Notes du mont Royal
www.notesdumontroyal.com

Cette œuvre est hébergée sur « *Notes du mont Royal* » dans le cadre d'un exposé gratuit sur la littérature.

SOURCE DES IMAGES
Google Livres

Euclidis

megarensis philo
sophi acutissimi mathematicorumq; omni
um sine controuersia principis opa a Cam
pano interprete fidissimo tralata Que cum
antea librariorum detestanda culpa mēdis
fedissimis adeo deformia eēnt: vt vix Eu-
clidem ipsum agnosceremus. Lucas pacio
lus theologus insignis: altissima Mathe-
maticaꝝ disciplinarum scientia rarissimus
iudicio castigatissimo detersit: emendauit.
Figuras cētum ⁊ vndetriginta que in alijs
codicibus inuerse ⁊ deformate erant: ad re
ctam symmetriam concinauit: ⁊ multas ne
cessarias addidit. Eundē quoq; plurimis
locis intellectu difficilem cōmentario
lis sane luculentis ⁊ eruditiss. ape
ruit: enarrauit: illustrauit Adhec
vt elimatior exiret Scipio ve
gius mediol. vir vtraq;
lingua: arte medica: subli
mioribusq; studijs
clarissimus diligē
tiam: ⁊ censurā
suā prestitit.

A. Paganius Paganinus Characteri-
bus elegantissimis accuratissi-
me imprimebat.

[redacted]

¶ Reuerendissimo Domino suo in omnibus precipuo. D. Francisco de soderinis. Tituli sanctæ susanne presbitero Cardinali Voleterrano. Frater Lucas paciolus de burgo Sancti Sepulchri ex minoritana familia perpetuam. F. D.

Vm mecũ ipse patris, tui viri clarissimi: cum fratris florẽtini populi principis Illustrissimi Petri Soderini: cum tuorum omnium quibus ipse debere plurimum velim. Cum tua deniq; beneficia mecum repeto: repeto aũt frequentissime: vel quod huiusmodi ꝑ se recordatio viro probo iucundissima esse solet: vel quod intenui fortuna nihil est reliquum aliud: Tantum metuis: Tantum fratri clarissimo principi: Tãtum tibi debere sentio: vt oratione consequi non possim: aio vix capiã. Neq;.n. solum vestræ erga me familiæ beneficia hmõi sunt quæ vel vno loco vel tpe constent: sed ea quæ cum per se oium maxima sint: Cuncta fere testet Italia: vt quocunq; me recipiam: vestigia nõ leuiter impressa videam vestroꝝ erga nos meritoꝝ. Siue.n. Romæ: Siue Mediolãi: Siue florentiæ in qua ciuitate cũ vestra semp honestissima familia floruerit. Nũc tandem frater oĩ laude maior primus nr̃a tempestate ꝑpetuus princeps ẽ dictus: tot ꝗ tanta occurrũt vt obruat sæpe memoriam multitudo: quã tñ cõtra magnitudo beneficioꝝ labẽtem reuocet. Quo pacto.n. (vt omittã ingentia alia) vestri possum obliuisci: q effecistis restituta ab inferis vita: studio: cura: ope deniq; vestra quos aduersa valitudine pene adierãt vt cõiuncta sit rõ vitæ nostræ ꝗ vestræ bñficẽtie: sed ꝗ fratrum meoꝝ duum: Iuniperi. S. ꝗ Ambrosii: sacræ theologiæ ꝓfessoꝝ recordatio: quos ob excellentem eoꝝ virtutem ꝗ libentissime repeto: ꝗ ob religionis coniunctionẽ ardentissime diligo: tanq̃ cõsectaneos in minoritana familia nr̃a: magnos stimulos affert: ad gratum erga vos oium exhibendũ: quos ita semper fouistis: vt dubitare possim plus ne ipse amare viderer affectu: an vos maximis in illos meritis colere. Quæ oĩa facile ame impetrarũt: vt qñ ꝗ profortuna mea parpari rependere non possum: ꝗ tu nihil aliud pro amplitudine tua requiris q̃ amari. Partum tibi meum recentẽ ex mathematicis disciplinis paratum tradere voluerim Eũq; ita. Reuerendissimæ. D. Tuæ nũcupare: dicareq;: tãquam benefactori meo precipuo: ꝗ viuenti in terris augustissimo numini. Nam si diuos Ideo colimus: quod salutem nr̃am laborantes ab his exposcimus Impetremusq;: nõ video quo pacto non te numinis cuiusdam loco habeam: q vitam abs te vno post immortalem deum acceperim. Quod in studio ꝗ si semper ateneris ita assuetus fuerim: vt nihil aliud egerim ab incunabulis: vel natura optima magistra: vel assiduo vsu: nescio tñ quo pacto elaboratum hoc tempore tantum anobis est: quantum ꝗ maturior ætas maioris afferre iudicii potuit ad iudicandum ꝗ industria ad expoliendum opus ꝗ ingenium ad inueniẽdam rem afferre potuit. Euclidẽ igitur ex megaricis philosophis facile principem post multa in studiis mathematicis nr̃o marte annos ab hinc non paucos edita formis æneis subieci: qui multum sane ab aliis distabit: ꝗ quod charaterum elegantiorum formam delegi: ꝗ quod acuratius oĩa digessi: ꝗ multa quoq; mea addidi: quæ vel Euclidis: vel Cãpani loca quædã obscuriora Illustrẽt. Qualis ãt sit studioꝝ hmõi fructus: quæ ve eoꝝ excellẽtia: ꝗ q̃ta hac tẽpestate raritas: ipse q lõge excellis in his facile cognosces. Atq; vtinã ꝗ alii cognoscere vellẽt nõ ostẽtare aut ea q̃ nesciũt veluti fumũ vẽditare nõ conarent. Qui tãto grauius peccãt q̃to hæc cũ certiora sint: ꝗ sibi plane cõiunctissima: nõ possumus sic offendere in vna alteraue re: q oĩs plane totius mathematicæ disciplinæ rõ non concidat ꝗ ruat. Tu vero ꝗ hæc leges: ꝗ corriges: cum his q̃ rationem oẽm huiusmodi facultatis complectunt. Quoꝝ ꝑtem vrbinati Duci vltimo: ꝑtem Ludouico Sforciæ clarissimo quondam Mediolanensi ꝑncipi dicata sunt ame. Et qm̃ maximis amicorum ꝑcibus ipulsus: ꝗ tuorum precipue familiarium quorum mihi carissimus Leonardus vincius accessit

Vtilitas studiorum hmõi

vt ederem. Leges qua soles frontis serenitate vernacula lingua per me donatum Euclidem: vt quod opus ad vtilitatem nostrum omnium conscriptum est maximasq; humano generi vtilitates parit: Ita omnibus obtium sit: vt cum lingua patria nostra & in his disciplinis locupletetur. Habeant & aliteris alienis quam vel linguam admirentur: vel auctorem sequantur: quo nullus vnquam prestantior: vel Platonis summi phylosophi testimonio vixit valeat ad vota. Reuerendissima. D. Tua fidelis seruii sui non Immemor. Venetiis, V. Idus Iunii. M.D.VIIII.

Danielis Caietani Cremonensis Epigrāma.

Redditus infirmis Euclides moestus ab vmbris.
Pallidus: Informis: conditus ora situ.
Hospicium a multis miseranda Voce poposcit.
Per fora per regum limina perq; scholas.
Accipitur nulli nisi qui se nosse putabant.
Sed male quod fuerat cognitus: Emicuit.
Extremasq; diu mundi spaciatus ad oras
Si qua sibi misero dextera ferret opem.
Inuenit tandem qualem felicia dudum.
Patronum Votis fata tulere suis.
Frater Is est a quo nitidus formosus: & ille.
Redditur antiquo tempore qualis erat.

Magnifico & clarissimo danieli Rainerio patricio Veneto Auocatori maturrimo & liberatissimo Danielis Caietani Cremonensis Epistola.

EXistimaui me Daniel Clarissime nefas cõmittere si fidelissimã Euclidis castigatõem p eminẽtissimũ sacræ theologiæ ac phiædoctorẽ atq; in arithmeticis penetralibus pitissimum viꝝ Magistꝝ Lupaciolũ seraphicæ ac minoritanæ familiæ ornamentum singulare nuper euigilatã laudibus psequi distulissem. Tu qa sanæ doctrinæ fauctor assertor cõcelebraris indefessus has meas laudes tui maturrimi iudicii solito libramẽto ppẽdẽs facile cognoueris non ab assentatiõe aliq̃ sed mero ꝓbitatis fonte effluxisse q & hoiem intus nosti & scripta illius medulitus inspexisti q̃tumq; ẽt ille ingenio valeat atq; doctrina. Te ꝓo nullo mõ decipi posse q̃ semp tui similimus es cõsentit examinatũ tuũ iudiciũ quod oibus in rebus excutiẽdis circũcisum rotõdũ pfectum semp inuentum ẽ ob id te vel æquæui vel posteri nr̃i ferũtibus votis nũc altez vt Catonẽ altez vt hortẽsium nũc statua si liceat cõsecrẽt nũc imagie qd̃ te vel cẽsente vel dicẽte informant̃ istituunt̃q; ætatis nr̃æ viri doctissimi i medio æqtatis sinu. Nõ temere Magr̃ Lucas te Elegit cui suas in Euclidẽ lucubratiões dedicaret q cũ studiis maximis polleas ea & i aliis ẽt nũina cõplecteris sed ex hoc ipso cõsumatissima tibi gloria reponderat̃. Nã satis eminet ingenii pprii meritis q fuerit fautor alieni. Vez in pñti remotis gradibus dignitatũ p q̃s merito virtutũ tuaꝝ ab aliis discerni soles: nobilitatis tuæ posthac solũ erit iudiciũ scripta eruditorũ te cognitorẽ habuisse vel potius numẽ æternũ. Sed q̃ti cõueniẽs est obsecro te dedicatiõem hãc vel nũcupationẽ æstimari. Cui ñ minus gloriæ apud posteros attribuatur auctoris sui lima q̃ tui nõis auspicatu. Est ãt Lu. paciolus. Careat assentiõe ꝓbũ meũ. vir sanæ raræ exqsitæq; doctriæ Sepõe pauxillulum sacræ theologiæ assiduã lectiõem. Cõtinuas cõtiões seu manis omilias q̃s in celeberrimis Italiæ & extra Italiã Ciuitatibus frequẽtissimo theatro habuit in qbus inclytus omilista mõ corda terrificat mõ pmulcet & quoquo vultducit. Lege viꝝ fidei catholicæ amplificatorẽ: viꝝ in phya in theologia in mathesi incõparabilem: quẽ vt laudare nõ studeo ita ipse laudari plurimũ vetat cõtentus se ipso id quod est veri phy pprium ornamẽtum. Náq; moris ẽ sapiẽtibus mũdanæ laudis crusmata subsãnare: & de se ipsis sumpta ab aliis præconia deridere qm̃ iuxta Illud Symmachianũ vt ꝓa laus ornat ita falsa castigat. Sic & ipse facit q̃ dũ vult suã sciẽtiam exercere nõ veret̃ illis esse impedimẽto q illius amplitudinẽ suis dictis cõmendare præsumũt: Cæterꝝ ego quãuis loqui phibeor tacere tñ nõ possum hoc quod mensura & numerus Euclidis siue pressoꝝ in curia siue tralatoꝝ p cursu ita cõfuse ita lacere ita præpostere legebat̃ vt q artẽ ipsam callerent aut nõ intelligerẽt aut alienæ culpæ fugillatiõem in ipm Euclidẽ impudẽter retorquerẽt. Nũc ꝓo vbi lyncea Lucæ pacioli acies in has symplegadas ac reciprocas tot erroꝝ charybdes sese pẽetrauit: tiã facta ẽ plana via securus trãsitus liber discursus per obscuras añ cõualles & redditus ẽ Euclides ꝓus obuius oibus plãus atq; expositus solertissimo ingenio castigatissima emẽdatiõe cõstantissimo iudicio Magistri Lucæ nr̃i: quẽ vt poetã dicẽdo itelligimus κατ ἐξοχὴν homez vt oratorẽ demosthenẽ vt phum Aristotelẽ intelligimus. pi mõ arithmeticũ efferẽdo fratrẽ intelligere totus orbis italus fas bẽt: de quo illud asiũ i ꝓa atq; absolutissima artis arithmeticæ cognitiõe quod aiunt de Ciceroẽ q in actiõibus cæteris cæteros in aulo cluẽtio ipse se supauit: & de. M. frontõe qui cũ extra reliquos excelleret oratores i pelopem se sibi prætulit hoc docet ars ipsa quã in speculatu atq; cõiectu recõditã hic lucas solus e multis nõ pratica fecit tot corporibus i varias atq; multiplices figuras deductis sed impitissimo cuiq; exponẽdo facilimã q̃si sub ipsis oculis ppositit. Ec quis hoc ausus vnq̃ ãnis supioribus nobilissimũ iceptũ aggredi? certe nemo ne sciẽtissimus quidẽ mathematicus præterq̃ Lucas paciolus vir in arithmetica arte rarissimi exẽpli ac ppe nullius. Sed qa tãti viri laudũ maria mihi trãsmittere difficillimũ ẽ Daniel Generosissime hoc q̃si stagnũ pnauigemus: nõ posse tot narrari i laudẽ sciæ hois qn illud africanũ adagium semp vberius relinq̃tur. At caneant Moneo a ppalato volumine vituperones: & pcant quæso in pænitẽda maledicta suas linguas acuminare: Repetãtq; obsecro & nomen dedicãtis & excellentiam illius cui dedicetur. Vale ex patauio I dibus Maius. M. D. VIIII.

LIBER

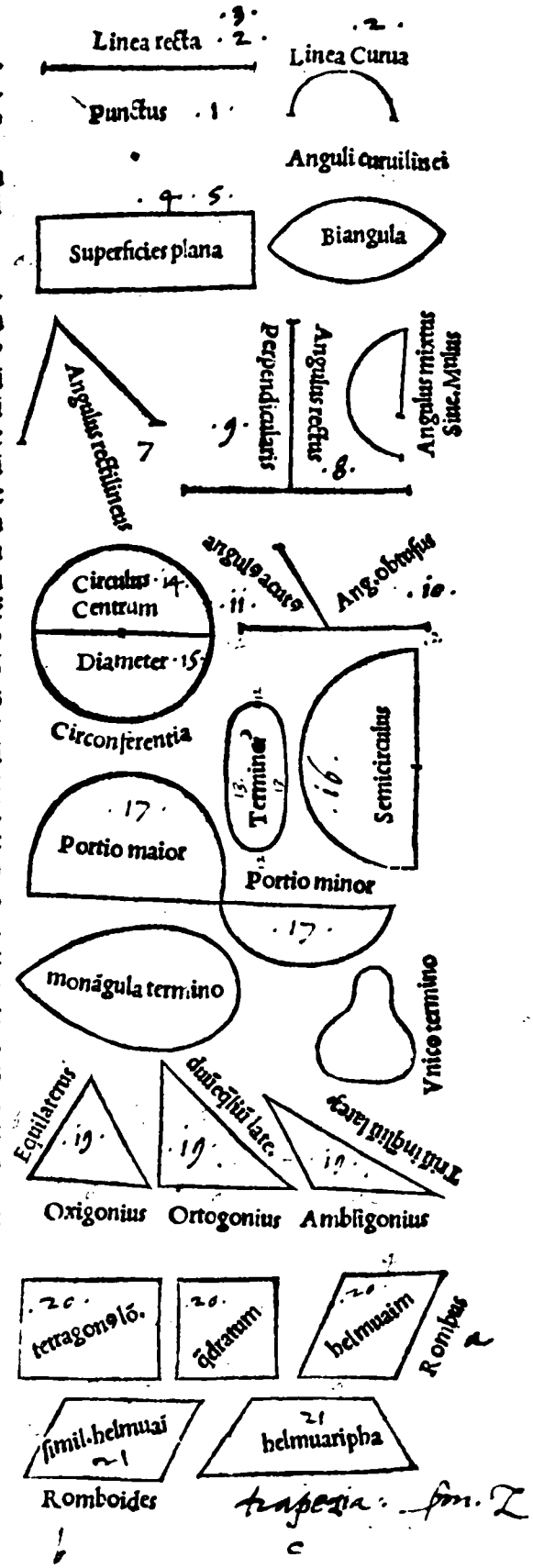
¶ Franciscus Massarius Venetus Iacobo Cocco. P. V. suo salutem.

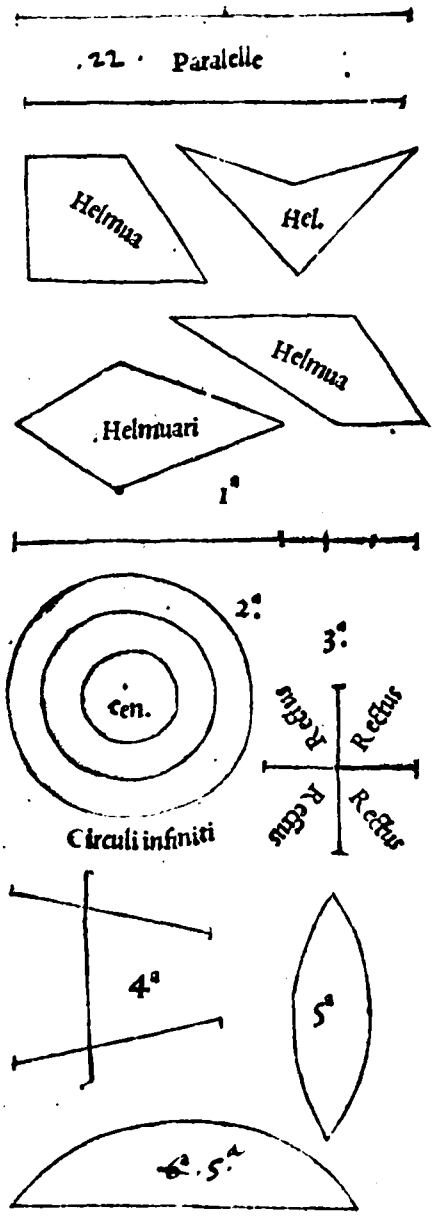
Anto sum studio semp complexus (vti ipse scis) mathematicas disciplinas mi Iacobe Cocce amicorum amicissime: vt admodum trahar cogarq; ad illos amãdos: qui in huiuscemodi studiis versantur ac profitentur: quãdo quidem illas ad philosophiæ necessitatem accedere non ignoro: Nec te fugit in pluribus Platonem Aristotelem huiusmodi exempla proponere & fere semper mathematice demonstrare: quom eo tempore essent in luce enimuero refertur Athenis in Accademia Platonis inscriptum esse neminem intro se reciperet qui prius non mathematicas obcalluerit scientias. Quin etiam illas verissimas esse facile cognosco ob id Auerroys in primo certitudinis gradu collocauit. Verum illæ ipsæ disciplinæ iam plures annos sub tenebris iacuerunt: aut perq̃ paucis fuerunt perceptæ: præsertim liber Elementorum Euclidis: qui nec integer nec ab omni labe alienus iamdiu latitauit: adeo vt ne ipse Euclides agnosceretur. Sed tamẽ hac nostra ætate multo labore industria ac diligentia Magister Lucas Paciolus Sacræ Theologiæ proffessor non solum castigauit verum etiam multa ad expositionem adiunxit egregie quidem inuenta. hoc enim modo cum redegit ad verum sensum idq; proculdubio putandum est. Nam hoc tempore ipse Magister precæteris pollet: & (vt verius dicam) sola Phœnix. Nolo modo quot insunt homini virtutes: q̃tum ingenium: q̃tanæ memoria: & rerum exuberãtia: & doctrinarum altissima cognitio ex amussim cõmemorare: propterea q; satis insignem reddunt sua volumina: testanturq; etiam lectiones: quibus ambo interfuimus. ob id itaq; non immerito ab omnibus Pontificibus: ab omnibus supremi ordinis Antistitibus: summisq; Principibus totius Italiæ summo amore & charitate fuit semper compleratus. Quamobrem te etiam summopere precor: vt huiuscemodi disciplias precipue Euclidem velis omni studio amplecti. Nam hæc quo ad studia philosophiæ tibi profutura sunt: eo magis quia ipse Euclides a predicto Magistro Luca fidissimo interprete fuit emunctus ac emendatus: qui vir cumulate laudãdus de bõisq; disciplinis benemeritus haud quempiam omisit locum: quem omni studio cura ac diligentia ad cõmunem vsum non optime exposuerit scio ego q̃ cõmunis Præceptoris sis studiosus immo potius suæ multiplicis scientiæ contẽplator: quom moris sit tui omnes litterarum professores amore prosequi: hunc p̃ ceteris aliis tanq̃ peritissimum ac ante alios sapientissimum amare obseruare & venerari videris haud equidem sum dubius: quem si sequaris incoeptum sis in summum virum euasurus tuamq; domum illustraturus. Ad hanc spem me erigit tuum perspicax ingenium: & pene diuinum: tua etiam eruditio tanta in ista adulescentia q̃ta vix in vllo sene: ac p̃ hoc merito te quadam admiratione intuemur Me quoq; excitant suauitas: modestia: grauitas: & tui optimi mores: cuius nulla in toto corpore menda sedet. Quæ omnia ipsa ætas auget. Non enim tuus animus nisi in litterarum studiis: in liberalibus artibus: in ipsa deniq; vera sapientia versatur: ad quæ omnia te pronum ac propensum video: quid tu aliud tuæ Reipub. polliceris? nisi vt te optimo senatore administrante felix Respub. fœlicior indies vndiq; fulgeat: tuq; rectissime magistratibus defunctus posteritati nomen consecres. Sed quæ de te sunt plura dicenda in aliud reiiciam tempus. Verum modo ad Euclidem animum intendet & vt ameris ama Vale.

PLATO
Nulla dies sit sine linea.

¶ Acutissimi phylosophi ac perspicacissimi Mathematici. Euclidis megarensis primus elementorum liber: ex optima. Campani traductione Reuerendo Sacre theologie professore Mathematice discipline disertissimo. Magistro Lucapaciolo de burgo Sancti sepulchri Ordinis Minorum Castigatore accuratissimo feliciter Incipit. Diffinitionibus seu descriptionibus principiorum per se notorum premissis.

Punctus est cuius pars non est. 2. ¶ Linea est longitudo sine latitudine/cuius quidem extremitates sunt duo puncta. 3. ¶ Linea recta est ab vno pūcto ad alium breuissima extensio in extremitates suas vtrunq; eorum recipiens. 4. ¶ Superficies est que longitudinem ⁊ latitudinem tantum habet: cuius termini qdem sunt linee. 5. ¶ Superficies plana est ab vna linea ad aliam extēsio in extremitates suas recipiens. 6. ¶ Angulus planus est duarum linearum alternus cōtactus: quarum expansio est super superficiem applicatioq; non directa. 7. ¶ Quando autem angulum continent due linee recte/rectilineus angulus nominat'. 8. ¶ Quando recta linea super rectam steterit duoq; anguli vtrobiq; fuerint eq̄les: eorum vterq; rectus erit. 9. ¶ Lineaq; linee superstans ei cui superstat perpendicularis vocatur. 10. ¶ Angulus vero qui recto maior est obtusus dicitur. 11. ¶ Angulus vero minor recto acutus appellatur. 12. ¶ Terminus ē quod vniuscuiusq; finis est. 13. ¶ Figura est que termino vel terminis continetur. 14. ¶ Circulus est figura plana vna quidem linea contenta: que circūferentia nominatur: in cuius medio punctus est: a quo omnes linee recte ad circūferentiam exeūtes sibiinuicem sunt eq̄les. Et hic quidem punctus circuli dr̄. 15. ¶ Diameter circuli/est linea recta q̄ super eius centrum transiens/extremitatesq; suas circumferentie applicans: circulum in duo media diuidit. 16. ¶ Semicirculus est figura plana diametro circuli/⁊ medietate circumferentie contenta. 17. ¶ Portio circuli est figura plana recta linea/⁊ parte circumferentie contenta: semicirculo quidem aut maior aut minor. 18. ¶ Rectilinee figure sunt que rectis lineis cōtinentur/quarum quedam trilatere/que tribus rectis lineis: quedam quadrilatere/que quatuor rectis lineis: quedam multilatere/que pluribus q̄ quatuor rectis lineis continentur. 19. ¶ Figurarum trilaterarum: alia est triangulus habens tria latera equalia. Alia triangulus duo habens equalia latera. Alia triangulus trium inequalium laterum. Harum iterum alia est orthogonium: vnum. s. rectum angulum habēs. Alia est ambligonium: aliquem obtusum angulum habens. Alia est oxigonium: in qua tres anguli sunt acuti. 20. ¶ Figurarum autem quadrilaterarum. Alia est quadratum quod est





equilaterum atq; rectangulum. Alia est tetragonus longus: q̃ est figura rectangula. sed eqlatera non est. Alia est helmuaym: que est equilatera: sed rectangula non est. 21. ¶ Alia est similis helmuaym que opposita latera habet equalia: atq; oppositos angulos equales: idem tamen nec rectis angulis/nec equis lateribus cõtinetur. Præter has autem omnes quadrilatere figure helmuariphe nominãtur. 22. ¶ Equidistantes linee sunt q̃ in eadem superficie collocate atq; in alterutram partem protracte non conueniunt: etiam si in infinitum protrahãtur.

Castigator.

¶ A diffinitione superficiei superius posita excipitur circularis que postea specialiter inferius ponitur que non continetur terminis: & ideo eius termini non sunt linee sed linea & etiam monangula excipitur &c q̃uis multe curuilinee sperice connexe concaue & plane lineis contineantur quibus posset diffinitio illa aplicari vt patet intuenti.

Petitiones sunt quinq;. 1. ¶ A quolibet puncto in quemlibet punctum rectam lineam ducere atq; lineam definitam in cõtinuum rectumq; quantũlibet protrahere. 2. ¶ Super centrum quodlibet quantumlibet occupando spacium circulum designare. 3. ¶ Omnes rectos angulos sibiinuicem esse equales. 4. ¶ Si linea recta super duas lineas rectas ceciderit/ duoq; anguli ex vna parte duobus rectis angulis minores fuerint: istas duas lineas in eandem ptem protractas proculdubio coniunctiri. 5. ¶ Duas lineas rectas supficiem nullam cõcludere.

Omnunes animi cõceptiões sunt hee. 1. ¶ Que vni & eidem sunt equalia/ & sibiinuicem sunt equalia. 2. ¶ Et si eq̃libus equalia addant/ tota quoq; fient equalia. 3. ¶ Et si ab equalibus equalia auferantur/ que relinquuntur erunt equalia. 4. ¶ Et si ab inequalibus equalia demas/ que relinquuntur erunt inequalia. 5. ¶ Et si inequalibus equalia addas/ ipsa quoq; fient inequalia. 6. ¶ Si fuerint due res vni equales/ ipse sibiinuicem erunt equales. 7. ¶ Si fuerint due res quarum vtraq; vnius eiusdem fuerit dimidium/ vtraq; erit equalis alteri. 8. ¶ Si aliqua res alicui supponatur appliceturq; ei nec excedat altera alteram: ille sibiinuicem erunt equales. 9. ¶ Omne totum est maius sua parte.

Castigator.

¶ Ista que vni & eidem &c. quam Euclides hic acomodat quantitatibus infra in. II. qnti libri acomodat proportionibus vt ibi. ¶ Prima & sexta differunt tanq; inclusum & exclusum: vel sicut abstractum & concretum: vel sicut mensura & mensuratum: vel sicut prima & secunda intentio siue res & species rei.

Verba Campani.

Ciendum est autem q̃ preter has animi conceptiones siue communes scientias multas alias que numero sunt ĩcomprehẽsibiles pretermisit Euclides: q̃rum hec est vna. ¶ Si due quantitates equales ad quamlibet tertiam eiusdem generis cõparent simul erunt ambe illa tertia aut eq̃ maiores: aut eq̃ minores: aut simul eq̃les. ¶ Itẽ alia Quãta est aliq̃ q̃titas ad quãlibet aliã eiusdẽ generis tantã esse quãlibet tertiã ad

nota ex campano

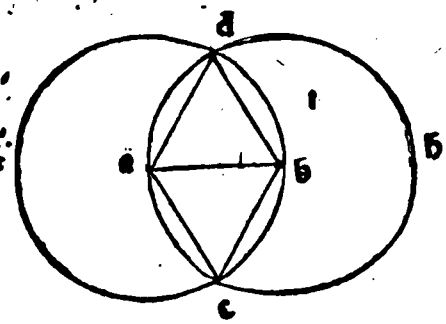
aliquam quartam eiusdem generis in quãtitatibus cõtinuis: hoc vniuersaliter verum est siue antes maiores fuerint cõseqntibus siue minores. magnitudo.n.decrescit in infinitũ. in nũeris aũt non sic: sed si fuerit primus submultiplex secundi: erit quilibet tertius eque submultiplex alicuius qrti: qm̃ numerus crescit in infinitum: sicut magnitudo in infinitum minuit.

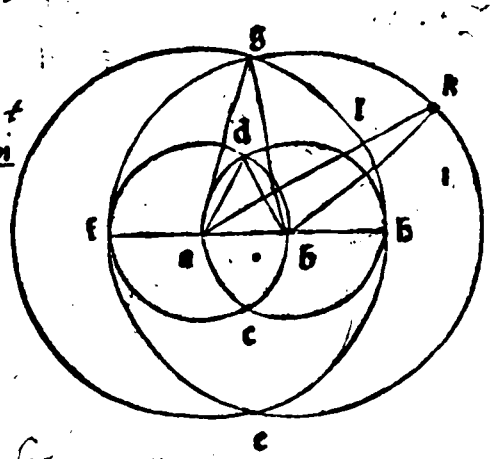
In numeris nõ sic. nõ.

Propositio prima.

Triangulum equilaterum supra datam lineam rectaz collocare.

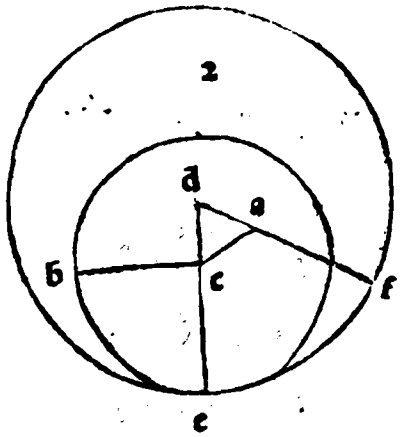
¶ Esto data linea recta.a.b. volo super ipsam triangulũ eqlaterum cõstituere. Super alteram eius extremitatẽ.s. in puncto.a. ponam pedem circini a immobilem. ¶ alterꝫ pedem mobilem extendam vsq; ad.b. ¶ describam ꝑm quantitatem ipsius linee date per secundam petitionem b circulum c.b.d.f. rursus alterã eius extremitatem.s. pũctum.b. faciam centrꝫ: ¶ ꝑ eandem petitiõem. ¶ ꝑm eiusdem q̃titatem lineabo circulum.c.a.d.h. q circuli intersecabũt se in duobus punctis: q̃ sunt.c.d. ¶ alteram duaꝫ sectionum: sicut sectionem.d. cõtinuabo cum ambabus extremitatibus date linee ꝓtractis lineis.d.a.d.b ꝑ ꝑmam petitõem. Quia ergo a pũcto.a. qd est centrꝫ circuli.c.b.d. ꝓtracte sunt linee.a.d. ¶ a.b. vsq; ad eius circũferentiam ipse erunt equales per diffinitionem circuli. Similiter quoq; qa a puncto.b. quod est centrꝫ circuli.c.a.d. ꝓtracte sunt linee.b.a. ¶ b.d. vsq; ad eius circumferẽtiam ipse erũt ẽt equales: qa ergo vtraq; duaꝫ lineaꝫ.a.d.b.d. eq̃lis est linee.a.b. vt ꝓbatum est: ipse erũt equales inter se ꝑ primã cõceptionem: ergo sup datam lineam collocauimus triãgulum equilateꝫ: quod ẽ ꝓpositum. ¶ Si aũt sup eandem lineam libeat collocare reliq̃s duas triangulorꝫ spẽs.s. triãgulum duum eq̃lium lateꝫ: ¶ triãgulum trium ieq̃lium lateꝫ. ꝓtrahat linea.a.b. in vtrãq; ꝑtem vsq; quo occuret circũferẽtie amborum circulorꝫ sup duo puncta.f. ¶ h. ¶ posito cẽtro in puncto.a. lineet circulus.e.h.g. ꝑm q̃titatem linee.a.h. Itemq; posito centro in puncto.b. lineetur circulus.e.f.g. ꝑm q̃titatẽ linee.b.f. Hꝫ aũt circuli intersecabunt se in duobus punctis q sunt.e.g. Cõiungant igitur extremitates date linee cũ altera dictaꝫ sectionum ꝑ duas lineas rectas q̃ sunt.a.g.b.g. ¶ qa hꝫ linee.a.b. ¶ a.f. exeunt a centro circuli.c.d.f. ad eius circũferẽtiam ipse erũt equales. Silr̃ quoq; a.b. ¶ b.h. qa exeũt a centro circuli.c.a.d.h. vsq; ad ipsius circũferentiam ipse erũt equales. Quia ergo vtraq; duarum lineaꝫ.a.f ¶ b.h. equalis est linee.a.b. ipse erunt inter se eq̃les: ergo posita.a.b. cõierit.b.f. equalis.a.h. sed.b.f. est equalis.b.g. quia ambo exeunt a centro circuli.e.f.g. ad eius circũferentiam. Silr̃ quoq; a.h. est equalis.a.g. ¶ vtraq; earum est maior.a.b. eo q; vtraq; duarum linearum.b.f. ¶ a.h. maior est a.b. quare sup datam lineam collocauimus triangulum duorum equaliũ laterum. ¶ Triangulum ẽt trium inequalium lateꝫ sup eandem lineam collocabimus: si aliquod pũctum exñs in circumferẽtia alterutrius duoꝫ maiorum circulorꝫ quod nõ sit in altera duaꝫ sectionum: ¶ cui non obuiet.f.h. cum in vtrãlibet ꝑtem ꝓtracta fuerit in cõtinuum ¶ directum: cõiunxerimus ꝑ duas lineas rectas cum ambabus extremitatibus date linee. Sit.n. pũctus.k. signatus in circũferentia circuli.e.f.g. ¶ non sit in altera sectionum nec occurat ei.f.h. cũ ꝓtraheretur in cõtinuum: ¶ directum vsq; ad eius circũferentiam. Protrahã ergo lineas.a.k. ¶ b.k. ¶ secabit linea.a.k. circũferentiam circuli.e.h.g. secet ergo in puncto.l. eritq; b.k. equalis.a.l. quia.b.k. est equalis.b.g. ¶ a.l. equalis.a.g. quare.a.k. est maior.b.k. sed ¶ b.k. est maior.a.b. triãgulus ergo.a.b.k. est trium inequalium lateꝫ. Sic igitur super datam lineam oẽs triangulorum species collocauimus.

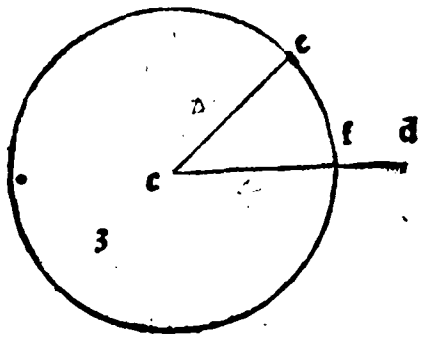


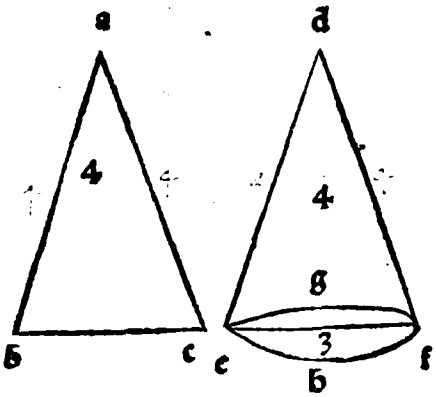


Castigator.

nota p°. a ¶ Circinus ¶c. rectius accõuenientius sextus dr̃ cum sextam ꝑtem semꝑ capiat aut sit eius sexta circuli quẽ facit inq̃cũq; dispõne reꝑiatur stricte lateq; ¶c. 2°. b ¶ Describere circulũ ꝑm q̃titatem linee date est ipsam facer̃ semidiametꝫ circuli describẽdi. 3°. ¶ Cõstituer̃ siue formare figuram aliquã







sup data lineā ē ipsam ponere vnū ex lateribus figure sic describēdo sup eā.

Propositio .2.

Dato puncto cuilibet linee recte proposite/equas rectam lineam ducere.

Sit.a.pūctus datus ⊂.b.c.linea data volo a pūcto.a.ducere lineā vnā equalem linee.b.c.in quācūq; ptem cōtingat cōiungā ergo punctū.a.cū altera extremitate linee.b.c.cum q̄ voluero.⊂ cōiungā ipsum.a.cū extremitate.c.p̄ lineam.a.c.sup quā cōstituā triāgulum eqlater; ſm doctrinā pcedētis q̄ sit a.c.d.⊂ in illa extremitate linee date cū qua cūiunxi punctū datū.ſ.in extremitate.c.ponā pedē circini imobilē ⊂ describā sup ipsum circulū ſm ḡitatē ipsius date liee q̄ sit circulus.e.b.⊂ latus triāguli eqlateri q̄d oppōit pūcto dato.ſ.latus.d.c.ptraham p̄ centr; circuli descripti vſq; ad eius circūferentiam:⊂ sit tota linea sic protracta.d.c.e.ſm cuius quantitatem lineabo circulū posito cētro in.d.q̄ sit circulus.e.f.⊂ postea ptraham latus .d.a.vſq; ad circūferentiam huius vltimi circuli ⊂ occurrat circūferētie ipsius in pūcto.f.dico igit q̄ a.f.est eqlis.b.c.nam.b.c.⊂.c.e.sunt eqles:quia exeūt a centro circuli.e.b.ad eius circūferētiā. Similiter quoq;.d.ſ.⊂.d.e.sunt equales quia exeūt a centro circuli.e.f.ad circūferētiā.ſed.d.a.⊂.d.c.sunt equales quia sunt latera trianguli equilateri:ergo ſi.d.a.⊂.d.c.demantur de.d.e.⊂.d.f.q̄ sunt equales:erūt residua q̄ sunt.a.f.⊂.c.e.equalia quia, ergo vtraq; duar; linearum.a.f.⊂.c.b.ē equalis.c.e.ipse sunt eqles inter se quare a pūcto.a.protraximus lineam.a.f.equalem.b.c.q̄d est ꝓpositum.

Propositio .3.

Propositis duabus lineis inequalibus de longiori earum,breuiori equalem abscindere.

Sint due linee.a.b.⊂.c.d.⊂ sit.a.b.minor:volo ex.c.d.abscindere vnā que sit equalis.a.b.duco primo a puncto c.vnā lineā eqlem.a.b.ſm q̄d docuit precedens:que sit.c e.posito ergo centro in pūcto.c.describam circulum ſm quantitatem.c.e.qui secabit lineam.c.d.Sit ergo vt secet eam in puncto f.eritq; linea.c.f.equalis linee.c.e.quia ambo exeunt a centro eiusdem circuli ad circumferentiam.⊂ quia vtraq; duarum linearum.a.b.⊂.f.c.est eqlis,c.e.ipse sunt inter se equales:quod est propositum.

Propositio .4.

Omnium duorum triangulorum quorum duo latera vnius duobus lateribus alterius equalia fuerint:duoq; anguli eorum illis equilateribus contēti/equales fuerint alter alteri:latera quoq; illorum reliqua sese respicientia equalia:reliqui vero anguli vnius reliquis angulis alterius/equales erunt: ac totus triangulus toti triangulo equalis.

Sint duo trianguli.a.b.c.d.e.f.sitq; latus.a.b.equale lateri.d.e.⊂ latus a.c.eqle lateri.d.f.⊂ angulus.a.equalis angulo.d.tūc dico q̄ basis.b.c.est equalis basi.e.f.⊂ angulus.b.equalis angulo.e. Item angulus.c.equalis angulo.f.quod probatur. Supponam triangulum.a.b.c.triangulo.d.e.f.ita q̄ angulus.a.cadat super angulum.d.⊂ latus.a b.super latus.d.e.⊂ latus.a c.super latus.d.f.⊂ patet per conuersionem penultime conceptiōis/q̄ nec anguli nec latera sese excedent eo q̄ angulus.a.est equalis angulo.d.⊂ latera superposita bis quibus superponuntur per ypothesim. Puncta ergo.b.c,cadent super puncta.e.f.si ergo linea.b.c.cadit super lineam.e.f.patet ꝓpositum:quia cum linea.b.c.superposita linee.e.f.non excedat eam nec excedatur ab ea est ei equalis per penultimam conceptionem:eadem ratione erit angulus.b.equalis angulo.e.⊂ angulus.c.equalis angulo.f. Si autem linea.b.c.non cadit super lineam.e.f.sed cadit intra triangulum sicut linea.e.g.f.aut extra sicut linea.e.h.f.tunc due linee recte concludunt superficiem:quod est contra vltimam petitionem.

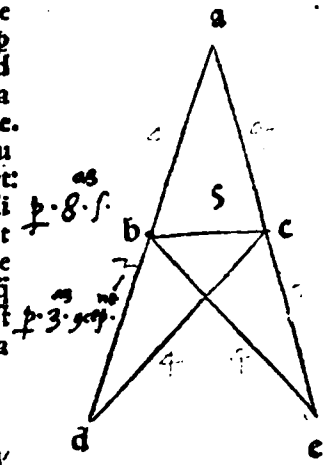
apud grecos nō est. I.

ꝓ.3.m sccp.nē

8.

Castigator

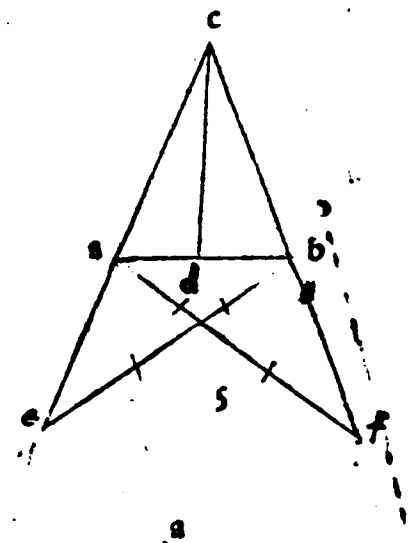
Hec.5. vocatur fuga miserorum qm̃ miseri ingenii cũ ad eam pueniũt fugã aripiunt. sed ne fuge det occasio oñdam eam breuiter & leui oñsione q̃ sufficiet adiscẽti. Sit.n. triangulus.a.b.c. diuidam eum p lineam.c.d.p pendiculare in duos triangulos partiales.a.d.c. & .b.d.c. eritq; angulus.a.d.c. primi trianguli: eq̃lis angulo.b.d.c. secundi: quia vterq; rectus. & latera illos continentia sunt equalia: quia.d.b. est equale.d.a. & .c.d. est latus cõe. quare per premissam erũt residui anguli equales. puta angulus.a. & angulus.b. & hoc ē ꝓpositũ. ¶ Quod ẽt duo anguli sub basi sunt equales patet: qm̃ duo ãguli q̃ sunt sunt apud.a. eq̃les duobus rectis sunt p diffinitionẽ linee stãtis sup aliam/q̃a facit duos angulos equales semper duobus rectis vt infra.13. probabit. Similiter duo ãguli q̃ sunt apud.b. Igitur demptis superioribus qui sunt equales vt probatum est/q̃ sunt inferius relinquentur eq̃les per cõem sciam. & ex ista demonstratiõe patet q̃ triãgulus eqlaterus est eqangulus/q̃a equalitas quorumlibet duorum laterum concludit equalitatem angulorum conrespondentium &c.



Propositio .5.

Omnis trianguli duum equalium laterum angulos qui supra basim sunt/equales esse necesse est: q̃ si eius duo equalia latera directe protrahantur/fient quoq; sub basi duo anguli inuicem equales.

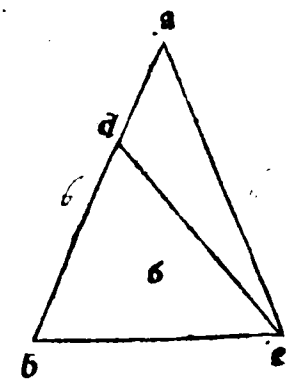
Sit triangulus.a.b.c. cuius latus.a.b. sit equale lateri.a.c. dico q̃ angulus.a.b.c. est equalis angulo.a.c.b. q̃ si protrahantur.a.b. & .a.c. vsq; ad.d. & .e. fiet angulus.d.b.c equalis angulo.e.c.b. quod sic probatur. Ductis.a.b. & .a.c. ponam per tertiam/lineam.a.d. equalem linee.a.e. & protraham lineas.e.b.d.c. & intelligam duos triangulos.a.b.e. & .a.c.d. quos ꝓbabo esse equales/& equilateros/& eqangulos. Sunt.n. duo latera.a.b. & .a.e. trianguli.a.b.e. equalia duobus lateribus.a.c. & .a.d. trianguli.a.c.d. & angulus.a. est cõis vtriq; ergo p premissam basis.b.e. est equalis basi.c.d. & angulus.e. est equalis angulo.d. & angulus.a.b.e. equalis angulo.a.c.d. Item intelligo duos triangulos.d.b.c. & .e.c.b. quos similiter probabo esse equilateros/& equiangulos. Nã duo latera.d.b. & .d.c. trianguli.b.d.c. sunt equalia duobus lateribus.e.c. & .e.b. trianguli.e.b.c. & angulus.d. est equalis angulo.e. ergo per premissam: basis basi: & reliqui anguli/reliquis angulis. ergo angulus.d.b.c. est equalis angulo.e.c.b. & hoc est secũdum propositum.s. q̃ anguli sub basi equales sunt: & angulus.b.c.d. est equalis angulo.e.b.c. sed totus.a.b.e. est equalis.a.c.d. vt probatum fuit supra. ergo angulus.a.b.c. residuus/est equalis angulo.a.c.b. residuo/quorum vterq; est super basim: quod primum propositum.



Castigator.

nota .p°. Nota quando dicit angulum.a.b.c. intelligit angulum.b. qui designatur per litteram mediam. & tali modo semper vtitur in triangulis &c. & si diceret angulum.b.a.c. intelligeretur angulus.a. & dicendo.a.c.b. vel.b.c.a. intelligitur angulus.c. sed cõmuniter in profferendo seruatur ordo alphabeti videlicet literarum.a.b.c.d. &c.

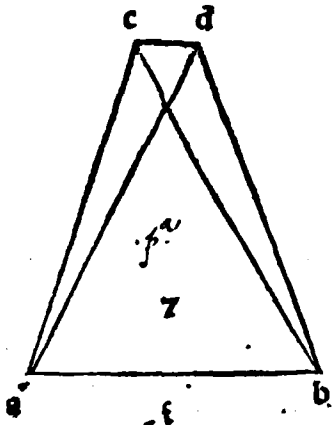
.2°. ¶ Et quilibet illorum qui sunt supra basim/est minor recto: vt dicitur in expositione septime sexti. & per consequens quilibet illorum qui sunt sub basi est maior/vt potest faciliter colligi per decimam tertiam huius.

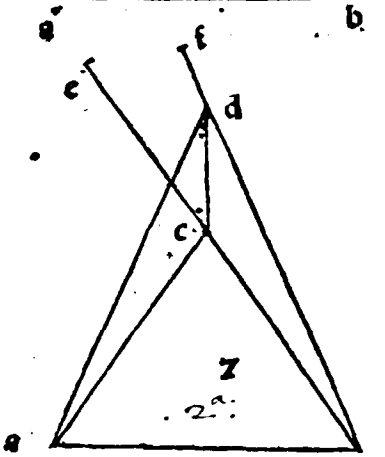


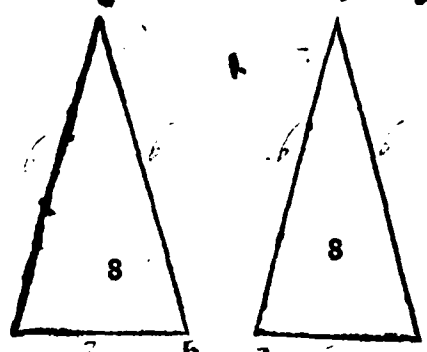
Propositio .6.

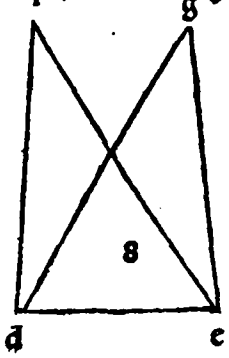
Si duo anguli alicuius trianguli eq̃les fuerint: & quoq; latera angulos illos respicientia equalia erunt.

Hec est conuersa premisse quantum ad primam eius partem. Sit enim triãgulus.a.b.c. cuius duo anguli.b. & .c. sunt equales/dico q̃ latus.a.b. est equale lateri.a.c. Si enim nõ sunt equalia erit alterum altero maius. sitq; a.b. maius/q̃









rescetur ad equalitatem.a.c.p tertiam propositionem vt superfluum sit a parte.a.⁊ rescetur in puncto.d.sicq.b d.equalis.a.c.⁊ ducatur linea.d.c. Intelligo ergo duos triangulos.a.b.c.⁊.d.b.c.quos probabo esse equilateros ⁊ equiangulos. Sunt enim duo latera.d.b.⁊.b.c.trianguli.d.b.c. equalia duobus lateribus.a.c.⁊.b.c.trianguli.a.b.c.⁊ angulus.b.equalis angulo.c.totali per ypotesim/ergo basis.d.c.ē equalis basi.b.a.⁊ angulus d.c.b.equalis angulo.a.c.b.pars videlicet toti/quod est impossibile.

Propositio .7.

A duobus punctis aliquam lineam terminantibus/due linee ad punctum vnum cōcurrentes exierint/ab eisdem punctis/alias lineas singulas suis conterminalibus equales/que ad alium cōcurrāt punctum in eandem partem duci est impossibile.

¶ Sit linea.a.b.a cuius extremitatibus protrahantur due linee in partem vnam que concurrant in eodem puncto vt sunt.a.c.⁊.b.c.que concurrant in puncto.c.dico q̄ in eandem partem non protrahentur alie due ab eisdem extremitatibus que concurrant ad aliud punctum ita q̄ illa que egredietur a puncto.a.sit equalis linee.a.c.⁊ que egredietur a puncto.b.sit equalis linee.b.c. Quod si fuerit possibile protrahant alie due linee in eandem partem que concurrant in puncto.d.⁊ sit linea.a.d. equalis linee.a.c.⁊ linea.b.d.equalis.b.c.aut ergo punctus.d.cadet intra triangulum/aut extra: nam in angulo laterum.a.c.⁊.b.c.non cadet/quia tūc pars esset equalis suo toti. Si autem cadat extra: aut altera linearum.a.d.⁊.b.d.secabit alteram linearum.a.c.⁊.b c.aut neutra neutram:⁊ secet primo altera alteram:⁊ protrahatur linea.c.d. Quia ergo triāguli.a.c.d.duo latera.a.c.⁊.a.d.sunt equalia/erit angulus.a.c.d.equalis angulo.a.d.c.per .5. Similiter quia in triangulo.b.c.d.duo latera.b.c.⁊.b.d.sunt equalia/erunt anguli.b.c.d.⁊.b.d.c. Similiter equales per eādem:⁊ quia angulus b.d.c.est maior angulo.a.d.c.sequitur angulum.b.c.d.esse maiorem angulo.a.c.d.partem.s.toto quod est impossibile/Si autem.d.cadit extra triangulum.a.b.c.ita q̄ linee non se secent/protraham lineam.d.c.⁊ producam.b.d.⁊.b.c.sub basi vsq̄ ad.f.⁊ ad.e.⁊ quia linee.a.d.⁊.a.c.sunt equales/erūt anguli.a.c.d.⁊.a.d.c.eq̄les per.5. Similiter q̄a.b.c.⁊.b.d.sunt equales/erūt anguli sub basi/qui sunt.c.d.f.⁊.d.c.e.equales per secundam partem eiusdem. Quia ergo angulus.e.c.d.minor est āgulo.a.c.d.sequitur angulum.f.d.c.esse minorem angulo.a.d.c.quod est impossibile. Et eodem modo deducetur aduersarius ad inconueniēs: si.d.punctus cadat intra triangulum.a.b.c.⁊.c.

p.a fig.a

2.a fig.a

Propositio .8.

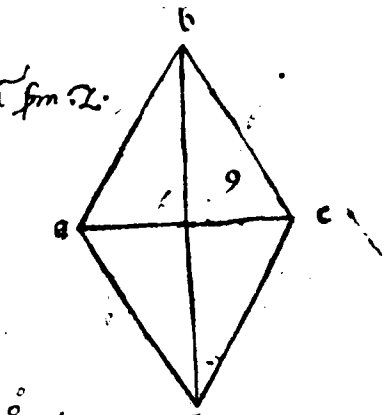
Omnium duorum triangulorum/quorum duo latera vnius/duobus lateribus alterius fuerint equalia: basisq̄ vnius/basi alterius equalis: duos angulos equis lateribus contentos/ equales esse necesse est.

¶ Sint duo trianguli.a.b.c.d.e.f.sicq̄ a.c.equalis.d.f.⁊ b.c.equalis.e.f.⁊.a.b.equalis.d.e.dico q̄ angulus.c.est equalis angulo.f.⁊ angulus.a.angulo.d.⁊ angulus.b.angulo.e. Superpōam basim.a.b.basi d.e.que cum sint equales neutra exceder alteram per conuersionem penultime conceptionis: aut ergo punctus.c.cadet super punctum.f.aut nō. Si sic: tunc quia angulus.c.superpositus erit angulo.f.⁊ neuter eorum excedit alterum: ipsi sunt equales per conceptionem predictam. Similiter argue reliquos angulos esse equales: si autem punctus.c.non cadit super f.sed super quemlibet alium qui sit punctus.g.quia.e.g.est equalis.b.c.Imo eadem ratione q̄ d.g.equalis.a.c.erit.e.g.equalis.e.f.⁊.d.g. equalis.d f.quod est impossibile per precedentem.

Propositio .9.

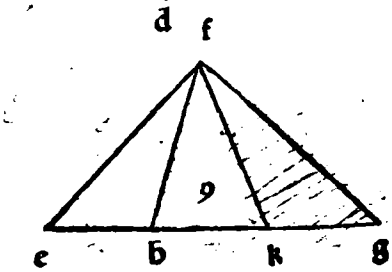
Datum angulum per equalia secare. rectilineu fm .2.

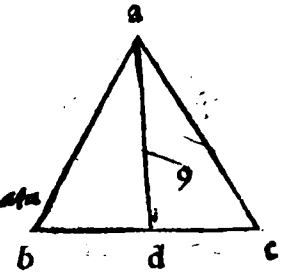
¶ Sit datus angulus quem oportet diuidere: angulus .a. b.c. lineas ipsum continentes que sunt .a.b. & .b.c. ponam equales per tertiam: & producam lineam .a.c. super quam constituam triangulum equilaterum .a.d.c. & protraham lineam .b.d. dico q ipsa diuidit datum angulum per equalia. Intelligo duos triangulos .a.b.d. & .c.b.d. & quia duo latera .a.b. & .b.d. trianguli .a.b.d. sunt equalia duobus lateribus .c.b. & .b.d. trianguli .c.b.d. & basis .a.d. basi .c.d. ergo per precedentem angulus .a.b.d. est equalis angulo .c.b.d. quod est propositum facere.



Castigator.

no. ¶ Datum angulum rectum p tria equalia secare. ¶ Quamuis Euclides in hoc libro nullibi doceat angulum in tria equalia diuidere cum difficilis sit scientia. Et non ita de facili posset de omni verificari: tamen de angulo recto pulcherrime hoc ostenditur ista .9. & .32. huius mediantibus .23. addita: quod sic apparet. Ponatur trigonus equilaterus .a.b.c. certum est quelibet angulorum eius duabus tertiis vnius recti equari cũ omnes tres duobus rectis angulis sint equales per .32. huius. Igitur vno illorum in duo equa diuiso per .9. istam, vtputa angulo .b.a.c. totali in duos partiales .b.a.d. & .d.a.c. per lineam .a.d. erit quilibet eorum tertia vnius recti: hoc peracto detur rectus quicunq. vtputa .e.f.g. a lineis .e.f. & .g.f. contentus supra terminum vnius earum .f. constituam angulum .e.f.h. seu angulum .g.f.k. per .23. equalem angulo .b.a.d. vel .c.a.d. q erit tertia vnius recti: postea residuum dicti recti qui est due tertie recti vt deduximus diuidam per equalia per dictam .9. s. angulum .g.f.h. per lineam .f.k. vel angulum .e.f.k. per lineam .f.h. & erit vnusquisq. duorum angulorum .h.f.k. & .k.f.g. tertia vnius recti: & sic totalis angulus rectus .e.f.g. est diuisus in tres equales partiales videlicet .e.f.h. h.f.k. & .k.f.g. quod est ppositum.

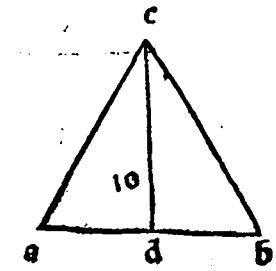




Propositio .10.

Proposita recta linea eam per equalia diuidere. terminata fm .2.

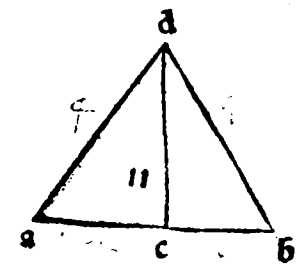
¶ Sit proposita linea quam oportet diuidere per equalia. linea .a.b. super ipsam constituam triangulum equilaterum .a.b.c. & angulum .c. diuido per equalia secundũ doctrinam precedentis per lineam .c.d. dico q linea .c.d. diuidit datam lineam .a.b. per equalia. Intelligo .n. duos triangulos .a.c.d. & .b.c.d. & arguo sic. Duo latera .a.c. & .c.d. trianguli .a.c.d. sunt equalia duobus lateribus .b.c. & .c.d. trianguli .b.c.d. & angulus .c. vnius angulo .c. alterius. ergo per quartam basis .a.d. basi .d.b. qd est propositum.



Propositio .11.

Data linea recta a puncto in ea signato perpendicularem extrahere duobus quidem angulis equalibus ac rectis vtrinq subnixam.

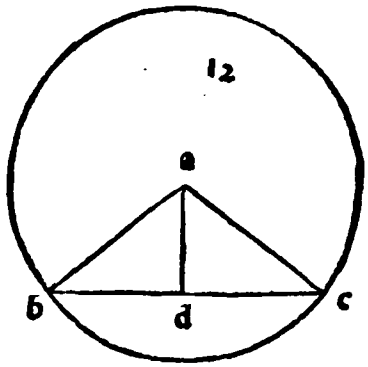
¶ Sit data linea .a.b. in qua sit datus punctus .c. a quo oportet perpendicularem extrahere. Faciam ergo per tertiam lineam .b.c. equalem linee .a.c. & super totam .a.b. constituo triangulum eqlaterum .a.b.d. & ptraho lineam .c.d. de q̃ dico q ipsa est perpendicularis super lineam .a.b. Intelligo duos triangulos .a.c.d. & .b.c.d. & quia duo latera .a.c. & .c.d. trianguli .a.c.d. sunt equalia duobus lateribus .c.b. & .c.d. trianguli .c.b.d. & basis .a.d. basi .b.d. erit per .8. angulus .a.c.d. equalis angulo .b.c.d. quare vterq. eorum erit rectus per diffinitionem anguli recti: & linea .c.d. perpendicularis super lineam .a.b. per diffinitionem linee perpendicularis: quod est propositum. .8. s. .9. s.



Castigator.

no. a ¶ Vel per petitiõem augendo alterutram earũ ad equalitatem alterius. .p.

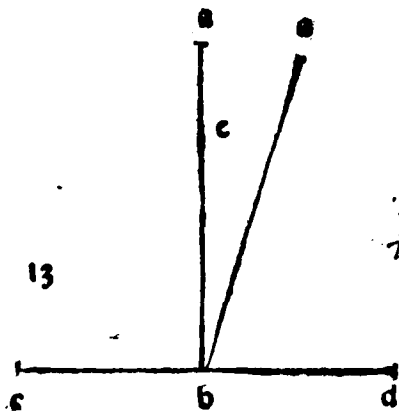
Propositio. .12.



A Puncto extra signato ad datam lineam indefinite quantitatis perpendicularem deducere.

¶ Sit.a.punctus signatus extra lineā.b.c.a quo ad ipsam oportet deducere ꝑpendicularem. Protrahā ergo lineā.b.c.in vtrāq; ꝑtem q̄tum libuerit. ⁊ sup pūctū.a.describā circulū.b.c.sic vt secet lineā datam in pūctis.b.c.⁊ ꝓtrahā lineas.a.b.⁊.a.c.⁊ diuidā angulū.b.a.c.ꝑ eq̄lia ꝑ lineā.a.d.ꝑ.9.dico ꝙ.a.d ē ꝑpendicularis sup lineā.b.c. Intelligo duos triāgulos.a.b.d.⁊.a.c.d.⁊ qa duo latera.a.b.⁊.a d.triāguli.a.b.d.sunt equalia duobus lateribus.a.c.⁊.a.d.trianguli.a.c.d.⁊ angulus.a.vnius equalis angulo.a.alterius erit ꝑ.4.basis.b.d.eq̄lis basi.d.c.⁊ angulus a.d.b.equalis angulo.a.d.c.quare vterq; eoꝝ rectus.⁊ linea.a.d.perpendicularis super lineam b.c.per diffinitionem anguli recti ⁊ linee perpendicularis: quod est propositum.

Propositio .13.



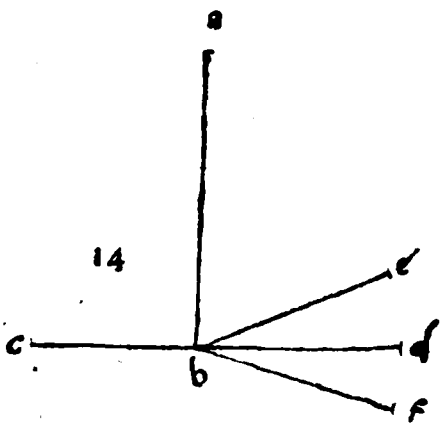
Omnis recte linee sup rectā lineā stantis duo vtrobiq; anguli aut sunt recti aut duobus rectis eq̄les.

¶ Sit vt linea.a.b.sup stet linee.c.d.q̄ si fuerit sup eā ꝑpēdicularis faciet duos angulos rectos ꝑ cōuersionē diffiniōis. Si āt n̄ fuerit sr̄ eā ꝑpēdicularis a pūcto.b.ducat.b.e.ꝑpēdicularis sup.e.d.ꝑ vndecimā: erūtq; duo anguli.e.b.c.⁊.e.b d.recti ꝑ cōuersionē diffinitiōis: qa ergo duo anguli.d.b.a.⁊.a.b.e.adequant angulo.d.b.e.ipse cū āgulo.c.b.e.erūt eq̄les duobus rectis: q̄re tres anguli q sūt.d.b.a.a.b.e.⁊.c.b.e.sūt eq̄les duobus rectis: sed angulus.c.b.a.ē eq̄lis duobus angulis.c.b.e.⁊.e.b.a.ergo duo anguli.c.b.a.⁊.a.b.d.sūt eq̄les duob⁹ rectis: qd ē ꝓpositū. Ex quo patet ꝙ totū spaciū qd in q̄libet sup ficie plana pūctū quodlibet circūstat q̄tuor rectis angulis eē eq̄le.

Castigator

a ¶ Per cōuersionē diffinitiōis.s linee sup rectā lineā stātis q̄m līea recta sup rectā stās: ⁊ duos angulos inuicē eq̄les cāns ē ꝑpēdicularis cōuersio huius ē ꝙ oīs ꝑpēdicularis ē linea cāns sup aliā duos angulos inuicē eq̄les ⁊ ꝑ cōseq̄ns rectos. ¶ Hec ⁊ sequēs faciūt ad vndecim. vndecimi ⁊ .13.dicti.

Propositio. .14.



Si due linee a pūcto vni⁹ linee ī diuersas partes exierint duosq; circa se angulos rectos aut duobus rectis eq̄les fecerīt: ille due linee sibi directe coniūcte sunt ⁊ linea vna. ¶ Sit vt a pūcto.b.liee.a.b.exeāt due linee ī oppositas ꝑtes q̄ sint.b.c.⁊.b.d.⁊ faciāt duos angulos q sūt.c.b.a.⁊.d.b.a.eq̄les duob⁹ rectis: tūc dico ꝙ due linee.c.b.⁊.d.b.sūt sibi inuicē directe cōiūcte ⁊ linea vna: ⁊ hec ē q̄si cōuersa ꝑoris ꝙ si nō fuerit linea vna tūc ꝓtrahat.c.b.incōtinuū ⁊ directū q̄ qa nō ē linea vna cū.d.b.trāsibit sup eā vt.b.e.aut infra eā vt.b.f.qa ergo sup lineā rectā q̄ ē.c.b.e.cadit līea.a.b.erūt anguli.c.b.a.⁊.e.b.a.eq̄les duobus rectis ꝑ ꝑcedētē: ⁊ qa oēs recti sūt adiuicē eq̄les ꝑ.3.petitiōem: anguli quoq;.c.b.a.⁊.d b.a.sūt eq̄les duobus āgulis rectis ꝑ ypothesym erūt duo anguli.c.b a.⁊.e.b.a.equales duobus angulis.c.b.a.⁊.d.b.a.ergo dēpto cōi angulo.c.b.a.erit angulus.e.b.a.equalis angulo.d.b.a.ꝑs totis qd ē ipossibile. Silr̄ lineā.c.b.ꝓtractā ꝓbabis angulū.d.b.a.eē equalē angulo.f.b.a.si forte diceret aduersarius lineā.c.b.ꝓtractā cadere infra.b.d.

Propositio .15.

Omnium duaꝝ lineaꝝ se inuicem secātium: oēs anguli contra se positi sunt eq̄les: vnde manifestum ē ꝙ cum due linee recte se inuicem secant quatuor qui fiunt anguli quatuor rectis esse equales.

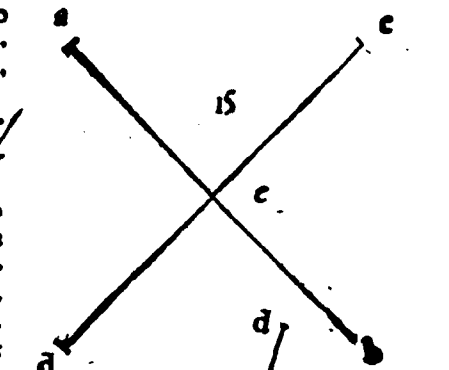
¶ Sint due linee.a.b.⁊.c.d.se inuicē secātes in pūcto.e.dico ꝙ āgulus.d.e.b.ē eq̄lis angulo.a.e.c. ⁊ angulus.b.e.c.ē eq̄lis angulo.a.e.d. Erūt.n.ꝑ.13.duo anguli.a.e.c.⁊.c.e.b.eq̄les duobus rectis: itēq; duo anguli.c.e.b.⁊.d.e.b.eq̄les duobus rectis ꝑ eādē: q̄re duo ꝑ

mi sũt eq̃les duobus postremis/eo q̃ oẽs recti sũt adinicẽ eq̃les/p.3.petitio nẽ:dẽpto ergo cõi angulo q ẽ.c.e.b.erit angulus.a.e.c.eq̃lis ãgulo.d.e.b. Eodẽ mõ ꝓbabit̃ angulum.c.e.b.esse eq̃lem angulo.a.e.d.q̃d ẽ ꝓpositũ.

Propositio .16.

Si quodlibet laterum triãguli directe protrahatur/ faciet angulum extrinsecum/vtroq̃ angulo trianguli sibi intrinsecus opposito/maiorem.

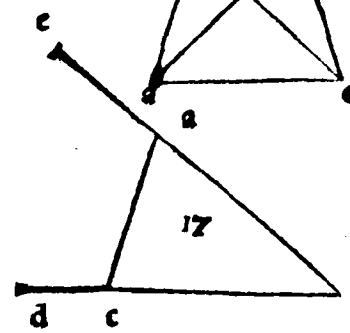
¶ Sit vt trianguli.a.b.c.latus.a.b.ꝓtrahatur vsq̃ ad.d. dico q̃ angulus.d.b.c.maior est vtroq̃ duoꝝ angulorꝝ intrinsecorꝝ sibi oppositorꝝ q̃ sunt.b.a.c.ꝗ.b.c.a. Diuidã.n. p.10.lineam.c.b.p eq̃lia in puncto.e.ꝗ ꝓtraham.a.e.vsq̃ ad.f.ita vt.e.f. fiat eq̃lis.a.e.ꝗ protraham lineã.f.b. Intelligo duos triãgulos.c.e.a.ꝗ.b. e.f.ꝗ quia duo latera.a.e.ꝗ.e.c.triãguli.a.e.c.sunt eq̃lia duobus lateribus f.e.ꝗ.e.b.trianguli.f.e.b.ꝗ angulus.e.vnius est eq̃lis angulo.e.alterius p ꝓmissam:quia sunt anguli cõtrapositi:erit p.4. angulus.e.c.a.eq̃lis angulo.e.b.f.ꝗ iõ angulus.e.b.d.maior erit ãgulo.b.c.a. Sil̃ quoq̃ ꝓbabitur q̃ est maior angulo.c.a.b. Nam diuidam.a.b.per eq̃lia in puncto.g.p 10.ꝗ protraham lineam.g.h.eq̃lem linee.c.g.p.3.postea ꝓtraham.h.b.k. eruntq̃ duorum triangulorꝝ q̃ sunt.a.g.c.ꝗ.b.g.h.duo latera.a.g.ꝗ.g.c.p mi eq̃lia duobus lateribus.b.g.ꝗ.g.h.sed:ꝗ angulus.g. vnius angulo.g. alterius per.15.ergo p.4.ãgulus.g.a.c.est equalis angulo.g.b.h.quare p 15.ꝗ angulo.k.b.d.ꝗ quia angulus.c.b.d.est maior angulo.k.b.d.erit etiã maior angulo.b.a.c.quod est propositum.



Propositio .17.

Omnis trianguli duo quilibet anguli duobus rectis sunt minores.

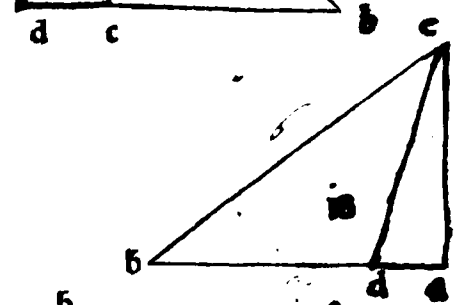
¶ Sit triangulus.a.b.c.dico q̃ duo qlibet eius anguli duobus rectis sunt minores: ꝓtrahat̃.n.vnũ latus eius vt.b.c. vsq̃ ad.d.eritq̃ p precedẽtem angulus.c.extrinsecus maior a.ꝗ maior.b.sed.c.extrinsecus cũ.c.intrinseco ẽ eq̃lis duobus rectis per.13.ergo anguli.b.ꝗ.c.intrinseci:siue anguli.a.ꝗ.c.intrinseci sunt minores duobus rectis. Similiter si protrahatur latus.b.a.probabitur q̃ duo anguli.a.ꝗ.b.sunt minores duobus rectis:quod est propositum.



Propositio .18.

Omnis trianguli longius latus maiori angulo oppositum est.

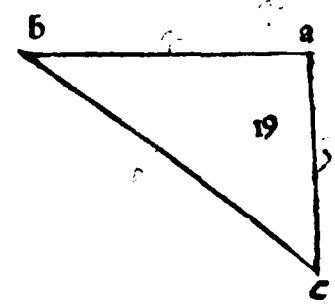
Sit vt in triãgulo.a.b.c.angulus.a.sit maior angulo.c.dico q̃ latus.c.b.maius erit latere.a.b. Si.n.sit eq̃le erit per.5. ãgulus.a.eq̃lis angulo.c.quod ẽ cõtra ypothesym. Si ãt a.b.sit maius resecetur ad equalitatẽ.c.b.p.3.sitq̃.d.b.eq̃ le.c.b.erit ergo p.5.angulus.d.c.b.eq̃lis angulo.b.d.c.sed.b.d.c.est maior angulo.b.a.c.p.16.ergo.b.c.d.ẽ maior.b.a.c.quare multo fortius maior .a.c.b.ꝗs toto q̃d ẽ ipossibile.



Propositio .19.

Omnis trianguli maior angulus longiori lateri oppositus est.

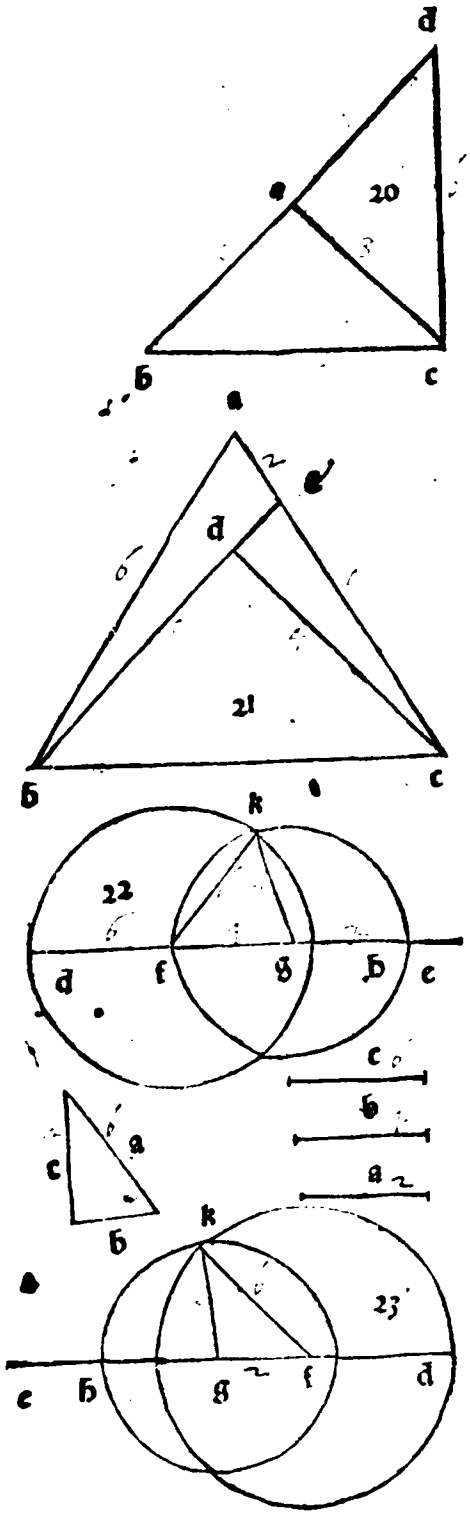
¶ Sit vt ĩ triãgulo.a.b.c.latus.b.c.sit maius latere.a.b.dico q̃ angulus.a.erit maior angulo.c.ꝗ est conuersa precedentis. Si.n.sit equalis tunc per.6.latus.a.b.est equale lateri.b.c.quod est contra ypothesym. Si autem.c.sit maior tunc per precedentem latus.a.b.est maius latere.b.c.quod est contra ypotesym quare astruit̃ ꝓpositũ.



Propositio .20.

Omnis trianguli duo quelibet latera simul iuncta reliquo sunt longiora.

¶ Sit triangulus.a.b.c.dico q̃ duo latera.a.b.ꝗ.a.c.sunt longiora latere.b.c. Protrahatur linea.b.a.vsq̃ ad.d.ita vt.a.d.sit equalis.a.c.ꝗ protrahatur.c.d.p.5.erit angulus.a. c.d.eq̃lis angulo.d.q̃re angulus.b.c.d.est maior angulo.d.



ergo per.18.latus.b.d.est maius latere.b.c.sed.b.d.est equale.a.b.⁊.a.c.q̃ re.b.a.⁊.a.c.simul iuncta sunt maiora.b.c.

Propositio .21.

Si de duobus punctis terminalibus vnius lateris trianguli due linee exeuntes intra triangulum ipsum ad punctum vnum cõueniant eedem duabus quidem reliquis trianguli lineis breuiores erunt⁊ maiorem angulum continebunt.

¶ Sit vt in triãgulo.a.b.c.ab extremitatibus lateris.b.c. concurrant due linee.b.d.⁊.c.d.ad punctum.d.intra triangulum.a.b.c. dico q̃ ipse simul iuncte sunt breuiores duabus lineis.a.b.⁊.a.c.simul iunctis.⁊ q̃ angulus.d.est maior angulo.a.Protraham enim.b.d.vsq;quo secet latus.a.c.in puncto.e.eruntq; per.20.b.a.⁊.a.e. simul iuncte maiores b.e.ergo.b.a.⁊.a.c.sunt maiores.b.e.⁊.e.c. At vero.d.e.⁊.e.c.simul iuncte per eandẽ sunt maiores.d.c.quare.b.e.⁊.e.c.sunt maiores.b.d.⁊.d.c. ⁊ quia.b.a.⁊.a.c.sunt maiores.b.e.⁊.e.c.vt ꝓbatũ ẽ prius erũt multo fortius maiores.b.d.⁊.d.c.q̃ est primũ ꝓpositum. At qm̃ angulus.b.d.c.est maior angulo.d.e.c.ꝑ.16.⁊ angulus.d.e.c.est maior angulo.e.a.b.ꝑ eandem erit angulus.b.d.c.multo fortius maior angulo.b.a.c.q̃ est scdm propositum.

Propositio .22.

Tribus lineis rectis propositis quarũ due quelibet simul iuncte reliqua sint longiores ex de tribus aliis lineis sibi equalibus triangulum constituere.

¶ Sint tres liẽe recte proposite.a.b.c.⁊ sint quelibet due simul iũcte longiores reliqua.aliter.n.ex illis tribus equalibus triangulus non posset constitui per.20. Cum igit ex illis tribus predictis voluero cõstituere triangulum : sumo lineam rectam que sit.d.e.cui non pono a ꝑte.e.determinatum finem : de qua sumo per 3.d.f.equalem.a.⁊.f g.equalem.b.⁊.g.h.equalem.c.factoq; puncto.f.cẽtro describo fm q̃titatem linee.f.d.circulũ.d.k. Itemq; facto.g.cẽtro describo fm q̃titatem linee.g.h.k.h.qui circuli intersecabunt se in duobus punctis quorum vnum sit.k.alioquin sequeretur vnam dictarum linearum esse equalem aliis duabus iunctis aut maiorem eis : quod est contrarium positi : Duco ergo lineam.k.f.⁊.k.g.eritq; triangulus.k.f.g. constitutus ex tribus lineis equalibus lineis.a.b.c.datis : sunt enim.f.d.⁊.f.k.equales qm̃ sunt a cẽtro ad circũferẽtiam quare.f.k.est equalis.a.[a] Similiterq;.g h.⁊.g.k.sunt equales : quia exeũt a centro ad circũferẽtiam : quare.g.k.ẽ equalis.c.⁊ quia.g.f.sumpta fuit equalis.b.patet ꝓpositum manifeste.

Castigator

a ¶ Quia.d.f.per ypothesim equatur linee.a.⁊ eidem.d.f.per diffinitionẽ circuli seu centri equatur.f.k.⁊ ideo per concep.sextam si fuerit due res vni equales ⁊c.f.k.equatur.a.

Propositio .23.

Data recta linea super terminum eius cuilibet angulo proposito equum angulum designare.

Sit data linea.f.e.que est in superiori figura : ⁊ sint linee b.a.continentes angulum datum cui subtendam basim ⁊ super punctum.f.linee.e.f.iuberem facere equalem angulum angulo dato. Ad lineam.e.f.adiungo.f.d.equalẽ linee.a.⁊ ex.f.e.sumo.f.g.equalem.b.⁊ ex.g.e.sumo.g.h.equalem.c. ⁊ super puncta.f.⁊.g.describo duos circulos.d.k.⁊.k.h.fm quantitatem duarum linearum.f.d.⁊.g.h.⁊ intersecantes se in puncto.k.sicut docuit ꝑcedens : ductisq; lineis.k.f.⁊.k.g.erunt equalia duo latera.k.f.⁊.f.g.trianguli.k.f.g.duobus lateribus.a.⁊.b.trianguli.a.b.c.⁊.basis.g.k.equalis basi.c.ergo per.8.angulus.k.f.g.equalis erit angulo contento.ab.a.⁊ .b.quod est propositum.

Propositio .24.

Omnium duorum triangulorum quorum duo latera vnius/duobus lateribus alterius fuerint equalia: si fuerit angulorum sub illis equis lateribus cõtentorum alter altero maior/basis quoq; eiusdem basi alterius/maior erit.

¶ Sint duo triãguli.a.b.c.ꝗ.d.e.f.sintq; duo latera.a.b.ꝗ a.c.eq̃lia duobus lateribus.d.e.ꝗ.d.f.ꝗ vnũquodq; suo correlatiuo/dextꝝ.s.dextro/sinistꝝ.q;sinistro. Sitq; angulus.a.maior angulo.d.dato. Dico ꝙ basis.b.c.maior erit basi.e.f. Faciã.n. iuxta doctrinam ꝑcedẽtis angulũ e.d.g.eq̃lem angulo.a.eritq; angulus e.d.f.ꝑs eius. Et ponã.d.g.eq̃lem.a.c. Et ꝓtraham.e.g.q̃ aut trãsibit supra.e.f.vt secet lineam.d.f.aut super.e.f.vt sit secum linea vna: aut infra. Trãseat ergo ꝑmo sup̃. Et q̃a.a.b.ꝗ.a.c latera triãguli.a.b.c.sunt equalia.e.d.ꝗ.d.g.lateribus triãguli.e.d.g.ꝗ angulus.a.ãgulo.d.totali: erit ꝑ.4.basis.b.c.equalis basi.e.g. At ꝟo quia.d.g.ꝗ.d.f.sunt eq̃les: nam vtraq; ẽ equalis.a.c.erit ꝑ.5.angulus.d.f.g.equalis angulo.d.g.f. Quare.d.f.g.maior erit.f.g.e.ergo.e.f.g.multo fortius maior ẽ eodem.f.g.e.ergo ꝑ.18.latus.e.g.maius ẽ latere.e.f.quare ꝗ.b.c.maior ẽ.e.f.quod ẽ ꝓpositũ. Si ꝟo.e.g.trãseat sup̃.e.f.ꝗ sit secũ linea vna tũc e.f.erit ꝑs.e.g.ꝑ vltimã ergo cõceptõẽ ꝑ3 ꝓpositũ. Si ꝟo.e.g.trãseat ĩfra. e.f.ꝓtrahant due liee.d.f.ꝗ.d.g.q̃ sunt eq̃les vt ꝓbatũ ẽ vsq; ad.k.ꝗ ad.h. fiẽtq; per scd̃am partẽ q̃nte sub basi.f.g.anguli.k.f.g.ꝗ.f.g.h.equales: quare angulus.e.f.g.maior erit angulo.f.g.e.ergo per.18.latus.e.g.maius est latere.e.f.q̃re.b.c.maior ẽ.e.f.quod est ꝓpositum. Istud vltimum mẽbꝝ posset ẽt ꝓbari per.21.ꝑ ipsam.n.erũt in dispositiõe tertia due linee.d.g.ꝗ e.g.maiores duabus lineis.d.f.ꝗ.f.e.ꝗ q̃a.d.g.ẽ eq̃lis.d.f.ꝓpter hoc ꝙ ambe sunt equales.a.c. Erit.g.e.maior.e.f.quare ꝗ.b.c.maior: qđ ẽ ꝓpositũ. melius tñ est demonstrare priori mõ vt in oĩ dispositione arguat ꝑ q̃ntã.

Propositio .25.

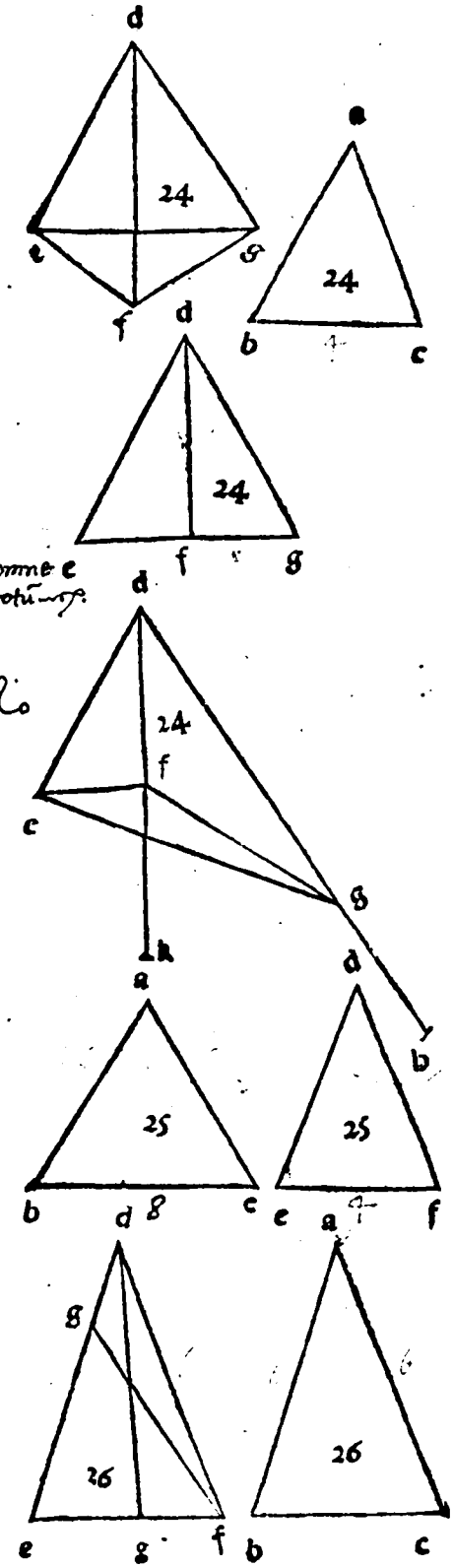
Omnium duorum triangulorum quorum duo latera vnius/duobus lateribus alterius fuerit equalia: basis vero vnius/basi alterius fuerit maior: erit quoq; angulus trianguli maioris illis equis lateribus cõtentus/angulo alterius se respiciẽte maior.

¶ Sint duo trianguli.a.b.c.d.e.f.sintq; duo latera.a.b.ꝗ a.c.primi/equalia duobus lateribus.d.e.ꝗ.d.f.secundi/vnũquodq; suo correlatio: sitq; basis.b.c.maior/basi.e.f/dico ꝙ angulus.a.maior erit angulo d.(hec est conuersa precedentis) Equalis quidem non erit: sic.n.esset per 4.basis.b.c.equalis basi.e.f.quod ẽ cõtra ypothesim: sed nec minor/quia sic esset.d.maior: ꝗ ita per precedentem basis.e.erit maior basi.b.c.quod est contrarium propositioni/quare maior erit.sicq; propositum astruitur.

