demō strationem huius cum illa demonstrat in quantitatibus in genere. p ppor tionalitatem pmutatam q infra demonstrat in numeris. Existim autē rōabiliter convinci nē Euclidem quē uultum demonstratoris arithmetici grā decimi in quo sine numeroz aliqua precognitiōe trāsire non poterat constat asserere. **¶** Idcirco plurima eoz que in quinto de quantitati bus in genere demonstrauit. hic repetere demonstranda de numeris: qm p alia pncipia propria uidelicet numeroz q magis nota sunt intellectui q ea per que processit in quinto ipsa demonstrare intendit: pncipia enim quinti propter maliciam quātūtatū in cōmunicantium difficilia sunt: pncipia uero numerorum magis ultro se intellectu applicant: faciliusq; q illa. Egent enim illa intellectu magis disposito.



Propositio .13.



Ifuerint quotlibet numeri proportionales quan tus erit unus antecedens ad suum consequentem: tanti erunt oēs antecedentes pariter accepti ad om nes consequentes pariter acceptos.

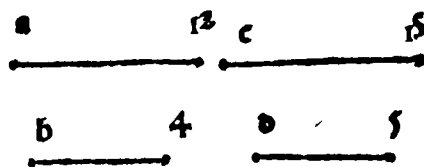
¶ Quod pponit Euclides p. 13. quinti de quantitatibus in genere pponit p hanc de numeris. **¶** Ut si sunt. a. b. c. d. e. f. pportionales dico q que ē pportio. a. ad. b. ea est q. a. c. e. pariter acceptorum ad. b. d. f. pariter acceptos. **¶** Si enim. a. c. e. sint minores. b. d. f. erit p conversionem diffinitionis quota ps aut partes. a. b. tota uel tote c. d. e. f. **¶** Per. 5. ergo uel per. 6. quotiens oportuerit repetitas erit quo ta pars uel partes. a. b. tota uel tote. a. c. e. pariter accepti. b. d. f. pariter acce ptorum: quare per diffinitionem pportio una. **¶** Si autē. a. c. e. sint maio res. b. d. f. erit p primam partem. 11. quota pars uel partes. b. a. tota uel to te. d. c. e. f. **¶** Per. 5. ergo uel. 6. quotiens oportuerit repetitas erit quota pars uel partes. b. a. tota uel tote. b. d. f. pter accepti. a. c. e. pariter accepto rum. itaq; per secundam partem. 11. proportio. a. ad. b. sicut. a. c. e. pariter acceptorum ad. b. d. f. pariter acceptos: quod est propositum.

Propositio .14.



Ifuerint quatuor numeri proportionales: permutati quocq; proportionales erunt.

¶ Modum arguendi qui dicitur proportionalitas permutata quam demonstrauit Euclides per. 16. quinti in quan titatibus in genere: pponit hic demonstrādū in numeris. **¶** Ut si sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit pmutatiua. a. ad. c. sicut. b. ad. d. **¶** Erit enim. a. maior. b. aut minor: similiter quoq; c. maior. c. aut minor. **¶** Sit itaq; pmo minor utroq; erit ergo p presens



ypothese. & conuersionem diffinitionis. a. tota pars aut partes. b. quota uel quote. c. d. per. 9. itaq. uel. 10. erit permutatim. a. tota pars aut partes. c. quota uel quote. b. d. quare per diffinitionem proportio una. ¶ Sit igitur. a. maior utroq. critq. per primam partem. i. ut quota pars aut partes est. b. a. tota uel tote sit. d. c. quare per. 9. uel. 10. tota pars aut partes erit. d. b. quota uel quote. c. a. igitur per secundam partem. ii. erit. a. ad. c. sicut. b. ad. d. ¶ Sit tertio. a. maior. b. minor. c. critq. per primam partem. i. tota pars aut partes. b. a. quota uel quote. d. c. quare per. 9. uel. 10. quota uel quote est a. c. tota uel tote erit. b. d. per diffinitionem itaq. proportio una. ¶ Vltimo quoq. sit. a. minor. b. maiorq. c. critq. ut tota pars aut partes sit. c. d. quota uel quote est. a. b. per. 9. itaq. uel. 10. erit tota uel tote. d. b. quota uel quote. c. a. quare per secundam partem. ii. b. ad. d. sicut. a. ad. c. sicq. constat propositum. ¶ Huic autem cedunt. 9. & 10. quia hec sola quod ambe ille pponit.

Propositio 15.



¶ Si fuerint quolibet numeri aliiq. secundum eorum numerum omnesq. duo ex prioribus secundum proportionem omnium duorum ex posterioribus in proportionem equalitatis proportionales erunt.

¶ Modum arguendi qui dicitur equa proportionalitas quam demonstrauit Euclides per. 22. quinti de quanti-

atibus in genere proponit hic demonstrandum in numeris directe proportionalitatis. ¶ Equam autem proportionalitatem quam demonstrauit per. 23. quinti de quantitibus indirecte proportionalitatis non proponit demonstrandum in numeris sed eam demonstrabimus infra sup. 19. huius. ¶ Nec est necessarium ut pdemonstremus in numeris quod demonstratum est p. 21. quinti de quantitibus in genere uidelicet si quolibet proportionales in numeris fuerint uni equales uel eadem ipsas se sibi equales uel easdem. ¶ Hoc enim manifestum est p diffinitionem ut si. a. ad. c. & e. ad. f. sit sicut. b. ad. d. erit tam. a. c. g. e. f. tota pars aut partes quota uel quote. b. d. ¶ Aut totiens continebit. a. c. & e. f. quotiens. b. d. ¶ Et tota pars aut partes superfluent. c. in. a. & f. in. e. quota uel quote. d. in. b. ¶ Quia ergo quota pars aut partes est. a. c. tota uel tote est. e. f.

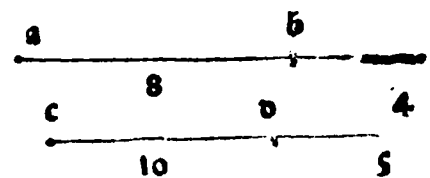
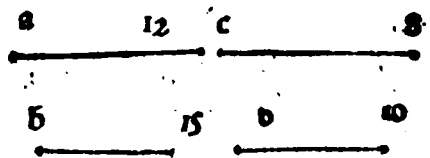
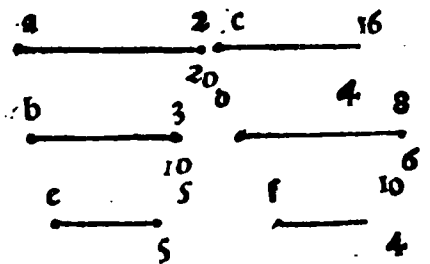
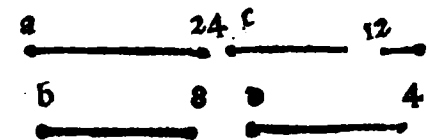
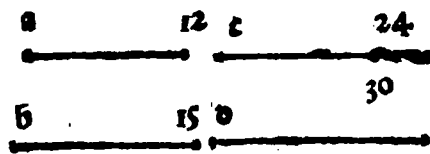
¶ Aut quotiens. a. continet. c. totiens. e. f. ¶ Et quota pars aut partes. c. superfluum in. a. tota uel tote. f. in. e. ¶ Erit per diffinitionem. a. ad. c. sicut e. ad. f. ¶ Sint igitur ut proponitur numeri. a. b. e. & alii totidem. c. d. f. sitq. a. ad. b. sicut. c. ad. d. & b. ad. e. sicut. d. ad. f. ¶ Dico q. erit in equa proportionalitate. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ¶ Erit enim per premisam. a. ad. c. sicut. b. ad. d. sed & b. ad. d. sicut. e. ad. f. quare. a. ad. c. sicut. e. ad. f. ¶ Igitur per eandem. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ¶ Idem erit sumptis pluribus. ¶ Sicq. constat propositum. ¶ Quoniam autem Euclides ceteras quatuor species proportionalitatis que sunt conuersa; coniuncta; disiuncta; reuersa; non proponit demonstrandas in numeris; conueniens arbitramur eas quas auctor tanq. facile demonstrabiles pretermisit demonstrare. ¶ Primum itaq. demonstrabimus conuersam; ut si sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico q. erit econuerso. b. ad. a. sicut. d. ad. c. ¶ Si enim fuerit. a. minor. b. tunc quoq. erit c. minor. d. & tota pars aut partes. a. b. quota uel quote. c. d. quare per secundam partem. ii. erit. b. ad. a. sicut. d. ad. c. ¶ Si autem fuerit. a. maior. b. erit quoq. & c. maior. d. & per primam partem. i. b. tota pars aut partes. a. quota uel quote. d. c. per diffinitionem igitur. b. ad. a. sicut. d. ad. c.

¶ Disiunctam proportionalitatem ostendere.

¶ Ut si sit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. erit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ¶ Erit enim permutatim. a. b. ad. c. d. sicut. b. ad. d. ¶ Et per. 22. sicut. a. ad. c. ¶ Quia ergo. a. ad. c. sicut. b. ad. d. erit permutatim. a. ad. b. sicut. c. ad. d.

¶ Coniuncte proportionalitati demonstrationem afferre.

¶ Ut si sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. ¶ Erit enim permutatim. a. ad. c. sicut. b. ad. d. quare per. 23. a. b. ad. c. d. sicut. b. ad. d. permutatim igitur erit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d.



¶ Euer sam proportionalitatem restat in numeris stabilire.

¶ Ut si sit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. erit. a. b. ad. a. sicut. c. d. ad. c. ¶ Erit. n. permutatim. a. b. ad. c. d. sicut. b. ad. d. quare per. n. sicut. a. ad. c. permutatim igitur erit. a. b. ad. a. sicut. c. d. ad. c. ¶ Patet itaq. totum. ¶ Ex his quoq. leue est demonstrare in numeris q. Euclides proponit per. 14. quinti de quantitibus in genere uidelicet q. **¶** Si proportio primi ad secundum fuerit sicut tertij ad quartum quinti quoq. ad secundum sicut sexti ad quartum: erit proportio primi z quinti pariter acceptorum ad secundum sicut tertij z sexti ad quartum.

¶ Ut si sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. itemq. e. ad. b. sicut. f. ad. d. erunt. a. f. e. pariter accepti ad. b. sicut. c. f. f. pariter accepti ad. d. ¶ Erit enim per conuersam proportionalitatem. b. ad. e. sicut. d. ad. f. quare per equam proportionalitatem. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ergo coniunctim. a. f. e. ad. e. sicut. c. f. f. ad. f. ¶ Itaq. per equam proportionalitatem. a. f. e. ad. b. sicut. c. f. f. ad. d. qd est propositum. ¶ Eodemq. modo probabis econuerso. ¶ Si sit. b. ad. a. sicut. d. ad. c. itemq. b. ad. e. sicut. d. ad. f. ¶ Erit b. ad. a. f. e. sicut. d. ad. c. f. f. ¶ Erit enim per conuersam proportionalitatem. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ¶ Quare per equam. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ¶ Et coniunctim. a. f. e. ad. e. sicut. c. f. f. ad. f. igitur econuerso. e. ad. a. f. e. sicut. f. ad. c. f. f. ¶ Per equam itaq. proportionalitatem erit. b. ad. a. f. e. sicut. d. ad. c. f. f. quod erat p. positum. ¶ Ex hoc quoq. manifestum est q. si fuerit proportio quotli. numeror. ad primum sicut totidem alior. ad secundum. erit aggregati ex oibus antecedentibus ad primum ad primum: sicut aggregati ex oibus antecedentibus ad secundum: ad secundum. ¶ Iteq. econuerso si fuerit proportio primi ad quotlibet numeros: sicut secundi ad totide alios: erit primi ad aggregatum ex omnibus consequentibus ad ipsum: sicut secundi ad aggregatum ex omnibus consequentibus ad ipsum.

¶ Castigator.

a. **¶** Et hoc quia semper habentur. 6. numeri. quoz. primus ad secundum sicut tertius ad quartum f. quintus ad secundum: sicut sextus ad quartum: f. sic primus f. quintus dicuntur antecedentes ad secundum: f. tertius f. sextus antecedentes ad quartum: f. sic et dñr eoz. cōsequentes. f. id aggregatū ex primo f. quinto sit unus numerus: f. aggregatū ex tertio f. sexto sit alius: f. ulterius accipit unus alius numerus p. quinto ad primum: f. illud aggregatū hñ p. primo ad secundum f. unus alius pro tertio ad quartum: f. illud aggregatū habet pro sexto f. sic in infinitum f. econuerso f. c. patet correlarium.

Propositio .16.



3 numeret unitas aliquem numerum quotiens quilibet tertius aliquem quartum: erit quoq. permutatim ut quotiens unitas numerat tertium totiens secundus numeret quartum.

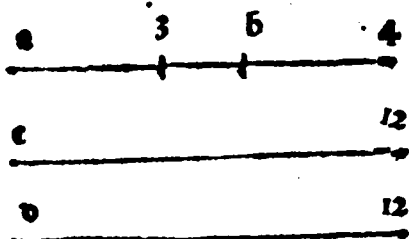
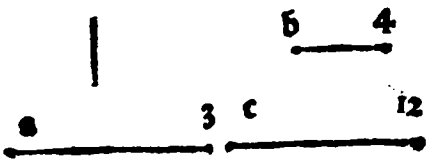
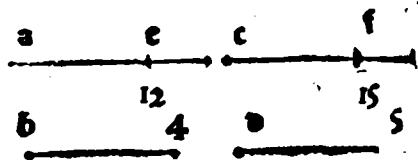
¶ Ut si sit unitas ad. a. sicut. b. ad. c. erit pmutatim unitas ad. b. sicut. a. ad. c. **¶** Nō supfluit autē hec demonstrata pmutatapportione: nō enim ex illa pōt cōcludi quod hic pponitur. Nam illa demonstrata est de. 4. numeris pportionalibus: unitas uero nō est numerus per diffinitionē. **¶** Hoc ergo mō pateat propositum. **¶** Distidat. a. p. unitates f. c. fm quantitātē. b. eruntq. per presentē ypothe. tot partes a. quot c. **¶** Et quia unaqueq. partiū. a. est unitas f. unaq. ptiū. c. ē eq. lis. b. erit ut quotiens unitas in. b. toties unaqueq. ptiū. a. in sua cōpari ex ptiibus. c. **¶** Per modū itaq. demōstrationis. s. sequet toties esse. a. i. c. quotiens unitas in. b. quod est ppositum.

Propositio .17.



3 duorum numerorum uterq. ducatur in alterū: qui inde producentur erunt equales.

¶ Sicut si ex. a. in. b. pueniat. c. f. ex. b. in. a. pueniat. d. erunt. c. f. d. equales. **¶** Cū enim. b. multiplicatus per. a. pducatur. c. erit p cōuersionem diffinitionis. b. in. c. quoties



unitas in .a. ergo per premisam erit .a. in .c. quotiens unitas in .b. ¶ Et quia totiens est .a. etiam in .d. quia ex .b. in .a. fit .d. sequitur ut totiens sit .a. in .c. quotiens in .d. ¶ Per concep. igitur .c. et .d. sunt similes. ¶ Possumus quoque hanc conclusionem alio modo proponere. ¶ Si duorum numerorum uterque ducatur in alterum idem numerus utroque pueniet. ¶ Vt si ex .a. in .b. pueniat .c. idem et ex .b. in .a. pueniet. ¶ Quia enim ex .a. in .b. fit .c. erit ut prius per conversionem diffinitionis .b. in .c. quotiens unitas in .a. Et permutatum per premisam .a. in .c. quotiens unitas in .b. ¶ Quia igitur .a. totiens sibi coaceruatur in .c. quotiens in .b. est unitas sequitur per diffinitionem quod ex .b. in .a. fit .c.

Propositio .18.



¶ Si unus numerus in duos ducatur: tantus erit duorum inde productorum alter ad alterum: quantus duorum multiplicatorum alter ad alterum.

¶ Multiplicet .a. utrumque duorum numerorum .b. et .c. et pueniat .d. et .e. dico quod erit proportio .d. ad .e. sicut .b. ad .c. ¶ Sequitur enim per conversionem diffinitionis eius quod est multiplicari ut .b. in .d. et .c. in .e. sit quotiens unitas in .a. quare per diffinitionem per portio .d. ad .b. est sicut .e. ad .c. ¶ Equaliter enim eos continent quia quotiens .a. unitate. ¶ Ergo permutatum .d. ad .e. sicut .b. ad .c. quod est propositum.

Propositio .19.



¶ Si duo numeri unum multiplicent: erit proportio duorum inde productorum tanquam duorum multiplicatum.

¶ Ex conversione antecedentis premisse concluditur hec eadem passio que in premissa. ¶ Vt si uterque duorum numerorum .b. et .c. multiplicet .a. et pueniat .d. et .e. erit .d. ad .e. sicut .b. ad .c. ¶ Erit enim per ante premisam ut ex .a. in .b. et .c. fiant .d. et .e. quare per premisam .d. ad .e. sicut .b. ad .c. quod est propositum.

¶ Potes autem quod proponit per hanc et premisam de duobus numeris ad quotlibet numeros ampliare. ¶ Quod si unus multiplicet quotlibet erit productorum una proportio. ¶ Similiter quoque si quotlibet multiplicent unum erit productorum et multiplicatum una proportio. ¶ Quod per hanc et premisam quotiens oportuerit repetitas facile probabis. ¶ Hic autem ut supra polliciti sumus demonstrare uolumus equam proportionalitatem in quotlibet numeris duorum ordinum indirecte proportionalitatis quam demonstrat Euclides p. 23. quinti in quantitatibus in genere dicimus igitur quoniam.

¶ Si quotlibet numeri totidem alijs fuerint indirecte proportionales extremi quoque in eadem proportionem proportionales erunt.

¶ Vt si sit .a. ad .b. sicut .d. ad .f. et .b. ad .c. sicut .e. ad .g. ¶ Erit .a. ad .e. sicut .c. ad .f. ¶ Ducatur enim .c. in .d. et .f. ¶ Et pueniant .g. et .h. ¶ Eritque per premisam .g. ad .b. sicut .d. ad .f. ¶ Quare et sicut .a. ad .b. ¶ Ducatur ite .f. in .d. et pronentat .k. ¶ Eritque per hanc .g. ad .k. sicut .c. ad .f. ¶ Et quia ex .f. in .d. fit .k. fiet idem e converso p. 17. ex .d. in .f. ¶ Quia igitur ex .c. et .d. in .f. fiant .b. et .k. ¶ Erit per hanc .g. ad .k. sicut .c. ad .d. ¶ Quare sicut .b. ad .e. ¶ Et quia iam ostensum est quod .g. ad .b. sicut .a. ad .b. erit p. 15. a. ad .e. sicut .g. ad .k. ¶ Sed sic erat etiam .c. ad .f. ¶ Est igitur .a. ad .e. sicut .c. ad .f. quod est propositum. ¶ Idem probabis si fuerint in utroque ordine numeri plures tribus quemadmodum probat in 23. quinti de quantitatibus pluribus tribus.

Propositio .20.



¶ Si fuerint quatuor numeri proportionales quod ex ductu primi in ultimum pducetur equum erit ei quod ex ductu secundi in tertium. Si vero quod ex primo in ultimum pducetur equum est ei quod ex secundo in tertium illi quatuor numeri sunt proportionales.

¶ Quod proposuit Euclides per. 15. sexti de quatuor lineis proportionalibus: proponit hic de quatuor numeris proportionalibus uerbi gratia. ¶ Sit proportio .a. ad .b. sicut .c. ad .d. fiatque ex .a. in .d. e. et ex .b. in .c. f. dico quod .e. et .f. sunt equales et e converso. ¶ Ducatur enim

b iii

$$\frac{c}{20} = \frac{d}{30}$$

$$\frac{c}{4} = \frac{b}{6}$$

$$\frac{a}{5}$$

$$\frac{d}{8} = \frac{c}{12}$$

$$\frac{a}{4}$$

$$\frac{b}{2} = \frac{c}{3}$$

$$\frac{a}{12} = \frac{c}{18} = \frac{g}{16}$$

$$\frac{b}{4} = \frac{d}{9} = \frac{e}{54}$$

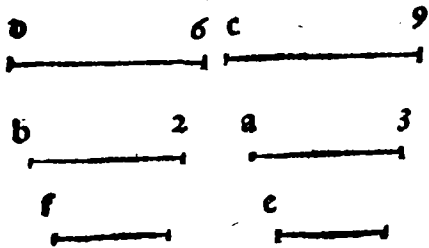
$$\frac{c}{2} = \frac{f}{3} = \frac{k}{27}$$

$$\frac{c}{24} = \frac{g}{32} = \frac{f}{24}$$

$$\frac{a}{8} = \frac{c}{6}$$

$$\frac{b}{4} = \frac{d}{3}$$

a. in. b. ¶ fiat. g. ¶ Eritq. per. 18. g. ad. e. sicut. b. ad. d. ¶ Et quia per. 12. ex. b. in. a. fit. g. ¶ ex eodem. b. in. c. f. erit per. 18. g. ad. f. sicut. a. ad. c. ¶ Sed p. 14. e. a. ad. c. sicut. b. ad. d. ergo erit. g. ad. f. sicut. g. ad. e. ¶ Equales igit. sunt. f. ¶ e. quod est p. m. ¶ Nec oportet p. demonst. frare si vnus nu. meri ad duos sit vna proportio q. ipsi sunt eq. les: aut si ipsi sunt equales q. vnus ad ipso sit vna proportio. ¶ Si enim est vna proportio. g. ad. e. ¶ ad. f. aut ipse erit tota pars vel partes. e. quota vel quote idem est. f. ¶ tunc per cōceptionem patet. e. ¶ f. es. eq. les. ¶ Aut toties. g. continebit. e. quo tiens. f. ¶ Et sup. fluent in eo tota pars vel p. tes. e. quota vel quote in eodē superfluent. f. ¶ tunc et per conceptionem patet eos es. eq. uales. ¶ Quod si ipsi fuerint equales patet per conceptionem q. aut. g. erit tota pars vel p. tes. e. quota vel quote. f. ¶ tunc per diffinitionem erit ipsius. g. ad. vtrunq. eorum proportio vna. ¶ Aut equaliter continebit vtrunq. cum superflui. tate similia ¶ tot numero partium ¶ tūc etiā per diffinitionē erit eius ad vtrunq. proportio vna. ¶ Secū. dum sic patet sit. e. productus ex. a. in d. equalis. f. productus ex. b. in. c. dico q. p. portio. a. ad. b. est sicut. c. ad. d. ¶ Et est hec conuersa prime partis. ¶ Sit enim vt prius. g. qui fit ex. a. i. b. ¶ quia. e. ¶ f. sunt equales. erit. g. ad. vtrunq. eorum proportio vna ¶ quia vt prius per. 18. g. ad. f. sicut. a. ad. c. ¶ ad. e. sicut. b. ad. d. erit. a. ad. c. sicut b. ad. d. quare permutatim. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ¶ Non proponit autē En. elides de tribus numeris cōtinue proportionalibus q. ille qui ex ductu pri. mi in tertium producit sit equalis quadrato medii. Et si ille qui ex pri. mo in tertium producit sit equalis quadrato medii q. illi tres nume. ri sint continue proportionales sicut proponit in. 16. sexti de tribus lineis. ¶ Hoc enim facile demonstrat per hāc. 10. medio illorum trium nume. rorum equali assumpto: quemadmodum in sexto de tribus lineis proba. tur per quatuor assumpta quarta equali medie.



Propositio .21.



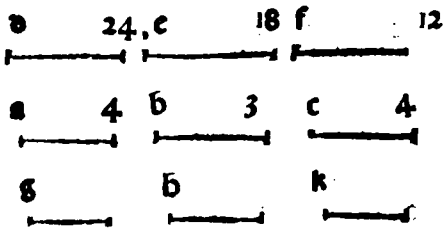
Ampli secundum quamlibet proportionem mini. mi numerat quoslibet in eadem p. portione minoz. minorem z maior maiorem equaliter.

¶ Sint. a. ¶ b. minimi numeri in sua proportionē sitq. c. ad. d. sicut. a. ad. b. dico q. a. numerat. c. ¶ b. d. equaliter.

¶ Cum sit enim. a. ad. b. sicut. e. ad. d. erit permutatim. a. ad. c. sicut. b. ad. d. ¶ Erit igitur. a. c. tota pars vel partes quota vel quote b. d. ¶ Si itaq. fuerit pars constat propositum. ¶ At si partes sit. e. vna par. tium. a. ¶ f. vna partium. b. ¶ quia tota pars est. e. c. per ypothe. quota. f. d. erit per diffinitionem proportio. e. ad. c. sicut. f. ad. d. ¶ Quare permutatim. e. ad. f. sicut. c. ad. d. ¶ Quare etiā sicut. a. ad. b. nō sunt itaq. a. ¶ b. minimi sue proportionis: quod est contrarium positis. Similiter quoq.

¶ Quotlibet numeri siue in eadem proportionē siue in diuersis minimi numerant omnes in eadem p. portione quicq. suum correlatiuum equaliter.

¶ Ut si sint. a. b. c. minimi in eadem proportionē vel in diuersis. ¶ Sint. q. in eadem vel eisdem. d. e. f. ita q. sit. d. ad. e. vt. a. ad. b. ¶ e. ad. f. vt. b. ad. c. dico q. a. numerat. d. ¶ b. e. ¶ c. f. equaliter. ¶ Quia enim est. a. ad. b. vt. d. ad. e. erit permutatim. a. ad. d. vt. b. ad. e. ¶ quia. b. ad. c. vt. e. ad. f. erit etiam permutatim. b. ad. e. vt. c. ad. f. quare. b. ad. e. ¶ c. ad. f. sicut. a. ad. d. ¶ Et quia. a. b. c. sunt minores. d. e. f. erit. b. e. ¶ c. f. tota pars aut par. tes. quota est. a. d. ¶ Si itaq. pars constat propositum. ¶ At si partes sit. g. vna partium. a. ¶ h. vna partium. b. ¶ k. vna. c. ¶ Eritq. per presentem ypothe. tota pars. h. e. ¶ k. f. quota. g. d. ¶ Quare per diffinitionem. h. ad. e. ¶ k. ad. f. sicut. g. ad. d. ¶ Permutatim igitur erit. g. ad. h. vt. d. ad. e. ¶ h. ad. k. vt. e. ad. f. ¶ Quare. g. ad. h. vt. a. ad. b. ¶ h. ad. k. vt. b. ad. c. ¶ Quia ergo. g. h. k. sunt minores. a. b. c. ¶ in eadem proportionē sequi. tur contrarium positi.



Propositio .22.



Si fuerint duo numeri fm suam proportionem minimi ipsi erunt adinuicem primi.

Sint duo numeri. a. b. fm suam proportionem minimi. dico q ipsi sunt contra se primi. **P** Si eni non. **P** Numeret eos. c. fm. d. f. e. **E**ritq. per. 18. d. ad. e. sicut. a. ad. b. **P** **Q**uia. d. f. e. sunt minores. a. b. sequitur a. f. b. nō ēē sue pportōis minimi: qd est contrariū positioni. **S**imiliter quoq. **S**i fuerint quotlibet numeri in continuatiōe suarum ppor- tionū siue eadem siue diuerse fuerint minimi. nullus numerus numerabit omnes.

Vt si sint. a. b. c. minimi in continuatiōe suarum proportionum: dico q nullus numerabit omnes. **S**inautē numeret eos. d. a. quidem fm e. b. uero fm. f. e. c. fm g. eritq. per. 18. c. ad. f. sicut. a. ad. b. f. ad. g. sicut b. ad. c. **Q**uia ergo. e. f. g. sunt minores. a. b. c. fm proportionem eorum non erant. a. b. c. quales positi sunt: quod est inconueniens. **Q**uāquam autem nullus numeret. a. b. c. si fuerint minimi: potest tamen esse ut quoslibet duos ex eis numeret unus. **D**ucto etenim quolibet numero in aliquem ad se primum ac utroq. eorum in aliquem tertium ad utrūq. primum: prouenient tres numeri quorum quicq. duo erunt compositi. Nullus tamen numerabit omnes. **S**int enim. a. b. c. tres numeri quorū quisq. sit primus ad alios: ducantq. a. in. b. f. c. **P**roueniat. d. f. c. itemq. b. in. c. **P**roueniat. f. dico quosq. duos ex. d. e. f. esse adinuicem compositos: tamen nullus numerabit omnes. **D**uos quosq. patet esse compositos. **A**. enim numerat. d. f. e. **B**. uero. d. f. f. c. e. **Q**uod autem nullus numeret omnes: patebit prius demonstrato q. a. est maximus numeras. d. f. e. **B**. quoq. maximus numerans. d. f. f. **E**t. c. maximus numeras. d. f. f. **H**oc autem sic constat. **S**i enim. a. non est maximus numerans. d. f. e. sit itaq. g. numeretq. d. fm. h. f. e. fm. k. **E**ritq. per secundam partem. 10. a. ad. g. sicut. b. ad. b. **I**temq. per eandem. a. ad. g. sicut k. ad. c. **Q**uia ergo. a. est minor. g. erit. h. minor. b. f. k. minor. c. **E**t quia. b. ad. k. sicut. b. ad. c. **V**traq. enim est sicut. d. ad. e. per. 18. bis assumptam. **S**unt autem. h. f. k. minores. b. f. c. **E**rit per immediate sequentem **P**er hāc ypothē. g. b. f. c. sunt contra se primi reperire minimis minores: qd quia est impossibile. **E**rit. a. maximus numerans. d. f. e. **E**o dēq. modo probabitur q. b. sit maximus numerans. d. f. f. c. maximus numeras. e. f. f. **S**i quis ergo numerat. d. e. f. per correl. secunde ter assumptum ipse numerabit. a. b. c. sed quisq. eorū primus erat ad reliquos. **A**c cidit igitur impossibile. **S**imiliter quoq.

Quotlibet numeri quos unus non numerat fm continuatiōnem suarum proportionum sunt minimi.

Vt si sint. a. b. c. quilibet numeri quos omnes nullus numerat. dico q ipsi sunt in continuatiōe suarum proportionum minimi. **A**lioquin sint minimi. d. e. f. qui per. 11. numerabunt. a. b. c. quisq. suam relatiuū eq- litem. **S**it ergo ut fm. g. eritq. per. 12. ut uiceuersa. g. numeret. a. b. c. fm d. e. f. quare accidit contrarium positioni.

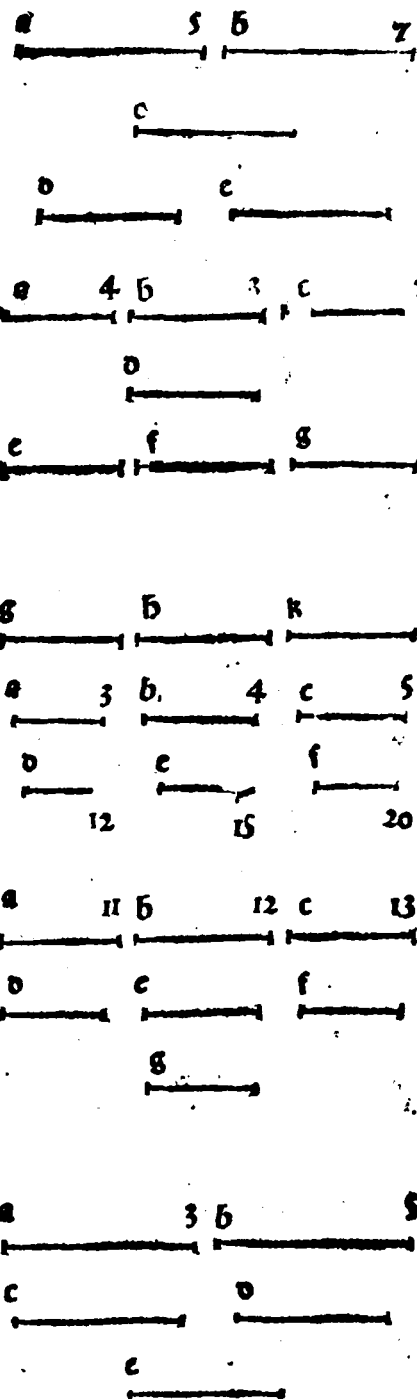
Propositio .23.

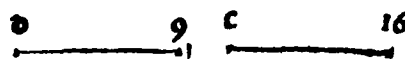
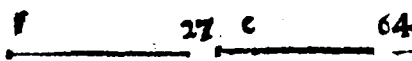
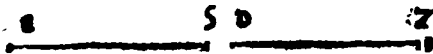
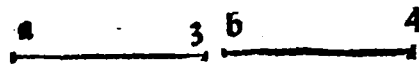
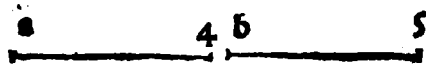
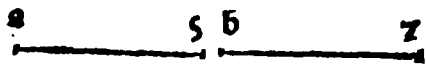
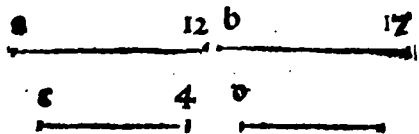


Quilibet numeri contra se primi sunt fm suam proportionem minimi.

Hec est conuersa premisse. **V**t si duo numeri sint. a. b. cōtra se primi: ipsi erūt fm suā pportionē minimi. **S**inautē minimi i eadē pportōe si possibile est. c. f. d. **C**ōstat itaq. per. 11. g. c. numerat. a. f. d. b. equaliter sit igitur ut fm. e. erit per. 12. ut uiceuersa. e. numerat. a. f. b. a. quidem secundum. c. f. b. fm. d. non sunt igitur. a. f. b. contra se primi: quod est contra ypoth.

b iiii





Propositio .24.



Si fuerint duo numeri contra se primi. si quis unus eorum numeret ad alterum esse primus necessario comprobatur.

Sint. a. f. b. contra se primi. c. vero numeret. a. dico q. c. primus est ad. b. Alioquin numeret eos. d. qui per penultimam conceptionem numerabit etiam. a. non sunt ergo. a. f. b. contra se primi. d. enim numerat ambos.

Propositio .25.



Si fuerint duo numeri ad alium quemlibet primi qui ex ductu unius in alterum producet. ad eundem erit primus.

Sit uterq. duorum numerorum. a. f. b. primus ad. c. ex. a. in. b. sit. d. dico q. d. est primus ad. c. Aliiter enim numeraret eos. e. d. quidem fm. f. eritq. per secundam partem. 10. a. ad. e. sicut. f. ad. b. Et quia. a. f. c. sunt primi f. e. numerat. c. ipse erit per. 24. primus ad. a. quare per. 23. a. f. e. sunt fm suam proportionem minimis sequitur ergo per. 21. vt. e. numeret. b. Et quia possumus esse q. ipse numeret. c. non erunt. b. f. c. contra se primi: qd est contra hypothesin.

Propositio .26.



Si fuerint duo numeri contra se primi qui ex uno eorum in seipsum producit ad reliquum e primus.

Sint contra se primi. a. f. b. ex. a. in se fiat. e. dico q. c. primus est ad. b. Sit enim. d. equalis. a. eritq. d. primus ad. b. ex. a. in. d. fiet. c. per premisam igitur patet. c. primum esse ad. b. quod proposuimus.

Propositio .27.



Si duobus numeris ad alios duos comparatis uterq. ad utrumq. fuerit primus qui ex duobus prioribus ad eum qui ex duobus posterioribus producit erit primus.

Sint. a. f. b. priores. c. f. d. posteriores: sitq. uterq. duorum. a. f. b. primus ad utrumq. duorum. c. f. d. Et ex. a. in. b. sit. e. ex. c. in. d. f. dico q. e. primus est ad. f. Hoc autem. 15. ter asumpta euidenter concludit. Cum enim fiat. e. ex. a. in. b. quorum uterq. primus est ad. c. f. ad. d. Erat per ipsam. e. primus ad. c. f. item per ipsam primus ad. d. Quia item. f. sit ex. c. in. d. quorum uterq. primus est ad. c. erit rursus per ipsam. f. primus ad. c. quod est propositum.

Propositio .28.



Si fuerint duo numeri contra se primi ducaturq. eorum uterq. in seipsum: erunt inde producti contra se primi. Itemq. si in utrumq. productorum suum ducatur principium: erunt quoq. producti contra se primi.

Sint. a. f. b. contra se primi ducaturq. uterq. in se: p. ueniant ex. a. quidem. c. ex. b. vero. d. Itemq. ducatur. a. in. c. f. proueniat. e. Et. b. in. d. proueniat. f. dico. c. f. d. esse contra se primos. Itē q. e. f. contra se primos. Est enim per. 26. c. primus ad. b. Per eandem igitur erit. d. primus ad. a. f. ad. c. sicq. constat primum quod est. c. f. d. esse contra se primos. R eliquum sicut est enim uterq. duorum numerorum. a. f. c. primus ad utrumq. duorum. b. f. d. I taq. per. 27. erit. c. primus ad. f. quod est reliquum. Non solum autem erit. e. primus ad. f. sed etiam per. 25. ad. b. f. ad. d. Itemq. per eandem. f. ad. a. f. c. sicq. si infinites duceretur utrumq. productorum in suum principium essent omnes producti contra se primi: non solum hoc sed quilibet eductus ab. a. ad quemlibet eductum a. b.

Propositio .29.



Si fuerint duo numeri contra se primi qui ex am-
bobs coaceruati ad vtrumq; conuertit primus.
Si vero ex ambobus coaceruati ad vtrumq; co-
rum fuerit primus. duo quoq; numeri adinuices
erunt primi.

Sint. a. & b. contra se primi dico q; ex eis composi-
tus. a. b. ad vtrumq; eorum erit primus & conuerso. ¶ Dicitur si d. numerat
totum a. b. & alterum eorum non numerabit per eam scientiam & reliquum
quare non erit contra se primus sed hoc possumus fuerat patet ergo primus.
¶ Secundo si fuerit a. b. primus ad vtrumq; suorum componentium q; sunt
a. & b. dico q; d. & b. sunt contra se primi. ¶ Posito eni q; d. numeret vtrum-
q; duorum numerorum a. & b. sequitur per eam scientiam q; etiam nu-
meret a. b. ex eis compositum: quare ad nuntium duorum numerorum
a. & b. erit a. b. primus sed positum erat q; esset ad vtrumq; Accidit igitur
impossibile. ¶ Eodē quoq; modo se coaceruati ex duobus primis fuerit ad
alteru primus quosq; erit ad reliquū videat q; coaceruati inter se. ¶ Sit. n.
compositus ex a. & b. primus ad a. dico q; erit et primus ad b. alioquin nume-
ret eos. d. qui p; conceptione numerabit & a. cū numeret totū & detractum
hoc aut inconueniens erat enim compositus ex a. & b. primus ad a.

Propositio .30.



Nis numerus compositus ab aliquo primo
numeratur.

Sit. a. quilibet numerus compositus dico q; aliquis pri-
mus numerat ipsum. ¶ Quia enim est compositus nume-
rabitur ab aliquo numero qui sit. b. qui si fuerit primus ve-
rum erit quod dicitur si aut compositus sit. c. qui nume-
rat eum qui etiam per eam scientiam numerabit. a. si ergo ipse fuerit pri-
mus constat quod dicitur. At si compositus necessario numerabit eum
alius qui sit. d. qui etiam per communem scientiam numerabit. a. de quo
rōinate ut prius. ¶ Quia ergo quotiens occurrit compositus necesse est
minorem asserere qui compositum occurrentem numeret sequitur ut
tandem deueniatur ad aliquem primum alioquin accidet impossibile &
contrarium petitioni numerum in infinitum decrescere.

Propositio .31.



Nis numerus aut ē primus aut a primo numerat.

Sit. a. quilibet numerus dico ipse ē primus vel nume-
rari a primo. ¶ Quia si nō ē primus erit compositus: quili-
bet aut talis ab aliquo primo numerat p; premisam. a. igitur vel primus est vel a primo numeratus quod propositum.

Propositio .32.



Nis numerus primus ad omnem quem non
numerat est primus.

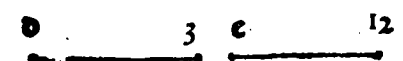
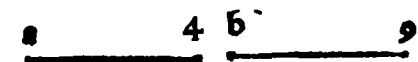
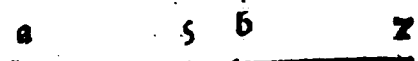
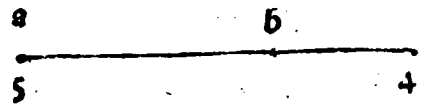
Sit. a. numerus primus non numerans. b. dico q; a. &
b. sunt contra se primi. ¶ Si enim. c. numerat eos non est
verum q; a. sit primus.

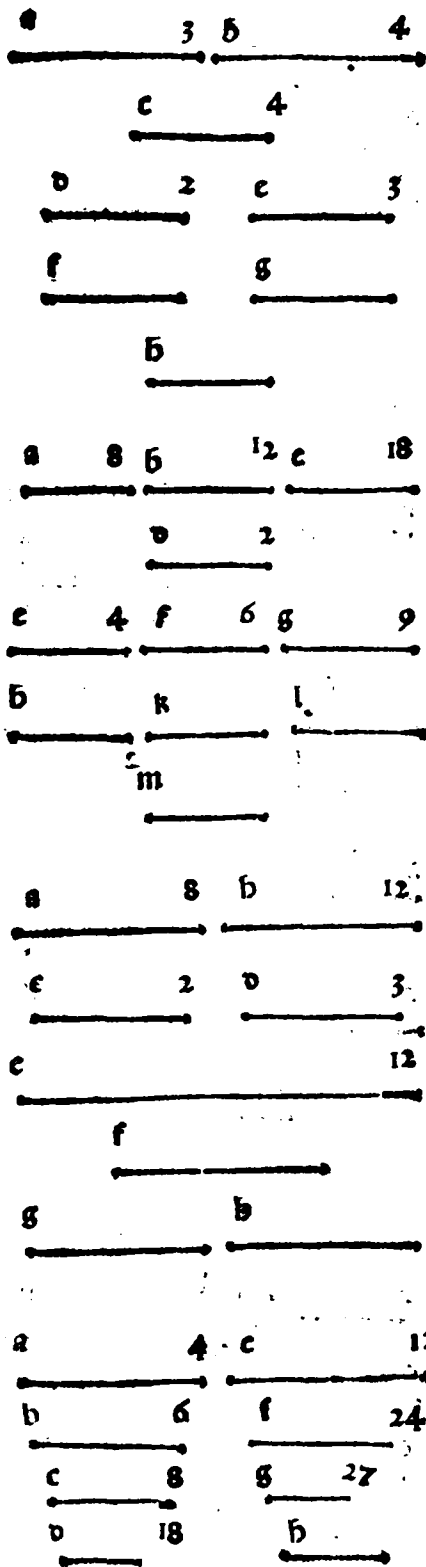
Propositio .33.



I numerus ex duobus productus ab aliquo pri-
mo numeretur necesse est eundem primum alte-
rum illorum duorum numerare.

Sit. c. productus ex a. in b. & sit. d. numerus primus q; po-
nat numerare. c. dico q; d. numerat a. vel. b. ¶ Numeret
enim. c. fm. e. si ergo nō numerat a. erit primus ad ipm p; p;
misam: & iō erit fm suā proportionē minimi p. 13. ¶ Et q; a. ad. d. sicut. e.
ad. b. p; secundam pte. 10. sequi ut. d. numeret. b. per. 11. qd est propositum.
Unde manifestum est q; si aliquis numerus numerat productus
ex duobus vel si eidem fuerit comensurabilis: comensurabi-
lis quoq; erit alteri eorum.





Propositio 34



Amoros fm proportionem numerorum assigna-
tozum minimos inuenire. Et inde manifestum est
maximum numerum duos communiter numeran-
te fm minimos illius pporationis eos numerare.

¶ Sint, a. b. numeri ppositi fm quorum proportio-
nem volumus inuenire minimos. ¶ Si ergo fuerit con-
tra se primi sunt quales inquirimus per 23. ¶ Si autem compositi sumantur
vt docet secunda maximus eos cōiter numerat qui sit c. ¶ Numeretq; eos
fm. d. f. e. eritq; in eadem pporatione per 18. ¶ Quis dico esse quales q-
erimus. ¶ Si autem sint. f. g. que per. x. numerabunt. a. b. equaliter sit
igitur vt fm. h. eritq; p scdm prem. 10. c. ad. h. sicut. f. ad. d. vel sicut. g. ad
e. ¶ Quare. c. est minor. h. ¶ Itaq; cū. h. nūciet. a. b. nō fuit. c. maximus
eos numerat sed erat positū q sic; ergo sic. Similiter quoq; possumus.

¶ Numeros fm continuitatem proportionum numerorū assi-
gnato. uni minimos reperire. Et inde etiam manifestum est ma-
ximum numerum quotlibet communiter numerantem fm mini-
mos pporationum eorum eos numerare.

¶ Vt si sint. a. b. c. fm quorum proportionem volumus minimos inueni-
re sue fuerint in eadem pporatione siue in thieris. ¶ Si nullus numerus
numerat eos omnes ipsi sunt quos querimus per 23. hoc enim ibi demon-
stratum est. ¶ Si autem vnus numerat omnes sumatur vt docet tertia
maximus eos communiter numerat qui sit. d. ¶ Numeretq; eos fm. e. f.
g. qui erunt in eadem pporatione per 18. ¶ Dico eos esse quos queri-
mus. ¶ Alioquin sint. b. k. l. qui per. x. numerabunt. a. b. c. equaliter sit
ut fm. m. ¶ Eratq; per secundam partem. 10. d. ad. m. vt. b. ad. e. vel. k. ad
f. vel. l. ad. g. Minor est igitur. d. q. m. quare cum. m. numeret a. b. c. non
fuit. d. maximus eos numerans quare sequitur impossibile fuit enim. d.
maximus numerans. a. b. c.

Propositio 35



Quilibet duo numeri minimos numeros sue pro-
portionis maior minorem et minor maiorem mul-
tiplicantes minimum ab ipsis numeratus produ-
cunt. Et inde manifestum est minimum quē duo nu-
merant quemlibet ab eis numeratum numerare.

¶ Sint duo numeri. a. b. minimiq; in eorū proportio-
ne. c. f. d. eritq; per primam partem. 10. vt ex. a. in. d. f. b. in. c. fiat idem
numerus qui sit. e. ¶ Quē dico esse minimum numeratum ab. a. f. b. ¶ Ali-
ter enim sit. f. quem numerat. a. f. b. fm. g. h. eritq; per secundam partē
10. h. ad. g. sicut. a. ad. b. f. sicut. c. ad. d. f. per. 18. erit. e. ad. h. sicut. e. ad. f.
cum itaq; per. x. c. numeret. h. e. numerabit. f. maior minorem quia ergo
hoc est impossibile constat verum esse quod dicitur.

Propositio 36



Propositis quotlibet numeris minimus ab eis nu-
meratum reperire. Manifestum etiam ex hoc est
minimum numerum quem quotlibet numerant
quemlibet ab eis numeratum numerare.

¶ Sint ppositi numeri. a. b. c. d. volo inuenire minimum
numeri numerati ab eis. Inuenio itaq; primo minimū
numeratū ab. a. f. b. q. si. a. numerat. b. nō erit alius q. b. ¶ Si autem non nu-
merat eū nec e cōuerso si ipsi sunt cōtra se primi q ex uno in alio puenit
erit minimus p. 23. f. pmissam. ¶ Qd si sint cōcantes sumant minimi f
eorū pporatione ut docet. 34. f. maiore i minore eorū multiplicato pueniat
e q erit minimus nūcietur ab eis p pmissam. ¶ Simili quoq; mō inueniat
minimus nūcietur ab. e. f. c. q sit. f. eritq; f. minimus numeratus ab. a. b. c.
¶ Sed f minimus quē numerant. f. f. d. sit. g. eritq; g. minimus quē nume-
rāt numeri ppositi. ¶ Quod enī oēs ipsam numeretū patet p cōceptionē.
¶ Sed si non est minimus ponatur ergo. b. quem ga numerat. a. f. b. nu

merabit etiam ipsam per correl. premisse. e. ¶ Per idem quoq. correl. nus
merabit ipsum. f. sed f. g. ¶ Maior itaq. numerat minorem quod est im
possibile. ¶ Hec ¶ premissa proponuntur in alio loco sub tribus concus
sionibus quaz. prima equiualeat pmissis. secunda cōponit ex correlariis am
bibus. tertia pponit de tribus qd hec de quolibet numeris. Est itaq. pma.

¶ Datis duobus numeris minimis ab eis numeratū inuenire.

**¶ Datis numeri sunt. a. f. b. quorum minor si numerat maiorem est ma
ior quem primus. ¶ Alioquin maior eoz. numeraret minorem se. ¶ Si at
neuter neutrum numeret. si ipsi sunt cōtra se pmi. erit qui ex. a. in. b. pue
nit qui sit. c. minimus osum quem numerat. a. f. b. ¶ Nam si minorem
eo numerauerint esto. d. quē numeret fm. e. f. f. ¶ Eratq. p secundam par
tem. 10. a. ad. b. sicut. f. ad. e. ¶ Et quia. a. f. b. sunt sue proportōis minimi
per. 13. numerabit. a. f. per. 11. ¶ Et quia per. 18. est. c. ad. d. sicut. a. ad. f. Nā
ex. b. in. a. f. f. sunt. c. f. d. ¶ Sequit. c. numerare. d. ¶ Sed erat. d. minor
c. quare impossibile. ¶ Si autem. a. f. b. sint cōcantes in negociare pposi
tum vt in. 35. ¶ Secūda trium cōclusionum ex ambobus correl. cōfessa.**

**¶ Si plures numeri numerum vnum numerent. necesse est vt
minimus quem numerant eundem numerum numeret.**

**¶ Vt si sit quilibet numerus quem numerat. a. f. b. d. minimusq. ab eis
dem numeratus. c. erit vt. c. numeret. d. ¶ Cum. n. sit. d. maior. c. si. c. nō
numerat ipsum. numerabit tñ aliquid eius. ¶ Sitq. plurimum quod nūe
rat. a. f. residuum sit. f. eritq. f. minus. c. ¶ Quia igitur. a. f. b. numerat. c.
numerabunt per cōm. sciām f. c. sed numerabant. d. itaq. p aliam cōm
nem scientiam numerabunt. f. inconueniens ergo sequitur q. c. non. fuit
minimus quem numerant. a. f. b. ¶ Idem cōuincet ¶ eodem modo de
quolibet numerato a quolibet pluribus. s. q. minimus ab illis quolibet
pluribus numeratus eūdem numeret. vltima trium cōclusionum est.**

**¶ Propositis tribus numeris. minimum numerorum ab eis
numeratorum inuenire.**

**¶ Tres numeri ppositi sunt. a. b. c. minimusq. quē numerant. a. f. b. sit. d.
qui sumetur vt prima trium cōclusionum docet. ¶ Si igitur. c. numerat
d. scito. d. esse. quem querimus. ¶ Si. n. a. b. c. minorem eo numerat. sit. n.
e. quem per premisam cōclusionem numerabit. d. quod est iposibile.
¶ Si aut. c. non numerat. d. sumatur. e. minimus numeratus ab eis. ¶ Qd
at. e. numeretur ab. a. b. c. patet quia. c. numerat ipsum f. d. similiter ergo
f. a. b. q. numerat. d. ¶ Quare. c. numerabit ab. a. b. c. eritq. e. minimus
quem numerat. a. b. c. ¶ Si aut sit. f. quem p pmissam cōclusionem nu
merabit. d. sed. c. numerat. f. quia. a. b. c. numerat eum. quare. c. d. nume
rabūt eū. quare p premisam. e. numerabit eū ¶ est maior eo. ¶ Sed f. e.
maior minorem quod non esse potest. Idem inuenies ¶ eodem mō quot
libet ppositis.**

Propositio 37.

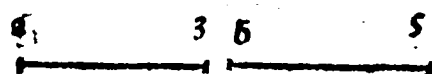
**¶ Numerus aliquis alius numerz. numeret. erit in
numerato pars a numerante denominata.**

**¶ Huius sensus ē q. ois numerus numeratus a ternario hēt
tertiā ¶ numeratus a gnario hēt quintā. sicut de ceteris.
¶ Vt si. b. numeret. a. erit in. a. ps. denoiata a. b. ¶ Nume
ret. n. ipsum quotiens vnitas in. c. eritq. per. 16. vt. c. quoq.
totiens numeret. a. quotiens vnitas in. b. quare tota pars. est. c. a. quota
vnitas. b. ¶ Et quia vnitas est pars ois numeri ab ipso denominata per cō
mūnem scientiam meriti. c. pars. a. denominata a. b. quod est ppositum.**

Propositio 38.

**¶ Numerus aliquis partem quotācūq. habeat nu
merabit ipsum numerus ad illam ptes dictus.**

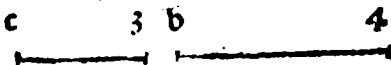
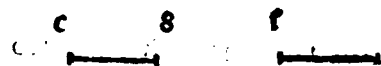
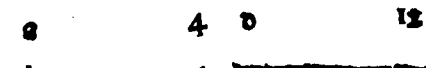
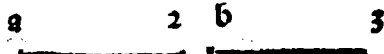
**¶ Hec est conuersa premisse cuius est intentio q. ois nu
merus hñs tertiā nūerat a ternario ¶ hñs qntā a gnario
sicut de ceteris. ¶ Vt si. b. sit. ps. a. denoiata. a. c. seqt vt. c.
numeret. a. ¶ Quia enim. b. est pars. a. denominata a. c. sed f. vnitas ē ge**



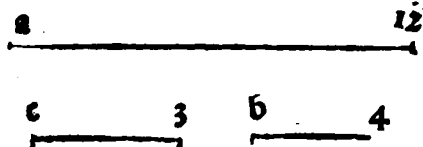
c 12



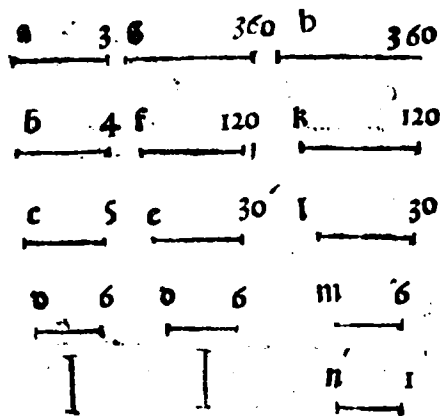
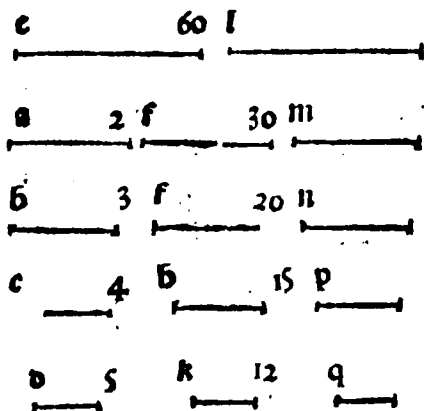
d



I



I



c. denominata ab ipso per concep. sequitur ut quotiens unitas numerat. e. totiens. b. numerat. a. ¶ Itaq. per. 16. quotiens unitas. b. toties. c. numerat. a. quare constat propositum. ¶ Aliter idem cum sit. b. pars. a. si tota unitas. c. eritq. per hanc communem scientiam unitatem et partem omnis numeri ab ipso denominatam. c. denominans. b. in. a. ¶ quia e. b. in. a. quod tiens unitas in. c. euidenter sequitur propositum per. 16.

Propositio 39.



Minimus numerus propositarum denominationum habentem partes inuenire. Ex quo manifestum est qd minimus numerus numeratus a quotibet e minimus habes partes denotatas ab ipsis.

¶ Sint. a. b. c. d. denominantes partes propositas. ¶ e. minimus numeratur ab eis sumptu fm. 36. ipsum. e. dico esse quem querimus. ¶ Sint enim fm quos numerant ipsum. f. g. h. k. eritq. ¶ 16. ¶ hanc communem scientiam unitas est pars omnis numeri ab ipso denominatus. f. g. h. k. numerant. e. fm. a. b. c. d. quare sint partes eius ab illis dictae. ¶ Est igitur. e. habens partes propositarum denominationum. ¶ Minimus etiam qm si alter fuerit ut. l. sint partes. l. dictae ab eis. m. n. p. q. eritq. per. 16. ¶ predictam com scientiam. a. b. c. d. uicuersa partes. l. dictae ab. m. n. p. q. quare non erat. e. minimus quem numerat. a. b. c. d. quod est inconueniens. ¶ Habito minimos si cura est habere secundum aut quotumcunque libet qd si secundum sume duplum minimis si tertium triplum ¶ ad hunc modum in aliis. ¶ Cum enim omnis multiplex. e. numeret ab a. b. c. d. per hanc com scientiam. Omnis numerus numerans alium numerat omnem numeratum ab illo. ¶ Necesse est per. 37. ut omnis multiplex. e. habeat partes denominatas ab a. b. c. d. ¶ Si itaq. duplus. e. non fuerit secundus habens partes propositarum denominationum. erit alius quem si cut sequitur esse maiorem. e. sic sequitur et minorem duplo ¶ quia illum numerant. a. b. c. d. per. 38. sequitur per correl. 36. q. e. numeret eundem quod est impossibile. ¶ Cum enim numeret se. numeraret per hanc communem scientiam omnis numerus numerans totum ¶ detrahimus numerat residuum differetiam illius ad se. que cum sit minor se maior numerus numeraret minorem quod esse non potest sequitur itaq. duplum. e. esse fm numerum habentem propositarum denominationum partes. ¶ Similiter quoq. argues duplum. e. esse tertium probato duplo esse secundum alioquin quia esset triplo minor ¶ duplo maiori sequeretur. e. numerare aliquem inter ipsius duplum ¶ triplum quod ut prius patet esse impossibile. ¶ Probato autem triplo esse tertium ad huius similitudinem probabis quadruplum esse quartum ¶ sic in ceteris.

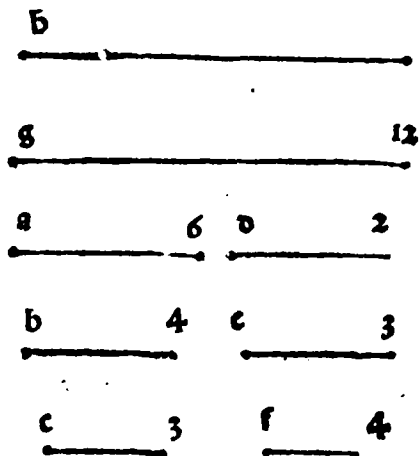
¶ Minimus numerus habentem partes propositarum denominationum sumptarum continue reperire.

¶ Ut minimus numerus habentem tertiamque tertia habeat quartam que etiam quarta habeat quintam aut septimam aut qualitercunque continuat eas ab eisdem uel diuersis denominari. ¶ Multiplicari oportet denominatorem prime partis in denominatorem secundae ¶ ex eis productum in denominatorem tertiae productum quoq. in denominatorem quartae sicq. de ceteris usq. ad ultimam a prima. ¶ Vel usq. ad primam ab ultima ¶ qui prouenerit erit qui inquiratur ut in proposito. 60. uel. 84. ¶ Hoc autem ita esse demonstratiue sic habeto. ¶ Sint numeri partes propositas denominantes. a. b. c. d. uolumus inuenire minimus numerum qui habeat partem denominatam ab a. ita qd illa pars habeat partem denominatam ab a. b. ¶ illa aliam denominatam a. c. sed ¶ hec aliam dictam a. d. ¶ Ducatur itaq. d. in. c. ¶ proueniat. e. ¶ e. in. b. ¶ proueniat. f. f. quoq. ducatur in. a. ¶ proueniat. g. quem dico esse quem inquirimus. ¶ Cum enim ipse. g. proueniat etiam ex. a. in. f. per. 17. erit. f. pars. g. dicta ab. a. At quia. f. prouenit per eandem ex. b. in. e. erit. e. pars. f. dicta ab. b. sed ¶ propter hoc erit. d. pars. e. dicta ab. a. ¶ quia unitas est pars. d. dicta ab ipso

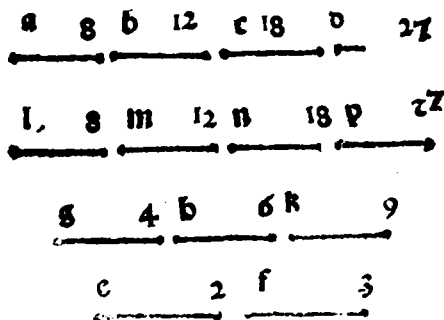
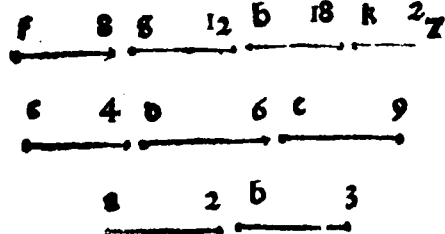
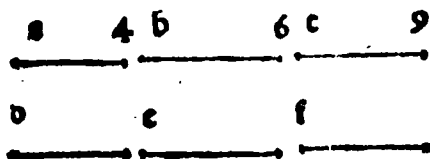
d. patet. g. habere partes ut proponitur. ¶ Si ergo non fuerit minimus sit. b. sitq. k. pars eius dicta ab. a. f. l. pars. k. dicta a. b. f. m. pars. l. dicta a. c. n. quoq. pars. m. dicta. a. d. ¶ Eritq. p. 18. f. 14. g. ad. f. ut. b. ad. k. f. f. ad. e. ut. k. ad. l. f. c. ad. d. ut. l. ad. m. sed f. d. ad unitatem ut. m. ad. n. ¶ Ergo per. 15. erit in proportionem equalitatis. g. ad unitatem ut. h. ad. n. ergo permutatim erit. g. ad. h. ut unitas ad. n. ¶ Quare cum. h. sit minor g. erit. n. minor unitate. sequitur igitur impossibile partē numeri minorem esse unitate. ¶ Erit itaq. g. minimus habēs ptes ut pponit. Quo inuēto si cura fuerit hīc scdm aut quotūque libet p minimi multiplices ut prius dñ est sumēdi erūt hec aut. 39. pponitur in alio fm hunc modum.

¶ **Propositis partibus quotūque libet minimum numerum eas continentium inuenire.**

¶ Ut si partes propoſite ſint. a. b. c. ſintq. eas denominantes. d. e. f. f. ſuma tū minimus quem numerant. d. e. f. qui ſit. g. hunc dico eſſe quem querimus. ¶ Erunt enim in eo propoſite partes per. 37. ¶ Qui ſi nō fuerit minimus eas continens ſit ergo. h. quē numerabunt. d. e. f. per. 38. igitur nō erit. g. minimus numeratus ab eis quod eſt incōueniēs quia erat. ¶ Intel ligo uero partes. a. b. c. indeterminate poni f. nō ſub quantitate certa: aliter enim non eēt neceſſarium ut minimus numerus quem numerāt. d. e. f. eſſet minimus continens partes ppoſitas. ¶ Plurimas enim cōtingit partes reperire quas numerus numeratus ab eaz denominatoribus non continet. ¶ Verbi gratia. Tres numeri q ſunt. 10. 90. f. 72. ſunt eiſdē numeri ptes. primus quidē tertia. ſcūduſ uero q̄rta. f. tertius quinta: nec tñ minimus quē numerāt denoiatores eoz qui ē. 60. partes iſtas cōtinet. ¶ In ſtandū igitur eſt ſi ptes ſub certa quātitate ponant prime cōſequentie huius demonſtrationis. ¶ Nō enim ſequitur ut arguit p. 37. ſi ternarius hūc numerat ergo hic numerus poſitus eſt eiſ tertia. ¶ Sed ergo hēt tertiam. ¶ Quapp idem eſt qd pponitur fm utrūq. modum ſed fm primū cōuenientius uidet qd intenditur pponi. ¶ Attēdere aut oportet q cū oīs ps habeat q̄tātē in ea contingit ponere quotlibet f. quaſlibet ptes fm quātitatē: f. inquirere q minimus eas cōtinet f. ſub quibus denominationibus. ¶ Minimū aut eas cōtinētē cōſtat eē minimū numeratū ab eis. ¶ Secundū quos uero numerant ſunt qui illos in illo denoiant. ¶ Contingit itēz ponere quotlibet f. quaſlibet denominationes: f. inquirere in quo minimo hee denominationes repiuntur f. fm quas q̄titates. ¶ Minimū quoq. cōſtat eē minimum numeratū ab illis. ¶ Secundū quos uero numerant ſunt qui q̄titates determinant. ¶ Vtrobiz aut idcirco inquiret minimus quia infiniti ſunt hinc quidē qui has ptes cōtinent. Inde uero in quibus hee denoiationes repiuntur. ¶ Contingit rursus ponere quotlibet ptes f. totidē denoiationes. Vel quotlibet denoiationes f. totidem partes. ¶ Nō aut quaſlibet cū quibuslibet ſed certas cū certis. ¶ Si enim ponam ptes tres quatuor quinque f. denoiationes eaz. 6. 7. 8. f. inquirem quis nūc rurs cōtinet has ptes ſub iſtis denoiationibus ſimilis ero inquisitori uano q̄renti impoſſibile. ¶ Certas igitur conuenit ponere ptes cū denoiationibus certis f. nō ut contingit f. inquirere quis numerus poſitas ptes ſub poſitis denominationibus continet: nō aut quos. ¶ Minimus unicus enim eſt nam ſue ppoſita fuerit una pars f. una denoiatio ſue plures f. plures non erit ſumere plures numeros quod ppoſitū erit continētes. Solus enī eſt cuius ternarius eſt quinta nō plures. Solus quoq. cuius ternarius octa uas f. ſenarius quarta non plures. ¶ Ideoq. pponentem partes f. denoiationes ipſarū in toto non eſt querere quis minimus continet has ptes ſub iſtis denoiationibus ſed quis unus cōtinet. ¶ Proponētē aut ptes tñ. Cōtingit querere quis minimus eas continet f. a quibus in eo denoiantur. ¶ Solas quoq. pponentē denoiationes conuenit querere q partes ab illis dictē f. in quo minimo repiunt. Conueniētius aut ur partes p denoiationes inquirere: q denoiationes p partes diuerſitatē quidē denoiationū nō partū comitantur pportionū diuerſitas. **Explicit liber ſeptimus.**



Liber octauus Euclidis de numeris similibus ac eorum ad instar continue quantitatis denominationibus et ipsorum adinuicem proportionibus ex optima Campani interpretatione Magistro Luca pacolo de Burgo Sancti Sepulcri Ordinis Monachorum Castigatorum diligentissimo. Incipit.



tera sunt proportionalia.



Si numerorum quolibet continue proportionalitatis duo extremi fuerint contra se primi: eos oēs secundum suam proportionem minimos esse necesse est. **S**int continue proportionales. a. b. c. duoque extremi qui sunt a. c. sint contra se primi. dico quod in eadem proportionem non reperiuntur totidem minores. Si autem contingit sint. d. e. f. eruntque per .15. septimi. a. ad. c. sicut. d. ad. f. quia. a. et c. sunt minimi in sua proportionem p. 13. eiusdem sequitur p. 11. ut. a. numeret. d. et c. f. maiores. s. m. nores quod esse non potest.



Emeros quolibet continue proportionalitatis finem proportionem datam minimos inuenire. unde manifestum erit: quod si fuerint tres numeri continue proportionalitatis finem eam minimi duo extremi erunt quadrati. quod si fuerint quatuor erunt extremi cubi.

Sint datae proportionis minimi. a. et b. ducaturque a. in se fiat. c. et in. b. fiat. d. b. quoque in se fiat. e. eruntque. c. d. e. continue proportionales in proportionem. a. ad. b. p. 18. et 19. septimi: quia. c. et e. sunt contra se primi p. 18. eiusdem erunt. c. d. e. finem datam proportionem minimi p. premisam. **D**ucatur iterum. a. in oēs illos. et pueniat. f. g. h. et b. in. c. et pueniat. k. erunt et. f. g. h. k. continue proportionales in proportionem. a. ad. b. p. 18. et 19. septimi: minimi quoque p. 18. eiusdem et premisam hac uia et ratione inueniet. s. uel. 6. uel quolibet.



Isi numeri quolibet continue proportionales secundum suam proportionem fuerint minimi: duos eorum extremos se primos esse necessario comprobatur. **H**ec tertia est conuersa prime. Sint. n. a. b. c. d. continue proportionales et finem suam proportionem minimi. dico quod. a. et d. extremi erunt adinuicem primi. **M**ini. n. in proportionem a. ad. b. sint. e. et f. eruntque p. 11. septimi contra se primi p. hos ergo duos finem doctrinam premisse inueniant totidem continue proportionales et minimi quot sunt numeri ppositi. **P**rimo quidem tres qui sunt. g. h. k. deinde quatuor qui sunt. l. m. n. p. et ad hunc modum continue p additionem unius quousque fiat tot quot sunt numeri ppositi ut sunt hic. l. m. n. p. sequitur ergo. l. m. n. p. equales esse. a. b. c. d. eo quod in eadem proportionem sunt utrinque minimi. **E**t quia. l. et p. sunt contra se primi p. 18. septimi: erunt quoque. a. et d. illis equales contra se pri

mi: quod est propositum.

Propositio .4.



Similitudinem assignatarum proportionum in minimis numeris fm ipsas proportionones continuatim proportionalibus inuenire.

¶ Assignate pportiōes in minimis terminis inueniant ut docet. 34. septimi. Sintq; pma inter. a. f. b. scda inter. c. f. d. tertia inter. e. f. f. sic quoq; de pluribus si fuerint plures. uolo has pportiones in quatuor minimis numeris cōtinuare. Sumo ergo. g. minimum quem numerat. b. f. c. f. quotiens. b. numerat ipsum. g. toties a. numerat. h. d. quoq; totiens numeret. k. quoties. c. g. itaq; si. e. numerat. k. sit ut. f. toties numeret. l. erūtq; b. g. k. l. quos qrimus. ¶ Cōstat. n. p. 18. septimi q; sit. b. ad. g. sicut. a. ad. b. f. g. ad. k. sicut. c. ad. d. at. k. ad. l. sicut. e. ad. f. ¶ Minimi quoq; nā si alii sint minimi ut. n. p. m. q. oportebit p. u. septimi bis assumptā ut uterq; duoz; b. f. c. numeret. p. qre f. g. numerabit eūdem. p. correl. 35. sep. quod est inconueniens. ¶ Sunt igr. b. g. k. l. minimi. ¶ At uero si. e. non numerat. k. sit. m. minimus numeratus ab eis. s. e. f. k. quem. m. quotiens numerat. k. totiens. h. numeret. n. f. g. totiens. p. erūtq; per. 18. septimi. n. p. m. in pportione. h. g. k. quare. n. ad. p. ut. a. ad. b. f. p. ad. m. ut. c. ad. d. sed quotiens. e. numerat. m. totiens. f. numeret. q. f. erit p eandem. m. ad. q. sicut. e. ad. f. ¶ Manifestum est igitur q; assignate pportiones cōtinuate sint in quatuor numeris qui sunt. n. p. m. q. ¶ Qui si nō fuerint minimi. sint si possibile est alii qui sint. r. s. t. x. quia itaq; per. u. septimi bis assumptam uterq; duoz; numerorum. b. f. c. numerat. s. sequitur p correl. 35. sep. ut. g. numeret eundem quare ē. k. numerabit. t. at q; p. u. septimi. e. numerat eundem. t. nō erit. m. minimus quem numerant. k. f. e. hac rōe qrtā illis f. quotlibet alias sine oī offendiculo cōtinuare poteris.

Propositio .5.



Primum duorum numerozum compositorum p portio unius ad alterum est ex laterum suorum p ducta proportionibus.

¶ Quod proponit. 24. sexti de superficiebus equidistantium laterum: proponit hec de numeris compositis. Sint duo numeri cōpositi. a. b. latera. a. sint. c. f. d. latera. b. sint. e. f. f. dico itaq; q; proportio. a. ad. b. constat ex ea que est. c. ad. e. f. ea que est. d. ad. f. ¶ Sit enim ut. ex. d. in. e. fiat. g. quia ergo ex. d. in. c. fit. a. f. ex. f. in. e. fit. b. per. conuersionem diffinitionis laterum erit per. 18. septimi. a. ad. g. sicut. c. ad. e. f. per. 19. eiusdem. g. ad. b. sicut. d. ad. f. quare per diffinitionem proportio. a. ad. b. composita est ex ea que est. c. ad. e. f. ea que ē. d. ad. f. quod est propositum. ¶ Nec est necessarium ut continuemus pportiones laterum uidelicet eam que est. c. ad. e. f. eam que est. d. ad. f. in minimis numeris repertis fm doctrinam precedentis ut docent quidam hoc enim est proposito preter necessarium. ¶ Arguunt enim posito q; illi minimi sint. h. k. l. ita q; sit. h. ad. k. sicut. c. ad. e. f. k. ad. l. sicut. d. ad. f. proportionem. h. ad. l. esse compositam ex compositorum laterum pportionibus. ¶ Sumptoq; g. fieri ex. d. in. e. argunt. a. ad. g. ut. h. ad. k. quia ut. c. ad. e. f. g. ad. b. ut. k. ad. l. quia ut. d. ad. f. ideoq; fm equam propo. f. a. ad. b. ut. b. ad. l. concludunt igitur. a. ad. b. componi ex quibus. b. f. l. uerū quidem sed non necessario assumpto.

Propositio .6.



Trium numerozum quotlibet continue proportionalium primus secundum non numeret. nullus eorum numerabit ultimum.

¶ Sint. a. b. c. d. e. continue proportionales. dico q; si. a. non numeret. b. nullus eorum numerabit. e. Manifestum aut estq; si ipsum numeret oēs numerabūt. e. f. simpliciter

t n 30 b 6 a 3

8 p 20 8 4 b 2

t m 15 k 3 c 4

x q 12 i 5 d 3

e 3

f 5

c 3

h a 12

d 12

k g 8

e 2

l b 18

f 9

a 3

b 6

c 12 f 4

d 24 g 6

e 48 h 9

LIBER

quilibet precedens quilibet sequentē. ¶ Si autem nō numerat ipm pate
q. d. non numerabit. e. nec simpliciter aliquis eorum proximo sequentem
quia sunt positi continue pportionales. ¶ Sed q. nullus alius ut. c. nume
ret ipsum sic constat. ¶ Sumantur fm doctrinam secūde huius totidem
minimi continue pportionales in pportione eadē quot sunt ipse. c. ¶ oēs
sequentes qui sunt. f. g. h. eruntq. p. 3. huius. f. g. h. contra se primi ¶ quia p
equam pportionalitatem. c. ad. e. ut. f. ad. h. cum. f. non numeret. h. nec. e.
numerabit. e. eodē mō nec aliq. alioz. quare liquet qd ppositum est.

Propositio .7.



¶ Si numerorum continue proportionalium primus
ultimū numeret. idem ipse 2 secundū numerabit.
¶ Sint qui prius continue pportionales. dico si. a. nume
rat. e. ipse numerabit. b. alioquin ex premissa nō numera
ret. e. quod est contrarium ¶ impossibile. Non solum autē
numerabit. b. sed ¶ oēs ¶ quisq. eoz. quilibet ipm sequentē.

Propositio .8.



¶ Si inter duos numeros numeri quotlibet in conti
nua pportionalitate ceciderint. totides inter om
nes duos in eadez pportione relatos cadere ne
cesse est.

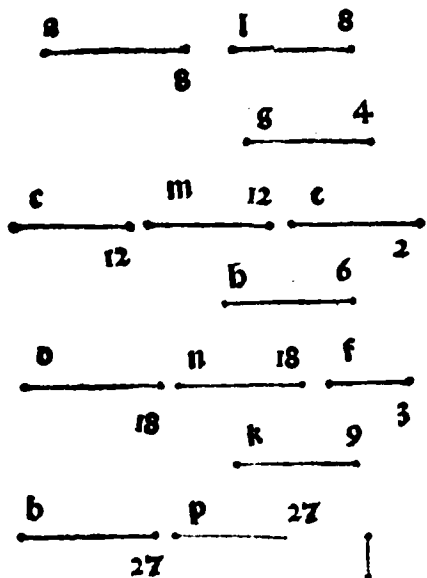
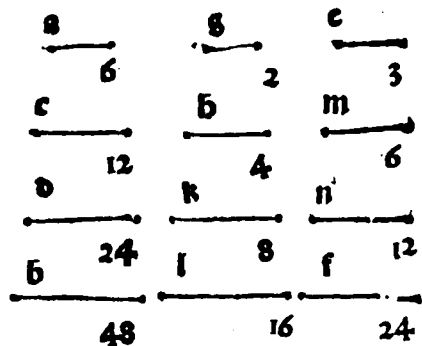
Sint. a. ¶ b. inter quos cadunt. c. ¶ d. in cōtinua pportiōe
habentes se in poptione. e. ad. f. dico q. totidē cadūt inter
e. ¶ f. ¶ in eadem pportione quot inter. a. ¶ b. Sint enim. g. h. k. l. totidē
minimi quot sunt. a. ¶ b. ¶ qui inter eos cadunt sumpti. quēadmodū do
cet secunda huius cōtinue pportionales in eadē pportione eruntq. p. 3. g.
¶ l. cōtra se primi ¶ per equā ppor. erit. g. ad. l. sicut. a. ad. b. ideoq. ¶ sicut
e. ad. f. ¶ quia ipsi sunt in sua pportione minimi per. 31. septimit ¶ sequitur
per. 11. eiusdē ut. g. numeret. e. ¶ l. f. equaliter. toties igit numeret. h. m. ¶
k. n. positisq. m. ¶ n. inter. e. ¶ f. constat per. 18. septimi. e. m. n. f. ¶ cōti
nue pportionales. quēadmodum sunt. g. h. k. l. ¶ ideo quēadmodum. a.
c. d. b. quare patet quod dictū est. ¶ Ex hac constat nullā suptricularē
posse per equalia diuidi. si enim hoc eēt oporteret inter duos numeros
sola unitate distātes numerum cadere mediū quod eē non potest. ideoq.
totus in musica quē sexquioctāna cōtinēt pportio i duo uera semitonio
diuidi non pōt. sed necessario diuiditur in minus semitonium ¶ maius.

Propositio .9.



¶ Si inter duos numeros contra se primos numeri
quotlibet continua pportionalitate ceciderint. in
ter vtrunq. eorum 2 unitatem totidem continua
pportionalitate cadere necesse est.

¶ Sint. a. ¶ b. cōtra se primi. inter quos cadat incōtinua
ppor. c. ¶ d. dico q. totidē erunt continue pportionales in
ter. a. ¶ unitatē. itemq. totidē inter. b. ¶ unitatē. Sint enim in illa ppor
tione minimi. e. ¶ f. sumpti ut docet. 34. septimi. ex quibus sumant tres
continue pportionales ¶ minimi in eorum pportione. put docet secū
da huius qui sunt. g. h. k. deinde quatuor qui sunt. l. m. n. p. ¶ hoc totiens si
at usquequo sic sumpti fiant totidem quot sunt numeri ppositi ut sunt
hic. l. m. n. p. Constat itaq. cum sint. a. c. d. b. in sua pportione minimi p
primam huius. sintq. l. m. n. p. totidem ¶ minimi in eadem. Non sit autē
possibile eē aliquid minus minimo q. numeri. l. m. n. p. equalēs erūt nu
meris. a. c. d. b. quisq. suo relatio ē igitur. l. equalis. a. ¶ p. b. Manifestum
autem ex secunda huius q. ex. f. in se fit. k. ¶ ex eodem in. k. p. per diffini
tionē igitur eius quod est multiplicari. erit. f. in. k. k. quoq. in. p. quoties
unitas est in. f. itaq. unitas. f. k. p. sunt continue pportionales. Similiter
autem ¶ unitas. e. g. l. sumptis ergo. a. ¶ b. loco. l. ¶ p. sibi equalium erunt
inter. a. ¶ unitatem. g. ¶ e. ¶ inter. b. ¶ unitatem. k. ¶ f. continue propor
tionales totidem quot sunt inter. a. ¶ b. quod est ppositum.

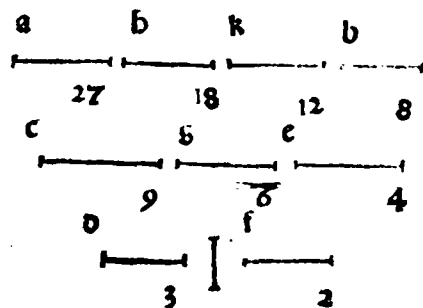


Propositio .10.



Inter vtrunq; eorum 2 unitatem quotlibet numeri continua proportionalitate ceciderint ambo bus numeris totidem continua proportionalitate interesse necesse est.

Sint duo numeri. a. b. sintq; c. d. inter. a. b. unitatem. e. quoq; f. inter. b. f. unitatem continue proportionales. dico totidem esse inter. a. b. continue proportionales: hec est conuersa prioris excepto q; ad subiectum premisse appositum erat. a. b. esse contra se primos quod non apponitur hic ad passionem: qua propter unitatem salior est passio huius subiecto illius. ¶ Quia igitur quotiens unitas in. d. totiens est. d. in c. f. totiens. c. in. a. constat quod ex. d. in f. fit. c. f. ex eodem. d. in. c. a. Similiter quoq; ex. f. in f. f. in. c. f. in. e. f. b. ¶ Ducat itaq; d. in. f. f. productus sit. g. itemq; idem. d. ducatur. in. g. f. e. f. sint producti. h. f. k. Constat igitur ex. 18. septimi q; c. ad. g. vt. d. ad. f. f. ex. 19. q; g. ad. e. vt. d. ad. f. quare. c. g. e. sunt continue proportionales in proportionem. d. ad. f. item per. 18. iterum sunt. a. ad. h. sicut. c. ad. g. f. b. ad. k. sicut g. ad. e. f. per. 19. k. ad. b. sicut. d. ad. f. igitur sunt. a. h. k. b. continue proportionales: quare constat propositum.

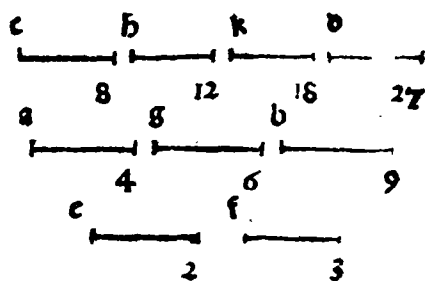


Propositio .11.



Ifuerintambo quadratierit proportio vnus ad alterum tanq; sui lateris ad latus illius proportio duplicata. Si vero ambo fuerint cubierit proportio alterius ad alterum tanq; sui lateris ad latus alterius proportio triplicata.

Sint duo quadrati. a. b. f. duo cubi. c. d. latera t; quadratorum q; cuborum sunt. e. quidem. a. f. c. f. vero. b. f. d. dico q; p. portio. a. ad. b. erit sicut. e. ad. f. duplicata. c. vero ad. d. sicut eadem triplicata. Manifestum enim est q; ex. c. in f. fit. a. f. ex ipso. c. in. a. c. sic quoq; ex. f. in f. fit. b. f. ex ipso in. b. d. ducatur igitur. e. in. f. f. prouenit. g. f. in g. f. b. f. proueniant. h. f. k. eritq; per. 18. septimi. a. ad. g. sicut. e. ad. f. f. p. 19. g. ad. b. sicut. e. ad. f. igitur ex diffinitione. a. ad. b. sicut. e. ad. f. duplicata quod est primum. ¶ Secundum eodem modo constat. sint enim p. 18. iterum. c. ad. h. sicut. a. ad. g. f. h. ad. k. sicut. g. ad. b. f. per. 19. k. ad. d. sicut. e. ad. f. quare. c. h. k. d. sunt etiam continue proportionales in proportionem. e. ad. f. per diffinitionem igitur erit. c. ad. d. sicut. e. ad. f. triplicata quod est secundum.

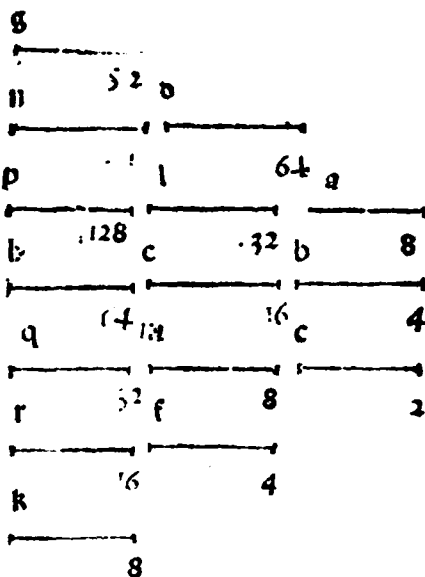


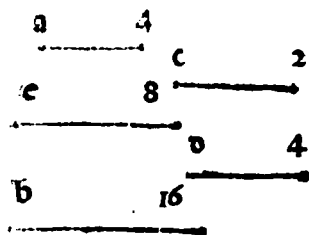
Propositio .12.



Inumerationum continue proportionalitatis quicq; in seipsum ducatur: qui inde producentur sub continua proportionalitate esse. Quod si item in ipsos productos principia sua ducantur inde quoq; productos continue proportionalitatis esse necesse est. idemq; in omnibus hoc modo productis extremitatibus.

Sint. a. b. c. continue proportionales quorum quisq; in se ducatur f. proueniant ex. a. quidem. d. ex. b. vero. e. f. ex. c. f. dico q; d. e. f. sunt continue proportionales: q; si item. a. ducatur in. d. f. proueniat. g. b. quoq; in. e. f. proueniat. h. f. c. in f. proueniat. k. dico etiam q; g. h. k. erunt continue proportionales. ¶ Sit enim ex. a. in. b. l. f. ex. c. in eundem. m. eruntq; p. 18. f. 19. septimi. d. l. e. m. f. continue p. portioales in p. portione. a. b. c. itaq; equam proportionalitatem argue. d. ad. e. sicut. e. ad. f. quod est primum. ¶ Reliquum sic ducatur. a. in. l. f. e. f. proueniat. n. f. p. c. quoq; ducatur in. e. f. m. f. proueniant. q. f. r. eruntq; per easdem. g. n. p. h. q. r. k. continue quoq; proportionales in proportionem primorum: per equam igitur proportionalitatem conclude. g. ad. h. sicut. h. ad. k. quod est reliquum. Eadem erit ratio quotienscumq; primi in productos ducantur.





Propositio .13.



Quis quadratus numerus alium quadratus numeret: latus quoque suum latus illius numerare p batur. Si vero latus suum latus illius numeret q dratus numerat quadratum.

Sint duo numeri. a. f. b. quadrati latera. e. g. c. f. d. dico q si a. numerat. b. c. quoque numerabit. d. f. e. conuerso **C**onstat enim q ex. c. in se fit. a. ex. d. quoque in se. b. fiat igit. e. ex. c. in. d. eruntq. per. 18. f. 19. septimi. a. e. b. continue proportionales in proportio ne. c. ad. d. **S**i igitur. a. numerat. b. idem ipse per. 7. huius numerabit. e. quare f. c. d. quod est primum. **C**onuersa sic patet. si. c. numerat. d. a. nu merabit. e. propter id quod proportio. a. ad. e. sicut. c. ad. d. f. si numerat. e. ipse numerabit. b. propter hoc q sunt continue proportionales.

Propositio .14.



Quis cubus alium cubum numeret: latus quoque suus latus alterius numerabit. Si vero latus suus latus alterius numeret: cubus numerabit cubum.

Sint duo numeri. a. f. b. cubi latera. e. g. c. f. d. di co q si a. numerat. b. c. quoque numerabit. d. f. e. conuerso. **D**ucatur enim. c. in se. f. fiat. e. d. quoque in se fiat. f. c. constat igitur q ex. c. in. e. fit. a. f. ex. d. in. f. b. fiat itaq. g. ex. c. i. d. eruntq. per. 18. f. 19. septimi. e. g. f. continue pportiones in pportione. c. ad. d. f. d. f. h. f. k. pueniant ex. c. in. g. f. f. **P**er easdem igitur erunt. a. h. k. b. c. continue quoque proportionales in eadem proportionione. **I**taq. si a. numerat. b. idē p. 7. huius numerabit. h. quare f. c. d. est n. c. ad. d. sicut. a. ad. h. constat igit prima pars. **C**onuersa patet: sicut conuersa prioris. Nam si c. numerat. d. a. quoque numerabit. h. quem si numerat necesse est ut numeret. b.

Propositio .15.



Unus numerus quadratus quendam alium quadra tum non numeret: nec latus suum latus illius nu merabit. Si vero latus suum latus illius non nu meret: quadratus is quadratum illud nō nume rare ex necessitate conuincitur.

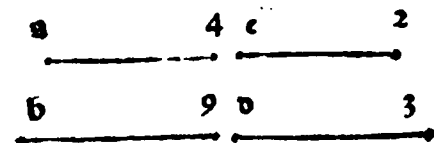
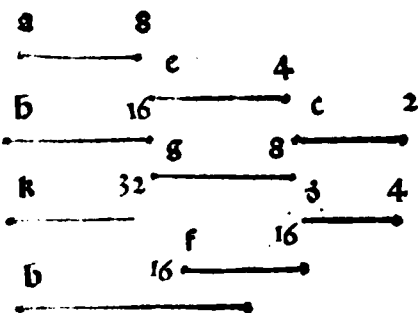
Hec. 15. proponit negationes conuerti: que affirmatio nibus quas. 13. huius conuerti proposuit opponuntur: ut si sint duo nume ri quadrati. a. f. b. quorum latera. c. f. d. si a. non numerat. b. c. quoque non numerabit. d. e. conuerso etiam si. c. non numerat. d. nec. a. b. **S**it enim primo ut. a. non numeret. b. si itaq. c. numerat. d. per secundā partem. 13. huius. f. a. numerabit. b. quod est contrarium positioni: sicq. patet p. mū. **S**ecundum quoque sicut sit ut. c. non numeret. d. itaq. si a. numeret. b. p pri mam partem. 13. necesse est ut. c. numeret. d. necesse ē igitur ut numeret ip sum cum nō numerat ipsum: quod est impossibile. **Q**uemadmodum aut necesse est conuerti negationes oppositas affirmationibus quas. 13. de monstrauit conuerti: sic quoque necesse est eas negationes que opponuntur illis affirmationibus quas premissa conuerti demonstrauit conuertantur unde si cubus non numerat cubū nec latus eius numerabit latus illius eod uerso quoque si latus unius non numerat latus alterius: nec ipse cubus nume rabit alterum cubum: demonstratur autem hoc per premissam a destru ctione consequentis: sicut quod propositum est per. 13. ideoq. hoc auctor non proposuit: sed per id quod propositum est ipsum dedit intelligi.

Propositio .16.



Si duo numeri superficiales fuerint similes neces se est tertium numerum fm proportionalitate cō tinuam eis interesse: eritq. proportio unius nume ri ad alterū sibi similes uelut unius lateris sui ad la tus alterius se respiciens proportio duplicata.

Sint duo numeri. a. f. b. superficiales f. similes: dico



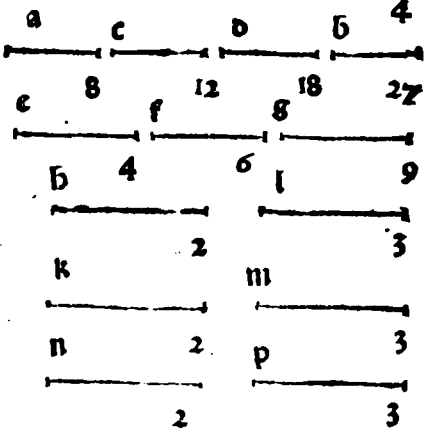
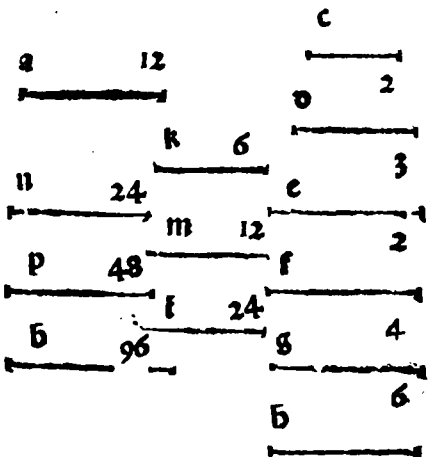
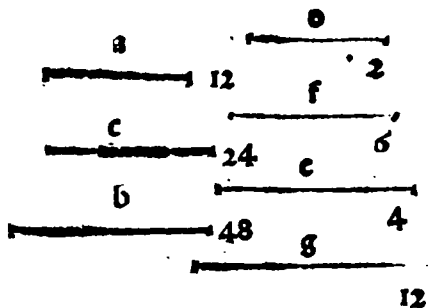
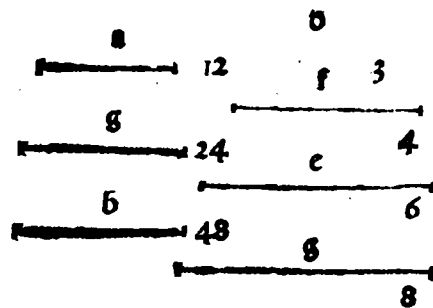
Propositio .17.

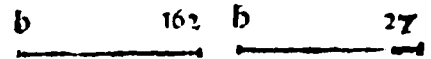
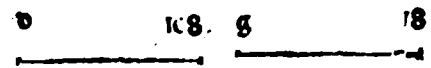
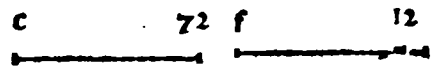
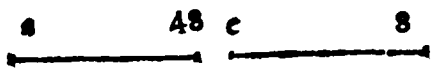
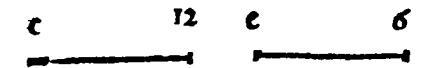
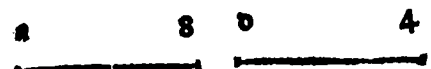
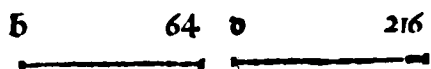
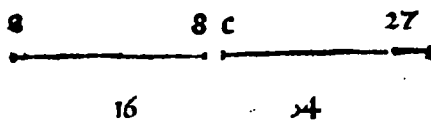
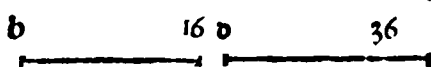
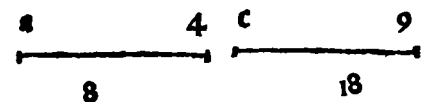
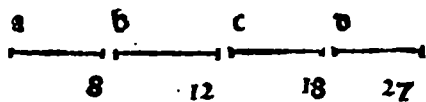
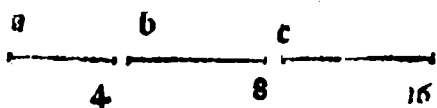
Propositio .18.



Propositio .19.

Hec est cōuersa p̄mise ut si inter .a. & .b. sint duo nume-
ri. c. & .d. medii in cōtinua p̄portione erūt. a. & .b. solidi
& similes. ¶ Sumātur enī tres minimi in eadē p̄portione
cōtinue p̄portioēales q̄ sint. e. f. g. erūtq; p. 17. e. & .g. sup̄ficia
les & similes. ¶ Sint ergo. h. & .k. latera. e. at. l. f. m. latera. g. critq; p̄ corre-
t6. huius. e. ad. f. sicut. h. ad. l. aut sicut. k. ad. m. manifestū autē est ex tertia
q̄. e. & .g. sint cōtra se primi: ideoq; p. 23. septimi in sua p̄portionē mini-
mi & quia p̄ equā p̄portionalitatem sunt. a. ad. d. & .c. ad. b. sicut. e. ad. g.





sequitur per. 21. septimint ipsi numerent. a. f. d. equaliter quod sit fm. n. f. item. c. f. b. equaliter qd sit fm. p. Quia igitur ex. b. in. k. fit. e. f. ex. e. in. n. fit. a. sequitur p. diffinitionem ut. a. sit solidus eiusq. latera. h. k. n. similiter quia ex. l. in. m. fit. g. f. ex. g. in. p. b. sequitur et ut. b. sit solidus f. eius latera. l. m. p. p. Ipsos aut. esse similes sic constabit cum ex. g. in. n. fiat. d. f. ex eod. i. p. b. erit p. 18. septimi. n. ad. p. sicut. d. ad. b. f. quia sic erat. h. ad. l. f. k. ad. m. p. diffinitione manifestu est. a. f. b. e. similes qd e. ppositum.

Propositio .20.



Triu numeror. continue pportionalis primus fuerit quadratus tertiu quoq. quadratum e.

Sint tres numeri continue pportionales. a. b. c. sitq. a. quadratus dico q. c. est etiam quadratus. Sint enim p. 17. a. f. c. superficies f. similes cu igitur. a. sit quadratus p. ypothe. erit. c. qdratus.

Propositio .21.



Quatuor numeror. continue proportionalium. primus fuerit cubus: quartus cubum e. necess. e.

Sint quatuor numeri cotinue pportionales. a. b. c. d. sit q. a. cubus: dico q. d. est et cubus. Cstat enim p. 19. q. a. f. d. sunt solidi similes f. quia a. est cubus p. ypothe. erit etiam. d. cubus.

Propositio .22.



Duorum numerorum quorum pportio sicut q. drati ad quadratum fuerit unus quadratus: alterum quoq. quadratum e.

Sint duo numeri. a. f. b. in pportione duoru quadra. toru qui sint. c. f. d. sitq. a. uel. b. quadratus: dico reliquu e. quadratu. Cum enim. c. f. d. sint quadrati sequitur eos e. sup. f. ciales similes: ideoq. per. 16. cadet unus medius inter eos in continua pportione: quare p. 8. f. inter. a. f. b. per. 10. igitur constat ppositum.

Propositio .23.



Duorum numerorum quorum pportio ad alterum sit sicut cubi ad cubum alteruter fuerit cubus: alterum cubicum e.

Sint duo numeri. a. f. b. in pportione duorum cuborum qui sint. c. f. d. sitq. a. uel. b. cubus: dico reliquum esse cubum. Necess. e. enim q. c. f. d. sunt solidi similes: quippe oes cubi sunt similes f. solidi: itaq. per. 18. inter ipsos cadent duo medii in cotinua pportione totidem igitur per. 8. cadent inter. a. f. b. itaq. per. 11. manifestum est quod dicitur.

Propositio .24.



Unius super. f. cialium similis est pportio unius ad alterum sicut pportio quadrati ad qdratu.

Sint. a. f. b. superficies similes: dico q. unius ad alterum e. pportio sicut quadrati ad quadratum. Erit. n. per. 16. inter eos unus numerus medius in continua pportione qui sit. c. p. Sumptis itaq. tribus minimis in pportione eoz: qui sint. d. e. f. erunt p. correl. a. d. f. f. quadrati: f. quia p. equa pportionalitatem est. a. ad. b. sicut. d. ad. f. constat uerum e. qd pponitur.

Propositio .25.



Unius duor. solidor. similis est pportio unius ad alterum sicut alicuius cubi ad aliquem cubu.

Sint. a. f. b. solidi similes: dico q. pportio unius ad alterum est sicut cubus ad aliquem alium cubu. Sunt qui dem per. 18. inter eos duo numeri medii fm continuum pportione qui sint. c. f. d. in eorum pportioe sint minimis quatuor. e. f. g. h. quorum. e. f. h. erunt cubi per correlarium secundu quia igitur per equam pportionalitatem est. a. ad. b. sicut. e. ad. h. liquet ppositum. Explicit liber Octauus.

Liber nonus Euclidis de quinque numerorum precipuis speciebus, et de perfecto habundante ac diminuto secundum Campani optimam translationem. Magistro Luca Paciolo de burgo sancti Sepulchri Ordinis minorum Castigatore optimo Incipit.



Par numerus est qui potest in duo equalia diuidi. 2. **I**mpar numerus est, qui in duo equalia diuidi non potest. additque supra parem unitatem. 3. **P**ariter par est quem cuncti pares cum numerantes paribus vicibus numerant. 4. **P**ariter impar est quem cuncti pares cum numerantes imparibus vicibus numerant. 5. **P**ariter par et impariter est quem pares cum numerantes quidam paribus quidam imparibus vicibus numerant. 6. **I**mpariter impar quem cuncti impares cum numerantes imparibus vicibus numerant. 7. **P**erfectus numerus appellatur qui omnibus partibus suis quibus numeratur est equalis. 8. **H**abundans dicitur quod omnibus suis partibus minor est. 9. **D**iminutus vero quod maior.

Castigator.

Diffinitiones istae respectu sunt parium et imparium. 1. **P**erfectus. 4. 6. 8. 10. et similes. 2. **I**mpar. 3. 5. 7. 9. et similes. 3. **P**ar. 2. 4. 6. 8. 10. et similes. 4. **P**ariter. 6. 10. 14. 18. 22. 26. 30. 34. 38. 42. 46. 50. et similes. 5. **P**ariter. 2. 4. 6. 8. 10. et similes. 6. **P**ariter. 3. 6. 9. 12. 15. 18. 21. 24. 27. 30. 33. 36. et similes. 7. **P**ariter. 2. 4. 6. 8. 10. et similes. 8. **P**ariter. 2. 4. 6. 8. 10. et similes. 9. **P**ariter. 2. 4. 6. 8. 10. et similes.

Propositio 1.



Si fuerint duo numeri superficiales similes qui ex ductu alterius in alterum producentur numerus quadratum esse necesse est.

Sint, a. et b. superficiales similes ex quorum multiplicatione proveniat. c. dico. c. esse quadratum. fiat enim. d. ex a. in f. eritque per. 18. septimi. d. ad. c. sicut. a. ad. b. quia inter. a. et b. cadit unus medius secundum continuam proportionalem per. 16. octavi. sequitur per. 8. eiusdem ut unus quoque cadat inter. d. et c. itaque cum d. sit quadratus erit per. 10. eiusdem. c. quoque quadratus quod est propositum.

Propositio 2.

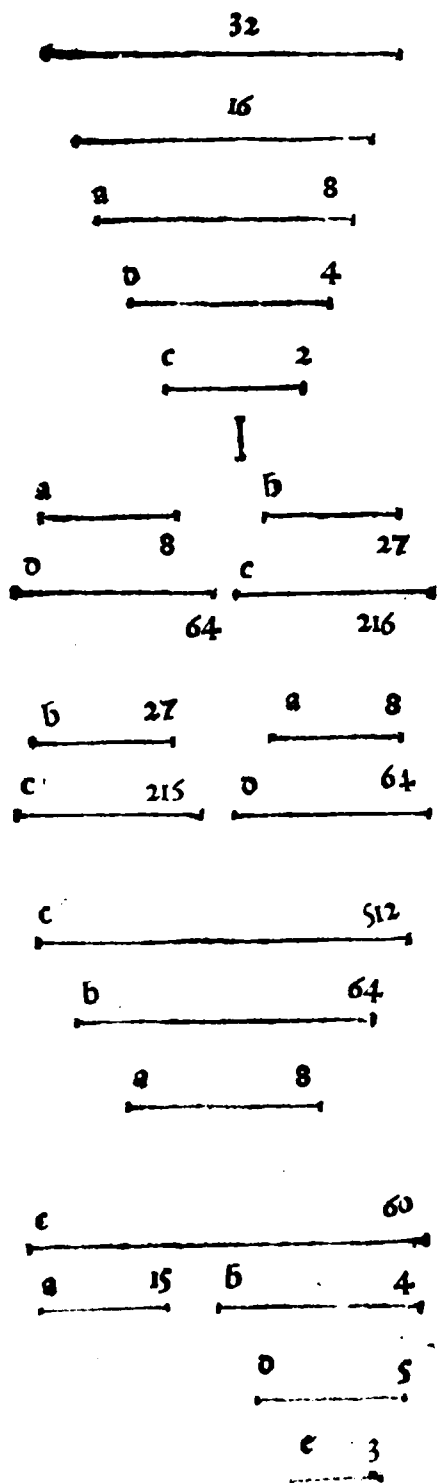


Tex ductu alterius in alterum tetragonus producat. duo quilibet numeri sunt superficiales similes. 1. **E**x his itaque patens est: quia si tetragonus in tetragonum ducatur qui ex eis producat tetragonum esse. 2. **S**i vero ex ductu tetragoni in numerum aliquem tetragonus producat illis numerum aliquem esse tetragonum. 3. **I**temque si ex ductu tetragoni in numerum aliquem non tetragonus producat cum numerus aliquem non tetragonum esse. 4. **S**i vero tetragonus in numerum aliquem non tetragonum ducatur qui inde producat non tetragonum esse necesse est.

Hec est conuersa prioris: ut si ex a. in b. fiat. c. fueritque. c. quadratus erit a. et b. superficiales similes: sit enim. d. ex a. in f. eritque per. 18. septimi. d. ad

a	24	b
12	288	48
144		576

b	24	a
48	288	12
576		144



c. sicut a. ad. b. per 16. autem octavi cum. d. f. c. sint superficiales similes: eo q. sunt ambo quadrati: erit iter eos unus numerus medius fm. cotinuum propor. per. 8. itaq. eiusdem erit etiam unus inter. a. f. b. igitur per. 17. eius dem. a. f. b. sunt superficiales similes: quod est propositum. Prima ps. cor. rel. patet per premisam: sunt enim omnes tetragoni superficiales similes. Secunda patet ex hac cum sit solus tetragonus similis tetragono. Tertia ps. patet ex prima ipsius cor. rel. parte a destructione consequentis. Quarta ue. ro patet ex eiusdem parte secunda a destructione etiam consequentis.

Propositio .3.



In numerus cubus in seipsum ducatur qui inde p. ducetur erit cubus.

Sit a. cubus ex quo in se ducto fiat. b. dico. b. esse cubum. **S**it enim. c. latus cubicum. a. ex. c. uero in se fiat. d. patet itaq. q. ex. c. in. d. sit. a. sunt igitur unitas. c. d. a. continue proportionalis: quod ex. 18. septimi & presentibus hypothesibus manifestum est. **E**t q. a. ad. b. sicut unitas ad. a. eo q. quotiens unitas est in. a. toties. a. in. b. erit inter. a. f. b. duo numeri medii fm. proportionalitatem continuam per. 8. octavi. **C**um igitur ex hypothesi sit a. cubus erit per. 21. eiusdem. b. quoq. cubus: q. oportebat demonstrare.

Propositio .4.



In cubus in alium cubum ducatur: q. i. inde produ. cetur erit cubus.

Sint a. f. b. cubi: fiatq. c. ex. a. in. b. dico. c. esse cubum. **F**iat enim. d. ex. a. in se: eritq. per premisam. d. cubus: **q**uia per. 18. septimi est. a. ad. b. sicut. d. ad. c. constat ex 13. octavi. c. esse cubum: quod est propositum.

Propositio .5.



In numerus cubus in numerum alium ducatur: fueritq. productus cubus in quem ductus est nu. merum cubum esse necesse est: unde & manifestum est: q. ex ductu cubi in non cubum producitur no. cubus. **D**uctoq. cubo in numerum aliquem si fue. rit qui inde producitur non cubus in quem ille du. ctus fuerit necesse est esse non cubum.

Sit enim ex. a. cubo in. b. numerum productus. c. cubus dico. b. esse cu. bum: fiat enim. d. ex. a. in se qui p. ante premisam erit cubus: q. igitur e. per. 18. septimi. a. ad. b. sicut. d. ad. c. estq. a. cubus: sed f. d. f. c. cubi erit per 13. octavi. b. cubus: quod est propositum. Prima pars cor. rel. patet ex hac quinta a destructione consequentis. secunda per premisam similiter a de. structione consequentis.

Propositio .6.



In ex ductu cuiusda. numeri in seipsum cubus pro. ducatur cum esse cubum necessario comprobatur.

Sit ut ex. a. in se fiat. b. sitq. b. cubus: dico ergo. a. esse cubum: fiat enim. c. ex. a. in. b. eritq. ex diffinitione. c. cu. bus. **q**uoniam constat ex. 18. septimi q. sit. a. ad. b. sicut. b. ad. c. cum sint. b. f. c. cubi: sequitur ex. 13. octavi. a. esse cubum: quod est propositum.

Propositio .7.



In numerus compositus in numerum quemlibet ducatur: qui inde produ. cetur erit solidus.

Sit. a. numerus compositus: qui ducatur in. b. **q** proue. niat. c. dico. c. esse numerum solidum. Cum enim. a. sit co. positus numeratur ab aliquo numero qui sit. d. numeret q. cum fm. e. quia igitur ex. e. in. d. sit. a. f. ex. a. in. b. c. erit ex diffinitione solidorum. c. solidus eiusq. latera. e. d. b. q. d. est p. positum.

Propositio .8.



Si fuerint numeri ab unitate continue proportionales: tertius ab unitate erit quadratus: ac deinceps vno semper intermisso. Quartus vero ab unitate cubus: ac deinceps duobus semper intermissis. Itemq; septimus ab unitate est quadratus cubi: ac deinceps: quinq; semper intermissis quadratus cubicus continuo sequitur.

