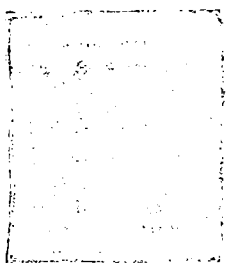


Notes du mont Royal

www.notesdumontroyal.com

Cette œuvre est hébergée sur « *Notes du mont Royal* » dans le cadre d'un exposé gratuit sur la littérature.

SOURCE DES IMAGES
Google Livres



megarensis philo

vid. *Ant. Hist. Nat. Rom.*
Sapientia 12.

501

Eu 2

sophi acutissimi mathematicorumq3 omni
 um sine controuersia principis opa a. O. an
 pano interprete fidissimo tralata. Que cum
 antea librariorum detestanda culpa mēdis
 fedissimis adeo deformia eēnt: vt vix
 eīdem ipsum agnosceremus. Tunc spacio
 lus theologus insignis: altissima. O. athe
 maticarū disciplinarum scientia rarissimus
 iudicio castigatissimo deterfit: emendauit.
 H. igras cētum 7 vndetrīginta que in alijs
 codicibus inuerse 7 deformate erant: ad re
 ctam symmetriam concinavit: 7 multas ne
 cessarias addidit. Qundē quoq3 plurimis
 locis intellectu difficilem cōmentario
 lis sane luculentis 7 eruditiss. ape
 ruit: enarrauit: illustrauit. Hec
 vt eliminatioz exiret 7 cipio ve
 gius mediol. vir vtraq3
 lingua: arte medica: subli
 mioribusq3 studijs
 clarissimus diligē
 tiam: 7 censurā
 suā prestitit.



A. Paganus Paganinus Characteri
 bus elegantissimis accuratissi
 me imprimebat.

UNO SPINUSO' RIVIERA IN ITALIA
RIVIERA DI GENOVA
RIVIERA DI GENOVA
RIVIERA DI GENOVA
RIVIERA DI GENOVA

UNO SPINUSO' RIVIERA IN ITALIA
RIVIERA DI GENOVA
RIVIERA DI GENOVA
RIVIERA DI GENOVA
RIVIERA DI GENOVA

Reuerendissimo Domino suo in omnibus precipuo. D. Francisco de Soderinis. Tituli sanctæ susanne presbitero Cardinali Voletterrano. Frater Lucas pacioli de burgo Sancti Sepulchri ex minoritana familia perpetuam. F.D.



Vm mecum ipse patris tui viri clarissimi; cum fratris florētini populi principis Illustrissimi Petri Soderini; cum tuorum omnium quibus ipse debere plurimum velim. Cum tua denique beneficia mecum repeto; repeto autem frequentissime; vel quod huiusmodi per se recordatio viro probi iucundissima esse solet; vel quod intenui fortuna nihil est reliquum aliud; Tantum metuis; Tantum fratri clarissimo principi; Tantum tibi debere sentio; ut oratione consequi non possim; aio vix capiam. Neque enim solum vestra erga me familiæ beneficia huiusmodi sunt quæ vel vno loco vel ipse consentire sed ea quæ cum per se omnium maxima sunt; Cuncta se re refert Italia; ut quocumque me recipiam; vestigia non leuiter impressavi deam vestro erga nos merito. Siue enim Romæ; Siue Mediolani; Siue florentiæ in qua ciuitate cum vestra semper honestissima familia floruerit. Nunc tandem frater omni laude maior primus nostra tempestate prepetuus princeps est dictus; totum est tanta occurrit ut obuiat sæpe memoriam multumdo; quatenus contra magnitudo beneficiorum laborem reuocet. Quo pacto enim (ut omitte ingentia alia) vestri possum obliuisci; quæ effecistis restituta ab infestis vitæ studio; cura; ope denique vestra quos aduersa valitudine pene adierat ut cuncta sit ratio vestrae nostræque vestrae beneficentia; sed est fratrum meorum datum; Iuniperi. S. et Ambrosii; sacrae theologiæ professorum recordatio; quos ob excellentem eorum virtutem et libentissime repeto; et ob religionis coniunctionem ardentissime diligo; tanquam cōsectaneos in minoritana familia nostra; magnos stimulos affert; ad gratum erga vos omnium exhibendum; quos ita semper fouistis; ut dubitare possim plus ne ipse amare videretur affectus an vos maximis in illos meritis colere. Quæ omnia facile amè impetrarunt; ut quoniam et profortuna mea parari rependere non possum; et tu nihil aliud pro amplitudine tua requiris quam amari. Partum tibi meum recentem ex mathematicis disciplinis paratum tradere voluerim. Eumque ita. Reuerendissime me. D. Tuæ nuncupare; dicareque; tanquam benefactori meo precipuo; et ueni in terris augustissimo numini. Nam si diuos; Ideo colimus; quod salutem nostram laborantes ab his exposcimus; Impetremusque; non video quo pacto non te numinis cuiusdam loco habeam; quæ vitam abs te vno post immortalē deum acceperim. Quod in studio et si semper atemeris ita affueris fuerim; ut nihil aliud egerim ab incunabulis; vel natura optima magistra; vel assiduo usu; nescio tamen quo pacto elaboratum hoc tempore tantum anobis est; quantum et maturior ætas maioris affere iudicii potuit ad iudicandum et industria ad expoliendum opus et ingenium ad inueniendam rem affere potuit. Euclidē igitur ex megaricis philosophis facile principem post multa in studiis mathematicis nostro Marte annos ab hinc non paucos edita formis æneis subieci; qui multum sane ab aliis distabit; et quod characterum elegantiorum formam delegi; et quod accuratius omnia digessi; et multa quoque mea addidi; quæ vel Euclidis; vel Capani loca quedam obscuriora illustrēt. Qualis autem sit studio huiusmodi fructus; quæve eorum excellentia; et quæta hac tempestate raritas; ipse qui longe excellis in his facile cognosces. Atque utinam et alii cognoscere vellent non offētare aut ea que nesciunt veluti fumum veditare non conarentur. Qui tanto gravior peccat quanto hæc cuncta sunt; et sibi plane coniunctissima; non possumus sic offēdere in vna alteraque re; quod omni plane rotius mathematicæ disciplinæ ratio non conuincat et uat. Tu vero et hæc leges; et corriges; cum his que rationem omnem huiusmodi facultatis complectuntur. Quorum preterea vrbinati Duci ultimo; preterea Ludouico Sforciæ clarissimo quondam Mediolanensi principi dicata sunt amè. Et quoniam maximis amicorum precibus impulsus; et tuorum preclari familiarium quorum mihi carissimus Leonardus vincius accessit

vt ederem. Leger qua soles frontis serenitate vernacula lingua per me do-
 natum Euclidem: vt quod opus ad vtilitatem nostrum omnium con-
 scriptum est maximaq; humano generi vtilitates parit: Ita omnibus ob-
 uium sit: vt cum lingua patria nostra & in his disciplinis locupletetur.
 Habeant & aliteris alieni: quam vel linguam admirentur: vel auctorem
 sequantur: quo nullus vnquam prestantiori vel Platonis summi phyloso-
 phi testimonio vixit valeat ad vota. Reuerendissima. D. Tua fidelis ser-
 ui sui non Immemor. Veneris. V. Idus Iunii. M.D.VIIII.

Danielis Caietani Cremonensis Epigrāma.

Redditus infernis Euclides mœstus ab vmbis
 Pallidus Informis: conditus ora situ.
 Hospicium a multis miseranda Voce poposcit.
 Per fora per regum limina perq; scholas.
 Accipitur nulli nisi qui se nosse putabant.
 Sed male quod fuerat cognitus: Emicuit.
 Extrēmaq; diu mundi spaciatus ad oras
 Si qua sibi misero dextera streret opem.
 Inuenit tandem qualem felicia dudum.
 Patronum Votis fata tulere suis.
 Frater Is est a quo nitidus formosusq; ille.
 Redditur antiquo tempore qualis erat.

Magnifico & clarissimo danieli Rainerio patricio Veneto Auocatori maturi
mo & liberatissimo Danielis Caietani Cremonensis Epistola.



Xistimam me Daniel Clarissime nefas cōmittere si fidelissimā Eu-
clidis castigatōem p̄minētissimū sacre theologiæ ac phiædocto-
rē atq; in arithmetici penetralibus pitissimum viz Magistꝛ Lu-
paciolū seraphicæ ac minoritanæ familiæ ornamentum singulare
nuper cuiuslartā laudibus p̄sequi distulissēm. Tu q̄a sanæ doctrinæ
fauctor assessor cōcelebraris indefessus has meas laudes tui maturi
iudicii solito libramēto p̄pēdēs facile cognoueris non ab assentatiōe aliq̄ sed
mero p̄ritatis fonte effluxisse q̄ & boiem intus nosti & scripta illius medulitis in-
spexisti q̄tumq; & ille ingenio valeat atq; doctrina. Te nō nullo mō decipi posse
q̄ semp tui similitudinis es cōsentit examinatū tui iudiciū quod oibus in rebus excu-
tiēdis circūcisum rotodū p̄fectum semp inuentum ē ob id te vel æquari vel posse
ei n̄i fructibus votis nūcalteꝛ vt Caronē alteꝛ vt hortēsum nūc statua si liceat
cōficerēt nūc imagiē q̄ te vel cēfente vel dicēte informant istitumq; ætatis n̄ræ
viri doctissimi i medio ætatis sinu. Nō temere Magistꝛ Lucas te Elegit cui suas in
Euclidē lucubratiōes dedicaret q̄ cū studiis maximis polleas ca & i aliis & nūina
cōplecteris sed ex hoc ipso cōsumatissima tibi gloria reponderat. Nā satis eminet
ingeniū p̄p̄riū meritis q̄ fuerit fautor alieni. Vt in p̄nti remotis gradibus dignita-
tū p̄ q̄s merito virtutū tuarū ab aliis discerni soles nobilitatis tuæ posthac solū
erit iudiciū scripta eruditorū te cognitorē habuisse vel potius numē æternū. Sed
q̄ti cōueniēt est obsecro te dedicatiōem hāc vel nūcupatiōē æstimari. Cui n̄ mi-
nus gloriæ apud posteros attribuat̄ auctoris sui lima q̄ tui nōis auspiciam. Est at
Lu. paciolus. Careat assentiōe h̄bū meū. vir sanæ raræ exsistatq; doctrinæ Sep̄c
pauillulum sacre theologiæ assiduā lectiōem. Cōtinuas cōtiōes seu manus omi-
lias q̄s in celeberrimis Italiæ & extra Italiā Ciuitatibus frequētissimo theatro ha-
buit in q̄bus ineluctis omilista mō corda terrificat mō p̄mulcet & quoquo vult du-
cit. Lege viz fidei catholicæ amplificatorē viz in phiya in theologia in mathesi
incōparabilem; quē vt laudare nō studeo ita ipse laudari plurimū vetat cōtentus
se ipso id quod est veri phi p̄p̄rium ornamētum. Nāq; moris ē sapiētibus mūda-
næ laudis crumata subīanaret & de se ipsis sumpta ab aliis præconia deridere q̄m
iuxta illud Symmachianū vt n̄a laus ornat ita falsa castigat. Sic & ipse facit q̄ dū
vult suā sciētiam exercere nō vete illis esse impedimēto q̄ illius amplitudinē suis
dictis cōmendare p̄sumūti. Ceterū ego quāuis loqui phibeor tacere t̄m nō pos-
sum hoc quod mensura & numerus Euclidis siue pressorū in curia siue tralatoꝝ p̄
cursu ita cōfusa ita lacere ita p̄epostere legebat vt q̄ artē ipsam callerent aut nō in-
telligerēt aut alienæ culpæ fugillatiōem in ipm Euclidē impudētē retorquerēt.
Nūc nō vbi lyncea Lucæ pacioli acies in has symplegadas ac reciprocas tot ex-
roꝝ charybdes se se p̄etravit iā facta ē plana via securus trāsitus liber discursus per
obscuras añ cōualles & redditus ē Euclides h̄us obuius oibus plāus atq; expositus
solertissimo ingenio castigatissima emēdatiōe cōstantissimo iudicio Magistꝛi
Lucæ n̄rī quē vt poetā dicēdo itelligimus κατ'εὖ οὐκ ὄντιν homeꝛ vt oratorē demo-
sthenē vt phum Aristotelē itelligimus. p̄i mō arithmetici cōfessō fratrē intelli-
gere totus orbis italus fas bēti de quo illud asiū i n̄a atq; absolutissima artis arith-
meticæ cognitiōe quod aumt de Cicero q̄ in actiōibus ceteris ceteros in aulo
duētio ipse se sup̄auit & de. M. frontōe qui cū extra reliquos excelleret oratores i
pelopem se sibi prætulit hoc docet ars ipsa quā in speculatu atq; cōiectu recōditā
hic lucas solus e multis nō praticā fecit tot corporibus i varias atq; multiplices figu-
ras deductis sed impitissimo cuiq; exponēdo faciliā q̄si sub ipsis oculis p̄posuit.
Ec quis hoc ausus vnq̄ ānis sup̄ioribus nobilissimū iceptū aggredi? certe nemo ne
sciētissimus quidē mathematicus præterq̄ Lucas paciolus vir in arithmetica arte
rarissimi exēplac p̄pe nullius. Sed q̄a tāti viri laudū maria mihi trāsmittere diffi-
cillimū ē Daniel Generosissimo hoc q̄si stagnū p̄nauigemus nō posse tot narrari
i laudē sciæ hois q̄n illud africanū adagium semp vberius relinq̄tur. At caueant
Monco a p̄palato volumine vituperones & p̄cant quæso in p̄nitēda maledicta
suas linguas acuminare. Repetātq; obsecro & nomen dedicatis & excellentiam il-
lius cui dediceretur. Vale ex patavio I dibis Maius. M.D. V I I I.

Franciscus Massarius Venetus Iacobo Cocco. P. V. suo salutem.



Anto sum studio semp complexus (vti ipse scis) mathematicas disciplinas mi Iacobe Cocce amicorum amicissime: vt admodum trahar cogarq; ad illos amados: qui in huiusmodi studiis versantur ac proficuntur: quādo quidem illas ad philosophiæ necessitatem accedere non ignoro: Nec te fugit in pluribus Platonem Aristotelem huiusmodi exempla proponere & fere semper mathematice demonstrare: quom eo tempore essent in luce enimvero refertur Athenis in Accademia Platonis inscriptum esse neminem intro se recipere: qui prius non mathematicas obcalluerit scientias. Quin etiam illas verissimas esse facile cognosco ob id Auerrois in primo certitudinis gradu collocavit. Verum illæ ipsæ disciplinæ iam plures annos sub tenebris iacent: aut per q̄ paucis fuerunt perceptæ: præsertim liber Elementorum Euclidis: qui nec integer nec ab omni labe alienus iam diu latitavit: adeo vt ne ipse Euclides agnosceretur. Sed tamē hac nostra ætate multo labore industria ac diligentia Magister Lucas Pacioli Sacræ Theologiæ professor non solum castigavit verum etiam multa ad expositionem adiunxit egregie quidem inuenta. hoc enim modo cum redegit ad verum sensum idq; proculdubio putandum est. Nam hoc tempore ipse Magister præceteris pollet: (vt verius dicam) sola Phœnix. Nolo modo quot insunt homini virtutes: q̄ntum ingenium: q̄taue memoria: & rerum exuberantia: & doctrinam altissima cognitio ex amissim cōmemorare: propterea q̄ satis insignem reddunt sua volumina: testanturq; etiam lectiones: quibus ambo interfuiimus. ob id itaq; non immerito ab omnibus Pontificibus: ab omnibus supremi ordinis Antistitibus: summiq; Principibus totius Italiæ summo amore & charitate fuit semper complexatus. Quamobrem te etiam summo pere precor: vt huiusmodi disciplinas præcipue Euclidem velis omni studio amplecti. Nam hæc quo ad studia philosophiæ tibi profutura sunt: eo magis quia ipse Euclides a predicto Magistro Luca fidissimo interprete fuit emunctus ac emendatus: qui vix cumulate laudandus de bōisq; disciplinis benemeritis haud quempiam omisit locum: quem omni studio cura ac diligentia ad cōmunem vsum non optime exposuerit scio ego q̄ cōmunis Præceptoris sis studiosus immo potius suæ multiplicis scientiæ contemplator: quom moris sit tui omnes litterarum professores amore prosequi: hunc præceteris aliis tanq̄ peritissimum ac ante alios sapientissimum amare obsequare & venerari videris haud equidem sum dubius: quem si sequaris inceptum sis in summum virum euasurus: tuamq; domum illustraturus. Ad hanc spem me erigit tuum perspicax ingenium: & pene diuinum: tua etiam eruditio tanta in ista adulescentia q̄ta vix in vlllo fene: ac p hoc merito te quadam admiratione intuemur. Me quoq; excitant suauitas: modestia: grauitas: & tui optimi mores: cuius nulla in toto corpore menda sedet. Quæ omnia ipsa ætas auget. Non enim tuus animus nisi in litterarum studiis: in liberalibus artibus: in ipsa deniq; vera sapientia versatur: ad quæ omnia te pronum ac propensum video: quid tu aliud tuæ Reipub. polliceris? nisi vt te optimo senatore administrante felix Respub. felicior indies vndiq; fulgeat: tuq; rectissime magistratibus defunctus posteritati nomen conferes. Sed quæ de te sunt plura dicenda in aliud relictiam tempus. Verum modo ad Euclidem animum intende: & vt ameris ama Vale.

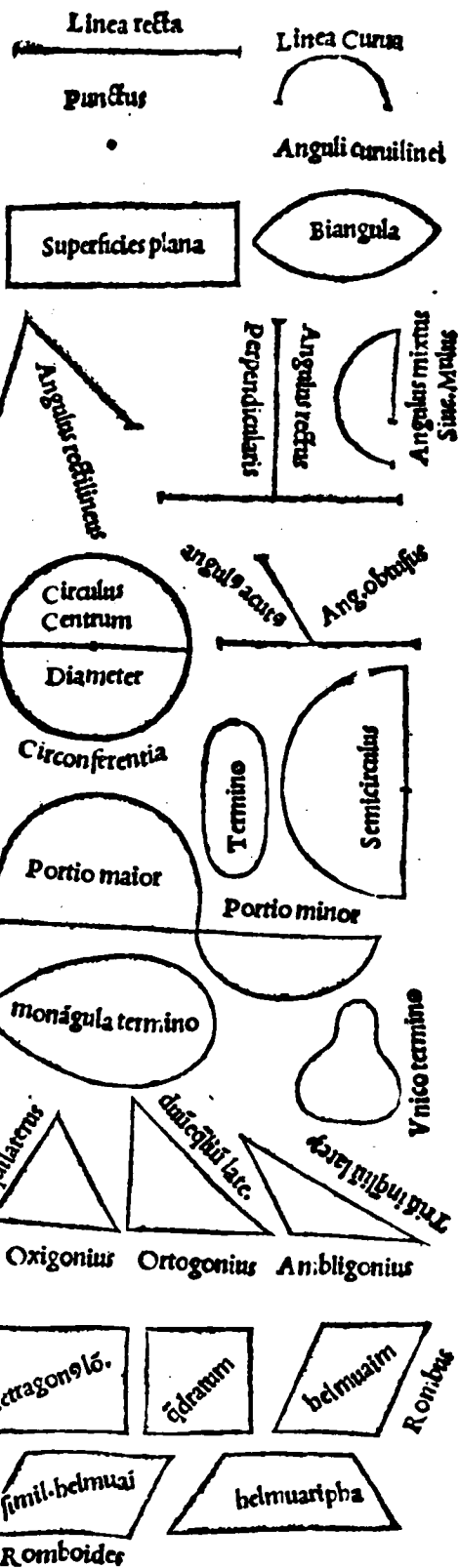
PLATO
Nulla dies sit sine linea.

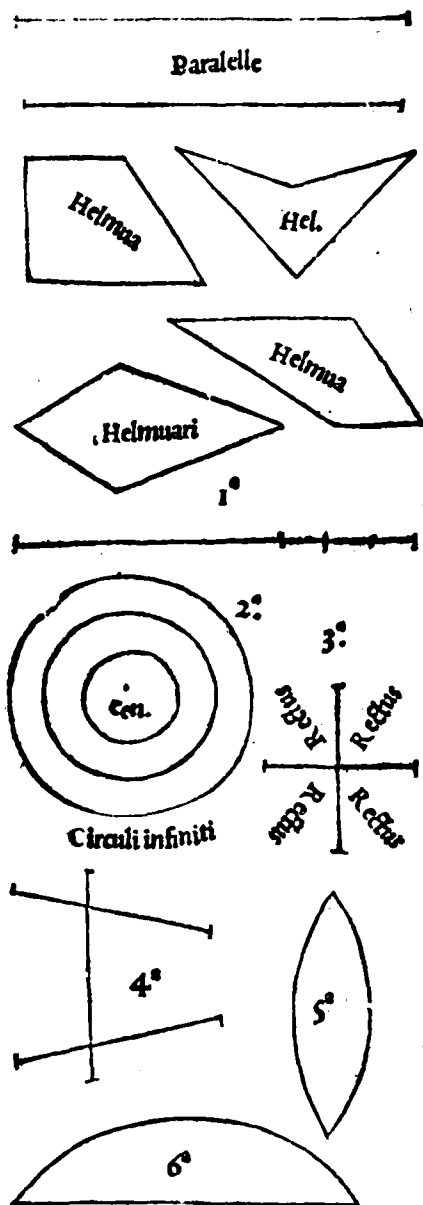
Acutissimi philosophi ac perspicacissimi Mathematici. Euclidis megarensis primus elementorum liber: ex optima. Campani translatione Reuerendo Sacre theologie professore Mathematicae discipline disertissimo. Magistro Lucapaciolo de burgo Sancti sepulchri Ordinis Minorum Castigatore accuratissimo feliciter Incipit. Diffinitionibus seu descriptionibus principiorum per se notorum praemissis.



Punctus est cuius pars non est. 2. **L**inea est longitudo sine latitudine cuius quidem extremitates sunt duo puncta. 3. **L**inea recta est ab uno puncto ad alium breuissima extensio in extremitates suas utriusque eorum recipiens. 4. **S**uperficies est quae longitudinem et latitudinem tantum habet. cuius termini quidem sunt lineae. 5. **S**uperficies plana est ab una linea ad aliam extensio in extremitates suas recipiens.

6. **A**ngulus planus est duarum linearum alternus contactus. quarum expansio est super superficiem applicatioque non directa. 7. **Q**uando autem angulum continent duae lineae recte rectilineus angulus nominatur. 8. **Q**uando recta linea super rectam steterit duosque anguli utrobique fuerint aequales. eorum uterque rectus erit. 9. **L**ineaeque lineae superstant ei cui superstat perpendicularis vocatur. 10. **A**ngulus vero qui recto maior est obtusus dicitur. 11. **A**ngulus vero minor recto acutus appellatur. 12. **T**erminus est quod uniuscuiusque finis est. 13. **F**igura est quae termino vel terminis continetur. 14. **C**irculus est figura plana una quidem linea contenta. quae circumferentia nominatur. in cuius medio punctus est. a quo omnes lineae recte ad circumferentiam exeuntes sibi invicem sunt aequales. Et hic quidem punctus circuli dicitur. 15. **D**iameter circuli est linea recta quae super eius centrum transiens extremitatesque suas circumferentiae applicans. circulum in duo media diuidit. 16. **S**emicirculus est figura plana diametro circuli et medietate circumferentiae contenta. 17. **P**ortio circuli est figura plana recta linea et parte circumferentiae contenta. semicirculo quidem aut maior aut minor. 18. **R**ectilineae figurae sunt quae rectis lineis continentur quarum quedam trilaterae quae tribus rectis lineis. quedam quadrilaterae quae quatuor rectis lineis. quedam multilaterae quae pluribus quam quatuor rectis lineis continentur. 19. **F**igurarum trilaterarum. alia est triangulus habens tria latera equalia. Alia triangulus duo habens equalia latera. Alia triangulus trium inequalium laterum. Harum iterum alia est orthogonium. unum scilicet rectum angulum habens. Alia est amblygonium aliquem obtusum angulum habens. Alia est oxigonium. in qua tres anguli sunt acuti. 20. **F**igurarum autem quadrilaterarum. Alia est quadratum quod est





equilaterum atq; rectangulum. Alia est tetragonus longus. q. est figura rectangula. sed eglatera non est. Alia est helmuaym. que est equilatera. sed rectangula non est. 21. ¶ Alia est similis helmuaym que opposita latera habet equalia. atq; oppositos angulos equales. idem tamen nec rectis angulis nec equis lateribus continetur. Preter has autem omnes quadrilaterae figure helmuaym nominatur. 22. ¶ Equidistantes lineae sunt q. in eadem superficie collocata atq; in alterutram partem protracte non conveniunt. etiam si in infinitum protrahatur.

Castigator.

¶ A diffinitione superficiei superius posita excipitur circularis que postea specialiter inferius ponitur que non continetur terminis: & ideo eius termini non sunt lineae sed linea & etiam monangula excipitur sc. quicunque curvilineae specie conuexe concave & plane lineis contineantur quibus posset diffinitio illa applicari ut patet intuenti.



Etitiones sunt quinq;. 1. ¶ A quolibet puncto in quemlibet punctum rectam lineam ducere atq; lineam definitam in continuum rectumq; quantumlibet protrahere. 2. ¶ Super centrum quodlibet quantumlibet occupando spacium circulum designare. 3. ¶ Omnes rectos angulos sibiinvicem esse equales. 4. ¶ Si linea recta super duas lineas rectas ceciderit duos anguli ex una parte duobus rectis angulis minores fuerint istas duas lineas in eandem partem protractas proculdubio coniungentur. 5. ¶ Duas lineas rectas superficiem nullam concludere.



Communes animi conceptiones sunt hec. 1. ¶ Due vni & eidem sunt equalia & sibiinvicem sunt equalia. 2. ¶ Et si e quibus equalia addant tota quoq; fient equalia. 3. ¶ Et si ab equalibus equalia auferantur que relinquuntur erunt equalia. 4. ¶ Et si ab inequalibus equalia demas que relinquuntur erunt inequalia. 5. ¶ Et si inequalibus equalia addas ipsa quoq; fient inequalia. 6. ¶ Si fuerint due res vni equales ipse sibiinvicem erunt equales. 7. ¶ Si fuerint due res quarum vtraq; vnius eiusdem fuerit dimidium vtraq; erit equalis alteri. 8. ¶ Si aliqua res alicui supponatur appliceturq; ei nec excedat altera alteram. ille sibiinvicem erunt equales. 9. ¶ Omne totum est maius sua parte.

Castigator.

¶ Ista que vni & eidem &c. quam Euclides hic acomodat quantitibus infra in .n. qnti libri acomodat proportionibus ut ibi. ¶ Prima & sexta differunt tanq; inclusum & exclusum vel sicut abstractum & concretum vel sicut mensura & mensuratum vel sicut prima & secunda intentio suae res & speciei rei.

Verba Campani.



Sciendum est autem q. preter has animi conceptiones siue communes scientias multas alias que numero sunt & comprehensibiles pretermisit Euclides: quoniam hec est vna. ¶ Si due quantitates equalis ad quamlibet tertiam eiusdem generis coparent simul erunt ambe illa tertia aut eq. maiorem aut eq. minorem aut simul eqles. ¶ Italia Quarta est aliq. qntitas ad quamlibet alia eiusdem generis tanta esse quamlibet tertia ad

aliquam quartam eiusdem generis in quantitatibus continuis hoc vniuersaliter verum est siue maiores fuerint cōsequētibz siue minores. magnitudo. n. decrecit in infinitū. in nūeris autē non sic: sed si fuerit primus submultiplex secundi: erit quilibet tertius eque submultiplex alicuiusq̃rti: qm̃ numerus crecit in infinitum: sicut magnitudo in infinitum minuit.

Propositio prima.

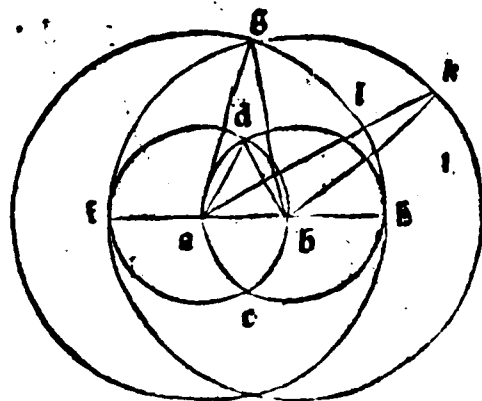
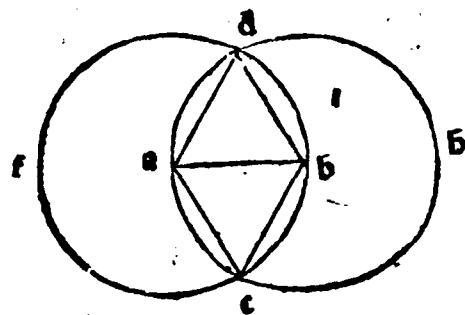


Triangulum equilaterum super datam lineam rectas collocare.

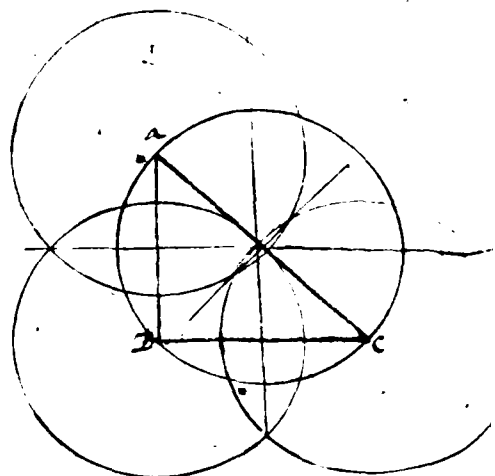
Est data linea recta. a. b. volo super ipsam triangulum equilaterum cōstruere. Super alteram eius extremitatē. s. in puncto. a. ponam pedem circini immobilē & alterę pedem mobilem extendam vsq̃ ad. b. & describam fm̃ quantitatem ipsius linee date per secundam petitionem circulum c. b. d. s. rursus alterā eius extremitatē. s. pūctum. b. faciam centz & p eandem petitionem & fm̃ eiusdem q̃tatem lineabo circulum. c. a. d. h. q̃ circuli intersecabūt se in duobus punctis: q̃ sunt. c. d. & alteram duarū sectionum: sicut sectionem. d. cōtinuabo cum ambabus extremitatibz date linee p̃tractis lineis. d. a. d. b. p̃ primam petitionem. Quia ergo a pūcto. a. q̃ est centz circuli. c. b. d. p̃tractę sunt linee. a. d. & a. b. vsq̃ ad eius circūferentiam ipse erunt equales per diffinitionem circuli. Similiter quoq̃ a pūcto. b. quod est centz circuli. c. a. d. p̃tractę sunt linee. b. a. & b. d. vsq̃ ad eius circūferentiam ipse erūt & equales: q̃a ergo vtręq̃ duarū lineaz. a. d. b. d. eqlis est linee. a. b. vt pbatum est: ipse erūt equales inter se p̃ primā cōceptionem: ergo sup̃ datam lineam collocauimus triāgulum equilaterū: quod ē p̃positum. **S**i autē sup̃ eandem lineam libeat collocare reliq̃s duas triangulorū spēs. s. triāgulum duarū eqlum latez & triāgulum trium eqlum latez. p̃trahat linea. a. b. in vtrāq̃ ptem vsq̃ quo occurret circūferētie amborum circuloz sup̃ duo pūcta. s. f. h. & posito cētro in puncto. a. lineę circuli. e. h. g. fm̃ q̃tatem linee. a. h. Itemq̃ posito cētro in puncto. b. lineę circuli. e. f. g. fm̃ q̃tatem linee. b. f. He. autē circuli interfecabunt se in duobus punctis q̃ sunt. e. g. Cōiungant igitur extremitates date linee cū altera dictaz sectionum p̃ duas lineas rectas q̃ sunt. a. g. b. g. & q̃a hec linee. a. b. & a. f. exeunt a cētro circuli. c. d. f. ad eius circūferentiam ipse erūt equales. Silr quoq̃. a. b. & b. h. q̃a exeūt a cētro circuli. c. a. d. b. vsq̃ ad ipsius circūferentiam ipse erūt equales. Quia ergo vtręq̃ duarū lineaz. a. f. & b. h. equalis est linee. a. b. ipse erunt inter se eqls: ergo posita. a. b. cōi erit. b. f. equalis. a. h. sed b. f. est equalis. b. g. quia ambo exeūt a cētro circuli. e. f. g. ad eius circūferentiam. Silr quoq̃. a. h. est equalis. a. g. & vtręq̃ earum est maior. a. b. eo q̃ vtręq̃ duarū linearum. b. f. & a. b. maior est a. b. quare sup̃ datam lineam collocauimus triāgulum duorum equaliū laterum. **T**riangulum ē trium inequalium latez sup̃ eandem lineam collocabimur: si aliquod pūctum exis in circūferētia alterutrius duoz maiorum circuloz quod nō sit in altera duaz sectionum: & cui non obut et. f. h. cum in vtrālibet ptem p̃tracta fuerit in cōtinuum & directum: cōiunxerimus p̃ duas lineas rectas cum ambabus extremitatibz date linee. Sit. n. pūctus. k. signatus in circūferentia circuli. e. f. g. & non sit in altera sectionum: nec occurrat ei. f. h. cū p̃traheretur in cōtinuum: & directum vsq̃ ad eius circūferentiam. Protrahat ergo lineas. a. k. & b. k. & secabit linea. a. k. circūferentiam circuli. e. h. g. scet ergo in puncto. l. eritq̃. b. k. equalis. a. l. quia. b. k. est equalis. b. g. & a. l. equalis. a. g. quare. a. k. est maior. b. k. sed & b. k. est maior. a. b. triāgulus ergo. a. b. k. est trium inequalium latez. Sic igitur super datam lineam oēs triāgulorum species collocauimus.

Castigator.

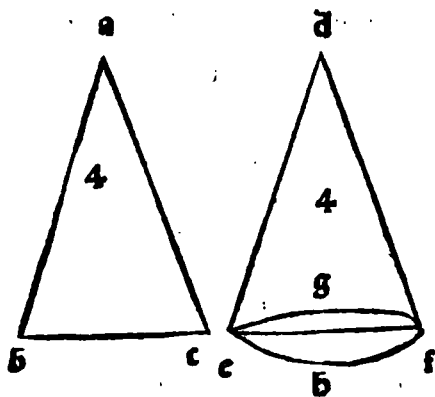
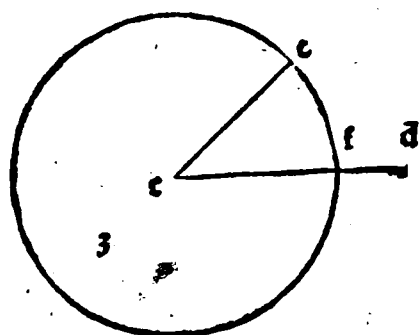
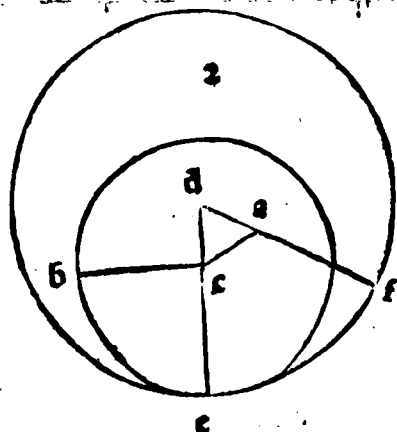
a **C**ircinus & c. rectius accōuenientius sextus dī cum sextam ptem semp̃ capiat aut sit eius sexta circuli quē facit inq̃cūq̃ dispōne repiatur stricte la toq̃. &c. **b** **D**escribere circulū fm̃ q̃tatem linee date est ipsam facerē semidiametē circuli describēdi. **c** **C**ōstruere siue formare figuram aliquā



Modus generalis quod libet Triangulum a. b. c. fieri ut b. g. triangulum a. b. c.



Super singulis angulis extremitatibz circuli est descripto arcus per contactus dictos: et nō duo ex contactibz linearū sicut in Triangulo lātā contingit



sup data linea ē ipsam ponere vnū ex lateribus figure sic describēde sup ea.

Propositio 2.



Dato puncto cuilibet linee recte propositae equas rectam lineam ducere.

¶ Sit. a. punctus datus. b. c. linea data volo a puncto. a. ducere lineā vnā equalem lineae. b. c. in quācūq; pte in cōtin-gati cōiungā ergo punctū. a. cū altera extremitate lineae. b. c. cum q̄ voluero. c. cōiungā ipsum. a. cū extremitate. c. p li-neam. a. c. sup quā cōstituitur triāgulum eglatēz. fm doctrinā pcedētis q̄ sit a. c. d. f. in illa extremitate lineae date cū qua cūiunxi punctū datū. f. in ex-tremitate. c. ponā pedē circini imobilē f. describā sup ipsum circulū fm ḡritatē ipsius date lineae q̄ sit circulus. e. b. f. latus triāguli eglatēz qd̄ oppōit puncto dato. f. latus. d. c. p̄rahā p centz. circuli de scripti v̄q; ad eius cir-cūferentiam. f. sit tota linea sic protracta. d. c. e. fm cuius quantitatem li-neabo circulū posito cētro in. d. q̄ sit circulus. e. f. f. postea p̄rahā latus d. a. v̄q; ad circūferentiam huius vltimi circuli f. occurrat circūferētie ip-sius in puncto. f. dico igit q̄ a. f. est eq̄lis. b. c. nam. b. c. f. c. e. sunt eq̄les quia exeūt a centro circuli. e. b. ad eius circūferētiā. Si militer quoq; d. f. f. d. e. sunt equales quia exeūt a centro circuli. e. f. ad circūferētiā. sed. d. a. f. d. c. sunt equales quia sunt latera triāguli eglatēz ergo si. d. a. f. d. c. deman-tur de. d. e. f. d. f. q̄ sunt equales ierūt residua q̄ sunt. a. f. f. c. e. equalia quia ergo vtrāq; duarū linearum. a. f. f. c. b. ē equalis. c. e. ipse sunt eq̄les inter se quare a puncto. a. protractimus lineam. a. f. equalē. b. c. qd̄ est p̄positum.

Propositio 3.



Propositis duabus lineis inequalibus de longiori earum breuiori equalem abscondere.

¶ Sint due lineae. a. b. f. c. d. f. sit. a. b. minor volo ex. c. d. abscondere vnā que sit equalis. a. b. duco primo a puncto c. vnā lineā eq̄lem. a. b. fm qd̄ docuit pcedens. quē sit. c. e. posito ergo centro in puncto. c. describam circulum fm quantitatem. c. e. qui secabit lineam. c. d. Sit ergo vt fecit eam in puncto f. eritq; linea. c. f. equalis lineae. c. e. quia ambo exeūt a centro eiusdem cir-culi ad circūferentiam. f. quia vtrāq; duarū linearum. a. b. f. c. est eq̄-lis. c. e. ipse sunt inter se equales. quod est p̄positum.

Propositio 4.



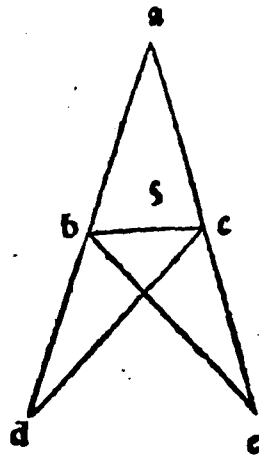
Primum duorum triangulorum quorum duo la-tera vnus duobus lateribus alterius equalia fue-runt. duosq; anguli eorum illis equilateralibus con-tēti equales fuerint alter alteri. latera quoq; illoz reliqua sese respicientia equalia. reliqui vero anguli vnus reliquis angulis alterius equales erunt.

ac totus triāgulus toti triāgulo equalis.

¶ Sint duo triāguli. a. b. c. d. e. f. sitq; latus. a. b. equale lateri. d. e. f. latus a. c. eq̄le lateri. d. f. f. angulus. a. equalis angulo. d. tūc dico q̄ basis. b. c. est equalis basi. e. f. f. angulus. b. equalis angulo. e. Item angulus. c. equalis an-gulo. f. quod probatur. Supponam triāgulum. a. b. c. triāgulo. d. e. f. ita q̄ angulus. a. cadat super angulum. d. f. latus. a. b. super latus. d. e. f. latus. a. c. super latus. d. f. f. patet per conuersionem penultime conceptionis q̄ nec anguli nec latera sese excedent eo q̄ angulus. a. est equalis angulo. d. f. late-ra superposita his quibus superponuntur per ypothēsīm. Puncta ergo. b. c. cadent super puncta. e. f. si ergo linea. b. c. cadit super lineam. e. f. patet p̄-positum quia cum linea. b. c. superposita lineae. e. f. non excedat eam nec excedatur ab ea est ei equalis per penultimam conceptionem. eadem rati-one erit angulus. b. equalis angulo. e. f. angulus. c. equalis angulo. f. Si autem linea. b. c. non cadit super lineam. e. f. sed cadit intra triāgulum sicut linea. e. g. f. aut extra sicut linea. e. h. f. tunc due lineae recte concludunt superficiem quod est contra vltimam p̄titionem.

Castigator

Hec s. vocatur fuga miserorum qm miseri ingenii cu ad eam pueniunt fugam arripunt sed ne fuge det occasio ondam eam breuiter fleui onfione q sufficet adiscti. Sit n. triangulus a. b. c. diuidam eum p lineam c. d. p perpendicularar in duos triangulos partiales a. d. c. f. b. d. c. eritq. angulus a. d. c. primi trianguli eqilis angulo b. d. c. secundi quia vterq. rectus f. latera illos continentia sunt equalia quia d. b. est equale d. a. f. c. d. est latus coe quare per premissam erit residui anguli equales puta angulus a. f. angulus b. f. hoc e. ppositu. ¶ Quod et duo anguli sub basi sunt equales patet qm duo anguli q sunt apud a. eqles duobus rectis sunt p diffinitione li nec statis sup aliam qa facit duos angulos equales semper duobus rectis vt infra. 3. probabit. Similiter duo anguli q sunt apud b. igitur demptis superioribus qui sunt equales vt probatum est q sunt inferius relinquentur eqles per coem sciam f. ex ista demonstratiode patet q triangulus eqilaterus est eqangulus qa equalitas quorumlibet duorum laterum concludit equalitatem angulorum conrespondentium f. c.



Propositio .5.



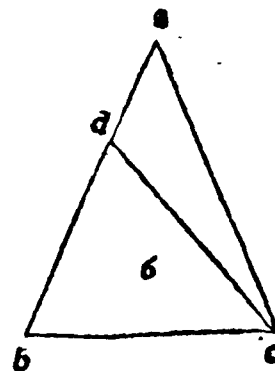
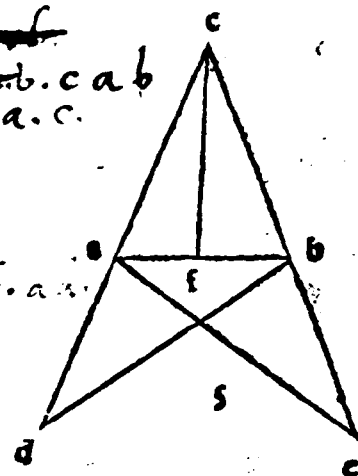
Inis trianguli duum equalium laterum angulos qui supra basim sunt equales esse necesse est: qd si eius duo equalia latera directe protrahantur fi-ent quoq. sub basi duo anguli inuicem equales.

Sit triangulus a. b. c. cuius latus a. b. sit equale lateri a. c. dico q angulus a. b. c. est equalis angulo a. c. b. q si protrahantur a. b. f. a. c. v. s. q. ad d. f. e. fiet angulus d. b. e. equalis angulo e. c. b. quod sic probatur. Proactis a. b. f. a. c. ponam per tertiam lineam a. d. equalem lineae b. e. f. protraham lineas a. d. f. intelligam duos triangulos a. b. e. f. c. d. quos pbabo esse equales f. equilateros f. eqangulos. Sunt n. duo latera a. b. f. a. c. f. e. trianguli a. b. e. equalia duobus lateribus a. c. f. e. d. trianguli a. c. d. f. angulus e. est cois vtriq. ergo p premissam basis d. e. est equalis basi b. d. f. angulus e. est equalis angulo d. f. angulus a. b. e. equalis angulo a. c. d. I tem intelligo duos triangulos a. b. e. f. c. d. quo similiter probabo esse equilateros f. equiangulos. Na duo latera d. b. f. c. trianguli b. d. f. sunt equalia duobus lateribus e. c. f. b. trianguli a. b. e. f. angulus d. est equalis angulo e. ergo per premissam i. basis b. d. f. reliqui anguli reliquis angulis ergo angulus d. b. e. est equalis angulo e. c. b. f. hoc est secundum propositum. s. q. anguli sub basi equales sunt f. angulus b. e. f. est equalis angulo e. c. b. sed totus a. b. e. est equalis a. c. d. vt probatum fuit supra. ergo angulus a. b. c. residuus est equalis angulo a. c. b. residuo duorum vterq. est super basim quod primum propositum.

Castigator.

Nota quando dicit angulum a. b. c. intelligit angulum b. qui designatur per litteram mediam f. tali modo semper vtitur in triangulis f. c. f. si diceret angulum b. a. c. intelligeretur angulus a. f. dicendo a. c. b. vel b. c. a. intelligitur angulus c. sed comuniter in proferendo seruiatur ordo alphabeti videlicet iterarum a. b. c. d. f. c.

¶ Et quilibet illorum qui sunt supra basim. est minor recto vt dicitur in expositione septime sexti f. per consequens quilibet illorum qui sunt sub basi est maior vt potest faciliter colligi per decimam tertiam huius.



Propositio .6.



Si duo anguli alicuius trianguli eqles fuerint duobus latera angulos illos respicientia equalia erunt.

Hec est conuersa premissae quantum ad primam eius partem. Sit enim triangulus a. b. c. cuius duo anguli b. f. c. sunt equales dico q latus a. b. est equale lateri a. c. Si enim no sunt equalia erit alterum altero maius. scilicet a. b. maius qd

refecetur ad equalitatem. a. c. p. tertiam propositionem vt superfluum sit a parte. a. f. rejecetur in puncto. d. sitq. b. d. equalis. a. c. f. ducatur linea. d. c. Intelligo ergo duos triangulos. a. b. c. f. d. b. c. quos probabo esse equilateros & equiangulos. Sunt enim duo latera. d. b. f. b. c. trianguli. d. b. c. equalia duobus lateribus. a. c. f. b. c. trianguli. a. b. c. f. angulus. b. equalis angulo. c. totali per ypotefim ergo basis. d. c. e. equalis basi. b. a. f. angulus d. c. b. equalis angulo. a. c. b. pars videlicet toti quod est impossibile.

Propositio .7.



In duobus punctis aliquam lineam terminantibus due linee ad punctum vnum concurrentes exierint ab eisdem punctis alias lineas singulas suis conterminalibus equales que ad alium concurrant punctum in eandem partem duci est impossibile.

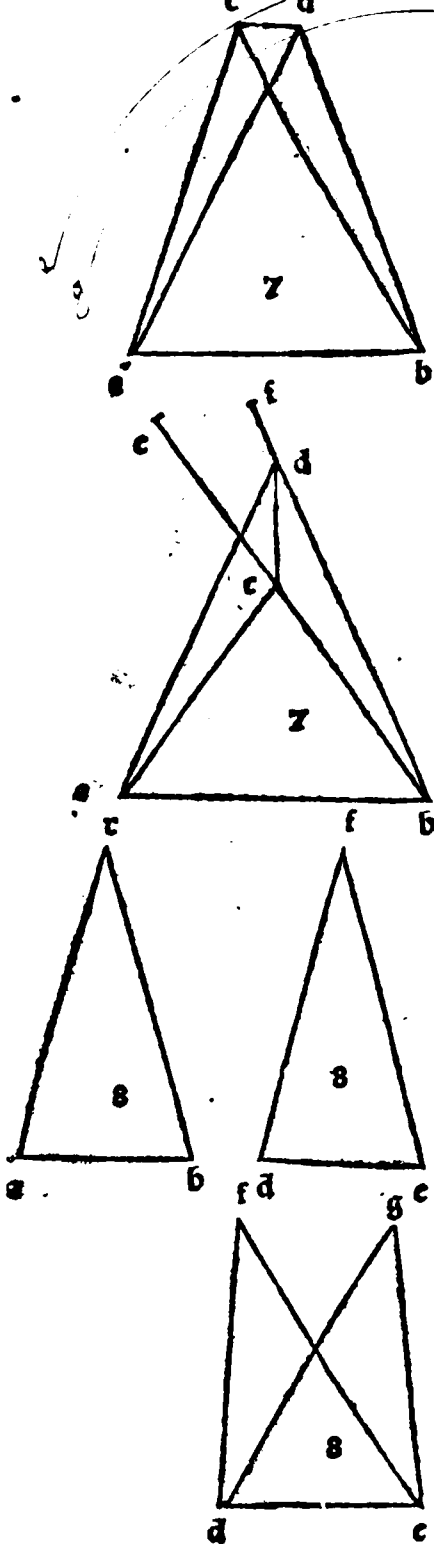
Si linea. a. b. a. cuius extremitatibus protrahantur due linee in partem vnam que concurrant in eodem puncto v. sint. a. c. f. b. c. que concurrant in puncto. c. dico q. in eandem partem non protrahantur alie due ab eisdem extremitatibus que concurrant ad aliud punctum ita q. illa que egrediuntur a puncto. a. sit equalis linee. a. c. f. que egrediuntur a puncto. b. sit equalis linee. b. c. Q. uod si fuerit possibile protrahant alie due linee in eandem partem que concurrant in puncto. d. f. sit linea. a. d. equalis linee. a. c. f. linea. b. d. equalis. b. c. aut ergo punctus. d. cadet intra triangulum aut extra: nam in altro laterum. a. c. f. b. c. non cadet quia tunc pars esset equalis suo toti. Si autem cadat extra aut altera linearum. a. d. f. b. d. secabit alteram linearum a. c. f. b. c. aut neutra neutram f. secet primo altera alteram f. protrahatur linea. c. d. Q. uia ergo trianguli. a. c. d. duo latera. a. c. f. a. d. sunt equalia erit angulus. a. c. d. equalis angulo. a. d. c. per s. Similiter quia in triangulo. b. c. d. duo latera. b. c. f. b. d. sunt equalia erunt anguli. b. c. d. f. b. d. c. Similiter equales per eadem: f. quia angulus b. d. c. est maior angulo. a. d. c. sequitur angulum. b. c. d. esse maiorem angulo. a. c. d. partem. f. toto quod est impossibile. Si autem. d. cadit extra triangulum a. b. c. ita q. linee non se fecerit protraham lineam. d. c. f. producam. b. d. f. b. c. sub basi v. q. ad. f. f. ad. e. f. quia linee. a. d. f. a. c. sunt equales erunt anguli. a. c. d. f. a. d. c. equales per s. Similiter qa. b. c. f. b. d. sunt equales erunt anguli sub basi qui sunt. c. d. f. f. d. c. e. equales per secundam partem eiusdem. Q. uia ergo angulus. e. c. d. minor est angulo. a. c. d. sequitur angulum. f. d. c. esse minorem angulo. a. d. c. quod est impossibile. Et eodem modo deducitur aduersarius ad inconueniens: si. d. punctus cadat intra triangulum. a. b. c. f. c.

Propositio .8.



Datum duorum triangulorum quorum duo latera vnius duobus lateribus alterius fuerint equalia: basisq. vnius basi alterius equalis: duos angulos equis lateribus contentos: equales esse necesse est.

Sint duo trianguli. a. b. c. d. e. f. sitq. a. c. equalis. d. f. f. b. c. equalis. e. f. f. a. b. equalis. d. e. dico q. angulus. c. est equalis angulo. f. f. angulus. a. angulo. d. f. angulus. b. angulo. e. Superpōam basim. a. b. basi d. e. que cum sint equales neutra excedet alteram per conuersionem penultime conceptionis: aut ergo punctus. c. cadet super punctum. f. aut nō. Si sic tunc quia angulus. c. superpositus erit angulo f. f. neuter eorum excedit alterum: ipsi sunt equales per conceptionem predictam. Similiter argueri reliquos angulos esse equales: si autem punctus. c. non cadit super f. sed super quemlibet alium qui sit punctus. g. quia. e. g. est equalis. b. c. f. mo eadem itemq. d. g. equalis. a. c. erit. e. g. equalis. c. f. f. d. g. equalis. d. f. quod est impossibile per precedentem.



Propositio .9.

Et tum angulum per equalia secare.



I Sit datus angulus quem oportet diuidere: angulus. a. b. c. lineae ipsum continentes quae sunt. a. b. f. b. c. ponam equales per tertiam & producam lineam. a. c. super quam constituam triangulum equilaterum. a. d. c. & protraham lineam. b. d. dico q̄ ipsa diuidit datum angulum per equalia. Intelligo duos triangulos. a. b. d. f. c. b. d. f. quia duo latera. a. b. f. b. d. trianguli. a. b. d. sunt equalia duobus lateribus. c. b. f. b. d. trianguli. c. b. d. f. basis. a. d. basi. c. d. ergo per precedentem angulus. a. b. d. est equalis angulo. c. b. d. quod est propositum facere.

Castigator.

Datum angulum rectum p̄ tria equalia secare. **Q**uamuis Euclides in hoc libro nullibi doceat angulum in tria equalia diuidere cum difficilis sit scientia. Et non ita de facili posset de omni verificari. tamen de angulo recto pulcherrime hoc ostenditur ista. 9. f. 31. huius mediantibus 33. addita. quod sic apparet. Ponatur trigonus equilateralis. a. b. c. certum est quolibet angulorum eius duabus tertis vnius recti equari cū omnes tres duobus rectis angulis sint equalis per. 31. huius. Igitur vno illorum in duo equa diuiso per. 9. istam vtputa angulo. b. a. c. totali in duos partes. b. a. d. f. d. a. c. per lineam. a. d. erit quilibet eorum tertia vnius recti hoc peracto denot rectus quiescunt. vtputa. c. f. g. a lineis. c. f. f. g. f. contentas supra terminum vnius earum. f. constituam angulum. c. f. b. seu angulum. g. f. k. per. 33. equalem angulo. b. a. d. vel. c. a. d. q̄ erit tertia vnius recti postea residuum dicti recti qui est due tertie recti vt deduximus diuisam per equalia per dictam. 9. s. angulum. g. f. b. per lineam. f. k. vel angulum. c. f. k. per lineam. f. h. f. erit vnusquisq̄ duorum angulorum. h. f. k. f. k. f. g. tertia vnius recti. f. sic totalis angulus rectus. c. f. g. est diuisus in tres equalis partes videlicet. c. f. b. h. f. k. f. k. f. g. quod est propositum.

Propositio .10.

Proposita recta linea eam per equalia diuidere.



I Sit proposita linea quam oportet diuidere per equalia. linea. a. b. super ipsam constituam triangulum equilaterum. a. b. c. & angulum. c. diuido per equalia secundū doctrinam precedentis per lineam. c. d. dico q̄ linea. c. d. diuidit datam lineam. a. b. per equalia. Intelligo. n. duos triangulos. a. c. d. f. b. c. d. f. arguo sic. Duo latera. a. c. f. c. d. trianguli. a. c. d. sunt equalia duobus lateribus. b. c. f. c. d. trianguli. b. c. d. f. angulus. c. vnius angulo. c. alterius ergo per quartam basis. a. d. basi. d. b. q̄d est propositum.

Propositio .11.

Et ita linea recta a puncto in ea signato perpendicularem extrahere duobus quidem angulis equalibus ac rectis vtrinque subnixam.

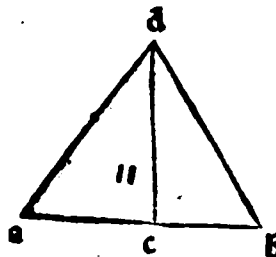
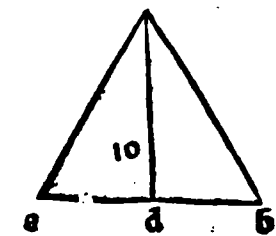
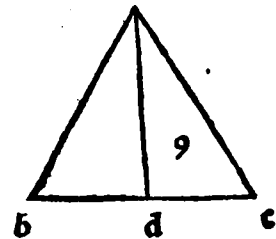
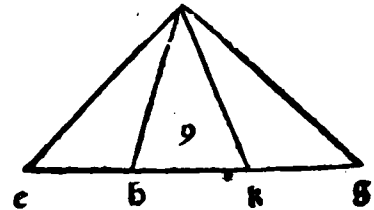
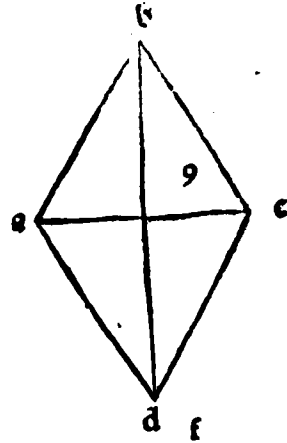


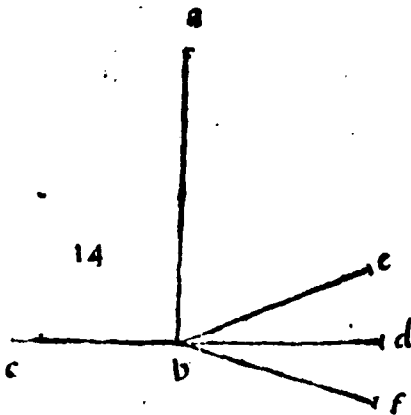
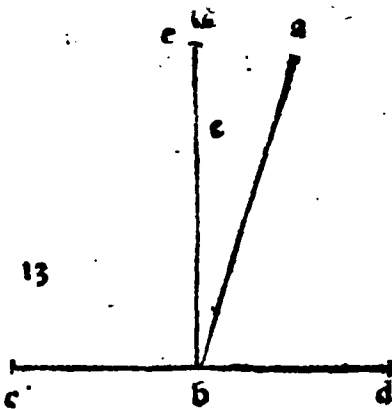
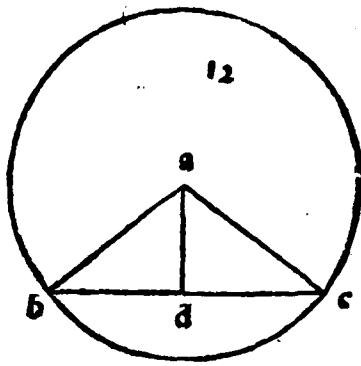
I Sit data linea. a. b. in qua sit datus punctus. c. a quo oportet perpendicularem extrahere. Faciam ergo per tertiam lineam. b. c. equalem lineae. a. c. & super totam. a. b. constituam triangulum equilaterum. a. b. d. & protraho lineam. c. d. de q̄ dico q̄ ipsa est perpendicularis super lineam. a. b. Intelligo duos triangulos. a. c. d. f. b. c. d. f. quia duo latera. a. c. f. c. d. trianguli. a. c. d. sunt equalia duobus lateribus. b. c. f. c. d. trianguli. b. c. d. f. basis. a. d. basi. b. d. erit per. 8. angulus. a. c. d. equalis angulo. b. c. d. quare vterq̄ eorum erit rectus per diffinitionem anguli recti: & linea. c. d. perpendicularis super lineam. a. b. per diffinitionem lineae perpendicularis: quod est propositum.

Castigator.

Vel per petitionem augendo alterutram eaz̄ ad equalitatem alterius.

Propositio .12.





Puncto extra signato ad datam lineam indefinitam quantitatis perpendicularem deducere.

Sit .a. punctus signatus extra lineam .b. c. a quo ad ipsam oportet deducere perpendicularem. Protrahā ergo lineam .b. c. in utraq; partem quantum libuerit et super punctum .a. describā circulum .b. c. sic ut fecerit lineam datam in punctis .b. c. et pertrahā lineas .a. b. et .a. c. et dividā angulum .b. a. c. per equiam lineam .a. d. p. q. dico q. a. d. ē perpendicularis super lineam .b. c. Intelligo duos triangulos .a. b. d. et .a. c. d. et q. a. duo latera .a. b. et .a. c. trianguli .a. b. d. sunt equalia duobus lateribus .a. c. et .a. d. trianguli .a. c. d. et angulus .a. unus equalis angulo .a. alterius erit p. q. basis .b. d. equalis basi .d. c. et angulus .a. d. b. equalis angulo .a. d. c. quare uterq; eorum rectus ē linea .a. d. perpendicularis super lineam .b. c. per definitionem anguli recti et linee perpendicularis quod est propositum.

Propositio .13.



Anis recte linee super rectam lineam stantis duo utrobique anguli aut sunt recti aut duobus rectis equales.

Sit ut lineam .a. b. super rectam lineam .c. d. et si fuerit super eam perpendicularis faciet duos angulos rectos per conversionem diffinitionis. Si autem non fuerit super eam perpendicularis a puncto .b. ducat .b. e. perpendicularis super .c. d. p. undecimam: eruntque duo anguli .e. b. c. et .e. b. d. recti per conversionem diffinitionis: quia ergo duo anguli .d. b. a. et .a. b. e. ad eundem angulum .d. b. e. ipsi cum angulo .c. b. e. erunt equales duobus rectis: quare tres anguli qui sunt .d. b. a. a. b. e. et .c. b. e. sunt equales duobus rectis sed angulus .c. b. a. ē equalis duobus angulis .c. b. e. et .e. b. a. ergo duo anguli .c. b. a. et .a. b. d. sunt equales duobus rectis: quod ē propositum. Ex quo patet quod totum spatium quod in quolibet superficie plana punctum quodlibet circumstat quatuor rectis angulis esse equale.

Castigator

Per conversionem diffinitionis. si linee super rectam lineam stantis quoniam linea recta super rectam stans et duos angulos inuicem equales cans ē perpendicularis. conversio huius ē quod omnis perpendicularis ē linea cans super aliam duos angulos inuicem equales et per consequens rectos. Hec et sequens faciunt ad undecimam. undecima et .13. dicti.

Propositio .14.



Idue linee a puncto unius linee in diversas partes extenderint duobus circa se angulos rectos aut duobus rectis equales fecerit: ille due linee sibi directe coniuncte sunt et linea una. **S**it ut a puncto .b. linee .a. b. et .c. b. extendantur linee in oppositas partes qui sint .b. c. et .b. d. et faciant duos angulos qui sunt .c. b. a. et .d. b. a. equales duobus rectis: tunc dico quod due linee .c. b. et .d. b. sunt sibi inuicem directe coniuncte et linea una: et hec ē quia conversio patet: quod si non fuerit linea una tunc protrahat .c. b. in continuū et directū quod quia non ē linea una cum .d. b. transibit super eam ut .b. e. aut infra eam ut .b. f. quia ergo super lineam rectam quod ē .c. b. e. cadit linea .a. b. erunt anguli .c. b. a. et .e. b. a. equales duobus rectis per precedentem: et quia omnes recti sunt ad inuicem equales per .3. peritidem anguli quoque .c. b. a. et .d. b. a. sunt equales duobus angulis rectis per hypothesein erunt duo anguli .c. b. a. et .e. b. a. equales duobus angulis .c. b. a. et .d. b. a. ergo deprobo eundem angulum .c. b. a. erit angulus .e. b. a. equalis angulo .d. b. a. per totum quod ē impossibile. Si si linea .c. b. protrahat per alios angulum .d. b. a. et equalis angulo .f. b. a. si forte diceret aduersarius lineam .c. b. protrahat cadere infra .b. d.

Propositio .15.



Anium duarum linearum se inuicem secantium secantium: omnes anguli contra se positi sunt equales: unde manifestum ē quod cum due linee recte se inuicem secant quatuor qui fiunt anguli quatuor rectis esse equales.

Sint due linee .a. b. et .c. d. se inuicem secantes in puncto .e. dico quod angulus .d. e. b. ē equalis angulo .a. e. c. et angulus .b. e. c. ē equalis angulo .a. e. d. Erunt .n. p. 13. duo anguli .a. e. c. et .c. e. b. equales duobus rectis: itaque duo anguli .c. e. b. et .d. e. b. equales duobus rectis per eadem: quare duo

mi sūt eq̄les duobus p̄stremis eo q̄ oēs recti sūt ad iūctē eq̄les p. 3. petitiō
nē dēpto ergo cōi angulo q̄ ē. c. e. b. erit angulus. a. e. c. eq̄lis āgulo. d. e. b.
Eodē mō p̄babit angulum. c. e. b. esse eq̄lem angulo. a. e. d. qd̄ ē p̄positū.

Propositio .16.



In quodlibet laterum triāguli directe protrahatur
faciet angulum extrinsecum vtroq̄ angulo trian-
guli sibi intrinsecus opposito maiorem.

Sit vt triāguli. a. b. c. latus. a. b. p̄trahatur vsq̄ ad. d.
dico q̄ angulus. d. b. c. maior est vtroq̄ duorū anguloz in
trinsecorū sibi oppositorū q̄ sunt. b. a. c. & b. c. a. Diuidā. n.
p. 10. lineam. c. b. p̄ eq̄lia in puncto. e. & p̄traham. a. e. vsq̄ ad. f. ita vt. e. f.
fiat eq̄lis. a. e. & p̄traham lineā. f. b. Intelligo duos triāgulos. c. e. a. & c. e. b.
e. f. quia duo latera. a. e. & c. e. triāguli. a. e. c. sunt eq̄lia duobus lateribus
f. e. & e. b. triāguli. f. e. b. & angulus. e. vniū est eq̄lis angulo. e. alterius p̄
p̄missam quia sunt anguli cōtrapositi erit p. 4. angulus. e. c. a. eq̄lis angu-
lo. e. b. f. & iō angulus. e. b. d. maior erit āgulo. b. c. a. Silr̄ quoq̄ p̄babitur
q̄ est maior angulo. c. a. b. Nam diuidam. a. b. per equalia in puncto. g. p̄
10. p̄traham lineam. g. h. eq̄lem lineē. c. g. p. 3. p̄sterea p̄traham. h. b. k
eruntq̄ duorum triāguloz q̄ sunt. a. g. c. & b. g. b. duo latera. a. g. & b. g. c. & b.
mi eq̄lia duobus lateribus. b. g. & g. h. sc̄d̄i: & angulus. g. vniū angulo. g.
alterius per. 5. ergo p. 4. angulus. g. a. c. est equalis angulo. g. b. h. quare p̄
5. & angulo. k. b. d. & quia angulus. c. b. d. est maior angulo. k. b. d. erit etiā
maior angulo. b. a. c. quod est p̄positum.

Propositio .17.



In his triāgulis duo quilibet anguli duobus rectis
sunt minores.

Sit triāgulus. a. b. c. dico q̄ duo quilibet eius anguli duo
bus rectis sunt minores: p̄trahat. n. vnū latus eius vt. b. c.
vsq̄ ad. d. eritq̄ p̄cedētem angulus e. extrinsecus maior
a. & maior. b. k. d. c. extrinsecus cū. c. intrinsecō ē eq̄lis duo
bus rectis per. 13. ergo anguli. b. & c. intrinseci sūe anguli. a. & c. intrinseci
sunt minores duobus rectis. Similiter si p̄trahatur latus. b. a. probabitur
q̄ duo anguli. a. & b. sunt minores duobus rectis: quod est p̄positum.

Propositio .18.



In his triāguli longius latus maiori angulo op-
positum est.

Sit vt in triāgulo. a. b. c. angulus. a. sit maior angulo. c. dī
coq̄ latus. c. b. maius erit latere. a. b. Si. n. sit eq̄le erit per. 5.
āgulus. a. eq̄lis angulo. c. quod ē cōtra ypothēym. Si āt
a. b. sit maius refecit ad equalitatē. c. b. p. 3. sup. d. b. eq̄
le. c. b. erit ergo p. 5. angulus. d. c. b. eq̄lis angulo. b. d. c. sc̄d̄. b. d. c. est maior
angulo. b. a. c. p. 16. ergo. b. c. d. ē maior. b. a. c. quare multo fortius maior
a. c. b. p̄s toto: qd̄ ē ip̄sibile.

Propositio .19.



In his triāguli maior angulus longiori lateri op-
positus est.

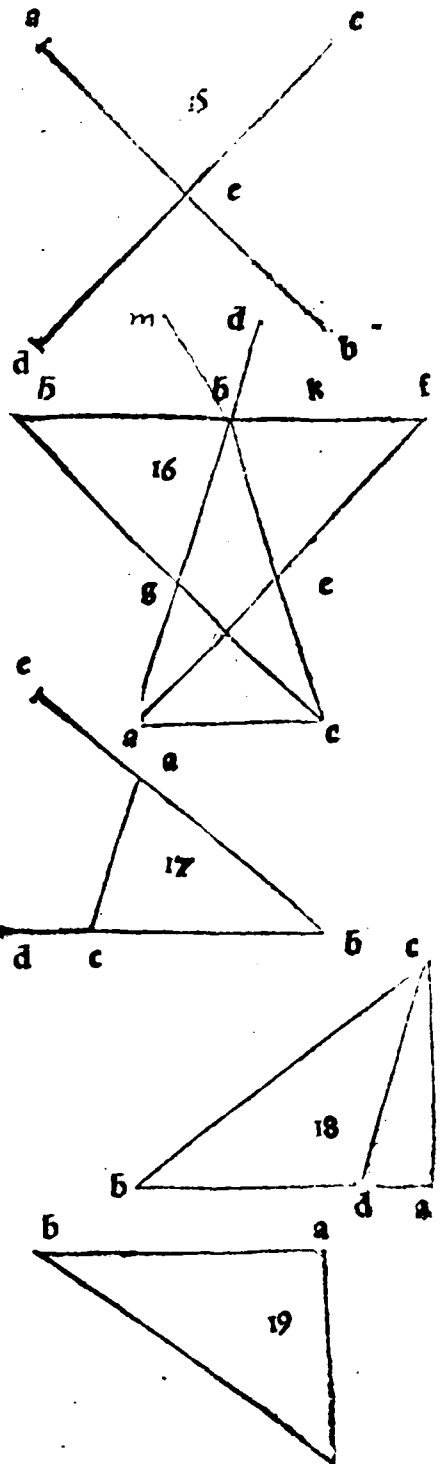
Sit vt i triāgulo. a. b. c. latus. b. c. sit maius latere. a. b. dī
co q̄ angulus. a. erit maior angulo. c. & est conuersa prece-
dentis. Si. n. sit equalis tunc per. 6. latus. a. b. est equale late-
ri. b. c. quod est contra ypothēym. Si autem. c. sit maior
tunc per precedentem latus. a. b. est maius latere. b. c. quod est contra ypo-
thēym quare astringit p̄positū.

Propositio .20.



In his triāguli duo quilibet latera simul iuncta
reliquo sunt longiora.

Sit triāgulus. a. b. c. dico q̄ duo latera. a. b. & a. c. sunt
longiora latere. b. c. Protrahatur lineā. b. a. vsq̄ ad. d. ita
vt. a. d. sit equalis. a. c. & p̄trahatur. c. d. p. 5. erit angulus. a.
c. d. eq̄lis angulo. d. āre angulus. b. c. d. est maior angulo. d.



ergo per 8. latus. b. d. est maius latere. b. c. sed. b. d. est equale. a. b. & a. c. q̄
re. b. a. & a. c. simul iuncta sunt maiora. b. c.

Propositio .21.



I de duobus punctis terminalibus vnus lateris
trianguli due linee exeuntes intra triangulum ip-
sum ad punctum vnum conueniant eodem duabus
quidem reliquis trianguli lineis breviores erunt &
maiores angulum continebunt.

Sit vt in triangulo. a. b. c. ab extremitatibus lateris. b. c.
concurrant due linee. b. d. & c. d. ad punctum. d. intra triangulum. a. b. c.
dico q̄ ipse simul iuncte sunt breviores duabus lineis. a. b. & a. c. simul iun-
ctis & q̄ angulus. d. est maior angulo. a. Protraham enim. b. d. v̄ q̄ quo se-
cet latus. a. c. in puncto. e. eruntq̄ per 20. b. a. & a. c. simul iuncte maiores
b. e. ergo. b. a. & a. c. sunt maiores. b. e. & e. c. At vero. d. e. & e. c. simul iun-
cte per eandē sunt maiores. d. c. quare. b. e. & e. c. sunt maiores. b. d. & d. c.
& quia. b. a. & a. c. sunt maiores. b. e. & e. c. vt p̄batū ē prius erūt multo for-
tius maiores. b. d. & d. c. q̄d est primū p̄positum. At qm̄ angulus. b. d. c. est
maior angulo. d. e. c. p̄ 16. & angulus. d. e. c. est maior angulo. e. a. b. p̄ ean-
dem: erit angulus. b. d. c. multo fortius maior angulo. b. a. c. q̄d est scdm̄
p̄positum.

Propositio .22.



Tribus lineis rectis p̄positis quaz̄ due quelibet
simul iuncte reliqua sint longiores de tribus aliis
lineis sibi equalibus triangulum constituere.

Sint tres linee recte p̄positae. a. b. c. & sint quelibet due
simul iuncte longiores reliqua. aliter. n. ex illis tribus equa-
libus triangulus non posset constitui per 20. Cum igit ex
illis tribus predictis voluero cōstituere triangulum: sumo lineam rectam
quesit. d. e. cui non pono a p̄e. e. determinatum finem: de qua sumo per
3. d. f. equalem. a. & f. g. equalem. b. & g. h. equalem. c. factūq̄ puncto. f. cē-
tro describo fm̄ q̄tatem lineae. f. d. circū. d. k. Itemq̄. facto. g. cētro de-
scribo fm̄ q̄tatem lineae. g. h. k. b. qui circuli interfecabunt se in duobus
punctis quorum vnum sit. k. alioquin sequeretur vnā dictarum lineaz̄
esse equalem aliis duabus iunctis aut maiorem eis: quod est contrarium
positi: Duco ergo lineam. k. f. & k. g. eritq̄ triangulus. k. f. g. constitutus
ex tribus lineis equalibus lineis. a. b. c. datis: sunt enim. f. d. & f. k. equales
qm̄ sint a cētro ad circūferētiā quare. f. k. est equalis. a. Similiterq̄. g.
h. & g. k. sunt equales: quia exiūt a cētro ad circūferētiā: quare. g. k. ē
equalis. c. & quia. g. f. sumpta fuit equalis. b. patet p̄positum manifeste.

Castigator

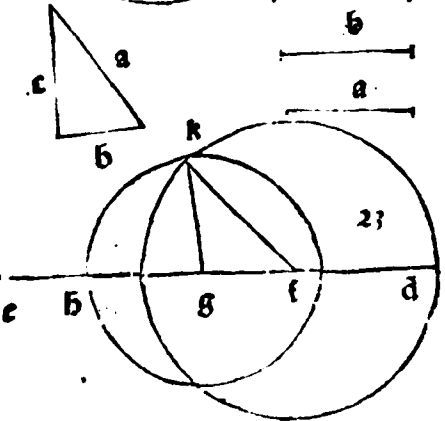
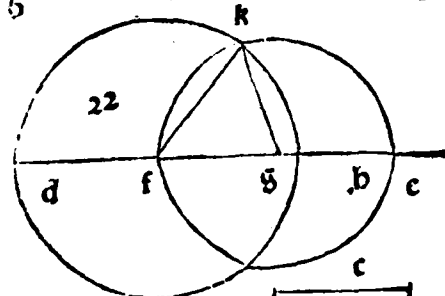
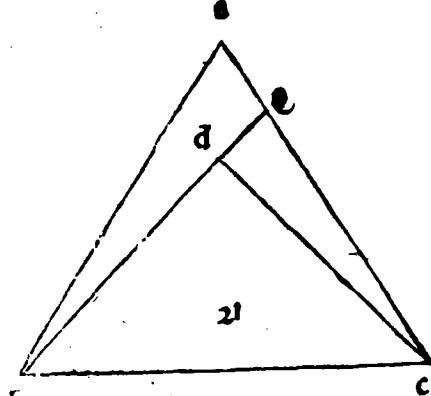
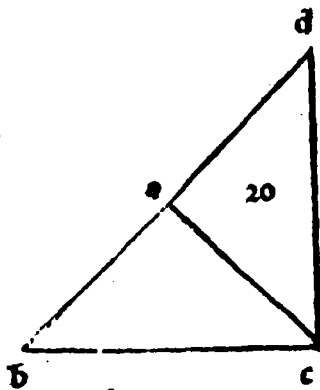
a Quia. d. f. per ypothesim equatur lineae. a. & eidem. d. f. per definitio-
nē circuli seu centri equatur. f. k. & ideo per concep̄tā si fuerit due res
vni equales & c. f. k. equatur. a.

Propositio .23.



Ata recta linea super terminum eius cuiuslibet an-
gulo p̄posito equum angulum designare.

Sit data linea. f. e. que est in superiori figura: & sint lineae
b. a. continentes angulum datum cui subendam basim
c. super punctum. f. lineae. e. f. iuberem facere equalem an-
gulum angulo dato. Ad lineam. e. f. adiungo. f. d. equalē
lineae. a. & ex. f. e. sumo. f. g. equalem. b. & ex. g. e. sumo. g. h. equalem. c.
& super puncta. f. & g. describo duos circulos. d. k. & k. h. fm̄ quantitatē
duarum linearum. f. d. & f. g. h. & interfecantes se in puncto. k. sicut docuit p̄-
cedens: ducti q̄ lineis. k. f. & k. g. erunt equalia duo latera. k. f. & f. g. tri-
anguli. k. f. g. duobus lateribus. a. & b. trianguli. a. b. c. & basim. g. k. equalis
basim. c. ergo per 8. angulus. k. f. g. equalis erit angulo contento. ab. a. & a.
b. quod est p̄positum.



Propositio .24.



Parium duorum triangulorum quorum duo latera vnius duobus lateribus alterius fuerint equalia: si fuerit angulorum sub illis equis lateribus contentorum alter altero maior: basis quoque eiusdem basi alterius maior erit.

Sint duo trianguli .a.b.c. & .d.e.f. sintque duo latera .a.b. & .a.c. equalia duobus lateribus .d.e. & .d.f. & vnusquodque suo correlatio dextro sinistroque sinistro. Sitque angulus .a. maior angulo .d. dato. Dico quod basis .b.c. maior erit basi .e.f. Faciam. n. iuxta doctrinam precedentis angulum .e.d.g. equalem angulo .a. eritque angulus .e.d. & .f. eius. Et ponam .d.g. equalem .a.c. Et pertraham .e.g. qui aut transibit supra .e.f. vt fecerit lineam .d.f. aut super .e.f. vt sit secum linea vnataut infra. Traseat ergo primo super. Et quia .a.b. & .a.c. latera trianguli .a.b.c. sunt equalia .e.d. & .d.g. lateribus trianguli .e.d.g. & angulus .a. angulo .d. totaliter erit per 4. basis .b.c. equalis basi .e.g. At non quia .d.g. & .d.f. sunt equales nam vtraque equalis .a.c. erit per 5. angulus .d.f.g. equalis angulo .d.g.f. Quare .d.f.g. maior erit .f.g.e. ergo .e.f.g. multo fortius maior est eodem .f.g.e. ergo per 18. latus .e.g. maius est latere .e.f. quare & .b.c. maior est .e.f. quod est propositum. Si non .e.g. traseat super .e.f. & sit secum linea vnataut infra .e.f. erit per 5. & .g. per vltimam ergo conceptio per propositum. Si non .e.g. traseat infra .e.f. pertrahantur due linee .d.f. & .d.g. qui sunt equales vt probatum est supra ad .k. & ad .h. fierique per secundam partem quante sub basi .f.g. anguli .k.f.g. & .f.g.h. equales: quare angulus .e.f.g. maior erit angulo .f.g.e. ergo per 18. latus .e.g. maius est latere .e.f. quare .b.c. maior est .e.f. quod est propositum. Istud vltimum melius posset et probari per 21. per ipsam .n. erit in dispositione tertia due linee .d.g. & .e.g. maiores duabus lineis .d.f. & .f.e. & quia .d.g. & .e.g. equales .d.f. propter hoc quod ambe sunt equalis .a.c. Erit .e.g. maior .e.f. quare & .b.c. maior: quod est propositum. melius tamen est demonstrare priori modo vt in omni dispositione arguat per quantam.

Propositio .25.



Parium duorum triangulorum quorum duo latera vnius duobus lateribus alterius fuerint equalia: basis vero vnius basi alterius fuerit maior: erit quoque angulus trianguli maioris illis equis lateribus contentus angulo alterius se respiciente maior.

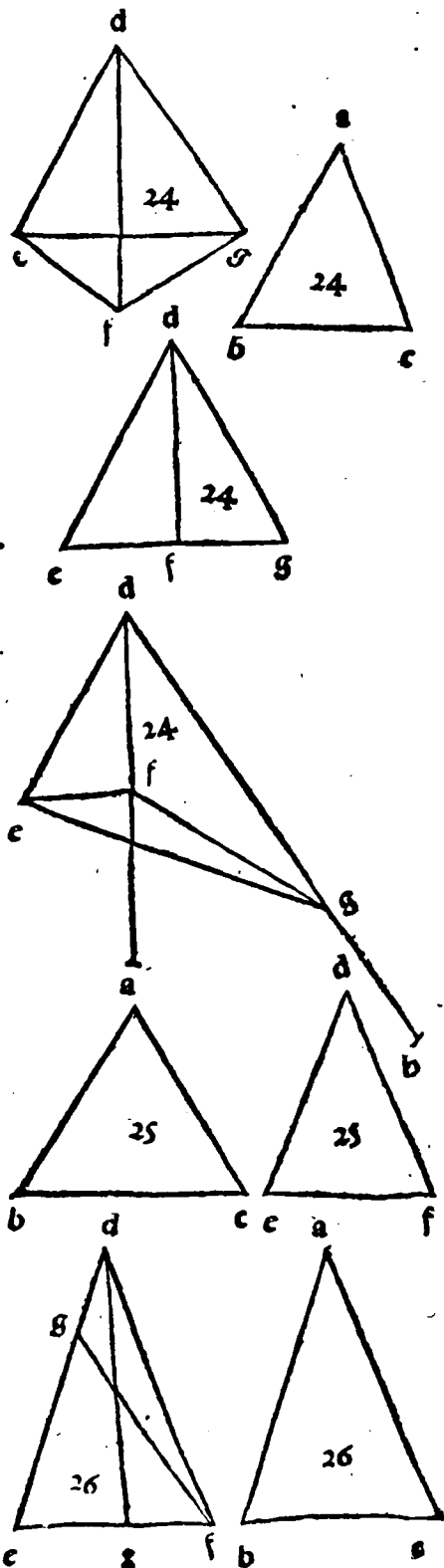
Sint duo trianguli .a.b.c.d.e.f. sintque duo latera .a.b. & .a.c. primi equalia duobus lateribus .d.e. & .d.f. secundum vnusquodque suo correlatio sitque basis .b.c. maior basi .e.f. dico quod angulus .a. maior erit angulo .d. hec est conuersa precedentis. Equalis quidem non erit sic .n. esset per 4. basis .b.c. equalis basi .e.f. quod est contra hypothese: sed nec minor quia sic esset .d. maior: & ita per precedentem basis .e. erit maior basi .b.c. quod est contrarium propositioni quare maior erit sicque propositum asseruitur.

Propositio .26.



Parium duorum triangulorum quorum duo anguli vnius duobus angulis alterius & vterque se respicienti equalis fuerint latus quoque vnius lateri alterius equalis fuerintque latus illud inter duos angulos equalis aut vni eorum oppositum: erunt quoque duo vnius reliqua latera duobus reliquis alterius trianguli lateribus vnusquodque se respicienti equalia: angulusque reliquus vnius angulo reliquo alterius equalis.

Sint duo trianguli .a.b.c.d.e.f. sitque angulus .b. equalis angulo .e. & angulus .c. equalis angulo .f. sitque latus .b.c. equalis lateri .e.f. aut alterum duorum laterum .a.b. & .a.c. equalis alteri duorum laterum .d.e. & .d.f. ita quod .a.b. sit equalis .d.e. aut .a.c. & .d.f. dico quod reliqua duo latera vnius erunt equalia reliquis duobus lateribus alterius & reliquus angulus reliquo angulo equalis: angulus videlicet .a. angulo .d. Ponam ergo primo vt latus .b.c. super quod iacent anguli .b.c. sit equalis lateri .e.f. super quod iacent anguli



li e, f. qui positi sunt equales angulis. b. c. tunc dico qd latus. a. b. est equale lateri. d. e. & latus. a. c. lateri. d. f. & angulus. a. angulo. d. Si. n. latus. a. b. nō sit equale lateri. d. e. alterum erit maius: sit ergo maius. d. e. quod refecabo ad equalitatem. a. b. sitq. g. e. equale. a. b. & producam lineam. g. f. eritq. per. 4. angulus. g. f. e. equalis angulo. a. c. b. quare & angulo. d. f. e. c. pars totius quod est impossibile: erit ergo. d. e. equale. a. b. ergo p. 4. d. f. equale. a. c. & angulus. d. equalis angulo. a. quod est primum membrum diuisionis propositae. Sint rursus vt prius duo anguli. b. & c. equales duobus angulis. e. & f. sitq. latus. a. b. quod opponitur angulo. c. equale lateri. d. e. quod opponitur angulo. f. cui positus est equalis angulus. c. dico qd latus. b. c. erit equale lateri. e. f. & latus. a. c. lateri. d. f. & angulus. a. angulo. d. Si. n. latus. e. f. nō fuerit equale lateri. b. c. erit alterum maius: sit ergo. e. f. maius: ponatur itaq. e. g. equale. b. c. & producam lineam. d. g. eritq. per. 4. angulus. d. g. e. equalis angulo. a. c. b. quare & angulo. d. f. e. extrinsecus videlicet intrinseco qd est impossibile: p. 16. Erit ergo. e. f. equale. b. c. ergo per. 4. latus. d. f. equale lateri. a. c. & angulus. d. totalis angulo. a. quod est secundum membrum diuisionis propositae: quare totum manifeste patet.

Propositio .27.



In recta linea super duas lineas rectas ceciderit duobus angulos coalternos sibi inuicem equales secrit ille due linee erunt equidistantes.

Sit vt linea. a. b. cadat super duas lineas. c. d. & e. f. & secet lineam. c. d. in puncto. g. & lineam. e. f. in puncto. h. sitq. angulus. d. g. h. equalis angulo. e. b. g. dico qd linee. c. d. & e. f. sunt equidistantes. Si. n. non concurrant aut ad partem. c. e. super punctum. k. aut a parte. d. f. super punctum. l. & qualitercumq. fuerit acciderit possibile per. 16. videlicet angulum extrinsecum esse equalem intrinseco. Nā vnus duorum angulorum coalternorum qui positi sunt equales erit extrinsecus & reliquus intrinsecus. Quia igit impossibile est eas concurrere i alterutra ptem tractas ipse p diffinitionem erit equidistans: quod est propositum.

Propositio .28.



In linea recta duabus lineis rectis supervenerit fueritq. angulus eius intrinsecus angulo extrinseco sibi opposito equalis aut duo anguli intrinseci ex vna parte duobus angulis rectis equales ille due linee equidistantes erunt.

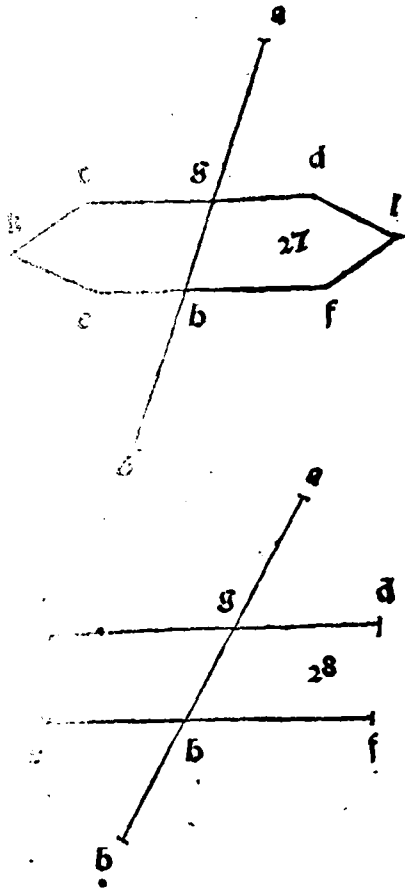
Sit vt linea. a. b. secet duas lineas. c. d. & e. f. in puncto. g. & h. sitq. angulus. g. extrinsecus equalis angulo. h. intrinseco ex eadem parte sumpto: aut duo anguli. g. & h. intrinseci ex eadem parte sumpti sint equalis duobus angulis rectis. Dico qd due linee. c. d. & e. f. sunt equidistantes. **S**it ergo primo angulus. d. g. a. equalis angulo. f. h. g. eritq. per. 5. angulus. c. g. b. equalis eidem angulo. f. h. g. qre per premissam. c. d. & e. f. sunt equidistantes. Sint rursus duo anguli. d. g. h. & e. f. g. equales duobus rectis. Et quia per. 13. duo anguli. d. g. h. & e. g. h. sunt similiter equales duobus rectis erit angulus. c. g. h. equalis angulo. f. h. g. quare per premissam. c. d. & e. f. erunt equidistantes: quod est propositum.

Propositio .29.



In duabus lineis equidistantibus linea supervenerit duo anguli coalterni equales erunt: angulusq. extrinsecus angulo intrinseco sibi opposito equalis. Itemq. duo anguli intrinseci ex alterutra parte coalterni duobus rectis angulis equales.

Sint due linee. a. b. & c. d. equidistantes super quas cadat linea. e. f. secans eas in punctis. g. & h. dico qd anguli. g. & h. coalterni sunt equales: & qd angulus. g. extrinsecus est equalis angulo. h. intrinseco sibi opposito ex eadem parte sumpto: & qd anguli. g. & h. intrinseci ex eadem par



te sumpti sunt eſſe duobus rectis: & hec eſt conuerſa duarum precedentiu. Primum ſic patet. Si enim angulus. b. g. h. non eſt equalis angulo. c. b. g. alter eorum erit maior. ſit ergo maior angulus. c. b. g. & quia duo anguli. c. h. g. & g. b. d. ſunt equales duobus rectis per. 13. erunt duo anguli. b. g. h. & d. h. g. minores duobus rectis ergo per quartam petitionem due linee. a. b. & c. d. ſi protrahantur concurrent in parte. b. f. d. ad punctu aliquem vt ad k. non ergo ſunt equidistantes per diffinitionem quod eſt contra ypotheſim: & quia hoc eſt impoſſibile. erunt igitur duo anguli coalterni. b. g. h. & c. b. g. equales quod eſt primum propoſitum. Ex hoc patet ſecundum eſt. n. per. 15. angulus. b. g. h. equalis angulo. a. g. e. ergo angulus. a. g. e. erit equalis angulo. c. b. g. extrinſecus videlicet intrinſeco quod eſt ſecundum propoſitum. Ex hoc rursus patet tertium: Sunt enim per. 13. duo anguli. a. g. e. & a. g. h. equales duobus rectis. ergo duo anguli. a. g. h. & c. b. g. erunt etiam equales duobus rectis qui ſunt duo intrinſeci ex eadem parte ſumpti quod eſt tertium propoſitum.

Propoſitio 30.



Si fuerint due linee vni equidistantes eedem ſubiuicem equidistantes erunt.

¶ Sint due linee. a. b. & c. d. quarum vtraque equidistat linee. e. f. dico illas duas videlicet. a. b. & c. d. eſſe equidistantes. hoc aut eſt vniuerſaliter verum ſive due linee. a. b. & c. d. ſint in vna ſuperficie cum linea. e. f. ſive non hic tamen non intelligitur niſi ſecundum qd omnes ſint in ſuperficie vna. ſecundum. n. qd ſunt in diuerſis ſuperficiebus probatur in nona. libri. u. qd ſunt equidistantes. Sint ergo omnes in ſuperficie vna. protraham autem lineam. g. h. ſecantem lineas. a. b. & c. d. in punctis. k. l. m. n. quia a. b. equidistat. e. f. erit angulus. b. k. l. equalis angulo. e. l. k. per primam partem precedentis cum illi ſint coalterni. atq. c. d. equidistat. e. f. erit angulus k. l. e. extrinſecus equalis angulo. l. m. c. intrinſeco per ſecundam partem precedentis ergo angulus. b. k. l. eſt equalis angulo. c. m. l. qui cum ſint coalterni erunt per. 17. linee. a. b. & c. d. equidistantes. quod eſt propoſitum.

¶ Similem habes in. 16. u.

Propoſitio 31.



Puncto extra lineam dato linee propoſite equidistantem ducere.

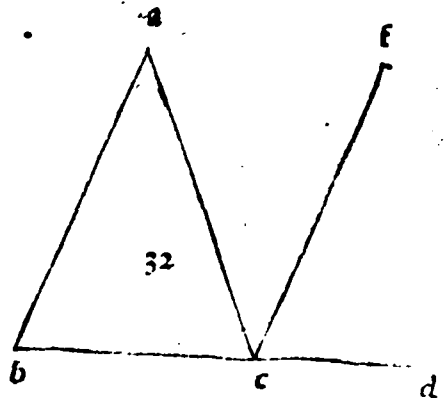
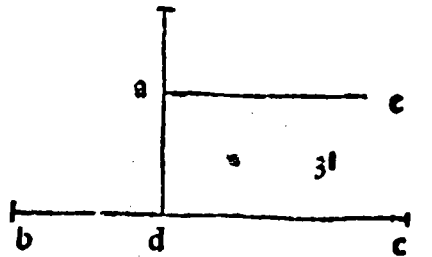
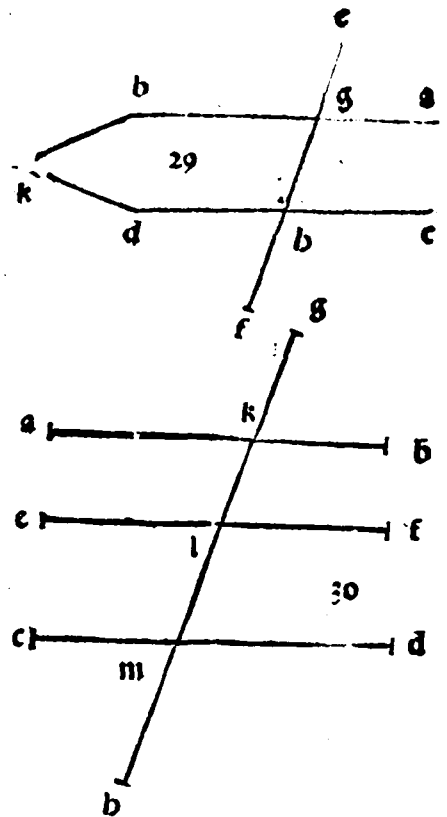
¶ Punctus extra lineam datus intelligitur cum linea vtraque protrahatur per ipſum non tranſit. Sit ergo punctus. a. datus extra lineam. b. c. a quo oportet protrahere lineam equidistantem. b. c. protraho lineam. a. d. qualitercumque contingat & ſuper punctum. a. qui eſt extremitas linee. a. d. conſtituo angulum. e. a. d. per doctrinam. 13. equalem angulo. b. d. a. ſibi coalterno. eritq. a. e. equidistans. b. c. per. 17. quod eſt propoſitum.

Propoſitio 32.

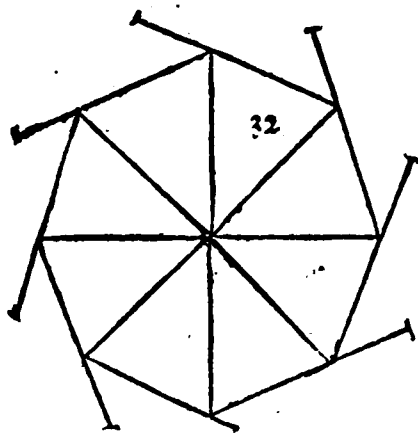
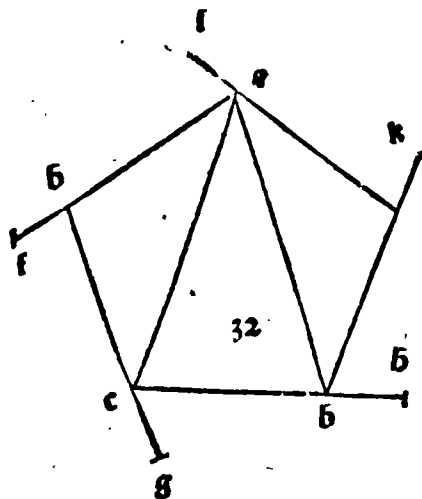
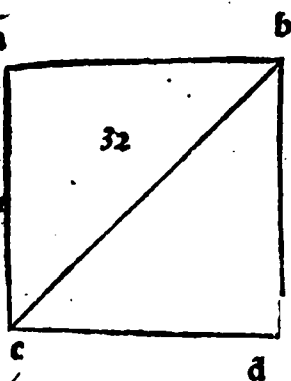


Intriſecis trianguli angulus extrinſecus duobus intrinſecis ſibi oppoſitis eſt equalis: Omnes autem tres angulos eius duobus rectis angulis equos eſſe neceſſe eſt.

¶ Sit triangulus. a. b. c. cuius latus. b. c. protrahatur vſq. ad. d. dico qd angulus. c. extrinſecus eſt equalis duobus angulis. a. & b. intrinſecis ſibi oppoſitis ſimul iunctis. & qd tres anguli trianguli. a. b. c. ſimul iuncti ſunt equales duobus rectis. A puncto. c. protraham. e. f. equidistantem. a. b. ſim doctrinam precedentis. eritq. angulus. f. c. a. equalis angulo. a. qd ſunt coalterni p. prima pte. 19. & angulus. f. c. d. extrinſecus equalis angulo. b. intrinſeco p. ſecundam pte. eius de. qre totus. a. c. d. extrinſecus eſt equalis duobus angulis. a. & b. intrinſecis ſibi oppoſitis. qd eſt p. mu. & qd duo anguli. a. c. b. & a. c. d. ſunt equalis duobus rectis p. 13. erunt tres anguli. a. b. & c. intrinſeci equalis



tagoras demonstra
 in quadrangu-
 l. g. Hoc. a. b. c. d.
 a totus Hæc am
 os iguales quatuor
 est g. triangulus
 est dimidiatus
 b. c. d. triangulus
 est a. b. c. d.



les duobus rectis: quod est fm. propositum. ¶ Ex hac autē patet q. oīs figure
 res polygonie, oēs anguli summa sumpti tot rectis angulis sint equales quo-
 tus est numerus quo a prima destiterit duplicatus: verbi gratia. Poligo-
 niarum figurarum est trian- gula prima: quia si efficit duar. linearum: cum
 figura sit clausio linear. tunc due linee recte includerēt superficiem quo-
 dē est impossibile per vitiam petitionem. Quadralatera secunda: pentago-
 na 3. similiter autē quibet tota erit in ordine quotus erit numerus laterum
 aut angulorum eius inde dempto binario. Dico ergo q. trian- gule q. ē pri-
 ma oēs anguli sunt eqles duobus rectis. Quadralaterē q. est secunda erunt
 equales quatuor rectis: p. pentagoe q. est tertia erūt equales sex rectis. Hoc
 autē inde manifestum est qm cum quelibet talis figura sit in tot triāgulos
 resoluibilis quota ipsa fuerit a prima ductis rectilineis a quouis angulo
 eius ad oēs angulos oppositos: sintq. oēs anguli oīs triāguli duobus rectis
 equales erunt oēs laterate figure oēs anguli bis tot rectis equales quota ip-
 sa fuerit a prima: quod est propositum. Sit. n. exempli grā. Pentagonus
 a. b. c. d. e. a cuius angulo. a. ducam lineas ad angulos. c. d. sibi oppositos
 eritq. totus pētagonus resolutus in triāgulos. a. b. c. a. c. d. e. a. d. e. quo-
 cū cuiuslibet sint anguli equales duobus rectis erūt pentagoni anguli equa-
 les sex rectis: quod est duplum eius numeri quo a prima distat siue duplū
 numeri angulorum aut laterum eius inde dempto binario. ¶ Possumus
 quoq. b. sic idem proponere dicētes q. oīs figure polygonie oēs anguli pa-
 riter accepti sunt tot rectis angulis equales q. tus ē numerus quē eius angu-
 li duplicat inde dempti: quatuor pūcto. n. quolibet itra figuram signato
 ē ab eo ad singulos angulos lineis ptractis erit ipsa figura in tot triāgulos
 resoluta quāti fuerint eius anguli: itōq. oēs anguli oīum illo- trian- gulo-
 piter accepti tot rectis angulis erūt equales q. tus est numerus quē duplicat
 anguli ppositre figure: cū itaq. sint oēs anguli triāgulo- in quos ipsa resolu-
 ta est pūctum mediū circūstanter quatuor rectis equales p. 13. manifestum
 cōstat ppositum. ¶ Similiter quoq. patet q. oīs figure polygonie anguli
 oēs extrinseci q. tuor rectis angulis sunt equales: sunt. n. intrinseci q. extrinse-
 ci bis tot rectis equales quor hūerint angulos per. 13. Intrinseci at sunt bis
 tot rectis equales quor hūerint angulos: dēptis inde quatuor: ergo extrinse-
 ci sunt quatuor rectis equales: quod est ppositum. Exēpli grā: ppositi pen-
 tagoni latera ptabantur vt fiant anguli extrinseci. a. b. q. dem ptabantur
 vsq. ad. f. b. c. v. q. ad. g. c. d. v. q. ad. h. d. e. v. q. ad. k. e. a. v. q. ad. l. erūtq.
 per. 13. duo anguli. a. intrinsecus ē. a. extrinsecus equales duobus rectis: ea-
 dem autem ratione duo anguli. b. intrinsecus. ē. b. extrinsecus: sic ē ceteri
 quare. a. b. c. d. e. anguli intrinseci ē extrinseci decē rectis. demptis igitur in-
 trinsecis q. sunt eqles sex rectis erūt extrinseci. v3. b. a. l. c. b. f. d. c. g. e. d. b. ē
 a. e. k. eqles quatuor rectis. ¶ Patet et q. oīs pēthagoni cuius vnūquodq.
 latus duo fecat ex reliq. h3. s. angulos duobus rectis equales. sit qualis pro-
 ponit pētagonus. a. b. c. d. e. ē fecet latus. a. c. latus. b. e. in pūcto. g. ē latus
 a. d. idem latus. b. e. in pūcto. f. eritq. angulus. a. f. g. equalis duobus angu-
 lis. b. ē. d. cū sit extrinsecus ad ipsos in triāgulo. f. d. b. Itēq. angulus. f. g. a.
 erit equalis duobus angulis. c. ē. ē. cū sit extrinsecus ad ipsos in triāgulo. g. c.
 e. sed duo anguli. a. f. g. ē. f. g. a. sunt eqles duobus rectis ergo q.
 tuor anguli. b. d. ē. c. e. sunt cū angulo. a. eqles duobus rectis: qd ē ppositū.

Investigator.

a ¶ .f. multiangule nā grece poly. multū gonia vō angulū significat et si
gure plurilū anguloꝝ dicere possumus. b ¶ Possumus quoq; sic idem p
ponere ¶ c. Ista regula aducitur infra in .u. libri. u. ¶ multū facit ad illā ¶
sequētes vt patet. c ¶ Ista vocat figura egrediētium anguloꝝ ¶ ē. i. in or
dine qā nec trianguli nec quadrāguli latera ptracta in cōtinuū ¶ directū
cōcurrēt vt patet intuetū quia tunc due linee recte clauderent superficiem
cōtra vltimam petitionem. De tetragono patet quia filatera sunt equidi
stantia non concutent sed si non sint equidistantia habebit angulos
acutos ¶ obtusos igitur ex vna parte latera concurrent ex alia vero

minime. Et sic non erit figura huius ordinis; sed latera pentagoni bina & bina continent angulos obtusos ergo utrinque, tracta cōcurrent & sic ē prima talium.

Propositio .33.



Si in summitatibus duarum linearum equidistantium & equalis quantitatis alie due linee coniungantur ipse quoque equalis & equidistantes erunt.

Sint due linee. a. b. & c. d. equales & equidistantes quarum extremitates coniungam p lineas. a. c. & b. d. quas dico esse equales & equidistantes. **P**rotrahā. n. lineam. a. d. & quia linee. a. b. & c. d. sunt equidistantes erit angulus. b. a. d. equalis angulo. a. d. c. p primam partem. 29. ergo erunt duo latera. a. b. & a. d. trianguli. a. b. d. equalia duobus lateribus. d. c. & d. a. trianguli. d. c. a. & angulus a. primi equalis angulo. d. secundi. ergo p. 4. basis. b. d. primi est equalis basi a. c. secundi. & angulus. a. d. b. primi. equalis angulo. d. a. c. secundi. At quia ipsi sunt coalterni erunt linee. b. d. & a. c. equidistantes. per. 27. & quia prius probatum est ipsas esse equales; patet propositum utrumque.

Propositio .34.



Duas superficies equidistantibus contenta lateribus lineas atque angulos ex aduerso collocatos habet equales diametro diuidente eam per medium.

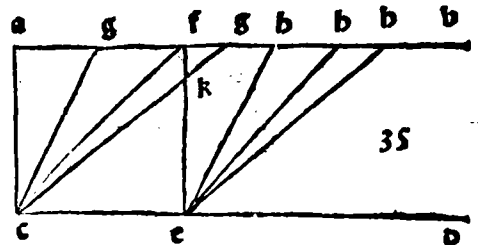
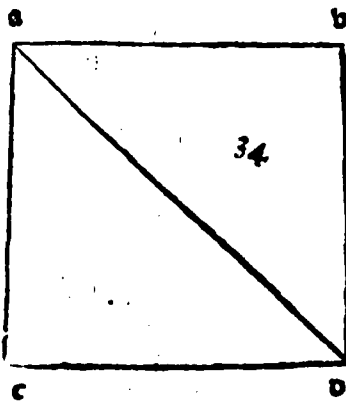
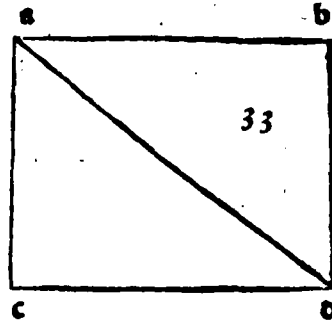
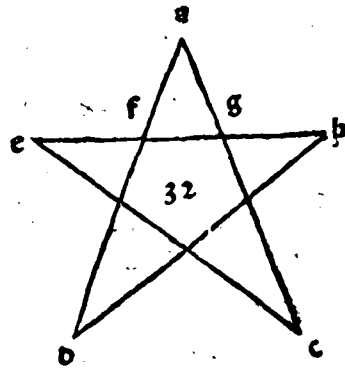
Sit superficies. a. b. c. d. equidistantium laterum ita quod linea. a. b. equidistat. c. d. & a. c. b. d. dico duas lineas. a. b. & c. d. item duas lineas. a. c. & b. d. esse equales. Similiter & dico angulum. a. c. e. equaliter angulo. d. & angulum. b. angulo. c. **P**rotrahā diametrum. a. d. que etiam diuidet superficiem illam p medium. cum. a. b. & c. d. sunt equidistantes erunt anguli. b. a. d. & c. d. a. qui sunt coalterni equaliter per. 29. At quia et. a. c. & b. d. sunt equidistantes erunt anguli. c. a. d. & b. d. a. qui sunt coalterni equaliter p eandem. Intelligi. n. duos triangulos. a. d. b. & d. a. c. & quia duo anguli. a. f. d. trianguli. a. d. b. sunt equaliter duobus angulis. d. f. a. trianguli. d. a. c. & latus. a. d. super quod iacent illi anguli in utroque triangulo est cōterit p 26. latus. a. b. equaliter lateri. c. d. & latus. a. c. lateri. b. d. & angulus. b. angulo. c. & quia angulum. a. totalem patet esse equaliter angulo. d. totali per secundam conceptionem totum propositum cū correlario liquet.

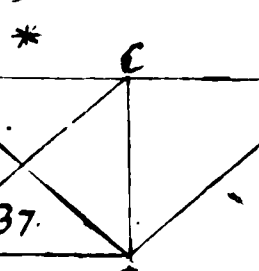
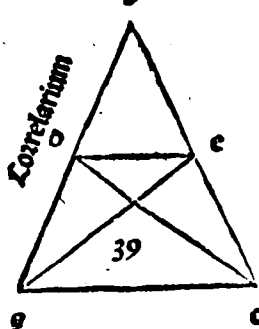
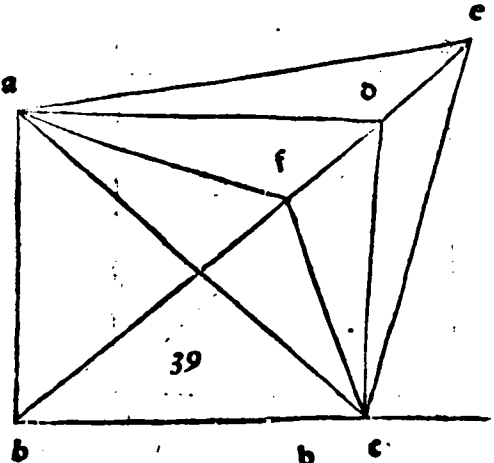
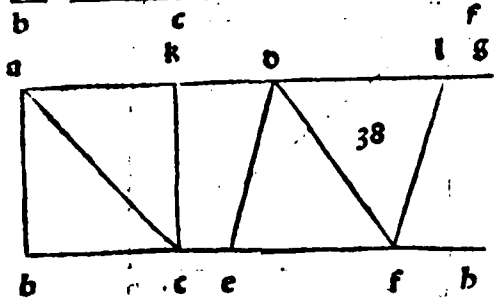
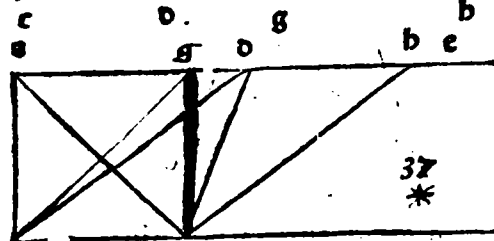
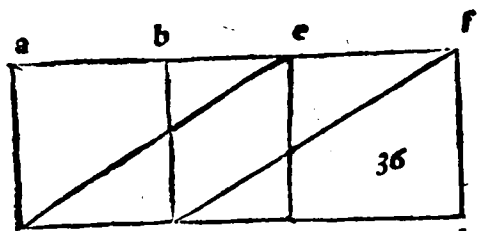
Propositio .35.



Duas superficies equidistantium laterum super unam basim atque in eisdem alternis lineis constitutae equaliter esse probantur.

Sint due linee. a. b. & c. d. equidistantes inter quas fiat a. c. f. e. superficies equidistantium laterum super basim. c. e. & super eandem basim & inter easdem lineas fiat alia superficies. g. c. h. e. similiter equidistantium laterum dico duas predictas superficies esse equaliter quod sic probatur. **A**ut. n. linea. c. g. secabit lineā. a. b. in aliquo puncto linee. a. f. aut in puncto. f. aut in aliquo puncto linee b. f. fecit ergo primo in aliquo puncto linee. a. f. ut in prima figuratone apparet. & quia utraq; duarum linearum. a. f. & g. h. est equaliter linee. c. e. per precedentem una earum erit equaliter alteri dempta ergo linea. f. g. cōi remanebit. a. g. equaliter. f. h. Quia per precedentem item eff. a. c. equaliter. f. e. & angulus. h. f. e. angulo. g. a. c. per secundam partem. 29. uidelicet extrinsecus intrinseco erit per. 4. triangulus. a. c. g. equaliter triangulo f. e. h. ergo irregulari figura quadrilatera que ē. g. c. f. e. addita utriusque erit superficies. a. c. f. e. equaliter superfici. g. c. h. e. quod est propositum. **S**ecet ergo modo linea. c. g. lineam. a. b. in puncto. f. ut in secunda figuratone apparet. eruntq; simili argumentatione priori duo trianguli. a. c. f. & f. e. h. equaliter quare utrobique addito triangulo. f. c. e. patet propositum. **S**ecet tertio modo linea. c. g. lineā. a. b. inter duo puncta. f. b. ut in tertia figuratone apparet; secabitq; lineam. f. e. sicut in puncto. k. &





quia simili argumentatione priori linea a.f. e equalis lineae g.h. facta communi linea g.f. erit a.g. equalis. f.h. e triangulus a.g.c. equalis triangulo f.c.h. adito ergo utriusq. triangulo. c.k.e. e detracto ab utroq. triangulo. f.k.g. erit superficies a.c.f. e equalis superficiei g.c.h. e quod est propositum.

Propositio 36.



Parallelogramum in basibus equalibus atq. in eisdem lineis constituta equalia esse necesse est.

Parallelogramum dicitur superficies equidistantium laterum. Sint due superficies a.b.c.d. e.f.g.h. equidistantium laterum constitute inter duas lineas equidistantes q. sunt a.f. e. c.h. e super equales bases que sunt c.d. e. g.h. dico eas esse equales. Nam protraham duas lineas c.e. e d.f. eritq. per 33. superficies c.d.e.f. equidistantium laterum propter hoc q. c.e. e. equalis e equidistantis. c.d. nam utraq. earum est equalis g.h. Quia ergo per premis sam utraq. duarum superficierum a.b.c.d. e. f.g.h. est equalis superficiei c.d.e.f. ipse erunt sibi invicem equaliter quod est propositum.

Propositio 37.



Equales sunt sibi cuncti trianguli qui super eandem basim atq. inter duas lineas equidistantes sunt constituti.

Sint duotrianguli a.b.c. e. d.b.c. constituti super basim b.c. inter duas lineas a.e. e b.f. que sunt equidistantes: dico eos esse equales. Protraham enim c.g. equidistantem a.b. e c.h. equidistantem d.b. per 31. eritq. due superficies a.b.c.g. e d.b.c.h. equales per 35. e quia dicti trianguli sunt eorum dimidia per correlarium 34. ipsi erunt equales per eodem sciam que est quoz tota sunt eqlia e dimidia: sicq. patet propositum.

Propositio 38.



Sint duo trianguli super bases equales atq. inter duas lineas equidistantes ceciderint: equales eos esse necesse est.

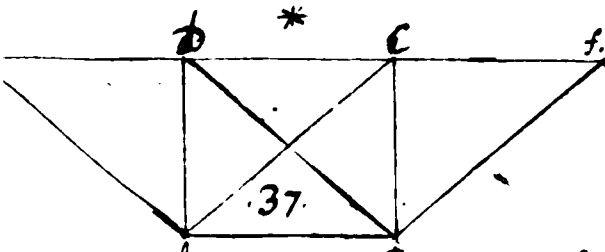
Sint duo trianguli a.b.c. e. d.e.f. constituti super bases b.c. e e.f. equales e iter lineas a.g. e b.h. equidistantes: dico eos esse eqls. Protraham enim c.k. equidistantem a.b. e f.l. equidistantem e.d. eruntq. due superficies a.b.c.k. e d.e.f.l. equales per 36. e quia dicti trianguli sunt eaz. dimidia p. correlarium 34. ipsi erunt eqls p. antedictam eodem sciam.

Propositio 39.



Dues duo trianguli equales si in eandem basim e ex eadem parte ceciderint: inter duas lineas equidistantes erunt.

Sint duo trianguli a.b.c. e. d.b.c. constituti super basim b.c. ex una eademq. parte: suntq. equales: dico eos esse inter lineas equidistantes: e hec est cõversã 37. A puncto a. p. traham lineam equidistantem lineae b.c. que si pertransierit per punctum d. liquet propositum. Si autem p. transierit supra aut infra: transeat primo supra e sit a.e. producãq. b. d. usquequo secet lineã a.a. e in puncto e. e. p. protraham lineam e.c. e quia triangulus c.b.e. est eqlis triangulo a.b.c. p. 37. e triangulus d.b.c. positus est eqlis triangulo a.b.c. erit triangulus d.b.c. eqlis triangulo e. b.e. p. toti quod est impossibile. Nõ igitur p. transibit lineã q. a puncto a. ducitur eq. distanter b.c. supra d. trãscat. ergo infra. e sit a.f. secãs lineam d.b. in pũcto f. p. traham ergo lineam f.c. e quia p. 37. triangulus f.b.c. est eqlis triangulo a.b.c. ipse et erit equalis triangulo d.b.c. p. toti quod est impossibile. Quia ergo lineã a puncto a. equidistãter b.c. non trãsit nisi p. punctum d. patet propositum. Ex hac aut. e premissa nota q. si aliqua lineã rectã duo alicuius trianguli latera p. eq. secet uel scierit ipsa erit tertio equidistãs quod sic p. batur. Sit triangulus a.b.c. cuius duo latera q. sunt a.b. e b.c. secet lineã d.e. p. equalia a.b. quidem in pũcto d. e b.c. in puncto e. dico q. lineã d.e. e equidistãs a.c. Protraham



intriangulo A.D.B. et A.D.C. q. addo parallelo-

- 38 eni in q̄nilatero. a. c. e. d. diametros. a. e. f. d. c. eritq. p. 38. triagulus. a. e. d. equalis triangulo. d. e. b. propter id q̄ linea. a. d. posita est equalis linee. d. b. Itemq. per eandem triangulus. c. e. d. erit equalis eidem triangulo. d. e. b. propter id q̄ linea. c. e. posita est equalis linee. e. b. quia triangulus. a. e. d. est equalis triangulo. c. e. d. quia ergo ipsi sunt constituti super eandē basim. uidelicet lineam. e. d. f. ex eadem parte ipsi erunt p̄ hanc. 39. inter lineas equidistantes ergo linea. d. e. est equidistans linee. a. c. quod quidē propositum ad quintam quarti tibi ualebit.

Castigator

a. ¶ Iste concursus pbatur per tertiam partem. 39. per eam enim f. per aduersarium duo anguli intrinseci totales. a. f. b. sunt eiales duobus rectis sed linea. b. d. latus secundi trianguli diuidit angulum intrinsecum in duos ptiales. Et quia super lineas. a. e. f. b. d. cadit linea. a. b. que ex parte. e. f. d. facit duos angulos minores duobus rectis scilicet. a. b. d. f. e. a. b. quare per. 4. petitione due linee. a. e. f. b. d. in eandem partem protracte concurrunt. ¶ Vel sic per. 30. si non concurrant. a. e. f. b. d. per aduersarium. ipse per definitionem erunt equidistantes f. quia et ex p̄the. b. c. equidistat a. e. idco per. 30. b. d. f. b. c. erunt equidistantes cum utraq. equidistat. a. e. f. sic. b. d. cum. b. c. non cāfarent angulū. d. b. c. q̄ est contra ypothesim. ¶ Potest etiam propositum huius. 39. concludi ostensue sic per conuersionem. 35. sic deducendo uidelicet ducam a puncto. e. per. 31. equidistantem lateri. a. b. q̄ sit. c. e. quam ponam per. 3. equalem ipsi. a. b. f. coniungam extremitates. a. f. e. per lineam. a. e. per primam petitionem q̄ erit e. equalis f. equidistans basi. b. c. per. 33. deinde ab eodem puncto. c. p̄ eandē 31. erigam equidistantem lateri. b. d. que sit. c. f. quam similiter ponam per. 3. equalem ipsi. b. d. demum per rectam coniungam extremitates. d. f. per eandem petitionem que similiter erit equalis f. equidistans ipsi basi b. c. per eandem. 33. f. sic sunt due superficies equidistantium laterum. equales quia dicti trianguli sunt earum dimidia f. sunt equales per ypothesim ergo ipse sunt equales per conceptionem quoz. dimidia sunt equalia tota quoz. sunt equalia f. sunt super eandem basim. b. c. ergo p̄ conuersionem. 35. ipse sunt inter duas lineas equidistantes que sunt. a. f. b. c. f. sic earū dimidia que sunt ipsi trianguli. ¶ Ista facit ad secundam. 2. f. ad primam. 14. f. 6. f. 7. 8. 17.

Propositio .40.

I duo trianguli equales super equales bases uiu. eiusdemq. linee ex eadem parte fuerint constituti eos inter duas lineas equidistantes necesse est contineri.

¶ Sint duo trianguli. a. b. c. d. e. f. eīles cōstituti sup̄ duas bases q̄ sunt. b. c. f. e. f. f. ex eadem pte dico eos esse inter duas lineas equidistantes. f. hec est cōuersa. 38. f. pbatur. per ipsam sicut p̄cedens p. 37. ¶ A puncto. a. ducatur linea. equidistans linee. b. f. q̄ si transierit p̄ punctum. d. patet ppositum. sin aut̄ p̄transierit supra ut. a. g. f. pducatur e. d. usq. ad ipsam q̄ sit. e. g. f. ducatur linea. g. f. eritq. p. 38. triagulus. a. b. c. equalis triangulo. g. e. f. quare f. triagulus. d. e. f. erit equalis triagulo. g. e. f. p̄ toti quod est impossibile. Non ergo trāsit supra Trāseat ergo intra. f. fecit lineam. d. e. i puncto. h. f. ducatur linea. f. h. eritq. p. 38. triagulus. h. e. f. equalis triangulo. a. b. c. quare f. triagulo. d. e. f. p̄ toti quod ē impossibile. quia ergo non transibit nisi per punctum. d. patet ppositum.

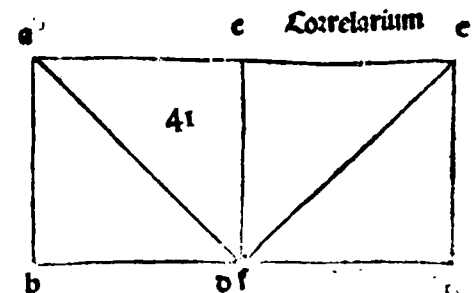
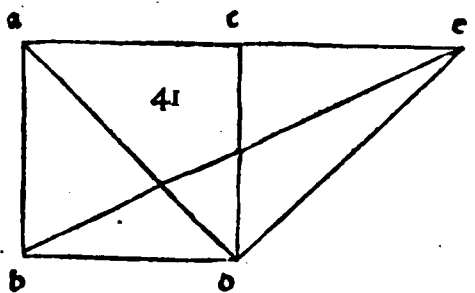
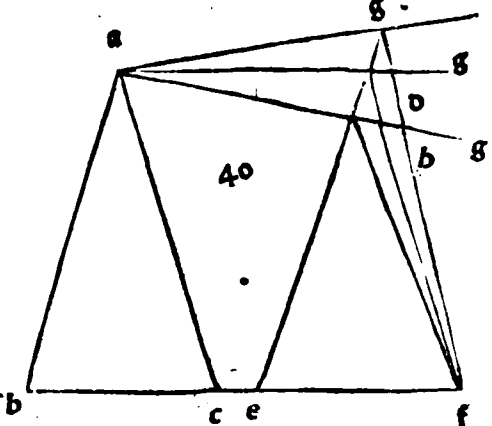
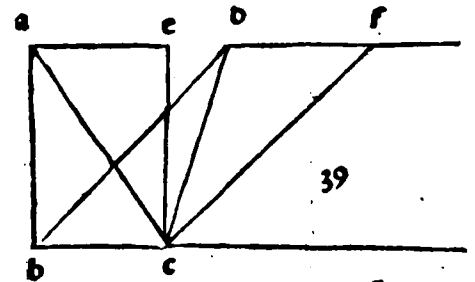
Propositio .41.

I parallelogramum triangulusq. in eadem basi atq. in eisdem alternis lineis fuerint constituta parallelogramum triangulo duplum esse conueniet.

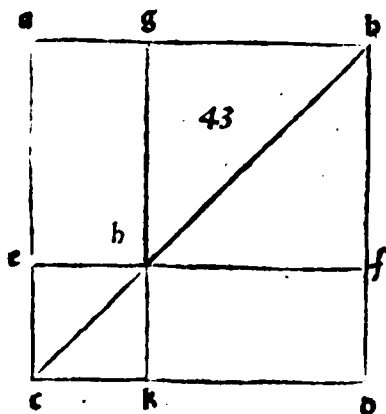
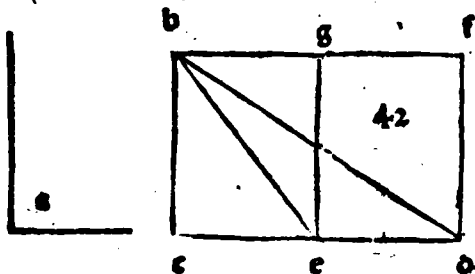
¶ Sit palellogramū. a. b. c. d. f. triagulus. e. b. d. sup̄ basim b. d. f. inter lineas a. e. f. b. d. q̄ sint eq̄distantes dico palellogramū duplū ēē triagulo p̄trahā in palellogrāo diame



tr. a. d. eritq. triagulus. a. b. d. dimidiū palellogrami p̄ corr. 34. f. quia



triangulus, e. b. d. est equalis triangulo. a. b. d. per. 37. patet triangulum e. b. d. esse dimidium parallelogrami. a. b. c. d. quod est propositum. Similiter quoque potest probari quod si parallelogramum triangulusque in equalibus basibus, atque inter lineas equidistantes fuerint constituta parallelogramum duplum erit triangulo: quod ideo non posuit Euclides quia leuiter patet ex hac precedente correlarium. ff. 38. dimiso parallelogramo per diametrum in duos triangulos, uel super basim parallelogrami inter easdem lineas equidistantes triangulo constituto ad quem duplum erit parallelogramum per hanc precedentem ff. ipse equalis alteri triangulo per. 38.



Equidistantium laterum superficiem designare cuius angulus sit angulo assignato equalis. ipsa vero superficies triangulo assignato equalis.

Sit assignatus angulus. a. ff. assignatus triangulus. b. c. d. uolo describere superficiem equidistantium laterum equalem triangulo. b. c. d. cuius uterque duorum angularum contra se positos sit equalis. a. ¶ Dimido basim. c. d. per dimidium in puncto. e. ff. protrahe lineam. b. e. ff. a puncto. b. duco. b. f. equidistantem c. d. eritque per. 38. triangulus. b. e. d. equalis triangulo. b. e. c. quare triangulus. b. e. d. est dimidium totalis trianguli. b. c. d. igitur super punctum e. lineae. d. c. constituo angulum. d. e. g. equalem angulo. a. ff. perficio parallelogramum. g. e. d. f. quod quia per precedentem est duplum ad triangulum. b. e. d. erit etiam equale triangulo. b. c. d. per hanc eodem scientiam: quoniam dimidia sunt equalia. ipsa quoque sunt equalia. est enim triangulus. b. c. d. utriusque dimidium quare descripsimus parallelogramum. g. e. d. f. equale triangulo. b. c. d. cuius uterque duorum angularum. g. e. d. ff. d. f. g. contra se positum est equalis angulo. a. quod fuit propositum.



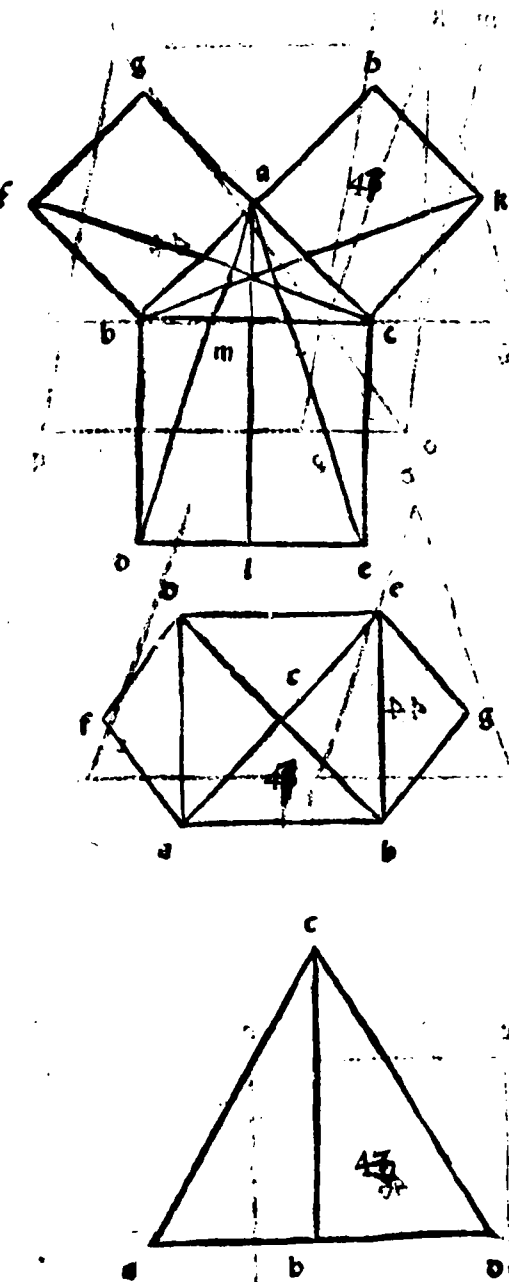
Paris parallelogrami spacii eorumque circa diametrum sunt parallelogramorum supplementa equalia sibi inuicem esse necesse est.

Sit parallelogramum. a. b. c. d. in quo protrahe diametrum. b. c. ff. protrahe. e. f. equidistantem utrique duorum laterum. a. b. ff. c. d. que fecit diametrum in puncto h. a quo ducam. k. g. equidistantem utrique duorum laterum. a. c. ff. b. d. ff. producam eam quousque fecit utrumque latus. a. b. ff. c. d. sitque tota. g. h. k. eritque totum parallelogramum. a. b. c. d. diuisum in quatuor parallelogramata quorum duo scilicet. e. c. k. h. ff. g. h. b. f. dicantur consistere circa. c. b. quia diametrum transiit per medium eorum ff. ideo sunt circa diametrum: reliqua duo scilicet. a. e. g. h. ff. k. h. f. d. dicantur supplementa hec duo supplementa dicantur esse equalia. sunt enim duo trianguli. a. b. c. ff. c. d. b. equalis per correl. 34. similiter quoque duo trianguli. g. h. b. ff. f. h. b. sunt equalis per idem correl. 34. At duo trianguli. c. e. h. ff. k. h. c. ff. similiter equalis per idem correlarium demptis igitur duobus triangulis. b. g. h. ff. h. e. c. de totali triangulo. a. b. c. ac duobus triangulis reliquis b. f. h. ff. k. c. h. de totali triangulo reliquo. c. d. b. erunt per communem sciam residuas que sunt duo dicta supplementa equalia: quod est propositum.



Proposita linea recta super eam superficiem equidistantium laterum cuius angulus sit angulo assignato equalis ipsa vero superficies triangulo assignato equalis designare.

Designare superficiem equidistantium laterum super lineam aliquam esse lineam ipsam facere latus unum ipsius superfici. Sit ergo data linea. a. b. ff. datus angulus. c. ff. datus triangulus d. e. f. super lineam. a. b. uolo designare superficiem unam equidistantium laterum itaque linea. a. b. sit unum ex lateribus eius cuius uterque duorum



lot duorum quadratorum minor. duas lineas se interfecantes trans ipsam
 triangulum que sunt. b. k. f. c. f. quia uterq. duorum angulorum b. a. c.
 f. b. a. g. est rectus per 44. erit g. c. linea una: eadem ratione erit. b. h. linea
 una. q. a. uterq. duorum anguloru. c. a. b. f. c. a. b. est rectus quia ergo super
 basim. b. f. f. inter duas lineas equidistantes que sunt. c. g. f. b. f. constituta
 sunt parallelogramum. b. f. g. a. f. triangulus. b. f. c. erit per. 41. parallelogra
 ram. b. f. g. a. duplum triangulo. b. f. c. sed triangulus. b. f. c. est equalis tri
 angulo. b. a. d. per. 4. quia. f. b. f. b. c. latera. primi sunt equalia. a. b. f. b.
 d. lateribus postremi. f. angulus. b. primi est equalis angulo. b. postremi.
 eo quaterq. constat ex angulo recto f. angulo. a. b. c. communi. ergo paralle
 logramum. b. f. g. a. est duplum ad triangulum. a. b. d. sed parallelogramu.
 b. d. l. m. est duplum ad eundem triangulum. per. 41. quia constituti sunt
 super eandem basim scilicet. b. d. f. inter lineas equidistantes que sunt. b.
 d. f. a. d. ergo per cōm. scientiam quadratum. a. b. f. g. f. parallelogramu.
 b. d. l. m. sunt equalia. quia eorum dimidia uidelicet. predicti trianguli
 sunt equalia Eodem modo f. per eandem propositionem. mediantibus tri
 angulis. k. b. c. f. a. e. c. probabimus quadratum. a. c. h. k. f. e. equalis para
 llelogramo. c. e. l. m. quare patet ppositu. **¶ Castigator**
¶ Ea corollarie potest addi ex quo patet q. quadratum diametri ad qua
 dratum costae est duplum quo applicato conclusio probatur in lateribus
 quadrati f. diametri que faciunt ysochelem quia ad specialiter. tenderet
 conclusio ut patet per applicationem in corollario factam sit igitur huius
 modi ysocheles. a. b. c. f. sint. a. c. f. b. c. continencia angulum. c. rectum e.
 qualia f. a. b. sit maximum latus quod opponitur angulo recto. c. dico
 q. quadratum huius maximi lateris est equalis duobus quadratis reliquo
 rum laterum. scilicet quadrato. a. c. d. f. quod est. quadratum lateris. a. c.
 f. quadrato. b. c. e. g. quod est. quadratum lateris. b. c. f. Est enim quadra
 tum. a. b. a. d. diuisum in quatuor triangulos. quales per duas diagonos
 e. q. f. b. d. quorum duo sunt medietates maiorum. duorum quadratoru
 scilicet triangulus. a. c. d. f. b. c. e. sicut uidet sed triangulo principalis. f. a.
 b. c. f. triangulus ei oppositus puta. c. d. e. f. sint equalis. aliis medietatibus
 duabus quadratorum minorum que sunt extra quadratum. maximum
 quoniam omnes isti in. b. triangulos equalis diuisi sunt sicut patet expe
 dictis igitur quadratu lateris. a. b. f. equalis duobus quadratis reliquo
 rum laterum dicit prima p. theorematu f. p. cōsequens. a. d. qd. atū est duplum
 ad quadratum alterius lateris f. a. a. quadratum diametri. erit duplum ad
 quadratu costae ut dicit corollarium. quia latus maioris. quadrati est dia
 meter minoris f. latus minoris est semidiameter maioris ergo. f. c.

Propositio 47.
¶ quod ab vno trianguli latere in seipsum ducto p
 ducitur: equis fuerit duobus quadratis que a duo
 bus reliquis lateribus describuntur. rectus est angu
 lus cui latus illud opponitur.
¶ Lineam in seipsum ducere est eius quadratum descri
 bere. **¶** Sit triangulus. a. b. c. sitq. quadratum lateris. a. c. e
 quale quadratis duorum laterum. a. b. f. b. c. simul iūctis dico angulum
 b. cui latus. a. c. opponitur esse rectum f. hec est conuersa prioris. **¶** A pū
 sto. b. extra b. lineam. b. d. per. 11. perpendicularem super lineam. b. c. qua
 pono equalē. a. b. f. produco lineam. d. c. eritq. p. precedentem quadratu
 d. c. e. quale duobus quadratis duarum linearum. d. b. f. b. c. f. quia. b. d.
 posita est equalis. b. a. erit per communem scientiam que est linearum
 equaliu equalia esse quadrata: quadrata duarum linearu. a. b. f. b. d. equa
 lia itaque propter erit quadratum. d. c. e. quale. quadrato. a. c. ergo per alia
 eductionem scientiam q. est conuersa prioris scilicet lineas quaz. quadrata
 sunt equalia esse equalis. erit. d. c. equalis. a. c. quare. per. 8. angulus. b.
 trianguli. a. b. c. est rectus quod est ppositum. **¶**

Propositio 48.
 ut patet ab huius a. b. c. f.



Propositis quibuscunque quadratis alteri illorum gnomonem in aliquo equalem describere.

¶ Proponatur ergo duo quadrata scilicet $a.b.f.c.d.f$ sit propositum producere gnomonem circa $a.b$ equalem $c.d$ quadrato. ¶ Procrabatur itaque in latere quadrati $a.b$ ad equalitatem unius lateris quadrati $c.d$ sit e continuum. ¶ directum sit $f.e$ ita $q.f.e$ sit e que uni latere quadrati $c.d$ sit e ex c ducam lineam rectam ad a sit ergo triangulum orthogoni $q.a.f$. $\angle$ angulus rectus arguatur ergo f in penultima primo sit quadratum $e.d$ est in quantum quadratum $e.f$ sit quadratum $f.a$ sed quadratum $e.f$ est e que quadrato $c.d$ sit quadratum $f.a$ sit equale quadrato $a.b$ ergo quadratum $a.c$ est equale quadratis $a.b$ & $c.d$ sit $e.f.a$ est triangulus ergo $e.f.f.a$ latera sunt l ogiora $a.c$ latere f in a primo sed $f.a$ est e que $a.b$ r o e quadratur ergo $e.f.f.b$ sunt l ogiora $a.c$ ergo illa totalis linea scilicet $e.b$ sit l ogiora $a.c$ refectur ergo $b.e$ ad equalitatem $a.c$ ad punctum e ita $q.b.e$ sit equale $a.c$ ergo quadratum $b.e$ est equale quadrato $a.c$ sed quadratum $a.c$ ut prius probatum fuit est equale quadratis $a.b$ & $c.d$ ergo quadratum $b.e$ est equale quadrato $a.c$ addit super quadratum $a.b$ gnomonem illum quem desidero ergo gnomon ille est quadrato $c.d$ equalis quod erat probandum.

¶ Ista ultima moniti merces sume in antiphrasis libris penultima f^o cū dicit nullo mō est huius pmi cum de gnomone nihil sit dictū adhuc. Explicite liber primus Incipit liber secundus.

¶ Liber secundus. Euclidis de potentia linee recte eiusque partium ex optima Campani interpretatiōe Magistro Luca p^oto de burgo. Saceris Sepulcri Or. minorum. Castigatoris diligentissimo q̄ felicissime Incipit.



Hec parallelogramum rectangulum sub duobus lineis angulum rectum abientibus contineri.

¶ Parallelogramum est superficies e^q distantiam laterum.

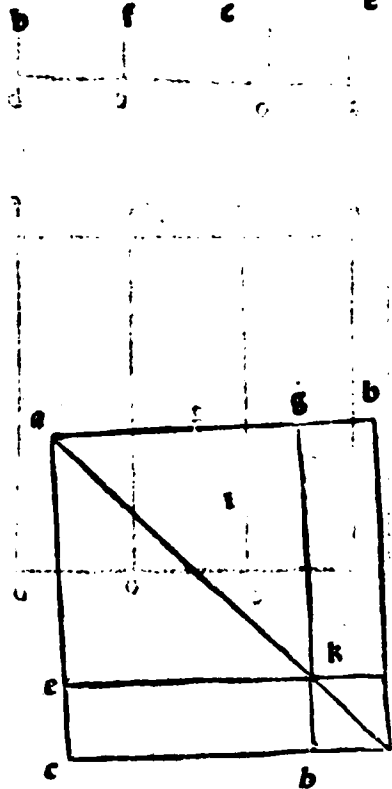
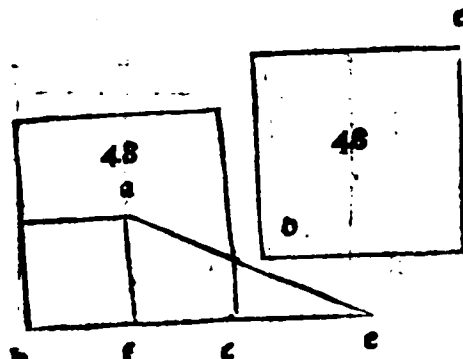
¶ Parallelogramū rectangulum ē hūc oēs angulos rectos & p^oducitur ex uno duorum laterum eius ambitum una ex suis angulis in reliquum & ideo sub illis dicitur contineri.

¶ Omnis parallelogrami spaciū ea q̄dem q̄ diamet^r secat p̄ medium parallelogrami circa eādem diame

trum consistere dicuntur. Eorum vero parallelogramoz que circa eandem diametrum consistunt quodlibet unum eis supplemētis duobus gnomis nominatur.

¶ Que parallelogrami dicunt cōsistere circa diamet^r & q̄ sunt supplemētis t^opositum est supra in demonstratione. 43. pmi. ¶ Si unū parallelogramum $a.b.c.d$ cuius diamet^r $a.d$ dividant due linee $e.f$ & $g.h$ dūte equi distāter lateribus oppositis dicti parallelogrami secātes se sup diamet^r $a.d$ in puncto k erit ipsū parallelogramum divisiū in 4. parallelogramis & unūquodq^{ue} duorum parallelogramorum que sunt $a.g.e.k$ & $b.h.f.k$ b^oūque diamet^r secat p̄ medium dicit cōsistere circa diametrum. R^o reliqua duo q̄ diamet^r non secat dicuntur supplemētis q̄ duo supplemētis t^o autem alterutro dictorum parallelogramorum consistitū circa diametrum componū figuram quādam q̄ gnomō appellat^r cui deest ad cōplemētū parallelogrami parallelogramū unum reliquū circa diametrum consistitū quod si addat supra diametrum totalis compositi cōsistit erit

b iiii



et simile totall. Vnde palellogramm addito gnomone quod crescit mi-
nime in alteratur. quemadmodum dixit Aristoteles in predicamentis.

Castigator

a Ex quo hoc pulchre sequitur videlicet omni quod minuat superficies
palellogrami non per hoc minuitur lateralis circumferentia quia ex ipsa
dempto modo dictorum palellogramorum circa diametrum consistentia
residuum quod erit figura gnomonis autem eundem circumferet. Et secundum hoc
sequitur quod licet gnomoni augeatur superficies addito sibi palellogramo
prius dempto non per hoc augeatur eius circumferentia lateralis. Tertium se-
quitur quod omnis superficies rectangula plana est palellogramum sed non eon-
tra cum omnis talis sit de necessitate equidistantium laterum et non possit repen-
iri in pluribus nec paucioribus quatuor laterum ad hoc quod omnes anguli
sint recti. Ideo aplicando aduerte. **P**roductum. Quod sit ex ductu uni-
us in alterum. Superficies rectangula. Rectangulum. Multiplicatio. Per
palellogramum rectangulum. Nomina synonyma.

Propositio .1.



Si fuerint due linee quarum una in quotlibet partes
diuidatur illud quod ex ductu alterius in alteram fiet
equum erit his que ex ductu linee indiuise in una
quaque parte linee particulatim diuise rectangula
producentur.

Lineam in aliam lineam ducere et supra terminos unius
earum duas lineas orthogonaliter alii esse erigere. Superficie equidistantium
laterum rectangulam complecti quod sub illis duabus lineis per diffini-
tionem dicitur contineri. **S**it due linee a b. c. quarum una scilicet a b
in quotlibet partes diuidatur quod sint a d. e. d. e. c. b. dico quod illud quod fit
ex ductu c. in totam a b. equum est illis palellogramis rectangulis simul
iunctis quod sunt. ex c. in a d. e. in d. c. e. in e b. **S**upradicta a b. erigat lineas
f. g. b. g. perpendiculares super lineam a b. quarum utraq. sit equalis linee c. et co-
plebo rectangulam superficiem a. f. b. g. ducta linea f. g. per diffinitionem
producat ex c. in a b. et sub illis dicitur contineri. primum quoque a punctis
d. e. c. lineas d. h. e. k. equidistantes lateribus a. f. b. g. eritq. utraq. earum
equalis c. p. 34. primi utraq. cap. est equalis a. f. per diffinitionem igitur rectan-
gulum a. d. h. b. producat ex c. in a d. e. sub illis dicitur contineri et rectangulum d.
h. e. k. ex c. in d. e. f. rectangulum e. k. b. g. ex c. in e b. f. quia hec rectangula si-
mul iuncta sunt equalia totali rectangulo a. f. b. g. patet necesse esse propositum.

Propositio .2.



Si fuerit linea in partes diuisa illud quod ex ductu
totius linee in seipsam sit equum erit his que ex du-
ctu eiusdem in omnes suas partes.

Sit linea a b. diuisa in a c. e. c. d. f. d. b. dico quod illud quod
fit ex ductu totius a b. in se quod sit a. e. b. f. equum est his
que sunt ex ipsa tota in unamquamque distantiam partium
quod pale patebit. ductis e. g. f. d. b. equidistantes a. e. c. b. f. **A**liiter sumat-
ur. k. equalis a b. eritq. per primam illud quod fit ex ductu k. in tota a b. equum est
quod fit ex ductu k. in omnes partes a b. f. quia ex k. in a b. fit quantum e. c. a b
in se. f. ex k. in omnes partes a b. quantum ex a b. in omnes partes eiusdem
propter id quia k. e. a b. sunt equales patet necesse esse propositum.

Propositio .3.



Si fuerit linea in duas partes diuisa illud quod fiet
ex ductu totius in alterutram partem equum erit
his que ex ductu eiusdem partis in seipsam et alte-
rius in alteram.

Sit linea a b. diuisa in a c. c. b. dico quod illud quod fit
ex tota a b. in eius partem a c. equum est quadrato eundem
a c. partis. et ei quod fit ex eadem parte a c. in b. c. fiat quadratum lateris a c.
c. g. sit a. c. d. f. f. p. ficiantur superficies a. b. d. e. patet necesse esse propositum. **P** Ali

ter sumat. g. equalia a. c. & quia. b. a. in. a. c. m. est quantum. a. c. in. a. b. c. o. u. r. s. o. f. a. c. in. a. b. f. in. c. b. f. in. seipsam quantum. g. in eadem. At. g. in totam. a. b. quantum in. a. c. f. in. c. b. per primam huius patet propositum, scilicet q. tantum. erit. a. c. in. a. b. quantum in se f. in. c. b. quare e converso a. b. in. a. c. quantum. a. c. in. se f. in. c. b. quod uolumus demonstrare.

Propositio .4.



Si fuerit linea in duas partes diuisa illud quod ex ductu totius in seipsam fit equus est his que ex ductu utriusque partis in seipsam & alterius in alteras bis. Ex hoc manifestum est q. in omni quadrato due superficies quas diameter secat per medium sunt ambe quadrate.

Sir linea. a. b. diuisa in. a. c. f. b. c. dico q. quadratum totius a. b. equum e duobus quadratis duarum linearum. a. c. f. b. c. & duplo eius quod fit ex ductu totius eaz. altera m. Describam q. d. r. a. m. alterius partialium sit q. c. d. b. e. quadratum linee. c. b. cui adiungam gnomonem fm ductum directum linee alterius scilicet. a. c. quod faciam hoc mo. In quadrato descripto protraham diametrum. b. d. f. a puncto. a. educam perpendicularē super lineam. a. b. que sit. a. k. quam. a. k. f. diametrum. b. d. producam usq. quo concurrant in puncto. f. f. a puncto. f. producam. f. h. equidistantem linee. a. b. quam. f. h. f. b. c. producam usq. quo concurrat in puncto. g. f. producam. c. d. usq. ad. h. f. e. d. usq. ad. k. Et quia duo latera. d. e. f. e. b. trianguli. d. e. b. sunt equalia: erit p. 5. fm duo anguli. e. d. b. f. c. b. d. equaliter & quia angulus. e. f. r. o. d. u. s. erit p. 3. 2. primi uterq. eorum medietas recti. Eadem ratio uterq. duorum angulorum. c. d. b. f. c. b. d. erit medietas recti. quare per secundam poen. 29. prius erit unusquisq. quatuor angulorum qui sunt. h. f. d. f. b. d. f. f. k. f. d. f. k. d. f. medietas recti ergo p. 6. primi. f. g. f. g. b. sunt equaliter similitur quoq. f. a. f. a. b. pari rōe. f. b. f. h. d. Itemq. f. k. f. k. d. quare utraq. duarum superficialium. a. b. g. f. f. k. d. h. f. est quadrata & quia totale quadratum. a. b. f. g. q. est quadratum linee. a. b. constat ex duobus quadratis que consistunt circa diametrum q. sunt quadrata duarum linearum. a. c. f. b. c. & ex duobus supplementis quorum unū quodq. pducitur ex. a. c. in. b. c. patet propositum nostrum. **A**lter si linea. a. b. prius diuisa in. a. c. f. b. eritq. p. 2. huius. quod fit ex tota. a. b. in seipsam ei quod fit ex ipsa in. a. c. f. b. sed ex ipsa in. a. c. m. fit quantum ex. a. c. in se f. ex. a. c. in. b. c. per 3. huius. Itēq. ex ipsa. a. b. tota in. b. c. m. fit quantum ex. c. b. in se f. ex. c. b. in. a. c. per eandē. ergo q. d. fit ex tota. a. b. in se equum est ei quod fit ex. a. c. in se f. in. c. b. f. ex. c. b. in se f. in. a. c. quod est propositum. Sed haec uia nō patet correlarium. sicut uia precedēti patet. unde prima essentiori magis consona.

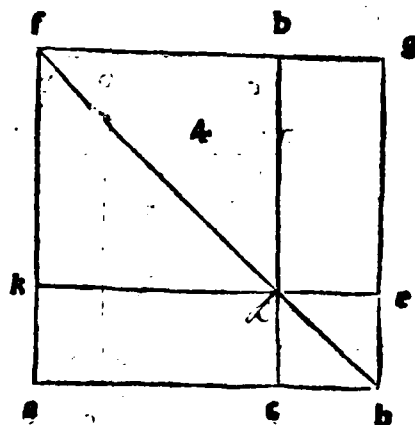
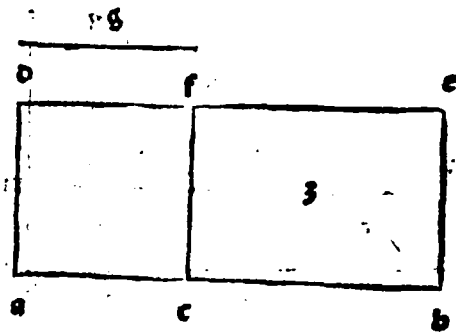
Castigator

Nota q. nunq. poterit linea aliqua taliter diuidi partibus existentibus inaequalibus. quin quadrata partium inaequalium simul iuncta sint maiora duplo superficiali unius partis in alteram ut constat ex pmo duorum antecedentium pre demonstratorum super 35. decimi ut ibi apte declarat quod est nota dignum in practico operationibus ppter radicem subtractionem unius ab altera cum semper duplum superficiali unius in alteram oportet ad detrabi a summa quadratorum partium inaequalium & radix remanētis erit residuum que operatio ex ista. 4. secundi. elicitur & per eam probatur & eam additio ut super 35. decimi.

Propositio .5.



In linea recta per duo equalia duosq. inaequalia secetur quod sub inaequalibus totius sectionis rectangulum continetur cum eo quadrato quod ab ea que inter utraq. est sectiones describitur equum est ei quadrato quod a dimidio totius lineae in se ducto describitur.



¶ Sit linea a.b. diuisa per equalia in puncto. c. & p'inequalia in puncto. d. dico quadratū. c.b. esse equale ei quod fit ex a.d. in d.b. & quadrato. c.d. **¶** Describā quadratum. c.b.g. sit. c.b.f.e. l quo protraham diametrum. e.b.f. ducam. d.g. equidistantem. b.f. que fecit diametrum. e.b. in puncto. h. & a. puncto. h. educam equidistantem linee. a.b. & sit. h.k. secans lineā. b.f. i. puncto. m. & lineam. c.e. in puncto. l. & protraham. a.k. equidistantem. c.e. eritq; per correlarium premisse utraq; duarum superficierum. l.g. & d.m. quadrata. & per. 43. primi duo supplementa. c.b. & b.f. equalia. ergo addito quadrato. d.m. utriq; erit palellogramum. l.m. equale palellogramo. d.f. & quia. a.l. est. equale. c.m. p. 36. p'mitterit. a.b. equale gnomoni qui circumstat quadrato. l.g. ergo addito utriq; quadrato. l.g. erit. a.b. cum quadrato. l.g. equale quadrato. c.f. quod est propositum.

Propositio .6.



¶ Recta linea in duo equalia diuidatur. alia vero ei linea in longum addatur. quod ex ductu totius iā composite in eam que iam adiecta est cum eo quod ex ductu dimidiet in seipsam equum est ei quadrato quod ab ea que constat ex adiecta & dimidia in seipsam ducta describitur.

¶ Sit linea. a.b. diuisa per equalia in puncto. c. eiq; addatur linea. b.d. dico q; quadratum. c.d. quod fit. c.d.e. f. equale ei quod fit ex tota. a.d. in b.d. & quadrato. c.b. **¶** Producam in quadrato predicto diametrum. d.e. & ducam lineam. b.g. equidistantem. d.f. que fecit diametrum. d.e. in puncto. h. a. quo h. Producam equidistantem lineae. a.b. que sit. h.k. secans d.f. in puncto. m. & c.e. in puncto. l. & Producam. a.k. equidistantem. c.l. eritq; per. 36. primi. a.l. equale. c.b. At c.b. erit equale. h.f. per. 43. primi. quare. a.l. est equale. h.f. ergo addito. c.m. utrobq; erit. a.m. equalis toti gnomoni circumstanti. l.g. quare. l.g. addito utrobq; erit. a.m. cum. l.g. equale. toti quadrato. c.f. & quia utraq; duarum superficierum. l.g. & b.m. est quadrata; per correlarium. 4. huius patet propositum.

Propositio .7.



¶ Linea in duas partes diuidatur. quod fit ex ductu totius in seipsam cum eo quod est ex ductu alterius partis in seipsam. equum est eis que ex ductu totius linee in eandem partem bis & ex ductu alterius partis in seipsam.

¶ Sit linea. a.b. diuisa in duas partes in puncto. c. dico q; quadratum totius. a.b. cum quadrato. b.c. equum est ei quod fit ex. a. b. in. b. c. bis cum quadrato. a.c. describatur quadratum totius quod sit. a.b.d.e. & ducatur diameter. b.d. & e. f. equidistans. b.c. secans diametrum in puncto. g. & ducatur. k.g. h. equidistans a.b. & quia quadratum. a.e. cū quadrato. c.b. tantum sunt quantum quadratum. k.f. cum duabus superficieribus. a.h. & c.g. patet propositum.

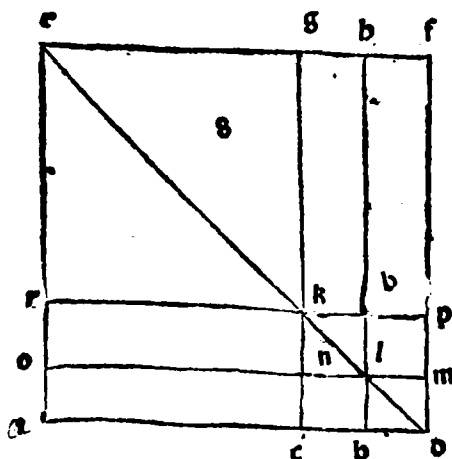
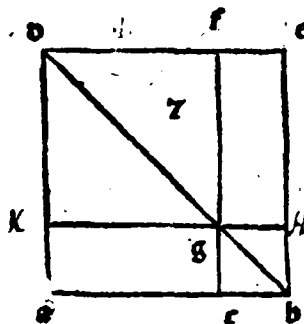
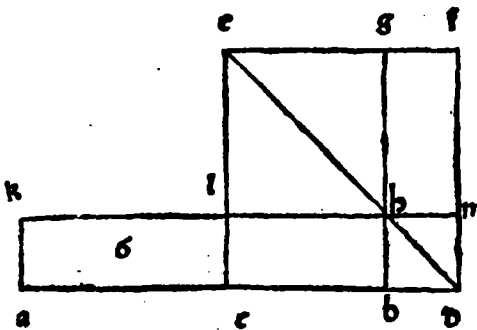
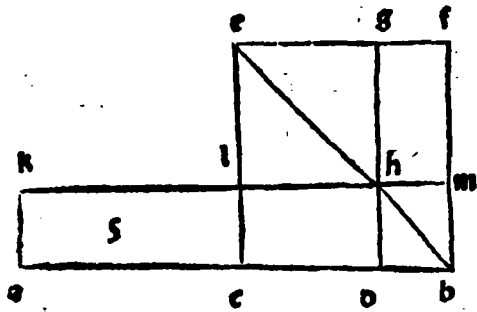
¶ Hec facit ad. 68. decimi. & 69. decimi. & 70. & 71. & 72. & 73. & 74. & 76. & 92.

Propositio .8.



¶ Linea in duas partes diuidatur: eiq; in longū alia equalis vni diuidentium adiungatur: quod ex ductu totius iam composite i seipsam fiet. equum erit his q; ex ductu prioris linee in eam adiectam quater. & quod ex ductu alterius diuidentis in seipsas.

¶ Sit linea. a.b. diuisa in puncto. c. & quicūq; cōtingat: cū addatur. b.d. equalis. c.b. dico q; quadratum totius. a.d. quod sit. a.d.e. f. est equale ei quod fit ex. a.b. & b.d. quater cum quadrato. a.c. hoc autem patebit ducta diametro. d.e. & lineis. c.g. & b.b. equidistantibus li



4 nec. d. f. f. secantibus diametrum in punctis. k. l. per que puncta ducantur
 4 p. q. k. r. f. m. n. l. o. equidistantes. a. d. erit enim per correlarium. 4. huius
 4 unaqueq. superficialium r. g. n. q. f. b. m. quadrata: f. quia. c. b. posita est
 4 equalis. b. d. erit utraq. superficialium. c. l. f. l. p. quadrata. Eruntq. 4. qua-
 4 drata diuidentia quadratum. c. p. equalia f. quia totus gnomon circum-
 4 stans quadrato. r. g. est quadruplus ei quod fit ex a. b. in. b. d. quia quadra-
 4 plus ad superficiem a. l. patet propositum.

Propositio .9.



¶ Si linea in duo equalia duosq. inequalia diuidatur
 que sunt ex ductu inequalium sectionum in seipsa
 pariter accepta: duplum sunt utriusq. pariter acce-
 ptis: que quidem ex diuidia. eaq. que utriusq. sectio-
 ni interiacet quadratis describuntur.

¶ Sit linea a. b. diuisa per equalia. in. c. f. per inequalia
 in. d. Dico q. quadratum. a. d. f. quadratum. d. b. simul iuncta: dupla sunt
 quadrato. a. c. f. quadrato. c. d. simul iunctis. ¶ Super lineam a. b.
 32 ergo lineam. c. e. perpendicularem f. equalem utriq. earum linearum.
 32 a. c. f. c. b. f. produco. e. a. f. c. b. eritq. per 31. primi utroq. angulorum.
 32 a. f. b. f. utroq. angulorum partialium qui sunt ad. e. medietas recti. to-
 32 nuz. c. rectus. f. produco. d. f. equidistantem. c. e. f. perpendicularem su-
 32 per lineam. a. b. eritq. utroq. angulorum. d. rectus: f. angulus. d. f. b. me-
 32 dietas recti per 31. primi siue per secundam partem. 29. primi quare per
 32 6. primi. d. f. f. d. b. sunt equalia a puncto. f. duco. f. g. equidistantem. a. b.
 32 eritq. per secundam partem. 29. primi utroq. angulorum. g. rectus. f. angu-
 29 lus. e. f. g. medietas recti quare per sortam eiusdem latera. e. g. f. g. f. sunt e-
 29 qualia: f. quia per penultimam eiusdem quadratum. c. f. est equale quadrato
 29 e. g. f. quadrato. g. f. ipsum erit duplum ad quadratum. g. f. quare ad qua-
 29 dratum. c. d. ¶ Itemq. per eandem quadratum. e. a. est equale quadrato
 29 a. c. f. quadrato. c. e. ipsum erit duplum ad quadratum. a. c. f. quia quadra-
 29 tum. a. f. est equale quadrato. c. f. f. a. e. per eandem ipsum erit duplum ad
 29 quadratum. a. c. f. ad quadratum. c. d. sed quadratum. a. f. est iterum equa-
 29 le per eandem quadrato. a. d. f. quadrato. d. f. ergo quadratum. a. d. f. q.
 29 dratum. d. f. dupla sunt ad quadratum. a. c. f. ad quadratum. c. d. f. quia
 29 quadratum. d. f. est equale quadrato. d. b. erunt quadrata duarum linearum
 29 a. d. f. d. b. dupla quadratis duarum linearum que sunt. a. c. f. c. d. quod
 29 est propositum.

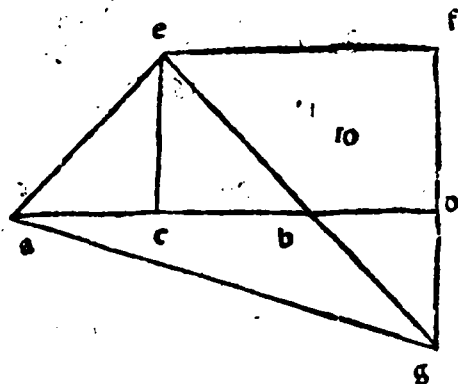
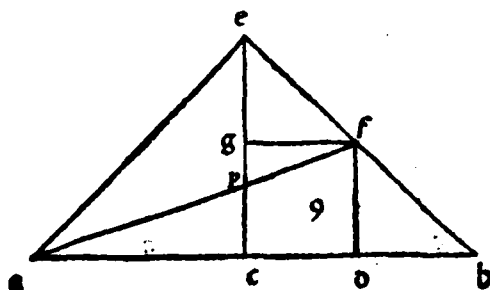
Castigator

a ¶ Illi trianguli sunt similes. s. a. d. f. f. a. c. p. f. ideo laterum proportio-
 4 lium per. 4. sexti. quia angulus. d. maioris f. angulus. c. minoris sunt recti
 4 f. angulus. a. unius est idem cum angulo. a. alterius sequitur per 31. primi
 4 angulos. p. parui f. f. magni esse equales f. sic latera illos continentia sunt
 4 proportionalia per dictam. 4. sexti. f. ideo ponendo. a. d. 9. f. d. f. 3. erit.
 4 c. p. 2. p. g. a. p. 4. 40. quia. a. c. 6. f. p. f. 10. cetera sunt clara f. prae-
 4 ce dicitur uulgariter se. a. d. basa del grande mida. d. f. cateto che mida-
 4 ra. a. c. basa del picolo. cioe se. 9. mida. 3. che mida. 6. operando habebis
 4 uiam diximus.

Propositio .10.



¶ Si linea in duo equalia diuidatur eiq. in longum
 alia addatur. quadratum. quod describitur a to-
 ta cum addita: quadratum. quod ab ea que ad-
 dita est. utraq. quadrata pariter accepta. ei qua-
 drato quod a diuidia. ei q. quod ab ea produci-
 tur que ex diuidia adiectaq. consistit utriusq.
 quadratis pariter acceptis dupla esse necesse est.



Sit linea. a. b. diuisa per equalia in. c. & addita sibi linea. b. d. dico quod duo quadrata duarum linearum. a. d. & b. d. pariter accepta dupla sunt duobus quadratis duarum linearum. a. c. & c. d. pariter acceptis. ¶ Erigo. c. e. perpendiculari sup lineam. a. b. & equelem utriq; lineaz. a. c. & c. b. & perficio triangulum. a. e. b. ductis lineis. a. e. & c. b. eritq; ut in premissa uterq; angulorum. a. & b. & uterq; eorum qui sunt ad. e. medietas recti per. 32. pmi totusq; e. est rectus. A puncto. e. produco. e. f. equalem & equidistantem. c. d. & produco. f. d. & c. b. quousq; concurrunt in puncto. g. & produco lineam a. g. eritq; per ultimam partem. 29. pmi angulus. c. e. f. rectus sed angulus. c. e. b. est medietas recti. ergo angulus. b. e. f. est similiter medietas recti & quia per. 33. eiusdem. f. d. est equidistantis. c. e. erit per. 34. eiusdem angulus. f. rectus. ergo per. 32. eiusdem. erit angulus. e. g. f. medietas recti. Item q; per eadem angulus. d. b. g. similiter medietas recti propter id quod angulus. b. d. g. est rectus ergo per. 6. eiusdem duo latera. e. f. & f. g. sunt equalia. Itemq; duo latera. d. b. & d. g. sunt equalia ergo per penultimam eiusdem quadratum. e. g. duplum est ad quadratum. e. f. quare ad quadratum. c. d. ¶ Itemq; p eadem qdratum. a. e. dupliū ē ad qdrati. a. c. quia qdratum a. g. est p eadem esse qdrato. a. e. & e. g. similiter quoq; & qdrato. a. d. & d. g. At quia qdratum. d. g. est equale quadrato. b. d. erunt duo quadrata duarum linearum. a. d. & b. d. pariter accepta dupla duobus quadratis duarum linearum. a. c. & c. d. pariter acceptis quod ē propositum. Hec autem & omnes premissae ueritatem habent in numeris sicut in lineis.

Propositio .ii.



Item si lineam sic fecerit. ut quod sub tota & una portione rectangulum continetur: equum sit ei quod sit ex reliqua sectione quadratum.

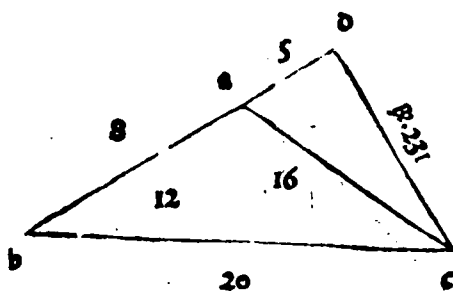
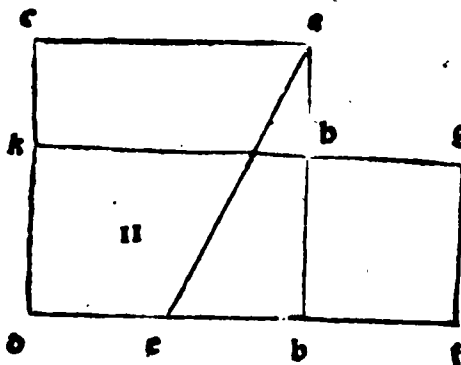
Sit linea data. ab. quam uolumus sic diuideret ut quod ex tota & eius minore portione producatur equum sit quadrato maiori. ¶ Describo quadratum ipsius quod sit. a. b. c. d. & laus. b. d. diuido per equalia in. e. & produco. a. e. & b. produco usq; ad. f. ita quod. e. f. sit equalis. a. e. & ex. b. f. portione extrinsecat describo qdratum quod ex latere. a. b. refecat portionem equalem. b. f. que sit. b. h. & quadratum descriptum sit. b. f. h. g. Dico q; a. b. sic est diuisa in puncto. h. quod illud quod sit ex tota. a. b. in eius portione. h. a. est equale quadrato. h. b. Produco. g. h. usq; ad. k. que erit equidistantis. a. c. Quia ergo linea d. b. diuisa est per equalia in. e. & est sibi addita linea. b. f. erit per. 6. huius quod sit ex. d. f. in. b. f. cum quadrato. o. b. equale quadrato. e. f. Quare & qdrato. e. a. Quare per penultimam pmi quadratis duarum linearum. e. b. & b. a. Ergo dempto ab utrisq; quadrato linee. c. b. erit quod sit ex. d. f. in. b. f. & ipsum est superficies. d. g. equale quadrato linee. a. b. Ergo dempto ab utrisq; parallelogramo. h. d. erit quadratum. h. f. equale parallelogramo. h. c. Et quia quadratum. h. f. est quadratum linee. h. b. Et parallelogramum. h. c. producit ex. c. a. que est equalis. a. b. in. a. h. patet factum esse propositum. ¶ Ad hoc autem faciendum in numeris non labore est quia impossibile est numerum sic diuidi ut hec undecima proponit sicut reiesexti. 29. te docente.

Propositio .12.



In his triangulis qui obtusum habent angulum: tanto ea que obtusum subredit angulum: ambobus reliquis lateribus que obtusum continent angulus amplius potest. quantum est quod continetur bis sub uno communi latere ea que sibi ostēte iuncta ad obtusum angulum a perpendiculari extra deprehenditur.

Sit triangulus. a. b. c. habens angulum. a. obtusum. A puncto. c. ducalinea perpendicularis ad lineam. b. a. q; necessario cadet extra triangulum. a. b. c. alioquin angulus obtusus esset rectus aut minor recto p. 16. pmi. Sit ergo. c. d.



32

29

33

34

32

6

6

29

16

p.

perpendicularis super lineam .a.b. productam usq. ad .d. Dico q. quadratum lateris .b.c. quod subtenditur angulo obtuso tanto maius est duobus quadratis duarum linearum .a.b. & .a.c. ambientibus ipsum angulum obtusum, quantum est illud quod fit ex .b.a.in.a.d. bis, Potentia enim linee respectu quadrati sui est, unde tantum dicitur posse linea quelibet quantum in se ducta producit. Erit enim per .4. huius quadratum .b.d. equale duobus quadratis duarum linearum .b.a. & .a.d. & duplo eius quod fit ex .b.a.in.a.d. Et quia quadratum .b.c. per penultimam primi e. equale quadrato .b.d. & quadrato .d.c. ipsum erit equale quadratis trium linearum .b.a. & .a.d. & .d.c. & duplo eius quod fit ex .b.a.in.a.d. Sed per eandem quadratum .a.c. est equale quadratis .a.d. & .d.c. Ergo quadratum .b.c. est equale quadratis duarum linearum .b.a. & .a.c. & duplo eius quod fit ex .b.a.in.a.d. Quare .b.c. tanto amplius potest duabus lineis .b.a. & .a.c. quantum est duplum eius quod fit ex .b.a.in.a.d. Iam enim diximus q. tantum dicitur posse linea quelibet quantum in se ducta producit quod est propositum. **Propositio .13.**

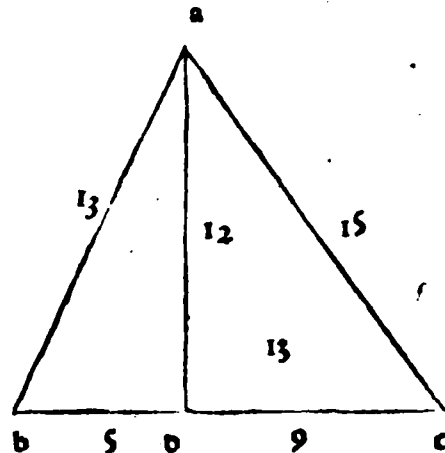


Per oxigonij tanto ea que acutum respicit angulum ambobus lateribus angulum acutum continentibus minus potest quantum est quod bis continetur sub viis eorum cui perpendicularis intra superstat: eaq. sui parte: que perpendiculari anguloq. acuto interiacet.

¶ Quod hic proponitur de latere subtenso alicui angulo acuto in triangulo oxigonio veritatem habet de latere subtenso cuilibet angulo acuto in omni triangulo siue fiat orthogonius siue ambigonius siue oxigonius.

¶ Sit ergo in triangulo .a.b.c. quicumq. triangulus fuerit, angulus .c. acutus qui si fuerit oxigonius ducatur perpendicularis ab alterutro angulo .a. uel .b. ad utranq. basim .b.c. uel .a.c. quia cu sic fuerit semper cadet perpendicularis intra triangulum. Si autem sit ambigonius aut orthogonius ab angulo obtuso uel recto ducatur perpendicularis ad latus oppositum qua manifestum est cadere intra triangulum: & ut simpliciter dicam cum in omni triangulo sint duo acuti anguli necessario erit alter reliquorum: angulorum qui sunt .a. & .b. acutus. Ducam igitur perpendicularem ad lineam illam que duobus acutis interiacet. Sit ergo ut trianguli .a.b.c. angulus .b. etiam sit acutus: ducam ergo ad .b.c. perpendicularem que sit .a.d. que ut dictum est cadet intra triangulum. dico itaq. q. quadratum .a.b. quod subtenditur angulo acuto .c. tanto minus est duobus quadratis duarum linearum .a.c. & .c.b. quantum duplum eius quod fit ex .b.c.in.d.c.

¶ Vel dico q. quadratum .a.c. quod etiam subtenditur angulo .b. quem posuimus acutum quicquid fuerit de angulo .a. tanto minus est duobus quadratis duarum linearum .a.b. & .b.c. quantum est duplum eius quod fit ex .c.b.in.b.d. Erit enim per .7. huius quadratum .b.c. cum quadrato .d.c. equale ei quod fit ex .b.c.in.d.c. bis & quadrato alterius partis scilicet .b.d. quare addito utriq. quadrato .a.d. erit quadratum .b.c. cum quadratis duarum linearum .a.d. & .d.c. equale quadratis duarum linearum .a.d. & .b.d. & duplo eius quod fit ex .c.b.in.c.d. At quia per penultimam primi quadratum .a.c. est equale quadratis duarum linearum .a.d. & .d.c. erit quadratum .b.c. cum quadrato .a.c. equale quadratis duarum linearum .a.d. & .b.d. & duplo eius quod fit ex .b.c.in.c.d. sed per eandem penultimam primi quadratum .a.b. equum est quadratis duarum linearum .a.d. & .b.d. ergo quadratum .b.c. cu quadrato .a.c. equum est quadrato .a.b. & duplo eius quod fit ex .b.c.in.c.d. quare tanto minus potest .a.b. duobus lateribus .b.c. & .a.c. quantum est duplum eius quod fit ex .b.c.in.c.d. quod est propositum. Simili modo probabis latus .a.c. quod subtenditur angulo .b. acuto posse tanto minus duobus lateribus .a.b. & .b.c. quantum est duplum eius: quod fit ex .c.b.in.b.d. **¶** Notandum autem per hanc & preecedentem & penultimam primi q. cognitis lateribus omnis trianguli



cognoscitur area ipsius & auxiliantibus tabulis de corda & area cognosci
tur omnis eius angulus.

Castigator

a ¶ Alioquin angulus. c. uel. b. qui sunt acuti ex ypothesi esse maior re
cto uel rectus p. 16. p. ideo.

Propositio .14.

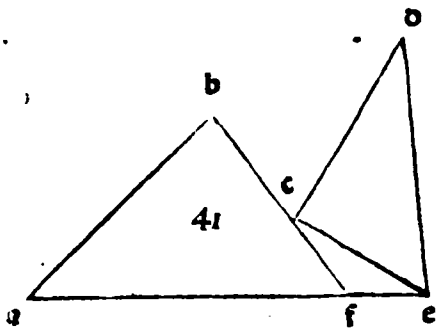
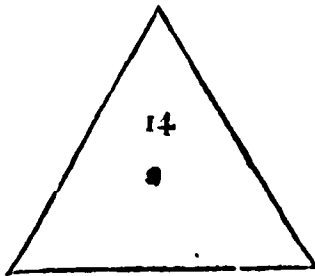
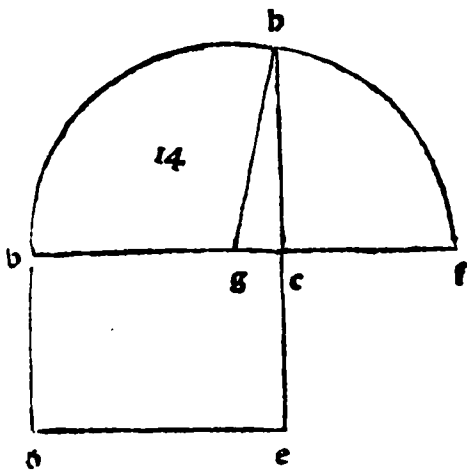


Quinto trigono equum quadratum describere.

¶ Sit datus trigonus. a. cui nos uolumus equum qdratum
describere. ¶ Designabo superficiem equidistantiam lateri
& rectorum angulorum equalem trigono dato fm quod
docet. 42. p. misitq. superficiem illa. b. c. d. e. cuius si latera fue
rint equalia habemus quod querimus. Ipsa enim erit qua
drata. per diffinitionem. Si autem latera sint inaequalia tunc adiungam
minus ipsorum laterum maiori secundum rectitudinem. sitq. linea. e. f.
eq̃lis minori duoꝝ lateꝝ quod est. c. e. adiecta maiori q̃d est. b. c. fm recti
tudinem. Totā. b. f. diuidam p̃ eq̃lia in puncto. g. & facto. g. c̃tro sup line
ā. b. f. fm q̃ntitatem lineae. g. b. describā semicirculū. b. h. f. & latus. e. c. pdu
cam usquequo fecit circumferentiam in puncto. h. Dico q̃ quadratum
lineae. c. h. est equale trigono dato. ¶ Produci lineam. g. h. & quia linea. b.
f. diuisa est per equalia in. g. & per inaequalia in. c. erit per. s. huius quod fit
ex ductu. b. c. in. c. f. cum quadrato. c. g. equale quadrato. g. f. quare & qua
drato. g. h. quare per penultimam primi & duobus quadratis duarum li
nearum. g. c. & c. h. Ergo dempto utriq. quadrato. c. g. erit quod fit ex. b.
c. in. c. f. quod est equale superficiē. b. e. eo q̃. e. f. est eq̃le. c. e. Equale qua
drato lineae. c. h. quare quadratum lineae. c. h. est equale trigono. a. quod
est propositum. ¶ Et nota q̃ per hoc. inuenitur latus tetragonici cuius
libet altera parte longioris & simpliciter omnis figure rectis lineis contē
te quacūq. fuerit. Quoniam omnem figuram talem in triangulos resol
uimus & cuiuslibet illorum triangulorum inuenimus tetragonicum la
tus fm doctrinam istius. & inueniemus per penultimam primi. lineam
unam que possit in omnia latera tetragonica inuenta. Verbi gratia. uolo
nunc inuenire latus tetragonicum rectilinee figure irregularis. a. b. c. d. e.
f. Resoluo eam in. 3. triangulos qui sunt. a. b. f. c. d. e. f. c. f. e. Inuenio quo
q. fm doctrinam istius tria latera tetragonica istorum trium triangulo
rum que sunt. g. h. h. k. & k. l. & erigo. h. k. perpendiculariter super. g. h. & pro
duco. g. k. eritq. per penultimam primi quadratum. g. k. equale quadra
tis duarum linearum. g. h. & h. k. & tertium latus. k. l. erigo perpendiculari
ter super lineam. g. k. & produco. lineam. g. l. eritq. per penultimam. pri
mi. g. l. latus tetragonicum totius figure rectilinee propositae. ¶ Expli
cit. libet secundus.

Castigator

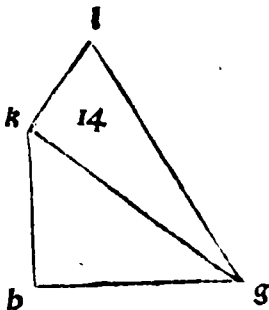
a ¶ Etiam dato quadrato equum ei trigonum describere ut in. 18. f. n̄
habebis & in. 41. p. apparet si ei diligēs intellectus extiterit. Et non solum
quadrato sed cuiūq. figure & superficiē multilaterē seu polygonie his medi
antibus possumus semper equum. triagulum designare qm oēs tales resol
uimus in triagulos & unicuiq. triagulo p̃ hanc assignabimus equum qdra
tum siue palellogramum quodcūq. De hinc ex oib. illis unum coficie
mus per hanc & 25. sexti equale illis oib. postea sup duplum basis huius
maximi faciemus triangulum equalis. altitudinis & ipse erit equalis il
li polygonie propositae.



g ————— b

b ————— k

k ————— l



Euclidis de circulis 2 eoz portioibus liber tertius fm opti
ma. Camp ani traductioem. Magistro Luca paciolo de bur
go. S. S. O. mino. Castigator acuratissimo feliciter. Incipit.



Eorum diametri sunt eque. ip
sos circulos eque. Maiores
aut quorum maiores 2 minores
quor minores. 1. **C**irculum li
nea ptingere dicitur q cum circulus
tangat in vtraq ptem electa. cir
culum no secat. 2. **C**irculi sese
ptingere dicunt qui tangetes se
inuicem non secant. 3. **R**ecte li
nee i circulo equiter distare dicitur
a centro. cum a cetro ad ipas
ducte ppendiculares fuerint eque
les. 4. **P**lius vo distare a ce
tro dicitur in qua ppendicularis
longior cadit. 5. **R**ecta linea por
tioes circuli ptinges corda notat. 6. **P**ortio vo circulerentie
arcus nuncupatur. 7. **A**ngulus at portiois dicitur q a corda 2 arcu
ptinet. 8. **S**upra arcu angulus pistere dicitur q a quolibet pu
cto arcus ad corde terminos duabus rectis lineis exatibus co
tinet. 9. **S**ector circuli est figura q sub duabus a centro du
ctis lineis 2 sub arcu q ab eis comprehendit ptinet. 10. **A**n
gulus aut q ab eis lineis ambitur supra cetro pistere dicitur. 11.
Similes circulozum portioes dicunt in qbus qui supra ar
cum pstant anguli sibi inuicem sunt eque. 12. **A**rcus quo
q similes sunt qui equos angulos pdicto modo suscipiunt. 13.

Castigator

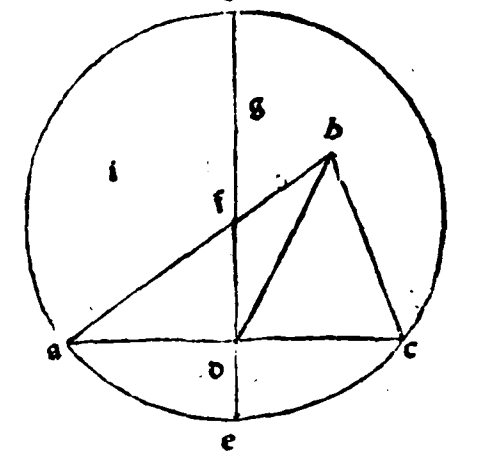
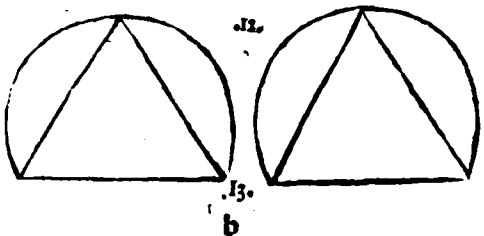
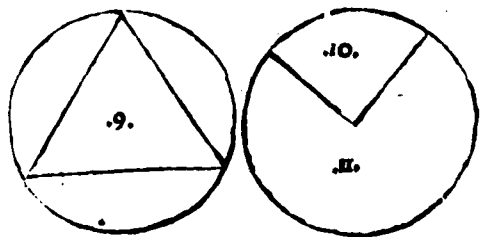
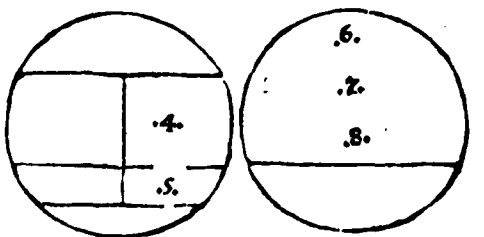
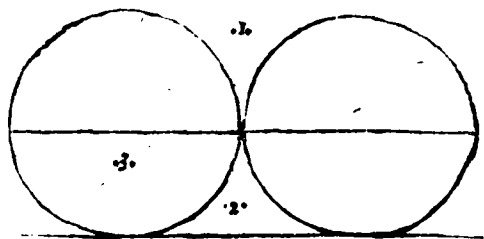
Circularis figura inter alias optinet principatum quia multe con
ditiones sibi competunt q nulli alii figurarum yfoperimetrarum nam ipsa
est prima figurarum pfectissima p simplicissima p regularissima p ca
pacissima oium yfoperimetrarum p pulcherrima oium ut constat ex ele
ctione summi opificis p sic addere potes ipsa q est maxie apta motui ut
inde physico auditu dixit a. Et si queratur quare Euclides prius de ipsa
verba non fecerit dicitur eo quia inuenit multa de ipsa que minime con
cludi poterant nisi ex conclusionibus rectilinearum figurarum p ideo si
bi fuit necesse sciam de circulis preposterare quemadmodum fecit prepo
nendo geometriam arithmetice cum illa sit prior anctis testante Diui
no philosopho p Boetio in si a arithmetica.

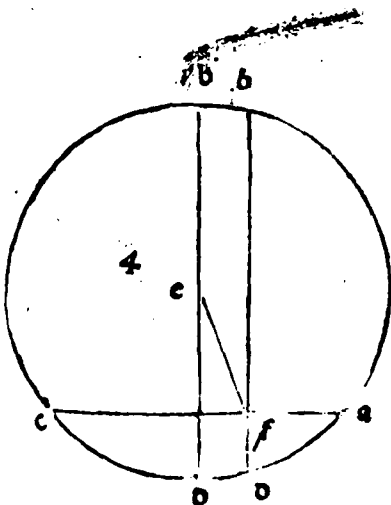
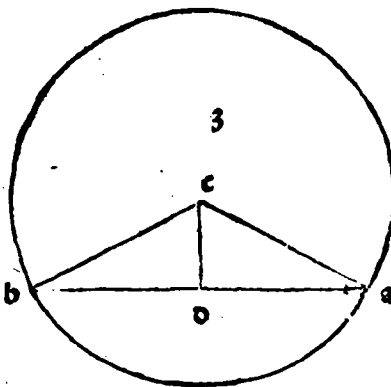
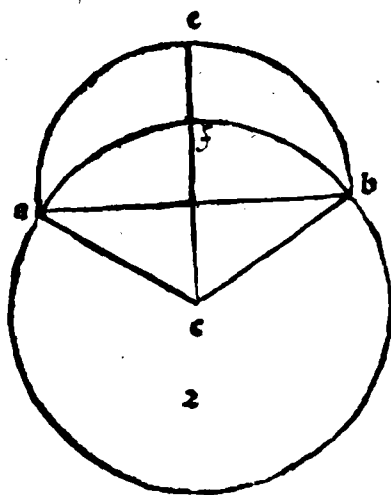
Propositio .i.



Circuli propositi centrum inuenire. unde manife
stum est q duabus rectis lineis in eodem circulo
apud circulerentiam terminatis neutraillarum al
teram per equalia orthogonaliter secat nisi ipsa su
per centrum transierit.

Sit circulus propositus. a. b. c. cuius uolumus centrum
inuenire. **D**uco in ipso circulo linea. a. c. qualitercumq. contingat quam
diuido per equalia in puncto. d. a quo duco perpendicularem ad lineam
a. c. quam applico circulerentie ex utraq parte. sitq. e. d. b. quam rursus diui
do p equalia in puncto. f. que dico ee centz. circuli. **S**i eni no e. erit aut ali
bi aut in linea. e. b. aut extra. In linea. e. b. no si. n. fuerit i ea ut i puncto. g.
erit linea. e. f. maior linea. e. g. p uidelicet toto qp e impossibile. Quod si fue
rit extra linea. e. b. ut i puncto. h. ducit linea. h. a. b. d. b. c. p latera. h. d. c.





d a. trianguli. *h* p. a sunt equalia lateribus. *h* d. *f*. d c. trianguli. *h* d. c. *f*.
bafis. *h* a. bafis. *h* c. erit per. 8. primi angulus. a. d. *h*. equalis angulo. c. d. *h*.
quare uterq. rectus *f* quia angulus. a. d. b. fuit etiam rectus erit. a. d. *h*. equa
lis. a. d. b. p. 3. petitiōe primi pars. uidelicet toti quod est impossibile. Nō
est ergo centrum dati circuli alicubi quam in puncto. *f*. quod est ppositū.

Propositio .2.



Super circuli circumferentiam duobus punctis si
gnatis lineam rectam ductam ab al. ero ad alterū.
circulum secare necesse est.

¶ Sit ut in circumferentia circuli. a b. cuius centrum sit. c. signata sint duo pūcta que sunt. a. *f*. b. dico q. linea recta coniungens unū cum altero secabit circulum. Alioquin cadet extra circulum: sitq. a. e. b. linea recta si possibile est: producam lineas. c. a. *f*. c. b. eruntq. p. 5. primi: angulus. c. a. b. *f*. c. b. a. equales: pro traham item lineam. c. e. que fecit circumferentiam in puncto. d. eritq. p. 16. primi: angulus. a. e. c. maior angulo. c. b. e. quare maior angulo. c. a. e. quare per. 18. eiusdem lateris. a. c. maius latere. c. e. *f* quia. c. d. est equalis. c. a. erit. c. d. maior. c. e. pars toto quod est impossibile: Quia ergo linea coniungens duo puncta. a b. non transibit extra circulum secabit ipsum quod est ppositum.

58.

18



Si lineam intra circulum preter centrum collocatā. alia a centro veniens per eam secet. orthogonaliter super eam insistere. z si in eam orthogonaliter stiterit. eam per equalia diuiderenecesse est.

¶ Sit ut lineam. a. b. collocatam intra circulum. a b. cuius centrum sit. c. linea. c. d. ueniens a centro diuidat per equalia: dico q. diuidit eam orthogonaliter. *f* e conuerso uidelicet si diuidit eam orthogonaliter diuidit eam per equalia. *¶* Produca lineas. c. a. *f*. c. b. *f* ponam. primo q. diuidat eam per equalia: erunt ergo duo latera. c. d. *f*. d. a. trianguli. c. d. a. equalia duobus lateribus. c. d. *f*. d. b. trianguli. c. d. b. *f* bafis. c. a. bafis. c. b. ergo per. 8. primi: angulus. d. unius est equalis angulo. d. alterius quare uterq. rectus: quare. c. d. est perpendicularis super. a b. quod est ppositum. *¶* Ponam iterum q. c. d. sit perpendicularis super. a b. *f* ostendam q. ipsa diuidit. a b. per equalia Erit enim propter hanc positionem uterq. anguloz qui sunt ad. d. rectus quare unus equalis alteri. At quia per. 5. primi angulus. c. a. d. est equalis angulo. c. b. d. *f* lateris. c. a. b. per. 26. primi: eiusdem erit linea. a. d. equalis lineae. d. b. quod est ppositum.

8

5 26

Propositio .4.