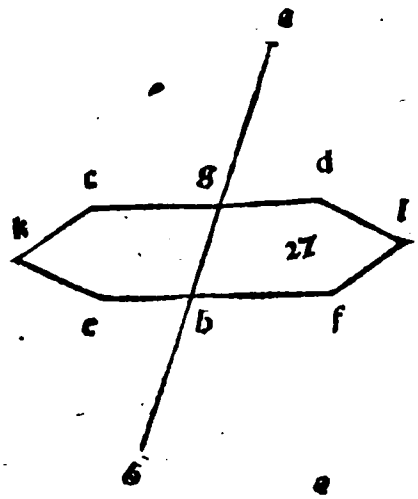
Propositio .26.

Omnium duorum triangulorum/quorum duo anguli vnius/duobus angulis alterius ꝛ vterq; se respicienti equales fuerint/latus quoq; vnius/lateri alterius equale: fueritq; latus illud inter duos angulos equales aut vni eorum oppositũ: erunt quoq; duo vnius reliqua latera duobus reliquis alterius trianguli lateribus vnumquodq; se respicienti equalia: angulusq; reliquus vnius/angulo reliquo alterius equalis.

¶ Sint duo trianguli.a.b.c/d.e.f.sitq; angulus.b.equalis angulo.e.ꝗ angulus.c.equalis angulo.f.sitq; latus.b.c.equale lateri.e.f.aut alterum duorum laterum.a.b.ꝗ.a.c.equale alteri duorum laterum.d.e.ꝗ.d.f.ita ꝙ.a b.sit equale.d e.aut.a.c.d.f.dico ꝙ reliqua duo latera vnius erunt equalia reliquis duobus lateribus alterius.ꝗ reliquus angulus reliquo angulo equalis: angulus videlicet.a.angulo.d. Ponam ergo primo vt latus.b c. super quod iacent anguli.b.c sit equale lateri.e.f.super quod iacent angu



li.e.f.qui positi sunt equales angulis.b.c.tunc dico ꝙ latus.a.b.est equale lateri.d.e.⁊ latus.a.c.lateri.d.f.⁊ angulus.a.angulo.d. Si.n.latus.a.b.nõ sit equale lateri.d.e.alterum erit maius: sit ergo maius.d.e.quod rescabo ad equalitatem.a.b.sitq; g.e.equale.a.b.⁊ producam lineam.g.f.eritq; per.4.angulus.g.f.c.equalis angulo.a.c.b.quare ⁊ ãgulo.d.f.e.ꝛ pars toti quod est impossibile: erit ergo.d.e.equale.a.b.ergo ꝑ.4.d.f equale.a.c.⁊ angulus.d.equalis angulo.a.quod est primum membrum diuisionis ꝓposite. Sint rursus vt prius duo anguli.b.⁊.c.equales duobus angulis.e.⁊.f. sitq; latus.a.b.quod opponitur angulo.c.equale lateri.d.e.quod opponit angulo.f.cui positus est equalis angulus.c.dico ꝙ latus.b.c.erit equale lateri.e.f.⁊ latus.a.c.lateri.d.f.⁊ angulus.a.angulo.d. Si.n.latus.e.f.nõ fuerit equale lateri.b.c.erit alterum maius: sit ergo.e.f.maius: ponatur itaq; e.g.equale.b.c.⁊ producam lineam.d.g.eritq; per.4.angulus.d.g.e.equalis angulo.a.c.b.quare ⁊ angulo.d.f.e.extrinsecus videlicet intrinseco qd est impossibile ꝑ.16. Erit ergo.e.f.equale.b.c.ergo per.4.latus.d.f.equale lateri.a.c.⁊ angulus.d.totalis angulo.a.quod est secundum membrum diuisionis proposite: quare totum manifeste patet.



Propositio .27.

Si recta linea super duas lineas rectas ceciderit duosq; angulos coalternos sibi inuicem equales fecerit: ille due linee erunt equidistantes.

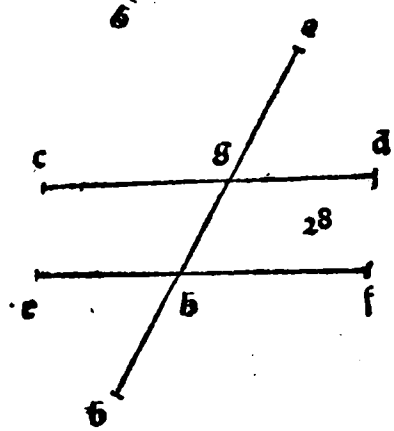
¶ Sit vt linea.a.b.cadat super duas lineas.c.d.⁊.e.f.⁊.secet lineam.c.d.in pũcto.g.⁊ lineam.e.f.in puncto.h.sitq; angulus.d.g.h.equalis angulo.e.h.g.dico ꝙ linee.c.d.⁊ e.f.sunt equidistantes. Si.n.non concurrant aut ad partem.c.e.super punctum.k aut a parte.d.f.super punctum.l.⁊ qualitercunq; fuerit accidet ipossibile per.16.videlicet angulum extrinsecum esse equalem intrinseco. Nã vnus dictorum angulorꝫ coalternorꝫ qui positi sunt equales erit extrinsecus ⁊ reliquus intrinsecus. Quia igit ipossibile est eas cõcurrere i alterutrã ptem ꝓtracta ipse ꝑ diffinitionem erũt eqdistãtes: quod est propositum.

Propontio .28.

Si linea recta duabus lineis rectis superuenerit fueritq; angulus eius intrinsecus angulo extrinseco sibi opposito eqlis aut duo anguli intrinseci ex vna parte duobus angulis rectis equales: ille due linee equidistantes erunt.

¶ Sit vt linea.a.b.secet duas lineas.c.d.⁊.e.f.in pũcto.g ⁊.h.sitq; angulus.g.extrinsecus equalis angulo.h.intrinseco ex eadem parte sumpto: aut duo anguli.g.⁊.h.intrinseci ex eadem parte sumpti sint eqles duobus angulis rectis. Dico ꝙ due linee.c.d.⁊.e.f.sunt equidistantes.

¶ Sit ergo primo angulus.d.g.a.equalis angulo.f.h.g.eritq; per.15.angulus.c.g.h.equalis eidem angulo.f.h.g.q̃re per premissam.c.d.⁊.e.f.sunt equidistãtes. Sint rursus duo anguli.d.g.h.⁊.f.h.g.equales duobus rectis. Et quia per.13.duo anguli.d.g.h.⁊.c.g.h.sunt similiter equales duobus rectis erit angulus.c.g.h.equalis angulo.f.h.g.quare per premissam.c.d.⁊ e.f.erunt equidistantes: quod est propositum.

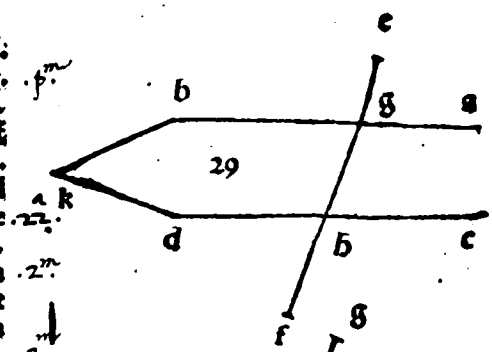


Propositio .29.

Si duabus lineis equidistantibus linea superuenerit duo anguli coalterni equales erunt: angulusq; extrisecus angulo intrinseco sibi opposito equalis. Itemq; duo anguli intrinseci ex alterutra parte cõstituti duobus rectis angulis equales.

¶ Sint due linee.a.b.⁊.c.d.equidistãtes: super quas cadat linea.e.f.secans eas in punctis.g.⁊.h.dico ꝙ anguli.g.⁊.h.coalterni sunt equales: ⁊ ꝙ angulus.g.extrinsecus est equalis angulo.h.intrinseco sibi opposito ex eadem parte sumpto: ⁊ ꝙ anguli.g.⁊.h.intrinseci ex eadem par

te sumpti sunt eq̃les duobus rectis: ꝗ hec est conuersa duarum precedẽtiũ. Primum sic patet. Si enim angulus.b.g.h.non est equalis angulo.c.h.g. alter eorum erit maior.sit ergo maior angulus.c.h.g.ꝗ quia duo anguli. c.h.g.ꝗ.g.h.d.sunt equales duobus rectis per.13.erũt duo anguli.b.g.h.ꝗ d.h.g.minores duobus rectis;ergo per quartam petitiõem due linee.a.b. ꝗ.c.d.si protrahantur cõcurrent in parte.b.ꝗ.d.ad punctũ aliquem vt ad k.non ergo sunt equidistantes per diffinitionem quod est contra ypothesim: ꝗ quia hoc est impossibile:erunt igitur duo anguli coalterni.b.g.h. ꝗ.c.h.g.equales/quod est primum propositum. Ex hoc patet secundum est.n.per.15.angulus.b.g.h.equalis angulo.a.g.e.ergo angulus.a.g.e.erit equalis angulo.c.h.g.extrinsecus videlicet intrinseco:quod est secundum propositum. Ex hoc rursus patet tertium: Sunt enim per.13.duo anguli.a. g.e.ꝗ.a.g.h.equales duobus rectis.ergo duo anguli.a.g.h.ꝗ.c.h.g.erunt etiam equales duobus rectis qui sunt duo intrinseci ex eadem parte sumpti:quod est tertium propositum.

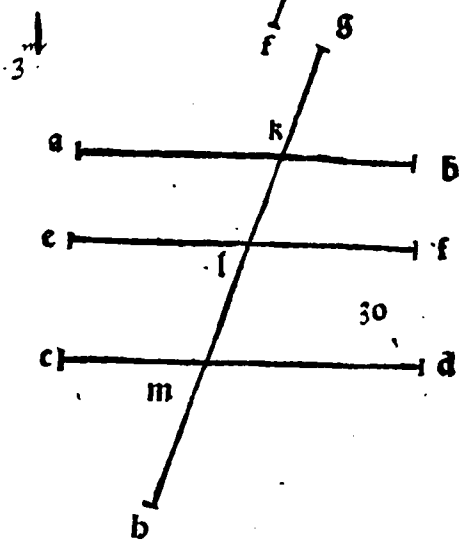


Propositio 30.

Si fuerint due liee vni equidistantes/eedem sibinuicem equidistantes erunt.

¶ Sint due linee.a.b.ꝗ.c.d.quarum vtraq; equidistet linee.e.f.dico illas duas videlicet.a.b.ꝗ.c.d.esse equidistantes.hoc aũt est vniuersaliter verum siue due linee.a. b.ꝗ.c.d.sint in vna superficie cum linea.e.f.siue non:hic tamen non intelligitur nisi secundum ꝙ omnes sunt in superficie vna.secundum.n.ꝙ sunt in diuersis superficiebus probatur in nona.libri.11.ꝙ sunt equidistãtes. Sint ergo omnes in superficie vna.protraham autem lineam.g.h.secantem lineas.a.b.e.f.ꝗ.c.d.in punctis.k.l.m.ꝗ. quia.a.b. equidistat.e.f.erit angulus.b.k.l. equalis angulo.e.l.k. per primam partem precedẽtis cum illi sint coalterni.atq; c.d.equidistat.e.f.erit angulus k.l.e.extrinsecus equalis angulo.l.m.c.intrinseco per secundam partem p̃cedentis.ergo angulus.b.k.l.est equalis angulo.c.m.l.qui cum sint coalterni/erunt per.27.linee.a.b.ꝗ.c.d.equidistantes.quod est propositum.

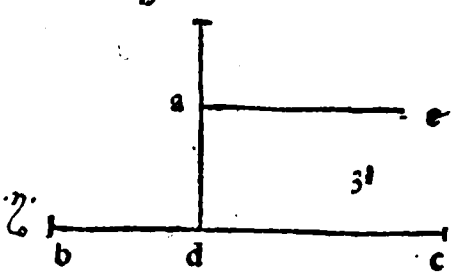
¶ Similem habes in.16.11.



Propositio .31.

A Puncto extra lineam dato linee proposite/equidistantem ducere.

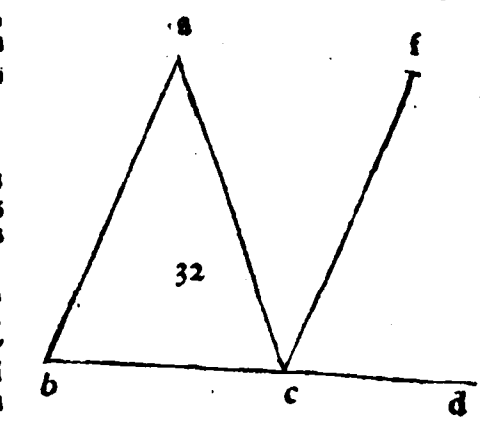
¶ Punctus extra lineam datus intelligitur cum linea vtriq; protrahatur per ipsum non transit. Sit ergo punctus.a. datus extra lineam.b.c.a quo oportet protrahere lineam equidistantem.b.c. protraho lineam.a.d. qualitercunq; contingat.ꝗ super punctum.a.qui est extremitas linee.a.d.constituo angulum.e.a.d.per doctrinam.23.equalem angulo.b.d.a.sibi coalterno.eritq; a.e.equidistans.b.c.per.27.quod est propositum.

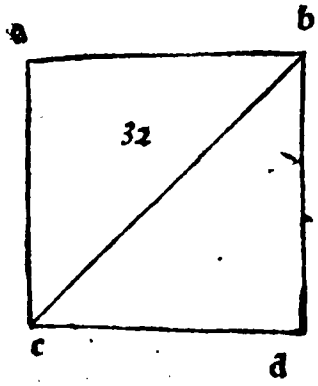


Propositio .32.

Omnis trianguli angulus extrinsecus/duobus intrinsecis sibi oppositis/est equalis: Omnes autez tres angulos eius:duobus rectis angulis/equos esse necesse est.

¶ Sit triangulus.a.b.c.cuius latus.b.c.protrahatur vsq; ad.d.dico ꝙ angulus.c.extrinsecus est equalis duobus angulis.a.ꝗ.b.intrinsecis sibi oppositis simul iunctis.ꝗ ꝙ tres anguli trianguli.a.b.c.simul iuncti sunt equales duobus rectis. A puncto.c.protrahã c.f.eqdistantẽ.a.b.ꝑm doctrinã p̃cedentis.eritq; angulus.f.c.a.eq̃lis angulo.a.q̃a sunt coalterni ꝑ p̃mã ꝑtẽ.29.ꝗ angulus.f.c.d.extrisecus eq̃lis angulo.b.itrisecо ꝑ scdam ꝑtẽ eiusdẽ.q̃re totus.a.c.d.extrisecus ẽ eq̃lis duobus angulis.a.ꝗ.b.intrisecis sibi oppositis.qđ ẽ p̃mũ.ꝗ qa duo anguli.a.c.b.ꝗ a.c.d.sunt eq̃les duobus rectis ꝑ.13.erunt tres anguli.a.b.ꝗ.c.intrinseci eq̃

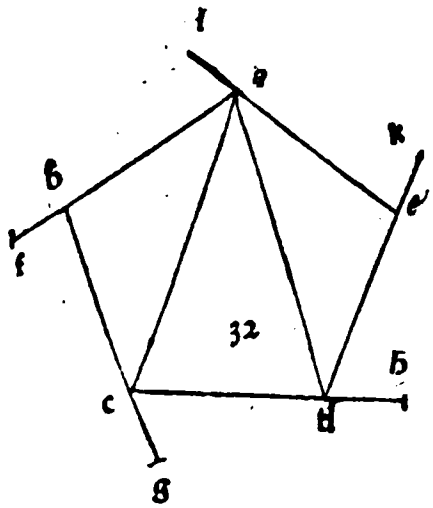


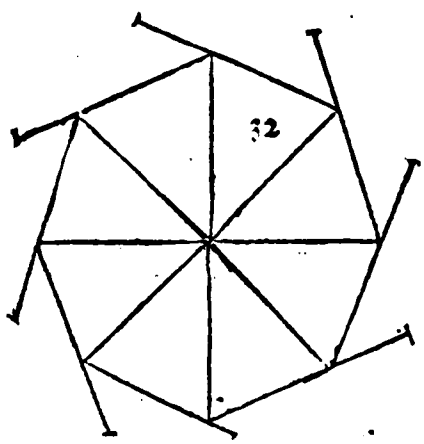


les duobus rectis: quod est ꝓm propositum. ¶ Ex hac aūt patet ꝙ oīs figure poligonie oēs anguli simul sumpti tot rectis angulis sunt equales/quotus est numerus quo a prima destiterit duplicatus: verbi gratia. Poligoniarum figurarum est triangula prima: quia si esset duaꝝ linearum: cum figura sit clausio lineaꝝ: tunc due linee recte includerēt superficiem quod est impossibile per vltimam petitiōem. Quadrilatera secunda: pentagona 3ª. similiter aūt q̄libet tota erit in ordine/quotus erit numerus laterum/aut angulorum eius inde dempto binario. Dico ergo ꝙ triangule q̄ ē prima/oēs anguli sunt eq̄les duobus rectis. Quadrilatere q̄ est secunda erunt equales quatuor rectis. & penthagōe q̄ est tertia erūt equales sex rectis. Hoc aūt inde manifestum est qm̄ cum quelibet talis figura sit in tot triāgulos resolubilis quota ipsa fuerit a prima ductis rectilineis a quouis angulo eius ad oēs angulos oppositos: sintq̄ oēs anguli oīs triāguli duobus rectis equales/erunt oēs laterate figure oēs anguli bis tot rectis equales/quota ipsa fuerit a prima: quod est propositum. Sit.n. exempli grā: Penthagonus a.b.c.d.e.a cuius angulo.a. ducam lineas ad angulos.c.d. sibi oppositos: eritq̄ totus pēta gonus resolutus in triāgulos.a.b.c/a.c.d. & a.d.e. quoꝝ cū cuiuslibet sunt anguli equales duobus rectis erūt penthagoni anguli equales sex rectis: quod est duplum eius numeri quo a prima distat/siue duplū numeri angulorum aut laterum eius īde dempto binario. ¶ Possumus quoq̄ᵇ & sic idem proponere dicētes ꝙ oīs figure poligonie oēs anguli pariter accepti sunt tot rectis angulis equales q̄tus ē numerus quē eius anguli duplicāt inde dempti: quatuor pūcto.n. quolibet ītra figuram signato & ab eo ad singulos angulos lineis ꝓtractis erit ipsa figura ī tot triāgulos resoluta quāti fuerint eius anguli: iōq̄ oēs anguli oīum illoꝝ triangulorꝝ piter accepti tot rectis angulis erūt equales q̄tus est numerus quē duplicāt anguli ꝓposite figure: cū itaq̄ sint oēs anguli triāgulorꝝ in quos ipsa resoluta est pūctum mediū circūstantes quatuor rectis equales ꝑ.13. manifestum cōstat ꝓpositum. ¶ Similiter quoq̄ patet ꝙ oīs figure poligonie anguli oēs extrinseci q̄tuor rectis angulis sunt equales: sunt.n. intrinseci & extrinseci bis tot rectis equales quot hūerint angulos per.13. Intrinseci āt sunt bis tot rectis equales quot hūerint angulos: dēptis inde quatuor: ergo extrinseci sunt quatuor rectis equales: quod est ꝓpositum. Exēpli grā: ꝓpositi penthagoni latera ꝓtrahantur vt fiant anguli extrinseci.a.b. qdem ꝓtrahatur vsq̄ ad.f.b.c. vsq̄ ad.g.c.d. vsq̄ ad.h.d.e. vsq̄ ad.k.e.a. vsq̄ ad.l. erūtq̄ per.13. duo anguli.a. intrinsecus & .a. extrinsecus equales duobus rectis: eadem autem ratione duo anguli.b. intrinsecus. & .b. extrinsecus: sic & ceteri quare.a.b.c.d.e. anguli intrinseci & extrinseci decē rectis. demptis igitur intrinsecis q̄ sunt eq̄les sex rectis erūt extrinseci. v3.b.a.l.c.b.f.d.c.g.e.d.h. & a.e.k. eq̄les quatuor rectis. ¶ Patet ēt ꝙ oīs pēthagoni cuius vnūquodq̄ latus duo secat ᶜex reliqs h3.s. angulos duobus rectis equales. sit qualis proponit pēta gonus.a.b.c.d.e. & secet latus.a.c. latus.b.e. in pūcto.g. & latus a.d. idem latus.b.e. in pūcto.f. eritq̄ angulus.a.f.g. equalis duobus angulis.b. & .d. cū sit extrinsecus ad ipsos in triāgulo.f.d.b. Itēq̄ angulus.f.g.a. erit equalis duobus angulis.c. & .e. cū sit extrinsecus ad ipsos in trāgulo.g.c.e. sed duo āguli.a.f.g. & .f.g.a. cū angulo.a. sunt eq̄les duobus rectis ergo q̄tuor anguli.b.d. & .c.e. sunt cū angulo.a. eq̄les duobus rectis: qd ē ꝓpositū.

Castigator.

a ¶ .s. multiangule nā grece poly. multū gonia ṽo angulū significat ēt figure pluriū angulorꝝ dicere possumus. b ¶ Possumus quoq̄ & sic idem ꝓponere &c. Ista regula aducitur infra in .21. libri. u. & multū facit ad illā & sequētes vt patet. c ¶ Ista vocat figura egredientium angulorꝝ & ē .1. in ordine qa nec trianguli nec quadrāguli latera ꝓtracta in cōtinuū & directū cōcurrēt vt patet intuēti quia tunc due linee recte clauderent superficiem cōtra vltimam petitionem. De tetragono patet quia si latera sunt equidistantia non concurrent sed si non sint equidistantia habebit angulos acutos & obtusos: igitur ex vna parte latera concurrent/ex alia vero



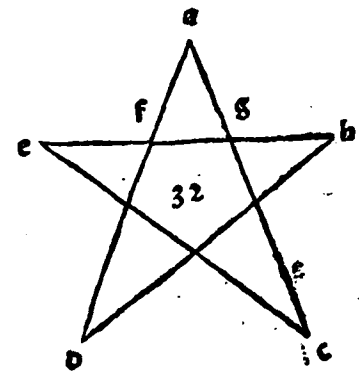


minime. Et sic non erit figura huius ordinis: sed latera pentagoni bina & bina continent angulos obtusos: ergo utrinq; ptracta cõcurrent & sic ẽ prima talium.

Propositio .33.

Si in summitatibus duarum linearum equidistantium/ & equalis quantitatis/ alie due linee coniungãtur: ipse quoq; equales/ & equedistantes erunt.

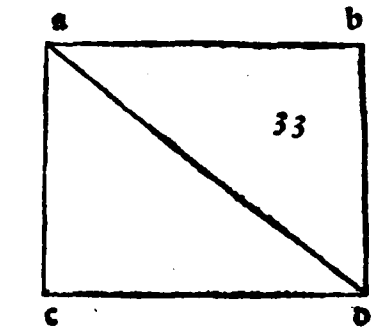
¶ Sint due linee. a. b. & c. d. equales & equedistãtes: quarum extremitates coniungam p lineas. a. c. & b. d. quas dico esse equales & equidistantes. ¶ Protrahã. n. lineam.
29 a. d. & quia linee. a. b. & c. d. sunt equidistãtes: erit angulus. b. a. d. equalis angulo. a. d. c. p primam partem. 29. ergo erunt duo latera. a. b. & a. d. trianguli. a. b. d. equalia duobus lateribus. d. c & d. a. trianguli. d. c.
4 a. & angulus. a. primi equalis/ angulo. d. secundi. ergo p. 4. basis. b. d. primi est equalis/ basi a. c. secundi. & angulus. a. d. b. primi equalis/ angulo. d. a. c. secundi. At quia ipsi sunt coalterni erunt linee. b. d. & a. c. equidi
27 stãtes per. 27. & quia prius probatum est ipsas esse equales: patet propositum utrinq;.



Propositio .34.

Omnis superficies equidistantibus contenta lateribus: lineas atq; angulos ex aduerso collocatos habet equales: diametro diuidente eam per medium.

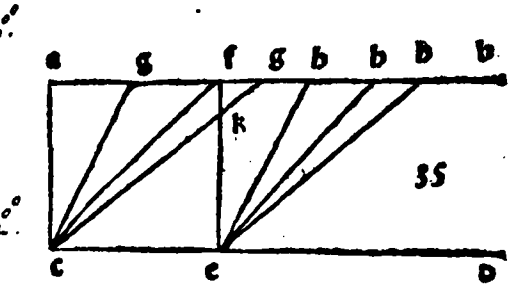
¶ Sit superficies. a. b. c. d. equidistantium laterum: ita q; linea. a. b. equidistet. c. d. & a. c. b. d. dico duas lineas. a. b. & c. d. item duas lineas. a. c. & b. d. esse equales. Similiter & dico angulum. a. eẽ equalem angulo. d. & angulum. b. angulo. c. ¶ Protrahã diametrum. a. d. que etiam diuidet superficiem illam p me
29 dium. cum. a. b. & c. d. sint equidistantes: erunt anguli. b. a. d. & c. d. a. qui sunt coalterni equales per. 29. At quia ẽt. a. c. & d. b. sunt equidistantes: erunt anguli. c. a. d. & b. d. a. qui sunt coalterni equales p eandem. Intelligo. n. duos triãgulos. a. d. b. & d. a. c. & quia duo anguli. a. & d. trianguli. a. d. b. sunt equales duobus angulis. d. & a. trianguli. d. a. c. & latus. a. d. super quod iacent illi anguli in utroq; triangulo est cõe: erit p
26 26. latus. a. b. equale lateri. c. d. & latus. a. c. lateri. b. d. & angulus. b. angulo. c. & quia angulum. a. totalem patet esse equalem angulo. d. totali per secundam conceptionem: totum propositum cũ correlario liquet.

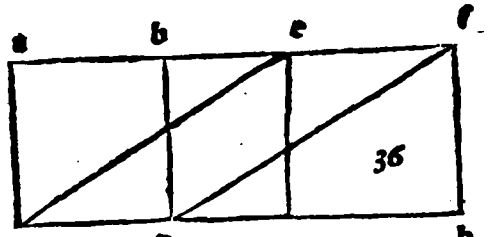


Propositio .35.

Omnes superficies equidistantium laterum super vnam basim/ atq; in eisdem alternis lineis constitute/ equales esse probantur.

¶ Sint due linee. a. b. & c. d. equidistãtes/ inter quas fiat a. c. f. e. superficies equidistantium laterum super basim. e e. & super eandem basim/ & inter easdem lineas fiat alia superficies. g. c. h. e. similiter equidistantium laterum/ dico duas predictas superficies esse equales quod sic probatur. ¶ Aut. n. linea. c. g. secabit lineã. a. b. in aliquo puncto linee. a. f. aut in pũcto. f. aut in aliquo puncto linee b. f. secet ergo primo in aliquo puncto linee. a. f. ut in prima figuratione .1. apparet. & quia utraq; duarum linearum. a. f. & g. h. est equalis linee. c. e. per precedentem una earum erit equalis alteri: dempta ergo linea. f. g. cõi: remanebit. a. g. equalis. f. h. Quia per precedẽtem item est. a. c. equa
29 lis. f. e. & angulus. h. f. e. angulo. g. a. c. per secundam partem. 29. uideli
4 cet extrinsecus intrinseco: erit per. 4. triangulus. a. c. g. equalis triangulo f. e. h. ergo irregulari figura quadrilatera que ẽ. g. c. f. e. addita utriq; erit superficies. a. c. f. e. equalis/ superficiei. g. c. h. e. quod est propositũ. ¶ Secet ergo modo linea. c. g. lineam. a. b. in puncto. f. ut in secunda figuratione .2. apparet. eruntq; simili argumentatione priori duo trianguli. a. c. f. & f. e. h. equales: quare utrobiq; addito triangulo. f. c. e. patet propositum. ¶ Secet tertio modo linea. c. g. lineã. a. b. inter duo puncta. f. b. ut .3. in tertia figuratione apparet: secabitq; lineam. f. e. sic ut in puncto. k. &



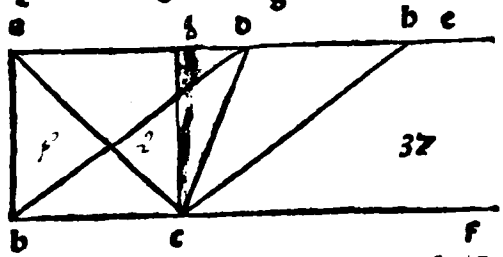


quia simili argumentatione priori linea.a.f.ē equalis linee.g.h.ſucta cō
muni linea.g.f.erit a.g.equalis.f.h.⁊ triangulus.a.g.c.equalis triangulo
f.e.h.adito ergo utriq; triangulo.c.k.e.⁊ detracto ab utroq; triangulo.f.
k.g.erit ſuperficies.a.c.f.e.equalis ſuperficiei.g.c.h e.quod eſt ꝓpoſitum.

Propoſitio .36.

Omnia paralellograma in baſibus equalibus atq; in eiſdem lineis conſtituta equalia eſſe neceſſe eſt.

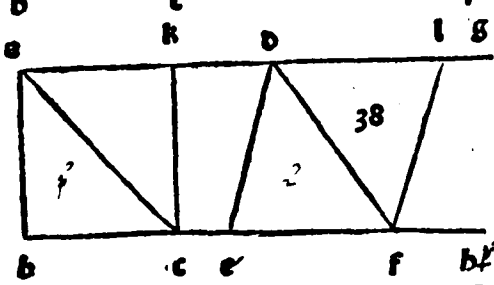
Paralellogramum dicitur ſuperficies equidiſtantium laterum. Sint due ſuperficies.a.b.c.d.⁊.e.f.g.h.equidiſtantium laterum conſtitute inter duas lineas equidiſtantes q̄ ſunt.a.f.⁊.c.h.⁊ ſuper equales baſes que ſunt.c.d.⁊.g.h.dico eas eſſe equales. Nam protraham duas lineas.c.e.⁊.d.f.eritq; per.33.ſuperficies.c.d.e.f.equidiſtantium laterum propter hoc q̄.e.f.eſt.equalis ⁊ equidiſtans.c.d.nam utraq; earum eſt equalis.g.h.Quia ergo per premiſſam utraq; duarum ſuperficierum.a.b.c.d.⁊.e.f.g.h.eſt equalis ſuperficiei c.d.e.f.ipſe erunt ſibi inuicem equales: quod eſt propoſitum. 33



Propoſitio .37.

Quales ſunt ſibi cincti trianguli qui ſuper eandem baſim atq; inter duas lineas equidiſtantes ſunt cōſtituti.

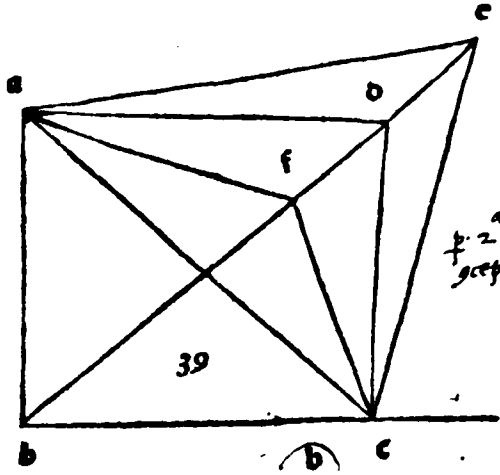
Sint duo triāguli.a.b.c.⁊.d.b.c.conſtituti ſuper baſim b.c.inter duas lineas.a.e.⁊.b.f.que ſint equidiſtantes: dico eos eſſe equales. Protraham enim.c.g.equiſtantem.a.b.⁊.c.h.equidiſtantem.d.b.per.31.eruntq; due ſuperficies.a.b.c.g.⁊.d.b.c.h.equales per.35.⁊ quia dicti trianguli ſunt earum dimidia per correlarium.34.ipſi erūt equales per cōem ſciam que eſt quod tota ſunt eq̄lia ⁊ dimidia: ſicq; patet propoſitum. 31 35 34



Propoſitio .38.

Si duo trianguli ſuper baſes equales atq; inter duas lineas equidiſtantes ceciderint equales eos eſſe neceſſe eſt.

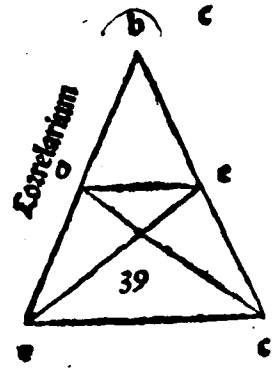
Sint duo triangulī.a.b.c.⁊.d.e.f.conſtituti ſuper baſes b.c.⁊.e.f.equales.⁊ inter lineas.a.g.⁊.b.h.equidiſtantes: dico eos eſſe eq̄les. Protraham enim.c.k.equidiſtātem.a.b.⁊.f.l.equidiſtantem.e.d.eruntq; due ſuperficies.a.b.c.k.⁊.d.e.f.l.equales per.36.⁊ quia dicti trianguli ſunt earū dimidia ꝑ correlarium.34.ipſi erunt eq̄les ꝑ antedictam cōem ſciam. 36 34



Propoſitio .39.

Omnes duo trianguli equales ſi in eandem baſim et ex eadem parte ceciderint: inter duas lineas equidiſtantes erunt.

Sint duo triāguli.a.b.c.⁊.d.b.c.cōſtituti ſuper baſim b.c.ex una eademq; parte ſintq; equales: dico eos eſſe inter lineas equidiſtantes: ⁊ hec eſt cōuerſa.37. A puncto.a.ꝑ traham lineam equidiſtantem linee.b.c.que ſi pertranſierit per punctum d.liquet propoſitum. Si autem ꝑtranſierit ſupra aut infra: tranſeat primo ſupra.⁊ ſit.a.e.producāq;.b.d.usquequo ſecet lineā.a.e.in puncto.e.⁊ protraham lineam.e.c.⁊ quia triāgulus c.b.e.eſt eq̄lis triāgulo.a.b.c.ꝑ.37. ⁊ triangulus.d.b.c.poſitus eſt eq̄lis triāgulo a.b.c.erit triāgulus.d.b.c. eq̄lis triangulo e.b.c.ꝑs toti quod eſt impoſſibile. Nō igitur ꝑtranſibit linea.q̄ a puncto.a.ducitur eq̄diſtanter.b c.ſupra.d.trāſeat.ergo infra.⁊ ſit a.f.ſecās lineam .d.b.in pūcto.f.ꝑtraham ergo lineam.f.c.⁊ quia ꝑ.37. triāgulus.f.b.c.eſt eq̄lis triāgulo.a.b.c.ipſe ēt erit equalis triāgulo.d.b.c.ꝑs toti quod eſt impoſſibile. Quia ergo linea a puncto.a.equidiſtāter b.c.non trāſit niſi ꝑ punctum.d.patet propoſitum. 37 37 37



Ex hac aūt ⁊ premiſſa nota q̄ ſi aliqua linea recta duo alicuius trianguli latera ꝑ eq̄ ſecet uel ſecuerit ipſa erit tertio equidiſtās quod ſic ꝓbatur. Sit triāgulus.a.b.c. cuius duo latera q̄ ſunt a.b.⁊.b.c.ſecet linea.d.e.ꝑ equalia.a.b.quidem in pūcto.d.⁊.b.c.in puncto.e.dico q̄ linea.d.e.ē equidiſtās.a.c.Protraham

38 enl in q̃drilatero.a.c.e.d.diametros.a.e.⁊.d.c.eritq; p.38.triãgulus.a.e.d.
equalis/triangulo.d.e.b.propter id q̃ linea.a.d.posita est equalis linee.d.
b. Itemq; per eandem triangulus.c.e.d.erit equalis eidem triangulo.d.
e.b.propter id q̃ linea.c.e.posita est equalis linee.e.b.quia triangulus.a.
e.d.est equalis triangulo.c.e.d.quia ergo ipsi sunt constituti super eandẽ
39 basim/uidelicet lineam.e.d.⁊ ex eadem parte ipsi.erunt p hanc.39.inter li
neas equidistantes; ergo linea.d.e.est equidistans linee.a.c.quod quidẽ
propositum ad quintam quarti tibi ualebit. Nota pro. 5. 4.

¶ Castigator

a ¶ Iste concursus pbatur per tertiam partem.29.per eam enim ⁊ per ad
uersarium duo anguli intrinseci totales.a.⁊.b.sunt equales duobus rectis:
sed linea.b.d.latus secundi trianguli diuidit angulum intrinsecum in du
os ptiales. Et quia super lineas.a.e.⁊.b.d.cadit linea.a.b.que ex parte.e.⁊
d.facit duos angulos minores duobus rectis scilicet.a.b.d.⁊.e.a.b.quare
per.4.petitionẽ due linee.a.e.⁊.b.d.in eandem partem protracte concur
rent. ¶ Vel sic per.30.si non concurrant.a.e.⁊.b.d.per aduersarium:ipse
per diffinitionem erunt equidistantes.⁊ quia ẽt ex ypothe.b.c.equidistat
a.e.ideo per.30.b.d.⁊.b.c.erunt equidistantes/cum utraq; equidistet.a.e.
⁊ sic.b.d.cum.b.c.non cãsarent angulũ.d.b.c.qd est contra ypothesim.
¶ Potest etiam propositum huius.39.concludi ostensiue sic per con
uersionem.35.sic deducendo uidelicet ducam a puncto.e.per.31. equidi
stantem lateri.a.b.q̃ sit.c.e.quam poniam per.3.equalem ipsi.a.b.⁊ coniũ
a gam extremitates.a.⁊.e.per lineam.a.e.per primam petitionem q̃ erit e
qualis ⁊ equidistans basi.b.c.per.33.deinde ab eodem puncto.c.p eandẽ
31.erigam equidistantem lateri.b.d.que sit.c.f.quam similiter ponam
per.3.equalem ipsi.b.d.demum per rectam coniungam extremitates.d.f
per eandem petitionem que similiter erit equalis/⁊ equidistans ipsi basi
b.c.per eandem.33.⁊ sic sunt due superficies equidistantium laterum/equa
les:quia dicti trianguli sunt earum dimidia ⁊ sunt equales per ypothesim.
ergo ipse sunt equales per conceptionem/quoq; dimidia sunt equalia/tota
quoq; sunt equalia ⁊ sunt super eandem basim.b.c.ergo p conuersionem
.35.ipse sunt inter duas lineas equidistantes que sunt.a.f.⁊.b.c.⁊ sic earũ
dimidia que sunt ipsi trianguli. ¶ Ista facit ad secundam.m.⁊ ad pri
mam.14.⁊.6.⁊.7.8.17.

Propositio .40.

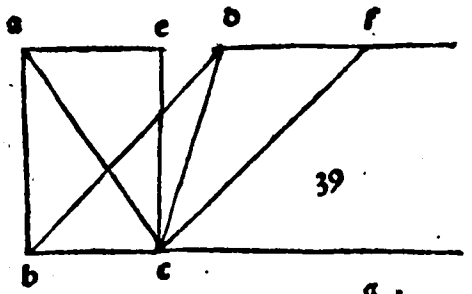
I duo trianguli equales super equales bases vni
us eiusdemq; linee ex eadem parte fuerint consti
tuti eos inter duas lineas equidistantes necesse est
contineri.

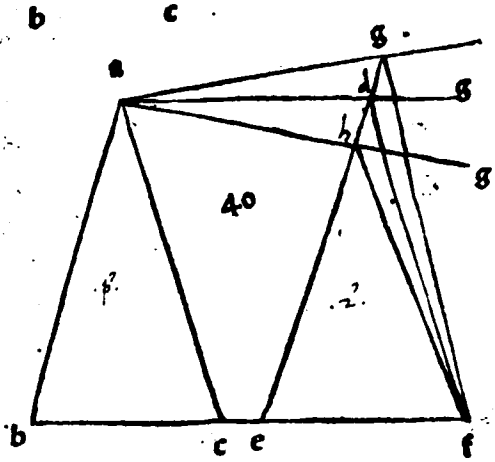
¶ Sint duo trianguli.a.b.c/d.e.f.eq̃les cõstituti sup duas
bases q̃ sunt.b.c.⁊.e.f.⁊ ex eadem pte dico eos esse inter du
38 as lineas equidistantes.⁊ hec est cõuersa.38.⁊ pbatur.per ipsam sicut pce
37 dens p.37. A puncto.a.ducatur linea.equidistãs linee.b.f.q̃.si transierit
p punctum.d.patet ppositum.sin aũt ptransierit supra ut.a.g.⁊ pducatur
38 .e.d.usq; ad ipsam q̃ sit.e.g.⁊ ducatur linea.g.f.eritq; p.38.triangulus.a.b.
.c.equalis triangulo.g.e.f.quare ⁊ triangulus.d.e.f.erit equalis triãgulo/
.g.e.f.ps toti:quod est impossibile. Non ergo trãsibit supra. Trãseat ergo in
38 tra.⁊ secet lineam.d.e.i puncto.h.⁊ ducatur linea.f.h.eritq; p.38.triangu
lus.h.e.f.equalis/triangulo.a.b.c.quare ⁊ triangulo.d.e.f.ps toti:quod ẽ
impossibile.quia ergo non transibit nisi per punctum.d.patet ppostum.

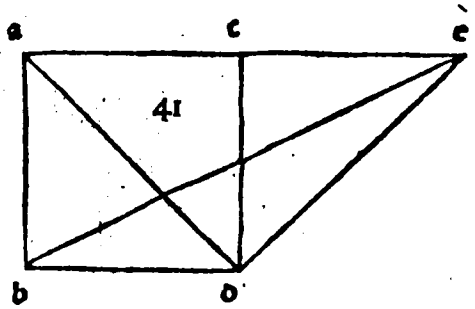
Propositio .41.

I paralellogramum/triangulusq; in eadem basi/at
q; in eisdem alternis lineis fuerint constituta:pa
ralellogramum triangulo duplum esse conueniet.

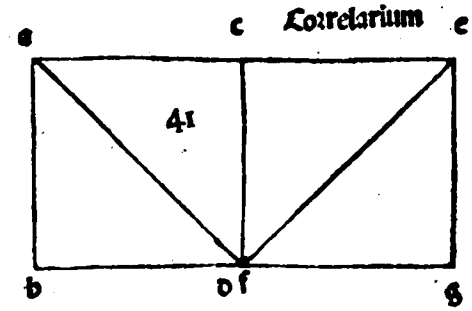
¶ Sit palellogramũ.a.b.c.d.⁊ triãgulus.e.b.d sup basim
b.d.⁊ inter lineas a.e.⁊.b.d.q̃ sint eqdistantes:dico palel
logramũ duplũ eẽ/triãgulo ptrahã in palellogrão diame
tro.a.d.eritq; triãgulus.a.b.d.dimidiũ palellogrami p corr.34.⁊ quia



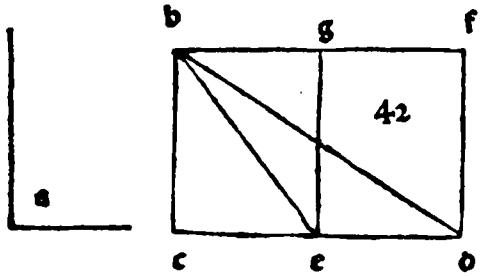




Corrolarium



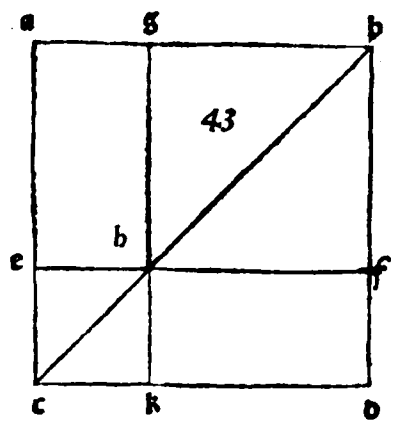
triangulus.e.b.d.est equalis triangulo.a.b.d.per.37.patet triãgulum 37
e.b.d.esse dimidium palellogrami.a.b.c.d.quod ẽ propositum. Simi
liter quoq; potest probari q; si palellogramum triangulusq; in equalibus
basibus.atq; inter lineas equidistantes fuerint constituta palellogramum
duplum erit triãgulo: quod ideo non posuit Euclides: quia leuiter patet
ex hac precedente correlarium: ꝗ.38.diuiso palellogramo per diametrũ
in duos triangulos, uel super basim palellogrami inter easdem lineas eq 38
distantes triangulo constituto ad quem duplum erit paralellogramum
per hanc precedentem: ꝗ ipse equalis alteri triãgulo per.38.



Propositio .42. 38

Equidistantium laterum superficiem designare cuius angulus sit angulo assignato equalis: ipsa vero superficies triangulo assignato equalis.

¶ Sit assignatus angulus.a.ꝗ assignatus triangulus.b.c.d.uolo describere superficiem equidistantium laterum eq̃lem triangulo.b.c.d. cuius uterq; duorum angulorum contra se positorũ sit equalis.a. ¶ Diuido basim.c.d.per dimidiũ in puncto.e.ꝗ protraho lineam.b.e.ꝗ a puncto.b.duco.b.f.equidistantem .c.d.eritq; per.38.triangulus.b.e.d.equalis triangulo.b.e.c.quare triangulus.b.e.d.est dimidium totalis triãguli.b.c.d.igitur super punctum 38
e.linee.d.c.cõstituo angulum.d.e.g.equalem angulo.a.ꝗ perficio paralellogramum.g.e.d.f.quod quia per precedentem est duplum ad triãgulum.b.e.d.erit etiam equale triangulo.b.c.d.per hanc cõem scientiam: quorum dimidia sunt equalia.ipsa quoq; sunt eq̃lia.est enim triangulus.b.c.d.utriusq; dimidium quare descripsimus paralellogramum.g e.d.f.equale triangulo.b.c.d.cuius uterq; duorum angulorum.g.e.d. ꝗ.d.f.g.cõtra se positorum est equalis angulo.a.quod fuit propositum.



Propositio .43.

Omnis paralellogrami spacij eorum que circa diametrum sunt paralellogramorum supplementa eq̃ sibi inuicem esse necesse est.

¶ Sit paralellogramum.a.b.c.d.in quo protraham diametrum.b.c.ꝗ protraham.e.f.equidistãtem utriq; duorum laterum.a.b.ꝗ.c.d.que secet diametrum in puncto h.a quo ducam.k.g.equidistantem utriq; duorum laterum.a.c.ꝗ.b.d.ꝗ ꝓducam eã quousq; secet utrunq; latus.a.b.ꝗ.c.d.sitq; tota.g.h.k.eritq; totum paralellogramum.a.b.c.d.diuisum in quatuor paralellograma: quorum duo scilicet.e.c.k.h.ꝗ.g.h.b.f.dicuntur consistere circa.c.b. quia diametrum trãsit per medium eorum ꝗ ideo sunt circa diametrum: reliqua duo scilicet.a.e.g.h.ꝗ.k.h.f.d.dicuntur supplementa: hec duo supplementa dicuntur esse equalia.sunt enim duo trianguli.a.b.c.ꝗ.c. d.b.equales per correl.34.similiter quoq; duo trianguli.g.h.b.ꝗ.f.h. b.sunt equales per idem correl.34. At duo trianguli.c.e.h.ꝗ.k.h.c.similiter equales per idem correlarium demptis igitur duobus triangulis. b.g.h.ꝗ.h.e.c.de totali triangulo.a.b.c.ac duobus triangulis reliquis b.f.h.ꝗ.k.c.h.de totali triãgulo reliquo.c.d.b.erunt per communem 34
sciam residua: que sunt duo dicta supplemẽta equalia: quod est ꝓpositũ.

Propositio .44.

Proposita linea recta super eam superficiem equidistantium laterum cuius angulus sit angulo assignato equalis ipsa vero superficies triangulo assignato equalis designare.

¶ Designare superficiem equidistantium laterum super lineam aliquam est lineam ipsam facere latus unum ipsius superficiei. Sit ergo data linea.a.b.ꝗ datus angulus.c.ꝗ datus triangulus d.e.f.super lineam.a.b.uolo designare superficiem unam equidistantium laterum itaq; linea.a.b.sit unũ ex lateribus eius: cuius uterq; duorũ an

prop.° 45.

D[illegible] eo[illegible] p[illegible] g[illegible]mũ
constituere [illegible] ato [illegible]
hanc Camparus praetermisit fm. Z.

gulorum cõtra se positorum sit equalis angulo.c. ¶ ipse totalis superficies
42 sit eqlis triangulo.d.e.f. differt aũt hec a.42.quia hic Datur latus unius
superficiei describẗde scilicet linea.a b.ibi autẗ nullum. Cum ergo uo
luero facere ad angulo lineam.a g.linee.a b.fm rectitudinem quam po
no equalem linee.e f.basi trianguli dati super quam constituo triangulũ
tum ei equalem ¶ equilaterum.quod hoc modo facio. Constituo an
gulum.a.g.k.equalem angulo.e.¶ angulum.g.a.k.equalem angulo.f.p
23.¶ quia.g a.posita fuerat equalis.e f.erit per.26.triangulus.g.a.k.eq
23 lis ¶ equilaterus triangulo.e.f.d.dimidam ergo.g a.per equalia in pũcto
26 b.¶ protraham.k.b.¶ producam a puncto.k.lineam.m.k.n.equidistan
38 tem linee.g b.eritq; per.38.triangulus.a b.k.equalis triangulo.g.b.k.cũt
23 super punctum.a.linee.g a.faciam angulum.g.a.l.per.23.equalem an
gulo.c.dato.¶ complebo super basim.a b.¶ inter lineas.g b.¶.m.n.equi
distantes superficiem equidistantium laterum.m.l.b.a.quo per.41.du
41 pla erit ad triangulum.l.b.a.quare equalis totali triangulo.k.g.a.quare
¶ triangulo.d.e.f. Propositum protraham ergo.b.n.equidistantem.a.l.¶
producam diametrum.n a.quam protraham quousq; concurrat cum.m
b.in puncto.o.¶ complebo superficiem equidistantium laterum.m.o.n
a q.¶ protrahamus.l.a.usq; ad.p.eritq; per precedentem supplementum.a.b
p.q.equale supplemento.m.l.b.a.quare ¶ triangulo.d.e.f.¶ quia per.15.
15 angulus.l.a.b.est equalis angulo.b.a.p.¶ ideo angulus.b.a.p.est equa
lis angulo.c.poneť super datam lineam.a b.descriptam esse superficiem
equidistantium laterum.a.b.p.q.equalem dato triangulo.d.e.f.cuius uten
q.duorum angulorum contra se positorum qui sunt.a.¶ q.est equalis da
to angulo.c.quod fuit propositum. ¶ Cathigatorum
a ¶ Concursus ille non probatur ab auctore sed sic elicitur nam a.b.n.est
triangulus ¶ p.17.huius duo anguli.b.n.sunt minores duobus rectis ¶ per
secundam partem.29.huius angulus.l.extrinsecus equatur angulo.n.a
intrinseco ergo duo anguli.m.n.sunt minores duobus rectis quare per pe
nultimam petitionem.m b.¶.n a.concurrẗ ad ptem illam in pũcto.o.

Propositio .45.

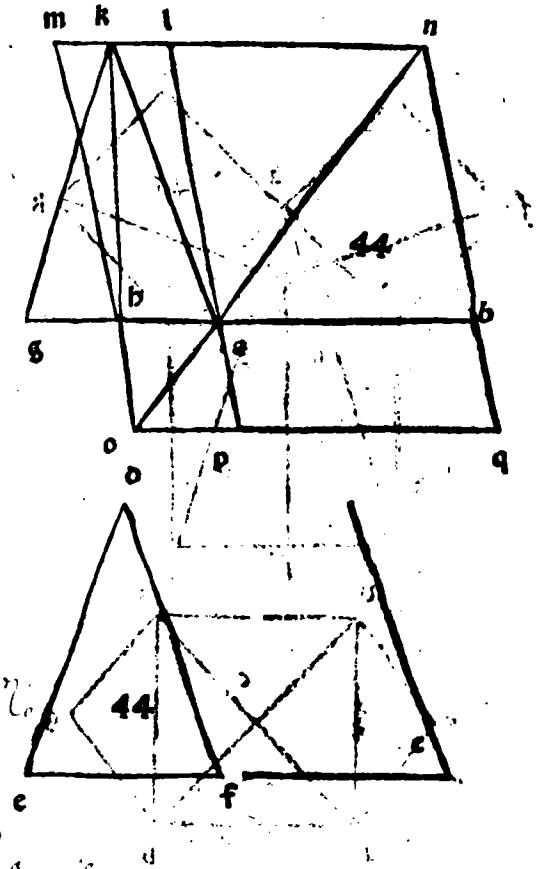
11 Ex data linea quadratum describere.

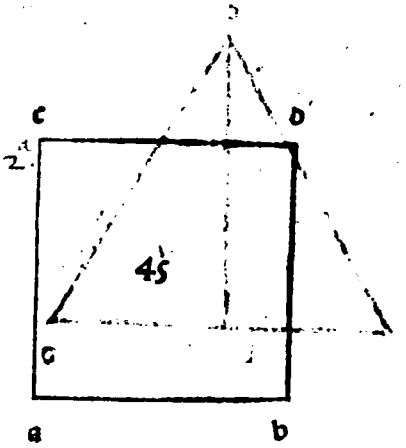
¶ Sit data linea.a b.ex q̃ uolo q̃dratũ describere. A pũ
28 ctis.a.¶.b.linee.a b.reduco p.11.lineas.a.c.¶.b.d.perpen
diculares ad linea.a b.quae erunt equidistantes per ulti
33 mam partem.28.¶ posito utriq; earum eidem.a b.per ter
29 tiam equalem.¶ protraho lineam.c d.utrq; ipsi equalis
¶ equidistans linee.a b.per.33.¶ quia uterq; duorum angulorum.a.¶.b.
est rectus.erit uterq; duorum.c.¶.d.rectus per ultimam partem.29.ergo
11 per diffinitiõem.a.b.c.d.est quadratum quod est propositũ. ¶ Idem ait
31 ter sit.a.c.perpendicularis super lineam.a b.per.11.¶ sit ei equalis ut prius
¶ a puncto.c.per.31.ducatur.c d.equidistans.a b.¶ ponatur equalis.c d.¶
33 ducatur linea.d.b.que per.33.erit equalis ¶ equidistans.a c.¶ omnes an
29 guli recti per ultimam ptem.29.q̃re per diffinitiõem habetur propo

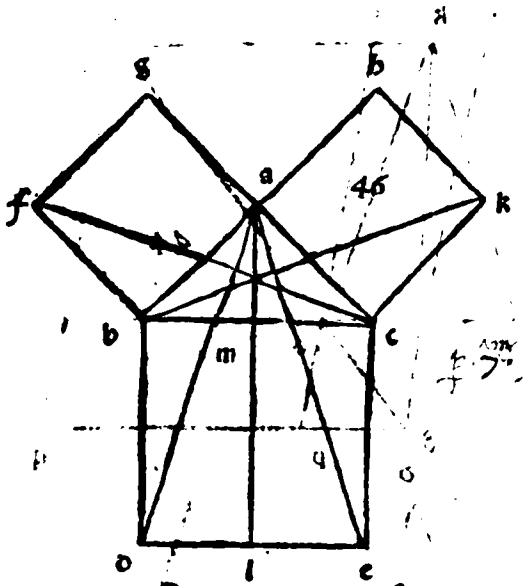
Propositio .46.

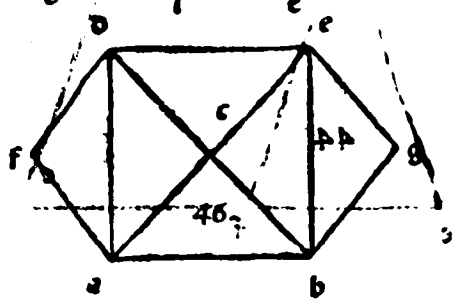
In omni triangulo rectangulo quadratum quod
a latere recto angulo opposito in semetipso ducto de
scribitur equum est duobus quadratis quae ex duo
bus reliquis lateribus conscribuntur.

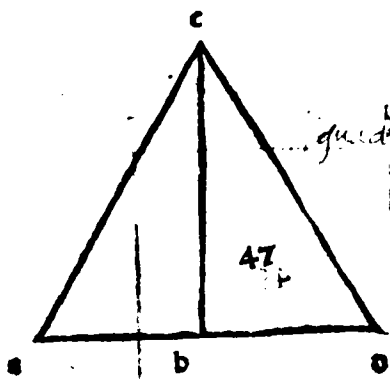
¶ Sit triangulus.a.b.c.cuius angulus.a.sit rectus.dico q̃
quadratum lateris.bc.equum ẽ quadrato.a b.¶ quadrato
a c.simul sumptis. ¶ Quadrabo ergo uniuscuiusq; latera p̃ in doctrina preceden
tis.¶ sitq; quadratum.b c.superficies.b.c.d.e.¶ quadratum.b a.superficies
b.f.g.a.¶ quadratũ.a c.superficies.a.c.h.k.¶ ab angulo.a.recto ducam ad ba
sim.c.d.¶ ab.a.maximi quadrati tres lineas.a.l.equidistantem utriq; la
8 teri.b d.¶.c e.que secet.b c.in puncto.m.¶ ypothenusas.a d.¶.a e.Item
a duobus reliquis angulis trianguli qui sunt.b.¶.c.ducam ad duos angu











los duorum quadratorum minorum duas lineas se intersecantes intra ipsum triangulum que sunt.b.k.& c.f.& quia uterq; duorum angulorum.b.a.c. & b.a.g.est rectus per.14.erit.g.c.linea una: eadem ratione erit.b.h.linea una.qa uterq; duorum angulorũ.c.a.b.& c.a.h.est rectus quia ergo super basim.b.f.& inter duas lineas equidistantes que sunt.c.g.& b.f.constituta sunt paralellogramum.b.f.g.a.& triangulus.b.f.c.erit per.41.paralellogramum.b.f.g.a.duplum triangulo.b.f.c.sed triangulus.b.f.c.est equalis triangulo.b.a.d.per.4.quia.f.b.& b.c.latera primi sunt equalia.a.b.& b.d.lateribus postremi.& angulus.b.primi est equalis angulo.b.postremi eo q uterq; constat ex angulo recto & angulo.a.b.c.comuni ergo paralellogramum.b.f.g.a.est duplum ad triangulum.a.b.d.sed paralellogramũ.b.d.l.m.est duplum ad eundem triangulum.per.41.quia constituti sunt super eandem basim scilicet.b.d.& inter lineas equidistantes que sunt.b.d.& a.l.ergo per cõem scientiam quadratum.a.b.f.g.& paralellogramũ.b.d.l.m.sunt equalia.quia eorum dimidia uidelicet predicti trianguli sunt equalia.Eodem modo & per easdem propositiones mediantibus triangulis.k.b.c.& a.e.c.probabimus quadratum.a.c.h.k.esse equale paralellogramo.c.e.l.m.quare patet ꝓpositũ. ¶ Castigator.

¶ Et correlarie potest addi ex quo patet q quadratum diametri ad quadratum coste est duplum quo applicato conclusio probatur in lateribus quadrati & diametri que faciunt ysochelem quia ad specialiter tenderet conclusio ut patet per applicationem in corelario factam sit igitur huius modi ysocheles.a.b.c.& sint.a.c.& b.c.continentia angulum.c.rectum equalia & a.b.sit maximum latus quod opponitur angulo recto.c.dico q quadratum huius maximi lateris est equale duobus quadratis reliquorum laterum scilicet.quadrato.a.c.d.f.quod est quadratum lateris.a.c.& quadrato.b.c.e.g.quod est quadratum lateris.b.c.Est enim quadratum.a.b.e.d.diuisum in quatuor triangulos equales per duas diametros e.a.& b.d.quorum duo sunt medietates maiorum duorum quadratorũ scilicet triangulus.a.c.d.& b.c.e.sicut uides sed triangulus principalis.s.a.b.c.& triangulus ei oppositus puta.c.d.e.sunt equales.aliis medietatibus duabus quadratorum minorum que sunt extra quadratum maximum quoniam omnes isti in.6.triangulos equales diuisi sunt sicut patet ex predictis igitur quadratũ lateris.a.b.est equale duobus quadratis reliquorum laterum ut dicit prima ps theorematis & p cõsequens.a.d.q̃datũ est duplum ad quadratum alterius lateris & ita quadratum diametri erit duplum ad quadratũ coste ut dicit corelarium quia latus maioris quadrati est diameter minoris & latus minoris est semidiameter maioris ergo &c.

Propositio .47.

Si quod ab vno trianguli latere in seipsum ducto, producitur: equus fuerit duobus quadratis que a duobus reliquis lateribus describũtur: rectus est angulus cui latus illud opponitur.

¶ Lineam in seipsum ducere est eius quadratum describere. ¶ Sit triangulus.a.b.c.sitq; quadratum lateris.a.c.equale quadratis duorum laterum.a.b.& b.c.simul tũctis dico angulum b.cui latus.a.c.opponitur esse rectum & hec est conuersa prioris. ¶ A puncto.b.extraho lineam.b.d.per.11.perpendiculatem super lineam.b.c.quã pono equalem.a.b.& produco lineam.d.c.erit ꝑ precedẽtem quadratũ d.c.equale duobus quadratis duarum linearum.d.b.& b.c.& quia.b.d.posita est equalis.b.a.erunt per communem scientiam que est linearum equaliũ equalia esse quadrata quadrata duarum linearum.a.b.& b.d.equalia: qua propter erit quadratum.d.c.equale quadrato.a.c.ergo per aliã cõmunem scientiam q̃ est conuersa prioris scilicet lineas quarum quadrata sunt equalia esse equales: erit.d.c.equalis.a.c.quare.per.8.angulus.b.trianguli.a.b.c.est rectus quod est propositum.

Propositio .48.

Propositis quibuscunq; quadratis alteri illorum gnomonem reliquo equalem describere.

¶ Proponatur ergo duo quadrata scilicet.a.b.ꝗ.c.d.ꝗ sit propositum producere gnomonem circa.a.b.equalem.c.d.quadrato. ¶ Protrahatur itaq; unum latus quadrati.a.b. ad equalitatem unius lateris quadrati.c.d.in continuum ꝗ directum ꝗ sit.f.e.ita q.f.e.sit eq̃le uni laterꝫ quadrati.c.d.ꝗ ex.e.ducam lineam rectã ad.a.sit ergo triãgulus orthogoni⁹ qa.f.ẽ angulus rectus/arguat ergo ꝑm penultimam primi sic: quadratũ.e.a.est un̄ q̃tum quadratum.e.f.ꝗ q̃dratum.f.a.sed quadratũ.e.f.est eq̃le quadrato.c.d.ꝗ quadratum.f.a.ẽ equale q̃drato.a.b.ergo q̃dratum.a.e.ẽ equale quadratis.a.b.ꝗ c.d. Itẽ.e.f.a.ẽ triãgulus ergo.e.f.ꝗ.f.a.latera sunt lõgiora.a.e.latere.ꝑm .20.primi: sed.f.a.ẽ eq̃le.a.b.rõe q̃drature: ergo.e.f.ꝗ.f.b.sunt lõgiora.a.e.
20 ergo illa totalis linea scilicet.e.b.ẽ maior.a.e.resecetur ergo.b.e.ad equalitatem.a.e.ad punctum.c.ita q.b.c.sit equale.a.e.ergo quadratum.b.c. est equale quadrato.a.e.sed quadratum.a.e.ut prius probatum fuit est equale quadratis.a.b.ꝗ.c.d.ergo quadratum.b.c.est equale eisdem.sed quadratum.b.c.addit super quadratum.a.b.gnomonem illum quem uides: ergo gnomõ ille est quadrato.c.d.equalis, quod erat probandum.

¶ Istã ultimã memini me repisisme in antiqsimis libris penultimã secũdi ꝗ nullo mõ est huius p̃mi cum de gnomone nihil Sit dictũ.adhuc. Explicit liber primus. Incipit liber secundus.

¶ Liber secundus / Euclidis de potẽtia linee recte eiusq; partium ex optima Campani interpretatiõe Magistro Luca paciolo de burgo. Sancti Sepulcri Or.minorum. Castigatore diligentissimo q̃ feliciſsime Incipit.

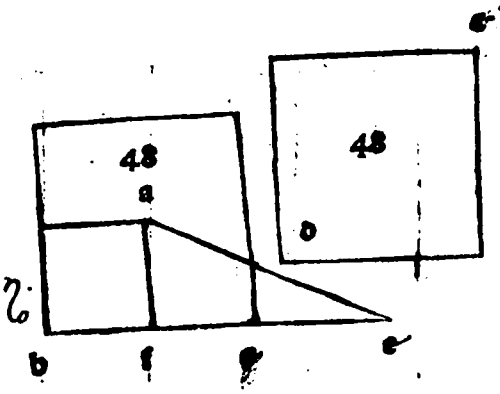
Due paralellogramum rectangulum sub duabus lineis angulum rectũ ãbientibus dr̃ ꝯtineri.

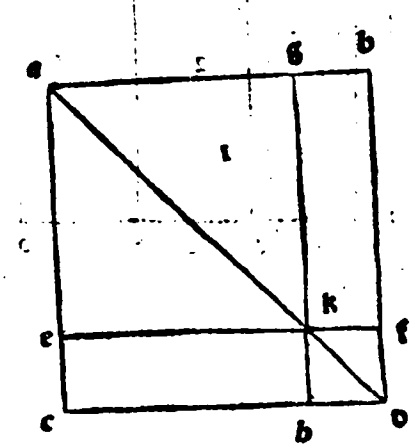
¶ Paralellogramum est superficies eq̃ distantium laterum.

¶ Paralellogramũ rectãgulum ẽ hñs oẽs angulos rectos ꝗ ꝓducitur ex uno duorum laterꝫ eius ambiẽtium unũ ex suis angulis in reliquum. ꝗ ideo sub illis dicitur contineri.

¶ Oẽs palellogrami spacij ea q̃dem q̃ diameter secat ꝑ medium palellograma circa eãdẽ diametrum consistere dicuntur. Eorum vero paralellogramoꝝ que circa eandem diametrum consistunt quodlibet vnum cus supplementis duobus gnomõ nominatur.

¶ Que palellograma dicunt cõsistere circa diametꝫ ꝗ q̃ sint supplemẽta: expositum est supra in demonstratione.43.p̃mi. ¶ Sit.n.palellogra-
43 mum.a.b.c.d.cuius diametꝫ.a.d.diuidant due linee.e.f.g.h.ducte equi
p distãtes lateribus oppositis dicti palellogrami: secãtes se sup diametꝫ.a.d in puncto.k.eritq; ipsum paralellogramum diuisum in.4.paralellogra-
4 ma ꝗ unũquodq; duorum paralellogramorum que sunt.a.g.e.k.ꝗ.k.f.b.d.que diameter secat ꝑ medium dicit consistere circa diametrum. Reliqua duo q̃ diameter non secat dicuntur supplementa q̃ duo supplementa cum alterutro dictorum palellogramorum consistẽtium circa diametrum componũt figuram quãdam q̃ gnomõ appellat: cui deest ad cõplemẽtum palellogrami palellogramum unum reliquum circa diametrum consistens: quod si addat supra diametrum totalis compositi cõsistet.erit



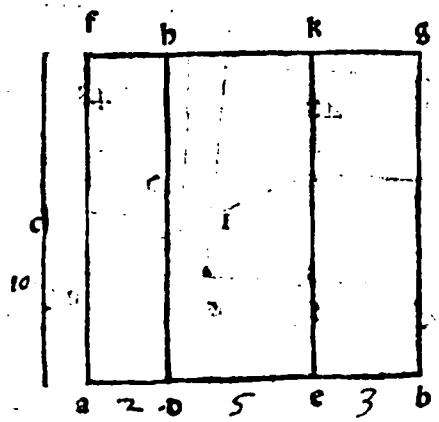


Gnomon qd.

q̄ simile totali. Vnde palellogramū addito gnomone quātus crescat minime tñ alteratur. quemadmodum dixit Aristoteles in predicamentis.

Castigator

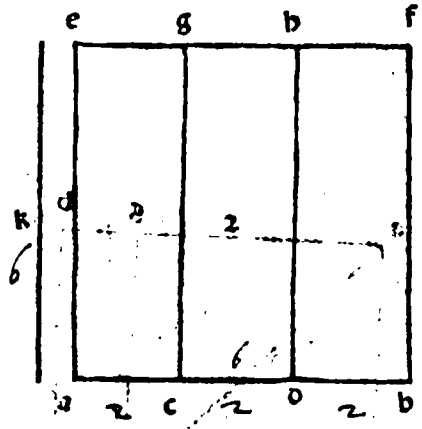
a ¶ Ex quo hec pulchra sequūtur uidelicet p̄mū q̄ quis minuat̄ superficies palellogrami non pp hoc minuitur lateralis circumferentia quia ex ipsa dempto uno dictorum palellogramorum circa diametrum consistentiū residuum quod erit figura gnomonis tantundem circuet. Et secundum ēt sequitur q̄ licet gnomoni augeatur superficies addito sibi palellogramo prius dempto non pp hoc augetur eius circūferentia lateralis. Tertium sequitur q̄ oīs superficies rectangula plana est palellogramum sed non eō tra cum oīs talis sit de necessitate equidistātium laterum; ꝗ ñ possit reperiri in pluribus nec paucioribus quatuor laterum ad hoc q̄ oēs eius anguli sint recti. Ideo aplicando aduerto. ¶ Productum. Quod fit ex ductu unius in alterum. Superficies rectangula. Rectangulum. Multiplicatio. Paralellogramum rectangulum. Nomina sinonima.



Propositio .1.

Si fuerint due linee quarum vna in quotlibet partes diuidatur: illud q̄ ex ductu alterius in alteram fiet equum erit his que ex ductu linee indiuise in vnā quāq̄ partem linee particulatim diuise rectangula producentur.

¶ Lineam in aliam lineā ducere ē supra terminos unius earum duas lineas orthogonaliter alii eq̄les erigere. ꝗ superficiem equidistātium laterum rectāgulam complere q̄ sub illis duabus lineis p diffinitionem dicitur contineri. ¶ Sīt due linee a.b. ꝗ c. quarum una scilicet a.b. in quotlibet ptes diuidatur q̄ sunt a.d. ꝗ d.e. ꝗ e.b. dico q̄ illud quod fit ex ductu c. in totam a.b. equum est illis palellogramis rectangulis simul iūctis q̄ fiūt ex c. in a.d. ꝗ in d.e. ꝗ in e.b. ¶ Sup pūcta a.b. erigā lineas a.f. ꝗ b.g. ppendiculares sup lineam a.b. quarum utraq̄ sit eq̄lis linee c. ꝗ cōplebo rectāgulam superficiem a.f.b.g. ducta linea f.g. q̄ per diffinitionem pducitur ex c. in a.b. ꝗ sub illis dicitur cōtineri. ptraham quoq̄ a punctis d. ꝗ e. lineas d.h. ꝗ e.k. equidistātes lateribus a.f. ꝗ b.g. eritq̄ utraq̄ earum eq̄ualis c. p. 34. p̄mi utraq̄ earū est eq̄lis a.f. p diffinitionem igitur rectangulum a.d.f.h. pducitur ex c. in a.d. ꝗ sub illis dr̄ cōtineri ꝗ rectāgulū d.h.e.k. ex c. i. d.e. ꝗ rectāgulū e.k.b.g. ex c. in e.b. ꝗ quia hec rectangula simul iuncta sunt eq̄lia totali rectangulo a.f.b.g. patet uerū esse propositū.



Propositio .2.

Si fuerit linea in partes diuisa: illud quod ex ductu totius linee in seipsam fit: equum erit his que ex ductu eiusdem in oēs suas partes.

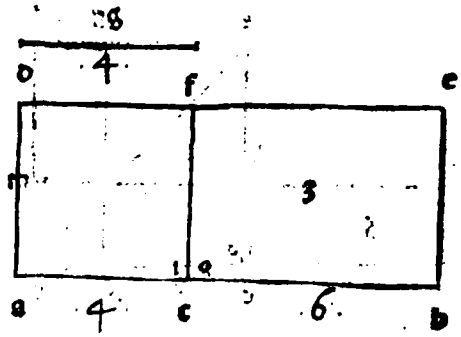
¶ Sit linea a.b. diuisa in a.c. ꝗ c.d. ꝗ d.b. dico q̄ illud q̄d fit ex ductu totius a.b. in se quod sit a.e.b.f. equum est his que fiunt ex ipsa tota in unamquamq̄ dictarum partium quod palā patebit: ductis c.g. ꝗ d.h. equidistāter a.e. ꝗ b.f. ¶ Aliter sumatur k. eq̄lis a.b. eritq̄ p p̄missam quod fit ex ductu k. in totā a.b. equū ei q̄d fit ex ductu k. in oēs ptes a.b. ꝗ quia ex k. in a.b. tm̄ fit quātum ex a.b. in se. ꝗ ex k. in oēs partes a.b. quantum ex a.b. in omnes partes eiusdem: propter id quia k. ꝗ a.b. sunt equales patet uerum esse propositum.

Propositio .3.

Si fuerit linea in duas partes diuisa illud quod fiet ex ductu totius in alterutram partem equum erit his que ex ductu eiusdem partis in seipsam: ꝗ alterius in alteram.

¶ Sit linea a.b. diuisa in a.c. ꝗ b.c. dico q̄ illud quod fit ex tota a.b. in eius partem a.c. equum est quadrato eiusdē a.c. partis. ꝗ ei quod fit ex eadem parte a.c. in b.c. fiat quadratum linee a.c. q̄ sit a.c.d.f. ꝗ pficiatur superficies a.b.d.e. patebitq̄ propositum. ¶ Ali

ter sumat. g. equalis a.c. ⁊ quia bis in a.c. tm est quantum. a.c. in. a.b. ec̃ uerso. ⁊. a.c. in. a.b. ⁊ in. o.b. ⁊ in seipsam quantum. g. in easdem. At. g. in totam. a.b. quantum in. a.c. ⁊ in. c.b. per primam huius patet propositum. scilicet q̃ tantum erit. a.c. in. a.b. quantum in se ⁊ in. o.b. quare e conuerso a.b. in. a.c. quantum a.c. in se. ⁊ in. c.b. quod uolumus demonstrare.



Propositio .4.

Si fuerit linea in duas partes diuisa: illud quod ex ducta totius in seipsam fit: equus est his: quę ex ductu vtriusq̃ partis in seipsam: ⁊ alterius in alteram bis. Ex hoc manifestum est q̃ in omni quadrato omne superficies: quas diameter secat per medium: sunt ambe quadrate.

Corr.

¶ Sit linea. a.b. diuisa in. a.c. ⁊. b.c. dico q̃ quadratum totius. a.b. equum ē duobus quadratis duarum linearum. a.c. ⁊. b.c. ⁊ duplo eiusq̃ quod fit ex ductu unius earum in alteram. ⁊. Describam q̃dratum alterius partium illum scilicet. c.d.b.e. quadratum linee. c.b. cui adiũgam gnomonem sim ductum directium linee alterius scilicet. a.c. quod faciam hoc modo. In quadrato de scripto protraham diametrum. b.d. ⁊ a puncto. a. educam pdpedicularē ⁊ super lineam. a.b. que sit. a.k. quam. a.k. ⁊ diametrum. b.d. producam usq̃ quo concurrant in puncto. f. ⁊ a puncto. f. producam. f.h. equidistantem linee. a.b. quam. f.h. ⁊. b.e. pducam usq̃ quo concurrat in puncto. g. ⁊ producam. c.d. usq̃ ad. h. ⁊. e.d. usq̃ ad. k. Et quia duo latera. d.e. ⁊. e.b. trianguli. d.e.b. sunt equalia erit p. 5. primi duo anguli. e.d.b. ⁊. e.b.d. equales ⁊ quia angulus. e. est rectus erit p. 32. primi uterq̃ horum medietas recti. Eadem rōne uterq̃ duorum angulorum. c.d.b. ⁊. c.b.d. erit medietas recti quare per secundam ptem. 29. primi erit unusquisq̃ quatuor angulorū qui sunt. h.f.d. ⁊. h.d.f. ⁊. k.f.d. ⁊. k.d.f. medietas recti ergo p. 6. primi. f.g. ⁊. g.b. sunt equales. similiter quoq̃. f.a. ⁊. a.b. partes. f.h. ⁊. h.d. Iteruq̃ f.k. ⁊. k.d. quare utraq̃ duarum superficierum a.b.g.f. ⁊. k.d.b.f. est quadrata. ⁊ quia totale quadratum. a.b.f.g. q̃ est quadratum linee. a.b. constat ex duobus quadratis que consistunt circa diametrum q̃ sunt quadrata duarum linearum. a.c. ⁊. c.b. ⁊ ex duobus supplementis quorum unūquodq̃ pducitur ex. a.c. in. b.c. patet propositum nostrum. ¶ Aliter si linea. a.b. ut prius diuisa in. a.c. ⁊. c.b. erit p. 2. huius quod fit ex tota. a.b. in se equum ei quod fit ex ipsa in. a.c. ⁊. c.b. sed ex ipsa in. a.c. tm fit quantum ex. a.c. in se. ⁊ ex. a.c. in. c.b. per. 3. huius. Ite ex ipsa. a.b. tota fit. b.c. in se fit quantum ex. c.b. in se. ⁊ ex. c.b. in. a.c. per eandem. ergo ex tota. a.b. in se equum est ei quod fit ex. a.c. in se. ⁊ ter. c.b. ⁊ ex. c.b. in se. ⁊ ter. a.c. quod est propositum. Sed hac uia nō patet correlarium sicut uia precedēti patet. unde prima est auctori magis consona.

5 p. 32 29 p. 6 p. 2 3 n.

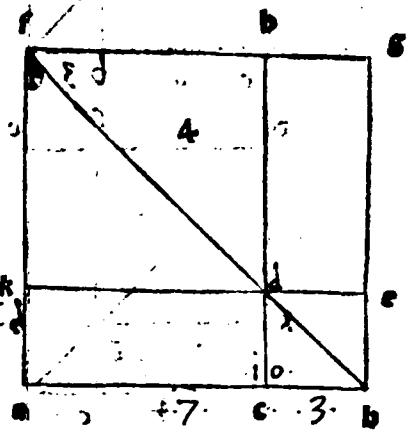
¶ Castigator

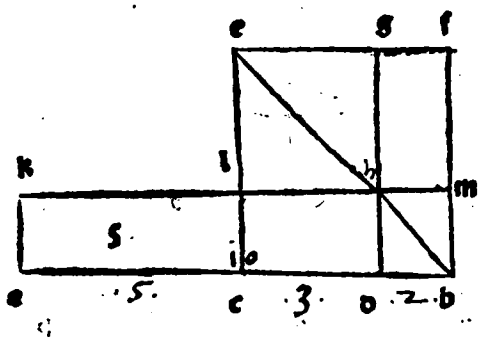
¶ Nota q̃ nunq̃ poterit linea aliqua taliter diuidi partibus existentibus inequalibus: quin quadrata partium inequalium simul iuncta sint maiora duplo superficiei unius partis in alteram ut cōstat ex primo duorum antecedentium pre demonstratorum super. 35. decimi ut ibi apte declarat. quod est nota dignum in pratiis operationibus ppter radicum subtractionem unius ab altera: cum semper duplum superficiei unius in alteram oporteat detrahi a summa quadratorum partium inequalium. ⁊ radix remanentis erit residuum. que operatio ex ista. 4. secundi. elicitur. ⁊ per eam probatur. ⁊ earum additio ut super. 35. decimi.

Nota.

Propositio .5.

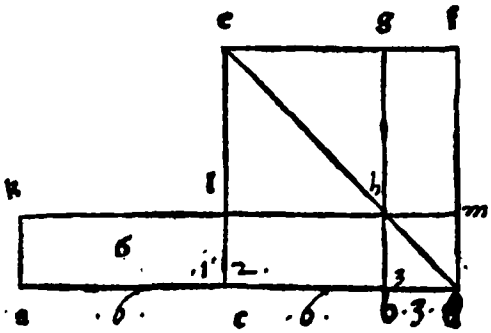
Si linea recta per duo equalia: duoq̃ inequalia secetur: quod sub inequalibus totius sectionis rectangulum cōtinetur cum eo quadrato quod ab ea que inter utrasq̃ est sectiones describitur: equum est ei quadrato: quod a diuidio totius linee in se ducto describitur.





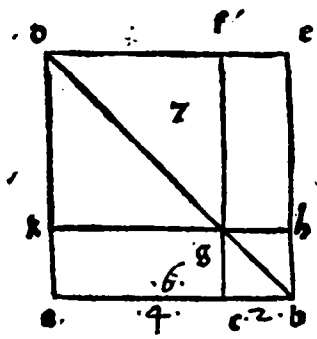
¶ Sit linea.a.b.diuisa per equalia in pūcto.c.ꝛ ꝑ inequalia in puncto.d. dico quadratū.c.b.esse equale ei/quod fit ex.a.d.in.d.b.ꝛ quadrato.c.d. ⁊ Describā quadratum.c.b.q̄ sit.c.b.f.e.i quo protraham diametrum.e.b.ꝛ ducam.d.g.equidistantem.b.f.que secet diametrum.e.b.in puncto.h.ꝛ.a.pūcto.h.educam eqdistātem linee.a.b.q̄ sit.h.k.secās lineā.b.f.l.pūcto.m.ꝛ lineam.c.e.in puncto.l.ꝛ protraham.a.k.equidistantem.c.e. eritq̄ per correlarium premisse utraq̄ duarum superficierum.l.g.ꝛ.d.m.quadrata.ꝛ per.43.primi/duo supplementa.c.h.ꝛ.h.f.equalia.ergo addito quadrato.d.m.utriq̄ erit ꝑalellogramum.c.m.equale paralellogramo.d.f.ꝛ quia.a.l est equale.c.m.ꝑ.36.ꝑmi erit.a.h.equale gnomoni qui circunstat quadrato.l.g.ergo addito utriq̄ quadrato.l.g.erit.a.h. cum quadrato.l.g.equale quadrato.c.f.quod est propositum. 43 p 36 p.

Propositio .6.



Si recta linea in duo equalia diuidatur: alia vero ei linea in longum addatur: quod ex ductu totius iā composite in eam que iam adiecta est/cum eo quod ex ductu dimidie in seipsam: equum est ei quadrato/quod ab ea/que constat ex adiecta/ꝛ dimidia/in seipsam ducta/describitur.

¶ Sit linea.a.b.diuisa per equalia in puncto.c.eiq̄ addatur linea.b.d.dico q̄ quadratum.c.d.quod sit.c.d.e.f.equale ē ei/quod fit ex tota.a.d.in b.d.ꝛ quadrato.c.b. ⁊ Producam in quadrato predicto diametrum.d.e.ꝛ ducam lineam.b.g.equidistantem.d.f.que secet diametrum.d.e.in pūcto.h.a.quo h.Producam equidistantem linee a.b.que sit.h.k.secans d.f.in puncto.m.ꝛ.c.e.in puncto.l.ꝛ Producam.a.k.equidistantem.c.l. eritq̄ per.36.primi.a.l.equale.c.h. At.c.h.erit equale.h.f.per.43.primi. quare.a.l.est equale.h.f.ergo addito.c.m.utrobiq̄; erit.a.m.equalis toti gnomoni circunstanti.l.g.quare.l.g.addito utrobiq̄ erit.a.m.cum.l.g. equale toti quadrato.c.f.ꝛ quia utraq̄ duarum superficierum.l.g.ꝛ.b.m. est quadrata: per correlarium.4.huius patet propositum.

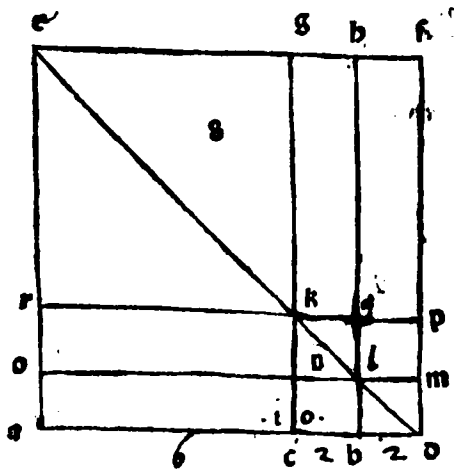


Propositio .7.

Si linea in duas partes diuidatur: quod fit ex ductu totius in seipsam/cum eo quod est ex ductu alterius partis in seipsam: equum est eis/que ex ductu totius linee in eandem partem bis/ꝛ ex ductu alterius partis in seipsam.

¶ Sit linea.a.b.diuisa in duas partes in puncto.c.dico q̄ quadratum totius.a.b.cum quadrato.b.c.equum est ei/quod fit ex.a.b.in.b.c.bis/cum quadrato.a.c.describatur quadratum totius quod sit.a.b.d.e.ꝛ ducatur diameter.b.d.ꝛ.e.f.equidistans.b.e.secans diametrū in puncto.g.ꝛ ducatur.k.g.h.equidistans a.b.ꝛ quia quadratum.a.e.cū quadrato.c.h.tantum sunt/quantum quadratum.k.f.cum duabus superficiebus.a.b.ꝛ.c.e.patet propositum.

¶ Hec facit ad.68.decimi.ꝛ.69.decimi.ꝛ.70.ꝛ.71.ꝛ.72.ꝛ.73.ꝛ.74.ꝛ.76.ꝛ.92.

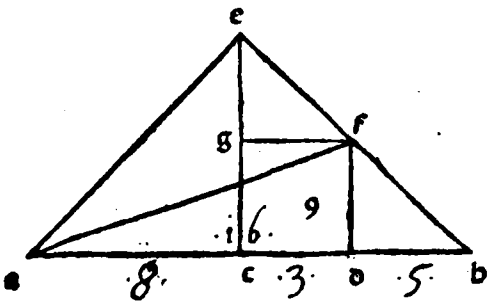


Propositio .8.

Si linea in duas partes diuidatur: eiq̄ in longū alia equalis vni diuidentium adiungatur: quod ex ductu totius iam composite ī seipsam fiet: equum erit bis q̄ ex ductu prioris linee in eam adiectam quater: ꝛ ei quod ex ductu alterius diuidentis in seipsam.

¶ Sit linea.a.b.diuisa in pūcto.c.q̄litercūq̄ cōtingat: cui addatur.b.d.equalis.c.b.dico q̄ quadratum totius.a.d.quod sit.a.d.e.f.est equale ei/quod fit ex.a.b.ꝛ.b.d.quater/cum quadrato.a.c.hoc autem patebit ducta diametro.d.e.ꝛ lineis.c.g.ꝛ.b.h.equidistantibus li-

ute.d.f. ꝗ secantibus diametrum in punctis.k.l. per que puncta ducantur
4 p.q.k.r. ꝗ.m.n.l.o. equidistantes.a.d. erit enim per correlarium.4. huius
unaqueq; superficierum.r.g.n.q. ꝗ.b.m. quadrata: ꝗ quia.c.b. posita est
4 equalis.b.d. erit utraq; superficierum.c.l. ꝗ.l.p. quadrata. Eruntq;.4. qua-
drata diuidentia quadratum.c.p. equalia. ꝗ quia totus gnomō circun-
stans quadrato.r.g. est quadruplus ei quod fit ex.a.b. in.b.d. quia quadru
plus ad superficiem.a.l. patet propositum.