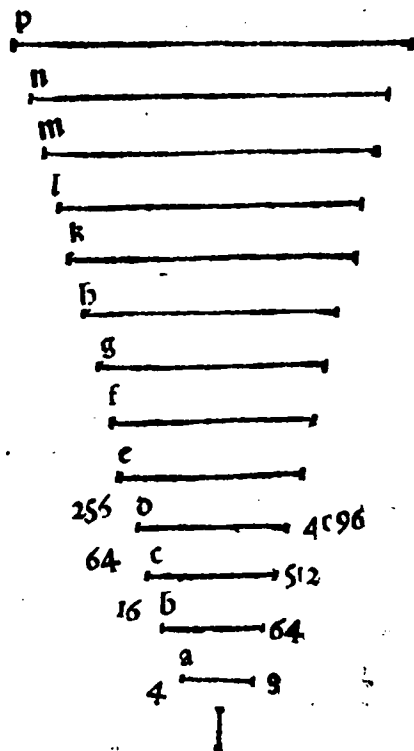
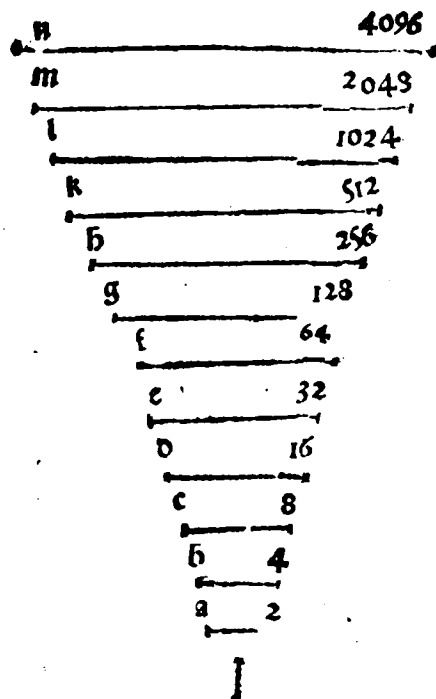
Sint continue proportionales vnitas. a. b. c. d. e. f. g. h. k. l. m. n. dico b. esse quadratum f. d. omisso. c. & sic alios vno semper omisso. vnde simpliciter omnes existentes in locis imparibus sunt quadrati: vt sunt tertius quintus & septimus. ¶ Dico item. c. esse cubum f. i. duobus omisiss: & sic in ceteris. ¶ Omnisq; simpliciter est cubus cuius ab unitate locus addit super ternarium vel quemlibet multiplicem ipsius ternarii unitatem: vt sunt quartus septimus decimus tertius decimus & sextus decimus. in his. n. conueniunt omnes qui duos transmittunt. ¶ Itemq; dico. f. ab unitate se primum esse quadratum cubicum: & similiter enim quinq; numeris intermissis: idēq; in ceteris. ¶ Simpliciter autē dico cuius locus ab unitate addit super senariū vel quēlibet multiplicē ipsius unitatē: vt sunt septimus tertius decimus decimus nonus & vigesimus quintus: illum esse quadratū cubicum: quadratum quidem quoniam eius locus impari cubum autem quoniam super multiplicem ternarii addit unitatem. quippe senarii multiplices cunctos ternarii necesse est eē multiplices. ¶ Quae autem proposita sunt sic constant. ¶ Est enim ex ypothesi. a. in. b. quotiens vnitas in. a. itaq; b. ex diffinitione quadratus. quia igitur. b. c. d. sunt continue proportionales cum. b. sit quadratus: patet ex. 17. vel. 30. octau. d. esse quadratū. Eadem ratione f. f. quia. d. e. f. sunt continue proportionales: f. d. ē quadratus: idem in ceteris vno intermisso: constat itaq; primum. ¶ Secundū sic cum sit. b. in. c. quotiens. a. in. b. ex ypothe. sequitur a diffinitione: vt ex. a. in. b. sum quadratum fiat. c. igitur ex diffinitione cubi. c. est cubus. At quia. c. d. e. f. sunt continue proportionales: sed f. f. g. h. k. est autem. c. cubus: necesse ē per. 19. vel. 21. octau. vt. f. quoq; sit cubus. ideoq; f. k. idēq; in ceteris duobus transmissis: quare liquet secundum. ¶ Quoniam autem in. f. septimo & in. n. tertio decimo: ceterisq; quinq; mediis omittentibus: simpliciter vero & in omnibus quorum locus super quemlibet multiplicem senarii addit unitatem: terminantur quadratorum & cuborum computationes: in his quidem vnus: in illis autem duorum ommissione sequitur ipsos esse quadratos: ex huius prima parte & cubicos ex secundas quare quadrati cubici: constat ergo totum quod dicitur.

Propositio .9.



Si numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate dispositis unitatem sequens quadratus fuerit: ceteri quoq; omnes erunt quadrati. Si vero qui unitatem sequitur fuerit cubus: ceteri quoq; omnes erunt cubi.

Sint qui prius continue proportionales ab unitate sit q. a. quadratus: dico omnes esse quadratos: aut sit idem cubus: tunc quoq; dico omnes esse cubos. b. enim constat esse quadratum per premisam: quia ergo. a. ad. b. sicut. b. ad. c. ex. 20. octau. sequitur. c. esse quadratum. idem quoq; ex eiusdem. 27. vel. 30. potes arguere: de sequentibus autem idem eodemq; modo probabis: quare patet primum. ¶ Secundum autem sicut cum. b. fiat ex. a. in. f. si fuerit. a. cubus erit per. 3. ipse quoq; cubus. c. vero constat esse cubum per premisam. itaq; per. 23. octau. d. omnesq; sequentes cubicos esse probabis: est enim. a. ad. b. sicut. c. ad. d. Idem quoq; arguere potes ex. 19. vel. 21. eiusdem: sunt enim. a. b. c. d. sed f. b. c. d. e. singuli. quatuor continue sumpti continue proportionales.



Propositio .10.



Si numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate dispositis unitate sequens non quadratus fuerit: non erit aliorum quorum quadratus exceptis ab unitate: tertio ex his qui deinceps uno semper in termino reperitur tetragoni. Si vero secundus ab unitate non fuerit cubus: nullus ceterorum erit cubus exceptis ab unitate quarto: et deinceps bis qui duorum semper intermissione formantur cubici.

Hec ex opposito subiecti premisse inferunt partem oppositi passionis: dico autem partem quoniam ex .8. constat omnes impares esse quadratos: omnes quoque loci super ternarium vel quemlibet ipsius multiplici addit unitatem esse cubos. Sint itaque qui prius ab unitate continue proportionales non sit autem .a. quadratus sed nec cubus. dico nullam ex omnibus esse quadratum: aut cubicum nisi quos octava proponit. Si enim quis alius ponatur quadratus: sequitur per .11. octavi .a. esse quadratum. Quod si cubus sequitur per .13. eiusdem .a. esse cubum quorum utrumque contrarium est ypothe. Constat ergo propositum.

Propositio .11.



Si numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate dispositis aliquis numerus primus ultimum numeret: eum quoque qui unitatem sequitur numerare necesse est.

Sint usque ad .d. continue proportionales ab unitate. sit quoque .e. numerus primus de quo ponatur ipsum numerare. dico quod idem numerabit .a. Nam si non erit ad ipsum primus per .31. sep. quia ex .a. in se fit .b. sequitur ex .16. eiusdem ut ipse quoque sit primus ad .b. sed fit ad .c. fit ad .d. sequitur ipsum esse primum per .25. eiusdem: eo quod ex .a. in .b. fit .c. fit ex eodem in .c. .d. non ergo numerat .d. cum sit primus ad ipsum: quare accidit contrarium ypothe. Idem aliter cum sit .e. primus si non numerat .a. primus erit ad ipsum per .31. sep. itaque per .23. eiusdem erunt minimi in sua proportione: quia autem .e. ex ypothe. numerat .d. sit ut finis .f. constat uero quod ex .a. in .c. fiat .d. ergo per secundam partem .20. sep. erit .a. ad .e. sicut .f. ad .c. quare per .21. eiusdem .e. numerabit .c. fit ut finis .g. fit quia ex .a. in .b. fit .c. sequitur quoque per easdem fit eodem modo ut .e. numeret .b. esto ergo quod finis .h. fit quoniam rursus ex .a. in se fit .b. necesse est iterum per easdem: ut .e. numeret .a. sed positum erat non numerare: ergo accidit impossibile.

Propositio .12.



A numeris ab unitate continue proportionalibus minor maiorem numerat finem aliquem in illa proportionalitate dispositum.

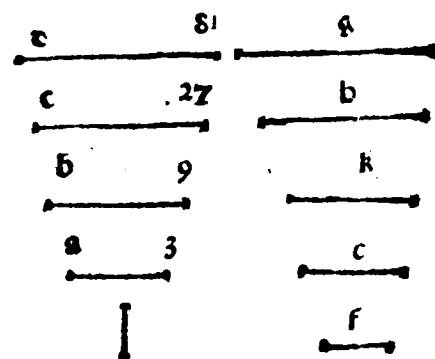
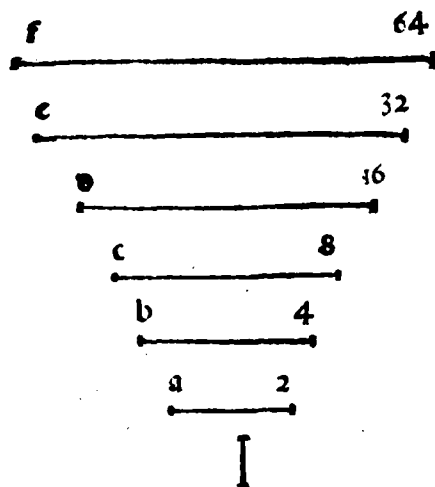
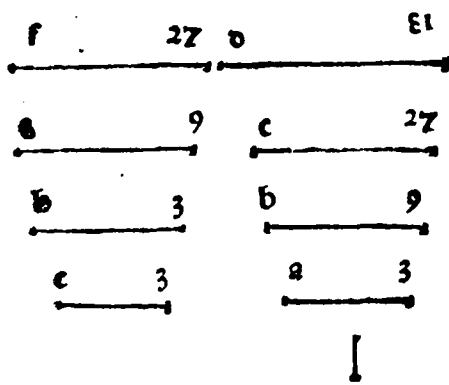
Sint ab unitate usque ad .f. continue proportionales: dico nullum ipsorum numerare .f. nisi finem aliquem aliorum: constat .n. quod .e. numerat ipsum .f. finis .a. est enim .c. ad .f. ut unitas ad .a. sed fit .d. numerat eundem .f. finis .b. est namque per equam proportionalitatem .d. ad .f. sicut unitas ad .b. De .c. quoque patet eodem modo quod finis seipsum numeret eundem. Eodem quoque .a. numerat eundem finem .e. eo quod sicut unitas ad .e. ita .a. ad .f. .b. uero finis .d. est enim ut unitas ad .d. ita .b. ad .f. neque igitur est quod proponitur. Quippe quod prius quod proponitur ultimum numerare fuerit sub ultimo finem totum supra unitatem: numerare ipsum conuenit per equam proportionalitatem et diffinitionem.

Propositio .13.



Quotlibet numeris ab unitate continue proportionalibus si qui unitatem sequitur fuerit numerus primus maximus eorum nisi de numeris in illa proportionalitate dispositis nullus numerabit.

Sint ut prius usque ad .d. continue proportionales ab unitate: sit quoque .a. numerus primus: dico quod nullus numerabit ultimum nec finem.



placiter aliquem eorum nisi aliquis eorum qui antecedit ultimū vel eū qui ponitur numerari. Sit enim si possibile est. e. diuersus ab eis qui numeret. d. qui si fuerit primus per. a. numerabit. a. nō igitur est. a. primus quod ē cōtra ypothe. ¶ Si autē ipse fuerit cōpositus necesse est p. 30. septimi ut aliquis primus numeret eū qui non erit nisi. a. Nam si est alius ab. a. ut. f. cū necesse sit ipsum numerare. d. arguetur et eundē numerare. a. p. u. sic quoq. a. nō erit primus. Est igit. a. primus numerans. e. qm̄ aut. e. numerat. d. sit ut fm̄ g. eritq. p. secundā partē. 30. sep. a. ad. e. sicut. g. ad. c. sit enim. d. ex. a. in. c. qre cū. a. numeret. e. f. g. numerabit. c. sitq. ut fm̄. h. sequiturq. ut. a. numeret g. sicut sequebatur ut numeraret. e. alioquin si. g. quidē est primus cum numeret. c. sequitur p. u. ipm̄ numerare. a. Si autē cōpositus p. eādē sequitur numer. p. primū numerantē. g. numerare. a. qd̄ est inconueniens itaq. a. numerat eū sequitur ergo p. secundā partē. 30. septimi ut. b. numeret quoq. b. eo qd̄ tā ex. a. in. b. qd̄ ex. g. in. b. constat p. duci. c. ¶ Numeret. h. itaq. ipsum k. Constat autē ut prius de. g. qd̄. a. numeret. h. Nā si non non erit. a. p. m̄us itaq. p. secundā partē. 30. sep. sequitur ut. k. numeret. a. sit enim tā ex. a. in. f. qd̄ ex. b. in. k. b. Manifestū est autē. k. nō ēē. a. nullus enim numeroz. g. b. k. est aliquis ex. a. b. c. d. si enim. g. ēēt aliquis ex eis cū ipse numeret. d. fm̄. e. ēēt per premisam. e. quoq. aliquis ex eis sed non erat nec igitur. g. ¶ Similiter cū. h. numeret. c. fm̄. g. non erit. b. aliquis ex. a. b. c. Nā ēēt p. p. m̄is sam f. g. ostensum est autē qd̄ non. ¶ Nec igit. h. eadē rōne nec. k. ¶ Cū. n. ipse numeret. b. fm̄. h. si ipse ēēt. a. conuinceret p. premisam. h. quoq. ēē. a. At non erat. ¶ Nec igitur. h. erit. a. ¶ Numeret autē ipsum. Nō est itaq. a. primus quod est impossibile. ¶ Aliter idem si. e. diuersus ab. a. b. c. d. numerat. d. sit ut fm̄. f. f. quia. a. numerus primus numerat. d. p. ductum ex. e. in. f. sequitur ex. 33. sep. qd̄ ipse numeret. e. uel. f. numeret ergo. e. ¶ Quia igitur tā ex. a. in. c. qd̄ ex. e. in. f. sit. d. erit per scdā partē. 30. septimi. a. ad. e. sicut. f. ad. c. nūerat itaq. f. c. sit ut scdā. g. eritq. per. 33. septimi ut. a. quoq. numeret. f. uel. g. sitq. ut. f. sequiturq. per secundā partē. 30. eiusdem ut. g. numeret. b. sitq. ut secundum. h. ut prius igitur. a. numerabit. g. uel. h. f. sit ut numeret. g. h. ergo per secundā partē dictē. 30. numerabit. a. si itaq. b. non est equalis. a. non erit. a. primus quod est contra ypothe. Si autē equalis erit unusquisq. numerorum. g. f. e. aliquis ex. a. b. c. d. p. p. m̄is sam quotiens oportet assumptam. Non est igitur. e. diuersus ab eis qd̄ est etiam contra ypothe. itaq. constat ue. esse quod proponitur.

Propositio .14.



¶ I propositus fuerit numerus minimus quem numerant primi assignati nō numerabit eū aliquis numerus primus preter illos assignatos.

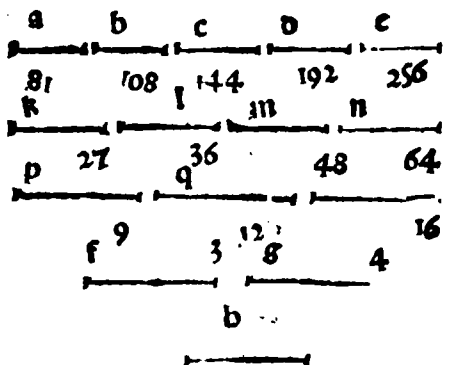
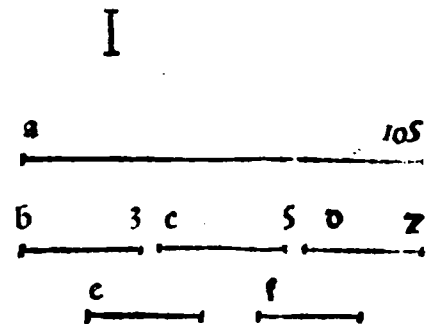
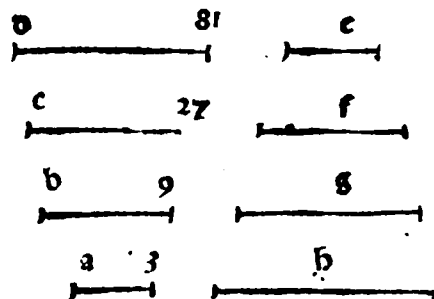
¶ Sit. a. minimus numerus numeratus a numeris primis q. sint. b. c. d. dico qd̄ alius primus preter eos non numerabit. a. Sin autem sit. e. primus numerans cum fm̄. f. quia ergo quilibet numerorum. b. c. d. numerat. a. productum ex. e. in. f. est autem quilibet eorum primus sequitur ex. 33. septimi ut quilibet eorum numeret. e. uel. f. sed. e. nullus numerat cum sit primus quilibet ergo eorum numerat. f. cum itaq. sit. f. minor. a. utpote qui numerat cum fm̄. e. nō erit a. minimus numeratus ab illis quod est inconueniens.

Propositio .15.



¶ I quotlibet numeri continue proportionales fm̄ suam proportionem fuerint minimi quicunq. aliquem illorum numerat alteri terminorum illius proportionis erit commensurabilis.

¶ Sint. a. b. c. d. e. continue proportionales f. minimi fm̄ proportionem. f. ad. g. qui sint in sua proportionē minimi f. ponatur. b. numerare. c. dico qd̄ h. est cōmēsurabilis. f. uel. g. ¶ Sumantur enim in eadem proportionē quatuor minimi qui sint. k. l. m. n. constat autem ex secunda octaua qd̄ ex. f. in. m. sit. c. alioquin contingeret



esse minus minimo quod esse non potest: itaq; per correl. 33. septimi esse h. cōmensurabilis. f. vel. m. q. si. f. constat propositum: si autem. m. sumantur in eadē proportiōe tres minimi qui sunt. p. q. r. eritq; ex secunda octaua ut vt. m. fiat ex. f. in. r. ne minus minimo aliquid esse cogamur concedere: quare per predictum correl. h. est cōmensurabilis. f. vel. r. sed nō erat f. sic enim constabat propositum: cōmensurabilis igitur est. r. qui cum ex secunda octaua fiat ex. g. in se sequitur ex dicto correl. vt. h. fit cōmensurabilis. g. quod est propositum.

Propositio .16.



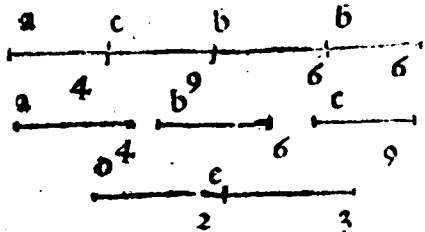
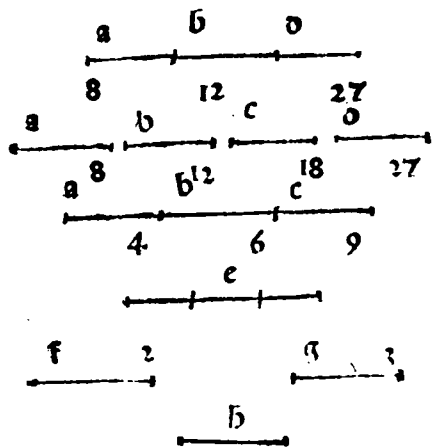
I fuerint duo numeri quotlibet continue proportionales in sua proportione minimi quilibet eorū ad compositum ex reliquis primus esse necessarius comprobatur.

Sint. a. b. c. d. continue proportionales & minimi. dico compositum ex. a. b. c. primum esse ad. d. Si enim nō numerabit aliquis numerus qui sit. e. compositum ex. a. b. c. & d. per premisam igitur erit. c. cōmunicans alteri terminorum illius proportionis qui sunt. f. g. erit itaq; numerus aliquis numerans. e. & alterum duorum f. g. qui sit. h. quia ergo. h. numerat. e. numerabit. d. & compositum ex. a. b. c. & quia numerat. f. vel. g. quorum vterq; numerat vtrum q. mediorum & simpliciter omnes si plures duobus sunt: ex secunda octaua sequitur vt ipse numeret. b. & c. ergo & a. quia numerat totum. a. b. c. nō sunt igitur a. & d. contra se primi quod est inconueniens per. 3. octaua. Similiter quoq; constabit compositum ex. a. b. d. primum esse ad. c. si enim vt prius. e. numerat ambos sequitur per premisam vt aliquis numerus qui etiam sit h. numeret. e. & altez. duoz. f. g. itaq; h. numerat. c. & totū. a. b. d. sed & b. cū vtraq; radicū numeret oēs medios: igitur & cōpositū ex. a. & d. quia necesseario numerat altez. duoz. a. d. cū numeret altez. duoz. f. g. numerabit & reliquum. Non sunt igitur. a. & d. contra se primi: & ita idem vt prius.

Demonstrant autem idem aliter de tribus continue proportionabilibus & minimis sine adminiculo premisse: probant enim ex quibusq; duobus compositum primum ēē ad reliquum: sunt itaq; 3. continue proportionales & minimi. a. b. c. quorum termini. d. & c. dico tunc compositum ex. a. & b. primum ēē ad. c. & compositum ex. b. & c. ad. a. itemq; ex. a. & c. ad. b. manifestū enim est ex secunda octaua qd ex. d. in se fit. a. & in. e. fit. b. & ex. e. in se. c. & ex. 22. septimi: quod. d. & e. sunt contra se primi: itaq; ex prima parte. 19. eiusdem erit totus. d. e. primus ad vtrumq; eoꝝ quia igitur vterq; duoz. numeroz. d. & e. primus est ad. e. erit per. 15. eiusdem qui ex. d. in. d. e. producit & ipse est compositus ex. a. & b. primus ad. e. sequitur ergo per. 16. eiusdem: ut etiam compositus ex. a. & b. sit primus ad. c. sit enī c. ex. e. in se. **S**imili quoq; demonstratiōe probabis cōpositum ex. b. & c. primum ēē ad. a. At vero cōpositum ex. a. & c. primum ēē ad. b. sic habet totū: cū sit enim vterq; duoz. d. & e. primus ad totum. d. e. erit p. 15. septimi q ex. d. in. e. pducitur: & ipse est. b. primus ad. d. e. itaq; p. 16. eiusdem qui ex. d. e. in se puenit: & ipse est qui componitur ex. a. & c. & duplo. b. primus erit ad. b. sequitur ergo compositum ex. a. & c. primum ēē ad. b. necesse enim ē vt ex duobus compositis cū primus fuerit ad vnum eorum ex quibus componitur: sit primus ad reliquum. Demonstratum autem est hoc supra. 19. septimi. Oportet autē stabilire ad robur istius demonstrationis compositum ex. a. & b. produci ex. d. in compositum ex. d. & e. supposito q ex. d. in se fit. a. & ex eodem in. e. b. itemq; q ex. d. e. in se producatur compositum ex. a. & c. & duplo. b. supposito eo quod prius ēē q ex. e. in se sit. c. huius itaq; gratia proponimus hec demonstranda.

Quod sit ex duobus vnius numeri in quotlibet tantum ē: quantum quod ex ductu eiusdem in compositum ex illo.

Idem pponit prima secundi de lineis. Sit enim vt ex. a in. b. & in. c. & in. d. pueniant. e. & f. & g. dico q ex. a. in cōpositū ex. b. & c. & d. prouenit



compositū ex.e.f.f.g. sequitur enim ex conuersione definitionis eius qđ multiplicat vt tota pars sit.b.e. f. tota.c.f. sed f.d. tota.g. quota est vnitas.a. per quintā itaq; septimi tota quoq; pars erit cōpositus ex.b.f.c.f.d. compositū ex.e.f.f.g. quota est vnitas.a. ergo per diffinitionem ex. a. in cōpositū ex.b.f.c.f.d. fit cōpositus ex.e.f.f.g. qđ est propositum.

¶ Quod sit ex ductu quotlibet numerorū in vnum equum est ei quod sit ex composito eorum in eundem.

¶ Hoc est conuersum eius quod modo demonstratum est: vt si ex.b. f.c. f.d. in.a. hant.e. f.f.f.g. fiet quoq; cōpositus ex composito in eundem qđ ex.rz. septimi f. predemonstrato facile concluditur.

¶ Quod sit ex ductu quotlibet numerorum in quotlibet alios: equū ē ei quod sit ex cōposito horū in cōpositū illorum.

¶ Vt si.a.b.c. multiplicent.d.e.f. quilibet quilibet iungantur, producta dico aggregatū ex productis esse quale producto ex composito ex.a.f.b. f.c. in cōpositum ex.d.f.e.f.f. Est enim p. premisam quod sit ex cōposito ex.a.b.c. in.d. quātum quod ex singulis in illum.d. sic f. in. e. f. in f. ex composito autem horum.a.b.c. in quemlibet illorum.d.e.f. p. an. premisam sit quātum ex cōposito in cōpositū itaq; constat propositum.

¶ Numero in quotlibet partes diuiso: tantū est quod sit ex toto eo in se: quantum quod ex eo in omnes suas partes.

¶ Idem proponit secūda secūdi de lineis: vt si.a. diuidatur in.b.f.c.f.d. dico qđ tñ sit ex.a. in se quātū in oēs illos. b.c.d. Posito enim.e. equali.a. constat ex prima hāz incidentium tñ fieri ex.e. in.a. quātū in oēs ptes a. sed per cōcep. ex.e. in.a. fit quātū ex.a. in se. f. ex.e. in partes.a. quātū ex.a. in easdem. Manifestum ergo est verum esse quod dicitur.

¶ Numero in duo diuiso quod sit ex toto in alterum diuidētū tantum est quantum quod ex eodem in se z in alterum.

¶ Idem proponit tertia secūdi de lineis. Sit enim.a. diuisus in.b.f.c. dico tñ fieri ex.a. in.c. quātum ex.c. in se. f. in.b. Nā qđ ex.a. in.c. est quātum qđ ex.c. in.a. p. rz. septimi. sumpto itaq; d. equali.c. erit.a. in.c. quātū. d.i.a. At p. primā hāz. ex.a. in.a. est quātum in.b.f.c. ga ergo.d. in.a. f. in.b. f. i. c. est quātū.c. in.a. f. in.b. f. i. se p. equalitatem.c. f. d. cōstat ppositum.

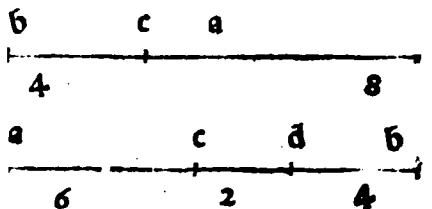
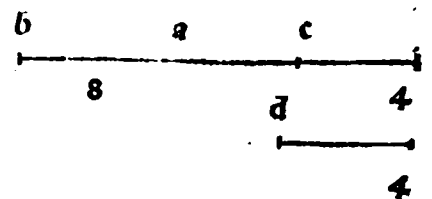
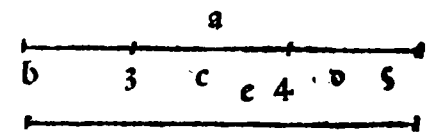
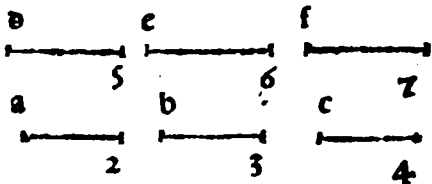
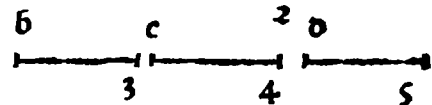
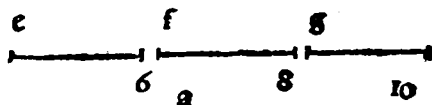
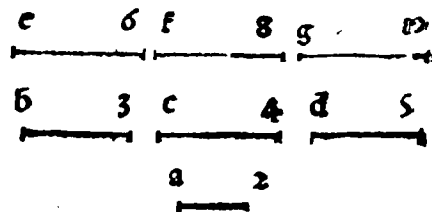
¶ Numero in duo diuiso quod ex ductu totius in se: est quantum quod ex ductu vtriusq; diuidētium in se z alterius eorum bis in alterum.

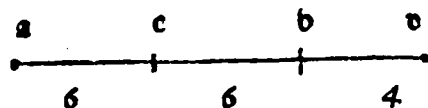
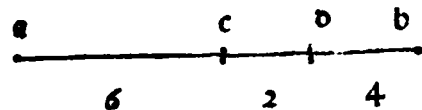
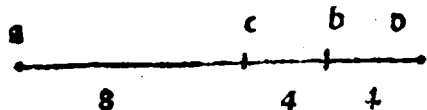
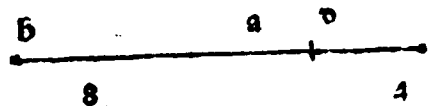
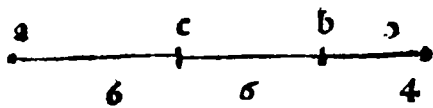
¶ Idem proponit quarta secūdi de lineis: vt si.a. diuidatur in.b.f.c. dico tantum fieri ex.a. in se quātum ex.b. in se. f. c. in se. f. ex.b. bis in.c. est enim per quartam harum qđ ex.a. in se quātum quod ex eo in.b. f. in.c. ex eo aut in.b. per premisam est quantum ex.b. in se. f. in.c. at ex.a. in.c. per eandem est quantum ex.c. in se. f. in.b. f. quia ex.c. in.b. tñ est quantum ex.b. in.c. per.rz. septimi liquet verum esse quod proponitur.

¶ Numero per duo equalia duosq; unequalia diuiso quod sit ex maiore unequalium in minorem cū quadrato intermedij equus est quadrato medietatis totius.

¶ Idem proponit de lineis quinta secūdi: vt si.a.b. diuidatur in duos numeros equalis qui sint.a.c.f. c.b. itemq; in duos unequalis quorum sit maior.a.d. f. minor.d.b. dico qđ illud quod sit ex toto.a. d. in. d. b. cū quadrato.c.d. equalis est quadrato.c.b. per premisam enim quadratum c.b. ē equalis quadrato.c.d. f. quadrato.d.b. f. ei quod sit ex.b. d. in. c. d. bis: sed ex.b. d. in se. f. in.c. d. tantum sit quantum in.c. b. per primam hāz: ideo quantum in.a. c. itaq; ex.b. d. in se. f. in.c. d. bis quātum ex ipso.b. d. in.a. d. per eandem igitur quadratum.c.b. superat id quod sit ex.b. d. in.a. d. in quadrato.c.d. constat ergo propositum.

¶ Cum fuerit numerus in duo equalia diuisus: eius alius numerus adiunctus: quod sit ex ductu totius compositi in adiunctum cū quadrato medietatis equum est quadrato compositi ex dimidio z adiuncto.





¶ Idem pponit sexta secundi de lineis. Sit enim .a. b. diuisus in duos equeles numeros q̄ sint .a. c. ¶ .c. b. addaturq; ei numerus .b. d. dico illud q̄ fit ex toto .a. d. in .d. b. cum quadrato .c. b. esse equale quadrato .c. d. ¶ est enim ex sexta harum quadratum .c. d. equale quadrato .d. b. ¶ quadrato .b. c. ¶ ei quod fit ex .d. b. in .b. c. bis, sed per primam harum ex .b. d. in se ¶ in .b. c. bis est quantum ex .b. d. in .d. a. Sunt enim .a. c. ¶ .c. b. equales itaq; quadratum .c. d. superat id q̄ fit ex .b. d. in .d. a. in quadrato .c. b. quod est ppositū.

¶ Cum numerus in duo diuiditur quod fit ex toto in se cuius eo quod ex altero diuidentium in se: est equum ei quod ex toto i eūdem bis cum eo quod ex altero in se.

¶ Idem pponit septima secundi de lineis. Sit enim numerus .a. diuisus i .b. ¶ .d. dico quadratum .a. cum quadrato .d. tñ esse quantum quod fit ex .a. in .d. bis cum quadrato .b. constar quidem ex sexta harum q; quadratum .a. tantum est quantum quadratum .d. ¶ quadratum .b. ¶ quod fit ex .d. in .b. bis itaq; quadratum .a. cū quadrato .d. tñ est quantum quod ex .d. bis in se. ¶ bis in .b. cum quadrato .b. sed ex .d. bis in se ¶ bis in .b. fit quantum ex .d. bis in .a. per primam harum: ergo quod fit ex .d. bis in .a. cum quadrato .b. est quantum quadratum .a. cum quadrato .d. quare patet propositum.

¶ Cum fuerit numerus in duo diuisus eiq; equalis vni diuidentium additis: quadratus totius cōpositi equum est quadruplo eius quod fit ex priori in additum cum quadrato alterius.

¶ Idem pponit octaua secundi de lineis. Sit numerus .a. b. diuisus in .a. c. ¶ .c. b. cui addatur .b. d. qui ponatur equalis .c. b. dico quadratum .a. d. tantum esse quantum est id quod fit ex .a. b. in .b. d. quater cum quadrato .a. c. ¶ est nāq; per sextam harum quadratum .a. d. equum quadrato .a. b. ¶ quadrato .b. d. ¶ ei quod fit ex .a. b. in .b. d. bis ¶ quia quadratum .b. d. est egle q̄drato .c. b. erit q̄dratū .a. d. egle q̄drato .a. b. ¶ q̄drato .c. b. ¶ ei q̄ fit ex .a. b. in .b. d. bis: per premisam autem est quadratum .a. b. cum quadrato .c. b. quantum quadratum .a. c. cum eo quod fit ex .a. b. in .b. c. bis itaq; quadratum .a. d. tantum est quantum quod ex .a. b. in .b. d. bis ¶ ex .a. b. in .b. c. bis cum quadrato .a. c. ¶ quia ex .a. b. in .b. c. tantum fit quantum in .b. d. constar verum esse quod propositum est.

¶ Cum fuerit numerus in duo equalia duobq; inequalia diuisus: quadrata ambeum sequalium pariter accepta duplus sunt quadrato medietatis ⁊ quadrato eius quo icqualis portio excedit equalem pariter acceptis.

¶ Idem pponit nona secundi de lineis. Sit enim .a. b. diuisus p̄ duos equales q̄ sint .a. c. ¶ .c. b. ¶ p̄ duos inequales q̄ sint .a. d. ¶ .d. b. dico q; quadrata duorum numeroꝝ .a. d. ¶ .d. b. pariter accepta sunt dupli duobus q̄dratis duorum numeroꝝ .a. c. ¶ .c. d. pariter acceptis. Est enim p̄ sextā harum quadratū .a. d. quantum q̄dratū .a. c. ¶ quadratū .c. d. ¶ duplū eius q̄ fit ex .a. c. in .c. d. q̄ aut .a. c. ¶ est equalis .c. b. erit q̄dratū .a. d. q̄m q̄dratū .b. c. ¶ q̄dratū .c. d. ¶ duplū eius q̄ fit ex .b. c. in .c. d. itaq; q̄dratū .a. d. cū q̄drato .b. d. sunt q̄ntum q̄dratū .b. c. ¶ quadratum .c. d. ¶ duplū eius q̄ fit ex .b. c. in .c. d. ¶ q̄dratū .b. d. duplū aut eius q̄ fit ex .b. c. in .c. d. cū quadrato .b. d. ¶ est equale q̄drato .b. c. ¶ quadrato .c. d. p̄ .9. harum: ergo quadrata duorum numeroꝝ .a. d. ¶ .d. b. sunt quantum quadrata duorum numeroꝝ .b. c. ¶ .c. d. duplicata: ¶ quia .b. c. ¶ .c. a. sunt equales. patet ppositū.

¶ Cum fuerit numerus in duo equa diuisus aliisq; ei adiunctus quadratum totius cōpositi cū quadrato adiuncti duplum sunt ad quadratus medietatis ipsius cū quadrato cōpositi ex medietate ⁊ adiuncto.

¶ Idem pponit .10. secundi de lineis. Sit enim numerus .a. b. diuisus in duos equales .a. c. ¶ .c. b. sitq; sibi adiunctus numerus .b. d. dico quadratum .a. d. cum quadrato .b. d. duplum ē ad quadratum .a. c. cum quadrato .c. d. cum sit enim numerus .c. d. in duo diuisus sibiq; sit .a. c. equalis vni diuidentium additus erit per .10. harum quadratum .a. d. quantum quod fit ex .c. d. in .c. a. quater cum quadrato .b. d. quia uero .a. c. ¶ est equalis .c. b. erit q̄dratū .a. d. quantum q̄ fit ex .d. c. in .c. b. q̄ter cū qua

drato. b. d. itaq. quadratum. a. d. cum quadrato. d. b. erit quantum quod sit ex. d. c. in. c. b. quater cum duplo quadrati. b. d. hoc autem per. 9. harū duplum est ad quadratum. c. d. cum quadrato. c. b. cum igitur sit quadratum. c. b. equale quadrato. a. c. constat propositum.

¶ Numeri aliquē ita diuidere vt quod ex toto vna eius portione continetur equum sit quadrato alterius est impossibile.

¶ Quod. 11. secundi proponit sciendum in lineis. demonstrat hoc impossibile esse in numeris. Sit enim quilibet numerus. a. b. dico impossibile esse ipsum sic diuidi vt proponitur: sic enim diuideretur fm pportione habentem medium ff duo extrema: vt patet ex diffinitione ff. 29. sexti. Si autem potest diuidatur in. c. sitq. a. b. ad. b. c. sicut. b. c. ad. c. a. erit itaq. a. c. minor. c. b. detrahatur igitur ab eo equalis sibi qui sit. c. d. quia igitur est proportio totius. a. b. ad totum. b. c. sicut. b. c. detracti ab. a. b. ad. c. d. detractum ab. b. c. erit eadem. a. c. residui. a. b. ad. b. d. residuum. b. c. quare. b. c. ad. c. d. sicut. c. d. ad. d. b. erit igitur. c. d. maior. d. b. detractio itaq. d. e. de. c. d. vt sit. d. e. equalis. d. b. erit etiā proportio. b. c. ad. c. d. sicut. c. d. ad. d. e. quare sic. d. b. residui. c. b. ad. c. e. residuum c. d. potest igitur c. e. detrahi ab. e. d. non erit itaq. finis istius detractionis quod est impossibile. Nunc ad propositum reuertamur.

Propositio .17.



Ifuerint duo numeri contra se primi quantus est primus eorum ad secundum: tantum esse secundus ad tertium quemq. impossibile est.

¶ Sint. a. ff. b. contra se primi: dico impossibile esse aliquē eis in continua proportionalitate adiungi. Si enim potest sit. c. quia igitur. a. ad. b. sicut. b. ad. c. sunt autem. a. ff. b. in sua proportione minimi per. 23. septimi: sequit per. 21. eiusdem. ut. a. numeret. b. qui cum et numeret se nō erit. a. ff. b. cōtra se primi: quod ē cōtrarium positioni.

Propositio .18.



Iquotlibet numeri omni continue proportionaliū duo extremi fuerint contra se primi quantus est primus ad secundum tantum esse vltimum ad alium quem alium est impossibile.

¶ Sint. a. b. c. continue pportionales. sitq. a. ff. c. contra se primi: dico q. in eadem pportione nō pōt eis adiungi alium si enim potest sit. d. quia igitur est. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit pmutatum. a. ad. c. sicut. b. ad. d. sunt autē. a. ff. c. in sua pportione minimi p. 23. septimi itaq. p. 21. eiusdem. a. numerat. b. quare et numerat. c. numero. n. continue pportionaliū: si primus numerat scdm ipse numerat oēs: ff. simpliciter qlibet pcedēs quēlibet sequēretur q. et numerat se nō erit. a. ff. c. cōtra se primi q. d. est incōueniēs.

Propositio .19.



Ipropositis duobus numeris an sit eis tertius cōtinue proportionalis perscrutari.

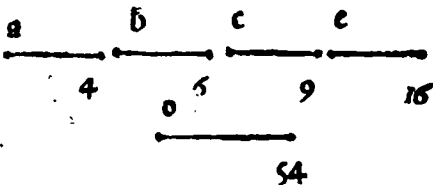
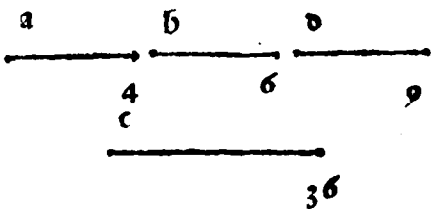
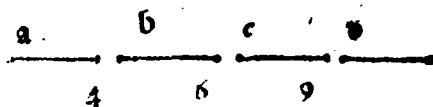
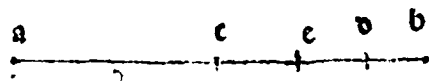
¶ Sint. a. ff. b. duo numeri ppositi: uolo inquirere an eis possit tertius sub continua pportionalitate adiungi. Igit si ipsi sunt cōtra se primi impossibile ē per. 17. ¶ Si uero compositi ducat. b. in se. ff. pueniat. c. quē si. a. numerat erit. ¶ Si uero nō nūerat nō erit. ¶ Nūeret. n. cū fm. d. q. erit quē qrimus p. 2. ptē. 10. septimi. ¶ Sit ergo ut nō numeret eū: ē tñ ut. a. ad. b. sicut. b. ad. d. itaq. q. ex. b. in se sit. c. sequit p. primā ptē. 10. septimi. ut ex. a. in. d. sit idē. igitur. a. numerat. c. fm. d. sed erat positū q. nōi quare sequitur impossibile.

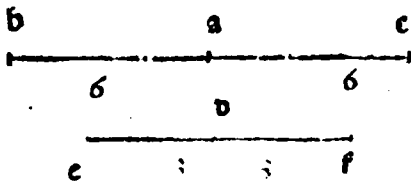
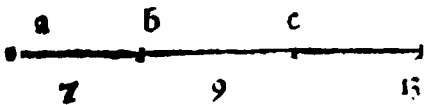
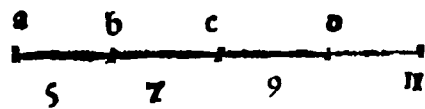
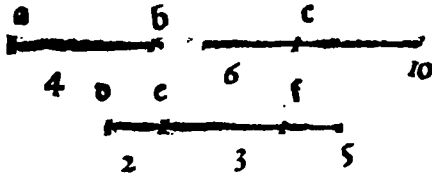
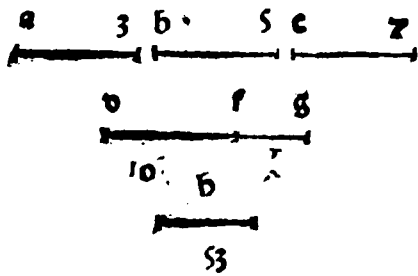
Propositio .20.



Istis tribus numeris cōtinue pportionalibus an sit aliquis qrtus eis cōtinue pportionalis inquirere.

¶ Sint continue pportionales. a. b. c. uolo inquirere an alius eis sub continua pportionalitate possit adiungi. ¶ Igitur si. a. ff. c. sunt contra se primi. impossibile est per. 18. si





compositi: sit. d. qui provenit ex. b. in. c. quem si numerat. a. erit. si vero nō numerat non erit. ¶ Numeret enim cum fm. e. qui erit quem querimus per secundam partem. 10. septimi. ¶ Sit ergo ut non numeret cum: est tñ ut. a. ad. b. sicut. c. ad. e. itaq. quia ex. b. in. c. sit. d. sequitur per primā partē 10. septimi: ut ex. a. in. e. sit idem ¶ Ergo. a. numerat. d. fm. e. sed positum erat q. non. ¶ Idem potes perscrutari quolibet continue proportionalibus propositis. si enim duo extremi sint contra se primi finem habet intentio per. 13. si autem compositi dicto secūdo in ultimum si productum numeret primus: is secundum quē cū numerat est quem querimus p. secundā partem. 10. sep. ¶ Si autem primus productum non numerat nullus, erit quolibet enim posito per primam partem eiusdem fm ipsum positum numerabit primus productum: quod positum erat non numerare.

Propositio .21.



Etis quolibet numeris primis aliquem primum ab eis diversum eē necesse est.

¶ Nihil aliud intenditur nisi q. numeri primi sint infiniti demonstrare. Sint enim. a. b. c. numeri primi. dico esse aliquem primum diversum ab eis sit quidē. d. f. minime quē numerant cui addita unitate fiat. d. g. qui est primus aut compositus. si primus constat ppositum. ¶ Si compositus numerat eū aliquis primus qui sit. h. quē non est possibile eē aliqū ex primis ppositis. si enim eēt aliquis eoz. cū quilibet ipsoz numeret. d. f. ipse quoq. numeraret eundē: at quia numerat. d. g. oporteret ipsum numerare. f. g. qui ē unitas qd est impossibile. ¶ Idē sequitur posito. d. f. quolibet nūero quē numerat. a. b. c. quare constat ppositum.

Propositio .22.



Coaceruent quolibet numeri pares: totus quoq. ab eis coaceruatus erit par.

¶ Sit quisq. numerorum a. b. c. part. dico ex eis compositum eē parem. ¶ Habet enim ex conversione diffinitionis quisq. eorum medietatem. ¶ Sint ergo eoz. medietates. d. e. f. quia igitur sicut. a. ad. d. sic. b. ad. e. f. c. ad. f. erit ex. 13. septimi sicut. a. ad. d. itaq. totus. a. b. c. ad totum. d. e. f. itaq. d. e. f. est medietas. a. b. c. ergo per diffinitionem. a. b. c. ē part. quod ē propositum.

Propositio .23.



¶ Numeri imparēs numero pares coaceruentur totus quoq. ex eis coaceruatus erit par.

¶ Sit quilibet numeroz. a. b. c. d. impari dico ex eis compositum eē parem. ¶ Dempta enim a quolibet unitate constat residuos eē pares: f. quia ille unitates dempte componunt parē: cū sint numero pares: constat propositū per premisam.

Propositio .24.



¶ Numeri imparēs numero imparēs coaceruentur: totum quoq. ex eis coaceruatum imparē eē.

¶ Sit quilibet numeroz. a. b. c. d. impari dico totū ex eis compositum eē imparē. ¶ Erit. n. p. pmissam compositus ex a. f. b. par. f. quia. c. depta unitate ē pariter p ante pmissam totus. a. b. c. dempta unitate par. per diffinitionē itaq. constat totum eē imparē.

Propositio .25.



¶ A numero pari numerus par detrahatur reliquus erit par.

¶ Sit totus. a. par a quo detrahatur. b. qui quoq. sit par. f. residuus sit. c. dico. c. eē parē. ¶ Sit enim. d. medietas. a. e. quoq. sit medietas. b. detractoz. e. de. d. sit reliquus. f. erit per. 13. septimi. c. ad. f. sicut. a. ad. d. quare. f. ē medietas c. itaq. c. est par: quod est propositum.

Propositio .26.



I a numero impari detrahatur impar reliquus erit par.
 ¶ Sit. a. b. numerus impar a quo detrahatur. b. c. qui et sit impar: dico reliquum qui e. a. c. e. par. ¶ Detrahatur enim ab utroq. duoz. numeroz. a. b. f. b. c. unitas que sit. b. d. eritq. uterq. duoz. residuo. q. sum. a. d. f. d. c. par per premisam itaq. constat. a. c. e. par: qd e. ppositum.

Propositio .27.



I a numero impari numerum parem subtrahas qui relinquitur impar est.

¶ Sit. a. b. impar a quo detrahatur. a. c. qui sit par: dico c. b. residuum e. imparem. ¶ Sit enim. b. d. unitas eritq. a. d. par. f. quia. a. c. est par erit per. 25. c. d. par. cum itaq. sit. d. b. unitas erit. c. b. impar: quod est propositum.

Propositio .28.



I de numero pari imparem tollas qui relinquitur impar est.

¶ Sit. a. b. par a quo tollatur. a. c. qui sit impar: dico. c. b. residuum e. imparem. ¶ Subtrahatur enim ab. a. c. unitas que sit. c. d. eritq. a. d. par itaq. per. 25. d. b. quoq. erit par: quia igitur. d. c. est unitas. sequitur. c. b. e. imparem: quod est propositum.



Propositio .29.

I numerus impar in numerum parem ducatur q. in de producat erit par.

¶ Ex. 23. manifestum est quod dicitur.



Propositio .30.

I in imparē ducat impar qui pducet erit impar.

¶ Hec quoq. ex. 24. manifesta est.



Propositio .31.

I numerus impar numez pares numeret: num ero pari eum numerabit.

¶ Si enim numero impari eum numeraret ex impari in imparē fieret par: quod est inconueniens per premisam.



Propositio .32.

I impar imparē numeret impariter eum numerat.

¶ Si enim pariter eum numeraret ex numero impari in numerum parem fieret impar quod est inconueniens per. 29.



Propositio .33.

I numerus impar numez parem metiatur eius: de quoq. dimidium ipsum metiri necesse est.

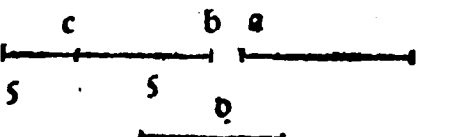
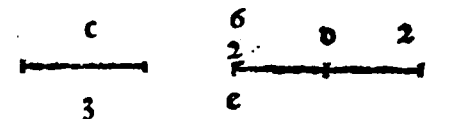
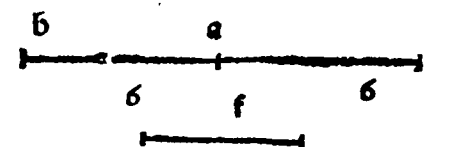
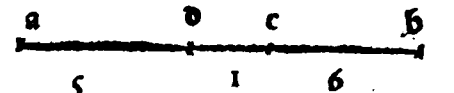
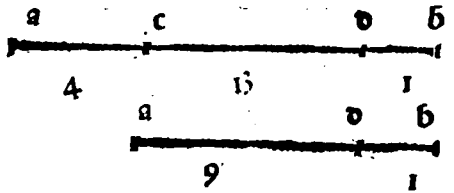
¶ Sit. a. numerus par cuius dimidium. b. sitq. c. numerus impar qui numeret. a. dico q. c. numerabit. b. ¶ Numeret enim. a. fm. d. eritq. per. 31. d. numerus par. Eflo igitur eius dimidium. e. ducaturq. c. in. e. f. proueniat. f. erit q. per. 18. f. p. a. ad. f. sicut. d. ad. e. f. quia etiam est. a. ad. b. sicut. d. ad. e. f. sequitur. b. f. f. e. se quales. cum itaq. c. numeret. f. idem numerabit. b. qd est propositum.

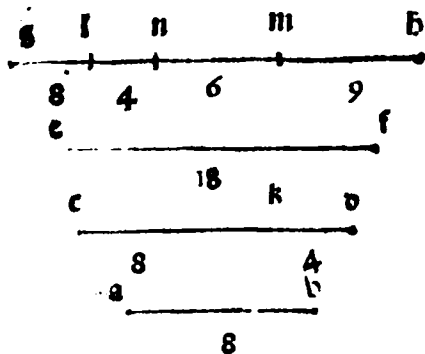
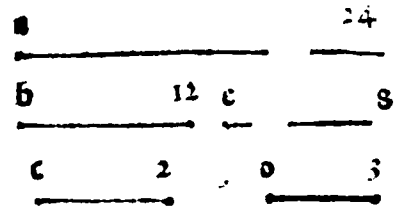
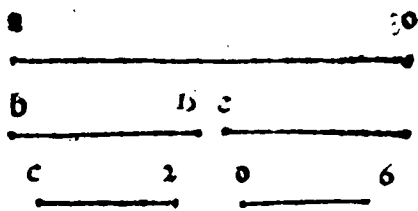
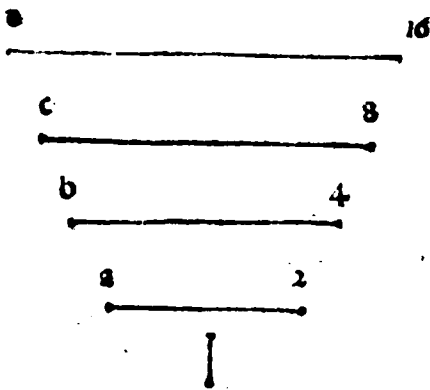
Propositio .34.



I numerus impar ad aliquē fuerit primus: idē ad eiusdem duplum erit primus.

¶ Sit. a. numerus impar primus ad. b. cuius duplum sit. c. dico q. a. est primus ad. c. ¶ Sin autem numeret eos. d. cū q. a. sit impar sequitur. d. e. imparem: quicūq. enim imparē numerat impar est. ¶ Per premisam itaq. d. numerat b. non sunt igitur. a. f. b. contra se primis: qd est contra ypothesim.





Propositio 35.



Simeri a duobus dupli sunt pariter pares tatus.

Sint vnitas. a. b. c. d. continue proportionales. sitq. a. binarius: dico oēs eos esse pariter pares eisq. fm hac pportio nem in infinitum auctis nullum alium esse pariter parem. **P** De his qdem constat p diffinitionem cu p. n. quilibet pcedens numeret quemlibet sequentem p aliquem eorum. quos oēs oportet esse pares: et nullus alius numeret aliquem eorum per. 13. eo q. a. qui est binarius vnitatem sequens ē primus. **Q**uod autem nullus alius ab his sit pariter par constat: sic. **P**osito enim aliquo diuidatur in duas medietates eiusq. medietas in duas: et hoc toties fiat quousq. numerus aut vnitas diuisionem impediatur quod est necesse euenire per vltimam petitionem. si vero numerus hanc prohibeat ipse erit impar qui cum numeret pariter parem positum non erat pariter par que positus ē pariter par. si autem vnitas non erit. 13. vel. 15. alius a continue duplis ab vnitate.

Propositio 36.



Simeris cuius medietas ē impar ē pariter impar.

Sit. a. numerus cuius medietas que sit. b. sit impar dico. a. esse pariter imparē. **S**it enim. c. binarius manifestum est itaq. qm ex. c. in. b. sit. a. sit aut. d. quilibet numerus par numerat. a. g. numeret cu scdm. e. eritq. p scdm prem. 10. septimi. c. ad. b. sicut. c. ad. d. igit. e. numerat. b. nā q. a. c. numerat. d. erit itaq. e. numerus impar. erat enim. b. p diffinitionem igitur a. est pariter impar.

Propositio 37.



Simeris numerus a duobus non duplus cuius medietas est par est pariter par et impariter.

Sit numerus. a. non duplus a duobus cuius medietas q sit. b. ponatur par. dico ipsi. m. esse pariter parem et impariter. **S**it enim. c. binarius de quo manifestum est q ipse numerat. a. fm. b. quia vero a. nō est duplus a duobus: necesse est si eius medietas que est. b. in alias duas medietates diuidatur: medietatisq. medietas in alias duas ut tandem occurrat numerus impediens diuisionem qui propter hoc q diuisionem non recipit erit impar. **S**itq. is in quo sistit diuisio. d. in numero quippe necesse est stari qd si usq. ad unitatem perueniret diuisio esset. a. de numeris duplis a binario de quibus nō est: de. d. uero manifestum est q ipse numerat. a. per hanc cōem scientiam oīs numerus numerans alium numerat oēm numeratum ab illo. Numeret ergo eum fm. e. eritq. e. par. Alioquin cum. d. sit numerus impar seq. retur per. 30. a. esse imparem: quia igitur. b. numerus par numerat. a. fm. c. q quoq. ē par ē eni binarius. At uero. e. numerus par numerat eūdem fm. d. qui est impar. constat ex diffinitione numerum. a. esse pariter parem et impariter: qd est propositū.

Propositio 38.



S de secundo atq. vltimo numerozū cōtinue. p. portionalium equale primo dematur quantum ē reliquum secundi ad primum tantum esse reliquū vltimi ad coaceruatum ex cunctis precedentibus necessario comprobatur.

Sint cōtinue pportionales. a. b. c. d. e. f. g. h. dematq. de. c. d. eq. lis. a. b. qui sit. c. k. et de. g. h. qui sit. g. l. dico tūc q. pportio. k. d. ad. a. b. est sicut. l. h. ad cōpositum ex. e. f. c. d. et. a. b. **S**umat ex. g. h. eq. lis. e. f. g. sit. g. m. et eq. lis. c. d. qui sit. g. n. eritq. l. n. eq. lis. k. d. **M**anifestum aut est p. n. sp. q. cum sit. g. h. ad. g. m. sicut. g. m. ad. g. n. erit. h. m. residuum ad. m. n. residuum sicut. g. h. ad. g. m. **I**deoq. sicut. e. f. ad. c. d. **S**imili quoq. modo erit. m. n. ad. l. n. sicut. c. d. ad. a. b. permutatim igitur erit. h. m. ad. e. f. et. m. n. ad. c. d. sicut. n. l. ad. a. b. itaq. coniunctum per. 13. sp. erit. l. h. cōpositus ex. h. m. m. n. et. l. n. ad cōpositum ex. e. f. c. d. et. a. b. sicut. l. n. ad. a. b. ideoq. sicut. k. d. ad. a. b. quod est propositū.

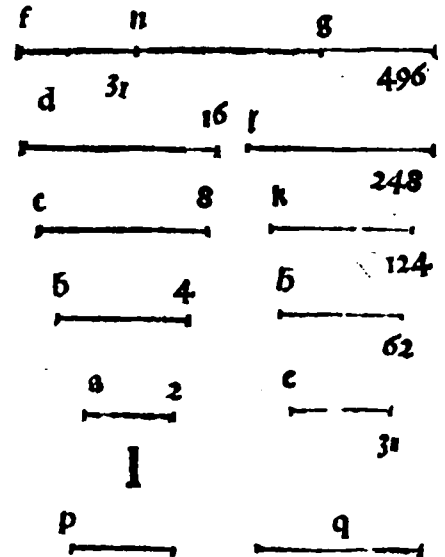
Propositio 39.



Si coaptati fuerint numeri ab vnitatē continue dupli qui coniuncti faciant numerum primum extremus eorum in aggregatum ex eis ductus producit numerum perfectum.

Sint ab vnitatē continue dupli. a. b. c. d. ex eis autem e. vnitatē coaceruatus sit. e. qui ponatur esse numerus primus

- a in quem. e. multiplicet. d. et proueniat. f. g. dico. f. g. esse numerum perfectum. Sumatur igitur. h. k. l. continue dupli ad. e. ut tot sint. e. h. k. l. quot sunt continue dupli ad vnitatem si. m. p. r. eritque per equam proportionalitatem. l. ad. e. sicut. d. ad. a. quare per primam partem. 10. sp. ex. a. in. l. p. uenit. f. g. Nam ipse. f. g. prouenit ex. d. in. e. et quia. a. est binarius est. f. g. duplus ad. l. sunt igitur. e. h. k. l. et. f. g. continue proportionales. dematur igitur ex. h. equalis. e. qui sit. m. b. et residuus. h. n. qui erit etiam equalis. e. itemque ex. f. g. dematur eidem equalis qui sit. f. n. eritque per premisam. n. g. quantum aggregatum ex. e. et. h. b. et. k. l. sed et. f. n. cum sit equalis. e. est quantum aggregatum ex. a. et. b. et. c. et. d. vnitatē. itemque totus. f. g. est quantum aggregatus ex oibus his scilicet. a. b. c. d. et vnitatē et illis. e. h. k. l. de quibus omnibus manifestum est quod numerat eum scilicet. f. g. c. quidē fm. h. et. b. fm. k. quod ex prima parte. 10. sp. conuincitur adiuuante equa proportionalitate siubi opus fuerit. Est enim vt. d. ad. c. sic. h. ad. e. et vt d. ad. b. sic. k. ad. e. per equam proportionalitatem quare et ex. c. in. h. et ex. b. in. k. necesse est prouenire. f. g. quem dudum produxerat. d. in. e. si igitur nullus alius ab his numerat. f. g. ipse erit per diffinitionem numerus perfectus. **Q**uod autem nullus alius eum numeret sic patet si enim hoc possibile est sit. p. qui numeret eum fm. q. critque per. 33. p. vt. e. numeret alterum eorum ponaturque q. numeret. p. et quia per secundam partem. 10. sp. est. q. ad. d. sicut. e. ad. p. sequitur vt. q. numeret. d. quare cum. a. qui sequitur vnitatem sit primus est enim binarius erit. q. per. 13. huius aut. a. aut. b. aut. c. quicūque autem horū fuerit erit p. aut d. l. aut. k. aut. h. si enim. q. fuerit. a. constat quod p. erit. l. quod si fuerit. b. p. erit. k. si autem. c. p. quoque erit. h. non est igitur. p. diuersus ab illis vt fuerat positum: relinquatur ergo q. f. g. sit numerus perfectus quod erat demonstrandum.
- b
- c
- d



Castigator.

a **E**x hac habetur esse perfectorum primus scilicet secundus. 18. tertius 496. ac deinceps alternatim terminando in octonarios et scilicet in infinitum et non poterit esse perfectus nisi terminetur in altero dictorum.

b **Q**uia in utroque ordine sunt numeri in dupla proportionē dispositi et ideo per equā proportionē siue per se siue directe sunt. d. b. et. k. e. proportionales.

Et iste sunt omnes partes eius quibus numeratur ille quidem fm. l. k. h. e. et iste fm. d. c. b. a. et vnitatis fm. e. totum per conceptum quia omnis numeri pars est vnitatis ab ipso dicta.

c **E**t si poneret aduersarius. e. numerare. q. tunc quia est per primam partem. 10. septimi. q. ad. d. sicut. e. ad. p. erit permutatim per. 16. quinti. p. ad. d. sicut. e. ad. q. sed. q. numeratur. ab. e. per aduersariū ergo d. numeratur etiam. ab. p. et tunc per. 13. erit. p. aliquis illorum. a. b. c. d. et sic viceversa q. erit aliquis illorum. l. k. h. e. quemadmodum dictum est de. p. ideo et c.

d **C**um quilibet eorum numeret. f. g. fm. illos. s. l. k. h. et ideo. q. si fuerit. a. p. esset. l. cum. a. numeret. f. g. fm. l. q. si. q. esset. b. p. esset. k. cum. b. numeret eundem. f. g. fm. k. et si. q. esset. c. p. esset. h. quia. c. numeret. f. g. fm. h. et ideo semper. p. esset aliquis illorum cum. q. numeret eundem. f. g. fm. p. et c.

Latius in his que de proportionē et proportionalitate posita sunt in calce. s. diffinitione li. 5. et circa diffinitiones. 12. 13. 14. 15. 16. eiusdem ibi dare habes qualiter quantitates communicantes et comensurabiles se habeant in longitudine et potentia.

Explicit liber Nonus.

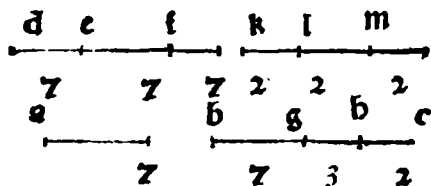
¶ Decimus p[ro]p[ri]us difficilissimus Eudidis liber de tredecis
irrationalibus lineis. Ex campani optima interpretatione.
Magistro Luca pacio de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis
2 Binozum. Castigatore acuratissimo. Incipit.



Quantitates quibus fuerit una
quantitas cōis eas numerans.
dicent cōicantes. quibus vero
nō fuerit una cōis quātitas eas
numerans dicent incōmensura
biles. 2 **¶** Linee i potētia cōican
tes dicuntur quaz sup[er]ficies qua
dratas una cōis sup[er]ficies nūerat
3 **¶** Linee incōmēsurabiles i po
tentia dicuntur quaz sup[er]ficies.
quadratas non nūerat una cōis
sup[er]ficies. que cum ita sint ma

nifestum est qz omni linee posite multe alie sunt incōmensura
biles. quedam in longitudine tm. quedam in longitudine 2 po
tentia. 4 **¶** Dis aut linea cum qua rōcinamur posita vocetur
rōnalis. 5 **¶** Linee ei cōicantes dicuntur rōnales. 6 **¶** Eidem
aut in cōicantes dicuntur irrōales siue surde. 7 **¶** Dis vō qua
drata sup[er]ficies de qua p[ro]p[ri]et[er]m rōc namur dicitur rōnalis.
8 **¶** Sup[er]ficies verō ei cōicantes dicuntur rōnales. 9 **¶** Eidem
aut incōmensurabiles sup[er]ficies dicunt irrationales siue surde.
10 **¶** Latera vero que in illas quadratas possunt dicuntur irrō
nalia. 11 **¶** Quālibet quātitatem totiēns posse multiplicari vt
quālibet eiusdem generis quantitatem positam excedat.

Propositio .1.



¶ Si duabus quantitibus inequalibus propositis
maius dimidio a maiori detrahatur. iteqz de reli
quo maius dimidio dematur deinceps quoqz eo
dem modo: necesse est vt tandem minore posita
rum minor quantitas relinquatur.

¶ Sint due quātitates ineqles. a. b. c. b. c. maior. dico q
totiē pōt maius dimidio detrahi a. b. c. uel eius residuo qz necesse erit re
linq quantitatē minorē. a. multiplicetur. n. a. quotiens excedat. b. c. sitq
eius multiplex. d. e. f. maior. b. c. detrahatur itaqz. a. b. c. maius dimidio q
sit. b. g. iteqz ex residuo quod est. g. e. maius dimidio quod sit. g. h. hoc
quoqz totiēns fiat quousqz. b. c. diuisa firint in tot ptes quotiens. a. conti
netur in. d. e. f. **¶** Dico tūc qz ultimum residuum ut est hic. b. c. est minus.
a. multiplicetur namqz. h. c. quotiens est multiplicata. a. in. d. e. f. sitqz eius
multiplex. k. l. m. **¶** Quia igitur unaqueqz quantitatū. k. l. m. est equa
lis. h. c. sequit ut f. k. sit minor. b. g. sed f. l. minor. g. h. at quia. m. est equa
lis. h. c. erit p conceptionem. k. l. m. minor. b. c. quare minor. d. e. f. cū sit
ergo. d. e. f. ad. a. sicut. k. l. m. ad. h. c. sitqz. d. e. f. maior. k. l. m. sequit p. 14.
quinti qz. a. sit maior. h. c. quod est ppositum. I dēqz sequit si de maiori di
midium dematur. iteqz de reliquo dimidium: sicqz totiēns quousqz maior
diuidat in tot partes quotiens continet minor in quolibet suo multipli
ce. maiorē positaz quantūlibet excedente. **¶** Attendere aut oportet qz
huic uidet. r. tertiū contradicere pponens angulū contingentie. mino
rem fore quolibet angulo a duabus lineis rectis contento posito. n. angu
lo quolibet rectilineo. si ab ipso maius dimidio demat. iteqz de residuo
maius dimidio. necesse uidetur hoc totiēns posse fieri quousqz angulus

rectilineus minor angulo contingentie relinquitur: cuius oppositum. 5. tertii syllogizati: sed hi non sunt uniuoce anguli: non enim eiusdem sunt generis simpliciter curuum & rectum. At uero nec angulum contingentie totiens contingit sumi ut qualemcuq; rectilineum excedat: quod necessarium est ut ex prehabita demonstratione patet: ad hoc ut consequens ex antecedente sequatur. planum ergo est et quolibet angulum rectilineum infinitis angulis contingentie esse maiorem.

Propositio .2.



Si fuerint due quantitates inaequales detrahatur q̄a maiori equale minus: donec minus eo supersit ac deinde a minori ipsius reliqui equale demat̄ donec minus eo relinquitur denovo quoq; a reliquo primo equale reliqui secundi: donec minus eo supersit auriat̄: & in huiusmodi continua detractio

ne nullum reliquum quod ante relictum numeretur inueniatur: eas duas quantitates incomensurabiles esse necesse est.

Simile huic proposuit prima septimi in numeris. Sint due quantitates inaequales. a. & b. maior. a. a quibus si fiat reciproca quoad pot̄ detractio: non occurrat et si infinites fiat aliqua quantitas detractioem impediens sine ante relictum numeras dico eas incomensurabiles esse. ¶ Sinaut sit cois eaz̄ mensura. c. detrahatur igitur. b. ex. a. quotiens pot̄ sitq; residuum d. quod residuum detrahatur ex. b. quotiens pot̄ sit residuum. e. Fiatq; totiens ista detractio quousq; ex alterutra duaz̄ quantitatū. a. & b. remaneat minus. c. hoc enim necesse est esse possibile per precedentem. Sitq; hic. e. minus. c. cum igitur. c. mensuret. b. detractam ab. a. & etiam. a. mensurabit per conceptionē. d. residuum. ideoq; cū mensuret. d. detractum a b. & etiam ipsum. b. mensurabit. e. residuum. sed erat. e. minus. c. maior ergo quantitas mensurat minorem quod est impossibile.

Propositio .3.



Propositis duabus quantitatibus inaequalibus cōtinentibus maximam quantitatē cōter eas numerantem inuenire. Ex hoc itaq; manifestum ē: quē duas metitur quantitates maximam quoq; communiter ambas metientem metiri.

Huius demonstrationem si secunda septimi. non ignoras non potes ignorare: processus enim utrobique idem.

Propositio .4.



Propositis tribus quantitatibus cōmunicantibus maximam eas cōmuniter numerantem inuenire.

Hec ex tertia septimi sic patet sicut premissa ex secunda septimi.

Propositio .5.



Primum duarum quantitatū cōmunicantium. est proportio tanq̄ numeri ad numerum.

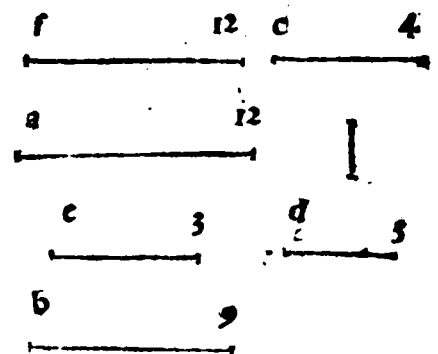
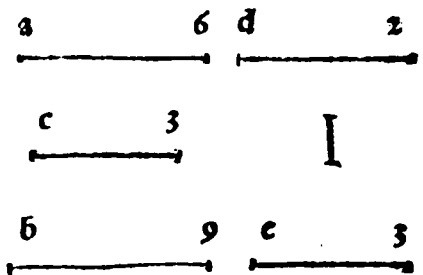
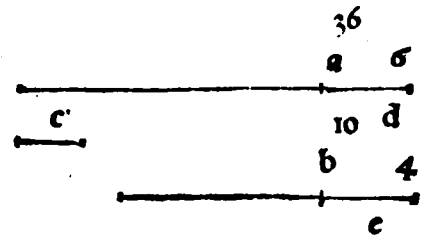
Sint due quantitates. a. & b. cōmunicantes dico q̄ eaz̄ p̄portio ē sicut aliorum numeri ad aliū numez. ¶ Sit. n. c. maxia q̄ntas cōter mēsuras. a. & b. repta ut docet. 3. huius que mensuret. a. fm numez. d. & b. fm numez. c. eritq; a. ad. c. ut. d. ad. unitatē. eo q̄ sicut. a. ē multiplex. c. ita. d. est multiplex unitatis. ac. c. ad. b. ut unitas ad. e. qm̄ sicut. c. ē submultiplex. b. ita unitas est submultiplex. e. igit̄ p̄ equam p̄portionalitatem. a. ad. b. ut. d. ad. e. quod est propositum.

Propositio .6.



Si fuerint due quantitates quaz̄ sit p̄portio vnius ad alteram tanq̄ numeri ad numerum: eas duas cōmunicantes esse necesse est.

Hec est conuersa prioris ut si sit. a. ad. b. sicut numerus. c. ad. numez. d. erūt due q̄ntitates. a. & b. cōmunicātes. ¶ Sit enim. c. toties mēsurans. b. quoties ē unitas in. d. & totiens

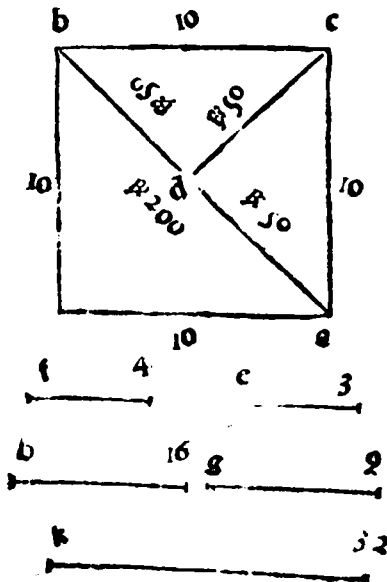
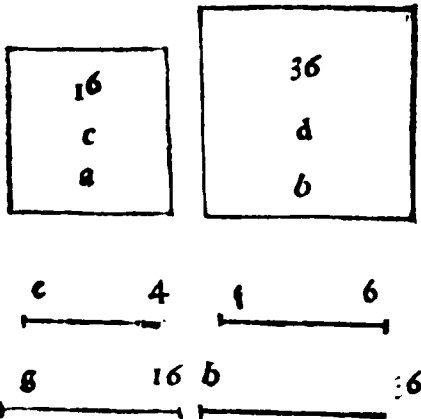


mensurans. f. quotiens unitas in. c. Cum sit igitur. f. ad. e. ut. c. ad unitatē ac. e. ad. b. ut unitas ad. d. erit p̄ equam p̄portionalitatem. f. ad. b. ut. c. ad. d. quare ēt ut. a. ad. b. igitur p̄ primam p̄tem. 9. quinti. f. est equalis. a cum itaq. e. mensuret. f. per conceptionem mensurabit. a. igitur. a. f. b. cōican ter: mensurabat enim f. b. quod est propositum.

Propositio .7.



Primū duarum superficieꝝ quadratarū quarus latera in longitudine cōmunicant ē p̄portio vnius ad alteram tanquā numeri quadrati ad numerus quadratum. Si vero fuerit p̄portio superficieꝝ quadratarū ad superficiem quadratam: tanquā p̄portio numeri quadrati ad numerum quadratum: erunt latera earū in longitudine cōmunicantia. Quod si fuerit p̄portio superficieꝝ quadratarū ad superficiem quadratā: non velut numeri quadrati ad numeri quadratarū: latera earum erunt in longitudine incōmensurabilia.



¶ Sint. a. f. b. due linee quadrate quaz quadrata sint. c. f. d. dico q̄ si. a. f. b. cōmunicant in longitudine erit p̄portio. c. ad. d. sicut numeri quadrati ad numez quadratū ē cōuerſo. ¶ Si aut p̄portio. c. ad. d. nō sit sicut numeri quadrati ad numez quadratū. a. f. b. erunt incōmensurabiles in longitudine ē econuerſo. Verūm istud argumētum quartū nō pponit. ¶ Primum patet sic. si. a. f. b. cōmunicant in longitudine ipſe p̄. s. erunt in p̄portione duoz numeroꝝ q̄ sint. e. f. quoz quadrati sint. g. f. h. Quia ergo est. c. ad. d. sicut. a. ad. b. duplicata per. 18. sexti. sequit ut sit ēt. c. ad. d. sicut. e. ad. f. duplicata. ¶ Sed ēt p̄. 11. octavi. g. ad. b. ut. e. ad. f. duplicata ergo. c. ad. d. sicut. g. ad. h. quod est primum. ¶ Secundum sic sit. c. ad. d. sicut. g. nūerus q̄dratus ad. h. numez q̄dratū dico q̄. a. f. b. erūt in longitudine cōicantes. Cum enim sit. c. ad. d. ut. a. ad. b. duplicata p̄. 18. sexti. f. g. ad. h. p̄. 11. octavi ut. e. ad. f. duplicata: quare ē simpla. a. ad. b. sicut simpla e. ad. f. p̄. 6. igitur sunt. a. f. b. cōicantes quod est secundum. ¶ Tertium uero patet ex primo a destructione consequentis. ¶ Similiter quartum patet ex secundo a destructione consequentis. ¶ Ex tertia parte huius nota diametꝝ ē incōmensurabilē costē. ¶ Cum. n. sit quadratū diametri duplū quadrato costē: dupla uero p̄portio nō sit sicut numeroꝝ quadratorum sequit diametꝝ ē incōmensurabilem costē in longitudine. Alioquin cū quaternarius sit numerus quadratus ēent oēs pariter pares quadrati ē etiā alii infimī q̄ nō sunt q̄drati. ¶ Ducit aut A. p̄rio p̄rioꝝ. ad istud incōueniens si diameter ponatur cōmensurabilis costē q̄ impar numerus erit equalis pari: quod sic patet. Sit enim diameter. a. b. cōmensurabilis lateri. a. c. eritq. per. 5. a. b. ad. a. c. sicut aliquis nūerus ad alium. Sint ergo hii numeri. e. f. i. qui sunt minimi i sua p̄portione. eritq. ob hoc alter eorum impar. Si enim uterq. par non erūt minimi: quadrati quoq. eoz sint. g. f. h. si ergo. e. est. impar. erit quoq. ex. 30. noni. g. impar sit itaq. k. duplus ad. h. eritq. k. ex diffinitione par. ¶ Quia igitur. a. b. ad. a. c. ut e. ad. f. erit per. 18. sexti f. u. octavi quadratum. a. b. ad quadratum. a. c. ut. g. ad. h. est itaq. g. duplus ad. h. sic enim est quadratū a. b. ad quadratum. a. c. p̄ penultimam primū ē quia etiam. k. est duplus ad. h. sequitur p̄ 9. quinti ut. g. nūerus impar sit equalis. k. nūero pari. ¶ Quod si. e. sit par ē. f. impar. erit p̄portio. f. ad dimidiū. e. q̄ sit. l. sicut. a. c. ad dimidiū. a. b. q̄ sit. a. d. f. ideo erit p̄portio q̄drati. a. c. ad quadratū. a. d. sicut p̄portio numeri. b. qui est impar per. 30. noni ad quadratum numeri. l. qui sit. m. cui. k. ponatur e. duplus. eritq. k. per diffinitionem par. At quia q̄dratū a. c. est duplum ad quadratum. a. d. per penultimam primū erit. h. duplus ad. m. cūq. k. sit etiam duplus ad. m. erit. per. 9. quinti numerus impar. b. equalis. k. numero pari quod est propositum.

Castigator.

¶ Videlicet quātum ad p̄portionem arithmeticam nō aut quātum ad

pportionem geometricam. quia semper inter diametrum & costam. collocabit tertia subcōtinua pportionalitate per.9. sexti. & sic prima & tertia cōmunicabunt medie. per consequens. prima que est diameter. cōmunicabit. tertię que est costa. &c. geometricę.

Propositio .8.



Ifuerint due quantitates vni quātitati cōicantes ipsas quoq; inuicem cōmensurabiles eē necesse ē. ¶ Sit vtrāq; duarū quantitatū. a. & b. cōicans * quantitati. c. dico. a. & b. esse cōmensurabiles. ¶ Est enim per.5. a. ad. c. sicut numerus ad numerū; similiter quoq; per eandem. c. ad. b. sicut numerus ad numerum. Sit itaq; numerus. d. ad numerum. e. sicut. a. ad. c. numerusq; .f. ad numerum .g. sicut .c. ad. b. At pportiones que sunt. d. ad. e. & f. ad. g. continuentur in tribus terminis qui sunt. h. k. l. ut docet. 4. octauī; eritq; perequā pportionalitatem. a. ad. b. sicut. h. numerus ad. l. numerum. Per. 6. igitur sunt. a. & b. cōicantes qđ ē ppositū. ¶ Ex hac quoq; seqtur qđ si fuerint due qntitates si bi inuicem cōicantes. cuiusq; vna earum cōmunicat & reliquas & cuiusq; vna non cōmunicat nec reliqua. ¶ Sint enim due quantitates. a. & b. cōmunicantes; ponaturq; quelibet quantitas que sit. c. cum qua cōmunicet. a. dico qđ. b. cōmunicabit cum eadem; quod ex hac octaua patet cū vtrāq; earum cōmunicet cū. a. ex ypothesi. ¶ Quod si iterum. a. & b. sint cōmunicantes vt prius; ponatur. c. quelibet quantitas cum qua non cōmunicet. a. dico qđ. b. non cōmunicabit cum eadem. Si enim. c. cōmunicaret cum. b. cum. a. quoq; per ypoth. cōmunicet cum eodem. b. essent per hanc octauam. a. & c. cōmunicantes. sed ppositum erantq; non essent quare constat quod diximus.

Castigator

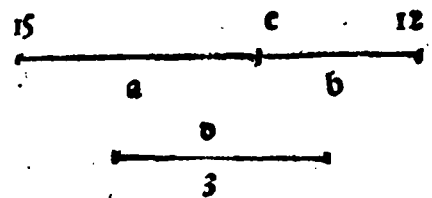
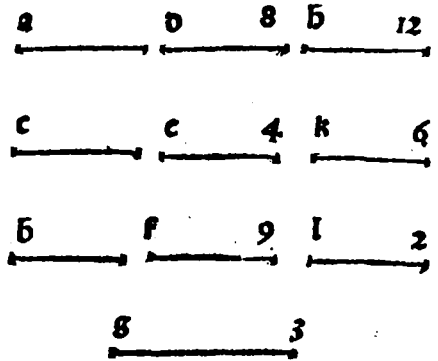
a ¶ Cōmunicātia proprie dicitur numeroz. ut in septimo & octauo & nono libris apparet. sed cōmensurabilitas proprie competit quantitatē continue. Et ideo niniurum si auctor indifferēter aliquando vtitur vno & alio termino ut in ista octaua apparet.

Propositio .9.



Si fuerint due quantitates cōicantes: totum quoq; ex eis confectum vtriq; earum. erit cōmunicans. Si vero fuerit totum vtriq; cōmensurabile erūt ambe cōmensurabiles.

¶ Sint due quantitates. a. & b. cōmensurabiles; dico totum ex eis cōpositum quod sit. c. vtriq; earum eē cōmensurabile & econuerso. Adhuc quoq; si totum ex eis cōpositum vni earum cōmunicet dico qđ cōmunicabit alteri; & ipse similiter iter se. Idem quoq; in cōtrario. si enim. a. & b. sint incōicantes; dico qđ. c. vtriq; earum erit incōmunicans & econuerso; ac si. c. alteri earum sit incōmunicans; erit quoq; incōmunicans & alteri; & ipse etiam inter se. Sint itaq; primum. a. & b. cōmunicantes; sintq; earum cōis mensura. d. qui cum vtrāq; earū numeret p conceptionem simīlē antepenultime numerabit. & c. quare p diffinitionem. c. cōicabit vtriq; earū. scilicet. a. & b. Econuerso quoq; si. c. cōmunicet vtriq; earū. sit oīm cōis mensura. d. cōstat itaq; p diffinitionem. a. & b. cōicantes esse. Sed cōmunicet. c. cū altera earū que sit. a. dico qđ cōicabit cū. b. & a. & b. cōmunicabūt adinuicē. Sit. n. d. cōmuniter mensurans. c. & a. qđ igitur. d. mensurat totum & deductum per conceptionem ipsa mensurabit residuum videlicet. b. p definitionem ergo & c. cōicet cū. b. & a. cōmunicat quoq; cum. b. ¶ Si aut. a. & b. sint incōmunicantes erit. c. incōmunicans vtriq; earū; si enim cū vtrāq; seu ēt cum altera earū cōmunicaret & ipse cōmunicarēt adinuicem. quod est contra ypothesim. ¶ Similiter quoq; econuerso si. c. ē incōicans vtriq; earū seu etiam alteri earū; erit quoq; incōmunicans relique; & ipse inter se; quod palam est ex predemonstratis a destructione consequentis.



Propositio .10.



Proponitur quatuor quantitates proportionales, si fuerit prima comunicans secunde: tertia quoque erit cōicans quarte. Si vero prima incommensurabilis fuerit secunde: tertia quoque incommensurabilis erit quarte.

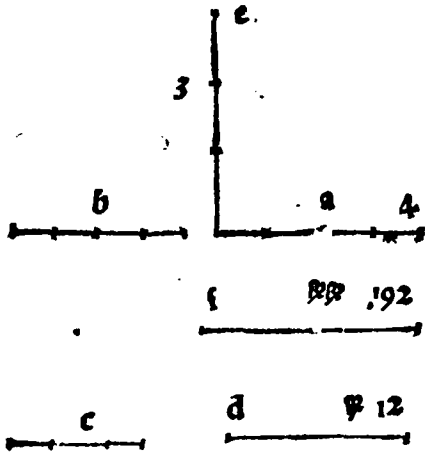
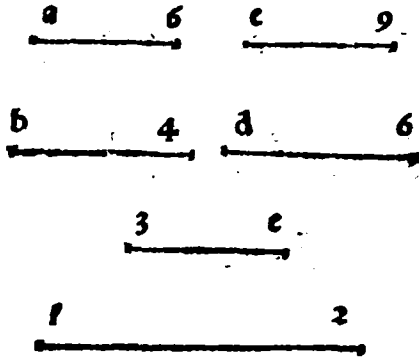
Sint quatuor quantitates proportionales, a. b. c. d. dico qd si a. cōmunicat cum. b. c. quoque cōmunicabit cum. d. qd si a. est incommensurabilis. b. c. quoque erit incommensurabilis. d. Et si a. cōicat cum. b. in potentia tñ. c. quoque cōmunicabit cum. d. in potentia tantum. Verūtn̄ illud non proponit auctor quia facile patet ex demonstratione priorum. ¶ Si enim. a. cōicat cū. b. erit per. 5. a. ad. b. sicut numerus ad numerum. Sit ergo sicut. e. ad. f. At quia est per ypothesim. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit. c. ad. d. sicut numerus. e. ad numerum. f. Per. 6. igitur est. c. cōicans cum. d. quod est primum. ¶ Secundum patet ex primo a destructione consequentis. Si enim. a. est incommensurabilis. b. oportet. c. ēē incommensurabilem. d. nam si esset ei cōmensurabilis cū sit ut. c. ad. d. sic. a. ad. b. p ypothesim: ēēt p primam ptem. a. cōmunicans cum. b. sed non erat: quare constat totū quod proponit auctor. ¶ Quod aut adiunximus videlicet qd si a. cōicat cum. b. in potentia tñ. c. cōmunicat cū. d. in potentia tñ. sic patet. ¶ Cū enim. a. non cōicet cum. b. in longitudine nec. c. quoque ex parte secunda huius cōicabit cum. d. in longitudine. At vero cum quadratum. a. cōicet cum quadrato. b. ex ypothesi erit per. 5. quadratum linee. a. ad quadratū linee. b. sicut numerus ad numerum qui sint. e. f. f. Et quia quadratum. c. ad quadratum. d. est sicut qdratum. a. ad qdratum. b. erit et quadratū. c. ad quadratum. d. sicut numerus. e. ad numerum. f. per. 6. igitur. c. f. d. cōicant in potentia: qd quia non communicant in longitudine: constat ppositum.

Propositio .11.



Proposita qualibet recta linea duas ei incommensurabiles alteram in longitudine tantum alteram in longitudine et potentia rectas lineas inuenire.

Sit linea. a. proposita: volo duas lineas reperire quarū una communicet cum. a. in potentia tñ: altera vero sit incommensurabilis ei in longitudine et in potentia. Sumo itaq. duos numeros nequaquam se habentes in pportione aliquorum numero quadrato. sintq. hii. b. f. c. quos facile est sumere cū quibet qdratus numerus ad quēlibet non quadratū eā habeat pportione quā nequaquam habent aliqui numeri: quadrati cōfirmante hec. 11. ostendit duobus talibus numeris sumptis iuenio lineā. d. ad cuius quadratū se hēat quadratū linee a. sicut nūerus. b. ad numerum. c. Hanc aut lineā ita repio diuido lineā. a. in tot ptes equales quot sunt vnitates in numero. b. quod facile facio adiuvante. 11. vel. 12. sexti: dehinc sup extremitatē linee. a. erigo lineā. e. ppendiculariter in qua toties cōtineat vna ex ptribus. a. quotiens vnitas est in. c. Quia igit ex prima sexti pportio quadrati linee. a. ad supficiē que sit ex a. in. e. ē sicut. a. ad. e. f. ideo sicut numeri. b. ad numerum. c. Si ponatur. d. in medio loco proportionalis inter. a. f. e. sicut docet. 9. sexti qd tunc per primam partem. 16. eiusdem quadratū. d. erit equale superficiēi producte ex a. in. e. f. erit proportio quadrati linee. a. ad. quadratum linee. d. sicut numeri. b. ad numerum. c. quare. a. f. d. sunt cōmensurabiles in potentia ex diffinitione et per vltimam ptem. 7. ipse sunt incommensurabiles in longitudine. Reperta est itaq. d. prima linea quam propositum erat inquirere. ¶ Alteram sic reperio interpono ut docet. 9. sexti lineam. f. medio loco proportionalem inter. a. f. d. eritq. per correl. 17. sexti quadratum. a. ad quadratum. f. sicut. a. ad. d. ¶ I taq. per secundam partem. 10. quadratum a. est incommensurabile quadrato. f. igitur linea. f. est incommensurabilis linee. a. in potentia quare et in longitudine: est itaq. f. secunda linea quā propositum erat reperire. Et sic patet ppositum.

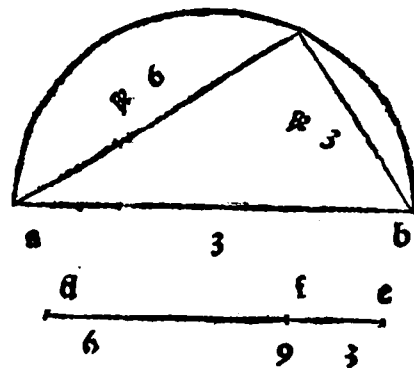


Castigator.

C De necessitate oportuit ponere duas lineas inequales ad hoc ut eunt in longitudine incommensurantes. Et solum in potentia commensurantes rationales. quia possunt esse duae lineae solum in potentia rationales. Et non tamen in potentia commensurantes. sed et in longitudine commensurantes ut sunt latera duarum superficierum quadratarum quarum una sit. 16. pedum et alia trium pedum que cum sint sicut duo numeri quadrati. 4. 16. et 9. 36. per primam partem. 7. latera sunt commensurabilia in longitudine. que latera dicuntur vulgariter per. 12. et per. 3. quoniam. 3. est medietas de per. 12. et per consequens quarta pars quadrati. de per. 12. ut. 3. I dem dicitur de illis decime octane sequentis

C Cum quadratum lineae. a. b. rationales se debeat habere ad quadratum lineae inueniende sicut numerus. d. e. ad numerum. d. f. hoc est sicut numerus quadratus ad numerum quadratum linea. a. b. et linea inuenienda erunt commensurantes in longitudine ex secunda parte. 7. huius. Et erit proportio earum. sicut lateris numeri quadrati. d. e. et lateris numeri quadrati. d. f. cum numero quadrato. d. e. et d. f. sit duplicata suorum correlatiuorum laterum per. 11. octani ac et dictarum linearum quadrata per. 18. sexti sunt suorum correlatiuorum laterum in duplicata proportione que est similis illi laterum dictorum numero. Et cum dicti numeri ponantur quadrati 5. 9. et 4. 16. latera erunt. 3. et 2. inter quae ponatur unitas. ut supra i. 5. huius apparet. Modo quamcumque fuerit illa linea. inuenienda erit commensurans lineae. a. b. posite. ut dictum est. Et earum commensuramentum erit in. a. b. toties quoties unitas in. 3. et illa inuenienda erit. ut unitas in. 2. Et sic illa mensurabit. a. b. secundum numerum. 3. et illam inueniendam secundum numerum. 2. ergo diuisa. a. b. in tot partes equales. quod sunt unitates in. 3. due ex illis erit linea inuenienda ad cuius quadratum se habebit quadratum lineae. a. b. sicut numerus. d. e. ad numerum. d. f. rationibus adiectis quam postea in dicto semicirculo ut permittitur coaptabis cetera sunt plana intuitu. Sed ponendo. a. b. 12. numerus. d. e. decet esse. 144. cuius. per. 3. et 12. et diuiseretur. a. b. in. 12. partes et d. f. 64.

C Linea inuenienda facilliter habetur per. 11. huius.



Propositio .18.



Phas lineas in potentia tantum rationales communicantes quarum longior plus possit breuiori quantum est quadratum lineae sibi incommensurabilis in longitudine inuenire.

In hac quoque remaneat eadem dispositio eademque hypothesi que in premissa hoc solum mutato quod proportio numeri. d. e. ad neutrum duorum numerorum. d. f. et f. e. sit sicut numeri quadrati ad numerum quadratum hoc autem facile fieti posito. d. e. quolibet numero quadrato diuiso in duos numeros non quadratos ut si. d. e. sit. 9. et d. f. 6. et f. e. 3. argumentando ut prius hoc duntaxat excepto quod. a. b. et a. c. sunt incommensurabiles in longitudine per ultimam partem. 7. Et sciendum quod due lineae quales hec et premissa docent inuenire componunt binomium et minori earum abscissa de maiori que reliqua est dicitur residuum. Nota etiam quod lineae tantum potentia rationales communicantes possunt esse una rationalis et alia irrationalis sicut latera tetragonica duarum superficierum quarum una sit. 25. pedum et alia. 14. sunt rationalia potentia tantum communicantia: latus enim prime superficier est. 5. latus vero secundae non numeratur et possunt esse ambe irrationales ut latera tetragonica duarum superficierum quarum una sit. 24. pedum et alia. 13. neutrius enim numeratur latus. suntque in longitudine incommensurabilia ex ultima parte septime. Quod si libeat et inuenire plures lineas duabus potentia tantum rationales communicantes quarum una sit potentior qualibet aliarum in quadrato lineae secum non communicantis in longitudine firmatur talis numerus qui possit pluries sic diuidi quod ipsius ad nullam suarum partium nec aliam ad aliquam aliarum sit proportio ut numeri

quadrati ad numerum quadratum vt. 15. potest diuidi in. 2. §. 13. Item in. 5. §. 10. §. rursus in. 7. §. 18. Et sit processus idem que fuit in premiffa.

Castigatoz.

f. ¶ Vt in premiffa per quintam huius sed facilius per. n. huius inueniatur linea ad cuius quadratum se habeat quadratum linee. a. b. sicut numerus d. e. scilicet. 9. ad numerum. d. f. scilicet. 6. §. quia numerus. d. e. ponitur quadratus eius latus erit notū. f. eius radix que in casu est. 3. rationalis in longitudine. §. latus numeri. d. f. s. 6. ē irrōnale. §. dicitur radix furda. Itaq; int. 3. §. §. 6. ponatur vnitas. Tunc per quintam vel. 11. diuidatur linea a. b. in tot partes quoties vnitas in. 3. §. vna illarum erit eius mensura que in linea inueniēda erit totiens quoties vnitas in §. 6. Et sic linea inueniēda erit. §. 6. §. linea. a. b. erit i casu. 3. eius quadratum. 9. Et quadratum linee inueniente. a. c. erit. 6. I deo per tertiam partem. 7. incommensurabiles in longitudine. ¶ Sed ponendo lineam. a. b. n. numerus. d. e. deberet esse. 144. §. d. f. 96. §. f. e. 48. tunc arguendo per euerfam propor. concluditur ut in precedenti.

Propositio. 19.



¶ nis superficies quam cōtinēt due linee potencialiter tantum rōnales cōicantes est irrōnalis diciturq; superficies medialis eiusq; latus tetragonū cum scilicet quod in eam potest ē irrōnale diciturq; linea medialis.

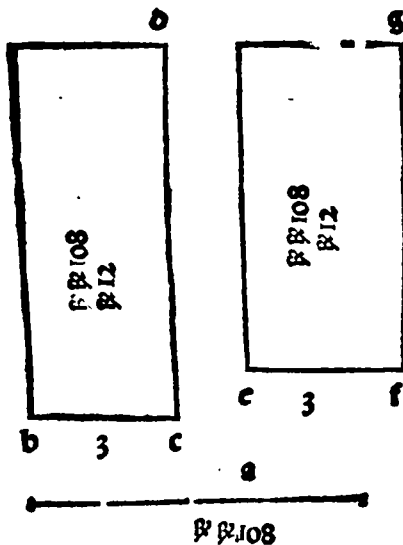
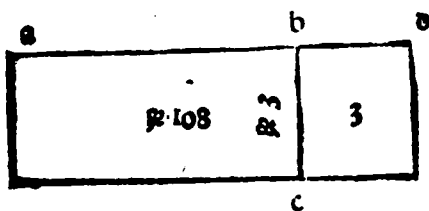
¶ Sint due linee. a. b. b. c. cōtinētes superficiem. a. c. rōnales potētia tñ cōicantes que q̄liter repiātur ex premiffa. §. a n̄ pmissa. manifestum ē dico superficiē. a. c. ē irrōnalem. Sit. n. c. d. quadratum. b. c. eritq; rōnale p̄ ypothesim eo q̄ linea. b. c. ē rōnalis i potētia. §. q̄a ex prima sexti. a. c. ad. c. d. sicut. a. b. ad. b. d. non cōicat aut. a. b. cū. b. d. q̄a ex ypothesi non cōicat cum sua equali que ē. b. c. sequitur p̄ secundā ptem. 10. ut ēt. a. c. non cōicet cū. c. d. q̄re p̄ diffinitionem superficies. a. c. est. irrōnalis. ideoq; §. suū latus tetragonū est ēt irrōnale. Dicit aut̄ hec superficies medialis qm̄ ipsa est medio loco p̄portionalis inter duas superficies rōnales videlicet inter q̄drata duarū lineaz ipsam continentū §. lineā potēs in ipsam dicuntur medialis. qm̄ ipsa quoq; ē medio loco p̄portionalis inter duas lineas potētia tñ rōnales communicantes §. he due linee sunt latera dicte superficies. Et hoc est q̄ volumus.

Propositio. 20.



¶ Am adiuncta fuerit linee in longitudine rationali superficies equalis quadrato linee medialis latus eius secundum potētia tantum erit rationale lateriq; primo in longitudine incommensurable.

¶ Hec ē quasi conuersa pmissa. Sit. a. linea medialis. sitq; linea. b. c. rōnalis in longitudine cui adiungatur superficies b. d. ēqlis quadrato linee. a. q̄ hoc mō fieti subiungat duabus lineis. b. c. §. a. linea. c. d. in continua proportionalitate vt docet. 10. sexti. eritq; superficies ex. b. c. i. c. d. ēqlis quadrato linee. a. p. 16. eiusdē dico latus eius fm̄ qd̄ est. d. c. esse rōnale in potētia tñ §. incōmensurable in longitudine lateri. b. c. ¶ Eritq; ex pmissa p̄ diffinitionē linee medialis vt linea. a. possit in aliquā superficie contentā a duabus lineis potentia tñ rōnalibus cōmunicantibus q̄ sit superficies. e. g. cuius latera. e. f. §. f. g. eruntq; due superficies b. d. §. e. g. p̄ primā ptem. 13. sexti laterū mutuoꝝ pp̄ hoc q̄ ipse sunt ēql̄es §. rectangulei p̄portio ergo. b. c. ad. e. f. est sicut. f. g. ad. c. d. quare p. 10. cum. b. c. cōicet in potentia cū. e. f. eo q̄ quadrata vtriusq; eaz sunt rationalia ex ypothesi. f. g. cōicabit in potentia cū. c. d. Cum igit̄ q̄dratum. f. g. sit rōnale p̄ ypothesim eritq; quoq; quadratū. c. d. rōnale p̄ diffinitionem at q̄a superficies. b. d. est irrōnalis sicut sua equalis. e. g. p̄ premiffam sequitur vt quadratū linee. c. d. nō cōicet cū superficie. b. d. Et q̄a q̄dratū linee. c. d. ad superficiē. b. d. ē p̄ primā sexti sicut. c. d. ad. c. b. erit p̄ secundā partē. 10. ut c. d. nō cōicet cū. b. c. q̄re cū. b. c. sit rōnalis i longitudie ex ypothesi erit. c. d. irrōnalis i longitudie §. potētia tñ rōnalis. patet ergo p̄posita cōclusio.



Propositio .21.

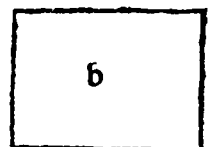
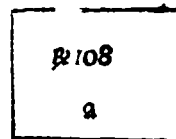
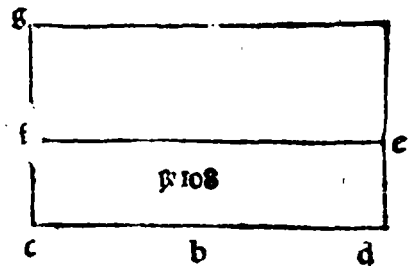
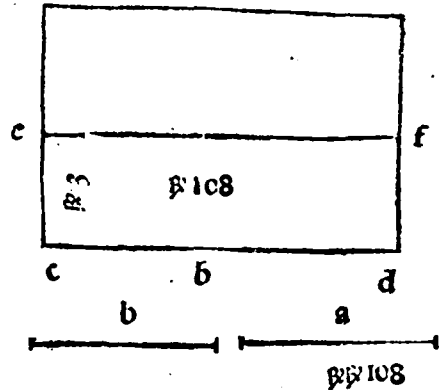


Per hanc lineam communicans mediali est medialis.

Si linea .a. medialis cui ponatur linea .b. esse cōicans sue in longitudine sue in potentia tñ: dico q̄ etiā linea .b. est medialis. Sit enim linea .c.d. rōnalis in lōgitudine cui adiungatur superficies .c.f. equalis quadrato linee .a. **E**t item superficies .e.g. equalis quadrato linee .b. hoc autē qualiter fiat in premisa demonstratiōe dictum est. Eritq̄ per premisam lineam .d.f. rōnalis in potentia tñ **E**t incōmensurabilis lineae .c.d. **E**t quia p̄ primam sexti .e.g. ad .c.f. sicut .f.g. ad .d.f. cōicat autem .e.g. cum .c.f. eo q̄ quadratum .b. cōmunicat cū quadrato .a. per ypothesim: quibus quadratis dicte superficies posite sunt equalis: sequitur per primam partem .10. vt linea .f.g. cōmunicet cum linea .d.f. quare .f.g. est rōnalis in potentia tantum sicut est .d.f. **E**t incōmensurabilis in longitudine linee .e.f. cum linea .d.f. sibi cōicans sit incōmensurabilis eidem .e.f. eo q̄ sue equalis: hoc enim probatum est in .8. qd̄ si fuerint due quantitates cōicantes cuiusq̄ vna earum non cōicat nec reliquat itaq̄ per .19. erit superficies .e.g. medialis **E**t eius latus tetragonum quod est .b. mediale quod est propositum. **S**i militer quoq̄ omnis si superficies cōicans superficiei mediali medialis esse conuincitur. Sit enim superficies .a. medialis cui ponatur superficies .b. eē cōicans dico superficiei .b. esse medialem quod sic constabit. Sit linea .c.d. rōnalis in longitudine: adiungaturq̄ ei superficies .c.e. que sit equalis superficiei .a. quod hoc modo fiet. Inueniatur linea .c.f. ad quam sic se habeat vnum ex lateribus superficiei .a. sicut linea .c.d. se habet ad reliquum: hec autem linea qualiter reperitur in .10. sexti dictum ē. Eritq̄ ex .15. eiusdem superficiei .d.f. equalis .a. Itemq̄ eodem modo ad lineam .e.f. adiciat̄ superficies .e.g. q̄ sit cōilis .b. erit itaq̄ p̄ .10. linea .c.f. potētia tñ rōnalis: erit quoq̄ linee .c.d. in lōgitudine incōmensurabilis. Et q̄a .a. **E**t .b. erant cōmunicantes ex ypothesi: erunt quoq̄ .c.e. **E**t .e.g. eis equalis cōicantes: itaq̄ p̄ primam sexti **E**t per primam partem .10. huius erunt due linee .c.f. **E**t .f.g. cōicantes in longitudine. **E**t igitur linea .f.g. rōnalis in potētia tantum **E**t linee .e.f. incōmensurabilis in longitudine: quare per .19. superficies .e.g. erit medialis: cum linea .e.f. sit rōnalis in longitudine sicut .c.d. sibi equalis. **C**um sit ergo .b. equalis .e.g. erit quoq̄ .b. medialis: quod est p̄ positum. **E**t nota q̄ omnes superficies mediales cōmunicantes componunt superficiem medialem. Vnde tota .d.g. est medialis: quia cum due linee .e.f. **E**t .f.g. sint rōnales in potentia tñ **E**t non cōmunicantes in longitudine sequitur vt tota .c.g. sit rōnalis in potentia tantum **E**t non cōmunicans .c.d. in longitudine: itaq̄ per .19. d.g. ē medialis. Eodemq̄ modo si sint plures.

Castigator.

Quia per nonam compositum ex .c.f. **E**t .f.g. quod est .c.g. cōmunicat vtriq̄ .c.f. **E**t .f.g. tunc per octauam cum .f.g. non cōicet in longitudine cum .e.f. nec etiā .c.g. cōicabit ipse .f. cum .e.g. per .9. cōmunicet ipse .f.g. **E**t ideo per octauam cuiusq̄ non cōicat vnum nec reliquum cōmunicabit **E**t ideo due linee .c.g. **E**t .c.d. cum sint rōnales potētia tñ cōmunicantes continent superficiem .d.g. totam medialem p̄ .19. **E**t c. **S**i vis scire an due linee seu quantitates irracionales sint cōmunicantes siue cōmensurabiles. primo videas vtum sint equalis: si sic semper cōmunicant cum non sit maior cōmunicantia equalitate. si non sunt equalis: tunc vide que pars aut partes sit minor maioris redigendo eas ad vltimam earum depressiōem per viam fracti rchisando: vt vulgo dicitur **E**t si earum vltima depressiō habeat radicem discretam erunt cōmunicantes: si non: non erunt vt si sint . $\sqrt{90}$ **E**t . $\sqrt{40}$. earum vltima depressiō erit $\sqrt{2}$ cuius radix est $\frac{1}{2}$ hoc est . $\sqrt{40}$. est due tertie . $\sqrt{90}$. ergo se hñt sicut duo ad tria. sicut numerus ad numerum. ideo per sextam huius sunt cōmunicantes **E**t c.



Propositio .22.

Quis differentia qua habu dat mediale a media
li: irrationalis esse probatur.



¶ Sit vtraq. duarum superficies. a. b. c. a. medialis: di
co q. superficies. b. que est earum differentia est irrationali
lis. **¶** Sit enim linea. c. d. rationalis in longitudine cui ad
iungatur superficies. d. e. equalis superfici. a. c. superficies
d. f. equalis totali superfici. a. b. Hoc autem equaliter fiat i premisa do
cuimus, quia ergo. d. f. est equalis. a. b. c. d. e. equalis. a. c. erit per concepio
nem. g. f. equalis. b. Si itaq. superficies. b. non est irrationalis sed rationa
lis: erit c. f. g. sua equalis rationalis. At cum linea. e. g. sit rationalis in lo
gitudine sicut sua equalis. c. d. erit per. 16. linea. e. f. rationalis in longitudi
ne q. communicans linee. e. g. Per. 20. autem est vtraq. duarum linearum
c. e. c. f. potentialiter tantum rationalis c. d. incommensurabilis in
longitudine: itaq. e. f. linea est incommensurabilis linee. c. e. in longitudi
ne. **¶** Et quia per primam sexti quadratum linee. e. f. ad superficiem: que
fit ex. e. f. in. c. e. f. sicut. e. f. ad. c. e. sequitur per secundam partem. 10. vt qua
dratum linee. c. f. sit incommensurabile superfici. a. c. ex. e. f. in. c. e. qua
re c. ipsum quadratum erit incommensurabile duplo b. superfici. ex. e. f. in
c. e. Quadratum vero. c. e. cum sit rationale est communicans quadrato
e. f. Totum igitur ex ambobus compositum erit per. 9. communicans qua
drato. e. f. c. ideo incommensurabile duplo superfici. ex. e. f. in. c. e. **¶** Et q.
per quartam secundi quadratū linee. c. f. est equale duobus quadratis dua
rum linearum. c. e. c. f. c. duplo superfici. ex. c. e. in. e. f. Et duplum sup
fici. c. e. in. e. f. est incommensurabile aggregato ex duobus quadratis dua
rum linearum. c. e. c. f. sequitur per ea que addita sunt in. 9. vt quadra
tum. c. f. sit incommensurabile aggregato ex duobus quadratis duarum li
nearum. c. e. c. f. At cum aggregatum ex his quadratis sit rationale: seq
tur quadratum linee. c. f. non esse rationale: ideo linea. c. f. non est ratio
nalis in potentia: c. ideo non erit superficies. d. f. medialis neq. a. b. sibi
equalis quod est inconueniens cum sit contrarium positum: relinquatur igit
tur q. superficies. b. est irrationalis: quod est propositum.

Castigator.

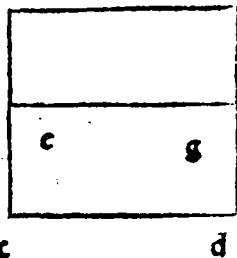
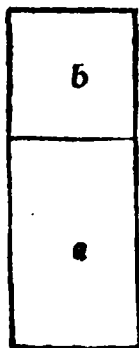
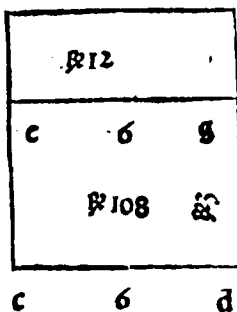
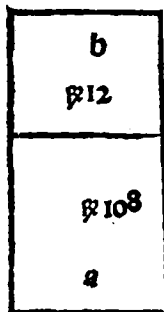
¶ Quia oē mediale est irrationale sed non e conuerso. ut supra. 19. huius
a **¶** Scilicet si quantitates sint incommunicantes totum quoq. ex eis con
fectum seu compositum vtriq. earum erit incommunicans. c. quia qua
dratum linee. c. f. est confectum. ex duobus quadratis. e. f. c. e. c. f. duplo
superfici. ex. c. e. in. e. f. sequitur per nonam tota. a. b. c. f. 19.
b **¶** Cum sub duplum sit pars proprie dicta dupli.

Propositio .23.

Quis superficies quam continent due linee me
diales potentialiter tantum communicantes: aut
rationalis est aut medialis.