Si intra circulum due linee se inuicem secēt. z super centrum non transeant. non per equalia eas secari necesse est.

¶ Sit ut in circulo. a. b. c. d. cuius centrum sit. e. due linee a. c. *f*. b. d. secent se in puncto. *f*. *f* utraq. earum uel altera non transeat per centrum. dico q. ipse non diuidit sese per equalia: ita q. utraq. p equalia diuidatur ab altera. *¶* Quod si fuerit hoc possibile: ponatur *f* sit primo ut neutra transeat per centrum a centro. e. producam lineam. e. *f*. eritq. per primam partem premisse unusquisq. 4. angulorum: qui sunt. a. *f*. e. *f*. c. *f*. c. *f*. d. rectus quod est impossibile: sic enim rectus eet minor recto. *¶* Sit igitur ut altera earum transeat per centrum *f* altera non sitq. b. d. transiens per centrum adhuc dico q. non diuidunt sese per equalia quod si sic. tunc per primam partem premisse. cū b. d. ducta a centro diuidat. a. c. per equalia diuidat eam orthogonaliter quare etiā. a. c. diuidet. b. d. orthogonaliter: *f* quia diuidit. a. c. ipsam b. d. per equalia ut ponit aduersarius: ipsa transibit per centrum per correlarium prime huius: quare ambe transeunt per centrum quod est contra ppositum.

Propositio .5.



Seculorum se invicem secantium cetera diversa esse. ¶ Sint duo circuli. a. c. b. a. d. b. secantes se super duo puncta. a. a. f. b. Dico q̄ eorum sunt diversa centra. ¶ Si enim haberent idem centrum ipsum erit p̄ diffinitionem in portione utriusq̄ circulo cōmuni sitq̄ illud. e. f. ducantur linee e. a. f. e. f. c. eruntq̄ per diffinitionem due linee. e. a. f. e. f. e. q̄ lesi. ¶ Itemq̄ per diffinitionem due linee. e. a. f. e. c. equales quare. e. f. est equalis. e. c. cum utraq̄ earum sit equalis. e. a. pars videlicet toti quod est impossibile.

Propositio .6.



Seculorum se se contingentium nō idem centrum esse necesse est.

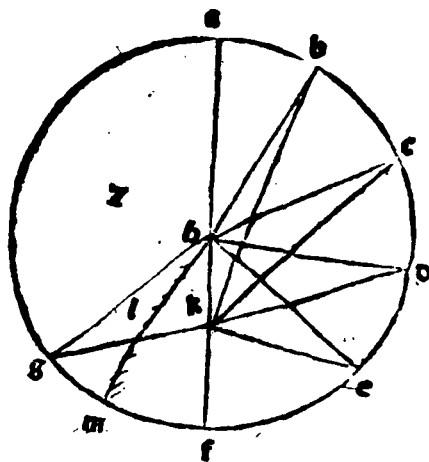
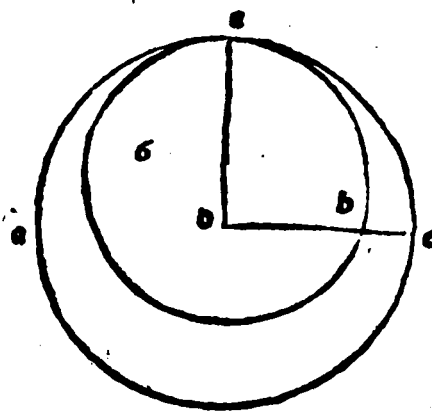
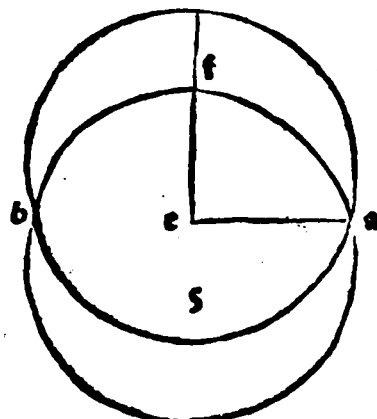
¶ Sint duo circuli. a. b. f. a. c. contingentes se in puncto. a. Dico q̄ eorum sunt diversa centra. Si enim habuerint idē centrum erit per diffinitionem inter minorem eorum cū minor positus fuerit intra maiore sitq̄ ipsum. d. f. ducantur linee. d. a. f. d. b. c. eritq̄ per diffinitionem utraq̄ duarum linearum. d. b. f. d. c. equalis. a. d. quod est impossibile. ¶ De circulis autē se contingentibus extra quorum scilicet unus est extra alterum manifestum est p̄ diffinitionem centri quod ipsi non habent idem centrum.

Propositio .7.



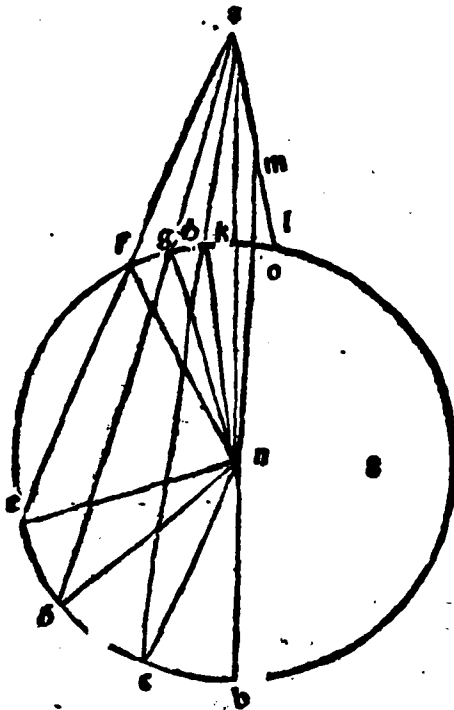
In diametro circuli punctus preter centrum si gnetur. ab eo ad circumferentiam linee plurime ducantur que super centrum transierit omnium erit longissima. que vero diametrum perficiet omnium erit brevissima. que autem centro p̄xime ceteris longiores. ¶ Quanto vero a centro remotiores tāto breviores esse conveniet. ¶ Duas quoq̄ equidistantes linee brevissime collaterales equales esse necesse est.

¶ Sit ut in diametro. a. f. circuli. a. b. c. cuius centrum sit. h. sit signatus punctus. k. preter centrum a quo ducantur plurime linee que sunt. k. a. k. b. k. c. k. d. k. e. k. f. k. g. ad circumferentiam. ¶ Transcat. a. k. per centrum. h. f. k. f. sit complementum dyametri sitq̄ ut. k. e. f. k. g. equidistant a. k. f. hoc est dicere ut angulus. e. k. f. sit equalis angulo. f. k. g. dico q̄. k. a. est omniū longissima. f. k. f. omnium brevissima. alie vero tanto longiores quāto centro propinquiores. ut. k. b. est longior. k. c. f. k. c. est longior. k. d. f. k. d. longior. k. e. f. k. e. f. k. g. sunt equales quia enim in triangulo. b. k. h. duo latera. b. h. f. h. k. per. 20. primi sunt maiora latere. b. k. f. ipsa sunt equalia linee. a. k. erit. a. k. maior. b. k. f. eadem ratione maior omnibus aliis f. hoc est primum. ¶ Itemq̄ quia in triangulo. e. h. k. duo latera. h. k. f. k. e. per eandem sunt maiora latere. h. e. quod est equalis linee. h. f. ipsa erunt maiora linea. h. f. ergo dempta communi linea que est. h. k. remanebit. k. e. maior. k. f. eadem ratione quelibet aliarum erit maior ipsa f. h. est secundum. ¶ Itemq̄ quia duo latera. b. h. f. h. k. trianguli. b. h. k. sunt equalia duobus lateribus. c. h. f. h. k. trianguli. c. h. k. f. angulus. b. h. k. est maior angulo. c. h. k. erit per. 24. primi. basis. b. k. maior basi. k. c. eadem rōne k. c. maior erit. k. d. f. k. d. maior. k. e. f. hoc est tertium. ¶ Quod si due linee. k. g. f. k. e. non sunt equales erit altera maiori sitq̄. k. g. de qua sumā k. l. equalē. k. e. f. producam. h. l. quousq̄ fecit circumferentiam in puncto. m. ¶ quia per ypothesim angulus. g. k. f. est equalis angulo. f. k. e. erit per. 13. p̄mi. angulus. l. k. h. equalis angulo. e. k. h. f. duo latera. l. k. f. k. h. trianguli. l. k. h. sunt equalia duobus lateribus. e. k. f. k. h. trianguli. e. k. h. ergo per. 4. primi basis. h. l. est equalis basi. h. e. f. quia. h. m. ē equalis. h. e. erit. h. m. equalis. h. l. quod est impossibile. sunt ergo due linee. k. g. f. k. e. equales quod est nostrum propositum. quartum.

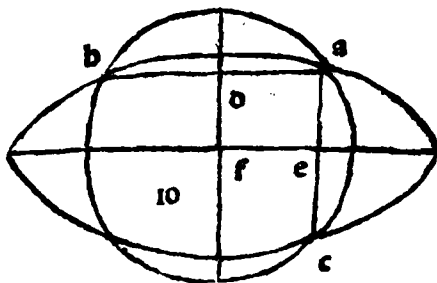
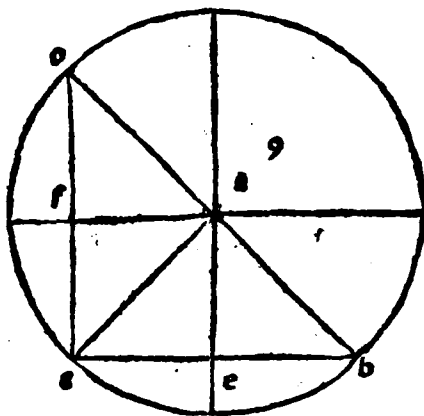


¶ Proponitur

Propositio .8.



Cauda paucis.



¶ Extra circulum puncto signato ab eo ad circumferentiam linee plurime ducantur circulum secando. que super centrum transferit omnium erit longissima. ¶ Centro autem propinquo res ceteris remotionibus longiores. ¶ Linee vero partiales ad circumferentiam extrinsecus applicate. ea quidem in directum adiacet omnium est minima. eiusque remotionibus breviores. ¶ Que vero que linee brevioresque propinquant equales sunt.

¶ Sit ut a puncto a. assignato extra circuli. b. c. d. quibus ceteri sit. n. ducant plurime linee ad circumferentiam secando circulum que sint. a. k. n. b. a. h. c. a. g. d. e. f. a. f. e. Dico q. a. b. transiens per centrum omnium erit longis-
sima. ¶ q. a. c. e. maior. a. d. f. a. d. maior. a. e. f. q. a. k. est brevis-
sima oium extrinsecar. ¶ q. a. b. est minor. a. g. f. a. g. minor. a. f. ¶ dico q. si ducat. a. l.
ita q. ipsa f. a. b. equilater distent ab a. k. hoc est q. angulus. k. a. h. sit equis an-
gulo. l. a. k. ipse erit equalis. ¶ Producam. n. a. centro. n. lineas. n. e. n. d.
n. c. n. f. n. g. f. n. b. eruntq. p. 20. pmi duo latera. a. n. f. n. c. trianguli. a. n.
c. maiora. a. c. ¶ q. ipsa sunt equalia linee. a. b. erit. a. b. maior. a. c. eadem
rōe erit maior oibus aliis quod est p. m. Et quia duo latera. a. n. f. n.
c. trianguli. a. n. c. sunt equalia duobus lateribus. a. n. f. n. d. trianguli. a. n.
d. f. angulus. a. n. c. e. maior angulo. a. n. d. erit p. 24. pmi basis. a. c. maior
basi. a. d. ¶ eadem rōe erit. a. d. maior. a. e. q. d. e. p. m. ¶ Itēq. quia in triangu-
lo. a. n. b. duo latera. a. h. f. n. h. sunt maiora. a. n. per. 20. pmi. f. b. n. est
equalis. n. k. erit p. cōm sciam. a. b. maior. a. k. eadem rōe q. libet extrin-
secus applicataz. maior erit. a. k. quod e. tertium. ¶ Item quia p. 21. pmi
due linee. a. h. f. h. n. sunt minores duabus lineis. a. g. f. g. n. f. h. n. e. equa-
lis. g. n. erit p. cōm scientiam. a. g. maior. a. h. eadem rōe erit. a. f. maior
a. g. q. d. est quartum. ¶ Quod si. a. l. non sit equalis. a. h. cū ipse sint equa-
liter distantes ab a. k. erit altera maiori sitq. a. l. ponā ergo. a. m. equalem
a. b. ¶ producam. n. o. m. q. ergo duo latera. m. a. f. a. n. trianguli. m. a. n.
sunt equalia duobus lateribus. h. a. f. a. n. trianguli. h. a. n. f. angulus. m. a. n.
e. equis angulo. h. a. n. erit p. 24. pmi basis. m. n. equis basi. n. h. f. q. a. n. o. e.
equis. n. h. erit. n. o. equalis. n. m. p. uidelicet toti quod est impossibile ¶
hoc est quintum.

Propositio .9.



Intra circulum puncto signato. ab eo plures q̄
due linee ducte ad circumferentiam fuerint equa-
les. punctum illud centrum circuli esse necesse est.

Sicut a puncto. a. signato intra circuli. b. c. d. ducte sunt
3. linee. a. b. a. c. f. a. d. ad circūferētiā q̄s pono ēē equa
les dico punctum. a. esse centz circuli. Producam. n. duas
lineas. c. b. f. d. c. f. diuidā utraq. eaz p eq̄lia. c. b. qdem in puncto. e. f. d.
c. in puncto. f. f. pducam. e. a. f. f. a. quas applico circūferētie ex utraq. p
te. erit. p. 8. pmi uterq. anguloz q̄ sunt ad. c. eq̄lis alteri. igit. p. 13. p. uterq.
erit rectz. Silz quoq. p eādem uterq. anguloz q̄ sunt ad. f. rectus ergo per
correlariū pme huius. quia. a. c. diuidit. c. b. per equalia f. orthogonaliter
ipsa transit p centrum. similiter quoq. a. f. transit p centz. quia diuidit
d. c. p equalia f. orthogonaliter. quare. a. est centz qd est ppositum.

Proposito. . . 10.



3 circulus circulum secet. in duobus tantum locis.
secare necesse est.

Sint si possibile ē duo circuli secantes se in pluribus q̄m
duobus locis sup. 3. puncta. a. b. c. Producam lineas. a. b. c.
a c. quas diuidam p̄ eq̄lia in punctis. d. f. e. f. producā
a puncto. c. lineam. e. f. p̄p̄dicularem sup̄ lineam. a. c. f. a
p̄uncto. d. lineam. d. f. perpendiculararem super lineam. a. b. f. secet se due
linee. e. f. f. d. f. in puncto. f. eritq. per correlarium primę huius punctum

5 f. centrum circuli utriusq. quod est impossibile. per. s. huius.

Propositio. .11.



Si circulus circulum contingat. lineas per centra eorum transeat. ad punctum contactus eorum applicari necesse est.

¶ Si enim linea transiens per centra duorum circulorum. c.e. f.d.e. sese contingunt intra uel extra. non uadit ad locum contactus fecit circumferentiam utriusq. sitq. a. c. centrum circuli. e.d. f. b. centrum circuli. e.c. f. ducatur linea recta. a. b. c. d. se tangens circumferentiam utriusq. f. ducantur lineae a puncto. e. qui sit locus contactus ad centra que sint. e. a. c. e. b. eruntq. in contactu interiori. per 10. primi due linee. e. b. f. b. a. longiores. e. a. quare longiores. a. d. e. enim a. centrum circuli. e. d. f. quoniam. b. c. est equalis. e. b. quoniam. b. est centrum circuli. e. c. erit. c. a. longior. a. d. quod est impossibile. **¶** In contactu uero exteriori erunt due linee. a. e. f. e. b. longiores. a. b. quare. a. d. f. e. c. b. maius erunt q. tota. a. b. quod est falsum.

20
p.

Propositio .12.



Si circulus circulum contingat siue intrinsecus siue extrinsecus. in vno tantum loco contingere necesse est.

¶ Si enim fuerit possibile. ut circulus circulum contingat in duobus locis intra uel extra contingat circulum. a. b. c. d. circulus. a. b. e. iterius in duobus punctis. a. b. uel exterius circulus. c. d. f. in duobus punctis. c. d. Cum ergo ducemus lineam rectam ab. a. ad. b. si ipsa cadat extra circulum. a. b. c. interioriorem accidet contrarium secunde huius. Quod si ipsa cadat intra ipsum. cum diuiserimus ipsam per equalia f. eduxerimus a puncto diuisionis perpendiculararem ad ipsam. fueritq. applicata circumferentie ex utraq. parte ipsa transibit per centrū amboꝝ circuloꝝ q̄re accidet contrariū p̄misit. **¶** In circulo uero contingente exteri⁹ in punctis. c. d. si ducamus lineam rectam a puncto e. ad punctū. d. necesse ē accidere contrariū se huius. q̄re utrunq. impossibile.

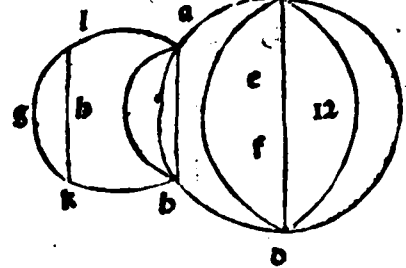
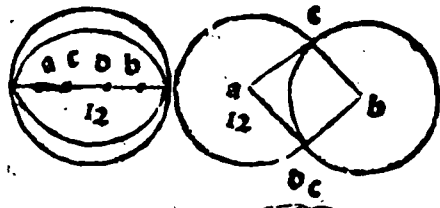
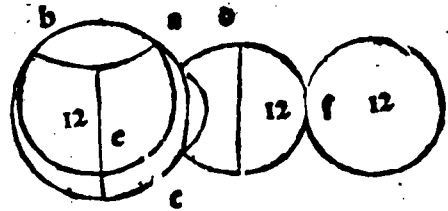
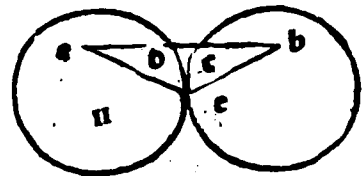
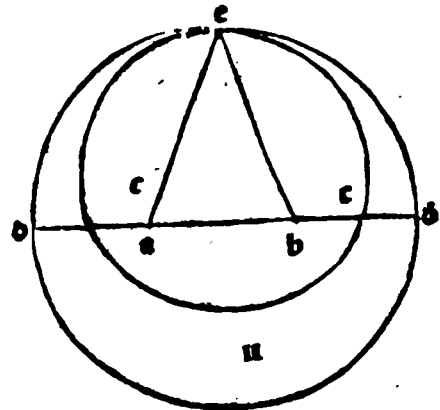
¶ Castigator.

¶ Verbi gratia. Quod si fuerit possibile. ut sese in duobus aut pluribus contingant locis circulus ergo. c. d. circulum. a. b. in duobus locis interiori⁹ contingat super duo puncta. c. f. d. Sitq. centrum circuli. a. b. punctum. e. f. centrum circuli. c. d. punctum. f. linea. ergo que coniungit punctum. e. puncto. f. f. p̄trahitur ad circumferentiam cadit in loco ubi duo circuli sese contingunt per premisam. Coniungam itaq. e. cum. f. f. p̄traham lineam. e. f. ad duo puncta in quibus duo circuli sese contingunt. c. f. d. centrum uero circuli. a. b. est. e. linea ergo. c. e. linee. c. d. est equalis sed linea. e. d. linea. d. f. longior existit. ergo linea. c. e. longior ē linea. f. d. sed linea. c. f. linea. c. e. fortior inuenitur linea. c. f. multo longior existit linea. f. d. Et ēt quia centrum circuli. c. d. est punctum. f. erit linea. f. d. linee. f. e. equalis. Sed iam fuit ostensum. q. linea. c. f. linea. f. d. multo longior existit. hoc autem contrarium ē impossibile non ergo contingit. c. d. circulum. a. b. nisi tñ i loco uno. Contingant ergo se exteriori⁹ in duobus locis si ē possibile fm similitudinē qua circulus. g. h. circuli a. b. contingit linea ergo q̄p̄trahit a puncto. a. ad punctū. b. cadit itra circuli. a. b. f. cadit extra circuli. g. h. si ē contrariū ē impossibile ē. qm̄ si quibet duo puncta cadētia fuerit sup arcū circuli linea unum eoz. alteri cōiungit itra circuli cadit p̄ s. huius nō ergo contingit circuli nisi i loco uno exteriori⁹ neq. iterius. Et h. ē quod demonstrare uoluimus.

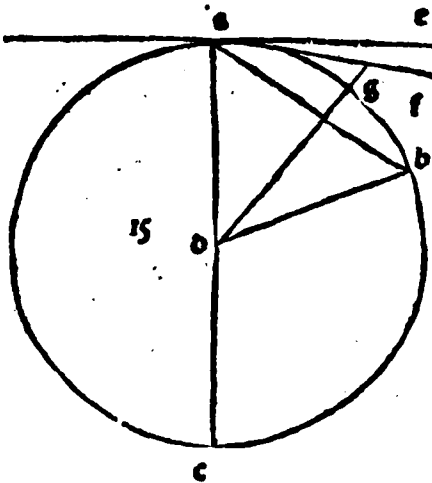
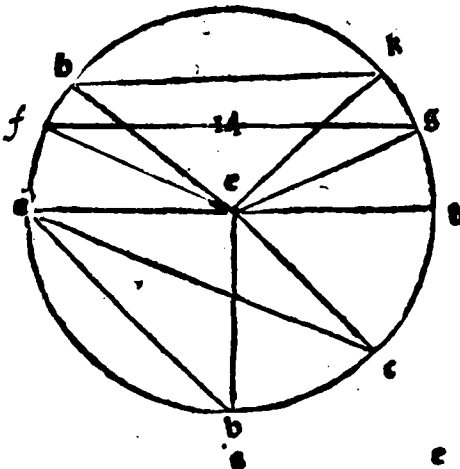
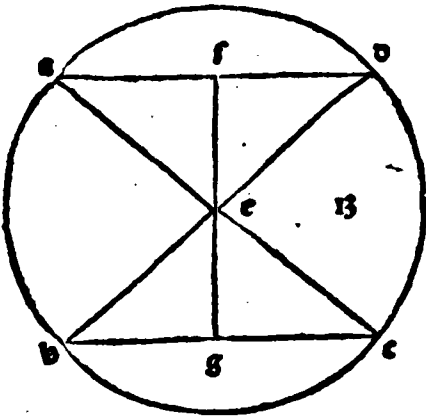
Propositio .13.

Ecce linee in circulo si fuerint equales eas a centro equidistare. et si a centro equidistiterit eq̄les eē necesse ē.

¶ Sit ut in circulo. a. b. c. d. cuius centrum sit. e. due linee a. d. f. e. b. sint eq̄les. dico q. ipse equidistant a cetro f. ecō uerso. Producatur. n. a cetro. e. linee. e. f. f. e. g. p̄p̄edicales ad. a. d. f. b. c. eritq. p. a. prem tertiē huius. a. d. diuisa p̄ eq̄lia. in. f. f. b. c. i



2



g. quia ergo duo latera .e. d. & d. a. trianguli .e. d. a. sunt equalia duobus lateribus .e. c. & c. b. trianguli .e. c. b. & basis .e. a. basi .e. b. erit per .8. primi angulus .d. equalis angulo .c. & quia duo latera .e. d. & d. f. trianguli .e. d. f. sunt equalia duobus lateribus .e. c. & c. g. trianguli .e. c. g. Nam d. f. est equalis .c. g. eo qd tota .a. d. posita est equalis .b. c. & angulus .d. est equalis angulo .c. erit per .4. primi basis .e. f. equalis basi .e. g. & quia iste sunt perpendicularares uenientes ad eas a centro patet per diffinitionem .4. huius ipsas equaliter distare a centro. ¶ Aliter idem. Quadratum enim .e. d. per penultimam primi uale quadrata duarum linearum .e. f. & f. d. & quadratum .e. c. quadrata duarum linearum que sunt .e. g. & c. g. & quia quadratum .d. e. est e quale quadrato .e. c. & quadratum .d. f. quadrato .g. c. erit quadratum .e. f. equale quadrato .e. g. quare .e. f. est equale .e. g. sic patet idem. ¶ Sit ergo .e. f. equalis .e. g. quod est eas equaliter distare a centro. dico tunc qd .a. d. est equalis .b. c. de quadratis enim duarum linearum .e. d. & e. c. equalibus demptis quadratis duarum linearum .e. f. & e. g. equalibus remanent per penultimam primi quadrata duarum linearum .f. d. & f. g. & c. per communem scientiam necesse est esse equalia quare .f. d. est equalis .g. c. ergo duplum .f. d. quod est .a. d. est equale duplo .g. c. quod est .b. c. & hec est secunda pars propositi.

Propositio .14.

Intra circulum plurime recte linee ceciderint diametrum eius omnium longissimam. eiqz propinquoiores remotioribus longiores esse necesse est.

¶ Sit ut in circulo .a. b. c. cuius centrum .e. cadat plurime linee que sint .a. b. a. c. a. d. f. g. h. k. sitqz .a. e. d. diameter. dico ipsam esse longissimam & alias tanto maiores quanto sunt ipsi propinquoiores. ducantur enim a centro .e. linee ad extremitates omnium que sint .e. b. e. c. e. f. e. g. e. h. e. k. etiamqz per .10. primi duo latera .e. f. & e. g. trianguli .e. f. g. longiora .f. g. & quia ipsa sunt equalia .a. d. erit .a. d. maior .f. g. eadem ratione maior erit qd .a. c. quia .a. e. & e. c. sunt maiora .a. c. & equalia .a. d. ergo .a. d. maior est .a. c. sic quoqz est maior .h. k. & maior etiam qd .a. b. quod autem .f. g. sit maior .h. k. & .a. c. a. b. patet quia per .14. primi cum duo latera .f. e. & e. g. trianguli .f. e. g. sint equalia duobus lateribus .h. e. & e. k. trianguli .h. e. k. & angulus .f. e. g. maior angulo .h. e. k. erit basis .f. g. maior basi .h. k. Similiter quoqz qd .a. e. & e. c. sunt equalia .a. e. & e. b. & angulus .a. e. c. maior angulo .a. e. b. erit basis .a. c. maior basi .a. b. sic est propositum.

Propositio .15.

Ab altero terminorum diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter linea recta ducatur. extra circulum eam cadere necesse est. ¶ Atqz inter illam & circulum aliam lineam rectam capi impossibile est. ¶ Angulum autem ab illa & circumferentia contentum omnium acutozum angulozum esse angustissimum. ¶ Angulum vero intrinsecum a diametro & circumferentia contentum omnium angulozum acutozum esse amplissimum necesse est. ¶ Unde etiam manifestum est omnem lineam rectam a termino diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter ductam circulum ipsum contingere.

¶ Sit ut .a. termino a diametri .a. c. circuli .a. b. c. cuius centrum .d. ducatur linea orthogonaliter dico qd ipsa cadit extra circulum. & qd inter lineam illam & circumferentiam nulla alia recta linea intercipitur: & qd angulus quem ipsa & circumferentia continet est minor omni angulo rectilineo qui uidelicet a duabus rectis lineis continetur. & quod angulus contentus a diametro & circumferentia est maior omni angulo rectilineo acuto.

alibi ubi cumq; contingat. sitq; d. & producatur linea. d. e. eritq; d. c. per p
misam perpendicularis ad lineam. a. b. quod est impossibile cum. e. c.
posita sit perpendicularis ad ipsam: quare patet propositum.

Propositio .19.



Intra circulum angulus supra centrum consistat
alius vero angulus supra circumferentiam consis
tens eandem basim habeat inferior: superior: i du
plus erit.

Sit ut in circulo. a. b. c. circūcentr. d. fiat angulus. a. d. c.
super centrum & angulus. a. b. c. super circumferentiam. sitq;
utrinq; anguli eadem basim que sit arcus. a. c. dico angulum. a. d. c. duplū
esse ad angulum. a. b. c. **Q**uod sic probatur. Aut enim due linee. a. b.
& b. c. includunt duas lineas. a. d. & d. c. aut altera earum sit linea una
cū altera reliquantur. aut etiam altera primay secat alteram postremay.

Sic ergo primo ut includant eas ut in prima figuracione appareat &
producatur linea. b. d. e. eritq; per 34. primū angulus. a. d. c. extrinsecus eq
lis duobus intrinsecis qui sunt. b. a. d. & a. b. d. trianguli. a. b. d. & quia ipsi
sunt equales per 5. eundem erit angulus. a. d. c. duplus ad angulum. a. b. d.
similiter quoq; erit angulus. e. d. c. duplus ad angulum. d. b. c. quare totus
angulus. a. d. c. duplus est ad totum angulum. a. b. c. quod est ppositum.
Quod si altera duarum linearum. a. b. & b. c. fiat linea una cum alte
ra duarum linearum que sint. a. d. & d. c. ut in secunda figuracione appa
ret. per eandem per quas prius & simili mō liquet ppositum. **Q**uod si
altera duarum primarum secat alteram duarum postremarum. ut in 3. fi
guracione appareat. ubi linea. a. b. secat lineam. d. c. producatur linea. b. d.
& e. eritq; per easdem quas prius assumpsimus & simili modo angulus. a. d. c.
a. duplus ad angulū. d. b. a. & totus angulus. e. d. c. duplus ad totū angulū
a. b. c. quare angulus. a. d. c. duplus est ad angulū. a. b. c. qd est ppositum.

Castigator

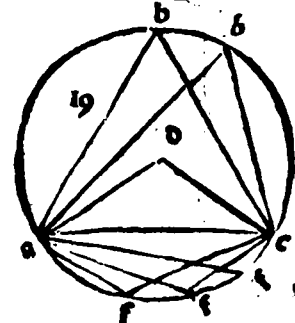
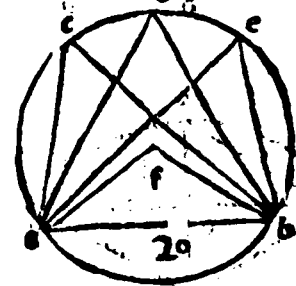
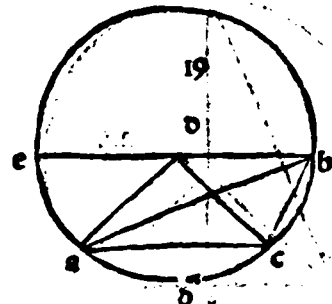
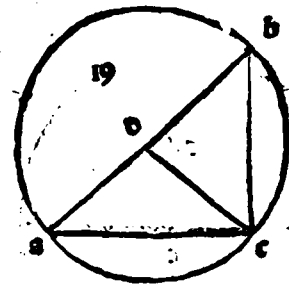
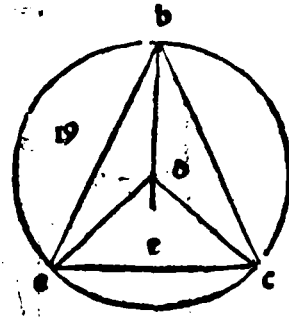
Ista .19. indiget limitatiōe aliter pateret i fctiam ut parebit nā si angu
lus fuerit sup arcū portionis minoris ncluti in arcu. a. f. c. in puncto. f. nō
mā fctē. appēt eādem basim hēre cum angulo supra centz qā eadē corda
a. c. est basi utraq; nō non ut concludi angulus. d. esse duplus ad angu
lū. f. & ideo limitāda ut cōclusio sic videlicet. Aliis nō angulus sup circū
ferentiam portionis maioris consistens eādem basim circūalem hēat infe
rior superiori duplū erit. **V**igesima cōclusio veritate hēt sed nō probat. d.
angulus consistentibus in portione. a. f. b. per premisam cū ipsa sit portio
minor ut. de. 19. diximus sed bene indifferēter concludet ppositum p so
lūtem. ut. de quadrilatero circulo inscripto sic videlicet. Quilibet angu
lus. b. cum eodem angulo. f. equant duobus rectis ergo anguli. b. sibi inuicē
cem sunt equales cum a. b. c. f. sit qdrilaterum & similē de angulis. f. in mī
nori portioe consistentibus per eādem. ut. probabit eos esse equales sic vi
delicet quilibet angulus. f. cum eodem angulo. b. equivalent duobus re
ctis igitur omnes anguli. f. sibi inuicē sunt equales quia sunt duo an
guli i qdrilatero. a. b. c. f. ex aduerso collocati ut patet inuicē & eqūitas an
guloz sup circūferentiā maioris portionis pbat p unū angulū sup
circūferentiā minoris portionis & e converso equalitas eoz qui sunt super
arcuq; minoris cōcluditur per unūq; illoz qui sunt in portioe maiore.

Propositio .20.

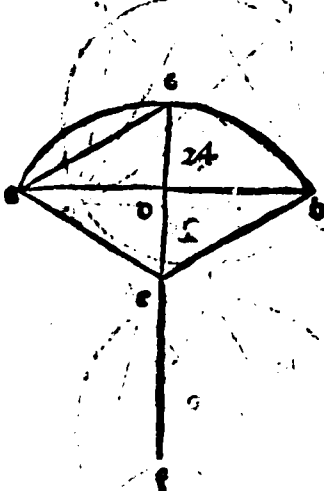
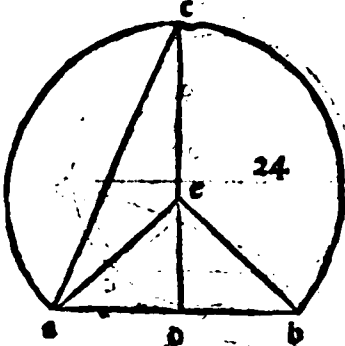
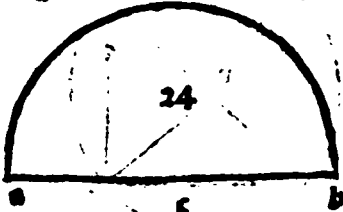
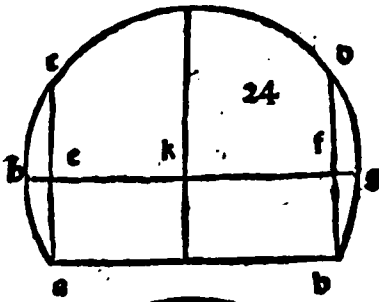


In una circuli portione anguli super arcum consi
stant angulos quoslibet esse equales necesse est.

Sit ut in portione. a. d. b. circuli. a. d. b. circūcentr. f.
consistant quolibet anguli super arcum. a. d. b. qui sint. c.
d. e. dico eos esse equales. **P**rotrahat. n. corda. a. b. & ab
eius extremitatibus ducantur in centrum lineae. a. f. & b. f.
eritq; per premisam angulus. f. consistens super centrum ad unūq; eoz
eandem duplus: quare ipsi sunt equales: quod est ppositum.



Propositio .21.



3 intra circulum quadrilaterus describatur. quousque
bet eius duos angulos ex aduerso collocatos que
bus rectis angulis equos esse necesse est.

 **C** Sit quadrilaterum. a. b. c. d. inscriptum circulo. a. b. c. d. dico quosq. duos eius angulos ex aduerso collocatos esse equales duobus rectis. ¶ Pritamur. n. i. q. d. r. i. l. a. t. e. r. o. d. i. a. m. e. t. r. i. a. c. b. d. e. r. i. t. p. p. m. i. s. s. a. m. a. n. g. u. l. u. s. c. b. d. e. q. u. a. l. i. s. a. n. g. u. l. o. c. a. d. f. a. n. g. u. l. u. s. a. b. d. a. n. g. u. l. o. a. c. d. q. u. a. r. e. t. o. t. u. s. a. b. d. e. r. i. t. e. q. u. a. l. i. s. d. u. o. b. u. s. a. n. g. u. l. i. s. q. s. i. n. t. a. c. d. f. c. a. d. f. q. a. i. p. s. i. c. u. a. n. g. u. l. o. a. b. d. e. s. i. n. t. e. q. u. e. l. l. e. s. d. u. o. b. u. s. r. e. c. t. i. s. p. a. p. r. i. m. i. s. e. r. u. n. t. d. u. o. a. n. g. u. l. i. b. t. o. t. a. l. i. s. f. d. t. o. t. a. l. i. s. e. q. u. e. l. l. e. s. d. u. o. b. u. s. r. e. c. t. i. s. q. u. o. d. e. p. p. o. s. i. t. u. m. S. i. m. i. l. i. t. e. r. q. u. o. q. p. r. o. b. a. b. i. t. a. n. g. u. l. o. s. a. f. c. t. o. t. a. l. e. s. e. e. q. u. e. l. l. e. s. d. u. o. b. u. s. r. e. c. t. i. s.

Castigator.

¶ Ex ista exciduntur cinnaym. seu rombus . & similis cinnaym . seu romboides quia nō pnt circulo inscribi cū anguli oppositi sine obtusi.

Propositio 22



Et si circuli similes portiones inaequales sup vna
rectam lineam assignatam ex eadem parte cadere
impossibile est.

Sit linea recta assignata. a. b. sup. quam fiat portio circuli. a. c. b. dico q. super eandem lineam ex pte eadem non fiet alia portio que sit similis huic. ¶ Ea maior aut minor. ¶ Q. quod si fuerit hoc possibile fiat ergo portio. a. d. b. maior ea que tñ sit similis et fiat ergo angulus. a. c. b. in portione minori. ¶ Angulus. a. d. b. in maiori. erit ergo ut lineae. a. d. et d. b. includant lineas. a. c. et c. b. ut patet infiguratione prima. Aut ut altera primarum fiat eadem cum altera postermax. ut in secunda aut ut altera fecerit alteram ut in tertia. ¶ Q. quod si fuerit primo modo erit per. a. primi angulus. e. maior angulo. d. non ergo sunt portiones similes per distinctionem. Quod si secundo modo erit adhuc angulus. c. maior angulo. d. per. s. eiusdem. nec sic igitur erunt portiones similes. Si autem tertio modo sit ut lineae. a. d. fecerit lineam. c. b. et fecerit circiferentiam portionis minoris in puncto. e. et ducatur lineae. c. b. erit. p. eandem. s. primi angulus. a. c. b. consistit in portione. a. c. b. maior angulo. d. sed. e. et collis p. 20 huius qre. c. e. maior. d. qre nullo modo similes. ¶ Similiter quoque probabis q. sup. lineam. a. b. non fiet portio similis portioni. z. d. b. minor. c. a. posita. c. in loco. d. et d. in loco. c. infigurationibus predictis erit enim per premissa collis p. u. et. s. primi et. p. remisso modo angulus d. omnium figurationum maior angulo. c. quare portione non erant similes. ¶ Et nota q. licet pponatur super lineam unam non posse fieri portiones similes in collis ex eadem pte. neq. est tamē q. nec ex diversis quod licet probare maiori q. e. ex una pte supposita maiori q. e. ex alia. necesse enim erit p. eodem sciam ip. sum a maiori excedi non ergo sunt similes p. hanc. s.

Propositio 23.



3 circuloꝝ finiles portiones super lineas equa-
luerint. ipſis portiones equales eſſe necesse eſt.

C Si sint duae lineae. a. b. f. c. d. equales sup quas sint due pos-
siones circulatorum. a. c. b. a. f. d. que sint similes. dico q ipse
sint equales. Si. n. nō sint equales altera eorum supposita
alteri excedet maior minorem. sed linea. a. b. non excedet
linea. c. d. ne excedat ab ea cum sint equales. quare accidit contrariū
premissis quod est impossibile. erunt enim. a. b. f. c. d. linea. una.



Propositio 24.
 Ait semicirculi. fue semicirculo maioris riuon fue
 portionis circulum perficere.

Enterum p hanc conclusionem est ex omni arcu dato. sine ex omni circuli portione data perficere circulum. Sit ergo a. b. quilibet arcus ex quo uolo perficere circulum pro

traham in eo duas lineas qualiterumq; contingat quesit: a.c. & b.d. quas diuidam per equalia a.e. quidem in puncto .e. f. b.d. in puncto f. & protraham .e. g. perpendicularem ad a.e. & f.h. perpendicularem ad b.d. que fecerit se in puncto .k. eritq; per correlarium prime huius centrum circuli in utraq; linearum .e. g. & f. h. quare centrum est punctum .k. Si autem .e. g. non fecerit .f. h. sed sint lineae una. quod admodum erit si duas lineas a.c. & b.d. sint equidistantes tunc ipsa applicabuntur circumferentie dati arcus ex utraq; parte ipsa igitur diuisa per medium in puncto .k. erit ibi centrum circuli per idem correlariu. Equidistantes autem non erunt .e. g. & f. h. quia in utraq; sit centz circuli per dictu correlariu. essent eiusde circuli duo centra. Sic se de oi arcus seu de oi portioe eodem demonstrari q̄liter inde circulus pficiat.

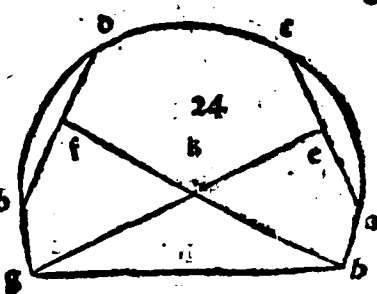
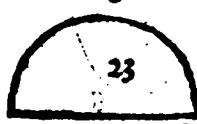
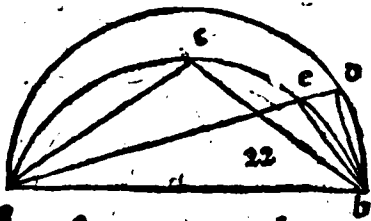
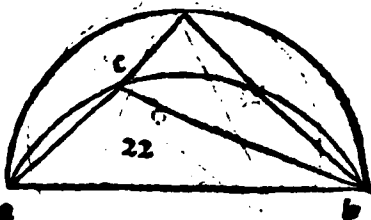
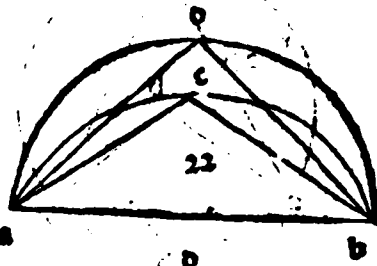
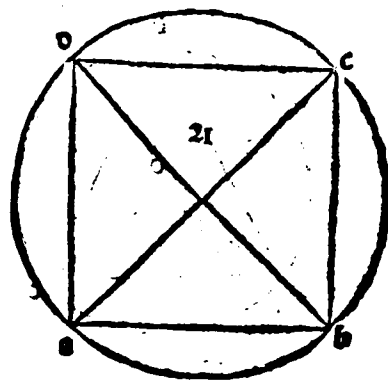
¶ Quia in auctor urbac cōclusionē variat fm diuersas spēs arcus oīum portionū enumerādo spēs demonstrabimus diuisim p̄p̄ter q̄liter ex oi portione data circulus perficiatur. Sit ergo primum .a.b. portio data semicirculi. eritq; p̄ diffinitionem semicirculi .b. diametrum .ea. igitur diuisa per medium in puncto .c. erit .c. centrum circuli. ¶ Sit rursus portio .a.c.b. semicirculo maior cuius torda sit .a.b. quā diuido p̄ c̄sta in puncto .d. a quo ducō .d.c. perpendicularem ad ipsam que transibit per centrum p̄ correlarium prime huius .f. protraho lineam .a.c. & quia linea .a.b. est minor diametro cum sit .a.c.b. portio maior semicirculo erit .a.d. minor semidiametro .f. d. c. est maior semidiametro. ergo .d.c. ē maior q̄ .a.d. ergo .p̄ 19. primi angulus .c.a.d. ē maior angulo .a.c.d. fiat itaq; per 23. primi angulus .c.a.e. equalis angulo .a.c.d. p̄fecta linea .a.e. que fecerit lineam .c.d. in puncto .e. eritq; p̄ 6. primi linea .a.e. equalis lineae .c.d. p̄ducatur igitur linea .c.b. eritq; per 4. primi linea .c.b. equalis lineae .a.d. quare tres lineae .d.a.e.b.c. sunt equales ergo per 9. huius .e. est centrum circuli. ¶ Si itum .a.c.b. portio minor semicirculo cuius corda sit .a.b. quā diuido p̄ equalia in puncto .d. a quo p̄duco lineam .c.d. e. perpendicularem ad lineam .a.b. que fecerit circumferentiam in puncto .c. hāc manifestum est transire per centrum p̄ correlarium prime huius .p̄duco iterū lineam .a.c. eritq; angulus .a.c.d. maior angulo .e.a.d. si est equalis erit portio .a.c.b. semicirculus. & si minor erit maior semicirculo. positi est q̄ si minor p̄duco igitur lineam .a.e. que cū linea .a.c. faciat anguli equalem angulo .c. & fecerit lineam .d.f. in puncto .e. f. manifestum ē q̄ punctus .e. cadat extra datam portionem . & produco lineam .e.b. & quia angulus .a. totalis est equalis angulo .c. erit per 6. primi. linea .e.a. equalis lineae .c.c. & quia p̄ quartam primi linea .e.b. est equalis lineae .c.a. erit per 9. huius punctum .e. centrum circuli quā patet p̄positum fm omnes species portionum circuli.

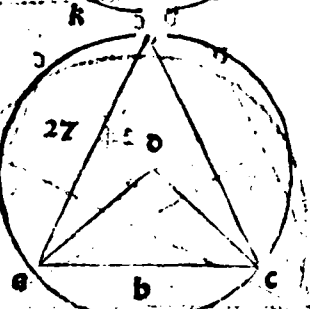
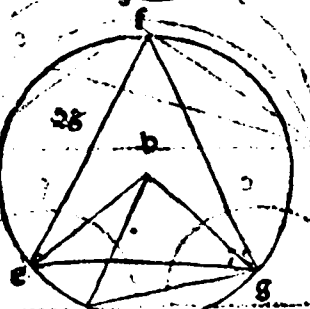
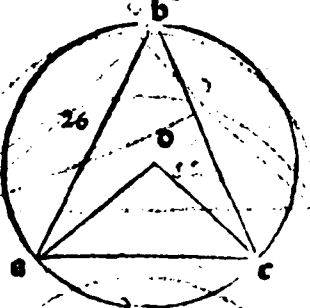
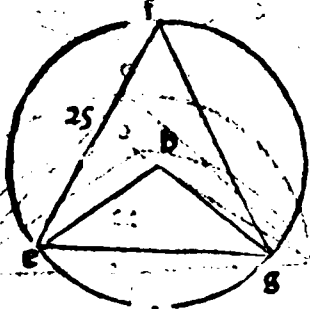
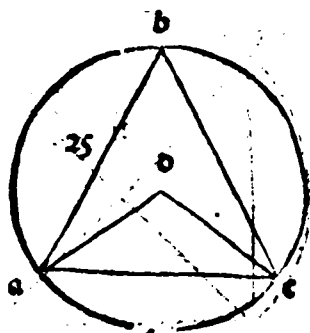
¶ Castigator
¶ Quia oīs lineae recte i circulo sunt minores diametro eiusde circuli p̄ 14. huius. & ideo corda cuiuslibet portionis eiusde ē breuior diametro sed si angulus .a.c.d. ē equalis angulo .c.a.d. erit dicta portio semicirculus p̄ 6. primi. Et si minor erit maior semicirculo q̄si tūc linea .c.d. ē lōgiōr .a.d. nō ē .b.d. p̄ 13. primi. & tūc in eadē sit centz circuli p̄ correlariu p̄me huius & ita nō ē in puncto .d. ut dictū ē quia ē cōtra ypothesim sequit. q̄ sit supra ad iter .d. & c. p̄ducatū sit .f. p̄ rōis corda .a.b. ē ē i fr̄ centz & sic efficeret corda portiois maioris .a.c.b. & iō cōtra ypothesim. b̄p̄ v̄d sic tūc angulus .e.a.d. ē maior angulo .a.c.d. si nō fiat angulus .c.a.e. p̄ 13. primi equalis angulo .a.c.d. ut in portione maiori tūc sequitur dicta portio ē maiorē cum punctus .e. per 9. huius sit centz. ut in secunda dispositione portiois maioris sitq; cōtra ypothesim. q̄m positi ē q̄ sit portio minor. iō. sc̄.

Proposito 25.

In equis circulis seu super centra. seu super circuli ferētiā equales anguli p̄stant. super equos arcus eos cadere necesse est.

¶ Sint duo circuli equales .a.b.c. cuius centrum .d. & .f. & .g. cuius centrum .b. & .h. hant supra centra eorum duo angu





Ita. a. d. c. e. h. g. qui ponantur equales. dico duos arcus. a. b. c. e. f. g. esse equales. ¶ Protrahantur due linee. a. c. e. g. et fiant duo anguli in circuli ferentis ipsorum consistens supra predictos arcus qui sunt angulus. a. b. c. e. angulus. e. f. g. quia ergo circuli sunt equales. erunt per definitionem equalium circulorum semidiametri equales. et quia duo anguli. d. e. h. b. sunt equaliter. erit per. 4. primi. linea. a. c. equalis lineae. e. g. et per. 19. huius. erit angulus. b. equalis angulo. f. cum. d. angulus sit equalis angulo. h. ergo per definitionem similitudinis portionum due portiones. a. b. c. e. f. g. sunt similes. et quia ipse sunt super lineas. a. c. e. g. equales. ipse erunt equales per. 13. huius. quare arcus. a. b. c. e. f. g. sunt equales. Quod si anguli. b. f. e. g. sunt in circumferentia ponantur equales. erunt per definitionem portiones similes et anguli. d. e. h. b. equales per. 19. huius et quia circuli sunt equales per positionem erunt per. 4. primi. due linee. a. c. e. g. equales quare ut prius portiones equales per. 13. huius cum sint similes et super equales lineas. igitur et arcus equales. quod est probatum.

¶ Immo per conversionem definitionis. ¶ Quia uterque duplex ad illos.

Propositio 26.



In equis circulis equi sumantur arcus. infra illos formatos angulos. qui supra centra eorum seu supra circumferentias constituentur equos esse necesse est.

¶ Sint ut prius duo circuli. a. b. c. cuius centrum. d. e. f. g. cuius centrum. h. sintque duo arcus. a. b. c. e. f. g. equales sit ante super ipsos arcus duo anguli in centro qui sunt. d. e. h. ductis. a. d. c. d. e. h. g. b. Itemque super eodem arcus fiant duo alii anguli in circumferentia qui sunt. b. f. e. ductis lineis. a. b. c. b. e. f. g. f. dico duos angulos. d. e. h. a. d. i. u. i. c. e. m. esse equales. Itemque duos. b. f. e. a. d. i. u. i. c. e. m. esse equales et hoc conuersa prioris. ¶ Si enim non sunt. d. e. h. anguli a. d. i. u. i. c. e. m. equales sit angulus. b. maior a quo abscedatur angulus. k. h. g. qui sit equalis angulo. d. eritque per premisam arcus. k. e. f. g. equalis arcui. a. b. c. sed duo arcus a. b. c. e. f. g. positi sunt equales. accidet ergo partem esse equalem totum quod est impossibile. quare anguli. d. e. h. b. totales sunt equales. ¶ Similiter quoque modo probabis angulos. b. f. e. esse equales. uel si minus probato anguli. d. e. h. b. sunt equales. sequitur. b. f. e. esse equales per. 19. huius et conuerso.

Castigator.

¶ Vel super punctum. h. fiet angulus. k. h. g. per. 21. primi. equalis angulo. d.

Propositio 27.



In circulis equalibus eque linee arcus refecant. arcus quoque equos esse si autem linee inaequales fuerint arcus quoque inaequales. et a maiore linea maiorem arcum. a minima vero minorem abscindere necessarium est.

¶ Sint duo circuli. a. b. c. cuius centrum. d. e. f. g. cuius centrum. h. sintque corda. a. c. equalis corde. e. g. dico duos arcus. a. b. c. e. f. g. quos predictae corde ex predictis circulis refecant esse equales. Quod si corda. e. g. ponat maior corda. a. c. dico arcum. e. f. g. esse maiorem arcui. a. b. c. Primum quidem sic probat. ducant a centro linee ad extremitates cordarum. q. sine d. a. d. e. h. e. h. et quia circuli positi sunt eque equales. et semidiametri equales. et quia lineae. a. c. posita est equalis lineae. e. g. erit per. 8. primi. angulus. d. equalis angulo. h. totaliter quare per. 15. huius. erit arcus. a. b. c. equalis arcui. e. f. g. sed patet primum. Secundum sic sit. e. g. maior a. c. eritque per. 25. primi. angulus. b. maior angulo. d. fiat ergo angulus. f. b. g. equalis angulo.

25 d. eritq. per. 15. huius arcus. f. g. equalis arcui. a. b. c. q̄te arcui. e. f. g. est. maior arcui. a. b. c. quod est secundum. propositum.

¶ Ca. stigatoz

a ¶ Per conversionem diffinitionis equalium arcuorum. b ¶ Arcus inferiores ideo concluduntur equales quia superiores sunt equales p. 15. huius q̄bus a totis circūferētiis remotis remanentes sunt equales. ¶ Aliqui hñe a minore linea maiore arcū utriusq. pōt stare sed diversimode cōsideratū. qm̄ qñ dñ a maiore linea maiorem arcū intelligit in portione minore f. qñ dñ a minore linea intelligitur de portione maiore quia in portione maiori maior linea minorem arcū abscindit qm̄ ipsa magis appropinquat diametro f. sic minuit arcum portionis maioris sed iacet in minori.

Propositio .28.



In circulo equalium equos arcus. equas cordas habere necesse est.

¶ Sint duo circuli equales. a. b. c. cuius centz. d. f. e. f. g. cui⁹ centz. h. sitq. arcus. a. b. c. equalis arcui. e. f. g. dico q̄ corda a. c. est equis corde. e. g. f. est hec conuersa p̄me partis p̄missae. ¶ Ducantur linee. d. a. d. c. h. e. b. g. quinq. p. 16. hui⁹ anguli. d. f. h. b. equales quare per q̄tam p̄mi erit. a. c. equis. e. g. qd̄ est propositum. oū eūq. aut p̄bate sunt p̄posiones de diuersis circulis equibus intellige multo fortius veras eē de eodē.

Propositio .29.



¶ Arcum per equalia diuidere.

¶ Sit datus arc⁹ a. b. c. cui subtrahat corda. a. c. q̄ diuidat p̄ equalia in puncto. d. a. quo ducat p̄pendicularis ad ipsam q̄ sit. d. b. fecas circūferētiā dati arcus in puncto. b. quē dico diuidere datū arcum p̄ equalia. ducat. n. linee. b. a. b. c. q̄ erūt equales p. 4. p̄mi q̄re p̄ p̄mā p̄tem. 17. hui⁹ arc⁹ a. b. erit equis arcui. b. c. quod ē p̄positū.

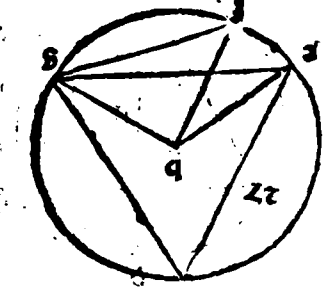
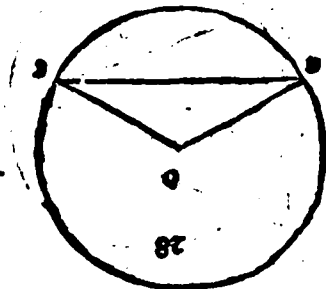
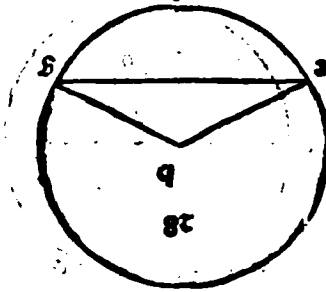
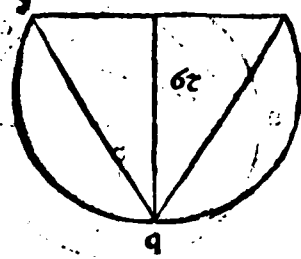
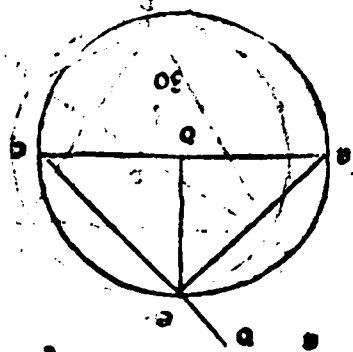
Propositio .30.

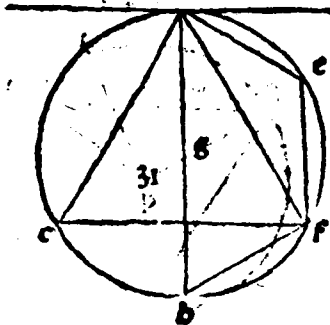
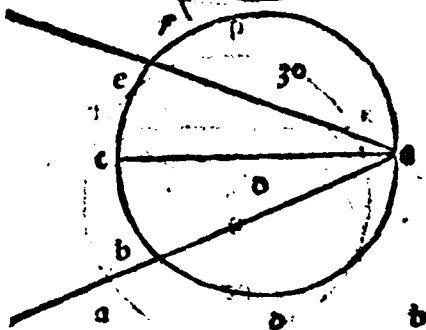
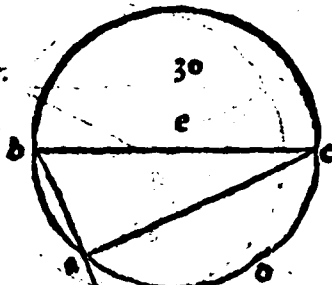
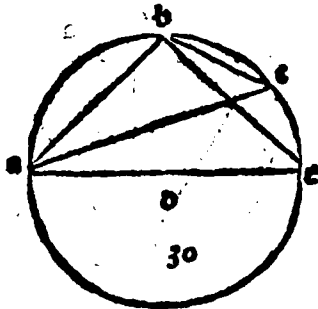
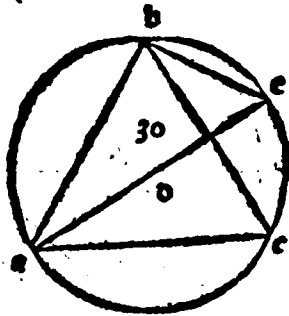


¶ Rectilineus angulus in semicirculo supra arcum consistat. rectus est. Si vero in portione semicirculo minore recto maior. Si autem in portione semicirculo maiore recto minor. ¶ Itemq. omnis portiois angulus semicirculo maioris recto maior. minoris vero recto minor de necessitate erit.

¶ Sit ut in circulo. a. b. c. cuius centz. d. f. diameter. a. d. e. semicircul⁹. a. b. c. in cui⁹ semicirculi circūferētiā fiat angulus. a. b. c. ductis lineis. a. b. f. b. c. dico illū angulū eē rectū. p̄trahat ab ipso angulo in centz. linea. b. d. eritq. p̄ quintā p̄mi angulus. a. b. d. equis angulo. a. f. angulus. d. b. c. equis angulo. c. f. q̄a angulus. c. d. b. ē equis duobus angulis. d. b. a. f. a. p. 31. p̄mi: ipse erit duplus ad angulū. d. b. a. eadē rōne angulus. a. d. b. duplus erit ad angulū. d. b. c. ergo dupl. anguli. c. d. b. f. a. d. b. dupli sunt ad totale angulū. a. b. c. sed ipsi sunt equales duobus rectis. p. 13. p̄mi: erit igit angulus. a. b. c. totalis medietas duorū rectorū: q̄re rectus quod est p̄mum p̄positum.

¶ Idē aliter p̄trahat. b. c. usq. ad. e. eritq. p. 31. p̄mi: angulus. a. b. c. equalis duobus angulis. a. f. c. f. q̄a angulus. a. f. c. equalis angulo. a. b. d. f. angulus. c. a. gulo. c. b. d. erit agul⁹ a. b. e. equis totali agulo. a. b. c. ergo atq. eorū ē rectus p̄ diffinitionem. ¶ Tertiū sic patet sit in circulo. a. b. c. cui⁹ centz. d. portio. a. b. c. cui⁹ corda. a. c. maior semicirculo: f. fiat sup̄ eius circūferētiā angulus. a. b. c. ductis lineis. b. a. f. b. c. dico illū angulū eē minore recto. ducat enim diamet. a. d. e. f. linea. e. b. eritq. per p̄mā partem hui⁹. b. totalis rectus. quare angulus. a. b. c. erit minor recto per cōm̄ sciām cum sit pars eius: sicq. patet tertiū. ¶ Secūdū sic. Sit nūsus in circulo. a. b.





c. adu. centy. di. portio. a. b. c. cuius corda. a. c. q. sit semicirculo minor & h
at sup ei9 circūferentiā angulus. a. b. c. ductis lineis. b. a. & b. c. dico hūc an
gulum esse maiorem recto. producatu enim diameter a. d. e. & linea. b. e.
eritq per primam partem huius angulus. a. b. c. rectus. quare angulus. a. b.
c. erit maior recto quod est secundum propositum. ¶ Quartum & quin
tum sic. Sint in circulo. a. b. c. d. cuius centrum. e. portio. a. b. c. cuius corda
a. c. maior semicirculo & portio. a. d. c. cuius eadem corda. a. c. minor semi
circulo dico angulum cōtentum ab arcu. b. a. & corda. a. c. esse maiorem re
cto & angulum cōtentum ab arcu. d. a. & corda. a. c. esse maiorem recto. p
ducatur diameter. c. e. b. & linea. b. a. usq. ad. f. eritq per primam partem
huius angulus. b. a. c. rectus quare per. 13. primi angulus. f. a. c. est similiter
rectus. Quia igitur angulus rectus est primi pars & secundus pars recti cui
denter patet utrūq. quare tota liquet hec pēbamembris conclusio. ¶ Ex
istis autem duabus ultimis partibus nota ē instātiā contra illas duas
argumētationes ad quas tulimus instātiā. in. 15. huius. trāsitur enim ab
angulo portionis semicirculo minoris q. est minor recto per ultimam p
tem huius ad angulum portionis semicirculo maioris qui est maior re
cto per penultimā partem huius. non tñ per equale. Cum. n. omnis por
tio circuli sit semicirculus aut minor semicirculo. aut maior sit aut tñ an
gulus semicirculi per primam partem. 15. quam angulus portionis mino
ris per ultimam ptem huius minor recto. portionis uero maioris sit ma
ior recto. & tñ non erit aliquis. portionis angulus. nec simpliciter aliquis
cōtentus a circumferentia. & linea recta nec rectus nec eq̄lis recto. Quod
ut clarius pateat sit in circulo. a. b. c. cuius centy. d. linea. a. b. cui non sit de
terminatus finis ex parte. b. scās ex ipso portionē semicirculo minorem.
eritq per ultimam ptem huius minor recto. huius circuli sit diameter. a.
d. c. & imagineť linea. a. b. moueri ad partem. c. sup pñctum. a. q. quamdiu
fuerit intra. c. uel in ipso. c. cooperiens diameter. a. d. c. faciet cum arcu angu
lum minorem recto. In oi alit pñcto ultra. c. uelut in. e. faciet p pñctū
ptem h9 angulum maiorem recto. trāsit ergo a minori ad maius nō p eq̄
le. & sicut in rectilineis angulis est repire maiorem angulo semicirculi &
minore. nō tñ eq̄lem ut mōstratū ē. i. 15. huius sic in angulis portionū est
repire maiore recto & minorem n tñ eq̄lem: ut patet ex ista demōstratōe.

Propositio 31.



Si circulum linea recta contingat & a cōtactu in cir
culum quedam circulum secans recta linea preter
centrū ducatur quoscūq. duos angulos cū contin
gente facit. duobus angulis qui in alternatis circuli
super arcus consistunt. portionibus. equales.

¶ Sic recta linea. a. b. contingens circulum. c. d. e. f. cui9
centy. g. in pñcto. d. a quo. d. ducatur in circulum preter centum linea
d. f. secans ipsum. fiantq. angulus. d. c. f. consistens sup arcum portionis
d. e. f. ductis lineis. c. d. & c. f. & angulus. d. e. f. cōsistens super arcum portio
nis d. c. f. ductis lineis. e. d. & e. f. dico angulum. c. esse equalem angulo. b.
d. f. & angulū. e. angulo. a. d. f. ducat. n. diameter. d. g. h. & linea. f. h. eritq
pñct. hui9. d. h. ppendicularis sup. a. b. & p primam ptem pñmse angul us. d
f. h. rectus. quare duo anguli. a. d. h. & d. f. h. sunt eq̄les. posito ergo cōmu
ni angulo. h. d. f. erit angulus. a. d. f. equalis duobus angulis qui sunt. d. f.
b. & h. d. f. sed hi duo cum angulo. h. sunt equales duobus rectis per. 31. pri
mi: ergo angulus. a. d. f. cum angulo. h. sunt eq̄les duobus rectis. sed an
gulus. a. d. f. cum angulo. b. d. f. equialet duobus rectis per. 13. primi: ergo
angulus. b. d. f. est equalis angulo. h. ergo & angulo. c. per. 20. huius & hoc
est primū. Et quia duo anguli. c. & e. sunt equales duobus rectis per. 31.
huius erit angulus. e. equalis angulo. a. d. f. quod est secundū. Vel istud
secundum sic sit angulus. a. d. f. cum angulo. h. equialet duobus rectis. ut
premonstratum est. sed angulus. e. cum angulo. h. equialet duobus rectis
per. 31. huius. ergo angulus. e. est equalis angulo. a. d. f. quod est ppositū.

Propositio .32.

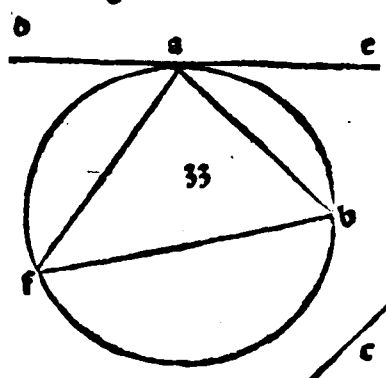
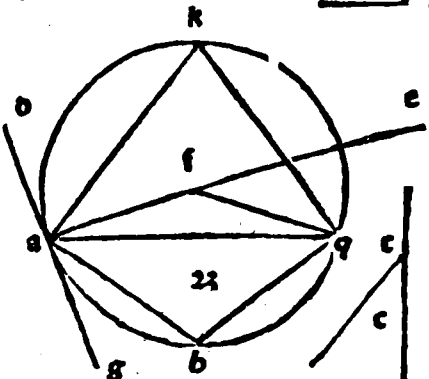
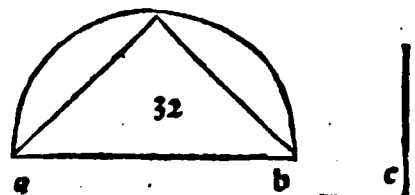
E per datam lineam. circuli portionem describere capientem angulum. dato angulo equali. seu rectum. seu maiorem seu minorem recto.

Sit .a. b. linea data .f. c. datus angulus super lineam a. b. uolo describere unam circuli portionem recipiētem in circūferētia rectilīneam angulum equalē angulo .c. Si igitur fuerit angulus .c. rectus diuisa .a. b. per medium describam super eam

semicirculum. factumq. erit propositum. per primam partem. 30. huius.

Si autem sit obtusus ducā lineam. d. a. cū lineā .b. a. cōtinentem equalē angulum angulo .c. f. a puncto .a. ducam lineam .a. e. perpendicularē super lineam .a. d. f. super punctum .b. faciam angulum p. 33. primi equalē angulo .c. a. b. in quo obtusus excedit rectum ducta lineā .b. f. usq. ad perpendicularē .a. e. eruntq. per .6. primi lineę .f. a. f. b. equalēs. factō itaq. puncto .f. centro circuli describam fm quantitatem lineę .f. a. circulum .a. b. b. eritq. per correlarium. 35. huius lineā .a. d. contingens circuli quare per premisam angulus qui sit in portione .a. b. b. est equalis angulo .d. a. b. quare f. angulo .c. quod est propositum.

Si autem angulus .c. sit acutus. producam lineam .a. g. continentem cum lineā .a. b. angulū equalē angulo .c. f. a puncto .a. ducam .a. e. perpendicularē ad lineā .a. g. f. super punctum .b. faciam angulum equalē angulo .c. a. b. in quo rectus excedit acutum. ducta lineā .b. f. usq. ad ppendicularem .a. e. eritq. per .6. primi lineę .f. a. f. b. equalēs. factō itaq. puncto .f. centro circuli describam fm quantitatem lineę .f. a. circulum .a. k. b. eritq. per correlarium. 35. huius lineā .a. g. contingens circulum. quare per premisam angulus qui sit in portione .a. k. b. est equalis angulo .g. a. b. quare f. angulo .c. quod est propositum.



Propositio .33.

Dato circulo: dato angulo. equum angulum capiētem portionem abscindere.

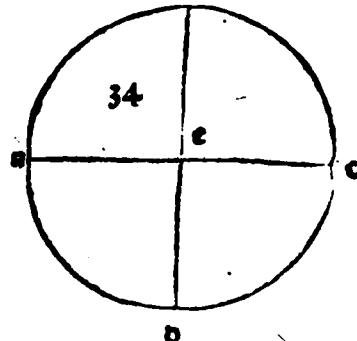
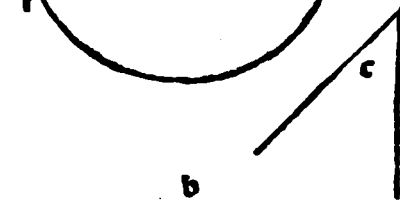
Sit .a. b. datus circulus. f. c. datus angulus uolo ergo a circulo .a. b. abscindere portionem unam capiētem equalē angulum angulo .c. produco lineam .d. a. e. contingētem datum circulum in puncto .a. a quo duco in circulum

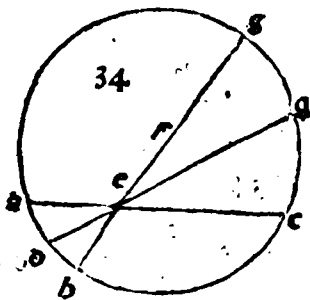
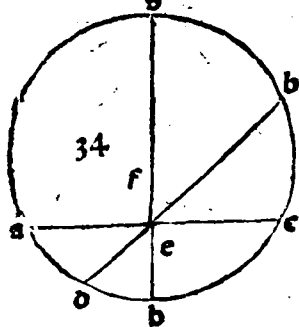
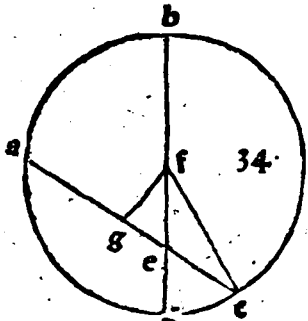
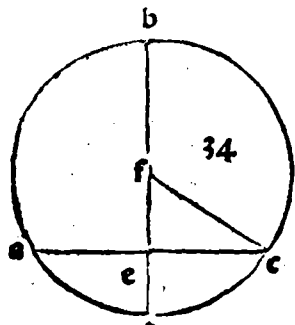
lineam .a. b. continentem cum lineā .a. e. angulum equalē angulo .c. eritq. per .31. huius portio .a. b. existens a parte lineę .a. d. recipiens angulum equalē angulo .c. quod est propositum

Propositio .34.

Intra circulum. duę rectę lineę se se inuicem secēt. q. sub duabus partibus vnius earum. pcedit. equū est ei rectāgulo quod sub duabus alterius lineę partibus continetur.

Sint duę lineę .a. c. f. b. d. secantes se in circulo a. b. c. d. super punctum e. dico q. illud rectangulum quod fit ex .a. e. in .e. c. equum ē ei quod fit ex .b. e. in .e. d. Aut enim ambe lineę .a. c. f. b. d. transibunt per centrum circuli aut altera tantum aut neutra. q. si ambe transiāt per centrum erit .e. centrum circuli. omnesq. .4. lineę equalēs quare liquet propositum. Q. si altera earum tantum transit per centrum sit illa .b. d. cētrumq. circuli sit .f. aut ergo .b. d. secabit .a. c. per equalia aut per inequalia. secet ergo primo per equalia eritq. per primam partem .3. huius secās eam orthogonaliter. ducatur itaq. lineā .f. e. eritq. p. 5. f. e. amdi quod fit ex .b. e. in .e. d. cum quadrato .e. f. equalē quadrato lineę .f. d. quare f. quadrato lineę .f. c. ergo per penultimam primi f. quadratis duarum linearum .f. e. f. e. c. dempto ergo utriusq. quadrato .e. f. erit quod fit ex .b. e. in .e. d. equalē quadrato lineę .e. c. f. quia .e. c. est equalis .a. e. patet propositum. Q. si .b. d. transiens per centrum secat .a. c. per inequalia a centro .f. ducatur .f. g. perpendicularis ad .a. c. eritq. per secundam





partem tertie huius. a. g. equalis. g. c. & ducatur linea. f. c. eritq. per. 5. fecundi quod fit ex. b. e. in. e. d. cum quadrato. e. f. & ideo per penultimam primi cum quadratis duarum linearum. f. g. & g. e. propter id quod angulus. f. g. e. est rectus equalis q. drato linee. d. f. & ideo linee. f. c. ppter p. quod penultimam primi & quadratis duarum linearum. f. g. & g. e. dempto ergo utriq. quadrato linee. f. g. erit quod fit ex. b. e. in. e. d. cum quadrato linee. g. e. equale quadrato linee. g. c. sed per. 5. fecundi quod fit ex. a. e. in. e. c. cum quadrato linee. g. e. est equale quadrato linee. g. c. dempto igitur utriq. quadrato linee. g. e. erit quod fit ex. b. e. in. e. d. equale ei quod fit ex. a. e. in. e. c. quod est propositum. ¶ Quod si neutra earum transsit per centrum siue altera diuidat alteram per equalia siue per inequalia producatur lineam. g. f. e. h. diametrum circuli transiuntem per punctum sectionis earum. Et si altera diuidat alteram p. equalia. ut. b. d. a. c. tunc. g. h. diuidit etiam. a. c. per equalia. ergo orthogonaliter per tertiam huius. ergo per secundum modum huius conclusionis quod fit. ex. g. e. in. a. h. equum est ei quod fit ex. a. e. in. e. c. & per tertium modum huius quod fit ex. g. e. in. e. h. equum est ei quod fit ex. b. e. in. e. d. ergo quod fit ex. a. e. in. e. c. equum est ei quod fit ex. b. e. in. e. d. quod est propositum. ¶ At si neutra diuidit alteram per equalia erit per tertium modum huius conclusionis quod fit ex. g. e. in. c. b. equale utriq. eorum que sunt ex. a. e. in. e. c. & b. e. in. e. d. quare unum eorum erit equale alteri quod est propositum.

Castigator.

¶ Quod fecerit sese per equalia extra centrum e. iposibile per. 9. huius. q. a. semper ab eodem puncto sectionis essent plures q. due linee equales si ambe linee ad inuicem fuerint equales. Si uero fuerint inaequales. tunc per hanc est impossibile. q. a. ut deducitur rectangulum duarum partium unius semper est equale alteri rectangulo aliarum partium alterius & sic p. conceptione esset iposibile.

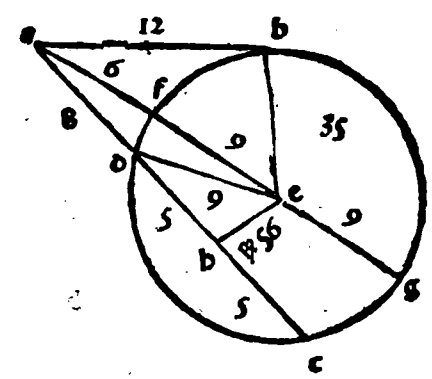
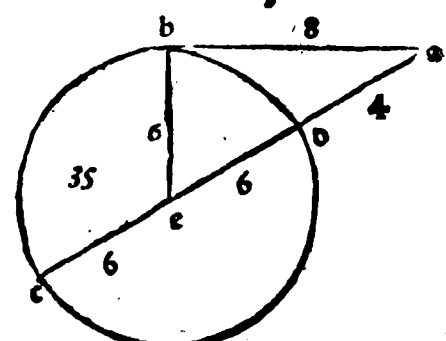
Propositio 35.



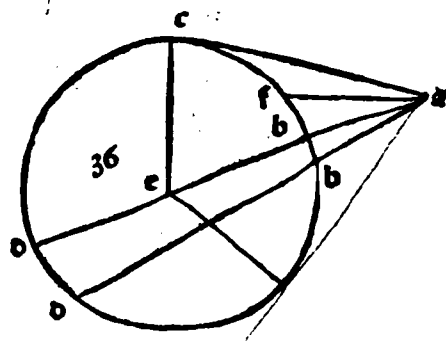
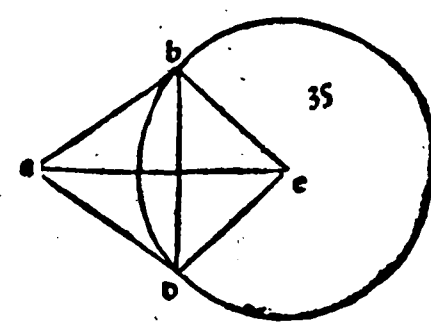
Extra circulum punctus signetur. ab eo autem ad circulum alia linea secans. alia contingens. due recte linee ducantur quod sub tota secante. atq. parte sui extrinseca continetur equum est ei quadrato q. d. ex contingentelinea describitur.

¶ Sit. a. punctus signatus extra circulum. b. c. d. cuius centrum. e. a quo ducantur ad circulum due linee. a. b. contingens. f. a. d. c. secans. dico q. illud quod fit ex. a. c. in. d. a. equum est quadrato linee. a. b. ¶ Aut enim. a. d. c. transsit per centrum. aut non transsit ergo primo per centrum quod est. e. & ducatur linea. e. b. que per. 17. huius perpendicularis erit super lineam. a. b. & quia linea. d. c. diuisa est per equalia in puncto. e. & est ei addita linea. d. a. erit per sextam fecundi quod fit ex. c. a. & a. d. cum quadrato linee. e. d. & ideo cum quadrato linee. e. b. equale quadrato linee. e. a. & ideo per penultimam primi equale quadratis duarum linearum. e. b. & b. a. propter id quod angulus. b. est rectus. dempto ergo utriq. quadrato. e. b. erit quod fit ex. c. a. in. a. d. equale quadrato linee. a. b. quod est propositum. ¶ Quod si linea. a. d. c. non transsit per centrum sumatur. a. f. e. g. transiens per centrum & ducantur linee. e. d. & f. e. b. & sit. e. h. perpendicularis ad. a. d. c. eritq. p. 3. huius. d. h. equalis. h. c. q. a. ergo linea. d. c. diuisa est per equalia in puncto. h. & addita sibi linea. a. d. erit per. 6. fecundi quod fit ex. c. a. in. a. d. cum quadrato. d. b. equale quadrato linee. a. h. ergo addito utriq. quadrato. h. e. erit quod fit ex. c. a. in. a. d. cum quadratis duarum linearum. d. h. & h. e. & ideo p. penultimam primi cum quadrato d. e. propter id quod angulus. b. est rectus. & ideo cum quadrato. e. f. propter id quod e. d. & e. f. sunt equales. equale quadratis duarum linearum. a. b. & b. e. & ideo per penultimam primi quadrato linee. a. e. sed quia per sextam fecundi quod fit ex. g. a. in. a. f. cum quadrato. f. e. equale est quadrato linee. a. e. quia ergo utriq. eorum que sunt ex. c. a. in. a. d. & ex. g. a. in. a. f. cum quadrato linee. f. e. e. equale quadrato linee. a. e. ipsi

¶ **Propositio 35.** Si a punctus signatus extra circulum b.c.d. cuius cent. e. f. ab ipso ducantur due linee a.b. f. a.d. contingentes circulum in punctis b.d. dico ipsas esse equales. Producam. n. lineas. e.a.e.b.f.e.d. eritq. p. 17. huius uterq. angulo. b.f.d. rectus. quare p. penultimam pmi quadratum. a.e. erit equale duobus quadratis duar. linearum. a.b.f.b.e. Si similiter quoq. f. duobus duar. a.d.f.d.e. quare quadrata duar. linear. a.b.f.b.e. sunt equalia quadratis duar. a.d.f.d.e. f. quia quadrata duar. q. sunt. b.e.f.e.d. sunt equalia erunt quadrata duarum q. sunt. a.b.f.a.d. equalia ergo. a.b. est equalis a.d. quod est ppositum. ¶ **Aliter** et ducatur linea. b.d. eritq. p. quintam primi angulus. e.b.d. equalis angulo. e.d.b. ppter id quod linea. e.b. est equalis linee. e.d. f. quia uterq. duor. angulo. b.f.d. e. rectus. erit p. cōm sciam angulus. a.b.d. residuus equalis angulo. a.d.b. residuo. p. sextam. ergo pmi est linea. a.b. equalis linee. a.d. a. ¶ **Per cōcep.** si due res fuerit uni eqles ipse sibi. b. ¶ **Per cōm sciam** q. est quoz. latera sunt equalia quadra. quoq. equalia esse. c. ¶ **Per cōm sciam cōuersam** precedentis quaz. quadrata sunt eqlia lineas eqles esse.

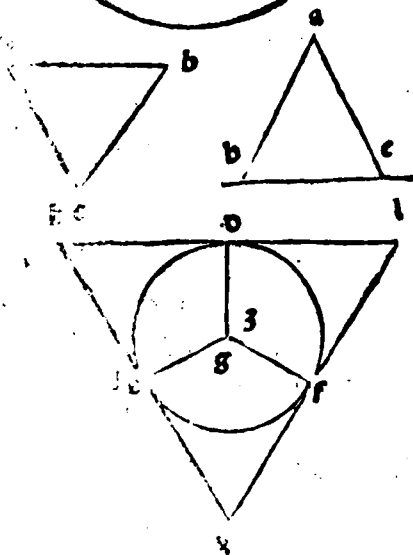
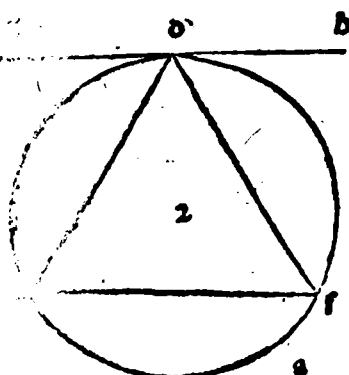
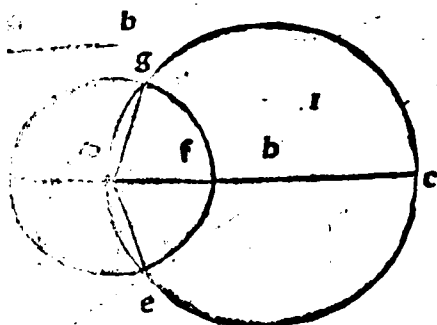
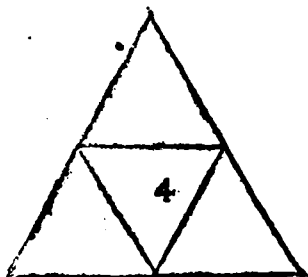


¶ **Propositio 36.** Si fuerit punctus ex circulo signatus a quo due linee ad circū ferētia ducantur. altera secās altera circū ferētē applicata fueritq. qd ex ductu totius secātis i pte sui extri secā equū ei qd ex ductu applicate i seip sam sit. erit linea applicata ex necessitate circuli pti. ¶ **Si** a. punctus signatus extra circulum b.c.d. cuius cent. e. a quo ducāt ad circulum linea. a.b.d. secās ipsum f. linea. a.c. applicata circū ferētē. f. esto ut qd sit ex. d.a.i.a.b. sit eqle qdrato. a.c. dico linea. a.c. esse cōtingentem f. hec cōuersa poris. Si. n. nō est cōtingēs. sit ergo cōtingēs linea. a.f. eritq. p. pmissam qd sit ex. d.a.in.a.b. equale qdrato linee. a.f. qre quadratum linee. a.f. ē equalē qdrato linee. a.c. ergo. a.c. ē eqlis. a.f. qd ē impossibile. p. 8. huius erit ergo. a.c. cōtingēs qd est ppositum. ¶ **Idē** ostēdē suae pbabit maneat prior dispositio f. ypotesis. f. si linea. a.b.d. trāsīt p cēt. ducat linea. c.e. eritq. p. 6. secūdi qd sit ex. d.a.in.a.b. cū qdrato. c.b. f. ideo cū qdrato. e.c. equale qdrato. a.c. sed qd sit ex. d.a.in.a.b. positi ē equalē qdrato. a.c. ergo. qdratum. a.c. cū qdrato. c.e. ē equalē qdrato. a.c. ergo p. ultimā pmi angulus. c. ē rectus. ergo p. correlariū. r. huius linea. a.c. est cōtingēs circuli qd est ppositum. ¶ **Si** aut. a.b.d. nō trāsīt p centram ducat a puncto. a. linea trāsīens p cent. f. quia qd sit ex hac tota in eius partem extrinsecam ē eqle ei quod sit ex. d.a.in.a.b. pmissam ipsum erit equalē qdrato linee. a.c. qre ut prius a.c. erit cōtingēs circuli.



¶ **Castigator**
a. ¶ **Proponit.** n. punctus. c. non posse altius sup circumferētiam poni uel si in infiorie pte circuli signet nō posse infimius f. tūc semp. a. f. erit minor. a.c. f. ideo p. 8. huius sequit impossibile. b. ¶ **Per cōm sciam** q. est quaz. quadrata sunt equalia lineas quoq. equalia esse. c. ¶ **Per cōm sciam** si fuerint due res uni equalis ipse eadem. d. ¶ **Nimio** si ultima pmi huius ultime tertiū suffraget cū alie eiusdem primi aliis ubilibet subue nerint. e. ¶ **Per cōm sciam** duorum equalium qui equatur. unum eadem estq. f. reliquū. **Explicit liber tertius.**

De figurarum unius alteri inscriptione et circumscriptione Liber quartus. Euclidis ex suprema Campani interpretatione. Magistro Luca Paciolo de burgo. Sancti Sepulchri Ordinis minorum castigatore ferventissimo. Incipit.



Igura intra figuram dicitur inscribi quando ea que inscribitur eius in qua inscribitur latera quoque suorum angulorum ab interiore parte contingit. Circumscribi vero figura figure perhibet quatenus ea quidem figura eius cui circumscribitur suis lateribus omnibus omnes angulos contingit.

Propositio .1.



Intra datum circulus date linee recte que diametro minime maior existat equam rectam lineam coaptare.

Si linea data .a. b. circulusq. datus .c. d. e. cuius diameter c. d. qua non est maior linea .a. b. uolo intra datum circulum coaptare lineam equalem .a. b. q. si fuerit equalis diametro constat propositum. Si aut minor ex diametro sumatur .d. f. sibi equalis et super punctum .d. fm quantitatem linee .d. f. describatur circulus .f. e. g. secans datum circulum in punctis .g. f. e. ad alterum quorum ducatur linea a puncto .d. ut .d. e. uel .d. g. eritq. utralibet earum equalis linee .a. b. eo q. utraq. earum est equalis linee .d. f. per diffinitionem circuli: quare habemus propositum.

Propositio .2.



Intra assignatum circulum assignato triangulo triangulo assignato equiangulum collocare.

Si sit assignatus triangulus .a. b. c. assignatusq. circulus .d. e. f. uolo intra hunc circulum collocare unum triangulum equiangulum triangulo .a. b. c. equilaterum enim non est necessarium esse sed est possibile. Produco .g. d. b. continuentem circulum in puncto .d. super quem facio angulum .b. d. f. ducta linea .d. f. equalem angulo .c. et angulum .g. d. e. ducta linea .d. e. equalem angulo .b. et protraho lineam .e. f. eritq. per .31. tertii angulus .e. equalis angulo .c. quia uterq. est equalis angulo .b. d. f. c. quidem per positionem .e. uero per .31. tertii eadem ratione erit angulus .f. equalis angulo .b. quare per .32. primi .d. tertius erit equalis .a. tertio. quare habemus propositum.

Propositio .3.



Intra assignatum circulum assignato triangulo triangulum equiangulum describere.

Sint ut prius assignatus triangulus .a. b. c. assignatusq. circulus .d. e. f. cuius centrum .g. circa hunc circulum uolo describere unum triangulum equiangulum triangulo .a. b. c. equilaterum enim non est necessarium sed est possibile. Producam basim .b. c. in utranq. partem. ut fiant duo anguli extrinseci .f. a centro .g. Producam lineam .g. d. ad circumferentiam .f. constituam angulum .d. g. e. ducta linea .g. e. equali angulo .b. extrinseci .f. d. g. f. ducta linea .g. f. equali .e. c. extrinseci .f. a punctis .d. e. f. producam in utranq. partem lineas orthogonaliter que per correlarium .35. tertii erunt contingentes circuli

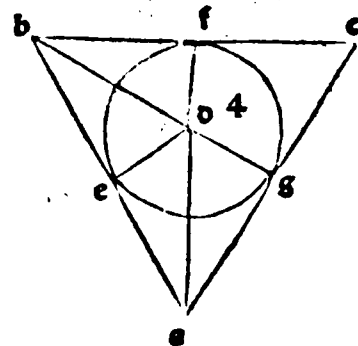
31

31

32

5

culum quas contingentes. Protraham quousq. concurrat in punctis. h. k. Incesse est enim ipsas concurrere. cum enim uterq. angulorum qui sunt ad. d. f. uterq. eorum qui sunt ad. e. sit rectus si intelligatur protrahi linea d. e. erunt duo anguli qui sunt ad partem. h. minores duobus rectis. quare p penultimam petitionem in partem illam protrahite concurrent linee. l. d. b. k. e. h. eadem ratione concurrent due linee. b. d. l. k. f. l. cum uterq. angulorum qui sunt ad. f. sit etiam rectus. Quia ergo in quadrilatero. b. d. e. g. duo anguli. d. f. e. sunt recti. erunt duo anguli. g. f. h. equales duobus rectis. cuiuslibet enim quadrilateri quatuor anguli sunt equales quatuor rectis. ut monstratum est supra. 31. primi. f. quia duo anguli b. i. intrinsecus & extrinsecus sunt similiter equales duobus rectis per 13. primitiar. uero. b. extrinsecus positus e equalis. d. g. erit intrinsecus. b. equalis. h. Simili quoq. ratione erit. c. intrinsecus equalis. l. f. quia duo anguli. b. f. c. intrinseci sunt minores duobus rectis per 32. primi. erunt similiter duo anguli b. f. l. minores duobus rectis. quare per penultimam petitionem due linee. h. e. f. l. f. protrahite concurrent in puncto. k. fietq. triangulus. h. k. l. f. quia angulus h. est equalis angulo. b. intrinsecus. f. angulus. l. angulo. c. intrinsecus. erit per 32. primi. angulus k. equalis angulo. a. quare habemus propositum.

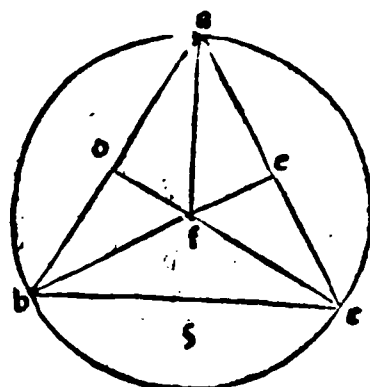


Propositio .4.



Intra datum triangulum circulum describere.

¶ Sit assignatus triangulus. a. b. c. uolo intra ipsam circuli describere hec est quasi conuersa secunde. ¶ Divido. n. duos eius angulos. a. f. b. per equia. a. quidem ducta linea. a. d. b. uero ducta linea. b. d. f. concurrent in puncto. d. a quo ducam perpendicularares ad tria latera ipsius. d. e. quidem ad a. b. d. f. ad. b. c. f. d. g. ad. a. c. f. quia duos triangulos. e. a. d. f. g. a. d. angulus. a. unius est equis angulo. a. alterius. f. uterq. angulo. e. f. g. rectus f. latus. a. d. c. e. erit per 26. primi linea. d. e. equalis linee. d. g. Eadem rone cum duorum triangulorum. e. b. d. f. f. b. d. angulo. b. unius sit equalis angulo. b. alterius f. uterq. angulorum. e. f. f. rectus latus quousq. d. b. c. e. erit per eadem linea. e. d. equalis linee. d. f. quare tres linee. d. e. d. f. d. g. sunt equales. posito ergo centro in. d. f. descripto circulo secundum quantitatem unius earum transibit per. g. tertii per reliquarum duarum extremitates f. quia per correlariunt. 15. tertii unaqueq. linearum. a. b. b. c. f. c. a. erit contingens circulum. patet perfectum esse propositum.

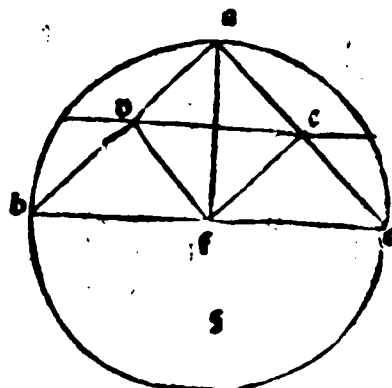


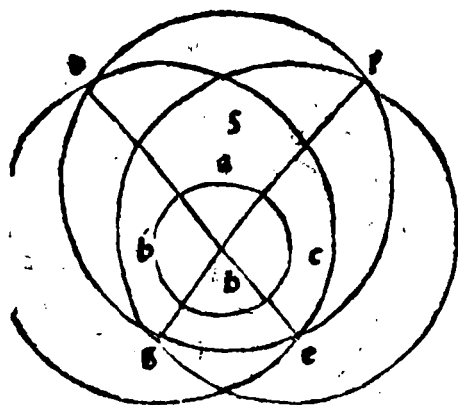
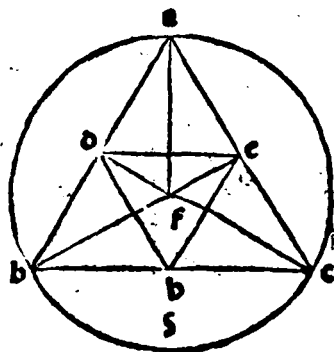
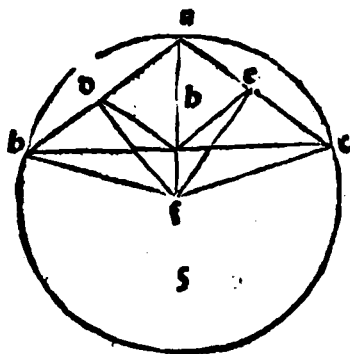
Propositio .5.



Intra trigonum assignatum siue illud sit orthogonium siue ambigonium. siue oxigonium circulum describere.

¶ Sit trigonus assignatus. a. b. c. uolo circa ipsam describere circulum hec est quasi conuersa tertie. ¶ Divido duo eius latera. a. b. f. a. c. per equalia. a. b. quidem in puncto. d. f. a. x. in puncto. e. a quibus punctis produco perpendicularares ad lineas. a. b. f. a. x. q. protraho quousq. concurrant in puncto. f. sinq. d. f. f. e. f. concurrunt enim qm cum uterq. angulorum. d. f. e. sit rectus si intelligatur prahi linea. d. e. fient duo anguli ad partem in quam prahuntur minores duobus rectis quare concurrent p penultimam petitionem. Igitur a puncto. f. q. est punctus concursus quem dico esse centrum circuli quesiti. Protrabo lineas ad singulos angulos que sunt. f. a. f. b. f. c. f. quia in triangulo. a. d. f. duo latera. a. d. f. d. f. sunt equalia duobus lateribus. b. d. f. d. f. trianguli. b. d. f. f. angulus. d. unius angulo. d. alterius quia uterq. rectus erit per quartam primi. f. a. equalis. f. b. eadē rone erit. f. a. equalis. f. c. cōparis lateribus f. angulis duos triangulos. a. x. f. f. c. e. f. ergo per 9. tertii punctum. f. erit cent. circuli quesiti. hec est universalis demonstratio ad oēs spēs trigoni. ¶ Quia tñ. auctor uidet uelle medium uariare disiungendo inter orthogonium ambigonium & oxigonium. de quolibet eorum sigillatim est demonstrandum. ¶ Sit ergo trigonus propositus orthogonius sitq. angulus





Ius. a. rectus latus. b. c. respiciens hunc angulum rectum diuido per equas
 fia in. f. a quo puncto quem dico esse centz. circuli ad medium punctum
 alterius duo. reliquo. latus qui sit. d. ducio lineam. f. d. quia linea
 f. d. diuidit duo latera. a. b. & b. c. trianguli. a. b. c. per equalia. ipsa erit eq
 distans tertio. uidelicet linee. a. c. hoc enim demonstratum est supra. 39.
 primi. quia angulus. a. posuit est rectus. erit per secundam partem. 39.
 tertiam. 19. primi. interq. angulorum qui sunt ad. d. rectus. ducatur igit. li
 nea. f. a. eritq. p. quartam primi. linea. a. f. estis linee. b. f. comparatis ad in
 dicem lateribus & angulis triangulo. a. d. f. b. d. f. quia linea. b. f. est eq. dis
 tans. c. f. erit. 3. linee. b. f. a. f. c. f. ad invicem equales. quare per. 9. tertii. erit
 f. centrum circuli quesiti. ¶ Sit rursus trigonus. a. b. c. ambligonius. sitq.
 angulus. a. obtusus latus. b. c. respiciens hunc angulum obtusum. diuido p
 equalia in puncto. h. a quo ad media puncta. duorum. reliquorum lateru
 que sunt. d. f. e. ducio lineas. b. d. f. h. e. eritq. d. h. equidistans. a. b. & e. h. eq
 distans. a. b. propter id quod demonstratum est supra. 39. primi. uidelicet
 q. linea secans duo latera alicuius trianguli per equalia. tertio. est. equidist
 stans. quare per secundam partem. 39. primi. erit utraq. duorum. angulo. b.
 d. h. & c. e. h. equalis angulo. a. f. ideo utraq. obtusus. 19. primi. igitur per
 perpendicularibus. d. f. ad lineam. a. b. & e. f. ad lineam. a. c. quousq. concur
 rant in puncto. f. quem dico esse centz. circuli. Manifestum est enim eas co
 currere propter causam prius dictam. secabit utraq. earum. lineam. b. c. q
 respicit obtusum & concurrerit extra. triangulum. a. b. c. igitur a puncto. f.
 qui est punctus concursus earum. Produco lineas. f. a. f. b. f. c. que per quar
 tam primi. bis assumptam erunt equales comparatis primo lateribus & an
 gulis. duorum triangulorum. a. d. f. b. d. f. deinde aliorum. duorum. a. e. f.
 c. e. f. quare per. 9. tertii. f. est centrum circuli quesiti. ¶ Ezzo item ut tri
 gonus. a. b. c. sit oxigonius diuisus omnibus eius lateribus per equalia. ui
 delicet latus. a. b. in puncto. d. f. latus. a. c. in puncto. e. f. b. c. in puncto. h.
 Protrabo lineas. d. e. d. b. f. e. h. eritq. d. h. equidistans. a. c. & e. h. a. b. pro
 pter id quod demonstratum est super. 39. primi. quare per secundam partem
 39. primi. interq. angulorum. b. d. h. c. e. h. erit equalis angulo. a. f. ideo acu
 tus. 19. primi. igitur perpendicularibus. d. f. ad lineam. a. b. & e. f. ad lineam. a.
 c. manifestum est eas concurrere intra. triangulum. a. b. c. sitq. punctus co
 cursus. f. quem dico esse centz. circuli. ¶ Produco etiam lineas. f. a. f. b. f.
 c. que per quartam primi. bis assumptam ut prius. erunt equales & quare p
 9. tertii. erit. f. centrum circuli quesiti. ¶ Per predicta patet q. si triangul
 us fuerit orthogonus centrum circuli describendi cadet in medio late
 ris quod opponitur angulo recto. Si fuerit ambligonius centrum cadet
 extra triangulum. Si autem fuerit oxigonius cadet intra triangulum.

Castigator

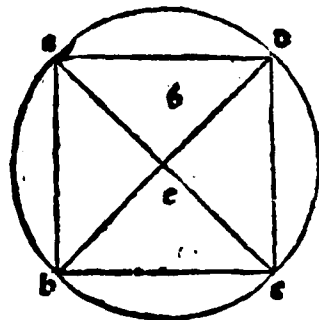
¶ Per conversionem secundae partis. 39. tertii & per conversionem tertie
 partis eiusdem. ¶ Aliter etiam rectus est equalis obtuso uel maior obtu
 so ideo extra de necessitate ad hoc facit correlarium. 39. primi. & 2. 6. in
 ¶ Aliter enim rectus est maior acuto uel est eo minor. ¶ Ex ista quis
 ta elicitur modus coniungendi tria puncta ubicunq. fuerint posita in ea
 dem circumferentia hoc est inueniendi centrum eis commune describen
 do circulos super unumquodq. eorum & a punctis interfectionum ipso
 protractis duabus lineis & ubi ille se interfecerunt illic erit centrum quem
 admodum habes in latis nostris de uiribus quantitatibus. Et hic sunt illa
 puncta. a. b. c. dummodo non sint sita in linea una. quia tunc esset
 impossibile in curuo suscipere rectum. Fiat prius unus circulus super unu
 punctum. ut coprehendens omnia puncta illa intra se & postea describan
 tur duo alii circuli super alia duo puncta. & a punctis interfectionum ipso
 rum uelud. f. g. & d. e. ducantur lineae & punctus interfectionis istaru erit
 centrum commune illis tribus ut hic.

Propositio 6.



Intra datum circulum quadratum describere.

Sit datus circulus $a.b.c.d.$ cuius centrum e . uolo intra ipsum describere quadratum. **P**rotraho in ipso duas diametros $a.c.$ & $b.d.$ secantes se orthogonaliter supra centrum e quarum extremitates coniungo protractis lineis $a.b.b.c.c.d.d.a.$ quas dico continere quadratum questum. **I**psae enim erunt aequales aduicem per quartam primi per assumptionem propter id quod quatuor lineae $a.c.b.c.c.d.d.a.$ sunt aequales. **Q**uatuor anguli qui sunt $a.e$ recti. **E**t unusquisque quatuor angulorum $a.b.c.d.$ est rectus per primam partem 30. tertii propter id quod quilibet eorum est in semicirculo erit igitur $a.b.c.d.$ quadratum per definitionem quod est propositum.

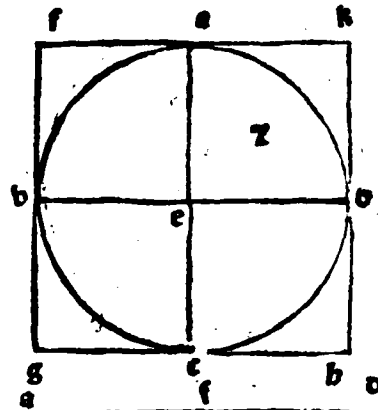


Propositio 7.



Intra propositum circulum quadratum describere.

Sit propositum circulus $a.b.c.d.$ cuius centrum e uolo circa ipsum describere quadratum. **P**rotraho in ipso duas diametros $a.c.$ & $b.d.$ secantes se orthogonaliter supra centrum e a quarum extremitatibus duco in utramque partem lineas orthogonaliter quousque quilibet earum coeunt cum duabus lateralibus suntque puncta coeuntis earum $f.g.h.k.$ eritque correlarium 15. tertii uterque angulus qui sunt ad unumquemque quatuor punctorum $a.b.c.d.$ rectus: quia ergo in quadrilatero $a.f.b.e$ tres anguli $a.b.f.e$ sunt recti: erit quartus angulus qui est f rectus: habet enim quodlibet quadrilaterum quatuor angulos aequales quatuor rectis: ut demonstratum est supra 31. primi: eadem ratione quilibet angulorum $g.h.f.k.$ erit rectus: ergo per secundam partem 33. primi due lineae $f.g.f.k.h.$ Itemque due $f.k.f.g.h.$ sunt equidistantes: ergo per 34. primi $f.k.$ est equalis $g.b.f.f.g.k.h.$ & quia per eandem $f.k.$ est equalis $b.d.f.f.g.a.c.$ At utroque $b.d.$ est equalis $a.c.$ erunt quatuor lineae $f.k.g.h.$ & $g.f.k.h.$ aequales: sed & quatuor anguli $f.g.k.h.$ sunt recti: ut probatum est supra: ergo $f.g.k.h.$ est quadratum per definitionem quod est propositum.



Castigator.

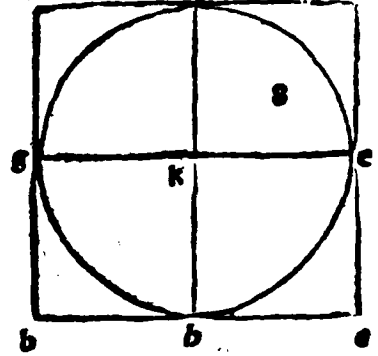
Videatur potius per illud correlarium 15. tertii uelle in nuere quatuor lineas $f.g.g.h.h.k.k.f.$ hae sunt contingentes circulum cui propositum sit ei circuli scribere quadratum quod anguli illi quatuor ad dicta quatuor puncta esse rectos: quoniam hoc ex hypothesis ex protractione linearum orthogonaliter ab extremitatibus diametrorum est manifestum.

Propositio 8.



Intra quadratum assignatum circulum describere.

Sit quadratum assignatum $a.b.c.d.$ uolo intra ipsum describere circulum: hec est quasi conuersa 6. diuido unumquodque latere eius per aequia $a.d.$ quidem in puncto $f.b.a.$ in puncto $g.c.b.$ in puncto $h.f.d.c.$ in puncto e & produco lineas $e.g.f.f.h.$ secantes se in puncto k que dico esse centrum circuli. Erit enim $f.h.$ equidistantes & aequales $a.b.$ per 33. primi: propter id quod $a.f.f.b.b.$ sunt aequales & equidistantes. Similiter per eandem $f.d.c.a.b.f.$ quia omnes medietates quatuor laterum ipsius quadrati sunt aduicem aequales erunt per 34. primi: quatuor lineae $k.e.k.f.k.g.f.k.h.$ aequales: ergo per 9. tertii k est centrum circuli quasi. **P**er eodem scilicet quorum tota sunt equalia dimidia quoque aequia esse.

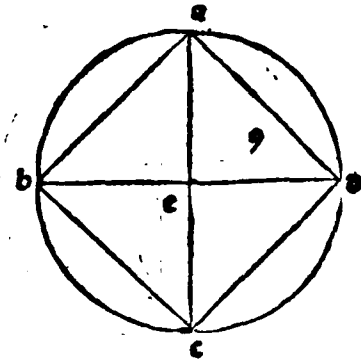


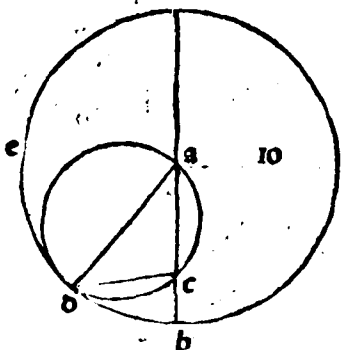
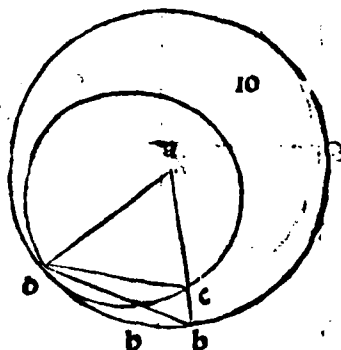
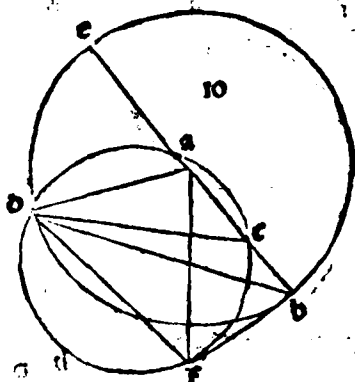
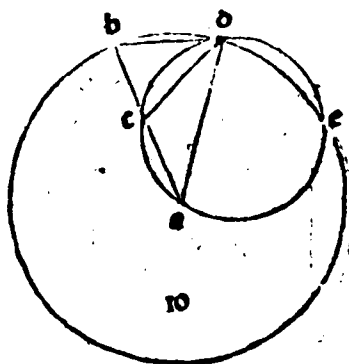
Propositio 9.



Intra assignatum quadratum circulum describere.

Sit quadratum $a.b.c.d.$ uolo circa ipsum circulum describere: hec est quasi conuersa 7. **P**rotraho in ipso duas diametros $a.c.$ & $b.d.$ secantes se in puncto e que dico esse centrum circuli. Cum enim lineae $a.d.$ & $f.a.b.$ sunt aequales erunt per 5. primi anguli $a.d.b.f.$ aequales: & quia angulus a totalis est rectus: erit per 33. primi uterque eorum medietas recti. **S**imili quoque modo probabitur quilibet triangularium angulorum a predictis diametris & lateribus quadrati propositi





contentorum esse medietatem recti quia igitur angulus $e.a.d.$ est equalis angulo $e.d.a.$ erit per 6. primi linea $e.a.$ equalis lineae $e.d.$ eadem ratione erit $e.a.$ equalis $e.b.$ & $e.c.$ equalis $e.d.$ quare quia quatuor lineae $e.a.$ $e.b.$ $e.c.$ $e.d.$ sunt equaliter erit per 9. tertii circuli illi quod est propositum.

Castigator

a Per conceptionem si fuerint due res quantum utraq. unius eiusdem fuerit dimidium. Porro per ista si due res equaliter terti fuerint equaliter utraq. illius terti erit dimidium. Ista habet ortum ex 9. tertii decimi. Ibi clarius formatur huiusmodi triangulus.

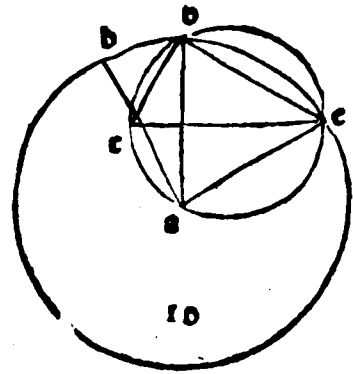
Propositio 10.



Et cum equalium laterum triangulus designare. cuius uterque duorum angulorum quos basis optinet reliquo duplus existat.

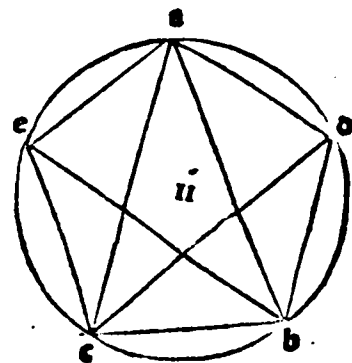
Intentio est describere unum triangulum duorum equalium laterum & tertii iniquis cuius uterque angulus quod super lat quod est reliquis inaequale existit ad tertium duplus existat. Ad hoc autem faciendum sumat. linea quilibet que sit $a.b.$ que dividatur per m q. docet. ii. secundi in puncto $c.$ ita q. illud quod sit ex $a.b.$ in $b.$ sit equale quadrato $a.c.$ factoque puncto $a.$ centro per ipsius quantitatem describatur circulus $b.d.e.$ intra quem per primam huius coarctetur linea $b.d.$ qualis linea $a.c.$ & producantur due lineae $d.a.$ $d.c.$ dico triangulum $a.b.d.$ esse quibus pponitur. Circumscribat circulus qui sit $d.c.a.$ per $s.$ huius triangulo $d.c.a.$ Quia ergo linea $d.b.$ est equalis lineae $a.c.$ erit quod sit ex $a.b.$ in $b.c.$ equale quadrato lineae $b.d.$ quare per ultimam tertii $b.d.$ linea est contingens circulum $d.c.a.$ & per $31.$ eiusdem angulus $c.d.b.$ est equalis angulo $c.a.d.$ Posito ergo cōi angulo $c.d.a.$ erit totus angulus $b.d.a.$ equalis duobus angulis $c.a.d.$ $c.d.a.$ sed per $31.$ primi angulus $b.c.d.$ est equalis eisdem quia extrinsecus ad ipsos ergo angulus $b.d.a.$ est equalis angulo $b.c.d.$ & quia angulus $a.d.b.$ est equalis angulo $a.b.d.$ per $s.$ primi eo q. latera $a.d.$ $f.a.$ $b.$ sunt equalia erit angulus $b.c.d.$ equalis angulo $c.b.d.$ ergo per 6. primi linea $c.d.$ est equalis lineae $b.d.$ quare & lineae $c.a.$ ergo per $s.$ primi angulus $c.a.d.$ est equalis angulo $c.d.a.$ Quia ergo uterque angulorum $c.d.b.$ $c.d.a.$ est equalis angulo $c.a.d.$ erit totus angulus $b.d.a.$ duplus ad angulum $d.a.b.$ & ideo angulus $a.b.d.$ sibi equalis duplus est et ad angulum $b.a.d.$ quod est propositum. Foran dicit aduersarius circulum $d.c.a.$ circumscripsum trigono partiali secare circulum $b.d.e.$ in alio quo puncto arcus $b.d.$ ita q. simul secabit lineam $b.d.$ unde ipsa non erit circulo applicata sicut in demonstratione supponitur sed ipsum secans. Sit ergo si possibile est ut ponit aduersarius & a puncto $b.$ ducatur ad ipsum circulum minorem contingens $b.f.$ & ducantur lineae $f.a.$ $f.d.$ eritq. per penultimam tertii quod sit ex $a.b.$ in $b.c.$ equale quadrato $b.f.$ ergo $b.f.$ est equalis $b.d.$ quare per $s.$ primi angulus $b.f.d.$ est equalis angulo $b.d.f.$ & quia per $31.$ tertii angulus $b.f.a.$ est equalis angulo $a.d.f.$ erit angulus $b.d.f.$ maior angulo $a.d.f.$ quod est impossibile cum ipse sit pars eius. Alter possumus istud repellere & ostendere q. ille minor circulus nullo modo secabit lineam $b.d.$ foran enim diceret q. secaret eam non secando arcum $d.b.$ maioris circuli. Si enim possibile est q. secet eam sit hoc in puncto $h.$ eritq. quod sit ex $a.b.$ in $b.c.$ equale ei quod sit ex $d.b.$ in $b.h.$ Monstratum est enim supra penultimam tertii q. si ab aliquo puncto extra circulum signato quotlibet lineae secantes ad circulum ducantur que sub totis & earum portionibus extrinsecis continentur equalia sunt ad invicem & quia quod sit ex $a.b.$ in $b.c.$ est equale quadrato $b.d.$ erit q. sit ex $d.b.$ in $b.h.$ equale quadrato $d.b.$ quod est impossibile per secundam secundi: quare constat propositum. Et nota q. minor circulus necessario secabit maiorem & abscedet ab eo arcum unum equaliter arcui $b.d.$ & maior abscedet similiter ab eodem unum arcum equaliter arcui $d.c.$ Quod sic probatur si enim minor non secat maiorem contingit ergo ipsum in puncto

d. ¶ quia per. 1. tertiū circularum ꝑ contingentiū centra. ¶ punctus cō
tactus sunt in linea una. erit cētrum minoris circuli in linea. a. d. propter
hoc q in ea est centrum maioris ¶ punctus contactus. ergo per. 17. tertiū
angulus. a. d. b. est rectus quare similiter ¶ angulus. a. b. d. sibi equalis est
a rectus quod est impossibile. per. 32. primi. Sicut ergo ipsum in pūctis. e.
d. dico arcum. e. d. maioris esse equalem arcui. d. b. ¶ arcum. e. d. minoris
esse equalem arcui. d. c. pduco lineas. d. e. c. e. ¶ e. a. eritq. per. 16. tertiū unus
quisq. q̄tor angulorum qui sunt. d. e. c. e. a. d. a. c. ¶ a. d. c. equalis ali
ppter id qd̄ duo arcus. d. c. ¶ e. a. b. sunt equales. per. 17. eiusdem quare to
b talis angulus. a. e. d. duplus est ad angulum. b. a. d. ¶ ideo equalis utriq.
angulorum. a. b. d. ¶ a. d. b. ¶ quia angulus. a. e. d. est equalis angulo. a. d.
e. per. 5. primi propter id quod. a. e. ¶ a. d. sunt equales a centro ad circū
c ferentiam. erunt duo anguli. e. d. trianguli. a. e. d. equales duobus angu
lis. d. ¶ b. trianguli. a. d. b. ergo per. 34. primi reliquus angulus. a. e. unius
est equalis reliquo angulo. a. alterius ergo per. 15. tertiū arcus. e. d. maioris
est equalis arcui. d. b. ¶ per eandem arcus. e. d. minoris est equalis arcui. d.
c. ¶ hoc est quod proposuimus.



¶ Castigator

a ¶ Quia ut ibi omnium est quod sit ex tota secante in partem sui extri
secam equale est quadrato lineæ contangentis ¶ cum b. f. modo sit con
tingens per aduersarium ideo ¶ c. Et quoniam rectangulum. a. b. in. b. c.
ex hypothesi est equale quadrato lineæ. a. c. quia sic fuit diuisa linea. a. b.
ex. 11. secundi erit. b. f. equalis. a. c. per communem scientiam que est qua
dratorum equalium latera esse equalia ¶ per consequens. b. f. etiam est ¶ c.
lis. b. d. quom b. d. locata fuerit in circulo maiori ad equalitatē. a. c. ex ꝑ
ma hypothesi ex quibus cuncta sequentia manifeste patent. ¶ Facilius for
matur iste triāgulus. 10. huius secundum mōm habitum in. 9. tertiū decimi
videlicet duobus lateribus exagoni ¶ basi que sit latus decagoni uno ¶
eodem circulo in scriptorum tunc quilibet angulus ad basim duplus erit
ad reliquum ut ibi declaratur. b ¶ Quia per primam dispositionem
huius. d. c. fuit inuēta equalis. d. b. que quidem. d. b. posita fuit ¶ c. a. c.
¶ ideo. d. c. ¶ c. a. sunt ¶ c. f. ¶ iō concluditur per primam partem. 17. tertiū
arcus esse equales. ¶ Cū angulus. b. f. d. totalis sit maior ipso. a. d. f. sequi
tur angulum. b. d. f. sibi equalem esse maiorem eodem. a. d. f. ideo impos
sibile quoniam. b. d. f. est pars ipsius. a. d. f. ¶ Quia triāgulus haberet duos
angulos rectos actu quod est impossibile per dictam. 31. primi. c ¶ Per
communem sciā que est quorum dupla seu quorum tota sunt equalia
sub dupla quoq. seu tota sunt equalia.

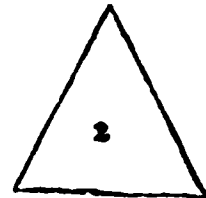


Propositio .11.

¶ Altra datum circulum equilaterum atq. equian
gulum pentagonum describere.



¶ Sit datus circulus. a. b. c. nolo intra ipsum describere ꝑ
thagonum unum. equilaterum atq. equiangulum. ¶ Desi
gno triangulum unum qualem premissa ꝑpōit. qui sit. 1.
cui alium equiangulum intra datum circulum describo.
a sicut docet secunda huius qui sit. a. b. c. sitq. utroq. angulorum. a. b. c. ¶ a.
c. b. duplus ad angulum. c. a. b. utroq. eorum diuido per 2 equalia ductis li
neis. b. e. ¶ c. d. eruntq. per. 15. tertiū. 5. arcus in quos. 5. puncta. a. d. b. c. e. dī
uidunt circulum adinuicem equales. propter id quod quinq. anguli qui
in dictos arcus cadunt sunt adinuicem equales. ¶ Continuatis igitur illis
quinq. punctis per lineas rectas que sunt. a. d. d. b. b. c. c. e. e. a. erit pen
thagonus. a. d. b. c. e. inscriptus dato circulo qualis proponitur. ¶ Est enī
equilaterus per. 18. tertiū cum. 5. arcus quorum eius quinq. latera sunt cor
de. ¶ sint adinuicem equalia. ¶ etiam equiangulus per. 16. eiusdem eo q
b quinq. arcus. d. a. e. a. c. c. e. c. b. d. ¶ b. d. a. in quos anguli ipsius ꝑtha
goni cadūt sunt adinuicem equalia. ¶ sicq. constat propositum.



Castigator.

a ¶ Per communem scientiam si equalibus equalia addas cum arcus. a. d. sit equalis arcui. e. c. per. 15. addito utriq. arcu. a. e. erit arcus. d. a. e. equalis arcui. a. e. c. & sic de reliquis. **b** ¶ Pari modo potest deduci per quartam primi angulos duos qui sunt ad. f. esse equales. Nam duo latera. a. f. & a. g. trianguli. a. f. g. equantur duobus lateribus d. f. & d. g. trianguli. d. f. g. in delictet latus. a. f. primi lateri. d. f. secundi per diffinitionem circuli & centri. Et latus. a. g. eiusdem primi lateri. d. g. secundi per penultimam tertii & angulus. f. a. g. primi angulo. f. d. g. secundi. quoniam uterq. rectus ex hypothese. ergo reliqui anguli unusquisque reliquis angulis alterius unusquisque suo relatiuo. s. angulo. a. f. g. angulo. d. f. g. & angulo. a. g. f. angulo. d. g. f. igitur &c.

Propositio .12.

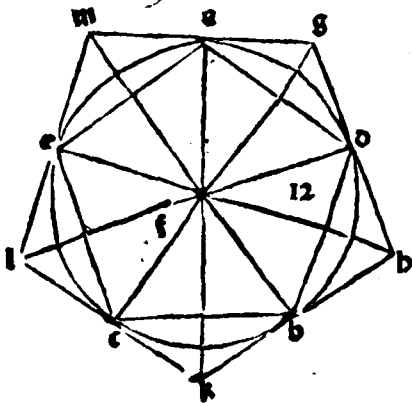


Pro circa propositum pentagonum equilaterum atq. equiangularum designare.

¶ Sit propositus circulus. a. b. c. cuius centrum. f. uolo circa ipsum designare pentagonum equilaterum atq. equiangularum. ¶ Supra circumferentiam ipsius circuli quasi secundum doctrinam premisse sibi inscripserim pentagonum quinque puncta angularia notabo. que sunt. a. d. b. c. e. ad. que a centro ducam lineas. f. a. f. d. f. b. f. c. f. e. & ab eisdem punctis educam perpendicularares ad istas lineas in utraq. partem quousq. concurrant in punctis. g. b. h. k. l. m. eruntq. hee linee contingentes circulum per correlarium. 15. tertii & ad ista puncta concursus ducam a centro lineas. f. g. f. h. f. k. f. l. f. m. Et quia monstratum est super penultimam tertii & si ab aliquo puncto extra circulum signato due linee contingentes ad ipsum circulum ducantur & ipse erunt equales. erit. linea. g. a. equalis linee. g. d. & h. d. b. b. & sic de ceteris. At quoniam quinque arcus in quos quinque puncta. a. d. b. c. e. diuidunt circulum. sunt adinuicem equales. erunt per. 16. tertii quinque anguli. a. f. d. d. f. h. b. f. c. c. f. e. e. f. a. consistentes super hos arcus in centro. f. sibi inuicem equales. Sunt autem duo latera. a. g. & f. a. trianguli. f. g. a. equalia duobus lateribus. d. g. & f. d. trianguli. f. g. d. & latus. g. f. commune. ergo per. 8. primi duo anguli eorum qui sunt. ad. f. Itemq. duo anguli qui sunt ad. g. sunt adinuicem equales. eadem ratione duo anguli qui sunt ad. f. in triangulis. d. f. h. & h. f. b. Itemq. duo qui sunt. ad. h. sunt adinuicem equales. Similiter quoq. singuli trium reliquorum angularum & sunt. b. f. c. c. f. e. e. f. a. & singuli trium. qui sunt. k. l. m. diuidantur per equalia. primi quidem per lineam. f. k. secundi per lineam. f. l. tertii uero per lineam. f. m. & quia hii tres anguli qui sunt. b. f. c. c. f. e. e. f. a. sunt sibi inuicem equales & aliis duobus qui sunt. a. f. d. & d. f. b. equales erunt eorum dimidia que sunt decem anguli facti in centro. f. adinuicem equaliter. Quia igitur duo anguli. a. & f. trianguli. g. a. f. sunt equales duobus angulis. a. & f. trianguli. m. a. f. & latus. a. f. commune erit per. 16. primi angulus. g. unius equalis angulo. m. alterius & latus. g. a. equalis lateri. a. m. ¶ Eadem ratione erit angulus. g. in triangulo. g. f. d. equalis angulo. b. in triangulo. d. f. h. & latus. g. d. equalis lateri. d. b. quare quia. g. a. est dimidium g. m. & g. d. dimidium. g. b. & g. a. & g. d. sunt equalia: erunt per communem scientiam. g. m. & g. b. eorum dupla equalia. Similiter quoq. probabimus. g. m. esse equaliter. m. l. & m. l. k. & l. k. k. b. quare pentagonus g. b. k. l. m. est equilateralis. ¶ Sed & equiangularus cum enim duo anguli qui sunt ad. g. sunt adinuicem equales. & duo qui sunt ad. m. similiter adinuicem equales & g. partialis. sit equalis. m. partiali. utraq. enim probatum est prius. erit per eandem communem scientiam. g. totalis equalis. m. totali. & eadem ratione probabis equalitatem in ceteris angulis quare est equiangularus. sicq. constat propositum.

Castigator.

a ¶ Per eandem scientiam quoniam tota sunt equalia dimidia quoq. equalia esse necesse est. **b** ¶ Quoniam dimidia sunt equalia tota quoq. equalia esse necesse est.



Propositio .13.

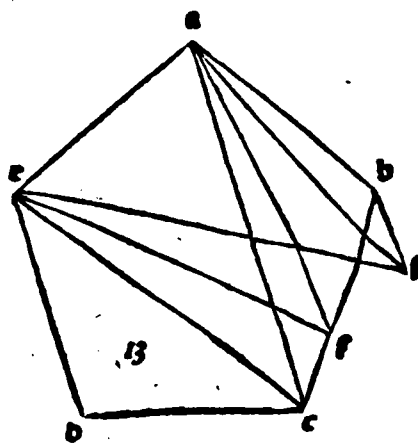
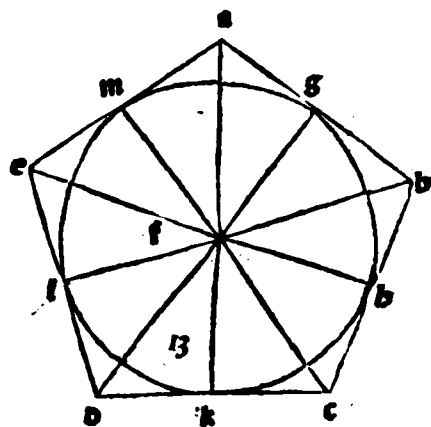


Letra equilaterum atq; equiangulum pentagonum assignatum. circulum describere.

¶ Sit assignatus pentagonus equilaterus atq; equiangulus quia de aliis non est necessarium hoc esse possibile. a. b. c. d. e. uolo sibi inscribere circulum. hec est quasi conuersa. i. duos eius ppinquos angulos qui sunt. a. f. e. diuido per equalia ductis lineis. a. f. f. e. f. donec concurrant in puncto. f. intra ipsum pentagonum quem dico esse centrum circuli. ¶ Cōcurrent enim propter id quod dimidium totalis anguli. a. a. f. similiter totalis anguli. e. minus est angulo recto. ¶ Si enim intra pentagonum non concurrant aut extra ipsum pentagonum aut in latere pentagoni. aut in eius angulos qui utriq; angulorum diuisorum opponitur. ¶ Concurrant ergo pmo extra in puncto. f. f. ducatur linea. b. f. f. quia duo latera. c. a. f. a. f. trianguli. e. a. f. sunt equalia duobus lateribus. b. a. f. a. f. trianguli. b. a. f. f. angulus. a. unius angulo. a. alterius erit per. 4. primi. b. f. equalis basi. f. b. f. quia angulus. a. partialis est equalis angulo. e. partiali. propter id quod a. totalis. e. totali erit per. 6. pmi. f. a. equalis. f. e. quare. f. a. e. equalis. f. b. ergo per. 5. primi duo anguli. b. totalis. f. a. partialis sunt equales quare. a. partialis est equalis uel maior. a. totali quod est impossibile.

¶ Concurrant ergo in puncto. f. super latere. b. c. eritq; arguendo per premissas f. premisso modo angulus. a. partialis equalis angulo. a. totali quod est impossibile. ¶ Quod si forsan cōcurrant in angulo. e. erit per eandem f. eodem modo. c. b. equalis. c. a. f. ideo adhuc prius angulus. a. partialis equalis angulo. a. totali. Quod quia hoc esse non potest. Sit ergo punctus concursus qui est. f. intra pentagonum a quo duco. s. perpendiculares ad eius. s. latera. que sunt. f. g. f. h. f. k. f. l. f. m. f. ad duos eius angulos ppinquos alitersecus angulis per equalia diuisis. qui sunt. b. f. d. duco lineas f. b. f. d. f. quia duo anguli. a. f. m. trianguli. a. f. m. sunt equales duobus angulis. a. f. g. trianguli. a. f. g. f. latus. a. f. commune erit per. 16. primi. f. m. equalis. f. g. ¶ Per eandem quoq; probabis. f. l. equalis. f. m. sumptis duobus triangulis. e. f. m. f. e. f. l. ¶ Quia iterum duo latera. a. f. f. a. b. trianguli. a. f. b. sunt equalia duobus lateribus. a. f. f. a. e. trianguli. a. f. e. f. angulus. a. unius angulo. a. alterius erit per. 4. primi angulus. b. partialis equalis angulo. e. partiali. f. quia. b. totalis equalis e. e. totali. f. e. totalis diuisus est per equalia erit etiam. b. totalis diuisus per equalia. ¶ Eodem modo probabis. d. totalem diuisum per equalia propter equalitatem. d. partialis f. a. partialis sumptis triangulis. e. a. f. f. e. d. f. quia ergo duo anguli. g. f. b. trianguli. g. f. b. sunt equales duobus angulis. h. f. b. trianguli. h. f. b. f. latus. f. b. commune erit per. 16. primi. f. h. equalis. f. g. ¶ Eodem modo probabis. f. k. equalis. f. l. sumptis triangulis. l. f. d. k. f. d. quoniam igitur s. linee. f. g. f. h. f. k. f. l. f. m. sunt equales. erit. f. centrum circuli. per. 9. tertii. quem describemus fm quantitatem unius earum f. tanget omnia latera pentagoni. propter equalitatem linearum. f. nullum eorum secabit per primam partem. 15. tertii. sicq; cōstat ppositū. ¶ Castigator.

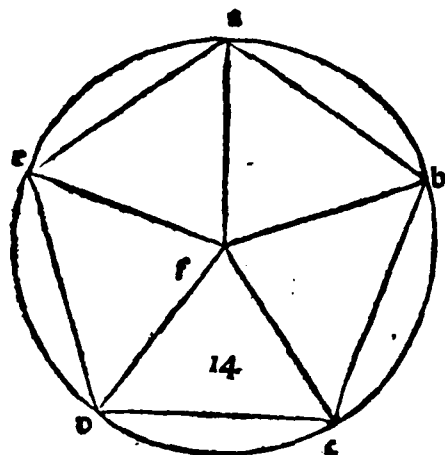
¶ Hoc enī probatum est supra. 31. primi ubi ostensum est omnes. s. angulos pentagoni. 6. rectis equiualeere scilicet unusquisq; ualet unum rectum q; quantam unius recti. f. ideo dimidium totalis anguli. a. f. similiter. e. minus est angulo recto f. ideo ex illa parte concurrēt per pultimā petitionem. b. ¶ per aduersarium. c. ¶ Etiam per aduersarium. d. ¶ Quia angulus. b. pethagoni ex ypotesi ē eq̄lis angulo totali ipsius pethagoni f. ideo cū angulus. b. totalis sit maior angulo. b. pethagoni ē maior angulo a. totali f. iō cū angulus. a. ptialis equet ipsi. b. f. q̄q; ipsum. a. ptialē ēē maiorē. a. totali siue ei eq̄lem qd ē impossibile f. c. p p̄mam dispositionē nō f. q̄q; angulū. a. ptialē ēē eq̄lem. a. totali sed ipso maiorē f. in duabus p̄fremis dispositionibus f. q̄q; totali ēē eq̄lem semper. s. q̄n per aduersariū concurrerent in latere uel in angulo illis opposito.





Circa datum pentagonum quod sit equilaterum atq; equiangulum circulum describere.

Sit ut prius datus pentagonus equilaterus atq; equi-
gulus. quia de alijs non est necessarium hoc esse possibile
a. b. c. d. e. uolo circa ipsum describere circulum. hec est q
si cōuersa. n. Duos ei⁹ p̄p̄inuos āgulos q̄ sunt a. f. e. diui-
doper equalia ductis lineis. a. f. f. e. quousq; concurrāt intra ipsum pen-
tagonum in puncto. f. ¶ Concurrēt. n. f. intra pentagonum ut proba-
tum est in premisa. Et a puncto concursus duco ad reliquos angulos line-
as que sint. f. b. f. c. f. d. f. quia duo latera. a. f. f. a. b. trianguli. a. f. b. sunt eq̄
lia duobus lateribus. a. f. f. a. e. trianguli. a. f. e. f. angulus. a. unius angulo
a. alterius erit per. 4. primi. f. b. equalis. f. e. f. angulus. b. partialis angulo.
e. partiali. Et quia. b. totalis est equalis. a. totali. f. e. totalis diuisus est per
equalia. erit similiter. b. totalis diuisus p̄ equalia. f. hoc quoq; modo p̄ba-
bis utrūq; angulo. c. f. d. diuisum ēē p̄ equalia f. s. lineas. f. a. f. b. f. c. f. d.
f. e. esse equales. quare p̄. 9. tertii. f. erit centrum circuli. sicq; patet p̄positū.

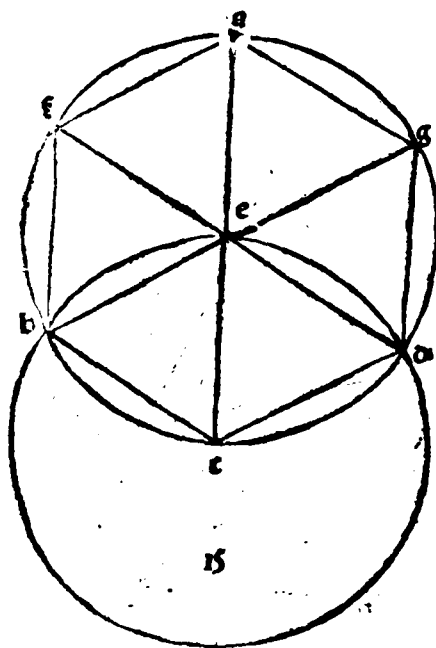


Propositio 15.



Circa propositum circulum exagonus equilaterū atq; equiangulum describere. ¶ Ex hoc itaq; ma-
nifestum est q̄ latus exagoni equum est dimidio
diametri circuli cui inscribitur.

Sit propositus circulus. a. b. c. d. cuius centrū. e. uolo sibi
inscribere exagonum equilaterum atq; equiāgulum. pro-
duco diametrum. a. e. c. f. p̄m quantitatem semidiametri. e. c. facto cen-
tro puncto. c. describo circulum. e. b. d. secantem priorem in duobus pun-
ctis. b. d. a quibus produco duas diametros in circulo primo que sint. b. e
g. d. e. f. trium ergo diametrorum extremitates cōiungo. 6. lineis que sunt
a. f. f. b. b. c. c. d. d. g. g. a. quas dico continere exagonum quesitum. Erit
enim ut demonstrat prima primi uterq; triangulorum. b. e. c. c. e. d. equi-
laterus. quare f. equiāgulus per. 5. eiusdem ergo p̄. 32. primi duo anguli.
b. e. c. f. c. e. d. cum uno equali uni eorum sunt equales duobus rectis. Pro-
pter id quod quisq; eorum est tertia duorum rectorum sed ipsi per. 13. eius-
dem cum angulo. d. e. g. sunt equales duobus rectis. ergo angulus. d. e. g. f.
equalis utriq; eorum quare p̄. 15. eiusdem. s. anguli. qui sunt ad. e. sunt ad-
inuicem equales. ergo p̄. 35. tertii arcus in quos cadunt sunt equales. quā-
re f. eorum corde per. 18. eiusdem que sunt latera ipsius exagoni. Equila-
terus igitur est sed f. equiāgulus p̄. 26. tertii propter id quod sex arcus in
quos angularia puncta exagoni diuidunt circulum bini f. bini sumpti
sunt adinuicem equales. ut arcus. a. f. b. artui. f. b. c. f. ideo angulus. f. qui
consistit in primo est equalis angulo. b. qui consistit in secundo. idem in
ceteris. quare constat p̄positum. ¶ Correlarium ex hoc patet q̄ dimi-
dium diametri f. latus exagoni sunt latera eiusdem trianguli equilateri.
ut. e. c. f. e. b. f. c. b. ¶ Et nota q̄ non proponitur circa propositum circū-
lum exagonū equilaterū atq; equiāgulū designare. Nec intra talē exagonū
circa talē circulum describere. quēadmodū fecit de triangulo q̄drato f. p̄
thagono. non quia nō sit necessarium hoc esse possibile. sed quia hec tria
per eadem precepta sunt in pentagono equilatero f. equiāgulo. f. in
omni figura equilatera. atq; equiāgula quēcūq; fuerit. Vnde quancūq;
figuram equilateram f. equiāgulam scimus circulo inscribere eandem
circulo extra. f. circulum sibi intra f. extra hisdem medijs per q̄ hec in
pentagono fecimus describemus. ¶ Nota etiam q̄ omnis figura equi-
latera circulo inscripta. aut circumscripta est etiam necessario equiāgū-
la. de inscripta patet per. 17. f. 26. tertii sumptis arcibus circuli. quibus la-
tera inscripte figure corde sunt binis f. binis. In hos enim arcus ipsius fi-
gure anguli cadūt. De circūscripta autem ductis a circuli centro lineis ad
oēs eius angulos. f. ad loca contactus facile probabis. si plene intellexte



demonstratione. **3.** huius diligens intellectus, accersit. erit enim ut oēs ipsius figure angulos linee a centro uenientes per equalia diuidant. sumptis itaq. quibuslibet duobus eius proximis lateribus cum linea ad angulum ab eis contentum. & cum duabus ad eorum extremitates a centro uenientibus duos triangulos ab eis contentos equiangulos adinuicem per **4.** primi esse probabis. Sicq. faciendo de omnibus patebit eos esse equiangulos p̄ hāc cōm sciam quoz dimidia sunt equalia. tota quoq. et eq̄lia.

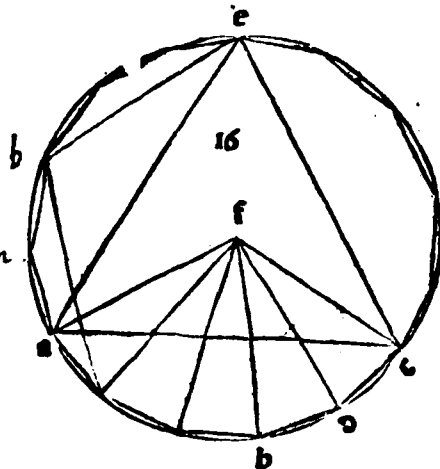
Calligator.

a ¶ No. diligenter quia ad praticam multum facit tale persuppositū ut apparebit.

Propositio .16.



Itra datum circulum quindecagonum equilaterum atq. equiangulum designare. ¶ Deinde circa quēlibet circulum assignatum quindecagonus equilaterum atq. equiangulum atq. intra datum quindecagonum circulum describere.



¶ Sit datus circulus. **a. b. c.** uolo sibi inscribere quindecagonum equilaterum & equiangulum. deinde etiam circūscribere atq. intra tale quindecagonum propositum circulum describere. Non proponit autē circa talem quindecagonum circulum describere. quia hoc satis dat intelligere per **a. l. i.** que proponit. In dato circulo iuxta doctrinā secundē huius. protrabo latus trianguli equilateri & sit. **a. c.** & iuxta doctrinā **11.** latus pentagoni equilateri atq. equianguli quod sit. **a. b.** Et quia arcus. **a. c.** est totius circumferentia tertia cuius arcus. **a. b.** est. quinta. erit superfluum inter eos quod est arcus. **b. c.** due tertię arcus. **a. b.** uel due quarte arcus. **a. c.** siue due quintedecime totius circumferentie. Nam in omni toto excedit tertia quintā. in duabus tertiis ip̄sus quinte. uel in duabus quintis ip̄sus tertię. siue in duabus quintis decimis totius. hoc enim patet in quinta tertię primi numeri habentis quintam & tertiā qui est **15.** eius enim tertiā que est **5.** excedit eius quintam que est tria in duabus unitatibus que sunt due tertię ip̄sus ternarii qui ē quinta. uel due quinte ip̄sus quinary qui est tertia siue due quintedecime ip̄sus. **15.** qui est totum. ¶ Diuiso igitur arcu. **b. c.** per equalia. in. **d.** patet utrumq. duorum arcuum. **c. d.** & **d. b.** esse tertiā arcus. **a. b.** uel quintam arcus. **a. c.** siue qui nō tam decimam totius circumferentie. ¶ Subtēsis igitur eis cordis. **c. d.** & **d. b.** coaptatisq. cōtinuē intra datum circulum sibi equalibus per primam huius complebitur figura proposita. ¶ Cetera uero dup. que proponit cum tertiō q. dat intelligere uidelicet quindecagonum circulo circūscribere ac circulum quindecagono inscribere ac etiam circumscribere ex **11. 3. & 14.** huius plene intellectus facile perficies. ¶ Et nota q. quācumq. figuram equilateram circulo scimus inscribere duplo plurium laterū circulo scimus inscribere & circūscribere. & ip̄s circulum. ¶ Diuisis **6. n.** arcibus quibus latera eius que scitur inscribi subtenduntur. per equalia & a punctis mediis ad extremitates laterum ip̄sus figure ductis lineis fiet intra circulum figura duplo plurium laterum que erit equilatera per **18. tertię.** ergo & equiangula. hoc enim demonstratum est supra. **15.** huius q. omnis figura equilatera circulo inscripta est etiā equiangula. Et quia hanc circulo scimus inscribere. sciemus cetera tria per **11. 3. & 14.** huius. ¶ Quia igitur scimus inscribere triangulum equilaterum sciemus per hoc & exagonum & per exagonum duodecagonum ac per duodecagonum figuram. **24.** laterum. & sic in infinitum duplando. Et licet p̄ triangulum possit ut diximus inscribi exagonus. posuit tamen huius propriam demonstrationem ex qua sequitur potissimū per utile. Et similiter quia scimus & inscribere quadratum sciemus per hoc inscribere omnem figuram cuius laterum numerus est pariter par. per pentagonum quoq. sciemus decagonum. & figuram. **20.** laterum. sicq. continue duplando. idem quoq. intellige de quindecagono. per ipsam enim sciuntur figure. **30.** & **60.** & omnium continue duplatorum laterum. ¶ Ceterarum autem si

gurarum de quibus ista non docet. nec que per has non habentur difficultis est scienita. Sparum utilis. ^dut sunt eptagona nonagona undecagona. Quod si sciremus triangulum datum equalium laterum designare. cuius uterq; angulorum ad basim triplus esset ad reliquum sciemus eptagonum ut supra pentagonum circulo inscribere. q; si uterq; quadruplus esset ad reliquum sciemus nonagonum. & si quincuplus undecagonum. Idemq; in ceteris figuris imparium laterum. posito utroq; angulorum ad basim multiplici ad reliquum. per eum numerum qui est medietas. maximi paris sub impari numero laterum ipsius figure contenti.

Castigator.

a ¶ Quia si illa secunda proponit triangulum a signatum equilaterum & sic inscribendo circulo unum ei equiangulum. Oritur pariter equilateralis ad instar propositi quia maior & minor secundum quantitatem propositi circuli. Similiter dicitur de pentagono. per. n. huius. b ¶ Per. 39. tertii. c ¶ Per. 28. tertii cum omnis illi arcus sint sibi inuicem equales quoniam quisq; est. 5. pars totius circumferentie. d ¶ Verba campani traductoris immo utilisima cum videretur circa difficile ueretur teste. A. P. quia facile malum.



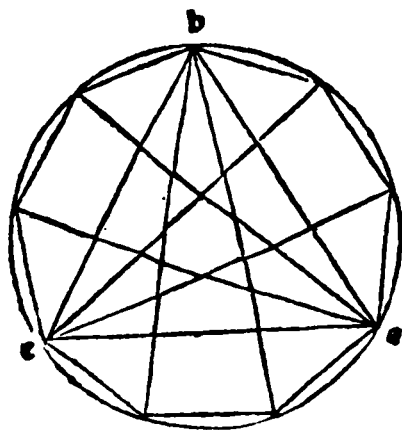
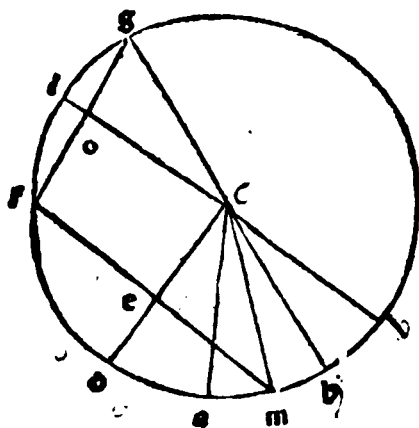
A tum angulum in tria equa diuidere. ^dSit angulus datum. A. tum ipsum diuidere in tres equales angulos quod sic facio. pono primo. c. centrum circuli describendo circulum qualitercumq; contingat. & protraho latera continetia datum angulum usq; quo fecerit circumferentiam in punctis a. f. b. tunc a puncto. c. quod est centrum circuli duco lineam. c. d. perpendiculariter ad lineam. a. b. & in linea. c. d. assigno. punctum e. a quo duco lineam ad equalitatem. c. b. usq; quo fecerit circumferentiam circuli in puncto. f. & produco. e. usq; a. deinde protraho lineam. g. h. equidistantem. f. a. que scilicet. g. b. transeat per centrum. & duco lineam. f. g. equidistantem linee. e. c. & protraho lineam. c. b. in continuum & directum usq; ad. l. que fecit lineam. f. g. orthogonaliter in puncto. o. & per equalia dico ergo q; arcus. l. g. est equalis arcui. h. b. propter hoc. q; angulus. l. c. g. est equalis angulo. h. c. b. cum sint contra se positi. Cum igitur arcus. f. g. sit duplus arcui. l. g. erit etiam duplus arcui. h. b. sed arcus. f. g. est equalis arcui. a. h. cum sint inter duas lineas equidistantes que sunt. f. a. & g. h. ergo arcus. b. a. est duplus arcui. h. b. ergo & angulus. a. c. h. est duplus angulo. h. c. b. diuidam ergo angulum. a. c. h. per equalia per lineam. c. m. & patet propositum.

Castigator.

a ¶ Ista de diuisione anguli in tres partes equales est limitanda quoniam non est de omni. Eius limitatio erit ista datum angulum minorem recto in tria equa diuidere nam de obtuso non posset illi mediis concludi quia tunc linea. d. c. caderet inter lineas. a. c. & b. c. & tunc demonstratio non tendit ut per te deducendo percipere potes. ideo discursus tibi relinquatur &c. Et talis limitatio datur intelligi per constitutionem ipsius nonagoni in circulo ob cuius rationem principaliter illa posita uidetur ubi prius inscribit triangulum circulo equilaterum & per consequens equiangulum cuius quisq; angulorum minor est recto ex. 32. primi ut euidenter apparet.



Ntra datum circulum non angulum equilaterum atq; equiangulum. designare qd sic fieri potest iuxta doctrinam secunde huius. inscribam circulo assignato triangulum equilaterum atq; equiangulum qui sit a. b. c. & unumquemq; angulorum eius diuidam per tria equalia & protraham lineas diuidentes angulos usq; ad circumferentiam & tunc quia nonem anguli locati in circulo sunt equales de necessitate arcus suppositi ipsis angulis sunt equales. Protraham enim cordas subtractas singulis arcibus & habebam intentam. ¶ Explicit Liber quartus.





Ermo habitus per Reuerendum patre. M. LVCAM Pa-
 cium de burgo Sancti Sepulchri. Or. minoꝝ. In eccle-
 sia Sancti Bartholomei. Venetijs. 1508. Die. xi. augusti
 in quintu Euclidis. Spiritus sancti gratia illuminet sen-
 sus & corda nostra. Amen. ¶ Arduum diffiliumq; re-
 ru omnium. Reueredi dñi: uenerandi patres: excellēti-
 mi Doctores: Magnifici uiri: Auctissimi cuiuscunq; facultatis studētē-
 uoꝝ; ceteri prestantissimi ciues: diffilissima est proportio. Hæc est illa
 que sola intima altissime idiuidueq; trinitatis penetrati & a sacris theo-
 logis solertissime inuestigatur. Hæc enim est que sæpius in eorum uola-
 minibus relatio dicitur: aliquando respectus: nōnunq; habitudo. Inter-
 dum intellectualis discursus: & nomine alio comparatio nūcipatur. Hu-
 ius notitiam diuini philosophi summopere cupierunt: dum Metaphysi-
 cen opera in lucem prodere curarent. Hanc pro uiribus naturales profe-
 qui sunt: ut Socrates: Plato: Aristoteles: ceteriq; omnes. Cum de re-
 rum uniuersiq; natura agerent. Non enim aliud in rebus uniuersis supe-
 rioribus: scilicet & inferioribus q; debita earum adinuicem proportio:
 seu habitudo queritur. Nunq; enim sacris litteris incumbentes: processio-
 nem sancti spiritus a patre & filio ex eorum reciproco amore causatam:
 lingua calamoq; explicare potuissent: nisi prius relationem inter eos p a-
 tris ad filium: & e contra percepissent. Hanc proculis summus opifex in
 caelestium terrestriumq; rerum dispositione semper habuit. Dum orbū:
 motus cursusq; siderum & planetarum omnium ordinatissime dispone-
 ret. Hæc quando æthera firmabat: firmum: & appendebat fundamēta ter-
 ræ: & librabat fontes aquarum: & mari terminum suum circumdabant le-
 gemq; ponens aquis ne transirent fines suos: cum eo erat cuncta cōpo-
 nit. Que nam esset humano generi delectatio si ex tanta rerum diuer-
 sitate pportio non oriretur? Cum sepe dicatur: uarietas est que delectat.
 Quo pacto insuper in inuisibilem raperetur amorem nisi habitudinē
 quandam creaturæ ad creatorem cerneret. Et quāuis finiti ad infinitum
 proportio nulla esse predicatur: attingentie tamen inter ea proportio a
 sacris non negatur doctoribus. Naturales autē & ipsi: ut paulo ante dixi-
 mus) pfectulo rerum naturalium proportionē quæserunt: prout in eorū
 codicibus passim habetur. Prefertim Aristotelis cuius opera præ alijs assi-
 due premanibus habentur. Nam inde physico auditum proportionē motu-
 um inter se subtilissime perscrutatur. Et ex decem predicamentis quoniam
 mero denario oēs pbi contenti extiterunt: unū relatiōis seu ad aliqd huius-
 tā sublimi indagatrici pportioni. s. spāliter addicant. ¶ Omitto loca
 alia pene innumerabilia ubi de pportionibus & pportionalitatibus sa-
 pisime discribitur. Que omnia (ut de naturalibus concludam:) medicis
 pferim peritissumis: (quib; omnium cura cōmissa est) nota sunt & eē de
 necessitate debent. Nō. n. calidi & frigidi: hūidi & siccī in medelis dispo-
 nendis rectā rōnem habebūt: nisi gradū cuiuslibet predictarū noverint.
 quem postea ex multis pportionado qualitatum: unā efficiunt egrotā-
 ti corpori debite exhibēdā. ¶ Quo ē Astronomi pportioe relicta age-
 rent: nōne ne ueritatem cecī q; discurrent. Narrēt hī qui sentiūt: dicāt
 egypti: ut Ptolomeus: Ali. Albategni. Almagranus. Geber. Albuma-
 rus: & ceteri oēs qui pportioe premia pitissimi euasere. ¶ Qualiter coro-
 graphi cosmographiq;. Marinus quē sepe Ptolomeus ipugnat Strabo &
 alii qui totius orbis sitū nobis tabulis quibundam accuratissime tradide-
 runt: tot & tanta simul unico libello complecti potuissent: nisi matrem
 osum obstatissent proportionem. ¶ Dicant queso architecti omnes &
 diuersarum machinarum inuētores: prisci & presētes Pythius qui pri-
 mus adē minerue nobiliter architectatus ē. Dinocrates: Archimedes:
 Vitruuius: Frōtinus: Vegetius: & alii q; plures q; i edificiorū structuris su-
 me excelluerunt: quos memoria puse ruinæ adhuc nobis asserūt quo
 medio talia edebant? Certe pportione duce se oīa pfectis respōdebūt.

¶ Quomodo pictores celeberrimi. Appelles Miron Polidamus & ceteri quos historie nominant aliquid laude dignum prospectivo aspectu suis posteris reliquisse. Si in eorum figuris liniamenta distantiaq; debitas altitudines & latitudines proportionaliter non seruassent. ¶ Lapide quoq; seu lapidum sculptores Phidias Praxiteles. Appollonius. Nestor & reliqui industria tali predicti. non ne eandem diligentissime proportionem marmoris eneisq; statuis accomodarunt. prout indices frustis talium hinc inde repertis facile datur intelligi. ¶ Pariter & Musica nil aliud in eorum melodiis armoniisq; querunt nisi modum debitum uocum & sonorum hoc est Sesquialtera sesquitercia. Diapente : Diapason : & alius huiusmodi proportionibus (teste Boetio) proportionatum. ut in auditorum auribus dulcius ac suauius resonent. & summam illis de lectionem ingerant que sine proportionem & proportionalitate minime Causari potest. Quem morem imitando poete Carmina sua (etiam fere mediis) Datilo : Iambo : Spondeo : Trocheo : Anapesto : Tribraco . Proceleumatico . Ceterisq; proportionis locum uendo pedibus . Componunt . ¶ Nec non & rethores (ad istorum instar) Orationum suarum partes debitis ac congruis numeris assignant. ¶ Hoc idem origo & fundamentum omnium liberalium artium grammatica obseruare uideatur dum normam recte loquendi recteq; scribendi. discere incipientibus tradit. grani : acuto : circumflexoq; accentibus terminatam. ¶ Qua est uia æquisime sanctiones. Iustiniana scilicet & canonica suas recte formate sententias : si iustitiam utraq; commutatiuam scilicet & distributiua non supponerent. Quarum altera uidelicet distributiua pene geometricam tantum proportionem attendi comprobatur (ut in ethicis Aristoteles : & plato inde legibus & republica testantur) iuxta quam iustus in dexteriorum & mortuorum olim humano generi retribuet merita ac de merita omnium adinuicem proportionando ut ex sacris aperte elicitur litteris. ¶ Hanc assidue & commutatiuam obseruant rerum publicarum sumtores dignissimi huius seculi negociatores res pecunia uendendo. emendoq; seu quouis alio modo pertractando . ¶ Aliarum quoq; uariarumq; mechanicarum industria suas debitas habet proportionem ipsam moderantes experientia teste. ¶ Sed dum talia percurimus quid de arithmeticiis geometricisq; nostris dicemus : qui precipui inter alios semper habentur Pitagoras & Nicomachus qui primi numerorum apud grecos inventores fuisse perhibentur : quis apud latinos Boetius & Apuleius habentur. Non ne hi ceteris diligentius proportionem seruauit : quam (teste Euclide) rationalem uocant . ¶ Geometre uero utriq; indifferenter rationali scilicet & irrationali curam adhibent . ¶ Hec deniq; proportio infinitus thesaurus est hominibus quo qui usi sunt percipientes facti sunt amici dei propter discipline dona Commendati . ¶ Hanc ego proposita sine fictione didici & cupientibus sine inuidia comunico uirtutem eius apertissime ostendendo. ¶ Hæc igitur proportionum & proportionalitatum Euclides necessariam cernens obseruantiam ut omnium que dixeris fructus uberior habeatur. De his ipsis disertissime hoc in quinto egit. Definitiones earundem præmittens ac deinceps more suo conclusiones triginta quatuor numero. (quibus iste totus complectitur liber) exarando. Et contra aduersarium eas firmissime atq; inrefragabiliter concludit. ¶ Qua propter si quis ad speculationem aliquam quacumq; in facultate scientia : arteq; aspirat ad hunc properet fontem a quo aque uiue semper flumina fluunt. Et super astra eius extolletur ingenium. ¶ Sed ut iam ad litteram ueniamus res exposulat. Que sic incipit uidelicet. pars est.



Mores hi sunt qui interfuerunt. Thidiat. Pambolomietu dederit
ego. Lucas Paciolus Barchinensis. Sancti Sepulchri Ex muno
ritana Francisci fustilla. Quinque Episcopi profuerunt soli
miter capl. praesentione. hac. prius habita. M. Diviti. Am
gusti. die. xi. Et in primis..

¶ Clarissimus Vir: Ioannes Lantares ad suam Venet
christianissimi Francisci Regis Orator. ¶ Vir clarissimus Philippus fr
terius Barchinensis Catholici Hispaniarum Regis ad eundem Sena
tum Orator. ¶ Reuerendus Apostolorum pfectus Theodorus baghiolus Se
renissimi Principis Cancellarius. ¶ Joannes Baptista Egnatius Vir
omni litterarum genere praestans. ¶ Vincentius Dukius.

¶ Reuerendi Sacre Theologie Professores.

¶ Magister Gabriel Venetus Eremita. Fernille. tene. hie. provincie
praefectus. ¶ M. Gabriel Brunnus Venetus. Mortuarius. Familia. Romanie
Provincie Minister. ¶ M. Petrus Lucenianensis eiusdem familie.
¶ M. Jacobus suentinus eiusdem familie. ¶ M. Ioannes Andreas
de ciuitate. ¶ M. Petrus de cruce Hispanus. ¶ M. Antonius. propu
liensis. ¶ M. Germanus Guardamus. ¶ M. Nicolaus Martiensis.
¶ M. Angelus Venetus. ¶ M. Simon Vargus Regens. ¶ Sacre
Theo. bacalarius formatus. Frater Petrus terentianensis. ¶ S. Theo.
Bacalarius Frater Bartholomeus montalcinus. ¶ Frater Loardus
Veronensis Antiquarius. Omnes prebati. Eiusdem. Minoritane. Fa
milie. ¶ Hieronimus Regius Martianus Eremita. ¶ Sebastianus
Leonardus Cosmographus.

¶ Magnificus Vir Bernardus Bembo Doctor & eques. ¶ M. V. Mari
tus Georgius Doctor. ¶ M. V. Sebastianus foscarius Philosophiae p
fessor Clarissimus. ¶ M. V. Gabriel Marazz eques. ¶ M. V. Franci
scus donatus eques. ¶ M. V. Vincentius Quirinus Doctor. ¶ M. V.
Petrus parcalicus Doctor & eques. ¶ M. V. Nicolaus Teupul Doctor
¶ M. V. Daniel Rainetius aduocatus communis. ¶ Excellens Vir Ioan
nes Baptista Brocardus.

¶ Medici Illustres.
¶ Benedictus Thodaldus. ¶ Marinus Brocardus. ¶ Franciscus Valen
tinus. ¶ Alexander Veronensis. ¶ Ambrosius Leo Nolanus. ¶ Ro
dulfus Camertes. ¶ Mathias Fletensis. ¶ Caesar Optatus. ¶ Ascanius
Esinus. ¶ Excellens studiorum humanitatis professor Hieronimus Ma
fritus Forolaniensis. ¶ M. V. Hieronimus Saurorganus. ¶ M. V. Fra
nciscus Dubda. ¶ M. V. Vincentius Grimanus. ¶ M. V. Franciscus &
Iacobus fratres Comedii. ¶ M. V. Thomas Iustinianus. ¶ M. V. Mar
cantonijs Comethus. ¶ M. V. Federicus Molinus. ¶ M. V. Petrus Do
natus. ¶ M. V. Petrus Contarenus. ¶ M. V. Donatus Legius. ¶ M. V. Lah
rentius Bragadenus. ¶ M. V. Martinus Sahutus. ¶ M. V. Angelus Pi
sanius. ¶ M. V. Petrus Mottenicus. ¶ M. V. Sanctus Tronius. ¶ M.
V. Laurentius Memmus. ¶ M. V. Carolus Contarenus. ¶ M. V. Domi
nicus priolus. ¶ M. V. Ioannes Bembo. ¶ Flaminius poeta calemus
¶ Aldas Manutius Romanus. ¶ Palladius Soranus poeta. ¶ Leonar
dus Augussini pratenfis. ¶ Petrus Zianus. ¶ Iacobus draganus. ¶ Ma
thias Cinius Florentinus. ¶ Bartholomeus. Franciscus & Paulus fratres
Rompiasii. ¶ Nicolaus Sapa. ¶ Lucas Carolus. ¶ Bartholomeus Pe
dretus. ¶ Lattentius Papiensis Musicus. ¶ Franciscus masfarius. ¶ Ia
cobus Coccus. ¶ Marcus Antonius Bragadenus. Hi tres adolescētes sum
me indolis. ¶ Petrus Priolus. ¶ Sebastianus Priolus. ¶ Bernardus
roclatus & Ioannes eius filius Florentini. ¶ Iacobus Georgius Mathema
ticae Sectator. ¶ Georgius Tragarinus eiusq. filius Marcus. ¶ Alexius
Bergomensis. ¶ Ioannes Marcus Canotius Patavinus. ¶ Petrus Lom
bardus. Hi quatuor praefati Architectonica Clari. ¶ Bernardinus Pe
nius Vrbinus. ¶ Alexander francius & Vanotius Pauli Senensis. ¶ Ot

Amis factis impediens. **F**ranciscus florentinus Comographus.
Aliis plurimi quorum nomina sigillatim referre ad quingentos
 amplius opto sum nescis fore florentinum hominum dicens.

Egidius Bagriolanus Apollonum prefatus Secretisgni Principis Ca
 tellarum Natali Regi edidit Latini prefatus **V**eneto Canonico. S. P. D.



Elephantus Minus in modum Superioris Anno profectione
 ne quadam Euclidis Mathematicorum omnium facile
 Principis in quantum eius Librum quam LVCAS Pa
 ciolus de Burgo Sancti Sepulchri Minoritane Familie
 addidit omnium nostra tempestate huc discipline te
 fructus sumus habuit. Non potui frater optine quicquid
 luptatam in credibilis quam operam non. Communicare; cum quod te
 eadem atque amant amari. Tum quod ipse res Digna mihi semper est ut
 que tibi quod cognita peripetiaq. forte. Nota te ego. LVCAS. M.
 strans Notus bonitas ingenium. Notus hominis sumam. Virum eius
 scripta fortasse non attigas ut pro ingenio tui Felicitate et candore me
 lius de totte. sententia fuit. Ego vero qui tibi semper gratificari studui
 curavi. Ut qui autem profectionem LVCAS. M. per publicas occupationes
 non potuisti proferre habere abster in quo te quandoq. oblecter fructus
 maximus opus. Legisigitur in istam profectionem. Legeri post illa
 quintum Euclidis librum qui sane is est ut quanto Euclides ipse omnes
 alios scriptores antecellit tanto quantum hic scripta ab eo alia preste
 sunt quodam plena ingenio; plena ad omnia apta. diuinitatis in hoc ge
 nerum. Nihil consequum te in mathematicis preder. Nisi quantum
 non solum quod nunc a limine salutes sed accurate introspectas. Quare
 non dubito quin pro rei prestantia et auctoris singulari ac prope diuina
 scientia id legas. Et quod te plurimum delectari possit et alius etiam atque
 etiam prodesse. Cetera interim mathematica uel Euclidis nam tamen
 emedatis sima uel que Lucas ipse pro parte peperit quoniam in dies cudentur te
 dix expecta. Bene uale Venetus ex edibus nostris. M. D. rui. Martij.

Castigator.



Erant nonnulli optime lector huiusmodi mathematice
 discipline ignari proportionem quantitatem esse quod
 minimum eorum est sed est inter quantitatum adinuicem hi
 ardo. cum eisdem fuerint generis quantecumq. fuerint
 inter se sequentibus apertissime. Euclides ipse distinxit. Et
 talis habitudine ad minus exigui duo extrema seu duos ter
 minos. Proportionalitate autem non sic intelligas habitudinem esse qua
 ritatem sed solum proportionum similitudinem si non in alio quidam
 eam proportionum proportionem appellant. Ad cuius constitutionem
 ad minus duas proportionem requirunt. cum similitudo ad minus exigat
 duo extrema hoc est duas proportionem ut infra in isto quinto. loco. sup
 habebis et due proportionem ad minus. exiguu tres terminos si fuerit conti
 nue. ut. 2. 4. 8. 16. dicuntur proportionales et sic. 3. 9. 27. 81. sunt. 7. primi pro
 portionales in dupla; postremi. uero in tripla; dicuntur continua. Item alio
 modo dicuntur proportionalia in continua ut sunt. 2. 4. 10. 20. 2. 4. 6. 12.
 ista uocatur proportionalitas dupla in continua et c. Et propea ne tacui re
 liqui in foueam caris uolui te causam reddere in sequentibus tibi co
 uocatio oportet quoniam scribimus Indoctus et c.

Euclidis ac Aristotelis **Euclidis Liber quintus de proportionibus et proportionalitatibus ex perfecta Campani translatione. Magistro Luca Baciolo de burgo. Sancti Sepulchri Ordinis. Dionysii Castigatore optimo. Incipit feliciter.**

Diffinitio .1.



Liber est quantitas quantitatis terminorum maioris cum minor maiorem numeret.

Pars quandoque sumitur proprie: et hec est quod aliquotiens sumpta sui totum potest consistere sine diminutione uel augmento: et dicitur suum totum numerare per illum numerum secundum quem sumitur ad ipsius totius constitutionem: talem autem partem quam multiplicata dicimus hic diffinit. **Q**uandoque sumitur contra: et hec est quolibet quantitas minor que quotienscumque sumpta suo toto minus aut maius consistit. quam aggregatam dicimus: eo quod cum alia quantitate diuersa totum suum constituat: per se autem quotiens cumque sumpta fuerit non producat.

Diffinitio .2.



Multiplex est maior minoris quam eam minor metitur.

Pars relative dicitur ad totum: et in istis duobus extremis consistit eorum adinuicem relatio: et ideo diffinito minori extremo diffinit hic maior: uocat autem ipsum multiplex propter hoc quod minus ipsum aliquotiens sumptum constituant: erant igitur relative dicta adinuicem: pars et multiplex. Nam omnis pars submultiplex: ut patet per eius diffinitionem.

Diffinitio .3.



Proportio est duarum quantecumque sint eiusdem generis quantitatibus certa alterius ad alteram habitudo.

Proportio est habitudo duarum rerum eiusdem generis adinuicem in eo quod earum altera maior aut minor est reliqua uel sibi equalis. **N**on enim solum in quantitatibus reperitur proportio: sed in ponderibus: potentius et sonis. In ponderibus quidem et potentius uult plato in *Timæo* et proportionem ubi elementorum numerus: ostendit: in sonis autem esse proportionem licet ex musica. Nam ut uult Boetius in quarto si quilibet nectus in duas inaequales partes diuidatur: erit ipsarum partium suorum sonorum: eadem conuerso modo proportio. Sed in quibuscumque proportio reperitur: ea precipue naturam proportionis quantitatibus non recipitur in aliquibus rebus duabus nisi in eo quod earum una est reliqua maior aut minor aut sibi equalis. **Q**uantitatis autem propria est secundum ipsam eque uel inaequale dici: ut uult Aristoteles in *predicamentis*. unde licet proportionem primo in quantitate repiri: et per ipsam in omnibus aliis. Nec et in aliquibus rebus proportionem cui similis non sit in aliquibus quantitatibus: propter quod bene dixit Euclides proportionem simpliciter esse in quantitate cum ea diffinitur per habitudinem duarum quantitatium eiusdem generis adinuicem. **C**uius diffinitionis intellectus est: quod proportio est habitudo duarum quantitatium adinuicem quod attendit in eo quod una earum est maior aut minor alia uel sibi equalis: propter quod patet quod oportet eas esse eiusdem generis: ut duos numeros: aut duas lineas aut duas superficies: aut duo corpora: aut duo loca: aut duo tempora. Non enim potest dici linea maior aut minor superficie: aut corpore nec tempore loco: sed linea linea et superficies superficies. Sola enim uniuoca copabilia sunt. **Q**uod autem dicit certa habitudo. Non sic intelligas quasi nota uel scita: sed quasi determinata: ut sit sensus. Proportio est determinata habitudo duarum quantitatium: ita in qua determinat

analogia non alla. Non enim est necessarium ut omnis habitudo quorundam quantitarum sit scita a nobis nec et a natura. ¶ Nam proportio quedam est discretorum ut numerorum. Quidam autem continuorum. In numeris autem minor est pars aut partes maioris ut demonstratur in septimo: quare et in eis omnibus est habitudo certa et nota. ¶ At uero in continuis est proportio magis larga: est enim in eis ubi minor quantitas est pars aut partes maioris et talium omnium medianibus numeris est proportio notata et rationalis dicitur. Dicunturque omnes tales quantitates communicantes: quia eas una et eadem necessario metitur unde et omnes habent sunt communicantes. omnes enim ipsos metitur unitas. ¶ Est etiam ubi minor non est pars aut partes maioris et in talibus non est nota proportio. nec nobis nec nature. Diciturque hec proportio irrationalis et hec quantitates incommunicantes unde fit ut quaecumque proportio reperitur in numeris reperiat in omni genere continuorum ut in lineis superficiebus corporibus et temporibus: non autem e converso: infinite enim sunt proportionales in continuis: quas numerorum natura non sustinet. Sed quaecumque proportio reperitur in uno genere continuorum eadem reperit in omnibus aliis. Nam qualitercumque se habet aliqua linea ad quamlibet aliam: sic se habet quilibet superficies ad aliquam aliam. et quodlibet corpus ad aliquod aliud: si militer et tempus. sed non sic quilibet numerus ad aliquem alium: unde magis est larga proportio in continuis quam in discretis. Ex quo manifestum est proportionem geometricam esse maiorem abstractionis: quam proportionem arithmetica: omnis enim proportio circa quam arithmetica uersatur rationalis est: geometria uero rationales et irrationales equaliter considerat.

Castigator

a ¶ Vniuoca sunt quorum nomen commune est et ratio substantie eadem: ut hoc nomen homo significat for. et pla: quoniam eadem ratione for. est homo qua. pla. et c. Equiuoca uero quorum nomen commune est et ratio substantie diuersa ut hoc nomen canis significat latrabilem pisces et stellam sed alia et alia ratione et c. etiam hoc nomen sanum dicitur de uirga et cibo in genere latent equiuocationes. b ¶ Quando minor est pars ut 4. respectu. n. quando minor est partes ut 8. respectu. n. et sic in ceteris. c ¶ Ut linea bipedalis linee quadripedalis quando pars in linea octopedalis linee. n. quoniam partes. d. ¶ Vel. p. 10. respectu. n. vel. p. 5. respectu. p. n.

Diffinitio .4.



Proportionalitas est similitudo proportionum. ¶ Ut si dicamus q. que est proportio. a. ad. b. et a. etiam c. ad. d. proportio que est inter. a. et b. similis est illi que est inter. c. et d. Hec autem similitudo que ex istis proportionibus resultat dicitur proportionalitas.

Castigator

¶ Amica est enim similitudo. dissimilitudo uero odiosa at contraria. Boetius in primo musice capitulo primo et. 31. Proportiones autem principaliter in numeris considerantur. Boetius primo capitulo quarti musices. ¶ Ista proportionalitas potest dici dupla tripla quadrupla sexquialtera exquiltertia et c. put fuerint quater proportionate continue.

Diffinitio .5.



Quantitates que dicuntur continuas habere proportionalitatem: sunt quarum eque multiplicia aut eque sunt: aut eque sibi sine interruptione addunt aut minuunt.

¶ Supposita diuisione proportionalitatis per continuam et discontinuam diffinit membra diuidentia. et primo continuam Imo ut uerius dicam: supposita diuisione proportionalium per continue proportionalia et incontinue: diffinit non continuam proportionalitatem nec incontinuum: sed continue proportionalia et incontinue. Diffinitio autem continue proportionalitatis et incontinue satis patet per

a 4 c 6

b 2 d 3

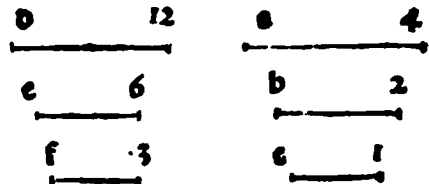
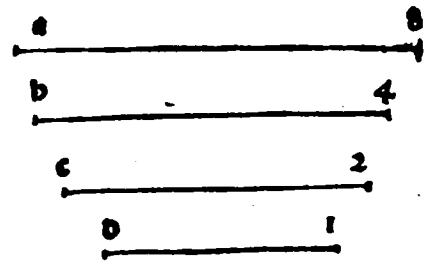
e 8

b 4

c 2

d 1

diffinitionem continue proportionalium & continue. ¶ Continua autem proportionalitas est cum quodlibet quantatum eiusdem generis i qua proportionem prima antecedit secundam in eadem quolibet aliarum antecedit proximo consequentem: ut cum dicimus sicut se habet. a. ad. b. ita b. ad. c. & ad. d. etiam quolibet earum antecedens & consequens excepta prima que est solū antecedens & ultima que est tantū consequens. ¶ Et in hac proportionalitate necesse est omnes quantitates esse eiusdem generis propter continuationem proportionum eo q̄ non sit proportio inter quantitates generū diuersorum: & hec erit ad minus in tribus terminis. constituta. ¶ Incontinua autem est cum quatuor quantatum siue oēs fuerint eiusdem generis siue due prime unius & due postreme alterius in qua proportionem prima antecedit secundam in eadē tertia antecedit quartam: ut cum dicimus sicut se habet. a. ad. b. ita. c. ad. d. etiam ea rum quolibet aut tantum antecedens aut tū consequens: nec est necesse ut sint omnes quatuor eiusdem generis sicut erat in proportionalitate continua eo q̄ consequens prime proportionis non continuatur antecedenti sed desit sed possibile ē ut sint eiusdem generis: & possibile est ut sint diuersorum. Sicut. n. contingit lineam reperiri duplā ad lineā aut triplā: ita superficiem ad superficiem: & corpus ad corpus: & tempus ad tempus: & numerus ad numerum. ¶ Viso quid sit continua proportionalitas. & quid incontinua explanemus diffinitionem continue proportionalium p̄missam. ¶ Quantitates inquit proportionales continue sunt quaz̄ eque multiplicia aut sibi sunt equalia: aut eque sibi sine interruptione addunt aut minuant: uerbi gratia. Sint tres quantitates eiusdem generis. a. b. c. ad quas sumantur. d. e. f. eque multiplicia: ut sicut. d. est multiplex ad. a. ita. e. sit multiplex ad. b. & f. ad. c. eruntq̄ omnes in eodem genere. Multiplicia. n. & submultiplicia in eodem sunt genere: sitq̄ ut. d. e. f. aut sint equalia ad invicem: aut similiter se habeant in addendo aut minuendo: ita q̄ sicut. d. addit super. e. aut minuit ab ipso: ita. e. addat super. f. aut minuat ab ipso. Cū hec inquam multiplicia sic se habuerint erunt tres quantitates. a. b. c. continue proportionales. ¶ Multiplicia autē nō intelligas similiter sic se habere in addendo aut minuendo quantū ad quantitatem excessus: sed q̄ eam ad proportionē aliter. n. diffinitio est falsa. Nam quālibet quantatum eiusdem generis equalis se differentiis excedentium eque multiplicia accepta equis etiam differentiis se excedunt: uñ similiter se habēt in addendo & minuendo quantum ad quantitatem excessus. Nec tñ priores quantitates sunt continue proportionales: imo minor est semper maior proportio. ¶ Hoc autē ideo euenit qm̄ eaz̄ multiplicia non similiter se excedūt quantū ad proportionē: sed solum quantū ad quantitatem excessus est. n. sibi in minoribus multiplicibus maior proportio. ¶ Verbi gratia sumantur tres numeri equis differentiis se excedētes: imediate uidelicet arithmetice ut. 1. 3. 4. hōz̄ triū eque multiplices equaliter se excedūt. dupli quidē binario: tripli ternario. & sic de ceteris: non tamen sunt. 1. 3. 4. cōtinue proportionales: imo minorum est maior proportio: est enim ipsorum proportio sexquialtera & maiorum sexquitercia. ¶ Quia ergo inter eos nō ē similitudo proportionum. Non erit inter eos proportionalitas: & ideo neq̄ continua neq̄ incontinua. ¶ Patet ergo similitudinē illā additionis aut diminutionis nō intelligi quantū ad quantitatem excessus: sed quantū ad proportionē. ¶ Erit itaq̄ sensus diffinitionis p̄missæ. Cōtinua proportionalia sunt q̄tū oīa multiplicia equalia: sunt cōtinue proportionalia. ¶ Sed noluit ipsa diffinitionē pponere sub hac forma: quia tunc diffiniret idem per idem a parte tñ rei: est isud cū sua diffinitione conuertibile. Tres autē quantitates. a. b. c. oportet esse eiusdem generis ad hoc ut earum multiplicia sibi inuicē equalia sint aut similiter se habeant in addendo aut minuendo. Si. n. a. & b. essent diuersorum generum essent etiam. d. & e. ipsaz̄. a. & b. multiplicia eorūdem diuersorum generum: propter hoc q̄ multiplicia & submultiplicia eiusdē sunt generis: quare. d. nō ēēt cōlis. e. nec ea maiori



aut minor. Nā q̄ntitates diuersoꝝ genioꝝ nō sunt adinuicē comparabiles.

¶ Castigator.

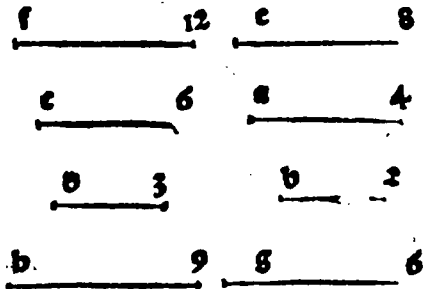
a ¶ Maxime geometre interest de p̄portionibus ¶ natura ipsarum tota liter differere. Nam arithmetici nō inueniunt in oibꝫ numeris p̄portiois modos qm̄ infinite sunt p̄portiones quas natura numeroꝝ non patit: ut in isto per Campanum dicitur: ¶ Qm̄ aut ipsa p̄portionis cōsideratio extensa est ¶ lata ¶ applicatur fere omnibus adinuicem comparabilibus fm̄ magis ¶ minus. Ideo fm̄ hunc conceptum cōm̄ potest sic diffiniri. ¶ Proportio est aliquorum adinuicem cōparabilium unius ad alterum certa habitudō. uerbi gratia. ut numeri ad numerū magnitudinis ad magnitudinem soni ad sonum: temporis ad tempus: motus ad motum: humoris ad humorem: saporis ad saporem: coloris ad colorem &c. Geometre aut trahit intentionem proportionis ad magnitudinem ¶ habet eam sic diffinire, proportio est duarꝫ q̄ntitatum eiusdem generis unius ad alteram certa habitudō. Dico aut eiusdem generis quia sola talia comparabilia sunt. ¶ Diuiditur autem proportio in duas spēs que accipiuntur in comparatione ad quantitates. Nam quantitarum quedam sunt cōmūnē cātes siue cōmensurabiles. quedam dicuntur incōcāntes siue incōmēsurabiles: cōcāntes dicuntur ille quibus est una quantitas cōmūnis eas numerans. Dicitur aut una quantitas numerare aliam. que fm̄ aliquem numerum accepta p̄ducit ipsam: ut linea pedalis bipedalem uel tripedalem lineam. Sunt igitur quantitates cōmūnicātes sicut linea bipedalis ¶ tripedalis quas pedalis linea fm̄ binarium ¶ ternarium numerat. Q̄ntitates uero quibus non est una cōmūnis quantitas eas numerās dicuntur incōmensurabiles cuiusmodi sunt diameter quadrati ¶ eius latus. sunt igitur fm̄ hoc due p̄portionum spēs. rāōnalis ¶ irrāōnalis: p̄portio rāōnalis debetur q̄ntitatibus cōcāntibus ipsa quoq; est que numeris sola debetur. Irrāōnalis aut p̄portio q̄ntitatibus incōmensurabilibus debet: numeris uero neq; q̄ cōpetit. ¶ Vñ manifestū ē q̄ ad geometriā p̄tinet p̄portiois cōsideratio: quia oīs p̄portio est magnitudinis: sed nō oīs p̄portio ē nūmeralis. Proportio igitur rāōnalis denotatur immediate ab aliquo nūmero: cū. n. q̄ntitatū cōcāntiū oportet q̄ fm̄ aliquē numerū minor uel aliquā p̄ minoris maiore nūmeret: p̄ quod dixit Euclides infra in .5. decimi. Oium duarꝫ q̄ntitatū cōcāntium est p̄portio alterius ad alterā tanq̄ p̄portio nūeri ad numerū. Diuidit autem hec spēs fm̄ oēm modum fm̄ quē diuisa ē p̄portio arithmetica: mā alia est cōlūtatū alia inequalitatis: ¶ p̄portio inequalitatis subdividit: alia maioris: alia minoris inequalitatis: ¶ utraq; accipit inter eosdē terminos nō eodē ordine. Prima. n. ē habitudō maioris termini ad minorem. scūda minoris ad maiore cōuerso. Et utraq; fm̄ qnq; spēs subdividit. qm̄ maioris inequalitatis spēs sunt p̄portio multiplex proportio super particularis p̄portio superpartiens. Item proportio multiplex superparticularis ¶ proportio multiplex superpartiens. Totidēq; spēs habet proportio inequalitatis minoris ¶ eiusdē signant noibus addita prepositione sub. ¶ de istoz diuisionibus dicit arithmetica non oportet plus insistere. ¶ Proportio aut irrāōnalis non notatur sic immediate ab aliquo numero ab alia p̄portione numerali qm̄ nō ē possibile ut fm̄ aliquē numerum p̄ aliqua minoris maiore nūmeret. Cōtingit tñ mediate denotare irrāōnale a numero ut q̄ p̄portio diametri ad costā ē medietas p̄portionis duplę. ¶ ita capiunt alie spēs p̄portionis huius denotationē a numero. Diuidit autem hec p̄portio in duas spēs q̄ accipiuntur penes cōparationem ad q̄ntitates mensurabiles ¶ ad modos diuersificationis in eis ut lineaz quedā sunt incōmensurabiles in longitudine tñ: quedā sunt icōmensurabiles in lōgitudine sumal ¶ in potētia. Incōmensurabiles in lōgitudine sunt linee quarū lōgitudines nō cōcānt. Si aut superficies quadrate in quas possunt cōicē. tūc sunt icōmensurabiles in lōgitudine tñ: cōcāntes aut in potētia. Et hec spēs prima ut latus quadrati ¶ diametri eiusdē nō cōcānt quadrata aut eorum cōicēat fm̄ p̄portionē duplā. Si uero superficies quadrate in quas possunt

due linee incommensurabiles in longitudine sunt in qua superficies incommensurabiles. tunc ille linee dicerent incommensurabiles in longitudine & in potentia. Et hec spes est secunda. exemplum est: accipiat linea medio loco proportionalis inter diametrum & costam sive q. docet. 9. sexti inferius. Ibi. n. latus quadrati ex illa linea media inuenta sunt incommensurabiles in longitudine: sicut constat: quia cum extrema fuerint incommensurabilia inter se erunt & incommensurabilia cum medio quod est sive continua proportio nallitatem inter ista sunt due eodem linee incommensurabiles in potentia: quoniam quadrata earum non concitant. Nam ex decima septima sexti omnium trium linearum continue proportionalium quanta est prima ad tertiam tunc erit & quadratum prime ad quadratum secundae. Prit autem hec spes utraq. subdividi in tot spes quot modis accidit lineas vel sic esse incommensurabiles. Nam non solum linee possunt esse incommensurabiles in longitudine tunc dum se habent sicut diametrum & costam: sed aliis modis se habentibus forte in infinitum. similiter dico de lineis incommensurabilibus in longitudine & potentia. quia si solum sunt tales quae medie sunt inter costam & diametrum sed alie &c.



Quantitates que dicuntur esse sive proportionem unam primam ad secundam & tertiam ad quartam sunt quarum prime & tertie multiplices equales multiplicibus secundae & quarte equalibus fuerint similes vel additione vel diminutione vel equalitate eodem ordine sumptae.

Posita superius diffinitione quantitarum continue proportionalium. hic ponit diffinitionem incontinuae proportionalium: & est quod quatuorlibet 4. quantitarum quarum prime & tertie eque multiplicia supra fuerint. Itaque secundae & quarte eque multiplicia fuerint, multiplex prime sic se habet ad multiplex secundae quoniam ad additionem aut diminutionem aut equalitatem: sicut multiplex tertie ad multiplex quarte: erit proportio prime earum ad secundam sicut tertie ad quartam. verbi gratia. Sint quatuor quantitates. a. b. c. d. sumantur ad primam & ad tertiam que sunt. a. & c. eque multiplicia utpote dupla: & sint. e. & f. Itaque ad secundam & quartam que sunt. b. & d. sumant alia eque multiplicia: utpote tripla: & sint. g. & h. itaque ut hec. 4. multiplicia sic supra comparata ad invicem sive ordinem primarum quatuor quantitarum videlicet quod. e. comparatur ad. g. & f. ad. h. non autem. e. ad. f. aut. g. ad. h. sunt similia in additione diminutione & equalitate: videlicet quod si. e. addit supra. g. & similiter. f. addat supra. h. aut si. e. minuit. a. g. & f. similiter minuat ab. h. aut si. e. est equalis. g. & similiter. f. sit equalis. b. tunc proportio. a. ad. b. est sicut. c. ad. d. Similiter autem in addendo aut diminuendo intelligat hic sicut in diffinitione continue proportionalium: videlicet non quantum ad quantitatem excessus: sed quantum ad proportionem. **Quod** autem dicitur eodem ordine sumptae intelligat sicut expositum est videlicet ut multiplicia non referantur ad invicem sive ordinem earum quantitarum: quibus eque multiplicia assumuntur: tunc ut multiplex prime non referat ad multiplex tertie: aut multiplex secundae ad multiplex quarte: sed referat sive primum ordinem ipsarum. 4. quantitarum videlicet multiplex prime ad multiplex secundae & multiplex tertie ad multiplex quarte. **Erit** itaque sensus istius diffinitionis. Incontinuae proportionales sunt quatuor quantitates & proportio prime ad secundam est sicut tertie ad quartam cum sumptis eque multiplicibus ad primam & tertiam. Itaque eque multiplicibus ad secundam & quartam erit proportio multiplicis prime ad multiplex secundae: si autem multiplicis tertie ad multiplex quarte: sed non diffinitur sub hac forma propter eam predictam: licet a parte rei idem sit. Non est autem necessarium ut quatuor quantitates. a. b. c. d. sint eiusdem generis: eo quod. b. non continuatur in proportionem eam. c. sed potest esse due prima unus generis: & due sequentes alterius. **Per** quod patet quod necesse est referri multiplex prime ad multiplex secundae & multiplex tertie ad multiplex quarte: non autem multiplex prime ad multiplex tertie aut multiplex secundae ad multiplex quarte: quia non semper sunt eiusdem generis. multiplex prime & tertie: nec multiplex secundae & quarte. **Fuit** autem necesse sumere eque multiplices ad primam & tertiam. itaque eque multiplices ad secundam & quartam: & non eque multiplices ad primam & secundam: & ite non eque ad ter-



f	12	e	8
c	6	a	4
d	2	b	2
b	6	g	6
e	16	g	18
a	8	c	9
b	4	d	6
f	16	b	24
g	12	e	16
c	6	a	8
d	4	b	5
b	12	f	15
g	10	e	14
c	5	a	7
d	3	b	4
b	9	f	12
g	16	e	14
c	8	a	7
d	6	b	5
b	18	f	15

tiā & quartā quia nisi p multipliciū sūptionē cōtinuānt termini prime p portiois cū terminis secūde, nō erit p qd sit pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d.

Castigator.

a ¶ Nam si a. ponatur. 6. f. b. 4. c. u. ero. 5. f. d. 3. f. fiant multiplicia eq liter ut puta dupla ad primam & tertiam erit. f. a. o. f. e. n. Itemq. ad secundā & quartam ēt dupla erunt. h. 6. f. g. 8. que multiplicia in. ordine suarum quātitatum adinuicem cōparata arithmetice eodem modo se hnt in ad dendo equando & minuerido nam dupla p quaternarium ut patet & tripla p senarium & sic in ceteris & tñ prime ad secundā nō est sicut tertie ad quartā nā illa est sexgaltēra & alia supbipartiens tertias & ideo geo metrice debēt intelligi. ¶ Infra. 4. gnti clarē apēbit multiplicia taliter re lata adinuicem ppositum cōcludere ēt in. l. sexti. Idem. b ¶ Exemplū qñ non sunt pportioales. s. f. 3. pro. c. d. f. 6. 4. p. a. b. multiplicia nō se hnt eodem mō. 10. 6. n. 8. ¶ Id est non arithmetice sed geometricē. c ¶ Boetius. 2. musice capitulo. 2. sed inter has tres medietates pportionalitas qd ē pprie & maxime geometrica nūcupat iccirco qm̄ eqs pportionibus to ta contextitur. Sed tñ eodem utemur pmisque uocabulo pportioalitates ēt ceteras nūcupantes uidelicet arithmetica & arithmetica. d ¶ Sicut numeri caput est unitas ita pportionū eqilitatem ēt principium. Boetius. 2. musice capitulo. 5. ibidem ostendit qualiter duobus modis pportiona litas arithmetica procreatur exemplis optimis in numeris.