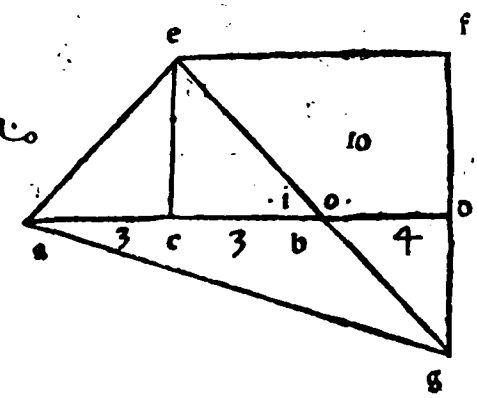
Propositio .9.

Si linea in duo equalia/duoq; inequalia diuidatur: que fiunt ex ductu inequalium sectionem in seipsa pariter accepta: duplum sunt vtrisq; pariter acceptis: que quidem ex dimidia: eaq;/que vtriq; sectioni interiacet quadratis describuntur.

¶ Sit linea.a.b. diuisa per equalia in.c. ꝗ per inequalia in.d. Dico q; quadratum.a.d. ꝗ quadratum.d.b. simul iuncta: dupla sunt quadrato.a.c. ꝗ quadrato.c.d. simul iunctis. ¶ Super lineam: a.b. erigo lineam.c.e. perpendicularem ꝗ equalem utriq; earum linearum.
a a.c. ꝗ.c.b. ꝗ produco.e.a. ꝗ.e.b. eritq; per.32. primi uterq; angulorum.
32 a.ꝗ.b. ꝗ uterq; angulorum partialium qui sunt ad.e. medietas recti. to
p. tusq;.e. rectus. ꝗ produco.d.f. equidistantem.c.e. ꝗ perpendicularem su-
per lineam.a.b. eritq; uterq; angulorum.d. rectus: ꝗ angulus.d.f.b. me-
dietas recti per.32. primi: siue per secundam partem.29. primi: quare per
32 6. primi.d.f. ꝗ.d.b. sunt equalia: a puncto.f. duco.f.g. equidistantem.a.b.
p. eritq; per secundam partem.29. primi: uterq; angulorum.g. rectus. ꝗ angu
29 lus.e.f.g. medietas recti: quare per sextam eiusdem latera.e.g. ꝗ.g.f. sunt e-
6 qualia: ꝗ quia per penultimā eiusdem quadratū.e.f. est equale/quadrato
29 e.g. ꝗ quadrato.g.f. ipsum erit duplum ad quadratum.g.f. quare ad qua
dratum.c.d. ¶ Itemq; per eandem quadratum.e.a. est equale quadrato
a.c. ꝗ quadrato.c.e. ipsum erit duplum ad quadratum.a.c. ꝗ quia quadra
tum.a.f. est equale quadrato.c.f. ꝗ.a.e. per eandem: ipsum erit duplum ad
quadratum.a.c. ꝗ ad quadratum.c.d. sed quadratum.a.f. est iterum equa
le per eandem quadrato.a.d. ꝗ quadrato.d.f. ergo quadratum.a.d. ꝗ q̄-
dratum.d.f. dupla sunt ad quadratum.a.c. ꝗ ad quadratum.c.d. ꝗ quia
quadratum.d.f. est equale quadrato.d.b. erunt quadrata duarum linea3
a.d. ꝗ.d.b. dupla/quadratis duarum linearum que sunt.a.c. ꝗ.c.d. quod
est propositum.

¶ Castigator

a ¶ Illi triāguli sunt similes.s.a.d.f. ꝗ.a.c.p. ꝗ ideo laterum proportiōa-
lium per.4. sexti. quia angulus.d. maioris ꝗ angulus.c. minoris sunt recti
ꝗ angulus.a. unius est idem cum angulo.a. alterius/sequitur per.32. primi
angulos.p. parui: ꝗ.f. magni esse equales. ꝗ sic latera illos continentia sunt
proportionalia per dictam.4. sexti. ꝗ ideo ponendo.a.d.9. ꝗ.d.f.3. erit.
c.p.2.p.g.a.a.p. ꝑ. 40. quia.a.c.6. ꝗ.p.f. ꝑ. 10. cetera sunt clara. ꝗ prati-
ce dicitur uulgariter se.a.d. basa del grande mida.d.f. catecto che mida-
ra.a.c. basa del picolo. cioe se.9. mida.3. che midara.6. operando habebis
ut iam diximus.

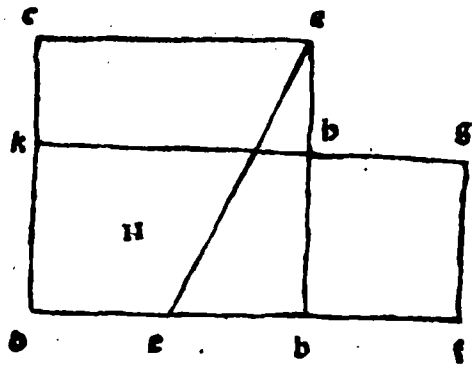


Propositio .10.

Si linea in duo equalia diuidatur: eiq; in lōgum alia addatur: quadratum quod describitur a tota cum addita/ꝛ quadratum quod ab ea que addita est: vtraq; quadrata pariter accepta: ei quadrato/quod a dimidia: eiq;/quod ab ea producitur/que ex dimidia adiectaq; consistit/vtrisq; quadratis pariter acceptis dupla esse necesse est.

¶ Sit linea.a.b.diuisa per equalia in.c.& addita sibi linea.b.d.dico q duo quadrata duarum linearum.a.d.&.b.d pariter accepta:dupla sunt duobus quadratis duarum linearum.a.c.&.c.d.pariter acceptis. ¶ Erigo.c.e. perpendicularē sup lineam.a.b.& eqlem utriq lineaꝝ.a.c.&.c.b.& pficio triangulum.a.e.b.ductis lineis.a.e.&.e.b.eritq ut in premissa uterq angulorum.a.&.b.& uterq eorum qui sunt ad.e.medietas recti per.32.pmi:totusq.e.est rectus A puncto.e.produco.e.f.equalem & equidistātem.c.d. & produco.f.d.&.e.b.quousq concurrunt in puncto.g.& produco lineam a.g.eritq per ultimam partem.29.primi angulus.c.e.f.rectus:sed angulus.c.e.b.est medietas recti.ergo angulus.b.e.f.est similiter medietas recti:& quia per.33.eiusdem.f.d.est equidistās.c.e.erit per.34.eiusdē angulus.f.rectus.ergo per.32.eiusdem.erit angulus.e.g.f.medietas recti. Itē q per eādem angulus.d.b.g.similiter medietas recti:propter id quod angulus.b.d.g.est rectus.ergo per.6.eiusdem duo latera.e.f.&.f.g.sunt equalia. Itemq duo latera.d.b.&.d.g.sunt equalia:ergo per penultimam eiusdem quadratum.e.g.duplum est ad quadratum.e.f.quare ad quadratū.c.d. ¶ Itemq p eādem q̄dratum.a.e.duplū ē ad q̄dratū.a.c.& quia q̄dratum.a.g.est p eādem eqle q̄drato.a.e.&.e.g.similiter quoq & q̄drato.a.d.&.d.g. At quia q̄dratum.d.g.est equale quadrato.b.d.erunt duo quadrata duarum linearum.a.d.& b.d.pariter accepta dupla duobus quadratis duarū linearum.a.c.&.c.d.pariter acceptis/quod ē propositum. Hec autem & omnes premisse ueritatem habent in numeris sicut in lineis.

32 29 33 34 32 6

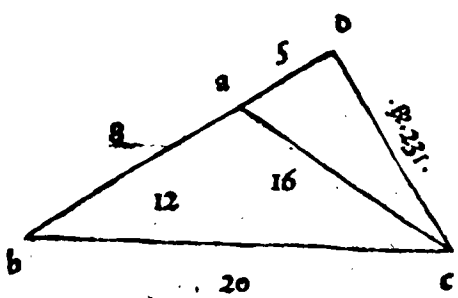


Propositio .11.

Datam lineam sic secare: vt quod sub tota & vna portione rectangulum continetur: equum sit ei quod fit ex reliqua sectione quadratum.

¶ Sit linea data.a.b.quā uolumus sic diuidere:ut quod ex tota/& eius minore portione producitur/equum sit quadrato maioris. ¶ Describo quadratum ipsius quod sit.a.b.c.d.& latus.b.d.diuido per equalia in.e & produco.a.e.&.e.b.produco usq ad.f.ita quod.e.f.sit equalis.a.e.& ex.b.f.portione extrinseca/describo q̄dratum quod ex latere.a.b.resecat portionem equalem.b.f.que sit.b.h.& quadratum descriptum sit.b.f.h.g. Dico q.a.b.sic est diuisa in puncto.h.quod illud quod fit ex tota.a.b.in eius portionem.h.a.est equale quadrato.h.b. Produco.g.h.usq ad.k.que erit equidistans.a.c. Quia ergo linea.d.b.diuisa est per equalia in.e.& est sibi addita linea.b.f.erit per.6.huius quod fit ex.d.f.in.b.f.cum quadrato.e.b.equale quadrato.e.f. Quare & q̄drato.e.a. Quare per penultimam primi:quadratis duarum linearum.e.b.&.b.a. Ergo dempto ab utrisq quadrato linee.e.b.erit quod fit ex.d.f.in.b.f.& ipsum est superficies.d.g.equale quadrato linee.a.b. Ergo dempto ab utrisq palellogramo.h.d.erit quadratum.h.f.equale paralellogramo.h.c. Et quia quadratum.b.f.est quadratum linee.h.b. Et paralellogramum.h.c.producitur ex.c.a.que est equalis.a.b.in.a.h.patet factum esse propositum. ¶ Ad hoc autem faciendum in numeris non labores:quia impossibile est numerum sic diuiditur: hec undecima proponit.sicut scies sexti.29.te docente.

6 29



Propositio .12.

In his triangulis qui obtusum habent angulum: tanto ea/que obtusum subtēdit angulum:ambobus reliquis lateribus que obtusum continent angulum/amplius potest:quantum est quod continetur his sub vno eorum:atq ea que sibi directe sunt ad obtusum angulum a perpendiculari extra deprehenditur.

¶ Sit triāgulus.a.b.c.habens angulum.a.obtusum. A pūcto.c.ducat linea ppendicularis ad lineā.b.a.q necessario cadet extra triāgulum.a.b.c. alioqn angulus obtusus esset rectus aut minor recto p.16.pmi. Sit ergo.c.d.

16 p.

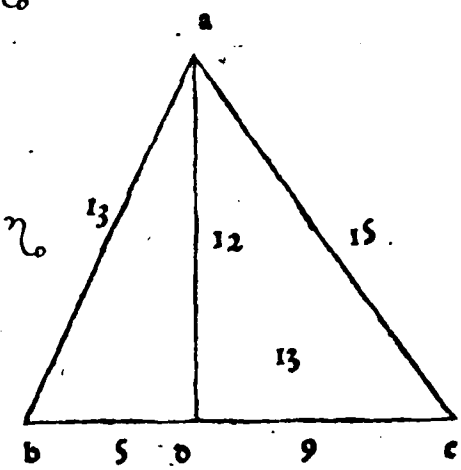
perpendicularis super lineam.a.b.productam usq; ad.d. Dico q̃ quadratum lateris.b.c.quod subtenditur angulo obtuso tanto maius est duobus quadratis duarum linearum.a.b.&.a.c.ambientibus ipsum angulum obtusum: quantum est illud quod fit ex.b.a.in.a.d.bis. Potentia enim linee respectu quadrati sui est: unde tantum dicitur posse linea quelibet
4 quantum in se ducta producitur. Erit enim per.4.huius quadratum.b.d.
4.6 equale duobus quadratis duarum linearum.b.a.&.a.d.& duplo eius quod
p. fit ex.b.a.in.a.d. Et quia quadratum.b.c.per penultimam primi & equale quadrato.b.d.& quadrato.d.c.ipsum erit equale quadratis trium linearum.b.a.a.d.&.d.c.& duplo eius quod fit ex.b.a.in.a.d. Sed per eandem quadratum.a.c.est equale quadratis.a.d.&.d.c. Ergo quadratum.b.c.est equale quadratis duarum linearum.b.a.&.c.a.& duplo eius quod fit.ex b.a.in.a.d. Quare.b.c.tanto amplius potest duabus lineis.b.a.a.c.quantum est duplum eius: quod fit ex.b.a.in.a.d. Nam enim diximus q̃ tantum dicitur posse linea quelibet quantum in se ducta producitur: quod est propositum. Propositio .13.

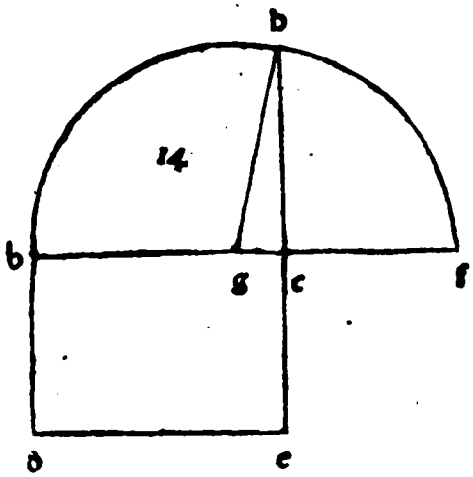
Omnis oxigonij tanto ea que acutum respicit angulum ambobus lateribus angulum acutum continentibus minus potest: quantum est quod bis cõtinetur sub vno eorum cui perpendicularis intra superstat: eaq; sui parte: que perpendicularis angulo q; acuto interiacet.

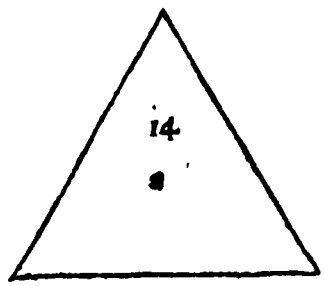
Quod hic proponitur de latere subtenso alicui angulo acuto in triangulo oxigonio ueritatem habet de latere subtenso cuilibet angulo acuto in omni triãgulo: siue fiat orthogonius: siue ambligonius: siue oxigonius.

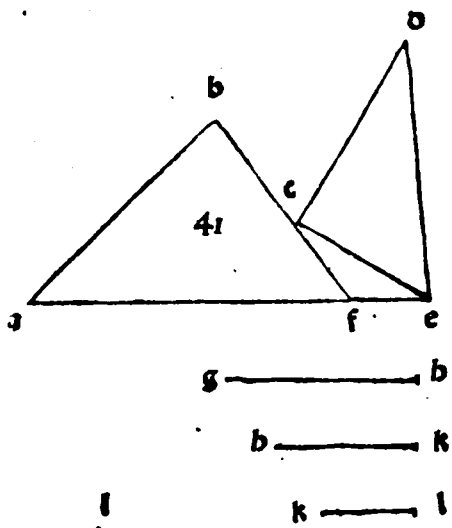
Sit ergo in triangulo.a.b.c.quicunq; triangulus fuerit: angulus.c.acutus qui si fuerit oxigonius ducatur perpendicularis ab alterutro angulorum a.uel.b.ad utranq; basim.b.c.uel.a.c.quia cũ sic fuerit semper cadet perpen
a dicularis intra triangulum. Si autem sit ambligonius aut orthogonius ab angulo obtuso uel recto ducatur perpendicularis ad latus oppositum quã manifestum est cadere intra triangulum: & ut simpliciter dicam cum in omni triangulo sint duo acuti anguli necessario erit alter reliquorum angulorum.qui sunt.a.&.b.acutus. Ducam igitur perpendicularem ad lineam illam que duobus acutis interiacet. Sit ergo ut trianguli.a.b.c.angulus.b.etiam sit acutus: ducam ergo ad.b c.perpendicularem que sit.a.d.que ut dictum est cadet intra triangulum.dico itaq; q̃ quadratum.a.b.quod subtenditur angulo acuto.c.tanto minus est duobus quadratis duarum linearum.a c.&.c b.quantum duplum eius quod fit ex.b c.i.d c.

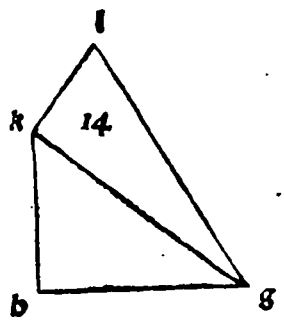
Vel dico q̃ quadratum.a c.quod etiam subtenditur angulo.b.quem posuimus acutum quicquid fuerit de angulo.a.tanto minus est duobus quadratis duarum linearum.a.b.&.b.c.quantum est duplum eius quod
z fit ex.c.b.in.b.d. Erit enim per.z.huius quadratum.b.c.cum quadrato.d.c.equale ei quod fit ex.b.c.in.d.c.bis.& quadrato alterius partis scilicet.b.d.quare addito utriq; quadrato.a.d.erit quadratum.b.c.cum quadratis duarum linearum.a.d.&.d.c.equale quadratis duarum linearum.a.
4.6 d.&.d.b.& duplo eius quod fit ex.c.b.in.c.d. At quia per penultimam pri-
p. mi quadratum.a.c.est equale quadratis duarum linearum.a.d.&.d.c.erit quadratum.b.c.cum quadrato.a.c.equale quadratis duarum linearum a.d.&.b.d.& duplo eius quod fit ex.b.c.in.c.d.sed p eandem penultimam primi quadratum.a.b.equum est quadratis duarum linearum.a.d.&.b.d.ergo quadratum.b.c.cũ quadrato.a.c.equum est quadrato.a.b.& duplo eius quod fit ex.b.c.in.c.d.quare tanto minus potest.a.b.duobus lateribus.b.c.&.a.c.quantum est duplum eius quod fit ex.b.c.in.c.d.quod est propositum. Simili modo probabis latus.a.c.quod subtenditur angulo .b.acuto posse tanto minus duobus lateribus.a.b.&.b.c quantum est duplum eius: quod fit ex.c.b.in.b.d. Notandum autem per hanc & precedentem & penultimam primi: q̃ cognitis lateribus omnis trianguli











cognoscitur area ipsius: ꝗ auxiliantibus tabulis de corda ꝗ arcu/ cognoscitur omnis eius angulus.

Castigator

a ¶ Alioquin angulus.c.uel.b.qui sunt acuti ex ypothesi esset maior recto uel rectus ꝑ.16.p̄.ideo.

Propositio .14.

Dato trigono equum quadratum describere.

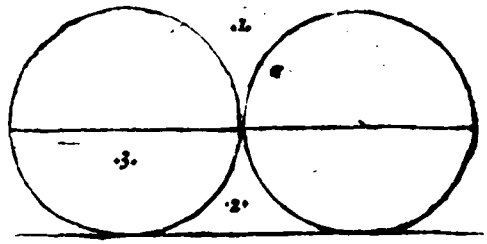
¶ Sit datus trigonus.a.cui nos uolumus equum q̄dratū describere. ⁊ Designabo suꝑficiem equidistantium laterū: ꝗ rectorum angulorum equalem trigono dato ſm quod docet .42.p̄mi: sitq; suꝑficies illa.b.c.d.e.cuius si latera fuerint equalia habemus quod querimus. Ipsa enim erit quadrata/per diffinitionem. Si autem latera sint inequalia/tunc adiungam minus ipsorum laterum/maiori secundum rectitudinem.sitq; linea.e.f. eq̄lis minori duoꝝ lateꝝ quod est.c.e.adiūcta maiori qđ est.b.c.ſm rectitudinem. Totā.b.f.diuidam ꝑ eq̄lia in puncto.g.ꝗ facto.g.cētro suꝑ lineā.b.f.ſm q̄ntitatem linee.g.b.describā semicirculū.b.h.f.ꝗ latus.e.c.ꝓducam usquequo secet circumferentiam in puncto.h. Dico ꝙ quadratum linee.c.h.est equale trigono dato. ⁊ Producā lineam.g.h.ꝗ quia linea.b.f.diuisa est per equalia in.g.ꝗ per inequalia in.c.erit per.5.huius quod fit ex ductu.b.c.in.c.f.cum quadrato.c.g.equale quadrato.g.f.quare ꝗ quadrato.g.h.quare per penultimam primi/ꝗ duobus quadratis duarum linearum.g.c.ꝗ.c.h. Ergo dempto utrinq; quadrato.c.g.erit quod fit ex.b.c.in.c.f.quod est equale superficiei.b.e.eo ꝙ.e.f.est eq̄le.c.e. Equale quadrato linee.c.h.quare quadratum linee.c.h.est equale trigono.a. quod est propositum. ⁊ Et nota ꝙ per hoc,inuenitur latus tetragonicum cuiuslibet altera parte longioris: ꝗ simpliciter omnis figure rectis lineis contēte quecunq; fuerit. Quoniam omnem figuram talem in triangulos resoluemus/ꝗ cuiuslibet illorum triangulorum inueniemus tetragonicum latus ſm doctrinam istius. ꝗ inueniemus per penultimam primi/lineam unam que possit in omnia latera tetragonica inuenta. Verbi gratia,uolo nunc inuenire latus tetragonicum rectilinee figure irregularis.a.b.c.d.e.f. Resoluo eam in.3.triangulos qui sunt.a.b.f/c.d.e/ꝗ.c.f.e. Inuenio quoq; ſm doctrinam istius tria latera tetragonica istorum trium triangulorum que sunt.g.h/h.k.ꝗ.k.l.ꝗ erigo.h.k.perpendiculariter super.g.h.ꝗ produco.g.k.eritq; per penultimam primi quadratum.g.k.equale quadratis duarum linearum.g.h.ꝗ.h.k.ꝗ tertium latus.k.l.erigo perpēdiculariter super lineam.g.k.ꝗ produco.lineam.g.l.eritq; per penultimam primi.g.l.latus tetragonicum totius figure rectilinee proposite. ⁊ Explicit liber secundus.

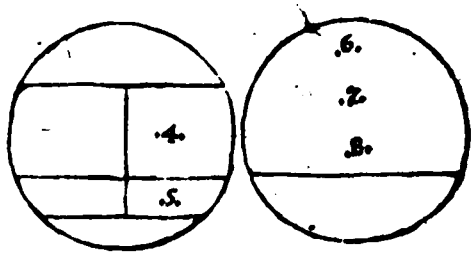
Castigator

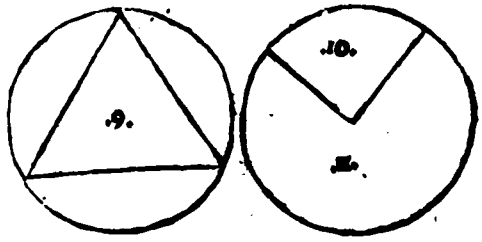
a ¶ Etiam dato quadrato equum ei trigonum describere ut in.28.sexti habebis ꝗ in.41.p̄.apparet si ei diligēs intellectus extiterit. Et non solum quadrato sed cuicūq; figure ꝗ suꝑficiei multilater̄ seu poligonie his mediantibus possumus semper equum,triāgulum designare qm̄ oēs tales resoluemus in triāgulos ꝗ unicuiq; triāgulo ꝑ hanc asignabimus equum q̄dratum siue ꝑalellogramum quodcūq;. De hinc ex oibus illis unum cōficiemus per hanc ꝗ.25. sexti equale illis oibus postea suꝑ duplum basis huius maximi faciemus triangulum equalis altitudinis ꝗ ipse erit equalis illi poligonie proposite.

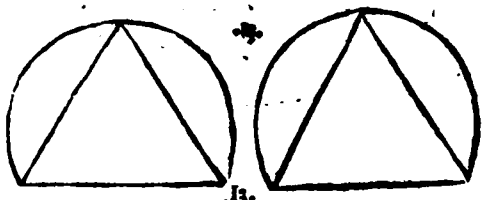
¶ Euclidis de circulis ⁊ eoꝝ portiõibus liber tertius ſm optimaꝫ. Campani traductiõem, Magiſtro Luca paciolo de burgo. S. S. Or. mino. Caſtigatoꝛ acuratiſſimo feliciter. Incipit.

Quorum diametri ſunt eq̃les: ipſos circulos eq̃les eẽ. Maiores aũt quorum maiores: ⁊ minores quoꝝ minores. 1. ¶ Circulum linea ꝯtingere dr̃: q̃ cum circulus tangat in vtrãq; ꝑtem eiecta: circulum nõ ſecat. 2. ¶ Circuli ſeſe ꝯtingere dicunt̃: qui tangẽtes ſe inuicem non ſecãt. 3. ¶ Recte linee ĩ circulo eq̃liter diſtare dicũtur a centro: cum a cẽtro ad ipſas ducte ꝑpendiculares fuerint eq̃les. 4. ¶ Plus v̄o diſtare a cẽtro dr̃: in quã ꝑpendicularis lõgior cadit. 5. ¶ Recta linea portiões circuli ꝯtinẽs/corda noĩat̃. 6. ¶ Portio v̄o circũferentie arcus nũcupat̃. 7. ¶ Angulus aũt portiõis dr̃: q̃ a corda ⁊ arcu ꝯtinet̃. 8. ¶ Supra arcũ angulus ꝯſiſtere dr̃: q̃ a quolibet pũcto arcus ad cordę termĩos duabus rectis lineis exeũtibus cõtinet̃. 9. ¶ Sector circuli eſt figura q̃ ſub duabus a centro ductis lineis: ⁊ ſub arcu q̃ ab eis comprehendit̃ ꝯtinet̃. 10. ¶ Angulus aũt q̃ ab eis lineis ambitur ſupra cẽtrum ꝯſiſtere dr̃. 11. ¶ Similes circulorum portiões dicunt̃ in q̃bus qui ſupra arcum ꝯſiſtunt anguli ſibi inuicem ſunt eq̃les. 12. ¶ Arcus quoq; ſimiles ſunt qui equos angulos p̃dicto modo ſuſcipiũt. 13.







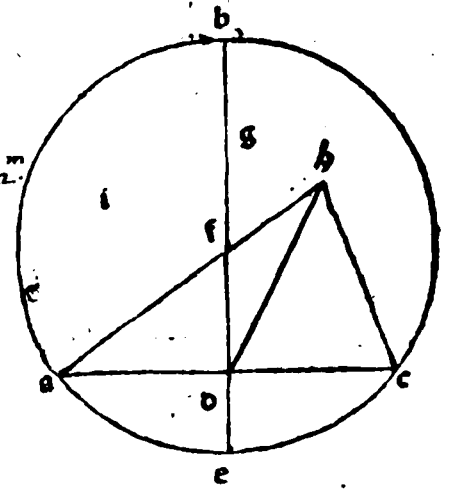


Caſtigator

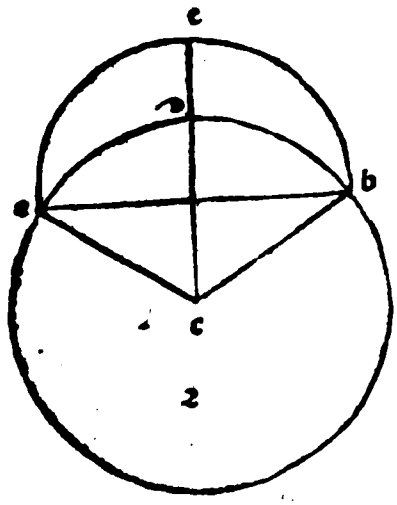
a ¶ Circularis figura inter alias optinet principatum quia multe conditiones ſibi competunt q̃ nulli alii figurarum yſopimetrarum. nam ipſa eſt prima figurarum ⁊ perfectiſſima ⁊ ſimplicisſima ⁊ regulariſſima ⁊ capacisſima oĩum yſoperimetarum: ⁊ pulchrerima oĩum ut conſtat ex electione ſummi opificis: ⁊ ſic addere potes ipſa q̃ eſt, maxĩe apta motui, ut inde phyſico auditu dixit aꝝ. Et ſi queratur quare Euclides prius de ipſa uerba non fecerit dicitur: eo quia inuenit multa de ipſa que minime concludi poterant niſi ex concluſionibus rectilinearum figurarum: ⁊ ideo ſibi fuit neceſſe ſciam de circulis prepoſterare quemadmodum fecit preponendo geometriam arithmetice: cum illa ſit prior cunctis teſtante Diuino philoſopho: ⁊ Boetio in ſua arithmetica.

Propoſitio .1.

Circuli propoſiti centrum inuenire. Vnde manifeſtum eſt q̃ duabus rectis lineis in eodem circulo apud circũferentiam terminatis/neutra illarum alteram per equalia orthogonaliter ſecat/niſi ipſa ſuper centrum tranſierit.



¶ Sit circulus propoſitus. a. b. c. cuius uolumus centrum inuenire. ⁊ Duco in ipſo circulo lineã. a. c. qualitercunq; contingat/quam diuido per equalia in puncto. d. a quo duco perpendicularem ad lineam a. c. quam applico circũferẽtie ex utraq; parte. ſitq;. e. d. b. quam rurſus diuido ꝑ eq̃lia in pũcto. f. quẽ dico eẽ centꝝ circuli. ⁊ Si enĩ nõ ẽt erit aũt alibi aut in linea. e. b. aut extra. In linea. e. b. nõ: ſi. n. fuerit ĩ ea ut ĩ pũcto. g. erit lĩea. e. f. maior linea. e. g. ꝑs uidelicet toto q̃ ẽ ĩpoſſibile. Quod ſi fuerit extra lĩeã. e. b. ut ĩ pũcto. h. ducãt̃ linee. h. a/h. d/h. c. ⁊ eq̃latera. h. d. ⁊



d a.trianguli.h.d.a sint equalia lateribus.h d.&.d c.trianguli.h d.c.& basis.h a.basi.h c.erit per.8.primi angulus.a.d.h.equalis angulo.c.d.h. quare uterq; rectus & quia angulus.a.d.b.fuit etiam rectus/erit.a.d.h.equalis.a.d.b.p.3.petitiõe primi pars/uidelicet toti/quod est impossibile.Nõ est ergo centrum dati circuli alicubi quam in puncto.f.quod est ꝓpositũ.

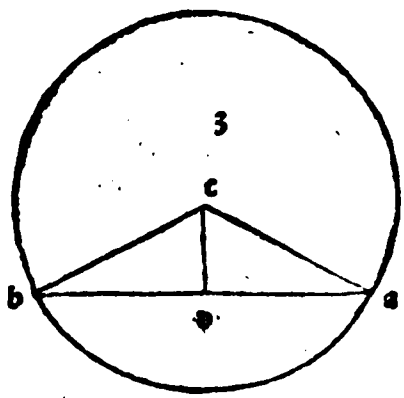
Propositio .2.

Si per circuli circumferentiam duobus punctis signatis: lineam rectam ductam ab altero ad alterũ: circulum secare necesse est.

¶ Sit ut in circũferentia circuli.a.b.cuius centrum sit.c. signata sint duo pũcta que sint.a.&.b.dico q̃ linea recta coniungens unã cum altero secabit circulum. Alioquin cadet extra circulum: sitq; a.e.b.linea recta si possibile est: producam lineas.c.a.&.c.b.eruntq; p.5.primi angulus.c.a.b.&.c.b.a.equales: protraham item lineam.c.e.que secet circumferentiam in puncto.d.eritq; p.16.ꝑmi angulus.a.e.c.maior angulo.c.b.e.quare maior angulo.c.a.e.quare per.18.eiusdem latus.a.c.maius latere.c.e.& quia.c.d.est equalis.c.a.erit.c.d.maior.c.e.pars toto quod est impossibile: Quia ergo linea coniungens duo puncta.a.b.non transibit extra circulum: secabit ipsum: quod est ꝓpositum. 5 18

Propositio .3.

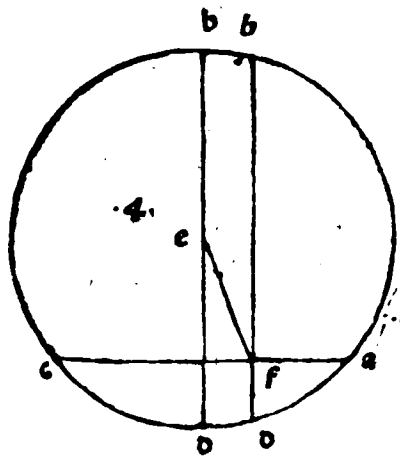
Si lineam intra circulum preter centrum collocatã: alia a centro veniens per equa secet: orthogonaliter super eam insistere: & si in eam orthogonaliter stetere: eam per equalia diuidere necesse est.



¶ Sit ut lineam.a.b.collocatam intra circulum.a.b.cuius centrum sit.c.linea.c.d.ueniens a centro diuidat per equalia: dico q̃ diuidit eam orthogonaliter.& econuerso uidelicet si diuidit eam orthogonaliter: diuidit eam per equalia. ¶ Producã lineas.c.d.a.&.c.b.& ponam.primo q̃ diuidat eam per equalia: erunt ergo duo latera.c.d.&.d.a.trianguli.c.d.a.equalia duobus lateribus.c.d.&.d.b.trianguli.c.d.b.& basis.c.a basi.c.b.ergo per.8.primi angulus.d.unius est equalis angulo.d.alterius: quare uterq; rectus: quare.c.d.est perpendicularis super.a.b.quod est propositum. ¶ Ponam iterum q̃.c.d.sit perpendicularis super.a.b.& ostendam q̃ ipsa diuidit.a.b.per equalia. Erit enim propter hanc positionem uterq; angulorũ qui sunt ad.d.rectus: quare unus equalis alteri. At quia per.5.primi angulus.c.a.d.est equalis angulo.c.b.d.& latus.c.a.equale lateri.c.b.per.26.primi: eiusdem erit linea.a.d.equalis linee.d.b.quod est propositum. 8 5 26

Propositio .4.

Si intra circulum duo lince se inuicem secẽt: & super centrum non transeant: non per equalia eas secari necesse est.

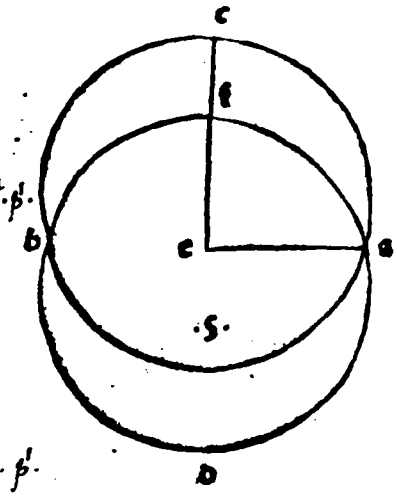


¶ Sit ut in circulo.a.b.c.d.cuius centrum sit.e.due linee a.c.&.b.d.secent se in puncto.f.& utraq; earum uel altera non transeat per centrum.dico q̃ ipse non diuidũt sese per equalia: ita q̃ utraq; p equalia diuidatur ab altera. ¶ Quod si fuerit hoc possibile: ponatur & sit primo ut neutra transeat per centrum.a centro.e. producam lineam.e.f.eritq; per primam partem premisse unusquisq; .4. angulorum: qui sunt.a.f.e/e f c/&.e f d/rectus: quod est impossibile: sic enim rectus eẽt minor recto. ¶ Sit igitur ut altera earum transeat per centrum/& altera non: sitq; b.d.transiens per centrum: adhuc dico q̃ non diuidunt sese per equalia: quod si sic.tunc per primam partem premisse.cũ b.d.ducta a centro diuidat.a.c.per equalia/diuidat eam orthogonaliter: quare etiã.a.c.diuidet.b.d.orthogonaliter & quia diuidit.a.c.ipsam b.d.per equalia ut ponit aduersarius: ipsa transibit per centrum per correlarium prime huius: quare ambe transeunt per centrum quod est contra ypothesim.

Propositio .5.

Circulorum se invicem secantium cẽtra diversa esse.

¶ Sint duo circuli.a.c.b.a.d.b.secantes se super duo puncta.a.&.b. Dico q̃ eorum sunt diversa centra. ¶ Si enim haberent idem centrum:ipsum erit p diffinitiõem in portione utriq; circulo cõmuni:sitq; illud.e.& ducantur linee.e.a.&.e.f.c.eruntq; per diffinitionem due linee.e.a.&.e.f.eq̃les: ¶ Itemq; per diffinitionem due linee.e.a.&.e.c.equales:quare.e.f.est equalis.e.c.cum utraq; earum sit equalis.e.a.pars videlicet toti:quod est impossibile.



Propositio .6.

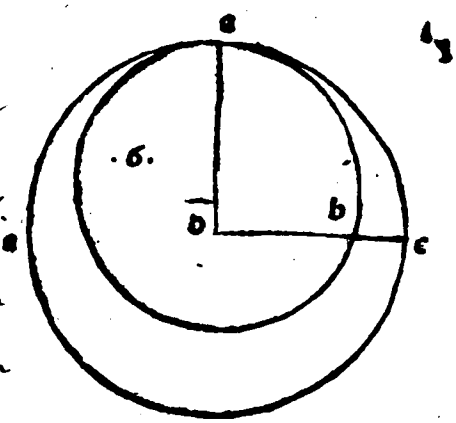
Circulorum se & contingentium nõ idem centrum esse necesse est.

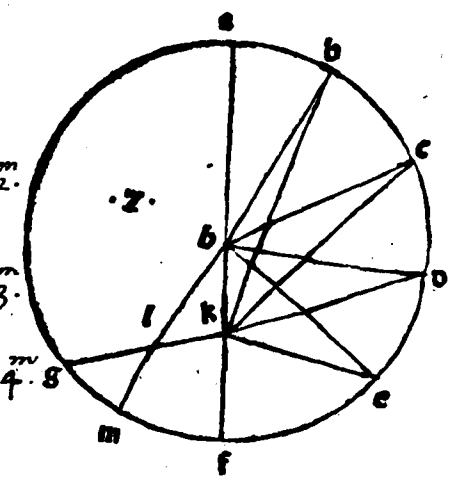
¶ Sint duo circuli.a.b.&.a.c.contingentes se in puncto.a. Dico q̃ eorum sunt diversa centra. Si enim habuerint idẽ centrum:erit per diffinitionem inter minorem eorum:cũ minor positus fuerit intra maiorẽ:sitq; ipsum.d.& ducantur linee.d.a.&.d.b.c.eritq; per diffinitionem utraq; duarum linearum.d.b.&.d.c.equalis.a.d.quod est impossibile. ¶ De circulis aũt se contingentibus extra:quorum scilicet unus est extra alterum:manifestum est p diffinitionem centri:quod ipsi non habent idem centrum.

Propositio .7.

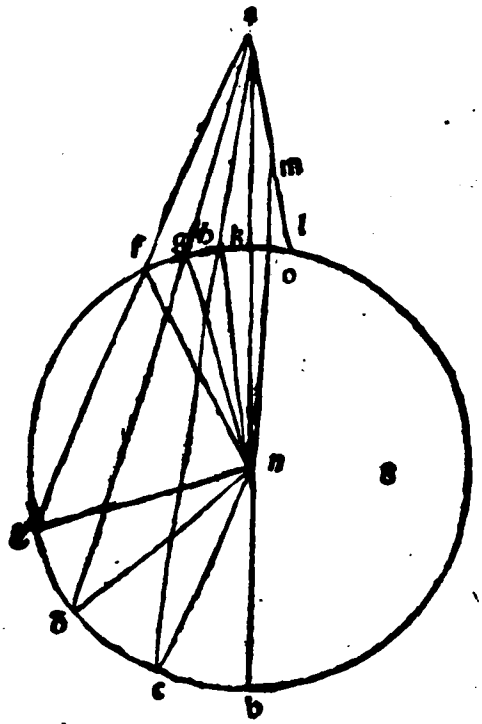
Si in diametro circuli punctus preter centrum signetur:ab eo ad circumferentiam linee plurime ducantur que super centrum transierit omnium erit longissima:que vero diametrum perficiet omnium erit breuissima:que autem centro propiores ceteris longiores. ¶ Quanto vero a centro remotiores:tãto breuiores esse conueniet. ¶ Duas quoq; equidistantes linee breuissime collaterales:equales esse necesse est.

¶ Sit ut in diametro.a.f.circuli.a.b.c.cuius centrum sit.h.sit signatus pũctus.k.preter centrum a quo ducantur plurime linee que sunt:k.a.k.b.k.c.k.d.k.e.k.f.k.g.ad circumferentiam:& transeat.a.k.per centrum.h.&.k.f.sit complementum dyametri:sitq; ut.k.e.&.k.g.equidistent a.k.f. hoc est dicere ut angulus.e.k.f.sit equalis angulo.f.k.g.dico q̃.k.a.est omniũ longissima.&.k.f.omnium breuissima:alie uero tanto longiores quãto centro propinquiores.ut.k.b.est longior.k.c.&.k.c. est longior.k.d.&.k.d.longior.k.e.&.k.e.&.k.g.sunt equales:quia enim in triangulo.b.k.h. duo latera.b.h.&.h.k.per.20.primi: sunt maiora latere.b.k.& ipsa sunt equalia linee.a.k.erit.a.k.maior.b.k.& eadem ratione maior omnibus aliis:& hoc est primum. ¶ Itemq; quia in triangulo.c.h.k.duo latera.h.k.&.k.e.per eandem sunt maiora latere.h.e.quod est equale linee.h.f.ipsa erunt maiora linea.h.f.ergo dempta communi linea que est.h.k.remanebit k.e.maior.k.f.eadem ratione quelibet aliarum erit maior ipsa.& hoc est secundum. ¶ Itemq; quia duo latera.b.h.&.h.k.trianguli.b.h.k.sunt equalia duobus lateribus.c.h.&.h.k.triãguli.c.h.k.& angulus.b.h.k.ẽ maior angulo.c.h.k.erit per.24.primi.basis.b.k.maior basi.k.c.eadem rõne k.c.maior erit.k.d.&.k.d.maior.k.e.& hoc est tertium. ¶ Quod si due linee.k.g.&.k.e.non sunt equales:erit altera maior:sitq;.k.g.de qua sumã k.l.equalem.k.e.& producam.h.l.quousq; secet circumferentiam in puncto.m.& quia per ypothesim angulus.g.k.f.est equalis angulo.f.k.e.erit per.13.primi.angulus.l.k.h.equalis angulo.c.k.h.& duo latera.l.k.&.k.h. trianguli.l.k.h.sunt equalia duobus lateribus.e.k.&.k.h.trianguli.e.k.h. ergo per.4.primi basis.h.l.est equalis basi.h.e.& quia.h.m.ẽ equalis.h.e erit.h.m.equalis.h.l.quod est impossibile. sunt ergo due linee.k.g.&.k.e.equales:quod est nostrum propositum:quartum.

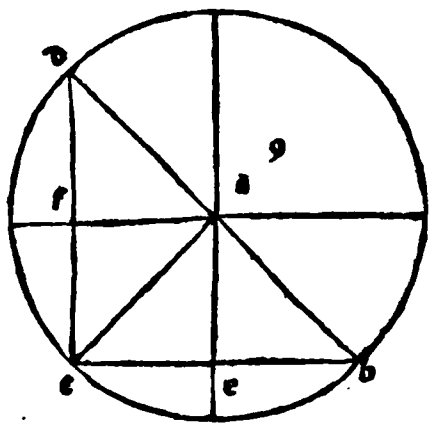


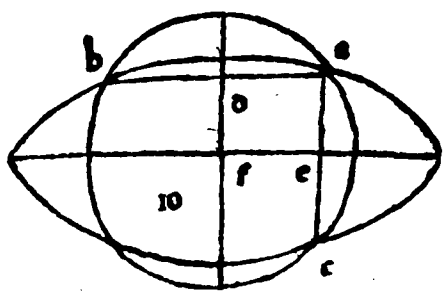


¶ Pes anseris



¶ Cauda pauonis.





Propositio .8.

Si extra circulum puncto signato ab eo ad circumferentiam linee plurime ducantur circulum secando: que super centrum transierit/omnium erit longissima. ¶ Centro autem propinquiores/ceteris remotioribus longiores. ¶ Linee vero partiales ad circumferentiam extrinsecus applicate: ea quidem que diametro in directum adiacet omnium est minima/eique propinquiores remotioribus breuiores. ¶ Due vero que linee breuissime vtrinque eque propinquant/equales sunt. p. 2. 3. 4. 5.

¶ Sit ut a pūcto.a.assignato extra circulū.b.c.d.cuius cētrū sit.n.ducant plurime linee ad circumferentiam secando circulum que sint.a.k.n.b/a.h.c/a.g.d/ꝗ.a.f.e/Dico q.a.b.transiens per centrum omnium erit longissima.ꝗ q.a.c.ē maior.a.d.ꝗ.a.d.maior.a.e.ꝗ q.a.k.est breuissima oīum extrīsecarū:ꝗ q.a.h.est minor.a.g.ꝗ.a.g.minor.a.f.ꝗ dico q si ducat.a.l. ita q ipsa ꝗ.a.h.eq̄liter distent ab.a.k.hoc est q angulus.k.a.h.sit eq̄lis angulo.l.a.k.ipse erunt equales. ¶ Producam.n.a centro.n.lineas.n.e/n.d/n.c/n.f/n.g/ꝗ.n.h/eruntq; p.20.p̄mi:duo latera.a.n.ꝗ.n.c.trianguli.a.n.c.maiora.a.c.ꝗ qa ipsa sunt equalia linee.a.b.erit.a.b.maior.a.c.eadem rōe erit maior oībus aliis.quod est p̄mum. Et quia duo latera.a.n.ꝗ.n.c.trianguli.a.n.c.sunt equalia duobus lateribus.a.n.ꝗ.n.d.trianguli.a.n.d.ꝗ angulus.a.n.c.ē maior angulo.a.n.d.erit p.24.p̄mi: basis.a.c.maior basi.a.d.ꝗ eadem rōe erit.a.d.maior.a.e.qđ ē p̄m. ¶ Itēq; quia in triāgulo.a.n.h.duo latera.a.h.ꝗ.n.h.sunt maiora.a.n.per.20.primi.ꝗ.h.n.est equalis.n.k.erit p cōem sciam.a.h.maior.a.k.eadem rōne q̄libet extrinsecus applicatarū maior erit.a.k.quod ē tertium. ¶ Item quia p.21.p̄mi: due linee.a.h.ꝗ.h.n.sunt minores duabus lineis.a.g.ꝗ.g.n.ꝗ.h.n.ē equalis.g.n erit p cōem scientiam.a.g.maior.a.h.eadem rōne erit.a.f.maior a.g.qđ est quartum. ¶ Quod si.a.l.non sit equalis.a.h.cū ipse sint equaliter distantes ab.a.k.erit altera maior:sitq;.a.l.ponā ergo.a m.equalem a.h.ꝗ producam.n.o.m.qa ergo duo latera.m.a.ꝗ.a.n.triāguli.m.a.n.sunt equalia duobus lateribus.h.a.ꝗ.a.n.triāguli.h.a.n.ꝗ angulus.m.a.n.ē eq̄lis angulo.h.a.n.erit p.4.p̄mi: basis.m.n.eq̄lis basi.n.h ꝗ qa.n.o.ē eq̄lis.n.h.erit.n.o.equalis.n.m.ps uidelicet toti:quod est impsosibile.ꝗ hoc est quintum. p. 20. p. 2. 24. 3. 20. 4. 21. 5. 4.

Propositio .9.

Si intra circulum puncto signato:ab eo plures q̄ due linee ducte ad circumferentiam fuerint equales:punctum illud centrum circuli esse necesse est.

¶ Sit ut a pūcto.a.signato intra circulū.b.c.d.ducte sint .3.linee.a.b/a.c.ꝗ.a.d.ad circūferētiam q̄s pono eē equales:dico punctum.a.esse centrū circuli. Producam.n.duas lineas.c.b.ꝗ.d.c.ꝗ diuidā utrāq; earū p eq̄lia.c.b.qdem in pūcto.e.ꝗ.d.c.in puncto.f.ꝗ pducam.e.a.ꝗ.f.a.quas applico circūferentie ex utraq; parte.eritq; p.8.p̄mi uterq; angulorū q sunt ad.e.eq̄lis alteri.igr̄ p.13.p̄.uterq; erit rectꝰ. Silr̄ quoq; p eādem uterq; angulorū q sunt ad.f.rectus:ergo per correlarium p̄me huius:quia.a.e diuidit.c.b.per equalia ꝗ orthogonaliter ipsa transit p centrum.similiter quoq;.a.f.transit p centrū quia diuidit d.c.p equalia ꝗ orthogonaliter. quare.a.est centrū qđ est ppositium. 13. 8.

Propositio. .10.

Si circulus circulum secet:in duobus tantum locis secare necesse est.

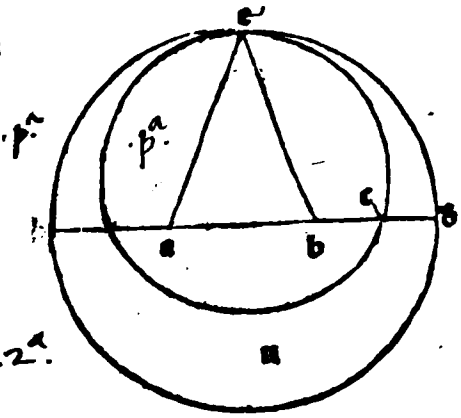
¶ Sint si possibile ē duo circuli secantes se in pluribus q̄ in duobus locis sup.3.puncta.a.b.c.Producam lineas.a.b.ꝗ a.c.quas diuidam p eq̄lia in punctis.d.ꝗ.e.ꝗ producam a puncto.e.lineam.e.f.ppēdicularem sup lineam.a.c.ꝗ a puncto.d.lineam.d.f.perpendicularem super lineam.a.b.ꝗ secent se due linee.e.f.ꝗ.d.f.in puncto.f.eritq; per correlarium prime huius punctum

5 .f. centrum circuli utriusq; quod est impossibile. per .5. huius.

Propositio .11.

Si circulus circulum contingat: lineaq; per centra eorum transeat: ad punctum contactus eorum applicari necesse est.

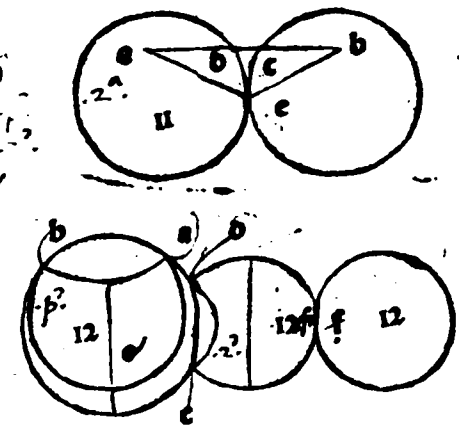
¶ Si enim linea transiens p centra duorum circulorum, c.e.¶.d.e. sese cõtingentium intra uel extra. non uadit ad locum contactus secet circumferentiam utriusq; sitq; .a. cẽtrum circuli. e.d.¶.b. centrum circuli. e.c.¶ ducatur linea recta. a.b.c.d. secans circumferentiam utriusq; ¶ ducantur linee a puncto. e. qui sit locus contactus ad centra que sunt. e.a.¶.e.b. eruntq; in contactu interiori: per 20. primi due linee. e.b.¶.b.a. longiores. e.a. quare longiores. a.d. ẽ enim
20 .a. centrum circuli. e.d.¶ quoniam. b.c. est equalis. e.b. quoniam .b. est cẽ
p. trum circuli. e.c. erit. c.a. longior. a.d. quod est impossibile. ¶ In contactu uero exteriori erunt due linee. a.e.¶.e.b. longiores. a.b. quare .a.d. ¶.c.b. maius erunt q̃ tota. a.b. quod est falsum.



Propositio .12.

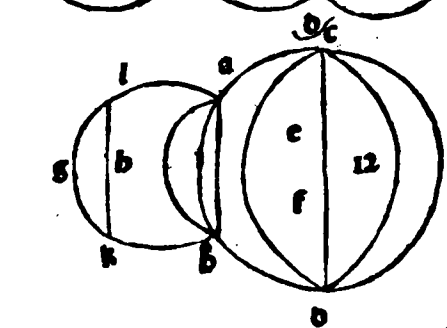
Si circulus circulum contingat sive intrinsecus sive extrinsecus: in uno tantum loco ꝓtingere necesse ẽ.

¶ Si enim fuerit possibile ut circulus circulum cõtingat in duobus locis intra uel extra contingat circulum. a.b.c.d. circulus. a.b.e. iterius in duobus pũctis. a.b. uel exterius circulus. c.d.f. in duobus punctis. c.d. Cum ergo ducemus lineam rectam ab. a. ad. b. si ipsa cadat extra circulum. a.b.e. interiorem accidet contrarium secũde huius. Quod si ipsa cadat intra ipsum: cum diuisterimus ipsam per equalia: ¶ eduxerimus a puncto diuisionis perpendicularem ad ipsam: fueritq; applicata circumferẽtie ex utraq; parte: ipsa trãsibit p centrũ ambo⁹ circulo⁹ q̃re accidet cõtrariũ p̃misse. ¶ In circulo uero cõtingẽte exterio⁹ in pũctis. c.d. si ducamus lineã rectã a pũcto c. ad punctũ. d. necesse ẽ accidere cõtrariũ ꝓ̃ huius. q̃re utrunq; ĩpossibile.



¶ Castigator.

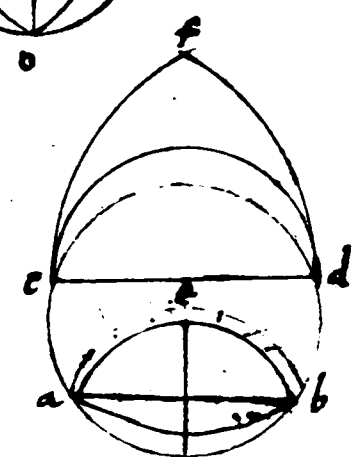
¶ Verbi gratia. Quod si fuerit possibile. ut sese in duobus aut pluribus cõtingant locis circulus ergo. c.d. circulum. a.b. in duobus locis interius cõtingat super duo puncta. c.¶.d. Sitq; centrum circuli. a. b. punctum. e. ¶ centrum circuli. c.d. punctum. f. linea. ergo que coniungit punctum. e. puncto. f. ¶ ꝓtrahitur ad circumferentiam cadit in loco ubi duo circuli sese contingunt per premissam. Coniungam itaq; e. cum. f. ¶ ꝓtraham lineam. e.f. ad duo puncta in quibus duo circuli sese contingunt. c.¶.d. centrum uero circuli. a.b. est. e. linea ergo. c.e. linee. e.d. est equalis sed linea. e.d. linea. d.f. lõgior existit. ergo linea. c.e. longior ẽ linea. f.d. sed linea. c.f. linea. c.e. fortior inuenitur linea. c.f. multo longior existit linea f.d. Et ẽt quia centrum circuli. c.d. est punctum. f. erit linea. f.d. linee. f.e. equalis. Sed iam fuit ostensum. q; linea. c.f. linea. f.d. multo longior existit. hoc autem contrarium ¶ impossibile non ergo contingit. c.d. circulum. a.b. nisi tm̃ ĩ loco uno. Cõtingant ergo se exterius in duobus locis si ꝗ ẽ possibile ꝑm similitudinẽ qua circulus. g.h. circulũ a.b. cõtingit linea ergo q̃ ꝓtrahit a pũcto. a. ad punctũ. b. cadit ĩtra circulũ. a.b.¶. cadit extra circulũ. g.h. ꝗ ãt cõtrariũ ¶ ĩpossibile ẽ. qm̃ si q̃libet duo puncta cadẽtia fuerit sup arcũ circuli linea unum eo⁹ alteri cõiungit ĩtra circulũ cadit p 2. huius nõ ergo cõtingit circulũ nisi ĩ loco uno exterius. neq; ĩterius. Et ꝗ ẽ quod demõstrare uoluimus.



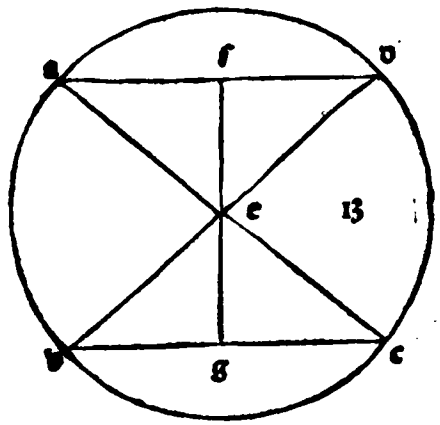
Propositio .13.

Recte linee in circulo si fuerint equales eas a centro eqdistare: ⁊ si a cẽtro eqdistiterit eq̃les ẽ necesse ẽ.

¶ Sit ut in circulo. a.b.c.d. cuius centrum sit. e. due linee a.d.¶.c.b. sint eq̃les. dico q; ipse equidistant a cẽtro ¶ ecõuerso. Producãtur. n.a cẽtro. e. linee. e.f.¶.e.g. ꝑpẽdiculares
2 ad. a.d.¶.b.c. eritq; p. 2. ꝑtem tertie huius. a. d. diuisa p eq̃lia. in. f.¶.b.c. i

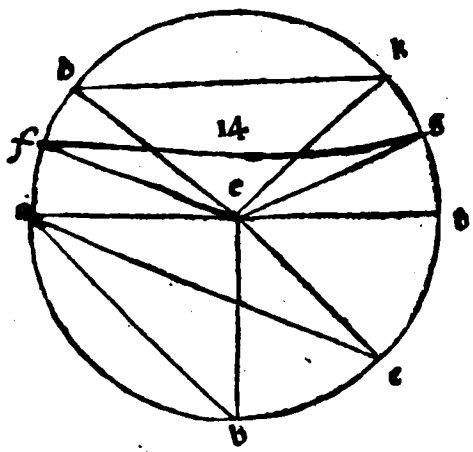


prop. xij.
Si duo circuli sese adinuicẽ exterius: ad centra eorꝫ applicata recta linea per contactũ transiet.
Hanc Campanus pterinsis pm. Z.



g. quia ergo duo latera .e. d. & .d .a. trianguli .e.d.a. sunt equalia duo bus lateribus.e.c.&.c.b.trianguli.e.c.b.& basis .e.a.basi.e.b.erit per .8.pri mi angulus.d.equalis angulo.c.& quia duo latera.e.d.&.d.f.trianguli.e. d.f. sunt equalia duobus lateribus.e.c. & .c. g. trianguli .e. c. g. Nam d.f.est equalis.c.g.eo q tota .a.d. posita est equalis .b.c.& angulus .d.est equalis angulo.c. erit per .4. primi basis.e.f. equalis basi.e.g.& quia iste sunt perpendiculares uenientes ad eas a centro patet per diffinitionem 4.huius ipsas equaliter distare a centro. ¶ Aliter idem. Quadratum enim.e.d.per penultimam primi ualet quadrata duarum linearum .e.f. &.f.d.& quadratum.e.c.quadrata duarum linearum que sunt.e.g.&.c.g. & quia quadratum.d.e.est equale quadrato.e.c.& quadratum .d.f. quadrato.g.c.erit quadratum.e.f.equale quadrato.e.g. quare.e.f.est equale e.g.sicq patet idem. ¶ Sit ergo.e.f.equalis.e.g.quod est eas equaliter distare a centro.dico tunc q.a.d.est equalis.b.c.de quadratis enim duarum linearum.e.d.&.e.c.equalibus demptis quadratis duarum linearum.e.f. &.e.g.equalibus remanent per penultimam primi quadrata duarum linearum.f.d.&.g.c.que per communem scientiam necesse ē esse equalia quare.f.d.est equalis.g.c.ergo duplum.f.d.quod est.a.d. ē equale duplo g.c.quod est b.c.& hec est secunda pars propositi. 8 p. 4 ath.

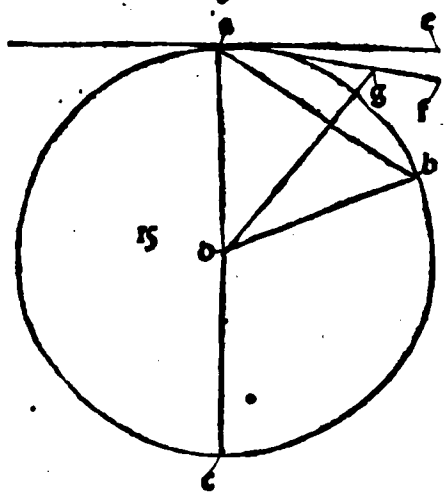
Propositio .14.



Si intra circulum plurime recte linee ceciderint dia metrum eius omnium longissima: eique propinquiores remotioribus longiores esse necesse est.

¶ Sit ut in criculo .a.b.c.cuius centrum.e.cadāt plurime linee,que sunt.a.b.a.c.a.d.f.g.h.k.sitq.a.e.d.diameter.dico ipsam esse longissimam.& alias tanto maiores quanto sunt ipsi propinquiores.ducantur enim a centro.e.linee ad extremitates omnium que sunt.e.b.e.c.e.f.e.g.e.h.&.e.k.eruntq per .20.primi duo latera.e.f.&.e.g.trianguli.e.f.g.longiora.f.g.& quia ipsa sunt equalia.a.d. erit.a.d.maior.f.g.eadem ratione maior erit q.a.c. quia.a.e. &.e.c.sunt maiora.a.c.& equalia.a.d.ergo.a.d.maior est.a.c.sic quoq est maior.h. k.& maior etiam q.a.b. quod autem.f.g.sit maior.h.k.&.a.c.a.b. patet. quia per.24.primi cum duo latera.f.e.&.e.g.trianguli.f.e.g.sint equalia duobus lateribus.h.e.&.e.k.trianguli.h.e.k.& angulus.f.e.g.maior.angulo.h.e.k.erit basis.f.g.maior basi.h.k. Similiter quoq qa.a.e.&.e.c.sunt equalia.a.e.&.e.b.& angulus.a.e.c.maior angulo.a.e.b.erit basis.a.c.maior basi.a.b.& sic est propositum. 20 24

Propositio. 15.



Si ab altero terminorum diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter linea recta ducatur: extra circulum eam cadere necesse est. ¶ Atq inter illam & circulum aliam lineam rectam capi impossibile est. ¶ Angulum autem ab illa & circūferentia contētum: omnium acutorum angulorum ē angustissimum. ¶ Angulum vero intrinsecum a diametro & circumferentia contentum: omnium angulorum acutorum esse amplissimum necesse est. ¶ Unde etiam manifestum est omnem lineam rectam a termino diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter ductam circulum ipsum contingere. p.m 2.m 3.m 4.m Corr.m

¶ Sit ut a termino.a.diametri.a.c.circuli.a.b.c.cuius centrum.d.ducatur linea orthogonaliter: dico q ipsa cadit extra circulū.& q inter lineā illam & circūferentiam nulla alia recta linea intercipitur: & q angulus quem ipsa & circumferentia continet est minor omni angulo rectilineo qui uidelicet a duabus rectis lineis continetur.& quod angulus contentus a diametro & circumferētia est maior omni angulo rectilineo acuto. p.m

5 p dere infra circulum. sit illa linea.a.b. & ducatur linea.d.b. erit q; per.3.primi angulus.d.a.b. equalis angulo.d.b.a. & quia angulus.d.a.b est rectus per ypothesim: habebit triãgulus.a.b.d. duos angulos rectos quod est im
32 possibile. per.32.primi. ¶ Cadet ergo extra sit q; a.e. q; si inter ipsam & cir
18 cumferentiam potest linea recta intercipi sit illa.a.f. ad quam ducatur p pendicularis d.g. & quia angulus.d.g.a. est rectus, erit per.18.primi linea a.d. longior linea.d.g. quod est impossibile. quare inter ipsam & circũferentiam nulla linea recta intercipietur. ¶ Propter quod patet q; angulus cõtentus.ab.e.a. & circũferentia qui dr angulus contingentie est minor oi angulo a duabus rectis lineis contento. Si enim aliquis rectilineus angulus esset angulo cõtingentie equalis: aut eo minor: cũ ois talis possit per e
9 lia diuidi fm doctrinam.9.primi inter lineam.a.e. & circũferentiã: posset linea recta intercipi: q; monstrauimus esse nõ posse. Per qd patet angulũ cõtentum a diametro & circũferentia oium acutorum rectilineorum esse maiorem, quia non differt a recto nisi in angulo contingentie quem mõstrauimus esse minorem oi rectilineo. ¶ Correlarium patet p primam p tem. Cum enim linea.a.e. in utranq; ptem erecta non secet circulum & tãgat ipsum in puncto.a. ipsa est contingẽs p diffinitionem. ¶ Ex hoc notandum q; nõ ualet ista argumentatio. hoc trãsit a minori ad maius: & p oia media: ergo p equale. Nec ista contingit reperire maius hoc & minus eodem: ergo cõtingit repire equale. Hoc aũt sic patet. Sit circulus.a.b. sup centr.c. cuius diameter.a.c.b. & ducatur ab eius termino.a. linea.a.d. orthogonaliter: erit q; cõtingens circulum p correlarium huius. Describat ite; sup pũctum.a. fm quantitatem diametri.a.b. circulus.b.e.d. & imaginetur linea.a.b. moueri sup punctum.a. per circũferentiam arcus.b.e.d ita q; punctum.b. numeret oia puncta arcus.b.e.d. quousq; perueniat ad lineam.a.d. & cooperiat ipsam. & quia angulus.b.a.d. est rectus: erit ut nõ sit sumere aliquem angulum acutum cui eqlem non fecerit linea.a.b. cũ diametro.a.c.b. minoris circuli. quia transiuit ad angulum rectum diuinerans situm oium angulorum acutorum quorum manifestum est quosdam esse minores angulo semicirculi cõtento a semicircũferentiam.a.b. & diametro.a.c.b. & angulum rectum mãifestum est esse maiorem eodem. Dico q; nullus in transitu ab acutis minoribus ad rectũ maiorem interme dius fuit ei equalis. Si enim fuerit aliquis: sit ut illum fecerit linea.a.b. cũ punctus.b. fuit in puncto.e. arcus.b.e.d. quia ergo angulus.e.a.b. est eqlis angulo semicirculi predicto: angulus aũt semicirculi est amplissimus oium acuto; p ultimã ptem huio: erit angulus.e.a.b. amplissimus oium
9 acutorum: diuidatur ergo angulus.e.a.d. sicut ppositi.9.primi p equalia ducta linea.a.f. erit q; per conceptionem angulus.f.a.b. amplior angulo e.a.b. quare erit aliquid amplius amplissimo quod ẽ impossibile. ¶ Vel sic cum angulus.e.a.b. sit equalis angulo semicirculi sicut ponitur. At angulus semicirculi cum angulo contingentie est equalis uni recto. Similiter quoq; angulus.e.a.b. cum angulo.e.a.d. est equalis uni recto: erit angulus.e.a.d. equalis angulo contingentiet & quia angulus contingentie ẽ angustissimus omnium acutorum.p.3.ptem huio. erit similiter angulus.e.a.d. sibi eqlis angustissimus oium acuto; sed angulus.e.a.f. est eo angustior p conceptionẽ: erit ergo aliquid angustius angustissimo qd ẽ impossibile. ¶ Non ergo erit angulus rectilineus equalis angulo semicirculi & quia transitur a minori ad maius & non per equale. Item quia est reperire minorem eo & maiorem: patet instantia contra utranq; argumẽtationem predictam. Vnde per interemptionem ad illud est respondendum.

¶ Castigator

¶ Si circulum linea recta contingat tantum in puncto contingere necesse est. si enim fm lineam contingat ducam ad terminos linee secundum quam contingit que sit.b.c. a centro circuli quod sit.a. lineas.a.b. & .a.c. & ducam lineam.a.d. in medium linee.b.c. & erũt duo trianguli.a.b.d. & .a.d.c. tũc arguo sic, Aut linea.a.d. incidit orthogonaliter super.b.c. aut nõ,

c ili

Si linea ducta ab.a. orthogonaliter sup.a.c. potest cadere

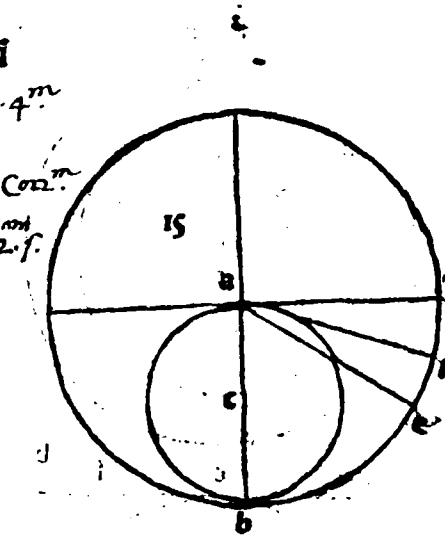
2.m

3.m

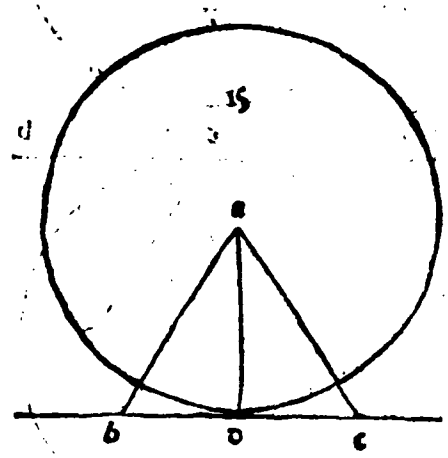
4.m

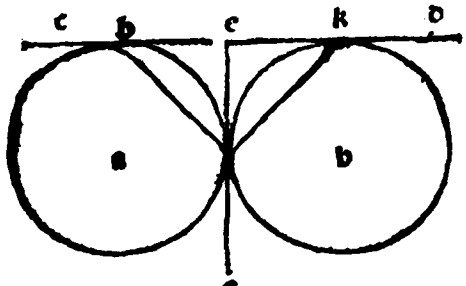
Corr.m

2.f.

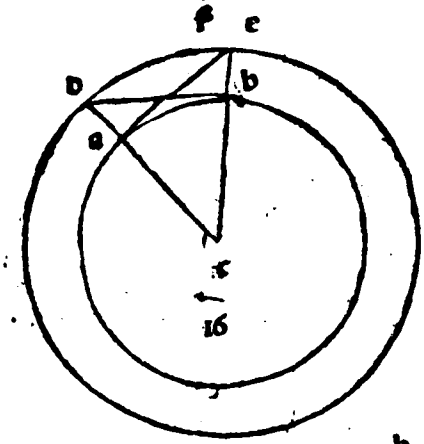


hoc instantia q; ang; fit pr infra pro. 30. huius. Vide ibi.

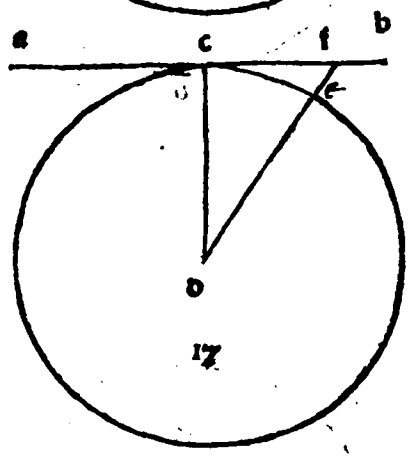




Si sic erit in omni triangulo angulus apud.d.rectus ⁊ per consequens in illis triãgulis erunt latera.a.b.⁊.a.c.longiora latere.a.d.p.18.primi.quia maiori angulo opponitur quodlibet illorum laterum suo in illis triangulis. Si uero non incidit orthogonaliter erit unus angulus quem facit obtusus ⁊ ei in suo triangulo maius latus opponitur per eandem.18.ex quo sequitur q̃ tres linee uenientes a centro.a.usq; ad puncta.b.c.d.non sunt equales sed ista tria puncta sunt puncta circumferentie igitur linee uenientes a centro ad circumferentiam non sunt equales quod est contra diffinitionem circuli. Sequitur etiam a centro ad contactum linea ducta esse perpendicularem super contingentem ut infra per.17.huius demostratur.



Oset probari, quod angulus cõtingentie est diuisibilis secundum lineam rectam ut constat per figurationem hic a latere positam. Certum est q̃ angulus, qui causatur ex contactu duoꝝ circulorꝝ uel spaꝝ est angulus contingentie ⁊ talis diuidatur per lineam.e.g.quia hic habetur triangulꝰ b.g.k.cuius basis.b.k.diuidatur per equalia in puncto.e.⁊ protrahatur uersus.g.cõtactum ⁊ arguitur per.4.primi.deinde per.26.huius ⁊ patet propositum. ¶ Castigatoꝝ a ¶ Nihil hoc ad rombum Euclidis. quia ipse intelligit a recta ⁊ curua causatus. a 4 p 26



Propositio .16.

Dato puncto ad datum circulum lineam contingentem ducere.

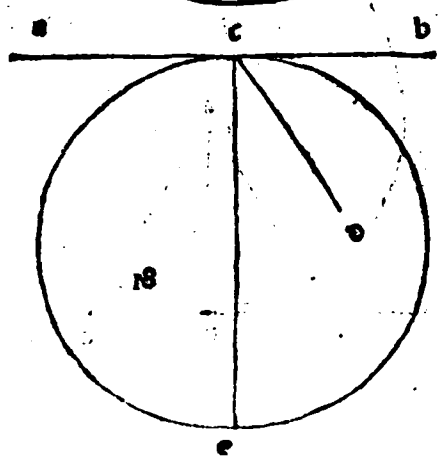
¶ Sit circulus datus.a.b.cuius centrum.c.punctusq; datus d.uolo ergo a puncto.d.ducere lineam contigẽtem circulum.a.b. Produco lineã.d.c.secantem circumferentiam circuli.a.b.in puncto.a.super quam describo circulum.d.e.secundum quantitatem linee.d.c.concentricum circulo.a.b.⁊ a puncto a. Produco lineam.a.e.perpendicularem ad lineam.d.c.que secet circumferentiam circuli.d.e.in pũcto.e.⁊ produco lineam.e.c.secantem circumferentiam circuli.a.b.in puncto.b.deinde produco lineam.d.b.que erit contingens circulum.a.b. Quia enim duo latera.a.c.⁊.c.e.trianguli.a.c.e.sunt equalia duobus lateribus.b.c.⁊.c.d.trianguli.b.c.d.⁊ angulus.c.ẽ communis utriq; erit per.4.primi angulus.e.a.c.equalis angulo.d.b.c.angulus autem.e.a.c.est rectus: quare angulus.d.b.c.est rectus per correlarium ergo precedentis erit linea.d.b.contingens circulum.a.b.quod est ꝓpositum. 4

Propositio .17.

Si circulum linea recta cõtingat/a contactu vero ad centrum linea recta ducatur: necesse est eam super lineam contingentem esse perpendicularem.

¶ Sit linea.a.b.contingens circulum.c.e.cuius centrum sit.d.in puncto.c.qui iungatur cum cẽtro per lineam.c.d. dico hanc esse perpendicularem super lineam contingentem. Si enim non est perpẽdicularis ad ipsam.sit ergo.d.f.perpẽdicularis ad eandem que secet circumferentiam circuli in puncto.e.erit q; uterq; angulorum qui sunt.ad.f.rectus igitur per.18.primi linea.c.d.est maior linea.d.f.quod est impossibile. Constat itaq.d.c.esse perpendicularem super.a.b.quod est propositum. a 18 a

a ¶ Quia sic pars esset maior suo toto: quod est contra cõceptionem cũ d.c.sit equalis.d.e.per diffinitionem circuli.



Propositio .18.

Si circulum linea recta cõtingat: ⁊ a contactu in circulum linea quedam orthogonaliter ducatur: in eadem centrum esse necesse est.

¶ Sit ut prius linea.a.b.contingens circulum.c.e.in puncto.c.⁊.a.contactu ducatur intra circulum.c.e.linea perpendicularis ad lineam.a.b.dico q; cẽtrum circuli est in linea.c.e.⁊ est conuersa prioris. Si enim non fuerit centrum in linea.c.e.sit

a sibi ubicunq; contingat. sint.d.& producatur linea.d.e.eritq;.d.c.per p̄ miſſam perpendicularis ad lineam.a.b.quod eſt impoſſibile cum.e.c. poſita ſit perpendicularis ad ipſam: quare patet propoſitum.

Propoſitio .19.

Si intra circulum angulus ſupra centrum cõſiſtat: alius vero angulus ſupra circumferentiam conſiſtens eandem baſim habeat inferior ſuperiori duplus erit.

¶ Sit ut in circulo.a.b.c.cui⁹ cent⁹.d.fiat angul⁹.a.d.c. ſuper cẽtrum.& angulus.a.b.c.ſuper circumferentiam: ſint utriuq; anguli eadem baſis que ſit arcus.a.c.dico angulum.a.d.c duplũ eſſe ad angulum.a.b.c. ¶ Quod ſic probatur. Aut enim due linee.a.b. & b.c. includunt duas lineas.a.d.&.d.c.aut altera earum fit linea una cũ altera reliquarum: aut etiam altera prima⁹ ſecat alteram poſtremarũ. ¶ Sit ergo primo ut includant eas ut in prima figuratione apparet.& producatur linea.b.d.e.eritq;.per.32. primi: angulus.a.d.e.extrinſecus eq̃lis duobus intrinſecis qui ſunt.b.a.d.&.a.b.d.trianguli.a.b.d.& quia ipſi ſunt equales per.5.eiusdem erit angulus.a.d.c.duplus ad angulum.a.b.d. ſimiliter quoq; erit angulus.e.d.c.duplus ad angulum.d.b.c.quare totus angulus.a.d.c.duplus eſt ad totum angulum.a.b.c.quod eſt ꝓpoſitum. ¶ Quod ſi altera duarum linearum.a.b.& b.c.fiat linea una cum altera duarum linearum que ſunt.a.d.&.d.c.ut in ſecunda figuratione apparet.per easdem per quas prius: & ſimili mõ liquet ꝓpoſitum. ¶ Quod ſi altera duarum primarum ſecet alteram duarum poſtremarum: ut in.3.figuratione apparet.ubi linea.a.b.ſecat lineam.d.c.producatur linea.b.d.e.eritq; per easdem quas prius aſſumpſimus: & ſimili modo angulus.e.d.a.duplus ad angulũ.d.b.a.& totus angulus.e.d.c.duplus ad totũ angulũ.d.b.c.quare angulus.a.d.c.duplus eſt ad angulũ.a.b.c.q̃d eſt ꝓpoſitum.

32 p. 5

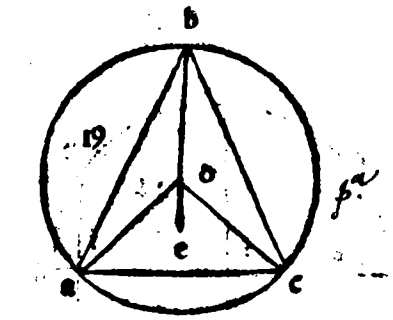
¶ Caſtigator

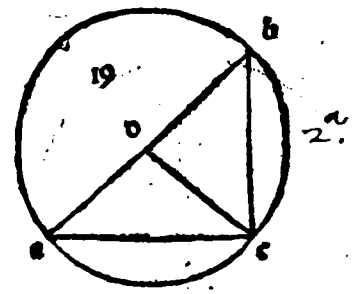
¶ Iſta.19.indiget limitatiõe aliter pateret iſta tiam ut patebit: nã ſi angulus fuerit ſup arcũ portionis minoris ueluti in arcu.a.f.c.in puncto.f.tũc mãifeſte appet eãdem baſim hr̃e cum angulo ſupra cent⁹ qa eadẽ corda a.c.eſt baſis utriuq; tñ non ur̃ concludi angulus.d.eſſe duplus ad angulũ.f.& ideo limitãda ur̃ cõcluſio ſic uidelicet. Alius ⁊ o angulus ſup circũferentiam portionis maioris cõſiſtens eãdem baſim circualem hr̃at inferior ſupiori dupl⁹ erit. ¶ Vigeſima cõcluſio ueritatẽ hẽt ſed nõ ꝓbabil.d. angulis conſiſtentibus in portione.a.f.b.per premiſſam cũ ipſa ſit portio minor ut.de.19.diximus ſed bene indifferẽter concludet propoſitum ꝑ ſequẽtem.21.de quadrilatero circulo inſcripto ſic uidelicet. quilibet angulus.b.cum eodem angulo.f.equant duobus rectis ergo anguli.b.ſibi inuicem ſunt equales cum.a.b.c.f.ſit q̃drilaterum & ſimilr̃ de angulis.f.in minori portiõe conſiſtentibus per eãdem.21.probabit eos eſſe equales ſic uidelicet quilibet angulus.f.cum eodem angulo.b.equiualent duobus rectis igitur omnes anguli.f.ſibi inuicem ſunt equales quia ſunt duo anguli i q̃drilatero.a.b.c.f.ex aduerſo collocati ut patet intuẽti & eq̃litas angulo⁹ ſup circũferentiam maioris portionis ꝓbat ꝑ unicũ angulum ſup circũferentiã minoris portionis & econuerſo equalitas eo⁹ qui ſunt ſuper arcum minoris cõcluditur per unicum illo⁹ qui ſunt in portiõe maiore.

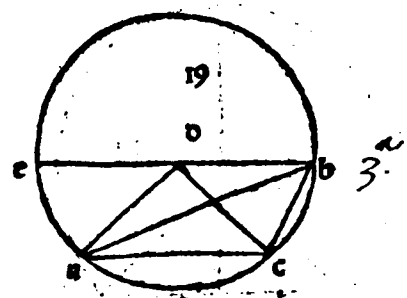
Propoſitio .20.

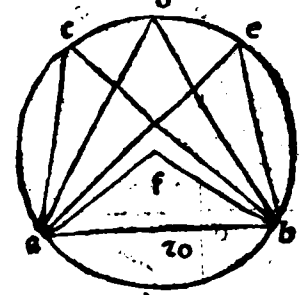
In vna circuli portione anguli ſuper arcum conſiſtant angulos quoslibet eſſe equales neceſſe eſt.

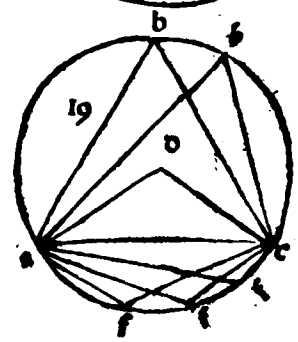
¶ Sit ut in portione.a.d.b.circuli.a.d.b.cuius cẽtrum.f. conſiſtant quotlibet anguli ſuper arcum.a.d.b.qui ſunt.c. d.e.dico eos eſſe equales. ¶ Protrahat.n.corda.a.b.& ab eius extremitatibus ducantur in centrum linee.a.f.& b.f. eritq; per premiſſam angulus.f.conſiſtens ſuper centrum ad unumquẽq; eorum duplus: quare ipſi ſunt equales: quod eſt propoſitum.

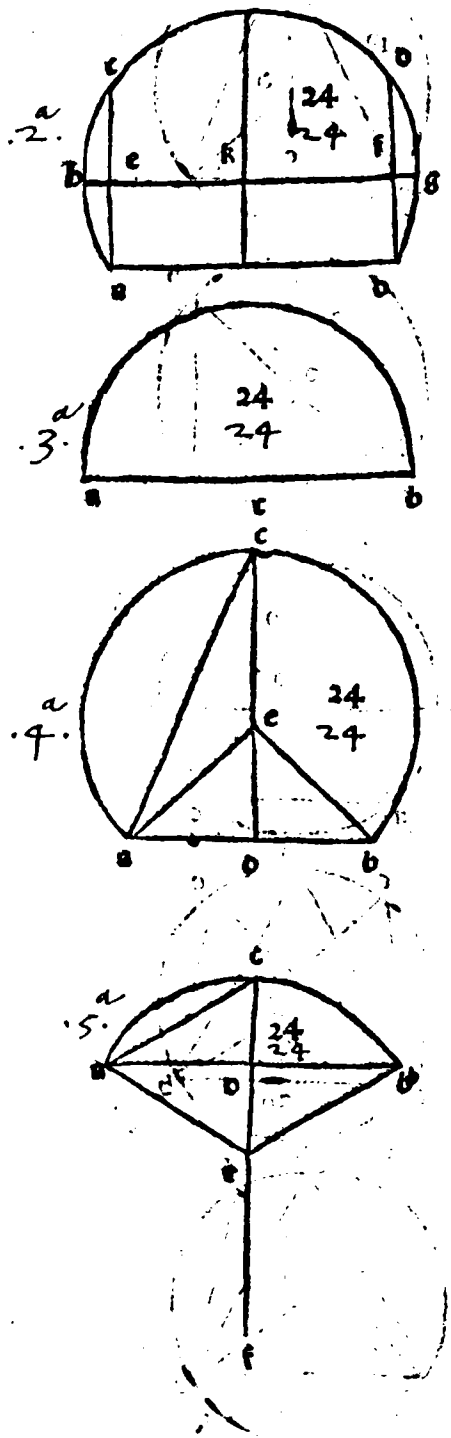












Propositio .21. .21.

Si intra circulum quadrilaterus discribatur: quoslibet eius duos angulos ex aduerso collocatos: duobus rectis angulis equos esse necesse est.

¶ Sit quadrilaterum.a.b.c.d. inscriptum circulo.a.b.c.d dico quosq; duos eius angulos ex aduerso collocatos esse equales duobus rectis. Si enim trahant.n.i.q̃drilatero diametri a.c.b.d.eritq; p̃ p̃missam angulus .c.b.d. equalis angulo.c.a.d.¶ angulus a.b.d.angulo.a.c.d.quare totus.a.b.c.erit equalis duobus angulis q̃ sunt a.c.d.¶.c.a.d.¶ qa ipsi cũ angulo.a.d.c.sunt eq̃les duobus rectis .p.32. primi erũt duo anguli.b.totalis.¶.d.totalis eq̃les duobus rectis:quod ẕ̃ ppositum. Similiter quoq; p̃babit angulos.a.¶.c.totales:ẕ̃ eq̃les duob⁹ rectis. 32 p

¶ Castigator.

¶ Ex ista excluduntur elmuaym siue rombus. ¶ similis elmuaym: siue romboides:quia nõ p̃ñt circulo inscribi cũ 2.anguli oppositi sunt obtusi. 20

Propositio .22. .22.

Plas circuli similes portiones inequales sup viã rectam lineam assignatam: ex eadem parte cadere impossibile est.

¶ Sit linea recta assignata.a.b.sup quam fiat portio circuli.a.c.b.dico q̃ super eandem lineam ex p̃te eadem non fiet alia portio que sit similis huic:¶.ea maior aut minor.