¶ Sint due linee. a. b. c. b. c. mediales: potentia tantum
communicantes: dico q. superficies. a. c. ab eis cōtenta aut
est rationalis aut medialis. Sint enim. d. c. quadratum li
nee. b. c. c. a. c. quadratum linee. a. b. eruntq. ex ypothesi hec duo quadra
ta communicantia: c. erit per primam sexti superficies. a. c. medialis me
dio loco proportionalis inter ipsa quadrata. Sumatur igitur linea. f. g. q.
sit rationalis in longitudine: cui adiungatur superficies. f. h. equalis qua
drato. a. e. c. h. k. equalis superfici. a. c. c. k. l. equalis quadrato. d. c. eruntq.
hec tres superficies. f. h. k. c. k. l. continue proportionales sicut sunt sue
equales. a. e. a. c. c. d. c. quare per primam sexti erunt etiam tres linee. g. h.
h. m. f. m. l. que sunt bases earum continue proportionales. Et cum superfi
cies. f. h. k. l. sint cōmunicantes sicut duo quadrata. a. e. c. d. eis equa
lia: sequitur per primam sexti c. 10. huius vt linea. g. b. sit communicans c.



m. l. vtraq; autem earum est rationalis in potentia per. 10. huius. Igitur superficies vnius earum in alteram est rationalis: omnis enim superficies quam continent due linee rationales in potentia: comunicantes in longitudine necessario est rationalis vt patet ex prima sexti & prima pte. 10. huius & ex diffinitione superficieum rationalium. ¶ Et quia ex prima pte. 16. sexti quadratum linee. h. m. ē equale superfici ei ex. g. b. in. m. l. erit quadratum linee. h. m. rationale. ¶ Si ergo linea. h. m. est rationalis in longitudine siue cōicans linee. k. m. que est equalis linee. f. g. erit per. 15. superficies. h. k. rationalis: ideoq; & sua equalis. a. c. Si autem linea. b. m. sit irrationalis in longitudine siue incōmensurabilis linee. k. m. que est equalis linee. f. g. cum ipsa sit rationalis saltē in potētia: eo q; suū qdratū ē rōnale erit ex. 19. superficies. h. k. medialis: quare & sua equalis. a. c. cōstat ergo ppositum. ¶ Et nota q; si due linee. a. b. & b. c. essent mediales in longitudine comunicantes: esset superficies. a. c. medialis tñ. Esset enim superficies a. c. cōmunicans vtriq; duorum quadratorum. a. e. & c. d. per primā sexti & per presētē ypothesim & per. 10. huius: & ideo superficies. h. k. sibi equalis. a. c. esset comunicans vtriq; superfici ei. f. h. & k. l. Igitur per primam sexti & 10. huius linea. h. m. esset comunicans vtriq; duarū linearum. g. h. & l. m. & quia hee ambe sunt rationales in potentia tantum: non cōcantes in longitudine linee. f. g. esset quoq; h. m. rationalis in potentia tñ non comunicans in longitudine linee. f. g. & ideo nec comunicans linee. h. p. quare per. 19. erit superficies. h. k. medialis tantum. & ideo etiā a. c. sibi equalis. ¶ Si autem due linee. a. b. & b. c. essent mediales neq; in longitudine neq; in potentia comunicantes: superficies. a. c. non esset rationalis neq; medialis. Si enim sic eēt scilicet q; due linee. a. b. & b. c. eēt mediales neq; in longitudine. neq; in potentia comunicantes: essent duo quadrata. a. e. & c. d. incommunicantia. itaq; & due superficies. f. h. & k. l. eis equales quoq; essent incommunicantes: quare & due linee. g. h. & m. l. essent incōmensurabiles per primam sexti & per secundam partem. 10. Et quia vtraq; earum est rationalis tantum in potentia per. 10. esset superficies vnius earum in alterā medialis per. 19. Cum ergo quadratum linee b. m. sit equale dicte superfici ei que sit ex. g. h. in. m. l. per primam partem 16. sexti esset per. 19. linea. h. m. linea medialis. Per. 15. ergo non esset superficies. b. k. rationalis: nec etiā p. 10. medialis: quare nec sua equalis. a. c.

Castigator.

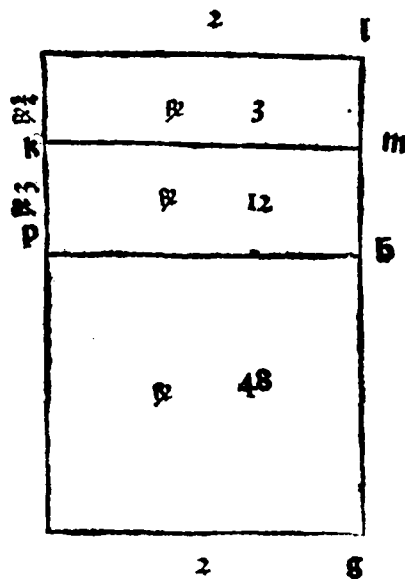
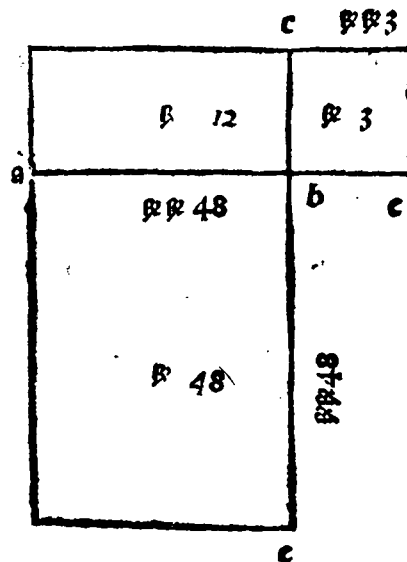
¶ Qualiter fiat in tribus precedentibus dictum est. Videlicet per. 10. sexti positis tribus lineis quartam inuenire ad quam tertia se habeat sicut prima ad secundam: hoc autem totum fit vt deueniatur ad secundam partem. 13. sexti & arguatur superficies illas equales cum sint mutuum laterū & vnus angularis immo omnes vnius equeatur angulo alterius &c. quia sum trium linearum due sunt latera superfici ei qdrate. a. s. secūda & tertia altera est linea. f. g. quarta inuenta est. g. h. tunc reliqua patent per decimam quintam sexti. Tunc erunt quatuor linee proportionales. prima. f. g. secūda vnum latus superfici ei quadrare. a. tertia reliquum latus dicte superfici ei quadrare. a. quarta erit linea inuenta per. 10. sexti. s. g. h. ita de reliquis. ¶ Scilicet q; nullo nodo posset esse rationalis sed tantum medialis.

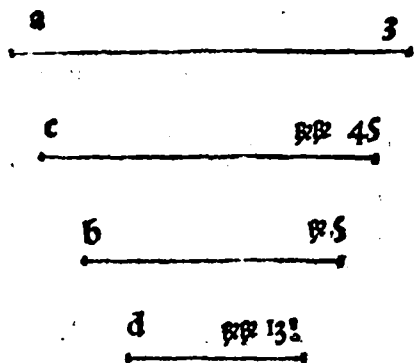
Propositio. 24.



¶ Etas líneas mediales potentia tantum comunicantes superficiemq; rationalem cōtinentes quam longior sit potentior: & tior: augmento quadrati linee comunicatis eidem longiori in longitudine inuenire.

¶ Cum omnes due linee mediales potentia tantum cōmunicantes cōtineant superficiem rōalem aut mediale ut ex premissa patet





docet inuenire eas duas que continent superficiem rationalem & eas que medialem. Vnde propositum est inuenire duas lineas mediales potentia tantum comunicantes quarum longior possit amplius breuiori in quadrato alicuius linee sibi communicantes in longitudine que contineant superficiem rationalem. ¶ Ad hoc fm doctrinam. 17. Sumo duas lineas a. & b. potentia tantum rationales comunicantes quarum longior que sit. a. possit amplius breuiori que sit. b. in quadrato alicuius linee scdm comunicantes in longitudine. Et ponam lineam. c. secundū doctrinam. 9. sexti medio loco proportionalem inter. a. & b. ¶ Et ponam vt sit proportio a. ad. b. sicut. c. ad. d. q. qualiter fiat in 10. sexti dictum est. Dico tūc duas lineas. c. & d. esse quas querimus. patet enim ex. 19. q. superficies quam continent due linee. a. & b. est medialis: & quia per primam partem. 16. sexti q. dratum linee. c. est dicte superficiē equalē erit igitur per. 19. linea. c. medialis. Cum autem sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. & b. comunicat cum. a. in potentia tantum ex hypothesi: quia tam. a. q. b. rationalis est in potentia sequitur per. 10. q. c. quoq. comunicet cum. d. in potentia tantum. itaq. per. 11. cum. c. sit linea medialis: erit etiam. d. medialis: & per primam partem. 12. erit linea. d. potentior linea. d. in quadrato linee sibi comunicatis in longitudine. Si ergo due linee. c. & d. contineant superficiem rationalem ipse sunt quales inquirimus. Eas autem continere superficiem rationalem sic habetor cum sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit permutatim a. ad. c. sicut. b. ad. d. sed erat. a. ad. c. sicut. c. ad. b. igitur ē. c. ad. b. sicut. b. ad. d. itaq. p. primam partem. 16. sexti superficies quam continent due linee. c. & d. est equalis quadrato. b. est autem quadratum. b. rationale per hypothesin cum ipsa sit rationalis in potentia: superficies ergo quam continent due linee ē. c. & d. est rationalis: quare constat propositum.

Castigator.

¶ Nota q. ista consequētia valet sic arguendo iste linee sunt rationales in longitudine ergo comunicant in longitudine & in potentia sed non econuerſo. s. iste sunt rationales in potentia seu comunicantes in potentia ergo in longitudine quia. p. 12. & p. 3. sunt rationales in potentia & non in longitudine quis in vtraq. comunicent & p. 12. & p. 6. comunicant in potentia & non in longitudine cum quadratorum suorum non sit proportio sicut numerorum quadratorum. ¶ In lineis medialibus non agitur de irrationalitate cum semp sint irrationales quia sunt latera tetragonica superficialium irrationalium vt in. 19. dicitur sed solum de eis dicitur comunicantia & cōmensurabilitas vt patet. n. ¶ Scilicet tribus lineis propositis quarā inuenire ad quam. 3. se habeat sicut prima ad secundam & in casu prima ē linea. a. scda linea. b. tertia linea. c. & quarta inuenta est linea. d. vt ibi dī.

Propositio .25.



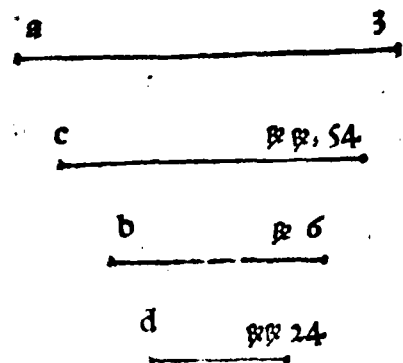
Eas lineas mediales potentia tantum comunicantes superficiemq. rationalem continentes quarum longior sit potentior breuiori quadrato linee eidem longiori in longitudine in cōmensurabilis inuenire.

¶ Positis duabus lineis. a. & b. rationalibus potentia tñ cōicantibus quaz. longior possit amplius breuiori qdrato linee secum non cōicantis in longitudine et que quidem reperiuntur fm doctrinā. 18. ceterisq. positionibus manētibus sicut in pmissa argumentādo mō cōsumili patebit duas lineas. c. & d. ēē quales querimus. Et notaq. due linee q. hec & pmissa docent inuenire cōponunt bimediale psum. & minori earum abscissa de maiori que reliqua est dī residuum mediale psum.

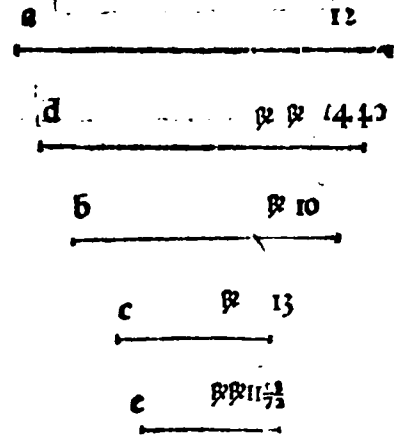
Propositio .26.



Eas lineas mediales potentia tantum comunicantes superficiemq. medialem continentes quarum longior breuiore tanto amplius possit quantum est quadratum alicuius linee in cōmensurabilis ip si longiori in longitudine inuenire.



¶ Cum docuerit inuenire duas lineas mediales potentia tantum cōmunicantes superficiemq; rationalem continentes; quarum longior plus possit breuiori in quadrato linee secum communicantis in longitudine & secum incommensurabilis in longitudine. Nunc docet inuenire duas lineas mediales potentia tñ communicantes superficiemq; medialem continentes quarum longior sit potentior breuiori in quadrato linee non secum cōmunicantis in longitudine; sed solum sibi incommensurabilis in longitudine. Illud enim facile habet ex isto. ¶ Sint itaq; tres lineae sumptae pñ doctrinam. a, b, c . potentia tantum rationales & in ea solum cōmunicantes. Sitq; a . potentior b . & c . quadrato linee sibi incommensurabilis in longitudine; & ponatur. d . medio loco proportionalis inter a . & b . vt docet. 9. sexti & sit. d . ad e . sicut a . ad c . dico duas lineas. d . & e . esse quales inquirimus. Cum sit enim quadratum linee. d . equale superficiem que cōtinetur sub a . & b . per primam partem. 16. sexti. Sitq; superficies contenta sub a . & b . medialis; ex. 19. cum a . & b . sint potentia tantum rationales cōmunicantes; erit ex eadem linea. d . medialis. Quia. a . ad c . sicut. d . ad e . cōmunicantes autem a . cum c . in potentia tantum ex ypothesi. Sequitur ex. 10. vt e . quoq; cōmunicet cū d . in potentia tñ. Itaq; per. 11. erit. e . linea medialis. Et etiam quia a . est potentior c . quadrato linee sibi incommensurabilis in longitudine erit quoq; per. 11. d . potentior e . quadrato linee sibi incommensurabilis in longitudine. ¶ Si igitur due lineae. d . & e . contineant superficiem medialem constat eas esse quales inquirimus. ¶ Eas autem continere superficiem medialem. sic habetur. Cum sit ex ypothesi. a . ad c . sicut. d . ad e . erit permutatim a . ad d . sicut c . ad e . & d . ad e . est sicut. d . ad b . p ypothesim; itaq; d . ad b . sicut c . ad e . igitur per primam partem. 15. sexti; superficies quam continent d . & e . est equalis ei quam continent c . & b . & d . & e . continent superficiem medialem per. 19. cum ipse sint rationales i potentia tantum cōmunicantes ex ypothesi itaq; d . & e . continent superficiem medialem. quod est propositum. ¶ Si autē cura esset inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiemq; medialem continentes; quarum longior esset potentior breuiori quadrato linee secum communicantis in longitudine. Summeremus tres lineas sñ doctrinam. a, b, c . potentia tantum rationales & in ea solum cōmunicantes & poneremus lineam. a . esse potentiorē lineae. c . quadrato alicuius linee sibi communicantis in longitudine; cetera vero manerent vt prius & argumentatione consimili concluderemus duas lineas. d . & e . esse quales proponitur inquirere. ¶ Et nota q; due lineae quas hec. 16. docet inueniret componunt bimediale secundum & minori earum abscisa de maiori que reliqua est dicitur residuum mediale secundum.



Castigator.

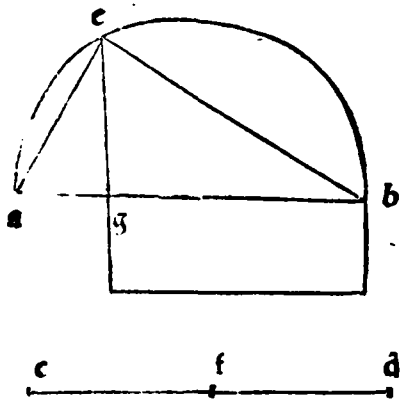
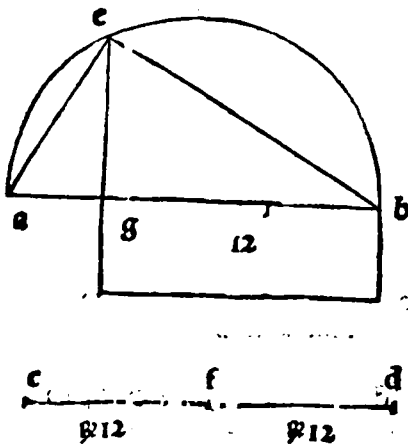
o ¶ Potentia linee. e . medialis ad potentiam linee. d . medialis est vt. 13. ad. 144. numerorum qui communicant; quoniam quadrati. 13. quod est 169. ad quadratum numeri. 144. quod est. 10736. est sicut numerorū quadratorum. Ideo per secundam partem. 7. huius latera. a, b . & 144. cōmunicāt in longitudine & potētie. a . ad b . est velut. 13. ad. 5. p. ¶ Propter hoc dixit supra i. 17. 18. si libeat plures lineas inuenire potentia tñ rationales cōmunicantes; vt posset tres quatuor & c. lineas mediales inuenire & c.

Propositio .27.



¶ Las lineas potentialiter incommensurabiles superficiemq; medialem continentes quarum quadrata ambo pariter accepta sint rationale inuenire.

¶ Propositum est inuenire duas lineas incommensurabiles tam in potentia q̄ in longitudine que contineant superficiem medialem & quadrata ambarum pariter accepta fa



Etant superficiem rationalem. Ad hec autem sumo p. 18. duas lineas. a. b. & c. d. potentia tantum rationales communicantes quantum longior que sit. a. b. sit potentior. c. d. quadrato alicuius linee secum incommensurabilis in longitudine. Et super lineam. a. b. describo semicirculum. a. e. b. & diuido lineam. c. d. per equalia ad punctum. f. & diuido lineam. a. b. ad punctum. g. ita q. linea. c. f. cadat in medio loco proportionalis inter. a. g. & g. b. & qualiter hoc fiat in. 13. dictum est. Et pono q. superficies. b. h. fiat ex. a. g. in. g. b. Eratq. ex prima parte. 16. sexti quadratum. c. f. equale superficie. b. h. & quia quadratum. c. f. est equale quarte parti quadrati. c. d. ex quarta secundi. Et quia superficie. b. h. deest ad complendum lineam a. b. superficies quadrata. Cum. a. g. sit equalis. g. h. Et quia linea. a. b. potentior est linea. c. d. quadrato linee sibi incommensurabilis in longitudine ex hypothesi erit ex secunda parte. 14. linea. a. g. incommensurabilis linee g. b. Edneo igitur a puncto. g. perpendicularem super lineam. a. b. vsq. ad circumferentiam semicirculi que sit. g. e. Et protraho lineas. a. f. e. b. quas dico esse quales querimus. Erit enim. e. g. equalis. c. f. eo q. vtraq. cadit in medio loco proportionalis inter. a. g. & g. b. prima quidem propter primam partem coroll. 8. sexti. secunda vero propter hypothesim propter quod quadratum vtriusq. earum per primam partem. 16. sexti est equale superficie ex. a. g. in. g. b. que est. b. h. ipse igitur sunt equales. At quia per quartam sexti proportio. a. e. ad. e. b. & sicut. a. g. ad. g. e. sunt aut. a. g. & g. e. & g. b. continue proportionales erit. a. e. ad. e. b. duplicata sicut. a. g. ad. g. b. Quare per. 18. sexti erit quadratum linee. a. e. ad quadratum linee. e. b. sicut. a. g. ad. g. b. Cum sit igitur. a. g. incommensurabilis. g. b. erit per secundam partem. 10. quadratum. a. e. incommensurabile quadrato. e. b. quare due linee. a. e. & e. b. sunt incommensurabiles in potentia. Et quia per penultimam primi quadratum. a. b. est equale quadrato duarum linearum. a. e. & e. b. pariter acceptis quadratum aut. a. b. est rationale cum a. b. sit rationale in potentia p. hypothesi. erit quoque quadratum duarum linearum. a. e. & e. b. pariter accepta rationale. Si vero he due linee continent superficiem mediale habitum est propositum. Erat aut. c. d. rationale in potentia & in eam tantum commensurabilis linee. a. b. quare & c. f. & ideo et. g. e. sibi equalis erit potest rationalis & terminat eadem commensurabilis cum a. b. itaq. per. 19. superficies ex. a. b. in. g. e. est medialis. Quia igit per quartam sexti & per primam partem. 18. eiusdem superficies. a. e. in. e. b. est sibi. s. superficie. a. b. in. g. e. equalis. constat duas lineas. a. e. & e. b. esse quales volumus. Et nota q. due linee quas docet hec. 17. inuenire componunt lineam maiorem & minori earum abscissa que reliqua est dicitur linea minor.

Propositio 28.



Plas lineas potentialiter incommensurabiles superficies rationale continentes quas ambo quadrata pariter accepta sint mediale inuenire.

Sit hic prorsus eadem dispositio que prius in premissa. Sint autem due linee. a. b. & c. d. quales pponit. 25. eruntq. simili argumentatione premisse due linee. a. e. & e. b. quales hec. 28. proponit. Cum sit enim. a. b. linea medialis erit eius quadratum mediale per. 19. & ideo quadrata duarum linearum. a. e. & e. b. sunt mediale per penultimam primi & quia. a. b. & c. d. continent superficiem rationalem. sequitur etiam vt. a. b. in. c. f. & ideo in. g. e. sibi equalem contineat superficiem rationalem itaq. & a. e. in. e. b. pater ergo quod queritur. Vnde due linee quas hec. 28. docet inuenire componunt lineam potentem in rationale & mediale & minori earum abscissa de maiori que reliqua est dicitur linea que iuncta cum rationali componit totum mediale.

Castigator

In istis tribus. 17. 28. 29. vbi adducitur. 4. sexti. Imaginantur semper tres trianguli: vtus totalis ex. a. e. b. & duo partiales. s. a. e. g. & g. e. b. qui

oēs adinuicem sunt similes per. 8. sexti: & ideo latus. a. e. magni respiciens angulū. b. eiusdē magni ad latus. g. e. parui. respiciens eūdē angulū. b. rōne parui trianguli. g. e. b. est sicut lateris. a. b. magni respiciens angulū. e. rectū ipsius magni ad latus. e. b. parui. s. g. e. b. respiciens angulū. g. rectū eiusdē parui: & quia omnes anguli recti sunt equales per petitionem & b. priorum laterum est idem. utrobique respectu diuersorum.

Propositio .29.



Eas lineas potencialiter incommensurabiles superficies medietalem continentes quaz quadrata ambo pariter accepta sint mediale duplo superficie vnus in alteram incommensurabile inuenire.

Huius quoque dispositio a duarum premisarum dispositione non sit in quoquam diuersa. Sint autem lineae. a. b. f. c. d. quales as. proponit etiamq. premissa argumentatione duae lineae. a. e. & e. b. quas inquirimus. Cum enim. a. b. sit linea medietalem. erit quadrata duarum linearum. a. e. & e. b. pariter accepta mediale. **A**t quia. a. b. f. c. d. contineant superficiem medietalem. sequitur ut. a. b. in. a. f. & ideo i. e. g. sibi equalē contineat quoque superficiem medietalem. n. sit superficies medietalem communicans medietalem esse coniungitur: quēadmodū in. n. monstratum est. **S**uperficies igitur. a. e. in. e. b. medietalem est cum ipsa sit equalis superficiē. a. b. in. g. o. **Q**uia vero linea. a. b. est incommensurabilis lineae. c. d. erit etiam incommensurabilis lineae. c. f. quare & lineae. e. g. quare per primam sexti & secundam partem. 10. huius superficies. a. b. in. e. g. quae est equalis superficiē. a. e. in. e. b. erit incommensurabilis quadrato lineae. a. b. itaq. & quadratis duarum linearum. a. e. & e. b. pariter acceptis. **Q**uod cum ita sit sequitur quoque ut duplum superficiē. a. e. in. e. b. sit incommensurabile quadratis predictis duarum linearum. a. e. & e. b. per acceptis & hoc erat monstrandum. **D**ue lineae quas. b. c. & d. c. inuenire componunt lineam. potentem in duo medietalem & minori earum abscisa de maiori que reliqua est dicitur linea quae iuncta cum medietali facit totum medietalem.

Castigator

Propter hoc quod multiplicia & submultiplicia eiusdē sunt generis. Ut si sine quinte definitionis quinti libri dictum fuit. Et ideo pariter proprie semper sunt de ratione totius. & sit. f. c. m. sit medietas. c. d. etiam per. 9. & 8. huius & rectius concluditur propositum.

Propositio .30.

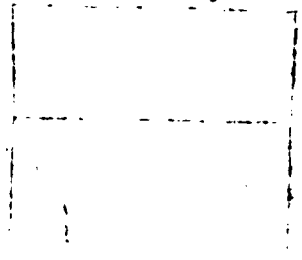
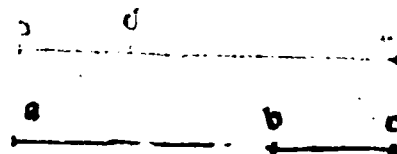
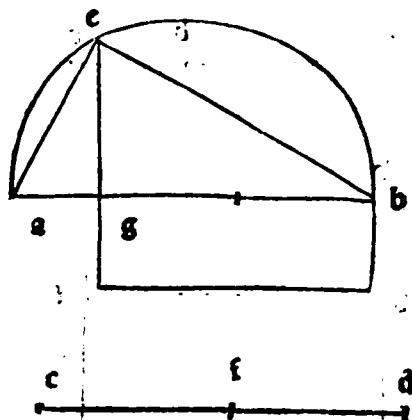


Ine lineae potencialiter tantū rationales cōcantes in longū directumq. cōiungant: tota linea ex his cōposita erit irrationalis: diceturq. binomium.

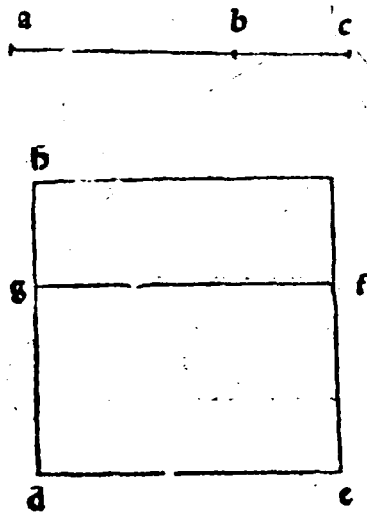
Sint duae lineae. a. b. f. b. c. in continuū directumq. coniunctae rationales in potentia tñ cōcantes: quaz p. ex. & 18. reperies dico totam lineā. a. c. ex eis cōpositam esse irrationalem & ipse vocatur binomium. Est enim p. quartam scilicet quaz daturum. a. c. equalē quadratis duarū linearū. a. b. f. b. & f. b. c. & duplo superficiē vnus earum in alterā quadrata autē ambarum faciunt: superficiē rationalem ex ypothēsi duplū vero superficiē vnus earum in alterā facit superficiē medietalem ex. 19. itaq. quadrata ambarum pariter accepta: faciunt superficiē incommensurabile duplo superficiē vnus earū in alterā. erit igit. ex. 9. quadratū. a. c. incommensurabile duobus qdratis duarū linearū. a. b. & b. c. piter acceptis quare irrationale p. definitionē cum duo illa qdrata faciant superficiē rationalem: ideoq. suū latus tetragonū quod est. a. c. irrationale quoque p. definitionem: constat ergo propositum.

Castigator

Hec irrationalitas facit infra ad. 27. huius. Et sicut in ista. 30. probatur linea binomialis esse irrationalis per. 4. scilicet. ita infra. 68. huius. probatur idē de residuo q. sit linea irrationalis mediante. 7. eiusdē.



fundi. §. 9. huius.



Propositio 31.



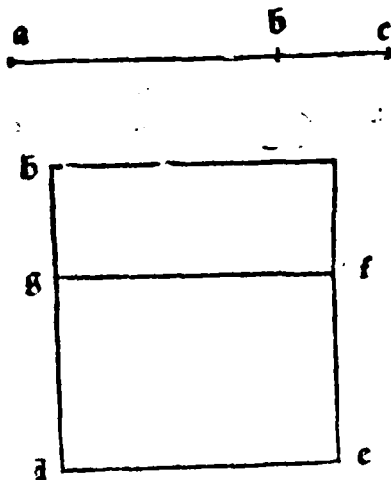
Sint due linee mediales potentia tantum cōcantes superficiemq; rationalem continentes directe cōiungantur tota linea ex his composita erit irrationalis diciturq; bimediale primum.

¶ Sint due linee. a. b. §. b. c. in continuum directumq; cōiuncte quales pponuntur quas p. 14. §. 5. reperies: dico totam lineam. a. c. ēē irrationalem & ipsa vocatur bimediale primum. Est. n. duplum superficiē. a. b. in. b. c. rōnale p̄r ypothē: daq; que quadrata duarum lineā. a. b. §. b. c. pariter accepta faciunt mediale. cum vtrumq; quadratum sit mediale p̄ ypothēsim & vnum eorum cōicans alii: duplum igitur superficiē vnius earum in alterā est incōicans duobus qdratis p̄ter acceptis: totum ergo aggregatum ex duplo superficiē & duobus quadratis & ipsum est quadratum totius. a. c. p̄ quartam secūdi est incommensurabile duplo superficiē vnius earū in alteram p̄ 9. huius cum itaq; duplū superficiē sit rationale erit quadratū. a. c. irrōnale. ideoq; & linea a. c. qd est ppositum. ¶ I dē alteri sit linea. d. e. rōnalis in longitudine cui adiungatur superficies. d. f. equalis duobus quadratis duarū linearum. a. b. §. b. c. eritq; superficies hec. d. f. medialis cū vtrumq; quadratū sit mediale p̄ ypothē. & vnum eorū cōicans alii quare p. 10. linea. d. g. est rōnalis in potentia tūnon cōicans in longitudine lineē. d. e. Rursus ad lineam. f. g. que est equalis. d. e. adiungatur superficies. f. h. equalis duplo superficiē. a. b. in. b. c. eritq; f. h. rōnalis p̄ ypothēsim. quare per. 16. linea. g. h. erit rōnalis in longitudine. Due itaq; lineē. d. g. §. g. h. sunt potentialiter rōnales & in ea tñ cōcantes: ergo p. 30. tota linea ex eis cōposita que est. d. h. est binominū & irrōnalis quare p. 16. a destructione consequētis superficies. e. h. ē irrōnalis. At qā p̄ quartam secūdi latus. ius tetragonici est linea. a. c. ipsa erit irrationalis per diffinitionem quod oportuit demonstrari.

Castigator

¶ I statum linearum aliquando longior est potetior breuiore in quadrato lineē maiori communicantis. vt in. 14. §. 1. quando non communicant. huius.

Propositio 32.



Sint due linee mediales potēialiter tantū cōcantes superficiēq; mediale continentes directe cōiungantur tota linea erit irrōnalis dicit q; bimediale p̄m.

¶ Sint due linee. a. b. §. b. c. mediales i contiū directūq; cōiuncte vt proponitur quas per. 16. contingit reperiri. Dico totam. a. c. ex. eis cōpositam ēē irrationalem & ipsa vocatur bimediale secūdam. ¶ Esto enim linea. d. e. rōnalis in longitudine cui adiungatur superficies. d. f. equalis duobus quadratis duarū linearum. a. b. §. b. c. p̄ter acceptis & qā ex ypothēsi duo illa qdrata sunt cōcātia: vt vtrumq; mediale: erit superficies. d. f. medialis quare per. 30. linea. d. g. que est eius latus secūdam est rationalis in potentia tantū: & lineē. d. e. incommensurabilis in longitudine. ¶ Rursus adiungatur ad lineam. g. f. que est equalis lineē. d. e. superficies. f. h. equalis duplo superficiē. a. b. in. b. c. eritq; etiam superficies. f. h. medialis: erat enim per ypothēsim superficies. a. b. in. b. c. medialis. ergo duplum eius cui est equalis. f. h. erit mediale. Per. 30. igitur linea. g. h. rationalis in potētia tantum & incommensurabilis in longitudine lineē. g. f. ¶ Quia vero. a. b. §. b. c. sunt potentialiter tantum communicantes erit per primam sexti & p̄ secundam partem. 10. huius superficies vnius in alteram incommensurabilis quadrato vtriusq;. ¶ At quia quadrata earum communicant per ypothēsim erit dicta superficies quare & duplum eius incommunicans duobus quar

dratis earum pariter acceptis. Due ergo superficies. d. f. & f. b. sunt in communicantes: per primam itaq; sexti & secundam partem. 10. huius erit linea. d. g. incommensurabilis linee g. h. que cum sint rationales in potentia: erit per 30. tota linea. d. b. binomium & irrationalis: ergo per 16. a destructione consequentis erit superficies. e. b. irrationalis. Et quia latus eius tetragonum per quartam secundi est linea. a. c. sequitur per diffinitionem q; linea. a. c. sit irrationalis: quod propositum erat ostendere.

Castigator.

t ¶ Quia p primam sexti superficies. a. c. ad vtrumq; quadratum est sicut basis. a. b. ad basim. b. c. que sunt ex ypothesi due linee non comunicantes in longitudine sed solum in potentia. Et ideo p secundam partem decime huius superficies. a. c. etiam non comunicat cum aliquo duorum quadratorum illarum duarum linearum. a. b. & b. c. quis superficies illa & dicta quadrata sint irrationalia quia medialia seu irrationalia non communicant nisi se habeant sicut numeri per quintam huius.

u ¶ Quia dato opposito huius consequentis sequitur lineam. d. b. esse rationalem per 16. que non est. Et ideo irrationalis superficies. e. b. que si non esset rationalis & tunc per 16. vt dictum est.

Propositio 33.



¶ Si coniuncte fuerint due linee potentialiter incommensurabiles superficiemq; medialem continentes quaz ambo quadrata pariter accepta sunt rationales: tota linea erit irrationalis diceturq; linea maior.

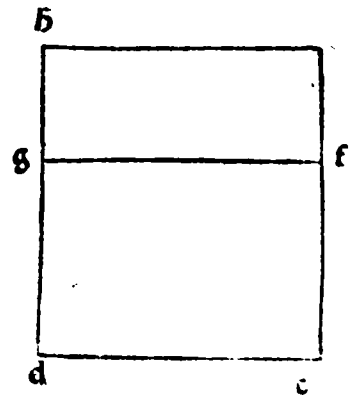
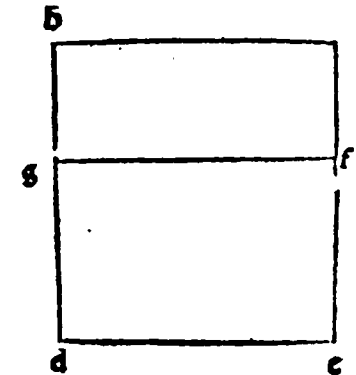
¶ Sint due linee. a. b. & b. c. sibi in continuum directumq; coniuncte sicut proponitur: quas contingit ex 27. reperire: dico. a. c. ex eis compositam esse lineam irrationalem & ipsa vocatur linea maior. Cum enim ambo quadrata pariter accepta sunt rationale superficies vero alterius in alteram quare & eius duplum medialis per ypothesim: erit totum ex duobus quadratis pariter acceptis incommunicans duplo superficiem vnius in alteram. itaq; totum aggregatum ex duobus quadratis & duplo superficiem & ipsum est equale quadrato. a. c. p quartam scdm erit per 9. huius incommensurable duobus quadratis. duarum linearum. a. b. & b. c. pariter acceptis: per diffinitionem ergo est quadratum linee. a. c. irrationale & linea. a. c. irrationalis quod est propositum. ¶ Idem aliter fit in premissis ad lineam. d. e. que sit rationalis in longitudine adiungatur superficies. d. f. que sit equalis duobus quadratis duarum linearum. a. b. & b. c. pariter acceptis: eritq; rationalis per ypothesim quare p 16. latus eius secundum quod est. d. g. erit etiam rationale in longitudine & communicans linee. d. e. ¶ Rursus ad lineam. f. g. adiungatur superficies. f. h. equalis duplo superficiem. a. b. in. b. c. eritq; medialis per ypothesim: quare per 20. linea. g. h. que est eius latus secundum est rationalis in potentia tantum per 30. igitur est linea. d. b. binomium & irrationalis: ideoq; p 16. a destructione consequentis superficies. e. b. est irrationalis quare latus eius tetragonum quod per quartam secundi est. a. c. est irrationale per diffinitionem. quod volumus ostendere.

Propositio 34.



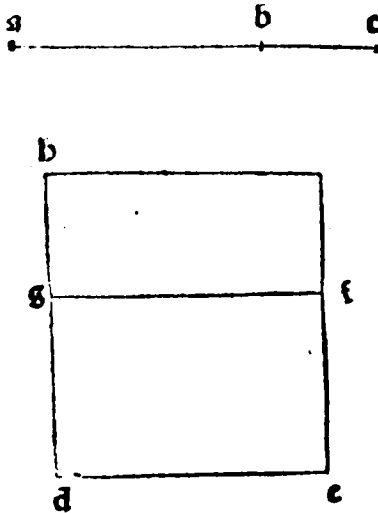
¶ Si coniuncte fuerint due linee potentialiter incommensurabiles superficiemq; rationalem continentes quarum ambo quadrata pariter accepta sunt mediale: tota linea erit irrationalis diceturq; potens in rationale & mediale.

¶ Sint vt in premissis due linee. a. b. & b. c. in continuum directumq; coniuncte quales proponitur: & ipse sunt ex 28. sumende: dico q; tota linea. a. c. ex eis composita erit irrationalis & illa vocatur linea potens in rationale & mediale. Cum sit enim superficies. a. b. in. b. c. rationalis p ypothesim. ideoq; & duplum eius ac ambo quadrata pariter accepta



sunt mediale: sequitur per quartam secundi § 9. huius quemadmodum in premissis quod quadratum totius .a.c. sit incommensurabile duplo superficie .a.b. in .b.c. per diffinitionem igitur ipsum est irrationale § linea .a.c. irrationalis quod est propositum. ¶ Item aliter sit ut in premissis linea .d.e. rationalis in longitudine superficies .d.f. sibi adiuncta equalis duobus quadratis prout acceptis duarum linearum .a.b. § .b.c. eritque medialis per hypothesim: per .20. igitur erit linea .d.g. rationalis in potentia tantum non communicans in longitudine linee .d.e. Sitque superficies .f.h. adiuncta ad lineam .g.f. equalis duplo superficie ex .a.b. in .b.c. eritque rationalis per hypothesim. § ideo per .16. latus eius secundum quod est .g.h. rationale in longitudine quare per .30. linea .d.b. est binomium § irrationalis: § superficies .e.h. per .16. a destructione consequentis est irrationalis. Cum itaque linea .a.c. sit eius latus tetragonum per quartam secundi sequitur ut .a.c. sit irrationalis per diffinitionem: constat ergo propositum.

Propositio .35.



Similiter fuerint due linee potēcialiter incommensurabiles superficieque mediale continētes quare quadrata ambo pariter accepta sit mediale duplo superficie vnus in alteram incommensurable tota linea erit irrationalis diciturque potens in duo mediale.

¶ Sint quoque due linee hic .a.b. § .b.c. in continuū directumque coniuncte ut proponit que ex .29. sumende sunt: dico quod linea .a.c. ex eis composita est irrationalis § ipsa dicitur potens in duo mediale. Adiungatur namque ad lineam .d.e. que sit rationalis in longitudine superficies .d.f. equalis duobus quadratis duarum linearum .a.b. § .b.c. prout acceptis: eritque medialis per hypothesim quare per .20. linea .d.g. erit rationalis in potentia tantum § incommensurabilis .d.e. linee rationali in longitudine. ¶ Rursus ad lineam .g.f. que est equalis .d.e. adiungatur superficies .f.h. que sit equalis duplo superficie vnus in altera erit et ex hypothesi medialis quare per .20. linea .g.h. erit rationalis in potentia tantum. ¶ Atque per hypothesim ambo quadrata pariter accepta sunt incommensurable duplo superficie vnus in altera sequitur ut .d.f. sit incommensurable f.h. quare per primam sexti § secundam partem .10. huius linea .d.g. § incommensurable g.h. per .30. igitur est linea .d.b. binomium § irrationalis. Itaque superficies .e.h. est irrationalis § eius latus tetragonum quod est .a.c. ut in premissis: quare constat propositum. ¶ Si autem duplum superficie .a.b. in .b.c. non esset incommensurable ambobus quadratis pariter acceptis esset linea .a.c. medialis esset enim .d.f. communicans .f.h. ideoque linea .d.g. linee .g.h. tota igitur .d.h. esset rationalis in potentia tantum § incommensurable in longitudine linee .d.e. per .19. igitur esset superficies .e.h. medialis eiusque latus tetragonum quod est .a.c. linea medialis. Ut autem facilius fiat doctrina sequentium premonstranda arbitramur hoc loco duo quorum primum est.

Castigator.

¶ Quia tota superficies .e.f. tunc esset medialis per .11. § .9. huius postea per .20. linea .d.b. que est latus secundum dictam superficiem .e.h. est solum in potentia rationalis laterique primo .d.e. in longitudine incommensurabilis. Et ideo per .19. latus tetragonum superficie .e.h. est linea medialis quod est per .4. secundi linea .a.c. ut premititur. ¶ Vel sic § melius per .9. huius. Si autem duplum superficie .a.b. in .b.c. non esset incommensurable seu incommensurable ambobus quadratis pariter acceptis. tunc esset eisdem commensurable siue communicans quare per .9. totum ex eis scilicet .d.f. § f.h. confectum. scilicet superficies .e.h. esset communicans utrique superficie scilicet .d.f. § f.h. quare per .21. huius .e.h. tota esset etiam medialis superficies. Et ideo per .20. secundum latus eius quod est tota .d.b. est solum in potentia rationale § sic per .19. linea .a.c. que per .4. secundi est eius latus tetragonum esset linea mere medialis § c.

¶ Si aliqua linea per duo inequalia diuidatur quadrata amborum sectionum pariter accepta: tanto amplius sunt duplo superficiei vnius earum in alteram quantum est quadratum eius linee quae maior excedit minorem.

¶ Sit enim linea .a. b. diuisa per duo inequalia in puncto .c. sitq. maior portio .c. b. de qua sumatur .c. d. equalis .a. c. dico q. quadrata duarum linearum .a. c. & .c. b. sunt amplius duplo superficiei vnius in alteram in quadrato linee .d. b. **¶** Nam quod fit ex .a. c. in .c. b. bis cum quadratis duarum linearum .a. c. & .c. b. est equale ei quod fit ex .a. c. in .c. b. quater cum quadrato .d. b. Eo q. vtraq. hec equalia sunt quadrato linee .a. b. primum quidem per quartam secundi. Secundum vero per .8. eiusdem. Demptis itaq. vtrinq. equalibus videlicet eo quod fit ex .a. c. in .c. b. bis erunt residua quae sunt de primo quidem quadrata duarum linearum .a. c. & .c. b. **¶** De secundo vero quod fit ex .a. c. in .c. b. bis cum quadrato .d. b. equalia. Quare constat propositum. **¶** Ex hoc ergo manifestum est q. si aliqua linea per duo inequalia diuidatur quadrato amborum partium pariter accepta plus sunt duplo superficiei vnius earum in alteram. Et hoc est pp quod istud premisimus.

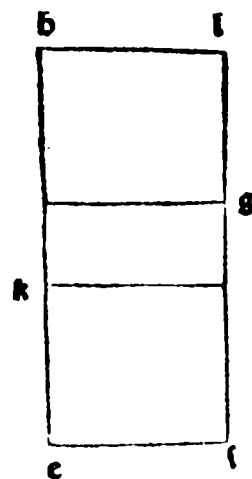
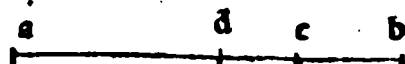
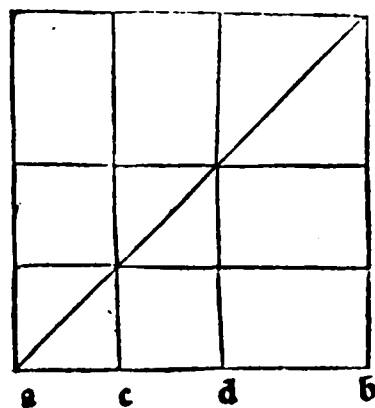
¶ Si aliqua linea per duo inequalia itemq. alia duo inequalia diuidatur quadrata magis inequalium pariter accepta tanto sunt amplius quadratis minus inequalium pariter acceptis quantum est duplum quadrati illius linee quae inter vtrasq. est sectiones & quadruplum eius quod fit ex eadem linea in eam quae est inter punctum sectionis minus inequalium & punctum quod diuidit totam lineam per equalia.

¶ Sit linea .a. b. diuisa per duo inequalia in puncto .c. itemq. per alia minus inequalia in puncto .d. rursus per equalia in .e. dico q. quadrata duarum partium magis inequalium quae sunt .a. c. & .c. b. tantum sunt amplius duobus quadratis duarum linearum minus inequalium quae sunt .a. d. & .d. b. quantum est duplum quadrati linee .c. d. & quadruplum eius quod fit ex .c. d. in .d. e. **¶** Sunt enim per .9. secundi quadrata duarum linearum .a. c. & .c. b. pariter accepta dupla quadratis duarum linearum .b. e. & .e. c. pariter acceptis. at per eandem .9. secundi quadrata duarum linearum .a. d. & .d. b. pariter accepta dupla sunt quadratis duarum linearum .b. e. & .e. c. d. pariter acceptis. **¶** I taq. quadrata duarum linearum .a. c. & .c. b. pariter accepta excedunt quadrata duarum linearum .a. d. & .d. b. pariter accepta in eo quo duplum quadrati linee .c. e. excedit duplum quadrati linee .d. e. hoc autem per quartam secundi est duplum quadrati linee .c. d. & quadruplum eius quod fit ex .c. d. in .d. e. quare constat propositum. Ex hoc manifestum est q. quanto fuerint sectiones alicuius linee magis inequales tanto erunt earum quadrata pariter accepta maior a: & hoc est propter quod istud premisimus. **Propositio .36.**



Item alias duas lineas sub eorum termino ex quibus coninectum & nominatum est binomium diuidi impossibile est.

¶ Sit linea .a. b. binomium eritq. ex .30. composita ex duabus lineis in potentia tantum rationalibus communicantibus quae sint .a. c. & .c. b. dico q. impossibile est eam diuidi in alias duas lineas sub hac diffinitione videlicet q. ipse sint potentia tantum rationales communicantes. **¶** Si enim potest diuidatur in .a. d. & .d. b. quae sint potentia rationales tñ communicantes. Esto quoq. linea .e. f. rationalis in longitudine cui adiungatur superficies .b. e. g. quae sit equalis quadratis duarum linearum .a. c. & .c. b. pariter acceptis & superficies .f. b. quae sit equalis quadrato linee .a. b. eritq. superficies .e. g. rationalis eo q. vtrunq. quadratorum linearum .a. c. & .c. b. pariter acceptis est rationale per ypothesim & superficies .g. h. medialis per .19. qm̄ ipsa est equalis duplo superficiei .a. c. in .c. b. per quartam secundi. Sit igitur rursus superficies .f. k. equalis quadratis duarum linearum .a. d. & .d. b. pariter acceptis



que cum sint diuerse a duabus lineis. a. c. f. c. b. est per secundū predemōstratorum antecedentium superficies. f. k. diuersa a superficie. e. g. Earū ergo differentia sit. k. g. eritq. per quartam secundi excessus superficiei. f. h. super. f. k. qui sit. k. l. equalis duplo eius quod sit ex. a. d. in. d. b. & propter hoc erit etiam superficies. f. k. rationalis: & superficies. k. l. medialis: itaq. superficies. k. g. cum ipsa sit differentia duarum superficierum rationalium que sunt. e. g. & f. k. erit rationalis. Non enim differt rationale a rationali nisi in rationali: & hoc dico diffinitione 9. huius hoc confirmatibus. Eadem quoq. cum ipsa sit differentia duarum superficierum medialium que sunt. g. h. & k. l. erit irrationalis per. 12. quod est impossibile.

Castigator.

b ¶ Ista adiunctio superficierum ad lineam rationalem in longitudine equalium aliis superficieribus sit vbiq. in sequentibus & precedentibus: vt visum est: quemadmodum dictum est supra in vigesima: vigesima prima: vigesima secunda: & vigesimatertia huius, ideo ibi recurras: quia auctor cum semel diligenter docuerit sufficit ei & nobis. c ¶ Ex istis sex sequentibus diuisionibus linearum compositarum in suas componentes vt patet: apparet illa philosophantium maxima: videlicet omnes res per quasq. causas componitur per easdem resolui necesse est. d ¶ Cum vtraq. diuisio sit per inequalia scilicet in. c. & in. d. quoniam linee componentes binomium semper sunt inequales per. 17. & 18. huius quia longior potentior breuiore &c.

Propositio .37.



¶ Mediali primo fini terminum suum in duas lineas mediales diuiso: sub earum termino in alias duas lineas mediales idem diuidi est impossibile.

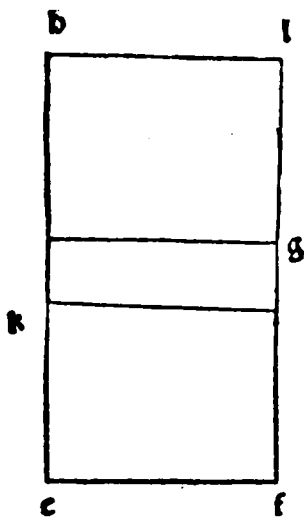
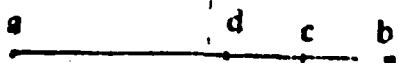
¶ Sit quoq. hic linea. a. b. bimediale primum diuisa in duas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiemq. rationalem continentes: ex quibus. 31. asserit eam componi que sunt. a. c. f. c. b. dico q. impossibile est eam diuidi in alias duas lineas sub earum diffinitione. Quod si possibile fuerit diuidā eam in puncto. d. assumptaq. linea rationali. e. f. adiungatur ei. e. g. equalis duobus quadratis duarum linearum. a. c. f. c. b. & superficies. f. h. equalis quadrato. a. b. & superficies. f. k. equalis quadratis duarum linearum. a. d. & d. b. eritq. per quartam secundi. g. h. equalis duplo superficiei. a. c. in c. b. & per eandem erit. k. l. equalis duplo superficiei a. d. in. d. b. propter ypothesim quoq. erit vtraq. duarum superficierum. e. g. & k. f. medialis & vtraq. duarum. g. h. & k. l. rationalis. hoc autem impossibile est: erit enim per primum superficies. k. g. irrationalis ex. 12. per secundum autem eadē esset rationalis ex diffinitione 9. quod est inconueniens.

Propositio .38.



¶ Mediale secundum nisi in duas lineas tantū sub termino suo diuidi non potest.

¶ Sit vt prius linea. a. b. bimediale secundum diuisa in duas lineas. a. c. f. c. b. mediales: potentia tantum comunicantes superficiemq. medialem continentes: ex quibus 31. proponit eam componi: dico q. impossibile est eam diuidi sub earum diffinitione in alias duas. Sin autem diuidat in. d. sine q. vt prius superficies. e. g. f. h. & f. k. adiuncte ad lineam rationalem. e. f. eruntq. per presentes ypotheses vtraq. superficies. e. g. & g. h. mediales: quare per. 10. vtraq. duarum linearum. f. g. & g. l. erit rationalis in potentia tantum non communicans in longitudine linee. e. f. At quia due linee. a. c. & c. b. erunt incommensurabiles in longitudine: sequitur per primam sextū & per secundam partem. 10. huius q. vtraq. quadratorum linearum a. c. & c. b. sit incommensurable superficiei vnius in alteram: cumq. dicta quadrata communicent. ex ypothesi sequitur vt ambo quadrata pariter



accepta sint incommensurable superficiet vnus in alteram: ideoq. & eius duplo: quare superficies. e. g. incommensurabilis est superficiet. g. h. & linea g. l. linee. g. l. per primam sexti & secundam partem. 10. huius itaq. per. 30. linea. f. l. est binomium diuisa fm suum terminum in puncto. g. ¶ Eodemq. modo probabitur ipsam binomium esse mediantibus superficiebus. e. m. & m. h. diuisam secundum suum terminum in puncto. m. quod est impossibile per. 36. Non enim potest dici q. linea. f. l. diuisa sit ad puncta. g. & m. in partes consimiles. sic enim esset linea. f. m. equalis. g. l. sed ipsa est maior linea. m. l. vt patet ex primo premisorum antecedentium huius: & prima sexti cum. e. m. superficies sit maior. h. m. superficie. Huius autem demonstrationis modus potest esse communis. 37. ceterisque eam sequentibus.

Propositio .39.



Linea maior nisi in duas lineas tantum ex quibus constat sub earum termino diuidi non potest.

¶ Sit quoq. hec linea maior. a. b. diuisa ad punctum. c. in duas lineas potentialiter incommensurabiles superficiemq. medialem continentes quarum ambo quadrata pariter accepta sunt rationales: ex talibus enim componitur vt affirmat. 33. dico q. impossibile est ad alium punctum in alias duas lineas sub hac diffinitione ipsam diuidi q. si potest sit hic ad. d. maneat sub his eadem figura eademq. ypotheses que prius & argue quemadmodum in. 36. superficiem. g. k. esse rationalem & irrationalem: quod est impossibile.

Propositio .40.



Linea potes in rationale & mediale nisi in suas duas lineas tantum sub termino suo non diuiditur.

¶ Hec quoq. 40. manentibus prioribus figura & positionibus exceptoq. ipsa linea. a. b. diuidatur in punctum. c. in illas duas lineas ex quibus. 34. dicit eam componi probabitur quemadmodum. 37. Si autem aliter fuerit q. proponat erit superficies. k. g. rationalis & irrationalis quod esse non potest.

Propositio .41.

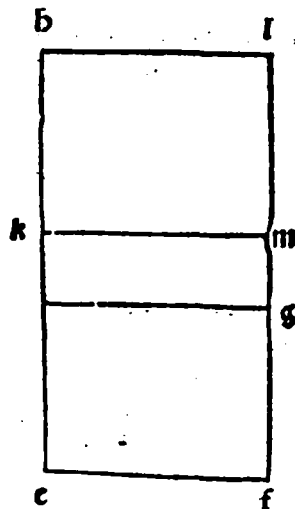


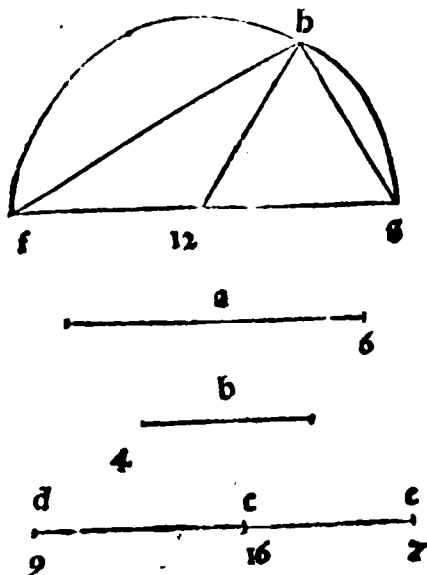
Linea potens in duo medialia nequit diuidi in alias duas sub termino earum ex quibus coniuncta est: sed in suas tantum duas ex quibus componitur est diuisibilis.

¶ Hec enim. 41. diuisa linea. a. b. ad punctum. c. in eas ex quibus. 35. asserit eam componi ceterisq. vt supra tam figura q. positionibus manentibus probatur sicut. 38. nam dato opposito proposito. Sequitur oppositum. 36. quod. est impossibile.

¶ Si fuerit binomij longior portio breuiore potentior augmento quadrati linee communicantis eidem longiori in longitudine fueritq. eadem longior linee posite rationali communicans ipsum: vocabitur binomium primum. Si vero breuiore posite rationali communicet dicetur binomium secundum. Quod si neutra portionum eius posite rationali communicet appellabitur binomium tertium. Item si longior breuiore tanto amplius possit quantum est quadratum alicuius linee ipsi longiori incommensurabilis in longitudine fueritq. longior portionum posite linee rationali communicans in longitudine ipsum nuncupabitur binomium quartum. Si vero breuiore posite rationali communicet in longitudine quantum nominabitur. Si autem neutra portionum eius posite rationali communicet in longitudine erit binomium sextum.

Propositio .42.





Binomium primum inuenire.

Sit .a. linea rationalis posita: sumanturq. duo nume-
ri quadrati .b. & .c. quorum .c. sit diuisibilis in quadratum
qui sit .d. & in nō quadratum qui sit .e. ponaturq. propor-
tio quadrati linee .a. ad quadratum linee .f. g. sicut nume-
ri .b. ad numerum .c. eritq. ex secunda parte. 2. linea .f. g.
communicans linee .a. rationali posite in longitudine. Super eam igitur
lineetur .f. g. h. semicirculus: sitq. proportio quadrati linee .f. g. ad quadra-
tum linee .f. h. sicut .c. ad .d. & ducatur linea .g. h. Dico ergo duas linee .f.
g. & .g. h. directe coniunctas componere binomium primum. Est enim
linea .f. g. que est longior potentior linea .g. h. que est breuior in quadrato
linee .f. h. per .30. tertii & penultimam primi: communicat autem linea .f.
b. linee .f. g. in longitudine per secundam partem. 2. cum proportio qua-
dratorum ipsarum .f. g. & .f. b. sit sicut numerorum quadratorum qui sunt
c. & d. Linea vero .g. h. conuincitur esse rationalis in potētia tantum: nō
communicans linee .f. g. in longitudine. Ideoq. neq. linee .a. rationali po-
site. Cum sit enim quadratum linee .f. g. ad quadratum linee .f. b. sicut nu-
merus .c. ad numerum .d. erit per euerfam proportionalitatem quadratum
linee .f. g. ad quadratum linee .g. h. sicut numerus .c. ad numerum .e. Cum
itaq. c. sit numerus quadratus .e. vero non quadratus sequitur per vltimā
partem. 2. vt linea .g. h. sit incommensurabilis linee .f. g. in longitudine.
Relinquitur igitur ipsam .g. h. esse rationalem in potētia tantum & a dif-
finitione lineas .f. g. & .g. h. componere binomium primum: quod erat
inueniendum.

Castigator.

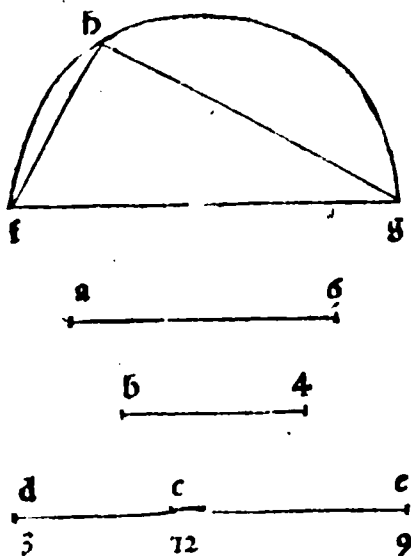
a Que .f. g. reperitur vt in .17. huius. sed ponendo numerum .b. mino-
rem numero .c. s. b. 4. & c. 16. necesse rio linea .f. g. erit longior linea .a. &
quia numerorum quadratorum proportio laterum suorum est dupli-
cata per vndecimam octauī ac etiam dictarum linearum quadrata per
18. iuxti. sunt suorum correlatiuorum laterum in duplicata proportio-
ne que est similis illi laterum dictorum numerorum: & cum dicti nume-
ri ponantur quadrati scilicet. 4. & 16. eorum latera erunt. 2. & 4. inter que
ponat vnitas: vt supra in quinta huius & n. apparet. Modo quecumq. fue-
rit illa linea inuenienda erit communicans linee .a. posite: vt dictum est
& earum communis mensura erit in .a. totiens & cetera. vt ibi di-
ctum est in .17. postea inuenitur alia .f. h. simili modo ad cuius quadra-
tum se habeat quadratum linee .f. g. sicut .c. numeri ad .d. numerum peni-
tus sicut inuenimus .f. g. & procedendo semper similiter habebis propositū
& ideo supra in .17. docuit inuenire plures huiusmodi lineas & c. etiam di-
cendo si .16. dat .9. quid dabit .144.

Propositio. 43.

Binomium secundum reperire.



Sit vt prius .a. rationalis linea posita. b. vero numerus
quadratus .c. vero sit numerus non quadratus diuisibilis
in .d. non quadratum & .e. quadratum. Ita tamen q. pro-
portio totius .c. qui est non quadratus ad .d. qui est etiam
non quadratus sit sicut numerorum quadratorum: talis
autem numerus est .n. & 48. diuisibilis enim est .n. in .9. quadratum nu-
merum & 3. non quadratum: estq. proportio .n. ad 3. sicut .16. ad 4. quo-
rum vterq. quadratus eodem modo. 48. diuisibilis est in .36. & n. Tales
autem numeros sic reperies. Sit .a. numerus quadratus .b. quoq. sit vnitas
te minor. cuius quadratū sit .c. At vero .d. pueniat ex .b. in .a. eritq. ex pri-
ma incidētū noni .b. dīa .d. ad .c. Ducatur idē .a. in .c. & pueniat .e. eritq.
e. quadratus ex prima parte correl. secūde noni eo q. vterq. numero 3. a. &
c. est qdratus p hypothesim. Fiat rursus .f. ex .a. in .d. eritq. f. qualē qrimus.
Est .n. ex vltima pte pdicti correl. numerus .f. nō qdratus eo q. d. nūcus



fit non quadratus. Si. n. d. numerus es et quadratus es et quoq. b. quadratus. ex. 2. pte eiusdem cor. 2. noni & ex. 22. octauis & quia. a. est quadratus es et p. 16. eiusdem: tertius continue proportionalis inter. a. & b. quod est impossibile cum sint sola vnitate distantes. Non est igitur. d. quadratus quare nec. f. Est enim. f. equalis. d. & e. qm cum. b. sit differentia. d. ad. c. ut patet ex premissis: erit p primam incidentium noni quod fit ex. 2. in. d. equum bis que sunt ex. a. in. b. & in. c. ¶ Et quia ex. a. in. b. fit. d. & in. c. fit. e. sequitur ut. d. sit differentia. f. ad. e. Et quia per. 18. septimi est. f. ad. e. sicut. d. ad. c. erit permutatum. f. ad. d. sicut. e. ad. c. Cūq. vterq. duoz. numeroz. e. & c. sit quadratus manifestum est numeroz. f. & e. qualē volumus. Est enim non quadratus diuisibilis in. d. non quadratum & e. quadratum: cuius pportio ad. d. est sicut quadrati ad quadratum videlicet. e. ad. c. cetera oia sint ut prius. ¶ Dico q. linee. f. g. & g. h. componunt binomium secundū Cum. n. sit quadratum. a. ad quadratum. f. g. sicut. b. ad. c. rursusq. quadratū f. g. ad quadratum. g. h. sicut. c. ad. e. erit p equam pportionalitatem qdratum. a. ad quadratum. g. h. sicut. b. ad. c. cū igit vterq. duoz. numeroz. b. & c. sit quadratus erit p secundam ptem. 7. & linea. g. h. cōicans in longitudine linee. a. rationali posite de linea vero. f. g. cōstat q ipsa sit rationalis in potentia tñ non cōicans linee. a. rationali posite in longitudine p vltimam partem. 7. que cū sit potentior linea. g. h. in qdrato linee. f. h. p. 30. tertii & penultimam primi cōicet aut linea. f. h. linee. f. g. in longitudine per secundam partem. 7. eo q eorum quadrata sunt in pportione numeroz. c. & d. quorum est proportio sicut numerorum quadratorum p ypothesim: constat propositum. ¶ Aliter quoq. idem esto linea. g. h. communicans. a. rationali posite in longitudine quam facile est inuenire. Sitq. c. numerus quadratus diuisibilis in quadratum. d. & non quadratū. e. sitq. proportio quadrati linee. g. h. ad quadratum linee. f. g. sicut numerus. e. ad numerum. c. eritq. f. g. incommensurabilis linee. g. h. in longitudine per vltimam partem. 7. & potentior ea in quadrato linee. f. h. cui communicat in longitudine. primo per conuersam b deinde per euersam proportio nalityatem: & per secundam partem. 7. ex diffinitione igitur linee. f. g. & g. h. componunt binomium secundum.

Castigator.

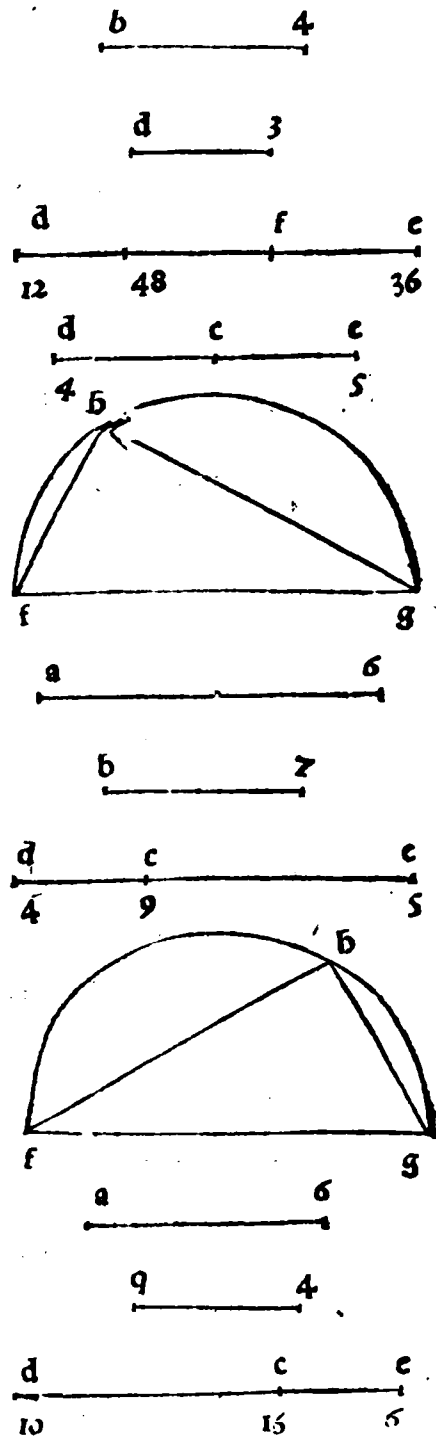
b ¶ Quia cum quadratum linee. g. h. sit ad quadratum. linee. f. g. sicut numerus. e. non quadratus ad numerum. c. quadratum ex ypothe. I deo per conuersam proportionalitatem. quadratum. f. g. ad quadratum. g. h. sicut numeri. c. ad numerum. e. & quoniam quadratum. f. g. egualit duobus quadratis. g. h. & f. h. per. 30. tertii. & penultimam primi sicut numerus. c. egualit duobus numeris. e. & d. Igitur per euersam proportionalitatem quadratum. f. g. ad quadratum. f. h. sicut numeri. c. quadrati ad numerum. d. quadratum tunc per secundam partem. 7. linee. f. g. communicat linee. f. h. in longitudine & c.

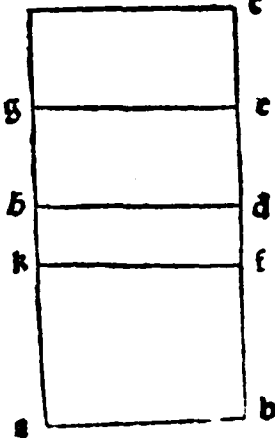
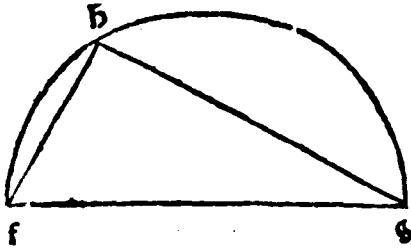
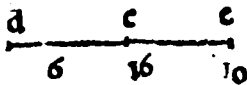
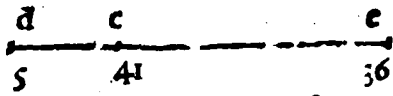
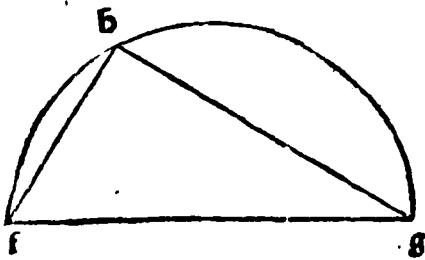
Propositio .44.

Inomini tertium inuestigare.



¶ Binomium quoq. tertiu sic reperitur posita ut prius linea. a. rationali in longitudine sit. b. nūcus primus. c. vero quadratus diuisibilis in quadratum. d. & non quadratum. e. cetera omnia sint ut prius: dico q. due linee. f. g. & g. h. componunt binomium tertium: neutra enim earum ē commensurabilis in longitudine linee. a. rationali posite sed vtraq. incommensurabilis. f. g. quidem per vltimam partem. 7. h. g. vero per equā proportionalitatem & vltimam partem. 7. Est enim per equam proportionalitatem quadratum linee. a. ad quadratum linee. g. h. sicut numerus. b. ad numerum. e. mediātibz: hinc quidem quadrato linee. f. g. inde vero numero. c. numeri autem. b. & c. non sint in proportionē aliquorum quadratorum: cum. b. sit numerus primus. si enim essent in proportionē numerorum quadratorum: necesse esset per. 16. octauis





¶ octavam eiusdem tertium eis in continua proportionalitate interesse
erit igitur per .7. eiusdem numerus .b. superficialis quod ē impossibile cū
sit primus p ypothe. in cōmensurabilis ē itaq. linea .g. h. lineae .a. rōnali po
sire ex vltima parte. 7. Quia ergo linea .f. g. potentior est linea .g. h. in q'
drato lineae .f. h. ex .30. tertii ¶ penul. primi que communicat ei in longitu
dine ex scda pte. 7. ¶ eversa pportionalitate ex diffinitione binomii tertii
patet nostra intentio.

Propositio .45.



Inomium quartum scrutari.

¶ In inuentione binomii quarti eodem mō pcedendum
est sicut in inuentione primi. excepto q. quadratus nume
rus .c. diuidatur in duos non quadratos qui sint .d. ¶ .e. cetera
omnia negocianda sunt hic ex diffinitione binomii
quarti sicut ibi ex diffinitione binomii primi.

Propositio .46.



Inomium quintum querere.

¶ Huius inuentione sic est sicut binomii secūdi t. excepto q.
numerus .c. non quadratus diuidetur in .d. non quadratū
¶ .e. quadratū. ita tñ q. proportio .c. ad .d. non sit sicut nu
meri quadrati ad numerum quadratum. Cetera oia sunt
hic pquirenda ex diffinitione binomii quinti sicut ibi qd
ta sunt ex diffinitione binomii scdi. Vel pone q. linea .g. h. sit cōicās lineae
a. rationali posite in longitudine: ¶ pone numerum .c. quadratū diuisum
in duos non qdratos q. sint .d. ¶ .e. pone itaq. pportionē qdrati lineae .g. h.
ad qdratum .f. g. sicut numeri .c. ad numerum .c. deinde astrue ppositū
ex vltima parte. 7. ¶ pntibus ypothesibus ¶ conuersa ¶ eversa pportio
nalitatibus ¶ iterum ex vltima parte. 7. ex diffinitione binomii quinti.

Propositio .47.



In binomio sexto demum oportet insistere.

¶ Binomium sextū sicut tertii scrutādū est ¶ tñ erit hic
numerus qdratus .c. diuisus in duos non quadratos .d. ¶ .e.
cetera vt ibi erit. ex diffinitione binomii .6. linea quā
cōponunt .f. g. ¶ .g. h. sibi inuicem directe cōiuncte bino
mii sextū: quod est ppositum inuenire.

Propositio .48.



**Si fuerit superficies binomio pmo lineasq. rōnali
cōtenta: latus qd super eā sit binomii cō necesse ē.**

¶ Sit superficies .a. c. cōtenta linea rōnali .a. b. ¶ binomio
prio q. sit .b. c. dico q. latus tetragonici superficie .a. c. ē bino
mii. Sit .n. pñctus .d. cōis terminus duar. portionū bino
mii primi. b. c. cuius maior portio sit .b. d. eritq. rōnalis in
longitudine ex diffinitione: ¶ cōmensurabilis lineae .a. b. rōnali posite. Dini
dat itē minor portio q. est .d. c. p. eq̄lia ad pñctū .c. lineaq. d. b. diuidatur
sub ea cōditione ad pñctū .f. qd inter ptes eius q. sunt .b. f. ¶ .f. d. cadat .d. e.
medio loco pportionalis: qd q̄liter fiat in .13. dñi est. Duxant at lineae
c. g. d. h. f. k. eq̄distantes lineae .a. b. ¶ q. ex diffinitione binomii primi li
nea .d. b. ē potēior linea .d. c. in qdrato lineae sibi cōicantis in longitudie
seq̄t ex scda pte. ¶ q. ¶ q. due lineae .b. f. ¶ .f. d. sint cōicātes: p. ¶ .g. igit ē vtraq. eay
cōicans toti lineae .b. d. ¶ q. p diffinitionē ambe sunt rōnales i longitudine
ideoq. p. ¶ .15. vtraq. duar. superficie. a. f. ¶ .f. h. ē. rōnalis. Describat itaq. qua
dratū .l. m. cuius latus .l. r. eq̄le superficie .a. f. cui circūponat gnomonē ptracta
dyagonali .l. m. n. ad eam q̄titatē q. ipsius gnomonis qdratū: qd sit .m. n.
sit eq̄le superficie .f. h. duoq. eius supplemēta sint .p. m. ¶ .m. q. q. necesse est
esse equalia duabus superficiebus .d. g. ¶ .g. c. quod sic collige. Cum enim
sit linea .d. e. medio loco pportionalis inter lineas .b. f. ¶ .f. d. erit superfi
cies .d. g. ex prima sexti medio loco pportionalis inter superficies .a. f. ¶ .f. h.
quare ¶ inter quadrata .l. m. ¶ .m. n. Et quia supplemētū .p. m. est et me
dio loco pportionale inter qdrata dicta ex prima sexti sequit vt .p. m. sit

Castigator.

¶ Quia quadratū .a. ad qdratū .f. nō ē sicut nūeri qdrati. ad numez. quadratum nec simpliciter sicut alicuius numeri ad aliquem numez. qm si sic ēst. Tunc p sexta huius cōuersam. s. ēnt quadratū .f. qdratū .a. cōicantia Et commensurabilia quod non sunt. cum sint sicut .a. ad d. vt dictum est. Et ideo per tertiam partem sep. huius .a. f. f. latera dictoz. quadratorum i longitudine sunt incommensurabilia. vt dicit ibi f. c. quare linee .a. f. f. sunt in longitudine f. potentia incommensurabiles. vt queritur.

Propositio .12.



¶ Nūm quatuor lineaz. pportionalis si prima tanto amplius possit secunda quantū ē quadratū alicuius linee cōicantis sibi in longitudine. necesse est tertiam quoq. tanto amplius posse quarta quātum est quadratū alicuius linee cōicantis sibi in longitudine. q. si fuerit prima potentior secunda quadrato alicuius linee incommensurabilis sibi i longitudine. erit quoq. tertia potentior quarta quadrato alicuius linee sibi incommensurabilis in longitudine.

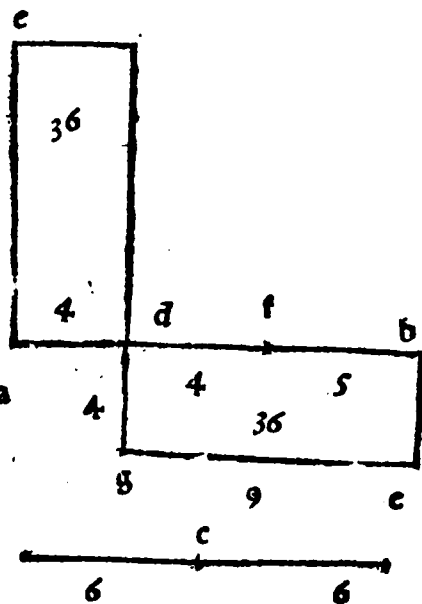
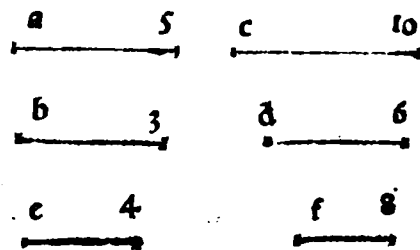
¶ Sint quatuor linee pportionales .a. b. c. d. sitq. .a. maior .b. f. c. maior d. Sit quoq. .a. potentior .b. quadrato linee .e. f. c. potentior .d. quadrato linee .f. dico q. si .a. cōicet .e. in longitudine .c. quoq. cōicabit .f. in longitudine q. si .a. non cōicet .e. in longitudine nec .c. cōicabit .f. in longitudine. Quod f. si .a. cōicat .e. in potētia tñ .c. quoq. cōicabit .f. in potētia tñ. Vez tñ illud vltimū nō pponit auctor q. facile patet ex prioz. demonstratione. Cū sit .n. pportio .a. ad .b. sicut .c. ad .d. erit qdratū .a. ad quadratū .b. sicut quadratū .c. ad quadratū .d. f. quia quadratū .a. est equale quadratis duaz. lineaz. .b. f. e. similiter quadratū .c. quadratis duaz. lineaz. .d. f. f. erit pportio quadratoz. duarū lineaz. .b. f. e. ad qdratū .c. sicut quadratorū .d. f. f. ad quadratū .f. ergo disiūctim erit quadratū .b. ad quadratū .c. sicut quadratū .d. ad quadratū .f. ergo .b. ad .e. sicut .d. ad .f. Item p equam pportionalitē erit .a. ad .e. sicut .c. ad .f. ergo p primā pte decime cōstat pta p. huius f. p. fam fa. f. p. tertia ibi adiūcta tertia hic adiūcta.

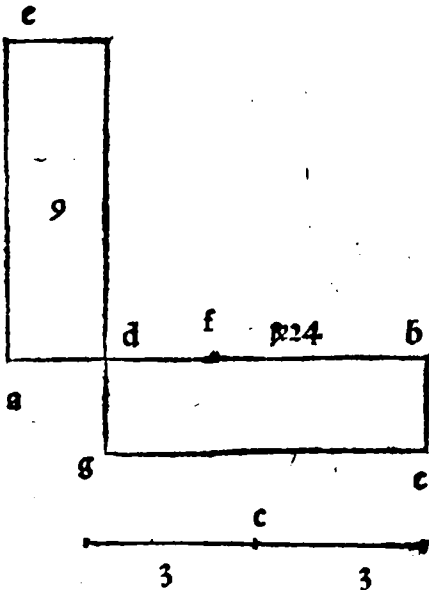
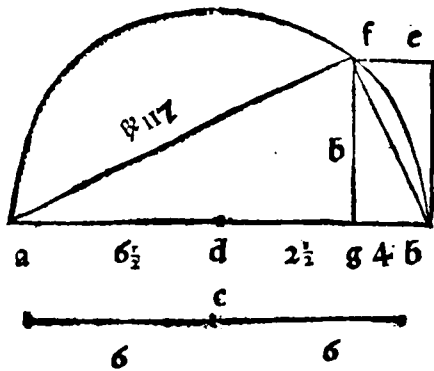
Propositio .13.



¶ Si erint due linee inaequales quarum longiorem in duo cōicantia diuidat superficies sibi adiuncta equalis quarte parti quadrati breuioris linee cui adiuncte superficiei desit ad complendam totam lineas superficies quadrata necesse est ipsam lineam longiorem linea breuiori tanto amplius posse quantū est quadratū alicuius linee cōicantis eidem longiori in longitudine. Si vero fuerit longior potentior breuiori augmento quadrati linee cōicantis sibi in longitudine adiungaturq. ei superficies equalis quarte parti quadrati breuioris linee cui desit quadrata superficies superficiem sibi adiunctā eandem lineam longiorem in duas portiones commensurabiles diuidere necesse ē.

¶ Sint due linee .a. b. f. c. maior .a. b. f. adiungat ad lineā .a. b. superficies equalis qte pti qdrati linee .c. ita q. desit ad cōplēdā lineā .a. b. superficies qdrata hoc enim est possibile. per .12. sexti quod facile fiet hoc modo. ¶ Diuidatur .a. b. in duas lineas .a. d. f. d. b. ita q. inter eas cadat medietas linee .c. continue proportionalis. ¶ Hoc autem qualiter fiat in fine demonstrationis huius docebitur. Eritq. ex .16. sexti superficies .a. d. in .d. b. que sit .d. e. equalis quadrato medietatis linee .c. quare ex .4. secundi erit eadem sub quadrupla quadrati linee .c. ¶ Deest quoq. ad complēdā lineam .a. b. superficies quadrata cū f. a. d. sit equalis .d. g. f. d. b. equalis .g. e. Dico itaq. q. si superficies .d. e. diuidat lineam .a. b. in duo cōicantia erit lineā .a. b. potē





tior linea. c. in quadrato alicuius lineae fecum comunicantis in longitudi-
ne & econuerso. ¶ Cū aut sit linea. a. b. maior linea. c. non erit. a. d. equa-
lis. d. b. sic enim esset superficies. d. e. quadrata: & quia ipsa est equalis qua-
drato medietatis lineae. c. esset. a. d. equalis medietati. c. & tota. a. b. toti. c.
quod est contra ypoth. Non est igit. a. d. equalis. d. b. I taq. de maiori ca-
rū que sit. d. b. abscindatur. d. f. equalis. a. d. eritq. per. 8. fecundū quadratum
totius. a. b. equale his que sunt ex. d. b. in. d. a. quater & quadrato. f. b. Qua-
re linea. a. b. erit potētiō linea. c. in. quadrato lineae. f. b. Quā necesse est
cōicari toti. a. b. si linea. a. d. est cōicans lineae. d. b. Si enim hoc fuerit erit
d. b. cōicans. d. f. siue equali quare p. 9. b. f. cōicat cum. f. d. & ideo toti. b.
d. & pp hoc cū tota. a. f. igit. & cū tota. a. b. siq. patet primū. ¶ Cōuersum
huius sic patet sit. a. b. potētiō. c. i linea. f. b. que cōicet fecum in lōgitu-
dine. dico tūc q. superficies equalis quarte parti quadrati lineae. c. addita ad
lineam. a. b. ita q. desit superficies quadrata diuidet lineam. a. b. in duo cō-
municantia. Diuidatur enim. f. a. per equalia in. d. & fiat superficies. d. e.
ex. d. b. in. d. a. & deest ad complendam lineam. a. b. superficies quadra-
ta: eritq. per. 8. fecundū quadratum. a. b. equale quadruplo superficiē. d. e.
et quadrato. f. b. igitur quadruplum superficiē. d. e. est equale quadrato
c. quare superficies. d. e. sit equalis quarte parti quadrati. c. dico igit. q. d.
b. est cōicans cū. a. d. cū sit. f. b. comunicans cum. a. b. Si enim hoc fuerit
vt q. f. b. sit comunicans cū. a. b. erit & comunicans cū. a. f. p. 9. quare &
cum. a. d. sed & cū. d. f. sibi equali itaq. & d. b. est comunicans cum. a. d.
qd est secundū. Nunc aut monstrandū est qualiter linea. a. b. cū ipsa pos-
ta fuerit maior linea. c. possit sic diuidi vt inter ptes eius cadat medietas
lineae. c. continue proportionalis. ¶ Cū enim sic fuerit diuisa superficies q. fiet
ex vna in alterā erit equalis quadrato medietatis lineae. c. & ipsa erit sup-
ficies equalis quarte parti quadrati lineae. c. adiuncta ad lineam. a. b. ita q.
desit superficies q. drata. Hoc enim sic fiet diuisa. a. b. per equalia in. d. lineae
super eā semicirculus. a. f. b. & similiter. d. e. ppendicularis ad. a. b. q. ponat
equalis medietati lineae. c. & ducatur. e. f. equidistans ad. a. b. vsq. quo se-
cet circūfrentiā semicirculi in puncto. f. necesse est enim vt secet eā: cū li-
nea. a. b. sit maior linea. c. ¶ Et ducat. f. g. ppendicularis ad. a. b. q. cū per
34. primi sit equalis lineae. c. b. erit quoq. equalis medietati lineae. c. ¶ Du-
cant itaq. lineae. f. a. f. b. eritq. per primam partē. 30. tertius angulus. a. f. b. re-
ctus & ideo p primam partē coroll. 8. sexti erit linea. f. g. medio loco pro-
portionalis inter. a. g. & g. b. quare medietas lineae. c. que sibi equalis: erit
etiam proportionalis inter easdem quod est nostrum propositum.

Propositio 14.



I fuerint due lineae inaequales quarum longiorem diuidat in duas partes incommensurabiles super-
ficies equalis quarte parti quadrati breuioris sibi
adiuncta ita q. desit ad eius complectionē: superfi-
cies quadrata erit longior potētiō breuiori aug-
mento quadrati lineae incommensurabilis ipsi lon-
giori in longitudine. Si vō longior potētiō fuerit breuiori q. dra-
to lineae incommensurabilis sibi longiori in longitudine adiunga-
turq. ei superficies equalis parti quarte quadrati breuioris de-
fueritq. longiori superficies quadrata necesse est vt ipsa superfi-
cies sibi adiuncta eandem longiorem lineam in duas portiones
incommensurabiles diuidat.

¶ Hec. 14. ex contrario antecedentis premisse infert contrariū consequen-
tis pmissae & non differt eius dispositio a dispositione illius. sed & modus
argumentandi vtrobiq. idē. Si enī. a. d. nō cōicet cū. d. b. nec. d. f. sibi ad eq-
lis cōicabit cū eadē. d. b. itaq. p. 9. d. f. nō cōicat it cū. f. b. q. re neq. a. f. sunt
enim. a. f. & d. f. cōicantes tanq. numerans & numeratū: ideo neq. a. b. cō-
municabit cū linea. f. b. ¶ Q. d. si hoc fuerit videlicet si. a. b. non cōicet cū
f. b. non cōicabit cū. a. f. quare neq. cū. a. d. aut. d. f. Neq. igit. a. b. cū. d. a.

Potest quoq; hec.14. demonstrari per premissam. s^{ma} pars huius ex secūda illius ē secūda ex prima a destructione consequentis. si enim. a. d. f. d. b. non cōicent nec etiam. a. b. f. b. cōicabūt nam si. a. b. f. b. f. cōicarent oportet per secundam partem premisse vt. a. d. cōicaret cum. d. b. sed posita est q̄ non. Eodem modo de secūda pte. si enim. b. a. f. b. f. non cōmunicant nec. a. d. f. d. b. communicabunt. nam si sic sequitur per primā ptem premisse vt. a. b. f. b. f. cōicent q̄ n̄ cōicant; quare patet ppositum.

Castigator.

¶ Diuidere i duas portiones incommensurabiles ē diuidere in duo incommensurabilia conuertunt vt patet ex secūda pte huius decimequarte ē quin quagesima prima huius decimi infra vbi linea. d. b. rōalis diuidit in pūm fto. f. in duo icōicantia ex quo patet q̄ quis rationale cōicet rationali tñ ratioale potest diuidi in duas ptes tales q̄ neutra illaz cōmunicabit alteri vt si diuidat. 10. in tales duas q̄ pductum vnius in alteram sit. 10. vna ps erit. 5. plus. 5. ē altera. 5. minus. 5. q̄rum vtraq; ē incommensurabilis alteri ē et toti. 10. ideo. f. c.

Propositio .15.

¶ Quis superficies rectangula quam continēt due linee in longitudine rōnales rōnalis eē probatur.

¶ Sint due linee. a. b. f. b. c. continentes superficiem rectangula. a. c. rōnales in longitudine; dico superficiem. a. c. esse rōnalem. ¶ Descripto enim quadrato cuius vis eam. vt. c. d. linee. b. c. erit per primam fcti. c. d. ad. a. c. si cut. b. d. ad. a. b. quia igitur. b. d. cōmunicat in longitudine cū. a. b. ex ypothesi eo q̄. b. c. sua equalis cōmunicat cum ipsa erit per primam partem 10. c. d. cōmunicans. a. c. cum sit itaq; c. d. rōnalis per diffinitionem erit f. a. c. rōnalis quod est propositum.

Propositio .16.

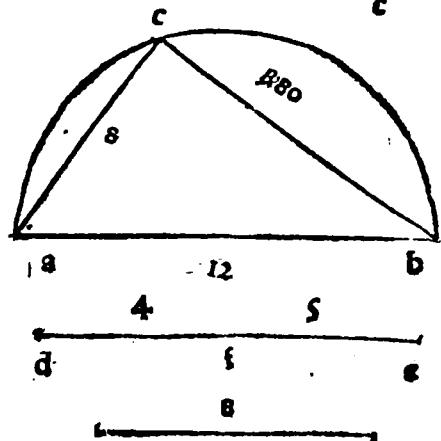
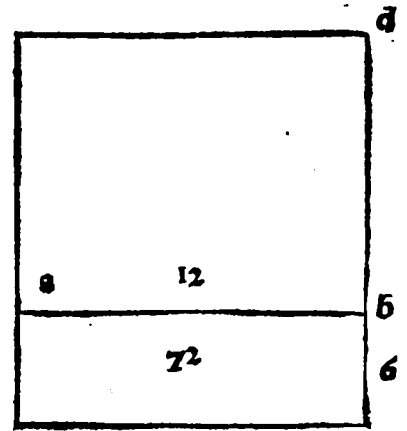
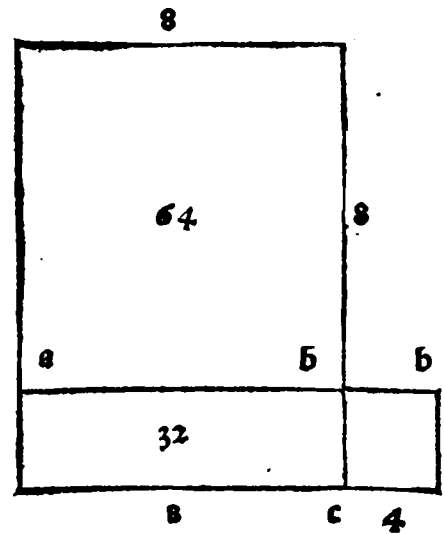
¶ Si ad iuncta fuerit linee in longitudine rōnali superficie rōnalis rectangula latus eius secundum erit in longitudine rōnale lateriq; primo i longitudine incommensurabile.

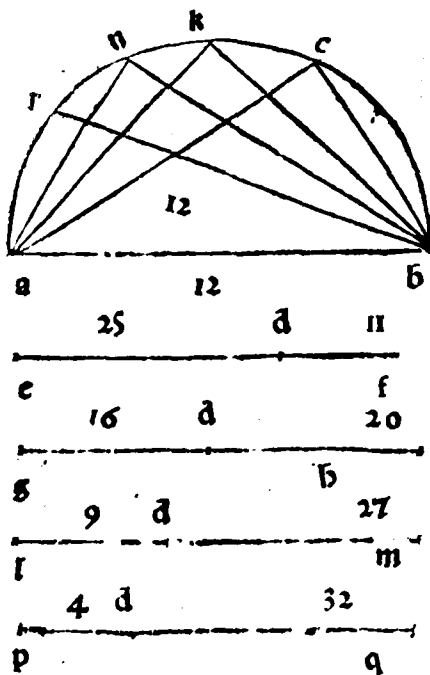
¶ Hec est quasi conuersa prioris vt si superficies. a. c. adiūcta ad lineam. a. b. rōnalem in longitudine fuerit rōnalis; dico q̄ latus eius secundum quod est. b. c. erit etiam rōnale in longitudine ē cōmunicans lateri primo sit enim. a. d. quadratum. a. b. eritq; rōnale ex diffinitione ē propter hoc erit cōmunicans cum superficie. a. c. rōnali; quia igitur p primam fcti sicut. a. d. ad. a. c. ita est ēt. d. b. ad. b. c. cōicat aut. d. a. cū. a. c. erit p primam partem. 10. b. d. cōmunicans cum. b. c. ergo cum. b. a. sua equali sed. b. a. rōnalis est quare per diffinitionem f. b. c. constat itaq; propositum.

Propositio .17.

¶ Has lineas inuenire potentia tantum rōnales incommensurabiles quarum longior plus possit breuiori quadrato linee sibi incommensurabilis in longitudine.

¶ Propositum est inuenire duas lineas rōnales potentia tantum cōmunicantes quarum longior sit potentia tantum breuiori quadrato linee sibi cōmunicantis in longitudine. Sumo itaq; aliquam lineam rōnalem que sit. a. b. super quam describo semicirculum. a. c. b. ē sumpto aliquo numero vt. d. e. diuido ipsum i duos numeros. d. f. f. e. ita q̄ sit proportio. d. e. ad. d. f. sicut numeri quadrati ad numerum quadratum non sit autem proportio. d. e. ad. f. e. vt numeri q̄drati ad numerum quadratum. talis autem numerus est quilibet quadratus diuisibilis in quadratum ē non quadratum. vt. 9. qui diuiditur in. 4. ē. 5. ē oēs ho; eq̄e multiplices; ē inuenio lineam ad cuius quadratum f. hēat q̄dratū linee. a. b. sicut numerus. d. e. ad numerum. d. f. q̄liter at ipsa reperiat in demonstratione. 5. f. a. dictum est; hanc lineam inuentam q̄





necesse est minor. a. b. coapto p primam quarti intra semicirculum. a. c. b. sitq. a. c. f. subtendā lineā. e. b. dico duas lineas. a. b. f. c. b. e. quas querimus. Erit igit p primā pte. 30. tertii angulus. c. rectus. f. iō p penultimā primi quadratū. a. b. equale est qdrati duarū linearū. a. c. f. c. b. f. ga pportio qdrati lineae. a. b. ad qdratū lineae. a. c. f. sicut. d. e. ad. d. f. p ypoth. erit p eversam pportionalitatē pportio qdrati lineae. a. b. ad qdratū lineae. c. b. sicut. d. e. ad. f. e. ergo qdratum. c. b. cōicat cū quadrato. a. b. p. 6. huius. Erit igit qdratū. c. b. rōnale p diffinitionē cū cōicet rōnali superficie. Et ga. c. b. f. c. a. b. sunt incommensurabiles p ultimā ptem. 7. constat duas lineas. a. b. f. c. b. e. rōnales potētia tñ cōicantes. ¶ At ga linea. a. b. ē potentior linea. c. b. in quadrato lineae. a. c. que p secundā ptem. 7. cōicat secū i longitudine constat habitū eē ppositum. ¶ Si aut libeat plures duabus potētia tñ rōnales cōicantes quaz. vna potentior sit qualibet aliaz. in quadrato alicuius lineae secū cōicantis in longitudine repire. sit vt pūs linea a. b. rōnalis in longitudine sup. quā describat semicirculus. a. c. b. sumaturq. nūerus. d. qdratus qui sit diuisibilis i multos qdratos f. non qdratos quoz. non qdratoz. mīme sit pportio sicut aliquoz. numeroz. qdratoz. tales aut nūeri vltro se offerunt vt. 36. qui ē diuisibilis. in. 25. f. n. itēq. i. 16. f. 20. nūsusq. in. 9. f. 12. ac itēq. in. 4. f. 32. istoz. nō non qdratoz. q. sunt 11. 20. 27. 32. ad inuicē non ē pportio sicut alicuius numeri qdrati ad aliū. ¶ Esto igit vt nūerus. d. qdratus diuidat in. e. qdratū f. f. non qdratū sitq. qdratū lineae a. b. ad qdratū lineae. a. c. sicut nūerus. d. ad nūmēz. e. f. ducatur linea. c. b. f. constat ppositum vt prius demonstratū ē. a. b. f. c. b. e. ē duas tales lineas quas inquirimus. ¶ Similiter quoq. diuidā. d. in. g. qdratum f. h. non quadratū sitq. quadratū lineae. a. b. ad quadratū lineae. a. k. sicut. d. ad. g. f. ducatur linea. k. b. erūtq. vt prius due lineae. a. b. f. b. k. q. les inquirimus. ¶ Eodē mō si nūsus diuidatur. d. i. l. quadratū f. i. m. non qdratū f. ponatur pportio quadrati lineae. a. b. ad quadratū lineae. a. n. sicut. d. ad. l. f. pducatur. n. b. erūt due lineae. a. b. f. b. n. quales inquirimus. Quod si nūsus diuidatur. d. in. p. quadratū f. in. q. non quadratū f. fuerit pportio quadrati lineae. a. b. ad quadratū lineae. a. r. sicut. d. ad. p. f. ptracta fuerit linea. r. b. erūt ēt due lineae. a. b. f. b. r. quales inquirimus. ¶ Sunt itaq. lineae. a. b. b. c. b. k. b. n. b. r. potētia tñ rōnales f. in ea cōicantes quaz. vna videlicet. a. b. ē potentior qlibet aliaz. in quadrato lineae secū cōicantis in longitudine. Si igitur quatuor b. lineaz. b. c. b. k. b. n. b. r. nulla cōicat alii in longitudine constat ppositū. Istud aut sic pbatur. Patet. n. ex premissis q. quadratū lineae. b. c. ad quadratū lineae. a. b. ē sicut nūerus. f. ad nūmēz. d. f. quadratū lineae. a. b. ad quadratū lineae. b. k. ē sicut nūmēz. d. ad. nūmēz. h. ergo p equam pportionalitatem quadratum lineae. b. c. ad quadratum lineae. b. k. ē sicut nūmēz. f. ad nūmēz. h. sed nullus quatuor numerorum. f. b. m. q. se habet ex ypothēsi ad aliū sicut nūmēz. r. quadratus ad nūmēz. quadratum. quare per. 3. partem. 7. due lineae b. c. b. k. sunt incommensurabiles in longitudine. ¶ Eadem ratione quelibet due ex illis quatuor sunt incommensurabiles in longitudine l. iquet ergo quod volumus.

¶ Castigator

b ¶ In ista infra vbi dicitur. Si igitur quatuor linearū. b. c. b. k. b. n. f. b. r. nulla comunicat alii f. c. ¶ Nam si vna comunicaret alteri vtputa. b. c. cum. b. k. sequeretur q. linea. a. b. comunicaret cum eadem. quia si comunicant in longitudine earum quadrata. se haberent sicut duo numeri quadrati per primam partem. 7. huius. f. tunc quadratum vnius earum ad quadratum lineae. a. b. etiam esset sicut numeri quadrati ad nūmēz. quadratum. f. tunc per secundā partem. 7. huius essent eorum latera scilicet lineae. a. b. f. b. k. seu. b. c. in longitudine commensurabilia quod est falsum. Vt prius conclusum fuit oppositum. ¶ Et sic de quacūq. alia f. c. ¶ Et ideo Euclides probat eas esse ad inuicem incommensurabiles vt ibi patet f. c.

equalis. d. g. ideoq. m. q. g. c. Igitur linea. l. p. est latus tetragonicum sup-
ficii. a. c. hanc lineam dico et binomium. Cum sint. n. ambo quadrata
l. m. f. m. n. rationalia erunt ex diffinitione due linee. l. r. f. r. p. potentia
liter rōnales. Est autem per primam sexti. a. f. ad. d. g. sicut. b. f. ad. d. e. Sed
b. f. est incommensurabilis. d. e. f. quia. b. f. est rationalis simpliciter vt p-
batum est. d. a. vtro quia cōicat in longitudine. d. e. rōnali in potētia tm.
Eritq. ipsa rōnalis in potētia tm per. 18. quod ex premissis ypothesibus
manifestum ē. Itaq. p. secundam ptem. 10. superficies. a. f. ē incommēfura-
bilis supficii. d. g. igit. f. qdratum. l. m. supplemento. p. m. quare p. primā
sexti f. (secundā ptem. 10. linea. l. r. est incommensurabilis lineae. p. Ex. 30.
igitur constat lineam. l. p. esse binomium quod erat monstrandum.

Propositio. 49.



Si fuerit superficies linea rōnali binomioq. secūdo
tetralatus eius tetragonici erit bimediale primū.
¶ Sit eadem figura eademq. ypothefis que in premisa
eritq. ex diffinitione binomii secūdi linea. d. c. rationa-
lis in longitudine: quare per. 15. vtraq. duarum superficiei-
rum. d. g. f. g. c. ideoq. f. duo supplementa. p. m. m. q. erūt
rationalia: linea vero. b. d. erit rationalis in potētia tantum: f. diuisa
in duas lineas communicantes. f. d. f. b. f. ex diffinitione binomii secūdi
f. premissis ypothesibus f. secūda parte. 13. per. 19. igitur erit vtraq. duarū
superficierum. a. f. f. f. h. ideoq. f. vtrumq. quadratorum. l. m. f. m. n. me-
diale itaq. ambe linee. l. r. f. r. p. sunt mediales in potētia quoq. cōicantes
nam cū linea. b. f. cōicet linee. f. d. sequit. ut. a. f. cōicet. f. h. quare qdratum
l. m. qdrato. m. n. ideoq. f. linea. l. r. linee. r. p. i potētia: in longitudine at
non cōicant: qm̄ vna earū ad alterā ē sicut. l. m. ad. m. p. Cū igit. l. m. nō
cōicet. m. p. eo q. altera medialis videlicet. l. m. altera rōnalis videlicet
m. p. sequitur vt. l. r. non cōmunicet in longitudine. r. p. quia igitur ipse
continent superficiem rationalem que est. m. p. constat lineam. l. p. ex
32. huius esse bimediale primū.

Propositio. 50.

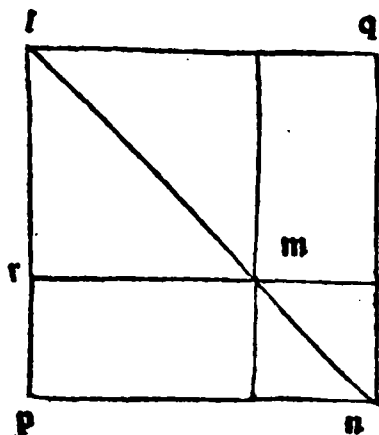
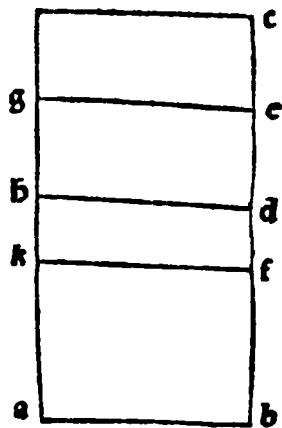
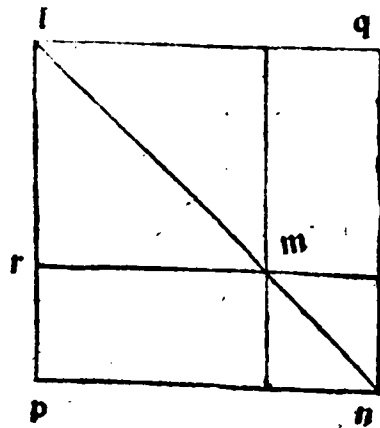


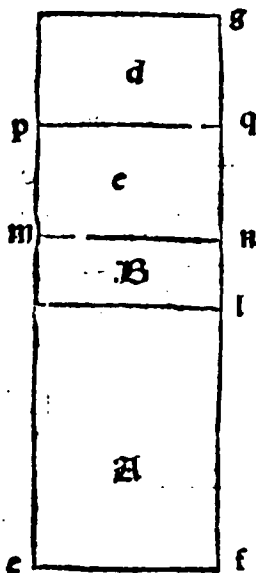
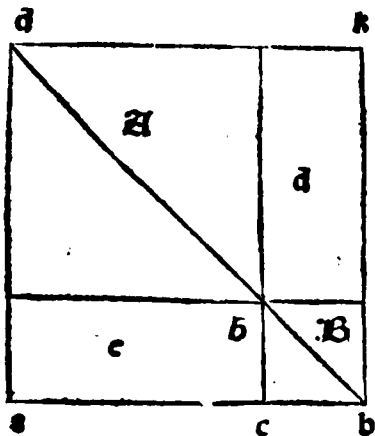
D binomio tertio ac linea rōnali superficies tri-
neatur linea in eam potens erit bimediale secūdū.
¶ Dispositio f. ypothefis maneat vt supra. Eritq. ex his
ypothesibus f. diffinitione binomii tertii f. 19. vnaqueq.
quatuor superficierum in quas diuisa ē superficies. a. c. me-
dialis: quare vtrumq. duorū qdratorū. l. m. m. n. f. vtrūq.
duorū supplementorū. p. m. f. m. q. erit et mediale vtraq. igit. duarū linea-
rum. l. r. f. r. p. erit medialis. f. cum due superficies. a. f. f. f. h. sint commu-
nicantes eo q. due linee. b. f. f. f. d. sunt communicantes per secūdam par-
tem. 13. erunt due linee. l. r. f. r. p. communicantes in potētia in longitu-
dine vtro non. quia superficies. l. m. non communicat cum superficie. m.
p. eo q. neq. a. f. communicat cum. d. g. Nam linea. b. f. non communi-
cat cum. d. e. cum igitur ipse contineant superficiem medialem que ē. p.
m. constat ex. 32. lineam. l. p. esse bimediale secūdū qd est propositum.

Propositio. 51.



I linea rationali binomioq. quarto superficies tri-
neatur: que i eam superficiem potest ē linea maior.
¶ Cunctis vt in premissis manētibus erit ex ypothe. f.
diffinitione binomii quarti f. 19. vtraq. duarum superfi-
cierum. d. g. f. g. c. quare f. vtraq. duarum. p. m. f. m. q.
medialis duorū quadrata. l. m. f. m. n. pariter accepta ra-
tionale eo q. superficies. a. d. est rationalis per diffinitionem binomii
quarti. f. 15. Et quia. d. b. diuiditur in puncto. f. in duo incommuni-
cantia per secūdam partem. 14. erit superficies. a. f. incommensurabilis superfi-
cici. f. h. I deoq. f. quadratum. l. m. quadrato. m. n. due igitur linee. l. r. f.
r. p. sunt incommensurabiles in potētia que cum contineat superficiem





medialem. p. m. & earum quadrata ambo pariter accepta sunt rationale constat per. 33. lineam. l. p. esse lineam maiorem quod erat monstrandum.

Propositio. 52.



Ifuerit superficies linea rationali atq; binomio qm to contenta quaecumq; in eam linea pot potens in rationale & mediale esse ex necessitate convincitur.

Hic in hac quoq; est aliquid ex priorum dispositione & positionibus mutandum. i. eis enim manentibus erit ex his que posita sunt i diffinitione binomii quinti & 6. vtrq; duarum superficierum. d. g. & g. c. quare vtrq; duarum. p. m. & m. q. rationalis. Totaq; a. d. quare & quo quadrata. l. m. & m. n. pariter accepta medialis ex. 19. cumq; ex secunda parte. 14. sit linea. f. b. incommensurabilis linee. f. d. ideoq; superficies. a. f. superficiei. f. b. & quadratum. l. m. quadrato. m. n. erit linea. l. r. incommensurabilis in potentia linee. r. p. aq; quia ipse continet superficiem rationalem. p. m. & earum quadrata ambo pariter accepta sunt mediale conclude ex. 34. linea. l. p. esse potentem in rationale & mediale quod promissum est.

Propositio. 53.



Ibinomio sexto lineaq; rationali superficies continueatur linea que in eam potest in duo mediale potens esse probatur.

Hec. 53. adhuc te sublinetociari a pingendo figuram contenta enim est premisis dispositione & positionibus. Quibus stantibus necesse est ex ipsis positus & dispositione i. diffinitione binomii postremi & 19. qualibet ex superficieribus. a. d. & d. g. & g. c. propter quod & ambo quadrata. l. m. & m. n. pariter accepta & p. m. & m. q. esse medialem. Cumq; b. f. & f. d. propter quod. a. f. & f. b. ideo q. l. m. & m. n. sint incommensurabiles erunt due linee. l. r. & r. p. incommensurabiles in potentia. at quia ipse continent superficiem medialem. p. m. earumq; ambo quadrata pariter accepta sunt mediale quod est. duplo superficiei vnius in alteram incommensurabilem quod ex eo probatur q; superficies. b. h. est incommensurabilis superficiei. b. c. propter hoc q; linea. d. b. est incommensurabilis linee. d. c. sequitur ex. 35. lineam. l. p. esse que potest in duo mediale.

Propositio 54.



Ilinee rationali equus quadrato binomii sectantulum adiungat latus eius secundum binomium primu esse conveniet.

Hec sex sequentes converse sunt sex precedentium per ordinem. Huius autem est hec intentio. Sit linea. a. b. binomii divisa ad punctum. c. in duas lineas. a. c. & c. b. fm suam diffinitionem aut terminum eiusq; a. b. quadratum sit. b. d. sitq; linea. e. f. rationalis in longitudine qui adiungatur superficies. e. g. equalis quadrato. b. d. **D**ico q; latus secundum huius superficiei quod est linea. f. g. est binomium primum. Dividatur enim quadratum. b. d. in duo quadrata. b. h. & h. d. que sint quadrata duarum portionum binomii & in duo supplementa. a. h. & h. k. quorum vtrunq; continetur sub duabus portionibus binomii eritq; ex diffinitione binomii que habetur per. 30. vtrunq; istorum quadratorum rationale. & per. 19. vtrunq; supplementorum mediale. Ex superficiei igitur. e. g. abscindatur superficies. e. h. equalis quadrato. d. h. & h. l. m. equalis quadrato. h. b. & h. n. p. equalis vni duorum supplementorum. a. h. vel. h. k. Eritq; p. g. residua equalis reliquo supplemento. Quare per primam sexti linea. n. g. est equalis linee. q. g. **E**x premissis.

antem manifestum est q. vtraq. duarum superficies. e. l. f. l. m. f. ideo tota superficies. e. n. est rationalis. Et vtraq. duarum equalium. n. p. f. p. g. ideo tota. m. g. medialis. quare per .16. vtraq. duarum linearum. f. l. f. l. n. f. tota linea. f. n. rationalis in longitudine. f. linee. e. f. rationali posite commensurabilis. f. per .10. vtraq. duarum. n. q. f. q. g. f. tota. n. g. rationalis in potentia tantum incommensurabilis linee. m. n. f. ideo linee. e. f. sibi equali. f. per consequens f. linee. f. n. in longitudine. Si igitur linea. f. n. que est maior linea. n. g. vt ex primo duorum antecedentium. 35. demonstationi subiectorum f. prima sexti apparet fuerit potentior linea. n. g. minori in quadrato linee secum communicantis in longitudine. tunc ex diffinitione binomii primi manifestum est lineam. f. g. esse binomium primum. Hoc autem ita esse sic habeto. Cum inter duo quadrata. d. h. f. h. b. sit p. prima sexti superficies. a. h. medio loco proportionalis conuincitur ex prioribus ypothesibus superficiem. m. q. esse inter superficies. e. l. f. l. m. medio loco proportionalis. Quare per primam sexti linea. n. q. que est medietas linee. n. g. est in medio loco proportionalis inter duas lineas. f. l. f. l. n. quod igitur sit ex. f. l. n. est quantum quod ex. n. q. in se p. 16. sexti ideoq. per .4. secundi quantum quarta pars quadrati linee. n. g. Itaq. per primam partem. 13. cum linea. f. n. diuidatur a superficie sibi adiuncta equali quarte parti quadrati brevioris linee. n. g. itaq. ad complendam totam lineam. f. n. desit superficies quadrata in duo communicantia ad punctum. l. erit. f. n. potentior. n. g. in quadrato linee sibi communicantis in longitudine constat ergo propositum.