Diffinitio .7.



Quantitates quarum proportio est una proportio nales nominantur.

¶ Postquam diffiniuit quantitates continue proportio nales & incontinue diffinit quantitates proportionales simpliciter. & patet diffinitio.

Diffinitio .8.



Si fuerint prime & tertie eque multiplices. Itēq. secunde & quarte eque multiplices. addetq. multi plex prime super multiplicem secunde. Non ad det autem multiplex tertie super multiplices quan te dicetur prima maioris proportionis ad secundā q̄s tertie ad quartam.

¶ Diffinitis quātitatibus pportionalibus diffinit quātitates in propo tionales. Sunt autē improporcionales inter quas est dissimilitudo portio num quod cōtingit dupliciter aut q̄a maior est pportio pme ad secundā q̄ tertie ad q̄rtā aut q̄a minor & iō eius sunt due spēs. P̄ia q̄a maior est p portio pmi ad scdm q̄ tertii ad quartum & dicitur hec maior impropor tio nalitas. ¶ Secunda uero qñ minor est proportio primi ad scdm q̄ tertii ad quartum & dicitur minor impropor tionalitas. ¶ Diffinit ergo eas in ter quas est maior proportio prime ad secundā. q̄ tertie ad q̄rtā q̄ est maior impropor tionalitas diffinitionem autē eam inter quas ē uariōn pportio prime ad secundā q̄ tertie ad quartam non potuit quia ipsa p tet ex alia. ¶ Cū igit fuerint. 4. quantitates ad quas pnam & tertiam sunt pta sint eque multiplica. & ad scdm & quartam eq multipliciat & multi plicia pme & scde relata adinuicē non se habebūt similiter multiplicibus tertie & quarte relatis adinuicē in additione diminutione & equalitate ille. 4. quantitates erunt improporcionales. ¶ Quod si ita fuerit q̄ mul ti plex pme sit equale multiplici scde. multiplex uero tertie sit minus mul tipli ci quarte. Aut q̄ multiplex pme sit maior multiplici scde. multiplex aut tertie sit eqle. aut minus multiplici q̄rte. Aut q̄ multiplex pme sit ma ius multiplici scde & similiter multiplex tertie multiplici q̄rtē uerumtñ plus excedit quātum ad pportionem non quātum ad quātitatē excessus multiplex pme multiplex scde q̄ multiplex tertie multiplex q̄rte. Aut q̄ multiplex pme sit minus multiplici scde. & si it multiplex tertie multiplici ei q̄rte. uerumtñ minus minuit quātum ad pportionem nō quāti ad quā

Ita exsuperius multiplex pme a multiplici secunde q multiplex tertie a mul
tiplici quarte erit quolibet istoz. 4. modoz maior pportio pme ad secun
dam q tertie ad quartam qtuor aut modis istis oppositis erit minor pro
portio pme ad secun q tertie ad quartam. Exempla aut istoz oium euidenter
sumuntur ex numeris. ¶ Additio ergo illa multiplicitis pme sup multiplex se
cunde. Non aut multiplicitis tertie sup multiplex quarte de q loquitur auctor
i diffinitio et latitudine hēt ad istos. 4. modos pdictos & ipsos cōphēdit.
un sensus istius diffinitionis ē cū sumptis sic multiplicibus ut proponit sue
rit maior pportio multiplicitis pme ad multiplex secunde q multiplicitis ter
tie ad multiplex quarte erit maior pportio pme ad sam q tertie ad qrtā
si diffinitur aut sub hac forma pp cōm cām pūdictā. Vel possumus dice
re q additio multiplicitis pme sup multiplex secunde & non multiplicitis ter
tie sup multiplex quarte de qua loquitur in pmissa diffinitione maioris in
proportionalitatis proprie accipitur prout pba diffinitionis sonāt & non
ex tōdit nisi ad scām qtuor pdictoz modoz sicut reuera quolibet illor
um qtuor modoz sit maior pportio pme ad secun q tertie ad qrtā.
un sensus illius diffinitionis ē cū sumptis sic multiplicibus ut proponit si
multiplici pme exite maiori multiplici secunde si sit necariū q multiplex
tertie sit maius multiplici quarte tūc erit maior pportio pme ad scām q ter
tie ad qrtam. pp hoc aut non posuit reliquos tres additiōis modos in pdi
cta diffinitione quia iste est illis oibus magis planus & ad dictam diffi
nitiōem sufficiens. Nusq enim est maior pportio prime. 4. quantitatum
ad secundam q tertie ad quartam quin contingat aliqua eque multipli
cia ad primam & tertiam repiri. Quae cum relata fuerint ad aliqua eque mul
tiplicitia secunde & quarte inuenietur multiplex prime addere super multi
plex secunde non aut multiplex tertie super multiplex quarte. Nec usq cō
tingit hoc repiri qn sit maior pportio pme ad scām q tertie ad quartam
ut demonstrabimus in fra supra decimā huius. ¶ Possunt aut esse hec quā
titates improporcionales diuersorum generum sicut & quātitates inconti
nuas improporcionales si inter eas fuerit incontinua improporționalitas ut
si dicatur maior est pportio. a. ad. b. q. c. ad. d. Si autem fuerit cōtinua
improporționalitas erunt oēs eiusdem generis necesario sicut sunt in cō
tinua proportionalitate. ut si dicatur maior ē pportio. a. ad. b. q. b. ad. c.

Castigator.

a ¶ Sufficiētia huius diffinitionis habetur ex. 8. huius. 5. ut in fine dicte
b. dicitur. b ¶ Dissimilitudo uero odiosa atq contraria. Boetius in pri
mo musice capitulo primo. ¶ Amica est enim similitudo.

Diffinitio .9.



Sed autem proportionalitas ad minus inter tres terminos constituta.

¶ Postq auctor diffiniuit pportionem pportionalitatem
& qntitates pportionales & iproportibales. ostēditq sit mi
ninus nūerus terminoz inter quos pportibalitas pōt cōfi
stere maximū aut nō ponit q illū nō cōtingit summerēt
poteff. n. pportio qlibet continuari in terminis infinitis siue fuerit cō
nalis pportio sine irrationalis. ¶ Ad pportionalitatem aut extē
guntur ad minus due pportiones similes eo q pportionalitas sit similima
do pportionum. Quolibet aut pportio hēt aūs & consequens ergo qli
bet pportionalitas hēt ad minus duo aūtia & duo consequētia hoc ē im
possibile fieri i paucioribus q tribus terminis in qbus medius eoz fiet aūs
& consequēs & iō pportionalitas erit continua i qre in tribus terminis ad
minus erit continua proportionalitas constituta. In continua autem nō
erit in paucioribus q in. 4. eo q in ipsa quilibet terminus est tantum ante
cedens aut tantum consequens idem intellige de minori numero termi
norum improporționalitatis. Si enim fuerit continua. erit ad minus in
ter tres terminos. Si incontinua ad minus inter quatuor.

Castigator.

a ¶ Que ab aliquo numero denominatur immediate. b ¶ Que ab aliquo numero nō denominatur immediate ut diametri ad costā eius. qdrati.

Diffinitio 10.



Si fuerint tres quantitates continue proportionales dicitur proportio prime ad tertiam. proportio prime ad secundam duplicata.

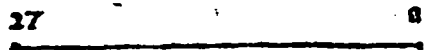
¶ Diffinit proportionem q̄ est inter extremos terminos continue proportionalitatis in tribus terminis constituta & dicit q̄ si fuerit proportio primi ad secundum sicut secūdi ad tertium erit proportio primi ad tertium sicut primi ad secundum duplicata: hoc est ex duabus talibus composita. ¶ Siue quod idem est erit pportio primi ad tertium. sicut primi ad scdm duplicata: hoc est in se multiplicata. verbi grā. in numeris. Sint. 3. numeri continue proportionales: sintq̄ cōtinue dupli: ut. 1. 4. 8. proportio primi ad tertium erit sicut proportio pmi ad scdm in se multiplicata: proportio autē primi ad secundum ē dupla: dupla uero in se multiplicata: producit quadruplam: unde proportio extremoz est quadrupla: uidelicet duplam dupli: uel secundū priorem expositionem proportio extremorum est sicut proportio primi ad secundum duplicata: quia quadrupla constat ex duabus duplis.

Diffinitio 11.



Si fuerint quatuor quantitates continue proportionales. proportio prime ad quartam dicitur proportio prime ad secundam triplicata.

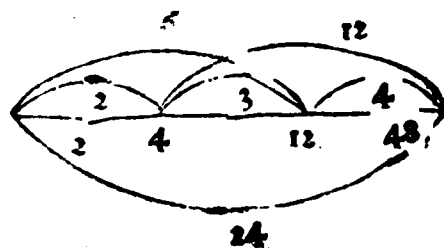
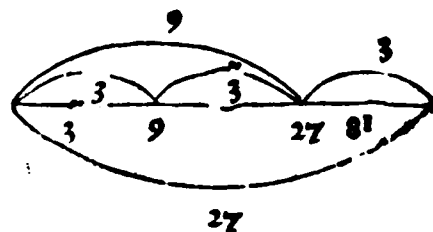
¶ Diffinit proportionem que est inter extremos terminos continue proportionalitatis in. 4. terminis cōstituta & dicit q̄ si fuerit. 4. quantitates cōtinue pportionales erit pportio pme ad qrtam sicut pportio pme ad secundam triplicata. ¶ Hoc est ex tribus talibus composita. qm̄ tales inueniuntur in ea: siue quod idem effiterit pportio pme ad quartam sicut pme ad secundam triplicata. hoc ē in se. postea in productum multiplicata. Verbi grā in numeris. Sint quatuor numeri continue proportionales: sintq̄ continue tripli ut sint. 1. 3. 9. 27. proportio primi ad quartum erit sicut proportio primi ad secundum in se postea in productum multiplicata: proportio autē primi ad secundum ē tripla: tripla in se multiplicata producit uigintiuplam & tripla in uigintiupla producit uigintiuplam septuplam. erit itaq̄ pportio extremoz uigintiupla septupla. quod est triplum tripli. Vel s̄m priorem expositionem pportio extremoz est sicut proportio primi ad scdm triplicata: quia uigintiupla septupla constat ex tribus triplis. Non diffinit autē proportionem extremoz cōtinue pportionalitatis inter plures q̄ q̄tuor terminos cōstituta: pp̄ id q̄ dī mensionis in rebus naturalibus repte non excedunt ternarium. ¶ Denominatio autē pportionis duarū quantitarum quibus nullum interponitur medium hēt naturam linee. Earū uero quibus interponitur unū medium cōtinua pportionalitate hēt naturam superficies eo qd̄ sit ex multiplicatione denominationis duarū primarum in se. Oē autē quod ex multiplicatione lib̄ nec in lineam produci: naturā hēt superficies. si in se qdem quadrati: si in alteram Parte altera longioris. Sed proportionis earū quantitarum denominationis quibus in cōtinua proportionalitate duo media interponuntur naturam hēt solidi: quia prouenit ex multiplicatione denominationis duarū primarum. Primo in se. ex qua multiplicatione produciatur superficies deinde in productum ex q̄ multiplicatione prouenit solidum sive corpus: oē. & n̄ qd̄ ex multiplicatione linee in superficiem produci: crescit in solidum. ¶ Est ergo ac si diceret proportio duarum quantitarum est simplex interuallum: & h̄s naturam simplicis dimensionis ut linee: proportionalitas autem trium est duplex interuallum: & h̄s naturam duplicis dimensionis. ut superficies: proportionalitas autē quatuor est triplex interuallum: & h̄s naturam trine dimensionis ut solidi. Et quia dimensiones ulterius non procedunt. ideo non diffinit proportionem contentam inter extremos p



proportionalitatis in quinque terminis aut pluribus consistit. ¶ Vel non diffinitur proportionem in his quia earum proportio habet ex predictis diffinitionibus. Si enim in tribus terminis proportio extremorum constat ex proportionem primorum duplicata: & in quatuor terminis constat ex eadem triplicata: in .5. terminis constat ex eadem quadruplicata: & in sex ex eadem quintuplicata. ¶ Vbi quemadmodum in tribus terminis continue proportionabilibus proportio extremorum continet proportionem primorum bis. & in .4. terminis ter. sic in .5. terminis continebit quater. & in sex quinquies. & ita deinceps, ut semper proportio extremorum in terminis continue proportionalibus toties contineat proportionem primorum quot sunt omnes termini minus uno. ¶ Similiter quoque si proportio extremorum continue proportionalitatis in tribus terminis constituitur est ea que producit ex proportionem primorum in se semel multiplicata: & in .4. in se bis multiplicata: in quinque terminis ea que producit ex proportionem primorum in se ter multiplicata & in .6. terminis quater: & sic semper ut termini fuerint duobus plures multiplicationibus: sive ut multiplicationes sint eque mediis extremis interpositis. Et nota quod et in impropotionalitate continua extremorum proportio producit ex omnibus proportionibus intermediis. ¶ Ex predictis apparet quod proportio extremorum continue proportionalitatis in tribus terminis constituitur denotatur a quadrato in quatuor terminis constituitur denotatur a cubo: quorum quidem quadrati & cubi latus est denominatio proportionis primi ad secundum: uerbi gratia in numeris. Sint quatuor numeri continue proportionales qui sunt continue tripli. 3. 9. 27. 81. proportio primi ad secundum denominatur a ternario. est enim tripla: primi tertio ad tertium a nonario qui est quadratus ternarii. nam ipsa est noncupla. At tertio proportio primi ad quartum denominatur a. 12. qui est cubus denominationis proportionis primi ad secundum uidelicet ternarii. ipsa enim est uiginticupla septupla. ¶ Et proportio extremorum in proportionalitatis continue in tribus terminis constituitur denominatur a superficiali non quadrato: cuius latera sunt denominationes ipsarum proportionum. in quatuor terminis constituitur denominatur a solido non cubo. cuius tria latera sunt denominationes trium proportionum. quod et patet in numeris. Sint quatuor numeri continue impropotionaliter qui sunt. 2. 4. 12. 48. in quibus proportio primi ad secundum est dupla: secundi ad tertium tripla: & ideo primi ad tertium sexcupla: tertii uero ad quartum quodrupla: & ideo primi ad quartum uiginticupla quodrupla. Senarius ergo qui est denotatio proportionis primi ad tertium est superficialis: cuius latera sunt duo & tria qui sunt denominationes duarum primarum proportionum. 2. 4. uero quod est denotatio proportionis primi ad quartum est solidus cuius latera sunt. 2. 3. 6. 4. qui sunt denominationes trium proportionum inter illos quatuor terminos entis.

Castigator

¶ Et quecumque dicte sunt passionis de proportionalitate indifferenter intellige scilicet arithmetice & geometriche quoniam utroque modo possunt assignari quantitates uidelicet proportionales geometriche & proportionales arithmetice & utroque continue & discontinue respectu eorundem generum & diuersorum ut dictum est. quia continue semper sunt eiusdem generis sive geometriche sive arithmetice & incontinue possunt esse diuersorum & eiusdem indifferenter. Sed illa geometrica habet attendi penes proportionem quo ad equalitatem diminutionem & additionem & ista arithmetica solum penes differentias seu excessus. Et sic intelligas de impropotionalitate utriusque maiori & minori continua & incontinua &c. ut per te facilius deduces cuius ingenii non diffido ideo &c. etiam quo ad compositionem proportionis extremorum in tribus & in quatuor terminis continue: quia sicut geometrica in tribus terminis primi ad tertium constat ex primi ad secundum duplicata quo ad proportionem etiam arithmetica quo ad differentias ex illa duplicata & in .4. triplicata & sic in ceteris argue.



Diffinitio .12.



Quantitates que sunt in pportione vna. antecedens ad consequentem & antecedens ad consequentem. dicitur econtrario sicut consequens ad antecedentem. sic consequens ad antecedentem. ¶ Item permutatim sicut antecedens ad antecedentem sic etiam consequens ad consequentem.

¶ Diffinit species proportionalitatis que sunt .6. videlicet conuersa, permutata, disiuncta, coniuncta, euerfa, & equa. ¶ Sunt aut bee species qñ quidam modi arguendi: diffinit ergo primo conuersam proportionalitatem & permutatam in quibus manent antecedentia & consequentia eadem fm substantiam: quod non est in disiuncta: coniuncta aut euerfa & in quibus nihil extra sumitur ut in equa: vocat autē antecedens primū extremam proportionis: consequens vero vocat secundam. ¶ Vult itaq; per hanc diffinitionem q; si fuerit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. & ex h ego concludam: ergo. b. ad. a. sicut. d. ad. c. videlicet ut faciam de antecedentibus consequentia & de consequentibus antecedentia: quod iste modus arguendi nocetur pportionalitas econtrario siue econtraria. ¶ Si aut si arguam. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ergo. a. ad. c. sicut. b. ad. d. videlicet ut ambo extrema prime proportionis: fiant antecedentia: & ambo extrema secundae consequentia. vult q; iste modus arguendi uocetur proportionalitas permutata: & in isto modo arguendi fit: antecedens secundae proportionis consequens: & consequens prime antecedens.

Diffinitio .13.



Disiuncta vero proportionalitas dicitur quotiens sicut antecedens cum consequente ad consequens sicut etiam antecedens cum consequente ad consequens.

¶ Diffinit coniunctam disiunctam & euerfam in quibus etiam nihil extra sumitur sed termini non manent in ipis. idem fm substantiam & vult q; si ita fuerit. ut sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. & ego ex hoc concludā. ergo totius. a. b. ad. b. sicut totius. c. d. ad. d. q; iste modus arguendi dicatur proportionalitas coniuncta.

Diffinitio .14.



Coniuncta vero proportionalitas dicitur augmentorum antecedentium supra consequentia equa comparatio.

¶ Vult q; si fuerit proportio totius. a. b. ad. b. sicut totius. c. d. ad. d. & ex hoc ego concludam. ergo. a. ad. b. sicut. c. ad. d. q; iste modus arguendi uocetur disiuncta proportionalitas.

Diffinitio .15.



Euerfa proportionalitas dicitur quorumlibet antecedentium ad augmenta sui supra consequentia sua similitudo proportionum.

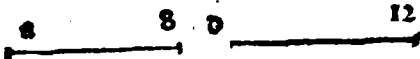
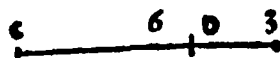
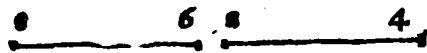
¶ Vult q; si fuerit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. & ex hoc ego concludam ergo. a. b. ad. a. sicut. c. d. ad. c. q; iste modus arguendi dicatur euerfa proportionalitas.

Diffinitio .16.



Qua proportionalitas dicitur quantitibus plurimis propositis alijsq; secundum eundem numerum in vna proportionem applicatis mediorum eodē numero remoto vtrumq; extremorum similitudo proportionum.

¶ Diffinit equam pportionalitatem que ad probandū propositum ad extra sumit. & vult q; si sumantur quotlibet quantitates ut. a. b. c. itemq; totidem alie siue sint eiusdem generis cum primis. siue alteris. ut. d. e. f. fuerintq; secundae in proportionem primarum siue eodē ordine. ut si dicatur. a. ad. b. sicut. d. ad. e. & b. ad. c. sicut. e.

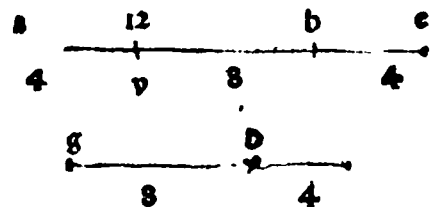


ad. f. Siue ordine conuerso ut si dicatur. a. ad. b. sicut. e. ad. f. g. b. ad. e. sicut. d. ad. c. g. ex hoc concludatur. ergo. a. ad. c. sicut. d. ad. f. g. istemodus arguendi potest equa proportionalitas. ¶ Hoc aut. 6. modorum arguendi qui dicuntur specia proportionalitatis quatuor probata auctoritate infra in istis. 6. Permutatam quidem proportionalitatem probat in istis. huius diffinitam utroque. 7. et compositam in istis. equam. utroque proportionalitatem demonstrat in istis. 8. Sed in istis. 9. quod similitudinem ordinis eodem ordine sunt proportionales in istis. 10. huiusmodi proportionales ordine conuerso. Cuiusmodi 7. 10. proportionales autem conuersum si demonstrat eo quod conuersa patet ex diffinitione quantitatum in conuersis proportionibus. Inuersa autem patet ex permutata adinuersa ut super eadem. 11. sumas dicuntur. Quia autem conuersa proportionalitas ex ditione quantitatum in conuersis proportionalibus manifestata sit demonstramus nunc. ¶ Sit ergo proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. uolo ergo demonstrare quod erit. b. ad. a. sicut. d. ad. c. Sumat. e. ad. a. f. ad. c. et multiplicia. Similiter quoque. g. ad. b. h. ad. d. et multiplicia erunt. per conuersionem diffinitionis quantitatum in conuersis proportionalibus. a. e. g. itemque. f. h. b. similiter se habeat in additione diminutione et equalitate. Intellego tunc. b. primum. a. secundum. d. tertium. c. quartum. Supra sunt ad primum et tertium. g. et h. et multiplicia. Itemque ad secundum et quartum. e. et f. et quoque multiplicia. Et quia multiplicia primi et secundi sunt. g. et e. similiter se habent multiplicibus tertii et quarti sunt. h. et f. ad inuicem additione diminutione et equalitate. erunt diffinitam diffinitionem proportionis b. primi. ad. a. secundum sicut. d. tertium ad. c. quartum quod est propositum. Constat itaque modus arguendi quod dicitur conuersa proportionalitas. ¶ Huius autem quatuor libri principia plurimis difficilissima esse uir equibulda conclusionibus quas ex ipsi demonstrat. magis ab intellectu distantia. Nihil. n. uir intellectui in euacuus adherere quod quatuor quarumlibet quantitatum equalium sit ad tertiam quolibet una proportionis quod in huius quinti. septima demonstrat ex diffinitione incontinens proportionalitatis quod ab intellectu primo ut quod plurimum esse remota. Quia. n. non facilius duarum quantitatum equalium ad aliquam tertiam eadem esse proportionem concedat. quod. 4. quantitatum si multiplicia prime et tertie equaliter sumpta multiplicibus secunde. et tertie equaliter sumpta similiter se habuerint in additione diminutione et equalitate esse proportionem a prime ad secundam sicut tertie ad quartam. Vnde si subtiliter inuenimus liquidum constabit non posse uiri intellectui quod proportio duarum quantitatum equalium ad tertiam sit una. nisi per quid est esse proportionem unam. Si. n. quis ignoret quid est esse proportionem unam eadem proportionem alteri quoque cognoscet duarum quantitatum equalium esse eandem proportionem ad tertiam. ¶ Indiget igitur penultimo intellectui ante quam illam quod debeatur conceptibilis propositio apprehendat huius rei que per ipsius diffinitionem habebitur cognitione. postmodum ut per ea diffinitio duabus quantitatum equalibus ad tertiam comparatis conueniat peractat. quod si diffinitio inuenta fuerit illis quantitatum conuenire secundum propositum. Sin autem oppositum. Non igitur immoderate propositio quod per se facilius apprehensio immoderate iudicium. ¶ Similiter quoque immoderate iudicium prima apprehensio adherere intellectui quod duarum quantitatum equalium maior est proportio maioris earum ad aliam quam minoris ad eandem. quod am demonstrat. 8. huius. quod. 4. quantitatum sit maior proportio prime ad secundam quam tertie ad quartam. cum multiplicibus ad primam et tertiam equaliter sumptis. Itemque aliis ad secundam et quartam et equaliter multiplex prime addit super multiplex secunde. et multiplex tertie non addit super multiplex quartae. ex quo que predicta est propositio demonstratur sed similiter nec ipsa potest intelligi nisi per quid est esse proportionem unam. ¶ Igitur oportuit eandem quod quantitates dicuntur proportionales et quod improporcionales diffinire. Proportionales autem sunt quod sunt proportio una est et improporcionales quod proportionem diuersam. Itaque diffinitur quantitates quod proportionales. et eas in quibus conueniunt ex extrema non dissociatis mediis quas uocantur continue proportionales. et dicitur hanc proportionalitatem in tribus terminis ad minus existere. per hoc

e	8	f	12
a	4	c	6
b	2	d	3
g	6	h	9

quoniam saltem bis sumendum est mediam. ¶ Et eas in quibus accidit inter
 ruptio mediorum: hec sunt in continue proportionales & hec proportionales
 ad minus exigit quatuor terminos pro alterius medietate sumptione. ¶ Et dis-
 finivit et quantitates que sunt improporcionales. quare est maior una pro-
 portio quam sit alia. Et si esset omnis proportio scita siue rationalis. tunc facile esset intel-
 lectum cognoscere que proportionales essent una & que diversae. ¶ Quae. n. habe-
 rent unam denominationem essent una. que autem diversae diversae. hec autem si-
 militas manifesta est ex arithmetica quoniam omnium numerorum proportio
 scita rationalis est. Vnde Iordanus in secundo arithmetice sic diffinitur que propor-
 tionales sunt eadem & que diversae. dicit eandem esse que eadem denominationem
 nem recipiunt. Maiorem pro quod maiorem & minorem quam minorem. Sed in-
 nite sunt proportionales. irrationales quoniam denominatio scibilis non est. ¶ Quare cum
 Euclides consideret in hoc libro suo proportionalia cōter non contra-
 hēdo ad rationales vel irrationales quoniam considerat proportionem rectam in con-
 tinuis que cōis est ad istas. Non potuit diffinire idēptitatem proportionis
 per idēptitatem denominationum. sicut arithmetici eo quod multarum pro-
 portionum ut deum sunt denominationes simpliciter ignote. diffini-
 tionē autem oportet fieri ex notis nisi malicia proportionum irrationalem
 coegit Euclidem tales diffinitiones ponere. ¶ Quia ergo non potuit ut
 patet ex pmissis diffinire proportionalitatem siue idēptitatem propor-
 tionum. per idēptitatem habitudinum. siue denominationum ipsorum
 terminorum pro irrationalitate habitudinis & inconuenientiam termi-
 norum coactus est refugere ad terminorum multiplicia. ut ex illorum
 habitudinibus quantum ad excessum & equitatem consideratis equis nume-
 rosis sumptis pro quod ad naturam irrationalitatis reducantur propo-
 sitionem diffinitionem tunc. ¶ Nihil. n. in quocumque in equitatis genere ter-
 minis magis idem quam eorum multiplicia. nec terminorum habitudini-
 bus. quam multiplicium habitudo. ¶ Et quia proportio est duarum quantitarum
 eiusdem generis certa habitudo. considerata in eo quod sunt eque aut quod alte-
 ra maior. ideo idēptitas proportionum entium inter primam. 4. quanta-
 tum ad secundam & tertiam ad quartam est similis equitas prime ad secundam. &
 tertie ad quartam. aut similis maioritas. aut similis minoritas. hec autem simi-
 lis equitas. aut similis maioritas. aut similis minoritas. tunc est inter quatuor
 quilibet quantitates cum est inter omnes earum equitatis multiplices. ¶ Quod
 ergo dicit in quinta diffinitione. quantitates que dicuntur continue pro-
 portionalitatem habere. cetera ac si diceret. omnes illas quantitates uoco con-
 tinue proportionales quod est eas similiter esse equales continue & simi-
 liter continue esse maiores. & similiter continue esse minores quantum om-
 nes eque multiplices. aut sibi inuicem sunt. similiter continue equales. uel
 similiter continue maiores. uel similiter continue minores quod est etiam
 ipsas multiplices esse continue proportionales quod si hoc alicubi
 in multiplicibus dissonat eas dico non esse continue proportionales.
 ¶ Quod autem dicit in sexta diffinitione. Quantitates que dicuntur
 esse secundum proportionem unam primam ad secundam & tertiam ad quartam. & cetera:
 ac si diceret omnes. 4. quantitates uoco incontinue proportionales. & si
 habere primam ad secundam sicut tertiam se habet ad quartam quod est
 primam ad secundam. & tertiam ad quartam. similiter se habere: inequm-
 do aut addendo aut minuendo. quantum omnes eque multiplices prime
 & tertie ad omnes eque multiplices secunde & quarte. similiter se habent
 aut inequmdo. aut addendo aut minuendo quod est etiam multiplices
 prime in eadem proportionem se habere ad multiplices secunde. in qua
 multiplices tertie se habent ad multiplices quarte. quod. si hoc alicubi
 dissonat in multiplicibus. dico non esse proportionem primam ad secundam
 sicut tertie ad quartam. ¶ Quod autem dicit in. 8. diffinitione. ac si diceret ma-
 iorem proportionem uoco. 4. quantitarum prime ad secundam quam tertie ad quartam
 quod est primam magis excedere secundam quam tertiam excedat quartam. quantum aliquid ex
 multiplicibus prime addit super aliquam ex multiplicibus secunde aliquid ex mul-

placibus tertie sumpta secundum numerationem multiplicis pme nō ad
dēte sup aliqē ex multiplicibus qre: sumpta fm numerationē multipli
cis scde, qd est esse maiorem pportionem multiplicis pme ad multiplicē
scde, q multiplicis tertie ad multiplicem qre. ¶ Diffinitiones aut istas
niri sunt aliquē demonstrare. quorū Ametus filius Ioseph retinuit eas de
monstrare in epistola sua quā de pportione & proportionalitate compo
suit. & accepit tria p modū positionis tāq pncipia q dicit ēē p se nota & p
batione non indigere. ¶ Quorū pimum ē qd si fuerint. 4. quantitates. q
rū sit pportio pme ad scdam sicut tertie ad qrtā. erit ecōuerso pportio scde
ad pnam sicut qre ad tertā. & hic ē modus arguēdi quē uocauit supius
Euclides cōuersam pportionalitatē. & errauit qm dixit ppositionem ēē p
se notā. cuius ans ē consequē: sunt ignota. I gnōtū ē. n. qd sit ēē pportio
nem pme quātē ad scdam sicut tertie ad qrtā. qre hoc ignoto po
sio impossibīlē est intelligere quid ex ipso sequat. ¶ Similiter quoq quia
cōsequens ē ignōtū. impossibīlē ē intelligere quid ad ipsum aīdat. ¶ Se
cūda pncipium eius fuit q si fuerint. 4. quantitates quarum sit propor
tio pme ad scdam sicut tertie ad qrtā. si pma sit maior scda: erit tertia
maior qrtā & si minor minor. & si eq̄lis eq̄lis. ¶ Tertium fuit q si fuerint
4. quantitates qnam sit pportio pme ad scdam sicut tertie ad qrtā. erit
pme ad quodlibet multiplex secūde: sicut tertie ad aliquod eq̄ne multi
plex ex multiplicibus qre: & accidit sibi in istis duobus pncipiis idē p̄m
quod accidebat in p̄mo. Accipit. n. i oibus ignota similiter tāq nota. qre
non demonstrauit. ¶ Peccauit ē in scūda demonstratione & in tertia &
in quinta. in q̄m qualibet arguit ex. 8. uel ex. 10. huius q probatur ex dif
finitione in continue proportionalitatis. ¶ Arguit. n. sic si proportio. a.
b. ad. e. ē maior q. g. ad. d. sit ergo. a. b. p̄is. a. b. ad. e. sicut. g. ad. d. p̄ quod
appet ipsum supponere q. duarum quātē. a. b. & a. b. ineq̄lium rela
tū ad. e. maior maiorem & minor minore ad ipsam optinet pportione
uel q quātē ad. e. bēbit minore proportionem q habeat. a. b. erit mi
nor. a. b. quorū p̄mū demonstrat. 8. huius. & scdm. 10. Nā cū uolueris suma
mere quātē. q se habeat ad. e. in pportione. g. ad. d. dabo tibi maio
rem aut minorem aut equalem. a. b. indifferenter sicut uoluerō. quare autē
non demonstrat aut accidit sibi circulus & pncipia esse ignotiora cōclu
sionibus. ¶ Supponenda sunt igitur cum Euclide pncipia tanq nota. &
non ipsa ex conclusionibus. sed conclusiones ex ipsis demonstrande sunt.

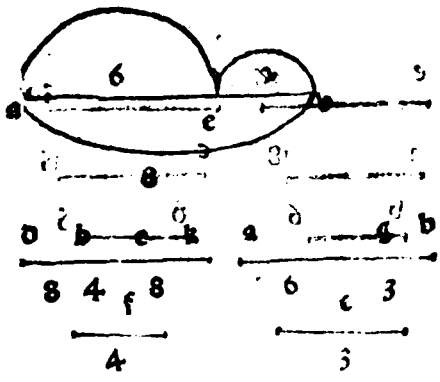
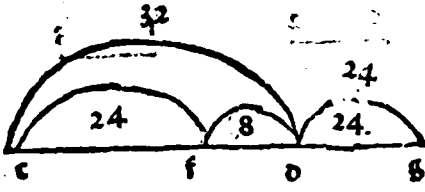
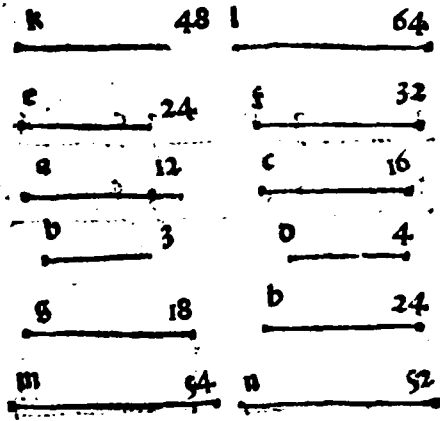


¶ Castigator.

a ¶ Ex quo pportionalitas ē similitudo pportionum sequit q pportio
nes similes sunt q̄m eadē ē denomiatio ut dupla. Et dupla tripla & tripla
& c. medietas triple & medietas triple igit pportionum rōalium. Tales autē
due pportiones aut cōicant in uno termino aut nō ex primo sit pportionali
tas cōtinua & ē illa q ad minus ē i tribus terminis cōstituta. ubi nō media
sunt diuersa sicut. a. ad. b. ita. c. ad. d. ¶ Cōtingit autē in eisdē terminis unā
pportionem inferri ex alia multis modis cū fuerit pportionalitas qua pp
Euclides ponit. 6. mōs. siue spēs ē ut ibi dī sunt quidā modi arguēdi quo
rum p̄mus dī cōuersa scd; p mutata; tertius coniūcta; qrtus diuīcta; qui
tus euerfa; sextus eq̄. Et iste modus arguēdi requit ad minus duas pportio
nitates sicut & pportionalitas requirit duas pportiones quia una aīdē alia
nō q infertur uocatur cōsequēs & qnq ipsi termini aīcedētia; & cōsequen
tia & q p̄or ē in pportione uocatur aīdē. posterior nō in q̄libet pportio
ne uocatur cōsequēs: & sic accipiēs noīa in descriptionibus sc̄ptibus. ut
cōuersa pportionalitas; s; aliis p̄bis ē cum ex aīcedētib; fuit cōsequētia
& cōuerso ordine cōuerso ut sic arguēdo sicut. a. ad. b. ita. c. ad. d. igit ecō
uerso sicut. d. ad. c. ita. b. ad. a. hic. n. a. & c. sunt p̄mo aīcedētia & postea
cōsequētia & econtra est de. b. & d. istud idē patet in numeris accipiēdo
6. & 4. 3. & 2. idē ē in magnitudinibus siue sint cōmēsurabiles siue non
cōmēsurabiles. n. se bnt mō nūcro; incōmēsurabiles patet si intelligas p

dicitur pri p. c. eius diamet. p. b. latus magni. dicitur p. a. eius diamet. uer. e. sicut. a. ad. b. ita. c. ad. d. ex h. sequit. q. sicut. d. ad. e. ita. b. ad. a. q.

¶ Permutata pportio dicitur cum ex antecedente scilicet de pportione sit consequens prius et ex consequente prius alius scilicet ita. s. arguendo sicut. a. ad. b. ita. c. ad. d. igitur permutatum sicut. a. ad. c. alius. ad. alius ita. b. ad. d. consequens ad consequens et tenet consequentia siue p. has lras intelligas numeros siue magnitudines commensurabiles siue incommensurabiles. Assumit autem istemodum arguendi in aliis scientiis et ad diuersas materias tribuit sed quomodo in alia materia ualet et quomodo difficultatem habet et alibi uidetur de in isto scilicet modo arguendi pportionalitatis composita ex pportionibus rationabilibus et e conuerso quia sequitur sicut. costa maior ad suam dyamet. sic costa minor ad suam dyamet. igitur sicut. costa ad costa ita dyamet. ad dyamet. sed possibile est q. costa sit dupla ad costa et tunc sequitur q. dyamet. sit dupla dyamet. hoc autem non accidit in primo modo et ea est quia si alius est in isto ex pportione maioris inaequalitatis consequens erit ex pportione minoris inaequalitatis et e conuerso semper autem in eisdem terminis cum pportione maioris inaequalitatis est rationalis et erit pportio rationalis minoris inaequalitatis et e conuerso non nisi p. hanc ppositionem. scilicet. Sequitur tertia. s. conuicta pportionalitas sub aliis p. bis. Conuicta pportionalitas dicitur quotiens a diuisis arguitur ad conuictiones si enim ut. a. ad. b. ita. c. ad. d. igitur coniungendo terminos tenet sicut. a. b. ad. b. ita. c. d. ad. d. eode. ordine fuerit. ¶ Quarta sub aliis p. bis. Difficulta uero est eam e conuerso. i. a. e conuictis terminis ad eod. diuisos arguitur ut sicut. a. b. ad. b. ita. c. d. ad. d. igitur sicut. a. ad. b. ita. c. ad. d. et in istis seruatur idem ordo in terminis in quibus scissillatio ut alius et sicut. consequens consequens. ¶ Seguitur tertia sub aliis p. bis. uersa pportio est a diuisis uel simplicibus terminis ad conuictos siue compositos non eode. modo sed e conuerso sit illatio ut sicut. arguebat. a. ad. b. ita. c. ad. d. igitur sicut. d. c. ad. c. ita. b. a. ad. a. et differt a conuicta q. a. illa arguebat ad consequentia scilicet ad alia. Et ideo uocat uersa et sit et duplex uel uersa conuicta uel uersa diffinita pmissio ea cum duobus p. bis p. dictis. Et p. huiusmodi alii modi arguendi ex pmissione huiusmodi regulas formari uel fieri. ¶ Et pportionalitas sub aliis p. bis est duabus multitudinibus quantitati pposita et sibi in similitudine pportionum correspondenti subtrahit medius primus ad alius maius in similitudine pportionis similitudo sic arguendo sicut. a. b. c. d. e. f. ita. d. e. f. g. h. inter se igitur sicut. a. ad. c. ita. d. ad. f. Et isti sunt modi arguendi utiles lo. q. titate et in oib. pportionibus potes facere o. has consequentias p. ter ultimam q. ad minus sex terminos regit ubi si fuerit quodam quantitate pportionalis conuersim erit pportionalis et permutatum et conuictum et euersum. ¶ Insuper diuisim seu diffinitim si dico q. diuersa oportet pceder. conuictum ut patet ex descriptione. ¶ Chalis autem forma arguendi in oib. istis p. et talis uidelicet sicut. p. ad. 3. ita. 3. ad. 4. igitur sicut. 4. ad. 3. ita. 3. ad. p. ut sic e conuersa uel sic igitur sicut. p. ad. 3. ita. 3. ad. 4. ut sic in permutata et sic alius. et tunc sub istis sed pmi. ad. 3. est pportio talis uel talis igitur scilicet ad. 4. est pportio confimilis ibi arguitur in permutata et ita suo modo est in aliis arguendi. ¶ A. g. in tertio topico. uni. tali modo arguendi in pportione permutata uidelicet sicut. p. ad. scdm ita tertium ad quartum igitur permutatum sicut. p. ad. 3. ita. 3. ad. 4. sed p. superat plus 3. q. 3. 4. superat igitur 3. plus superat. 4. q. id. 3. superat. 4. Ex. summatur isti numeri. 6. 4. 3. 2. et arguatur sic sicut. 6. ad. 4. ita. 3. ad. 2. quia utrobique est pportio sexquialtera. igitur sicut. 6. ad. 3. ita. 4. ad. 2. quia utrobique est pportio dupla sed sic se habet 6. ad. 3. q. superat plus q. 3. superant. 2. q. superatio. 6. ad. 3. est pportione dupla sed 3. ad. 2. est pportione sexquialtera. pportio autem dupla maior est pportione sexquialtera igitur sic se habent. 4. ad. 2. q. superant. 2. plus q. 3. superant. 2. ut prius. Tenet autem ista forma p. hoc q. pportio primi ad. 3. et pportio secundi ad. 4. sunt equales sicut concluditur per generalem formam arguendi igitur quaecumque pportio est altera maior et altera. &c.



f. ad. d. f. quia rursus tertia pars. e. si sit aliqua tertia pars ita multiplex ad. b. sicut tertia. f. ad. d. erit p eadem ut totum aggregatum ex tribus primis partibus. e. sit ita multiplex ad. b. sicut totum aggregatum ex tribus primis partibus. f. ad. d. Sicut si plures fuerint partes. e. f. l. componendo semper sequentem cum aggregato ex prioribus concludens q sicut. e. est multiplex ad. b. ita. f. ad. d. per premisam totiens sumptam quot fuerint partes in e. aut b in. f. minus una sit q. patet poposuitur.

Castigator.
a ¶ Quia tunc prima pars. e. tenet locum prime f. prima pars. f. tenet locum tertie. f. secunda. e. tenet locum quinte. f. secunda. f. tenet locum sexte. f. ideo per premisam concluditur totius. e. ad. b. sicut totius. f. ad. d. f. eodem modo ulterius ad alias partes si que forent. b ¶ Quoniam semper aggregatum ex partibus. e. habebit locum prime f. semper sequens pars. e. habebit locum quinte. f. aggregatum ex partibus. f. tenebit locum tertie f. semper pars succedens. f. tenebit locum sexte. f. ideo per premisam totiens repetitam quoties fuerint partes. e. minus una tant. l. f. f. e.



Propositio. 4.
¶ Si fuerit proportio primi ad secundum sicut tertii ad quartum ad primum autem et tertius eque multiplicia assignentur. Itemque ad secundum et quartum multiplices eque erunt assignate multiplices eodem ordine proportionales.

¶ Sit proportio. a. primi ad. b. secundum. sicut. c. tertii ad. d. quartum. Sumanturq. e. ad. a. f. f. ad. c. eque multiplicia. Itemq. g. ad. b. f. h. ad. d. eque multiplicia. dico q proportio. e. ad. g. est sicut. f. ad. h. ¶ Suma. k ad. e. f. l. ad. f. eque multiplicia. iteq. m ad. g. f. n ad. h. eque multiplicia. f. quia. e. f. f. sunt eque multiplicia ad. a. f. c. iteq. k. f. l. eque multiplicia ad. e. f. f. erunt p premisam. k. f. l. eque multiplicia ad. a. f. c. ¶ Per eadem quoq. erunt. m. f. n. eque multiplicia ad. b. f. d. quare per conversionem diffinitionis incotinue proportionalitatis. k. ad. m. f. l. ad. n. similiter se habebunt in addendo dimimendo f. equadot quia ergo. k. f. l. sunt eque multiplicia ad. e. f. f. itemq. m. f. n. eque multiplicia ad. g. f. h. erit per diffinitione incotinue proportionalitatis proportio. e. ad. g. sicut. f. ad. h. quod est popositum.



Propositio 5.
¶ Si fuerint due quantitates quarum una sit pars alterius minuaturq. ab utraque ipsarum ipsa pars erit reliquum reliquo atq. totum toti eque multiplex. ¶ Vel sic si aliquota erit reliquum reliqui tota pars erit quod totum totius. Sit quantitas. a. b. tota pars quantitates. c. d. quota. e. b. ipsius a. b. minuaturq. a. b. ex quantitate e. d. f. sit residuum. f. c. eritq. f. d. equalis. a. b. Similiter quoq. minuatur. b. ex quantitate. a. b. sitq. residuum. o. a. dico q quota p est qntas. a. b. quantitates. c. d. tota est. quantitas. a. e. quantitates. c. f. ¶ Cu. n. f. d. si eqlis a. b. erit. f. d. ita multiplex. e. b. sicut. c. d. e multiplex. a. b. ponā itaq. d. g. ita multiplex. a. e. sicut. f. d. est multiplex. e. b. eritq. ex pma huius qntas. f. g. ita multiplex. a. b. sicut. f. d. est multiplex. e. b. f. q. sic fuit. c. d. multiplex. a. b. sicut. f. d. fuit multiplex. e. b. erit utraq. duar. qntatū. c. d. f. g. eque multiplex quantitates. a. b. qre p eodem sciam. c. d. f. f. g. sunt eqlis adinuicē dempta igit ab utraq. ear. quantitate. f. d. erit. c. f. eqlis. d. g. f. quia. d. g. fuit ita multiplex. a. e. sicut. f. d. e. b. f. iō sicut. a. b. e. b. qre f. q. c. d. a. b. erit. c. f. ita multiplex. a. e. sicut tota. c. d. totius. a. b. qd est popositum.



Propositio 6.
¶ Si fuerint due quantitates ad alias duas eque multiplices: duaeq. minores a duabus maioribus utraque a sua multiplice subtrahantur. erunt duo reliqua eundem partū eque multiplicia aut eis equalia. ¶ Sint quantitates. a. b. ad. c. f. d. e. ad. f. eque multiplices

subtrahatur. c. ex. a. b. f. f. ex. d. e. f. f. sint residua ex. a. b. quidē. a. g. ex. d. e. d. h. erit. g. b. e. q. l. s. c. f. b. e. q. l. s. f. dico q. duo residua. a. g. f. d. h. erunt equalia duabus quantitatibus. c. f. f. aut eis eque multiplicia. ¶ Sit ergo primo. a. g. e. q. l. s. c. dico q. d. b. e. f. equalis. f. Sumā. n. quantitatē. c. k. e. q. l. s. f. erit. p. p. n. i. s. s. y. p. o. t. e. s. i. t. u. t. o. t. i. e. s. f. i. n. h. k. q. u. o. t. i. e. s. c. i. n. a. b. q. r. e. s. i. c. u. t. a. b. e. s. t. m. u. l. t. i. p. l. e. x. c. i. t. a. h. k. e. m. u. l. t. i. p. l. e. x. f. s. e. d. s. i. c. e. r. a. t. e. t. d. e. m. u. l. t. i. p. l. e. x. e. i. u. s. d. e. f. e. r. i. t. i. g. r. p. e. r. c. o. e. m. s. c. i. a. m. h. k. e. q. l. s. d. e. d. e. m. p. t. a. i. g. r. c. o. i. e. r. i. t. q. u. a. n. t. i. t. a. t. e. h. e. e. r. i. t. d. h. e. q. u. a. l. i. s. e. k. q. r. e. e. q. u. a. l. i. s. f. q. d. e. p. p. o. s. i. t. u. ¶ S. i. a. u. t. a. g. s. i. t. m. u. l. t. i. p. l. e. x. c. p. o. n. a. u. t. e. k. s. i. t. e. q. u. e. m. u. l. t. i. p. l. e. x. f. e. r. i. t. q. u. t. p. r. i. u. s. u. t. r. o. t. i. e. n. s. f. i. n. h. k. q. u. o. t. i. e. s. c. i. n. a. b. S. e. d. t. o. t. i. e. s. e. r. a. t. e. r. i. n. d. e. e. r. i. t. i. g. l. u. t. p. r. i. u. s. d. e. e. q. u. a. l. i. s. h. k. f. d. h. e. k. q. r. e. s. i. c. u. t. a. g. e. s. t. m. u. l. t. i. p. l. e. x. c. i. t. a. d. h. e. s. t. m. u. l. t. i. p. l. e. x. f. q. e. s. t. p. p. o. s. i. t. u. A. l. i. t. e. r. i. d. e. ¶ C. ū. s. m. e. i. d. e. m. n. u. m. e. r. c. o. t. i. n. e. a. t. q. u. i. t. a. s. a. h. q. u. a. n. t. i. t. a. t. e. m. c. s. m. q. u. e. q. u. i. t. a. s. d. e. q. u. a. n. t. i. t. a. t. e. f. i. d. e. m. p. t. a. q. u. a. b. n. i. s. q. u. i. t. a. t. e. r. e. m. a. n. e. a. t. u. n. i. t. a. s. u. e. l. n. ū. c. i. u. s. s. m. q. u. e. a. g. c. o. t. i. n. e. t. c. f. s. m. q. u. e. d. h. c. o. t. i. n. e. t. f. p. a. t. e. r. q. u. a. n. t. i. t. a. t. e. s. a. g. f. d. h. e. e. q. l. s. a. u. t. e. q. m. u. l. t. i. p. l. e. s. q. u. a. n. t. i. t. a. t. i. b. u. s. c. f. f.

¶ C. ū. a. g. p. o. s. i. t. a. s. i. t. e. q. l. s. c. f. q. u. i. t. q. c. b. i. s. e. i. n. a. b. f. s. i. m. i. l. i. t. e. r. f. b. i. s. e. i. n. h. k.

Propositio 17.



¶ S. i. d. u. e. q. u. a. n. t. i. t. a. t. e. s. e. q. u. a. l. e. s. a. d. q. u. i. b. e. t. c. o. p. a. r. e. n. t. u. r. e. a. r. u. m. a. d. i. l. l. a. m. e. r. i. t. v. n. a. p. r. o. p. o. r. t. i. o. i. t. e. m. q. u. a. d. i. l. l. a. s. p. r. o. p. o. r. t. i. o. i. l. l. i. u. s. v. n. a. e. s. t.

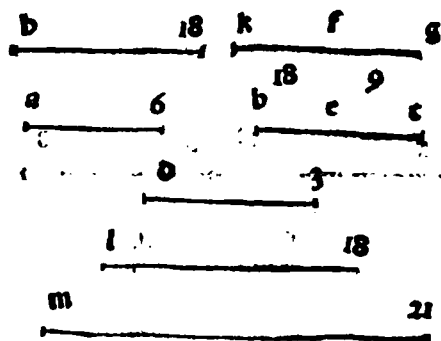
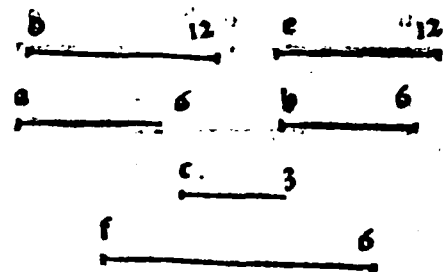
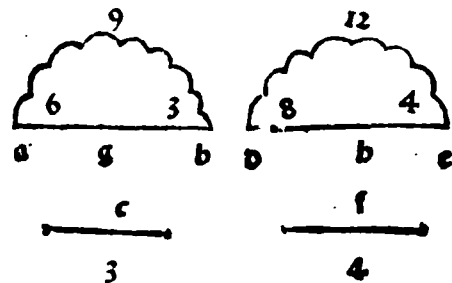
¶ S. i. n. t. d. u. e. q. u. a. n. t. i. t. a. t. e. s. a. b. e. q. u. a. l. e. s. q. u. e. c. o. p. a. r. e. n. t. a. d. q. u. a. l. i. b. e. t. t. e. r. t. i. a. m. u. t. a. d. c. d. i. c. o. q. e. a. d. e. s. t. p. r. o. p. o. r. t. i. o. a. a. d. a. f. b. a. d. c. ¶ I. t. e. q. e. a. d. c. a. d. a. f. c. a. d. b. P. r. i. m. ū. s. i. c. p. h. a. s. i. c. ū. n. c. s. i. t. c. o. s. e. q. u. e. n. s. a. d. a. p. r. i. m. ū. s. f. a. d. b. t. e. r. t. i. a. i. p. s. a. e. r. i. t. i. n. r. o. n. e. s. e. c. u. n. d. e. f. q. r. e. S. u. m. ū. i. g. r. d. a. d. a. p. r. i. m. ū. s. f. c. a. d. b. t. e. r. t. i. a. e. q. u. e. m. u. l. t. i. p. l. e. s. s. i. c. s. u. m. ū. f. q. u. a. l. i. b. e. t. e. x. m. u. l. t. i. p. l. i. c. i. b. u. s. c. q. u. e. e. s. t. s. e. c. u. n. d. a. f. q. u. a. r. t. a. f. q. u. i. a. a. f. b. q. u. a. r. t. a. s. i. c. e. q. m. u. l. t. i. p. l. e. s. d. f. e. p. o. s. i. t. e. s. u. n. t. e. q. l. s. e. r. i. t. u. t. f. i. d. d. i. u. i. d. a. t. u. r. s. m. q. u. a. n. t. i. t. a. t. e. a. f. c. s. m. q. u. a. n. t. i. t. a. t. e. b. q. p. t. e. r. u. t. r. o. b. i. q. s. u. n. t. n. u. m. e. r. o. f. q. u. a. n. t. i. t. a. t. e. e. q. l. s. n. u. m. e. r. o. q. u. i. d. e. p. y. p. o. t. h. e. s. i. m. p. p. e. q. u. a. l. i. t. a. t. e. m. m. u. l. t. i. p. l. i. c. a. t. i. o. i. s. u. t. r. o. b. i. q. q. u. a. n. t. i. t. a. t. e. a. u. t. p. h. ā. c. c. o. e. m. s. c. i. a. m. q. u. o. t. i. e. n. s. o. p. o. r. t. u. e. r. i. t. r. e. p. e. t. i. t. a. m. q. u. e. e. i. d. e. s. u. n. t. e. q. u. a. l. i. a. s. i. b. i. i. n. u. i. c. e. s. u. n. t. e. q. u. a. l. i. a. q. u. i. a. i. g. r. p. r. i. m. a. e. x. p. r. i. b. u. s. d. e. s. t. e. q. u. a. l. i. s. p. r. i. m. e. e. x. p. r. i. b. u. s. e. f. s. e. c. u. n. d. a. s. e. c. u. n. d. e. f. c. e. t. e. r. e. c. e. t. e. r. i. s. S. u. m. q. u. o. t. p. a. r. t. e. r. i. n. d. i. q. u. o. t. s. u. n. t. i. n. e. e. r. i. t. p. e. r. p. r. i. m. ū. h. u. i. u. s. d. e. q. u. a. l. i. s. e. q. r. e. p. c. o. e. m. s. c. i. a. m. s. i. d. u. e. q. u. a. n. t. i. t. a. t. e. s. e. q. u. a. l. e. s. c. o. p. a. r. e. n. t. u. r. a. d. a. l. i. ā. t. e. r. t. i. a. m. a. u. t. a. m. b. e. q. u. a. n. t. i. t. a. t. e. s. d. f. e. e. s. u. n. t. s. i. m. i. l. i. t. e. r. m. a. i. o. r. e. s. f. a. u. t. s. i. m. i. l. i. t. e. r. m. i. n. o. r. e. s. a. u. t. s. i. b. i. e. q. u. a. l. e. s. i. g. r. e. x. d. i. f. f. i. n. i. t. i. o. n. e. i. n. c. o. t. i. n. u. e. p. r. o. p. o. r. t. i. o. n. a. l. i. t. a. t. i. s. q. e. s. t. p. r. o. p. o. r. t. i. o. a. p. r. i. m. e. a. d. c. s. e. c. u. n. d. a. e. a. d. e. s. t. b. t. e. r. t. i. e. a. d. c. q. u. a. r. t. a. q. d. e. s. t. p. p. o. s. i. t. u. ¶ S. e. c. u. n. d. ū. e. o. d. e. m. o. d. o. p. b. a. b. i. s. o. r. d. i. n. e. c. o. n. u. e. r. s. i. u. t. c. p. o. n. a. t. u. r. p. r. i. m. a. f. t. e. r. t. i. a. a. u. e. r. o. s. e. c. u. n. d. a. b. q. d. e. t. a. C. ū. u. e. r. o. q. u. a. n. t. i. t. a. t. e. s. f. q. e. s. t. e. q. m. u. l. t. i. p. l. e. x. p. r. i. m. e. f. t. e. r. t. i. e. s. i. t. a. u. t. s. i. m. i. l. i. t. e. r. m. a. i. o. r. q. u. a. n. t. i. t. a. t. i. b. u. s. d. f. e. e. q. u. e. s. u. n. t. e. q. u. e. m. u. l. t. i. p. l. e. s. s. e. c. u. n. d. e. f. q. u. a. r. t. e. s. a. u. t. s. i. m. i. l. i. t. e. r. m. i. n. o. r. a. u. t. e. i. s. e. q. u. a. l. i. s. e. r. i. t. p. e. a. n. d. e. d. i. f. f. i. n. i. t. i. o. n. e. p. r. o. p. o. r. t. i. o. c. p. r. i. m. e. a. d. a. s. e. c. u. n. d. a. s. i. c. u. t. c. t. e. r. t. i. e. a. d. b. q. u. a. r. t. a. q. u. o. d. e. s. t. p. r. o. p. o. s. i. t. u. f. e. c. u. n. d. u. m.

Propositio 18.



¶ S. i. d. u. e. q. u. a. n. t. i. t. a. t. e. s. i. n. e. q. u. a. l. e. s. a. d. v. n. a. m. q. u. a. n. t. i. t. a. t. e. p. r. o. p. o. r. t. i. o. n. e. n. t. u. r. m. a. i. o. r. q. u. i. d. e. m. m. a. i. o. r. e. m. m. i. n. o. r. u. e. r. o. m. i. n. o. r. e. m. o. b. t. i. n. e. b. i. t. p. r. o. p. o. r. t. i. o. n. e. s. i. l. l. i. u. s. v. e. r. o. a. d. i. l. l. a. s. a. d. m. i. n. o. r. e. m. v. e. r. o. p. r. o. p. o. r. t. i. o. n. i. a. l. o. r. a. d. m. a. i. o. r. e. m. v. e. r. o. m. i. n. o. r. e. r. i. t.

¶ S. i. n. t. d. u. e. q. u. a. n. t. i. t. a. t. e. s. i. n. e. q. u. a. l. e. s. a. f. b. c. s. i. q. m. a. i. o. r. h. c. f. p. r. o. p. o. r. t. i. o. n. e. n. t. u. r. a. d. e. a. n. d. e. q. u. a. n. t. i. t. a. t. e. q. u. e. s. i. t. d. d. i. c. o. q. m. a. i. o. r. e. s. t. p. r. o. p. o. r. t. i. o. b. c. a. d. d. q. a. a. d. d. f. q. e. c. o. n. t. r. a. r. i. o. m. a. i. o. r. e. s. t. q. a. d. a. q. d. a. d. b. c. P. r. i. m. ū. s. i. c. p. h. a. s. i. c. ū. n. c. p. o. n. a. t. c. b. e. q. u. a. l. e. a. f. m. u. l. t. i. p. l. e. x. b. o. r. o. t. i. e. n. t. e. c. c. q. p. r. e. n. i. a. t. q. u. a. n. t. i. t. a. t. e. m. a. i. o. r. d. s. i. q. f. g. f. s. u. m. m. ū. k. f. i. t. a. m. u. l. t. i. p. l. e. x. b. e. c. f. s. i. m. i. l. i. t. e. r. h. i. t. a. m. u. l. t. i. p. l. e. x. a. s. i. c. u. t. f. g. e. s. t. m. u. l. t. i. p. l. e. x. e. c. e. r. i. t. q. p. r. i. m. ū. h. u. i. u. s. b. i. t. a. m. u. l. t. i. p. l. e. x. a. s. i. c. u. t. k. g. e. s. t. m. u. l. t. i. p. l. e. x. b. c. e. r. i. t. e. t. h. e. q. u. a. l. i. s. k. f. p. p. b. o. c. q. e. a. y. s. u. b. m. u. l. t. i. p. l. i. c. a. t. i. o. n. e. q. u. e. s. u. n. t. a. f. b. c. p. o. s. i. t. e. s. u. n. t. e. q. l. s. ¶ P. o. n. a. m. q. u. o. q. q. b. n. ū. s. i. t. m. i. n. o. r.



d. sed equalitatem maior: totiens. n. multiplicabo una in qua. quoniam qua-
 titati. e. c. b. e. f. a. equaliter. g. f. g. multiplex. e. c. proveniat maior. d.
 f. g. b. multiplex. a. non proveniat minor eadem. ¶ Deinde toties mul-
 tiplicabo. d. quod proveniat quantitas maior. h. itaq. m. prima quantitas
 multipliciū. d. que sit maior. h. Sub qua sumam maximā multipliciū. d.
 aut sibi equalē. si. m. est prima in ordine multipliciū. d. que sit. l. erit
 q. ut. l. non sit maior. b. f. constabit. m. ex. d. f. l. propter id quod omne
 multiplex constat ex proximo precedenti multiplici f. simplo. ut triplū
 ex duplo f. simplo. excepto primo multiplici quod constat ex bis simplo.
 ¶ Quia ergo. h. est equalis. k. f. non erit. k. f. minor. l. itaq. k. f. f. d. non
 efficient minus q. l. f. d. quare non efficient minus q. m. f. quia. f. g. e. ma-
 ior. d. erit. k. g. maior q. m. ¶ Intellego igitur quantitatē. b. c. primā. d.
 secundā. a. tertiā. d. quartā. f. quia ad primā f. tertiā sumpta sūt
 eque multipliciū. n. d. elicit. k. g. f. b. Similiter quoq. ad secundā f. quartā
 tam eque multipliciū. n. idem i. rōne duorum quod est. m. f. addit. k.
 g. multiplex prime super. m. multiplex secunde non addit aut. h. multi-
 plex tertiē super. m. multiplex quartē erit per diffinitionem maioris in
 proportionalitatis maior proportio. b. c. prime ad. d. secundā q. a. ter-
 tiē ad. d. quartā quod est primū. ¶ Secundū probabit per eandem diffi-
 nitionem cōverso ordine ut. d. sit prima f. tertiā. a. secundā. b. c. quartā
 addit enim. m. multiplex prime super. b. multiplex secunde. Nō addit
 autem. m. multiplex tertiē super. k. g. multiplex quartē quare maior ē
 proportio. d. ad. a. q. d. ad. b. c. quod est secundū. ¶ Ex huius autē demō-
 strationis modo patet sufficientia diffinitionis maioris impropor-
 tionalitatis: quā posuit auctor in principio huius quinti. Nusquā. n. est maior
 proportio prime quatuor quantitatū ad secundā q. tertiē ad quartā.
 quā contingat aliqua eque multipliciā ad primā f. tertiā reperiri q.
 eam relata fuerint ad aliquā eque multipliciā secunde f. quartē inueniet
 multiplex prime addere super multiplex secunde. Non autem multiplex
 tertiē super multiplex quartē. hec autem multipliciā sic reperiemus sicut
 demonstrabimus in fra. supra. a. huius.

Castigator

¶ Quia. k. g. per primā huius est ita multiplex. b. c. sicut. k. f. b. e. f. d.
 sicut. b. a. cum. k. f. sit equalis b. rōne. b. multipliciū. n. ibi d. f. c. b. ¶ Pri-
 mum multiplex est duplū. f. hoc appellat Boetius minimū in secundo
 libro sue musicę. cap. 11. f. tale semper constat ex bis simplo. Simplum autē
 intelligitur subduplū. ut. a. respectu. 4. f. o. respectu. 8. f. c. o. alia multi-
 plicia constant ex primo p.ecedente multiplici f. simplo ut triplū ex du-
 plo. a. f. simplo. 1.

Propositio 9.



¶ Si fuerit aliquarum quantitarum ad unam quanti-
 tatem proportio una ipsas ēē equales. Si vero uni-
 us ad eas proportio una ipsas equales ēē necesse ē.

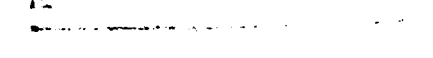
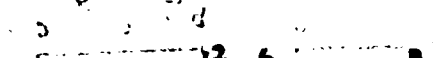
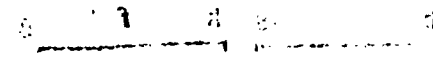
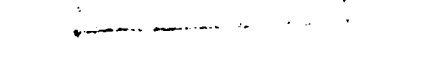
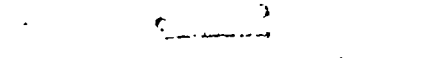
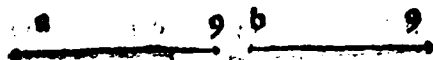
¶ Sit duarum quantitarum. a. f. b. proportio una ad. c. d.
 eadē ēē equalēs f. si cōuerso fuerit eadē proportio. c.
 ad utraq. eadē adhuc dico eas ēē equalēs. hec est cōuersa. 7. Primum
 sic patet. si enim nō sunt equalēs sed altera eay maior. utpote. a. erit p. pri-
 mā partē premissę maior proportio. a. ad. c. q. b. ad. c. quod ē cōtra hypothe-
 secundū quoq. patet. quia si. a. est maior. b. erit per secundā partē pre-
 missę maior proportio. c. ad. b. q. ad. a. quod est etiam cōtra hypothēsim.

Propositio 10.



¶ Si fuerit unius ad quantitatem unās aliquam pro-
 portio maior quantitate maiorem esse. Si vero
 unius ad eandem proportio maior minorem ēē ne-
 cesse est.

¶ Quod si fuerit maior proportio. a. ad. c. q. b. ad. c. dico
 a. ēē maiorem. b. f. si fuerit maior. c. ad. b. q. c. ad. a. adhuc



dico. a. est maiorem. b. nec est conuersa. 8. Primum patet per primam partem
 2. per primam. 8. nam per primam partem septime: non erit. a. equalis
 b. nec etiam minor per primam octauae. Secundum uero patet ex secundis
 partibus earundem.

Castigator.

a. Per primam septime. a. non est equalis. b. per primam partem octa-
 ue. a. non est minor. b. quia tunc utrumque esset contra ypoth. uidelicet quod
 sit maior proportio. a. ad. c. q. b. ad. c. sic etiam secunda pars per secundas
 partes predictarum et esset contra ypoth. ut patet &c.

Propositio .11.



Si fuerint quantitatum proportionēs alicui uel equa-
 les ipsas quoque proportionēs sibi inuicem equales
 esse necesse est.

Propositionem hanc quam Euclides in principio primi
 annumerauit inter communes animi conceptiones: que ei-
 dem sunt equalia sibi quoque sunt equalia: prout de quanti-
 tibus intelligitur hic demonstrat prout proportionibus accomodatur.
 Sit ergo utraq. duarum proportionum que sunt. a. ad. b. et c. ad. d. equa-
 lis proportioni que est. e. ad. f. dico proportionēs que sunt. a. ad. b. et c.
 ad. d. sibi inuicem esse equales. Per Summam enim. g. ad. a. et b. ad. c. et k.
 ad. e. eque multiplices. Item q. l. ad. b. et m. ad. d. et n. ad. f. eque mul-
 tiplices: quia per ypothesim proportio. e. ad. f. est sicut. a. ad. b. et simi-
 liter sicut. c. ad. d. erit per conuersionem diffinitionis in continue propor-
 tionalitatis bis sumptam si. k. addit super. n. g. addit super. l. et b. super
 m. et si. k. minuit ab. n. g. minuat ab. l. et b. ab. m. et si. k. est equalis. n.
 g. g. sit equalis. l. et h. equalis. m. quia igitur. g. ad. l. et b. ad. m. similiter
 se habent in addendo diminuendo et equando. mediantibus. k. et n. erit
 per diffinitionem in continue proportionalitatis. a. ad. b. sicut. c. ad. d.
 quod est propositum.

Propositio .12.



Si fuerit proportio primi ad secundum sicut tertij ad
 quartum: tertij uero ad quartum maior quam quinti
 ad sextum erit proportio primi ad secundum maior
 quam quinti ad sextum.

Sicut i precedenti quod hic demonstrat in proportionalibus
 concepitibile est i quantitibus: uidelicet quod si due quanti-
 tates fuerint sibi inuicem equales quacumque fuerit una earum maior eadem
 maior erit et reliqua. In proportionalibus tamen hoc demonstratur: ut si sit
 proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. c. uero ad. d. sit maior quam e. ad. f. erit quoque
 a. ad. b. maior quam e. ad. f. Per Summam enim. g. ad. a. et b. ad. c. et k. ad. e.
 eque multiplices. Item q. l. ad. b. et m. ad. d. et n. ad. f. eque multiplices: et quia
 per ypothesim proportio. c. ad. d. est sicut. a. ad. b. et maior quam e. ad. f. erit
 per conuersionem diffinitionis in continue proportionalitatis si. h. addit
 super. m. et g. addat super. l. et per conuersionem diffinitionis maioris im-
 proportionalitatis quod non sit necesse. k. addere super. n. Quia igitur me-
 diantibus. h. et m. si g. addit super. l. non est necesse. k. addere super. n. erit
 per diffinitionem maioris impropotionalitatis maior proportio. a. ad
 b. quam e. ad. f. quod est propositum. Simili quoque modo probabis quod si sit
 a. ad. b. sicut. c. ad. d. et c. ad. d. minor quam e. ad. f. erit a. ad. b. minor quam e.
 ad. f. Cui enim sit. c. ad. d. minor quam e. ad. f. erit. e. ad. f. maior quam c. ad. d.
 per conuersionem igitur diffinitionis maioris impropotionalitatis si. k.
 addit super. n. non est necesse quod b. addat super. m. sed si. b. non addit super
 m. g. non addit super. l. Ergo si. k. addit super. n. non est necesse ut. g. ad-
 dat super. l. Per diffinitionem igitur maioris impropotionalitatis ma-
 ior erit proportio. e. ad. f. quam a. ad. b. ergo e conuerso: minor erit. a. ad. b. quam
 e. ad. f. quod est propositum. Ex modo autem demonstrationis octa-
 ue huius et hac fiet manifestum quod si fuerit prime quatuor quantitatum ad

b 12 k 9 g 6

c 4 e 3 a 2

d 8 f 6 b 4

m 24 n 18 l 12

k 16 b 12 g 8

c 8 e 6 a 4

f 6 d 3 b 2

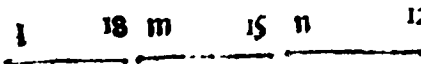
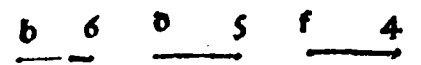
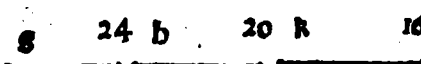
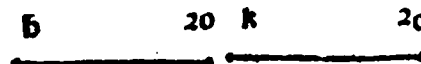
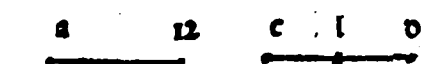
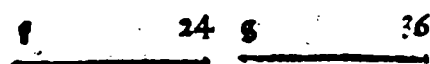
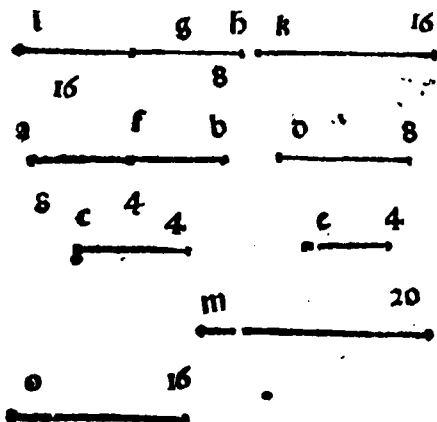
n 18 m 9 l 6

g 24 b 18 k 36

a 8 c 6 e 12

b 4 d 3 f 4

l 16 m 12 n 16



secundam maior proportio q̄ tertie ad quartam cōtinget reperire aliqua eque multiplicia prime & tertie que cum comparabūtur ad aliqua eque multiplicia secūde & quarte inuenietur multiplex prime addere sup̄ multiplex secūde non autem multiplex tertie super multiplex quarte; quod sic patet. Sit enim maior proportio. a. b. ad. c. q̄. d. ad. e. ponam ergo ut sit proportio. a. f. ad. c. sicut. d. ad. e. eritq̄ per hanc. n. & per. 10. a. f. minor a. b. & sit minor in quantitate. f. b. quam multiplicabo totiens q̄ proueniat quantitas maior. c. que sit. g. h. hac conditione. ut. d. totiens multiplicata producat quantitatem non minorem. e. que sit. k. ¶ Tūc ponam ut l. g. sit ita multiplex. a. f. sicut. g. h. est multiplex. f. b. aut. k. d. eritq̄ per primam huius. l. h. ita multiplex. a. b. sicut. k. d. Deinde ponam q̄. m. sit prima quantitas multiplex. e. que sit maior. k. & ponam. n. ita multiplicem. c. sicut. m. est multiplex. e. eritq̄ per premisas ypotheser & conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis: quantitas. n. prima multiplicium. c. que erit maior. l. g. nec erit. l. g. minor. c. b. Sumam ergo sub n. maximam multiplicium. c. aut sibi equalem si forsan. n. sit prima multiplicium eius que sit. o. constabitq̄. n. ex. o. & c. ¶ Quia ergo. l. g. non est minor. o. & g. h. est maior. c. erit. l. h. maior. n. quare cum. k. sit minor. m. patet propositū. ¶ Conuersam quoq̄ huius demonstrare possumus. uidelicet q̄ si contingit reperire aliqua eque multiplicia prime & tertie quarum multiplex prime addat super aliquod multiplex secūde & multiplex tertie non addat super multiplex quarte; maior erit proportio prime ad secundam q̄ tertie ad quartam; quod sic probatur. ¶ Sint quatuor quantitates. a. prima. b. secūda. c. d. tertia. e. quarta. sintq̄. f. ad. a. & g. ad. c. d. eque multiplicia. Similiter. h. ad. b. & k. ad. e. eque multiplicia. ¶ Addat. f. super. h. non addat autem. g. super. k. dico q̄ maior est proportio a. ad. b. q̄. c. d. ad. e. Si enim equalis per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis addet. g. si per. k. quod est contra ypothē. Si autē minor sit. c. l. ad. c. sicut. a. ad. b. eritq̄ per huius. 10. c. l. minor. c. d. & sit minor in quantitate. l. d. Ponam igitur ut. m. n. sit ita multiplex. c. l. & n. p. multiplex. l. d. sicut. f. est multiplex. a. eritq̄ per primā huius. m. p. ita multiplex. c. d. sicut. f. est multiplex. a. utraq̄ igitur duarum quantitatū. m. p. & g. est eque multiplex quantitatū. c. d. ergo ipse sunt equales. Nam hec illatio demonstrata est in. 7. huius & quia. g. non est maior. k. non erit. m. p. maior eadem sed per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis. m. n. est maior. k. eo q̄. f. est maior. h. ergo. m. n. ē maior. m. p. quod est impossibile quare relinquitur propositum.

Castigator.

a ¶ Quia stat q̄. k. addat super. n. etiam si nō tñ fm p̄portione quantū h. super. m. ut in quarto modo maioris ip̄portionalitatis habuisti. b. diffini. huius quinti sed hoc non est necesse sed possibile solum. b. ¶ Quoniam totiens multiplicabo unāquāq̄ trium quantitatū. f. b. d. a. f. q̄. k. non proueniat minor. e. & g. l. g. non efficiatur minor. c. sed equalis aut maior. c. ¶ Cum hoc q̄. c. & e. totiens eque multiplicentur q̄. m. proueniat maior. k. & n. maior. l. g.

Propositio .13.



Si fuerit quodlibet quantitatū ad totidem alias proportio una erit quoq̄ que proportio vnius ad vnam. eadem proportio harum omnium pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas.

¶ Quod primo proposuit de multiplicibus: hic proponit de omnibus proportionibus: unde hec est cōmuniō illa: eo q̄ omnis multiplicitas est proportio non autē conuerso. ¶ Si igitur. a. ad. b. & c. ad. d. & e. ad. f. una proportio: dico q̄ que ē proportio. a. ad. b. eadem est compositi ex. a. c. e. ad compositum ex. b. d. f. Sumam. g. ad. a. & h. ad. c. & k. ad. e. eque multiplicia. Itemq̄. l. ad. b. & m. ad. d. & n. ad. f. eque multiplicia: eritq̄ per primam huius compositum ex. g. b. k.

ita multiplex compositi ex a. c. e. sicut. g. est multiplex a. Similiter per ead-
dem compositum ex l. m. n. erit ita multiplex compositi ex. b. d. f. sicut. l.
est multiplex b. Et per conuersione diffinitionis in continue proportio-
nitatis bis sumptam si. g. addit super. l. h. addit super. m. f. k. super. n. Et si
minuit minuit Et si equat equat ergo per comunem scientiam si. g. ad-
dit super. l. compositum ex. g. h. k. addit super compositum ex. l. m. n. Et
si minuit minuit Et si equat equat ergo per diffinitionem in continue p-
portionalitatis proportio. a. ad. b. est sicut compositi ex a. c. e. ad compo-
situm ex. b. d. f. quod est propositum.

Castigator.

a Si equalibus equalia addant uel si inequalibus equalia addant etc.
b Quia. a. tenet locum prime compositi ex a. c. e. tertie. b. scilicet de co-
positum ex. b. d. f. quarte.

Propositio. 14.



Si fuerint quatuor quantitates proportionales. fue-
ritque maior prima tertia. necesse est secundam. quar-
ta esse maiorem. Quod si minor et minorem. Si ve-
ro equalis et equalem esse.

Sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico q. si. a. est ma-
ior. c. b. erit maior. d. Et si minor minor. Et si equalis equa-
lis. Si enim. a. sit maior. c. erit per primam partem. 8. huius maior ppor-
tio. a. ad. d. q. c. ad. d. quare maior erit. a. ad. d. q. ad. b. ergo per secundam
partem. 10. huius. b. erit maior. d. quod est propositum. Quod si. a. sit
minor. c. erit per primam partem. 8. minor proportio. a. ad. d. q. c. ad. d. q.
re maior erit. a. ad. b. q. ad. d. per secundam ergo partem. 10. b. erit minor
d. Si autem. a. sit equalis. c. erit per primam partem. 7. a. ad. d. sicut. c. ad. d.
quod est propositum. sicut ad. b. itaq. per secundam partem. 9. b. erit equalis. d. sic
q. patet propositum.

Propositio. 15.



Si fuerint aliquibus quantitatibus eque multipli-
ces assignare. erit ipsarum multiplicium atq. sub-
multiplicium una propo. tio.

Sint. c. ad. a. f. d. ad. b. eque multiplices. dico q. que e-
proportio. a. ad. b. eade est. c. ad. d. diuidatur. c. fm quan-
titate. a. f. d. fm quantitate. b. suntq. tot partes. c. quot
d. Et quia quelibet pars. c. ad. qualibet partem. d. se habet sicut. a. ad. b. erit
per. 13. huius. c. ad. d. sicut. a. ad. b. quod est propositum.

Propositio. 16.



Si fuerint quatuor quantitates pportionales. pmu-
tati quoq. pportionales erunt.

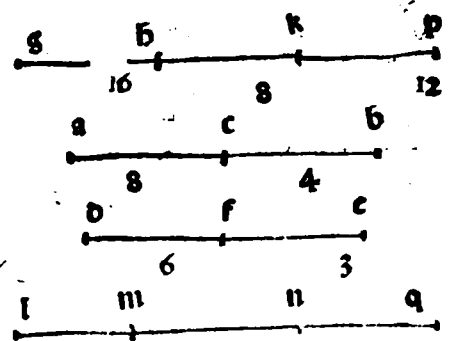
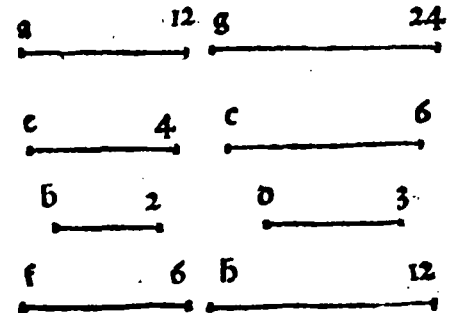
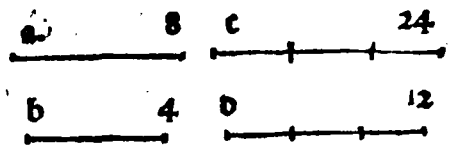
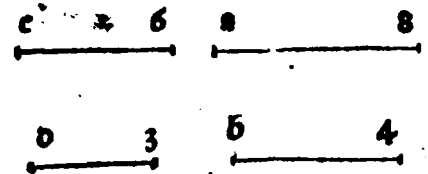
Sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico q. erit. a. ad. c. si-
cut. b. ad. d. Et iste est modus arguendi qui dicitur propor-
tionalitas permutata. cuius demonstratio sic patet. Su-
mam. e. ad. a. f. f. ad. b. eque multiplices itemq. g. ad. c. f.
h. ad. d. eque multiplices. eritq. per premisam. e. ad. f. sicut. g. ad. h. qua-
re per. 14. si. e. addit supra. g. f. addit super. h. Et si minuit minuit. Et si e-
quat equat. per diffinitionem igitur in continue proportionalitatis erit. a. ad.
c. sicut. b. ad. d. quod est propositum. Necesse est aut ut in permutata pro-
portionalitate sint omnes quatuor quantitates eiusdem generis.

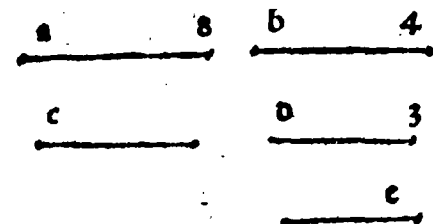
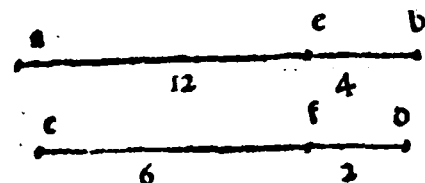
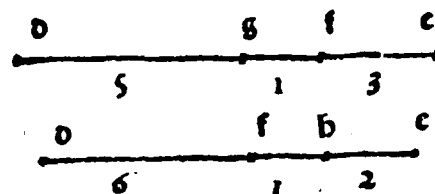
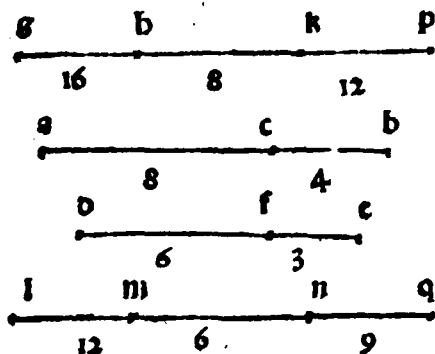
Propositio. 17.



Si fuerint quantitates coniunctim proportionales.
easdem diuinctim quoq. pportionales esse.

Demonstrato mo arguendi qui dr pportionalitas pmu-
tata demonstrat illi q dr pportionalitas diuincta. Sit ita
q pportio. a. b. ad. b. c. sicut. d. e. ad. e. f. dico q. erit. a. c. ad.
e. b. sicut. d. f. ad. f. e. Summa enim. g. h. ad. a. c. f. h. k. ad. c. b. itemq. l. m. ad. d.
f. e. m. n. ad. f. e. eque multiplices. eritq. p primam huius. g. k. ita multiplex





a. b. sicut. g. h. est multiplex. a. c. l. n. ita multiplex. d. e. sicut. l. m. est multiplex. d. f. ideo per premisas ypotheser. g. k. est ita multiplex. a. b. sicut. eff. l. n. d. e. Ponam iterum. k. p. ad. c. b. f. n. q. ad. f. e. eque multiplices erunt. p. secunda. h. p. ad. c. b. f. m. q. ad. f. e. eque multiplices. Per conversionem igitur diffinitionis incontinue proportionalitatis. si. g. k. addit super. b. p. l. n. addit sup. m. q. f. si minuit minuit. f. si equat equat. demptis itaq. communibus. h. k. f. m. n. erit per communem scientiam. ut si. g. h. addit sup. k. p. q. l. m. addit sup. n. q. f. si minuit minuit. f. si equat equat. ergo per diffinitionem incontinue proportionalitatis proportio a. c. ad. c. b. est sicut. d. f. ad. f. e. quod est propositum.

Castigator.

a. Q. m. b. k. tenet locum prime. f. c. b. locum secunde. m. n. locum tertie. f. e. locum quarte. k. p. locum quinte. n. q. locum sexte. Ideo per secundam huius. b. p. ad. c. b. sicut. m. q. ad. f. e.

Propositio .18.



Si fuerint quantitates disiunctim proportionales coniunctim quoque proportionales erunt.

Demonstrat modum arguendi qui dicitur proportionalitas coniuncta. f. est modus conversus prioris. Ad cuius demonstrationem refumat dispositio premisse. f. maneat oēs eius ypotheser. excepto q. ponat et proportio. a. c. ad. c. b. sicut. d. f. ad. f. e. dico q. erit proportio. a. b. ad. b. c. sicut. d. e. ad. f. e. Seq. n. ex hac hypothesi f. aliis hypothesibus pmissis de multiplicibus equaliter sumptis per conversionem diffinitionis incontinue proportionalitatis si. g. b. addit super. k. p. q. l. m. addat super. n. q. f. si minuit minuit. f. si equat equat. ergo positis communibus. b. k. f. m. n. sequitur per communem scientiam si. g. k. addit super. b. p. q. l. n. addat super. m. q. f. si minuit minuit. f. si equat equat. quare per diffinitionem incontinue proportionalitatis erit proportio. a. b. ad. b. c. sicut. d. e. ad. f. e. quod est propositum. Aliter idem indirecte sic. Cum sit proportio. a. c. ad. c. b. sicut. d. f. ad. f. e. non ē. a. b. ad. b. c. sicut. d. e. ad. f. e. sit ergo proportio. d. e. ad. aliquam aliam quantitatem sicut. a. b. ad. b. c. que aut erit maior. e. f. aut minor. si enim esset ei equalis constaret propositum. Sit itaq. primo maior. f. sit. e. g. eritq. per pmissam. a. c. ad. c. b. sicut. d. g. ad. g. e. q. re. p. n. d. g. ad. g. e. eff. sicut. d. f. ad. f. e. Sequitur igitur per 14. q. cum. d. g. prima sit minor. d. f. tertia erit. g. e. secunda minor. e. f. quarta. sed erat positum q. esset maior. Sit ergo proportio. d. e. ad. minorem. e. f. que sit. e. h. sicut. a. b. ad. b. c. eritq. per pmissam. a. c. ad. c. b. sicut. d. h. ad. h. e. quare. per 12. d. h. ad. h. e. sicut. d. f. ad. f. e. quia. d. h. prima ē maior. d. f. tertia erit p. 14. e. h. secunda maior. e. f. quarta. quia est impossibile sequitur propositum.

Propositio .19.



Si a duobus totis due portiones abscondantur. fueritq. totum ad totum quantum absconditum ad absconditum. erit reliquum ad reliquum quantum totus ad totum.

Quod quinta proponit de multiplicibus. hec proponit universaliter de omnibus proportionibus. unde est illa tanto communior quanto multiplicitate proportio. Sint igitur due quantitates. a. b. f. c. d. a quibus abscondantur due que sint. b. e. f. d. f. sitq. proportio totius. a. b. ad. totam. c. d. sicut. b. e. absconditum. d. f. absconditum. dico q. eadem erit. a. e. residui ad. c. f. residuum que est totius. a. b. ad. totam. c. d. Cum enim sit. a. b. ad. c. d. sicut. b. e. ad. d. f. erit permutati. a. b. ad. b. e. sicut. c. d. ad. d. f. f. disiunctim. a. e. ad. e. b. sicut. c. f. ad. f. d. f. iterum permutati. a. e. ad. c. f. sicut. e. b. ad. f. d. f. quia sic erat. a. b. ad. c. d. patet propositum. Ex hac aut. 19. f. permutata proportionalitate demonstratur modus arguendi qui dicitur proportionalitas eversae ut si sit. a. b.

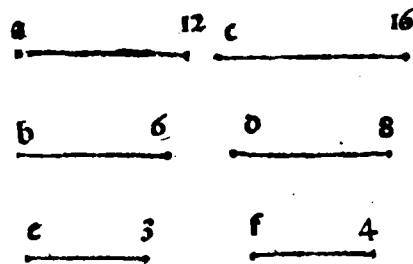
ad. b. e. sicut. c. d. ad. d. f. dico q̄ erit. b. a. ad. a. e. sicut. c. d. ad. c. f. quia cū sit a. b. ad. b. e. sicut. c. d. ad. d. fuerit permutatim. a. b. ad. c. d. sicut. b. e. ad. d. f. quare per hanc. 19. b. a. ad. d. c. sicut. a. e. ad. c. f. igitur permutatim. b. a. ad. a. e. sicut. c. d. ad. c. f. quod est propositum. ¶ Cōuersa quoq̄ proportionalitas quā ex diffinitione incontinue proportionalitatis demonstramus in exponendo principia huius quinti potest hic quoq̄ demonstrari indirecte ex permutata proportionalitate. ff. 9. huius ut si sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico q̄ erit. b. ad. a. sicut. d. ad. c. si autem sit. d. ad. e. sicut. b. ad. a. ff. quia a. ad. b. est sicut. c. ad. d. erit permutatim. a. ad. c. sicut. b. ad. d. ff. quia iterū. b. ad. a. sicut. d. ad. e. erit quoq̄ permutatim. b. ad. d. sicut. a. ad. e. quare erit. a. ad. e. sicut. a. ad. c. si igitur. e. non sit equale. c. accideret impossibile ff. contrarium secunde partis. 9. si autem equalis erit b. ad. a. sicut. d. ad. c. quod est propositum.

Propositio .20.



Si fuerint quotlibet quātitates alieq̄ fm earū numerum quaz queq̄ due priorum fm pportionem duarum posteriarum necesse est in pportionalitate quidē equalitatis vt si fuerit prima priorū vltima maior. z posterierum prima vltima eē maiorem. Quod si minor z minorem. Si vero equalis z equalēm.

¶ Demonstraturus Euclides modum arguēdi qui dī equa proportionalitas siue quātitates duorum ordinū directe siue peruersim proportionem premitit duo antecedentia ad demonstrandū ppositum necessaria per quorū primū demonstratur equa pportionalitas cū quantitates duorum ordinum directe pportionantur per fm aut cum proportionantur puer sum; proponit aut hec duo antecedentia de quantitatibus duorū ordinū numero equalibus quecūq̄ fuerint. Vniuersaliter enim sumptis utrobq̄ quantitatibus fm quemcūq̄ numerum veritatem habent; non est autem necesse ut demonstremus ea nisi solum in tribus; hoc enim omnino sufficiens est ad propositum de pluribus aut quibusq̄ patebit p equā proportionalitatē cū ipsa demonstrata fuerit. ¶ Sint igitur tres quantitates. a. b. e. simanturq̄ tres alie q̄ sint. c. d. f. ff. sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ff. b. ad. e. sicut. d. ad. f. dico q̄ si. a. est maior. e. c. erit maior. f. ff. si minor minori ff. si equalis equalis. ¶ Si enim est maior erit per primā partē B. maior proportio. a. ad. b. q̄. e. ad. b. quare per. n. maior erit. c. ad. d. q̄. e. ad. b. ff. quia per conuersam proportionalitatem. e. ad. b. est sicut. f. ad. d. erit. c. ad. d. maior q̄. f. ad. d. itaq̄ per primā partē. 10. c. est maior. f. q̄ est propositum. Quod si. a. sit minor. e. per eadē ff. eodem modo probabitur. c. eē minorem. f. erit enim minor proportio. a. ad. b. q̄. e. ad. b. per primam ptem. 8. ff. ideo p. n. ¶ ff. per conuersam proportionalitatem minor erit. c. ad. d. q̄. f. ad. d. ff. ideo per primā ptem. 10. erit. c. minor. f. quod ē ppositū. Si aut. a. sit equale. e. erit p primā partē. 7. pportio. a. ad. b. sicut. e. ad. b. ff. 16 per undecimā ff. cōuersam pportionalitatē erit. c. ad. d. sicut. f. ad. d. quare per primā partē. 9. c. est equalis. f. quod ē ppositū. ¶ Quidā aut hanc cōclusionē demonstrauerūt eā p pportionalitatē permutatim hoc modo. proportio. a. ad. b. est sicut. c. ad. d. ergo pmutatim a. ad. c. sicut. b. ad. d. ff. quia rursus. b. ad. e. sicut. d. ad. f. erit pmutatim b. ad. d. sicut. e. ad. f. sed erat. b. ad. d. sicut. a. ad. c. ergo per. n. erit. a. ad. c. sicut. e. ad. f. itaq̄ p. 14. si. a. prima est maior. e. tertia erit. c. secunda. maior. f. quarta. ff. si minor minori ff. si equalis equalis q̄ ē ppositū. ¶ Isti aut errauerunt in sua demonstratione; quia si eēt intentio Euclidis sic demonstrare nō oporteret ipsam premittere hanc cōclusionē p antecedente ad equā pportionalitatē; si enim rursus fiat una pmutatio proportionalitatis ad quā deuentū est; que est esse. a. ad. c. sicut. e. ad. f. sequitur q̄ sit. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ff. hoc est equa proportionalitas. ¶ Preterea eorū cōclusio non sequitur nisi oēs quantitates amboz ordinū fuerint generis uni-



us. Si enim a. b. e. sint lineae. f. c. d. f. superficies: aut corpora: aut tpatnon
erit tunc pmutare proportionem: peccant igitur uniuersaliter dictum pntula
riter demonstrantes.

Castigator.

a ¶ Quia, c. d. tenent locum pmi f. secundi f. a. b. tertii. f. qrti f. e. b. quin
ti f. sexti. f. ideo p duodecimam concludit postea facta cōuersa. f. f. d.
tenent locum pmi f. secundi f. e. f. b. tertii f. qrti f. a. f. b. qnti f. sexti.

Propositio .21.



I fuerint quotlibet quantitates alieqz secundum ea
rum numerum quarum queqz due ex prioribus
quibusqz duabus ex posterioribus peruerim com
parate secundum proportionem earum fuerint. ne
cesse quoqz est ut si fuerint impropotionalitate eq
litas priorum prima vltima maior z posteriorum
prima vltima esse maiorem. si autem minor z minores. Si vero
equalis z equalis.

¶ Secundum autem sint tres quantitates. a. b. e. sumantqz alie tres q sunt. f. c. d.
f. sit pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. f. b. ad. e. sicut. f. ad. c. dico q si a. e. ma
ior. e. f. erit maior. d. f. si minor minor. f. si equalis equalis. ¶ Hec aut p
batur p eadem f. eodem mō quo pcedens. si. n. a. sit maior. e. erit. maior
pportio. a. ad. b. q. e. ad. b. qre maior. c. ad. d. q. e. ad. b. f. ideo maior q. c.
ad. f. maior igit. f. q. d. p secundam ptem. 10. qd est ppositum. ¶ Quod si a.
sit minor. e. erit tādē minor. c. ad. d. q. ad. f. qre p eādem ptem eiusdem
f. erit minor. d. ¶ Si aut. a. sit eqlis. e. sequit ut sit pportio. c. ad. d. sicut. c. ad
f. igitur per secundam partem. 9. erit. f. equalis. d. quod est ppositum.

Propositio .22.



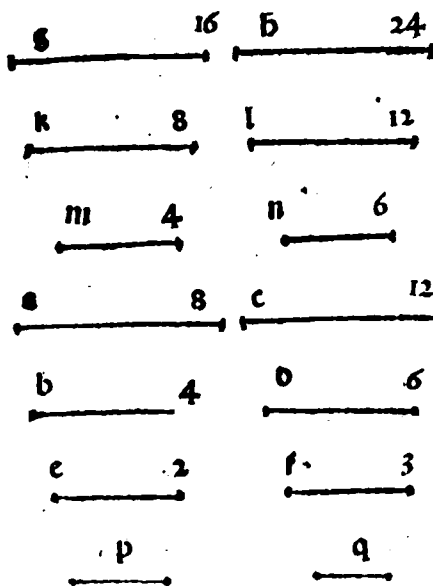
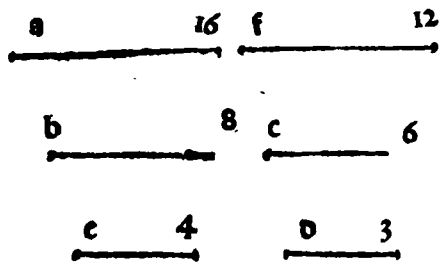
I fuerint quotlibet quantitates alieqz secundum
earum numerum quarum queqz due secundum
proportionem duarum ex primis in equa propor
tionalitate proportionales erunt.

¶ Demonstratis autem ad equā pportionalitatem. hic
demonstrat eam: f. pmo cum quantitates duoz ordinū sunt
directe pportioales. Nō est aut necesse ut demonstret nisi cū in utroqz duo
rum ordinū sunt tñ tres quantitates. Per hoc. n. euidenter sequit cū i utroqz
ordie fuerint qtuor quantitates f. deinceps f. ideo et nō oportuit eius asis
demonstrari nisi solum cū in utroqz ordine sunt et tres quantitates. ¶ Sint
igit tres quantitates. a. b. e. sumanturqz tres alie q sunt. c. d. f. f. sit pportio. a.
ad. b. sicut. c. ad. d. f. b. ad. e. sicut. d. ad. f. dico q erit. a. ad. e. sicut. c. ad. f.
¶ Sumam. n. g. ad. a. f. b. ad. e. eq multiplicia. Itēq. k. ad. b. f. l. ad. d. eq
rursus. m. ad. e. f. n. ad. f. eque. eritq. p. 4. g. ad. k. sicut. h. ad. l. f. k. ad. m. si
cut. l. ad. n. qre p. 10. si. g. est maior. m. erit. h. maior. n. f. si minor minor
f. si equalis eqlis. ¶ Igitur p diffinitionem incōtinue pportionalitatis p
portio. a. ad. e. est sicut. c. ad. f. qd est ppositum. ¶ Pōt quoqz hoc demon
strari. p. 15. huius sumptis. g. k. m. ad. a. b. e. f. b. l. n. ad. c. d. f. eq multiplici
bus erit. n. p. 15. g. ad. k. sicut. h. ad. l. f. k. ad. m. sicut. l. ad. n. cetera ptracta
ut pus. ¶ Q d si fuerint quantitates plures tribus in utroqz ordine: utpo
te quatuor additis. p. f. q. ita q sit. e. ad. p. sicut. f. ad. q. erit iterum. a. ad. p.
sicut. c. ad. q. erit enim. a. ad. e. sicut. c. ad. f. hoc enim demonstratum est.
sublatis igitur. b. f. d. erunt tres quantitates. a. e. p. f. alie tres. c. f. q. ut propo
nitur qre. a. ad. p. sicut. c. ad. q. sicqz demonstrat de. 4. per tres sublato uno
medio. Eodem modo demonstrabis de. 5. per. 4. sublatis duobus mediis
f. de. 6. per. 5. sublatis tribus f. sic de ceteris.

Propositio .23.



I fuerint quotlibet quantitates alieqz secundum ea
rum numerum quarum queqz due secundum pro
portionem duarum ex prioribus indirecte propor
tionate in equa proportionalitate proportionales
erunt.



Demonstrat equam proportionalitatem in quantitatibus duorum ordinum in directe sue peruersum proportionatis. Nec est necesse qd demonstretur nisi cum in utroq. duorum ordinum sunt tantum tres quantitates per hoc enim euidenter sequitur quocumq. ponantur in utroq. ordine sicut in premisa de directe proportionatis demonstratum est. Sint igitur tres quantitates. a. b. c. sumanturq. alie tres que sint. f. c. d. & sit proportio. a. ad b. sicut. c. ad. d. & b. ad. e. sicut. f. ad. c. dico qd erit. a. ad. e. sicut. f. ad. d. **S**umma enim. g. ad. a. f. b. ad. c. f. k. ad. f. eque multiplicia. Iteq. l. ad. b. f. m. ad. e. f. n. ad. d. eque multiplicia: eritq. p. q. r. a. g. ad. l. sicut. b. ad. n. & p. r. s. l. ad. m. sicut. k. ad. h. quare per. u. si. g. addit super. m. & k. addit sup. n. & si minuit minuit: & si equat equat. ergo per diffinitionem incontinue proportionalitatis proportio. a. ad. e. e sicut. f. ad. d. quod est ppositum. **P**rotest quoq. & hoc demonstrari per. r. s. huius sumptis. g. l. m. ad. a. b. c. f. k. h. n. ad. f. c. d. eque multiplicibus. **E**rit enim per. r. s. g. ad. l. sicut. h. ad. n. & l. ad. m. sicut. k. ad. b. cetera pertracta ut prius. Conuenientius tñ demonstrantur hec & premisa sñi primum modū. **Q**uod si plures tribus fuerint quantitates in utroq. ordine utpote quatuor additis. p. f. q. ita qd sit a. ad. b. sicut. d. ad. q. & b. ad. e. sicut. c. ad. d. & e. ad. p. sicut. f. ad. c. erit iteq. a. ad. p. sicut. f. ad. q. **E**rit enim per predemonstrata. a. ad. e. sicut. c. ad. q. Sublatis igitur. b. f. d. erunt tres quantitates. a. e. p. & alie tres. f. c. q. ut proportionitur: quare. a. ad. p. sicut. f. ad. q. Sic igitur demonstratur de. 4. per tres sublato uno medio. Eodē mō demonstrabis de. 5. per quatuor sublatis duobus mediis. & de. 6. per. 5. sublatis tribus & sic in ceteris.

Castigator.

Nota cum in istis inducit diffinitio incōtinue ppor. illa maioritas minoritas & equalitas multipliciū adinuicem. s. primi ad secundū: & tertiū ad quātū intelliguntur semper geometricē & non arithmetice uidelicet qd in tm quantū multiplex primū excedit equat aut minuit multiplex secundū tantū de multiplex tertiū sñi ppor. excedat equet multiplex tertiū multiplex quarti sicut dñi fuit supra in diffinitione qnta huius quinti lib. uñ nō sufficit dicere multiplex pmi excedet multiplex secūdi: & similiter multiplex tertiū excedit multiplex qrti ergo quor quantitates sunt ppor. & pportio p me ad secūda est sicut tertiū ad quātā: sed oportet addere qd tantū de se excedant equet aut minuat &c.

Propositio .24.



Ifuerit proportio primi ad secundum tanquā tertij ad quartum: proportio uero quinti ad secundū tanq̃ sexti ad quartum erit proportio primi & quinti pariter acceptorum ad secundum tanquā sexti & tertij pariter acceptorum ad quartum.

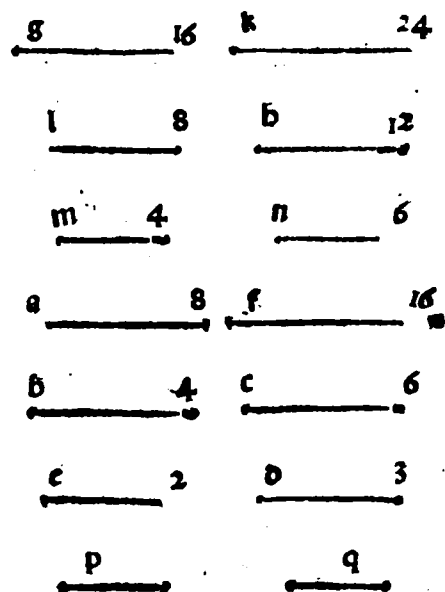
Quod secunda proposuit de multiplicibus hec proponit uniuersaliter de omnibus proportionibus: unde est illa tanto cōmunior quanto multiplicitate proportio & se habet ad illā: quē ad modū. g. ad primā. **S**it igitur pportio. a. b. ad. c. e sicut. d. e. ad. f. & itē. b. g. ad. c. si cut. e. h. ad. f. dico qd pportio. a. g. ad. c. sicut. d. h. ad. f. **E**rit enim per cōuersam proportionalitatem. c. ad. b. g. sicut. f. ad. e. h. quare per. 11. erit in equa proportionalitate. a. b. ad. b. g. sicut. e. d. ad. e. h. ergo coniunctim p. 13. a. g. ad. g. b. sicut. d. h. ad. b. e. itaq. per. 11. erit in equa proportionalitate. e. a. g. ad. c. sicut. d. h. ad. f. quod est ppositum.

Propositio .25.

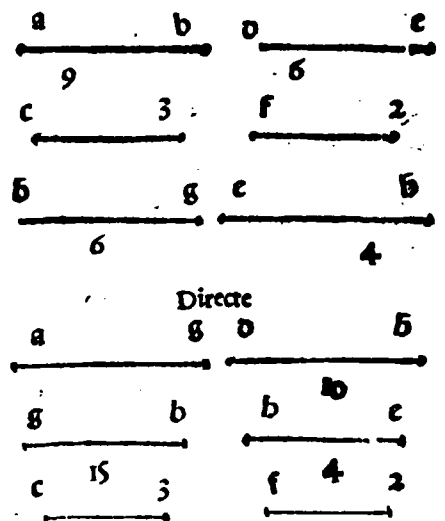


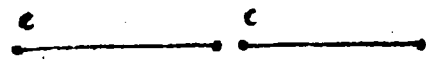
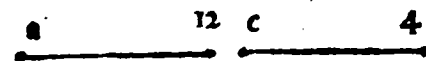
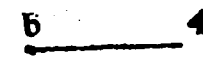
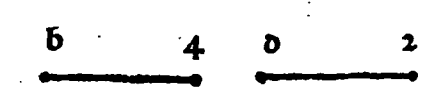
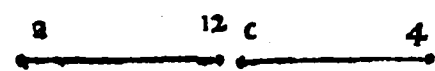
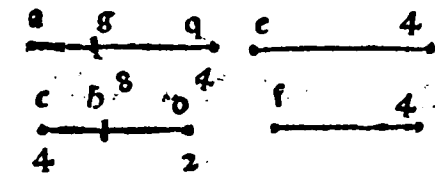
Ifuerint quatuor quantitates pportiones: fueritq. prima earum maxima: & vltima minima pri mam & vltimam pariter acceptas ceteris duabus maior eē necessario comprobatur.

Quod hic proponitur non habet locum nisi cum oēs quatuor quantitates sint eiusdē generis. **S**int igit quor q̃ sitatū eiusdē generis pportio. a. b. ad. c. d. sicut. e. ad. f. sitq. a. b. maxima neq. oportet ponere qd. f. sit minima: ga ipm ex hoc sequit qd. a. b. e posita



Explicite. 24.





est maximatum non possit hoc auctor in cōclusionē tanq̃ positionē; sed potius tanq̃ pcedentis positionis cōclusionē. ¶ Dico q̃ cū ita fuerit maius erit aggregatū ex a. b. f. f. q̃ ex c. d. f. e. Cū enim a. b. sit maior e. abscondā ex b. a. g. b. equalē e. ¶ Similiter quoq̃ q̃ a. c. d. est maior f. abscondā ex c. d. h. d. equalē f. eritq̃ pp̃ yprohefum a. b. ad c. d. sicut g. b. ad h. d. q̃ rep̃. 19. a. g. residuū ad c. h. residuū sicut tota a. b. ad totum c. d. s. a. b. ad c. d. Cū ergo a. g. se habet ad c. h. sicut a. b. ad c. d. sed a. b. est maior c. d. quare a. g. maior est c. h. additis igitur utriq̃ duabus quantitatibus g. b. f. h. d. erit per cōm̃scientiam aggregatū ex a. b. f. h. d. maius aggregatū ex c. d. f. g. b. f. quia d. b. posita est equalis f. f. g. b. e. maius erit aggregatū ex a. b. f. f. q̃ aggregatū ex c. d. f. e. quod est propositum.

Castigator

a ¶ Quia primū aggregatū cōstat ex a. g. f. g. b. f. h. d. f. secundū constat ex c. h. f. h. d. f. g. b. f. quia per 19. a. g. est maior c. h. f. utriq̃ s. a. g. f. c. h. addite sunt ille due q̃titates g. b. f. h. d. ideo primū f. maius secundo f. c.

Propositio .26.

Si fuerit quatuor quantitatum proportio prime ad secundam maior q̃s tertiē ad quartam erit conuersa e contrario proportio secunde ad primam minor q̃s quarte ad tertiam.

¶ Sit pportio a. ad b. maior q̃. c. ad d. dico q̃ erit e conuerso mō contrario minor proportio b. ad a. q̃. d. ad c. ¶ Si enim este adē b. ad a. que ē. d. ad c. erit e cōuerso a. ad b. ut c. ad d. sed nō ē imo maior. At uero si ē b. ad a. maior q̃. d. ad c. sit e. ad a. ut d. ad c. eritq̃ ex n. e. ad a. minor q̃. b. ad a. q̃re ex prima pte. 10. e. est minor b. Ideoq̃ ex scda pte. 8. maior erit proportio a. ad e. q̃. a. ad b. f. quia per cōuersam proportionalitatē a. ad e. sicut c. ad d. erit ex n. proportio c. ad d. maior q̃. a. ad b. sed erat minor: relinquit ergo ppositum. ¶ Possumus quoq̃ si libet astringere ppositū ostēsiue. ¶ Manifestū enim ē ex pma pte. 10. q̃ illa q̃titas cuius ad b. est eadē pportio que est c. ad d. ē minor a. eo q̃ ponitur maior pportio a. ad b. q̃. c. ad d. ¶ Illa ergo quantitas sit e cū sit igit pportio c. ad b. ut c. ad d. erit e cōuerso b. ad e. ut d. ad c. Cōstat autem ex scda parte. 8. q̃ pportio b. ad a. minor est q̃ proportio b. ad e. itaq̃ per n. proportio b. ad a. est minor q̃. d. ad c. quod uolumus.

Castigator.

a ¶ Et cōuersam ppor. quia primo est b. ad e. sicut d. ad c. postea per n. b. ad a. minor q̃. d. ad c.

Propositio .27.

Si fuerit quatuor quantitatum maior proportio prime ad secundam q̃s tertiē ad quartam erit permutata maior proportio prime ad tertiam q̃s secunde ad quartam.

¶ Sit hic quoq̃ pportio a. ad b. maior q̃. c. ad d. dico q̃ erit pmutata maior proportio a. ad c. q̃. b. ad d. ¶ Eadē enim nō erit q̃a tūc quoq̃ eēt pmutatū a. ad b. sicut c. ad d. ¶ Neq̃ minor. Nā si hoc ponatur sit itaq̃ c. ad c. ut b. ad d. eritq̃ ex n. maior pportio c. ad c. q̃. a. ad c. quare ex prima parte. 10. e. ē maior a. I taq̃ p primā ptem. 8. proportio e. ad b. ē maior q̃. a. ad b. f. quia positū ē ut sit c. ad c. sicut b. ad d. erit pmutatū e. ad b. sicut c. ad d. ex n. igitur maior erit pportio c. ad d. q̃. a. ad b. sed positum erat oppositum. uerū est ergo ppositū. ¶ Ostēsiue quoq̃ idē quē admodū in pmissa sumpta enim ē. c. ad b. ut c. ad d. erit ex prima pte. 10. e. minor a. quare ex prima parte. 8. maior erit a. ad c. q̃. e. ad c. sed ex permutata proportionalitate est c. ad c. ut b. ad d. igit ex n. a. ad c. est maior q̃. b. ad d. quod est propositum.

Castigator.

a ¶ Per conuersam ppor. quia sumpta fuit e. ad c. sicut b. ad d. f. ideo dicitur sumpta ad b.

Propositio .28.



Si fuerint quatuor quantitates quar pme ad secundā sit maior pportio q̄s tertie ad quartā. erit quoq̄s coniunctim maior pportio pme z secūde ad secundā q̄s tertie z quarte ad quartā.

Sit maior pportio. a. ad. b. q̄. c. ad. d. dico q̄ maior erit totius. a. b. ad. b. q̄ totius. c. d. ad. d. ¶ Quia ipsa neq̄ erit eq̄lis neq̄ minor. Si enim eq̄lis tūc erit disjunctim. a. ad. b. ut. c. ad. d. cōtra ypothe. Si autē ē minor sit. c. b. ad. b. ut. c. d. ad. d. eritq̄. ex. n. maior pportio. c. b. ad. b. q̄. a. b. ad. b. itaq̄. ex prima pte. m. e. b. ē maior q̄. a. b. f. p cōceptionem. c. maior q̄. a. quare ex prima parte. s. maior est pportio. c. ad. b. q̄. a. ad. b. sed. e. ad. b. est ut. c. ad. d. per disjunctam pportionalitatem eo q̄ erat. c. b. ad. b. ut. c. d. ad. d. ergo per. n. c. ad. d. ē maior q̄. a. ad. b. hoc autē est cōtra ypothe. ¶ Idem ē ostensū: cum enim propositū sit q̄ maior sit pportio. a. ad. b. q̄. c. ad. d. sit pportio. c. ad. b. ut. c. ad. d. eritq̄. ex pma parte decime. c. minor. a. Ideoq̄. ex cōmuni scientia. c. b. erit minor q̄. a. b. quare ex prima parte. s. maior erit pportio. a. b. ad. b. q̄. e. b. ad. b. At vero pportio. c. b. ad. b. est per coniunctam pportionalitatem sicut. c. d. ad. d. positum enim est ut sit. c. ad. b. tanq̄. c. ad. d. igitur ex. n. maior est a. b. ad. b. q̄. c. d. ad. d. quod est propositum.

Propositio .29.



Si fuerint quatuor quantitates quar pme z secūde ad secundā sit maior pportio q̄s tertie z quarte ad quartā. erit quoq̄s disjunctim pportio pme ad secundā maior q̄s tertie ad quartā.

Sit pportio. a. b. ad. b. maior q̄. c. d. ad. d. dico q̄ erit disjunctim pportio. a. ad. b. maior q̄. c. ad. d. ¶ Alioquin erit eq̄lis vel minor q̄s si eq̄lis erit p cōiunctā pportionalitatem. a. b. ad. b. ut. c. d. ad. d. q̄ ē cōtra ypothe. si autē minor erit maior. c. ad. d. q̄. a. ad. b. ergo p premisam maior erit. c. d. ad. d. q̄. a. b. ad. b. quod est incōueniens quia positum est q̄ minor uerum est ergo quod dicitur. ¶ Quod ē ostē: siue astruimus hoc mō. ¶ Ponemus enim ut pportio. c. b. ad. b. sit tanq̄ pportio. c. d. ad. d. eritq̄. ex pma pte. rō. c. b. minor q̄. a. b. quare ex cōmuni scientia. c. est minor q̄. a. ¶ Minor igitur est ex prima pte. s. pportio. c. ad. b. q̄ sit. a. ad. b. sed pportio. c. ad. b. est sicut. c. ad. d. ex disjuncta pportionalitate itaq̄. ex. n. pportio. a. ad. b. est maior q̄ sit. c. ad. d. quod ē ppositum.

Propositio .30.



Si fuerint quatuor quantitates quar pme z secūde ad secundā sit maior pportio q̄s tertie z quarte ad quartā. erit eversim minor pportio pme z secūde ad primā q̄s tertie z quarte ad tertiam.

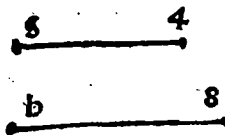
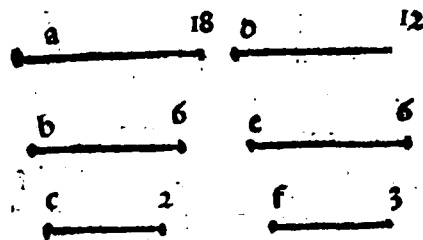
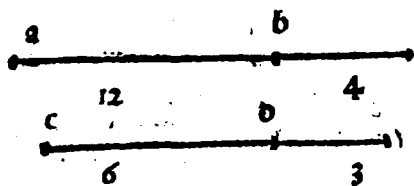
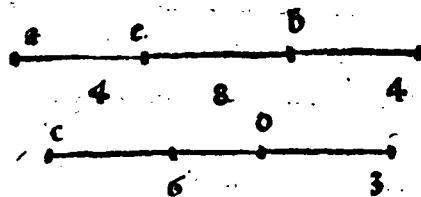
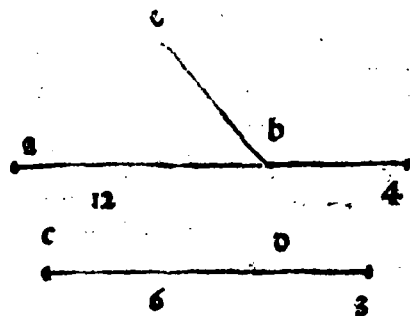
Sit maior pportio. a. b. ad. b. q̄. c. ad. d. dico q̄. eversim minor erit pportio. a. b. ad. a. q̄. c. d. ad. c. ¶ Erit enim disjunctim ex premisā maior pportio. a. ad. b. q̄. c. ad. d. Itaq̄. per. 16. erit eō uerso minor. b. ad. a. q̄. d. ad. c. quare per ante premisam coniunctim minor erit. b. a. ad. a. q̄. d. c. ad. c. quod est propositum.

Propositio .31.



Si fuerint tres quantitates in vno ordine. itēq̄s tres in alio fueritq̄s prime priorum ad secundā maior pportio q̄s prime posteriorum ad secundā. itēq̄s secūde priorum ad tertiam maior q̄s secūde posteriorum ad tertiam. erit quoq̄s pme priorum ad tertiam maior pportio q̄s pme posteriorum ad tertiam.

Sint tres quantitates. a. b. c. itēq̄s alie tres. d. e. f. sitq̄ maior pportio a. ad. b. q̄. d. ad. e. itēq̄s maior. b. ad. c. q̄. e. ad. f. dico q̄ maior erit pportio a. ad. c. q̄. d. ad. f. ¶ Sit enim. g. ad. c. ut. e. ad. f. eritq̄. ex prima parte. rō. g. minor. b. quare ex secūda parte. s. pportio. a. ad. g. est maior q̄. a. ad.



a 18 d 12

b 6 c 6

e 2 f 3

g 4

h 8

c a c

10 f b d 6

2 2

8 16 d 4

b 9 c 3

c 4 f 2

a b d c

6 16 9 9 c 4 3 3

b e c f

c f

a b c b c

e 6 9 16 4 d 9 4

d c f e f

4 3 2 3 2

b. multo maior ergo est proportio a. ad. g. q. d. ad. e. ¶ Sit itaq. b. ad. g. ut d. ad. e. eritq. ex prima parte. 10. a. maior. b. quare ex prima parte. 8. ppor-
tio. a. ad. c. maior est q. proportio. h. ad. c. At uero proportio. h. ad. c. est p-
equam proportionalitatem sicut. d. ad. f. est enim. h. ad. g. ut. d. ad. e. ¶ g.
ad. c. ut. e. ad. f. igitur ex. n. ppor- tio. a. ad. c. est maior q. d. ad. f. quare con-
stat propositum.

Propositio 32.

Si fuerint tres quantitates in uno ordine: itemq. tres in alio fueritq. proportio secunde priorum ad tertiam maior q. prime posteriorum ad secundam. Itemq. prime priorum ad secundam maior q. secunde posteriorum ad tertiam: erit maior propor-
tio prime priorum ad tertiam q. prime posteriorum ad tertiam.

¶ Sint enim tres quantitates in uno ordine. a. b. c. Itemq. tres in alio. d. e. f. quæ admodum in premis. sitq. maior proportio. b. ad. c. q. d. ad. e. ¶ Si maior a. ad. b. q. e. ad. f. dico q. maior erit a. ad. c. q. d. ad. f. ¶ Sit enim. g. ad. c. ut. d. ad. e. eritq. g. minor. b. per primam partem. 10. quare maior erit proportio. a. ad. g. q. ad. b. per secundam partem. 8. ¶ Igitur multo ma-
ior est. a. ad. g. q. e. ad. f. ¶ Sit itaq. h. ad. g. ut. c. ad. f. eritq. a. maior. b. ex pri-
ma parte. 10. quare proportio. a. ad. c. maior est q. b. ad. e. ex prima parte. 8. At uero ex. 33. proportio. h. ad. c. est tanquã. d. ad. f. eo quod est. g. ad. c. ut. d. ad. e. ¶ b. ad. g. ut. e. ad. f. igitur ex. n. maior est proportio. a. ad. c. q. d. ad. f. quod est propositum.

Propositio 33.

Si fuerit proportio totius ad totum maior q. abscissi ad abscisum erit residui ad residuum maior pro-
portio q. totius ad totum.

¶ Sint due quantitates. a. b. a quibus abscindatur. c. ¶ Residua sunt. e. f. sitq. maior proportio. a. ad. b. q. c. ad. d. dico q. maior erit proportio. e. ad. f. q. a. ad. b. ¶ Erat enim ex. 17. permutatum maior proportio. a. ad. c. q. b. ad. d. quare ex. 30. erit euersum minor proportio. a. ad. c. q. b. ad. f. igitur rursus ex. 17. permutatum. b. ad. a. maior q. f. ad. e. quare ex. 16. minor erit a. ad. b. q. e. ad. f. quod est propositum.

Propositio 34.

Si quolibet quantitates ad totidem alias compa-
rentur. fueritq. cuiuslibet precedentis ad suam re-
lationem maior proportio q. alicuius subsequæ ad suam. erit omnium harum pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas maior proportio q. alicuius subsequæ ad suam comparem aut etiam q. omnium pariter acceptarum ad omnes pariter acce-
ptas: minor autem q. prime ad primam.

¶ Sint tres quantitates. a. b. c. relate ad totidem alias que sunt. d. e. f. sitq. maior proportio. a. ad. d. q. b. ad. e. ¶ b. ad. e. sit maior q. c. ad. f. dico q. p-
portio. a. b. c. pariter acceptarum ad. d. e. f. pariter acceptas est maior q. b. ad. e. uel maior q. c. ad. f. ¶ Etiam maior q. b. ¶ c. pariter acceptarum ad e. ¶ f. pariter acceptas ¶ q. ipsa est minor q. a. ad. d. ¶ Cum sit enim. a. ad. d. maior q. b. ad. e. erit permutatum. a. ad. b. maior q. d. ad. e. ¶ Coniungim a. b. ad. b. maior q. d. e. ad. e. ¶ Iterum permutatum. a. b. ad. d. e. maior q. b. ad. e. quare per premisam. a. ad. d. est maior q. a. b. ad. d. e. ¶ Eodemq. modo probatur maiorem esse. b. ad. e. q. c. ad. e. f. ¶ Itaq. maior pro-
portio est a. ad. d. q. b. c. ad. e. f. quare permutata maior est. a. ad. b. c. q. d. ad. e. f. ¶ Coniungim maior. a. b. c. ad. b. c. q. d. e. f. ad. e. f. ¶ Iterum per-
mutatum maior. a. b. c. ad. d. e. f. q. c. b. ad. e. f. quare per premisam ma-
ior est. a. ad. d. q. a. b. c. ad. d. e. f. quod est propositum.

Explicit liber quintus.

Liber sextus Euclidis de superficiebus similibus & earum ad inuicem proportionibus exactissima Campani interpretatione. Magistro **LUCI** Paciolo de Borgo Sancti Sepulchri Ordinis **Minor.** Castigatore acutissimo Incip.



Superficies similes dicuntur quarum anguli unusquisque alteri usquequales latera quoque angulos continentia proportionalia.

Ut si trigonus. a. b. c. fuerit equiangulus trigono. d. e. f. fuerit angulus. a. equalis angulo. d. & angulus. b. equalis angulo. e. & angulus. c. angulo. f. & proportio. a. b. ad. d. e. sicut. a. c. ad. d. f. & b. c. ad. e. f. ipsi erunt similes.



Superficies mutuarum laterum sunt inter quarum latera in continua proportio

tionalitas retrahitur habetur.

Ut si duorum quadrilaterum. a. b. c. d. e. f. proportio. a. b. lateris primi ad. d. e. lateris secundi fuerit sicut proportio. e. f. lateris secundi ad. b. c. lateris primi illa duo quadrilatera dicuntur mutuarum laterum siue mutuelesia.

Linea dicitur diuidi secundum proportionem habentem mediam & duo extrema quando eadem est proportio totius ad maiorem sui sectorem que est maioris ad minorem.

Propositio .1.



Si duarum rectilinearum superficierum equidistantium laterum siue triangulorum fuerit altitudo una tanta erit alterutra earum ad alteram. quanta sua basis ad basim alterius.

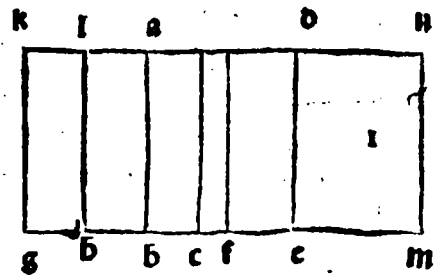
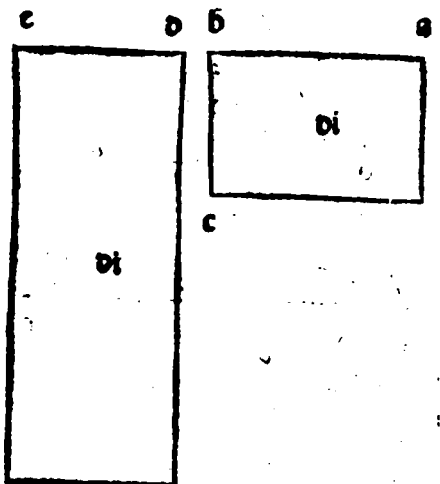
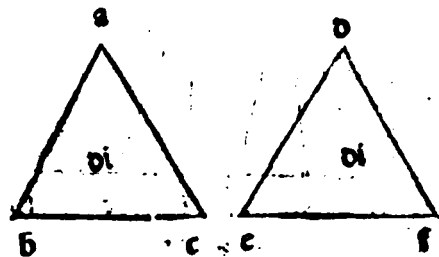
Sint duo parallelograma. a. b. c. d. e. f. equalis altitudinis. dico esse proportionem eorum sicut. b. c. ad. e. f. Ponam illa duo parallelograma super lineam unam que sit. g. m. eruntque per hoc quod sunt equalis altitudinis inter lineas equidistantes quarum sit altera. k. n. deinde ex linea g. m. sumam. g. c. multiplicem secundum quicquam numerum uoluerim. ad. b. c. & diuidam eam in partes equales. b. c. in punctis. h. & b. a. gbus & puncto. g. ducam equidistantes lineas. a. b. q. sunt. g. k. & h. l. & complebo superficies equidistantium laterum. k. h. & l. b. eruntque unaquaeque earum per 36. primi equalis. a. c. quare sicut linea. g. c. est multiplex lineae. b. c. ita superficies. c. k. superficiei. a. c. & similiter quoque ad lineam. e. f. sumam ex linea. g. m. lineam. f. m. multiplicem secundum quicquam numerum uoluerim. e. f. & complebo superficiem equidistantium laterum ducta linea. m. n. equidistantem lineae. d. e. eruntque superficies. n. f. ita multiplex superficiei. d. f. sicut linea. m. f. lineae. e. f. & quia per 36. primi si linea. g. c. est maior lineae. f. m. superficies. k. c. est maior superficiei. n. f. & si minor minor. & si equalis equalis erit per definitionem incontinue proportionalitatis eadem proportio basis. b. c. ad basim. e. f. que est superficiei. a. c. ad superficiem. d. f. quod est propositum. **D**e triangulis equalis altitudinis idem probabis: & eodem modo per 38. primi ductis lineis ab extremitatibus earum quas ad bases fines multiplices ad uertices triangulorum.

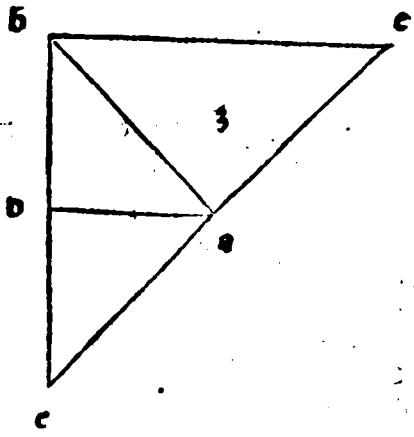
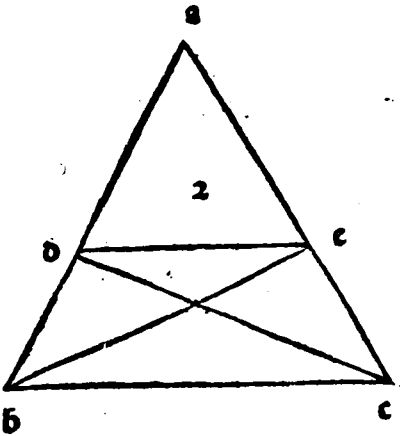
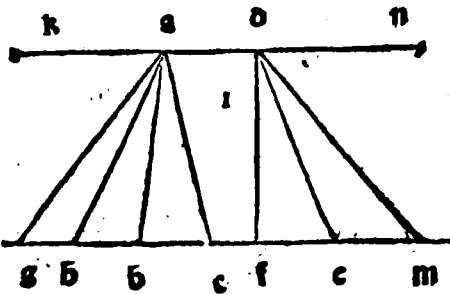
Propositio .2.



Si linea recta duo trianguli latera secans reliquo fuerit equidistantis: eas duo illa latera proportionaliter secare. Si uero proportionaliter secet eam reliquo lateri equidistare necesse est.

Sit triangulus. a. b. c. cuius duo latera. a. b. & a. c. fecerit





linea. d. e. equidistanter tertio lateri quod est. b. c. dico quod erit proportio
a. d. ad. d. b. sicut. a. c. ad. e. c. & conuerso si fuerit proportio. a. d. ad. d.
b. sicut. a. c. ad. e. c. linea. d. e. erit equidistans linee. b. c. ¶ Protraham
enim duas lineas. e. b. & d. c. eritq. per. 37. primi triangulus. e. d. b. equa
lis triangulo. d. e. c. propter id quod ipsi sunt ambo super lineam. d. e. in
ter lineas equidistantes. itaq. per secundam partem. 7. quinti: proportio
trianguli. a. d. e. ad utrumq. illorum erit una. ¶ Sed proportio eius p pre
missam ad triangulum. e. d. b. est sicut linee. a. d. ad lineam. d. b. & ad tri
angulum. d. e. c. sicut linee. a. e. ad lineam. e. c. Nam ipse cum utroq. illo
rum est equalis altitudinis quare erit proportio. a. d. ad. d. b. sicut. a. e.
ad. e. c. quod est primum. ¶ Et si hoc fuerit erit per premisam ipsius. a.
d. e. ad utrumq. illorum proportio una: quare per secundam partem. 9. gn
ti ipsi sunt adinuicem equaliter: & quia ipsi sunt super eandem basim. uide
licet lineam. d. e. & ex eadem parte erit per. 39. primi linea. d. e. equidistans
linee. b. c. quod est secundum.

Propositio .3.



Iab aliquo angulorum trianguli linea recta ad ba
sim ducta angulum illum per equalia scet: duas
partes ipsius basis reliquis eiusdem trianguli late
ribus pportionales esse. Si vero due partes basis
quas linea ab angulo ducta distinguit reliquis tria
guli lateribus pportionales fuerint lineam illam
angulum per equalia diuidere necessario comprobatur.

¶ Sit trigonus. a. b. c. cuius angulum. a. diuidat linea. a. d. per equalia:
dico q. proportio. b. d. ad. d. c. est sicut. b. a. ad. a. c. & conuerso. ¶ Protra
ham enim. b. e. equidistantem. a. d. & producam. c. a. quousq. concurrat
cum. b. e. in puncto. e. eritq. per primam partem. 29. primi angulus. e. b. a.
equalis angulo. b. a. d. & per secundam partem eiusdem angulus. e. angu
lo. d. a. c. quare angulus. e. est equalis angulo. e. b. a. ergo per. 6. primi. e. a.
est equalis. a. b. & ideo per primam partem. 7. quinti proportio. e. a. ad. a.
c. est sicut. b. a. ad. a. c. sed per premisam. e. a. ad. a. c. est sicut. b. d. ad. d. c. er
go. b. a. ad. a. c. sicut. b. d. ad. d. c. quod est primum. ¶ Secunda pars que est
conuersa prime partis probabitur conuerso modo. ¶ Manente enim ea
dem dispositione si fuerit proportio. b. a. ad. a. c. sicut. b. d. ad. d. c. quare
per premisam. e. a. ad. a. c. est sicut. b. d. ad. d. c. erit eadem proportio. e. a.
ad. a. c. que est. b. a. ad. a. c. ergo per primam partem. 9. quinti. e. a. & a. b.
sunt equaliter: quare per. 5. primi duo anguli. e. & e. b. a. sunt equaliter. igitur
per primam & secundam partem. 29. primi angulus. b. a. d. est equalis an
gulo. d. a. c. quod est secundum.

Castigator.

¶ Conuersus iste probatur per lineam. b. c. cadentem super duas line
as. b. e. & c. a. per quartam petitionem primi. Nam ipsa primo cadit su
per duas equidistantes. b. e. & d. a. & per secundam partem. 29. primi. a. d.
c. extrinsecus equatur angulo. e. b. c. totali intrinsecus: & quia per. 17. pri
mi duo anguli. a. d. c. & a. c. d. trianguli. a. c. d. sunt minores duobus rectis
& ideo duo anguli. a. c. d. & e. b. c. totalis etiam sunt minores duobus re
ctis cum loco anguli a. d. c. extrinseci ponatur. e. b. c. intrinsecus sibi equa
lis: & sic per predictam petitionem due linee. b. e. & c. a. in eandem parte
protracte concurrent in puncto. e. & c.

Propositio .4.



Duorum duorum triangulorum quorum anguli uni
us angulis alterius sunt equaliter: latera equos an
gulos respicientia sunt proportionalia

¶ Sint duo triaguli. a. b. c. d. e. f. equianguli. sitq. angulus
a. cqlis angulo. d. & angulus. b. angulo. e. & angulus. c. an
gulo. f. dico q. proportio. d. e. ad. a. b. & d. f. ad. a. c. est sicut. e. f. ad. b. c. ¶ Ponā

enim ambos triangulos sup lineam unā que sit. e. c. ita q̄ duo anguli unius qui erunt super hanc lineam sunt equalis duobus alterius qui erunt super eandem. non quidem medius. medio aut extremus extremo: sed medius unius extremo alterius: & ponam duos eorum medios angulos in eodē puncto coire. sitq. a. f. c. ipse idem triangulus qui erat. a. b. c. & quia angulus. a. f. c. est equalis angulo. e. f. angulus. d. f. e. angulo. c. per ypothesim erit per primam partem. 18. primi linea. a. f. equidistans. d. e. f. d. f. equidistans. a. c. ¶ Complebo igitur superficiem equidistantium laterum que sit g. f. eritq. per. 34. primi. g. a. equalis. d. f. f. g. d. equalis. a. f. ¶ Quia ergo per secundam huius. g. a. est ad. a. c. sicut. e. f. ad. f. c. & per eandem. e. f. ad f. c. sicut. e. d. ad. d. g. erit per. 7. quinti. d. f. ad. a. c. & per eandem. e. d. ad f. a. sicut. e. f. ad. f. c. quod est propositum.

Propositio. 5.



Primum duorum triangulorum quorum cuncto rum laterum sese respicientium est proportio una anguli lateribus proportionalibus contenti equi libi inuicem esse probatur.

¶ Hec est conclusio prioris nec fecit ex ea & premissa una conclusionem sicut fecit in secunda & tertia huius quia nec eadem figuratione nec eisdem mediis demonstratur quibus precedens. ¶ Sint itaq. duo trianguli. a. b. c. d. e. f. sitq. proportio. a. b. ad. d. e. f. a. c. ad d. f. sicut. b. c. ad. e. f. dico q̄ angulus. a. est equalis angulo. d. & angulus. b. angulo. e. & angulus. c. angulo. f. ¶ Constituam super lineam. e. f. in opposita parte trianguli. d. e. f. angulum. f. e. g. equalem angulo. b. & angulum e. f. g. equalem angulo. c. eritq. per. 31. primi: angulus. g. equalis angulo. a. ergo per premissam proportio. a. b. ad. e. g. f. a. c. ad. f. g. sicut. b. c. ad. e. f. ¶ Quare. a. b. ad. d. e. f. sicut. ad. e. g. f. a. c. ad. d. f. sicut. ad. f. g. ¶ Igitur per secundam partem nonne quinti. d. e. est equalis. e. g. & per eandem. d. f. equalis. f. g. quare per. 8. primi: duo trianguli. d. e. f. & g. e. f. sunt equianguli quare ergo triangulus. d. e. f. est etiam equiangulus triangulo. a. b. c. constat propositum.

Castigator.

¶ Per eodem sciam q̄ uni & eidē: siue q̄n due res uni equalis.

Propositio. 6.



Primo duo trianguli quorum unus angulus unius unius angulo alterius equalis: latera q̄ illos duos equos angulos continentia proportionalia sunt inter se inuicem equianguli.

¶ Maneat prior dispositio: & sit solum angulus. b. equalis angulo. d. e. f. & proportio. a. b. ad. d. e. f. sicut. b. c. ad. e. f. dico adhuc duos triangulos. a. b. c. d. e. f. esse equiangulos. ¶ Cum enim sit per. 4. huius propter ypothesin premisse conclusionis. a. b. ad. e. g. sicut. b. c. ad. e. f. erit. a. b. ad. d. e. f. sicut. a. b. ad. e. g. quare per secundam partem nonne quinti. d. e. est equalis. e. g. ¶ Quia ergo duo latera. d. e. f. & e. f. trigoni d. e. f. sunt equalia duobus lateribus. e. g. f. e. f. trigoni. g. e. f. & angulus. e. unius angulo. e. alterius: quia utroq. ē equalis angulo. b. ipsi erit p̄ quartā primi equianguli. & quia. e. g. f. est ē equiangulus. a. b. c. patet propositum.

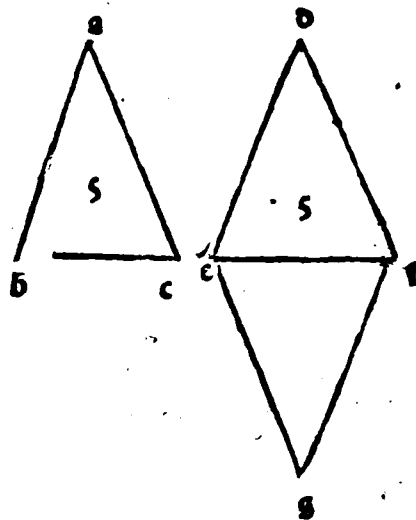
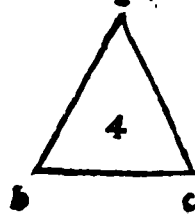
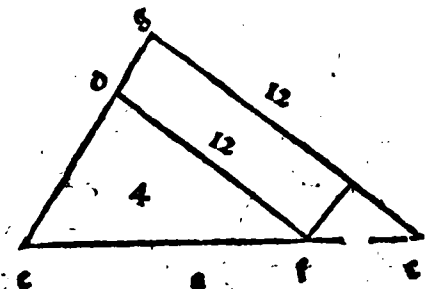
Castigator.

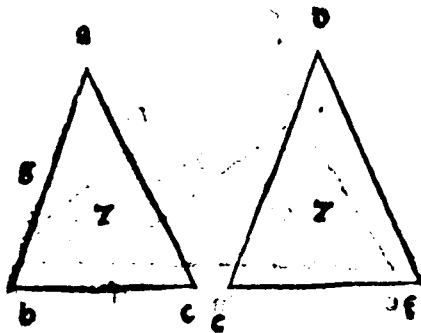
¶ Videlicet unus p̄ ypoth. 1. angulus. d. e. f. & alius p̄. 3. primi.

Propositio. 7.



Ifuerint duo trianguli quorum unus angulus unius unius angulo alterius equalis: duosq. suorum reliquorum angulorum lateribus proportionalibus contenti: duorum vero denum reliquorum uterq. aut neuter recto angulo minor necesse est illos duos triangulos omnibus suis angulis inter se inuicem equiangulos esse.





¶ Sint duo trianguli. a. b. c. d. e. f. sitq. angulus. a. equalis angulo. d. & p. portio. a. c. ad. d. f. sicut. c. b. ad. f. e. & uterq. duorum angulorum. b. & e. aut neuter sit minor recto: dico eos esse equiangulos. ¶ Si enim angulus. c. unius est equalis angulo. f. alterius: patet propositum per premisam. ¶ Si autem sit. c. maior fiatq. angulus. a. c. g. equalis eidem: eritq. per. 32. primi triangulus. a. g. c. equiangulus triangulo. d. e. f. quare per quartam huius proportio. a. c. ad. d. f. sicut. g. c. ad. e. f. sed sic fuit. b. c. ad. e. f. ergo per. 9. q. ii. g. p. & b. c. sunt equales. ¶ Ergo p. quintam primi angulus. b. est equalis angulo. b. g. c. ¶ Si ergo neuter duorum angulorum. b. & e. fuerit minor recto: aut idem duos angulos unius trianguli non esse minores duobus rectis quod esse non potest p. 32. & 17. primi. ¶ Quod si uterq. fuerit minor recto: erit angulus. a. g. c. maior recto per. 13. primi: quare & angulus. e. sibi equalis est etiam recto maiori: quod est contra yptothe. ¶ Quare definitio opposito remanet propositum. ¶ Oportet autem utrumq. angulorum reliquorum aut neutrum esse minorem recto. ¶ Possibile enim est in eodem triangulo ut in triangulo. a. b. c. lineam. g. c. esse equalem, b. c. & ideo erit a. c. ad. utraq. earum una proportio per. 2. quinti. Nec tñ erunt trianguli a. g. c. & a. b. c. equianguli: quis unus angulus unius sit equalis uni angulo alterius: immo idem ut angulus. a. & proportio linee. a. c. ut est latus magni ad. a. c. prout est latus parvi sicut. b. c. latus magni ad. g. c. latus parvi utraq. enim equalis. ¶ Et hoc est p. hoc q. angulus. g. minoris est maior recto: & angulus. b. maioris minor. Nam in omni triangulo duum equalem laterum uterq. angulorum qui sunt ad basim est minor recto.

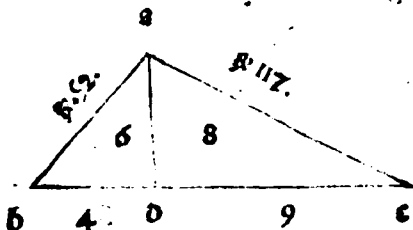
Castigator.

¶ Quamvis ibi dicatur possibile enim est in eodem triangulo & c. Imaginatur primo formatus triangulus duum equalium laterum. b. c. g. Demum protrahit latere. b. g. quantum libuerit. ut ad. a. deinde protrahit linea. a. t. a. puncto ad punctum. Imaginatur duo trianguli unus magnus. a. b. c. & alius parvus. a. g. c. qui superpositus magno imaginatur & ab eo abscindit triangulum illum duum equalium laterum. s. b. c. g. prout in illis duobus explicite positis apparet & c. Et hec pro septima huius dicta sunt.

Propositio. 8.



¶ Ab orthogoni angulo recto ad basim linea perpendicularis ducatur. sicut duo trianguli partiales toti triangulo & sibi invicem similes. Unde etiam manifestum est q. in omni triangulo rectangulo si ab eius angulo recto ad basim perpendicularis ducatur erit ipsa perpendicularis inter duas sectiones ipsius basis proportionalis. Itemq. utrumq. latus inter totam basim atq. sibi conterminalem basis portionem.



¶ Sit trigonum. a. b. c. orthogonium eiusq. angulus. a. rectus a quo ducatur. a. d. perpendicularis ad basim. dico q. uterq. duorum triangulorum partialium qui sunt. a. b. d. a. d. c. similis est totali triangulo. a. b. c. & unus eorum alteri. ¶ Est enim uterq. ipsorum equiangulus totali per. 32. primi. eo q. uterq. est orthogonium & in uno angulo communicant cum totali: quare & sibi invicem sunt equianguli. ¶ Ita q. angulus. b. est equalis angulo. d. a. c. & angulus. b. a. d. angulo. c. & duo anguli qui sunt ad. d. sibi invicem & angulo. a. totali equales: quare per. 4. huius latera equos eorum angulos respicientia sunt proportionalia: ergo per diffinitionem sunt similes: qd est propositum. ¶ Utrumq. correla. ex his evidenter apparet.

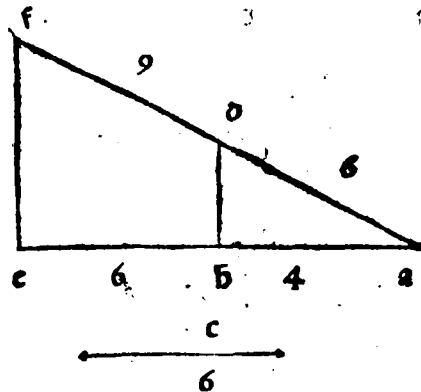
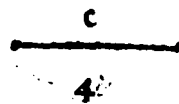
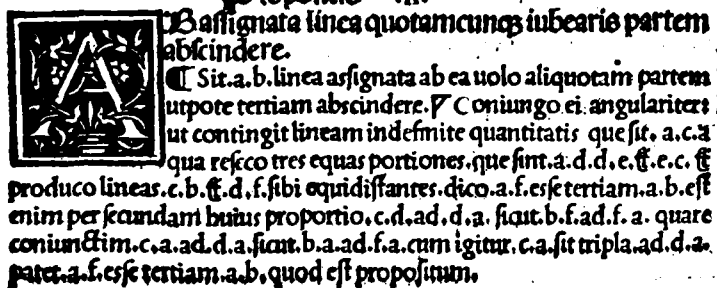
Castigator.

¶ Nota propter dictum superius in fine expositionis octave huius. ubi per. 4. concluduntur latera illoꝝ triangulorum equos angulos respicientia esse proportionalia. Et ex hoc per diffinitionem similium superficierum illos triangulos esse similes & c. Diffinitio illa nō dicit q. latera equos angulos respicientia sunt proportionalia: sed q. latera equos angulos continentia sunt proportionalia: ut ibi patet: & sic videtur indebite concludi

Dispositio .9.



Propositio .II.



Propositio .12.



Elatus lineis propositis altera indivisa altera per partes divisa: indivisam quidem ad modum divi se dividere.

Sint due linee quas angulariter ut continget contigam. a. b. f. a. c. sitq. a. b. divisa in tres vel qualescūq. portiones signatis in ea punctis. d. e. uolo secundum easdē portiones dividere lineam. a. c. ¶ Cum igitur ipsas angulariter contiguerō. protraham lineam. b. c. f. equidistantes ei. d. f. e. g. dico istas equidistantes dividere lineam. a. c. in partes proportionales partibus. a. b. ¶ Protraham enim. f. h. equidistantem. a. b. que fecit. e. g. in puncto. k. eritq. p. secundam huius proportionis. g. f. ad. f. a. sicut. e. d. ad. d. a. f. c. g. ad. g. f. sicut. b. k. ad. k. f. quare f. sicut. b. e. ad. e. d. per. 34. primi. f. secundam partem. z. quinti: quod est propositum. Oportet autem secundam huius totiens repetere quot erunt partes lineae. a. b. minus una. At uero. 34. primi f. septimam quinti minus duabus.

Propositio .13.



Idue superficies equidistantium laterum quarū unus angulus unius vni angulo alterius equalis: equals fuerint latera duos equos angulos continētia mutekesia esse. Si vero latera duos equos angulos continētia mutekesia fuerint duas superficies equals esse necesse est.

Sint due superficies. a. b. c. d. f. c. e. f. g. equidistantium laterū f. equals. sitq. angulus. c. unius equalis angulo. c. alterius. dico proportionem. b. c. ad. c. g. esse. sicut. e. c. ad. c. d. f. si proportio. b. c. ad. c. g. fuerit sicut. e. c. ad. c. d. f. predicti anguli fuerint adhuc equals: dico illas duas superficies equidistantium laterum esse equals. ¶ Coniungam enim eas angulariter ut delictet angulum. c. unius cum angulo. c. alterius. ita q. duo latera earum que sunt. b. c. f. c. g. fiant linea una: eruntq. similiter duo reliqua latera. d. c. f. c. e. linea una. (alioquin queretur per presentem ypothē. que est angulum. c. unius esse equalem angulo. c. alterius. f. per. 5. primi: partē esse equalem toti) complebo itaq. superficiem equidistantium laterum productis lineis. a. d. f. f. g. quousq. concurrant in. h. eritq. per primam partem. z. quinti utriusq. superficiē. a. c. f. c. f. ad superficiem. c. h. proportio una: f. quia per primam huius proportionis superficiē. a. c. ad. superficiē. c. h. sicut. lineae. b. c. ad. lineam. c. g. f. superficiē. c. f. ad. eandem superficiem. c. h. sicut. e. c. ad. c. d. manifesta est prima pars propositae conclusionis. ¶ Secunda pars sic patet per primam. n. huius est proportio. b. c. ad. c. g. sicut. a. c. ad. c. h. f. e. c. ad. c. d. sicut. c. f. ad. eandem. c. h. f. quia positum est q. proportio. b. c. est ad. c. g. sicut. e. c. ad. c. d. erit utriusq. duarū superficiērum. a. c. f. e. g. ad superficiem. c. h. una proportio: ergo per primam partem. 9. quinti. a. c. est equalis. c. f. sicut. patet secunda pars.

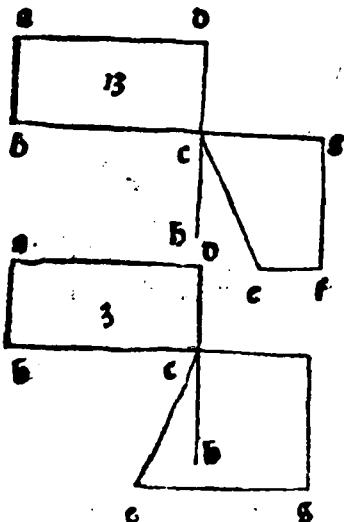
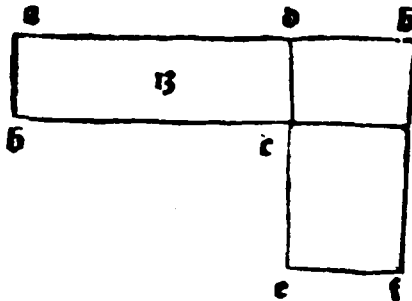
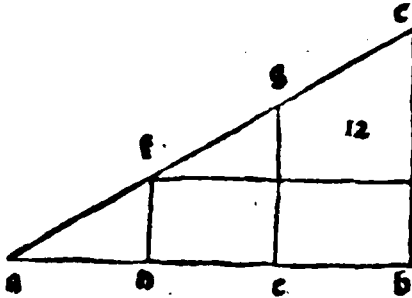
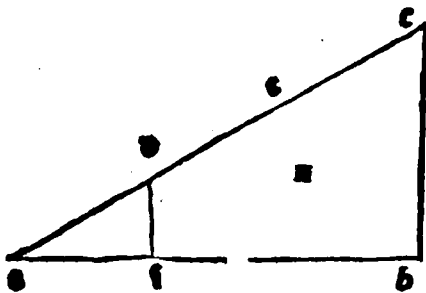
Castigator.

Quia si. d. c. f. c. e. non sunt linea una: tunc continuabo. d. e. usq. ad. b. in utraq. dispositione aduersarii: f. semper per. 5. primi in qualibet anguli cōtra se positi erūt equals. s. angulus. c. utriusq. f. p. ypothē. et dictus angulus maior aut minor cōtra se posito equat angulo. c. superficiē. a. b. c. d. f. ideo p. toti quod ē impossibile p. cōceptionē. b. ¶ Cōcurrēt. n. quia si imaginatur perahi linea. d. g. fiant duo anguli ex parte. b. minores duobus rectis. f. ideo per. 4. petitionem concurrent f. in. b.

Propositio .14.



Iduo trianguli quorū unus angulus unius vni angulo alterius equalis fuerint: latera duos angulos equos continētia erūt mutekesia. Si vero latera duos equos angulos continētia fuerint mutekesia duo trianguli equals esse comprobantur.



¶ Sint duo trianguli. a. b. c. c. d. e. equaliter sitz angulus. c. unus equalis angulo. c. alterius: dico proportionem. a. c. ad. c. e. esse sicut. d. c. ad. c. b. ¶ si fuerit proportio. a. c. ad. c. e. sicut. d. c. ad. c. b. ¶ si dicti anguli fuerint ad hoc equaliter dico illos duos triangulos esse equales. ¶ Constat enim eos angulariter ita q. latera. a. c. ¶ c. e. fiant linea una. eruntq. similiter. b. c. ¶ c. d. linea una. (aliter sequeretur partem esse equalem toti. per. 15. pmi) ¶ protraham lineam. b. e. eritq. per primam partem. 7. quinti utriusq. dictorum triangulorum ad triangulum. c. b. e. proportio una: ¶ quia per primam huius primi eorum ad ipsum est sicut a. c. ad. c. e. ¶ secundi eorum ad eundem sicut. d. c. ad. c. b. manifesta est prima pars propositae conclusionis. ¶ Secunda pars e converso probatur. quia a. c. ad. c. e. est sicut primi trianguli ad triangulum. b. c. e. ¶ d. c. ad. c. b. sicut secundi ad eundem per primam huius ¶ quia positum est ut sit. a. c. ad. c. e. sicut. d. c. ad. c. b. erit utriusq. dictorum triangulorum ad triangulum. b. c. e. una proportio: quare per primam partem. 9. quinti ipsi sunt equales. sicq. patet secunda pars.

Propositio .15.



¶ Si fuerint quatuor lineae proportionales quod sub prima et ultima rectangulum continetur: equum erit ei quod sub duabus reliquis. Si vero quod sub prima et ultima continetur equum fuerit ei quod sub duabus reliquis continetur rectangulum: quatuor lineas proportionales esse convenit.

¶ Sint quatuor lineae. a. b. c. d. proportionales: Sitq. proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico q. superficies contenta sub. a. ¶ c. d. equalis est superficiei contentae sub. b. ¶ c. ¶ Et si superficies contenta sub. a. ¶ c. d. est equalis superficiei contentae sub. b. ¶ c. d. dico q. proportio. a. ad. b. est sicut. c. ad. d.

¶ Fiant enim superficies contenta sub. a. ¶ c. d. ¶ superficies contenta sub. b. ¶ c. Si ergo est proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. latera illarum superficierum erunt mutuelesia: sed ¶ anguli ab eis contenti equales: quia utraq. est rectorum angulorum: quare per secundam partem. 15. huius ipsi sunt equales quod est primum. ¶ Secundum patet per primam partem eiusdem. si enim ipsi sunt equales. quia omnes anguli eorum sunt recti: latera eorum erunt mutuelesia: quare proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. quod est secundum.

Propositio .16.



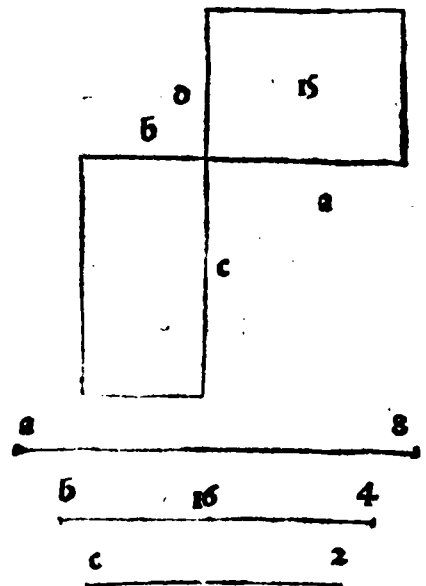
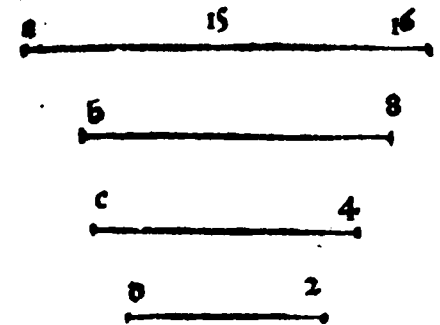
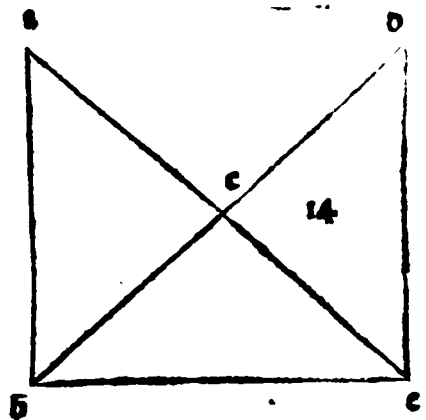
¶ Si fuerint tres lineae proportionales quod sub prima et tertia rectangulum continetur: equum erit ei quod a secunda quadrato describitur. Si vero quod sub prima et tertia continetur equum est ei quadrato quod a secunda producit: ipse tres lineae proportionales erunt.

¶ Sit proportio lineae. a. ad lineam. b. sicut lineae. b. ad lineam. c. dico q. superficies contenta sub. a. ¶ c. equalis est quadrato. b. ¶ si superficies contenta sub. a. ¶ c. est equalis quadrato. b. dico q. proportio. a. ad. b. est sicut b. ad. c. ¶ Hoc autem est evidens per precedentem posita alia linea que sit equalis. b. ita q. b. sit in ratione secunde et tertiae.

Propositio .17.



¶ Si fuerint duo trianguli similes proportio alterius ad alterum est tanq. proportio cuiuslibet sui lateris ad suum relativum latus alterius duplicata. ¶ Manifestum etiam ex hoc quia omnium trium linearum continne proportionalium quanta est prima ad tertiam tanta erit superficies constituta super



primam ad superficiem constitutam super secundam: cui fuerit ei similis in lincatione et creatione.

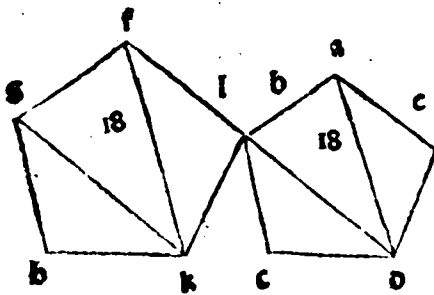
¶ Sint duo trianguli. a. b. c. et d. e. f. similes eruntq; per diffinitionem eorum anguli et laterum proportionalium. Sit ergo angulus. a. equalis angulo d. et angulus. b. angulo. e. et angulus. c. angulo. f. ¶ Eritq; proportio. a. b. ad. d. e. et a. c. ad. d. f. sicut. b. c. ad. e. f. ¶ Dico q; proportio trianguli. a. b. c. ad triangulum. d. e. f. est sicut proportio. b. c. ad. e. f. duplicata. ¶ Subiungatur enim fm doctrinam. 10. huius duabus lineis. b. c. et e. f. tertia in continua proportionalitate que sit. c. g. protracta aut refecata. c. b. si. c. g. fuerit ea maior aut minor. ¶ Et producat lineam. g. a. eritq; per secundam partem. 14. huius triangulus. a. g. c. equalis triangulo. d. e. f. propter id quod proportio. a. c. ad. d. f. est sicut. c. f. ad. c. g. et angulus. c. equalis angulo. f. ¶ Erit per secundam partem. 7. quinti trianguli. a. b. c. ad utrumq; illorum erit una proportio. ¶ Sed per primam huius proportio trianguli. a. b. c. ad triangulum. a. g. c. est sicut. b. c. ad. g. c. At uero proportio. b. c. ad. c. g. sicut. b. c. ad. e. f. duplicata per. 10. descriptionem quinti: ergo proportio trianguli. a. b. c. ad triangulum. d. e. f. est sicut proportio. b. c. ad. e. f. duplicata: quod est propositum. ¶ Si autem. c. g. sit equalis. b. c. erit per secundam partem. 14. huius triangulus. a. b. c. equalis triangulo. d. e. f. equalis autem proportio componitur ex equali duplicata uel triplicata uel quoriscunq; sumpta. ¶ Istam eandem passionem possemus eodem modo et per eadem media demonstrare de superficiebus equidistantium laterum similibus sumpta solum. 15. presentis loco. 14. Non demonstrat autem eam: quia per sequentem demonstratur uniuersaliter de omnibus superficiebus similibus. Quare per correl. q. uniuersaliter proponitur de omnibus superficiebus similibus nondum patet nisi de triangulis: sed demonstrata sequente patet et de omnibus. Posuit autem ipsum hic et non in sequente quia est correl. huius: non autem sequentis: ex modo enim demonstrationis huius sua ueritas manifestata est non ex modo illius.

Propositio 18.



Pentones due superficies similes multiangule sunt diuisibiles in triangulos similes atq; numero equales. Estq; proportio alterius eorum ad alteram sicut cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius proportio duplicata.

¶ Sint gratia exempli duo pentagoni. a. c. d. f. b. k. simili. dico q; ipsi sunt diuisibiles in triangulos similes numero equales: et qd proportio alterius eorum ad alterum est sicut. a. b. ad. f. g. proportio duplicata. ¶ Ducantur enim linee due. a. c. et a. d. itemq; f. h. et f. k. eritq; per presentem ypothe. et per. 6. huius triangulus. a. b. c. equiangularis triangulo. f. g. h. et triangulus. a. c. d. triangulo. f. i. k. ¶ Similiter quoq; per hanc communem scientiam. Si ab equalibus equalia deuias quore. equa. sunt erit triangulus. a. c. d. equiangularis triangulo. f. h. k. Nam ipsi pentagoni positi sunt equianguli et laterum proportionalium. ¶ Et quia trianguli in quos diuiduntur sunt adinuicem equianguli: ut probatum est: trunctor et similes per. 4. huius et diffinitionem similium superficieum: quare cum ipsi sunt numero equales patet primum. ¶ Secundum sic protractatur. h. d. que fecit. a. c. in puncto. m. et g. h. que fecit. f. h. in puncto. n. eritq; triangulus. b. c. d. equiangularis triangulo. g. h. k. per. 6. huius et presentem ypothe: quare et triangulus. a. b. m. triangulo. f. g. n. et a. m. d. et a. k. ergo per. 7. huius proportio. b. m. ad. g. n. est sicut. a. m. ad. f. n. et a. m. ad. f. n. sicut. m. d. ad. n. k. quare per. 11. quinti. b. m. ad. g. n. sicut. m. d. ad. n. k. ergo per mutatum. b. m. ad. m. d. sicut. g. n. ad. n. k. sed per primam huius. a. b. m. ad. a. m. d. et b. c. m. ad. c. m. d. sicut. b. m. ad. m. d. ¶ Et per eandem. f. g. n. ad. f. n. k. et g. h. n. ad. h. n. k. sicut. g. n. ad. n. k. ergo per. 13. quinti. a. b. c.



ad a. c. d. sicut. f. g. h. ad. f. h. k. quare pmutatim. a. b. c. ad. f. g. h. sicut. a. c. d. ad. f. h. k. ¶ Eadem ratione probabis qd sicut. a. c. d. ad. f. l. k. ergo per. 13. quinti totius pentagoni ad totum pentagonum sicut. a. b. c. ad. f. g. h. ¶ Per premisam igr est pportio pentagoni. a. c. d. ad pentagonum. f. h. k. sicut pportio. a. b. ad. f. g. duplicata quod est ppositum. ¶ Ex quo rursus patet correl. precedentis. ¶ Aliter potest demonstrari secundum. ¶ Cum enim trianguli in quos pentagoni diuiduntur sint adinuicem similes erit per precedentem pportio. a. b. c. ad. f. g. h. sicut. b. c. ad. g. h. duplicata. ¶ Et a. c. d. ad. f. h. k. sicut. c. d. ad. h. k. duplicata. ¶ Et a. c. d. ad. f. l. k. sicut. d. e. ad. k. l. duplicata. ¶ Quia igitur omnes hee pportiones duplicate sunt equales propter hoc quod positum est simplas et equales erit per. 13. quinti totius pentagoni ad totum pentagonum sicut lateris unius ad suum relatiuum. lateris alterius pportio duplicata.

¶ Castigator.

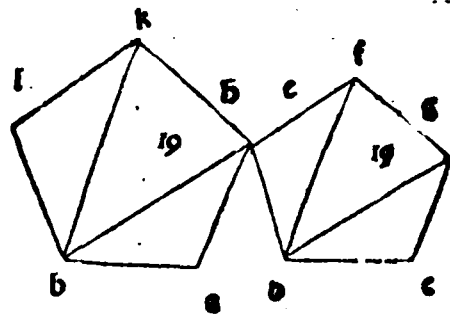
a ¶ Quia positi sunt pentagoni similes: et ideo equianguli per diffinitionem similitudinis superficierum: et sic trianguli. a. b. c. et. f. g. h. sunt equianguli per. 8. huius quoniam angulus. b. unius est equalis angulo. g. alterius cum sint anguli propositorum pentagonorum integrorum ut patet et latera illos continentia sunt inter se proportionalia: per ypoth. pentagonorum similitudinis et c. Et ideo per. 6. huius et c. ¶ Ex ista et prima huius notatur mirabile uisum uidelicet quocumq. quadrilatero dato pro tractis in eo duabus diametris resoluetur in quatuor triangulos adinuicem proportionales ut in duobus quadrilateris propositorum pentagonorum appareat uidelicet. a. b. c. d. et. f. g. h. k. Nam triangulus. a. b. m. ad triangulum. a. m. d. est sicut basis. b. m. ad. b. m. ad. b. m. d. per primam huius et b. c. m. ad. c. m. d. etiam m. b. m. ad. m. d. et ideo proportionales. Item a. b. m. ad. b. c. m. sicut. a. m. ad. m. c. per eandem etiam. c. d. m. ad. a. m. d. sicut. c. m. ad. m. a. et e conversat et sic quocumq. uoluantur semper sunt proportionales: quoniam bases semper hec dem eodem modo dicuntur de triangulis quadrilateri. f. g. h. k. et omnium aliorum et c. ¶ Sed in his uocibus que nulla in equalitate discordant: nulla omnino consonantia est et enim consonantia est dissimilitudo inter se uocum in unum redacta concordia: hec Boe. tertio capitu. primi musice et. 31.

Propositio .19.



¶ **E**pra datam huius date superficiem similem superficiem describere.

¶ Sit data linea. a. b. supra quam uolo constituere superficiem similem date superficiem que sit pentagona: et sit. c. d. e. f. g. ¶ Diuido hunc pentagonum in triangulos ductis lineis. d. f. et. d. g. et super punctum. a. constituo angulum equalem angulo. c. ducta linea. a. h. et super punctum. b. constituo alium angulum qui sit. a. b. h. equalis angulo. c. d. g. protracta linea. b. h. quousq. concurrat cum. a. h. in puncto. h. eritq. per. 3. primi angulus. a. h. b. equalis angulo. c. g. d. et ideo per. 4. huius latera duorum triangulorum. g. c. d. et. f. h. a. b. proportionalia. ¶ Facio quoq. angulum. b. b. k. ducta linea. b. k. equalis angulo. g. d. f. et angulum. k. b. l. ducta linea. b. l. equalis angulo. f. d. e. et angulum. b. h. k. ducta linea. h. k. equalis angulo. d. g. f. et angulum. b. k. l. ducta linea. k. l. equalis angulo. d. f. e. eritq. perfectus pentagonus qui constituendus erat si per lineam. a. b. ¶ Est n. equiangulus dato pentagono propter equalitatem angulorum triangulorum in quos est uterq. diuisus. ¶ Sed et laterum proportionalium propter proportionalitatem laterum ipsorum triangulorum que ex quar



nam pentagonus constituitur super lineam. a. b. est similis pentagono dato quod est propositum.

Propositio .20.



Si fuerint vii superficies similes qualibet superficies sibi inuicem similes esse necesse est.

Sit uterq. pentagonorum. a. b. c. d. e. f. similis pentagono. g. h. k. dico eos esse similes sibi inuicem. **E**st enim uterq. eorum equiangularis pentagono. g. h. k. per conversionem diffinitionis similitudinis superficierum quare sunt equi anguli adinuicem. **S**imiliter quoq. per conversionem eiusdem diffinitionis proportio. a. b. ad. g. b. sicut. a. c. ad. g. k. **E**t. g. h. ad. d. e. sicut. g. k. ad. d. f. **E**rgo per equam proportionalitatem. a. b. ad. d. e. sicut. a. c. ad. d. f. **E**odem modo probabis reliqua latera pentagonorum. a. b. c. d. e. f. continentia equos angulos esse proportionalia: per diffinitionem itaq. similitudinis superficierum ipsi sunt similes adinuicem: quod est propositum.

Propositio .21.



Si fuerint quotlibet linee proportionales atq. super binas z binas similes superficies designentur: ipse quoq. superficies erunt proportionales. **S**i vero super binas z binas similes superficies constituta fuerint proportionales: ipsas quoq. lineas proportionales esse necesse est.

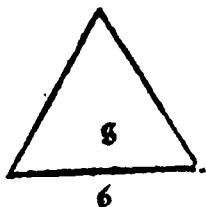
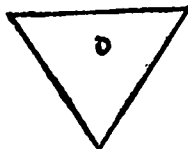
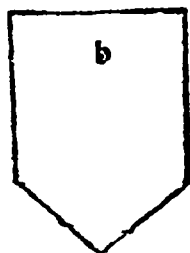
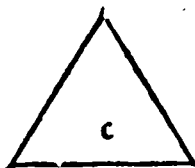
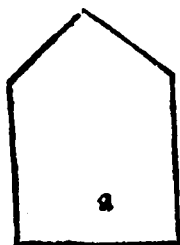
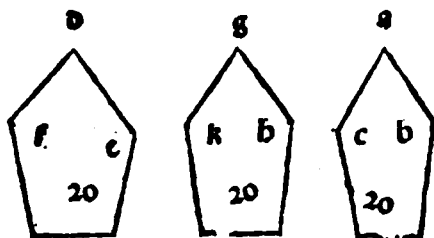
Sint quatuor linee proportionales. a. b. c. d. sitq. proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico q. si superficies similes constituantur super. a. b. utpote duo pentagoni similes: & alie similes constituantur super. c. d. utpote duo trianguli similes: erit proportio pentagonorum sicut triangulorum. **Q**uod si fuerint pentagoni similes: & similiter etiam trianguli similes: fuerintq. proportio pentagoni ad pentagonum: sicut trianguli ad triangulum: dico q. erit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. **S**ubiungatur enim lineis. a. b. c. d. & lineis. c. d. f. in continua proportionalitate: sicut docet. 10. huius. eritq. per. 12. quinti. & per equam proportionalitatem. a. ad. c. sicut. c. ad. f. **Q**uia ergo per correl. 12. huius proportio pentagonorum: est sicut. a. ad. c. & triangulorum sicut. c. ad. f. erit proportio pentagonorum sicut triangulorum: & hoc est primum. **S**ecundum sic patet. **S**int duo pentagoni similes: & duo trianguli similes: sitq. proportio pentagonorum sicut triangulorum: dico q. proportio. a. ad. b. est sicut. c. ad. d. **S**it enim. c. ad. g. sicut. a. ad. b. (hoc enim qualiter fiat dictum est supra. 10. huius). & super. g. fiat sicut docet. 19. huius. superficies similis illi que est constituta super lineam. c. eritq. per premisam similis ei que constituta est super lineam d. **E**ritq. etiam per primam partem huius. 11. que proportio pentagoni. a. ad. pentagonum. b. eadem trianguli. c. ad. triangulum. g. sed eadem erat etiam trianguli. c. ad. triangulum. d. ergo per secundam partem. 9. quinti triangulus. d. est equalis triangulo. g. **E**t quia sunt similes: erit linea. g. equalis lineae. d. per primam partem. 12. huius cum super lineas. c. d. f. sint trianguli: uel per secundam partem. 18. cum fuerint que libet alie figure multangule: equalitas enim non producit ex aliqua proportionem duplicata uel triplicata uel quotieslibet sumpta nisi ex equali. erit itaq. c. ad. d. sicut. a. ad. b. quod est propositum.

Propositio .22.



Enec superficies equidistantium laterum que circa diametrum constitut toti parallelogramo atq. sibi inuicem sunt similes.

Sit ut in parallelogramo. b. d. cuius diametrum. a. c. consistant superficies. g. h. f. k. equidistantium laterum circa



diametrum dico eas esse similes toti parallelogramo & sibi invicem. ¶ Est enim per secundam huius. $b.g.ad.g.c.f.d.h.ad.h.c.$ sicut. $a.c.ad.e.c.$ et ergo coniunctim. $b.c.ad.c.g.f.d.c.ad.c.h.$ sicut. $a.c.ad.c.e.$ quare per. $x.$ quinti. $b.c.ad.c.g.$ sicut. $d.c.ad.c.h.$ ¶ Sed etiam sicut. $a.b.ad.e.g.$ cum. $a.b.$ sit equalis $d.c.f.e.g.h.c.$ ¶ Eodem modo erit. $a.d.ad.d.b.$ sicut. $a.b.ad.e.g.$ & $d.c.ad.h.c.$ ¶ Quia ergo ista parallelogramata sunt equiangulara constat per diffinitionem similitum superficierum. $g.h.$ esse simile. $b.d.$ ¶ Simile quoque modo probatur. $f.k.$ esse simile eidem: propter hoc quod. $b.a.$ ad. $a.k.$ & $d.a.$ ad. $a.f.$ sit sicut. $a.a.$ ad. $a.e.$ per secundam huius & coniunctam proportionalem: quare per. $10.$ huius. $f.k.$ est etiam simile. $g.h.$ sicut patet totum.

Propositio .23.



In suo spacio parallelogramum parziale distinetur toti parallelogramo simile atque secundum suum illius esse fuerit: circa eiusdem diametrum consistit. ¶ Sit ut in parallelogramo. $b.d.$ sit distansum parallelogramum. $f.g.$ quod sit sibi simile & secundum suam. $e.c.$ & per. $10.$ cum eo in angulo. $e.$ dico quod parallelogramum. $f.g.$ consistit circa diametrum parallelogrami. $b.d.$ & est hoc conuersum preteritis. ¶ Producam enim. $a.e.c.$ que si fuerit diameter parallelogrami. $b.d.$ constat propositum. Sin autem sit. $a.b.c.$ diameter eius & ducatur. $h.$ & equidistans. $f.c.$ eritque per premisam parallelogramum. $f.k.$ simile parallelogramo. $b.d.$ ergo per conuersionem diffinitionis similitum superficierum proportio. $b.c.ad.k.c.$ est sicut. $d.c.ad.f.c.$ ¶ Sed per eandem conuersionem diffinitionis proportio. $b.c.ad.g.c.$ est sicut. $d.c.ad.f.c.$ & propter id quod parallelogramum. $f.g.$ positum est simile parallelogramo. $b.d.$ ergo per. $11.$ quinti proportio. $b.c.ad.g.c.$ est sicut. $b.c.ad.k.c.$ utraque enim est sicut. $d.c.ad.f.c.$ quare per secundam partem notie quinti. $g.c.$ est equalis. $k.c.$ pars uidelicet toti quod est impossibile. Erit igitur. $a.e.c.$ diameter parallelogrami. $b.d.$ quod est propositum.

Castigator.

a ¶ Poterat etiam aduersarius dicere quod esse. $a.l.c.$ uidelicet infra punctum. $e.$ Et idem ut prius accideret impossibile sed hac positione. $g.c.$ est maior. $k.c.$ ut patet.



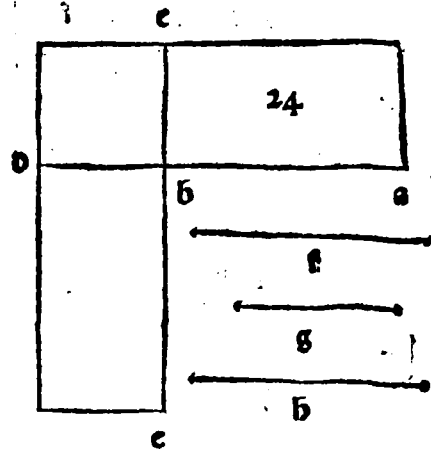
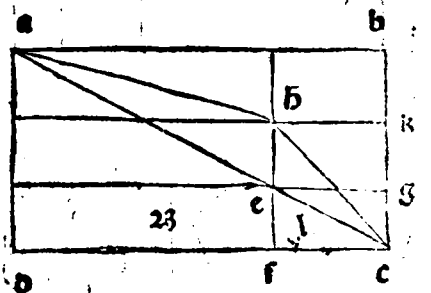
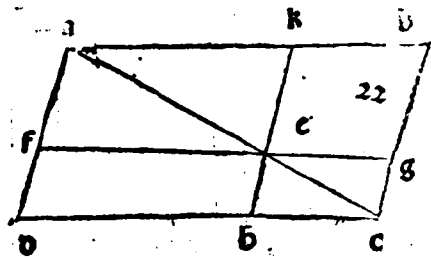
Propositio .24.

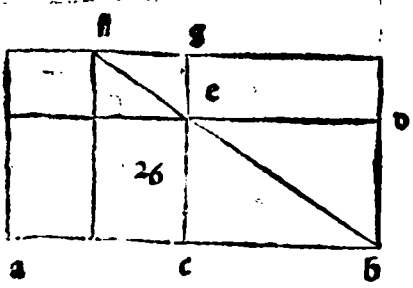
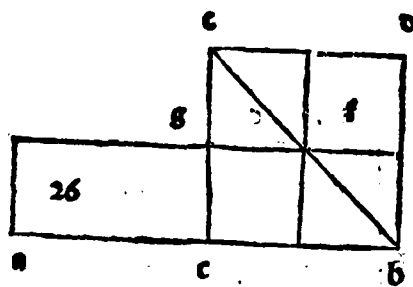
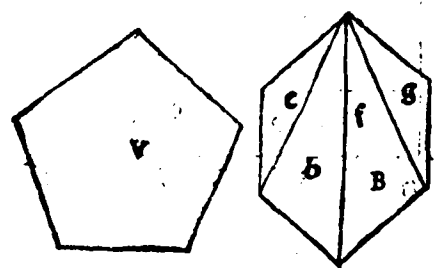
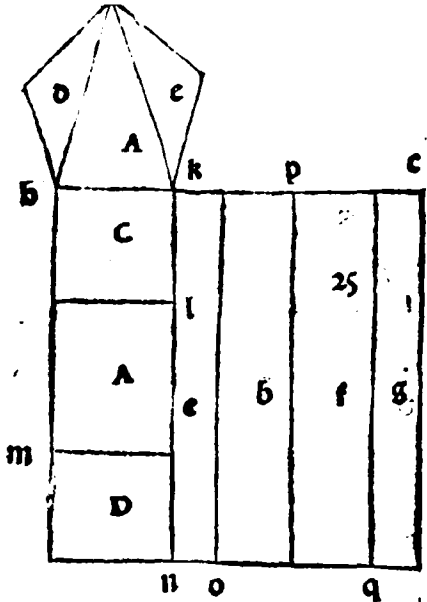
Primum duarum superficierum equidistantium laterum quarum unus angulus unus utriusque alterius equalis proportio alterius ad alteram est que producit ex duabus proportionibus suorum laterum duos equos angulos continentium.

Sint due superficies equidistantium laterum. $a.c.f.e.d.$ sitque angulus. $b.$ unius equalis angulo. $b.$ alterius dico quod proportio unius ad alteram producta est ex proportionibus. $a.b.ad.b.d.f.c.$ & $b.ad.b.e.$ ¶ Disponam enim has duas superficies penitus sicut dispositas in. $13.$ huius adducto ad utramque parallelogramo. $b.d.$ ¶ Et ponam ut proportio lineae. $f.$ ad lineam. $g.$ sit sicut. $a.b.ad.b.d.f.g.ad.h.$ sicut. $c.b.ad.b.e.$ Qualiter enim hoc fiat. dictum est supra. $10.$ huius: teriturque per primam huius & $11.$ quinti. $a.c.ad.c.d.$ sicut. $f.ad.g.f.c.d.ad.d.c.$ sicut. $g.ad.h.$ quare per. $11.$ quinti erit in eadem proportionalitate. $a.c.ad.d.e.$ sicut. $f.ad.h.$ ¶ Quia. $f.ad.h.$ producit ex. $f.ad.g.f.g.ad.h.$ ut dictum est in fine expositionis & diffinitionis quinti. erit ut. $a.c.ad.d.e.$ producat ex eisdem: quare constat propositum.

Castigator.

b. ¶ $d.a.f.c.e.$ erunt linea una propter hypothe. in angulis & cum in. $13.$ superius adducta per. $15.$ primi. & ista facit ad. $2.$ duodecimi. ¶ Nota quod liter. $10.$ huius applicetur huic. $24.$ Nam ibi dicitur quod si tribus lineis propositis uelimus quartam inuenire ad quam tertia se habeat sicut prima ad secundam & c. Et ideo in ista dispositione habet tres lineas. primam. $f.ad.$





g. secundā g. ad. h. tertiā sicut. c. b. ad. b. e. que quidem. h. sic p. ro. inuenta est. qm̄ habet tres alias lineas uidelicet. c. b. primā ad. e. b. secundam. f. g. tertiā. cui. g. tertiē inuenta est. h. quarta ad quā ipsa. g. tertiā se habet in p. portione: sicut. c. b. prima ad. e. b. secundam ut patet in ista figura ad mō dū decime predictae disposita.

Propositio 25.



Alte superficies similem aliq. propositae equalem designare.

Sint ppositae due superficies rectilinee. A. pentagona. B. exagona. nolo facere unam superficiem similem. a. & equalem. b. ¶ Vtranq. propositarū superficiū resoluo in triangulos. ¶ A. quidem in triangulos. c. a. d. ¶ B. uero in triangulos. e. b. f. g. ¶ super basim superficiē. a. que sit. h. k. constituo sūm doctrinā 44. primū superficiem equidistantium laterum rectangulam equalem. c. que sit. h. l. ¶ l. m. equalem. d. ¶ m. n. equalem. d. ut sit tota superficies equidistantium laterum. h. n. constituta super basim. h. k. e. qualis pentagono. a. ¶ Eodem modo super lineam. k. n. que est sūm latus huius superficiē cōstituo aliam superficiem rectangulā equalem exagono. b. quia facio. k. o. equalem. e. ¶ o. p. equalem. b. ¶ p. q. equalē. f. ¶ q. r. equalem. g. ut sit tota rectangula superficies. n. r. equalis exagono. b. ¶ Et pono per. q. huius lineam. s. t. pportionalem inter lineam. h. k. & lineam. k. r. ¶ super eā sūm doctrinam. 19. huius constituo superficiem. u. similem superficiē. a. dico ipsam esse quā querimus & equalem superficiē. b. ¶ Cum enim tres linee. h. k. r. s. ¶ k. r. r. sint continue proportionales. ¶ super primā & secundā sint cōstitue superficies similes uidelicet. a. ¶ u. erit per correlat. 17. huius. a. ad. u. sicut. h. k. ad. k. r. quare per primam huius sicut. h. n. ad. n. r. ¶ Et ideo p primam partem septime quinti sicut. a. ad. n. r. ¶ Et p hoc per secundam partem eiusdem sicut. a. ad. b. itaq. p secundam partem. q. quinti. u. est equalis. b. quod ē ppositū. ¶ Quod etiam possumus ex permutata pportionalitate facile pbaret quia cum sit. a. ad. u. sicut. h. n. ad. n. r. erit permutatim a. ad. h. n. sicut. u. ad. n. r. ¶ Et quia. a. est equalis. h. n. erit. u. equalis. n. r. ¶ ite. u. est etiam equalis. b. per hanc cōmūnem scientiam: quaecumq. unū ē ei dem sunt equalia inter se sunt equalia. ¶ Nō est aut̄ neccesariū ut superficies. h. l. l. m. ¶ m. n. equidistantium laterū equales triangulis. c. a. d. aut superficies. k. o. o. p. p. q. ¶ q. r. equales triangulis. e. b. f. g. sint rectangule sed ut triangulus extrinsecus superficiē. l. m. sit. equalis angulo intrinseco superficiē. l. b. ¶ extrinsecus. m. n. intrinseco. m. l. ¶ Similiter quoq. ut extrinsecus superficiē. k. o. sit equalis intrinseco superficiē. h. n. ¶ extrinsecus. o. p. intrinseco. k. o. sicut. de ceteris. ¶ Cum enim sic fuerit erit unaquaq. linearū. k. n. ¶ sibi opposita. h. m. itemq. h. r. ¶ sibi opposita. n. q. ¶ linea una per ultimam partem. 19. primū ¶ per. 14. eiusdem quotientis oportuerit equaliter repetitas. ¶ Propter id qd̄ pēs superficies. h. l. l. m. ¶ m. n. itemq. k. o. o. p. p. q. ¶ q. r. sunt equidistantiū laterum ¶ angulus extrinsecus cuiusq. sequētis est equalis intrinseco eā precedentis: quare due superficies. h. n. ¶ m. n. r. erūt equidistantiū laterū ¶ inter lineas equidistantes ¶ equalis altitudinis ¶ Cetera ergo arguentur prius.

Propositio 26.



El per dimidiū datē lineē parallelogramū designatū maius ē eo palellogramo cui datē lineē applicato deest ad cōplectionē lineē simile z super diametrum cōsistens super dimidiū collocati.

Sit data lineā. a. b. sup cuius dimidiū. c. b. cōstimaū parallelogramū. c. d. cuius diameter. b. e. ¶ ad lineā. a. b. applicet parallelogramū. a. f. cuius unū latus fecit. e. c. in pūcto. g. ita qd̄ ad cōplemētū totius lineē. a. b. desit superficies. f. b. que sit similis superficiē. c. d. ¶ cōsistēs circa diametrum eius. dico tūc qd̄ parallelogramū. c. d. ē maius parallelogramo. a. f. ¶ Est enim p primā huius. a. g. equalē. g. b. ¶ per. 43. ¶ m. l. ¶ f. equalē. f. d. ergo p hāc cōmūnem scientiā: si equalibus cōlū addas &c.

erit gnomio constans ex tribus parallelogramis que sunt c.f.f.b. f.f.d. e. q. l. parallelogramo. a.f. quare parallelogramum. c.d. e. maius parallelogramo. a.f. in parallelogramo. e.f. q. d. est propositum. ¶ I dē etiā eset si superficies. a.f. fieret altior superficie. c.d. aut uidere potes in secunda figura in q. etiam per primam huius. a.g. est equale. g.b. demptis itaq. utriq. duobus supplementis superficie. f.b. excedet parallelogramum. c.d. parallelogramum. a.f. in parallelogramo. f.c.

Castigator.

a ¶ Tunc eēt econuerso quia parallelogramo. a.f. linee. a.b. applicato de est ad cōplectionem totius linee parallelogramum. f.b. quod quidē e. maius. c.d. super dimidium collocato. ¶ sunt similia ex. 22. huius. q. d. f.b. non consistit super diametrum collocati super dimidium uidelicet. c.d. imo ipsū c.d. consistit super diametrum illius. f.b. quod ad cōplementū linee deest ut patet. Et ideo cōclusio ista. 26. uidet sub disūctione intelligi. s. cui date linee applicato ad cōplectionem linee deest simile parallelogramū consistens super diametrum super dimidium collocati uel super cuius diametrum consistit illud sup dimidium collocatū ut in illa scda figura euidenter apparet in qua. c.d. consistit super diametrum. f.b. f.c. q. d. ē cōuerso mō.

Propositio .27.

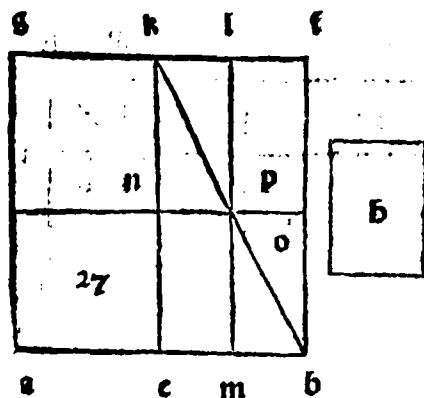
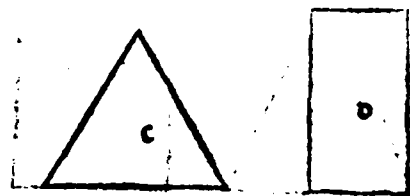


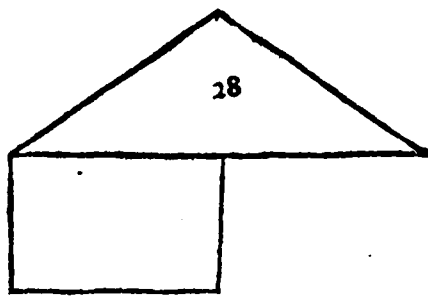
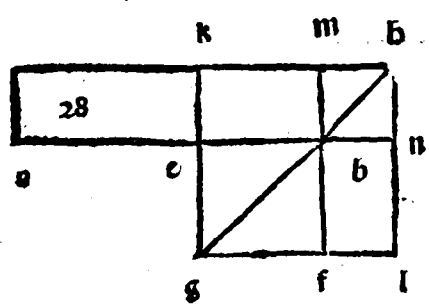
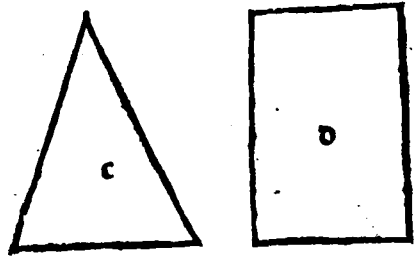
Relata super ficie proposita equum ei super quā bet assignatā lineā parallelogramū designare cui deest ad complēdam lineam alij superficie propositae simile parallelogramum quod fm eiusdem suū ē parallelogramo super dimidium date linee collocato minime maius existat.