¶ Quod si fuerit hoc possibile fiat ergo portio .a.d.b. maior eaque tñ sit similis ei:fiat ergo angulus.a.c.b.in portione minori.¶ angulus.a.d.b. in maiori.erit ergo ut linee.a.d.¶.d.b.includant lineas .a.c.¶.c.b.ut patet in figuratione prima. Aut ut altera primarum fiat eadem cum altera possemus/ut in secunda:aut ut altera secet alteram:ut in tertia. ¶ Quod si fuerit primo modo erit per.u.primi angulus .c. maior angulo.d. non ergo sunt portiones similes per diffinitionem. Quod si secũdo modo erit adhuc angulus.c.maior angulo.d per.16.eiusdem. nec sic igitur erũt portiones similes. Si aũt tertio modo sit ut linea.a.d.secet lineam.c.b.¶ secet circũferentiam portionis minoris in puncto.e.¶ ducatur linea.e.b.eritq; p̃ eandẽ.16.primi angulus.a.e.b.cõsistens in portione.a.c.b.maior angulo d.sed.e.¶ eq̃lis p̃.20 huius.q̃re.c.ẕ̃ maior.d.q̃re nullo mõ similes. ¶ Similiquoq; mõ p̃babis q̃ sup lineam.a.b.non fiet portio similis portioni.a.c.b.minor.e.a.posito.c.in loco.d.¶.d.in loco.c.in figurationibus p̃dictis erit enim per premissas scilicet p.21.¶.16.primi.¶ premisso mõ angulus d.omnium figurationum maior angulo.c.quare portiones non erunt similes. ¶ Et nota q̃ licet p̃ponatur super lineam unam nõ posse fieri portiones similes inequales ex eadem p̃te ueꝝ est:tamẽ q̃ nec ex diuersis.quod licet p̃bare minoris ẕ̃ ex una p̃ressupposita maioris ẕ̃ ex alia:necesse enim erit p̃ cõem sciam ipsam a maori excedinõ ergo sunt similes p̃ hanc.22.

a 21 16 20 21 16 20 no. 22

Propositio .23. .23.

Si circulorum similes portiones super lineas equales fuerint:ipsas portiones equales esse necesse est.

¶ Sint due linee.a.b.¶.c.d.equales:sup quas sint due portiones circulorum.a.e.b/c.f.d.que sint similes. dico q̃ ipse sint equales. Si.n.nõ sint equales altera earum supposita alteri excedet maior minorem:sed linea.a.b.non excedet lineã .c.d.nec excedetur ab ea:cum sint equales:quare accidit contrariũ premisse quod est impossibile.erunt enim.a.b.¶.c.d.linea una.

Propositio .24. .24.

Ati semicirculi:siue semicirculo maioris/minoris siue portionis circulum perficere.

¶ Intentum p̃ hanc conclusionem est ex omni arcu dato:siue ex omni circuli portione data:perficere circulum. Sit ergo.a.b.quilibet arcus ex quo uolo perficere circulum pro p

traham in eo duas lineas qualiter eumq; contingat: que sint. a.c. & b.d. quas diuidam per equalia. a.c. quidem in puncto .e. & .b d. in puncto f. & protraham .e. g. perpendicularem ad. a.c. & .f.h. perpendicularem ad. b.d. que secent se in puncto. k. erit; per correlarium prime huius centrum circuli in utraq; lineanum. e.g. & .f.h. quare centrum est punctum. k.

a .2. Si aut. e.g. nō seces. f.h. sed sint linea tuū. quēadmodum erit si due linee a.c. & .b.d. sint eqdistantes tunc ipsa applicabitur circūferentie dati arcus ex utraq; parte ipsa igitur diuisa p medium in puncto. k. erit ibi centrum circuli p idē correlariū. Eqdistantes āt nō erūt. e.g. & .f.h. qacū in utraq; sit centr; circuli p dictū correlariū, et sint eius dē circuli duo cētra. Sic pe de oī arcu siue de oī portiōe cōiter demōstrari q̄liter inde circulus pficiat.

¶ Quia tn̄ auctor uī hāc cōclusionē uariat sm diuersas spēs arcuū oium portionū enumerādo spēs demōstrabibus diuisim p spēs q̄liter ex oī portione data circulus perficiatur. Sit ergo primum. a.b. portio data semicirculus. erit; p diffinitionem semicirculi. linea. a.b. diameter. ea igitur

a .3. diuisa per medium in puncto. c. erit. c. centrum circuli. ¶ Sit rursus

a .4. portio. a.c.b. semicirculo maior. cuius corda sit. a.b. quā diuido p eqlia in puncto. d. a. quo duco. d.c. ppendicularem ad ipsam que transibit per cētrum p correlarium prime huius. & protrabo lineam. a.c. & quia linea a.b. est minor diametro cum sit. a.c.b. portio maior semicirculo: erit. a. d. minor semidiametro. sed. d.c. est maior semidiametro: ergo. d.c. ē ma ior q̄ a.d. ergo. p 19. primi angulus. c.a.d. ē maior āgulo. a.c.d. fiat itaq;

19 per. 23. primi angulus. c.a.e. equalis angulo. a.c.d. pducta linea. a.e. que

p. jecet lineam. c.d. in puncto. e. erit; p. 6. primi. linea. a.e. equalis linee. a.c.

23 pducatur igitur linea. e.b. erit; per. 4. primi linea. e.b. equalis linee. a.e.

6 quare tres linee. e.a. e.b. e.c. sunt equales: ergo per. 9. huius. e. est centrum

4 .5. circuli. ¶ Sit iterum. a.c.b. portio minor semicirculo cuius corda sit. a.

9 b. quā diuido p equalia in puncto. d. a. quo pduco lineam. c.d.e. perpendicularem ad lineam. a.b. que secet circūferentiam in puncto. c. hāc manifestum est transire per cētrum p correlarium prime huius. pduco iterū lineam. a.c. erit; angulus. a.c.d. maior angulo. c.a.d. si est eqlis: erit portio. a.c.b. semicirculus. & si minor erit maior semicirculo. positū est āt

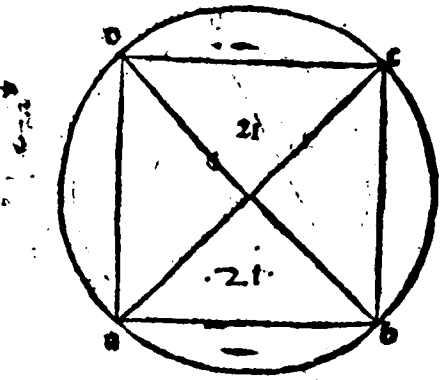
a b q̄ sit minor. pduco igitur lineā. a.e. que cū linea. a.c. faciat angulū equalem angulo. c. & secet lineam. c.f. in puncto. e. & manifestum ē q̄ punctū

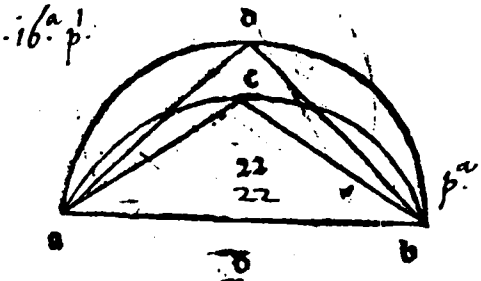
6 .e. cadat extra datam portionem. & produco lineam. e.b. & quia

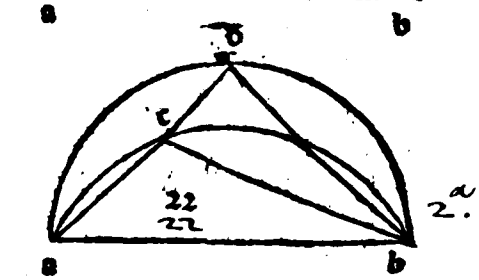
4 angulus. a. totalis est equalis angulo. c. erit per. 6. primi linea. e.a. eqlis

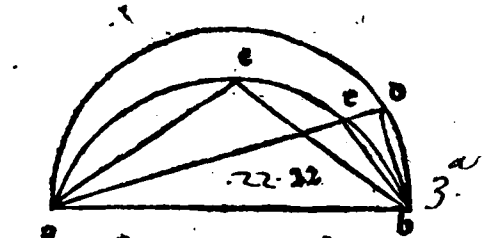
9 linee. e.c. & quia p quartam primi linea. e.b. est equalis linee. e.a. erit per 9. huius punctum. e. centrum circuli: quare patet propositum sm omnes species portionum circuli. ¶ Castigator

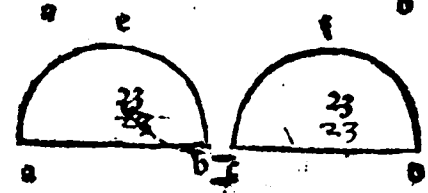
a ¶ Quia oēs linee recte I circulo sunt minores diametro eiusdē circuli p. 14. huius. & ideo corda cuiuslibet portionis eiusdē ē breuior diametro: sed si angulus. a.c.d. ēt eqlis āgulo. c.a.d. erit dicta portio semicirculus p. 6. pmi. Et si minor erit maior semicirculo qm tūc linea. c.d. ēt lōgior a.d. vel. b.d. p. 18. pmi. & cū in eadē sit cētr; circuli p correlariū pme huius. & iā nō ē in pūcto. d. ut dictū ē: quia ēt cōtra ypotesim: sequitur q̄ sit supra d. iter. d. & c. p aduersariū. & p cons corda. a.b. ēt ifra centr;. & sic efficeret corda portōis maioris. a.c.b. & iō cōtra ypotesim. b ¶ Vel sic tūc angulus c.a.d. ēt maior angulo. a.c.d. si mō fiat angulus. c.a.e. p. 23. pmi eqlis angulo. a.c.d. ut in portione maiori tūc secretur dictā portionē ē maiorē cum punctus. e. per. 9. huius sit centrū. ut in secunda dispositione. portionis maioris sicq; cōtra ypotesim. qm positū ē q̄ sit portio minor. iō. &c.

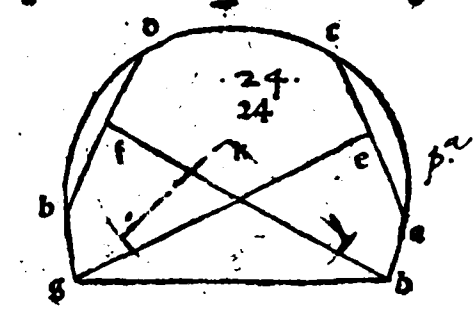








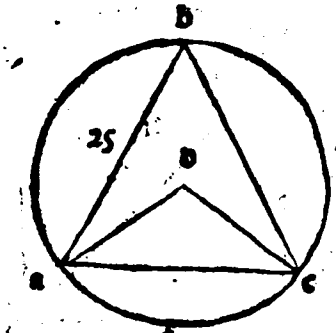


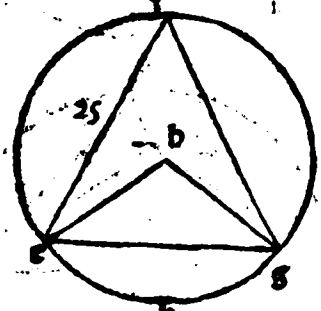


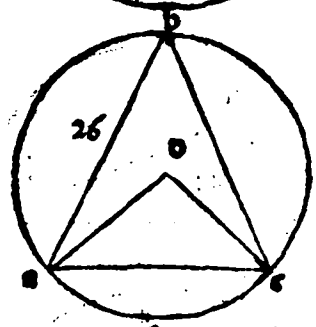
Propositio .25.

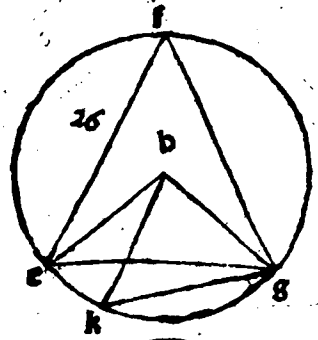
S in equis circulis seu super centra: seu super circūferētias equales anguli consistant: super eqnos arcus eos cadere necesse est.

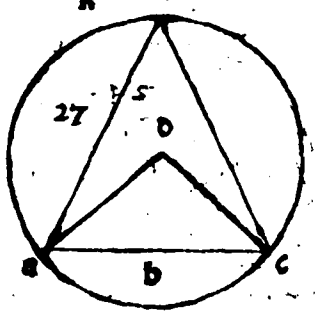
¶ Sint duo circuli equales. a.b.c. cuius centrum .d. & .e.f. g. cuius centrum. h. & fiant supra centra eorum duo angu











g.a.d.c.e.h.g.qui ponantur equales: dico duos arcus.a.b.c.e.f.g.esse equales. Protrahãtur due linee.a.c.e.g. fiant duo anguli in circumferentiis ipsorum consistentes supra predictos arcus qui sint angulus.a.b.c. angulus.e.f.g.quia ergo circuli sunt equales: erunt per diffinitionem[a] eqlium circulorum semidiametri equales: quia duo anguli.d.e.h.sunt eqles: erit per.4.primi: linea.a.c.equalis linee.e.g. per.19.huius erit angulus.b.equalis angulo.f.cum.d.[b] angulus sit equalis angulo.h.ergo p diffinitionem similium portionum due portiones.a.b.c.e.f.g.sunt similes: quia ipse sunt super lineas.a.c.e.g.equales: ipse erunt equales per .23.huius: quare arcus.a.b.c.e.f.g.sunt equales Quod si anguli.b.e.f.g sunt in circumferentia ponantur equales: erunt per diffinitionem portiones similes: anguli.d.e.h.equales per.19.huius: quia circuli sunt equales per positionem: erunt per.4.primi due linee.a.c.e.g. equales: quare ut prius portiones equales per.23.huius: cum sint similes super equales lineas. igitur arcus equales: quod est propositum.

a Immo per conuersionem diffinitionis. b Quia uterq; duplus ad illos.

Propositio 26.

Si in equis circulis equi sumãtur arcus: infra illos formatos angulos/qui supra centra eorum/seu supra circumferentias constituantur: equos esse necesse est.

Sint ut prius duo circuli.a.b.c.cuius centrum.d.e.f.g cuius centrum.h.sintq; duo arcus.a.b.c.e.f.g.equales: sintq; super ipsos arcus duo anguli in centro/qui sint.d.e.h.ductis.a.d:c.d/e.h:g.h. Itemq; super eosdem arcus fiant duo alii anguli in circũferentia qui sint.b.e.f.ductis lineis.a.b:c.b/e.f:e.g.f.dico duos angulos.d.e.h.adinuicem esse equales. Itemq; duos.b.e.f.adinuicem esse equales: e hec conuersa prioris. Si enim non sint.d.e.h.anguli adinuicem equales: sit ergo.h.maior a quo abscidatur[a] angulus.k.h.g.qui sit equalis angulo.d.eritq; per premissam arcus.k.e.f.g.eqlis arcui.a.b.c.sed duo arcus a.b.c.e.f.g.positi sunt equales: accidet ergo partem esse equalem toti: quod est impossibile: quare anguli.d.e.h.totales sunt equales. Similiq; quoq; modo probabis angulos.b.e.f.esse equales: uel si mauis probato q; anguli.d.e.h.sunt equales. sequitur.b.e.f.esse equales per.19.huius e conuerso.

a Vter punctum.h.fiet angulus .k.h.g. per.23.primi.equalis angulo.d.

Propositio .27.

Si in circulis equalibus eque linee arcus resecent: arcus quoq; equos esse. Si autem linee inequales fuerint arcus quoq; inequales. Et a maiore linea/ maiorem[a] arcum: a minore uero minorem abscindi necessarium est.

Sint duo circuli equales.a.b.c.cuius centrũ.d.e.f.g. cuius centrũ.h.sintq; corda.a.c.equalis corde.e.g. dico duos arcus.a.b.c.e.f.g.quos predicte corde ex predictis circulis resecant esse equales. Quod si corda.e.g.ponat maior corda.a.c.dico arcũ.e.f.g.esse maiorẽ arcu.a.b.c. Primũ quidẽ sic pbat. ducant a cẽtris linee ad extremitates cordarũ q sint d.a.d.c/h.e.h.e quia circuli positi sunt fore eqles. erũt h.e.[a] semidiametri eqles. Et quia linea.a.c.posita est eqlis linee.e.g.erit per.8.primi angulus.d.equalis angulo.h totali: quare per.25.huius erit arcus[b] .a.b.c.eqlis arcui.e.f.g.sicq; patet primũ. Secundum sic sit.e.g.maior.a.c.eritq; per.25. primi angulus.h.maior angulo.d.fiat ergo angulus.f.h.g.equalis angulo

25 d. erit q̃, per. 25. huius arcus. f. g. equalis arcui. a. b. c. q̃re arcus. e. f. g. est maior arcu. a. b. c. quod est secundum. propositum.

¶ Ca stigator

a ¶ Per cõuersionem diffinitionis equalium circulorum. b ¶ Arcus inferiores ideo cõcludunt eqles quia superiores sunt eqles p. 25. huius qbus a totis circũferẽtiis remotis remanẽtes sunt eqles. ¶ Aliqui hnt a minore linea maiorẽ arcũ ¶ utrũq; pot stare/sed diuersimode cõsideratum: qm̃ qn̄ dr̄ a maiore linea maiorem arcũ intelligit in portione minore ¶ qn̄ dr̄ a minore linea/intelligitur de portione maiore: quia in portione maiori maior linea minorem arcũ abscindit qm̃ ipsa magis appropinquat dyametro. ¶. sic minuit arcum portionis maioris/sed secus in minori.

Propositio .28.

Circulorum equalium equos arcus: equas cordas habere necesse est.

¶ Sint duo circuli eqles. a. b. c. cuius centr. d. ¶ e. f. g. cui centr. h. sitq; arcus. a. b. c. equalis arcui. e. f. g. dico q̃ corda a. c. est eqlis corde. e. g. ¶ est hec conuersa p̃me partis premisse. ¶ Ducantur linee. d. a: d. c ¶ h. e: h. g. erũtq; p. 26. huius
26 anguli. d. ¶. h. equales: quare per q̃tam p̃mi: erit. a. c. eqlis. e. g. qd̄ est propositum. ¶ Siq; ecũq; aũt p̃bate sunt passiones de diuersis circulis eqlibus: intelligẽ multo fortius ueras eẽ de eodẽ.

Propositio .29.

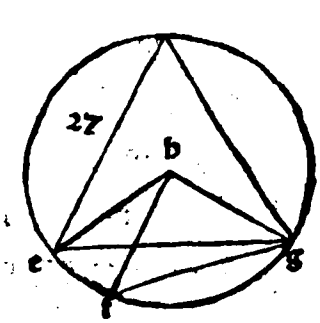
Atum arcum per equalia diuidere.

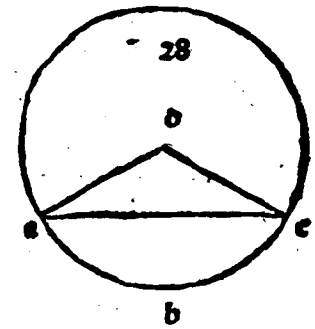
¶ Sit datus arcus. a. b. c. cui subtẽdat corda. a. c. q̃ diuidat p equalia in puncto. d. a. quo ducat ppendicularis ad ipsam q̃ sit. d. b. secãs circũferẽtiam dati arcus in puncto. b. quẽ dico diuidere datũ arcum p equalia. ducãt. n. linee. b a: b. c. q̃ erũt eqles p. 4. p̃mi: q̃re p p̃mã ptem. 27. huius arcus
4 a. b. erit eqlis arcui. b. c. quod ẽ ppositũ.
27

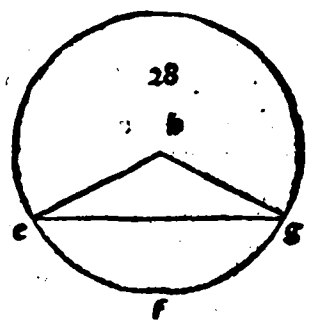
Propositio .30.

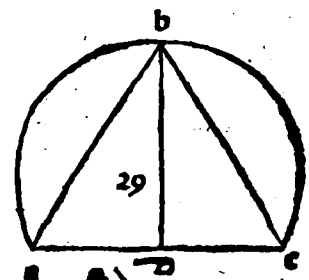
Rectilineus angulus in semicirculo supra arcum consistat rectus est. Si vero in portione semicirculo minore recto maior. Si autem in portione semicirculo maiore recto minor. ¶ Itemq; omnis portiõis angulus semicirculo maioris recto maior: minoris vero recto minor de necessitate erit.

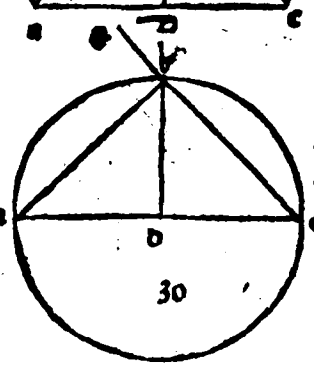
¶ Sit ut in circulo. a. b. c. cuius centr. d. ¶ diameter. a. d. c. semicirculus. a. b. c. in cui semicirculi circũferẽtia fiat angulus. a. b. c. ductis lineis. a. b. ¶ b. c. dico illũ angulũ eẽ rectum. ptrahat ab ipso angulo in centr. linea. b. d. erit q̃ p quintã p̃mi: angulus. a. b. d. eqlis angulo. a. ¶ angulus. d. b. c. eqlis angulo. c. ¶ qa angulus c. d. b. ẽ eqlis duobus angulis. d. b. a. ¶. a. p. 32. p̃mi: ipse erit duplus ad angulũ. d. b. a. eadem rõne angulus. a. d. b. duplus erit ad angulũ. d. b. c. ergo duo anguli. c. d. b. ¶. a. d. b. dupli sunt ad totalẽ angulũ. a. b. c. sed ipsi sunt eqles duobus rectis. p. 13. p̃mi: erit igr̃ angulus. a
13 b. c. totalis medietas duorũ rectorũ: q̃re rectus quod est p̃mum ppositum.
32 ¶ Idẽ aliter. ptrahat. b. c. usq; ad. e. erit q̃ p. 32. p̃mi: angulus. a. b. e. equalis duobus angulis. a. ¶. c. ¶ qa angulus. a. est equalis angulo. a. b. d. ¶ angulus. c. angulo. c. b. d. erit ãgul. a. b. e eqlis totali ãgulo. a. b. c. ergo uterq; eorũ ẽ rectus p diffinitionem. ¶ Tertiũ sic patet: sit in circulo. a. b. c. cui centr. d. portio. a. b. c. cuius corda. a. c. maior semicirculo: ¶ fiat sup eius circũferentiã angulus. a. b. c. ductis lineis. b. a. ¶. b. c. dico illũ angulũ eẽ minorẽ recto. ducat enim diameter. a. d. e. ¶ linea. e. b. erit q̃ per p̃mam partem huius. b. totalis rectus. quare angulus. a b. c. erit minor recto per cõem sciam:
9 cum sit pars eius: sicq; patet tertiũ. ¶ Secũdũ sic. Sit rursus in circulo. a. b.



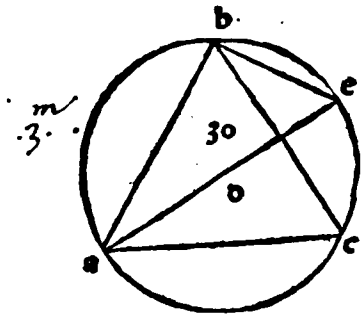




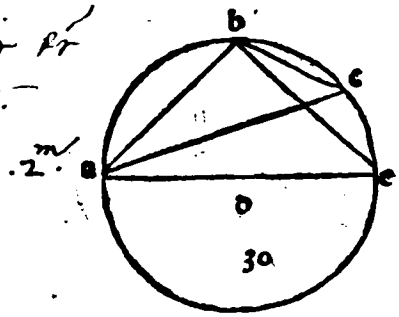


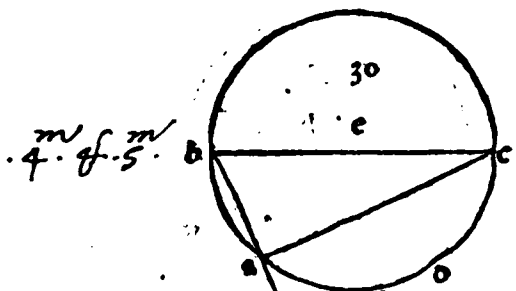


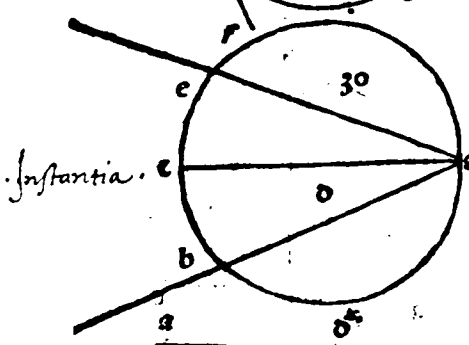
p̃mũ duplicetur.

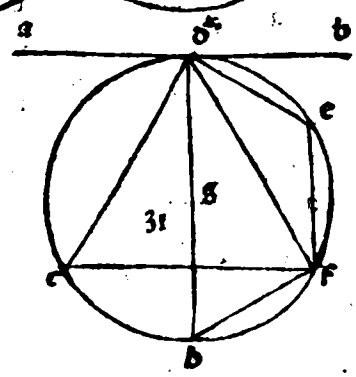


Instantia q̃ fit pr
f. p. 1. 15. h. nõ.









.e. cuius centr. d. portio. a. b. c. cuius corda. a. c. q̃ sit semicirculo minor. ⁊ fiat sup ei⁹ circũferentiã angulus. a. b. c. ductis lineis. b. a. ⁊. b. c. dico hũc angulum esse maiorem recto. producatur enim diameter a. d. e. ⁊ linea. b. e. eritq; per primam partem huius angulus. a. b. e. rectus. quare angulus. a. b. c. erit maior recto. quod est secundum propositum. ¶ Quartum ⁊ quintum sic. Sint in circulo. a. b. c. d. cuius centrum. e. portio. a. b. c. cuius corda a. c. maior semicirculo. ⁊ portio. a. d. c. cuius eadem corda. a. c. minor semicirculo. dico angulum cõtentum ab arcu. b. a. ⁊ corda. a. c. esse maiorem recto. ⁊ angulum cõtentum ab arcu. d. a. ⁊ corda. a. c. esse minorem recto. producatur diameter. c. e. b. ⁊ linea. b. a. usq; ad. f. eritq; per primam partem huius angulus. b. a. c. rectus. quare per. 13. primi angulus. f. a. c. est similiter rectus. Quia igitur angulus rectus est primi pars ⁊ secundus pars recti. 13
euidenter patet utrũq; quare tota liquet hec pẽthamembris conclusio. ¶ Ex istis autem duabus ultimis partibus nota ẽt instãtiam contra illas duas argumẽtationes ad quas tulimus instãtiam. in. 15. huius. trãsitur enim ab 15
angulo portionis semicirculo minoris q̃ est minor recto per ultimam p̃tem huius ad angulum portionis semicirculo maioris qui est maior recto per penultimam partem huius. non tñ per equale. Cum. n. omnis portio circuli sit semicirculo. aut minor semicirculo. aut maior. sit aũt tã angulus semicirculi per primam partem. 15. quam angulus portionis minoris per ultimam p̃tem huius minor recto. portionis uero maioris sit maior recto. ⁊ tñ non erit alicuius portionis angulus. nec simpliciter aliquis cõtentus a circumferentia. ⁊ linea recta. nec rectus nec eq̃lis recto. Quod ut clarius pateat sit in circulo. a. b. c. cuius centr. d. linea. a. b. cui non sit determinatus finis ex parte. b. secãs ex ipso portionẽ semicirculo minorem. eritq; per ultimam p̃tem huius minor recto. huius circuli sit diameter. a. d. c. ⁊ imaginet linea. a. b. moueri ad partem. c. sup̃ pũctum. a. q̃ quamdiu fuerit citra. c. uel in ipso. c. coopteris diametr. a. d. c. faciet cum arcu angulum minorem recto. In oi aũt pũcto ultra. c. uelut in. e. faciet p̃ penultimã p̃tem h⁹ angulum maiorem recto. trãsit ergo a minori ad maius nõ p̃ eq̃le. ⁊ sicut in rectilineis angulis. est repire maiorem angulo semicirculi ⁊ minorẽ. nõ tñ eq̃lem ut mõstratũ ẽ. i. 15. huius. sic in angulis portionũ est 15
repire maiorẽ recto ⁊ minorem. ñ tñ eq̃lem. ut patet ex ista demõstratõe.

Propositio .31.

Si circulum linea recta contingat. ⁊ a cõtactu in circulum quedam circulum secans recta linea preter centr. ducatur. quoscunq; duos angulos cũ contingente facit. duobus angulis qui in alternatis circuli super arcus consistunt portionibus. equales.

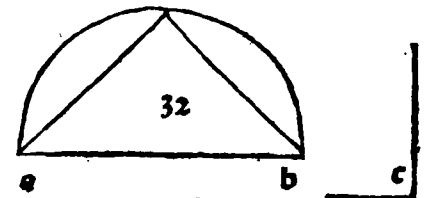
¶ Sit recta linea. a. b. contingens circulum. c. d. e. f. cui⁹ centr. g. in puncto. d. a quo. d. ducatur in circulum preter centrum linea d. f. secans ipsum. fiantq; angulus. d. c. f. consistens sup̃ arcum portionis d. e. f. ductis lineis. c. d. ⁊. c. f. ⁊ angulus. d. e. f. cõsistens super arcum portionis d. e. f. ductis lineis. e. d. ⁊. e. f. dico angulum. c. esse equalem angulo. b. d. f. ⁊ angulũ. e. angulo. a. d. f. ducat. ꝛ. diameter. d. g. h. ⁊ linea. f. h. eritq; p. 17. hui⁹. d. h. ꝓpendicularis sup̃. a. b. ⁊ p̃ primam p̃tem p̃misse angulus. d. f. h. rectus. quare duo anguli. a. d. h. ⁊. d. f. h. sunt eq̃les. posito ergo cõmuni angulo. h. d. f. erit angulus. a. d. f. equalis duobus angulis qui sunt. d. f. h. ⁊. h. d. f. sed hi duo cum angulo. h. sunt equales duobus rectis per. 32. primi: ergo angulus. a. d. f. cum angulo. h. sunt equales duobus rectis. sed angulus. a. d. f. cum angulo. b. d. f. equiualet duobus rectis per. 13. primi ergo 32 13
angulus. b. d. f. est equalis angulo. h. ergo ⁊ angulo. c. per. 20. huius. ⁊ hoc 20
est primum. Et quia duo anguli. c. ⁊. e. sunt equales duobus rectis per. 21. huius erit angulus. e. equalis angulo. a. d. f. quod est secundum. Vel istud secundum sic. si angulus. a. d. f. cum angulo. h. equiualet duobus rectis. ut premonstratum est. sed angulus. e. cum angulo. h. equiualet duobus rectis per. 21. huius. ergo angulus. e. est equalis angulo. a. d. f. quod est ꝓpositũ. 21

Propositio .32.

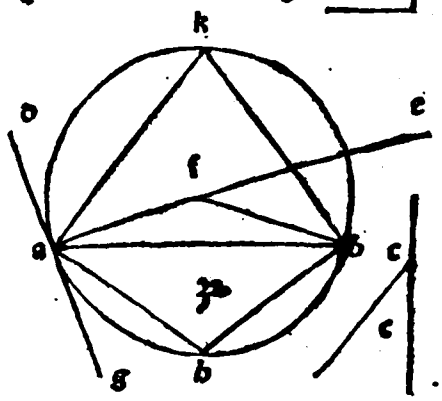
Super datam lineam/circuli portionem describere capientem angulum/dato angulo/equalem: seu rectum: seu maiorem/seu minorem/recto.

¶ Sit.a.b.linea data & .c.datus angulus/super lineam a.b. uolo describere unam circuli portionem recipiẽtem in circũferẽtia rectilineum angulum equalem angulo, c. Si igitur fuerit angulus .c. rectus/diuisa.a.b.per medium/describam super eam
30 semicirculum: factumq; erit propositum/per primam partem.30.huius.

¶ Si autem sit obtusus ducã lineam.d.a.cũ linea.b.a.cõtinentem equalẽ angulum/angulo .c. & a puncto.a. ducam lineam .a.e. perpẽdicularem
23 super lineam.a.d. & super punctum.b.faciam angulum p.23. primi/equa
p. lem angulo.e.a.b.in quo obtusus excedit rectum/ducta linea.b.f.usq; ad
6 perpendicularem .a.e. eruntq; per .6.primi: linee.f.a. & f.b.equales.facto itaq; puncto.f.centro circuli describam fm quantitatem linee.f.a. circu
15 lum.a.h.b.eritq; per correlarium.15.huius linea.a.d.contingens circulũ: quare per premissam angulus qui fit in portione.a.h.b.est equalis angulo.d.a.b.quare & angulo.c.quod est propositum. ¶ Si autem angulus .c.sit acutus: producam lineam.a.g.continentem cum linea.a.b.angulũ equalem angulo.c.& a puncto.a.ducam.a.e.perpendicularem ad lineã .a.g.& super punctum.b.faciam angulum equalem angulo.e.a.b.in quo rectus excedit acutum: ducta linea.b.f.usq; ad ppendicularem .a.e.erũtq;
6 per.6.primi linee.f.a.& f.b.equales: facto itaq; puncto .f.centro circuli: describam fm quantitatem linee.f.a.circulum.a.k.b. eritq; per correla
15 rium.15.huius linea.a.g. contingens circulum: quare per premissam angulus qui fit in portione.a.k.b.est equalis angulo .g.a.b.quare & angulo.c.quod est propositum.



Rectus:



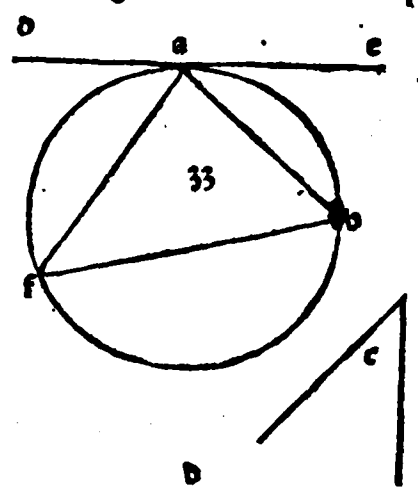
Obtusus.

Acutus.

Propositio .33.

Dato circulo: dato angulo: equum angulum capiẽtem portionem abscindere.

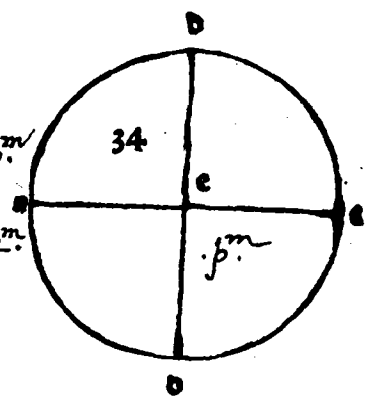
¶ Sit.a.b.datus circulus, & .c.datus angulus: uolo ergo a circulo.a.b.abscindere portionem unam capiẽtem equalem angulum angulo.c.produco lineam .d.a.e.contingẽtem datum circulum in puncto.a.a quo duco in circulum lineam. a.b.continentem cum linea.a.e.angulum equalem angulo.c.
31 eritq; per.31.huius portio.a.b.existens a parte linee .a.d. recipiens angulum equalem angulo.c.quod est propositum

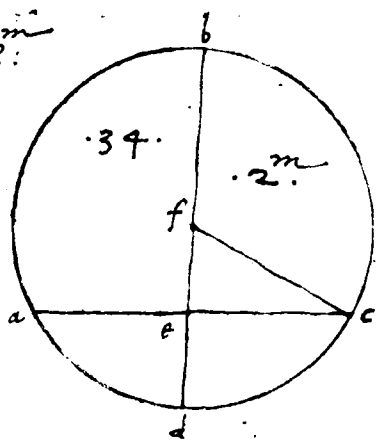


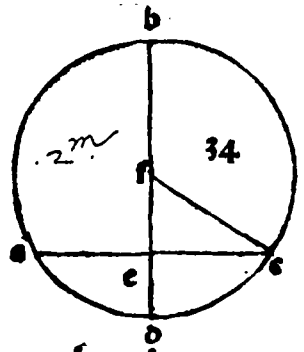
Propositio .34.

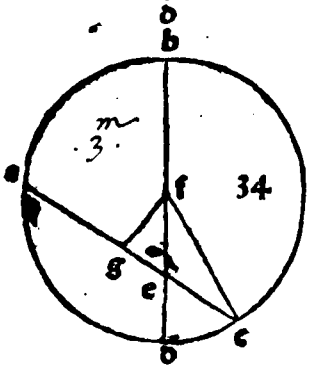
Si intra circulum due recte linee sese inuicem secẽt: q; sub duabus partibus unius earum, pcedit: equũ est ei rectãgulo quod sub duabus alterius linee partibus continetur.

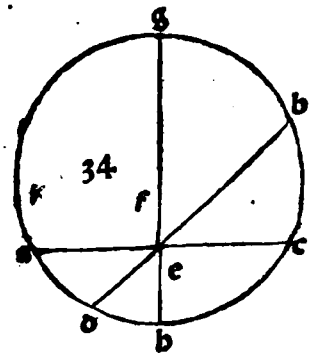
¶ Sint due linee.a.c.& b.d. secantes se in circulo a.b.c.d. super punctum e.dico q; illud rectangulum quod fit ex.a.e.in e.c.equum ẽ ei quod fit ex b.e.in e.d. ¶ Aut enim ambe linee.a.c.& p.m
b.d.transibunt per centrum circuli: aut altera tantum: aut neutra. q; si ambe transeãt per centrum erit.e.centrum circuli.omnesq; .4.linee equales: quare liquet propositum. ¶ Quod si altera earum tantum transit per 2.m
centrum/sit illa.b.d.cẽtrumq; circuli sit.f.aut ergo.b.d.secabit.a.c.per equalia: aut per inequalia. secet ergo primo per equalia. eritq; per primam partem.3.huius secãs eam orthoganaliter. ducatur itaq; linea.f.c.eritq; p.5.se
3 cundi quod fit ex.b.e.in.e.d.cum quadrato.e.f equale quadrato linee.f.
5 d.quare & quadrato linee.f.c. ergo per penultimam primi & quadratis duarum linearum.f.e.& e.c.dempto ergo utrinq; quadrato.e.f.erit quod fit ex.b.e.in.e.d.equale quadrato linee.e.c.& quia.e.c.est equalis.a.e.patet propositum. ¶ Quod si.b.d.transiens per centrum secat.a.c. per inequalia a centro.f.ducatur.f.g.perpendicularis ad.a.c. eritq; per secũdam

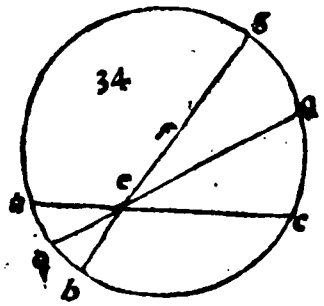












partem tertie huius.a.g.equalis.g.c.ꝗ ducatur linea.f.c.eritq; per.5.secūdi quod fit ex.b.e.in.e.d.cum quadrato.e.f.ꝗ ideo per penultimam primi cum quadratis duarum linearum.f.g.ꝗ.g.e. propter id quod angulus.f.g.e.est rectus equale q̄drato linee.d.f.ꝗ ideo linee.f.c.ꝓpter ꝑ quod penultimam primi ꝗ quadratis duarum linearū.f.g.ꝗ.g.c.dempto ergo utriq; quadrato linee.f.g.erit quod fit ex.b.e.in.e.d. cum quadrato linee.g.e. equale quadrato linee.g.c.sed per.5.secundi quod fit ex.a.e.in.e.c. cum 5
quadrato linee.g.e.est equale quadrato linee.g.c.dempto igitur utrinq; quadrato linee.g.e.erit quod fit ex.b.e.in e.d.equale ei quod fit ex.a.e. in.e.c.quod est propositum. ¶ Quod si neutra earum transit per centrū/ siue altera diuidat alteram per equalia/siue per inequalia/producam lineam.g.f.e.h.diametrum circuli transeuntem per punctum sectionis earum. Et si altera diuidat alteram ꝑ equalia .ut.b.d/a.c. tunc .g.h.diuidit etiam.a.c.per equalia:ergo orthogonaliter per tertiam huius.ergo per secundum modum huius conclusionis quod fit.ex.g.e.in.e.h. equum est 3
ei quod fit ex.a.e.in.e.c.ꝗ per tertium modum huius quod fit ex.g.e. in e.h.equum est ei quod fit ex.b.e.in.e.d.ergo quod fit ex.a.e.in.e.c.equū est ei quod fit ex.b.e.in.e.d.quod est propositum. ¶ At si neutra diuidit alteram per equalia:erit per tertium modum huius conclusionis quod fit ex.g.e.in.e.h.equale utriq; eorum que fiunt ex.a.e.in.e.c.ꝗ.b.e.in.e.d. quare unum eorum erit equale alteri: quod est propositum.

¶ Castigator.

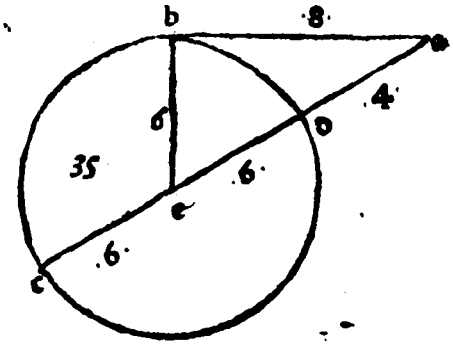
¶ Quod secent sese per equalia extra centrum ē ipossibile per.9. huius. qa semper ab eodem puncto sectionis essent plures q̄ due linee equales si ambe linee ad inuicem fuerint equales. Si uero fuerint inequales :tunc per hanc est impossibile:qa ut deducitur rectangulum duarum partium unius semper est equale alteri rectangulo aliarum partium alterius:ꝗ sic ꝑ conceptionē esset ipossibile.

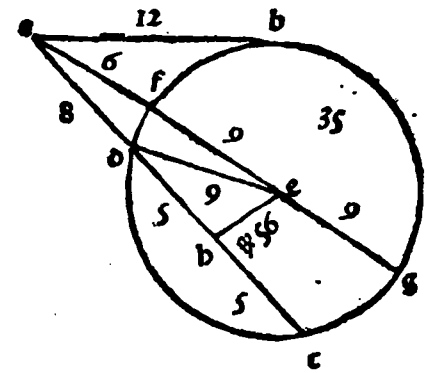
Propositio .35.

Si extra circulum punctus signetur:ab eo autez ad circulum alia linea secans/alia contingens/due recte linee ducantur:quod sub tota secante:atq; parte sui extrinseca continetur:equum est ei quadrato/qd ex contingente linea describitur.

¶ Sit.a.punctus signatus extra criculum.b.c.d.cuius centrum.e.a quo ducantur ad circulum due linee.a.b. contingens:ꝗ.a.d.c. secans.dico ꝙ illud quod fit ex.a.c.in.d.a.equum est quadrato linee.a.b. ¶ Aut enim.a.d.c.transit per centrum aut non.transeat:ergo primo per centrum quod est.e.ꝗ ducatur linea.e .b.que per .17.huius perpendicularis erit super lineam.a.b.ꝗ quia linea.d.c.diuisa est per equalia in puncto 17
.e.ꝗ est ei addita linea.d.a erit per sextam secundi quod fit ex .c.a. ꝗ.a.d. 6
cum quadrato linee.e d.ꝗ ideo cum quadrato linee.e.b.equale quadrato linee.e.a.ꝗ ideo per penultimam primi equale quadratis duarum linearum:e.b.ꝗ.b.a. propter id quod angulus.b.est rectus. dempto ergo utrinq; quadrato . e . b . erit quod fit ex .c.a. in .a.d equale quadrato linee a.b.quod est propositum. ¶ Quod si linea a.d.c. non transit per centrum sumatur.a.f.e.g.transiens per centrum ꝗ ducantur linee.e.d.ꝗ.e. h.ꝗ sit.e.h.perpendicularis ad.a.d.c.eritq; ꝑ.3.huius.d.h. equalis .h.c. qa ergo linea.d.c. diuisa est per equalia in puncto.h.ꝗ addita sibi linea.a.d. 3
erit per.6.secundi quod fit ex . c . a . in .a. d. cum quadrato.d h. equale quadrato linee a h:ergo addito utriq; quadrato.h.e.erit quod fit ex.c.a. 6
in.a.d.cum quadratis duarum linearum.d.h.ꝗ.h.e.ꝗ ideo ꝑ penultimā primi cum quadrato d.e.propter id quod angulus.h.est rectus.ꝗ ideo cū quadrato .e.f.propter id quod.e.d. ꝗ .e.f.sunt equales. equale quadratis duarum linearū.a.h.ꝗ.h.e.ꝗ ideo per penultimā p̄mi quadrato linee.a.e. sed quia per sextam secundi quod fit ex.g.a.in.a.f.cum quadrato.f.e.eq̄le est quadrato linee.a.e.quia ergo utriq; eorum que fiunt ex.c.a. in.a.d. 6
ꝗ ex.g.a.in.a.f.cum quadrato linee.f.e.ē equale quadrato linee.a.e.ipsa

a erunt inter se a equalia. Dempto ergo utrinq; quadrato linee.e.f.erit qd fit ex.c.a.in.a.d.equale ei quod fit ex.g.a.in.a.f.sed id quod fit ex.g.a.in a.f.est equale quadrato linee.a.b.p pmissum modũ huius ergo,qd fit ex.c a.in.a.d.ē equale quadrato linee.a.b. quod est ppositũ. ¶ Et ex hac nota q puncto extra circulum signato si ab ipso ad circulum quotlibet secãtes linee ducant rectangula q̃ continent sub totis.et earum portiõibus extrinsecis adinuicem sunt equalia.qm̃ oia sunt equalia quadrato linee cõtingentis. ¶ Nota ēt q si a quolibet pũcto extra circulum signato duo linee cõtingentes ad circulum ipsum ducant.ipse erũt adinuicem equales. erit.n.quadratum utriusq; earꝫ equale ei qd fit ex linea secãte ab ipso puncto ducta in circulum.in ptem eius extrinsecam.Hoc aũt euidentius patet p penultimam pmi. ¶ Sit.a.pũctus signatus extra circulum.b.c.d.cuius centꝫ.e.et ab ipso ducant due linee.a.b.et a.d.cõtingẽtes circulum in punctis.b.d.dico ipsas eē eq̃les. Producam.n.lineas.e.a.e.b.et.e.d.eritq; p.17.huius uterq; angulorꝫ.b.et.d.rectus.quare p penultimam pmi quadratum.a.e.erit equale duobus quadratis duarꝫ linearum.a.b.et.b.e. Similiter quoq; et duobus duarꝫ.a.d.et.d.e.quare quadrata duarꝫ linearꝫ.a b.et.b.e.sunt equalia quadratis duarꝫ.a.d.et.d.e.et quia quadrata duarꝫ q̃ sunt.b.e.et.e.d.sunt b equalia erunt quadrata duarum q̃ sunt.a.b.et.a.d equalia ergo.a.b.est a equalis.a.d.quod est ppositum. ¶ Aliter ēt ducatur linea.b.d.eritq; p quintam primi angulus.e.b d.equalis angulo.e.d. b.ppter id quod linea.e.b.est equalis linee.e.d.et quia uterq; duorꝫ angulorꝫ.b.et.d.ē rectus.erit p cõem sciam angulus.a.b.d.residuus equalis angulo.a.d.b.residuo.p sextam.ergo pmi est linea.a.b.equalis linee.a.d. a ¶ Per cõcep.si due res fuerit uni eq̃les ipse sibi, b ¶ Per cõem sciam q̃ est quorꝫ latera sunt equalia quadra.quoq; equalia esse. c ¶ Per cõem sciam cõuersam precedentis quarꝫ quadrata sunt eq̃lia lineas eq̃les esse.

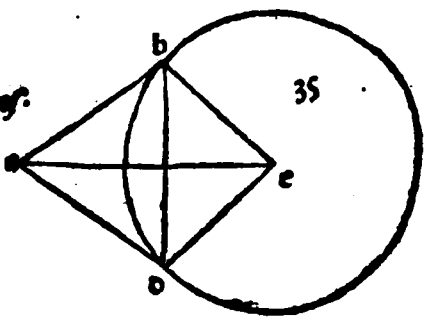


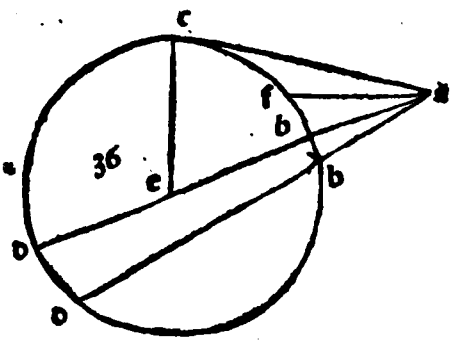


Propositio 36.

Si fuerit pũctus ex circulũ signatus a quo due linee ad circũferẽtiã ducãtur:altera secãs altera circũferẽtie applicata fuerit q̃ quod ex ductu totius secãtis i pte sui extrisecã/equũ ei quod ex ductu applicate i seipsam fit:erit linea applicata ex necessitate circulũ ptingens.

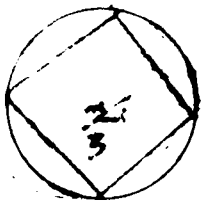
¶ Sit.a.pũctus signatus extra circulũ b.c.d.cui centꝫ.e.a quo ducãt ad circulũ linea.a.b.d.secãs ipsum et linea.a.c.applicata circũferẽtie.et esto ut qd fit ex.d.a.i.a.b.sit eq̃le q̃drato.a.c.dico lineã.a.c.eē cõtingẽtem et ē hec cõuersa poris. Si.n.nõ est contingẽs.sit ergo cõtingẽs linea.a.f.eritq; p pmissam qd fit ex.d.a.in.a.b.equale q̃drato linee.a.f. q̃re quadratum linee.a.f.ē a equale q̃drato linee.a.c.ergo.a.c.ē b eq̃lis.a.f. qd ē c impossibile.p.8.huius erit ergo.a.c.cõtingẽs qd est ppositũ. ¶ Idē ostẽdere pbabit maneat prior dispositio et ypotesis.et si linea.a.b.d.trãsit p cẽtꝫ ducat linea.c.e.eritq; p.6.secundi qd fit ex.d.a.in.a.b.cũ q̃drato.e.b et ideo cũ q̃drato.e.c.equale q̃drato.a.e.sed qd fit ex.d.a.in.a.b.positũ ē equale q̃drato.a.c.ergo. q̃dratum.a c.cũ q̃drato.c.e.ē equale q̃drato.a. e.ergo p d ultimã pmi angulus.c.ē rectus.ergo p correlariũ.15.huius linea a.c.est cõtingens circulũ qd est ppositum. ¶ Si aũt.a.b.d.nõ trãsit p centrum ducat a puncto.a.linea trãsiens p centꝫ.et quia qd fit ex hac tota in eius partem extrinsecam ē eq̃le ei quod fit ex.d.a.in.a.b.ppmissam ipsum erit equale eq̃drato linee e a.c.q̃re ut prius.a.c.erit contingẽs circulũ.

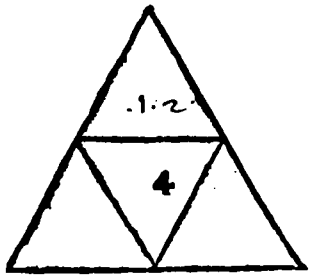


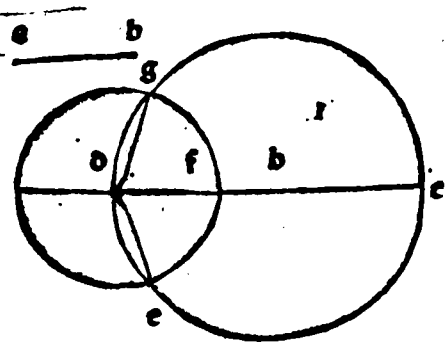


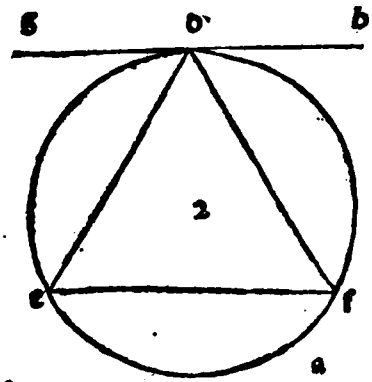
¶ Castigatio

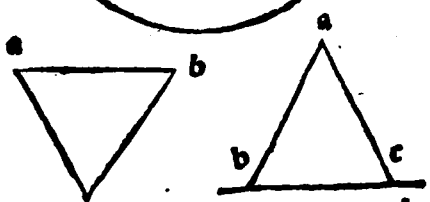
a ¶ Prosuponit.n.punctus.c.non posse altius sup circumferẽtiam poni uel si in inferiore pte circuli signet nõ posse infimius et tũc semp.a.f.erit minor.a.c.et ideo p.8.huius sequit impossibile. b ¶ Per cõem sciam q̃ est quarꝫ quadrata sunt equalia lineas quoq; equales esse. c ¶ Per cõem sciam si fuerint due res uni equales ipse eedem. d ¶ Nimirꝫ si ultima pmi huic ultime tertii suffragẽt cũ alie eiusdem primi aliis ubilibet subuenerint. e ¶ Per cõem scientiam duorum equalium cui equatur unum eidem eqtur et reliquũ. Explicit liber tertius.

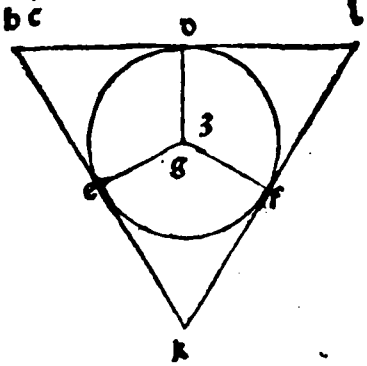












¶ De figurarum vnius alteri inscriptione ꝛ circumscriptione Liber quartus. Euclidis ex suprema Campani interpretatione. Magistro Luca paciolo de burgo. Sancti Sepulcri Ordinis minorum castigatore feruentissimo. Incipit.

Figura intra figuram dicit inscribi: quãdo ea que inscribitur/eius in qua inscribit/latera vno quoq; suorum angulorum ab interiore parte contingit. ¶ Circumscribi vero figura figure perhibet: quotiens ea quidem figura/eius cui circumscribit suis lateribus omnibus omnes angulos cõtingit.

Propositio .1.

Intra datum circulus date linee recte/que diametro minime maior existat/equam rectam lineam coaptare.

¶ Sit linea data.a.b.circulusq; datus.c.d.e.cui⁹ diameter c.d.qua non est maior linea.a.b.uolo intra datum circulum coaptare lineam equalem.a.b.q̃ si fuerit equalis diametro constat propositum. ¶ Si ãt minor, ex diametro sumatur.d.f.sibi equalis.ꝫ super punctum.d.ꝑm quantitatem linee.d.f.describatur circulus.f.e.g.secans datum circulum in punctis.g.ꝫ.e.ad alterꝫ quorum/ducatur linea a puncto.d.ut.d.e.uel.d.g.eritq; utralibet earum equalis linee a.b.eo ꝙ utraq; earum est equalis linee.d.f.per diffinitionem circuli: quare habemus propositum. 14. p.

Propositio .2.

Intra assignatum circulum/triangulum/triangulo assignato/equiangulum collocare.

¶ Sit assignatus triangulus.a.b.c.assignatusq; circulus.d.e.f.uolo intra hunc circulum collocare unum triãgulum equiangulum triangulo.a.b.c.equilaterum enim non est necessarium esse/sed est possibile. ¶ Produco.g.d.h.cõtingentem circulum in puncto.d.super quem facio angulum.h.d.f.ducta linea.d.f.equalem angulo.c.ꝫ angulum.g.d.e.ducta linea.d.e.equalem angulo.b.ꝫ protraho lineam.e.f.eritq; per.31.tertii angulus.e.equalis angulo.c.quia uterq; est equalis angulo.h.d.f/c.quidem per positionem.e. 31
uero per.31.tertii/eadem ratione erit angulus.f.equalis angulo.b.quare ꝑ 31
2.primi.d.tertius erit equalis.a.tertio.quare habemus propositum. 32

Propositio .3.

Circa assignatum circulum/assignato triangulo/triangulum equiangulum describere

¶ Sint ut prius assignatus triangulus .a.b.c.assignatusq; circulus.d.e.f. cuius centrum.g.circa hunc circulum uolo describere unum triangulum eqangulum triangulo.a.b.c. equilaterum enim non est necessarium/sed ẽ possibile. Producam basim.b.c.in utranq; ꝑtem/ut fiant duo anguli extrinseci.ꝫ a centro.g.Producam lineam.g.d.ad circumferentiam.ꝫ constituam angulum.d.g.e. ducta linea.g.e.equalẽ angulo.b.extrinseco.ꝫ.d.g.f.ducta linea.g.f.equalẽ.c.extrinseco.ꝫ a punctis.d/e/f.producam in utranq; partẽ lineas orthogonaliter que per correlarium.15.tertii erũt contingentes cir 15

Diffinitio .3ª.

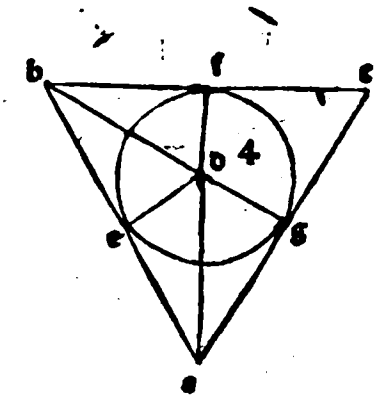
· figura rectilinea ĩ circulo dscribi dr: qñ unusqsq; angulus inscptæ circuli circũferentiã tangit.

· figura uõ rectilinea circa circulũ dscribi dr: qñ unũquodq; latus circũscptæ circuli circũferẽtiã tangit.

· Circulus aũt ĩ figura rectilinea dscribi dr: qñ circuli circũferẽtia unũqdq; latus eius ĩ qª dscribit tãgit.

· Circulus uõ circa figurã rectilineã dscribi dr: qñ circuli circũferentia unũquẽq; eius circũ quã describitur angulũ tangit.

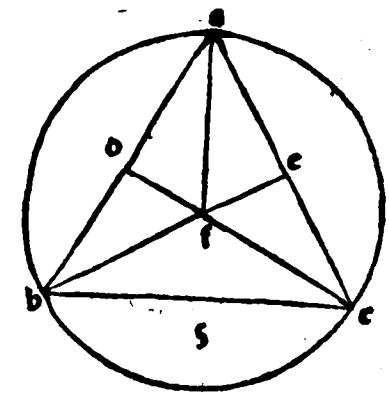
a enim quas contingentes. Protraham quousq; concurrat in punctis.b.k.l. necesse est enim ipsas concurrere. cum enim uterq; angulorum qui sunt ad.d.⁊ uterq; eorum qui sunt ad.e.sit rectus: si intelligatur protrahi linea d.e. erũt duo anguli qui sunt ad partem.h.minores duobus rectis. quare p penultimam petitionem in partem illam protracte concurrent linee.l.d.b.k.e.b. eadem ratione concurrent due linee.b.d.l.k.f.l. cum uterq; angulorum qui sunt.ad.f.sit etiam rectus. Quia ergo in quadrilatero.h.d.e.g. duo anguli.d.⁊.e.sunt recti: erunt duo anguli.g.⁊.h.equales duobus
32 rectis. cuiuslibet enim quadrilateri quatuor anguli sunt equales quatuor rectis. ut monstratum est supra.32.primi: ⁊ quia duo anguli.b.intrinsecus
13 ⁊ extrinsecus sunt similiter equales duobus rectis. per.13.primi: at uero.b. extrinsecus positus ẽ equalis.d.g. erit intrinsecus.b.equalis.h. Simili quoq; ratione erit.c.intrinsecus equalis.l.⁊ quia duo anguli.b.⁊.c.intrinseci sunt
32 minores duobus rectis per.32.primi: erũt similiter duo anguli.h.⁊.l.minores duobus rectis: quare per penultimam petitionem due linee.h.e.⁊.l.f. protracte concurrent in puncto.k. fietq; triangulus.h.k.l.⁊ quia angulus h.est equalis angulo.b.intrinseco.⁊ angulus.l.angulo.c.intrinseco: erit per
32 32.primi: angulus.k.equalis angulo.a. quare habemus propositum.



Propositio .4.

Intra datum triangulum circulum describere.

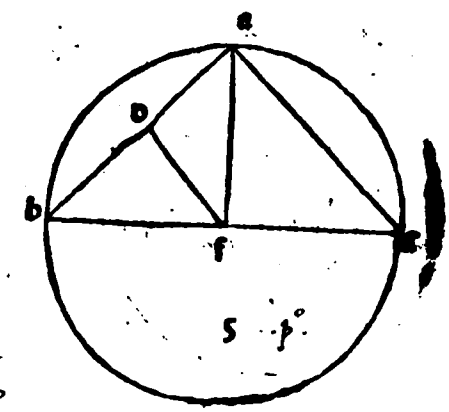
⁊ Sit assignatus triãgulus.a.b.c. uolo intra ipsum circulũ describere: hec est quasi cõuersa secunde. ▽ Diuido.n. duos eius angulos.a.⁊.b.per.eqlia.a.quidem ducta linea.a.d.b.uero.ducta linea.b.d q̃ cõcurrant in puncto.d.a quo ducam ppendiculares ad tria latera ipsius.d.e.quidem ad a.b.d.f.ad.b.c.⁊.d.g.ad.a.c.⁊ quia duoꝰ triangulorꝰ.e.a.d.⁊.g.a.d.angulus.a.unius est eqlis angulo.a.alterius.⁊ uterq; angulorꝰ.e.⁊.g.rectus.⁊
26 latus.a.d.cõe. erit per.26.primi linea.d.e.equalis linee.d.g. Eadem rõne cum duorum triangulorum.e.b.d.⁊.f.b.d.angulus.b.unius sit equalis angulo.b.alterius.⁊ uterq; angulorum.e.⁊.f.rectus: latus quoq; d.b.cõe. erit per eãdem.linea.e.d.equalis linee.d.f. quare tres linee.d.e.d.f.d.g.sunt equales. posito ergo centro in.d.⁊ descripto circulo secundum quantita-
9 tem unius earum transibit per.9.tertii per reliquarum duarum extremita-
15 tes ⁊ quia per correlarium.15.tertii unaqueq; linearum.a.b.b.c.⁊.c.a. erit contingens circulum: patet perfectum esse propositum.



Propositio .5.

Circa trigonum assignatum: siue illud sit orthogonium: siue ambligonium: siue oxigonium: circulum describere.

⁊ Sit trigonus assignatus.a.b.c. uolo circa ipsum describere circulũ: hec est quasi cõuersa tertie. ▽ Diuido duo eius latera.a.b.⁊.a.c. per equalia.a.b.quidem in pũcto.d.⁊.a.c.in puncto.e.a quibus punctis produco perpendiculares ad lineas.a.b.⁊.a.c.q̃s protraho quousq; concurrant in puncto.f.sintq;.d.f.⁊.e.f. cõcurrẽt enim: qm̃ cum uterq; angulorum.d.⁊.e.sit rectus: si intelligatur ptrahi linea.d.e. fient duo anguli ad partem in quam ptrahuntur minores duobus rectis: quare concurrent p penultimam petitionem. Igitur a puncto.f.q est punctus concursus quem dico esse centrum circuli quesiti: Protraho lineas ad singulos angulos: que sunt.f.a.f.b.f.c.⁊ quia in triangulo.a.d.f. duo latera.a.d.⁊.d.f.sunt equalia duobus lateribus.b.d.⁊.d.f.triãguli.b.d.f.⁊ angulus.d.unius angulo.d.alterius: quia uterq; rectus erit per quar-
4 tam primi.f.a.equalis.f.b. eadẽ rõe erit.f.a. equalis.f.c. cõpatis lateribus/
9 ⁊ angulis duoꝰ triãgulorꝰ.a.e.f.⁊.c.e.f. ergo per.9.tertii punctum.f.erit centrꝰ circuli quesiti. hec est uniuersalis demõstratio ad oẽs spẽs trigoni. ⁊ Quia tñ auctor nidet uelle medium uariare distingendo inter orthogonium ambligonium ⁊ oxigonium. de quolibet eorum sigillatim est demonstrãdum. ⁊ Sit ergo trigonus propositus orthogonius: sitq; angu

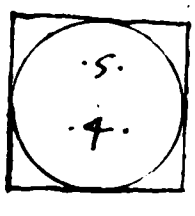


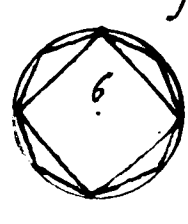
Orthogonius. p.

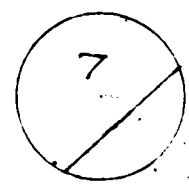
d

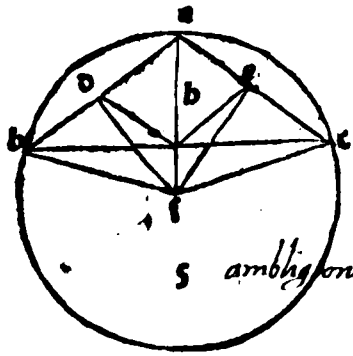
7.

Recta linea ⁊ circulo cõgruere dr: qn eius extrema ⁊ circuli circũferetia cadunt.



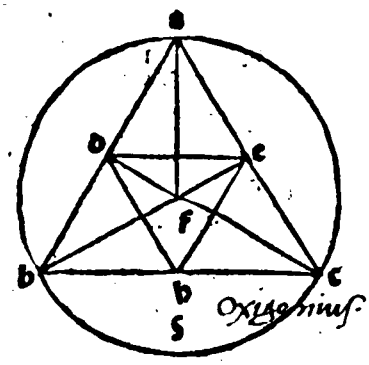






ambligonius 2°

lus.a.rectus:latus.b.c.respiciens hunc angulum rectum diuido per equalia in.f.a quo puncto quem dico esse centꝝ circuli ad medium punctum alterius duoꝝ reliquoꝝ laterum qui sit.d.duco lineam.f.d.⁊ quia linea f.d.diuidit duo latera.a.b.⁊.b.c.trianguli.a.b.c.per equalia:ipsa erit eq distans tertio.uidelicet linee.a.c.hoc enim demonstratum est supra.39. primi:⁊ quia angulus.a.positus est rectus.erit per secundam partem ⁊ per tertiam.29.primi:uterq; angulorum qui sunt ad.d.rectus.ducatur igit linea.f.a.eritq; ꝑ quartam primi:linea.a.f.eq̃lis linee.b.f.comparatis adinuicem lateribus/⁊ angulis triãguloꝝ.a.d.f/b.d.f.⁊ quia linea.b.f.est eq̃lis linee.c.f.erũt.3.linee.b.f/a.f/c.f.adinuicem equales.quare per.9.tertii erit f.centrum circuli quesiti. ¶ Sit rursus trigonus.a.b.c.ambligonius. sitq; angulus.a.obtusus:latus.b.c.respiciens hunc angulum obtusum/diuido ꝑ equalia in puncto.h.a quo ad media puncta duorum reliquorum laterũ que sunt.d.⁊.e.duco lineas.h.d.⁊.h.e.eritq;.d.h.equidistãs.a.c.⁊.e.h.eq distans.a.b.propter id quod demonstratum est supra.39.primi:uidelicet q; linea secans duo latera alicuius trianguli per equalia:tertio est equidistans:quare per secundam partem.29.primi erit uterq; duorum angulo; b.d.h.⁊.c.e.h.equalis angulo.a.⁊ ideo uterq; obtusus.Ductis igitur perpendicularibus.d.f.ad lineam.a.b.⁊.e.f.ad lineam.a.c.quousq; concurrant in pũcto.f.quem dico esse centꝝ circuli.Manifestum est enim eas cõcurrere propter causam prius dictam:secabit utraq; earum lineam b.c.q̃ respicit obtusum:⁊ concurrẽt extra triangulum.a.b.c.igitur a puncto.f. qui est punctus concursus earum:Produco lineas.f.a/f.b/f.c.que per quartam primi bis assumptam erunt equales comparatis p̃mo lateribus ⁊ angulis duorum triangulorum.a.d.f/b.d.f.deinde aliorum duorum.a.e.f/c.e.f.quare pet.9.tertii.f.est centrum circuli quesiti. ¶ Esto iterum ut trigonus.a.b.c.sit oxigonius:diuisis omnibus eius lateribus per equalia:uidelicet latus.a.b.in puncto.d.⁊ latus.a.c.in puncto.e.⁊.b.c.in puncto.h. Protraho lineas.d.e/d.h.⁊.e.h.eritq;.d.h. equidistans.a.c.⁊.e.h:a.b.propter id quod demonstratum est super.39.primi:quare per secundam partẽ 29.primi:uterq; angulorum.b.d.h/c.e.h.erit equalis angulo.a.⁊ ideo acutus:ductis igitur perpẽdicularibus.d.f.ad lineam.a.b.⁊.e.f.ad lineam.a.c.manifestum est eas concurrere intra triangulum.a.b.c.sitq; punctus cõcursus.f.quem dico esse centrũ circuli. ¶ Produco enim lineas.f.a/f.b/f.c.que per quartam primi:bis assumptam ut prius/erunt equales: quare ꝑ 9.tertii erit.f.centrum circuli quesiti. ¶ Per predicta patet q; si triangulus fuerit orthogonius centrum circuli circumscribendi cadet in medio lateris quod opponitur angulo recto. Si fuerit ambligonius centrum cadet extra triangulum. Si autem fuerit oxigonius cadet intra triangulum.

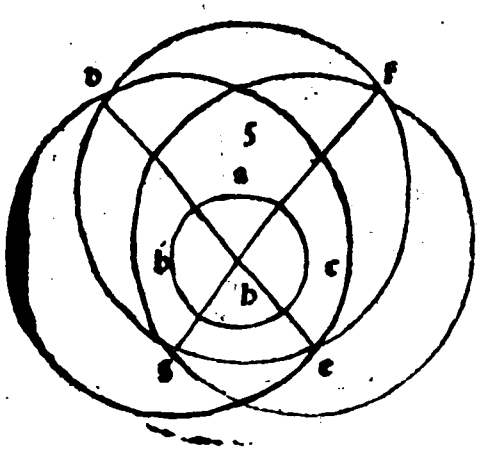


Oxigonius 3°

¶ Castigator

a ¶ Per conuersionem secunde partis.30.tertii:⁊ per cõuersionem tertie partis eiusdem. ¶ Aliter enim rectus eẽt equalis obtuso uel maior obtuso:ideo extra de necessitate ad hoc facit correlarium 39.primi.⁊.2.6.

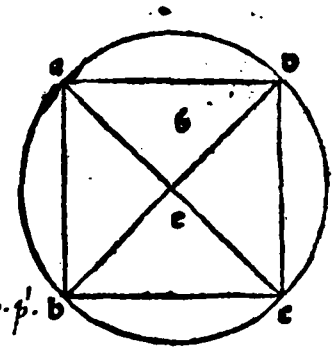
b ¶ Aliter enim rectus eq̃retur acuto uel esset eo minor. ¶ Ex ista quinta elicitur modus coniungendi tria puncta ubicunq; fuerint posita in eadem circumferentia:hoc est inueniendi centrum eis commune/describendo circulos super unumquodq; eorum/⁊ a punctis intersecationum ipsoꝝ protractis duabus lineis/⁊ ubi ille se intersecabunt:illic erit centrum:quemadmodum habes in ludis nostris de uiribus quantitatis. Et hic sint illa puncta.a.b.c.dummodo non sint situata in linea una:quia tunc esset impossibile in curuo suscipere rectum. Fiat prius unus circulus super unũ punctorum coprehẽdens omnia puncta illa intra se:⁊ postea describantur duo alii circuli super alia duo puncta:⁊ a punctis intersecatiõum istorum uelud.f.g.⁊.d.e.ducantur linee:⁊ punctus intersecationis istarũ erit centrum commune illis tribus ut hic.



Propositio .6.

Intra datum circulum quadratum describere.

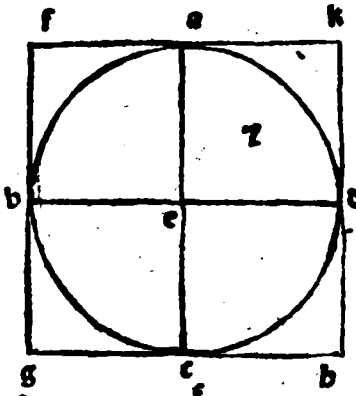
¶ Sit datus circulus.a.b.c.d.cuius centrum.e. uolo intra ipsum describere quadratum. ⁊ Protraho in ipso duas diametros.a.c.⁊ b.d.secantes se orthogonaliter supra cẽtrum e.quarum extremitates coniungo protractis lineis.a.b.b.c.c.d.⁊ d.a.quas dico continere quadratum quesitum. ⁊ Ipse enim erunt equales adinuicem per quartam primi ter assumptam propter id quod quatuor linee e.a.e.b.e.c.⁊ e.d.sunt equales.⁊ quatuor anguli qui sunt a.e.recti.⁊ unusquisq; quatuor angulorum .a.b.c.⁊ d. ⁊ rectus per primam partem.30.tertii propter id quod quilibet eorum ẽ in semicirculo erit igitur.a.b.c.d.quadratum per diffinitionem quod est propositum. 20. p.



Propositio .7.

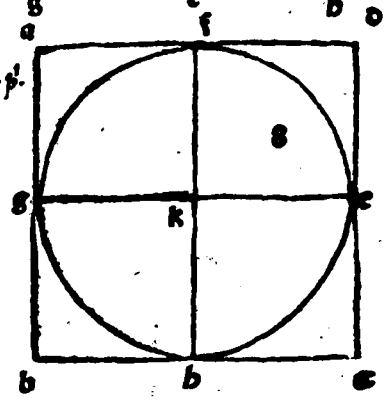
Circa propositum circulum quadratum describere.

¶ Sit propositus circulus.a.b.c.d.cuius centrum.e uolo circa ipsum describere quadratum. ⁊ Protraho in ipso duas diametros.a.c.⁊ b.d.secantes se orthogonaliter sup̃ centrum.e.a quarum extremitatibus duco in utranq; partem lineas orthogonaliter quousq; q̃libet earum cõcurrant cũ duabus lateralibus sintq; pũcta cõcursus ea.f.g.h.k.eritq; p̃ correlarium a 15.tertii uterq; a angulo.q. qui sunt ad unũquẽq; quatuor puncto.q.a.b.c.d. rectus: quia ergo in q̃drilatero.a.f.b.e.tres anguli.a.b.⁊ e.sunt recti: erit quartus angulus qui est.f.rectus: habet.n.quodlibet quadrilaterum quatuor angulos eq̃les q̃tuor rectis: ut demonstratum est supra.32.primi: eadẽ rõne quilibet angulorum.g.h.⁊ k.erit rectus: ergo p̃ secundam p̃tem.28. p̃mi.due linee.f.g.⁊ k.h.Itemq; due.f.k.⁊ g.h.sunt eqdistantes.ergo p̃ 34.primi.f.k.est equalis.g.h.⁊ f.g.k.h.⁊ quia p̃ eandem.f.k.est equalis b.d.⁊ f.g.a.c. At uero.b.d.est equalis.a.c.erunt quatuor linee.f.k.g.h.f g.⁊ k.h.equales: sed ⁊ q̃tuor anguli.f.g.k.h.sunt recti: ut probatum est̃ ergo.f.g.k.h.est quadratum per diffinitionem quod est propositum. 20. p.



¶ Castigator.

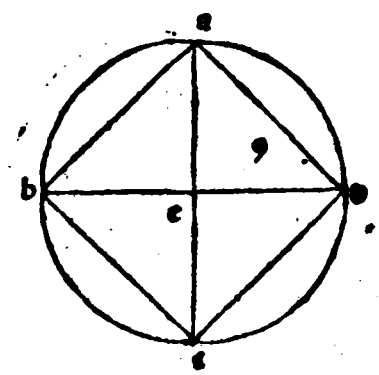
a ¶ Videtur potius per illud correlarium.15.tertii uelle in nuere q̃tuor lineas.f.g.g.h.h.k.⁊ k.f.esse cõtingentes circulũ cũ p̃positum sit ei circũscribere quadratũ q̃ q̃ anguli illi q̃tuor ad dicta q̃tuor pũcta esse rectos. quoniam hoc ex ypotesi ex protractione linearum orthogonaliter ab extremitatibus diametrorum est manifestum.



Propositio .8.

Intra quadratus assignatum circulum describere.

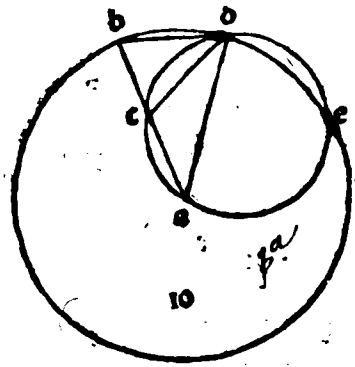
¶ Sit quadratum assignatũ.a.b.c.d.uolo intra ipsum describere circulũ hec ẽ q̃si cõuersa.6.diuido unũquodq; latus eius p̃ eq̃lia.a.d.q̃dem in puncto.f.b.a.in puncto.g.c.b. in puncto..h.⁊ d.c.in puncto.e.⁊ p̃duco lineas.e.g.⁊ f.h secãtes se in pũcto.k.quẽ dico eẽ centꝝ circuli. Erit.n.f.h. equidistãs ⁊ eq̃lis.a.b.per.33.p̃mi: pp̃ id quod.a.f.⁊ b.h.sunt eq̃les ⁊ eqdistãtes. Similiter p̃ eãdem ⁊ d.c.a.b.⁊ quia a oẽs medietates q̃tuor laterum ipsius quadrati sunt adinuicem equales: erunt p̃.34.p̃mi: quatuor linee.k.e.k.f.k.g.⁊ k.h.equales.ergo p̃.9.tertii.k.est cẽtrum circuli q̃siti. a ¶ Per cõem sciam quorum tota sunt equalia dimidia quoq; eq̃lia eẽ. 2.



Propositio .9.

Circa assignatum quadratum circulum describere.

¶ Sit q̃dratum.a.b.c.d.uolo circa ipsum circulum describere.hec est q̃si cõuersa.7. ⁊ Protraho in ipso duas diametros.a.c.⁊ b.d.secãtes se in puncto.e.quẽ dico eẽ centꝝ circuli. Cum.n.linee.a.d.⁊ a.b.sint eq̃les erũt p̃.5.p̃mi.ãguli.a.d.b.⁊ a.b.d.eq̃les.⁊ qa angulus.a.totalis ẽ rectus: erit p̃.32.p̃mi: uterq; eorꝝ medietas a rectus. ¶ Simili quoq; mõ pbabit̃ quẽlibet p̃tialium angulorum a predictis diametris ⁊ lateribus q̃drati p̃positi a

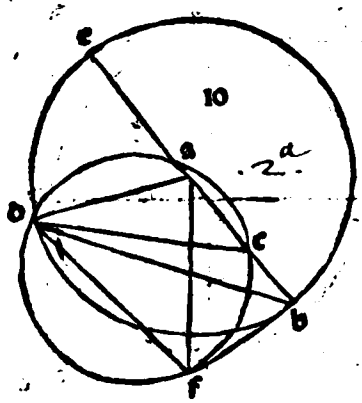


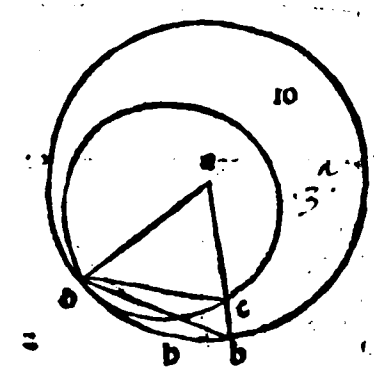
contentorum esse medietatem recti: quia igitur angulus.e.a.d.est equalis angulo.e.d.a.erit per.6.primi: linea.e.a.equalis linee.e.d.eadem rōne erit.e.a.equalis.e.b.⁊.e.c.equalis.e.d.quare quia quatuor linee.e.a/e.b/e.c/e.d.sunt equales: erit per.9.tertii.e.centr̄ circuli ꝯsiti: q̄d est ꝓpositū.

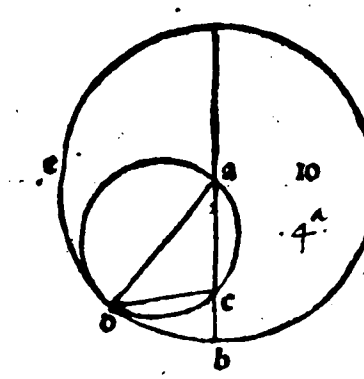
¶ Castigator

a ¶ Per conceptionem si fuerint due res quarum utraq; unius eiusdem fuerit dimidiū. Potius per istā si due res equales/uni tertie fuerint equales/ utraq; illius tertie erit dimidium. ¶ Ista habet ortum ex.9.tertii decimi. ⁊ ibi clarius formatur huiusmodi triangulus. nota pro.9. xiij.

Propositio .10.



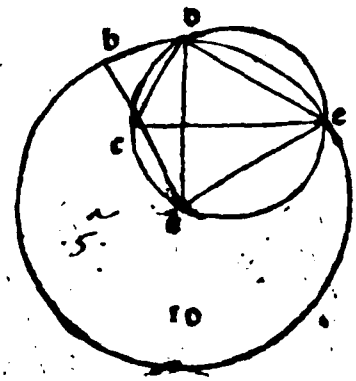




Ālum equalium laterum triangulus designare: cuius vterq̄ duorum angulorum quos basis optinet/ reliquo duplus existat.

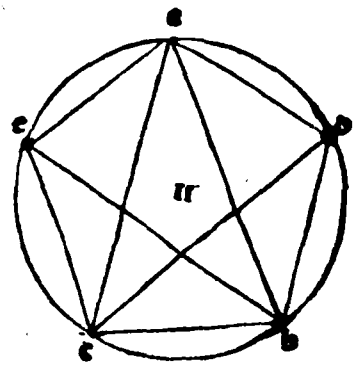
¶ Intentio est describere unū triangulum duum equalium latez ⁊ tertii inequalis: cuius uterq; angulo; q̄ super latē/ quod est reliquis inequale/ existunt. ad tertium duplus existat. Ad hoc aūt faciendum sumat̄ linea q̄libet que sit.a.b.que diuidatur ꝑm q̄ 6ª docet.ii.secundi in puncto.c.ita q̄ illud quod fit ex.a.b.in.b.c.sit equale quadrato.a.c. factoq; puncto.a.centro ꝑm ipsius quantitatē describatur circulus.b.d.e.intra quem per ꝑmam huius coaptetur linea.b.d.q̄alis linee.a.c. ⁊ ꝓducantur due linee.d.a/d.c.dico triangulum.a.b.d.esse q̄lis ꝓponitur. ¶ Circūscribat̄ circulus qui sit.d.c.a.per.5.huius triāgulo.d.c.a. Quia ergo linea.d.b.est equalis linee.a.c.erit quod fit ex a.b.in.b.c.equale quadrato linee.b.d.quare per ultimam tertii.b.d.linea est cōtingens circulum.d.c.a.⁊ per.32.eiusdem angulus.c.d.b.est equalis angulo.c.a.d. ¶ Posito ergo cōi angulo.c.d.a.erit totus angulus.b.d.a.equalis duobus angulis.c.a.d/c.d.a.sed per.32.primi angulus.b.c.d.est eq̄lis eisdem quia extrinsecus ad ipsos.ergo angulus.b.d.a.est equalis angulo.b.c.d.⁊ quia angulus.a.d.b.est equalis angulo.a.b.d.per.5.primi: eo q̄ latera.a.d.⁊.a.b.sunt equalia.erit angulus.b.c.d.equalis angulo.c.b.d ergo per.6.primi: linea.c.d.est equalis linee.b.d.quare ⁊ linee.c.a.ergo per.5.primi angulus.c.a.d.est equalis angulo.c.d.a. Quia ergo uterq; angulorum.c.d.b.⁊.c.d.a.est equalis angulo.c.a.d.erit totus angulus.b.d.a.duplus ad angulum.d.a.b.⁊ ideo angulus.a.b.d.sibi equalis/duplus est ⁊ ad angulum.b.a.d.quod est ꝓpositum. ¶ Forsan dicet aduersarius circulum.d.c.a.circūscriptum trigono partiali secare circulum.b.d.e.in aliquo puncto arcus.b.d.ita q̄ simul secabit lineam.b.d.unde ipsa non erit circulo applicata: sicut in demonstratione supponitur: sed ipsum secans. Sit ergo si possibile ē ut ponit aduersarius ⁊ a puncto.b.ducatur ad ipsum circulum minorem contingens.b.f.⁊ ducantur linee.f.a/f.d.eritq; per penultimam tertii quod fit ex.a.b.in.b.c.equale quadrato.b.f.ergo.b.f.est equalis.b.d.quare per.5.primi angulus.b.f.d.est equalis angulo.b.d.f.⁊ quia per.32.tertii angulus.b.f.a.est equalis angulo.a.d.f.erit angulus.b.d.f.maior angulo.a.d.f.quod est impossibile: cum ipse sit pars eius. ¶ Aliter possumus istud refellere ⁊ ostēdere q̄ ille minor circulus nullo modo secabit lineam.b.d.forsan enim diceret q̄ secaret eam non secando arcū d.b.maioris circuli. Si enim possibile est q̄ secet eam.sit hoc in pūcto.h. eritq; quod fit ex.a.b.in.b.c.equale ei quod fit ex.d.b.in.b.h. Monstratum est enim supra penultimam tertii q̄ si ab aliquo puncto extra circulū signato quotlibet linee secantes ad circulum ducantur que sub totis ⁊ earum portionibus extrinsecis continentur/ equalia sunt adinuicem: ⁊ quia quod fit ex.a.b.in.b.c.est equale quadrato.b.d.erit q̄d fit ex.d.b.in.b.h. equale quadrato.d.b.quod est impossibile per secundam secundi: quare constat propositum. ¶ Et nota q̄ minor circulus necessario secabit maiorem ⁊ abscindet ab eo arcum unum equalem arcui.b.d.⁊ maior abscindet similiter ab eodem unum arcum equalem arcui.d.c. Quod sic probatur. si enim minor non secat maiorem: contingit ergo ipsum in puncto.

d. ¶ quia per.11.tertii circulorum se contingentium centra: ¶ punctus cõ
tactus sunt in linea una: erit cẽtrum minoris circuli in linea.a.d.propter
hoc q̃ in ea est centrum maioris ¶ punctus contactus.ergo per.17.tertii
angulus.a.d.b.est rectus: quare similiter ¶ angulus.a.b.d.sibi equalis est
a rectus quod est impossibile.per.32.primi. Secet ergo ipsum in pũctis.e.
d.dico arcum.e.d.maioris esse equalem arcui.d.b.¶ arcum.e.d.minoris
esse equalem arcui.d.c.ꝑduco lineas.d.e.c.e.¶.e.a.eritq̃ per.26.tertii unus
quisq̃ q̃tuor angulorum qui sunt.d.e.c.c.e.a.d.a.c.¶.a.d.c.equalis alij
ꝑpter id qd̃ duo arcus.d.c.¶.e.a.b sunt equales.per.27.eiusdem: quare to
b talis angulus.a.e.d.duplus est ad angulum.b.a.d.¶ ideo equalis utriq̃
angulorum.a.b.d.¶.a.d.b.¶ quia angulus.a e.d.est equalis angulo.a.d.
e.per.5.primi: propter id quod.a.e.¶.a.d.sunt equales a centro ad circũ
ferentiam: erunt duo anguli.e.d.trianguli.a.e.d.equales duobus angu
c lis.d.¶.b.trianguli.a.d.b.ergo per.32.primi: reliquus angulus.a.c unius
est equalis reliquo angulo.a.alterius: ergo per.25.tertii arcus.e.d.maioris
est equalis arcui.d.b.¶.per eandem arcus.e.d.minoris est equalis arcui.d
c.¶ hoc est quod proposuimus.