Proposito .55.



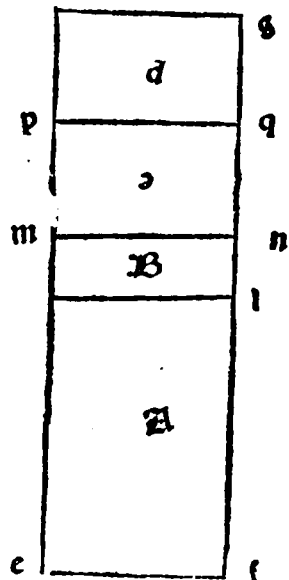
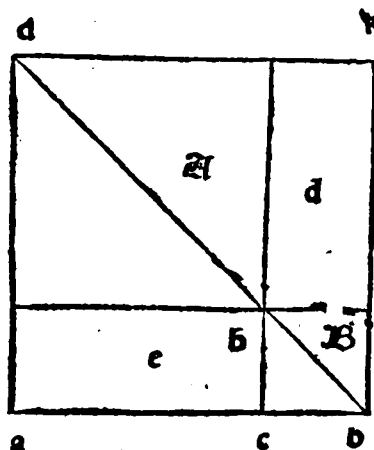
Si linee rationali equa superficies quadrato bimedialis primi adiungatur latus eius reliquum binomium se adiunt esse oportebit.

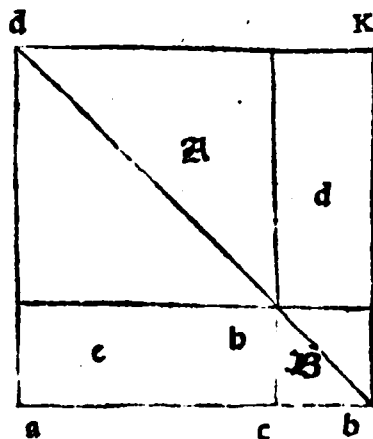
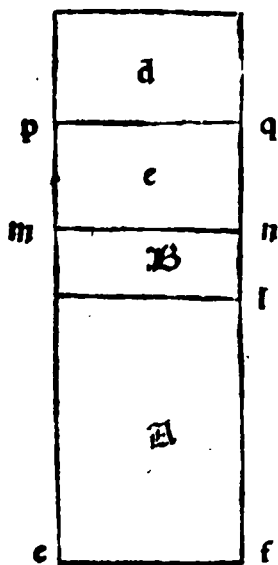
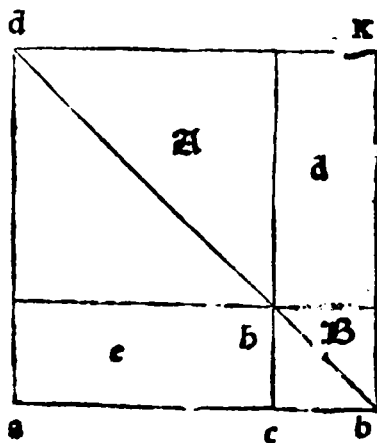
Sit linea. a. b. bimediale primum diuisa ad punctum c. secundum suum terminum. Cetera autem sunt vt prius dico lineam. f. g. esse binomium secundum erit enim superficies m. g. rationalis eo q. partes bimedialis primi continent superficiem rationalem f. superficies tres. e. l. l. m. f. tota. e. n. mediales communicantes eo q. portiones bimedialis primi sunt linee mediales potentia tantum communicantes ex .31. per .16. igitur erit linea. n. g. rationalis in longitudine commensurabilis linee. e. f. rationali posite. f. p. 10. linea. f. n. rationalis in potentia tantum que cum sit maior linea. n. g. ex primo duorum antecedentium demonstrationi. 35. adiunctorum f. prima. 6. eaq. potentior quadrato linee communicantis secum in longitudine ex prima parte. 13. erit a diffinitione linea. f. g. binomium secundum quod est propositum.

Castigator.

Nota q. non valet dicere practice. p. 450. plus p. 18. q. d. est bimediale secundum quantum dicere p. v. p. 648. plus p. 360. scilicet radix vniuersalis totius compositi f. vult dicere q. accepta radice de 360. Et illa posita super radicem de 648. f. huius aggregati summere radicem. quod probatur in quadrando eas. f. vna queq. facit. p. 648. plus p. 360. vt patet operando f. cetera.

Quia ex primo duorum antecedentium cum linea. a. b. diuidatur per inequalia in puncto. e. quoniam due linee componentes bimediale primum vna est maior altera ex .35. huius. Et ideo duo quadrata earum sunt amplius duplo superficiem vnius in alteram quare superficies. e. n. maior est superficie. m. g. cum. e. n. equatur duobus quadratis duarum linearum. a. e. f. c. b. f. m. g. duobus supplementis. Et ideo per primam sexti. n. f. maior est. m. g. reliqua sequuntur f. c.





Propositio 56.



Si adiuncta fuerit linee i longitudine rationali superficies rectangula equalis quadrato bimedialis secundum latus eius secundum binomium tertium esse necesse est.

¶ Si fuerit linea .a. b. bimediale secundum diuisa per terminum suum ad punctum .c. reliqua vero omnia fuerint ut prius et erit linea .f. g. binomium tertium. Erit .n. ex .31. et nostris positiuis utraque superficies .e. n. et .m. g. medialis quare per .30. utraque duarum linearum .f. n. et .n. g. erit rationalis in potentia tamen atque bimedialis secundum partes sunt concantes in potentia tamen erit superficies .e. l. concans superficies .l. m. et ideo linea .f. l. necesse .l. n. potentior ergo est per primam partem .3. .f. n. quod sit .n. g. in quadrato linee sibi concantis in longitudine. Cumque sint superficies .a. b. et quadratum .h. b. incommensurabilia eo quod linee .a. c. et .c. b. incommensurabiles et ideoque et ambo quadrata pariter accepta ambobus supplementis pariter acceptis et eo quod quadrata sibi inuicem concant ex hypothesi supplementa quoque cum sibi inuicem sint equalia sequitur ut superficies .e. n. sit incommensurabilis superfici .m. g. et ideo linea .f. n. linea .n. g. per diffinitionem igitur est linea .f. g. binomium tertium quod est propositum.

Propositio 57.



Si linee rationali rectangulum equum quadrato linee maioris adiungatur alterum se continentium laterum erit binomium quartum.

¶ Si hec quoque fuerit linea .a. b. linea maior diuisa secundum terminum suum ad punctum .c. cumque reliqua non fuerint aliter quam prius erit linea .f. g. binomium quartum. Cum enim sint ambo quadrata portionum linee maioris propter accepta rationale erit superficies .e. n. rationalis et ideoque per .36. linea .f. n. rationalis in longitudine concans linee .e. f. rationali posite superficies vero .m. g. erit medialis propter illud quod portiones linee maioris continent superficies mediales itaque per .30. linea .n. g. est in potentia rationalis tamen et quia et portiones preterite linee .a. b. sunt potentius aliter incommensurabiles superficies .e. l. incommensurabilis erit .l. m. et ideoque linea .f. l. necesse .l. n. igitur per primam partem .14. linea .f. n. est potentior linea .n. g. in quadrato linee sibi incommensurabilis ex diffinitione igitur est linea .f. g. binomium quartum quod erat propositum.

Propositio 58.



Si linee rationali quadrato linee potentis supra rationale et mediale equalis parte altera longior forma adiungatur alterum latus eius binomium quintum esse necesse est.

¶ Proposita linea .a. b. ea que potest supra mediale et rationale diuisa secundum eius diffinitionem ad punctum .c. nihil inueniet de reliquis sequiturque linea .f. g. esse binomium quintum. Cum enim partes huius linee .a. b. contineant rationalem superficiem necesse est ut si superficies .g. m. et ideoque per .36. linea .n. g. sit rationalis. Cumque ambo quadrata partium huius linee pariter accepta sint mediale erit superficies .e. n. medialis et per .30. linea .f. n. rationalis in potentia tamen atque quia portiones predictae linee sunt incommensurabiles in potentia erit superficies .e. l. incommensurabilis superfici .m. l. et ideoque et linea .f. l. linee .l. n. potentior igitur est per primam partem .14. linea .f. n. linea .n. g. in quadrato linee sibi incommensurabilis per diffinitionem itaque binomium quinti concludere propositum.

Propositio 59.



Si tens adiuncta fuerit linee rationali superficies rectangula equalis quadrato linee potentis in duo medalia eiusdem superficies latus secundum binomium unum sextum esse conuincitur.

¶ In hac .59. sit linea .a. b. linea potens supra duo medalia que autem preter hec sunt sicut supra maneant et erit tunc linea .f. g. binomium sextum quod ignorare non poteris si premisiorum eius quod .35. ponit in memoriam non fueris et sic patet in hac nostra intentio.

Propositio 60.



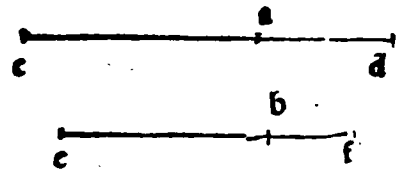
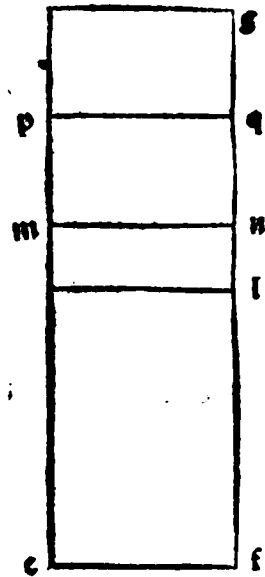
Per lineam cuiuslibet binomiorum communicans sub eadem specie binomium esse probatur.

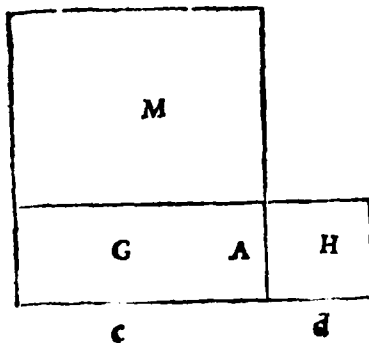
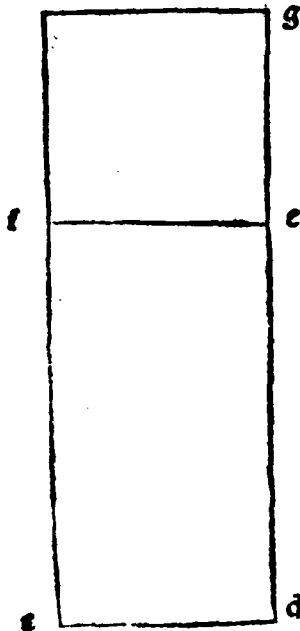
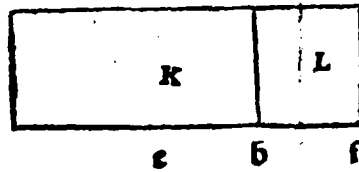
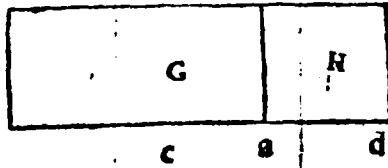
Sit linea a. binomium cuius vis speciei sitq. linea b. sibi cōicans in longitudine dico lineam b. ēē binomii eiusdē speciei cuius a. Sint enim binomiales portiones a. c. & d. eruntq. ambe rationales in potentia tantū communicantes p. 30. linea vero b. diuidatur per n. sexti fm pportionem c. ad d. in e. & f. eritq. p coniectam & euerfam & permutatā proportionalitatem c. ad e. & d. ad f. sicut a. ad b. cum sint igitur a. & b. cōicantes erit etiam per primam partem 10. c. & e. itēq. d. & f. cōicantes. Si igitur fuerit c. rationalis in potentia tantum erit & e. si autem in longitudine & e. Eodemq. modo si d. est rationalis in potentia tm̄ vel etiam in longitudine erit quoq. & f. similiter. & ex n. si potentior est c. d. quadrato linee sibi cōmensurabilis in longitudine vel si forte incōmensurabilis erit & e. potentior f. in quadrato linee sibi cōmensurabilis vel etiam incōmensurabilis necesse est ex diffinitionibus sex specierum binomiorū vt eiusdem speciei binomia sint a. & b. Si autem linea b. cōicet binomio a. in potentia tm̄ erit etiam & sic linea b. binomium autē eiusdē speciei non est necessarium imo impossibile est vt ambo simul cadāt sub prima specie binomiorum vel sub secunda quarta vel quinta sed necesse est vt ambo cadāt sub primis tribus aut ambo sub tribus postremis vnum enim eorum ēē i aliqua ex tribus primis speciebus & aliud in aliqua ex tribus postremis ēē impossibile. Cum enim a. cōmunicet cum b. in potētia tantum c. quoq. cum e. & d. cum f. cōicabit tm̄ in potentia ex 10. Si igitur alterutra duarū linearum c. & d. fuerit rationalis in longitudine non erit sua compar ex lēneis e. & f. rationalis in longitudine. Non est itaq. possibile vt a. & b. cadant simul sub aliqua ex illis speciebus binomiorum in quibus altera duarū portionum binomii est rationalis in longitudine. hec autem species sunt prima & secunda quarta & quinta. At vero quia per n. due linee c. & e. simul potentiores sunt duabus lineis d. & f. in quadratis duarū linearum sibi in longitudine cōmunicantium aut incōicantium necesse est vt ambo binomia a. & b. simul cadant sub primis tribus speciebus binomiorum aut simul sub tribus postremis ex diffinitione ipsarum specierum. Lineam autem b. quid dubitas esse binomium cum sint enim c. & e. communicantes in potentia tantum similiter quoq. d. & f. sint autem c. & d. rationales in potentia tantum conuincitur c. & f. esse rationales in potētia tantum que quia nō cōicant in longitudine sicut nec eis proportioales c. & d. ipse componunt indubitanter binomium per 30. huius.

Castigator.

Sub eadem specie s. principali. Quia binomiorum due sunt species principales vt supra. 41. huius posite sunt prime speciei lōgiores binomiorum portioēs potētiōres sunt brevioribus in quadrato linee ei dē lōgioribus cōicātis & secūde speciei lōgiores potētiōres sunt brevioribus in quadrato linee ei dē lōgioribus incōmensurabilis in lōgitudine & vtraq. ista habet tres spēs prias habet binomii p̄mū scdm & tertiū. & scda quartū q̄ntū & sextū. **E**t ideo si duo binomia cōicāt solū in potētia nō est possibile vt ambo cadāt sub eadē spē particulari primi secūdi quarti & quinti. hoc est alteri illoz hñtium alterā portionū rōnalem: q̄a cōpares portioēs eoꝝ nō cōrespōderent in rationalitate vel irrationalitate sed erunt ambo sub tertia principalis prime aut sub tertia principalis secūde. hoc est tertium aut sextum binomii. Sed qñ duo binomia cōicarent in longitudine & eorum portiones essent in longitudine cōmensurabiles tūc bñ possunt ēē sub eadē specie particulari hoc est ambo sub prima ex primis tribus vel secunda vel tertia & sic sub eadem specie aliqua ex tribus postremis vt patet arguendo ex adductis coniuncta euerfa & permutata proportionalitatibus: quia tunc semper eorum compares portiones con-

m





responderet in ronalitate irrationalitate cōicatiōe vel cōmēsurabilitate.

Propositio .61.



Alis linea alterutri bimederalium commensura bilis: sub eadem specie bimederalis esse ex necessita te conuincitur.

Veritatem habet quod dicitur siue in longitudine siue etiam in potentia tñ cōmunicet aliqua linea alterutri bi medialium. Sint enim due linee cōcantes. a. f. b. quouis duorum mōdoz predictorum. sitq. a. bimediale primum vel se. undum. dico q. etiā. b. est bimediale primum vel secundum: prout fuerit. a. Diui so enim. a. bimederali in suas bimediales portiones ex quibus componitur p. 31. f. 32. que sint. c. f. d. b. quoq. diuisa in. e. f. f. fm proportionem. cad d. vt docet. 12. sexti positaq. g. superficie contenta sub. c. f. d. f. k. sub. e. f. f. Et posito. b. quadrato. d. f. l. f. erit per coniunctam f. euerfam f. permuta tam proportionalitatem quemadmodum in premisa. c. ad e. f. d. ad. f. sicut. a. ad. b. Sicut igitur ex positione. a. f. b. sint cōcantes: siue hoc sit in lōgitudine siue in potentia sic. c. f. e. iteq. d. f. f. similiter erunt cōcantes. At quia. c. f. d. sunt mediales potētia tantum cōcantes: sequitur ex. 11. vt e. f. f. sint etiam mediales f. ex. 10. potētia tñ cōcantes: cum ipse per ypo thesim sint proportionales. c. f. d. cūq. sit per primam sexti. g. ad. h. sicut. c. ad. d. f. k. ad. l. sicut. e. ad. f. erit. g. ad. h. sicut. k. ad. l. f. pmutatim. g. ad. k. sicut. h. ad. l. quia igitur. b. est cōmunicans. l. eo q. duo eorum latera que sunt. d. f. f. cōcant in longitudine vel in potētia fm q. a. f. b. in alterutro eorum cōmunicat. sequitur ex. 10. vt. g. f. k. quoq. sibi inuicem cōicēt. Erit igitur. k. rationalis aut medialis: prout fuerit. g. ex diffinitione superfici rationalis aut. 11. In hoc enim tñ differt bimediale primum a bimedia li secundo q. portiones bimederalis primi in quas fm suum terminum di uiditur continent superficiem rōnalem: bimederalis autem secundi media lem. Si igitur. a. fuerit bimediale primum erit superficies. g. rōnalis qua re f. k. f. ideo. b. bimediale primum per. 31. Quod si. a. fuerit bimediale secundum erit superficies. g. medialis ob hoc etiam. f. k. b. itaq. p. 32. erit bi mediale secundum quare constar propositum. ¶ Idem aliter ad lineā rō nalem. c. d. posita. a. alterutro bimederaliū f. b. sibi in longitudine vel po tentia cōcantes: adiūgatur superficies. c. e. equalis quadrato. a. f. f. g. equa lis quadrato. b. eruntq. superficies. c. e. f. f. g. cōmunicantes eo q. quadrata eis equalia que sunt quadrata linearum. a. f. b. sint cōmunicantia ex ypo thesi. ex prima igitur sexti f. 10. huius necesse est duas lineas. d. e. f. e. g. cō municantes: f. quia si. a. fuerit bimediale primum linea. d. e. erit binomium secundum p. 55. ideoq. e. g. etiam binomium secundum per premis sam. ¶ Quare latus tetragonum superfici. f. g. f. ipsum est. b. bimedia le primum per. 49. At vero si. a. fuerit bimediale secundum linea. d. e. erit binomium tertium per. 56. ideo. e. g. est binomium tertium per premis sam quare f. latus tetragonum superfici. f. g. f. ipsum ē. b. bimediale secūdu per. 50. Manifestum est igitur verum esse quod proponitur.

Propositio .62.



Alis linea cōicans linee maiori: est linea maior.

Et hec quoq. veritatem habet. si utrolibet modo cōi cans fuerit aliqua linea linee maiori. Esto enim. a. linea maior. b. vero quouis sibi cōicans modo: erit. b. linea ma ior. Diuisa namq. a. in eas portiones ex quibus constar p. 33. que sint. c. f. d. f. b. fm earum proportionem in. e. f. f. po sitaq. g. f. sit superficies contēta sub. c. f. d. f. k. sub. e. f. f. f. m. f. h. sint q drata. c. f. d. at. n. f. l. e. f. f. erit. m. ad. h. sicut. n. ad. l. per secundam partē 18. sexti f. coniunctim. m. f. h. ad. h. sicut. n. f. l. ad. l. f. permutatim. m. f. h. ad. n. f. l. sicut. h. ad. l. quia ergo. h. cōicat cum. l. eo q. d. cōicat cum, f. aut in longitudine aut in potētia: prout. a. cōmunicat cum. b. sequitur vt ambo quadrata. m. f. h. pariter accepta cōmunicent cum ambobus qua

diat. n. f. l. pariter acceptis cum itaq. duo prima pariter accepta sint rationale per. 33. erunt quoq. f. duo postrema rationale per diffinitionem. At quia superficiem. k. necesse ē esse medialem sicut. g. ex. 11. lineasq. .e. f. ē esse incommensurabiles in potentia sicut. c. f. d. ex. 10. concluditur per. 33. lineam. b. esse lineam que dicitur maior quod est propositum. ¶ I dē aliter: cum sit. a. linea maior cui. b. communicat siue hoc fuerit in longitudine siue in potentia: sumpta linea rationali que sit. c. d. adiungatur superficies. ei. c. e. equalis quadrato linee. a. deinde. f. g. equalis quadrato linee. b. cum igitur quadrata duarum linearum. a. f. b. sint communicantia ex ypothesi. erit superficies. c. e. communicans superfici ei. f. g. ideoq. per primam sexti ē primam partem. 10. huius linea. d. e. linee. e. g. in longitudine. at quia ex. 52. linea. d. e. est binomium quartum erit quoq. per. 60. linea. e. g. binomium quartum: igitur ex. 51. linea. b. potens in superficiem. f. g. est linea maior.

Propositio .63.



S qua linea linee potenti in rationale et mediale communicet ipsa in rationale et mediale potens esse comprobatur.

¶ Verum quoq. est q. qualitercumq. linea aliqua sit communicans potenti in rationale et mediale siue in longitudine siue in potentia tantum ipsa etiam est potens in rationale et mediale: quod sicut prius duplici modo probatur: necesse est autem quantum ad primum modum vt sicut due linee. c. f. d. sint in potentia incommensurabiles. ita sint etiam. e. f. f. per. 10. Et quemadmodum. g. est superficies rationalis nam tale continent portiones linee potētis in rationale et mediale. ita etiam per diffinitionem sit. k. rationalis et quemadmodum duo quadrata. m. f. b. pariter accepta sunt mediale: sic etiam per. 11. duo quadrata. n. f. l. pariter accepta erunt mediale: igitur ex. 34. b. est potens in rationale et mediale. ¶ Quantum autem ad secundū modum necesse est ex. 58. vt linea. d. e. sit binomium quintum. ideoq. f. per. 60. linea. e. g. est binomium quintum. quare per. 51. latus tetragonum superfici ei. f. g. quod est. b. erit linea potens in rationale et mediale: quod est propositum.

Castigator.

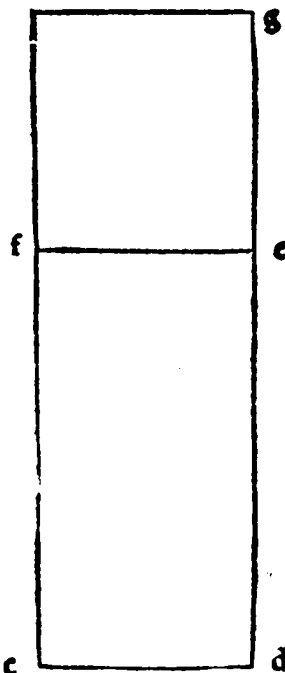
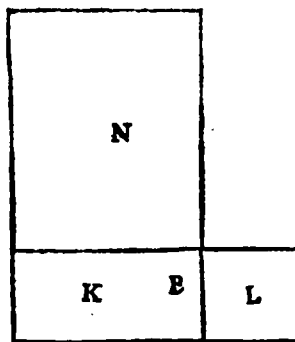
¶ Quia p. 1. sexti. g. ad. b. sicut. c. ad d. Ergo per. n. quanti. sicut. e. ad. f. f. sicut. k. ad. l. ergo permutati g. ad. k. sicut. h. ad. l. et per primam partem 10. huius. g. communicat cum. k. quia. h. prima communicat. cum. l. secūda f. ideo per. 11. k. conuincitur esse medialis et. f. hac via per diffinitionem. k. in. 63. conuincitur esse rationalis quemadmodum l. 61. per. 11. medialis.

Propositio .64.



S i linea communicans potenti in duo media lia ipsa quoq. potens est in duo media lia.

¶ Hec quoq. manentibus eisdem dispositione et positionibus eo duplici modo quo premissi probabitur vera ē siue in longitudine siue in potentia communicet linea b. cum linea. a. potenti in duo media lia. Quantum enim ad primum agumentationis modum erit per. 35. superficies. g. medialis. ideoq. f. k. per. 11. cum communicet ei duo quoq. quadrata. m. f. h. pariter accepta erunt ex eadem. 35. mediale: ideoq. duo. n. f. l. pariter accepta per. 11. at quia duo quadrata. m. f. h. pariter accepta ex predicta. 35. sunt in commensurabile duplo superfici ei. g. sequitur. p. 10. et nostras positiones vt duo quoq. l. f. n. piter accepta sint incommensurabile duplo superfici ei. k. cum itaq. sint. e. f. f. incommensurabiles in potentia quēadmodū. c. f. d. erit ex. 35. linea. b. potens in duo media lia. quantum aut ad secundū solite argumentationis modū erit. p. 59. d. e. binomium sextū. ideoq. et p. 60. linea. e. g.



erit binomium sextam quare per 53. latus tetragonum superficiei. f. g. qd est. b. erit potens in duo medialis quod est propositum.

Propositio .65.



C due superficies quarum altera rationalis altera vero medialis coniungantur linea potens in tota superficie inde compositam aliqua erit quatuor irrationalium. nempe videlicet aut binomium aut bimediale primum aut linea maior aut potens in rationale et mediale.

¶ Ut si a. sit rationalis superficies f. b. medialis erit linea potens in totam. a. b. aliqua premissa quatuor. Sit. n. linea. c. d. rationalis cui adiungat superficies. c. e. equalis. a. f. f. g. equalis. b. eritq. ex. 16. linea. d. e. rationalis in longitudine coicans linee. c. d. rationali posite f. ex. 10. linea. e. g. rationalis in potentia tñ f. ex. 30. linea. d. g. binomium cuius cum altera binomialium portionum q. est. d. e. sit rationalis in longitudine coicans linee rationali posite q. e. c. d. ipsam erit ex diffinitione specierum binomii aut binomialium primum aut secundum aut quartum aut quintum tertium aut sextum non erit ex diffinitione. itaq. ex. 48. 49. 50. f. g. linea potens in totam. c. g. que est equalis duabus simul. a. f. b. erit aut binomium aut bimediale primum aut linea maior aut potens in rationale et mediale quod est propositum. **¶** Bimediale vero secundum aut potens in duo medialis non erit: quoniam si esset bimediale secundum erit ex. 56. linea. d. g. binomium tertium quod si esset potens in duo medialis erit ex. 59. linea. d. g. binomium sextum. sed neutrum erat: unde patet nostra intentio.

Propositio .66.



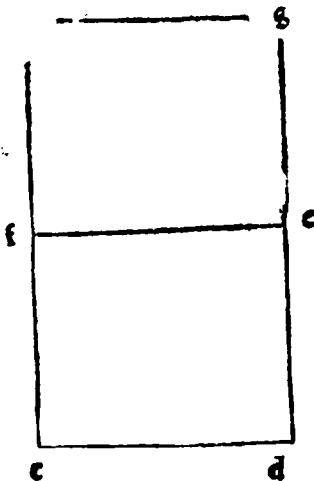
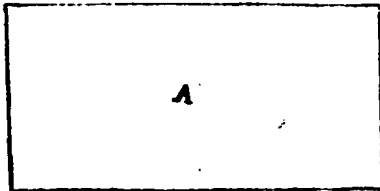
Cum iuncte fuerint due superficies mediales incommensurabiles linea potens in totam superficiem alterutra erit duarum irrationalium linearum videlicet aut bimediale secundum aut potens in duo medialis.

¶ Ut si a. f. b. sint due superficies mediales incommensurabiles si. n. erit incommensurabiles erit composita ex eis medialis ex. 9. f. g. q. f. linea potens in ea medialis. ex. 19. dico q. linea potens incommensurabilis ex ambabus erit aut bimediale secundum aut potens in duo medialis: Sit. q. dem linea. c. d. rationalis superficies f. b. sibi adiuncta. c. e. equalis. a. f. superficies f. g. equalis. b. eritq. ex. 10. linea. d. e. similiter quoq. linea. e. g. rationalis in potentia tantum: cuius superficies. c. e. f. f. g. sint incommensurabiles sicut a. f. b. eis equales. ideoq. linee. d. e. f. e. g. ex. 10. huius. erit ex. 30. linea. d. g. binomium cuius cum utraque binomialium portionum que sunt. d. e. f. e. g. sit incommensurabilis linee rationali posite que est. c. d. ipsam erit ex diffinitione binomium tertium aut sextum: linea ergo potens in totam c. g. equalem composita ex. a. f. b. erit ex. 50. f. g. aut bimediale secundum aut potens in duo medialis: quod est propositum.

Castigator.

¶ Qualiter autem linee in longitudine rationales. c. d. posite adiungantur superficies equales superficieribus. a. f. b. f. qualiter habeatur noticia certa theoretice et practice virtute. 10. sexti ut supra. 54. huius recte percipies hoc prius addito q. cuiuslibet dictarum superficierum inuenies tetragonum latus per ultimam secundi quo inuenies semper ponere illud secundam lineam et primam. c. d. rationalem deinde per dictam. 10. sexti eis subiunges tertiam sub continua proportionalitate que ex noticia superficierum f. linee. c. d. rationalis posite etiam tertia. d. e. f. e. g. erunt note. ut si in 66. a. superficies esset. p. 15. f. c. d. 6. tunc. d. e. esset. p. 15. f. si superficies. b. esset p. 180. linea. f. e. etiam. 6. sicut c. d. sua equalis. e. g. secundum latus esset p. 15. Et sic apparet q. ex positione linee. c. d. rationalis maiori vel breviori oritur maius vel minus eius secundum latus. d. e. f. e. g. ut si. c. d. potestatur. 5. d. e. erit practice p. 15. f. e. g. p. 8. f. si. c. d. sit. 8. erit. d. e. p. 15. f. e. g. p. 35. f. per regulam trium dicendo si. 6. dant. p. 15. qd dabit. p. 15. f. c.

Propositio .67.





In posita fuerit linea binomialis ceteraq; irrationales sequentes eam: non erit earum aliqua sub termino alterius.

Vult q; si linea aliqua vt. a. fuerit ex sex p̄habitis lineis irrationalibus que sunt binomium & eius quinq; comites ipse non erit aliqua aliarum. Si enim quadrato eius equalis superficies adiungatur ad lineam rōnalem. b. c. que sit. b. d. si quidem a. fuerit binomii. erit ex. 54. linea. c. d. binomium primum: que si fuerit bimediale primum: erit. c. d. ex. 55. binomium secundum: si aut bimediale secundum: erit. c. d. ex. 56. binomium tertium. Et si linea maior erit. c. d. ex. 57. binomium quartum. At si potens in rationale & mediale. aut si potens in duo mediale: erit ex. 58. c. d. binomium quintum: aut ex. 59. binomium sextum. Et quia impossibile est. c. d. esse simul sub diuersis speciebus binomiorum a diffinitione est impossibile. a. esse simul sub diuersis speciebus sex p̄habitarum lineaz; irrationalium. ¶ De linea aut mediali constat q; ipsa quoq; non sit aliqua sex sequentium videlicet neq; binomium neq; aliqua ex ipsius comitibus. Cum enim superficies equalis quadrato lineee medialis adiungitur ad lineam rōnalem: latus eius secundum est rationale in potētia ex. 10. cum aut superficies equalis quadrato binomii aut alicuius suarum comitum: latus eius secundum est binomium aut primum aut secundum & sic de ceteris per. 54. & 5. eam sequentes quare ipsum est irrōnale & in longitudine & in potentia per. 30. ¶ Cum igitur sit impossibile eandem lineam esse rōnalem in potentia & irrōnalem tam in longitudine q̄ in potentia. nimirum impossibile lineam medialem esse binomial em aut aliquam ex quinq; suis comitibus.

Castigator.

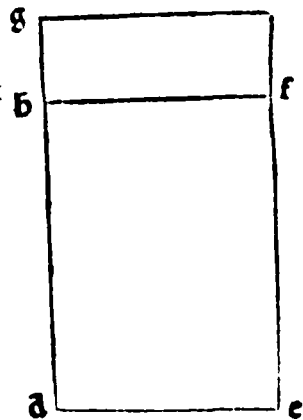
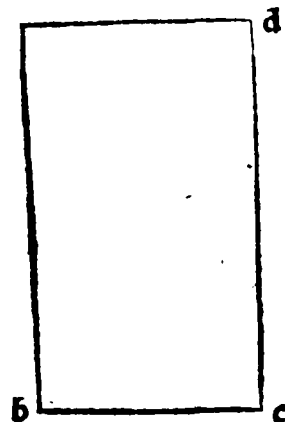
I bi. n. probatum est q; quadratum cuiuslibet binomii est incommensurabile duobus q̄dratis duaz; lineaz; cōponentiū binomium p. 9. huius. & 4. secundi que q̄drata semp̄ sunt rōnalia eo q; linee ille in potentia sunt rōnales cōcantes p. 17. & 18. huius. Et ideo p̄ diffinitionem huius. 10. q̄dratū ipsum ē irrōnale cum nō cōicet rationali. Sicq; patet binomii tā in longitudine q̄ in potentia esse irrōnale. per. 30. huius.

Propositio .68



Si linea de linea abscondatur fuerintq; ambe potentialiter tantus rōnales cōcantes: reliqua linea erit irrationalis diceturq; residuum.

Si linea. b. c. abscondatur ex. a. b. sintq; ambe rationales tantum potentia cōcantes quales docuit inuenire. 17. & 18. & hec sunt que componunt binomium. ¶ Dico q; a. c. reliqua ē irrationalis & ipsa vocatur residuum. Constat enim ex. 7. secundi q; quadrata duarum linearum. a. b. & b. c. pariter accepta que componunt superficiem rōnalem ex ypothesi & diffinitione rationalis superficiiei & 9. huius tantum sunt quantum duplum superficiiei. a. b. in. b. c. cum quadrato. a. c. Cumq; ex. 19. superficies. a. b. in. b. c. sit medialis. ideoq; & duplū eius & mediale per. 12. & ideo. irrōnale per. 19. sequitur vt ambo quadrata duarum linearum. a. b. & b. c. pariter accepta sint incommensurable duplo superficiiei vnius earum in alteram: quare per. 9. & quadrato lineee. a. c. ex diffinitione igitur quadratum lineee. a. c. est irrōnale cum ipsum sit incommensurable rōnali videlicet duobus quadratis duaz; linearum. a. b. & b. c. pariter acceptis. I taq; etiam ex diffinitione linea. a. c. ē irrōnalis quod est propositum. ¶ Exemplariter in figura esto superficies. e. g. equalis duobus quadratis duarum linearum. a. b. & b. c. pariter acceptis. Erig; rationalis. ¶ I temq; sit superficies. d. f. equalis duplo superficiiei vnius in alteram: eritq; ex. 19. medialis & erit ex. 7. secundi superficies. f. g. equalis quadrato lineee. a. c. cūq; superficies. e. g. sit incommensurable superficiiei d. f. eadem erit ex. 9. incommensurable. f. g. quare. f. g. irrōnalis & eius tetragonum latus. a. c.

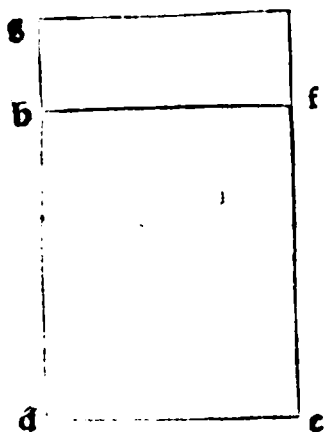


Propositio .69.



Si fuerit linea de linea abscisa fuerintque ambe mediales potentialiter tantum communicantes superficiesque rationalem continentes reliqua linea erit irrationalis diciturque residuum mediale primum.

Si linea .b. c. abscisa ex linea .a. b. sintque ambe quales proponitur quas ex .24. ff. 35. reperies et hec sunt que componunt bimediale primum dico quod reliqua linea .a. c. erit irrationalis et ipsa dicitur residuum mediale primum. Erunt enim ambo earum quadrata pariter accepta mediale: duplum vero superficiei unius in alteram rationale. itaque ambo quadrata pariter accepta incommensurable sunt duplo superficiei unius in alteram quia itaque ambo quadrata pariter accepta componuntur ex duplo superficiei unius in alteram et quadrato linee .a. c. sequitur per .9. ut quadratum linee .a. c. sit incommensurable duplo superficiei unius in alteram quare tam ipsum quadratum quam latus eius .a. c. est irrationale per diffinitionem constat ergo propositum. Quod quoadmodum in premissa si libet potes declarare exemplariter in figura. **A**lter idem sicut sit linea .d. e. rationalis in longitudine cui adiungat superficies .d. f. equalis duplo superficiei unius in alteram et superficies .g. e. equalis ambobus quadratis pariter acceptis. eritque per .7. secundi superficiei .f. g. equalis quadrato linee .a. c. cum itaque .p. ypothesim sit superficies .e. g. medialis erit p. 10. linea .d. g. rationalis in potentia terminum. Cum vero sit superficies .e. h. rationalis per ypothesim erit ex .16. linea .d. h. rationalis in longitudine itaque p. 68. linea .g. h. est residuum et irrationalis ideoque per .16. a. destructione consequentis superficies .f. g. est irrationalis et eius latus tetragonium quod est .a. c. est irrationale. Et sic patet propositum.



Propositio .70.



Si linea de linea scietur fuerintque ambe mediales potentialiter tantum communicantes continentesque mediale: reliqua linea erit irrationalis diciturque residuum mediale secundum.

Si hic quoque linea .b. c. abscisa ex linea .a. b. utraque autem .a. b. et .b. c. sint ut proponitur et ipse per .26. reperimus et sunt que componunt bimediale secundum: dico quod linea reliqua que est .a. c. est irrationalis et ipsa dicitur residuum mediale secundum. Sunt enim ex ypothesi et ambo quadrata duarum linearum .a. b. et .b. c. pariter accepta mediale. similiter quoque duplum superficiei unius in alteram est mediale. Cum itaque ex .22. mediale non deferat a mediali nisi in irrationali erit quadratum linee .a. c. in quo per .7. secundi duo quadrata linearum .a. b. et .b. c. pariter accepta excedunt duplum superficiei unius in alteram irrationale quare et linea .a. c. irrationalis. **F**igurali quoque exemplo patefieri potest istud ut prius. Si enim sit .e. g. equalis ambobus quadratis .a. b. et .b. c. simul et .d. f. duplo superficiei unius in alteram erit .f. g. p. 7. secundi equalis quadrato .a. c. que cum sit dicta superficiei unius medialis .e. g. ad superficiem medialem .d. f. ipsa est irrationalis p. 22. et eius tetragonium latus .a. c. irrationale. **I**dem aliter. Si linea .d. e. rationalis cui adiungat superficies .d. f. equalis duplo superficiei unius in alteram .f. e. g. equalis ambobus quadratis pariter acceptis. eritque p. 7. secundi .f. g. equalis quadrato .a. c. quia 70 .e. g. est medialis erit ex .10. linea .d. g. in potentia terminum rationalis. Similiter quoque cum .e. h. sit medialis erit ex eadem linea .d. h. rationalis similiter in potentia terminum. Et quoniam .a. b. et .b. c. sunt incommensurabiles in longitudine ideoque quadratum utriusque earum superficiei unius in alteram: propter hoc ambo quadrata pariter accepta cum ipsa ex ypothesi dicantur sunt quoque incommensurable duplo superficiei unius in alteram sequitur ut .e. g. sit incommensurable .h. e. quia propter linea .d. g. linee .d. h. igitur ex .68. linea .g. h. est residuum et irrationalis ideoque per .16. a. destructione consequentis superficies .f. g. irrationalis et eius latus tetragonium .a. c. irrationale.

Propositio .71.



I linea de linea detrahatur fuerintq; ambe potentialiter incōmensurabiles continentesq; mediale quadrataq; earum ambo pariter accepta rationales: reliqua linea erit irrationalis vocabitq; minor.
¶ Si sint a. b. f. b. c. quales pponitur que p. 27. reperimur & cōponūt lineam maiorem erit linea a. a. c. irrationalis & ipsa est que dicitur linea minor. Quod qui premissa firmiter tenuerit positio nescq; diligenter attenderit duplici modo vt antecedentes facile probabit.

Propositio 72.



I linea de linea deniat fuerintq; ambe potentialiter incōmensurabiles superficiemq; rōnalem continentes quadrataq; earum ambo pariter accepta mediale: linea reliqua erit irrationalis diciturq; iuncta cum rōnali componēs totum mediale.

¶ Et hoc quoq; nescire nō pōt q; priora nouerit nisi a memoria exciderint: quoniam positis lineis a. b. f. b. c. vt pponitur que p. 28. reperiuntur lineam potentem in rationale & mediale componunt: sit a. c. reliqua rōnalis ipsa dicit que iuncta cū rōnali cōponit totū mediale.

Propositio 73.



I linea a linea detrahatur fuerintq; ambe potentialiter incōmensurabiles superficiemq; mediale continētes quadrataq; earum ambo pariter accepta mediale duplo superficie alterius in altera incōmensurable: reliqua linea erit irrationalis diciturq; iuncta cum mediali faciens totum mediale.

¶ Sint et hic a. b. f. b. c. quales pponitur que per 29. reperiuntur & ipse sunt que componunt lineam potentem in duo mediale eritq; a. c. reliqua irrationalis dicta que iuncta cum mediali componit totum mediale quod vt facile premissa duplici argumentatione concludas processum 20. moneo diligenter attendas. Est autem in premittendum hic antecedens necessarium ad demonstrationes sequentium quod est propositum.

¶ Si fuerint quatuor quantitates differentia prime quarum ad secundam sit sicut tertie ad quartam: erit permutatim differentia prime ad tertiam sicut secunde ad quartam.

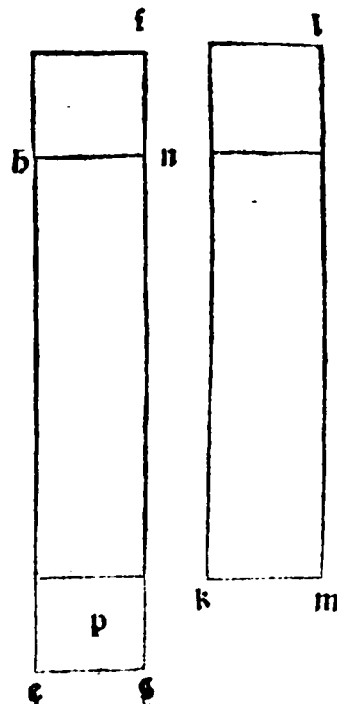
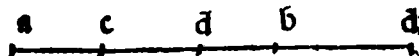
¶ Intelligendum ē hoc de quantitatibus eodem mōo relatis vt cum prima maior fuerit secunda sic quoq; tertia maior quarta. cū vero minor & minor. Exempli grā sit dñia a. ad b. sicut c. ad d. dico q; erit a. ad c. sic b. ad d. est enim per hanc cōem animi conceptionem. **¶** Differentia extremorum est composita ex differentiis ipsorum ad media differentia. a. ad c. composita est ex ea que est a. ad b. & ea que est b. ad c. at ea que est b. ad d. per eandem conceptionem componitur ex ea que est b. ad c. & ea que est c. ad d. & quia ex ypothēsi est differentia a. ad b. sicut c. ad d. ea vero que est b. ad c. est communis sequitur per communem scientiam vt sit a. ad c. sicut b. ad d. quod est propositum.

Ca'ligatoz.

a **¶** Geometrice non arithmetice. s. sicut a. excedit b. in .i. ipsius a. vel in .i. ipsius b. q; etiam c. excedat d. in .i. ipsius c. vel in .i. ipsius d. & si a. minuit a. b. tantūdem minuat c. ad d. quoniam arithmetice esset falsum quod dicitur. nam n. prima differt a. g. secunda per quatuor vnitates. & 6. tertia a. 4. quarta per duas vnitates vnde excessus arithmetice non est idem sed geometricæ.

¶ Et ex hoc sequitur commune dictum. s. quod proportio extremorum componitur ex pportionibus mediorum quod probatur proposita ista veritates videlicet quanta est aliqua quātitas ad aliam: tanta ēt denominator proportio eius ad ipsam. Et istud inductiue patet. Quoniam si fuerit vna equalis alteri. erit equa proportio inter illas. & si dupla fuerit

m iiii



linea erit proportio dupla & si fuerit incommensurabiliter correspondens in longitudine & potentia erit & proportio irrationalis consimilis erit quia semper proportionum denominatio conformis est habitudini terminorum. Et hinc est argumentum quod nulla quantitas excedit aliam inproportionabiliter quous una excedat aliam incommensurabiliter &c. ¶ Vnde hoc stante apparet comune dictum prepositum esse verum videlicet quod proportio extremorum componitur ex proportionibus mediorum. Et accipio duas lineas. a. & c. duplam & subduplam. Tunc quod proportio. a. ad. c. componitur ex proportionibus medii vel mediorum sumptorum inter. a. & c. Et tantum amplius quantum excedit. b. medium. Igitur. a. excedit. c. secundum proportionem duorum excessuum sumptorum. Igitur excessus iste continet excessus istos quorum habitudo continet habitudines & proportio proportionum. Et hoc voco proportionem componi ex proportionibus. Consimiliter quoque si fuerint plura media tunc. n. ex omnibus proportionibus illorum inter se. & ad extrema componitur proportio extremorum. Et inde est quod omnis proportio multipliciter resolui potest in proportionem extremum in proportionem dupla que resolui potest in duas proportionem similes. & iste sunt irrationales potest et resolui in duas proportionem rationales sed non similes. verbi gratia in sexquialteram & sexquiteriam sic enim quaternarius excedit binarium. puta proportionem sexquialtera que est ternarius ad binarium & secundum sexquiteriam que est quaternarius ad ternarium. Si autem accipias duplam proportionem secundum senarium. & ternarium inuenies plura media & proportionem plures. Et sic semper ascendendo ad maiores numeros &c. ¶ Etiam proportio extremorum arithmetice componitur ex omnibus differentiis inter mediis quod per ea que dicta sunt super diffinitione. x. quinti & i opere nostro magno impresso ad cartas. 44. de numeris equaliter siue inequaliter se excedentibus colligere potest.

Propositio .74.



Ulla linea nisi una tantum residuo coniungi potest ut sint ambe sub termino earum que erant ante separationem.

¶ Sit linea. a. c. residuum que fuerit reliqua abscissa. b. c. ex a. b. eruntque. a. b. & b. c. rationales tantum potentia communicantes ex. 68. dico quod ipsa. a. c. nulli alii linee quam. b. c. poterit componi sub hac diffinitione neque maiori. b. c. neque minori. b. c. Si autem potest componatur cum. c. d. indifferenter maiori aut minori quam. b. c. eruntque ob hoc ambe linee. a. d. & d. c. rationales in potentia tantum communicantes. Quia ergo ex. 7. secundi quadrata ambarum linearum a. b. & b. c. pariter accepta excedunt duplum superficiem unius earum in alteram in quadrato. a. c. ¶ Similiter quoque quadrata duarum linearum a. d. & d. c. pariter accepta excedunt duplum superficiem unius ipsarum in alteram in quadrato eiusdem. a. c. ¶ Sequitur ex premis antecedente ut differentia duorum quadratorum duarum linearum. a. b. & b. c. pariter accepta ad duo quadrata duarum linearum. a. d. & d. c. pariter accepta sit sicut differentia dupli superficiem. a. b. in. b. c. ad duplum superficiem. a. d. in. d. c. ¶ Cum autem sint duo quadrata utriusque sectionis pariter accepta rationale ex ypothesi duplum vero superficiem unius in alteram portionum utriusque sectionis mediale per ypothesin. ¶ Erit una & eadem differentia duarum superficialium rationalium & duarum medialium hoc autem est impossibile. Rationales enim superficies non differunt nisi in rationali superficiem ut patet per diffinitionem rationalis superficiem & per. 9. Medialis autem non differt a mediali nisi in irrationali superficie per. 22. ¶ Hoc autem fit manifestius in figura sic. Sit enim superficies. e. f. adiuncta ad lineam. e. g. equalis ambobus quadratis duarum linearum a. b. & b. c. pariter acceptis. At. g. h. sit equalis duplo superficiem unius in alteram eritque. f. h. equalis quadrato linee. a. c. ex. 7. secundi ¶ Similiter quoque sit. k. l. adiuncta ad lineam. k. m. equalis duobus quadratis

duarum linearum. a. d. & d. c. pariter acceptis & m. n. sit equalis duplo superficiei vnus in alteram: eritq. ex. 7. secundi. n. l. equalis quadrato linee a. c. ideoq. etiam equalis. b. f. est itaq. differentia. e. f. ad. g. h. sicut. k. l. ad m. n. quare per antecedens premisum erit permutatim differentia. e. f. ad k. l. & ipsa sit. p. sicut. g. h. ad. m. n. Et quia vtraq. duarum superficieum. e. f. & k. l. est rationalis vtraq. vero duarum superficieum. g. h. & m. n. medialis sequit impossibile videlicet superficieum. p. e. r. r. o. n. a. l. e. m. & i. r. r. o. n. a. l. e. m.

Propositio .75.



Nulla linea nisi vna tantum residuo mediati primo coniungi potest vt sint ambe sub termino earum que erant ante separationem.

Hec quoq. probabitur simili modo. Sint enim in vtraq. sectione ambo quadrata ariter accepta mediale i dupli vero superficiei vnus in alteram rationale & quia vt prius eadem e differentia qdrato vnus sectionis ad quadrata alterius que e dupli superficiei vnus ad duplum superficiei alterius erit vna & eade superficie differentia duarum medialium & duarum rationalium quod est impossibile.

Propositio .76.



Nulla linea residuo mediati secundo coniungibilis est vt sub termino earum fiant nisi tantum que ab ea ante separata erat.

Sit enim. a. c. residuum mediale secundum que fuit residua abscisa. b. c. ex. a. b. eruntq. ex. 70. due linee. a. b. & b. c. mediales potentia tm coicantes mediale continentes dico q ipsa. a. c. nulli linee alii q. c. b. sub hac diffinitione coniungi pot. Sin autem coniungatur linee. c. d. sitq. linea. e. f. rationalis in longitudine ad quam coniungatur superficies. e. h. equalis quadratis duarum linearum. a. b. & b. c. pariter acceptis & e. k. equalis quadratis linearum. a. d. & d. c. pariter acceptis a qua abscindatur e. g. equalis quadrato lineae a. c. eritq. per. 7. secundi superficies. l. h. equalis duplo superficiei. a. b. in. b. c. & l. k. p eandem sit equalis duplo superficiei. a. d. i. d. c. qui ergo quadrata amborum partium prime sectionis sunt mediale & duplum etiam superficiei mediale incommensurable duobus quadratis pariter acceptis que nescire diligens geometra non poterit qui positiones diligenter seruauerit erit superficies. e. h. medialis cum ipsa sit equalis duobus quadratis pariter acceptis & superficiei. l. h. medialis cum ipsa sit equalis duplo superficiei vnus in alteram: per. 30. igitur est vtraq. duarum linearum. f. b. & g. h. rationalis in potentia tantum. & quia vna est incommensurabilis alii eo q superficies. e. h. est incommensurabilis superficiei. b. l. sicut duo quadrata duplo superficiei: erit ex. 68. linea. f. g. residuum quare linea. f. g. que est residuum componitur linee. g. h. vt sint ambe sub termino earum que erant ante separationem. Similiter quoq. probabis eandem. f. g. cum linea. g. k. componi eadem conditione mediantibus superficiebus. e. k. & k. l. quarum prima est equalis quadratis duarum linearum. a. d. & d. c. pariter acceptis & secunda duplo superficiei vnus in alteram: quod est impossibile p. 74. & hic modus demonstrationis potest esse communis. 75. ceterisq. quatuor sequentibus eam.

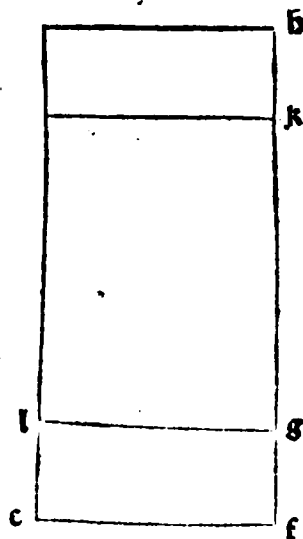
Propositio .77.

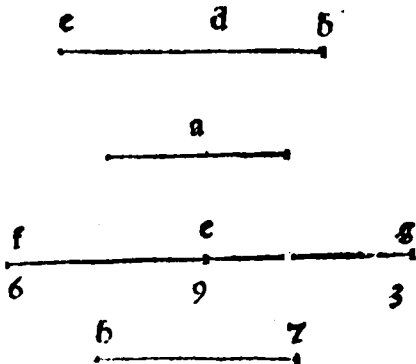
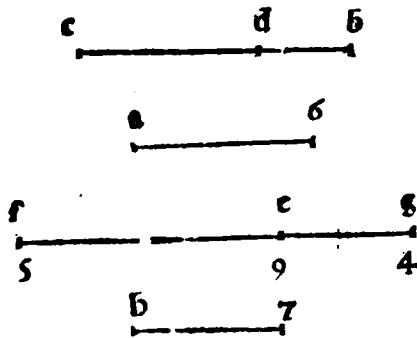
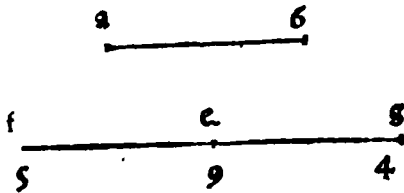
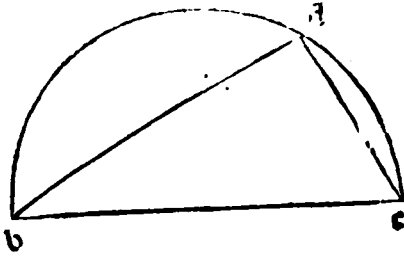


Nulla linea minori coniungibilis est vt sub termino suo fiat nisi tantum que ante sibi abscisionem coniungebatur.

Intellige quid sit linea minor quod si obliu es consule. 21. & sine obiectione concludes propositum. Si quem admodum in. 74. pcesseris poterisq. si libuerit quoadmodum in. 76. pcedere.

Propositio .78.





Linea que coniuncta cum rationali facit totum mediale nisi una linea tantum componi non potest ut sub earum termino fiant.

¶ Quid sit linea que proponitur ex. 72. didicisti. cum ergo de ea volueris quod per hanc. 73. dicitur demonstrare a processu. 75. in quo non deuias. sed sicut in. 76. si te delectauerit ingenio dace poteris procedere.

Propositio .79.



Linee que iuncta cum mediali facit totum mediale nisi una linea tantum iungi nequit ut sub earum termino fiant que erant ante separationem.

¶ Huius linee que iuncta cum mediali componit totum mediale magistra est. 73. de qua quod hec. 79. enunciat sic concludere cogeris sicut de residuo mediali secundo quod per. 76. enunciatur est conclusisti.

¶ Positis duabus lineis altera rationali altera vero residuo adiecta que ipsi residuo linea aliqua secundum eius terminum si fuerit totum inde compositum potentius linea adiecta in qua drato linee ipsi toti communicantis in longitudine fueritque idem totum posite rationali linee in longitudine commensurable quod posuit erat dicitur residuum primum. ¶ Si vero linea adiecta posite rationali comunicet in longitudine dicitur residuum secundum. ¶ Quod si fuerit utraque rationali posite in longitudine incommensurabilis vocabitur residuum tertium. ¶ Si fuerit tota linea potentior adiecta augmento quadrati linee ipsi toti incommensurabilis eademque tota posite rationali communicet in longitudine nuncupabitur residuum quartum. ¶ Si vero linea adiecta posite rationali coincidet in longitudine vocabitur residuum quintum. ¶ Quod si fuerit utraque posite rationali in longitudine incommensurabilis appellabitur residuum sextum.

Propositio .80.

Residuum primum inuestigare.



Ab inuentione omnium specierum residui facile nos absoluit inuentione per ordinem omnium specierum binomii. Nam in qualibet specie binomiorum si minor portio abscindatur de maiori linea reliqua erit residuum similis speciei ut patet ex diffinitionibus tam binomiorum quam residuorum propriis tamen inuentionibus residuorum insisteres sic inquiramus primum. Sit linea. a. rationalis posita cui commensurabilis in longitudine sumatur. b. c. sitque. e. numerus quadratus diuisus in. f. non quadratum sed in quadratum. g. sitque proportio quadrati linee. b. c. ad quadratum linee. c. d. sicut. e. ad. f. eritque per ultimam partem. c. d. rationalis in potentia tantum. ¶ Cum itaque sit. c. b. potentior. c. d. in quadrato linee sibi communis in longitudine quod patet sicut in explanatione binomii primi constat ex diffinitione lineam. b. d. esse residuum primum.

Propositio .81.

Residuum secundum patefacere.



Ad habendum residuum secundum sit. a. linea rationalis posita etque communicans in longitudine. c. d. et sit quadratum. c. d. ad quadratum. b. c. sicut. f. ad. e. eritque. b. d. residuum secundum ex diffinitione: si diuitas aut posita non seruas ypotheses aut binomii secundi repetitione indiges.

Propositio .82.

**Residuum tertium perscrutari.**

E Residuum tertium sic habetur: posita vt prius. a. rationali numeroq. e. quadrato diuiso in. f. non quadratum. & g. qdratū assumptūq. h. numero pmo ac qdratū lice. a. ad quadratum linee. b. c. sicut. h. ad. e. sit quadratum linee. b. c. ad quadratum linee. c. d. sicut. e. ad. f. eritq. ex diffinitio-
ne de quo si hesitas consule binomium tertium: linea. d. b. residuū tertiū.

Propositio .83.**Residuum quartum inuenire.**

Hic sicut i inuentione residui pmi sit linea. b. e. commu-
nicans linee. a. rationali posite: numerus autem. e. quadra-
tus sit diuifus in. f. & g. quorum sit vterq. non quadratus:
sitq. quadratum linee. b. c. ad quadratum linee. d. c. sicut.
e. ad. f. & scies ex diffinitione lineam. d. b. esse residuum
quartum. si eorum que in inuentione binomii quarti didiceras oblitus
non fueris.

Propositio .84.**Residuum quintum demonstrare.**

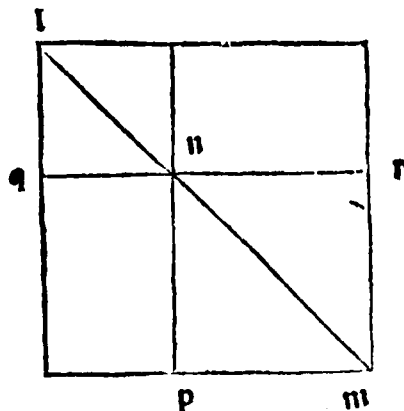
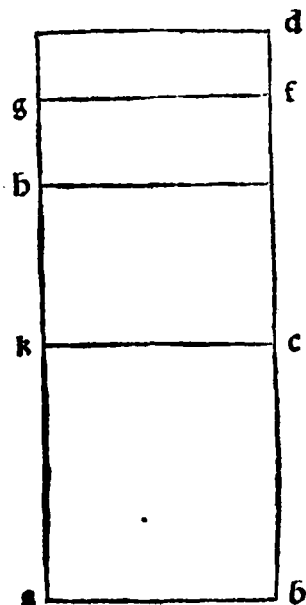
Cum residuum quintum inuenire libuerit erit linea. c.
d. communicans linee. a. rationali posite in longitudine
sicut erat i inquisitione secundi: & erit quadratus numerus
e. diuifus in. f. & g. quoz. neuter quadratus sicut in premissa
& erit quadratum linee. c. d. ad quadratum. b. c. sicut. f. ad
e. ex quibus a diffinitione concludere licet: habita sufficienti noticia bi-
nomii quinti: lineam. d. b. esse residuum quintum.

Propositio .85.**Residuum sextum demumpresto sit reperire.**

Residuum sextum sic reperitur. erit vt prius linea. a. ra-
tionalis posita & e. numerus quadratus diuifus in. f. & g.
non quadratos & erit. h. numerus primus & quadratū linee
a. ad quadratum linee. c. b. sicut. h. ad. e. At vero quadratū
b. c. ad quadratum. c. d. vt. e. ad. f. eritq. ex diffinitione. li-
nea. d. b. residuum sextum. cui si non plene animus tuus assenserit exerce-
ri te conuenit in inuentione binomii sexti.

Propositio .86.**Si fuerit superficies linea rationali atq. residuo primo contenta latus eius tetragonicum necesse est esse residuum.**

Sit superficies. a. c. cōtenta linea rationali. a. b. & residuo
primo. b. c. dico latus tetragonicum superficie. a. c. esse resi-
duum. ¶ Ad iungatur enim ad lineam. b. c. linea. c. d. sitq.
illa cuius detractione. b. c. fuit residuum primum. Eritq. ex diffinitione
b. d. rationalis ex longitudine & c. d. in potentia tantum. b. d. quoq. erit
potentior. d. c. in quadrato linee secum communicantis in longitudine.
Diuidatur igitur. d. c. per equalia in. e. & tota. b. d. diuidatur ea cōditione
in. f. g. inter. b. f. & f. d. sit. e. d. medio loco proportionali: eritq. ex secun-
da parte. g. b. f. cōmunicans in longitudine. f. d. per. g. igitur vtraq. earum
communicat cum tota linea. b. d. quare per diffinitionem ambe sunt ra-
tionales in longitudine. Ducantur itaq. linee. f. g. e. h. f. c. k. equidistantes
a. b. eritq. per. n. vtraq. duar. superficialium. a. f. & g. d. rationalis. Sit qua-
dratum ergo. l. m. equale superficie. a. f. eritq. rationale & latus eius rationa-
le in potentia. Intra illud quadratū ptracta diagonalis linea. i. m. descri-
batur quadratum. l. n. equale superficie. g. d. eritq. ipsum rationale & eius la-
tus rationale in potentia protrahantur autē due linee. n. p. q. n. equidistan-
tes lateribus totalis quadrati. ¶ Dico ergo quadratum. p. r. esse equa-
le superficie. a. c. & eius latus quod est. n. p. est residuum. Cum enim li-
nea. d. e. sit ex ypothesi medio loco proportionalis inter. b. f. & f. d.



erit ex prima sexti superficies. d. h. medio loco proportionalis inter duas superficies. a. f. g. d. ideoq. & inter duo quadrata. l. m. n. l. Cūq. ex prima sexti sit superficies. l. p. medio loco proportionalis inter eadem duo quadrata erit. l. p. equalis. d. b. et etiam. h. c. f. quia quadratum. l. n. est equale g. d. erit. t. r. equale b. g. e. totus itaq. gnomon circumscriptus quadrato. m. u. est eq̄lis. c. g. f. g. a. l. m. erat equale. a. f. relinquit. m. n. equale. a. c. q. aut n. p. latus q̄drati. m. n. sit residuū sic collige. Est. n. vtraq. duar. linear. p. t. f. t. n. rōnalis in potētia eo q. vtrūq. q̄dratū. l. m. n. f. n. l. ē rōnale vnaq. earū est incōmensurabilis alii p. primam sexti f. 10. huius. eo q. quadratum l. m. est incōmensurable. l. r. superficiē sicut superficies. a. f. superficiē. b. d. de quibus manifestum est q. ipse sunt incōmensurabiles: est enim p. primam sexti vna ear. ad alterā sicut linea. b. f. que est rōnalis in lōgitudine ad lineam. d. e. que est rōnalis in potētia tantum. Ex. 68. igitur linea. p. n. que pōt in superficiem. a. c. est residuū: & hoc est quod intendimus.

¶ Castigator.

a ¶ Quia cum ille due superficies sunt rōnales: erunt quadrata illis equalia rōnalia. Ideo q. quid fuerit de lateribus eor. tetragonis illa in potētia erūt rōnalia: & p. hoc nō negat quin dicta latera possint ēē rōnalia in longitudine: sed nō est necessariū. Et ideo nō errat ponēdo illa rōnalia in potētia f. c. b. ¶ Per si ab equalibus equalia demas f. c. Nā cū l. p. sit equalis. d. b. si ab ipsa. l. p. dematur quadratū. l. n. remanebit supplementū. p. q. q. ē equale supplemento. t. r. f. si de superficie. d. b. demat. g. d. q. posita est eq̄lis ipsi quadrato. l. n. remanebit superficie. e. g. Et quia remota sunt eq̄lia remanentia erunt equalia p. dictā cōm. sciam: & ideo. t. r. sequit equari ipsi superficie. e. g. vt dicit. c. ¶ Aliud quoq. est hic notandū videlicet q. dicitur i illa. 86. q. latus tetragonici superficie. a. c. erit residuū ab eius diff. s. p. n. f. nos hēmus q. dicta superficie. a. c. est. 24. m. p. 32. que habet ex ductu 4. m. p. 7. residui primi p. diff. ipsius in. a. b. s. in. 6. cuius tetragonicum latus est vna radix ligata seu vniuersalis videlicet. p. v. 24. m. p. 32. f. hoc ē p. ipsum. e. u. residuū cuiusvis sp̄ci. f. primi secūdi terti quarti quiti vel sexti. f. p. 68. ad cōstitutionē residui cuiuslibet regit q. due linee inequales p. 17. f. 18. huius sunt trī potētia rōales cōcantes: tūc de maiori abscisa minori reliqua ē residuū f. c. modo ista linea practice ad sensum illius. 68. non erit residuū. f. p. v. 24. m. p. 32. quia. m. p. 32. est. p. p. f. 24. ē simplex f. mera radix. s. p. 24. tūc potētia eius est. 24. f. potentia. m. p. p. 32. est. p. 32. ecce rationale f. irrationale: quoniam. p. p. est linea medialis f. latus tetragonici superficie irrationale per. 19. huius. Et ideo. p. v. 24. m. p. 32. non erit residuū a diffinitione f. c. Ad hoc dicendum q. cum dicitur duas lineas potentialiter tantum rationales communicantes nō dicitur magis de potētia simplici scilicet de primaria multiplicatione in se q. de duplici vel triplici potentia hoc est in se bis vel ter f. quater f. c. cum omnes tales appellatione potentie omnes veniant f. c. Et ideo quamuis in prima earum multiplicatione in se ex qua oritur. 24. f. m. p. 32. quod est quadratum radice vniuersalis illius: f. illa duplex. p. effecta est vnica scilicet. p. 32. f. non communicat cum. 24. rationali: f. ideo secundario ducta in se qualibet erit vna. 576. f. alia. 32. que communicant f. c. f. ideo intelligendum est de potentia vnica duplicata triplicata quadruplicata: f. quotiensvis multiplicata: quoniam omnes potentie nuncupantur: quod notandum tibi multis in locis destruet: presertim in isto decimo vbi agitur de lineis compositis f. earum residuis seu recisis f. c. de quibus et hoc notādo clarius alias dicemus vt patebit f. c. ¶ Item aliud mirabile ē scilicet q. cum quadratum. l. m. equatur superficie. a. f. que in casu est. u. cuius latus tetragonici m. est. p. 21. f. l. t. seu. l. q. vel. s. n. est. p. 3. sequitur. p. m. seu. p. n. vel. n. r. esse latus tetragonici quadrati. p. r. quod est. p. 21. m. p. 3. pro residuo proposito quo in seduci facit. 24. m. p. 32. etiam dictum latus est. p. v. 24. m. p. 32. quod ratione quadrature pbatur illi equari scilicet. p. 21. m. p. 3. quod est nō dignissimum.



Si superficies aliqua linea rationali residuoque secundo contineatur linea in eadem potens erit residuum mediale primum.

In hac quoque argue sicut in premissa ex diffinitione residui secundi & secunda parte. 13. & nona & decimanona & 15. & 69.

Propositio. 88.



Si linea rationali residuoque tertio superficies contineatur erit linea super eam potens residuum mediale secundum.

Priori demonstrationi insisse & facile concludes propositum ex diffinitione residui tertii & secunda parte. 13. & 9. & 19. & 70.

Propositio. 89.



Si fuerit superficies linea rationali residuoque quarto contenta linea super eam potens erit linea minor.

In hac quoque non aliter procedas quam prius. facile enim tibi propositum concludere. si premissam non despicis ex diffinitione residui quarti & secunda parte. 14. & 9. & 19. & 15. & 21. & sic patebit propositum.

Propositio. 90.



Si fuerit linea rationali residuoque quinto superficies contenta latus eius tetragonum erit cum rationali componens mediale.

Nitere premisse argumentatione ex diffinitione residui quinti & secunda parte. 14. & 9. & 19. & 15. & 21. quod propositum est concludere.

Propositio. 91.



Si linea rationali residuoque sexto superficies contenta latus tetragonum quod super eam potest cum mediale ostendens totum mediale esse comprobatur.

Nunc quoque ultimo quod per hanc dicitur premisso modo satage concludere ex diffinitione residui sexti & secunda parte. 14. & 9. & 19. & 23. in his autem omnibus presum tuum nihil

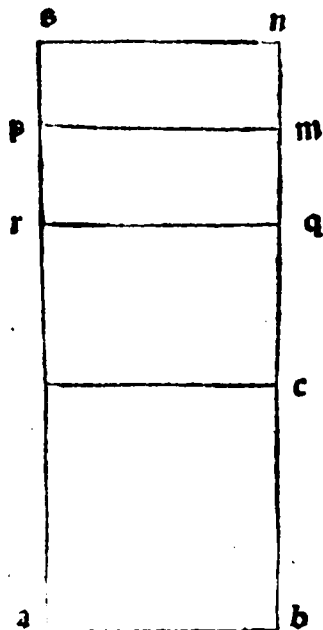
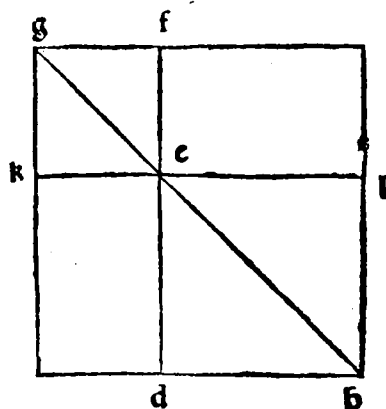
offendere poterit si primam eam & perfecte didiceris & memoriter tenueris & quid quoque supponat solet attendere. Quod si forsan de aliquo in quadrato. l. m. te dubitare contigerit ad suum equale in superficie. a. d. tibi recurrendum erit & patebunt tuo ingenio.

Propositio. 92.

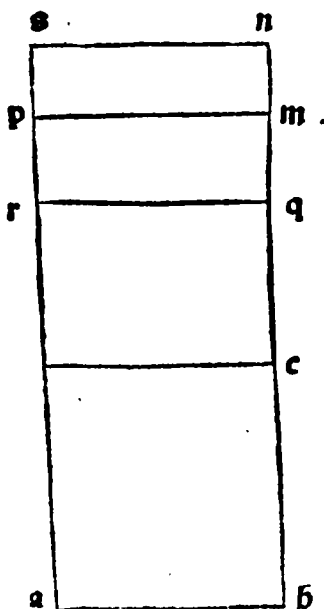
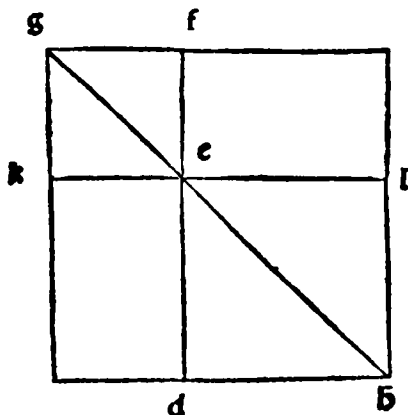


Ad lineam rationales superficies equalis quadrato residui applicetur alterum latus residuum primum esse necesse est.

Hec sex sequentes sunt conuersae sex precedentium per ordinem. huius autem prime hec est intentio quod si sit superficies a. c. adiuncta ad lineam rationalem. a. b. equalis quadrato residui quod sit. d. e. erit eius latus secundum quod est. b. c. necessario residuum primum. Adiciatur. n. lineae. d. e. que proponitur esse residuum linea p. cuius abscissione ipsa fuerit residuum super ei adiuncta. e. f. eritque ex. 68. utraque duarum linearum. d. f. & f. e. rationalis in potentia & una earum incommensurabilis aliter describat ergo quadratum lineae. f. e. quod sit. e. g. & quadratum. d. e. que posita est esse residuum quod sit. e. h. & adiciantur supplementa. d. k. & f. l. eritque quadratum. g. h. tanquam quadratum lineae. d. f. & quadratum. e. h. erit sicut superficies a. c. Erunt utrumque quadratorum. g. b. & g. e. rationale. Sit igitur superficies. a. m. adiuncta ad lineam. a. b. equalis quadrato. g. h. eritque ob hoc rationalis quare p. 16. linea. m. b. est rationalis in longitudine. Superficies vero. p. n. sit equalis quadrato e. g. que est per hoc erit rationalis & p. 16. linea. m. n. rationalis in longitudine. itaque tota linea. b. n. est rationalis p. 9. Diuidat autem. c. n. per equalia in. q. & ducatur q. r. equalis. a. b. eritque ex prima sexti. c. r. equalis. r. n. Manifestum vero est



q. cum tota superficies .a.n. sit equalis duobus quadratis .g. h. & e.g. par-
ter acceptis que sunt quadrata duarum linearum .d. f. & f.e. superficies
a.c. sit equalis quadrato linee .d.e. q. e. e. h. erit p. z. scilicet superficies residua ex .a.n.
que est .c. f. equalis duplo superficie ex .d. f. in .f. e. Quare & horum dimi-
dia que sunt .r. n. & d. g. necesse est esse equalia. ¶ Cūq. igitur ex prima
sexti sit superficies .d. g. medio loco proportionalis inter duo quadrata .g.
h. & .g. e. eritq. superficies .r. n. medio loco proportionalis inter duas
superficies .a. m. & .p. n. ideoq. per primā sexti erit et linea .q. n. medio loco
proportionalis inter duas lineas .b. m. & .m. n. cūq. sit .q. n. dimidium linee
n. c. & linea .b. n. diuisa per punctum .m. in duo comunicantia inter que
cadit .q. n. medio loco proportionalis: sequitur ex prima pte. 13. q. linea .b. n.
sit potentior linea .n. c. in quadrato linee scū cōcantis in longitudine .q. a
ergo superficies .d. g. ē medialis ex .19. ex ypothesi aut superficies .c. r. sibi equa-
lis medialis & linea .c. q. rōnalis in potentia tñ p. 20. ideoq. ē duplū eius
quod ē linea .n. c. est rōnalis tñ in potētia: q. a ergo .b. n. est rōnalis in lon-
gitudine comunicans linee .a. b. post rationali & potentior .n. c. in qua-
drato linee sibi comunicatis in longitudine: sequitur ex diffinitione
lineam .b. c. esse residuum primum: quod est propositum.



Propositio 93.



Um adiuncta fuerit superficies equalis quadra-
to residui medialis primi ad lineam rationalem
alterum latus eius erit residuum secundum.

¶ Hic erit linea .d. e. residuū mediale primum & linea .e.
f. erit linea illa p. cuius abscisionem .d. e. fuerat residuum
mediale primum: dico q. b. c. erit residuum secundum q.
nescire nō poteris si demonstrationem premisse quousq. eam solido am-
plectaris: habitu insisteris & quales lineas oporteat esse .d. f. & f. e. vigilan-
ter attendaris: de quo si dubitas .69. requirenda erit.

Propositio 94.



Superficies equalis quadrato residui medialis se-
cundi applicata fuerit ad lineam rōnalem: altez
latus eius residuum tertium esse conuenit.

¶ Hic etiam erit .d. e. residuum mediale secundum & se-
quetur ut sit .c. b. residuum tertium: quod ut facile con-
cludas prime demonstrationi insistas & quales lineas
conueniat esse .d. f. & f. e. ex .70. collige

Propositio 95.



Um adiuncta fuerit linee rationali superficies equa-
lis quadrato linee minoris latus eius secundum
erit residuum quartum.

¶ Si fuerit .d. e. linea minor asserit hec .95. q. b. c. erit resi-
duum quartum: est aut sumendum ex .71. quales lineas esse
necesse sit .d. f. & f. e. cū .d. e. fuerit linea minori & est asse-
rum propositum premisso modo: excepto q. in hac & duabus sequētib.
necesse est lineam .b. n. diuidi ad punctum .m. in duo incommensurabi-
lia que in tribus premissis diuidebatur necessario in duo cōmensurabilia:
nam in tribus premissis fuerant due linee .d. f. & f. e. cōcantes in potētia
tñ & ideo earū quadrata cōcantis: pp. quod & superficies .a. m. & .p. n. qua-
dratis earum equalis cōcantes. Quapropter et & due linee .b. m. & .m. n.
ideoq. fuit i. tribus premissis linea .b. n. potērior linea .n. c. in q. drato linee
secum cōcantis in longitudine ex prima parte. 13. In hac aut & duabus se-
quentibus sunt due linee .d. f. & f. e. incommensurabiles in potentia ut
apparet ex .71. & .72. & .73. & ideo earum quadrata ppter quod & superficies
a. m. & .p. n. incommensurabiles propter quod & due linee .b. m. & .m. n.
incommensurabiles ideoq. per primam partem .14. tam in hac q. in
duabus sequētib. necesse ē lineā .b. n. esse potēriorē lineā .n. c. in quadra-
to linee sibi incommensurabilis in longitudine: cetera perquire ut prius.

Castigator.

¶ Quia inter eas cadit medio loco pportionalis linea. q. n. p primam sexti cū. c. r. Et ideo. r. n. sit medio loco pportionalis inter duas superficies a. m. f. p. n. sicut sua equalis. d. g. inter duo quadrata. g. h. f. g. e. illis duabus superficiebus. a. m. f. p. n. equalia ex ypothesi.

Propositio .96.



¶ Ad lineam rationalem quadriato linee cum rationali constituentis mediale equalis superficies adiungatur: latus eius secundū erit residuū quintus.

¶ Pone similiter hic lineam. d. e. eē illam q iuncta cū rōnali cōponat totū mediale & attende ex. 72. quales lineas oporteat esse. d. f. f. f. e. & concludes sine offendiculo si prius habite demonstrationi oportune insliteris lineam. b. c. esse residuum quintum.

Propositio .97.



¶ Ad lineā rōnalem superficies equalis quadrato linee cū mediāli cōponētis mediale adiungatur: latus eius alterum erit residuum sextum.

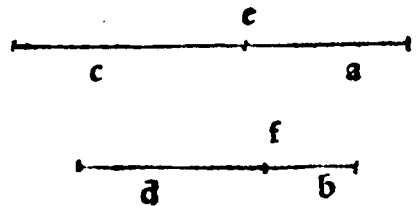
¶ Nunc vltima conuenit lineā. d. e. eē illā que iuncta cū mediāli cōponit totū mediale cui adiuncta linea. e. f. que videlicet sit illa per cuius abscisionē linea. d. e. fuerat que pponitur si quales lineas. d. f. f. f. e. esse oporteat ex. 73. didiceris priorem argumētationē firma mēte tenueris sine obice quoq lineā. b. c. eē residuū sextum concludere poteris. si autē fortassis in aliquo te hesitare contigerit quicquid illud fuerit de quadrato. g. h. ad sibi equalem superficie. a. n. cōferendum erit & sic patebit propositum nostrum.

Propositio .98.



¶ Nis linea residuo commensurabilis ipsa quoq in termino 2 ordine est idem residuum.

¶ Quod 60. & quatuor. eā sequentes de binomio eiusq comitibus quinq pposuerunt hec. 98. & quatuor. eā sequētes de residuo suisq qnq. comitibus vtz esse pponunt: qbus qui vsq. ad solūm habitum insliterit has ignorare non poterit. Quicquid autem in illis de cōicantia in longitudine & potentia tantum dictum ē in is quoq. idem oportet intelligi. nam omnis linea residuo communicans in longitudine siue in potentia tantum ipsa etiam est residuum. sed si communicat in longitudine: non solum est ipsa residuum. sed etiam eiusdem speciei residuum. Verbi gratia: linea communicans in longitudine residuo primo est residuum primum: & secundo communicans est secundum. sic quoq. in ceteris. Cum autem linea communicat residuo in potentia tantum ipsam quoq. necesse est eē residuum sed non eiusdem speciei: immo impossibile est vt linea communicans in potentia tantum residuo primo aut secundo aut tertio aut quarto aut quinto cadat simul cum eo sub eadem specie sed necesse est vt ambo cadant simul sub tribus primis speciebus aut ambo simul sub tribus postremis. Sit itaq. exempli gratia. a. residuum cui communicet. b. in longitudine: dico q. b. erit residuum eiusdem speciei cum. a. Ad iungatur enim linea. c. ad lineam. a. & illa sit per cuius abscisionem. a. fuit residuum: & ad. b. adiungatur alia que sit. d. ad quam sic se habeat. b. sicut. a. ad. c. sitq. composita ex. a. & c. e. composita vero ex. b. & d. sit. f. erit q. ex permutata proportionalitate. a. ad. b. sicut. c. ad. d. & per. 13. quinti erit. e. ad. f. sicut. a. ad. b. vel sicut. c. ad. d. ¶ Cum itaq. a. communicet. cum. b. erit per. 10. c. communicans. cum. d. & e. quoq. communicans cū f. & quia etiam est necesse ex permutata proportionalitate. e. ad. c. sicut. f. ad. d. sequitur per. 11. vt si fuerit. e. potentior. c. in quadrato linee sibi communicantis in longitudine vel si forte incommensurabilis: sit similiter. f. potentior. d. at quoniam omnis linea communicās in longitudi-



ne linee rationali est similiter illi rationali similiter dico quia ambe esse rationales in longitudine vel ambe in potentia tunc sequitur ex diffinitionibus residuorum ut. b. sit residuum eiusdem speciei cum. a. Si aut. b. coincat in potentia tantum cum. a. ipsa quoque erit residuum non tamen eiusdem speciei necessario. sed quemadmodum dictum est cuius demonstratio ex his que in. 60. de binomiis dicta sunt colligenda est.

Propositio. 99.



Per lineam utriusque residuo mediali communicatio est sub ipsius termino 2. ordine residuum mediale.

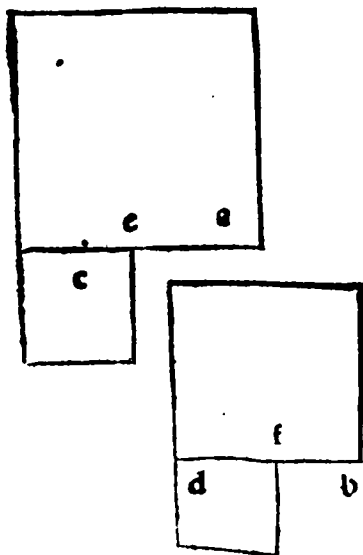
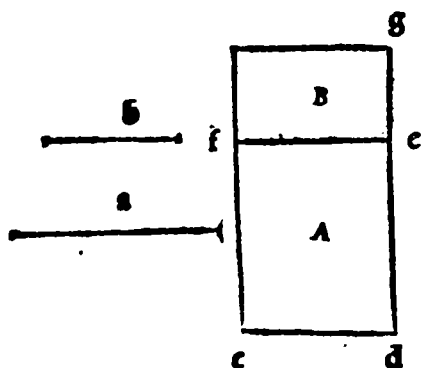
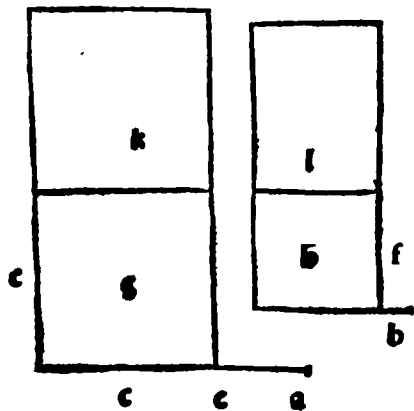
¶ Vnum est quod dicitur sue coincet linea cum utroque residuo mediali in longitudine sue in potentia. Sit. n. a. utriusque residuum mediale cui. b. coincet in longitudine vel potentia dico quod. b. est etiam residuum mediale quale fuerit. a. ¶ Ad iungatur enim linea. c. ad lineam. a. et sit. c. per cuius abscissionem. a. fuit residuum mediale et ad. b. adiungatur alia que sit. d. sitque. b. ad d. sicut. a. ad. c. totaque composita ex. a. et. c. sit. e. et ex. b. d. sit. f. describatur igitur quadrata. c. et. d. que sint. g. et. h. et superficies. e. in. c. sit. k. et. f. in. d. sit. l. Et quia est ut prius. e. ad. f. et. c. ad. d. sicut. a. ad. b. sunt autem. e. et. c. mediales potentia tamen coincantes. ex. 69. et. 70. sequitur ex. 21. ut. f. et. d. eis communicantes. sint etiam mediales potentia tamen communicantes et constat autem ex prima sexti quod sit. k. ad. g. sicut. e. ad. c. et. l. ad. h. sicut. f. ad. d. et quia est. e. ad. c. sicut. f. ad. d. sequitur ut sit. k. ad. g. sicut. l. ad. h. Et permutatum. k. ad. l. sicut. g. ad. h. ¶ Cum ergo. g. communicet cum. b. sequitur ut. k. coincet cum. l. Si igitur. k. est rationale quod est in residuo mediali primo erit etiam per diffinitionem l. rationale quare per. 69. b. etiam est residuum mediale primum. Si autem. k. sit mediale quod est in residuo mediali secundo erit per. 21. etiam. l. mediale. ideoque. b. per. 70. residuum mediale secundum quare constat propositum. ¶ Idem aliter Si linea. b. coincat cum linea. a. que est utriusque residuum mediale in longitudine vel in potentia sit superficies. c. e. adiuncta ad lineam rationalem. c. d. equalis quadrato. a. et. f. g. equalis quadrato. b. eruntque ob hoc. c. e. et. f. g. coincantes quemadmodum et quadrata lineae. a. et. b. eis equalia. ideoque per primam sexti et. 10. huius. d. e. et. c. g. sunt coincantes in longitudine et quia si. a. est residuum mediale primum et linea. d. e. est residuum secundum per. 93. et si. a. est residuum mediale secundum linea. d. e. est residuum tertium per. 94. at cum. d. e. est residuum secundum linea. e. g. est etiam residuum secundum et cum illa est tertium. similiter et hoc est tertium per. 98. ¶ Sequitur itaque ex. 87. et. 88. ut. b. sit residuum mediale primum aut secundum prout fuerit. a. et sic patet quod intendimus.

Propositio. 100.



Per lineam aliquam lineae minori communicet ipsa quoque et sit linea minor.

¶ Facile est hanc probare duplici modo sicut premissam sue coincet linea aliqua cum linea minori in longitudine sue in potentia hoc autem apposto quantum ad primum modum quod cum sit. f. ad. d. sicut. e. ad. c. erit ex secunda parte. 8. sexti quadratum. f. ad quadratum. d. sicut quadratum. e. ad quadratum. c. et eorum quadrata duarum linearum. f. et. d. ad quadratum. d. sicut quadrata duarum linearum. e. et. c. ad quadratum. c. et permutatum quadrata duarum linearum. f. et. d. ad quadrata duarum linearum. e. et. c. sicut quadratum. d. ad quadratum. c. coincat autem quadratum. d. ad quadratum. c. ergo duo quadrata duarum linearum. f. et. d. piter accepta coincant cum duobus quadratis duarum linearum. e. et. c. piter acceptis et quia ex. 21. quadrata duarum linearum. e. et. c. piter accepta sunt rationales erit autem per diffinitionem et duo quadrata duarum linearum. f. et. d. piter accepta rationales. Cumque sit superficies. k. medialis erit et. l. sibi coincans medialis igitur ex. 21. b. linea minor. quantum autem ad secundum modum erit per. 95. linea. d. e. residuum quartum ideoque per. 98. et linea. e. g. erit etiam residuum quartum. ideoque etiam per. 89. linea. b. est linea minor.





Propositio .101.

¶ Hinc linea coicans linee cū rōnali cōponenti mediale est cum rationali componens mediale.

¶ Hanc quoq. duplici predicto modo non est difficile probare: siue de cōcantia in longitudine siue de cōcantia in potētia tñ intelligat: sed quantum ad primum modū erunt duo quadrata duarum linearum. f. g. d. pariter accepta mediale pta. quē admodum sunt duo quadrata duarum linearū. e. f. c. pter accepta cōdā quibus ipsa cōmunicant & superficies. h. erit rationalis per diffinitionem quemadmodum est superficies. k. ex. 12. cum ipsa cōmunicans. ¶ Igitur ex. 12. b. est cum rationali componens mediale. quantum ad secundum modum: erit. d. e. residuum quintum ex. 69. ideoq. f. e. g. cōq. quart. b. est cum rationali componens mediale. per 100.



Propositio .102.

¶ Hinc linea cōtēns rōnalis linee cū mediali cōstituenti mediale est cū mediali cōstituens mediale.

¶ Hic quoq. pone lineam aliquam cōicere cū ea que cō mediali componit mediale indifferenter in longitudine vel potētia tñ put. volueris: & duplici modo premissio siue difficultate concludes eam quoq. cum mediali componere mediale. erit etiam quantum ad primum modum superficies. l. medialis quemadmodum f. k. & duo quoq. quadrata duarū linearū. f. g. d. pariter accepta mediale sicut & duo quadrata duarū linearū. e. f. c. & quā duo quoq. duarum linearum. e. f. c. ad. k. sicut duo duarum. f. g. d. ad. l. cū duo prima non cōmunicant cum duplo. k. ex. 13. itaq. duo secunda cōmunicabunt cum duplo. l. ex. 10. igitur ex. 13. b. est cum mediali cōponens mediale. Quātum aut ad scđm modum erit. d. e. residuum sextū ex. 92. ideoq. f. e. g. ex. 98. quare. b. est cū mediali cōponens mediale ex. 92.

Propositio .103.



¶ De superficie rōnali superficies medialis abstrahat linea in reliquam superficiem potens erit alterutra duarū irrationalium aut residuum aut linea minor.

¶ Sit enim tota superficies constans ex. a. f. b. rationalis a qua detrahatur. b. que sit medialis: dico q. linea potens in. a. residuum aut est residuum aut linea minor. Esto nāq. linea. c. d. rationalis superficiesq. a. e. sibi adiuncta sit tanq. a. f. g. tanq. b. & tota. c. g. sicut tota. a. b. erit. c. g. rationalis. ideoq. per. 10. linea. d. g. rationalis in longitudine f. f. g. erit medialis. ideoq. per. 10. e. g. rationalis in potētia tantum: est igitur ex diffinitione linea. d. e. residuum primum aut quartum: ergo per. 86. f. 89. linea potens in superficiem. c. e. f. ideo in superficiem. a. sibi equalē est residuum aut linea minor: quod est propositum.

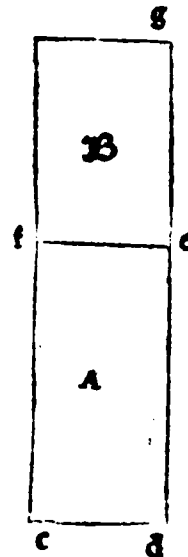
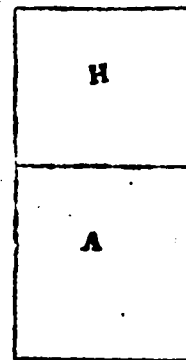
Propositio .104.



¶ De superficie mediali superficies rationalis detrahatur linea in reliquam superficiem potens erit alterutra duarū irrationalium linearum aut residuum: mediale primum aut cum rationali componens mediale.

¶ Hec quoq. sicut premissa probatur. Erat enim tota. a. b. medialis. b. autem rationalis: tñc dico quod in. a. residuum pōt aut ē residuum mediale primum aut cum rationali componens mediale. Cum enim. c. g. equalis sit. a. b. erit per. 10. linea. d. g. rationalis in potētia tantum: & cū sit. f. g. equalis. b. erit per. 10. linea. e. g. rationalis in longitudine ergo a diffinitione erit linea. d. e. residuum secundum aut quintum quare per. 87. f. 90. latus tetragonum superficiē. c. e. f. ideo superficiē. a. est residuum mediale primum aut cum rationali componens mediale: quod est propositum nostrum.

Propositio .105.





Superficies medialis a superficie mediali detra-
hatur fueritque reliqua toti incommensurabilis que
ipsam reliquam potest alterutra erit duarum irrationa-
lium videlicet aut residuum mediale secundum aut cum
mediali componens mediale.

¶ Si a duarum premissarum demonstratione non deuias
concluderis sine difficultate propositum. Sint enim tota a. b. f. b. mediales
¶ sit a. reliqua incommensurabilis toti. (A liter enim esset a. medialis ex 22.
¶ eius latus tetragonum mediale ex 19.) tunc dico q. linea potens in a.
est residuum mediale secundum aut cum mediali componens mediale.
¶ Nam cum sit, e. g. equalis a. b. erit p. 10. linea. d. g. rationalis in poten-
tia tantum per eandem quodq. cum sit f. g. equalis b. erit etiam e. g. ratio-
nalis in potentia tantum. Item sit a. incommensurabilis toti. a. b. erit f. g.
incommensurabilis. c. g. ideoq. per primam sexti. f. 10. huius erit etiam. c. g.
incommensurabilis. d. g. igitur a diffinitione lineae d. e. erit residuum tertium
aut sextum quare p. 88. f. 91. latus tetragonum superficiei. c. e. f. ideo su-
perfici. a. e. residuum mediale secundum aut cum mediali componens mediale.

Propositio 106.



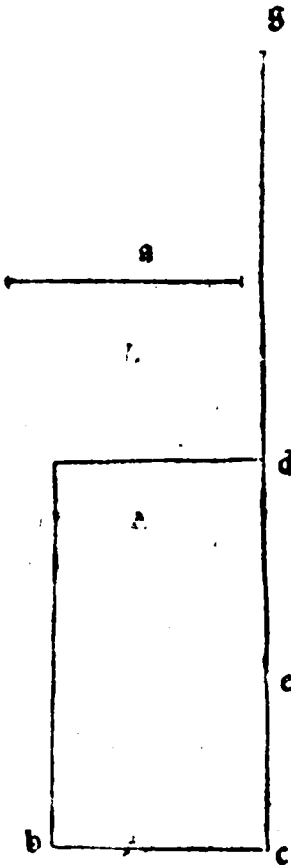
In eaz irrationaliū que sunt residuum et post ipsas
subsecute illam alii termino et ordine subesse im-
possibile est residuo quoque binomii terminum vel
ordinem quoniam non est possibile.

¶ Vult autem per hanc 106. q. residuum et alie quinq. linee
irrationales eam sequentes differant specie et diffinitio-
ne ab invicem et nulla linea una potest esse sub duabus neq. sub pluribus
speciebus harum sex linearum irrationalium que sunt residuum et eius quinq.
esitens. Itaque omnes species residui differunt ab omnibus speciebus binomii
nec est possibile lineam unam simul esse residuum et binomii cuiuscuq.
speciei residui vel binomii. ¶ Pars prima sic constat qm superficies equa-
lis quadratis residui et suorum quinq. comitur. et ad iungantur ad lineam
rationalem habent secunda latera necessario diversa ab invicem ex 92. et quinq.
eam sequentibus. sit autem secunda latera residuum primum et secundum
et deinceps usq. ad sextum. ¶ Secunda pars constat hoc modo si eadem li-
nea potest esse simul residuum et binomium sit a. cuius quadrato equalis
superficies ad iungatur ad rationalem lineam. b. c. sitq. b. d. erit ex 54. linea
c. d. binomium primum et ex 92. residuum primum. ¶ In quantum ergo bi-
nomium primum dividat in suas binomiales portiones ad punctum. e. sitq. ma-
ior portio. c. e. que erit rationalis in longitudine p. diffinitionem in quantum
alio est residuum primum ad iungatur ei d. g. per cuius abscisionem fuerat
residuum primum et eritq. et ex diffinitione. c. g. rationalis in longitudine. Cui
itaq. sit utraq. duarum linearum. c. g. et c. e. rationalis in longitudine erit et p.
9. linea. e. g. rationalis in longitudine et q. linea. d. e. est rationalis in poten-
tia in cum ipsa sit p. ypoth. minor portio binomii primum erit p. 68. linea. d.
g. residuum et quia ipsa erat rationalis in potentia in cum p. eius abscisionem
est linea. c. d. residuum primum sequit impossibile p. 68. Quod ut clarius pateat
esto superficies. b. d. ad iuncta ad lineam rationalem. b. c. equalis quadrato
linee. d. g. cum itaq. linea. d. g. sit rationalis in potentia erit p. 16. linea. c. d.
rationalis in longitudine. at cum etiam linea. d. g. sit residuum erit ex 92.
linea. c. d. residuum primum quod esse non potest cum linea que dicitur
residuum sit irrationalis per 68.

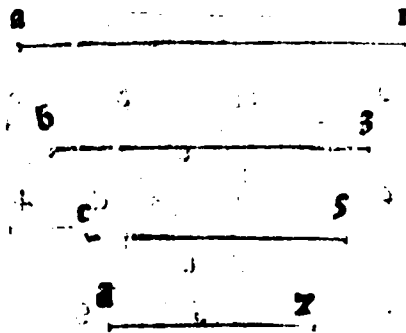
Propositio 107.



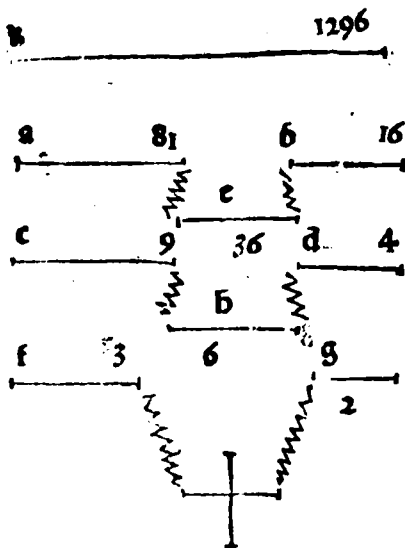
In ea que residuum dicitur vlla ve irrationalium
que post eam sunt nequit esse sub termino binomii
aut sub termino et ordine vllius ceteraz linearum irra-
tionalium que binomium subsequuntur. et aut possibile
sit linearum irrationalium seriem in infinitum p-
ducere non est possibile vllam earum cum ea que
precesserit in termino et ordine convenire



¶ Vult per hanc ultimam libri .x. q. .13. irrationales lineae de quibus in hoc decimo demonstratum est & ipse summa mediale binomii & eius quinque comites residuum & eius quinque comites sunt ab invicem singulae singulis specie differentes: & quod nulla linea una potest esse simul sub duabus aut pluribus speciebus earum: & quod species linearum irrationalium possunt in infinitum produci quia nulla cum alia convenit in diffinitione & ordine: Quod autem hec .13. lineae videlicet mediale binomium & eius .5. comites residuum & eius .5. comites sunt irrationales demonstratum esse superius meminitur de mediis quidem ex .19. de binomio autem & eius quinque comitibus ex .30. & quinque eam sequentibus: at vero de residuo suisque quinque comitibus ex .68. & quinque eam sequentibus. Nullam autem harum .13. linearum irrationalium posse convenire in specie cum aliqua aliarum linearum sic collige. ¶ Esto enim ut ad unam eandem lineam rationalem in longitudine adiungatur superficies equalis quadratis predictarum .13. linearum irrationalium secundum ordinem se invicem sequuntur eritque ex .30. secundum latus prime istarum .13. superficies rationalis in potentia tantum. ¶ Secunda autem latera secundae istarum .13. superficies & quinque eam sequentium erunt omnes species binomiorum per ordinem videlicet binomium primum secundum & deinceps usque ad sextum ex .54. & quinque eam sequentibus demonstratum esse memineris. ¶ Secunda vero latera tertiae superficies & quinque eam sequentium sunt species residuorum in ordine videlicet residuum primum & residuum secundum & deinceps usque ad sextum quod ex .92. & quinque eam sequentibus didicisti. Cum igitur ipsa linea rationalis in potentia tantum non conveniat cum aliqua specie binomiorum aut cum aliqua residuorum quoniam omne binomium per .30. & omne residuum per .68. est linea irrationalis & in longitudine & in potentia. Et cum nulla species residuorum conveniat cum aliqua specie binomiorum ex secunda parte penultimae decimi sequitur ut omnia secunda latera harum .13. superficies sunt ad invicem diversae ideoque per primam sexti & ipse .13. superficies sunt diverse cum earum omnium altitudo sit una quare etiam hec .13. lineae irrationales propositae sunt singulae a singulis diverse. ¶ Posuit autem haec .13. lineae irrationalium species in infinitum produci infinite enim sunt species linearum medialium infinite quoque binomiorum & sic de singulis. Quod hoc modo constat. Esto linea .a. mediale sumaturque unitas & quolibet numeri primi ut .3. .5. & .7. & sint totidem lineae .b. .c. .d. quae sunt sumpti numeri primi. sintque quadrata istarum linearum .b. .c. .d. ad quadratum .a. sicut numeri primi ad unitatem. eruntque lineae .b. .c. .d. mediales ex .21. quoniam ipse communicant in potentia cum linea .a. mediis. omnes autem erunt diverse in longitudine ab .a. & a se invicem per ultimam primam .2. quoniam nullius istorum numerorum ad unitatem nec alicuius eorum ad alterum per .16. & .8. & correlarium secunde octavi & presentis hypothesis est proportio sicut numeri quadrati ad numerum quadratum. ¶ Erit ergo .a. & omnes sibi communicantes in longitudine sub prima specie linearum medialium .b. vero & omnes sibi communicantes in longitudine sub secunda .c. autem & omnes eidem communicantes vel commensurabiles sub tertia .d. quoque & omnes sibi communicantes in longitudine sub quarta & quia numeri primi sunt infiniti ut ex .21. non didicisti. necesse est species linearum medialium esse infinitas. ¶ Quod autem est dictum de linea mediis intelligitur de binomio suisque .5. comitibus & residuo suisque quinque comitibus nam sicut omnis linea communicans mediale est mediale sine communicet ei in longitudine suae in potentia ut probatum est in .11. ita etiam omnis linea communicans binomio aut alicui suarum quinque comitum vel etiam residuo aut alicui suarum quinque comitum in longitudine vel in potentia est secunda sub eadem specie ut probatum est in .60. & quatuor eam sequentibus & .98. & quatuor eam sequentibus. ¶ Sunt igitur species harum .13. linearum irrationalium infinite quarum nulla conveniet cum precedenti in ordine vel diffinitione. ¶ Convenit quoque de se aliter species linearum irrationalium esse infinitas



nam omne latūs tetragonū superficiei dictū a numero nō quadratū
est irrationale per ultimam partem. 7. & per diffinitionem. cum itaq; tales
numeri sint infiniti: erunt etiam species harum linearum irrationalium
infinitæ. 7. Tercio modo contingit secundam partem huius ultime con-
clusionis libri decimi sic exponi: ut dicamus ab vnaqua; linea rōnāli
in potentia tantum infinitas linearum irrationalium species pducī qua-
rum nullam cum aliqua earum que ipsam precesserint possibile est in dif-
finitione & ordine convenire. 7. Verbi gratia: Sumatur aliqua superficies
rationalis dicta a numero nō quadrato. ut quinq; eritq; latūs eius tetra-
gonū irrationale in longitudine quoniam ipsum ē incommensurable
lateri tetragonico superficiei rationalis dictæ a numero quadrato ex vlti-
ma parte. 7. Dico ergo q; huius lateris latūs: itēq; scđi lateris latūs & rursus
huius tertii lateris latūs & sic in infinitum: sunt linee irrōnales tam in lon-
gitudine q; in potentia: & q; nulla earum convenit diffinitione vel specie
cum aliqua que eam precesserit in ordine. estq; latūs tetragonici premisse
superficiei quocumq; dicta fuerit a numero nō quadrato earum omnium
sicut radix & principium & quilibet ipsarum est principium omnium ipsam
sequentium: & quocumq; ab aliquo tetragonico latere cuiusq; talis superfi-
ciei profici scitur diuerse sunt in longitudine & potentia ab omnibus que
a quoquam alio tetragonico latere talis superficiei generantur & hoc dico
cum ipsarum superficierum non fuerit proportio sicut numerorum qua-
dratorum. hec autem ut possumus firma demonstratione colligere ante-
cedens ad ipsa premittere oportet. sitq; istud.

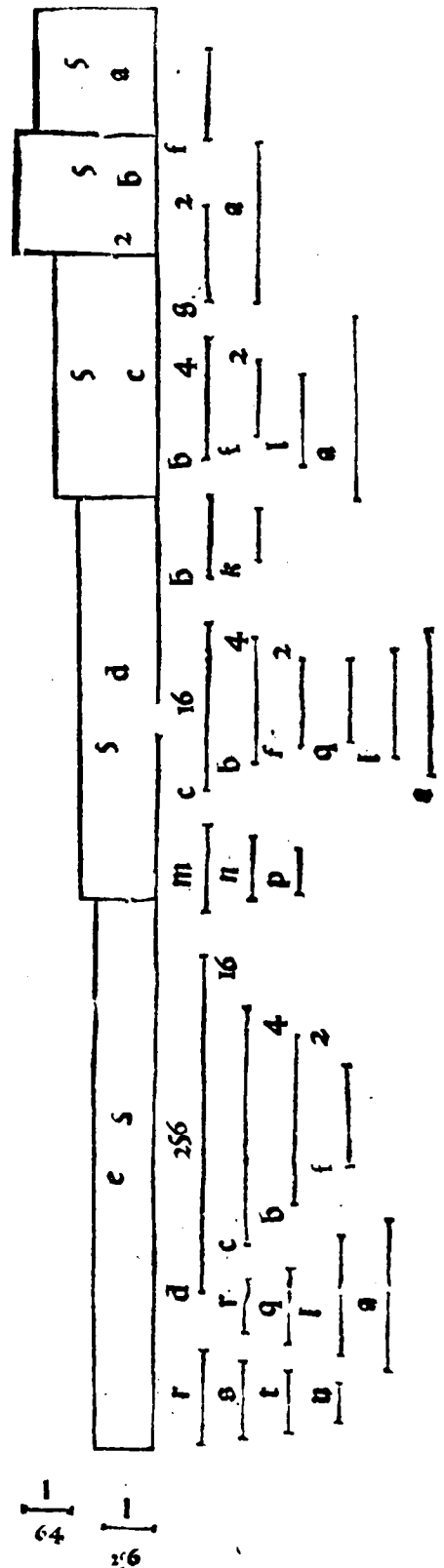


Quibuslibet duobus inuicē ductis si quid licet pducatur quo-
ta latera tetragonica duorum precedentium inuicem duces to-
tum tetragonū latūs ipsius producti produces.