¶ Sit assignata linea. a.b. f. propositus triangulus. c. propositumq. parallelogramum. d. uolo super lineā. a.b. designare parallelogramum equale triangulo. c. ita q. de sit ad complēdam lineam. a.b. parallelogramum simile. d. f. sit ita conditionatum. q. triangulus. c. non sit maior parallelogramo simili. d. collocato super dimidium linee. a.b. alioquin ad impossibile laboraretur per premisam. ¶ Divido igitur lineam. a. b. per equalia in puncto. e. f. fm doctrinam. 19. huius i super eius medietatem e.b. constito parallelogramum. e.f. simile. d. f. complebo super totam lineam. a.b. parallelogramum. b.g. ¶ Quia igitur. c. non est maior parallelogramo. e.f. sed equalis ei aut minor sicut positum est. ¶ Si fuerit ei equalis erit parallelogramum. e.g. quale intenditur per. 36. primi coadiuvante prima. pte. 9. quinti. ¶ per diffinitionē similiarum superficialium f. 20. huius. ¶ Si autem minor sit minor in superficie aliqua cui equalis ē simili. d. fiat fm doctrinam. 35. huius que sit. h. eritq. b. similis. e.f. per 20. huius. quare per conuersionem diffinitionis equiangula sibi ē proportionalium laterum. ¶ Protraham igitur in parallelogramo. e.f. diametrum. b.k. f. refecabo latera. k. f. f. e.k. superficie. e. f. ad mensuram laterum superficie. h. protractis lineis. i. m. f. n. o. equidistantibus lateribus superficie. e.f. secantibus se in puncto. p. ut superficies. k.p. sit equalis f. simili superficie. h. ¶ Erig. per. 23. huius punctum. p. in diametro. k. b. ¶ Protracta itaq. o. n. usq. ad. a. g. dico parallelogramum. a.p. eē quale proponitur. ¶ Deest enim sibi ad complementum linee. a.b. parallelogramū. p.b. q. d. per. 22. f. 20. huius est simile parallelogramo. d. Sed ipm etiam parallelogramum. a.p. est equale triangulo. c. Est enim per primā huius. a.n. equale. n.b. ergo per. 43. primi. f. hanc communem scientiam si equalibus equalia addas f.c. parallelogramum. a.p. est equale gnomoni. n.b. l. f. quia iste gnomio est equalis triangulo. c. propter id quod parallelogramum. e.f. positum fuit eē maius triangulo. c. in parallelogramo b. quod est equale parallelogramo. k.p. patet propositum.

Castigator.

a ¶ Quia premisa ondit omne palellogramum collocatum super dimidium date linee esse maius eo qui date linee applicato deest ad com





plectionem totius lineamentum parallelogramum simile illi sup dimidium collocato consistens super diametrum eiusdem. Et ideo in casu si triangulus esset maior parallelogramo simili. d. collocato sup dimidium date linee esset impossibile designare unum parallelogramum equale trigono. e. cui applicato date linee deesset unum parallelogramum simile. d. quado parallelogramum deficiens ad compleendam lineam esset super diametrum collocatus qm oē tale est maius illo: Et sic ad impossibile laboraretur ut patet qm semper oportet q parallelogramū date linee applicatū sit minus illo super dimidium collocato Et non maius sc. b. ¶ Quia p. 36. primi. e. g. equatur. e. f. Et per ypothe. et triangulus. c. equatur eidem. e. f. cum dicitur si fuerit ei equalis: Et ideo per primam partem. 9. quinti. e. g. ad. e. f. sicut trianguli. c. ad idem. e. f. quia utriusq. proportio equalitatis. Et ideo cum utriusq. ad idem sit una proportio per dictam. 9. illa duo sunt equalitatis delictet. e. g. et triangulus. c. cetera sequuntur per diffinitionē Et. 10. huius.

Propositio 28.



Et per datam lineas date superficiei trilaterae equū parallelogramum constituere. quod addat super cō plectionem date linee superficiem equidistantium laterum date superficiei equidistantium laterum similes. ¶ Sicut prius data linea. a. b. Et datus triangulus. c. datus parallelogramum. d. nolo super lineam. a. b. constituere parallelogramum equale triangulo. c. quod addat super totam lineam. a. b. parallelogramum simile. d. ¶ Divido lineam. a. b. per equalia in punto. e. Et super eius medietatem. e. b. facio. e. f. similem. d. fm quod docet 19. huius. ¶ Et fm doctrinam. 25. huius. facio. k. l. cuius diametrum. g. h. similem. d. Et equalem duabus superficibus. e. f. Et. ¶ Erunt. per. 10. huius. k. l. similis. e. f. ¶ Superposita igitur superficiei. k. l. superficiei. e. f. ita q ambe comunicent in angulo. g. erit per. 25. huius superficies. e. f. consistens circa diametrum superficiei. k. l. quare punctum. b. est in diametrum. g. h. ¶ Cōplebo igitur parallelogramum. a. h. quod dico esse quale proponitur. ¶ Quod constat ptractis linea. f. b. usq. ad. m. Et linea. e. b. usq. ad. n. ¶ Est enim per primam Et. 36. pmi huius. a. k. equale. k. b. Et ideo per. 43. primi est etiam equale. n. f. addito ergo utriq. e. b. erit per communem scientiam. a. h. equale gnomoni. e. h. f. ¶ Sed iste gnomon est equalis trigulo. c. quia parallelogramum. k. l. positum fuit equale duabus superficibus. c. f. e. f. ergo parallelogramū. a. h. est equale. c. Et addit ad complementum lineae. a. b. parallelogramum. m. n. qd per. 22. Et. 10. huius est simile parallelogramo. d. quare constat perfectum esse quod volumus. Possumus autem ad lineam datam adiungere parallelogramum equale non solum trilaterae superficiei posite. sed et cuilibet rectilineae figure propositae quacūq. ipsa fuerit cui desit ad compleendam lineam datam superficies similis superficiei equidistantium laterum propositae sicut docet premissa observata conditione eius ne laboretur ad impossibile per ante premisam. ¶ Vel q addat ad compleendam lineam superficiem equidistantium laterum similem superficiei propositae sicut proponit conclusio prefens. ¶ Propositam enim superficiem cui equale parallelogramum debet ad lineam datam adiungi quod addat aut diminuat ad complectionem lineae parallelogramum simile parallelogramo dato: resolvemus in triangulos. Et ipsis mediantibus describemus superficiem equidistantium laterum totā superficiei propositae equalem. ¶ Hoc autem qualiter fiat Et si scire volueris. require. 25. huius. ¶ Dehinc super duplum basis eius equalis altitudinis triangulum constituemus quem si. 44. primi diligenter inspexeris parallelogramo prius designato inuenies esse equalem: quare Et superficiei propositae. ¶ Huic ergo triangulo si equale parallelogramum ad lineam datam adiunxeris quod addat ad complementum. lineae aut minuat parallelogramum simile parallelogramo dato secundum q docet hec Et premissa: quod propositum erat te perficere non dubiter.

Propositio. 29.



Et in libet lineam propositam secundum proportionem habentem medium. duosque extrema secare.

¶ Sit proposita linea. a. b. quolo diuidere secundum proportionem habentem medium & duo extrema. ¶ Ex ipsa describo quadratum. b. c. & ad eius latus. a. c. adiungo sim quod docet premisa parallelogramm. e. d. equale quadrato. b. c. & addat ad complementum linee. a. c. parallelogramm. a. d. & sit simile. b. c. ¶ Sitq. latus parallelogrami. c. d. quod equidistat. a. c. d. e. & fecit lineam. a. b. in puncto. f. dico lineam. a. b. esse diuisam in puncto f. sicut proponitur. ¶ Est enim. a. d. quadratum propter id quod est simile. b. c. ¶ Quare. a. f. est equale. f. d. ¶ Sed & f. e. est equalis. a. b. propter id quod est equalis. a. c. per. 34. primi. ¶ Et quia. c. d. est equale. b. c. dempto utriusq. c. f. erit. a. d. equale. e. b. & angulus. f. unius angulo. f. alterius ergo p. 13. huius latera sunt mutuelesia. ¶ Ergo. e. f. a. d. f. d. sicut. a. f. a. d. f. b. ¶ Et quia. e. f. est equalis. a. b. & f. d. a. f. erit. a. b. a. d. a. f. sicut. a. f. a. d. f. b. ¶ Ergo per diffinitionem est diuisa ut proponitur. ¶ I dem etiam potest demonstrari ex. u. secundi. ¶ Diuidatur enim. a. b. in puncto. f. sim quod docet. u. secundis sitq. e. b. quod continetur sub rota. a. b. & eius pte. f. b. ita q. f. e. sit equalis. a. b. & a. d. sit quadratum. a. f. ¶ Est itaq. per predictam. u. secundi. e. b. equale. a. d. ¶ Quod restat arguere ut prius per. 13. huius. ¶ Vel sic cum. a. b. sit diuisa in puncto. f. secundum quod docet. u. secundi. quod sit ex. a. b. prima in. f. b. tertiam est equale quadrato. a. f. secunde. ergo per secundam partem. 16. huius proportio. a. b. prime ad. a. f. secundam est sicut. a. f. secunde ad. f. b. tertiam per diffinitionem itaq. diuisa est. a. b. ut proponitur. ¶ Castigator.

¶ I dem ostendit. u. secundi sub aliis uerbis. ¶ Unum ex correlariis. 16. non in numeris & 6. tertii decimi indifferenter in linea & numero & in. 10. quarti decimi ualde ab omnibus philosophis commendatur talis diuisio.

Propositio 30.



¶ Si fuerint duo trianguli super unum angulum constituti quorum duo latera angulum illum continetia duobus alijs eorum lateribus equidistant. fuerintq. illa quatuor latera secundum equidistantiam relata proportionalia. illos duos triangulos super unam lineam rectam constitutos esse necesse est.

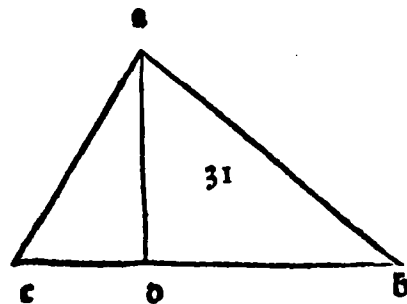
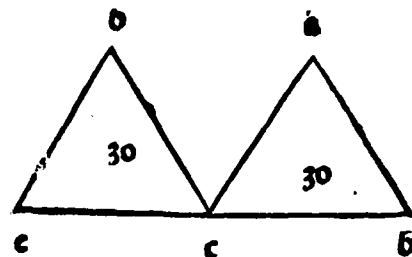
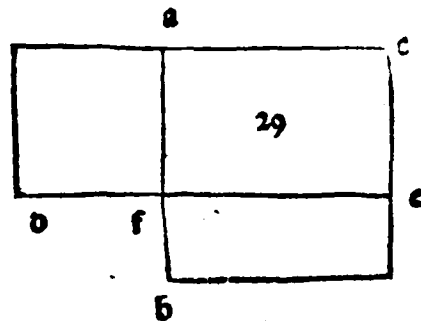
¶ Sint duo trianguli. a. b. c. d. e. constituti sup angulum. a. c. d. sitq. a. c. equidistans. d. e. & d. c. a. b. & sit proportio. a. c. a. d. e. sicut. a. b. a. d. c. dico q. due bases eorum. b. c. & e. c. e. sunt linea una. ¶ Est enim angulus. a. equalis angulo. d. quia uterq. eorum est equalis angulo. a. c. d. per primam partem. 19. primi ¶ Igitur per presentem ypothe. & 6. huius ipsi trianguli sunt equianguli. & angulus. b. est equalis angulo. d. c. e. & angulus. a. c. b. angulo. e. quare per. 32. primi tres anguli qui sunt. a. d. c. sunt equales duobus restis ipsi enim equantur tribus angulis utriuslibet duorum triangulorum. ¶ Ergo per. 14. primi. b. e. est. linea una quod est propositum.

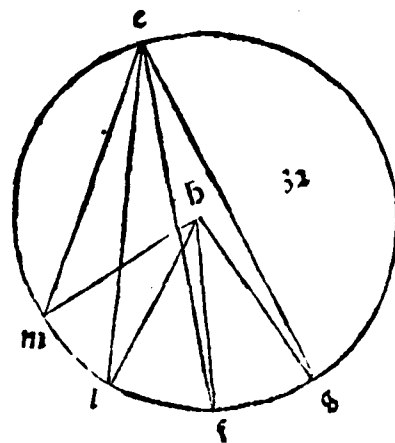
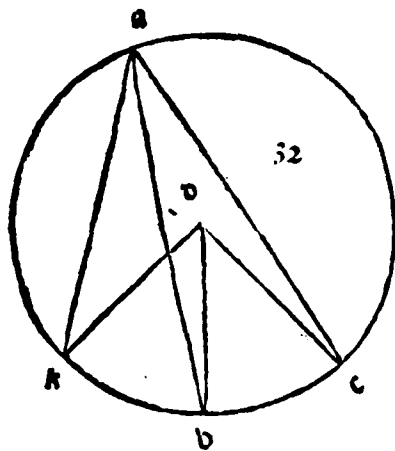
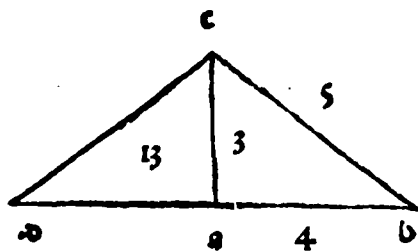
Propositio. 31.



¶ In omni triangulo rectangulo superficies lateris q. subtenditur angulo recto equalis est superficiebus duorum laterum angulum rectum continentium pariter acceptis. cum fuerint similes ei lineatone & creatione.

¶ Quod pponit penultima pmi de superficiebus qdratis pponit hec penultima sexti de omnibus superficiebus similibus. unde hec est illa tanto uniuersalior quanto superficies laterata qdrato. ¶ Sit itaq. triangulus rectangulus. a. b. c. cuius angulus. a. sit rectus dico q. superficies constituta super latus. b. c. est equalis duabus superficiebus constitutis super. a. b. & a. c. cum omnes tres superficies fuerint similes in figura & situ.





¶ Ducam perpendicularem. a. d. ad lineam. b. c. eritq. per secundam par-
tem cor. 8. huius proportio. b. c. ad. c. a. sicut. c. a. ad. d. c. f. c. b. ad. b. a.
sicut. b. a. ad. d. b. ¶ Si itaq. super quamlibet trium linearum. b. c. c. a. f. a
b. fiat superficies similis aliis i figura f. situ. erit per cor. 17. huius propor-
tio superficiei constitute super. b. c. primam. ad constitutam super. c. a. f.
cundam sicut. b. c. prime ad. d. c. tertiam f. item eiusdem superficiei con-
stitute super. b. c. primam ad constitutam super. a. b. secundam sicut. b. c.
prime ad. d. b. tertiam per idem cor. ¶ Quare per conuersam propor-
tionalitatem superficiei. a. c. ad superficiem. c. b. sicut. c. d. ad. c. b. ¶ Et si
militer superficiei. a. b. ad. superficiem. b. c. sicut. b. d. ad. b. c. ¶ Et ponatur
a. c. prima f. c. b. secunda f. quarta f. c. d. superficies tertia. f. a. b. superfi-
cies quinta. f. b. d. superficies sexta. f. arguatur per. 14. quinti quod ppor-
tio superficiei constitute super. b. c. ad duas superficies constitutas super. c.
a. f. a. b. simul est sicut. b. c. ad. c. d. f. d. b. simul. ¶ Quia igitur. b. c. est
equalis duabus lineis. c. d. f. d. b. simul sumptis. erit superficies constituta
super. b. c. equalis duabus superficiibus constitutis super. c. a. f. a. b. simul
sumptis quod est propositum. ¶ Conuersam quoq. huius possumus faci-
le demonstrare per modum demonstrationis ultime primi. ¶ Sit enim
triangulus. a. b. c. sitq. superficies constituta super. b. c. equalis duabus su-
perficiibus constitutis super duas lineas. a. b. f. a. c. sibi similibus. dico q.
angulus. a. est rectus. ¶ Ponam enim angulum. c. a. d. rectum. f. lineam
a. d. equalem. a. b. f. claudo superficiem ducta linea. d. c. eritq. per hac. 36.
superficies constituta super. c. d. equalis duabus constitutis super duas line-
as. c. a. f. a. d. sibi similibus. quare etiam constitute super. b. c. sibi simili.
hec enim posita est equalis duabus constitutis super a. b. f. a. c. sibi simili-
bus erit ergo linea. b. c. equalis. c. d. quare per. 8. primi angulus. a. est re-
ctus quod est propositum. ¶ Propositio. 32.



In circulis equalibus supra cētrum sine supra cir-
cūferentiā anguli cōsistāt. erit angulorū pportio tā
q. proportio arcuum illos angulos suscipientū.

¶ Sint circuli. a. b. c. cuius centrum. d. f. e. f. g. cuius cen-
trū. h. e. q. s. p. quorū cētra fiāt duo anguli. b. d. c. f. h. g.
¶ Et super eorum circūferentias alii duo qui sint. b. a. c. f.
f. e. g. dicoq. proportio angulorum tam eorum qui sunt super centra q. co-
rum q. super circūferentias: est sicut arcus. b. c. ad. arcū. f. g. ¶ Cōtinua-
bo. n. illis duobus arcibus alios arcus e. q. s. sicut eundem nume. i. si
ue scdm diuersos. ¶ Sitq. arcus. k. b. e. q. s. b. c. f. uterq. duorū arcū. l. m.
f. f. l. e. q. s. f. g. ¶ Et pducam lineas. k. d. k. a. m. h. l. h. m. e. f. l. e. ¶ Erūnt
p. 16. tertii anguli q. sunt ad. d. adiuicē e. q. s. ¶ Similiter quoq. f. qui sunt
ad. h. adiuicē e. q. s. Idē ē de his q. sunt ad. a. f. de his q. sunt ad. e. ¶ Sicut
igitur arcus. k. c. est multiplex arcus. b. c. ita angulus. k. d. c. anguli. b. d. c.
¶ Et angulus. k. a. c. anguli. b. a. c. Similiter sicut arcus. m. g. ē multiplex
arcus. f. g. ita angulus m. h. g. anguli. f. h. g. f. angulus. m. e. g. anguli. f. e. g.
¶ Sed si arcus. k. c. est e. q. s. arcui. m. g. angulus. k. d. c. est e. q. s. angulo. m.
h. g. f. angulus. k. a. c. angulo. m. e. g. f. si maior maiores. f. si minor mino-
res p. 16. tertii. ¶ Per diffinitionē itaq. in cōtinue pportionalitatis ppor-
tio arcus. b. c. ad arcū. f. g. est sicut anguli. b. d. c. ad angulū. f. h. g. f. sicut an-
guli. b. a. c. ad angulū. f. e. g. q. d. est ppositū. Idē intellige in eodē circulo.

Castigator.

a. ¶ Hoc nō dicit explicite sed sequitur ad illā pbata e. q. l. itate quē admodum
diximus supra in prima huiusde. 36. primi adducta ita accidit in. 16. tertii
sunt. n. q. n. quatuor quātitates angulus. b. d. c. p. ma angulus. f. h. g. scda arcus
b. c. tertia arcus. f. g. quarta f. a. d. p. nam f. tertia sumpta sunt e. q. multipli-
cia uidelicet dupla. s. angulus. k. d. c. f. arcus. k. c. f. ad. scdm angulus. m.
h. g. triplus ad angulū. f. h. g. f. arcus. m. g. triplus ad arcū. f. g. q. rtam ergo
per diffam diffinitionem in cōtinue ppor. f. sic de aliis angulis ad. a. f. e. c.
f. arcibus eundem.

¶ Explicit liber sextus.

Septimius Euclidis liber de numeris et eorum adinuicem proportionibus et proportionalitatibus. ex optima Campani traductione. Magistro Luca Paciolo de Burgo Sancti Sepulcri Ordinis Minorum Castigatore accuratissimo. Incipit.



Vitas est qua una quaeque res una dicitur. 2. **N**umerus est multitudo ex unitatibus composita. 3. **N**aturalis series numerorum dicitur in qua secundum unitatis additionem fit ipsorum computatio. 4. **D**ifferentia numerorum appellatur numerus quo maior habundat a minore. 5.

Numerus primus dicitur qui sola unitate metitur. 6. **N**umerus compositus dicitur quem alius numerus metitur. 7. **N**umeri contra se primi dicuntur qui nullo numero excepta sola unitate numerantur. 8. **N**umeri adinuicem compositi siue communicantes dicuntur quos alius numerus qui unitas metitur nullusque eorum est ad alium primus. 9. **N**umerus per alium multiplicari dicitur qui toties sibi coaceruatur quotiens in multiplicante est unitas. 10. **P**roductus vero dicitur qui ex eorum multiplicatione crescit. 11. **N**umerus alium numerare dicitur qui secundum aliquem multiplicatus illum producit. 12. **P**ars est numerus numeri minor maioris cum minor maiorem numerat. Et qui numeratur numerantis multiplex appellatur. 13. **D**enominans est numerus secundum quem pars sumitur in suo toto. 14. **S**imiles dicuntur partes quae ab eodem numero denominantur. 15. **P**rima simpla numeri pars est unitas. 16. **S**i duo numeri partes habuerint communem tot partes maioris dicitur esse minoris quotiens eadem pars fuerit in minore. tota vero quotiens ipsa fuerit in maiore. 17. **N**umeri ad numerum dicitur proportio minoris quidem ad maiorem in eo quod est maioris pars vel partes. Maioris vero ad minorem secundum quod eum continet et eius partem vel partes. 18. **C**um fuerint quotlibet numeri continue proportionales dicitur proportio primi ad tertium sicut primi ad secundum duplicata. ad quartum vero triplicata. 19. **C**um continue fuerint eodem vel diuersae proportionis dicitur proportio primi ad ultimum ex omnibus proportionata. 20. **D**enominatio dicitur proportionis minoris quidem numeri ad maiorem pars vel partes ipsius minoris. quae in maiore sunt. Maioris autem ad minorem totum. vel totum et pars vel partes. prout maior superfluit. 21. **S**imiles siue una alij eadem dicuntur proportionis quae eandem denominationem recipiunt. Maior vero quae maior. Minor autem quae minorem. 22. **N**umeri vero quorum proportio una. proportionales appellantur. 23. **T**ermini siue radicibus dicuntur quibus in eadem proportionis minoribus suis impossibile est. 1. **P**etitiones sunt quatuor. **C**uiuslibet numero quotlibet possit sumi equals prout libet. vel multiplices. 2. **Q**uotlibet

numero aliquē quātūlibet sumere possē maior. 3. **C**erte nu-
meroū in infinitum possē procedere. 4. **C**Nullū numerū in
infinitum possē diminui. 1. **C**Comunes animi conceptiones
sunt decē. 1. **C**Omnis pars minor est suo toto. 2. **C**Quicūq;
eiusdē sine equaliū fuerint eque multiplices. ipsi quoq; erūt eq-
les. 3. **C**Quibus idē numerus eque multiplex fuerit. sine quo-
rum eque multiplices fuerint equales. 7 ipsi etiam erūt equa-
les. 4. **C**Omni numeri pars est vnitas ab ipso denominata.
5. **C**Omni pars est minor q̄ maiorem h̄s denominationem.
maior vero que minorem. 6. **C**Quilibet numerus totus ē ab
vnitate. quota pars ipsius est vnitas. 7. **C**Quicūq; numerus
in vnitate ducitur. seipsum producit. Vnitas quoq; in quēcum-
q; ducta. pducit eundē. 8. **C**Quicūq; numerus numerat du-
os. numerat quoq; cōpositū ex illis. 9. **C**Quicūq; numeri
numerat aliquē. numerat oēm numeratū ab illo. 10. **C**Quicū-
q; numerus numerat totū 7 detractum. numerat residuum.

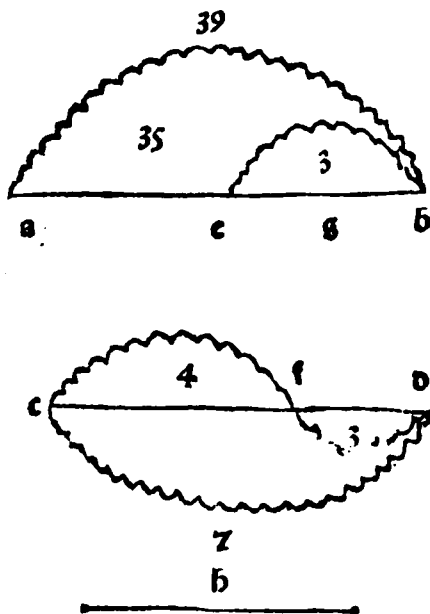
Castigator.

a **C**Species ille propor. maioris inequalitatis: **C**p consequēs econuersō
s. minoris inequalitatis que numero sunt quinq; uidelicet multiplex super-
particularis suppartiens. Multiplex superparticularis ē multiplex suppar-
tiens ex ista diffi. 10. sumptum denotationē. Nā cū maioris numeri ad
minore dicatur totū intelligit multiplex per diffi. 2. quinti. Et ideo p̄ma
species dicta multiplex ē cum ē maioris ad minorem dicatur totum ē
pars intelligitur totū semel ē pars unica ē tūc secunda spēs dicta supparti-
cularis cū sexqui. ē et totū ē ptes ē tunc tertia spēs dicta suppartiens ē in-
telligit totū pluries ē pars unica ē tūc q̄ta species dicta multiplex super-
particularis cū sexqui. ē etia totum pluries ē ptes ē tūc quinta spēs dicta
multiplex suppartiens quibus denominationibus preposita li. sub. dicēdo
submultiplex sub superparticularis sub suppartiens ēc. tot species minoris
inequalitatis numero habebis quot maioris. b **C**Iste cōceptiōes in. 10.
libro respectu q̄ritatū in genere quasi ad instar quinti: de quibus in illo
agitur. allegatur p̄similes istis ut dicēdo p̄similē antepenultime: p̄similē
penultime ēc. ut patet in expositione. 9. eiusdē ēc. secūda. c **C**Proportio
dicitur cōponi ex duabus pportionibus q̄n denominationū illius pportio-
nis pducit ex ducta denominationū illay pportionū unius in alterā Vt
rellio in sua ppectiua. d **C**Boe. 2. musice. cap. 9. dicit unitatē numerum
cū dicitur maiores uero sunt numeri tres ē quatuor minores binarius ē uni-
tas in maioribus igitur minori ē i minoribus maior pportio cōtinēt ēc.
pportiones autē pncipaliter in numeris cōsiderant. I dē in. 4. musice. cap. 5.
e **C**Oium exēpla: diffi. ut. 1. 2. 3. 4. 5. 6. ēc. ut. 1. respectu senarii ē q̄temariū.
ut. 3. 5. 7. 11. 13. 17. ēc. semp sunt ipares: ut. 4. 6. 8. 12. 14. ēc. ē ipares: ut. 15. 21. 33.
39. ēc. Vt. 11. ē. 13. 17. 19. ē c. n. ē. 2. 7. 10. ē. 63. 7. 11. 34. Vt. 4. ē. 8. 7. n. ē.
16. 15. 21. 33. ē. 15. 24. 30. 63. **C**Contra se primi ē adinueniēt primi idē iportat
ut infra uigēsimā secūda huius apparet. **C**Quoz stat q̄ aliquis sit cōposi-
tus ē alter nō. ē q̄ uterq; sit p̄mus: ut ex. 24. infra apparet: ē q̄ ambo sint
cōpositi sed nō adinueniēt: ut. 10. ē. 63. **C**Cōdicantes aliq̄n oēs impares. 15.
21. 33. ē oēs pares. 12. 18. 30. ē pares ē ipares. 15. 24. 33. 36. 63.

Propositio .1.



Pa maiore duozū numerozū minor detrahatur:
donec minus eo super sit. Alc deide de minore ip-
sum reliquū donec minus eo relinq̄tur. Itēq; a re-
liquo p̄mo reliquū fm quousq; minus eo super
sit: atq; in huiusmodi cōtinua detractōe nullus
fuerit reliquus: qui ante relictū numeret vq; ad
vnitatem: eos duos numeros contra se p̄mos esse necesse est.



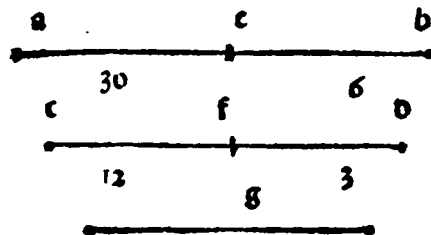
¶ Sint duo numeri. a. b. f. e. d. c. d. minor detrahatur. e. d. ex a. b. quo-
tens potest sit residuum. e. b. qui erit minor. c. d. alioquin posset ex ip-
so adhuc detrahi. c. d. detrahatur f. ipse. e. b. ex c. d. quotiens potest. sitq. re-
siduum. f. d. sed f. d. detrahatur ex. e. b. quotiens potest: f. sit residuum
g. b. q. sit unitas. dico tunc duos numeros. a. b. f. c. d. esse contra se p̄mos.
Si enim sint compositi. numerabit eos communiter per diffinitionē ali-
quis numerus preter unitatem qui sit. b. f. Et quia. h. numerat. c. d. nume-
rabit. a. e. per penultimam conceptionem: f. quia idem numerat. a. b. nu-
merabit etiam. e. b. per ultimam conceptionem. ergo f. c. f. per penultimā.
quare f. f. d. per ultimam. ergo f. g. e. per penultimam. ergo f. g. b. per ul-
timam. f. quia. g. b. est unitas sequitur numerum. e. se partem unitatis vel
sibi equalē: quod est impossibile. ¶ Erant igitur. a. b. f. e. d. contra se p̄-
mi quod est propositum. ¶ Quod si duo numeri. a. b. f. c. d. sunt contra
se primi. nō erit in hac mutua detractione status antequam ad unitatem
perueniatur. Et est istud. conuersum eius quod auctor proponit. ¶ Si au-
tem in hac mutua detractione fuerit status anteq. perueniatur ad unitatē
sit ut. g. b. sit numerus qui detrahatur ab. f. d. f. nihil sit residuum. igitur. g.
b. numerat. f. d. ergo per penultimam conceptionem numerat. f. e. g. f. q. a.
etiam numerat. si ipsum numerabit per antepenultimam. cōceptionē tot-
um. e. b. ergo per penultimam numerat. c. f. sed ostensum est prius q. nu-
merat. f. d. ergo per antepenultimam numerat totum. c. d. quare p. penul-
timam numerat. a. e. f. quia ostensum est prius q. etiam numerat. e. b. sequi-
tur per antepenultimam ut etiam numeret. a. b. quia. igitur numerus. g. b.
numerat utrumq. duorum numerorum. a. b. f. c. d. numeri. a. b. f. c. d. sunt
compositi: non igitur contra se primi quod est cōtra ypothē. ¶ Per hāc
ergo iam propositis quibusq. duobus numeris inuestigamus utrum ipsi
sint contra se primi. si enim tali facta mutua detractione perueniatur ad
unitatem ipsi sunt contra se primi. Si autem sit status anteq. perueniatur
ad unitatem ipsi sunt compositi.

Propositio. 2.



Propositio. 2. **P**ropositis duobus numeris ad invicem compositis maximum numerum communem eos numerā-
tem inuenire. Tunc manifestum est q. omnis nu-
merus quos numeros numerās numerat nume-
rum maximum ambos numerantem.

¶ Sint duo numeri. compositi. a. b. f. c. d. minor. c. d.
f. ergo numerat eos communiter aliquis numerus per diffinitionē
nem. solo inuenire maximum. tunc eos communiter numerantē.
Secundum modum f. similitudinem. prioris. mino. minorem de maio-
ri quoad possum. uidelicet. c. d. de. a. b. f. sit residuum. e. b. ¶ Itemq. e. b.
de. c. d. quoad possum. f. sit residuum. f. d. quia huius diminutio nō po-
test fieri infinites per ultimam petitionem. Ne potest etiam ad unitatē
peruenire in proposito per precedentem. quia tunc essent. numeri p̄posi-
ti contra se primi. quod est contra ypothē. ¶ Sit ut cum detrahero. f. d.
ex. e. b. quoad potero quibilib. sit residuum. dico tunc. f. d. esse maximum
numarum numerantem. a. b. f. c. d. ¶ Quod enim numeret eos patet per
penultimam f. antepenultimam cōceptionem alternatim quoties opor-
tueris repetitis sicut in demonstratione conuerse precedentis. ¶ Numerat
enim. f. d. e. b. quia cum ab ipso detrahatur quoad potest nihil sit residuum
ergo f. c. f. per penultimam conceptionem. ergo f. c. d. per antepenulti-
mam. quare f. a. e. per penultimā igitur f. a. b. per antepenultimā. ¶ Q. d.
autem nullus maior. f. d. numeret a. b. f. c. d. sic patet. ¶ Si enim fieri po-
test sit numerus. g. maior. f. d. numerat utrumq. duorum numerorum. a. b. f.
e. d. ¶ Quia igitur. g. numerat. c. d. numerabit per penul. concep. a. e. f.
quia numerat. a. b. numerabit per ultimam. e. b. ergo per penul. numerat
e. f. f. quia etiam numerat. c. d. numerabit per ultimam. f. d. maior uide-
bitur minorum quod est impossibile. ¶ Ex hoc secundo p̄cessu liquet coroll.



Propositio 3.



Propositio 3. **P**ropositis tribus numeris adinuicem compositis maximum numerorum eos communiter numerantium inuenire.

Priusq[ue] hanc tertiam conclusionem demonstramus demonstrandum arbitramur ipsius aut uidelicet: propositis tribus numeris quilibet poterimus certificari an ipsi sint adinuicem compositi. **S**int itaq[ue] tres numeri a. b. c. de quibus uolo addere utrum ipsi sint adinuicem compositi. **P**er primam igitur inquirito an duo primi qui sunt a. b. sint adinuicem compositi quod si sic non erit a. b. c. adinuicem compositi per diffinitionem. **S**i autem a. b. sint adinuicem compositi sit per precedentem d. maximus numerus eos numerans qui si numerat c. erunt per diffinitionem et a. b. c. adinuicem compositi. **S**i autem non numerat ipsum c. sed ipsi c. d. quidem sunt contra se primi non erunt a. b. c. adinuicem compositi. **N**am quicquid numeraret eos numeraret et d. per correl. precedentis. sed hoc esset d. f. c. compositi quod est contra ypoth[ese]m. **S**i autem c. d. sunt compositi erunt etiam a. b. c. adinuicem compositi. **S**i uero per premisam e. maximus numerus est d. qui etiam per penul. concep. numerabit a. b. quare per diffinitionem a. b. c. sint adinuicem compositi. **S**imili quoq[ue] modo sciatur propositis quotlibet pluribus quibus an omnes sint adinuicem compositi. **P**ropositis itaq[ue] tribus qui sint adinuicem compositi. qui etiam sint a. b. c. uolo inuenire maximum numerum numerantem omnes. **S**umo fm doctrinam premisse d. maximum numerantem a. b. qui si numerat c. ipse est quem querimus alioquin per correl. precedentis scilicet reor maiorem numerare minorem. **S**i autem non numerat c. erit tamen b. c. d. adinuicem compositi per ypoth[ese]m & correl. precedentia & diffinitionem. **S**it igitur maximus eos numerans e. dico e. esse maximum numerantem a. b. c. **Q**uod enim eos numeret patet per hanc ult. ypoth[ese]m. que est ipsum esse maximum numerantem c. d. & per p[re]s[ent]e concep. **E**t q[uod] nullus eo maior numeret eos sic patet. **S**i enim si potest fieri f. maior e. qui numeret a. b. c. qui cum numeret a. b. b. numerabit per correl. premisse d. & quia etiam numerat c. numerabit per idem correl. e. maior uidelicet minorem quod est impossibile. **N**on erit igitur numerus aliquis maior e. numerans a. b. c. quod est propositum. **S**i mili quoq[ue] modo inuenire maximum numerantem quotlibet plures tribus adinuicem compositis non uidetur oportere. **E**uclidem de pluribus tribus hoc doceret quia idem e. uolens & ait in tribus & pluribus. **E**x ultimo aut[em] hanc demonstrandi p[ro]cessus possumus et istud correl. hinc tertie conclusionis addicere. **V**t manifestum est q[uod] o[mn]is numerus numerans quotlibet adinuicem compositos numerat maximum numerantem eos omnes. & etiam maximus numerans binos & binos compositos.

Castigator

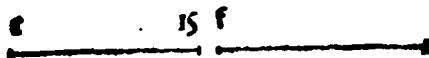
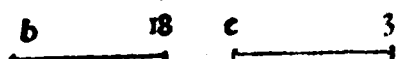
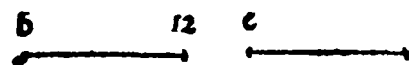
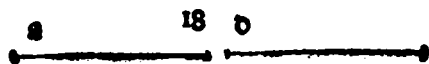
Per penultimam conceptionem quia quicquid numerus numeraret e. d. numeraret et a. b. q[uia] d. iam numerat a. b. ergo per penultimam a. b. c. essent adinuicem compositi. **Q**uia cu[m] sint a. b. c. adinuicem compositi erit aliquis numerus eos comiter numerans & c. d. si maximum numerans a. b. sequitur q[uod] ille numerus comiter numerat illos tres & numeret etiam d. per correl. precedentis & per consequens d. f. c. sunt etiam adinuicem compositi.

Propositio 4.



Propositio 4. **P**ropositis duobus numeris inaequalibus minor maioris aut pars est aut partes.

Sint duo numeri a. b. b. minor dico q[uod] b. est pars uel partes a. Aut n. b. numerat a. aut non. **S**i numerat partem eius est per diffinitionem. **S**i non numerat ipsum a. aut ergo sunt adinuicem primi aut non si non sunt adinuicem primi habebunt per diffinitionem partem eodemque quodcumq[ue] fuerit in b. tot



partes. a. dicitur esse. b. p. diffinitione. ¶ Si autem sint adinuicem primi
quia tñ ois numeri p. est unitas ab ipso denominata. patet idē p. unitates.

Propositio .5.



¶ Si fuerint quatuor numeri quorum primus tota pars
secundi quota tertius quartus erunt primus et ter-
tius pariter accepti tota pars secundi et quarti pa-
riter acceptorum quota primus secundi.

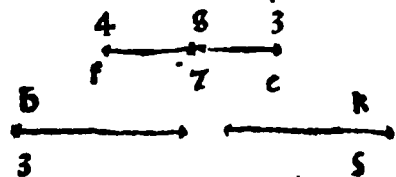
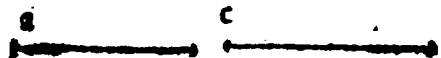
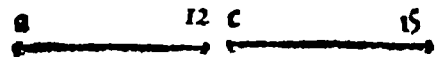
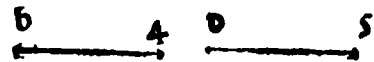
¶ Volens Euclides hos libros de numeris aliquo prece-
dentium nō indigere sed per se ipsos stare partem eius qd
proposuit per primam quinti de quantitibus in genere proponit p. hāc
quintam huius septimi de numeris. ¶ Sint igitur 4. numeri. a. b. c. d. sup.
b. tota pars. a. quota. d. c. dico q. b. f. d. pariter accepti sunt tota pars. a. f.
c. pariter acceptorum quota. b. est. a. ¶ Diuisis enim a. f. c. secundum quan-
tatem. b. f. d. argumentare sicut in prima quinti. ¶ Erunt enim ut toti-
dem sint partes. a. quot. c. per. positionem. ¶ Et ut aggregatum ex prima
parte. a. f. prima. c. sit equale aggregato ex. b. f. d. ¶ Similiter quoq. f. ag-
gregati ex secunda parte. a. f. secunda. c. ¶ Et quia hec aggregatio toties
potest fieri quotiens continetur. b. in. a. sequitur ut numerus equalis ag-
gregato ex. b. f. d. totiens contineatur in aggregato ex. a. f. c. quotiens. b
continetur in. a. quare constat propositum.

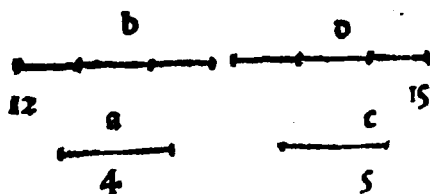
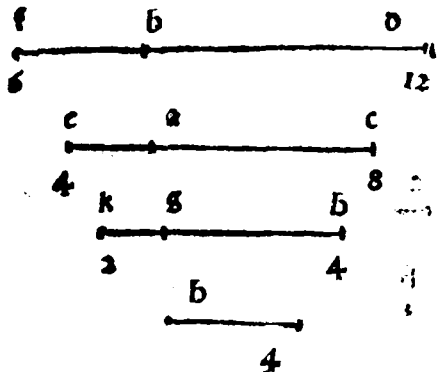
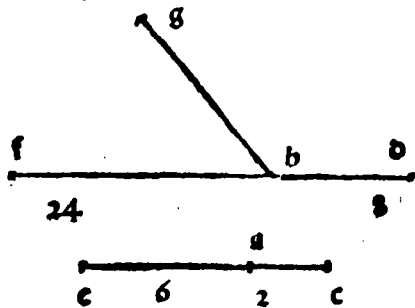
Propositio .6.



¶ Si fuerint quatuor numeri quorum primus tote par-
tes secundi quote tertius quartus erunt primus et ter-
tius pariter accepti tote partes secundi et quarti pa-
riter acceptorum quote primus secundi.

¶ Quod proposuit premissa de partibus proponit ista de p-
tionibus. ¶ Sint itaq. ut prius quatuor numeri. a. b. c. d. sup.
ut. b. sit tot et tote ptes. a. quot et quote. d. est. c. dico q. b. f. d. pariter acce-
pti erunt tot et tote partes. a. f. c. pariter acceptorum quot et quote. b. ē. a.
¶ Dico autem tot et totas quia partium pluralitas duobus numeris dif-
finitur quorum alter numerator dicitur alter denominator ut cum dici-
mus tres quintes ternarius numerus quinquarius denominat. ¶ Quia igitur
a. b. ē partes. a. sit ut sint partes eius numerate ab. b. f. denominatē a. k.
eritq. similiter per positionem. d. partes. c. numerate ab. h. f. denominatē
a. k. Vna itaq. partium. b. sit. e. f. una partium. d. sit. f. eritq. per ypothē. q.
pars. b. denominata ab. b. f. pars. a. denominata a. k. ¶ Similiter quor-
q. f. h. erit pars. d. secundum. h. f. pars. c. secundum. k. ¶ Compositus igitur
ex. e. f. f. sit. g. eritq. per premisam. g. pars. b. f. d. pariter acceptorum
secundum. h. f. Itemq. per eandem erit pars. a. f. c. pariter acceptorum
secundum. k. ¶ Quare per. p. diffinitionem erunt. b. f. d. pariter accepti
partes. a. f. c. pariter acceptorum numerate ab. b. f. denominatē a. k. et
q. eorum communis pars est. g. minoris scilicet. h. f. maioris fm. k. f. q.
sic erat. b. a. constat propositum. ¶ Pater autem et per hanc et premisam
quod proponit de quatuor numeris ad quotibet numerorū applicaret qd
quotibet numeri minores ad totidem maiores comparatur fuerint singu-
li singulorū tota pars aut promissa vel quote primus secundi erit quoq.
omnes pariter accepti tota pars aut partes omnium pariter acceptorum
quota vel quote primus secundi quod facile probatur per hanc et premis-
sam quotiens oportuerit repetitas. ¶ Et si crederemus esse intentionem
Euclidis assumere ex prius demonstratis aliqua ad demonstrationem co-
mum que hic proponit ex. 3. quibus facile demonstrassemus hanc sextam.
Nunc autem quia uidetur oppositum aliter enim superuacue proposuisset
multa de numeris que demonstrata sunt in quinto de quantitibus in
genere. Necesse habuimus propriis uti demonstrationibus tanquam ex
prioribus nihil fumentes solis huius septimi contenti principiis propter
quod et petitiones et communes animi conceptiones propositi proprias
non inconuenienter huius septimi principio apposimus.





Propositio 7.



Si fuerint duo numeri quorum unus alterius pars detrahaturque ab ambobus ipsa pars: erit reliquus tota pars reliqui quota totus totius.

Quod proponit hic Euclides de numeris proposuit superius in quinta quinti. de quantitatibus in genere. Sit itaque ut quota pars est totus. a. totius. b. Totus sit. c. detrahitur ab. a. d. detrahitur a. b. dico quod tota erit. e. residuus. a. f. residui. b. quota est totus. a. totius. b. Et hec est quasi conuersa quinte. Sit enim per se totus. e. tota pars. g. quota. c. est. d. Erat per. s. tota pars. a. compositus ex. g. f. d. quota est. c. d. quare et quota est. a. b. Igitur per secundam conceptionem compositus. ex. g. f. d. est equalis. b. Dempto itaque ab utroque numero. d. erit. g. equalis. f. quare erit. e. tota pars. f. quota est. a. b. totus. n. erat. e. g. q. d. est propositum.

Propositio 8.



Si a duobus numeris quorum alter alterius partes propositis partes ille subtrahantur: erit reliquus reliqui eodem partes qui est totus totius.

Hec est quasi conuersa sexte. Vt si sit quotus quotus est totus. a. totius. b. totus et tote. c. detrahitur ab. a. d. detrahitur a. b. erit. e. residuus. a. totus et tote per. f. residui. b. quotus quotus est. a. b. Sit enim. g. una pars. a. Et huius pars. c. erit propter ypoth. g. tota pars. a. quota. b. c. Et tota. b. quota. h. d. Detrahitur igitur. b. de. g. et remaneat. k. erit. k. per premisam tota pars. e. quota. g. a. f. tota. f. per eandem quota. g. b. Quia igitur. e. f. habent partem eodem que est. k. erit per. s. diffinitionem. e. partes. Eodem quidem quota g. est. h. e. f. tote quota est. h. f. f. quia totus et tote erat. a. b. patet propositum.

Castigator.

Quoniam in casu isto. a. sunt posita due tertie ipsius. b. Et cum. g. sit una partium. a. ipse erit una tertia ipsius. b. Et erit una medietas ipsius. a. eadem ratione. b. erit medietas. c. Et tertia totius. d. nunc sunt duo numeri. g. minor. b. maior. g. est pars. b. sicut. h. d. per premisam. h. residuus. g. est tota pars. f. residui. b. quota. g. totus totius. b. tertia que quidem tertia de nominatur a ternario. Et iterum. g. est medietas ipsius. a. f. h. detrahitur. a. g. est medietas. c. detrahitur ab. a. sequitur per eandem premisam ut. k. residuus. g. sit medietas. e. residui. a. que quidem medietas de nominatur a binario. Et sic. h. est pars communis. f. f. e. ergo. per. s. diffinitionem totus ter. e. est totius. f. quotiens. k. continetur. in. e. Et tote quotiens. k. continetur in. f. maiore sed in. f. continetur ter. Et in. e. bis ergo sunt due tertie Et ita concluditur in fine Et quia totus et tote erat. a. b. patet propositum quia possumus fuisse. a. esse due tertie totius. b. Et per modum sequentem si possumus fuisse tres quarte uel quatuor quinte ipsius. b. Et c.

Propositio 9.



Si fuerint quatuor numeri quorum primus secundus tota pars quota tertius quartus erit permutata tota pars aut partes primus tertius quota pars aut partes secundus quartus.

Sit. a. primus tota pars. b. secundus quota. c. tertius. d. quartus. f. sit. a. f. b. minores. c. f. d. Alter enim est conuersus quod proponit. Dico quod quota pars uel partes est. a. c. tota uel tote est. b. d. Dividuntur enim. a. quidem in quantitate. a. d. uero fm. c. erit per presentem ypoth. et partes. b. quot. d. Et quia una quorum partium. b. est equalis. a. Et itaque. d. c. Est autem. a. c. pars aut partes per presentem ypoth. Et per quartam. Est itaque pars aut partes. b. sue comparis ex partibus. d. ut prima prime. Secunda secundae. Et ceteris. Tota pars aut partes quota uel quote est. a. c. Per. s. igitur uel. s. sub diffinitione quotiens oportuit repentiter tota pars aut

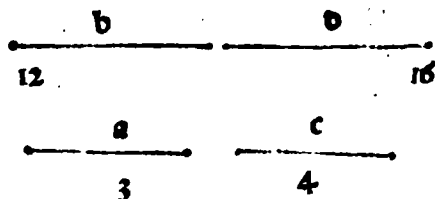
partes. b. d. quota uel quote est. a. c. quod est propositum.

Propositio .10.



Si fuerint quatuor numeri: quorum primus totę ptes secundi quote tertius quarti: erit permutatim primus tota pars aut partes tertij quota uel quote secundus quarti.

Sint quatuor numeri ut prius quorum similiter minores sint. a. f. b. sitq. a. totę partes. b. quote. c. est. d. dico q. quota pars aut partes est. a. c. tota uel tote est. b. d. ¶ Diuidatur enim minores in partes illas qui sunt. a. f. c. eruntq. per presentem hypothe. totę ptes. a. quot. c. ¶ Et quia unaqueq. ex partibus. a. ē tota pars. b. quota quelibet ex partibus. c. est. d. ¶ Hoc enim habemus ex nostra ypothe. erit permutatim per premisam: ut quota pars aut partes ē. b. d. tota uel tote sit una queq. ex partibus. a. sue comparis ex partibus. c. ¶ Per quintam igit uel sextam sub disunctione quotiens oportuerit repetitas: erit tota pars aut partes. b. d. quota uel quote est. a. c. quod est propositum.



Propositio .11.

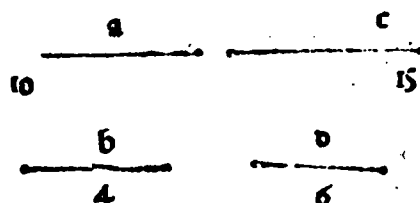


Si fuerint quatuor numeri proportionales quorum primus secundo et tertius quarto sit maior: erit secundus tota pars: aut partes primi quota uel quote quartus tertij. Quod si secundus fuerit tota pars aut partes primi quota uel quote quartus tertij quatuor numeros pportionales esse conueniet.

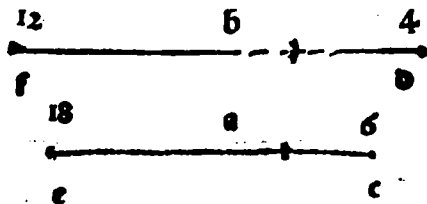
Sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. sitq. a. f. c. maiores: dico q. quota pars aut partes est. b. a. tota uel tote est. d. c. ¶ E converso. ¶ Erit enim per conuersionem diffinitionis similium proportionum ut quotiens. b. in. a. totiens sit. d. in. c. ¶ Si qua pars aut partes. b. superfluit in. a. tota pars aut partes. d. superfluant in. c. si itaq. contineatur. b. in. a. sine superfluitate partit: quia totiens sine superfluitate continetur. d. in. c. erit per diffinitionē similium partium: quota pars. b. a. tota. d. c. q. si quotienslibet cōtinetur. b. in. a. cum superfluitate partit: quia totiens continetur. d. in. c. cum superfluitate similis partis distincto. a. fm. b. ut superfluat. c. atq. c. fm. d. ut superfluat. f. erit tota pars. e. b. quota. f. d. ¶ At quia totiens continetur. b. in. a. in. c. in. d. itemq. e. in. a. quotiens. f. in. c. erit per. 16. diffinitionem. b. totę ptes. a. quotę quote. d. c. ¶ Si autem. b. quotienslibet continetur in. a. cum superfluitate quotlibet partium: quia totiens cōtinetur. d. in. c. cum superfluitate totidem fm. similium partium: distincto a. fm. b. ut superfluat. c. similiter. c. fm. d. ut superfluat. f. erit. e. totę ptes. b. quotę quote. f. d. ¶ Sumpta itaq. una ex ipsis argumentandum ut prius: sicq. patet primum. ¶ Secundum sic sit. b. a. tota pars aut partes quota uel quote. d. c. dico q. erit pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ¶ Si enim est tota pars constat propositum. ¶ Si autem tote partes diuisis eis fm. ptes illas patebit totiens esse. b. in. a. quotiens. d. in. c. ¶ Et totam partem aut partes. b. superfluere in. a. quotā aut quote. d. superfluant in. c. per diffinitionem itaq. est proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. sicq. liquet totum.

Castigator.

Scilicet per secundam quicunq. eiusdem sue equalium f. c. Quia cum. e. f. f. sint partes similes. b. f. d. per diffinitionem. 14. ab eodem numero denominantur: ¶ per consequens numerus fm. quem. e. cōtinetur in. b. esse equalis numero fm. quem. f. continetur in. d. tunc per communem scientiam dictam. differentia. a. ad. c. ¶ differentia. f. ad. c. cum sint equalium eque multiplices. hoc est illorum numerorum denominantiū partes illas: sequitur. e. totiens contineri in. a. quotiens. f. in. c.

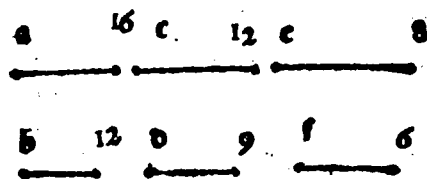


Propositio .12.



If a duobus numeris fm suas proportionales duo numeri detrahantur: erit proportio reliqui ad re, i quum tanq; proportio totius ad totum.

¶ Quod proposuit Euclides in .19. qnti. de quantitatibus genere: pponit hic de nūeris. **¶** Ut si sit pportio totius .a. ad totū .b. sicut .c. detracti .ab. a. ad .d. detracti .a. b. erit .e. residui .a. ad .f. residuum .d. sicut .a. ad .b. **¶** Si .n. a. sit minor .b. erit p presentem ypoth. **¶** p conuersionem diffinitionis .c. tota ps aut pres. d. quora uel quote est .a. b. per .7. igitur uel .8. erit .e. tota pars aut partes. f. quora uel quote est .a. b. per diffinitionem igitur erit pportio una qd est propositum. **¶** Qd si .a. sit maior .b. erit p primam ptem pmissae quora ps aut pres. b. a. tota uel tote. d. c. qre p .7. uel .8. tota uel tote erit .f. e. itaq; p secundam ptem pmissae .e. ad .f. sicut .a. ad .b. quare cōstat ppositum. **¶** Cedūt aut huic .7. **¶** .8. hec enim sola q ambe ille continet. **¶** Volunt aut qdam scdam partem huius pbare p .19. quinti; sed si hoc intenderet Euclides: cum ista pponat prticulariter qd illa uniuersaliter uane illa demonstrata in qnto ppositum fuisset hāc hic in septimo. Et qd itez non demonstrat eam simplr p .19. quinti. At uero nec modum demonstrationis illius possunt affirmare ad demonstrationem huius cum illa demonstrat in quantitatibus in genere. p pportionalitatem pmutatam q infra demonstrat in numeris. Existimo autē rōabiliter conuincit ur Euclidem quē uultum demonstratoris arithmetici grā decimi in quo sine numeroz aliqua precognitiōe trāsire non poterat constare assumere. **¶** Idcirco plurima eoz que in quinto de quantitatibus in genere demonstrauit. hic repetere demonstranda de numeris: qm p alia pncipia propria uidelicet numeroz q magis nota sunt intellectui q ea per que processit in quinto ipsa demonstrare intendit: pncipia enim quinti propter maliciam quantitatū incōmunicantium difficilia sunt pncipia uero numerorum magis ultro se intellectui applicanti facilius q illa. Egent enim illa intellectu magis disposito.

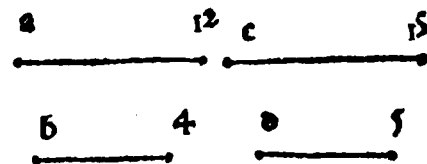


Propositio .13.



If fuerint quotlibet numeri proportionales quantus erit unus antecedens ad summi consequentem: tantierunt oēs antecedētes pariter accepti ad omnes consequentes pariter acceptos.

¶ Quod pponit Euclides p .13. quinti de quantitatibus in genere pponit p hanc de numeris. **¶** Ut si sint .a. b. c. d. e. f. pportionales dico q que ē pportio .a. ad .b. ea est q .a. c. e. pariter acceptorum ad .b. d. f. pariter acceptos. **¶** Si enim .a. c. e. sint minores .b. d. f. erit p conuersionem diffinitionis quora ps aut partes. a. b. tota uel tote. c. d. e. f. **¶** Per .5. ergo uel per .6. quotiens oportuerit repetitas: erit quora pars uel partes. a. b. tota uel tote. a. c. e. pariter accepti. b. d. f. pariter acceptorum: quare per diffinitionem pportio una. **¶** Si aut .a. c. e. sint maiores .b. d. f. erit p primam partem. .11. quora pars uel partes. b. a. tota uel tote. d. c. e. f. **¶** Per .5. ergo uel .6. quotiens oportuerit repetitas: erit quora pars uel partes. b. a. tota uel tote. b. d. f. piter accepti. a. c. e. pariter acceptorum. itaq; per secundam partem. .11. pportio .a. ad .b. sicut .a. c. e. pariter acceptorum ad .b. d. f. pariter acceptos: quod est propositum.



Propositio .14.



If fuerint quatuor numeri proportionales: permuatim quoz proportionales erunt.

¶ Modum arguendi qui dicitur proportionalitas permuatata quam demonstrauit Euclides per .16. quinti in quantitatibus in genere: pponit hic demonstrādū in numeris. **¶** Ut si sit pportio .a. ad .b. sicut .c. ad .d. erit pmutatim a ad .c. sicut .b. ad .d. **¶** Erit enim .a. maior .b. aut minor: similiter quoq; c maior .c. aut minor. **¶** Sit itaq; pmo minor utroq; erit ergo p presentem

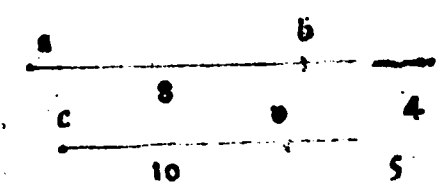
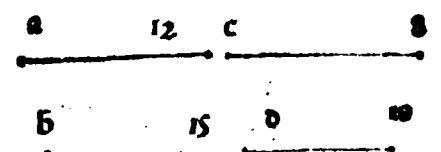
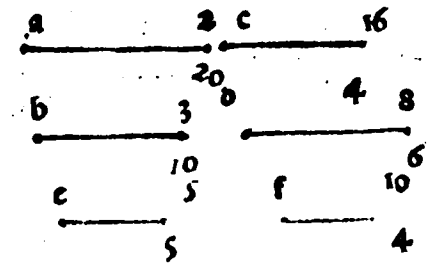
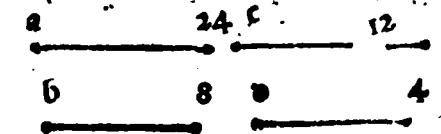
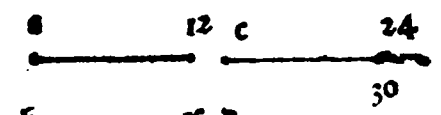
ypothe. ff. conuersionem diffinitionis. a. tota pars aut partes. b. quota uel quote. c. d. per. 9. itaq. uel. 10. erit pmutatim. a. tota pars aut partes. c. quota uel quote. b. d. quare per diffinitionem proportio una. ¶ Sit igitur. a. maior utroq. i. eritq. per primam partem. i. ut quota pars aut partes est. b. a. tota uel tote sit. d. c. quare per. 9. uel. 10. tota pars aut partes erit. d. b. quota uel quote. e. a. igitur per secundam partem. i. erit. a. ad. c. sicut. b. ad. d. ¶ Sit tertio. a. maior. b. ff. minor. c. eritq. per primam partem. i. tota pars aut partes. b. a. quota uel quote. d. c. quare per. 9. uel. 10. quota uel quote e. a. c. tota uel tote erit. b. d. per diffinitionem itaq. proportio una. ¶ Vltimo quoq. sit. a. minor. b. maiorq. c. eritq. ut tota pars aut partes sit. c. d. quota uel quote est. a. b. per. 9. itaq. uel. 10. erit tota uel tote. d. b. quota uel quote. c. a. qre per secundam ptem. i. b. ad. d. sicut. a. ad. c. sicq. constat propositum. ¶ Huic autem cedunt. 9. ff. 10. quia hec sola quod ambe ille pponit.

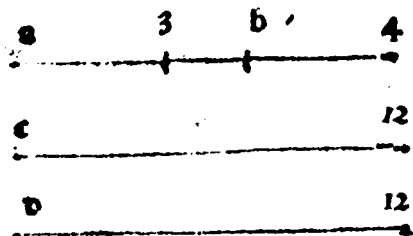
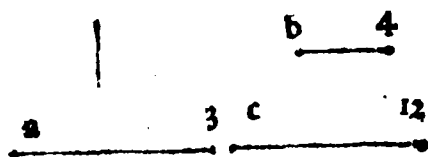
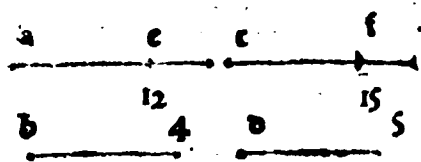
Propositio . 15.



¶ Si fuerint quotlibet numeri aliiqz secundum eoruz numerum omnesqz duo ex pncipz bus secundum pportionem omnium duorum ex posterioribus in proportionem equalitatis proportionales erunt.

¶ Modum arguendi qui dicitur equa proportionalitas quam demonstrauit Euclides per. 22. quinti de quantitatibus in genere proponit hic demonstrandum in numeris directe proportionalitatis. ¶ Equam autem proportionalitatem quam demonstrauit per. 23. quinti de quantitatibus indirecte proportionalitatis non proponit demonstrandum in numeris sed eam demonstrabimus infra sup. 19. huius. ¶ Nec est necessarium ut pdemonstremus in numeris quod demonstratum est p. 1. quinti de quantitatibus in genere uidelicet si quotlibet proportionales in numeris fuerint uni equales uel eadem ipsas e sibi equales uel easdem. ¶ Hoc enim manifestum est p diffinitionem ut si. a. ad. c. ff. c. ad. f. sit sicut. b. ad. d. erit tam. a. c. ff. c. f. tota ps aut partes quota uel quote. b. d. ¶ Aut totiens continebit. a. c. ff. c. f. quotiens. b. d. ¶ Et tota pars aut partes superfluent. c. in. a. ff. f. in. c. quota uel quote. d. in. b. ¶ Quia ergo quota pars aut partes est. a. c. tota uel tote est. e. f. ¶ Aut quoties. a. continet. c. totiens. e. f. ¶ Et quota pars aut partes. c. superfluent. in. a. tota uel tote. f. in. e. ¶ Erit per diffinitionem. a. ad. c. sicut. e. ad. f. ¶ Sint igitur ut proponitur numeri. a. b. c. ff. alii totidem. c. d. f. sitq. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ff. b. ad. e. sicut. d. ad. f. ¶ Dico q. erit in equa proportionalitate. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ¶ Erit enim per premisam. a. ad. c. si cut. b. ad. d. sed ff. b. ad. d. sicut. e. ad. f. quare. a. ad. c. sicut. e. ad. f. ¶ Igitur per eandem. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ¶ Idem erit sumptis pluribus. ¶ Sicq. constat propositum. ¶ Quoniam autem Euclides ceteras quatuor species proportionalitatis que sunt conuersa; coniuncta; disiuncta; euerfa; non proponit demonstrandas in numeris; conueniens arbitramur eas quas auctor tanq. facile demonstrabiles pretermisit demonstrare. ¶ Primum itaq. demonstrabimus conuersam ut si sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico q. erit e conuerso. b. ad. a. sicut. d. ad. c. ¶ Si enim fuerit. a. minor. b. tuc quoq. erit c. minor. d. ff. tota pars aut partes. a. b. quota uel quote. c. d. quare per secundam partem. i. erit. b. ad. a. sicut. d. ad. c. ¶ Si autem fuerit. a. maior. b. erit quoq. ff. c. maior. d. ff. per primam partem. i. b. tota pars aut partes. a. quota uel quote. d. c. per diffinitionem igitur. b. ad. a. sicut. d. ad. c. ¶ Disiunctam proportionalitatem ostendere. ¶ Ut si sit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. erit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ¶ Erit eni permutatim. a. b. ad. c. d. sicut. b. ad. d. ¶ Et per. 2. sicut. a. ad. c. ¶ Quia ergo. a. ad. c. sicut. b. ad. d. erit permutatim. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ¶ Coniuncte proportionalitati demonstrationem asserre. ¶ Ut si sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. ¶ Erit enim permutatim. a. ad. c. sicut. b. ad. d. quare per. 13. a. b. ad. c. d. sicut. b. ad. d. permutatim igitur erit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d.





¶ Euerſam proportionalitatem reſtat in numeris ſtabilitate.

¶ Vt ſi ſit. a. b. ad. b. ſicut. c. d. ad. d. erit. a. b. ad. a. ſicut. c. d. ad. c. ¶ Erit. n. permutatim. a. b. ad. c. d. ſicut. b. a. d. d. quare per. n. ſicut. a. ad. c. permutatim igitur erit. a. b. ad. a. ſicut. c. d. ad. c. ¶ Pater itaq. totum. ¶ Ex his quoq. leue eſt demonſtrare in numeris q. Euclid eſt proponit per. 24. quinti de quantitibus in genere uidelicet q. **¶** Si proportio primi ad ſecundum fuerit ſicut tertij ad quartum quinti quoq. ad ſecundum ſicut ſexti ad quartum: erit proportio primi z quinti pariter acceptorum ad ſecundum ſicut tertij z ſexti ad quartum.

¶ Vt ſi ſit. a. ad. b. ſicut. c. ad. d. itemq. e. ad. b. ſicut. f. ad. d. erunt. a. f. e. pariter accepti ad. b. ſicut. c. f. f. pariter accepti ad. d. ¶ Erit enim per conuerſam proportionalitatem. b. ad. e. ſicut. d. ad. f. quare per equam proportionalitatem. a. ad. e. ſicut. c. ad. f. ergo coniunctim. a. f. e. ad. e. ſicut. c. f. f. ad. f. ¶ Itaq. per equam proportionalitatem. a. f. e. ad. b. ſicut. c. f. f. ad. d. qd eſt propoſitum. ¶ Eodemq. modo probabis e conuerſo. ¶ Si ſit. b. ad. a. ſicut. d. ad. c. itemq. b. ad. e. ſicut. d. ad. f. ¶ Erit b. ad. a. f. e. ſicut. d. ad. c. f. f. ¶ Erit enim per conuerſam proportionalitatem. a. ad. b. ſicut. c. ad. d. ¶ Quare per equam. a. ad. e. ſicut. c. ad. f. ¶ Et coniunctim. a. f. e. ad. e. ſicut. c. f. f. ad. f. igitur e conuerſo. e. ad. a. f. e. ſicut. f. ad. c. f. f. ¶ Per equam itaq. proportionalitatem erit. b. ad. a. f. e. ſicut. d. ad. c. f. f. quod erat propoſitum. ¶ Ex hoc quoq. maniſteſtum eſt q. ſi fuerit proportio quolibet numeroꝝ ad primum ſicut totidem alioꝝ ad ſecundum. erit aggregati ex omnibus antecedentibus ad primum ad primum ſicut aggregati ex omnibus antecedentibus ad ſecundum ad ſecundum. ¶ Iteq. e conuerſo ſi fuerit proportio primi ad quolibet numeros ſicut ſecundi ad totide alioſi erit primi ad aggregatum ex omnibus conſequentibus ad ipſum ſicut ſecundi ad aggregatum ex omnibus conſequentibus ad ipſum.

¶ Caſtigatoꝝ.

a **¶** Et hoc quia ſemper habentur. 6. numeri. quoz. primus ad ſecundum ſicut tertius ad quartum ¶ quintus ad ſecundum ſicut ſextus ad quartum: ¶ ſic primus ¶ quintus dicuntur antecedentes ad ſecundum ¶ tertius ¶ ſextus antecedentes ad quartum: ¶ ſic et dñr eoz. conſequentes. ¶ 16 aggregati ex primo ¶ quinto ſit unus numerus ¶ aggregati ex tertio ¶ ſexto ſit alius ¶ ulterius accipit unus alius numerus p. quinto ad primum: ¶ illud aggregati hñ p. primo ad ſecundum ¶ unus alius pro tertio ad quartum: ¶ illud aggregati habet pro ſexto ¶ ſic in infinitum ¶ e conuerſo ¶ c. ¶ patet correlarium.

Propoſitio .16.



3 numeret unitas aliquem numerum quotiens quilibet tertius aliquem quartum: erit quoq. permutatim vt quotiens unitas numerat tertium totiens ſecundus numeret quartum.

¶ Vt ſi ſit unitas ad. a. ſicut. b. ad. c. erit pmutatim unitas ad. b. ſicut. a. ad. c. ¶ Nō ſupfluit autē hec demonſtrata pmutata pportione: nō enim ex illa pōt cōcludi quod hic pponitur. Nam illa demonſtrata eſt de. 4. numeris pportionalibus: unitas uero nō eſt numerus per diſſinitionē. ¶ Hoc ergo mō pateat propoſitum. ¶ Diuidat a. p. unitates ¶ c. ſm quantitatem. b. eruntq. per preſentē ypothe. tot partes a. quot c. ¶ Et quia unaqueq. partiu. a. eſt unitas ¶ unaq. partiu. c. eſt eqli. b. erit ut quotiens unitas in. b. totiens unaqueq. partiu. a. in ſua cōpari ex partibus. c. ¶ Per modū itaq. demonſtrationis. ſ. ſequet toties eſſe. a. i. c. quotiens unitas in. b. quod eſt ppoſitum.



Propoſitio .17.

3 duorum numerorum uterq. dicatur in alteris qui inde producentur erunt equales.

¶ Sicut ſi ex. a. in. b. pueniat. c. ¶ ex. b. in. a. pueniat. d. erunt c. ¶ d. equales. ¶ Cū enim b. multiplicatus per. a. pducatur. erit p. cōuerſionem diſſinitionis. b. in. c. quotiens

unitas in .a. ergo per premisam erit .a. in .c. quotiens unitas in .b. ¶ Et quotiens est .a. etia in .d. quia ex .b. in .a. fit .d. sequitur ut totiens sit .a. in .c. quotiens in .d. ¶ Per concep. igitur .c. fit .d. sunt similes. ¶ Possumus quoque hanc conclusionem alio modo pponere. ¶ Si duorum numeroz uterq. ducatur in alterz idem numerus utrobiz pueniet. ¶ Vt si ex .a. in .b. pueniat .c. idem et ex .b. in .a. pueniet. ¶ Quia enim ex .a. in .b. fit .c. erit ut prius p conversione diffinitionis .b. in .c. quotiens unitas in .a. Et permutatim per premisam .a. in .c. quotiens unitas in .b. ¶ Quia igitur .a. totiens sibi coaceruatur in .c. quotiens in .b. est unitas sequitur p diffinitionem q. ex .b. in .a. fit .c.

Propositio .18.



¶ Unus numerus in duos ducatur: tatus erit duorum inde pductorum alter ad alterum: quantus duorum multiplicatorum alter ad alterum.

¶ Multiplicet .a. utrumq. duorum numeroz .b. et .c. et proueniat .d. et .e. dico q. erit pportio .d. ad .e. sicut .b. ad .c. ¶ Sequitur enim p conversione diffinitionis eius qd est multiplicari ut .b. in .d. et .c. in .e. sit quotiens unitas in .a. quare p diffinitionem pportio .d. ad .b. est sicut .e. ad .c. ¶ Equaliter enim eos cotinet: quia quotiens .a. unitate. ¶ Ergo permutatim .d. ad .e. sicut .b. ad .c. qd e. propositum.

Propositio .19.



¶ Duo numeri vnu multiplicent: erit pportio duorum inde pductorum tanq. duorum multiplicatiu.

¶ Ex conversione antecedentis premise concluditur hec eadem passio que in premisa. ¶ Vt si uterq. duorum numeroz .b. et .c. multiplicet .a. et proueniat .d. et .e. erit .d. ad .e. sicut .b. ad .c. ¶ Erit eni p ante premisam. ut ex .a. i .b. et .c. fiant .d. et .e. quare p premisam .d. ad .e. sicut .b. ad .c. quod est propositum.

¶ Potes aut qd pponit p hac et premisam de duobus numeris ad quotlibet numeros ampliare. ¶ Quod si vnus multiplicet quotlibet erit pductoru et multiplicatiu una pportio. ¶ Similiter quoq. si quotlibet multiplicent vnus erit pductorum et multiplicatiu una pportio. ¶ Quod p hac et premisam quotiens oportuerit repetitas facile pbabis. ¶ Hic aut ut supra polliciti sumus demonstrare uolumus equa pportionalitate in quotlibet numeris duorum ordinum indirecte pportionalitatis quam demonstrat Euclides p. 23. quinti in quantitatibus in genere: dicimus igitur qm.

¶ Si quotlibet numeri totide alijs fuerint ind. recte pportiones les extremi quoq. in eade pportione pportionales erunt.

¶ Vi si sit .a. ad .b. sicut .d. ad .f. ¶ Et .b. ad .c. sicut .e. ad .g. ¶ Erit .a. ad .e. sicut .c. ad .f. ¶ Ducatur enim .c. in .d. et .f. ¶ Et proueniant .g. et .h. ¶ Eritq. per premisam .g. ad .h. sicut .d. ad .f. ¶ Quare et sicut .a. ad .b. ¶ Ducatur ite .f. in .d. et proueniat .k. ¶ Eritq. p hanc .g. ad .k. sicut .c. ad .f. ¶ Et quia ex .f. in .d. fit .k. fiet idē e converso p. 17. ex .d. in .f. ¶ Quia igitur .e. et .c. et .d. in .f. sunt .h. et .g. ¶ Erit p hac .h. ad .k. sicut .c. ad .d. ¶ Quare sicut .b. ad .c. ¶ Et quia iam ostensum est q. e. g. ad .h. sicut .a. ad .b. erit p. 15. a. ad .c. sicut .g. ad .k. ¶ Sed sic erat etiam .c. ad .f. ¶ Est igitur .a. ad .e. sicut .c. ad .f. quod est propositum. ¶ Idem probabis si fuerint in utroq. ordine numeri plures tribus queadmodu pbat in 23. quinti de q. titatibus pluribus tribus.

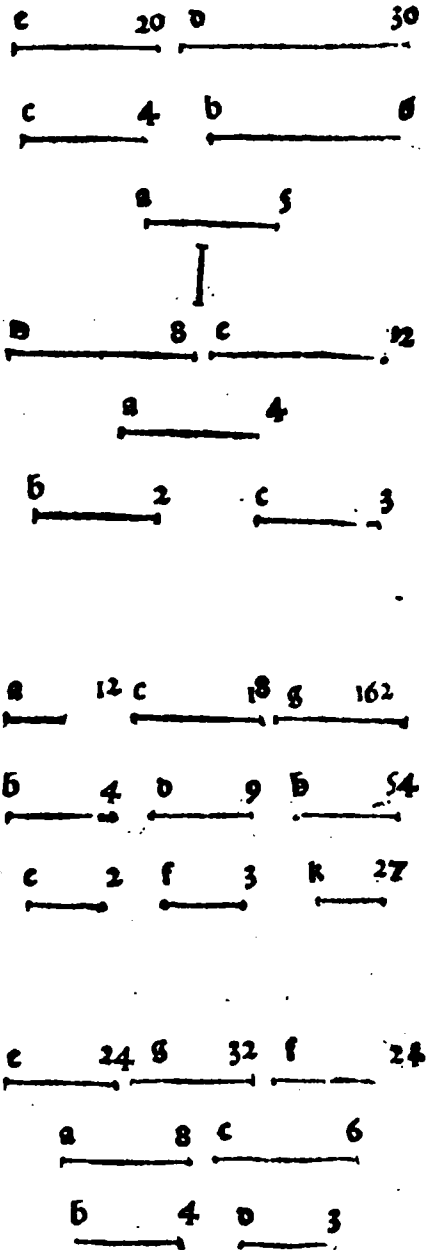
Propositio .20.



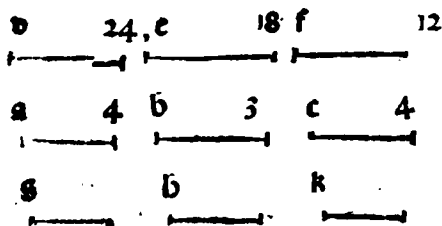
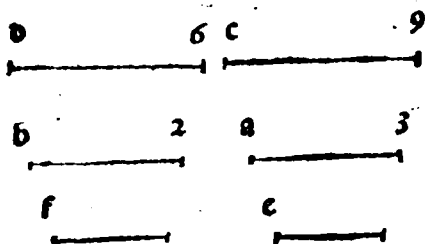
¶ Si fuerint quatuor numeri pportionales quod ex ductu primi in vltimu pducetur equu erit ei quod ex ductu secundi in tertiu. Si vero quod ex primo in vltimu pducetur equu est ei quod ex secundo in tertiu illi quatuor numeri sunt pportionales.

¶ Quod proposuit Euclides per. 15. sexti de quatuor lineis proportionalibus: proponit hic de quatuor numeris proportionalibus verbi gratia. ¶ Sit pportio .a. ad .b. sicut .c. ad .d. fiatq. ex .a. in .d. et .e. et ex .b. in .c. et .f. dico q. e. et .f. sunt equales et e converso. ¶ Ducatur enim

b iii



a. in. b. fiat. g. ¶ Eritq. per. 18. g. ad. e. sicut. b. ad. d. ¶ Et quia per. 12. ex. b. in. a. fit. g. ¶ ex eodem. b. in. c. f. erit per. 18. g. ad. f. sicut. a. ad. e. ¶ Sed p. 14. e. a. ad. c. sicut. b. ad. d. ergo erit. g. ad. f. sicut. g. ad. e. ¶ Equales igit sunt. f. f. e. quod est pimum. ¶ Nec oportet pdemonstrare si vnus numeri ad duos sit vna proportio q ipsi sunt equeles aut si ipsi sunt equales q vnus ad ipso sit vna proportio. ¶ Si enim est vna proportio. g. ad. e. f. aut ipse erit tota pars vel partes. e. quota vel quote idem est. f. ¶ tunc per cōceptionem patet. e. f. f. esse equeles. ¶ Aut toties. g. continebit. e. quotiens. f. ¶ Et supfluent in eo tota pars vel ptes. e. quota vel quote in eodē supfluent. f. ¶ tunc et per conceptionem patet eos esse equales. ¶ Quod si ipsi fuerint equales patet per conceptionem q aut. g. erit tota pars vel partes. e. quota vel quote. f. ¶ tunc per diffinitionem erit ipsius. g. ad. vtrumq. eorum proportio vna. ¶ Aut equaliter continebit vtrumq. cum supfluitate similitum ¶ tot numero partium: ¶ tūc etiā per diffinitionē erit eius ad vtrumq. proportio vna. ¶ Secūdum sic patet sit. e. productus ex. a. in d. equalis. f. producto ex. b. in. c. dico q pportio. a. ad. b. est sicut. c. ad. d. ¶ Et est hec conuersa prime partis. ¶ Sit enim vt prius. g. qui sit ex. a. i. b. ¶ quia. e. f. f. sunt equales. erit. g. ad. vtrumq. eorum proportio vna: ¶ quia vt prius per. 18. g. ad. f. sicut. a. ad. e. ¶ ad. e. sicut. b. ad. d. erit. a. ad. c. sicut b. ad. d. quare permutatim. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ¶ Non proponit autē En clides de tribus numeris cōtinue proportionalibus q ille qui ex ductu primi in tertium producit sit equalis quadrato medii. Et si ille qui ex primo in tertium producit sit equalis quadrato medii q illi tres numeri sint continue proportionales sicut proponit in. 16. sexti de tribus lineis. ¶ Hoc enim facile demonstratur per hāc. 10. medio illorum trium numerorum equali assumpto: quemadmodum in sexto de tribus lineis probatur per quatuor assumpta quarta equali medie.



Propositio .21.



¶ Meri secundum quamlibet proportionem minimi numerat quoslibet in eadem pportione minores et maiores maiorem equaliter.

¶ Sint. a. f. b. minimi numeri in sua proportionē sitq. c. ad. d. sicut. a. ad. b. dico q. a. numerat. c. f. b. d. equaliter. ¶ Cum sit enim. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit permutatim. a. ad. c. sicut. b. ad. d. ¶ Erit igitur. a. c. tota pars vel partes quota vel quote b. d. ¶ Si itaq. fuerit pars constat propositum. ¶ At si partes sit. e. vna partium a. f. f. una partium. b. ¶ quia tota pars est. e. c. per ypothe. quota. f. d. erit per diffinitionem proportio. e. ad. c. sicut. f. ad. d. ¶ Quare permutatim. e. ad. f. sicut. c. ad. d. ¶ Quare etiā sicut. a. ad. b. nō sunt itaq. a. f. b. minimi sue proportionis: quod est contrarium positis. Similiter quoq. ¶ Quotlibet numeri siue in eadem proportionē siue in diuersis minimi numerant omnes in eadem proportionē quosq. suum correlatiuum equaliter.

¶ Vt si sint. a. b. c. minimi in eadem proportionē vel in diuersis. ¶ Sint q. in eadem uel eisdem. d. e. f. ita q sit. d. ad. e. vt. a. ad. b. ¶ e. ad. f. vt. b. ad. c. dico q. a. numerat. d. ¶ b. e. f. c. f. equaliter. ¶ Quia enim est. a. ad. b. vt. d. ad. e. erit permutatim. a. ad. d. vt. b. ad. e. ¶ quia. b. ad. c. vt. e. ad. f. erit etiam permutatim. b. ad. e. vt. c. ad. f. quare. b. ad. e. ¶ c. ad. f. sicut. a. ad. d. ¶ Et quia. a. b. c. sunt minores. d. e. f. erit. b. e. f. c. f. tota pars aut partes. quota est. a. d. ¶ Si itaq. pars constat propositum. ¶ At si partes sit. g. vna partium. a. ¶ h. vna partium. b. ¶ k. vna. c. ¶ Eritq. per presentem ypothe. tota pars. h. e. f. k. f. quota. g. d. ¶ Quare per diffinitionem. b. ad. e. ¶ k. ad. f. sicut. g. ad. d. ¶ Permutatim igitur erit. g. ad. h. vt. d. ad. e. ¶ h. ad. k. vt. e. ad. f. ¶ Quare. g. ad. h. vt. a. ad. b. ¶ h. ad. k. vt. b. ad. c. ¶ Quia ergo. g. h. k. sunt minores. a. b. c. ¶ in eadem proportionē sequitur contrarium positi.

Propositio .22.



Si fuerint duo numeri fm suam proportionem minimi ipsi erunt aduicem primi.

Sint duo numeri. a. f. b. fm suam proportionem minimi. dico q. ipsi sunt contra se primi. **S**i eni non. **N**umeret eos. c. fm. d. f. e. **E**ritq. per. 18. d. ad. e. sicut. a. ad. b. **E**t quia. d. f. e. sunt minores. a. f. b. sequitur a. f. b. nō ēē sue pportiois minimos; qd est contrariū positioni. **S**imiliter quoq. **S**i fuerint quotlibet numeri in continuatiōe suarum pportionū siue eadem siue diuerse fuerint minimi. nullus numerus numerabit omnes.

Vt si sint. a. b. c. minimi in continuatione suarum proportionum; dico q. nullus numerabit omnes. **S**i autē numeret eos. d. a. quidem fm e. b. uero fm. f. f. c. fm g. eritq. per. 18. c. ad. f. sicut. a. ad. b. f. f. ad. g. sicut b. ad. c. **Q**uia ergo. e. f. g. sunt minores. a. b. c. f. fm proportionem eorum non erunt. a. b. c. quales positi sunt; quod est inconueniens. **Q**uāquam autem nullus numeret. a. b. c. si fuerint minimi; potest tamen esse ut quotlibet duos ex eis numeret unus. **D**ucto etenim quotlibet numero in aliquem ad se primum ac utroq. eorum in aliquem tertium ad utrumq. primum; prouenient tres numeri quorum quia duo erunt compositi. Nullus tamen numerabit omnes. **S**int enim. a. b. c. tres numeri quorū quisq. sit primus ad alios; duc. itaq. a. in. b. f. c. f. proueniat. d. f. c. itemq. b. in. c. f. proueniat. f. dico quosq. duos ex. d. e. f. esse aduicem compositos; tamen nullus numerabit omnes. **D**uos quosq. patet esse compositos. **A**. enim numerat. d. f. e. **B**. uero. d. f. f. f. c. e. f. **Q**uod autem nullus numeret omnes; patebit prius demonstrato q. a. est maximus numerans. d. f. e. **B**. quoq. maximus numerans. d. f. f. **E**t. c. maximus numerans. d. f. f. **H**oc autem sic constat. **S**i enim. a. non est maximus numerans. d. f. e. sit itaq. g. numeretq. d. fm. b. f. e. fm. k. **E**ritq. per scādam partem. 10. a. ad. g. sicut. b. ad. b. **I**temq. per eandem. a. ad. g. sicut k. ad. c. **Q**uia ergo. a. est minor. g. erit. b. minor. b. f. k. minor. c. **E**t quia. b. ad. k. sicut. b. ad. c. **V**traq. enim est sicut. d. ad. e. per. 18. bis assumptam. **S**unt autem. b. f. k. minores. b. f. c. **E**rit per immediate sequētem f. per hāc ypothē. q. b. f. c. sunt contra se primi repetire minimis minores; qd quia est impossibile. **E**rit. a. maximus numerans. d. f. e. **E**o dēq. modo probabitur q. b. sit maximus numerans. d. f. f. c. maximus numerans. e. f. f. **S**i quis ergo numerat. d. e. f. per correl. secunde ter assumptum ipse numerabit. a. b. c. sed quisq. eorū primus erat ad reliquos. **A**c cidit igitur impossibile. **S**imiliter quoq.

Quotlibet numeri quos unus non numerat fm continuationem suarum proportionum sunt minimi.

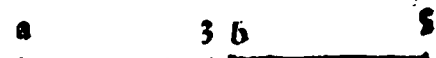
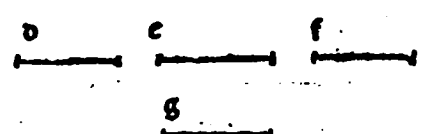
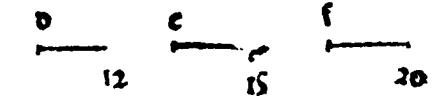
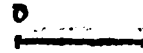
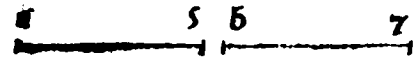
Vt si sint. a. b. c. quilibet numeri quos omnes nullus numerat. dico q. ipsi sunt in continuatione suarum proportionum minimi. **A**lioquin sint minimi. d. e. f. qui per. 12. numerabunt. a. b. c. quisq. suam relatiuū cōlitter. **S**it ergo ut fm. g. eritq. per. 12. ut uicuersa. g. numeret. a. b. c. fm d. e. f. quare accidit contrarium positioni.

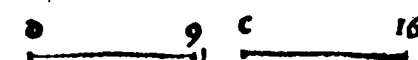
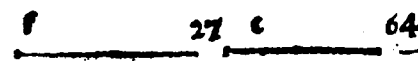
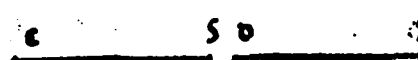
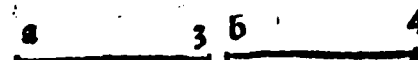
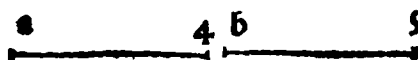
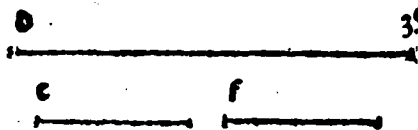
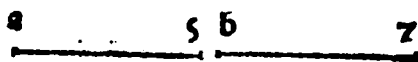
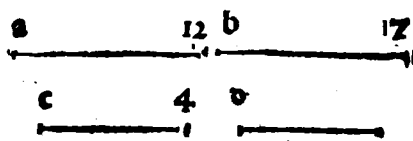
Propositio .23.



Quilibet numeri contra se primi sunt fm suam proportionem minimi.

Hec est conuersa premisse. **V**t si duo numeri sint. a. f. b. cōtra se primi ipsi erūt fm suā pportione minimi. **S**i autē minimi i eadē pportioē si possibile est. c. f. d. **C**ōstat itaq. per. 11. q. c. numerat. a. f. d. b. equaliter sit igitur ut fm. e. erit per. 12. ut uicuersa. e. numerat. a. f. b. a. quidem scādam. c. f. b. fm. d. non sunt igitur. a. f. b. cōtra se primi; quod est contra ypothē.





Propositio 24.



Si fuerint duo numeri contra se primi. si quis unus eorum numeret ad alterum esse primus necessario comprobatur.

Sint. a. f. b. contra se primi. c. vero numeret. a. dico q. c. primus est ad. b. Alioquin numeret eos. d. qui per penultimam conceptionem numerabit etiam. a. non sunt ergo. a. f. b. contra se primi. d. enim numerat ambos.

Propositio 25.



Si fuerint duo numeri ad alium quemlibet primi qui ex ductu unius in alterum producet. ad eundem erit primus.

Sit uterq. duorum numerorum. a. f. b. primus ad. c. f. ex. a. in. b. sit. d. dico q. d. est primus ad. c. Alioquin numeret eos. e. d. quidem fm. f. eritq. per secundam partem. 10. a. ad. e. sicut. f. ad. b. Et quia. a. f. c. sunt primi f. c. numerat c. ipse erit per. 24. primus ad. a. quare per. 23. a. f. c. sunt fm suam proportionem minimis sequitur ergo per. 11. ut. e. numeret. b. Et quia positum est q. ipse numeret. c. non erunt. b. f. c. contra se primi: qd est contra ypothesin.

Propositio 26.



Si fuerint duo numeri contra se primi qui ex uno eorum in seipsum producit ad reliquum e primus.

Sint contra se primi. a. f. b. f. ex. a. in. f. fiat. c. dico q. c. primus est ad. b. Sit enim. d. equalis. a. eritq. d. primus ad. b. f. ex. a. in. d. fiet. c. per premisam igitur patet. c. primum esse ad. b. quod propositum.

Propositio 27.



Si duobus numeris ad alios duos comparatis uterq. ad utrumq. fuerit primus qui ex duobus prioribus ad eum qui ex duobus posterioribus producit. erit primus.

Sint. a. f. b. priores. c. f. d. posteriores sitq. uterq. duorum. a. f. b. primus ad utrumq. duorum. c. f. d. Et ex. a. in. b. sit. e. f. ex. c. in. d. f. dico q. e. primus est ad. f. Hoc autem. 15. ter assumpta euidenter concludit. Cum enim fiat. e. ex. a. in. b. quorum uterq. primus est ad. c. f. ad. d. Erat per ipsam. e. primus ad. c. f. item per ipsam primus ad. d. Quia item. f. sit ex. c. in. d. quorum uterq. primus est ad. e. erit rursus per ipsam. f. primus ad. e. quod est propositum.

Propositio 28.



Si fuerint duo numeri contra se primi ducaturq. eorum uterq. in seipsum: erunt inde producti contra se primi. Itemq. si in utrumq. productorum suum ducatur principium: erunt quoq. producti contra se primi.

Sint. a. f. b. contra se primi ducaturq. uterq. in se: f. p. ueniant ex. a. quidem. c. ex. b. vero. d. Itemq. ducatur. a. in. c. f. proueniat. e. Et. b. in. d. proueniat. f. dico. c. f. d. esse contra se primos. Item q. e. f. contra se primos. Est enim per. 26. c. primus ad. b. Per eandem igitur erit. d. primus ad. a. f. ad. c. sicq. constat primum quod est. c. f. d. esse contra se primos. Reliquum sicut est enim uterq. duorum numero rum. a. f. c. primus ad utrumq. duorum. b. f. d. Itaq. per. 27. erit. e. primus ad. f. quod est reliquum. Non solum autem erit. e. primus ad. f. sed etiam per. 15. ad. b. f. ad. d. Itemq. per eandem. f. ad. a. f. c. sicq. si infinites duceretur utrumq. productorum in suum principium essent omnes producti contra se primi non solum hoc sed quilibet eductus ab. a. ad quemlibet eductum a. b.

Propositio 29.



Si fuerint duo numeri contra se primi qui ex ambobus coaceruatur ad vtrumque eorum erit primus. Si vero ex ambobus coaceruatus ad vtrumque eorum fuerit primus. duo quoque numeri adinuices erunt primi.

Sint. a. & b. contra se primi: dico q. ex eis compositus. a. b. ad vtrumque eorum erit primus & conuerso. **P** Nam si. d. numerat totum. a. b. & alterum eorum numerabit per eam scientiam & reliquum quare non erunt contra se primi: sed hoc positum fuerat: patet ergo primum. **P** Secundum si. sit. a. b. primus ad vtrumque suorum componentium q. sunt a. & b. dico q. a. & b. sunt contra se primi. **P** Posito enim q. d. numeret vtrumque duorum numerorum. a. & b. sequitur per eam scientiam q. etiam numeret. a. b. ex eis compositum: quare ad neutrum duorum numerorum a. & b. erit. a. b. primus: sed positum erat q. esset ad vtrumque. Accidit igitur impossibile. **P** Eodem quoque modo si coaceruatus ex duobus primus fuerit ad alterum: primus quoque erit ad reliquum: ideoque & coaceruati inter se. **P** Sit. n. compositus ex. a. & b. primus ad. a. dico q. erit et primus ad. b. alioquin numeret eos. d. qui per conceptionem numerabit & a. cum numeret totum & deductum hoc autem inconueniens erat enim compositus ex. a. & b. primus ad. a.

Propositio .30.



Nis numerus compositus ab aliquo primo numeratur.

Sit. a. quilibet numerus compositus: dico q. aliquis primus numerat ipsum. **P** Quia enim est compositus numerabitur ab aliquo numero qui sit. b. qui si fuerit primus verum erit quod dicitur: si autem compositus sit. c. qui numerat eum: qui etiam per eam scientiam numerabit. a. si ergo ipse fuerit primus constat quod dicitur. At si compositus necessario numerabit eum alius qui sit. d. qui etiam per communem scientiam numerabit. a. de quo rationare ut prius. **P** Quia ergo quotiens occurrit compositus necesse est minorem assumere qui compositum occurrentem numeret sequitur ut tandem deueniatur ad aliquem primum: alioquin accideret impossibile & contrarium petitioni numerum in infinitum decrescere.

Propositio .31.



Nis numerus aut est primus aut a primo numeratur.

Sit. a. quilibet numerus dico ipsum esse primum vel numerari a primo. **P** Quia si non est primus erit compositus: quilibet autem talis ab aliquo primo numeratur per premissam. a. igitur vel primus est vel a primo numeratur: quod proponitur.

Propositio .32.



Nis numerus primus ad omnem quem non numerat est primus.

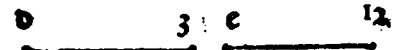
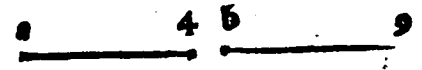
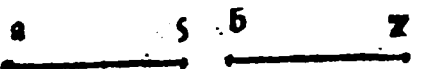
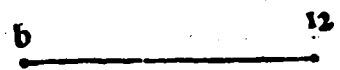
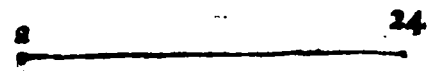
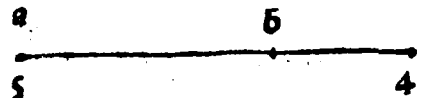
Sit. a. numerus primus non numerans. b. dico q. a. & b. sunt contra se primi. **P** Si enim. c. numerat eos non est verum q. a. sit primus.

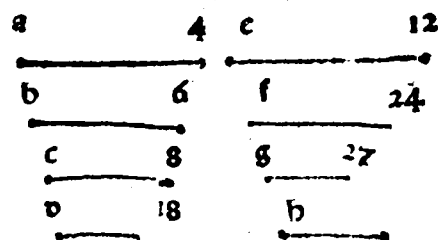
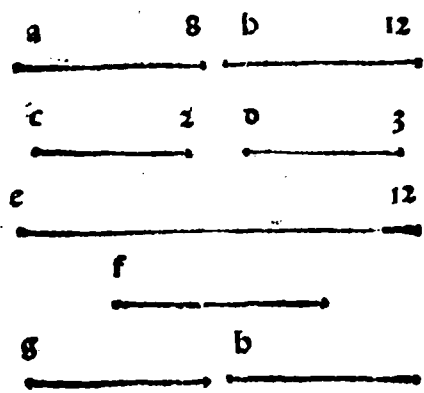
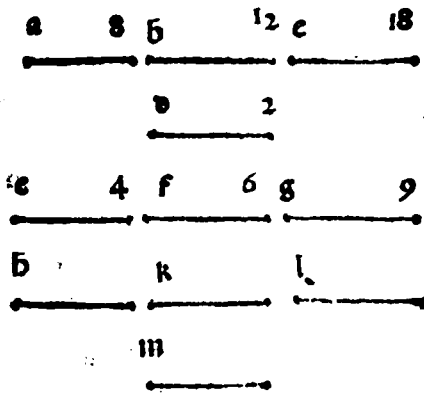
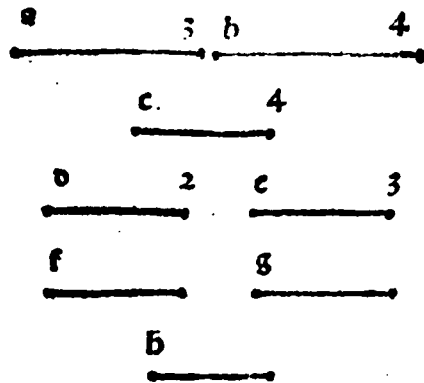
Propositio .33.



Numerus ex duobus productus ab aliquo primo numeretur necesse est eundem primum alterum illorum duorum numerare.

Sit. c. productus ex. a. in. b. & sit. d. numerus primus q. ponat numerare. c. dico q. d. numerat. a. vel. b. **P** Numeret enim. c. fm. e. si ergo non numerat. a. erit primus ad ipsum p. p. misam: & ideo erit fm. sua proportionem minimi p. 23. **P** Et q. a. ad. d. sicut. e. ad. b. p. secundam p. 20. sequitur ut. d. numeret. b. per. 21. q. d. est propositum. **E**nde manifestum est q. si aliquis numerus numerat productus ex duobus vel si eidem fuerit comensurabilis: comensurabilis quoque erit alteri eorum.





Propositio 34.



Imeros fm proportionem numerorum assignatorum minimos inuenire. **E**nde manifestum est maximum numerum duos communiter numerantem fm minimos illius proportionis eos numerare.

Sint. a. f. b. numeri propositi fm quorum proportionem volumus inuenire minimos. **S**i ergo fuerit contra se primi sunt quales inquirimus per. 33. **S**i autem compositi sumantur ut docet secunda maximus eos cōiter numerat qui sit. c. **N**umeretq. eos fm. d. f. e. eritq. in eadem pportione per. 18. **Q**uos dico esse quales et simus. **S**i autem sint. f. g. que per. 11. numerabunt. a. f. b. equaliter sit igitur ut fm. b. eritq. p scdm ptem. 10. c. ad. b. sicut. f. ad. d. vel sicut. g. ad. e. **Q**uare. c. est minor. h. **I**taq. cū. b. nūcet. a. f. b. nō fuit. c. maximus eos numerat sed erat positū q. sicut ergo f. c. Similiter quoq. possumus.

Numeros fm continuitatem proportionum numerorum assignatorum minimos reperire. **E**nde etiam manifestum est maximum numerum quotlibet communiter numerantem fm minimos proportionum eorum eos numerare.

Ut si sint. a. b. c. fm quorum proportionem volumus minimos inuenire siue fuerint in eadem pportione siue in diuersis. **S**i nullus numerus numerat eos omnes ipsi sunt quos querimus per. 33. hoc enim ibi demonstratum est. **S**i autem vnus numerat omnes sumatur ut docet tertia maximus eos communiter numerans qui sit. d. **N**umeretq. eos fm. e. f. g. qui erunt in eadem pportione per. 18. **D**ico eos esse quos querimus. **A**lioquin sint. h. k. l. qui per. 11. numerabunt. a. b. c. equaliter sit ut fm. m. **E**ritq. per secundam partem. 10. d. ad. m. vt. h. ad. e. vel. k. ad. f. vel. l. ad. g. Minor est igitur. d. q. m. quare cum. m. numeret a. b. c. non fuit. d. maximus eos numerans quare sequitur impossibile fuit enim. d. maximus numerans. a. b. c.

Propositio 35.



Silubet duo numeri minimos numeros siue proportionis maior minorem et minor maiorem multiplicantes minimum ab ipsis numeratus producant. **E**nde manifestum est minimum quod duo numerant quemlibet ab eis numeratum numerare.

Sint duo numeri. a. f. b. minimiq. in eorū proportionem. c. f. d. eritq. per primam partem. 10. vt ex. a. in. d. f. b. in. c. fiat idem numerus qui sit. e. **Q**uē dico eē minimum numeratum ab. a. f. b. **A**li ter enim sit. f. quem numeret. a. f. b. fm. g. f. h. eritq. per secundam partē 10. h. ad. g. sicut. a. ad. b. f. sicut. c. ad. d. f. per. 18. erit. c. ad. h. sicut. e. ad. f. cum itaq. per. 11. c. numeret. h. e. numerabit. f. maior minorem quia ergo hoc est impossibile constat verum esse quod dicitur.

Propositio 36.



Propositis quotlibet numeris minimus ab eis numeratum reperire. **M**anifestum etiam ex hoc est minimum numerum quem quotlibet numerant quemlibet ab eis numeratum numerare.

Sint ppositi numeri. a. b. c. d. volo inuenire minimum numerum numeratum ab eis. **I**nuenio itaq. primo minimum numeratum ab. a. f. b. g. si. a. numerat. b. nō erit alius q. b. **S**i autem non numerat eū nec eōuerso: si ipsi sunt cōtra se primi q. ex uno in alio puenit erit minimus p. 33. f. pmissam. **Q**uod si sunt cōcantes sumantur minimi l. eorū pportio: ut docet. 34. f. maiore i minore eorū multiplicato pueniat ē q. erit minimus nūeratus ab eis p pmissam. **S**imili quoq. mō inueniat minimus nūeratus ab. e. f. c. g. sit. f. eritq. f. minimus numeratus ab. a. b. c. **S**ed f. minimus quem numerant. f. g. d. sit. g. eritq. g. minimus quem numerant numeri ppositi. **Q**uod enī oēs ipsum numeretis patet p cōceptionē. **S**ed si non est minimus ponatur ergo. h. quem ga numerat. a. f. b. nū

merabit etiam ipsum per correl. premisse. c. ¶ Per idem quoq. correl. numerabit ipsum. f. sed g. ¶ Maior itaq. numerat minorem quod est impossibile. ¶ Hec si premissa proponuntur in alio loco sub tribus conclusionibus quaz. prima equiualeat pmissis. secunda cōponit ex correlariis amobus. tertia pponit de tribus qd hec de quolibet numeris. Est itaq. pma.

¶ Datis duobus numeris minimus ab eis numeratū inuenire.

¶ Dati numeri sint. a. f. b. quorum minor si numerat maiorem est maior quem q̄rimus. ¶ Alioquin maior eoz. numeraret minorem se. ¶ Si aut neuter neutrum numeret. si ipsi sunt cōtra se pmi. erit qui ex. a. in. b. puenit qui sit. c. minimus oīum quem numerat. a. f. b. ¶ Nam si minorem eo numerauerint esto. d. quem numeret fm. c. f. f. ¶ Eratq. p secundam partem. 10. a. ad. b. sicut. f. ad. e. ¶ Et quia. a. f. b. sunt sue proportionis minimi per. 3. numerabit. a. f. per. 11. ¶ Et quia per. 8. est. c. ad. d. sicut. a. ad. f. Nā ex. b. in. a. f. f. sunt. c. f. d. ¶ Sequit. c. numerare. d. ¶ Sed erat. d. minor c. quare impossibile. ¶ Si autem. a. f. b. sint cōcantes. negociare ppositum vt in. 35. ¶ Secūda trium cōclusionum ex amobus correl. ē cōfecta.

¶ Si plures numeri numerum vnum numerent. necesse est vt minimus quem numerant eundem numerum numeret.

¶ Vt si sit quilibet numerus quem numerat. a. f. b. d. minimusq. ab eisdem numeratus. c. erit vt. c. numeret. d. ¶ Cum. n. sit. d. maior. c. si. c. nō numerat ipsum. numerabit tñ aliquid eius. ¶ Sitq. plurimum quod nūerat. e. f. residuum sit. f. eritq. f. minus. c. ¶ Quia igitur. a. f. b. numerat. c. numerabunt per cōm sciam f. e. sed numerabant. d. itaq. p aliam cōmunem scientiam numerabunt. f. inconueniens ergo sequitur q. c. non fuit minimus quem numerant. a. f. b. ¶ Idem cōuincet f. eodem modo de quolibet numerato a quolibet pluribus. s. q. minimus ab illis quolibet pluribus numeratus eūdem numeret. vltima trium conclusionum est.

¶ Propositis tribus numeris. minimus numerorum ab eis numeratorum inuenire.

¶ Tres numeri ppositi sint. a. b. c. minimusq. que numerant. a. f. b. sit. d. qui sumetur vt prima trium conclusionum docet. ¶ Si igitur. c. numerat d. scito. d. esse quem querimus. ¶ Si. n. a. b. c. minorem eo numerat. sit. n. e. quem per premisam conclusionem numerabit. d. quod est impossibile. ¶ Si aut. c. non numerat. d. signatur. e. minimus numeratus ab eis. ¶ Qd at. e. numeretur ab. a. b. c. patet quia. c. numerat ipsum f. d. similiter ergo f. a. b. q. numerat. d. ¶ Quare. e. numerabit ab. a. b. c. eritq. e. minimus quem numerat. a. b. c. ¶ Si aut sit. f. quem p pmissam cōclusionem numerabit. d. sed. c. numerat. f. quia. a. b. c. numerat eum quare. c. d. numerabit eū quare p premisam. e. numerabit eū f. est maior eo. ¶ Sed f. e. maior minorem quod non esse potest. Idem inuenies f. eodem mō quolibet ppositis.

Propositio .37.

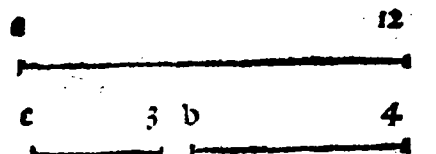
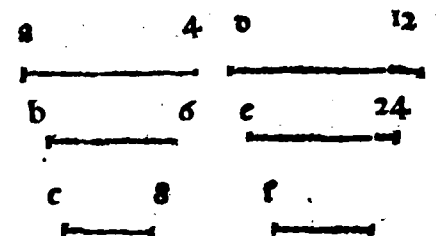
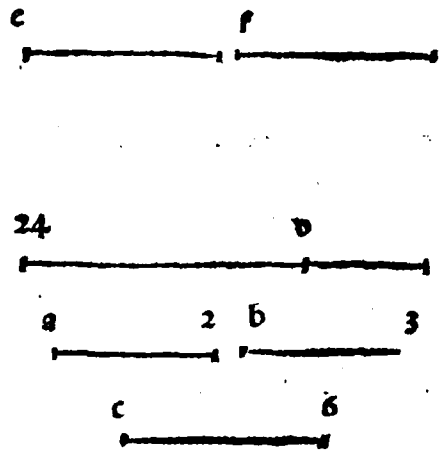
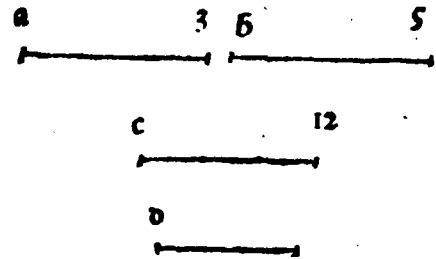
¶ Numerus aliquis alius numerus numeret. erit in numerato pars a numerante denominata.

¶ Huius sensus ē q. oīs numerus numeratus a ternario hēt tertiam f. numeratus a gnario hēt quintā. siq. de ceteris. ¶ Vt si. b. numeret. a. erit in. a. ps denoiata a. b. ¶ Numeret. n. ipsum quotiens vnitas in. c. eritq. per. 16. vt. e. quoq. totiens numeret. a. quotiens vnitas in. b. quare tota pars. est. c. a. quota vnitas. b. ¶ Et quia vnitas est pars oīs numeri ab ipso denominata per cōmunem scientiam. erit. c. pars. a. denominata a. b. quod est propositum.

Propositio .38.

¶ Numerus aliquis partem quācūq. habeat numerabit ipsum numerus ad illam ptes dictus.

¶ Hec est conuersa premisse cuius est intentio q. oīs numerus hīs tertiā nūerat a ternario. f. hīs qntā a gnario. siq. de ceteris. ¶ Vt si. b. sit. ps. a. denoiata. a. c. seq. vt. c. numeret. a. ¶ Quia enim. b. est pars. a. denominata a. c. sed f. vnitas ē ps



e. denominata ab ipso per concep. sequitur ut quotiens unitas numerat. e. totiens. b. numerat. a. ¶ Itaq. per. 16. quotiens unitas. b. toties. c. numerat a. quare constat propositum. ¶ Aliter idem cum sit. b. pars. a. si tota unitas. c. eritq. per hanc communem scientiam unitatem esse partem omnis numeri ab ipso denominatam. c. denominans. b. in. a. ¶ quia e. b. in. a. quotiens unitas in. c. euidenter sequitur propositum per. 16.

Propositio 39.

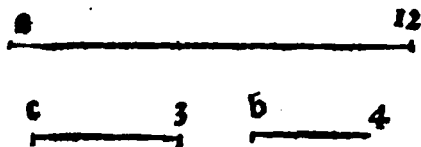


¶ Numerum minimū propositarum denominationum habentem partes inuenire. Ex quo manifestū est q. minimus numerus numeratus a quotibet ē minimus habēs partes denotatas ab ipsis.

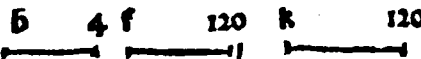
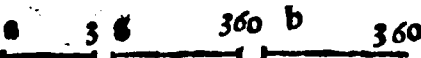
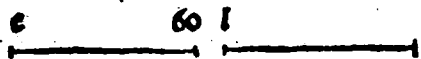
¶ Sint. a. b. c. d. denominantes partes propositas. ¶ e. minimus numeratus ab eis sumptū fm. 36. ipsum. e. dico esse quem querimus. ¶ Sint enim fm quos numerant ipsum. f. g. h. k. eritq. p. 16. ¶ hanc communem scientiam unitas est pars omnis numeri ab ipso dictatur uicuersa. f. g. h. k. numerent. e. fm. a. b. c. d. quare sunt partes eius ab illis dicte. ¶ Est igitur. e. habens partes propositarum denominationum. ¶ Minimus etiam qm. si alter fuerit ut. l. sunt partes. l. dicte ab eis. m. n. p. q. eruntq. per. 16. ¶ predictam cōm scientiam. a. b. c. d. uicuersa partes. l. dicte ab. m. n. p. q. quare non erat. e. minimus quem numerat. a. b. c. d. quod est inconueniens. ¶ Habito minimo: si cura est habere scilicet aut quotūcūque libet q. si secundum sume duplum minimi: si tertium triplū ¶ ad hunc modū in aliis. ¶ Cum enim omnis multiplex. e. numeret ab a. b. c. d. per hanc cōm scientiam. Omnis numerus numerans alium numerat omnem numeratum ab illo. ¶ Necesse est per. 37. ut omnis multiplex. e. habeat partes denominatas ab. a. b. c. d. ¶ Si itaq. duplus. e. nō fuerit secundus habens partes propositarum denominationum: erit alius quem si cut sequitur esse maiorem. e. sic sequitur esse minorem duplo: ¶ quia illum numerant. a. b. c. d. per. 38. sequitur per correl. 36. q. e. numeret eundē quod est impossibile. ¶ Cum enim numeret se. numeraret p hanc cōmū sciētiā omnis numerus numerans totum ¶ detractum: numerat residuum differētiā illius ad se. que cum sit minor se: maior numerus numeraret minorem quod esse non potest: sequitur itaq. duplum. e. esse fm numerū habentem propositarum denominationum partes. ¶ Similiter quoq. argues duplum. e. esse tertium probato duplo esse secundum: alioquin quia esset triplo minor: ¶ duplo maiori sequeretur. e. numerare aliquem inter ipsius duplum ¶ triplum: quod ut prius patet esse impossibile. ¶ Probato autem triplo esse tertium ad huius similitudinem probabis quadruplum esse quartum: ¶ sic in ceteris.

¶ Minimum numerum habentem partes propositarum denominationum sumptarum continue reperire.

¶ Ut minimum numerum habentem tertiam que tertia habeat quartā que etiam quarta habeat quintam aut septimam aut qualitercūq. cōtinuat eas ab eisdem uel diuersis denominari. ¶ Multiplicari oportet denominatorem prime partis in denominatorem secundae ¶ ex eis productū in denominatorem tertie: productum quoq. in denominatorem quarte sicq. de ceteris usq. ad ultimam a prima. ¶ Vel usq. ad primam ab ultima ¶ qui prouenerit erit qui inquiritur ut in. proposito. 60. uel. 84. ¶ Hoc autem ita esse demonstratiue sic habeto. ¶ Sint numeri partes propositas denominantes. a. b. c. d. uolumus inuenire minimum numerum qui habeat partem denominatam ab. a. ita q. illa pars habeat partem denominationem a. b. ¶ illa aliam denominatam a. c. sed ¶ hec aliam dictā a. d. ¶ Ducatur itaq. d. in. c. ¶ proueniat. e. ¶ e. in. b. ¶ proueniat. f. f. quoq. ducatur in. a. ¶ proueniat. g. quem dico esse quem inquirimus. ¶ Cum enim ipse. g. proueniat etiam ex. a. in. f. per. 17. erit. f. pars. g. dicta ab. a. At quia. f. prouenit per eandem ex. b. in. e. erit. e. pars. f. dicta a. b. sed ¶ propter hoc erit. d. pars. e. dicta a. c. ¶ quia unitas est pars. d. dicta ab ipso



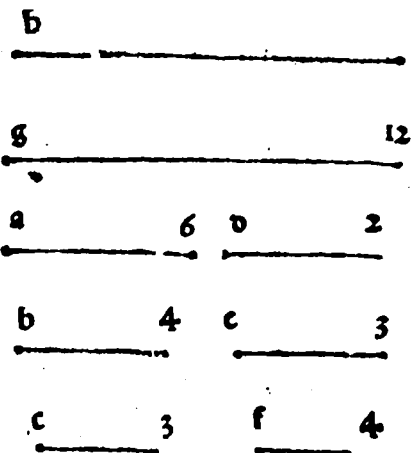
I



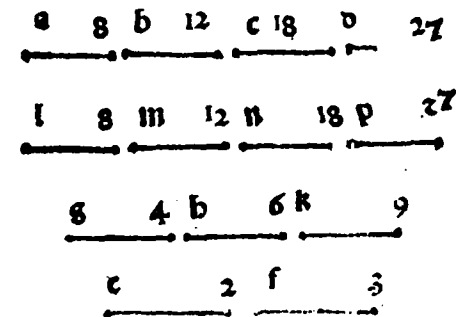
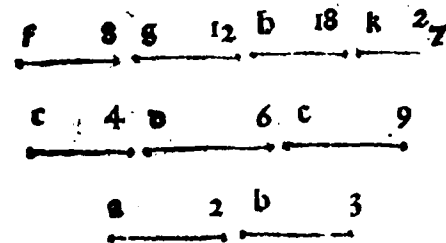
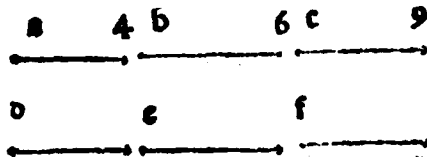
¶ patet. g. habere partes ut proponitur. ¶ Si ergo non fuerit minimus sit. h. sit. k. pars eius dicta ab. a. ¶ l. pars. k. dicta a. b. ¶ m. pars. l. dicta a. c. n. quoque pars. m. dicta. a. d. ¶ Erunt p. 18. ¶ 14. g. ad. f. ut. h. ad. k. ¶ f. ad. e. ut. k. ad. l. ¶ c. ad. d. ut. l. ad. m. sed f. d. ad unitatem ut. m. ad. n. ¶ Ergo per. 15. erit in proportionem equalitatis. g. ad unitatem ut. h. ad. n. ergo permutatum erit. g. ad. h. ut unitas ad. n. ¶ Quare cum. h. sit minor g. erit. n. minor unitate. sequitur igitur impossibile partem numeri minorem esse unitate. ¶ Erit itaque. g. minimus habens partes ut proponitur. Quo inueniatur si cura fuerit hinc secundum aut quotumque libet per minimi multiplices ut prius dictum est sumendi erunt hec aut. 39. proponitur in alio secundum hunc modum.

¶ Propositis partibus quotiscumque libet minimum numerum eas continentium inuenire.

¶ Ut si partes propositae sint. a. b. c. sintque eas denominantes. d. e. f. ¶ Summa erit minimus quem numerant. d. e. f. qui sit. g. hunc dico esse quem querimus. ¶ Erunt enim in eo propositae partes per. 37. ¶ Qui si non fuerit minimus eas continens sit ergo. h. quem numerabunt. d. e. f. per. 38. igitur non erit. g. minimus numeratus ab eis quod est inconueniens quia erat. ¶ Intellico uero partes. a. b. c. indeterminate poni ¶ non sub quantitate certa: aliter enim non esset necessarium ut minimus numerus quem numerat. d. e. f. esset minimus continens partes propositas. ¶ Plurimas enim contingit partes reperire quas numerus numeratus ab eas denominatoriis non continet. ¶ Verbi gratia. Tres numeri qui sunt. 20. 90. ¶ 72. sunt eiusdem numeri partes. primus quidem tertia. secundus uero quarta. ¶ tertius quinta: nec tamen minimus quem numerat denotatores eorum qui sunt. 60. partes istas continent. ¶ Instandum igitur est si partes sub certa quantitate ponantur prime consequentie huius demonstrationis. ¶ Non enim sequitur ut arguitur. 37. si ternarius hunc numerat ergo hic numerus positus est eius tertia. ¶ Sed ergo habet tertiam. ¶ Quia idem est quod proponitur secundum utrumque modum: sed secundum primum conuenientius uidetur quod intenditur proponi. ¶ Attendere autem oportet quod cum omnes partes habeat quantitatem in ea contingit ponere quotlibet ¶ quaslibet partes secundum quantitatem: ¶ inquirere quod minimus eas continet ¶ sub quibus denominationibus. ¶ Minimum autem eas continet constat esse minimum numeratum ab eis. ¶ Secundum quos uero numerant sunt qui illos in illo denotant. ¶ Contingit itaque ponere quotlibet ¶ quaslibet denominationes: ¶ inquirere in quo minimo hee denominationes reperiuntur ¶ secundum quas quantitates. ¶ Minimum quoque constat esse minimum numeratum ab illis. ¶ Secundum quos uero numerant sunt qui quantitates determinant. ¶ Vtrobique autem idcirco inquiruntur minimi quia infiniti sunt hinc quidem qui has partes continent. Inde uero in quibus hee denominationes reperiuntur. ¶ Contingit rursus ponere quotlibet partes ¶ totidem denominationes. Vel quotlibet denominationes ¶ totidem partes: ¶ Non autem quaslibet cum quibuslibet: sed certas cum certis. ¶ Si enim ponam partes tres quatuor quinque ¶ denominationes earum. 6. 7. 8. ¶ inquiram quis numerus continet has partes sub istis denominationibus: similis ero inquisitori uano querenti impossibile. ¶ Certas igitur conuenit ponere partes cum denominationibus certis ¶ non ut contingit ¶ inquirere quis numerus positus partes sub propositis denominationibus continet: non autem quos. ¶ Minimum unicus enim est nam siue proposita fuerit una pars ¶ una denotatio siue plures ¶ plures: non erit sumere plures numeros quod propositum erit continentes. Solus enim est cuius ternarius est quinta non plures. Solus quoque cuius ternarius octauus ¶ senarius quarta non plures. ¶ Ideoque proponentem partes ¶ denominationes ipsarum in toto non est querere quis minimus continet has partes sub istis denominationibus: sed quis unus continet. ¶ Proponente autem partes tres. Contingit querere quis minimus eas continet ¶ a quibus in eo denotantur. ¶ Solas quoque proponente denominationes conuenit querere quod partes ab illis dictae ¶ in quo minimo reperiuntur. Conuenientius autem ut partes per denominationes inquirere: quod denominationes per partes: diuersitate quidem denominationum non partium comitantur proportionum diuersitas. Explicit liber septimus.



Liber octauus Euclidis de numeris similibus et eorum
ad instar continue quantitatis denominationibus et ipsorum ad
inuicem proportionibus ex optima Campani interpretatione
Magistro Luca pado de Burgo Sancti Sepulcri Odi-
nis Binorum Castigatore diligentissimo. Incipit.



tera sunt proportionalia.

Atera numerorum dicuntur quo-
rum multiplicatione numeri p-
ducuntur. 1. **S**upercialis appella-
tur numerus q ex duobus lateri-
bus continetur. 2. **S**olidus vo-
q sub tribus ex quorum continua
multiplicatione huius procreari. 3.
Quadratus est numerus sup-
ercialis equalibus lateribus con-
sistens. 4. **C**ubus est solidus
equalibus consistens lateribus. 5.
Similes dicuntur numeri si
perficiales siue solidi quorum la-

Propositio. 1.



Si numerus quotlibet continue p-
portionalitatis duo extremi fuerint contra se primi: eos oēs secun-
dum suam p-
portionem minimos esse necesse est.
Sint continue p-
portionales. a. b. c. duoq extremi q sunt
a. c. sint contra se primi. dico q in eadem p-
portione non re-
perientur totide minores. Si autem contingit sint. d. e. f. erunt
per 15. septimi. a. ad. c. sicut. d. ad. f. q quia. a. f. c. sunt minimi in sua p-
portione p. 23. eiusdem sequitur p. 21. ut. a. numeret. d. f. c. f. maiores. i. mi-
nores quod esse non potest. **Propositio. 2.**



Similes quotlibet continue p-
portionalitatis fm
proportionem datam minimos inuenire. unde ma-
nifestum erit: q si fuerint tres numeri continue p-
portionalitatis fm eam minimi duo extremi erunt
quadrati. q si fuerint quatuor erunt extremi cubi.
Sint date p-
portionis minimi. a. f. b. ducaturq. a. in f.
f. fiat. c. f. in. b. f. fiat. d. b. quoq. in f. f. pueniat. e. eruntq. c. d. e. continue
p-
portionales in p-
portioe. a. ad. b. p. 18. f. 19. septimi: f. quia. c. f. e. sunt
contra se primi p. 22. eiusdem erunt. c. d. e. fm datam proportionem mini-
mi p. premisam. **P** Ducatur iterum. a. in oēs illos. f. pueniat. f. g. b. f. b.
in. c. f. pueniat. k. erunt et. f. g. h. k. continue p-
portionales in p-
portioe. a. ad
b. p. 18. f. 19. septimi: minimi quoq. p. 18. eiusdem f. premisam hac nia f. rō
ne inueniet. 5. uel. 6. uel. quotlibet. **Propositio. 3.**



Si numeri quotlibet continue p-
portionalitatis secun-
dum suam p-
portionem fuerint minimi: duos eor-
um extremos se primos esse necessario cōprobat. **H**ec tertia est conuersa prime. **S**int. n. a. b. c. d. continue
p-
portionales f. fm suam p-
portionem minimi. dico q. a.
f. d. extremi erunt adinuicem primi. **P** Mimi. n. in p-
portioe
a. ad. b. sint. e. f. f. eruntq. p. 22. septimi cōtra se primi p. hos ergo duos fm do-
ctinam pmi se inueniant totide continue p-
portioales f. mimi quot sunt
numeri ppositi. **P** Primo qdem tres q sunt. g. h. k. deinde quatuor q sunt. l. m.
n. p. f. ad hūc modum continue p-
additionem unius quousq. fiat tot quot
sunt numeri ppositi ut sunt hic. l. m. n. p. sequit ergo. l. m. n. p. e. qles esse. q.
b. c. d. eo q in eadem p-
portioe sunt utrinq. minimi. **P** Et quia. l. f. p. sunt
contra se primi p. 23. septimi: erunt quoq. a. f. d. illis equales contra se pri-

mi: quod est propositum.

Propositio .4.



Similitudinem assignatarum proportionum in minimis numeris sive ipsas proportionales continuatim proportionalibus inuenire.

¶ Assignate pportiones in minimis terminis inueniant ut docet. 34. septimi. Sintq. prima inter. a. f. b. scda inter. c. f. d. tertia inter. e. f. sic quoq. de pluribus si fuerint plures. uolo has pportiones in quatuor minimis numeris continuare. Sumo ergo. g. minimum quem numerat. b. f. c. f. quotiens. b. numerat ipsum. g. toties a. numerat. h. d. quoq. totiens numeret. k. quoties. c. g. itaq. si. e. numerat. k. sit ut. f. toties numeret. l. eritq. h. g. k. l. quos qrimus. ¶ Costat. n. p. 18. septimi q. sit. h. ad. g. sicut. a. ad. b. f. g. ad. k. sicut. c. ad. d. at. k. ad. l. sicut. e. ad. f. ¶ Minimi quoq. na si alii sint minimi ut. n. p. m. q. oportebit p. u. septimi bis assumpta ut uterq. duoz. b. f. c. numeret. p. qre f. g. numerabit eundem. p. cor. 35. sep. quod est inconueniens. ¶ Sunt igr. b. g. k. l. minimi. ¶ At uero si. e. non numerat. k. fa. m. minimus numeratus ab eis. s. e. f. k. quem. m. quotiens numerat. k. totiens. b. numeret. n. f. g. totiens. p. eritq. per. 18. septimi. n. p. m. in pportione. h. g. k. quare. n. ad. p. ut. a. ad. b. f. p. ad. m. ut. c. ad. d. sed quotiens. e. numerat. m. totiens. f. numeret. q. f. erit p. eandem. m. ad. q. sicut. e. ad. f. ¶ Manifestum est igitur q. assignate pportiones continuatim sunt in quatuor numeris qui sunt. n. p. m. q. ¶ Qui si no fuerint minimi. sint si possibile est alii qui sint. r. s. t. x. quia itaq. per. u. septimi bis assumptam uterq. duoz. numerorum. b. f. c. numerat. s. sequitur p. cor. 35. sep. ut. g. numeret eundem quare et. k. numerabit. t. at q. p. u. septimi. e. numerat eundem. t. no erit. m. minimus quem numerant. k. f. e. hac roe q. rta illis f. quotlibet alias sine oi offendiculo continuare poteris.

Propositio .5.



Primum duorum numerorum compositorum pportio unius ad alterum est ex laterum suorum pducta proportionibus.

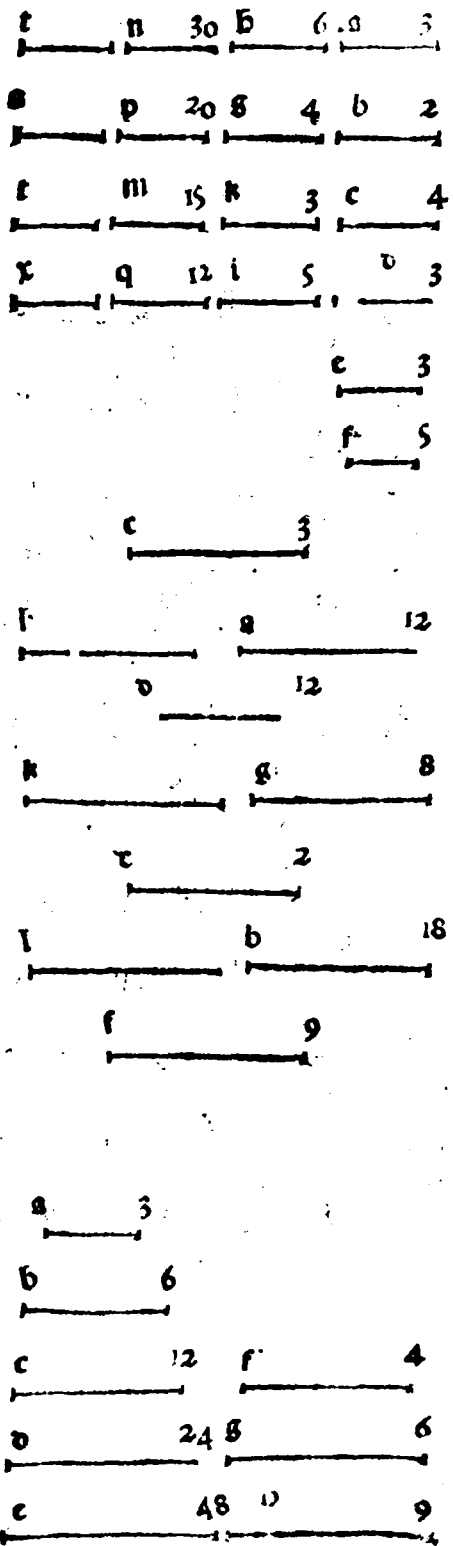
¶ Quod proponit. 14. sexti de superficiebus equidistantium laterum: proponit hec de numeris compositis. Sint duo numeri compositi. a. b. latera. a. sint. c. f. d. latera. b. sint. e. f. f. dico itaq. q. proportio. a. ad. b. constat ex ea que est. c. ad. e. f. ea que est. d. ad. f. ¶ Sit enim ut. ex. d. in. e. fiat. g. quia ergo. ex. d. in. c. fit. a. f. ex. f. in. e. fit. b. per. conuersionem diffinitionis laterum erit per. 18. septimi. a. ad. g. sicut. c. ad. e. f. per. 19. eiusdem. g. ad. b. sicut. d. ad. f. quare per diffinitionem proportio. a. ad. b. composita est ex ea que est. c. ad. e. f. ea que e. d. ad. f. quod est propositum. ¶ Nec est necessarium ut continuemus proportionem laterum uidelicet eam que est. c. ad. e. f. eam que est. d. ad. f. in minimis numeris repertis sive doctrinam precedentis ut docent quidam hoc enim est propositum preter necessarium. ¶ Arguant enim posito q. illi minimi sint. h. k. l. ita q. sit. h. ad. k. sicut. c. ad. e. f. k. ad. l. sicut. d. ad. f. proportionem. h. ad. l. esse compositam ex compositorum laterum pportionibus. ¶ Sumptoz. g. fieri ex. d. in. e. arguant. a. ad. g. ut. h. ad. k. quia ut. c. ad. e. f. g. ad. b. ut. k. ad. l. quia ut. d. ad. f. ideoq. sive equam propo. f. a. ad. b. ut. h. ad. l. concludunt igitur. a. ad. b. componi ex quibus. b. f. l. uerq. quidem sed non necessario assumpto.

Propositio .6.



In numerorum quotlibet continue proportionalium primus secundum non numeret: nullus eorum numerabit ultimum.

¶ Sint. a. b. c. d. e. continue proportionales. dico q. si. a. non numeret. b. nullus eorum numerabit. e. Manifestum aut est q. si ipsum numeret oes numerabit. e. f. simpliciter



quolibet precedenti quolibet sequenti. ¶ Si autem non numerat ipse pate-
 q. d. non numerabit. e. nec simpliciter aliquis eorum proximo sequenti
 quia sunt positi continue proportionales. ¶ Sed q. nullus alius ut. e. nume-
 ret ipsum sic constat. ¶ Sumantur fm doctrinam secunde huius totidem
 minimi continue proportionales in pportione eade quot sunt ipse. c. ¶ oēs
 sequentes qui sunt. f. g. h. eruntq. p. 3. huius. f. ¶ h. contra se primi ¶ quia p
 equam pportionalitatem. c. ad. e. ut. f. ad. h. cum. f. non numeret. h. nec. e.
 numerabit. e. eode mō nec aliq. alioz. quare liquet qd ppositum est.

Propositio .7.



¶ Si numerorum continue proportionalium primus
 ultimū numeret. idem ipse 2 secundū numerabit.
 ¶ Sint qui prius continue proportionales. dico si. a. nume-
 rat. e. ipse numerabit. b. alioquin ex premisatio non numera-
 ret. e. quod est contrarium ¶ impossibile. Non solum autē
 numerabit. b. sed ¶ oēs ¶ quisq. eoz quolibet ipm sequetē.

Propositio .8.



¶ Inter duos numeros numeri quolibet in conti-
 nua proportionalitate ceciderint. totides inter om-
 nes duos in eades pportione relatos cadere ne-
 cesse est.

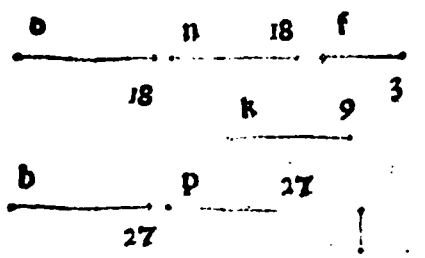
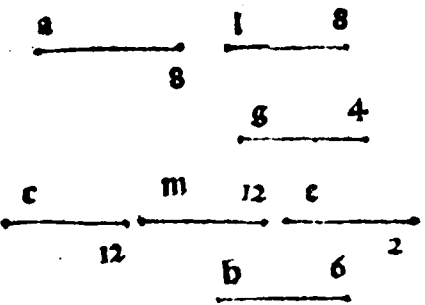
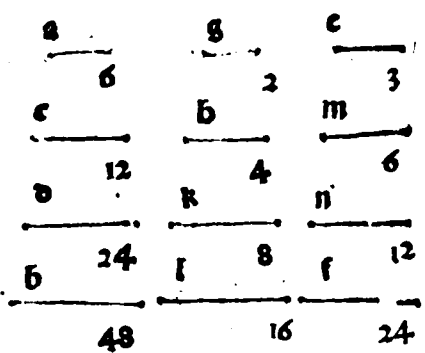
Sint. a. ¶. b. inter quos cadunt. c. ¶. d. in cōtinua pportioe
 habentes se in poptione. e. ad. f. dico q. totidē cadūt inter
 e. ¶. f. ¶ in eadem pportione quot inter. a. ¶. b. Sint enim. g. b. k. l. totidē
 minimi quot sunt. a. ¶. b. ¶ qui inter eos cadunt sumpti. quēadmodū do-
 cet secunda huius cōtinue pportiones in eadē pportione erunt. p. 3. g.
 ¶. l. cōtra se primi ¶ per equā ppor. erit. g. ad. l. sicut. a. ad. b. ideoq. ¶ sicut
 e. ad. f. ¶ quia ipsi sunt in sua pportione minimi per. 3. septimi sequitur
 per. 11. eiusdē ut. g. numeret. c. ¶. l. f. equaliter toties igit numeret. h. m. ¶
 k. n. positiq. m. ¶. n. inter. e. ¶. f. constat per. 18. septimi. e. m. n. f. eē conti-
 nue pportiones. quēadmodum sunt. g. b. k. l. ¶ ideo quēadmodum. a.
 c. d. b. quare patet quod dictū est. ¶ Ex hac constat nullā suplicularem
 posse per equalia diuidi. si enim hoc eēt oportet inter duos numeros
 sola unitate distātes numerum cadere mediū quod eē non potest. ideoq.
 tonus in musica quē sexquioctana cōtinet pportio i duo uera semitonio
 diuidi non pōt sed necessario diuiditur in minus semitonium ¶ maius.

Propositio .9.



¶ Inter duos numeros contra se primos numeri
 quolibet continua proportionalitate ceciderint. in-
 ter utrumq. eorum 2 unitatem totidem continua
 proportionalitate cadere necesse est.

¶ Sint. a. ¶. b. cōtra se primi. inter quos eadat incōtinua
 ppor. c. ¶. d. dico q. totidē erunt continue pportiones in
 ter. a. ¶ unitatē. itemq. totidē inter. b. ¶ unitatē. Sint enim in illa ppor-
 tione minimi. e. ¶. f. sumpti ut docet. 34. septimi. ex quibus sumant tres
 continue proportionales ¶ minimi in eorum pportione. put docet secu-
 da huius q. i sunt. g. b. k. deinde quatuor qui sunt. l. m. n. p. ¶ hoc totiens si
 at usquequo sic sumpti fiant totidem quot sunt numeri propositi ut fiant
 hic. l. m. n. p. Constat itaq. cum sint. a. c. d. b. in sua pportione minimi p
 primam huius. suntq. l. m. n. p. totidem ¶ minimi in eadem. Non sit autē
 possibile eē aliquid minus minimo q. numeri. l. m. n. p. equales erūt nu-
 meris. a. c. d. b. quisq. suo relatio ē igitur. l. equalis. a. ¶. p. b. Manifestum
 autem ex secunda huius q. ex. f. in se fit. k. ¶ ex eodem in. k. p. per diffini-
 tionē igitur eius quod est multiplicari. erit. f. in. k. k. quoq. in. p. quoties
 unitas est in. f. itaq. unitas. f. k. p. sunt continue proportionales. Similiter
 autem ¶ unitas. e. g. l. sumptis ergo. a. ¶. b. loco. l. ¶ p. sibi equalium erunt
 inter. a. ¶ unitatem. g. ¶. e. ¶ inter. b. ¶ unitatem. k. ¶. f. continue propor-
 tionales totidem quot sunt inter. a. ¶. b. quod est ppositum.



Propositio .10.



Inter vtrosq[ue] eor[um] & unitatem quotlibet nu[m]eri continua proportionalitate ceciderint ambo bus numeris totidem continua proportionalitate interesse necesse est.

Sint duo numeri .a. & .b. sintq[ue] .c. & .d. inter .a. & unitatem .e. quoq[ue] .f. & .f. inter .b. & unitatem continue proportionales. dico totidem esse inter .a. & .b. continue proportionales: hec est conuersa prioris excepto q[uod] ad subiectum premisse appositum erat .a. & .b. esse contra se primos quod non apponitur hic ad passionem: qua propter vniuersalior est passio huius subiecto illius. ¶ Quia igitur quotiens unitas in .d. totiens est .d. in .c. & totiens .c. in .a. constat quod ex .d. in se fit .c. & ex eodem .d. in .e. a. Similiter quoq[ue] ex .f. in se & in .e. fient .e. & .b. ¶ Ducat itaq[ue] .d. in .f. & productus sit .g. itemq[ue] idem .d. ducatur in .g. & .f. & sint producti .h. & .k. Constat igitur ex .18. septimi q[uod] .c. ad .g. vt .d. ad .f. & ex .19. q[uod] .g. ad .e. vt .d. ad .f. quare .c. g. e. sunt continue proportionales in proportionem .d. ad .f. item .a. ad .b. sicut .a. ad .b. sicut .c. ad .g. & .b. ad .k. sicut .g. ad .e. & per .19. k. ad .b. sicut .d. ad .f. igitur sunt .a. b. k. b. continue proportionales: quare constat propositum.

Propositio .11.



Ifuerintambo quadrati erit proportio vnus ad alterum tanq[uam] sui lateris ad latus illius proportio duplicata. Si veroambo fuerint cubi: erit proportio alterius ad alterum tanq[uam] sui lateris ad latus alterius proportio triplicata.

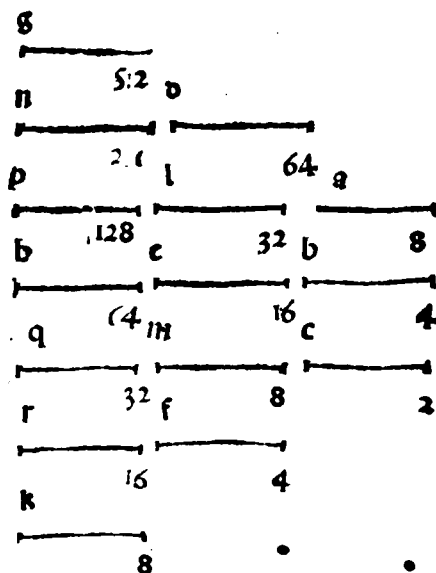
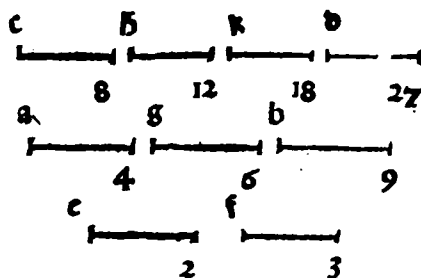
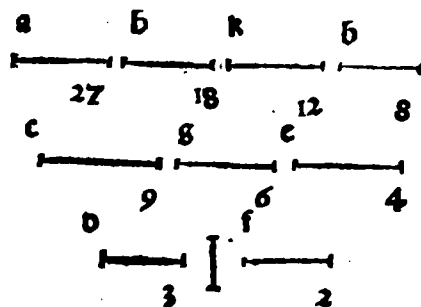
Sint duo quadrati .a. & .b. & duo cubi .c. & .d. latera est quadratorum q[uod] cuborum sint .e. quidem .a. & .e. f. vero .b. & .d. dico q[uod] p[ro]portio .a. ad .b. erit sicut .e. ad .f. duplicata .c. vero ad .d. sicut eadem triplicata. Manifestum enim est q[uod] ex .e. in se fit .a. & ex ipso .e. in .a. c. sic quoq[ue] ex .f. in se fit .b. & ex ipso in .b. d. ducatur igitur .e. in .f. & proveniat .g. & in .g. & .b. & proveniant .h. & .k. eritq[ue] per .18. septimi .a. ad .g. sicut .e. ad .f. & p[er] .19. g. ad .b. sicut .e. ad .f. igitur ex diffinitione .a. ad .b. sicut .e. ad .f. duplicata quod est primum. ¶ Secundum eodem modo constat. sunt enim p[er] .18. iterum .c. ad .h. sicut .a. ad .g. & .h. ad .k. sicut .g. ad .b. & per .19. k. ad .d. sicut .e. ad .f. quare .c. h. k. d. sunt etiam continue proportionales in proportionem .e. ad .f. per diffinitionem igitur erit .c. ad .d. sicut .e. ad .f. triplicata quod est secundum.

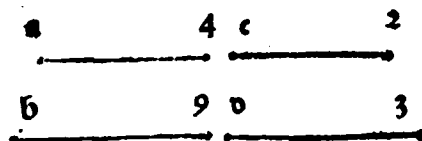
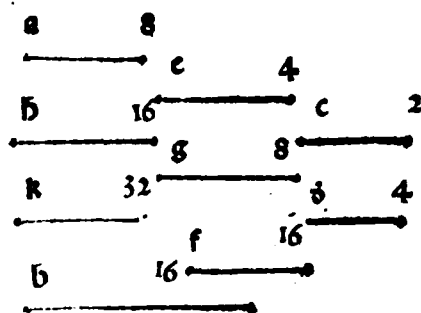
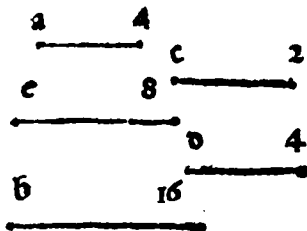
Propositio .12.



Inumerosum continue proportionalitatis quilibet in seipsum ducatur: qui inde producentur sub continua proportionalitate esse. Quod si item in ipsos productos principia sua ducantur inde quoq[ue] productos continue proportionalitatis esse necesse est. idemq[ue] in omnibus hoc modo productis extremitatibus.

Sint .a. b. c. continue proportionales quorum quisq[ue] in se ducatur & proveniant ex .a. quidem .d. ex .b. vero .e. & ex .c. f. dico q[uod] .d. e. f. sunt continue proportionales: q[uod] si item .a. ducatur in .d. & proveniat .g. b. quoq[ue] in .e. & proveniat .h. & .c. in .f. proveniat .k. dico etiam q[uod] .g. h. k. erunt continue proportionales. ¶ Sit enim ex .a. in .b. l. & ex .c. in eundem .m. eruntq[ue] p[er] .18. & .19. septimi .d. l. e. m. f. continue p[ro]portioales in p[ro]portionem .a. b. c. itaq[ue] p[er] equam proportionalitatem argue .d. ad .e. sicut .e. ad .f. quod est primum. ¶ Reliquum sic ducatur .a. in .l. & .e. & proveniat .n. & .p. c. quoq[ue] ducatur in .e. & .m. & proveniant .q. & .r. eruntq[ue] per easdem .g. n. p. h. q. r. k. continue quoq[ue] proportionales in proportionem primorum: per equam igitur proportionalitatem concludere .g. ad .h. sicut .b. ad .k. quod est reliquum. Eadem erit ratio quotienscunq[ue] primi in productos ducantur.





Propositio .13.



Quis quadratus numerus alium quadratus numeret latus quoque suum latus illius numerare potest. Si vero latus suum latus illius numeret quadratus numerat quadratum.

¶ Sint duo numeri. a. f. b. quadrati latera. e. g. c. f. d. dico q. si a. numerat. b. c. quoque numerabit. d. f. e. conuerso. **¶** Constat enim q. ex. c. in f. fit. a. ex. d. quoque in f. b. fiat igit. e. ex. c. in. d. eruntq. per. 18. f. 19. septimi. a. e. b. continue proportionales in proportione. c. ad. d. **¶** Si igitur. a. numerat. b. idem ipse per. 7. huius numerabit. e. quare f. c. d. quod est primum. **¶** Conuersa sic patet. si. c. numerat. d. a. numerabit. e. propter id quod proportio. a. ad. c. sicut. c. ad. d. f. si numerat. e. ipse numerabit. b. propter hoc q. sunt continue proportionales.

Propositio .14.



Cubus alium cubum numeret latus quoque suus latus alterius numerabit. Si vero latus suus latus alterius numeret cubus numerabit cubum.

¶ Sint duo numeri. a. f. b. cubi latera. e. g. c. f. d. dico q. si a. numerat. b. c. quoque numerabit. d. f. e. conuerso. **¶** Ducatur enim. c. in f. f. fiat. e. d. quoque in f. fiat. f. c. fiat igitur q. ex. c. in. e. fit. a. f. ex. d. in. f. b. fiat itaq. g. ex. c. i. d. eruntq. per. 18. f. 19. septimi. e. g. f. continue proportionales in proportione. c. ad. d. f. d. f. h. k. pueniant ex. c. in. g. f. f. **¶** Per eadem igitur erunt. a. b. k. b. continue quoque proportionales in eadem proportione. **¶** Itaq. si a. numerat. b. idem ipse per. 7. huius numerabit. b. quare f. c. d. est n. c. ad. d. sicut. a. ad. h. c. fiat igitur prima pars. Conuersa patet: sicut conuersa prioris. Nam si. c. numerat. d. a. quoque numerabit. b. quem si numerat necesse est ut numeret. b.

Propositio .15.



Inumerus quadratus quendam alium quadratum non numeret: nec latus suum latus illius numerabit. Si vero latus suum latus illius non numeret: quadratus is quadratum illum non numerare ex necessitate conuincitur.

¶ Hec. 15. proponit negationes conuerti: que affirmatio nibus quas. 13. huius conuerti proposuit opponuntur: ut si sunt duo numeri quadrati. a. f. b. quorum latera. c. f. d. si. a. non numerat. b. c. quoque non numerabit. d. e. conuerso etiam si. c. non numerat. d. nec. a. b. **¶** Sit enim primo ut. a. non numeret. b. si itaq. c. numerat. d. per secundam partem. 13. huius. f. a. numerabit. b. quod est contrarium positioni: sicq. patet pmo. **¶** Secundum quoque sicut sit ut. c. non numeret. d. itaq. si. a. numeret. b. p primam partem. 13. necesse est ut. c. numeret. d. necesse est igitur ut numeret ipsum cum non numerat ipsum: quod est impossibile. **¶** Quemadmodum autem necesse est conuerti negationes oppositas affirmationibus quas. 13. demonstrauit conuerti: sic quoque necesse est eas negationes que opponuntur illis affirmationibus quas premissa conuerti demonstrauit conuertantur unde si cubus non numerat cubum nec latus eius numerabit latus illius e. conuerso quoque si latus unius non numerat latus alterius nec ipse cubus numerabit alterum cubum: demonstratur autem hoc per premissam a destructione consequentis: sicut quod propositum est per. 13. ideoque hoc auctor non proposuit: sed per id quod propositum est ipsum dedit intelligi.

Propositio .16.



Duo numeri superficiales fuerint similes necesse est tertium numerum finem proportionalitatem continuam eis interesse: eritque proportio unius numeri ad alterum sibi similes velut unius lateris sui ad latus alterius se respiciens proportio duplicata.

¶ Sint duo numeri. a. f. b. superficiales f. similes: dico

Inter ipsos cadet unus numerus in continua pportione: latera enim. a. sunt. c. f. d. b. uero latera sunt. e. f. f. eruntq. ex conuersione diffinitionis numerorum similium. c. ad. e. sicut. d. ad. f. constat aut q. ex. c. in. d. fiat. a. f. ex. e. in. f. b. fiat itaq. g. ex. e. in. d. eritq. per. 19. septimi. a. ad. g. sicut. c. ad. e. f. per. 18. eiusdē. g. ad. b. sicut. d. ad. f. quare. a. ad. g. sicut. g. ad. b. est itaq. g. continua proportionalitate medius inter. a. f. b. quod est propositum. ¶ Correl. autem patet cum sit. a. ab. b. per diffinitionem: sicut. a. ad. g. duplicata: que eadem est illi que est. c. ad. e.

Propositio .17.



Sim continua proportionalitate tertius numerus duobus numeris inter sit: illi duo numeri superficiales sunt & similes.

Hec est conuersa premissetur si inter. a. f. b. sit. c. f. b. continua proportionalitate constitutus. a. f. b. erunt superficiales & similes. ¶ Sint enim. d. f. e. minimi in proportione qua continuantur. a. c. b. qui per. 11. septimi numerabunt. a. f. c. equaliter sitq. ut fm. f. f. per eandem. c. f. b. equaliter sit ut fm. g. erunt igitur per diffinitionem. a. f. b. superficiales: & erunt etiam per diffinitionem. d. f. f. latera numeri. a. e. quoc. f. g. latera numeri. b. ¶ Quod autem ipsi sint similes sic habeto. ¶ Cum enim ex. d. in. g. sit. c. f. ex. e. in. f. sit idem. c. erit per secundam partem. 10. septimi. d. ad. e. sicut. f. ad. g. per diffinitionē igitur. a. f. b. sunt similes: quod est propositum. ¶ Hoc autem ultimū quod est. a. f. b. esse similes: potest etiam haberi per. 19. f. 18. septimi: & per has ypothe. g. a. c. b. sunt cōtinue proportionales in proportione. d. ad. e. minimorum numerantium. a. f. c. fm. f. f. c. f. b. fm. g.

Propositio .18.



S fuerint duo numeri solidi similes: necesse ē eis duos numeros fm continuam proportionalitatem interesse. eritq. proportio vnus solidi ad alterū sibi similē. velut cuiuslibet sui lateris ad latus alterius respiciens se pportionaliter pportio triplicata.

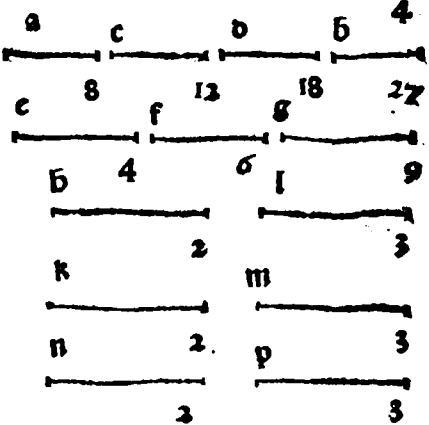
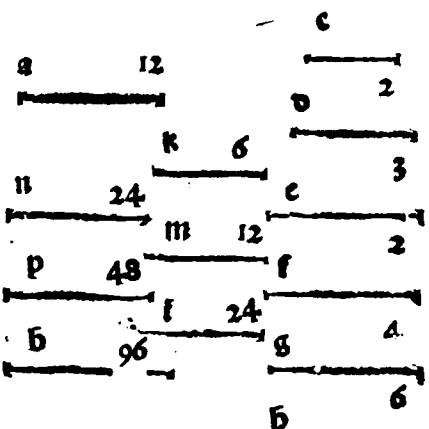
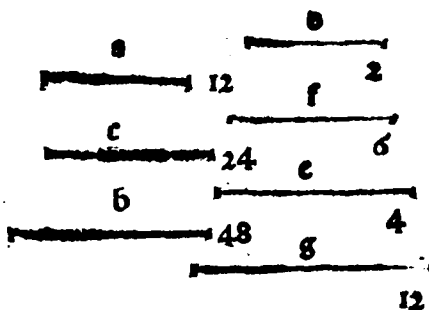
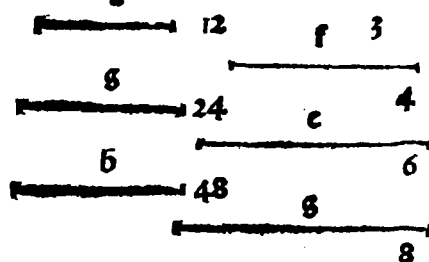
Sint duo numeri. a. f. b. solidi similes: dico q. inter ipsos cadent duo numeri in continua proportione. Sint enim latera numeri. a. c. d. e. latera uero. b. sint. f. g. h. eruntq. ex conuersione diffinitionis numerorum similium. c. ad. f. f. d. ad. g. sicut. e. ad. h. Sit igitur ex. c. in. d. k. f. ex. f. in. g. l. eruntq. ex diffinitione. k. f. l. superficiales & similes. quare p. 16. huius vnus numerus cadet inter eos medius fm proportionem. c. ad. f. qui sit. m. Manifestum autem est q. ex. c. in. k. sit. a. f. ex. h. in. l. b. si igitur ex. c. in. m. f. l. fiant. n. f. p. erūt per. 18. septimi. a. ad. n. sicut. k. ad. m. f. n. ad. p. sicut. m. ad. l. quare. a. n. p. sunt continue pportiones in pportione c. ad. f. ¶ Et quia per. 19. eiusdē. p. ad. b. sicut. e. ad. h. f. ideo sicut. c. ad. f. sequitur ut quatuor numeri. a. n. p. b. sint continue pportiones fm proportionem. c. ad. f. ¶ Sunt itaq. inter. a. f. b. duo numeri. n. f. p. medii in continua proportionalitate suorum laterum interpositi: quod est propositum. ¶ Correl. autem patet cum proportio. a. ad. b. sit per diffinitionem sicut. a. ad. n. triplicata que est eadem illi que est. c. ad. f.

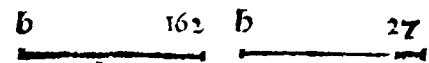
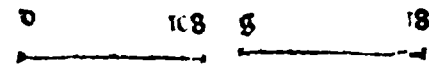
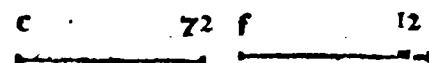
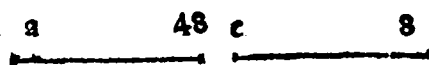
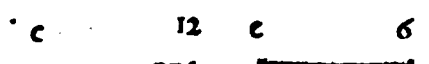
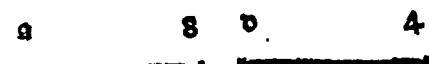
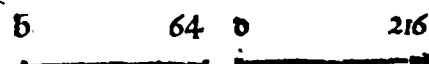
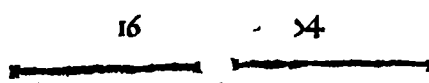
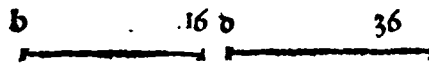
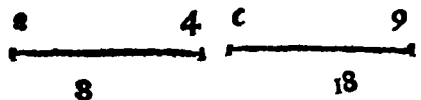
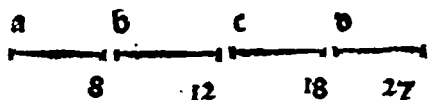
Propositio .19.



S eis fm cōtinuam pportionalitatem duo numeri interiacet quilibet duo numeri solidi sunt atq. similes.

Hec est cōuersa pmissae ut si inter. a. f. b. sint duo numeri. c. f. d. medii in cōtinua pportione erūt. a. f. b. solidi & similes. ¶ Sumatur enī tres minimi in eadē pportione cōtinue pportionales q. sint. e. f. g. erūtq. p. 17. e. f. g. superficiales & similes. ¶ Sint ergo. h. f. k. latera. e. at. l. f. m. latera. g. eritq. p. corre. 16. huius. e. ad. f. sicut. h. ad. l. aut sicut. k. ad. m. manifestū autē est ex tertia q. e. f. g. sunt cōtra se primi: ideoq. p. 23. septimi in sua pportione minimi: & quia p. equā pportionalitatem sunt. a. ad. d. f. c. ad. b. sicut. e. ad. g.





sequitur per .x. septimius ipsi numerent .a. & .d. equaliter quod sit fm. n. & item .c. & .b. equaliter qd sit fm. p. Quia igitur ex .b. in .k. sit .e. & ex .c. in .n. sit .a. sequitur p diffinitionem ut .a. sit solidus eiusq. latera .b. k. n. simili ter quia ex .l. in .m. sit .g. & ex .g. in .p. b. sequitur et ut .b. sit solidus & eius la tera .l. m. p. ¶ Ipsos aut esse similes sic constabit cum ex .g. in .n. fiat .d. & ex eodē i. p. b. erit p. 18. septimi .n. ad .p. sicut .d. ad .b. & quia sic erat .h. ad .l. & .k. ad .m. p. diffinitionē manifestū est .a. & .b. esse similes qd ē ppositum.

Propositio .20.



Triū numeroz continue pportionalis primus fuerit quadratus tertiu quoq. quadratum ē.



¶ Sint tres numeri continue pportionales .a. b. c. sitq. .a. quadratus dico q. c. est etiam quadratus. ¶ Sunt enim p. 17. a. & c. superficiales & similes cū igitur .a. sit quadratus

p ypothe. erit .c. qdratus.

Propositio .21.



Quatuor numeroz continue pportionalium. primus fuerit cubus: quartus cubum ē necesse ē.

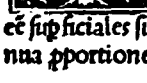


¶ Sint quatuor numeri cōtinue pportionales .a. b. c. d. sit q. .a. cubus: dico q. d. est et cubus. ¶ Cōstat enim p. 19. q. a. & d. sunt solidi similes: & quia .a. est cubus p ypothe. erit etiam .d. cubus.

Propositio .22.



Quorum numeroz quozum proportio sicut q. drati ad quadratum fuerit unus quadratus: alte rum quoq. quadratum ē.



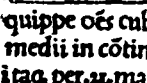
¶ Sint duo numeri .a. & .b. in pportione duorū quadra torū qui sint .c. & .d. sitq. .a. uel .b. quadratus: dico reliquū ēē quadratū. Cum enim .c. & .d. sint quadrati sequitur eos

ēē superficiales similes: ideoq. per. 16. cadet unus medius inter eos in conti nua pportione: quare p. 8. & inter .a. & .b. per. 20. igitur constat ppositum.

Propositio .23.



Quorum numeroz quozum proportio ad al terum sit sicut cubi ad cubum alteruter fuerit cu bus & alterum cubicum ē.



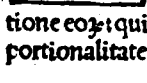
¶ Sint duo numeri .a. & .b. in pportione duorum cu borum qui sint .c. & .d. sitq. .a. uel .b. cubus: dico reliquum esse cubum. ¶ Necesse ē enim q. c. & d. sint solidi similes.

quippe oēs cubi sunt similes & solidi: itaq. per. 18. inter ipsos cadent duo medii in cōtinua pportione totidem igitur per. 8. cadent inter .a. & .b. itaq. per. 22. manifestum est quod dicitur.

Propositio .24.



Quorum superficialium similitū est pportio uni us ad alterum sicut pportio quadrati ad qdratū.



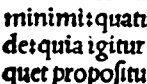
¶ Sint .a. & .b. superficiales similes: dico q. unius ad alte rum ē proportio sicut quadrati ad quadratum. ¶ Erit .n. per. 16. inter eos unus numerus medius in continua ppor tione qui sit .c. ¶ Sumptis itaq. tribus minimis in ppor

tione eoz: qui sint .d. e. f. erunt p correl. 2. d. & f. quadrati: & quia p equā p portionalitatem est .a. ad .b. sicut .d. ad .f. constat uerum ēē qd pponitur.

Propositio .25.



Unū duoz solidoz similitū est proportio unius ad alterum sicut alicuius cubi ad aliquem cubū.



¶ Sint .a. & .b. solidi similes: dico q. pportio unius ad al terum est sicut cubus ad aliquem alium cubū. ¶ Sunt qui dem per. 18. inter eos duo numeri medii fm continuam

proportionem qui sint .c. & .d. in eorum proportioe sunt minimi: quatuor .e. f. g. h. quorum .e. & .h. erunt cubi per correlarium scd det quia igitur per equam proportionalitatem est .a. ad .b. sicut .e. ad .h. li quet ppositum. Explicit liber Octauus.

Liber nonus Euclidis de quinque numerorum precipuis speciebus. et de perfecto habundante ac diminuto secundum Campani optimam translationem. Registrum Luca Pacioli de burgo sancti Sepulchri Ordinis minorum Castigatore optimo Incipit.



Par numerus est qui potest in duo equalia diuidi. 2. **I**mpar numerus est qui in duo equalia diuidi non potest. additis super praeparatam unitatem. 3. **P**ariter par est quem cuncti pares cum numerantes paribus vicibus numerant. 4. **P**ariter impar est quem cuncti pares cum numerantes imparibus vicibus numerant. 5. **P**ariter par et impariter est quem pares cum numerantes quidam paribus quidam imparibus vicibus numerant. 6. **I**mpariter impar quem cuncti impares cum numerantes imparibus vicibus numerant. 7. **P**erfectus numerus appellatur qui omnibus partibus suis quibus numeratur est equalis. 8. **H**abundans dicitur quod omnibus suis partibus minor est. 9. **D**iminutus vero quod maior.

Castigator.

Diffinitiones istae respectu sunt parium et imparium. 1. **P**erfectus. 4. 6. 8. 10. et similes. 2. **V**it. 3. 5. 7. 9. et similes. 3. **P**erfectus. 8. 16. 32. 64. et similes. 4. **P**erfectus. 6. 10. 14. 18. 22. 26. 30. 34. 38. 42. 46. 50. et similes. 5. **P**erfectus. 12. 24. 36. 48. 60. et similes. 6. **P**erfectus. 15. 21. 27. 33. 39. et similes. 7. **P**erfectus. 6. 18. 496. et similes. 8. **P**erfectus. 12. 24. 36. et similes. 9. **P**erfectus. 8. 10. 16. et similes.

Propositio .1.



Si fuerint duo numeri superficiales similes qui ex ductu alterius in alterum producentur numerus quadratum esse necesse est.

Sint. a. et b. superficiales similes ex quorum multiplicatione proveniat. c. dico. c. esse quadratum. fiat enim. d. ex a. in se. eritque per. 18. septimi. d. ad. c. sicut a. ad. b. et quia inter a. et b. cadit unus medius secundum continuam proportionalitatem per. 16. octavi. sequitur per. 8. eiusdem ut unus quoque cadat inter d. et c. itaque cum d. sit quadratus erit per. 10. eiusdem. c. quoque quadratus quod est propositum.

Propositio .2.

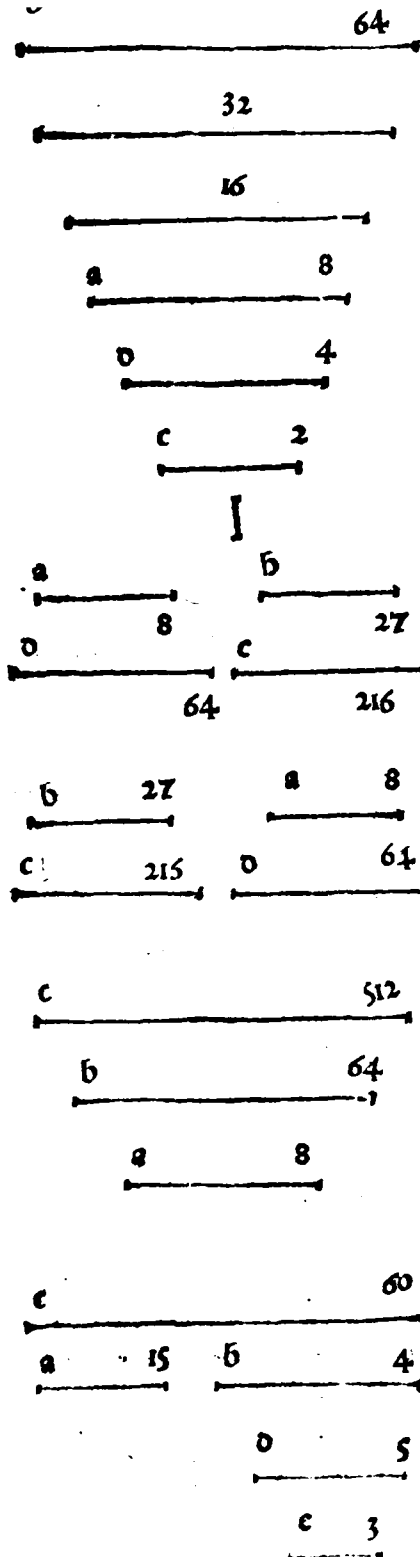


Tex ductu alterius in alterum tetragonus producat. duo quilibet numeri sunt superficiales similes. 1. **E**x his itaque patens est: quia si tetragonus in tetragonum ducatur qui ex eis producat tetragonum esse. 2. **S**i vero ex ductu tetragoni in numerum aliquem tetragonus producat illius numerum aliquem esse tetragonum. 3. **I**temque si ex ductu tetragoni in numerum aliquem non tetragonus producat eum numerum aliquem non tetragonum esse. 4. **S**i vero tetragonus in numerum aliquem non tetragonum ducatur qui inde producat non tetragonum esse necesse est.

Hec est conuersa prioris ut si ex a. in b. fiat. c. fueritque c. quadratus erit a. et b. superficiales similes: sit enim d. ex a. in se. eritque per. 18. septimi. d. ad

a	24	b
12	288	c
144	576	

b	24	a
48	288	d
576	144	



c. sicut. a. ad. b. per 16. autem octavi cum. d. f. c. sint superficiales similes: eo q. sunt ambo quadrati: erit iter eos unus numerus medius fm. continuam propor. per. 8. itaq. eiusdem erit etiam unus inter. a. f. b. igitur per. 17. eius dem. a. f. b. sunt superficiales similes: quod est propositum. Prima pars cor. rel. patet per premisam: sunt enim omnes tetragoni superficiales similes. Secunda patet ex hac cum sit solus tetragonus similis tetragono. Tertia pars patet ex prima ipsius cor. rel. parte a destructione consequentis. Quarta ne ro patet ex eiusdem parte secunda a destructione etiam consequentis.

Propositio .3.



In numerus cubus in seipsum ducatur qui inde p. ducetur erit cubus.

Sit. a. cubus ex quo in se ducto fiat. b. dico. b. esse cubū. **S**it enim. c. latus cubicum. a. ex. c. uero in se fiat. d. patet itaq. q. ex. c. in. d. sit. a. sunt igitur unitas. c. d. a. continue proportionales: quod ex. 18. septimi et presentibus ypothesibus manifestū est. **E**t q. a. ad. b. sicut unitas ad. a. eo q. quotiens unitas est in. a. toties. a. in. b. erit inter. a. f. b. duo numeri medii fm. proportionalitatem continuam per. 8. octavi. **C**um igitur ex ypothesi sit a. cubus erit per. 21. eiusdem. b. quoq. cubus: q. d. oportebat demonstrare.

Propositio .4.



In cubus in alium cubum ducatur: q. i. inde produ- cetur erit cubus.

Sint. a. f. b. cubi: fiatq. c. ex. a. in. b. dico. c. esse cubum. **F**iat enim. d. ex. a. in se: eritq. per premisam. d. cubus: et quia per. 18. septimi est. a. ad. b. sicut. d. ad. c. constat ex 23. octavi. c. esse cubum: quod est propositum.

Propositio .5.



In numerus cubus in numerum alium ducatur: fueritq. productus cubus in quem ductus est numerum cubum eē necesse est: unde 2. manifestum est: q. ex ductu cubi in non cubum producit non cubus. **D**uctoq. cubo in numerum aliquem si fuerit qui inde producit non cubus in quem ille ductus fuerit necesse est eē non cubum.

Sit enim ex. a. cubo in. b. numerum productus. c. cubus dico. b. esse cubum: fiat enim. d. ex. a. in se qui p. ante premisam erit cubus: q. a. igitur ē per. 18. septimi. a. ad. b. sicut. d. ad. c. estq. a. cubus: sed f. d. f. c. cubi erit per 23. octavi. b. cubus: quod est propositum. Prima pars cor. rel. patet ex hac quinta a destructione consequentis. secunda per premisam similiter a destructione consequentis.

Propositio .6.



In ductu cuiusdā numeri in seipsum cubus producat cum eē cubum necessario comprobatur.

Sit ut ex. a. in se fiat. b. sitq. b. cubus: dico ergo. a. esse cubum: fiat enim. c. ex. a. in. b. eritq. ex diffinitione. c. cubus. **Q**uoniam constat ex. 18. septimi q. sit. a. ad. b. sicut b. ad. c. cum sint. b. f. c. cubi: sequitur ex. 23. octavi. a. esse cubum: quod est propositum.

Propositio .7.



In numerus compositus in numerum quemlibet ducatur: qui inde producat erit solidus.

Sit. a. numerus compositus qui ducatur in. b. et prout n. iat. c. dico. c. esse numerum solidum. Cum enim. a. sit cōpositus numeratur ab aliquo numero qui sit. d. numeret q. eum fm. e. quia igitur ex. e. in. d. sit. a. f. ex. a. in. b. c. erit ex diffinitione solidorum. c. solidus eiusq. latera. e. d. b. q. d. est p. posium.

Propositio .8.



Si fuerint numeri ab unitate continue proportionales: tertius ab unitate erit quadratus: ac deinceps vno semper intermisso. Quartus vero ab unitate cubus: ac deinceps duobus semper intermissis. Itemque septimus ab unitate est quadratus cubi: ac deinceps: quinq; semper intermissis quadratus cubicus continuo sequitur.

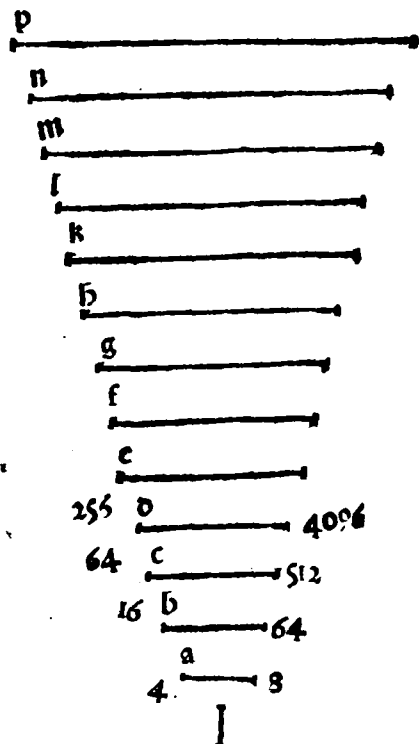
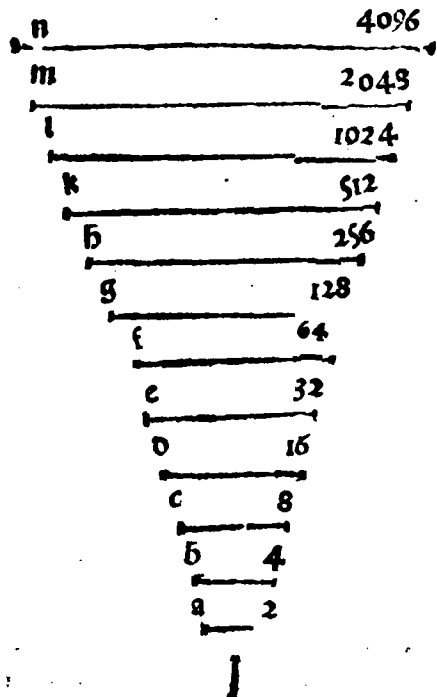
Sint continue proportionales unitas, a. b. c. d. e. f. g. h. k. l. m. n. dico b. esse quadratum & d. omisso. c. & f. alios vno semper omisso. vnde simpliciter omnes existentes in locis imparibus sunt quadrati: vt sunt tertius quintus & septimus. Dico item. c. esse cubum & f. duobus omis: & sic in ceteris. Omnisq; simpliciter est cubus cuius ab unitate locus addit super ternarium: vel quemlibet multiplicem ipsius ternarii unitatem: vt sunt quartus septimus decimus tertius decimus & sextus decimus. in his. n. conueniunt omnes qui duos transmittunt. Itemq; dico. l. ab unitate septimum esse quadratum cubicum: & similiter enim quinq; numeris intermissis idemq; in ceteris. Simpliciter aut dico cuius locus ab unitate addit super senarium vel quemlibet multiplicem ipsius unitatem: vt sunt septimus tertius decimus decimus nonus & vigesimus quintus: illum esse quadratum cubicum: quadratum quidem quoniam eius locus impari cubum autem quoniam super multiplicem ternarii addit unitatem. quippe senarii multiplices cunctos ternarii necesse est esse multiplices. Que autem propositiones sunt sic constant. Est enim ex hypothesi. a. in. b. quotiens unitas in. a. itaq; b. ex diffinitione quadratus, quia igitur. b. c. d. sunt continue proportionales: cum. b. sit quadratus: patet ex. 17. vel. 20. octau. d. esse quadratum. Eadem ratione & f. quia. d. e. f. sunt continue proportionales: & d. e. quadratus: idem in ceteris vno intermisso: constat itaq; primum. Secundum sic cum sit. b. in. c. quotiens. a. in. b. ex hypothesi. sequitur a diffinitione: vt ex. a. in. b. suum quadratum fiat. c. igitur ex diffinitione cubi. c. est cubus. At quia. c. d. e. f. sunt continue proportionales: sed & f. g. h. k. est autem. c. cubus: necesse est per. 19. vel. 21. octau. vt. f. quoq; sit cubus. ideoq; & k. idem q; in ceteris duobus transmissis: quare liquet secundum. Quoniam autem in. f. septimo & in. n. terdecimo: ceterisq; quinq; medios omittentibus simpliciter vero & in omnibus quorum locus super quemlibet multiplicem senarii addit unitatem: terminantur quadratorum & cuborum computationes: in his quidem vnius: in illis autem duorum omissione sequitur ipsos esse quadratos: ex huius prima parte & cubicos ex secunda: quare quadrati cubici: constat ergo totum quod dicitur.

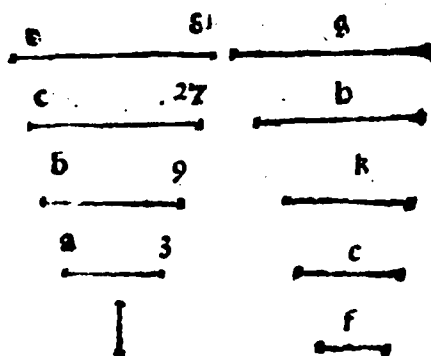
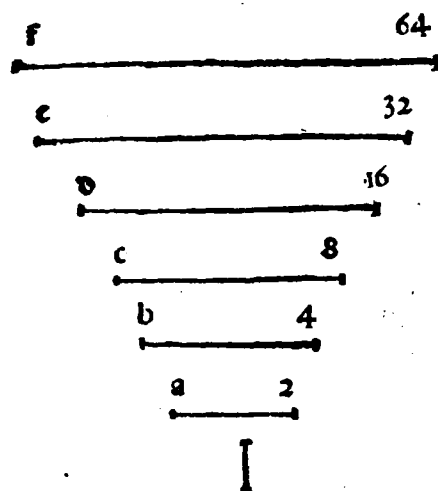
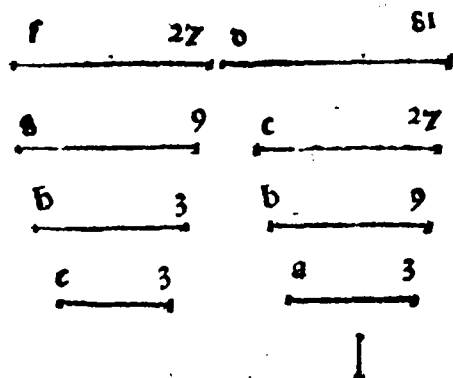
Propositio .9.



Si numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate dispositis unitatem sequens quadratus fuerit: ceteri quoque omnes erunt quadrati. Si vero qui unitatem sequitur fuerit cubus: ceteri quoque omnes erunt cubi.

Sint qui prius continue proportionales ab unitate sit q. a. quadratus dico omnes esse quadratos: aut sit idem cubus: tunc quoq; dico omnes esse cubos. b. enim constat esse quadratum per premisam: quia ergo. a. ad. b. sicut. b. ad. c. ex. 20. octau. sequitur. c. esse quadratum. idem quoq; ex eiusdem. 17. vel. 20. potes arguere: de sequentibus autem idem eodemq; modo probabis: quare patet primum. Secundum autem sic cum. b. fiat ex. a. in se si fuerit. a. cubus erit per. 3. ipse quoq; cubus. c. vero constat esse cubum per premisam. itaq; per. 23. octau. d. omnesq; sequentes cubicos esse probabis: est enim. a. ad. b. sicut. c. ad. d. idem quoq; arguere potes ex. 19. vel. 21. eiusdem: sunt enim. a. b. c. d. fed & b. c. d. e. singulique quatuor continue sumpti continue proportionales.





Propositio .10.



Si numeris quolibet ab unitate continua proportionalitate dispositis unitate sequens non quadratus fuerit: non erit aliorum quorum quadratus exceptis ab unitate: tertio ex his qui deinceps uno semper intermisso reperiuntur tetragoni. Si vero secundus ab unitate non fuerit cubus: nullus ceterorum erit per intermissione formantur cubi.

Hec ex opposito subiecti premisse inferunt partem oppositi passionis: dico autem partem quoniam ex .8. constat omnes impares esse quadratos: omnes quoque loci super ternarium uel quemlibet ipsius multipliciter addit unitatem esse cubos. **S**int itaque qui prius ab unitate continue proportionales non sit autem .a. quadratus sed nec cubus. dico nullum ex omnibus esse quadratum: aut cubicum nisi quos octaua proponit. **S**i enim quis alius ponatur quadratus: sequitur per .11. octaua .a. esse quadratum. Quod si cubus sequitur per .13. eiusdem .a. esse cubum quorum utrumque contrarium est ypothe. Constat ergo propositum.

Propositio .11.



Si numeris quolibet ab unitate continua proportionalitate dispositis aliquis numerus primus ultimum numeret: eum quoque qui unitatem sequitur numerare necesse est.

Sint usque ad .d. continue proportionales ab unitate: sit quoque .e. numerus primus de quo ponatur ipsum numerare .d. dico quod idem numerabit .a. Nam si non erit ad ipsum primus per .32. sep. quia ex .a. in se fit .b. sequitur ex .16. eiusdem ut ipse quoque sit primus ad .b. sed fit ad .c. fit ad .d. sequitur ipsum esse primum per .25. eiusdem: eo quod ex .a. in .b. fit .c. fit ex eodem in .c. d. non ergo numerat .d. cum sit primus ad ipsum: quare accidit contrarium ypothe. **I**dem aliter cum sit .e. primus si non numerat .a. primus erit ad ipsum per .32. sep. itaque per .23. eiusdem erunt minime in sua proportione: quia autem .e. ex ypothe. numerat .d. sit ut sit .f. constat uero quod ex .a. in .c. fiat .d. ergo per eandem partem .20. sep. erit .a. ad .e. sit .f. ad .c. quare per .11. eiusdem .e. numerabit .c. fit ut sit .f. g. quia ex .a. in .b. fit .c. sequitur quoque per eandem fit eodem modo ut .e. numeret .b. ergo ergo quod sit .b. fit qui rursus ex .a. in se fit .b. necesse est iterum per eandem ut .e. numeret .a. sed positum erat non numerare: ergo accidit impossibile.

Propositio .12.



In numeris ab unitate continue proportionalibus minor maiorem numerat secundum aliquem in illa proportionalitate dispositum.

Sint ab unitate usque ad .f. continue proportionales: dico nullum ipsorum numerare .f. nisi secundum aliquem aliorum: constat .n. quod .e. numerat ipsum .f. secundum .a. est enim .e. ad .f. ut unitas ad .a. sed fit .d. numerat eundem .f. secundum .b. est namque per eandem proportionalitatem .d. ad .f. ut unitas ad .b. De .c. quoque patet eodem modo quod secundum seipsum numeret eundem. Eodem quoque .a. numerat eundem secundum .e. eo quod sicut unitas ad .e. ita .a. ad .f. .b. uero secundum .d. est enim ut unitas ad .d. ita .b. ad .f. uerum igitur est quod proponitur. Quippe quorum quorumque proponitur ultimum numerare fuerit sub ultimo secundum totum supra unitatem: numerare ipsum conuenit per eandem proportionalitatem et diffinitionem.

Propositio .13.



Quolibet numeris ab unitate continue proportionalibus si qui unitatem sequitur fuerit numerus primus maximus eorum nisi de numeris in illa proportionalitate dispositis nullus numerabit.

Sint ut prius usque ad .d. continue proportionales ab unitate: sitque .a. numerus primus: dico quod nullus numerabit ultimum nec secundum

placiter aliquem eorum nisi aliquis eorum qui antecedit ultimum vel ei qui po-
nitur numerari. Sit enim si possibile est. e. diuersus ab eis qui numeret. d.
qui si fuerit primus per. a. numerabit. a. nō igitur est. a. primus quod ē cō-
tra ypothe. ¶ Si autē ipse fuerit cōpositus necesse est p. 30. septimum ut aliq-
primus numeret eū qui nō erit nisi. a. Nam si est alius ab. a. ut. f. cū neces-
se sit ipsum numerare. d. arguetur et eundē numerare. a. p. n. sic quoq. a. nō
erit primus. Est igit. a. primus numerans. e. qm̄ a. d. e. numerat. d. sit ut fm̄
g. erit. p. secundā partē. 10. sep. a. ad. e. sicut. g. ad. c. sit enim. d. ex. a. ut. cū
cū. a. numeret. e. f. g. numerabit. c. sitq. ut fm̄. h. sequiturq. ut. a. numeret
g. sicut sequebatur ut numeraret. e. alioquin si. g. quiddā est primus cum na-
meret. c. sequitur p. n. ipm̄ numerare. a. Si autē cōpositus p. eadem sequitur
nume. primū numerantē. g. numerare. a. qd̄ est inconueniens itaq. a. nu-
merat eū sequitur ergo p. secundā partē. 10. septimum ut. h. numeret quoq. b.
eo q. tā ex. a. in. b. q. ex. g. in. h. constat p. d. c. ¶ Numeret. h. itaq. ipsum
k. Constat autē ut prius de. g. q. a. numeret. h. Nā si nō non erit. a. primus
itaq. p. secundā partē. 10. sep. sequitur ut. k. numeret. a. sit enim tā ex. a. in. f.
q. ex. h. in. k. b. Manifestū est autē. k. nō ēē. a. nullus enim numeroz. g. h. k.
est aliquis ex. a. b. c. d. si enim. g. ēē aliquis ex eis cū ipse numeret. d. fm̄. e.
ēē per premisam. e. quoq. aliquis ex eis sed non erat nec igitur. g. ¶ Si
militer cū. h. numeret. c. fm̄. g. nō erit. h. aliquis ex. a. b. c. Nā ēē p. mis-
sam f. g. ostensum est autē q. nō. ¶ Nec igit. h. eadē rōne nec. k. ¶ Cū. n.
ipse numeret. b. fm̄. h. si ipse ēē. a. cōnuēret p. premisam. h. quoq. ēē. a.
At nō erat. ¶ Nec igit. h. erit. a. ¶ Numeret autē ipsum. Nō est itaq. a.
primus quod est impossibile. ¶ Aliter idē si. e. diuersus ab. a. b. c. d. nu-
merat. d. sit ut fm̄. f. ¶ quia. a. numerus primus numerat. d. p. ductum ex
e. in. f. sequitur ex. 33. sep. q. ipse numeret. q. uel. f. numeret ergo. e. ¶ Quia
igitur tā ex. a. in. c. q. ex. e. in. f. sit. d. erit p. eadē partē. 10. septimi. a. ad
c. sicut. f. ad. c. nūerat itaq. f. c. sit ut scdm̄. g. itaq. p. 33. septimi ut. a. quo-
q. numeret. f. uel. g. sitq. ut. f. sequiturq. per secundam partē. 10. eiusdem
ut. g. numeret. b. sitq. ut secundum. h. ut prius igit. a. numerabit. g. uel. h.
¶ sit ut numeret. g. h. ergo per secundam partē d. c. e. 10. numerabit. a. si
itaq. h. nō est equalis. a. nō erit. a. primus quod est contra ypothe. Si
autē equalis erit unusquisq. numerorum. g. h. e. aliquis ex. a. b. c. d. p. fm̄is
sam quotiens oportet assumptam. Nō est igit. e. diuersus ab eis qd̄ est
etiam contra ypothe. itaq. constat uer. esse quod proponitur.

Propositio .14.



Propositus fuerit numerus minimus quem nu-
merant primi assignati nō numerabit eū aliquis
numerus primus preter illos assignatos.

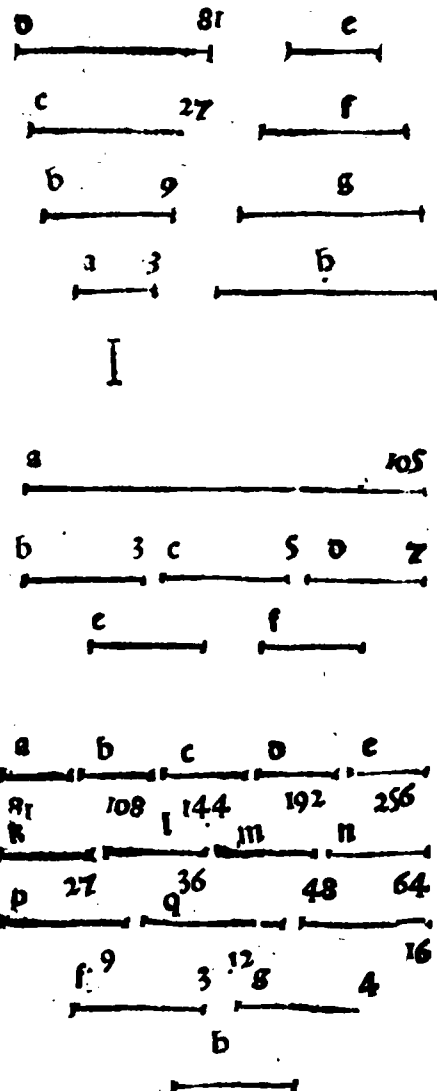
¶ Sit. a. minimus numerus numeratus a numeris primis
q. sunt. b. c. d. dico q. alius primus preter eos non numera-
bit. a. Sin autem sit. a. primus numerans eum fm̄. f. quia
ergo quilibet numerorum. b. c. d. numerat. a. productum ex. e. in. f. est an-
tem quilibet eorum primus sequitur ex. 33. septimi ut quilibet eorum nu-
meret. e. uel. f. sed. e. nullus numerat eum sit primus quilibet ergo eorum
numerat. f. cum itaq. sit. f. minor. a. utpote qm̄ numerat eum fm̄. e. nō erit
a. minimus numeratus ab illis quod est inconueniens.

Propositio .15.



Quotlibet numeri continue proportionales fm̄
suam proportionem fuerint minimi: quicunq. ali-
quem illorum numerat alteri terminorum illius
proportionis erit commensurabilis.

¶ Sint. a. b. c. d. e. continue proportionales ¶ minimi
fm̄ proportionem. f. ad. g. qui sint in sua proportione mi-
nimi ¶ ponatur. b. numerare. c. dico q. b. est cōmensurabilis. f. uel. g. ¶ Su-
mantur enim in eadem proportione quatuor minimi qui sunt. k. l. m. n.
constat autem ex secunda octauī q. ex. f. in. m. sit. c. alioquin contingeret



esse minus minimo quod esse non potest itaq; per correl. 35. septimū erit
b. cōmensurabilis. f. vel. m. q; si. f. constat propositum: si autem. m. suman-
tur in eadē proportiōe tres minimi qui sunt. p. q. r. eritq; ex secunda octa-
va: vt. m. fiat ex. f. in. r. ne minus minimo aliquid esse cogamur concede-
re: quare per predictum correl. b. est cōmensurabilis. f. vel. r. sed nō erat
ē. sic enim constabat propositum: cōmensurabilis igitur est. r. qui cum
ex secunda octava fiat ex. g. in se sequitur ex dicto correl. vt. b. sit cōme-
surabilis. g. quod est propositum.

Propositio .16.



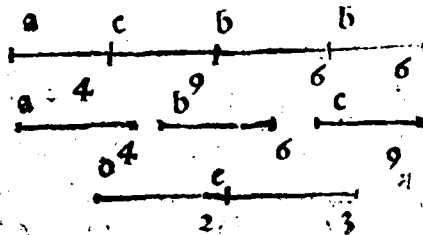
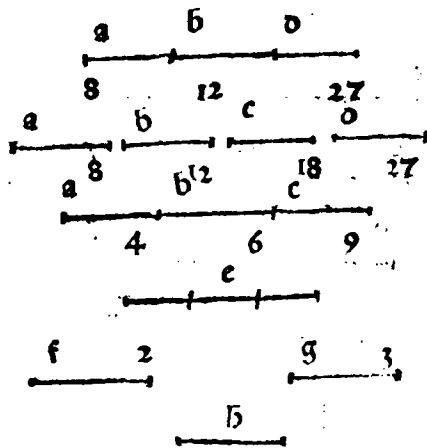
Si fuerint duo numeri quotlibet continue propo-
tionales in sua proportiōe minimi quilibet eorū
ad compositum ex reliquis primus esse necessa-
rio comprobatur.