¶ Castigator

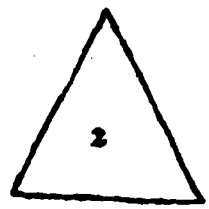
a ¶ Quia ut ibi omnium est quod fit ex tota secante in partem sui extri
secam equale est quadrato linee contingentis: ¶ cum.b.f.modo sit con
tingens per aduersarium ideo ¶c. Et quoniam rectangulum.a.b.in.b.c.
ex ypothesi est equale quadrato linee.a.c.quia sic fuit diuisa linea.a.b.
ex.11.secundi erit.b.f.equalis.a.c.per communem scientiam que est qua
dratorum equalium latera esse equalia ¶ per consequens.b.f.etiam est eq̃
lis.b.d.quom b.d.locata fuerit in circulo maiori ad equalitatẽ.a.c.ex p̃
ma ypothesi ex quibus cuncta sequentia manifeste patent. ¶ Facilius for
matur iste triãgulus.10.huius secũdum mõm habitum in.9.tertii decimi
uidelicet duobus lateribus exagoni ¶ basi que sit latus decagoni uno ¶
eodem circulo in scriptorum tunc quilibet angulus ad basim duplus erit
ad reliquum ut ibi declaratur. b ¶ Quia per primam dispositionem
huius.d.c.fuit inuẽta equalis.d.b.que quidem.d.b.posita fuit eq̃lis.a.c.
¶ ideo.d.c.¶.c.a sunt eq̃les ¶ iõ concluditur per primam partem.27.tertii
arcus esse equales. ¶ Cũ angulus.b.f.d.totalis sit maior ipso.a.d.f.sequi
tur angulum.b.d.f.sibi equalem esse maiorem eodem.a.d.f.ideo impos
sibile quoniam.b.d.f.est pars ipsius.a.d.f. ¶ Quia triãgulus haberet duos
angulos rectos actu quod est impossibile per dictam.32.primi. c ¶ Per
communem sciam que est quorum dupla seu quorum tota sunt equalia
sub dupla quoq̃ seu tota sunt equalia.



Propositio .11.

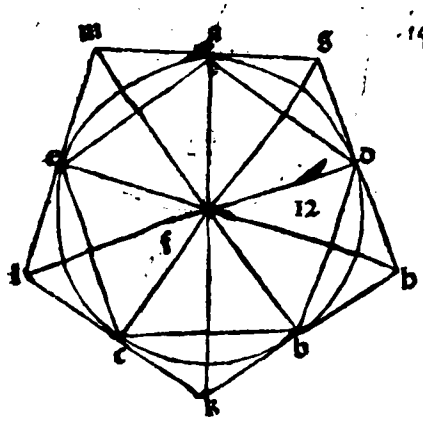
Intra datum circulum equilaterum atq̃ equian
gulum penthagonum describere.

¶ Sit datus circulus.a.b.c.uolo intra ipsum describere pẽ
thagonum unum equilaterum atq̃ equiangulum. ¶ Desi
gno triangulum unum qualem premissa ꝑpõit. qui sit.2.
cui alium equiangulum intra datum circulum describo.
a sicut docet secunda huius: qui sit.a.b.c.sitq̃ uterq̃ angulorum.a.b.c ¶.a.
c.b.duplus ad angulum.c.a.b.utrũq̃ eorum diuido per a equalia ductis li
neis.b.e.¶.c.d.eruntq̃ per.25.tertii.5.arcus in quos.5.puncta.a.d.b.c.e.di
uidunt circulum adinuicem equales. propter id quod quinq̃ anguli qui
in dictos arcus cadunt sunt adinuicem equales. ¶ Continuatis igitur illis
quinq̃ punctis per lineas rectas que sunt.a.d.d.b.b.c.c.e.¶.e.a.erit pen
thagonus.a.d.b.c.e.inscriptus dato circulo qualis proponitur. ¶ Est enĩ
equilaterus per.28.tertii cum.5.arcus quorum eius quinq̃ latera sunt eor
de: sint adinuicem equales ¶ etiam equiangulus per.26. eiusdem eo q̃
b quinq̃ arcus.d.a.e.a.e.c.e.c.b.c.b.d.¶.b.d.a.in quos anguli ipsius pẽth a
goni cadũt sunt adinuicem equales: b sicq̃ constat propositum.

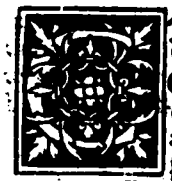


¶ Castigator.

.2. a ¶ Per cōmunem sciētiam si equalibus equalia addar. cū arcus. a. d. sit equalis arcui. e. c. per. 25. addito utriq; arcu. a. e. erit arcus d. a. e. equalis arcui. a. e. c. ¶ sic de reliquis. b ¶ Pari modo potest deduci per quartā primi angulos duos qui sunt ad. f. esse equales. Nam duo latera. a. f. ¶. a. g. trianguli. a. f. g. equantur duobus lateribus d. f ¶. d. g. trianguli. d. f. g. ut
.14. delicet latus. a. f. primi lateri. d. f. secundi per diffinitiōem circuli ¶ centri. Et latus. a. g. eiusdem primi lateri. d. g. secundi per penultimam tertii ¶ angulus. f. a. g. primi angulo. f. d. g. secundi. qui utero, rectus ex ypothesi. ergo reliqui anguli unius reliquis angulis alterius unusquisq; suo relatiuo. s. ānguli. a. f. g. angulo d. f. g. ¶ angulī. a. g. f. āgulo. d. g. f. igit ¶ c.



Propositio .12.



Circa propositum circulum penthagonum equilaterum atq; equiangulum designare.

¶ Sit propositus circulus. a. b. c. cuius cētrum d. volo circa ipsum designare penthagonum equilaterum atq; equiangulum. ¶ Supra circumferentiam ipsius circuli quasi
.3. m doctrinam premūsse sibi inscripsisse pēthagonum: quinq; puncta angularia notabo: que sunt. a. d. b. c. e. ad quea centro ducam lineas. f. a. f. d. f. b. f. c. f. e. ¶ ab eisdem punctis educam perpendiculares ad istas lineas in utranq; partem quousq; concurrant in punctis. g. h. k. l. m. erunt q; hee linee contingentes circulum per correlarium. 15. tertii ¶ ad ista puncta concursus ducam a centro lineas. f. g. f. h. f. k. f. l. f. m. Et quia monstratum est super penultimam tertii: q; si ab aliquo puncto extra circulum signato due linee contingentes ad ipsum circulū ducantur q; ipse erunt equales. erit linea. g. a. equalis linee. g. d. ¶. h. d. h. b. ¶ sic de ceteris. Et quoniam quinq; arcus in quos quinq; puncta. a. d. b. c. e. diuidunt circulum. sunt adinuicem equales: erunt per. 26. tertii quinq; anguli. a. f. d. d. f. b. b. f. c. c. f. e. e. f. a. consistentes super hos arcus in cētro. f. sibi inuicem equales. Sunt autem duo latera. a. g. ¶. f. a. triāguli. f. g. a. eqlia duobus lateribus. d. g. ¶. f. d. trianguli. f. g. d. ¶ latus. g. f. cōmune. ergo per. 8. primi duo anguli eorum qui sunt. ad. f. Itemq; duo anguli q sunt ad. g. sunt adinuicem equales: eadem ratione duo anguli qui sunt ad. f. in triangulis. d. f. h. ¶. h. f. b. Itemq; duo qui sunt. ad. h. sunt adinuicem equales. Similiter quoq; singuli trium reliquorum angulorum q sunt. b. f. c. c. f. e. e. f. a. ¶ singuli trium. qui sunt. k. l. m. diuidantur p equalia. primi quidem per lineam. f. k. secūdi per lineam. f. l. tertii uero per lineam f. m. ¶ quia hii tres anguli qui sunt. b. f. c. c. f. e. e. f. a. sunt sibi inuicem equales. ¶ aliis duobus qui sunt. a. f. d. ¶. d. f. b. equales erunt eorum dimidia que sunt decem anguli facti in centro. f. adinuicem equales: Quia igitur duo anguli. a. ¶. f. trianguli. g. a. f. sunt equales duobus angulis. a. ¶. f. trianguli. m. a. f. ¶ latus. a. f. cōmune erit per. 16. primi angulus. g. unius equalis angulo. m. alterius ¶ latus. g. a. eqle lateri. a. m. ¶ Eadem ratione erit angulus. g. in triangulo. g. f. d. equalis angulo. h. in triāgulo. d. f. h. ¶ latus. g. d. equale lateri. d. h. quare quia. g. a. est dimidium g. m. ¶. g. d. dimidium. g. h. ¶. g. a. ¶. g. d. sunt equalia: erunt per cōmunem scientiam. g. m. ¶. g. h. eorum dupla equalia. Similiter quoq; probabimus. g. m. esse equale. m. l. ¶. m. l. ¶. k. ¶. l. k. k. h. quare pēthagonus g. h. k. l. m. est equilaterus. ¶ Sed ¶ equiāgulus. cū enim duo anguli qui sunt ad. g. sint adinuicem equales. ¶ duo qui sunt ad. m. similiter adinuicem equales. ¶ g. partialis. sit equalis. m. partiali. utrumq; enim probatum est prius. erit per eandem cōmunem scientiam. g. totalis equalis. m. totali. ¶ eadem ratione probabis equalitatem in ceteris angulis: quare est
.2. equiangulus. sicq; constat propositum.

¶ Castigator.

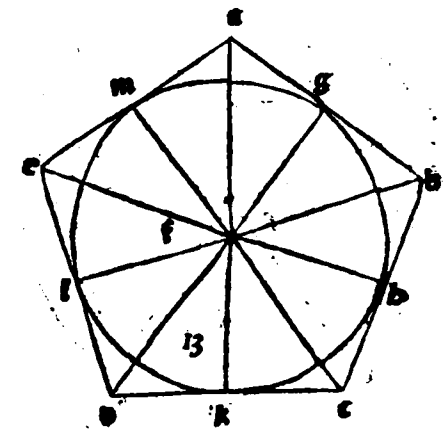
.2. a ¶ Per cōmunem sciam quoq; tota sit eqlia: dimidia quoq; eqlia ē necesse
.2. est. b ¶ Quoq; dimidia sunt eqlia tota quoq; eqlia ē necesse est.

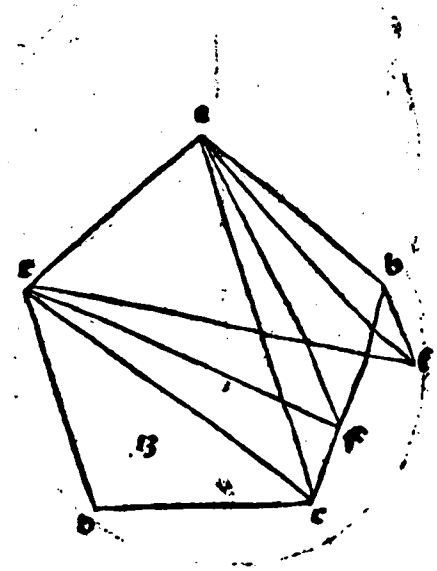
Propositio .13.

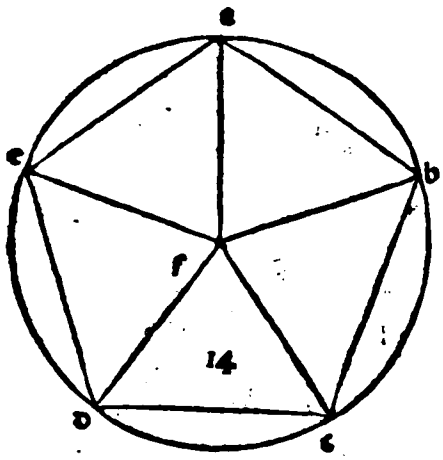
Intra equilaterum atq; equiangulum penthagonum assignatum: circulum describere.

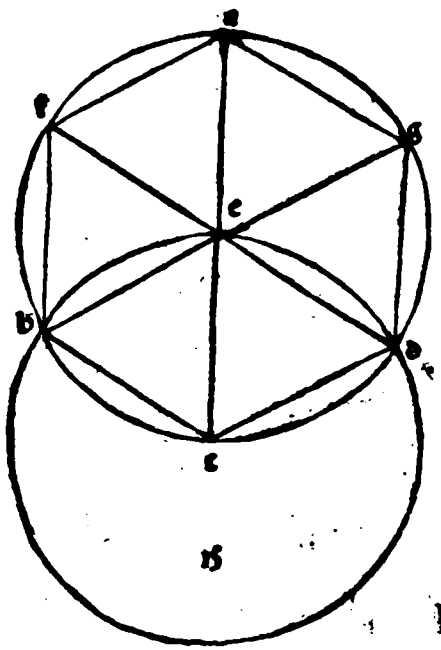
¶ Sit assignatus penthagonus equilaterus atq; equiangulus (quia de aliis non est necessarium hoc esse possibile) a.b.c.d.e. uolo sibi inscribere circulum. hoc est quasi conuertere duos eius ppinquos angulos qui sunt. a. & .e. diuido per equalia ductis lineis. a.f. & .e.f. donec concurrant in puncto .f. intra ipsum penthagonum quem dico esse centrum circuli. ¶ Cõcurrent enim propter id quod dimidium totalis anguli. a. [a] & similiter totalis anguli .e. minus est angulo recto. ¶ Si enim intra penthagonum non concurrent: aut extra ipsum penthagonum: aut in latere penthagoni: aut in eius angulo: qui utriq; angulorum diuisorum opponitur. ¶ Concurrant ergo primo extra in puncto .f. & ducatur linea .b.f. & quia duo latera .e.a. & .a.f. trianguli .e.a.f. sunt equalia duobus lateribus .b.a. & .a.f. trianguli .b.a.f. & angulus .a. unius angulo [b] .a. alterius erit per .4. primi: basis .e.f. equalis basi .f.b. & quia angulus .a. partialis est equalis angulo .e. partiali: propter id quod .a. totalis .e. totali sunt per .6. pmi. f.a. equalis .f.e. [c] quare .f.a. ẽ equalis .f.b. ergo per .5. primi duo anguli .b. totalis, & .a. partialis sunt equales: quare .a. partialis est equalis uel maior .a. totali [d] quod est impossibile. ¶ Concurrant ergo in puncto .f. super latus .b.c. eritq; arguendo per premissas & premisso modo angulus .a. partialis equalis angulo .a. totali q̃ est impossibile. ¶ Quod si forsan cõcurrant in angulo .c. erit per easdem & eodem modo .c.b. equalis .c.a. & ideo adhuc ut prius angulus .a. partialis equalis angulo .a. totali. Quod quia hoc esse non potest. Sit ergo punctus concursus qui est .f. intra penthagonum: a quo duco .5. perpendiculares ad eius .5. latera. que sunt .f.g. /.f.h. /.f.k. /.f.l. /.f.m. / & ad duos eius angulos ppinquos altrisecus angulis per equalia diuisis qui sunt .b. & .d. duco lineas .f.b. /.f.d. & quia duo anguli .a. & .m. trianguli .a.f.m. sunt equales duobus angulis .a. & .g. trianguli .a.f.g. & latus .a.f. commune erit per .26. primi .f.m. equalis .f.g. ¶ Per eandem quoq; probabis .f.l. equalem .f.m. sumptis duobus triangulis .e.f.m. & .e.f.l. ¶ Quia iterum duo latera .a.f. & .a.b. triãguli .a.f.b. sunt equalia duobus lateribus .a.f. & .a.e. triãguli .a.f.e. & angulus .a. unius angulo .a. alterius: erit per .4. primi angulus .b. partialis equalis angulo .e. partiali. & quia .b. totalis equalis ẽ .e. totali. & .e. totalis diuisus est per equalia erit etiam .b. totalis diuisus per equalia. ¶ Eodem modo probabis .d. totalem diuisum per equalia propter equalitatem .d. partialis & .a. partialis sumptis triangulis .e.a.f. & .e.d.f. quia ergo duo anguli .g. & .b. trianguli .g.f.b. sunt equales duobus angulis .h. & .b. trianguli .b.f.h. & latus .f.b. commune erit per .26. primi .f.h. equalis .f.g. ¶ Eodem modo probabis .f.k. equalem .f.l. sumptis triangulis .l.f.d. /.k.f.d. quoniam igitur .5. linee .f.g. /.f.h. /.f.k. /.f.l. / & .f.m. / sunt equales: erit .f. centrũ circuli per .9. tertii. quem describemus sm quantitatem unius earum & tanget omnia latera penthagoni propter equalitatem linearum: & nullum eorum secabit per primã partem .15. tertii. sicq; cõstat ꝓpositũ. ¶ Assignator.

[a] ¶ Hoc enim probatum est supra .31. primi ubi ostensum est omnes .5. angulos penthagoni .6. rectis equipollere scilicet unusquisq; ualet unum rectum & quintam unius recti. & ideo dimidium totalis anguli .a. & similiter .e. minus est angulo recto & ideo ex illa parte concurrẽt per pẽultimã petitiõem. b ¶ per aduersarium. c ¶ Etiam per aduersarium. d. ¶ Quia angulus .b. pẽthagoni ex ypotesi ẽ eqlis angulo totali ipsius pẽthagoni & ideo cũ angulus .b. totalis sit maior angulo .b. pẽthagoni ẽ maior angulo .a. totali. & iõ cũ angulus .a. ptialis equet ipsi .b. seqt ipsum .a. ptialẽ ẽ maiorẽ .a. totali: sine ei eqlem qd ẽ impossibile. & c ꝑ pmam dispositionẽ nõ seqt angulũ .a. ptialem ẽ eqlem .a. totali: sed ipso maiorẽ. & in duabus postremis dispositionibus seqtur totali oẽ eqlem semper .s. qm̃ per aduersariũ concurrerent in latere uel in angulo illis opposito.









Propositio .14.

Circa datum penthagonum/quod sit equilaterum/ atq; equiangulum/circulum describere.

¶ Sit ut prius datus penthagonus, equilaterus atq; equiangulus: quia de aliis non est necessarium hoc esse possibile: a.b.c.d.e. uolo circa ipsum describere circulum. hec est q̄ si cōuersa.11. Duos ei⁹ ꝓpinquos āgulos q sunt a.f.e. diuidoper equalia ductis lineis.a.f.f.e. quousq; concurrāt intra ipsum penthagonum in puncto.f. ¶ Concurrent.n. ꝛ intra penthagonum ut probatum est in premissa. Et a puncto concursus duco ad reliquos angulos lineas que sint.f.b/f.c/f.d/ꝛ quia duo latera.a.f.ꝛ.a.b.trianguli.a.f.b.sunt eq̄lia duobus lateribus.a.f.ꝛ.a.e.trianguli.a.f.e.ꝛ angulus.a.unius angulo a.alterius:erit per.4.primi.f.b.equalis.f.e.ꝛ angulus.b.partialis angulo.e.partiali. Et quia.b.totalis est equalis.a.totali.ꝛ.e.totalis diuisus est per equalia:erit similiter.b.totalis diuisus ꝑ equalia.ꝛ.hoc quoq; modo ꝓbabis utrūq; angulo⁊.c.ꝛ.d.diuisum eē ꝑ equalia.ꝛ.5.lineas.f.a/f.b/f.c/f.d/f.e/esse equales.quare ꝑ.9.tertii.f.erit centrum circuli.sicq; patet ꝓpositū.

Propositio .15.

Intra propositum circulum/exagonus equilaterū atq; equiangulum describere. ¶ Ex hoc itaq; manifestum est ꝙ latus exagoni equum est dimidio diametri circuli cui inscribitur. Corr.m

¶ Sit propositus circul⁹.a.b.c.d.cuius centrū.e.uolo sibi inscribere exagonum equilaterum atq; equiāgulum.produco diametrum.a.e.c.ꝛ ſm quantitatem semidiametri.e.c.facto centro puncto.c.describo circulum.e.b.d.secantem priorem in duobus punctis.b.d.a quibus produco duas diametros in circulo primo que sint.b.e.g/d.e.f.trium ergo diametrorum extremitates cōiungo.6.lineis que sunt a.f/f.b/b.c/c.d/d.g.ꝛ.g.a.quas dico continere exagonum quesitum. Erit enim ut demonstrat prima primi uterq; triangulorum.b.e.c/c.e.d.equilaterus.quare ꝛ equiangulus per.5.eiusdem;ergo ꝑ.32.primi/duo anguli.b.e.c.ꝛ.c.e.d.cum uno equali uni eorum sunt equales duobus rectis. Propter id quod quisq; eorum est tertia duorum rectorum;sed ipsi per.13.eiusdem cum angulo.d.e.g.sunt equales duobus rectis:ergo angulus.d.e.g.ē equalis utriq; eorum.quare ꝑ.15.eiusdem.5.anguli.qui sunt ad.e.sunt ad inuicem equales.ergo p.25.tertii arcus in quos cadunt sunt equales.quare ꝛ eorum corde per.28.eiusdem/que sunt latera ipsius exagoni. Equilaterus igitur est:sed ꝛ equiangulus ꝑ.26.tertii:propter id quod sex arcus in quos angularia puncta exagoni diuidunt circulum bini ꝛ bini sumpti sunt adinuicem equales.ut arcus.a.f.b.arcui.f.b.c.ꝛ ideo angulus.f.qui consistit in primo est equalis angulo.b.qui consistit in secundo.idem in ceteris.quare constat propositum. ¶ Correlarium ex hoc patet ꝙ dimidium diametri ꝛ latus exagoni sunt latera eiusdem trianguli equilateri. ut.e.c.ꝛ.e.b.ꝛ.c.b. ¶ Et nota ꝙ non proponitur circa propositum circulum exagonū equilaterꝫ atq; equiāgulū designare. Nec intra talē exagonū circa talē circulum describere.quēadmodū fecit de triangulo q̄drato ꝛ pēthagono.non quia nō sit necessarium hoc esse possibile:sed quia hec tria per eadem precepta fiunt in penthagono equilatero ꝛ equiangulo.ꝛ in omni figura equilatera:atq; equiangula quecūq; fuerit. Vnde quamcūq; figuram equilateram ꝛ equiangulam scimus circulo inscribere:eandem circulo extra.ꝛ circulum sibi intra ꝛ extra:hisdem mediis per q̄ hec in penthagono fecimus describemus. ¶ Nota etiam ꝙ omnis figura equilatera circulo inscripta:aut circumscripta est etiam necessario equiangula.* de inscripta patet per.27.ꝛ.26.tertii sumptis arcubus circuli:quibus latera inscripte figure corde sunt binis ꝛ binis. In hos enim arcus ipsius figure anguli cadūt. De circūscripta autem ductis a circuli centro lineis ad oēs eius angulos:ꝛ ad loca contactus facile probabis:si plene intellecte

Corrol.m

nō. p.o

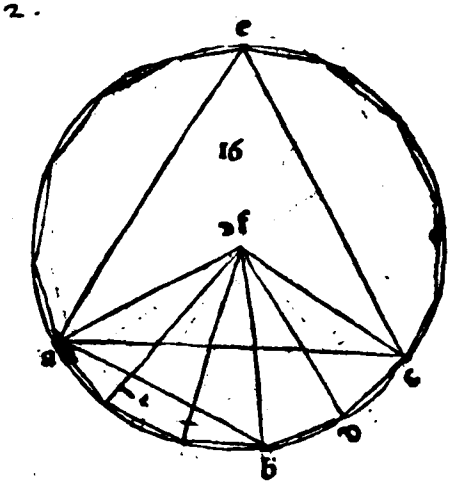
nō. 2.o

demonstrationi.13. huius diligens intellectus accesserit: erit enim ut oēs ipsius figure angulos linee a centro uenientes per equalia diuidant. sumptis itaq; quibuslibet duobus eius proximis lateribus cum linea ad angulum ab eis contentum: ꝗ cum duabus ad eorum extremitates a centro uenientibus duos triangulos ab eis contentos equiangulos adinuicem per 4. primi esse probabis. Sicq; faciendo de omnibus patebit eos esse equiāgulos ꝑ hāc cōem sciam quoꝫ dimidia sunt equalia: tota quoq; eē eq̄lia. .2.

¶ Castigator.

a ¶ No. diligenter quia ad praticam multum facit tale persuposit̄ū ut apparebit.

Propositio .16.



Intra datum circulum/quindecagonum equilaterum atq; equiangulum designare. ¶ Deinde circa quēlibet circulum assignatum quindecagonum equilaterum atq; equiangulum/atq; intra datum quindecagonum circulum describere.

¶ Sit datus circulus a.b.c. uolo sibi inscribere qndecagonū equilateꝫ ꝗ equiangulum. deinde etiam circūscribere atq; intra talē quindecagonum propositum circulum describere. Non proponit autē circa talem quindecagonum circulum describere: quia hoc satis dat intelligere per a lia que proponit. In dato circulo iuxta doctrinā secun-
a de huius: protraho latus trianguli equilateri[a] q̄ sit. a.c. ꝗ iuxta doctrinā .11. latus penthagoni equilateri atq; equianguli quod sit. a. b. Et quia arcus. a.c. est totius circumferentia tertia: cuius arcus. a. b. est quinta: erit superfluum inter eos quod est arcus. b.c. due tertie: arcus. a. b. uel due qnte arcus. a.c. siue due quintedecime totius circumferentie. Nam in omni toto excedit tertia quintā. in duabus tertiis ipsius quinte. uel in duabus quintis ipsius tertie. siue in duabus quintis decimis totius. hoc enim patet in quinta ꝗ tertia primi numeri habentis quintam ꝗ tertiam qui est 15. eius enim tertia que est. 5. excedit eius quintam que est tria in duabus unitatibus que sunt due tertie ipsius ternarii qui ē quinta: uel due quinte ipsius quinarii qui est tertia siue due quintedecime ipsius. 15. qui est totum. ⁊ Diuiso igitur arcu. b.c. per equalia. in. d. patet utrunq; duorū arcuum. c.d. ꝗ d.b. esse tertiam arcus. a.b. uel quintam arcus. a.c. siue quintamdecimam totius circumferentie. ⁊ Subtēsis igitur eis cordis. c.d. ꝗ d.b. coaptatisq; cōtinue intra datum circulum sibi equalibus per primam
b huius complebitur figura proposita[b]. ¶ Cetera uero duo que proponit cum tertio q̄ dat intelligere uidelicet quindecagonum circulo circūscribere/ac circulum quindecagono inscribere/ac etiam circumscribere: ex 12.13. ꝗ 14. huius plene intellectis facile perficies. ¶ Et nota q̄ quamcūq; figuram equilateram circulo scimus inscribere duplo plurium laterū
c circulo scimus inscribere ꝗ circūscribere: ꝗ ipsi circulum. ⁊ Diuisis[c]. n. arcubus quibus latera eius que scitur inscribi subtenduntur/per equalia: ꝗ a punctis mediis ad extremitates laterum ipsius figure ductis lineis fiet intra circulum figura duplo plurium laterum que erit equilatera per 28. tertii. ergo ꝗ equiangula. hoc enim demonstratum est supra. 15. huius/ q̄ omnis figura equilatera circulo inscripta est etiā equiangula. Et quia hanc circulo scimus inscribere/sciemus cetera tria per. 12. 13. ꝗ. 14. huius.

¶ Quia igitur scimus inscribere triangulum equilaterum sciemus per hoc ꝗ exagonum/ꝗ per exagonum duodecagonum/ac per duodecagonum figuram. 24. laterum. ꝗ sic in infinitum duplando. Et licet ꝑ triangulum possit ut diximus inscribi exagonus: posuit tamen huius ꝓpriam demonstrationem ex qua sequitur potissimū per utile. Et similiter quia scimus ꝗ inscribere quadratum/sciemus per hoc inscribere omnem figuram cuius laterum numerus est pariter par. per pēthagonum quoq; sciemus decagonum: ꝗ figuram. 20. laterum: sicq; continue duplando: idem quoq; intellige de quindecagono. per ipsum enim scientur figure. 30. ꝗ 60. ꝗ omnium continue duplatorum laterum. ¶ Ceterarum autem fi-

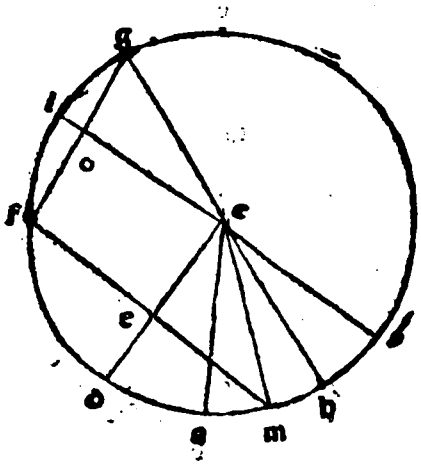
nō.

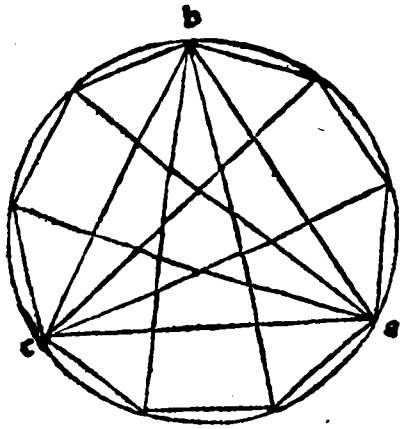
porisma

gurarum de quibus ista non docet. uel que per has non habentur difficilis est scienita. ¶ parum utilis. [d] ut sunt eptagona/nonagona/undecagona: Quod si sciremus triangulum duum equalium laterum designare: cuius uterq; angulorum ad basim triplus esset ad reliquum: sciemus eptagonũ ut supra penthagonum circulo inscribere. q; si uterq; quadruplus esset ad reliquum sciremus nõagonum. ¶ si quincuplus/undecagonum. Idemq; in ceteris figuris imparium laterum: posito utroq; angulorum ad basim multiplici ad reliquum. per eum numerum qui est medietas: maximi paris sub impari numero laterum ipsius figure contenti.

¶ Castigator.

a ¶ Quia si illa secunda prosuponit triangulum assignatum equilaterum: ¶ sic in scribendo circulo unum ei equiangulum. Orietur pariter equilaterus ad instar proposit iq̃uis maior ¶ minor secundum quantitatem propositi circuli. Similiter dicitur de penthagono. per. 11 huius. b ¶ Per. 29 tertii. c ¶ Per. 28. tertii cum omnis illi arcus sint sibi inuicem equales/ quoniam quisq; est. 15. pars totius circumferentie. d ¶ Verba campani traductoris/immo utilissima cum uirtus circa difficile uersetur teste. A. 13. quia facile malum.





Datum angulum in tria equa diuidere. [a] Sit angulus datus c. uolo ipsum diuidere in tres equales angulos quod sic facio. pono primo. c. centrum circuli descibendo circulum qualitercunq; contingat. ¶ protraho latera continẽtia datum angulum usq; quo secent circumferentiam in punctis a. ¶ b. tunc a puncto. c. quod est centrum circuli duco lineam. c. d. perpẽdiculariter ad lineam. c. b. ¶ in linea. c. d. assigno/punctũ e. a quo duco lineam ad equalitatem. c. b. usq; quo secet circumferentiam circuli in puncto. f. ¶ produco. e. usq; a. deinde ꝓtraho lineam. g. h. equidistantem. f. a. que scilicet. g. h. transeat per centrum. ¶ duco lineam. f. g. equidistantem linee. e. c. ¶ protraho lineam. c. b. incontinuum ¶ directũ usq; ad. l. que secat lineam. f. g. orthogonaliter in puncto. o. ¶ per equalia. dico ergo q; arcus. l. g. est equalis arcui. h. b. propter hoc/q; angulus. l. c. g. est equalis angulo. h. c. b. cum sint contra se positi. Cum igitur arcus. f. g. sit duplus arcui. l. g. erit etiam duplus arcui. h. b. sed arcus. f. g. est equalis arcui a. h. cum sint inter duas lineas equidistantes que sunt. f. a. ¶ g. h. ergo arcꝰ h. a. est duplus arcui. h. b. ergo ¶ angulus. a. c. h. est duplus angulo. h. c. b. diuidam ergo angulum. a. c. h. per equalia per lineam. c. m. ¶ patet ꝓpositũ.

¶ Castigator.

a ¶ Ista de diuisione anguli in tres partes equales est limitanda quoniam non est de omni. Eius limitatio erit ista datum angulum minorem recto in tria equa diuidere nã de obtuso non posset illis mediis concludi quia tunc linea. d. c. caderet inter lineas. a. c. ¶ b. c. ¶ tunc demonstratio non tendit ut per te deducendo percipere potes. ideo discursus tibi relinquitur ¶c. Et talis limitatio datur intelligi per constitutionem ipsius nonagoni in circulo ob cuius rationem principaliter illa posita uidetur ubi prius inscribit triangulum circulo equilaterum ¶ per consequens equiangulum cuius quisq; angulorum minor est recto ex. 32. primi ut euidenter apparet.

Intra datum circulum nonangulum equilaterum atq; equiangulum/designare: q̃ sic fieri põt iuxta doctrinã secũde huius. inscribam circulo assignato triangulum equilaterum atq; equiangulum qui sit a. b. c. ¶ unumquenq; angulorum eius diuidam per tria equalia ¶ protraham lineas diuidentes angulos usq; ad circumferentiam ¶ tunc quia nouem anguli locati in circulo sunt equales/de necessitate arcus suppositi ipsis ãgulis sunt equales. Protraham enim cordas subtractas singulis arcubus ¶ habebo intentum. ¶ Explicit Liber quartus.

SErmo habitus per Reuerendum patrē. M. LVCAM Paciolum de burgo Sancti Sepulchri. Or. minoꝝ. In ecclesia Sancti Bartholomei. Venetiis. 1508. Die. xi. augusti in quintū Euclidis. Spiritus sancti gratia illuminet sensus & corda nostra. Amen. ¶ Arduarum difficiliumq; rerū omnium. Reuerēdi dñi: uenerandi patres: excellētissimi Doctores: Magnifici uiri: Acutissimi cuiuscunq; facultatis studētes: uosq; cæteri prestantissimi ciues: difficillima est proportio. Hæc est illa quæ sola intima altissimæ idiuiduæq; trinitatis penetrat: & a sacris theologis solertissime inuestigatur. Hæc enim est quæ sæpius in eorum uoluminibus relatio dicitur: aliquando respectus: nōnunq̄ habitudo. Interdum intellectualis discursus: & nomine alio comparatio nūcupatur. Huius notitiam diuini philosophi summopere cupierunt: dum Metaphysicen opera in lucem prodere curarent. Hanc pro uiribus naturales prosequti sunt: ut Socrates: Plato: Aristoteles: cæteriq; omnes. Cum de rerum uniuersiq; natura agerent. Non enim aliud in rebus uniuersis superioribus: scilicet & inferioribus q̄ debita earum adinuicem proportio: seu habitudo queritur. Nunq̄ enim sacris litteris incumbentes: processionem sancti spiritus a patre & filio ex eorum reciproco amore causatam: lingua calamoq; explicare potuissent: nisi prius relationem inter eos patris ad filium: & econtra percepissent. Hanc preoculis summus opifex in cælestium terrestriumq; rerum dispositione semper habuit. Dum orbiū motus cursusq; syderum & planetarum omnium ordinatissime disponeret. Hæc quando æthera firmabat sursum: & appendebat fundamēta terræ: & librabat fontes aquarum: & mari terminum suum circundabat: legemq; ponens aquis: ne transirent fines suos: cum eo erat cuncta cōponens. Que nam esset humano generi delectatio si ex tanta rerum diuersitate ꝓportio non oriretur? Cum sepe dicatur: uarietas est que delectat. Quo pacto insuper in inuisibilium raperetur amorem nisi habitudinē quandam creaturæ ad creatorem cerneret. Et quāuis finiti ad infinitum proportio nulla esse predicetur: attingentie tamen inter ea proportio a sacris non negatur doctoribus. Naturales aūt & ipsi (ut paulo ante diximus) psedulo rerum naturalium proportiones quæsiuere: prout in eorū codicibus passim habetur. Presertim Aristotelis cuius opera pre aliis assidue premanibus habētur. Nam inde physico auditu proportionē motuum inter se subtilissime perscrutatur. Et ex decem predicamentis quo numero denario oēs phi contenti extiterent: unū relatiōis seu ad aliqd huic tā sublimi indagatrici ꝓportioni. s. spāliter addicauit. ¶ Omitto loca alia pene innumerabilia ubi de ꝓportionibus & ꝓportionalitatibus sæpissime disseritur. Que omnia (ut de naturalibus concludam:) medicis ꝑfectim peritissimis: (quibus omnium cura cōmissa est) nota sunt & eē de necessitate debent. Nō. n. calidi & frigidi: hūidi & sicci in medelis disponendis rectā rōnem habebūt: nisi gradū cuiuslibet predictaꝝ nouerint. quem postea ex multis ꝓportionādo qualitatibus: unā efficiunt egrotāti corpori debite exhibēdā. ¶ Quo ēt Astronomi ꝓportiōe relicta agerent: nōne uelut amentes ceci q̄ discurrerent. Narrēt hii qui sentiūt: dicāt egyptii: ut Ptolomeus: Ali. Albategni. Alfagranus. Geber. Albumasar: & ceteri oēs qui ꝓportiōe preuia ꝑitissimi euasere. ¶ Qualiter corographi cosmographiq;. Marinus quē sepe Ptolomeus ꝑpugnat Strabo & alii qui totius orbis situ nobis tabulis quibusdam accuratissime tradiderunt: tot & tanta simul unico libello complecti potuissent? nisi matrem oīum obseruassent proportionem. ¶ Dicant queso architecti omnes & diuersarum machinarum inuentores prisci & presentes: Pythius qui primus ædē minerue nobiliter architectatus ē. Dinocrates: Archimedes: Vitruuius: Frōtinus: Vegetius: & alii q̄plures q̄ ædificioꝝ structuris sūme excelluerunt: quoꝝ memoriā ꝓfuse ruinæ adhuc nobis afferūt quo medio talia ederint? Certe proportione duce se oīa ꝑfecisse respōdebūt.

proportio omniū rerū Difficilla.
proportio a theologis dr. Relatio.
Respectus.
Habitudo.
Intellectualis Discursus.
& Comparatio. &c.

proportio oīum mater.

¶ Quomodo pictores celeberrimi. Appelles Miron Policletus & ceteri quos historiæ nominant aliquid laude dignum prospectiuo aspectu suis posteris reliquissent. Si in eorum figuris liniamenta distantiasq; debitas altitudines & latitudines proportionaliter non seruassent. ¶ Lapicidæ quoq; seu lapidum sculptores Phidias: Praxiteles. Appollōus. Nestor & reliqui industria tali prediti: non ne eandem diligentissime proportionem marmoreis æneisq; statuis accomodarunt. prout indies frustis talium hinc inde repertis facile datur intelligi. ¶ Pariter & Musici nil aliud in eorum melodiis: armoniisq; querunt nisi modum debitum uocum & sonorum: hoc est: Sesquialtera sesquitertia. Diapente: Diapason: & aliis huiusmodi proportionibus (teste Boetio) proportionatum. ut in auditorum auribus dulcius ac suauius resonent. & summam illis delectationem ingerant: quæ sine proportione & proportionalitate minime Causari potest. Quem morem imitando poetæ Carmina sua (eisdem fere mediis) Datilo: Iambo: Spondeo: Trocheo: Anapesto: Tribraco. Proceleumatico. Ceterisq; proportionis loco utendo pedibus. Componunt. ¶ Nec non & rethores (ad istorum instar) Orationum suarum partes debitis. ac congruis numeris assignant. ¶ Hoc idem origo & fundamentum omnium liberalium artium grammatica obseruare uidetur: dum normam recte loquendi recteq; scribendi. discere incipientibus tradit. graui: acuto: circumflexoq; acentibus termiatam. ¶ Qua ēt uia æquissimæ sanctiones. Iustiniana scilicet & canonica suas recte formarent sententias: si iustitiam utranq; commutatiuam scilicet & destributiuā non supponerent. Quarum altera uidelicet distributiua penes geometricam tantum proportionem attendi comprobatur (ut in ethicis Aristoteles: & plato inde legibus & republica testantur) iuxta quam iustus iudex uiuorum & mortuorum olim humano generi retribuet merita ac demerita omnium adinuicem proportionando ut ex sacris aperte elicitur litteris. ¶ Hanc assidue & commutatiuam obseruant rerum publicarum fautores dignissimi huius seculi negociatores res pecunia uendendo. emēdoq; seu quouis alio modo pertractando. ¶ Aliarum quoq; unaqueq; mecanicarum industria suas debitas habet proportiones. ipsam moderantes: experientia teste. ¶ Sed dum talia percurimus quid de arithmeticis geometrisq; nostris dicemus: qui precipui inter alios semper habiti sunt: ut Pitagoras & Nicomacus: qui primi numerorum apud græcos inuentores fuisse perhibentur: quis apud latinos Boetius & Apuleius habeantur. Non ne hi ceteris diligentius propotionem seruant: quam (teste Euclide) rationalem uocant. ¶ Geometre uero utriq; indifferenter rationali scilicet & irrationali curam adhibent. ¶ Hec deniq; proportio infinitus thesaurus est hominibus quo qui usi sunt pticipes facti sunt amicitie dei propter disciplinæ dona Commendati. ¶ Hanc ego proposse sine fictione didici & cupientibus sine inuidia comunico uirtutem eius apertissime ostendēdo. ¶ Hay igitur proportionum & proportionalitatum Euclides necessariam cernens obseruantiam ut omnium que dixerit fructus uberior habeatur. De his ipsis disertissime hoc in quinto egit. Diffinitiones earundem premittens ac deinceps more suo conclusiones triginta quatuor numero. (quibus iste totus complectitur liber) exarando. Et contra aduersarium eas firmissime atq; inrefragabiliter concludit.

¶ Qua propter siquis ad speculationem aliquam quacunq; in facultate scientia: arteq; aspirat ad hunc properet fontem a quo aquæ uiue semper flumina fluunt. Et super astra eius extolletur ingenium. ¶ Sed ut iam ad litteram ueniamus res expostulat. Que sic incipit uidelicet pars est.

Omnes hi sunt qui interfuere. In diui Bartholomei ædes cū ego Lucas Paciolus Burgensis Sancti Sepulchri Ex minoritana Francisci familia Quintum Euclidis profiteri solēniter cāpi præfatione hac prius habita. M.D.viii. Augusti. die. xi. Et in primis..

¶ Clarissimus Vir. Ioānes Lascares ad senatum Venetū christianissimi francorum Regis Orator. Vir clarissimus Philippus ferrerius Barchinonensis Catholici Hispaniarum Regis ad eundem Senatum Orator. ¶ Reuerendus Apostolorum presul Isidorus bagnolus Serenissimi Principis Cancellarius. ¶ ℞. Ioannes Baptista Egnatius Vir omni litteraꝝ genere præstans. ¶ ℞. Vincentius Dulcius.

¶ Reuerendi Sacre Theologie Professeres.

¶ Magister Gabriel Venetus Eremitāiæ Fæmilie teruisinæ prouinciæ præses. ¶ .M. Gabriel Brunus Venetus Minoritanæ Familiæ Romaniæ Prouinciā Minister. ¶ .M. Petrus Lucignanensis eius dem familie. ¶ .M. Iacobus fauentinus eiusdem familiā. ¶ .M. Ioannes Andreas de ciuitali. ¶ .M. Petrus de cruce Hispanus. ¶ .M. Antonius foroiuliensis. ¶ .M. Germanus Guardianus. ¶ .M. Nicolaus Mutinensis. ¶ .M. Angelus Venetus. ¶ .M. Simon Venetus Regens. ¶ Sacre Theo. bacalarius formatus. Frater Petrus terrenouanensis. ¶ .S. Theo. Bacalarius Frater Bartholomeus montalcinas. ¶ Frater Iocundus Veronensis Antiquarius. Omnes prelibati Eiusdem Minoritanæ Familiæ. ¶ Hieronimus Riginus Mantuanus Eremita. ¶ Sebastianus Leonardus Cosmographus.

¶ Magnificus Vir Bernardus Bembus Doctor & æques. ⚡ .M.V. Marinus Georgius Doctor. ⚡ .M.V. Sebastianus foscarenus Philosophie ꝓfessor Clarissimus. ⚡ .M.V. Gabriel Maurus æques. ⚡ .M.V. Franciscus donatus æques. ⚡ .M.V. Vincentius Quirinus Doctor. ⚡ .M.V. Petrus pascalicus Doctor & æques. ⚡ M.V. Nicolaus Teupulꝰ Doctor ⚡ .M.V. Daniel Rainerius aduocator comunis. ⚡ Excellens Vir Ioannes Baptista Brocardus.

Medici Illustres.

⚡ Benedictus Thedaldus. ⚡ Marinus Brocardus. ⚡ Franciscus Valentinus. ⚡ Alexander Veronensis. ⚡ Ambrosius Leo Nolanus. ⚡ Rodulfus Camertes. ⚡ Matheus Feltrensis. ⚡ Cæsar Optatus. ⚡ Ascanius Esinus. ⚡ Excellens studiorum humanitatis professor Hieronimus Maserius Foroliuiensis. ¶ .M.V. Hieronimus Sauorgnanus. ⚡ .M.V. Frāciscus Duodus. ⚡ .M.V. Vincentius Grimanus. ⚡ .M.V. Franciscus & Iacobus fratres Cornelii. ⚡ .M.V. Thomas Iustinianus. ⚡ .M.V. Marcantonius Cornerius. ⚡ M.V. Federicus Molinus. ⚡ .M.V. Petrus Donatus. ⚡ .M.V. Petrꝰ Contarenꝰ. ⚡ .M.V. Donatꝰ Legius. ⚡ .M.V. Laurentius Bragadenus. ⚡ .M.V. Marinus Sanutus. ⚡ .M.V. Angelus Pisaurius. ⚡ .M.V. Petrus Mocenicus. ⚡ .M.V. Sanctus Tronus. ⚡ .M.V. Laurētius Memmus. ⚡ .M.V. Carolus Contarenus. ⚡ .M.V. Dominicus priolus. ⚡ .M.V. Ioannes Bembus. ¶ Flaminius poeta calenus ⚡ Aldus Manutius Romanus. ⚡ Palladius Soranus poeta. ¶ Leonardus Augustini pratensis. ⚡ Petrus Zianus. ⚡ Iacobus draganus. ⚡ Matheus Cinus Florentinus. ⚡ Bartholomeus. Franciscus & Paulus fratres Rompiasii. ⚡ Nicolaus Sapa. ⚡ Lucas Carolus. ⚡ Bartholomeus Pedretus. ⚡ Laurentius Papiensis Musicus. ⚡ Franciscus massarius. ⚡ Iacobus Coccus. ⚡ Marcus Antonius Bragadenus. Hi tres adolescētes summe indolis. ⚡ Petrus Priolus. ⚡ Sebastianus Priolus. ¶ Bernardus rocelaius & Ioānes eius filius Florentini. ⚡ Iacobus Georgius Mathematicæ Sectator. ¶ Georgius Tragurinus eiusq; filius Marcus. ⚡ Alexius Bergomensis. ⚡ Ioānes Marcus Canotius Patauinus. ⚡ Petrus Lombardus. Hi quatuor prefati Architectonica Clari. ¶ Bernardinus Petulus Vrbinas. ⚡ Alexander francius & Vanotius Pauli Senenses. ⚡ Ot

tauro forosempronienſis. ¶ Ioannes franciſcus pitrolanus. ¶ Nicolaus corbolus florentinus. ¶ Franciſcus roſellus florentinus Cosmographus. ¶ Aliiq; plurimi quorum nomina ſigillatim referre ad quingentos & amplius operoſum animis foret florem tantum hominum deterpſi.

¶ Iſidorus Bagnolus Apoſtolorum præſul & Sereniſſimi Principis Cæſarius Natali Regie diui Iacobi præſuli & Veneto Canonico. S. P. D.

Electatus Minum in modum Superiori Anno prælectione quadam Euclidis Matematicorum omnium facile Principis in quintum eius Librum quam LVCAS Paciolus de Burgo Sancti Sepulchri Minoritanæ Familiæ addictus omnium noſtra tempeſtate hiſce diſciplinis instructiſsimus habuit. Non potui frater optime tecum non luptatem incredibilem quam cæperam non communicare: tum quod te etiam atq; etiam amem. Tum quod ipſa rei Digna mihi ſemper eſt uiſa que tibi quoq; cognita perſpectaq; foret. Noras tu scio. LVCAM. noſtrum Noras hominis ingenium. Noras hominis ſamam Verum eius ſcripta fortaſſe non attigerant ut pro ingenii tui Felicitate & candore nullius de tota re ſententia foret. Ego uero qui tibi ſemper gratificari ſtudui curaui. Vt qui audire prælegentem LVCAM per publicas occupationes non potuiſti præſens habeas abſens in quo te quandoq; oblectes fructuq; maximum capias. Leges igitur tu iſtam prælectionem. Leges & poſt illa quintum Euclidis librum qui ſane is eſt ut quanto Euclides ipſe omnes alios ſcriptores antecellit tanto quintus hic ſcripta ab eo alia præſtet. Sunt qdem plena ingenii plena acuminis plena diuinitatis in hoc quinto omnia. Nihil conſequutum te in mathematicis credes. Niſi quintum non ſolum quod aiunt a limine ſalutes ſed uccurate introſpicias. Quare non dubito quin pro rei præſtantia & auctoris ſingulari ac prope diuina ſcientia id legas & quod te plurimum delectari poſſit & aliis etiam atq; etiam prodeſſe. Cætera interim mathematica uel Euclidis nunc tãdem emẽdatiſsima uel que Lucas ipſe ſuo marte peperit qñ in diem cudũtur felix expecta. Bene uale Venetiis ex ædib⁹ noſtris. M. D. viiii. Martii, xiii

quintus hic liber ꝓs alios ãtecellit

¶ Caſtigator.

Vtant non nulli optime lector huiusmodi mathematice diſcipline ignari proportionem quantitatem eſſe quod minime uerum eſt ſed eſt mera quantitatũ adinuicem habitudo. cum eiusdem fuerint generis quantecunq; fuerint ut in ſequentibus apertiſsime. Euclides ipſe diffinit. Et talis habitudo ad minus exigit duo extrema ſeu duos terminos. Proportionalitatẽ autem nõ ſic intelligas habitudinem eſſe quãtitatum ſed ſolum proportionum ſimilitudinem & nomine alio quidam eam proportionum proportionem appellant. Ad cuius conſtitutionem ad minus due proportiones requiruntur. cum ſimilitudo ad minus exigat duo extrema hoc eſt duas proportiones ut infra in iſto quinto loco ſuo habebis & due proportiones ad minus exigunt tres terminos ſi fuerit continue. ut. 2. 4. 8. 16. dicuntur proportionales & ſic. 3. 9. 27. 81. ſunt. n. primi proportionales in dupla poſtremi uero in tripla & dicit continua. Item alio modo dicuntur proportionalia in continue ut ſunt. 2. 4. 10. 20. 2. 14. & iſta uocantur proportionalitas dupla in continua &c. Et ppea ne tu cum reliquis in foueas cadas uolui tecum tantum reddere ne in ſequentibus tibi ea uocatio occurrat. quoniam ſcribimus Indoctis &c.

proportio nõ ẽ quantitas: ſz ẽ habitudo quantitatũ adinuicẽ.

proportionalitas aũt nõ ẽ habitudo quãtitatũ: ſz ſimilitudo proportionũ ſeu eax proportionũ proportio. nõ.

¶ Necessarius ac vtilissimus Euclidis Liber quintus de proportionibus & proportionalitatibus ex perfecta Campani traductione. Magistro Luca Pacioso de burgo Sancti Sepulcri Ordinis Minorum Castigatore optimo. Incipit feliciter.

Nota q̃ semp Lamberus dic magnitudinē: ubi Campanus ponit quātitatē.

Diffinitio .1.

Pars est quantitas quantitatis minor maioris cum minor maiorem numeret.

¶ Pars quandoq; sumitur proprie: & hec est q̃ aliquotiens sumpta suũ totũ pcise cõstituit: sine diminutiõe uel augmento: & dicitur suum totum numerare per illum numerum ſm quem sumitur ad ipsius totius constitutionem: talem aũt partem quam multiplicatiuã dicimus hic diffinit. ¶ Quandoq; sumitur cõiter & hec est quelibet quantitas minor que quotiẽscũq; sumpta suo toto minus aut maius constituit: quã aggregatiuam dicimus: eo q̃ cum alia quantitate diuersa totum suum cõstituat: per se autem quotienscunq; sumpta fuerit non produeat.

pars dupla. p.

2.

Diffinitio .2.

Multiplex est maior minoris qñ eam minor metitur.

¶ Pars relatiue dicitur ad totum: & in istis duobus extremis consistit eorum adinuicem relatio: & ideo diffinito minori extremo diffinit hic maius: uocat aũt ipsum multiplex propter hoc q̃ minis ipsum aliquotiens sumptum constituat: erunt igitur relatiue dicta adinuicem: pars & multiplex. Nam omnis pars submultiplex: ut patet per eius diffinitionẽ.

Diffinitio .3.

Proportio est duarum quantecunq; sint eiusdẽ generis quãtitatis certa alterius ad alterã habitudo.

¶ Proportio est habitudo duarum rerum eiusdem generis adinuicem in eo q̃ earum altera maior aut minor: est reliqua uel sibi equalis. ¶ Non enim solum in quantitatibus reperit proportio: sed in ponderibus: potẽtiis & sonis. In ponderibus quidem & potentiis uult plato in thimeo eẽ proportionẽ: ubi elementorum numeros oñdit: in sonis autem esse proportionem liq̃t ex musica. Nam ut uult Boecius in quarto si quilibet neruus in duas inequales ptes diuidat: erit ipsarũ ptium suorũq; sonorũ eadem cõuerso mõ proportio. Sed in quibuscunq; pportio reperitur: ea pticipant naturam ppetatẽq; quãtitatis: non .n. repitur in aliqbus rebus duabus nisi in eo q̃ earũ una est reliqua maior aut minor: aut sibi eq̃lis. ¶ Quantitatis aũt ppriũ est ſm ipsam eq̃le uel inequale dici. ut uult Aristo. in pdicamẽtis. unde liq̃t pportionem primo in quantitate repiri. & p ipsam in omnibus aliis. Nec eẽ in aliqbus rebus pportionem cui similis non sit in aliqbus quãtitatibus. pp q̃d bene dixit Euclides pportiõem simplr eẽ in quãtitate cum eã diffinit p habitudinem duarũ quãtitatũ eiusdem generis adinuicẽ. ¶ Cui diffinitionis intellectus ei q̃ pportio ẽ habitudo duarũ quãtitatũ adinuicem: q̃ attẽdit in eo q̃ una earũ ẽ maior aut minor alia uel sibi eq̃lis: p q̃d patet q̃ oportet eas eẽ eiusdẽ generis: ut duos nũeros: aut duas lineas aut duas supficies: aut duo corpa: aut duo loca: aut duo tpa. Non n. põt dici linea maior aut minor supficie: aut corpe nec tps loco: sed linea linea & superficies supficie. Sola .n. uniuoca cõparabilia sunt. ¶ Quod aũt dicit certa habitudo. Nõ sic intelligas q̃si nota uel scita: sed quasi determiata: ut sit sensus. Proportio ẽ determiata hitudo duarũ quãtitatũ: ita inquã determi

no.

4
12

12
4

12
8
6
4

nata q̃ hec ꝛ non alia. Non enim est necessarium ut oīs habitudo duarum quātitatum sit scita a nobis nec ēt a natura. ¶ Nam proportio quedam est discretorum ut numerorum. q̃dam aūt continuorum. In numeris autē minor est pars [b] aut partes maioris ut demonstratur in septimo: quare ꝛ in eis omnibus est habitudo certa ꝛ nota. ¶ At uero in continuis est proportio magis larga: est enim in eis ubi minor quātitas est pars [c] aut ptes maioris ꝛ talium oīum mediantibus numeris est proportio nota: q̃ ꝛ rōnalis dicitur. Dicunturq; omnes tales quantitates cōmunicantes: quia eas una ꝛ eadem necessario metitur. unde ꝛ omnes numeri sunt cōmunicantes. omnes enim ipsos metitur unitas. ¶ Est etiā ubi minor nō est ps aut partes [d] maioris ꝛ in talibus nō est nota proportio/nec nobis nec nature. Diciturq; hec proportio irrōnalis: ꝛ hee quantitates incōmunicantes: unde fit: ut quecunq; proportio reperitur in numeris reperiat in omni genere continuorum: ut in lineis superficiebus corporibus ꝛ temporibus: non autem econuerso: infinite enim sunt proportiones in continuis reperte: quas numerorum natura non sustinet. Sed quecunq; proportio reperitur in uno genere cōtinuorum eadem reperit in omnibus aliis. Nā qualitercunq; se habet aliqua linea ad quamlibet aliam: sic se habet quelibet superficies ad aliquā aliam. ꝛ quodlibet corpus ad aliquod aliud: similiter ꝛ tempus. sed non sic quilibet numerus ad aliquem alium: unde magis est larga proportio in continuis. q̃ in discretis. Ex quo manifestum est proportionem geometricam esse maioris abstractionis: q̃ proportionem arithmeticā: omnis enim proportio circa quam arithmeticauersat/ rōnalis est: geometria uero rōnales ꝛ irrationales equaliter considerat.

b

c

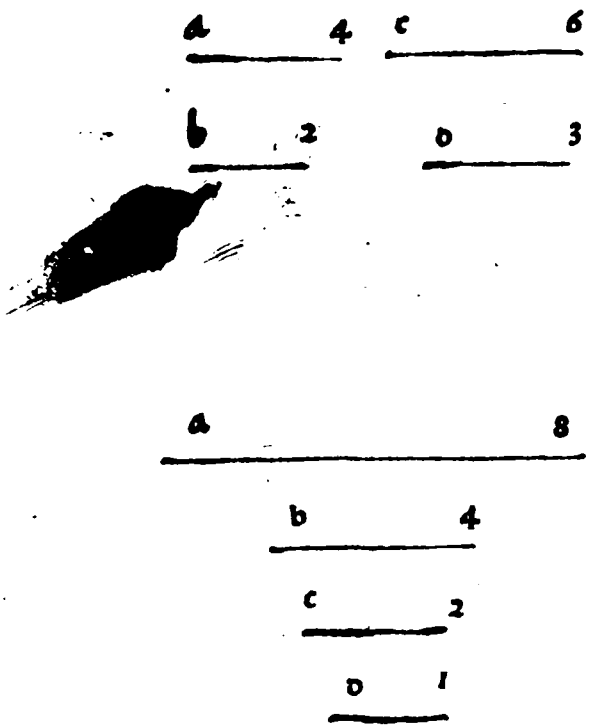
d

¶ Castigator

a ¶ Vniuoca sunt quorum nomen cōmune est ꝛ ratio substantie eadem ut hoc nomen homo significat sor. ꝛ pla. quoniam eadem ratione sor. est homo qua. pla. ꝛc. Equiuoca uero quorum nomen cōmune est ꝛ ratio substantie diuersa ut hoc nomen canis significat latrabilem piscem ꝛ stellam sed alia ꝛ alia ratione ꝛc. etiā hoc nomē sanum dicitur de urina ꝛ cibo in genere latent equiuocationes. b ¶ Quando minor est pars ut 4. respectu. 12. quando minor est partes ut. 8. respectu. 12. ꝛ sic in ceteris. c ¶ Vt linea bipedalis linee quadripedalis quando pars ut linea octopedalis linee. 12. qñ ptes. d. ¶ Vel. ꝑ. 10. respectu. 12. uel. ꝑ. 5. repectu. ꝑ. 12.

Vniuoca.

Equoca.



Diffinitio .4.

Proportionalitas est similitudo proportionum.

¶ Vt si dicamus q̃ que est proportio. a. ad. b. ea est etiam c. ad. d. proportio que ē inter. a. ꝛ. b. similis ē illi que est inter. c. ꝛ. d. Hec autem similitudo que ex istis proportionibus resultat dicitur proportionalitas.

¶ Castigator

¶ Amica est enim similitudo: dissimilitudo uero odiosa at contraria. Boetius in primo musice capitulo primo ꝛ. 31. Proportiones autem principaliter in numeris cōsiderātur. Boetius primo capitulo quarti musices. ¶ Ista proportionalitas potest dici dupla tripla quadrupla sexquialtera sexquitertia ꝛc. put fuerint q̃titates proportionate continue.

Diffinitio .5.

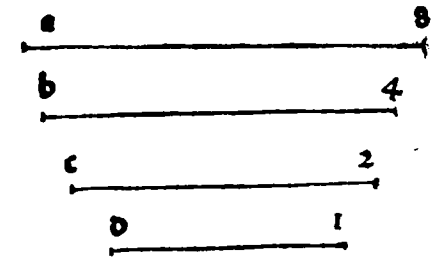
Quantitates que dicuntur cōtinuam habere proportionalitatem: sunt quarum eque multiplicia: aut eq̃ sunt: aut eque sibi sine interruptione addunt aut minuunt.

¶ Supposita diuisione proportionalitatis ꝑ continuam ꝛ discontinuam diffinit membra diuidentia. ꝛ primo cōtinuam imo ut uerius dicam: supposita diuisione proportionalium ꝑ continue proportionalia ꝛ incontinue: diffinit non continuam proportionalitatem: nec incontinuam: sed cōtinue proportionalia ꝛ incontinue. Diffinitio autem continue proportiōalitatis ꝛ incontinue satis patet ꝑ

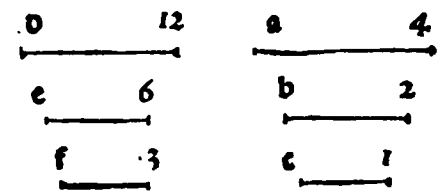
diffinitionem continue ꝓportionalium ⁊ ſi continue. ¶ Continua aũt proportionalitas eſt cum quodlibet quantitatum eiusdem generis ſi qua proportione prima antecedit ſecundam in eadem quelibet aliarum antecedit proximo cõſequentem: ut cum dicimus ſicut ſe habet.a. ad. b. ita b.ad.c.⁊.c.ad d.eriq; quelibet earum antecedens ⁊ conſequens excepta prima que eſt ſolũ antecedens: ⁊ ultima que eſt tantũ conſequens. ¶ Et in hac proportionalitate neceſſe eſt omnes quantitates eſſe eiusdem generis propter continuationem proportionum eo q̃ non ſit proportio inter quantitates geneꝝ diuerſorum: ⁊ hec erit ad minus in tribus terminis conſtituta. ¶ In continua autem eſt cum quatuor quantitatum ſiue oẽs fuerint eiusdem generis ſiue due prime unius ⁊ due poſtreme alterius: in qua proportione prima antecedit ſecundam in eadẽ tertia antecedit q̃rtam: ut cum dicimus ſicut ſe habet.a.ad.b.ita. c.ad. d. eriq; earum quelibet: aut tantum antecedens aut tm̃ conſequens: nec eſt neceſſe ut ſint omnes quatuor eiusdem generis ſicut erat in proportionalitate continua: eo q̃ conſequens prime proportionis non continuatur antecedenti ſecũdeꝝ ſed poſſibile ẽ ut ſint eiusdem generis: ⁊ poſſibile eſt ut ſint diuerſorum. Sicut.n.contingit lineam reperiri duplã ad lineã aut triplam: ita ſuperficiem ad ſuperficiem: ⁊ corpus ad corpus: ⁊ tempus ad tẽpus: ⁊ numerus ad numerum. ¶ Viſo quid ſit continua proportionalitas. ⁊ quid in continua explanemus diffinitionem continue proportionalium p̃miſſam. ¶ Quantitates inquit proportionales continue ſunt quaꝝ eque multiplicia: aut ſibi ſunt equalia: aut eque ſibi ſine interruptione addunt aut minuunt: uerbi gratia. Sint tres quantitates eiusdem generis.a.b.c. ad quas ſumantur.d.e.f.eque multiplicia: ut ſicut.d.eſt multiplex ad. a.ita. e. ſit multiplex ad.b.⁊.f.ad.c.erunt q̃ omnes in eodem genere. Multiplicia.n. ⁊ ſubmultiplicia in eodem ſunt genere: ſitq; ut.d.e.f.aut ſint equalia adinicem: aut ſimiliter ſe habeant in addendo aut minuendo: ita q̃ ſicut.d. addit ſuper.e.aut minuit ab ipſo: ita.e.addat ſuper.f. aut minuat ab ipſo. Cũ hec inquam multiplicia ſic ſe habuerint erunt tres quantitates.a. b.c. continue proportionales. ¶ Multiplicia aũt nõ intelligas ſimiliter ſic ſe
a habere in addendo aut minuendo quantũ ad quantitatẽ exceſſus: ſed q̃tum ad ꝓportionẽ: aliter.n.diffinitio eẽt falſa. Nam quarũlibet quãtitatum eiusdem generis equis ſe differentiis excedentium eque multiplicia accepta equis etiam differentiis ſe excedunt: tũ ſimiliter ſe habẽt in addẽdo ⁊ minuendo quantum ad quantitatem exceſſus. Nec tm̃ priores quantitates ſunt continue proportionales: imo minoꝝ eſt ſemper maior proportio. ¶ Hoc aũt ideo euenit qm̃ eaꝝ multiplicia non ſimiliter ſe excedũt quantũ ad proportionẽ: ſed ſolum quãtũ ad quãtitatẽ exceſſus: eſt.n. ⁊ ibi in minoribus multiplicibus maior ꝓportio. ¶ Verbi grã: ſumãtur
b tres numeri equis differẽtiis ſe excedẽtes: imediate[b] uidelicet arithmetice ut.2.3.4.hoꝝ triũ eque multiplices equaliter ſe excedũt.dupli quidẽ binario: tripli ternario. ⁊ ſic de ceteris: non tamen ſunt.2.3.4.cõtinue ꝓportionalia: imo minorum[c] eſt maior proportio: eſt enim ipſorum ꝓportio ſexquialtera: ⁊ maiorum ſexquitertia. ¶ Quia ergo inter eos nõ ẽ ſimilitudo ꝓportionum. Non erit inter eos ꝓportionalitas: ⁊ ideo neq; continua neq; incõtinua. ¶ Patet ergo ſimilitudinẽ illã additionis aut diminutionis nõ intelligi quantũ ad quãtitatẽ exceſſus: ſed quãtũ ad ꝓportionẽ. ¶ Erit itaq; ſenſus diffinitionis premiſſe. Cõtinua ꝓportionalia ſunt q̃tũ ola multiplicia equalia: ſunt cõtinue ꝓportionalia. ¶ Sed noluit ipſã diffinitionẽ ꝓponere ſub hac forma: quia tunc diffiniret idem per idem: a parte tm̃ rei: eſt iſtud cũ ſua diffinitione conuertibile. Tres aũt quantitates .a.b.c.oportet eſſe eiusdem generis ad hoc ut earum multiplicia, ſibi inuicẽ equalia ſint aut ſimiliter ſe habeant in addendo aut minuendo. Si.n.a.⁊.b.eſſent diuerſorum generum eſſent etiam.d.⁊.e.ipſaꝝ.a. ⁊.b. multiplicia eorũdem diuerſorum generum: propter hoc q̃ multiplicia ⁊ ſubmultiplicia eiusdẽ ſunt generis: quare.d.nõ eẽt eq̃lis.e.nec ea maior

c

Continua proportionalitas.



Incontinua eſt.

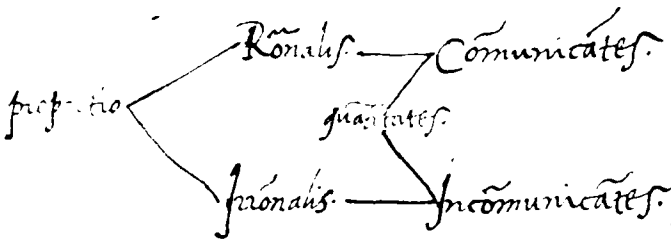


Senſus diffinitionis.

aut minor. Nā q̄titates diuersoꝝ generꝝ nō sunt adinuicē comparabiles.

¶ Castigator.

a ¶ Maxime geometre interest de ꝓportionibus ꝗ natura ipsarum tota liter diserere. Nam arithmeticus nō inuenit in oībus numeris ꝓportiōis modos qm̄ infinite sunt ꝓportiones quas natura numeroꝝ non patit: ut in isto per Campanum dicitur. ¶ Q m̄ aūt ipsa ꝓportionis cōsideratio extensa est ꝗ lata ꝗ applicatur fere omnibus adinuicem comparabilibus ꝑm magis ꝗ minus. Ideo ꝑm hunc conceptum cōem potest sic diffiniri. ⁊ Proportio est aliquorum adinuicem cōparabilium unius ad alterum certa habitudo. uerbi gratia. ut numeri ad numerū magnitudinis ad magnitudinem soni ad sonum: temporis ad tempus: motus ad motum: humoris ad humorem: saporis ad saporem: coloris ad colorem ꝛc. Geometer aūt trahit intentiōem proportionis ad magnitudinem ꝗ habet eam sic diffinire. proportio est duaꝝ quātitatum eiusdem generis unius ad alteram certa habitudo. Dico aūt eiusdem generis quia sola talia comparabilia sunt. ⁊ Diuiditur autem proportio in duas spēs que accipiūtur in comparatione ad quantitates. Nam quantitatum quedam sunt cōmunicātes siue cōmensurabiles. quedam dicuntur incōicantes siue incōmēsurabiles. cōicantes dicuntur ille quibus est una quantitas cōmunis eas numerans. Dicitur aūt una quantitas numerare aliam: que ꝑm aliquem numerum accepta ꝓducit ipsam: ut linea pedalis bipedalem uel tripedalē lineam. Sunt igitur quantitates cōmunicātes sicut linea bipedalis ꝗ tripedalis quas pedalis linea ꝑm binarium ꝗ ternarium numerat. Q uātitates uero quibus non est una cōmunis quantitas eas numerās dicūtur incōmensurabiles cuiusmodi sunt diameter quadrati ꝗ eius latus. sunt igr̄ ꝑm hoc due ꝓportionum spēs. s. rōnalis ꝗ irrōnalis: ꝓportio rōnalis debetur quātitatibus cōicantibus ipa quoq; est que numeris sola debetur. Irrōnalis aūt ꝓportio quātitatibus incōmensurabilibus debet: numeris uero neq̄ q̄ cōpetit. ⁊ Vñ manifestū ē ꝙ ad geometrā ꝑtinet ꝓportiōis cōsideratio: qa oīs ꝓportio est magnitudīs sed ñ oīs ꝓportio ē nūeralis. Proportio igr̄ rōnalis denoīatur īmediate ab aliquo nūero: cū. n. q̄titatū cōicātiū oportet ꝙ ꝑm aliquē numerū minor uel aliquā ꝑs minoris maiorē nūeret: ꝓꝑ quod dixit Euclides infra in. 5. decimi. Oīum duaꝝ q̄titatū cōicantium est ꝓportio alterius ad alterā tanq̄ ꝓportio nūeri ad numeꝝ. Diuidit aūt hec spēs ꝑm oēm modum ꝑm quē diuisa ē ꝓportio arithmetica: nā alia est eq̄litatis alia inequalitatis: ꝗ ꝓportio īequalitatis subdiuidit: alia maioris: alia minoris inequalitatis: ꝗ utraq; accipit inter eosdē terminos nō eodē ordīe. Prima. n. ē habitudo maioris termini ad minorē. secūda minoris ad maiorē ecōuerso. Et utraq; ꝑm qnq; spēs subdiuidit. qm̄ maioris Iequalitatis spēs, sunt ꝓportio multiplex proportio super particularis ꝓportio superpartiens. Item proportio multiplex suꝑparticularis ꝗ proportio multiplex superpartiens. Totidēq; spēs habet proportio inequalitatis minoris ꝗ eisdē signant noībus addita prepositione sub. ꝗ de istoꝝ diuisiōibus dicit arithmetica non oportet plus insistere. ⁊ Proportio aūt irrōnalis non noīatur sic immediate ab aliquo numero ab alia ꝓportione numerali qm̄ nō ē possibile ut ꝑm aliquē numerum ꝑs aliqua minoris maiorē numeret. Cōtingit tñ mediate denoīare irrōnalē a numero ut ꝙ ꝓportio diametri ad costā ē medietas ꝓportionis duple. ꝗ ita capiunt alie spēs ꝓportionis huius denoīationē a numero. Diuidit aūt hec ꝓportio in duas spēs q̄ accipiunt penes cōparationem ad quātitates mensurabiles ꝗ ad modos diuersificatiōis in eis ut lineaꝝ quedā sunt incōmensurabiles in longitudine tm̄: quedā sunt īcōmensurabiles in lōgitudine simul ꝗ in potētia. Incōmēsurabiles in lōgitudine sunt linee quarū lōgitudines nō cōicant. Si aūt superficies quadrate in quas possunt cōicent: tūc sunt īcōmensurabiles in lōgitudine tm̄: cōicantes aūt in potētia. Et hec spēs prima ut latus quadrati ꝗ diametri eiusdē nō cōicant quadrata aūt eorum cōicāt ꝑm ꝓportionē duplā. Si uero superficies quadrate in quas possunt



Rōnalis
Irrōnalis

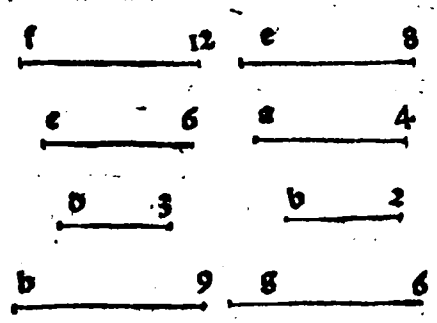
Rōtis Diuisio nō

Irrōtis Diō nō

due lineę incōmēsurabiles in longitudine sint in quā superficies incōicā tes: tunc ille linee dicerent incōmēsurabiles in longitudine ⁊ in potētia. Et hec spēs est secunda. exemplum est: accipiat linea medio loco proportionalis inter diametrum ⁊ costam ꝓm q̄ docet .9. sexti inferius. Ibi. n. latus quadrati ex illa linea media inuenta sunt incommensurabiles in longitudine: sicut constat: quia cum extrema fuerint incōmēsurabilia inter se erunt ⁊ incōmunicantia cū medio quod est ꝓm cōtinuam ꝓportionalitatem inter ista sunt due eedem linee incōmensurabiles in potentia: q̄m quadrata earum non cōicant. Nā ex decimaseptima sexti oium triū linearū continue proportionaliū quanta ē prima ad tertiā tm̄ erit ⁊ quadratum prime ad quadratū secūde. Pnt aūt hee spēs utraq; subdiuidi in tot spēs quot modis accidit lineas uel sic esse incommensurabiles. Nam nō solū linee possunt eē incōmensurabiles in lōgitudine tm̄: dum se hnt sicut diameter ⁊ costa: sed aliis modis se hntibus forte ī ifinitū. similiter dico de lineis incōmēsurabilibus ī lōgitudine ⁊ potētia: q̄a ñ solū sūt tales q̄ medie sunt iter costā ⁊ diametrū sed alie ⁊c. Diffinitio. 6.

Ē antitates que dicūtur eē ꝓm ꝓportionē vnā prima ad secundā ⁊ tertia ad quartā sunt quarū prime ⁊ tertie multiplices equales multiplicibus secūde ⁊ q̄rte equalibus fuerint similes: vel additione vel diminutiōe vel equalitate eodē ordine sumptę.

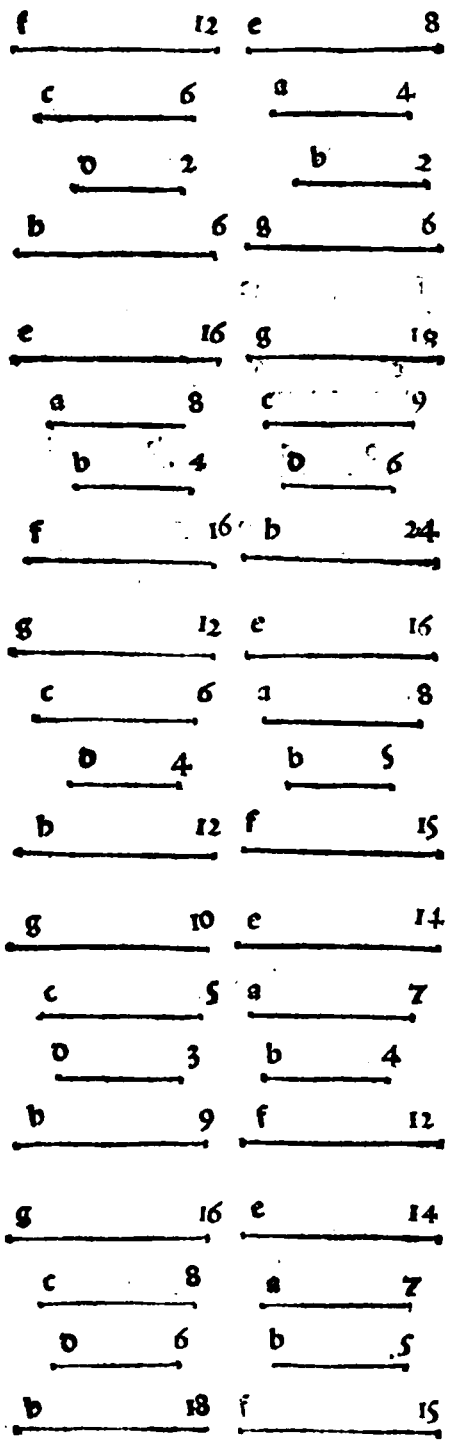
¶ Posita superius diffinitione quātitatū cōtinue ꝓportionalitātis hic ponit diffinitionē in cōtinue ꝓportionaliū: ⁊ est q̄ quarūlibet 4. quātitatū quarū prime ⁊ tertie eque multiplicia sūpta fuerint. Itēq; secūde ⁊ q̄rte eque multiplicia: fuerinq; multiplex prime sic se hns ad multiplex secūde q̄rū ad additionē aut diminutionē aut equalitātē: sicut multiplex tertie ad multiplex q̄rte: erit ꝓportio prime earū ad secūdā sicut tertie ad q̄rtā. uerbi grā. Sint q̄tuor quātitates. a. b. c. d. sumantq; ad primā ⁊ ad tertiā que sunt. a. ⁊. c. eque multiplicia utpote dupla: q̄ sint. e. ⁊. f. Itēq; ad secūdā ⁊ q̄rtā q̄ sunt. b. ⁊. d. sumant alia eq̄ multiplicia: utpote tripla: q̄ sint. g. ⁊. h. sitq; ut hec. 4. multiplicia sic sūpta cōparata adinuicē ꝓm ordinē ꝓmarū q̄tuor q̄titatum: ita uidelicet q̄ .e. cōpareť ad. g. ⁊. f. ad. h. non aūt. e. ad. f. aut. g. ad. h. sint similia in additione diminutiōe ⁊ eq̄litate: uidelicet q̄ si. e. addit supra. g. ⁊ similiter. f. addat supra. h. aut si. e. minuit. a. g. ⁊. f. similiter minuat ab. h. aut si. e. ē eq̄lis. g. ⁊ similiter. f. sit eq̄le. h. tunc ꝓportio. a. ad. b. ē sicut. c. ad. d. ¶ Similitudo aūt in addēdo aut diminuēdo intelligat hīc sicut in diffinitiōe continue ꝓportionaliū: uidelicet nō quantū ad quātitatē excessus: sed quātū ad ꝓportionē. ¶ Q̄d aūt dicit eodē ordine sumpte intelligat sicut expositū ē: uidelicet ut multiplicia nō referant adinuicē ꝓm ordinē eaꝝ q̄titatū: q̄bus eque multiplicia assumūtur: ut multiplex prime nō referat ad multiplex tertie: aut multiplex secūde ad multiplex quarte: sed referat ꝓm primū ordinē ipsaꝝ. 4. quātitatū uidelicet multiplex prime ad multiplex secūde ⁊ multiplex tertie ad multiplex quarte. ¶ Erit itaq; sensus istius diffinitiōis. In cōtinue ꝓportionales sunt quatuor quātitates ⁊ ꝓportio prime ad secūdā ē sicut tertie ad q̄rtā cū sumptis eque multiplicibus ad primā ⁊ tertiā. Itēq; eque multiplicibus ad secūdam ⁊ q̄rtā erit ꝓportio multiplicis prime ad multiplex secūde: sicut multiplicis tertie ad multiplex quarte: sed nō diffinit sub hac forma ꝓp cām predictā: licet a parte rei idē sit. Nō ē aūt necessariū ut quatuor q̄titates. a. b. c. d. sint eiusdē generis: eo q̄. b. non continuat in ꝓportione cū. c. sed pnt eē due prime unius generis: ⁊ due sequētes alterius. ¶ Per q̄ patet q̄ necesse ē referri multiplex prime ad multiplex secūde ⁊ multiplex tertie ad multiplex q̄rte: non aūt multiplex prime ad multiplex tertie aut multiplex secūde ad multiplex quarte: quia nō semp sunt eiusdē generis. multiplex pme ⁊ tertie: nec multiplex secde ⁊ q̄rte. ¶ Fuit āt necesse sumere eque multiplices ad primā ⁊ tertiā. itēq; eque multiplices ad secundā ⁊ quartā: ⁊ nō eque multiplices ad primā ⁊ secundā: ⁊ itē non eque ad ter



nō.

Sensus diffi.

nō.



tiã ꝫ quartã quia nisi ꝑ multipliciũ sũptionẽ cõtinuant termini prime ꝓportiõis cũ termis secũde. nõ erit ꝑ qd sit ꝓportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d.

¶ ¶ Castigator.

a ¶ Nam si. a. ponatur. 6. ꝫ. b. 4. c. u ero. 5. ꝫ. d. 3. ꝫ sumant multiplicia eq̃liter utputa dupla ad primam ꝫ tertiam erit. f. 10. ꝫ. e. 12 Itemq; ad secundã ꝫ quartam ẽt dupla erunt. h. 6. ꝫ. g. 8. que multiplicia in. ordine suarum quãtitatum adinuicem cõparata arithmetice eodem modo se hñt in addendo equando ꝫ minuendo: nam dupla ꝑ quaternarium ut patet ꝫ tripla ꝑ senarium ꝫ sic in ceteris ꝫ tñ prime ad secũdam nõ est sicut tertie ad quartam nã illa est sexqaltera ꝫ alia suꝑbipartiens tertias ꝫ ideo geometrice debẽt intelligi. ¶ Infra. 4. qnti clare apebit multiplcia taliter relata adinuicem ꝓpositum cõcludere ẽt in. 1. sexti. Idem. b ¶ Exemplũ qñ non sunt ꝓportiõales. 5. ꝫ. 3. pro. c. d. ꝫ. 6. 4. ꝑ. a. b. multiplicia nõ se hñt eodem mõ. 10. 6. 12. 8. ¶ Idest non arithmetice sed geometrice. c ¶ Boetius. 2. musice capitulo. 12. sed inter has tres medietates ꝓportionalitas qdẽ ꝓprie ꝫ maxime geometrica nuncupat iccirco qm̃ eqs ꝓportionibus tota contexitur. Sed tñ eodem utemur ꝓmiscue uocabulo ꝓportiõalitates ẽt ceteras nũcupantes uidelicet arithmeticam ꝫ armonicam. d ¶ Sicut numeri caput est unitas ita ꝓportionũ eq̃litatem eẽ ꝑncipium. Boetius. 2. musice capitulo. 15. ibidem ostendit qualiter duobus modis proportionalitas arithmetica procreatur exemplis optimis in numeris.

Diffinitio .7.

Quantitates/quarum proportio est vna/proportionales nominantur.

¶ Postquam diffiniuit quantitates continue proportionales ꝫ incontinue/diffinit quantitates proportionales simpliciter. ꝫ patet diffinitio.

Diffinitio .8.

Cũ fuerint prime ⁊ tertie eque multiplices: Itẽq; secunde ⁊ quarte eque multiplices: addetq; multiplex prime super multiplicem secunde: Non addet autem multiplex tertie super multiplices quarte: dicetur prima maioris proportionis ad secundã: q̃ tertia ad quartam.

¶ Diffinitis quãtitatibus ꝓportionalibus/diffinit quãtitates in proportionales. Sunt aũt improportionales inter quas est disimilitudo ꝓportionum/quod cõtingit dupliciter: aut qa maior est ꝓportio ꝑme ad secundã/ q̃ tertie ad q̃rtã: aut qa minor. ꝫ iõ eius sunt due spẽs. Pria qñ maior est ꝓportio ꝑmi ad scd̃m: q̃ tertii ad quartum: ꝫ dicit hec maior impropotionalitas. ¶ Secunda uero qñ minor est proportio primi ad scd̃m q̃ tertii ad quartum: ꝫ dicitur minor improportionalitas. ¶ Diffinit ergo eas inter quas est maior proportio prime ad secundam q̃ tertie ad q̃rtam q̃ est maior improportionalitas: diffinitionem aũt earum inter quas ẽ minor ꝓportio prime ad secundam: q̃ tertie ad quartam non ponit quia ipsa patet ex alia. ¶ Cũ igit fuerint. 4. quantitates ad quaꝝ ꝑmam ꝫ tertiã sumpta sint eque multiplicia: ꝫ ad scd̃am ꝫ quartam eq̃ multiplicia: ꝫ multiplicia ꝑme ꝫ scd̃e relata adinuicẽ non se habebũt similiter multiplicibus tertie ꝫ quarte relatis adinuicem in additione/diminutione/ꝫ equalitate/ ille. 4. quantitates erunt improportionales. ¶ Quod si ita fuerit ꝙ multiplex ꝑme sit equale multiplici scd̃e: multiplex uero tertie sit minus multiplici quarte. Aut ꝙ multiplex ꝑme sit maius multiplici scd̃e: multiplex aũt tertie sit eq̃le: aut minus multiplici q̃rte. Aut ꝙ multiplex ꝑme sit maius multiplici scd̃e: ꝫ similiter multiplex tertie multiplici q̃rte: uerumtñ plus excedit quãtum ad ꝓportionem/non quãtum ad quãtitatẽ excessus/ multiplex ꝑme multiplex scd̃e/q̃ multiplex tertie multiplex q̃rte. Aut ꝙ multiplex ꝑme sit minus multiplici scd̃e: ꝫ silr̃ multiplex tertie multiplici q̃rte. uerumtñ minus minuit quãtum ad ꝓportionem nõ quãtũ ad quã

ritatē excessus: multiplex primę a multiplici secūdę q̄ multiplex tertie a multiplici quarte: erit quolibet istorū .4. modorū maior ꝓportio primę ad secundam q̄ tertie ad quartam: q̄tuor aūt modis istis oppositis erit minor proportio primę ad secūdam q̄ tertie ad quartā. Exēpla aūt istorū omnium euidēter sumētur ex numeris. ¶ Additio ergo illa multiplicis primę sup multiplex secūde. Non aūt multiplicis tertię sup multiplex q̄rte de q̄ loquitur auctor i diffinitiōe latitudinē hēt ad istos .4. modos ꝑdictos ꝗ ipsos cōprehēdit. Sūm sensus istius diffinitionis ē cū sumptis sic multiplicibus ut proponit fuerit maior ꝓportio multiplicis primę ad multiplex secūdę q̄ multiplicis tertie ad multiplex q̄rte: erit maior proportio primę ad secūdam q̄ tertie ad q̄rtam. Si diffinitur aūt sub hac forma pp cōem cām pusdictā. ¶ Vel possumus dicere q̄ additio multiplicis primę sup multiplex secūde: ꝗ non multiplicis tertie sup multiplex q̄rte: de qua loquitur in pmissa diffinitione maioris in proportionalitatis proprie accipitur prout ꝓba diffinitionis sonātis ꝗ non se extēdit nisi ad scōm q̄tuor ꝑdictorū modorū: licet reuera quolibet illorum q̄tuor modorū sit maior proportio primę ad secūdam q̄ tertie ad q̄rtā. Sūm sensus illius diffinitionis ē cū sumptis sic multiplicibus ut proponit si multiplici primę extēte maiori multiplici secūdę: ñ sit necariū q̄ multiplex tertie sit maius multiplici q̄rte: tūc erit maior ꝓportio primę ad secūdam q̄ tertie ad q̄rtam. pp hoc aūt non posuit reliquos tres additiōis modos in ꝑdicta diffinitione: quia iste est illis oibus magis planus: ꝗ ad dictam diffinitiōem sufficiēs. Nusq̄ enim est maior proportio prime .4. quantitatum ad secundam q̄ tertie ad quartam: quin contingat aliqua eque multiplicia ad primam ꝗ tertiā repiri. Que cum relata fuerint ad aliqua eque multiplicia secunde ꝗ quarte: inuenietur multiplex prime addere super multiplex secunde: non aūt multiplex tertie super multiplex quarte. Nec usq̄ cōtingit hoc repire qn sit maior ꝓportio primę ad secūdam q̄ tertie ad quartam: ut demōstrabimus infra supra decimā huius. ¶ Possunt aūt esse hee quātitates improportionales diuersorum generum: sicut ꝗ quātitates inconti nue proportionales si inter eas fuerit incontinua improportionalitas: ut si dicatur maior est proportio .a. ad .b. q̄ .c. ad .d. Si autem fuerit cōtinua improportionalitas erunt oēs eiusdem generis necessario sicut sunt in cōtinua proportionalitate. ut si dicatur maior ē ꝓportio .a. ad .b. q̄ .b. ad .c.