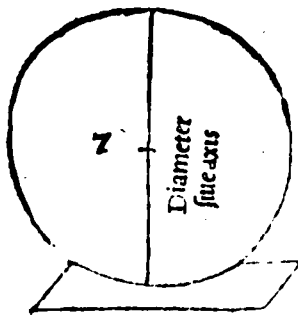
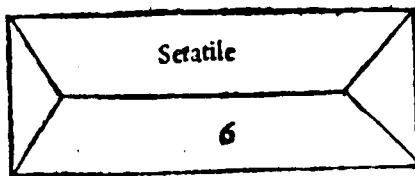
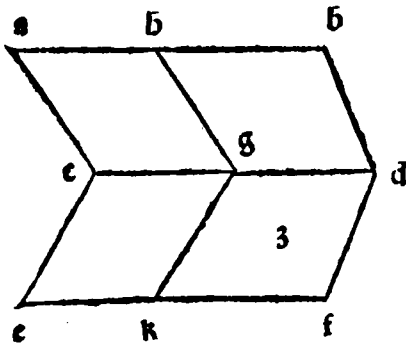
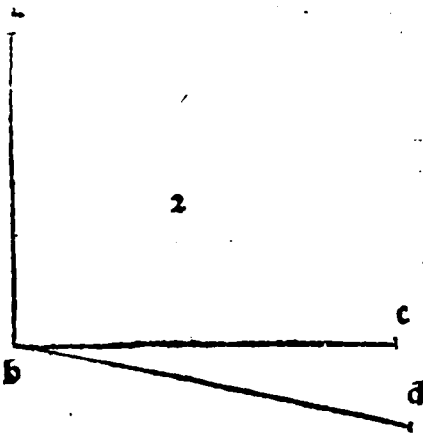
Verbi gratia si ut ex. a. in. b. sic. k. at. c. & d. sunt latera tetragonica. a. &
b. fiat autem. e. ex. c. in. d. sitq; iterum. f. & g. latera tetragonica. c. & d. &
fiat. h. ex. f. in. g. dico q; h. est latūs tetragonū. c. & d. & rursus est latūs te-
tragonici. k. Cum enim ex. f. i. se & in. g. fiant. c. & h. erit. e. ad. h. sicut. f. ad.
g. sed & sic. h. ad. d. sicut. f. ad. g. eo q; ex. g. in. f. & in. f. sunt. h. & d. Sunt
igitur. c. b. d. continue proportionales itaq; ex. h. in se quantum ex. c. in. d.
quare. h. est latūs tetragonū. c. Eadem quoq; rōne cum ex. c. in se sit. a. l.
d. sit. e. & ex. d. in se sit. b. erunt. ex. a. c. b. continue proportionales in propor-
tione. c. ad. d. Cum igitur ex. a. in. b. sit. k. sequitur etiam ut ex. e. in se sit. k.
quare. e. ē latūs tetragonū. k. constat itaq; quod dicitur. Restat itaq; de-
monstrare quod propostum est. Sit igitur superficies. a. rationalis dicta a
numero nō quadrato. ut. 5. sitq; linea. a. eius tetragonū latūs & suman-
tur quotlibet linee rationales in longitudine que sint. b. c. d. e. Sintq; dictæ
a numeris quo; quisq; precedens sit tetragonū latūs proximo sequen-
tis ut si. b. sit. a. c. 4. d. 16. e. vero. 36. ad has autē lineas rōnales in longitudi-
ne adiungatur superficies equalis. a. eruntq; secunda latera singularum rō-
nalia in longitudine per. 16. ut secundum latūs. b. a. & dimidium: secundū
c. vnum & quarta: secundum vero. d. vna quarta & vna. 16. at vero superfi-
ciei. c. secundum latūs erit vna. 64. & vna. 36. Sit ergo. f. tetragonū la-
tūs. b. g. vero sit tetragonū latūs secundi lateris superficiei. b. eritq; per
premissum antecedens ut ex. f. i. g. sit. a. Rursus sit. h. tetragonū latūs
secundi lateris. c. k. quodq; sit tetragonū latūs. h. eritq; per predictum ante-
cedens ut ex. b. in. h. sit. a. & ex. f. in. k. sit tetragonū latūs. a. quod sit. l.
7. Sit iterum. m. tetragonū latūs. scđi lateris superficiei. d. sed cū. n. sit te-
tragonū latūs. m. & p. tetragonū. n. eritq; p. predictum ahs ut ex. c. in.
m. fiat. a. & ex. b. in. n. l. & ex. f. in. p. tetragonū latūs. l. quod sit. q. Am-
plius autem sit. r. tetragonū latūs lateris secundi superficiei. e. sit quoq;
s. tetragonū. r. & t. f. sit u. tetragonū. t. 7. Sequiturq; per dictum
antecedens ut ex. d. in. t. fiat. a. & ex. c. in. s. l. & ex. b. in. t. sit. q. & etiam ex
f. in. u. tetragonū latūs. q. quod sit. x. & sic in infinitum. Dico ergo has
lineas. a. l. q. x. quarum a. ē tanquam radicale principium ē irracionales

a. quidem in longitudine tantum, cetero vero in longitudine & in potētia. Et dico q̄ nulla earum conuenit cum alia in diffinitione vel ordine. ¶ Cum enim ex. f. in. g. f. k. fiant. a. f. l. crit. a. ad. l. sicut. g. ad. k. f. quia vt patet ex dictis ypothesibus. g. f. k. sunt incommensurabiles in longitudine & in potētia. Iteq̄ et. vt. a. f. l. sunt incommensurabiles in longitudine & in potētia. Eadem ratione. a. f. q. ē enim. a. ad. q. sicut. g. ad. p. f. pp eandem cām et. a. f. x. cum sint sicut. g. f. u. Et hac via quoq̄ necesse est vt. l. f. q. sint similiter incommensurabiles tam in longitudine q̄ in potētia. cum enim ex. f. in. k. f. p. fiant. l. f. q. crit. l. ad. q. vt. k. ad. p. at. k. f. p. nec cōmensurabiles sunt in longitudine nec in potētia. Si enim sint erūt h. f. n. cōmensurabiles. sed non sunt. at vero. l. f. x. oportet esse vtroq̄ mō incommensurabiles: ē enim. l. ad. x. sicut. k. ad. u. eo q̄ ex. f. in. k. f. u. sunt. l. f. x. Sinaut. k. f. u. vtroq̄ mō incommensurabiles. Sinaut accidet. d. f. h. esse cōmensurabiles quod est inconueniens. q. vero f. x. q̄ sunt quoq̄ in cōmensurabiles potētia & longitudine ex eo patet q̄ est. q. ad. x. sicut. p. ad. u. constat autem q. p. f. n. sunt incommensurabiles. nā si non: erunt. n. f. c. cōmensurabiles. ideoq̄. m. f. s. sed non sunt. ¶ Manifestum est itaq̄ infinitas lineas irrationales esse in longitudine & in potētia incommensurabiles: & ideo diffinitione & specie differentes produci ex linea. a. rationali in potētia tantum ¶ R est autem nunc ostendere q̄ quęcūq̄ irrationales lineę ab aliqua linea rationali in potētia tantum hac via generantur: diuerse sunt ab omnibus tam in longitudine q̄ in potētia que a qualibet alia linea rationali in potētia tantum quadratum cuius ad quadratum prioris non sit sicut numeri quadrati ad numerum quadratū hac eadem via egrediuntur: hoc quoq̄ sic constat. ¶ Sint. a. f. b. rationales in potētia tantum siue tetragonica latera duarum superficierum dictarum. a. numeris non quadratis. sitq̄ vt illi numeri non sint in proportionē aliquorum numerorum quadratorum: lineę quoq̄ que procedunt hac via ab. a. sint. c. d. e. f. a. b. procedant. f. g. h. dico q̄ nulla ex lineis. c. d. e. communicat in longitudine vel potētia cum aliqua ex lineis. f. g. h. Cū. n. sint. c. f. tetragonica latera. a. f. b. at. d. f. g. tetragonica latera. c. f. f. e. f. h. tetragonica. d. f. g. nō ē possibile vt aliq̄ ex. c. d. e. cōicet cū sua cōpari ex. f. g. h. vel longitudine vel potētia. Si. n. alterutro mō cōicet. e. cum. h. sequitur vt. d. communicet. cum. g. f. c. cum. f. quare f. a. cū b. etiam in longitudine quod est contra ypothesim. Vniuersaliter autem verum est dicere quamlibet harum esse vtroq̄ modo incommensurabile cūlibet istarum. Dato namq̄. q. d. communicet cum. h. etiam in potētia tantum sequitur vt. c. quoq̄ communicet cum. g. f. a. cum. f. quod non est possibile. ¶ Atendere autem oportet q̄ cum dico latus lateris nihil aliud intelligo q̄ latus superficiei denominatę a latere priori. vnde. tetragonici latus lineę. a. voco lineam illam que potest in superficiem dictam a linea a. talis autem superficies est quam continet linea. a. & linea rationalis in longitudine dicta ab vno. Si ergo libet inuēire tetragonici latus cuius libet lineę. Sit linea. a. cuius tetragonici latus volo inuenire. b. vero sit linea rationalis in longitudine dicta ab vnitatē & ipsa ē minima omniū linearum rationalium numeratarum ab integris. Medio loco proportionis inter eas sit. c. est igitur p. 16. sexti. c. tetragonici latus. a. I dem enim sit ex. a. in. b. & ex. c. in. f. At vero ex. a. in. b. sit superficies dicta ab. a. Quicquid enim a quolibet in vnum ducto produciat ab eo qd vnum multiplicat denominat. Et nota q̄ cum. c. fuerit latus tetragonici lineę a. indifferenter contingit lineam. c. esse maiorem lineę. a. & minorem prout. b. etiam fuerit maior aut minor.

n iii



Liber vñdecimins Euclidis de corporibus in genere et specie
iuxta optimam Campani traductionem. Magistro Luca
paciolo de burgo Sancti Sepulchri Ordinis minorum. Ca-
ligratore diligentissimo. feliciter Incipit.



Quod est quod longitudinem et latitudinem et altitudinem habet
cuius termini sunt superficies. Li-
nea erecta supra superficiem est que
cum singulis sibi coterminibus
lineis in ea superficie expansis an-
gulos rectos facit. linea autem hec
supra eam superficiem perpendi-
cularis esse et ad eandem orthogo-
naliter insistere dicitur.

Intelligatur enim linea. a. b. exurge
re supra planum: ita quod punctus. a. imagi-
netur in aere et. b. in plano et a puncto
b. ducantur plures linee in eodem plano
vt. b. c. b. d. et quotlibet alie. Si igitur ita fuerit quod linea. a. b. cum linea. b.
c. et cum linea. b. d. et cum quolibet alia linea protracta a puncto. b. in plano
illo angulum rectum contineat ipsa dicatur esse perpendicularis ad illam
superficiem in qua protracte sunt hee linee videlicet. b. c. et. b. d. et alie
cum quibus ipsa ponitur continere angulum rectum.

Superficies aut erecta super superficiem est quotiens puncto
vno eodem linee que est coterminus illarum superficierum
due perpendiculares conterminales superstant que rectum
continentes angulum in eisdem superficieribus site sunt.

Verbi gratia iaginemur superficiem. a. b. c. d. exurgere superficiem. h. o. c. d. e. f. i. a.
ceterum intelligamus lineam. c. d. esse ceterum terminum amborum in ea itaque signet pun-
ctus. g. a quo ad lineam. c. d. extrahantur due linee perpendiculares vna videli-
cet i superficies. c. d. e. f. et sit. g. k. et alia i superficie. a. b. c. d. et sit. g. h. si igitur an-
gulus quem continent hee due linee perpendiculares videlicet. g. h. et. g. k. erit
rectus superficies. a. b. c. d. dicitur orthogonaliter erecta super superficiem. c. d. e. f.

Superficies equidistantes sunt que in vtrambilibet partem
protracte non concurrent et si in infinitum producantur.

Intellectum est quod dicitur. Scire tamen debes quod omnes plane su-
perficies aut sunt equidistantes ab invicem aut in omnem partem protra-
cte concurrent alicubi et super rectam lineam se scabunt. Lineas autem
rectas non est necessarium vel esse equidistantes vel in vtramque partem
protractas concurrere. quippe que in eadem superficie non sunt nec equi-
distant ab invicem nec tamen quantumlibet protracte concurrent.

Equa corpora sunt atque similia quorum terminales superficies nu-
mero ac quantitate equeles vnius creatiois sunt atque similes. Similia
corpora sunt que similibus superficiebus numero equibus continentur.

Si has duas diffinitiones de corporibus equalibus et similibus non in-
telligis ad diffinitionem similitudinis superficiem positam i principio sexti recurre.

Corpus feratile dicitur quod quinq; superficiebus quarum
tres parallelograme sunt due vero triangule continetur.

Domus quatuor parietes equidistantes habenti tectum vñico fastigio
supremis duarum parietum lateribus equali et equidistanti superpositum
feratilis corporis expressam similitudinem gerit.

Sphera est transitus arcus circumferentie dimidii circuli quo
tiens sumpto vel supremo semicirculo lineamque diametri fixa do-
nec ad locum suum redeat arcus ipse circumducitur.

Super quamlibet lineam semicirculo descripto si linea illa fixa semi-
circulus tota revolutione circumducatur corpus quod describitur sphaera no-

minatur cuius centrum constat esse centrum semicirculi circūducti.

Piramis laterata ē figura corporea quā continent superficies ab una quaz relique sunt ad vnu oppositū punctū sursum erecte.

In omni laterata piramide cūctę superficies ipsam ambientes ab ipsius basi ad vnum punctum subleuantur qui conus piramidis dicitur suntq; oēs hec laterales superficies triangule; basis vero frequēter nō ē triāgula.

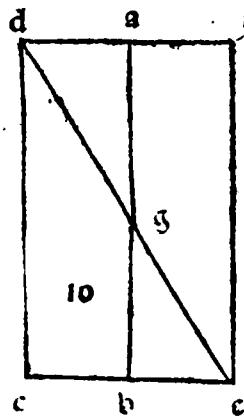
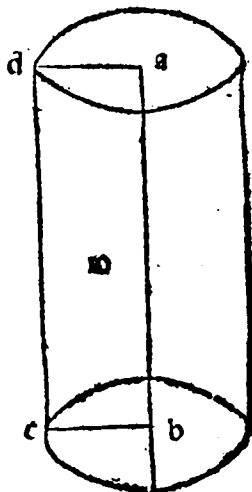
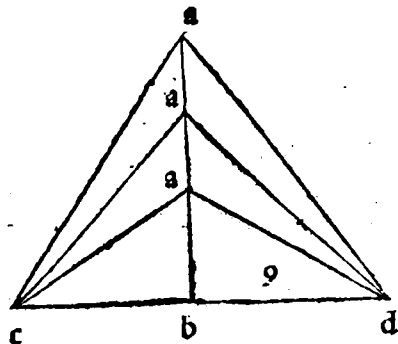
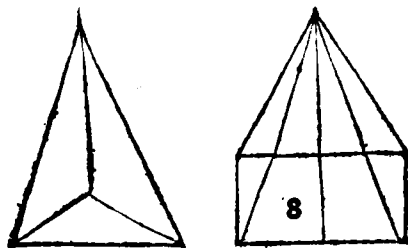
Piramis rotunda est figura solida: estq; transitus trianguli rectanguli alterutro suorum laterum rectum angulum continētium fixo & donec vsq; ad locum vnde moueri cepit redeat triāgulo ipso circūducto. **S**i autem latus fixum lateri circūducto fuerit equale erit figura rectangula. **S**i vero longius acutiangula. **S**i vero breuius obtusiangula erit. **A**xis autem ipsius figure est latus fixum. **B**asisq; sua circulus. **D**icitur autem figura hec piramis columnę rotunde.

Sit trigonus. a. b. c. rectum angulum habens qui sit. b. figaturq; alterū duorum laterum ambiētium rectum angulum. b. sitq; latus quod figurę a. b. quo fixo circūducatur trigonus quousq; ad locum vnde moueri cepit redeat corporea ergo figura que huius trigoni motu describitur rotunda piramis appellatur: cuius tres sunt differentie. Alia enim est rectangula alia acutiangula. Tertia obtusiangula. Et prima quidem est quādo latus. a. b. lateri. b. c. fuerit equale. Effo enim vt linea. b. c. cū rotatu trigoni peruenierit ad situm linee. b. d. ita q; punctus. c. cadat super punctum. d. fiatq; linea vna. hoc est vt ipsa tunc coniungatur situi a quo moueri cepit secundum rectitudinem: eritq; linea hic quasi. b. c. d. & quia ex. 31. primi §. 5. eiusdē angulus. c. a. b. est medietas recti erit angulus. c. a. d. rectus iōq; piramis hec dicitur rectangula. **S**i aut latus. a. b. sit longius latere. b. c. erit acutiangula lateri. n. tunc ex. 31. primi §. 19. eiusdem angulus. c. a. b. minor medietate recti ideoq; totus angulus. c. a. d. est minor recto & acutus quare piramis acutiangula. **Q**uod si latus. a. b. fuerit breuius latere. b. c. erit angulus. c. a. b. maior medietate recti ex. 31. primi §. 19. eiusdem & totus. c. a. d. q; est duplus ad ipsum. c. a. b. maior recto & obtusus. igit & piramis conuenienter tunc dicitur obtusiangula. **A**xis autem huius piramidis dicitur linea. a. b. **B**asis vero eius circulus quem describit linea. c. b. super centrum. b. dicitur quoq; hec piramis columnę rotunde illius videlicet quam motu suo describeret parallelogramum proueniens ex. a. b. & b. c. latere. a. b. manente fixo.

Figura corporea rotunda cuius bases sunt circuli duo plani extremitatibus & crassitudine idest altitudine equales est transitus parallelogrami rectanguli latere rectum angulum continētē fixo ipsaq; superficies donec ad locum suum redeat circūducta diciturq; hec figura columna rotunda. **C**olumnę itaq; rotundę atq; spherę circuliq; vnum atq; idem est centrum.

Sit parallelogramum rectangulum. a. b. c. d. figaturq; latus. a. b. & eo fixo totū palellogramū quousq; ad locum suum cadat vel redeat circūducatur corporea ergo figura huius parallelogrami motu descripta rotunda columna nominatur cuius bases sunt duo circuli centrum est punctus b. alter vero est quem motu suo designat linea. d. a. & eius centrum est punctus. a. **A**xis autem huius columnę dicitur linea. a. b. que manet fixa in motu parallelogrami. **Q**uod si imaginati fuerimus parallelogramum a. b. c. d. cum peruenierit rotatu suo ad situm. a. b. e. f. coniungi situi a quo moueri cepit secundum continuitatem superficiē planę vt scilicet totū sit vnum parallelogramum. d. c. e. f. & protraimus in eo diametrum. d. e. erit quoq; diameter. d. e. diameter columnę. **Q**uod autem dicitur columnę & spherę circuli idem esse centrum: intelligi debet cum horum vna est eadē diameter. Verbi gratia diximus enim q; d. e. est diameter istius colūne. Spherā igit atq; circulū quoz diameter ē linea. d. e. necesse est idē centz hēre cū centro pposite colūne. Sit. n. vt linea. d. e. & cet linea

n iiii



a. b. in puncto. g. eritq. g. centrum colūne: diuidit enim axem columnę per equalia & diametrum columnę per equalia quod patet per .26. primi nā anguli qui sunt ad .g. sunt equalis ex .15. primi & anguli qui sunt ad .a. & b. recti ex ypothesi: linea quoq. a. d. est equalis lineę b. e. itaq. d. g. ē equalis. e. g. & a. g. equalis. g. b. amq. anguli. c. f. f. sunt recti si super punctum. g. secundum spaciū. d. g. ac sup lineā. d. e. circulus describat trāsit ex cōuersa prime ptis. 30. tertii p puncta. c. f. f. itaq. punctum .g. est centꝝ circuli cuius diameter est diameter colūne. ideoq. & spherę: quare māifestum est omni parallelogramo rectangulo circulum omniq. columnę rotunde spheram esse circūscriptibiles. Sicq. patet q. voluit istud theorema.

¶ Angulus corporeus siue solidus est quem continent anguli piani plures q̃ duo qui non in vna superficie siti ad vnum punctum angularem conueniunt.

¶ Duo anguli piani angulum solidum perficere nequeunt sicut nec due recte lineę nequeūt superficiem claudere. Angulos quoq. planos solidum angulum continentis in eadem superficie non conuenit esse sitos sed in diuersis quemadmodum duas rectas lineas planum perficientes angulum non conuenit sibi inuicem secundum situm rectitudinis applicari.

¶ Similes sunt figure corporeę rotunde siue sint colūne siue eaz pyramides quaz axes diametris suaz basiū sunt pportiones.

¶ Propositis enim duabus pyramidibus rotundis aut duabus columnis rotundis si fuerit pportio axis vnus earum ad diametrum sue basis sicut axis alterius ad diametrum sue basis ille due columnę aut pyramides similes adinuicem esse dicuntur.

Castigator.

a **¶** Ista diffinitio equalium atq. similium corporum &c. p̃supponit quedam corpora esse equalia & non similia & sunt illa quorum terminales superficies numero & quantitate vnusq. creationis. sed nō similes sit sunt superficies equidistantium laterum & rectorum angulorum in solido parallelogramo cuius lineę angulares sunt supra superficiem orthogonaliter erectę & in illo cuius lineę angulares non sunt orthogonaliter erectę que dam sunt eiusdem altitudinis sunt equalia si in equis basiū vt dicitur infra. 31. & 32. huius Et tamen non sunt similia a diffi. similium superficialium in principio sexti posita. Quedam sunt similia & non equalia vt in eisdem parallelogramis inequalis altitudinis. Et sic dicendum est de aliis infinitis. quę edā sunt equalia & similia simul vt ex te elicere potes &c.

Propositio .11



¶ Inee recte partem esse in plano & partem in sublimi est impossibile.

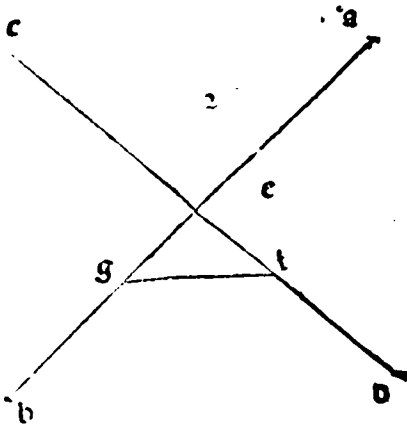
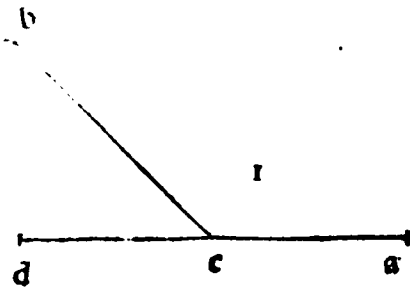
¶ Sit linea .a. b. recta dico quod non est possibile vt pars eius sit in plano & pars sursum eleuata. si enim est possibile sit pars eius que est .a. c. sita in plano & pars eius que est .c. b. in sublimi posita & protrahatur directe .a. c. i plano in quo ipsa sita est vsq. ad .d. eritq. vt vni eidemq. lineę que ē linea .a. c. due lineę penitus diuerse que sunt lineę .c. b. & .c. d. ex eadem parte directe adiiciantur quod est impossibile ex .13. primi.

Propositio .2.



¶ Duę lineę due quarum altera alteram secāt in vna superficie site sunt omnisq. triangulus in vna superficie totus consistit.

¶ Sint due lineę rectę .a. b. & .c. d. se inuicem secantes in puncto. e. dico eas esse in superficie vna, & omnem triangulum dico esse i superficie vna totum. ¶ Signetur enim punctus. f. in. linea .c. d. & punctum .g. in linea .a. b. & ducatur linea .f. g. Quia igitur impossibile est partem trianguli .e. f. g. esse in plano & partē in sublimi quin etiam suarum terminalium linearum vnus aut pluriū



pars similiter sit in plano. & pars similiter i sublimi cum delineis hoc sit i possibile per premisam erit quoq; impossibile de triangulo. itaq; totus triangulus. e. f. g. est in superficie vna. Ex hac igitur secunda parte & premisa constat prima pars huius secunde propositionis.

Propositio .3.



Sumum duarum superficierum seinuicem secantium communis sectio est linea recta.

De planis superficiebus intellige & verum erit quod dicitur. Sint itaq; due superficies plane. a. b. & c. d. seinuicē sectantes dico quod earum communis sectio erit linea recta. Esto enim duo puncta .e. & .f. termini communis sectionis earum que continuētur per lineam rectam que sit .e. f. si igitur linea .e. f. est in vtraq; duarum superficierum. a. b. & c. d. constat propositū. at vero si in neutra aut si non in altera cum ambo puncta .e. & .f. sint in vtraq; superficie. a. b. & c. d. in ea superficie in qua ipsa non fuerit protrahatur linea recta que sit .c. h. & erunt igitur due recte linee .e. f. & .c. h. f. habentes duos terminos communes quod est impossibile. sic enim due recte linee includerent superficiē quod ē cōtra petitionē vltimā pmi libri.

Propositio .4.



Si fuerit linea orthogonaliter ab incisione duarum linearum erecta intersecantium se: ipsa ad earundē superficiem perpendicularis erit.

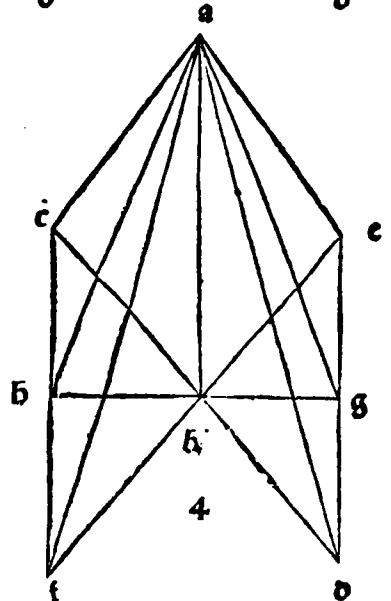
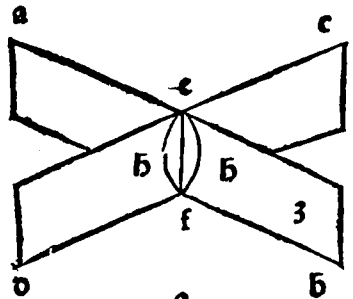
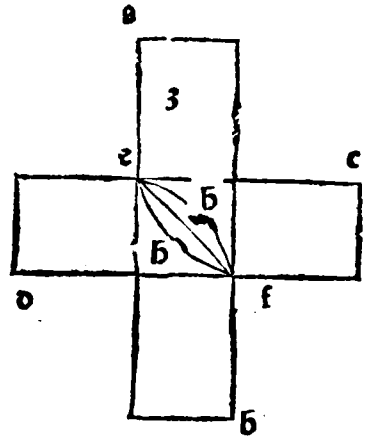
Sit linea .a. b. orthogonaliter erecta super incisionem duarum linearum .c. d. & .e. f. secantiū se in puncto .b. de quibus constat p̄ an̄ premisam & ipse sunt site in vna superficie dico q̄ linea .a. b. p̄pendicularis ē ad ipsas superficies. Sint .n. c. b. & .b. d. equales at vero .f. b. & .b. e. equales & p̄trahantur linee .c. d. & .e. f. que erūt equales p̄ .4. primi & equidistantes p̄ .27. eiusdē. Signato itaq; puncto aliquo i linea .c. d. qui sit .g. ducat linea .g. b. h. eritq; ex .26. primi. e. g. equalis. f. h. igitur a puncto .a. vel quouis puncto linee .a. b. demittatur ypothemicā saliter linee .a. c. a. d. a. e. a. f. a. g. a. h. eritq; ex .4. primi. a. c. equalis. a. d. & a. e. equalis. a. f. I tem p̄ .8. eiusdem erit angulus .a. e. d. equalis angulo .a. f. c. ergo p̄ .4. ipse erit. a. g. equalis. a. h. & ideoq; p̄ .8. eiusdem erit angulus .a. b. g. equalis angulo .a. b. h. quare ex diffinitione vterq; est rectus & linea .a. b. p̄pendicularis ad lineam .g. h. & Smili quoc; mō p̄babis eādē esse p̄pendicularē ad oēs lineas protractas a puncto .b. in superficie duarum linearum .c. d. & .e. f. igitur ex diffinitione constat lineam .a. b. ēē p̄pendicularē ad superficiem in qua site sunt due line. c. d. & .e. f. seinuicē secantes q̄ ē est p̄positū.

Propositio .5.



Si super tres lineas conterminales cōi earum termino erecta linea quedam orthogonaliter insistat eedem tres linee in vna superficie site erunt.

Sit linea .a. b. orthogonaliter erecta super cōem terminum trium linearum .b. c. b. d. b. e. angulariter se cōingentiū in puncto .b. quaz; nulla alii directe applicetur quod idē est ac seinuicem secēt in puncto .b. p̄tracte .n. se secabunt dico q̄ tres linee .b. c. b. d. b. e. sunt in vna superficie site. & Cōstat aut de quibusq; eaz; duabus q̄ ipse sunt in vna superficie site p̄ scdm huius vel p̄ primam p̄tem. 2. huius. si igitur linea .b. d. nō fuerit in superficie duarum linearum .b. c. & .b. e. sed ille due in plano: becaūt in sublimi: erit vt hec superficies i qua site sunt due linee .a. b. & .b. d. si p̄trahatur & illud quod notum est super quartā secet illam in qua site sunt .b. c. & .b. e. eritq; p̄ .3. huius cōmunis earum sectio linea recta & ipsa sit .b. f. Quia igitur ex premisa linea .a. b. ē p̄pendicularis ad superficiem duarum linearum .b. c. & .b. e. sequitur ex diffinitione vt ipsa sit perpendicularis ad lineam .b. f. quare angulus .a. b. f. est rectus cumq; etiam angulus .a. b. d. sit rectus ex ypothesi. sequitur ipossibile videlicet partem suo toti esse equalem.



Propositio .6.



Si fuerint due linee super vnā superficiem perpendicularēs eas equidistantes esse necesse est.

Si sint due linee. a. b. f. c. d. perpendicularēs ad vnā superficiem dico eas esse equidistantes. **P**rotrahatur. n. linea. b. d. eruntq; ex diffinitione duo anguli. a. b. d. f. c. d. b. recti. **S**i igitur due linee. a. b. f. c. d. sint i superficie vna ipse sunt equidistantes per secundam partem. 28. primi. Ipsas autem esse in superficie vna sic collige. a. puncto. b. super lineam. b. d. in plano cui perpendiculariter insistit. a. b. f. c. d. protrahe orthogonaliter lineam b. f. f. ex linea. c. d. sume. d. e. equalē. b. f. f. ptrahe lineas. e. b. f. e. f. f. d. f. erūt igit duo latera. e. d. f. d. b. triāguli. e. d. b. equalia duobus lateribus. f. b. f. d. b. triāguli. f. d. b. f. angulus. e. d. b. equalis angulo. f. b. d. cū vterq; sit rectus. Itaq; per quartam primi linea. b. e. est equalis lineae. d. f. itēq; cū duo latera. e. b. f. b. f. triāguli. e. b. f. sint equalia duobus lateribus. f. d. f. d. e. triāguli. f. d. e. f. basis. e. f. communis erit per. 8. primi angulus. e. b. f. equalis angulo. f. d. e. cū vterq; sit rectus. Quia igitur angulus. f. d. e. est rectus a diffinitione erit etiam angulus. e. b. f. rectus itaq; linea. f. b. perpendiculariter est erecta super communem terminum trium linearum. b. a. b. d. b. e. f. contingentium angulariter in pūcto. b. quare per premisam ipse sunt in superficie vna. Cum igitur ex prima parte huius secunde linea c. d. sit in eadem superficie. cum vtraq; linearum. e. b. f. b. d. sequitur. a. b. f. c. d. esse in superficie vna: constat ergo propositum.

Propositio .7.



Si in duabus lineis equi distantibus duobus punctis signatis ab altero ad alterum recta linea ducatur: in qua superficie ille due linee site sunt eas quoq; in eandem sitam esse necessario cōprobat.

Si sint due linee. a. b. f. c. d. equidistantes de quibus constat per diffinitionem q; ipse sunt in superficie vna. In eis autem signentur duo puncta. e. f. f. producat lineam recta. e. f. dico itaq; lineam. e. f. esse sitam in superficie linearum. a. b. f. c. d. **S**i autem sit. e. f. in alia superficie vt in sublimi dependens que superficies si protrahatur secabit necesario superficiem i qua site sunt due linee. a. b. f. c. d. eritq; per. 3. huius cōis sectio earum linea recta eisdem punctis terminata quod est impossibile sic enim due recte linee concluderent superficiem.

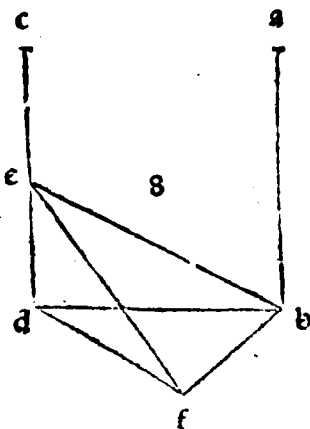
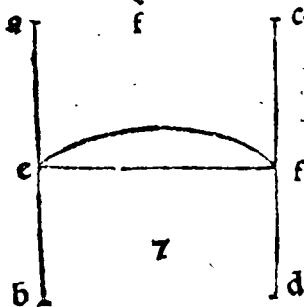
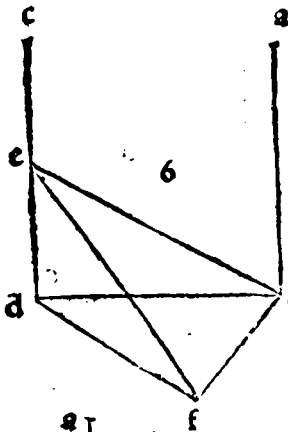
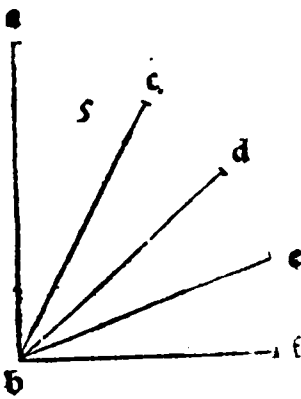
Propositio .8.



Si in idem planum due recte linee equidistantes erigatur altera vero earum orthogonaliter sistat reliquam quoq; ad idem planum perpendiculari rem esse conueniet.

Hec est quasi conuersa sexte. Sint enim due linee. a. b. f. c. d. equidistantes f. sit earum altera vt. c. d. erecta perpendiculariter super superficiem quamlibet dico reliquam earum que ē. a. b. esse perpendicularē ad eandem superficiem. **F**iat enim prorsus eadē dispositio que in sexta ē eritq; vt ibi vterq; duorum angulorum. e. d. b. f. f. b. e. rectus: primus quidem per positionem. scdus autem per. 8. pmi quare per. 4. huius linea. f. b. est perpendiculariter erecta super superficiem in qua sunt due linee. b. d. f. b. e. cūq; per premisam due linee. a. b. f. c. d. sint in eadem superficie cum duabus lineis. b. d. f. b. e. sequitur lineam. f. b. esse perpendiculariter erectam supra superficiem in qua est linea. b. a. a diffinitione igitur erit angulus. f. b. a. rectus f. quia etiam angulus. d. b. a. est rectus per vltimam partem. 29. primi: sequitur per quartam huius lineam. a. b. esse perpendicularē ad superficiem in qua site sunt due linee. b. d. f. b. e. quare constat propositum.

Propositio .9.





3 duelinee vni non in vna superficie equidistant
cas quocq; sibi inuicem equidistare necesse est.

Sit vtraq. duarum linearum. a. b. f. c. d. equidistans linee. e. f. nec sunt omnes in superficie vna. dico q. eedem quoq. sibi inuicem sunt equidistates: de his quidem que sunt omnes in superficie vna probatum e per. 30. primi. at vero de his que in vna superficie non sunt vt est hic. e. f. que intelligatur sursum erecta in sublimi. restat hoc loco probandum. Signetur itaq. in ea punctus. g. a quo educantur due perpendiculares ad duas lineas. a. b. f. c. d. que sunt. g. h. f. g. k. eritq. per. 4. huius linea. e. f. perpendicularis ad superficiem videlicet illam in qua sunt site due linee. g. h. f. g. k. itaq. p. pmissam bis affumpra vtraq. illaz. duaz. lineaz. a. b. f. c. d. ppendicularis $\text{e ad eandem superficiem videlicet ad illa in qua site sunt diste due linee. g. h. f. g. k.}$ Per sexta huius igitur ipse sunt sibi inuicet equidistantes qd e ppositu.

Propositio .10.



3^o duelinee se angulariter contingentes duabus
aliis se contingentes eis oppositis egdistantes fue
rint: non aut in superficie una qui ab eis fiunt duo
anguli equi sibi inuicem esse comprobantur.

Sint due linee. a. b. f. a. c. f. angulariter contingentes in puncto. a. equidistantes aliis duabus que sunt. d. e. f. d. f. se quoq. angulariter contingentibus in puncto. d. nec sint cum eis in superficie vna dico angulam. a. e. e. equalem angulo. d. ¶ Est enim linea d. e. equalis linee. a. b. cui ipsa posita ē esse equidistans. f. d. f. equalis. a. c. cui ē ipsa equidistare ponit. Et ducant linee. d. a. f. e. b. f. f. c. eritq. ex 33. primi bis assumpta vtraq. duarū lineaz. b. e. f. c. f. equalis f. equalis ē sibi linee. a. d. Per conceptionem igitur f. premisam cedē sunt equales f. equidistantes sibi inuicem. f. itaq. p. 33. primi denuo repetitā due linee. b. c. f. e. f. sunt etiam equales f. equidistantes: igitur p. 8. primi cōstat ppositum.

Propositio .II.



¶ Unctio in aere assignato ab eo ad datam superficiem perpendicularem ducere.

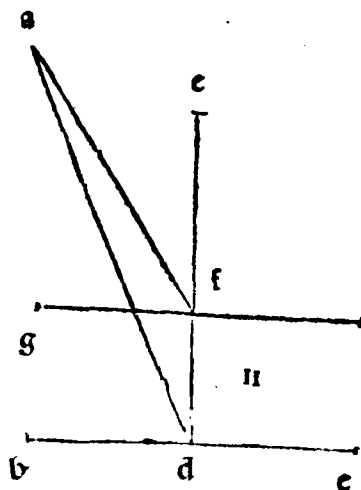
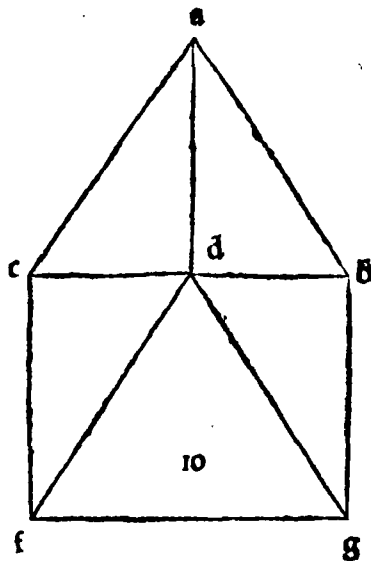
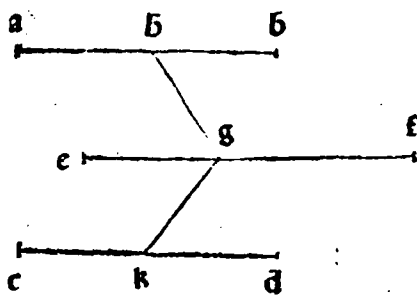
Sit punctus .a. sursum in aere a quo volumus ad superficiem subiacentem perpendicularem ducere ducatur igitur in plano illo linea .b.c. utcumque contingerit ad quam ab ipso puncto .a. ducatur perpendicularis .a.d. secundum doctrinam .b. primi. Rursum a puncto .d. in plano illo ad quod ducenda est perpendicularis a puncto .a. extrahatur linea .d.e. que sit perpendicularis ad lineam .b.c. ut docet .u. primi. Ad hanc quoque lineam .d.e. ducatur alia linea perpendicularis a puncto .a. que sit .a.f. hanc dico esse eam quam intendimus. ¶ Sit enim linea .f.g. equidistans lineae .b.c. ¶ quia utrumque duorum angulorum .b.d.a. ¶ .f.b.d. est rectus erit ex quarta huius lineae .b.d. perpendicularis ad superficiem in qua est triangulus .a.d.f. ideoque etiam per .b. huius erit linea .g.f. perpendicularis ad eandem superficiem. Igitur a definitione erit angulus .g.f.a. rectus cumque etiam angulus .d.f.a. sit rectus sequitur ex quarta huius lineam .a.f. esse perpendicularem ad superficiem in qua sunt due lineae .d.f. ¶ .f.g. quod est propositum.

Propositio .12.

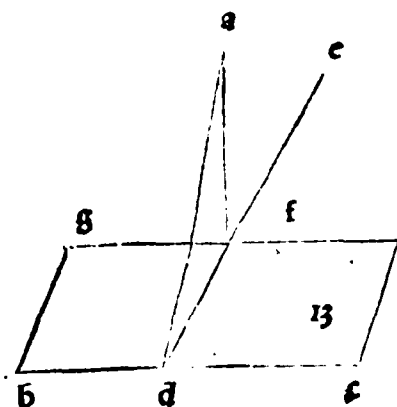


Superficie, pposita pñctocq i ea assignato ab eo pñcto ad data superficie linea orthogonaliter erigere.

Cum a puncto quolibet i superficie proposita assigna
to perpendicularem educere libuerit a quolibet puncto
sursum in aere ad libitum posito ad eandem superficiem
perpendicularem quæadmodum premissa docuit demit
te que si in assignatum punctum ceciderit ipsa est quam queris. Sinaut
ab ipso assignato puncto ad demissam perpendicularem equidistantem
ducitur cæ per g. butis probabit esse quam querit.



Propositio. 13.



Eas lineas super punctum vnu ad superficiē vnas orthogonaliter insilire est impossibile

Si enim possibile est vt due linee vni eidēq. superficiē super punctum vnum perpendiculariter insilāt superficies in qua ipse perpendiculares, site sunt intelligatur producti quousq. fecer superficies cui dicte linee perpendiculariter insilunt eritq. per. 3. huius communis earum sectio linea recta: & quia ex diffinitione vtriusq. illarum duarum perpendicularium cum cōmuni sectione continet angulum rectum sequitur vt angulus rectus sit pars anguli recti quod est impossibile. ¶ Quenadmodum autē demonstratum ē impossibile esse ab vno eodem puncto extra superficiem duas lineas super punctum vnum ad eandem superficiem esse perpendiculares ita etiam demonstrabimus impossibile esse duas lineas ab vno eodēq. puncto extra superficiem signato ad eandem superficiem protractas ad ipsam esse perpendiculares. ¶ Si enim hoc fuerit ipse erunt equidistantes ex. 6. huius qd est impossibile ex diffinitione linearum equidistantium. ¶ Constat igitur ex hac qd si aliqua superficies plana aliam planam superficiem orthogonaliter secet & ab aliquo puncto secantis superficiē ad superficiem sectam perpendicularis ducatur: in communi earum sectione eam cadere necesse ē. Alioquin ab eodem puncto secantis superficiē ad communem earum sectionem perpendicularis, protrahatur vt docet. 12. primi & a puncto in quo incidit cum cōmuni sectione alia perpendicularis ad eandem cōmunem sectionem in superficie secta educatur vt docet. 11. primi. Eritq. ex diffinitione superficiē super aliam superficiem orthogonaliter recte angulus quem continēt hee due linee perpendiculares rectus. quare per quartā huius prima harum duarum perpendicularium etiam est perpendicularis ad superficiem sectā. ergo ab vno puncto protracte sunt due linee perpendiculares ad eandem superficiem qd est impossibile: relinquitur itaq. ppositum nostrum.

Propositio. 14.



I linea vna super duas superficies assignatas orthogonaliter insilatur: ille due superficies si etiam in infinitum in quācūq. partem protrahantur nunquam concurrent.

Posita enim linea vna duabus superficiebus orthogonaliter insilire si possibile est superficies illas concurrere. ¶ In earum cōi sectione que per. 1. huius erit linea recta pūctusq. quocūq. modo signetur a quo due linee in illis duabus superficiebus ad lineā illā que ipsis perpendiculariter supstat protrahantur: eritq. cōstitutus triangulus ex his duabus lineis & perpendiculari. ¶ Huius itaq. trianguli vterq. duorum angulorum qui super perpendicularē consistunt est rectus vt patet ex diffinitione linee supra superficiem perpendiculariter stantis hoc autē est impossibile per. 32. primi.

Econuerso quoq. videlicet si super duas superficies equidistantes linea recta ceciderit que ad alteram earum perpendicularis sit ipsa quoq. perpendicularis erit ad reliquam.

Positis enim duabus superficiebus equidistantibus intelligatur linea recta ambas penetrans que alteri earum perpendiculariter superstat: dico qd eadem linea relique superficiē perpendiculariter superstat. ¶ Sit enim superficies vna secans positas superficies equidistantes super lineam eas penetrantem eritq. communis sectio huius superficiē secantis & alterius sectarum videlicet illius cui linea penetrans ponitur perpendiculariter insilire re continens angulum rectum cum ipsa linea penetrante ex diffinitione linee perpendicularis ad superficiem. ¶ Si igitur alia communis sectio ipsius superficiē secantis & reliqua duarum sectarum cum eadem linea penetrante non contineat angulum rectum erit ex vltima partitione primi vt ille due communes sectiones in alterutram partem pro-

tracte necesario concurrant quare & superficies que posite sunt equidistantes necesario concurrant. Et quia hoc est impossibile erit ille angulus re-
ctus. Eodemq; modo erit de qualibet alia superficie eadem superficies eq-
distantes secante super eadem lineam: igitur ex quarta huius & ex ista. 14.
constat verum esse quod diximus.

Propositio .15.



Si fuerint due linee se contingentes angulariter eq-
distantes aliis duabus se angulariter contingentibus non autem in superficie vna ab eisdem lineis
extente due superficies in nulla parte quantumcumq;
producantur possunt concurrere.

Sint due linee. a. b. & a. c. se angulariter contingentes
in puncto. a. equidistantes duabus lineis. d. e. & d. f. se angulariter contigē-
tibus in puncto. d. & nō sint in superficie vna: dico earum superficies i quā-
cumq; prem & quantumcumq; protrahantur nunq; concurrere. Protrahatur & n.
a puncto. d. per docet. s. huius perpendicularis ad superficiem duarum li-
nearum. a. b. & a. c. sit. d. g. & a puncto. g. ducatur. g. h. equidistant. a. b. &
g. k. equidistant. a. c. eritq; ex definitione vterq; duorū angulorum. d. g. b.
d. g. k. rectus & per. 9. erit linea. d. f. equidistant. linee. g. k. & linea. d. e. equi-
distant. linee. g. h. quare per vltimam partem. 29. primi vterq; duorū an-
gulorum. e. d. g. f. d. g. erit rectus: ideoq; per quartā huius linea. d. g. erit p-
pendicularis ad superficiem duarum linearum. d. e. & d. f. cumq; ipsa eadē
sit etiam ex hypothesi perpendicularis ad superficiem duarum linearum. a.
b. & a. c. igitur ex premissa liquet quod est propositum.

Propositio .16.



Si duas superficies equidistantes vna superficies
secet cōes earū sectiones equidistantes erunt.

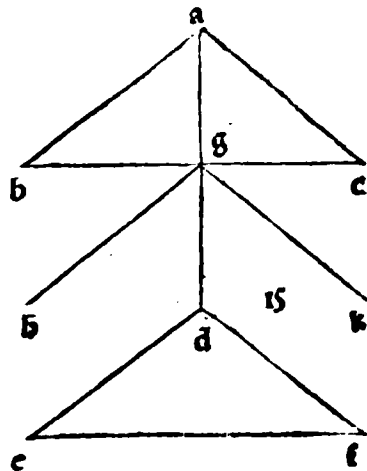
Constat equidem ex tertia q; vna superficie quasq;
duas superficies equidistantes secante cōmunes earū sectio-
nes erunt due linee recte: que cū sint ambe sitae in superficie
secante. si ipse non fuerint equidistantes ponantur ad quod-
libet vnum punctum concurrere erit itaq; vt vnus atq; idem punctus sit
in vtraq; illarum duarū sectionum cōmuniū cumq; vna illarū cōmuniū
sectionum sit in vna duarum superficierū secta: & reliqua in altera. sequi-
tur superficies illas que posite sunt esse equidistantes concurrere. hoc autē
impossibile est. Erunt igitur cōes earum sectiones equidistantes quod est
propositum. **E**x hac & premissa potes elicere conclusionem vnam simi-
lem 30. primi videlicet istam. Si fuerint due superficies vni equidistan-
tes ipse quoq; erunt adinuicem equidistantes. Positis enim tribus superfi-
ciebus quarum vtraq; duarum extremarum equidistet medie dico q; ne-
cesse est ipsas extremas equidistare adinuicem. Secantur omnes ille tres su-
perficies duabus superficieribus se quoq; inuicem secantibus: eruntq; ex hac
es. cōes sectiones duarum extremarū superficierū equidistantes sectionibus
medie: quare ex. 30. primi ipse etiam sectiones duarum extremarum sup-
ficierum erunt equidistantes adinuicem. Et quia ipse contingunt se in cō-
muni sectione duarum superficierum tres positas superficies secantium ex
premissa euidenter constat quod diximus.

Propositio .17.



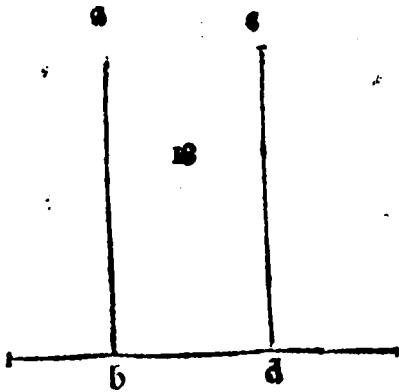
Si superficies tres vel plures equidistantes duas
rectas lineas seinuicem contingentes vel equidi-
stantes secent illarum linearum portiones propor-
tionales esse probantur.

Intelligantur enim due recte linee penetrantes quali-
terumq; contigerit tres superficies equidistantes aut etiam
plures tribus. dico itaq; duas portiones illarum linearum inter quaslibet
duas superficies interceptas. proportionales esse quibusque duabus inter
alias duas ex illis equidistantibus superficieribus interceptis. Coniungan-



tur enim due extremitates illarum duarum linearum ducta inter eas linea vna diagonaliter: eritq. hec diagonalis cum vtraq. illarum duarum penetrantium superficies propositas in superficie vna illas equidistantes superficies positas secante. si ergo harum superficierum communes sectiones que p. premissam erunt equistantes cogitatione protraxeris ex prima parte feci de sexti constabit propositum.

Propositio 18.

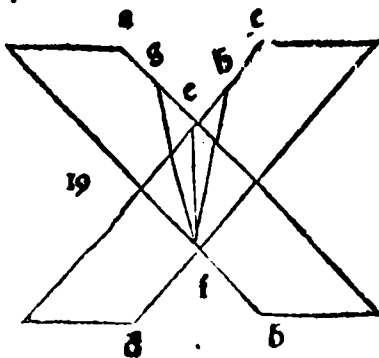


Si in superficie assignata orthogonaliter steterit linea: ois superficies a linea illa quoulibet ducta ad eadem assignata superficie erit orthogonaliter erecta. ¶ Sit enim linea. a. b. erecta perpendiculariter super assignatam superficiem & a linea. a. b. producaturs superficies quorum libuerit: quam dico super propositam superficiem esse perpendiculariter erectam. ¶ Cum enim ipsa fecit superficiem assignatam: erit earum communis sectio linea recta ex. 3. huius. sitq. b. d. in hac ergo coi. sectione signato puncto quolibet qui sit. d. extrahatur ab eo. in superficie que producta est a linea. a. b. linea quedam perpendicularis ad lineam. b. d. que sit. d. c. eritq. ex secunda parte. 18. primi linea. c. d. equidistans. lineae. a. b. ideoq. ex. 8. huius linea. c. d. est et perpendicularis ad superficiem propositam. ¶ Quia ergo hoc modo quolibet linea protrahitur orthogonaliter a quolibet puncto lineae. b. d. ad ipsam lineam. b. d. in ipsa superficie que producta est a linea. a. b. est perpendicularis ad propositam superficiem ex diffinitione superficiei supra superficiem orthogonaliter erecte: constat verum esse quod propositum est.

Propositio 19.



Si due superficies se inuicem secantes supra vnam superficiem erecte fuerint orthogonaliter coi. earz sectio ad eandem superficiem perpendicularis erit. ¶ Sint due superficies. a. b. & c. d. se inuicem secantes erecte orthogonaliter super assignatam superficiem: sitq. coi. earum sectio linea recta. e. f. hanc dico esse perpendicularem ad assignatam superficiem. Alioquin a puncto. f. qui est communis terminus sectionum duarum superficierz se inuicem secantium. & terne superficiei secte producaturs vna linea recta que sit. f. g. in superficie. a. b. perpendicularis ad superficiem assignatam. Iteq. ab eodem puncto ducatur alia perpendicularis ad eandem superficiem que sita sit in superficie. c. d. & ipsa sit. f. h. Erunt q. due linee. f. g. & f. h. orthogonaliter insistentes super punctum vnum ad superficiem assignatam: hoc autem impossibile per. 13. huius. ¶ Tales autem linee posse protrahi a puncto. f. in vtraq. duarum superficierum. a. b. & c. d. cum. e. f. non fuerit perpendicularis ad assignatam superficiem dubitare non couenit. ¶ Intelligatur quidem linea. f. b. coi. sectio superficiei. a. b. & superficiei assignate. Et linea. f. d. superficiei. c. d. & superficiei assignate. Si igitur linea. e. f. fuerit perpendicularis ad vtramq. duarum linearum. f. b. & f. d. ipsa etiam erit perpendicularis ad superficiem assignatam ex quarta huius. Si autem ad neutram sit. f. g. perpendicularis ad. f. b. & f. h. perpendicularis ad. f. d. deinde a puncto. f. protrahe in superficie assignata vna lineam perpendicularem ad lineam. f. b. que ex diffinitione superficiei super aliam superficiem orthogonaliter erecte cum linea. f. g. contrahit angulum rectum: per quartam igitur huius erit linea. f. g. perpendicularis ad superficiem assignatam. ¶ Eodem quoq. modo protrahatur alia linea a puncto. f. in superficie assignata que sit perpendicularis ad lineam. f. d. sequetur ex diffinitione predicta & ex quarta huius lineam. f. h. esse perpendicularem ad superficiem assignatam quod est impossibile per. 13. huius. ¶ Quod si confiteare lineam. e. f. esse perpendicularem ad lineam. f. b. sed non ad lineam. f. d. sequetur modo consimili duas lineas. e. f. & f. h. esse perpendiculares ad superficiem assignatam: quod nihil minus est impossibile.



Propositio .20.



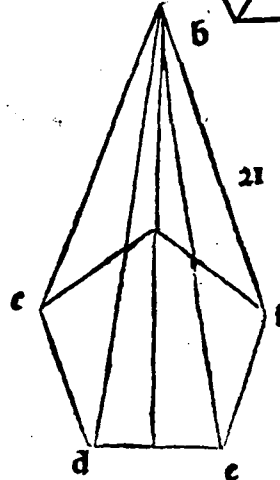
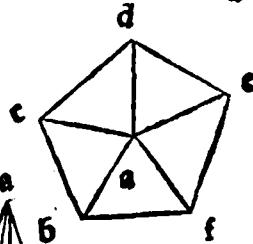
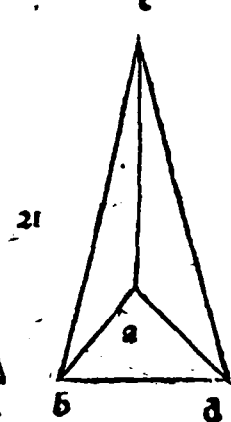
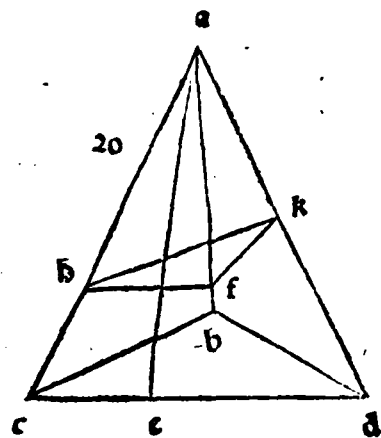
S tres anguli superficiales solidi angulus contineat illorum trium angulorum quicq; duo pariter accepti reliquo sunt maiores.

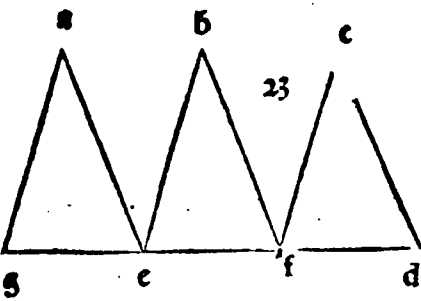
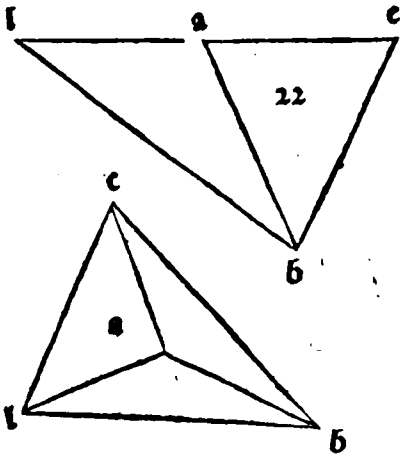
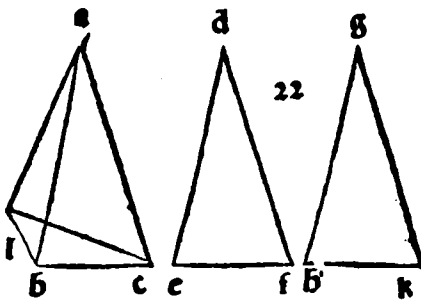
¶ Sine tres linee .a.b.a.c.a.d. pyramidaliter erigite supra superficiem .b.c.d. continentes tres superficiales angulos ex quibus solidus perficitur angulus in puncto .a. dico quoslibet duos ex ipsis superficialibus angulis solidum angulum in puncto .a. constituentibus pariter acceptos tertio esse maiores. ¶ Si enim hi tres anguli superficiales fuerint sibi inuicem equales aut si duo tantum equales tertio existente minore utrolibet duorum equalium constat per comen scienciam verum esse quod dicitur. ¶ Quod si eorum vnus utrolibet duorum reliquorum maior fuerit sine illi duo ponantur equales siue non equales adhuc constabit illum maiorem cum utrolibet duorum reliquorum pariter acceptorum tertio esse maiorem. Sed et illos duos minores pariter acceptos. hoc tertio qui maior utrolibet ponitur esse maiores sic collige. ¶ Esto .n. trium propositorum angulorum superficialium angulis .c.a.d. maior utrolibet reliquorum duorum. Ex ipso ergo abscindam angulum .c.a.d. equali dem angulo .b.a.d. protraham lineam .a.e. Et sumatur ex hac linea .a.e. linea .a.g. ex linea .a.b. lineam .a.f. quas ponam esse equales. Et protraham lineam a puncto .g. qualitercuq; contingat in superficie duarum linearum .a.c. & .a.d. quousq; secet .a.c. in puncto .b. & .a.d. in puncto .k. & ipsa sit .b.g. & .k. Et producam lineas .f.b. & .f.k. Cui sit igitur .a.f. equalis .a.g. posita .a.k. & .b.g. erit per quartam primi .f.k. equalis .k.g. Et quia ex .20. primi due linee .b.f. & .f.k. sunt maiores linea .b.k. erit per conceptionem .b.f. maior .h.g. adeoque per .25. primi cui sit linea .a.f. equalis linea .a.g. erit angulus .f.a.b. maior angulo .b.a.g. per conceptionem igitur constat duos angulos .b.a.f. & .a.k. pariter acceptos esse maiores angulo .b.a.k. quod erat demonstrandum.

Propositio .21.

Non is angulus solidus quatuor rectis angulis minor esse probatur.

¶ Anguli solidi quantitas ex angulorum superficialium ipsum solidum continentium quantitate determinatur. hec ergo .u. proportionaliter proponitur quoq; quoslibet superficiales angulos solidum quolibet continentes pariter acceptos quatuor rectis angulis esse minores. ¶ Sit enim triangula pyramis .a.b.c.d. cuius supremus angulus cum possit esse quilibet suorum angulorum hic tri sit .a. De quo dico q; tres superficiales anguli ipsum .a. continentes sunt minores quatuor rectis. ¶ Constat enim ex .31. primi .9. angulos trium triangulorum hanc pyramidem circumstantium & ipsi sunt .a.b.c.a.c.d.a.d.b. esse equales sex angulis rectis: de tribus aut angulis basis eius q; est triangulum .b.c.d. constat quoq; per eadem q; ipsi sunt equales duobus rectis. ¶ Cum igitur sex anguli trium triangulorum predictorum hanc nostram pyramidem de cuius supremo angulo disputamus circumstantiunt qui inq; sex anguli cum tribus angulis basis reliquos tres angulos solidos pyramidis continent: sint ex premissa ter assumpta maiores tribus angulis basis sequitur ipsos sex angulos esse maiores duobus rectis. Ex notie igitur angulis trium triangulorum pyramidem circumstantium his sex angulis demptis erunt ex comen scia reliqui tres & ipsi sunt qui constituunt solidum angulum .a. minores .4. rectis. ¶ Si autem angulus .a. supremus in assumpta pyramide pluribus angulis superficialibus qua tribus contineat qd erit sint multitudinem angulorum sue basis: cui igitur oes anguli oium triangulorum ipsam pyramidem circumdantiunt piter accepti sint ex .31. primi tot rectis angulis equales quantum est numerus angulorum sue basis duplicatus: eo q; tot necesse est esse triangulos pyramidem circumdantes quor fuerint anguli sue basis. Cuius omnes anguli sue basis sint tot rectis angulis equales quantum est numerus angulorum suorum duplicatus: demptis inde .4. ut in .31. primi demonstratum est. Cumq; igitur omnes an-





guli triangulorum p̄t̄amidem circūdantiū qui super latera basi ipsius p̄t̄amidis consistunt pariter accepti sunt maiores omnibus angulis basi pariter acceptis vt euidenter constat ex premissa totiens quot angulos ba-
sis habuerit repetita adhuc necessario sequitur ex cōmuni sciētia superficiales angulos solidum angulum .a. continentes pariter acceptos esse m̄-
nores quatuor rectis: eoinquam minores quo omnes anguli trigonorū
p̄t̄amidem circūdantiū qui super latera basi stant p̄t̄amidis consi-
stunt excedunt omnes angulos basi pariter acceptos.

Propositio .22.



Sint tres anguli superficiales quorum quicq̄ duo pa-
riter accepti tertio sunt maiores cūctis sibi inuicē
equis lineis contineantur de tribus basibus angu-
los illos ab ipsarum linearum equalium terminis
subtendentibus triangulum sublini vel constitui
possibile est.

Sint tres superficiales anguli .b.a.c.e.d.f.h.g.k. vt proponitur: tales
videlicet vt quicq̄ duo eorum tertio sunt maiores. ¶ Sintq̄ sex latera eos
continentia equalia que sint .a.b.a.c.d.e.d.f.g.h.g.k. ¶ Subtendantur eis
tres bases que sint .b.c.e.f.h.k. ¶ Ex his ergo tribus basibus triangulum
aio constitui posse. ¶ Eſſo enim angulus .b.a.l. equalis angulo .d.
¶ Linea .a.l. lineę .d.e. ¶ Protrahantur .l.b.l.c. eritq̄ ex .4. primi linea .l.b.
equalis lineę .c.f. Ex ypothēsi vero constat totalem angulum .a. esse ma-
iorem angulo .g. erant .n. quicq̄ duo ex tribus angulis .b.a.c.d. ¶ g. tertio
maiores. Igitur ex .14. primi linea .l.c. lineę .h.k. est maior. Cūq̄ sint ex
10. primi due lineę .l.b. ¶ b.c. maiores lineę .l.c. sequitur duas lineas .l.b. ¶
b.c. esse multo fortius maiores lineę .h.k. ¶ Quia igitur .l.b. est equalis .a.
¶ erunt due lineę .b.c. ¶ e.f. maiores lineę .h.k. Constat itaq̄ hoc modo
quasq̄ duas lineas ex tribus lineis .b.c.e.f.h.k. esse longiores tertia. Igitur
ex .22. primi cōstat verum esse quod dicitur. Hoc dūtaxat addito q̄ si duo
anguli .b.a. ¶ c.d. pariter accepti sunt equalēs duobus rectis erūt due lineę
l.a. ¶ a.c. ex .14. primi lineę vnatque cum sit equalis ex ypothēsi duabus
lineis .g.h. ¶ g.k. quę ex .10. primi longiores sunt lineę .h.k. cūq̄ ex eadē
lineę due .l.b. ¶ b.c. sint longiores lineę .l.c. sequitur vt prius .b.c. ¶ e.f. pa-
riter acceptas esse longiores .h.k. At hō si duo p̄dicti anguli sint maiores
duobus rectis erūt ex .22. primi due lineę .a.l. ¶ a.c. idēq̄ ¶ due .g.b. ¶ g.k.
breuiorēs duabus que sint .l.b. ¶ b.c. quare vt prius .b.c. ¶ e.f. pariter acce-
pte sunt longiores lineę .h.k.

Propositio .23.



Tribus angulis superficialibus propositis quorum
quicq̄ duo pariter accepti tertio sunt maiores oēs
aut tres simul quatuor rectis angulis minores: ex
tribus illis equalibus qualescūq̄ sint solidum
angulum constituere.

Sint propositi tres anguli superficiales qui sint .a.b.c.
de tribus illis equalibus volumus vnum solidum angulum constituere.
¶ Oportet igitur ex .10. huius vt quicq̄ duo eorum pariter accepti tertio
sint maiores ¶ ex .22. huius vt omnes pariter accepti quatuor rectis angu-
lis sint minores ex ipsis itaq̄ sunt hec posita: latera vero eos continentia cū
ēta ad inuicem sint equalia eisq̄ subtendantur tres bases ¶ ipse sint .d.e.e.f.
¶ f.d. eritq̄ ex p̄missa possibile de tribus lineis his basibus equalibus trian-
gulum constitui. ¶ Sit igitur ex eis constitutus secundum doctrinam .22.
primi triangulus .d.e.f. cū sicut docuit quinta quarti circūscribatur circū-
lus .d.e.f. supra cent̄r .g. ¶ Protrahātur .g.d.g.e.g.f. ¶ cum sint ad inuicem
equalēs ex diffinitione circuli lateraq̄ tres p̄positos angulos ambiētia eq̄
lia ex ypothēsi necesse est vt earum quelibet quolibet illorum laterum
sit minor equalē autem aut maiorem esse ē impossibile. Si enim lineę
exiens a centro .g. ad circūferētiā circuli .d.e.f. esset equalis alicui lateri

a. d. a. e. b. e. b. f. e. f. c. d. sequeretur propterea que posita sunt annuente. 8. primi tres angulos. a. b. c. ppositos et equales tribus angulis. d. g. e. e. g. f. f. g. d. cum hi tres sint equales quatuor rectis angulis vt facile patet ex. 13. protracta paulisper vna linearum exientium a centro ad circūferentiam in continuum et directum essent et tres anguli. a. b. c. equales et quatuor rectis quod est contra posita. ¶ Quod si esset maior superpositis tribus tri angulis quorum sunt anguli. a. b. c. tribus triangulis diuidentibus triangulum. d. e. f. vnoquoq. illi cum quo comunicat in basi ita q. bases supponantur basibus equales videlicet equalibus et anguli. a. b. c. cadant ad partem puncti. g. sequeretur ex. 11. primi tres angulos. a. b. c. et maiores tribus qui sunt. d. g. e. e. g. f. f. g. d. essent itaq. maiores quatuor rectis quod est amplius contrarium positis. ¶ Reliquitur itaq. vnum quodq. ex sex lateribus tres ppositos angulos ambientibus maius esse linea egrediente a centro. g. ad circūferentiam. d. e. f. ideoq. et potentius. ¶ Sit igitur potentius in linea. g. h. que sit secundum. u. huius orthogonaliter erecta super superficiem trianguli vel circuli. d. e. f. Demittanturq. tres ypothemise. b. d. h. e. h. f. quas dico continere angulos tres superficiales equales tribus ppositis constituentes angulum solidum in puncto. h. Cum enim quadratū linee. a. d. sit equale duobus quadratis duarum linearum. d. g. et. g. h. ex ypothesi. At quadratum linee. d. h. sit eqle eidem ex penultima primi ne cesse ē linea. a. d. et equalē linee. d. h. Eodēq. mō et linea. a. e. linee. e. b. igit ex. 8. pmi. cū bases et sint eqles crit angulus. a. eqlis angulo. d. b. e. Sē militer quoq. crit angulus. b. equalis angulo. e. h. f. et angulus. e. equalis angulo. f. b. d. quare constat factum et quod facere disposuimus.

Castigator.

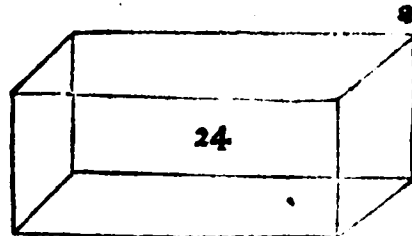
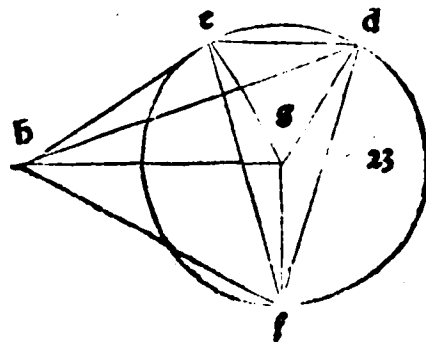
a ¶ Quia cum triangulus. d. e. f. sit constitutus ex tribus lineis equalibus illis tribus basibus presupponitur latus. e. d. huius trianguli. d. e. f. et equale illi basi. d. e. subtense angulo. a. Et ideo p. 8. primi concludit de angulis.

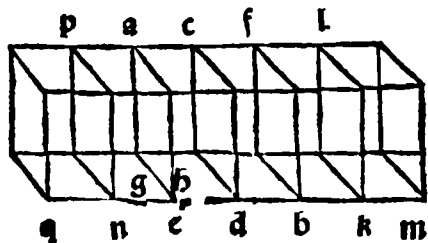
Propositio .24.



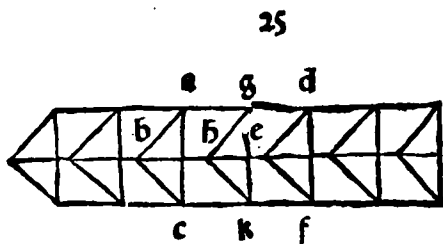
In superficibus equidistantibus solidus continetur eius oppositæ superfices sibi inuicem equales sunt et equidistantium laterum.

¶ Quicquid dicant alii solidum equidistantibus superficibus contentum superficibus paribus necesse est contineri que sicut esse non possunt pauciores sex ita possunt esse in omni numero pari senarium excedere. ¶ Constat enim columnā exagonam posse. 8. superficibus que bine et bine oppositæ sibi inuicem equidistant contineri sic quoq. octogonam. 10. et decagonam. 12. et ad istarum similitudinem in infinitum. ¶ Sed horum omnium solidorum equidistantibus superficibus contentorum que infinita esse pronuncio solum illud dicitur paralellogramum cuius omnes superficies ipsum ambiētes paralellograme sunt et illud sex superficibus duntaxat necesse est ambiri. De tali itaq. quod sex tantum superficibus ambitur dico debere intelligi q. hec. 24. proponit. Sit igitur tale solidum corpus. a. b. cuius omnino superficies fac vt solido habitu mente comprehendat patebitq. tibi vnāquāq. earū quatuor ex reliquis secare. Cuius quatuor latera cum sint communes sectiones ipsius secantis et quatuor sectarum. Sint autem ille quatuor secte bine et bine secundum q. ad inuicem opponuntur equidistantes ex ypothesi sequitur ex. 16. bis assumpta vt quatuor latera huius superficiei secantis et quatuor sectarum sint ad inuicem bina et bina equidistantia. Constat itaq. secundum. ¶ At vero ex. 34. primi manifestum est omnia latera opposita istarum sex superficierum esse equalia. ¶ Erunt igitur bina latera aequalum planum continentia cuiusq. earum equalia binis lateribus angulum planum in superficie sibi opposita continentibus Anguli quoq. ab illis binis et binis lateribus cōtenti eqles p. 10. huius igit ex cōuersa penultime cōis scie in pmo libro posite necesse ē quasq. duas superficies i solido. a. b. oppositas et sibi inuicem equales quod est ppositum.

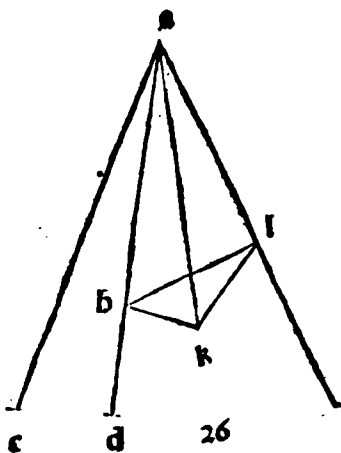




25



25



26

Propositio 25.



Si superficies quedam secet solidum parallelogramum equidistanter duabus ipsius solidi superficiebus oppositis duo partialia corpora que ad illam secantem superficiem velut ad communem terminum copulantur suis basibus sunt proportionalia.

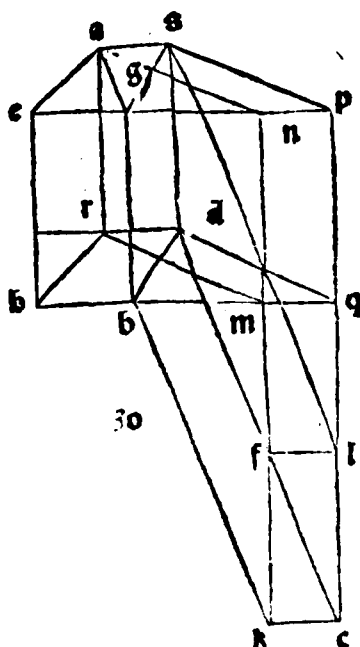
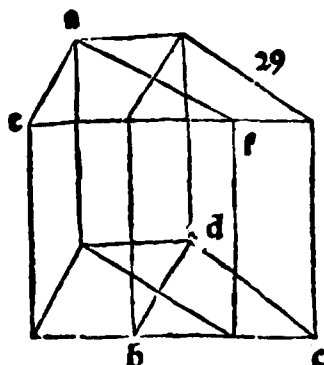
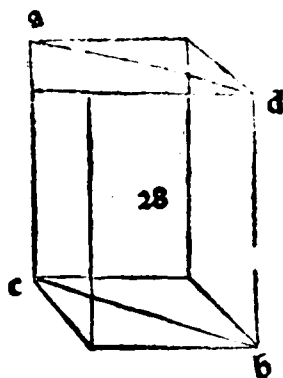
Sit corpus, a. b. solidum parallelogramum & secet ipsum superficies, c. d. equidistanter duabus eius oppositis superficiebus que sunt a. e. & f. b. & sit superficies, g. b. basis ipsius solidi, a. b. de qua constat p premissam & ipsa sit equidistantium laterum. Et sit communis sectio duarum superficieum, c. d. & g. b. linea, h. d. de qua constat per 3. huius & ipsa sit linea recta & per 16. huius & ipsa sit equidistans, g. e. ideoque sunt due superficies, g. d. & h. b. equidistantium laterum & ipse sunt bases duorum partialium corporum in que superficies, c. d. diuidit solidum, a. b. Dico itaque & proportio solidi, a. d. ad solidum, b. c. sicut basis, g. d. ad basim, b. b. Propter arantur enim utrinque quantum libuerit, quatuor linee penetrantes superficiem, c. d. super eas angulos & ipse sunt, a. f. & a. b. cum duabus reliquis sibi equidistantibus. Sumanturque ex eis omnibus portiones ex parte puncti, b. quot libuerit que ponantur singule equales linee, b. d. & ex parte puncti, e. alie similiter quot libuerit que ponantur equales linee, c. d. super quas utrinque constituantur solida parallelogramata secundum suarum longitudinem exigentium. Sintque ex parte puncti, b. solida, f. k. & l. m. & ex parte puncti, e. solida, a. n. & q. p. Eruntque ex diffinitione corporum equalium atque similium unum quodque solidorum, f. k. & l. m. equale solido, e. b. & unum quodque, a. n. & q. p. est equale, a. d. Fiat igitur argumentum quemadmodum in prima secti. Est enim solidum, c. m. ita multiplex solidi, b. c. sic basis, h. m. basis, h. b. & solidum, q. c. ita multiplex solidi, a. d. sic basis, q. b. basis, g. d. & si basis, b. m. est equalis basi, q. b. solidum, e. m. est equale solido, q. c. ex diffinitione corporum equalium atque similium & si basis est minor basi & solidum est minus solido & si maior maior quod patet ex diffinitione eadem resecata maiori basi ad equalitatem minoris & descripro super eam solido parallelogramo, itaque ex diffinitione incotinue proportionalitatis proportio solidi, a. d. ad solidum, c. b. sicut basis, g. d. ad basim, h. b. quod est propositum. **¶** Quod si superficies aliqua secet corpus seratile equidistanter duabus eius triangularibus superficiebus oppositis duo partialia corpora que ad illam secantem superficiem velut ad communem terminum copulantur suis basibus erunt proportionalia. **S**it enim, a. f. corpus seratile cuius sint due trigone superficies, a. b. c. d. e. f. Constat igitur ex diffinitione seratilis unaquaque trium superficieum que sunt, a. b. d. e. b. c. e. f. a. c. d. f. esse parallelogramum. Secet igitur superficies, g. h. k. istud seratile equidistanter duabus eius oppositis superficiebus que sunt, a. b. c. d. e. f. dico & proportio seratilis, a. k. ad seratile, g. f. est sicut basis, a. k. ad basim, g. f. quod sicut de solidis parallelogramis probatur. Protractis enim in utraque partem lineis, a. d. b. e. c. f. factisque, inter eas ex parte puncti, e. seratilibus equalibus seratili, g. f. & ex parte puncti, b. altis equalibus seratili, a. k. utrinque, quouis numero ex diffinitione incotinue proportionalitatis, si cum ista vigili mente perlustras non erit tibi difficile concludere quod diximus.

Propositio 26.



Si per datum punctum date linee angulo solido proposito equalem angulum solidum constituere.

Solidus angulus propositus sit, a. qui contineat tribus lineis, a. b. a. c. a. d. tres superficiales angulos ipsius solidi perficientes continentibus cui super punctum, e. linee, e. f. propositae que ad libitum pponentis iaceat: aut in sublimi confurgat in eum equalis angulus solidi constituere qualiscumque sit situs lineae, e. f. a puncto, g. ubicumque, volueris signato: productio linea, g. e. eruntque ex secunda huius due linee, e. f. & g. e. in superficie una. In hac itaque superficie



q. ipsa diuidit istud solidum propositum per equalia. Cōstat enim q. ipsa diuidit illud solidum in duo seratilia quorum superficies quadrilateras binas & binas adinuicem relatas secundum q. ipse sunt opposita latera solidi propositi manifestum est ex. 14. huius ē equalis cum solidum de quo loquimur positum sit esse parallelogramum. Ex eadem quoq. ff. 41. pmi constat trilateras superficies dictorum seratiliū esse equalis. ¶ Igitur a diffinitione solidorum equalium liquet quod propositum est.

¶ Castigator.

a ¶ Quia triangulus formatur sup vnum latūs superficiei oppositarum & super idem formatur eadē superficiei opposita. Et ideo per. 41. sunt eq. les dicti trianguli quoniam sunt medietates illarum superficierum per communem scientiam. 7. in primo libro.

Propositio. 29.



Encta solida equidistantium superficierum eque alta atq. in eadem basi super vnam lineam constituta probantur esse equalia.

¶ Verum est q. solida equidistantium laterum eque alta sine inter superficies equidistantes si per vnam & eandem basim constituta sint adinuicē eq. lia sicut de superficiebus equidistantium laterū sup vnam basim & inter lineas equidistantes constitutis vt in. 35. primi demonstratum est. Sed talium solidorum quedam dicuntur constitui super lineam vnam & sunt illa quoq. suprema & sup. ficierum duo opposita latera sunt fm rectitudinem protracta linea vna & de talibus hec. 19. proponit demonstrandum ipsa omnia esse equalia ad inuicem. Sunt autē eoq. alia que non dicuntur constituta sup lineam vnam & sunt illa quoq. suprema & sup. ficiez duo latera opposita quecūq. sumantur fm rectitudinem ptracta nō sunt linea vna & de talibus sequēs demonstrandum pponet ipsa quoq. oia esse adinuicem equalia. ¶ Sint itaq. duo solida parallelograma eque alta sine inter superficies equidistantes. a. b. f. a. c. constituta super vnam basim que sit. a. d. quoq. sup. preme superficies sint. e. b. f. f. c. Sintq. hāz sup. remarum superficiez duo latera opposita cum secundum rectitudinem protrahantur, linea vna & ipsa sint. e. f. f. b. c. dico itaq. q. solida. a. b. f. a. c. sunt equalia: hoc autē si figuram eius secundum q. oportet actu vel cogitatione fabricaueris & quemadmodū in. 35. primi b. processeris idem faciens hic de seratilibus quod ibi de triangulis facile concludere poteris occurruntq. tibi hic eadem diuersitates in solidis que ibi in superficiebus occurrisse nouisti.

¶ Castigator.

b ¶ Quoniam seratilia hic in que resoluitur ista duo solida parallelograma sunt omnia adinuicem equalia per diffi. corpoz equalium atq. similitum & tunc per cōm. scientiam quoq. dimidia sunt equalia tota quoq. equalia esse, quia illa seratilia semper sunt dimidia illorum parallelogramorum. I deo & cetera.

Propositio 30.



Encta solida equidistantium superficierum eque alta que in eadem basi non autem super lineam vnam fuerint constituta probantur esse equalia.

¶ Sint nunc duo solida parallelograma eque alta sine inter superficies equidistantes sintq. super vnam & eandem basim sed non super lineam vnam constituta: dico iteq. ea ēē equalia. ¶ Esto enim duo solida parallelograma. a. b. f. a. c. eque alta sine inter superficies equidistantes constituta super vnam basim que sit. a. d. sed nō sup vna lineā: sintq. eoq. sup. preme superficies. e. b. f. f. c. quāz opposita latera fm rectitudinē ptracta non erūt linea vna. Cūq. ipsa ex ypothesi sint in vna superficie eo q. solida pposita sunt inter superficies equidistantes: necesse est vt duo latera vnius earum ptracta secundum rectitudinem fecerit duo alterius eaz. ptracta fm rectitudinē ptrahantur itaq. duo

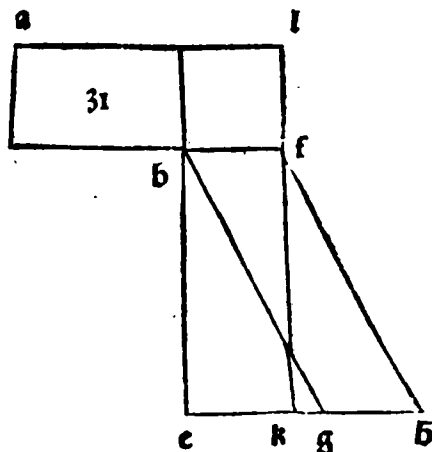
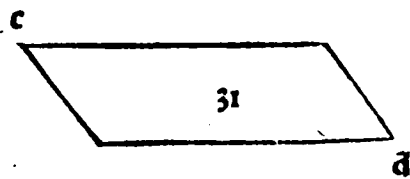
opposita latera superficies. e. b. que sunt. e. g. f. h. b. f. duo opposita superficies. f. c. que sunt. k. f. f. e. l. f. fecerit se super quatuor puncta. m. n. p. q. eritq. superficies. m. n. p. q. equidistantium laterum equalis unicuique trium superficierum quaz. vna est basis ppositis solidis cōis f. ipsa ē. a. d. f. due relique sunt superpreme superficies eorū dē solidoz. f. ipse sunt. e. b. f. c. f. ductis itaq. lineis a quatuor punctis. m. n. p. q. ad quatuor angulos basis. a. d. sibi fm directā habitudinē relator que sunt. n. a. m. r. p. s. q. d. pfectū erit solidū palellogramum. a. q. in eadē basi cū vtroq. duoz. prioroz. f. eque altū f. sup lineā vnā cū vtroq. ipsoz. p. premisam igit. vtrūlibet duoz. solidoz. pposito. que sunt. a. b. f. c. a. c. est equale solido. a. q. p. conceptionē ergo ē solidū. a. b. eque solido. a. c. qre constat ppositum. ¶ Potes quoq. cōuersas huius f. p. misse pbare si liber ducendo ad impossibile. Pones. n. quelibet duo solida palellogama ēē cōlia f. cōstituta sup eandē basim equidistantia f. demonstrabis ea ēē eque alta. Erūtq. hec f. premissa tue demonstrationis mediū impossibile aut ad qd. duces erit. prem. suo toti ēē cōlem. qd. euidenter patebit si de illo solido qd. altius ēē mentit. aduersarius cū tñ ambo posita sunt equalia f. sup eandē basim cōstituta vnū solidū palellogramū eque altū demissioni abscederis. hoc aut. absctum equale ēē demissioni cōuincet ex hac f. premissa. idēq. f. toti illi a quo ipsum abscederis ex cōi. scientia.

Propositio .31.



Solida equidistantium superficies in basibus equis cōstituta si fuerit eque alta lineeq. eoz. angulares supra bases orthogonaliter steterint erunt equalia.

¶ Et hoc quoq. vez. ē q. oia solida palellograma i equis basibus atq. inter superficies equidistantes siue eque alta cōstituta sunt adinuicē cōlia sicut de superficiebus equidistantium laterum super equales bases f. inter lineas equidistantes cōstitutis in .36. primit probatum est. At taliū solidoz. alia sunt quoz. angulares linee super suas bases orthogonaliter erigunt de qbus hec. 31. pponit demonstrādum ea ēē equalia. Alia vero sunt quorum angulares linee super suas bases nō sunt orthogonaliter erecte de qbus sequēs demonstrandū pponit ea ēē equalia. Intelligant itaq. super duas bases. a. b. f. c. d. que sunt equalis f. equidistantium laterum nō tñ vnus creatiōis. sed sit. a. b. tetragonus longus. f. c. d. simile helmuaym duo solida equidistantium laterum cōstituta eque alta sintq. linee erecte sup angulos ppositaz. basium perpendicularares ad ipsas dico hec duo solida adinuicē ēē equalia. Protrahant itaq. duo latera basis. a. b. f. sint illa que cōtinent angulū. b. vsq. ad. f. f. e. f. fiat angulus. f. b. g. equalis angulo. c. basis. c. d. f. sumant due linee. b. f. f. b. g. equalis duobus lateribus basis. c. d. q. cōtinent angulū. c. f. perficiat superficies equidistantium laterum. b. h. que erit equalis f. similis basi. c. d. Dehinc ptrahatur. b. e. equidistantis. b. f. f. k. equidistantis. b. e. eritq. quadrilatera superficies. b. k. equidistantium laterum equalis. b. h. ex. 35. primit cūq. b. h. sit equalis. c. d. erit per cōceptionem. b. k. equalis. a. b. Compleatur itaq. superficies equidistantium laterum. b. l. ptracta linea. k. f. quousq. cōcurrat cū vno ex lateribus cōtineribus angulum. a. in puncto. l. Age ergo vt super tres superficies equidistantium laterum que sunt. b. h. b. k. b. l. cōstituantur eque alta solida solido cōstituto super basim. a. b. sintq. linee oium solidoz. isto. erecte super bases perpendicularares ad ipsas f. appellentur bases f. solida super eas constituta eisdem nominibus. ¶ Manifestum est ergo ex diffinitione solidorum equalium atq. similium q. duo solida. b. h. f. c. d. equalia atq. similia sunt ¶ De solidis autem. b. h. f. b. k. constat ex. 29. q. ipsa sunt equalia: sunt. enim eque alta f. constituta super vnā f. eandē basim f. ipsa est superficies erecta super lineam. b. f. f. super lineam vnā: est autem per. 25. proportio. a. solidi. a. b. ad solidum. b. l. sicut basis. a. b. ad basim. b. l. f. p. eandē solidi. b. k. ad solidum. b. l. sicut basis. b. k. ad basim. b. l. cūq. sit vtriusq. duarum basium. a. b. f. b. k. ad basim. b. l. vna proportio: ex prima parte. 7. quinti erit vtriusq. duorum solidorum. a. b. f. b. k. ad



solidum. b. l. proportio vna igitur ex prima parte none quinet erunt duo solida. a. b. f. b. k. equalia: at quia solidum. b. k. est equale solido. b. h. solidumq. b. b. solido. c. d. sequitur ex communi scientia solidum. a. b. esse equale solido. c. d. quod est propositum.

Castigator.

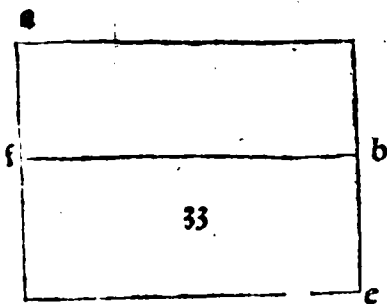
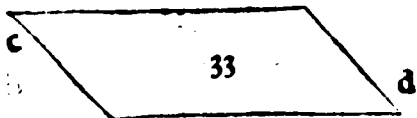
a ¶ Quia imaginatur super totam basim. a. f. vel. e. l. parallelogramm solidum constitutum & superficies erecta super lineam. b. f. equidistanter basibus oppositis ipsum secare.

Propositio 32.



3 solida equidistantium superficierum in equis basibus constituta eque alta fuerint linee autem angulares supra bases orthogonaliter non steterit ipsa esse equalia necesse est.

¶ Fabricatis duobus corporibus vt proponitur videlicet que sint equidistantium terminorum & eque alta & sup bases equas non autem super bases suas perpendiculariter erecta sed ambo super eas inclinata. Si autem a quatuor angulis suppremarum superficierum ipsorum ad bases suas perpendiculares ducantur que ex. 6. erunt singulares equidistantes & etiam ex ypothesi singule singulis equalis ipse enim solidorum propositorum altitudinem diffiniunt & si inter eas solida equidistantium laterum perficiantur constabit ex premissa hec duo solida ultimo constituta esse ad inuicem equalia. Cuius duorum priorum & duorum posteriorum sint eadem bases videlicet eorum superficies superpreme constet ex. 29. vel. 30. & hac communi scientia: quodq. equalibus sunt equalia sibi inuicem sunt equalia verum esse quod propositum est. ¶ Ex his potes conuersas huius & premissae eisdem medijs indirecte demonstrare si libet eodem modo & ad idem inconueniens sicut in conuersis duarum istar antecedentium deducendo. Pones enim duo solida parallelograma esse equalia & super equales bases & conuincas ea esse eque alta vel pones ea esse eque alta & equalia & conuincas ea sup bases eqles.



Propositio 33.



3 solida equidistantium superficierum eque alta suis basibus sunt proportionalia.

¶ Sint duo solida equidistantium superficierum eque alta constituta super duas bases. a. b. f. c. d. dico q. proportio illorum duorum solidorum vnus ad alterum est sicut proportio suarum basium que sunt. a. b. f. c. d. vnus ad alteram. Constat quidem ex. 24. vtrinq. harum duarum basium esse equidistantium laterum. ¶ Duo igitur latera opposita & equidistantia in superficie. a. b. protrahantur & inter ea fiat superficies equidistantium laterum que sit. f. e. equalis. c. d. Dehinc supra superficiem. f. e. compleatur solidum parallelogramm eque altum ei quod constitutum est super basim a. b. sitq. amborum communis terminus illa superficies que exurgit super lineam. b. f. hec autem solida & sue bases eisdem nuncupentur nominibus. ¶ Quia igitur basis. f. e. est equalis basi. c. d. erit ex. 31. vel. 32. solidum. f. e. equale solido. c. d. At quia totale solidum. a. e. secat superficies exurgens super lineam. b. f. equidistanter duobus lateribus oppositis: erit ex. 25. proportio solidi. f. e. ad solidum. a. b. sicut basis. f. e. ad basim. a. b. Cuius sint c. d. f. e. tam bases q. solida equalia: bases quidem ex ypothesi: solida autem ex. 31. vel. 32. Sequit ex. 7. quinti bis assumpta semel p basibus & semel p solidis q. solido. a. b. f. c. d. basiumq. a. b. f. c. d. sit proportio vna qd demonstrare volumus. ¶ Huius quoq. conuersam eadem ipsa mediate demonstrare que ad modum conuersas precedentium no e difficile. pones enim duo solida para-

llogramma esse suis basibus pportionalia & conuincet ea esse eque alta ab
scissoq. ab eo q. altius mentiet aduersarius vno solido palellogramo eque
alto demissiori erunt absctum & dimissus suis basibus pportionalia
ex ypothesi & ex hac. 33. cumq. et essent totale altius a quo partiale abscti-
si & ipsum demissius eis de basibus pportionalia ex ypothesi sequitur ex pri-
ma pre. 9. qnti totale q. aduersarius dicit altius & ptiale qd ab eo abscti-
si esse equalia.

Propositio .4.



S duo solida equidistantium superficierum lineis
altitudinum super bases orthogonaliter erectis
fuerint equalia eorum bases eorundem altitudini-
bus mutue esse. Si vero fuerint due bases suis
altitudinibus mutue ipsa solida sibi inuicē equa-
lia esse necesse est.

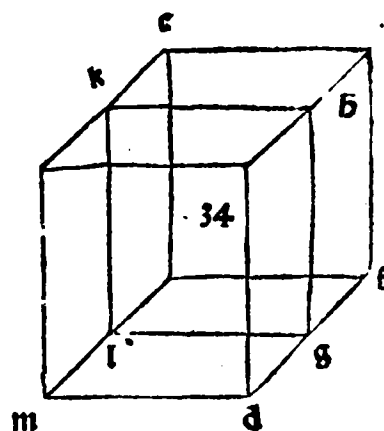
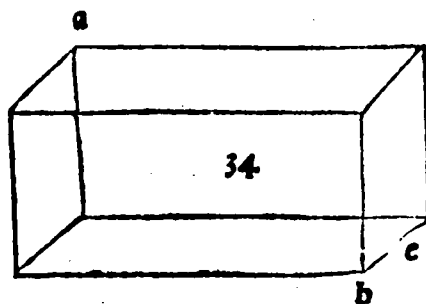
¶ Quocumq. sunt duo solida equidistantium superficiez equalia eorum ba-
ses & altitudines necesse est esse mutueasias & conuerso quemadmodum
de superficieribus equidistantium latez equiangulis. 13. sexti proposuit. At
tamen hac. 34. istud demonstrandū pponitur de illis solidis paralelogra-
mis in quibus linee altitudinum suis basibus paralellogramis orthogona-
liter insistant. Ea vero que sequitur proponit idem de ceteris. Sint ergo
nunc duo solida palellogramma. a. b. & c. d. equalia quorum bases sint. a. e.
& c. f. lineeq. altitudinū ipsoz sint super has bases orthogonaliter erecte &
sit altitudo solidi. a. b. linea. e. b. & solidi. c. d. linea. f. d. si igitur fuerint due
line. e. b. & f. d. determinantes ipsoz solidoz altitudines equalia. adinuicē
cum ipsa quoq. solida sint ex ypothesi equalia. erunt ex conuersa. 3. & 7.
eoq. que sunt. a. e. & c. f. equalia. ideoq. bases & altitudines erunt mu-
tueasias. constabit propositi prima pars. & conuerso constabit secunda vt si ad-
titudines & bases sint mutue ponantur altitudines equalia erunt quoq. ba-
ses equalia. ideoq. per. 31. & solida equalia & sic constat secunda pars. At
70 si line. e. b. & f. d. non fuerint equalia sit. f. d. maior & ex ea reiectur. f. g.
ad equalitatem. e. b. tribusq. ceteris lineis que sunt altitudines solidi. c. d.
ad eandem mensuram in punctis. h. k. l. reiectis perficiantur solidum para-
lellogramum. c. g. eque altū solido. a. b. eritq. ex premissa. a. b. ad. c. g. sicut
a. e. ad. c. f. Cum itaq. c. d. sit eque. a. b. erit ex prima parte. 7. quinti. c.
d. ad. c. g. sicut. a. e. ad. c. f. per premissam autē ē proportio. c. d. ad. c. g. sicut
m. f. ad. f. l. qd patet si vna ex lateralibus superficieribus solidi. c. d. & ipsa sit. f.
m. intelligat basis ipsius. At p. prima sexti. f. m. ad. f. l. sicut. d. f. ad. f. g. idq.
p. 7. qnti. sicut. d. f. ad. b. e. Igit. a. e. ad. c. f. sicut. d. f. ad. b. e. constat itaq. pri-
pa. Scdam ptem cū sit cōuersa pte cōuerso mō pbabit. sit. n. eadē dispo-
sitione inante pportio a. e. ad. c. f. sicut. d. f. ad. e. b. dico tūc solida. a. b. & c.
d. esse equalia. erit. n. ex 7. qnti. d. f. ad. f. g. sicut. a. e. ad. c. f. sed ex premissa est
a. b. ad. c. g. sicut. a. e. ad. c. f. igit. a. b. ad. c. g. sicut. d. f. ad. f. g. ex prima at
sexti ē. d. f. ad. f. g. sicut. m. f. ad. f. l. & ex premissa. c. d. ad. c. g. sicut. m. f. ad. f.
l. itaq. c. d. ad. c. g. sicut. a. b. ad. c. g. igitur ex 9. 5. a. b. & c. d. sint equa-
lia quod est ppositum.

Propositio .35.



S duo solida equidistantium terminorum fuerint
equalia eorum bases eorundem altitudinibus erūt
mutue. Si vero bases sue altitudinibus suis mu-
tue fuerint quelibet duo corpora equidistantium su-
perficierum probantur esse equalia.

¶ Quod pmissa pposuit de solidis palellogramis quoq.
linee altitudinū sup bases suas orthogonaliter exurgunt. hec. 35. pponit in
distincte de omnibus. Demonstrare autē cōuenit hanc ex premissa quē ad
modum demonstrauimus. 31. & 33. Fabricatis enim duobus solidis equi-
stantium laterum quibuscumq. si linee altitudinum suis basibus ortho-
gonaliter insistant. constat vtz esse quod dicitur ex premissa. ¶ Sinaut a qua-
tuor angularibus punctis supremaz superficiez in vtroq. solido quaterne



linee demittantur perpendiculariter ad basem vel a punctis angularibus in finarum superficierum quaterne erigantur inter quas duo solida parallelograma perficiantur eque alta solidis prioribus. eruntq. ex. 29. ff. 30. hec duo solida duobus prioribus solidis equalia. cum igitur horum ff. eorum sint eadem bases ff. eadem altitudines: sit aut. ex. premissa de posterioribus verum quod hec. 35. proponit verum erit idem etiam de prioribus.

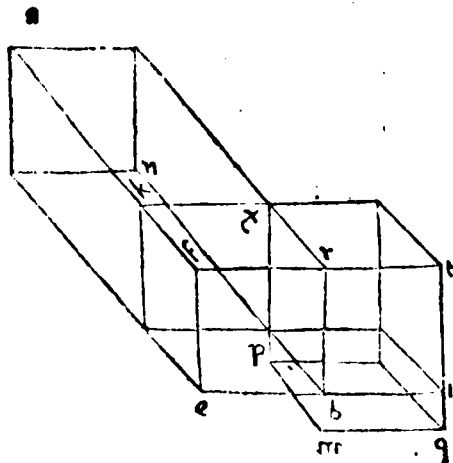
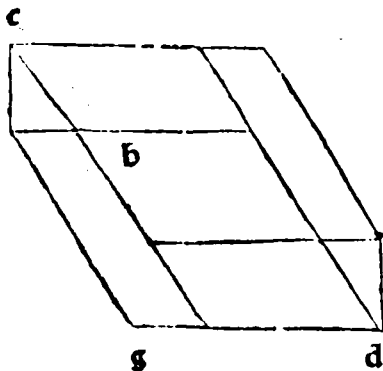
Propositio 6.



S duo solida equidistantium superficierum fuerint similia proportio erit utriusq. ad alterum tamquam cuiuslibet sui lateris ad suum relativum latus alterius proportio triplicata.

Sint enim duo solida. a. b. ff. c. d. parallelograma ff. similia: dico q. p. portio unus eor. ad alter. est sicut unius lateris eius ad unum latus alterius quod sibi refertur proportio triplicata quemadmodum duarum superficierum similium proportio est sicut suorum relativorum laterum proportio duplicata ut in. 28. sexti demonstratum est. Nam si solida. a. b. ff. c. d. fuerint equalia cum ipsa ponantur similia erunt ex diffinitionibus similium corporum ff. similium superficierum cum cuncta latera unius equalia suis relativis lateribus alterius ideoq. cum duarum quantitatum equalium proportio triplicata aut quotienslibet sumpta non efficiat nisi equalitatis proportionem: constat in hoc casu verum esse quo proponitur. Si autem inequalia: sit. a. b. maius cuius longitudo sit. b. e. latitudo. e. f. altitudo. f. a. basis. e. r. ff. suprema superficies. a. n. Solidi vero. c. d. sit longitudo. d. g. latitudo. g. h. altitudo. h. c. constat itaq. ex diffinitione similium corporum ff. ex diffinitione similium superficierum ff. presenti ypothesi q. proportio. a. f. ad. c. h. ff. f. e. ad. h. g. ff. e. b. ad. g. d. sit p. portio una. Sumatur igitur ex linea. a. f. quam manifestum est esse maiorem. c. b. linea. f. k. equalis. h. c. ceteraq. tres determinantes altitudinem solidi. a. b. referantur ad equalitatem eius ff. inter eas compleatur solidum parallelogramum. k. b. eque altum solidi. c. d. ff. protrahantur due linee basis. e. b. vsq. ad. l. ff. r. b. vsq. ad. m. sitq. b. l. equalis. g. d. ff. b. m. equalis. h. g. ff. perficiatur superficies equidistantium laterum. m. l. que erit equalis ff. similis. h. d. Super eam igitur erigatur solidum parallelogramum. p. q. secundum altitudinem prescriptam ex altitudine solidi. a. b. eritq. p. q. equale ff. simile solidi. c. d. rursusq. inter lineas. r. b. ff. b. l. perficiatur superficies equidistantium laterum. b. t. super quam quoq. erigatur solidum parallelogramum. x. l. eque altum utriusq. duorum solidorum. k. b. ff. p. q. replendo alterutrum duorum angulorum entium inter ea. Cum autem duo solida. a. b. p. q. sint similia eo q. ambo posita sint similia solidi. c. d. corpora vero unum ff. eidem corpori similia inter se sunt similia ut patet ex diffinitione similium corporum ff. 20. sexti. Manifestum est ex. 25. ter assumpta q. inter duo solida. a. b. ff. p. q. secundum continuam proportionalitatem cadunt duo solida. k. b. ff. x. l. opportune ergo constituta vel constructa figura: ypothesibusq. memorie furine commendatis ex prima sexti facile concludes propositum. Excute torporem ff. diligenter attende sciesq. ex. 25. huius proportionem solidi. a. b. ad solidum. k. b. esse sicut superficier. a. r. ad superficier. k. r. ideoq. ex prima sexti sicut linee a. f. ad lineam. k. f. Et proportionem solidi. k. b. ad solidum. x. l. sicut superficier. k. r. ad superficier. x. t. ideoq. sicut linee. f. r. ad lineam. r. t. Et proportionem solidi. x. l. ad solidum. p. q. sicut superficier. r. l. ad superficier. l. m. ideoq. sicut linee. r. b. ad lineam. b. m. Ex ypothesi vero liquet q. proportio linee. f. r. ad lineam. r. t. ff. linee. r. b. ad lineam. b. m. est sicut linee. a. f. ad lineam. k. f. itaq. ex diffinitione proportionis triplicate posita in problemio quinto: constat q. proportio solidi. a. b. ad solidum. p. q. ideoq. etiam ad solidum. c. d. est sicut linee. a. f. ad lineam. k. f. triplicata ff. quia linea. k. f. posita est equalis linee. c. h. patet verum esse quod dicitur.

Scire autem oportet q. quicquid per hanc. 36. ff. per. 7. eam continue



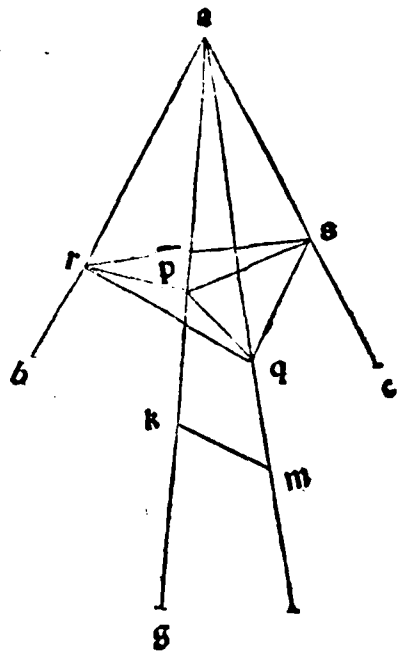
precedentes demonstratum est de solidis parallelogramis. idem quoque verum est de seratilibus quorum bases communiter sunt trigone aut communiter tetragone. hoc autem ex. 28. & hac. 36. & 7. eam continue precedētibz constabit ingenioso inspectori. ¶ Si enim fuerint seratilia quelibet eque alta super eadem basim vel super bases equales cōiter tamen trigonas aut communiter tetragonas cum ipsa sint dimidia solidorum parallelogramorum suarum altitudinum ex. 28. ipse erunt equalia ex. 19. & tribz eam sequentibus: ex his enim constat solida parallelogramata ipsi seratilibz dupla esse equalia. ¶ Similiter quoque si fuerint duo seratilia super bases communiter trigonas aut communiter tetragonas eque alta ipsa erunt suis basibus proportionalia quemadmodum de solidis parallelogramis ex. 33. habetur ipsa enim sunt ex. 28. dimidia solidorum parallelogramorum sue altitudinis: solidorum autem parallelogramorum sue altitudinis eorūq. basium est vna proportio ex. 33. cum itaq. sit solidorum parallelogramorū pportio sicut seratiliū quia sicut simplum ad simplum sic duplum ad duplum ex. 15. quinti atq. basium solidorum parallelogramorum est proportio sicut basium seratiliū. aut enim eadem erunt bases seratiliū & solidorum parallelogramorum: & hoc quidem erit cum bases seratiliū fuerint tetragone tunc enim ex seratilibz super easdem bases erunt solida parallelogramata complenda. Aut bases seratiliū erunt subduple ad bases solidorū parallelogramorū: & hoc qd erit cū bases seratiliū fuerint cōiter trigone: tūc. n. erūt ex seratilibz solida parallelogramata complenda adiunctis ad bases seratiliū superficiebus trigonis vt fiant bases seratiliū cum trigonis adiunctis superficiebus: superficies equidistantium laterum sequitur vt sit proportio seratiliū sicut suaz. basium. ¶ Eodēq. modo si seratilia fuerint equalia fuerintq. communiter super bases trigonas vel communiter super bases tetragonas: bases eorum altitudinibus ipsorum mutue erunt. Quod si bases eorum suis altitudinibus fuerint mutue ipsa seratilia erunt equalia quemadmodum de solidis parallelogramis. 34. & 35. proponunt. Hoc autē facile patet ex his que dicta sunt in. 35. Si vero seratilia fuerint ad inuicem similia: erit pportio vnus ad alterum. sicut proportio lateris vnus ad sūm reliquum lateris alterius triplicata quemadmodum de solidis parallelogramis. 36. proponit quod ex eadem. 36. facile tibi patebit ex illis seratilibz similibz solidis parallelogramis completis. solida ipsa probaueris esse similia: quod ex diffinitione similium corporum & similium superficieum & ex hoc qd seratilia ponuntur ad inuicem similia ex. 34. primi leue est negociari.

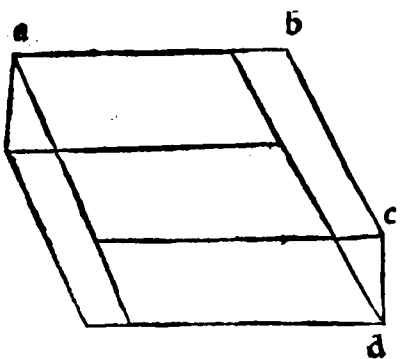
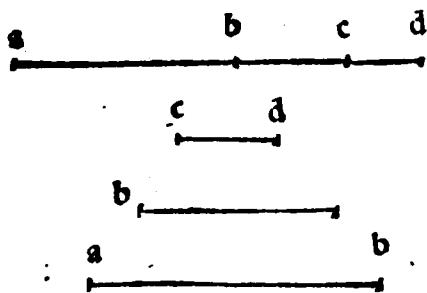
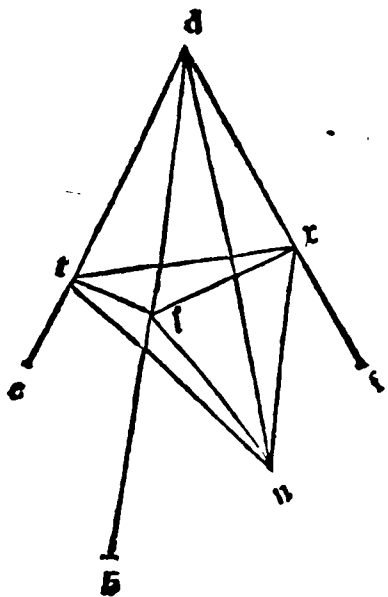
Propositio. 37.



Ifuerit duo anguli plani equales super quos due ypothēmise in aere statuatur cum lateribus angulorum si biacentium singulos singulis equos angulos cōtinentes atq. in illis ypothēmis duo puncta signentur a quibus punctis due perpendicularares ad superficies angulorum propositorum demittantur a punctis autem super que perpendicularares ceciderint ad eosdem duos angulos planos due recte linee ducantur duo anguli qui ab illis duabus lineis atq. duabus ypothēmis continentur equi sibi inuicem esse probantur.

¶ Sint duo anguli plani .a. & .d. eqles contenti lineis .a. b. & .a. c. & .d. e. & .d. f. & super eos erigantur due linee ypothēsimiliter .a. g. & .d. h. sitq. angulus .g. a. c. equalis angulo .h. d. f. & angulus .g. a. b. equalis angulo .h. d. e. atq. in duabus ypothēmis .a. g. & .d. h. signentur quomodolibet duo puncta .k. & .l. a quibus secundum precepta. n. huius demittantur ad superficies angulorum .a. & .d. due perpendicularares que sint .k. m. & .l. n. & protrahantur due linee .a. m. & .d. n. ¶ Dico igitur angulum .g. a. m. esse equalē angulo .b. d. n. Si linea .a. k. est equalis .d. l. bene quidem. Sin autem ex linea .a. g. sumatur .a. p. equalis .d. l. at a puncto .p. demittatur linea p-





pendicularis ad superficiem anguli .a. que sit .p.q. manifestum est igitur q
punctum .q. est in linea .a.m. quod ex .6. huius & diffinitione linearum
equidistantium quas necesse est esse in superficie vna facile constas studio
se intuenti. De hinc a puncto .q. ducatur perpendiculares due vna ad li
neam .a.b. que sit .q.r. & alia ad lineam .a.c. que sit .q.s. similiter quoq; a pu
cto .n. ducantur due alie perpendiculares vna ad lineam .d.e. que sit .n.t. &
alia ad lineam .d.f. que sit .n.x. & protrahantur .r.s. & .t.x. iterumq; a punctis
p. & l. demittantur ypothemise .p.q. & .r.p. s. & .l.n. l. t. l. x. His itaq; positis
figuraq; prudenter disposita demonstrationem propositi sic collige. Con
stat ex penultima primi q; quadratum linee .a.p. est equale quadratis dua
rum linearum .a.q. & .p.q. ac ex eadem q; quadratum .a.q. est equale qua
dratis duarum linearum .a.s. & .s.q. itaq; quadratum .a.p. est equale quadra
tis trium linearum .a.s. & .s.q. & .q.p. Sed ex eadem quadratum .s.p. est equa
le quadratis duarum linearum .s.q. & .p.q. ergo quadratum .a.p. est equa
le quadratis duarum linearum .a.s. & .s.p. ideoq; ex vltima primi angu
lus .a.s.p. est rectus similisq; modo probabis vnūquēq; trium angulorum
d.x.l. a.r.p. d.t.l. esse rectum. ¶ Cum igitur ex ypothesi sit angulus .s.a.p.
equalis angulo .x.d.l. linea .a.p. linee .d.l. erit ex .16. primi linea .d.x. eq
lis .a.s. & .x.l. equalis .s.p. Eodem quoq; modo cum ex ypothesi sit angu
lus .r.a.p. equalis angulo .e.d.l. erit ex eadem linea .a.r. equalis .d.t. & .r.p.
equalis .t.l. quare per quartam primi linea .r.s. erit equalis linee .t.x. & an
gulus .a.r.s. equalis angulo .d.t.x. & angulus .a.s.r. angulo .d.x.t. est
enim ex ypothesi angulus .a. equalis angulo .d. a conceptione igitur erit
angulus .s.r.q. equalis angulo .x.t.n. & angulus .r.s.q. angulo .t.x.n. Sum
enim residui duos rectorum demptis equalibus. Necesse ē itaq; ex .16. pri
mi vt linea .r.q. sit equalis .t.n. & .q.s. equalis .n.x. Cumq; ex penultima
primi quadratum linee .r.p. sit equale quadratis duarum linearum .r.q.
& .q.p. & quadratum linee .t.l. equale quadratis duarum linearum .t.n. &
l.n. sint autem due linee .r.p. & .t.l. equales; due quoq; que sunt .r.q. & .t.n.
equales; sequitur ex communi scientia duas que sunt .p.q. & .l.n. esse equa
les. ¶ Eodem modo cum quadratum linee .a.p. sit equale quadratis dua
rum linearum que sunt .a.q. & .q.p. similiter quadratum linee .d.l. quadra
tis duarum linearum que sunt .d.n. & .n.l. sit autem .a.p. equalis .d.l. & .p.
q. equalis .l.n. sequitur ex communi scientia .a.q. esse equalem .d.n. ex .8.
igitur primi concludo propositum. Videlicet angulum .p.a.m. esse equa
lem angulo .l.n.d.