Si sint a. b. c. d. continue proportionales & minimi. et
cōpositum ex a. b. c. primus esse ad. d. Si quim nō
numerabit aliquis numerus qui sit. c. compositum ex a. b. c. d. per pre-
missam igitur erit. c. cōmunicans alteri terminorum illius. proportiōis
qui sunt. f. g. erit itaq; numerus aliquis numerans. e. & alterum duorum
f. g. qui sit. h. quia ergo. h. numerat. e. numerabit. d. & compositum ex a.
b. c. & quia numerat. f. vel. g. quorum vterq; numerat vtrum q. mediorum
& simpliciter omnes si plures duobus sint i ex secunda octava sequitur vt
ipse numeret. b. & c. ergo & a. quia numerat totum. a. b. c. non sunt igitur
a. & d. contra se primi quod est inconueniens per 3. octauū Similiter quo-
q; constabit compositum ex a. b. d. primum esse ad. c. si enim vt prius. c.
numerat ambo; sequitur per premissam vt aliquis numerus qui etiam sit
b. numeret. e. & aliter duos. f. g. itaq; b. numerat. c. & totū. a. b. d. sed & b.
cū vtraq; radici numeret q; numerat igitur & cōpositū ex a. & d. quia ne-
cessario numerat aliter duos. a. d. cū numeret aliter duos. f. g. numerabit
& reliquum. Non sunt igitur. a. & d. contra se primi & ita idem vt prius.

Demonstrant autem idem aliter de tribus continue pportionalibus
& minimis sine ad iunculo premisse probant enim ex quibusq; duobus
compositum primum esse ad reliquum sint itaq; 3. continue. proportiona-
les & minimi. a. b. c. quorum termini. d. & c. dico tunc compositum ex a.
& b. primum esse ad. c. & compositum ex b. & c. ad. a. itemq; ex a. & c. ad. b.
manifestū enim est ex secunda octava qd ex. d. in se sit. a. & b. & c. ex
e. in se. & c. ex. 11. septimū quod. d. & c. sunt contra se primi itaq; ex prima
parte 19. erit totus. d. e. primus ad vtrumq; eorū quia igitur vter-
q; duorū numerorū. d. & c. primus est ad. e. erit per 15. eiusdem qui ex. d.
in. d. e. produciunt & ipse est. compositus ex. a. & b. primus ad. c. sequitur ex
go per 16. eiusdem ut etiam compositus ex a. & b. sit primus ad. c. sit enī
e. ex. e. in se. **S**imili quoq; demonstratiōe probabis cōpositum ex. b. & c.
primum esse ad. a. At vero cōpositum ex a. & c. primum esse ad. b. sic habe-
to: cū sit enim vterq; duorū. d. & c. primus ad totum. d. e. erit p. 15. septimū
q; ex. d. in. e. produciunt & ipse est. b. primus ad. d. e. itaq; p. 16. eiusdem qui ex
d. e. in se pueniunt & ipse est qui componitur ex a. & c. & duplo. b. primus erit
ad. b. sequitur ergo compositum ex a. & c. primum esse ad. b. necesse enim ē
vt ex duobus compositis cū primus fuerit ad vnum eorum ex qbus com-
ponitur sit primus ad reliquum. Demonstratum autem est hoc supra. 19.
septimū. **O**portet autē stabilire ad robur istius demonstrationis compo-
situm ex a. & b. produci ex. d. in cōpositum ex. d. & c. supposito q; ex. d. in
se sit. a. & c. ex eodem in. e. b. itemq; q; ex. d. e. in se producat cōpositum
ex a. & c. & duplo. b. supposito eo quod prius & q; ex. e. in se sit. c. huius ita-
q; gratia proponimus hec demonstranda.

Quod sit ex ductu vnius numeri in quotlibet tantum ē: qua-
tum quod ex ductu eiusdem in cōpositum ex illis.

Item pponit prima secunda de lineis. Sit enim vt ex. a. in. b. & in. c. &
in. d. pueniant. e. f. g. dico q; ex. a. in cōpositū ex. b. & c. & d. prouenit



composita ex e. f. f. g. g. sequitur enim ex conversione diffinitionis huius quod multiplicat ut tota pars sit. b. e. tota. c. f. sed e. d. tota. g. quota est unitas. a. per quinta itaq. septimi tota quoque pars erit compositus ex b. e. c. f. d. g. compositi ex e. f. f. g. g. quota est unitas. a. ergo per diffinitionem ex. a. in compositum ex b. e. c. f. d. g. fit compositus ex e. f. f. g. g. quod est propositum.

Quod sit ex ductu quotlibet numerorum in unum equum est ei quod sit ex composito eorum in eundem.

Hoc est conuersum eius quod modo demonstratum est ut si ex b. e. c. f. d. in a. fiat e. f. f. g. g. huius quoque compositus ex composito in eundem quod ex. r. z. septimi et predeemonstrato fidei concluditur.

Quod sit ex ductu quotlibet numerorum in quotlibet alios equum est ei quod sit ex composito horum in compositum illorum.

Ut si a. b. c. multiplicentur d. e. f. quilibet quolibet iungatur producta dico aggregati ex productis esse quale productum ex composito ex a. f. b. f. c. in compositum ex d. e. c. f. f. Est enim per premisam quod sit ex composito ex a. b. c. in d. quantum quod ex singulis in illam. d. sic f. in. e. c. in f. ex composito autem horum a. b. c. in quolibet illorum d. e. f. p. an premisam sit quantum ex composito in compositum itaq. constat propositum.

Numero in quotlibet partes diuiso tantum est quod sit ex toto eo in se quantum quod ex eo in omnes suas partes.

Idem proponit secunda secundi de lineis ut si a. diuidatur in b. e. c. f. d. dico q. m. fit ex a. in se quantum in oes illos. b. c. d. Posito enim e. equali a. constat ex prima huius incidentium m. fieri ex e. in a. quantum in oes partes a. sed per cocep. ex e. in a. fit quantum ex a. in se. f. ex e. in partes a. quantum ex a. in eadem. Manifestum ergo est verum esse quod dicitur.

Numero in duo diuiso quod sit ex toto in alterum diuidentium tantum est quantum quod ex eodem in se et in alterum.

Idem proponit tertia secundi de lineis. Sit enim a. diuisus in b. e. c. d. eo t. m. fieri ex a. in c. quantum ex c. in se. f. in b. Na qd ex a. in c. est quantum quod ex c. in a. p. r. z. septimi sumpto itaq. d. equali c. erit a. in c. quantum d. i. a. At p. prima huius d. in a. est quantum in b. e. c. q. ergo d. in a. f. in b. e. i. c. est quantum c. in a. f. in b. e. i. se p. equalitatem c. e. d. constat propositum.

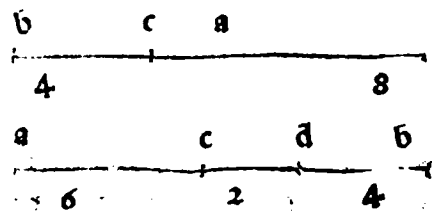
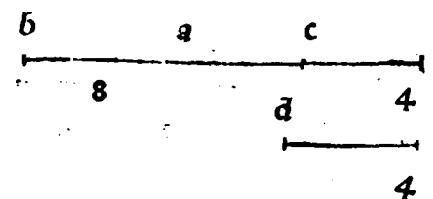
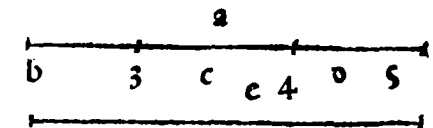
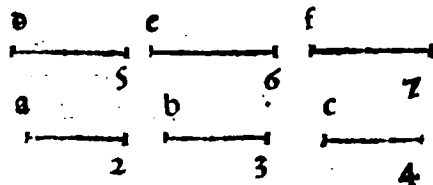
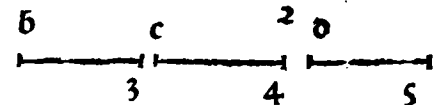
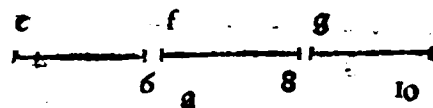
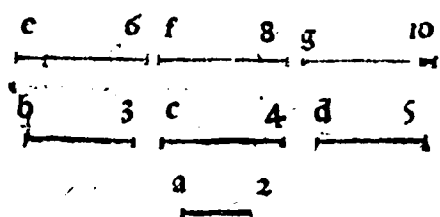
Numero in duo diuiso quod ex ducta totius in se est quantum quod ex ductu utriusque diuidentium in se et alterius eorum bis in alterum.

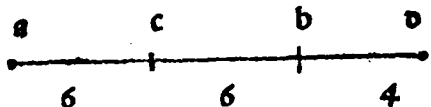
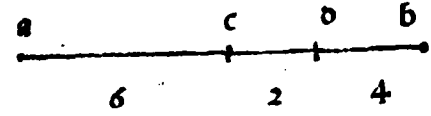
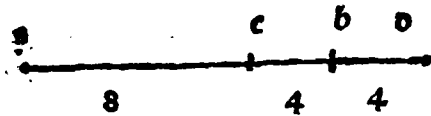
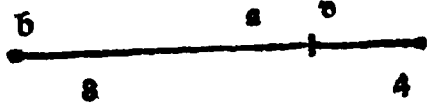
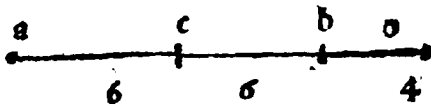
Idem proponit quarta secundi de lineis ut si a. diuidatur in b. e. c. d. eo tantum fieri ex a. in se quantum ex b. in se. f. c. in se f. ex b. bis in c. est enim per quantum harum q. ex a. in se quantum quod ex eo in b. e. in c. ex eo aut in b. per premisam est quantum ex b. in se f. in c. at ex a. in c. per eandem est quantum ex c. in se f. in b. e. quia ex c. in b. t. m. est quantum ex b. in c. per. r. z. septimi liquet verum esse quod proponitur.

Numero per duo equalia duorum unequalia diuiso quod sit ex maiori unequalium in minorem cum quadrato intermedij equum est quadrato medietatis totius.

Idem proponit de lineis quinta secundi ut si a. b. diuidatur in duos numeros equalis qui sint a. d. e. c. b. itemq. in duos inequales quorum sit maior a. d. f. minor d. b. dico q. illud quod sit ex toto a. d. in d. b. cum quadrato c. d. equalis est quadrato c. b. per premisam enim quadratum c. b. e. equalis quadrato c. d. f. quadrato d. b. f. ei quod sit ex b. d. in c. d. bis sed ex b. d. in se f. in c. d. tantum fit quantum in c. b. per primam huius ideo quantum in a. c. itaq. ex b. d. in se f. in c. d. bis quantum ex ipso b. d. in a. d. per eandem igitur quadratum c. b. superat id quod sit ex b. d. in a. d. in quadrato c. d. constat ergo propositum.

Cum fuerit numerus in duo equalia diuisus eiq. alius numerus adiunctus quod sit ex ductu totius compositi in adiunctum cum quadrato medietatis equum est quadrato compositi ex dimidio et adiuncto.





¶ I dem pponit sexta secundi de lineis. Sit enim a. b. diuisus in duos ex
les numeros q sunt a. c. f. c. b. addaturq. ei numerus. b. d. dico illud qd fit
ex toto a. d. in. d. b. cum quadrato. c. b. esse equale quadrato. c. d. est enim
ex sexta harum quadratum. c. d. equale quadrato. d. b. f. quadrato. b. c. f.
ei quod fit ex. d. b. in. b. c. bis, sed per primam harum ex. b. d. in. f. in. b. c.
bis est quantum ex. b. d. in. d. a. Sunt enim a. c. f. c. b. equalis itaq. quadra
tum. c. d. superat id qd fit ex. b. d. in. d. a. in quadrato. c. b. quod est ppositum.

¶ Cum numerus in duo diuiditur quod fit ex toto in se cuius eo
quod ex altero diuidentium in se: est equum ei quod ex toto i cu
dem bis cum eo quod ex altero in se.

¶ I dem pponit septima secundi de lineis. Sit enim numerus a. diuisus i
b. f. d. dico quadratum a. cum quadrato. d. m esse quantum quod fit ex
a. in. d. bis cum quadrato. b. constat quidem ex sexta harum q. quadratu
a. tantum est quantum quadratum. d. f. quadratum. b. f. quod fit ex. d. in
b. bis itaq. quadratu a. cu quadrato. d. m est quantum quod ex. d. bis in
f. f. bis in. b. cum quadrato. b. sed ex. d. bis in f. f. bis in. b. fit quantum ex
d. bis in a. per primam harum: ergo quod fit ex. d. bis in a. cum quadrato
b. est quantum quadratum. a. cum quadrato. d. quare patet propositum.

¶ Cum fuerit numerus in duo diuisus eiq equalis vni diuide
rium additis: quadratus totius copositi equum est quadrupla
eius quod fit ex piori in additum cum quadrato alterius.

¶ I dem pponit octaua secundi de lineis. Sit numerus a. b. diuisus in a.
c. f. c. b. cui addatur. b. d. qui ponatur equalis. c. b. dico quadratum. a. d.
tantum esse quantum est id quod fit ex. a. b. in. b. d. quater cum qua
drato. a. c. est naq. per sextam har. quadratum. a. d. equum quadrato. a. b.
f. quadrato. b. d. f. ei quod fit ex. a. b. in. b. d. bis f. quia quadratum. b. d.
est eqle qdrato. c. b. erit qdratu. a. d. eqle qdrato. a. b. f. qdrato. c. b. f. ei qd
fit ex. a. b. in. b. d. bis: per premisam autem est quadratum. a. b. cum qua
drato. c. b. quantum quadratum. a. c. cum eo quod fit ex. a. b. in. b. c. bis
itaq. quadratum. a. d. tantum est quantum quod ex. a. b. in. b. d. bis f. ex
a. b. in. b. c. bis cum quadrato. a. c. f. quia ex. a. b. in. b. c. tantum fit quan
tum in. b. d. constat verum esse quod propositum est.

¶ Cum fuerit numerus in duo equalia duoz in equalia diui
sus: quadrata ambozum iequalium pariter accepta duplus sunt
quadrato medietatis z quadrato eius quo iequalis portio exce
dit equalen pariter acceptis.

¶ I de pponit nona secundi de lineis
Sit enim a. b. diuisus p duos equalis q sint a. c. f. c. b. f. p duos in equalis
q sint a. d. f. d. b. dico q. quadrata duoz. numeroz. a. d. f. b. d. pariter ac
cepta sunt dupli duobus qdratis duoz. numeroz. a. c. f. c. d. pariter acce
ptis. Est enim p sextam har. quadratu. a. d. quantum qdratu. a. c. f. quadratu
c. d. f. duplu eius qd fit ex. a. c. in. c. d. qa aut. a. c. est equalis. c. b. erit qdratu
a. d. qm qdratu. b. c. f. qdratu. c. d. f. duplu eius qd fit ex. b. c. i. c. d. itaq. q
dratu. a. d. cu qdrato. b. d. sunt qntum qdratu. b. c. f. quadratum. c. d. f. da
plu eius qd fit ex. b. c. in. c. d. f. qdratu. b. d. duplu aut eius qd fit ex. b. c. in
c. d. cu quadrato. b. d. est equale qdrato. b. c. f. quadrato. c. d. p. q. haru: er
go quadrata duoz. numeroz. a. d. f. d. b. sunt quantum quadrata duoru na
meroz. b. c. f. c. d. duplicata: f. quia. b. c. f. c. a. sunt equalis. patet ppositu.

¶ Cum fuerit numerus in duo equa diuisus aliisq ei adiunctus
quadratum totius copositi cu quadrato adiuncti duplum sunt
ad quadratus medietatis ipsius cu quadrato copositi ex medie
tate z adiu. ncto.

¶ I de pponit. 10. secundi de lineis. Sit enim nu
merus a. b. diuisus in duos equalis. a. c. f. c. b. sitq. sibi adiunctus numerus
b. d. dico quadratum. a. d. cum quadrato. b. d. duplum ee ad quadratum.
a. c. cum quadrato. c. d. cum sit enim numerus. c. d. in duo diuisus sibi q. sit
a. c. equalis vni diuidentium additus erit per. 10. harum quadratum. a. d.
quantum quod fit ex. c. d. in. c. a. quater cum quadrato. b. d. quia vero a.
c. est equalis. c. b. erit qdratu. a. d. quantum qd fit ex. d. c. in. c. b. qter cu qua

drato. b. d. itaq. quadratum. a. d. cum quadrato. d. b. erit quantum quod sit ex. d. c. in. c. b. quater cum duplo quadrati. b. d. hoc autem per. 9. barū duplum est ad quadratum. c. d. cum quadrato. c. b. cum igitur sit quadratum. c. b. equale quadrato. a. c. constat propositum.

¶ Numerus aliquē ita diuidere vt quod ex toto. & vna eius portione continetur equum sit quadrato alterius est impossibile.

¶ Quod. 11. secundi proponit faciendum in lineis. demonstrat hoc impossibile esse in numeris. Sit enim quilibet numerus. a. b. dico impossibile esse ipsum sic diuidi vt proponitur: sic enim diuideretur fm pportione habentem medium & duo extrema: vt patet ex diffinitione ff. 19. fenti. Si autem potest diuidatur in. c. sitq. a. b. ad. b. c. sicut. b. c. ad. c. a. erit itaq. a. c. minor. c. b. detrahatur igitur ab eo equalis sibi qui sit. c. d. quia igitur est proportio totius. a. b. ad totum. b. c. sicut. b. c. detracti ab. a. b. ad. c. d. detractum ab. b. c. erit eadem. a. c. residui. a. b. ad. b. d. residuum. b. c. quare. b. c. ad. c. d. sicut. c. d. ad. d. b. erit igitur. c. d. maior. d. b. detracto itaq. q. d. e. de. c. d. vt sit. d. e. equalis. d. b. erit etiā proportio. b. c. ad. c. d. sicut c. d. ad. d. e. quare sic. d. b. residui. c. b. ad. c. e. residuum. c. d. potest igitur c. e. detrabi ab. e. d. non erit itaq. finis istius detractionis quod est impossibile. Nunc ad propositum reuertamur.

Propositio .17.



¶ Si fuerint duo numeri contra se primi quantus est primus eorum ad secundum: tantum esse secundus ad tertium quemq. impossibile est.

¶ Sint. a. ff. b. contra se primi: dico impossibile esse aliquē eis in continua proportionalitate adiungi. Si enim potest sit. c. quia igitur. a. ad. b. sicut. b. ad. c. sunt autem. a. ff. b. in sua proportione minimi per. 13. septimi: sequitur per. 11. eiusdem: ut. a. numeret. b. qui cum et numeret se nō erūt. a. ff. b. cōtra se primi: quod ē cōtrarium positioni.

Propositio .18.



¶ Quotlibet numerorum continue proportionalium duo extremi fuerint contra se primi quantus est primus ad secundum tantum esse vltimum ad aliquem alium est impossibile.

¶ Sint. a. b. c. continue proportionales. sintq. a. ff. c. contra se primi: dico q. in eadem pportione nō pōt eis adiungi alius: si enim potest sit. d. quia igitur est. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit pmutatum. a. ad. c. sicut. b. ad. d. sunt aut. a. ff. c. in sua pportione minimi p. 13. septimi: itaq. p. 11. eiusdem. a. numerat. b. quare et numerat. c. numero 3. n. continue proportionalium: si primus numerat scdm ipse numerat oēs: & simpliciter quilibet pcedēs quēlibet sequētē: itaq. et numerat se nō erūt. a. ff. c. cōtra se primi: qd est incōueniēs.

Propositio .19.



¶ Propositis duobus numeris an sit eis tertius cōtinue proportionalis perscrutari.

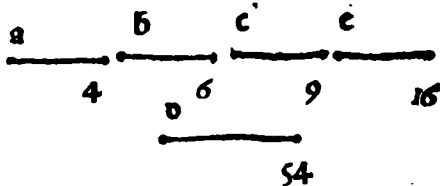
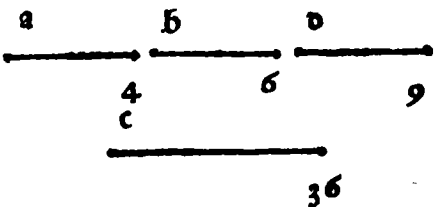
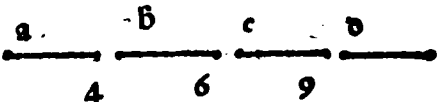
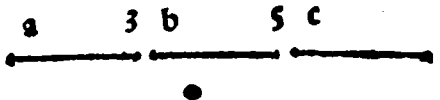
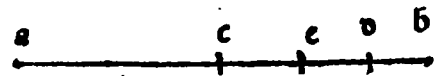
¶ Sint. a. ff. b. duo numeri ppositi: uolo inquirere an eis possit tertius sub continua proportionalitate adiungi. Igitur si ipsi sunt cōtra se primi impossibile ē per. 17. ¶ Si uero compositi ducat. b. in se. ff. pueniat. c. quē si. a. numerat erit. ¶ Si uero nō nūerat nō erit. ¶ Nūeret. n. cū fm. d. q. erit quē qrimus p. 2. ptē. 10. septimi. ¶ Sit ergo ut nō numeret eū: ē tñ ut. a. ad. b. sicut. b. ad. d. itaq. q. ex. b. in se sit. c. sequitur p primā ptē. 10. septimi. ut ex. a. in. d. sit idē. igitur. a. numerat. c. fm. d. sed erat positi q. nō iquare sequitur iposibile.

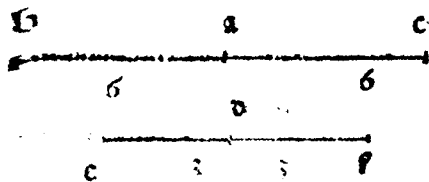
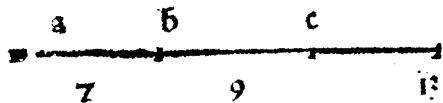
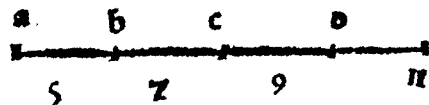
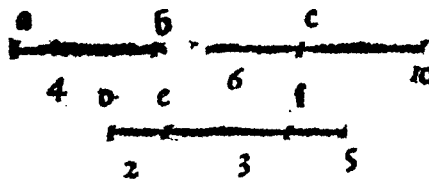
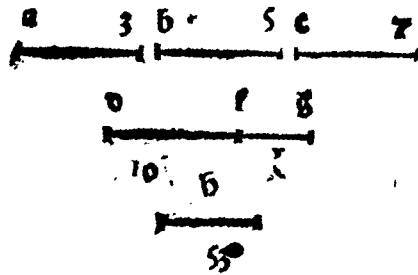
Propositio .20.



¶ Atis tribus numeris cōtinue pportionalibus an sit aliquis qrtus eis cōtinue pportionalis inquirere.

¶ Sint continue proportionales. a. b. c. uolo inquirere an aliuseis sub continua pportionalitate possit adiungi. ¶ Igitur si. a. ff. c. sunt contra se primi. impossibile est per. 18. ff.





compositus sit. d. qui provenit ex. b. in. c. quem si numerat. a. erit. si vero non numerat non erit. ¶ Numeret enim cum fm. e. qui erit quem querimus per secundam partem. 10. septimi. ¶ Sit ergo ut non numeret cum i. est tñ ut. a. ad. b. sicut. c. ad. e. itaq. quia ex. b. in. c. sit. d. sequitur per primā partē 10. septimi: ut ex. a. in. e. sit idem ¶ Ergo. a. numerat. d. fm. e. sed positum erat q. non. ¶ I dem potes perstruere quotlibet continue proportionalibus propositis. si enim duo extremi sint contra se primi finem habet interatio per. 18. si autem compositi ducto secundo in ultimum si productum numeret primus: secundum quē cū numerat est quem querimus p. secūda partem. 10. sep. ¶ Si autem primus productum non numerat nullus. erit quotlibet enim posito per primam partem eiusdem fm. ipsam positum numerabit primus productum: quod positum erat non numerare.

Propositio .21.

Aliis quotlibet numeris primis aliquem primum ab eis diversum ēē necesse est.

¶ Nihil aliud intenditur nisi q. numeri primi sint infiniti demonstrare. Sint enim. a. b. c. numeri primi. dico esse aliquem primum diversum ab eis sit quidē. d. f. minimus quē numerant cui addita unitate fiat. d. g. qui est primus aut compositus. si primus constat ppositum. ¶ Si compositus numerat eū aliquis primus qui sit. b. quē non est possibile ēē aliq. ex primis ppositis. si enim ēēt aliquis eor. cū quilibet ipso. numeret. d. f. ipse quoq. numeraret eundē: at quia numerat. d. g. oporteret ipsum numerare. f. g. qui ē unitas qd est impossibile. ¶ I dē sequitur posito. d. f. quolibet nūcro quē numerat. a. b. c. quare constat ppositum.

Propositio .22.

¶ Si coaceruentur quotlibet numeri pares: totus quoq. ab eis coaceruatus erit par.

¶ Sit quisq. numerorum a. b. c. parti dico ex eis compositum ēē parē. ¶ Habet enim ex conversione diffinitionis quisq. eorum medietatem. ¶ Sint ergo eor. medietates. d. e. f. quia igitur sicut. a. ad. d. sic. b. ad. e. f. c. ad. f. erit ex. 13. septimi sicut. a. ad. d. itaq. totus. a. b. c. ad totum. d. e. f. itaq. d. e. f. est medietas. a. b. c. ergo per diffinitionem. a. b. c. ē par: quod ē propositum.

Propositio .23.

¶ Si numeri impares numero pares coaceruentur: totus quoq. ex eis coaceruatus erit par.

¶ Sit quilibet numero. a. b. c. d. impari dico ex eis compositum ēē parē. ¶ Dempta enim a quolibet unitate constat residuos ēē pares: ff. quia ille unitates dempte componunt parē: cū sint numero pares: constat propositū per premisam.

Propositio .24.

¶ Si numeri impares numero impares coaceruentur: totum quoq. ex eis coaceruatum imparē ēē.

¶ Sit quilibet numero. a. b. c. impari dico totū ex eis compositum ēē imparē. ¶ Erit. n. p. premisam compositus ex a. f. b. parti ff. quia. c. depta unitate ē pariter ante premisam totus. a. b. c. dempta unitate pariter diffinitionē itaq. constat totum ēē imparē.

Propositio .25.

¶ Si a numero pari numerus par detrahatur reliquus erit par.

¶ Sit totus. a. par a quo detrahatur. b. qui quoq. sit par ff. residuus sit. c. dico. c. ē parē. ¶ Sit enim. d. medietas. a. e. quoq. sit medietas. b. detracta. c. de. d. sit reliquus. f. erit per. 13. septimi. c. ad. f. sicut. a. ad. d. quare. f. ē medietas. c. itaq. c. est par: quod est propositum.

Propositio .26.



I a numero impari detrahat ipar reliquus erit par.
 ¶ Sit. a. b. numerus impara quo detrahat. b. c. qui et sit impari dico reliquum qui e. a. c. ee parem. ¶ Detrahat enim ab utroq. duoz. numeroz. a. b. ff. b. c. unitas que sit. b. d. eritq. uterq. duoz. residuo. q. sunt. a. d. ff. d. c. par per premisam itaq. constat. a. c. ee parem qd e ppositum.

Propositio .27.



I a numero impari numerum parem subtrahas qui relinquitur impar est.

¶ Sit. a. b. impara quo detrahat. a. c. qui sit pari dico c. b. residuum ee imparem. ¶ Sit enim. b. d. unitas eritq. a. d. par. ff. quia. a. c. est par erit per. 25. c. d. par. cum itaq. sit. d. b. unitas erit. c. b. impari quod est propositum.

Propositio .28.



I de numero pari imparem tollas qui relinquitur impar est.

¶ Sit. a. b. par a quo tollatur. a. c. qui sit impar i dico. c. b. residuum ee imparem. ¶ Subtrahatur enim ab. a. c. unitas que sit. c. d. eritq. a. d. par itaq. per. 25. d. b. quoq. erit pari quia igitur. d. c. est unitas. sequitur. c. b. ee imparem quod est propositum.

Propositio .29.



I numerus impar in numeru parem ducatur q. in de producat erit par.

¶ Ex. 23. manifestum est quod dicitur.

Propositio .30.



I in imparē ducat impar qui pducet erit impar.

¶ Hec quoq. ex. 24. manifesta est.

Propositio .31.



I numerus impar numez pares numeret. num ero pari cum numerabit.

¶ Si enim numero impari cum numeraret ex impari in imparem fieret pari quod est inconueniens per premisam.

Propositio .32.



I impar imparē numeret impariter cum numerat.

¶ Si enim pariter cum numeraret ex numero ipari in numerum parem fieret impar quod est inconueniens per. 29.

Propositio .33.



I numerus impar numez parem metiatur eius de quoq. dimidium ipsi metiri necesse est.

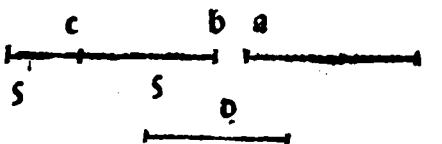
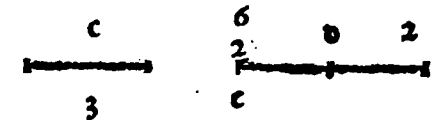
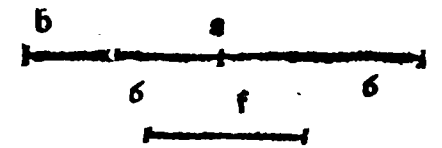
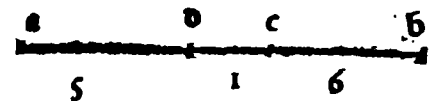
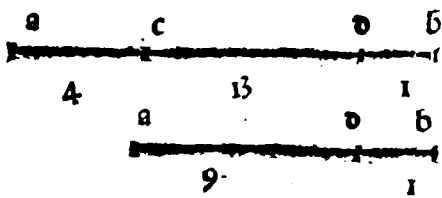
¶ Sit. a. numerus par cuius dimidium. b. sitq. c. numerus impar qui numeret. a. dico q. c. numerabit. b. ¶ Numeret enim. a. fm. d. eritq. per. 31. d. numerus par. Eslo igitur eius dimidium. e. ducaturq. c. in. e. ff. proueniat. f. erit q. per. 18. sep. a. ad. f. sicut. d. ad. e. ff. quia etiam est. a. ad. b. sicut. d. ad. e. sequitur. b. ff. e. se quales. cum itaq. c. numeret. f. idem numerabit. b. qd est propositum.

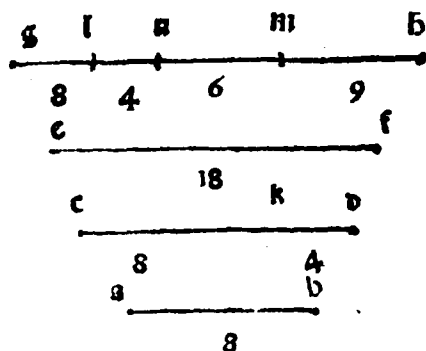
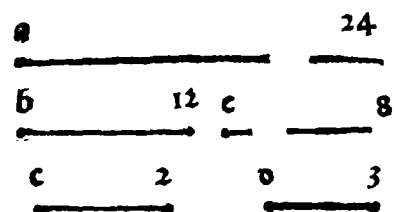
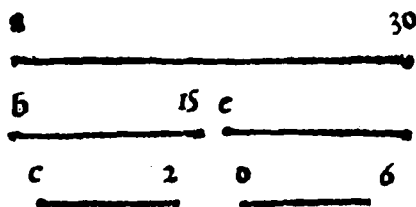
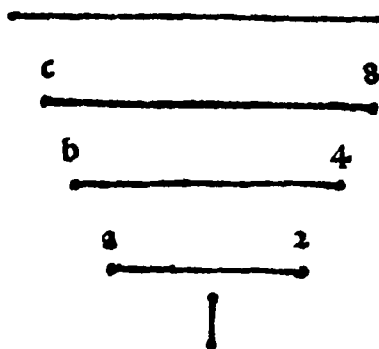
Propositio .34.



I numerus impar ad aliquē fuerit primus. idē ad eiusdem duplum erit primus.

¶ Sit. a. numerus impar primus ad. b. cuius duplum sit. c. dico q. a. est primus ad. c. ¶ Si autem numeret eos. d. cu q. a. sit impar sequitur. d. ee imparem quiaq. enim iparem numerat impar est. ¶ Per premisam itaq. d. numerba it. l. non sunt igitur. a. ff. b. contra se primus qd est contra ypothesim.





Propositio .35.



Merita a duobus dupli sunt pariter pares tamus. ¶ Sint vnitas. a. b. c. d. cōtinue proportionales. sitq. a. binarius: dico oēs eos esse pariter pares eisq. fm hac pportio nem in infinitum auctis nullum alium ēē pariter parem. ¶ De his qdem constat p diffinitionem cū p. n. quilibet pcedens numeret quemlibet sequentem p aliquem eorum. quos oēs oportet esse pares: & nullus alius numeret aliquem eorum per. 3. eo q. a. qui est binarius vnitatem sequens ē primus. ¶ Quod autem nullus alius ab his sit pariter par constat: sic. ¶ Posito enim aliquo diuidatur in duas medietates eiusq. medietas in duas: & hoc toties fiat quousq. numerus aut vnitas diuisionem impediat quod est necesse euenire per vltimam petitionem. si vero numerus hanc prohibeat ipse erit impar qui cum numeret pariter parem positum non erat pariter par que positus ē pariter par. si autem vnitas non erit. 3. vel. 5. alius a continue duplis ab vnitate.

Propositio .36.



Simerus cuius medietas ē impar ē pariter impar. ¶ Sit. a. numerus cuius medietas que sit. b. sit impar dico. a. esse pariter impar. ¶ Sit enim. c. binarius manifestum est itaq. qm ex. c. in. b. sit. a. sit aut. d. quilibet numerus par numeras. a. q numeret cū scdm. e. eritq. p scdm ptem. 20. septimi. e. ad. b. sicut. c. ad. d. igit. e. numerat. b. nā q. a. c. numerat. d. erit itaq. e. numerus impar. erat enim. b. p diffinitionem igitur a. est pariter impar.

Propositio .37.



Simerus cuius a duobus non duplus cuius medietas est par est pariter par et impariter. ¶ Sit numerus. a. non duplus a duobus cuius medietas q sit. b. ponatur par. dico ipsum esse pariter parem et impariter. ¶ Sit enim. c. binarius de quo manifestum est q ipse numerat. a. fm. b. quia uero. a. nō est duplus a duobus: necesse est si eius medietas que est. b. in alias duas medietates diuidatur: medietatisq. medietas in alias duas ut tandem occurrat numerus impediens diuisionem qui propter hoc q diuisionem non recipit erit impar. ¶ Sitq. is in quos sit diuisio. d. in numero quippe necesse est stari qā si usq. ad unitatem perueniret diuisio esset. a. de numeris duplis a binario de quibus nō est: de. d. uero manifestum est q ipse numerat. a. per hanc cōm scientiam oīs numerus numerans alium numerat oēm numeratum ab illo. Numeret ergo eum fm. e. eritq. e. par. Alioquin. cum. d. sit numerus impar seq. retur per. 30. a. esse imparem: quia igitur. b. numerus par numerat. a. fm. c. q quoq. ē par ē enī binarius. At uero. c. numerus par numerat eūdem fm. d. qui est impar. constat ex diffinitione numerum. a. esse pariter parem et impariter qd est propositū.

Propositio .38.



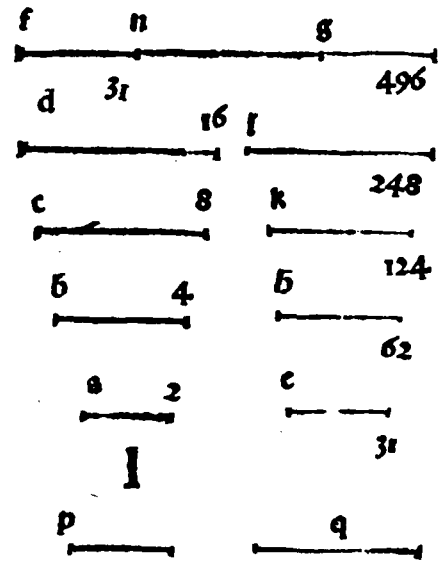
S de secundo atq. vltimo numerorum cōtinue pportionalium equale primo dematur quantum ē reliquum secundi ad primum tantum esse reliquū vltimi ad coaceruatum ex cunctis precedentibus necessario comprobatur. ¶ Sint cōtinue pportionales. a. b. c. d. e. f. g. h. dematq. de c. d. eq̄lis. a. b. qui sit. c. k. & de. g. h. qui sit. g. l. dico tūc q pportio. k. d. ad. a. b. est sicut. l. h. ad cōpositum ex. e. f. c. d. & a. b. ¶ Sumat ex. g. h. eq̄lis. e. f. q sit. g. m. & eq̄lis. c. d. qui sit. g. n. eritq. l. n. eq̄lis. k. d. ¶ Manifestum aut est p n. sep. q cum sit. g. h. ad. g. m. sicut. g. m. ad. g. n. erit. h. m. residuum ad. m. n. residuum sicut. g. h. ad. g. m. ¶ Ideoq. sicut. e. f. ad. c. d. ¶ Simili quoq. modo erit. m. n. ad. l. n. sicut. c. d. ad. a. b. permutatim igitur erit. h. m. ad. e. f. & m. n. ad. c. d. sicut. n. l. ad. a. b. itaq. coniunctim per. 13. sp. erit. l. h. cōpositus ex. h. m. m. n. & l. n. ad cōpositum ex. e. f. c. d. & a. b. sicut. l. n. ad. a. b. ideoq. sicut. k. d. ad. a. b. quod est propositum.

Propositio 39.



Sim coaptati fuerint numeri ab unitate continue dupli qui coniuncti faciant numerum primum extrinsecus eorum in aggregatum ex eis ductus producit numerum perfectum.

- S**int ab unitate continue dupli a. b. c. d. ex eis autem **E** unitate coaceruatus sit. e. qui ponatur esse numerus primus in quem. e. multiplicet. d. **E** proveniat. f. g. dico. f. g. esse numerum perfectum. Sumatur igitur. h. k. l. continue dupli ad. e. ut tot sint. e. h. k. l. quot sint continue dupli ad unitatem simplici. eritque per equam proportionalitatem. l. ad. e. sicut. d. ad. a. quare per primam partem. 10. sep. ex. a. in. l. p. uenit. f. g. Nam ipse. f. g. provenit ex. d. in. e. **E** quia. a. est binarius est. f. g. duplus ad. l. sunt igitur. e. h. k. l. **E** f. g. continue proportionales. dematur igitur ex. h. equalis. e. qui sit. m. h. **E** residuus. h. n. qui erit etiam equalis. e. itemque. ex. f. g. dematur eidem equalis qui sit. f. n. eritque per premisam. n. g. quantum aggregatum ex. e. **E** h. b. **E** k. l. **E** f. d. **E** f. n. cum sit equalis. e. est quantum aggregatum ex. a. **E** b. **E** c. **E** d. **E** unitate. itemque totus. f. g. est quantum aggregatus ex oibus his scilicet. a. b. c. d. **E** unitate **E** illis. e. h. k. l. de quibus omnibus manifestum est quod numerat eum scilicet. f. g. c. quidem **E** fm. h. **E** b. **E** fm. k. quod ex prima parte. 10. sep. conuincitur adiuvante equa proportionalitate si ubi opus fuerit. Est enim ut. d. ad. c. sic. h. ad. e. **E** ut. d. ad. b. sic. k. ad. e. per equam **E** proportionalitatem quare **E** ex. c. in. h. **E** ex. b. in. k. necesse est provenire. f. g. quem dudum produxerat. d. in. e. si igitur nullus alius ab his numerat. f. g. ipse erit per diffinitionem numerus perfectus. **Q**uod autem nullus alius eum numeret sic patet si enim hoc possibile est sit. p. qui numeret eum fm. q. eritque per. 33. sep. ut. e. numeret alterum eorum ponaturque. **E** q. numeret. p. **E** quia per secundam partem. 10. sep. est. q. ad. d. sicut. e. ad. p. sequitur ut. q. numeret. d. quare cum. a. qui sequitur unitatem sit primus est enim binarius erit. q. per. 13. huius aut. a. aut. b. aut. c. quicunque autem horum fuerit erit. p. aut. d. aut. k. aut. h. si enim. q. fuerit. a. constat quod. p. erit. l. quod si fuerit. b. p. erit. k. si autem. c. p. quoque erit. h. non est igitur. p. diuersus ab illis ut fuerat positum: relinquatur ergo quod. f. g. sit numerus perfectus quod erat demonstrandum.



Castigator.

- a** **E**x hac habetur esse perfectorum primus senarius secundus. 28. tertius 496. ac deinceps alternatim terminando in octonarios **E** senarios in infinitum **E** non poterit esse perfectus nisi terminetur in altero dictorum.
- b** **Q**uia in vitro ordine sunt numeri in dupla proportionione dispositi **E** ideo per equam proportionem siue perversim siue directe sunt. d. b. **E** k. e. proportionales.
- E**t istae sunt omnes partes eius quibus numeratur ille quidem fm. l. k. h. e. **E** iste fm. d. c. b. a. **E** unitas fm. e. totum per concep. quia omnis numeri pars est unitas ab ipso dicta.
- c** **E**t si poneret aduersarius. e. numerare. q. tunc quia est per primam partem. 10. septimi. q. ad. d. sicut. e. ad. p. erit permutatim per. 16. quinti. p. ad. d. sicut. e. ad. q. sed. q. numeratur ab. e. per aduersarium ergo. d. numeratur etiam. ab. p. **E** tunc per. 13. erit. p. aliquis illorum. a. b. c. d. **E** sic viceversa q. erit aliquis illorum. l. k. h. e. quemadmodum dictum est de. p. ideo **E** c.
- d** **C**um quilibet eorum numeret. f. g. fm. illos. s. l. k. h. **E** ideo. q. si fuerit. a. p. erit. l. cum. a. numeret. f. g. fm. l. **E** si. q. erit. b. p. erit. k. cum. b. numeret eundem. f. g. fm. k. **E** si. q. erit. c. p. erit. h. quia. c. numeret. f. g. fm. h. **E** ideo semper. p. erit aliquis illorum cum. q. numeret eundem. f. g. fm. p. **E** c.
- L**atius in his que de proportionione **E** proportionalitate posita sunt in calce. s. diffinitione li. 5. **E** circa diffinitiones. 12. 13. 14. 15. 16. eiusdem ibi clare habes qualiter quantitates communicantes **E** commensurabiles se habeant in longitudine **E** potentia.

Explicit liber Nonus.

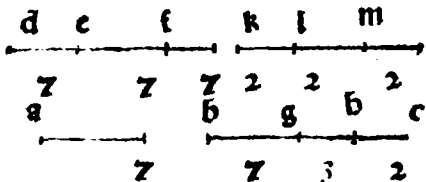
Decimus prelatijs difficilissimus Euclidis liber de tredecis irrationalibus lineis. Ex campani optima interpretatione. Magistro Luca pacio de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis S. Vini. Castigatore acuratissimo. Incipit.



Quantitates quibus fuerit una quantitas cōis eas numerans. dicent' cōicantes. quibus vero nō fuerit una cōis quātitas eas numerans dicent' incōmensurabiles. 2 **L**inee i potētia cōicantes dicuntur quaz superficies quadratas una cōis superficies nūerat 3 **L**inee incōmensurabiles i potētia dicuntur quaz superficies quadratas non nūerat una cōis superficies. que cum ita sint ma-

nifestum est qz omni linee posite multe alie sunt incōmensurabiles. quedam in longitudine tñ. quedam in longitudine 2 potētia. 4 **D**is aut' linea cum qua rōcinamur posita vocetur rōnalis. 5 **L**ineeqz ei cōicantes dicuntur rōnales. 6 **E**idem aut' in cōicantes dicuntur irrōales siue surde. 7 **D**is vō quadrata superficies de qua p pōtēsim rōc. namur dicitur rōnalis. 8 **S**uperficies vero ei cōicantes dicuntur rōnales. 9 **E**idem aut' incōmensurabiles superficies dicunt' irrōnales siue surde. 10 **L**atera vero que in illas quadratas possunt dicuntur irrōnalia. 11 **Q**uālibet quātitatem totiēns posse multiplicari vt quālibet eiusdem generis quantitatem positam excedat.

Propositio .i.



In duabus quantitatibus inequalibus propositis maius dimidio a maiori detrahatur. itēqz de reliquo maius dimidio dematur deinceps quoqz eodem modo: necesse est vt tandem minore posita rum minor quantitas relinquatur.

Sint due quātitates ineqles. a. b. c. b. c. maior. dico qz totiēns pōt maius dimidio detrahi a. b. c. uel eius residuo qz necesse erit relinq quantitatē minore. a. multiplicetur. n. a. quotiens excedat. b. c. sitqz eius multiplex. d. e. f. maior. b. c. detrahatur itaqz. a. b. c. maior dimidio qz sit. b. g. itēqz ex residuo quod est. g. e. maior dimidio quod sit. g. b. hoc quoqz totiēns fiat quousqz. b. c. diuisa surint in tot ptes quotiens. a. continetur in. d. e. f. **D**ico tñc qz ultimum residuum ut est hic. b. c. est minus. a. multiplicetur namqz. b. c. quotiens est multiplicata. a. in. d. e. f. sitqz eius multiplex. k. l. m. **Q**uia igitur unaqueqz quantitatū. k. l. m. est equalis. b. c. sequit' ut f. k. sit minor. b. g. sed f. l. minor. g. h. at quia. m. est equalis. b. c. erit p conceptionem. k. l. m. minor. b. c. quare minor. d. e. f. cū sit ergo. d. e. f. ad. a. sicut. k. l. m. ad. h. c. sitqz. d. e. f. maior. k. l. m. sequit' p. 14. quinti qz. a. sit maior. b. c. quod est ppositum. **I**dēqz sequit' si de maiori dimidium dematur. itēqz de reliquo dimidium sitqz totiēns quousqz maior diuidat' in tot partes quotiens continet' minor in quolibet suo multiplicē. maiore positaz quantūlibet excedente. **A**tendere aut' oportet qz huic uidet' r. tertiū contradicere pponens angulum contingētie. minorem fore quolibet angulo a duabus lineis rectis contento posito. n. angulo quolibet rectilineo. si ab ipso maius dimidio demat'. itēqz de residuo maius dimidio. necesse uidetur hoc totiēns posse fieri quousqz angulus

rectilineus minor angulo contingente relinquitur cuius oppositum. s. tertii syllogizari sed hi non sunt uniuoce anguli non enim eiusdem sunt generis simpliciter curuum & rectum. At uero nec angulum contingentie totiens contingit sumi ut qualemcuq. rectilineum excedat quod necessarium est ut ex prehabita demonstratione patet ad hoc ut consequens ex antecedente sequatur. planum ergo est et quolibet angulum rectilineum infinitis angulis contingentie esse maiorem.

Propositio .2.



Si fuerint due quantitates inaequales detrahatur q. a maiori equale minori donec minus eo superfit ac deinde a minori ipsius reliqui equale demat donec minus eo relinquitur denovo quoq. a reliquo primo equale reliqui secundi donec minus eo superfit auferat. & in huiusmodi continua detractio

ne nullum reliquum quod ante relictum numeret inueniatur: eas duas quantitates incomensurabiles esse necesse est.

Simile huic ppositum prima septimi in numeris. Sint due quantitates inaequales. a. f. b. maior. a. a quibus si fiat reciproca quoad pot. detractio non occurrat et si infinites fiat aliqua quantitas detractioem impedies siue ante relictum numeras dico eas incomensurabiles esse. ¶ Sinaut sit cois eaz mensura. c. detrahatur igitur. b. ex. a. quotiens pot. sitq. residuum d. quod residuum detrahatur ex. b. quotiens pot. sit residuum. e. Fiatq. totiens ista detractio quousq. ex alterutra duaz quantitarum. a. f. b. remaneat minus. c. hoc enim necesse est esse possibile per precedentem. Sitq. hic. e. minus. c. cum igitur. c. mensuret. b. detractam ab. a. f. etiam. a. mensurabit per conceptione. d. residuum. ideoq. cu mensuret. d. detractum a b. f. etiam ipsum. b. mensurabit. e. residuum. sed erat. e. minus. c. maior ergo quantitas mensurat minorem quod est impossibile.

Propositio .3.



Propositis duabus quantitatibus inaequalibus cois cantibus maximam quantitate coiter eas numerantem inuenire. Ex hoc itaq. manifestum est que duas metitur quantitates maximam quoq. communiter ambas metientem metiri.

Huius demonstrationem si secunda septimi non ignoras non potes ignorare processum enim utrobq. idem.

Propositio .4.



Propositis tribus quantitatibus comunicantibus maximam eas communiter numerantem inuenire.

Hec ex tertia septimi sic patet sicut premissa ex secunda septimi.

Propositio .5.



Primum duarum quantitarum comunicantium est proportio tanq. numeri ad numerum.

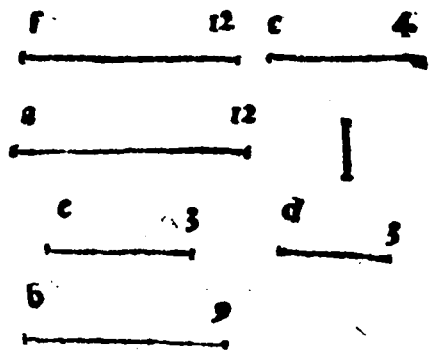
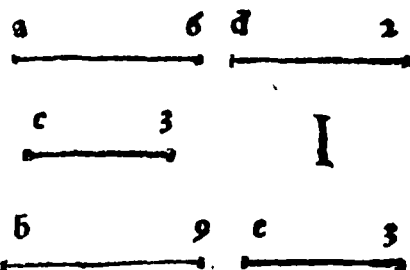
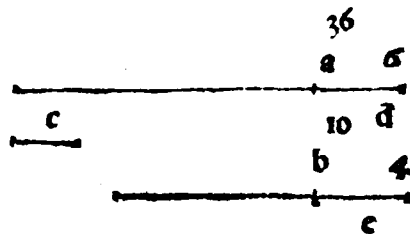
Sint due quantitates. a. f. b. comunicantes dico q. eaz pportio est sicut alicuius numeri ad alium numex. ¶ Sit. n. c. maxima qntitas coiter mēsuras. a. f. b. repta ut docet. 3. huius que mensuret. a. fm numex. d. f. b. fm numex. c. eritq. a. ad. c. ut. d. ad. unitate. eo q. sicut. a. ē multiplex. c. ita. d. est multiplex unitatis. ac. c. ad. b. ut unitas ad. e. qm sicut. c. ē submultiplex. b. ita unitas est submultiplex. e. igit. p equam pportionalitatem. a. ad. b. ut. d. ad. e. quod est propositum.

Propositio .6.



Si fuerint due quantitates quaz sit pportio vnius ad alteram tanq. numeri ad numerum: eas duas comunicantes esse necesse est.

Hec est conuersa prioris ut si sit. a. ad. b. sicut numerus. c. ad numex. d. erunt due qntitates. a. f. b. comunicantes. ¶ Sit enim. c. toties mēsurans. b. quoties ē unitas in. d. f. totiens

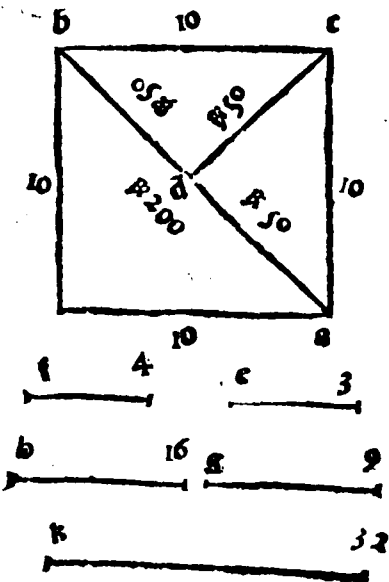
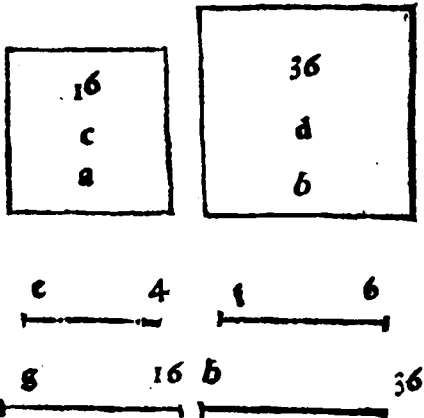


mensurans. f. quotiens unitas in. c. Cum sit igitur. f. ad. e. ut. c. ad unitatē ac. e. ad. b. ut unitas ad. d. erit p. equam pportionalitatem. f. ad. b. ut. c. ad d. quare et ut. a. ad. b. igitur p. primam ptem. 9. quinti. f. est equalis. a cum itaq. e. mensuret. f. per conceptionem mensurabit. a. igitur. a. f. b. cōican test: mensurabat enim f. b. quod est propositum.

Propositio .7.



Primū duarum superficier quadratar quarus latera in longitudine cōmunicant ē pportio vnus ad alteram tanquā numeri quadrati ad numerus quadratum. Si vero fuerit pportio superfici quadratē ad superficiem quadratam: tanquā pportio numeri quadrati ad numerum quadratum: erunt latera earū in longitudine cōmunicantia. Quod si fuerit pportio superfici quadratē ad superficiem quadratā non velut numeri quadrati ad numerum quadratus: latera earum erunt in longitudine incōmensurable.



¶ Sint. a. f. b. due linee quadrate quaz quadrata sint. c. f. d. dico q. si a. f. b. cōmunicant in longitudine erit pportio. c. ad. d. sicut numeri quadrati ad numerus quadratum ē cōuerso. ¶ Si autē pportio. c. ad. d. nō sit sicut numeri quadrati ad numerus quadratum. a. f. b. erunt incōmensurabiles in longitudine ē cōuerso. Verū istud argumētum quartū nō pponit. ¶ Primum patet sic. si a. f. b. cōmunicant in longitudine ipse p. s. erunt in pportione duorū numeroz q. sint. c. f. d. quoz quadrati sint. g. f. h. Quia ergo est. c. ad. d. sicut. a. ad. b. duplicata per. 8. sexti: sequit ut sit et. c. ad. d. sicut. e. ad. f. duplicata. ¶ Sed et p. 11. octau. g. ad. h. ut. e. ad. f. duplicata ergo. c. ad. d. sicut. g. ad. h. quod est primum. ¶ Secundum sic sit. c. ad. d. sicut. g. nūcus qdratus ad. h. numerus qdratū dico q. a. f. b. erūt in longitudine cōicantes. Cum enim sit. c. ad. d. ut. a. ad. b. duplicata p. 18. sexti. f. g. ad. h. p. 11. octau. ut. e. ad. f. duplicata: quare f. simpla. a. ad. b. sicut simpla e. ad. f. p. 6. igitur sunt. a. f. b. cōicantes quod est secundum. ¶ Tertium uero patet ex primo a destructione consequentis. ¶ Similiter quartum patet ex secundo a destructione consequentis. ¶ Ex tertia parte huius nota diamet. ē incōmensurable costē. ¶ Cum. n. sit quadratū diametri duplū quadrato costē: dupla uero pportio nō sit sicut numeroz quadratorum sequit diamet. ē incōmensurable costē in longitudine. Alioquin cū quaternarius sit numerus quadratus ēnt oēs pariter pares quadrati ē etiā alii infiniti q. nō sint qdrati. ¶ Ducit autē A. p. 10. prior. ad istud incōueniens si diameter ponatur cōmensurabilis costē q. impar numerus erit equalis pari: quod sic patet. Sit enim diameter. a. b. cōmensurabilis la. tri. a. c. eritq. per. 5. a. b. ad. a. c. sicut aliquis nūcus ad alium. Sint ergo bii numeri. e. f. qui sint minimi i sua pportione. eritq. ob hoc alter eorum impar. Si enim uterq. par non erūt minimi: quadrati quoq. eoz sint. g. f. b. si ergo. e. est. impar. erit quoq. ex. 30. noni. g. impar sit itaq. k. duplus ad. h. eritq. k. ex diffinitione par. ¶ Quia igitur. a. b. ad. a. c. ut e. ad. f. erit per. 18. sexti f. 11. octau. quadratum. a. b. ad quadratum. a. c. ut. g. ad. h. est itaq. g. duplus ad. h. sic enim est quadratū. a. b. ad quadratum. a. c. p. penultimam primi: f. quia etiam. k. est duplus ad. b. sequitur p. 9. quinti ut. g. nūcus impar sit equalis. k. nūcro pari. ¶ Quod si. e. sit par f. f. impar. erit pportio. f. ad dimidiū. c. q. f. sit. l. sicut. a. c. ad dimidiū. a. b. q. f. sit. a. d. f. ideo erit pportio qdrati. a. c. ad quadratū. a. d. sicut pportio numeri. b. qui est impar per. 30. noni ad quadratum numeri. l. qui sit. m. cui. k. ponatur esse duplus. eritq. k. per diffinitionem par. At quia qdratū a. c. est duplum ad quadratum. a. d. per penultimam primi erit. h. duplus ad. m. cuiq. k. sit etiam duplus ad. m. erit. per. 9. quinti numerus impar. b. equalis. k. numero pari quod est propositum.

Castigator.

¶ Videlicet quānum ad pportionem arithmeticā nō aut quānum ad

pportionem geometricam. quia semper inter diametrum & costam. collocabitur tertia subcontinua ppportionalitate per. 9. sexti. & sic prima & tertia communicabunt medie. per consequens. prima que est diameter. communicabit. tertia que est costa. & c. geometrice.

Propositio .8.



Si fuerint due quantitates vni quantitati cōcantes ipsas quoque inuicem cōmensurabiles esse necesse ē.

¶ Sit vtrāq. duarū quantitarum. a. & b. cōcans. & quantitati. c. dico. a. & b. esse cōmensurabiles. ¶ Est enim per. 5. a. ad. c. sicut numerus ad numerū. similiter quoque per eandem. c. ad. b. sicut numerus ad numerum. Sit itaq. numerus. d. ad numerum. e. sicut. a. ad. c. numerusq. f. ad numerum. g. sicut. c. ad. b. At proportionēs que sunt. d. ad. e. & f. ad. g. continentur in tribus terminis qui sunt. b. k. l. ut docet. 4. octauū. eritq. peregua proportionalitatem. a. ad. b. sicut. b. numerus ad. l. numerum. Per. 6. igitur sunt. a. & b. cōcantes qd ē propositū. ¶ Ex hac quoque sequitur qd si fuerint due quantitates si bi inuicem cōcantes. cuiusq. vna earum communicat & reliqua. & cuiusq. vna non communicat nec reliqua. ¶ Sint enim due quantitates. a. & b. cōmunicantes. ponaturq. quelibet quantitas que sit. c. cum qua cōmunicet. a. dico qd. b. cōmunicabit cum eadem. quod ex hac octaua patet cū vtrāq. earum cōmunicet cū. a. ex hypothesi. ¶ Quod si iterum. a. & b. sint cōmunicantes vt prius. ponatur. c. quelibet quantitas cum qua non cōmunicet. a. dico qd. b. non cōmunicabit cum eadem. Si enim. c. cōmunicaret cum. b. cum. a. quoque per hypothesi. cōmunicet cum eodem. b. essent per hanc octauam. a. & c. cōmunicantes. sed positum erat qd non essent quare constat quod diximus.

Castigator

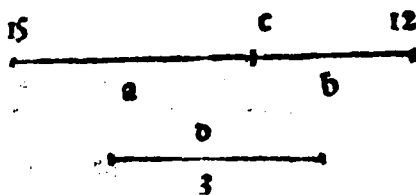
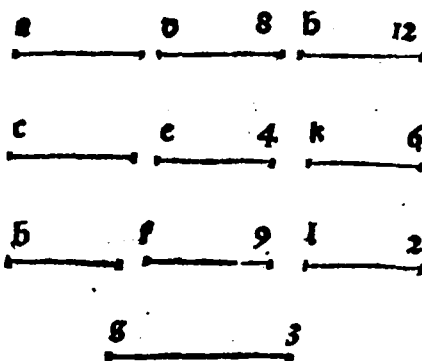
a ¶ Communicātia proprie dicitur numero. ut in septimo & octauo & nono libris apparet. sed cōmensurabilitas proprie competit quantitati continue. Et ideo nimirum si auctor indifferēter aliquando vtiatur vno & alio termino ut in ista octaua apparet.

Propositio .9.



Si fuerint due quantitates cōcantes. totum quoque ex eis confectum vtriusque earum. erit cōmunicans. Si vero fuerit totum vtriusque cōmensurabile erūt ambe cōmensurabiles.

¶ Sint due quantitates. a. & b. cōmensurabiles. dico totum ex eis cōpositum quod sit. c. vtriusque earum et cōmensurabile & econuerso. Adhuc quoque si totum ex eis cōpositum vni earum cōmunicet dico qd cōmunicabit alteri & ipse similiter inter se. Idem quoque in cōtrario. si enim. a. & b. sint incōcantes. dico qd. c. vtriusque earum erit incōmunicans & econuerso. ac si. c. alteri earum sit incōmunicans. erit quoque incōmunicans & alteri & ipse etiam inter se. Sint itaq. primū. a. & b. cōmunicantes. sintq. earum cōis mensura. d. qui cum vtrāq. earū numeret p conceptionem similitē antepenultime numerabit. & c. quare p diffinitionem. c. cōcabit vtriusque earū. scilicet. a. & b. Econuerso quoque si. c. cōmunicet vtriusque earū. sit oim cōis mensura. d. cōstat itaq. p diffinitionem. a. & b. cōcantes esse. Sed cōmunicet. c. cū altera earū que sit. a. dico qd cōcabit cū. b. & a. et & b. cōmunicabūt adinuicē. Sit. n. d. cōmuniter mensurans. c. & a. qd igitur. d. mensurat totum & deductum per conceptionem ipsa mensurabit residuum videlicet. b. p definitionem ergo & c. cōcāt cū. b. & a. cōmunicat quoque cum. b. ¶ Si autē. a. & b. sint incōmunicantes erit. c. incōmunicans vtriusque earū. si enim cū vtrāq. seu et cum altera earū cōmunicaret & ipse cōmunicaret adinuicem. quod est contra hypothesim. ¶ Similiter quoque econuerso si. c. ē incōcans vtriusque earū seu etiam alteri earū. erit quoque incōmunicans reliquę & ipse inter se. quod palam est ex predemonstratis a destructione consequentis.



Propositio .10.



Primum quatuor quantitatum proportionalium si fuerit prima comunicans secunde: tertia quoque erit cōicans quarte. Si vero prima incommensurabilis fuerit secunde: tertia quoque incommensurabilis erit quarte.

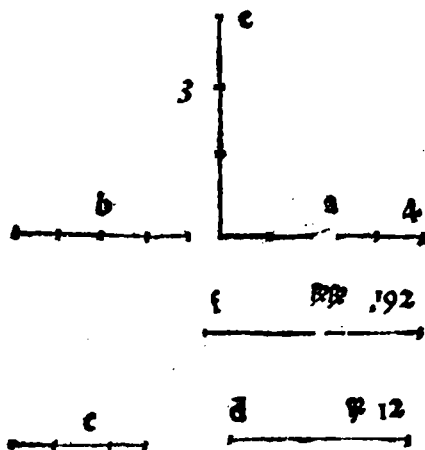
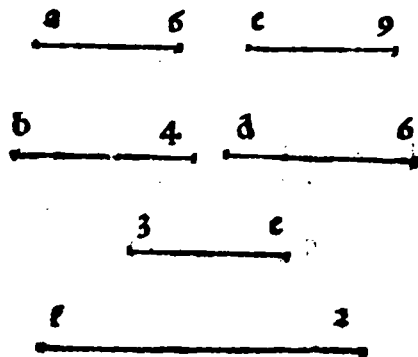
¶ Sint quatuor quantitates proportionales. a. b. c. d. dico qd si. a. cōmunicat cum. b. c. quoq. cōmunicabit cum. d. qd si. a. est incōmensurabilis. b. c. quoq. erit incōmensurabilis. d. Et si. a. cōicat cum. b. in potentia tñ. c. quoq. cōmunicabit cum. d. in potentia tantum. Verūm illud non proponit auctor quia facile patet ex demonstratione priorum. ¶ Si enim. a. cōicat cū. b. erit per. 5. a. ad. b. sicut numerus ad numerum. Sit ergo sicut. e. ad. f. At quia est per ypotēsū. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit. e. ad. d. sicut numerus. e. ad numerum. f. Per. 6. igitur est. c. cōicans cum. d. quod est primum. ¶ Secundum patet ex primo a destructione consequentis. Si enim. a. est incōmensurabilis. b. oportet. c. ēē incōmensurabilem. d. nam si esset cōmensurabilis cū sit ut. c. ad. d. sic. a. ad. b. p ypothesim: cēt p primam ptem. a. cōmunicans cum. b. sed non erat quare constat totū quod proponit auctor. ¶ Quod aut adiunximus videlicet qd si. a. cōicat cum. b. in potentia tñ. c. cōmunicat cū. d. in potentia tñ. sic patet. ¶ Cū enim. a. non cōicat cum. b. in longitudine nec. c. quoq. ex parte secunda huius cōicabit cum. d. in longitudine. At vero cum quadratum. a. cōicet cum quadrato. b. ex ypothesi erit per. 5. quadratum linee. a. ad quadratū linee. b. sicut numerus ad numerum qui sint. e. f. f. Et quia quadratum. c. ad quadratum. d. est sicut qdratum. a. ad qdratum. b. erit et quadratū. c. ad quadratum. d. sicut numerus. e. ad numerum. f. per. 6. igitur. c. f. d. cōicant in potentia: qd quia non communicant in longitudine: constat ppositum.

Propositio .11.



Proposita qualibet recta linea duas ei incommensurabiles alteram in longitudine tantum alteram in longitudine et potentia rectas lineas invenire.

¶ Sit linea. a. proposita: volo duas lineas reperire quas vna communicet cum. a. in potentia tñ. altera vero sit incōmensurabilis ei in longitudine et in potentia. Sumo itaq. duos numeros nequaquam se habentes in pportione aliquorum numero rum quadrato: sintq. hii. b. f. c. quos facile est sumere cū qlibet qdratus numerus ad quēlibet non quadratū ea habeat pportione quā nequaquam habent aliqui numeri quadrati cōfirmante hec. 11. octauit duobus talibus numeris sumptis iuenio lineā. d. ad cuius quadratū se hēat quadratū linee a. sicut nūserus. b. ad numerum. c. Hanc aut lineā ita repio diuido lineā. a. in tot ptes equales quot sunt vnitates in numero. b. quod facile facio adiuvante. a. vel. d. sexti: dehinc sup extremitatē linee. a. erigo lineā. e. ppendi culariter in qua toties cōtineat vna ex ptribus. a. quotiens vnitas est in. c. Quia igit ex prima sexti pportio quadrati linee. a. ad superficiē que fit ex a. in. e. ē sicut. a. ad. e. f. ideo sicut numeri. b. ad numerum. c. Si ponatur. d. in medio loco proportionalis inter. a. f. e. sicut docet. 9. sexti qd tunc per primam partem. 16. eiusdem quadratū. d. erit equale superficiē producte ex a. in. e. f. erit pportio quadrati linee. a. ad. quadratum linee. d. sicut numeri. b. ad numerum. c. quare. a. f. d. sunt cōmensurabiles in potentia ex diffinitione et per vltimam ptem. 2. ipse sunt incōmensurabiles in longitudine. Repta est itaq. d. prima linea quam propositum erat inquire re. ¶ Alteram sic reperio interpono ut docet. 9. sexti lineam. f. medio loco proportionalem inter. a. f. d. eritq. per correl. 17. sexti quadratum. a. ad quadratum. f. sicut. a. ad. d. ¶ I taq. per secundam partem. 10. quadratum a. est incōmensurabile quadrato. f. igitur lineā. f. est incōmensurabilis linee. a. in potentia quare et in longitudine: est itaq. f. secunda linea quā propositum erat reperire. Et sic patet ppositum.



Castigator.

¶ Quia quadratū .a. ad qdratū .f. nō ē sicut nūeri qdrati. ad nūmez quadratum nec simpliciter sicut alicuius numeri ad aliquem nūmez. qm si sic est. Tunc p sexta huius cōuersam. s. cēti quadratū .f. qdratū .a. cōicantia Et commensurabilia quod non sunt. cum sint sicut .a. ad d. vt dictum est. Et ideo per tertiam partem sp. huius .a. f. f. latera dictorū quadratorum i longitudine sunt incommensurabilia. vt dicit ibi ff. quare linee .a. f. f. sunt in longitudine & potentia incommensurabiles. vt queritur.

Propositio .12.



¶ Num quatuor lineaz pportionalius si prima tanto amplius possit secunda quantū ē quadratū alicuius linee cōicantis sibi in longitudine. necesse est tertiam quoqz tanto amplius posse quarta quantum est quadratū alicuius linee cōicantis sibi in longitudine. qz si fuerit prima potentior secunda quadrato alicuius linee incommensurabilis sibi i longitudine. erit quoqz tertia potentior quarta quadrato alicuius linee sibi incommensurabilis in longitudine.

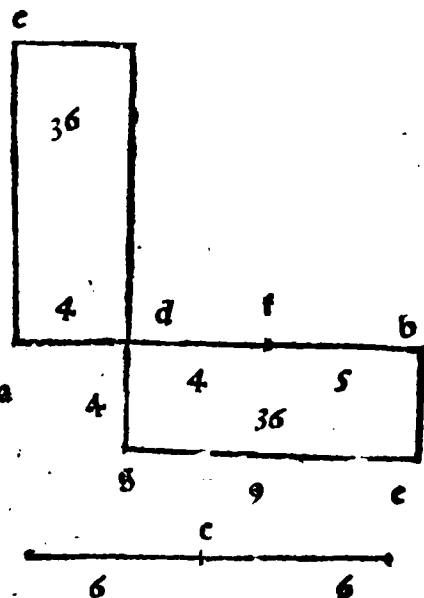
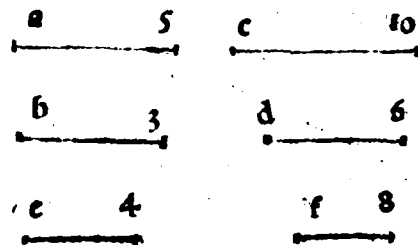
¶ Sint quatuor linee pportionales. a. b. c. d. sitq. a. maior. b. f. c. maior d. Sit quoq. a. potentior. b. quadrato linee e. f. c. potentior. d. quadrato linee. f. dico qz si a. cōicet. e. in longitudine. c. quoqz cōicabit. f. in longitudine qz si a. non cōicat. e. in longitudine nec. c. cōicabit. f. in longitudine. Quod ff. si a. cōicat. e. in potētia m. c. quoqz cōicabit. f. in potētia m. Vez tñ illud vltimū nō pponit auctor qz facile patet ex prioꝝ demonstratione. Cū sit. n. pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit qdrati. a. ad quadratū b. sicut quadrati c. ad quadratū. d. ff. quia quadratū. a. est equale quadratis duaz lineaz. b. f. c. similiter quadratū. c. quadratis duaz linearum d. f. f. erit pportio quadratoꝝ duarū lineaz. b. f. e. ad qdratū. e. sicut quadratorū. d. f. ad quadratū. f. ergo disiūctim erit quadratū .b. ad quadratū. e. sicut quadratū. d. ad quadratū. f. ergo. b. ad. e. sicut. d. ad. f. Item p equam pportionalitatē erit. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ergo p primā pte decime cōstat pria ps huius. ff. p sam fa. ff. p tertiā ibi adiūctā tertia. hic adiūcta.

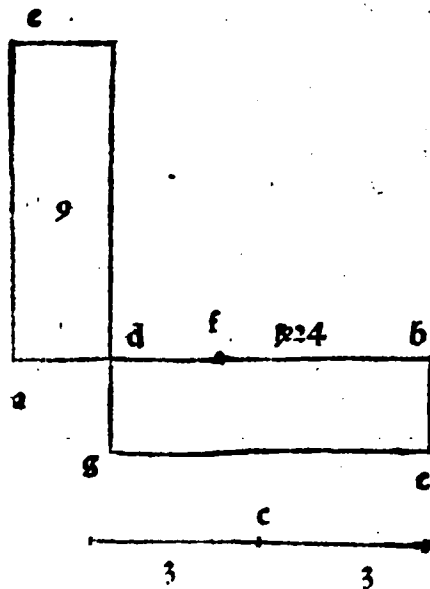
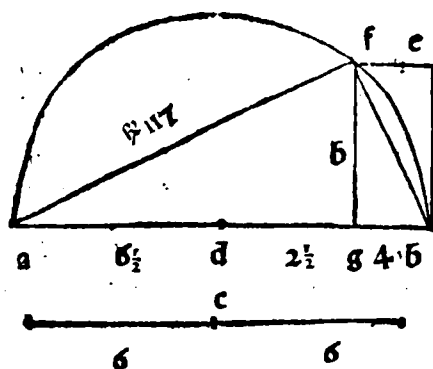
Propositio .13.



¶ Si fuerint due linee inequales quarum longiorem ut duo cōicantia diuidat superficies sibi adiuncta eq̄lis quarte parti quadrati breuioris linee cui adiuncte superficies defit ad complendam totam lineas superficies quadrata necesse est ipsam lineam longiorem linea breuiori tanto amplius posse quantum est quadratū alicuius linee cōicantis eidem longiori in longitudine. Si vero fuerit longior potentior breuiori augmento quadrati linee cōicantis sibi in longitudine adiungaturqz ei superficies equalis quarte parti quadrati breuioris linee cui defit quadrata superficies superficiem sibi adiunctā eandem lineam longiorem in duas portiones commensurabiles diuidere necesse ē.

¶ Sint due linee. a. b. f. c. maior. a. b. f. adiungat ad lineā. a. b. superficies eq̄lis q̄rte pti qdrati linee. c. ita qz defit ad cōplēdā lineā. a. b. superficies qdrata hoc enim est possibile. per. 27. sexti quod facile fiet hoc modo. ¶ Diuidatur. a. b. in duas lineas. a. d. f. d. b. ita qz inter eas cadat medietas linee c. continue proportionalis. ¶ Hoc autem qualiter fiat in fine demonstrationis huius docebitur. Eritq. ex. 26. sexti superficies. a. d. in. d. b. que sit. d. e. equalis quadrato medietatis linee. c. quare ex. 4. secundi erit eadem sub quadrupla quadrati linee. c. ¶ Deest quoqz ad complēdā lineam. a. b. superficies quadrata cū ff. a. d. sit equalis. d. g. f. d. b. equalis. g. e. Dico itaqz qz si superficies. d. e. diuidat lineam. a. b. in duo cōicantia erit lineā. a. b. potē





tior linea. c. in quadrato alicuius lineae secum communicantis in longitudi-
ne & e conuerso. ¶ Cū aut sit linea. a. b. maior linea. c. non erit. a. d. equa-
lis. d. b. sic enim esset superficies. d. e. quadrata: & quia ipsa est equalis qua-
drato medietatis lineae. c. esset. a. d. equalis medietati. c. & tota. a. b. toti. c.
quod est contra ypoth. Non est igit. a. d. equalis. d. b. I taq. de maiori ca-
rū que sit. d. b. abscondatur. d. f. equalis. a. d. eritq. per. 8. scūdi quadratum
totius. a. b. equale his que sunt ex. d. b. in. d. a. quater & quadrato. f. b. Qua-
re linea. a. b. erit potēior linea. c. in. quadrato lineae. f. b. Quā necesse est
cōicari toti. a. b. si linea. a. d. est cōicans lineae. d. b. Si enim hoc fuerit erit
d. b. cōicans. d. f. siue equali quare p. 9. b. f. cōicat cum. f. d. & ideo toti. b.
d. & pp hoc cū tota. a. f. igit. & cū tota. a. b. siq. patet primū. ¶ Cōuersum
huius sic patet. sit. a. b. potēior. c. i linea. f. b. que cōicet secum in lōgitu-
dine. dico tūc q. superficies equalis quarte parti quadrati lineae. c. addita ad
lineam. a. b. ita q. desit superficies quadrata diuidet lineam. a. b. in duo cō-
municantia. Diuidatur enim. f. a. per equalia in. d. & fiat superficies. d. e.
ex. d. b. in. d. a. & deit ad complendam lineam. a. b. superficies quadra-
ta: eritq. per. 8. scūdi quadratum. a. b. equale quadruplo superficiēci. d. e.
et quadrato. f. b. igitur quadruplum superficiēci. d. e. est equale quadrato
c. quare superficies. d. e. sit equalis quarte parti quadrati. c. dico igit. q. d.
b. est cōicans cū. a. d. cū sit. f. b. comunicās cum. a. b. Si enim hoc fuerit
vt q. f. b. sit comunicās cū. a. b. erit et comunicans cū. a. f. p. 9. quare &
cum. a. d. sed & cū. d. f. sibi equali itaq. & d. b. est comunicans cum. a. d.
q. d. est scūdi. Nunc aut monstrandū est qualiter linea. a. b. cū ipsa posi-
ta fuerit maior linea. c. possit sic diuidi vt inter ptes eius cadat medietas
lineae. c. continue proportionalis. ¶ Cū enim sic fuerit diuisa: superficies q. fiet
ex vna in alterā erit equalis quadrato medietatis lineae. c. & ipsa erit superfi-
cies equalis quarte parti quadrati lineae. c. adiuncta ad lineam. a. b. ita q.
desit superficies q. drata. Hoc enim sic fiet diuisa. a. b. per equalia in. d. lineae
super eā semicirculus. a. f. b. & similiter. b. c. perpendicularis ad. a. b. q. ponat
equalis medietati lineae. c. & ducatur. e. f. equidistans ad. a. b. vsq. quo se-
cet circūferentiā semicirculi in puncto. f. necesse est enim vt fecet eā: cū li-
nea. a. b. sit maior linea. c. ¶ Et ducat. f. g. perpendicularis ad. a. b. q. cū per
34. primi sit equalis lineae. c. b. erit quoq. equalis medietati lineae. c. ¶ Du-
cant itaq. lineae. f. a. f. b. eritq. per primam partē. 30. tertis angulus. a. f. b. re-
ctus: & ideo p. primam partē coroll. 8. sexti erit linea. f. g. medio loco pro-
portionalis inter. a. g. f. g. b. quare medietas lineae. c. que ē sibi equalis: erit
etiam proportionalis inter easdem quod est nostrum propositum.

Propositio .14.



¶ Si fuerint due lineae inaequales quarum longiori
diuidat in duas partes incommensurabiles super-
ficies equalis quarte parti quadrati breuioris sibi
adiuncta ita q. desit ad eius complectionē: superfi-
cies quadrata erit longior potēior breuiori ang-
mento quadrati lineae incommensurabilis ipsi lon-
giori in longitudine. Si vō longior potēior fuerit breuiori q. dra-
to lineae incommensurabilis sibi longiori in longitudine adiunga-
turq. ei superficies equalis parti quarte quadrati breuioris de-
fueritq. longiori superficies quadrata necesse est vt ipsa superfi-
cies sibi adiuncta eandem longiorem lineam in duas portiones
incommensurabiles diuidat.

¶ Hec. 14. ex contrario antecedentis premisae inferit contrariū consequen-
tis premisae & non differt eius dispositio a dispositione illius. sed & modus
argumentandi vtrobiq. idē. Si enī. a. d. nō cōicet cū. d. b. nec. d. f. sibi ad eā
lis cōicabit cū eadē. d. b. itaq. p. 9. d. f. nō cōicabit cū. f. b. q. neq. a. f. sunt
enī. a. f. & d. f. cōicantes tanq. numerans & numeratū: ideo neq. a. b. cō-
municabit cū linea. f. b. ¶ Q. d. si hoc fuerit videlicet si. a. b. non cōicet cū
f. b. non cōicabit cū. a. f. quare neq. cū. a. d. aut. d. f. Neq. igit. a. b. cū. d. a.

Potest quoq; hec. x4. demonstrari per premissam. s^{ma} pars huius ex secūda illius & secūda ex prima a destructione consequentis. si enim. a. d. f. d. b. non cōicent nec etiam. a. b. f. b. cōicabūt nam si. a. b. f. b. f. cōicarent oporteret per secundam partem premissę vt. a. d. cōicarer cum. d. b. sed possum est q^d non. Eodem modo de secūda pte. si enim. b. a. f. b. f. non cōmunicant nec. a. d. f. d. b. communicabunt. nam si sic sequitur per primā ptem premissę vt. a. b. f. b. f. cōicent q^d nō. cōicanti quare patet ppositum.

Castigator.

¶ Dividere i duas portiones incōmensurabiles & diuidere in duo incōmunicātia conueniunt vt patet ex secūda pte huius decimequarte & quin quagesimā prima huius decimū infra vbi linea. d. b. rōalis diuidit in pūcto. f. in duo iēdicantia ex quo patet q^d quīs rationale cōicet rationali tñ rationale potest diuidi in duas ptes tales ptes q^d neutra illaz cōmunicabit alteri vt si diuidat. 10. in tales duas q^d pductum vnus in alteram sit. 10. vna p^r eis. 5. plus. 5. & altera. 5. minus. 5. q^drum vtraq^{ue} ē incōmēsurabilis alteri & ē toti. 10. ideo. f. c.

Propositio .15.



¶ Quis superficies rectāgula quam continēt due linee in longitudine rōales rōalis ēē probatur.

¶ Sint due linee. a. b. f. b. c. continentes superficiem rectāgula. a. c. rōales in longitudine; dico superficiem. a. c. ēē rōalem. ¶ Descripto enim quadrato cuius vis erum. vt. c. d. linee. b. c. erit per primam ptem. c. d. ad. a. c. si cut. b. d. ad. a. b. quia igitur. b. d. cōmunicat in longitudine cū. a. b. ex ypothesi eo q^d. b. c. sua equalis comunicat cum ipsa erit per primam partem 10. c. d. communicans. a. c. cum sit itaq^{ue}. c. d. rōalis per diffinitionem erit f. a. c. rōalis quod est propositum.

Propositio .16.



¶ Si ad iūcta fuerit linee in longitudine rōali su superficies rationalis rectāgula latus eius secundum erit in longitudine rationale laterisq^{ue} primo i longitudine cōmensurable.

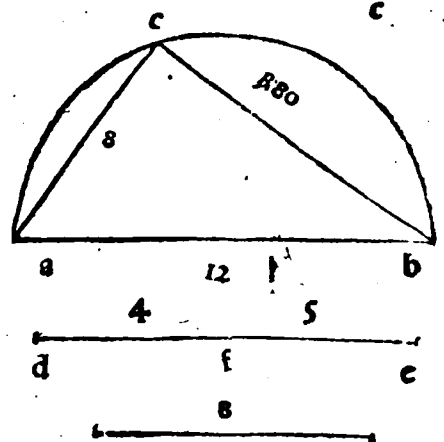
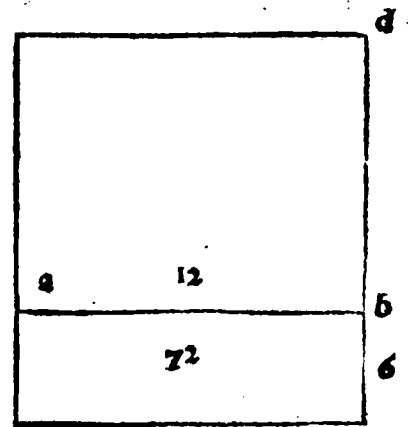
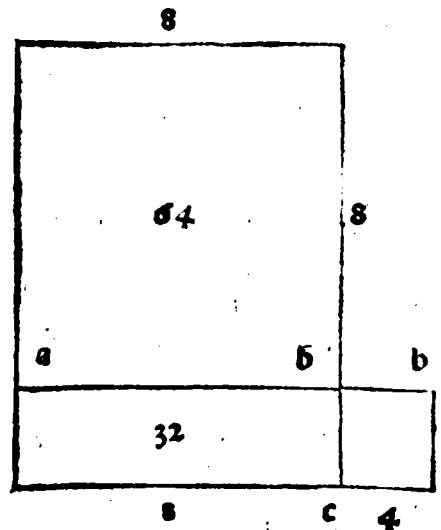
¶ Hec est quasi conuersa prioris vt si superficies. a. c. adiūcta ad lineam. a. b. rōalem in longitudine fuerit rōalis; dico q^d latus eius secundum quod est. b. c. erit etiam rationale in longitudine & comunicans lateri primo sit enim. a. d. quadratum. a. b. eritq^{ue} rationale ex diffinitione & propter hoc erit comunicans cum superficie. a. c. rationali; quia igitur p primam ptem sit. a. d. ad. a. c. ita est ēē. d. b. ad. b. c. cōicat aut. d. a. cū. a. c. erit p primam partem. 10. b. d. cōmunicat cum. b. c. ergo cum. b. a. sua equali sed. b. a. rōalis est quare per diffinitionem f. b. c. constat itaq^{ue} propositum.

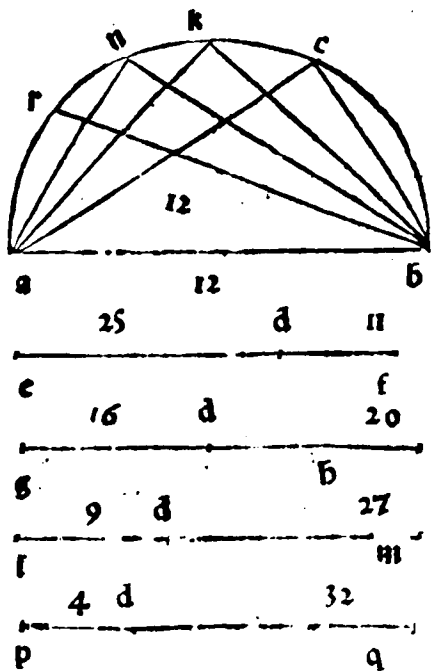
Propositio .17.



¶ Has líneas inuenire potentia tantum rōales cōmensurabiles quarum longior plus possit breuiori quadrato linee sibi cōmensurabilis in longitudine.

¶ Propositum est inuenire duas líneas rōales potentia tantum comunicantes quarum longior sit potentia tantum breuiori quadrato linee sibi comunicantis in longitudine. Sumo itaq^{ue} aliquam lineam rōalem que sit. a. b. super quam describo semicirculum. a. c. b. & sumpto aliquo numero vt. d. e. diuido ipsum i duos numeros. d. f. f. e. ita q^d sit proportio. d. e. ad. d. f. sicut numeri quadrati ad numerum quadratum non sit autem proportio. d. e. ad. f. e. vt numeri q^d drati ad numerum quadratum. talis autem numerus est quilibet quadratus diuisibilis in quadratum & non quadratum. vt. 9. qui diuiditur in. 4. f. 5. f. 6. hōz eque multiplices; & inuenio lineam ad cuius quadratum f. hēat q^ddratū linee. a. b. sicut numerus. d. e. ad numerum. d. f. q^dliter at ipsa reperitur in demonstratione. 5. f. a. dictum est; hanc lineam inuentam q^d





necesse est minor. a. b. coapto p primam quarti intra semicirculum. a. c. b. sitq. a. c. f. subtendā lineā. c. b. dico duas lineas. a. b. f. c. b. c. e. quas querimus. Erit igit p primā pte. 30. tertii angulus. c. rectus. f. iō p penultimā primi quadratū. a. b. equale est qdrati duarū linearū. a. c. f. c. b. f. q. a. p. portio qdrati lineae. a. b. ad qdratū lineae. a. c. f. sicut. d. e. ad. d. f. p. ypoth. erit p euerfam pportionalitatē pportio qdrati lineae. a. b. ad qdratū lineae. c. b. f. cut. d. e. ad. f. e. ergo qdratum. c. b. cōicat cū quadrato. a. b. p. 6. huius. Erit igit qdratū. c. b. rōnale p diffinitionē cū cōicet rōnali superficie. Et q. a. c. b. f. a. b. sunt incommensurabiles p vltimā ptem. z. constat duas lineas. a. b. f. c. b. c. e. rōnales potētia tñ cōicantes. ¶ At q. a. linea. a. b. ē potentior linea. c. b. in quadrato lineae. a. c. que p scūdam ptem. z. cōicat scū i longitudine constat habitū ē ppositum. ¶ Si aut libeat plures duabus potētia tñ rōnales cōicantes quaz vna potentior sit qualibet aliaz in quadrato alicuius lineae scū cōicantis in longitudine repire. sit vt p. s. linea a. b. rōnalis in longitudine sup quā describat semicirculus. a. c. b. sumaturq. nūerus. d. qdratus qui sit diuisibilis i multos qdratos f. non qdratos quoz non qdratoz mīme sit pportio sicut aliquoz numeroz qdratoz. tales aut nūeri vltro se offendent vt. 36. qui ē diuisibilis. in. 35. f. n. itēq. i. 16. f. 10. rursusq. in. 9. f. z. ac itēq. in. 4. f. 32. istoz nō non qdratoz q. sūt i. 10. 27. 32. ad inuicē non ē pportio sicut alicuius numeri qdrati ad aliū. ¶ Esto igit vt nūerus. d. qdratus diuidat in. e. qdratū f. f. non qdratū sitq. qdratū lineae a. b. ad qdratū lineae. a. c. sicut nūerus. d. ad numez. e. f. ducatur linea. c. b. f. constat ppositum vt prius demonstratū ē. a. b. f. c. b. c. e. duas tales lineas quas inquirimus. ¶ Similiter quoq. diuidā. d. in. g. qdratum f. h. non quadratū sitq. quadratū lineae. a. b. ad quadratū lineae. a. k. sicut. d. ad. g. f. ducatur linea. k. b. erūtq. vt prius due lineae. a. b. f. b. k. q. les inquirimus. ¶ Eodē mō si rursus diuidatur. d. i. l. quadratū f. i. m. non qdratū f. ponatur pportio quadrati lineae. a. b. ad quadratū lineae. a. n. sicut d. ad. l. f. pducatur. n. b. erūt due lineae. a. b. f. b. n. quales inquirimus. Quod si rursus diuidatur. d. in. p. quadratū f. in. q. non quadratū f. fuerit pportio quadrati lineae. a. b. ad quadratū lineae. a. r. sicut. d. ad. p. f. ptracta fuerit linea. r. b. erūt ēt due lineae. a. b. f. b. r. quales inquirimus. ¶ Sunt itaq. lineae. a. b. b. c. b. k. b. n. b. r. potētia tñ rōnales f. in ea cōicantes quaz vna videlicet. a. b. ē potentior qlibet aliaz in quadrato lineae scū cōicantis in longitudine. Si igitur quatuor b. lineaz. b. c. b. k. b. n. b. r. nulla cōicet alii in longitudine constat ppositū. Istud aut sic pbat. Patet. n. ex premissis q. quadratū lineae. b. c. ad quadratū lineae. a. b. ē sicut nūerus. f. ad numez. d. f. quadratū lineae. a. b. ad quadratū lineae. b. k. est sicut nūerus d. ad. numez. h. ergo p equam pportionalitatem quadratum lineae. b. c. ad quadratum lineae. b. k. est sicut nūerus. f. ad nūmerum. h. sed nullus quatuor numerorum. f. h. m. q. f. habet ex ypothēsi ad aliū sicut nūerus quadratus ad nūmerum quadratum. quare per. 3. partem. z. due lineae b. c. b. k. sunt incommensurabiles in longitudine. ¶ Eadem ratione quelibet due ex illis quatuor sunt incommensurabiles in longitudine t. liquet ergo quod volumus.

Castigator

b. ¶ In ista infra vbi dicitur. Si igitur quatuor linearū. b. c. b. k. b. n. f. b. r. nulla comunicat alii f. c. ¶ Nam si vna comunicaret alteri vtputa. b. c. cum. b. k. sequeretur q. linea. a. b. comunicaret cum eadem. quia si comunicant in longitudine earum quadrata se haberent sicut duo numeri quadrati per primam partem. z. huius. f. tunc quadratum vnius earum ad quadratum lineae. a. b. etiam esset sicut numeri quadrati ad nūmerum quadratum. f. tunc per secundam partem. z. huius essent eorum latera scilicet lineae. a. b. f. b. k. scū. b. c. in longitudine commensurabilia quod est falsum. Vt prius conclusum fuit oppositum. ¶ Et sic de quacūq. alia f. c. ¶ Et ideo Euclides probat eas esse ad inuicem incommensurabiles vt ibi patet f. c.

quadrati ad numerum quadratum vt. 5. potest diuidi in. 3. & 13. Item in. 1. & 10. & rursus in. 7. & 15. Et sit processus idem que fuit in premiffa.

Castigato.

f ¶ Vt in premiffa per quintam huius sed facilius per. 2. huius inueniatur linea ad cuius quadratum se habeat quadratum linee. a. b. sicut numerus d. e. scilicet. 9. ad numerum. d. f. scilicet. 6. ¶ quia numerus. d. e. ponitur quadratus eius latus erit notū. s. eius radix que in casu est. 3. rationalis in longitudine. ¶ latus numeri. d. f. s. 6. ē irrationale. ¶ dicitur radix furda. Itaq. int. 3. ¶ 6. ponatur vnitas. Tunc per quintam vel. 11. diuidatur linea a. b. in tot partes quoties vnitas in. 3. ¶ vna illarum erit eius mensura que in linea inuenienda erit totiens quoties vnitas in. 6. Et sic linea inuenienda erit. 6. ¶ linea. a. b. erit i casu. 3. eius quadratum. 9. Et quadratum linee inueniente. a. c. erit. 6. Ideo per tertiam partem. 2. incommensurabiles in longitudine. ¶ Sed ponendo lineam. a. b. 2. numerus. d. e. deberet esse. 144. ¶ d. f. 96. ¶ e. f. 48. tunc arguendo per euerfam propor. concluditur ut in precedenti.

Propositio. 19.



Superficies quam continēt due linee potencialiter tantum rōnales cōicantes est irrationālis diciturq. superficies medialis cuius latus tetragonū cum scilicet quod in eam potest ē irrationale diciturq. linea medialis.

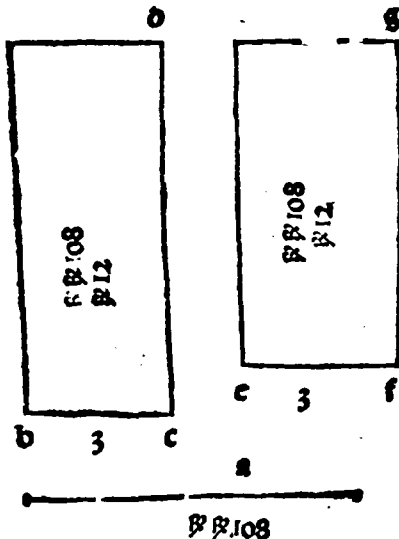
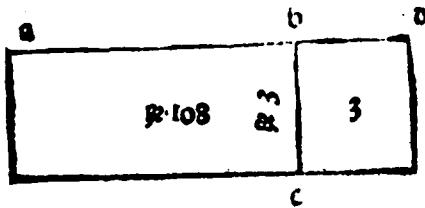
¶ Sint due linee. a. b. b. c. cōtinēter superficiem. a. c. rōnales potētia tñ cōicantes que q̄liter repiātur ex premiffa. ¶ añ pmissa. manifestum ē dico superficiē. a. c. ē irrationalem. Sit. n. c. d. quadratum. b. c. eritq. rōnale p ypothesim eo q. linea. b. c. ē rōnalis i potētia. ¶ q̄ ex prima sexti. a. c. ad. c. d. sicut. a. b. ad. b. d. non cōicat aut. a. b. cū. b. d. q̄ ex ypothesi non cōicat cum sua equali que ē. b. c. sequitur p secundā prem. 10. ut ē. a. c. non cōicet cū. c. d. q̄re p diffinitionem superficies. a. c. est. irrationalis. ideoq. ¶ sui latus tetragonū est ē irrationale. Dicit aut. hec superficies medialis qm̄ ipsa est medio loco pportionalis inter duas superficies rōnales videlicet inter q̄drata duar. lineaz. ipsam continentū ¶ lineā potēs in ipsam dicitur medialis. qm̄ ipsa quoq. ē medio loco pportionalis inter duas lineas potētia tñ rōnales communicantes ¶ he due linee sunt latera dicte superficies. Et hoc est q. volumus.

Propositio. 20.



Si adiuncta fuerit linee in longitudine rationali superficies equalis quadrato linee medialis latus eius secundum potēcialiter tantum erit rationale lateris primo in longitudine incommensurable.

¶ Hec ē quasi conuersa pmissa. Sit. a. linea medialis. sitq. linea. b. c. rōnalis in longitudine cui adiungatur superficies b. d. eq̄lis quadrato linee. a. q. hoc mō fieti subiungat duabus lineis. b. c. ¶ a. linea. c. d. in continua proportionalitate vt docet. 10. sexti. eritq. superficies ex. b. c. i. c. d. eq̄lis quadrato linee. a. p. 16. eiusdē dico latus eius fm̄ qd̄ est. d. c. esse rōnale in potētia tñ ¶ incommensurable in longitudine lateri. b. c. ¶ Eritq. ex pmissa p diffinitionē linee medialis vt linea. a. possit in aliquā superficie contentā a duabus lineis potentia tñ rōnalibus comunicantibus q̄ sit superficies. e. g. cuius latera. e. f. ¶ f. g. eruntq. due superficies b. d. ¶ e. g. p primam prem. 13. sexti. later. mutuo. pp hoc q. ipse sunt eq̄les ¶ rectangule pportio ergo. b. c. ad. e. f. est sicut. f. g. ad. c. d. quare p. 10. cum. b. c. cōicet in potentia cū. e. f. eo q. quadrata vtriusq. eaz. sunt rationalia ex ypothesi. f. g. cōicabit in potentia cū. c. d. Cum igit. q̄dratum. f. g. sit rōnale p ypothesim eritq. quoq. quadratū. c. d. rōnale p diffinitionem at q̄a superficies. b. d. est irrationalis sicut sua equalis. e. g. p premissam sequitur vt quadratū linee. c. d. nō cōicet cū superficie. b. d. Et q̄a q̄dratū linee. c. d. ad superficie. b. d. ē p primā sexti sicut. c. d. ad. c. b. erit p secundā partē 10. ut c. d. nō cōicet cū. b. c. q̄re cū. b. c. sit rōnalis i longitudie ex ypothesi erit. c. d. irrationālis i longitudie ¶ potētia tñ rōnalis. patet ergo pposita conclusio.



Propositio .21.

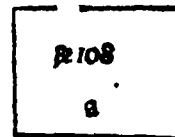
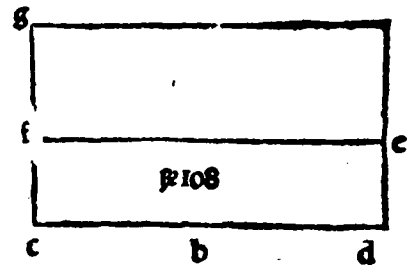
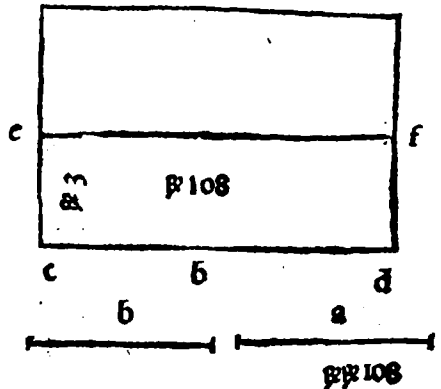


Per lineam communicans mediali est medialis.

¶ Sit linea .a. medialis cui ponatur linea .b. esse cōicans sine in longitudine sine in potentia tñ dico q̄ etiā linea .b. est medialis. Sit enim linea .c.d. rōnalis in lōgitudine cui adiungatur superficies .c.f. equalis quadrato lineę .a. ¶ Item superficies .e.g. equalis quadrato lineę .b. hoc aut qualiter fiat in premissa demonstratiōe dictum est. Eritq̄ per premissam linea .d.f. rōnalis in potentia tñ ¶ incōmensurabilis lineę .c.d. ¶ quia p̄ primam sexti .e.g. ad .c.f. sicut .f.g. ad .d.f. cōicat autem .e.g. cum .c.f. eo q̄ quadratum .b. cōmunicat cū quadrato .a. per ypothesim; quibus quadratis dicte superficies posite sunt equales; sequitur per primam partem .10. vt linea .f.g. cōmunicet cum linea .d.f. quare .f.g. est rōnalis in potentia tantum sicut est .d.f. ¶ incōmensurabilis in longitudine lineę .e.f. cum linea .d.f. sibi cōicans sit incōmensurabilis eidem .e.f. eo q̄ sic equalis hoc enim probatum est in .8. q̄ si fuerint due quantitates cōicantes cuiusq̄ vna earum non cōicat nec reliqua itaq̄ per .19. erit superficies .e.g. medialis ¶ eius latus tetragoniciū quod est .b. mediale quod est propositum. ¶ Si vltimiliter quoq̄ omnis superficies cōicans superfici mediali medialis esse conuincitur. Sit enim superficies .a. medialis cui ponatur superficies .b. cōicans dico superficiem .b. esse medialem quod sic constabit. Sit linea .c.d. rōnalis in longitudine; adiungaturq̄ ei superficies .c.e. que sit equalis superficie .a. quod hoc modo fiet. Inueniatur linea .c.f. ad quam sic se habeat vnum ex lateribus superficie .a. sicut linea .c.d. se habet ad reliquum hec autem linea qualiter reperiatur in .10. sexti dictum ē. Eritq̄ ex .15. eiusdem superficie .d.f. equalis .a. Itemq̄ eodem modo ad lineam .e.f. adiungatur superficies .e.g. q̄ sit cōlis .b. erit itaq̄ p̄ .10. linea .e.f. potētia tñ rōnalis; erit quoq̄ lineę .c.d. in lōgitudine incōmensurabilis. Et q̄a .a. ¶ b. erant cōmunicantes ex ypothesi erunt quoq̄ .c.e. ¶ e.g. eis equales cōicantes itaq̄ per primam sexti ¶ per primam partem .10. huius erunt due lineę .c.f. ¶ f.g. cōicantes in longitudine. ¶ Est igitur linea .f.g. rōnalis in potētia tantum ¶ lineę .e.f. incōmensurabilis in longitudine; quare per .19. superficies .e.g. erit medialis cum linea .e.f. sit ratiōalis in longitudine sicut .c.d. sibi equalis. ¶ Cum sit ergo .b. equalis .e.g. erit quoq̄ .b. medialis quod est p̄ positum. ¶ Et nota q̄ omnes superficies mediales cōmunicantes componunt superficiem medialem. Vnde tota .d.g. est medialis; quia cum due lineę .e.f. ¶ f.g. sint ratiōales in potētia tñ ¶ non cōmunicantes in longitudine sequitur vt tota .c.g. sit ratiōalis in potētia tantum ¶ non cōmunicans .c.d. in longitudine; itaq̄ per .19. d.g. ē medialis. Eodemq̄ modo si sint plures.

Castigator.

¶ Quia per nonam compositum ex .c.f. ¶ f.f.g. quod est .c.g. cōmunicat vtriq̄ .c.f. ¶ f.f.g. tunc per octauam cum .f.g. non cōicet in longitudine cum .e.f. nec etiam .c.g. cōicabit ipsi .e.f. cum .c.g. per .9. cōmunicet ipsi .f.f.g. ¶ ideo per octauam cuiusq̄ non cōicat vnum nec reliquum cōmunicabit ¶ c. ¶ ideo due lineę .c.g. ¶ c.d. cum sint ratiōales potētia tñ cōmunicantes continent superficiem .d.g. totam medialem p̄ .19. ¶ c. ¶ Si vis scire an due lineę seu quantitates irrationales sint cōmunicantes sine cōmensurabiles. primo videas vtrum sint equales; si sic semper cōmunicant cum non sit maior cōmunicantia equalitate. si non sint equales: tunc vide que pars aut partes sit minor maioris redigendo eas ad vltimam earum depressiōem per viam fracti schisando: vt vulgo dicitur; si earum vltima depressiō habeat radicem discretam erunt cōmunicantes; si non: non erunt vt si sint .p̄ .90. ¶ p̄ .40. earum vltima depressiō erit p̄ 3. cuius radix est 3 hoc est .p̄ .40. est due tertie .p̄ .90. ergo se hñt sicut duo ad tria. si autem numerus ad numerum. ideo per sextam huius sint cōmunicantes ¶ c.



Propositio .22.



Quis differentia qua habet ad mediale a media
li: irrationalis esse probatur.

P Sit vtraq. duarum superficies. a. b. f. a. medialis: di
co q. superficies. b. que est earum differentia est irrationali
lis. **P** Sit enim linea. c. d. rationalis in longitudine cui ad
iungatur superficies. d. e. equalis superfici. a. f. superficies
d. f. equalis totali superfici. a. b. Hoc autem equaliter fiat i. premissa do
cuimus. Quia ergo. d. f. est equalis. a. b. f. d. e. equalis. a. erit per concepio
nem. g. f. equalis. b. Si itaq. superficies. b. non est irrationalis sed rationali
lis: erit f. f. g. sua equalis rationalis. At cum linea. e. g. sit rationalis in lo
gitudine sicut sua equalis. c. d. erit per. 16. linea. e. f. rationalis in longitudi
ne f. communicans linee. e. g. Per. 10. autem est vtraq. duarum linearum
c. e. f. c. f. potentialiter tantum rationalis f. linee. c. d. incommensurabilis in
longitudine: itaq. e. f. linea est incommensurabilis linee. c. e. in longitudi
ne. **P** Et quia per primam sexti quadratum linee. e. f. ad superficiem que
fit ex. e. f. in. e. est sicut. e. f. ad. c. e. sequitur per secundam. 10. vt qua
dratum linee. c. f. sit incommensurabile superfici. f. f. ex. e. f. in. c. e. qua
re f. ipsum quadratum erit incommensurabile duplo b. superfici. ex. e. f. in
c. e. Quadratum vero. c. e. cum sit rationale est communicans quadrato
e. f. Totum igitur ex ambobus compositum erit per. 9. communicans qua
drato. e. f. f. ideo incommensurabile duplo superfici. ex. e. f. in. c. e. **P** Et q.
per quartam secundi quadratum linee. c. f. est equale duobus quadratis dua
rum linearum. c. e. f. e. f. f. duplo superfici. ex. c. e. in. e. f. Et duplum sup
fici. c. e. in. e. f. est incommensurabile aggregato ex duobus quadratis dua
rum linearum. c. e. f. e. f. sequitur per ea que addita sunt in. 9. vt quadra
tum. c. f. sit incommensurabile aggregato ex duobus quadratis duarum
linearum. c. e. f. e. f. At cum aggregatum ex his quadratis sit rationale: se
quitur quadratum linee. c. f. non esse rationale: f. ideo linea. c. f. non est ratio
nalis in potentia: f. idcirco non erit superficies. d. f. medialis neq. a. b. sibi
equalis quod est inconueniens cum sit contrarium positum: relinquitur igit
ur q. superficies. b. est irrationalis: quod est propositum.

Castigator.

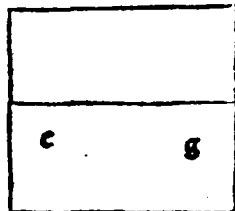
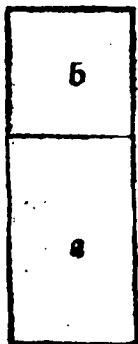
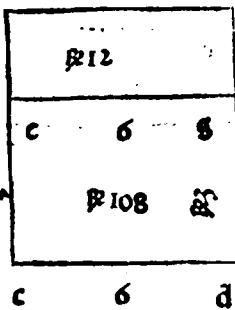
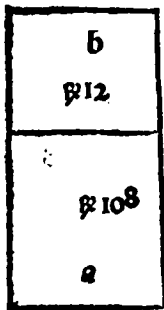
Quia o. mediale est irrationale sed non e converso. ut supra. 19. huius.
a. **S**cilicet si quantitates sint incommunicantes totum quoq. ex eis con
fectum seu compositum vtraq. earum erit incommunicans. f. quia qua
dratum linee. c. f. est confectum. ex duobus quadratis. e. f. f. c. e. f. duplo
superfici. ex. c. e. in. e. f. sequitur per nonam tota. a. b. p. 19.2.
b. **C**um sub duplum sit pars proprie dicta dupli.

Propositio .23.



Quis superficies quam continent due linee me
diales potentialiter tantum communicantes: aut
rationalis est aut medialis.

P Sint due linee. a. b. f. b. c. mediales potentia tantum
communicantes: dico q. superficies. a. c. ab eis cōtenta aut
est rationalis aut medialis. Sint enim. d. c. quadratum li
nee. b. c. f. a. e. quadratum linee. a. b. eruntq. ex ypothesi hec duo quadra
ta communicantia: f. erit per primam sexti superficies. a. c. medialis me
dio loco proportionalis inter ipsa quadrata. Sumatur igitur linea. f. g. q.
sit rationalis in longitudine: cui adiungatur superficies. f. h. equalis qua
drato. a. e. f. h. k. equalis superfici. a. c. f. k. l. equalis quadrato. d. c. eruntq.
hec tres superficies. f. h. h. k. f. k. l. continue proportionales: sicut sunt sue
equales. a. e. a. c. f. d. c. quare per primam sexti erunt etiam tres linee. g. h.
h. m. f. m. l. que sunt bases earum continue proportionales. Et cum superfi
cies. f. h. f. k. l. sint cōmunicantes sicut duo quadrata. a. e. f. c. d. eis equa
lia: sequitur per primam sexti f. 10. huius vt linea. g. b. sit communicans cū



m.l. vtraq. autem earum est rationalis in potentia per. 10. huius. Igitur superficies vnus earum in alteram est rationalis: omnis enim superficies quam continent due linee rationales in potentia: comunicantes in longitudine necessario est rationalis vt patet ex prima sexti & prima pte. 10. huius & ex diffinitione superficies rationalium. ¶ Et quia ex prima pte. 16. sexti quadratum linee. b.m. ē equale superficiē ex. g.b.in. m.l. erit quadratum linee. b.m. rationale. ¶ Si ergo linea. b.m. est rationalis in longitudine sue cōicans linee. k.m. que est equalis linee. f.g. erit per. 15. superficies. b.k. rationalis. ideoq. & sua equalis. a.c. Si autem linea. b.m. sit irrationalis in longitudine sue incōmensurabilis linee. k.m. que est equalis linee. f.g. cum ipsa sit rationalis saltē in potētia: eo q. suū qdratū ē rōnale erit ex. 19. superficies. b.k. medialis: quare & sua equalis. a.c. cōstat ergo p. posuim. ¶ Et nota q. si due linee. a.b. & b.c. essent mediales in longitudine cōmunicantes: esset superficies. a.c. medialis tñ. Esset enim superficies a.c. cōmunicans vtriq. duorum quadratorum. a.e. & c.d. per primā sexti & per presentē ypothesim & per. 10. huius: & ideo superficies. b.k. sibi equalis. a.c. esset comunicans vtriq. superficiē. f.h. & k.l. Igitur per primam sexti & 10. huius linea. h.m. esset cōmunicans vtriq. duarū linearum. g.h. & l.m. & quia hec ambe sunt rationales in potentia tantum non cōcantes in longitudine linee. f.g. esset quoq. h.m. rationalis in potentia tñ non comunicans in longitudine linee. f.g. & ideo nec comunicans linee. h.p. quare per. 19. erit superficies. b.k. medialis tantum. & ideo etiā a.c. sibi equalis. ¶ Si autem due linee. a.b. & b.c. essent mediales neq. in longitudine neq. in potentia cōmunicantes: superficies. a.c. non esset rationalis neq. medialis. Si enim sic eēt scilicet q. due linee. a.b. & b.c. eēt mediales neq. in longitudine. neq. in potentia cōmunicantes: essent duo quadrata. a.e. & c.d. incommunicantia. itaq. & due superficies. f.h. & k.l. eis equalēs quoq. essent incommunicantes: quare & due linee. g.h. & m.l. essent incommensurabiles per primam sexti & per secundam partem. 10. Et quia vtraq. earum est rationalis tantum in potentia per. 10. esset superficies. vnus earum in alterā medialis per. 19. Cum ergo quadratum linee b.m. sit equalē dicte superficiē que fit ex. g.h.in. m.l. per primam partem 16. sexti esset per. 19. linea. h.m. linea medialis. Per. 15. ergo non esset superficies. b.k. rationalis. nec etiā p. 10. medialis: quare nec sua equalis. a.c.

Castigator.

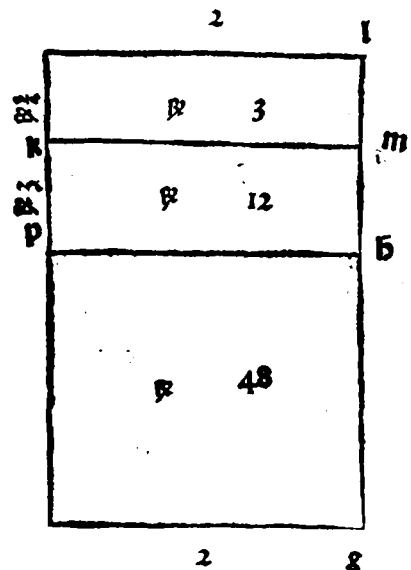
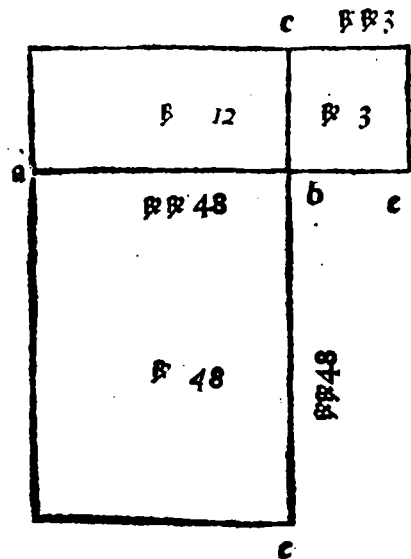
k ¶ Qualiter fiat in tribus precedentibus dictum est. Videlicet per. 10. sexti positis tribus lineis quartam inuenire ad quam tertia se habeat sicut prima ad secundam: hoc autem totum fit vt deueniatur ad secundam partem. 13. sexti & arguatur superficies illas equalēs cum sint mutuum laterū & vnus angulus immo omnes vnus equeur angulo alterius &c. quoniam trium linearum due sunt latera superficiē qdrate. a.s. secūda & tertia altera est linea. f.g. quarta inuenta est. g.h. tunc reliqua patent per decimam quintam sexti. Tunc erant quatuor linee proportionales. prima. f. g. secūda vnum latus superficiē quadrate. a. tertia reliquum latus dicte superficiē quadrate. a. quarta erit linea inuenta per. 10. sexti. s. g. h. ita de reliquis. o ¶ Scilicet q. nullo modo posset esse rationalis sed tantum medialis.

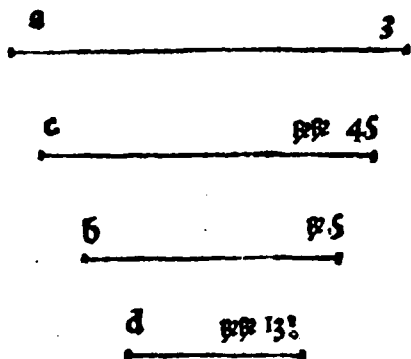
Propositio. 24.



¶ Has linee mediales potentia tantum comunicantes superficiemq. rationalem cōtinentes quarum longior sit potentior breuior: augmento quadrati linee comunicatis eidem longiori in longitudine inuenire.

¶ Cum omnes due linee mediales potentia tantum comunicantes cōtineant superficiem rōalem aut mediale ut ex premissa patet





docet inuenire eas duas que continent superficiem rationalem & eas que medialem. Vnde propositum est inuenire duas lineas mediales potentia tantum comunicantes quarum longior possit amplius breuiori in quadrato alicuius linee sibi communicantes in longitudine que contineant superficiem rationalem. ¶ Ad hoc fm doctrinam. 17. Sumo duas lineas a. & b. potentia tantum rationales communicantes quarum longior que sit. a. possit amplius breuiori que sit. b. in quadrato alicuius linee secum comunicantes in longitudine. Et ponam lineam. c. secundū doctrinam. 9. sexti medio loco proportionalem inter. a. & b. & ponam vt sit proportio a. ad. b. sicut. c. ad. d. q. qualiter fiat in 10. sexti dictum est. Dico tūc duas lineas. c. & d. esse quas querimus. patet enim ex. 19. q. superficies quam continent due linee. a. & b. est medialis: & quia per primam partem. 16. sexti q. dratum linee. c. est diste superficie equale erit igitur per. 19. linea. c. medialis. Cum autem sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. & b. communicat cum. a. in potentia tantum ex ypothesi: quia tam. a. q. b. rationalis est in potentia sequitur per. 10. q. c. quoq. communicet cum. d. in potentia tantum. itaq. per. 21. cum. c. sit linea medialis: erit etiam. d. medialis: & per primam partem. 12. erit linea. c. potentior linea. d. in quadrato linee sibi comunicatis in longitudine. Si ergo due linee. c. & d. contineant superficiem rationalem ipse sunt quales inquirimus. Eas autem continere superficiem rationalem sic habeto: cum sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit permutatim a. ad. c. sicut. b. ad. d. sed erat. a. ad. c. sicut. c. ad. b. igitur ē. c. ad. b. sicut. b. ad. d. itaq. p. primam partem. 16. sexti superficies quam continent due linee. c. & d. est equalis quadrato. b. est autem quadratum. b. rationale per ypoth. cum ipsa sit rationalis in potentia: superficies ergo quam continent due linee c. & d. est rationalis: quare constat propositum.

Castigator.

¶ Nota q. ista consequētia valet sic arguendo iste linee sunt rationales in longitudine ergo comunicant in longitudine & in potentia sed non econuer so. s. iste sunt rationales in potentia seu comunicantes in potentia ergo in longitudine quia. 12. & 13. sunt rationales in potētia & non in longitudine quis in vtraq. communicent & 12. & 13. 6. comunicant in potentia & non in longitudine cum quadratorum suorum non sit proportio sicut numerorum quadratorum. ¶ In lineis medialibus non agitur de irrationalitate cum semp sunt irrationales quia sunt latera tetragonica superficialium irrationalium vt in. 19. dicitur sed solum de eis dicitur comunicantia & cōmēsurabilitas vt patet. n. ¶ Scilicet tribus lineis propositis quartā inuenire ad quam. 3. se habeat sicut prima ad secundam & in casu prima ē linea. a. scda linea. b. tertia linea. c. & quarta inuenta est linea. d. vt ibi dī.

Propositio .25.



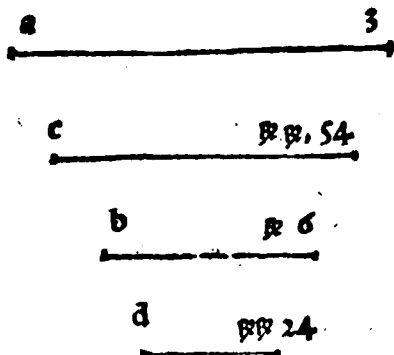
Eas lineas mediales potentia tantum comunicantes superficiemq. rationalem continentes: quartā longior sit potētiore breuiori quadrato linee eidem longiori in longitudine incōmensurabilis inuenire.

¶ Positis duabus lineis. a. & b. rōalibus potētia tñ cōicātibz quaz longior possit amplius breuiori qdrato linee secum non cōicantis in longitudine: que quidem reperiuntur fm doctrinā. 18. ceterisq. positionibus manētibus sicut in pmissa argumentādo mō cōsimili patebit duas lineas. c. & d. ēē quales querimus. Et nota q. duellēe q. hec & pmissa docent inuenire cōponunt bimediale pnum. & minori earum absca de maiori que reliqua est dī residuum mediale pnum.



Propositio .26.

Eas lineas mediales potentia tantum comunicantes superficiemq. medialem continentes: quarum longior breuiore tanto amplius possit quantū est quadratum alicuius linee incōmensurabilis ip si longiori in longitudine inuenire.



¶ Cum docuerit inuenire duas lineas mediales potentia tantum cōmunicantes superficiemq; rationalem continentes; quarum longior plus pos-
sit breuiori in quadrato linee secum communicantis in longitudine & se-
cum incommensurabilis in longitudine. Nunc docet inuenire duas line-
as mediales potentia tñ communicantes superficiemq; medialem conti-
nentes quarum longior sit potentior breuiori in quadrato linee non scū
cōcantis in longitudine; sed solum sibi incommensurabilis in longitu-
dine. Illud enim facile habet ex isto. ¶ Sine itaq; tres lineae s. m. pte s. m. do-
ctrinam. 18. a, b, c. potētia tantum rationales & in ea solum cōmunicātes.
Sitaq; a. potentior. b. & c. quadrato linee sibi incōmensurabilis in longitu-
dine; & ponatur. d. medio loco proportionalis inter. a. & b. vt docet. 9. sex-
ti & sit. d. ad. e. sicut. a. ad. c. dico duas lineas. d. & e. esse quales inquirimus.
Cum sit enim quadratum linee. d. equale superficiē que cōtinetur sub. a.
& b. per primam partem. 16. sexti. Sitaq; superficies contenta sub. a. & b. me-
dialis ex. 19. cum. a. & b. sint potentia tantum rationales communicātes
erit ex eadem linea. d. medialis. Quia. a. ad. c. sicut. d. ad. e. communicat.
autem. a. cum. e. in potentia tantum ex ypothesi. Sequitur ex. 10. vt. e. quo-
q; cōmunicet cū. d. in potentia tñ. I taq; per. 11. erit. e. linea medialis. Et
etiam quia. a. est potentior. c. quadrato linee sibi incōmensurabilis in lon-
gitudine erit quoq; per. 12. d. potentior. e. quadrato linee sibi incommen-
surabilis in longitudine. ¶ Si igitur duae lineae. d. & e. contineant superfici-
em medialem constat eas esse quales inquirimus. ¶ Eas autem continere
superficiem medialem. sic habetur. Cum sit ex ypothesi. a. ad. c. sicut. d. ad
e. erit permutatim. a. ad. d. sicut. c. ad. e. sed. a. ad. d. est sicut. d. ad. b. p. ypo-
thesim; itaq; d. ad. b. sicut. c. ad. e. igitur per primam partem. 15. sexti: super-
ficies quam continent. d. & e. est equalis ei quam continent. c. & b. sed. b.
& c. continent superficiem medialem per. 19. cum ipse sint rationales i po-
tentia tantum communicantes ex ypothesi; itaq; d. & e. continent si per-
ficiem medialem. quod est propositum. ¶ Si autē cura esset inuenire du-
as lineas mediales potentia tantum communicantes superficiēq; media-
lem continentes; quarum longior esset potentior breuiori quadrato li-
nee secum communicantis in longitudine. Sumeremus tres lineas s. m. do-
ctrinam. 17. a. b. c. potentia tantum rationales & in ea solum communicā-
tes; & poneremus lineam. a. esse potentiolem linea. c. quadrato alicuius
linee sibi communicantis in longitudine; cetera vero manerent vt prius
& argumentatione consimili concluderemus duas lineas d. & e. esse qua-
les proponitur inquirere. ¶ Et nota q; duae lineae quas hec. 26. docet inueni-
ret componunt bimediale secundum & minori earum abscissa de maio-
ri que reliqua est dicitur residuum mediale secundum.

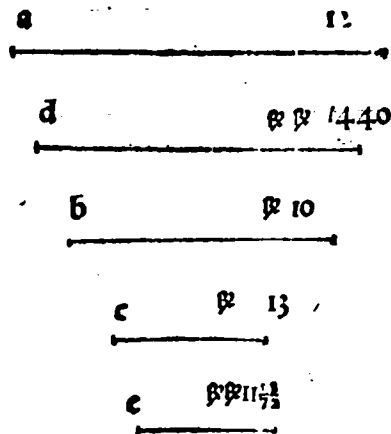
Castigator.

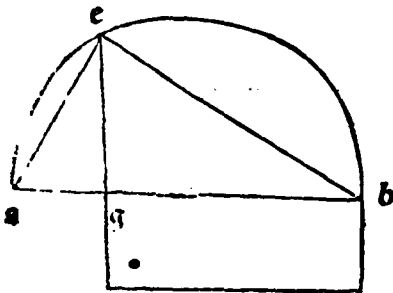
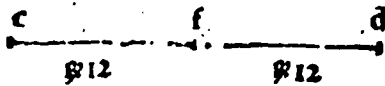
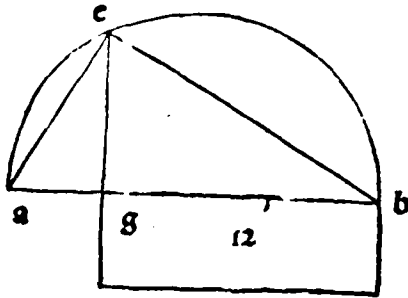
o ¶ Potentia linee. e. medialis ad potentiam linee. d. medialis est vt. 13.
ad. 144. numerorum qui communicant: quoniam quadrati. 13. quod est
169. ad quadratum numeri. 144. quod est. 20736. est sicut numerorū qua-
dratorum. Ideo per secundam partem. 7. huius latera. 13. & 144. commu-
nicāt in longitudine & potētie. a. ad. b. est velut. 13. ad. 144. ¶ Propter hoc
dixit supra i. 17. 18. si libeat plures lineas inuenire potentia tñ rationales cō-
municantes vt posset tres quatuor & c. lineas mediales inuenire & c.

Propositio .27.



¶ Eas lineas potentialiter incōmensurabiles super-
ficiemq; medialem continentes quarum quadra-
ta ambo pariter accepta sint rationale inuenire.
¶ Propositum est inuenire duas lineas incommensurabi-
les tam in potentia q; in longitudine que contineant sup-
ficiem medialem & quadrata ambarum pariter accepta s.





clant superficiem rationalem. Ad hec autem sumo p. 18. duas lineas. a. b. ff. c. d. potentia tantum rationales communicantes quarum longior que sit. a. b. sit potentior. c. d. quadrato alicuius linee secum incommensurabilis in longitudine. Et super lineam. a. b. describo semicirculum. a. e. b. ff. diuido lineam. c. d. per equalia ad punctum. f. ff. diuido lineam. a. b. ad punctum. g. ita q. linea. c. f. cadat in medio loco proportionalis inter. a. g. ff. g. b. ff. qualiter hoc fiat in. 13. dictum est. Et pono q. superficies. b. h. fiat ex. a. g. in. g. b. Eritq. ex prima parte. 16. sexti quadratum. c. f. equale superfici. b. h. ff. quia quadratum. c. f. est equale quarte parti quadrati. c. d. ex quarta secundi. Et quia superficies. b. h. deest ad complendum lineam a. b. superficies quadrata. Cum. a. g. sit equalis. g. b. Et quia linea. a. b. potentior est linea. c. d. quadrato linee sibi incommensurabilis in longitudine ex hypothesi erit ex secunda parte. 14. linea. a. g. incommensurabilis linee g. b. Educo igitur a puncto. g. perpendicularem super lineam a. b. vsq. ad circumferentiam semicirculi que sit. g. e. Et protraho lineas. a. f. e. b. quas dico esse quales querimus. Erit enim. e. g. equalis. c. f. eo q. vtraq. cadit medio loco proportionalis inter. a. g. ff. g. b. prima quidem per primam partem coroll. 8. sexti. secunda vero per hypothesim: propter quod quadratum vtriusq. earum per primam partem. 16. sexti est equale superfici. b. h. in. g. b. que est. b. h. ipse igitur sunt equales. At quia per quartam sexti proportio. a. e. ad. e. b. ff. sicut. a. g. ad. g. e. sunt aut. a. g. ff. g. e. ff. g. b. continue p. proportionales erit. a. e. ad. e. b. duplicata: sicut. a. g. ad. g. b. Quare per. 18. sexti erit quadratum linee. a. e. ad quadratum linee. e. b. sicut. a. g. ad. g. b. Cum sit igitur. a. g. incommensurabilis. g. b. erit per secundam partem. 10. quadratum. a. e. incommensurabile quadrato. e. b. quare due linee. a. e. ff. e. b. sunt incommensurabiles in potentia. Et quia per penultimam primi quadratum. a. b. est equale quadrato duarum linearum. a. e. ff. e. b. pariter acceptis quadratum aut. a. b. est rationale cum a. b. sit rationale in potentia p. hypothesi. erit quoque quadrata duarum linearum. a. e. ff. e. b. pariter accepta rationale. Si vero he due linee continent superficiem medialem habitum est propositum. Erat aut. c. d. rationale in potentia ff. in ea tantum coicans linee. a. b. quare. c. f. ff. ideo et. g. e. sibi equalis erit potentia rationale ff. tunc in eadem coicans cum. a. b. itaq. per. 19. superficies ex. a. b. in. g. e. est medialis. Quia igitur per quartam sexti ff. per primam partem. 15. eiusdem superficies. a. e. in. e. b. est sibi. s. superficies. a. b. in. g. e. equalis constat duas lineas. a. e. ff. e. b. esse quales volumus. Et nota q. due linee quas docet hec. 17. inuenire componunt lineam maiorem ff. minori earum abscissa que reliqua est dicitur linea minor.

Propositio .28.



Lineas potentia incommensurabiles superficies rationalem continentem quare ambo quadrata pariter accepta sunt mediale inuenire.

Sit hic prorsus eadem dispositio que prius in premissa. Sint autem due linee. a. b. ff. c. d. quales pponit. 15. eruntq. simili argumentatione pmissa due linee. a. e. ff. e. b. quales hec. 18. proponit. Cum sit enim. a. b. linea medialis erit eius quadratum mediale per. 19. ff. ideo quadrata duarum linearum. a. e. ff. e. b. sunt mediale per penultimam primam ff. quia. a. b. ff. c. d. continent superficiem rationalem. sequitur etiam vt. a. b. in. c. f. ff. ideo in. g. e. sibi equalis contineat superficiem rationalem itaq. a. e. in. e. b. patet ergo quod queritur. Unde due linee quas hec. 18. docet inuenire componunt lineam potentem in rationale ff. mediale ff. minori earum abscissa de maiori que reliqua est dicitur linea que iuncta cum rationali componit totum mediale.

Castigator.

In istis tribus. 17. 18. 19. vbi adducitur. 4. sexti. Imaginantur semper tres trianguli: vnus totalis ex. a. e. b. ff. duo partiales. s. a. e. g. ff. g. e. b. qui

oēs adinuicem sunt similes per.8. sexti: & ideo latus. a.e. magni respiciens angulū. b. eiusdē magni ad latus. g.e. parui. respiciēs eūdē angulū. b. rōne parui trianguli. g.e.b. est sicut lateris. a.b. magni respiciētis angulū. e. rectū ipsius magni ad latus. e.b. parui. s.g.e.b. respiciens angulū. g. rectū eiusdem parui: & quia omnes anguli recti sunt equales per petitionem & b. priorum laterum: est idem vtrobiq. respectu diuersorum.

Propositio .29.



Eas lineas potēcialiter incommensurabiles superficiemq. medialem continentes quaz quadrata ambo pariter accepta sunt mediale duplo superficiē vnius in alteram incommensurabile inuenire.

Huius quoq. dispositio a duarum premisfarum dispositione non sit in quoquam diuersa. Sint autem linee due. a.b. & c.d. quales .16. proponit eruntq. premissa argumentatione due linee. a.e. & c.b. quas inquirimus. Cum enim. a.b. sit linea medialis erūt quadrata duarum linearum. a.e. & c.b. pariter accepta mediale. **A**t cum. a.b. & c.d. contineant superficiem medialem. sequitur vt. a.b. in. c. f. & ideo i.e.g. sibi equalem contineat quoq. superficiem medialem: ois. n. superficies mediali communicans medialis esse conuincitur: quēadmodū in. 11. monstratum est. **S**uperficies igitur. a.e. in. c.b. medialis est cum ipsa sit equalis superficiē. a.b. in. g.e. **Q**uia vero linea. a.b. est incommensurabilis linee. c.d. erit etiam incommensurabilis linee. c.f. quare & nec. e.g. quare per primam sexti & secundam partem. 10. huius superficies. a.b. in. e.g. que est equalis superficiē. a.e. in. c.b. erit incommensurabilis quadrato linee. a.b. itaq. & quadratis duarum linearum. a.e. & c.b. pariter acceptis. **Q**uod cum ita sit sequitur quoq. vt duplum superficiē. a.e. in. c.b. sit incommensurabile quadratis predictis duarum linearū. a.e. & c.b. piter acceptis & hoc erat monstrandum. **D**ue linee quas. hec. 19. docet inuenire componunt lineam potētem in duo medalia & minori earum abscissa de maiori que reliqua est dicitur linea que iuncta cum mediali facit totum mediale.

Castigator

Propter hoc q. multiplicia & submultiplicia eiusdē sunt generis. Vt sine quinte diffinitionis quinti libri dictum fuit. Et ideo partes proprie semper sunt de ratione totius. & sic. c. f. cum sit medietas. c.d. etiam per. 9. & 8. huius & rectius concluditur propositum.

Propositio .30.

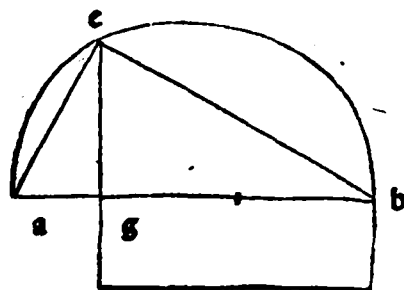


Idue linee potēcialiter tantū rōnales cōicantes in longū directumq. cōiungant: tota linea ex his cōposita erit irrationalis: diceturq. binomium.

Sint due linee. a.b. & b.c. in continuū. directumq. coniuncte rationales in potentia tñ cōicantes: quas p. 17. & 18. reperies: dico totam lineā. a.c. ex eis cōpositam esse irrationalē & ipse vocatur binomiū. Est enim p. quartam secundi quadratum. a.c. equale quadratis duarū linearū. a.b. & b.c. & duplo superficiē vnius earum in alterā: quadrata autē ambarum faciunt superficiē rationalem ex ypothesi: duplū vero superficiē vnius earum in alterā facit superficiem mediale ex. 19. itaq. quadrata ambarum pariter accepta faciūt superficiem incommensurabile duplo superficiē vnius earū in alterā. erit igit ex. 9. quadratū. a.c. incommensurabile duobus qdratis duarū linearū. a.b. & b.c. piter acceptis quare irrationale p. diffinitionē cum duo illa qdrata faciant superficiem rationalem. ideoq. suū latus tetragonum quod est. a.c. irrationale quoq. p. diffinitionem: constat ergo propositum.

Castigator

Hec irrationalitas facit infra ad. 67. huius. Et sicut in ista. 30. probatur linea binomialis esse irrationalis per. 4. secundi. ita infra. 68. huius probatur idem de residuo q. sit linea irrationalis mediante. 7. eiusdem.



secundi. ff. 9. huius.

Propositio 31.



Sine lineae mediales potentia tantum cōcantes superficiemq; rationalem continentes directe cōiungantur tota linea ex his composita erit irrationalis diciturq; bimediale primum:

Sint due lineae. a. b. f. b. c. in continuum directumq; cōiuncte quales proponuntur quas p. 24. ff. 25. reperies: dico totam lineam. a. c. esse irrationalem & ipsa vocatur bimediale primum. Est. n. duplum superficiem a. b. in. b. c. rationale per hypothesin. duoq; que quadrata duarum linearum a. b. f. b. c. pariter accepta faciunt mediale. cum vtrumq; quadratum sit mediale p. hypothesim & vnum eorum cōcans alii: duplum igitur superficiem vnius earum in altera est incōcans duobus qdratis piter acceptis itotum ergo aggregatum ex duplo superficiem & duobus quadratis & ipsum est quadratum totius. a. c. p. quartam secundi est incommensurable duplo superficiem vnius earum in alteram p. 9. huius cum itaq; duplum superficiem sit rationale erit quadratum. a. c. irrationale. ideoq; & linea. a. c. qd est ppositum. **I** de aliter: sit linea. d. e. rationalis in longitudine cui adiungatur superficies. d. f. equalis duobus quadratis duarum linearum a. b. f. b. c. eritq; superficies hec. d. f. mediale cum vtrumq; quadratum sit mediale p. hypothesin. & vnum eorum cōcans alii quare p. 10. linea. d. g. est rationalis in potentia tamen non cōcans in longitudine lineae. d. e. Rursus ad lineam. f. g. que est equalis. d. e. adiungatur superficies. f. h. equalis duplo superficiem a. b. in. b. c. eritq; f. h. rationalis p. hypothesim. quare per. 16. linea. g. h. erit rationalis in longitudine. Due itaq; lineae. d. g. & g. h. sunt potentialiter rationales & in ea tñ cōcantes: ergo p. 30. tota linea ex eis cōposita que est. d. h. est binominium & irrationale: quare p. 16. a destructione consequens superficies. e. b. est irrationalis. At qd p. quartam secundi latus ius tetragonum est linea. a. c. ipsa erit irrationalis per diffinitionem quod oportuit demonstrari.

Castigator

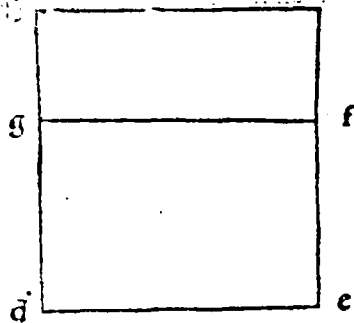
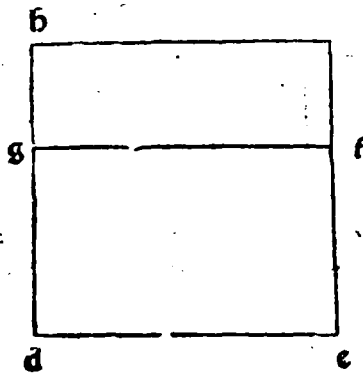
Istam linearum aliquando longior est potestior breuiore in quadrato lineae maiori communicantis. vt in. 24. aliquando non communicantis. 25. huius.

Propositio 32.



Sine lineae mediales potēialiter tantum cōcantes superficiemq; mediale continentes directe cōiungantur tota linea erit irrationalis diciturq; bimediale primum.

Sint due lineae. a. b. f. b. c. mediales in continuum directumq; cōiuncte vt proponitur quas per. 26. contingit reperiri. Dico totam. a. c. ex eis cōpositam esse irrationalem & ipsa vocatur bimediale secundum. **E**sto enim linea. d. e. rationalis in longitudine cui adiungatur superficies. d. f. equalis duobus quadratis duarum linearum a. b. f. b. c. piter acceptis & qd ex hypothesi duo illa qdrata sunt cōcantes: vt vtrumq; mediale: erit superficies. d. f. mediale quare per. 20. linea d. g. que est eius latus secundum est rationalis in potentia tantum: & lineae d. e. incommensurabilis in longitudine. **R**ursus adiungatur ad lineam g. f. que est equalis lineae. d. e. superficies. f. h. equalis duplo superficiem a. b. in. b. c. eritq; etiam superficies. f. h. mediale: erat enim per hypothesim superficies a. b. in. b. c. mediale. ergo duplum eius cui est equalis. f. h. erit mediale. Per. 20. igitur linea. g. h. rationalis in potentia tantum & incommensurabilis in longitudine lineae. g. f. **Q**uia vero a. b. f. b. c. sunt potentialiter tantum communicantes erit per primam sexti & p. secundam partem. 10. huius superficies vnius in alteram incommensurabilis quadrato vtriusq;. **A**t quia quadrata earum communicant per hypothesim erit dicta superficies quare & duplum eius incommunicans duobus qua-



dratis earum pariter acceptis. Dne ergo superficies. d. f. f. h. sunt in com-
municantes per primam itaq; sexti & secundam partem. 10. huius erit li-
nea. d. g. incommensurabilis linee g. b. que cum sint rationales in poten-
tialiter erit per. 30. tota linea. d. h. binomium & irrationalis: ergo per. 16. a
destructione consequentis erit superficies. e. h. irrationalis. Et quia la-
tus eius tetragonum per quartam secundi est linea. a. c. sequitur per dif-
finitionem q; linea. a. c. sit irrationalis: quod ppositum erat ostendete.

Castigator.

¶ Quia p primam sexti superficies. a. c. ad utrumq; quadratum est sicut
basis. a. b. ad basim. b. c. que sunt ex hypothesi due linee non comunicantes
in longitudine sed solum in potentia. Et ideo p secundam partem decime
huius superficies. a. c. etiam non comunicat cum aliquo duorum quadra-
torum illarum duarum linearum. a. b. & b. c. huius superficies illa & dicta
quadrata sunt irrationalia quia medialia sunt irrationalia non communi-
cant nisi se habeant sicut numeri per quantam huius.

¶ Quia dato opposito huius consequentis sequitur lineam. d. h. esse ra-
tionalem per. 16. quoniam non est. Et ideo irrationalis superficies. e. h. que si nō
esset rationalis & tunc per. 16. ut dictum est.

Propositio 33.



¶ Si coniuncte fuerint due linee potentialiter in-
commensurabiles superficiemq; medialem continentes
quarum ambo quadrata pariter accepta sunt rationales: to-
ta linea erit irrationalis diceturq; linea maior.

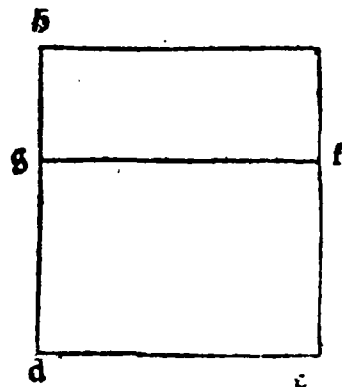
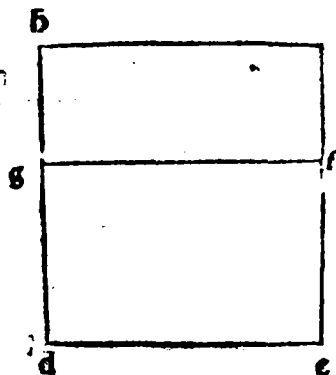
¶ Sint due linee. a. b. & b. c. sibi in continuum directas
coniuncte sicut proponitur quas contingit ex. 17. reperiri
rectico. a. c. ex eis compositam esse lineam irrationalem & ipsa vocatur
linea maior. Cum enim ambo quadrata pariter accepta sunt rationales su-
perficies vero alterius in alteram quare & eius duplum medialis per hypo-
thesim erit totum ex duobus quadratis pariter acceptis incommensurabile
duplo superficies vnius in alteram. itaq; totum aggregatum ex duobus
dratis & duplo superficies & ipsum est equale quadrato. a. c. p quantam solum
erit per. 9. huius incommensurable duobus quadratis. duarum linearum. a. b.
& b. c. pariter acceptis: per definitionem ergo est quadratum linea. a. c. ir-
rationalis & linea. a. c. irrationalis quod est ppositum. ¶ Idem aliter
est in premissis ad lineam. d. e. que sit rationalis in longitudine adiunga-
tur superficies. d. f. que sit equalis duobus quadratis duarum linearum. a. b.
& b. c. pariter acceptis eritq; rationalis per hypothesim quare p. 16. latus eius
secundum quod est. d. g. erit etiam rationale in longitudine & comuni-
cans linee. d. e. ¶ Rursus ad lineam. f. g. adiungatur superficies. f. h. equalis
duplo superficies. a. b. in. b. c. eritq; medialis per hypothesim quare per. 30.
linea. g. h. que est eius latus secundum est. rationalis in potentia tantum
per. 30. igitur est linea. d. h. binomium & irrationalis: ideoq; p. 16. a destruc-
tione consequentis superficies. e. h. est irrationalis quare latus eius tetra-
gonum quod per quartam secundi est. a. c. est irrationale per diffinitio-
nem. quod volumus ostendere.

Propositio 34.



¶ Si coniuncte fuerint due linee potēialiter in-
commensurabiles superficiemq; rationalem continen-
tes quarum ambo quadrata pariter accepta sunt
medialia: tota linea erit irrationalis diceturq; po-
tens in rationale & mediale.

¶ Sint ut in premissis due linee. a. b. & b. c. in continuum
directasq; coniuncte quales proponitur & ipse sunt ex. 18. sumendi rectico
& tota linea. a. c. ex eis composita erit irrationalis & illa vocatur linea po-
tens in rationale & mediale. Cum sit enim superficies. a. b. in. b. c. rationa-
lis p hypothesim. ideoq; & duplum eius ac ambo quadrata pariter accepta



sint mediale ei sequitur per quartam secundi § 9. huius quemadmodum in premissis quadratum totius .a.c. sit incōicans duplo superficie .a.b.in.b. per diffinitionem igitur ipsum est irrationale § linea .a.c. irrationalis quod est ppositum. ¶ Idem aliter sit ut in premissis linea .d.e. rationalis in longitudine superficies .d.f. sibi adiuncta equalis duobus quadratis pter acceptis duarum linearum .a.b. § .b.c. eritq. medialis per ypothesim per .10. igitur et linea .d.g. rationalis in potentia tantum non communicans in longitudine linee .d.e. Sitq. superficies .f.h. adiuncta ad lineam .g.f. equalis duplo superficie ex .a.b.in.b.c. eritq. rationalis per ypothe. § ideo per .16. latus eius secundum quod est .g.h. rationale in longitudine quare per .30. linea .d.h. est binomium § irrationalis : § superficies .e.h. per .16. a destructione consequentis est irrationalis. Cum itaq. linea .a.c. sit eius latus tetragonum per quartam secundi sequitur ut .a.c. sit irrationalis per diffinitionem : constat ergo ppositum.

Propositio 35

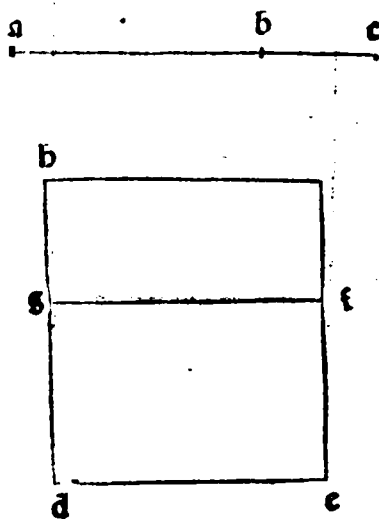


¶ Si puncte fuerint due linee potēcialiter incōmensurabiles superficies mediale pñētes quare quadrata ambo pariter accepta sit mediale duplo superficie vnus in alteram incōmensurable tota linea erit irrationis diciturq. potens in duo mediale.

¶ Sint quoq. due linee hic .a.b. § .b.c. in continuū dixeruntq. cōiuncte ut pponit que ex .19. sumende sunt dico q. linea .a.c. ex eis cōposita est irrationis § ipsa dicitur potens in duo mediale. Ad iungatur n. ad lineā .d.e. que sit rationalis in longitudine superficies .d.f. equalis duobus quadratis duarum linearum .a.b. § .b.c. pter acceptis eritq. medialis per ypothesim quare per .10. linea .d.g. erit rationalis in potentia tñ § incōmensurabilis .d.e. linee rationali in longitudine. ¶ Rursus ad lineam .g.f. que est equalis .d.e. adiungatur superficies .f.h. que sit equalis duplo superficie vnus in alterā erit ex ypothesi medialis quare per .10. linea .g.h. erit rationalis in potentia tñ. ¶ Atq. per ypothesim ambo quadrata pariter accepta sunt incōmensurable duplo superficie vnus in alterā sequit ut .d.f. sit incōmensurabilis sibi .h. quare per primam sequi § secundam partem .10. huius linea .d.g. § incōmensurabilis .g.h. per .30. igitur est linea .d.h. binomium § irrationalis. Itaq. superficies .e.h. est irrationis § eius latus tetragonum quod est .a.c. ut in premissis quare constat ppositum. ¶ Si aut. duplum superficie .a.b.in.b.c. non esset incōmensurable ambobus quadratis pariter acceptis esset linea .a.c. medialis Esset enim .d.f. communicans sibi .h. ideoq. linea .d.g. linee .g.h. tota igitur .d.h. esset rationalis in potentia tantum § incōmensurabilis in longitudine linee .d.e. per .19. igitur esset superficies .e.h. medialis eiusq. latus tetragonum quod est .a.c. linea medialis. Ut autem facilius fiat doctrina sequentium premonstranda arbitramur hoc loco duo quorum primum est.

Castigator.

¶ Quia tota superficies .e.f. tunc esset medialis per .11. § 9. huius postea per .10. linea .d.h. que est latus secundum dictē superficie .e.h. est solum in potentia rationalis lateriq. primo .d.e. in longitudine incōmensurabilis. Et ideo per .19. latus tetragonum superficie .e.h. est linea medialis quod est per .4. secundi linea .a.c. ut premititur. ¶ Vel sic § melius per .9. huius. Si autem duplum superficie .a.b.in.b.c. non esset incōmensurable seu incommunicans ambobus quadratis pariter acceptis. tunc esset eisdem commensurable siue communicans quare per .9. totum ex eis scilicet .d.f. § .f.h. confectum. scilicet superficies .e.h. esset communicans utiq. superficie .d.f. § .f.h. quare per .11. huius .e.h. tota esset etiam medialis superficies. Et ideo per .30. secundum latus eius quod est tota .d.h. est solum in potentia rationale § sic per .19. linea .a.c. que per .4. secundi est eius latus tetragonum esset linea merē medialis §.



¶ Si aliqua linea per duo inequalia dividatur quadrata ambe-
rum sectionum pariter accepta: tanto amplius sunt duplo super-
ficii vnus earum in alteram quantum est quadratum eius linee
qua maior excedit minorem.

¶ Sit enim linea .a. b. diuisa per duo inequalia in puncto .c. sitq. maior
portio .c. b. de qua sumatur .c. d. equalis .a. c. dico q. quadrata duarum li-
nearum .a. c. & .c. b. sunt amplius duplo superficii vnus in alteram in qua
drato linee .d. b. **¶** Nam quod fit ex .a. c. in .c. b. bis cum quadratis duarum
linearum .a. c. & .c. b. est equale ei quod fit ex .a. c. in .c. b. quater cum qua-
drato .d. b. Eo q. vtraq. hec equalia sunt quadrato linee .a. b. primum qui-
dem per quartam secundi. Secundum vero per .8. eiusdem. Demptis itaq.
vtrinque equalibus videlicet eo quod fit ex .a. c. in .c. b. bis erunt residua que
sunt de primo quidem quadrata duarum linearum .a. c. & .c. b. **¶** De secun-
do vero quod fit ex .a. c. in .c. b. bis cum quadrato .d. b. equalia. Quare co-
stat ppositum. **¶** Ex hoc ergo manifestu est q. si aliqua linea p duo inequa-
lia dividatur quadrato ambarum partium pariter accepta plus sunt duplo
superficii vnus earum in alteram. Et hoc est pp quod istud premisimus.

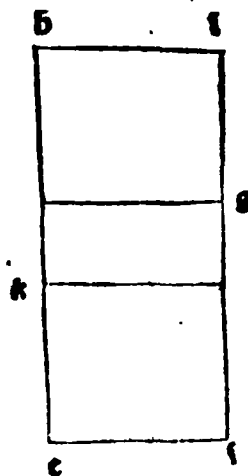
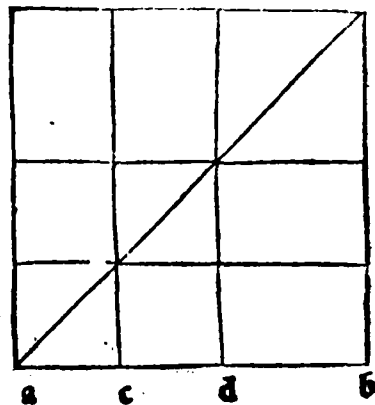
¶ Si aliqua linea per duo inequalia itemq. alia duo inequalia
dividatur quadrata magis inequalium pariter accepta tanto sunt
amplius quadratio minus inequalium pariter acceptis quanta
est duplum quadrati illius linee que inter vtrasq. est sectiones &
quadruplum eius quod fit ex eadem linea in eam que est inter
punctum sectionis minus inequalium & punctum quod dividit
totam lineam per equalia.

¶ Sit linea .a. b. diuisa per duo inequalia in puncto .c. itemq. per alia mi-
nus inequalia in puncto .d. rursus per equalia in .e. dico q. quadrata dua-
rum partium magis inequalium que sunt .a. c. & .c. b. tantum sunt amplius
duobus quadratis duarum linearum minus inequalium que sunt .a. d. &
d. b. quantum est duplum quadrati linee .c. d. **¶** Quadruplum eius quod
fit ex .c. d. in .d. c. **¶** Sunt enim per .9. secundi quadrata duarum linearum
a. c. & .c. b. pariter accepta dupla quadratis duarum linearum .b. e. &
e. c. pariter acceptis. at per eandem .9. secundi quadrata duarum linearum
a. d. & d. b. pariter accepta dupla sunt quadratis duarum linearum .b. e. &
e. c. pariter acceptis. **¶** I taq. quadrata duarum linearum .a. c. & .c. b. pari-
ter accepta excedunt quadrata duarum linearum .a. d. & d. b. pariter acce-
pta in eo quo duplum quadrati linee .c. e. excedit duplum quadrati linee
d. e. hoc autem per quartam secundi est duplum quadrati linee .c. d. & qua-
druplum eius quod fit ex .c. d. in .d. e. quare constat ppositum. Ex hoc
manifestum est q. quanto fuerint sectiones alterius linee magis inequa-
les tanto erunt earum quadrata pariter accepta maior at hoc est propter
quod istud premisimus. **P**ropositio .36.



I alias duas lineas sub eatur termino ex quibus
continuum & nominatum est binomium diuidi
impossibile est.

¶ Sit linea .a. b. binomium eritq. ex .30. composita ex
duabus lineis in potentia tantum rationalibus commu-
nicantibus que sint .a. c. & .c. b. dico q. impossibile est eam
diuidi in alias duas lineas sub hac diffinitione videlicet q. ipse sunt potetia
tantum rationales communicantes. **¶** Si enim potest diuidatur in .a. d.
& d. b. que sint potentia rationales tm communicantes. Est quoq. linea
c. f. rationalis in longitudine cui adiungatur superficies d. e. g. que sit eqilis
quadratis duarum linearum .a. c. & .c. b. pariter acceptis & superficies .f. h.
que sit equalis quadrato linee .a. b. eritq. superficies .e. g. rationalis eo q.
vtrinque quadratorum linearum .a. c. & .c. b. pariter acceptis est rationale
per ypothesim & superficies .g. h. medialis per .19. qm ipsa est equalis du-
plo superfici .a. c. in .c. b. per quartam secundi. Sit igitur rursus superficies
f. k. equalis quadratis duarum linearum .a. d. & d. b. pariter acceptis

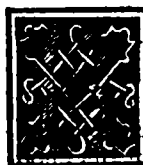


que cum sint diuersa a tribus lineis: a. c. f. c. b. est per secundam pcedens
 strationem antecedentium superficies. k. k. diuersa a superficie. e. g. Bar
 ergo differentia sit. k. g. erit per quartam secundi excessus superficiei. f. h.
 super. f. k. qui sit. k. l. equalis duplo eius quod sit ex. a. d. in. d. b. f. propter
 hoc erit etiam superficies. f. k. rationalis f. superficies. k. l. medialis: itaq
 superficies. k. g. cum ipsa sit differentia duarum superficierum rationalium
 que sunt. e. g. f. f. k. erit rationalis. Non enim differt rationale a rationa
 li nisi in rationali f. hoc dico diffinitione f. 9. huius hoc consummabatur
 Eadem quoq. cum ipsa sit differentia duarum superficierum medialium
 que sunt. g. h. f. k. l. erit irrationalis per. 11. quod est impossibile.

Castigator.

b ¶ Ista adiunctio superficierum ad lineam rationalem in longitudine
 equalium aliis superficibus sit vbiq. in sequentibus f. precedentibus: v
 vsum est: quemadmodum dictum est supra in. vigesima: vigesima
 prima: vigesima secunda: f. vigesimatercia huius. ideo ibi recurrit: quia au
 ctor cum semel diligenter docuerit sufficit ei f. nobis. c ¶ Ex istis sex
 quentibus diuisionibus linearum compositarum in suas componentes
 vt patet: apparet illa philosophantium maxima: videlicet omnis res per
 quas cumq. causas componitur per easdem resoluti necesse est. d ¶ Cum
 vtraq. diuisio sit per inequalia scilicet in. c. f. in. d. quoniam linee compo
 nentes binomium semper sunt inequales per. 17. f. 18. huius quia longior
 potentior breuiore f. c.

Propositio 37.



Imediali primo sui terminum suum in duas line
 as mediales diuisosub earum termino in alias du
 as lineas mediales idem diuidi est impossibile.

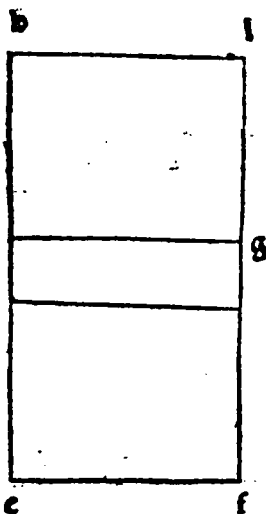
¶ Sit quoq. hic linea. a. b. bimediale primum diuisa in
 duas lineas mediales potentia tantum communicantes
 superficiemq. rationalem continentes: ex quibus. 32. affe
 ritur componi que sub. a. c. f. c. b. dico q. impossibile est eam diuidi in
 alias duas lineas sub earum diffinitione. Q. uod si possibile fuerit diuidat
 eam in puncto. d. assumptaq. linea rationali. e. f. adiungatur ei. e. g. equa
 lis duobus quadratis duarum linearum. a. c. f. c. b. f. superficies. f. h. equa
 lis quadrato. a. b. f. superficies. f. k. equalis quadratis duarum linearum. a.
 d. f. d. b. erit. per quartam secundi. g. h. equalis duplo superficiei. a. c. in
 e. b. f. per eandem erit. k. l. equalis duplo superficiei. a. d. in. d. b. propter
 ypothesim quoq. erit vtraq. duarum superficierum. e. g. f. k. l. medialis f.
 vtraq. duarum. g. h. f. k. l. rationalis. hoc autem impossibile esse erit
 per primam superficiem. k. g. irrationalis ex. 11. per secundam autem eadē
 erit rationalis ex diffinitione f. 9. quod est inconueniens.

Propositio 38.



Imediale secundum nisi in duas lineas tantū sub
 termino suo diuidi non potest.

¶ Sit vt prius linea. a. b. bimediale secundum diuisa in
 duas lineas. a. c. f. c. b. mediales: potentia tantum comu
 nicantes: superficiemq. medialem continentes: ex quibus
 32. proponit eam componi: dico q. impossibile est eam
 diuidi sub earum diffinitione in alias duas. Sin autem diuidat in. d. sint:
 q. vt prius superficies. e. g. f. h. f. k. adiungite ad lineam rationalem. e. f.
 eruntq. per presentes ypotheses vtraq. superficies. e. g. f. g. b. mediales: qua
 re per. 10. vtraq. duarum linearum. f. g. f. g. l. erit rationalis in potentia tū
 tum non communicans in longitudine linee. e. f. At quia due linee. a. c.
 f. c. b. erunt incommensurabiles in longitudine: sequitur per primam for
 ti: f. per secundam partem. 10. huius q. vtrumq. quadratorum linearum
 a. c. f. c. b. sit incommensurable superficiei vnus in alteram cumq. dicta
 quadrata communicent: ex ypothesi sequitur vtrumbo quadrata pariter



accepta sunt incommensurabile superficies vnus in alteram: ideoq. & eius duplata quate superficies. e. g. ancom mēsurabilis est superficiē. g. h. & linea g. i. lineę. g. i. per primam sexti. & secundam partem. 10. huius itaq. per. 30. linea. f. l. est binomium diuisa p̄m suum terminum in puncto. g. ¶ Eo-
demq. modo probabitur ipsam binomium esse mediantibus superficiē
bey. r. m. g. m. h. diuisam secundum suum terminum in puncto. m. quod
est impossibile per. 36. Non enim potest dici q. linea. f. l. diuisa sit ad pun-
ctum g. i. m. in partes conuiles: sic enim esset linea. f. m. equalis. g. i. sed
ipsa est maior linea. m. l. vt patet ex primo premisorum antecedentium
huius & prima sexti om̄. e. m. superficies sit maior. h. m. superficie. Hu-
ius autem demonstrationis modus potest esse communis. 37. ceterisque
eum sequentibus.

Propositio .39.



Linea maior nisi in duas lineas tantum ex quibus
constat sub earum termino diuidi nō potest.

¶ Sit quoq. hec linea maior. a. b. diuisa ad punctum. c.
in duas lineas potentialiter incommensurabiles superfi-
ciemq. medialem continentes quarum ambo quadrata
pariter accepta sint rationales: ex talibus enim componi-
tur vt affirmat. 33. dico q. impossibile est ad alium punctum in alias du-
as lineas sub hac diffinitione ipsam diuidi q. si potest: sit hic ad. d. mane-
ant sub his eadem figura eademq. ypothēsi: que prius & argue quemad-
modum in. 36. superficiem. g. k. esse rationalem & irrationalem: quod
est impossibile.

Propositio .40.



Linea potes in rationale & mediale nisi in suas du-
as lineas tantum sub termino suo non diuiditur.

¶ Hec quoq. 40. manentibus prioribus figura & positio-
nibus exceptoq. ipsa linea. a. b. diuidatur in punctum. c.
in illas duas lineas ex quibus. 34. dicit eam componi pro-
babitur quemadmodum. 37. Si autem aliter fuerit q. pro-
ponat erit superficies. k. g. rationalis & irrationalis quod esse non potest.

Propositio .41.

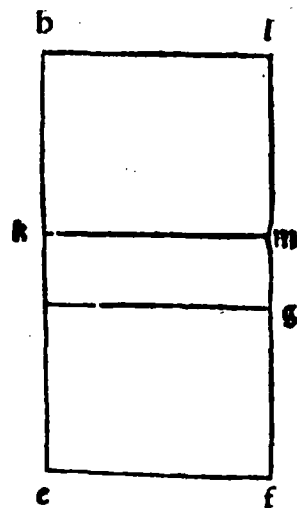
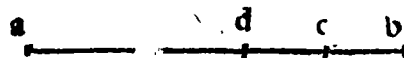


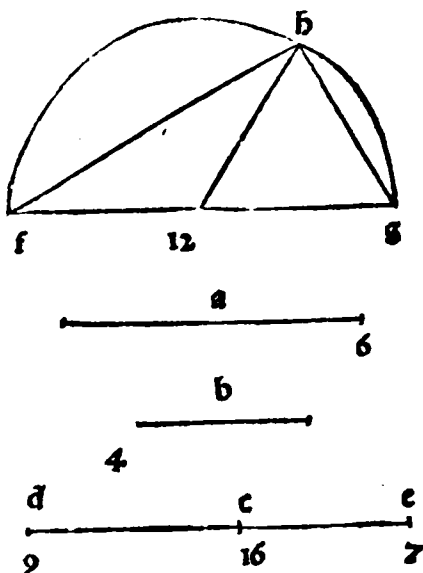
Linea potens in duo medialia nequit diuidi in ali-
as duas sub termino earum ex quibus coniuncta
est: sed in suas tantum duas ex quibus componi-
tur est diuisibilis.

¶ Hec enim. 41. diuisa linea. a. b. ad punctum. c. in eas ex
quibus. 35. aserit eam componi ceterisq. vt supra tam figu-
ra q. positionibus manentibus probatur sicut. 38. nam dato opposito pro-
positi. Sequitur oppositum. 36. quod. est impossibile.

¶ Si fuerit binomij longior portio breuiore potentior augmen-
to quadrati lineę communicantis eidem longiori in longitudine
fueritq. eadem longior lineę posite rationali communicans ip-
sum: vocabitur binomium primum. Si vero breuior posite ratio-
nali communicet dicetur binomium secundum. Quod si neutra
portionum eius posite rationali communicet appellabitur bino-
mium tertium. Item si longior breuiore tanto amplius possit
quantum est quadratum alicuius lineę ipsi longiori incommen-
surabilis in longitudine fueritq. longior portionum posite lineę
rationali communicans in longitudine ipsum nuncupabitur bi-
nomium quartum. Si vero breuior posite rationali communi-
cet in longitudine quintum nominabitur. Si autem neutra por-
tionum eius posite rationali communicet in longitudine erit bi-
nomium sextum.

Propositio .42.





Binomium primum inuenire.

Sit, a. linea rationalis posita: sumanturq. duo numeri quadrati. b. & c. quorum. c. sit diuisibilis in quadratum qui sit. d. & in nō quadratum qui sit. c. ponaturq. proportio quadrati linee. a. ad quadratum linee. f. g. sicut numeri. b. ad numerum. c. eritq. ex secunda parte. z. linea. f. g. communicans linee. a. rationali posite in longitudine. Super eam igitur lineetur. f. g. h. semicirculus: sitq. proportio quadrati linee. f. g. ad quadratum linee. f. h. sicut. c. ad. d. & ducatur linea. g. h. Dico ergo duas lineas. f. g. & g. h. directe coniunctas componere binomium primum. Est enim linea. f. g. que est longior potentior linea. g. h. que est breuior in quadrato linee. f. h. per. 30. tertii & penultimam primi communicat autem linea. f. h. linee. f. g. in longitudine per secundam partem. z. cum proportio quadratorum ipsarum. f. g. & f. h. sit sicut numerorum quadratorum qui sunt c. & d. Linea vero. g. h. conuincitur esse rationalis in potentia tantum: nō communicans linee. f. g. in longitudine. Ideoq. neq. linee. a. rationali posite. Cum sit enim quadratum linee. f. g. ad quadratum linee. f. h. sicut numerus. c. ad numerum. d. erit per euerfam proportionalitatem quadratum linee. f. g. ad quadratum linee. g. h. sicut numerus. c. ad numerum. e. Cum itaq. c. sit numerus quadratus. e. vero non quadratus: sequitur per vltimā partem. z. vt linea. g. h. sit incommensurabilis linee. f. g. in longitudine. Relinquitur igitur ipsam. g. h. esse rationalem in potentia tantum & a definitione linee. f. g. & g. h. componere binomium primum: quod erat inueniendum.

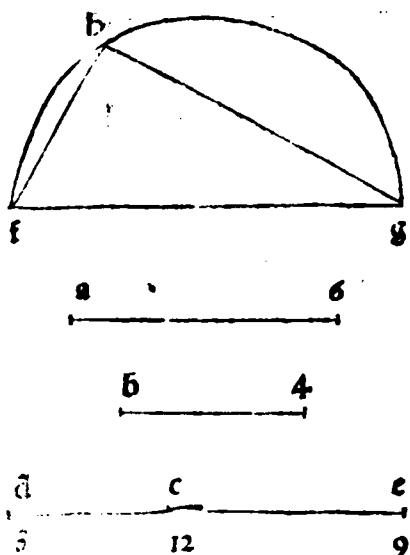
Castigator.

Que. f. g. reperitur vt in. 17. huius. sed ponendo numerum. b. minorem numero. c. s. b. 4. & c. 16. necessario linea. f. g. erit longior linea. a. & quia numerorum quadratorum proportio laterum suorum est duplicata per vndecimam octauī ac etiam dictarum linearum quadrata per 18. sexti. sunt suorum correlatiuorum laterum in duplicata proportione que est similis illi laterum dictorum numerorum: & cum dicti numeri ponantur quadrati scilicet. 4. & 16. eorum latera erunt. 2. & 4. inter que ponat vnitas: vt supra in quinta huius & n. apparet. Modo quecumq. fuerit illa linea inuenienda erit communicans linee. a. posite: vt dictum est & earum communis mensura erit in. a. totiens & cetera. vt ibi dictum est in. 17. postea inuenitur alia. f. h. simili modo ad cuius quadratum se habeat quadratum linee. f. g. sicut. c. numeri ad. d. numerum penitus sicut inuenimus. f. g. & procedendo semper similiter habebis propositū & ideo supra in. 17. docuit inuenire plures huiusmodi lineas & c. etiam dicendo si. 16. dat. 9. quid dabit. 144.

Propositio. 43.

Binomium secundum reperire.

Sit vt prius. a. rationalis linea posita. b. vero numerus quadratus. c. vero sit numerus non quadratus diuisibilis in. d. non quadratum & e. quadratum. Ita tamen q. proportio totius. c. qui est non quadratus ad. d. qui est etiam non quadratus sit sicut numerorum quadratorum: talis autem numerus est. n. & 48. diuisibilis enim est. n. in. 9. quadratum numerum & 3. non quadratum: estq. proportio. n. ad. 3. sicut. 16. ad. 4. quorum vterq. quadratus eodem modo. 48. diuisibilis est in. 36. & n. Tales autem numeros sic reperies. Sit. a. numerus quadratus. b. quoq. sit vnitate minor. cuius quadratū sit. c. At vero. d. pueniat ex. b. in. a. eritq. ex prima incidence noni. b. d. r. a. d. ad. c. Ducatur idē. a. in. c. & pueniat. e. eritq. e. quadratus ex prima parte correl. scū de noni eo q. vterq. numerus. a. & c. est qdratus p hypothēsim. Fiat rursus. f. ex. a. in. d. eritq. f. qualē qmuis. Est. n. ex vltima pre p. d. f. correl. numerus. f. nō qdratus: eo q. d. nūc



si non quadratus. Si. n. d. numerus esset quadratus esset quoq. b. quadratus. ex. 3. per eundem coroll. noni & ex. 12. octavi & quia. a. est quadratus esset p. a. eundem tertius continue proportionalis inter. a. & b. quod est impossibile cum sit sola ueritate distantes. Non est igitur. d. quadratus quare nec. f. Est enim. f. equalis. d. & e. quoniam. b. sit differentia. d. ad. c. ut patet ex premissis iterum p. primam incidentium noni quod sit ex. a. in. d. equum his que sunt ex. a. in. b. & in. c. Et quia ex. 2. in. b. sit. d. & in. c. sit e. sequitur ut. d. sit differentia. f. ad. e. Et quia per. 18. septimi est. f. ad. e. sit. d. ad. c. ut permutatim. f. ad. d. sicut. e. ad. c. Cum uterque duorum numerorum. e. & c. sit quadratus manifestum est numerum. f. esse quale volumus. Est enim non quadratus diuisibilis in. d. non quadratum & e. quadratum cuius proportio ad. d. est sicut quadrati ad quadratum uidelicet. e. ad. c. cetera uero sunt ut prius. ¶ Dico q. linee. f. g. & h. componunt binomium secundum Cum. n. sit quadratum. a. ad quadratum. f. g. sicut. b. ad. c. rursus quadratum. f. g. ad quadratum. g. h. sicut. c. ad. e. erit p. equam proportionalitatem quadratum. a. ad quadratum. g. h. sicut. b. ad. e. cum igitur uterque duorum numerorum. b. & e. sit quadratus erit p. secundam prem. 7. & linea. g. h. concians in longitudine linee. a. rationali posite de linea. vero. f. g. constat q. ipsa sit rationalis ut potentia tñ non concians linee. a. rationali posite in longitudine p. ultimam partem. 7. que cum sit potentior linea. g. h. in quadrato linee. f. h. p. 30. tertii & penultimam primi conciet aut linea. f. h. linee. f. g. in longitudine per secundam partem. 7. eo q. eorum quadrata sunt in proportione numero rum. c. & d. quorum est proportio sicut numerorum quadratorum p. ypothesim constat propositum. ¶ Alio quoq. idem esto linea. g. h. communicans. a. rationali posite in longitudine quam facile est inuenire. Sitq. c. manifestus quadratus diuisibilis in quadratum. d. & non quadratum. e. sitq. proportio quadrati linee. g. h. ad quadratum linee. f. g. sicut numerus. e. ad numerum. c. eritq. f. g. incommensurabilis linee. g. h. in longitudine per ultimam partem. 7. & potentior ea in quadrato linee. f. h. cui communi catas longitudine. primo per conuersam b. deinde per euerfam proportio nalitatem & per secundam partem. 7. ex diffinitione igitur linee. f. g. & g. h. componunt binomium secundum.

Configurator.

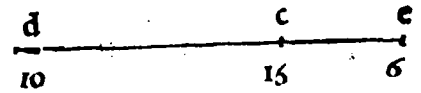
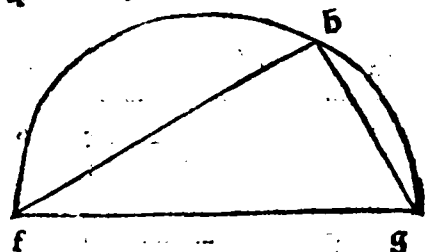
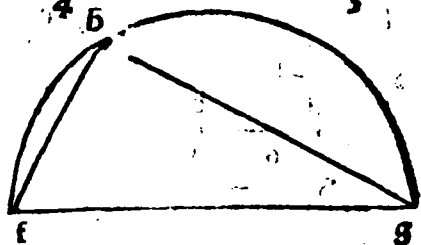
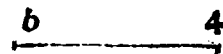
b ¶ Quia cum quadratum linee. g. h. sit ad quadratum linee. f. g. sicut numerus. e. non quadratus ad numerum. c. quadratum ex ypoth. I deo per conuersam proportionalitatem quadratum. f. g. ad quadratum. g. h. sicut numeri. c. ad numerum. e. & quoniam quadratum. f. g. equalit duobus quadratis. g. h. & f. h. per. 30. tertii & penultimam primi sicut numerus. c. equalit duobus numeris. e. & d. Igitur per euerfam proportionalitatem quadratum. f. g. ad quadratum. f. h. sicut numeri. c. quadrati ad numerum. d. quadratum tunc per secundam partem. 7. linee. f. g. communicat linee. f. h. in longitudine &c.

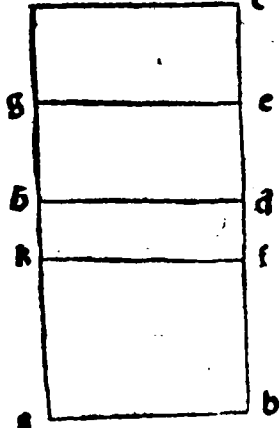
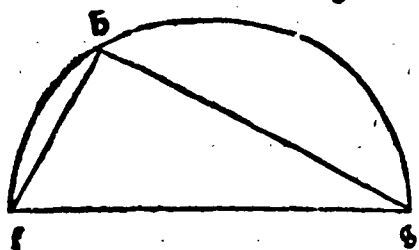
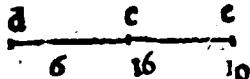
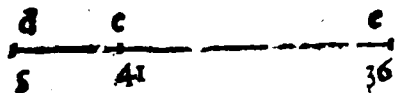
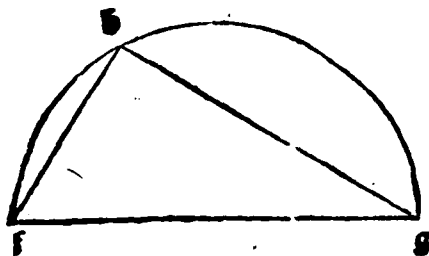
Propositio .44.

Inominum tertium inuestigare.



¶ Binomium quoq. tertium sic reperitur posita ut prius linea. a. rationali in longitudine sit. b. numerus primus. c. uero quadratus diuisibilis in quadratum. d. & non quadratum. e. cetera omnia sint ut prius dico q. due linee. f. g. & g. h. componunt binomium tertium neutra enim earum e. commensurabilis in longitudine linee. a. rationali posite sed utraq. incommensurabilis. f. g. quidem per ultimam partem. 7. h. g. uero per equam proportionalitatem & ultimam partem. 7. Est enim per equam proportionalitatem quadratum linee. a. ad quadratum linee. g. h. sicut numerus. b. ad numerum. e. mediantibus hinc quidem quadrato linee. f. g. inde uero numero. c. numeri autem. b. & e. non sunt in proportionem aliquorum quadratorum cum. b. sit numerus primus. si enim essent in proportionem numerorum quadratorum necesse esset per. 16. octavi





et octavam eiusdem: tertium eis in continua proportionalitate inter se
erit igitur per .xz. eiusdem numerus .b. superficialis quod est impossibile cum
sit primus per ypothe. incommensurabilis est itaq. linea .g. h. linee .a. rationali po
sita ex ultima parte. z. Quia ergo linea .f. g. potentior est linea .g. h. in q
drato linee .f. h. ex .30. tertii et penul. primi que communicat ei in longitu
dine ex scda pte. z. et eversa pportionalitate ex diffinitione binomii tertii
patet nostra intentio.

Propositio .45.

Inomium quartum scrutari.



In inuentione binomii quarti eodem modo procedendum
est sicut in inuentione primi. excepto q. quadratus nume
rus .c. diuidatur in duos non quadratos qui sint .d. et e
tera omnia negocianda sunt hic ex diffinitione binomii
quarti sicut ibi ex diffinitione binomii primi.

Propositio .46.

Inomium quintum querere.



Huius inuentione sic est sicut binomii secundi: excepto q.
numerus .c. non quadratus diuidatur in .d. non quadratu
m .e. quadratu. ita tñ q. proportio .c. ad .d. non sit sicut nu
meri quadrati ad numerum quadratum. Cetera oia sunt
hic pquirenda ex diffinitione binomii quinti sicut ibi est
ta sunt ex diffinitione binomii scdi. Vel pone q. linea .g. h. sit cõicãs linee
a. rationali posita in longitudine: et pone numerum .c. quadratu diuisum
in duos non qdratos q. sint .d. et .e. pone itaq. pportione qdrati linee .g. h.
ad qdratum .f. g. sicut numeri .c. ad numerum .c. deinde a strie propostu
ex ultima parte. z. et pñibus ypothesibus et conuersa et eversa proportio
nalitatibus et iterum ex ultima parte. z. ex diffinitione binomii quinti

Propositio .47.

In binomio sexto demum oportet insilire.



Binomium sextu sicut tertiu scrutandũ est et tñ erit hic
numerus qdratus .c. diuisus in duos non quadratos .d. et
e. cetera ut ibi erit. ex diffinitione binomii .6. linea que
componunt .f. g. et .g. h. sibi inuicem directe cõiungente bino
mium sextum quod est propositum inuenire.

Propositio .48.



Si fuerit superficies binomio pelo lineas rationali
contenta: latus qd super ea sit binomiu et necesse est.

Sit superficies .a. c. contenta linea rationali .a. b. et binomio
prio q. sit .b. c. dico q. latus tetragonici superficie .a. c. est bino
miu. Sit .n. punctus .d. cõis terminus duar. portionu bino
mii primi .b. c. cuius maior portio sit .b. d. eritq. rationalis in
longitudine ex diffinitione et cõmensurabilis linee .a. b. rationali posite. Dñs
dat ite minor portio q. est .d. c. p. eq̃lia ad punctu .e. lineas .d. b. diuidatur
sub ea cõditione ad punctu .f. q. inter ptes eius q. sint .b. f. et .f. d. cadat .d. e.
medio loco proportionalis q. q. liter fiat in .n. dñ est. Ducant at linee
c. g. d. h. f. k. eq̃ distantes linee .a. b. et q. ex diffinitione binomii primi li
nea .d. b. e. potentior linea .d. c. in qdrato linee sibi cõicantis in longitudie
seg̃t ex scda pte. g. et q. due linee .b. f. et .f. d. sint cõicantes p. g. igit̃ est vtraq. ear.
cõicans toti linee .b. d. q̃re p. diffinitione ambe sunt rōnales i longitudie
ideoq. p. s. vtraq. duar. superficie. a. f. et .f. h. e. rationalis. Describat itaq. qua
dratu .l. m. cuius latus .l. r. eq̃le superficie .a. f. cui circūponat gnomon ptra
dyagonali .l. m. n. ad eam q̃titate q. ipsius gnomonis qdratu: q. sit .m. n.
sit eq̃le superficie .f. h. duoq. eius supplementa sint .p. m. et .m. q. q. necesse est
esse equalia duabus superficiebus .d. g. et .g. c. quod sic collige. Cum enim
sit linea .d. e. medio loco proportionalis inter lineas .b. f. et .f. d. erit super
ficies .d. g. ex prima sexti medio loco pportionalis inter superficies .a. f. et .f. h.
quare et inter quadrata .l. m. et .m. n. Et quia supplementu .p. m. est et me
dio loco pportionale inter qdrata dicta ex prima sexti sequit̃ ut .p. m. sit

equalis. d. g. ideoq. m. q. g. c. Igitur linea. l. p. est latus tetragonum super-
ficii. a. c. hanc lineam dico esse binomium. Cum sint. n. ambo quadrata
l. m. f. m. n. rationalia erunt ex diffinitione due linee. l. r. f. r. p. potentia
liter racionales. Est autem per primam sexti. a. f. ad. d. g. sicut. b. f. ad. d. e. Sed
b. f. est incommensurabilis. d. e. f. quia. b. f. est rationalis simpliciter ut p
batum est. d. e. vero quia coicat in longitudine. d. e. ronalis in potetia tm.
Eritq. ipsa ronalis in potentia tm per. 18. quod ex premissis ypothesibus
manifestum e. Itaq. p secundam ptem. 10. superficies. a. f. e incommensura-
bilis superfici. d. g. igit f qdratum. l. m. supplemento. p. m. quare p prima
sexti f secunda ptem. 10. linea. l. r. est incommensurabilis linee. r. p. Ex. 30.
igitur constat lineam. l. p. esse binomium quod erat monstrandum.

Propositio 49.



Si fuerit superficies linea ronalis binomioq. secundo
steta: latus eius tetragonu erit bimediale primum.
¶ Sit eadem figura eodemq. ypothesi que in premissa
eritq. ex diffinitione binomii secundi linea. d. c. rationalis
in longitudine: quare per. 15. vtraq. duarum superficie-
rum. d. g. f. g. c. ideoq. f duo supplementa. p. m. m. q. erunt
rationalia: linea vero. b. d. erit rationalis in potentia tantum: f. diuisa
in duas lineas communicantes. f. d. f. b. f. ex diffinitione binomii secundi
f. premissis ypothesibus f. secunda parte. 13. per. 19. igitur erit vtraq. duar.
superficierum. a. f. f. b. h. ideoq. f vtrumq. quadratorum. l. m. f. m. n. me-
diale. itaq. ambe linee. l. r. f. r. p. sint mediales in potetia quoq. coicantes
nam cu linea. b. f. coicet linee. f. d. segtur ut. a. f. coicet. f. b. quare qdratum
l. m. qdrato. m. n. ideoq. f linea. l. r. linee. r. p. i potetia in longitudine at
non coicant: qm vna earu ad altera e sicut. l. m. ad. m. p. Cu igit. l. m. no
coicet. m. p. eo q altera medialis videlicet. l. m. altera ronalis videlicet
m. p. sequitur vt. l. r. non comunicet in longitudine. r. p. quia igitur ipse
continent superficiem rationalem que est. m. p. constat lineam. l. p. ex
31. huius esse bimediale primum.

Propositio 50.

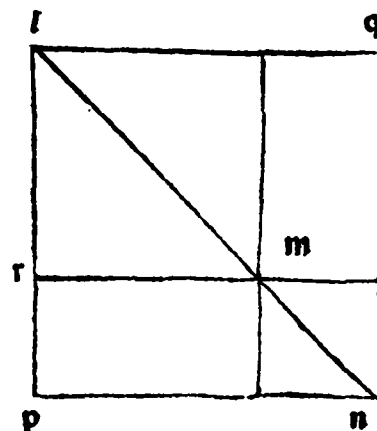
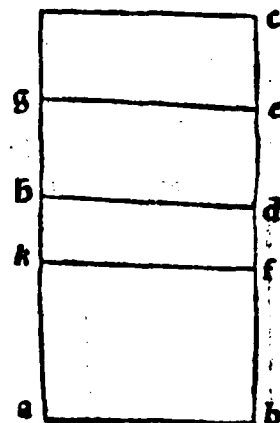
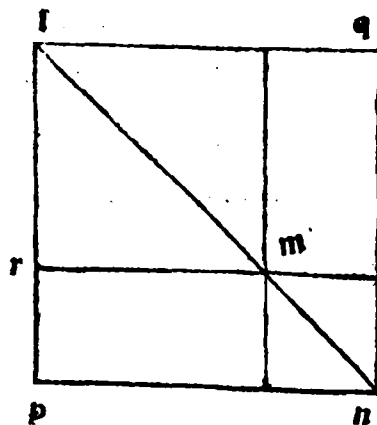


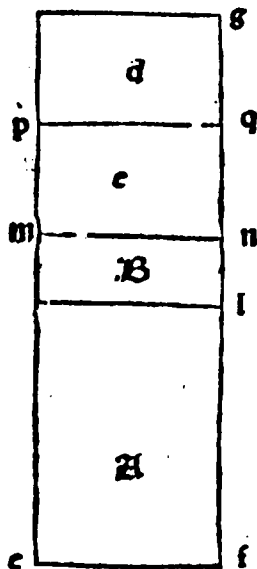
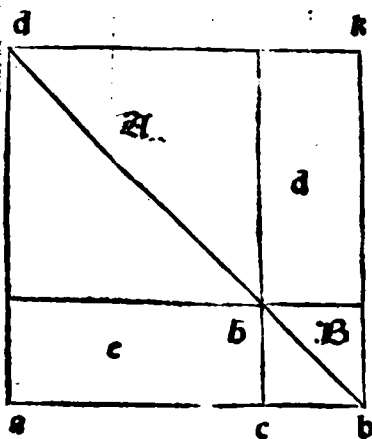
Si binomio tertio ac linea ronalis superficies sti-
neatur linea in eam potens erit bimediale secundus.
¶ Dispositio f. ypothesi maneat vt supra. Eritq. ex his
ypothesibus f. diffinitione binomii tertii f. 19. vnaqueq.
quatuor superficieum in quas diuisa e superficies. a. c. me-
dialis: quare vtrumq. duoru qdratoru. l. m. m. n. f. vtruq.
duoru supplementoru. p. m. f. m. q. erit et mediale vtraq. igit. duaru linea-
rum. l. r. f. r. p. erit medialis. f. cum due superficies. a. f. f. b. h. sint commu-
nicantes eo q. duae linee. b. f. f. d. f. sunt communicantes per secundam par-
tem. 13. erunt due linee. l. r. f. r. p. communicantes in potentia in longitu-
dine vero non. quia superficies. l. m. non communicat cum superficie. m.
p. eo q. neq. a. f. communicat cum. d. g. Nam linea. b. f. non communi-
cat cum. d. e. cum igitur ipse contineant superficiem medalem que e. p.
m. constat ex. 31. lineam. l. p. esse bimediale secundum qd est propositum.

Propositio 51.



Si linea rationali binomioq. quarto superficies sti-
neatur: que i eam superficiem potest e linea maior.
¶ Cumctis vt in premissis manentibus erit ex ypothe. f.
diffinitione binomii quarti f. 19. vtraq. duarum superfi-
cierum. d. g. f. g. c. quare f. vtraq. duarum. p. m. f. m. q.
medialis duosq. quadrata. l. m. f. m. n. pariter accepta ra-
tionale eo q. superficies. a. d. est rationalis per diffinitionem binomii
quarti. f. 15. Et quia. d. b. diuiditur in puncto. f. in duo incommunicantia
per secundam partem. 14. erit superficies. a. f. incommensurabilis superfi-
cici. f. b. h. ideoq. f. quadratum. l. m. quadrato. m. n. due igitur linee. l. r. f.
t. p. sint incommensurabiles in potentia que cum contineat superficiem





medialem. p. m. & earum quadrata ambo pariter accepta sunt rationale constat per. 33. lineam. l. p. esse lineam maiorem quod erat monstrandū.

Propositio. 52.



Si fuerit superficies linea rationali atq; binomio qn to ptenra quecumq; in eam linea pot potens in rationale & mediale esse ex necessitate conuincitur. ¶ Hic in hac quoq; est aliquid ex priorum dispositione & positionibus mutandum. i. eis enim manentibus erit ex his que posita sunt i diffinitione binomii quinti & 5. vtraq; duarum superficies. d. g. & g. c. quare vtraq; duarum. p. m. & m. q. rationalis. Totaq; a. d. quare & quo quadrata. l. m. & m. n. pariter accepta medialis ex. 19. cumq; ex secunda parte. 14. sit linea. f. b. incommensurabilis linee. f. d. ideoq; superficies. a. f. superfici. f. h. & quadratum. l. m. quadrato. m. n. erit linea. l. r. incommensurabilis in potentia linee. r. p. at quia ipse continet superficiem rationalem. p. m. & earum quadrata ambo pariter accepta sunt mediale conclude ex. 34. linea. l. p. esse potentem in rationale & mediale quod promissum est.

Propositio. 53.



H binomio sexto lineaq; rationali superficies contineatur linea que in eam potest in duo mediale potens esse probatur. ¶ Hec. 53. adhuc te substat ocari a pingendo figuram contenta enim est premissis dispositione & positionibus. Quibus stantibus necesse est ex ipsis positus & dispositione i. diffinitione binomii postremi & 19. qualibet ex si. perciebus. a. d. & d. g. & g. c. propter quod & ambo quadrata. l. m. & m. n. pariter accepta & p. m. & m. q. esse medialem. Cumq; b. f. & f. d. propter quod a. f. & f. h. ideo q. l. m. & m. n. sunt incommensurabiles erunt due linee. l. r. & r. p. incommensurabiles in potentia. at quia ipse continent superficiem medialem. p. m. earumq; ambo quadrata pariter accepta sunt mediale quod est. duplo superfici. vnius in alteram incommensurabile quod ex eo probatur q; superficies. b. h. est incommensurabilis superfici. b. c. propter hoc q; linea. d. b. est incommensurabilis linee. d. c. sequitur ex. 35. lineam. l. p. esse que potest in duo mediale.