¶ Castigator.

a ¶ Sufficiētia huius diffinitionis habetur ex .8. huius .5. ut in fine dicte .B. dicitur. b ¶ Dissimilitudo uero dicitur ꝓprie ata contraria. Boetius in primo musice capitulo primo. ¶ Amica est enim similitudo.

Diffinitio .9.

Et autem proportionalitas ad minus inter tres terminos constituta.

¶ Postq̄ auctor diffinuit ꝓportionem ꝓportionalitatē ꝗ q̄ntitates ꝓportionales ꝗ ꝓportiōales. oñdit q̄s sit minimus nūerus terminorū inter quos ꝓportiōalitas pōt cōsistere maximū aūt nō ponit: qa illā nō cōtingit summere: potest. n. proportio q̄libet continuari in terminis infinitis: siue fuerit rōnalis [a] proportio siue [b] irrationalis. ¶ Ad proportionalitatem aūt exigunt ur ad minus due ꝓportiones similes: eo q̄ ꝓportionalitas sit similitudo ꝓportionum. Quelibet aūt proportio hēt aūs ꝗ consequens: ergo q̄libet ꝓportionalitas hēt ad minus duo aūtia ꝗ duo consequētia: hoc ē impossibile fieri i paucioribus q̄ tribus terminis: in q̄bus medius eorū fiet aūs ꝗ consequēs: ꝗ iō ꝓportionalitas erit continua q̄re in tribus terminis ad minus erit continua proportionalitas constituta. Incontinua autem nō erit in paucioribus q̄ in .4. eo q̄ in ipsa quilibet terminus est tantum antecedens: aut tantum consequens: idem intellige de minori numero terminorum improportionalitatis. Si enim fuerit continua: erit ad minus inter tres terminos. Si incontinua ad minus inter quatuor.

a
b

¶ Castigator.

a ¶ Que ab aliquo numero denominatur immediate. b ¶ Que ab aliquo numero nõ denoĩatur imediate ut dyametri ad costã eius. q̃drati.

Diffinitio 10.

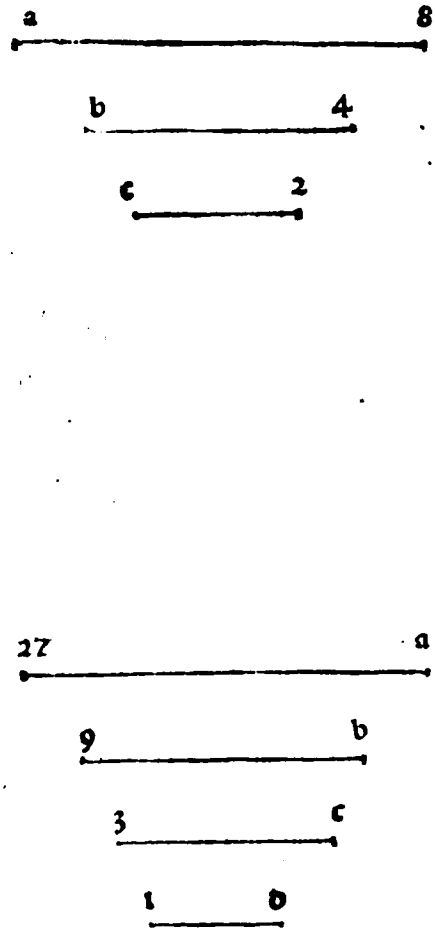
Si fuerint tres quantitates continue proportionales dicetur proportio prime ad tertiam. proportio prime ad secundam duplicata.

¶ Diffinit proportionem q̃ est inter extremos terminos continue proportionalitatis in tribus terminis constitute ꝛ dicit ꝙ si fuerit proportio primi ad secundum sicut secũdi ad tertium: erit proportio primi ad tertium sicut primi ad secundum duplicata: hoc est ex duabus talibus composita. ¶ Siue quod idem est: erit ꝓportio primi ad tertium sicut primi ad scd̃m duplicata: hoc est in se multiplicata. uerbi gr̃a. in numeris Sint. 3. numeri continue proportionales: sintq; cõtinue dupli: ut. 2. 4. 8. proportio primi ad tertium erit sicut proportio p̃mi ad scd̃m in se multiplicata: proportio aũt primi ad secundum ẽ dupla: dupla uero in se multiplicata: producit quadruplam: unde proportio extremoꝝ est quadrupla: uidelicet duplum dupli: uel secundũ priorem expositionem proportio extremorum est sicut proportio primi ad secundum duplicata: quia quadrupla constat ex duabus duplis.

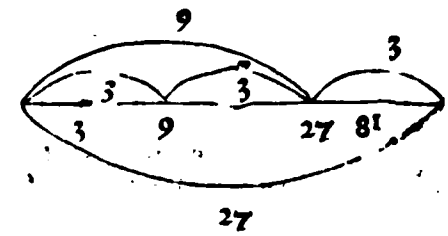
Diffinitio .11.

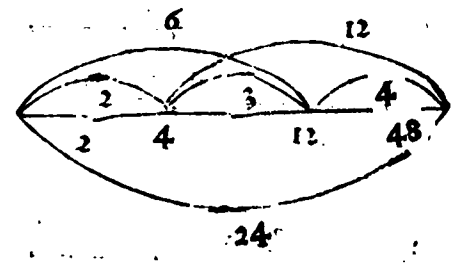
Cum fuerint quatuor quãtitates continue proportionales. proportio prime ad quartam dicetur proportio prime ad secundam triplicata.

¶ Diffinit proportionem que est inter extremos terminos continue proportionalitatis in. 4. terminis cõstitute ꝛ dicit ꝙ si fuerit. 4. quantitates cõtinue ꝓportionales erit ꝓportio p̃me ad q̃rtam sicut ꝓportio p̃me ad secũdam triplicata. ¶ Hoc est ex tribus talibus composita. qm̃ tales inueniũtur in ea: siue quod idem est: erit ꝓportio p̃me ad quartam sicut p̃me ad secundam triplicata. hoc ẽ in se. postea in productum multiplicata. Verbi gr̃a: in numeris. Sint quatuor numeri continue proportionales: sintq; continue tripli ut sint. 1. 3. 9. 27. proportio primi ad quartum erit sicut proportio primi ad secundum ĩ se postea in productum multiplicata: proportio aũt primi ad secundum ẽ tripla: tripla ꝟo in se multiplicata ꝓducit nocuplam ꝛ tripla in nocuplã producit uigincuplam septuplam. erit itaq; ꝓportio extremoꝝ uigincupla septupla. quod est triplum tripli. Vel ſm priorem expositionem ꝓportio extremoꝝ est sicut proportio primi ad scd̃m triplicata: q̃a uigincupla septupla constat ex tribus triplis. Non diffinit aũt proportiõem extremoꝝ cõtinue ꝓportiõalitatis inter plures q̃ q̃tuor terminos cõstitute: ꝑꝑ id ꝙ dimensiones in rebus naturalibus reꝑte non excedunt ternarium. ¶ Denominatio aũt ꝓportionis duaꝝ quatitatum quibus nullum interponitur medium hẽt naturam linee. Eaꝝ uero quibus interponit̃ unũ medium ĩ cõtinua ꝓportionalitate hẽt naturam suꝑficiei eo qd̃ fit ex multiplicatione denoĩationis duaꝝ p̃marum in se. Oẽ aũt quod ex multiplicatione linee: in lineam producit̃: naturã hẽt suꝑficiei. si in se q̃dem quadrati: si ꝟo in alteram Parte altera longioris. Sed proportionis eaꝝ quantitatum denoĩatio quibus in cõtinua proportionalitate duo media interponuntur naturam hẽt solidi: quia prouenit ex multiplicatione denoĩationis duaꝝ p̃marum. Primo in se. ex qua multiplicatione producitur suꝑficies: deinde in productum ex q̃ multiplicatione prouenit solidum siue corpus: oẽ. ꝛ. n qd̃ ex multiplicatione linee in suꝑficiem producit̃ crescit in solidum. ¶ Est ergo ac si diceret proportio duarum quãtitatum est simplex interuallum: ꝛ hñs naturam simplicis dimẽsionis ut linee: proportiõalitas autem trium est duplex interuallum: ꝛ hñs naturam duplicis dimensionis. ut suꝑficiei: proportionalitas aũt q̃tuor est triplex interuallum: ꝛ hñs naturam trine dimensionis ut solidi. Et quia dimensiones ulterius non procedunt. ideo non diffiniuit proportionem contentam inter extremos ꝓ



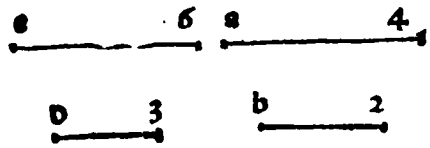
portionalitatis in quinq; terminis: aut pluribus constitute. ¶ Vel non diffinit proportionem in his quia earum proportio hr̃ ex predictis diffinitionibus. Si.n.in tribus terminis proportio extremorum constat ex proportione p̃morum duplicata: ⁊ in q̃tuor terminis cõstat ex eadem triplicata: in.5.terminis constat ex eadẽ quadruplicata: ⁊ in sex ex eadem quinquplicata. ¶ Vñ quemadmodum in tribus terminis cõtinue proportiõalibus proportio extremorum continet proportionẽ p̃morum bis. ⁊ in.4. terminis ter. sic in.5.terminis cõtinebit q̃ter. ⁊ in sex quinquies. ⁊ ita deinceps.ut semp proportio extremorum in terminis cõtinue proportionalibus totiẽs contineat proportionẽ p̃morum quot sunt oẽs termini minus uno. ¶ Similiter quoq; si proportio extremorum continue proportionalitatis in tribus terminis constitute est ea que producit ex proportione p̃morum in se semel multiplicata: ⁊ in.4. in se bis multiplicata: in quinq; terminis ea que ꝓducitur ex proportione p̃morum in se ter multiplicata ⁊ in.6.terminis quater: ⁊ sic semp ut termini fuerint duobus plures multiplicationibus: siue ut multiplicationes sint eq̃les mediis extremis interpositis. Et nota q; ét in improportionalitate continua extremorum proportio producitur ex oibus proportionibus intermediis. ¶ Ex p̃dictis appret q; proportio extremorum continue proportionalitatis in tribus terminis cõstitute denoiatur a quadrato: in q̃tuor ꝯo terminis cõstitute denoiatur a cubo: quorum quidem quadrati ⁊ cubi latus est denominatio proportiõis p̃mi ad secũdum uerbi grã: in numeris. Sint quatuor numeri continue proportionales qui sint continue tripli.3.9.27.81.proportio primi ad secũdum denominatur a ternario. est enim tripla: p̃mi ꝯo ad tertium a nonario qui ẽ quadratus ternarii.nam ipsa est nocupla. At ꝯo proportio p̃mi ad quartum denominatur a.27.qui ẽ cubus denominationis proportionis p̃mi ad secundum uidelicet ternarii.ipsa.n.est uigincupla septupla. ¶ Et proportio extremorum in proportionalitatis cõtinue in tribus terminis constitute denominatur a superficiali non quadrato: cuius latera sunt denominationes ipsarum proportionum in quatuor uero terminis constitute denominatur a solido non cubo. cuius tria latera sunt denoiationes trium proportionum. quod ét patet in numeris, Sint quatuor numeri continue improportionales: qui sunt.2.4.12.48.in quibus ꝓportio p̃mi ad secundum est dupla: secũdi ad tertium tripla: ⁊ ideo p̃mi ad tertium sexcupla: tertii uero ad q̃rtum q̃drupla: ⁊ iõ p̃mi ad q̃rtum uigincupla q̃drupla. Senarius ergo qui ẽ denoiatio proportionis p̃mi ad tertium est superficialis: cuius latera sunt duo ⁊ tria qui sunt denominatiões duarum primarum ꝓportionum.24.uero q; est denominatio proportionis p̃mi ad quartum est solidus cuius latera sunt.2.3.⁊.4.q; sunt denominationes trium proportionum inter illos q̃tuor terminos entiũ.

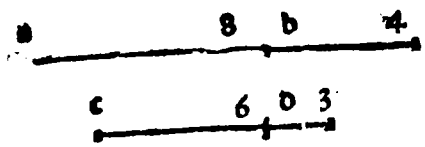


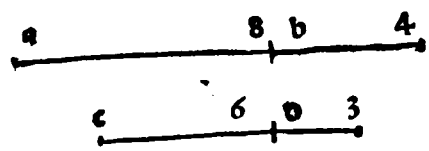


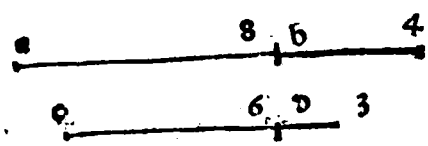
¶ Castigator

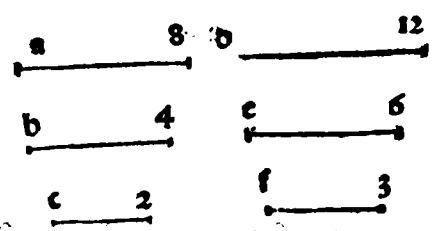
¶ Et quecunq; dicte sunt passiones de proportionalitate indifferenter intellige scilicet arithmetice ⁊ geometrice quoniam utroq; modo possunt assignari quantitates uidelicet proportionales geometrice ⁊ ꝓportionales arithmetice ⁊ utreq; continue ⁊ discontinue respectu eorundem generum ⁊ diuersorum ut dictũ est. Quia cõtinue semp sunt eiusdẽ generis siue geometrice siue arithmetice ⁊ incontinue possunt esse diuersorum ⁊ eiusdem indifferenter. Sed illa geometrica habet attendi penes proportionem quo ad equalitatem diminutionem ⁊ additionem ⁊ ista arithmetica solum penes differentias seu excessus. Et sic itelligas de ꝓportionalitate utriusq; maiori ⁊ minori continua ⁊ incontinua ⁊c. ut per te faciliter deduces cuius ingenii non diffido ideo ⁊c. etiam quo ad compositionem proportionis extremorum in tribus ⁊ in quatuor terminis continue: quia sicut geometrica in tribus terminis primi ad tertium constat ex primi ad secundum duplicata quo ad proportionem etiam arithmetica quo ad differentias ex illa duplicata ⁊ in.4.triplicata ⁊ sic in ceteris argue.











Diffinitio .12.

Quantitates que sunt in ꝓportione vna. antecedēs ad consequētem ⁊ antecedens ad consequentem. dicetur econtrario sicut consequens ad antecedentem. sic consequens ad antecedentem. ¶ Itemq; permutatim sicut antecedens ad antecedentem sic etiam consequens ad consequentem.

¶ Diffinit species proportionalitatis que sunt. 6. uidelicet conuersa. permutata. disiuncta: coniuncta: euersa: ⁊ equa. ¶ Sunt aūt hee species q̄si quidam modi arguendi: diffinit ergo primo conuersam proportionalitatem ⁊ permutatam: in quibus manent antecedentia ⁊ consequētia eadem ſm substantiam: quod non est in disiuncta: coniuncta aut euersa: ⁊ in quibus nihil extra sumitur ut in equa: uocat autē antecedens primū extremum proportionis: consequens uero uocat secundum. ¶ Vult itaq; per hanc diffinitionemq; si fuerit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ⁊ ex hoc ego concludam: ergo. b. ad. a. sicut. d. ad. c. uidelicet ut faciam de antecedentibus consequentia ⁊ de consequentibus antecedentia: quod iste modus arguēdi uocetur ꝓportiōalitas ecōtrario siue ecōuersa. ¶ Si aūt sic arguam. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ergo. a. ad. c. sicut. b. ad. d. uidelicet ut ambo extrema prime proportionis: fiant antecedentia: ⁊ ambo extrema secunde consequentia. uult q̄ iste modus arguendi uocetur proportiōalitas permutata: ⁊ in isto modo arguendi fit antecedens secunde proportionis consequens: ⁊ consequens prime antecedens.

Diffinitio .13.

Coniuncta vero proportionalitas dicitur quotiens sicut antecedens cum consequente ad consequens sic etiam antecedens cum consequēte ad ꝯsequēs.

¶ Diffinit coniūctam disiunctam ⁊ euersam in quibus etiam nihil extra sumitur sed termini non manent in ipsis. idem ſm substantiam ⁊ uult q̄ si ita fuerit. ut sit. a. ad b. sicut. c. ad. d. ⁊ ego ex hoc concludā. ergo totius. a. b. ad. b. sicut totius c. d. ad. d. q̄ iste modus arguendi dicatur proportionalitas coniuncta.

Diffinitio .14.

Disiuncta vero proportionalitas dicitur augmentorum antecedentium supra consequentia equa comparatio.

¶ Vult q̄ si fuerit proportio totius. a. b. ad. b. sicut totius c. d. ad. d. ⁊ ex hoc ego concludam. ergo. a. ad. b. sicut. c. ad. d. q̄ iste modus arguendi uocetur disiūcta proportionalitas.

Diffinitio .15.

Euersa proportionalitas dicitur quorumlibet antecedentium ad augmenta sui supra cōsequentia sua similitudo proportionum.

¶ Vult q̄ si fuerit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. ⁊ ex hoc ego concludam ergo. a. b. ad. a. sicut. c. d. ad. c. q̄ iste modus arguendi dicatur euersa proportionalitas.

Diffinitio .16.

Equa proportionalitas dicitur quantitatibus plurimis propositis aliisq; secundum eundem numerum in vna proportione applicatis mediorum eq̄li numero remoto vtrorumq; extremorum similitudo proportionum.

¶ Diffinit equam ꝓportionalitatem que ad probandū propositum ad extra sumit. ⁊ uult q̄ si sumantur quotlibet quantitates ut. a. b. c. itemq; totidem alie siue sint eiusdem generis cum primis. siue alterius. ut. d. e. f. fuerintq; secunde in proportione primarum siue eodem ordine. ut si dicatur. a. ad. b. sicut. d. ad. e. ⁊ b. ad. c. sicut. e.

hic inferius. 18. 19. 20. 21. ibi. nō.

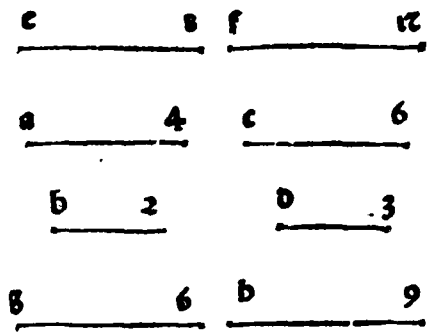
Diffinitio. xvij.

Ordinata proportio ē: cū fuerit ancedēs ad consequens: sicut ancedēs ad cōsequens: et consequens ad rem aliā: sicut cōsequens ad rem aliam.

Diffinitio. 18.

Inordinata proportio ē: cum fuerit ancedens ad consequēs: sicut ancedēs ad cōsequēs: et consequens ad rē aliā: sicut res alia ad antecedens.

ad.f. Siue ordine conuerso ut si dicatur.a.ad.b.sicut.e.ad.f.⁊.b.adec.sicut.d.ad.e.⁊.ex hoc concludatur.ergo.a.ad.c.sicut.d.ad.f.q̃ iste modus arguendi nocet equa ꝓportionalitas. ¶ Hoꝝ aũt.6.modorum arguendi qui dicitur species ꝓportionalitatis quatuor ꝓbat auctor in lra infra in isto.5. Permutatam quidem ꝓportionalitatem ꝓbat in.16.huius disiũctam uero in.17.coniũctam in.18.equam uero ꝓportiõalitatem demonstrat.in.22.⁊.23. Sed in.22.cũ q̃ntitates duoꝝ ordinũ eodẽ ordie sunt ꝓportiõales in.23.cũ ꝯo sunt ꝓportiõales ordine cõuerso. Cõuersam ꝯo ꝓportiõalitatẽ: aut euersam ñ demõstrat eo q̃ cõuersa patet ex diffinitiõe q̃ntitatum incõtinue ꝓportiõaliũ. Euersa aũt patet ex ꝑmutata adinuicẽ 19.ut sup eãdem.19.sumus dicturi.q̃lr aũt cõuersa ꝓportõalitas ex dione q̃ titatum incõtinue ꝓportionaliũ mãifesta sit demõstremus nũc. ¶ Sit ergo ꝓportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.uolo ergo demõstrare qd̃ erit.b.ad.a.sicut.d.ad.c. Sumat.e.ad.a.⁊.f.ad.c.eq̃ multiplicia. Silr quoq;.g.ad.b.⁊ b.ad.d.eq̃ multiplicia eritq; ꝑ cõuersionem diffinitiõis q̃ntitatum incontinue ꝓportionalium.ut.e.⁊.g.itemq;.f.⁊.h.similiter se habeãt in additione diminutione ⁊ equalitate. Intelligo nũc.b.ꝑmum.a.secũdum.d.tertium.c.q̃rtum. Sũptaq; sunt ad ꝑmum ⁊ tertium.g.⁊.h.eq̃ multiplicia. Itẽq; ad secũm ⁊ q̃rtum.e.⁊.f.eque multiplicia. Et qa multiplicia ꝑmi ⁊ secũdi q̃ sunt.g.⁊.e.similiter se hnt multiplicibus tertii ⁊ q̃rti q̃ sunt.h.⁊.f.adinuicẽ additiõe diminutiõe ⁊ eq̃litate.erit ꝑ dictam diffinitiõem ꝓportio b.ꝑmi.ad.a.secũdum sicut.d.tertii ad.c.q̃rtum qd̃ est ꝓpositum. Constat itaq; modus arguẽdi q̃ dr̃ cõuersa ꝓportionalitas. ¶ Huius aũt qnti libri ꝑncipia plurimis difficilima esse uñr equibusdã conclusiõibus quas ex ipsi demonstrat; magis ab intellectus distãtia. Nihil.n.ur̃ intellectui imediacius adherere.q̃ q̃ duaꝝ quarumlibet q̃ntitatum equalium sit ad tertiam quãlibet una ꝓportio: quod tñ huius quinti.septima demonstrat ex diffinitione incontinue ꝓportionalitatis q̃ ab intellectu ꝑmo ur̃ q̃ plurimum esse remota. Quis.n.non facilius duaꝝ quãtitatum eq̃lium ad aliquam tertiam eãdem esse ꝓportionem cõcedat.q̃.4.quãtitatum si multiplicia ꝑme ⁊ tertie eq̃liter sumpta multiplicibus secũde.⁊ q̃rte eq̃liter sumptis similiter se habuerint in additione diminutiõe ⁊ eq̃litate esse ꝓportionem ꝑme ad secũdam sicut tertie ad q̃rtam. Veꝝ si subtiliter intuemur liquido constabit nõ posse uniri intellectui q̃ ꝓportio duaꝝ quantitatũ equalium ad tertiam sit una.nisi ꝑ quid est esse ꝓportionem unam. Si.n. quis ignoret quid est esse ꝓportionem unam eãdem ꝓportionem alteri q̃ũo cognoscet duaꝝ q̃ntitatum eq̃lium esse eãdem ꝓportiõem ad tertiã. ¶ Indiget igitur ꝓculdubio intellectus anteq̃ illam q̃ uidebatur cõceptibilis ꝓpositio apprehendat huius rei que ꝑ ipsius diffinitionẽ habebitur cognitiõe.postmodum utꝝ ea diffinitio duabus quãtitatibus equalibus ad tertiam cõparatis cõueniat ꝑtractãtiõe.quod si diffinitio inuẽta fuerit illis quãtitatibus cõuenire cõcludet ꝓpositũ. Sin aũt oppositũ. Nõ ẽigit̃ Imediata propositio quã superficialis apprehensio imediatam indicauit. ¶ Similiter quoq; imediacius iudicat prima apphensio adherere intellectui q̃ duarum quãtitatum ineq̃lium maior est ꝓportio maioris eaꝝ ad aliam q̃ minoris ad eãdem. Quam demonstrat.8.huius.q̃ quod.4.quantitatum sit maior ꝓportio ꝑme ad secundam q̃ tertie ad quartam.cũ multiplicibus ad ꝑmam ⁊ tertiam equaliter sumptis. Itemq; aliis ad secundã ⁊ quartam ⁊ equaliter multiplex prime addit super multiplex secũde.⁊ multiplex tertie nõ addit sup multiplex quarte. ex quo que ꝑdicta est propositio demõstratur: sed similiter nec ipsa potest intelligi nisi ꝑ quid ẽ esse ꝓportionem maiore. ¶ I gitur oportuit euclidem q̃ quantitates dicũtur ꝓportionales: ⁊ q̃ improportionales diffinire. Proportionales aũt sunt q̃rum ꝓportio una est. ⁊ Improportionales quaꝝ ꝓportiones diuerse. Itaq; diffiniuit quantitates quaꝝ proportio una. ⁊ eas in quibus cõnecluntur extrema nõ dissociatis mediis quas uocauit continue proportionales. ⁊ dixit hanc ꝓportionalitatem in tribus terminis ad minus existere.ꝑ hoc



• Extensa proportio ẽ: qn̄ fuerit sicut ãcedẽs ad ꝓsequẽs: sic ãcedẽs ad ꝓsequẽs: fuerit aũt et sicut cõsequẽs ad rẽ aliã: sic consequens ad rẽ aliam.

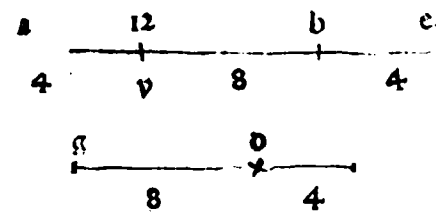
Diffinitio . 19 .

• perturbata aũt ꝓportio ẽ: qn̄ ꝑ existentibꝫ magtudinib: ⁊ alijs eis ęqlib multitudine: fit sic qd̄ ꝑ ꝑmis magtudinib ãcens ad ꝓsequens: sic ꝑ secũdis magtudinib ãcens ad sic aũt ꝑ ꝑmis magtudinib ꝓsequens ad rẽ aliã: sic ꝑ secũdis res alia ad ãcedens

q̄ unum saltem bis sumēdum ē medium. ¶ Et eas in quibus accidit ĩter ruptio mediorũ: ꝗ hec sunt incōtinue ꝓportionales ꝗ hec ꝓportionalitas ad minus exigit q̄tuor terminos ꝑꝑ alterius medii sumptionē. ¶ Et diffiniuit ēt quātitates q̄ sunt improportionales. quaꝝ est maior una ꝓportio quā sit alia. Et si eēt oīs proportio scita siue rōalis. tūc facile eēt intellectui cognoscere q̄ proportiones eēnt una ꝗ q̄ diuerse. ¶ Que. n. haberent unam denominationem eēnt una. q̄ aūt diuersas diuerse. hec aūt facilitas manifesta est ex arithmetica qm̄ omnium numerorum proportio scita ꝗ rōalis est. Vñ Iordanus in scd̄o arithmetice sue diffiniēs q̄ proportiones sunt eedem ꝗ q̄ diuerse. dicit easdem eē que eādem denominationem recipiunt. Maiorem ꝟo q̄ maiorē ꝗ minorem q̄ minorem. Sed infinite sunt ꝓportiones. irrōales q̄rum denoīatio scibilis nō ē. ¶ Quare cū Euclides consideret in hoc libro suo proportionalia cōiter non contrahēdo ad rōales uel irrōales qm̄ considerat proportionem reꝑtam in continuis q̄ cōis ē ad istas. Non potuit diffinire idemptitatem proportionū ꝑ idēptitatem denominatiōum. sicut arithmeticus: eo ꝙ multarum proportionum ut dcm̄ est sunt denominationes simpliciter ignote. diffinitionē aūt oportet fieri ex notis uñ malicia proportionum irrationaliū coegit Euclidem talēs diffinitiones ponere. ¶ Quia ergo non potuit ut patet ex ꝑmissis diffinire proportionalitatem siue idemptitatem proportionum. ꝑ idemptitatem habitudinum. siue denominationum ipsorum terminorum ꝑꝑ irrationalitatē habitudinū ꝗ inconuenientiam terminorum coactus est refugere ad terminorum multiplicia. ut ex illorum habitudinibus quātum ad excessum ꝗ eq̄litatē consideratis equis numerositatibus sumptoꝝ ꝑ qđ ad naturam irrationalitatis reducūtur propositam diffinitionem uenet. ¶ Nihil. n. in quocunq; ineq̄litatis genere terminis magis idem q̄ eorum multiplicia. nec terminorum habitudinibus. q̄ multipliciū habitudo. ¶ Et quia proportio ē duarū quātitatum eiusdē generis certa habitudo. considerata in eo ꝙ sunt eq̄les aut ꝙ altera maior. ideo idemptitas proportionū entium inter ꝑmam. 4. quātitatum ad scd̄am ꝗ tertiam ad q̄rtam ē similis eq̄litas ꝑme ad secūdam. ꝗ tertie ad q̄rtam. aut similis maioritas. aut similis minoritas. hec aūt similis eq̄litas. aut similis maioritas. aut similis minoritas. tūc ē inter q̄tuor q̄slibet quantitates cum est inter oēs earum eq̄liter multiplices. ¶ Qđ ergo dicit in quinta diffinitione. quantitates que dicunt continuam proportionalitatem hr̄e ꝗ cetera: ac si diceret. oēs illas quantitates uoco continue proportionales quod est eas similiter esse equales continue ꝗ similiter continue esse maiores. ꝗ simliter continue esse minores quarum omnes eque multiplices. aut sibiinuicem sunt. similiter cōtinue equales. uel similiter continue maiores. uel similiter continue minores quod est etiam ipsas multiplices esse continue proportionales quod si hoc alicubi in multiplicibus dissonat eas dico non esse continue proportionales.

¶ Quod autem dicit in sexta diffinitione. Quantitates que dicuntur esse ꝑm ꝓportionem unam prima ad scd̄am ꝗ tertia ad quartam. ꝗ cetera: ac si diceret oēs. 4. quantitates uoco incontinue proportionales. ꝗ se habere primam ad secundam sicut tertia se habet ad quartam: quod est ꝑmam ad secūdam. ꝗ tertiam ad quartam similiter se habere inequando aut addendo aut minuendo. quarum omnes eque multiplices prime ꝗ tertie ad omnes eque multiplices secunde ꝗ quarte. similiter se habent aut inequando. aūt addēdo aut minuendo quod est etiam multiplices prime in eadem proportione se habere ad multiplices secunde. in qua multiplices tertie se habent ad multiplices quarte. quod si hoc alicubi dissonat in multiplicibus. dico non eē proportōem prime ad secundam sicut tertie ad q̄rtam. ¶ Qđ aūt dicit in. 8. diffinitiōe ē ac si diceret maiorem ꝓportionem uoco. 4. quātitatum ꝑme ad scd̄am q̄ tertie ad q̄rtā qđ ē ꝑmam magis excedere scd̄am q̄ tertia excedat q̄rtam. quarū aliq̄ ex multiplicibus prime addit suꝑ aliquā ex multiplicibus scd̄e aliq̄ ex multi

plicibus tertie sumpta secundum numerationem multiplicis p̄me nō ad dēte sup̄ aliquē ex multiplicibus q̄rte: sumpta s̄m numerationē multiplicis scd̄e. qd̄ est esse maiorem ꝓportionem multiplicis p̄me ad multiplicē scd̄e. q̄ multiplicis tertie ad multiplicem q̄rte. ¶ Diffinitiones aūt istas nixi sunt aliqui demonstrare. quorū Ametus filius Ioseph tētauit eas demonstrare in epistola sua quā de ꝓportione ⁊ proportionalitate composuit. ⁊ accepit tria ꝑ modū positionis tāq̄ p̄ncipia q̄ dicit eē ꝑ se nota ⁊ ꝓbatione non indigere. ¶ Quorū p̄mum ē qd̄ si fuerint. 4. quantitates. q̄rū sit ꝓportio p̄me ad scd̄am sicut tertie ad q̄rtā. erit ecōuerso ꝓportio scd̄e ad p̄mam sicut q̄rte ad tertiā. ⁊ hic ē modus arguēdi quē uocauit sup̄ius Euclides cōuersam ꝓportionalitatē. ⁊ errauit qm̄ dixit ꝓpositionem eē ꝑ se notā. cuius añs ⁊ consequēs sunt ignota. Ignotū ē. n. qd sit eē ꝓportionem p̄me quātitatis ad secūdam sicut tertie ad q̄rtam. q̄re hoc ignoto posito īpossibile est intelligere quid ex ipso sequat̄. ¶ Similiter quoq; quia cōsequens ē ignotū. impossibile ē intelligere quid ad ipsum añdat. ¶ Secūdum p̄ncipium eius fuit: q; si fuerint. 4. quātitates quarum sit proportio p̄me ad scd̄am sicut tertie ad q̄rtam. si p̄ma sit maior scd̄a: erit tertia maior q̄rta: ⁊ si minor minor. ⁊ si eq̄lis eq̄lis. ¶ Tertium fuit q; si fuerint 4. quātitates q̄rum sit ꝓportio p̄me ad secūdam sicut tertie ad q̄rtam. erit p̄me ad quodlibet multiplex secunde: sicut tertie ad aliquod eque multiplex ex multiplicibus q̄rte: ⁊ accidit sibi in istis duobus p̄ncipiis idē pcm̄ quod accidebat in p̄mo. Accepit. n. ī oībus ignota similiter tāq̄ nota. q̄re non demonstrauit. ¶ Peccauit ēt in secūda demonstratione ⁊ in tertia ⁊ in quinta. in q̄rum qualibet arguit ex. 8. uel ex. 10. huius q̄ probātur ex diffinitione in continue proportionalitatis. ¶ Arguit. n. sic si proportio. a b. ad. e. ē maior q̄. g. ad. d. sit ergo. u. b. ꝑtis. a. b. ad. e. sicut. g. ad. d. ꝑ quod appet ipsum supponere q; duarum quātitatum. a. b. ⁊. u. b. ineq̄lium relatarū ad. e. maior maiorem ⁊ minor minorē ad ipsam optinet ꝓportionē uel q; quātitas q̄ ad. e. hēbit minorē proportionem q̄ habeat. a. b. erit minor. a. b. quorū p̄mū demonstrat. 8. huius. ⁊ scd̄m. io Nā cū uolueris summere quātitatem q̄ se habeat ad. e. in ꝓportione. g. ad. d. dabo tibi maiorem aut minorem aut equalem. a. b. indifferenter sicut uoluero. quare aūt non demonstrat aut accidit sibi circulus ⁊ principia esse ignotiora cōclusionibus. ¶ Supponenda sunt igitur cum Euclide p̄ncipia tanq̄ nota. ⁊ non ipsa ex conclusionibus, sed conclusiones ex ipsis demonstrande sunt.



¶ Castigator.

a ¶ Ex quo ꝓportionalitas ē similitudo ꝓportionum sequit̄ q; ꝓportiones similes sunt q̄rum eadē ē denomiatio ut dupla. Et dupla tripla ⁊ tripla ⁊c. medietas triple ⁊ medietas triple igr̄ ꝓportionum rōalium. Tales aūt due ꝓportiōes aut cōicant in uno termio aut nō: ex primo fit ꝓportionalitas cōtinua ⁊ ē illa q̄ ad minus ē ī tribus terminis cōstituta. ubi ꝟo media sunt diuersa sicut. a. ad. b. ita. c. ad. d. ¶ Cōtigit aūt in eisdē terminis unā ꝓportionem inferri ex alia multis modis cū fuerit ꝓportionalitas qua ꝑꝑ Euclides ponit. 6. mōs siue spēs ⁊ ut ibi dr̄ sunt quidā modi arguēdi quorum p̄mus dr̄ cōuersa: scd̄s ꝑ mutata: tertius coniūcta: q̄rtus disiūcta: quītus euersa: sextus eq̄. Et iste modus arguēdi req̄rit adminus duas ꝓportiōalitates sicut ⁊ ꝓportionalitas requirit duas ꝓportiones quia una añs alia ꝟo q̄ infertur uocatur consequēs ⁊ q̄nq; ipsi termini añcedētia: ⁊ cōsequentia ⁊ q̄ p̄or ē in proportione uocatur añs. posterior ꝟo in q̄libet ꝓportione uocatur cōsequēs: ⁊ sic accipiēs noīa in descriptionibus seq̄ntibus. uñ cōuersa ꝓpotionalitas sb̄ aliis ꝟbis ē cum ex añcedētibus fiūt cōsequētia ⁊ econuerso ordine cōuerso ut sic arguēdo sicut. a. ad. b. ita. c. ad. d. igr̄ ecōuerso sicut. d. ad. c. ita. b. ad. a. hic. n. a. ⁊. c. sunt p̄mo añcedentia ⁊ postea consequētia ⁊ econtra est de. b. ⁊. d. istud idē patet in numeris accipiēdo 6. ⁊. 4. 3. ⁊. 2. ⁊ idē ē in magnitudinibus siue sint cōmēsurabiles siue non cōmēsurabiles. n. se hn̄t mō nūeroꝝ incōmensurabiles patet si intelligas ꝑ

q̃drati pui p.e.eius diametri p.b.latus magni q̃drati.p.a.eius diametri uel ē sicut.a.ad.b.ita.c.ad.d.⁊ ex h̃ sequit q̃ sicut.d.ad.e.ita.b.ad.a.⁊c.

¶ Permutata ꝓportio dr̃ cũ ex añcedẽte secũde ꝓportionis fit cõsequens prie ⁊ ex cõseq̃nte ꝑme añs scde ita.s.arguẽdo sicut.a.ad.b.ita.c.ad.d.igr̃ ꝑmutatim sicut.a.ad.c.añs.ad añs ita.b.ad.d.cõseq̃ns ad consequẽs ⁊ tenet consequẽtia siue ꝑ has lr̃as intelligas numeros sine magnitudines cõmẽsurabiles sine incõmẽserabiles. A summit aũt iste modus arguendi in aliis scientis ⁊ aduersas materias trahit sed quomodo in alia materia valet ⁊ qũo nõ difficultatem hẽt ⁊ alibi uideri dẽt in isto scdo modo arguẽdi ꝓportionalitas composita ex ꝓportiõibus irrõnalibus põt inferri ex ꝓportionalitate cõposita ex ꝓportionibus rõalibus ⁊ econuerso quia sequitur sicut costa maior ad suam dyametri sic costa mior ad suam diametri. igr̃ sicut costa ad costã ita dyameter ad diametri sed possibile ē q̃ costa sit dupla ad costã ⁊ tũc sequitur q̃ dyameter sit dupla dyametri: hoc aũt nõ accidit in ꝑmo mõ ⁊ cã est quia si añs ē in isto ex ꝓportiõe maioris inequalitatis cõsequens erit ex proportione minoris inequalitatis ⁊ econuerso: semp aũt in eisdem terminis cũ ꝓportiõe maioris inequalitatis est rõalis ẽt erit ꝓportio rõnalis minoris inequalitatis ⁊ ecõuerso noia.n.non diferunt nisi ꝑ hanc ꝓpositionem.ſ.⁊c. Sequitur tertia.s.coniũcta ꝓportiõalitas sub aliis ꝓbis. Coniũcta ꝓportionalitas dr̃ quotiẽs a diuisis arguitur ad coniũctiones si enim ut.a.ad.b.ita.c.ad.d.igitur cõiungẽdo terminos tenet sicut.a.b.ad.b.ita.c.d.ad.d.eodẽ ordine ꝑuato. ¶ Quarta sub aliis ꝓbis. Disiũcta uero est cum econuerso.s.a cõiunctis terminis ad eosdem diuisos arguitur ut sicut.a.b.ad.b.ita.c.d.ad.d.igitur sicut.a.ad.b.ita.c.ad.d.⁊ in istis seruatur idem ordo in terminis i quibus fiat illatio ut añs ⁊ suũ cõsequẽs cõiũgant.⁊c. ¶ Sequitur euersa sub aliis ꝓbis euersa ꝓportio ē a diuisis uel simplicibus terminis ad cõiũctos sine cõpositos nõ eodẽ ordine sed cõuerso fit illatio ut sicut arguebat.a.ad.b.ita.c.ad.d.igr̃.sicut.d.ad.c.ita.b.a.ad.a.⁊ differt a cõiũcta qa i illa arguebat ad cõsequẽtia i ista ad añtia. Et iõ uocat euersa ⁊ ꝑt eē duplex uel euersa cõiũcta uel euersa disiũcta ꝑmiscẽdo eã cũ duabꝰ ꝑpẽbus ꝑdictis. Et ꝑfit multi alii modi arguẽdi ex ꝑmistione hay regulay formari uel fieri ⁊c. ¶ Eq̃ ꝓportionalitas sub aliis ꝓbis ē duabus multitudinibus q̃titatũ ꝓpositis ⁊ sibi in similitudine ꝓportionum correspondentibus subtractis mediis primay ad ultimas in bitudine ꝓportionis similitudo sic arguẽdo sicut.a.⁊.b.⁊.c.iter se ita.d.⁊.e.⁊.f.inter se igitur sicut.a.ad.c.ita.d.ad.f. Et isti sunt modi arguẽdi utiles i.oi q̃titate ⁊ i oibꝰ ꝓportiõibus potes ꝑtere oẽs has cõsequẽtias ꝑter ultimã q̃ adminus sex terminos regrit uñ si fuerit q̃tuor q̃titates ꝓportionales cõuersim erũt ꝓportionales ⁊ ꝑmutatim ⁊ cõiũctim ⁊ euersim ⁊ rursus diuisim seu disiũctim h̃ dico q̃ diuersa oportet ꝓcedẽr cõiũctim ut patet ex descriptiõe. Gñalis aũt forma arguẽdi in oibus istis ꝑt eē talis uidelicet sicut p⁷.ad.2⁷.ita.3⁷.ad.4⁷.igr̃ sicut.4⁷.ad.3⁷.ita.2⁷.ad p⁷.ut sic i cõuersa uel sic igr̃ sicut p⁷.ad.3⁷.ita.2⁷.ad.4⁷.ut sic in ꝑmutata ⁊ sic i aliis.⁊ tũc sub iferi sed ꝑmi ad.3⁷.ē ꝓportio talis uel talis igit̃ scdi ad.4⁷.est ꝓportio consimilis ibi arguit̃ in ꝑmutata ⁊ ita suo modo est in aliis arguẽdũ. Aſt.th in tertio topicoy utit̃ tali mõ arguẽdi in ꝓportione ꝑmutata uidilicet sicut p⁷.ad scdm ita tertiũ ad q̃rtum igr̃ ꝑmutatim sicut primum ad.3⁷.ita.2⁷.ad.4⁷.sed p⁷.supat plus.3⁷.q̃.3⁷.4⁷.supat igr̃.2⁷.plus supat.4⁷.q̃ idẽ.3⁷.supat.4⁷. Ex⁷.summãtur isti numeri.6.⁊.4.3.⁊.2.⁊ arguatur sic sicut.6.ad.4.ita.3.ad.2.quia utrobiq̃ est ꝓportio sexquialtera. igitur sicut.6.ad.3.ita.4.ad.2.quia utrobiq̃ est ꝓportio dupla sed sic se hẽt 6.ad.3.q̃ supat plus q̃.3.supant.2.qa supatio.6.ad.3.ē ꝑm ꝓportionẽ duplã sed.3.ad.2.ꝑm ꝓportionem sexquialteram.proportio autem dupla maior ē ꝓportione sexqualtera igr̃ sic se hñt.4.ad.2.q̃ supant.2.plus q̃.3.supant.2. ut prius. Tenet aũt ista forma ꝑ hoc q̃ proportio primi ad.3⁷.⁊ ꝓportio secundi ad.4⁷.sunt equales sicut concluditur per generalem formam arguendi: igitur quecunq̃ proportio est altera maior ⁊ altera.⁊c.

Propositio .1.

Si fuerit quotlibet quantitates alias totides eque multiplices. aut singule singulis equales necesse ē quemadmodum vna illarum ad sui comparem. totum quoq; ex his aggregatum ad omnes illas pariter acceptas similiter se habere.

¶ Sint quotlibet quātitates q̄ sint. a. b. c. aliarum totidē que sint. d. e. f. eque multiplices una queq; ad sui compar. aut singule sint singulis eq̄les. ita videlicet q̄ sicut ē multiplex. d. ita. b. est multiplex. e. ꝗ c. multiplex. f. vel si. a. ē eq̄lis. d. q̄ similiter. b. sit eq̄le. e. ꝗ. c. eq̄lis. f. dico q̄ sicut se habet. a. ad. d. ita se habet aggregatum ex oibus que sunt. a. b. c. ad aggregatum ex oibus que sunt d. e. f. ¶ Quod si singule singulis sint eq̄les patet ꝓpositum per hanc cōem sciam si eq̄libus equalia addantur tota quoq; erunt equalia. ¶ Si autē sint oēs suis compibus eque multiplices diuisis eis ſm quantitatem suarum submultiplicium: erit aggregatum ex ꝑma ꝑte. a. ꝗ. prima. b. ꝗ ꝑtia. c. eq̄le aggregatū ex. d. e. f. ꝑ predictā cōem sciam adiunctis illis que eidem sicut equalia totiēs ꝑ sunt equalia. ¶ Similiter quoq; aggregatum ex secūdis ꝑtibus quantitatum. a. b. c. erit equale aggregato ex. d. e. f. sicq; ita ceteris: ꝗ quia hoc poterit totiēs fieri quotiens. d. continet in. a. erunt eq̄le aggregatū ex. d. e. f. totiēs continentur in aggregato ex. a. b. c. quotiēs. d. cōtinet i. a. Quia ergo quotiēs. d. numerat. a. totiēs aggregatū ex. d. e. f. numerat aggregatū ex. a. b. c. patet q̄ sicut. a. ē multiplex ad. d. ita aggregatū ex. a. b. c. aggregati ex. d. e. f. q̄d ē ꝓpositū.

¶ Castigatio.

a ¶ Quia oportet oēs partes cuiuslibet multiplicis ꝑbare prius adinuicē ēē eq̄les pillam. q̄ uniusquisque. ꝗm. q̄libet illarum. eqhur fuit. b. multiplicis ꝗ tūc ꝑ aliam cōem sciam si equalibus. ꝗ. cōpōnē do eis in ordine multiplicium.

Propositio .2.

Si fuerint sex quātitates. quarum prima ad secūdam atq; tertia ad quartam eque multiplices. quinta ꝛo ad secundam atq; sexta ad quartam eque multiplices: totum prime ꝛ quinte ad secūdam. totumq; tertie ꝛ sexte ad q̄rtū eque multiplicia esse oueniet.

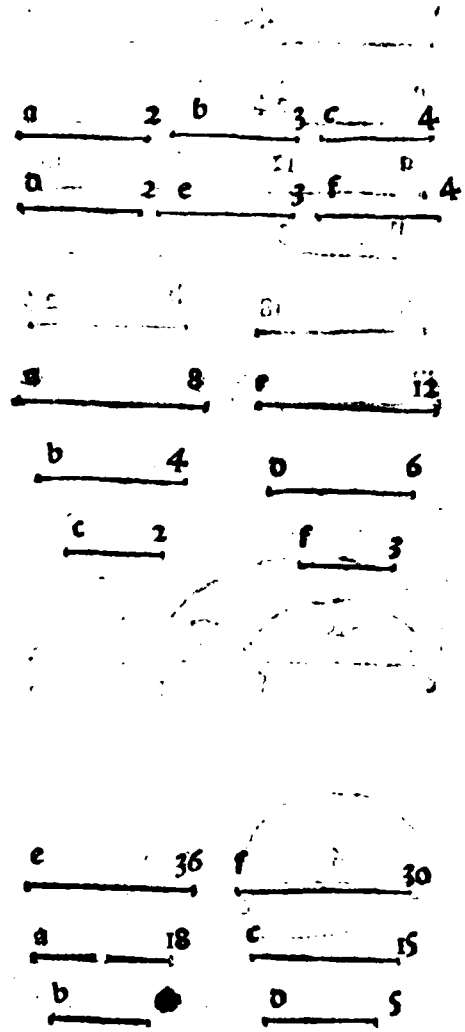
¶ Sint sex quantitates. a. prima. b. secūda. c. tertia. d. q̄rta. e. quinta. f. sexta: ¶ Sitq; a. ꝗ. c. eque multiplices ad. b. ꝗ. d. itēq; e. ꝗ. f. sint eq̄ multiplices ad easdem dico q̄ sicut totū aggregatū ex. a. ꝗ. e. ē multiplex ad quātitatem. b. ita totū aggregatū ex. c. ꝗ. f. est multiplex ad quantitatem. d. Nam quia numerus ſm quē. b. continet in. a. est eq̄lis numero ſm quem. d. cōtinetur in. c. Similiter quoq; numerus ſm quē. b. cōtinet in. e. est equalis numero ſm quē. d. continet in. f. erit ꝑ cōem sciam que est: si equalibus equalia addant ꝗ cetera. numerus ſm quem. b. continet in aggregato ex. a. ꝗ. e. eq̄lis numero ſm quē. d. cōtinet in aggregato ex c. ꝗ. f. q̄re sicut aggregatū ex. a. ꝗ. e. ē multiplex ad. b. ita aggregatum ex. c ꝗ. f. ē multiplex ad. d. q̄d ē ꝓpositū.

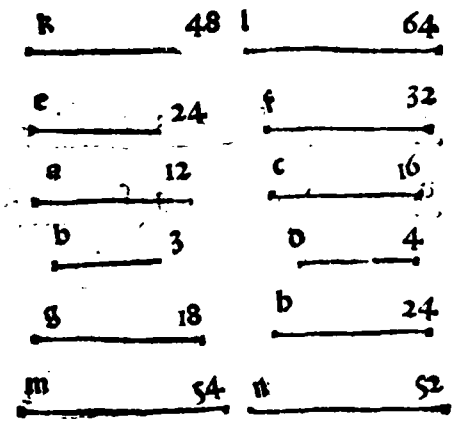
Propositio .3.

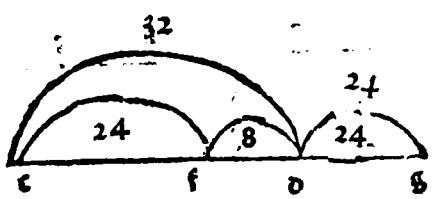
Si fuerint primum secūdi ꝛ tertium quarti eque multiplicia: ad primum vero ꝛ tertium multiplices sumantur equales erūt multiplex primi ad secūdus atq; multiplex tertij ad quartus eque multiplicia.

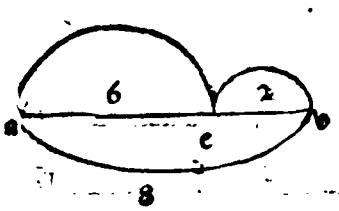
¶ Sint sex q̄ntitates. a. ꝑma. b. secūda. c. tertia. d. quarta. e. q̄nta. f. sexta. Sitq; a. ad. b. ꝗ. c. ad. d. itēq; e. ad. a. ꝗ. f. ad. c. eq̄ multiplices. dico q̄ sic. e. ē multiplex. ad. b. ita. f. ad. d. Diuidat. n. e. ſm q̄ntitatē. a. sui submultiplicis ꝗ. f. ſm quātitatem. c. eritq; ꝑ equalitatem ꝑtium. e. ad. a. ꝗ ꝑtium. f. ad c. ut quelibet ꝑtium. e. sit ita multiplex ad. b

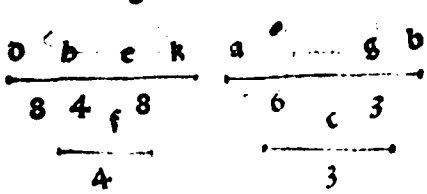
a sicut q̄libet ꝑtium. f. ad. d. Quia ergo sicut prima ꝑs. e. est multiplex[a] ad b. ita prima ꝑs. f. ē multiplex ad. d. Itemq; sicut secūda pars. e. est multiplex ad. b. ita secūda. f. ad. d. ergo erit ꝑ premissam aggregatum. ex duabus ꝑmis ꝑtibus. e. ita multiplex ad. b. sicut aggregatum ex duabus ꝑmis ꝑtibus











f. ad. d. ꝗ quia rursus tertia pars. e. si sit aliqua tertia pars: ē ita multiplex ad. b. sicut tertia. f. ad. d. erit ꝑ eādem ut totū aggregatū ex tribus primis partibus. e. sit ita multiplex ad. b. sicut totum aggregatū ex tribus primis partibus. f. ad. d. ¶ Sicq; si plures fuerint partes. e. ꝗ. f. cōponendo semꝑ sequentem cū aggregato ex prioribus concludens ꝙ sicut. e. est multiplex ad. b. ita. f. ad. d. per premissam totiens sumptam: quot fuerint partes in e. aut ꝗ in. f. minus una: sicq; patet popositum. Castigator. b

a ¶ Quia tunc prima pars. e. tenet locum prime ꝗ prima pars. f. tenet locum tertie. ꝗ secūda. e. tenet locum quinte. ꝗ secunda. f. tenet locū sexte. ꝗ ideo per premissam concluditur totius. e. ad. b. sicut totius. f. ad. d. ꝗ eodem modo ulterius ad alias partes si que forent. b ¶ Quoniam semper aggregatum ex partibus. e. habebit locum prime ꝗ semper sequens pars. e. habebit locum quinte. ꝗ aggregatum ex partibus. f. tenebit locum tertie ꝗ semper pars succedens. f. tenebit locum sexte. ꝗ ideo per premissam totiens repetitam quotiēs fuerint ꝑtes. e. minus una: aut i. f. ꝗ c.

Propositio. 4.

Si fuerit ꝓportio primi ad secundum: sicut tertii ad quartum: ad primum autē ⁊ tertius eque multiplicia assignentur. Itemq; ad secundum ⁊ quartum multiplices equales erūt assignate multiplices eodem ordine ꝓportionales. a

¶ Sit proportio. a. primi ad. b. secundū. sicut. c. tertii ad d. q̄rtum. Sumanturq; e. ad. a. ꝗ. f. ad. c. eque multiplicia. Itemq; g. ad b. ꝗ. h. ad. d. eque multiplicia: dico ꝙ proportio. e. ad. g. est sicut. f. ad h. ⁊ Sumā. k. ad. e. ꝗ. l. ad. f. eque multiplicia. itēq; m. ad. g. ꝗ. n. ad. h. eque multiplicia. ꝗ quia. e. ꝗ. f. sunt eque multiplicia ad. a. ꝗ. c. itēq; k. ꝗ. l. eque multiplicia ad. e. ꝗ. f. erūt ꝑ premissam. k. ꝗ. l. eque multiplicia ad. a. ꝗ. c. ⁊ Per eādem quoq; erūt. m. ꝗ. n. eque multiplicia ad. b. ꝗ. d. quare per conuersionem diffinitionis incōtinue ꝓportionalitatis. k. ad m. ꝗ. l. ad. n. similiter se habebunt in addendo diminuendo ꝗ equādo: quia ergo. k. ꝗ. l. sunt eque multiplicia ad. e. ꝗ. f. itemq; m. ꝗ. n. eq̄ multiplicia ad. g. ꝗ. h. erit per diffinitionē incontinue ꝓportionalitatis proportio. e. ad. g. sicut. f. ad. h. quod est propositum.

Propositio 5.

Si fuerint due quantitates: quarū vna sit pars alterius minuaturq; ab vtraq; ipsarum ipa pars erit reliquum reliquo atq; totum toti eque multiplex.

¶ Vel sic si aliquota erit reliquū reliqui tota ꝑs erit quota totū totius. Sit quantitas. a. b. tota pars quātitatis. c. d. quota. e. b. ipsius. a. b. minuaturq; a. b. ex quantitate c. d. ꝗ sit residuum. f. c. eritq; f. d. equalis. a. b. Similiter quoq; minuat e. b. ex quantitate. a. b. sitq; residuū. e. a. dico ꝙ quota ꝑs est q̄titas. a. b. quātitatis. c. d. tota est quātitas. a. e. quātitatis. c. f. ⁊ Cū. n. f. d. si eq̄lis a. b. erit. f. d. ita multiplex. e. b. sicut. c. d. ē multiplex. a. b. ponā itaq; d. g. ita multiplicem. a. e. sicut. f. d. est multiplex. e. b. eritq; ex ꝑma huius q̄titas. f. g. ita multiplex. a. b. sicut. f. d. est multiplex. e. b. ꝗ qa sic fuit. c. d. multiplex. a. b. sicut. f. d. fuit multiplex. e. b. erit utraq; duaꝝ q̄titatū. c. d. f. g. eque multiplex quātitatis. a. b. q̄re ꝑ cōem sciam. c. d. ꝗ. f. g. sunt eq̄les adinuicē: dempta igr̄ ab utraq; eaꝝ quātitate. f. d. erit. c. f. eq̄lis. d. g. ꝗ quia. d. g. fuit ita multiplex. a. e. sicut. f. d. e. b. ꝗ iō sicut. a. b. e. b. q̄re ꝗ sicut. c. d. a. b. erit. c. f. ita multiplex. a. e. sicut tota. c. d. totius. a. b. qd est ꝓpositum.

Propositio 6.

Si fuerint due quantitates ad alias duas eque multiplices: dueq; minores a duabus maioribus vtraq; a sua multiplice subtrahantur. erūt duo reliq̄ earundē partiū eque multiplicia. aut eis equalia.

¶ Sint quātitates. a. b. ad. c. ꝗ. d. e. ad. f. eque multiplices

subtrahãtur, c. ex. a. b. & f. ex. d. e. & sint residua ex. a. b. quidẽ. a. g. ex. d. e. d. h. erit q. g. b. eq̃lis. c. & h. e. eq̃lis. f. dico q. duo residua. a. g. & d. h. erunt equalia duabus quantitatibus. c. & f. aut eis eque multiplicia. ¶ Sit ergo primo. a. g. eq̃lis. c. dico q. d. h. est equalis. f. Sumã. n. quantitatẽ. e. k. eq̃ k. f. erit q. p̃ premissas ypothes. ut totiẽs. f. sit in. h. k. quotiẽs. c. in. a. b. q̃re sicut. a. b. est multiplex. c. ita. h. k. ẽ multiplex. f. sed sic erat ẽt. d. e. multiplex eius dẽ. f. erit igr̃ per cõem sciam. h. k. eq̃lis. d. e. dempta igr̃ cõi ea rũ quantitate. h. e. erit. d. h. equalis. e. k. q̃re equalis. f. qd̃ ẽ ꝓpositũ. ¶ Si aũt. a. g. sit multiplex. c. ponã. ut. e. k. sit eque multiplex. f. erit q. ut prius ut totiens. f. sit in. h. k. quotiẽs. c. in. a. b. Sed totiẽs erat ẽt in. d. e. erit igit̃ ut prius. d. e. equalis. h. k. & d. h. e. k. q̃re sicut. a. g. est multiplex. c. ita. d. h. est multiplex. f. q. est ꝓpositũ. Aliter idẽ. ¶ Cũ ꝑm eũdem numer. cõtineat q̃titas. a. h. quantitatem. c. ꝑm quẽ q̃titas. d. e. quãtitatẽ. f. demptaq. ab utrisq. unitate remãeat unitas uel nũerus ꝑm quẽ. a. g. cõtinet. c. & ꝑm quẽ d. h. cõtinet. f. patet quãtitates. a. g. & d. h. ee eq̃les aut eq̃ multiplices quãtitatibus. c. & f.

¶ Castigator.

a ¶ Cũ. a. g. posita sit eq̃lis. c. sequit q. c. bis ẽ. in. a. b. & similiter. f. bis ẽ in b. k.

Propositio 7.

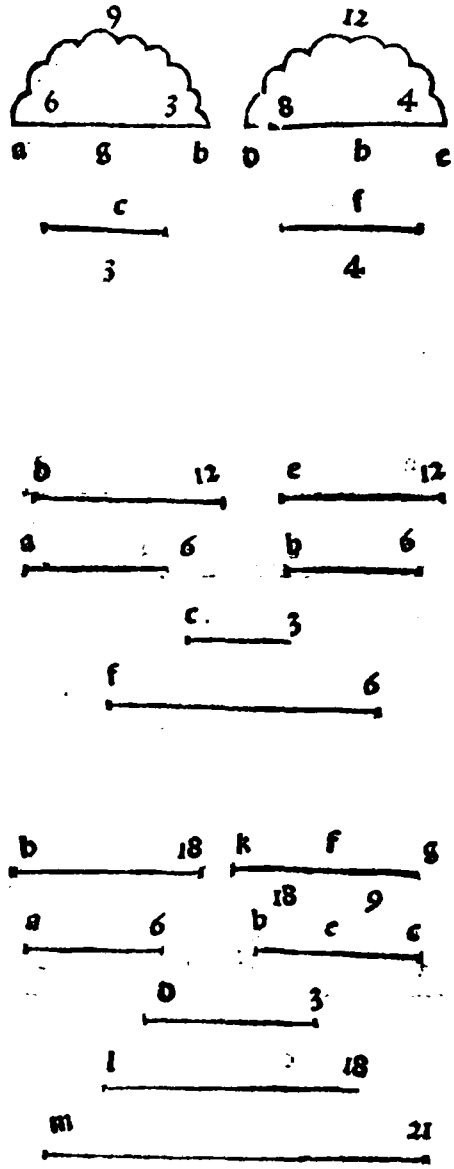
Si due quantitates eq̃les ad q̃libet cõparentur earum ad illam erit vna proportio. itemq; ad illas, proportio illius vna est.

¶ Sint due quãtitates. a. b. equales. que cõparent ad quãlibet tertiã. ut ad. c. dico q. eadẽ est ꝓportio. a. ad. c. & b. ad. c. ¶ Itẽq. eadẽ. c. ad. a. & c. ad. b. Primã sic ꝓbat. cũ. n. c. sit cõsequens ad. a. primã & ad. b. tertiã ipsa. erit in rõne secunde & q̃rte. Sumã igr̃. d. ad. a. primã. & e. ad. b. tertiã eque multiplices. & sumã. f. quãlibet ex multiplicibus. c. que ẽ secũda & quarta. & quia. a. & b. quaꝝ sũt eq̃ multiplices. d. & e. posite sunt eq̃les erit. ut si. d. dividatur ꝑm quantitatẽ. a. & e. ꝑm quãtitatẽ. b. q. ptes utrobiq. sunt numero & quãtitate eq̃les. numero quidẽ ꝑ ypothesim ꝑꝑ equalitatem multiplicatiõis utrobiq. quãtitate aũt ꝑ hãc cõem sciam quotiens oportuerit repetitam. que eidẽ sunt equalia sibiinuicẽ sunt equalia. quia igr̃ prima ex ptibus. d. est equalis ꝑme ex pribus. e. & secunda secũde. & cetere ceteris. Suntq. tot partes in. d. quot sunt in. e. erit per primã huius. d. equalis. e. q̃re ꝑ cõem sciam. si due quãtitates equales cõparẽtur ad aliã tertiam. aut ambẽ quãtitates. d. & e. sunt similiter maiores. f. aut similiter minores. aut sibi equales. igr̃ ex diffinitione incõtinue ꝓportionalitatis. q. est ꝓportio. a. prime ad. c. secũdã. eadẽ est. b. tertie ad. c. quartã qd̃ est ꝓpositum. ¶ Secundũ eodẽ modo ꝑ babis ordine conuerso. ut. c. ponatur prima & tertia. a. uero secunda. b. q̃rta. Cũ uero quãtitas. f. q. est eq̃ multiplex ꝑme & tertie sit aut similiter maior quãtitatibus. d. & e. que sunt eque multiplices secũde & quarte. aut similiter minor aut eis equalis. erit ꝑ eandẽ diffinitionẽ proportio. c. ꝑme ad. a. secũdã. sicut. c. tertie ad. b. quartã. quod est propositum secundum.

Propositio .8.

Si due quantitates inequales ad vnam quantitatẽ proportionentur. maior quidem maiorem. minor uero minorem obtinebit proportiones. illius vero ad illas ad minorem vero proportio maior. ad maiorem vero minor erit.

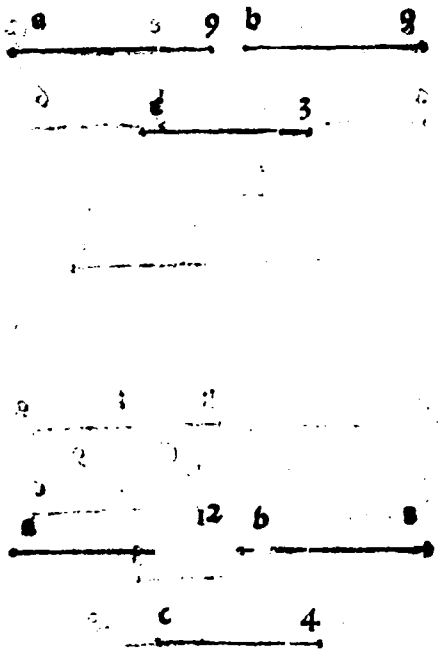
¶ Sint due quantitates inequales. a. & b. c. sitq. maior. b. c. & ꝓportionẽtur ad eandẽ quantitatẽ que sit. d. dico q. maior ẽ ꝓportio b. c. ad. d. q̃ a. ad. d. & q. ecõtrario maior ẽ. d. ad. a. q̃ d. ad. b. c. Primũ sic ꝑ bat. ponã. e. b. equalẽ. a. & multiplicabo totiens. e. c. q. pueniat quantitas
8 maior. d. sitq. f. g. & summã. k. f. ita multiplicẽ. b. e. & similiter. h. ita multiplicẽ. a. sicut. f. g. ẽ multiplex. e. c. erit q. ꝑ primã huius. h. ita muliplex. a. sicut. k. g. ẽ multiplex. b. c. erit ẽt. h. equalis. k. f. ꝑꝑ hoc q. eaꝝ submultiplices que sunt. a. & b. e. posite sunt eq̃les. ¶ Ponam quoq. q. h. nõ sit minor.



d. sed equalis: aut maior: totiens. n. multiplicabo unamquaq; trium quantitatū. e. c. b. e. & a. equaliter: q. f. g. multiplex. e. c. proueniat maior. d. & q. h. multiplex. a. non proueniat minor eadem. ¶ Deinde totiēs multiplicabo. d. quod proueniat quantitas maior. h. sitq; m. prima quantitas multipliciū. d. que sit maior. h. Sub qua sumam maximā multiplicē. d. aut sibi equalem: si. m. est prima in ordine multiplicium. d. que sit. l. erit q; ut. l. non sit maior. h. & constabit. m. ex. d. & l. propter id quod omne multiplex constat ex proximo precedenti multiplici & simplo: ut triplū ex duplo & simplo. excepto primo multiplici quod cōstat ex bis simplo. ¶ Quia ergo. h. est equalis. k. f. non erit. k. f. minor. l. itaq; k. f. & d. non efficient minus q̄. l. & d. quare non efficient minus q̄. m. & quia. f. g. ē maior. d. erit. k. g. maior q̄. m. ¶ Intelligo igitur quantitatē. b. c. primā. d. secundam. a. tertiam. d. quartam. & quia ad primā & tertiam sumpta sūt eque multiplicia: uidelicet. k. g. & h. Similiter quoq; ad secundā & quartam eque multiplicia: imo idem ī rōne duorum quod est. m. & addit. k. g. multiplex prime super. m. multiplex secunde non addit aūt. h. multiplex tertie super. m. multiplex quarte: erit per diffinitionem maioris improportionalitatis maior proportio. b. c. prime ad. d. secundam q̄. a. tertie ad. d. quartam quod est primū. ¶ Secundū ꝓbabis per eandem diffinitionem cōuerso ordine: ut. d. sit prima & tertia. a. secunda. b. c. quarta: addit enim. m. multiplex prime super. b. multiplicem. secunde. Nō addit autem. m. multiplex tertie super. k. g. multiplicem quarte: quare maior ē proportio. d. ad. a. q̄. d. ad. b. c. quod est secūdum. ¶ Ex huius aūt demōstrationis modo patet sufficientia diffinitionis maioris improportionalitatis: quā posuit auctor in principio huius quinti. Nusquā. n. est maior proportio prime quatuor quantitatum ad secundam q̄ tertie ad quartā. quin contingat aliqua eque multiplicia ad primam & tertiam reperiri: q̄ cum relata fuerint ad aliqua eque multiplicia secunde & quarte: inueniet multiplex prime addere super multiplex secunde. Non autem multiplex tertie super multiplex quarte. hec autem multiplicia sic reperiemus: sicut demonstrabimus infra supra. 22. huius.

¶ Castigator

a ¶ Quia. k. g. per primam huius est ita multiplex. b. c. sicut. k. f. b. e. & ideo sicut. h. a. cum. k. f. sit equalis. h. rōne submultiplicium: ut ibi dē & c. b. ¶ Primum multiplex est duplum: & hoc appellat Boetius minimū in secundo libro sue musice. cap. 22. & tale semper constat ex bis simplo. Simplum aūt intelligitur subduplū: ut. 2. respectu. 4. & 6. respectu. 12. &c. oīa alia multiplicia cōstant ex ꝓximo precedente multiplici & simplo ut triplū ex duplo. 2. & simplo. 1.



Propositio .9.

Si fuerit aliquarum quantitatum ad vnam quātitatem proportio vna ipsas eē equales. Si vero vnius ad eas ꝓportio vna ipsas equales eē necesse ē.

¶ Sit duarum quantitatum. a. & b. ꝓportio una ad. c. dico eas esse equales. & si econuerso fuerit eadem ꝓportio. c. ad utranq; earum: adhuc dico eas eē equales. hec est conuersa. 7. Primum sic patet. si enim nō sunt equales: sed altera earū maior. utpote. a. erit ꝑ primā partē premisse maior ꝓportio. a. ad. c. q̄. b. ad. c. quod ē cōtra ypothe. Secundū quoq; patet. quia si. a. est maior. b. erit per secundam partem premisse maior proportio. c. ad. b. q̄. ad. a. quod est etiam cōtra ypothesim.

Propositio .10.

Si fuerit vnius ad quantitatem vnas aliquam proportio maior quantitatem maiorem esse. Si vero vnius ad eandem proportio maior minorem eē necesse est.

¶ Quod si fuerit maior ꝓportio. a. ad. c. q̄. b. ad. c. dico a. esse maiorē. b. & si fuerit maior. c. ad. b. q̄. c. ad. a. adhuc

dico.a.esse maiorem.b.hec.est conuersa.8. Primũ patet ꝑ primam partẽ
a 7.ª ꝗ per primam.8.nam per primam partem septime: nõ erit.a.equalis
b.nec etiam minor per primam octaue. Secundum uero patet ex secũdis
partibus earundem.

¶ Castigator.

a. ¶ Per primam septime.a.non est equalis.b. ꝗ per primam partẽ octa-
ue.a.non est minor.b.quia tunc utrunq; esset contra ypoth. uidelicet ꝙ
sit maior proportio.a.ad.c.q̃.b.ad.c. ꝗ sic etiam secunda pars ꝑ secũdas
partes predictarum ẽt esset contra ypothe.ut patet ꝗc.

Propositio .11.

Si fuerint quantitatum proportiões alicui vni equa-
les ipsas quoq; proportiones sibi inuicem equales
esse necesse est.

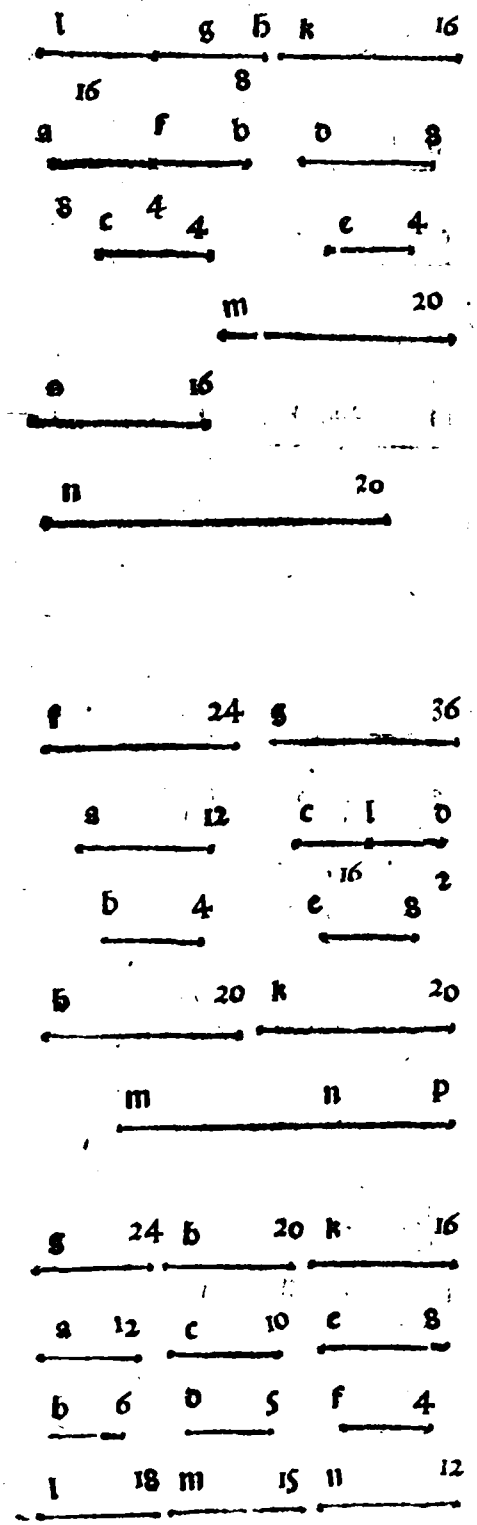
¶ Propositionem hanc quã Euclides in principio primi
annumerauit inter cõmunes animi conceptiones: que ei-
dem sunt equalia sibi quoq; sunt equalia: prout de quanti-
tatibus intelligitur hic demonstrat prout proportionibus accomodatur.
Sit ergo utraq; duarum proportionum que sunt.a.ad.b.ꝗ.c.ad.d.equa-
lis proportioni que est.e.ad.f.dico proportiones que sunt.a.ad.b.ꝗ.c.
ad.d.sibi inuicem eẽ equales. ⁊ Sumam enim.g.ad.a.ꝗ.h.ad.c.ꝗ.k.
ad.e.eque multiplices. I temq;.l.ad.b.ꝗ.m.ad.d.ꝗ.n.ad.f. eque mul-
tiplices: ꝗ quia per ypothesim proportio.e.ad.f.est sicut.a.ad.b.ꝗ simi-
liter sicut.c.ad.d.erit per conuersionem diffinitionis incontinue propor-
tionalitatis bis sumptam si.k.addit super.n.ꝙ.g.addit super.l.ꝗ.h.sup
m.ꝗ si.k.minuit ab.n.ꝙ.g.minuat ab l.ꝗ.h.ab.m.ꝗ si.k.ẽ equalis.n.
ꝙ.g.sit equalis.l.ꝗ.h.equalis.m.quia igitur.g.ad.l.ꝗ.h.ad.m.similiter
se habent in addendo diminuendo ꝗ equando.mediantibus.k.ꝗ.n.erit
per diffinitionem incontinue proportionalitatis.a.ad.b.sicut.c.ad.d.
quod est propositum.

Propositio .12.

Si fuerit proportio primi ad secũdum sicut tertij ad
quartum: tertij vero ad quartum maior q̃ quinti
ad sextum erit proportio primi ad secũdum maior
q̃ quinti ad sextum.

¶ Sicut ĩ precedẽti ꝙ hic demõstrat in proportionalibus
conceptibile est ĩ quantitatibus: uidelicet ꝙ si due quanti-
tates fuerint sibi inuicem equales quacunq; fuerit una earum maior eadẽ
maior erit ꝗ reliqua. ¶ In proportionibus tñ hoc demonstratur: ut si sit
proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.c.uero ad.d.sit maior q̃.e.ad.f.erit quoq;
a.ad.b.maior q̃.e.ad.f. ⁊ Sumã enim.g.ad.a.ꝗ.h.ad.c ꝗ.k.ad.e.eque
multiplices. I temq;.l.ad.b.ꝗ.m.ad.d.ꝗ.n.ad.f.eque multiplices: ꝗ qa
per ypothesim proportio.c.ad.d.est sicut.a.ad.b.ꝗ maior q̃.e.ad.f.erit
per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis si.h.addit
super.m.ꝗ.g.addat super.l.ꝗ per conuersionem diffinitionis maioris im-
a proportionalitatis ꝙ nõ sit necesse.k.addere ª super.n. ⁊ Quia igitur me-
diantibus.h.ꝗ.m.si g.addit super.l.nõ est necesse.k.addere.super.n.erit
per diffinitionem maioris improportionalitatis maior proportio.a.ad
b.q̃.e.ad.f.quod est propositum. ¶ Simili quoq; modo probabis ꝙ si sit
a.ad.b.sicut.c.ad.d.ꝗ.c.ad.d.minor q̃.e.ad.f.erit.a.ad.b.minor.q̃.e.
ad.f. ⁊ Cũ enim sit.c.ad.d.minor q̃.e.ad.f.erit.e.ad.f.maior q̃.c.ad.d.
per cõuersionem igitur diffinitionis maioris improportionalitatis si.k.
addit super.n.non est necesse ꝙ.h.addat super.m.sed si.h.non addit super
m.g.non addit super.l. ⁊ Ergo si.k.addit super.n.non ẽ necesse ut.g.ª ad
dat super.l. ⁊ Per diffinitionem igitur maioris improportionalitatis ma-
ior erit proportio.e.ad.f.q̃.a.ad.b.ergo econuerso: minor erit.a.ad.b.q̃
e.ad.f.quod est propositum. ¶ Ex modo autem demonstrationis octa-
ue huius ꝗ hac fiet manifestum ꝙ si fuerit prime quatuor quãtitatum ad

h	12	k	9	g	6
c	4	e	3	a	2
d	8	f	6	b	4
m	24	n	18	l	12
k	16	h	12	g	8
e	8	c	6	a	4
f	6	d	3	b	2
n	18	m	9	l	6
g	24	h	18	k	36
a	8	c	6	e	12
b	4	d	3	f	4
l	16	m	12	n	16



secundam maior proportio q̃ tertie ad quartam cõtinget reperire aliqua eque multiplicia prime & tertie: que cum comparabũtur ad aliqua eque multiplicia secũde & quarte inuenietur multiplex prime addere sup multiplex secunde: non autem multiplex tertie super multiplex quarte: quod sic patet. Sit enim maior proportio. a.b. ad. c.q̃.d. ad.e. ponam ergo ut proportio. a.f. ad. c. sicut. d. ad. e. eritq; per hanc. a. & per. 10. a.f. minor. b. & sit minor in quantitate. f.b. quam multiplicabo totiens q̃ proueniat quantitas maior. c. que sit. g.h. hac conditione. ut. d. totiens multiplicata producat quantitatem non minorem. e. que sit. k. ¶ Tũc ponam ut l.g sit ita multiplex. a.f. sicut. g.h. est multiplex. f.b. aut. k.d. eritq; per primam huius. l.h. ita multiplex. a.b. sicut. k.d. Deinde ponam q̃. m. sit prima quantitas multiplex. e. que sit maior. k. & ponam. n. ita multiplicem c. sicut. m. est multiplex. e. eritq; per premissas ypotheses & conuersionem diffinitionis in continue proportionalitatis: quantitas. n. prima multiplicium c. c. que erit maior. l.g. nec erit. l.g. minor. c. b Sumam ergo sub n. maximam multiplicium. c. aut sibi equalem si forsan. n. sit prima multiplicium eius que sit. o. constabitq;. n. ex. o. & c. ¶ Quia ergo. l. g. non est minor. o. & g.h. est maior. c. erit. l. h. maior. n. quare cum. k. sit minor. m. patet propositũ. ¶ Conuersam quoq; huius demonstrare possumus. uidelicet q̃ si contingit reperire aliqua eque multiplicia prime & tertie quarum multiplex prime addat super aliquod multiplex secunde & multiplex tertie non addat super multiplex quarte: maior erit proportio prime ad secundam q̃ tertie ad quartam: quod sic probatur. ¶ Sint quatuor quantitates. a. prima. b. secunda. c.d. tertia. e. quarta. sintq;. f. ad. a. & g. ad. c.d. eque multiplicia. Similiter. h. ad b. & k. ad. e. eque multiplicia. & addat. f. super. h. non addat autem. g super. k. dico q̃ maior est pportio a. ad. b. q̃. c.d. ad. e. Si enim equalis per conuersionem diffinitionis incõtinue proportionalitatis addet. g. super. k. quod est contra ypothe. Si aũt minor sit. c.l. ad. c. sicut. a. ad. b. eritq; per huius. 10. c.l. minor. c.d. & sit minor in quantitate. l.d. Ponam igitur ut. m.n. sit ita multiplex. c.l. & n.p. multiplex. l.d sicut. f. est multiplex. a. eritq; per primã huius. m.p. ita multiplex. c.d. sicut. f. est multiplex. a. utraq; igitur duarum quãtitatum. m.p. & g. est eque multiplex quantitatis. c.d. ergo ipse sunt equales. Nam hec ratio demonstrata est in. 7. huius: & quia. g. non est maior. k. non erit. m.p. maior eadem: sed per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis. m.n. est maior. k. eo q̃. f. est maior. h. ergo. m.n. & maior. m.p. quod est impossibile quare relinquitur propositum.

¶ Castigator.

a ¶ Quia stat q̃. k. addat super. n. etiam: sed nõ tm̃ fm̃ pportionẽ quãtũ h. super. m. ut in quarto modo maioris iproportiõalitatis habuisti. 8. diffini. huius quinti: sed hoc non est necesse sed possibile solum. b ¶ Quoniam totiens multiplicabo unãquãq; trium quantitatum. f.b.d. a. f. q̃. k. non proueniat minor e. & q̃. l.g. non efficiatur minor. c. sed equalis aut maior. c ¶ Cum hoc q̃. c. & e. totiens eque multiplicentur q̃. m. proueniat maior. k. & n. maior l.g.

Propositio .13.

Si fuerit quodlibet quantitatum ad totidem alias proportio vna erit quoq; que proportio vnius ad vnam. eadem proportio harum omniũ pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas.

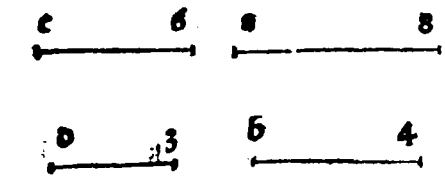
¶ Quod primo proposuit de multiplicibus: hic proposuit de omnibus proportionibus: unde hec est cõmunior illa: eo q̃ omnis multiplicitas est proportio: non aũt econuerso. ¶ Sit igitur. a. ad. b. & c. ad. d. & e. ad. f. una proportio: dico q̃ que ẽ proportio. a. ad. b. eadem est compositi ex. a. c. e. ad compositum ex. b. d. f. Sumam. g. ad. a. & h. ad. c. & k. ad. e. eque multiplicia. Itemq;. l. ad. b. & m. ad. d. & n. ad. f. eque multiplicia: eritq; per primam huius compositum ex. g. h. k.

ita multiplex compositi ex.a.c.e.sicut.g.est multiplex.a.Similiter per eadem compositum ex.l.m.n.erit ita multiplex compositi ex.b.d.f.sicut.l. est multiplex.b.⁊ per conuersionē diffinitionis in continue proportionalitatis.bis sumptam si.g.addit super.l.h.addit super.m.⁊.k.super.n.⁊ si minuit minuit:⁊ si equat equat ergo per cōmunem [a] scientiam si.g.addit super.l.compositum ex.g.h.k.addit super compositum ex.l.m.n.⁊ si minuit minuit:⁊ si equat equat ergo per diffinitiōem [b] incontinue proportionalitatis proportio.a.ad.b.est sicut cōpositi ex.a.c.e.ad compositum ex.b.d.f.quod est propositum.

¶ Castigator.

a ¶ Si equalibus equalia addas: uel si inequalibus equalia addas ⁊c.

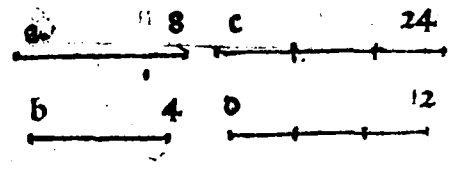
b ¶ Quia.a.tenet locum prime compositū ex.a.c.e.tertie.b.secunde compositum ex.b.d.f.quarte.



Propositio. .14.

Si fuerint quatuor quantitates proportionales. fueritq; maior prima tertia necesse est secūdam. quartaē maiorem. Quod si minor: ⁊ minorem. Si vero equalis ⁊ equalem esse.

¶ Sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.dico q; si.a.est maior.c.b.erit maior.d.⁊ si minor minor:⁊ si equalis equalis. Si enim.a.sit maior.c.erit per primam partem.8.huius maior ꝓportio.a.ad.d.q̄.c.ad.d.quare maior erit.a.ad.d.q̄ ad.b.ergo per secundam partem.10.huius.b.erit maior.d.quod est propositum. ¶ Quod si.a.sit minor.c.erit per primam partem.8.minor proportio.a.ad.d.q̄.c.ad.d.q̄ re maior erit.a.ad.b.q̄ ad.d.per secundam ergo partem.10.b.erit minor d. Si autem.a.sit equalis.c.erit per primā partem.7.a.ad.d.sicut.c.ad.d. quare.a.ad.d.sicut ad.b.itaq; per secundam partem.9.b.erit equalis.d.sic q; patet propositum.