Propositio 38.



Solidum tribus lineis proportionalibus conten
tum equum erit solido quod a medie linee equis
lateribus continetur. si anguli sui ambozum sibi
in vicem equales fuerint.

¶ De solidis parallelogramis intelligatur: de his enim
qualiacunq; sint dūtamen equiangula verum est q; contē
tum a tribus lineis proportionalibus equale est ei quod a media earum
continentur quemadmodum de superficiebus rectangulis probatum
est in .16. sexti & de non rectangulis elicitur euidenter ex secunda
parte .13. eiusdem. Sint igitur tres linee .a. b. b. c. & .c. d. conti
nue proportionales fiatq; ex eis vnus angulus solidus ad libitum & per
ficiatur solidum equidistantium laterum cuius linea .a.b. sit longitudo .b.
c. vero altitudo. sed .c.d. latitudo & ipsum solidum dicatur .a. d. sumpta
quoq; alia linea quelibet equali .b.c. que etiam vocetur .b.c. super ipsius
extremitatē que est .b. constituatur angulus solidus equalis angulo solido
a. secundum quod docet .16. lineeq; cetere solidum angulum .b. continen
tes referentur ad equalitatem linee .b.c. & perficiatur solidum equidistan
tium superficialium cuius longitudo latitudo & altitudo sit linea .b.c. &
ipsum appelletur .b.c. ¶ Dico itaq; duo solida .a.d. & .b.c. esse equalia

¶ Manifestum est enim q̄ cuncte superficies vnus sunt equiangule suis re-
latiuis superficiebus alterius quod ex .34. primi patere potest. nam cum
solidus angulus. b. ponatur equalis solido angulo .a. necesse est vt vnus
angulus vnus cuiusq̄ superficiei solidi .a. d. sit equalis vni angulo sue rela-
tiue superficiei in solido . b. c. itaq̄ per .34. primi eorum oppositi erunt
equales. At quia vnus cuiusq̄ superficiei quadrilateri omnes anguli sunt
equales quatuor rectis ex .32. primi necesse est duos reliquos vnus esse
equales duobus reliquis sue relative. atq̄ ipse duo reliqui in qualibet sint
etiam ad inuicem equales conuincitur necessario vt vnāqueq̄ ex superfi-
ciebus solidi .a. d. sit equiangula sue relative in solido . b. c. quare ex secun-
da parte .13. sexti bases duorum solidorum propositorum erunt equales.
Sunt enim equiangule & laterum mutuum. Si itaq̄ linee altitudinum
super bases ipsorum orthogonaliter insistant constat ex .31. ipsa esse equa-
lia. cum enim hee linee sint equales & ipse determinent altitudinem soli-
dorum erunt solida eque alta. At si linee altitudinum ipsorum non in-
sistant suis basibus orthogonaliter ab ipsarum summitatibus ad bases
perpendicularibus demissis erunt ex premisa hee perpendiculares ad in-
uicem equales. Ipse enim erunt sicut erant & in premisse demonstratio-
nis figura due linee. p. q. & l. n. quas demonstrauimus oportere esse equa-
les. Quia igitur omnium solidorum altitudo ex perpendicularibus a sum-
mitatibus ipsorum ad suas bases descendentes diffinitur erunt ex .32.
duo solida .a. d. & c. b. equalia. ¶ Conuersa quoq̄ huius possumus si dele-
ctat conuerso modo probare. ¶ Vt si parallelogramum corpus .a. d. sit
equale & equiangulum corpori parallelogramo . b. c. & corpus . b. c. conti-
neat a media triū lineā continētū corpus .a. d. erūt tres linee continētes
corpus .a. b. continue pportioales. Cū .n. duo solida parallelograma .a. d. & c.
b. sint equalia & eque alta ex ypothesi ipsa erūt sup bases equales per con-
uersas .31. & .32. & quia ipse bases eorum sunt equiangule sequitur ex prima
parte .13. sexti q̄ ipse sunt mutuum laterum itaq̄ proportio .a. b. ad .b. c.
sint. b. c. ad .c. d. quare constat propositum.

¶ Castigator.

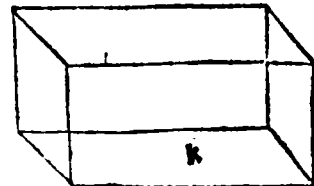
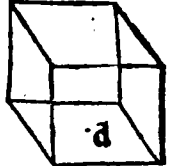
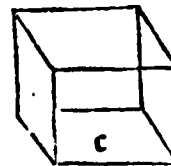
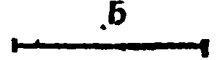
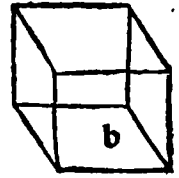
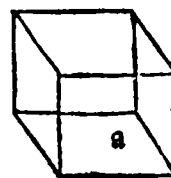
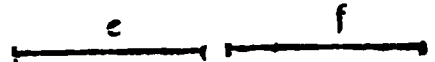
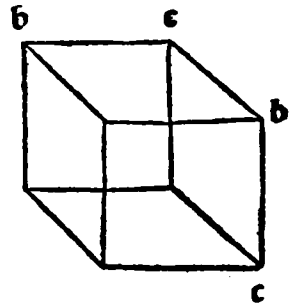
a ¶ Per conuersam .32. huius quoniam bases sint equales ex prima .13.
sexti. Ideo eque alta.

Propositio .39.



¶ Si fuerint quotlibet linee pportionales solida quo-
q̄ sua equidistantium atq̄ similium vnus cuiusq̄
creationis superficieum erunt proportionalia. si
vero solida equidistantium atq̄ similium vnus
cuiusq̄ creationis superficieum fuerint propor-
tionalia linee quoq̄ a quibus ipsa solida continen-
tur erunt proportionales. Simile pponit vigesima prima sexti
de superficiebus.

¶ Sint enim .4. linee .a. b. & c. d. proportionales & super has fabricentur
quatuor solida parallelograma eisdem nominibus dicta que sint expres-
se similia. duobus enim ad libitum fabricatis super duas lineas .a. & c. cete-
ra secundum precepta .27. constituenda erunt dico hec .4. solida esse pro-
portionalia & conuerso. Subiungantur enim duabus lineis .a. & b. in con-
tinua proportionē due que sint .e. f. quemadmodum docet .10. sexti &
duabus lineis .c. & d. alie due que sint .g. & h. constat igitur ex .36. & ex
diffinitione proportionis triplicate que posita est in principio quinti &
ex hac ypothesi q̄ solida .a. & b. sibi inuicem & solida .c. & d. sibi ad inui-
cem sunt expresse similia q̄ proportio solidi .a. ad solidum . b. est sicut
proportio linee .a. ad lineam .f. ¶ Solidi quoq̄ .c. ad solidum .d. sicut li-
nec .c. ad lineam .h. & quia per .32. quinti proportio linee .a. ad lineam
f. est sicut linee .c. ad lineam .h. erit ex .11. quinti solidum .a. ad solidum
b. sicut solidum .c. ad solidum .d. Constat igitur prima pars. ¶ Secūda sic



sint duo solida. a. b. sibi ad inuicem similia duo que sint. c. d. sibi ad inuicem expresse similia. Sintq. cuncta parallelloruma & ponantur ppor-
tionalia. dico q. linee. a. b. c. d. super quas sunt constituta sunt propor-
tionalia. Sit. n. ex. 10. sexti sicut linea. a. ad lineam. b. ita linea. c. ad lineam
k. & fiat fm. 12. huius super lineam. k. solidū expresse simile solido. d. qd ē
dicatur. k. eritq. ex diffinitionibus similium corporum & similium super-
ficiēz. 30. sexti corpus. k. expresse simile corpori. c. ideoq. per primā partē
huius. 39. iam pbatam erit pportio solidi. a. ad solidum. b. sicut solidi. c. ad
solidum. k. & quia eadem erat solidi. c. ad. solidum. d. erit ex secunda par-
te none. quinti solidum. k. eqle solido. d. cūq. eēt sibi expresse simile seq-
tur lineam. k. eē equalem lineē. d. Equalitas enim non producitur ex ali-
qua proportionē triplicata vel quonē sibi sumpta nisi ex equalitē igitur
ex secunda parte. 2. quinti constat ēt hmoi pars secūda. Deciperis autē si ar-
bitraris oportere vnū quodq. quatuor solidoz. a. b. c. d. eē simile cuilibet
alioz. necesse ē. n. duo solida. a. b. sibi adinuicē. itēq. duo. c. d. sibi ad-
inuicē eē similia. solida autē. c. d. solidis. a. b. eē similia cōtingens esse
necessariū autē nō. ¶ I dē ex hac. 39. de sterilibus facile poteris cōcludere.

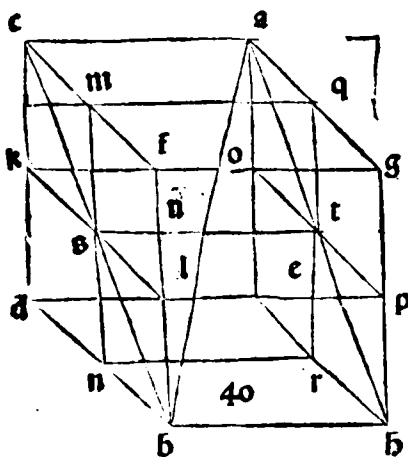
Propositio 40.



Si in secula fuerint latera duarum oppositarū super-
ficierum cubi vnū quodq. i duo media exterioraz
a punctis sectionum due superficies se vicissim se-
cantes & cubum communem earum sectionem
diametrum cubi per equalia secare & ab ipsa dia-
metro versauice per equalia secare necesse est.

¶ Statue cubum qui sit. a. b. de quo constat per diffinitionem q. om-
nes linee ipsum continentes sunt equales & eius superficies rectangule tale
eni m corpus cubum dicimus. Huius igitur basis sit superficies. a. c. d. e. su-
perficies vero eius suprema. b. f. g. h. dextra vero eius superficies sit. a. e.
g. h. sinistra at superficies sit. b. f. c. d. citerior quoq. sit. d. e. b. h. sed vltior
a. c. g. f. eiusq. diameter sit. a. b. Diuidatur itaq. omnia latera duarum qu-
rumlibet superficierum oppositarum eius per equalia & sint nunc superfi-
cies quarum latera diuidantur dextra atq. sinistra. Diuidantur inquam
quatuor latera dextre quidem super quatuor puncta que sunt. o. p. q. r.
Sinistre vero super quatuor que sint. k. l. m. n. & coniungantur puncta in
his superficiebus opposita ductis lineis. o. p. f. q. r. que secant se in puncto
t. I tēq. k. l. f. m. n. que secant se in puncto. s. & perficiantur due superficies
secantes se inuicem & cubum. protractis itē lineis. o. k. f. p. l. q. m. & r. n. sitq.
harum duarum superficierum communis sectio lineā. s. t. dico igitur q.
linea. s. t. diuidit diametrum. a. b. & diuiditur ab eadem diametro
per equalia: quod patet vtraq. enim earum transit per centrum cubi.

¶ Aliter vero conuenit quod propositum est demonstrare. Producan-
tur enim due linee. t. a. & t. h. & item due. s. c. s. b. eritq. ex. 4. primi. a. t.
equalis. t. h. & s. c. equalis. s. b. constat autem ex prima parte. 29. pri-
mi q. angulus. p. t. q. est equalis angulo. a. q. t. Et ex. 4. primi angulus. h.
t. p. est equalis angulo. t. a. q. I taq. ex. 31. primi totus angulus. h. t. q. cum
angulo. q. t. a. valet duos rectos Quare ex. 14. pmi linea. a. h. erit linea vna.
Similiter quoq. linea. a. b. erit linea vna. At q. ex. 9. huius linea. a. c. ē eq-
distans lineē. b. h. Vtraq. enim est equidistans lineē. d. e. cūq. ipse sint eq-
les quia latera cubi. Sequitur ex. 33. primi duas lineas. a. h. & c. b. eē equa-
les & equidistantes I deoq. per cōceptionem earum medietates que sunt
a. t. f. b. s. erunt equales. Ex. 7. autem huius manifestum est quod linea. s.
c. est in superficie duarum linearum. a. h. & b. c. & ex eadē linea. a. b. que
est diameter cubi. est etiam diameter superficiei parallelograme. a. c. b.
h. itaq. linea. s. t. secat diamet. a. b. Secet ergo ipsam in puncto. u. Dico
ergo lineā. s. u. eē equalē lineē. u. t. Et linea ēt. a. u. lineē. u. b. Intelligantur
duo trianguli a. t. u. b. s. u. quoz anguli q. sunt ad. t. f. s. sunt equales ad in-
uicem. Similiter anguli eorūdem q. sunt ad. a. f. b. eqles adinuicē ex pria



parte. 39. primi propter id q. linea. a. t. equidistat linee. s. b. Et quia etiam ipse sunt adinuicem equalis; sequitur ex. 36. primi quod propositum est. ¶ I dem quoq. eodem modo concludatur q. si solidum. a. b. nō sit cubus sed solidum corpus parallelogramum siue equalibus lineis siue non equalibus contentum fuerit siue quoq. super basim orthogonaliter erectum siue etiam q. super ipsam inclinatum. Vnde ampliatur in hac. 40. figuratio cuius ad omnes figuras parallelogramas solidas.

Propositio .41.

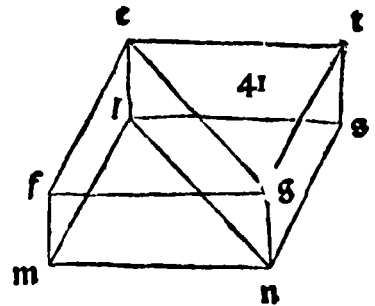
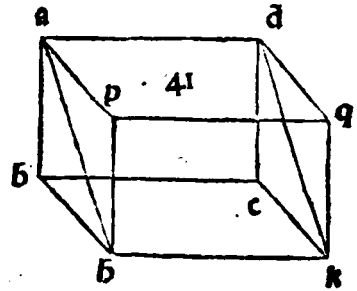


S duo corpora seratilia quorum alterum basim triangulā alterum vero basim habeat equidistantiū laterum ipsi basi triangule duplam eque alta fuerint illa duo corpora necesse est esse equalia.

¶ Sit superficies. a. b. c. d. equidistantium laterum dupla trilatere superficie. e. f. g. & super as duas superficies fiant duo corpora seratilia eque alta; sitq. seratile quod est supra basim quadrangulam. a. b. h. d. c. k. cuius basis est superficies equidistantium laterum proposita. a. b. c. d. alia eius superficies equidistantium laterum est. a. h. d. k. tertia vero est. b. h. c. k. due autem eius triangulares superficies sunt altera quidem triangulus. a. b. h. reliqua vero triangulus. d. c. k. seratile autē quod est super basim triangulam. e. f. g. sit e. f. g. l. m. n. cuius altera duarū trilaterarum superficie est basis predicta; reliqua vero triangulus. l. m. n. trium autem superficieum eius equidistantium laterum; prima quidem est. e. f. l. m. secunda vero. e. g. l. n. tertia vero. f. g. m. n. Dico itaq. hec duo seratilia proposita esse adinuicem equalia. Perficiantur enim duo solida parallelograma adiungendo vtriq. duorum propositorum seratiliū aliud seratile sibi equale. Primo quidem seratili super eadem basim sitq. adiunctum seratile. a. p. h. d. q. k. Cuius due trilatere superficies sunt. a. p. h. d. q. k. Tres autem quadrilateres; prima quidem. a. h. d. k. que est terminus communis sibi & ei cui adiungit. Secunda vero. a. d. p. q. Tertia quoq. p. q. h. k. ¶ Secundo autem seratili adiungatur aliud seratile sibi equale hoc modo. Adiungatur primo triangulo. e. f. g. alius triangulus equalis qui sit. e. g. r. ita q. tota superficies. e. f. g. r. sit equidistantium laterum & super hanc triangulum fiat seratile. e. g. l. r. n. s. quod cum illo cui adiungit perficiat corpus parallelogramum. Huius seratilis adiuncti due trilatere superficies sunt. e. g. r. l. n. s. Tres autem paralelograme sunt; prima quidem e. l. r. s. Secunda. e. l. g. n. & ipsa est communis terminus sibi & ei cui adiungitur. Tertia vero. g. r. n. s. ¶ Manifestum ē igitur ex diffinitione solidorum equalium atq. similium q. duo seratilia parallelogramum componentia solidum. a. k. sibi inuicem. itēq. duo componentia solidum parallelogramum. e. n. sibi adinuicē sunt equalia. At vero ex. 31. vel ex. 32. huius duo solida. a. k. & e. n. sunt sibi inuicem equalia. quia ergo horum solidorum medietates sunt seratilia proposita per communem scientiam constat ea esse equalia; quecumq. enim fuerint equalia eorum medietates necesse est esse equalis; liquet itaq. quod propositum est.

Castigator.

¶ Appellat hic inferius multiangulas quas in principio primi dixit multilateras & sunt a quadrilateris vsq. i infinitum semper tñ rectilinee.



Duodecimus liber. Euclidis de multangularum seu multilaterarum superficialium similium circulis inscriptarum alterius ad alteram proportionibus ex optima Campani interpretatione. Magistro Luca paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Monachorum. Castigatore accuratissimo. Incipit.

Propositio .1.

Enum duarum superficialium similium multangularum inter duos circulos descriptarum est proportio alterius ad alteram tamquam proportio quadratorum que ex diametris circulorum eas circumscribentium proveniunt.

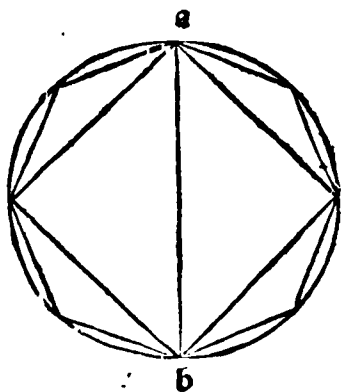
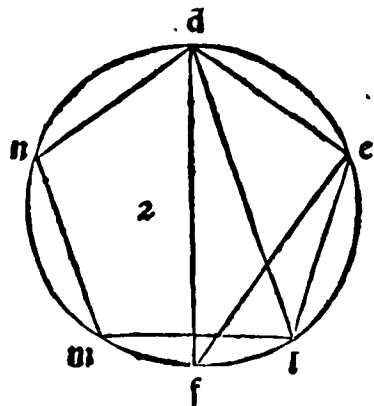
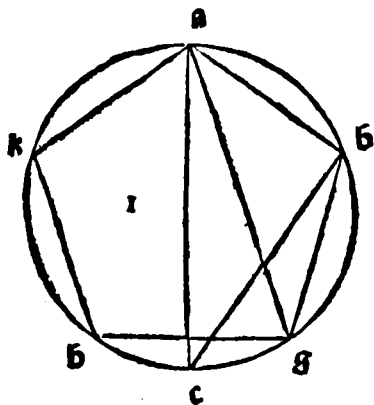
Sint duo circuli. a. b. c. d. e. f. quibus inscribantur due quilibet figure poligonice que ponantur ad invicem similes sintque nunc pentagone inscripte ut docet. n. quarti et ipse sunt. a. b. g. h. k. aliud pentagonum. d. e. l. m. n. diametri quoque circulorum sunt. a. c. e. f. d. f. dico itaque quod proportio pentagoni. a. b. g. h. k. ad pentagonum d. e. l. m. n. est sicut quadratum diametri. a. c. ad quadratum diametri. d. e. f. protrahantur enim in utroque circulo due linee ab extremitate diametri ad extremitatem unius lateris pentagoni diametro non contentum nalis se invicem cancellantes intra ipsum pentagonum in hoc quidem a. g. f. c. b. in illo autem d. l. f. e. eritque ex. 6. sexti triangulus. a. b. g. equian- gulus triangulo. d. e. l. nam cum pentagoni ponantur ad invicem similes erunt ex diffinitione similium superficies angulus. b. equalis angulo. e. f. latera ipsos continentia proportionalia videlicet proportio. a. b. ad. d. e. sicut. b. g. ad. e. l. cum sint autem ex. 10. tertii duo anguli. f. f. l. sibi invicem equales. Iteque duo alii. c. f. g. sibi invicem equales erunt duo qui sunt. c. f. f. ad invicem equales ex hac communi sciatur quod equalibus sunt equalia sibi quoque equalia esse necesse est. Et quia ex prima parte. 30. tertii utroque duorum angulorum. a. b. c. d. e. f. est rectus sequitur ex. 33. primi duos triangulos. a. b. c. d. e. f. esse equiangulos quare per quartam sexti proportio diametri. a. c. ad diametrum. d. e. f. est sicut lateris. a. b. ad latus. d. e. cum itaque ex secunda parte. 18. sexti proportio duorum pentagonorum sit sicut proportio lateris. a. b. ad latus d. e. proportio duplicata est per eadem proportionem quadrati diametri. a. c. ad quadratum diametri. d. e. f. sit sicut diametri. a. c. ad diametrum. d. e. f. duplicata per hanc communem sciatur quorum dimidia sunt equalia ipsa quoque ad invicem esse equalia manifestum est quod propositum est.

Propositio .2.

Enum duorum circulorum est proportio alterius ad alterum tamquam proportio quadrati sue diametri ad quadratum diametri alterius.



Sint duo circuli. a. b. c. d. quorum diametri quoque dicantur. a. b. c. d. dico itaque quod proportio circuli. a. b. ad circulum c. d. est sicut quadrati. a. b. ad quadratum diametri. c. d. Manifestum enim est ex hac communi scientia quanta est quilibet magnitudo ad aliquam secundam tantam necesse est esse quamlibet tertiam ad aliquam quartam quod proportio quadrati diametri. a. b. ad quadratum diametri. c. d. est sicut circuli. a. b. ad superficiem aliquam que sit. e. cuiuscunque figure aut forme ponatur: hanc autem impossibile est maiorem esse aut minorem circulo. c. d. Si enim est possibile ipsam esse minorem circulo. c. d. sit itaque minor in superficie. f. itaque circulus. c. d. sit equalis duabus superficiebus. e. f. pariter acceptis constat igitur ex prima. 10. quod totiens possit ex circulo. c. d. suisque residuis subtrahi maius dimidio quousque relinquatur quantitas aliqua minor. f. inscribatur ergo sibi



vt docet. 6. quarti quadratū. c. d. g. h. de quo cōstat q̄ ipsum sit maius me-
diatate circuli. quadratum enim quod est duplum ad ipsum est circulū
circūscribens vt patet ex penultima primi. 7. quarti. Si igitur portiones
circuli existentes super latera quadrati pariter accepte fuerint minus sup-
ficie. f. sufficit. Sint aut̄ quatuor arcus existentes super dicta latera p̄ equa-
lia diuidantur & puncta ipsos arcus diuidentia cum extremitatibus late-
rum continuentur per lineas rectas. verbi gratia arcus. c. g. diuidatur per
equalia in puncto. k. & protrahantur lineæ. k'. c. k. g. sicq̄ de ceteris. Erit
q̄ quilibet triangulorum descriptorum super latera quadrati maior me-
diatate portionis in qua existit eo q̄ oīs triangulus ysocheles est medie-
tas parallelogrami sue basis per. 41. primi. Sint itaq̄ portiones existentes
super latera octogoni in scripti pariter accepte minus superficie. f. si enim
nondum hoc esset nō cessarem diuidere arcus quoq̄ latera vltime descri-
pte figure sunt corde per equalia: & iscribere figuram equilateram duplo
plurium laterum prime semper subtrahendo ab ipsis circuli portionibus
maius dimidio quousq̄ per primā. 10. portiones super latera alicuius talis
figure circulo in scripte existentes pariter accepte erunt minus superficie. f.
Sint ergo nunc que dicte sunt eritq̄ ex conceptione octogonum. c. d. ma-
ius superficie. e. In circulo igitur. a. b. eadem via inscribatur simile octo-
gonum: quod dicatur. a. b. sitq̄ ex premissa proportio octogoni. a. b. ad
octogonum. c. d. sicut quadrati diametri. a. b. ad quadratum diametri. c.
d. ideoq̄ per. 11. quinti sicut proportio circuli. a. b. ad superficiem. e. itaq̄ p̄
mutatim polygoni. a. b. ad circulum. a. b. sicut polygoni. c. d. ad superfi-
ciem. e. cumq̄ sit polygonum. c. d. maius superficie. e. erit polygonum. a.
b. maius circulo. a. b. hoc aut̄ impossibile non est ergo superficies. e. minor
circulo. c. d. Sed nec maior. Effo enim si possibile sit: cum igitur sit ppor-
tio quadrati diametri. a. b. ad q̄dratum diametri. c. d. sicut circuli. a. b. ad
superficiē. e. erit ecōuerso q̄drati diametri. c. d. ad q̄dratū diametri. a. b. sicut
superficiē. e. ad circulū. a. b. & cōstat ex cōi scia i principio huius demōstratio-
nis posita q̄ eadē ē circuli. c. d. ad aliquā superficiē q̄ sit. f. eritq̄ ex. 14. q̄nti su-
p̄ficies. f. minor circulo. a. b. itaq̄ proportio quadrati diametri. c. d. ad q̄-
dratum diametri. a. b. erit sicut circuli. c. d. ad superficiem. f. minorem cir-
culo. a. b. ¶ Sed ex hoc demonstrauimus paulo ante sequi impossibile * vi-
dalicet polygonū in scriptū circulo maius esse circulo: sicut ergo superficies
e. non pōt ēē minor circulo. c. d. ita nec maior erit ergo necessario cōlis-
quare per secundam partē. 7. quinti liquet quod propositum est.

Castigator.

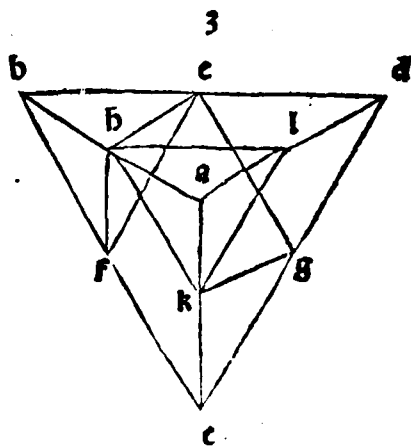
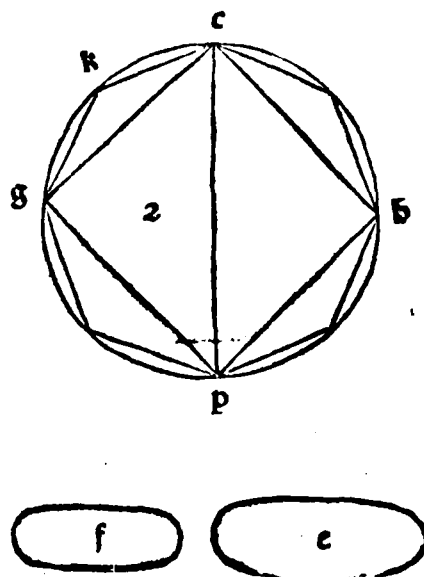
¶ Quia tūc sequeretur polygoni. c. d. ad circulū. c. d. ēē sicut circuli. a.
b. ad quantitatem. f. & sic polygoni. c. d. ēēt maius circulo. c. d. quod ē im-
possibile cum sit pars eius vt paulo ante concludisti polygonum. a. b.
esse maius circulo. a. b. & c.

Propositio 3.



¶ Pons piramis cuius basis triangula scindi pōt i
duas equas pyramides sibi inuicē totiq̄ pyramidi
similes vnaq̄ in duo seratilia q̄ ambo pariter acce-
pta dimidio totius pyramidis necesse ēēē maiora.

¶ Sit piramis. a. b. c. d. super basim triangulam. b. c. d.
cuiusq̄ vertex solidus angulus. a. a quo demittantur tres
ypothemise. a. b. a. c. a. d. ad tres angulos basis & diuidantur omnia late-
ra basis per equalia in tribus punctis. e. f. g. tres quoq̄ ypothemise per
equalia in tribus punctis. h. k. l. & protrahantur in basi due lineæ. e. f. & e.
g. eritq̄ basis eius diuisa in tres superficies quarum due sint duo triangu-
li. b. e. f. e. g. d. quos ex secunda parte secunde sexti ex diffinitione simi-
liam superficiem constat esse similes sibi inuicem & toti basi equa-
les ad inuicem ex. 8. primi tertia est tetragona: parallelograma & ipsa
est. e. f. g. c. quam constat esse duplam ad triangulum. e. g. d. ex. 40. &
41. primi demittant ergo rursus a puncto. h. due ypothemise. b. e. f. b. f. a



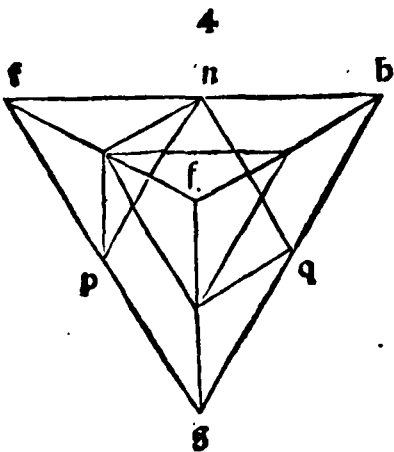
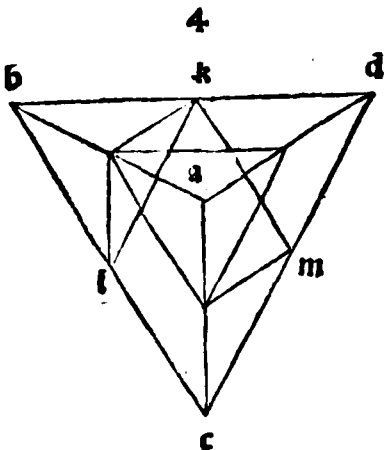
puncto.k.ypothemisa.k.g. & protrahantur linee.b.k.k.l.l.h. diuisa
itaq. tota piramis.a.b.c.d.in duas piramides que sunt.h.b.e.f. & a.b.k.l.
& duo seratilia quorum vnum est.e.g.d.h.k.l.& est super basim triangulam .e.g.
d.de duabus aut piramidibus.h.b.e.f.a.h.k.l.g. ipse si sit equalis adi no
cem sibi q. & toti piramidi.a.b.c.d.similiter constat ex diffinitione corp
rum equalium & similitum & ex.10.u. libri & ex secunda parte. 2. xxi. D
duobus aut seratilibus q. ipsa sint eqlia constat ex vltima.u. libri. Quod
vero ambo seratilia pariter accepta sint maius medietate totius pira
midis ex hoc manifestum est q. vtrunq. illorum diuissibile est in duas pira
midis quarum altera triangula equalis vni duarum in quas & seratilia
totalis piramis diuiditur.altera vero quadrangula que dupla est ad reli
quam quare patet ambo seratilia pariter accepta tres quartas esse totalis
piramidis diuise hanc proportionem si scire desideras. sextam huius .u.
libri consule.fed sufficit tibi scire quantum ad propositum illa duo serati
lia pariter accepta duas parciales piramides i quas & seratilia totalis diui
ditur pariter acceptas quantalibet quantitate excedere.

Propositio .4.



I due piramides eque alte quarum bases trian
gule singule in binas piramides equales sibi inui
cem ac toti similes binasq. seratilia equalia diuida
tur erit proportio basis vnius ad basim alterius
tanq. proportio duorum seratiliu suo:um ad duo
seratilia alterius.eritq. palas oia seratilia que fue
rint in vtrilibet illarum piramidum pariter accepta ad cuncta
seratilia que in altera piramide fuerint eandem habere propor
tionem q. basis eius piramidis ad basim alterius piramidie.

¶ Sint due piramides quarum bases triangule eque alte hec quidem.a.
b.c.d.cuius conus punctus.a.basis triangulus.b.c.d.ypothemise.a.b.a.c.
a.d.illa vero .e.f.g.h. cuius conus punctus.e.basis triangulus.f.g.h.ypo
themise.e.f.e.g.e.h.hec aut due piramides diuidantur sicut in premissa.
Sintq. bases earum diuise hec quidem protractis lineis latera basis ipsius
per equalia diuidentibus que sint.k.l.l.k.m.illa vero protractis lineis
que sint.n.p.n.q.dico ergo q. proportio basis.b.c.d.ad basim .f.g.h. est
sicut duorum seratiliu piramidis.a.pariter acceptorum ad duo seratilia
piramidis.e.pariter accepta. Manifestum est aut ex.18.xxi. pte secunda q.
pportio trianguli.b.c.d.ad triangulum.k.m.d.est sicut linee b.d.ad li
neam.k.d.duplicata p eandem quoq. est proportio trianguli.f.g.h.ad
triangulu.n.q.h.sicut linee.f.h.ad lineam.n.h.duplicata. Cumq. sit linea.b.d.
ad lineam.k.d.sicut linea.f.h.ad lineam.n.h.vtrobique.n.e. dupla pportio erit
triangulus.b.c.d.ad triangulum.k.m.d.sicut triangulus.f.g.h.ad trian
gulum.n.q.h.& pmutatim triangulus.b.c.d.ad triangulu.f.g.h.sicut tri
gulus.k.m.d.ad triangulu.n.q.h.triangulus aut.k.m.d.ad triangulu. n.q.
h.e sicut seratile exis sup ipm ad seratile exis sup illu p.33.vndecimi huius
quoq. seratilis ad illud e sicut ambo seratiliu piramidis.a. piter accepto
rum ad ambo seratilia piramidis.e.piter accepta ex.15. qntu necesse est.n.
vt sit duplum ad duplum quemadmodu simplum ad simplum.itaq. con
clude ex.11.quinti quod propositum est. Dormitas aut si dubitas seratilia
vnius harum piramidum eque alte esse seratilibus piramidis alterius.cu
n.sint piramides eque alte sit quoq. vtraq. eaz. diuisa i duas piramides e
les sibi toti q. similes & in duo seratilia eqlia & sint due parciales piramides
eque alte eo q. similes & equales quod facile patebit demissis a verticibus
partialium piramidum perpendicularibus ad bases ipsarum. de quibus p
pendicularibus ex.37.vndecimi constat esse equales. Cumq. altitudines
harum partialium piramidum pariter accepte componant altitudi
nem totalis piramidis diuise. Sintq. ambo seratilia eque alta vni partia
lium piramidum ei videlicet que superpartialem triangulum basis tota



his pyramidis componitur non est pbas ambigere feratilia vnus earum pyramidum esse eque alta feratilibus alterius earum. Correllarium vero ex eo manifestum est qd similiter bases petaliu pyramidu sic se habeat adinuicem sicut bina feratilia vnus ad bina feratilia alterius. Et quia bases partium sic se habent adinuicem sicut bases totalium ex secunda parte. 18. xxi. Et permutata proportione constat ex. 18. quinti vtrum esse quod correllarium proponit.

Propositio .5.



Pones due pyramides eque alte quas bases triangule suis basibus sunt proportionales.

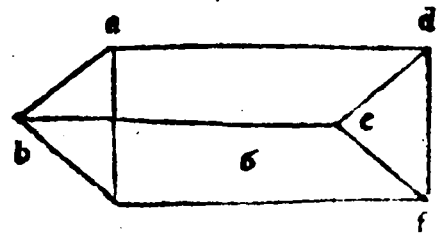
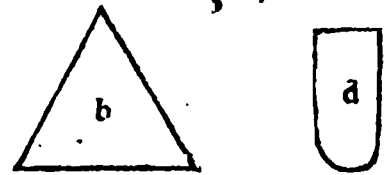
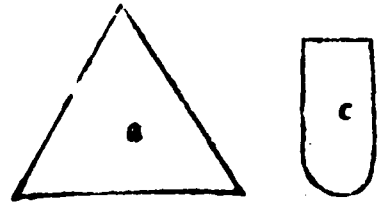
¶ Quod. 33. vndecimi pposit de solidis parallelogramis. In fine. 36. vndecimi vix esse demonstramus de feratilibus. hec quinta. 12. proponit de pyramidibus triangularibus. Intelligatur enim due pyramides eque alte quas bases sunt duo trigoni. a. f. b. dico qd proportio pyramidis. a. ad pyramidem. b. est sicut basis. a. ad basim. b. quod eodem demonstrationis vel argumentationis genere demonstrandum est quo secundum huius demonstrationis sit enim vt basis. a. ad basim. b. ita pyramis. a. ad corpus c. de quo dico qd ipsum non erit minus neq maius pyramide. b. nam si possibile est vt sit minus esto minus in solido. d. vt pyramis b. sit equalis duobus corporibus. c. f. d. pariter acceptis diuisa itaq pyramide. b. vt pponit. 3. detrahantur ab ea duo feratilia que ex premissa sunt maius medietate pyramidis ipsius itemq ex vtraq duarum partialium residuum pyramidum duo earum predicto modo diuisarum feratilia demantur Et fiat hoc totiens quousq ex pyramide. b. cogatur aduersarius p primam no. confiteri relinquit minus solido. d. eruntq ex communi scientia feratilia detracta maius c. fiat igitur a pyramide. a. similis feratiliu detractio Et intelligamus tot feratilia detracta esse ex pyramide. a. quot detrahimus ex pyramide. b. eruntq ex correllario premisse sicut basis. a. ad basim. b. ita feratilia detracta a pyramide. a. ad feratilia detracta a pyramide. b. sed sic erat pyramis. a. ad corpus. c. itaq feratilia pyramidis. a. ad feratilia pyramidis. b. sicut pyramis. a. ad corpus. c. Et permutati feratilia pyramidis. a. ad pyramidem. a. sicut feratilia pyramidis b. ad corpus. c. Cumq sint feratilia pyramidis. b. maius corpore c. erunt feratilia pyramidis. a. maius pyramide a. Et quia hoc est impossibile non erit corpus. c. minus pyramide. b. sed nec maius. hoc enim posito cum sit proportio basis. a. ad basim. b. sicut pyramidis. a. ad corpus. c. erit ecduerso basis. b. ad basim. a. sicut corporis. c. ad pyramidem. a. Erunt eadem ex communi scientia pyramidis. b. ad aliquod corpus quod sit. d. sequeturq ex. 14. quinti qd corpus. d. sit minus pyramide. a. eo qd pyramis. b. ponitur minor corpore. c. Erit igitur basis. b. ad basim. a. sicut pyramis. b. ad corpus minus pyramide. a. Ex hoc autem demonstratum est sequi impossibile videlicet feratilia detracta ab aliquo pyramide maius esse ea pyramide a qua detrahuntur ideoq re. inquitur corpus. c. esse equale pyramidi. b. cum nec minus ea possit esse nec maius Et proportionem pyramidis. a. ad pyramidem. b. esse sicut basis. a. ad basim b. hoc erat autem demonstrandum.

Propositio .6.



Pone corpus feratile in tres pyramides equales baseq triangularas habentes est diuisibile.

¶ Sit feratile. a. b. c. d. e. f. ipsum dico et diuisibile in tres pyramides triangulas equales. Protrahatur enim in vna quaq suarum trium superficierum parallelogramarum linea diagonalis itaq vna earum diagonalium sit conterminalis reliquis duabus vt si protrahas lineas. b. d. b. f. f. e. a. quas propter confussionem protrahere contempsitq totum feratile in tres tria



gulas pyramides diuisas quas ex premiffa bis afumpta facile conflat eſſe equales. Quoniam autem Euclides nihil demonſtrandum proponit de pyramidibus lateratis exceptis ſolidis his: quarum ſunt baſes triangule vt omnium cognitionem ex elementis que ponit ſufficienter elicere poſſimus: quedam arbitramur non inutile demonſtrationibus hic poſitis ad tangere: ſolis enim elementis contentus Euclides multa pretermiſit que quamuis ex eis conſequantur non tamen ſine difficultate patent ſtudentibus: horum primum eſt hoc.

¶ Si duo ſolida quorum alterum ſeratile alterum vero pyramis cuius baſis triangula ſuper eandem baſim aut ſuper equales trigonas aut ſeratile ſuper quadrangulam: pyramis vero ſuper trigonam que quadrangule baſis ſeratis ſit dimidiū conſtituta fuerint eque alta ſeratile pyramidis triplum eſſe conueniet.

¶ Si ſeratile propoſitum fuerit ſuper baſim trigonam tunc ex pyramide propoſita ſuper propriam baſim perficiatur ſeratile pyramidis propoſite eque altum. Si vero ſeratile fuerit ſuper baſim quadrangulam tunc baſis pyramidis adiciatur triangulus ex quo & baſis pyramidis perficiatur ſeratis equidistantium laterum ſuper quam ex ipſa pyramide compleatur ſeratile pyramidis eque altum. Quia igitur iſtud ſeratile ſeratis priori eſt eque altum & utroque baſes ſunt equales ex ypotheſi ſequitur ipſa eſſe equalia: hoc enim demonſtratum eſt in .36. vndecimi. at quoniam ex 6. huius. u. libri ſeratile ſecundum triplum eſt ad pyramidem propoſitam nam ipſa eſt vna ex tribus pyramidibus in quas ipſum ſeratile diuiditur. Erit quoque per communem ſcientiam propoſitum ſeratile triplum ad propoſitam pyramidem.

¶ Si quotibet pyramides quarum baſes triangule ſuper vnas eandemque baſim ſint ſuper equales conſtitute fuerint: eque alte eas eſſe ad inuicem equales neceſſe eſt.

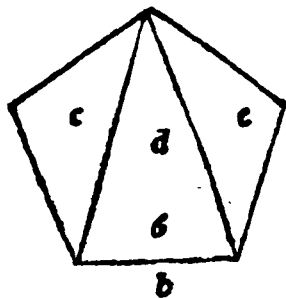
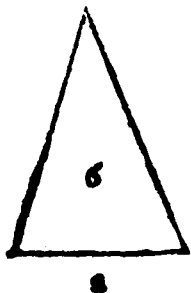
¶ Fabricato enim vno ſeratis eque alto pyramidibus propoſitis ſuper baſim triangulam equalem baſibus propoſitarum pyramidum aut ſuper baſim quadrangulam duplam baſibus earūdem: erit ipſum ſeratile triplum ad pyramides ſingulas. hoc enim conſtat ex premiffa addita ſine interpoſita: igitur ex communem ſcientia cuncte propoſite pyramides ſunt vt diximus ad inuicem equales.

¶ Omnes pyramides quarum baſes triangule eque alte ſuis baſibus ſunt proportionales.

¶ Fiant ſuper baſes propoſitarum pyramidum aut ſuper alias trigonas equales aut ſuper parallelogramas duplas ſeratis ipſis pyramidibus eque alta eruntque ob hoc ſeratis ſibi inuicem eque alta & quia ſeratis ſuis baſibus ſunt proportionalia vt probatum eſt in .36. vndecimi. 33. ipſius mediante. Cumque ex prima harum additarum manifeſtum ſit hec ſeratis tripla eſſe ad propoſitas pyramides vnumquodque videlicet ad ſuam relationem baſesque ipſorum equales aut duplas eſſe baſibus ipſarum ſit autem ex .15. quinti vt triplum ad triplum ita ſimplum ad ſimplum erūt quoque propoſite pyramides ſuis baſibus proportionales.

¶ Si fuerint due quelibet pyramides eque alte fueritque alteri baſis trigona: relique autem tetragona aut plurilatera: pyramides ipſas ſuis baſibus proportionales eſſe conueniet.

¶ Exempli gratia. Intelligantur due pyramides eque alte ſuper duas baſes. a. & b. ſitque baſis a triangula. b. vero pentagona. Et dicantur hec pyramides a. & b. itaque proportionem pyramidum a. & b. eſſe ſicut baſium a. & b. diſtinguat quidem pentagonus b. in tres triangulos. c. d. e. itaque tota pyramis b. diſtincta in tres pyramides eque altas quarum baſes ſunt trianguli c. d. e. que etiam dicantur nominibus ſuarum baſium. quia igitur ex premiffa interpoſita proportio pyramidis c. ad pyramidem a. eſt ſicut trigoni c. ad trigonum a. & pyramidis d. a. pyramidem a. ſicut trigoni d.



ad trigonum .a. itaq; piramis .e. ad piramidem .a. sicut trigoni .e. ad trigonum .a. ex .24. quinti bis assumpta sequitur q; sit proportio aggregati ex omnibus piramidibus .c. d. e. $\&$ ipsum est piramis .b. ad piramidem .a. sicut aggregati ex omnibus trigonis .c. d. e. $\&$ ipsum est pentagonus .b. ad trigonum .a. constat igitur quod volumus.

Omnes laterate piramides eque alte suis basibus proportionales esse probantur.

Si altera earum fuerit super basim triangulam ex premissa interposita constat quod dicitur. Si autem basis vtriusq; fuerit polygonia vtralibet ipsarum basium resoluta in triangulos $\&$ ipsa piramide in piramides triangularas: erit ex premissa interposita proportio vniuscuiusq; harum triangularium piramidum inter quas altera propositarum diuiditur ad reliqua si cuiusue basis ad basim alterius .itaq; per .24. quinti quoties oportet assumptam: constat verum esse quod diximus.

Propositio .7.

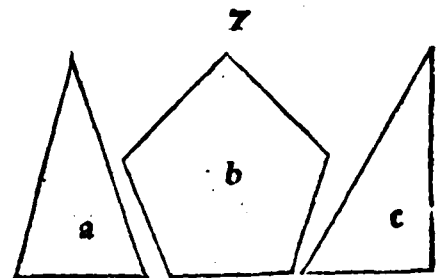
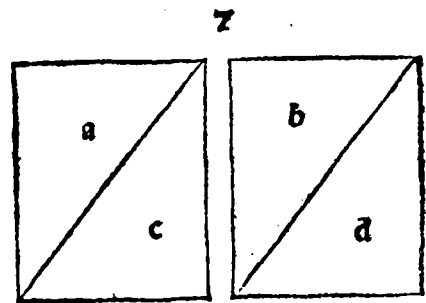


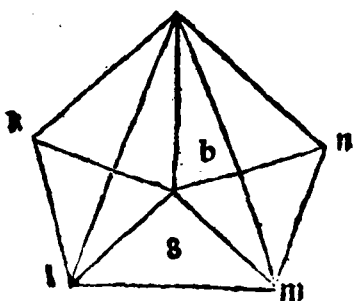
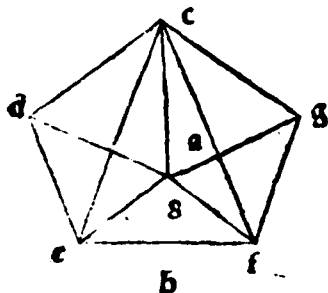
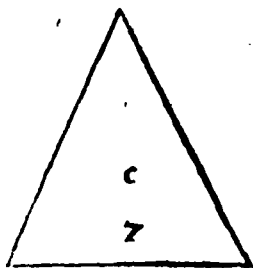
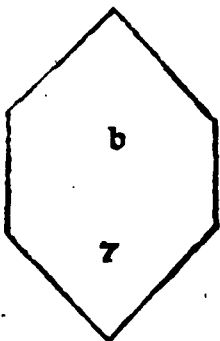
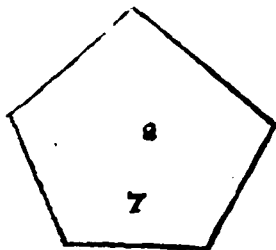
Potius piramides triangularum basium fuerint equeales earum bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases $\&$ altitudines fuerint mutue easdem piramides sibi invicem esse equeales necesse est.

Quod trigesima quarta $\&$ trigesima quinta vndecimi proposuerunt de solidis parallelogramis: $\&$ nos in .36. eiusdem demonstrauimus de scutulis: hanc septima .n. proponit de piramidibus habentibus bases triangulas. **I**ntelligentur enim due piramides equeales super duos trigonos. vel triangulos .a. $\&$.b. que dicantur .a. $\&$.b. dico itaq; q; proportio basis .a. ad basim .b. est sicut proportio altitudinis piramidis .b. ad altitudinem piramidis .a. $\&$ si hoc fuerit dico piramides .a. $\&$.b. esse equeales. Adhibeantur quidem duobus trigonis .a. $\&$.b. duo alii qui sint .c. $\&$.d. vt fiant ambe superficies .a. c. $\&$.b. d. equidistantium laterum $\&$ ex ipsis piramidibus super bases .a. c. $\&$.b. d. compleantur solida parallelograma piramidibus propositis eque alta que similiter dicantur .a. c. $\&$.b. d. Manifestum igitur e ex sexta huius .n. q; piramis .a. est sexta pars solidi .a. c. $\&$ piramis .b. sexta solidi .b. d. itaq; ex .35. vndecimi argue propositum: primam quidem partem ex prima. secundam autem ex secunda.

Quod si due quilibet piramides laterate fuerint equeales earum bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases earum altitudinibus ipsarum mutue fuerint easdem piramides equeales esse oportet.

Si bases vtriusq; fuerint triangule demonstratum est verum esse quod diximus. Si sit altera tantum igitur .a. basisq; alterius piramidis sit .b. $\&$ sumatur trigonus .c. equalis polygonio .b. fiatq; super .c. piramis eque alta piramidi que est super .b. $\&$ sint .a. b. c. equiuoca nomina piramidum $\&$ basium. quia igitur ex ypothesi due piramides .a. $\&$.b. sunt equeales $\&$ ex vltima interpositarum ad sextam huius duarum piramidum .b. $\&$.c. sunt equeales: $\&$ erunt ex communi scientia due piramides .a. $\&$.c. equeales: igitur bases earum sunt mutue ad altitudines earum ex prima parte .7. huius. Cumq; bases .b. $\&$.c. sint equeales: altitudines quoq; piramidum .b. $\&$.c. equeales. Erunt ex prima parte $\&$ secunda .7. quinti bases .a. $\&$.b. mutue altitudinibus piramidum .a. $\&$.b. **S**ecunda pars conuerso modo probatur. nam si fuerit basis .a. ad basim .b. vt altitudo piramidis .b. ad altitudinem piramidis .a. erit ex .2. pte $\&$ pri .7. qnti basis .a. ad basim .c. sicut altitudo piramidis .b. ad altitudinem piramidis .a. itaq; ex secda pte huius .7. due piramides .a. $\&$.c. sunt equeales quare p communem sci am due quoq; piramides .a. $\&$.b. sunt equeales. **S**i vero neutra propositarum piramidum fuerit





trigona sed vtraq; polygonia. Verbi gratia altera pentagona altera exagona que adhuc dicantur a. f. b. sumatur similiter triangulus. c. equalis exagono. b. super quem fiat piramis eque alta piramidi. b. eruntq; due piramides. b. f. c. equales. ideoq; due que sunt a. f. c. etiam per conceptionem equales quare basis. a. ad basim. c. sicut altitudo piramidis. c. ad altitudinem piramidis. a. hoc enim nuper demonstratum est. Est ergo ex septima quinti basis. a. ad basim. b. sicut altitudo piramidis. b. ad altitudinem piramidis. a. Conuersa conuerso modo patet. si enim basis. a. ad basim. b. fuerit vt altitudo piramidis. b. ad altitudinem piramidis. a. erit quoq; ex septima quinti basis. a. ad basim. c. vt altitudo piramidis. c. ad altitudinem piramidis. a. ideoq; vt patet ex prioribus erunt due piramides. a. f. c. equales quare etiam ex communi scientia f. due que sunt a. f. b. erunt etiam equales. Et hoc est propositum.

Propositio .8.



Primum duarum pyramidum similium quarum bases triangule e. pportio alterius ad alteram tanq; lateris ad lateris eius relatiuum proportio triplicata. ¶ Propositis duabus piramidibus bases triangular habentibus similibus ex ipsis perfice duo solida parallelograma quemadmodum dictum est in demonstratione premis feruntq; hec duo solida parallelograma similia eo q; piramides ponuntur similes ad inuicem. nam duo solidi anguli qui sunt communes piramidibus f. solidis parallelogramis superficialibus angulis numero f. quantitate equalibus continentur: f. latera quoq; illos angulos superficies continentia sunt proportionalia quare ex. 34. primi tres superficies solidorum parallelogramorum communes angulos solidos constituentes sunt equi angule f. laterum proportionalium. ideoq; similes ex diffinitione similium superficialium: quare ex. 14. f. 13. quinti ante sex superficies horum duorum solidorum parallelogramorum sunt similes ad inuicem: igitur a diffinitione corporum similium erunt ipsa solida similia: quare cum pportio solidorum f. pyramidum sit vna ex. 15. quinti. nam solida sunt sexcupla piramidibus ex sexta huius. cumq; sit proportio solidorum vna sicut suorum relatiuum laterum triplicata ex. 36. vndecimi libri: Sint autem latera solidorum eadem quoq; latera pyramidum. erit quoq; ex. 11. quinti proportio propositarum pyramidum sicut suorum relatiuum laterum proportio triplicata: quod e propositum.

¶ Quod si fuerit due quelibet pyramides laterate similes erit proportio alterius ad alteram sicut sui lateris ad sibi relatiuum lateris alterius proportio triplicata.

¶ Sine due laterate pyramides quarum coni. a. f. b. similes sintq; sup bases pentagonas que sunt. c. d. e. f. g. h. k. l. m. n. dico q; proportio earum e sicut suorum relatiuum laterum triplicata. Constat enim ex diffinitione similium superficialium f. corporum q; pentagoni qui sunt bases propositarum pyramidum sibi ad inuicem. cunctiq; reliqui trianguli ipsas ambiens sibi inuicem sunt similes. Diuidantur itaq; bases ambarum in triangulos similes f. numero equales prout. 18. sexti proponit esse possibile protractis in hac quidem lineis. c. e. f. c. f. in illa vero. h. l. f. h. m. Di eo igitur istas pyramides esse diuisas in pyramides triangulas similes f. numero equales. Construantur enim ad inuicem due pyramides. a. c. d. e. b. b. k. l. quarum coni sunt. a. f. b. constat autem ex ypothesi triangulum. c. a. d. esse similem triangulo. b. h. k. f. triangulum. d. a. e. triangulo. k. b. l. f. quia etiam ex ypothesi angulus. d. est equalis angulo. k. f. latera. c. d. f. d. e. continentia angulum. d. sunt proportionalia lateribus. b. k. f. k. l. continentibus angulum. k. erunt ex. 6. sexti duo trianguli. c. d. e. f. h. k. l. equianguli. ideoq; per. 4. sexti erit proportio. c. d. ad. h. k. sicut. c. e. ad. b. l. cumq; ex ypothesi sit proportio. c. a. ad. b. b. f. etiam. a. c. ad. b. l. sicut

e.d.ad.h.k. erit ex.ii. quinti. c.a.ad.h.b. f. a.e.ad.b.l. sicut.c.e.ad.b.l. igitur
ex.5. sexti f. diffinitione similium superficierum triangulus c.a.e. erit si-
milis triangulo. h.b.l. manifestum est itaq. ex diffinitione similium cor-
porum q. pyramis. a.c.d.e. est similis pyramidi. b.h.k.l. similiter quoq.
constat pyramidem. a.c.e.f. esse similem pyramidi. b.h.l.m. f. pyramidem
a.c.f.g. pyramidi. b.h.m.n. Quia ergo ex hac 8. p. portio pyramidis. a.c.
d.e. ad pyramidem. b.h.k.l. est sicut lateris. c.d. ad latus. h.k. triplicata f.
etiam pyramidis. a. c.e.f. ad pyramidem. b. h.l.m. sicut. e.f. ad. l.m.
triplicata. ac etiam pyramidis. a.c.f.g. ad pyramidem. b.h.m.n. sicut. c.g.
ad. h.n. triplicata cum sit ex ypothesi proportio. e.f. ad. l.m. f. c.g. ad. h.
n. sicut. c.d. ad. h.k. sequitur ex. 13. quinti vt proportio totalium pyramidi
a. f. b. sit sicut vnus harum partialium ad aliam vnā. igitur ex hac 8.
f. vndecima quinti constat verum esse quod diximus.

**¶ Omnes columne laterate eque alte suis basibus sunt pro-
portionales.**

¶ Verum est quod dicitur super qualescūq. bases polygonias sint colum-
ne. Columnas autem lateratas vocamus solida corpora laterata quorū
bases f. superficies suppreme sunt similes f. equales. cuncte vero relique su-
perficies ipsa solida circumstantes sunt equidistantium laterum Talium
autem solidorum prima species est seratilis cum super vna suarum trilate-
rarum si perficietur intelligitur esse statutum. Secunda vero species est
columna cuius basis sit quadrilatera quam ex duobus seratilibus necesse
est esse compositam: f. tertia est cuius basis ē pentagona f. ipsa ex tribus
seratilibus perficitur. Simpliciter autē dico q. omnis laterata columna
in tot corpora seratilia potest distingui in quot triangulos sua basis. In
telligantur itaq. due columne laterate. a. f. b. constitute super duas bases
a. f. b. eque alte. dico q. proportio columnarum. a. f. b. est sicut basium.
a. f. b. Distinguantur nāq. hee bases in triangulos f. hee columne in ser-
atilia basis quidem. a. que ponatur esse quadrangula in duos trigonos
s. c. f. d. f. columna. a. in duo seratilia. c. f. d. basis vero. b. que sit penta-
gonā distingatur in tres trigonos. e. f. g. f. columna. b. in tria seratilia
que similiter vocentur. e. f. g. ¶ Manifestum est igitur ex his que in. 36. vn-
decimi dicta sunt q. proportio seratilis. c. ad seratile. e. est sicut basis. c. ad
basim. e. f. iterum seratilis. d. ad seratile. e. sicut basis. d. ad basim. e. quare
per. 24. quinti erit columne. a. ad seratile. e. sicut basis. a. ad basim. e. eadē
ratione erit columna. a. ad seratile. f. sicut basis. a. ad basim. f. at rursus
columne. a. ad seratile. g. sicut basis. a. ad basim. g. Igitur ex. 24. quinti
quotiens necesse fuerit assumpta facile concludes propositum constā
itaq. ex hoc q.

**¶ Omnes columne laterate super eandem basim vel super
equales constitute si fuerint eque alte erunt equales.**

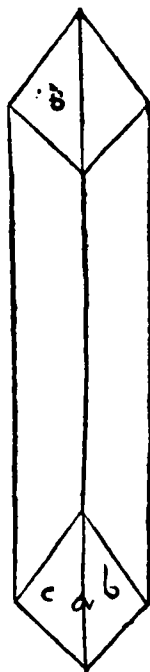
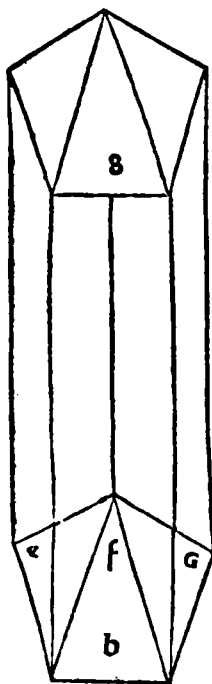
¶ Cum enim vt proximo probatum est eque alte columne laterate
sint suis basibus proportionales. ponantur autem bases esse aut eadē
aut equales necesse est ex. 24. quinti vt etiam columne sint equales
constat quoq. q.

**¶ Si fuerint quelibet solida paralellograma seratilia 2 late-
rate columne eque alta ipsa quoq. suis basibus proportionalia
essē necessario comprobantur.**

¶ Omnia enim hee species sunt lateratarum columnarum de quibus
paulo ante vniuersaliter probatum est verum esse quod dicitur.

¶ Omnis laterata columna tripla est ad suam pyramidem.

¶ Distinguat basis columne in triangulos f. secundum numerum
triangulorum illorum distingatur columna in seratilia f. pyramis colū-
ne in pyramides habentes bases triangulas que videlicet sunt bases serati-
lium. constat itaq. vnumquodq. seratile ad eam pyramidem que super
eandem basim cum ipso seratili consistit triplum esse hoc enim demon-
stratum est in sexta huius duodecimi libri igitur ex. 13. quinti omnia



scatilia pariter accepta ad omnes pyramides pariter acceptas necesse est esse triplum cuiusq. ex omnibus scatilibus pariter acceptis columna & ex omnibus pyramidibus pariter acceptis pyramis columnę perficiantur constat veram esse hanc nostram propositionem.

¶ Si fuerint due quęlibet columnę laterate equales: earum bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases earum & altitudines mutue fuerint: eadem columnę equales esse necesse est.

¶ Si enim columnę sint equales earum pyramides erunt equales eo q. omnis laterata columna est tripla ad suam pyramidem. si autem pyramides fuerint equales sue bases suis altitudinibus mutue erunt quemadmodum demonstratum est in septima huius. **¶** Quia igitur columnarum suarumq. pyramidum eadem sunt bases & altitudines sunt eadem. constat prima pars propositi. **¶** Sint igitur bases & altitudines propositarum columnarum lateratarum mutue: dico q. columnę erunt equales. cum enim eadem sint bases eademq. altitudines columnarum suarumq. pyramidum: erunt bases & altitudines pyramidum propositarum columnarum mutue. si hoc ut positum est verum fuerit de columnis. erunt itaq. pyramides equales prout in septima huius demonstratum est igitur & columnę equales cum ipse triplę sint ad suas pyramides: quare patet secunda pars eius quo propositum est.

¶ Omnium duarum columnarum lateratarum similium est proportio alterius ad alteram tanq. lateris ad suum relatiuum: latus proportio triplicata.

¶ Si columnę fuerint similes erunt ex diffinitione similium corporum bases earum ceteręq. superficies eas ambientes similes. Diuidantur itaq. bases earum in triangulos similes & numero equales quemadmodum. 13. sexti proponit esse possibile: & ipse columnę diuidantur in scatilia super hos triangulos existentia. stude igitur probare scatilia vnus suis relatiuis scatilibus alterius esse similia: quod facile probabis ex ypothēsi & sexta & quarta & quinta sexti: & diffinitione similium superficierum & diffinitione similium corporum hoc aut probato erit ex. 36. vndecimi proportio vnus cuiusq. scatilis vnus ad suum relatiuum scatile alterius sicut sui lateris ad latus illius proportio triplicata: Et quia omnium laterum est proportio vna cum cuncta scatilia vnus sint similia suis relatiuis scatilibus alterius. sequitur ex vndecima quinti ut cunctorum scatilium vnus ad sua relatiua scatilia alterius sit proportio vna: quare per. 13. quinti que est proportio vnus scatilis ad suum scatile relatiuum alterius eadem est omnium pariter acceptorum ad omnia pariter accepta & quia vtrobiq. omnia scatilia pariter accepta componunt columnas & relatiua latera scatilium sunt relatiua latera columnarum necesse est ex vndecima quinti ut proportio columnarum sit sicut suorum relatiuorum laterum proportio triplicata quod est propositum.

Propositio .9.



Pons columna rotunda pyramidi sue triplex esse comprobatur.

¶ Supra circulum .a. intelligatur vna columna & vna pyramis secundum eandem suam altitudinem erectę: dicanturq. equiuoce ipsa pyramis & columna & circulus nomine vno scilicet .a. dico itaq. q. columna .a. est tripla ad pyramidem .a. cuius probatio est quia neq. maior neq. minor potest esse q. tripla. Sit enim primum si possibile ē maior q. tripla quantitate corporis b. ita q. si b. corpus dematur de columna .a. erit residuum eius triplum ad pyramidem .a. Inscribatur ergo quadratum circulo .a. super quod erigantur duo scatilia eque alta columnę .a. de quibus duobus scatilibus par

ter acceptis constat q̄ ipsa sunt plus medietate columnne. a. quemadmo-
dum ipsum quadratum constat esse plus medietate circuli. a. Si enim ex
ipsis seratilibus perficiantur solida parallelograma quorum ipsa sunt me-
dietates: erit ipsa columna pars ipsorum duorum solidorum pariter acce-
ptorum. ¶ Deinde super latera quadrati inscripti perficiam quatuor tria-
gulo: duum equalium laterum in portionibus circuli quarum portionū
latera quadrati sunt corde diuisis arcibus illarum portionum per equa-
lia & sunt illi trianguli. c. d. e. f. super quos etiam erige seratilia ad altitudi-
nem columnne. a. & manifestum est q̄ hec seratilia sunt maius medietate
portionum columnne super portiones circuli consistentium quemadmo-
dum & ipsi trianguli sunt maius medietate portionum circuli. Fiat autē
hoc totiens quousq̄ per primam. 10. cogatur aduersarius confiteri portio-
nes columnne pariter acceptas esse minus corpore. b. ¶ Erit igitur colum-
na laterata octogona quam componunt omnia seratilia pariter accepta
quorum bases sunt trianguli diuidentes polygonum inscriptum circulo
a. maius triplo pyramidis rotunde. a. & quia ipsa laterata columna est
triplo ad suam pyramidem sicut demonstratum est in eis que premissa
sunt. sequitur ex secunda parte. 10. quinti libri vt rotunda pyramis. a. sit
minor laterata pyramide laterate columnne cuius basis est inscriptum po-
ligonium basi rotunde pyramidis. a. quod est impossibile. Est enim pi-
ramis laterata pars ipsius pyramidis rotunde inon est igitur pyramis. a.
minus tertia parte sue columnne. sed nec plus tertia. Si enim possibile est
sit pyramis. a. plus tertia parte columnne. a. quantitate corporis. b. ita q̄ de
tracto corpore. b. de pyramide. a. sit residuum ipsius pyramidis tertia pars
columnne. a. igitur quemadmodum prius ex pyramide. a. intelligatur de-
trahi pyramis laterata sibi eque alta cuius basis sit quadratum circulo. a.
inscriptum quam lateratam pyramidem constat esse plus dimidio pira-
midis rotunde. Item de residuo pyramidis. a. rursus intelligantur detra-
hi pyramides eque alte statute super triangulos. c. d. e. f. qui sunt in portio-
nibus basis & hoc totiens fiat vt ex prima decimi relinquantur ex pyrami-
de. a. minus corpore. b. Erit itaq̄ pyramis laterata inscripto poligono su-
perstantis quam componunt laterate pyramides ex rotunda pyramide de-
tracte maius tertia parte rotunde columnne. a. & quia vt probatum est i pre-
cedentibus hec pyramis laterata est tertia pars sue columnne laterate. a. seq-
tur denuo ex secunda parte. 10. quinti libri columnnam rotundam. a. esse
minorem columna laterata eiusdem altitudinis cuius basis ē poligoniū
basi rotunde pyramidis inscriptum: hoc autem impossibile: nam hec co-
lumnna laterata pars est columnne rotunde. Cum igitur columna rotunda
non possit esse minus triplo sue pyramidis neq̄ maius: erit necessaria tri-
pla ad eam quod demonstrare volumus.

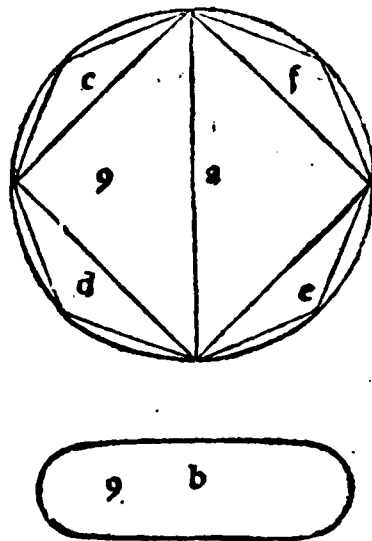
Castigator.

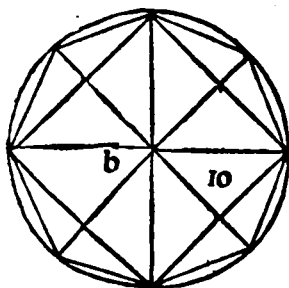
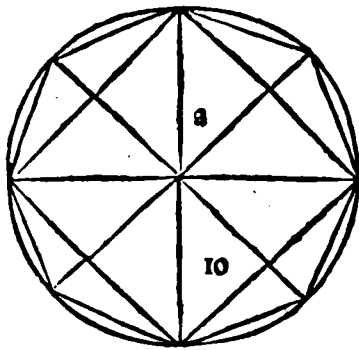
a ¶ Quia minus deficit ad complendam totam columnnam q̄ triplo
cui deficit corpus. b. q̄ maius est portionibus columnne p̄ter acceptis.
b ¶ Cum quelibet tertia pars huius sit maior tertia parte illius rotun-
de. Ideo tota totali.

Propositio .10.



¶ Animum duarum rotundarum pyramidū simi-
limum columnnarum ve rotundarum similitum est
pportio alterius ad alterā tanq̄ diametri sue ba-
sis ad diamet̄r basis alterius p̄portio triplicata.
¶ Sint duo circuli. a. & b. super quos conscribātur due
rotunde pyramides similes duęq̄ columnne rotunde simi-
les & dicantur circuli & pyramides & columnne & diametri circulorum
his noībus. a. & b. equiuoce: dico itaq̄ q̄ proportio duarum pyramidum
a. & b. duarumq̄ columnnarum. a. & b. est sicut quārum diametrorum





a. & b. pportio triplicata: hoc autem si de piramidibus confisterit: de columnis autem constabit ex. 15. quinti. cum omnis columna rotunda sit ex premissa tripla ad suam piramidem: de piramidibus autem constabit hoc demonstratione ducente ad impossibile. Est enim per communem scientiam positam in principio secunde demonstrationis huius. a. libri que proportio diametri. a. ad diametrum. b. triplicata: eadem piramidis. a. ad aliquod corpus. Illud igitur corpus sit. c. de quo dico qd ipsum non potest esse minus neq. maius piramide. b. Sit primo minus si fuerit possibile quantitate corporis. d. ita qd duo corpora. c. & d. pariter accepta sint quantum piramidi. b. itaq. quemadmodum in secunda parte premissa ex piramide. b. detrahatur laterata piramidi sibi eque alta cuius basis sit quadratum inscriptum circulo. b. & ex residuo eius detrahantur piramides eiusdem altitudinis consistentes super trigonorum portionum circuli. b. fiat itaq. hoc totiens quousq. cogente prima. io. sit residuum piramidis. b. minus corpore. d. erit ex communi scientia laterata piramidi detracta quam componunt partiales piramides detracte maius corpore c. Inscrubatur itaq. circulo. a. polygonum simile illi quod est basis laterate piramidis detracte a piramide. b. & ad angulos huius polygoni inscripti circulo. a. demitte lineas a cono piramidis. a. perficiens super illud polygonum lateratam piramidem eque altam rotunde piramidi. a. hanc igitur studeas demonstrare esse similem laterate piramidi detracte a rotunda piramide. b. quod hoc modo facies. In vtraq. piramide eriges axem ipsius qui erit ex diffinitione linea continuans verticem piramidis cum centro basis & erit perpendicularis ad basim. ¶ De hinc a centr. basium protrahas in vtroq. circulo semidiametros ad omnes angulos vtriq. usq. polygoni inscripti cumq. ex diffinitione. a. similium piramidum rotundarum sit pportio axis vnus ad axem alterius sicut diametri basis vnus ad diametrum basis alterius. ideoq. etiam ex. 15. quinti & equa proportionalitate sicut semidiametri ad semidiametrum. sunt autem vtrobiq. omnes anguli quos axes cum semidiametris continent recti necesse est ex sexta ppositione sexti libri & qrt. eiusd. & diffinitioe similium superficies. & si milium corporum diffinitioe vt laterata piramidi. a. sit similis laterate piramidi. b. qre per additam ad. 8. huius proportio laterate piramidis. a. ad lateratam. b. est sicut lateris vnus ad suum relatiuum latus alterius proportionio triplicata. ideoq. & sicut diametri. a. ad diametrum. b. triplicata. igitur quoq. sicut rotunde piramidis. a. ad corpus. c. ex. 11. quinti quare permutatim proportio laterate piramidis. a. ad rotundam piramidem. a. sicut laterate piramidis. b. ad corpus. c. Et quia laterata piramidi. b. maior est corpore. c. erit laterata piramidi. a. maior rotunda piramide. a. quod est impossibile cum sit pars eius. Non est ergo corpus. c. minus rotunda piramide. b. Restat itaq. probandum qd nec maius. Si enim aduersarius dicat ipsam esse maius tunc arguatur ex conuersa proportionalitate proportionem diametri. b. ad diametrum. a. triplicatam esse sicut corporis. c. ad rotundam piramidem. a. sed ex conceptione eadem est rotunde piramidis b. ad aliquod corpus aliud quod sit. d. & quia ex ypotbesi corpus. c. maius est rotunda piramide. b. sequitur. ex. 14. quinti qd rotunda piramidi. a. sit maior corpore. d. itaq. proportio rotunde piramidis. b. ad corpus quod est minus rotunda piramide. a. videlicet ad. d. est sicut sue diametri. b. ad diametrum alterius proportio triplicata. hoc autem est impossibile. na ex hoc demonstrauimus sequi qd pars sit maior suo toto. cum ergo corpus. c. non possit minus esse neq. maius rotunda piramide. b. erit necessario sibi equale. ideoq. ex secunda parte. 7. quinti constat propositum. Non lateat autem nos huius demonstrationis processum ad eas dumtaxat columnas & piramides rotundas coartari quarum axes suis basibus perpendiculariter insunt: tales enim diffinitae fuerunt in principio vnde cum tamen passio hic demonstrata communiter conueniat omnibus columnis rotundis similibus piramidibusq. rotundis similibus sue ca-

nam axes super bases suas fuerint orthogonaliter erecte siue super eas fuerint inclinate: & appellentur differentie causa hee rotunde columne & pyramides quarum basibus axes orthogonaliter superstant erecte et relique vero dicantur inclinate: & quia in principio. n. non sunt diffinitae columne aut pyramides rotunde nisi ille tantum quas erectas vocamus. hee quidem per motum parallelogrami rectanguli ille vero per motum trigoni rectanguli. ideo conueniens arbitramur diffinire columnas rotundas & pyramides diffinitionibus communiter & vniuoce conuenientibus erectis & inclinatis columnis & pyramidibus rotundis. Cum igitur extra superficiem alicuius circuli descripti signatur punctus qui cum circumferentia ipsius circuli per lineam rectam continuatur si linea ipsa signato puncto manente fixo descripto circulo quousque ad locum vnde moueri inceperit. circumducatur corpus quod a curua superficie quam motu suo describit hec linea & ab ipso circulo cui circumducitur continetur voco pyramidem rotundam & circulum cui linea hec circumducitur voco basim ipsius pyramidis. fixum autem punctum extra circuli superficiem signatum voco conam pyramidis: lineamque rectam continuantem centrum basim cum cono pyramidis appello axem seu sagittam pyramidis. Cumque hec sagitta fuerit perpendicularis ad basim dico pyramidem esse erectam. cum vero inclinata dico etiam pyramidem inclinatam. Cum autem fuerint duo circuli equales descripti in superficiebus equidistantibus quos una plana superficies per eorum centra transiens secuerit fuerintque continuate per lineam rectam due relative sectiones duarum circumferentiarum ipsorum circulorum. Si linea hec in circumferentiis ipsorum circulorum equidistanter situi a quo moueri inceperit quousque ad locum suum redeat circumducatur corpus quod a curua superficie quam motu suo describit hec linea & a duobus propositis circulis continetur: voco columnam rotundam. cuius axis siue sagitta est linea recta centra duorum circulorum continuans. Et cum hec sagitta fuerit perpendicularis ad superficiem vtriusque duorum circulorum dico columnam esse rectam. Cum vero fuerit super basim inclinata dico columnam esse inclinatam. Cumque fuerint due rotunde pyramides aut columne a quarum axibus egrediantur due superficies super bases earum orthogonaliter erecte fuerintque anguli quos axes & communes sectiones harum superficierum & basium continent adinuicem equales: & fuerit proportio axis vnius ad axem alterius sicut semidiametri basis vnius ad semidiametrum basis alterius: tunc illas duas pyramides adinuicem aut illas duas columnas adinuicem dico similes esse. His diffinitionibus positis demonstrandum est quod omnium duarum rotundarum pyramidum similium columnarum vel rotundarum similium siue erecte siue inclinate fuerint est proportio vnius ad alteram sicut diametri basis vnius ad diametrum basis alterius proportio triplicata quod de solis erectis demonstratum est ad hoc autem premitimus antecedens necessarium.

Castigator.

a. Diffinitio non dicit hoc sed ex permutata proportio. elicitur. Quoniam si proportio axis vnius ad diametrum siue basis est sicut axis alterius ad diametrum siue basis. Ergo permutatim axis vnius ad axem alterius sicut diametri vnius ad diametrum alterius &c.

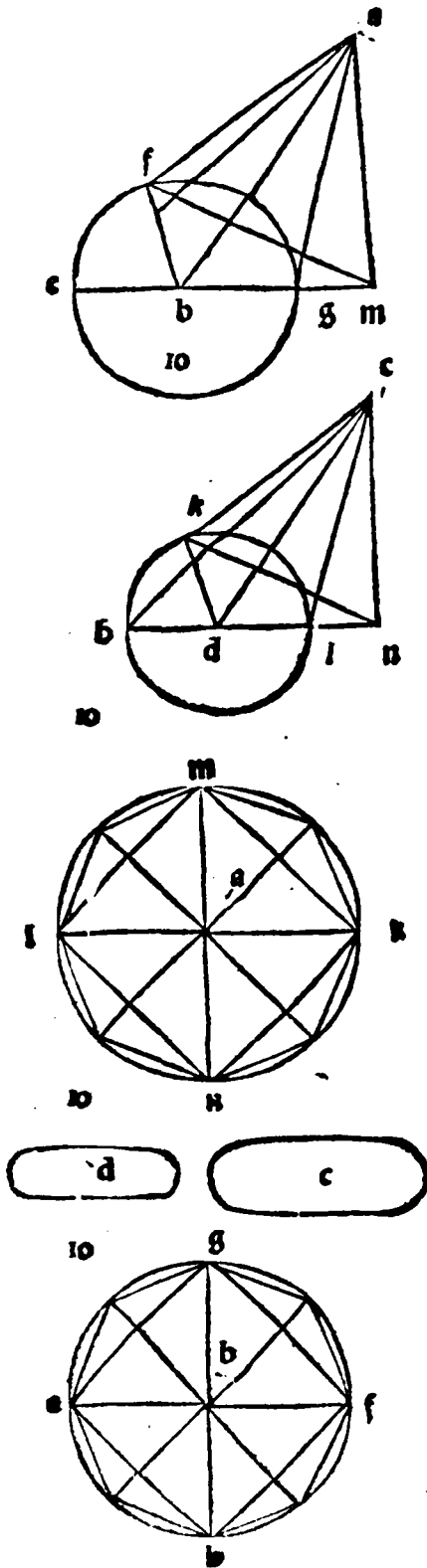
Si fuerint due rotunde pyramides adinuicem similes vtraque quarum due plane superficies super axem secant fuerintque harum duarum superficierum altera in vtraque pyramide super basim eius orthogonaliter erecta at arcus basium inter illas duas superficies contenti similes: erunt anguli quos axes & due communes sectiones basium & earum superficierum que super

bases non ponuntur orthogonaliter erecte continent a diuini-
centi equales.

¶ Sint due rotunde pyramides .a.b.f.c.d. quarum bases sunt circuli .e.f. g.f.b.k.l. & axes due linee .a.b.f.c.d. & diametri basium .e.g.f.h.l. cetera basium sunt duo puncta .b.f.d. conijungantur .a.f.c. similes adinuicem & ab earum conis ad superficiem basium protrahantur ut docet .n. vndecimi libri due perpendicularares que sunt .a.m.f.c.n. & continentur puncta .m.f.n. cum centrīs basium protractis lineis .b.m.f.d.n. eritq; ex is. vndecimi superficies .a.b.m. que egreditur ab axe .a.b. erecta sup basim pyramidis .a.b. orthogonaliter. Eodem modo superficies .c.d.n. que egreditur ab axe .c.d. erit erecta super basim pyramidis .c.d. orthogonaliter. Sint itaq; duo arcus .f.g.f.k.l. similes & intelligatur due superficies .a.b.f.c.d.k. egredi ab axibus & secare pyramides .a.b.f.c.d. similes.

¶ Dico igitur duos angulos .a.b.f.c.d.k. esse adinuicem equales. Protrahantur .n. due linee .f.m.f.k.n. quia igitur due pyramides .a.b.f.c.d. sunt similes & due superficies .a.b.m.c.d.n. stantes orthogonaliter sup bases egrediuntur ab earum axibus: erit ex diffinitione similium pyramidum angulus .a.b.m. equalis angulo .c.d.n. & quia ex diffinitione linee supra superficiem perpendiculariter erecte uterq; duorum angulorum .a.m.b.c.n.d. est rectus erunt ex .3a. primi .f. 4. sexti duo primi trianguli .a.b.m. & c.d.n. laterum proportionalium ut proportio linee .a.b. ad lineam .c.d. sicut .b.m. ad .d.n. & sicut .a.m. ad .c.n. Et quia ex diffinitione similium pyramidum proportio axis .a.b. ad axem .c.d. est sicut semidiametri .b.f. ad semidiametrum .d.k. erit ex .n. quinti. proportio .b.f. ad .d.k. sicut .b.m. ad .d.n. Cumq; sint duo anguli .f.b.m. & k.d.n. equales eo q; duo arcus .f.g.f.k.l. sunt similes ex ypothesi: erit ex sexta & quarta sexti proportio .f.m. ad .k.n. sicut .b.m. ad .d.n. ideoq; sicut .a.m. ad .c.n. & quia iterum ex diffinitione linee super superficiem perpendiculariter erecte uterq; duorum angulorum .a.m.f.c.n.k. est rectus: erit ex sexta & quarta sexti proportio .a.f. ad .c.k. sicut .a.m. ad .c.n. ideoq; per .n. quinti sicut .a.b. ad .c.d. & sicut .b.f. ad .d.k. igitur ex quinta sexti duo anguli .a.b.f. & c.d.k. sunt adinuicem equales quod est propositum.

¶ I dem probabis leuiter de rotundis columnis similibus: hoc itaq; demonstrato dico q; omnium duarum rotundarum pyramidum similium quecumq; fuerint sue erecte sue inclinate est proportio vnius earum ad alteram sicut diametri sue basis ad diametrum alterius basis proportio triplicata. Sint enim ut prius due rotunde pyramides .a.f.b. quarum bases sunt circuli .a.f.b. & horum circulorum diametri sunt etiam .a.f.b. suq; proportio pyramidis .a. ad corpus .c. sicut diametri .a. ad diametrum .b. proportio triplicata. non erit igitur corpus c. minus neq; maius rotunda pyramide .b. Sit enim primo si possibile est minus quantitate corporis .d. ita q; duo corpora .c.f.d. pariter accepta sint quantum rotunda pyramis .b. ab axe igitur pyramidis .b. prodeat superficies que sit orthogonaliter erecta super circulum .b. Sitq; communis sectio huius superficies & circuli .b. linea .e.f. transiens per centrum .b. que erit diameter circuli .b. & protrahatur intra circulum .b. alia diameter secans hanc orthogonaliter que sit .g.h. Sicq; inscribatur circulo .b. quadratum e.g.f.b. & a rotunda pyramide .b. intelligatur detrahi laterata pyramis cuius basis est quadratum circulo .b. inscriptum: que ut probatum est supra maius erit dimidio rotunde pyramidis. Et ex residuo eius detrahant pyramides eiusdem altitudinis consistentes sup trigonos portionis circuli .b. fiatq; hoc toties quouq; residuum sit rotunde pyramidis .b. minus corpore d. ex pria decimi. Eritq; ex conceptione laterata pyramis detracta qua cōponunt laterate partiales pyramides detracte maius corpore .c. tūc ergo p deat ex axe pyramidis .a. superficies alia que sit orthogonaliter erecta super circumum .a. & sit communis sectio huius superficies & circuli .a. linea

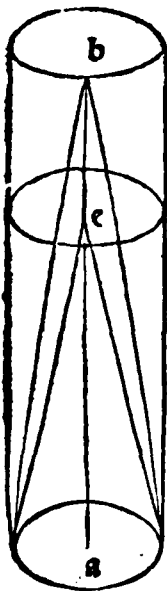


R. l. que ob hoc erit diameter circuli. a. protrahatur autem in circulo. a. alia diameter secans hanc orthogonaliter que sit. m. n. sicq. inscribatur in circulo. a. quadratum. R. n. l. n. & diuidendo arcus portionum circuli. a. per equalia perficiantur in circulo. a. polygonum simile illi quod est inscriptum circulo. b. & ad singulos angulos huius polygoni demitte lineas rectas a cono pyramidis. a. perficietur super illud polygonum laterata pyramidem eque altam pyramidi. a. hanc autem lateratam pyramidem probabis esse similem laterate pyramidi detracte. a. rotunda pyramide. b. quod hoc modo facies produces axes cogitatione vel actu vtriusq. in vrisq. pyramidibus. a. & b. & a. ceteris basium protrahas lineas rectas ad omnes angulos inscriptorum polygoniorum. Eruntq. ex premisso antecedente omnes anguli quos continet axis pyramidis. a. cum singulis lineis ductis a centro circuli. a. ad angulos polygoni sibi inscripti equalles suis relatiuis angulis quos continet axis pyramidis. b. cum singulis lineis ductis a centro circuli. b. ad angulos polygoni sibi inscripti. Et quia ex diffinitione rotundarum pyramidum similiarum proportio axis pyramidis. a. ad axem pyramidis. b. est sicut semidiametri circuli. a. ad semidiametrum circuli. b. sequitur ex sexta & quarta sexti & diffinitionibus similiarum superficialium & similiarum corporum q. due laterate pyramides. a. & b. sunt similes. Cetera argue sicut prius in decima. constat itaq. de omnibus rotundis pyramidibus similibus quod proportio earum sit sicut diametrorum suarum basium triplicata. & quia omnis columna rotunda est tripla ad suam pyramidem. hoc enim sufficenter est demonstratum siue columnne & siue pyramides fuerint erecte siue inclinate: sequitur ex. 5. quinti ut etiam quarumlibet columnarum rotundatum similiarum sit proportio sicut suarum diametrorum triplicata.

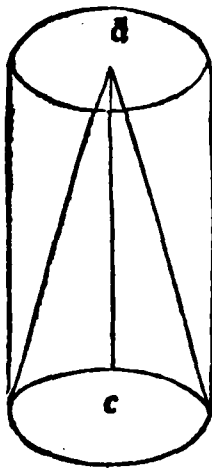
Propositio .II.



Propones duas rotundas pyramides siue columnas eque altas suis basibus proportionales esse necesse est. **S**upra duos circulos. a. & b. stantur ut prius due rotunde pyramides eque alte que dicantur similiter. a. & b. & due rotunde columne eque alte eiusdem litteris ascripte. a. & b. dico itaq. q. proportio duarum pyramidum. a. & b. duarumq. columnarum. a. & b. est sicut duorum circulorum. a. & b. quod de columnis manifestum erit si hoc prius de pyramidibus demonstrabitur omnis enim rotunda columna tripla est ad suam pyramidem: de pyramidibus autem constabit indirecta demonstratione hoc modo. Est enim ex communi scientia proportio rotunde pyramidis. a. ad aliquod corpus sicut circuli. a. ad circulum. b. illud corpus sit. c. dico itaq. q. corpus. c. non potest esse maius neq. minus rotunda pyramide. b. sit enim primo minus quantitate corporis. d. igitur circulo. b. inscribatur quadratum & detrahatur a rotunda pyramide. b. pyramis laterata cuius sit basis quadratum circulo. b. inscriptum & ex portionibus pyramidis detrahantur pyramides super trigonos portionum circuli consistentes fiatq. hoc totiens quousq. sit ex pyramide. b. residuum minus corpore. d. eritq. laterata pyramis detracta quam componunt partiales pyramides detracte maiore corpore c. Inscribatur ergo circulo. a. polygonum simile illi polygonio quod est basis laterate pyramidis. b. & perficiatur super ipsum pyramis laterata ductis lineis a vertice pyramidis laterate. a. ad angulos polygoni inscripti. Eruntq. due laterate pyramides. a. & b. eque alte. hoc. n. est propositum de rotundis q. proportio laterate pyramidis. a. ad lateratam pyramidem. b. est sicut basis eius ad basim illius videlicet sicut polygoni. a. ad polygonum. b. hoc n. demonstratum est in sexta huius. At vero polygoni. a. ad polygonum.



12



b. est sicut circuli. a. ad circulum. b. quod manifestum est ex pri^a & sec^{da} huius: itaq; laterate pyramidis. a. ad lateratam pyramidem. b. sicut rotunde pyramidis. a. ad corpus. c. quare permutatim laterate pyramidis. a. ad rotunda pyramidem. a. sicut laterate pyramidis. b. ad corpus. c. cumq; sit laterata pyramis. b. maior corpore. c. sequitur lateratam pyramidem: a. esse maiorem rotunda pyramidem. a. hoc autem impossibile est enim pars eius non erit ergo corpus. c. minus rotunda pyramide. b. ¶ Si vero ponat aduersarius q; sit maior demonstrabimus. rursus idem impossibile consequeretur enim per conuersam proportionalitatem proportio corporis. c. ad rotunda pyramidem. a. sicut circuli. b. ad circulum. a. sit quoq; eadem rotunde pyramidis. b. ad aliquod corpus quod sit. d. Cum igitur corpus c. sit maior rotunda pyramide. b. per ypothesim terit ex. 14. quinti rotunda pyramis. a. maior corpore. d. itaq; proportio circuli b. ad circulum. a. erit sicut rotunde pyramidis. b. ad quoddam corpus minus rotunda pyramide. a. Sed hoc demonstratum est prius esse impossibile. sic enim sequitur q; pars sit maior suo toto. non est igitur corpus. c. neq; minus neq; maior rotunda pyramide. b. sed tantum equale. itaq; ex secunda parte p^{ri}time quinti concludere propositum. Vt autem facilius inconcussiusq; demonstraretur quod sequitur: ad ipsam est antecedens utile premissendum quod est.

¶ Si superficies quedam rotunda in columnam equidistans basi eius secuerit: erunt duo partialia corpora que ad illam secam superficiem terminantur portionibus axis columnne proportionalia.

¶ Simile est hoc ei quod proposuit. 15. vndecimi libri de solidis parallelogramis nec solum verum est hoc de columnis rotundis immo simpliciter de omnibus columnis siue laterate fuerint siue rotunde. Quod quæ argumentationem prius sexti. vel. 15. vndecimi firmiter tenuerit facile demonstrare poterit hic enim non aliter q; ibi ex diffinitione incotinue proportionalitatis que posita est in probemio. quinti libri arguendum est. propositum. ¶ Attendere autem oportet q; quecumq; superficies secat columnam equidistans basi ipsius secat etiam eam equidistans superficiei. basis eius oppositæ. nam quecumq; superficies vni superficiei sunt & distantes ipse quoq; sunt equidistantes adinuicem vt ex his que dicta sunt ex decima sexta vndecimi libri didicisti quare manifestum est q; omnes rotunde columnne quarum sunt bases equales altitudinibus suis sunt proportionales. Idem quoq; de lateratis. idem quoq; de pyramidibus rotundis & etiam de lateratis quod de pyramidibus constabit si prius de columnis probetur. Est enim omnis columna triplex ad suam pyramidem. Rotunda quidem ex nona huius: laterata vero ex his que supra in octaua demonstrata sunt.

Propositio 12.



Siue pyramides rotunde siue columnne fuerint equales siue bases & altitudines erunt mutue. Si vero siue bases & altitudines mutue fuerint ipsas pyramides siue columnas equales esse necesse est.

¶ Altitudinem pyramidum determinant linee a conis ad bases perpendiculariter descendentes: columnarum autem a supremis earum superficiebus ad bases. Sint itaq; due rotunde pyramides. a. b. & c. d. equales: dueq; rotunde columnne. a. b. & c. d. equales sintq; communes bases tam pyramidum q; columnarum duo circuli. a. & c. communes quoq; altitudines tam pyramidum q; columnarum determinate per lineas. a. b. & c. d. dico q; proportio circuli. c. ad circulum. a. est sicut altitudinis. a. b. ad altitudinem. c. d. & e conuerso. Hoc autem si de columnis probatum fuerit de pyramidibus certum erit: quoniam omnis columna rotunda tripla est ad suam pyramidem. Si itaq; due altitudines

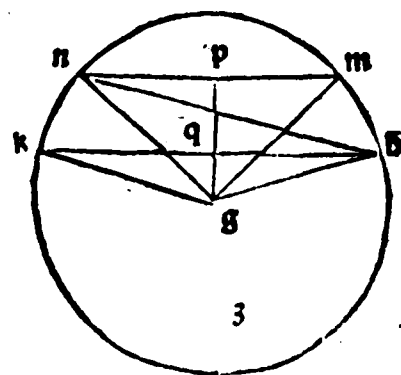
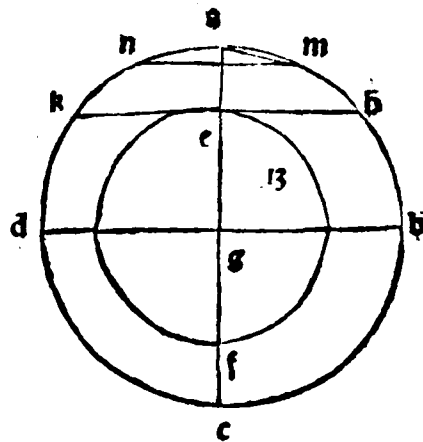
a. b. f. c. d. fuerint equales ex premissa constat propositum. Si aut ineq-
 uales sit. a. b. maior sumaturq. a. e. equalis. c. d. f. secetur columna. a. b. a sup-
 ficie. e. egdistat b. basi eius. a. eritq. ex premissis antecedente columna. a. b.
 ad columnam. a. e. sicut altitudo. a. b. ad altitudinem. a. e. ideoq. ex pria pte
 z. quinti columna. c. d. ad columnam. a. e. sicut altitudo. a. b. ad altitudinem
 a. e. quare p. scdm prem. z. quinti sicut altitudo. a. b. ad altitudinem. c. d.
 ex premissa aut e columna. c. d. ad columnam. a. e. sicut circulus. c. ad circulu
 a. itaq. p. quinti est altitudo. a. b. ad altitudinem. c. d. sicut basis. c. ad ba-
 sim. a. constat igit pria ps. P. Scda couerso mo cōstabit eadē dispositione.
 manēte. Sit. n. vt basis. c. ad basim. a. sic altitudo. a. b. ad altitudinem. c.
 d. dico q. due columne. a. b. f. c. d. sunt equales. Erit enim ex scda pte. z.
 quinti altitudo. a. b. ad altitudinem. a. e. sicut basis. c. ad basim. a. f. q. ex
 premissa columna. c. d. ad columnam. a. e. ē sicut basis. c. ad basim. a. f. ex p-
 missis antecedente columna. a. b. ad columnam. a. e. sicut altitudo. a. b. ad
 altitudinem. a. e. f. g. h. i. k. l. m. n. o. p. q. r. s. t. u. v. w. x. y. z. quinti vt columna. c. d. ad columnam. a. e. sit
 sicut columna. a. b. ad eandem. a. c. igitur ex prima parte. g. quinti due co-
 lumne. a. b. f. c. d. sunt equales quare constat etiam secunda pars.

Propositio .13.



Em propositi fuerit duo circuli ab vno centro cir-
 cūducti superficiem multiangulam equalium la-
 terum circulum minorem minime tangentium
 intra circulum maiorem describere.

Sint duo circuli. a. b. c. d. f. e. f. ab vno cōi centro qd
 sit. g. circūducti. dico q. intra maiorem. qui sit. a. b. c. d.
 possibile est vnum polygonum quod sit equilaterū describi minore cir-
 culū q. est. e. f. nullo suo latere tangens. quā adrent. n. hi duo circuli dua-
 bus diametris sup centz. ipsoz. orthogonaliter seinuicem secantibus que
 sunt. a. c. f. b. d. sitq. e. f. diameter minoris p. diametri. a. c. q. est diameter
 maioris. sicq. igitur a puncto. e. ducat vtrinq. vsq. ad circūferentiam ma-
 ioris linea orthogonaliter super diamet. e. f. que occurrat circūferentie
 maioris hincq. dem in puncto. h. inde vero in puncto. k. eritq. ex cor-
 delario. 15. tertii linea. h. c. k. cōtingens circulu minore. Postea vero qua-
 drante. a. b. maioris circuli diuide p equalia in puncto. l. fm doctrinam
 29. tertii dehinc rursus arcū. a. l. p equalia ad punctū. m. cūq. hoc pluries
 feceris necessario tandem deuenies ad arcum qui minor erit arcu. a. h. sit
 hic. a. m. Hoc aut idcirco necessarium est quia cum fuerint due quantita-
 tes inaequales si a maiori earū dematur eius dimidium. iteq. a residuo di-
 midium possibile est hoc totiens fieri quousq. tandē minor minore earū
 relinquetur quemadmodum in prima. 10. demonstratum est. Cum igit
 sic diuidendo ad arcum quantumcūq. minorem. a. h. fuerit deuentum
 cuiusmodi ē arcus hic. a. m. sumat arcus. a. n. eq. l. s. arcū. a. m. ducanturq.
 due linee. a. m. f. n. m. Quia igit arcus. a. k. ē eq. l. s. arcū. a. b. q. ex scda p-
 te tertie tertii f. quarta primi f. z. tertii manifestū ē. Et q. arcus. a. n. ē eq.
 l. s. arcū. a. m. erit ex cōi scia arcus. n. k. eq. l. s. arcū. m. h. ergo due linee. m.
 n. f. k. h. sunt eq. distantes Ergo linea. m. n. nō poterit tāgere circulu. e. f.
 q. re multo fortius neq. linea. a. m. p. ipsum tāgere. ¶ Quoniam igit cōstat
 circulu. a. b. c. d. diuisibile ē p archus equales arcū. a. m. ideoq. p. 18. tertii
 simul cōstat intra ipsum circulu posse chordulas eq. les chordule. a. m. cō-
 stant coaptari circulu ipsum polygonic chordantes. manifestū ē intra cir-
 culū maiore posse vnu polygonū eq. latez cuius vnu latus ē linea. a. m. l.
 scribi f. q. linea. a. m. nō cōtingit circulu minore patet ex pria pte. 13. ter-
 tiū eq. diffinitione lineaz a centro circuli eq. l. s. er q. distantium q. inscri-
 ptum polygonū nullo latere suo tangit circulu minore qd ē ppositum.
 ¶ At qd dubitas duas lineaz. m. n. f. k. h. eq. distantes cum sint duo
 arcus. n. k. f. m. h. eq. les hoc aut incōcusam p. tate fortitū est q. due linee
 circuli vnu nō aut se inuicē secantes i si ex circūferentia equales arcus
 hincinde lineis ipsis intersint erunt eq. distantes due quidem a centro. g.



lineam .g.p. perpendicularem ad lineam .m.n. que fecit lineā .h.k. in pū
cto .q. & protrahe lineas .g.m.g.n.g.k.g.h. & duobus arcibus .n.k. & .m.
b. subtende duas cordas que etiam dicantur .n.k. & .m.b. eruntq. ex .28. ter
tii hec corde equalēs .n.k. & .m.b. eo q. arcus equalēs. Et per secundam p
tem tertie eiusdem tertii erit lineā .n.p. equalis lineē .m.p. cū igitur uterq.
duorum angulorum qui sunt ad .p. sit rectus ex diffinitione perpendicu
laris erit ex quarta primi angulus .n.g.p. equalis angulo .p.g.m. At p
per .s. primi angulus .k.g.n. est equalis angulo .h.g.m. itaq. per commu
nem scientiam que est si equalibus equalia addas tota erunt equalia erit
angulus .k.g.q. equalis angulo .q.g.b. ideoq. per quartam primi lineā .k.
q. erit equalis lineē .q.b. quare per primam partem tertie tertii lineā .g.
q. erit perpendicularis ad lineam .k.b. igitur ex prima parte .28. primi due
linee .n.m. & .k.b. sunt equidistantes & hoc est quod dubitare conqueſtus
es. ¶ Hoc enim idem aliter demonstrare est possibile ducatur enim li
nea .n.b. eritq. ex vltima sexti angulus .h.n.m. equalis angulo .n.b.k. eo
q. arcus .h.m. est equalis arcui .n.k. ideo ex .27. primi lineā .m.n. erit equi
distans lineē .h.k. Conuersam quoq. si libuerit conuerso modo probabis
si enim lineā .m.n. est equidistans lineē .h.k. erit arcus .n.k. equalis arcui
m.b. erunt enim ex prima parte .29. primi duo anguli .h.n.m. & .n.b.k. eq
les. ideoq. ex vltima sexti duo arcus .n.k. & .m.b. erunt etiam equalēs.

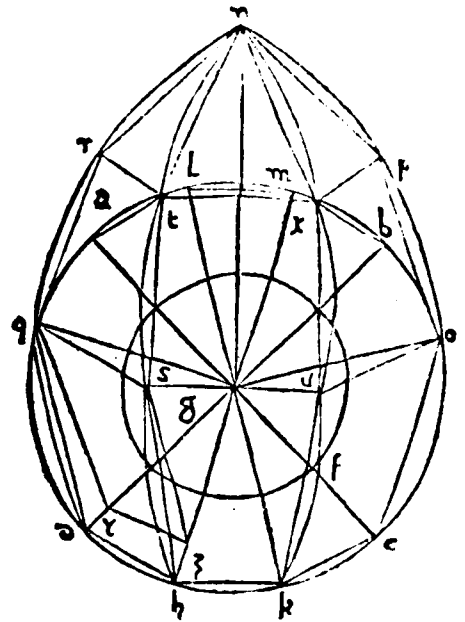
Propositio .14.

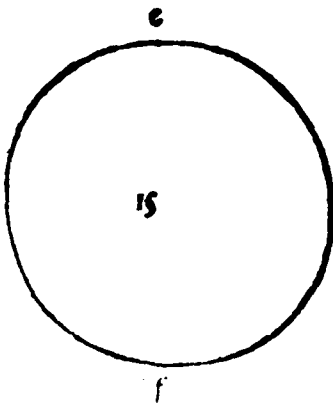
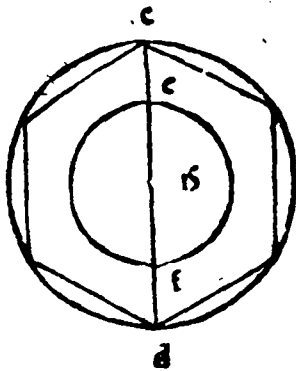
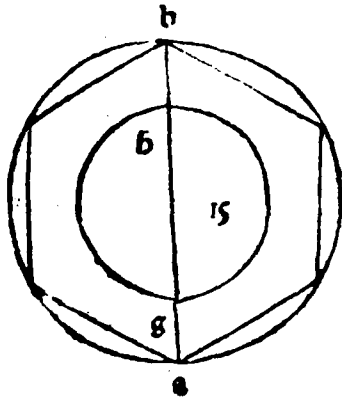


¶ Datus speris vnum centrum habentibus pro
positis intra maiorem earum solidam multarum
basium superficiem minoris sphere minime tan
gentium figuratiter constituitur. Quo constituto
si in minori sphere siue in qualibet alia sphere si
mile corpus intelligibiliter constituitur erit pro
portio corporis multarum basium intra maiorem spheram cō
stituti ad corpus multarum basium intra minorem spherā vel
aliam constitutum sicut diametri maioris sphere ad diametrum
minoris vel alterius sphere proportio triplicata.

¶ Sint propositæ due sphere .a.b.c.d. & .e.f. vnum atq. idem centrum
quod sit .g. habentes & sit maior earum spha .a.b.c.d. minor vero spha
ra .e.f. volumus autē intra maiorem eā vnum corpus multarum basium
constituere de quibus non intendimus q. ipse bases sint equalēs aut simi
les sed q. nulla eā tēgat superficiē minoris sphere. Cum igitur hoc volue
rimus facere scabimus simul vtrāq. propositarum sphaerarum vna pla
na superficie per commune centrum earum transiente: eruntq. ex diffini
tione sphere & diffinitione circuli communes sectiones huius secantis su
perficie & superficierum sphaerarum propositarum lineę continentes cir
culos. sint itaq. duo circuli .a.b.c.d. & .e.f. quorum centrum est centrum
sphere de quo propositum est quod ipsum sit .g. Quadrabimus igitur
hos duos circulos duabus diametris se supra commune centrum eorum
orthogonaliter secantibus que sint .a.c. & .d.b. postea maiori circulo scdm
precepta premisse inscribemus vnum polygonum equilaterum nullo
suorum laterum tangens minorem circulum. Et sufficiat exempli causa
inscripsisse duodecagonū equilaterum ita q. in quadrante ipsius maioris
circuli q. c.d. sint tria latera huius duodecagoni que sint corde .d.b. .h.k.
& .k.e. que cum sint equalēs erunt quoq. ex prima parte .27. tertii arcus ea
rum equalēs. Dehinc a duobus punctis .h. & .k. que sunt extremitates me
die corde producemus duas diametros que sint .h.m. & .k.l. & super con
trum .g. erigemus lineam .g.n. perpendicularē ad superficiem circuli
.a.b.c.d. quam producemus quousq. obuiet superficiei sphere maioris
super punctum .n. ¶ Deinde intelligam quatuor superficies secantes

sphaeras propositas : quarum vnaqueq. fecit eas super lineam. g.n. sed prima earum supra lineam. g.n. & diametrum. d.b. secunda super lineam g.n. & diametrum. h.m. tertia vero super lineam. g.n. & diametrum. k.l. quarta autem super lineam. g.n. & diametrum. c.a. Eruntq. ex diffinitionibus sphere & circuli communes sectiones harum superficierum & superficiei sphere maioris linee continentes circulos & erunt portiones inscripte vt inter punctum. n. & quatuor puncta que sunt. d. h. k. c. quadrantes horum circularum qui quadrantes sunt. d. n. h. n. & k. n. & c. n. hoc autem ideo evenit eo qd oēs anguli quos continet linea. g.n. cū vnaqua. diametronum protractarum in superficie circuli. a. b. c. d. sunt recti ex diffinitione linee perpendicularis ad superficiem. Recti vero anguli in cetro quarte circumferentie subtenduntur. quod ex vltima sexti euidenter apparet. Ex diffinitione autem circularum equalium manifestum est qd vnusquisq. horum quatuor circularum est equalis circulo. a. b. c. d. Nam diameter oium ipso. ē diameter sphere maioris. igit per. s. qnti. quadrantes eorum sunt equales: quare quinq. arcus qui sunt. d. n. h. n. k. n. c. n. & d. c. sunt equales. In vnoquoq. ergo quatuor quadrantium circularum erectorum coaptentur ypothemisales chorde quarum quelibet sit equalis chorde circuli prostrati que sunt latera polygoni sibi inscripti & est vna eaz corda. d. h. sintq. in primo quidem. d. q. q. r. & r. n. in secundo vero. b. s. s. & t. n. in tertio autem. k. u. u. x. & x. n. & in quarto sint. c. o. o. p. & p. n. & protrabantur corausti coniungentes capita ypothemisalium chordarū que sint. q. s. s. u. u. o. & r. t. x. x. p. Vides igitur quarte parti superioris hemisperii maioris sphere que quidem quarta pars est. d. n. c. inscriptum ē corpus. q. basium quarum tres que coeunt in puncto. n. sunt triangule. cetera autem sunt quadrangule. suntq. harum quadrangularum superficierum ypothemisalia latera equalia. sed non equidistantia. Corausti autem inter quosq. duos circulos intercepti sunt equidistantes adinuicē & chorde circuli prostrati sed non sunt adinuicē equales. Hoc autem scies si perpendiculares a coraustorum extremitatibus ad superficiem circuli iacentis demiseris. de quibus constat qd ipse cadet super diametros circularum quos corausti continent quod ex demonstratis in. 3. u. facile deprehendes. Verbi gratia. Sint a duobus terminis corausti. q. s. demisse due perpendiculariter. q. y. & s. cadentes in diametris. d. b. & h. m. & protrahantur linee. q. d. s. b. & y. z. eruntq. ex quarta sexti duo trianguli. q. y. d. & s. f. h. similes quare proportio duarum perpendicularium. q. y. & s. f. erit sicut duarum cordarum. q. d. & s. h. cumq. sint corde equales erunt etiam & perpendiculares equales. At ipse sunt equidistantes ex sexta. u. ergo ex. 33. primi coraustus. q. s. est equalis & equidistans line. y. f. & quia ex secunda parte secunde sexti linea. y. f. est equidistans corde. d. h. & ideo minore ea sequitur ex. 9. vnde simi vt coraustus. q. s. sit etiam equidistans corde. d. h. & minore ea ex conceptione. Cum itaq. corde que sunt latera polygoni inscripti circulo iacenti & ipse sunt omnes equales corde. d. h. non tangerent sphaeram minorem: necesse est vt nullum latas harum basium corporis inscripti siue quadrangule siue trigone tangat eandem minorem sphaeram cum omnia hec latera sint ipsi cordis equalia aut minora. Simpliciter autem dico qd nulla etiam harum basium de quibus omnibus manifestum est ex secunda parte secunde. u. qd ipse sunt tote in superficie vna pōt aliquo sui puncto contingere minorem sphaeram eo qd omnis linea recta ducta super quemlibet punctum cuiusq. earum equidistans coraustio minor est necessario corda prostrati circuli. Si igitur connexitates aliam quartam maioris sphere tam superioris hemisperii qd inferioris ad eius summi litudinem quadrilateris trilaterisq. superficieribus subtexantur eritq. maiori sphere corpus. 22. basium superficiem minoris sphere minime tangentium quodamodū ppositum fuerat inscriptū. Dico insup qd si i alia qd





libet sphaera simile corpus statuantur erit proportio vnius ad alterum sicut diametri vnius sphaere ad diametrum alterius triplicata. Enunt enim. γ . bases vtriusque corporis bases totidem lateratarum pyramidum quarum omnium vertices enunt in centrīs ipsarum sphaerarum. In his autem pyramides superficies si a singulis angulis inscriptorum corporum qui sunt extremitates cordarum & coraustorum lineas ad centra sphaerarum produxeris. Stude itaque ex diffinitione similium corporum probare cunctas pyramides vnius esse similes suis relatiuis pyramidibus alterius. Quo probato erit ex. 8. huius proportio vnius cuiusque earum ad suam relatiuam alterius sicut proportio semidiametrorum sphaerarum ipsarum triplicata. sunt enim semidiametri sphaerarum latera cunctarum pyramidum. At quia semidiametrorum & diametrorum est ex. 5. quinti vna proportio ex. 4. eiusdem facile concludes propositum.