Propositio. 54.



I linee rationali equus quadrato binomii rectangulum adiungat latus eius secundū binomium primū esse conueniet. ¶ Hec sex sequenter conuerse sunt sex precedentium per ordinem. Huius autē ē hec intētio. Sit linea. a. b. binomii diuisa ad punctum. c. in duas lineas. a. c. & c. b. fm suam diffinitionem aut terminum eiusq; a. b. quadratum sit. b. d. sitq; linea. c. f. rationalis in longitudine cui adiungatur superficies. e. g. equalis quadrato. b. d. ¶ Dico q; latus secundū huius superfici. quod est linea. f. g. est binomium primū. Diuidatur enim quadratum. b. d. in duo quadrata. b. h. & h. d. que sint quadrata duar; portionum binomii & in duo supplementa. a. h. & h. k. quorum vtrunq; continetur sub duabus portionibus binomii eritq; ex diffinitione binomii que habetur per. 30. vtrumq; illorum quadratorum rationale. & per. 19. vtrunq; supplementorum mediale. Ex superficie igitur. e. g. abscondatur superficies. e. l. equalis quadrato. d. h. & l. m. equalis qdrato. h. b. & n. p. equalis vni duorum supplementorum. a. h. vel. h. k. Eritq; p. g. residua equalis reliquo supplemento. Quare per primam sexti linea. n. q. est equalis linee. q. g. ¶ Ex premissis

autem manifestum est q. vtraq. duarum superficierum. e. l. & l. m. & ideo tota superficies. e. n. est rationalis. Et vtraq. duarum equalium. n. p. & p. g. ideo tota. m. g. medialis. quare per. 16. vtraq. duarum linearum. f. l. & l. n. & tota linea. f. n. rationalis in longitudine: & linee. e. f. rationali posite & commensurabilis & per. 10. vtraq. duar. m. n. q. & q. g. & tota. n. g. rationalis in potentia tantum incommensurabilis linee. m. n. & ideo linee. e. f. sibi equali & per consequens & linee. f. n. in longitudine. ¶ Si igitur linea. f. n. que est maior linea. n. g. vt ex primo duorum antecedentium. 35. demonstrationi subiūctorum & prima sexti apparet fuerit potentior linea. n. g. minori in quadrato linee secum communicantis in longitudine. tunc ex diffinitione binomii primi manifestum est lineam. f. g. esse binomium primum. ¶ Hoc autem ita esse sic habeto. Cum inter duo quadrata. d. h. & b. b. sit p. primā sexti superficies. a. h. medio loco proportionalis & conuincitur ex prioribus ypothesibus superficiem. m. q. esse inter superficies. e. l. & l. m. medio loco proportionalis. Quare per primam sexti linea. n. q. que est medietas linee. n. g. est in medio loco pportionalis inter duas lineas f. l. & l. n. quod igitur sit ex. f. l. in. l. n. est quantum quod ex. n. q. in se p. 16. sexti ideoq. per. 4. secundi quantum quarta pars quadrati linee. n. g. Itaq. per primam partem. 13. cum linea. f. n. diuidatur a superficie sibi adiuncta equali quarte parti quadrati breuioris linee. n. g. ita q. ad complendam totam lineam. f. n. desit superficies quadrata in duo communicantia ad punctum. l. erit. f. n. potentior. n. g. in quadrato linee sibi communicantis in longitudine: constat ergo propositum.

Propositio 55.



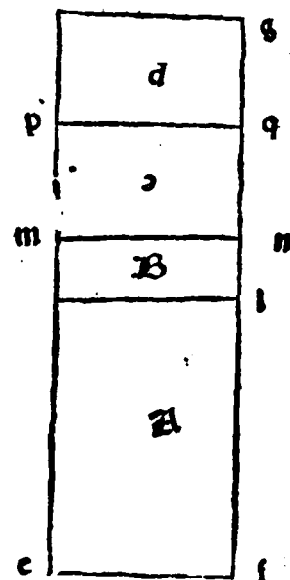
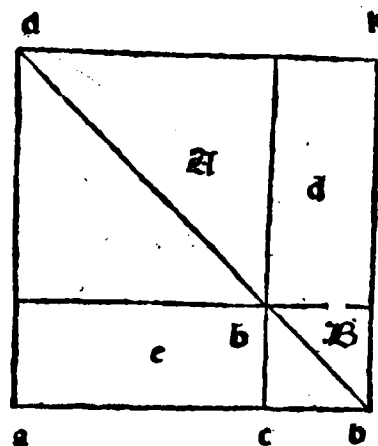
Si linee rationali equa superficies quadrato bimedialis primi adiungatur latus eius reliquum binomium esse oportebit.

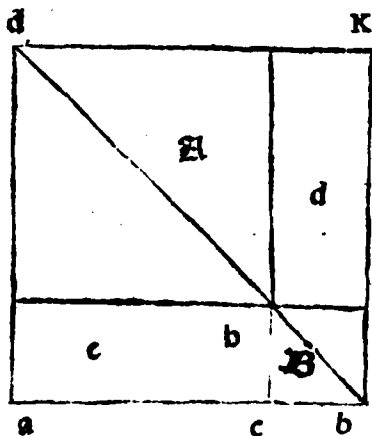
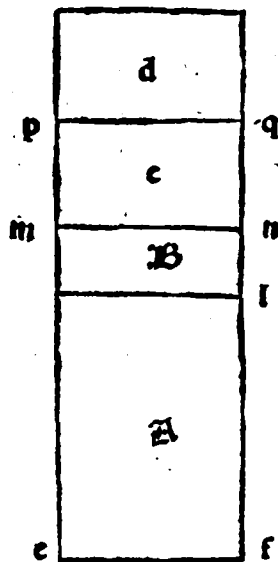
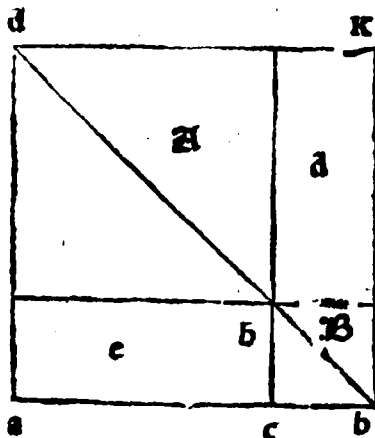
¶ Sit linea. a. b. bimediale primum diuisa ad punctum c. secundum suum terminū. Cetera autē sint vt prius dico lineam. f. g. esse binomium secundum erit enim superficies m. g. rationalis eo q. partes bimedialis primi continent superficiem rationalem & superficies tres. e. l. l. m. & tota. e. n. mediales communicantes eo q. portiones bimedialis primi sunt linee mediales potentia tantum communicantes ex. 31. per. 16. igitur erit linea. n. g. rationalis in longitudine commensurabilis linee. e. f. rationali posite. & p. 10. linea. f. n. rationalis in potentia tantum cum sit maior linea. n. g. ex primo duorum antecedentium demonstrationi. 35. adiūctorum & prima. 6. eaq. potentior quadrato linee communicantis secum in longitudine ex prima parte. 13. erit a diffinitione linea. f. g. binomium secundum quod est propositum.

Castigator.

Nota q. tm̄ valet dicere praece. p. 450. plus p. 360. q. est bimedialis secundū quantum dicere p. v. p. 648. plus p. 360. scilicet radix vniuersalis totius compositi & vult dicere q. accepta radice de. 360. Et illa posita super radicem de. 648. & huius aggregati summere radicem. quod probatur in quadrando eas. & vna quocq. facit. p. 648. plus p. 360. vt patet operando & cetera.

¶ Quia ex primo duorum antecedentium cum linea. a. b. diuidatur per inequalia in puncto. c. quoniam due linee componenter bimediale primum vna est maior altera ex. 35. huius. Et ideo duo quadrata eorum sunt amplius duplo superficiei vnius in alteram quare superficies. e. n. maior est superficie. m. g. cum. e. n. equatur duobus quadratis duarum linearum. a. c. & c. b. & m. g. duobus supplementis. Et ideo per primam sexti. n. f. maior est. m. g. reliqua sequuntur &c.





Propositio 56.



Si adiecta fuerit linee i longitudine rōnali superficies rectangula eq̄lis quadrato bimedialis secūdi latus eius fm binomii tertiū esse necesse est.

¶ Si fuerit linea. a. b. bimediale fm diuisa p terminū suū ad punctū. c. reliqua vero oīa fuerint vt prius: erit linea f. g. binomii tertiū. Erit. n. ex. 31. ¶ Nos tris positōibus vtra q. superficies. e. n. ¶ m. g. medialis q̄re p. 10. vtraq. duar. lineaz. f. n. ¶ f. n. g. erit rōnalis in potētia tñiat q̄a bimedialis secūdi partes sunt cōcantes in potētia tñ erit superficies. e. l. cōicans superficies. l. m. ¶ Ideo linea. f. l. l. nec. l. n. potētiōis ergo est p primā partē. 13. f. n. q̄ sit. n. g. in quadrato linee sibi cōcantis in longitudine. Cūq. sint superficies. a. b. ¶ quadratū. h. b. in cōmensurabilia eo q̄ linee. a. c. ¶ c. b. incōmensurabiles: ideoq. ¶ ambo q̄drata pariter accepta ambobus supplemētis pariter acceptis: eo q̄ q̄drata sibi inuicē cōcānt ex ypothēsi supplemēta quoq. cū sibi inuicē sint eq̄lia sequit vt superficies. e. n. sit incōmensurabilis superficie. m. g. ¶ Ideo linea f. n. linee. n. g. p diffinitionē igit ē linea. f. g. binomii tertiū: q̄d ēpositū.

Propositio 57.



3 linee rōnali rectangulum equū quadrato linee maioris adiungatur alterum se continentium late rum erit binomium quartum.

¶ Si hec quoq. fuerit linea. a. b. linea maior diuisa fm terminū suū ad punctū. c. cūctaq. reliqua non fuerint aliter q̄ prius: erit linea. f. g. binomii quartū. Cū enim sint ambo quadrata portionū linee maioris piter accepta rōale erit superficies e. n. rōnalis: ideoq. p. 16. linea. f. n. rōnalis in lōgitudine cōicans linee. e. f. rōnali posite: superficies vero. m. g. erit medialis pp illud q̄d portōes linee maioris continēt superficie medialis itaq. per. 10. linea. n. g. est i potētia rationalis tñ: ¶ quia ēt portiones p̄fate linee. a. b. sunt potētiāliter incōmensurabiles superficies. e. l. incommensurabilis erit. l. m. ideoq. linea. f. l. l. nec. l. n. igitur p primam partem. 14. linea. f. n. est potentior linea. n. g. in quadrato linee sibi incommensurabilis: ex diffinitione igitur est linea. f. g. binomium quartum: quod erat propositum.

Propositio 58.



3 linee rōnali q̄drato linee potentis supra rōnale z mediale eq̄lis: parte altera lōgior forma adiungat alterū latus eius binomii quintum ē necesse est.

¶ Proposita linea. a. b. ea que p̄t supra mediale ¶ rōnale diuisa fm eius diffinitionē ad punctū. c. nihil immutet de reliq. sequiturq. linea. f. g. esse binomii quintū. Cū enim partes huius linee. a. b. cōtineant rōnalem superficie necesse est vt superficies. g. m. ideoq. p. 16. linea. n. g. sit rationalis. Cumq. ambo quadrata p̄tium huius linee pariter accepta sint mediale erit superficies. e. n. media lis: ¶ per. 10. linea. f. n. rōnalis in potētia tñ: at quia portiones predictē nec sunt incōmensurabiles in potētia: erit superficies. e. l. incōmensurabilis superficie. m. l. ideoq. ¶ linea. f. l. linee. l. n. potentior igitur est per primā partem. 14. linea. f. n. linea. n. g. in quadrato linee sibi incōmensurabilis: p diffinitionem itaq. binomii quinti concludē propositum.

Propositio 59.



¶ Etotiens adiuncta fuerit linee rationali superficies rectangula equalis quadrato linee potentis in duo medialis: usdes superficieci latus fm binomii uni sextum esse conuincitur.

¶ In hac. 59. sit linea. a. b. linea potens supra duo media lia: que aut̄ preter hec sunt sicut supra maneant ¶ erit tūc linea. f. g. binomium sextum quod ignorare nō poteris si premissoz eius q̄ quod. 35. pponit in memorā fueris: ¶ sic patet in hac nostra intentio.

Propositio 40.

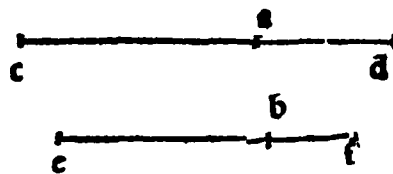
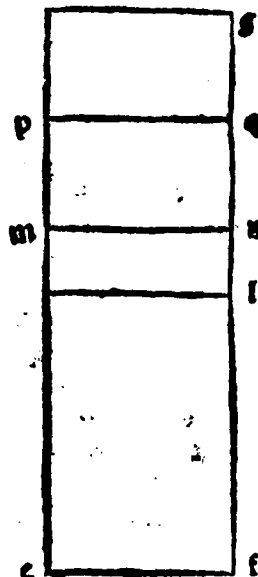


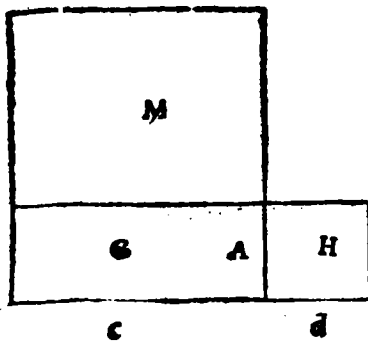
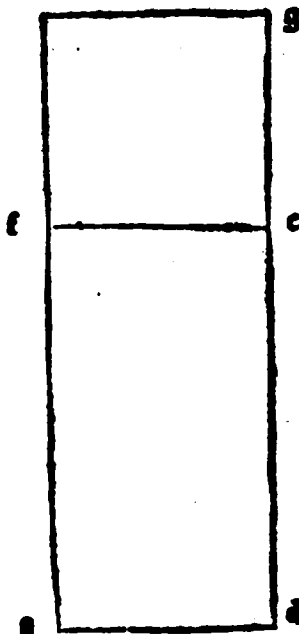
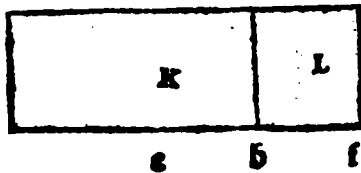
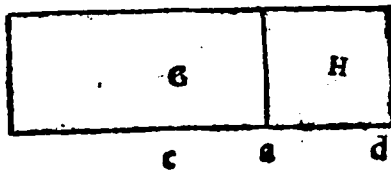
Prois. linea cuilibet binomiorum communicans sub eadem specie binomium esse probatur.

Sit linea. a. binomium cuius vis speciei sitq. linea. b. sibi cōicans in longitudine dico lineam. b. ēē binomii eiusdē speciei cuius. a. Sint enim binomiales portiones a. c. f. d. et utq. ambe rationales in potentia tantū communicantes p. 30. linea vero. b. dividatur per. n. sexti fm pportionem. c. ad. d. in. e. f. f. eritq. p. coniunctam & euerfam & permutatā proportionalitatem. c. ad. e. f. d. ad. f. sicut. a. ad. b. cum sint igitur. a. f. b. cōicantes: erit etiam per primam partem. 10. c. f. e. iteq. d. f. f. cōicantes. Si igitur fuerit c. rationalis in potentia tantum erit f. e. si autem in longitudine f. e. Eodemq. modo si. d. est rationalis in potentia tñ vel etiam in longitudine. erit quoq. f. f. similiter. f. ex. n. si potentior est. c. d. quadrato linee sibi cōmensurabilis in longitudine vel si forte incōmensurabilis erit. f. e. potentior. f. in quadrato linee sibi cōmensurabilis vel etiam incōmensurabilis necesse est ex diffinitionibus sex specierum binomiorū vt eiusdem speciei binomii sint. a. f. b. Si autem linea. b. cōicet binomio. a. in potentia tñ erit etiam f. sic linea. b. binomium autē eiusdē speciei non est necessarium imo impossibile est vt ambo simul cadāt sub prima specie binomiorum. vel sub secunda quarta vel quinta: sed necesse est vt ambo cadāt sub primis tribus aut ambo sub tribus postremis: vnum enim eorum ēē i aliqua ex tribus primis speciebus & aliud in aliqua ex tribus postremis ēē impossibile. Cum enim. a. cōmunicet cum. b. in potētia tantum. c. quoq. cum. e. f. d. cum. f. cōicabit tñ in potentia ex. 10. Si igitur alterutra duarū linearum. c. f. d. fuerit rationalis in longitudine non erit sua compar ex lineis. e. f. f. rationalis in longitudine. Non est itaq. possibile vt. a. f. b. cadant simul sub aliqua ex illis speciebus binomiorum in quibus altera duarum portionum binomii est rationalis in longitudine. hec autem speciei sunt: prima & secunda quarta & quinta. At vero quia per. n. due linee. c. f. e. simul potentiores sunt duabus lineis. d. f. f. in quadratis duarū linearum sibi in longitudine cōmunicantium aut incōicantium: necesse est vt ambo binomia. a. f. b. simul cadant sub primis tribus speciebus binomiorum aut simul sub tribus postremis ex diffinitione ipsarum specierum. Linciam autem. b. quid dubitas ēē binomium cum sint enim. c. f. e. cōmunicantes in potentia tantum: similiter quoq. d. f. f. sint autem. c. f. d. rationales in potentia tantum: conuincitur. e. f. f. ēē rationales in potētia tantum: que quia nō cōicant in longitudine sicut nec eis proportioales. c. f. d. ipse componunt indubitanter binomium per. 30. huius.

Castigator.

Sub eadem specie. f. principali. Quia binomiorum due sunt speciei principales vt supra. 41. huius posite sunt prime speciei lōgiores binomiorum portiones potēiores sunt breuioribus in quadrato linee ei dē lōgioribus cōicāis & secūde speciei lōgiores potēiores sunt breuioribus in quadrato linee ei dē lōgioribus incōmensurabilis in lōgitudine & vtraq. ista habet tres spēs: prima habet binomiū p̄mū scdm & tertiu. & secūda quartū q̄ntū & sextū. b. Et ideo si duo binomia cōicāt solū in potētia nō est possibile vt ambo cadāt sub eadē spē particulari primi secūdi quarti & quinti. hoc est alteri illoz hñtium alterā portionū rōnalemi: q̄a cōpares portiones eoꝝ nō cōrespōderent in rationalitate vel irrationalitate: sed erunt ambo sub tertia principali prime. aut sub tertia principali secūde. hoc est tertium aut sextum binomiū. Sed qñ duo binomia cōicarent in longitudine & eorum portiones essent in longitudine cōmensurabiles: tūc bñ possunt ēē sub eadē specie particulari: hoc est ambo sub prima ex primis tribus vel secunda vel tertia: & sic sub eadem specie aliqua ex tribus postremis vt patet arguendo ex adductis coniuncta euerfa & permutata proportionalitatibus: quia tunc semper eorum compares portiones con-





responderet in rationalitate irrationalitate cōtatiōe vel cōmēsurabilitate.

Propositio .61.



Quoniam linea alterutri bimedialium commensurabilis sub eadem specie bimedialis esse ex necessitate conuincitur.

Quoniam veritatem habet quod dicitur siue in longitudine siue etiam in potentia tñ cōmunicet aliqua linea alterutri bimedialium. Sint enim due linee cōcantes. a. f. b. quouis duorum modoꝝ predictorum. sitq. a. bimediale primum vel secundum. dico q. etiā. b. est bimediale primum vel secundum; prout fuerit. a. Diuiso enim. a. bimediali in suas bimediales portiones ex quibus componitur p. 31. f. 32. que sint. c. f. d. b. quoq. diuisa in. e. f. f. fm proportionem. c. ad d. vt docet. 13. sexti positaq. g. superficie contenta sub. c. f. d. f. k. sub. e. f. f. Et posito. b. quadrato. d. f. l. f. erit per coniunctam & euerfam & permutatam proportionalitatem quemadmodum in premisa. c. ad e. f. d. ad. f. sicut. a. ad. b. Sicut igitur ex positione. a. f. b. sint cōcantes; siue hoc sit in lōgitudine siue in potentia sic. c. f. e. itēq. d. f. f. similiter erunt cōcantes. At quia. c. f. d. sunt mediales potētia tantum cōcantes; sequitur ex. 11. vt e. f. f. sint etiam mediales & ex. 10. potentia tñ cōcantes; cum ipse per ypothesin sint proportionales. c. f. d. cūq. sit per primam sexti. g. ad. b. sicut. c. ad. d. f. k. ad. l. f. sicut. e. ad. f. erit. g. ad. h. sicut. k. ad. l. f. pmutatim. g. ad. k. sicut. h. ad. l. quia igitur. b. est cōmunicans. l. eo q. duo eorum latera que sint. d. f. f. cōcānt in longitudine vel in potētia fm q. a. f. b. in alterutro eorum cōmunicat. sequitur ex. 10. vt. g. f. k. quoq. sibi inuicem cōicēt. Erat igitur. k. rationalis aut medialis; prout fuerit. g. ex diffinitione superficies rationalis aut. 11. In hoc enim tñ differt bimediale primum a bimediali secundo q. portiones bimedialis primi in quas fm suum terminum diuiditur continent superficiem rōnalem; bimedialis autem secundi medialem. Si igitur. a. fuerit bimediale primum erit superficies. g. rōnalis quare f. k. & ideo. b. bimediale primum per. 31. Q uod si. a. fuerit bimediale secundum erit superficies. g. medialis ob hoc etiam. f. k. b. itaq. p. 32. erit bimediale secundum quare constat propositum. ¶ Idem aliter ad lineā rōnalem. c. d. posita. a. alterutro bimedialiū f. b. sibi in longitudine vel potentia cōcantes; adiūgantur superficies. c. e. equalis quadrato. a. f. f. g. equalis quadrato. b. eruntq. superficies. c. e. f. f. g. cōmunicantes eo q. quadrata eis equalia que sunt quadrata linearum. a. f. b. sunt cōmunicantia ex ypothesi. ex prima igitur sexti f. 10. huius necesse est duas lineas. d. e. f. e. g. cōmunicantes; & quia si. a. fuerit bimediale primum linea. d. e. erit binomium secundum p. 55. ideoq. e. g. etiam binomium secundum per premisam. ¶ Quare latus tetragonum superficiē. f. g. f. ipsum est. b. bimediale primum per. 49. At vero si. a. fuerit bimediale secundum linea. d. e. erit binomium tertium per. 56. ideo. e. g. est binomium tertium per premisam quare & latus tetragonum superficiē. f. g. f. ipsum ē. b. bimediale secundum per. 50. Manifestum est igitur verum esse quod proponitur.

Propositio .62.



Quoniam linea cōcans lineę maiori; est lineę maiori.

Quoniam et hec quoq. veritatem habet. si vtrolibet modo cōcans fuerit aliqua linea lineę maiori. Esto enim. a. linea maior. b. vero quouis sibi cōcans modo; erit. b. linea maior. Diuisa namq. a. in eas portiones ex quibus constat p. 33. que sint. c. f. d. f. b. fm earum proportionem in. e. f. f. positaq. g. g. sit superficies cōtēta sub. c. f. d. f. k. sub. e. f. f. f. m. f. b. sint q. drata. c. f. d. at. n. f. l. e. f. f. erit. m. ad. h. sicut. n. ad. l. per secundam partē 18. sexti & coniunctim. m. f. h. ad. h. sicut. n. f. l. ad. l. & permutatim. m. f. h. ad. n. f. l. sicut. b. ad. l. quia ergo. h. cōicat cum. l. eo q. d. cōicat cum. f. aut in longitudine aut in potētia; prout. a. cōmunicat cum. b. sequitur vt ambo quadrata. m. f. h. pariter accepta cōmunicent cum ambobus qua-

dratis. n. f. l. pariter acceptis. cum itaq. duo prima pariter accepta sint rationale per 33. erunt quoq. & duo postrema rationale per diffinitionem. At quia superficies. k. necesse est esse medialem sicut. g. ex. u. lineasq. e. f. esse incommensurabiles in potentia sicut. c. f. d. ex. 10. concluditur per 33. lineam. b. esse lineam que dicitur maior quod est propositum. ¶ I dē aliter. cum sit. a. linea maior cui. b. communicat siue hoc fuerit in longitudine siue in potentia sumpta linea rationali que sit. c. d. adiungatur superficies. ei. c. e. equalis quadrato linee. a. deinde. f. g. equalis quadrato linee. b. cum igitur quadrata duarum linearum. a. f. b. sint communicantia ex ypothēsi. erit superficies. c. e. communicans superficiē. f. g. ideoq. per primam sexti & primam partem. 10. huius linee. d. e. linee. e. g. in longitudine. at quia ex 52. linea. d. e. est binomium quartum erit quoq. per 60. linea. e. g. binomium quartum igitur ex 51. linea. b. potens in superficiem. f. g. est linea maior.

Propositio . 63.



S qua linea linee potenti in rationale & mediale communicet ipsa in rationale & mediale potens esse comprobatur.

¶ Verum quoq. est q. qualitercūq. linea aliqua sit communicans potenti in rationale & mediale siue in longitudine siue in potentia tantum ipsa etiam est potens in rationale & mediale: quod sicut prius duplici modo probatur: necesse est autem quantum ad primum modum vt sicut due linee. c. f. d. sunt in potentia incommensurabiles. ita sunt etiam. e. f. f. per 10. Et quemadmodum. g. est superficies rationalis nam tale continent portiones linee potēs in rationale & mediale. ita etiam per diffinitionem sit. k. rationalis & quemadmodum duo quadrata. m. f. h. pariter accepta sunt mediale: sic etiam per. 11. duo quadrata. n. f. l. pariter accepta erunt mediale: igitur ex 34. b. est potens in rationale & mediale. ¶ Quantum autem ad secundū modum necesse est ex 58. vt linea. d. e. sit binomium quintum. ideoq. & per 60. linea. e. g. est binomium quintum. quare per 58. latus tetragonum superficiē. f. g. quod est. b. erit linea potens in rationale & mediale: quod est propositum.

Castigator.

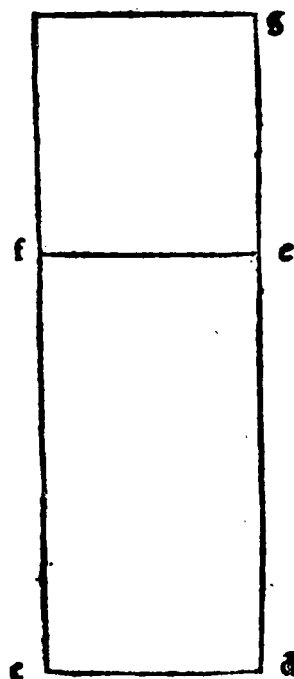
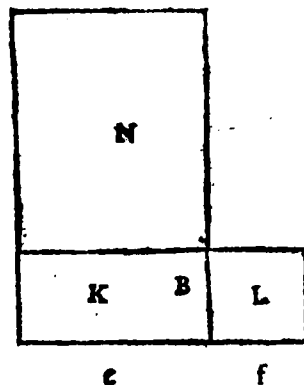
¶ Quia p. 1. sexti. g. ad. h. sicut. c. ad. d. Ergo per. 11. quāti. sicut. e. ad. f. sicut. k. ad. l. ergo permutatim g. ad. k. sicut. h. ad. l. & per primam partem 10. huius. g. communicat cum. k. quia. h. prima communicat cum. l. scilicet ideo per. 11. k. conuincitur esse medialis & c. & hac via per diffinitionem. k. in 63. conuincitur esse rationalis quemadmodum l. 60. per 11. medialis.

Propositio . 64.



Sis linea communicans potenti in duo medialia: ipsa quoq. potens est in duo medialia.

¶ Hec quoq. manentibus eisdem dispositione & positione n. b. eo duplici modo quo premi sibi probabitur vera esse siue in longitudine siue in potentia communicet linea b. cum linea. a. potens in duo medialia. Quātum enim ad primum agumentationis modum erit per 35. superficies. g. medialis. ideoq. & k. per. 11. cum communicet eis duo quoq. quadrata. m. f. h. pariter accepta erunt ex eadem 35. mediale: ideoq. duo. n. f. l. pariter accepta per. 11. at quia duo quadrata. m. f. h. pariter accepta ex predicta 35. sunt in commensurabile duplo superficiē. g. sequit. p. 10. & nostras positiones vt duo quoq. l. f. n. p. ter accepta sint incommensurable duplo superficiē. k. cum itaq. sint. e. f. f. incommensurabiles in potentia quēadmodū. c. f. d. erit ex 35. linea. b. potens in duo medialia. Quātum autē ad secundū solite argumentationis modū est p. 59. d. e. binomium sextū. ideoq. ē p. 60. linea. e. g.



erit binomium sextum quare per. 53. Jam tetragonum superficiei. f. g. qd est. b. erit potens in duo medalia quod est propositum.

Propositio .65.



Sue superficies quaz altera ronalis altera vero medialis iungant: linea potes in tota superficie inde copositam aliqua erit quatuor irrationalium lineaz videlicet aut binomium aut bimediale primum aut linea maior aut potens in rationale & mediale.

¶ Vt si. a. sit ronalis superficies. f. b. medialis erit linea potens in totam. a. b. aliqua premisaz quatuor. Sit. n. linea. c. d. rationalis cui adiungat superficies. c. e. equalis. a. f. f. g. equalis. b. eritq. ex. 16. linea. d. e. ronalis in longitudine cōicans linee. c. d. ronalis posite f. ex. 20. linea. e. g. ronalis in potentia tñ f. ex. 30. linea. d. g. binomium cuius cum altera binomialiū portionū qd est. d. e. sit ronalis in longitudine cōicans linee ronalis posite qd est. c. d. ipsum erit ex diffinitione speciez binomii aut binomialiū primum aut scdm aut quartū aut qntū: tertū at aut sextū nō erit ex diffinitione. itaq. ex. 48. 49. 51. f. 52. linea potes in totam. c. g. que est equalis duabus simul. a. f. b. erit aut binomialiū aut bimediale primum aut linea maior aut potens in ronale & mediale: quod est propositum. **¶** Bimediale vero secundum aut potens in duo medalia non erit: qm̄ si esset bimediale fm̄ eet ex. 56. linea. d. g. binomium tertium qd si eet potens in duo medalia eet ex. 59. linea. d. g. binomialiū sextū. sed neq. erat: vñ patet nostra intentio.

Propositio .66.



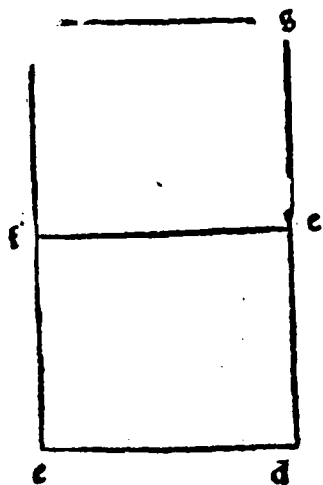
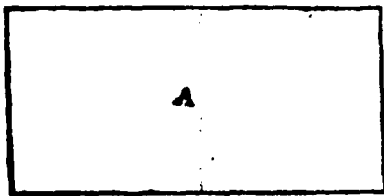
Si iuncte fuerint due superficies mediales incommensurabiles linea potens in totam superficiem alterutra erit duaz irrationalium lineaz videlicet aut bimediale secundum aut potens in duo medalia.

¶ Vt si. a. f. b. sint due superficies mediales incommensurabiles. si. n. eēt incommensurabiles eet coposita ex eis medialis ex. 9. f. 11. qre f. linea potes in ea medialis. ex. 19. dico qd linea potes in coposita ex ambabus erit aut bimediale fm̄ aut potes in duo medalia: Sit. qd dem linea. c. d. ronalis: superficies. 70 sibi adiuncta. c. e. eq̄lis. a. f. superficies. f. g. equalis. b. eritq. ex. 10. linea. d. e. similiter quoq. linea. e. g. ronalis in potentia tantum: cūq. superficies. c. e. f. f. g. sint incommensurabiles sicut. a. f. b. eis equalis. ideoq. linee. d. e. f. e. g. ex p̄ia sexti. f. 10. huius. erit ex. 30. linea. d. g. binomium cuius cum vtraq. binomialiū portionum que sunt. d. e. f. e. g. sit incommensurabilis linee ronalis posite que est. c. d. ipsum erit ex diffinitione binomium tertium aut sextum: linea ergo potens in totam. c. g. equalē composite ex. a. f. b. erit ex. 50. f. 53. aut bimediale secundum aut potens in duo medalia: quod est propositum.

Castigator.

¶ Qualiter autem linee in longitudine rationali. c. d. posite adiungantur superficies equalis superficiibus. a. f. b. & qualiter habeatur noticia certae theoricæ & practicæ virtute. 10. sexti vt supra. 54. huius recte percipies hoc prius addito qd cuiuslibet dictarum superficierum inuenies tetragonum latus per vltimam secundi quo inuenio semper pones illud secundam lineam & primam. c. d. rationalem deinde per dictam. 10. sexti cū subiuñges tertiam sub continua proportionalitate que ex noticia superficierū f. linee. c. d. rationalis posite etiam tertia. d. e. f. e. g. erunt note. vt si in 56. a. superficies esset. p̄. 15. f. c. d. 6. tunc. d. e. esset p̄. 15. f. si superficies. b. esset p̄. 180. linea. f. e. etiam. 6. sicut c. d. sua equalis. e. g. secundum latus eet p̄. 5. Et sic apparet qd ex positione linee. c. d. rationalis maiori vel breuiori oritur maius vel minus eius secundum latus. d. e. f. e. g. vt si. c. d. ponatur. 5. d. e. erit practicæ p̄. 1. f. e. g. p̄. 8. f. si. c. d. sit. 8. erit. d. e. p̄. 16. f. e. g. p̄. 3. f. c. per regulam trium dicendo si. 6. dant. p̄. 15. qd dabit p̄. 5. f. c.

Propositio .67.





Em posita fuerit linea binomialis ceteroq; irrationalis sequentes eam: non erit earum aliqua sub termino alterius.

¶ Vult q; si linea aliqua vt. a. fuerit ex sex phabitis lineis irrationalibus que sunt binomium & eius quinq; comites ipse non erit aliqua aliarum. Si enim quadrato eius equalis superficies adiungatur ad lineam rōnalem. b. c. que sit. b. d. si quidem a. fuerit binomii. erit ex. 54. linea. c. d. binomium primū: que si fuerit bimediale primū: erit. c. d. ex. 55. binomium secundū: si aut bimediale secundū: erit. c. d. ex. 56. binomium tertium. Et si linea maior erit. c. d. ex. 57. binomium quartum. At si potens in rationale & mediale. aut si potens in duo mediales erit ex. 58. c. d. binomium quintū: aut ex. 59. binomium sextum. Et quia impossibile est. c. d. esse simul sub diuersis speciebus binomiorum a diffinitione est impossibile. a. esse simul sub diuersis speciebus sex phabitarum linearū irrationalium. **¶** De linea aut mediali constat q; ipsa quoq; non sit aliqua ex sequentium videlicet neq; binomium neq; aliqua ex ipsius comitibus. Cum enim superficies equalis quadrato linee medialis adiungitur ad lineam rationalem: latus eius secundum est rationale in potentia ex. 10. cum aut superficies equalis quadrato binomii aut alicuius suarum comitum: latus eius secundum est binomium aut primum aut secundū & sic de ceteris per. 54. & 5. eam sequentes quare ipsum est irrationale & in longitudine & in potentia per. 30. **¶** Cum igitur sit impossibile eandem lineam esse rationalem in potentia & irrationalem tam in longitudine q; in potentia. nimirum impossibile lineam medialem esse binomial em aut aliquam ex quinq; suis comitibus.

Castigator.

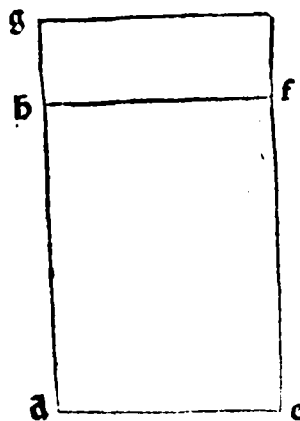
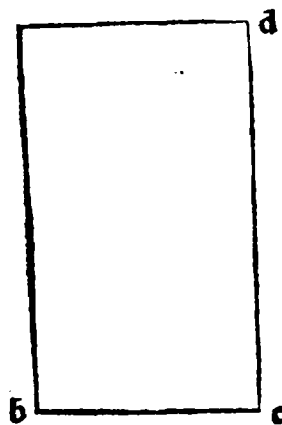
¶ I bi. n. probatum est q; quadratum cuiuslibet binomii est incommensurable duobus qdratis duarū linearū cōponentiū binomium p. 9. huius. & 4. secundi que qdrata semp sunt rōnalia eo q; linee ille in potentia sunt rōnales cōcantes p. 17. & 18. huius. Et ideo p diffinitionem huius. 10. qdratū ipsum ē irrationale cum nō cōicet rationali. Sicq; patet binomii tā in longitudine q; in potentia esse irrationale. per. 30. huius.

Propositio .68



Si linea de linea abscindatur fuerintq; ambe potentialiter tantus rōnales cōcantes: reliqua linea erit irrationalis diciturq; residuum.

¶ Sit linea. b. c. abscisa ex. a. b. sintq; ambe rationales tantum potentia cōcantes quales docuit inuenire. 17. & 18. & hec sunt que componunt binomium. **¶** Dico q; a. c. reliqua ē irrationalis & ipsa vocatur residuum. Constat enim ex. 7. secundi q; quadrata duarum linearum. a. b. & b. c. pariter accepta que componunt superficiem rationalem ex ypothesi & diffinitione rationalis superficiē & 9. huius tantum sunt quintum duplum superficiē a. b. in. b. c. cum quadrato. a. c. Cumq; ex. 19. superficies. a. b. in. b. c. sit medialis. ideoq; & duplū eius & mediale per. 11. & ideo. irrationale per. 19. sequitur vt ambo quadrata duarum linearum. a. b. & b. c. pariter accepta sint incommensurable duplo superficiē vnus earum in alteram: quare per. 9. & quadrato linee. a. c. ex diffinitione igitur quadratum linee. a. c. est irrationale cum ipsum sit incommensurable rōnali videlicet duobus quadratis duarū linearum. a. b. & b. c. pariter acceptis. I taq; etiam ex diffinitione linea. a. c. ē irrationalis quod est propositum. **¶** Exemplariter in figura esto superficies. e. g. equalis duobus quadratis duarum linearum. a. b. & b. c. pariter acceptis. Eritq; rationalis. **¶** I temq; sit superficies. d. f. equalis duplo superficiē vnus in alteram: eritq; ex. 19. medialis & erit ex. 7. secundi superficies. f. g. equalis quadrato linee. a. c. cūq; superficies. e. g. sit incommensurable superficiē d. f. eadem erit ex. 9. incommensurable. f. g. quare. f. g. irrationalis & eius tetragonum latus. a. c.



Propositio .69.



Si fuerit linea de linea abscisa fuerintque ambe mediales potentialiter tantum communicantes super-
ficiemque rationalem continentem reliqua linea erit
irrationalis diceturque residuum mediale primum.

Sit linea. b. c. abscisa ex linea. a. b. sintque ambe quales
proponitur quas ex. 24. & 25. reperies & hec sunt que com-
ponunt bimediale primum dico quod reliqua linea. a. c. erit irrationalis &
ipsa dicitur residuum mediale primum. Erunt enim ambo earum quadra-
ta pariter accepta mediale: duplum vero superficiei unius in alteram ra-
tionale. itaque ambo quadrata pariter accepta. incommensurable sunt du-
plo superficiei unius in alteram quia itaque ambo quadrata pariter accepta
componuntur ex duplo superficiei unius in alteram & quadrato linee. a. c.
sequitur per. 9. ut quadratum linee. a. c. sit incommensurable duplo super-
ficiei unius in alteram quare tam ipsum quadratum quam latus eius. a. c. est ir-
rationale per diffinitionem constat ergo propositum. Quod quoadmodum
in premissa si libet potes declarare exemplariter in figura. **A**lter idem si
sit linea. d. e. rationalis in longitudine cui adiungat superficies. d. f. equa-
lis duplo superficiei unius in alteram & superficies. g. e. equalis ambobus
quadratis pariter acceptis. eritque per. 7. secundi superficies. f. g. equalis qua-
drato linee. a. c. cum itaque. p. ypothesim sit superficies. e. g. medialis erit p. 20.
linea. d. g. rationalis in potentia terminum. Cum vero sit superficies. e. h. rationa-
lis per ypothesim erit ex. 16. linea. d. h. rationalis in longitudine itaque p. 68.
linea. g. h. est residuum & irrationalis ideoque per. 16. a. destructione conse-
quentis superficies. f. g. est irrationalis & eius latus tetragonium quod
est. a. c. est irrationale. Et sic patet propositum.

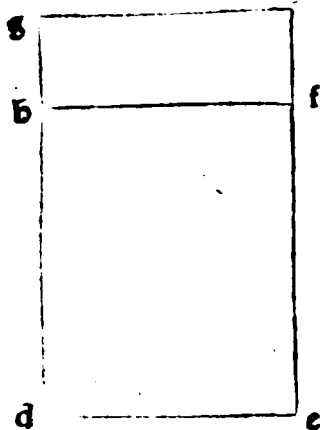
Propositio .70.



Si linea de linea secetur fuerintque ambe mediales
potentialiter tantum communicantes continen-
tesque mediale: reliqua linea erit irrationalis dice-
turque residuum mediale secundum

Sit hic quoque linea. b. c. abscisa ex linea. a. b. utraque autem
a. b. & b. c. sint ut proponitur & ipse per. 26. reperiuntur & sunt
que componunt bimediale secundum dico quod linea reliqua que est. a. c.
est irrationalis & ipsa dicitur residuum mediale secundum. Sunt enim ex ypothesi
& 21. ambo quadrata duarum linearum. a. b. & b. c. pariter accepta mediale. simili-
ter quoque duplum superficiei unius in alteram est mediale. Cum itaque ex
22. mediale non deferat a mediali nisi in irrationaliter quadratum linee. a. c. in
quo per. 7. secundi duo quadrata linearum. a. b. & b. c. pariter accepta excedunt
duplum superficiei unius in alteram irrationaliter quare & linea. a. c. irrationalis.
Figurali quoque exemplo patefieri potest istud ut prius. Si enim sit. e. g.
equalis ambobus quadratis. a. b. & b. c. simul & d. f. duplo superficiei unius
in alteram erit. f. g. p. 7. secundi. equalis quadrato. a. c. que cum sit tria superficiei
unius medialis. e. g. ad superficiem medialem. d. f. ipsa est irrationalis p. 22. & eius
tetragonium latus. a. c. irrationale. **I**dem aliter. Sit linea. d. e. rationalis cui ad-
iungat superficies. d. f. equalis duplo superficiei unius in alteram. & e. g. equalis ambo-
bus quadratis pariter acceptis. eritque p. 7. secundi. f. g. equalis quadrato. a. c. quia 70
e. g. est medialis erit ex. 20. linea. d. g. in potentia terminum rationalis. Similiter quoque
cum. e. h. sit medialis erit ex eadem linea. d. h. rationalis. similiter in potentia terminum.
Et quoniam. a. b. & b. c. sunt incommensurabiles in longitudine ideoque quadratum
utriusque earum superficiei unius in alteram: & per hoc ambo quadrata pariter acce-
pta cum ipsa ex ypothesi coincident. sunt quoque incommensurable duplo superfi-
ciei unius in alteram sequitur ut. e. g. sit incommensurable h. e. qua pro-
pter linea. d. g. linee. d. h. igitur ex. 68. linea. g. h. est residuum & irrationalis
ideoque per. 16. a. destructione consequentis superficies. f. g. irrationalis
& eius latus tetragonium. a. c. irrationale.

Propositio .71.





I linea de linea detrahatur si erintq; ambe potentialiter incōmensurabiles continentesq; mediale quadrataq; earum ambo pariter accepta rationalis: reliqua linea erit irrationalis vocabitq; minor. Et si sint. a. b. c. quales pponitur que p. 27. reperiuntur cōponūt lineam maiorem erit linea. a. c. irrationalis & ipsa est que dicitur linea minor. Quod qui premissa firmiter tenuerit positio nesq; diligenter attenderit duplici modo vt antecedentes facile probabit.

Propositio 72.



I linea de linea deniat fuerintq; ambe potentialiter incōmensurabiles superficiemq; rōnalem continentes quadrataq; earum ambo pariter accepta mediale: linea reliqua erit irrationalis diceturq; iuncta cum rōnali componēs totum mediale. Et hoc quoq; nescire nō pōt q; priora nouerit nisi a memoria exciderint: quoniam positis lineis. a. b. c. vt pponitur que p. 28. reperiuntur lineam potentem in rationale & mediale componunt: sit a. c. reliqua rōnalis ipsa dicit que iuncta cū rōnali cōponit totū mediale.

Propositio 73.



I linea a linea detrahatur si erintq; ambe potentialiter incōmensurabiles superficiemq; mediale continētes quadrataq; earum ambo pariter accepta mediale duplo si: perfecti alterius in altera incōmensurable: reliqua linea erit irrationalis diceturq; iuncta cū med. ali faciens totum mediale.

Sint ē hic. a. b. c. quales pponitur que per 29. reperiuntur & ipse sunt que componunt lineam potentem in duo mediale eritq; a. c. reliqua irrationalis dicta que iuncta cum mediali componit totum mediale quod vt facile premissa duplici argumentatione concludas processum 70. moneo diligenter attendas. Est aut: m premitte dū hic antecedens necessarium ad demonstrationes sequentium quod est propositum.

Si fuerint quatuor quantitates differentia prime quarum ad secundam sit sicut tertia ad quartam: erit permutatiua differentia prime ad tertiam sicut secunde ad quartam.

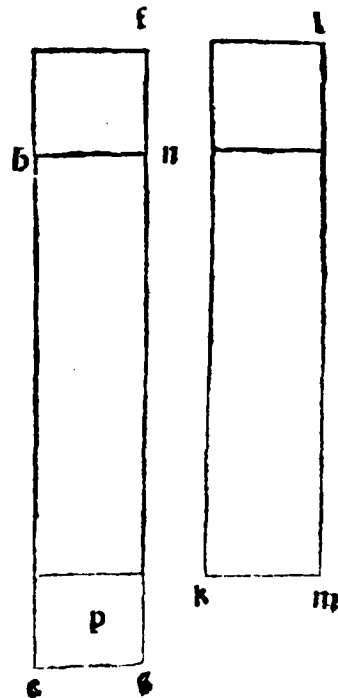
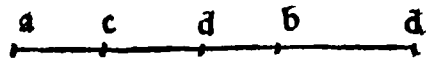
Intelligendum ē hoc de quantitatibus eodem mō relatis vt cum prima maior fuerit secunda sic quoq; tertia maior quarta. cū vero minor ē minor. Exempli grā sit dñia. a. ad b. sicut. c. ad. d dico q; erit. a. ad. c. sic. b. ad. d. est enim per hanc cōem animi conceptionem. ¶ Differentia extremorum est composita ex differentiis ipsorum ad media differentia. a. ad. c. composita est ex ea que est. a. ad. b. & ea que est. b. ad. c. at ea que est. b. ad. d. per eandem conceptionem componitur ex ea que est. b. ad. c. & ea que est. c. ad. d. & quia ex ypothesi est differentia. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ea vero que est. b. ad. c. est communis sequitur per communem scientiam vt sit a. ad. c. sicut. b. ad. d. quod est propositum.

Castigator.

Geometrice non arithmetice. j. sicut. a. excedit. b. in. . i. ipsius a. vel in. . i. ipsius. b. q; etiam. c. excedat. d. in. . i. ipsius. c. vel in. . i. ipsius. d. & si. a. minuit. a. b. tantūdem minuat. c. ad. d. quoniā arithmetice esset falsum quod dicitur. nam. 12. prima differt a. 8. secunda per quatuor unitates. & 6. tertia a. 4. quarta per duas unitates vnde excessus arithmetice non est idem sed geometricce.

Et ex hoc sequitur commune dictum. s. quod proportio extremorum componitur ex pportionibus mediorum quod probatur proposita ista veritates videlicet quanta est aliqua quantitas ad aliam: tanta ē denominator proportio eius ad ipsam. Et istud inductiue patet. Quoniam si fuerit vna equalis alteri. erit equa proportio inter illas. & si dupla fuerit

m iiii



linea erit proportio dupla & si fuerit incommensurabiliter correspondens in longitudine & potentia erit & proportio irrationalis consimilis erit quia semper proportionum denominatio conformis est habitudini terminorum. Et hinc est argumentum quod nulla quantitas excedit aliam inproportionabiliter quous una excedat aliam incommensurabiliter &c. ¶ Vnde hoc stante apparet comune dictum prepositum esse verum videlicet quod proportio extremorum componitur ex proportionibus mediorum. Et accipio duas lineas. a. & c. duplam & subduplam Tunc quod proportio. a. ad. c. componitur ex proportionibus medii vel mediorum sumptorum inter. a. & c. Et tantum amplius quantum excedit. b. medium. Igitur. a. excedit. c. secundum proportionem duorum excessuum sumptorum. Igitur excessus iste continet excessus istos quorum habitudo continet habitudines & proportionibus proportionibus. Et hoc voco proportionem componi ex proportionibus. Consimiliter quoque si fuerint plura media tunc. n. ex omnibus proportionibus illorum inter se. & ad extrema componitur proportio extremorum. Et inde est quod omnis proportio multipliciter resolui potest in proportionibus exemplum in proportione dupla que resolui potest in duas proportionibus similes. & iste sunt irrationales potest et resolui in duas proportionibus rationales sed non similes. verbi gratia in sexquialteram & sexquiterciam sic enim quaternarius excedit binarium. puta proportione sexquialtera que est ternarii ad binarium & secundum sexquiterciam que est quaternarii ad ternarium. Si autem accipias duplam proportionem secundum senarium. & ternarium inuenies plura media & proportionibus plures. Et sic semper ascendendo ad maiores numeros &c. ¶ Etiam proportio extremorum arithmetice componitur ex omnibus differentiis inter mediis quod per ea que dicta sunt super definitione. n. quinti & i opere nostro magno impresso ad cartas. 44. de numeris equaliter siue inaequaliter se excedentibus colligere potes.

Propositio 74.



Nulla linea nisi una tantum residuo coniungi potest ut sint ambe sub termino earum que erant ante separationem.

¶ Sit linea. a. c. residuum que fuerit reliqua abscissa. b. c. ex a. b. eruntque. a. b. & b. c. rationales tantum potentia communicantes ex. 68. dico quod ipsa. a. c. nulli alii linee quam b. c. poterit componi sub hac definitione neque maiori. b. c. neque minori. b. c. Si autem potest componatur cum. c. d. indifferenter maiori aut minori quam. c. b. eruntque ob hoc ambe linee. a. d. & d. c. rationales in potentia tantum communicantes. Quia ergo ex. 7. secundi quadrata ambarum linearum a. b. & b. c. pariter accepta excedunt duplum superficiem unius earum in alteram in quadrato. a. c. ¶ Similiter quoque quadrata duarum linearum a. d. & d. c. pariter accepta excedunt duplum superficiem unius ipsarum in alteram in quadrato eiusdem. a. c. ¶ Sequitur ex premis antecedente ut differentia duorum quadratorum duarum linearum. a. b. & b. c. pariter accepta ad duo quadrata duarum linearum. a. d. & d. c. pariter accepta sit sicut differentia dupli superficiem a. b. in. b. c. ad duplum superficiem a. d. in. d. c. ¶ Cum autem sint duo quadrata utriusque sectionis pariter accepta rationale ex hypothesi duplum vero superficiem unius in alteram portionum utriusque sectionis mediale per hypothesin. 19. ¶ Erit una & eadem differentia duarum superficierum rationalium & duarum medialium hoc autem est impossibile. Rationales enim superficies non differunt nisi in rationali superficiem ut patet per definitionem rationalis superficiem & per. 9. Medialis autem non differt a mediali nisi in irrationali superficie per. 22. ¶ Hoc autem fit manifestius in figura sic. Sit enim superficies. e. f. adiuncta ad lineam. e. g. equalis ambobus quadratis duarum linearum a. b. & b. c. pariter acceptis. At. g. h. sit equalis duplo superficiem unius in alteram eruntque. f. h. equalis quadrato linee. a. c. ex. 7. secundi ¶ Similiter quoque sit. k. l. adiuncta ad lineam. k. m. equalis duobus quadratis

duarum linearum. a. d. & d. c. pariter acceptis & m. n. sit equalis duplo superficieci vnus in alteram: et itaq. ex. 7. secundi. n. l. equalis quadrato linee a. c. ideoq. etiam equalis. b. f. est itaq. differentia. e. l. ad. g. b. sicut. k. l. ad m. n. quare per antecedens premisum erit permutatim differentia. e. l. ad k. l. & ipsa sit. p. sicut. g. b. ad. m. n. Et quia vtraq. duarum superficieci. e. f. & k. l. est rationalis vtraq. vero duarum superficieci. g. b. & m. n. medialis sequit impossibile videlicet superficieci. p. et rationalem & irrationalem.

Propositio .75.



Nulla linea nisi vna tantum residuo mediali primo coniungi potest vt sint ambe sub termino earum que erant ante separationem.

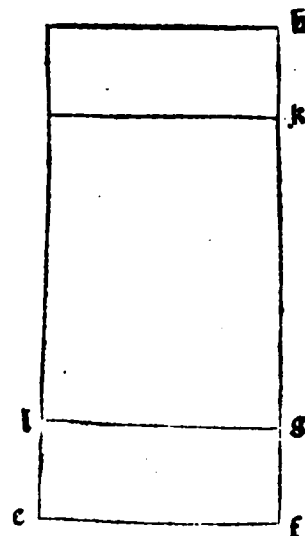
Hec quoq. probabitur simili modo. Sint enim in vtraq. sectione ambo quadrata ariter accepta mediale: dupli vero superficieci vnus in alteram rationale & quia vt prius eadem e differentia quadrato: vnus sectionis ad quadrata alterius que e dupli superficieci vnus ad duplum superficieci alterius erit vna & eade superficieci differentia duarum medialium & duarum rationalium quod est impossibile.

Propositio .76.



Nulla linea residuo mediali secundo coniungibilis est vt sub termino earum fiant nisi tantum que ab ea ante separata erat.

Sit enim. a. c. residuum mediale secundum que fuit residua abscisa. b. c. ex. a. b. eruntq. ex. 70. due linee. a. b. & b. c. mediales potentia tñ cōcantes mediale continentest dico q. ipsa. a. c. nulli linee alii q. c. b. sub hac diffinitione coniungi pōt. Sin autem coniungatur linee. c. d. sitq. linea. e. f. rationalis in longitudine ad quam coniungatur superficieci. e. h. equalis quadratis duarum linearū a. b. & b. c. pariter acceptis & e. k. equalis quadratis linearum. a. d. & d. c. pariter acceptis a qua abscindatur e. g. equalis quadrato lineae a. c. eritq. per. 7. secundi superficieci. l. h. equalis duplo superficieci. a. b. in. b. c. & l. k. p eandem sit equalis duplo superficieci. a. d. i. d. c. qui ergo quadrata amborum partium prime sectionis sunt mediale & duplum etiam superficieci mediale incommensurabile duobus quadratis pariter acceptis que nescire diligens geometra non poterit qui positiones diligenter seruauerit erit superficieci. e. h. medialis cum ipsa sit equalis duobus quadratis pariter acceptis & superficieci. l. h. medialis cum ipsa sit equalis duplo superficieci vnus in alteram: per. 10. igitur est vtraq. duarum linearum. f. h. & g. h. rationalis in potentia tantum & quia vna est incommensurabilis alii: eo q. superficieci. e. h. est incommensurabilis superficieci. b. l. sicut duo quadrata duplo superficieci: erit ex. 68. linea. f. g. residuum quare linea. f. g. que est residuum componitur linee. g. h. vt sint ambe sub termino earum que erant ante separationem. Similiter quoq. probabis eandem. f. g. cum linea. g. k. componi eadem conditione mediantibus superficieci. e. k. & k. l. quarum prima est equalis quadratis duarum linearum. a. d. & d. c. pariter acceptis & secunda duplo superficieci vnus in alteram: quod est impossibile p. 74. & hic modus demonstrationis potest esse communis. 75. ceterisq. quatuor sequentibus eam.



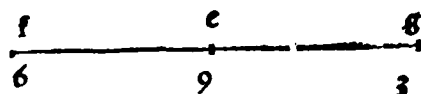
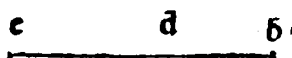
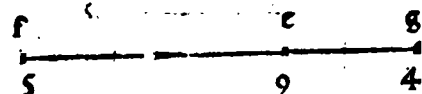
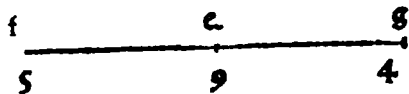
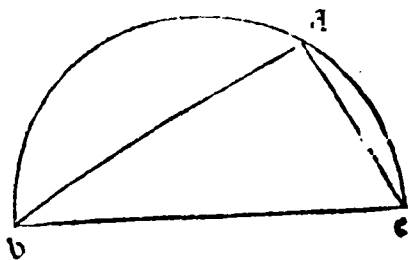
Propositio .77.



Nulla linea minori coniungibilis est vt sub termino suo fiat nisi tantum que ante sibi abscisionem coniungebatur.

Intellige quid sit linea minor quod si oblitus es consule. 21. & sine obiectione concludes propositum. Si quem admodū in. 74. pcefferis poterisq. si libuerit quēadmodū in. 76. pcedere.

Propositio .78.



Linea quæ coniuncta cum rationali facit totum mediale nisi vni tantum componi non potest vt sub eorum termino fiant.

¶ Quid sit linea quæ proponitur ex. 73. didicisti. cum ergo de ea volueris quod per hanc. 73. dicatur demonstrare a processu. 73. in quoq. non denias. sed sicut in. 76. si te delectauerit ingenio duce poteris procedere.

Propositio .79.



Linea quæ iuncta cum mediâ facit totum mediale nisi vna linea tantum iungi nequit vt sub eorum termino fiant quæ erant ante separationem.

¶ Huius lineæ quæ iuncta cum mediâ componit totum mediale magistra est. 73. de qua quod hec. 79. enunciat sic concludere cogis sicut de residuo mediâ secundo quod per. 76. enunciatur est conclusisti.

¶ Positis duabus lineis altera rationali altera vero residuo adiecta quæ ipsi residuo lineæ aliqua secundum eius terminum si fuerit totum inde compositum potentius lineæ adiecta in qua drato lineæ ipsi toti communicantis in longitudine: fueritque idem totum posite rationali lineæ in longitudine commensurable quod posuitur erat dicetur residuum primum. **¶** Si vero lineæ adiecta posite rationali communicet in longitudine dicetur residuum secundum. **¶** Quod si fuerit utraq. rationali posite in longitudine incommensurabilis vocabitur residuum tertium. **¶** Si fuerit tota lineæ potentior adiecta augmento quadrati lineæ ipsi toti incommensurabilis eademque tota posite rationali communicet in longitudine nuncupabitur residuum quartum. **¶** Si vero lineæ adiecta posite rationali cõciet in longitudine vocabitur residuum quintum. **¶** Quod si fuerit utraq. posite rationali in longitudine incommensurabilis appellabitur residuum sextum.

Propositio .80.



Lesiduum primum inuestigare.

¶ Ab inuentione omnium specierum residui facile nos absoluit inuētio per ordinem omnium specierum binomiali. Nam in qualibet specie binomiali si minor portio abscindatur de maiori lineæ reliqua erit residuum similis speciei vt patet ex diffinitionibus tam binomialium quæ residuum propriis tamen inuentionibus residuorum insisteret sic inquiremus primum. Sit lineæ a. rationalis posita cui commensurabilis in longitudine sumatur. b. c. sitque. e. numerus quadratus diuisus in. f. non quadratum et in quadratum. g. sitque proportio quadrati lineæ. b. c. ad quadratum lineæ. c. d. sicut. e. ad. f. eritque per ultimam partem. c. d. rationalis in potentia tantum. **¶** Cum itaque sit. c. b. potentior. c. d. in quadrato lineæ sibi communicantis in longitudine quod patet sicut in explanatione binomiali primi constat ex diffinitione lineæ. b. d. esse residuum primum.

Propositio .81.



Lesiduum secundum patefacere.

¶ Ad habendum residuum secundum sit. a. lineæ rationalis posita: ei que communicans in longitudine. c. d. et sit quadratum. c. d. ad quadratum. b. c. sicut. f. ad. e. eritque. b. d. residuum secundum ex diffinitione: si dubitas aut positas non seruas ypotheses aut binomiali secundi repetitione indiger.

Propositio .82.

**Residuum tertium perscrutari.**

EResiduum tertium sic habetur: posita vt prius. a. rationali numeroq. e. quadrato diuiso in. f. non quadratum. $\&$ g. quadrati assumptioq. h. numero primo ac quadrati lice. a. ad quadratum linee. b. c. sicut. h. ad. e. sit quadratum linee. b. c. ad quadratum linee. c. d. sicut. e. ad. f. eritq. ex diffinitione ne de quo si hesitas consule binomium tertium: linea. d. b. residuum tertium.

Propositio. 83.**Residuum quartum inuenire.**

EHic sicut in inuentione residui primi sit linea. b. c. communicans linee. a. rationali posite: numerus autem. e. quadratus sit diuisus in. f. $\&$ g. quorum sit vterq. non quadratus: sitq. quadratum linee. b. c. ad quadratum linee. d. c. sicut. e. ad. f. $\&$ scies ex diffinitione lineam. d. b. esse residuum quartum. si eorum que in inuentione binomii quarti didiceras oblitus non fueris.

Propositio. 84.**Residuum quintum demonstrare.**

ECum residuum quintum inuenire libuerit erit linea. c. d. communicans linee. a. rationali posite in longitudine sicut erat in inquisitione secundi: $\&$ erit quadratus numerus e. diuisus in. f. $\&$ g. quorum neuter quadratus sicut in premissa $\&$ erit quadratum linee. c. d. ad quadratum. b. c. sicut. f. ad e. ex quibus a diffinitione concludere licet: habita sufficienti noticia binomii quinti: lineam. d. b. esse residuum quintum.

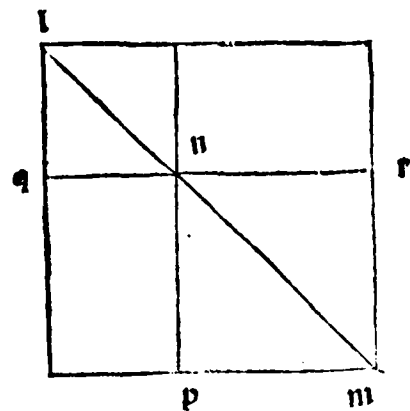
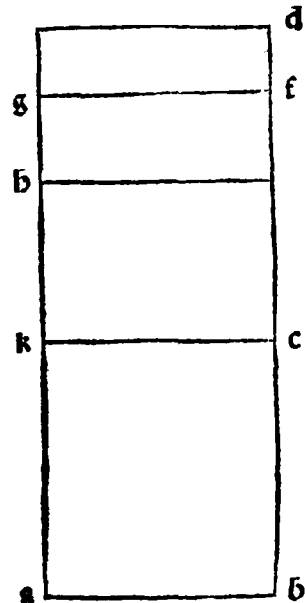
Propositio. 85.**Residuum sextum demumpresto sit reperire.**

EResiduum sextum sic reperitur. erit vt prius linea. a. rationalis posita $\&$ e. numerus quadratus diuisus in. f. $\&$ g. non quadratus $\&$ erit. h. numerus primus $\&$ quadrati linee a. ad quadratum linee. c. b. sicut. h. ad. e. At vero quadrati b. c. ad quadratum. c. d. vt. e. ad. f. eritq. ex diffinitione. linea. d. b. residuum sextum. cui si non plene animus tuus assenserit exerce ri te conuenit in inuentione binomii sexti.

Propositio. 86.

Si fuerit superficies linea rationali atq. residuo primo contenta latus eius tetragonum necesse est esse residuum.

Sit superficies. a. c. contenta linea rationali. a. b. $\&$ residuo primo. b. c. dico latus tetragonum superficie. a. c. esse residuum. ¶ Ad iungatur enim ad lineam. b. c. linea. c. d. sitq. illa cuius detractio. b. c. fuit residuum primum. Eritq. ex diffinitione b. d. rationalis ex longitudine $\&$ c. d. in potentia tantum. b. d. quoq. erit potentior. d. c. in quadrato linee secum communicantis in longitudine. Diuidatur igitur. d. c. per equalia in. e. $\&$ tota. b. d. diuidatur ea conditione in. f. g. inter. b. f. $\&$ f. d. sit. e. d. medio loco proportionaliter itq. ex secunda parte. g. b. f. communicans in longitudine. f. d. per. g. igitur vtraq. earum communicat cum tota linea. b. d. quare per diffinitionem ambe sunt rationales in longitudine. Ducantur itaq. linee. f. g. e. h. $\&$ c. k. equidistantes a. b. eritq. per. h. vtraq. duar. superficierum. a. f. $\&$ g. d. rationalis. Sit quadratum ergo. l. m. equale superficie. a. f. eritq. rationale $\&$ latus eius rationale in potentia. Intra illud quadratum peracta diagonali linea. l. m. describatur quadratum. l. n. equale superficie. g. d. eritq. ipsum rationale $\&$ eius latus rationale in potentia protrahatur aut due linee. n. p. q. n. equidistantes lateribus totalis quadrati. ¶ Dico ergo quadratum. p. r. esse equale superficie. a. c. $\&$ eius latus quod est. n. p. est residuum. Cum enim linea. d. e. sit ex ypothesi medio loco proportionalis inter. b. f. $\&$ f. d.



erit ex prima sexti superficies. d. h. medio loco proportionalis inter duas superficies. a. f. g. d. ideoq. $\frac{a}{f} = \frac{g}{d}$ inter duo quadrata. l. m. n. l. Cūq. ex prima sexti sit superficies. l. p. medio loco proportionalis inter eadem duo quadrata erit. l. p. equalis. d. h. et etiam. h. c. $\frac{h}{c} = \frac{g}{d}$ quia quadratum. l. n. est equale g. d. erit. t. r. equale b. g. e. totus itaq. gnomon circumscriptus quadrato. m. n. est equalis. c. g. $\frac{c}{g} = \frac{a}{f}$ q. a. l. m. erat equale. a. f. relinquit. m. n. equale. a. c. g. aut n. p. latus quadrati. m. n. sit residuum sic collige. Est. n. vtrūq. duarū linearū. p. t. $\frac{p}{t} = \frac{t}{n}$ rōnalis in potētia eo q. vtrūq. quadratū. l. m. $\frac{l}{m} = \frac{n}{l}$ ē rōnale vnaq. earū est incōmensurabilis aliū p. primam sexti $\frac{f}{l}$. 10. huius. eo q. quadratum l. m. est incōmensurabile. l. r. superficiēi sicut superficies. a. f. superficiēi. h. d. de quibus manifestum est q. ipse sunt incōmensurabiles: est enim p. primam sexti vna earū ad alterā sicut linea. b. f. que est rōnalis in lōgitudine ad lineam. d. e. que est rōnalis in potētia tantum. Ex. 68. igitur linea. p. n. que pōt in superficiem. a. c. est residuum: $\frac{a}{c}$ hoc est quod intendimus.

Castigator.

a ¶ Quia cum ille due superficies sint rōnales erunt quadrata illis equalia rōnalia. Ideo quicquid fuerit de lateribus eorū tetragonis illa in potētia erūt rōnalia: $\frac{p}{p} = \frac{p}{p}$ hoc nō negat quin dicta latera possint ēē rōnalia i lōgitudine: sed nō est necessariū. Et ideo nō errat ponēdo illa rōnalia i potētia $\frac{f}{c}$. b. ¶ Per si ab equalibus equalia demas $\frac{f}{c}$. Nā cū l. p. sit equalis. d. h. si ab ipsa. l. p. dematur quadratū. l. n. remanebit supplemētū. p. q. qd ē equale supplemēto. t. r. $\frac{p}{q} = \frac{t}{r}$ si de superficie. d. h. demat. g. d. q. posita est equalis ipsi quadrato. l. n. remanebit superficie. e. g. Et quia remota sunt equalia remanentia erunt equalia p. dictā cōm sciām: $\frac{e}{g} = \frac{t}{r}$ sequit equari ipsi superficie. e. g. vt dicat. c. ¶ Aliud quoq. est hic notandū videlicet q. dicitur i illa. 86. q. latus tetragonici superficie. a. c. erit residuum ab eius diff. s. p. n. $\frac{a}{c} = \frac{s}{p}$ nos hēmus q. dicta superficie. a. c. est. 24. m. p. 32. que habet ex ductu 4. m. p. 2. residui primi p. diffi. ipsius in. a. b. s. in. 6. cuius tetragonium latus est vna radix ligata seu vniuersalis videlicet. p. v. 24. m. p. 32. $\frac{p}{v} = \frac{24}{32}$ hoc ē p. ipsum. e. u. residuum cuiusvis spēi. s. primi secūdi tertiū quarti quinti vel sexti. $\frac{p}{v} = \frac{68}{136}$ ad cōstitutionē residui cuiuslibet requirit q. due linee inaequales p. 17. $\frac{17}{136} = \frac{1}{8}$ huius sunt tūc potētia rōales cōcantes: tūc de maiori abscisa minori reliqua dī residuum $\frac{17}{136}$ modo ista linea practice ad sensum illius. 68. non erit residuum. s. p. v. 24. m. p. 32. quia. m. p. 32. est. p. p. $\frac{p}{p} = \frac{24}{32}$ ē simplex $\frac{p}{p} = \frac{24}{32}$ mera radix. s. p. 24. tūc potētia eius est. 24. $\frac{p}{p} = \frac{24}{32}$ potentia. m. p. 32. est. p. 32. ecce rationale $\frac{p}{p} = \frac{24}{32}$ ē irrationale: quoniam. p. p. est linea medialis $\frac{p}{p} = \frac{24}{32}$ latus tetragonium superficie irrationale per. 19. huius. Et ideo. p. v. 24. m. p. 32. non erit residuum a diffinitione $\frac{p}{p} = \frac{24}{32}$. Ad hoc dicendum q. cum dicitur duas lineas potentialiter tantum rationales communicantes nō dicitur magis de potētia simplici scilicet de primaria multiplicatiōe in se q. de duplici vel triplici potentia hoc est in se bis vel ter $\frac{p}{p} = \frac{24}{32}$ quater $\frac{p}{p} = \frac{24}{32}$ cum omnes tales appellatione potentie omnes veniant $\frac{p}{p} = \frac{24}{32}$. Et ideo quamuis in prima earum multiplicatiōe in se ex qua oritur. 24. $\frac{p}{p} = \frac{24}{32}$ quod est quadratum radice vniuersalis illius: illa duplex. p. effecta est vnica scilicet. p. 32. $\frac{p}{p} = \frac{24}{32}$ non communicat cum. 24. rationali: $\frac{p}{p} = \frac{24}{32}$ ideo secundario ducta in se qualibet erit vna. 576. $\frac{p}{p} = \frac{24}{32}$ alia. 32. que communicant $\frac{p}{p} = \frac{24}{32}$. $\frac{p}{p} = \frac{24}{32}$ ideo intelligendum est de potentia vnica duplicata triplicata quadruplicata: $\frac{p}{p} = \frac{24}{32}$ quotiensuis multiplicata: quoniam omnes potentie nuncupantur: quod notandum tibi multis in locis deserviet: presertim in isto decimo vbi agitur de lineis compositis $\frac{p}{p} = \frac{24}{32}$ earum residuis seu recisis $\frac{p}{p} = \frac{24}{32}$. de quibus et hoc notādo clarius alias dicemus vt patebit $\frac{p}{p} = \frac{24}{32}$. ¶ Item aliud mirabile ē scilicet q. cum quadratum. l. m. equatur superficie. a. f. que in casu est. 21. cuius latus tetragonici m. est. p. 21. $\frac{p}{p} = \frac{21}{21}$ l. t. f. u. l. q. vel. t. n. est. p. 3. sequitur. p. m. seu. p. n. vel. n. r. est latus tetragonici quadrati. p. r. quod est. p. 21. m. p. 3. pro residuo proposito quo in seduci facit. 24. m. p. 32. etiam dictum latus est. p. v. 24. m. p. 32. quod ratione quadrature pbatur illi equari scilicet. p. 21. m. p. 3. quod est no. dignissimum.



Superficies aliqua linea rationali residuoq; secūdo continetur: linea in eandem potens erit residuum mediale primum.

In hac quoq; arguescit in premisa ex diffinitione residui secūdi & secūda pte. 13. & nona & decimanona & 15. & 69.

Propositio. 88.



Superficies aliqua linea rationali residuoq; tertio continetur erit linea super eam potens residuum mediale secundum.

Priori demonstrationi insiste & facile concludes propositum ex diffinitione residui tertii & secūda parte. 13. & 9. & 19. & 70.

Propositio. 89.



Superficies aliqua linea rationali residuoq; quarto continetur linea super eam potens erit linea minor.

In hac quoq; non aliter procedas q̄ prius. facile enim erit tibi propositum concludere. si premisam non despicias ex diffinitione residui quarti & secūda parte. 14. & 9. & 19. & 15. & 72. & sic patebit propositum.

Propositio. 90.



Superficies aliqua linea rationali residuoq; quinto continetur latius eius tetragonum erit cum rationali componens mediale.

Nitete premisse argumētatione ex diffinitione residui quinti & secūda parte. 14. & 9. & 19. & 15. & 72. quod propositum est concludere.

Propositio. 91.



Superficies aliqua linea rationali residuoq; sexto continetur latius tetragonum quod super eam pot. cum mediale constituens totum mediale esse comprobatur.

Nunc quoq; ultimo quod per hanc dicit premisso mō satage concludere ex diffinitione residui sexti & secūda parte. 14. & 9. & 19. & 73. in his aut oib; p̄sum tuū nihil

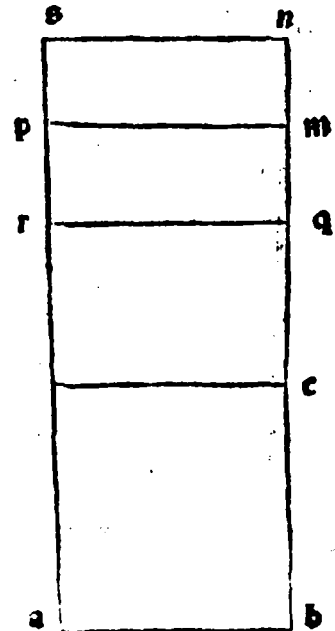
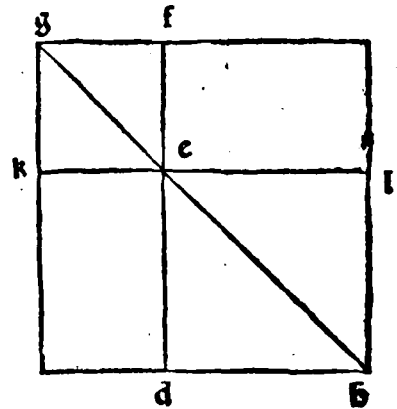
offendere poteris si primam eaz & p̄fecte didiceris & memoriter tenueris & quid quoq; supponat solerter attenderis. Quod si forsan de aliquo in quadrato. l. m. te dubitare contigerit ad suū equale in superficie. a. d. tibi recurrendum erit & patebunt tuo ingenio.

Propositio. 92.

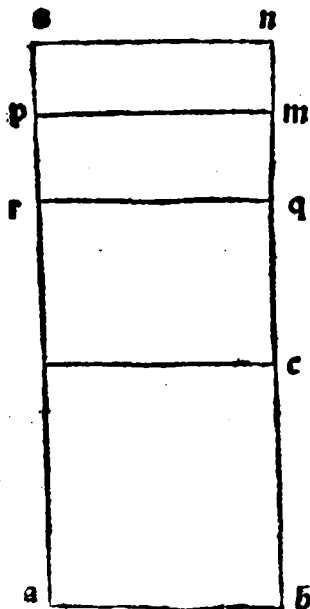
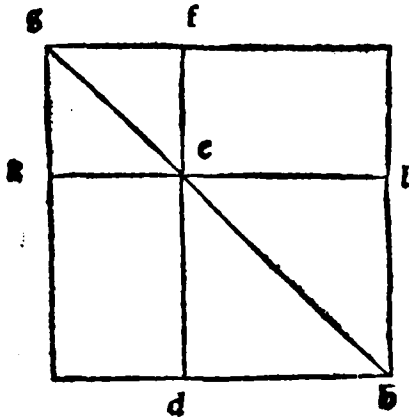


Ad lineam rationalem superficies equalis quadrato residui applicetur: alterum latus residuum primum esse necesse est.

Hec sex sequentes sunt conuerse sex precedentium per ordinem. huius aut prime bec est intentio q̄ si sit superficies a. c. adiuncta ad lineā rōnalem. a. b. equalis quadrato residui quod sit. d. e. erit eius latus secundum quod est. b. c. necessario residuum primum. Adiciatur. n. linee. d. e. que proponitur esse residuum: linea p̄ cuius abscissione ipsa fuerit residuum: sitq; ei adiuncta. e. f. eritq; ex. 68. vtraq; duarum lineaz. d. f. & f. e. rōnalis in portia & vna eaz in cōmensurabilis alii describat ergo quadratū linee. f. e. quod sit. e. g. & q̄dratū. d. e. que posita est esse residuum quod sit. e. b. & adiciantur supplementa. d. k. & f. l. eritq; q̄dratū. g. h. tanq̄ quadratū linee. d. f. & quadratū. e. b. erit sicut superficies a. c. Erit et vtrūq; quadratoz. g. h. & g. e. rōnale. Sit igit superficies. a. m. adiuncta ad lineā. a. b. equalis q̄drato. g. h. eritq; ob hoc rōnalis. quare p̄. 16. linea. m. b. est rōnalis in longitudine. Sup̄ficies vero. p. n. sit eq̄lis q̄drato e. g. que ē p̄ hoc erit rōnalis & p̄. 16. linea. m. n. rōnalis i lōgitudine. itaq; tota linea. b. n. est rōnalis p̄. 9. Diuidat aut. c. n. p̄ equalia. in. q. & ducatur q. r. eq̄distans. a. b. eritq; ex prima sexti. c. r. equalis. r. n. Manifestum vero ē



q. cum tota superficies .a.n. sit equalis duobus quadratis. g. h. f. e. g. pariter acceptis que sunt quadrata duarum linearum. d. f. f. e. e. superficies a. c. sit equalis quadrato linee. d. e. g. f. e. b. erit p. 7. scilicet superficies residua ex .a.n. que est .c. f. equalis duplo superficie ex .d. f. in .f. e. Quare f. horum dimidia que sunt .r. n. f. d. g. necesse est esse equalia. ¶ Cuius igitur ex prima sexti sit superficies .d. g. medio loco proportionalis inter duo quadrata. g. h. f. g. e. eritq. superficies .r. n. medio loco proportionalis inter duas superficies .a. m. f. p. n. ideoq. per primam sexti erit et linea .q. n. medio loco proportionalis inter duas lineas .b. m. f. m. n. cuius sit .q. n. dimidium linee .n. c. f. linea .b. n. diuisa per punctum .m. in duo communicantia inter que cadit .q. n. medio loco proportionalis sequitur ex prima pte. y. q. linea .b. n. sit potentior linea .n. c. in quadrato linee scilicet cōcantis in longitudine. q. a. ergo superficies .d. g. e. medialis ex .19. ex ypothesi aut superficies .c. r. sibi equalis medialis f. linea .c. q. rōnalis in potentia tñ p. 10. ideoq. et duplū eius quod ē linea .n. c. est rōnalis tñ in potentia: q. a. ergo .b. n. est rōnalis in longitudine cōmunicans linee .a. b. posite rationali f. potentior .n. c. in quadrato linee sibi cōmunicatis in longitudine: sequitur ex diffinitione lineam .b. c. esse residuum primum: quod est propositum.



Propositio 93.



Um adiuncta fuerit superficies equalis quadrato residui medialis primi ad lineam rationalem alteri utriusque eius erit residuum secundum.

¶ Hic erit linea .d. e. residuum mediale primum f. linea .e. f. erit linea illa p. cuius abscissionem .d. e. fuerat residuum mediale primum: dico q. b. c. erit residuum secundum qd nescire nō poteris si demonstrationem premisse quousqueam solido amplectaris habitum insisteris f. quales lineas oporteat esse .d. f. f. e. vigilanter attenderis: de quo si dubitas .69. requirenda erit.

Propositio 94.



I superficies equalis quadrato residui medialis secundi applicata fuerit ad lineam rationalem: alteri utriusque eius residuum tertium esse conuenit.

¶ Hic etiam erit .d. e. residuum mediale secundum f. sequetur ut sit .c. b. residuum tertium: quod ut facile concludas prime demonstrationi insistas f. quales lineas conueniat esse .d. f. f. e. ex .70. collige.

Propositio 95.



Um adiuncta fuerit linee rationali superficies equalis quadrato linee minoris lateris eius secundum erit residuum quartum.

¶ Si fuerit .d. e. linea minor asserit hec .95. q. b. c. erit residuum quartum: est autem sciendum ex .71. quales lineas esse necesse sit .d. f. f. e. cū .d. e. fuerit linea minor: f. est asserendum propositum premisso modo: excepto q. in hac f. duabus sequentibus necesse est lineam .b. n. diuidi ad punctum .m. in duo incommensurabilia que in tribus premissis diuidebatur necessario. in duo cōmensurabilia nam in tribus premissis fuerant due linee .d. f. f. e. cōcantes in potentia tñ f. ideo earum quadrata cōcantis: pp. quod f. superficies .a. m. f. p. n. quadratis earum equalis cōcantes. Quapropter et f. due linee .b. m. f. m. n. ideoq. fuit in tribus premissis linea .b. n. potentior linea .n. c. in quadrato linee secum cōcantis in longitudine ex prima parte. 13. In hac autem f. duabus sequentibus sunt due linee .d. f. f. e. incommensurabiles in potentia ut apparet ex .71. f. 72. f. 73. f. ideo earum quadrata ppter quod f. superficies .a. m. f. p. n. incommensurabiles propter quod f. due linee .b. m. f. m. n. incommensurabiles ideoq. per primam partem .14. tam in hac q. in duabus sequentibus necesse ē lineam .b. n. esse potentiorē lineam .n. c. in quadrato linee sibi incommensurabilis in longitudine: cetera perquire ut prius.

Castigator.

¶ Quia inter eas cadit medio loco pportionalis linea. q. n. p primam
ferti cū. e. r. Et ideo. r. n. sit medio loco pportionalis inter duas superficies
a. m. f. p. n. sicut sua equalis. d. g. inter duo quadrata. g. h. f. g. e. illis dua-
bus superficiebus. a. m. f. p. n. equalia ex ypothesi.

Propositio .96.



¶ Ad lineam rationalem quadrato lineae cum ratio-
nali constituentis mediale equalis superficies ad-
iungatur: latus eius secundū erit residuū quintus.

¶ Pone similiter hic lineam. d. e. et illam q̄ iuncta cū rō-
nali cōponat totū mediale f̄ attende ex. 72. quales lineas
oporteat esse. d. f. f. f. e. f. f. concludes sine offendiculo
si prius habite demonstrationi oportune insliteris lineam. b. c. esse
residuū quintum.

Propositio .97.



¶ Ad lineā rōnalem superficies equalis quadrato
linee cū mediāli cōponētis mediale adiungatur:
latus eius alterum erit residuū sextum.

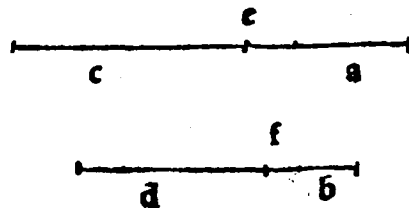
¶ Nunc vltimo conuenit lineā. d. e. et illā que iūcta cū
mediāli cōponit totū mediale cui adiuncta linea. e. f. que
videlicet sit illa per cuius abscisionē linea. d. e. fuerat que
pponitur si quales lineas. d. f. f. e. f. esse oporteat ex. 73. didiceris priorem
argumentationē firmā mēte tenueris sine obice quosq̄ lineā. b. c. et residuū
sextum concludere poteris. si aut fortassis in aliquo te hesitare contigerit
quicquid illud fuerit de quadrato. g. h. ad sibi equalem superficie. a. n. cō-
ferendum erit f̄ sic patebit propositum nostrum.

Propositio .98.



¶ Hic linea residuo commensurabilis ipsa quoq̄
in termino 2 ordine est idem residuum.

¶ Quod. 60. f̄ quatuor. eā sequentes de binomio eiuq̄
comitibus quinq̄ pposuerunt hec. 98. f̄ quatuor. eā sequē-
tes de residuo suisq̄ inq̄ comitibus vez̄ esse pponunt q̄
bus qui vsq̄ ad solitum habitum insliterit has ignorare
non poterit. Quicquid autem in illis de cōicantia in longitudine f̄ po-
tentia tantum dictum ē in is quoq̄ idem oportet intelligi. nam omnis
linea residuo communicans in longitudine siue in potentia tantum ipsa
etiam est residuum. sed si communicat in longitudine non solum est ipsa
residuum. sed etiam eiusdem speciei residuum. Verbi gratia: linea com-
municans in longitudine residuo primo est residuum primum: f̄ secun-
do communicans est secundum. sic quoq̄ in ceteris. Cum autem linea
communicat residuo in potentia tantum ipsam quoq̄ necesse est et̄ resi-
duum sed non eiusdem speciei: immo impossibile est vt linea commu-
nicans in potentia tantum residuo primo aut secundo aut tertio aut quar-
to aut quinto cadat simul cum eo sub eadem specie sed necesse est vt am-
bo cadant simul sub tribus primis speciebus aut ambo simul sub tribus
postremis. Sit itaq̄ exempli gratia. a. residuum cui communicet. b. in
longitudine: dico q̄. b. erit residuum eiusdem speciei cum. a. Ad-
iungatur enim linea. c. ad lineam. a. f̄ illa sit per cuius abscisionem. a.
fuit residuum: f̄ ad. b. adiungatur alia que sit. d. ad quam sic se habeat. b.
sicut. a. ad. c. sitq̄ composita ex. a. f̄. c. e. composita vero ex. b. f̄. d. sit. f̄ erit
q̄ ex permutata proportionalitate. a. ad. b. sicut. c. ad. d. f̄ per. 23. quinti
erit. e. ad. f. sicut. a. ad. b. vel sicut. c. ad. d. ¶ Cum itaq̄. a. communicet.
cum. b. erit per. 10. c. communicans cum. d. f̄. e. quoq̄ communicans cū
f̄. f̄ quia etiam est necessario ex permutata proportionalitate. e. ad. c. sicut.
d. ad. f. sequitur per. 11. vt si fuerit. e. potentior. c. in quadrato lineae sibi
communicantis in longitudine vel si forte incommensurabilis sit simi-
liter. f. potentior. d. at quoniam omnis linea communicans in longitudi-



ne linee rationali est similiter illi rationalis similiter dico q̄a ambe erūt
rationales in longitudine vel ambe in potentia tñ sequitur ex diffinitio
nibus residuorum vt. b. sit residuum eiusdem speciei cum. a. Si aut. b. cōi
cat in potentia tantum cum. a. ipsa quoq. erit residuum non tamen eius
dem speciei necessario. sed quemadmodum dictum est cuius demonstra
tio ex his que in. 60. de binomiis dicta sunt colligenda est.

Propositio. .99.



Per lineam vtrilibet residuo mediali cōmunicā
est sub ipsius termino 2 ordine residuū mediale.

Verum ē quod dicitur siue cōicet linea cum vtrilibet
residuo mediali in longitudine siue in potentia. Sit. n. a.
vtrilibet residuū mediale cui. b. cōicet in longitudine vel
potentia dico q. b. est etiam residuum mediale quale fue
rit. a.

Ad iungatur enim linea. c. ad lineam. a. & sit. c. per cuius abscisio
nem. a. fuit residuum mediale: & ad. b. adiungatur alia q̄ sit. d. sitq. b. ad
d. sicut. a. ad. c. totaq. cōposita ex. a. & c. sit. e. & ex. b. d. sit. f. describatur igit
quadrata. c. & d. que sint. g. & h. & superficies. e. in. c. sit. k. & f. in. d. sit. l. Et
quia ē vt prius. e. ad. f. & c. ad. d. sicut. a. ad. b. sunt aut. e. & c. mediales pote
tia tñ cōicantes. ex. 69. & 70. sequit ex. 11. vt. f. & d. eis cōmunicantes. sint
etiam mediales potentia tñ cōmunicantes: constat aut ex prima sexti q
sit. k. ad. g. sicut. e. ad. c. & l. ad. b. sicut. f. ad. d. & quia est. e. ad. c. sicut. f. ad
d. sequitur vt sit. k. ad. g. sicut. l. ad. b. Et permutatim. k. ad. l. sicut. g. ad. h.

Cum ergo. g. cōmunicet cum. h. sequit vt. k. cōicet cum. l. Si igitur. k. est
rationale quod est in residuo mediali primo erit etiam per diffinitionem
l. rōnalis quare per. 69. b. etiam est residuum mediale primum. Si aut. k.
sit medialis quod est in residuo mediali secūdo: erit per. 11. etiam l. media
lis. ideoq. b. p. 70. residuū mediale secūdu quare: constat propositum.

Idem aliter Si linea. b. cōicet cum linea. a. que est vtrilibet residuū me
diale in longitudine vel in potentia sit superficies. c. e. adiūcta ad lineam
rationalem. c. d. equalis quadrato. a. & f. g. equalis quadrato. b. erūtq. ob
hoc. c. e. & f. g. cōicantes quēadmodū & quadrata lineaz. a. & b. eis equa
lia. ideoq. p. primam sexti & 10. huius. d. e. & c. g. sunt cōicantes in longi
tudine: & quia si. a. est residuum mediale primum & linea. d. e. est residuum
secundum per. 93. & si. a. est residuum mediale scdm: linea. d. e. est residuū
tertium per. 94. at cum. d. e. est residuum secundum linea. e. g. est etiam re
siduum secundum & cum illa est tertiu. similiter & hoc est tertium per. 98.
Sequitur itaq. ex. 87. & 88. vt. b. sit residuum mediale primum aut secū
dum prout fuerit. a. & sic patet quod intendimus.

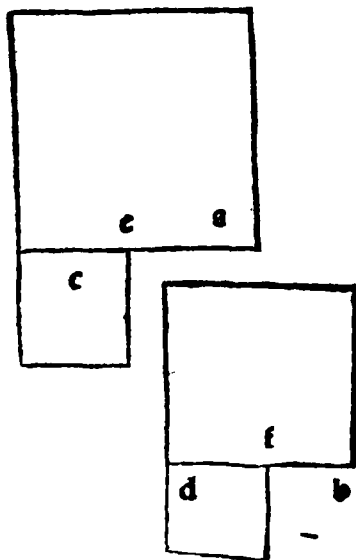
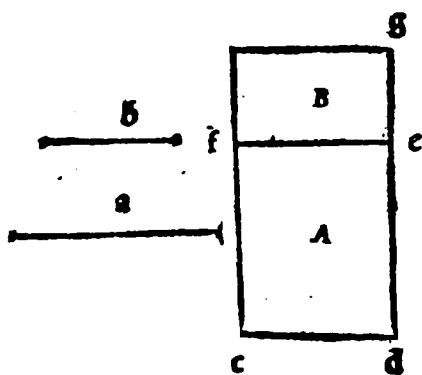
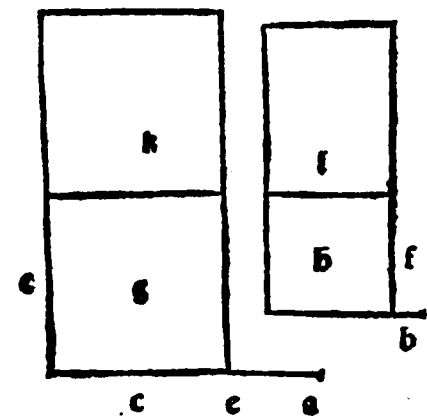
Propositio .100.



I linea aliqua linee minori cōmunicet ipsa quo
q. et it linea minor.

Facile est hanc probare duplici modosicut premissam
siue cōicet linea aliq. cū linea minori in lōgitudine siue in
potentia hoc aut appposito quantum ad primum modum
q. cum sit. f. ad. d. sicut. e. ad. c. erit ex scda parte. 8. sexti qua
dratum. f. ad. quadratum. d. sicut. quadratum. e. ad. quadratum. c. & cōmū
tū quadrata duarum linearum. f. & d. ad. quadratum. d. sicut. quadrata
duaz. lineaz. e. & c. ad. quadratum. c. & pmutatim quadrata duaz. lineaz.
f. & d. ad. qdrata duaz. lineaz. e. & c. sicut. quadratum. d. ad. qdratum. c. cōi
cat aut quadratū. d. ad. quadratū. c. ergo duo quadrata duaz. lineaz. f. &
d. piter accepta cōicant cū duobus qdratis duaz. lineaz. e. & c. piter acce
ptis: & q. ex. 11. qdrata duaz. lineaz. e. & c. piter accepta sunt rōales: erit aut
p. diffinitionē & duo quadrata duaz. lineaz. f. & d. piter accepta rōnale.

Cūq. sit superficies. k. medialis erit et. l. sibi cōicans: medialis: igit ex. 21. b. ē
nea minor. quāntum autem ad secundum modum erit per. 95. linea. d.
e. residuum quartum ideoq. per. 98. & linea. e. g. erit etiam residuum quat
tum. ideoq. etiam per. 89. linea. b. est linea minor.





Propositio .101.

Potens linea coicans linee cū rōnali cōponenti mediale est cum rationali componens mediale.

¶ Hanc quoq; duplici predicto modo non est difficile probare siue de cōcantia in longitudine siue de cōcantia in potētia tñ intelligat; sed quantum ad primum modū erunt duo quadrata duarum linearum. f. f. d. pariter accepta mediale p. u. quē admodum sunt duo quadrata duarum linearum. e. f. c. pter accepta ex. 73. quibus ipsa cōmunicant & superficies. l. erit rationalis; per diffinitionem quemadmodum est superficies. k. ex. 2. cum ipsa cōmunicans. ¶ Igitur ex. 2. b. est cum rationali componens mediale. quantum ad secundum modum: erit. d. e. residuum quintum ex. 69. ideoq; f. e. g. ex. 98. quare. b. est cum rationali componens mediale. per. 90.

Propositio .102.



Potens linea cōmensurabilis linee cū mediali cōstituenti mediale est cū mediali cōstituens mediale.

¶ Hic quoq; pone lineam aliquam cōicare cū ea. que cū mediali componit mediale indifferenter in longitudine vel potentia tñ put volueris; & duplici modo premissio siue difficultate concluder eam quoq; cum mediali componere mediale. erit etiam quantum ad primum modum superficies. l. medialis quemadmodum f. k. & duo quoq; quadrata duarum linearum. f. f. d. pariter accepta mediale sicut & duo quadrata duarum linearum. e. f. c. & 93 duo quoq; duarum linearum. e. f. c. ad. k. sicut duo duarum. f. f. d. ad. l. cū duo prima non communicent cum duplo. k. ex. 73. neq; duo secunda cōmunicabunt cum duplo. l. ex. 80. igitur ex. 73. b. est cum mediali cōponens mediale. Quātum aut ad scdum modum erit. d. e. residuum sextū ex. 92. ideoq; f. e. g. ex. 98. quare. b. est cū mediali cōponens mediale ex. 92.

Propositio .103.



Potens superficie rōnali superficies medialis obtrindat linea in reliquam superficiem potens erit alterutra duarum irrationalium aut residuū aut linea minor.

¶ Sit enim tota superficies constans ex. a. f. b. rationalis a qua detrahatur. b. que sit medialis: dico q; linea potens in. a. residuum aut est residuum aut linea minor. Estonāq; linea. c. d. rationalis superficiesq; c. e. sibi adiuncta sit tanq; a. f. f. g. tanq; b. & tota. c. g. sicut tota. a. b. eritq; c. g. rationalis. ideoq; per. 16. linea. d. g. rationalis in longitudine f. f. g. erit medialis. ideoq; per. 20. e. g. rationalis in potentia tantum: est igitur ex diffinitione linea. d. e. residuum primum aut quartum: ergo per. 86. & 89. linea potens in superficiem. c. e. & ideo in superficiem. a. sibi equalem est residuum aut linea minor: quod est propositum.

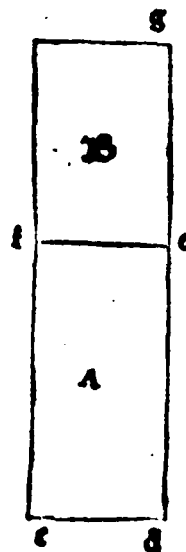
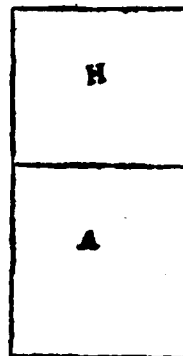
Propositio .104.



Potens superficie mediali superficies rationalis detrahatur linea in reliquam superficiem potens erit alterutra duarum irrationalium linearum aut residuum: mediale primum aut cum rationali componens mediale.

¶ Hec quoq; sicut premissa probatur. Erit enim tota. a. b. medial is. b. autem rationalis: & tunc dico quod in. a. residuum potest aut ē residuum mediale primum aut cum rationali componens mediale. Cum enim. c. g. equalis sit. a. b. erit per. 20. linea. d. g. rationalis in potentia tantum: & cū sit. f. g. equalis. b. erit per. 16. linea. e. g. rationalis in longitudine ergo a diffinitione erit linea. d. e. residuum secundum aut quintum quare per. 87. & 90. latus tetragonum superficiē. c. e. & ideo superficiē. a. est residuum mediale primum aut cum rationali componens mediale: quod est propositum nostrum.

Propositio .105.





Superficies medialis a superficie mediali detra-
batur fueritque reliqua toti incomensurabilis que
ipsam reliquam potest alterutra erit duarum irrationa-
lium videlicet aut residuum mediale secundum aut cum
mediali componens mediale.

¶ Si a duarum premissarum demonstratione non deuias
concludes sine difficultate propositum. Sint enim tota .a. b. & b. mediales
& sit .a. reliqua incomensurabilis toti. (Aliter enim esset .a. medialis ex .11.
& eius latus tetragonum mediale ex .19.) tunc dico quod linea potens in .a.
est residuum mediale secundum aut cum mediali componens mediale.
¶ Nam cum sit .c. g. equalis .a. b. erit p. 10. linea .d. g. rationalis in poten-
tia tantum per eandem quoque cum sit .f. g. equalis .b. erit etiam .e. g. ratio-
nalis in potentia tantum & cum sit .a. incomensurabilis toti .a. b. erit .f. g.
incomensurabilis .c. g. ideoque per primam sexti .f. 10. huius erit etiam .e. g.
incomensurabilis .d. g. igitur a diffinitione linea .d. e. erit residuum tertium
aut sextum quare p. 88. & 91. latus tetragonum superficiem .c. e. & ideo su-
perficiem .a. e. residuum mediale secundum aut cum mediali componens mediale.

Propositio .106.



Inearum irrationalium que sunt residuum et post ipsas
subsecute vllam alium terminum et ordine subesse im-
possibile est residuum quoque binomii terminum vel
ordinem transire non est possibile.

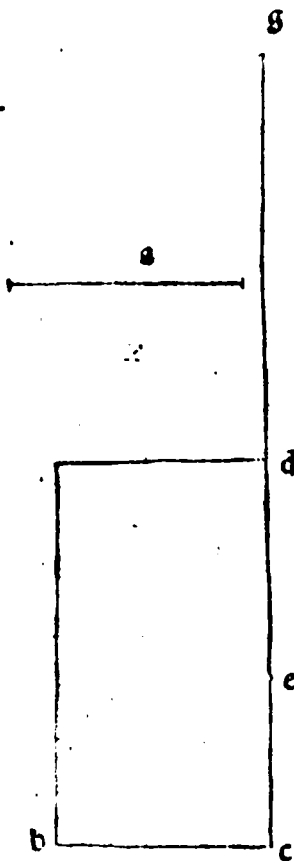
¶ Vult autem per hanc .106. quod residuum & alie quinq. linee
irrationales eam sequentes differant specie & diffinitio-
ne ab invicem & nulla linea vna potest esse sub duabus neque sub pluribus
speciebus harum sex linearum irrationalium que sunt residuum & eius quinq.
conites & quod omnes species residui differunt ab omnibus speciebus binomii
nec est possibile lineam vnam simul esse residuum & binomii cuiuscunque
speciei residui vel binomii. ¶ Pars prima sic constat quoniam superficies equa-
lis quadratis residui & suarum quinq. comitum cum adiungantur ad lineam
rationalem habent secunda latera necessario diversa ab invicem ex .92. & quinq.
eam sequentibus sunt autem secunda latera residuum primum & secundum
& deinceps vsque ad sextum. ¶ Secunda pars constat hoc modo: si eadem li-
nea potest esse simul residuum & binomium sit .a. cuius quadrato equalis
superficies adiungatur ad rationalem lineam .b. c. sitque .b. d. eritque ex .54. linea
.c. d. binomium primum & ex .92. residuum primum. ¶ In quantum ergo bi-
nomium primum dividat in suas binomiales portiones ad punctum .e. sitque ma-
ior portio .c. e. que erit rationalis in longitudine per diffinitionem: inquantum
autem est residuum primum adiungatur ei .d. g. per cuius abscissionem fuerat
residuum primum: eritque & ex diffinitione .c. g. rationalis in longitudine. Cum
itaque sit utraque duarum linearum .c. g. & .c. e. rationalis in longitudine erit etiam
per .9. linea .e. g. rationalis in longitudine: at quia linea .d. e. est rationalis in poten-
tia tamen cum ipsa sit per hypoth. minor portio binomii primi: erit p. 68. linea .d.
g. residuum & quia ipsa erat rationalis in potentia tamen cum per eius abscissionem
esset linea .c. d. residuum primum sequitur impossibile p. 68. Quod ut clarius pateat
esto superficies .b. d. adiuncta ad lineam rationalem .b. c. equalis quadrato
linee .d. g. cum itaque linea .d. g. sit rationalis in potentia erit p. 16. linea .c. d.
rationalis in longitudine. at cum etiam linea .d. g. sit residuum erit ex .92.
linea .c. d. residuum primum quod esse non potest cum linea que dicitur
residuum sit irrationalis per .68.

Propositio .107.

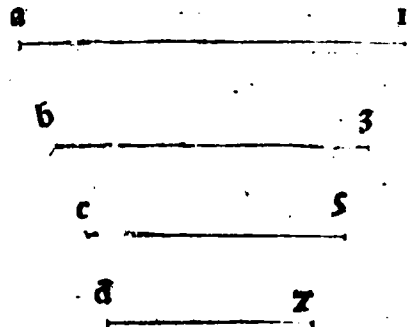


In ea que residuum dicitur vlla ve irrationalium
que post eam sunt nequit esse sub termino binomii
aut sub termino et ordine vllius ceterarum linearum irra-
tionalium que binomii subsequuntur: cum autem possibile
sit linearum irrationalium seriem in infinitum per-
ducere non est possibile vllam earum cum ea que

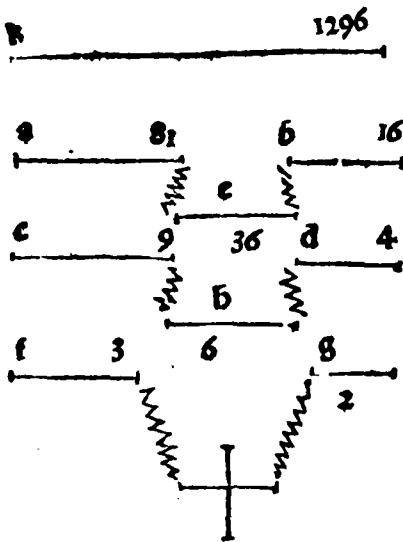
precellerit in termino et ordine convenire



¶ Vult per hanc vltimam libri .10. q. .13. irrationales linee de quibus in hoc decimo demonstratum est & ipse sunt linea medialis binomii & eius quinque comites residuum & eius quinque comites sint abinuicem singule a singulis specie differentes: & q. nulla linea vna potest esse simul sub duabus aut pluribus speciebus earum: & q. species linearum irrationalium possunt in infinitum produci quare nulla cum alia conuenit in diffinitione & ordine. Quod autem hec .13. linee videlicet medialis binomium & eius .5. comites residuum & eius .5. comites sint irrationales demonstratum esse superius memineris: de mediali quidem ex .19. de binomio autem & eius quinque comitibus ex .30. & quinque eam sequentibus: at vero de residuo suisque quinque comitibus ex .68. & quinque eam sequentibus. Nullam autem harum .13. linearum irrationalium posse conuenire in specie cum aliqua aliarum linearum sic collige. ¶ Est enim ut ad vnam eandemque lineam rationalem in longitudine adiungatur superficies equalis quadratis predictarum .13. linearum irrationalium secundum ordinem se inuicem sequuntur erunt ex .20. secundum latus prime istarum .13. superficialium rationale in potentia tantum. ¶ Secunda autem latera secunde istarum .13. superficialium & quinque eam sequentium erunt omnes species binomiorum per ordinem videlicet binomium primum secundum & deinceps usque ad sextum ex .54. & quinque eam sequentibus demonstratum esse memineris. ¶ Secunda vero latera tertie superficialium & quinque eam sequentium sunt species residuorum in ordine videlicet residuum primum & residuum secundum & deinceps usque ad sextum quod ex .92. & quinque eam sequentibus didicisti. Cum igitur ipsa linea rationalis in potentia tantum non conueniat cum aliqua specie binomiorum aut cum aliqua residuorum quoniam omne binomium per .30. & omne residuum per .68. est linea irrationalis & in longitudine & in potentia. Et cum nulla species residuorum conueniat cum aliqua specie binomiorum ex secunda parte penultime huius decimi: sequitur ut omnia secunda latera harum .13. superficialium sint adinuicem diuersa: ideoque per primam sexti & ipse .13. superficies sunt diuersae cum earum omnium altitudo sit vna quare etiam hec .13. linee irrationales propositae sunt singule a singulis diuersae. ¶ Possunt autem harum .13. linearum irrationalium species in infinitum produci. infinite enim sunt species linearum mediarum. infinite quoque binomiorum & sic de singulis. Quod hoc modo constat. Est linea .a. medialis. sumaturque vnitas & quolibet numeri primi ut .3. .5. & .7. & sint totidem linee .b. .c. .d. quot sunt sumpti numeri primi. sintque quadrata istarum linearum .b. .c. .d. ad quadratum .a. sicut numeri primi ad vnitatem. eruntque linee .b. .c. .d. mediales ex .11. quoniam ipse communicant in potentia cum linea .a. mediali. omnes autem erunt diuersae in longitudine ab .a. & a se inuicem per vltimam prem. 7. quoniam nullius istorum numerorum ad vnitatem nec alicuius eorum ad alterum per .16. & .8. & correlarium secunde octavi & presentis hypothesis est proportio sicut numeri quadrati ad numerum quadratum. ¶ Erit ergo .a. & omnes sibi communicantes in longitudine sub prima specie linearum mediarum. .b. vero & omnes sibi communicantes in longitudine sub secunda. .c. autem & omnes eidem communicantes vel commensurabiles sub tertia. .d. quoque & omnes sibi communicantes in longitudine sub quarta: & quia numeri primi sunt infiniti ut ex .11. non didicisti. necesse est species linearum mediarum esse infinitas. ¶ Quod autem est dictum de linea mediali intellige de binomio suisque .5. comitibus: & residuo suisque quinque comitibus: nam sicut omnis linea communicans mediali est medialis siue communicet ei in longitudine siue in potentia ut probatum est in .11. ita etiam omnis linea communicans binomio aut alicui suarum quinque comitum vel etiam residuo aut alicui suarum quinque comitum in longitudine vel in potentia est secum sub eadem specie ut probatum est in .60. & quatuor eam sequentibus & 98. & quatuor eam sequentibus. ¶ Sunt igitur species harum .13. linearum irrationalium infinite quarum nulla conuenit cum precedenti in ordine vel diffinitione. ¶ Conuenit quoque dicitur aliter species linearum irrationalium esse infinitas



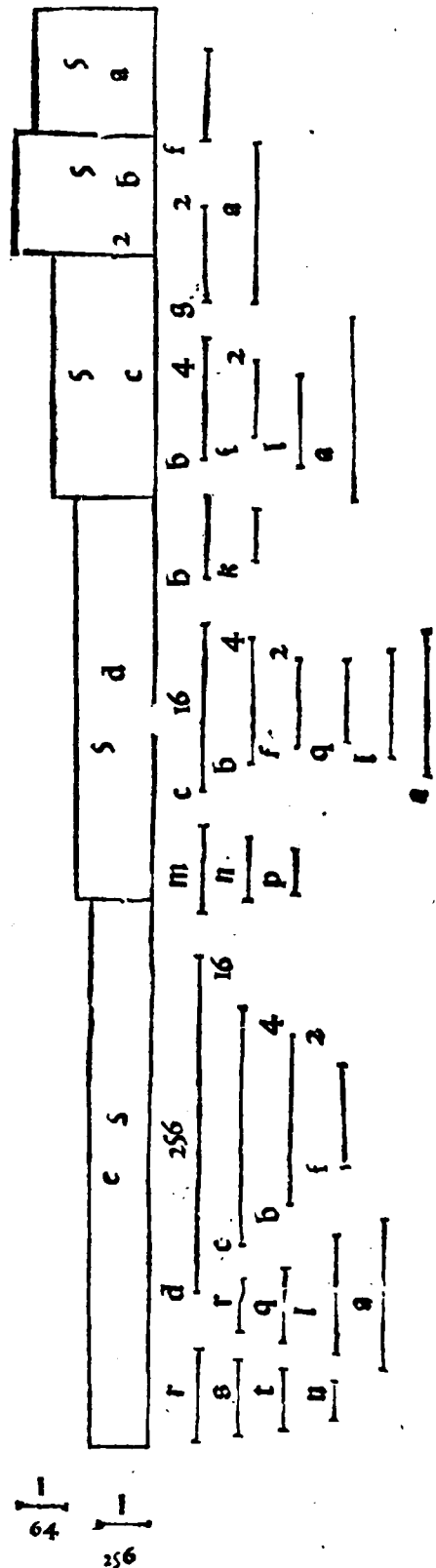
nam omne latus tetragonum superficiem dictam a numero non quadrato
est irrationale per ultimam partem. 7. & per diffinitionem. cum itaque tales
numeri sint infiniti: erunt etiam species harum linearum irrationalium
infinitae. ¶ Terio modo contingit secundam partem huius ultime con-
clusionis libri decimi sic exponi: ut dicamus ab unaquaque linea rationali
in potentia tantum infinitas linearum irrationalium species produci quoniam
nullam cum aliqua earum que ipsam preceserint: possibile est in dis-
finitione & ordine convenire. ¶ Verbi gratia. Sumatur aliqua superficies
rationalis dicta a numero non quadrato ut quinq; & eritq; latus eius tetra-
gonum irrationale in longitudine quoniam ipsum est incommensurabile
latere tetragonum superficiem rationalis dictam a numero quadrato ex ult-
ima parte. 7. Dico ergo quod huius lateris latus. iteq; scilicet lateris latus & rursus
huius tertii lateris latus & sic in infinitum: sunt linee irrationales tam in lon-
gitudine quam in potentia: & quod nulla earum convenit diffinitione vel specie
cum aliqua que eam preceserit in ordine. estq; latus tetragonum premisse
superficiem quocumque dicta fuerit a numero non quadrato earum omnium
sicut radix & principium & quilibet ipsarum est principium omnium ipsam
sequentium: & quocumque ab aliquo tetragonum latere cuiusque talis superfi-
ciem proficiuntur dimense sunt in longitudine & potentia ab omnibus que
a quoquam alio tetragonum latere talis superficiem generantur & hoc dico
cum ipsarum superficiem non fuerit proportio sicut numerorum qua-
dratorum. hec autem ut possumus firma demonstratione colligere ante-
cedens ad ipsa premittere oportet. scilicet istud.



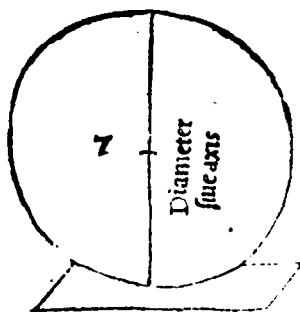
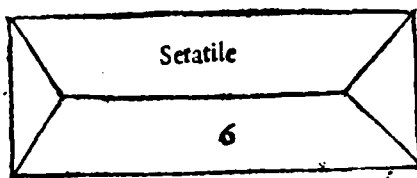
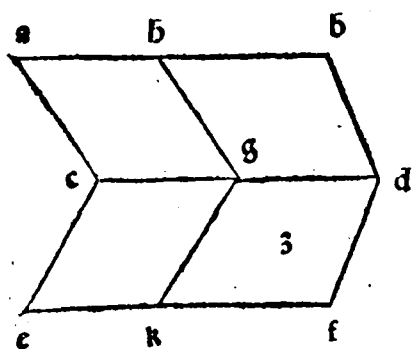
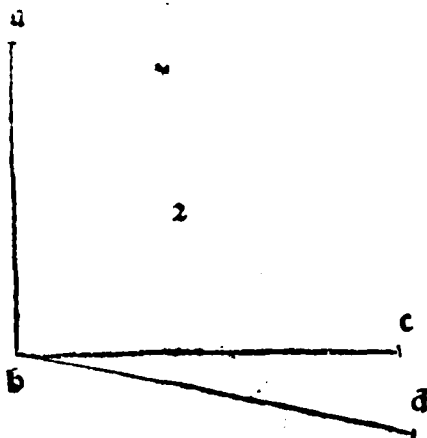
¶ Quibuslibet duobus invicem ductis si quid licet producat quoniam
lata tetragonum duorum precedentium invicem duces totum
tetragonum latus ipsius producti produces.

¶ Verbi gratia sit ut ex a. in b. sit k. at. c. & d. sunt latera tetragonum a. & b. fiat autem e. ex c. in d. sintq; iterum. f. & g. latera tetragonum c. & d. & fiat b. ex f. in g. dico quod b. est latus tetragonum c. & g. c. rursus est latus tetragonum k. Cum enim ex f. i. & in g. fiant c. & h. erit c. ad h. sicut f. ad g. sed & sic h. ad d. sicut f. ad g. eo quod ex g. in f. & in f. sunt h. & d. Sunt igitur c. b. d. continue proportionales itaq; ex h. in f. quantum ex c. in d. quare h. est latus tetragonum e. Eadem quoque ratione cum ex c. in f. sit a. i. d. sit c. & ex d. in f. sit b. erunt etiam a. c. b. continue proportionales in proportionem c. ad d. Cum igitur ex a. in b. sit k. sequitur etiam ut ex e. in f. sit k. quare e. est latus tetragonum k. constat itaq; quod dicitur. Restat itaq; de monstrare quod propositum est. Sit igitur superficies a. rationalis dicta a numero non quadrato. ut 5. sitq; linea a. eius tetragonum latus & sumatur quodlibet linee rationales in longitudine que sint b. c. d. e. Sintq; dictae a numeris quorum quisque precedens sit tetragonum latus proximo sequentis ut si b. sit 1. c. 4. d. 16. e. vero 36. ad has autem lineas rationales in longitudine adiungatur superficies equalis a. eruntq; secunda latera singularum rationalia in longitudine per 16. ut secundum latus b. 1. & dimidium: secundum c. 1. & quartum: secundum vero d. una quarta & una 16. at vero superficiem c. secundum latus erit una 64. & una 36. Sit ergo f. tetragonum latus b. g. vero sit tetragonum latus secundi lateris superficiem b. eritq; per premisum antecedens ut ex f. i. g. sit a. Rursus sit h. tetragonum latus secundi lateris c. k. quoque sit tetragonum latus h. eritq; per predictum antecedens ut ex b. in h. sit a. & ex f. in k. sit tetragonum latus a. quod sit l. ¶ Sit iterum m. tetragonum latus scilicet lateris superficiem d. sed cum n. sit tetragonum latus m. & p. tetragonum latus n. eritq; per predictum antea ut ex c. in m. fiat a. & ex b. in n. l. & ex f. in p. tetragonum latus l. quod sit r. q. Amplius autem sit r. tetragonum latus lateris secundi superficiem e. sit quoque s. tetragonum m. r. & t. sit u. tetragonum t. ¶ Sequitur per dictum antecedens ut ex d. in r. fiat a. & ex c. in s. l. & ex b. in t. sit q. & etiam ex f. in u. tetragonum latus q. quod sit x. & sic in infinitum. Dico ergo has lineas a. l. q. x. quarum a. est tanquam radicale principium & irrationales

a. quidem in longitudine tantum: cetero vero in longitudine & in potē-
tia. Et dico q̄ nulla earum conuenit cum alia in diffinitione vel ordine.
¶ Cum enim ex. f. in. g. f. k. fiant. a. f. l. erit. a. ad. l. sicut. g. ad. k. f. quia vt
patet ex dictis ypothesibus. g. f. k. sunt incommensurabiles in longitudi-
ne f. in potētia. Igitur ē. vt. a. f. l. sunt incommensurabiles in longitudine f.
in potētia. Eadem ratione. a. f. q. ē enim. a. ad. q. sicut. g. ad. p. f. pp̄ can-
dem cām ē. t. a. f. x. cum sint sicut. g. f. u. Et hac via quoq̄ necesse est vt. l.
f. q. sint similiter incommensurabiles tam in longitudine q̄ in poten-
tia. cum enim ex. f. in. k. f. p. fiant. l. f. q. erit. l. ad. q. vt. k. ad. p. at. k. f. p.
nec cōmensurabiles sunt in longitudine nec in potētia. Si enim sint erūt
h. f. n. cōmensurabiles. sed non sunt. at vero. l. f. x. oportet esse vtroq̄ mō
incommensurabiles: ē enim. l. ad. x. sicut. k. ad. u. eo q̄ ex. f. in. k. f. u. fiunt.
l. f. x. Sicut aut. k. f. u. vtroq̄ mō incommensurabiles. Sinaut accidit. d. f.
h. esse cōmensurabiles quod est inconueniens. q̄. vero f. x. q̄ sunt quoq̄ in
cōmensurabiles potētia f. longitudine ex eo patet q̄ est. q. ad. x. sicut. p.
ad. u. constat autem q̄. p. f. n. sunt incommensurabiles. nā si non: erunt.
n. f. c. cōmensurabiles. ideoq̄. m. f. s. sed non sunt. ¶ Manifestum est
itaq̄ infinitas lineas irrationales esse in longitudine f. in potētia incom-
mensurabiles: f. ideo diffinitione f. specie differentes produci ex linea. a.
rationali in potētia tantum ¶ Restat autem nunc ostendere q̄ quęcūq̄
irrationales lineę ab aliqua linea rationali in potētia tantum hac via ge-
nerantur: diuerse sunt ab omnibus tam in longitudine q̄ in potētia que
a qualibet alia linea rationali in potētia tantum quadratum cuius ad
quadratum prioris non sit sicut numeri quadrati ad numerum quadratū
hac eadem via egrediuntur: hoc quoq̄ sic constat. ¶ Sint. a. f. b. rationa-
les in potētia tantum siue tetragonica latera duarum superficierum di-
ctarum. a. numeris non quadratis. sitq̄ vt illi numeri non sint in propor-
tione aliquorum numerorum quadratorum: lineę quoq̄ que procedunt
hac via ab. a. sint. c. d. e. f. a. b. procedant. f. g. h. dico q̄ nulla ex lineis. c.
d. e. communicat in longitudine vel potētia cum aliqua ex lineis. f. g. h.
Cū. n. sint. c. f. f. tetragonica latera. a. f. b. at. d. f. g. tetragonica latera. c.
f. f. e. f. h. tetragonica. d. f. g. nō ē possibile vt aliq̄ ex. c. d. e. cōicet cū
sua cōpari ex. f. g. h. vel longitudine vel potētia. Si. n. alterutro mō cōi-
cet. e. cum. h. sequitur vt. d. communicet. cum. g. f. c. cum. f. quare f. a. cū
b. etiam in longitudine quod est contra ypothesim. Vniuersaliter autem
verum est dicere quamlibet harum esse vtroq̄ modo incommensurabilē
cuiuslibet dictarum. Dato namq̄. q̄. d. communicet cum h. etiam in potētia
tantum sequitur vt. c. quoq̄ communicet cum. g. f. a. cum. f. quod non est
possibile. ¶ Attendere autem oportet q̄ cum dico latus lateris nihil aliud
intelligo q̄ latus superficiei denominate a latere priori. vnde. tetragonici
latus lineę. a. voco lineam illam que potest in superficiem dictam a linea
a. talis autem superficies est quam continet linea. a. f. linea rationalis in
longitudine dicta ab vno. Si ergo libet inuēire tetragonici latus cuius
libet lineę. Sit linea. a. cuius tetragonici latus volo inuenire. b. vero sit
linea rationalis in longitudine dicta ab vnitate f. ipsa ē minima omnium
linearum rationalium numeratarum ab integris. Medio loco proportio
nalis inter eas sit. c. est igitur p. 16. sexti. c. tetragonici latus. a. I dem enim
sit ex. a. in. b. f. ex. c. in. f. At vero ex. a. in. b. sit superficies dicta ab. a.
Quicquid enim a quolibet in vnum ducto producit ab eo qd̄ vnum
multiplicat denominat. Et nota q̄ cum. c. fuerit latus tetragonici lineę
a. indifferenter contingit lineam. c. esse maiorem linea. a. f. minorem
prou. b. etiam fuerit maior aut minor.



Liber undecimus Euclidis de corporibus in genere et specie iuxta optimam Campani translationem. Magistro Luca Paciolo de burgo Sancti Sepulchri Ordinis minorum. Calligatore diligentissimo. feliciter Incipit.



Opus est quod longitudinem et latitudinem et altitudinem habet cuius termini sunt superficies. Linea erecta supra superficiem est que cum singulis sibi coterminantibus lineis in ea superficie expansis angulos rectos facit. Linea autem hec supra eam superficiem perpendicularis esse et ad eandem orthogonaliter insistere dicitur.

Intelligatur enim linea a.b. exurgere supra planum ita quod punctus a. imaginetur in aere f. b. in plano et a puncto b. ducantur plures linee in eodem plano ut b.c. b.d. f. quotlibet alie. Si igitur ita fuerit quod linea a.b. cum linea b.c. f. cum linea b.d. f. cum quolibet alia linea protrahita a puncto b. in plano illo angulum rectum contineat ipsa dicetur esse perpendicularis ad illam superficiem in qua protrahite sunt hee linee videlicet b.c. f. b.d. f. alie cum quibus ipsa ponitur continere angulum rectum.

Superficies autem erecta super superficiem est quotiens puncto uno eodem linee que est communis terminus illarum superficierum due perpendiculares conterminales superstant que rectum continent angulum in eisdem superficiebus site sunt.

Verbi gratia imaginemur superficiem a.b.c.d. exurgere super superficiem e.f.g.h. a.c.d.e.f. iacere. Et intelligamus lineam c.d. esse communem terminum ambabus in ea itaque signet punctus g. a quo ad lineam c.d. extrahantur due linee perpendiculares una videlicet in superficie c.d.e.f. q. sit g.k. et alia in superficie a.b.c.d. q. sit g.h. si igitur angulus quem continent hee due linee perpendiculares videlicet g.h.f. g.k. erit rectus superficies a.b.c.d. dicitur orthogonaliter erecta super superficiem e.f.g.h.

Superficies equidistantes sunt que in vtrambi partem protrahite non concurrent et si in infinitum producantur.

Intellectum est quod dicitur. Scire tamen debes quod omnes plane superficies aut sunt equidistantes ab invicem aut in omnem partem protrahite concurrent alicubi et super rectam lineam se secabunt. Lineas autem rectas non est necessarium vel esse equidistantes vel in vtramque partem protrahitas concurrere. Quippe que in eadem superficie non sunt nec equidistant ab invicem nec tamen quantumlibet protrahite concurrent.

Equa corpora sunt atque similia quorum terminales superficies numero ac quantitate equeles unius creatiois sunt atque similes. Similia corpora sunt que similibus superficiebus numero equibus continentur.

Si has duas diffinitiones de corporibus equis et similibus non intelligis ad diffinitionem similitudinis superficiem positam in principio sexti recurre.

Corpus seratile dicitur quod quinque superficiebus quarum tres parallelograme sunt due vero triangule continetur.

Domus quatuor parietes equidistantes habenti rectum unicum fastigium supremis duarum parietum lateribus equali et equidistanti superpositum seratilis corporis expressam similitudinem gerit.

Sphera est transitus arcus circuli dimidii circuli quotiens sumpto vel supremo semicirculo lineaque diametri fixa donec ad locum suum redeat arcus ipse circumducitur.

Super quamlibet lineam semicirculo descripto si linea illa fixa semicirculus tota revolutione circumducatur corpus quod describitur sphaera no

minatur cuius centrum constat esse centrum semicirculi circumscripti.

Piramis laterata est figura corporea quā continent superficies ab una quāz relique sunt ad vñū oppositū punctū sursum erecte.

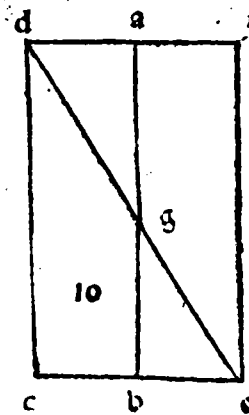
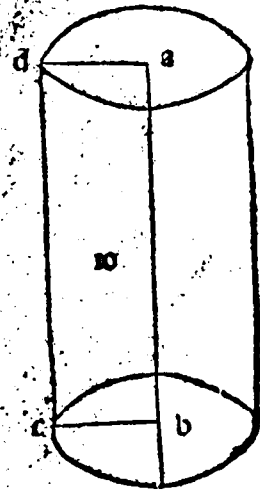
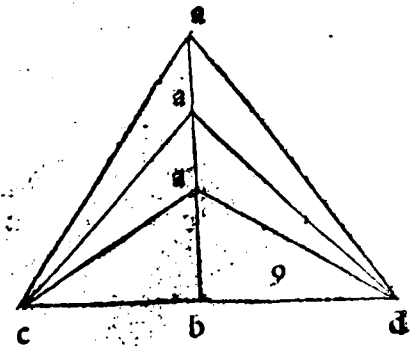
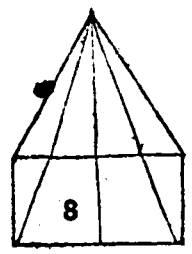
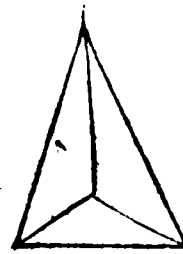
In omni laterata piramide cūctę superficies ipsam ambientes ab ipsius basi ad vñū punctū subleuantur qui conus piramidis dicitur suntq; oēs hec laterales superficies triangule: basi vero frequēter nō ē triāgula.

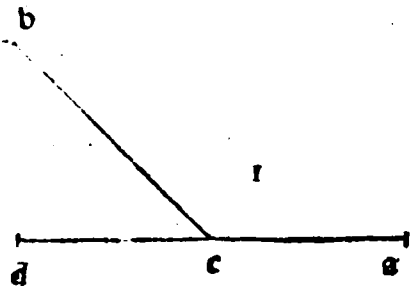
Piramis rotunda est figura solida: eiusq; transitus trianguli rectanguli alterutro suorum laterum rectum angulum cōtinētium fixo z donec vsq; ad locum vnde moueri cepit redeat triangulo ipso circumducto. **S**i autem latus fixum lateri circumducto fuerit equale erit figura rectangula. **S**i vero longius acutiangula. **S**i vero breuius obtusiangula erit. **A**xis autem ipsius figure est latus fixum. **B**asisq; sua circulus. **D**icitur autem figura hec piramis columnę rotunde.

Sit trigonus. a. b. c. rectum angulum habens qui sit. b. figaturq; alterū duorum laterum ambiētium rectum angulum. b. sitq; latus quod figitur a. b. quo fixo circūducatur trigonus quousq; ad locum vnde moueri cepit redeat corporea ergo figura que huius trigoni motu describitur rotunda piramis appellatur: cuius tres sunt differentie. Alia enim est rectangula alia acutiangula. Tertia obtusiangula. Et prima quidem est quādo latus. a. b. lateri. b. c. fuerit equale. Esto enim vt linea. b. c. cū rotatu trigoni peruenierit ad suum lineę. b. d. ita q; punctus. c. cadat super punctum. d. fiatq; linea vna. hoc est vt ipsa tunc coniungatur situi a quo moueri cepit secundum rectitudinem: eritq; linea hic quasi. b. c. d. q; quia ex 31. primi §. 5. eiusdē angulus. c. a. b. est medietas recti erit angulus. c. a. d. rectus ideoq; piramis hec dicitur rectangula. **S**i autē latus. a. b. sit longius latere. b. c. erit acutiangula. **S**i autē latus. a. b. sit breuius latere. b. c. erit obtusiangula. **Q**uod si latus. a. b. fuerit breuius latere. b. c. erit angulus. c. a. b. maior medietate recti ex 31. primi §. 19. eiusdē §. totus. c. a. d. q; est duplus ad ipsum. c. a. b. maior recto est obtusus. Igitur piramis conuenienter tunc dicitur obtusiangula. **A**xis autem huius piramidis dicitur linea. a. b. **B**asis vero eius circulus quem describit linea. c. b. super centrum. b. dicitur quod huiusmodi columna rotunde illius videlicet quam motu suo describeret parallelogrammū proueniens ex a. b. §. b. c. latere. a. b. manens fixo.

Figura corporea rotunda cuius bases sunt circuli duo plani extremis transversis et altitudine id est altitudo lineę equales est transitus parallelogrammi rectanguli alterutro suorum angulorum cōtinētium fixo ipsaq; superficies donec ad locum suum redeat circumducta dicitur q; hec figura continetur rotunda. Continetur itaq; rotunde atq; sphaere circulus vñūq; atq; idem est centrum.

Sit parallelogrammū rectangulum. a. b. c. d. figaturq; latus. a. b. c. d. quo fixo totū parallelogrammū subleuetq; ad locum suum cadat vel redeat circumducta corporea ergo figura huius parallelogrammi motu describitur rotunda columna nominatur cuius bases sunt duo circuli centrum est punctus b. alter vero est quem motu suo designat linea. d. a. §. eius centrum est punctus. a. **A**xis autem huius columnę dicitur linea. a. b. que manet fixa in motu parallelogrammi. **Q**uod si imaginati fuerimus parallelogrammū a. b. c. d. cum peruenierit rotatu suo ad situm. a. b. e. f. coniungi situi a quo moueri cepit secundum continuitatem superficiē plani vt scilicet totū sit vñū parallelogrammū. d. c. e. f. §. protraximus in eo diametrum. d. e. erit quoq; diameter. d. e. diameter columnę. **Q**uod autem dicitur columnę §. sphaere §. circuli idem esse centrum: intelligi debet cum horum vna est eadēq; diameter. Verbi gratia diximus enim q; d. e. est diameter illius colūne. Sphaerā igit atq; circulū quoq; diameter ē linea. d. e. necesse est idē centz hēre cū centro pposite colūne. Sit. n. vt linea. d. e. fecit lineā





a. b. in puncto. g. eritq. g. centrum colūne: diuidit enim axem columnę p equalia & diametrum columnę per equalia quod patet per .26. primi nā anguli qui sunt ad .g. sunt equales ex .15. primi & anguli qui sunt ad .a. & b. recti ex ypothesi: linea quoq. a. d. est equalis lineę. b. e. itaq. d. g. ē equalis. e. g. & a. g. equalis. g. b. cūq. anguli. c. & f. sunt recti si super punctum. g. secundum spaciū. d. g. ac sup lineā. d. e. circulus describat trāsibit ex cōuer sa prime ptis. 30. tertii p puncta. c. & f. itaq. punctum .g. est centz. circuli cuius diameter est diameter colūne. ideoq. & spherę quare māifestum est omni parallelogramo rectangulo circulum omniq. columnę rotunde spheram esse circūscriptibiles. Sica patet q. voluit istud theorema.

¶ Angulus corporeus siue solidus est quem continent anguli plani plures q̄ duo qui non in vna superficie siti ad vnum punctum angularem conueniunt.

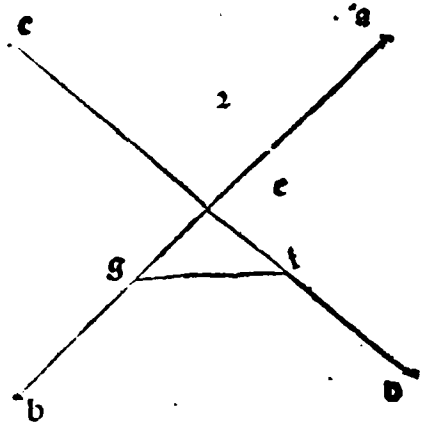
¶ Duo anguli plani angulum solidum perficere nequeunt sicut nec due recte lineę nequeūt superficiem claudere. Angulos quoq. planos solidum angulum continentes in eadem superficie non conuenit esse sitos sed in diuersis quemadmodum duas rectas lineas planum perficientes angulum non conuenit sibi inuicem secundum situm rectitudinis applicari.

¶ Similes sunt figure corporeę rotunde siue sint colūne siue eaz pyramides quaz axes diametris suaz basū sunt pportionales.

¶ Propositis enim duabus pyramidibus rotundis aut duabus columnis rotundis si fuerit pportio axis vnus earum ad diametrum siue basis sicut axis alterius ad diametrum siue basis ille due columnę aut pyramides similes adinuicem esse dicuntur.

¶ Castigator.

a **¶** Ista diffinitio equalium atq. similium corporum &c. p̄suponit quedam corpora esse equalia & non similia & sunt illa quorum terminales superficies numero & quantitate vnusq. creationis. sed nō similes vt sunt superficies equidistantium laterum & rectorum angulorum in solido parallelogramo cuius lineę angulares sunt supra superficiem orthogonaliter erecte & in illo cuius lineę angulares non sunt orthogonaliter erecte que dam sunt eiusdem altitudinis sunt equalia si in equis basibus vt dicitur infra. 31. & 32. huius Et tamen non sunt similia a diffi. similium superficie rum in principio sexti posita. Quedam sunt similia & non equalia vt in eisdem parallelogramis inequalis altitudinis. Et sic dicendum est de aliis infinitis. quedā sunt equalia & similia simul vt ex te elicere poter &c.



Propositio .1.



Lineę recte partem esse in plano & partem in sublimi est impossibile.

¶ Sit linea .a. b. recta dico quod non est possibile vt pars eius sit in plano & pars sursum eleuata. si enim est possibile sit pars eius que est .a. c. sita in plano & pars eius que est .c. b. in sublimi posita & protrahatur directe .a. c. i plano in quo ipsa sita est vsq. ad .d. eritq. vt vni eidemq. lineę que ē linea .a. c. due lineę penitus diuerse que sunt lineę. c. b. & .c. d. ex eadem parte directe adiciantur quod est impossibile ex .13. primi.

Propositio .2.



Lineę due quarum altera alteram secant in vna superficie site sunt omnisq. triangulus in vna superficie totus consistit.

¶ Sint due lineę recte .a. b. & .c. d. se inuicem secantes in puncto. e. dico eas esse in superficie vna & omnem triangulum dico esse i superficie vna totum. ¶ Signetur enim punctus. f. in linea .c. d. & punctum .g. in linea .a. b. & ducatur linea. f. g. Quia igitur impossibile est partem trianguli. e. f. g. esse in plano & partē in sublimi quin etiam suarum terminalium linearum vnus aut pluriū

pars similiter sit in plano. & pars similiter i sublimi cum de lineis hoc sit i possibile per premisam erit quoq; impossibile de triangulo. itaq; totus triangulus. e. f. g. est in superficie vna. Ex hac igitur secunda parte & premisa constat prima pars huius secunde propositionis.

Propositio .3.



Sinum duarum superficierum seinuicem secantium communis sectio est linea recta.

¶ De planis superficiebus intellige & verum erit quod dicitur. Sint itaq; due superficies plane. a. b. & c. d. seinuicē sectantes dico quod earum communis sectio. erit linea recta. Esto enim duo puncta. e. & f. termini communis sectionis earum que continuatur per lineam rectam quesit. e. f. si igitur linea. e. f. est in vtraq; duarum superficierum. a. b. & c. d. constat propositū. at vero si in neutra aut si non in altera cum ambo puncta. e. & f. sint in vtraq; superficierum. a. b. & c. d. in ea superficie in qua ipsa non fuerit protrahatur linea recta que sit. c. h. f. erunt igitur due recte linee. e. f. & c. h. f. habentes duos terminos communes quod est impossibile. sic enim due recte linee includerent superficiē quod ē cōtra petitionē vltimā pmi libri.

Propositio .4.



Si fuerit linea orthogonaliter ab incisione duarum linearum erecta intersecantium se ipsa ad earundē superficiem perpendicularis erit.

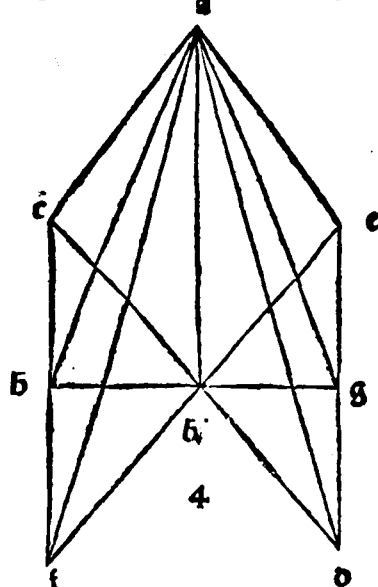
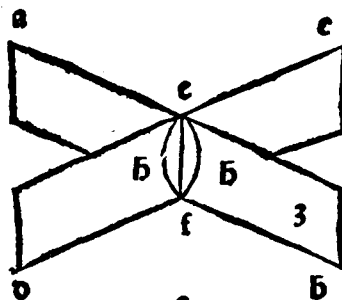
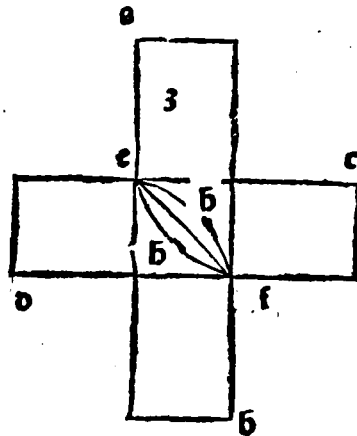
¶ Sit linea. a. b. orthogonaliter erecta super incisionem duarū lineaz. c. d. & e. f. secantiū se in puncto. b. de quibus constat p̄ aī premisam q̄ ipse sunt site in vna superficie dico q̄ linea. a. b. ppendicularis ē ad ipsaz superficiem. Sint. n. c. b. & f. b. d. equales at vero. f. b. & b. e. equales & p̄trahant linee. e. d. & c. f. que erūt equales p. 4. primi & equidistates p. 27. eiusdē. Signato itaq; puncto aliquo i linea c. d. qui sit. g. ducat linea. g. b. h. eritq; ex. 26. primi. c. g. equalis. f. h. igitur a puncto. a. vel quouis puncto linee. a. b. demittatur ypothemisaliter linee a. c. a. d. a. e. a. f. a. g. a. h. eritq; ex. 4. primi. a. c. equalis. a. d. & a. e. equalis. a. f. Item p. 8. eiusdem erit angulus. a. e. d. equalis angulo. a. f. c. ergo p. 4. ipsius erit. a. g. equalis. a. b. & ideoq; p. 8. eiusdem erit angulus. a. b. g. equalis angulo. a. b. h. quare ex diffinitione vterq; est rectus & linea. a. b. ppendicularis ad lineam. g. h. ¶ Simili quoq; mō p̄babis eādē esse ppendicularem ad oēs lineas protractas a puncto. b. in superficie duarum linearum c. d. & e. f. igitur ex diffinitione constat lineam. a. b. ēē ppendicularem ad superficiem in qua site sunt due line. c. d. & e. f. seinuicē secantes qd est ppositū.

Propositio .5.



Si super tres lineas conterminales cōi earum termino erecta linea quedam orthogonaliter insistat eedem tres linee in vna superficie site erunt.

¶ Sit linea. a. b. orthogonaliter erecta super cōm terminum trūm lineaz. b. c. b. d. b. e. angulariter se cōtingentiū in puncto. b. quaz nulla alii directe applicetur quod idē effat seinuicem secēt in puncto. b. p̄trahat. n. se secabunt dico q̄ tres linee. b. c. b. d. b. e. sunt in vna superficie site. ¶ Constat aut de quibusq; earū duabus q̄ ipse sunt in vna superficie site p̄ scdm huius vel p̄ primam ptem. 2. huius. si igit linea. b. d. nō fuerit in superficie duarū lineaz. b. c. & b. e. sed ille due in plano: hec aut in sublimi: erit vt hec superficies i qua site sunt due linee. a. b. & f. b. d. si p̄trahatur & illud quod notum est super quartā fecet illam in qua site sunt. b. c. & b. e. eritq; p. 3. huius cōmūis earum sectio linea recta & ipsa sit. b. f. Quia igitur ex premisa linea. a. b. ē ppendicularis ad superficiem duarum lineaz. b. c. & b. e. sequitur ex diffinitione vt ipsa sit perpendicularis ad lineam. b. f. quare angulus. a. b. f. est rectus cumq; etiam angulus. a. b. d. sit rectus ex ypothesi. sequitur ipossibile videlicet partem suo tōti esse equalem.



Propositio .6.



Si fuerint due linee super vnam superficiem perpendiculariter eas equidistantes esse necesse est.

Sint due linee. a. b. c. d. perpendiculariter ad vnam superficiem dico eas esse equidistantes. **P**rotrahatur n. linea. b. d. et itaq. ex diffinitione duo anguli. a. b. d. c. d. b. recti. **S**i igitur due linee. a. b. c. d. sunt i superficie vna ipse sunt equidistantes per secundam partem. 18. primi. Iplas autem esse in superficie vna sic collige. a. puncto. b. super lineam. b. d. in plano cui perpendiculariter insistit. a. b. c. d. protrahe orthogonaliter lineam. b. f. ex linea. c. d. sume. d. e. equalē. b. f. ptrahe lineas. e. b. c. f. c. d. f. erūt igit duo latera. e. d. c. d. b. trianguli. e. d. b. equalia duobus lateribus. b. f. d. b. trianguli. f. d. b. c. angulus. e. d. b. equalis angulo. f. b. d. cū vterq. sit rectus. Itaq. per quartam primi linea. b. c. est equalis lineae. d. f. iteq. cū duo latera. e. b. c. b. f. trianguli. e. b. f. sint equalia duobus lateribus. f. d. c. d. e. trianguli. f. d. e. c. basis. e. f. communis erit per. 8. primi angulus. e. b. f. equalis angulo. f. d. e. cū vterq. sit rectus. Quia igitur angulus. f. d. e. est rectus a diffinitione erit etiam angulus. e. b. f. rectus itaq. linea. f. b. perpendiculariter est erecta super communem terminum trium linearum. b. a. b. d. b. c. contingit angularem in pūcto. b. quare per premisam ipse sunt in superficie vna. Cum igitur ex prima parte huius secunde lineae c. d. sit in eadem superficie. cum vtraq. linearum. e. b. c. b. d. sequitur. a. b. c. d. esse in superficie vna constat ergo propositum.

Propositio .7.



Si in duabus lineis equidistantibus duobus punctis signatis ab altero ad alterum recta linea ducatur: in qua superficie ille due linee site sunt eas quoq. in eandem sitam esse necessario comprobatur.

Sint due linee. a. b. c. d. equidistantes de quibus constat per diffinitionem q. ipse sunt in superficie vna. In eis autem signentur duo puncta. e. f. f. producat lineam recta. e. f. dico itaq. lineam. e. f. esse sitam in superficie linearum. a. b. c. d. **S**inautem sit. e. f. in alia superficie vt in sublimi dependens que superficies si protrahatur secabit necessario superficiem i qua site sunt due linee. a. b. c. d. eritq. per. 3. huius eōs sectio earum linea recta eisdem punctis terminata quod est impossibile sic enim due recte linee concluderent superficiem.

Propositio .8.



Si in idem planum due recte linee equidistantes erigatur altera vero earum orthogonaliter fustat reliquam quoq. ad idem planum perpendiculari rem esse conueniet.

Hec est quasi conuersa sexte. Sint enim due linee. a. b. c. d. equidistantes et sit earum altera vt. c. d. erecta perpendiculariter super superficiem quamlibet dico reliquam earum que ē. a. b. esse perpendicularem ad eandem superficiem. **F**iat enim prorsus eadē dispositio que in sexta: eritq. vt ibi vterq. duorum angulorum. e. d. b. c. f. b. e. rectus: primus quidem per positionem secundus autem per. 8. primi quare per. 4. huius linea. f. b. est perpendiculariter erecta super superficiem in qua sunt due linee. b. d. c. b. e. atq. per premisam due linee. a. b. c. d. sunt in eadem superficie cum duabus lineis. b. d. c. b. e. sequitur lineam. f. b. esse perpendiculariter erectam supra superficiem in qua est linea. b. a. a diffinitione igitur erit angulus. f. b. a. rectus et quia etiam angulus. d. b. a. est rectus per vltimam partem. 19. primi: sequitur per quartam huius lineam. a. b. esse perpendicularem ad superficiem in qua site sunt due linee. b. d. c. b. e. quare constat propositum.

Propositio .9.



Si duelinee vni non in vna superficie equidistant eas quoq; sibi inuicem equidistare necesse est.
Sit vtraq; duarum linearum. a. b. & c. d. equidistans linee. e. f. nec sint omnes in superficie vna. dico q; eadem quoq; sibi inuicem sunt equidistantes de his quidem que sunt omnes in superficie vna probatum ē per .30. primi. at vero de his que in vna superficie non sunt vt est hic. e. f. que intelligitur sursum erecta in sublimi. restat hoc loco probandum. Signetur itaq; in ea punctus. g. a quo educantur due perpendicularares ad duas lineas. a. b. & c. d. que sunt. g. h. & g. k. eritq; per .4. huius linea. e. f. perpendicularis ad superficiem videlicet illam in qua sunt site due linee. g. h. & g. k. itaq; p̄missam bis assumpta vtraq; duarū linearū. a. b. & c. d. perpendicularis ē ad eandē superficiē videlicet ad illā in qua site sunt dictę due linee. g. h. & g. k. Per sextā huius igitur ipse sunt sibi inuicē equidistantes qđ ē p̄positū.

Propositio .10.



Si duelinee se angulariter contingentes duabus aliis se contingētib; eis oppositis equidistantes fuerint non aut in superficie vna qui ab eis sunt duo anguli equi sibi inuicem esse comprobantur.

Sint due linee. a. b. & c. d. angulariter contingentes in puncto. a. equidistantes aliis duabus que sunt. d. e. & f. d. f. se quoq; angulariter contingētib; in puncto. d. nec sint cum eis in superficie vna dico angulum. a. cē equalem angulo. d. ¶ Est enim linea d. e. equalis linee. a. b. cui ipsa posita ē esse equidistans. & d. f. equalis a. c. cui ē ipsa equidistare ponit. Et ducant linee. d. a. & e. b. & f. c. eritq; ex .33. primi bis assumpta vtraq; duarū linearū. b. c. & e. f. equalis & equidistans linee. a. d. Per cōceptionem igitur & p̄missam eadē sunt equales & equidistantes sibi inuicem. & itaq; p. 33. primi denūo repetitā due linee. b. c. & e. f. sunt etiam equales & equidistantes igitur p. 8. primi cōstat p̄positum.

Propositio .11.



Incto in aere assignato ab eo ad datā in superficie perpendicularē ducere.

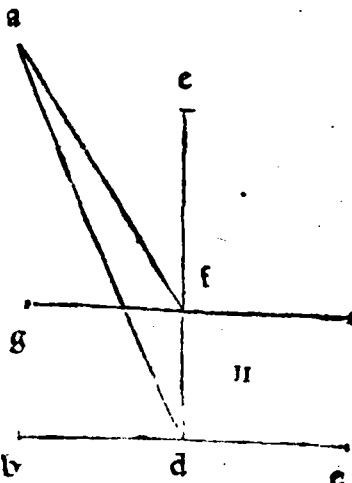
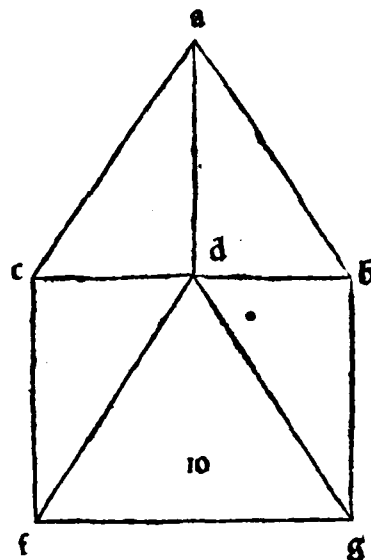
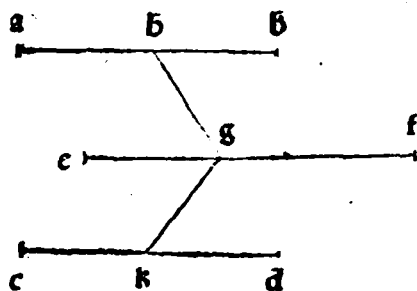
Sit punctus. a. sursum in aere a quo volumus ad superficiem subiacentem perpendicularē ducere: ducatur igitur in plano illo linea. b. c. vtraq; contingēt ad quā ab ipso puncto. a. ducatur perpendicularis. a. d. scđm doctrinam. u. primi. Rursusq; a puncto. d. i plano illo ad quod ducenda est perpendicularis a puncto. a. extrahatur linea. d. e. que sit perpendicularis ad lineam. b. c. vt docet. u. primi. Ad hanc quoq; lineā. d. e. ducatur alia linea perpendicularis a puncto. a. que sit. a. f. hanc dico esse eam quam intendimus. ¶ Sit enim linea. f. g. equidistans linee. b. c. & quia vterq; duorū angulorum. b. d. a. & b. d. f. est rectus erit ex quarta huius linea. b. d. perpendicularis ad superficiem in qua est triangulus. a. d. f. ideoq; etiam per .8. huius erit linea. g. f. perpendicularis ad eandem superficiem. Igitur a definitione erit angulus. g. f. a. rectus: cūq; etiam angulus. d. f. a. sit rectus sequitur ex quarta huius lineam. a. f. esse perpendicularē ad superficiem in qua sunt due linee. d. f. & f. g. quod est p̄positum.

Propositio .12.



Superficie p̄posita p̄ctocq; i ea assignato ab eo p̄cto ad datā superficiē lineā orthogonaliter erigere.

Cum a puncto quolibet i superficie p̄posita assignato perpendicularē educere libuerit a quolibet puncto sursum in aere ad libitum posito ad eandem superficiem perpendicularē quēadmodum p̄missa docuit demitte que si in assignatum punctum ceciderit ipsa est quam queris. Sinaut ab ipso assignato puncto ad demissam perpendicularē equidistantem ducito: eaq; per .8. huius probabitur esse quam queris.



Propositio. 13.



Has lineas super punctum vnu ad superficiē vnas orthogonaliter insistere est impossibile

Si enim possibile est vt due linee vni eidēq; superficiē super punctum vnum perpendiculariter insistant superficies in qua ipse perpendiculares, site sunt intelligatur produci quousq; secet superficiem cui diste linee perpendiculariter insistant eritq; per. 3. huius communis earum sectio linea recta: & quia ex diffinitione vtriusq; illarum duarum perpendicularium cum cōmuni sectione continet angulum rectum sequitur vt angulus rectus sit pars anguli recti quod est impossibile. ¶ Quomodo autem demonstratum ē impossibile esse ab vno eodem puncto extra superficiem duas lineas super punctum vnum ad eandem superficiem esse perpendiculares ita etiam demonstrabimus impossibile esse duas lineas ab vno eodēq; puncto extra superficiem signato ad eandem superficiem protractas ad ipsam esse perpendiculares. ¶ Si enim hoc fuerit ipse erunt equidistantes ex. 6. huius qd est impossibile ex diffinitione linearum equidistantium. ¶ Constat igitur ex hac q; si aliqua superficies plana aliam planam superficiem orthogonaliter secet & ab aliquo puncto secantis superficiē ad superficiem sectam perpendicularis ducatur: in communi earum sectione eam cadere necesse ē. Alioquin ab eodem puncto secantis superficiē ad communem earum sectionem perpendicularis, protrahatur vt docet. 12. primi & a puncto in quo incidit cum cōmuni sectione alia perpendicularis ad eandem cōmunem sectionem in superficie secta educatur vt docet. 11. primi. Eritq; ex diffinitione superficiē super aliam superficiem orthogonaliter erecte angulus quem continēt hec due linee perpendiculares rectus. quare per quantā huius prima harum duarum perpendicularium etiam est perpendicularis ad superficiem sectā, ergo ab vno puncto protracte sunt due linee perpendiculares ad eandem superficiem qd est impossibile: relinquatur itaq; ppositum nostrum.

Propositio. 14.



¶ Linea vna super duas superficies assignatas orthogonaliter insitat: ille due superficies si etiam in infinitum in quācūq; partem protrahantur nunquam concurrent.

Posita enim linea vna duabus superficiebus orthogonaliter insistere si possibile est superficies illas concurrere. ¶ In earum cōi sectione que per. 1. huius erit linea recta pūctusq; quocūq; modo signetur a quo due linee in illis duabus superficiebus ad lineā illā que ipsis perpendiculariter supstat protrahantur: eritq; cōstitutus triangulus ex his duabus lineis & perpendiculari. ¶ Huius itaq; trianguli vterq; duorum angulorum qui super perpendicularem consistunt est rectus vt patet ex diffinitione lineē supra superficiem perpendiculariter stantis hoc autē est impossibile per. 32. primi.

Econuerso quoq; videlicet si super duas superficies equidistantes linea recta ceciderit que ad alteram earum perpendicularis sit ipsa quoq; perpendicularis erit ad reliquam.

Positis enim duabus superficiebus equidistantibus intelligatur linea recta ambas penetrans que alteri earum perpendiculariter superstat: dico q; eadem linea relique superficiē perpendiculariter superstat. ¶ Sit enim superficies vna secans positas superficies equidistantes super lineam eas penetrantem eritq; cōmuni sectio huius superficiē secantis & alterius sectarum videlicet illius cui linea penetrans ponitur perpendiculariter insistere continens angulum rectum cum ipsa linea penetrante ex diffinitione lineē perpendicularis ad superficiem. ¶ Si igitur alia communis sectio ipsius superficiē secantis & reliqua duarum sectarum cum eadem linea penetrante non contineat angulum rectum erit ex vltima ppositione primi vt ille due communis sectiones in alterutram partem pro-

tracteneces sãd concurrant quare & superficies que possint equidistãtes necessario concurrent. Et quia hoc est impossibile erit ille angulus rectus. Eodemq; modo erit de qualibet alia superficie eadem superficies equidistantes secante super eadem lineam; igitur ex quarta huius & ex ista. 14. constat verum esse quod diximur.

Propositio .15.



Si fuerint due linee se contingentes angulariter equidistantes aliis duabus se angulariter contingentibus non autem in superficie vna ab eisdem lineis contingente due superficies in nulla parte quantūcumq; producantur possunt concurrere.

C Sint due linee. a. b. & a. c. & angulariter contingentes in puncto. a. equidistantes duabus lineis. d. e. & d. f. & angulariter contingentibus in puncto. d. & nō sint in superficie vna; dico earum superficies in quacūq; partem & quantūcumq; pertrahantur nunq; concurrere. Protrahatur & n. a puncto. d. per docet. s. huius perpendicularis ad superficiem duarum linearum. a. b. & a. c. & sit. d. g. & a puncto. g. ducatur. g. b. equidistans. a. b. & g. k. equidistans. a. c. & erit. ex diffinitione utroq; duorū angulorum. d. g. b. d. g. k. rectus & per. 9. erit linea. d. f. equidistans linee. g. k. & linea. d. e. equidistans linee. g. b. quare per vltimam partem. 19. primi utroq; duorū angulorum. e. d. g. f. d. g. erit rectus ideoq; per quartā huius linea. d. g. erit perpendicularis ad superficiem duarum linearum. d. e. & d. f. & cūq; ipsa eadē sit etiam ex ypothesi perpendicularis ad superficiem duarum linearum. a. b. & a. c. igitur ex premissa liquet quod est propositum.

Propositio .16.



Si duas superficies equidistantes vna superficies secet cōes earū sectiones equidistantes erunt.

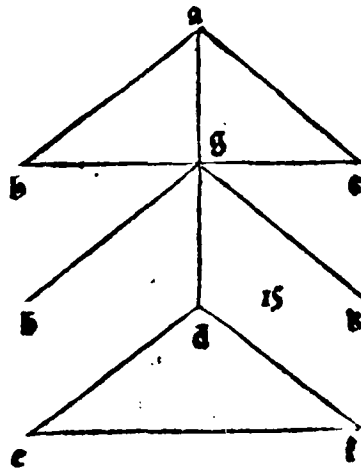
Constat equidem ex tertia q; vna superficie quascūq; duas superficies equidistantes secante cōmunes earū sectiones erunt due linee recte que cū sint ambe sitae in superficie secante. si ipse non fuerint equidistantes ponantur ad quodlibet vnum punctum concurrere erit itaq; vt vnus atq; idem punctus sit in vtraq; illarum duarū sectionum cōmuniū cūq; vna illarū cōmuniū sectionum sit in vna duarum superficialiū sectarū & reliqua in altera. sequitur superficies illas que posite sunt esse equidistantes concurrere. hoc autē impossibile est. Erunt igitur cōes earum sectiones equidistantes quod est propositum. **E**x hac & premissa potes elicere conclusionem vnam similem. 30. primi videlicet istam. Si fuerint due superficies vni equidistantes ipse quoq; erunt adinuicem equidistantes. Positis enim tribus superficialibus quarum vtraq; duarum extremarum equidistat medie dico q; necesse est ipsas extremas equidistare adinuicem. Secentur omnes ille tres superficies duabus superficialibus se quoq; inuicem secantibus erunt. ex hac 26. cōes sectiones duarum extremarū superficialiū equidistantes sectionibus medie; quare ex. 30. primi ipse etiam sectiones duarum extremarum superficialium erunt equidistantes adinuicem. Et quia ipse contingunt se in cōmuni sectione duarum superficialium tres positas superficies secantium ex premissa euidenter constat quod diximus.

Propositio .17.



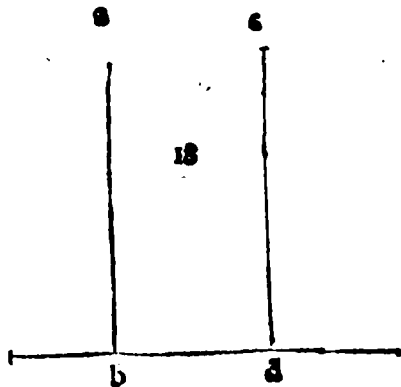
Si superficies tres vel plures equidistantes duas rectas lineas seinuicem contingentes vel equidistantes secant illarum linearum portiones proportionales esse probantur.

Intelligantur enim due recte linee penetrantes qualitercūq; contigent tres superficies equidistantes aut etiam plures tribus. dico itaq; duas portiones illarum linearum inter quaslibet duas superficies interceptas proportionales esse quibusque duabus inter alias duas ex illis equidistantibus superficialibus interceptis. Coniungan-



tur enim due extremitates illarum duarum linearum ducta inter earum linea una diagonaliter erit; hec diagonalis cum vtraque illarum duarum penetrantium superficies propositas in superficie una illas equidistantes superficies positas secante. si ergo harum superficierum communes sectiones que premissam erant equidistantes cogitatione protraxeris ex prima parte secunda de sexti constabit propositum.

Propositio .18.



In superficie assignata orthogonaliter steterit linea: omnis superficies a linea illa quouslibet ducta ad eandem assignatam superficiem erit orthogonaliter erecta.

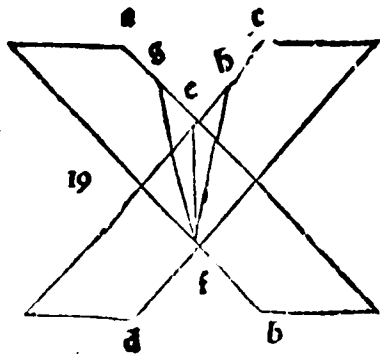
Sit enim linea. a. b. erecta perpendiculariter super assignatam superficiem et a linea. a. b. producatæ superficies quorū libuerit: quam dico super propositam superficiem esse perpendiculariter erectam. ¶ Cum enim ipsa faciat superficiem assignatam: erit eam communis sectio linea recta ex. 3. huius. sitq. b. d. in hac ergo cōi sectione signato puncto quolibet qui sit. d. extrahatur ab eā. in superficie que producta est a linea. a. b. linea quedam perpendicularis ad lineam. b. d. que sit. d. c. eritq. ex secunda parte. 18. primi linea. c. d. equidistans lineæ. a. b. adeoque. ex. 8. huius linea. c. d. est et perpendicularis ad superficiem propositam. ¶ Quia ergo hoc modo quolibet linea protrahitur orthogonaliter a quolibet puncto lineæ. b. d. ad ipsam lineam. b. d. in ipsa superficie que producta est a linea. a. b. est perpendicularis ad propositam superficiem ex diffinitione superficiei supra superficiem orthogonaliter erectæ: constat verum esse quod propositum est.

Propositio .19.



Due superficies se invicem secantes supra unam superficiem erecte fuerint orthogonaliter cōis earum sectio ad eandem superficiem perpendicularis erit.

Sint due superficies. a. b. et c. d. se invicem secantes erecte orthogonaliter super assignatam superficiem sitq. cōis earum sectio linea recta. e. f. hanc dico esse perpendicularem ad assignatam superficiem. Alioquin a puncto. f. qui est communis terminus sectionum duarum superficierum se invicem secantium. et tertie superficiei secte producatæ una linea recta que sit. f. g. in superficie. a. b. perpendicularis ad superficiem assignatam. et itaq. ab eodem puncto ducatur alia perpendicularis ad eandem superficiem que sita sit in superficie. c. d. et ipsa sit. f. h. Erunt q. due lineæ. f. g. et f. h. orthogonaliter insisteres super punctum unum ad superficiem assignatam: hoc autem impossibile per. 13. huius. ¶ Tales autem lineas posse protrahi a puncto. f. in vtraque duarum superficierum. a. b. et c. d. cum. e. f. non fuerit perpendicularis ad assignatam superficiem dubitare non cōvenit. ¶ Intelligatur quidem linea. f. b. cōis sectio superficiei. a. b. et superficiei assignate. Et linea. f. d. superficiei. c. d. et superficiei assignate. Si igitur linea. e. f. fuerit perpendicularis ad vtranque duarum linearum. f. b. et f. d. ipsa etiam erit perpendicularis ad superficiem assignatam ex quarta huius. Si autem ad neutram sit. f. g. perpendicularis ad. f. b. et f. h. perpendicularis ad. f. d. deinde a puncto. f. protrahe in superficie assignata unam lineam perpendicularem ad lineam. f. b. que ex diffinitione superficiei super per aliam superficiem orthogonaliter erecte cum linea. f. g. continebit angulum rectum: per quartam igitur huius erit linea. f. g. perpendicularis ad superficiem assignatam. ¶ Eodem quoque modo protrahatur alia linea a puncto. f. in superficie assignata que sit perpendicularis ad lineam. f. d. sequetur ex diffinitione predicta et ex quarta huius lineam. f. h. esse perpendicularem ad superficiem assignatam quod est impossibile per. 13. huius. ¶ Quod si confiteare lineam. e. f. esse perpendicularem ad lineam. f. b. sed non ad lineam. f. d. sequetur modo consimili duas lineas. e. f. et f. h. esse perpendiculares ad superficiem assignatam: quod nihil minus est impossibile.



Propositio .20.



I tres anguli superficiales solidi angulus contineat illozū trium angulozū quoz duo pariter accepti reliquo sunt maiores.

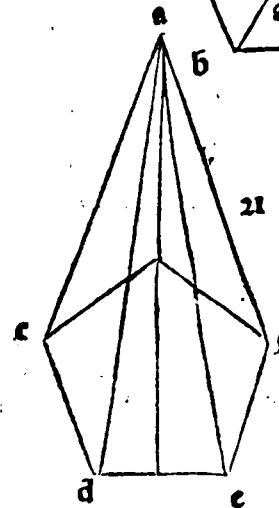
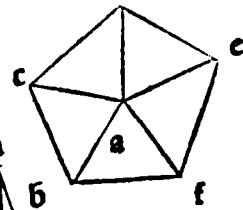
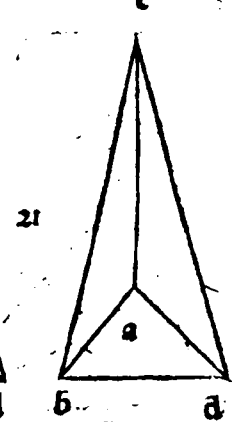
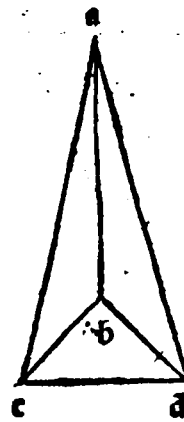
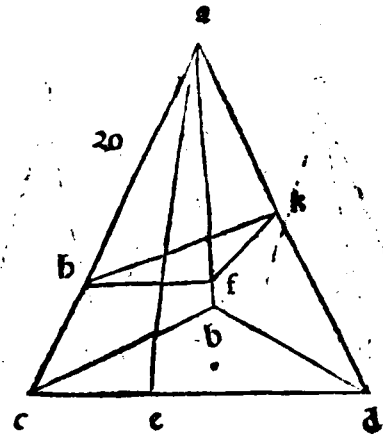
Sint tres linee .a.b.a.c.a.d. pyramidaliter erecte supra superficiem .b.c.d. continentes tres superficiales angulos ex quibus solidus perficitur angulus in puncto .a. dico quoslibet duos ex ipsis superficialibus angulis solidum angulum in puncto .a. constituentibus pariter acceptos tertio esse maiores. ¶ Si enim hi tres anguli superficiales fuerint sibi inuicem equales; aut si duo tantum equales tertio existente minore utrobique duorum equalium constat per eam scientiam verum esse quod dicitur. ¶ Quod si eorum unus utrobique duorum reliquorum maior fuerit siue illi duo ponantur equales siue non equales adhuc constat illum maiorem cum utrobique duorum reliquorum pariter acceptorum tertio esse maiorem. Sed si illos duos minores pariter acceptos hoc tertio qui maior utrobique ponitur esse maiorem sic collige. ¶ Esto .n. trium propositorum angulorum superficialium angulis .c.a.d. maior utrobique reliquorum duorum. Ex ipso ergo abscindam angulum .x.a.d. equalem angulo .b.a.d. protracta linea .a.c. Et sumatur ex hac linea .a.c. linea .a.g. ex linea .a.b. linea .a.f. quas ponam esse equales. Et protractam lineam a puncto .g. qualitercumque contingat in superficie duarum linearum .a.c. .f.a.d. quousque secet .a.c. in puncto .h. .f.a.d. in puncto .k. si ipsa sit .h.g. .k. Et producam lineas .f.b. .f.g. .k. Cū sit igitur .a.f. equalis .a.g. posita .a.k. cōi erit per quartam primi .f.k. equalis .k.g. Et quia ex .20. primi due linee .b.f. .f.g. .k. sunt maiores linea .b.k. erit per conceptionem .b.f. maior .b.g. ideoque per .21. primi cū sit linea .a.f. equalis lineis .a.g. erit angulus .f.a.b. maior angulo .b.a.g. per conceptionem igitur constat duos angulos .b.a.f. .f.a.k. pariter acceptos esse maiores angulo .b.a.k. quod erat demonstrandum.

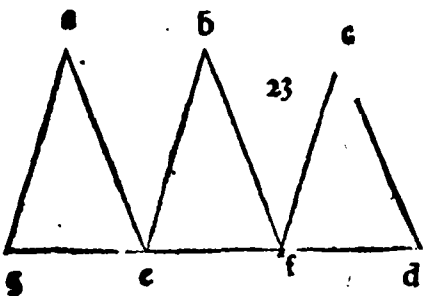
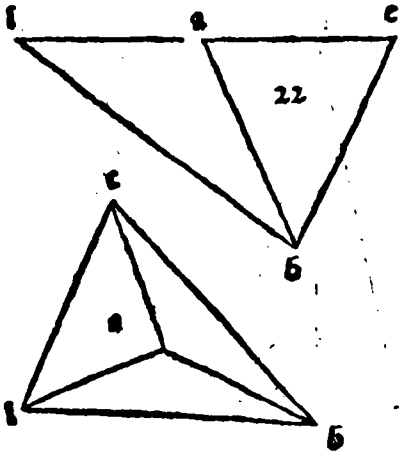
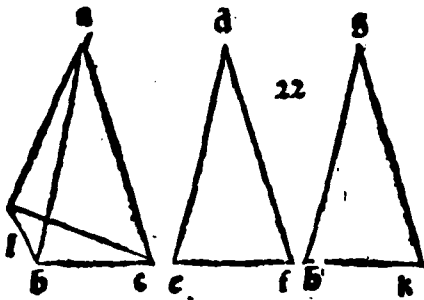
Propositio .21.



Angulus solidus quatuor rectis angulis minor esse probatur.

Anguli solidi quantitas ex angulorum superficialium ipsum solidum continentium quantitate determinatur hec ergo .21. proportionaliter proponitur quoz quoslibet superficiales angulos solidum quēlibet continentes pariter acceptos quatuor rectis angulis esse minores. ¶ Sit enim triangula pyramis .a.b.c.d. cuius supremus angulus cum possit esse quilibet suorum angulorum hic tñ sit .a. De quo dico quod tres superficiales anguli ipsum .a. continentes tres minores quatuor rectis. ¶ Constat enim ex .31. primi .9. angulos trium triangulorum hanc pyramidem circūstantium si ipsi sunt .a.b.c.a. .c.d.a. .d.b. esse equales sex angulis rectis de tribus aut angulis basis eius quod est triangulus .b.c.d. constat quoque per eadem quod ipsi sunt equales duobus rectis. ¶ Cum igitur sex anguli trium triangulorum predictorum hanc nostrā pyramidem de cuius supremo angulo disputamus circūstantiū qui in sex anguli cū tribus angulis basis reliquos tres angulos solidos pyramidis continent; sint ex pmissa ter assumpta maiores tribus angulis basis sequitur ipsos sex angulos esse maiores duobus rectis. Ex nouē igitur angulis trium triangulorum pyramidem circūstantium his sex angulis demptis erunt ex cōi scia reliqui tres si ipsi sunt qui constituunt solidum angulū .a. minores .4. rectis. ¶ Si autem angulus .a. supremus in assumpta pyramide pluribus angulis superficialibus quā tribus contineat quod erit pmi multitudinē angulozū siue basis eius igitur oēs anguli oīum triangulorum ipsam pyramidem circūstantiū piter accepti sint ex .31. primi tot rectis angulis equales quātus est numerus angulozū siue basis duplicatus eo quod tot necesse est esse triangulos pyramidem circūdanter quot fuerint anguli siue basis. Cūq. omnes anguli siue basis sint tot rectis angulis equales quātus est numerus angulozū suorum duplicatus demptis inde .4. ut in .31. primi demonstratum est. Cumq. igitur omnes an





guli triangulorum piramidem circūdantium qui super latera basis ipsius piramidis consistunt pariter accepti sint maiores omnibus angulis basis pariter acceptis ut euidenter constat ex pmissa totiens quot angulos basis habuerit repetita adhuc necessario sequitur ex cōmuni scientia superficiales angulos solidum angulum a continenter pariter acceptos esse minores quatuor rectis eoque minores quo omnes anguli trigonōis piramidem circūdantium qui super latera basis statute piramidis consistunt excedunt omnes angulos basis pariter acceptos.

Propositio 22.



Stres anguli superficiales quorum quicq; duo pariter accepti tertio sint maiores cunctis sibi inuicē equis lineis contineantur de tribus basibus angulos illos ab ipsarum linearum equalium terminis subtendentibus triangulum sublinui vel constitui possibile est.

Sint tres superficiales anguli .b.a.c.e.d.f.h.g.k. ut proponitur: tales videlicet ut quicq; duo eorum tertio sint maiores. ¶ Sintq; sex latera eos continentia equalia que sint .a.b.a.c.d.e.d.f.g.h.g.k. ¶ Subtendantur eis tres bases que sint .b.c.e.f. h.k. ¶ Ex his ergo tribus basibus triangulum alicui constitui posse. ¶ Esto enim angulus .b.a.d. equalis angulo .d.e.f. linea .a.l. lineę .d.e. ¶ protrahantur .l.b.l.c. eritq; ex .4. primi lineę .l.b. equalis lineę .e.f. Ex ypothesi vero constat totalem angulum .a. esse maiorem angulo .g. erant .n. quia duo ex tribus angulis .b.a.c.d. ¶ g. tertio maiores. Igitur ex .14. primi lineę .l.c. lineę .h.k. est maior. Cūq; sint ex .10. primi due lineę .l.b. ¶ g. .b.c. maiores lineę .l.c. sequitur duas lineas .l.b. ¶ b.c. esse multo fortius maiores lineę .h.k. ¶ Quia igitur .l.b. est equalis .e.f. erant due lineę .b.c. ¶ e. maiores lineę .h.k. Constat itaq; hoc modo quāq; duas lineas ex tribus lineis .b.c.e.f.h.k. esse longiores tertia. Igitur ex .22. primi cōstat verum esse quod dicitur. Hoc dūtaxat addito q; si duo anguli .b.a. ¶ c.d. pariter accepti sint equalēs duobus rectis erūt due lineę .l.a. ¶ a.c. ex .14. primi lineę vna; que cum sit equalis ex ypothesi duabus lineis .g.b. ¶ g.h. que ex .10. primi longiores sunt lineę .h.k. cūq; ex eadē lineę due .l.b. ¶ b.c. sint longiores lineę .l.c. sequitur ut prius .b.c. ¶ e.f. pariter acceptas esse longiores .h.k. At si duo p̄dicti anguli sint maiores duobus rectis erūt ex .22. p̄mi due lineę .a.l. ¶ a.c. idēq; ¶ due .g.b. ¶ g.h. breuiores duabus que sint .l.b. ¶ b.c. quare ut prius .b.c. ¶ e.f. pariter acceptę sint longiores lineę .h.k.

Propositio 23.



Tribus angulis superficialibus propositis quorum quicq; duo pariter accepti tertio sint maiores oēs aut tres simul quatuor rectis angulis minores: ex tribus illis equalibus qualescūq; sint solidum angulum constituere.

Sint propositi tres anguli superficiales qui sint .a.b.c. de tribus illis equalibus volumus vnum solidum angulum constituere. ¶ Oportet igitur ex .10. huius ut quicq; duo eorum pariter accepti tertio sint maiores ¶ ex .21. huius ut omnes pariter accepti quatuor rectis angulis sint minores ex ipsis itaq; sint hec posita: latera vero eos continentia eā ad inuicem sint equalia eisq; subtendantur tres bases ¶ ipse sint .d.e.e.f. ¶ f.d. eritq; ex p̄missa possibile de tribus lineis his basibus equalibus triangulum constitui. ¶ Sit igitur ex eis constitutus secundum doctrinam .22. primi triangulus .d.e.f. cui sicut docuit quinta quarti circūscribatur circulus .d.e.f. supra centū .g. ¶ protrahantur .g.d. ¶ g.e. ¶ g.f. ¶ cum sint ad inuicem equalēs ex diffinitione circuli lateraq; tres p̄positos angulos ambiētia eā lia ex ypothesi necesse est ut earum quēlibet quolibet illorum laterum sit minor equalem autem aut maiorem esse ē impossibile. Si enim lineę exiens a centro .g. ad circūferētiā circuli .d.e.f. esset equalis alicui lateri

a. d. a. e. b. e. b. f. e. f. c. d. sequeretur propterea que posita sunt annuente. B. primi tres angulos. a. b. c. ppositos et equales tribus angulis. d. g. e. e. g. f. f. g. d. cum hi tres sint equales quatuor rectis angulis ut facile patet ex. 13. protracta paulisper vna linearum exientium a centro ad circūferentiam in continuum et directum essent et tres anguli. a. b. c. equales et quatuor rectis quod est contra posita. ¶ Quod si esset maior superpositis tribus tri angulis quorum sunt anguli. a. b. c. tribus triangulis diuidentibus triangulum. d. e. f. vnoquoque illi cum quo comunicat in basi ita q. bases superponantur basibus equales videlicet equalibus et anguli. a. b. c. cadant ad partem puncti. g. sequeretur ex. 11. primi tres angulos. a. b. c. et maiores tribus qui sunt. d. g. e. e. g. f. f. g. d. essent itaq. maiores quatuor rectis quod est amplius contrarium positis. ¶ Reliquitur itaq. vnum quodq. ex sex lateribus tres ppositos angulos ambientibus maius est se linea egrediente a centro. g. ad circūferentiam. d. e. f. ideoq. et potentius. ¶ Sit igitur potentius in linea. g. h. que sit secundum 11. huius orthogonaliter erecta super superficiem trianguli vel circuli. d. e. f. Demittanturq. tres ypothemise. h. d. h. e. h. f. quas dico continere angulos tres superficiales equales tribus ppositis constituentes angulum solidum in puncto. h. Cum enim quadratum linee. a. d. sit equale duobus quadratis duarum linearum. d. g. et g. h. ex ypothesi. At quadratum linee. d. h. sit eque eisdem ex penultima primi necesse est linea. a. d. et equali linee. d. h. Eodemq. modo et linea. a. e. linee. e. h. igit ex. 8. primi cum bases et sint equales erit angulus. a. equalis angulo. d. h. e. Si militer quoq. erit angulus. b. equalis angulo. e. h. f. et angulus. c. equalis angulo. f. b. d. quare constat factum et quod facere disposuimus.

Castigator.

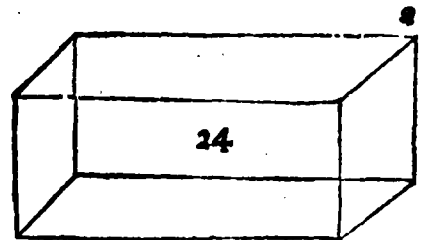
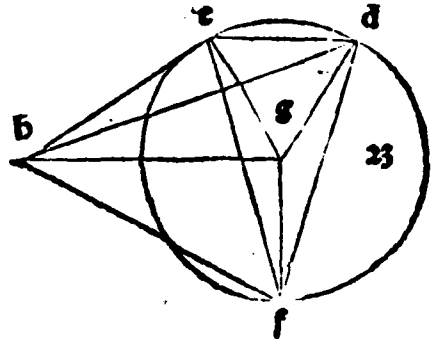
a ¶ Quia cum triangulus. d. e. f. sit constitutus ex tribus lineis equalibus illis tribus basibus presupponitur latus. e. d. huius trianguli. d. e. f. et equali illi basi. d. e. subtense angulo. a. Et ideo p. 8. primi concludit de angulis.

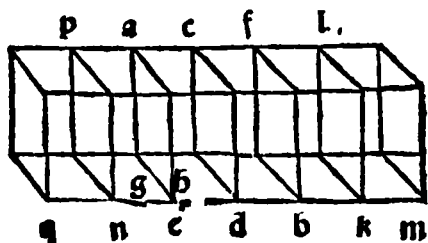
Propositio .24.



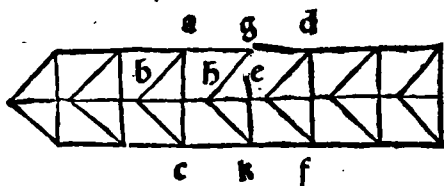
¶ Superficiebus equidistantibus solidus continetur eius opposite superficies sibi inuicem equales sunt et equidistantium laterum.

¶ Quicquid dicant alii solidum equidistantibus superficiebus contentum superficiebus paribus necesse est contineri que sicut esse non possunt pauciores sex ita possunt esse in omni numero pari senarium excedere. ¶ Constat enim columnam exagonam posse. 8. superficiebus que bine et bine opposite sibi inuicem equidistant contineri: sic quoq. octogonam .10. et decagonam .12. et ad istarum similitudinem in infinitum. ¶ Sed horum omnium solidorum equidistantibus superficiebus contentorum que infinita esse pronuncio solum illud dicitur parallelogramum cuius omnes superficies ipsum ambiens parallelograme sunt et illud sex superficiebus duntaxat necesse est ambi. De tali itaq. quod sex tantum superficiebus ambitur dico debere intelligi q. hec. 24. proponit. Sit igitur tale solidum corpus. a. b. cuius omnino superficies fac ut solido habitu mente comprehendat patebitq. tibi vnāquāq. earū quatuor ex reliquis secare. Cuius quatuor latera cum sint communes sectiones ipsius secantis et quatuor sectionum. Sint autem ille quatuor secte bine et bine secundum q. ad inuicem opponuntur equidistantes ex ypothesi sequitur ex. 16. bis assumpta ut quatuor latera huius superficiei secantis et quatuor sectionum sint adinuicem bina et bina equidistantia. Constat itaq. secundum. ¶ At vero ex. 34. primi manifestum est omnia latera opposita istarum sex superficierum esse equalia. ¶ Erunt igitur bina latera angulum planum continentia cuiusq. earum equalia binis lateribus angulum planum in superficie sibi opposita continentibus. Anguli quoq. ab illis binis et binis lateribus contenti equales p. 10. huius igit ex cōuersa penultime cōis scie in pmo libro posite necesse est quasq. duas superficies i solido. a. b. oppositas et sibi inuicem equales quod est ppositum.

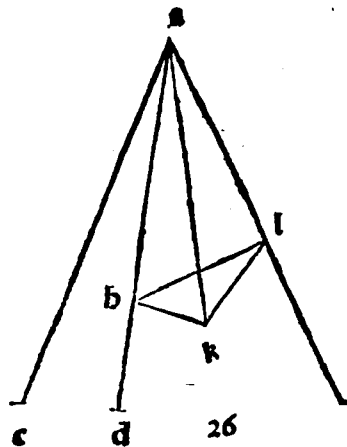




26



25



26

Propositio 25.



Superficies quedam fecet solidum parallelogrammum equidistanter duabus ipsius solidi superficiibus oppositis duo partialia corpora que ad illam secantem superficiem velut ad communem terminum copulantur suis basibus sunt proportionalia.

Sit corpus, a. b. solidum parallelogrammum & fecet ipsum superficies, c. d. equidistanter duabus eius oppositis superficiibus que sunt a. e. & f. b. & sit superficies, g. b. basis ipsius solidi, a. b. de qua constat p premissam & ipsa sit equidistantium laterum. Et sit communis sectio duarum superficierum, c. d. & g. b. linea, h. d. de qua constat per. 3. huius g. ipsa sit linea recta & per. 16. huius g. ipsa sit equidistans, g. e. idcoq. sunt due superficies, g. d. & h. b. equidistantium laterum & ipse sunt bases duorum partialium corporum in que superficies, c. d. diuidit solidum, a. b. Dico itaq. q. proportio solidi, a. d. ad solidum, b. c. sicut basis, g. d. ad basim, h. b. Protrahantur enim vtrinq. quantum libuerit, quatuor linee penetrantes superficiem, c. d. super eius angulos & ipse sunt, a. f. & e. b. cum duabus reliquis sibi equidistantibus. Sumanturq. ex eis omnibus portiones ex parte puncti, b. quot libuerit que ponantur singule equales linee, b. d. & ex parte puncti, e. alie similiter quot libuerit que ponantur equales linee, e. d. sup quas vtrinq. constituantur solida parallelogramma secundum suarum longitudinem exigentium. Sintq. ex pte puncti, b. solida, f. k. & l. m. & ex parte puncti, e. solida, a. n. & q. p. Eritq. ex diffinitione corporum equalium atq. similium vnum quodq. solidorum, f. k. & l. m. equale solido, e. b. & vnu quodq. a. n. & q. p. est equale, a. d. Fiat igitur argumentum quemadmodum in prima sexti. Est enim solidum, c. m. ita multiplex solidi, b. c. sic basis, h. m. basis, h. b. & solidum, q. c. ita multiplex solidi, a. d. sic basis, q. b. basis, g. d. & si basis, h. m. est equalis basi, q. b. solidum, e. m. est, equale solido, q. c. ex diffinitione corporum equalium atq. similium & si basis est minor basi & solidum est minus solido & si maior maius quod patet ex diffinitione eadem refecata maiori basi ad equalitatem minoris & descripto super eam solido parallelogrammo, itaq. ex diffinitione incontinue proportionalitatis proportio solidi, a. d. ad solidum, c. b. sicut basis, g. d. ad basim, h. b. quod est propositum. **¶** Quod si superficies aliqua fecet corpus seratile equidistanter duabus eius triangularibus superficiibus oppositis duo partialia corpora que ad illam secantem superficiem velut ad communem terminum copulantur suis basibus erunt proportionalia. **S**it enim, a. f. corpus seratile cuius sint due trigone superficies, a. b. c. d. e. f. Constat igitur ex diffinitione seratilis vnāquāq. trium superficierum que sunt, a. b. d. e. b. c. e. f. a. c. d. f. esse parallelogrammum. Secet igitur superficies, g. h. k. istud seratile equidistanter duabus eius oppositis superficiibus que sunt, a. b. c. d. e. f. dico q. proportio seratilis, a. k. ad seratile, g. f. est sicut basis, a. k. ad basim, g. f. quod sicut de solidis parallelogramis probatur. Protractis enim in vtrāq. partem lineis, a. d. b. e. c. f. factisq. inter eas ex parte puncti, e. seratilibus equalibus seratili, g. f. & ex parte puncti, b. aliis equalibus seratili, a. k. vtrinq. quouis numero ex diffinitione incontinue proportionalitatis, si ad ista vigili mente perlustres non erit tibi difficile cōcludere qd diximus.

Propositio 26.



Super datum punctum date linee angulo solido proposito equalem angulum solidum constitutere. **S**olidus angulus propositus sit, a. qui contineat tribus lineis, a. b. a. c. a. d. tres superficiales angulos ipsi in solidū perficientes continentibus cui super punctum, e. linee, c. f. propositae que ad libitū pponentis iaceant aut in sublimi consurgat iubemur equalē angulū solidū constitutere qualiscūq. sit situs lineae, e. f. a puncto, g. vbiq. volueris signato; producto lineā, g. e. erunt q. ex secda huius due linee, e. f. & g. e. in superficie vnā. In hac itaq. superficie

super punctum. e. datum in assignata linea secundum consilium. 33. Primi
constitue angulum eqlem angulo. b. a. c. & ipse sit. f. e. g. dehinc ex linea.
a. d. absconde lineam. a. b. sicut volueris & a puncto. h. producto ppendicu-
larem. h. k. ad superficiem in qua sunt due linee. a. b. & a. c. quod qualiter
faciendum sit. n. huius docuit. Nec sit igitur tibi cura de puncto. k. Nihil. n.
refert ut ppendicularis. b. k. occurrat superficie in qua sunt due linee. a. b.
& a. c. inter ipsas lineas aut extra aut in ea; altera ducito tri lineam. a. k.
postea puncto. l. in linea. a. b. vbiq; volueris ptrahe lineas. k. l. & l. b. &
pone angulum. f. e. m. in superficie lineas. e. f. & e. g. equalem angulo. b. a.
& lineam. e. m. equalē lineae. a. k. & ex linea. e. f. sume lineam. e. p. equa-
lem lineae. a. l. & a puncto. m. educ lineam. m. n. ppendicularem ad superfi-
ciem in qua sunt due linee. e. f. & e. g. & pone eam equalē. b. k. & protra-
he lineas. e. n. n. p. & p. m. dicq; igitur tres lineas. e. f. e. g. e. n. continere an-
gulum solidū in puncto. e. equalē angulo. a. pposito. Cum sint enim ex
ypothesi duo latera. a. k. & k. h. trianguli. a. k. b. equalia duobus lateribus
e. m. & m. n. trianguli. e. m. n. & anguli qui sunt ad. k. & ad. m. recti ex dif-
finitione linee perpendiculariter erecte supra superficiem. Erunt ex quare-
ta primi due linee. a. b. & e. n. equalēs. Per eandem quoq; erunt due linee
k. l. & m. p. equalēs. Ideoq; & p eandem. h. l. & n. p. equalēs; cum sint. h.
k. & k. l. equalēs. m. n. & m. p. & anguli. h. k. l. & n. m. p. recti p. s. igitur pri-
mi erit angulus. n. e. p. equalis angulo. b. a. l. Simili quoq; mō probabis
angulum. g. e. n. esse equalē angulo. c. a. d. Constat itaq; nos effecisse quod
volumus. Huic si studiosus insisteris quotcūq; lateribus. a. solidus angu-
lus ppositus cōtineatur quod a te petit sine offendiculo perficere poteris.