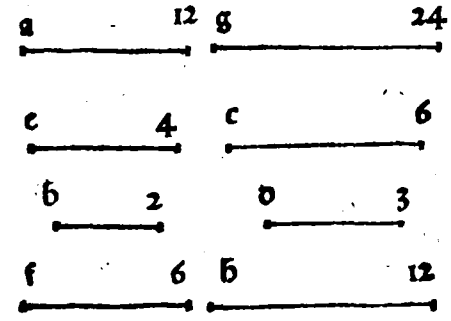


h. 44.

Propositio. .15.

Si fuerint aliquibus quantitatibus eque multiplices assignate. erit ipsarum multiplicium atq; submultiplicium vna proportio.

¶ Sint.c ad.a.⁊.d.ad.b.eque multiplices, dico q; que ē proportio.a.ad.b.eadē est.c.ad.d.diuidatur.c. fm quantitatem.a.⁊ d.fm quantitatē.b.sunt q; tot partes. c. quot d.⁊ quia quelibet pars.c.ad quālibet partem.d.se habet sicut.a.ad. b.erit per.13.huius.c.ad.d.sicut.a.ad.b.quod est propositum.



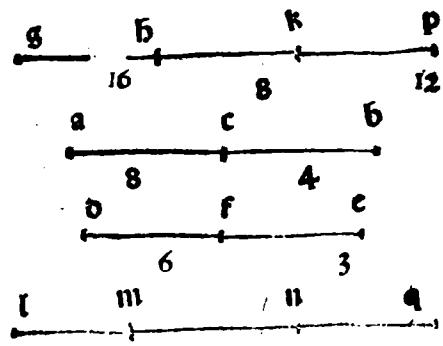
h. 45.

h. 46

Propositio. .16.

Si fuerint quatuor quantitates ꝓportionales. pmutatim quoq; proportionales erunt.

¶ Sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.dico q; erit.a.ad.c.sicut.b.ad.d.⁊ iste est modus arguendi qui dicitur proportionalitas permutata.cuius demonstratio sic patet. Summam.e.ad.a.⁊.f.ad.b.eque multiplices itemq; g.ad.c.⁊ h.ad.d.eque multiplices: eritq; per premissam.e.ad.f.sicut.g.ad.b.quare per.14.si.e.addit supra.g.⁊.f.addit super.h.⁊ si minuit minuit:⁊ si eqt equat: per diffinitionem igitur incontinue proportionalitatis erit.a.ad c.sicut.b.ad.d.quod est propositum. Necesse est aūt ut in permutata proportionalitate sint omnes quatuor quantitates eiusdem generis.



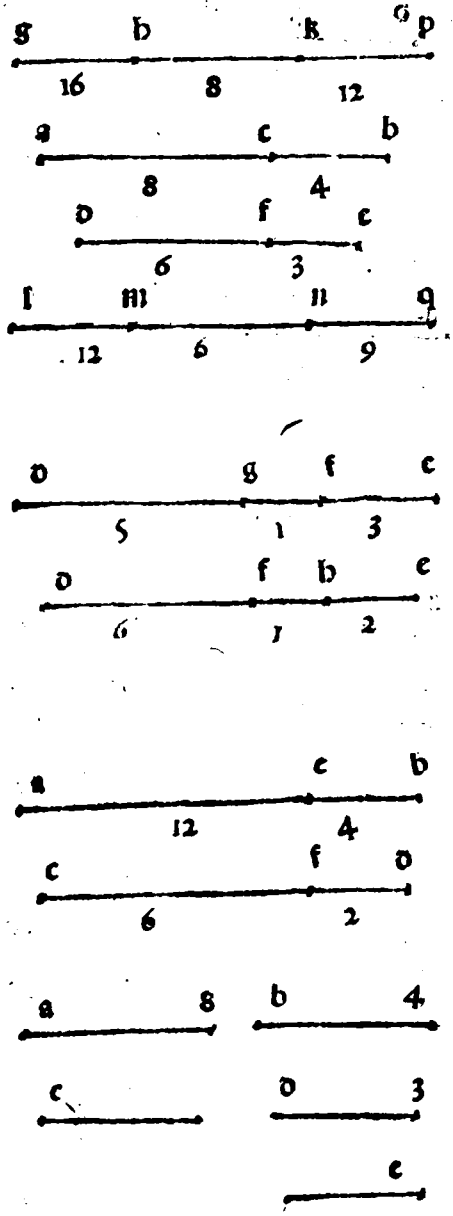
Propositio. .17.

Si fuerint quantitates coniunctim proportionales: easdem disiunctim quoq; ꝓportionales esse.

¶ Demōstrato mō arguendi qui dr ꝓportionalitas pmutata demōstrat illū q; dr ꝓportiōalitas disiuncta. ¶ Sit ita q; ꝓportio.a.b.ad.b.c.sicut.d.e.ad.e.f.dico q; erit.a.c.ad e.b.sicut.d.f.ad.f.e. Sumā eni.g.h.ad.a.c.⁊.h.k.ad.c.b.itemq; l.m.ad.d. f.⁊.m.n.ad.f.e.eque multiplices. eritq; p primā huius.g.k.ita multiplex

h Deficit 4.15. ~~tertiis~~ fm. I. q est partes eadē modo multiplicū eandem rōnem habent sumpte adinuicē.

a.b.sicut.g.h.est multiplex.a.c.l.n.ita multiplex.d.e.sicut.l.m.ē multiplex.d.f.⁊ ideo per premissas ypotheses.g.k.ē ita multiplex.a.b.sicut est.l.n.d.e.⁊ Ponam iterum.k.p.ad.c.b.⁊.n.q.ad.f.e.eque multiplices: eruntq; ꝑ secundā.h.p.ad.c.b.⁊.m.q.ad.f.e.eque multiplices.⁊ Per conuersionem igitur diffinitionis incontinue proportionalitatis.si.g.k.addit super.h.p.l.n.addit sup.m.q.⁊ si minuit minuit: ⁊ si equat equat: demptis itaq; communibus.h.k.⁊.m.n.erit per cōmunem scientiam: ut si.g.h.addit sup.k.p.q.l.m.addit sup.n.q.⁊ si minuit minuit: ⁊ si equat equat.ergo per diffinitionem incontinue proportionalitatis proportio a.c.ad.c.b.est sicut.d.f.ad.f.e.quod est propositum.



Castigator.

a ¶ Q m̄.h.k.tenet locum prime.⁊.c.b.locum secunde.m.n.locum tertie.f.e.locum quarte.k.p.locum quinte.n.q.locum.sexte. Ideo per secundam huius.h.p.ad.c.b.sicut.m.q.ad.f.e.

Propositio .18.

Si fuerint quantitates disiunctim proportionales coniunctim quoq; proportionales erunt.

¶ Demonstrat modum arguendi qui dicitur proportionalitas coniuncta ⁊ est modus conuersus prioris. Ad cuius demonstrationem resumat dispositio premisse ⁊ maneāt oēs eius ypotheses: excepto q̄ ponat eē ꝓportio.a.c.ad.c.b.sicut.d.f.ad.f.e. dico q̄ erit ꝓportio.a.b.ad.b.c.sicut.d e.ad.f.e. ⁊ Seqt.n. ex hac hypothesi ⁊ aliis hypothesibus ꝑmisse de multiplicibus equaliter sumptis per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis si.g.h.addit super.k.p.q.l.m.addat super.n.q.⁊ si minuit minuat: ⁊ si equat equat: ergo positis communibus.h.k.⁊.m.n.sequitur ꝑ cōmunem scientiam si.g.k.addit super.h.p.q.l.n.addat super.m.q.⁊ si minuit minuat: ⁊ si equat equat: quare per diffinitionem incontinue proportionalitatis erit proportio.a.b.ad.b.c.sicut.d.e.ad.e.f.quod est ꝓpositum.⁊ Aliter idem indirecte sic. Cum sit proportio.a.c.ad.c.b.sicut d.f.ad.f.e.non ē.a.b.ad.b.c.sicut.d.e.ad.e.f.sit ergo proportio.d.e.ad aliquam aliam quantitatem sicut.a.b.ad.b.c.que aut erit maior.e.f.aut minor.si enim esset ei equalis constaret propositum. Sit itaq; primo maior ⁊ sit.e.g.eritq; per ꝑmissam.a.c.ad.c.b.sicut.d.g.ad.g.e.q̄re ꝑ.11.d.g.ad.g.e.est.sicut.d.f.ad.f.e. Sequitur igitur per.14.q̄ cum.d.g.prima sit minor.d.f.tertia erit.g.e.secunda minor.e.f.quarta: sed erat positum q̄ esset maior. Sit ergo proportio.d.c.ad minorem.e.f.que sit.e.h.sicut.a.b.ad.b.c.eritq; per premissam.a.c.ad.c.b.sicut.d.h.ad.h.e.quare.per 11.d.h.ad.h.e.sicut.d.f.ad.f.e.⁊ quia.d.h.prima ē maior.d.f.tertia erit ꝑ 14.e.h.secūda maior.e.f.q̄rta: q̄ quia est impossibile: sequitur ꝓpositū.

Propositio .19.

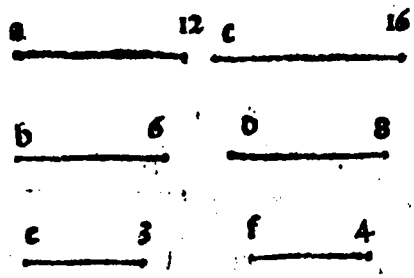
Si a duobus totis due portiones abscindantur. fueritq; totum ad totum quantum abscisum ad abscisum: erit reliquum ad reliquum quantum totus ad totum.

¶ Quod quinta proponit de multiplicibus. hec proponit uniuersaliter de omnibus proportionibus. unde est illa tanto cōmunior quanto multiplicitate proportio. Sint igitur due quātitates.a.b.⁊.c.d.a quibus abscindantur due que sint.b.e.⁊.d.f.sitq; proportio totius.a.b.ad.totam.c.d.sicut.b.e.abscise ad.d.f.abscisam.dico q̄ eadem erit.a.e.residui ad.c.f.residuum que est totius.a.b.ad totam.c.d.⁊ Cum enim sit.a.b.ad.c.d.sicut.b.e.ad.d.f.erit permutati.a.b.ad b.e.sicut.c.d.ad.d.f.⁊ disiunctim.a.e.ad.e.b.sicut.c.f.ad.f.d.⁊ iterum permutatim.a.e.ad.c f.sicut.e.b.ad.f d.⁊ quia sic erat.a.b.ad.c.d.patet propositum.¶ Ex hac aūt.19.⁊ permutata proportionalitate demonstratur modus arguendi qui dicitur proportionalitas euersa: ut si sit.a.b.

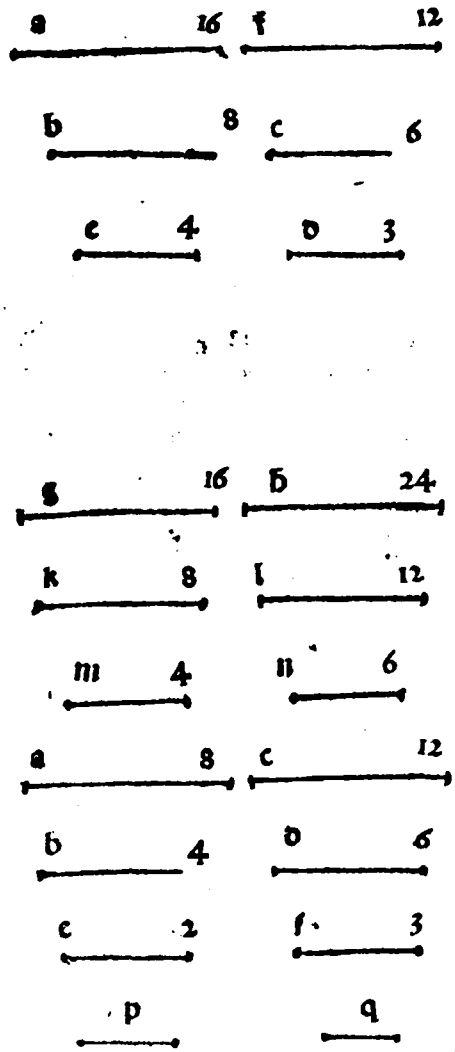
ad.b.e.sicut.e.d.ad.d.f.dico q̃ erit.b.a.ad.a.e.sicut.e.d.ad.e.f. quia cũ sit a.b.ad.b.e.sicut.c.d.ad.d.fuerit permutatim.a.b.ad.c.d.sicut.b.e.ad.d.f.quare per hanc.19.b.a.ad.d.c.sicut.a.e.ad.e.f.igitur permutatim.b.a.ad.a.e.sicut.e.d.ad.e.f.quod est propositum. ¶ Cõuersa quoq; proportionalitas quã ex diffinitione incontinue proportionalitatis demõstrauimus in exponendo principia huius quinti; potest hic quoq; demonstrari indirecte ex permutata proportionalitate ¶.9.huius ut si sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.dico q̃ erit.b.ad.a.sicut.d.ad.e.sinautem sit.d.ad.e.sicut.b.ad.a.¶ quia.a.ad.b.est sicut.c.ad.d.erit permutatim.a.ad.c.sicut b.ad.d.¶ quia iterũ.b.ad.a.sicut.d.ad.e.erit quoq; permutatim. b. ad d.sicut.a.ad.e.quare erit.a.ad.e.sicut.a.ad.c.si igitur.e.non sit equale.c. accidet impossibile ¶ contrarium secunde partis.9.si autem equalis erit b.ad.a.sicut.d.ad.c.quod est propositum.

Propositio .20.

Si fuerint quotlibet quãtitates alieq; fm earũ numerum quarũ quecũq; due priorum fm proportionem duarum postremarum necesse est in proportionalitate quidẽ equalitatis vt si fuerint prima priorũ vltima maior. ⁊ posteriorum prima vltima eẽ maiorem. Quod si minor ⁊ minorem. Si vero equalis ⁊ equalem.



¶ Demonstratus Euclides modum arguẽdi qui dr̃ equa proportionalitas sine quãtitates duorum ordinũ directe sine peruersim proportionent premittit duo antecedentia ad demonstrandũ ꝓpositum necessaria per quorũ primũ demonstratur equa ꝓportionalitas cũ quantitates duorum ordinum directe ꝓportionantur: per fm aũt cum proportionantur peuersim: proponit aũt hec duo antecedentia de quantitatibus duoꝝ ordinũ numero equalibus quecũq; fuerint. Vniuersaliter enim sumptis utrobiq; quantitatibus fm quemcũq; numerum ueritatem habent: non est autem necesse ut demonstremus ea nisi solum in tribus: hoc enim omnino sufficiens est ad propositum: de pluribus aũt quibusq; patebit ꝑ equã proportionalitatẽ cũ ipsa demonstrata fuerit. ¶ Sint igitur tres quantitates.a.b.e.sumantur q̃ tres alie q̃ sint.c.d.f.¶ sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.¶.b.ad.e.sicut.d.ad.f.dico q̃ si.a.est maior.e.c. erit maior.f.¶ si minor minor ¶ si equalis equalis. ⁊ Si enim est maior erit per primã partẽ 8. maior proportio.a.ad.b.q̃.e.ad.b.quare per.11.maior erit.c.ad.d.q̃ e.ad.b.¶ quia per conuersam proportionalitatem.e.ad.b.est sicut.f.ad d.erit.c.ad.d.maior q̃.f.ad.d.itaq; per primã partẽ.10.c.est maior.f.qd est propositum. Quod si.a. sit minor.e. per easdẽ ¶ eodem modo probabitur.c.eẽ minorem.f.erit enim minor proportio.a.ad.b.q̃.e.ad. b. per primam ꝑtem.8.¶ ideo ꝑ.11.ª ¶ per conuersam proportionalitatem minor erit.c.ad.d.q̃.f.ad.d.¶ ideo per primã ꝑtem.10.erit.c.minor.f. quod ẽ ꝓpositũ. Si aũt.a.sit equale.e.erit ꝑ primã partẽ.7.ꝓportio.a.ad b.sicut.e.ad.b.¶ ió per undecimã ¶ cõuersam ꝓportionalitatẽ erit.c.ad d.sicut.f.ad.d.quare per primã partẽ.9.c. est equalis.f. quod ẽ ꝓpositũ. ¶ Quidã aũt hanc cõclusionẽ demonstrauerũt eã ꝑ ꝓportionalitatẽ permutatim hoc modo.proportio.a.ad.b.est sicut.c.ad.d.ergo ꝑmutatim a.ad.c.sicut.b.ad.d.¶ quia rursus. b.ad.e.sicut.d.ad. f. erit ꝑmutatim b.ad.d.sicut.e.ad.f.sed erat.b.ad.d.sicut.a.ad.c.ergo per.11.erit.a.ad e.sicut.e.ad.f.itaq; ꝑ.14.si.a.prima est maior.e.tertia erit.c.secunda.maior.f.quarta.¶ si minor minor ¶ si equalis equalis qd ẽ ꝓpositũ. ¶ Isti aũt errauerunt in sua demonstratione: quia si eẽt intentio Euclidis sic demonstrare nõ oporteret ipsum premittere hanc cõclusionẽ ꝑ antecedente ad equã ꝓportionalitatẽ: si enim rursus fiat ista ꝑmutatio proportionalitatis ad quã deuentũ est: que est esse.a.ad.c.sicut.e.ad.f.sequitur q̃ sit.a.ad.e.sicut.c.ad.f.¶ hoc est equa proportionalitas. ⁊ Preterea eoꝝ cõclusio non sequitur nisi oẽs quantitates amboꝝ ordinũ fuerint generis uni-



us. Si enim.a.b.e.sint linee.& c.d.f.superficies aut corpora aut tpa mon erit tunc pmutare proportiones: peccant igr̃ uniuersaliter dictum pticulariter demonstrantes. ¶ Castigator.

a ¶ Quia.c.d.tenent locũ pmi & secũdi &.a.b.tertii.& q̃rti &.b.quinti &.sexti.& ideo p duodecimam concludit postea facta cõuersa.f.&.d. tenent locum pmi & secundi &.e.&.b.tertii & q̃rti &.a.&.b.qnti &.sexti.

Propositio .21.

Si fuerint quotlibet quãtitates alieq; secundum earum numerum quarum queq; due ex prioribus quibusq; duabus ex posterioribus peruersim comparate secundum proportionem earum fuerint. necesse quoq; est vt si fuerint in proportionalitate eq̃litatis priorum prima vltima maior. ꝛ posteriorũ prima vltima esse maiorem. si autem minor ꝛ minores. Si vero equalis ꝛ equalem.

¶ Secũdum añs sint tres quãtitates.a.b.e.sumantq; alie tres q̃ sunt.f.c.d. & sit pportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.&.b.ad.e.sicut.f.ad.c.dico q; si.a.ẽ maior.e.f.erit maior.d.& si minor minor:& si equalis equalis. ¶ Hec aũt pbatur p easdem & eodem mõ quo pcedens: si.n.a.sit maior.e.erit.maior pportio.a.ad.b.q̃.e.ad.b.q̃re maior.c.ad.d.q̃.e.ad.b. & ideo maior q̃.c. ad.f.maior igit.f.q̃.d.p secũdam ptem.10.qd est ppositum. ¶ Quod si.a sit minor.e.erit tãdem minor.c.ad.d.q̃.ad.f.q̃re p eãdem ptem eiusdem f.erit minor.d. ¶ Si aũt.a.sit eq̃lis.e.sequit ut sit pportio.c.ad.d.sicut.c.ad f.igitur per secundam partem.9.erit.f.equalis.d.quod est propositum.

Propositio .22.

Si fuerint quotlibet quantitates alieq; secundum earum numerum quarum queq; due secundum proportionem duarum ex primis in equa proportionalitate proportionales erunt.

¶ Domonstratis añtibus ad equã pportionalitatem.hic demõstrat eam:& pmo cum quãtitates duoꝝ ordinũ sunt directe pportiõales. Nõ est aũt necesse ut demonstret nisi cũ in utroq; duorum ordinũ sunt tm̃ tres quãtitates. Per hoc.n.euidenter sequtur cũ i utroq; ordie fuerint q̃tuor quãtitates & deinceps:& ideo ẽt nõ oportuit eius añs demonstrari nisi solum cũ in utroq; ordine sunt ẽt tres quãtitates. ¶ Sint igit tres quãtitates.a.b.e.sumanturq; tres alie q̃ sunt.c.d.f.& sit pportio.a. ad.b.sicut.c.ad.d.&.b.ad.e.sicut.d.ad.f.dico q; erit.a.ad.e.sicut.c.ad.f. ¶ Sumam.n.g.ad.a.&.h.ad.c eq̃ multiplicia. Itẽq; .k.ad.b.&.l.ad.d.eq̃ & rursus.m.ad.e.&.n.ad.f.eque.eritq; p.4.g.ad.k.sicut.h.ad.l.&.k.ad.m.sicut.l.ad.n.q̃re p.20.si.g.est maior.m.erit.h.maior.n.& si minor minor: & si equalis eq̃lis. ¶ Igitur p diffinitionem incõtinue pportionalitatis pportio.a.ad.e.est sicut.c.ad.f.qd est ppositum. ¶ Põt quoq; hoc demonstrari.p.15.huius sumptis.g.k.m.ad.a.b.e.&.h.l.n.ad.c.d.f.eq̃ multiplicibus erit.n.p.15.g.ad.k.sicut.h.ad.l.&.k.ad.m.sicut.l.ad.n.cetera ptracta ut pus. ¶ Q d si fuerint quantitates plures tribus in utroq; ordine: utpote quatuor additis.p.&.q.ita q; sit.e.ad.p.sicut.f.ad.q.erit iterum.a.ad.p. sicut.c.ad.q.erit enim.a.ad.e.sicut.c.ad.f.hoc enim demonstratum est. sublatis igitur.b.&.d.erunt tres quãtitates.a.e.p.& alie tres.c.f.q.ut proponitur:q̃re.a.ad.p.sicut.c.ad.q.sicq; demõstrat de.4.per tres sublato uno medio. Eodem modo demonstrabis de.5.per.4.sublatis duobus mediis & de.6.per.5.sublatis tribus:& sic de ceteris.

Porpositio .23.

Si fuerint quotlibet quantitates alieq; secũdum earum numerum quarum queq; due secundum proportionem duarum ex prioribus indirecte proportionate in equa proportionalitate proportionales erunt.

¶ Demonstrat equam proportionalitatem in quãtitatibus duorum ordinum indirecte siue peruersim proportionatis. Nec est necesse ꝙ demonstretur nisi cum in utroq; duorum ordinum sint tantum tres quantitates: per hoc enim euidenter sequitur quecunq; ponantur in utroq; ordine sicut in premissa de directe proportionatis demonstratum est. Sint igitur tres quantitates.a.b.e.sumanturq; alie tres que sint.f.c.d.⁊ sit proportio.a. ad b.sicut.c.ad.d.⁊.b.ad.e.sicut.f.ad.c.dico ꝙ erit.a.ad.e.sicut.f.ad.d.⁊ Sumã enim.g.ad.a.⁊.h.ad.c.⁊.k.ad.f.eque multiplicia. Item.l.ad.b.⁊.m. ad.e.⁊.n.ad.d.eque multiplicia erit.q; ꝑ ãrtã.g.ad.l. sicut.h.ad.n.⁊ p. 15. l.ad.m.sicut.k.ad.h.quare per.11 si.g.addit super.m.⁊.k.addit sup.n.⁊ si minuit minuit.⁊ si equat equat.ergo per diffinitionem incontinue proportionalitatis proportio.a.ad.e.ẽ sicut.f.ad.d.quod est ꝓpositũ. ¶ Potest quoq; ⁊ hoc demõstrari per.15.huius sumptis.g.l. m.ad.a.b. e.⁊. k.h. n.ad.f.c.d.eque multiplicibus.⁊ Erit enim per.15.g.ad.l.sicut.h. ad.n. ⁊ l.ad.m.sicut.k.ad h.cetera pertracta ut prius. Conuenientius tñ demonstrantur hec ⁊ premissa ꝑm primum modũ. ¶ Quod si plures tribus fuerint quantitates in utroq; ordine utpote quatuor additis.p.⁊. q.ita ꝙ sit a.ad.b.sicut.d.ad.q.⁊.b.ad.e.sicut.c.ad.d.⁊.e.ad.p.sicut.f.ad.c.erit item a.ad.p.sicut.f.ad.q.⁊ Erit enim per predemonstrata.a.ad.e.sicut.c.ad.q. Sublatis igitur.b.⁊.d.erunt tres quantitates.a.e.p.⁊ alie tres.f.c.q.ut proponitur: quare.a.ad.p.sicut.f.ad.q. Sic igitur demõstratur de.4. per tres sublato.mo medio. Eodẽ mõ demõstrabis de.5.per quatuor sublatis duobus mediis.⁊ de.6.per.5.sublatis tribus ⁊ sic in ceteris.

¶ Castigator.

a ¶ Nota cum in istis inducit diffinitio incõtinue ꝓpor. illa maioritas minoritas ⁊ equalitas multipliciũ adinuicem.s.primi ad secũdũ: ⁊ tertii ad ãrtũ intelligũtur semper geometrice ⁊ non arithmetice uidelicet ꝙ in tñ quantũ multiplex primũ excedit equat aut minuit multiplex secundi tãtũdẽ multiplex tertii ꝑm ꝓpor. excedat equet multiplex tertii multiplex quarti sicut dcm̃ fuit supra in diffinitione qnta huius quinti lib. uñ nõ sufficit dicere multiplex ꝑmi excedet multiplex secũdi ⁊ similiter multiplex tertii excedit multiplex ãrti ergo ãtuor quãtitates sunt ꝓpor. ⁊ ꝓportio ꝑme ad secũdã est sicut tertie ad ãrtã: sed oportet addere ꝙ tantũdẽ se excedant equẽt aut minuãt ⁊c.

Propositio .24.

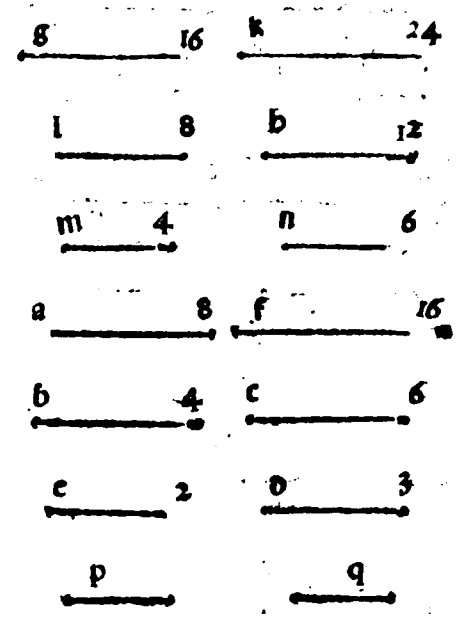
Si fuerit proportio primi ad secundum tanquã tertij ad quartum: proportio vero quinti ad secundũ tanq̃ sexti ad quartum erit proportio primi ⁊ quinti pariter acceptorum ad secundum tanquã sexti ⁊ tertij pariter acceptorum ad quartum.

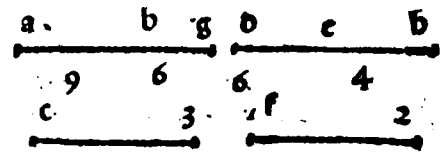
¶ Quod secunda proposuit de multiplicibus hec proponit uniuersaliter de omnibus proportionibus: unde est illa tanto cõmunior quanto multiplicitate proportio ⁊ se habet ad illã: quẽ ad modũ. 13. ad primã. ⁊ Sit igitur ꝓportio.a.b.ad.c. ẽ sicut.d.e.ad.f.⁊ itẽ.b.g.ad.c.sicut.e.h.ad.f.dico ꝙ ꝓportio.a.g.ad.c.sicut.d.h.ad.f.⁊ Erit enim per cõuersam proportionalitatem.c.ad.b.g.sicut.f.ad.e.h. quare per.22.erit in equa proportionalitate.a.b.ad.b.g.sicut.e.d.ad.e.h.ergo coniunctim ꝑ 18.a.g.ad.g.b.sicut.d.h.ad.h.e.itaq; per.22.erit in equa proportionalitate.a.g.ad.c.sicut.d.h.ad.f.quod est propositum.

Propositio .25.

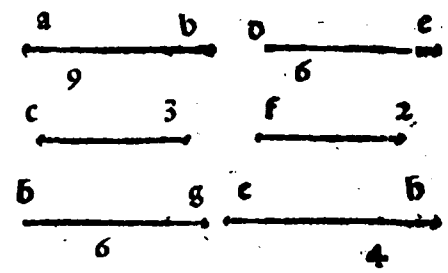
Si fuerint quatuor quantitates ꝓportionales: fueritq; prima earum maxima: ⁊ vltima minima primam ⁊ vltimam pariter acceptas ceteris duabus maius cẽ necessario comprobatur.

¶ Quod hic proponitur non habet locum nisi cum oẽs quatuor quãtitates sint eiusdẽ generis. ⁊ Sint igr ãtuor q̃tatũ eiusdẽ generis ꝓportio.a.b.ad.c.d.sicut.e. ad.f. sint.a. b. maxima neq; oportet ponere g.f.sit minima: ga ipm̃ ex hoc sequit ꝙ. a.b. ẽ posita

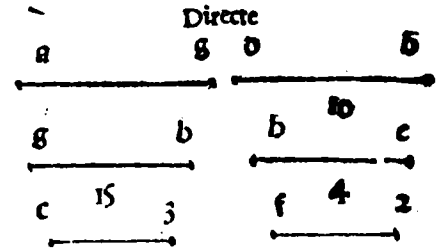


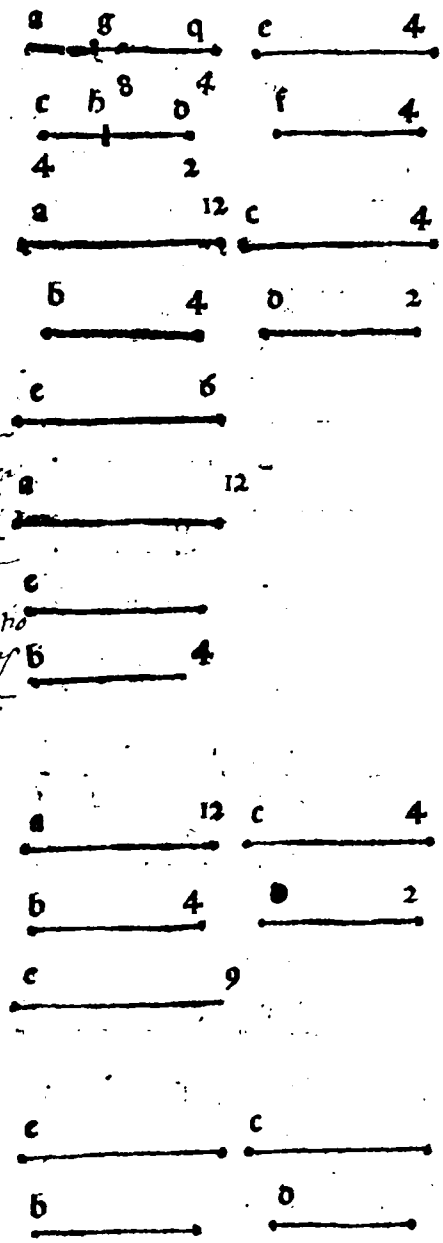


Explicite.24



Directe





est maximatum non posuit hoc auctor in cõclusione tanq̃ positionẽ: sed potius tanq̃ precedentis positiõis cõclusionẽ. ¶ Dico q̃ cũ ita fuerit maius erit aggregatũ ex.a.b.ꝗ.f.q̃ ex.c.d.ꝗ.e. Cũ enim.a.b.sit maior.e. abscindã ex.b.a.g.b.equalẽ.e. ¶ Similiter quoq; qa.c.d. est maior.f. abscindã ex.c.d.h.d.equalẽ.f.eritq; pp yptohesim a b.ad.c.d.sicut.g b.ad.h. d.q̃ re p.19.a.g.residuũ ad.c.h.residuũ sicut tota.a.b.ad totum.c.d.s.a. b.ad c.d. Cũ ergo.a.g.se habet ad.c.h.sicut.a.b.ad.c.d. sed.a.b. est maior.c.d. quare.a.g.maior est.c.h.additis igitur utriq; duabus quantitatibus.g.b. ꝗ.h.d.erit per cõem scientiam aggregatũ ex.a.b.ꝗ.h.d.maius aggregato ex.c.d.ꝗ.g.b.ꝗ quia.d.h.posita est equalis.f.ꝗ.g.b.e.maius erit aggregatum ex.a.b.ꝗ.f.q̃ aggregatum ex.c.d.ꝗ.e. quod est propositum.

¶ Castigator

a ¶ Quia primũ aggregatũ cõstat ex.a.g.ꝗ.g.b.ꝗ.h.d. ꝗ secũdũ constat ex.c.h.ꝗ.h.d.ꝗ.g.b.ꝗ quia per 19.a.g.est maior.c.h.ꝗ utriq; s.a.g.ꝗ.c.h. addite sunt ille due q̃titates.g.b.ꝗ.h.d.ideo primũ ꝗ maius secundo ꝗc.

Propositio .26.

Si fuerit quatuor quantitatum proportio prime ad secundam maior q̃s tertie ad quartam erit conuersim econtrario proportio secunde ad primam minor q̃s quarte ad tertiam.

¶ Sit pportio.a.ad.b.maior q̃.c.ad.d dico q̃ erit econuerso mõ contrario minor proportio.b. ad.a.q̃. d. ad.c. Si enim esset a dẽ.b ad.a.que ẽ.d.ad.c.erit ecõuerso.a.ad.b.ut.c. ad.d. sed nõ ẽ Imo maior. At uero si ẽ.b.ad.a.maior q̃.d.ad.c. sit.e. ad.a.ut. d. ad.c.eritq; ex.n.e.ad.a.minor q̃.b.ad.a.q̃re ex prima pte.10.e. est minor b. Ideoq; ex scda pte.8.maior erit proportio.a.ad.e.q̃.a.ad.b. ꝗ quia per cõuersam proportionalitatẽ.a.ad.e. sicut.c.ad.d.erit ex.n.proportio.c. ad.d.maior q̃.a.ad b.sed erat minor: relinquit ergo ppositum. ¶ Possumus quoq; si libet astruere ppositũ ostẽsiue. Manifestũ enim ẽ ex pma pte.10.q̃ illa q̃titas cuius ad.b.est eadẽ pportio que est.c.ad.d.ẽ minor.a. eo q̃ ponitur maior pportio.a.ad.b.q̃.c. ad.d. Illa ergo quantitas sit e cũ sit igit pportio.e.ad.b.ut.c.ad.d.erit ecõuerso.b.ad.e.ut.d.ad.c. Cõstat autem ex secũda parte.8.q̃ pportio.b.ad.a.minor est q̃ proportio. b. ad.e.itaq; per.n.proportio.b. ad.a.est minor q̃.d. ad.c. quod uolumus.

¶ Castigator.

a ¶ Et cõuersam ppor.quia primo est.b.ad.e.sicut.d.ad.c.postea per.n. b.ad.a.minor q̃.d.ad.c.

Propositio .27.

Si fuerit quatuor quantitatum maior proportio prime ad secundam q̃s tertie ad quartam erit permutatim maior proportio prime ad tertiam q̃s secunde ad quartam.

¶ Sit hic quoq; pportio.a.ad.b.maior q̃.c.ad.d. dico q̃ erit pmutatim maior proportio.a.ad.c.q̃.b.ad.d. Ea dẽ enim nõ erit qa tũc quoq; eẽt pmutatim.a.ad.b.sicut.c.ad.d. Neq; minor. Nã si hoc ponatur: sit itaq;.e.ad.c.ut.b.ad.d.eritq; ex.n. maior pportio.e.ad.c.q̃.a.ad.c.quare ex prima parte.10.e.ẽ maior.a. Itaq; p primã ptem.8.proportio.e.ad.b.ẽ maior q̃.a.ad.b.ꝗ quia positũ ẽ ut sit.e.ad.c. sicut.b.ad.d.erit pmutatim.e.ad.b.sicut.c.ad.d.ex.n.igitur maior erit p portio.c.ad.d.q̃.a.ad.b.sed positum erat oppositum. uerũ est ergo ppositũ. ¶ Ostẽsiue quoq; idẽ quẽadmodũ in pmissa: sumpta enim ẽ. e.ad.b ut.c.ad.d.erit ex prima pte.10.e.minor.a.quare ex prima parte.8.maior erit.a.ad.c.q̃.e.ad.c sed ex permutata proportionalitate est.e.ad. c.ut.b. ad.d.igit ex.n.a.ad.c.est maior q̃.b.ad.d quod est propositum.

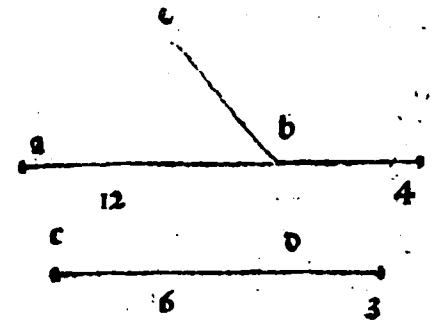
¶ Castigator.

a ¶ Per conuersam propor.quia sumpta fuit.e.ad.c.sicut.b.ad.d.ꝗ ideo dicitur sumpta ad.b.

Propositio .28.

Si fuerint quatuor quantitates quarum prime ad secundam sit maior proportio quam tertie ad quartam. erit quoque coniunctim maior proportio prime et secunde ad secundam quam tertie et quarte ad quartam.

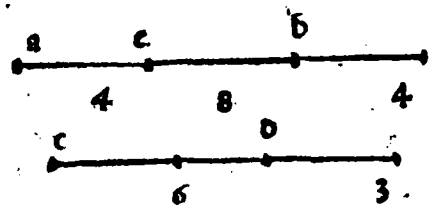
¶ Sit maior proportio.a.ad.b.quam.c.ad.d.dico quod maior erit totius.a.b.ad.b.quam totius.c.d.ad.d. ¶ Quia ipsa neque erit equalis neque minor. Si enim equalis: tunc erit disiunctim.a.ad.b.ut.c.ad.d.contra ypothe. Si autem est minor: sit.e.b.ad.b.ut.c.d.ad.d.eritque ex.12. maior proportio.e.b.ad.b.quam.a.b.ad.b.itaque ex prima parte.10.e.b.est maior quam.a.b.¶ per conceptionem.e.maior quam.a.quare ex prima parte.8.maior est proportio. e. ad b.quam.a.ad.b.sed.e.ad.b.est ut.c.ad.d.per disiunctam proportionalitatem eo quod erat.e.b.ad.b.ut.c.d.ad.d.ergo per.12.c.ad.d.est maior quam.a.ad.b. hoc autem est contra ypothe. ¶ Idem est ostensiue: cum enim propositum sit quod maior sit proportio.a.ad.b.quam.c.ad.d.sit proportio.e.ad.b.ut.c.ad.d.eritque ex prima parte decime.e.minor.a. Ideoque ex communi scientia.e.b.erit minor quam a.b.quare ex prima parte.8.maior erit proportio.a.b.ad.b.quam.e. b.ad. b. At uero proportio.e.b.ad.b.est per coniunctam proportionalitatem sicut.c. d.ad.d.positum enim est ut sit.e.ad.b.tanquam.c.ad. d.igitur ex.12. maior est a.b.ad.b.quam.c.d.ad.d.quod est propositum.



Propositio .29.

Si fuerint quatuor quantitates quarum prime et secunde ad secundam sit maior proportio quam tertie et quarte ad quartam. erit quoque disiunctim proportio prime ad secundam maior quam tertie ad quartam.

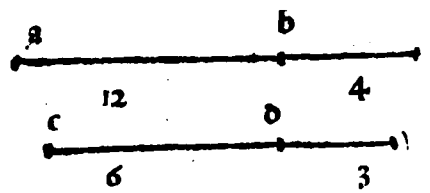
¶ Sit proportio.a.b.ad.b.maior quam.c.d.ad.d. dico quod erit disiunctim proportio.a.ad.b.maior quam.c.ad. d. ¶ Alioquin erit equalis uel minor: quod si equalis erit per coniunctam proportionalitatem.a. b.ad.b. ut.c.d.ad.d.quod est contra ypothe. si autem minor erit maior.c.ad.d. quam.a.ad. b. ergo per premissam maior erit.c.d.ad.d.quam.a.b.ad.b. quod est inconueniens quia positum est quod minor: uerum est ergo quod dicitur. ¶ Quod est ostensiue astruemus hoc modo. ¶ Ponemus enim ut proportio.e.b.ad.b. sit tanquam proportio.c.d.ad.d.eritque ex prima parte.10.e.b.minor quam.a. b. quare ex communi scientia.e.est minor quam.a. ¶ Minor igitur est ex prima parte.8.proportio.e. ad.b.quam sit.a.ad.b.sed proportio.e.ad.b.est sicut.c.ad.d.ex disiuncta proportionalitate: itaque ex.12.proportio.a.ad.b.est maior quam sit.c.ad.d. quod est propositum.



Propositio .30.

Si fuerint quatuor quantitates quarum prime et secunde ad secundam sit maior proportio quam tertie et quarte ad quartam: erit euersim minor proportio prime et secunde ad primam quam tertie et quarte ad tertiam.

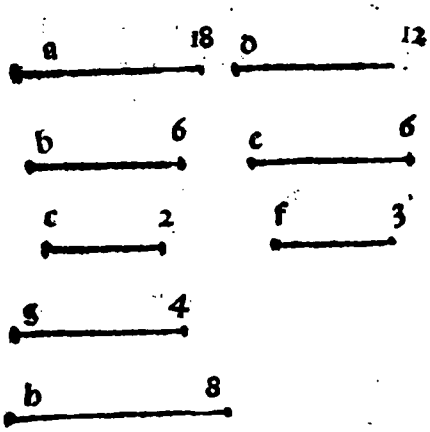
¶ Sit maior proportio.a.b.ad.b.quam.c.ad. d.dico quod euersim minor erit proportio.a b.ad.a.quam.c.d.ad.c. ¶ Erit enim disiunctim ex premissa maior proportio.a.ad.b.quam.c.ad.d. Itaque per.26. erit econuerso minor.b.ad.a.quam.d.ad.c. quare per ante premissam coniunctim minor erit.b.a.ad.a.quam.d.c.ad.c quod est propositum.

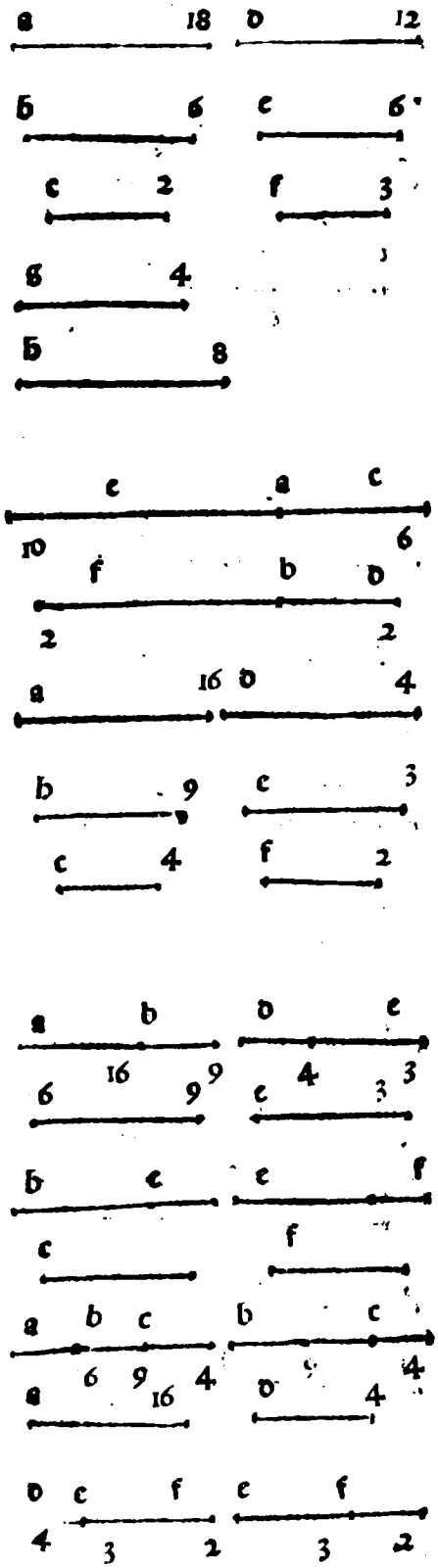


Propositio .31.

Si fuerint tres quantitates in vno ordine. itemque tres in alio fueritque prime priorum ad secundam maior proportio quam prime posteriorum ad secundam. itemque secunde priorum ad tertiam maior quam secunde posteriorum ad tertiam. erit quoque prime priorum ad tertiam maior proportio quam prime posteriorum ad tertiam.

¶ Sint tres quantitates.a.b.c.itemque alie tres.d.e.f.sitque maior proportio a.ad.b.quam.d.ad.e.itemque maior.b.ad.c.quam.e.ad.f.dico quod maior erit proportio.a.ad.c.quam.d.ad.f. ¶ Sit enim.g.ad.c.ut.e.ad.f.eritque ex prima parte.10. g.minor.b.quare ex secunda parte.8.proportio.a.ad.g. est maior quam. a.ad





b. multo maior ergo est proportio. a. ad. g. q̃. d. ad. e. ¶ Sit itaq. h. ad. q̃. ut d. ad. e. erit q̃ ex prima parte. 10. a. maior. h. quare ex prima parte. 8. ꝓportio. a. ad. c. maior est q̃ proportio. h. ad. c. At uero proportio. h. ad. c. est ꝑ equam proportionalitatem sicut. d. ad. f. est enim. h. ad. g. ut d. ad. e. ⁊ g. ad. c. ut. e. ad. f. igitur ex. 11. ꝓportio. a. ad. c. est maior q̃. d. ad. f. quare constat propositum.

Propositio .32.

Si fuerint tres quantitates in uno ordine. : itemq; tres in alio fueritq; proportio secunde priorum ad tertiam maior q̃ prime posteriorum ad secundam. Itemq; prime priorum ad secundam maior q̃ secunde posteriorum ad tertiam: erit maior proportio prime priorum ad tertiam q̃ prime posteriorum ad tertiam.

¶ Sint enim tres quantitates in uno ordine. a. b. c. Itemq; tres in alio. d. e. f. quemadmodum in premissa. sitq; maior proportio. b. ad. c. q̃. d. ad. e. ⁊ maior. a. ad. b. q̃. e. ad. f. dico q̃ maior erit. a. ad. c. q̃. d. ad. f. ¶ Sit enim. g. ad. c. ut. d. ad. e. eritq; g. minor. b. per primam partem. 10. quare maior erit proportio. a. ad. g. q̃ ad. b. per secũdam partem. 8. ¶ Igitur multo maior ē. a. ad. g. q̃. e. ad. f. ¶ Sit itaq. h. ad. g. ut. e. ad. f. eritq; a. maior. h. ex prima parte. 10. quare proportio. a. ad. c. maior est q̃. h. ad. c. ex prima parte. 8. At uero ex. 23. proportio. h. ad. c. est tanquã. d. ad. f. eo quod est. g. ad. c. ut. d. ad. e. ⁊ h. ad. g. ut. e. ad. f. igitur. ex. 11. maior est proportio. a ad. c. q̃ d. ad. f. quod est propositum.

Propositio .33.

Si fuerit proportio totius ad totum maior q̃ abscissi ad abscisum erit residui ad residuum maior proportio q̃ totius ad totum.

¶ Sint due quantitates. a. ⁊ b. a quibus abscindantur. c. ⁊ d. ⁊ residua sunt. e. ⁊ f. sitq; maior proportio. a. ad. b. q̃. c. ad. d. dico q̃ maior erit proportio. e. ad. f. q̃. a. ad. b. ¶ Erit enim ex. 27. permutatim maior proportio. a. ad. c. q̃. b. ad. d. quare ex. 30. erit euersim minor proportio. a. ad. c. q̃. b. ad. f. igitur rursus ex. 27. permutatim. b. ad. a. maior q̃. f. ad. e. quare ex. 26. minor erit. a. ad. b. q̃. e. ad. f. quod est propositum.

Propositio .34.

Si quotlibet quantitates ad totidem alias comparentur. fueritq; cuiuslibet precedentis ad suam relatiuam maior proportio q̃ alicuius subsequentis ad suam. erit omnium harum pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas maior proportio q̃ alicuius subsequẽtium ad suam comparem autetiam q̃ omnium pariter acceptarum ad omnes pariter acceptas: minor autem q̃ prime ad primam.

¶ Sint tres quantitates. a. b. c. relate ad totidem alias que sunt. d. e. f. sitq; maior proportio. a. ad. d. q̃. b. ad. e. ⁊ b. ad. e. sit maior q̃. c. ad. f. dico q̃ proportio. a. b. c. pariter acceptarum ad. d. e. f. pariter acceptas est maior q̃ b. ad. e. uel maior q̃. c. ad. f. ⁊ etiam maior q̃. b. ⁊ c. pariter acceptarum ad e. ⁊ f. pariter acceptas ⁊ q̃ ipsa est minor q̃. a ad. d. ¶ Cum sit enim. a. ad d. maior q̃ b. ad. e. erit permutatim. a. ad. b. maior q̃. d. ad. e. ⁊ coniũctim a. b. ad. b. maior q̃. d. e. ad. e. ⁊ iterum permutatim. a. b. ad. d. e. maior q̃ b. ad. e. quare per premissam. a. ad. d. est maior q̃. a. b. ad. d. e. ¶ Eodemq; modo probatur maiorem esse. b. ad. e. q̃. b. c. ad. e. f. ¶ Itaq; maior proportio est a. ad. d. q̃. b. c. ad. e. f. quare permutatim maior est. a. ad. b. c. q̃ d. ad. e. f. ⁊ coniunctim maior a. b. c. ad. b. c. q̃. d. e. f. ad. e. f. ⁊ iterum permutatim maior. a. b. c. ad. d. e. f. q̃. c. b. ad. e. f. quare per premissam maior est. a. ad. d. q̃. a. b. c. ad. d. e. f. quod est propositum.

¶ Explicit liber quintus.

Liber sextus Euclidis de superficiebus similibus ⁊ earum ad inuicem proportionibus ex perfectissima Campani interpretatione. Magistro LVCA Paciolo de Burgo Sancti Sepulcri Ordinis Minor. Castigatore acuratissimo Incip.

1. Superficies similes dicuntur quarum anguli vnius angulis alterius equales lateraq; equos angulos continentia proportionalia.

Vt sit trigonus.a.b.c.fuerit equiangulus trigono.d.e.f.fueritq; angulus.a equalis angulo.d.⁊ angulus.b.equalis angulo.e.⁊.angulus.c.angulo.f.⁊ proportio.a.b.ad.d.e.sicut.a.c.ad.d.f.⁊.b.c.ad.e.f.ipsi erunt similes.

2. Superficies mutuorum laterum sunt inter quarum latera incontinua proportionalitas retrãsitiue habetur.

Vt si duorum quadrilaterum.a.b.c.d.e.f.proportio.a.b.lateris primi ad.d.e.latus secundi fuerit sicut proportio.e.f.lateris secundi.ad.b.c.latus primi illa duo quadrilatera dicuntur mutuorum laterũ siue mutekesia.

Linea dicitur diuidi secundum proportionem habentem medium ⁊ duo extrema quando eadem est proportio totius ad maiorem sui sectionem que est maioris ad minorem.

Propositio .1.

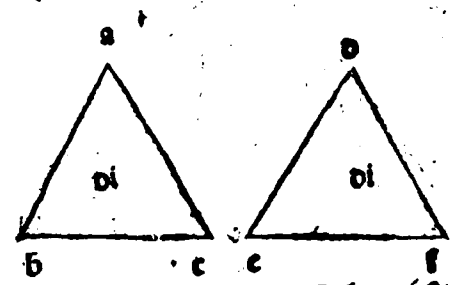
Si duarum rectilinearum superficierum equidistãtium laterum siue triangulorum fuerit altitudo vna tanta erit alterutra earum ad alteram.quanta sua basis ad basim alterius.

Sint duo paralellograma.a.b.c.d.e.f.equalis altitudinis.dico eẗ proportionẽ eorum sicut.b.c.ad.e.f.Ponã illa duo palellograma sup lineam unam que sit.g.m.eruntq; pp hoc q; sunt eqlis altitudinis iter lineas equidistãtes quarum sit altera.k.n.deinde ex linea g.m.sumã.g.c.multiplicẗ sm quẗcunq; numerũ uoluero.ad.b.c.⁊ diuidam eã in ptes eqles.b.c.in punctis.h.⁊.b.a qbus ⁊ puncto.g.ducam eq distãtes linee.a.b.q̃.sunt.g.k.⁊.h.l.⁊ cõplebo supficies equidistãtium laterũ.k.h.⁊.l.b.eritq; unaqueq; earũ p.36.primi eqlis.a.c.q̃re sicut linea.g.c.ẗ multiplex linee.b.c.ita supficies.c.k.supficiei.a.c.⁊ Similiter quoq; ad lineam.e.f.sumã ex linea.g.m.lineã.f.m multiplicem sm quẗcũq; numerũ uoluero.e.f.⁊ cõplebo supficiem equistãtium laterũ ducta linea.m.n.eq distanter linee.d.e.eritq; supficies.n.f.ita multiplex superficiei.d.f.sicut linea.m.f.linee.e.f.⁊ quia per.36.primi si linea.g.c.est maior linea.f.m. superficies.k.c.est maior superficie.n.f.⁊ si minor minor.⁊ si equalis eqlis erit per diffinitionem incontinue proportionalitatis eadem proportio basis.b.c.ad basim.e.f.que est superficiei.a.c.ad superficiem.d.f.quod est propositum. De triãgulis equalis altitudinis idem probabis:⁊ eodem modo per.38.primi ductis lineis ab extremitatibus earum quas ad bases sumes multiplices ad uertices triangulorum.

Propositio .2.

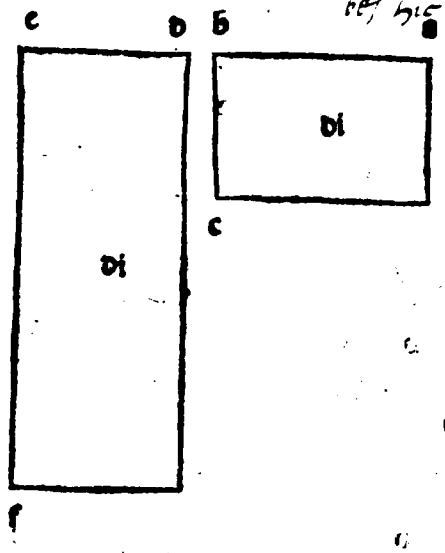
Si linea recta duo trianguli latera secãs reliquo fuerit equidistans:eas duo illa latera proportionaliter secare. Si uero proportionaliter secet eam reliquo lateri equidistare necesse est.

Sit triangulus.a.b.c.cuius duo latera.a.b.⁊.a.c.seco

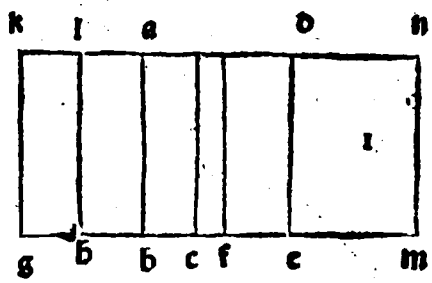


h. 52.

Tres diffinitiones ptemisit Campanus sm.T. quas ne ces hic inferius.



.53.



.54.

Diffinitio. 3.

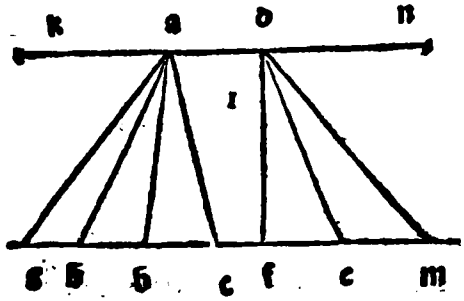
Per extremã ⁊ mediã rõnẽ recta linea diuidi dr: quando fuerit sicut tota ad maius segmentũ: sic maius ad minus.

Diffinitio. 4.

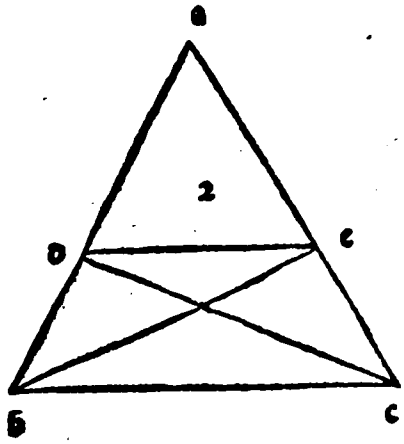
Altitudo uniuscuiusq; figure est a uertice ad basim ppendicularis deducta.

Diffinitio. 5.

Ratio ex duabus rõnibus: aut ex pluribus constare dicitur: qm rationũ quantitates multiplicate aliquã efficiunt quantitatem.



linea.d.e.equidistanter tertio lateri: quod est.b.c.dico q erit proportio a.d.ad.d.b.sicut.a.e.ad.e.c.& econuerso si fuerit proportio.a.d.ad.d.b.sicut.a.e.ad.e.c.linea.d.e.erit equidistans linee.b.c. ¶ Protraham enim duas lineas.e.b.&.d.c.eritq per.37.primi triangulus.e.d.b.equalis triangulo.d.e.c.propter id quod ipsi sunt ambo super lineam.d.e.inter lineas equidistantes.itaq per secundam partem.7.quinti: proportio trianguli.a.d.e.ad utrunq illorum erit una. ¶ Sed proportio eius p premissam ad triangulum.e.d.b.est sicut linee.a.d.ad lineam.d.b.& ad triangulum.d.e.c.sicut linee.a.e.ad lineam.e.c. Nam ipse cum utroq illorum est equalis altitudinis: quare erit proportio.a.d.ad.d.b.sicut.a.e.ad.e.c.quod est primum. ¶ Et si hoc fuerit erit per premissam ipsius.a.d.e.ad utrunq illorum proportio una: quare per secundam partem.9.quinti ipsi sunt adinuicem equales: & quia ipsi sunt super eandem basim. uidelicet lineam.d.e.& ex eadem parte erit per.39.primi linea.d.e.equidistans linee.b.c.quod est secundum.

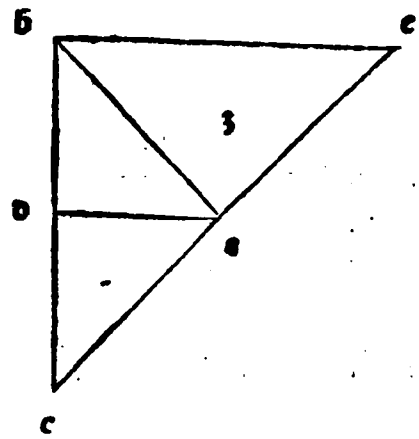


Propositio .3.

Si ab aliquo angulorum trianguli linea recta ad basim ducta angulum illum per equalia secet: duas partes ipsius basis reliquis eiusdem trianguli lateribus pportionales esse. Si vero due partes basis quas linea ab angulo ducta distinguit reliquis triãguli lateribus proportionales fuerint lineam illam angulum per equalia diuidere necessario comprobatur.

¶ Sit trigonus.a.b.c.cuius angulum.a.diuidat linea.a.d.per equalia: dico q proportio.b.d.ad.d.c.est sicut.b.a.ad.a.c.& econuerso. ¶ Protraham enim.b.e.equidistantem.a.d.& producam.c.a.quousq concurrat cum.b.e.in puncto.e.eritq per primam partem.29.primi angulus.e.b.a.equalis angulo.b.a.d.& per secundam partem eiusdem angulus.e.angulo.d.a.c.quare angulus.e.est equalis angulo.e.b.a.ergo per.6.primi.e.a.est equalis.a.b.& ideo per primam partem.7.quinti proportio.e.a.ad.a.c.est sicut.b.a.ad.a.c.sed per premissam.e.a.ad.a.c.est sicut.b.d.ad.d.c.ergo.b.a.ad.a.c.sicut.b.d.ad.d.c.quod est primum. ¶ Secũda pars que est conuersa prime partis probabitur conuerso modo. ¶ Manente enim eadem dispositione si fuerit proportio.b.a.ad.a.c.sicut.b.d.ad.d.c.quare per premissam.e.a.ad.a.c.est sicut.b.d.ad.d.c.erit eadem proportio.e.a.ad.a.c.que est.b.a.ad.a.c.ergo per primam partem.9.quinti.e.a.&.a.b.sunt equales: quare per.5.primi duo anguli.e.&.e.b.a.sunt equales. igitur per primam & secundam partem.29.primi angulus.b.a.d.est equalis angulo.d.a.c.quod est secundum.

a



¶ Castigator.

a ¶ Concursus iste probatur per lineam.b.c cadentem super duas lineas.b.e.&.c.a.per quartam petitionem primi. Nam ipsa primo cadit super duas equidistantes.b.e.&.d.a.& per secundam partem.29.primi.a.d.c.extrinsecus equatur angulo.e.b.c.totali intrinseco: & quia per.17.primi duo anguli.a.d.c.&.a.c.d.triãguli.a.c.d sunt minores duobus rectis: & ideo duo anguli.a.c.d.&.e.b.c.totalis etiam sunt minores duobus rectis cum loco anguli a.d.c.extrinseci ponatur.e.b.c.intrinsecus sibi equalis: & sic per predictam petitionem due linee.b.e.&.c.a.in eandem partẽ protracte concurrent in puncto.e.&c.

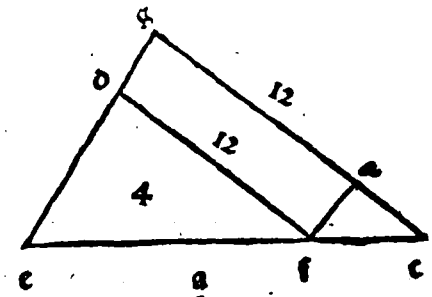
Propositio .4.

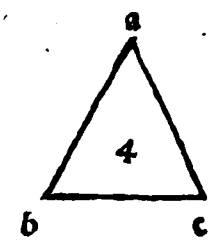
Omnium duorum triangulorũ quorũ anguli vnius angulis alterius sunt equales: latera equos angulos respicientia sunt proportionalia.

¶ Sint duo triãguli.a.b.c.d.e.f.equiãguli. sitq angulus a.eq̃lis angulo.d.& angulus.b.angulo.e.& angulus.c.angulo.f.dico q pportio.d.e.ad.a.b.&.d.f.ad.a.c.ẽ sicut.e.f.ad.b.c. ¶ Ponã

55

enim ambos triangulos sup lineam unā que sit.e.c.ita q duo anguli unius qui erunt super hanc lineam sint equales duobus alterius qui erunt sup eandem.non quidem medius medio aut extremus extremo: sed medius unius extremo alterius: & ponam duos eorum medios angulos in eodē puncto coire.sitq.a.f.c.ipse idem triangulus qui erat.a.b.c.& quia angulus.a.f.c.est equalis angulo.e.& angulus.d.f.e.angulo.c. per ypothesim: erit per primam partem.28.primi linea.a.f.equidistans.d.e.& d.f.equidistans.a.c. ¶ Complebo igitur superficiem equidistātium laterum que sit g.f.eritq. per.34.primi.g.a.equalis.d.f.& g.d.equalis.a.f. ¶ Quia ergo per secundam huius.g.a.est ad.a.c.sicut.e.f.ad.f.c.& per eandem.e.f.ad f.c.sicut.e.d.ad.d.g.erit per.7.quinti.d.f.ad.a.c.& per eandem.e.d.ad f.a.sicut.e.f.ad.f.c.quod est propositum.





Propositio.5.

Omnium duorum triangulorum quorum cunctorum laterum sese respicientium est proportio vna anguli lateribus proportionalibus contenti equi sibi inuicem esse probātur.

¶ Hec est conuersa prioris nec fecit ex ea & premissa unā conclusionem sicut fecit in secūda & tertia huius: quia nec eadem figuratione nec eisdem mediis demonstratur quibus precedens. ¶ Sint itaq. duo triāguli.a.b.c.d.e.f.sitq. proportio.a.b.ad.d e.&.a.c.ad d.f.sicut.b.c.ad.e.f.dico q angulus.a.est equalis angulo.d.& angulus.b. angulo.e.& angulus.c.angulo.f. ¶ Constituam super lineam.e.f.in opposita parte trianguli.d.e.f.angulum.f.e.g.equalem angulo.b.& angulum e.f.g.equalem angulo.c.eritq. per.32.primi: angulus.g.equalis angulo.a. ergo per premissam proportio.a.b.ad.e.g.&.a.c.ad.f.g.sicut.b.c.ad.e.f. ¶ Quare.a.b.ad.d.e.sicut ad.e.g.&.a.c.ad.d.f.sicut ad.f.g. ¶ Igitur per secundam partem none quinti.d.e.est equalis.e.g.& per eandē.d.f.equalis.f g.quare per.8.primi: duo trianguli.d.e.f.& g.e.f.sunt equianguli: quare ergo triangulus.d.e.f.est etiam equiangulus triangulo.a.b.c.constat propositum.

a

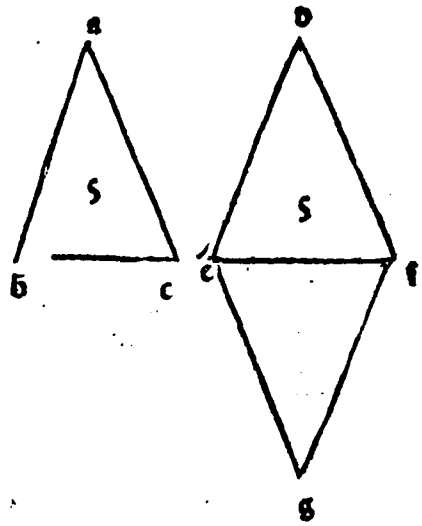
¶ Castigator.

a ¶ Per cōem sciam q̄ uni & eidē: siue qñ due res uni equales.

Propositio.6.

Omnes duo trianguli quorum vnus angulus vnius vni angulo alterius equalis.lateraq; illos duos equos angulos continentia proportionalia sunt inter se inuicem equianguli.

¶ Maneat prior dispositio: & sit solum angulus.b.equalis angulo.d.e.f.& proportio.a.b.ad.d.e.sicut.b.c.ad.e.f. dico adhuc duos triangulos.a.b.c.d.e.f.esse equiangulos. ¶ Cum enim sit per.4.huius propter ypotheses premisse conclusiōis.a.b.ad.e.g.sicut.b.c.ad.e.f.erit.a.b.ad.d.e.sicut.a.b.ad.e.g.quare per secundam partem none quinti.d.e.est equalis.e.g. ¶ Quia ergo duo latera.d.e.&.e.f.trigoni d.e.f.sunt equalia duobus lateribus.e.g.&.e.f.trigoni.g.e.f.& angulus.e. unius angulo.e.alterius: quia uterq. ē equalis angulo.b.ipsi erūt p quartā primi equianguli.& quia.e.g.f.est ēt equiangulus.a.b.c.patet propositū.



.56.

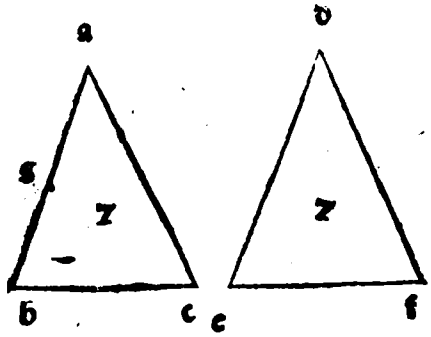
¶ Castigator.

a ¶ Videlicet unus p ypote.s.angulus.d.e.f.& alius p.23.primi.

Propositio. .7.

Si fuerint duo triāguli quorum vnus angulus vnius vni angulo alterius equalis: duoq; suorum reliquorum angulorum lateribus pportionalibus cōtenti: duorum vero demum reliquorum vterq; aut neuter recto angulo minor necesse est illos duos triangulos omnibus suis angulis inter se inuicem equiangulos esse.

.57.



¶ Sint duo trianguli.a.b.c.d.e.f.sitq; angulus.a.equalis angulo.d. ⁊ proportio.a.c.ad.d.f.sicut.c.b.ad.f.e. ⁊ uterq; duorum angulorũ. b.⁊.e. aut neuter sit minor recto: dico eos esse equiangulos. ¶ Si enim angulus.c. unius est equalis angulo.f.alterius: patet propositũ per premissam. ¶ Sin autem sit.c.maior fiatq; angulus.a.c.g.equalis eidem: eritq; per.32. primi triangulus.a.g.c.equiangulus triangulo.d.e.f. quare per quartam huius proportio.a.c.ad.d.f.sicut.g.c.ad.e.f.sed sic fuit.b.c.ad.e.f.ergo per.9.qnti.g.c.⁊.b.c.sunt equales. ¶ Ergo ꝑ quintam primi angulus.b.est equalis angulo.b.g.c. ¶ Si ergo neuter duorum angulorum.b.⁊.e.fuerit minor recto: accidet duos angulos unius trianguli non esse minores duobus rectis: quod eẽ non põt ꝑ.32.⁊.17.primi. ¶ Quod si uterq; fuerit minor recto: erit angulus.a.g.c.maior recto per.13.primi: quare ⁊ angulus. e. sibi equalis est etiam recto maior: quod est contra yptohe. ¶ Quare destructo opposito remanet propositũ. ¶ Oportet aũt utrunq; angulorum reliquorum aut neutrum esse minorem recto. ¶ Possibile enim[a] est in eodẽ triangulo ut in triangulo.a.b.c.lineam.g.c.esse equalem.b.c.⁊ ideo erit a.c.ad.utrãq; earum una proportio per.7.quinti. Nec tñ erunt trianguli a.g.c.⁊.a.b.c.equianguli: q̃uis unus angulus unius sit equalis uni angulo alterius: immo idem ut angulus.a.⁊ proportio linee.a.c.ꝓut est latus magni ad.a.c.prout est latus parui sicut.b.c.latus magni ad. g.c. latus parui: utraq; enim equalis. ¶ Et hoc est ꝑꝑ hoc ꝙ angulus.g. minoris est maior recto: ⁊ angulus.b.maioris minor. Nam in omni triangulo duum equalium laterum uterq; angulorum qui sunt ad basim est minor recto.

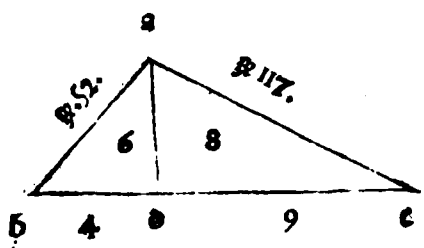
¶ Castigator.

a ¶ Quamuis ibi dicatur possibile enim est in eodem triãgulo ⁊c. Imaginatur primo formatus triangulus duũ equalium laterum.b.c.g. Demũ protracto latere.b.g.quantum libuerit.ut ad.a.deinde protracta linea.a.c.a pũcto ad punctum. Imaginantur duo trianguli unus magnus. a.b.c. ⁊ alius paruus.a.g.c.qui suprapositus magno imaginatur ⁊ ab eo abscindit triãgulum illum duum equalium laterum.s.b.c.g.prout in illis duobus explicite positis apparet ⁊c. Et hec pro septima huius dicta sint.

Propositio.8.

Si ab orthogonij angulo recto ad basim linea perpẽdicularis ducatur. fient duo trianguli partiales toti triangulo ⁊ sibiinuicem similes. Unde etiã manifestum est qꝛ in omni triangulo rectangulo si ab eius angulo recto ad absim perpendicularis ducatur erit ipsa perpendicularis inter duas sectiones ipsius basis ꝓportionalis. Itemq; vtrunq; latus inter totam basim atq; sibi conterminalem basis portionem.

-58-

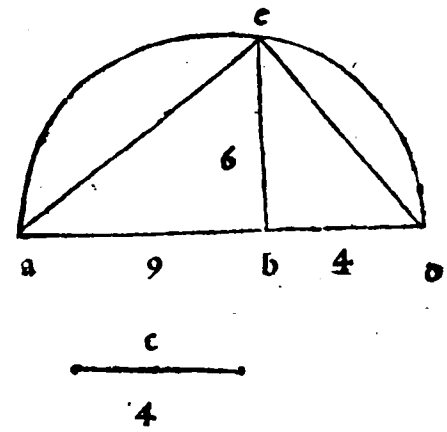


¶ Sit trigonus.a.b.c.orthogonius eiusq; angulus.a. rectus a quo ducat a.d.perpendicularis ad basim.dico ꝙ uterq; duorum triangulorum partialium qui sunt.a.b.d.a.d.c.similis est totali triangulo.a.b. c.⁊ unus eorum alteri. ¶ Est enim uterq; ipsorũ equiangulus totali per.32.primi.eo ꝙ uterq; est orthogonius ⁊ in uno angulo cõmunicant cum totali: quare ⁊ sibiinuicem sunt equianguli. ¶ Ita ꝙ angulus. b.est equalis angulo. d.a.c.⁊ angulus.b.a.d.angulo.c.⁊ duo anguli qui sunt ad.d.sibiinuicẽ ⁊ angulo.a.totali equales: quare per.4.huius latera equos eorum angulos respicientia sunt proportionalia: ergo per diffinitionem[c] sunt similes: qđ est propositum. ¶ Vtrunq; correla.ex his euidenter apparet.

¶ Castigator.

a ¶ Nota propter dictum superius in fine expositionis octaue huius.ubi per.4.concluduntur latera illoꝝ triangulorum equos angulos respicientia esse proportionalia. Et ex hoc per diffinitionem similium superficieꝝ illos triangulos esse similes ⁊c. Diffinitio illa nõ dicit ꝙ latera equos angulos respicientia sint proportionalia: sed ꝙ latera equos angulos continentia sunt proportionalia: ut ibi patet: ⁊ sic uidetur indebite concludi

intentum. ¶ Quapropter aduerte q̄ idem est in triangulis dicere latera equos angulos respicientia esse proportionalia: ꝛ equos angulos cōtinētia esse proportionalia: quod in istis duobus triangulis apparet. uidelicet a.b.c.ꝛ.d.e.f. dato q̄ sint eqanguli. uidelicet q̄ angulus.a. equetur angulo.d.ꝛ.b. angulo.e.ꝛ.c. angulo.f. nam latus.d.e. ad.a.b. que respiciūt angulos.c.ꝛ.f. sunt in ꝓporrione lateꝝ.d.f. ad a.c. que etiā respiciunt equos angulos. b.ꝛ.e.ꝛ per consequens istamet latera sunt continētia equos angulos: uidelicet .a.ꝛ.d.ꝛ sic arguas de reliquis ꝛc. Et ideo postea per diffinitionem ꝛc.



Propositio .9.

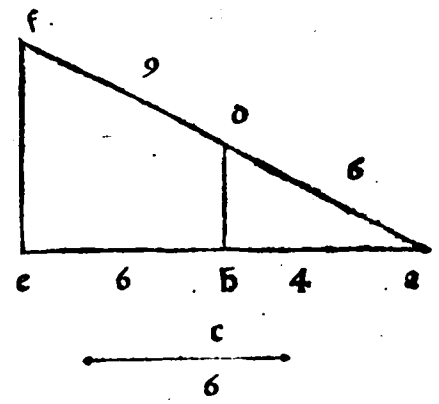
Duabus lineis propositis tertiam inter eas sub proportionalitate continua collocare.

¶ Sint due linee proposite.a.b.ꝛ.c. iter quas uolo unam lineam in proportionalitate continua collocare. Adiungam unam earum alteri sitq; tota ex eis cōposita. a.d. ita q̄.b.d. sit equale.c.ꝛ super totam describo semicirculum a.e.d.ꝛ produco.e.b. usq; ad circunferentiam perpendicularem ad lineā a.d. dico lineam.b.e. esse quam querimus. ¶ Produco enim lineas. e.a.ꝛ e.d. eritq; per.30. tertii angulus.e. totalis rectus: quare per primā partem. correl. premisse ꝓportio.a.b. ad.b.e. sicut.b.e. ad.b.d. quod est ꝓpositum.

Propositio .10.

Duabus lineis datis tertiam eis in continua ꝓportionalitate subiungere

¶ Sint due linee proposite.a.b.ꝛ.c. quibus uolo tertiam in continua proportionalitate subiungere: couiungo lineam.c. angulariter ut contingit cum linea.a.b. sitq; a.d. sibi equalis: ꝛ produco lineam.a.b. usq; ad.e. donec fiat b.e. equalis.a.d.ꝛ protracta linea.b.d. a puncto.e. duco lineam sibi equidistātem quā lineam.a.d. produco quousq; concurrant in puncto[a] .f. dico igitur lineam.d.f. esse quam querimus. ¶ Est enim per secundam huius proportio.a.b. ad.b.e. sicut.a.d. ad.d.f. sed a.b. ad.b.e. est sicut.a. b. ad a.d. per.2. partem.7. quinti: quare.a.b. ad.a. d. sicut.a.d. ad.d.f. quod est propositum. ¶ Quod si propositis[b] tribus lineis uelimus inuenire quartam: ad quam sit proportio tertie sicut prime ad secundam: ex prima ꝛ secunda fiat linea una ꝛ toti composite tertia: angulariter adiūgatur ꝛ a cōmuni termino prime ꝛ secunde: ducatur linea ad extremitatem tertie: ꝛ ab altero termino secunde ducatur huic linee equidistans: quousq; cōcurrat cum tertia in continuum rectumq; protracta: eritq; per secundam huius linea quā hec equidistans abscindet que queritur: quēadmodum si in hac figura fuerit prima.a.b. secunda.b.e. tertia.a.d. erit. quarta.d.f.



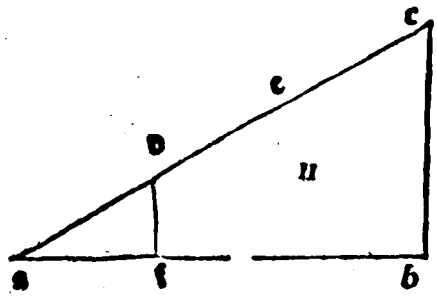
¶ Castigator.

a ¶ Cōcurrent.n. per rationes supra in tertia huius adductas. b ¶ Quāuis non dicat sub continua proportio. subiūgere: tñ indifferenter habet locum ad infinitas: quia inuenta quarta ad tertiam: tunc prima dimissa inuenitur quinta ad quartam ꝛ sexta ad quintam ꝛc. dimittēdo semper priorem tres subsequenres retinendo. ꝛ tunc operando per.10. sequitur intentum: ut patet.

Propositio .11.

A Bassignata linea quotamcunq; iubearis partem abscindere.

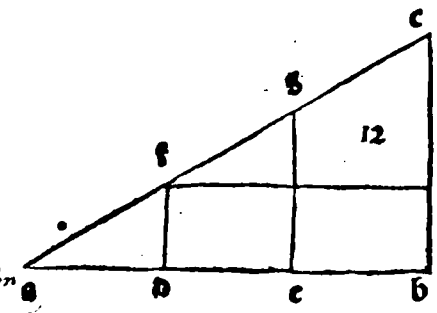
¶ Sit.a.b. linea assignata ab ea uolo aliquotam partem utpote tertiam abscindere. ¶ Coniungo ei angulariter: ut contingit lineam indefinite quantitatis que sit. a.c. a qua reseco tres equas portiones. que sint.a.d.d.e.ꝛ.e.c.ꝛ produco lineas.c.b.ꝛ.d.f. sibi equidistantes. dico.a.f. esse tertiam.a.b. est enim per secundam huius proportio.c.d. ad.d.a. sicut.b.f. ad.f.a. quare coniunctim.c.a. ad.d.a. sicut.b.a. ad.f.a. cum igitur.c.a. sit tripla. ad.d.a. patet.a.f. esse tertiam.a.b. quod est propositum.



Propositio .12.

Duabus lineis propositis altera indiuisa altera per partes diuisa: indiuisam quidem ad modum diuise diuidere.

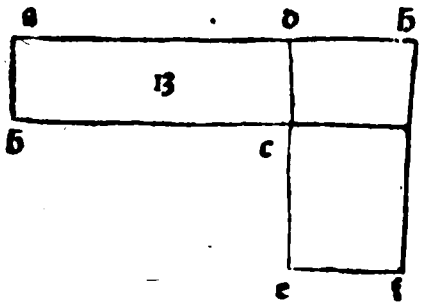
¶ Sint due linee quas angulariter ut continget coniungam. a.b. ⁊ a.c. sitq; a.b. diuisa in tres uel qualescũq; portiones signatis in ea punctis. d. ⁊ e. uolo secundum easdẽ portiones diuidere lineam. a.c. ⁊ Cum igitur ipsas angulariter coniunxero. protraham lineam. b.c. ⁊ equidistãtes ei. d.f. ⁊ e.g. dico istas equidistantes diuidere lineam. a.c. in partes proportionales partibus. a.b. ⁊ Protraham enim. f.h. equidistantem. a.b. que secet. e.g. in puncto. k. eritq; ꝑ secundam huius proportio. g.f. ad. f.a. sicut. e.d. ad. d.a. ⁊ c.g. ad. g.f. sicut h.k. ad. k.f. quare ⁊ sicut. b.e. ad. e.d. per. 34. primi. ⁊ secundam partem. 7. quinti: quod est propositum. Oportet autem secundam huius totiens repetere quot erunt partes linee. a.b. minus una. At uero. 34. primi ⁊ septimam quinti minus duabus.



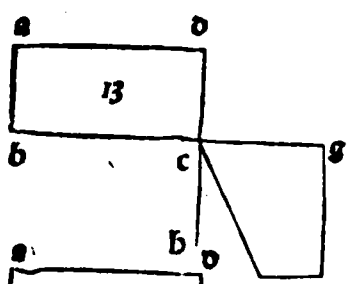
mutekesia. 1. pm
2. reciproca. no.

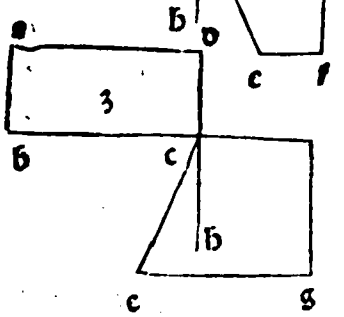
Propositio .13.

Si due superficies equidistantium laterum quarũ vnus angulus vnius vni angulo alterius equalis: equales fuerint latera duos equos angulos continẽtia mutekesia esse. Si vero latera duos equos angulos continẽtia mutekesia fuerint duas superficies equales esse necesse est.



¶ Sint due superficies. a.b.c.d. ⁊ c.e.f.g. equidistantium laterũ ⁊ equales. sitq; angulus. c. unius equalis angulo. c. alterius. dico proportiõem. b.c. ad. c.g. esse. sicut. e.c. ad. c.d. ⁊ si proportio. b.c. ad. c.g. fuerit sicut. e.c. ad c.d. ⁊ predicti anguli fuerint adhuc equales: dico illas duas superficies eq distantium laterum esse equales. ⁊ Coniungam enim eas angulariter ui delicet angulum. c. unius cum angulo. c alterius. ita ꝙ duo latera earum que sunt: b.c. ⁊ c.g. fiant linea una: eruntq; similiter duo reliqua latera. d.c. ⁊ c.e. linea una. (alioquin sequeretur per presentem ypothe. que est angulum. c. unius esse equalem angulo. c. alterius. ⁊ per. 15. primi: partẽ esse equalem toti): complebo itaq; superficiem equidistantium laterum productis lineis. a.d. ⁊ f.g. quousq; concurrant in. h. eritq; per primam partem. 7. quinti utriusq; superficiei. a.c. ⁊ c.f. ad superficiem. c.h. proportio una: ⁊ quia per primam huius proportio superficiei. a.c. ad. superficiẽ. c.h. sicut linee. b.c. ad lineam. c.g. ⁊ superficiei. c.f. ad eandem superficiem c.h. sicut. e.c. ad. c.d. manifesta est prima pars proposite conclusionis. ⁊ Secunda pars sic patet: per primam. n. huius est ꝓportio. b.c. ad. c.g. sicut. a.c. ad. c.h. ⁊ e.c. ad. c.d. sicut. c.f. ad eandem. c.h. ⁊ quia positum est ꝙ proportio. b.c. est ad. c.g. sicut. e.c. ad. c.d. erit utriusq; duaꝝ superficierum. a.c. ⁊ e.g. ad superficiem. c.h. una proportio: ergo per primam partem. 9. quinti. a.c. est equalis. c.f. sicq; patet secunda pars.





¶ Castigator.

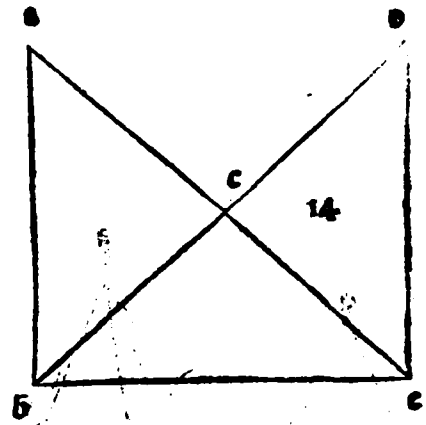
a ¶ Quia si. d.c. ⁊ c.e. non sunt linea una: tunc continuabo. d.c. usq; ad h. in utraq; dispositione aduersarii: ⁊ semper per. 15. primi in qualibet anguli cõtra se positi erũt equales. s. angulus. c. utriusq;: ⁊ ꝑ ypothe. ẽt dictus angulus maior aut minor cõtra se posito equat angulo. c. suꝑficiei. a.b.c.d. ⁊ ideo ꝑs toti quod ẽ ĩpossibile ꝑ cõceptionẽ. b ¶ Cõcurrẽt. n. quia si imaginatur ꝑtrahi linea. d.g. fient duo anguli ex parte. h. minores duobus rectis. ⁊ ideo per. 4. petitionem concurrent ⁊ in. h.

Propositio .14.

Si duo trianguli quoꝝ vnus angulus vnius vni angulo alterius equalis equales fuerint: latera duos angulos equos cõtinẽtia erũt mutekesia. Si vero latera duos equos angulos cõtinentia fuerint mutekesia duo trianguli equales esse comprobantur.

Hic deficit prop. xiij. theoris. q est
Duabus datis rectis lineis mediã proportionalẽ inuenire.