Castigator.

a Cum polygonum descriptum secundum quantitatem lineae. γ . 3. sit pars polygoni descripti secundum quantitatem lineae seu corde. d. h. v. patet intuitu. quoniam diametri suorum circulorum quibus imaginatur inscribi sunt inequales &c.

Propositio 15.



Primum duarum sphaerarum est proportio alterius ad alteram tanquam sue diametri ad diametrum alterius proportio triplicata.

Sint due sphaerae. a. b. & c. d. quarum diametri sunt. a. b. & c. d. dico quod proportio earum est sicut sphaerarum diametrorum proportio triplicata. Cuius demonstratio est quod niam neque ad minorem sphaeram quod sit sphaera. c. d. neque ad maiorem est proportio sphaerae. a. b. sicut diametri. a. b. ad diametrum. c. d. triplicata. Esto quidem proportio sphaerae. a. b. ad sphaeram. e. f. sicut diametri. a. b. sphaerae. a. b. ad diametrum. c. d. triplicata demonstrabo itaque quod sphaera. e. f. non potest esse minor neque maior quam sphaera. c. d. Si enim affirmet aduersarius eam esse minorem imaginabor eam includi a sphaera. c. d. & circumscribam eam eodem centro & inscribam sphaerae. a. b. corpus multarum basium sphaeram. e. f. minime tangentium quod iam dicatur. c. d. & inscribam. a. b. corpus multarum basium simile corpori multarum basium. c. d. quod et noie sue sphaerae dicat. a. b. Et sphaera. c. d. aliud huic simile quod et dicat noie sue sphaerae. c. d. ut in praemisso ostensum est. constat itaque ex secunda parte praemissae. & a. quinti quod proportio sphaerae. a. b. ad sphaeram. e. f. est sicut corporis multarum basium quod est. a. b. ad corpus multarum basium quod est. c. d. vtraque enim est sicut diameter. a. b. ad diametrum. c. d. triplicata. hec autem ex hypothesis illa vero ex secunda parte praemissae quare permutatim proportio sphaerae. a. b. ad corpus multarum basium. a. b. est sicut sphaera. e. f. ad corpus multarum basium. c. d. Cum igitur sphaera. a. b. sit maior corpore multarum basium. a. b. erit etiam sphaera. e. f. maior corpore multarum basium. c. d. hoc autem est impossibile. nam ipsa est praeter quod est. ergo sphaera. e. f. minor sphaera. c. d. Si autem dicat aduersarius esse maiorem confutabimus ipsum hoc modo erit enim per conuersam proportionalitatem sphaera. e. f. ad sphaeram. a. b. sicut diametri. c. d. ad diametrum. a. b. triplicata. sit itaque eadem sphaera. e. c. d. ad sphaeram. g. h. eritque ex. 14. quinti sphaera. g. h. minor sphaera. a. b. eo quod sphaera. c. d. posita est minor sphaera. e. f. quare proportio sphaerae. c. d. ad aliquam sphaeram minorem sphaera. a. b. est sicut diametri. c. d. ad diametrum. a. b. triplicata. At hoc est impossibile nam ex hoc sequitur quod pars sit maior suo toto ut demonstratum est prius. itaque sphaera. e. f. non est maior neque minor quam sphaera. c. d. igitur ex. 2. quinti concludere propositam conclusionem quae imponit finem libro duodecimo.

Explicit liber duodecimus.

Liber tertiusdecimus Endidis de admiranda vi linee secundum proportionem habentem medium duosq; extrema diuise z quinq; corporum regularium formatione ex perfecta Campani translatione. Magistro Luca Paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Binorum castigatore optimo Incipit.

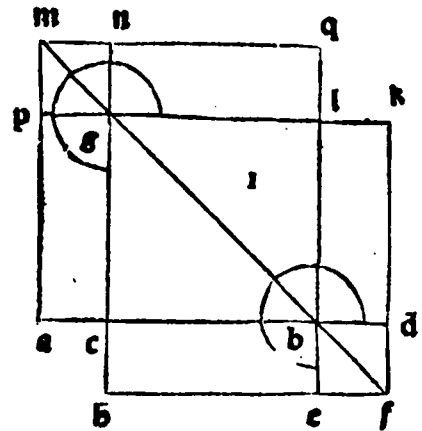
Propositio .1.



Si diuisa fuerit linea secundum proportionem habentem medium duosq; extrema si maiori portioni linea in longum addatur equalis dimidio ipsius linee proportio nalliter diuise: quadratum linee ex eis duabus compositae quadrati medietatis eiusdem linee diuise quintuplum esse necesse est.

Si linea .a. b. diuisa in puncto .c. p. ut docet, 19. sexti: & sit maior portio eius linea .b. c. cui .b. c. directe adiungatur linea .b. d. quesit equalis medietati totius a. b. dico q; quadratum linee .c. d. erit quintuplum ad quadratum linee .b. d.

Quadrabo enim lineam .b. d. & sit eius quadratum .d. e. & circumponam huic quadrato gnomonem secundum quantitatem linee .b. c. protracta diametro .f. b. g. sitq; circumpositus gnomon .e. g. d. eritq; ex 11. sexti superficies inde composita que sit .h. k. tanq; quadratum linee .c. d. Dico igitur quadratum .b. k. quintuplum esse ad quadratum .d. e. Sit igitur .e. l. quadratum circumpositi gnomonis sibi q; circumponatur alius gnomon ad quantitatem linee .a. c. protracta diametro .f. b. vsq; ad .m. sitq; hic gnomon .c. m. l. & protrahantur linee .e. n. & p. l. equidistanter lateribus oppositis secantes se super diametrum .f. m. in puncto .g. Manifestum est autem ex 11. sexti q; compositum ex hoc secundo gnomone & quadrato .c. l. & ipsum quadratum sit .a. q. est quadratum linee .a. b. quod ex quarta secundi necesse est esse quadruplum ad quadratum .d. e. eo q; linea .b. d. est medietas linee .a. b. cumq; sit ex prima parte 16. sexti superficies .a. n. ideoq; per 43. primi superficies .m. l. equalis quadrato .c. l. prouenit enim .a. n. ideoq; & .m. l. ex .b. a. in .a. c. & .c. l. prouenit ex .c. b. in .e. & cum ex prima sexti sit .a. l. dupla ad .l. d. ideoq; equalis .l. d. & .c. e. pariter acceptis ex 43. primi erit ex hac communi scititia si equalibus equalia addas tota sient equalia: quadratum .a. q. equale gnomoni .e. g. d. hic ergo gnomon quadruplus est ad quadratum .d. e. quemadmodum erat quadratum .a. q. itaq; totum quadratum .h. k. cum ipsum constet ex simplo & quadruplo erit ex communi scititia quintuplum ad idem quod est propositum. Idem aliter ex quarta secundi constat q; quadratum linee .a. b. est quadruplum ad quadratum linee .b. d. At per secundam eiusdem quod sit ex .a. b. i. b. c. & in .a. c. est equale quadrato .a. b. quod autem ex .a. b. in .b. c. etiam est ei quod ex .b. d. bis in .b. c. quod ex prima secundi manifestum est cum .a. b. sit dupla ad .b. d. At vero quod ex .a. b. in .a. c. est ex prima parte 16. sexti equale quadrato .b. c. itaq; per communem scitiam quod sit ex .b. d. bis in .b. c. & quod ex .b. c. in .e. est egle quadrato .a. b. & ideo est quadruplum ad quadratum .b. d. quare superaddito quadrato .b. d. erit totum aggregatum quintuplum ad quadratum .b. d. videlicet illud quod sit ex .b. d. bis in .b. c. cum quadrato .b. c. & quadrato .b. d. at quia ex quarta secundi hoc totum est equale quadrato .c. d. constat verum esse quod diximus.



Propositio .2.



In quolibet lineae bipartite cuius quadrati quadrati alterutrius suarum portionum sit quincuplum in longum sibi linea addatur donec eidem portioni reliqua portio cum addita linea fiat duplex eadem duplex linea secundum proportionem habentem medium duorum extrema diuisa erit maioris portio eius erit

linea media.

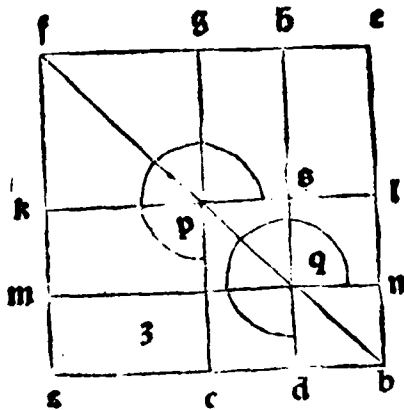
Hec est conuersa premissa duplici quoque modo sicut illa demonstratur via retrograda eadem prius manente dispoſitione. Verbi gratia. *ſic quadratum. h. b. quincuplum ad quadratum. d. e. ſi linea a. b. dupla ad lineam b. d. dico qd linea a. b. diuiſa eſt in puncto. c. ſi proportionem habent medium ſi duo extrema ſi maior portio eius eſt linea media vt eſt. c. b.* Conſtat autem ex. 4. ſecundi qd quadratum. a. q. quadruplum eſt ad quadratum. d. e. itaq. gnomon. g. d. e. equalis eſt quadrato. a. q. quare duo ſupplementa l. d. ſi. c. e. pariter accepta ſunt quantum gnomon. c. m. l. Atq. eade ſupplementa pariter accepta ſunt ex prima ſexti quantum a. l. ideoq. quantum. c. q. ſequitur qd. c. q. ſit equalis gnomoni. c. m. l. dempta igitur ab utroq. ſupficie. l. n. erit quadratum. c. l. equale ſupficie. a. n. cum igitur fiat ſupficie. a. n. ex. a. b. in. a. c. ſi aut quadratum. c. l. quadrati linee. c. b. erit qd ſecunda parte. 16. ſexti pportio. a. b. ad. b. c. ſicut. b. c. ad. c. a. ex diſſinitione ergo linee ſi proportionem habent medium ſi duo extrema diuiſe poſitam in principio ſexti libri concludere poſſit. **I**tem aliter cum quadrati. c. d. ſit ex hypotheſi quincuplum ad quadratum. b. d. quadratum vero. a. b. ſit ex quarta ſecundi quadruplum ad idem. at quadrati. c. d. ſit ex eadem equale quadrato. c. b. ſi quadrato. b. d. ſi ei qd ſit ex b. d. bis in. c. b. ſequitur vt illud qd ſit ex b. d. bis in. c. b. cum quadrato. c. b. ſit equale quadrato. a. b. ſi ex b. d. bis in. c. b. tunc eſt quantum qd ex. a. b. in. b. c. ergo a. b. dupla eſt ad b. d. ergo quod ſit ex. a. b. in. b. c. quadrato. b. c. eſt equale quadrato. a. b. ſi quia ex ſecunda ſecundi quod ſit ex. a. b. in. b. c. ſi in a. d. e. egle quadrato. a. b. ſequitur ex conſcientia vt quadratum linee. b. c. ſit equale ei quod ſit ex. a. b. in. a. c. igitur ex ſecunda parte. 16. ſexti ſi diſſinitione conſtat poſſitum.

Propoſitio 3.



Si diuiſa fuerit linea ſecundum proportionem habentem medium et duo extrema ſi minor portio tanq. dimidium maioris directe iungatur erit vt quadratum linee inde compoſite quincuplum ſit quadrati quod ex ipſa maioris medietate portionis deſcribitur.

Si linea. a. b. diuiſa in puncto. c. ſecundum proportionem habentem medium et duo extrema ſitq. eius maior portio linea. c. b. q. diuidat p equalia in. d. dico qd quadratum linee. a. d. eſt quincuplum ad quadratum linee. c. d. deſcribatur enim quadratum. a. b. quod ſit. a. e. in quo protrahatur diameter. b. f. ſi linee. g. c. ſi. d. b. itemq. k. l. ſi. m. n. equidiſtenter lateribus poſitis ſecantes ſe inuicem ſuper diametrum in duobus punctis. p. q. extra diametrum in duobus aliis locis. r. ſi. i. manifeſtu igitur eſt ex. 22. ſexti vel ex correlatio quarte ſecundi qd oēs ſupſicies exiſtentes in quadrato a. e. quas diameter diuidit per medium ſunt quadratae quatuor autem ſupſicies que ſunt. a. r. m. p. p. h. ſi. j. e. conſtat ex. 43. primi ſi prima ſexti et adinuicem egleſ. nam due poſtreme. p. h. ſi. j. e. ſunt adinuicem egleſ ex prima ſexti quonia igitur ex prius hypotheſi ſi diſſinitione linee ſi pportio diuiſe ſi pma parte. 16. ſexti quadratum. c. l. eſt egle ſupſicie. a. g. 10. q. ſi gnomoni. r. ſi. j. pp id quod ſupſicies. a. r. eſt equalis ſupſicie. p. h. qm ex quarta ſecundi quadratum. c. l. eſt quadruplum ad quadratum. r. j. qd eſt tanq. quadratum linee. c. d. ſequitur ex conſcientia qd quadratum. m. h. ſit quincuplum quadrati. r. j. conſtat enim ex gnomone quadrato. q. r. j. ſim pto. hoc aut eſt poſitum. **I**dem aliter cum ſit linea. b. c. diuiſa p equalia in puncto. d. ſi addita eſt ei linea. a. c. erit ex. 6. ſecundi quod ſit ex



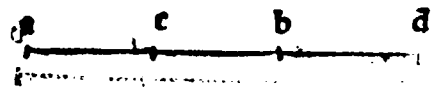
a. b. in. a. c. cum quadrato. c. d. interiacentis equale quadrato. a. d. at quia quod fit ex a. b. in. a. c. equale est quadrato. c. b. ex prima parte. 16. sexti: hoc autem est quadruplum ad quadratum. c. d. manifeste patet veritas eius quod dicitur. Potes quocumque si liber et duplici modo ex consequente huius fieri autem concludere processu retrogrado. Sit. n. eadem dispositione manente quadratum. m. h. quicquid ad quadratum. r. s. eritque gnomo. r. s. f. equale quadrato c. d. Verum. n. e. quadruplum ad quadratum. r. s. at quia superficies a. g. e. equalis gnomo in omni predicto necesse est ut superficies eade sit equalis quadrato predicto. quod fit ex secunda parte. 16. sexti. et diffinitione linea. a. b. e. diuisa in puncto. c. secundum proportionem huiusmodi medium et duo extrema et maior portio eius est linea c. b. ¶ Idem aliter cum sit ex ypothesi quadratum linee. a. d. quicquid ad quadratum linee. c. d. et ex 6. secunda idem ipsum quadratum sit equale ei quod fit ex a. b. in. a. c. cum quadrato. c. d. sequitur ut id quod fit ex a. b. in. a. c. cum quadrato. c. d. sit quicquid ad idem quadratum. c. d. ideoque eo dempto erit residuum videlicet quod fit ex a. b. i. a. c. quadruplum ad ipsum et quia et ex quarta secunda quadratum linee. c. b. est quadruplum ad idem necesse est ut quod fit ex a. b. in. a. c. sit equale quadrato. c. b. quare itaque ex secunda parte. 16. sexti et diffinitione linea. a. b. e. diuisa secundum proportionem huiusmodi medium et duo extrema in puncto. c. et maior eius portio est linea c. b.

Propositio 4.



¶ Secundum proportionem habentem medium et duo extrema quolibet linea fuerit diuisa eius in locum directum tanquam maior sectio adiciatur: erit tota lineam inde compositam secundum proportionem habentem medium et duo extrema diuisam esse et erit eius maior portio linea prima.

¶ Sit linea. a. b. diuisa qua supponit proportionem in puncto. c. et sit eius maior portio. c. b. totaque. a. b. adiciat directam linea. b. d. quod sit equalis. c. b. dico quod tota. a. d. eade proportionem diuisa est in puncto. b. et maior eius portio est linea. a. b. quod sit linea prima. Est. n. ex diffinitione. a. b. ad. b. c. sicut. b. c. ad. c. a. at quia ex prima quinti. a. b. ad. b. d. sicut ad. b. c. igitur ex vndecima eiusdem. a. b. ad. b. d. sicut. b. c. ad. c. a. Quare per conuersam proportionem aliter. b. d. ad. b. a. sicut. a. c. ad. c. b. et coniunctim. d. a. ad. a. b. sicut. a. b. ad. b. c. Cumque sit ex septima quinti. a. b. ad. b. c. sicut ad. b. d. erit ex vndecima eiusdem. d. a. ad. a. b. sicut. a. b. ad. b. d. Itaque ex diffinitione linea. a. d. diuisa est in puncto. b. secundum proportionem habentem medium et duo extrema et maior portio eius est linea. a. b. quod est propositum. Eodem quoque modo si ex maiori portione cuiuslibet linee secundum predictam proportionem diuisa tanquam minor portio detrahatur erit ipsa maior portio secundum eandem proportionem diuisa. eritque maior portio eius linea detracta. verbi gratia. Sit linea. a. b. si autem proponitur in puncto. c. diuisa sitque maior portio. a. c. a qua detrahatur. c. d. equalis. c. b. dico quod a. c. est diuisa secundum proportionem eandem in puncto. d. et quod maior portio eius est linea. d. c. Cum enim sit ex diffinitione. b. a. ad. a. c. sicut. a. c. ad. c. b. At ex septima quinti. a. c. ad. c. b. sicut ad. c. d. erit ex vndecima eiusdem. b. a. ad. a. c. sicut. a. c. ad. c. d. ideoque per 19. quinti sicut. c. b. residuum ad. d. a. residuum. Sed ex septima eiusdem. c. b. ad. d. a. sicut. c. d. ad. d. a. itaque. a. c. ad. c. d. sicut. c. d. ad. d. a. ex diffinitione ergo constat quod diximus. Nec igitur ea quam auctor proponit additio nec ea quam ex opposito proponimus detractio quantumcumque vtralibet in prolixum tendat a proprietate diuisionis linee primitiue discordat.



Propositio 5.



¶ Secundum proportionem habentem medium et duo extrema quolibet linea fuerit diuisa quod ex tota linea quodque ex minori portione producitur ambo quadrata pariter accepta triplum sunt eius quod ex maiore portione quadratum describitur.



¶ Sit linea .a.b. diuisa per fepe dictam proportionem in puncto .c. sit maior portio eius linea .c.b. dico q̄ quadrata duarum linearum .a.b. & .c. a. pariter accepta triplum sint ad quadratum linee .c.b. Hec enim duo quadrata pariter accepta sint ex septima secundi quantum quadratum .c. b. & duplum eius quod sit ex .a.b. in .a.c. Item quia quod sit ex .a.b. in .a.c. est equale quadrato .c.b. ex diffinitione & prima parte .16. sexti: manifestum est propositum.

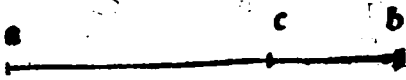
Propositio .6.



¶ Omnis rationalis linea secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuise utraque portionem residuum esse necesse est.

¶ Sit linea .a.b. secundum solitam proportionem diuisa in puncto .c. rationalis. dico q̄ utraq̄ portio eius est residuum. Sit enim maior eius portio .a.c. cui directe addi-

ciatur .a.d. equalis dimidio totius .a.b. eritq̄ etiam .d.a. rationalis ex .6. decimi libri & diffinitione. Constat autem ex prima huius q̄ quadratum linee .d.c. quincuplum est ad quadratum linee .d.a. igitur linea .d.c. est communicans linee .d.a. in potentia ex diffinitione. sed non in longitudine ex vltima parte .7. decimi quare per .68. decimi linea .a.c. est residuum cum due linee .c.d. & .d.a. sunt ambe rationales potentialiter tantum communicantes. & quia iterum si ad lineam rationalem .a.b. adiungatur superficies equalis quadrato linee .a.c. que est residuum erit latus eius secundum linea .c.b. ex prima parte .16. sexti necesse est ex .91. decimi ut linea .c.b. sit residuum primum. quare constat propositum. Amplius autem si linee sic diuise ut proponitur maior portio fuerit rationalis: erit minor residuum. verbi gratia. sit ut prius .a.b. diuisa in .c. secundum dictam proportionem & maior portio eius que est .a.c. sit rationalis que diuidatur per equalia in .d. eritq̄ ex tertia huius quadratum d.b. quincuplum ad quadratum .d.c. at quia .d.c. est rationalis cum ipsa sit dimidium .a.c. sequitur ut due linee .d.b. & .d.c. sunt rationales potentialiter tantum communicantes quare ut prius linea .c.b. est residuum. at vero si linea rationalis in potentia tantum secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuidatur adhuc necesse est ut utraq̄ portio eius sit residuum. Sit enim .a.b. rationalis in potentia tantum diuisa sicut proponitur in puncto .c. & si in aliqua rationalis in longitudine que sit .d.e. que etiam diuidatur in .f. secundum predictam proportionem. Manifestum est igitur ex secunda .14. libri que sine adminiculo alicuius eorum que sequuntur incouersa demonstratione roborat q̄ portio .a.b. ad .d.e. est sicut .a.c. ad .d.f. & sicut .c.b. ad .f.e. Cum ergo .a.b. coicet cu .d.e. in potentia sequit ex prima parte .10. decimi q̄ .a.c. coicet cu .d.f. & .c.b. cu .f.e. in potentia. Et quia utraq̄ portio lineae .d.e. est residuum ut patet ex predictis sequitur ex .98. decimi ut utraq̄ portio linee .a.b. sit et residuum sed non eiusdem speciei ut ibidem demonstratum est. Quare constat q̄ omnis linea rationalis in longitudine vel in potentia trahens proportionem habentem medium & duo extrema diuise utraque portio est residuum. Et nota q̄ prima pars proutis demonstrationis qua demonstrat q̄ maior portio linee diuise secundum proportionem habentem medium & duo extrema sit residuum si tota linea sit rationalis preedit ex sufficientibus siue tota linea portans rationalis in longitudine siue in potentia trahens. Secunda pars qua demonstrat hoc de minori portione q̄ ipsa quoque sit residuum si tota est rationalis non preedit ex sufficientibus nisi tota sit rationalis in longitudine. Tertia autem pars probatur q̄ minor portio est residuum sufficienter preedit siue maior portio sit rationalis in longitudine siue in potentia trahens. Ad concludendum igitur de maiori portione linee predicto modo diuise q̄ ipsa sit residuum sufficit ponere totam lineam diuisam esse rationalem in potentia trahens sed ad concludendum quoque hoc de minori portione mediante maiore sufficit ponere portionem maiorem similiter rationalem in potentia trahens sed ad concludendum hoc de minori portione mediante tota necesse est ponere totam lineam esse rationalem in longitudine aut utrumque est secundum .14. libri quemadmodum dictum est.



Propositio .7.



Iquis pentagonus tres equos angulos habens fuerit equilaterus equiangularis quoque idem pentagonus esse probatur.

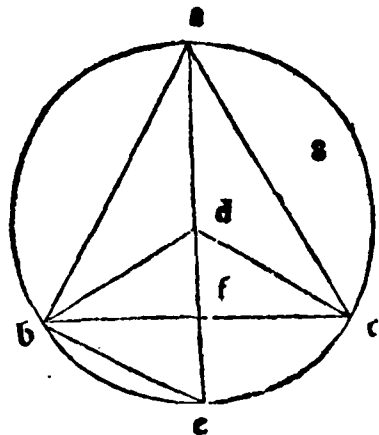
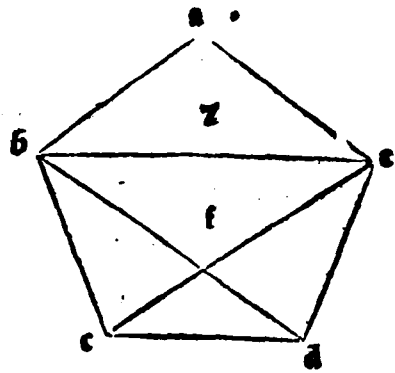
Sit pentagonus .a. b. c. d. e. equilaterus. sintque quilibet tres eius anguli siue continue siue incontinue summati adinuicem equales. Et sint prius incontinue sumpti. sintque anguli .a. c. d. illi tres qui ponuntur adinuicem equales dico totum pentagonum esse equiangularum. His angulis subtrahantur chordae .b. e. b. d. f. e. c. Et totus pentagonus diuidatur in trigonum et quadrilaterum cuius due diagonales sint chordae duorum proximorum equorum angulorum secantes se intra quadrilaterum ipsum in puncto .f. eritque per quartam primi basis .b. e. equalis basi .b. d. Et angulus .a. e. b. equalis angulo .c. d. b. Cumque per quintam primi angulus .b. e. d. sit equalis angulo .b. d. e. eo quod duo latera .b. e. f. b. d. sint equalia. erit ex eodem scilicet totalis angulus .e. equalis totali angulo .d. Si uero probabis totale angulum .b. esse equaliter angulo totali .c. Est enim per quartam primi basis .b. e. equalis basi .c. e. Et angulus .a. b. e. equalis angulo .d. c. e. per quintam autem eiusdem .f. primi est angulus .e. b. c. equalis angulo .e. c. b. igitur ex eodem scilicet totalis angulus .b. e. equalis totali angulo .c. Sint itaque tres anguli .b. c. d. continue sumpti equales. Et sic quoque erit pentagonus equiangularis: erit enim ex .4. primi basis .b. d. equalis basi .c. e. Et angulus .c. d. b. angulo .d. e. c. Et angulus .b. d. c. angulo .e. c. d. quare per sextam primi due linee .c. f. f. d. erunt equales cum duo anguli trianguli .f. c. d. qui sunt ad basim .c. d. sint equales. Igitur ex hac eodem scilicet si ab equalibus erit linea .f. b. equalis linee .f. e. erat enim tota .b. d. equalis toti .c. e. ideoque per quintam primi erit angulus .f. b. equalis angulo .f. e. b. per eandem autem est angulus .a. b. e. equalis angulo .a. e. b. Itaque per eandem scilicet angulus .b. totalis est equalis angulo .e. totali tres enim partiales anguli eorum ponentes unum sunt equales tribus partialibus componentibus alium unum quodque suo relatio. Manifestum est igitur quod tres anguli .e. b. c. non continue sumpti in proposito pentagono sunt equales. Cum autem sic demonstratum est totum pentagonum esse equiangularum utrolibet ergo modo constat propositum.



Propositio .8.

Pentagoni trianguli equilateri quod a latere suo quadratum descriptum triplum est quadrato dimidii diametri circuli a quo triangulus ipse circumscribitur.

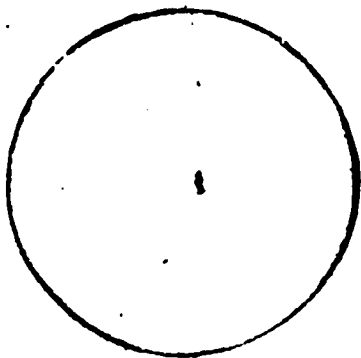
Sit triangulus .a. b. c. equilaterus cui circumscribatur circulus .a. b. c. supra centrum .d. quemadmodum docet quinta quarti libri et protrahatur in eo diameter .a. d. e. dico ergo quadratum linee .a. b. triplum est ad quadratum semidiametri .a. d. Ducatur enim due linee .b. d. f. d. e. Et arcus .b. e. subtrahatur chorda .b. e. eritque ex octaua primi angulus .b. a. d. equalis angulo .c. a. d. quare per ultimam sexti arcus .b. e. e. equalis arcui .e. c. Et quia ex .27. tertii tres arcus .a. b. b. c. e. c. a. sunt adinuicem equales eo quod chordae que sunt latera trigoni sint equales ex hypothesis. Erat arcus .b. e. sexta pars circumferentie. ideoque chorda .b. e. erit latus exagoni equilateri ipsi circulo inscripti. quare per correl. 5. quarti linea .b. e. est equalis semidiametro .a. d. Manifestum est autem ex prima parte. 30. tertii quod angulus .a. b. e. est rectus. ideoque quadratum linee .a. e. est equale quadrato duarum linearum .a. b. f. b. e. pariter acceptis ex penultima primi. At uero quadratum .a. e. quadruplum ad quadratum .b. e. ex quarta secundi cum linea .a. e. sit dupla .b. e. Relinquitur ergo quadratum .a. b. triplum esse ad quadratum .b. e. Et ideo ad quadratum .a. d. quod est propositum. Non lateat autem nos quod linea .b. e. que est latus trigoni diuidat semidiametrum .d. e. per equalia. Esto quidem punctus diuisionis .f. constat igitur ex quarta primi quod .b. f. est equalis .f. c. ideoque per primam partem tertie tertii omnes anguli qui sunt ad .f. sunt recti. Quare ex penultima primi quadratum .b. d. est equale quadrato duarum linearum .d. f. f. b. Quadratum uero .b. e. equalis quadrato duarum linearum que sunt .b. f. f. e. Et quia .b. d. est equalis .b. e. erunt



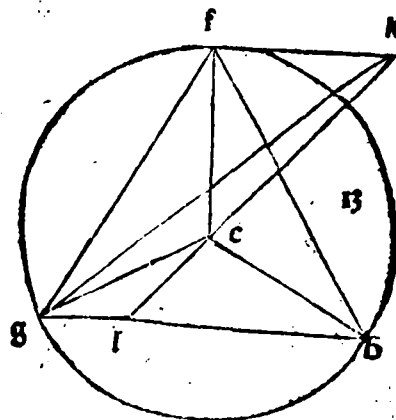
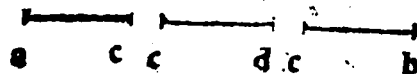
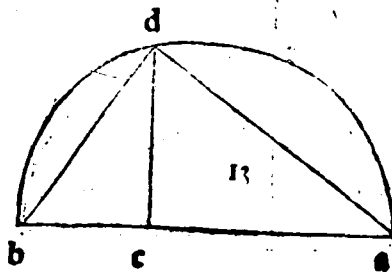
Castigator.

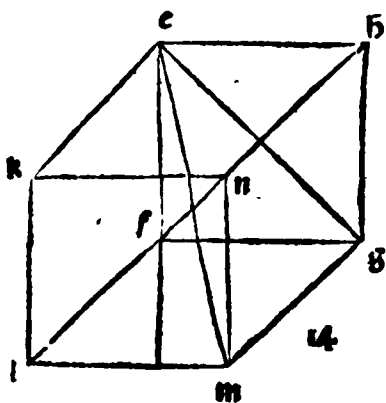
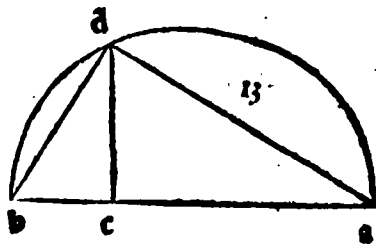
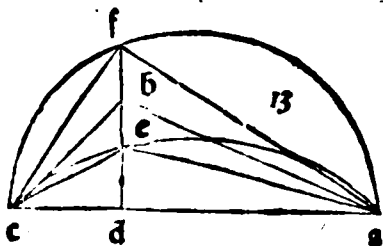
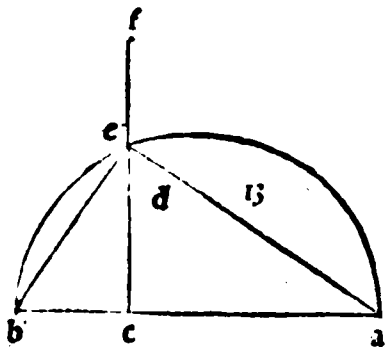
Propositio .9.

¶ Iatus exagoni equilateri latufq; decagoni equila-
teri quos ambos vnus idemq; circulus circumfcri-
bit fibi inuicem in longum directumq; coniungan-
tur totalinea ex eis compofita fm proportionem
habentem medium 2 duo extrema diuifa erit ma-
iorq; eius portio latus exagoni.



¶ Sit linea .a. b. diameter assignate spere que diuidatur in puncto .c. ita
 q. a. c. sit dupla ad .b. c. & lineetur super eam semicirculus .a. d. b. & produ-
 catur linea .c. d. orthogonaliter super lineam .a. b. & producantur linee .b. d.
 d. f. d. a. Postea fiat circulus .f. g. h. super centrum .e. cuius semidiameter sit
 equalis linee .c. d. cui ex secunda quarti libri inscribatur triangulus equila-
 terus qui sit .f. g. h. ad cuius angulos protrahantur a centro linee .c. f. e. g. e. h.
 Deinde super centrum .e. erigatur secundum q. docet .n. vnde decimi linea
 e. k. que ponatur equalis .a. c. perpendicularis ad superficiem circuli .f. g. h.
 Et demittantur a puncto .k. ypothemise .k. f. k. g. k. h. Eritq. completa pira-
 mis quatuor basium triangularium & equilateralum quam dico esse ab as-
 signata spere circumscriptibilem. Et dico quadratum diametri propositae
 spere sexquialterum esse ad quadratum lateris fabricate pyramidis. Con-
 stat enim ex prima parte correlarii .g. sexti q. linea .c. d. est medio loco pro-
 portionalis inter .a. c. & .c. b. quare ex correl. 17. eiusdem quadratum linee
 a. c. ad quadratum linee .c. d. est sicut .a. c. ad .c. b. Ergo coniunctum quadra-
 tum .a. c. & quadratum .c. d. ad quadratum .c. d. sicut .a. b. ad .b. c. Ideoq. ex-
 penitit primi quadratum .a. d. ad quadratum .d. c. sicut .a. b. ad .b. c. Cum
 ergo linea .a. b. sit tripla ad .b. c. (erat .n. a. c. dupla ad eam) erit quoq. quadra-
 tum .a. d. triplum ad quadratum .d. c. & autem ex .g. huius quadratum .f. g. triplum ad
 quadratum .e. f. Quare cum ex ypothesi .d. c. sit equalis .e. f. erit ex coi. scia .a.
 d. equalis .f. g. & quia ex diffinitione linee perpendicularis ad superficiem
 linea .e. k. continet cum singulis lineis .e. f. e. g. e. h. angulos rectos quare
 libet est equalis linee .c. d. & quia ipsa eadem est equalis linee .a. c. & angulus
 e. c. d. rectus erit per quartam primi vnaqueq. trium linearum .k. f. k. g. k. h. equalis li-
 nee .a. d. Manifestum igitur fabricatam pyramidem esse quatuor basium
 triangularium equilateralum. Ipsam autem esse circumscriptibilem ab assignata
 spere sic habeto. Linee .e. k. intelligantur adiungi secundum rectitudinem linea .e. l.
 equalis linee .c. b. ut tota .k. l. sit equalis .a. b. & sit diameter assignate spere. Hanc
 autem lineam inquam .e. l. imagineris esse sub circulo .f. g. h. perpendicularare
 quoq. ad ipsius superficiem ex pte inferiori sicut est .e. k. ex parte superiori.
 eritq. vnaqueq. trium linearum .e. f. e. g. e. h. simpliciter sibi semidiamet-
 ri circuli .f. g. h. medio loco proportionalis inter .k. e. f. e. l. quemadmodum
 est .d. c. inter .a. c. & .c. b. nam hec sunt equales illis vnaqueq. sue relative. Si
 igitur super lineam .l. k. describatur semicirculus circūducatur quoque ad locū
 cū vnde moueri ceperat redeat erit ex diffinitione sperarū equalium spere de-
 scripta motu huius semicirculi equalis spere assignate. Sunt .n. spere equales
 quę sunt equalis diametri quemadmodum de circulis in principio tertiū dictū ē. Se-
 micirculum hunc vero necesse est transire per tria puncta .f. g. h. que sunt an-
 guli solide pyramidis fabricate. Similiter autem dico q. semicirculus hic qui
 super lineam .k. l. fuerit descriptus si circūducatur quoque ad locū redeat vñ
 moueri ceperat continget circulum .f. g. h. super oia puncta circumferentie ip-
 sius. Quod ex hac vetusta veritate probatur. Si linea recta super lineam re-
 ctam perpendiculariter steterit que inter ptes eius cui supstat vel circūstat
 medio loco proportionalis ponatur fueritq. super eam lineam cui perpe-
 dicularis supstat semicirculus descriptus circumferentia ipsius per extre-
 mitatem linee medio loco proportionalis posite perpendiculariter necessa-
 rio transibit. Cum igitur omne semidiametri circuli .f. g. h. sint perpendi-
 culares ad lineam .k. l. & medio loco proportionales inter partes ipsius &
 sunt .k. e. f. e. l. sequitur vt semicirculus descriptus super .k. l. si circūducatur
 transeat per oia puncta circumferentie .f. g. h. & per oēs solidos angulos pi-
 ramidis fabricate. Itaq. a diffinitione eius quod est figuram inscribi fi-
 gure pyramis fabricata est inscriptibilis illi spere quam semicirculus super
 lineam .k. l. lineatus motu suo describit. Et quia hec spere descripta est as-
 signate spere equalis per diffinitionem equalium sperarū sequitur ex com-
 muni scia vt hec pyramis fabricata sit ab assignata spere circumscriptibilis qd
 est propositum. Correlariū autem patet sic. Cū .n. a. b. sit tripla ad .b. c. p. eueq.
 secundum proportionalitatem erit .a. b. sexquialtera ad .a. c. Idq. ex secda pte correla-





ri. s. sexti ¶ correlariū. r. eius dē quadratū linee. a. b. erit ēt sequialter ad quadratū linee. a. d. ¶ q̄a linea. a. d. ē cōlis lateri fabricate pyramidis. at 70. a. b. est diameter | pere cōstat v. e. ēsse quod per correlariū dīr. Ne autē quemq̄ de v. causa veritate proposita hesitare cōtingat eā volumus hoc mō demonstratiōe firmare. Sit igitur sup̄ lineam. a. b. linea. c. d. perpendi-
cularis q̄ ponatur medio loco p̄portionalis inter partes linee. a. b. q̄ sunt. a. c. ¶ c. b. ita q̄ proportio. a. c. ad. c. d. sit sicut. c. d. ad. c. b. Et super lineā. a. b. describatur fēmicirculus. a. e. b. Dico q̄ huius fēmicirculi circūferentia trā-
sibit per punctū. d. q̄ est extremitas perpendicularis. Sin autē aut scabit li-
neam. c. d. aut supertrāsibit eā totam ipsam trāsicens ¶ includēs ¶ nō cōtin-
gēs. Secet ergo primo eā in pūcto. e. ¶ ducātur linee. e. b. ¶ e. a. eritq̄ ex pri-
ma parte. 30. tertiū totalis angulus. a. e. b. rectus. Itaq̄ ex prima parte cor-
rel. 8. sexti proportio. a. c. ad. c. e. ē sicut. c. e. ad. c. b. At 70. ex scūda parte.
8. gnti proportio. a. c. ad. c. e. ē maior q̄. a. c. ad. c. d. eo q̄. c. e. ē minor. q̄. c. d.
¶ Cū igitur sit. c. e. ad. c. b. sicut. a. c. ad. c. e. ¶ c. d. ad. c. b. sicut. a. c. ad. c. d.
erit per. 13. gnti. e. c. ad. c. b. maior q̄. c. d. ad. c. e. ¶ I dico per primam partē
30. quinti. e. c. est. maior q̄. d. c. pars videlicet q̄ sū totum quod est impos-
sibile. Non ergo scabit circūferentia fēmicirculi lineam. c. d. ¶ Supertrā-
seat igitur ¶ producatur. c. d. v. s. q̄ ad circūferentiā sitq̄ tota. c. e. ¶ protra-
hatur linee. e. b. ¶ e. a. sequeturq̄ vt prius lineam. c. d. esse maiore q̄ sit linea
c. e. ¶ Quod est ēt impossibile. cōstat ergo propositū. Silr autē dicimus q̄ si
fuerit aliq̄ angulus rectus cui basis subtrēdatur super q̄a fēmicirculus linee
tū ipsius circūferentiā per angulum rectum trāsire neq̄esse ē. Conuerſam
70. huius proponit prima pars. 30. tertiū. Quod autē dicimus sic constat.
¶ Sit. n. angulus. a. b. c. rectus cui subtrēdatur basis. a. c. ¶ si per eā lineetur
fēmicirculus dico q̄ ipsius circūferentia trāsibit per pūctum. b. in quo co-
eunt linee cōninentes angulum rectū cuius demonstratio est q̄ neq̄ trāsibit
supra neq̄ infra. Sin autē tranſcat. primo infra sitq̄. a. e. c. ¶ ab angulo. b.
producatur linea. b. d. perpendicularis ad b. sim. a. c. q̄ kcet circūferentia fē-
micirculi in puncto. e. ¶ protrahantur linee. e. a. ¶ e. c. Eritq̄ angulus. a. e. c.
rectus ex prima parte. 30. tertiū. at ipse est maior angulo. a. b. c. per. 11. pri-
mi hoc autē est impossibile ex tertia petitione cū vterq̄ sit rectus. Hic qui-
dem ex ypothesi ille 70. ex prima parte. 30. tertiū. Nō ergo trāsibit circum-
ferentia fēmicirculi infra angulum b. tranſeat itaq̄ supra ¶ sit. a. f. c. produ-
catur autem perpendicularis. d. b. quouq̄ obuiet circūferentiē fēmicir-
culi. a. f. e. in puncto. f. ¶ producatur linee. f. a. ¶ f. c. eritq̄ ex prima parte.
30. tertiū angulus. a. f. c. rectus. Cumq̄ ēt esset ex ypothesi angulus. a. b. c. re-
ctus sequitur impossibile per. 11. primi sicut in principio. Reliquitur ergo
quod diximus. Hoc autē necessarium est ad cognitionem eorū q̄ sequuntur.

Propositio .14.



*Assignata spera circūscriptibilem cubum cōsti-
tuere eiusdem aut speræ diametrum lateri ipsius
cubi potentialiter triplicem cō manifestum erit.*

C Assignate sper diameter sit. a. b. super quā lineatur f. micirculu. a. d. b. diuidatur, diameter in puncto. c. pro-
sus secundum conditionem premisse videlicet vt linea. a.
c. sit dupla ad lineam. c. b. & producat. c. d. perpendicularis ad. a. b. & pro-
trahantur. d. b. & d. a. postea fiat vnum qdratum cuius omnia latera sunt
equalia linee. b. d. sitq. e. f. g. h. super cuius quatuor angulos erigantur vt
docet. n. vndecimi quatuor linee perpendiculares ad superficiē ipsius qdra-
ti quaz. quibet ponatur ēt equalis linee. b. d. sitq. e. k. f. l. g. m. h. n. erūtq.
hec quatuor penpendiculares singule singulis eqdistantes ex sexta vndeci-
mi & anguli quos continent cum lateribus quadrati recti ex diffinitione
linee perpendiculis ad superficiē deinde cōiungāt. extremitates istarū
perpendicularium protractis lineis. k. l. l. m. m. n. n. k. erūtq. cōpletus cubus
superficiebus qdratis cōtētus. Cōstat. n. ex. 33. 34. simi q. quatuor superficies
ipsū ambiētes & ipse sunt quaz. opposita latera sunt quatuor perpendi-

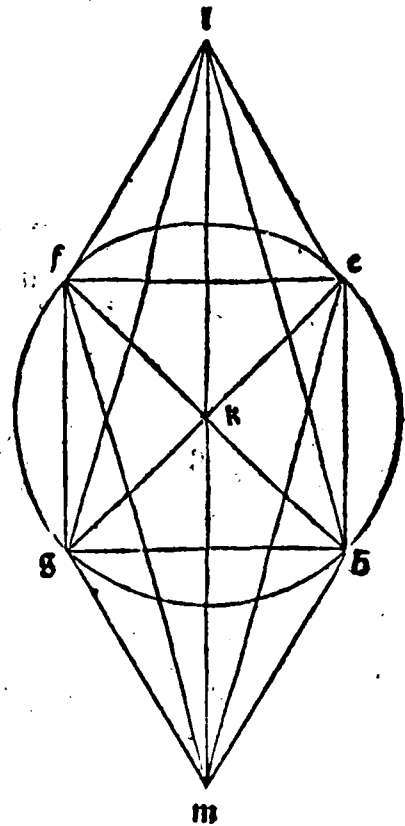
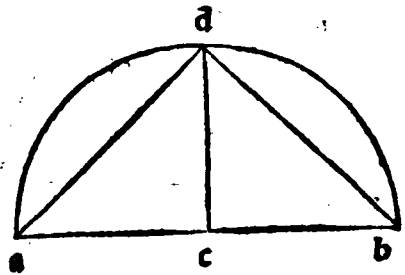
culares sint oēs quadrates de basi aut hoc positum est. at 70 de suprema eius superficie est. k. l. m. n. q. ipsa quoq. sit quadrata. constat ex. 33. primi & 30. vnde cmi. Ideoq. ex quarta vndecimi manifestum ē singula latera eius dem cubi duabus ipsius oppositis superficiebus orthogonaliter insistere. Vt aut cubum hūc ab assignata sphaera circūscriptibilem esse demonstramus: in eius suā superficiem p̄trahat diagonālis. Verbi gr̄a in basi eius sit. e. g. & ab huius diagonālis altera extremitate p̄trahatur diameter ea bi. e. m. eritq. ex penultima p̄mi q̄dratum. e. g. duplum ad q̄dratum. f. g. I 59. & ad quadratum. g. m. eo q. g. m. ē equalis. f. g. Sūm. n. o. l. a. latera cu bi adinuicē equalia. & q̄a rursus ex penultima primi quadratum. n. m. est equale quadratis duāz lineāz. e. g. & f. g. m. p̄ hoc q. angulus. e. g. m. est rectus ex diffinitione lineē p̄pendicularis ad superficiem. Erit quadratum. e. m. triplum ad quadratum. m. g. Constat. n. ex duplo & simplo. cūq. ex se quādi p̄r correlari. 3. sexti & ex correlario. 17. eiusdem q̄dratum quoq. a. b. sit triplum ad q̄dratum. b. d. eo q. lineā. a. b. tripla ē ad lineam. b. d. sit aut. b. d. equalis. e. g. sequit ex cōscia vt. e. m. q̄ est diameter cubi sit equalis a. b. q̄ est diameter sp̄ere. Itaq. si sup. e. m. lineē semicirculus circūducatur. quousq. ad locum vñ sit initium motus redeat sphaera descripta erit ex diffinitione sperarum equaliū eq̄lis sp̄ere assignate. At 70 q̄a hic semicirculus trāsitum faciet p̄ p̄ctum. g. eo q. angulus. e. g. m. est rectus eadēz rōne p̄ ceteros singulos rectos angulos cubi q̄d ex ante hanc. 14. in eadē p̄missio manifestum est. Constat cōstitutum cubum ab assignata sphaera eo q. a sua equali circūscriptibilem esse quod demonstrare oportebat. correlari. 70 demonstratio in istius demonstrationis processu preparat.

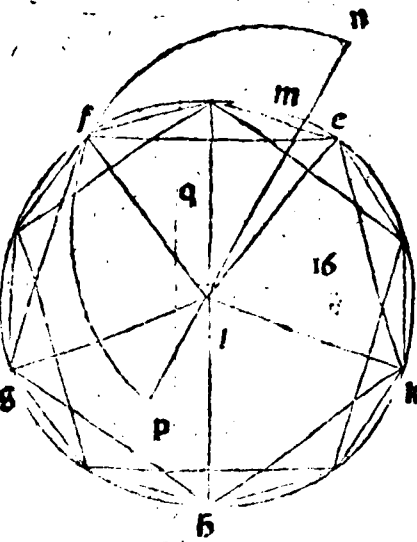
Propositio 15.



Sopus octo basium triangularū & equilateralū a sphaera proposita circūscriptibile cōponere. erit q̄ palam eiusdem sp̄ere diametrū lateri ipsius cor poris duplicem esse potentialiter.

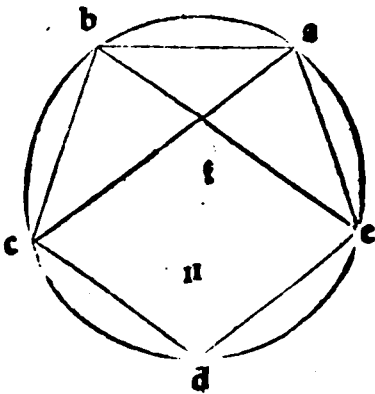
Diameter sp̄ere propositae sit. a. b. que diuidatur p̄. equalia in p̄cto. c. & sup. eam lineē semicirculus. a. d. b. & p̄da cat. c. d. p̄pendicularis. ad. a. b. & iungat p̄ctus. d. cum. a. & cum. b. Describaturq. vñum quadratum cuius singula latera sint equalia lineē. b. d. sitq. quadratum. Hoc. e. f. g. h. in quo p̄trahat diametrū due. e. g. & f. h. secantes se inuicem in p̄cto. k. Constat igitur ex. 4. primi q. vtrāq. istarum diametrorū sit equalis lineē. a. b. que est diameter sp̄ere cum angulus. d. sit rectus ex prima p̄e. 30. tertii & singuli quoq. anguli. e. f. g. h. recti ex diffinitione q̄drati. Constat rursus q. eadem due diametrū. e. g. & f. h. diuidit se inuicem p̄ equalia in p̄cto. k. h̄ aut ex. 5. primi & 32. & sexta eiusdem facile est elicere. Erigat itaq. super p̄ctum. k. lineā. k. l. p̄pendicularis ad superficiem q̄drati q̄ponatur equalis medietati diametrū. e. g. vel. f. h. & de mittant ypothemisē. l. e. f. f. l. g. l. h. eruntq. ex his q. posita sunt & penultima primi quod erit oportuerit repetita singulorūq. ypothemisaz equales sibi inuicem & equales lateribus quadrati. Habes ergo pyramidem quatuor equilateralū triangularūq. basium super quadratum cōstitutā. n. Hic itaq. sub ipso quadrato simile pyramidē hoc mō appōe lineā l. k. produca p̄forando quadratum vsq. ad. m. ita q. k. m. extis sub quadrato sit equalis. l. k. existenti supra & iunge p̄ctum. m. cum singulis angulis q̄drati p̄ducendo. 4. alias ypothemisaz que sunt. m. e. m. f. m. g. m. h. de quibus quod manifestum est ex penultima primi quemadmodum de aliis q̄ sunt in superiori p̄e 3. ip̄e sunt equales ad inuicem & lateribus quadrati. Cōplectimur igitur corpus. g. basium triangularū & equilateralū. Hoc aut ab assignata sphaera circūscriptibile esse sic habeto. Constat. n. q. lineā. l. m. est equalis diametro assignate sp̄ere nam vtrāq. earum est equalis diametro quadrati. igitur si super. l. m. lineetur semicirculus qui circūuoluatur quibzq. ad locum suū redeat sphaera quam motu suo describet erit eq̄lis assignate sp̄ere vt ex diffinitione sperarum equalium colligitur. Hic





 Sit circulus. a. b. c. cuius centrum. d. & diameter. a. d. c. inscribaturq. ei pentagonus eqlaterus qui sit. a. b. c. f. g. & a centro. d. protrahatur perpendicularis ad latus. a. b. que producatnr vsq. quo obuiet circumferentie in puncto. h. sitq. d. h. & protrahatur due chorde. a. h. & f. b. b. que erunt equales adinuicē ex secunda parte. 3. tertiū & quarta primi. ideoq. et duo arcus. a. h. & f. b. b. equales adinuicem ex. 27. tertiū. Est igitur vtraq. duarum chordarum. a. h. & f. b. b. latus decagoni equilateri propositio circulo inscripti. Dico itaq. q. quadratum linee. a. b. que est latus petagoni ē equale duobus quadratis duay. linear. b. d. & a. h. piter acceptis quay. prima est equalis lateri exagoni ex coroll. 15. quartis & secda ē latus decagoni ptrahaf. n. a centro. d. ppendicularis ad lineā. a. b. q. est latus decagoni q. producat vsq. ad circumferētiā sitq. d. k. q. jacet lineam a. b. q. est latus petagoni in puncto. l. & Protrahat linea. h. l. Cōstat autē ex secda pte tertie tertiū & 4. pmi. 27. tertiū & linea. d. k. q. est ppendicularis ad chordam. a. b. simul diuidit p equalia chordam & arcū. Ideoq. arcus. a. k. est eqlis arcui. k. b. Quare ex vltima sexti angulus. a. d. l. est eqlis angulo. l. d. h. Ideoq. ex qnta primi basis. a. l. basi. l. h. Igr ex qnta primi angulus. l. a. b. eqlis est angulo. l. h. a. Cūq. et sit ex eadē angulus. h. a. b. eqlis angulo. h. b. a. sequit vt angulus. l. h. a. sit equalis angulo. h. b. a. Ergo ex. 31. pmi duo triaguli. b. a. h. & a. h. l. sunt eq anguli. Est. n. angulus. b. maioris eqlis angulo.

10. b. minoris $\angle$ angulus. a. cōis est vtriq. Itaq. per quartam sexti pportio
b. a. ad. a. b. ē sicut. a. h. ad. l. a. Quare ex prima parte. 16. sexti quod proue
nit ex. b. a. in. a. l. est equale quadrato linee. a. h. q̄ est latus decagoni. Cū sit
autē semicirculus. a. e. c. equalis semicirculo. a. f. c. $\angle$ arcus. a. e. arcui. a. f. erit
arcus. e. c. residuus equalis arcui. f. c. residuo. Quia arcus. e. c. est medietas
arcus. e. f. ideoq. equalis arcui. a. h. $\angle$ duplus ad arcum. b. h. K. Et quia arcus.
e. b. ē duplus ad arcum. b. h. erit ex. 13. quinti totus arcus. c. e. b. duplus ad
totum arcum. b. h. ideoq. ex vltima sexti angulus. c. d. b. ē duplus ad an
gulum. b. d. l. cūq. $\angle$ angulus. c. d. b. duplus sit ad angulum. b. a. d. ex. 32. $\angle$
quinta primi. sunt. n. duo latera. d. a. $\angle$ d. b. equalia erit angulus. b. d. l. cūq.
lis angulo. b. a. d. itaq. per. 32. primi erit triangulus. b. d. l. equangulus trian
gulo. b. a. d. Est. n. angulus. d. minoris eq̄lis angulo. a. maioris. $\angle$ angulus. b
est cōis vtriq. Ergo. per quartam sexti pportio. a. b. ad. b. d. est sicut. b. d
ad. l. b. quare per primam partem. 16. sexti quod prouenit ex. a. b. in. b. l. ē
equale quadrato. d. b. at vero probatum est prius q̄ illud quod prouenit
ex. a. b. in. l. a. est equale quadrato. a. b. I itaq. quod prouenit. ex. a.
b. in. a. l. $\angle$ in. l. b. est equale duobus quadratis duarum linearum. a. h.
 $\angle$ b. d. $\angle$ quia ex secunda secundi quod prouenit ex. a. b. in. l. a. $\angle$ in. l. b. est
equale quadrato linee. a. b. Est autem linea. a. b. latus pentagoni equilate
ri proposito circulo inscripti. Linea vero. a. h. est latus decagoni equilate
ri. $\angle$ linea. b. d. est ex correlario. 15. quarti equalis lateri exagoni equilateri
proposito circulo inscriptorum inconcussa demonstratiōe astruitur hoc
quod dicitur.



Propositio .11.



Si duobus propinquis angulis pentagoni equilate
teri intra circulum descripti a ter minis suo: um la
teris due recte linee sutendantur vtracq. alteram
secundum proportionem habentem medius duo
q. extrema secabit maior: q. ipsius portio lateri ipsi
us pentagoni equalis erit.

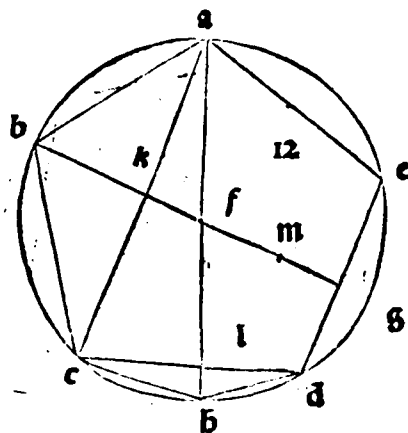
Sit pentagonus equilaterus. a. b. c. d. e. inscriptus circulo eisdem literis
signato $\angle$ duobus eius propinquis angulis qui sunt. a. $\angle$ b. b. b. d. d. a. t. due
recte linee. a. c. $\angle$ b. e. secantes se inuicem in puncto. f. Dico itaq. vtriq. ha
rum esse diuisam in puncto. f. fm proportionem hntem mediam duosq.
extrema: $\angle$ q. maior portio vtriusq. estequalis lateri pentagoni. Mani
festum est enim ex. 17. tertii q. quinq. arcus circuli pentagonum propositū
circumscribentis quorum latera ipsius pentagoni sunt chordet sunt adin
uicem equales. I deoq. ex vltima sexti quatuor anguli. a. e. b. a. b. e. b. a. c.
 $\angle$ b. c. a. sunt adinuicem equales. Nam arcus. a. b. a. e. $\angle$ b. c. sunt adinuicē
equales. Cūq. sit arcus. c. d. e. duplus ad arcum. b. e. erit quoq. ex vltima
sexti angulus. c. a. e. duplus ad angulum. c. a. b. at vero ex. 31. primi angulus
a. f. e. duplus est ad angulum. f. a. b. igitur angulus. a. f. e. est equalis ang
ulo. f. a. e. Quare per sextam primi linea. a. e. est equalis linee. f. e. Sunt autē
duo trianguli. a. b. e. $\angle$ a. f. b. equianguli per ea que dicta sunt $\angle$ per. 31. pri
mi. Est enim angulus. e. maioris equalis angulo. a. minoris $\angle$ angulus. b.
communis vtriq. Igitur per quartam sexti pportio. e. b. ad. b. a. sicut. b.
a. ad. f. b. cūq. sit. c. f. equalis. a. b. eo q. ipsa vt probatum est equalis. a. e. Se
quitur ex. 7. quinti: vt sit pportio. b. e. ad. e. f. sicut. e. f. ad. f. b. Quare p
diffinitionem linea. e. b. est diuisa fm proportionem habentem mediam
duosq. extrema: $\angle$ eius maior portio est equalis lateri ipsius pentagoni. Si
autem hoc est verum de linea. e. b. erit quoq. ex. 7. quinti $\angle$ quinta eiusdē
 $\angle$ diffinitione idem verum de linea. a. c. Nam tota. b. e. est equalis toti. a.
c. ex quarta primi $\angle$ portiones portionibus ex sexta. primi $\angle$ communi
scientia: portiones enim. a. f. $\angle$ b. f. sunt equales ex sexta primi. ideoq. f. e.
 $\angle$ f. c. residue erunt adinuicem equales ex conceptione. Vel potes si liber
 $\angle$ facilius de linea. a. c. d. monstrare propositum negotiando circa ipsius
vt prius circa lineam. e. b.

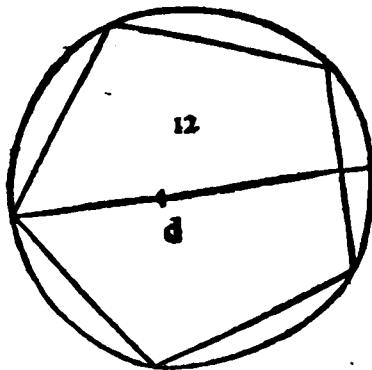
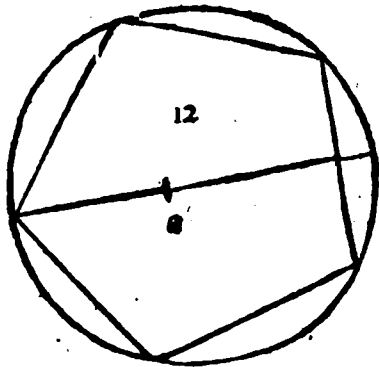
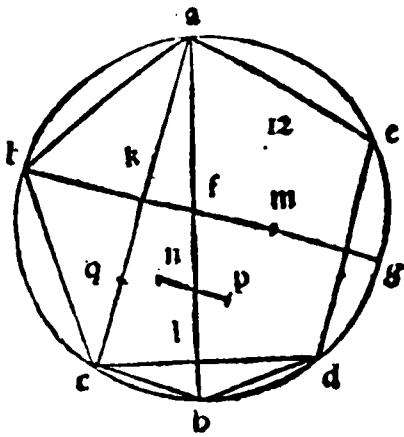
Propositio .12.



Si circuli pentagonum equilaterum circumscribē
tis diametros fuerit rationalis eius latus penta
goni erit linea irrationalis ea scilicet que dicitur
minor.

Sit pentagonus equilaterus. a. b. c. d. e. inscriptus circulo
ei dem litteris a scripto cuius centrum. f. & due diamet
ri. b. g. & a. h. sitq. vtraq. hāz diametrorū linea rōnalis in longitudine: di
co tunc q. latus pentagoni inscripti erit linea irrationalis illa videlicet q.
dicitur minor. Protrahatur. n. linea. a. c. q. secet diamet. b. g. in puncto
k. Eritq. ex vltima sexti & quarta primi linea. a. c. diuisa a diametro. b. g.
orthogonaliter & per eq̄lia in puncto. k. q̄a cum semicirculus. b. a. g. sit eq̄
lis semicirculo. b. e. g. & arcus. b. c. arcui. b. a. sicut constat ex 17. tertii erit ar
cus. a. g. residuus equalis arcui. c. g. residuo. I. oq. ex vltima sexti angulus. a.
b. g. equalis ēt angulo. c. b. g. Cum itaq. duo latera. a. b. & b. k. trianguli. a.
b. k. sint eq̄lia duobus lateribus. c. b. & b. k. trianguli. c. b. k. & angulus. b.
vnius angulo. b. alterius erit ex quarta primi basis. a. k. equalis basi. k. c. &
oēs anguli qui sunt ad. k. sunt recti ex prima parte tertie tertii. Diameter
aut. a. h. secet latus pentagoni. c. d. in puncto. l. Eritq. similiter linea. c. d.
diuisa a diametro. a. h. orthogonaliter & per equalia in puncto. l. Cū. n.
sint duo arcus. a. d. h. & a. c. b. equales & arcus. a. c. sit eq̄lis arcui. a. d. erunt
duo residui semicirculorū qui sunt. c. h. & f. d. h. eq̄les. Quibus si subtrahantur
due chorde que sunt. c. h. & f. d. h. ipse quoq. ex 18. tertii erunt equales & q̄a
arcus. a. c. est equalis arcui. a. d. erit ex vltima sexti angulus. c. h. l. eq̄lis an
gulo. d. b. l. I. deoq. p. quartam primi basis. c. l. est equalis basi. d. l. & oēs an
guli qui sunt ad. l. recti ex prima pte tertie tertii. Itaq. duo triāguli. a. c. l. &
a. f. k. sunt equianguli ex 31. pmi. Est. n. angulus. l. maioris eq̄lis angulo. k.
minoris eo q. vterq. est rectus & angulus. a. est cōis vtriq. quare ex quar
ta sexti proportio. l. c. ad. c. a. est sicut. k. f. ad. f. a. Sumatur igit. ex diametro
b. g. linea. f. m. equalis quarte parti semidiametri. eritq. per equam propor
tionalitatem proportio. c. l. ad quartam partem linee. a. c. q̄ sit. c. q. sicut. k.
f. ad quartam partem linee. f. a. que est. f. m. & q̄a per 15. quinti proportio
c. d. ad. c. k. est sicut. c. l. ad. c. q. Sic enim est duplum ad duplum sicut sim
plum ad simplum. Erit per. n. quinti. d. c. ad. c. k. sicut. k. f. ad. f. m. & con
iunctim linee constantis ex. d. c. & c. k. ad. c. k. sicut. k. m. ad. m. f. & iō per
primam partem. n. sexti proportio quadrati linee cōposite ex. d. c. & c. k.
ad quadratum linee. c. k. sicut quadrati linee. k. m. ad quadratum linee. m.
f. Cōstat aut. ex premissa q. si linea. a. c. diuidatur fm proportionem hñ
tem mediuū duorū extrema maior portio eius erit equalis linee. d. c. igit.
linea constans ex. d. c. & c. k. cōponitur ex maiori portioe linee diuise fm
proportionem hñtem mediuū duorū extrema & ex medietate totius linee
sic diuise. Est. n. c. k. medietas. a. c. Itaq. p. primā istius. 13. libri quadratum
linee composite ex. d. c. & c. k. quincuplum quoq. est ad quadratum linee
c. k. Ideoq. quadratum linee. k. m. quincuplum quoq. est ad quadratum li
nee. m. f. Cum sit hoꝝ quadratoꝝ & illoꝝ vna proportio est aut. linea. b.
m. quincupla ad lineam. m. f. Erat. n. m. f. q̄ra pars semidiametri ppositi cir
culi: ergo q̄dratū linee. k. m. ad q̄dratū linee. m. f. ē sicut linee b. m. ad lineā
m. f. & q̄a ex secunda parte. 18. sexti quadratum linee. k. m. ad quadratū
linee. m. f. est sicut linee. k. m. ad lineam. m. f. duplicata. Erit ex vndecima
quinti linea. b. m. ad lineam. m. f. sicut linea. k. m. ad lineā. m. f. duplicata.
Igitur linea. k. m. est medio loco proportionalis inter duas lineas. b. m.
& m. f. quod sic constat. Sit enim linea. n. p. medio loco proportionalis
inter eas sumpta secundum doctrinam none sexti eritq. ex diffinitioe pro
portionis duplicate que posita est in principio quinti proportio. b. m. ad
m. f. sicut. b. m. ad. n. p. duplicata: & quia. b. m. ad. n. p. sicut. n. p. ad. m. f.
erit etiam ex. n. quinti proportio. b. m. ad. m. f. sicut. n. p. ad. m. f. duplica
ta. Igitur ex prima parte. 9. quinti due linee. k. m. & n. p. sunt equales. I. oq.





ex prima parte. 7. quinti & ex secunda parte eiusdem linea k. m. est me-
dio loco proportionalis inter. b. m. & m. f. Quare ex correl. 7. sexti pro-
portio quadrati linee. b. m. ad quadratum linee. m. k. est sicut est linee. b.
m. ad lineam. m. f. & quia linea. b. m. est quinquapla ad lineam. m. f. erit q-
dratum linee. b. m. quinquapla ad quadratum linee. m. k. linea at b. m.
est rōnalis in longitudine. Ergo per vltimam ptem. 7. decimi linea. m. k.
est rōnalis in potentia tñ & quia linea. b. m. est potentior linea. m. k. in q-
drato linee sibi incōmensurabili: in longitudine vt continuo probabitur
erit linea. b. k. residuum quartum ex dīfinitione residui quarti. Quod at
probandum assumpsimus sic patet. Sit numerus. r. quinquapla ad nume-
r. 1. sintq. t. & .j. quantum. r. ac si effct. r. quinq. .j. vnum. t. quatuor. Et sit li-
nea. b. m. potentior linea. m. k. in quadrato linee. x. Cū igitur sit qdratū
linee. b. m. ad quadratū linee. m. k. sicut numerus. r. ad nume- .j. erit p euer-
sam proportionalitatē quadratum linee. b. m. ad quadratū linee. x. sicut
numerus. r. ad nume- .j. t. Quare per vltimam ptem. 7. decimi linea. x. est
incōmensurabilis linee. b. m. in longitudine. Nō est ergo dubium quin. b.
k. sit residuum quartum. Manifestum vero est ex 34. tertiū: q illud quod
fit ex. b. k. in. k. g. est euale ei quod fit ex. a. k. in. k. c. I deoq̄t ipsum idē
est euale quadrato. k. c. eo q. a. k. est equalis. k. c. ergo quadrato. b. k. ad-
dito vtriq. erit ex penultima primi quod fit ex. b. k. in. k. & in. k. g. euale
quadrato. b. c. Et quia ex prima secundi quod fit ex. b. k. in. k. & in. k. g. ē
euale ei qd fit ex. b. k. in. g. b. Erit linea. b. c. latus tetragonum sup̄ficiē
contente a duabus lineis. g. b. & k. b. & quia linea. g. b. est rōnalis: linea v-
ro. b. k. est residuum quartū. & quia linea potens in superficiem linea rōali
residuoq. quadrato cōtentam est linea minor vt constat ex 39. decimi li-
bri necesse est lineam. b. c. que est latus pentagoni equilateri proposito cir-
culo inscripti esse lineam minorem. quod erat ex principio demonst-
randum. Hoc ergo modo sequitur q latus pentagoni equilateri circulo inscri-
pti sit linea minor. si diameter circuli cui inscribatur fuerit rationalis in
longitudine. At vtro si diameter circuli fuerit rōalis in potētia tñ adhuc
necesse est vt latus pētagoni equilateri sibi inscripti sit linea minor. Esto
enim linea. a. rōnalis in potentia tñ supra quam de- scribatur circulus ei-
de-cripto inscribatur pentagonus equilaterus cuius vnum latus sit. b. c. di-
canturq. pentagonus & circulus. a. dico q linea. b. c. est linea minor. Suma-
tur enim aliqua linea rōnalis in longitudine que sit d & super eam linee-
tur circulus cui inscribatur pentagonus equilaterus & sit vnum latus ipsi-
us linea. e. f. dicanturq. pentagonus & circulus. d. constat igitur ex hac. 11.
q. e. f. est linea minor cum diameter. d. sit rōnalis in lōgitudine. Q m̄ 70
proportio pentagoni. a. ad pētagonum. d. est sicut quadrati linee. b. c. ad
quadratum linee. e. f. vtraq. enim est ex secunda parte. 18. sexti: sicut linee
b. c. ad lineam. e. f. duplicata. Pentagoni autem. a. ad pentagonum. d. est
sicut quadrati diametri. a. ad quadratum diametri. d. ex prima. 11. erit ex
11. quinti quadratum linee. c. b. ad quadratum linee. e. f. sicut quadratum
diametri. a. ad quadratum diametri. d. cumq. quadrata duaz. diametroy
a. & d. sint cōciantia quia ambo sunt rōnalia ex ypothesi erunt quoq. ex
prima parte. 10. decimi quadrata duarum linearum. b. c. & e. f. cōciantia.
Ergo linea. b. c. cōicat in potentia cum linea. e. f. & q. a. linea. e. f. est minor
sequitur ex. 100. decimi: q. ex. b. c. sit linea minor quod est propōsum. Si
ne ergo diameter alicuius circuli sit rationalis in longitudine sue in potē-
tia tñ necesse est vt latus pētagoni eglateri sibi inscripti sit linea minor.



Propositio 17.

Præmisdem quatorbasium triangulariū & equilate-
rarum ab assignata sphaera circumscripibile fabrica-
re huius ergo sphaere diametros ad latus ipsius pi-
ramidis sexquialteram proportionem potentiali-
ter habere probatur.

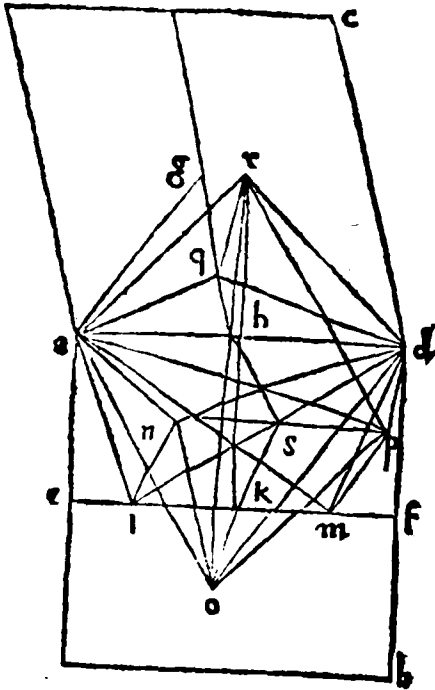
ad. s. superiores angulos decem triangulorum qui sunt in circuitu. & a puncto. p. alie. s. ad alios quinque inferiores. Enuntq. hec decem ypothemiæ esse adinuicem lateribus inscripti pentagoni ex penultima primi. & 10. huius quemadmodum de aliis decem prius demonstratum est. Habes ergo corpus. 10. basium triangulorum atq. equilaterarum cuius cuncta latera sunt equalia lateribus pentagoni. Eius vero diameter est linea. n. p. Horum autem. 10. triangulorum decem consistunt in circuitu supra circumscriptum qui autem confurgunt sursum ad punctum. n. concurrentes. At quinque reliqui deorsum emergunt super punctum. p. coeuntes. Hoc autem ycedrum corpus a data sphaera circumscriptibile esse sic erit manifestum. Cum linea. l. m. sit equalis lateri hexagoni & m. n. lateri decagoni equilaterorum quos circulus. e. f. g. circumscribit tota. l. n. erit ex nona partis libri diuisa secundum proportionem. b. m. & d. extr. i. puncto. m. & maior portio eius erit linea. l. m. Diuidat itaq. l. m. per æqualia in. q. Erunt ex cōi. s. c. l. a. p. q. æqualis. q. n. Nā. p. l. posita ē æqualis lateri decagoni quemadmodum. m. n. q. r. q. n. ē medietas. n. p. quemadmodum ē. q. m. medietas. m. l. Cui ergo quadratum. n. q. sit extr. 3. huius principii ad quadratum. q. m. erit quoque ex. 15. quatuor quadratum. p. n. principii ad quadratum. l. m. Est. n. ex quarta secundi quadratum. p. m. quadruplum ad quadratum. q. n. Quadratum quoque. l. m. quadruplum ad quadratum. q. m. ex eadem. Quadruplum autem ad quadruplum ē ut simpliciter ad simpliciter & sic. 15. quatuor ut 30 quadratum. a. b. quinquuplum est ad quadratum. b. d. ex 12. p. te correlarii. s. extr. & ex correlario. 17. eiusdem est & a. b. quinquupla ad. b. c. eo q. a. c. fuit ad eadem quadrupla. Quia ergo. l. m. est ex ypothesi æqualis. b. d. erit ex cōi. s. c. a. b. equalis. n. p. Itaq. si sup. lineam. n. p. semicirculus describat qui tādū. q. locū primū repetat circūuoluat sphaera ipsius modū de scripta erit a diffinitione sperarū equalium equalis sphaera pposita. & quia linea. l. m. est medio loco proportionalis inter. l. n. & n. m. ideoq. inter. l. n. & p. l. erit quoque quilibet semidiameter circuli medio loco proportionalis inter. l. n. & p. l. cum. l. m. sit equalis semidiametro circuli itaq. semicirculus sup. p. n. descriptus transibit per omnia puncta circumferentie circuli. e. f. g. Ideoq. & per singulos angulos solidi fabricati in illa circumferentia consistentes & quia eadē rōe singuli coramisti cōtinuantes extremitates angulariū cathedrorū cū extremitate cētrali sunt medio loco proportionales inter. p. m. & m. n. eo q. quilibet eorū est æqualis. l. m. sequitur ut idem semicirculus transierit per reliquos angulos figure ycedre statute. & igitur corpus hoc inscripibile sphaere cuius diameter. p. n. Ideoq. & sphaere cuius diameter. a. b. Latus autem huius solide figure dico esse lineam minorem. Cōstat. n. q. linea. b. d. est rationalis in potentia cū eius quadratum sit subquadruplum ad quadratum lineæ. a. b. q. posita est rationalis sive in longitudine sive in potentia. Itaq. semidiameter atq. semidiameter circuli. e. f. g. est et rationalis in potentia. Nam eius semidiameter ē æqualis. b. d. Igitur ex. 11. huius latus pentagoni equilateri huius circulo inscripti est linea minor. at vero sicut in huius demonstrationis processu patuit latus huius figure est quārum latus pentagoni: ergo latus huius figure. 10. alchaidarum est linea minor quemadmodum proponit.

Propositio 17.



Corpus duodecim basium pentagonarum equaliterarum atq. equiangularium ab assignata sphaera diametrum rationalem habente circumscriptibile consistere. Eruntq. palam latus eiusdem corporis irrationale esse: id quod residuum dicitur.

Cuiusmodi docet. 14. huius circumscriptibile ab assignata sphaera sitq. huius cubi due superficies. a. b. & a. c. imagemur at nunc q. a. b. sit suprema superficies cubi & a. c. sit una ex lateralibus sitq. linea. a. d. cōi. istis duabus superficiebus diuidantur itaq. in superficies. a. b. duo opposita latera per æqualia uidelicet. d. b. i. puncto. f. & latera opposita i. e. & ista diuisiōi cōtinuent per lineam. e. f. latus quoque. a. d. & illud q. d. sit oppositū istis superficie a. c. diuidat per æqualia & puncta diuisiōi cōtinuent linea recta cuius medietas sit



g. h. Siq. pñctus. b. medius pñctus linee. a. d. similiter linea. e. f. diuidat
p equali in. k. & protrahatur. b. k. quilibet igitur trium lineaz. e. k. k. f. & g.
h. diuide fm proportionem. ba. me. & du. ext. in tribus pñctis. l. m. q. sine
q. maiores portiones eaz. l. k. k. m. & g. q. Quas manifestum est esse equa
les cū totelice diuise sint equales videlicet quelibet eaz. medietati lateris
cubi. Deinde a duobus pñctis. l. & m. erige perpendiculares vt docet. u. vi
decimi ad superficiem. a. b. quaz. vtraq. ponas equalē lineę. k. l. sintq. l. n.
& m. p. similiter a pñcto. q. erige perpendicularitet. q. r. ad superficiem. a. e.
quam ponas equalē. g. q. pñctis itaq. lineaz. a. l. a. n. a. m. a. p. d. m. d. p. d.
l. d. n. a. r. a. q. d. r. d. q. Manifestum est igitur ex quinta huius q. due linee
k. e. & c. l. potencialiter sunt triplū ad lineā. k. l. ideoq. et ad lineam. l. n. cū
k. l. & l. n. sine equales. At 70. k. e. ē equalis. e. a. igit. due linee. a. e. & c. l.
sunt potentia triplū ad lineā. l. n. quare ex penul. primi. a. l. ē potentia tripla
ad l. n. ideoq. p eadem. a. n. ē potentia quadrupla ad l. n. Cūq. ois linea sit
potentia quadrupla ad medietatem sui sequit ex cōi scia q. a. n. sit dupla in
longitudine ad l. n. & q. a. l. m. dupla est ad l. k. At k. l. & l. n. sunt equales
erit. a. n. equalis l. m. sunt n. eaz. dimidia equalia. Et q. a. ex. 33. primi l. m.
est equalis n. p. erit. a. n. equalis n. p. Eodē mō p b. bis tres lineaz. p. d. d. e.
& i. a. e. & c. l. sibi inuicem & duabus predictis. Habentur itaq. ex his qn
q. lineis pentagonū equilaterū. q. est a. n. p. d. r. Sed fortasse dices ipsum nō
esse pentagonum qā nec forsan ē totus in superficie vna. qd. esse necesse est
ad hoc vt esset pentagonus. quod ergo sit totus in superficie vna sic habeto.
pdeat eadem a pñcto. k. linea. k. s. perpendicularis ad superficiem. a. b. q. sit eq
lis. l. k. eritq. ob hoc equalis vniq. duaz. lineaz. l. n. & m. p. cūq. ipsa sit eq
distans vniq. eaz. ex sexta vndecimi. ideoq. cum amabus in eadem superfi
cie ex dione lineaz. equidistantium necesse est vt pñctus. s. sit in linea. n.
p. & g. diuidat ea p equalia. perabant igitur due linee. r. h. & h. s. sunt itaq.
duo trianguli. k. s. h. & q. r. h. s. pñcti vnu angulū videlicet. k. b. q. cōstituti &
est pportio. k. h. ad. q. r. sicut. r. ad. q. h. nā. vt. g. h. ad. q. r. sic. k. h. ad. q.
r. ex. 2. quinti. & vt. r. q. ad. q. h. sic. k. s. ad. q. h. ex eadē. sed. g. h. ad. q. r. vt
q. r. ad. q. h. eo q. q. & r. est equalis. g. q. ergo. p. 30. sexti linea. r. h. s. est linea
vna. Quare ex secunda vndecimi totus pentagonus de quo disputamus
est in superficie vna. Ipsum quoq. dico esse equiangulum. cū. n. e. k. sit tri
plū fm proportionem habentem medium duoz. extremā. & k. m. sit eq
lis maior portioni eius: erit quoq. ex. 4. presentis tota. e. m. diuisa fm
portionem habentem medium duoz. extrema: maior quoq. portio eius
linea. e. k. ideoq. per. 5. duce linee. e. m. & m. k. ideoq. due. e. m. & m. p.
Nā. m. p. est equalis. m. k. sunt potentia triplū ad lineam. e. k. ideoq.
& ad lineam. a. e. nā. a. e. est equalis. e. k. Itaq. tres linee. a. e. e. m. & m. p.
sunt potentia quadruplū ad lineam. a. e. Constat aut. per penultimam
primi bis assumptam q. linea. a. p. est potentia equalis tribus lineis. a. e. &
e. m. & m. p. Itaq. a. p. est potentia quadrupla ad lineam. a. e. Latius vero
cubi cum sit duplū ad lineam. a. e. est potentia quoz. quadruplū ad ip
sam ex. 4. secundi. igitur ex cōi scientia. a. p. est lateri cubi equalis. Cūq.
a. d. sit vnum ex lateribus cubi erit. a. p. equalis a. d. ideoq. ex. 8. primi an
gulus. a. r. d. est equalis angulo. a. n. p. Eodē mō p b. bis angulum. d. p.
n. esse equalē angulo. d. r. a. quia p b. bis lineam. d. n. esse potentialiter
quadruplū ad medietatem lateris cubi. Cum igitur ex his pentagonus sit
equilaterus & habeat tres angulos equales ipse erit equangulus ex septima pñ
ctis libri. Si itaq. hac via rōeq. cōsimili sup. vnu quoz. reliquoz. latez. cu
bi pentagonum equilaterū & equiangulum fabricemus pficiet solidum. a.
superficiebus pentagonis equilateri & equianguli cōtēntum. Cubus. n. hēt
n. latera. Reliquum aut. est demonstrare solidum hoc esse a data speta
circūscriptibile. perabant igit. a. linea. f. k. due superficies secātes cubū quaz.
vna secet ipsum sup. lineā. h. k. & alia sup. lineā. e. f. eritq. ex. 40. vndecimi
vt cōi sectio h. a. duaz. superficiez. secet diamet. cubi & secet viceversa ab
ipsa diāetro p equalia. sit ergo cōi sectio eaz. v. q. ad diāet. cubi linea. k. o.

¶ Ita q. o. sit centrum cubi. Et ducantur linee. o. a. o. n. o. p. o. d. o. r. Cōstat autē q. vtrāq. duarum lineaz. o. a. & o. d. est semidiameter cubi. I dēq. equales. De linea. autem. o. k. constat ex. 40. vndecimi q. ipsa est equalis e. k. videlicet medietati lateris cubi. Et quia. k. s. ē equalis. k. m. Erit. o. s. diuisa in puncto. o. k. fm proportionē habentem medium duoz. extrema & maior portio eius erit linea. o. k. q. est equalis. e. k. Itaq. p. s. huius erunt due linee. o. s. & s. k. I dēq. o. s. & s. p. Eo q. s. p. ad quas hec demōstratio non extēditur est equalis. k. s. triplum in potētia ad lineā. o. k. Et iō ad medietatem lateris cubi quare p. penul. primi. linea. o. p. ē potētia tripla ad medietatem lateris cubi. Ex correl. aut. 14. huius cōstat q. semidiameter spere tripla est in potētia ad medietatem lateris cubi quem circūscribit eadem spera. Itaq. o. p. est quanta semidiameter spere circūscribentis cubum p. positum. Eadem ratione quāctē linee ducte a puncto o. ad angulos singulos pētagonoꝝ oīum superlatera cubi descriptorum ad singulos angulos in q. qui proprii sunt pētagonis non autē cōes eis & superficiebus cubi. s. p. prii quales sunt in pētagono statuto tres anguli. n. p. r. De illis autē lineis q. veniunt a puncto. o. ad angulos singulos pētagonoꝝ qui sunt cōes pētagonis & superficiebus cubi quales sunt in pētagono pñti duo anguli. a. & d. cōstat q. ipse sunt equales semidiametro spere circūscribentis cubum. Ipse. n. sunt semidiametri cubi ex. 40. vndecimi. At vero semidiameter cubi est tanq. semidiameter spere ipsum circūscribētis quemadmodum ex rōcinatione. 14. appet. I gr. oēs linee ducte a pñcto. o. ad singulos angulos duodecedri sunt eqles adinuicē & semidiametro spere. Semicirculus itaq. super totam diametrum spere vel cubi lineatus. si circūducatur transibit p. oēs angulos eius quare per diffinitionem ipsum est ab assignata spera circūscriptibile. Dico itē q. latus huius figure est linea irrōnalis ista videlicet q. residuū dī si diameter spere ipsum circūscribentis fuerit rōnalis in lōgitudine vel in potētia. Cum. n. diameter spere sit ex. 14. huius tripla in potētia ad latus cubi erit latus cubi rōnale in potētia si diameter spere fuerit rōnalis in longitudine vel in potētia. Cōstat autē ex. 11. q. linea. r. p. diuidit lineam. a. d. q. est latus cubi fm proportionē hntem mediū duoz. extrema & q. portio eius maior equalis ē lateri pētagoni. Et quia maior portio eius est residuum ex sexta huius manifestum est latus figure duodecedron ēē residuum quod demonstrare volumus. Fabricata sunt igitur p. 13. & quatuor eam sequētes quinq. corpora equilatera atq. equiangulara quorum vnūquodq. ē circūscriptibile ab assignata spera. Sūt autē hec solida. s. mum qdem quatuor basium triāgularium: & dī tetracedron. Secundum ē sex basium quadrata: & dī cubus sive exacedron. Tertium octobasium triāgularium: & dī octocedron. Quartum autē ē solidum ycocedron & est vīginti basium triāgularium. Quintum vero ex. 12. basibus pētagonis cōstituit dīq. duodecedron. Hec at quinq. solida regularia dicūt qm ipsa equiangulara sunt atq. eqlatera & a spera atq. ab inuicem circūscriptibilia. plura vero his quinq. eqlatera q. sunt & equiangulara ēē est impossibile. Ad cōstitutionem cuiuslibet anguli solidi necesse est ad minus tres supficiales angulos cōcurrere. Ex duobus enim solis superficialibus nequit solidus angulus cōpleri: qā ergo tres anguli cuiuslibet exagoni equilateri & equiangulari sunt equales quatuor angulis rectis. At vero eptagoni & cuiuslibet pluriū laterum figure equilatera atq. equiangulara tres anguli sunt maiores quatuor angulis rectis quemadmodum ex. 32. primi euidenter elicitur: omnis autem angulus solidus quatuor rectis angulis minor est teste. 31. vndecimi impossibile est tres angulos exagoni atq. eptagoni: & simpliciter omnis plurilatera figure equilatera tamen atq. equiangulara solidum angulum cōstituere. ideo nulla solida figura equilatera atq. equiangulara potest ex superficiebus exagonalibus aut plurium laterum constitui. Si enim tres anguli exagoni equilateri atq. equiangulari quemq. solidum angulum excedunt quatuor & plures multo fortius eundem excedunt. Tres autē angulos pētagoni equilateri atq. equiangulari minores ēē quatuor rectis angulis. mē

Castigator.



L Sit. a. b. diameter alicuius spere nobis proposita. ex qua iubemur latera quinq. premissorum corporum elicere. ¶ Diuidamus igitur hanc diametrum in. c. ita q. a. c. sit dupla ad. c. b. Et per equalia. in. d. Et lineemus super eam semicirculum. a. f. b. ad cuius circumferentiam protrahantur duelinee perpendiculares ad lineam a. b. que sint. c. e. f. d. f. Et iungamus. e. cum. a. f. cum. b. f. f. cum. b. Manifestum ergo est ex demonstratione. 13. q. a. c. est latus figure quatuor basium triangularium f. equilateralum. Et ex demonstratione. 14. q. c. b. est latus cubi. Et ex demonstratione. 15. q. f. b. est latus figure octo basium triangularium f. equilateralum. Prodeat itaq. a puncto. a. linea. a. g. perpendicularis ad. a. b. f. equalis eidem. a. b. f. iungatur. g. cum. d. Sitq. b. punctus in quo. g. d. secat circumferentiam semicirculi. Et ducatur. h. k. perpendicularis ad. a. b. f. quia. g. a. est dupla ad. a. d. erit ex quarta sex. ti. b. k. dupla ad. k. d. Sunt enim duo trianguli. g. a. d. f. h. k. d. equianguli. ex. 32. primi eo q. angulus. a. maioris est equalis angulo. k. minoris namq. vterq. rectus f. angulus. d. est communis vtriq. Igitur ex quarta secundi. h. k. est potentia quadrupla ad. k. d. ergo ex penultima. primi. b.

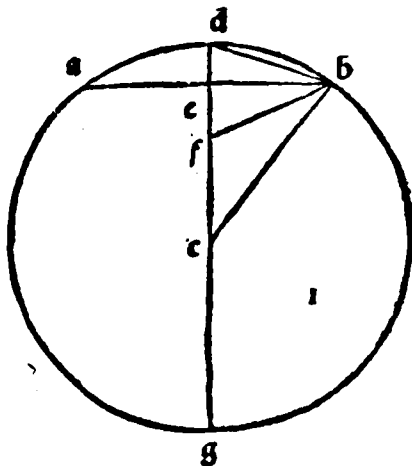
d. est potentia quincupla ad k. d. cumq. d. b. sit equalis. h. d. est enim d. centrum semicirculi. erit quoq. d. b. potentia quincupla ad k. d. At vero cum tota. a. b. sit dupla ad totam. b. d. quemadmodum. a. c. detracta ex prima. a. b. est dupla ad c. b. detractam ex secunda. b. d. eritq. ex. 19. quinti b. c. residua primei dupla ad c. d. residuam secunde. I deoq. tota. b. d. est tripla ad d. c. Igitur quadratum. b. d. est nonecuplum ad quadratum. d. c. quia ipsum erat quincuplum tantum ad quadratum. k. d. erit ex secunda parte decime quinti. quadratum. d. c. minus quadrato. k. d. I deoq. d. c. minor. k. d. Sit igitur. d. m. equalis. k. d. et prodeat. m. n. v. q. ad circumferentiam que sit perpendicularis ad. a. b. et iungatur. n. cum. b. Cum igitur. d. k. et d. m. sint equalis erunt ex diffinitione eius quod est alt quas lineas a centro equidistare due linee. h. k. et m. n. equaliter distantes a centro. I deoq. equalis adinuicem ex secunda parte. 13. tertii et ex secunda parte tertie eiusdem. I taq. m. n. est equalis. m. k. Nam. h. k. erat equalis ei. At quia. a. b. dupla est ad. b. d. et k. m. dupla est ad. d. k. et quadratum. b. d. quincuplum ad quadratum. d. k. erit ex. 15. quinti quadratum. a. b. similiter quincuplum ad quadratum. k. m. est enim quadratum dupli ad quadratum dupli sicut quadratum simpli ad quadratum simpli. Ex demonstratione enim. 16. manifestum est q. diameter spere est potentialiter quincupla tam ad latus exagoni circuli figure. 10. basium. q. ad k. m. est equalis lateri exagoni circuli figure. 10. basium. Nam diameter spere que est. a. b. e. potentialiter quincupla tam ad latus exagoni circuli illius figure. q. ad k. m. Rursumq. ex demonstratione eiusdem manifestum est q. diameter spere constat ex latere exagoni et duplici lateri decagoni circuli figure. 10. basium. Cum ergo. k. m. sit tanq. latus exagoni. At vero. a. k. sit equalis. m. b. Nam ipsa sunt residua equalium demptis equalibus. Erit. m. b. tanq. latus decagoni. Quia igitur. m. n. est tanq. latus exagoni. nam ipsa est equalis. k. m. erit ex penultima primi et. 10. huius n. b. tanq. latus pentagoni figure circuli. 10. basium. Et q. ex demonstratione. 16. apparet q. latus pentagoni circuli figure. 10. basium est latus eiusdem figure. 10. basium. Constat lineam. n. b. esse latus istius figure. Diuidatur itaq. e. b. que est latus cubi ab assignata spera circumscriptibilis secundum proportionem habententem medium duosq. extrema in puncto. p. Sitq. maior portio eius. p. b. Constat igitur ex demonstratione premissis q. p. b. est latus figure. n. basium. Inuenta ergo sunt latera. 5. premissorum corporum ex diametro spere nobis proposita. Est enim latus. a. e. pyramidis. 4. basium. e. b. latus cubi. f. b. latus octoedri. At vero. n. b. latus ycoedri. Linea autem. p. b. latus duodeedri. Que autem horum laterum sint maiora aliis sic habetur. Constat enim q. a. e. est maior. f. b. nam arcus. a. e. est maior arcu. f. b. I temq. f. b. est maior. e. b. Et. e. b. maior q. n. b. At vero. n. b. dico etiam esse maiorem q. p. b. Cum enim sit. a. c. dupla ad. c. b. erit ex quarta secundi quadratum. a. c. quadruplum ad quadratum. c. b. Constat autem ex secunda parte correlarii. 8. sexti et ex correlario. 12. eiusdem q. qdratu. a. b. triplu. e. ad qdratu. b. e. sed. p. b. sexti qdratu. a. b. ad quadratum. b. e. est sicut qdratu. b. e. ad qdratu. c. b. ex eo q. proportio. a. b. ad. b. e. est sicut. b. e. ad. b. c. ex secunda parte correlarii. 8. sexti. itaq. p. n. quinti quadratum. b. e. triplum est ad qdratu. c. b. et quia quadratum. a. c. quadruplum est ad idem quadratum vt ostensum est erit ex prima parte. 10. quinti quadratum. a. c. minus quadrato. b. e. I deoq. linea. a. c. maior est linea. b. e. I deoq. a. m. multo maior. b. e. Manifestum vero est ex. 9. huius q. si linea. a. m. diuisa fuerit fm proportionem hntem medium duosq. extrema erit maior portio eius linea. k. m. q. est equalis m. n. At p. cum. b. e. diuidatur fm eandem pportionem vt delict hntem mediu. duosq. extra maior eius portio e. linea. p. b. cu itaq. tota. a. m. sit maior tota. b. e. erit. m. n. que est equalis maiori portioni. a. m. maior q. p. b. que est maior portio. b. e. Hoc autem manifestum est ex secunda. 14. libri que sine auxilio alicuius earum que sequuntur firma de-

monstratione solidatur. Ergo p. 19. primi a fortiori. n. b. maior est q. p. b. Quare patet latera horum. s. corporum premissorum in se eo ordine quo corpora se inuicem sequuntur se inuicem excedere. In cubo enim dumtaxat q. octocedro habet hic instantias. Nam latus octocedri excedit latus cubi quous cubus antecedit octocedrum. Cubum autem premitunt idcirco octocedro: quia eadem diuisione diametri assignate spere latus pyramidis. 4. bases triangulas habentis q. latus cubi inuenitur. Est igitur. a. e. latus pyramidis maius lateribus ceterorum corporum. Post ipsum autem est f. b. latus octocedri maius sequentium corporum lateribus. Tertio ordine sequit in magnitudine. e. b. latus cubi. Quarto vero loco e. n. b. latus yco cedron. Minimum autem est omnium. p. b. latus duodecedron vel duodecedri.

¶ Explicit liber Tertiusdecimus.

¶ Quartusdecimus liber Euclidis de habitudinibus trianguli pentagoni hexagoni decagoni q. ad inuicem respectu lineae. Secundum propositionem habentem medium duorumq. extrema diuise et corporum regularium ad inuicem proportionibus ex optima Campani interpretatione. Magistro Luca Paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Monachorum Calligatore accuratissimo feliciter. Incipit.

Propositio .i.



Perpendicularis a centro circuli ducta ad latus pentagoni intra circulum ipsum descripti. Dimidio lateris decagoni atq. dimidio lateris hexagoni intra circulum eundem descriptorum ambobus dimidiis in longum directis coniunctis equalis esse probatur. ¶ Patet igitur q. perpendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni est equalis perpendiculari ducte a centro ad latus trianguli dimidioq. lateris decagoni intra eundem circulum de-

scripti directe coniunctis.

¶ Sit linea. a. b. latus pentagoni equilateri inscripti circulo cuius cent. c. & ducatur a centro. c. perpendicularis ad lineam. a. b. que per secundam ptem tertie tertii diuidet ipsam per equalia & arcum eius etiam per equalia ex quarta primi & 12. tertii. Sitq. hec perpendicularis linea. c. d. secans. a. b. in puncto. e. & arcum eius in puncto. d. Est igitur vt diximus linea. a. c. equalis linee. e. b. & arcus. a. d. arcui. d. b. Protrahaturq. linea. d. b. de qua constat q. ipsa est latus decagoni equilateri pposito circulo inscripti cum ipsa subtrahatur medietati quinte totius circumferentie. Dico itaq. q. linea. e. c. est equalis medietati linee. c. d. & medietati linee. d. b. in longum directisq. coniunctis. Compleatur quidem diameter. d. c. sitq. d. e. g. & sit. e. f. equalis. e. d. & protrahatur. b. f. Eritq. ex. 4. primi. b. f. equalis. b. d. ideoq. p. 5. primi angulus. b. d. f. erit equalis angulo. b. f. d. Constat autem ex vltia sexti q. angulus. g. c. b. quadruplus est ad angulum. b. c. d. Eo q. arcus. g. b. quadruplus est ad arcum. b. d. At vero angulus. g. c. b. per. 31. primi duplus est ad angulum. b. d. c. Nam ipse est extrinsecus duobus qui sunt. b. d. c. & d. b. c. At ipsi sunt equales ex. 5. primi. igitur angulus. b. d. c. duplus est ad angulum. b. c. d. Quare angulus quoq. b. f. d. duplus est ad angulum. b. c. f. Sed angulus. b. f. d. est equalis duobus intrinsecis qui sunt. b. c. f. & c. b. f. per. 31. primi. Itaq. duo anguli. b. c. f. & c. b. f. sunt equales. Ideoq. per. 6.

primi-c.f. est equalis. b.f. I deoq. etiam-c.f. est equalis-b.d. Nam-b.d. & b.f. sint equalis adinuicem. Quare dimidium-c.d. cum dimidio-b.d. est quantum dimidium-c.d. cum dimidio-c.f. at vero dimidium-c.d. cum dimidio-c.f. est quantum dimidium-c.f. bis cum dimidio-f.d. Dimidium autem-c.f. bis est quantum-c.f. Et dimidium-f.d. est quantum-c.f. I taq. c.e. est quantum dimidium-c.d. cum dimidio. d.b. quod est propositum. Correlarium autem sic constat manifestum est etiam ex g. tredecimi libri q. perpendicularis ducta a centro circuli ad latus trianguli sibi inscripti est equalis dimidio linee ducte a centro ad circumferentiam. Hoc quidem ibi demonstratum est & quasi correlarium conclusum. Cum igitur ex hac prima istius. 14. libri pateat q. perpendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni sit equalis dimidio linee ducte a centro ad circumferentiam & dimidio lateris decagoni sequitur q. perpendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni sit equalis perpendiculari ducte a centro ad latus trianguli; dimidioq. lateris decagoni intra eundem circulum descripti; & hoc est quod ex correlario proponitur. Nunc ergo explicandum est quod ait Aristotus in libro intitulo Expositio scientie. 5. corporum nec non & Apollonius in dono secundo in proportionalitate figure. n. basium ad figuram. 20. basium dicens q. proportio superficierum figure habentis. n. bases ad superficies figure habentis. 20. bases est tanq. proportio corporis. n. basium ad corpus. 20. basium. Linea & enim ducta a centro circuli pentagoni figure. n. basium duodecedri ad circumferentiam eius est quasi linea prodians a centro circuli trianguli figure. 20. basium ycocedri ad circumferentiam eius. Hec sunt ipsius magni apollonii verba. Intelligenda autem sunt de figura. 2. & figura. 10. basium ab vna eademq. spera circumscribibilium. Est enim proportio corporis duodecedri ad corpus ycocedron cum ambo vna eademq. spera circumscribit. Sicut proportio omnium superficierum duodecedri pariter acceptarum ad omnes superficies ycocedri pariter acceptas quemadmodum Apollonius premisorum verborum prima parte commemorat quod & decima huius. 14. libri solida demonstratione stabilitur. Et est circulus circumscribens pentagonum duodecedri equalis circulo circumscribenti trigonum ycocedri cum duodecedron & ycocedron eadem spera circumscribit quemadmodum ipse apollonius secunda parte premisorum verborum commemorat; quod etiam in quinta huius libri demonstratione firmatur; premittenda sunt igitur antecedentia ad tantorum virorum eloquia inconcussa veritate corroboranda.

Castigator.

¶ At vero dimidium-c.d. cum dimidio-c.f. est quantum dimidium-c.f. bis cum dimidio-f.d. & cetera.

¶ Propter hoc est notandum q. omnium duarum quantitarum in equalium semper dimidium maioris cum dimidio minoris est quantum dimidium minoris bis & dimidium differentie qua maior habundat a minore verbi gratia sint due linee ille in numeris-c.d. n. f. c. g. differentia-f.d. erit. 4. nam-c.d. est latus exagoni & c. f. latus decagoni ut dictum est & latus exagoni excedit latus decagoni in-f.d. dico q. medietas-c.d. que est 6. cum dimidio-c.f. quod est. 4. que iuncta faciunt. 10. & sunt dimidia totalia equantur dimidio-c.f. bis. f. g. & dimidio-f.d. quod est. 2. que iuncta similiter faciunt. 10. & hoc in omni genere verificatur & idco isto medio ipse concludit dicens dimidium autem-c.f. bis est quantum-c.f. totum & dimidium-f.d. est quantum-c.f. medietas differentie f.d. maioris ad minorem itaq. c.e. est quantum dimidium-c.d. cum dimidio-d.b. & cetera sine isto proposito non concluderet vt patet.

Propositio 2.



Ellicquid accidit vni linee diuise secundum proportionem habentem medium et duo extrema omniū linee similiter diuise probatur accidere etc.

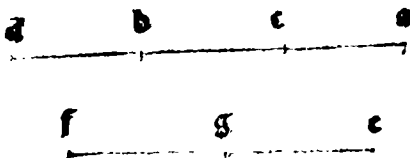
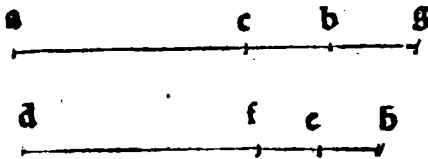
Sit vtraq; duarum linearum .a. b. f. d. e. diuisa secundum proportionem habentem medium duosq; extrema hec quidem in .c. illa vero in .f. sintq; maiores portiones huius quidem .a. c. illius autem .d. f. Dico itaq; q̄ ambarum ad sui maiores portiones est vna proportio . Itemq; ambarum ad sui minores portiones est proportio vna at quoq; maiorum portionum ad minores vna. Et e contrario ē permutatim ē coniunctim ē disiectim ē euersim . Nō hūc enim aliud est quicquid vni earum accidit . idem quoq; alii accidere . Constat enim ex diffinitione linee secundum proportionem habentem medium duosq; extrema diuise ē ex prima parte . 16. sexti q̄ illud quod fit ex .a. b. in .b. c. est equale quadrato .a. c. Eodemq; modo quod fit ex .d. e. in .e. f. est equale quadrato .d. f. Ideoq; proportio eius quod fit ex .a. b. in .b. c. ad quadratum .a. c. est sicut eius quod fit ex .d. e. in .e. f. ad quadratum .d. f. Vtraq; enim est proportio equalitatis . Igitur quadruplum eius quod fit ex .a. b. in .b. c. ad quadratū .a. c. sicut quadruplum eius quod fit ex .d. e. in .e. f. ad quadratū .d. f. Quod ex . 15. quinti ē permutata ē equalitas proportionalitatis manifestum est . Quare coniunctim quadruplum eius quod fit ex .a. b. in .b. c. cum quadrato .a. c. ad quadratum .a. c. sicut quadruplum eius quod fit ex .d. e. in .e. f. cum quadrato .d. f. ad quadratum .d. f. Adiungatur autem secundum rectitudinem ad lineam . a. b. vna linea que sit equalis . b. c. que dicatur . b. g. Et ad .d. e. adiungatur equalis . e. f. que dicatur . e. b. Manifestum est igitur ex octaua secundi libris q̄ quadruplum eius quod fit ex .a. b. in .b. g. cum quadrato . a. c. est equalis quadrato linee .a. g. At vero similiter quadruplum eius quod fit ex .d. e. in .e. b. cum quadrato .d. f. est equale quadrato .d. h. Ad vero ex communi scientia quadruplum eius quod fit ex .a. b. in .b. e. equum est quadruplo eius quod fit . ex .a. b. in .b. g. Eo q̄ . b. c. ē . b. g. sunt equales . Similiter quoq; quadruplum eius quod fit ex .d. e. in .e. f. equum est quadruplo eius quod fit ex .d. e. in .e. h. Eo q̄ . e. f. ē . e. h. sunt etiam equales . Igitur ex prima parte septime quinti ē ex . 11. 5. eiusdem quadratū .a. g. ad quadratū .a. c. sicut quadratū .d. h. ad quadratū .d. f. Quare ex secunda parte . 11. sexti proportio linee .a. g. ad lineam .a. c. est sicut linee .d. h. ad lineam .d. f. Et coniuncti .a. g. ē .a. c. ad .a. c. sicut .d. h. ē .d. f. ad .d. f. At 70 .a. g. cū .a. c. sunt tanq̄ duplum .a. b. ē .d. b. cum .d. f. tanquam duplum .d. e. Quare duplū .a. b. ad .a. c. sicut duplum .d. e. ad .d. f. Et permutatim duplum .a. b. ad duplū .d. e. sicut .a. c. ad .d. f. Sed duplū .a. b. ad duplū .d. e. sicut .a. b. ad .d. e. ex 15. quinti . Igitur .a. b. ad .d. e. sicut .a. c. ad .d. f. I taq; permutatim ē euersim ē conuersim ē disiectim ē coniunctim quod oportebat ostendere.

Propositio .3.



In iso latere exagoni secundum proportionem habentem medium duosq; extrema maior eius portio erit latus decagoni circumscripti a circulo ipsum exagonum circumscribente.

Sit linea .a. b. latus exagoni alicuius circuli ē diuisa secundum proportionem habentem medium duosq; extrema in puncto .c. sitq; maior portio eius . b. c. Dico q̄ cuiuscumq; circuli .a. b. est latus exagoni eiusdem . b. c. erit latus decagoni . Adiungatur enim ad lineam .a. b. linea .b. d. que sit latus decagoni illius circuli cuius .a. b. est latus exagoni . Eritq; ex nona . 13. linea .a. d. diuisa secundum proportionem habentem medium duosq; extrema ē maior portio eius erit linea .a. b. Cū igitur vtraq; duarum linearum .a. b. ē .a. d. sit diuisa secundum proportionem habentem medium duosq; extrema . Igitur erit per premisam ambarum ipsarum ad sui maiores portiones vna proportio . Itaq; .d. a. ad .a. b.



que est eius maior portio sicut a.b.ad.b.c.que est etiam eius maior portio. Sed d.a.ad.a.b.sicut a.b.ad.b.d.ex diffinitione linee diuise secundū proportionem habentem medium duosq; extrema & maior portio eius. Igitur ex vndecima quinti a.b.ad.b.d.sicut a.b.ad.b.c. Quare per secundam partem.9. quinti. b.d. & b.c. sunt equalis. Cum ergo b.d. sit latus decagoni erit quoq; ex communi scientia. b.c. latus decagoni. Vel aliter ad lineam a.b. adiungatur. b.d. equalis. b.c. eritq; ex.4. tredecimi tota a.d. diuisa secundum proportionem habentem medium duosq; extrema & maior portio eius linea a.b. Itaq; per conuersam.9. tredecimi quam continue post ipsam demonstrauimus cuius circuli linea a.b. est latus exagoni eiusdem linea b.d. Ideoq; linea b.c. sibi equalis est latus decagoni. Possumus iterum idem alia via si libet demonstrare. Sit enim e.f. equalis a.b. que etiam diuidatur in .g. secundum proportionem habentem medium duosq; extrema. Et sit maior portio eius linea f.g. Constat igitur ex premissa q; quemadmodum a.b. est equalis e.f. sic a.c. est equalis e.g. & c.b. equalis g.f. Cumq; fuerit b.d. adiuncta ad a.b. latus decagoni illius circuli cuius a.b. est latus exagoni erit sicut prius dictum est ex.9. tredecimi tota a.d. diuisa secundum proportionem habentem medium duosq; extrema. Et maior eius portio erit linea a.b. Itaq; per premissam a.b.ad.b.d. sicut f.g.ad.g.e. Quare per primam partem.5. sexti quod fit ex a.b. in g.e. equum est ei quod fit ex b.d. in f.g. Cumq; a.b. sit equalis e.f. Et erit quod fit ex e.f. in g.e. equum est ei quod fit ex b.d. in f.g. Sed quod fit ex e.f. in g.e. equum est quadrato f.g. Ex diffinitione linee diuise secundum proportionem habentem medium duosq; extrema. Et ex prima parte.16. sexti. Igitur quod fit ex b.d. in f.g. est equale quadrato f.g. Ideoq; ex prima sexti linea b.d. est equalis f.g. Et quia f.g. est equalis c.b. erit quoq; c.b. equalis b.d. & latus decagoni quod oportebat ostendere.