Castigator.

a ¶ Non mireris de puncto. g. si ad libitum ponatur & linea. g. e. ptra-
tur hoc. n. sit ut habeatur superficies ex secunda huius in qua angulus sup-
ficialis finietur & c. etiam per primam huius si punctus. g. directe obtineat
puncto. e. tūc fieret linea vna q̄ tota ēēt in eodē plano siue i eadē superficie.

Propositio 27



Super assignatam lineam dato solido equidistan-
tium superficierum simile solidum constituere.

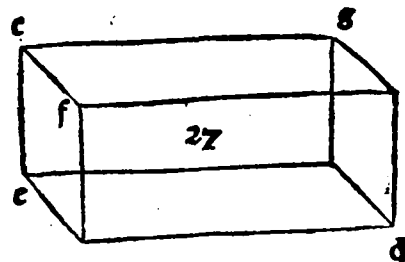
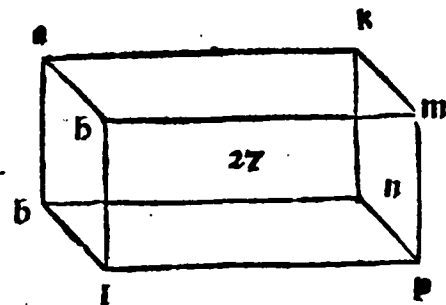
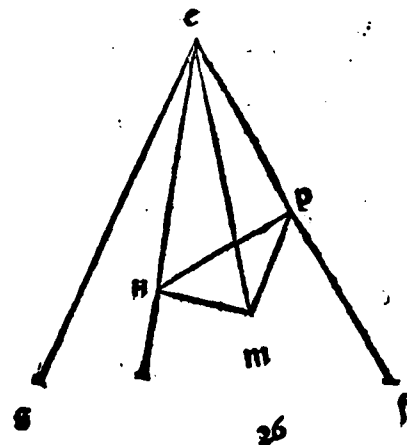
¶ Sit assignata linea. a. b. de cuius situ utrum in plano
iaceat vel sursum exurgat nihil curetur; sitq; assignatum
parallelogramum solidum corpus. c. d. cui super lineam
a. b. inbemur simile solidum fabricare. Sint igitur tres li-
nee continentes superficiales angulos ex quibus componitur solidus an-
gulus. c. inscripse litteris. c. e. f. g. At secundum precepta premisse super
punctum. a. lineae. a. b. constituatur angulus solidus equalis. c. quem con-
tineant tres linee. a. b. a. b. a. k. & auxilio. 10. sexti sit proportio. c. e. ad. a. b.
& c. f. ad. a. h. & g. c. ad. a. k. proportio vna. Dehinc a tribus punctis. b. h.
k. protrahantur sex linee. h. l. equidistans lineae. a. b. & b. m. equidistans li-
neae. a. k. iterum. b. l. equidistans lineae. a. h. & b. n. equidistans lineae. a. k.
¶ Rursus quoq; k. n. equidistans. a. b. & k. m. equidistans. a. h. Amplius
autem protrahantur. m. p. equidistans. b. l. & p. l. equidistans. b. m. pro-
trahatur quoq; & linea. p. n. eritq; completum solidum parallelogramum
a. p. quod dico esse simile solido. c. d. Hoc autem ex diffinitione similium
superficierum & diffinitione similium corporum si earum memineris
facile concludes.

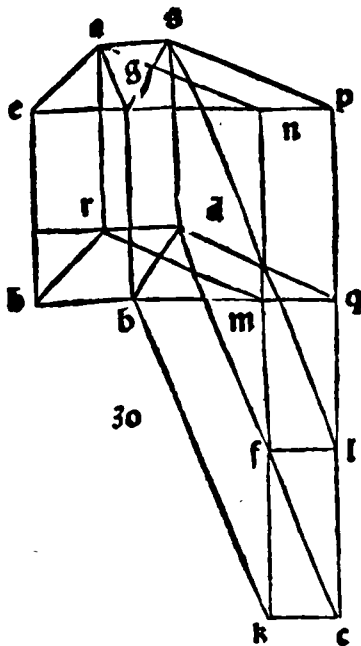
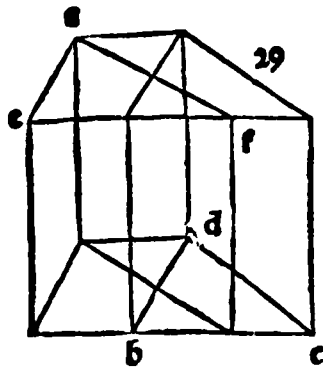
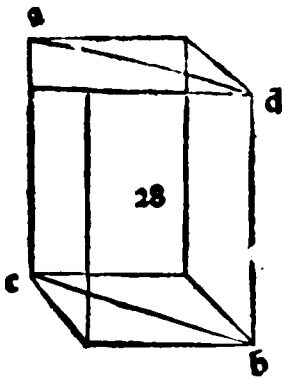
Propositio 28.



¶ Superficies aliqua solidum parallelogramum su-
per duas quasilibet oppositas superficies eius ter-
minales & super earum duas diametros secet eā-
dem superficie corpus illud p̄ eāta secare necesse est.

¶ Sit corpus. a. b. solidum parallelogramum de quo sit
positū q̄ superficies. a. b. c. d. secet ipsum sup diametros duas
superficies oppositas solidum ipm terminantiū que sint. a. d. & c. b. dico





q ipsa diuidit istud solidum propositum per equalia. Cōstat enim q ipsa diuidit illud solidum in duo seratilia quorum superficies quadrilateras binas & binas adinuicem relatas secundum q ipse sunt opposita latera soli di propositi manifestum est ex. 24. huius ēē equalis cum solidum de quo loquimur possum sit esse parallelogramum. Ex eadem quoq. &. 41. pmi constat trilateras superficies dictorum seratiliū esse equalis. ¶ Igitur a diffinitione solidorum equalium liquet quod propositum est.

Castigator.

a ¶ Quia triangulus formatur sup vnum latus superficie oppositarum & super idem formatur eadē superficies opposita. Et ideo per. 41. sunt eq les dicti trianguli quoniam sunt medietates illarum superficialium per communem scientiam. 2. in primo libro.

Propositio. 29.



Encta solida equidistantium superficialium eque alta atq; in eadem basi super vnam lineam consti tuta probantur esse equalia.

¶ Verum est q solida equidistantium laterum eque alta siue inter superficies equidistantes super vnam & eandem basim constituta sunt adinuicē eq̃lia sicut de superficiebus equidistantium laterū sup vnam basim & inter lineas equidistantes consti tuta vt in. 35. primi demonstratum est. Sed talium solidorum quedam dicuntur constitui super lineam vnam & sunt illa quoz; suprema; sup ficiem duo opposita latera sunt fm rectitudinem protracta linea vna & de talibus bec. 29. proponit demonstrandum ipsa omnia esse equalia ad inuicem. Sunt autē eoz; alia que non dicuntur constituta sup lineam vnam & sunt illa quoz; suprema; superficie; duo latera opposita quecūq; sumantur fm rectitudinem ptracta nō sunt linea vna & de talibus sequēs demonstrandum pponet ipsa quoz; oia esse adinuicem equalia. ¶ Sint itaq; duo solida parallelograma eque alta siue inter superficies equidistan tes. a. b. &. a. c. constituta super vnam basim que sit. a. d. quoz; supreme su perficies sint. e. b. &. f. c. Sintq; harū supremarum superficie; duo latera op posita cum secundum rectitudinem protrahantur, linea vna & ipsa sint. e. f. &. b. c. dico itaq; q solida a. b. &. a. c. sunt equalia; hoc autē si figuram eius secundum q oportet actu vel cogitatione fabricaueris & quemadmodū in. 35. primi b processeris idem faciens hic de seratilibus quod ibi de trian gulis facile concludere poteris occurruntq; tibi hic eodem diuersitates in solidis que ibi in superficiebus occurrisse nouisti.

Castigator.

b ¶ Quoniam seratilia hic in que resoluitur ista duo solida parallelogra ma sunt omnia adinuicem equalia per diffi. corpo; equalium atq; simi lium & tunc per eōem scientiam quoz; dimidia sunt equalia tota quoz; equalia esse, quia illa seratilia semper sunt dimidia illorum parallelogra morum. Ideo & cetera.

Propositio 30.



Encta solida equidistantium superficialium eque alta que in eadem basi non autem super lineam vnam fuerint constituta probantur esse equalia.

¶ Sint nunc duo solida parallelograma eque alta siue inter superficies equidistantes sintq; super vnam & eandem basim sed non super lineam vnam constituta; dico. itez; ea ēē equalia. ¶ Esto enim duo solida palelograma. a. b. &. a. c. eque alta; siue inter superficies equidistantes constituta super vnam basim que sit. a. d. sed nō sup vnā lineā; sintq; eoz; supreme superficie; . e. b. &. f. c. quaz; op posita latera fm rectitudinē ptracta non erit linea vna. Cūq; ipsa ex ypo thesi sint in vna superficie eo q solida pposita sunt inter superficies equidi stantes; necesse est vt duo latera vnius earum ptracta secundum rectitudi nem secent duo alterius eaz; ptracta fm rectitudinē; parabānt itaq; duo

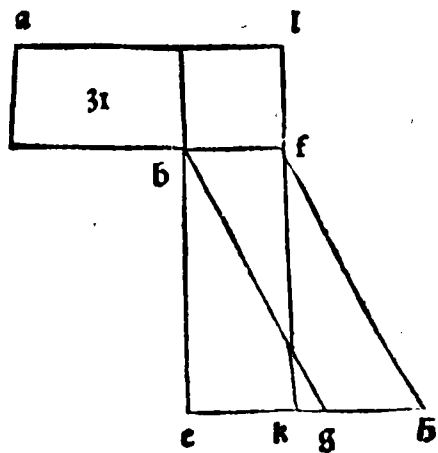
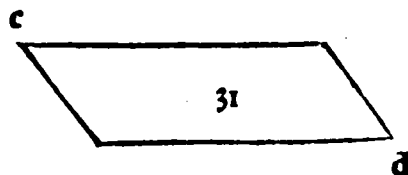
opposita latera superficiei. e. b. que sunt. e. g. f. h. b. f. duo opposita superficies. f. c. que sunt. k. f. f. c. l. f. fecerit se super quatuor puncta. m. n. p. q. eritq. superficies. m. n. p. q. equidistantium latez. equalis vnicuiq. trium superficierum quaz. vna est basis ppositis solidis: cōis f. ipsa ē. a. d. f. due relique sunt superpre superficies corūde solidoz. f. ipse sunt. e. b. f. c. f. ductis itaq. lineis a quatuor punctis. m. n. p. q. ad quatuor angulos basis. a. d. sibi fm directā habitudinē relatos que sint. n. a. m. r. p. s. q. d. pfectū erit solidū palellogramum. a. q. in eadē basi cū vtroq. duoz. prioz. f. eque altū f. sup lineā vnā cū vtroq. ipsoz. ip premisam igit vtrūlibet duoz. solidoz. pposito. que sunt. a. b. f. a. c. est equale solido. a. q. p conceptionē ergo ē solidū. a. b. egle solido. a. c. qre constat ppositum. ¶ Potes quoq. cōuersas huius f. p misse pbare si libet ducendo ad impossibile. Pones. n. quelibet duo solida palellogama ēē eqlia f. cōstituta sup eandē basim eqdistancia f. demonstrabis ea ēē eque alta. Erūtq. hec f. premissa tue demonstrationis mediū im possibile aut ad qd duces erit: ptem suo toti ēē eglem: qd euidenter patebit si de illo solido qd altius ēē mentit aduersarius cū tñ ambo posita sunt equalia f. sup eandē basim cōstituta vnū solidū palellogramū eque altū demissiori absideris: hoc aut absisum equale ēē demissiori cōuincet ex hac f. premissa. ideoq. f. toti illi a quo ipsum absinderis ex cōi scientia.

Propositio .31.



Solida eqdistantiū superficiez in basibus equis cōstituta si fuerit eque alta lineeqz eoz. angulares supra bases orthogonaliter steterint erunt equalia.

¶ Et hoc quoq. vez. ē q. oia solida palellograma i equis basibus atq. inter superficies eqdistantes siue eque alta cōstituta sunt adinuicē eqlia sicut de superficiebus eqdistantium latez. super euales bases f. inter lineas eqdistantes cōstitutis in .36. primi probatum est. At taliū solidoz. alia sunt quoz. angulares linee super suas bases orthogonaliter erigunt de qbus hec. 31. pponit demonstrādum ea ēē equalia. Alia vero sunt quorum angulares linee super suas bases nō sunt oithogonaliter erecte de qbus sequēs demonstrandū pponit ea ēē equalia. Intelligant itaq. super duas bases. a. b. f. c. d. que sint euales f. eqdistantium latez. nō tñ vnus creatiois. sed sit. a. b. tetragonus longus. f. c. d. similit helmuaym duo solida eqdistantium latez. cōstituta eque alta sintq. linee erecte sup angulos ppositaz. basium perpendiculares ad ipsas dico hec duo solida adinuicē ēē equalia. Protrahant itaq. duo latera basis. a. b. f. sint illa que cōtinent angulū. b. vsq. ad. f. f. e. f. fiat angulus. f. b. g. equalis angulo. c. basis. c. d. f. sumant duelinee. b. f. f. b. g. euales duobus lateribus basis. c. d. q cōtinent angulū. c. f. perficiat superficies eqdistantium latez. b. h. que erit equalis f. similis basi. c. d. Dehinc ptrahatur. h. e. equidistans. b. f. f. k. equidistans. b. e. eritq. quadrilatera superficies. b. k. equidistantium latez. equalis. b. h. ex. 35. primi: cūq. b. h. sit equalis. c. d. erit per cōceptionem. b. k. equalis. a. b. Compleatur itaq. superficies equidistantiū latez. b. l. ptracta linea. k. f. quousq. cōcurrat cū vno ex lateribus cōtineribus angulum. a. in puncto. l. Age ergo vt super tres superficies equidistantium latez. que sunt. b. h. b. k. b. l. cōstituantur eque alta solida solido cōstituto super basim. a. b. sintq. linee oīum solidoz. issoz. erecte super bases perpendiculares ad ipsas f. appellentur bases f. solida super eas constituta eisdem nominibus. ¶ Manifestum est ergo ex diffinitione solidorum equalium atq. similium q. duo solida. b. h. f. c. d. equalia atq. similia sunt ¶ De solidis autem. b. h. f. b. k. constat ex .39. q. ipsa sunt equalia: sunt. enim eque alta f. cōstituta super vnā f. eandem basim f. ipsa est superficies erecta super lineam. b. f. f. super lineam vnā: est autem per. 25. pro portio. a. b. ad solidum. b. l. sicut basis. a. b. ad basim. b. l. f. p eandē solidi. b. k. ad solidum. b. l. sicut basis. b. k. ad basim. b. l. cūq. sit vtriusq. duarum basium. a. b. f. b. k. ad basim. b. l. vna proportio: ex prima parte. 7. quinti erit vtriusq. duorum solidorum. a. b. f. b. k. ad



solidum. b. l. proportio vna igitur ex prima parte none quinti erunt duo solida. a. b. f. b. k. equalia: et quia solidum. b. k. est equale solido. b. b. solidum. b. h. solido. c. d. sequitur ex communi scientia solidum. a. b. esse equale solido. c. d. quod est propositum.

Castigator.

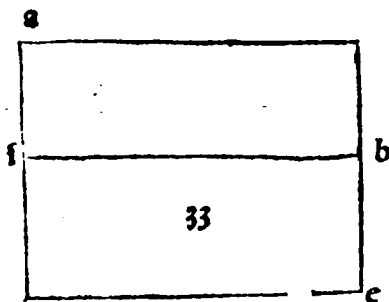
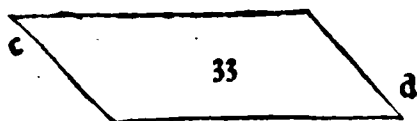
a ¶ Quia imaginatur super totam basim. a. f. vel. e. l. parallelogramm solidum constitutum & superficies erecta super lineam. b. f. equidistanter basibus oppositis ipsum secare.

Propositio .32.



¶ I solida equidistantium superficierum in equis basibus constituta eque alta fuerint linee autem angulares supra bases orthogonaliter non steterint ipsa esse equalia necesse est.

¶ Fabricatis duobus corporibus vt proponitur videlicet que sint equidistantium terminorum & eque alta & sup bases equas non autem super bases suas perpendiculariter erecta sed ambo super eas inclinata. Si autem a quatuor angulis supremarum superficierum ipsorum ad bases suas perpendiculares ducantur que ex. 6. erunt singulares equidistantes & etiam ex ypothesi singule singulis equales ipse enim solidorum propositorum altitudinem diffiniunt: & si inter eas solida equidistantium laterum perficiantur constabit ex premissa hec duo solida vltimo constituta esse ad inuicem equalia. Cumq. duorum priorum & duorum posteriorum sint eadem bases videlicet eorum superficies superpremet constet ex. 29. vel. 30. & hac communi scientia: quocumq. equalibus sunt equalia sibi inuicem sunt equalia verum esse quod propositum est. ¶ Ex his potes conuersas huius & premisse eisdem mediandibus indirecte demonstrare si libet eodem modo & ad idem inconueniens sicut in conuersis duarum istas antecedentium deducendo. Pones enim duo solida parallelogramma esse equalia & super equales bases & conuincas ea esse eque alta vel pones ea esse eque alta & equalia & conuincas ea super bases equales.



Propositio .33.



¶ Oia solida equidistantium superficierum eque alta suis basibus sunt proportionalia.

¶ Sint duo solida equidistantium superficierum eque alta constituta super duas bases. a. b. f. c. d. dico q. proportio illorum duorum solidorum vnius ad alterum est sicut proportio suarum basium que sunt. a. b. f. c. d. vnius ad alteram. Constat quidem ex. 34. vtrinq. harum duarum basium esse equidistantium laterum. ¶ Duo igitur latera opposita & equidistantia in superficie. a. b. protrahantur & inter ea fiat superficies equidistantium laterum que sit. f. e. equalis. c. d. Debinc supra superficiem. f. e. compleatur solidum parallelogrammum eque altum ei quod constitutum est super basim a. b. sitq. ambonum communis terminus illa superficies que exurgit super lineam. b. f. hec autem solida & sue bases eisdem nuncupentur nominibus. ¶ Quia igitur basis. f. e. est equalis basi. c. d. erit ex. 31. vel. 32. solidum. f. e. equale solido. c. d. At quia totale solidum. a. e. secat superficies exurgens super lineam. b. f. equidistanter duobus lateribus oppositis erit ex. 25. proportio solidi f. e. ad solidum. a. b. sicut basis. f. e. ad basim. a. b. Cumq. sint c. d. & f. e. tam bases & solida equalia: bases quidem ex ypothesi solida autem ex. 31. vel. 32. Sequit ex. 7. quinti bis assumpta semel p. basibus & semel p. solidis q. solidorum. a. b. f. c. d. basiūq. a. b. f. c. d. sit proportio vna qd demonstrare volumus. ¶ Huius quoq. conuersam eadē ipsa mediāte demonstrare quē admodū conuersas precedentium nō ē difficile. pones enim duo solida para-

lellograma esse suis basibus pportionalia & conuincet ea esse eque alta abscisq; ab eo q; altius mentiet aduersarius vno solido palellogramo eque alto demissiori erunt abscursum & dimissus suis basibus pportionalia ex ypothesi & ex hac. 33. cumq; et erunt totale altius a quo parziale abscursum si ipsum demissus eisdem basibus pportionalia ex ypothesi sequitur ex prima pte. 9. qnti totale q; aduersarius dicit altius & piale qd ab eo abscursum si esse equalia.

Propositio .34.



S duo solida equidistantium superficierum lineis altitudinum super bases orthogonaliter erectis fuerint equalia eorum bases eorundem altitudinibus mutuas esse. Si vero fuerint due bases suis altitudinibus mutue ipsa solida sibi inuicem equalia esse necesse est.

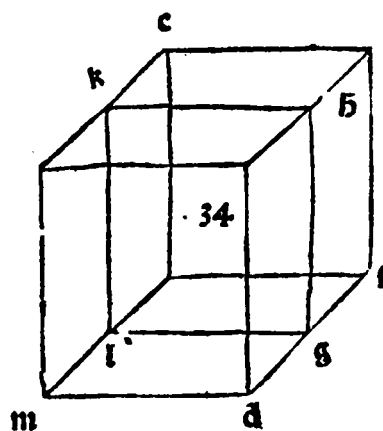
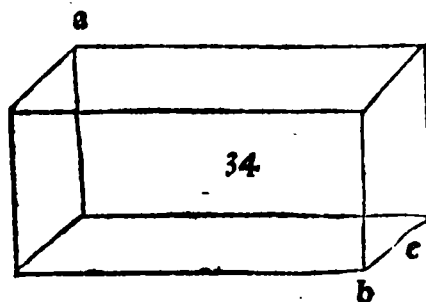
Quocumq; sunt duo solida equidistantium superficierum equalia eorum bases & altitudines necesse est esse mutue scias & econuerso quemadmodum de superficieribus equidistantium latez; equiangulis. 13. sexti proposuit. At tamen hac. 34. istud demonstrandum pponitur de illis solidis palellogramis in quibus linee altitudinum suis basibus palellogramis orthogonaliter insistant. Ea vero que sequitur proponit idem de ceteris. Sint ergo nunc duo solida palellograma. a. b. & c. d. equalia quorum bases sint. a. e. & c. f. lineeq; altitudinū ipsoz; sunt super has bases orthogonaliter erecte & sit altitudo solidi. a. b. linea. e. b. & solidi. c. d. linea. f. d. si igitur fuerint due line. e. b. & f. d. determinantes ipsoz; solidoz; altitudines equales adinuicem cum ipsa quoq; solida sint ex ypothesi equalia. erunt ex conuersa. 31. bases eoq; que sunt. a. e. & c. f. equales. ideoq; bases & altitudines erunt mutue sicq; constabit propositi prima pars. & econuerso constabit secunda vt si altitudines & bases sunt mutue ponantur altitudines equales erunt quoq; bases equales. ideoq; per. 31. & solida equalia & sic constat secunda pars. At 7o si line. e. b. & f. d. non fuerint equales sit. f. d. maior & ex ea resecetur. f. g. ad equalitatem. e. b. tribusq; ceteris lineis que sunt altitudines solidi. c. d. ad eandem mensuram in punctis. h. k. l. resecatis perficiatur solidum palellogramum. c. g. eque altū solido. a. b. eritq; ex premisa. a. b. ad. c. g. sicut a. e. ad. c. f. Cum itaq; c. d. sit equale. a. b. erit ex prima parte. 7. quinti. c. d. ad. c. g. sicut. a. e. ad. c. f. per premisam autē ē proportio. c. d. ad. c. g. sicut m. f. ad. f. l. qd patet si vna ex lateralibus superficieribus solidi. c. d. & ipsa sit. f. m. intelligat basis ipsius. At p prima sexti. f. m. ad. f. l. sicut. d. f. ad. f. g. ideoq; p. 7. qnti. sicut. d. f. ad. b. e. Igit. a. e. ad. c. f. sicut. d. f. ad. b. e. constat itaq; priap. Scdm ptem cū sit cōuersa pte cōuerso mō pbabisit. n. eadē dispositione manente pportio. a. e. ad. c. f. sicut. d. f. ad. e. b. dico tūc solida. a. b. & c. d. esse equalia erit. n. ex 7. qnti. d. f. ad. f. g. sicut. a. e. ad. c. f. sed ex premisa est a. b. ad. c. g. sicut. a. e. ad. c. f. igit. a. b. ad. c. g. sicut. d. f. ad. f. g. ex prima at sexti ē. d. f. ad. f. g. sicut. m. f. ad. f. l. & ex pmisa. c. d. ad. c. g. sicut. m. f. ad. f. l. itaq; .c. d. ad. c. g. sicut. a. b. ad. c. g. igitur ex .9. 5. a. b. & c. d. sint equalia quod est ppositum.

Propositio .35.



S duo solida equidistantium terminorum fuerint equalia eorum bases eorundem altitudinibus erunt mutue. Si vero bases sue altitudinibus suis mutue fuerint queibet duo corpora equidistantium superficierum probantur esse equalia.

Quod pmisa pposuit de solidis palellogramis quoz; linee altitudinū sup bases suas orthogonaliter exurgunt. hec. 35. pponit in distincte de omnibus. Demonstrare autē cōuenit hanc ex premisa que ad modum demonstrauimus. 31. & 33. Fabricatis enim duobus solidis equidistantium laterum quibuscumq; si linee altitudinum suis basibus orthogonaliter insistant constat vtz; esse quod dī ex premisa. ¶ Sinaut a quatuor angularibus punctis supremaz; superficierum in vtroq; solido quareme



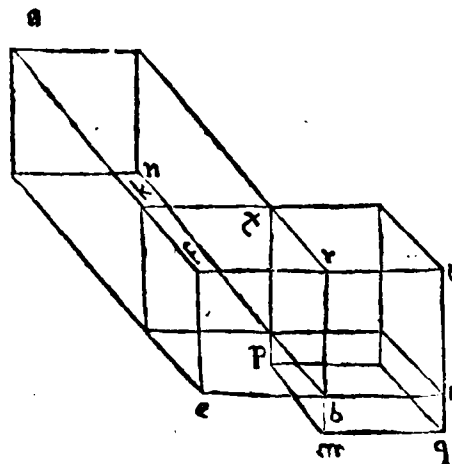
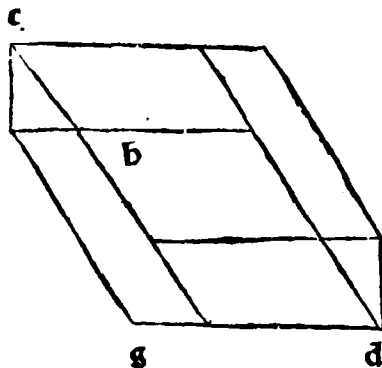
linee demittantur perpendiculariter ad bases vel a punctis angularibus in
sumarum superficierum quaterne erigantur inter quas duo solida para-
llograma perficiantur eque alta solidis prioribus. eruntq. ex. 29. & 30. hec
duo solida duobus prioribus solidis equalia. cum igitur horum & eorum
sint eadem bases & eadem altitudines: sit aut ex premissa de posterioribus
verum quod hec. 35. proponit verum erit idem etiam de prioribus.

Propositio 36.



S duo solida equidistantium superficierum fue-
rint similia proportio erit vtriusq. ad alterum ta-
q. cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus
alterius proportio triplicata.

Sint enim duo solida. a. b. & c. d. parallelograma & si-
milialia: dico q. proportio vnius eor. ad alter. est sicut vnius
lateris eius ad vnum latus alterius quod sibi refertur proportio triplicata
quemadmodum duarum superficierum similium proportio est sicut suo-
rum relatiuorum laterum proportio duplicata vt in. 18. sexti demonstra-
tum est. ¶ Nam si solida. a. b. & c. d. fuerint equalia cum ipsa ponantur si-
milialia erunt ex diffinitionibus similium corporum & similium superficie-
rum cuncta latera vnius equalia suis relatiuis lateribus alterius ideoq. cum
duarum quantitatum equalium proportio triplicata aut quotienslibet
sumpta non efficiat nisi equalitatis proportionem: constat in hoc casu ve-
rum esse quo proponitur. ¶ Si autem inequalia: sit. a. b. maius cuius lon-
gitudo sit. b. e. latitudo. e. f. altitudo. f. a. basis. e. r. & suprema superficies. a.
n. Solidi vero. c. d. sit longitudo. d. g. latitudo. g. h. altitudo. h. c. constat
itaq. ex diffinitione similium corporum & ex diffinitione similium sup-
ficierum & presenti ypothesi q. proportio. a. f. ad. c. h. & f. e. ad. h. g. & e. b.
ad. g. d. sit proportio vna. Sumatur igitur ex linea. a. f. quam manifestum
est esse maiorem. c. h. linea. f. k. equalis. h. c. ceteraq. tres determinantes alti-
tudinem solidi. a. b. refectur ad equalitatem eius & inter eas complea-
tur solidum parallelogramum. k. b. eque altum solidi. c. d. & protrahan-
tur due linee basis. e. b. vsq. ad. l. & r. b. vsq. ad. m. sitq. b. l. equalis. g. d. &
b. m. equalis. b. g. & perficiatur superficies equidistantium laterum. m. l.
que erit equalis & similis. h. d. Super eam igitur erigatur solidum parallelo-
gramum. p. q. secundum altitudinem presc. sam ex altitudine solidi. a. b.
eritq. p. q. equalis & simile solidi. c. d. rursusq. inter lineas. r. b. & b. l. perfici-
atur superficies equidistantium laterum. b. t. super quam quoq. erigatur
solidum parallelogramum. x. l. eque altum vtriq. duorum solidorum. k. b.
& p. q. replendo alterutrum duorum angulorum entium inter ea.
¶ Cum autem duo solida. a. b. p. q. sint similia eo q. ambo posita sint simi-
lia solidi. c. d. corpora vero vni & eidem corpori similia inter se sunt simi-
lia vt patet ex diffinitione similium corporum & 20. sexti. Manifestum
est ex. 25. ter assumpta q. inter duo solida. a. b. & p. q. secundum continuā
proportionalitatem cadunt duo solida. k. b. & x. l. opportune ergo consti-
tuta vel constructa figura: ypothesibusq. memorie firme commendatis
ex prima sexti facile concludes propositum. ¶ Excute torporem & dilige-
ter attende sciesq. ex. 25. huius proportionem solidi. a. b. ad solidum. k. b.
esse sicut superficiei. a. r. ad superficiē. k. r. ideoq. ex prima sexti sicut linee
a. f. ad lineam. k. f. Et proportionem solidi. k. b. ad solidum. x. l. sicut su-
perficiei. k. r. ad superficiē. x. t. ideoq. sicut linee. f. r. ad lineam. r. t. Et p-
portionem solidi. x. l. ad solidum. p. q. sicut superficiei. r. l. ad superficiē
l. m. ideoq. sicut linee. r. b. ad lineam. b. m. ¶ Ex ypothesi vero liquet q.
proportio linee. f. r. ad lineam. r. t. & linee. r. b. ad lineam. b. m. est sicut li-
nee. a. f. ad lineam. k. f. itaq. ex diffinitione proportionis triplicate posita
in probemio quinti: constat q. proportio solidi. a. b. ad solidum. p. q.
ideoq. etiam ad solidum. c. d. est sicut linee. a. f. ad lineam. k. f. triplicata &
quia linea. k. f. posita est equalis linee. c. h. patet verum esse quod dicitur.
¶ Scire autem oportet q. quicquid per banc. 36. & per. 7. eam continue



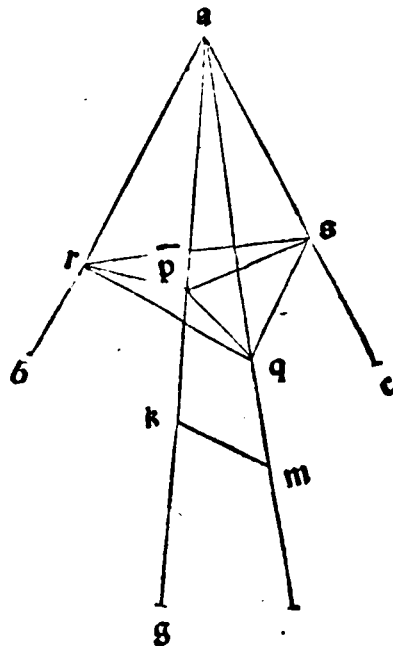
precedentes demonstratum est de solidis parallelogramis. idem quoque, vtrum est de seratilibus quorum bases communiter sunt trigone aut communiter tetragone. hoc autem ex. 28. & hac. 36. & 7. eam continue precedentibus constabit ingenioso inspectori. ¶ Si enim fuerint seratilia quelibet eque alta super eadem basim vel super bases equales cōiter tamen trigonas aut communiter tetragonas cum ipsa sint dimidia solidorum parallelogramorum suarum altitudinum ex. 28. ipse erunt equalia ex. 29. & tribus eam sequentibus ex his enim constat solida parallelogramis ipsis seratilibus dupla esse equalia. ¶ Similiter quoque si fuerint duo seratilia super bases communiter trigonas aut communiter tetragonas eque alta ipsa erunt suis basibus proportionalia quæadmodum de solidis parallelogramis ex. 33. habetur ipsa enim sunt ex. 28. dimidia solidorum parallelogramorum sue altitudinis; solidorum autem parallelogramorum sue altitudinis cōiū, basium est vna proportio ex. 33. cum itaque sit solidorum parallelogramorum pportio sicut seratiliū quia sicut simplicium ad simplicium sic duplum ad duplum ex. 15. quinti atque basium solidorum parallelogramorum est proportio sicut basium seratiliū. aut enim eadem erunt bases seratiliū & solidorum parallelogramorum; & hoc quidem erit cum bases seratiliū fuerint tetragone tunc enim ex seratilibus super easdem bases erunt solida parallelogramata complenda. Aut bases seratiliū erunt subdupla ad bases solidorum parallelogramorum; & hoc quidem erit cū bases seratiliū fuerint cōiter trigone; tūc. n. erūt ex seratilibus solida parallelogramata complenda adiunctis ad bases seratiliū superficiebus trigonis vt fiant bases seratiliū cum trigonis adiunctis superficiebus; superficies equidistantium laterum sequitur vt sit proportio seratiliū sicut suarū basium. ¶ Eodēq; modo si seratilia fuerint equalia fuerintq; communiter super bases trigonas vel communiter super bases tetragonas; bases eorum altitudinibus ipsorum mutue erunt. Quod si bases eorum suis altitudinibus fuerint mutue ipsa seratilia erunt equalia quemadmodum de solidis parallelogramis. 34. & 35. proponunt. Hoc autē facile patet ex his que dicta sunt in. 35. Si vero seratilia fuerint ad inuicem similia; erit pportio vnius ad alterum. sicut proportio lateris vnius ad suum reliquum latus alterius triplicata quemadmodum de solidis parallelogramis. 36. proponit quod ex eadem. 36. facile tibi patebit ex illis seratilibus similibus solidis parallelogramis completis. solida ipsa probaueris esse similia; quod ex definitione similium corporum & similium superficieum & hoc quod seratilia ponuntur ad inuicem similia ex. 34. primi leue est negociari.

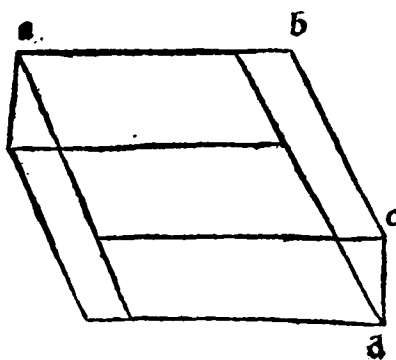
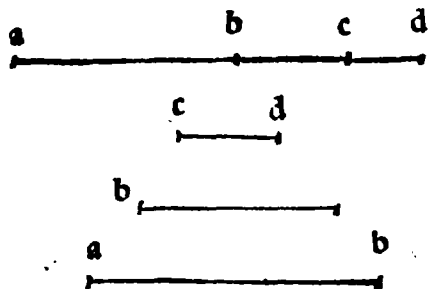
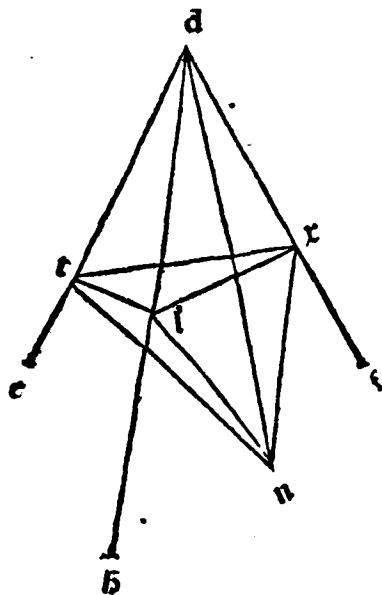
Propositio. 37.



Si fuerit duo anguli plani equales super quos due
ypothemise in aere stantur cum lateribus an-
gulorum subiacentium singulos singulis equos
angulos continentes atq; in illis ypothemisis duo
puncta figentur a quibus punctis due perpen-
diculares ad superficies angulorum propositorum
demittantur a punctis autem super que perpendiculares cec-
derint ad eisdem duos angulos planos due recte linee ducan-
tur duo anguli qui ab illis duabus lineis atq; duabus ypothem-
is continentur equi sibi inuicem esse probantur.

¶ Sint duo anguli plani .a. f. d. e. q. l. contenti lineis .a. b. f. g. .a. c. f. d. e. f. d. f. f. super eos erigantur due linee ypothefimaliter .a. g. f. d. h. sitq. angulus .g. a. c. equalis angulo .h. d. f. f. angulus .g. a. b. equalis angulo .h. d. e. atq. in duabus ypothefimis .a. g. f. d. h. signentur quomodolibet duo puncta .k. f. l. a quibus secundum precepta .n. huius demittantur ad super fices angulorum .a. f. d. duo perpendicularis que sint .k. m. f. l. n. f. pro trahantur due linee .a. m. f. d. n. ¶ Dico igitur que angulus .g. a. m. e. f. e. qua lem angulo .h. d. n. Si linea .a. k. e. f. equalis .d. l. bene quidem. Sin autem ex linea .a. g. fumatur .a. p. equalis .d. l. at a puncto .p. demittatur linea g-





perpendicularis ad superficiem anguli. a. que sit. p. q. manifestum est igitur q
punctum. q. est in linea. a. m. quod ex. 6. huius & diffinitione linearum
equidistantium quas necesse est esse in superficie vna facile constat studio
se intuenti. De hinc a puncto. q. ducatur perpendicularis due vna ad li
neam. a. b. que sit. q. r. & alia ad lineam. a. c. que sit. q. s. similiter quoq. a p
cto. n. ducantur due alie perpendicularis vna ad lineam. d. e. que sit. n. t. &
alia ad lineam. d. f. que sit. n. x. & protrahantur. r. s. & t. x. iterum a punctis
p. & l. demittantur ypothemise. p. q. p. r. p. s. & l. n. l. t. l. x. His itaq. positis
figuraq. prudenter disposita demonstrationem propositi sic collige. Con
stat ex penultima primi q. quadratum linee. a. p. est equale quadratis dua
rum linearum. a. q. & p. q. ac ex eadem q. quadratum. a. q. est equale qua
dratis duarum linearum. a. s. & s. q. itaq. quadratum. a. p. est equale quadra
tis trium linearum. a. s. s. q. & q. p. Sed ex eadem quadratum. s. p. est equa
le quadratis duarum linearum. s. q. & p. q. ergo quadratum. a. p. est equa
le quadratis duarum linearum. a. s. & s. p. ideoq. ex vltima primi ang
lus. a. s. p. est rectus; similiq. modo probabis vnūquēq. trium angulorum
d. x. l. a. r. p. d. t. l. esse rectum. ¶ Cum igitur ex ypothesi sit angulus. s. a. p.
equalis angulo. x. d. l. linea. a. p. linee. d. l. erit ex. 16. primi linea. d. x. eq
lis. a. s. & x. l. equalis. s. p. Eodem quoq. modo cum ex ypothesi sit angu
lus. r. a. p. equalis angulo. e. d. l. erit ex eadem linea. a. r. equalis. d. t. & r. p.
equalis. t. l. quare per quartam primi linea. r. s. erit equalis linee. t. x. & an
gulus. a. r. s. equalis angulo. d. t. x. & angulus. a. s. r. angulo. d. x. t. eff
enim ex ypothesi angulus. a. equalis angulo. d. a conceptione igitur erit
angulus. s. r. q. equalis angulo. x. t. n. & angulus. r. s. q. angulo. t. x. n. Sunt
enim residui duoꝝ rectorum demptis equalibus. Necesse ē itaq. ex. 16. pri
mi vt linea. r. q. sit equalis. t. n. & q. s. equalis. n. x. Cumq. ex penultima
primi quadratum linee. r. p. sit equale quadratis duarum linearum. r. q.
& q. p. & quadratum linee. t. l. equalis quadratis duarum linearum. t. n. &
l. n. sint autem due linee. r. p. & t. l. equalis due quoq. que sunt. r. q. & t. n.
equalis; sequitur ex communi scientia duas que sunt. p. q. & l. n. esse equa
les. ¶ Eodem modo cum quadratum linee. a. p. sit equale quadratis dua
rum linearum que sunt. a. q. & q. p. similiter quadratum linee. d. l. quadra
tis duarum linearum que sunt. d. n. & n. l. sit autem. a. p. equalis. d. l. & p.
q. equalis. l. n. sequitur ex communi scientia. a. q. esse equalem. d. n. ex. 8.
igitur primi concludo propositum. Videlicet angulum. p. a. m. esse equa
lem angulo. l. n. d.

Propositio .38.



Solidum tribus lineis proportionalibus conten
tum equum erit solido quod a medie linee equis
lateribus continetur. si anguli sui amboꝝum sibi
inuicem equales fuerint.

¶ De solidis parallelogramis intelligatur de his enim
qualiacunq. sint dū tamen equiangula verum est q. contē
tum a tribus lineis proportionalibus equale est ei quod a media earum
continentur quemadmodum de superficiebus rectangulis probatum
est in. 16. sexti & de non rectangulis elicitur euidenter ex secunda
parte. 13. eiusdem. Sint igitur tres linee. a. b. b. c. & c. d. conti
nue proportionales fiatq. ex eis vnus angulus solidus ad libitum & per
ficiatur solidum equidistantium laterum cuius linea. a. b. sit longitudo. b.
c. vero altitudo. fed. c. d. latitudo & ipsum solidum dicatur. a. d. sumpta
quoq. alia linea quelibet equali. b. c. que etiam vocetur. b. c. super ipsius
extremitatē que est. b. constituantur angulus solidus equalis angulo solido
a. secundum quod docet. 16. lineeꝝ. ceterum solidum angulum. b. continen
tes referentur ad equalitatem linee. b. c. & perficiatur solidum equidistan
tium superficieꝝum cuius longitudo latitudo & altitudo sit linea. b. c. &
ipsum appellentur. b. c. ¶ Dico itaq. duo solida. a. d. & b. c. esse equalia

¶ Manifestum est enim q̄ cuncte superficies vnus sint equiangule suis re-
latiuis superficieribus alterius quod ex .34. primi patere potest. nam cum
solidus angulus. b. ponatur equalis solido angulo .a. necesse est vt vnus
angulus vnus cuiusq̄ superficieris solidi .a. d. sit equalis vni angulo sue rela-
tiue superficieris in solido .b. c. itaq̄ per .34. primi eorum oppositi erunt
equales. At quia vnus cuiusq̄ superficieris quadrilateri omnes anguli sunt
equales quatuor rectis ex .32. primi necesse est duos reliquos vnus esse
equales duobus reliquis sue relatiue. cumq̄ ipsi duo reliqui in qualibet sint
etiam ad inuicem equales conuincitur necessario vt vnāqueq̄ ex superfi-
ciebus solidi .a. d. sit equiangula sue relatiue in solido .b. c. quare ex secun-
da parte. 13. sexti bases duorum solidorum propositorum erunt equales.
Sunt enim equiangule & laterum mutuatorum. Si itaq̄ linee altitudinum
super bases ipsorum orthogonaliter insistant constat ex .31. ipsa esse equa-
lia. cum enim hee linee sint equales & ipse determinant altitudinem soli-
dorum erunt solida eque alta. At si linee altitudinum ipsorum non in-
sistant suis basibus orthogonaliter ab ipsarum summitatibus ad bases
perpendicularibus demissis erunt ex premissa hee perpendiculares ad in-
uicem equales. Ipse enim erunt sicut erant & in premissa demonstratio-
nis figura due linee. p. q. &. l. n. quas demonstramus oportere esse equa-
les. Quia igitur omnium solidorum altitudo ex ppendicularibus a sum-
mitatibus ipsorum ad suas bases descendentes diffinitur erunt ex .32.
duo solida .a. d. & .b. c. equalia. ¶ Conuersa quoq̄ huius possumus si dele-
ctat conuerso modo probare. ¶ Vt si parallelogramum corpus .a. d. sit
equale & equiangulum corpori parallelogramo .b. c. & corpus .b. c. conti-
neat a media triū lineaz cōtinentiū corpus .a. d. erūt tres linee cōtinentes
corpus .a. b. cōtinue pportioales. Cū .n. duo solida palellograma .a. d. & .b. c.
sint equalia & eque alta ex ypothesi ipsa erūt sup bases equales per con-
uersas. 31. & 32. & quia ipse bases eorum sunt equiangule sequitur ex prima
parte. 13. sexti q̄ ipse sunt mutuatorum laterum itaq̄ proportio .a. b. ad .b. c.
sicut .b. c. ad .c. d. quare constat propositum.

Castigator.

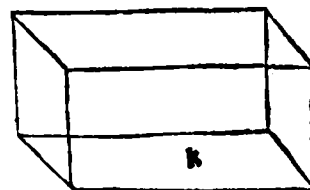
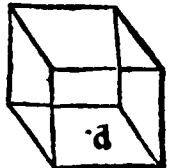
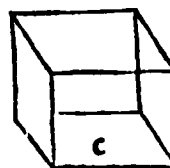
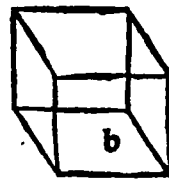
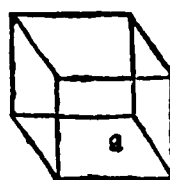
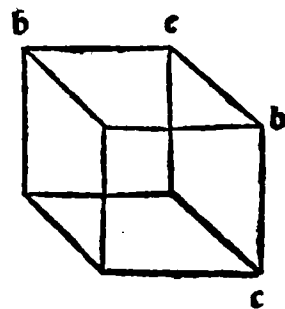
¶ Per conuersam .32. huius quoniam bases sunt equales ex prima. 13.
sexti. I deo eque alta.

Propositio 39.



¶ Si fuerint quotlibet linee pportionales solida quo-
q̄ sua equidistantium atq̄ similiarum vnus cuiusq̄
creationis superficierum erunt proportionalia. si
vero solida equidistantium atq̄ similiarum vnus
cuiusq̄ creationis superficierum fuerint propor-
tionalia linee quoq̄ a quibus ipsa solida continen-
tur erunt proportionalia. Simile pponit vigesimā prima sexti
de superficieribus.

¶ Sint enim .4. linee .a. b. & .c. d. proportionales & super has fabricentur
quatuor solida parallelograma eisdem nominibus dicta que sint expres-
se similia. duobus enim ad libitum fabricatis super duas lineas .a. & .c. cete-
ra secundum precepta. 27. constituenda erunt dico hec. 4. solida esse pro-
portionalia & e conuerso. Subiungantur enim duabus lineis .a. & .b. in con-
tinua proportionē due que sint .c. & .f. quemadmodum docet .10. sexti &
duabus lineis .c. & .d. alie due que sint .g. & .h. constat igitur ex .36. & ex
diffinitione proportionis triplicate que posita est in principio quinti &
ex hac ypothesi q̄ solida .a. & .b. sibi inuicem & solida .c. & .d. sibi ad inui-
cem sunt expresse similia q̄ proportio solidi .a. ad solidum .b. est sicut
proportio lineae .a. ad lineam .f. ¶ Solidi quoq̄ .c. ad solidum .d. sicut li-
nee .c. ad lineam .h. & quia per .22. quinti proportio lineae .a. ad lineam
f. est sicut lineae .c. ad lineam .h. erit ex .22. quinti solidum .a. ad solidum
b. sicut solidum .c. ad solidum .d. Constat igitur prima pars. ¶ Secūda si.



sint duo solida. a. f. b. sibi ad inuicem similia duo que sint. c. f. d. sibi ad inuicem expresse similia. Sintq. cuncta parallelorama f. ponantur ppor-
tionalia. dico q. linee. a. b. f. c. d. super quas sunt constituta sunt propor-
tionales. Sit. n. ex. 10. sexti sicut linea. a. ad lineam. b. ita linea. c. ad lineam
k. f. fiat fm. 22. huius super lineam. k. solidū expresse simile solido. d. q. f. et
dicatur. k. eritq. ex diffinitionibus similium corporum f. similium super-
ficie. f. 20. sexti corpus. k. expresse simile corpori. c. id eo q. per primā partē
huius. 39. iam pbatam erit pportio solidi. a. ad solidum. b. sicut solidi. c. ad
solidum. k. f. quia eadem erat solidi. c. ad solidum. d. erit ex secunda par-
te none. quinti solidum. k. egle solido. d. cūq. eēt sibi expresse simile seq-
tur lineam. k. eē equalem lineae. d. Equalitas enim non producit ex ali-
qua proportionē triplicata vel quotieslibet sumpta nisi ex equalis igitur
ex secunda parte. z. quinti constat ēt hmoi pars secūda. Deciperis aut si ar-
bitraris oportere vñū quodq. quatuor solidoz. a. b. c. d. eē simile cuilibet
alioz. necesse ē. n. duo solida. a. f. b. sibi ad inuicē. itēq. duo. c. f. d. sibi ad
inuicē eē similia. solida aut. c. f. d. solidis. a. f. b. eē similia cōtingens est
necessariū aut nō. ¶ I dē ex hac. 39. de seratilibus facile poteris cōcludere.

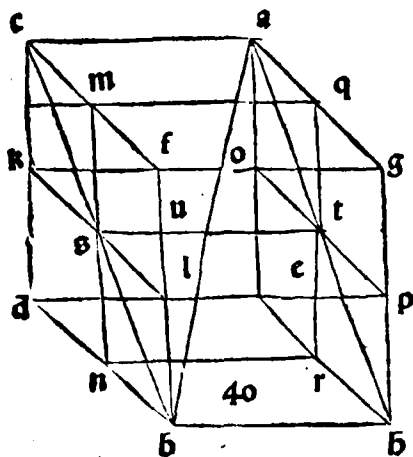
Propositio 40.



I in scissa fuerint latera duarum oppositarū super-
ficies cubi vñū quodq. i duo media exierintq.
a punctis sectionum due superficies se vicissim
cantes z cubum communem earum sectionem
diametrum cubi per equalia secare z ab ipsa dia-
metro versauice per equalia secare necesse est.

¶ Statue cubum qui sit. a. b. de quo constat per diffinitionem q. om-
nes linee ipsum continentis sunt equalēs f. eius superficies rectangule tale
eni m corpus cubum dicimus. Huius igitur basis sit superficies. a. c. d. e. su-
perficies vero eius suprema. b. f. g. h. dextra vero eius superficies sit. a. e.
g. h. sinistra at superficies sit. b. f. c. d. ceterior quoq. sit. d. e. b. h. sed vltior
a. c. g. f. eiusq. diameter sit. a. b. Diuidatur itaq. omnia latera duarum quā-
rumlibet superficierum oppositarum eius per equalia. f. sint nunc superfi-
cies quarum latera diuidantur dextra atq. sinistra. Diuidantur inquam
quatuor latera dextre quidem super quatuor puncta que sint. o. p. q. r.
Sinistre vero super quatuor que sint. k. l. m. n. f. coniungantur puncta in
his superficieribus opposita ductis lineis. o. p. f. q. r. que secant se in puncto
t. I tēq. k. l. f. m. n. que secant se in pūcto. s. f. perficiantur due superficies
secantes se inuicem f. cubum protractis itē lineis. o. k. f. p. l. q. m. f. r. n. itaq.
harum duarum superficierum communis sectio linea. s. t. dico igitur q.
linea. s. t. diuidit diametrum. a. b. f. diuiditur ab eadem diametro
per equalia quod patet vtrāq. enim earum transit per centrum cubi.

¶ Aliter vero conuenit quod propositum est demonstrare. Producan-
tur enim due linee. t. a. f. t. h. f. item due. s. c. s. b. eritq. ex. 4. primi. a. t.
equalis. t. h. f. s. c. equalis. s. b. constat autem ex prima parte. 39. pri-
mi q. angulus. p. t. q. est equalis angulo. a. q. t. Et ex. 4. primi angulus. h.
t. p. est equalis angulo. t. a. q. I taq. ex. 32. primi totus angulus. h. t. q. cum
angulo. q. t. a. valet duos rectos. Quare ex. 14. pmi linea. a. b. erit linea vna.
Similiter quoq. linea. a. b. erit linea vna. At q. ex. 9. huius linea. a. c. ē eg-
distans linee. b. h. Vtrāq. enim est equidistans linee. d. e. cūq. ipse sint eg-
les quia latera cubi. Sequitur ex. 33. primi duas lineas. a. h. f. c. b. eē equa-
les f. equidistantes I deoq. per cōceptionem earum medietates que sunt
a. t. f. b. s. erunt equalēs. Ex. 7. autem huius manifestum est quod linea. s.
c. est in superficie duarum linearum. a. h. f. b. c. f. ex eadē linea. a. b. que
est diameter cubi. est etiam diameter superficiei parallelograme. a. c. b.
h. itaq. linea. s. t. secat diametrum. a. b. Secet ergo ipsam in puncto. u. Dico
ergo lineā. s. u. eē equalē linee. u. t. Et linea ēt. a. u. linee. n. b. Intelligantur
duo trianguli. a. t. u. b. s. u. quoz. anguli q. sunt ad. t. f. s. sunt equalēs ad in-
uicem. Similiter anguli eorūdem q. sunt ad. a. f. b. egle ad inuicē ex pma



parte. 29. primi: propter id q̄ linea. a. t. equidistat linee. s. b. Et quia etiā ipse sunt adinuicem equales: sequitur ex. 26. primi quod propositum est. ¶ I dem quoq; eodem modo concludatur q̄ si solidum. a. b. nō sit cubus sed solidum corpus parallelogramum siue equalibus lineis siue non equalibus contentum fuerit siue quoq; super basim orthogonaliter erectum siue etiam q̄ super ipsam inclinatum. Vnde ampliatur in hac. 40. figuratio cu bi ad omnes figuras parallelogramas solidas.

Propositio .41.

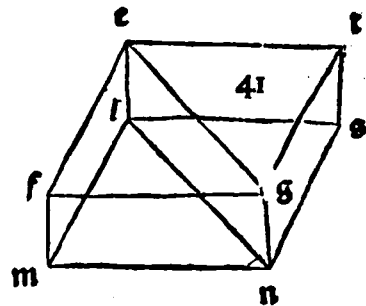
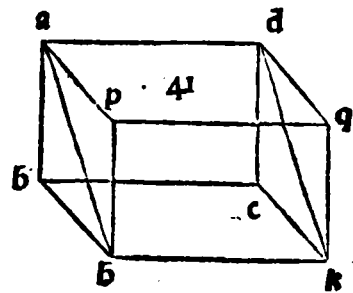


S duo corpora seratilia quorum alterum basim triangulā alterum vero basim. habeat equidistantiū laterum ipsi basi triangule duplam eque alta fuerint illa duo corpora necesse est esse equalia.

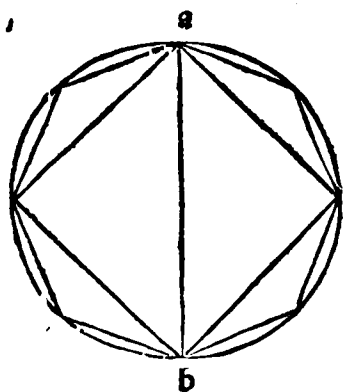
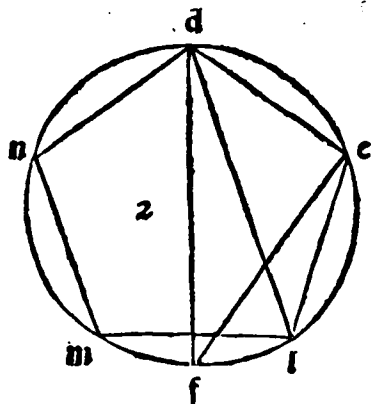
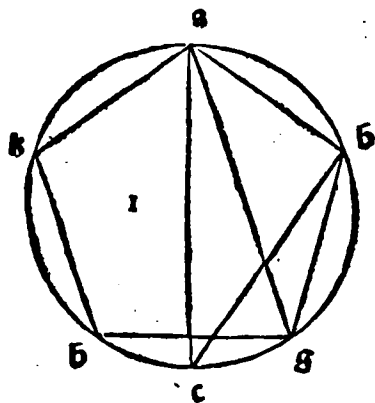
¶ Sit superficies. a. b. c. d. equidistantium laterum dupla trilatere superficiei. e. f. g. q̄ super as duas superficies fiant duo corpora seratilia eque alta: sitq; seratile quod est supra basim quadrāgulam. a. b. h. d. c. k. cuius basis est superficies equidistantium laterum proposita. a. b. c. d. alia eius superficies equidistantium laterum est. a. b. d. k. tertia vero est. b. h. c. k. due autem eius triangulares superficies sunt altera quidem triangulus. a. b. h. reliqua vero triangulus. d. c. k. seratile autē quod est super basim triangulam. e. f. g. sit e. f. g. l. m. n. cuius altera duarū trilaterarum superficierum est basis predicta: reliqua vero triangulus. l. m. r. trium autem superficierum eius equidistantium laterum: prima quidem est. e. f. l. m. secunda vero. e. g. l. n. tertia vero. f. g. m. n. Dico itaq; hec duo seratilia proposita esse adinuicem equalia. Perficiantur enim duo solida parallelogramma adiungendo vtriq; duorum propositorum seratiliū aliud seratile sibi equale. Primo quidem seratili super eādem basim sitq; adiunctum seratile. a. p. b. d. q. k. Cuius due trilatere superficies fiant. a. p. b. d. q. k. Tres autem quadrilateres: prima quidem. a. b. d. k. que est terminus communis sibi q̄ ei cui adiungit. Secūda vero. a. d. p. q. Tertia quoq; p. q. h. k. ¶ Secundo autem seratili adiungatur aliud seratile sibi equale hoc modo. Adiungatur primo triangulo. e. f. g. alius triangulus equalis qui sit. e. g. r. ita q̄ tota superficies. e. f. g. r. sit equidistantium laterum q̄ super hunc triangulum fiat seratile. e. g. l. r. n. s. quod cum illo cui adiungit perficiat corpus parallelogramum. Huius seratilis adiuncti: due trilatere superficies fiant. e. g. r. l. n. s. Tres autem paralelograme fiant: prima quidē e. l. r. s. Secūda. e. l. g. n. q̄ ipsa est communis terminus sibi q̄ ei cui adiungitur. Tertia vero. g. r. n. s. ¶ Manifestum ē igitur ex diffinitione solidorū equalium atq; similium q̄ duo seratilia paralelogramum componentia solidum. a. k. sibi inuicem. itēq; duo componentia solidum paralelogramum. e. n. sibi adinuicē sunt equalia. At vero ex. 31. vel ex. 32. huius duo solida. a. k. q̄ e. n. sunt sibi inuicem equalia. quia ergo horum solidorum medietates sunt seratilia proposita per comunem scientiam constat ea ēē equalia: quēcunq; enim fuerint equalia eorum medietates necesse est ēē equaliter: siquē itaq; quod propositum est.

Castigator.

a ¶ Appellat hic inferius multiangulas quas in principio primi dicit multilateras q̄ sunt a quadrilateris vsq; i infinitum semper tñ rectilinee.



Quoddecimus liber. Euclidis de multiangularum seu multilaterarum superficialium similium circulis inscriptarum alterius ad alteram proportionibus ex optima Campani interpretatione. Magistro Luca paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minorum. Castigatore accuratissimo. Incipit.



Propositio .1.
Peritiam duarum superficialium similium multiangularum inter duos circulos descriptarum est proportio alterius ad alteram tamquam proportio quadratorum quae ex diametris circulorum eas circumscribentium proveniunt.

Sint duo circuli. a. b. c. d. e. f. quibus inscribantur due quolibet figure polygonice que ponantur ad invicem similes sintque nunc pentagone inscripte ut docet. x. quarti et ipse sint. a. b. g. h. k. aliud pentagonum. d. e. l. m. n. diametri quoque circulorum sint. a. c.

c. f. d. f. dico itaque quod proportio pentagoni. a. b. g. h. k. ad pentagonum. d. e. l. m. n. est sicut quadratum diametri. a. c. ad quadratum diametri. d. e. f. protrahebantur enim in utroque circulo. due linee ab extremitate diametri ad extremitatem unius lateris pentagoni diametro non contentum nalis se invicem cancellantes intra ipsum pentagonum in hoc quidem a. g. f. c. b. in illo autem. d. l. f. e. eritque ex. 6. sexti triangulus. a. b. g. equiangulus triangulo. d. e. l. nam cum pentagoni ponantur ad invicem similes erunt ex diffinitione similium superficies angulus. b. equalis angulo. e. et latera ipsos continentia proportionalia videlicet proportio. a. b. ad. d. e. sicut. b. g. ad. e. l. cum sint autem ex. 10. tertii duo anguli. f. f. l. sibi invicem equales. I. itaque duo alii. c. f. g. sibi invicem equales erunt duo qui sunt. c. f. f. ad invicem equales ex hac consensum sciamus quod equalibus sunt equalia sibi quoque equa esse necesse est. Et quia ex prima parte. 30. tertii uterque duorum angulorum. a. b. c. d. e. f. est rectus sequitur ex. 31. primi duos triangulos. a. b. c. d. e. f. esse equiangulos quare per quartam sexti proportio diametri. a. c. ad diametrum. d. e. f. est sicut lateris. a. b. ad latus. d. e. cum itaque ex secunda parte. 18. sexti proportio duorum pentagonorum sit sicut proportio lateris. a. b. ad latus. d. e. proportio duplicata est per eandem proportionem quadrati diametri. a. c. ad quadratum diametri. d. e. sit sicut diametri. a. c. ad diametrum. d. e. duplicata per hanc consensum sciamus quorum dimidia sunt equalia ipsa quoque ad invicem esse equalia manifestum est quod propositum est.

Propositio .2.



Peritiam duorum circulorum est proportio alterius ad alterum tamquam proportio quadrati sue diametri ad quadratum diametri alterius.

Sint duo circuli. a. b. c. d. quorum diametri quoque dicantur. a. b. c. d. dico itaque quod proportio circuli. a. b. ad circulum. c. d. est sicut quadrati. a. b. ad quadratum diametri. c. d. Manifestum enim est ex hac communi scientia quanta est quolibet magnitudo ad aliquam secundam tantam necesse est esse quamlibet tertiam ad aliquam quartam quod proportio quadrati diametri. a. b. ad quadratum diametri. c. d. est sicut circuli. a. b. ad superficiem aliquam que sit. e. cuiuscunque figure aut forme ponatur: hanc autem impossibile est maiorem esse aut minorem circulo. c. d. Si enim est possibile ipsam esse minorem circulo. c. d. sit itaque minor in superficie. f. itaque circulus. c. d. sit equalis duabus superficiebus. e. f. pariter acceptis constat igitur ex prima. 10. quod totiens possit ex circulo. c. d. suisque residuis subtrahi maius dimidio quousque relinquatur quantitas aliqua minor. f. inscribatur ergo sibi

vt docet. 6. quarti quadratū. c. d. g. h. de quo cōstat q̄ ipsum sit maius medietate circuli. quadratum enim quod est duplum ad ipsum est circuli circūscribens vt patet ex penultima primi. 7. quarti. Si igitur portiones circuli existentes super latera quadrati pariter accepte fuerint minus superficie. f. sufficit. Sint autē quatuor arcus existentes super dicta latera p equalia diuidantur & puncta ipsos arcus diuidentia cum extremitatibus laterum continuentur per lineas rectas. verbi gratia arcus. c. g. diuidatur per equalia in puncto. k. & protrahantur lineae. k. c. k. g. sicq; de ceteris. Erit q̄ quilibet triangulorum descriptorum super latera quadrati maior medietate portione in qua existit eo q̄ oīs triangulus ysocheles est medietas parallelogrami sue basis per. 41. primi. Sint itaq; portiones existentes super latera octogoni inscripti pariter accepte minus superficie. f. si enim nōdum hoc esset nō cesarem diuidere arcus quorū latera vltime descripte figure sunt corde per equalia: & inscribere figuram equilateram duplo plurium laterum prime semper subtrahendo ab ipsis circuli portionibus maius dimidio quousq; per primā. 10. portiones super latera alicuius talis figure circulo inscripte existentes pariter accepte erunt minus superficie. f. Sint ergo nunc que dicte sunt eritq; ex conceptione octogonum. c. d. maius superficie. e. In circulo igitur. a. b. eadem via inscribatur simile octogonum: quod dicatur. a. b. sitq; ex premisa proportio octogoni. a. b. ad octogonum. c. d. sicut quadrati diametri. a. b. ad quadratum diametri. c. d. ideoq; per. n. quinti sicut proportio circuli. a. b. ad superficiem. e. itaq; p mutatum polygonū. a. b. ad circulum. a. b. sicut polygonū. c. d. ad superficiem. e. cumq; sit polygonum. c. d. maius superficie. e. erit polygonum. a. b. maius circulo. a. b. hoc autē impossibile non est ergo superficies. e. minor circulo. c. d. Sed nec maior. Est enim si possibile sit: cum igitur sit proportio quadrati diametri. a. b. ad quadratum diametri. c. d. sicut circuli. a. b. ad superficiem. e. erit eōuerso quadrati diametri. c. d. ad quadratū diametri. a. b. sicut superficies. e. ad circulū. a. b. & cōstat ex cōscia i principio huius demonstrationis posita q̄ eadē ē circuli. c. d. ad aliquā superficiē q̄ sit. f. eritq; ex. 14. gnti superficies. f. minor circulo. a. b. itaq; proportio quadrati diametri. c. d. ad quadratum diametri. a. b. erit sicut circuli. c. d. ad superficiem. f. minorem circulo. a. b. ¶ Sed ex hoc demonstrauimus paulo ante sequi impossibile vīdalicet polygonū inscriptū circulo maius esse circulo: sicut ergo superficies e. non pōt ēē minor circulo. c. d. ita nec maior: erit ergo necessario eqlis quare per secundam partē. 7. quinti liquet quod propositum est.

Castigator.

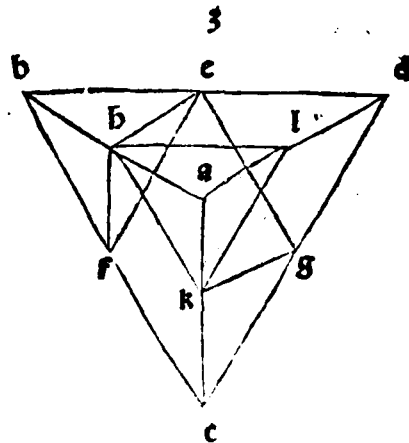
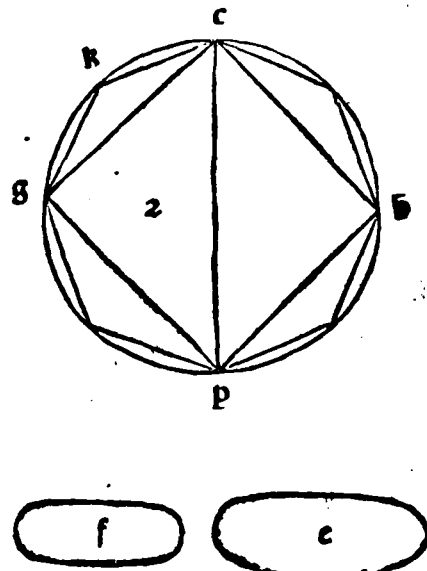
a ¶ Quia tūc sequeretur polygonū. c. d. ad circulū. c. d. ēē sicut circuli. a. b. ad quantitatem. f. & sic polygonū. c. d. ēē maius circulo. c. d. quod ē impossibile cum sit pars eius vt paulo ante concludisti polygonum. a. b. esse maius circulo. a. b. & c.

Propositio .3.



¶ Omnis pyramis cuius basis triangula scindi pōt i duas equas pyramides sibi inuicē totiq; pyramidi similes vnaq; in duo seratilia q̄ambo pariter accepta dimidio totius pyramidis necesse ē ēē maiora.

¶ Sit pyramis. a. b. c. d. super basim triangulam. b. c. d. eiusq; vertex solidus angulus. a. a quo demittantur tres ypothemise. a. b. a. c. a. d. ad tres angulos basis: & diuidantur omnia latera basis per equalia in tribus punctis. e. f. g. tres quoq; ypothemise per equalia in tribus punctis. h. k. l. & protrahantur in basi due lineae. e. f. & e. g. eritq; basis eius diuisa in tres superficies quarum due sunt duo trianguli. b. e. f. e. g. d. quos ex secunda parte secunde sexti ex diffinitione similium superficialium constat esse similes sibi inuicem & toti basi equaliter ad inuicem ex. 8. primi tertia est tetragona: parallelograma & ipsa est. e. f. g. c. quam constat esse duplam ad triangulum. e. g. d. ex. 40. & 41. primi: demittant ergo rursus a puncto. b. due ypothefime. b. e. f. b. f. a



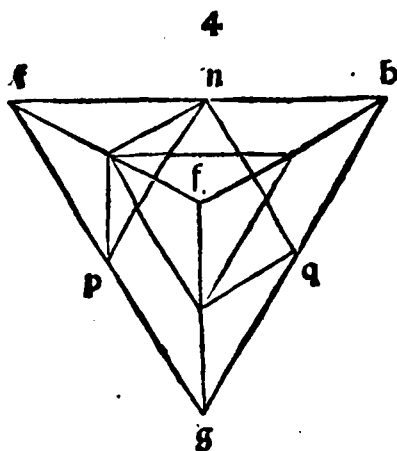
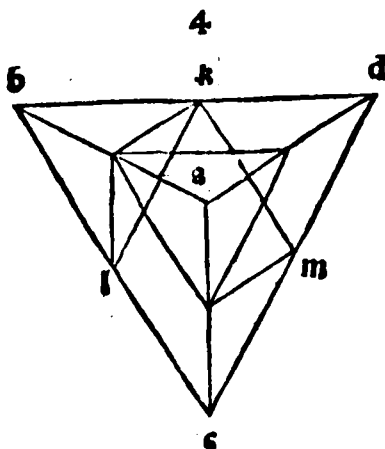
pancto.k.ypothenisa.k.g. & protrahantur linee.b.k.k.l. & l.h. diuisa
itaq. tota piramis.a.b.c.d.in duas piramides que sunt.b.b.e.f. & a.b.k.l.
& duo seratilia quorum vnum eff.c.b.f.g.k.c. & est super basim quadrangulam.c.f.g.e. & aliud eff.c.g.d.b.k.l. & est super basim triangulam.c.g.d.de duabus aut piramidibus.b.b.e.f.a.b.k.l.g. ipse sunt equales adi
cem sibiq. & toti piramidi.a.b.c.d.similes:constat ex diffinitione corp
rum equalium & simulum & ex.10.11. libri & ex secunda parte.3. sexti. D
duobus aut seratilibus q. ipsa sunt eqilia constat ex vltima.10. libri. Quod
vero ambo seratilia pariter accepta sunt maius medietate totius pirami
dis:ex hoc manifestum est q. vtrunq. illorum diuisibile est in duas pira
mides quantum altera triangua equalis vni duarum in quas & seratilia
totalis piramidis diuiditur.altera vero quadrangula que dupla est ad reli
quam quare patet ambo seratilia pariter accepta tres quartas esse totalis
piramidis diuise:hanc proportionem si scire desideras.sexam huius.11.
libri consule.sed sufficit tibi scire quantum ad propositum illa duo serati
lia pariter accepta duas partiales piramides i quas & seratilia totalis diui
ditur pariter acceptas quantalibet quantitate excedere.

Propositio .4.



I due piramides eque alte quarum bases trian-
gule singule in binas piramides equales sibi inui-
cem ac toti similes binasq; feratilia equalia diuida-
tur et it proportio basis vnius ad basim alterius
tanq; proportio duorum feratiliu suorum ad duo
feratilia alterius. eritq; palas oia feratilia que fue-
rint in vtralibet illarum piramidum pariter accepta ad cuncta
feratilia que in altera piramide fuerint eandem habere propor-
tionem q; basis eius piramidis ad basim alterius piramidie.

¶ Sint due piramides quarum bases triangle eque alte hec quidem. *a. b. c. d.* cuius conus punctus *a.* basis triangulus. *b. c. d.* ypothemise. *a. b. a. c. a. d.* illa vero. *e. f. g. h.* cuius conus punctus. *e.* basis triangulus. *f. g. h.* ypothemise. *e. f. e. g. e. h.* hec aut due piramides diuidantur sicut in premissa. Sintq. bases earum diuise hec quidem protractis lineis latera basis ipsius per equalia diuidentibus que sint. *k. l. f. k. m.* illa vero protractis lineis que sint. *n. p. n. q.* dico ergo q. proportio basis. *b. c. d.* ad basim. *f. g. h.* eff sicut duorum feratiliū piramidis. *a.* pariter acceptorum ad duo feratilia piramidis. *e.* pariter accepta. Manifestum est aut ex. *18.* sexti pte secunda q. pportio trianguli. *b. c. d.* ad triangulum. *k. m.* d. eff sicut linee *b. d.* ad lineam. *k. d.* duplicata p eandem quoq. eff proportio trianguli. *f. g. h.* ad triangulū. *n. q. h.* sicut linee. *f. h.* ad lineā. *n. h.* duplicata. Cūq. sit linea. *b. d.* ad lineā. *k. d.* sicut linea. *f. h.* ad lineā. *n. h.* vtrobq. *n. ē* dupla pportio erit triangulus. *b. c. d.* ad triangulum. *k. m.* d. sicut triangulus. *f. g. h.* ad triangulum. *n. q. h.* pmutatim triangulus. *b. c. d.* ad triangulū. *f. g. h.* sicut triāgulus. *k. m. d.* ad triāgulū. *n. q. h.* triāgulus aut. *k. m. d.* ad triangulū. *n. q. h.* ē sicut feratile exis sup ipm ad feratile exis sup illū p. *33.* vndecimi huius quoq. feratilis ad illud ē sicut amboz feratiliū piramidis. *a.* piter acceptorum ad ambo feratilia piramidis. *e.* piter accepta ex. *15.* quinti necesse est. *n.* vt sit duplum ad duplum quemadmodū simplicum ad simplicum. itaq. concludere ex. *11.* quinti quod positum est. Dormitas aut si dubitas feratilia vnus harum piramidum eque alta esse feratilibus piramidibus altis. cū *n.* sint piramides eque alte sit quoq. vtraq. eaz diuisa i duas piramides eqles sibi totiū similes ¶ in duo feratilia eqlia ¶ sint due partiales piramides eque alte eo q. similes ¶ equales quod facile patebit demissis a verticibus partialium piramidum perpendicularibus ad bases ipsarum. de quibus p perpendicularibus ex. *37.* vndecimi constat esse equales. Cūq. altitudines harum partialium piramidum pariter acceptę componant altitudinem totalis piramidis diuise. Sintq. ambo feratilia eque alta vni partialium piramidum ei videlicet que superpartialem triangulum basis tota



his pyramidis componitur non est phas ambigere fratilia vnus earum pyramidum esse eque alta fratilibus alterius earum. Corollarium vero ex eo manifestum est qd similiter bases ptialiu pyramidu sic se habeant adinuicem sicut bina fratilia vnus ad bina fratilia alterius. qd quia bases partia lium sic se habent adinuicem sicut bases totalium ex secunda parte. 13. scilicet qd permutata proportionem constat ex. 13. quinti verum esse quod corolla rium proponit.

Propositio .5.

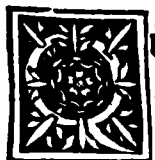


Pnes due pyramidis eque alte quaz bases tria gule suis basibus sunt proportionales.

¶ Quod. 33. vndecimi pposuit de solidis parallelogra mis qd in fine. 36. vndecimi vtz esse demonstrauimus de fratilibus. hec quinta. 11. proponit de pyramidibus trian gulis. I ntelligatur enim due pyramidis eque alte quaz

bases sunt duo trigoni. a. f. b. dico qd proportio pyramidis. a. ad pyrami dem. b. est sicut basis. a. ad basim. b. quod eodem demonstrationis vel ar gumentationis genere demonstrandum est quo secundum huius de monstrauimus. sit enim vt basis. a. ad basim. b. ita pyramis. a. ad corpus c. de quo dico qd ipsum non erit minus neq. maius piramide. b. nam si possibile est vt sit minus esto minus in solido. d. vt pyramis. b. sit equalis duobus corporibus. c. f. d. pariter acceptis diuisa itaq. piramide. b. vt p' ponit. 3. detrahantur ab ea duo fratilia que ex premissa sunt maius medi etate pyramidis ipsius itemq. ex vtraq. duarum partialium residuorum pyramidum duo earum predicto modo diuisarum fratilia demantur qd fiat hoc totiens quousq. ex piramide. b. cogatur aduersarius p' primam so. confiteri relinqui minus solido. d. eruntq. ex communi scientia frati lia detracta maius. c. fiat igitur a piramide. a. similis fratiliu detractio qd intelligamus tot fratilia detracta esse ex piramide. a. quot detrahimus ex piramide. b. eritq. ex corollario premisse sicut basis. a. ad basim. b. ita fratilia detracta a piramide. a. ad fratilia detracta a piramide. b. sed sic erat pyramis. a. ad corpus. c. itaq. fratilia pyramidis. a. ad fratilia pyrami dis. b. sicut pyramis. a. ad corpus. c. qd pmutati fratilia pyramidis. a. ad pi ramidem. a. sicut fratilia pyramidis. b. ad corpus. c. Cumq. sint fratilia pyramidis. b. maius corpore. c. erit fratilia pyramidis. a. maius piramide a. Et quia hoc est impossibile non erit corpus. c. minus piramide. b. sed nec maius. hoc enim posito cum sit proportio basis. a. ad basim. b. sicut pyramidis. a. ad corpus. c. erit ecouerso basis. b. ad basim. a. sicut corporis. e. ad pyramidem. a. Eritq. eadem ex communi scientia pyramidis. b. ad aliquod corpus quod sit. d. sequeturq. ex. 14. quinti qd corpus. d. sit minus piramide. a. eo qd pyramis. b. ponitur minor corpore. c. Erit igitur basis. b. ad basim. a. sicut pyramis. b. ad corpus minus piramide. a. Ex hoc autem demonstratum est sequi impossibile videlicet fratilia detracta ab aliq. piramide maius esse ea piramide a qua detrahuntur ideoq. relinquitur corpus. c. esse equale pyramidi. b. cum nec minus ea possit esse nec maius qd proportionem pyramidis. a. ad pyramidem. b. esse sicut basis. a. ad basim b. hoc erat autem demonstrandum.

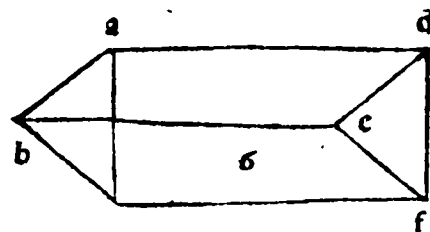
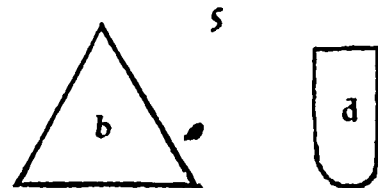
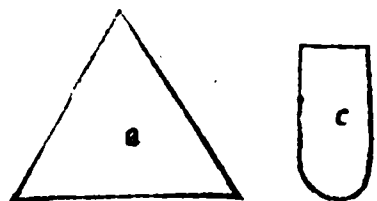
Propositio .6.



Pne corpus seratile in tres pyramidis equales basesq. triangulas habentes est diuisibile.

¶ Sit seratile. a. b. c. d. e. f. ipsum dico et diuisibile in tres pyramidis triangulas equales. Protrahatur enim in vna quaz. suarum trium superficierum parallelogramarum linea diagonalis itaq. vna earum diagonalium sit con terminalis reliquis duabus vt si protrahas lineas. b. d. b. f. f. f. a. quas propter confussionem protrahere contempsit eritq. totum seratile in tres tria

p



gulas pyramides diuisum quas ex premissa bis assumpta facile constat esse equales. Quoniam autem Euclides nihil demonstrandum proponit de pyramidibus lateratis exceptis solidis his quarum sunt bases triangule ut omnium cognitionem ex elementis que ponit sufficenter dicere possimus quedam arbitramur non inutile demonstrationibus hic positis ad iungere: solis enim elementis contentus Euclides multa pretermisit que quamuis ex eis consequantur non tamen sine difficultate patent studentibus: horum primum est hoc.

¶ Si duo solida quorum alterum seratile alterum vero pyramis cuius basis triangula super eandem basim aut super equales trigonas aut seratile super quadrangulam: pyramis vero super trigonam que quadrangule basis seratilis sit dimidiū constituta fuerint eque alte seratile pyramidi triplum esse conueniet.

¶ Si seratile propositum fuerit super basim trigonam tunc ex pyramide proposita super propriam basim perficiatur seratile pyramidi propositae eque altum. Si vero seratile fuerit super basim quadrangulam tunc basi pyramidis adiciatur triangulus ex quo & basi pyramidis perficiatur superficies equidistantium laterum super quam ex ipsa pyramide compleatur seratile pyramidi eque altum. Quia igitur istud seratile seratili priori est eque altum & utronque bases sunt equales ex ypothesi. sequitur ipsa esse equalia hoc enim demonstratum est in .36. vndecimi. at quoniam ex 6. huius. libri seratile secundum triplum ē ad pyramidem propositam: nam ipsa est vna ex tribus pyramidibus in quas ipsum seratile diuiditur. Erit quoque per communem scientiam propositum seratile triplum ad propositam pyramidem.

¶ Si quotlibet pyramides quarum bases triangule super vnas eandemque basim siue super equales constitute fuerint: eque alte eas esse ad inuicem equales necesse est.

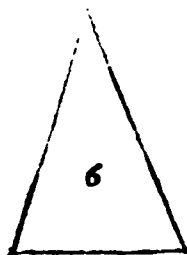
¶ Fabricato enim vno seratili eque alto pyramidibus propositis super basim triangulam equalem basibus propositarum pyramidum aut super basim quadrangulam duplam basibus earūdem erit ipsum seratile triplum ad pyramides singulas, hoc enim constat ex premissa addita siue interposita: igitur ex communi scientia cuncte propositae pyramides sunt ut diximus ad inuicem equales.

¶ Omnes pyramides quarum bases triangule eque alte suis basibus sunt proportionales.

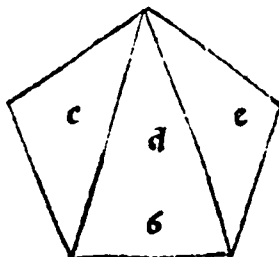
¶ Fiant super bases propositarum pyramidum aut super alias trigonas equales aut super parallelogramas duplas seratilia ipsis pyramidibus eque alta eruntque ob hoc seratilia sibi inuicem eque alta & quia seratilia suis basibus sunt proportionalia ut probatum est in .36. vndecimi .33. ipsius mediante. Cumque ex prima harum additarum manifestū sit hec seratilia tripla esse ad propositas pyramides vnumquodque videlicet ad suam relationem: basesque ipsorum equales aut duplas esse basibus ipsarum sit aut ex .15. quinti ut triplum ad triplum ita simplicium ad simplicium erunt quoque propositae pyramides suis basibus proportionales.

¶ Si fuerint due quolibet pyramides eque alte fuerintque alterius basis trigona: relique autem tetragona aut plurilatera: pyramides ipsas suis basibus proportionales esse conueniet.

¶ Exempli gratia. Intelligantur due pyramides eque alte super duas bases. a. f. sitque basis. a. triangula. b. vero pentagona. Et dicantur hee pyramides. a. f. b. itaque dico proportionem pyramidum. a. f. b. esse sicut basium. a. f. b. distinguat quidem pentagonus. b. in tres triangulos. c. d. e. eritque tota pyramis. b. distincta in tres pyramides eque altas quarum bases sunt trianguli. c. d. e. que etiam dicantur nominibus suarum basium. quia igitur ex premissa interposita proportio pyramidis. c. ad pyramidem. a. est sicut trigoni. c. ad trigonum. a. f. pyramidis. d. a. pyramidem. a. sicut trigoni. d.



a



b

ad trigonum .a. iteq. piramis .e. ad piramidem .a. sicut trigoni .e. ad trigonum .a. ex .14. quinti bis assumpta sequitur q. sit proportio aggregati ex omnibus piramidibus .c. d. e. & ipsum est piramis .b. ad piramidem .a. sicut aggregati ex omnibus trigonis .c. d. e. & ipsum est pentagonus .b. ad trigonum .a. constat igitur quod volumus.

¶ Omnes laterate piramides eque alte suis basibus pportiones esse probantur.

¶ Si altera earum fuerit super basim trigonam ex premissa interposita. constat quod dicitur. Si autem basis .v. truisq. fuerit polygonia vtralibet ipsarum basium resoluta in triangulos & ipsa piramide in piramides triangulari erit ex premissa interposita pportio vnius cuiusq. harum triangularium piramidum inter quas altera propositarum diuiditur ad reliqua sicut sue basis ad basim alterius . itaq. per .14. quinti quoties oportet assu pti . constat verum esse quod diximus.

Propositio .7.

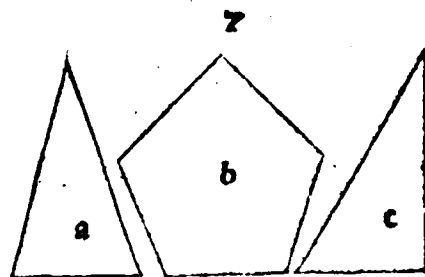
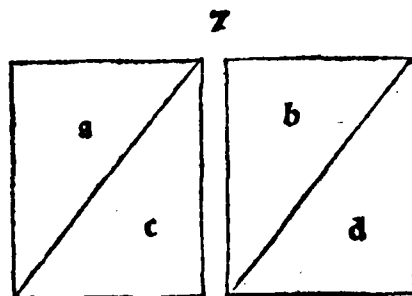


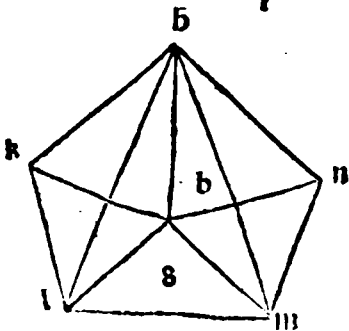
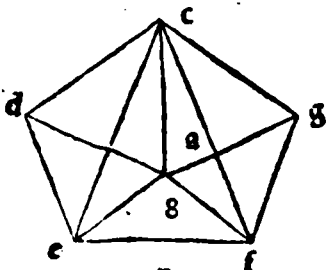
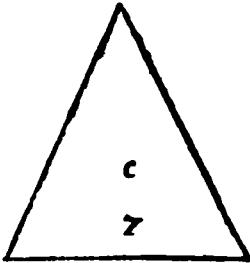
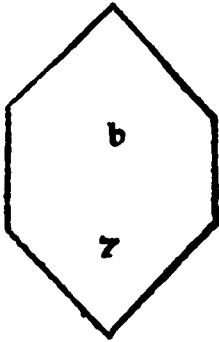
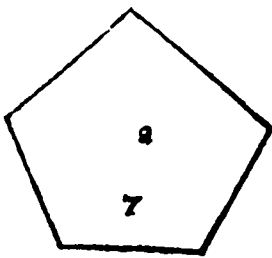
P due piramides triangularum basium fuerint equales earum bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases & altitudines fuerint mutue easdem piramides sibi inuicem esse equales necesse est.

¶ Quod trigesima quarta & trigesima quinta vndecimi proposuerunt de solidis paralellogramis & nos in .36. eiusdem demōstrauimus de seralibus hec septima .n. proponit de piramidibus habentibus bases triangulas. **¶** Intelligantur enim due piramides equales super duos trigonos .vel triangulos .a. & .b. que dicantur .a. & .b. dico itaq. q. proportio basis .a. ad basim .b. est sicut proportio altitudinis piramidis .b. ad altitudinem piramidis .a. & si hoc fuerit dico piramides .a. & .b. esse equales. Adhibeantur quidem duobus trigonis .a. & .b. duo alii qui sint .c. & .d. vt fiant ambe superficies .a. c. & .b. d. equidistantiū laterum & ex ipsis piramidibus super bases .a. c. & .b. d. compleantur solida paralelograma piramidibus propositis eque alta que similiter dicantur .a. c. & .b. d. Manifestū igitur ē ex sexta huius .n. q. piramis .a. est sexta pars solidi .a. c. & piramis .b. sexta solidi .b. d. itaq. ex .35. vndecimi argue propositum: primam quidem partem ex prima . secundam autem ex secunda.

¶ Quod si due quilibet piramides laterate fuerint equales earum bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases earum altitudinibus ipsarum mutue fuerint easdem piramides equales esse oportet.

¶ Si bases vtriusq. fuerint triangule demonstratum est verum esse quod diximus. Si sit altera tantū igitur .a. basisq. alterius piramidis sit .b. & sumatur trigonus .c. equalis polygonio .b. fiatq. super .c. piramis eque alta piramidi que est super .b. & sint .a. b. c. equiuoca nomina piramidū & basium. Quia igitur ex ypothesi due piramides .a. & .b. sint eqles & ex vltima interpositarum ad sextam huius duorū piramides .b. & .c. sint eqles & erunt ex communi scientia due piramides .a. & .c. equales igitur bases earum sunt mutue ad altitudines earum ex prima parte .7. huius. Cumq. bases .b. & .c. sint equales altitudines quoq. piramidum .b. & .c. equales. Erunt ex prima parte & secunda .7. quinti bases .a. & .b. mutue altitudinibus piramidum .a. & .b. **¶** Secunda pars cōuerso mō probatur . nam si fite rit basis .a. ad basim .b. vt altitudo piramidis .b. ad altitudinē piramidis .a. erit ex .1. pte & pria .7. qnti basis .a. ad basim .c. sicut altitudo piramidis .b. ad altitudinē piramidis .a. itaq. ex scda pte huius .7. due piramides .a. & .c. sunt equales quare p cōmunem sciam due quoq. piramides .a. & .b. sunt equales. **¶** Si vero neutra propositarum piramidum fuerit





trigona sed vtraq; polygonia. Verbi gratia altera pentagona altera exago-
na que adhuc dicantur. a. & b. sumatur similiter triangulus. c. equalis exa-
gono. b. super quem fiat piramis eque alta piramidi. b. eruntq; due pira-
mides. b. & c. equales. ideoq; due que sunt. a. & c. etiam per conceptionem
equales quare basis. a. ad basim. c. sicut altitudo piramidis. c. ad altitudi-
nem piramidis. a. hoc enim nuper demonstratum est. Est ergo ex septi-
ma quinti basis. a. ad basim. b. sicut altitudo piramidis. b. ad altitudinem pi-
ramidis. a. Conuersa cōuerso modo patet. si enim basis. a. ad basim. b. fue-
rit vt altitudo piramidis. b. ad altitudinem piramidis. a. erit quoq; ex se-
ptima quinti basis. a. ad basim. c. vt altitudo piramidis. c. ad altitudinē
piramidis. a. ideoq; vt patet ex prioribus erunt due piramides. a. & c. equa-
les quare etiam ex communi scientia & due que sunt. a. & b. erunt etiam
equales. Et hoc est propositum.

Propositio .8.



Primum duarum piramidum similium quarus
bases triangule ē proportio alteri⁹ ad alterā tanq; la-
teris ad latus eius) relatiuum proportio triplicata.
¶ Propositis duabus piramidibus bases triangulas habē-
tibus similibus ex ipsis perface duo solida parallelograma
quemadmodum dictum est in demonstratione premis-
se eruntq; hec duo solida parallelograma similia eo q; piramides ponun-
tur similes ad inuicem. nam duo solidi anguli qui sunt communes pira-
midibus & solidis parallelogramis superficialibus angulis numero & quan-
titate equalibus continentur: & latera quoq; illos angulos superficiales cō-
tinentia sunt proportionalia quare ex. 34. primi tres superficies solidorū
parallelogramorum communes angulos solidos constituentes sunt equi-
angule & laterum proportionalium. ideoq; similes ex diffinitione simi-
lium superficialium: quare ex. 34. & 13. quinti cūctē sex superficies bonum
duorum solidorum parallelogramorum sunt similes ad inuicem: igitur
a diffinitione corporum similium erunt ipsa solida similia: quare cum p
portio solidorum & piramidum sit vna ex. 15. quinti. nam solida sunt sex-
cupla piramidibus ex sexta huius. cūq; sit proportio solidorum vna si-
cut suorum relatiuorum laterum triplicata ex. 36. vndecimi libri:
Sint autem latera solidorum eadem quoq; latera piramidū. erit quoq;
ex. 11. quinti proportio propositarum piramidum sicut suorum relatiuo-
rum laterum proportio triplicata: quod ē propositum.

¶ Quod si fuerit due quolibet piramides laterate similes erit
proportio alterius ad alteram sicut sui lateris ad sibi relatiuum
latus alterius proportio triplicata.

¶ Sint due laterate piramides quarum coni. a. & b. similes suntq; sup ba-
ses pentagonas que sunt. c. d. e. f. g. h. k. l. m. n. dico q; proportio earum ē
sicut suorum relatiuorum laterum triplicata. Constat enim ex diffinitio-
ne similium superficialium & corporum q; pentagoni qui sunt bases pro-
positarum piramidum sibi adinuicem cūctiq; reliqui trianguli ipsas
ambientes sibi inuicem sunt similes. Diuidantur itaq; bases ambarum in
triangulos similes & numero equales prout. 18. sexti proponit esse possibi-
les protractis in hac quidem lineis. c. e. & c. f. in illa vero. h. l. & h. m. Di-
co igitur istas piramides esse diuisas in piramides triangulas similes & nu-
mero equales. Conferantur enim adinuicem due piramides. a. c. d. e. b.
h. k. l. quarum coni sunt. a. & b. constat autem ex ypothesi triangulum. c.
a. d. esse similem triangulo. b. h. k. & triangulum. d. a. e. triangulo. h. b. l.
& quia etiam ex ypothesi angulus. d. est equalis angulo. k. & latera. c.
d. & d. e. continentia angulum. d. sunt proportionalia lateribus. b. k; &
k. l. continentibus angulum. k. erunt ex. 6. sexti duo trianguli. c. d. e. & b.
k. l. equianguli. ideoq; per. 4. sexti erit proportio. c. d. ad. h. k. sicut. c. e.
ad. h. l. cūq; ex ypothesi sit proportio. c. a. ad. b. b. & etiam. a. c. ad. b. l. sicut

c.d.ad.b.k. erit ex .n. quinti. c.a.ad.h.b. f. a.e.ad.b.l. sicut.c.e.ad.h.f. igitur ex .s. sexti & diffinitione similium superficierum triangulus c.a.e. erit similis triangulo.h.b.l. manifestum est itaq; ex diffinitione similium corporum q; piramis.a.c.d.e. est similis piramidi .b.h. k. l. similiter quoq; constat piramidem.a.c.e.f. esse similem piramidi.b.b.l.m. & piramidem a.c.f.g. piramidi.b.h.m.n. Quia ergo ex hac .8. pportio piramidis.a.c.d.e. ad piramidem.b.b.k.l. est sicut lateris .c.d. ad latus.h.k. triplicata & etiam piramidis .a. c.e.f. ad piramidem .b. h.l.m. sicut.c.e.f. ad l.m. triplicata. ac etiam piramidis.a.c.f.g. ad piramidem.b.h.m.n. sicut.c.g. ad.h.n. triplicata cum sit ex ypothesi proportio.c.f.ad.l.m. & .c.g.ad.h.n. sicut.c.d.ad.b.k. sequitur ex .13. quinti vt proportio totalium piramidū a.f.b. sit sicut vnus harum partialium ad aliam vnā. igitur ex hac .8. & vndecima quinti constat verum esse quod diximus.

Omnēs columnę laterate eque alte suis basibus sunt proportionales.

Verum est quod dicitur super qualescūq; bases polygonias sint columnę. Columnas autem lateratas vocamus solida corpora laterata quorū bases & superficies suppreme sunt similes & equales. cuncte vero relię superficies ipsa solida circumstantes sunt equidistantium laterum Talium autem solidorum prima species est feratilis cum super vna suarum trilatararum superficierum intelligitur esse statum. Secunda. vtro species est columna cuius basis sit quadrilatera quā ex duobus feratilibus necesse est esse compositam; & tertia est cuius basis ē pentagona & ipsa ex tribus feratilibus perficitur. Simpliciter autē dico q; omnis laterata columna in tot corpora feratilia potest distingui in quot triangulos sua basis. Inrelligantur itaq; due columnę laterate.a.f.b. constitute super duas bases a.f.b. eque alte. dico q; proportio columnarum.a.f.b. est sicut basium.a.f.b. Distinguaturnāq; hee bases in triangulos & hee columnę in feratilia: basis quidem.a. que ponatur esse quadrangula in duos trigonos s.c.f.d. & columna.a. in duo feratilia.c.f.d. basis vero.b. que sit pentagona distinguatur in tres trigonos .e.f.g. & columna .b. in tria feratilia que similiter vocentur.c.f.g. Manifestum est igitur ex his que in .36. vndecimi dicta sunt q; proportio feratilis.c.ad feratilis.e. est sicut basis.c. ad basim.e. & iterum feratilis.d.ad feratilis.e. sicut basis.d. ad basim.e. quare per .24. quinti erit columnę.a.ad feratilis.e. sicut basis.a. ad basim.e. eadē ratione erit columna .a. ad feratilis.f. sicut basis .a. ad basim.f. at rursus columnę.a. ad feratilis.g. sicut basis .a. ad basim.g. Igitur ex .24. quinti quotiens necesse fuerit assumpta facile concludes propositum constat itaq; ex hoc q;

Omnēs columnę laterate super eandem basim vel super equales constitute si fuerint eque alte erunt equales:

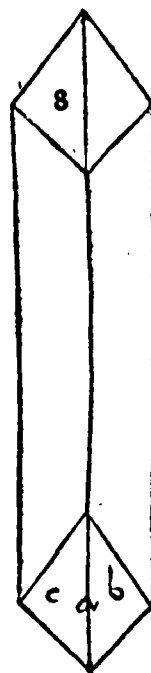
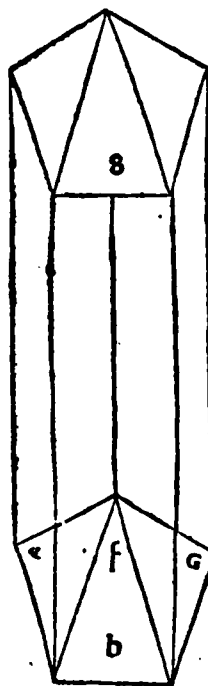
Cum enim vt proximo probatum est eque alte columnę laterate sint suis basibus proportionales. ponantur autem bases esse aut easdem aut equales necesse est ex .24. quinti vt etiam columnę sint equales constat quoq; q;

Si fuerint quolibet solida parallelogramia feratilia & laterate columnę eque alta ipsa quoq; suis basibus proportionalia esse necessariō comprobantur.

Omnia enim hee species sunt lateratarum columnarum de quibus paulo ante vniuersaliter probatum est verum esse quod dicitur.

Omnis laterata columna tripla est ad suam piramidem.

Distinguantur basis columnę in triangulos & secundum numerum triangulorum illorum distinguatur columna in feratilia & piramis colūne in piramides habentes bases triangulas que videlicet sunt bases feratiliū. constat itaq; vnumquodq; feratilis ad eam piramidem que super eandem basim cum ipso feratili consistit triplum esse hoc enim demonstratum est in sexta huius duodecimi libri igitur ex .13. quinti omnia



seratilia pariter accepta ad omnes pyramides pariter acceptas necesse est esse triplum cumq; ex omnibus seratilibus pariter acceptis columna & ex omnibus pyramidibus pariter acceptis pyramis columnne perficiantur constat veram esse hanc nostram propositionem.

¶ Si fuerint due quolibet columnne laterate equales earum bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases earum & altitudines mutue fuerint eisdem columnas equales esse necesse est.

¶ Si enim columnne sunt equales earum pyramides erunt equales eo qd omnis laterata columna est tripla ad suam pyramidem. si autem pyramides fuerint equales sue bases sui altitudinibus mutue erunt quemadmodum demonstratum est in septima huius. Quia igitur columnarum suarumq; pyramidum eadem sunt bases & altitudines sunt eadem. constat prima pars propositi. Sin igitur bases & altitudines propositarum columnarum lateratarum mutue idico qd columnne erunt equales. cum enim eadem sint bases eademq; altitudines columnarum suarumq; pyramidum tenent bases & altitudines pyramidum propositarum columnarum mutue. si hoc ut posuitur est verum fuerit de columnis. erunt itaq; pyramides equales prout in septima huius demonstratum est igitur & columnne equales cum ipse triple sunt ad suas pyramides: quare patet secunda pars eius quo propositum est.

¶ Omnium duarum columnarum lateratarum similium est proportio alterius ad alteram tanq; lateris ad suum relatiuum latus proportio triplicata.

¶ Si columnne fuerint similes erunt ex diffinitione similium corporum bases earum ceteraq; superficies eas ambientes similes. Diuidantur itaq; bases earum in triangulos similes & numero equales quemadmodum. 3. sexti proponit esse possibile: & ipse columnne diuidantur in seratilia super hos triangulos existentia. stude igitur probare seratilia vnus suis relatiuis seratilibus alterius esse similia: quod facile probabis ex ypotthesi & sexta & quarta & quinta sexti: & diffinitione similium superficierum & diffinitione similium corporum hoc alit probato erit ex. 36. vndecimi proportio vnus cuiusq; seratilis vnus ad suum relatiuum seratile alterius sicut sui lateris ad latus illius proportio triplicata: Et quia omnium laterum est proportio vna cum cuncta seratilia vnus sunt similia suis relatiuis seratilibus alterius. sequitur ex vndecima quinti ut cunctorum seratiliu vnus ad sua relatiua seratilia alterius sit proportio vna: quare per. 3. quinti que est proportio vnus seratilis ad suum seratile relatiuum alterius eadem est omnium pariter acceptorum ad omnia pariter accepta & quia vtrobiq; omnia seratilia pariter accepta componunt columnas & relatiua latera seratiliu sunt relatiua latera columnarum necesse est ex vndecima quinti ut proportio columnarum sit sicut suorum relatiuorum laterum proportio triplicata quod est propositum.

Propositio .9.



Primis columna rotunda pyramidi sue triplex esse comprobatur.

¶ Supra circulum .a. intelligatur vna columna & vna pyramis secundum eandem suam altitudinem erecte dicanturq; equinoce ipsa pyramis & columna & circulus nomine vno scilicet .a. dico itaq; qd columna .a. est tripla ad pyramidem .a. cuius probatio est quia neq; maior neq; minor potest esse qd tripla. Sit enim primum si possibile e maior qd tripla quantitate corporis b. ita qd si .b. corpus dematur de columna .a. erit residuum eius triplum ad pyramidem .a. Inscribebatur ergo quadratum circulo .a. super quod erigatur duo seratilia eque alta columnne .a. de quibus duobus seratilibus pars

ter acceptis constat q̄ ipsa sunt plus medietate columnne. a. quemadmo-
dum ipsum quadratum constat esse plus medietate circuli. a. Si enim ex
ipsis seratilibus perficiantur solida parallograma quorum ipsa sunt me-
dietates: erit ipsa columna pars ipsorum duorum solidorum pariter acce-
ptorum. ¶ Deinde super latera quadrati inscripti perficiam quatuor tria-
gulos duum equalium laterum in portionibus circuli quarum portionū
latera quadrati sunt corde diuisis arcibus illarum portionum per equa-
lia & sunt illi trianguli. c. d. e. f. super quos etiam erige seratilia ad altitudi-
nem columnne. a. & manifestum est q̄ hec seratilia sunt maius medietate
portionum columnne super portiones circuli consistentium quemadmo-
dum & ipsi trianguli sunt maius medietate portionum circuli. Fiat autē
hoc totiens quousq̄ per primam. 10. cogatur aduersarius confiteri portio-
nes columnne pariter acceptas esse minus corpore. b. ¶ Erit igitur colum-
na laterata octogona quam componunt omnia seratilia pariter accepta
quorum bases sunt trianguli diuidentes polygonum inscriptum circulo
a. maius triplo pyramidis rotunde. a. & quia ipsa laterata columna est
tripla ad suam pyramidem sicut demonstratum est in eis que premissa
sunt. sequitur ex secunda parte. 10. quinti libri vt rotunda pyramis. a. sit
minor laterata pyramide laterate columnne cuius basis est inscriptum po-
ligonium basi rotunde pyramidis. a. quod est impossibile. Est enim pi-
ramis laterata pars ipsius pyramidis rotunde: non est igitur pyramis. a.
minus tertia parte sue columnne. sed nec plus tertia. Si enim possibile est
sit pyramis. a. plus tertia parte columnne. a. quantitate corporis. b. ita q̄ de
tracto corpore. b. de pyramide. a. sit residuum ipsius pyramidis tertia pars
columnne. a. igitur quemadmodum prius ex pyramide. a. intelligatur detra-
hi pyramis laterata sibi eque alta cuius basis sit quadratum circulo. a.
inscriptum quam lateratam pyramidem constat esse plus dimidio pira-
midis rotunde. Item de residuo pyramidis. a. rursus intelligantur detra-
hi pyramides eque alte statute super triangulos. c. d. e. f. qui sunt in portio-
nibus basis & hoc totiens fiat vt ex prima decimi relinquatur ex pyrami-
de. a. minus corpore. b. Erit itaq̄ pyramis laterata inscripto poligono su-
perstanti quam componunt laterate pyramides ex rotunda pyramide de-
tracte maius tertia parte rotunde columnne. a. & quia vt probatum est i pre-
cedentibus hec pyramis laterata est tertia pars sue columnne laterate. a. se-
quitur de nouo ex secunda parte. 10. quinti libri columnnam rotundam. a. esse
minorem columna laterata eiusdem altitudinis cuius basis ē polygonū
basi rotunde pyramidis inscriptum: hoc autem impossibile: nam hec co-
lumnna laterata pars est columnne rotunde. Cum igitur columna rotunda
non possit esse minus triplo sue pyramidis neq̄ maius: erit necessaria tri-
pla ad eam quod demonstrare volumus.

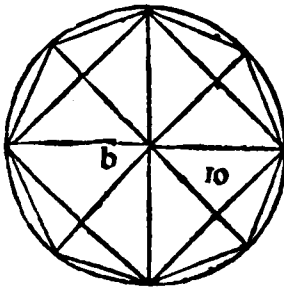
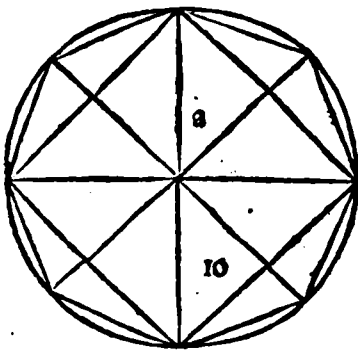
¶ Castigator.

a ¶ Quia minus deficit ad complendam totam columnnam q̄ triplo
cui deficit corpus. b. q̄ maius est portionibus columnne p̄ter acceptis.
b ¶ Cum quelibet tertia pars huius sit maior tertia parte illius rotun-
de. Ideo tota totali.

Propositio .10.



¶ Primum duarum rotundarum pyramidū simi-
lium columnnarum ve rotundarum similium est
pportio alterius ad alterā tanq̄ diametri sue ba-
sis ad diamet̄r basis alterius pportio triplicata.
¶ Sint duo circuli. a. & b. super quos constituantur due
rotunde pyramides similes duę columnne rotunde simi-
les & dicantur circuli & pyramides & columnne & diametri circulorum
his notibus. a. & b. equinoce: dico itaq̄ q̄ proportio duarum pyramidum
a. & b. duarumq̄ columnnarum a. & b. est sicut duarum diametrorum



a. & b. pportio triplicata: hoc autem si de pyramidibus confiterit: de columnis autem constabit ex. 15. quinti. cum omnis columna rotunda sit ex premissa tripla ad suam pyramidem: de pyramidibus autem constabit hoc demonstratione ducente ad impossibile. Est enim per communem scientiam positam in principio secunde demonstrationis huius. 12. libri: que proportio diametri. a. ad diametrum. b. triplicata: eadem pyramidis. a. ad aliquod corpus. Illud igitur corpus sit. c. de quo dico qd ipsum non potest esse minus neq. maius pyramide. b. Sit primo minus si fuerit possibile quantitate corporis. d. ita qd duo corpora. c. & d. pariter accepta sint quantum pyramis. b. itaq. quemadmodum in secunda parte premissae ex pyramide. b. detrahatur laterata pyramis sibi eque alta cuius basis sit quadratum inscriptum circulo. b. & ex residuo eius detrahantur pyramides eiusdem altitudinis consistentes super trigonos portionum circuli. b. fiat itaq. hoc totiens quousq. cogente prima. 10. sit residuum pyramidis. b. minus corpore. d. erit ex communi scientia laterata pyramis. detracta quam componunt partiales pyramides detractae maius corpore. c. Inscrubatur itaq. circulo. a. polygonium simile illi quod est basis laterate pyramidis detractae a pyramide. b. & ad angulos huius polygonii inscripti circulo. a. demitte lineas a cono pyramidis. a. perficiens super illud polygonium lateratam pyramidem eque altam rotunde pyramidi. a. hanc igitur studeas demonstrare esse similem laterate pyramidi detractae a rotunda pyramide. b. quod hoc modo facies. In utraq. pyramide eriges axem ipsius qui erit ex diffinitione linea continuans verticem pyramidis cum centro basis & erit perpendicularis ad basim. De hinc a centr. basium protrahas in utroq. circulo semidiametros ad omnes angulos utriusq. polygonii inscripti cumq. ex diffinitione a similibus pyramidum totidarum sit pportio axis vnius ad axem alterius sicut diametri basis vnius ad diametrum basis alterius. ideoq. etiam ex. 15. quinti & equa proportionalitate sicut semidiametri ad semidiametrum. sint autem utrobique omnes anguli quos axes cum semidiametris continent recti: necesse est ex sexta ppositione sexti libri & qrtia eiusde & diffinitione similibus superficie: & similibus corporib. diffinitione vt laterata pyramis. a. sit similis laterate pyramidi. b. qre per additam ad. 8. huius proportio laterate pyramidis. a. ad lateratam. b. est sicut lateris vnius ad suum relativum latus alterius: proportio triplicata. ideoq. & sicut diametri. a. ad diametrum. b. triplicata. igitur quoq. sicut rotunde pyramidis. a. ad corpus. c. ex. 12. quinti quare permutatum proportio laterate pyramidis. a. ad rotundam pyramidem. a. sicut laterate pyramidis. b. ad corpus. c. Et quia laterata pyramis. b. maior est corpore. c. erit laterata pyramis. a. maior rotunda pyramide. a. quod est impossibile cum sit pars eius. Non est ergo corpus. c. minus rotunda pyramide. b. Restat itaq. probandum qd nec maius. Si enim adversarius dicat ipsum esse maius tunc arguatur ex conuersa proportionalitate proportio nem diametri. b. ad diametrum. a. triplicatam esse sicut corporis. c. ad rotundam pyramidem. a. sed ex conceptione eadem est rotunde pyramidis b. ad aliquod corpus aliud quod sit. d. & quia ex ypotbesi corpus. c. maius est rotunda pyramide. b. sequitur. ex. 14. quinti qd rotunda pyramis. a. sit maior corpore. d. itaq. proportio rotunde pyramidis. b. ad corpus quod est minus rotunda pyramide. a. videlicet ad. d. est sicut sue diametri. b. ad diametrum alterius proportio triplicata. hoc autem est impossibile. nam ex hoc demonstravimus sequi qd pars sit maior suo toto. cum ergo corpus. c. non possit minus esse neq. maius rotunda pyramide. b. erit necessario sibi equale. ideoq. ex secunda parte. 7. quinti constat propositum. Non lateat autem nos huius demonstrationis processum ad eas dumtaxat columnas & pyramides rotundas coartari quarum axes suis basibus perpendiculariter insunt: tales enim diffinitae fuerunt in principio vndecimae cum tamen passio hic demonstrata communiter conveniat omnibus columnis rotundis similibus pyramidibusq. rotundis similibus sue ca-

rum axes super bases suas fuerint orthogonaliter erecte siue sup eas fuerint inclinatæ: & appellantur differentie causa hee rotunde columne & piramides quarum basibus axes orthogonaliter superstant erectæ: relique vero dicantur inclinatæ: & quia in principio. n. non sunt diffinitæ columne aut piramides rotundæ nisi ille tantum quas erectas vocamus. hee quidē per motum parallelogrami rectanguli ille vero per motum trigoni rectanguli. ideo conueniens arbitramur diffinire columnas rotundas & piramides definitionibus communiter & vniuoce conuenientibus erectis & inclinatæ columnis & pyramidibus rotundis. Cum igitur extra superficiem alicuius circuli descripti signatur punctus qui cum circumferentia ipsius circuli per lineam rectam continuatur si linea ipsa signato puncto manente fixo descripto circulo quousq; ad locum vnde moueri inceperit. circumducatur: corpus quod a curua superficie quam motu suo describit hec linea & ab ipso circulo cui circumducitur continetur voco pyramidem rotundam. & circulum cui linea hec circumducitur voco basim ipsius pyramidis. fixum autem punctum extra circuli superficiem signatum voco centrum pyramidis: lineamq; rectam continuantem centrum basim cum cono pyramidis appello axem seu sagittam pyramidis. Cūq; hec sagitta fuerit perpendicularis ad basim dico pyramidem esse erectā. cum vero inclinata dico etiam pyramidem inclinatam. Cum autem fuerint duo circuli equales descripti in superficieribus equidistantibus quos vna plana superficies per eorum centra transiens secuerit fuerintq; continuate per lineam rectam due relatiue sectiones duarum circumferentiarum ipsorum circulorum. Si linea hec in circumferentiis ipsorum circulorum equidistans situi a quo moueri inceperit quousq; ad locum suum redeat circumducatur corpus quod a curua superficie quam motu suo describit hec linea & a duobus propositis circulis continetur: voco columnam rotundam. cuius axis siue sagitta est linea recta centra duorum circulorum continuans. Et cum hec sagitta fuerit perpendicularis ad superficiem vtriusq; duorum circulorum: dico columnam esse rectam. Cum vero fuerit super basim inclinata dico columnam esse inclinatam. Cūq; fuerint due rotunde piramides aut columne a quarum axibus egrediantur due superficies super bases earum orthogonaliter erecte fuerintq; anguli quos axes & communes sectiones harum superficierum & basium continent adinuicem equales: & fuerit proportio axis vnius ad axem alterius sicut semidiametri basis vnius ad semidiametrum basis alterius: tunc illas duas piramides adinuicem aut illas duas columnas adinuicē dico similes esse. His diffinitionibus positis demonstrandum est q; omnium duarum rotundarum pyramidum similium columnarum vtriusq; similium siue erecte siue inclinatæ fuerint est proportio vnius ad alteram sicut diametri basis vnius ad diametrum basis alterius proportio triplicata quod de solis erectis demonstratum est ad hoc autem premittimus antecedens necessarium.

Castigator.

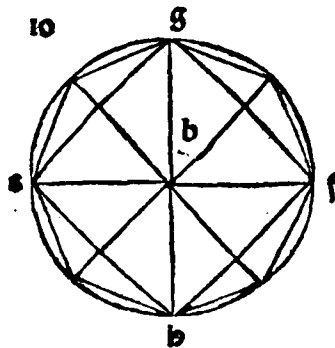
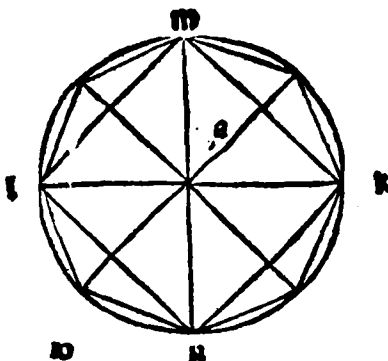
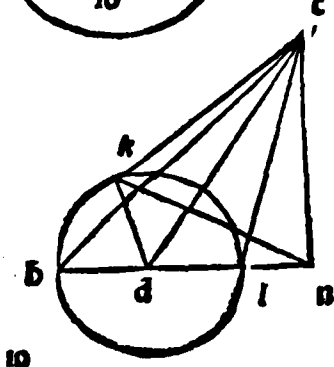
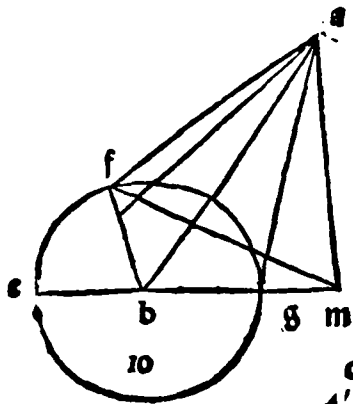
a. Diffinitio non dicit hoc sed ex permutata proportio. elicitur. Quoniam si proportio axis vnius ad diametrum siue basis est sicut axis alterius ad diametrum siue basis. Ergo permutatim axis vnius ad axem alterius sicut diametri vnius ad diametrum alterius &c.

Si fuerint due rotunde piramides adinuicem similes vtriusq; quarum due plane superficies super axem secant fuerintq; harum duarum superficierum altera in vtraq; piramide super basim eius orthogonaliter erecta at arcus basium inter illas duas superficies contenti similes: erūt anguli quos axes & due communes sectiones basium & earum superficierum que super

bases non ponuntur orthogonaliter erecte continent adinuicem equales.

¶ Sint due rotunde pyramides. a. b. c. d. quarum bases sunt circuli. e. f. g. h. i. k. l. & axes due linee. a. b. c. d. & diametri basium. e. g. f. h. i. cetera basium sunt duo puncta. b. f. d. con. i. pyramidum. a. f. c. similes adinuicem & ab earum conis ad superficiem basium protrahantur ut docet. a. vndecimi libri due perpendiculares que sunt. a. m. c. n. & continuantur puncta. m. f. n. cum centris basium protractis lineis. b. m. f. d. n. eritq. ex is. vndecimi superficies. a. b. m. que egreditur ab axe. a. b. erecta sup. basium pyramidis. a. b. orthogonaliter. Eodem modo superficies. c. d. n. que egreditur ab axe. c. d. erit erecta super basium pyramidis. c. d. orthogonaliter. Sint itaq. duo arcus. f. g. h. i. k. l. similes & intelligatur due superficies. a. b. f. c. d. k. egredi ab axibus & secare pyramides. a. b. c. d. similes.

¶ Dico igitur duos angulos. a. b. f. c. d. k. esse adinuicem equales. Protrahantur. n. due linee. f. m. c. k. n. quia igitur due pyramides. a. b. c. d. sunt similes & due superficies. a. b. m. c. d. n. stantes orthogonaliter sup. bases egrediuntur ab earum axibus erit ex diffinitione similium pyramidum angulus. a. b. m. equalis angulo. c. d. n. & quia ex diffinitione linee supra superficiem perpendiculariter erecte uterq. duorum angulorum. a. m. b. c. n. d. est rectus erunt ex. 32. primi. f. 4. sexti duo primi trianguli. a. b. m. c. d. n. laterum proportionalium ut proportio linee. a. b. ad lineam. c. d. sicut. b. m. ad. d. n. & sicut. a. m. ad. c. n. Et quia ex diffinitione similium pyramidum proportio axis. a. b. ad axem. c. d. est sicut semidiametri. b. f. ad semidiametrum. d. k. erit ex. n. quinti. proportio. b. f. ad. d. k. sicut. b. m. ad. d. n. Cumq. sint duo anguli. f. b. m. c. k. d. n. equales eo q. duo arcus. f. g. h. i. k. l. sunt similes ex ypothesi erit ex sexta & quarta sexti proportio. f. m. ad. k. n. sicut. b. m. ad. d. n. ideoq. sicut. a. m. ad. c. n. & quia iterum ex diffinitione linee super superficiem perpendiculariter erecte uterq. duorum angulorum. a. m. f. c. n. k. est rectus erit ex sexta & quarta sexti proportio. a. f. ad. c. k. sicut. a. m. ad. c. n. ideoq. per. n. quinti sicut. a. b. ad. c. d. & sicut. b. f. ad. d. k. igitur ex quinta sexti duo anguli. a. b. f. c. d. k. sunt adinuicem equales quod est propositum. ¶ I dem probabis leuiter de rotundis columnis similibus hoc itaq. demonstrato dico q. omnium duarum rotundarum pyramidum similium quecumq. fuerint siue erecte siue inclinate est proportio vnius earum ad alteram sicut diametri sue basi ad diametrum alterius basis proportio triplicata. Sint enim ut prius due rotunde pyramides. a. f. b. quarum bases sunt circuli. a. f. b. & horum circulorum diametri sint etiam. a. f. b. suq. proportio pyramidis. a. ad corpus. c. sicut diametri. a. ad diametrum. b. proportio triplicata. non erit igitur corpus c. minus neq. maius rotunda pyramide. b. Sit enim primo si possibile est minus quantitate corporis. d. ita q. duo corpora. c. f. d. pariter accepta sint quantum rotunda pyramis. b. ab axe igitur pyramidis. b. prodeat superficies que sit orthogonaliter erecta super circulum. b. Sitq. communis sectio huius superficies & circuli. b. linea. e. f. transiens per centrum. b. que erit diameter circuli. b. & protrahatur intra circulum. b. alia diameter secans hanc orthogonaliter que sit. g. h. Sicq. inscribatur circulo. b. quadratum e. g. f. h. & a. rotunda pyramide. b. intelligatur detrahi laterata pyramis cuius basis est quadratum circulo. b. inscriptum: que ut probatum est supra maius erit dimidio rotunde pyramidis. Et ex residuo eius detrahant pyramides eiusde altitudinis consistentes sup. trigonos portionum circuli. b. fiatq. hoc toties quouq. residuum sit rotunde pyramidis. b. minus corpore d. ex pria decimi. Erig. ex conceptione laterata pyramis detracta qua componunt lateratae pyramides detracte maius corpore. c. tunc ergo p. deat ex axe pyramidis. a. superficies alia que sit orthogonaliter erecta super circulum. a. & sit communis sectio huius superficies & circuli. a. linea

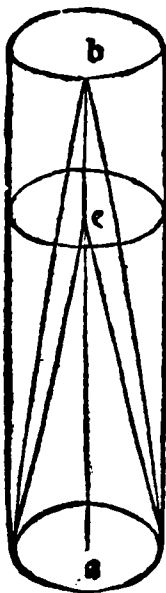


k.l. que ob hoc erit diameter circuli. a. protrahatur autem in circulo. a. alia diameter secans hanc orthogonaliter que sit. m. n. sicq. inscribatur in circulo. a. quadratum. k. m. l. n. & diuidendo arcus portionum circuli. a. per equalia perficiantur in circulo. a. polygonum simile illi quod est inscriptum circulo. b. & ad singulos angulos huius polygoni demitte lineas rectas a cono pyramidis. a. perficiet super illud polygonum lateratam pyramidem eque altam pyramidi. a. hanc autem lateratam pyramidem probabis esse similem laterate pyramidi detracte. a. rotunda pyramide. b. quod hoc modo facies produces axes cogitatione vel actu variisq. in v. ring pyramidibus. a. & b. & a. centris basium protrahas lineas rectas ad omnes angulos inscriptorum polygonorum. Eruntq. ex premisso antecedente omnes anguli quos continet axis pyramidis. a. cum singulis lineis ductis a centro circuli. a. ad angulos polygoni sibi inscripti equaliter suis relativiis angulis quos continet axis pyramidis. b. cum singulis lineis ductis a centro circuli. b. ad angulos polygoni sibi inscripti. Et quia ex diffinitione rotundarum pyramidum similitum proportio axis pyramidis. a. ad axem pyramidis. b. est sicut semidiametri circuli. a. ad semidiametrum circuli. b. sequitur ex sexta & quarta sexti & diffinitionibus similitum superficierum & similitum corporum q. due laterate pyramides. a. & b. sint similes. Cetera argue sicut prius in decima. constat itaq. de omnibus rotundis pyramidibus similibus quod proportio earum sit sicut diametrorum suarum basium triplicata. & quia omnis columna rotunda est tripla ad suam pyramidem. hoc enim sufficenter est demonstratum siue columna & siue pyramides fuerint erecte siue inclinate sequitur ex. x. quinti ut etiam quatuorlibet columnarum rotundarum similitum sit proportio sicut suarum diametrorum triplicata.

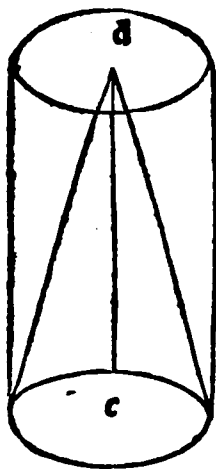
Propositio .ii.



Propono duas rotundas pyramides siue columnas eque altas suis basibus proportionales esse necesse est. **¶** Supra duos circulos. a. & b. statuantur ut prius duae rotunde pyramides eque alte que dicantur similiter. a. & b. & due rotunde columnae eque alte eisdem litteris ascripte a. & b. dico itaq. q. proportio duarum pyramidum. a. & b. duarumq. columnarum. a. & b. est sicut duorum circulorum. a. & b. quod de columnis manifestum erit si hoc prius de pyramidibus demonstrabimus omnis enim rotunda columna tripla est ad suam pyramidem: de pyramidibus autem constabit indirecta demonstratione hoc modo. Est enim ex communis scientia proportio rotunde pyramidis. a. ad aliquod corpus sicut circuli. a. ad circulum. b. illud corpus sit. c. dico itaq. q. corpus. c. non potest esse maius neq. minus rotunda pyramide. b. sit enim primo minus quantitate corporis. d. igitur circulo. b. inscribatur quadratum & detrahatur a rotunda pyramide. b. pyramis. laterata cuius sit basis quadratum circulo. b. inscriptum & ex portionibus pyramidis detrahantur pyramides super trigonas portionum circuli consistentes fiatq. hoc totiens quotusq. sit. ex pyramide. b. residuum minus corpore. d. eritq. laterata pyramis detracta quam componant partiales pyramides detractae maior corpore c. Inscribatur ergo circulo. a. polygonum simile illi polygonio quod est basis laterate pyramidis. b. & perficiatur super ipsum pyramis laterata ductis lineis a vertice pyramidis laterate. a. ad angulos polygoni inscripti. Eruntq. due laterate pyramides. a. & b. eque alte. hoc. n. est propositum de rotundis: quare proportio laterate pyramidis. a. ad lateratam pyramidem. b. est sicut basis eius ad basim illius videlicet sicut polygoni. a. ad polygonum. b. hoc. n. demonstratum est in sexta huius. At vero polygoni. a. ad polygonum.



12



b. est sicut circuli. a. ad circulum. b. quod manifestum est ex p[re]s[ent]i & sc[ilicet] da-
huius: itaq[ue] laterate pyramidis. a. ad lateratam pyramidem. b. sicut rotun-
de pyramidis. a. ad corpus. c. quare permutatim laterate pyramidis. a. ad
rotunda[m] pyramidis. a. sicut laterate pyramidis. b. ad corpus. c. cumq[ue] sit late-
rata pyramis. b. maior corpore. c. sequitur lateratam pyramidem. a. esse
maiorem rotunda[m] pyramidem. a. hoc autem impossibile est enim pars eius
non erit ergo corpus. c. minus rotunda[m] pyramidem. b. ¶ Si vero ponat ad-
uersarius q[uod] sit maius demonstrabimus autem idem impossibile consequi
erit enim per conuersam proportionalitatem proportio corporis. c. ad
rotunda[m] pyramidem. a. sicut circuli. b. ad circulum. a. sit quoq[ue] eadem
rotunde pyramidis. b. ad aliquod corpus quod sit. d. Cum igitur corpus
c. sit maius rotunda[m] pyramidem. b. per ypothesim erit ex. 24. quinti rotun-
da[m] pyramis. a. maior corpore. d. itaq[ue] proportio circuli. b. ad circulum. a.
erit sicut rotunde pyramidis. b. ad quoddam corpus minus rotunda[m] pira-
mide. a. Sed hoc demonstratum est prius esse impossibile. sic enim sequi-
tur q[uod] pars sit maior suo toto. non est igitur corpus. c. neq[ue] minus neq[ue] ma-
ius rotunda[m] pyramidem. b. sed tantum equale. itaq[ue] ex secunda parte septime
quinti concludit propositum. Ut autem facilius inconcussius demon-
straretur quod sequitur: ad ipsam est antecedens utile premittendum
quod est.

¶ Si superficies quedam rotunda[m] columnam equidistat[ur]
basi eius secuerit: erunt duo partialia corpora que ad illam secun-
dam superficiem terminantur portionibus axis columnę pro-
portionalia.

¶ Simile est hoc ei quod proposuit. 15. vndecimi libri de solidis parallelo-
gramis nec solum verum est hoc de columnis rotundis immo simpli-
citer de omnibus columnis siue laterate fuerint siue rotunde. Quod qui
argumentationem prime sexu vel. 25. vndecimi firmiter tenuerit facile
demonstrare poterit: hic enim non aliter q[uam] ibi ex diffinitione incōtinue
proportionalitatis que posita est in problemo quinti libri arguendum
est. propositum. ¶ Attendere autem oportet q[uod] quecuq[ue] superficies fecit
columnam equidistantem basi ipsius fecit etiam eam equidistantem super-
ficii. basis eius oppositę. nam quecuq[ue] superficies vni superficiem sunt et
distantes ipse quoq[ue] sunt equidistantes adinuicem ut ex his que dicta sunt
ex decima sexta vndecimi libri didicisti quare manifestum est q[uod] omnes
rotunde columnę quarum sunt bases equales altitudinibus suis sunt pro-
portionales. Idem quoq[ue] de lateratis. idem quoq[ue] de pyramidibus rotun-
dis & etiam de lateratis quod de pyramidibus constabit si prius de colum-
nis probetur. Est enim omnis columna triplex ad suam pyramidem. Ro-
tunda quidem ex nona huius: laterata vero ex his que supra in octaua
demonstrata sunt.

Propositio 12.



Si due pyramides rotunde siue columnę fuerint
equales siue bases & altitudines erunt mutue. Si
vero siue bases & altitudines mutue fuerint ipsas
pyramides siue columnas equales esse necesse est.

¶ Altitudinem pyramidum determinant linee a corni-
bus ad bases perpendiculariter descendentes: columnarum
autem a supremis earum superficiebus ad bases. Sint itaq[ue] due rotunde
pyramides. a. b. & c. d. equales: dueq[ue] rotunde columnę. a. b. & c. d. equales
sintq[ue] communes bases tam pyramidum q[uam] columnarum duo circuli. a. &
c. communes quoq[ue] altitudines tam pyramidum q[uam] columnarum determi-
nate per lineas. a. b. & c. d. dico q[uod] proportio circuli. c. ad circulum. a. est
sicut altitudinis. a. b. ad altitudinem. c. d. & conuerso. Hoc autem si de co-
lumnis probatum fuerit de pyramidibus certum erit: quoniam omnis
columna rotunda tripla est ad suam pyramidem. Si itaq[ue] due altitudines

a. b. f. c. d. fuerint equales ex premissa constat propositum. Si autem inaequalis sit, a. b. maior sumatur, a. e. equalis. c. d. f. secetur columna. a. b. a. j. p. sic. e. e. q. d. si later basi eius. a. critq. ex premissis antecedente columna. a. b. ad columnam. a. e. sicut altitudo. a. b. ad altitudinē. a. e. ideoq. ex priā pte. z. quinti columna. c. d. ad columnā. a. e. sicut altitudo. a. b. ad altitudinē. a. e. quare p. scdā ptem. z. quinti sicut altitudo. a. b. ad altitudinē. c. d. ex pmissa autē ē columna. c. d. ad columnā. a. e. sicut circulus. c. ad circulū. a. itaq. p. n. quinti est altitudo. a. b. ad altitudinem. c. d. sicut basis. c. ad basim. a. constat igit priā ps. ¶ Scdā conuerso mō cōstabit eadē dispositione manēte. Sit. n. vt basis. c. ad basim. a. sic altitudo. a. b. ad altitudinem. c. d. dico q. due columnae. a. b. f. c. d. sunt equales. Erit enim ex scdā pte. z. quinti altitudo. a. b. ad altitudinem. a. e. sicut basis. c. ad basim. a. f. q. ex premissa columna. c. d. ad columnā. a. e. ē sicut basis. c. ad basim. a. f. ex pmissis antecedente columna. a. b. ad columnā. a. e. sicut altitudo. a. b. ad altitudinē. a. e. sequit. ex. ii. quinti vt columna. c. d. ad columnam. a. e. sic sicut columna. a. b. ad eandem. a. c. igitur ex prima parte. g. quinti due columnae. a. b. f. c. d. sunt equales. est quare constat etiam secunda pars.

Propositio .13.



¶ Inpropolius fieri si duo circuli ab vno centro cir-
cūducti super ficiem n. v. triangulū equalium la-
terum circulum minorem minime tangentium
intra circulum maiorem describere

 Sint duo circuli. a. b. c. d. f. e. f. ab vno cōi centro qđ sit. g. circūduſi. dico qđ intra maiorem. qui sit. a. b. c. d. poſſibile eſt vnum poligonium quod ſit equilatez de. cūbi minōre circūlū qđ eſt. e. f. nullo ſuoꝝ latez tangens. quādrant. n. bi duo circuli duobus diametris ſi p centꝝ ipſoꝝ orthogonaliſter ſe invicem ſecantibus que ſunt. a. c. f. b. d. ſitq. e. f. diameter minōris pſi diametri. a. c. qđ eſt di meter maioris. ſicq. igitur a puncto. e. ducat vtrinq. vſq. ad circūpſentiam maiōris lineā orthogonaliſter ſuper diametꝝ. e. f. que occurrat circūſerēntia maiōris hincqđem in puncto. h. inde vero in puncto. k. eritq. ex correlario. r. tertii lineā. b. c. k. cōtingens circūlū minōrē. Poſtea vero quadrante. a. b. maiōris circūlū diuide p equalia in puncto. l. ſm doctrinam. 10. tertii de hinc rursū arcū. a. l. p equalia ad punctū. m. cū hoc pluries feceris neceſſario tandem devenies ad arcum qui minōr erit arcū. a. h. ſit hic. a. m. Hoc autē idcirco neceſſarium eſt quia cum fuerint due quantitates inæquales ſi a maiōri earū dematur eius dimidium. iteq. a reſiduo dimidium poſſibile eſt hoc totiens fieri quousq. tandē minōr minōre eaz relinquetur quemadmodum in prima. 10. demonſtratum eſt. Cum igit ſic diuidendo ad arcum quantulumcūq. minōrem. a. h. fuerit deuentum cuiusmodi ē arcus hic. a. m. ſumat arcus. a. n. eqliſ arcui. a. m. ducanturq. due lineæ. a. m. f. n. m. Quia igit arcus. a. k. ē eqliſ arcui. a. h. qđ ex ſcđa p te tertie tertii f. quarta primi f. 17. tertii manifeſtū ē. Et qđ arcus. a. n. ē eqliſ arcui. a. m. erit ex cōi ſcia arcus. n. k. eqliſ arcui. m. h. ergo due lineæ. m. n. f. k. h. ſunt egdiſtantes Ergo lineā. m. n. nō poterit tāgere circūlū. e. f. qđe multo fortius neq. lineā. a. m. pſi ipſum tāgere. ¶ Quoniam igit coſtat circūlū. a. b. c. d. diſiſibile eē p arcibus equales arcui. a. m. ideoq. p. 18. tertii ſumma coſtat intra ipſum circūlū poſſe chordulas eqliſ chordule. a. m. cōtinuē coaptari circūlū ipſum poligonie chordantes. manifeſtū ē intra circūlū maiōrē poſſe vnū poligonū eqlatez cuius vnū latus ē lineā. a. m. ſi ſcribi f. ea lineā. a. m. nō cōtingit circūlū minōrē patet ex pria pte. 13. tertii eſt diffinitione lineæ a centro circūlū eqliſter egdiſtantium qđ inſcriptum poligonū nullo latez ſuoꝝ tangit circūlū minōre qđ ē ppoſitum. ¶ At qđ dubitas duas lineas. m. n. f. k. h. eē. egdiſtantes cum ſint duo arcus. n. k. f. m. h. eqliſ hoc autē incōſueſam ſimilitudine fortitū eſt qđ due lineæ circūlū vnū nō aut ſe invicē ſecantes ſi ex circūſerēntia equales arcus hincinde lineis ipſis interſunt erunt egdiſtantes due quidem a centro. g

lineam .g.p. perpendiculararem ad lineam .m.n. que fecit lineam .h.k. in pñ
 fto. q. & protrahel lineas .g.m.g.n.g.k.g.h. & duobus arcibus .n.k. & .m.
 h. subtende duas cordas que etiam dicantur .n.k. & .m. h. eruntq. ex .28. ter
 tii hec corde equales .n.k. & .m. h. eo q. arcus equales. Et per secundam p
 tem tertie eiusdem tertii erit linea .n.p. equalis linee .m.p. cū igitur vterq.
 duorum angulorum qui sunt ad .p. sit rectus ex diffinitione perpendiculari
 taris erit ex quarta primi angulus .n.g.p. equalis angulo .p.g.m. At p
 per .8. primi angulus .k.g.n. est equalis angulo .h.g.m. itaq. per commu
 nem scientiam que est si equalibus equalia addas tota erunt equalia erit
 angulus .k.g.q. equalis angulo .q.g.h. ideoq. per quartam primi linea .k.
 q. erit equalis linee .q.h. quare per primam partem tertie tertii linea .g.
 q. erit perpendicularis ad lineam .k.h. igitur ex prima parte .28. primi due
 linee .n.m. & .k.h. sunt equidistantes & hoc est quod dubitare conuefus
 es. ¶ Hoc enim idem aliter demonstrare est possibile ducatur enim li
 nea .n.h. eritq. ex vltima sexti angulus .h.n.m. equalis angulo .n.h.k. eo
 q. arcus .h.m. est equalis arcui .n.k. ideo ex .27. primi linea .m.n. erit equi
 distans linee .h.k. Conuersam quoq. si libuerit conuerso modo probabis
 si enim linea .m.n. est equidistans linee .h.k. erit arcus .n.k. equalis arcui
 m.h. erunt enim ex prima parte .29. primi duo anguli .h.n.m. & .n.h.k. eq
 les. ideoq. ex vltima sexti duo arcus .n.k. & .m.h. erunt etiam equales.

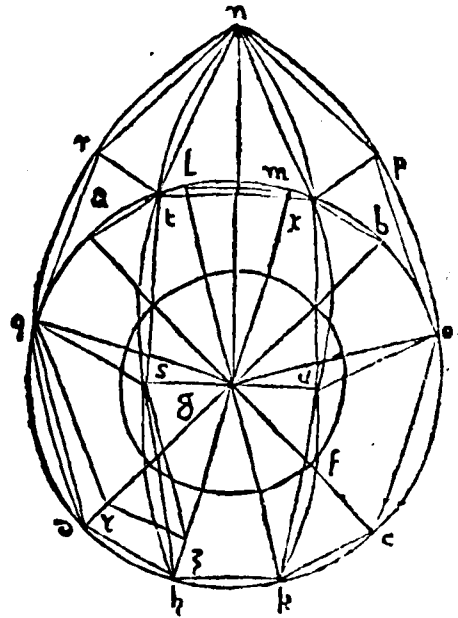
Propositio .14.

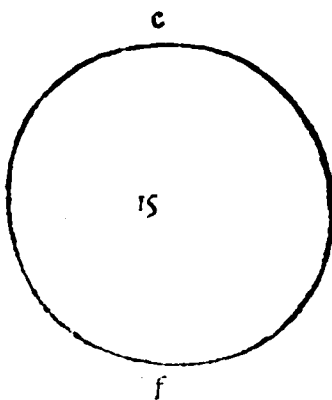
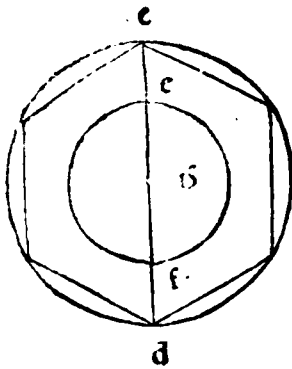
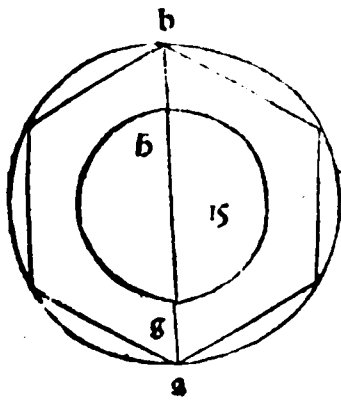


Elabur speris vnum centrum habentibus pro
 positis intra maiorem earum solidum multarum
 basium superficiem minoris sphere minime tan
 gentium figuraliter constituere. Quo constituto
 si in minori sphere sine in qualibet alla sphere si
 mile corpus intelligibiliter constituitur erit pro
 portio corporis multarum basium intra maiorem spheram co
 stituti ad corpus multarum basium intra minorem spheram vel
 aliam constitutum sicut diametri maioris sphere ad diametris
 minoris vel alterius sphere proportio triplicata.

¶ Sini propoſite due sphere .a.b.c.d. & .e.f. vnum atq. idem centrum
 quod sit .g. habentes & sit maior earum spha .a.b.c.d. minor vero spha
 ra .e.f. volumus aut intra maiorem earum vnum corpus multarum basium
 constitueret de quibus non intendimus q. ipse bases sint equales aut simi
 les sed q. nulla earum tangat superficiem minoris sphere. Cum igitur hoc volue
 rimus facere fecimus simul vtrinq. propositarum sphaerarum vna pla
 na superficie per commune centrum earum transamtes eruntq. ex diffini
 tione sphere & diffinitione circuli communes sectiones huius secantis su
 perficie & superficierum sphaerarum propositarum linee continentes cir
 culos. sint itaq. duo circuli .a.b.c.d. & .e.f. quorum centrum est centrum
 sphere de quo propositum est quod ipsum sit .g. Quadrabimus igitur
 hos duos circulos duabus diametris se supra commune centrum eorum
 orthogonaliter secantibus que sint .a.c. & .d.b. postea maiori circulo scdm
 precepta premisse inscribemus vnum polygonum equilaterum nullo
 suorum laterum tangens minorem circulum. Et si efficiat exempli causa
 inscripsisse duodecagonum equilaterum ita q. in quadrante ipsius maioris
 circuli q. e.c.d. sint tria latera huius duodecagoni que sint corde .d.h.k.
 & .k.e. que cum sint equales erunt quoq. ex prima parte .27. tertii arcus ea
 rum equales. Dehinc a duobus punctis .h. & .k. que sunt extremitates me
 die corde producemus duas diametros que sunt .h.m. & .k.l. & super cen
 trum .g. erigemus lineam .g.n. perpendiculararem ad superficiem circuli
 a.b.c.d. quam producemus quousq. obuiet superficiei sphere maioris
 super punctum .n. ¶ Deinde intelligam quatuor superficies secantes

sphas propositas : quarum vnaqueq; fecit eas super lineam. g.n. sed prima earum supra lineam. g.n. & diametrum. d. b. secunda super lineam g.n. & diametrum. h. m. tertia vero super lineam. g.n. & diametrum. k. l. quarta autem super lineam. g.n. & diametrum. c. a. Eruntq; ex diffinitionibus sphere & circuli communes sectiones harum superficierum & superficie sphere maioris linee continentes circulos & erunt portiones inscripte ut inter punctum. n. & quatuor puncta que sunt. d. h. k. c. quadrantes horum circulorum qui quadrantes sunt. d. n. h. n. & k. n. & c. n. hoc autem ideo euenit eo qd oēs anguli quos continet linea. g. n. cū vnaquaq; diameterum protractarum in superficie circuli. a. b. c. d. sunt recti ex diffinitione linee perpendicularis ad superficiem. Recti vero anguli in cetro quarte circumferentie subtrahuntur. quod ex vltima sexti euidenter apparet. Ex diffinitione autem circulorum equalium manifestum est qd vnus quisq; horum quatuor circulorum est equalis circulo. a. b. c. d. Nam diameter oium ipsoꝝ ē diameter sphere maioris. igit per. 33. quati quadrantes eorum sunt equales: quare quinq; arcus qui sunt. d. n. h. n. k. n. c. n. & d. c. sunt equales. In vnoquoq; ergo quatuor quadrantium circulorum erecto rum coaptentur ypothemisales chorde quarum quelibet sit equalis chorde circuli prostrati que sunt latera polygoni sibi inscripti & est vna eaz corda. d. h. sintq; in primo quidem. d. q. q. r. & r. n. in secundo vero. h. s. s. t. & t. n. in tertio autem. k. u. u. x. & x. n. & in quarto sunt. c. o. o. p. & p. n. & protrahantur corauisla coniungentes capita ypothemisalium chordarū que sunt. q. s. s. u. u. o. & r. t. t. x. x. p. Vides igitur quarte parti superioris hemispherii maioris sphere que quidem quarta pars est. d. n. c. inscriptum ē corpus. g. basium quarum tres que coeunt in puncto. n. sunt triangle. cetera autem sunt quadrangule. suntq; harum quadrangulorum superficierum ypothemisalia latera equalia. kd non equidistantia. Corauisli autē inter quosq; duos circulos intercepti sunt equidistantes adinuicē & chorde circuli prostrati kd non sunt adinuicē equales. ¶ Hoc autem scies si perpendicularares a corauislorum extremitatibus ad superficiem circuli iacentis demiseris. de quibus constat qd ipse cadēt super diametros circulorum quos corauisli continent quod ex demonstratis in. 33. u. facile deprehendes. Verbi gratia. Sint a duobus terminis corauisli. q. s. demisse due perpendicularares. q. y. & s. z. cadentes in diametris. d. b. & h. m. & protrahantur lineae. q. d. s. h. & y. z. eruntq; ex quarta sexti duo trianguli. q. y. d. & s. z. h. similes quare proportio duarum perpendicularium. q. y. & s. z. erit sicut duarum cordarum. q. d. & s. h. cumq; sint corde equales erunt etiam & perpendicularares equales. At ipse sunt equidistantes ex sexta. u. ergo ex. 33. primi corauisli. q. s. est equalis & equidistans lineae. y. z. & quia ex secunda parte secunde sexti linea. y. z. est equidistans corde. d. b. & ideo minore ea sequitur ex. 9. vndecimi ut corauisli. q. s. sit etiam equidistans corde. d. h. & minore ea ex 8. conceptione. Cum itaq; corde que sunt latera polygoni inscripti circulo iacenti & ipse sunt omnes equales corde. d. h. non tangant spheram minorem: necesse est vt nullum latus harum basium corporis inscripti sue quadrangule sint sue trigone tangat eandem minorem spheram cum omnia hec latera sint ipsis cordis equalia aut miōra. Simpliciter autē dico qd nulla etiam harum basium de quibus omnibus manifestum est ex secunda parte secunde. n. qd ipse sunt tote in superficie vna pōt aliquo sui puncto contingere minorem spheram eo qd omnis linea recta ducta super quemlibet punctum cuiusq; earum equidistanter corauisli minor est necessario corda prostrati circuli. Si igitur connexitates aliarum quar tarum maioris sphere tam superioris hemispherii q̄ inferioris ad eius similitudinem quadrilateris trilaterisq; superficiebus subtexantur eritq; maior sphere corpus. 72. basium superficiem minoris sphere minime tangentium quēadmodū ppositum fuerat inscriptū. Dico insup qd si alia q̄





liber sphaera simile corpus statuatur erit proportio vnus ad alterum sive diametri vnus sphaera ad diametrum alterius triplicata. Erunt enim .72. bases vtriusq. corporis bases totidem lateratarum pyramidum quantum omnium vertices erunt in centrīs ipsarum sphaerarum has autem pyramides perficiet. si a singulis angulis inscriptorum corporum qui sunt extremitates cordarum & coraustorum lineas ad centra sphaerarum produxeris. Stude itaq. ex diffinitione similium corporum probare cunctas pyramides vnus esse simili sphaerae relatiuis pyramidibus alterius. Quo probato erit ex .8. huius proportio vnusq. earum ad suam relatiuam alterius sicut proportio semidiametrorum sphaerarum ipsarum triplicata. sunt enim semidiametri sphaerarum latera cunctarum pyramidum. At quia semidiametrorum & diametrorum est ex .15. quinti vna proportio ex .13. eiusdem facile concludes propositum.

Castigator.

a Cum polygonium descriptum secundum quantitatem lineae .y.s. sit pars polygonii descripti secundum quantitatem lineae seu corde .d.h. vt patet intuitu. quoniam diametri fuorum circularum quibus imaginatur inscribi sunt inequales &c.

Propositio 15.



Animus duarum sphaerarum est. proportio alterius ad alteram tanquam sive diametri ad diametrum alterius proportio triplicata.

¶ Sint due spere .a.b. & .c.d. quarum diametri sint .a.b. & .c.d. dico q. proportio earum est sicut suarum diametrorum proportio triplicata. Cuius demonstratio est quoniam neq. ad minorem sphaeram q. sit sphaera .c.d. neq. ad maiorem est proportio sphaera .a.b. sicut diametri .a.b. ad diametrum .c.d. triplicata. Esto quidem proportio sphaera .a.b. ad sphaera .e.f. sicut diametri .a.b. sphaera .a.b. ad diametrum .c.d. triplicata demonstrabo itaq. q. sphaera .e.f. non potest esse minor neq. maior q. sphaera .c.d. Si enim affirmet aduersarius eam esse minorem imaginabor ea includi a sphaera .c.d. & circūduci ab eodem centro & inscribam sphaera .a.b. corpus multarum basium sphaeram .e.f. minime tangentium quod iam dicitur .c.d. & inscribam .a.b. corpus multarum basium simile corpori multarum basium .c.d. qd. et noie sue sphaera dicat .a.b. Et sphaera .c.d. aliud huic simile qd. et dicat noie sue sphaera .c.d. vt in pmissa ostensum est. constat itaq. ex scda parte premisse. & .15. quinti q. proportio sphaera .a.b. ad sphaeram .e.f. est sicut corporis multarum basium quod est .a.b. ad corpus multarum basium q. quod est .c.d. vtraq. enim est sicut diameter .a.b. ad diametrum .c.d. triplicata. hec aut ex ypothe. illa vero ex secunda parte premisse quare permutatim proportio sphaera .a.b. ad corpus multarum basium .a.b. est sicut sphaera .e.f. ad corpus multarum basium .c.d. Cum igitur sphaera .a.b. sit maior corpore multarum basium .a.b. erit etiam sphaera .e.f. maior corpore multarum basium .c.d. hoc autem est impossibile. na ipsa est pars eiusmodi. ergo sphaera .e.f. minor sphaera .c.d. Si autem dicat aduersarius esse maiorem confutabimus ipsum hoc modo. erit enim per conuersam proportionalitatem sphaera .e.f. ad sphaera .a.b. sicut diametri .c.d. ad diametrum .a.b. triplicata. sit itaq. eadē sphaera .c.d. ad sphaera .g.h. eritq. ex .14. gnti sphaera .g.h. minor sphaera .a.b. eo q. sphaera .c.d. posita ē minor sphaera .e.f. qre proportio sphaera .c.d. ad aliquā sphaera minorem sphaera .a.b. ē sicut diametri .c.d. ad diametrum .a.b. triplicata. At hoc est impossibile nam ex hoc sequitur q. pars sit maior suo toto vt demonstratū est prius. itaq. sphaera .e.f. non est maior neq. minor q. sphaera .c.d. igitur ex .7. quinti concludere proposita conclusionem que imponit finem libro duodecimo.

Explicit liber duodecimus.

Liber tertiusdecimus Eudidis de admiranda vi lineæ secundum proportionem habentem medium: duoq; extrema diuise & quinque corporum regularium formatione ex perfecta Campani translatione. Magistro Luca Paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Duorum castigatore optimo Incipit.

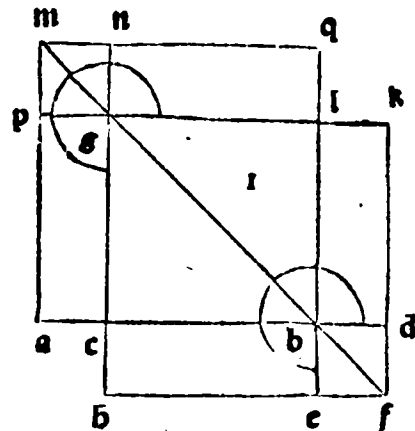
Propositio .1.



Em diuisa fuerit linea secundum proportionem habentem medium: duoq; extrema: si maiori portioni linea in longum addatur equalis dimidio ipsius lineæ: proportio nalisiter diuise: quadratum lineæ ex eis duabus compositæ quadrati medietatis eiusdem lineæ diuise quincuplum esse necesse est.

Si linea, a. b. diuisa in puncto. c. p. ut docet. 19. sexti. sit maior portio eius linea. b. c. cui. b. c. directè adiungatur linea. b. d. que sit equali medietati totius a. b. dico q; quadratum lineæ. c. d. erit quincuplum ad quadratum lineæ. b. d.

Quadrabo enim lineam. b. d. sit eius quadratum. d. e. f. circumponam huic quadrato gnomonem secundum quantitatem lineæ. b. c. protracta diametro. f. b. g. sitq; circumpositus gnomon. e. g. d. e. itq; ex. 12. sexti superficies inde composita que sit. h. k. tanq; quadratum lineæ. c. d. Dico igitur quadratum. b. k. quincuplum esse ad quadratum. d. e. Sit igitur. e. l. quadratum circumpositi gnomonis sibi circumponatur alius gnomon ad quantitatem lineæ. a. c. protracta diametro. f. b. vsq; ad. m. sitq; hic gnomon. c. m. l. f. protrahantur lineæ. c. n. & p. l. equidistanter lateribus oppositis secantes se super diametrum. f. m. in puncto. g. Manifestum est autem ex. 11. sexti q; compositum ex hoc secundo gnomone sit quadrato. c. l. si ipsam quadratum sit. a. q. est quadratum lineæ. a. b. quod ex quarta secundi necesse est esse quadruplum ad quadratum. d. e. eo q; linea. b. d. est medietas lineæ. a. b. cumq; sit ex prima parte. 16. sexti superficies. a. n. ideoq; per. 43. primi superficies. m. l. equalis quadrato. c. l. prouenit enim. a. n. ideoq; f. m. l. ex. b. a. in. a. c. f. o. l. prouenit ex. c. b. in se cum ex prima sexti sit. a. l. dupla ad. l. d. ideoq; equalis. l. d. f. c. e. pariter acceptis ex. 43. primi erit ex hac cõmuni sciẽtia: si equalibus equalia addas tota fient equalia: quadratum. a. q. equale gnomoni. e. g. d. hic ergo gnomon quadruplus est ad quadratum. d. e. quemadmodum erat quadratum. a. q. itaq; totum quadratum. b. k. cum ipsum constet ex simplo & quadruplo erit ex cõmuni cõtinentia quincuplum ad idem quod est propositum. Idem aliter ex quarta secundi constat q; quadratum lineæ a. b. est quadruplum ad quadratum lineæ. b. d. At per secundam eiusdem quod sit ex. a. b. i. b. c. f. in. a. c. est equale quadrato. a. b. quod autem ex. a. b. in. b. c. equum est ei quod ex. b. d. bis in. b. c. quod ex prima secundi manifestum est cum. a. b. sit dupla ad. b. d. At vero quod ex. a. b. in. a. c. est ex prima parte. 16. sexti equale quadrato. b. c. itaq; per communem scientiam quod sit ex. b. d. bis in. b. c. f. quod ex. b. c. in se est egle quadrato. a. b. f. ideo est quadruplum ad quadratum. b. d. quare superaddito quadrato. b. d. erit totum aggregatum quincuplum ad quadratum. b. d. videlicet illud quod sit ex. b. d. bis in. b. c. cum quadrato. b. c. f. quadrato. b. d. at quia ex quarta secundi hoc totum est equale quadrato. c. d. constat verum esse quod diximus.



Propositio .2.



Cuiuslibet linee bipartite cuius quadratū quadrati alterius suarum portionum sit quincuplum in longum sibi linea addatur donec eidem portioni reliqua portio cum addita linea fiat duplex eadem duplex linea secundum proportionem habentem medium duorum extrema diuisa erit maioris portio eius erit linea media.

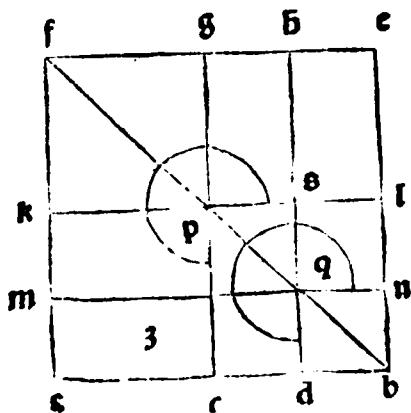
Hec est conuersa premissis duplici quoque modo sicut illa demonstratur via retrograda eadem prius manente dispoſitione. verbi gratia, sit quadratum. *h. k.* quincuplum ad quadratum. *d. e.* & linea. *a. b.* dupla ad lineam. *b. d.* dico quod linea. *a. b.* diuisa est in puncto. *c.* secundum proportionem habentem medium & duo extrema & maior portio eius est linea media ut est. *c. b.* Constat autem ex. 4. secundi quod quadratum. *a. q.* quadruplum est ad quadratum. *d. e.* itaque gnomon. *g. d. e.* equalis est quadrato. *a. q.* quare duo supplementa. *l. d. f. c. e.* pariter accepta sunt quantum gnomon. *c. m. l.* Atque eadem supplementa pariter accepta sunt ex prima sexti quantum. *a. l.* ideoque quantum. *c. q.* sequitur quod. *c. q.* sit equalis gnomoni. *c. m. l.* dempta igitur ab utroque superficie. *l. n.* erit quadratum. *c. l.* equale superficiem. *a. n.* cum igitur fiat superficies. *a. n.* ex. *a. b. in. a. c.* sit autem quadratum. *c. l.* quadratum linee. *c. b.* erit ex secunda parte. 16. sexti proportio. *a. b. ad. b. c.* sicut. *b. c. ad. c. a.* ex diffinitione ergo linee secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuise posita in principio sexti libri concludere propositum. **I**tem aliter cum quadratum. *c. d.* sit ex hypothesi quincuplum ad quadratum. *b. d.* quadratum vero. *a. b.* sit ex quarta secundi quadruplum ad idem. at quadratum. *c. d.* sit ex eadem equale quadrato. *c. b.* & quadrato. *b. d.* & ei quod sit ex. *b. d. bis in. c. b.* sequitur ut illud quod sit ex. *b. d. bis in. c. b.* cum quadrato. *c. b.* sit equale quadrato. *a. b.* sed ex. *b. d. bis in. c. b.* est quantum quod ex. *a. b. in. b. c.* eo quod. *a. b.* dupla est ad. *b. d.* ergo quod sit ex. *a. b. in. b. c.* cum quadrato. *b. c.* est equale quadrato. *a. b.* & quia ex secunda parte. 16. sexti quod sit ex. *a. b. in. b. c.* & in. *a. d.* est equale quadrato. *a. b.* sequitur ex eadem scientia ut quadratum linee. *b. c.* sit equale ei quod sit ex. *a. b. in. a. c.* igitur ex secunda parte. 16. sexti & diffinitione constat propositum.

Propositio 3.



Si diuisa fuerit linea secundum proportionem habentem medium & duo extrema si minor portio tanquam dimidium maioris directe iungatur erit ut quadratum linee inde compositae quincuplum sit quadrati quod ex ipsa maioris medietate portionis describitur.

Sit linea. *a. b.* diuisa in puncto. *c.* secundum proportionem habentem medium & duo extrema, sitque eius maior portio linea. *c. b.* quod diuidat per equalia in. *d.* dico quod quadratum linee. *a. d.* est quincuplum ad quadratum linee. *c. d.* describatur enim quadratum. *a. b.* quod sit. *a. e.* in quo protrahatur diameter. *b. f.* & linee. *g. c.* &. *d. h.* itemque. *k. l.* &. *m. n.* equidistant lateribus oppositi secantes se inuicem super diametrum in duobus punctis. *p. q.* extra diametrum in duobus aliis locis. *r. s.* manifestum igitur est ex. 22. sexti vel ex correlario quarte secundi quod omnes superficies existentes in quadrato. *a. e.* quas diameter diuidit per medium sunt quadratae quatuor autem superficies que sunt. *a. r. m. p. q. s.* constat ex. 43. primi & prima sexti esse adinuicem equales. nam due postreme. *p. q. s.* & *r. s.* sunt adinuicem equales ex prima sexti quoniam igitur ex prima hypothesi & diffinitione linee secundum proportionem diuise & prima parte. 16. sexti quadratum. *c. l.* est equale superficiem. *a. g.* ideoque gnomoni. *r. s.* propter id quod superficies. *a. r.* est equalis superficiem. *p. h.* & quoniam ex quarta secundi quadratum. *c. l.* est quadruplum ad quadratum. *r. s.* quod est tanquam quadratum linee. *c. d.* sequitur ex eadem scientia quod quadratum. *m. h.* sit quincuplum quadrati. *r. s.* constat enim ex gnomone quadruplo. *s. r.* simplio. hoc autem est propositum. **I**dem aliter cum sit linea. *b. c.* diuisa per equalia in puncto. *d.* & addita est ei linea. *a. c.* erit ex. 6. secundi quod sit ex



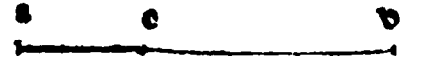
a. b. in. a. c. cum quadrato. c. d. interiacentis equale quadrato. a. d. at quia
 quod fit ex. a. b. in. a. c. equale est quadrato. c. b. ex prima parte. 16. sextis
 hoc aut est quadruplum ad quadratum. c. d. manifeste patet veritas eius
 quod dicitur. Potes quoque si libet et duplici modo ex consequente huius sum
 ans concludere processu retrogrado. Sit. n. eadem disposuione manente
 quadrati. m. h. g. n. p. l. u. ad quadratum. r. s. eritq. gnomon. r. s. f. e. q. le q. drato
 c. l. V. r. u. g. n. e. quadruplu ad q. dratu. r. s. f. at q. a. si p. f. i. c. i. e. s. a. g. e. equalis gno
 moni p. d. i. c. t. o. n. e. c. e. s. s. e. e. s. t. v. t. s. u. p. f. i. c. i. e. s. e. a. d. e. s. i. t. e. q. u. a. l. i. s. q. u. a. d. r. a. t. o. p. r. e. d. i. c. t. o. q.
 s. e. e. x. l. e. d. a. p. a. r. t. e. 16. s. e. x. t. i. s. f. d. i. f. f. i. n. i. t. i. o. n. e. l. i. n. e. a. a. b. e. d. i. u. i. s. a. i. n. p. u. n. c. t. o. c. f. m. p.
 p. o. r. t. i. o. n. e. m. h. n. t. e. m. m. e. d. i. u. m. f. d. u. o. e. x. t. r. e. m. a. s. f. m. a. i. o. r. p. o. r. t. i. o. e. i. u. s. e. s. t. l. i. n. e. a.
 c. b. ¶ I. d. e. a. l. i. t. e. r. c. u. s. i. t. e. x. y. p. o. t. h. e. s. i. q. u. a. d. r. a. t. u. l. i. n. e. e. a. d. q. u. i. n. c. u. p. l. u. a. d. q. u. a.
 d. r. a. t. u. m. l. i. n. e. e. c. d. f. e. x. 6. s. e. c. d. i. i. d. e. m. i. p. s. u. m. q. u. a. d. r. a. t. u. m. s. i. t. e. q. u. a. l. e. e. i. q. u. o. d.
 s. i. t. e. x. a. b. i. n. a. c. c. u. q. u. a. d. r. a. t. o. c. d. s. e. q. u. i. t. u. r. v. t. i. d. q. u. o. d. s. i. t. e. x. a. b. i. n. a. c. c. u. q. u. a. d. r. a. t. o. c. d. s. i. t. q. u. i. n. c. u. p. l. u. m. a. d. i. d. e. m. q. u. a. d. r. a. t. u. m. c. d. i. d. e. o. q. e. o. d. e. m. p. r. o.
 e. r. i. t. r. e. s. i. d. u. u. m. v. i. d. e. l. i. c. e. t. q. u. o. d. s. i. t. e. x. a. b. i. a. c. q. u. a. d. r. u. p. l. u. m. a. d. i. p. s. u. m. f. q. a.
 f. e. x. q. u. a. r. t. a. s. e. c. u. n. d. i. q. u. a. d. r. a. t. u. m. l. i. n. e. e. c. b. e. s. t. d. r. a. d. r. u. p. l. u. m. a. d. i. d. e. m. n. e. c. e. s.
 s. e. e. v. t. q. u. o. d. s. i. t. e. x. a. b. i. n. a. c. s. i. t. e. q. u. a. l. e. q. u. a. d. r. a. t. o. c. b. q. u. a. r. e. i. t. e. x. s. e. c. u. d.
 a. p. r. e. 16. s. e. x. t. i. s. f. d. i. f. f. i. n. i. t. i. o. n. e. l. i. n. e. a. a. b. e. s. t. d. i. u. i. s. a. f. m. p. r. o. p. o. r. t. i. o. n. e. m. h. n. t. e. m.
 m. e. d. i. u. m. f. d. u. o. e. x. t. r. e. m. a. i. n. p. u. n. c. t. o. c. f. m. a. i. o. r. e. i. u. s. p. o. r. t. i. o. e. s. t. l. i. n. e. a. c. b.

Propositio 4.



¶ I. secundum proportionem habentem medium et
 duo extrema quolibet linea fuerit diuisa eius in lo
 gum directe tanq. maior sectio adiciatur: erit tota
 lineam inde compositam fm proportionem habet
 tam medium et duo extrema diuisam esse et erit
 eius maior portio linea prima.

¶ Si linea a. b. diuisa qua supponit p. p. o. r. t. i. o. n. e. i. n. p. u. n. c. t. o. c. f. s. i. t. e. i. u. s. m. a.
 i. o. r. p. o. r. t. i. o. c. b. t. o. t. i. q. a. b. a. d. i. c. i. a. t. d. i. r. e. c. t. e. l. i. n. e. a. b. d. q. s. i. t. e. q. u. a. l. i. s. c. b. d. i. c. o.
 q. t. o. t. a. a. d. e. a. d. e. p. p. o. r. t. i. o. n. e. d. i. u. i. s. a. e. s. t. i. n. p. u. n. c. t. o. b. f. m. a. i. o. r. e. i. u. s. p. o. r. t. i. o. e. s. t. l. i.
 n. e. a. a. b. q. e. s. t. l. i. n. e. a. p. r. i. m. a. E. s. t. n. e. x. d. i. f. f. i. n. i. t. i. o. n. e. a. b. a. d. b. c. s. i. c. u. t. b. c. a. d. c. a.
 a. t. q. a. e. x. s. e. p. t. i. m. a. q. u. i. n. t. i. a. a. b. a. d. b. d. s. i. c. u. t. a. d. b. c. i. g. i. t. e. x. v. n. d. e. c. i. m. a. e. i. u. s. d.
 i. f. a. b. a. d. b. d. s. i. c. u. t. b. c. a. d. c. a. Q. u. a. r. p. c. o. u. e. r. s. a. m. p. p. o. r. t. i. o. n. e. m. a. d. i. c. i. a. t. e. b. d. a. d.
 b. a. s. i. c. u. t. a. b. a. d. b. d. f. c. o. i. u. n. c. t. i. m. d. a. a. d. a. b. s. i. c. u. t. a. b. a. d. b. c. C. u. q. s. i. t. e. x.
 s. e. p. t. i. m. a. q. u. i. n. t. i. a. a. b. a. d. b. c. s. i. c. u. t. a. d. b. d. e. r. i. t. e. x. v. n. d. e. c. i. m. a. e. i. u. s. d. e. m. d. a. a. d.
 a. b. s. i. c. u. t. a. b. a. d. b. d. I. t. a. q. e. x. d. i. f. f. i. n. i. t. i. o. n. e. l. i. n. e. a. a. d. d. i. u. i. s. a. e. s. t. i. n. p. u. n. c. t. o. b.
 f. m. p. r. o. p. o. r. t. i. o. n. e. m. h. n. t. e. m. m. e. d. i. u. m. f. d. u. o. e. x. t. r. e. m. a. f. m. a. i. o. r. p. o. r. t. i. o. e. i. u. s. e.
 l. i. n. e. a. a. b. q. u. o. d. e. s. t. p. r. o. p. o. s. i. t. u. m. E. o. d. e. m. q. u. o. q. m. o. d. o. s. i. e. x. m. a. i. o. r. i. p. o. r. t. i. o.
 n. e. q. u. i. s. l. i. b. e. t. l. i. n. e. e. s. e. c. u. n. d. u. m. p. r. e. d. i. c. t. a. m. p. r. o. p. o. r. t. i. o. n. e. m. d. i. u. i. s. e. t. a. n. q. m. i. n. o. r.
 p. o. r. t. i. o. d. e. t. r. a. h. a. t. u. r. e. r. i. t. i. p. s. a. m. a. i. o. r. p. o. r. t. i. o. s. e. c. u. n. d. u. m. e. a. n. d. e. m. p. r. o. p. o. r. t. i. o.
 n. e. d. i. u. i. s. a. e. r. i. t. q. m. a. i. o. r. p. o. r. t. i. o. e. i. u. s. l. i. n. e. a. d. e. t. r. a. c. t. a. v. e. r. b. i. g. r. a. S. i. t. l. i. n. e. a. a. b. s. i.
 c. u. t. p. r. o. p. o. n. i. t. u. r. i. n. p. u. n. c. t. o. c. d. i. u. i. s. a. s. i. t. q. m. a. i. o. r. p. o. r. t. i. o. a. c. a. q. u. a. d. e. t. r. a. h. a. t. u. r.
 c. d. e. q. u. a. l. i. s. c. b. d. i. c. o. q. a. c. e. s. t. d. i. u. i. s. a. f. m. p. r. o. p. o. r. t. i. o. n. e. m. e. a. n. d. e. m. i. n. p. u. n.
 c. t. o. d. f. q. m. a. i. o. r. p. o. r. t. i. o. e. i. u. s. e. s. t. l. i. n. e. a. d. c. C. u. e. n. i. m. s. i. t. e. x. d. i. f. f. i. n. i. t. i. o. n. e. b.
 a. a. d. a. c. s. i. c. u. t. a. c. a. d. c. b. A. t. e. x. s. e. p. t. i. m. a. q. u. i. n. t. i. a. a. c. a. d. c. b. s. i. c. u. t. a. d. c. d.
 e. r. i. t. e. x. v. n. d. e. c. i. m. a. e. i. u. s. d. e. m. b. a. a. d. a. c. s. i. c. u. t. a. c. a. d. c. d. i. d. e. o. q. p. 19. q. u. i. n.
 t. i. s. i. c. u. t. c. b. r. e. s. i. d. u. u. m. a. d. d. a. r. e. s. i. d. u. u. m. S. e. d. e. x. s. e. p. t. i. m. a. e. i. u. s. d. e. m. c. b. a. d.
 d. a. s. i. c. u. t. c. d. a. d. d. a. i. t. a. q. a. c. a. d. c. d. s. i. c. u. t. c. d. a. d. d. a. e. x. d. i. f. f. i. n. i. t. i. o. n. e. e. r. g. o.
 c. o. n. s. t. a. r. q. u. o. d. d. i. x. i. m. u. s. N. e. c. i. g. i. t. u. r. e. a. q. u. a. m. a. u. c. t. o. r. p. r. o. p. o. n. i. t. a. d. d. i. t. i. o. n. e. c.
 e. a. q. u. a. m. e. x. o. p. p. o. s. i. t. o. p. r. o. p. o. n. i. m. u. s. d. e. t. r. a. c. t. i. o. q. u. a. n. t. u. m. c. u. n. q. v. t. a. l. i. b. e. t. i. n.
 p. r. o. l. i. x. u. m. t. e. n. d. a. t. a. p. r. o. p. r. i. e. t. a. t. e. d. i. u. i. s. i. o. n. i. s. l. i. n. e. e. p. r. i. m. i. t. i. u. e. d. i. s. c. o. r. d. a. t.



Propositio 5.



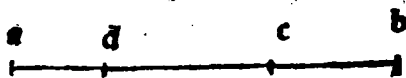
¶ I. secundum proportionem habentem medium et
 duo extrema quolibet linea fuerit diuisa quod ex
 tota linea quodq. ex minori portione producit
 ambo quadrata pariter accepta triplum sunt eius
 quod ex maiore portione quadratum describitur.

¶ Sit linea .a.b. diuisa per sepe dictam proportionem in puncto .c. sitq; maior portio eius linea .c.b. dico q; quadrata duarum linearum .a.b. & .c. a. pariter accepta triplum sint ad quadratum linee .c.b. Hec enim duo quadrata pariter accepta sunt ex septima secundi quantum quadratum .c. b. & .c. duplum eius quod sit ex .a.b. in .a.c. I temq; quia quod sit ex .a.b. in .a.c. est equale quadrato .c.b. ex diffinitione & prima parte .16. sexti manifestum est propositum. **Propositio .6.**



Solis rationalis linee secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuise utraq; portionem residuum esse necesse est.

¶ Sit linea .a.b. secundum solitam proportionem diuisa in puncto .c. rationalis. dico q; utraq; portio eius est residuum. Sit enim maior eius portio .a.c. cui directe adiciatur .a.d. equalis dimidio totius .a.b. eritq; etiam .d.a. rationalis ex .6. decimi libri & diffinitione. Constat autem ex prima huius q; quadratum linee .d.c. quincuplum est ad quadratum linee .d.a. igitur linea .d.c. est communicans linee .d.a. in potentia ex diffinitione. sed non in longitudo line ex vltima parte .7. decimi quare per .68. decimi linea .a.c. est residuum cum due linee .c.d. & .d.a. sunt ambe rationales potentialiter tantum communicantes. & quia iterum si ad lineam rationalem .a.b. adiungatur superficies equalis quadrato linee .a.c. que est residuum erit latus eius secundum linea .c.b. ex prima parte .16. sexti necesse est ex .91. decimi ut linea .c.b. sit residuum primum. Quare constat propositum. Amplius autem si linee sic diuise ut proponitur maior portio fuerit rationalis erit minor residuum verbi gratia sit ut prius .a.b. diuisa in .c. secundum dictam proportionem & maior portio eius que est .a.c. sit rationalis que diuidatur per equalia in .d. eritq; ex tertia huius quadratum d.b. quincuplum ad quadratum .d.c. at quia .d.c. est rationalis cum ipsa sit dimidium .a.c. sequitur ut due linee .d.b. & .d.c. sint rationales potentialiter tantum communicantes quare ut prius linea .c.b. est residuum. at vero si linea rationalis in potentia tantum secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuidatur adhuc necesse est ut utraq; portio eius sit residuum. Sit enim .a.b. rationalis in potentia tantum diuisa sicut proponitur in puncto .c. & si maneat aliqua rationalis in longitudine que sit .d.e. que etiam diuidatur in .f. secundum predictam proportionem. Manifestum est igitur ex secunda .14. libri que sine adminiculo alicuius eorum que sequuntur incoassata demonstratione roborat q; portio .a.b. ad .d.e. est sicut .a.c. ad .d.f. & sicut .c.b. ad .f.e. Cum ergo .a.b. coicet cu .d.e. in potentia sequit ex pma parte .10. decimi q; .a.c. coicet cu .d.f. & .c.b. cu .f.e. in potentia. Et quia utraq; portio line .d.e. est residuum ut patet ex predictis sequitur ex .98. decimi ut utraq; portio linee .a.b. sit et residuum sed no eiusdem speciei ut ibide demonstratum est. Quare constat q; ois linee rationalis in longitudine vel in potentia tamen secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuise utraq; portio est residuum. Et nota q; prima pars pntis demonstrationis qua demonstrat q; maior portio linee diuise secundum proportionem habentem medium & duo extrema sit residuum si tota linea sit rationalis pcedit ex sufficientibus siue tota linea ponatur rationalis in longitudine siue in potentia tamen. Secunda vero pars qua demonstrat hoc de minori portione q; ipsa quoq; sit residuum si tota est rationalis non pcedit ex sufficientibus nisi tota sit rationalis in longitudine. Tertia autem pars q; probatur q; minor portio est residuum sufficienter pcedit siue maior portio sit rationalis in longitudine siue in potentia tamen. Ad concludendum igitur de maiori portione linee predicto modo diuise q; ipsa sit residuum sufficit ponere totam lineam diuisam esse rationalem in potentia tamen. sed ad concludendum quoq; hoc de minori portione mediante maiore sufficit ponere portione maiorem similiter rationalem in potentia tamen. sed ad concludendum hoc de minori portione mediante tota necesse est ponere totam lineam esse rationalem in longitudine aut utrum est secunda .14. libri quemadmodum demonstratum est.



Propositio .7.



Siquis pentagonus tres equos angulos habens fuerit equilaterus equi angulus quoque idem pentagonus esse probatur.

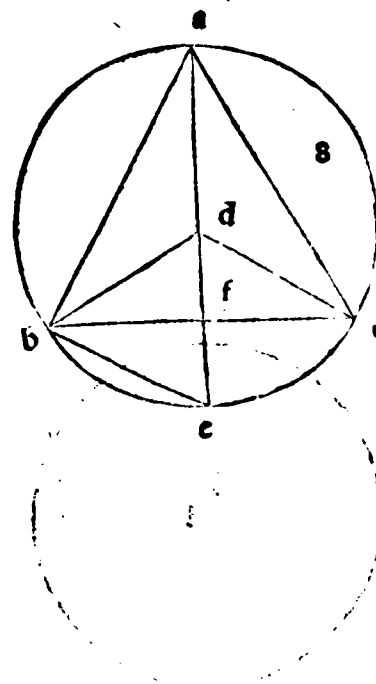
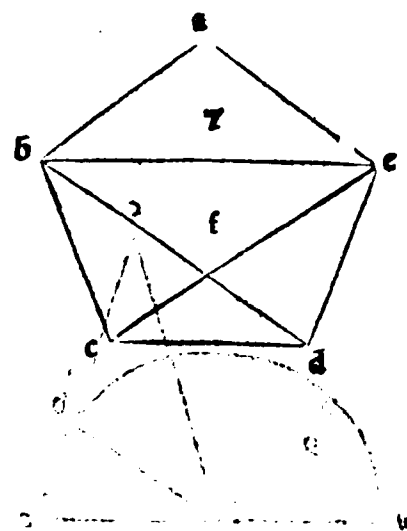
Sit pentagonus. a. b. c. d. e. equilaterus. sintque quilibet tres eius anguli siue continue siue incontinue: sumatur ad invicem quilibet tres sunt prius incontinue sumpti. sintque anguli. a. c. d. illi tres qui ponuntur ad invicem equales dico totum pentagonum esse equiangulum. His angulis subtendantur chordae. b. e. b. d. f. e. c. f. totus pentagonus dividatur in trigonum et quadrilaterum cuius duae diagonales sint chordae duorum proximorum equium angulorum secantes se intra quadrilaterum ipsam in puncto. f. eritque per quartam primi basis. b. e. equalis basi. b. d. f. angulus. a. e. b. equalis angulo. c. d. b. Cumque per quintam primi angulus. b. e. d. sit equalis angulo. b. d. e. eo quod duo latera. b. e. f. b. d. sunt equalia. erit ex eodem scilicet totalis angulus. e. equalis totali angulo. d. Si vero probabis totalem angulum. b. esse equallem angulo totali. c. Est enim per quartam primi basis. b. e. equalis basi. c. e. f. angulus. a. b. e. equalis angulo. d. c. e. per quintam autem eiusdem primi est angulus. e. b. c. equalis angulo. e. c. b. igitur ex eodem scilicet totalis angulus. b. e. equalis totali angulo. c. Sint itaque tres anguli. b. c. d. continue sumpti equales et sic quoque erit pentagonus equi angulus: erit enim ex. 4. primi basis. b. d. equalis basi. c. e. f. angulus. c. d. b. angulo. d. e. c. f. angulus. b. d. c. angulo. e. c. d. quare per sextam primi duae lineae. c. f. f. d. erunt equaliter cum duobus angulis trianguli. f. e. d. qui sunt ad basim. c. d. sint equaliter. Igitur ex hac eodem scilicet si ab equalibus erit linea. f. b. equalis lineae. f. e. erat enim tota. b. d. equalis toti. c. e. idcirco per quintam primi erit angulus. f. b. equalis angulo. f. e. b. per eandem autem est angulus. a. b. c. equalis angulo. a. e. b. Itaque per eandem sciam angulus. b. totalis esse equalis angulo. e. totali tres enim partiales anguli componentes unum sunt equaliter tribus partialibus componentibus alium unum quique suo relatu. Manifestum est igitur quod tres anguli. e. b. c. non continue sumpti in proposito pentagono sunt equaliter. Cum autem sic demonstratum est totum pentagonum esse equi angulum utrolibet ergo modo constat propositum.

Propositio .8.



Siquis trianguli equilateri quod a latere suo quadratum describitur triplum est quadrato dimidii diametri circuli a quo triangulus ipse circumscribitur.

Sit triangulus. a. b. c. equilaterus cui circumscribatur circulus. a. b. c. supra centrum. d. quemadmodum docet quintam quarti libri et protrahatur in eo diameter. a. d. e. dico ergo quod quadratum lineae. a. b. triplum est ad quadratum semidiametri. a. d. Ducatur. n. due lineae. b. d. f. d. e. f. arcus. b. e. subtendantur chordae. b. e. eritque ex octava primi angulus. b. a. d. equalis angulo. c. a. d. quare per ultimum sexti arcus. b. e. f. est arcus. e. c. Et quia ex. 27. tertii tres arcus. a. b. b. c. f. c. a. sunt ad invicem equaliter eo quod chordae quae sunt latera trigoni sunt equaliter ex hypothesis. Erunt arcus. b. e. f. c. a. sexti pars circumferentiae adeoque chorda. b. e. erit latus exagoni equilateri ipsi circulo inscripti. quare per correlas. quarti linea. b. e. est equalis semidiametro. a. d. Manifestum est autem ex prima parte. 30. tertii quod angulus. a. b. c. est rectus. idcirco quadratum lineae. a. e. est equale quadrato duarum linearum. a. b. f. b. e. pariter acceptis ex penultima primi. At vero quadratum. a. e. quadruplum est quadrato. b. e. ex quarta secundi cum linea. a. e. sit dupla. b. e. Relinquitur ergo quadratum. a. b. triplum esse ad quadratum. b. e. f. idcirco ad quadratum. a. d. quod est propositum. Non lateat autem nos quod linea. b. e. quae est latus trigoni dividit in semidiametrum. d. e. per equalia. Esto quidem punctus divisionis. f. constat igitur ex quarta primi quod b. f. est equalis. f. e. idcirco per primam partem tertie tertii omnes anguli qui sunt ad f. sunt recti. Quare ex penultima primi quadratum. b. d. est equale quadrato duarum linearum. d. f. f. b. Quadratum vero b. e. equalis quadrato duarum linearum quae sunt. b. f. f. e. Et quia. b. d. est equalis. b. e. erit



ex cōi scia duo quadrata duaz lineaz. b. f. f. d. pariter accepta equalia duobus quadratis duaz lineaz. b. f. f. e. pariter acceptis. Dempito igitur utrinque quadrato. b. f. erit ex cōi scia qdratum. f. d. residuum equale qdrato. f. e. residuo quare f. linea. f. d. linee. f. e. ex hac cōi scia quaz quadrata sunt equalia ear lineas esse equales. Ex hoc itaq manifestum est q perpendiculis ducta a centro circuli ad latus trigoni equilateri sibi inscripti equalis est dimidio linee ducte a cetro eiusdem circuli ad ipsius circūferentiā.

Castigator.

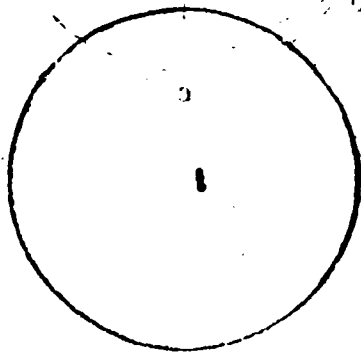
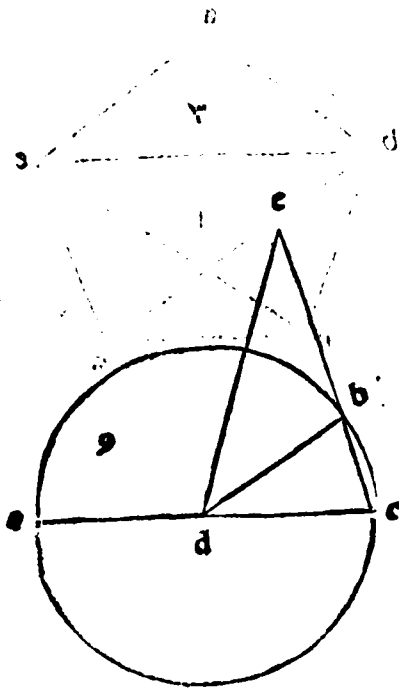
a ¶ Quia duo anguli ad. d. sunt equales adinucem f. latera trianguloz illos continētia equalia. f. b. d. d. c. f. d. f. d. e. utriusq triangulo.

Propositio .9.



¶ Latus exagoni equilateri latusq decagoni equilateri quos ambos vnus idemqz circulus circūscripti sibi inuicem in longum directumqz coniungantur total linea ex eis composita fm proportionem habentem medium z duo extrema diuisa erit maiorq eius portio latus exagoni.

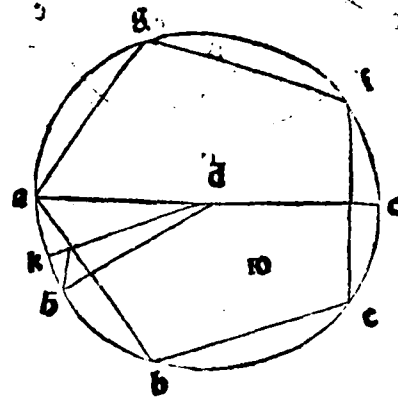
¶ Sit circulus. a. b. c. cuius centz. d. f. diametr. a. d. c. suz arcus. c. b. quanta p arcus semicirculi. a. b. c. cui subrendatur chorda. c. b. quam cōstat esse latus decagoni equilateri pposito circulo inscripti. Adiugeturqz linee. c. b. in cōtinuū f. directum linea. b. e. que ponatur esse equalis lateri exagoni equilateri predicto circulo inscripti. Dico totam lineā. c. e. diuisam esse. in pūcto. b. fm pportione hntem medium f. duo extrema f. maiore eius portionem dico esse lineā. b. e. q est latus exagoni. Ducant. n. in centz. duellinee. e. d. f. b. d. erit angulus. e. equalis angulo. b. d. e. ex. s. primi pp hoc q linea. e. b. est equalis linee. b. d. ex correl. is. quarti angulus quoq. d. b. c. est equalis angulo. c. ex. s. primi quare ex. s. primi angulus. a. d. b. erit duplus ad angulum. d. b. c. f. quia p eadem angulus. d. b. c. est duplus ad angulum. e. sequitur vt angulus. a. d. b. sit quadruplus ad angulum. e. Est. n. ex cōi scia qdruplum qquid fuerit duplu dupli. Cūq. sit et idem angulus. a. d. b. quadruplus ad angulū. b. d. c. ex vltima sexti eo q arcus. a. b. est qdruplus ad arcum. b. c. necesse est ex cōi scia vt angulus. e. sit equalis angulo. b. d. c. Si igit intelligant duo trianguli. d. e. c. totalis. f. b. d. c. partialis cū angulus. e. totalis sit equalis angulo. b. d. c. partialis f. angulus. e. sit cōi vtriusq. necesse est ex. s. primi vt ipsi sint equianguli. quare p qrtam sexti pportio duoz latez. e. c. f. c. d. cōtinentium angulum. c. in totali triangulo ē sicut duaz latez. d. c. f. c. b. cōtinentium eūdem angulū in ptiali triangulo qa ergo pportio. e. c. ad. c. d. ē sicut ad. e. b. ex scda pte. z. quinti. f. d. c. ad. c. b. ē sicut e. b. ad eādem ex pma pte eiusdem. Sequit. ex. u. qnti vt sit pportio. c. e. ad e. b. sicut. e. b. ad. b. c. I gr a dione cōclūde ppositum lineam. e. c. esse diuisam fm pportione hntem mediu f. duo extrema f. maiorem portionē eius ēē latus exagoni q oportuit nos demonstrare. Conuersam quoq. de mōstrare cōuenit qd facile fiet via retrograda. Ea n. assumit Prolomeus capitulo. 9. prime dictōis almagesti ad demonstrandum qntitatem chordaz arcū circuli. Dico itaq q si linea quibet fm pportione hntem mediu f. duo extrēa diuidat cuius circuli maior portio fuerit latus exagoni eiusdem minor erit latus decagoni. At pō cuius minor erit latus decagoni eiusdem maior erit latus exagoni. Sit. n. priori dispositiōe manēte linea. e. c. diuisa in puncto. b. fm predictā pportione f. maior eius portio sit. f. b. dico q cuiuscūq. circuli linea. e. b. est latus exagoni eiusdē ē linea. b. c. latus decagoni. f. cuiuscūq. circuli linea. b. c. est latus decagoni eiusdē ē linea. e. b. latus exagoni. Intelligo autē hoc de exagonis f. decagonis equilateris. Si. n. sit. e. b. latus exagoni circulo. a. b. c. inscripti. erit per correl. s. quarti. e. b. equalis. d. c. f. quia pportio. c. e. ad. e. b. est sicut. e. b. ad. b. c. ex hypothesi erit ex. 7. quinti. c. e. ad. d. c. sicut. d. c. ad. c. b. igit ex. 6. sexti duo triaguli. e. d. c. f. d. c. b. sunt equianguli. Angulus ergo. e. est equalis angulo. b. d. c. ipsos enim latera proportionalia respiciunt. quoz sit angulus



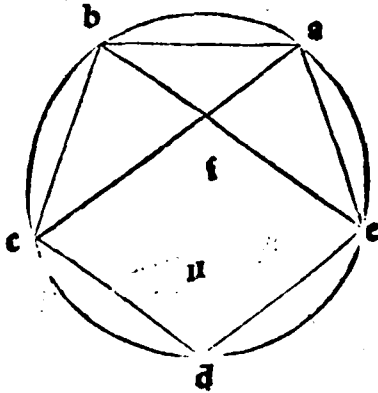
Propositio .10.