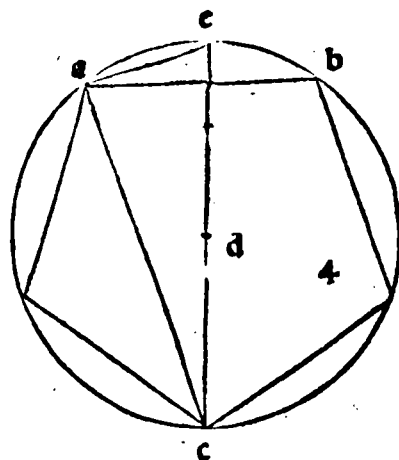
Propositio .4.



Quadratum lateris pentagoni intra circulum descripti quadratumq; linee que illius pentagoni angulo subtenditur ambo hec quadrata pariter accepta quadrati medietatis diametri eiusdem circuli quincuplum esse pronuncio.

Sit in circulo a.b.c. cuius centrum d. inscriptus vnus pentagonus equilaterus cuius vnum latus sit a.b. & protrahatur diameter c.d.e. diuidens lineam a.b. & eius arcum per equalia. Est igitur arcus a.e. medietas quinte partis circumferentie illius circuli. Quare arcus a.c. est due quinte totius circumferentie. Protrahantur itaq; due linee a.e. & a.c. Eritq; a.e. latus decagoni equilateri eo q; eius arcus est medietas quinte partis circumferentie. Linea vero a.c. erit que subtenditur vni ex angulis pentagoni predicti. Eo q; arcus a.c. est due quinte partes circumferentie circuli. Dico itaq; q; quadrata duarum linearum a.b. & a.c. pariter accepta quincuplum sunt ad quadratum linee d.e. Est enim ex quarta secundi quadratum linee c.e. quadruplum ad quadratum linee d.e. Cum autem angulus c.a.e. sit rectus ex prima parte.30. tertii. eruntq; ex penultima primi quadrata duarum linearum c.a. & a.e. quadruplum ad quadratum d.e. Igitur quadrata trium linearum c.a. & a.e. & d.e. quincuplum sunt ad quadratum linee d.e. & quia ex decima tredecimi libri quadratum a.b. est equale quadratis duarum linearum a.c. & d.e. sequitur vt quadrata duarum linearum a.b. & c.a. sint quincuplum ad quadratum d.e. quod est propositum.

Manifestum est ergo q; quadratum lateris cubi atq; quadratum lateris figure duodecimi basium cum cubum & figuras duodecim basium eadem sphaera circumscribit ambo quadrata pariter accepta quincuplum sunt quadrati medietatis diametri circuli qui circumscribit pentagonum eiusdem figure duodecimi basium.



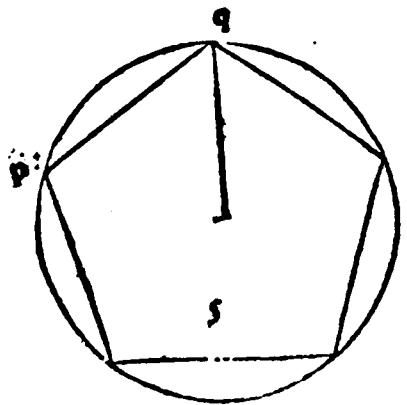
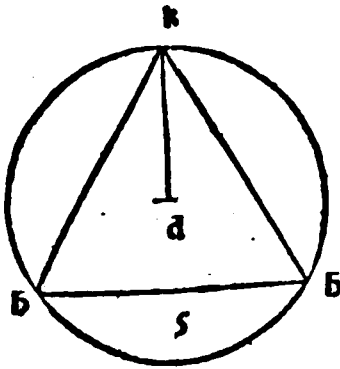
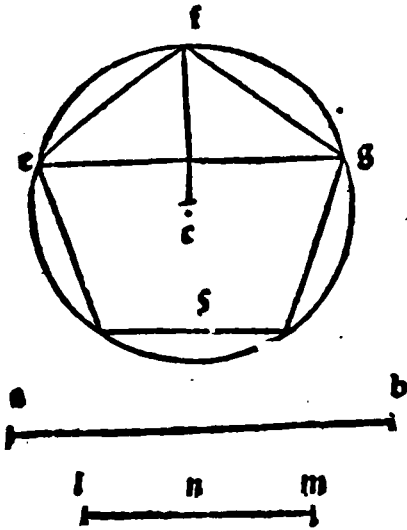
¶ I siud correlarium vere manifestum est constat enim ex demon-
stratione. 17. tredecimi libri qd latus cubi subtenitur angulo pentagoni duo
decetri cum cubum ff duodecedron vna eademq; spera circumscribit
itaq; per hanc quantam sine obice constat correlarium. ff.

Propositio .5.



Pentagonus figure duodecim basium triangulus
q3 figure viginti basium quos eadem spera circū-
scribit vno eodemq; circulo circumscribuntur.

¶ Sit spera cuius diameter. a. b. circumscribens duas soli-
das figuras videlicet duodecedron cuius vnus ex duode-
cim pentagonis sit. c. ff ycedron cuius vnus ex .10. tri-
angulis sit. d. Pentagono autem. e. Et trigono. d. super duo centra. d. ff.
e. circumscribantur duo circuli huic. quidem. f. c. ex. 14. quarti illi vero.
k. d. ex. 5. eiusdem. Dico itaq; qd bi duo circuli sperarum propositarum
quorum alter circumscribit pentagonum. e. Alter vero trigonum. d. sine
equales. Signentur enim duo latera pentagoni. c. vnum ex suis angulis
continentia litteris. e. f. ff. f. g. ff protrahatur linea. e. g. que subtenat an-
gulum. f. Et semidiameter circuli que sit. c. f. Vnumquodq; ex lateribus
trigoni. d. signetur litteris. k. h. Et protrahatur semidiameter sui circuli
que sit. d. k. Dehinc sumatur linea. l. m. ad quam sit linea. a. b. que est dia-
meter sperę assignate quincupla in potentia. Que quidem. l. m. diuida-
tur in. n. secundum proportionem habentem medium duorū extrema.
Sicq; maior portio eius linea. l. n. Et secundum quantitatem totius. l. m.
lineetur circulus. p. q. I taq; semidiameter circuli. p. q. sit equali. linee. l.
m. Eritq; ex correlario. 15. quarti linea. l. m. tanq; latus exagoni equilateri
circulo. p. q. inscripti. I deoq; per tertiam huius linea. l. n. erit tanq; latus
decagoni equilateri eidem circulo inscripti. igitur ex. 11. quarti inscri-
batur pentagonus equilaterus circulo. p. q. cuius vnum latus sit. p. q. eritq;
ex. 10. tredecimi libri quadratum. p. q. equale quadratis duarum linea-
rum. l. m. ff. l. n. pariter acceptis. Cōstat autem ex demonstratione. 16. tre-
decimi qd. h. k. est. equalis. p. q. ergo quadratum. h. k. est equale quadra-
tis duarum linearum. l. m. ff. l. n. pariter acceptis. At vero ex demonstra-
tione. 17. tredecimi manifestum est qd. e. g. est latus cubi ab eadem spera
circumscripibili. Quare per correlarium. 14. tredecimi. a. b. que est dia-
meter sperę potentialiter est tripla ad. e. g. que est latus cubi. Si autem. e.
g. diuidatur secundum proportionem habentem medium duorū extre-
ma patet ex demonstratione. 17. tredecimi qd. e. f. est tanq; maior portio
eius. igitur ex secunda huius. e. g. ad. l. m. sicut. e. f. ad. l. n. Nam vt tota ad
totam sic maior portio ad maiorem. itaq; per. 11. sexti quadratum. e. g. ad
quadratum. l. m. sicut quadratum. e. f. ad quadratum. l. n. Quare per
13. quinti quadrata duarum linearum. e. g. ff. e. f. pariter accepta ad qua-
drata duarum linearum. l. m. ff. l. n. pariter accepta sicut quadratum. e. g.
ad quadratum. l. m. ergo per. 15. quinti ff permutatam proportionalita-
tem ff equam triplum. duorum quadratorum duarum linearum. e. g. ff
e. f. pariter acceptorum ad quadrata duarum linearum. l. m. ff. l. n. pariter
accepta sicut triplum quadrati. e. g. ad. quadratum. l. m. Triplum autem
e. g. quadrati est tanq; quadratum. a. b. ex correlario. 14. tredecimi. At
quadratum. a. b. est per ypotefim quincuplum ad quadratum. l. m. er-
go triplum quadrati. e. g. quincuplum quoq; est quad. at. l. m. Quare
etiam triplum quadratorum duarum linearum. e. g. ff. e. f. pariter accepto-
rum est quincuplum ad quadrata duarum linearum. l. m. ff. l. n. pariter
accepta ff quia probatum est qd quadratum. h. k. est equale quadratis dua-
rum linearum. l. m. ff. l. n. pariter acceptis. Sequitur ex communi cieri-
tia vt triplum quadratorum. e. g. ff. e. f. sit quincuplum ad quadratum. h.
k. Constat autem ex. 8. tredecimi qd quincuplum quadrati. h. k. est quin-
decuplum ad quadratum. d. k. Nam simplum est triplum. Et ex quarta
huius constat qd triplum quadratorum. e. g. ff. e. f. est quincuplum qua-



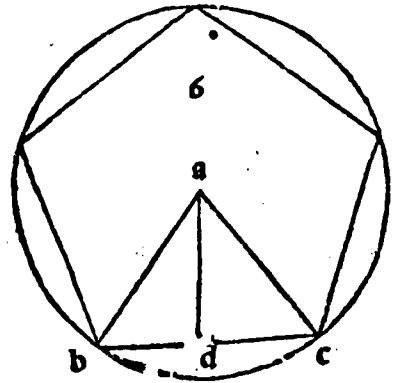
drati.e.f.nam simplum est quindecuplū. I taq. quincuplum quadrati.c.f. est equale quincuplo quadrati.d.f.ideoq. per.5. quinti. quadratum.c.f. est equale quadrato.d.k. Quare etiam linea.c.f. est equalis linee.d.k. Ergo ex diffinitione circulorum equalium circulus circumscribens pentagonum.c.est equalis circulo circumscribenti trigonum.d. quod erat ex principio demonstrandum. Nam semidiametri horum circulorum sunt equales videlicet.c.f.f.d.k.

Propositio .6.



Quadratum quoq. quod est trigincuplum tetragoni qui sub perpendiculari ducta a centro circuli circumscribentis pentagonum figure duodecim basium ad latus pentagoni atq. sub latere ipsius pentagoni continetur omnibus superficiebus corporis duodecim basium pariter acceptis esse equale ex necessitate conuincitur.

Sit pentagonus.a. vna ex.12.basibus figure duodecedi i f. vnum ex eius lateribus sit.b.c. sibiq. ex.14. quarti circumscribatur circulus supra centrum.a.f. protrahantur linee.a.b.f.a.c. f.a.d. perpendicularis ad.b.c. Dico ergo q. trigincuplum eius quod fit ex.a.d.in.b.c. est equale omnibus superficiebus duodecedri pariter acceptis. Constat enim pentagonum a.c.f. diuisibilem in quinq. triangulos equales triangulo.a.b.c.ex.8. primi itaq. omnes.12.pentagoni duodecedri cum omnes sint equales f. similes pentagono a.diuisibiles sunt in.60.triangulos quorum quisq. per.8. primi est equalis triangulo.a.b.c. Quod autem fit ex.a.d.in.b.c. est duplum per.4. primi ad triangulum.a.b.c. ergo trigincuplum eius quod fit ex.a.d.in.b.c. est sexagincuplum ad triangulum.a.b.c. Nam vt simplum ad simplum sic duplum ad duplum. Cum itaq. omnes duodecedri superficies pariter accepte sint etiam sexagincuplum ad triangulum.a.b.c. sequitur vt trigincuplum eius quod fit ex.a.d.in.b.c. sit equale omnibus superficiebus duodecedri pariter acceptis quod est propositum.

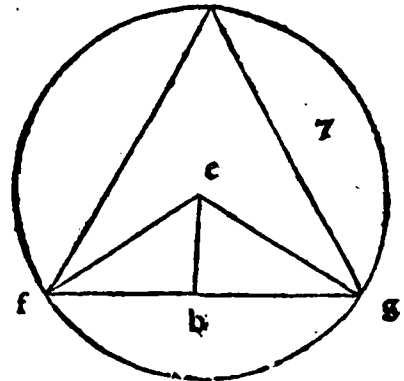


Propositio .7.



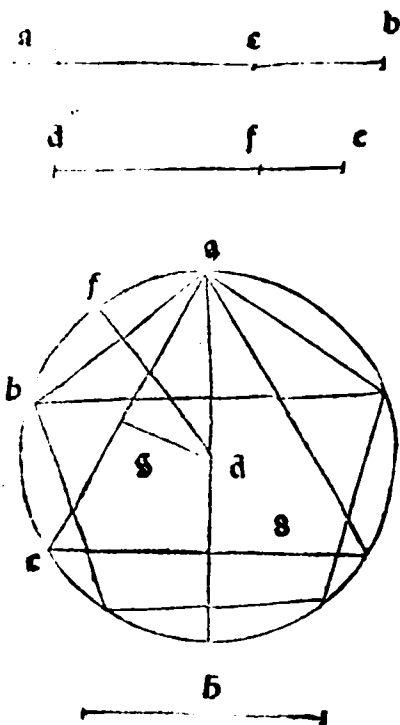
Quadratum quoq. quod est trigincuplum tetragoni qui sub perpendiculari ducta a centro circuli ad latus sibi inscripti trianguli figure viginti basium atq. sub ipso latere trianguli continetur equale est omnibus superficiebus figure viginti basium pariter acceptis.

Esto enim bic. trigonus.e. vna ex.10.basibus figure yccedri f. vnu ex eis lateribus sit.f.g. Sibiq. ex.5. quarti circumscribatur circulus super centrum.e. f. protrahantur linee.e.f.e.g. f.e.h. perpendicularis ad.f.g. Dico igitur q. trigincuplum eius quod fit ex.e.h.in. f.g. est equale omnibus superficiebus yccedri pariter acceptis. Constat enim trigonum.e. esse diuisibilem in tres trigonos quorum quilibet per octauam primi est equalis trigono.f.g. I taq. omnes.10.trigoni yccedri pariter accepti cum amcti sint equales similes trigono.e. sunt tanq. sexagincuplum trigoni.e.f.g. Et quia p.41. primi quod fit ex.e.h.in.f.g. est duplum trigoni.e.f.g. I d. q. trigincuplum huius est equale sexagincuplo illius sequitur vt trigincuplum.e.h.in.f.g. sit equale omnibus superficiebus yccedri pariter acceptis quod erat demonstrandum.



Demonstratum igitur est q. proportio superficierum figure duodecim basium in aliqua sphaera contentae ad superficies figure viginti basium in eadem sphaera conclusae est tanq. proportio tetragoni contenti sub latere pentagoni ipsius figure duodecim basium z sub perpendiculari ducta a centro sui circuli ad ipsius latus pentagoni ad tetragonum contentum sub latere trianguli ipsius figure viginti basium z perpendiculari ducta a centro sui circuli ad ipsius latus trianguli corporis viginti albaidarum.

¶ Quod per illud correlarium concluditur verū esse siue figura. n. basium
 ¶ figura. 10. basium sint ab eadem spera circumscribibilis vt proponitur
 siue etiam fuerint circumscribibilis a diuersis speris. Proponitur autem
 prout hec figure. sint circumscribibilis ab eadem spera quoniam hoc mo-
 do valet ¶ sufficit ad propositum. Eius ergo communis veritas sic patet.
 Constat enim ex. 6. huius q. trigincuplum. a. d. in. b. e. equum est omni-
 bus superficiebus duodecedri pariter acceptis cuius pentagonus. a. est. vna
 ex. 11. sup. rificibus. Et ex hac. 7. constat similiter q. trigincuplum. e. h. in. f.
 g. equum est omnibus superficiebus ycocedri pariter acceptis cuius trigo-
 nus. e. est vna ex. 20. basibus. Siue illud duodecedron ¶ istud ycocedron
 eadem spera circumscribat. Siue diuerse. Itaq. proportio trigincupli. a. d.
 in. b. c. ad oēs superficies illius duodecedri piter acceptas est sicut trigincupli
 e. h. in. f. g. ad omnes superficies ycocedri pariter acceptas. Vtrobique enim
 est proportio equalitatis. Quare permutatim trigincuplum. a. d. in. b. c.
 ad trigincuplum. e. h. in. f. g. sicut omnes superficies illius duodecedri ad
 omnes superficies huius ycocedri ¶ per. 15. quinti trigincupli ad trigincup-
 plum est sicut simpli ad simplum. Constat igitur per. n. quinti q. propor-
 tio omnium superficialium illius duodecedri ad omnes superficies huius
 ycocedri est eius quod fit ex. a. d. in. b. c. ad id quod fit ex. e. h. in. f. g. Et
 hoc est quod ex correlario proponitur.



Propositio .8.



Proportio cunctarum superficialium corporis duo-
 decim basium pariter acceptarum ad cunctas su-
 perfacies corporis viginti basium pariter acceptas
 que ab vna spera ambo circūscribuntur est tanq̃
 proportio lateris cubi quem circūscribit eadem
 spera ad latus triāguli ipsius corporis viginti basium.

¶ Vt ab huius. 8. demonstrationis libri. 14. processu ambiguitas omnis
 abscedat: istud prescire oportet. Quod si aliqua linea secūdi mporpor-
 tionem habentem medium duosq. extrema fuerit diuisa ¶ ex medietate
 eius tanq̃ dimidium sue maioris portionis detrahatur ipsa quoq. medie-
 tas secundum proportionem habentem medium duosq. extrema diuisa
 erit ¶ eius maior portio est tanq̃ dimidium maioris sue duple. Vtbi gra-
 tia sit. a. b. diuisa secundum proportionem habentem medium duosq. ex-
 trema in. c. Et maior eius portio sit. a. c. ¶ sit. d. e. tanq̃ dimidium. a. b. Et
 d. f. tanq̃ dimidium. a. c. Dico ergo q. d. e. diuisa est in. f. secundum propor-
 tionem habentem medium duosq. extrema ¶ maior portio eius est. d.
 f. Constat enim ex. 15. quinti q. proportio a. b. ad. a. c. est sicut. d. e. ad. d. f.
 Videlicet duplum ad duplū tanq̃ simplum ad simplum. Quare pmutati.
 a. b. ad. d. e. sicut. a. c. ad. d. f. Igitur per. 19. quinti. c. b. ad. f. e. sicut. a. b.
 ad. d. e. Est itaq. c. b. dupla ad f. e. sicut enim est. a. b. ad. d. e. Cum igitur to-
 ta. a. b. sit dupla ad totam. d. e. ¶ singule partes. a. b. ad singulas partes. d. e.
 quare ex. 15. quinti ¶. 11. eiusdem ¶ diffinitione linee diuise secundū propor-
 tionem habentem medium duosq. extrema. Erit linea. d. e. diuisa in. f.
 quemadmodum proponitur. Nunc igitur demonstrationi eius quod p-
 positum est insistamus. Ad cuius exemplum sit. a. b. c. circulus cuius cen-
 trum. d. circumscribens pentagonum duodecedri ¶ trigonum ycocedri
 que ambo pariter eadē spera circumscribit ¶ concludit. Nam ex. 5. basius
 manifestum est q. idem circulus huius pentagonum ¶ illius trigonum cir-
 cumscribit. Sit autem linea. a. b. latus pentagoni ¶ linea. a. c. trigoni. Sit
 q. linea. b. tanq̃ latus cubi ab eadem spera circumscripti. Dico itaq. q. pro-
 portio omnium superficialium duodecedri pariter acceptarum ad omnes
 superficies ycocedri pariter acceptas est sicut linea. b. ad lineam. a. c. Pro-
 ducatur quidem a centro. d. perpendicularis ad. a. b. ¶ transeat vsq. ad cir-
 cūferētiā secans. a. b. in puncto. e. ¶ arcum eius in puncto. f. Hāc autē ppe-
 dicularem constat diuidere p cōlia tam lineam. a. b. ¶. eius arcum chordā q.
 dem. a. b. p scdm ptem tertie tertii arcū ¶ o eius p q̃rtā pmi ¶. 27. tertii. ¶

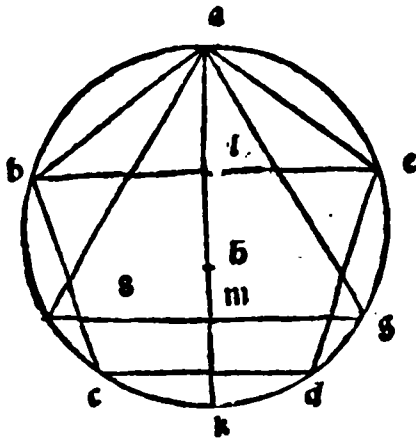
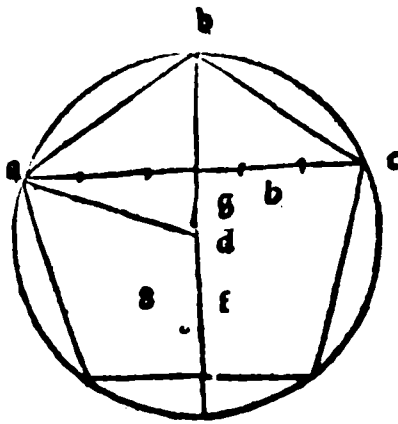
igitur arcus .f. a. decima pars circumferentie. Subtendatur itaq; sibi chorda .a. f. que erit latus decagoni equilateri eiusdem circuli. Erit igitur ex .9. tredecimi linea constans ex .d. f. f. a. diuisa secundum proportionem habentem medium duosq; extrema. & maior portio eius erit linea .d. f. At vero ex prima huius .d. e. est equalis dimidio .d. f. dimidioq; .f. a. in longum directumq; coniunctis. Sit igitur .d. g. perpendicularis ad .a. c. eritq; ex correlario .8. tredecimi .g. d. tanq; dimidium .d. f. Itaq; si a linea .d. e. que est tanq; dimidium .d. f. a. cum .d. f. & .f. a. sit linea vna: detrahatur equalis .d. g. que est tanq; dimidium .d. f. erit per illud quod ante hoc probatum est linea .d. e. diuisa secundum proportionem habentem medium duosq; extrema & maior portio erit tanq; .g. d. Ex demonstratione autem 17. tredecimi constat q; si linea .b. que est latus cubi diuidaturq; secundum proportionem habentem medium duosq; extrema maior portio eius erit tanq; .a. b. que est latus pentagoni figure .u. basium. Itaq; per secundam huius proportio .h. ad .a. b. est sicut .d. e. ad .g. d. Quare per primam partem 15. sexti quod prouenit ex .h. in .g. d. equum est ei quod sit ex .a. b. in .d. e. Ex correlario autem premisse manifestum est q; proportio omnium superficiesum duodecedri cuius latus .a. b. pariter acceptarum ad omnes superficieses ycocedri cuius latus .a. c. pariter acceptas est sicut eius quod sit ex .a. b. in .d. e. ad illud quod sit ex .a. c. in .g. d. Igitur ex prima parte .7. quinti si & .u. eiusdem proportio eius quod prouenit ex .h. in .g. d. ad illud quod prouenit ex .a. c. in .g. d. est. sicut omnium superficiesum illius duodecedri ad omnes huius ycocedri. At vero eius quod prouenit ex .h. in .g. d. ad illud quod prouenit ex .a. c. in .g. d. est per primam sexti sicut .h. ad .a. c. Itaq; per .u. quinti proportio omnium superficiesum illius duodecedri ad omnes huius ycocedri est sicut .h. ad .a. c. quod est propositum. Hoc ipsum aliter probare poterimus. si ad ipsum huius antecedens necessarium premiserimus quod est.

¶ Si circulo cuilibet pentagonus equilateralis inscribatur rectangulum q; sub dodrante diametri ipsius circuli & sub dextate ipsius linee angulum ipsius pentagoni subtendentis contineatur eidem pentagono equum esse ex necessitate oportet.

¶ Maiores nostri vnumquodq; integrum in .u. partes equales intellecta & ratione diuiserunt omnesq; eas simul hoc est ipsum totum a se: vocauerunt vndecim vero earum dixerunt deuncē. decem autem dextantem nouem dodrantē. octo & o bisse. at septem septuncem septatē vel quincem. sex autem semis: quinq; qui nquincem. quatuor trientem. tres autem quadrantem. duas & o sextantem. vnam autem appellauerunt vnciam ea q; p ordinem talibus designauere figuris q; sepiissime inueniunt in antiq; libris.

As	Denix	Dextans	Dodrans	Bisse	Septunx.
Semis	Quattuor	Triens	Quadrans	Sextans	Vncia

¶ Vnciam quoq; quam duodecimam partem assis fore diximus in alias rursus .u. fractiones. Sed alia via diuiserunt. nam medietatem vncie dixerunt semiunciam. tertiam vero duellam. qrtā scilicet sextam sexculam. octauam dragmam duodecimam semiassulam. decimā octauam tremissem. vigesimam quartam scrupulum. quadragessimā octauam obolum. septuagesimam secundam bisfiliquam. nonagesimam sextam ceracem. Vltima vero que est centesima quadragesima quarta pars ipsius vncie siliquam nominauerunt. His autem .u. fractionibus vncie posteriores adiunxere calcum. Est autem calculus centesima nonagesima secunda pars vncie cuius additionis causa fuit vt vsq; ad minimum extremum distetseron & diapente symphoniarum tonorum semitonorumq; interuallis distinctatum habuim fractionum denominatio condescenderet vel conpenderet &



ipsas omnes fm ordinem talibus annotauere figuris.

Σ ζ υ θ ρ α ο ε κ δ ψ τ ζ η θ

Semiancia Duella Sicilius Sexcula Dragma Eniffeda Tremiffis

ss zq 2 ÷ q8 7x 72 Z 90 5h 1q4 2 192

Scrupulus Obulus Biffilia Cerater Siliqua Calcus

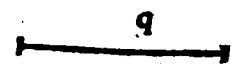
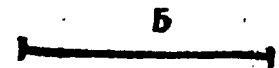
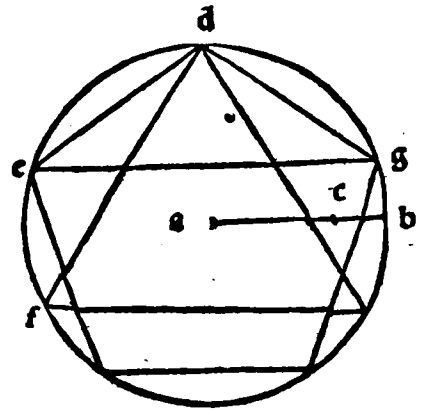
Eius ergo quod uicinus knsus est : q si in aliquo circulo pentagonus equilateralis inscribatur illud quod fit ex tribus quartis diametri circuli in quinq. sextas linee subtendentes vnum ex angulis inscripti pentagoni equale est pentagono, verbi gratia. Sit circulus .a.b.c. super centrum .d. et q. ex .a. quarti inscribatur pentagonus equilateralis cuius duo latera vnu ex suis angulis continentia sint .a. b. f. b. c. Et angulo .b. subtendatur linea .a. c. f. protrahatur diameter .b. d. e. fecans lineam .a. c. per equalia in puncto .g. Sitq. d f. medietas .d. e. f. g. h. dupla ad .b. c. et itq. b. f. dodrans diametri : est enim tres quartae ipsius f. a. b. erit dextans .a. c. est enim .s. sexte eius : protrahatur autem linea .a. d. Dico q illud quod prouenit ex .b. f. in .a. b. est equale pentagono inscripto circulo. Cum enim .a. g. sit perpendicularis ad b. d. erit ex .41. primum illud quod prouenit ex b. d. in .a. g. duplum ad triangulum .a. b. d. Ideoq. quod prouenit ex .b. f. in .a. g. triplum erit ad eundem triangulum. Et quod prouenit ex .b. f. in .h. g. duplum est ex .b. f. in totam .a. b. quincuplum. Cum itaq. totus pentagonus quincuplus sit ad eundem triangulum : constat q istud quod fit ex .b. f. in .a. h. est equale pentagono et illud erat demonstrandum. Quod igitur ex principio propositum est nunc alia via fiat promissum demonstremus. Sint itaq. circulo cuius centrum .b. inscripti pentagonus figure .a. b. a suum et trigonus figure .20. basium quas eadem spera circumscribit. Constat enim ex .s. huius q huius duodecetri pentagonus et illius ycocedri trigonus ab eodem circulo circumducuntur. Sitq. pentagonus .a. b. c. d. e. et trigonus .a. f. g. f. angulo .a. pentagoni subtendatur linea .b. e. que ex demonstratione .17. tredecimi erit latus cubi quem eadem spera concludit. Protrahatur itaq. diameter .a. h. k. fecans orthogonaliter f. per equalia utraq. duarum linearum .b. e. f. f. g. Hanc quidem in puncto .l. illam vero in puncto .m. Dico ergo q proportio omnium superficierum duodecetri ad omnes ycocedri quorum pentagonus et trigonus proposito circulo sint inscripti est sicut linee .b. e. que est latus cubi ab eadem spera concludi ad lineam .f. g. que est latus trigoni ycocedri. Constat enim ex correlario octauae tredecimi q linea .b. m. est dimidium linee .a. b. Ideo q .a. m. erit dodrans diametri .a. k. est enim eius tres quartae. Sit ergo .l. n. dupla ad .n. e. eritq. b. n. dextans .b. e. est enim quinq. eius sexte. I itaq. per promissum antecedens quod prouenit ex .a. m. in .b. n. erit equale pentagono .a. b. c. d. e. Quod autem prouenit ex .a. m. in .m. f. est equale triangulo .a. f. g. Igitur ex prima sexti proportio pentagoni ad trigonum est sicut .b. n. ad .m. f. Quare duodecupli illius pentagoni ad vigincuplum istius trigoni sicut duodecupli linee b. n. ad vigincuplum linee .m. f. qd ex .5. quinti et equa proportionalitate manifestum est. Duodecuplum autem .b. n. est tanq. decuplum .b. e. nam .n. dextans coequant .x. asq. hoc est .x. tota : vigincuplum vero .m. f. est tanq. decuplum .f. g. nam .f. g. est dupla ad m. f. igitur duodecupli istius pentagoni ad vigincuplum istius trigoni est sicut decupli .b. e. ad decuplum .f. g. et quia duc decuplum illius pentagoni est omnes superficies duodecetri : vigincuplum autem huius trigoni est omnes superficies ycocedri et quia per .5. quinti decupli .b. e. ad decuplum .f. g. sicut .b. e. simple ad .f. g. sin. plani erit per .11. quinti proportio omnium superficierum duodecetri pariter acceptarum ad omnes superficies ycocedri pariter acceptas sicut .b. e. ad .f. g. et hoc est quod oportuit nos demonstrare.

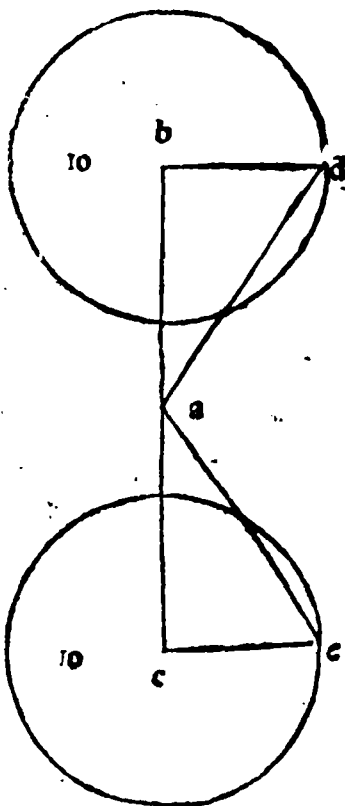
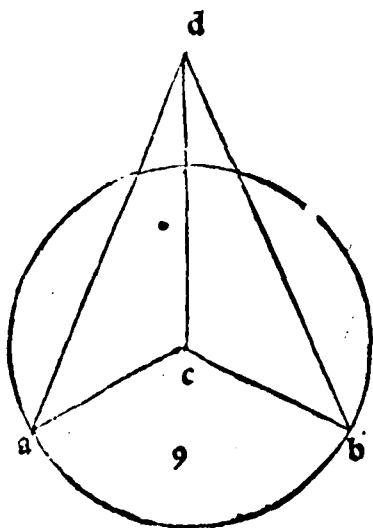
Propositio .9.



In ista qualibet linea scdm pportioem habentem me-
dium duosq extrema erit pportio linee potēis su-
pra totam lineam eiusq maiorem portionem ad
lineam potētem supra totam eiusdemq minorem
portionem tanq pportio lateris cubi ad latus tri-
anguli corporis viginti basium vna cum cubo ipso
in eadem spera contenti.

In linea a.b. diuisa secundum proportionem habentem medium duo-
q extrema & maior portio eius sit linea a.c. & super centrum a. secundum
quantitatem linee a.b. describatur circulus d.b.e. Eiq inscribatur ex.ii.
quarti pentagonus equilaterus cuius vnum latus sit d.e. Et ex secunda
eiusdem trianguli equilateri cuius vnum latus sit d.f. Et vni ex angu-
lis pentagoni qui sit d. subtendatur linea e.g. Constat igitur ex. s. huius
q spera circumscribens duodecedron cuius pentagoni latus est d.e. cir-
cumscribit simul yocedron cuius trianguli latus est d.f. Et ex demonstra-
tione. r. tredecimi manifestum est q eadem spera circumscribit cubum
cuius latus est e.g. Sumatur ergo linea h. potens super totam a.b. & eius
maiorem portionem a.c. Et sumatur k. potens super totam a.b. & mino-
rem eius portionem b.c. Dico itaq q proportio e.g. ad d. f. hoc est
lateris cubi ad latus trianguli yocedri vna cum ipso cubo ab ipsa spe-
ra contenti: est sicut b. ad k. Constat quidem ex correlario. s. quar-
ti q a.b. est tanq latus exagoni equilateri circulo b.d.e. inscripti. Igitur
ex tertia huius a.c. est tanq latus decagoni eiusdem circuli. Itaq per. io. s.
d. e. potens est super totam a.b. & eius maiore portionem a.c. Quare d.
e. est equalis h. Nam quadratum vtriusq earum tantum est quantum
quadrata duarum linearum a.b. & a.c. pariter accepta. Patet autem ex oc-
tava. i. q d. f. est tripla est potentialiter ad a.b. At vero ex. s. eiusdem pa-
tet q k. quoq tripla est potentialiter ad a.c. ergo ex secunda parte. ii. sex-
ti proportio d. f. ad a.b. est sicut k. ad a.c. Quare permutatim d. f. ad k.
sicut a.b. ad a.c. Et quia ex demonstratione. r. tredecimi manifestum
est q si e.g. diuidatur secundum proportionem habentem medium duosq
extrema maior portio eius erit tanq d.e. Erit per secundam huius propor-
tio e.g. ad d. e. sicut a.b. ad a.c. Quare per. ii. quinti erit quoq e.g. ad d. e.
sicut d. f. ad k. Et permutatim e.g. ad d. f. sicut d. e. ad k. Et quia per pri-
mam partem. ii. quinti d. e. ad k. sicut h. ad k. Eo q d. e. & h. sunt equales
Erit per. ii. quinti e.g. ad d. f. sicut h. ad k. quod est propositum. Non so-
lum autem est proportio e.g. lateris cubi ad d. f. latus trianguli yocedri
sicut h. ad k. immo simpliciter sicut quamlibet duarum linearum vni-
us ad alteram: quarum altera potest super totam quamlibet lineam diui-
sam secundum proportionem habentem medium duosq extrema & su-
per eius maiorem portionem. Altera vero super totam & eius minorem
portionem. Nam singulae lineae talium e pportio vna. Verbi gratia. Ma-
neant priores ypotheses circa lineas a.b. h. & k. Et sumatur quoq quelibet
alia linea que sit l.m. diuisa secundum proportionem habentem me-
dium duosq extrema in n. & portio maior sit l.n. Sitq linea p. potens su-
per totam l.m. & eius maiorem portionem l.n. Et linea q. sit potens su-
per totam l.m. & eius minorem portionem m.n. Dico ergo q propor-
tio p. ad q. est sicut h. ad k. Cōstat enim ex secunda huius q b. a. ad a. c.
est sicut l. m. ad l. n. Ergo per primam partem. ii. sexti quadrati b. a. ad
quadratum a. c. est sicut quadrati m. l. ad quadratum n. l. Quare coniu-
ctim quadrati h. ad quadratum a. c. sicut quadrati p. ad quadratum
l. n. Et pmutatim qdrati h. ad quadrati p. sicut quadrati a. c. a. qdratum
l. n. Eodē argumentatiōis genere sequit q pportio qdrati k. ad qdrati q.
est sicut quadrati c. b. ad quadratum n. m. Et quia ex secunda huius & ex
prima parte. ii. sexti quadratum a. c. ad quadratum l. n. sicut quadratum
c. b. ad quadratum m. n. Erit ex. ii. quinti quadratum b. ad quadratum
p. sicut quadratum k. ad quadratum q. Quare per secundam partem. ii.





sexi. b. ad. p. sicut. k. ad. q. Et permutatim. h. ad. k. sicut. p. ad. q. Quod erat demonstrandum. Et ne quisq. dubitationis locus ea que demonstranda restant obfuscet premittenda adhuc arbitramur quedam quibus sequentia si. mo demonstrationis robore inconcussa permancant.

¶ Si aliqua plana superficies speram quamlibet secet communis differentia plane superficiei secantis & curue superficiei speræ erit circumferentia continens circulum.

¶ Si igitur aliqua plana superficies secans speram & sit linea. a. b. communis sectio superficiei secantis & superficiei spe. Dico q. linea. a. b. est. circumferentia circuli. Aut enim centrum spere est in plana superficie secante. aut extra. Quod si fuerit in ea ponatur vbicunq. contingerit & sit. c.

Quia ergo rota linea. a. b. est in superficie spere & quia omnes linee ducte a centro spere ad ipsius circumferentiam sunt equales quemadmodum constat ex diffinitione spere. sequitur vt omnes linee ducte a puncto. c. ad lineam. a. b. sint equales. Est igitur ex diffinitione circuli superficies quam continet linea. a. b. circulus & eius centrum est. c. videlicet idem q. centrum spere. Si autem centrum spere fuerit extra superficiem secantem. ponatur ergo vbilibet quod sit. d. a quo secundum doctrinam. n. vndecimi ducatur linea. d. c. perpendicularis ad superficiem secantem. Et protrahantur ab eodem centro. d. due linee recte quomodocunq. contingat ad lineam. a. b. que sint. d. a. & d. b. Et iungatur. c. cum. a. & cum. b. Eruntq. due linee. d. a. & d. b. equales. Eo q. ipse sunt a centro spere ad superficiem eius. Ex diffinitione autem linee perpendicularis ad superficiem. Manifestum est q. anguli. d. e. a. & d. c. b. sunt recti. Ideoq. ex penultima primi & ista communi scientia: que equalibus sunt equalia inter se sunt equalia. Erunt quadrata duarum linearum. c. d. & c. a. pariter accepta equalia quadratis duarum linearum. d. c. & c. b. pariter acceptis. Dempto itaq. vtrinq. quadrato. d. c. Erit quadratum. c. a. equale quadrato. c. b. Quare & linea. c. a. linee. c. b. Eodem argumentationis genere ne cense est omnes lineas ductas a puncto. c. ad lineam. a. b. esse equales ergo ex diffinitione circuli superficies quam continet linea. a. b. est circulus & eius centrum est. c. quod est propositum.

¶ Ex hoc itaq. manifestum est q. cum superficies secat speram super centrum eius sector proveniens in superficie spere est linea continens circulum cuius centrum est centrum spere.

¶ Cum autem superficies secat speram non super centrum eius sector quoq. proveniens in superficie spere est linea continens circulum cuius centrum est punctus ille in quo incidit perpendicularis ducta a centro spere ad superficiem secantem.

¶ Amplius autem dico q.

¶ Si in spera aliqua fuerint circuli equales perpendiculares ducte a centro spere ad superficies illorum circuloz erunt ad inuicem equales.

¶ Sint i spera cuius centrum. a. signati duo circuli. b. & c. equales. Ad quoniam superficies protrahantur a centro spere videlicet a puncto. a. perpendiculares secundum q. docet. n. vndecimi. Ad hunc quidem. a. b. Ad illum autem. a. c. Dico q. due linee. a. b. & a. c. sunt equales. Protrahantur enim a punctis. b. & c. singule linee recte ad circumferentias illorum circuloz prout libuerit. In his quidem. b. d. In illo autem. c. e. Et iungat. a. cum. d. & cum. e. Eritq. ex diffinitione linee supra superficiem perpendiculariter stantis vterq. duorum angulorum. a. b. d. a. c. e. rectus. At vero ex secunda parte premissi correlarii. Manifestum est q. duo puncta. b. & c. sunt centra circuloz. b. c. Ideoq. due linee. b. d. & c. e. sunt semidiametri eorum. Qui circuli cum ponantur equales sequitur ex diffinitione equalium circuloz has semidiametros esse equales. Et quia due linee. a. d. & a. e. sunt equales quia sunt ducte a centro spere ad eius superficiem. Erunt ex penul. primi due perpendiculares. a. b. & a. c. equales.

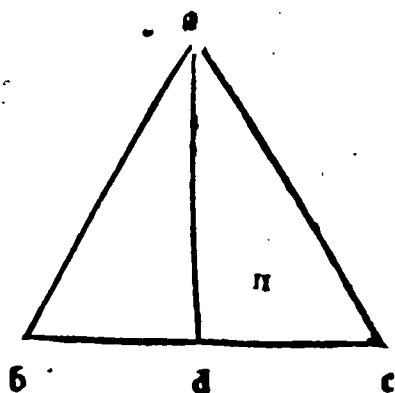
Quod oportebat demonstrare. Nunc igitur ad propositum redeamus.

Proposito. 10.



Proportio corporis duodecedri ad corpus yccedri que ambo vna eademq; spera includit: ē sicut omnium superficierum eius pariter acceptarum ad omnes superficies illius pariter acceptas.

Hoc est quod superius post demonstrationem prime huius auctoritate aristeli & Apollonii commemorauimus cuius demonstratio ex his que premissa sunt euidenter elicitur. Ex quinta quidem huius manifestum est qd circuli quorum alter circumscribit pentagonum duodecedri: reliquis vero trigonum yccedri que ambo corpora spera vna cohercet sunt adinuicem equales. Itaq; erunt perpendiculares a centro sperae ad superficies omnium circularum circumscribentium pentagonos huius duodecedri & trigonos illius yccedri in eorum centra cadentes adinuicem equales sicut ex premissis manifestum est. Nam omnes hi circuli teste. s. huius sicut dictum est equales sunt sibi adinuicem. Pyramides igitur quarum sunt bases pentagoni duodecedris coni autem earum sunt centrum sperae. atq; pyramides quarum bases sunt trigoni yccedri: & coni earum similiter centrum sperae sunt eque alte. Cunctarum quidem pyramidum altitudinem mensurant vel determinant a conis ad bases perpendiculares cadentes. Pyramides autem eque altas suis basibus proportionales esse oportet quemadmodum in. 6. duodecimi probatum est. Itaq; proportio pyramidis cuius basis pentagonus duodecedri ad pyramidem cuius basis trigoni yccedri est sicut istius pentagoni ad hunc trigonum. Ideoq; per. 24. quinti proportio duodecupli illius pyramidis cuius basis pentagonus duodecedri. Ad pyramidem cuius basis trigonus yccedri sicut duodecupli illius pentagoni ad hunc trigonum. Hec autem. n. pyramides quarum sunt bases. n. pentagoni duodecedri sunt tanq; totum corpus ipsius duodecedri. At. n. pentagoni tanq; omnes superficies eius. Itaq; proportio corporis duodecedri ad pyramidem cuius basis est trigonus yccedri est sicut proportio omnium superficierum duodecedri ad trigonum yccedri. Quare nunc ex. 24. quinti proportio corporis duodecedri ad vigincuplum illius pyramidis cuius basis est trigonus yccedri est sicut omnium superficierum duodecedri ad vigincuplum trigoni yccedri. Cum igitur vigincuplum huius pyramidis sit tanq; totum corpus yccedri ad vigincuplum istius trigoni tanq; omnes superficies ipsius yccedri erit proportio corporis duodecedri ad corpus yccedri que ambo spera vna eademq; spera concludit sicut proportio omnium superficierum corporis duodecedri pariter acceptarum ad omnes superficies corporis yccedri pariter acceptas. Hoc autem est predictorum philosophorum de proportione horum duorum corporum sententia fixa solidaq; demonstratione roborata. cui quoq; adiiciendum est hoc. Nam cum proportio lateris cubi ad latus trianguli corporis yccedri vna cum ipso cubo ab eadem spera conclusi sit sicut proportio omnium superficierum corporis duodecedri pariter acceptarum ad omnes superficies ipsius yccedri in eadem spera conclusi sicut ex. 8. huius demonstratum est: erit ex. n. quinti proportio corporis duodecedri ad corpus yccedri que ambo spera vna circumuoluit tanq; proportio lateris cubi eidemq; sperae inscriptibilis ad latus ipsius trigoni yccedri. Amplius autem quia diuisa qualibet linea secundum proportionem habentem medium duosq; extrema est proportio lineae potentis super totam & eius maiorem portionem ad lineam potentem super totam & eius minorem portionem sicut lateris cubi alicui sperae inscripti ad latus trigoni corporis yccedri ab eadem spera circūducti sicut ex. 9. huius demonstratū ē erit et ex. n. quinti ut diuisa qualibet linea secundum proportionem habentem medium duosq; extrema sit proportio lineae potentis super totam & eius maiorem portionem ad lineam potentem super totam & eius minorem portionem veluti proportio corpo-



ris duodecetri ad corpus yco:edri que ambo vna atq; eadem spera circū scribit. Ex dictis igitur manifestum est q̄ proportio lateris cubi alicui spe re inscripti ad latus trigoni yco:edri ab eadem spera circūscripti. Itēq; proportio ~~amstarum~~ superficiesum duodecetri ad cunctas superficies yco:edri que ambo super eadem spera circūscribit. Et rursus proportio linee potentis super quamlibet lineam diuisam s̄m proportionem habet medium duosq; extrema t̄ super eius maiorem portionem ad lineā potentem super eandem t̄ super eius minorem portionem atq; iterum p̄portio corporis duodecetri ad corpus yco:edri que ambo vna eadēq; spera cohercet est proportio vna. Mirabilis itaq; est potentia linee s̄m p̄portionem habentem medium duosq; extrema diuise: cui cum plurima pholosophantium admiratione digna conueniant hoc principium vel precipuum ex superiorum principiorum inuariabili procedit natura vt tam diuersa solida tū magnitudine tū basium numero tū etiam figura it rationali quadam symphonía rationabiliter conciliet. Quippe demonstratum est q̄ proportio duodecetri corporis ad yco:edron corpus que ambo spera vna coambit est quasi proportio linee potentis super quamlibet lineam s̄m prefatam proportionem diuisam t̄ super eius maiorem partem ad quamlibet lineam potentem super eandem t̄ super eius minorem partem. quoniam vero de tribus ceteris corporibus regularibus non habemus aliquid dictum studeamus de ipsis aliquid dicere.

Propositio .11.



In omni triangulo equilatero si ab vno angulo eius perpendicularis ad basim ducatur latus eiusdem trianguli ad ipsam perpendicularē potentia liter sexquitergium esse conueniet

Sit enim triangulus equilateralis. a. b. c. ducaturq; ab angulo. a. linea. a. d. perpendicularis ad basim dico q̄. a. b. ē potentialiter sexquitergium ad. a. d. Sunt quidem ex. s. primi duo anguli b. t̄. c. equales. Et quia anguli ad. d. sunt recti erit per. 16. primi linea. b. c. diuisa per equalia in puncto. d. Itaq; ex quarta secundi quadratum b. c. quadruplum est ad quadratum. b. d. ideoq; etiam quadratum. a. b. q̄druplum est ad quadratum. b. d. Est enim triangulus equilateralis. Quare per penul. primi quadrata duarum linearum. a. d. t̄. b. d. pariter accepta q̄druplum sunt ad q̄dratum. b. d. itaq; quadratum. a. d. triplum est ad q̄dratum. b. d. cōstat ergo p̄positū.

Propositio .12.



En is trigonus equilateralis cuius est latus rationale superficies medialis esse probatur.

Sit vt prius triangulus. a. b. c. equilateralis t̄ sit latus eius. a. b. rationale siue in longitudine siue in potentia tantum dico itaq; q̄ ipse triangulus est superficies medialis. Ducatur enim perpendicularis. a. d. ab angulo. a. ad basim. Erit q̄. ex premissa t̄ ex. 6. decimi t̄ diōne superficiē rationalis quadratum linee. a. d. rationale t̄ linea. a. d. rationalis in potentia. Ipsa autem ex vltima parte. 7. decimi mediante premissa erit incōmensurabilis linee. a. b. ideoq; t̄ linee. b. d. que est tanq̄ eius dimidium. Sunt itaq; due linee. a. d. t̄ b. d. rationales potentialiter tantum cōmunicantes. Igitur ex. 19. decimi superficies vnus earum in alteram est medialis. Cūq; superficies vnus earū in alteram sit equalis trigono. a. b. c. cōstat v̄z esse quod diximus.

Propositio .13.



Sin te superficies vtriuslibet duorum solidorum quorum alterum est pyramis quatuor basium triangularium t̄ equilateralum reliquum vero est corpus octobasium triangularium t̄ equilaterū pariter accepte: si diameter sperę ea circūscribentis rationalis fuerit componunt superficiem mediatem.

C Nam si diameter sphere alterum duorum propositorum corporum circumscribens fuerit rationalis siue in longitudine siue in potentia tunc erit ex correlario .13. tredecimi libri latus pyramidis rationale in potentia & ex correlario .15. eiusdem latus quoque corporis octo basium rationale in potentia. Quare per premisam trianguli qui sunt bases vtriuslibet corporis erunt superficies mediales. Et quia trianguli vtriuslibet eorum sibi adinuicem sunt equales erunt ex .11. decimi omnes superficies vtriuslibet eorum pariter accepte componentes superficiem medialem quem admodum proponitur &c.

Propositio .14.



I tetracedron & octocedron vna eademque sphaera circumscribat erit vna ex basibus tetracedri sexquialtera ad vnam ex basibus octocedri. Omnes autem bases octocedri pariter acceptas ad omnes bases tetracedri pariter acceptas sexquialteram proportionem habere necesse est.

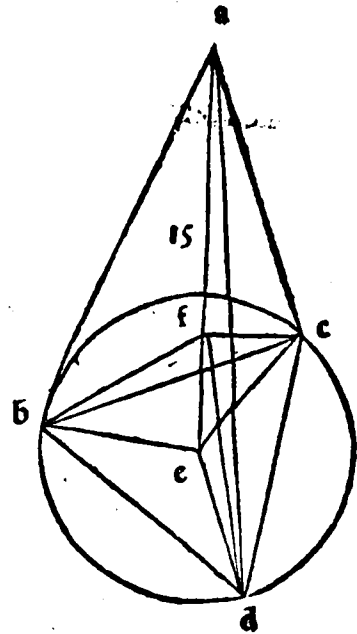
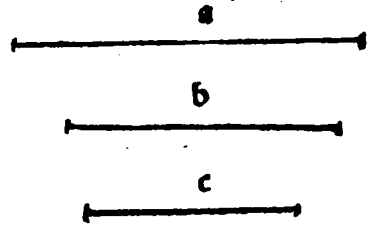
Sit aliqua sphaera cuius diameter .a. circumscribens pyramidem cuius latus .b. & octocedrum cuius latus .c. Dico itaque quod triangulus equilateralis cuius latus .b. sexquialterius est ad triangulum equilaterum cuius latus .c. Et quod superficies quam componunt octo trianguli equilateri cuiusque quorum est latus .c. sexquialtera est ad superficiem quam componunt quatuor trianguli equilateri cuiusque quorum est latus .b. Constat enim ex correl. 13. tredecimi quod quadratum .a. ad quadratum .b. sicut .6. ad .4. Igitur e converso quadratum .b. ad quadratum .a. sicut .4. ad .6. Ex correlario vero .15. eiusdem manifestum est quod quadratum .a. ad quadratum .c. sicut .6. ad .3. Itaque per equam proportionalitatem quadratum .b. ad quadratum .c. sicut .4. ad .3. Quadratum autem .b. ad quadratum .c. est sicut trigonus equilateralis cuius latus .b. ad trigonum equilaterum cuius latus .c. Vtrobique enim est sicut .b. ad .c. proportio duplicata ex secunda parte .18. sexti. Igitur trigonus equilateralis cuius latus .b. ad trigonum equilaterum cuius latus .c. sicut .4. ad .3. Quare constat prima pars propositi. Ex quo euidenter elicitur secunda. Erit enim per conuersam proportionalitatem trigonus equilateralis cuius latus .c. ad trigonum equilaterum cuius latus .b. sicut tria ad quatuor. Ideoque octuplum trigoni equilateri cuius latus .c. ad quadruplum trigoni equilateri cuius latus .b. est sicut octuplum ternarii ad quadruplum quaternarii. hoc est sicut .14. ad .16. & quia octuplum trigoni equilateri cuius latus .c. est omnes bases octocedri cuius latus .c. & quadruplum trigoni equilateri cuius latus .b. est omnes bases pyramidis cuius latus .b. Et quia proportio .14. ad .16. est sexquialtera sequitur ut superficies quam componunt omnes bases octocedri cuius latus .c. ad superficiem quam componunt omnes bases pyramidis cuius latus .b. sexquialtera sicut diximus in proportionem respiciat.

Propositio .15.



Iramide quatuor basium triangularium atque equilateralium intra sphaeram quamlibet collocata si a quolibet angulorum eius per centrum sphaere recta linea ad basim ducatur in centrum circuli basium circumscribentis eam cadere atque eidem basi perpendiculariter insilire necessario comprobatur.

Sit pyramis .a. b. c. d. 4. basium triangularium atque equilateralium intra sphaeram aliquam cuius centrum sit .f. collocata. Et cum quolibet quatuor angulorum istius pyramidis possit esse conus eius atque quilibet quatuor triangulorum basis. Imagemur nunc eius solidum angulum a. esse conum & triangulum .b. c. d. imaginemur esse basim. Atque huic basi intelligamus circumscriptum esse circulum .b. c. d. Dehinc a puncto .a.



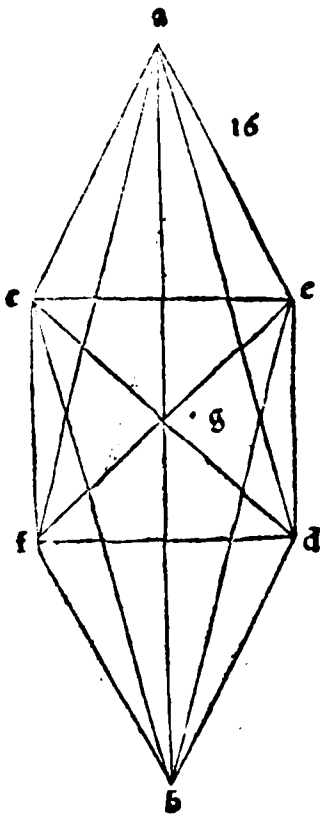
quem imaginati sumus conum pyramidis ducamus ad basim. b. c. d. lineam rectam transeuntē per punctum. f. qui est centrum sphere circum scribentis pyramidem de qua disputamus. Et occurrat hec linea superfici ci. b. c. d. quam imaginati sumus basim pyramidis super punctum. e. Dico igitur q̄ punctum. e. est centrum circuli. b. c. d. & q̄ linea a. f. e. est perpendicularis ad superficiem. b. c. d. Producam enim lineas. f. b. f. c. f. d. Et quia quatuor puncta. a. b. c. d. sunt in superficie sphere cuius cētrum f. propter hoc q̄ illam spheram positum est circumscribere hanc pyrami dem. Erunt omnes quatuor linee. f. a. f. b. f. c. f. d. adinuicem equales sunt enim ducte a centro sphere ad eius superficiem. Ergo quia duo latera. a. f. & f. b. trianguli. a. f. b. sunt equalia duobus lateribus. a. f. & f. c. trianguli a. f. c. & basis. a. b. basi. a. e. ¶ Nam pyramis posita est equilatera. Erit ex octaua primi angulus. a. f. b. equalis angulo. a. f. c. Ideoq̄ per. 3. primi an gulus. quoq̄. b. f. e. erit equalis angulo. c. f. e. ¶ Eodem modo proba bis angulum. d. f. e. esse equalem angulo. c. f. e. ¶ Necesse est enim ex octaua primi vt angulus. a. f. e. sit equalis angulo. a. f. d. quare per. 3. pri mi angulus quoq̄. c. f. e. erit equalis angulo. d. f. e. Sunt igitur tres anguli b. f. e. c. f. e. d. f. e. adinuicem equales. Protractis igitur lineis. e. b. e. c. f. e. d. sequitur ex quarta primi bis assumpta eas esse adinuicem eq̄les. Ideoq̄ per. 9. tertii punctus. e. est centrum circuli. b. c. d. Et quia perpendicularis ducta a centro sphere ad superficiem cuiuslibet circuli eam secantis cadit super centrum eiusdem circuli sicut ex his que premissa sunt videlicet ex his que decimam huius immediate precedunt didicisti convincitur lineam. a. f. e. esse perpendicularē ad superficiem circuli. a. b. c. quemad modum proponitur. ¶ Sin autem erunt eiusdem circuli duo centra quod natura tanq̄ impossibile exhoruit.

Propositio .16.



Solidum octo basium triangularium atq̄ equilaterarum quod ab aliqua sphaera circumscribi tur diuisibile est in duas pyramides eque altas quarum altitudo equalis est semidiametro sp̄ere: basis autem vtriusq̄ quadratum quod est sub duplum quadrato diametri sp̄ere.

Esto corpus octo basium triangularium atq̄ equilaterarum cuius sex anguli sint a. b. c. d. e. f. circūscriptum a sphaera cuius centrum. g. Cōstat itaq̄ q̄ sex pun cta. a. b. c. d. e. f. sunt in superficie sphere cuius centrum. g. Si igitur centrū g. iungatur cum quolibet horum sex punctorum erunt due linee iungen tes ipsum eis ad inuicem equales cum ipse sint a centro sphere ad superfi ciem. Cum autem ex correl. 15. tredecimi sit diameter sp̄ere potentialiter dupla ad latus huius corporis erit ex quarta 1. secundi latus huius corpo ris potentialiter duplum ad semidiametrum sphere. Quadratum ergo e. f. duplum est ad quadratum. c. g. ideoq̄. equale duobus quadratis dua rum linearum. c. g. & g. f. itaq̄. per penul. primi angulus. c. g. f. est rectus. eadē rōne quisq̄ triū anguloꝝ. f. g. d. d. g. e. & e. g. c. & c. g. f. q̄re p. 14. p̄mi c. g. d. & f. g. c. est linea vna igitur ex secunda. 1. quinq̄ puncta. c. f. d. e. g. sunt in superficie vna. Manifestum est autem ex quinta primi & 31. eius dem q̄ quilibet quatuor angulorum. c. e. d. f. est rectus: igitur ex diffini tione quadrati superficies. c. e. d. f. est quadrata. & quia latus eius est latus propositi coporis. constat ex correlario. 15. tredecimi istud quadratum esse subduplum quadrato diametri sphere. consimili quoq̄. ratiocinatio ne constat vtrāq̄. duarum linearum. a. g. & g. b. cum qualibet quatuor linearum. c. g. f. g. d. g. e. g. continere angulum rectum. ideoq̄. ex. 4. vn/ decimi vtrāq̄. earum esse perpendicularē ad superficiem. c. e. d. f. & ambas scilicet. a. g. & g. b. per. 14. primi componere lineam vnā: diui sum est igitur propositum corpus in pyramidem. a. c. f. d. e. cuius basis



c.f.d.e. cuius basis quadratum .c. e.d.f. quod est subduplum quadrato diametri spere & etiam altitudo linee.a.g. que est semidiameter spere & in piramidem.b.c.f.d.e.cuius basis est predictum quadratum & eius altitudo linea.g.b. que est semidiameter spere : & hoc est quod oportebat ostendere.

¶ Castigator.

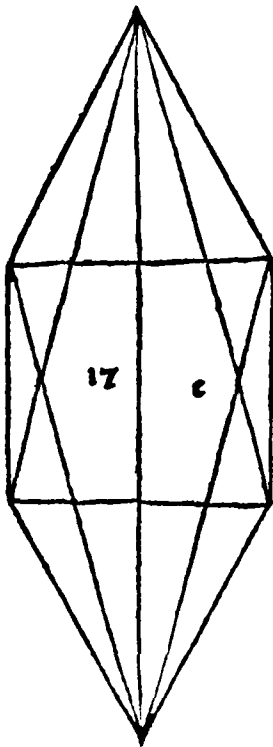
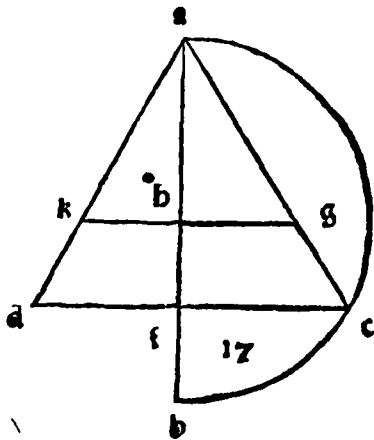
¶ Ista quarta scđi isto medio aducitur. Nam cū diameter spere diuidatur in duas partes equales ipsa diameter potentialiter est quadrupla ad sui medietatem. quia quadratum eius est equale duobus quadratis suarum duarum medietatum & duplo eius quod fit ex ductu vnus medietatis in alteram duplum autem illud sunt similiter duo alia quadrata earūdem duarum medietatum. Et sic apparet q̄ diameter est potentia quadrupla ad eius medietatem. Nunc autem quod est subduplum alicuius ipsū est duplum ad quartam illius dupli vt .8. est subduplus ad.16. Et ideo .8. qui est subduplus. est duplus ad quartam partem.16. videlicet illius duplum ad subduplum. Ita in pposito latus.g. basium. est potentia duplum ad medietatem diametri cum ipsū sit subduplum ad dia.

Propositio .17.



Piramidem quatuor basium triangulariū atq; equilaterarum sphaera aliqua circumscribente erit portio tetragoni qui sub linea potentialiter sub sex quitertia ad dodrantem lateris ipsius piramidis & sub linea super quinq; ptiente vicesimas septimas eiusdem dodrantis continetur ad quadratū diametri spere sicut corporis ipsius piramidis ad corpus octo basium triangularium atq; equilaterarum que ambo eadem sphaera circumducantur.

¶ Sit sphaera cuius diameter.a.b. & centrum.h. circumscribens piramidem quatuor basium triangularium atq; equilaterarum .a.c.d. & corpus octo basium triangularium atq; equilaterarum quod sit.e. Sitq; linea.l.m. potentialiter sub sex quitertia ad dodrantem linee.a.c. que est latus piramidis. Et linea.n.m. contineat dodrantem predictum & eius quinq; vicesimasseptimas. Sitq; p. quadratum diametri.a.b. Dico itaq; q̄ portio piramidis .a.c.d. ad octoedron. e. ē sicut superficiē l.m.in.m.n. ad quadratum.p. Imaginemur enim solidum angulum .a. esse conum piramidis & basim piramidis cuius vnum latus est.d. c. secare diametrum spere in pūcto.f. Eritq; quemadmodum ex ratiocinatione.13. tredecimi manifestum est.a.f. dupla ad.f.b. Cūq; etiam.a.b. sit dupla ad.b.h. erit ex.19. quinti.b.f. dupla ad.b.f. Ideoq; .a.f. quadrupla ad.f.h. Imaginemur igitur superficiem secantem piramidem.a.c.d. super centrum spere equidistanter basi ipsius. Sitq; linea.g.k. communis sectio huius superficie & trianguli.a.c.d. Eritq; ex.17. vndecimi proportio.c.a.ad.a.g. sicut f.a.ad.a.h. ¶ Igitur.c.a.ad.a.g. sicut.4.ad.3. Sic enim est ex eversa proportionalitate.f.a.ad.a.h. Constat etiam ex secunda parte.19. primi & .16. vndecimi & .10. eiusdem & prima parte secunde sexti & diffinitione similitum superficialium & similitum corporum q̄ piramis .a.g.k. est similis piramidi.a.c.d. Ideoq; ex.8. duodecimi proportio piramidis.a.c.d. ad piramidem.a.g.k. est sicut.c.a.ad.a.g. triplicata quare sicut.4.ad.3. triplicata. ¶ Constat autem ex secunda octauī q̄ proportio quatuor ad tres triplicata ē sicut.64.ad.27. itaq; proportio piramidis.a.c.d. ad piramidē a.g.k. est sicut.64.ad.27. Fiat ergo triangulus equilaterus .q.r.s. ex linea equali.a.g. quam constat esse dodrantem linee.a.c. & pducatur linea.q.t. perpendicularis ad.r.f. eritq; ex .18. huius linea .q.t. potentialiter sub



quæritur ad lineam. q. r. Ideoq. equalis. l. m. A dicitur quoq. l. n. e. r. s. f. linea. f. x. ita q. p. portio. r. x. ad. r. s. fit sicut. 64. ad. 27. Diuidaturq. r. x. p. eq. lia in. v. vt fit. r. v. 32. de partibus illis de quibus. r. s. est. 27. aut. r. x. 64. Eritq. r. u. equalis. m. n. ¶ Et ducantur linee. q. u. f. q. x. Eritq. ex pri. ma ferri proportio trianguli. q. r. x. ad triangulum. q. r. s. sicut. 64. ad. 27. Cumq. per eandem triangulus. q. r. x. fit duplex ad triangulum. q. r. u. At ex. 41. primi quod fit ex. q. t. u. r. u. s. duplum quoq. fit ad triangulum. q. r. u. Erit quod fit ex. q. t. u. r. u. s. ipsum est equale superficiæ. l. n. equa. le triangulo. q. r. x. Quare proportio superficiæ. l. n. ad triangulum. q. r. s. est sicut. 64. ad. 27. Ideoq. sicut pyramidis. a. c. d. ad pyramidē. a. g. k. Manifestum est autem ex. 35. huius q. linea. a. f. est perpendicularis ad basim pyramidis. a. c. d. Ideoq. per. 19. vndecimi linea. a. b. est etiam perpendicularis ad basim pyramidis. a. g. k. ¶ Igitur altitudo. a. g. k. pira. midis est semidiameter sphere. Diuidatur itaq. octo cedron. e. quemad. modum proponit premis sit erit itaq. vtrq. duarum pyramidum i quas ipsum. e. diuiditur eque alta pyramidi. a. g. k. nam singularum altitudo est semidiameter sphere. Quia igitur omnes laterate pyramides eque al. te suis basibus sunt proportionales vt in. 6. duodecimi demonstratum est erit proportio pyramidis. a. g. k. ad vtrq. earum in quas diuiditur octo cedron. e. sicut basis eius ad bases earum. quare per. 24. quinti proportio pyramidis. a. g. k. ad totum octo cedron. e. est sicut sine basis quam constat esse equalem triangulo. q. r. s. ad bases ambarum pyramidum in quas diuiditur. e. pariter acceptas quas constat esse equales quadrato diame. tri sphere per premisam videlicet. p. Quoniam ergo proportio pyrami. di. a. c. d. ad pyramidem. a. g. k. est sicut trigoni vel tetragoni. l. n. ad tri. gonum. q. r. s. videlicet. 64. ad. 27. ¶ Et pyramidis. a. g. k. ad octo cedron. e. si. cut trigoni. q. r. s. ad quadratum. p. Erit per equam proportionalitatem proportio pyramidis. a. c. d. ad octo cedron. e. sicut tetragoni. l. n. ad quadratum. p. ¶ hoc erat demonstrandum.

Castigator.

a ¶ Cum .a.f. sit quadrupla ad .f.b. ¶ .a.h. tripla ad eandem sequitur
v. 1. ad 3. ¶ cetera.

b ¶ Et etiam. 17. ad. 8. §. 15. ad. 64. §. c. quia per. n. diffi. quinti quatuor
quantitatum continue proportionalium prime ad quartam sicut prime
ad secundam triplicata & per secundam octavi quatuor numerorum mi
nimorum secundum suam proportionem semper duo extremi scilicet
primus & ultimus cum fuerint continue proportionales erunt de ne
cessitate cubi. Et ideo vnus ad alium semper proportio triplicata hoc
est primi cubi. ad secundum numerum triplicata per dictam diffinitio
nem quinti. §. c. Et ideo quamuis ibi acceperit. 64. §. 17. qui sunt duo
numeri cubi poterat accipere quoscumque duos alios cubos indifferenter
inequales. cetera quoque profequendo vt dicitur. I dem eueniet §. c. vt
per te experiri poteris. Sed in casu isto cum per eandem proportionalita
tem. aut proportio lateris vnus ad latus sibi relatiuum alterius vt. 4. ad
3. triplicata fuit necesse fumere. 64. cubum. 4. §. 17. cubum ternarii argu
endo vt dictum est per secundam octauam. sed fuisse lateris ad latus. 3. ad
1. triplicata per. 8. nunc acceperit cubum ternarii. 17. §. cubum binarii
8. §. sic in ceteris §. c. erunt de. 4. §. 3. continue. 64. 48. 36. 27.

Ex præmissis igitur manifestum est quod perpendicularis
veniens a centro sphaerae pyramidem quatuor basium triangu-
larem atq; equilateram circumscribentis ad quamlibet
basium ipsius pyramidis equalis est sextæ parti diametri sphaere.

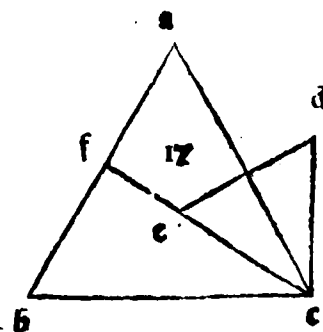
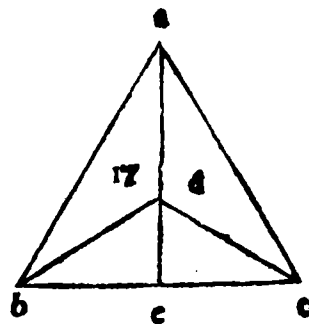
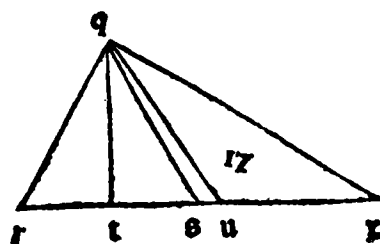
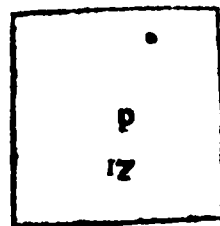
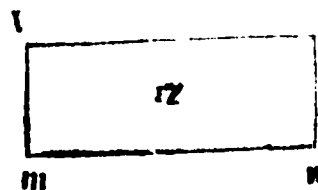
Cum enim cuncti trianguli pyramidem ambiētes sint similes & equales erunt quoq; circuli ipsos circumscribentes equales. ideoq; perpendicularares a centro spere ad eosdem circulos in eorum centra erunt etiam eq̃les. Perpendicularares autem cadentes ad circulos sunt perpendicularares ad bases pyramidis itaq; perpendicularares ad bases sunt adinuicem equales. Linea autem. h. f. est perpendicularis ad basim pyramidis. a. c. d. quam. h. f. quia constat ex predictis esse sextam partem diametri. a. b. relinquitur ergo esse verū quod per correl. concluditur. ¶ Idem aliter demonstrare contingit si prius hoc antecedens fuerit stabili ratione firmatum.

In omni triangulo equilatero linea descendens ab vno angulo eius orthogonaliter supra basim tripla est ad perpendicularem que a centro circuli trigonum ipsum circumscribentis ad quolibet latus eius protrahitur.

Sit enim triangulus. a. b. c. equilateralis sitq; .d. centrum circuli ipsum circumscribentis a quo ducantur linee ad singulos angulos quas manifestum est esse equales cum sint a centro circuli ad circumferentiam. Sint enim tria puncta. a. b. c. incircumferentia circuli ipsum trigonum circuli scribentis. protrahatur autem. a. d. in continuum & directum quousq; obuiet lateri. b. c. super punctum. e. constat igitur ex octaua primi q. angulus a. d. b. est equalis angulo. a. d. c. ideoq; ex. 13. primi angulus. b. d. e. est equalis angulo. c. d. e. quare per quartam primi. b. e. est equalis. e. c. & anguli qui sunt ad. s. recti. Itaq; .d. e. perpendicularis est ad. b. c. veniens a centro circuli circumscribentis trigonum. a. b. c. & .a. e. perpendicularis est etiam ad. b. c. veniens ab vno angulorum predicti trigoni. Dico ergo q. .a. e. tripla est. ad. c. d. Constat enim q. tetragonus qui fit ex. d. e. in. e. b. equalis est trigono. b. d. c. tetragonus quoq; qui fit ex. a. e. in. e. b. equalis est trigono. a. b. c. At quia trigonus. a. b. c. triplus est ad trigonum. d. b. c. eritq; tetragonus qui fit ex. a. e. in. e. b. triplus ad eum qui fit ex. d. e. in. e. b. Cū igitur ex prima sexti sit proportio tetragoni. a. e. in. e. b. ad tetragonum ex. d. e. in. e. b. sicut. a. e. ad. e. d. erit. a. e. tripla ad. e. d. quemadmodum proponitur.

Necesse est ergo vt perpendicularis cadens ab aliquo angulo alicuius trigoni equilateri super latus oppositum transeat per centrum circuli trigonum ipsum circumscribentis.

Nunc itaq; quod promissimus absoluiamus ad hoc autē imaginemur pyramidem quatuor basium triangularium atq; equilateralum cuius vna ex quatuor basibus cuius sit trigonus. a. b. c. circumscripam esse a sphaera cuius centrum. d. & protrahatur linea. d. e. perpendicularis ad superficiē trianguli. a. b. c. quam constat cadere in centrum circuli dictum trigonum circumscribentis. Dico igitur lineam. d. e. esse sextam partem diametri sphere propositam pyramidem circumscribētis. Producam enim lineam. d. c. & lineam. c. f. perpendicularē ad lineam. a. b. quam. c. f. ex proximo correlario constat transire per punctum. e. & ex promisso antecedente triplam esse ad. e. f. Constat autem ex quarta secundi q. secundū quadratum diametri sphere cuius centrum. d. est. 36. est quadratum semidiametri. d. c. 9. ex correl. autem. 13. tredecimi est quadratum. b. c. 24. Et per. u. huius quadratum. c. f. 18. & per premissum antecedens quadratum. c. e. 8. Quia igitur ex penul. primi quadratum. d. c. est equalē quadratis duarum linearum. d. e. & e. c. est autem quadratum. d. c. 9. & quadratum. c. e. 8. prout quadratū diametri sphere est. 36. relinquitur quadratū. d. e. vnum prout quadratum diametri sphere est. 36. Itaq; linea. e. d. est vnum prout diametrum sphere est. 6. quod oportebat probare. ¶ Eodem demonstrationis genere demonstrabitur nobis q. semidiameter sphere circumscribentis corpus. s. basium triangularium atq; equilateralum tripla est in potentia ad perpendicularē a centro sphere circumscribentis ipsum ad quamlibet suarum basium descendētem. ¶ Constat quidem quemadmodum dictum est prius q. cum omnes bases huius corporis



sint equales & similes erunt circuli ipsas circumscribentes equales ideoq; perpendiculares a centro sphere in ipsorum circulorum centra cadentes erunt adinuicem equales. Cumq; perpendiculares ad circulos basium sint quoq; perpendiculares ad bases sequitur vt perpendiculares a centro sphere ad singulas bases adinuicem sint equales. Si ergo quod dicimus de perpendiculi ad vnā suarū basium probetur; relinquetur verum e: se quod proponitur. ¶ Sit itaq; vt prius triangulus .a. b. c. vna ex basibus octoedri circumscripti a sphaera cuius centrum .d. & cetera quoq; fiant vt prius. ¶ Cum igitur ex correl. 15. tredecimi diameter sphere sit potentia liter dupla ad latus octoedri. sequitur vt latus octoedri sit potentialiter duplum ad semidiametrum sphere. ideoq; cum quadratum linee .b. c. est 12. erit quadratum linee .d. c. que est semidiameter sphere. 6. ex .11. autem huius cum quadratum .b. c. est. 12. quadratum .c. e. est. 9. Ex premisso antecedente quadratum .c. e. est. 4. itaq; cum quadratum .d. c. que est semidiameter sphere est. 6. quadratum .c. e. est. 4. & quia ex penultima primi quadratum .d. c. est equale quadratis duarū linearū .c. e. & .e. d. sequitur vt quadratum .c. d. sit duo prout quadratum .d. e. est. 6. constat ergo quod diximus.

Propositio .18.



Cubum quadrati quod ex diametro sphere cubum circumscribentis describitur equum est omnibus superficiebus ipsius cubi pariter acceptis; perpendicularis quoq; que a centro sphere ad qualibet ex superficiebus cubi pducitur medieta ti lateris cubi eiusdem equalis esse ex necessitate conuincitur.

¶ Manifestum est enim ex correlario .14. tredecimi quod diameter sphere cubum includentis tripla est in potentia ad latus cubi cum igitur quadratum diametri sphere triplum sit ad quadratum lateris cubi & ita triplum duplum quadrati diametri sphere equum sit sexcuplo quadrati lateris cubi. Sunt autem omnes superficies cubi sex quadrata que ex latere cubi in se producuntur. itaq; duplum quadrati diametri sphere equum ē omnibus superficiebus cubi. Constat igitur prima pars secundam autem partē ex .18. & .19. & .40. vndecimi libri facile probabis.

¶ Ex his ergo euenire necesse est vt ex medietate lateris cubi & bisse quadrati producti ex diametro sphere ipsum cubum ambientis cubi soliditas producat.

¶ **Explicit liber decimusquartus.**

¶ Quintusdecimus. Et ultimus Euclidis liber de quinq; regularium corporum alterius in altero reciproca formatione & de eorūdem difficillime figurationis omissione secundum optimam Campani translationem. Magistro Luca pacioso de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minorum Castigatore excellentissimo. Incipit quam feliciter.

Incipit Liber.xv. Propositio prima:



Intra propositum cubum corpus habens quatuor bases triangulas equalium laterum designare.

¶ Sit cubus cuius basis est quadratum a.b.c.d. suprema vero eius superficies quadratum.e.f.g.h. Ipsam autem hac arte fabricare conueniet quadrato basis fin quamlibet lineam ex.45. primi descripto super singulos angulos eius ex.11. vndecimi cathetus secundum mensuram lateris ipsius quadrati erigatur quos ex 6. vndecimi constat esse equidistantes.

¶ Quinq. ergo eorum bini & bini co-

rausio eis imposito equidistat lateri quadrati continentur. ¶ Constat igitur esse compositum cubum: nam quatuor eius laterales superficies sunt quadrate ex.33. primi & ex.34. eiusdem & diffinitione quadrati. De suprema autem superficie, manifestum est quoque qd ipsa est quadrata ex.10. immo.24. vndecimi & hac communi scia que equalibus sunt equalia: sibi quoque sunt equalia: & ex diffinitione quadrati. ¶ Si itaq. huic cubo libeat corpus quatuor basium triangularium & equilateralum inscribere in basi & in eius superficie suprema protrahatur due diametri quatuor vna continet duas extremitates infimas duorum cathetorum & alia continet supernas aliorum duorum quas animo intelliges. s.a.c.f. b.f. ¶ Dehinc a duobus punctis. b. f. terminatibus diametrum superficiem supreme demitte ypothemis aliter binas & binas diametros que quatuor laterales superficies diuidant quas imaginaberis esse ab.h. quidem.a.h. & h.c. At vero ab.f. a.f. f.c. Has autem diametros in hac plana figura protrahere contempsit ne multitudo linearum confunderet intellectum. ¶ Si igitur figuram hanc vt oportet actu vel animo compleueris videbis ex sex diagonalibus lineis sex superficies ipsius cubi diuidentibus pyramidem quatuor basium triangularium esse perfectam qua cubo pposito ex diffinitione constat esse inscriptam. Huius autem pyramidis bases equilateras esse constat eo qd ex quarta primi omnes iste sex diagonales sunt ad adinuicem equaliter.

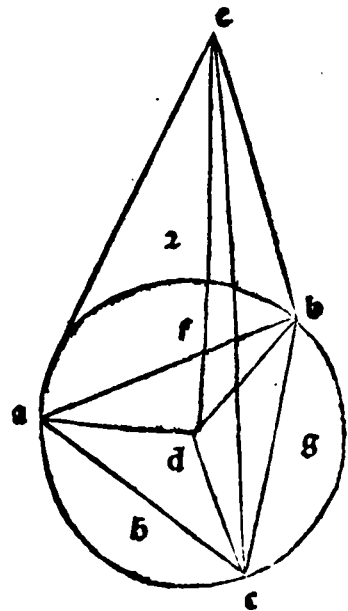
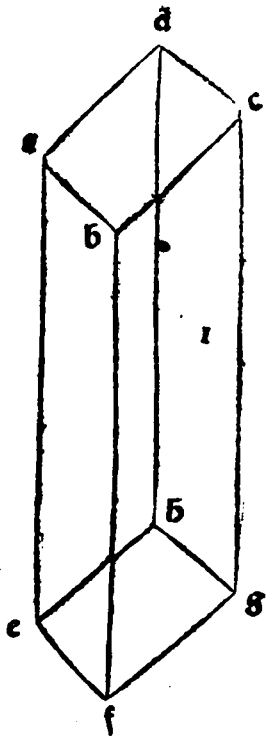
Propositio .2.



Intra datum corpus habes quatuor bases triangulas atq. equilateras corpus octo basium triangularium equalium laterum distinguere.

¶ Si intra pyramidem quatuor basium triangularium & equilateralum octocedron libeat inscribere prius conuenit pyramidem ipsam fabricare que ratione certa hoc modo componitur. ¶ Statuatur scdm cuiuslibet lineae quantitatem trigonius equilateralis qui sit.a.b.c. cui circumscribatur circulus supra centrum.

d. Et exeat.d.e. perpendicularis ad superficiem ipsius trigoni ex.11. vndecimi: que ponatur dupla esse in potentia ad semidiametrum circuli circumscribentis trigonum .a.b.c. Et a puncto .e. cadant tres ypothemise super tria puncta.a.b.c. ¶ Est itaq. completa pyramis quatuor basium trilateralium & equilateralum. Protrahantur enim.d.a.d.b.d.c. Cum igitur anguli quos continet linea.e.d. cum singulis lineis.d.a.d.b.d.c. sint recti ex diffinitione perpendicularis ad superficiem. cumq. quadratum lineae.e.d. sit ex ypothesi duplum ad quadratum semidiametri circuli .a.b.c. erit ex penultima primi quadratum vnius cuiusq. trium ypothemisarum lineae.e.a.e.b.e.c. triplu ad quadratum semidiametri circuli .a.b.c. sed ex octaua tredecimi quadratum quoque cuiusq. trium laterum trianguli.a.b.c. triplu ad quadratum semidiametri eiusdem circuli. Igitur oia latera stant pyramidis



sunt adinuicem equalia. Quare ipsa est equilateralum basium. ¶ Cum itaq; sibi octocedron includere voluerimus diuidemus vnum quodq; sex laterum eius in duo media & equalia & continuabimus medium punctum cuiusq; lateris cum medijs punctis cunctorum reliquorum laterum cum quibus ipsum continet & angulum superficiale. Verbi gratia diuidam latera basis in punctis. f. g. h. & ypothemisas cadentes ab. e. in punctis. k. l. m. & continuabo punctum. f. cum puncto. g. & cum. h. & cum. k. & cū. l. punctū. m. cū eisdem. g. h. k. l. & g. cū. h. & cū. l. & k. cū eisdē. h. & l. Ecce itaq; perfectum est corpus octo basium triangularium his duodecim lineis media puncta laterum fabricate pyramidis iungentibus contentum. ¶ Has autem octo bases ex quarta primi quotiens oportet re petita equilateras esse manifestum est ipsum quoq; corpus statute pyrami di ex diffinitione inscriptum quemadmodum iussi eramus efficere.

Castigator.

a. ¶ Ad inueniendum lineam in potentia duplam alteri modū habui sti in vltima secundi quando didicisti cuiuslibet figure rectis lineis con tente latus tetragonum inuenire. Ad hoc ergo faciendum sufficit for mare triangulum orthogonium cuius duo latera rectum angulum con tinentia sint equalia illi linee cui in potentia queris aliam duplam & tūc tertium latus erit linea quesita hoc est diametrum quadrati illius. Et sic triplam in potentia & quadruplam &c. iungendo semper inuenias ortho gonaliter formato trigono semper tertium latus erit linea quesita per penultimam primi.

Propositio .3.



Intra cubum assignatum figuram octo basium triangularium equalium laterum constituere cu bo intendimus inscribere octocedron.

¶ Qualiter autem cubum componere oporteat in pria bulus sufficienter dictum est. Igitur fabricato cubo pyra mis quatuor basium triangularium & equalium laterum in eo ex prima huius designetur. Ac intra ipsam pyramidē expremis sa octocedron distinguatur. Quo facto simul etiam factum erit quod vo luimus. ¶ Constat enim ex rationatione prime latera cuncta ipsius in scribe pyramidis esse diagonos basium cubi. Et ex rationatione pre misse liquet cunctos angulos octocedri in hac piramide distincti esse in lateribus ipsius pyramidis. quare manifestum est omnia angularia pun cta huius octocedri esse in basibus assignati cubi. Igitur ex diffinitione habemus propositum. ¶ Aliter idem centris cunctarum basium cubi quē admodum in nona quarti sic repertis a centro supreme superficiē eius ad centra quatuor lateraliū superficiū quatuor ypothemisas demit te. Et a centro infime & ad earundem lateraliū superficiū centra quatuor alias ypothemisas eleua. Centra quoq; quatuor lateraliū qua tuor rectis lineis continua ita videlicet q; centra earum tantum que se in uicem secāt continuas. Verbi gratia. iungas centrum anterioris cū centro dextre & cū cetro sinistre centz quoq; vltie iunges cū eisdem. hoc est cū cē tro dextre & cū cetro sinistre. ¶ Habes itaq; corpus octo basū triangulariū his. n. lineis q; cētra supficiey cubi cōplexū cōtinuant. ¶ Si igit has bases equilateras esse probare volueris ea centris basium cubi ad cuncta ipsius latera perpendicularares protrabe quas necessarium est omnia latera ipsius cubi per equalia diuidere ex secunda parte tertie quod planum est si vnicuiq; basium cubi circulum circumscripseris atq; ideo binas & binas super idem punctum in lateribus basium cubi constat concurrere easq; ex secunda parte. 13. tertii patet adinuicem esse equales & equidistantes lateri bus cubi ex scda pte. 18. pmi idq; et singulas esse eqles dimidiolateris cubi. Igitur ex. 10. vndecimi manifestum est binas & binas earum super idem latus cubi in medio eius puncto concurrentes rectum angulum contine re 100 q; omnes superficies cubi sunt quadrate. ¶ Quare igitur ille. n. li-

nec centra superficierum cubi continuantes & anguli quos hee linee super media puncta laterum cubi concurrentes bine & bine continent sub-
sistentur ipse erunt ex quarta primi vel etiam si maius ex penultima pri-
mi adinuicem equales. Ergo est in proposito cubo designatum corpus
octo basium triangularium & equilaterarum. quod oportebat facere &c.

Propositio 4.



Intra datum corpus octo basium triangularium
atq; equilaterarum cubum figurare.

¶ Non dubites quin corpus octo basium triangularium
atq; equilaterarum certo dogmate fabricabis hoc modo.
Qualibet recta linea super aliquod planum sursum or-
thogonaliter erecta eam per equalia diuide & a puncto
eius medio duas lineas hincinde perpendicularares extrabe que componat
lineam vnam. Eruntq; hee due linee seinuicem secantes videlicet prima
que super positum planum est orthogonaliter erecta & alia que ipsam su-
per eius medium punctum orthogonaliter secat in eadem superficie site
per primam partem secunde vndecimi. **¶** Ad superficiem igitur in qua
ipse site sunt super communem punctum sectionis earum quemadmodum
n. docet vndecimi perpendiculararem erige quam facias eandem superficiē
in vtrāq; partem penetrare. Et pone cunctas sex portiones harum trium
linearum a puncto in quo seinuicem secant equales. Sic enim quelibet
quamlibet per equalia & orthogonaliter diuidet. Ita q; cum sint tres queq;
due earum salutifere crucis venerandum signum ad angulos rectos con-
tinebunt a supremo igitur erecte linee super positum planum pūcto qua-
tuor ypothemisas ad extremitates duarum linearum ipsam secantium
demitte. Deinde ab infimo eiusdem erecte puncto: quatuor alias ypo-
themisas ad eandem duarum secantium linearum extremitates eleua.

Postremo quoq; harum ypothemisarum extremitates quatuor rectis
lineis quadratum continentibus continua. **¶** Erunt enim hee duodecim
linee videlicet quatuor ypothemise a supremo puncto erecte perpendicu-
laris descendentes quatuor que postreme ab eius infimo puncto sursum
eleuate & relique quatuor linee harum ypothemisarum extremitates co-
tinuantes ex penul. primi siue iunctionis puncto pluries repetita adinuicem
equales. Quare constat corpus ab eisdem terminatum octo basibus
triangularibus equilaterisq; contineri. **¶** Si igitur huic corpori cubum in-
scribere delectat centra octo triangulorum ipsum ambientium inuenire
ex quinta quarti labora eaq; reperta. n. lineis rectis hac lege continua vt
centrum cuiusq; horum triangulorum cum centro cuiusq; triū ad ipsius
latera terminatorum per rectam lineam copuletur. Non est autem huius
rei idoneum figuram in plano depingere. ideoq; restat vt quod dicimur
mente cōcipias ipsumq; si placet actu & opere cōpleas videbis enim. n. li-
neas horum triangulorum centra posita lege continuantes cubum conti-
nere quem restat vt equilateris rectangulisq; superficiebus demonstres eē
conclusum. Non enim erit cubus nisi omnes eius superficies sint quadra-
te. Ducito ergo a quolibet angulo trigonorum superficierum octocedri
perpendiculararem ad latus illi angulo oppositum. **¶** Has autem perpen-
dicularares ex. n. 14. libri cōstat esse adinuicem equales & diuidere latera
quibus perpendiculariter insistant per equalia. Ideoq; binas & binas sup
idem punctum lateris cui supersunt cōuenire: easdēq; constat ex his que
in. 17. quartidecimi demonstrata sunt transire per centra triangulorum.
Ideoq; per extremitates laterum inclusi corporis transire ac earum por-
tionēs que intra centra trigonorum & latera ipsorū que intercipiuntur ex
his etiam que in eadem demonstrata sunt constat esse equales. Angulos
quoq; ab his perpendicularibus binis & binis coeuntibus contentos ex. 8.
primi patet esse equales. **¶** Et quia hee perpendicularares sueq; portiones
inter centra & latera intercepte eodem angulos ambiunt: erunt quoq;

anguli quos linee a centrīs trigonorum ad latera perpendiculariter cadētes bīne continent ad inuicem equales. Cūq; latera illius corporis de quo disputamus hos angulos subtendant sequitur ex quarta primi frequenter sumpta corpus inclusum esse equilaterum at quoq; rectangulum. Protrahantur enim diagoni in singulis superficiebus. ¶ Hos diagonos ex quarta primi omnes ad inuicem equales esse conuincet mediātib; angulis a duabus perpendicularibus per ipsarum diagononum extremitates transeuntibus contentis si prius hos angulos ex .8. primi equales sibi inuicem esse probaueris. Cum igitur diametri tetragonarum basium corporis huius sint ad inuicem equales; latera quoq; earundem basium equalia esse necesse est ex .8. primi multoties repetita ipsas tetragonas bases ēē equiangulas. Atq; ex .32. primi omnes anguli cuiusq; earum sint equales quatuor rectis. Sequitur eas ēē rectangulas. Itaq; ex diffinitione quadrati ipse sunt quadratus. Igitur inscriptum corpus manifestum esse esse cubum sicut intendimus.

¶ Configator.

¶ Nota de cubo tacitam descriptionem videlicet q; est corpus habens .6. superficies quadratas .n. latera equalia octoq; angulos solidos .24. angulis superficialibus contentos &c.

Propositio .5.



Pyramidem quatuor basium triangularium atq; equilateralū assignato corpori octo basium triangularium quoq; atq; equilateralium inscribere.

¶ Assignato corpori octo basium inscribere scđdum precepta premisse cubum cuboq; inscripto inscribere. vt docet prima huius pyramidem qualis proponitur cum igitur huius pyramidis anguli sint etiam anguli cubi quēadmodum ex demonstratione prime manifestum est. cuncti autem anguli cubi sint ex pmissa in superficiebus assignati octo cedri erunt quoq; cuncti anguli pyramidis huius in superficiebus corporis octo basium cui eam iubemur inscribere; quare ex diffinitione manifestum est nos fecisse quod queritur.

Propositio .6.



Altra datum corpus viginti basium 2 equalium laterum corpus duodecim basium pentagonalium 5 equalium laterum atq; equalium angulorum figuraliter componere.

¶ Corpus .20. basium non docemus hic fabricare quoniam ex .16. tredecimi qua cōuenit arte hoc fieri satis evidens ē. Eo igitur vt tibi docetur composito. si sibi corpus .n. basium pentagonalium atq; equilateralium includere delectat hac via procedendum est. ¶ Manifestum enim est .20. triangulos .60. superficiales angulos habere. & quia ad constitutionem vnius cuiusq; solidi anguli corporis yocedrit quinq; superficiales conueniunt sicut ex demonstratione .16. tredecimi colligitur. constat illud corpus duodecim solidis angulis compleri. Inuenitis igitur vt in ante pmissa centrīs cūctorum triangularum totum yocedron terminantium ea .30. rectis lineis continua ita q; cuiusq; centrum centrīs omnium circūiacentium cum quibus communicat in latere per rectas lineas iungas. Cum ergo hoc feceris videbis ex illis .30. lineis duodecim pentagonos constitui .n. angulis solidis dati yocedrit oppositos. ¶ Hos itaq; pentagonos quēadmodum in ante pmissa fecisti de basibus cubi equilateros esse probabis. ¶ Necesse est enim vt quorūlibet triangulorum duorum idem latus habentium centra eodem spatio distent. Restat ergo vt eos etiam equiangulos esse silogizes. ¶ Manifestum est autem ex ratiocinatione .16. tredecimi datum corpus viginti basium ab eadem sphaera cuius diameter est tanq; diameter huius corporis viddicē lineam que duos eius angulos oppositos continuat esse circūscriptibilem.

¶ Si igitur hec diamēter per medium fecetur punctus sectionis erit centꝝ
 sphere ipsum circūscribentis. Ab eo. itaqꝫ ad superficies cunctorum pen-
 tagonorum perpendiculares ex .x. vndecimi ducito. Et a puncto in quo
 singulis pentagonis obuiauerint ad singulos eorum angulos rectas li-
 neas dirigito. Deinde cētꝝ sphere cum singulis angulis ipsorum pen-
 tagonorum continuator. Age ergo eos proba esse equiangulos hoc mo-
 do. ¶ Cum enim omnes circuli circumscribentes trigonos ꝙcōcedri sint
 equales erunt omnes perpendiculares a centro sphere ad ipsos venientes
 & in eorum centra cadentes equales. Omnes ergo linee a cētꝝ sphere ad
 angulos cuiuslibet pentagoni venientes sunt equales. Nam anguli pen-
 tagonorum sunt centra circulorum trigonos ipsos ꝙcōcedri circumscribē-
 tium ex hypothesi. Igitur ex penultima primi eodem argumentationis
 genere quo superius in .14. silogisauimus sectorem prouenientem in sup-
 ficie sphere cum aliqua plana superficies spheram fecat nō super centrum
 eius esse circumferentiam continentem circulum. ¶ Necesse est quinqꝫ li-
 neas venientes a concursu perpendiculariter ducte a centro sphere ad su-
 ficiēs omnium pentagonorum ad quinqꝫ angulos cuiusqꝫ pentagoni esse
 adinuicem equales. Itaqꝫ omnibus his duodecim pentagonis est circulus
 circumscriptibilis cum igitur ipsi sint equilateri conuincitur eos esse etiā
 equiangulos quod oportebat ostendere.

Propositio. .7.



Intra datum corpus duodecim basium pentago-
 narum equilaterarum atqꝫ equiangularum cor-
 pus viginti basium triangularium atqꝫ equilate-
 rarum fabricare.

¶ Qualiter corpus duodecim basium pentagonarum
 equilaterarum atqꝫ equiangularum componere oporteat
 ex .12. tꝛedecimi require. Sed qualiter corpus viginti basium triangulariū
 & equilaterarum sibi conueniāt inscribi hic addisce. Suorum pentagono-
 rum centris vt in .14. quarti sit reꝑertis ea adinuicem .30. lineis hac lege
 continua vt vnusquisqꝫ pentagoni centrum. centro cuiusqꝫ pentagoni
 secum in latere communicantis iungatur. Ita videlicet qꝫ vnusquisqꝫ
 pentagoni centrum centris quinqꝫ pentagonorum terminantium vel cir-
 cūiacentium continuetur. Cum igitur hoc feceris obuient tibi viginti
 trianguli ab his .30. lineis centra pētagonorum continuantibus cōfēti.
 Enuntꝫ bi viginti trianguli viginti solidis angulis ipsius duodecedri op-
 positi amplectentes corpus viginti basium triangularium quas equilate-
 ras esse demonstrabimus & erunt .2. solidi anguli huius corporis .20. ba-
 sium in cētꝝ .12. pentagonorum corpus dati duodecedri terminantiū.
 ¶ Hos itaqꝫ .30. triāgulos eqlateros et sic pꝫ .A. cētꝝ pētagonoꝝ ducito
 perpendiculares ad latera enuntꝫ omnes perpendiculares equales binas
 ergo & binas probabis ex octaua primi equos angulos continere. Et qꝫ
 linee continuantes centra pentagonorum his angulis a binis & binis per-
 pendicularibus contentis subtenduntur cum omnes perpendiculares sint
 equales erunt ex quarta primi omnes linee cōtinuantes centra pentago-
 norum equales quod est propositum. ¶ Perpendiculares autem binas &
 binas equales angulos continere & omnes eas adinuicem esse equales sic
 collige. ¶ Ex quinta primi & .26. eiusdem constat singulas earum diuide-
 re latera pentagonorum super que cadunt per equalia easqꝫ esse adinuicem
 equales ductis lineis a centris pentagonorum ad singulos angulos
 eorum quare bine & bine super idem latus cadentes & in eodem ipsius late-
 ris puncto coibunt ea qꝫ ytraqꝫ diuidit illud latus duobus pentagonis a
 quorum centris veniunt commune per equalia. ¶ Has igitur perpendi-
 culares binas & binas vsqꝫ ad angulos qꝫbus cōmune latus in quo cōcunt

oppositum per centra pentagonorum producto & eisdem angulis duas lineas subtendito quas ex demonstratione. 17. tredecimi manifestum est esse tanq̃ latus cubi ab eadem sphaera cum proposito duodecedro circumscriptibili. ideoq; patet eas esse equales eo q̃ omnia latera cubi sunt equalia. easdēq; liquet ex nona vndecimi esse equidistantes propter hoc q̃ ambe equidistant communi lateri in quo bine & bine perpendiculares conueniunt. ¶ At vero ipsas easdem constat ex his perpendicularibus per equalia diuidi. itaq; per. 33. primi cuncte lineae continuantes puncta in quibus bine & bine perpendiculares super has lineas quas tanq̃ cubi latera fore diximus concurrunt sunt adinuicem equales. ¶ Nam omnes sunt tanq̃ latus cubi. Igitur ex octaua primi anguli contenti a binis & binis perpendicularibus sunt equales quare per quartam eiusdem lineae quoq; continuantes centra pentagonorum sunt sibi inuicem equales. Inscripti ergo est proposito duodecedro corpus viginti basium triangularium & equalium laterum sicut iussi eramus.

Propositio .8.



Quod duodecim basium pentagonarum atq; equilateralum proposito intra ipsum cubum distinguere.

¶ Cum duodecedron super cubi latera fabricetur vt constat ex. 17. tredecimi minimum eo fabricato sibi conuenit cubum inscribi. ¶ Nam cum duodecim sunt pentagoni si vnus cuiusq; eorum vni angulo put cubi figuram videbis exigere chordam vnā subtenderis ex eis duodecim chordis sex equilateras rectangulasq; superficies cubi & corpus amplectentes perficies. ¶ Equilateras quidem eas ēē constat ex quarta a primi. Rectangulas autem eodem argumentationis genere quo id sexta huius bases duodecedri dato ycoedro inscripti demonstrauimus esse equiangulas. Constat quidem ex decima septima tredecimi propositum duodecedron sphaere esse inscriptibile. Ergo a centro illius sphaere ad omnes has quadrilateras superficies perpendiculares vt docet vndecima vndecimi protrahere. Et a puncto concursus ad singulos angulos illarum quadrilaterarum superficierum rectas lineas dirige. ¶ At eisdem angulos quadrilaterarum superficierum cum centro sphaere iunge. Eruntq; hec lineae centrum sphaere cum angulis quadrilaterarum superficierum continuantes semidiametri sphaere de quarum quadratis quia dempto quadrato perpendicularis remanent ex perulima primi quadrata linearum continuantium punctum concursus perpendicularium cum angulis quadrilaterarum superficierum. ¶ Necessesse est omnibus his quadrilateris superficieribus circulos esse circumscriptibiles ideoq; necesse est eas esse equiangulas cum sint equilaterae. ¶ Et quia ex 31. primi anguli cuiusq; earum pariter accepti sunt equales quatuor rectis angulis. sequitur eas esse rectangulas. Nihil ergo deest inscripto corpori de ratione cubi.

Castigator.

a ¶ Quoniam ex vnaquaq; corda & duobus lateribus pentagoni constituitur triangulus duum equalium laterum habens vnum angulum pentagoni. Et ideo bini & bini accepti per. 4. primi arguntur corde ille equalis vndiq; & cum eodem sunt latera cubi tali duodecedro inscripti ex. 17. 13. sequitur sex superficies cubum amplectentes esse quadratas atq; equilateras prout cubus exigit quemadmodum dictum est supra in isto 4. huius & cetera.

Propositio .9.

Propositio .9.



In dato duodecedro sibi den. n. octocedron includere.
 ¶ Composito duodecedro vt in .17. tertii decimi sex la-
 tera suaz superficie. et videlicet que cathetos sup. sex li-
 neas opposita latera superficie cubi per equalia secantes
 erectis itaq. eoz. corauisti iungunt per equalia diuide: eaz.
 bini. et bina adinuicem composita continua per tres lineas q.
 seinuicem super medium punctu diametri cubi ex. 40. vndecimi per equa-
 lia secabunt. Eruntq. vt quoq. due earum trium seinuicem quoq. ad angu-
 los p. r. diuidat. ¶ Si igitur haz. trium lineaz. extremitates p. 12. lineas
 rectas continuaueris pueniet tibi corpus octo basiu triangulariu et eqlate-
 raz. ex quarta pmi vel si mauis ex penultima pmi: qd oportebat ostendere.

Propositio .10.



Atra assignatum duodecedron pyramidem qua-
 tuor basium triangularium atq. equilaterarum
 adhuc restat distinguere.

¶ Assignato duodecedro inscribe cubum ex octaua
 huius cuboq. pyramidem ex prima. Cum igitur anguli pi-
 ramidis sint in angulis cubi vt patet ex ratiocinatione pme.
 Et anguli cubi in angulis duodecedri ex ratiocinatione octaue erunt quoq.
 anguli pyramidis in angulis duodecedri. Itaq. constat quod volumus.

Propositio .11.



Proposito ycocedro in eo cubum figurare.

¶ Ycocedro inscribi duodecedron ex sexta. Ac duode-
 cedro cubum ex octaua. Constat aut ex demonstratione
 sexte q. omnes anguli duodecedri cadunt super centrum
 basium ycocedri. Et anguli cubi sunt in angulis duodece-
 dri. ¶ Itaq. anguli cubi sunt in centris basium ycocedri
 habemus ergo propositum.

Propositio .12.



Duodecedron datum pyramidem quatuor basium tri-
 angularium atq. equilateraz. sibi postulat inscribi.

¶ Si in dato ycocedro ex premissa cubum inscripseris cu-
 boq. ex prima pyramidem includeris quin postulationi yco-
 cedri satisfeceris hesitandum non erit. ¶ Scire autem oportet
 quod cum sint quinq. regularia corpora de quoz. mu-
 tua ab inuicem inscriptione in hoc. 15. libro determinatur si vnūquodq.
 eoz. cuilibet ceteroz. esset inscriptibile. 10. eorūde. inscriptiones acciderēt.
 ¶ Quippe cuilibet eoz. quinq. eēt cetera quatuor inscriptibilia. Ideoq.
 quater quinq. inscriptiones quod est. 20. necessario puenirent. At vero
 pyramidi solum octocedron conueniens est inscribi. ¶ Non. n. sunt in
 pyramide bases aut anguli aut latera in qbus anguli cubi aut ycocedri aut
 etiam duodecedri possint extrema ipsius pyramidis contingere. ¶ Cubū
 quoq. solius pyramidis et octocedri vt octocedron solius pyramidis et cu-
 bi receptiōi sunt apta. Qualiter. n. in eoz. alterutro. 12. angulos ycocedri.
 ¶ Aut. 20. angulos duodecedri. ita vt singuli in eorum singulis cadant
 collocabis. Ycocedron aut cum cetera conuenienti ambitione possit cō-
 plecti solius octocedri nequit esse receptaculum. Nam octocedri sex an-
 guli semidiametrali seinuicem bini et bini opositione respiciunt lineeq.
 eos continuantes sese per equalia orthogonaliter diuidunt. ¶ Itaq. illud
 gloriosum signum ad cuius intuitū cōsternantur demones sub rectis an-
 gulis triplicatum reddant. ¶ Hos itaq. triangulos neq. bases neq. anguli
 neq. latera ycocedri possunt sub suo situ recipere. Neq. n. in eorepici sex
 bases aut sex angulos aut sex latera hac diametrali orthogonalit. opposi-
 tione se continuantes. Duodecedron autem nulliceteroz. sue ambitionis
 denegauit hospiciū immo cunctoz. receptor existit. Vnde non in-
 conuenienter duodecedri figurā antiqui Platonis discipuli vel ascripserunt

celo quemadmodum pyramidis formam igni eo q̄ sursum sibi pyrami-
dali figura exolet. ac octocedri aeri. ¶ Quippe sicut aer ignem motus
paruitate sequitur sic octocedri aeri forma pyramidis formam ad motū ha-
bilitate comitat. ¶ Vigint. vero cosum figuram aque distauerunt. nā
cum ipsa basium pluralitate plus ceteris circuletur in speram fluentis rei
motui magis q̄ scandentis cōuenire v. s. est. ¶ Cubon vere figuram qdā
dedere terre. Quid. n. in figuris maiori ad motum violentia indiget quā
thesse. ¶ At in elementis quid fixius constantiūq̄. ¶ Peritur terra. Si
igitur ex. 10. inscriptionibus. 3. quas pyramis non sublinet. bin. q̄ a qui-
bus naturam cubi & octocedri aliena est. ¶ Rursusq̄ vnam cui in po-
gnat ycocedri figura reieceris erunt relique tantum. n. inscriptiones.
Pyramidis quidem sola. Cubi vero octocedriq̄. bin. Ycocedri autem
tres. Duodecedri autem quatuor. De quibus omnibus vt arbitror suffi-
cienter alias disputatum est.

Propositio .13.



Probato quoniam quinq̄ regularium corporum si
bi spheram inscribere.

¶ Ex tertio decimo libro itaq̄ manifestum est vnūq̄q̄
q̄q̄ horum corporum esse sphere inscriptibile. Nūc itaq̄
constabit viceversa spheram vniciūq̄ ipsorum esse in-
scriptibilem. A circumscribentis enim sphere cētro ad bases
vniuersas cuiuslibet eorum perpendiculares exeant quas intra centra cir-
culorum bases ipsas circumscribentium cadere necesse est. cūq̄. omnes
circulo eas circumscribentes sint equales eruntq̄. hec perpendiculares eq̄-
les. Itaq̄. si secundum quantitatem vnius earum circulum super centrum
circumscribentis sphere descriperis eiusq̄. semicirculum quousq̄. ad locū
vnde moueri ceperit redeat circumduxeris. Quia ipsum per extremita-
tes cunctaq̄. ppendicularium necesse est trāsire cōuincet ex correlario. 15.
tertiū speram istius semicirculi motu descriptam vniuersas bases assigna-
ti corporis in concursibus perpendicularium cōtingere. Non enim plus
potest sphaera de basibus corporis contingere quam circumductus semi-
circulus dum mouebatur contingit. Quare assignato corpori constat
nos spheram quemadmodum propositum erat inscripsisse.

LAVS DEO. FINIS.

¶ Euclidis megarensis philosophi perspicacissimi elementorum opus
de duabus quantitativis discreta scilicet & continua. ac earūdem propor-
tionibus & proportionalitatibus: ex optima Campani interpretatione.
Magistro Luca paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minorum
sacre theologie p̄fessore. Matematicq̄. discipline cultore seruentissimo
die noctuq̄. chalcographis aistente postillis suis oportunitis plerisq̄. in lo-
cis additis manu propria accuratissime castigatum finit.

¶ Venetiis impressum per probum Virum Paganinum de Paganinis
de Brixia decreto tamen publico vt nullus ibidem totiq̄. dominio anno
rum .xv. curriculo imprimat aut imprimere faciat. Et libi impressum
sub quouis colore in publicū ducat sub penis in dicto priuilegio contētis
Anno redemptionis nostrae. M.D.VIIII. Klen. xi. Iunii. Leonardo
Lauretano Vc. Re. Pu. Gubernante. Pontificatus Iulii. II. Anno. VI.