 **S**it circuli. a. b. c. cuius centrum: d. & diameter. a. d. c. inscribaturq; et pentagonus eqlaterus qui sit. a. b. c. f. g. & a centro. d. protrahatur perpendicularis ad latus. a. b. que producat vrsq; quo obuiet circumferentie in puncto. h. sitq; d. h. & protrahatur due chorde. a. h. & f. h. b. que erunt equales adinuicē ex secunda parte. 3. tertiū & quarta primi. ideoq; et duo arcus. a. h. & f. h. b. equales adinuicem ex. 22. teriti. Est igitur vtraq; duarum chordarum. a. h. & f. h. b. latus decagoni equilateri proposito circulo inscripti. Dico itaq; q; quadratum linee. a. b. que est latus petagoni ē equale duobus quadratis duay linee. b. d. & a. h. piter acceptis quaz; prima est equalis lateri exagoni ex coroll. 15. quartis & secda ē latus decagoni ptraha. n. a centro. d. ppendicularis ad lineā a. h. q; est latus decagoni q; producat vrsq; ad circumferētiā: sitq; d. k. q; secet lineam a. b. q; est latus petagoni in puncto. l. & Protrahat linea b. l. Cōstat autē ex scda pte tertie & 4. pmi. 22. tertii q; linea. d. k. q; est ppendicularis ad chordam. a. h. simul diuidit p equalia chordam & arcū. Ideoq; arcus. a. k. est eq̄lis arcui. k. h. Quare ex vltima sexti angulus. a. d. l. est eq̄lis angulo. l. d. h. Ideoq; ex q̄ta primi basis. a. l. basi. l. h. Igt ex q̄ta primi angulus. l. a. h. eq̄lis est angulo. l. h. a. Cūq; et sit ex eadē angulus. h. a. b. eq̄lis angulo. h. b. a. sequit vt angulus l. h. a. sit equalis angulo. h. b. a. Ergo ex. 32. pmi duo trianguli. b. a. b. & a. b. l. sunt eganguli. Est. n. angulus. b. maioris eq̄lis angulo



lo. b. minoris est angulus. a. cōis est vtriq. Itaq. per quartam sexti proportio
b. a. ad. a. b. ē sicut. a. h. ad. l. a. Quare ex prima parte. 16. sexti quod proue
nit ex b. a. in. a. l. est equale quadrato linee. a. b. q. est latus decagoni. C. ū sit
aut femicirculus. a. e. c. equalis femicirculo. a. f. c. ē arcus. a. e. arcui. a. f. erit
arcus. e. c. residuus equalis arcui. f. c. residuo. Quare arcus. e. c. est medietas
arcus. e. f. ideoq. equalis arcui. a. h. ē duplus ad arcum. b. k. Et quia arcus.
e. b. ē duplus ad arcum. b. h. erit ex. 13. quinti totus arcus. e. c. b. duplus ad
totum arcum. b. h. k. ideoq. ex vltima sexti angulus. c. d. b. ē duplus ad an
gulum. b. d. l. cūq. ē angulus. c. d. b. duplus sit ad angulum. b. a. d. ex. 31. ē
quinta primi. sunt. n. duo latera. d. a. ē. d. b. equalia erit angulus. b. d. l. eq
lis angulo. b. a. d. itaq. per. 32. primi erit triangulus. b. d. l. equiangulus trian
gulo. b. a. d. Est. n. angulus. d. minoris eq. lis angulo. a. maioris. ē angulus. b.
est cōis vtriq. Ergo per quartam sexti proportio. a. b. ad. b. d. est sicut. b. d.
ad. l. b. quare per primam partem. 16. sexti quod prouenit ex. a. b. in. b. l. ē
equale quadrato. d. b. at vero probatum est prius q. illud quod prouenit
ex. a. b. in. l. a. ē est equale quadrato. a. h. I taq. quod prouenit ex. a.
b. in. a. l. ē in. l. b. ē est equale duobus quadratis duarum linearum. a. b.
ē. b. d. ē quia ex secunda secundi quod prouenit ex. a. b. in. l. a. ē in. l. b. ē
equale quadrato linee. a. b. Est autem linea. a. b. latus pentagoni equilate
ri proposito circulo inscripti. Linea vero. a. h. est latus decagoni equilate
ri. ē linea. b. d. est ex correlario. 15. quarti equalis lateri exagoni equilateri
proposito circulo inscriptorum inconcussa demonstratiōe astruitur hoc
quod dicitur.



Propositio .17.



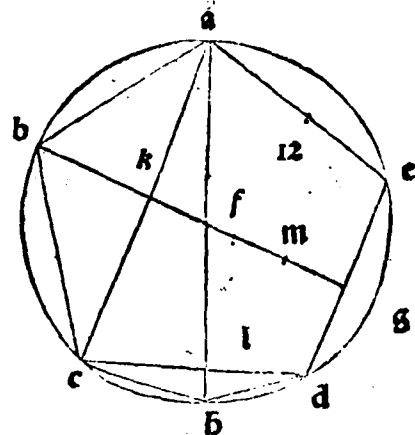
S In duobus propinquis angulis pentagoni equila
teri intra circulum descripti a terminis suis: unum la
terus due recte linee sustentantur vtriq. alteram
secundum proportionem habentem medium duorū
q. extrema secabit maior q. ipsius portio lateri ipsi
us pentagoni equalis erit.

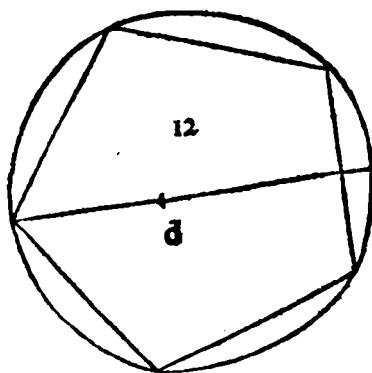
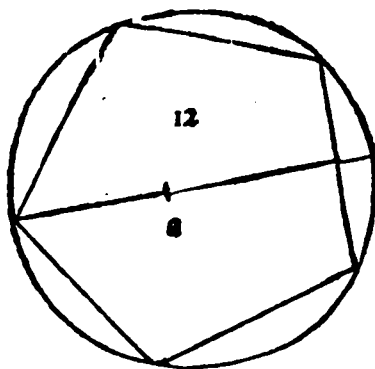
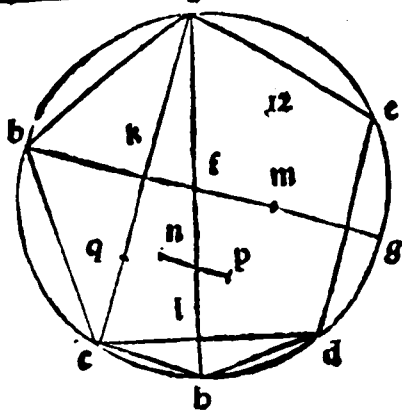
¶ Sit pentagonus equilateralis. a. b. c. d. e. inscriptus circulo eisdem literis
signato ē duobus eius propinquis angulis: qui sunt. a. f. b. subtrādatur due
recte linee. a. c. ē. b. e. secantes se inuicem in puncto. f. Dico itaq. vtriq. ha
rum esse diuisam in puncto. f. fm. proportionem hntem medium duorū
extrema: ē q. maior portio vtriq. q. est equalis lateri pentagoni. Mani
festum est enim ex. 12. tertii q. quinq. arcus circuli pentagonum propositū
circumscriptis quorum latera ipsius pentagoni sunt chordae sunt adin
uicem equales. I deoq. ex vltima sexti quatuor anguli. a. e. b. a. b. e. b. a. c.
ē. b. c. a. sunt adinuicem equales. Nam arcus. a. b. a. e. ē. b. c. sunt adinuicē
equales. Cūq. sit arcus. c. d. e. duplus ad arcum. b. c. erit quoq. ex vltima
sexti angulus. c. a. e. duplus ad angulum. c. a. b. at vero ex. 31. primi angulus
a. f. e. duplus est ad angulum. f. a. b. igitur angulus. a. f. e. est equalis angulo.
f. a. e. Quare per sextam primi linea. a. e. est equalis lineae. f. e. Sunt aut
duo trianguli. a. b. e. ē. a. f. b. equianguli per ea que dicta sunt ē per. 32. pri
mi. Est enim angulus. e. maioris equalis angulo. a. minoris ē angulus. b.
communis vtriq. Igitur per quartam sexti proportio. e. b. ad. b. a. sicut. b.
a. ad. f. b. cūq. sit. c. f. equalis. a. b. eo q. ipsa vt probatum est equalis. a. e. Se
quitur ex. 7. quinti: vt sit proportio. b. e. ad. e. f. sicut. e. f. ad. f. b. Quare p
diffinitionem lineae. e. b. est diuisa fm. proportionem habentem medium
duorū extrema ē eius maior portio est equalis lateri ipsius pentagoni. Si
autem hoc est verum de linea. e. b. erit quoq. ex. 7. quinti ē quinta eiusdē
ē diffinitione idem verum de linea. a. c. Nam tota. b. e. est equalis toti. a.
c. ex quarta primi ē portiones portionibus ex sexta primi ē commū
scientia: portiones enim a. f. ē. b. f. sunt equales ex sexta primi. ideoq. f. e.
ē. f. c. residue erunt adinuicem equales ex conceptione. Vel potes si libet
vt prius circa lineam. e. b.



S circuli pentagonum equilaterum circumscribentis diametros fuerit rationalis eius latus pentagoni erit linea irrationalis ea scilicet que dicitur minor.

Sir pentagonus equilateralus, a. b. c. d. e. inscriptus circulo eiusdem litteris a. inscripto cuius centrum, f. & due diametri, b. g. & a. h. sitque utraq. harum diametrorum linea rationalis in longitudine, de quo tunc q. latus pentagoni inscripti erit linea irrationalis illa videlicet q. dicitur minor. Protrahatur. n. linea, a. c. q. secet diametrum, b. g. in puncto, k. Eritq. ex vltima sexti & quarta primi linea, a. c. diuisa a diametro, b. g. orthogonaliter & per equalia in puncto, k. q. cum semicirculus, b. a. g. sit equalis semicirculo, b. e. g. & arcus, b. c. arcui, b. a. sicut constat ex 12 tertii erit arcus, a. g. residuus equalis arcui, c. g. residuo. I. oq. ex vltima sexti angulus, a. b. g. equalis est angulo, c. b. g. Cum itaq. duo latera, a. b. & b. c. trianguli, a. b. c. sint equalia duobus lateribus, c. b. & b. k. trianguli, c. b. k. & angulus, b. vnius angulo, b. alterius erit ex quarta primi basis, a. k. equalis basi, k. c. & oēs anguli qui sunt ad, k. sunt recti ex prima parte tertie tertii. Diameter autē, a. h. secet latus pentagoni, c. d. in puncto, l. Eritq. similiter linea, c. d. diuisa a diametro, a. h. orthogonaliter & per equalia in puncto, l. Cū, n. sint duo arcus, a. d. h. & a. c. h. equalis & arcus, a. c. sit equalis arcui, a. d. erunt duo residui semicirculorum qui sunt c. h. & d. h. equalis. Quibus si subtendantur due chorde que sunt, c. h. & d. h. ipse quoque, ex 18. tertii erunt equalis & q. arcus, a. c. est equalis arcui, a. d. erit ex vltima sexti angulus, c. h. l. equalis angulo, d. h. l. I. deoq. p. quartam primi basis, c. l. est equalis basi, d. l. & oēs anguli qui sunt ad, l. recti ex prima parte tertie tertii. Itaq. duo trianguli, a. c. l. & a. f. k. sunt equianguli ex 31. primi. Est, n. angulus, l. maioris equalis angulo, k. minoris eo q. utraq. est rectus & angulus, a. est cōis vtriq. quare ex quarta sexti proportio, l. c. ad, c. a. est sicut, k. f. ad, f. a. Sumatur igitur ex diametro b. g. linea, f. m. equalis quarte parti semidiametri, eritq. per equam proportionalitatem proportio, c. l. ad quartam partem lineę, a. c. q. sit, c. q. sicut, k. f. ad quartam partem lineę, f. a. que est, f. m. & q. per 15. quinti proportio, c. d. ad, c. k. est sicut, c. l. ad, c. q. Sic enim est duplum ad duplum sicut iimplum ad iimplum. Erit per, n. quinti, d. c. ad, c. k. sicut, k. f. ad, f. m. & cōiunctim lineę constantis ex, d. c. & c. k. ad, c. k. sicut, k. m. ad, m. f. & iō per primam partem, a. sexti proportio quadrati lineę cōposite ex, d. c. & c. k. ad quadratum lineę, c. k. sicut quadrati lineę, k. m. ad quadratum lineę, m. f. Cōstat autē ex premissa q. si linea, a. c. diuidatur fm proportionem hñterem medium duorū extrema maior portio eius erit equalis lineę, d. c. igitur linea constans ex, d. c. & c. k. cōponitur ex maiori portioe lineę diuise fm proportionem hñterem mediū duorū extrema & ex medietate totius lineę sic diuise. Est, n. c. k. medietas, a. c. Itaq. p. primā istius 13. libri quadratum lineę composite ex, d. c. & c. k. quincuplum quoque, est ad quadratum lineę, c. k. I. deoq. quadratum lineę, k. m. quincuplum quoque, est ad quadratum lineę, m. f. Cum sit horū quadratorū & illoz vna proportio est autē linea, b. m. quincupla ad lineam, m. f. Erat, n. m. f. q. pars semidiametri ppositi circuli: ergo q. d. ratū lineę, k. m. ad q. d. ratū lineę, m. f. ē sicut lineę, b. m. ad lineā, m. f. & q. ex secunda parte, 18. sexti quadratum lineę, k. m. ad quadratū lineę, m. f. est sicut lineę, k. m. ad lineam, m. f. duplicata. Erit ex vndecima quiti linea, b. m. ad lineam, m. f. sicut linea, k. m. ad lineā, m. f. duplicata. Igitur linea, k. m. est medio loco proportionalis inter duas lineas, b. m. & m. f. quod sic constat. Sit enim linea n. p. medio loco proportionalis inter eas sumpta secundum doctrinam none sexti eritq. ex diffinitione proportionis duplicate que posita est in principio quinti proportio, b. m. ad m. f. sicut, b. m. ad n. p. duplicata: & quia, b. m. ad n. p. sicut n. p. ad m. f. erit etiam ex, n. quinti proportio, b. m. ad, m. f. sicut, n. p. ad m. f. duplicata. Igitur ex prima parte, 9. quinti due lineę, k. m. & n. p. sunt equalis. I. oq.





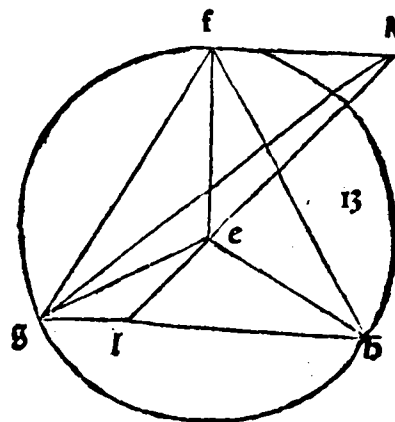
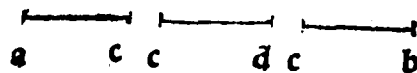
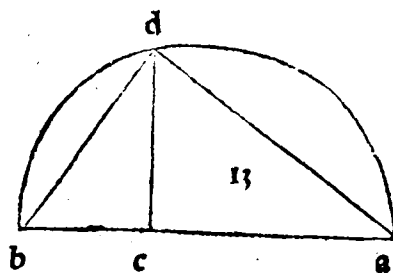
ex prima parte. 7. quinti & ex secunda parte eiusdem linea k.m. est me-
dio loco proportionalis inter. b.m. & m.f. Quare ex correl. 7. sexti pro-
portio quadrati linee. b.m. ad quadratum linee. m.k. est sicut est linee. b.
m. ad lineam. m.f. & quia linea. b.m. est quinquupla ad lineam. m.f. erit q-
dratum linee. b.m. quinquuplum ad quadratum linee. m.k. linea at b.m.
est rōnalis in longitudine. Ergo per vltimam ptem. 7. decimi linea. m.k.
ē strōnalis in potentia tñ & quia linea. b.m. est potentior linea. m.k. in q-
drato linee sibi incōmensurabilis in longitudine vt continuo probabitur
erit linea. b.k. residuum quantum ex diffinitione residui quarti. Quod at
probandum assumpimus sic patet. Sit numerus. r. quinquiplex ad nume-
r. s. sicut. t. & i. quantum. r. ac si esset. r. quinq. s. vnum. t. quatuor. Et sit li-
nea. b.m. potentior linea. m.k. in quadrato linee. x. Cū igitur sit qdratū
linee. b.m. ad quadratū linee. m.k. sicut numerus. r. ad nume-
r. s. erit puer-
sam proportionalitatem quadratum linee. b.m. ad quadratū linee. x. sicut
numerus. r. ad nume-
r. t. Quare per vltimam ptem. 7. decimi linea. x. est
incōmensurabilis linee. b.m. in longitudine. Nō est ergo dubium quin. b.
k. sit residuum quantum. Manifestum vero est ex. 34. tertii. qd illud quod
fit ex. b.k. in. k. g. est equale ei quod fit ex. a.k. in. k.c. I deoq. et ipsum idē
est equale quadrato. k.c. eo qd a.k. est equalis. k.c. ergo quadrato. b.k. ad-
dito vtriq. erit ex penultima primi quod fit ex. b.k. m. k. in. k. g. equale
quadrato. b.c. Et quia ex prima secundi quod fit ex. b.k. in. k. g. ē
equale ei qd fit ex. b.k. in. g. b. Erit linea. b.c. latus tetragonum supficiē
contente a duabus lineis. g. b. & k. b. & quia linea. g. b. est rōnalis linea ve-
ro. b.k. est residuum quartū. & quia linea potens in superficiem linea rōalis
residuoq. quadrato cōtentam est linea minor vt constat ex. 39. decimi li-
bri necesse est lineam. b.c. que est latus pentagoni equilateri proposito cir-
culo inscripti esse lineam minorem. quod erat ex principio demonstan-
dum. Hoc ergo modo sequitur qd latus pentagoni equilateri circulo inscri-
pti sit linea minor. si diameter circuli cui inscribatur fuerit rationalis in
longitudine. At vero si diameter circuli fuerit rōalis in potētia tñ. adhuc
necesse est vt latus pētagoni equilateri sibi inscripti sit linea minor. Esto
enim linea. a. rōnalis in potentia tñ supra quam describatur circulus ei-
us. decripto inscribatur pentagonus equilaterus cuius vnum latus sit. b. c. d. si-
canturq. pentagonus & circulus. a. dico qd linea. b. c. est linea minor. Sum-
tur enim aliqua linea rōnalis in longitudine quesit d & super eam linee-
tur circulus cui inscribatur pentagonus equilaterus & sit vnum latus ipsi-
us linea. e. f. dicanturq. pentagonus & circulus. d. constat igitur ex hac. n. 2.
q. e. f. est linea minor cum diameter. d. sit rōnalis in lōgitudine. Qm nō
proportio pentagoni. a. ad pētagonum. d. est sicut quadrati linee. b. c. ad
quadratum linee. e. f. vtraq. enim est ex secunda parte. 18. sexti: sicut linee
b. c. ad lineam. e. f. duplicata. Pentagoni autem. a. ad pentagonum. d. est
sicut quadrati diametri. a. ad quadratum diametri. d. ex prima. n. erit ex
n. quinti quadratum linee. c. b. ad quadratum linee. e. f. sicut quadratum
diametri. a. ad quadratum diametri. d. cumq. quadrata duarū diametrorū
a. & d. sunt cōciantia quia ambo sunt rōnalia ex ypothesi erunt quoq. ex
prima parte. 10. decimi quadrata duarum linearum. b. c. & e. f. cōciantia.
Ergo linea. b. c. cōicat in potentia cum linea. e. f. qd linea. e. f. est minor
sequitur ex. 100. decimi qd ē. b. c. sit linea minor quod est positum. Sē-
ne ergo diameter alicuius circuli sit rationalis in longitudine siue in potē-
tia tñ necesse est vt latus pētagoni eglateri sibi inscripti sit linea minor.

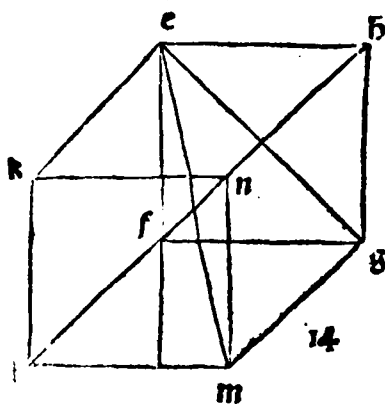
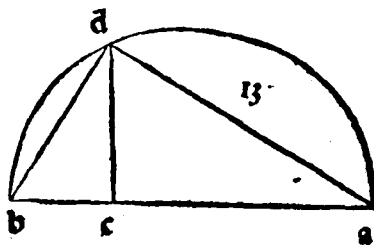
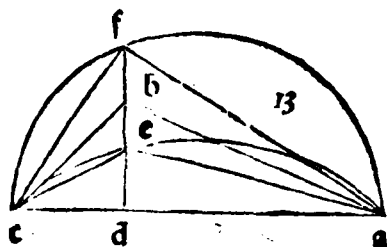
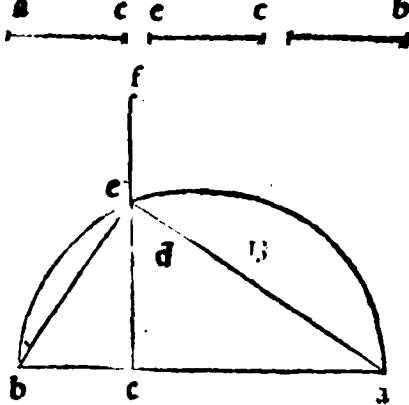


Propositio .17.

Præterea quatuor basium triangularū & equilate-
rarum ab assignata sphaera circumscriptibilē fabrica-
re huius ergo sphaere diametros ad latus ipsius pi-
ramidis sexquialteram proportionem potentiali-
ter habere probatur.

¶ Sit linea .a.b. diameter assignate spere que diuidatur in puncto .c. ita
 q. a. c. sit dupla ad .b. c. & lineetur super eam semicirculus .a. d. b. & produ-
 catur linea .c. d. orthogonaliter super lineam .a. b. & producatur linea .b.
 .f. & .d. a. Postea fiat circulus .f. g. h. super centrum .e. cuius semidiameter sit
 equalis lineae .c. d. cui ex secunda quarti libri inscribatur triangulus equila-
 terus qui sit .f. g. h. ad cuius angulos protrahantur a centro lineae .c. f. e. g. e.
 b. Deinde super centrum .e. erigatur secundum q. docet .v. vndecimi linea
 e. k. que ponatur equalis .a. c. perpendicularis ad superficiem circuli .f. g. h.
 Et demittantur a puncto .k. ypothemise .k. f. k. g. k. h. Erunt completa pira-
 mis quatuor basium triangularium & equilateralium quam dico esse ab as-
 signata spera circumscriptibilem. Et dico quadratum diametri prop. sue
 sperae sexquialterum esse ad quadratum lateris fabricate pyramidis. Con-
 stat enim ex prima parte correlarii .g. sexti q. linea .c. d. est medio loco pro-
 portionalis inter .a. c. & .c. b. quare ex correl. 17. eiusdem quadratum lineae
 a. c. ad quadratum lineae .c. d. est sicut .a. c. ad .c. b. Ergo coniunctim quadra-
 tum .a. c. & quadratum .c. d. ad quadratum .c. d. sicut .a. b. ad .b. c. Ideoq. ex
 penult. primi quadratum .a. d. ad quadratum .d. c. sicut .a. b. ad .b. c. Cum
 ergo linea .a. b. sit tripla ad .b. c. Cerat .n. a. c. dupla ad eam erit quoq. quadra-
 tum .a. d. triplum ad quadratum .d. c. & aut ex .g. huius quadratum .f. g. triplum ad
 quadratum .e. f. Quare cum ex ypothesi .d. c. sit equalis .e. f. erit ex com. scia. a.
 l. equalis .f. g. & quia ex diffinitione lineae perpendicularis ad superficiem
 nea .e. k. continet cum singulis lineis .e. f. e. g. e. h. angulos rectos: quare
 bet esse equalis lineae .c. d. & quia ipsa eadem est equalis lineae .a. c. & angulus co-
 effectus erit p. quartam primi vnaqueq. trium linearum .k. f. k. g. k. h. equalis li-
 neae .a. d. Manifestum igitur fabricatam pyramidem esse quatuor basium
 angularium equilateralium. Ipsam autem esse circumscriptibilem ab assignata
 spera sic habeto. Lineae e. k. intelligatur adiici secundum rectitudinem linea .e. l.
 is lineae .c. b. vt tota .k. l. sit equalis .a. b. & est diameter assignate spere. Hac
 lineam inquam .e. l. imageris esse sub circulo .f. g. h. perpendicularē
 ad ipsius superficiem ex pte inferiori sicut est .e. k. ex parte superiori
 & vnaqueq. trium linearum .e. f. e. g. e. h. simpliciter quilibet semidiamet-
 ri circuli .f. g. h. medio loco proportionalis inter .k. e. & .e. l. quemadmodum
 .c. inter .a. c. & .c. b. nam hec sunt equales illis vnaquaq. sue relative. Si
 super lineam .k. l. describatur semicirculus circūducaturq. quousq. ad lo-
 cum de moueri ceperat redeat erit ex diffinitione sperae equalium spera de
 ipso motu huius semicirculi equalis sperae assignate. Sunt .n. sperae equales
 sicut equalis diametri quemadmodum de circulis in principio tertii dictū ē. Se-
 quitur hunc vero necesse est transire p. tria puncta .f. g. h. que sunt an-
 guli de pyramidis fabricate. Similiter autem dico q. semicirculus hic qui
 lineam .k. l. fuerit descriptus si circūducatur quousq. ad locū redeat vñ
 moueri ceperat continget circulum .f. g. h. super oia puncta circumferentie ip-
 sius. Quod ex hac vetusta veritate probatur. Si linea recta super lineam re-
 ctam perpendiculariter steterit que inter ptes eius cui supstat vel circūstat
 medio loco proportionalis ponatur. fueritq. super eam lineam cui perpē-
 dicularis supstat semicirculus descriptus circumferentia ipsius per extre-
 mitatem lineae medio loco proportionalis posite perpendiculariter necessa-
 riam transibit. Cum igitur cuncte semidiametri circuli .f. g. h. sint perpē-
 diculares ad lineam .k. l. & medio loco proportionales inter partes ipsius q.
 e. k. & .e. l. sequitur vt semicirculus descriptus super .k. l. si circūducatur
 p. seipsum per oia puncta circumferentie .f. g. h. & per oēs solidos angulos pi-
 ramidis fabricate. Itaq. a diffinitione eius quod est figuram inscribi
 te pyramis fabricata est inscriptibilis illi sperae quam semicirculus super
 eam .k. l. lineatus motu suo describit. Et quia hec spera descripta est as-
 signate sperae equalis per diffinitionem equalium sperarū sequitur ex com-
 muni scia vt hec pyramis fabricata sit ab assignata spera circūscriptibilis qd
 est propositum. Correlariū autem patet sic. Cū .n. a. b. sit tripla ad .b. c. p. euer-
 n. p. proportionalitatem erit .a. b. sexquialtera ad .a. c. Idq. ex secda pte correla-





rii. 8. sexti & correlario. 17. eiusdē quadratū lineae. a. b. erit et sexquialterz ad
 quadratum lineae. a. d. & qā lineae. a. d. ē ejlis lateri fabricate pyramidis. at
 70. a. b. est diameter | pere cōstat v. e. esse quod per correlariū dī. Ne autē
 quemq; de vetusta veritate proposita hesitare cōtingat eā volumus hoc
 mō demonstrāre firmare. Sit igitur sup lineam. a. b. lineae. c. d. perpendi-
 cularis q; ponatur medio loco pportionalis inter partes lineae. a. b. q; sint. a.
 c. & c. b. ita q; proportio. a. c. ad. c. d. sit sicut. c. d. ad. c. b. Et super lineā. a. b.
 describatur semicirculus. a. e. b. Dico q; huius semicirculi circūferentia trā-
 sibi per punctū. d. q; est extremitas perpendicularis. Sinaut aut secabit li-
 neari. c. d. aut supertrāsibit eā totam ipsam trāsirens & includēs & nō cōtin-
 gēs. Secet ergo primo eā in pūcto. e. & ducātur lineae. e. b. & e. a. eritq; ex pri-
 ma parte. 30. tertii totalis angulus. a. e. b. rectus. Itaq; ex prima parte cor-
 rel. 8. sexti proportio. a. c. ad. c. e. ē sicut. c. e. ad. c. b. At 70. ex secūda parte
 8. gnti proportio. a. c. ad. c. e. ē maior q; a. c. ad. c. d. eo q; c. e. ē minor. q; c. d.
 Cū igitur sit. c. e. ad. c. b. sicut. a. c. ad. c. e. & c. d. ad. c. b. sicut. a. c. ad. c. d.
 erit per. 12. gnti. e. c. ad. c. b. maior q; c. d. ad. c. b. Iduoq; per primam partē
 10. quinti. e. c. est. maior q; d. c. pars videlicet q; suū totum quod est impos-
 sibile. Non ergo secabit circūferentia semicirculi lineam. c. d. ¶ Supertrā-
 seat igitur & producat. c. d. v. q; ad circūferentiā sitq; tota. c. e. & protra-
 hātur lineae. e. b. & e. a. sequeturq; vt prius lineam. c. d. esse maiore & sit lineae
 c. e. Q uod est ē impossibile. cōstat ergo propositū. Silr aut dicimus q; si
 fuerit aliq; angulus rectus cui basis subtrahatur super quā semicirculus lineae
 tur ipsius circūferentiā per angulum rectum trāsire necesse ē. Conuersam
 70. huius proponit prima pars. 30. tertii. Quod aut dicimus sic constat.
 ¶ Sit. n. angulus. a. b. c. rectus cui subtrahatur basis. a. c. & super eā lineatur
 semicirculus dico q; ipsius circūferentia trāsibit per pūctum. b. in quo co-
 eunt lineae cōtinentes angulum rectū cuius demonstratio est q; neq; trāsibit
 supra neq; infra. Sin aut transeat primo infra sitq; a. e. c. & ab angulo. b.
 producat. lineae. b. d. perpendicularis ad basim. a. c. q; secet circūferentiā se-
 micirculi in puncto. e. & protrahantur lineae. e. a. & e. c. Eratq; angulus. a. e.
 c. rectus ex prima parte. 30. tertii. at ipse est maior angulo. a. b. c. per. 21. pri-
 mi hoc aut est impossibile ex tertia petitione cū vterq; sit rectus. Hic qui-
 dem ex ypothesi 70. ex prima parte. 30. tertii. Nō ergo trāsibit circū-
 ferentia semicirculi infra angulum. b. transeat itaq; supra & sit. a. f. c. produ-
 catur autem perpendicularis. d. b. quousq; obuiet circūferentiā semicir-
 culi. a. f. c. in puncto. f. & producantur lineae. f. a. & f. c. eritq; ex prima parte
 30. tertii angulus. a. f. c. rectus. Cumq; ēt effect ex ypothesi angulus. a. b. c. re-
 ctus sequitur impossibile per. 21. primi sicut in principio. Reliquitur ergo
 quod diximus. Hoc aut necessarium est ad cognitionem eoz q; sequūtur

Propositio 14.



Assignata sphaera circūscriptibilem cubum cōstruere eiusdem aut spere diametrum lateri ipsius cubi potentialiter triplicem eē manifestum erit.

¶ Assignare spere diametrum sit. a. b. super quā lineatur se-
 micirculus. a. d. b. diuidaturq; diametrum in puncto. c. pro-
 fus secundum conditionem premisse videlicet vt lineae. a.
 c. sit dupla ad lineam. c. b. & producat. c. d. perpendicularis ad. a. b. & pro-
 trahantur. d. b. & d. a. postea fiat vnū qdratum cuius omnia latera sint
 equalia lineae. b. d. sitq; e. f. g. h. super cuius quatuor angulos erigantur vt
 docet. n. vndecimi quatuor lineae perpendiculares ad superficiē ipsius qdra-
 ti quaz; q; libet ponatur & equalis lineae. b. d. sintq; e. k. f. l. g. m. h. n. crūq;
 hee quatuor perpendiculares singule singulis eqdistantes ex. 32. vndeci-
 mi & anguli quos continent cum lateribus quadrati recti ex diffinitione
 lineae perpendicularis ad superficiē; deinde cōiungātur extremitates istarū
 perpendiculārium protractis lineis. k. l. l. m. m. n. n. k. eritq; cōpletus cubus
 sex superficiebus qdratis cōtēntus. Cōstat. n. ex. 33. 34. pmi q; quorū superficies
 ipsum ambiētē & ipse sunt quaz; opposita latera sunt quatuor perpendi-

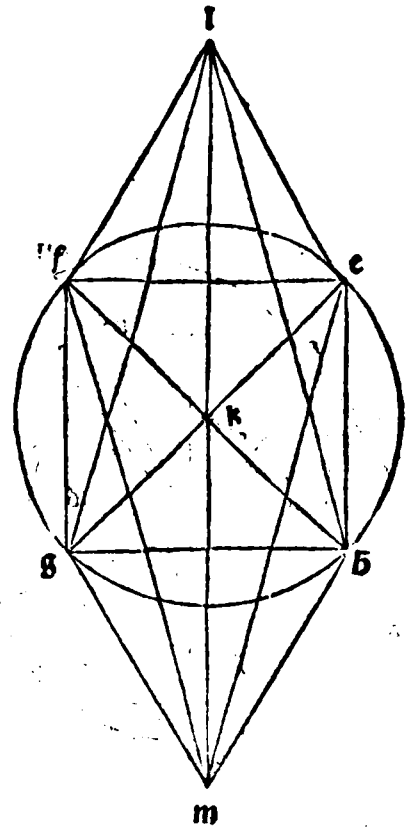
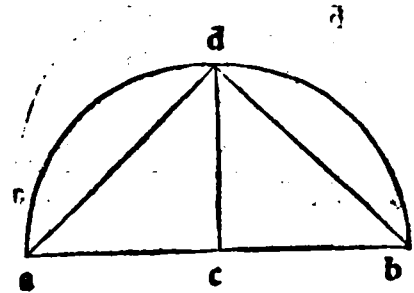
Quales sint octo quadrates de basi aut hoc positum est. ac pro de suprema eius superficie est k.l.m.n. q ipsa quoq. sit quadrata. constat ex. 33. primi & 30. vndecimi. ideoq. ex quarta vndecimi manifestum est singula latera eiusdem cubi duobus ipsius oppositis superficibus orthogonaliter insistere. Vt aut cubum hunc ab assignata spera circumscribibilem esse demonstramus in vna sua superficie perbat diagonalis. Vtbi gra in basi eius sitq. e.g. & ab huius diagonalis altera extremitate pertrahatur diameter cubi. e.m. eritq. ex penultima primi quadratum. e.g. duplum ad quadratum. f.g. I 69. & ad quadratum. g.m. eo q. g.m. est equalis. f.g. Sit n. oia latera cubi adinuicem equalia. & quare ex penultima primi quadratum. e.m. est equale quadratis duar. linear. e.g. & g.m. pp hoc q. angulus. e.g. m. est rectus ex diffinitione linee perpendicularis ad superficiem. Erit quadratum. e.m. triplum ad quadratum. m.g. Constat n. ex duplo & simplo. cuq. ex se tuncda pre correlari. 8. sexti & ex correlario. 17. eiusdem quadratum quocq. a. b. sit triplum ad quadratum. b.d. eo q. linea. a. b. tripla est ad lineam. b. c. sit aut. b. d. equalis. e.g. sequit ex cor. scia vt. e.m. q. est diameter cubi sit equalis. a. b. q. est diameter sperae. Itaq. si sup. e.m. lineet semicirculus circumscribitur quibzq. ad locum vñ fuit initium motus redeat spera descripta erit ex diffinitione sperarum equalisq. eglis sperae assignate. At pro q. hic semicirculus trasitum faciet punctum. g. eo q. angulus. e.g. m. est rectus ead. rone p ceteros singulos rectos angulos cubi qd ex ante hanc. 4. lineae pmissio manifestum est. Constat constitutum cubum ab assignata spera eo q. a sua equali circumscribibilem esse quod demonstrare oportebat. correlarii pro demonstratione in istius demonstrationis processu preparatis.

Propositio 15.



Opus octo basium triangularium & equilateralum a spera proposita circumscribibile componere erit op. palam eiusdem sperae diametri lateri ipsius op. potis duplicem esse potentialiter.

¶ Diameter sperae propositae sit. a. b. que diuidaturq. equalia in puncto. c. & sup. eam lineet semicirculus. a. d. b. & pducatur. c. d. perpendicularis. ad. a. b. & iungat punctus. d. cum. a. & cum. b. Describaturq. vnum quadratum cuius singula latera sunt equalia lineae. b. d. sitq. quadratum. hoc. e. f. g. h. in quo pertrahatur diameter. d. e. b. e. g. & f. h. & tantes se inuicem in puncto. k. Constat igitur ex. 4. primi q. vtraq. istarum diametror. sit equalis lineae. a. b. que est diameter sperae cum angulus. d. sit rectus ex prima pre. 30. terti & singuli quoq. anguli. e. f. g. h. recti ex diffinitione quadrati. Constat rursus q. eadem due diametri. e. g. & f. h. diuidat se inuicem p equalia in puncto. k. h. aut ex. 5. primi & 3. sexti. eiusdem facile est elicere. Erigat itaq. super punctum. k. linea. k. l. perpendicularis ad superficiem quadrati q. ponatur equalis medietati diametri. e. g. vel. f. h. & de mittant ypothemise. l. e. l. f. l. g. l. h. eruntq. ex his q. posita sunt & penultima primi quotiens oportuerit repetita singule har. ypothemise. & equales sibi inuicem & equalis lateribus quadrati. Habes ergo piramidem quatuor equilateralum triangulariumq. basium super quadratum constitutam. Hinc itaq. sub ipso quadrato simile piramidē hoc mō appōe lineā. l. k. pro ducas pforando quadratum vsq. ad. m. ita q. k. m. erit sub quadrato sit equalis. l. k. existenti supra & iunge punctum. m. cum singulis angulis quadrati pducendo. 4. alias ypothemise. que sunt. m. e. m. f. m. g. m. h. de quibus quoq. manifestum est ex penultima primi quemadmodum de aliis q. sunt in superiori pre. q. ipse sit equalis ad inuicem & lateribus quadrati. Constat nunc igitur corpus. g. basium triangularium & equilateralum. Hoc aut ab assignata spera circumscribibile esse sic habeto. Constat n. q. linea. l. m. est equalis diametro assignate sperae nam vtraq. earum est equalis diametro quadrati. igitur si super. l. m. lineetur semicirculus qui circumuoluetur quousq. ad locum suum redeat spera quam motu suo describet erit equalis assignate sperae vt ex diffinitione sperarum equalium colligitur. Hic

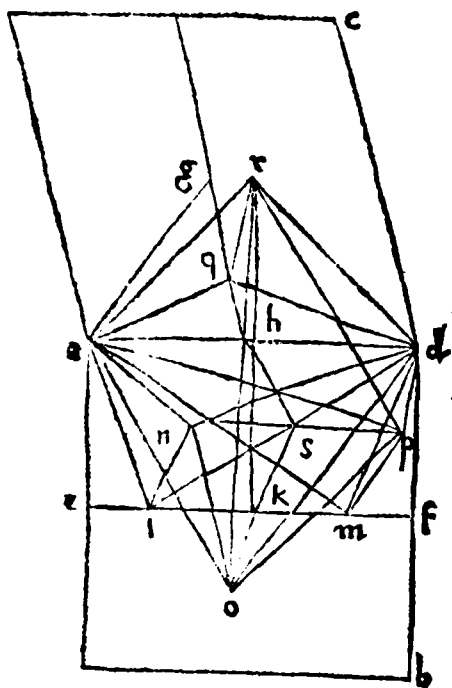


ad.5.superiores angulos decem triangulorum qui sunt in circini. & a pun-
cto.p.alie.5.ad alios quinq; inferiores. Enuntq; hec decem ypothemise es-
sēt adinuicem lateribus inscripti pentagoni ex penultima primi. & .10. hu-
ius quemadmodum de aliis decem prius demonstratum est. Habes ergo
corpus.10.basium triangularem atq; equilater.12. cuius cuncta latera sunt
equalia lateribus pentagoni. Eius vero diameter est linea. n. p. Notum
autem.10. triangulorum decem consistunt in circuitu supra circulum qui-
bus autem confurgunt sursum ad punctum. n. concurrentes. At quibus
reliqui deorsum emergunt super punctum. p. concurrentes. Hoc autem yco-
cedrum corpus a data spera circumscribibile esse sic erit manifestum.
Cum linea. l. m. sit equalis lateri exagoni. & .m. n. lateri decagoni equilateri
horum quos circulus. e. f. g. circumscribit tota. l. n. erit ex nona pntis libri
diuisa p. proportionē. b. m. & .d. extre. i. pūcto. m. & maior portio emi-
tetur linea. l. m. Diuisa itaq; l. m. per eccliam in. q. Erig. ex cōi. f. d. p. ecclis. q.
n. Nā. p. l. posita ē ecclis lateri decagoni quemadmodum. m. n. qre. q. n. Erig.
dictas. n. p. quemadmodū ē. q. m. medietas. m. l. Cū ergo qdratū. h. q. sit ex
3. huius gncupli ad qdratū. q. m. erit quoq; ex.15. gnti qdratū. p. n. gncupli
ad quadratum. l. m. Est. n. ex quarta secūdi qdratū. p. m. qdraplū ad
quadratum. q. n. Quadratum quoq; l. m. qdruplū ad quadratum. q. m.
ex eadem. Quadruplū aut ad qdruplū ē vt simplū ad simplū ita
15. gnti at 70 quadratum. a. b. qnduplū est ad qdratū. m. b. d. ex 3. scē
de correla. 11. s. xxi. & ex correlario. 17. eiusdem est. a. b. gncupla ad. b. c.
eō q. a. c. fuit ad eādem qdrupla. Quia ergo. l. m. est ex ypothesi ecclis. B.
d. erit ex cōi. scē. a. b. equalis. n. p. Itaq; si sup lineam. n. p. semicirculus de-
scribat qui tādū q locū pimum repēat circōnolua spera ipsas mōi de-
scripta erit a diffinitione speraz equalium equalis spere pposita. & qm h
nea. l. m. est medio loco pportionalis inter. l. n. & .n. m. idēq; inter. f. n.
& .p. l. erit quoq; qlibet semidiameter circuli medio loco pportionalis in-
ter. l. n. & .l. p. & cum. l. m. sit equalis semidiametro circuli itaq; semicircu-
lus sup. p. n. descriptus transibit p oia puncta circumferentie circuli. e. f. g.
Ideoq; & p singulos angulo; solidi fabricati in illa circūferentia consisten-
tes & q a eadē rōe singuli coramst cōtinuātes extrinsecas angulārū cathe-
toz. cū extremitate cētralium inter medio loco pportionalis inter. p. m. & .m.
n. eo q quilibet eoz ē ecclis. l. m. sequitur vt idem semicirculus trāeat &
p reliquos angulo; figure ycedre statim. & igit corpus hoc inscribibile
spere cuius diameter. p. n. Ideoq; & spere cuius diameter. a. b. Latus autē
huius solide figure dico esse lineam minorem. Cōstat. n. q linea. b. d. est
rōnalis in potentia cū eius qdratū sit subgncuplū ad qdratū linee. a.
b. q posita est rōnalis suae in lōgitudine suae in potētia nū. Itaq; semidia-
meter atq; semidiameter i circuli. e. f. g. est et rōnalis in potentia. Nam eius
semidiameter ē ecclis. b. d. Igit ex. n. huius latus ptagonī equilateri hūc
circulo inscripti est linea minor. at verbisū in huius demonstrationis
processu patet latus huius figure est quātum latus ptagonī ergo latus hu-
ius figure. 10. alchaidarum est linea minor quemadmodum proponit.

Propositio .17.

Diximus duodecim basium pentagonarum equila-
terarum atque equiangularium ab assignata spe-
cie diametrum rationalem habente circumscriptibile co-
stinere. critas palam latius eiusdem corporis irra-
tionale esse: id quod residuum dicitur.

Eliar cubus fm q. docet. 14. huius circūscriptibile a b, as
signata spera sintq. huius cubi due superficies. a. b. & a. c. i. imaginemur æt nūc
q. a. b. sit supma superficies cubi & a. c. sit vna ex lateralibus sitq. liea. a. d. cōis
istis duabus superficiebus. diuidantur itaq. in superficiei. a. b. duo opposita
latera p. eqilia videlicet. d. b. i. pūcto. f. & lateri oppositi i. c. f. pūcta diuisi
ont. cōtinuent p. lineā. e. f. latu quoq. a. d. & illud qd sibi opposit i. superficie
a. c. diuidat p. eqilia & pūcta diuisiois cōtinnet liea recta cuius medietas sit



g. b. Siq. pñctus. b. medius pñctus lineæ. a. d. similiter lineæ. e. f. diuidat
 equalia in. k. & protrahatur. b. k. quilibet igitur trium lineaz. e. k. k. f. & g.
 b. diuide fun proportionem ha. me. & du. ext. in tribus pñctis. l. m. q. sine
 g. maiores portiones eaz. l. k. k. m. & g. q. Quas manifestum est esse equa
 les cu totæ lineæ diuise sint equales videlicet quilibet eaz. medietati lateris
 cubi. Deinde a duobus pñctis. l. & m. erige perpendicularares vt docet. a. vn
 decimi ad superficiem. a. b. quaz. vtraz. ponas equalē lineæ. k. l. sint. l. n.
 & m. p. similiter a pñcto. q. erige perpendiculariter. q. r. ad superficiem. a. c.
 quam ponas equalē. g. g. pñctus itaq. lineas. a. l. a. n. a. m. a. p. d. m. d. p. d.
 l. d. n. a. r. a. q. d. r. d. q. Manifestum est igitur ex quinta huius q. duæ lineæ
 k. e. & e. l. potencialiter sint triplū ad lineā. k. l. ideoq. et ad lineam. l. n. cū
 k. l. & l. n. sint equales. At pñ. k. e. e. equalis. e. a. igit. duæ lineæ. a. e. & e. l.
 sint potētia triplū ad lineā. l. n. quare ex penul. primi. a. l. e. potētia triplā
 ad. l. n. ideoq. p. eadem. a. n. e. potētia quadrupla ad. l. n. Cūq. ois lineæ sit
 potētia quadrupla ad medietatem sui sequit ex cōi. scia q. a. n. sit dupla in
 longitudine ad. l. n. & q. a. l. m. dupla est ad. l. k. At. k. l. & l. n. sint equales
 erit. a. n. equalis. l. m. sunt. n. eaz. dimidia equalia. Et q. a. ex. 33. primi. l. m.
 est equalis. n. p. erit. a. n. equalis. n. p. Eodē mō pñctis. p. d. d. r.
 & r. a. e. equalis sibi inuicem & duabus predictis. Habemus itaq. ex his qn
 q. lineis pentagonū equilaterū q. est. a. n. p. d. r. Sed fortasse dices ipsum nō
 esse pentagonum q. nec fortasse totus in superficie vnā. q. d. esset necessariū
 ad hoc vt esset pentagonus. quod ergo sit totus in superficie vnā sic habeto.
 pñctat eadem a pñcto. k. lineā. k. s. perpendicularis ad superficiem. a. b. q. sit eū
 lis. l. k. eritq. ob hoc equalis vtraz. duaz. lineaz. l. n. & m. p. cūq. ipsa sit eū
 distans vtraz. eaz. ex sexta vndecimi. ideoq. cum amabus in eadem supfi
 cie ex dione lineaz. equidistantium necesse est vt pñctus. s. sit in lineā. n.
 p. & q. diuidat eā p. equalia. pñctant igitur duæ lineæ. r. b. & h. s. sint itaq.
 duo trianguli. k. s. h. & q. r. b. s. p. vnū angulū videlicet. k. h. q. cōstituti
 est pñctio. k. h. ad. q. r. sicut. k. s. ad. q. h. nā vt. g. h. ad. q. r. sic. k. h. ad. q.
 r. ex. 7. quinti. & vt. r. q. ad. q. h. sic. k. s. ad. q. h. ex eadē. sed. g. h. ad. q. r. vt
 q. r. ad. q. h. eo q. q. r. est equalis. g. q. ergo p. 30. sexti lineæ. r. h. s. est lineā
 vna. Quare ex quinta vndecimi totus pentagonus de quo disputamus
 est in sup. ficie vna. Ipsum quoq. dico esse equiangulum. cū. n. e. k. sit dī
 uisa fm proportionem habentem in medium duos extrema. & k. m. sit eū
 lis maiori portioni. erit quoq. ex. 4. presentis tota. e. m. diuisa fm p
 portionem habentem in medium duos extrema. maior quoq. portio eius
 lineæ. e. k. l. ideoq. per. duæ lineæ. e. m. & m. k. l. ideoq. duæ. e. m. & m. p.
 Nam. m. p. est equalis. m. k. sunt potētia triplū ad lineam. e. k. l. ideoq.
 & ad lineam. a. e. nam. a. e. est equalis. e. k. l. itaq. tres lineæ. a. e. e. m. & m. p.
 sunt potētia quadruplū ad lineam. a. e. Constat aut per penultimam
 primi bis assumptam q. lineā. a. p. est potētia equalis tribus lineis. a. e. &
 e. m. & m. p. l. itaq. a. p. est potētia quadrupla ad lineam. a. e. Latius vero
 cubi cum sit duplū ad lineam. m. a. e. est potētia quoq. quadruplū ad ip
 sam ex. 4. sexti. igitur ex cōi. scientia. a. p. est lateri cubi equalis. Cūq.
 a. d. sit vnū ex lateribus cubi erit. a. p. equalis a. d. l. ideoq. ex. 8. primi an
 gulus. a. r. d. est equalis angulo. a. n. p. Eodem mō pñctis. angulum. d. p.
 n. esse equalē angulo. d. r. a. quia pñctis lineam. d. n. esse potencialiter
 quadruplū ad medietatem lateris. cubi. Cum igitur ex his pentagonus sit
 equilaterus & habeas tres angulos equales ipse erit equangulus ex septima pñ
 ctis libri. Si itaq. hac via rōq. cōsumili sup. vnūquodq. reliquo. laterū. cu
 bi pentagonum equilaterū & equiangulum fabricemus pñctis solidum. n.
 superficiebus pentagonis equilateris & equiangulis cōtentum. Cubus. n. hēt
 m. latera. Reliquum aut est demonstrare solidum hoc esse a. data spira
 r. citū. criptibile. pñctant igit. a. lineā. s. k. duæ superficies scilicet cubū. quaz.
 vna fecit ipsum sup. lineā. h. k. & alia sup. lineā. e. f. erit. ex. 40. vndecimi
 vt cōi. sectio haz. duaz. superficie. fecit diamet. cubi & fecit vicēversa ab
 ipsa diametro p. equalia. sit ergo cōi. sectio eaz. v. q. ad diamet. cubi lineā. k. o.

¶ Itaq. o. fit centrum cubi. Et ducantur linee. o. a. o. n. o. p. o. d. o. r. Cōstat autē q. vtraq. duarum lineaz. o. a. & o. d. est semidiameter cubi. I dō. equalis. De linea. autem. o. k. constat ex. 40. vndecimi q. ipsa est equalis e. k. videlicet medietati lateris cubi. Et quia. k. j. ē equalis. k. m. Erit. o. f. diuisa in puncto. k. fm proportionem habentem medium duosq. extrema & maior portio eius erit linea. o. k. q. est equalis. e. k. Itaq. p. s. huius erunt duae linee. o. f. & f. k. I dō. o. f. & f. p. Eo q. j. p. ad quas hec demōstratio non extēditur est equalis. k. f. triplum in potētia ad lineā. o. k. Et iō ad medietatem lateris cubi quare p. penul. primi. linea. o. p. ē potētia tripla ad medietatem lateris cubi. Ex correl. aut. 14. huius cōstat q. semidiameter spere tripla est in potētia ad medietatem lateris cubi quem circūscribit eadem spera. Itaq. o. p. est quanta semidiameter spere circūscribentis cubum p. positum. Eadem ratione cuncte linee ducte a puncto o. ad angulos singulos pentagonoz. osum superlatera cubi descriptorum ad singulos angulos inq. qui proprii sunt pentagonis non autē cōes eis & superficiebus cubi. s. p. prii quales sunt in pentagono statuto tres anguli. n. p. r. De illis autē lineis q. veniunt a puncto. o. ad angulos singulos pentagonoz. qui s. n. cōes pētagonis & superficiebus cubi quales sunt in pentagono pñri duo anguli. a. & d. cōstat q. ipse sunt equalis semidiametro spere circūscribentis cubum. Ipse. n. sunt semidiametri cubi ex. 40. vndecimi. At vero semidiameter cubi est tanq. semidiameter spere ipsum circūscribētis quemadmodum ex rōcinatione. 14. appet. I gr. oēs linee ducte a pñcto. o. ad singulos angulos duodecedri sunt eqles adinuicē & semidiametro spere. Semicirculus itaq. super totam diametrum spere vel cubi lineatus. si circūducatur transibit p. oēs angulos eius quare per diff. nitionem ipsi m. est ab assignata spere circūscripibile. Dico itē. q. latus huius figure est linea irrōnalis ista videlicet q. residuū dī si diameter spere ipsum circūscribentis fuerit rōnalis in lōgitudine vel in potētia. Cum. n. diameter spere sit ex. 14. huius tripla in potētia ad latus cubi erit latus cubi rōnale in potētia si diameter spere fuerit rōnalis in longitudine vel in potētia. Cōstat autē ex 11 q. linea. r. p. diuidit lineam. a. d. q. est latus cubi fm proportionē hntem mediū duosq. extrema & q. portio eius maior equalis ē lateri pentagoni. Et quia maior portio eius est residuum ex sexta huius manifestum est latus figure duodecedron ē residuum quod demonstrare volumus. Fabricata sunt igitur p. 13. & quatuor eam sequētes quinq. corpora equilatera atq. equiangula quorum vnūquodq. ē circūscripibile ab assignata spere. Sūt autē hec solidatp. mum qdem quatuor basium triāgularium: & dī tetracedron. Secundum ē sex basium quadrataz. & dī cubus siue exacedron. Tertium octobasium triāgularium: & dī octocedron. Quartum autē ē solidum yccedron & est vīginti basium triāgularium. Quintum vero ex. 8. basibus pentagonis cōsistit dī. duodecedron. Hec at quinq. solida regularia dicūtur qm ipsa eq. angula sunt atq. eglatera & a spere atq. ab inuicem circūscriptibilia. plura vero his quinq. eglatera q. sint & equiangula ē est impossibile. Ad cōstitutionem cuiuslibet anguli solidi necesse est ad minus tres sup. ficiales angulos cōcurrere. Ex duobus enim solis superficialibus nequit solidus angulus cōpleri: q. ergo tres anguli cuiuslibet exagoni equilateri & equianguli sunt equalis quatuor angulis rectis. At vero eptagoni & cuiuslibet plurilaterum figure equilatera atq. equiangule tres anguli sunt maiores quatuor angulis rectis quemadmodum dī. 31. primi euidenter elicitur: omnis autem angulus solidus quatuor rectis angulis minor est recte. 11. vndecimi impossibile est tres angulos exagoni atq. eptagoni: & simpliciter omnis plurilatera figure equilatera tamen atq. equiangule solidum angulum cōstituere. ideo nulla solida figura equilatera atq. equiangula potest ex superficialibus exagonalibus aut plurium laterum constitui. Si enim tres anguli exagoni equilateri atq. equianguli quemq. solidum angulum excedunt quatuor & plures multo fortius eundem excedunt. Tres autem angulos pētagonis equilateri atq. equianguli minores ēse quatuor rectis angulis. ma

nissimum est & quatuor esse maiores: quare ex tribus angulis pentagoni equilateri atq; equianguli possibile est solidum angulum constitui. ex quatuor autem aut ex pluribus impossibile. ideoq; vnum duntaxat solidum ex pentagonis equilateralis atq; equiangulis constitutum est illud videlicet quod duodecedron dicitur in quo anguli pentagonorum termini & termini solidos angulos perficiunt. Eadem quoq; est ratio in quadrilateris figuris equilateralis & equiangulis q̄ in pentagonis: ois enim quadrilatera figura si equilatera equiangula fuerit ipsa erit quadrata a diffinitione. Nam omnes eius anguli erunt recti per. 32. primi. Ex tribus igitur angulis talis superficialis figure possibile est solidum angulum constitui: ex quatuor autem aut ex pluribus impossibile est: propter quod ex talibus figuris superficialibus que cum quadrilatero ipse sint equilatero atq; equi angule vnicum solidum quod cubum dicimus fabricatum est. Triangulorum autem equilaterorum sex anguli sunt equales: quatuor rectis ex 32. primi: pauciores ergo minores & plures maiores: igitur ex sex angulis talium trigonorum aut ex pluribus impossibile est angulum solidum fieri: ex quinq; & ex quatuor & ex tribus possibile. Cum itaq; tres anguli trigoni equilateri efficiunt angulum solidum: perficitur ex triangulis equilateralis corpus quatuor basium triangularium atq; equilaterarum. Cum vero quatuor consurgunt corpus octo basium quod octocedron diximus. At vero si quinq; triangulorum equilaterorum anguli solidum angulum continentur fiet corpus ycocedron viginti basium triangularium & equilaterarum. Quare ergo tot & talia sunt solida regularia & quare plura his non sint dictum est.

Castigator.

a ¶ Quia sicut totum ad totum ita dimidium ad dimidium . Nam ubi dicitur dyameter sære tripla est in potentia ad latus cubi ideo semidyameter similiter est potentia triplex ad medietatem lateris cubi ac si dyameter esset 6. eius potentia . 36 . ¶ si latus cubi esset 2. n. cuius potentia est 4. semidyameter 3. potentia eius . 9. medietas lateris cubi esset 2. 3. cuius potentia 3. que est subtripla ad potentiam 3. hoc est ad potentiam medietatis dyametri sære ¶ cetera.

Propositio .18.



Altera quinqz corporum p̄missorum ab eadem
spha circumscriptibilium cuius sp̄re sola diame
tros nobis p̄posita fuerit per ipsam p̄positas
diagramma inuenit e.

C Sit. a. b. diameter alicuius spere nobis proposita. ex qua iubemur latera quinq. premissoꝝ corporum eliceꝝ. ¶ Diuidamus igitur hanc diametrum in. c. ita q. a. c. sit dupla ad. c. b. Et per equalia in. d. Et lineemus super eam semicirculum. a. f. b. ad cuius circumferentiam protrahantur duelinee perpendiculares ad lineam a. b. que sint. c. e. f. d. f. Et iungamus. e. cum. a. f. cum. b. f. f. cum. b. Mani festum ergo est ex demonstratione. 13. q. a. c. est latus figure quatuor basi sum triangularium f. e. quilaterarum. Et ex demonstratione. 14. q. c. b. est latus cubi. Et ex demonstratione. 15. q. f. b. est latus figure octo basium triangularium f. e. quilaterarum. Prodeat itaq. a puncto. a. linea. a. g. perpendicularis ad. a. b. f. equalis eidem. a. b. f. iungatur. g. cum. d. Sitq. b. punctus in quo. g. d. secat circumferentiam semicirculi. Et ducatur. h. k. perpendicularis ad. a. b. f. quia. g. a. est dupla ad. a. d. erit ex quarta sex. ti. h. k. dupla ad. k. d. Sunt enim duo trianguli. g. a. d. f. h. k. d. equianguli ex. 32. primi eo q. angulus. a. maioris est equalis angulo. f. minoris namq. vterq. rectus f. angulus. d. est. communis vtriq. Igitur ex quarta secundi. b. k. est potentia quadrupla ad. k. d. ergo ex penultima. primi. b.

d. est potentia quincupla ad. k. d. cumq. d. b. sit equalis. b. d. est enim. d. centum semicirculi. erit quoq. d. b. potentia quincupla ad. k. d. At vero cum tota. a. b. sit dupla ad totam. b. d. quemadmodum. a. c. detracta ex prima. a. b. est dupla ad. c. b. detractam ex secunda. b. d. eritq. ex. 19. quinti b. c. residua prime dupla ad. c. d. residuam secunde. I deoq. tota. b. d. est tripla ad. d. c. Igitur quadratum. b. d. est nonecuplum ad quadratum. d. e. quia ipsum erat quincuplum tantum ad quadratum. k. d. erit ex secunda parte decime quinti. quadratum. d. c. minus quadrato. k. d. I deoq. d. c. minor. k. d. Sit igitur. d. m. equalis. k. d. et prodeat. m. n. v. q. ad circumferentiam que sit perpendicularis ad. a. b. et iungatur. n. cum. b. Cum igitur. d. k. et. d. m. sint equales erunt ex diffinitione eius quod est ali quas lineas a. centro equidistare due linee. h. k. et. m. n. equaliter distantes a centro. I deoq. equales adinvicem ex secunda parte. 13. tertii et ex secunda parte tertie eiusdem. I taq. m. n. est equalis. m. k. Nam. h. k. erat equalis ei. At quia. a. b. dupla est ad. b. d. et. k. m. dupla est ad. d. k. et quadratum. b. d. quincuplum ad quadratum. d. k. erit ex. 15. quinti quadratum. a. b. similitur quincuplum ad quadratum. k. m. est enim quadratum dupli ad quadratum dupli sicut quadratum simpli ad quadratum simpli. Ex demonstratione enim. 16. manifestum est q. diameter spere est potentialiter quincupla tam ad latus exagoni circuli figure. 20. basium. q. ad k. m. est equalis lateri exagoni circuli figure. 20. basium. Nam diameter spere que est. a. b. e. potentialiter quincupla tam ad latus exagoni circuli illius figure. q. ad. k. m. Rursusq. ex demonstratione eiusdem manifestum est q. diameter spere constat ex latere exagoni et duplici lateri decagoni circuli figure. 20. basium. Cum ergo. k. m. sit tanq. latus exagoni. At vero. a. k. sit equalis. m. b. Nam ipsa sunt residua equalium demptis equalibus. Erit. m. b. tanq. latus decagoni. Quia igitur. m. n. est tanq. latus exagoni. nam ipsa est equalis. k. m. erit ex penultima primi et. 10. huius. n. b. tanq. latus pentagoni figure circuli. 20. basium. Et q. ex demonstratione. 16. apparet q. latus pentagoni circuli figure. 20. basium est latus eiusdem figure. 20. basium. Constat lineam. n. b. esse latus istius figure. Diuidatur itaq. e. b. que est latus cubi ab assignata spera circumscriptibilis secundum proportionem habentem medium duosq. extrema in puncto. p. Sitq. maior portio eius. p. b. Constat igitur ex demonstratione premissis q. p. b. est latus figure. n. basium. Inuenta ergo sunt latera. s. premissorum corporum ex diametro spere nobis proposita. Est enim latus. a. e. pyramidis. 4. basium. e. b. latus cubi. f. b. latus octocedri. At vero. n. b. latus ycocedri. Linea autem. p. b. latus duodecedri. Que autem horum laterum sunt maiora aliis sic habetur. Constat enim q. a. e. est maior. f. b. nam arcus. a. e. est maior arcu. f. b. I temq. f. b. est maior. e. b. Et. e. b. maior q. n. b. At vero. n. b. dico etiam esse maiorem q. p. b. Cum enim sit. a. c. dupla ad. c. b. erit ex quarta secundi quadratum. a. c. quadruplum ad quadratum. c. b. Constat autem ex secunda parte correlarii. 8. sexti et ex correlario. 17. eiusdem q. qdratu. a. b. triplu e ad qdratu. b. e. sed. p. u. sexti qdratum. a. b. ad quadratum. b. e. est. sicut qdratum. b. e. ad qdratum. c. b. ex eo q. proportio. a. b. ad. b. e. est sicut. b. e. ad. b. c. ex secunda pte correlarii. 8. sexti. itaq. p. u. quinti quadratum. b. e. triplum est ad qdratu. c. b. et quia quadratum. a. c. quadruplum est ad idem quadratum vt ostendit fiam est erit ex prima parte. 10. quinti quadratum. a. c. minus quadrato. b. e. I deoq. linea. a. c. maior est linea. b. e. I deoq. a. m. multo maior. b. e. Manifestum vero est ex. 9. huius q. si linea. a. m. diuisa fuerit fm proportionem hntem medium duosq. extrema erit maior portio eius linea. k. m. q. est equalis. m. n. At vo cum. b. c. diuiditur fm eandem pportionem vt dicitur hntem mediu. duosq. extrca maior eius portio e linea. p. b. cu itaq. tota. a. m. sit maior tota. b. e. erit. m. n. que est equalis maiori portioni. a. m. maior q. p. b. que est maior portio. b. e. Hoc autem manifestum est ex secunda. 14. libri que fuit auxilio alicuius eorum que sequuntur firma de

monstratione solidatur. Ergo p. 19. primi a fortiori. n. b. maior est q. p. b. Quare patet latera horum. s. corporum premissorum fere eo ordine quo corpora se inuicem sequuntur se inuicem excedere. In cubo enim dumtaxat & octocedro habet hic instantias. Nam latus octocedri excedit latus cubi quous cubus antecedit octocedrum. Cubum autem premitunt idcirco octocedros quia eadem diuisione diametri assignate spere latus pyramidis. 4. bases triangulas habentis & latus cubi inuenitur. Est igitur. a. e. latus pyramidis maius lateribus ceterorum corporum. Post ipsum autem est f. b. latus octocedri maius sequentium corporum lateribus. Tertio ordine sequit in magnitudine. e. b. latus cubi. Quarto vero loco e. n. b. latus ycoedron. Minimum autem est omnium. p. b. latus duodecedron vel duodecedri.

¶ Explicit liber Tertiusdecimus.

¶ Quartusdecimus liber Euclidis de habitudinibus trianguli pentagoni exagoni decagonique adinuicem respectu linee. Secundum proportionem habentem medium duosque extrema diuise & corporum regularium adinuicem proportionibus ex optima Campani interpretatione. Magistro Luca Paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minorum Castigatore accuratissimo feliciter. Incipit.

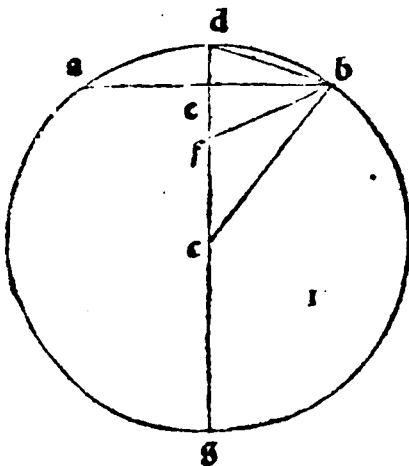
Propositio .1.



¶ Perpendicularis a centro circuli ducta ad latus pentagoni intra circulum ipsum descripti. Dimidio lateris decagoni atque dimidio lateris exagoni intra circulum eundem descriptorum ambobus dimidiis in longum directis coniunctis equalis esse probatur. ¶ Patet igitur quod perpendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni est equalis perpendiculari ducte a centro ad latus trianguli dimidius lateris decagoni intra eundem circulum de-

scripti directe coniunctis.

¶ Sit linea. a. b. latus pentagoni equilateri inscripti circulo cuius centrum. c. & ducatur a centro. c. perpendicularis ad lineam. a. b. que per secundam partem tertie diuidet ipsam per equalia & arcum eius etiam per equalia ex quarta primi & 27. tertii. Sitq. hec perpendicularis linea. c. d. secans. a. b. in puncto. e. & arcum eius in puncto. d. Est igitur ut diximus linea. a. e. equalis linee. c. b. & arcus. a. d. arcui. d. b. Protrahaturq. linea. d. b. de qua constat quod ipsa est latus decagoni equilateri propositi circulo inscripti cum ipsa subtrahatur medietati quinte totius circumferentie. Dico itaque quod linea. c. c. est equalis medietati linee. c. d. & medietati linee. d. b. in longum directamq. coniunctis. Compleatur quidem diameter. d. c. sitq. d. c. g. & sit. e. f. equalis. c. d. & protrahatur. b. f. Eritq. ex. 4. primi. b. f. equalis. b. d. ideoq. p. 5. primi angulus. b. d. f. erit equalis angulo. b. f. d. Constat autem ex vltima sexti quod angulus. g. c. b. quadruplus est ad angulum. b. c. d. Eo quod arcus. g. b. quadruplus est ad arcum. b. d. At vero angulus. g. c. b. per. 31. primi duplus est ad angulum. b. d. c. Nam ipse est extrinsecus duobus qui sunt. b. d. c. & d. b. c. At ipsi sunt equales ex. 5. primi. igitur angulus. b. d. c. duplus est ad angulum. b. c. d. Quare angulus quoque. b. f. d. duplus est ad angulum. b. c. f. Sed angulus. b. f. d. est equalis duobus intrinsecis qui sunt. b. c. f. & c. b. f. per. 31. primi. Itaque duo anguli. b. c. f. & c. b. f. sunt equales. Ideoque per. 6.



primi. c. f. est equalis. b. f. I deoq. etiam. c. f. est equalis. b. d. Nam. b. d. & b. f. sunt equalis adinuicem. Quare dimidium. c. d. cum dimidio. b. d. est quantum dimidium. c. d. cum dimidio. c. f. at vero & dimidium. c. d. cum dimidio. c. f. est quantum dimidium. c. f. bis cum dimidio. f. d. Dimidium autem. c. f. bis est quantum. c. f. Et dimidium. f. d. est quantum. c. f. I itaq. c. e. est quantum dimidium. c. d. cum dimidio. d. b. quod est propositum. Correlarium autem sic constat manifestum est enim ex 8. tredecimi libri q. perpendicularis ducta a centro circuli ad latus trianguli sibi inscripti est equalis dimidio linee ducte a centro ad circumferentiam. Hoc quidem ibi demonstratum est & quasi correlarium con-
dusum. Cum igitur ex hac prima istius. 14. libri pateat q. perpendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni sit equalis dimidio linee ducte a centro ad circumferentiam & dimidio lateris decagoni: sequitur q. perpendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni sit equalis perpendiculari ducte a centro ad latus trianguli: dimidioq. lateris decagoni intra eundem circulum descripti: & hoc est quod ex correlario proponitur. Nunc ergo explicandum est quod ait Aristus in libro intitulo Expositio scientie. 5. corporum nec non & Appollonius in dono secundo: in proportionalitate figure. n. basium ad figuram. 20. basium dicentis q. proportio superficierum figure habentis. n. bases ad superficies figure habentis. 20. bases. est tanq. proportio corporis. n. basium ad corpus. 20. basium. Linea & enim ducta a centro circuli pentagoni figure. n. basium duodecetri ad circumferentiam eius est quasi linea prodicens a centro circuli trianguli figure. 20. basium yocedri ad circumferentiam eius. Hec sunt ipsius magni appollonii verba. Intelligenda autem sunt de figura. 12. & figura. 10. basium ab vna eademq. sphaera circumscriptibili. Est enim proportio corporis duodecetri ad corpus yocedron cum ambo vna eademq. sphaera circumscribit. Sicut proportio omnium superficierum duodecetri pariter acceptarum ad omnes superficies yocedri pariter acceptas quemadmodum Appollonius premisorum verborum prima parte commemorat: quod & decima huius. 14. libri solida demonstratione stabilitur. Et est circulus circumscribens pentagonum duodecetri equalis circulo circumscribenti trigonum yocedri cum duodecedron & yocedron eadem sphaera circumscribit quemadmodum ipse appollonius secunda parte premisorum verborum commemorat: quod etiam in quinta huius libri demonstratione firmatur: premitenda sunt igitur antecedentia ad tantorum virorum eloquia inconcussa veritate corroboranda.

Castigator.

a ¶ At vero dimidium. c. d. cum dimidio. c. f. est quantum dimidium c. f. bis cum dimidio. f. d. & cetera.

¶ Propter hoc est notandum q. omnium duarum quantitarum in equalium semper dimidium maioris cum dimidio minoris est quantum dimidium minoris bis & dimidium differentie qua maior habundat a minore verbi gratia sint due linee ille in numeris. c. d. n. f. c. 8. differentia. f. d. erit. 4. nam. c. d. est latus exagoni & c. f. latus decagoni ut dictum est & latus exagoni excedit latus decagoni in. f. d. dico q. medietas. c. d. que est. 6. cum dimidio. c. f. quod est. 4. que iuncta faciunt. 10. & sint dimidia totalia equantur dimidio. c. f. bis. f. 8. & dimidio. f. d. quod est. 2. que iuncta similiter faciunt. 10. & hoc in omni genere verificatur & ideo isto media ipse concludit dicens dimidium autem. c. f. bis est quantum. c. f. totum & dimidium. f. d. est quantum. c. f. f. medietas differentie f. d. maioris ad minorem itaq. c. e. est quantum dimidium. c. d. cum dimidio. d. b. & cetera sine isto proposito non concluderet vt patet.

Propositio .2.



Elicquid accidit vni linee diuise secundum proportionem habentem medium & duo extrema omnia linee similiter diuise probatur accidere &c.

Sit vtraq; duarum linearum .a. b. & .d. e. diuise secundum proportionem habentem medium duosq; extrema

hec quidem in .c. illa vero in .f. sintq; maiores portiones huius quidem .a. c. illius autem .d. f. Dico itaq; q; ambarum ad sui maiores portiones est vna proportio. Itemq; ambarum ad sui minores portiones est proportio vna at quoq; maiorum portionum ad minores vna. Et e contrario & permutatim & coniunctim & disunctim & euersum. Nihil enim aliud est quicquid vni earum accidit idem quoq; alii accidere. Constat enim ex diffinitione linee secundum proportionem habentem medium duosq; extrema diuise & ex prima parte .xvi. sexti q; illud quod fit ex .a. b. in .b. c. est equale quadrato .a. c. Eodemq; modo quod fit ex .d. e. in .e. f. est equale quadrato .d. f. Ideoq; proportio eius quod fit ex .a. b. in .b. c. ad quadratum .a. c. est sicut eius quod fit ex .d. e. in .e. f. ad quadratum .d. f. Vtraq; enim est proportio equalitatis. Igitur quadruplum eius quod fit ex .a. b. in .b. c. ad quadratum .a. c. sicut quadruplum eius quod fit ex .d. e. in .e. f. ad quadratum .d. f. Quod ex .xv. quinti & permutata & equalitatis manifestum est. Quare coniunctim quadruplum eius quod fit ex .a. b. in .b. c. cum quadrato .a. c. ad quadratum .a. c. sicut quadruplum eius quod fit ex .d. e. in .e. f. cum quadrato .d. f. ad quadratum .d. f. Adiungatur autem secundum rectitudinem ad lineam .a. b. vna linea que sit equalis .b. c. que dicatur .b. g. Et ad .d. e. adiungatur equalis .e. f. que dicatur .e. h. Manifestum est igitur ex octaua secundi libri q; quadruplum eius quod fit ex .a. b. in .b. g. cum quadrato .a. c. est equale quadrato linee .a. g. At vero similiter quadruplum eius quod fit ex .d. e. in .e. h. cum quadrato .d. f. est equale quadrato .d. h. Ad vero ex communi scientia quadruplum eius quod fit ex .a. b. in .b. c. equum est quadruplo eius quod fit ex .a. b. in .b. g. Eo q; .b. c. & .b. g. sunt equales. Similiter quoq; quadruplum eius quod fit ex .d. e. in .e. f. equum est quadruplo eius quod fit ex .d. e. in .e. h. Eo q; .e. f. & .e. h. sunt etiam equales. Igitur ex prima parte septime quinti & ex .ii. eiusdem quadratum .a. g. ad quadratum .a. c. sicut quadratum .d. h. ad quadratum .d. f. Quare ex secunda parte .xvi. sexti proportio linee .a. g. ad lineam .a. c. est sicut linee .d. h. ad lineam .d. f. Et coniuncti .a. g. & .a. c. ad .a. c. sicut .d. h. & .d. f. ad .d. f. At vero .a. g. cum .a. c. sunt tanq; duplum .a. b. & .d. h. cum .d. f. tanquam duplum .d. e. Quare duplum .a. b. ad .a. c. sicut duplum .d. e. ad .d. f. Et permutatim duplum .a. b. ad duplum .d. e. sicut .a. c. ad .d. f. Sed duplum .a. b. ad duplum .d. e. sicut .a. b. ad .d. e. ex .xv. quinti. Igitur .a. b. ad .d. e. sicut .a. c. ad .d. f. Itaq; permutatim & euersum & conuersum & disunctim & coniunctim quod oportebat ostendere.

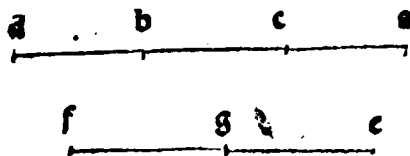
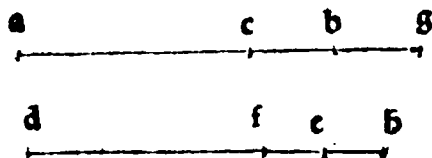
Propositio .3.



In isto latere exagoni secundum proportionem habentem medium duosq; extrema maior eius portio erit latus decagoni circumscripti a circulo ipsius exagonum circumscribente.

Sit linea .a. b. latus exagoni alicuius circuli & diuisa secundum proportionem habentem medium duosq; extrema

in puncto .c. sitq; maior portio eius .b. c. Dico q; cuiuscunq; circuli .a. b. est latus exagoni eiusdem .b. c. erit latus decagoni. Adiungatur enim ad lineam .a. b. linea .b. d. que sit latus decagoni illius circuli cuius .a. b. est latus exagoni. Eritq; ex nona .ii. linea .a. d. diuisa secundum proportionem habentem medium duosq; extrema & maior portio eius erit linea .a. b. Cum igitur vtraq; duarum linearum .a. b. & .a. d. sit diuisa secundum proportionem habentem medium duosq; extrema. Igitur erit per premissam ambarum ipsarum ad sui maiores portiones vna proportio. Itaq; .d. a. ad .a. b.



que est eius maior portio sicut. a. b. ad. b. c. que est etiam eius maior portio. Sed. d. a. ad. a. b. sicut. a. b. ad. b. d. ex diffinitione linee diuise secundum proportionem habentem medium duorum extrema & maior portio eius. Igitur ex vndecima quinti a. b. ad. b. d. sicut a. b. ad. b. c. Quare per secundam partem. 9. quinti. b. d. & b. c. sunt equales. Cum ergo. b. d. sit latus decagoni erit quoque ex communi scientia. b. c. latus decagoni. Vel aliter ad lineam. a. b. adiungatur. b. d. equalis. b. c. eritque ex. 4. tredecimi tota. a. d. diuisa secundum proportionem habentem medium duorum extrema & maior portio eius linea. a. b. Itaque per conuersam. 9. tredecimi quam continue possit ipsam demonstrauimus cuius circuli linea. a. b. est latus exagoni eiusdem linea. b. d. Ideoque linea. b. c. sibi equalis est latus decagoni. Possumus iterum idem alia via si libet demonstrare. Sit enim. e. f. equalis. a. b. que etiam diuidatur in. g. secundum proportionem habentem medium duorum extrema. Et sit maior portio eius linea. f. g. Constat igitur ex premissa quod quemadmodum. a. b. est equalis. e. f. sic. a. c. est equalis e. g. & c. b. equalis g. f. Cumque fuerit. b. d. adiuncta ad. a. b. latus decagoni illius circuli cuius. a. b. est latus exagoni erit sicut prius dictum est. ex. 9. tredecimi tota. a. d. diuisa secundum proportionem habentem medium duorum extrema. Et maior eius portio erit linea. a. b. Itaque per premissam. a. b. ad. b. d. sicut f. g. ad. g. e. Quare per primam partem. 15. sexti quod fit ex. a. b. in. g. e. equum est ei quod fit ex. b. d. in. f. g. Cumque. a. b. sit equalis e. f. Et erit quod fit ex. e. f. in. g. e. equum est ei quod fit ex. b. d. in. f. g. Sed quod fit ex. e. f. in. g. e. equum est quadrato. f. g. Ex diffinitione linee diuise secundum proportionem habentem medium duorum extrema. Et ex prima parte. 16. sexti. Igitur quod fit ex. b. d. in. f. g. est equale quadrato. f. g. Ideoque ex prima sexti linea. b. d. est equalis. f. g. Et quia. f. g. est equalis. c. b. erit quoque. c. b. equalis. b. d. & latus decagoni quod oportebat ostendere.

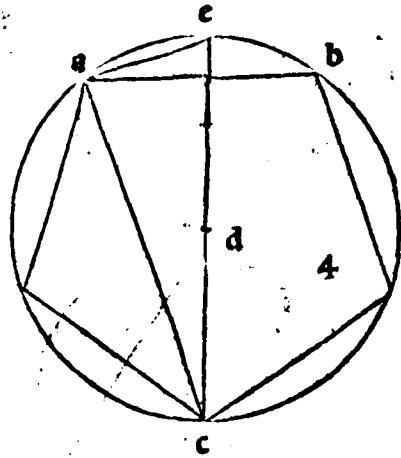
Propositio .4.



Quadratum lateris pentagoni intra circulum descripti quadratumque linee que illius pentagoni angulo sub tenditur ambo hec quadrata pariter accepta quadrati medietatis diametri eiusdem circuli quincuplum esse pronuncio.

Sit in circulo. a. b. c. cuius centrum. d. inscriptus vnus pentagonus equilaterus cuius vnus latus sit. a. b. & protrahatur diameter. c. d. e. diuidens lineam. a. b. & eius arcum per equalia. Est igitur arcus. a. c. medietas quinte partis circumferentie illius circuli. Quare arcus. a. c. est due quinte totius circumferentie. Protrahantur itaque due linee. a. e. & a. c. Eruntque. a. c. latus decagoni equilateri eo quod eius arcus est medietas quinte partis circumferentie. Linea vero. a. c. erit que subtenditur vni ex angulis pentagoni predicti. Eo quod arcus. a. c. est due quinte partes circumferentie circuli. Dico itaque quod quadrata duarum linearum. a. b. & a. c. pariter accepta quincuplum sunt ad quadratum linee. d. e. Est enim ex quarta secundi quadratum linee. c. e. quadruplum ad quadratum linee. d. e. Cum autem angulus. c. a. e. sit rectus ex prima parte. 30. tertii. eruntque ex penultima primi quadrata duarum linearum. c. a. & a. e. quadruplum ad quadratum. d. e. Igitur quadrata trium linearum. c. a. & a. e. & d. e. quincuplum sunt ad quadratum linee. d. e. & quia ex decima tredecimi libri quadratum. a. b. est equale quadratis duarum linearum. a. c. & d. e. sequitur ut quadrata duarum linearum. a. b. & c. a. sint quincuplum ad quadratum d. e. quod est propositum.

Manifestum est ergo quod quadratum lateris cubi atque quadratum lateris figure duodecim basium cum cubum & figuras duodecim basium eadem sphaera circumscribit ambo quadrata pariter accepta quincuplum sunt quadrati medietatis diametri circuli qui circumscribit pentagonum eiusdem figure duodecim basium.



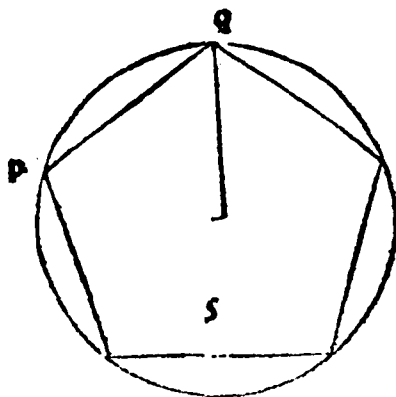
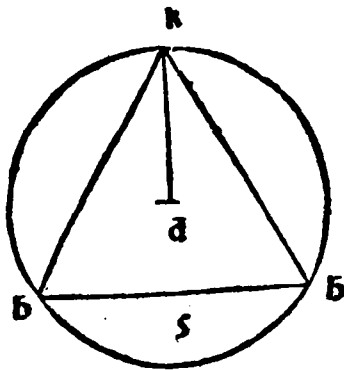
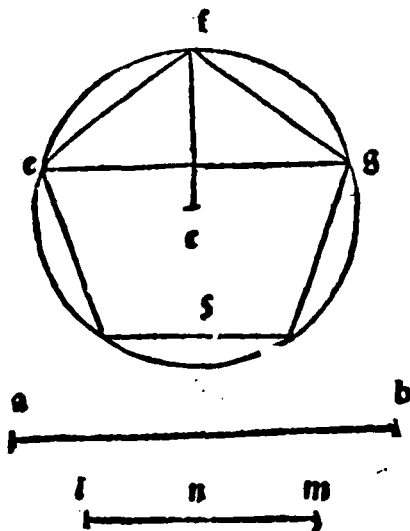
¶ Istud correlarium vere manifestum est constat enim ex demonstratione. 17. tredecimi libri q̄ latus cubi subtenditur angulo pentagoni duo decedri cum cubum & duodecedron vna eademq̄ spera circumscribitur itaq̄ per hanc quantitas sine obice constat correlarium. &c.

Propositio 5.



Entagonus figurę duodecim basium triangulus q̄ figurę viginti basium quos eadem spera circumscribit vno eodemq̄ circulo circumscribuntur.

¶ Sit spera cuius diameter. a. b. circumscribens duas solitas figuras videlicet duodecedron cuius vnus ex duodecim pentagonis sit. c. & ycoedron cuius vnus ex .10. triangulis sit. d. Pentagono autem. c. Et trigono. d. super duo centra. d. & c. circumscribantur duo circuli huic, quidem. f. c. ex. 14. quarti illi vero. k. d. ex. 5. eiusdem. Dico itaq̄ q̄ hi duo circuli sperarum propositarum quorum alter circumscribit pentagonum. c. Alter vero trigonum. d. sunt equaliter. Signentur enim duo latera pentagoni. c. vnum ex suis angulis continentia litteris. e. f. & f. g. & protrahatur linea. e. g. que subtendat angulum. f. Et semidiameter circuli que sit. c. f. Vnumquodq̄ ex lateribus trigoni. d. signetur litteris. k. h. Et protrahatur semidiameter sui circuli que sit. d. k. Debinc sumantur lineę. l. m. ad quam sit linea. a. b. que est diameter sperę assignate quincupla in potentia. Que quidem. l. in diuidatur in. n. secundum proportionem habentem medium duorū extrema. Siquis maior portio eius linea. l. n. Et secundum quantitatem totius. l. m. lineetur circulus. p. q. I taq̄ semidiameter circuli. p. q. sit equalis lineę. l. m. Eritq̄ ex correlario. 15. quarti linea. l. m. tanq̄ latus exagoni equilateri circulo. p. q. inscripti. I deoq̄ per tertiam huius lineę. l. n. erit tanq̄ latus decagoni equilateri eidem circulo inscripti. igitur ex. 11. quarti inscribatur pentagonus equilaterus circulo. p. q. cuius vnus latus sit. p. q. eritq̄ ex. 10. tredecimi libri quadratum. p. q. equale quadratis duarum linearum. l. m. & l. n. pariter acceptis. Constat autem ex demonstratione. 16. tredecimi q̄. h. k. est equalis. p. q. ergo quadratum. h. k. est equale quadratis duarum linearum. l. m. & l. n. pariter acceptis. At vero ex demonstratione. 17. tredecimi manifestum est q̄. e. g. est latus cubi ab eadem spera circumscribitur. Quare per correlarium. 14. tredecimi. a. b. que est diameter sperę potentialiter est tripla ad. e. g. que est latus cubi. Si autem. e. g. diuidatur secundum proportionem habentem medium duorū extrema patet ex demonstratione. 17. tredecimi q̄. e. f. est tanq̄ maior portio eius. igitur ex secunda huius. e. g. ad. l. m. sicut. e. f. ad. l. n. Nam vt tota ad totam sic maior portio ad maiorem. itaq̄ per. 11. sexti quadratum. e. g. ad quadratum. l. m. sicut quadratum. e. f. ad quadratum. l. n. Quare per 13. quinti quadrata duarum linearum. e. g. & e. f. pariter accepta ad quadrata duarum linearum. l. m. & l. n. pariter accepta sicut quadratum. e. g. ad quadratum. l. m. ergo per. 15. quinti & permutatam proportionalitatem & equam triplum duorum quadratorum duarum linearum. e. g. & e. f. pariter acceptorum ad quadrata duarum linearum. l. m. & l. n. pariter accepta sicut triplum quadrati. e. g. ad quadratum. l. m. Triplum autem e. g. quadrati est tanq̄ quadratum. a. b. ex correlario. 14. tredecimi. At quadratum. a. b. est per ypoteseos quincuplum ad quadratum. l. m. ergo triplum quadrati. e. g. quincuplum quoq̄ est quadratum. l. m. Quare etiam triplum quadratorum duarum linearum. e. g. & e. f. pariter acceptorum est quincuplum ad quadrata duarum linearum. l. m. & l. n. pariter accepta & quia probatum est q̄ quadratum. h. k. est equale quadratis duarum linearum. l. m. & l. n. pariter acceptis. Sequitur ex communi scientia vt triplum quadratorum. e. g. & e. f. sit quincuplum ad quadratum. h. k. Constat autem ex. 8. tredecimi q̄ quincuplum quadrati. h. k. est quincuplum ad quadratum. d. k. Nam simpliciter est triplum. Et ex quarta huius constat q̄ triplum quadratorum. e. g. & e. f. est quincuplum qua-



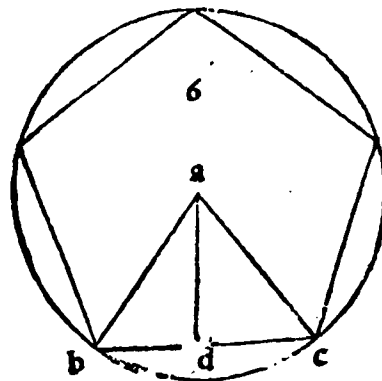
drati.e.f.nam sumplum est quindecuplū. I taq. quincuplum quadrati.c.f. est equale quincuplo quadrati.d.k.ideoq. per.15. quinti quadratum.c.f. est equale quadrato.d.k. Quare etiam linea.c.f. est equalis lineæ.d.k. Er go ex diffinitione circulorum equalium circulus circumscibens pentagonum.c.est. equalis circulo circumscibenti trigonum.d. quod erat ex principio demonstrandum. Nam semidiametri horum circulorum sunt equales videlicet.c.f. & d.k.

Propositio .6.



Quadratum quoq. quod est trigincuplum tetrago ni qui sub perpendiculari ducta a centro circuli circumscibentis pentagonum figure duodecim basium ad latus pentagoni atq. sub latere ipsius pentagoni continetur omnibus superficiibus corporis duodecimi basium pariter acceptis esse equale ex necessitate conuincitur.

Sit petagonus.a.vna ex.n.basibus figure duodecedri & vnum ex eius lateribus sit.b.c. sibiq. ex.14. quarti circumscribatur circulus supra centrum.a.f. protrahantur linee.a.b.f.a.c. & a.d. perpendicularis ad.b.c. Dico ergo q. trigincuplum eius quod sit ex.a.d.in.b.c.est equale omnibus superficiibus duodecedri pariter acceptis. Constat enim pentagonum a. esse diuisibilem in quinque triangulos equales triangulo.a.b.c.ex.8. primi itaq. omnes.n.pentagoni duodecedri cum omnes sint equales & similes pentagono.a.diuisibiles sunt in.60.triangulos quorum quisq. per.8. primi est equalis triangulo.a.b.c. Quod autem sit ex.a.d.in.b.c.est duplum per.41. primitad triangulum.a.b.c.ergo trigincuplum eius quod sit ex.a.d.in.b.c.est sexagincuplum ad triangulum.a.b.c. Nam vt simplum ad simplum sic duplum ad duplum. Cum itaq. omnes duodecedri superficies pariter acceptæ sint etiam sexagincuplam ad triangulum.a.b.c.sequitur vt trigincuplum eius quod sit ex.a.d.in.b.c.sit equale omnibus superficiibus duodecedri pariter acceptis quod est propositum.

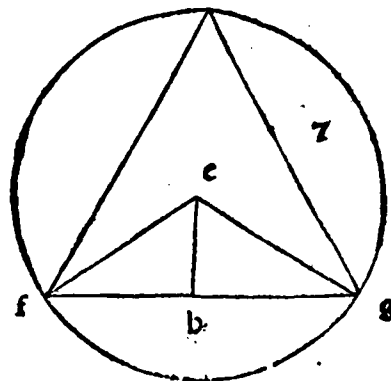


Propositio .7.



Quadratum quoq. quod est trigincuplum tetragoni qui sub perpendiculari ducta a centro circuli ad latus sibi inscripti trianguli figure viginti basium atq. sub ipso latere trianguli continetur equale est omnibus superficiibus figure viginti basium pariter acceptis.

Essio enim hic trigonus.e.vna ex.10.basibus figure ycocedri & vnu ex eis lateribus sit.f.g. Sibiq. ex.5. quarti circumscribatur circulus super centrum.e.f. protrahantur linee.e.f.e.g. & e.b.perpendicularis ad.f.g. Dico igitur q. trigincuplum eius quod sit ex.e.b.in.f.g.est equale omnibus superficiibus ycocedri pariter acceptis. Constat enim trigonum.e. esse diuisibilem in tres trigonos quorum quilibet per octauam primi est equalis trigono.f.g. I taq. omnes.10.trigoni ycocedri pariter accepti cum cuncti sint equales similes trigono.e.sunt tanq. sexagincuplum trigoni.e.f.g. Et quia p.41. primi quod sit ex.e.b.in.f.g. est duplum trigoni.e.f.g. I taq. trigincuplum huius est equale sexagincuplo illius sequitur vt trigincuplum.e.h.in.f.g.sit equale omnibus superficiibus ycocedri pariter acceptis quod erat demonstrandum.



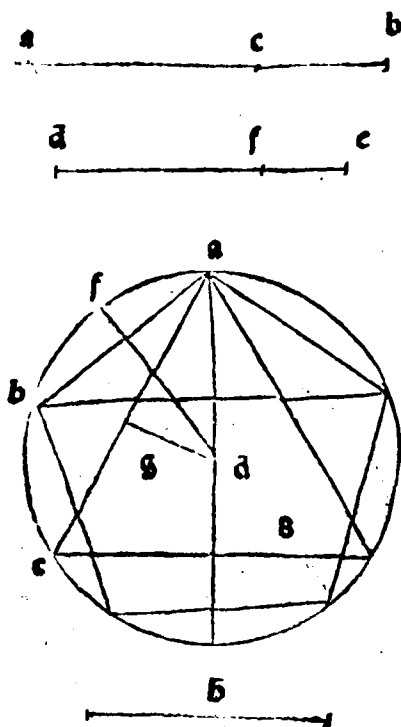
Manifestum igitur est q. proportio superficierum figure duodecim basium in aliqua sphaera contentæ ad superficies figure viginti basium in eadem sphaera conclusæ est tanq. proportio tetragoni contenti sub latere petagoni ipsius figure duodecim basium & sub perpendiculari ducta a centro sui circuli ad ipsius latus pentagoni ad tetragonum contentum sub latere trianguli ipsius figure viginti basium & perpendiculari ducta a centro sui circuli ad ipsius latus trianguli corporis viginti albaidarum.

¶ Quod per illud correlarium concluditur verū esse sue figura. n. basium & figura. 10. basium sunt ab eadem spera circumscribibilis vt proponitur sue etiam fuerint circumscribibilis a diuersis speris. Proponitur autem prout hec figure sint circumscribibilis ab eadem spera quoniam hoc modo valet & sufficit ad propositum. Eius ergo communis veritas sic patet. Constat enim ex. 6. huius q. trigincuplum. a. d. in. b. c. equum est omnibus superficiebus duodecedri pariter acceptis cuius pentagonus. a. est. vna ex. 11. sup. rficiabus. Et ex hac. 7. constat similiter q. trigincuplum. e. h. in. f. g. equum est omnibus superficiebus ycocedri pariter acceptis cuius trigonus. c. est vna ex. 10. basibus. Siue illud duodecedron & istud ycocedron eadem spera circumscribat. Siue diuerse. Itaq. proportio trigincupli. a. d. in. b. c. ad oēs superficies illius duodecedri piter acceptas est sicut trigincupli e. h. in. f. g. ad omnes superficies ycocedri pariter acceptas. Vtrobq. enim est proportio equalitatis. Quare permutatim trigincuplum. a. d. in. b. c. ad trigincuplum. e. h. in. f. g. sicut omnes superficies illius duodecedri ad omnes superficies huius ycocedri & per. 15. quinti trigincupli ad trigincuplum est sicut simpli ad simplum. Constat igitur per u. quinti q. proportio omnium superficierum illius duodecedri ad omnes superficies huius ycocedri est eius quod fit ex. a. d. in. b. c. ad id quod fit ex. c. h. in. f. g. Et hoc est quod ex correlario proponitur.

Propositio .8.

Proporlio cunctarum superficierus corporis duo
decim basium pariter acceptarum ad cunctas su-
perficies corporis viginti basium pariter acceptas
que ab una sphaera ambo quicumq. scribuntur est taq[ue]
proportio lateris cubi queni circumscribit eadem
sphaera ad latus trianguli ipsius corporis viginti basiū.

¶ Vt ab huius.8.demonstrationis libri.14.processu ambiguitas omnis
abscedat: istud prescire oportet. Quod si aliqua linea secundum propor
tionem habentem medium duoq. extrema fuerit diuisa & ex medietate
eius tanq. dimidium sue maioris portionis detrahatur: ipsa quoq. medie
tas secundum proportionem habentem medium duoq. extrema diuisa
erit & eius maior portio est tanq. dimidium maioris sue duple. Verbi gra
tia sit. a. b. diuisa secundum proportionem habentem medium duoq. ex
trema in. c. Et maior eius portio sit. a. c. & sit. d. e. tanq. dimidium. a. b. Et
d. f. tanq. dimidium. a. c. Dico ergo q. d. e. diuisa est in. f. secundum pro
portionem habentem medium duoq. extrema & maior portio eius est. d.
f. Constat enim ex. 15. quiti q. proportio a. b. ad. a. c. est sicut. d. e. ad. d. f.
Videlicet duplum ad dupli tanq. simplum ad simplum. Quare pmutati.
a. b. ad. d. e. sicut. a. c. ad. d. f. Igitur per. 19. quinti. c. b'. ad. f. e. sicut. a. b.
ad. d. e. Est itaq. c. b. dupla ad f. e. sic enim est. a. b. ad. f. e. Cum igitur to
ta. a. b. sit dupla ad totam. d. e. & singule partes. a. b. ad singulas partes. d. e.
quare ex. 15. quinti & 11. eiusdem & diffinitioe linee diuise secundum propor
tionem habentem medium duoq. extrema. Erit linea. d. e. diuisa in. f.
quemadmodum proponitur. Nunc igitur demonstrationi eius quod p
positum est insistamus. Ad cuius exemplum sit. a. b. c. circulus cuius cen
trum. d. circumscribens pentagonum duodecetri & trigonum yocedri
que ambo pariter eade spera circumscribit & concludit. Nam ex. 5. huius
manifestum est q. idem circulus huius pentagonum & illius trigonum cir
cumscribit. Sit autem linea. a. b. latus pentagoni & linea. a. c. trigoni. Sit
q. linea. h. tanq. latus cubi ab eadem spera circumscripti. Dico itaq. q. pro
portio omnium superficierum duodecetri pariter acceptarum ad omnes
superficies yocedri pariter acceptas est sicut linea. h. ad lineam. a. c. Pro
ducatur quidem a centro. d. perpendicularis ad. a. b. q. transeat vsq. ad cir
ciferentiam fecans. a. b. in puncto. e. & arcum eius in puncto. f. Hæc aut ppe
dicularem costat diuidere p eqlia tam lineam. a. b. q. eius arcum chorda q
dem. a. b. p secum ptem tertie tertiarci. 10. eius p qra pmi & 17. tertii. &



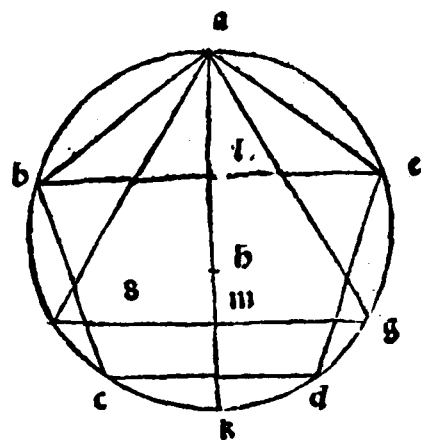
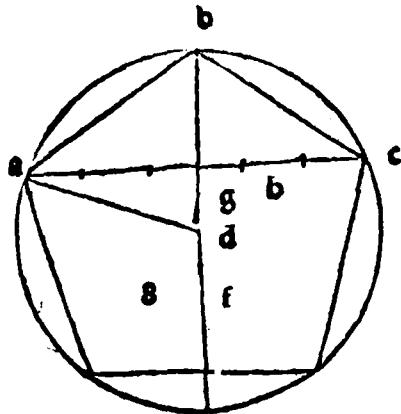
igitur arcus f. a. decima pars circumfrentie. Subtendatur itaq; sibi chorda. a. f. que erit latus decagoni equilateri eiusdem circuli. Erit igitur ex. g. tredecimi linea constans ex. d. f. f. a. diuisa secundum proportionem habentem medium duos extrema. & maior portio eius erit linea. d. f. At vero ex prima huius. d. e. est equalis dimidio. d. f. dimidioq; f. a. in idem directumq; coniunctis. Sit igitur. d. g. perpendicularis ad. a. c. eritq; ex correlario. s. tredecimi. g. d. tanq; dimidium. d. f. Itaq; si a linea. d. e. que est tanq; dimidium. d. f. a. cum. d. f. & f. a. sit linea vna: detrahatur equalis. d. g. que est tanq; dimidium. d. f. erit per illud quod ante hoc probatum est linea. d. e. diuisa secundum proportionem habentem medium duos extrema & maior portio erit tanq; g. d. Ex demonstratione autem 17. tredecimi constat q; si linea. h. que est latus cubi diuiditurq; secundum proportionem habentem medium duos extrema maior portio eius erit tanq; a. b. que est latus pentagoni figure. n. basium. Itaq; per secundum huius proportio. b. ad. a. b. est sicut. d. e. ad. g. d. Quare per primam partem 15. sexti quod prouenit ex. h. in. g. d. equum est ei quod fit ex. a. b. in. d. e. Ex correlario autem premis manifestum est q; proportio omnium superficialium duodecetri cuius latus. a. b. pariter acceptum ad omnes superficies yccedri cuius latus. a. c. pariter acceptas est sicut eius quod fit ex a. b. in. d. e. ad illud quod fit ex. a. c. in. g. d. Igitur ex prima parte. 7. quinti & 11. eiusdem proportio eius quod prouenit ex. h. in. g. d. ad illud quod prouenit. ex. a. c. in. g. d. est. sicut omnium superficialium illius duodecetri ad omnes huius yccedri. At vero eius quod prouenit ex. h. in. g. d. ad illud quod prouenit ex. a. c. in. g. d. est per primam sexti sicut. h. ad. a. c. I itaq; per 11. quinti proportio omnium superficialium illius duodecetri ad omnes huius yccedri est sicut. h. ad. a. c. quod est propositum. Hoc ipsum aliter probare poterimus. si ad ipsum huius antecedens necessarium premiserimus quod est.

S circulo cuiuslibet pentagonus equilaterus inscribatur re-
ctangulum q; sub dodrante diametri ipsius circuli & sub dexta-
te ipsius linee angulum ipsius pentagoni subtendentis contine-
tur eidem pentagono equum esse ex necessitate oportet.

Maiores nostri vnumquodq; integrum in. n. partes equales intellectu
& ratione diuiserunt omnesq; eas simul hoc est ipsum totum a sem: voca-
uerunt: vndecim vero earum dixerunt deuncē. decem autem dextantem
nouem dodrantē. octo & 10 bisse. at septem septuncem septatē vel quuncem.
sex autem semis. quinq; quinquicem. quatuor trientem. tres autem qua-
drantem. duas & 10 sextantem. vnam autem appellauerūt vnciam ea q; p
ordinem talibus designauere figuris q; sepiissime inueniunt in antiq; libris.

As	Denx	Dextans	Dodrans	Bisse	Septunx.
Semis	Quattuorx	Triens	Quadrans	Sextans	Vncia

Vnciam quoq; quam duodecimam partem assis fore diximus in alias
rursus. 12. fractiones. Sed alia via diuiserūt. nam medietatem vncie dixe-
runt semiunciam. tertiam vero duellam. quartā sicilicum. sextam sexculam.
octauam dragma. duodecimam semissiclam. decimā octauam tremis-
sim. vigesimam quartam scrupulum. quadregesimam octauam obulum.
septuagesimam secundam bisilliquam. nonagesimam sextam ceracem.
Vltima vero que est centesima quadregesima quarta pars ipsius vncie sili-
quam nominauerunt. His autem. 12. fractionibus vncie posteriores adium-
pere calculum. Est autem calculus centesima nonagesima secunda pars vncie
cuius additionis causa fuit vt vsq; ad minimum extremum diatesseron &
diapente symphoniarum tonorum semitonorumq; interualis distincta-
rum harum fractionum denominatio condescenderet vel conpenderet &



ipsas omnes fm ordinem talibus annotauere figuris.

Σ ζ υ θ ρ α ο τ κ ε ψ ι λ μ

Semuncia Duella Sicilius Sexcula Dragma Emiffeda Tremiffu

ς ς ζ α ÷ α β γ δ ε ζ η θ ι κ λ μ ν ξ ο π ρ σ τ υ φ χ ψ ω

Scrupulus Obolus Biffiliqua Cerates Siliqua Calcus

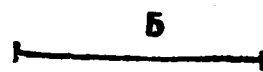
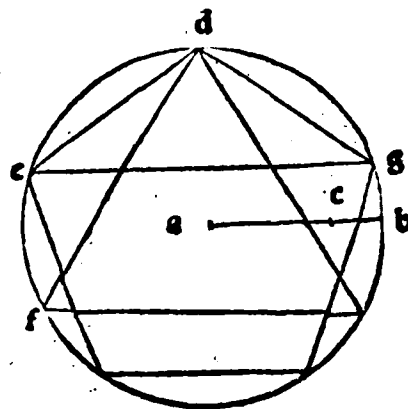
¶ Eius ergo quod dicitur sensus est: q si in aliquo circulo pentagonus equilaterus inscribatur illud quod fit ex tribus quartis diametri circuli in quinq; sextas linee subtendentes vnum ex angulis inscripti pentagoni equale est pentagono. verbi gratia. Sit circulus. a. b. c. si per centrum. d. eiq; ex. n. quarti inscribatur pentagonus equilaterus cuius duo latera vnu ex suis angulis continentia sunt. a. b. f. b. c. Et angulo. b. subtendantur linea. a. c. f. protrahatur diameter. b. d. e. fecans lineam. a. c. per equalia in puncto. g. Sitq; d. f. medietas. d. e. f. g. h. dupla ad. b. c. eritq; b. f. dodrans diametri: est enim tres quarte ipsius f. a. h. erit dextans. a. c. est enim. s. sex te cius; protrahatur autem linea. a. d. Dico q illud quod prouenit ex. b. f. in. a. b. est equale pentagono inscripto circulo. Cum enim. a. g. sit perpendicularis ad. b. d. erit ex. 41. primi illud quod prouenit ex. b. d. in. a. g. duplum ad triangulum. a. b. d. I deoq; quod prouenit ex. b. f. in. a. g. triplum erit ad eundem triangulum. f. quod prouenit ex. b. f. in. h. g. duplum f. ex. b. f. in totam. a. b. quinquuplum. Cum itaq; totus pentagonus quinquuplus sit ad eundem triangulum constat q illud quod fit ex. b. f. in. a. b. est equale pentagono f. illud erat demonstrandum. Quod igitur ex principio propositum est nunc alia via sicut promissimus demonstremus. Sint itaq; circulo cuius centrum. h. inscripti pentagonus figure. n. basium. f. trigonus figure. 10. basium quas eadem spera circumscribit. Constat enim ex. 5. huius q huius duodecetri pentagonus f. illius ycocedri trigonus ab eodem circulo circumducantur. Sint pentagonus. a. b. c. d. e. f. trigonus. a. f. g. f. angulo. a. pentagoni subtendantur linea. b. e. que ex demonstratione. 17. tredecimi erit latus cubi quem eadem spera conducat. Protrahatur itaq; diameter. a. h. k. fecans orthogonaliter f. per equalia vtrinq; duarum linearum. b. e. f. f. g. h. inscripti pentagoni. l. illam vero in puncto. m. Dico ergo q proportio omnium superficierum duodecetri ad omnes ycocedri quorum pentagonus f. trigonus propositio circulo sint inscripti est sicut linee. b. e. que est latus cubi ab eadem spera conclusi ad lineam. f. g. que est latus trigoni ycocedri. Constat enim ex correlario octaue tredecimi q linea. h. m. est. dimidium linee. a. h. I deo q. a. m. erit dodrans diametri. a. k. est enim eius tres quarte. Sit ergo. l. si dupla ad. n. e. eritq; b. n. dextans. b. e. est enim quinq; eius sexte. I taq; per premissum antecedens quod prouenit ex. a. m. in. b. n. erit equale pentagono. a. b. c. d. e. Quod autem prouenit ex. a. m. in. m. f. est equale triangulo. a. f. g. I gatur ex prima sexti proportio pentagoni ad trigonum est sicut. b. n. ad. m. f. Quare duodecupli illius pentagoni ad vigincuplum istius trigoni sicut duodecupli linee. b. n. ad vigincuplum linee. m. f. qd ex. 15. quinti f. equa proportionalitate manifestum est. Duodecuplum autem. b. n. est tanq decuplum. b. e. nam. n. dextantes coequant. x. asse hoc est. x. tota: vigincuplum vero. m. f. est tanq decuplum. f. g. nam. f. g. est dupla ad m. f. igitur duodecupli istius pentagoni ad vigincuplum istius trigoni est sicut decupli. b. e. ad decuplum. f. g. f. quia duodecuplum illius pentagoni est omnes superficies duodecetri: vigincuplum autem huius trigoni est omnes superficies ycocedri f. quia per. 15. quinti decupli. b. e. ad decuplum. f. g. sicut. b. e. simple ad. f. g. simplam erit per. 11. quinti proportio omnium superficierum duodecetri pariter acceptarum ad omnes superficies ycocedri pariter acceptas sicut. b. e. ad. f. g. f. hoc est quod oportuit nos demonstrare.

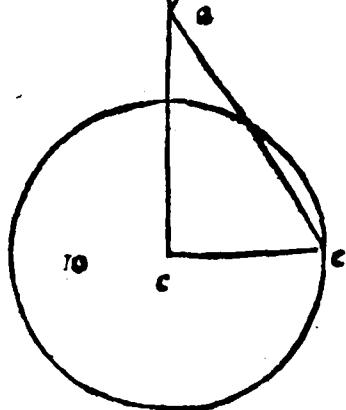
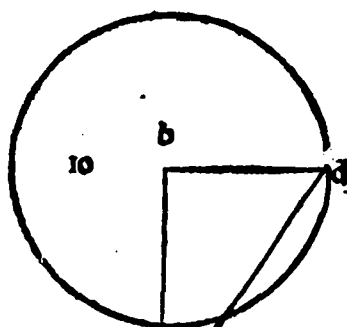
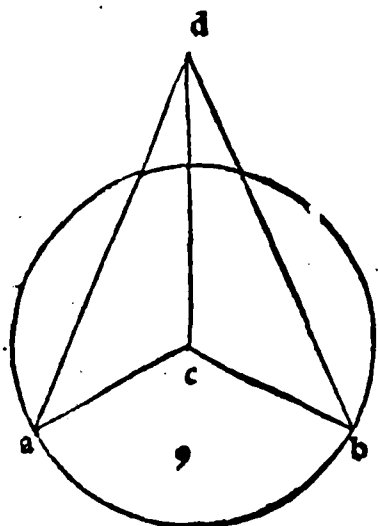
Propositio 9.



In ista qualibet linea scdm pportioem habentem me-
dium duosq extrema erit pportio linee potētis su-
pra totam lineam eiusq maiorem portionem ad
lineam potētem supra totam eiusdemq minorem
portionem tanq pportio lateris cubi ad latus tri-
anguli corporis viginti basium vna cum cubo ipso
in eadem sphaera contenti.

Si linea .a.b. diuisa secundum proportionem habentem medium duo-
q extrema & maior portio eius sit linea .a.c. & super centrum .a. secundum
quantitatem linee .a.b. describatur circulus .d.b.e. Eiq inscribatur ex .u.
quarti pentagonus equilateralis cuius vnum latus sit .d.e. Et ex secunda
eiusdem triangulus equilateralis cuius vnum latus sit .d.f. Et vni ex angu-
lis pentagoni qui sit .d. subtendatur linea .e.g. Constat igitur ex .s. huius
q sphaera circumscribens duodecedron cuius pentagoni latus est .d.e. cir-
cumscribit simul ycocedron cuius trianguli latus est .d.f. Et ex demonstra-
tione .17. tredecimi manifestum est q eadem sphaera circumscribit cubum
cuius latus est .e.g. Sumatur ergo linea .h. potens super totam .a.b. & eius
maiorem portionem .a.c. Et sumatur .k. potens super totam .a.b. & mino-
rem eius portionem .b.c. Dico itaq q proportio .e.g.ad. d.f. hoc est
lateris cubi ad latus trianguli ycocedri vna cum ipso cubo ab ipsa spe-
ra contenti; est sicut .h. ad .k. Constat quidem ex correlario .5. quar-
ti q .a.b. est tanq latus hexagoni equilateri circulo .b.d.e. inscripti. Igitur
ex tertia huius .a.c. est tanq latus decagoni eiusdem circuli. Itaq per .10. 13.
d.e. potens est super totam .a.b. & eius maiorem portionem .a.c. Quare .d.
e. est equalis .h. Nam quadratum vtriusq earum tantum est quantum
quadrata duarum linearum .a.b. & .a.c. pariter accepta. Patet autem ex oc-
taua .13. q .d.f. est tripla est potentialiter ad .a.b. At vero ex .s. eiusdem pa-
tet q .k. quonq tripla est potentialiter ad .a.c. ergo ex secunda parte .u. sex-
ti proportio .d.f. ad .a.b. est sicut .k. ad .a.c. Quare permutatim .d.f. ad .k.
sicut .a.b. ad .a.c. Et quia ex demonstratione .17. tredecimi manifestum
est q si .e.g. diuidatur secundum proportionem habentem medium duosq
extrema maior portio eius erit tanq .d.e. Erit per secundam huius propor-
tio .e.g. ad .d.c. sicut .a.b. ad .a.c. Quare per .u. quinti erit quoq .e.g. ad .d.e.
sicut .d.f. ad .k. Et permutatim .e.g. ad .d.f. sicut .d.e. ad .k. Et quia per pri-
mam partem .7. quinti .d.e. ad .k. sicut .b. ad .k. Eo q .d.e. & .h. sunt equales
Erit per .u. quinti .e.g. ad .d.f. sicut .h. ad .k. quod est propositum. Non so-
lum autem est proportio .e.g. lateris cubi ad .d.f. latus trianguli ycocedri
sicut .h. ad .k. immo simpliciter sicut quarumlibet duarum linearum vni-
us ad alteram: quarum altera potest super totam quamlibet lineam diui-
sam secundum proportionem habentem medium duosq extrema & su-
per eius maiorem portionem. Altera vero super totam & eius minorem
portionem. Nam singulaq lineaz talium e pportio vna. Verbi gratia. Ma-
neant priores ypotheses circa lineas .a.b.b. & .k. Et sumatur quoq quel-
bet alia linea que sit .l.m. diuisa secundum proportionem habentem me-
dium duosq extrema in .n. & portio maior sit .l.n. Sitq linea .p. potens su-
per totam .l.m. & eius maiorem portionem .l.n. Et linea .q. sit potens su-
per totam .l.m. & eius minorem portionem .m.n. Dico ergo q propor-
tio .p. ad .q. est sicut .h. ad .k. Cōstat enim ex secunda huius q .b.a. ad .a.c.
est sicut .l.m. ad .l.n. Ergo per primam partem .u. sexti quadrati .b.a. ad
quadratum .a.c. est sicut quadrati .m.l. ad quadratum .n.l. Quare coniun-
ctim quadrati .h. ad quadratum .a.c. sicut quadrati .p. ad quadratum
l.n. Et pmutatim qdrati .h. ad quadratū .p. sicut quadrati .a.c. ad qdratum
l.n. Eodē argumentariis genere sequit q pportio qdrati .k. ad qdratū .q.
est sicut quadrati .c.b. ad quadratum .n.m. Et quia ex secunda huius & ex
prima parte .u. sexti quadratum .a.c. ad quadratum .l.n. sicut quadratum
c.b. ad quadratum .m.n. Erit ex .u. quinti quadratum .h. ad quadratum
p. sicut quadratum .k. ad quadratum .q. Quare per secundam partem .u.





exti. b. ad. p. sicut. k. ad. q. Et permutatim. h. ad. k. sicut. p. ad. q. quod erat demonstrandum. Et ne quis dubitationis locus ea que demonstranda restant obfuseti premitenda adhuc arbitramur quedam quibus sequentia si. mo demonstrationis robore inconcussa permancant.

¶ Si aliqua plana superficies speram quamlibet secet communis differentia plane superficies secantis & curue superficiesi speræ erit circumferentia continens circulum.

¶ Sit igitur aliqua plana superficies secans speram & sit linea. a. b. communis sectio superficiesi secantis & superficiesi spe. Dico q. linea. a. b. est. circumferentia circuli. Aut enim centrum spere est in plana superficie secante. aut extra. Quod si fuerit in ea ponatur vbiq. contigerit & sit. c. Quia ergo rota linea. a. b. est in superficie spere & quia omnes linee ducte a centro spere ad ipsius circumferentiam sunt equales quemadmodum constat ex diffinitione spere, sequitur vt omnes linee ducte a puncto. c. ad lineam. a. b. sint equales. Est igitur ex diffinitione circuli superficies quam continet linea. a. b. circulus & eius centrum est. c. videlicet idem q. centrum spere. Si autem centrum spere fuerit extra superficiem secantem ponatur ergo vbi libet quod sit. d. a quo secundum doctrinam. u. vndecimi ducatur linea. d. c. perpendicularis ad superficiem secantem. Et protrahantur ab eodem centro. d. due linee recte quomodocumq. contingat ad lineam. a. b. que sint. d. a. & d. b. Et iungatur. c. cum. a. & cum. b. Eruntq. due linee. d. a. & d. b. equales. Eo q. ipse sunt a centro spere ad superficiem eius. Ex diffinitione autem linee perpendicularis ad superficiem. Manifestum est q. anguli. d. e. a. & d. c. b. sunt recti. Ideoq. ex penultima primi & ista communi scientia: que equalibus sunt equalia inter se sunt equalia. Erunt quadrata duarum linearum. c. d. & c. a. pariter accepta equalia quadratis duarum linearum. d. c. & c. b. pariter acceptis. Dempto itaq. vtrinq. quadrato. d. c. Erit quadratum. c. a. equale quadrato. c. b. Quare & linea. c. a. linee. c. b. Eodem argumentationis genere necesse est omnes lineas ductas a puncto. c. ad lineam. a. b. esse equales ergo ex diffinitione circuli superficiesi quam continet linea. a. b. est circulus & eius centrum est. c. quod est propositum.

¶ Ex hoc itaq. manifestum est q. cum superficies secat speram super centrum eius sector proveniens in superficie spere est linea continens circulum cuius centrum est centrum spere.

¶ Cum autem superficies secat speram non super centrum eius sector quoq. proveniens in superficie spere est linea continens circulum cuius centrum est punctus ille in quo incidit perpendicularis ducta a centro spere ad superficiem secantem.

¶ Amplius autem dico q.

¶ Si in spera aliqua fuerint circuli equales perpendiculares ducte a centro spere ad superficies illorum circulorum erunt ad invicem equales.

¶ Sint i spera cuius centrum. a. signati duo circuli. b. & c. equales. Ad quorum superficies protrahantur a centro spere videlicet a puncto. a. perpendiculares secundum q. docet. u. vndecimi. Ad hunc quidem. a. b. Ad illum autem. a. c. Dico q. due linee. a. b. & a. c. sunt equales. Protrahantur enim a punctis. b. & c. singule linee recte ad circumferentias illorum circulorum prout libuerit. In h. quidem. b. d. In illo autem. c. e. Et iungat. a. cum. d. & cum. e. Eritq. ex diffinitione linee supra superficiem perpendiculariter stantis vtrq. duorum angulorum. a. b. d. a. c. e. rectus. At vero ex secunda parte premissi correlarii. Manifestum est q. duo puncta. b. & c. sunt centra circulorum. b. c. Ideoq. due linee. b. d. & c. e. sunt semidia metri eorum. quia i circuli cum ponantur equales sequitur ex diffinitione equalium circulorum has semidiametros esse equales. Et quia duellinee. a. d. & a. e. sunt equales quia sunt ducte a centro spere ad eius superficiem. Erunt ex penul. primi due perpendiculares. a. b. & a. c. equales.

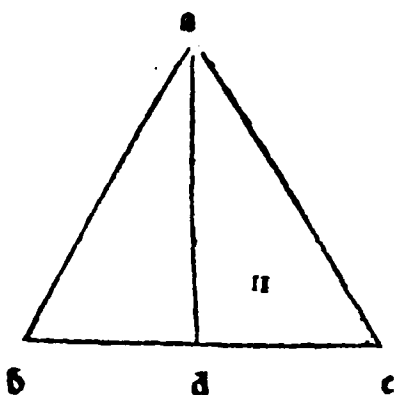
Quod oportebat demonstrare. Nunc igitur ad propositum redeamus.

Propositio. 10.



Proportio corporis duodecedri ad corpus yccedri que ambo vna eademq; spera includit: ē sicut omnium superficierum eius pariter acceptarum ad omnes superficies illius pariter acceptas.

Hoc est quod superius post demonstrationem prime huius auctoritate aristoteli & Apollonii commemorauimus cuius demonstratio ex his que premissa sunt euidenter elicitur. Ex quanta quidem huius manifestum est q̄ circuli quorum alter circumscribit pentagonum duodecedri: reliquus vero trigonum yccedri que ambo corpora spera vna cohercet sunt adinuicem equales. Itaq; erunt perpendiculares a centro sperae ad superficies omnium circulorum circumscribentium pentagonos huius duodecedri & trigonos illius yccedri in eorum centra cadentes adinuicem equales sicut ex premissis manifestum est. Nam omnes hi circuli teste. s. huius sicut dictum est equales sunt sibi adinuicem. Piramides igitur quarum sunt bases pentagoni duodecedri coni autem earum sunt centrum sperae. atq; piramides quarum bases sunt trigoni yccedri: & coni earum similiter centrum sperae sunt eque alte. Cunctarum quidem pyramidum altitudinem mensurant vel determinant a conis ad bases perpendiculares cadentes. Piramides autem eque altas suis basibus proportionales esse oportet quemadmodum in. 6. duodecimi probatum est. Itaq; proportio pyramidis cuius basis pentagonus duodecedri ad pyramidem cuius basis trigoni yccedri est sicut istius pentagoni ad hunc trigonum. Ideoq; per. 24. quinti proportio duodecupli illius pyramidis cuius basis pentagonus duodecedri. Ad pyramidem cuius basis trigonus yccedri sicut duodecupli illius pentagoni ad hunc trigonum. Hec autem. 12. pyramides quarum sunt bases. 12. pentagoni duodecedri sunt tanq̄ totum corpus ipsius duodecedri. At. 12. pentagoni tanq̄ omnes superficies eius. Itaq; proportio corporis duodecedri ad pyramidem cuius basis est trigonus yccedri est sicut proportio omnium superficierum duodecedri ad trigonum yccedri. Quare rursum ex. 24. quinti proportio corporis duodecedri ad vigincuplum illius pyramidis cuius basis est trigonus yccedri est sicut omnium superficierum duodecedri ad vigincuplum trigoni yccedri. Cum igitur vigincuplum huius pyramidis sit tanq̄ totum corpus yccedri ad vigincuplum istius trigoni tanq̄ omnes superficies ipsius yccedri erit proportio corporis duodecedri ad corpus yccedri que ambo vna eademq; spera concludit sicut proportio omnium superficierum corporis duodecedri pariter acceptarum ad omnes superficies corporis yccedri pariter acceptas. Hoc autem est predictorum philosophorum de proportione horum duorum corporum sententia fixa solidaq; demonstratione roborata. cui quoq; adiiciendum est hoc. Nam cum proportio lateris cubi ad latus trianguli corporis yccedri vna cum ipso cubo ab eadem spera conclusi sit sicut proportio omnium superficierum corporis duodecedri pariter acceptarum ad omnes superficies ipsius yccedri in eadem spera conclusi sicut ex. 8. huius demonstratum est: erit ex. 12. quinti proportio corporis duodecedri ad corpus yccedri que ambo spera vna circumuoluit tanq̄ proportio lateris cubi eidemq; sperae inscriptibili: ad latus ipsius trigoni yccedri. Amplius autem quia diuisa qualibet linea secundum proportionem habentem medium duosq; extrema est proportio lineae potentis super totam & eius maiorem portionem ad lineam potentem super totam & eius maiorem portionem sicut lateris cubi alicui sperae inscripti ad latus trigoni corporis yccedri ab eadem spera circūducti sicut ex. 9. huius demonstratum ē erit et ex. 12. quinti ut diuisa qualibet linea secundum proportionem habentem medium duosq; extrema sit proportio lineae potentis super totam & eius maiorem portionem ad lineam potentem super totam & eius maiorem portionem veluti proportio corpo-



ris duodecedri ad corpus yco:edri que ambo vna atq; eadem spera circū scribit. Ex dictis igitur manifestum est q; proportio lateris cubi alicui spe re inscripti ad latus trigoni yco:edri ab eadem spera circūscripti. Itēq; proportio cunctarum superficierum duodecedri ad cunctas superficies yco:edri que ambo super eadem spera circūscribit. Et rursus proportio lineę potentis super quamlibet lineam diuisam fm proportionem habē tem medium duosq; extrema & super eius maiorem portionem ad lineā potentem super eandem & super eius minorem portionem atq; itenā pportio corporis duodecedri ad corpus yco:edri que ambo vna eadēq; spera cōbercet est proportio vna. Mirabilis itaq; est potentia lineę fm p portionem habentem medium duosq; extrema diuise: cui cum plurima pholosophantium admiratione digna conueniant hoc principium vel precipuum ex superiorum principiorum inuariabili procedit natura vt tam diuersa solida rū magnitudine rū basium numero tū etiam figura ir rationali quadam simphonia rationabiliter conciliet. Quippe demon stratum est q; proportio duodecedri corporis ad yco:edron corpus que ambo spera vna coambit est quasi proportio lineę potentis super quam libet lineam fm prefatam proportionem diuisam & super eius maiorem partem ad quamlibet lineam potentem super eandem & eius minorem partem quoniam vero de tribus ceteris corporibus regularibus non ha bemus aliquid dictum studeamus de ipsis aliquid dicere.

Propositio .11.



Proponitur. **Omni triangulo equilatero si ab vno angulo eius perpendicularis ad basim ducatur latus eius dem trianguli ad ipsam perpendicularē potētia liter sexquitergium esse conueniet**

Sit enim triangulus equilaterus. a. b. c. ducaturq; ab an gulo. a. linea. a. d. perpendicularis ad basim: dico q; a. b. ē potentialiter sexquitergium ad a. d. Sunt quidem ex. 5. primi duo anguli b. & c. equales. Et quia anguli ad . d. sūt recti erit per. 26. primi linea. b. c. diuisa per equalia in puncto. d. Itaq; ex quarta secundi quadratum. b. c. quadruplum est ad quadratum. b. d. ideoq; etiam quadratum. a. b. q̄ druplum est ad quadratum. b. d. Est enim triangulus equilaterus. Quare per penul. primi quadrata duarum linearum. a. d. & b. d. p̄pter accepta q̄ druplum sunt ad q̄dratum. b. d. itaq; quadratum. a. d. triplum est ad q̄dratum. b. d. cōstat ergo ppositū.

Propositio .12.



Proponitur. **Quis trigonus equilaterus cuius latitudo ratio nale superficies medialis esse probatur**

Sit vt prius triangulus. a. b. c. equilaterus & sit latus eius a. b. rationale siue in longitudine siue in potentia tantum dico itaq; q; ipse triangulus est superficies medialis: Duci tur enim perpendicularis. a. d. ab angulo. a. ad basim. Erit q; ex premisa & ex. 6. decimi & diuisione superficiei rationalis quadratum li nec. a. d. rationale & linea. a. d. rationalis in potentia. Ipsa autem ex vlti ma parte. 7. decimi mediante premisa erit incōmensurabilis lineę. a. b. ideoq; & lineę. b. d. que est tanq̄ eius dimidium. Sunt itaq; due lineę. a. d. & b. d. rationales potentialiter tantum cōmunicantes. Igitur ex. 19. decimi superficies vnus earum in alteram est medialis. Cumq; superficies vnus earū in alteram sit equalis trigono. a. b. c. cōstat vep̄ esse quod diximus.

Propositio .13.



Proponitur. **Ante superficies vtriuslibet duorum solidorum quorum alterum est p̄ amis quatuor basium tria gularium & equilaterarum reliquum vero est cor pus octo basium triangularium & equilaterarū pa riter accepte: si diameter sperę ea circūscribentis rōnalis fuerit componunt superficiem mediatem.**

Nam si diameter sphaerae alterum duorum propositorum corporum circumscribens fuerit rationalis siue in longitudine siue in potentia tunc erit ex correlario .13. tredecimi libri latus pyramidis rationale in potentia & ex correlario .15. eiusdem latus quoque corporis octo basium rationale in potentia. Quare per premissam trianguli qui sunt bases utriuslibet corporis erunt superficies mediales. Et quia trianguli utriuslibet eorum sibi adinuicem sunt equales erunt ex .2. decimi omnes superficies utriuslibet eorum pariter accepte componentes superficiem medialem quem admodum proponitur &c.

Propositio .14.



I tetracedron & octocedron vna eademque sphaera circumscribat erit vna ex basibus tetracedri sexaginta ad vnam ex basibus octocedri. Omnes autem bases octocedri pariter acceptas ad omnes bases tetracedri pariter acceptas sexquialteram proportionem habere necesse est.

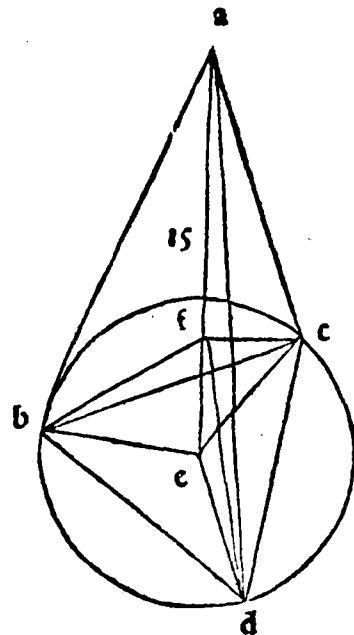
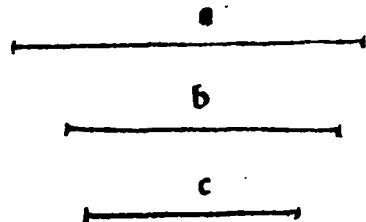
Sit aliqua sphaera cuius diameter .a. circumscribens pyramidem cuius latus .b. & octocedron cuius latus .c. Dico itaque quod triangulus equilateralis cuius latus .b. sexquialterus est ad triangulum equilaterum cuius latus .c. Et quod superficies quam componunt octo trianguli equilateri cuiusque quorum est latus .c. sexquialtera est ad superficiem quam componunt quatuor trianguli equilateri cuiusque quorum est latus .b. Constat enim ex correl. 13. tredecimi quod quadratum .a. ad quadratum .b. sicut .6. ad .4. Igitur e converso quadratum .b. ad quadratum .a. sicut .4. ad .6. Ex correlario vero .15. eiusdem manifestum est quod quadratum .a. ad quadratum .c. sicut .6. ad .3. Itaque per equam proportionalitatem quadratum .b. ad quadratum .c. sicut .4. ad .3. Quadratum autem .b. ad quadratum .c. est sicut trigonus equilateralis cuius latus .b. ad trigonum equilaterum cuius latus .c. Vtrobique enim est sicut .b. ad .c. proportio duplicata ex secunda parte .18. sexti. Igitur trigonus equilateralis cuius latus .b. ad trigonum equilaterum cuius latus .c. sicut .4. ad .3. Quare constat prima pars propositi. Ex quo euidenter elicitur secunda. Erit enim per conuersam proportionalitatem trigonus equilateralis cuius latus .c. ad trigonum equilaterum cuius latus .b. sicut triangulum .c. ad quatuor .b. Ideo quod octuplum trigoni equilateri cuius latus .c. ad quatuor .b. octuplum trigoni equilateri cuius latus .b. est sicut octuplum ternarii ad quatuor .b. in quaternarii. hoc est sicut .24. ad .16. & quia octuplum trigoni equilateri cuius latus .c. est omnes bases octocedri cuius latus .c. & quadruplum trigoni equilateri cuius latus .b. est omnes bases pyramidis cuius latus .b. Et quia proportio .24. ad .16. est sexquialtera sequitur ut superficies quam componunt omnes bases octocedri cuius latus .c. ad superficiem quam componunt omnes bases pyramidis cuius latus .b. sexquialtera sicut diximus in proportionem respiciat.

Propositio .15.



Piramide quatuor basium triangularium atque equilateralium intra sphaeram quamlibet collocata sit a quolibet angulorum eius per centrum sphaere recta linea ad basim ducatur in centrum circuli basium circumscribentis eam cadere atque eidem basi perpendiculariter insistere necessario comprobatur.

Sit pyramis .a. b. c. d. basium triangularium atque equilateralium intra sphaeram aliquam cuius centrum sit .f. collocata. Et cum quilibet quatuor angulorum istius pyramidis possit esse conus eius atque quilibet quatuor triangulorum basis. Imaginemur nunc eius solidum angulum a. esse conum & triangulum .b. c. d. imaginemur esse basim. Atque huic basi intelligamus circumscriptum esse circulum .b. c. d. Debinc a puncto .a.



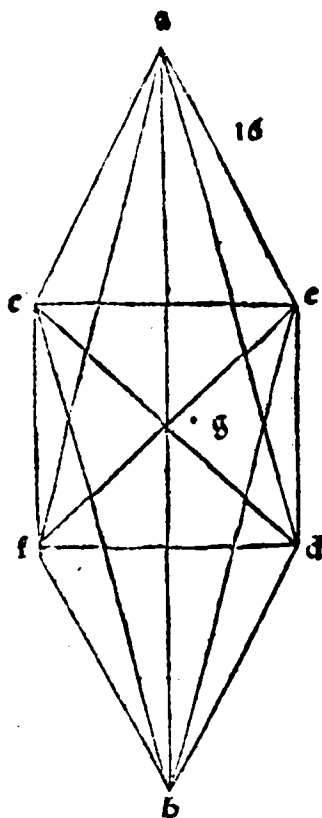
quem imaginati sumus conum pyramidis ducamus ad basim. b. c. d. lineam rectam transiuntē per punctum. f. qui est centrum sphere circum scribentis pyramidem de qua disputamus. Et occurrat hec linea superfici. b. c. d. quam imaginati sumus basim pyramidis super punctum. e. Dico igitur q. punctum. e. est centrum circuli. b. c. d. ¶ q. linea a. f. e. est perpendicularis ad superficiem. b. c. d. Producam enim lineas. f. b. f. c. f. d. Et quia quatuor puncta. a. b. c. d. sunt in superficie sphere cuius cētrum f. propter hoc q. illam spheram positum est circumscribere hanc pyramidem. Erunt omnes quatuor lineae. f. a. f. b. f. c. f. d. adinvicem equales sunt enim ducte a centro sphere ad eius superficiem. Ergo quia duo latera. a. f. f. b. b. trianguli. a. f. b. sunt equalia duobus lateribus. a. f. f. c. c. trianguli a. f. c. ¶ basis. a. b. basi. a. e. ¶ Nam pyramis posita est equilatera. Erit ex octava primi angulus. a. f. b. equalis angulo. a. f. c. Ideoq. per. 13. primi angulus. quoq. b. f. c. erit equalis angulo. c. f. e. ¶ Eodem modo probabis angulum. d. f. e. esse equalem angulo. c. f. e. ¶ Necessē est enim ex octava primi ut angulus. a. f. e. sit equalis angulo. a. f. d. quare per. 13. primi angulus quoq. c. f. e. erit equalis angulo. d. f. e. Sunt igitur tres anguli b. f. e. c. f. e. d. f. e. adinvicem equales. Protractis igitur lineis. e. b. e. c. f. e. d. sequitur ex quarta primi bis assumpta eas esse adinvicem eqles. Ideoq. per. 9. tertii punctus. e. est centrum circuli. b. c. d. Et quia perpendicularis ducta a centro sphere ad superficiem cuiuslibet circuli eam secantis cadit super centrum eiusdem circuli sicut ex his que premissa sunt videlicet ex his que decimam huius immediate precedunt didicisti conuincitur lineam. a. f. e. esse perpendicularē ad superficiem circuli. a. b. c. quomodo modum proponitur. ¶ Sin autem erunt eiusdem circuli duo centra quod natura tanq. impossibile exhoruit.

Propositio .16.



Solidum octo basium triangularium atq. equilateralum quod ab aliqua sphaera circumscribitur diuisibile est in duas pyramides eque altas quarum altitudo equalis est semidiametro sphere: basis autem utriusq. quadratum quod est sub duplum quadrato diametri sphere.

¶ Est corpus octo basium triangularium atq. equilaterum cuius sex anguli sunt a. b. c. d. e. f. circumscriptum a sphaera cuius centrum. g. Cōstat itaq. q. sex puncta. a. b. c. d. e. f. sunt in superficie sphere cuius centrum. g. Si igitur centrum g. iungatur cum quolibet horum sex punctorum erunt due linee iungentes ipsum eis ad inuicem equales cum ipse sint a centro sphere ad superficiem. Cum autem ex correl. 15. tredecimi sit diameter sphere potentialiter dupla ad latus huius corporis erit ex quarta secundi latus huius corporis potentialiter duplum ad semidiametrum sphere. Quadratum ergo e. f. duplum est ad quadratum. c. g. ideoq. equale duobus quadratis duarum linearum. c. g. f. g. f. itaq. per penul. primi angulus. c. g. f. est rectus. eadē rōne quisq. triū anguloꝝ. f. g. d. d. g. e. f. e. g. c. ē rectus qre p. 14. pmi c. g. d. f. f. g. c. est linea vna igitur ex secunda. u. quinq. puncta. e. f. d. e. g. sunt in superficie vna. Manifestum est autem ex quinta primi f. 32. eiusdem q. qui ibet quatuor angulorum. c. e. d. f. est rectus. igitur ex diffinitione quadrati superficies. c. e. d. f. est quadrata. ¶ quia latus eius est latus propositi corporis. constat ex correlario. 15. tredecimi istud quadratum esse subduplum quadrato diametri sphere. consimili quoq. ratiocinatione constat vtrāq. duarum linearum. a. g. f. g. b. cum qualibet quatuor linearum. c. g. f. g. d. g. e. g. continere angulum rectum. ideoq. ex. 4. vndecimi vtrāq. earum esse perpendicularē ad superficiem. c. e. d. f. ¶ et ambas scilicet. a. g. f. g. b. per. 14. primi componere lineam vnam diuisum est igitur propositum corpus in pyramidem. a. c. f. d. e. cuius basis



c.f.d.e. cuius basis quadratum .c. e.d.f. quod est subduplum quadrato diametri spere & etiam altitudo linee.a.g. que est semidiameter spere & in piramidem.b.c.f.d.e. cuius basis est predictum quadratum & eius altitudo linea.g.b. que est semidiameter spere : & hoc est quod oportebat ostendere.

Castigator.

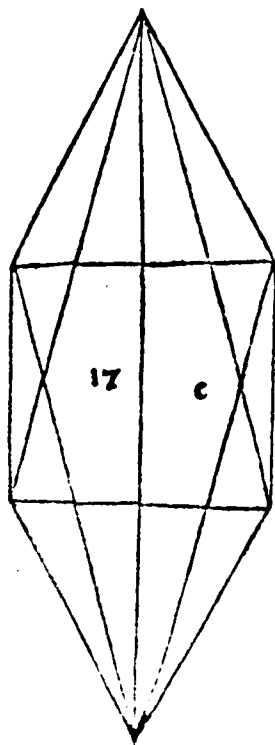
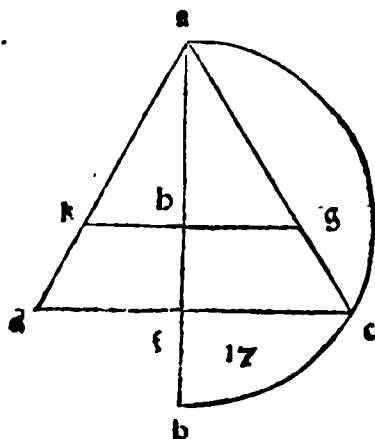
Ista quarta scdi isto medio aducitur. Nam cu diameter spere diuidatur in duas partes equales ipsa diameter potentialiter est quadrupla ad sui medietatem. quia quadratum eius est equale duobus quadratis sitarum duarum medietatum & duplo eius quod fit ex ductu vnus medietatis in alteram duplum autem illud fiant similiter duo alia quadrata earundem duarum medietatum. Et sic apparet q diameter est potentia quadrupla ad eius medietatem. Nunc autem quod est subduplum alicui ipsum est duplum ad quartam illius dupli vt .8. est subduplus ad .16. Et ideo .8. qui est subduplus. est duplus ad quartam partem .16. videlicet illius duplum ad subduplum. Ita in pposito latus.g. basium. est potentia duplum ad medietatem diametri cum ipsum sit subduplum ad di.

Propositio .17.



Piramidem quatuor basium triangularium atq; equilateralum sphaera aliqua circumscribente erit proportio tetragoni qui sub linea potentialiter sub sexquitercia ad dodrantem lateris ipsius pyramidis & sub linea super quinq; ptiente vicefimas septimas eiusdem dodrantis continetur ad quadratum diametri spere sicut corporis ipsius pyramidis ad corpus octo basium triangularium atq; equilateralum que ambo eadem sphaera circumducantur.

Sit sphaera cuius diameter .a.b. & centrum .h. circumscribens piramidem quatuor basium triangularium atq; equilateralum .a.c.d.f. corpus octo basium triangularium atq; equilateralum quod sit .e. Sitq; linea .l.m. potentialiter sub sexquitercia ad dodrantem linee .a.c. que est latus pyramidis. Et linea .n.m. contineat dodrantem predictum & eius quinq; vicefimas septimas. Sitq; .p. quadratum diametri .a.b. Dico itaq; q proportio pyramidis .a.c.d. ad octocedron .e. e sicut si: per ficiet .l.m. in .m. n. ad quadratum .p. Imaginemur enim solidum angulum .a. esse conum pyramidis & basim pyramidis cuius vnum latus est .d. c. fecare diametrum spere in pucto .f. Eritq; quemadmodum ex ratiocinatione .13. tredecimi manifestum est .a.f. dupla ad .f.b. Cumq; etiam .a.b. sit dupla ad .b.h. erit ex .19. quinti .b.f. dupla ad .b.h. f. Ideoq; .a.f. quadrupla ad .f.h. Imaginemur igitur superficiem secantem piramidem .a.c.d. super centrum spere re equidistanter basi ipsius. Sitq; linea .g.k. communis sectio huius superficiei & trianguli .a.c.d. Eritq; ex .12. vndecimi proportio .c.a. ad .a.g. sicut .f.a. ad .a.h. ¶ Igitur .c.a. ad .a.g. sicut .4. ad .3. Sic enim est ex eversa proportionalitate .f.a. ad .a.h. Constat etiam ex secunda parte .19. primi & .16. vndecimi & .10. eiusdem & prima parte secunde sexti & diffinitione similium figurarum & similium corporum q pyramis .a.g.k. est similis pyramidi .a.c.d. Ideoq; ex .8. duodecimi proportio pyramidis .a.c.d. ad piramidem .a.g.k. est sicut .c.a. ad .a.g. triplicata quare sicut .4. ad .3. triplicata. ¶ Constat autem ex secunda octaua q proportio quatuor ad tres triplicata e sicut .64. ad .12. itaq; proportio pyramidis .a.c.d. ad piramidem .a.g.k. est sicut .64. ad .12. Fiat ergo triangulus equilateralis .q.r.s. ex linea equali .a.g. quam constat esse dodrantem linee .a.c. & pducatur linea .q.r. perpendicularis ad .r.s. eritq; ex .12. huius linea .q.r. potentialiter sub



sexquitercia ad lineam. q. r. Ideoq. equalis. l. m. Adiciat quoq. linee. r. f. linea. f. x. ita q. pportio. r. x. ad. r. s. sit sicut. 64. ad. 27. Diuidatq. r. x. p. eq. lia in. v. vt sit. r. v. 32. de partibus illis de quibus. r. s. est. 27. aut. r. x. 64. Eritq. r. u. equalis. m. n. ¶ Et ducantur linee. q. u. f. q. x. Eritq. ex pri. ma sexii proportio trianguli. q. r. x. ad triangulum. q. r. s. sicut. 64. ad. 27. Cuius per eandem triangulus. q. r. x. sit duplus ad triangulum. q. r. u. At ex. 41. primi quod sit ex. q. t. in. r. u. duplum quoq. sit ad triangulum. q. r. u. Erit quod sit ex. q. t. in. r. u. f. ipsum est equale superficiem. l. n. equa. le triangulo. q. r. x. Quare proportio superficiem. l. n. ad triangulum. q. r. s. est sicut. 64. ad. 27. Ideoq. sicut pyramidis. a. c. d. ad pyramidem. a. g. k. Manifestum est autem ex. 15. huius q. linea. a. f. est perpendicularis ad basim pyramidis. a. c. d. Ideoq. per. 19. vndecimi linea. a. b. est etiam perpendicularis ad basim pyramidis. a. g. k. ¶ Igitur altitudo. a. g. k. pira. midis est semidiameter sphere. Diuidatur itaq. octo cedron. e. quemad. modum proponit premis. erit itaq. vtraq. duarum pyramidum i. quas ipsum. e. diuiditur eque alta pyramidis. a. g. k. nam singularum altitudo est semidiameter sphere. Quia igitur omnes laterate pyramides eque al. te suis basibus sunt proportionales vt in. 6. duodecimi demonstratum est erit proportio pyramidis. a. g. k. ad vtraq. earum in quas diuiditur octo cedron. e. sicut basis eius ad bases earum. quare per. 24. quinti proportio pyramidis. a. g. k. ad totum octo cedron. e. est sicut sue basis quam constat esse equalem triangulo. q. r. s. ad bases ambarum pyramidum in quas diuiditur. e. pariter acceptas quas constat esse equales quadrato diame. tri sphere per premis. videlicet. p. Quoniam ergo proportio pirami. dis. a. c. d. ad pyramidem. a. g. k. est sicut trigoni vel tetragoni. l. n. ad tri. gonum. q. r. s. videlicet. 64. ad. 27. f. pyramidis. a. g. k. ad octo cedron. e. si. cut trigoni. q. r. s. ad quadratum. p. Erit per equam proportionalitatem proportio pyramidis. a. c. d. ad octo cedron. e. sicut tetragoni. l. n. ad quadratum. p. f. hoc erat demonstrandum.

Castigator.

a ¶ Cum. a. f. sit quadrupla ad. f. h. f. a. b. tripla ad eandem sequitur vt. 4. ad. 3. f. cetera.

b ¶ Et etiam. 27. ad. 8. f. 65. ad. 64. f. c. quia per. u. diffi. quinti quatuor quantitatum continue proportionalium prime ad quartam sicut prime ad secundam triplicata f. per secundam octavi quatuor numerorum mi. nimorum secundum suam proportionem semper duo extremi scilicet primus f. vltimus cum fuerint continue proportionales erunt de ne. cessitate cubi. Et ideo vnus ad alium semper proportio triplicata hoc est primi cubi. ad secundum numerum triplicata per dictam diffinitio. nem quinti. f. c. Et ideo quamuis ibi acceperit. 64. f. 27. qui sunt duo numeri cubi poterat accipere quoscunq. duos alios cubos indifferenter. cetera quoq. proseguendo vt dicitur. Idem eueniet f. c. vt per te experiri poteris. Sed in casu isto cum per euerfam proportionalita. tem fuit proportio lateris vnus ad latus sibi relatum alterius vt. 4. ad. 3. triplicata fuit necesse sumere. 64. cubum. 4. f. 27. cubum ternarii argu. endo vt dictum est per secundam octavi. sed fuit lateris ad latus. 3. ad. 1. triplicata per. 8. u. tunc accepisset cubum ternarii. 27. f. cubum binarii. 8. f. sic in ceteris f. c. erunt de. 4. f. 3. continue. 64. 48. 36. 27.

¶ Ex premis igitur manifestum est quod perpendicularis veniens a centro sphere pyramidem quatuor basium triangu. larum atq. equilateralum circumscribentis ad quamlibet basim ipsius pyramidis equalis est sexte parti diametri sphere.

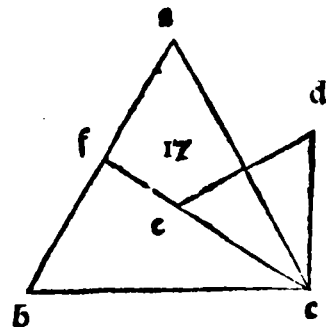
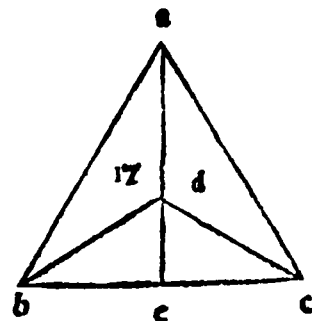
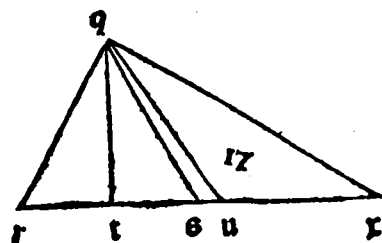
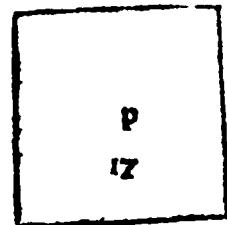
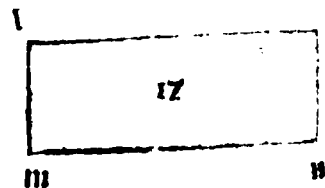
Cum enim circuli trianguli pyramidem ambictes sint similes & equales erunt quoque circuli ipsos circumscribentes equales. ideoque perpendiculares a centro sphere ad eosdem circulos in eorum centra erunt etiam equales. Perpendiculares autem cadentes ad circulos sunt perpendiculares ad bases pyramidis itaque perpendiculares ad bases sunt adinuicem equales. Linea autem $h.f.$ est perpendicularis ad basim pyramidis $a.c.d.$ quam $h.f.$ quia constat ex predictis esse sextam partem diametri $a.b.$ relinquitur ergo esse verum quod per correl. concluditur. ¶ Idem aliter demonstrare contingit si prius hoc antecedens fuerit stabilitione firmatum.

In omni triangulo equilatero linea descendens ab uno angulo eius orthogonaliter super basim tripla est ad perpendicularem quae a centro circuli trigonum ipsum circumscribentis ad quolibet latus eius protrahitur.

Sit enim triangulus $a.b.c.$ equilateralis sitque $d.$ centrum circuli ipsum circumscribentis a quo ducantur lineae ad singulos angulos quas nunc sumi esse equales cum sint a centro circuli ad circumferentiam. Sine enim tria puncta $a.b.c.$ in circumferentia circuli ipsum trigonum circumscribentis protrahatur autem $a.d.$ in continuum & directum quousque obuiet lateri $b.c.$ super punctum $e.$ constat igitur ex octaua primi quod angulus $a.d.e.$ est equalis angulo $a.d.c.$ ideoque ex 13. primi angulus $b.d.e.$ est equalis angulo $c.d.e.$ quare per quartam primi $b.e.$ est equalis $c.e.$ & anguli qui sunt ad $l.s.$ recti. Itaque $d.e.$ perpendicularis est ad $b.c.$ veniens a centro circuli circumscribentis trigonum $a.b.c.$ & $a.e.$ perpendicularis est etiam ad $b.c.$ veniens ab uno angulorum predicti trigoni. Dico ergo quod $a.e.$ tripla est ad $a.d.$ Constat enim quod tetragonus qui fit ex $d.e.$ in $e.b.$ equalis est trigono $b.d.c.$ tetragonus quoque qui fit ex $a.e.$ in $e.b.$ equalis est trigono $a.b.c.$ At quia trigonus $a.b.c.$ triplus est ad trigonum $b.d.c.$ erit tetragonus qui fit ex $a.e.$ in $e.b.$ triplus ad eum qui fit ex $d.e.$ in $e.b.$ Cui igitur ex prima facti sit proportio tetragoni $a.e.$ in $e.b.$ ad tetragonum ex $d.e.$ in $e.b.$ sicut $a.e.$ ad $d.e.$ erit $a.e.$ tripla ad $d.e.$ quemadmodum proponitur.

Necesse est ergo ut perpendicularis cadens ab aliquo angulo altius trigoni equilateri super latus oppositum transeat per centrum circuli trigonum ipsum circumscribentis.

Nunc itaque quod promissimus absoluius ad hoc autem imaginemur pyramidem quatuor basium triangularium atque equilateralium cuius una ex quatuor basibus eius sit trigonus $a.b.c.$ circumscripam esse a sphaera cuius centrum $d.$ & protrahatur linea $d.e.$ perpendicularis ad superficiem trianguli $a.b.c.$ quam constat cadere in centrum circuli dictum trigonum circumscribentis. Dico igitur lineam $d.e.$ esse sextam partem diametri sphere propositam pyramidem circumscribetis. Producam enim lineam $d.c.$ & lineam $c.f.$ perpendicularem ad lineam $a.b.$ quam $c.f.$ proximo correlatio constat transire per punctum $e.$ & ex promisso antecedente triplam esse ad $d.e.$ Constat autem ex quarta secundi quod secundum quadratum diametri sphere cuius centrum $d.$ est 36. est quadratum semidiametri $d.c.$ ex correl. autem 13. tredecimi est quadratum $b.c.$ 24. Et per 11. huius quadratum $c.f.$ 18. & per premissum antecedens quadratum $c.e.$ 8. Quia igitur ex penult. primi quadratum $d.c.$ est equale quadratis duarum linearum $d.e.$ & $c.e.$ est autem quadratum $d.c.$ 36. & quadratum $c.e.$ 8. prout quadratum diametri sphere est 36. relinquitur quadratum $d.e.$ prout quadratum diametri sphere est 36. Itaque linea $d.e.$ est unum prout diameter sphere est 6. quod oportebat probare. ¶ Eodem demonstrationis genere demonstrabitur nobis quod semidiameter sphere circumscribentis corpus $s.$ basium triangularium atque equilateralium tripla est in potentia ad perpendicularem a centro sphere circumscribentis ipsum ad quamlibet suarum basium descendentem. ¶ Constat quidem quemadmodum dictum est prius quod cum omnes bases huius corporis



sint equales & similes erunt circuli ipsas circumscribentes equales ideoque
perpendiculares a centro sphere in ipsorum circulorum centra cadentes
erunt adinvicem equales. Cuius perpendiculares ad circulos basium sunt
quoque perpendiculares ad bases sequitur ut perpendiculares a centro sphere
ad singulas bases adinvicem sint equales. Si ergo quod dicimus de per
pendiculari ad unam suarum basium probetur relinquetur verum esse
quod proponitur. ¶ Sit itaque ut prius triangulus .a. b. c. una ex basibus
octocedri circumscripti a sphere cuius centrum .d. & cetera quoque fiant ut
prius. ¶ Cum igitur ex cor. rel. 15. tredecimi diameter sphere sit potentia
liter dupla ad latus octocedri. sequitur ut latus octocedri sit potentialiter
duplum ad semidiametrum sphere. ideoque cum quadratum linee .b. c. est
12. erit quadratum linee .d. c. que est semidiameter sphere. 6. ex .u. autem
huius cum quadratum .b. c. est .12. quadratum .c. f. est .9. Ex premissis ante
cedente quadratum .c. e. est .4. itaque cum quadratum .d. c. que est semidia
meter sphere est .6. quadratum .c. e. est .4. & quia ex penultima primi qua
dratum .d. c. est equale quadratis duarum linearum .c. e. & .e. d. sequitur ut
quadratum .e. d. sit duo prout quadratum .d. e. est .6. constat ergo quod
diximus.

Propositio .18.



Quadratum quadrati quod ex diametro sphere cu
bum circumscribentis describitur equum est om
nibus superficiebus ipsius cubi pariter acceptis
perpendicularis quoque que a centro sphere ad
qualibet ex superficiebus cubi producitur medietate
latris cubi eiusdem equalis esse ex necessitate.

conuincitur.

¶ Manifestum est enim ex correlatio. 14. tredecimi quod diameter spe
re cubum includentis tripla est in potentia ad latus cubi cum igitur qua
dratum diametri sphere triplum sit ad quadratum lateris cubi & ita tri
plum duplum quadrati diametri sphere equum sit sexcuplo quadrati la
teris cubi. Sunt autem omnes superficies cubi ex quadrata que ex latere
cubi in se producuntur. itaque duplum quadrati diametri sphere equum est
omnibus superficiebus cubi. Constat igitur prima pars secundam autem partem
ex .18. & .19. & .40. undecimi libri facile probabis.

¶ Ex his ergo evenire necesse est ut ex medietate lateris cubi
bille quadrati producti ex diametro sphere ipsum cubum au
bientis cubi soliditas producat.

Explicit liber decimus quartus.

Quintus decimus. Et ultimus Euclidis liber de quinque re
gularium corporum alterius in altero reciproca formatione
& de eisdem difficillime figurationis omissione secundum
optimam Campani translationem. Magistro Luca paciolo
de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minorum Castiga
toze excellentissimo. Incipit quam feliciter.

Incipit Liber. xv. Propositio prima:



Quia propositum cubum corpus habens quatuor bases triangulares equalium laterum designare.

¶ Sit cubus cuius basis est quadratum a. b. c. d. superius vero eius superficies quadratum e. f. g. h. ipsum autem hac arte fabricare contineat quadrato basis semiquamlibet lineam ex 46. primi descripto super singulos angulos eius ex 11. vndecimi cathetus secundum mensuram lateris ipsius quadrati erigatur quor ex 6. vnderimi constat esse equidistantes.

¶ Quinq; ergo eorum bini & bini constructo eis imposito equidistat lateri quadrati continetur.

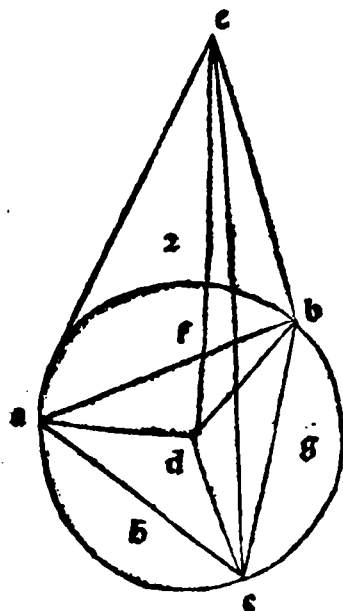
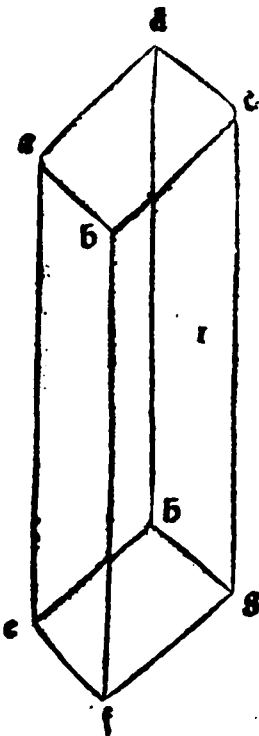
¶ Constat igitur esse compositum cubum nam quatuor eius laterales superficies sunt quadrata ex 33. primi & ex 34. eiusdem definitione quadrata. De supremâ autem superficie manifestum est quod ipsa est quadrata ex 10. immo 14. vndecimi & hac communi scia que equalibus sunt equalia: sibi quoque sunt equalia: & ex definitione quadrati. Si itaque cubo libeat corpus quatuor basium triangularium & equilateralum inscriberetur in basi & in eius superficie suprema protrahatur due diametri quarum una continet duas extremitates infimas duorum cathetorum & alia continet supremas aliorum duorum quas animo intelliges. s. a. c. & b. f. Dehinc a duobus punctis b. & f. terminantibus diametrum superficiei supreme demitte hypothem saliter binas & binas diametros que quatuor laterales superficies diuidant quas imaginaberis esse ab. h. quidem a. h. & b. c. At vero ab. f. s. a. & f. c. Has autem diametros in hac plana figura protrahere contempsit ne multitudine linearum confunderet intellectum. Si igitur figuram hanc ut oportet actu vel animo compleueris videbis ex sex diagonalibus lineis sex superficies ipsius cubi diuidentibus pyramidem quatuor basium triangularium esse perfectam quam cubo proposito ex definitione constat esse inscriptam. Huius autem pyramidis bases equilateras esse constat eo quod ex quarta primi omnes iste sex diagonales sunt ad admuticam equales.

Propositio 2.



Propositum corpus habens quatuor bases triangulares atque equilateras corpus octo basium triangularium equalium laterum distinguere.

¶ Si intra pyramidem quatuor basium triangularium & equilateralum octoedron libeat inscribere prius conuenit pyramidem ipsam fabricare que ratione certa hoc modo componitur. Statuatur scilicet circuli libet lineae quantitate trigonis equilateri qui sit a. b. c. cui circumscribatur circulus supra centrum d. Et exeat d. e. perpendicularis ad superficiem ipsius trigoni ex 11. vndecimi que ponatur dupla esse in potentia ad semidiametrum circuli circumscribentis trigonum a. b. c. Et a puncto e. cadant tres hypothem super tria puncta a. b. c. Efficitur completa pyramis quatuor basium triangularium & equilateralum. Protrahantur enim d. a. d. b. d. c. Cum igitur anguli quor continet linea e. d. cum singulis lineis d. a. d. b. d. c. sint recti ex definitione perpendicularis ad superficiem. cumque quadratum linea e. d. sit ex hypothese duplum ad quadratum semidiametri circuli a. b. c. erit ex penultima primi quadratum vnius cuiusque trium hypothemisarum linearum a. e. b. e. c. triplum ad quadratum semidiametri circuli a. b. c. sed ex octava tredecimi quadratum quoque cuiusque trium laterum trianguli a. b. c. triplum est ad quadratum semidiametri eiusdem circuli. Igitur oia latera facies pyramidis



sunt adiuvem equalia. Quare ipsa est quadrilaterum basium. Cum itaq; sibi octocedron includere voluerimus dividemus unum quodq; sex laterum eius in duo media & equalia & continuabimus medium primum cum iung; lateris cum mediis punctis cunctorum reliquorum laterum cum quibus ipsum continet & angulum superficiale. Verbi gratia dividam latera basis in punctis. f. g. h. & hypothemisas cadentes ab. e. in punctis. k. l. m. & continuabo punctum. f. cum puncto. g. & cum. h. & cum. k. & cu. l. punctum. m. cu. eisdem. g. h. k. l. & g. cu. h. & cu. l. & k. cu. eisdem. h. & l. Ecce itaq; perfectum est corpus octo basium triangularium his duodecim lineis media puncta laterum fabricate pyramidis iungentibus contentum. Has autem octo bases ex quarta primi quotiens oportet repetita equilateras esse manifestum est ipsum quoq; corpus statim pyramidi ex diffinitione inscriptum quemadmodum iussi eramus efficere.

Castigator.

Ad inveniendam lineam in potentia duplicem alteri modum habuisse in ultima secundi quando didicisti cuiuslibet figure rectis lineis contenta latera tetragonum invenire. Ad hoc ergo faciendum sufficit formare triangulum orthogonium cuius duo latera rectum angulum continentia sint equalia illi linee cui in potentia quæsit aliam duplicem & tertium lateris erit linea quæsit hoc est diametrum quadrati illius. Et si triplam in potentia & quadruplam &c. iungendo semper inventas orthogonally formato trigono semper tertium lateris erit linea quæsit per penultimam primi.

Propositio.



Cubum assignatum figuram octo basium triangularium equalium laterum constituere cubo intendimus inscribere octocedron.

Qualiter autem cubum componere oporteat in prius huius sufficienter dictum est. Igitur fabricato cubo pyramis quatuor basium triangularium & equalium laterum in eo ex prima huius designetur. Ac in ipsa pyramide expressa octocedron distinguatur. Quo facto simul etiam factum erit quod voluimus. Constat enim ex rationatione primæ latera cuncta ipsius inscripte pyramidis esse diagonos basium cubi. Et ex rationatione premissæ liquet cunctos angulos octocedri in hac pyramide distincti esse in lateribus ipsius pyramidis. Quare manifestum est omnia angularia puncta huius octocedri esse in basibus assignati cubi. Igitur ex diffinitione habemus propositum. A littera idem centrum assignati basium cubi quæ admodum in nona quarti sic repertis a centro supreme superficiæ eius ad centra quatuor laterum superficiem quatuor hypothemisas demittito. Et a centro inscribæ & ad eandem laterum superficiem centra quatuor aliarum hypothemisas eleva. Centra quoq; quatuor laterum quatuor rectis lineis continuata videlicet & centra eorum tantum quæ finem fecerit continuas. Verbi gratia. iungas centra anteriora cu centro dextre & cu centro sinistro centro quoq; iunges cunctis idem hoc est cu centro dextre & cu centro sinistro. Habes itaq; corpus octo basium triangularium. bis. n. lineis quæ centra superficiæ cubi complectuntur. Si igitur has bases equilateras esse probare volueris ta centra basium cubi ad cuncta ipsius latera perpendiculares protulisti quas necessarium est omnia latera ipsius cubi per equalia dividere ex secunda parte tertiæ. tertium quod planum est. si unicuique basium cubi circulum circumscriptis atq; idem binas & binas super idem punctum in lateribus basium cubi consuevit concurrere ex secunda parte. tertii patet adiuvem esse equalis & equidistantes lateribus cubi ex secunda parte primi idem. Et singulares equales dimidiolateris cubi. Igitur ex. x. v. idem manifestum est binas & binas earum super idem lateris cubi in initio eius puncto concurrentes rectum angulum continere iteo q; omnes superficies cubi sunt quadratæ. Quare igitur illud. b.

nee centra superficiem cubi continuantes & anguli quos hee linee super media puncta laterum cubi concurrentes bine & bine continent sub-
tenduntur ipse erunt ex quarta primi vel etiam si maius ex penultima pri-
mi adinuicem equales. Ergo est in proposito cubo designatum corpus
octo basium triangularium & equilateralum. quod oportebat facere &c.

Propositio 4.



Citra datum corpus octo basium triangularium atq; equilateralum cubum figurare.

Non dubites quin corpus octo basium triangularium atq; equilaterum certo dogmate fabricabis hoc modo.

Qualibet recta linea super aliquod planum sursum orthogonally erecta eam per equalia diuide & a puncto eius medio duas lineas hinc inde perpendicularares extrabe que componat lineam vnam. Eruntq; hee due linee seinuicem secantes videlicet prima que super positum planum est orthogonally erecta & alia que ipsam super eius medium punctum orthogonally secat in eadem superficie sitq; per primam partem secunde vndecimi. ¶ Ad superficiem igitur in qua ipse site sunt super comunem punctum sectionis earum quemadmodum n. docet vndecimi perpendicularem erige quam facias eandem superficiem in vtraq; partem penetrare. Et pone cunctas sex portiones harum trium linearum a puncto in quo seinuicem secant equales. Sic enim quelibet quamlibet per equalia & orthogonally diuidet. Ita q; cum sint tres queq; due earum salustifere crucis venerandum signum ad angulos rectos continebant a supremo igitur erecte linee super positum planum puncto quatuor ypothemisas ad extremitates duarum linearum ipsam secantium demitte. Deinde ab infimo eiusdem erecte puncto quatuor alias ypothemisas ad easdem duarum secantium linearum extremitates eleua.

Postremo quoq; harum ypothemisarum extremitates quatuor rectis lineis quadratum continentibus continua. ¶ Erunt enim hee duodecim linee videlicet quatuor ypothemise a supremo puncto erecte perpendicularis descendentes quatuor que postreme ab eius infimo puncto sursum eleuate & relique quatuor linee harum ypothemisarum extremitates continuantes ex penultimi siue iunctionis puncto pluries repetita adinuicem equales. Quare constat corpus ab eisdem terminatum octo basibus triangularibus equilaterisq; contineri. ¶ Si igitur huic corpori cubum inscribere delectat centra octo triangulorum ipsum ambientium inuenire ex quinque quarti labora eaq; reperta. n. lineis rectis hac lege continua vt centrum cuiusq; horum triangulorum cum centro cuiusq; triu ad ipsius latera terminatorum per rectam lineam copuletur. Non est autem huius rei idoneum figuram in plano depingere. ideoq; restat vt quod dicimus mente concipias ipsumq; si placet actu & opere concipias videbis enim. n. lineas horum triangulorum centra posita lege continuantes cubum continere quem restat vt equilateralis rectangulisq; superficiebus demonstrare esse conclusum. Non enim erit cubus nisi omnes eius superficies sint quadratae. Ducito ergo a quolibet angulo trigonorum superficiebus octocedri perpendicularem ad latus illi angulo oppositum. ¶ Has autem perpendiculares ex. n. 14. libri constat esse adinuicem equales & diuidere latera quibus perpendiculariter insistant per equalia. Ideoq; binas & binas super idem punctum lateris cui superstant concurre; easdeq; constat ex his que insuper quaterdecimi demonstrata sunt transire per centra triangulorum. Ideoq; per extremitates laterum inclusi corporis transire ac earum portiones que intra centra trigonorum & latera ipsorum que intercipiuntur ex his etiam que in eadem demonstrata sunt constat esse equales. Angulos quoq; ab his perpendicularibus binis & binis coeuntibus contentos ex. 8. primi patet esse equales. ¶ Et quia hee perpendiculares siueq; portiones inter centra & latera intercepte eosdem angulos ambiunt; erunt quoq;

anguli quos linee a centrīs trigonorum ad latera perpendiculariter cadētes bīne & bīne continent ad inuicem equales. Cumq; latera illius corporis de quo disputamus hos angulos subtendant sequitur ex quarta primi frequenter sumpta corpus inclusum esse equilaterum atq; quoq; rectangulum. Protrahantur enim diagoni in singulis superficiebus. ¶ Hos diagonos ex quarta primi omnes ad inuicem equales esse conuincēs mediātib; angulis a duobus perpendicularibus per ipsarum diagonorum extremitates transactis contentis si prius hos angulos ex .8. primi equales sibi inuicem esse probaueris. Cum igitur diametri tetragonarum basium corporis huius sint ad inuicem equales & latera quoq; eandem basium equalia esse necesse est ex .8. primi multoties repetita ipsas tetragonas bases ēē equiangulas. Atq; ex .31. primi omnes anguli cuiusq; earum sint equales quatuor rectis. Sequitur eas ēē rectangulas. Itaq; ex diffinitione quadrati ipse sunt quadrare. Igitur inscriptum corpus manifestum esse cubum sicut intendimus.

Castigator.

¶ Nota de cubo tacitam descriptionem videlicet qd est corpus habens 6 superficies quadratas .12. latera equalia octoq; angulos solidos .24. angulis superficialibus contentos sc.

Propositio .5.



In pyramidem quatuor basium triangularium atq; equilateralum assignato corpori octo basium triangularium quoq; atq; equilateralium inscribere.

¶ Assignato corpori octo basium inscribere secundum precepta premisse cubum cuboq; inscripto inscribere. ut docet prima huius pyramidem qualis proponitur cum igitur huius pyramidis anguli sint etiam anguli cubi quemadmodum ex demonstratione prime manifestum est. cuncti autem anguli cubi sint ex premissa in superficiebus assignati octo cedris erant quoq; cuncti anguli pyramidis huius in superficiebus corporis octo basium cui eam inuenimus inscribere quare ex diffinitione manifestum est nos fecisse quod queritur.

Propositio .6.



Altra datum corpus viginti basium & equalium laterum corpus duodecim basium pentagonalium & equalium laterum atq; equalium angulorum figuratim componere.

¶ Corpus .20. basium non docemus hic fabricare quonia ex .16. tredecimi qua euenit arte hoc fieri satis euidens ē. Eo igitur ut ibi docetur composito. si sibi corpus .12. basium pentagonalium atq; equilateralium includere delectat hac via procedendum est. ¶ Manifestum enim est .20. triangulos .60. superficiales angulos habere. ¶ quia ad constitutionem vniuscuiusq; solidi anguli corporis yccedri quinque superficiales conueniunt sicut ex demonstratione .16. tredecimi colligitur. constat illud corpus duodecim solidis angulis compleri. Innotet igitur ut in ante premissa centrīs cunctorum triangulorum totum yccedron terminantium ea .30. rectis lineis continua ita qd cuiusq; eorum centrīs omnium circūiacentium cum quibus communicat in latere per rectas lineas iungat. Cum ergo hoc feceris videbis ex illis .30. lineis duodecim pentagonos constitui .12. angulis solidis dati yccedris oppositos. ¶ Hos itaq; pentagonos quemadmodum in ante premissa fecisti de basibus cubi equilateros esse probabis. ¶ Necesse est enim ut quorūlibet triangulorum duorum idem latera habentium centra eodem spatio distent. Restat ergo ut eos etiam equiangulos esse filogices. ¶ Manifestum est autem ex ratiocinatione .16. tredecimi datum corpus viginti basium ab eadem sphaera cuius diameter est tanq; diameter huius corporis videlicet lineam que duos eius angulos oppositos continuat esse circūscriptibile.

¶ Si igitur hoc diameter per medium fecetur punctus sectionis erit centy sphere ipsum circūscribens. Ab eo, itaq; ad superficies cūctorum pentagonorum perpendiculares ex. u. vndecimi ducito. Et a puncto in quo singulis pentagonis obuiuerint ad singulos eorum angulos rectas lineas dirigit. Deinde cētrum sphere cum singulis angulis ipsorum pentagonorum continuator. Age ergo eos proba esse equiangulos hoc modo. ¶ Cum enim omnes circuli circumscribentes trigonos ycocedri sint equales erunt omnes perpendiculares a centro sphere ad ipsos venientes & in eorum centra cadentes equales. Omnes ergo linee a cētro sphere ad angulos cuiuslibet pentagoni venientes sint equales. Nam anguli pentagonorum sunt centra circulorum trigonos ipse ycocedri circūscribentium ex hypothesi. Igitur ex penultima primi eodem argumentationis genere quo superius in. 14. silogizamus sectorem prouenientem in superficie sphere cum aliqua plana superficies spheram secat nō super centrum eius esse circumferentiam continentem circulum. ¶ Necesse est quinq; lineas venientes a concursu perpendiculariter ducte a centro sphere ad superficies omnium pentagonorum ad quinq; angulos cuiusq; pentagoni esse adinuicem equales. Itaq; omnibus his duodecim pentagonis est circulus circūscriptibilis cum igitur ipsi sint equilateri conuincitur eos esse etiā equiangulos quod oportebat ostendere.

Propositio. 7.



¶ Atrā datum corpus duodecim basium pentagonarum equilaterarum atq; equiangularum corpus viginti basium triangularium atq; equilaterarum fabricare.

¶ Qualiter corpus duodecim basium pentagonarum equilaterarum atq; equiangularum componere oporteat ex. 17. tredecimi require. Sed qualiter corpus viginti basium triangulariū & equilaterarum sibi conueniat inscribi hic addisce. Suorum pentagonorum centris vt in. 14. quarti sit repertis ea adinuicem. 30. lineis hac lege continua vt vniuscuiusq; pentagoni centrum, centro cuiusq; pentagoni secum in latere communicantis iungatur. Ita videlicet q; vniuscuiusq; pentagoni centrum centris quinq; pentagonorum terminantium, vel circūiacentium continuetur. Cum igitur hoc feceris obuiet tibi viginti trianguli ab his. 30. lineis centra pentagonorum continuantibus contenti. Eruntq; hi viginti trianguli viginti solidis angulis ipsius duodecedri oppositi amplectentes corpus viginti basium triangularium quas equilateras esse demonstrabimus & erunt. 12. solidi anguli huius corporis. 20. basium in cētris, 12. pentagonorum corpus dati duodecedri terminantiū. ¶ Hos itaq; 10. triāgulos eqlateros et sic pba. A cētris pentagonoy ducito perpendiculares ad latera eruntq; omnes perpendiculares equales binas ergo & binas probabis ex octaua primi equos angulos continere. Et q; linee continuantes centra pentagonorum his angulis a binis & binis per perpendicularibus contentis subtendantur cum omnes perpendiculares sint equales erunt ex quarta primi omnes linee cōtinuantes centra pentagonorum equales quod est propositum. ¶ Perpendiculares autem binas & binas equales continere & omnes eas adinuicem esse equales sic collige. ¶ Ex quinta primi & 16. eiusdem constat singulas earum diuideri latera pentagonorum super que cadunt per equalitateasq; esse adinuicem equales ductis lineis a cētris pentagonorum ad singulos angulos eorum; quare bine & bine super idem latus cadentes in eodem ipsius lateris puncto coibunt eo q; vtraq; diuidit illud latus duobus pentagonis a quorum centris veniunt commune per equalia. ¶ Has igitur perpendiculares binas & binas vsq; ad angulos qbus cōmune latus in quo coeunt

oppositum per centra pentagonorum producto & eisdem angulis duas lineas subtendito quas ex demonstratione .12. tredecimi manifestum est esse tanq̃ latus cubi ab eadem sphaera cum proposito duodecedro circumscriptibili. ideoq; patet eas esse equales eo q̃ omnia latera cubi sint equalia. easdeq; liquet ex nona vndecimi esse equidistantes propter hoc q̃ ambe equidistant communi lateri in quo bine & bine perpendiculares conueniunt. ¶ At vero ipsas easdem constat ex his perpendiculis per equalia diuidi. itaq; per .33. primi cuncte linee continuanter puncta in quibus bine & bine perpendiculares super has lineas quas tanq̃ cubi latera fore diximus concurrunt sunt adinuicem equales. ¶ Nam omnes sunt tanq̃ latus cubi. Igitur ex octaua primi anguli contenti a binis & binis perpendiculis sunt equales quare per quartam eiusdem linee quodq; continuantes centra pentagonorum sunt sibi inuicem equales. Inscripto ergo est proposito duodecedro corpus viginis basium triangularium & equalium laterum sicut iussi eramus.

Propositio .8.



Duodecim basium pentagonorum atq; equilateralum proposito intra ipsum cubum distinguere.

¶ Cum duodecedron super cubi latera fabricetur vt constat ex .12. tredecimi minimum eo fabricato sibi conuenit cubum inscribi. ¶ Nam cum duodecim sint pentagoni si vnus cuiusq; eorum vni angulo p̃ut cubi figuram videtis exgere chordam vnā subtenderis ex eis duodecim chordis sex equilateras rectangulasq; superficies cubi & corpus amplectentes perficies. ¶ Equilateras quidem eas esse constat ex quarta primi. Rectangulas autem eodem argumentationis genere quod id sexta huius bases duodecedri dato yoccedro inscripti demonstrauimus esse equiangulas. Constat quidem ex decima septima tredecimi propositum duodecedron sphaere esse inscriptibile. Ergo a centro illius sphaere ad omnes has quadrilateras superficies perpendiculares vt docet vndecima vndecimi proutat. Et a puncto concurfus ad singulos angulos illarum quadrilaterarum superficierum rectas lineas dirige. ¶ A eisdem angulos quadrilaterarum superficierum cum centro sphaere iunge. Erantq; hae lineae centrum sphaere cum angulis quadrilaterarum superficierum continuantes semidiametri sphaere de quibus quadratis quia dempto quadrato perpendicularis remanent ex penultima primi quadrata linearum continuantium punctum concursus perpendicularium cum angulis quadrilaterarum superficierum. ¶ Necessesse est omnibus his quadrilateris superficiibus circulos esse circumscriptibiles ideoq; necesse est eas esse equiangulas cum sint equilaterae. ¶ Et quia ex .31. primi anguli cuiusq; eorum pariter accepti sunt equales quatuor rectis angulis. sequitur eas esse rectangulas. Nihil ergo deest inscripto corpori de ratione cubi.

Castigatio.

¶ Quoniam ex vnaquaq; corda & duobus lateribus pentagoni constituitur triangulus duum equalium laterum habens vnum angulum pentagoni. Et ideo bini & bini accepti per .4. primi arguntur cordae ille equales vndiq; & cum cedet sint latera cubi tali duodecedro inscripti ex .12. 13. sequitur sex superficies cubum complectentes esse quadratas atq; equilateras prout cubus exigit quemadmodum dictum est supra in isto 4. huius & cetera.

Propositio .9.

Propositio .9.



Item duodecedro sibi demum octocedron includere. **C**omposito duodecedro ut in .xv. tertii decimi sex latera sua superficies ea videlicet que cathetos super sex lineas opposita latera superficies cubi per equalia secantes erectis tanquam eorum coram se iungunt per equalia diuide: eaque bina et bina adinuicem composita continua per tres lineas quae se invicem super medium punctum diametri cubi ex .40. vndecimi per equalia secabunt. Enimque ut quoque due earum trium se invicem quoque ad angulos rectos diuidat. **P** Si igitur harum trium linearum extremitates per .12. lineas rectas continuaveris perveniet tibi corpus octo basium triangularium et equilaterarum ex quarta primi vel si manus ex penultima primi: quod oportebat ostendere.

Propositio .10.



Atra assignatum duodecedron pyramidem quatuor basium triangularium atque equilaterarum adhuc restat distinguere.

Assignato duodecedro inscribe cubum ex octava huius cuboque pyramidem ex prima. Cum igitur anguli pyramidis sint in angulis cubi ut patet ex rationatione primi. Et anguli cubi in angulis duodecedri ex rationatione octave erunt quoque anguli pyramidis in angulis duodecedri. Itaque constat quod volumus.

Propositio .11.



Proposito ycocedro in eo cubum figurare.

Ycocedro inscribi duodecedron ex sexta. Ac duodecedro cubum ex octava. Constat autem ex demonstratione sexte quod omnes anguli duodecedri cadunt super centrum basium ycocedri. Et anguli cubi sunt in angulis duodecedri. **P** Itaque anguli cubi sunt in centris basium ycocedri habemus ergo propositum.

Propositio .12.



Duodecedron datum pyramidem quatuor basium triangularium atque equilaterarum sibi postulat inscribi.

Si in dato ycocedro ex premissa cubum inscripseris cuboque ex prima pyramidem includeris quin postulationi ycocedri satisfeceris hesitandum non erit. **P** Scire autem oportet quod cum sunt quinque regularia corpora de quorum mutua ab invicem inscriptione in hoc .15. libro determinatur si unumquodque eorum cuilibet ceterorum esset inscribibile .10. eorumdem inscriptiones acciderent. **P** Quippe cuilibet eorum quinque essent cetera quatuor inscribibilia. Ideoque quater quinque inscriptiones quod est .20. necessario pervenirent. At vero pyramidi solum octocedron conveniens est inscribi. **P** Non enim sunt in pyramide bases aut anguli aut latera in quibus anguli cubi aut ycocedri aut etiam duodecedri possint extrema ipsius pyramidis contingere. **P** Cubum quoque solius pyramidis et octocedri ut octocedron solius pyramidis et cubi receptio sunt apta. Qualiter enim in eorum alterutro .2. angulos ycocedri. **P** Aut .20. angulos duodecedri. ita ut singuli in eorum singulis cadant collocabis. Ycocedron autem cum cetera convenienti ambitione possit complecti solius octocedri nequit esse receptaculum. Nam octocedri sex anguli semidiametrali se invicem bini et bini oppositione respiciunt lineaeque eos continuantes sese per equalia orthogonaliter dividunt. **P** Itaque illud gloriosum signum ad cuius intuitum constemantur demones sub rectis angulis triplicatum reddant. **P** Hos itaque triangulos neque bases neque anguli neque latera ycocedri possunt sub suo situ recipere. Neque enim in eo recipies sex bases aut sex angulos aut sex latera hac diametrali orthogonalique oppositione se continuantes. Duodecedron autem nulli ceterorum sue ambitionis denegavit hospicium immo cunctorum receptor existit. Unde non in convenienter duodecedri figura antiqui Platonis discipuli vel ascripsere

eclo quemadmodum pyramidis formam igni eo q̄ sursum si b pyramidali figura euolet. ac octocedri aeri. ¶ Quippe sicut aer ignem motus paruitate sequitur sic octocedri forma pyramidis formam ad motū habilitate comittat. ¶ Viginti vero basium figuram aque distauerunt. nā cum ipsa basium pluralitate plus ceteris circuletur in speram fluentis rei motui magis q̄ scandentis cōuenire visa est. ¶ Cubon vere figuram qdā dedere terre. Quid. n. in figuris maiori ad motum violentia indiget quā thessera. ¶ At in elementis quid fixius constantiusq̄ reperitur terra. Si igitur ex .20. inscriptionibus .3. quas pyramis non subfinet binasq̄ a quibus naturam cubi & octocedri aliena est. ¶ Rursusq̄ vnam cui repugnāt octocedri figura reieceris erunt relique tantum .12. inscriptiones. Pyramidis quidem sola. Cubi vero octocedriq̄ bine. Ycocedri autem tres. Duodecedri autem quatuor. De quibus omnibus vt arbitror sufficienter alias disputatum est.

Propositio .13.



Pabricato quouis quinq̄ regularium corporum si bi spheram inscribere.

¶ Ex tertio decimo libro itaq̄ manifestum est vnūq̄q̄ qnq̄ horum corporum esse sphere inscriptibile. Nūc itaq̄ constabit viceversa spheram vniciq̄ ipsorum esse inscriptibilem. A circumscribentis enim sphere cētro ad bases vniuersas cuiuslibet eorum perpendiculares exeant quas intra centra circulorum bases ipsas circumscribentium cadere necesse est. cūq̄ omnes circulo eas circumscribentes sint equales eruntq̄ hec perpendiculares equales. Itaq̄ si secundum quantitatem vnus earum circulum super centrum circumscribentis sphere descriperis eiusq̄ semicirculum quouisq̄ ad locū vnde moueri ceperit redeat circumduxeris. Quia ipsum per extremitates cunctasq̄ ppendicularium necesse est trāsire cōuincēs ex correlario. 15. tertii speram istius semicirculi motu descriptam vniuersas bases assignati corporis in concursibus perpendicularium cōtingere. Non enim plus potest sphaera de basibus corporis contingere quam circumductus semicirculus dum mouebatur contingit. Quare assignato corpori constat nos spheram quemadmodum propositum erat inscripsisse.

LAVS DEO. FINIS.

¶ Euclidis megarensis philosophi perspicacissimi elementorum opus de duabus quantitibus discreta scilicet & continua. ac earūdem proportionibus & proportionalitatibus ex optima Campani interpretatione. Magistro Luca paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minorum sacre theologie p̄fessore. Matematiceq̄ discipline cultore strenuissimo die noctuq̄ chalcographis aistente possillis suis oportunitis plerisq̄ in locis additis manu propria accuratissime castigatum finit.

¶ Venetiis impressum per probum Virum Paganinum de Paganinis de Brixia decreto tamen publico vt nullus ibidem totiū dominio annorum .xv. curriculo imprimat aut imprimere faciat. & talibi impressum sub quouis colore in publicū ducat sub penis in dicto priuilegio cōtētis Anno redemptionis nostre .M.D.VIIII. Klen. xi. Iunii. Leonardo Lauretano Vc. Re. Pu. Gubernante. Pontificatus Iulii. II. Anno. VI.