¶ Sint duo trianguli. a. b. c. d. e. equales: sitq; angulus. c. unius equalis angulo. c. alterius: dico proportionem. a. c. ad. c. e. esse sicut. d. c. ad. c. b. ꝗ si fuerit proportio. a. c. ad. c. e. sicut. d. c. ad. c. b. ꝗ ꝑdicti anguli fuerint ad huc equales: dico illos duos triangulos esse equales. ¶ Coniũgam enim eos angulariter ita ꝙ latera. a. c. ꝗ. c. e. fiant linea una. eruntq; similiter. b. c ꝗ. c. d. linea una. (aliter sequeretur partem esse equalem toti. per. 15. ꝑmi.) ꝗ protraham lineam. b. e. eritq; per primam partem. 7. quinti utriusq; dictorum triangulorum ad triangulum. c. b. e. proportio una: ꝗ quia per primam huius primi eorum ad ipsum est sicut a. c. ad. c. e. ꝗ secundi eorum ad eundem sicut. d. c. ad. c. b. manifesta est prima pars proposite conclusionis. ¶ Secunda pars econuerso probatur. quia. a. c ad. c. e. est sicut primi trianguli ad triangulum. b. e. e. ꝗ. d. c. ad. c. b. sicut secundi ad eundem per primam huius: ꝗ quia positum est ut sit. a. c. ad. c. e. sicut. d. c. ad c. b. erit utriusq; dictorum triangulorum ad triangulum. b. c. e. una ꝓportio: quare per primam partem. 9. quinti ipsi sunt equales. sicq; patet secunda pars.

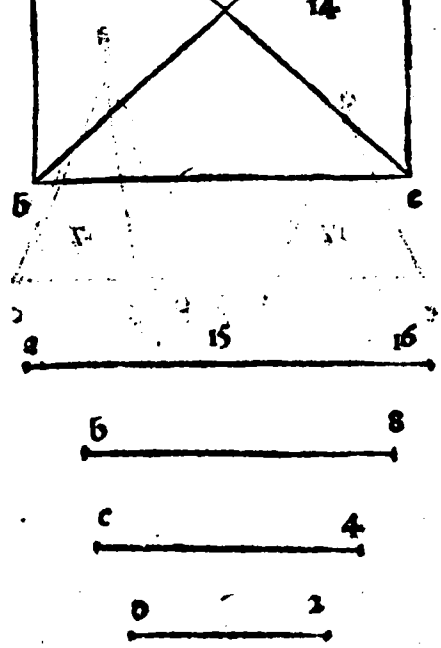


Propositio .15.

Si fuerint quatuor linee proportionales quod sub prima ꝛ vltima rectangulum continetur: equum erit ei quod sub duabus reliquis. Si vero quod sub prima ꝛ vltima continetur equum fuerit ei qd sub duabus reliquis continetur rectangulum: quatuor lineas proportionales esse conuenit.

¶ Sint quatuor linee. a. b. c. d. proportionales: Sitq; proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico ꝙ superficies contenta sub. a. ꝗ. d. equalis est superficiei contente sub. b. ꝗ. c. ¶ Et si superficies contenta sub. a. ꝗ. d. est equalis superficiei contente sub. b. ꝗ. c. dico ꝙ proportio. a. ad. b. est sicut. c. ad. d.

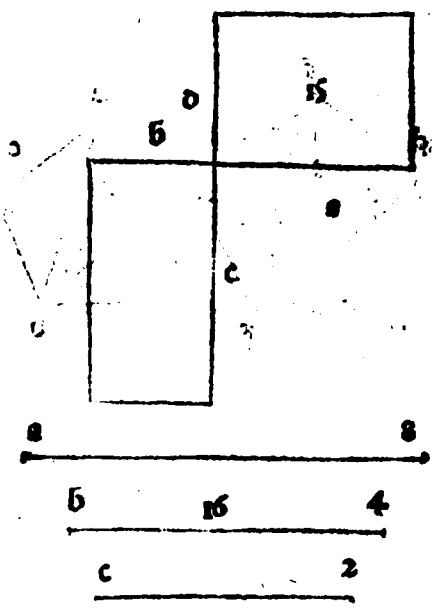
¶ Fiant enim superficies contenta sub. a. ꝗ. d. ꝗ superficies contenta sub b. ꝗ. c. Si ergo est proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. latera illarum superficierum erunt mutekesia. sed ꝗ anguli ab eis contenti equales: quia utraq; est rectorum angulorum: quare per secundam partem. 13. huius ipse sunt equales quod est primum. ¶ Secundum patet per primam partem eiusdem. si enim ipse sunt equales. quia omnes anguli earum sunt recti: latera earum erunt mutekesia: quare proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. quod est secundum.



Propositio .16.

Si fuerint tres linee proportionales quod sub prima ꝛ tertia rectangulum continetur: equum erit ei quod a secunda quadrato describitur. Si vero quod sub prima ꝛ tertia continetur equum est ei quadrato quod a secũda producitur: ipse tres linee proportionales erunt.

¶ Sit proportio linee. a. ad lineam. b. sicut linee. b. ad lineam. c. dico ꝙ superficies contenta sub. a. ꝗ. c. equalis est quadrato. b. ꝗ ꝑs superficies contenta sub. a. ꝗ. c. est equalis quadrato. b. dico ꝙ proportio. a. ad. b. est sicut b. ad. c. ¶ Hoc autem est euidens per precedentem posita alia linea que sit equalis. b. ita ꝙ. b. sit in ratione secunde ꝗ tertie.

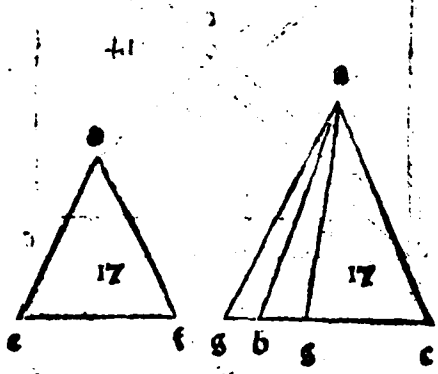


Propositio .17.

Si fuerint duo trianguli similes proportio alterius ad alterũ est tanq̃s proportio cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius duplicata. Manifestum etiam ex hoc quia omnium trium linearum continue proportionalium quanta est prima ad tertiam tanta erit superficies constituta super

primam ad superficiem constituta super secundam secundum ipsi similis in iuncatione & creatione.

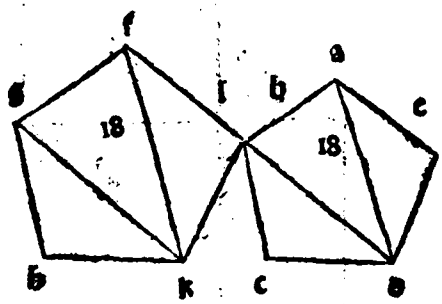
¶ Sint duo trianguli.a.b.c.& d.e.f.similes eruntq; per diffinitionem eq̃ anguli & laterum proportionalium. Sit ergo angulus. a. equalis angulo d.& angulus.b.angulo.e.& angulus.c.angulo.f.¶ Erit q̃ proportio. a.b. ad.d.e.& a.c.ad.d.f.sicut.b.c.ad.e.f.¶ Dico q̃ proportio trianguli.a.b.c.ad triangulum.d.e.f.est sicut proportio.b.c.ad.e.f.duplicata.¶ Subtẽdatur enim ſm doctrinam.10.huius duabus lineis.b.c.& e.f.tertia in continua proportionalitate que sit.c.g.protracta aut resecata.c.b.si.c.g.fuerit ea maior aut minor.¶ Et producatur linea.g.ia.erit q̃ per secundã partem.14.huius triangulus.a.g.c.equalis triangulo.d.e.f.propter id quod proportio.a.c.ad.d.f.est sicut.e.f.ad.c.g.& angulus.c.equalis angulo.f.q̃re per secundam partem.7.quinti trianguli.a.b.c.ad utrumq; illorum este una proportio.¶ Sed per primam huius proportio trianguli.a.b.c.ad triangulum.a.g.c.est sicut.b.c.ad.g.c.Ac iterum proportio.b.c.ad.c.g.sicut.b.c.ad.e.f.duplicata per.10.descriptionem quinti:ergo proportio trianguli.a.b.c.ad triangulum.d.e.f.est sicut proportio.b.c.ad.e.f.duplicata:q̃d est propositum.¶ Si autem.c.g.sit equalis.b.c.erit per secundam partem.14.huius triangulus.a.b.c.equalis triangulo.d.e.f.equalis autem proportio componitur ex equali duplicata uel triplicata ac quotcunq; multiplicata.¶ Iſtam eandem passionem possumus eodem modo [illegible] media demonstrare de superficiebus equidistantium laterum [illegible] multiplicata solum.13.presentis loco.14.Non demonstrat autem eam: quia per sequentem demõstratur universaliter de omnibus superficiebus similibus. Quare per correl.q̃ universaliter proponitur de omnibus superficiebus similibus nondum patet nisi de triangulis:sed demonstrata sequente patebit de omnibus. Posuit autem ipsum hic & non in sequente:quia est correl.huius non autem sequentis:ex modo enim demonstrationis huius sua veritas manifestata est non ex modo illius.



Propositio .18.

Omnes due superficies similes rectilinee sunt diuisibiles in triangulos similes eq̃ numero eq̃les. Estq; proportio alterius earum ad alteram sicut cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuũ latus alterius proportio duplicata.

¶ Sint gratia exempli duo penthagoni.a.c.d.f.h.k.similes: dico q̃ ipsi sunt diuisibiles in triangulos similes numero equales: eq̃ proportio alterius eorum ad alterum est sicut.a.b.ad.f.g.proportio duplicata.¶ Dicantur enim lineae duae.a.c.& a.d.item q; f.h.& f.k.erit per diffinitionem pentagoni.& per.6.huius triangulus.a.b.c.equiangulus triangulo.f.g.h.& triangulus.a.c.d.triangulo.f.h.k.¶ Similiter quoq; patebit per communem scientiam. Si ab equalibus equalia demas que re.equa[illegible] erit triangulus.a.c.d.equiangulus triangulo.f.h.k.Nam ipsi penthagoni perfecti sunt equiangeli & laterum proportionalium.¶ Et quia trianguli in quos diuisiuntur sunt adinuicem equiangeli:ut probatum est:erunt etiã & similes per.4.huius & diffinitionem similium superficierum:quare q̃ ipsi sint numero equales patet primum.¶ Secundum sic protrahãtur.b.d.que secet.a.c.in puncto.m.& g.k.que secet.f.h.in puncto.n.erit q̃ triangulus.b.c.d.equiangulus triangulo.g.h.k.per.6.huius & presentem ypothesim quare & triangulus.a.b.m.triangulo.f.g.n.& a.m.d.f.n.k.ergo per.4.huius proportio.b.m.ad.g.n.est sicut.a.m.ad.f.n.& a.m.ad.f.n.sicut.m.d.ad.n.k.quare per.11.quinti.b.m.ad.g.n.sicut.m.d.ad.n.k.ergo per mutatim.b.m.ad.m.d.sicut.g.n.ad.n.k.sed per primam huius.a.b.m.ad.a.m.d.& b.c.m.ad.c.m.d.sicut.b.m.ad.m.d.& [illegible] per eandem.f.g.n.ad.f.n.k.& g.n.h.ad.h.n.k.sicut.g.n.ad.n.k.ergo per.11.quinti.a.b.c.



triangulorum.f.g.h. ad.f.l.k. quoniam proportio.a.b.c. ad.f.g.h. sicut.a.c.d. ad.f.h.k. ¶ Eadem ratione probabis q; ¶ sicut.a.c.d. ad.f.l.k. ergo per.13 quinti totius penthagoni ad totum penthagonum: sicut.a.b.c. ad.f.g.h. ¶ Per permutatim igit est proportio penthagoni.a.c.d. ad penthagonum.f.h.k. sicut proportio.a.b. ad.f.g. duplicata: quod est ꝓpositum. ¶ Ex quo rursus patet correl. precedentis. ¶ Aliter potest demonstrari secundum. ¶ Cum enim trianguli in quos penthagoni diuiduntur sint adinuicem similes erit per precedentem proportio.a.b.c. ad.f.g.h. sicut.b.c. ad.g.h. duplicata. ¶ Et.a.c.d. ad.f.h.k. sicut.c.d. ad.h.k. duplicata. ¶ Et. a. c. d. ad.f.l.k. sicut.d.e. ad.k.l. duplicata. ¶ Quia igitur omnes hee proportiones duplicate sunt equales propter hoc quod positum est simplas eē equales. erit per.15. quinti totius penthagoni ad totum penthagonum sicut latera quinis ad suum relatiuum. latus alterius proportio duplicata.

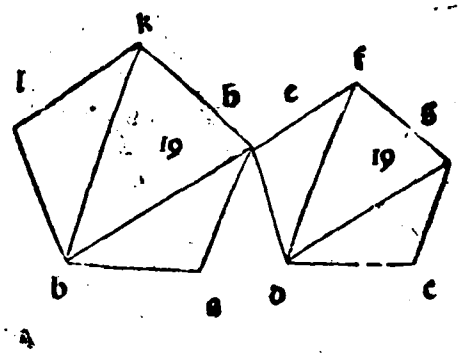
¶ Castigator.

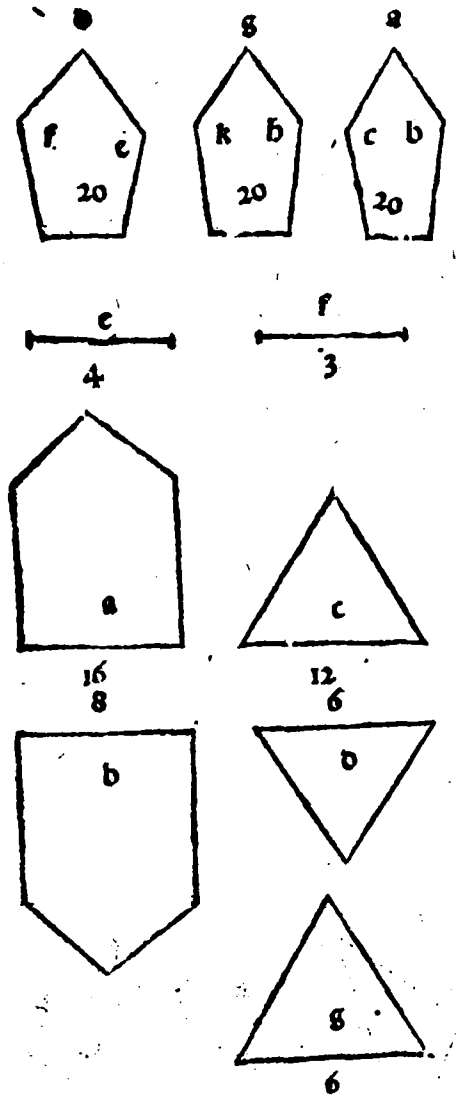
a ¶ Quia positi sunt penthagoni similes: ¶ ideo equianguli per diffinitionem similium superficierum. ¶ sic trianguli.a.b.c. ¶.f.g.h. sunt equianguli per.6. huius: quoniam angulus.b. unius est equalis angulo.g. alterius cum sint anguli propositorum penthagonorum integrorum: ut patet: ¶ latera illos continentia sunt inter se. proportionalia: per ypothe. penthagonorum similium ¶c. Et ideo per. 6 huius ¶c. ¶ Ex ista ¶ prima huius notatur mirabile nisi uidelicet quocunq; quadrilatero dato protractis in eo duabus diametris resoluetur in quatuor triangulos adinuicem proportionales: ut in duobus quadrilateris propositorum penthagonorum apparet: uidelicet.a.b.c.d. ¶.f.g.h.k. Nam triangulus.a.b.m. ad triangulum.a.m.d. est sicut basis.b.m. ad basim.m.d. per primam huius: ¶.b.c.m. ad.c.m.d. etiam ut.b.m. ad.m.d. ¶ ideo proportiōales. Item a.b.m. ad.b.c.m. sicut.a.m. ad.m.c. per eandem etiam.c.d.m. ad.a.m.d. sicut.c.m. ad.m.a. ¶ econuersa: ¶ sic quocunq; uoluantur semper sunt proportionales: quoniam bases semper beedem eodem modo dicetur de triangulis quadrilateri.f.g.h.k. ¶ omnium aliorum ¶c. ¶ Sed in his uocibus que nulla inequalitate discordant: nulla omnino consonantia est ¶ enim consonantia est dissimilium inter se uocum in unum redacta cōcordia: hec Boe. tertio capitu. primi musice ¶ 32.

Propositio .19.

Supra datam lineam date superficiei similem superficiem describere.

¶ Sit data linea.a.b. supra quam uolo constituere superficiem similem date superficiei que sit penthagona: ¶ sit.c.d.e.f.g. ⁊ Diuido hunc penthagonum in triangulos ductis lineis.d.f. ¶.d.g. ¶ super punctum.a. constituo angulum equalem angulo.c. ducta linea.a.h. ¶ super punctum.b. constituo alium angulum: qui sit.a.b.h. equalem angulo.c.d.g. protracta linea.b.h. quousq; concurrat cum.a.h. in puncto.h. eritq; per. 32. primi angulus.a.h.b. equalis angulo.c.g.d. ¶ ideo per. 4. huius latera duorum triangulorum.g.c.d. ¶.h.a.b. proportionalia. ⁊ Facio quoq; angulum.h.b.k. ducta linea.b.k. equalē angulo.g.d.f. ¶ angulū.k.b.l. ducta linea b.l. equalem angulo.f.d.e. ¶ angulum.b.h.k. ducta linea.h.k. equalem angulo.d.g.f. ¶ angulum.b.k.l. ducta linea.k.l. equalem angulo.d.f.e. erit perfectus penthagonus qui constituendus erat super lineam.a.b. ⁊ Est.n. equiangulus dato penthagono propter equalitatē angulorū triangulorum in quos est uterq; diuisus. ⁊ Sed ¶ laterum proportionalitē propter proportionalitatem laterum ipsorum triangulorum que ex quarta huius euidenter apparent: quare per diffinitionem similium superficie





rum penthagonus constitutus super lineam a.b. est similis penthagono dato quod est propositum.

Propositio .20.

Si fuerint vni superficiei similes quaslibet superficies sibi inuicem similes esse necesse est.

¶ Sit uterq; penthagonorum.a.b.c.d.e.f.similis penthagono.g.h.k.dico eos esse similes sibi inuicem. ¶ Est enim uterq; eorum equiangulus penthagono.g.h.k. per conuersionem diffinitiōis similium superficierum: quare sunt equanguli adinuicem. ¶ Similiter quoq; per conuersionem eiusdem diffinitionis proportio.a.b.ad.g.h.sicut.a.c.ad.g.k. ¶ Et.g.h.ad.d.e.sicut.g.k.ad.d.f. ¶ Ergo per equam proportionalitatem.a.b.ad.d.e sicut.a.c.ad d.f. ¶ Eodem modo probabis reliqua latera pēthagonorum.a.b.c.ad.d.e.f.continentia equos angulos esse proportionalia: per diffinitionē itaq; similium superficierum ipsi sunt similes adinuicem: quod est propositū.

Propositio .21.

quatuor .X.

Si fuerint quotlibet linee proportiōales atq; super binas ⁊ binas similes superficies designentur: ipse quoq; superficies erunt proportionales. Si vero super binas ⁊ binas similes superficies constitute fuerint proportionales: ipsas quoq; lineas proportionales esse necesse est.

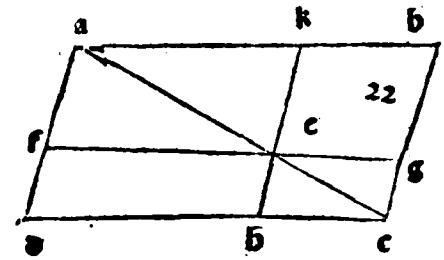
¶ Sint quatuor linee proportionales.a.b.c.d. sitq; proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.dico q; si superficies similes constituātur super.a.ꝗ.b. utpote duo penthagoni similes ꝗ alie similes constituantur super.c.ꝗ.d. utpote duo trianguli similes: erit proportio penthagonorum sicut triāgulorum. ¶ Quod si fuerint penthagoni similes: ꝗ similiter etiam trianguli similes: fueritq; proportio penthagoni ad penthagonum: sicut trianguli ad triangulum: dico q; erit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d. ¶ Subiungatur enim lineis.a.ꝗ.b.e.ꝗ lineis.c.ꝗ.d.f.in continua proportionalitate: sicut docet.10.huius.eritq; per.22.quinti ꝗ per equam proportionalitatem.a.ad.e.sicut.c.ad.f. ¶ Quia ergo per correl.17.huius proportio penthagonorum: est sicut.a.ad.e.ꝗ triangulorum sicut.c.ad.f. erit proportio penthagonorum sicut triangulorum: ꝗ hoc est primum. ¶ Secundum sic patet. Sint duo penthagoni similes: ꝗ duo trianguli similes: sitq; proportio penthagonorum sicut triangulorum: dico q; proportio.a.ad.b.est sicut.c.ad.d. ¶ Sit enim.c.ad.g.sicut.a.ad.b.(hoc enim qualiter fiat dictum est supra.10.huius).ꝗ super.g.fiat sicut docet.19.huius. superficies similis illi que est constituta super lineam.c.eritq; per premissam similis ei que constituta est super lineam d. ¶ Eritq; etiam per primam partem huius.21. que proportio penthagoni.a.ad penthagonum.b.eadem trianguli.c.ad triangulum g.sed eadem erat etiam trianguli.c.ad triangulum.d. ergo per secundam partem.9.quinti triangulus.d.est equalis triangulo.g. Et quia sunt similes: erit linea.g.equalis linee.d. per primam partem.17.huius cum super lineas.c.d.ꝗ.g.sint trianguli: uel per secūdam partem.18.cum fuerint quelibet alie figure multiangule: equalitas enim non producitur ex aliqua proportione duplicata uel triplicata uel quotiēslibet sumpta nisi ex equali, erit itaq;.c.ad.d.sicut.a.ad.b.quod est propositum.

Propositio.22.

Cuncte superficies equidistantium laterum que circa diametrum consistūt toti parallelogramo atq; sibiinuicem sunt similes.

¶ Sit ut in parallelogramo.b.d.cuius diameter.a.c.consistant superficies.g.h.ꝗ.f.k. equidistantium laterū circa

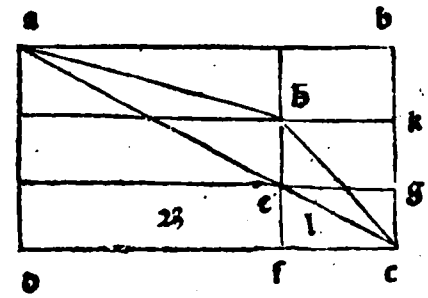
diametrum.ideo eas esse similes toti parallelogramo & sibi inuicē. ¶ Est enim per secundam huius.b.g.ad.g.c.&.d.h.ad.h.c.sicut.a.e.ad.e.c. ergo coniunctim.b.c.ad.c.g.&.d.c.ad.c.h.sicut.a.c.ad.c.e.quare per.11. qnti.b.c.ad.c.g.sicut.d.c.ad.c.h.¶ Sed etiam sicut.a.b.ad.e.g.cum.a.b.sit equalis d.c.&.e.g.h.c.¶ Eodem modo erit.a.d.ad d.h.sicut.a.b.ad.e.g. &.d.c.ad.h.c.¶ Quia ergo ista paralellograma sunt equiangula constat per diffinitionem similium superficierum.g.h.esse simile.b.d. ¶ Simili quoq; modo probatur.f.k.esse simile eidem: propter hoc q̃.b.a.ad.a.k. &.d.a.ad.a.f.est sicut.c.a.ad.a.e.per secundam huius & coniunctam proportionalitatem: quare per.10.huius.f.k.est etiam simile.g.h.sicq; patet totum.



Propositio .23.

Si in suo spacio parallelogramum partiale distinctum toti parallelogramo simile.atq; secundū suū illius esse fuerit: circa eiusdem diametrum cōsistit.

¶ Sit ut in parallelogramo.b.d.sit distinctum parallelogramum.f.g.quod sit sibi simile & secūdum suum eē.i. participans cum eo in angulo.c.dico q̃ parallelogramum.f.g. consistit circa diametrum parallelogrami.b.d.& est hec conuersa precedentis.¶ Producam enim.a.e.c.que si fuerit diameter parallelogrami
a b.d.constat propositum. Si autem sit[a].a.b.c.diameter eius.& ducatur.b. k.equidistans.f.c.eritq; per premissam parallelogramum.f.k.simile parallelogramo.b.d.ergo per conuersionem diffinitionis similium superficierum proportio.b.c.ad.k.c.est sicut.d.c ad.f.c.¶ Sed per eandem conuersionem dicte diffinitionis proportio.b c.ad.g.c.est sicut.d.c.ad.f.c.propter id quod parallelogramum.f.g.positum est simile parallelogramo. b.d.ergo per.11.quinti proportio.b.c.ad.g.c.est sicut.b.c.ad.k.c.utraq; enim est sicut.d.c.ad.f.c.quare per secundam partem none quinti.g.c.ē equalis.k.c.pars uidelicet toti quod est impossibile. Erit igitur.a.e.c.diameter parallelogrami.b.d.quod est propositum.



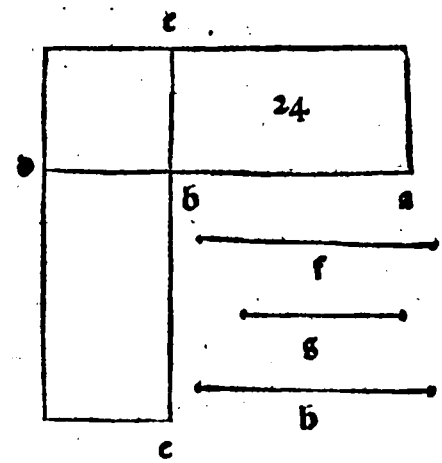
Castigator.

a ¶ Poterat etiam aduersarius dicere q̃ esset.a.l.c.uidelicet infra pūctū. e. Et idem ut prius accideret impossibile: sed hac positione.g.c. esset maior.k.c.ut patet.

Propositio .24.

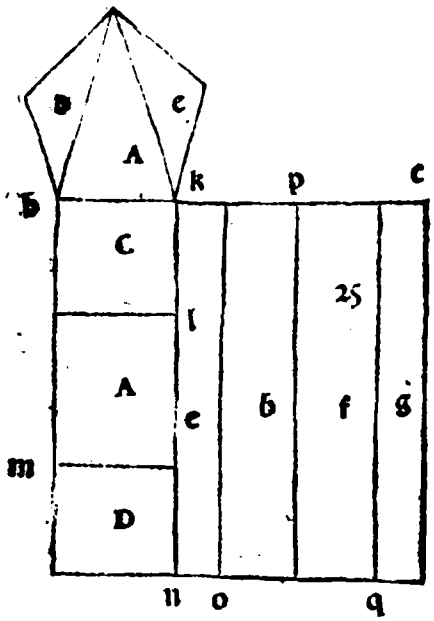
Omnium duarum superficierum equidistantium laterum quarum unus angulus unius uni angulo alterius equalis proportio alterius ad alteram est que producitur ex duabus proportionibus suorum laterum duos equos angulos continentium.

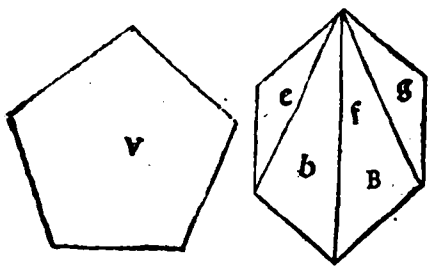
¶ Sint due superficies equidistātium laterum.a.c.& e.d.sitq; angulus.b. unius equalis angulo.b.alterius: dico q̃ proportio unius ad alteram producta est ex proportione.a.b.ad.b.d.& c.b.ad.b.e.¶ Disponam enim
b has duas superficies penitus sicut disposui eas in.13.huius adiūcto ad utrā q̃ parallelogramo[b].c.d.¶ Et ponam ut proportio linee.f.ad lineam.g. sit sicut.a.b.ad.b.d.& g.ad.h.sicut.c.b.ad.b.e.(qualiter enim hoc fiat. di
c ctum est supra.10.[c] huius): eritq; per primam huius & 11.quinti.a.c.ad.c. d.sicut.f.ad.g.& c.d.ad.d.e.sicut.g ad.h.quare per.22. quinti erit in equa proportionalitate.a.c.ad.d.e.sicut.f.ad.h.& quia.f.ad.h.producitur ex.f. ad.g.& g.ad.h.ut dictum est in fine expositionis.11.diffinitionis quinti. erit ut.a.c.ad.d.e.producatur ex eisdem: quare constat propositum.

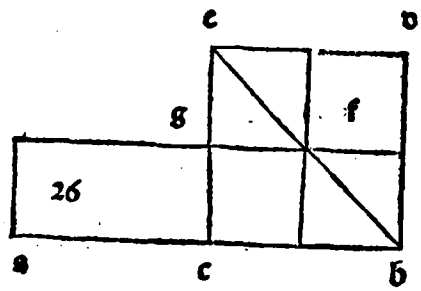


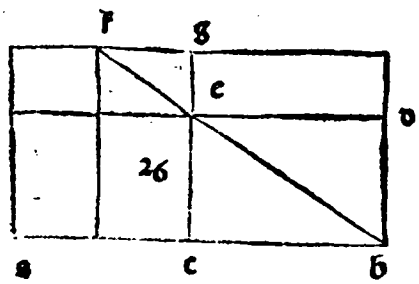
Castigator.

b.¶.d.a.& c.e.erunt linea una propter ypothe. in angulis & cām in.13. superius adductā per.15.primi.& ista facit ad.7.duodecimi.¶ Nota qualiter.10 huius applicetur huic.24. Nam ibi dicitur q̃ si tribus lineis propositis uelimus quartam inuenire ad quam tertia se habeat sicut prima ad secundam &c. Et ideo in ista dispositione habes tres lineas.primam.f.ad









g.secundá g.ad.h tertiá sicut.c.b.ad b.e.que quidem.h.sicp, ro. inuenta est.qm̃ habes tres alias lineas uidelicet.c.b.primá ad.e.b.secundam:⁊.g. tertiá: cui g.tertie inuenta est.h.quarta ad quá ipsa.g.tertia se habet in ꝓ portione: sicut.c.b.prima ad.e.b.secundam: ut patet in ista figura ad modũ decime predicte disposita.

Propositio .25.

Ate superficiei similem alicꝫ proposite equalem designare.

¶ Sint ꝓposite due supficies rectilinee. A.penthagona.B. exagona.uolo facere unam superficiem similem.a.⁊ equalem.b.⁊ Vtranq; propositarũ superficierũ resoluo in triangulos.⁊.A.quidem in triãgulos.c.a.d.⁊.B.uero in triãgulos.e.b.f.g.⁊ super basim supficiei.a.que sit.h k.constituo ꝑm doctrinã 44.primi superficiem equidistantium laterum rectangulam equalem.c. que sit.h.l.⁊.l.m.equalem.a.⁊.m.n.equalem.d. ut sit tota superficies eq̃ distantium laterum.h.n.constituta super basim.h.k.e qualis pẽthagono. a.⁊ Eodem modo super lineam.k.r.que est ꝑm latus huius superficiei cõstituo aliam superficiem rectangulã equalem exagono.b.quia facio.k.o. equalem.e.⁊.o.p.equalem.b.⁊.p.q.equalẽ.f.⁊.q.r.equalem g.ut sit tota rectangula superficies.n.r.equalis exagono.b.⁊ Et pono per.9.huius lineam.s t.ꝓportionalem inter lineam.h.k.⁊ lineam. k.r. ⁊ super eã ꝑm doctrinam.19.huius constituo superficiem.u similẽ superficiei.a.dico ipsam esse quã querimus ⁊ equalem superficiei.b.⁊ Cum enim tres linee.h.k.s. t.⁊.k.r.sint continue proportionales.⁊ super primã ⁊ secũdam sint cõstitute superficies similes uidelicet.a.⁊.u. erit per correla.17.huius.a.ad.u.sicut.h.k.ad.k.r.quare per primam huius sicut.h.n.ad.h.r.⁊ Et ideo ꝑ primam partem septime quinti sicut.a.ad.n.r.⁊ Et ꝓp hoc per secũdam partem eiusdem sicut.a.ad.b.itaq; ꝑ secundam partem. 9.quinti. u. est equalis.b.quod ẽ ꝓpositũ. ¶ Quod etiam possumus ex permutata ꝓportionalitate facile ꝓbare: quia cum sit.a.ad.u sicut.h.n.ad.n. r. erit permutatim a.ad.h.n.sicut.u.ad.n.r.⁊ Et quia.a.est equalis.h.n.erit.u.equalis.n r.q̃ re.u.est etiam equalis.b.per hanc cõmunem scientiam: quecunq; uni ⁊ eidem sunt equalia inter se sunt equalia.⁊ Nõ est aũt necessarium ut superficies.h.l.l.m.⁊.m.n equidistantium latez equales triangulis.c.a.d.aut supficies.k.o.o.p.p.q.⁊.q.r.equales triãgulis.e.b.f.g.sint rectangulae sed ut angulus extrinsecus superficiei.l.m.sit equalis angulo intrinseco supficiei l.h.⁊ extrinsecus.m.n.intrinseco.m.l. ¶ Similiter quoq; ut extrinsecus superficiei.k.o.sit equalis intrinseco supficiei.h.n.⁊ extrinsecus.o.p. intrinseco.k.o.sicq; de ceteris. ¶ Cum enim sic fuerit erit unaquaq; linearũ.k. n.⁊ sibi opposita.h.m.itemq;.h.r.⁊ sibi opposita.n.q.linea una per ultimam partem.29.primi ⁊ per.14.eiusdem quotiens oportuerit equaliter repetitas. ¶ Propter id qd oẽs supficies.h l.l.m.⁊.m.n. Item q;.k.o.o.p. p.q.⁊.q.r.sunt equidistantiũ laterum ⁊ angulus extrinsecus cuiusq; sequẽtis est equalis intrinseco eã ꝑcedentis: quare due supficies.h.n.⁊.n. r. erũt equidistãtiũ laterũ ⁊ inter lineas equidistantes ⁊ equalis altitudinis: Cetera ergo argue ut prius.

Propositio .26.

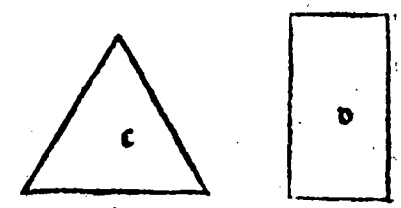
Si per dimidiũ date linee paralellogramũ designatũ maius ẽ eo palellogramo cui date linee applicato deest ad cõplectionẽ linee simile ⁊ super diametrum cõsistens super dimidium collocati.

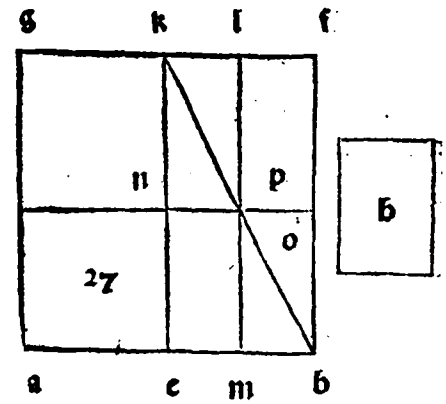
¶ Sit data linea.a.b.sup cuius dimidiũ.c.b. cõstituat̃ parallelogramũ.c.d.cuius diameter.b.e.⁊ ad lineã. a. b.applicet̃ paralellogramũ.a.f.cuius unũ latus secet.e.c.in pũcto.g.ita q; ad cõplementũ totius linee.a.b.deest supficies.f.b.que sit similis supficiei.c. d.⁊ consistẽs circa diametrũ eius.dico tũc q; paralellogramũ.c.d.ẽ maius paralellogramo.a.f. ¶ Est enim ꝑ primã huius.a.g.equale.g. b.⁊ per.43.primi.c.f.equale.f.d.ergo ꝑ hãc cõem scientiã: si equalibus eq̃lia addas ⁊c.

erit gnomo constans ex tribus paralellogramis que sunt c.f.f.b.ꝛ.f.d.eq̄lis paralellogramo.a.f.quare paralellogramū.c.d. ē maius paralellogramo.a.f.in paralellogramo.e.f.qđ est propositū. ¶ I dē etiā esset si superficies.a.f.fieret altior superficie[a].c.d.ut uidere potes in secunda figura in q̄ etiam per primam huius.a.g.est equale.g.b. demptis itaq; utriq; duobus supplementis superficiei.f.b.excedet paralellogramum.c.d. paralellogramum,a.f.in paralellogramo.f.e.

¶ Castigator.

a ¶ Tunc eēt econuerso quia paralellogramo.a.f.linee.a.b. applicato deest ad cōplectionem totius linee paralellogramum f.b.quod quidē ē maius.c.d.super dimidium collocato: ꝛ sunt similia ex.22.huius.qđ.f.b.non consistit super diametrū collocati super dimidiū: uidelicet.c.d. īmo ipsū c.d.consistit super diametrū illius.f.b.quod ad cōplementū linee deest: ut patet. Et ideo cōclusio ista.26.uidet sub disiūctione intelligi.s.cui date linee applicato ad complectionem linee deest simile paralelogramū consistens super diametrum super dimidium collocati uel super cuius diametrū cōsistit illud sup dimidiū collocatū: ut in illa scđa figura euidēter apparet in qua.c.d.cōsistit super diametrū.f.b.ꝛc.qđ ē cōuerso mō.





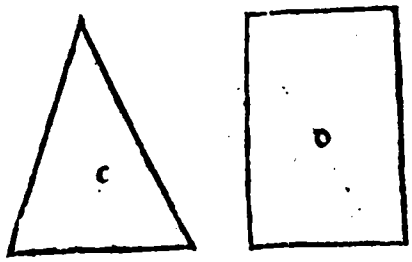
Propositio .27.

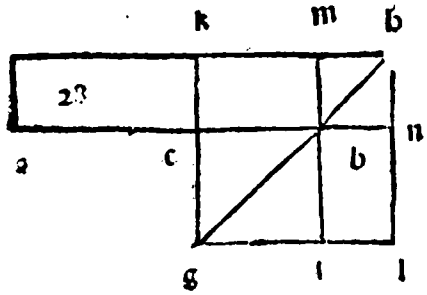
Rilatera superficie proposita equum ei super quālibet assignatā lineā paralellogramū designare cui desit ad complēdam lineam alij superficiei proposite simile paralellogramum quod ſm eiusdē suū eē paralellogramo super dimidium date linee collocato minime maius existat.

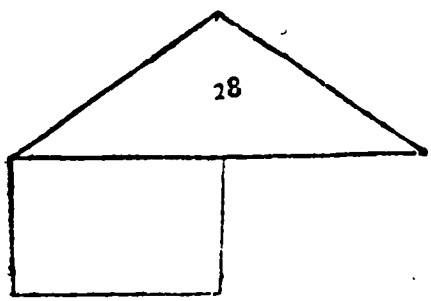
¶ Sit assignata linea.a.b.ꝛ propositus triangulus.c.propositumq; paralellogramum.d.uolo super lineā.a.b.designare paralellogramum equale triangulo.c ita ꝙ desit ad complendam lineam.a.b.paralellogramum simile.d ꝛ sit ita conditionatum.ꝙ triangulus.c non sit maior paralellogramo simili.d.collocato super dimidium linee.a.b.alioquin[a] ad impossibile laboraretur per premissam. ¶ Diuido igitur lineam.a. b. per equalia in puncto.e.ꝛ ſm doctrinam. 19.huius: super eius medietatem e.b.constituo paralellogramum.e.f.simile.d.ꝛ complebo super totam lineam,a.b.paralellogramum.b.g. ¶ Quia igitur.c. non est maior paralellogramo.e.f. sed equalis ei aut minor sicut positum est. ¶ Si fuerit ei equalis erit paralellogramum.e.g. quale intenditur[b] per.36. primi coadiuuante prima ꝑte.9.quinti: ꝛ per diffinitionē similium superficierum ꝛ 20.huius ¶ Si autem minor: sit minor in superficie aliqua cui equalis ꝛ similis.d.fiat ſm doctrinam.25.huius que sit.h.eritq;. h. similis.e.f. per 20.huius.quare per conuersionem diffinitionis equiangula sibi ꝛ proportionalium laterum. ¶ Protraham igitur in paralellogramo.e.f. diametrum.b.k.ꝛ resecabo latera.k.f.ꝛ.e.k. superficiei.e. f.ad mensuram laterum superficiei.h.protractis lineis.i.m.ꝛ. n.o. equidistantibus lateribus superficiei.e.f.secantibus se in puncto. p.ut.superficies.k.p. sit equalis ꝛ similis superficiei.h. ¶ Eritq; per.23. huius punctum.p. in diametro. k. b. ¶ Protracta itaq;.o.n.usq; ad.a. g.dico paralellogramum. a.p. eē quale proponitur. ¶ Deest enim sibi ad complementum linee.a.b. paralellogramū.p.b.qđ per.22.ꝛ.20. huius est simile paralellogramo. d. Sed ipm etiam paralellogramum.a.p.est equale triangulo.c Est enim per primā huius.a.n.equale.n.b.ergo per.43.primi: ꝛ hanc communem scientiam si equalibus equalia addas ꝛc.paralellogramum.a.p.est equale gnomoni.n.b.l.ꝛ quia iste gnomo est equalis triangulo.c. propter id quod paralellogramum.e.f.positum fuit eē maius triāgulo.c. in paralellogramo h.quod est equale paralellogramo.k.p.patet propositum.

¶ Castigator.

a ¶ Quia premissa oñdit omne palellogramum collocatum super dimidium date linee esse maius eo cui date linee applicato deesset ad com







plectionem totius linee unum palellogramum simile illi sup dimidium collocato consistens super diametrũ eiusdem. ⁊ ideo in casu si triangulus esset maior parallelogramo simili. d. collocato sup dimidium date linee esset impossibile designare unum parallelogramum equale trigono. c. cui applicato date linee deesset unum parallelogramum simile. d. quãdo parallelogramũ deficiens ad complẽdam lineam esset super diametrum collocatũ: qm̃ oẽ tale est maius illo: ⁊ sic ad impossibile laboraretur. ut patet qm̃ semper oportet q̃ parallelogramũ date linee applicatũ sit minus illo super dimidium collocato ⁊ non maius ⁊c. b ¶ Quia p. 36. primi. e. g. equatur. e. f. ⁊ per ypothe. ẽt triangulus. c. equatur eidem. e. f. cum dicitur si fuerit ei equalis: ⁊ ideo per primam partem. 9. quinti. e. g. ad. e. f. sicut trianguli. c. ad idem e. f. quia utriusq; proportio equalitatis. Et ideo cum utriusq; ad idem sit una proportio per dictam. 9. illa duo sunt equaliatui delicet. e. g. ⁊ triangulus. c. cetera equantur per diffinitionẽ ⁊. 20. huius.

Propositio 28.

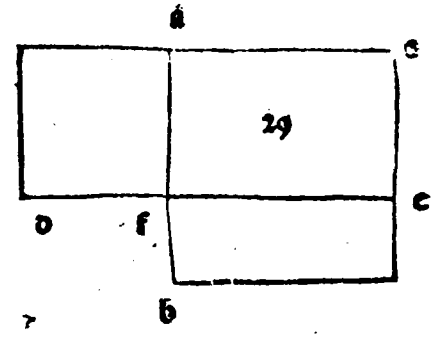
Super datam lineam date superficiei trilatere equũ paralellogramum cõstituere. quod addat super cõplectiõem date linee super ficiem equidistãtium laterum date superficiei equidistãtium laterũ similes. ¶ Sit ut prius data linea. a. b. ⁊ datus triangulus. c. datũq; paralellogramum. d. uolo super lineam. a. b. cõstituere paralellogramum equale triangulo. c. quod addat super totam lineam. a. b. paralellogramum simile. d. ¶ Diuido lineam. a. b. per equalia in puncto. e. ⁊ super eius medietatem. e. b. facio. e. f. similem. d. ꝑm quod docet 19. huius. ¶ Et ꝑm doctrinam. 25. huius. facio. k. l. cuius diametrum. g. h. similem. d. ⁊ equalem duabus superficiebus. e. f. ⁊. c ¶ Eritq; per. 20. huius. k. l. similis. e. f. ¶ Superposita igitur superficie. k. l. superficiei. e. f. ita q; ambe cõmunicent in angulo. g. erit per. 23. huius superficies. e. f. consistens circa diametrum superficiei. k. l. quare punctum. b. est in diametro. g. h. ¶ Gõplebo igitur parallelogramum a. b. quod dico esse quale proponitur. ¶ Quod constat ꝑtractis linea. f. b. usq; ad. m. ⁊ linea. e. b. usq; ad. n. ¶ Est enim per primam ⁊. 36. ꝑmi huius. a. k. equale. k. b. ⁊ ideo per. 43. primi est etiam equale. n. f. addito ergo utriq; e. h. erit per communem scientiam. a. h. equale gnomoni. e. h. f. ¶ Sed iste gnomo est equalis triãgulo. c. quia paralellogramum. k. l. positum fuit equale duabus superficiebus. c. ⁊. e. f. ergo paralellogramũ. a. h. est equale. c. ⁊ addit ad complemẽtum linee. a. b. paralellogramum. m. n. qd̃ per. 22. ⁊. 20. huius est simile paralellogramo. d. quare constat perfectum esse quod uolumus. Possumus autem ad lineam datam adiungere paralellogramum equale non solum trilatere superficiei posite. sed ⁊ cuilibet rectilinee figure proposite quecũq; ipsa fuerit cui desit ad complendam lineam datam superficies similis superficiei equidistantium laterum proposite: sicut docet premissa obseruata conditione eius ne laboretur ad ipossibile per ante premissam. ¶ Vel q̃ addat ad complendam lineam superficiem equidistantium laterum similem superficiei proposite: sicut proponit conclusio presens. ¶ Propositam enim superficiem cui equale paralellogramum debet ad lineam datam adiungi quod addat aut diminuat ad complectionem linee paralellogramum simile paralellogramo dato: resoluemus in triangulos. ⁊ ipsis mediantibus describemus superficiem equidistantium laterum totali superficiei proposite equalem. ¶ Hoc autem qualiter fiat ⁊ si scire uolueris. require. 25. huius. ¶ Dehinc super duplum basis eius equalis altitudinis triangulum constituemus quem si. 44. primi diligenter inspexeris paralellogramo prius designato inuenies esse equalem: quare ⁊ superficiei proposite. ¶ Huic ergo triangulo si equale paralellogramum ad lineam datam adiunxeris quod addat ad complementum linee aut minuat paralellogramum simile paralellogramo dato secundum q̃ docet hec ⁊ premissa: quod propositum erat te perfecisse non dubites.

Propositio. .29.

Quamlibet lineam propositam secūdum proportionem habentem medium. duoq; extrema secare.

¶ Sit proposita linea. a. b. q̄ uolo diuidere secundum proportionem habentem medium ꝛ duo extrema. ⁊ Ex ipsa describo quadratū. b. c. ꝛ ad eius latus. a. c. adiungo ꝑm quod docet premissa paralellogramum. e. d. equale quadrato. b. c. ꝙ addat ad complementum linee. a. c. paralellogramum. a. d ꝙ sit simile. b. c. ⁊ Sitq; latus paralellogrami. c. d. quod equidistat. a. c. d. e. ꝛ secet lineam. a. b. in puncto. f. dico lineam. a. b. esse diuisam in pūcto f. sicut proponitur. ⁊ Est enim. a. d. quadratum propter id quod est simile. b. c. ⁊ Quare. a. f. est equale. f. d. ⁊ Sed ꝛ. f. e. est equalis. a. b. propter id quod est equalis. a. c. per. 34. primi. ⁊ Et quia. c. d. est equale. b. c. dempto utrinq;. c. f. erit. a. d. equale. e. b. ꝛ angulus. f. unius angulo. f. alterius ergo ꝑ. 13. huius latera sunt mutekesia. ⁊ Ergo. e. f. ad. f. d. sicut. a. f. ad. f. b. ¶ Et quia. e. f. est equalis. a. b. ꝛ. f. d. a. f. erit. a. b. ad. a. f. sicut. a. f. ad. f. b. ¶ Ergo per diffinitionem est diuisa ut proponitur. ¶ Idem etiam potest demonstrari ex. 11. secundi. ¶ Diuidatur enim. a. b. in puncto. f. ꝑm quod docet. 11. secundi: sitq;. e. b. quod continetur sub tota. a. b. ꝛ eius ꝑte. f b. ita ꝙ. f. e. sit equalis. a. b. ꝛ. a. d. sit quadratum. a. f. ¶ Est itaq; per predictam. 11. secundi. e. b. equale. a. d. ¶ Quod restat arguere ut prius: per. 13. huius. ¶ Vel sic cum. a. b. sit diuisa in puncto. f. secundum quod docet. 11. secundi. quod fit ex. a. b. prima in. f. b. tertiam est equale quadrato. a. f. secunde. ergo per secundam partem. 16. huius proportio. a. b. prime ad. a. f. secundam est sicut. a. f. secunde ad. f. b. tertiam per diffinitionem itaq; diuisa est. a. b. ut proponitur. ¶ Castigator.

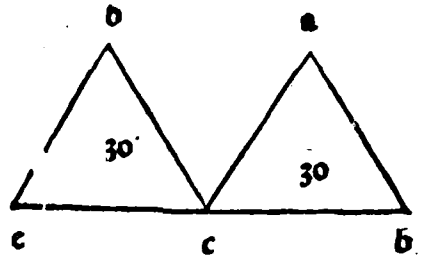
¶ Idem ostendit. 11. secundi sub aliis uerbis. ꝛ unum ex corelariis. 16. noni in numeris ꝛ. 6. tertii decimi indiferenter in linea ꝛ numero ꝛ in. 10. quarti decimi ualde ab omnibus philosophis cōmendatur talis diuisio.



Propositio 30.

Si fuerint duo trianguli super vnum angulum constituti quorum duo latera angulum illum continētia duobus aliis eorum lateribus equidistent. fuerintq; illa quatuor latera secundum equidistātiam relata proportionalia. illos duos triangulos super vnam lineam rectam constitutos esse necesse est.

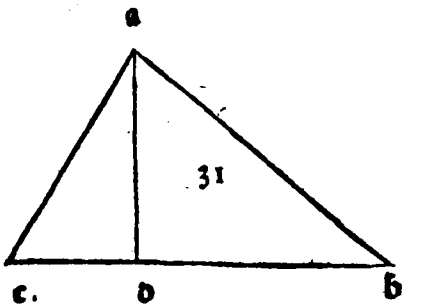
¶ Sint duo trianguli. a. b. c. d. c. e. constituti sup angulum. a. c. d. sitq;. a. c. equidistans. d. e. ꝛ. d. c. a. b. ꝛ. sit proportio. a. c. ad. d. e. sicut. a. b. ad. d. c. dico ꝙ due bases eorum. b. c. ꝛ. c. e. sunt linea una. ¶ Est enim angulus. a. equalis angulo. d. quia uterq; eorum est equalis angulo. a. c. d. per primā partem. 29. primi ¶ Igitur per presentem ypothe. ꝛ. 6. huius ipsi trianguli sunt equianguli. ꝛ angulus. b. est equalis angulo. d. c. e. ꝛ angulus. a. c. b angulo. e. quare per. 32. primi: tres anguli qui sunt. ad. c. sunt equales duobus rectis: ipsi enim equantur tribus angulis utriuslibet duorum triangulorum. ¶ Ergo per. 14. primi. b. e. est. linea una: quod est propositum.



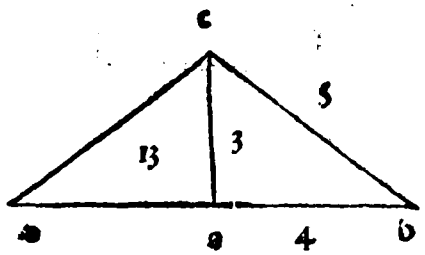
Propositio. .31.

In omni triangulo rectangulo superficies lateris ꝙ subtenditur angulo recto equalis est superficiebus duorum laterum angulum rectum continentium pariter acceptis. cum fuerint similes ei lineatione ꝛ creatione.

¶ Quod ꝓponit penultia ꝑmi de superficiebus q̄dratis ꝓponit hec penultima sexti de omnibus superficiebus similibus. unde hec est illa tanto uniuersalior quanto superficies laterata q̄drato. ¶ Sit itaq; triangulus rectangulus. a. b. c. cuius angulus. a. sit rectus: dico ꝙ superficies constituta super latus. b. c. est equalis duabus superficiebus constitutis super. a. b. ꝛ. a. c. cum omnes tres superficies fuerint ª similes in figura ꝛ situ.



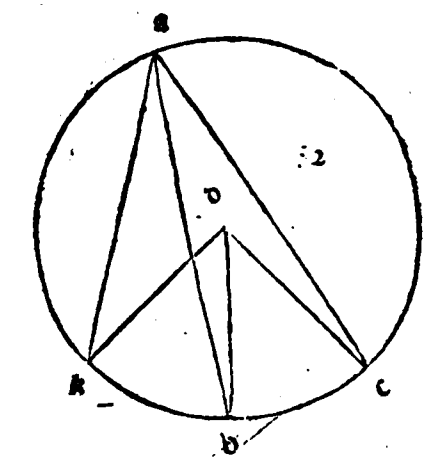
¶ Ducam perpendicularem, a.d. ad lineam. b.c. eritq; per secundam partem correl. 8. huius proportio. b.c. ad. c.a. sicut. c.a. ad. d.c. & c.b. ad. b.a. sicut, b a. ad. d.b. ¶ Si itaq; super quamlibet trium linearum, b.c. c.a. & a b. fiat superficies similis aliis i figura & situ. erit per correl. 17. huius proportio superficiei constitute super. b.c. primam. ad constitutam super. c.a. secundam sicut. b.c. prime ad. d.c. tertiam & item eiusdem superficiei constitute super. b. c. primam ad constitutam super. a.b. secundam sicut. b.c. prime ad. d.b. tertiam per idem correl. ¶ Quare per conuersam proportionalitatem superficiei. a.c. ad superficiem. c.b. sicut. c.d. ad. c.b. ¶ Et similiter superficiei. a.b. ad. supficiem. b c. sicut. b.d. ad. b.c. ¶ Et ponatur a.c. prima & c.b. secunda & quarta & c.d. superficies tertia. & a.b. superficies quinta. & b.d. superficies sexta. & arguatur per. 24. quinti quod ꝓportio superficiei constitute super. b.c. ad duas superficies constitutas super. c.a. & a b. simul est sicut. b.c. ad. c.d. & d.b. simul. ¶ Quia igitur. b.c. est equalis duabus lineis. c.d. & d.b. simul sumptis. erit superficies constituta super. b.c. equalis duabus superficiebus constitutis super. c.a. & a.b. simul sumptis: quod est propositum. ¶ Conuersam quoq; huius possumus facile demonstrare per modum demonstrationis ultime primi. ¶ Sit enim triangulus. a b.c. sitq; superficies constituta super. b.c. equalis duabus superficiebus constitutis super duas lineas. a.b. & a.c. sibi similibus. dico q angulus. a. est rectus. ¶ Ponam enim angulum. c.a. d. rectum. & lineam a.d. equalem. a.b. & claudo superficiem ducta linea. d.c. eritq; per hac. 31. superficies constituta super. c.d. equalis duabus constitutis super duas lineas. c.a. & a.d. sibi similibus. quare etiam constitute super. b.c. sibi simili. hec enim posita est equalis duabus constitutis super a.b. & a.c. sibi similibus: et erit ergo linea. b.c. equalis. c.d. quare per. 8. primi angulus. a. est rectus quod est propositum.

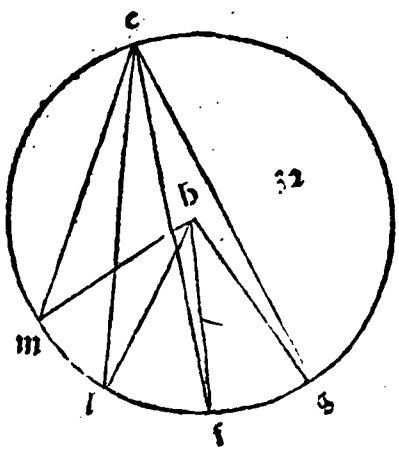


Propositio 32.

In circulis equalibus supra cẽtrum siue supra circũferentiã anguli cõsistãt. erit angulorꝫ ꝓportio tãqm ꝓportio arcuum illos angulos suscipientiũ.

¶ Sint circuli. a.b.c. cuius centrum. d. & e. f. g. cuius centrũ. h. eqlest si ꝓ quorꝫ cẽtra fiãt duo anguli. b.d.c. & f.h.g. ¶ Et si per eorum circũferentias alii duo qui sint. b.a.c. & f.e.g. dicoq; proportio angulorum tam eorum qui sunt super centra q̃ eorum q̃ super circumferentias: est sicut arcus. b.c. ad. arcũ. f.g. ¶ Cõtinuabo. n. illis duobus arcubus alios arcus eqles. siue scdm eundem numerꝫ siue scdm diuersos. ¶ Sitq; arcus. k.b. eqlis. b.e. & uterq; duorꝫ arcuũ. l. m. & f.l. eqlis. f.g. ¶ Et ꝓducam lineas. k.d. k.a. m.h. l.h. m.e. & l.e. ¶ Erũtq; ꝑ. 26. tertii anguli q̃ sunt ad. d. adiuicẽ eqles. ¶ Similiter quoq; & qui sunt ad. h. adiuicẽ eqles. Idẽ ẽt de his q sunt ad. a. & de his q sunt ad. e. ¶ Sicut igitur arcus. k.c. est multiplex arcus. b c. ita angulus. k.d.c. anguli. b.d.c. ¶ Et angulus. k.a.c. anguli. b.a.c. Similiter sicut arcus. m.g. ẽ multiplex arcus. f.g. ita angulus m.h.g. anguli. f.h.g. & angulus. m.e.g. anguli. f.e.g. ∇ Sed si arcus. k.c. est eqlis arcui. m.g. angulus. k.d.c. est eqlis angulo. m.h.g. & angulus. k.a.c. angulo. m.e.g. & si maior maiores. & si minor minores ꝑ. 26. tertii. ∇ Per diffinitiõem itaq; incõtinue ꝓportionalitatis ꝓportio arcus. b.c. ad arcũ. f.g. est sicut anguli. b.d.c. ad angulũ. f.h.g. & sicut anguli. b.a.c. ad angulum. f.e.g. qd̃ est ꝓpositũ. Idẽ intellige in eodẽ circulo.





¶ Castigator.

a ¶ Hoc nõ dicit explicite sed sequitur ad illã ꝓbata eqlitate quẽadmodum diximus supra in prima huius de. 36. primi adducta ita accidit in. 26. tertii sunt. n. quatuor quãtitates angulus. b.d.c. ꝑma angulus. f.h.g. scda arcus b.c. tertia arcus. f.g. quarta & a.d. ꝑmam & tertiã sumpta sunt eq multiplicia uidelicet dupla. s. angulus. k.d.c. & arcus. k.c. & ad. scdam angulus. m. h.g. triplus ad angulũ. f.h.g. & arcus. m.g. triplus ad arcũ. f.g. q̃rtam ergo per dictam diffinitionem in cõtinue ꝓpor. & sic de aliis angulis ad. a. & e. & arcubus eorundem. ¶ Explicit liber sextus.

¶ Septimus Euclidis liber de numeris & eorum adinuicem proportionibus. & proportionalitatibus. ex optima Campani traductione. Magistro Luca paciolo de Burgo Sancti Sepulcri Ordinis Minorum Castigatore accuratissimo. Incipit.

Nitas ē qua vna quecq res vna dicitur. 2. ¶ Numerus est multitudo ex vnitatibus composita. 3. ¶ Naturalis series numerorum dicitur in q̃ secūdum vnitatis additionem fit ipsorum computatio. 4. ¶ Differentia numerorum appellatur numerus quo maior habundat a minore. 5. ¶ Numerus primus dicitur q̃ sola vnitate metitur. 6. ¶ Numerus compositus dicitur quē alius numerus metit. 7. ¶ Numeri contra se primi dicuntur. q̃ nullo numero excepta sola vnitate numerantur. 8. ¶ Numeri adinuicem compositi siue cōmunicantes dicuntur. quos alius numerus q̃ vnitas metitur nullusq̃ eorum est ad alium primus. 9. ¶ Numerus per aliū multiplicari dicitur q̃ totiēs sibi coaceruatur. quotiens in multiplicante est vnitas. 10. ¶ Productus vero dicitur qui ex eorum multiplicatiōe crescit. 11. ¶ Numerus alium numerare dr̄ q̃ scōm aliquem multiplicatus illum ꝓducit. 12. ¶ Pars est numerus numeri minor maioris cum minor maiorem numerat. Et qui numeratur numerātis multiplex appellatur. 13. ¶ Denominās est numerus secūdum quem pars sumitur in suo toto. 14. ¶ Similes dicuntur partes que ab eodem numero denominantur. 15. ¶ Prima simpla numeri ps est vnitas. 16. ¶ Si duo numeri ptes habuerīt cōem tot partes maioris dicetur esse minor. quotiens eadem pars fuerit in minore. totę vero quotiens ipsa fuerit in maiore. 17. ¶ Numeri ad numerū dicitur proportio minoris quidem ad maiorem in eo quod est maioris pars vel partes. Maioris vero ad minorem secundū q̃ eum continet & eius partem vel partes. 18. ¶ Cum fuerint quotlibet numeri continue proportionales dicetur proportio ꝑmi ad tertium sicut ꝑmi ad scōm duplicata. ad quartum vero triplicata. 19. ¶ Cum continuate fuerint eedem vel diuerse proportiones dicetur ꝓportio ꝑmi ad vltimum ex oībus ꝓposita. 20. ¶ Denominatio dr̄ proportionis minoris q̃dem numeri ad maiorem pars vel partes ipsius minoris. que in maiore fūt. Maioris autem ad minorem totum. vel totum & pars vel partes. prout maior superfluit. 21. ¶ Similes siue vna alij eadem dicunt̄ proportiōes q̃ eandem denoīationem recipiūt. Maior vo q̃ maiorē. Minor aūt q̃ minorem. 22. ¶ Numeri vo quorū proportio vna. ꝓportionales appellant̄. 23. ¶ Termini siue radices dicunt̄ q̃bus in eadem ꝓportiōe minores fūt ipossibile ē.

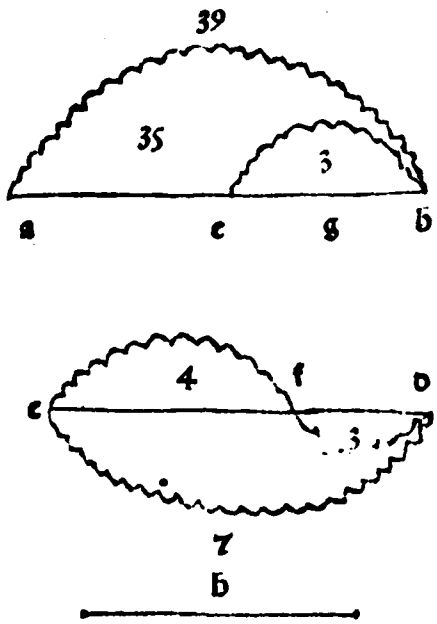
1. ¶ Petitiones sunt quatuor. ¶ Cuilibet numero quotlibet posse sumi equales prout libet. vel multiplices. 2. ¶ Quotlibet

66. Labores dir petitiones ipsas ab eorum
Igitur petitionibus non subtrahi / et nil
a id est ipsas mutas nugas. 107.

numero aliquē quātūlibet sumere posse maiorē.3. ¶ Serie numerorū in infinitum posse procedere.4. ¶ Nullū numerū in infinitum posse diminui.1. ¶ Cōmunes animi conceptiones sunt decē.1. ¶ Omnis pars minor est suo toto.2. ¶ Quicūq; eiusdē sive equaliū fuerint eque multiplices.ipsi quoq; erūt eq̄les.3. ¶ Quibus idē numerus eque multiplex fuerit.sive quorum eque multiplices fuerint equales. ⁊ ipsi etiam erūt equales.4. ¶ Omnis numeri pars est vnitas ab ipo denominata.5. ¶ Omnis pars est minor q̄ maiorem hs denominationem. maior vero que minorem.6. ¶ Quilibet numerus totus ē ab vnitate.quota pars ipsius est vnitas.7. ¶ Quicūq; numerus in vnitatē ducitur.seipsum producit. Vnitas quoq; in quēcunq; ducta,pducit eundē.8. ¶ Quicunq; numerus numerat duos.numerat quoq; cōpositū ex illis.9. ¶ Quicūq; numerus numerat aliquē.numerat oēm numeratū ab illo.10. ¶ Quicūq; numerus numerat totū ⁊ detractum.numerat residuum.

¶ Castigator.

a ¶ Species ille propor.maioris inequalitatis ¶ p̄ consequēs econuerso s.minoris iequalitatis que numero sunt quinq; uidelicet multiplex superparticularis suppartiens. Multiplex superparticularis ¶ multiplex suppartiens ex ista diffi.20.sumpserunt denoiationē. Nā cū maioris numeri ad minorē dicatur totū intelligit multiplex per diffi.1.quinti. Et ideo p̄ma species dicta multiplex: ¶ cum ēt maioris ad minorem dicatur totum ¶ pars intelligitur totū semel ¶ pars unica: ¶ tūc secunda spēs dicta supparticularis cū sexqui.¶ ēt totū ¶ ptes: ¶ tunc tertia spēs dicta suppartiens ¶ intelligit totū pluries ¶ pars unica: ¶ tūc q̄rta species dicta multiplex superparticularis cū sexqui.¶ etiā totum pluries ¶ ptes: ¶ tūc quinta spēs dicta multiplex suppartiēs quibus denominationibus preposita li. sub. dicēdo submultiplex sub superparticularis sub suppartiens ¶c.tot species minoris inequalitatis numero habebis quot maioris.b ¶ Iste cōceptiōes in.10. libro respectu q̄titatū in genere quasi ad instar quinti: de quibus in illo agitur.allegātur p̄ similes istis ut dicēdo p̄ similē antepenultime: p̄ similē penultime ¶c.ut patet in expositione.9.eiusdē ¶ secūda. c ¶ Proportio dicitur cōponi ex duabus p̄portionibus q̄ denominatio illius p̄portionis p̄ducit ex ductu denominationū illarū p̄portionū unius in alterā Vitellio in sua p̄spectiua.d ¶ Boe.2.musice.cap.9.dicit unitatē numerum cū dicit: maiores uero sunt numeri tres ¶ q̄tuor minores binarius ¶ unitas in maioribus igitur minor ¶ ī minoribus maior p̄portio cōtinet ¶c. p̄portiōes aūt p̄ncipaliter in numeris cōsiderant. I dē in.4. musice.cap.2. e ¶ Olum exēplat diffi.ut.1.2.3.4.5.6.¶c.ut.1.respectu senarii ¶ q̄ternarii. ut.3.5.7.11.13.17.¶c.semp̄ sunt ipares: ut.4.6.8.12.14.¶c.ēt ipares: ut.15.21.33. 39.¶c.Vt.11.¶.13./17.¶.19.¶c.12.¶.7./20.¶.63./21.34.Vt.4.¶.8./12.¶ 16.15.21.33.¶.15.24.30.63. ¶ Contra se primi ¶ adinuicē primi idē ī portat ut infra uigesima secūda huius apparet. ¶ Quod stat q̄ aliquis sit cōpositus ¶ alter nō.¶ q̄ uterq; sit p̄mus: ut ex.24. infra apparet: ¶ q̄ ambo sint cōpositi sed nō adinuicē: ut.20.¶.63. ¶ Cōicantes aliqn̄ oēs impares.15. 21.33.ēt oēs pares.12.18.30.¶ pares ¶ ipares.15.24.33.36.63.

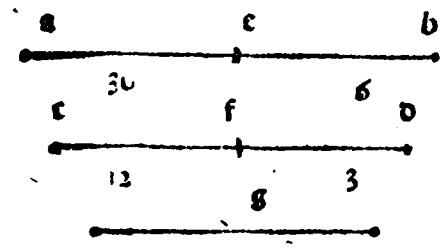


67

Propositio .1.

Ia maiore duorū numerorū minor detrahatur: donec minus eo superfit. Ac deide de minore ipsum reliquū donec minus eo relinq̄tur. Itēq; a reliquo primo reliquū ꝓm quousq; minus eo superfit: atq; in huiusce modi cōtinua detractōe nullus fuerit reliquus: qui ante relictū numeret vsq; ad vnitatem: eos duos numeros contra se primos esse necesse est.

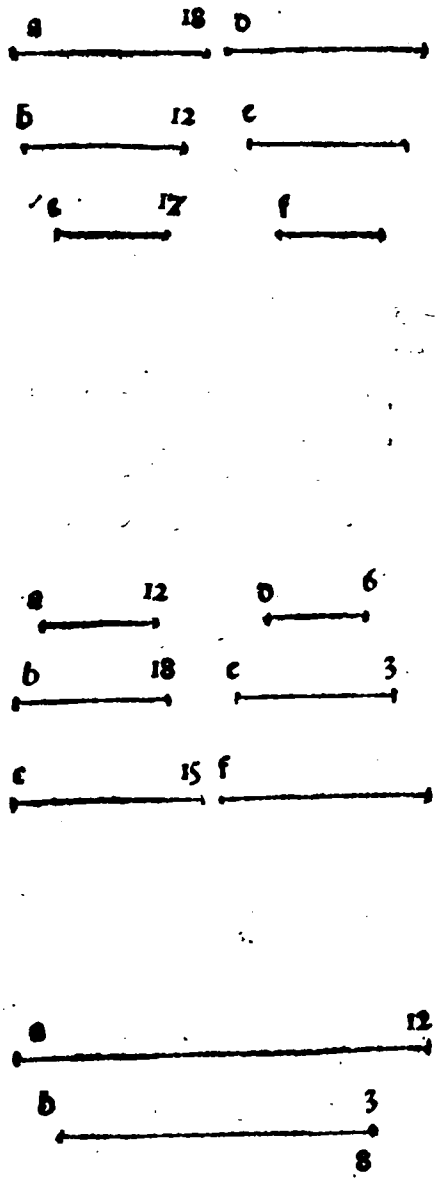
¶ Sint duo numeri a.b. & c.d. c.d. minor detrahatur q. c. d. ex a. b. quotiens potest & sit residuum e.b. qui erit minor c.d. alioquin posset ex ipso adhuc detrahi. c.d. detrahatur & ipse e.b. ex c.d. quotiens potest sicq; residuum f.d. sed & f.d. detrahatur ex. e.b. quotiens potest & sit residuum g.b. q; sit unitas. dico tunc duos numeros a.b. & c.d. esse contra se primos. Si enim sint compositi numerabit eos communiter per diffinitionem aliquis numerus preter unitatem qui sit h. ¶ Et quia h. numerat c.d. numerabit a.e. per penultimam conceptionem; & quia idem numerat a.b. numerabit etiam e.b. per ultimam conceptiõem. ergo & c.f. per penultimã, quare & f.d. per ultimam. ergo & g.e. per penultimam. ergo & g.b. per ultimam. & quia g.b. est unitas sequitur numerum esse partem unitatis uel sibi equalem; quod est impossibile. ¶ Erunt igitur a.b. & c.d. contra se primi quod est propositum. ¶ Quod si duo numeri a.b. & c.d. sint contra se primi. nõ erit in hac mutua detractione status antequam ad unitatem perueniatur. Et est istud conuersum eius quod auctor proponit. ¶ Si autem in hac mutua detractione fuerit status anteq; perueniatur ad unitatẽ sit ut g.b. sit numerus qui detrahatur ab f.d. & nihil sit residuum. igitur g.b. numerat f.d. ergo per penultimam cõceptionem numerat & e. g. & quia etiam numerat seipsum numerabit per antepenultimam cõceptionẽ totum e.b. ergo per penultimam numerat c.f. sed ostensum est prius q; numerat f.d. ergo per antepenultimam numerat totum c.d. quare p penultimam numerat a.e. & quia ostẽsum est prius q; etiam numerat e.b. sequitur per antepenultimam ut etiam numeret a.b. quia igitur numerus g.b. numerat utrũq; duorum numerorum a.b. & c.d. numeri a.b. & c.d. sunt compositi: non igitur contra se primi quod est cõtra ypothe. ¶ Per hãc ergo uiam propositis quibusq; duobus numeris inuestigamus utrum ipsi sint contra se primi. si enim tali facta mutua detractione perueniatur ad unitatem: ipsi sunt contra se primi. Si autem sit status anteq; perueniatur ad unitatem ipsi sunt compositi.



Propositio. .2.

Propositis duobus numeris adinuicem compositis maximum numerum cõmunem eos numerãtem inuenire. Vnde manifestum est q; omnis numerus duos numeros numerãs numerat numerum maximum amboos numerantem.

¶ Sint duo numeri compositi. a. b. & c. d. minor. c. d. ¶ Quia ergo numerat eos communiter aliquis numerus per diffinitionem. uolo inuenire maximum numerum eos communiter numerantẽ. Secundum modum & similitudinem prioris: minuo minorem de maiori quoad possum. uidelicet. c.d. de a.b. & sit residuum. e.b. ¶ Item q; e.b. de. c.d. quoad possum & sit residuum. f.d. & quia huius diminutio nõ potest fieri infinities per ultimam petitionem: nec potest etiam ad unitatẽ peruenire in proposito per precedentem (quia tunc essent numeri ꝓpositi contra se primi) quod est contra ypothe. ¶ Sit ut cum detraxero. f.d. ex. e.b. quoad potero q; nihil sit residuum. dico tunc. f.d. esse maximum numerum numerantem. a.b. & c.d. ¶ Quod enim numeret eos patet per penultimam & antepenultimam cõceptionem alternatim quotiẽs oportuerit repetitas sicut in demonstratione conuerse precedentis. ¶ Numerat enim. f.d. e.b. quia cum ab ipso detrahitur quoad potest nihil sit residuũ ergo & c.f. per penultimam conceptionem: ergo & c.d. per antepenultimam: quare & a.e. per penultimã igitur & a.b. per antepenultimã. ¶ Q d autem nullus maior. f.d. numeret a.b. & c.d. sic patet. ¶ Si enim fieri potest sit numerus. g. maior. f.d. numerãs utrunq; duorum numerorum. a.b. & c.d. ¶ Quia igitur. g. numerat. c.d. numerabit per penul. concep. a. e. & quia numerat. a.b. numerabit per ultimam. e.b. ergo per penul. numerat c.f. & quia etiam numerat. c.d. numerabit per ultimam. f.d. maior uidelicet minorem: quod est iposibile. ¶ Ex hoc secũdo ꝓcessu liquet correl.



Propositio .3.

Propositis tribus numeris adinuicem compositis maximum numerorum eos communiter numerantium inuenire.

¶ Prius q̃ hanc tertiam conclusionem demonstremus demonstrandum arbitramur ipsius aństuidelicet propositis tribus numeris q̃liter poterimus certificari an ipsi sint adinuicem compositi. ¶ Sint itaq; tres numeri.a.b.c.de quibus uolo uidere utrum ipsi sint adinuicem compositi. ¶ Per primam igitur inquiro an duo primi qui sunt.a.q̃.b.sint adinuicē primi:quod si sic non erūt a.b.c.adinuicem compositi.per diffinitiōem. ¶ Si autem.a.q̃.b.sunt adinuicem compositi:sit per precedentem.d.maximus numerus eos numerans:qui si numerat.c.erunt per diffinitionem.a.b.c.adinuicem compositi. ¶ Si autem non numerat ipsum.sed ipsi.c.q̃.d.quidem sunt contra si primi.non erunt.a.b.c.adinuicem compositi. Nā quicūq; numeraret eos numeraret ēt.d. per correl.precedētis. sicq; essent.d.q̃.c.compositi quod est contra ypothe. ¶ Si autem.c.q̃.d.sunt compositi erunt etiam.a.b.ad adiuicem compositi. ¶ Sit enim per premissam.e.maximus numerās c.q̃.d.qui etiam p̃ penul.concep.numerabit.a.q̃.b.quare per diffinitionem.a.b.c.sunt adinuicem compositi. ¶ Simili quoq; modo scietur propositis quotlibet pluribus q̃ tribus an omnes sint adinuicem compositi. ¶ Propositis itaq; tribus qui sint adinuicem compositi:qui etiam sunt.a.b.c.solo inuenire maximum numerum numerantem omnes. ¶ Sumo sm doctrinam premisse.d.maximum numerantem.a.q̃.b.qui si numerat.c.ipse est quem querimus.alioquin per correl.precedentis sequetur maiorem numerare minorem. ¶ Si autem non numerat.c.erunt tamen.b.c.q̃.d.adinuicem compositi per ypothe. q̃ correl.precedentis q̃ diffinitionem. ¶ Sit igitur maximus eos numerans.e.dico.e.esse maximum numerantem.a.b.c. ¶ Quod enim eos numeret patet per hanc ult.ypothe.que est ipsum esse maximum numerantem.c.q̃.d.q̃ per pēult. concep. ¶ Ex q̃ nullus eo maior numeret eos sic patet. ¶ Sit enim si potest fieri.f.maior.e.qui numeret.a.b.c.qui cum numeret.a.q̃.b.numerabit per correl.premisse.d.q̃ quia etiam numerat.c.numerabit per idem correl.e.maior uidelicet minorem quod est impossibile. ¶ Non erit igitur numerus aliquis maior.e.numerās.a.b.c. quod est propositum. ¶ Simili quoq; modo inuenietur maximus numerus numerās quotlibet plures tribus adinuicem compositos:unde non oportuit Euclidem de pluribus tribus hoc doceret quia idem est modus q̃ ars in tribus q̃ pluribus. ¶ Ex ultimo aūt huius demōstrationis p̃cessit possumus ēt istud correl. huic tertie conclusioni adiicere. ¶ Vñ manifestum est q̃ oīs numerus numerans quotlibet adinuicem compositos:numerat maximum numerantem eos omnes.q̃ etiā maximos numerantes binos q̃ binos eorum.

¶ Castigator

a ¶ Per penultimam conceptionem quia quicūq; numerus numeraret c.q̃.d.numeraret ēt.a.q̃.b.qm̄.d.iam numerat.a.q̃.b.ergo p̃ penultimā a.b.c.essent adinuicem compositi. b ¶ Quia cū sint.a.b.c.adinuicem compositi erit aliqs numerus eos cōiter numerās q̃ cū.d.sit maximus numerans.a.q̃.b.sequitur q̃ ille numerus cōiter numerās illos tres q̃ numeret etiam.d per correl.precedentis q̃ per consequēs.d.q̃.c.sunt etiam adinuicem cōpositi.

Propositio .4.

Omnium duorum numerorum inequalium minor maioris aut pars est:aut partes.

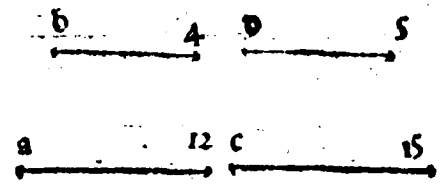
¶ Sint duo numeri.a.q̃.b.b.minor.dico q̃.b.est pars uel ptes.a. Aut.n.b.numerat.a.aut non. ¶ Si numerat pars eius est p̃ diffinitionem. Si non numerat ipsum. aut ergo sunt adinuicem primi aut non:si nō sunt adinuicē primi habebunt per diffinitionem partem cōem:que quotiens fueris in.b.tot

partes.a.dicetur esse.b.p diffinitionē. ¶ Si autem sint adinuicem primi quia tū oīs numeri ps est unitas ab ipso denominata patet idē p unitates.

Propositio .5.

Si fuerint quatuor numeri quorum primus tota pars secundi quota tertius quarti: erunt primus ⁊ tertius pariter accepti tota pars secundi ⁊ quarti pariter acceptorum quota primus secundi.

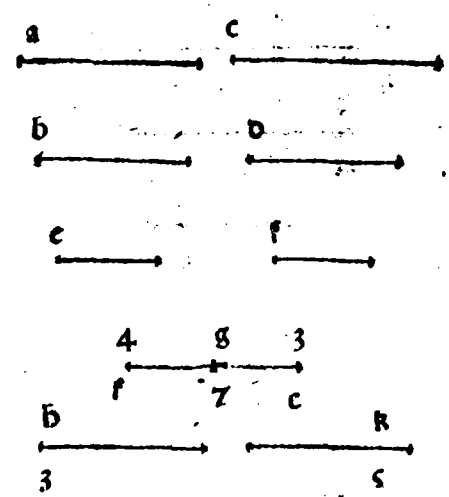
¶ Volens Euclides hos libros de numeris aliquo precedentium nō indigere sed per se ipsos stare: partem eius qđ proposuit per primam quinti de quantitatibus in genere: proponit p hāc quitam huius septimi de numeris. ¶ Sint igitur.4.numeri.a.b.c.d.sitq. b.tota pars.a.quota.d.c.dico q.b.ꝗ.d.pariter accepti sunt tota pars.a.ꝗ c.pariter acceptorum: quota.b.est.a. ¶ Diuisis enim.a.ꝗ.c.secundum quantitatem.b.ꝗ.d.argumentare sicut in prima quinti. ¶ Erit enim.ut totidem sint partes.a.quot.c.per positionem. ¶ Et ut aggregatum ex prima parte.a.ꝗ prima.c.sit equale aggregato ex.b.ꝗ.d. ¶ Similiter quoq.ꝗ aggregatū ex secunda parte.a.ꝗ secunda.c. ¶ Et quia hec aggregatio totiēs potest fieri quotiens continetur.b.in.a. sequitur ut numerus equalis aggregato ex.b.ꝗ.d.totiens contineatur in aggregato ex.a.ꝗ.c.quotiens.b continetur in.a.quare constat propositum.



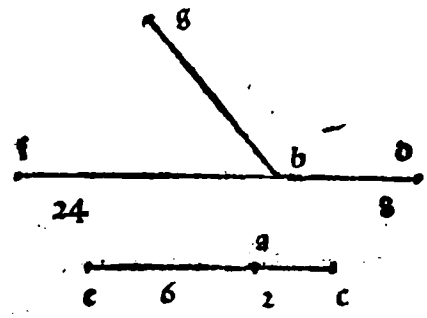
Propositio .6.

Si fuerīt quatuor numeri quorum primus tote partes secūdi quote tertius quarti: erunt primus ⁊ tertius pariter accepti tote partes secundi ⁊ quarti pariter acceptorum.quote primus secundi

¶ Quod proposuit premissa de parte: proponit ista de ptibus. ¶ Sint itaq. ut prius quatuor numeri.a.b.c.d.sitq. ut.b.sit tot ꝗ tote ptes.a.quot ꝗ quote.d.est.c.dico q.b.ꝗ.d.pariter accepti.erunt tot ꝗ tote partes.a.ꝗ.c.pariter acceptorum: quot ꝗ quote.b.ē.a. ¶ Dico autem tot ꝗ totas: quia partium pluralitas duobus numeris diffinitur: quorum alter numerator dicitur alter denominator: ut cum dicimus tres quinte: ternarius numerat: quinarius denominat. ¶ Quia igitur.b.ē partes.a.sit ut sint partes eius numerate ab.h.ꝗ denominate a.k. eritq. similiter per positionem.d.partes.c.numerate ab.h.ꝗ denominate a.k. Vna itaq. partium.b.sit.e. ꝗ una partium.d.sit.f.eritq. per ypothe.e. pars.b.denominata ab.h.ꝗ pars.a.denominata a.k. ¶ Similiter quoq. ꝗ.f.erit pars.d.secundum.h.ꝗ pars.c.secundum.k. ¶ Compositus igitur ex.e.ꝗ f.sit.g.eritq. per premissam.g.pars.b.ꝗ.d.pariter acceptorum secundum.h. ¶ Itemq. per eandem erit pars.a.ꝗ.c.pariter acceptorum secundum.k. ¶ Quare per.16.diffinitionem erunt.b.ꝗ.d.pariter accepti partes.a.ꝗ.c pariter acceptorum numerate ab.h.ꝗ.denominate a.k.eo q eorum communis pars est.g.minoris secūdū.h.ꝗ maioris ꝑm.k.ꝗ qa sic erat.b.a.constat proposium. ¶ Potes autem ꝗ per hanc ꝗ premissam quod proponis de quatuor numeris ad quotlibet numeros ampliare: q si quotlibet numeri minores ad totidē maiores cōparētur fuerint singuli singulorum tota pars aut ptes: quota uel quote primus secundi erūt quoq. omnes pariter accepti tota pars aut partes omnium pariter acceptorum quota uel quote primus secundi. quod facile probatur per hanc ꝗ premissam: quotiens oportuerit repetitas. ¶ Et si crederemus esse intentionem Euclidis assumere ex prius demonstratis aliqua ad demonstrationem eorum que hic proponit ex.13.quinti: facile demōstrassemus hanc sextam. Nunc autem quia uidetur oppositum aliter enim superuacue proposuisset multa de numeris que demonstrata sunt in quinto de quantitatibus in genere. Necesse habuimus propriis uti demonstrationibus tanquam ex prioribus nihil sumentes: solis huius septimi contenti principiis: propter quod ꝗ petitiones ꝗ communes animi conceptiones propositi proprias non inconuenienter huius septimi principio apposuimus.



70.



Propositio .7.

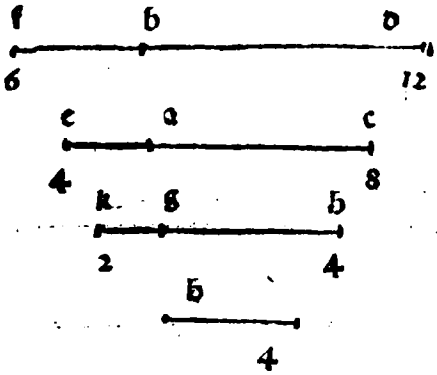
Si fuerint duo numeri quorum vnus alterius pars detrahatur q̃s ab ambobus ipsa pars: erit reliqui tota pars reliqui quota totus totius.

¶ Quod proponit hic Euclides de numeris ꝓposuit superius in quinta quinti. de quãtitatibus in genere. ¶ Sit itaq; ut quota pars est totus.a.totius.b. ⁊ Totus.c.detractus ab.a.d.detracti a.b.dico q̃ tota erit.e.residuus.a.f.residui.b.quota est totus.a.totius.b. ⁊ Et hec est quasi conuersa quinte. ⁊ Sit enim ꝑ petitiõem.e.tota pars.g.quota.c.est.d. ⁊ Eritq; per.5.tota pars.a.compositi ex.g.⁊.d quota est.c.d.quare ⁊ quota est.a.b. ⁊ Igitur per secundam cõceptionem compositus.ex.g.⁊.d.est equalis.b. ⁊ Dempto itaq; ab utroq; numero.d.erit.g.equalis.f.quare erit.e.tota pars.f.quota est.a.b.tota.n. erat.e.g.q̃d est propositum.

Propositio .8.

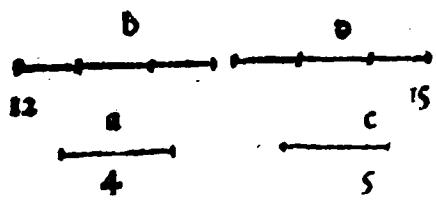
Si a duobus numeris quorum alter alterius partes propositis partes ille subtrahantur: erit reliquus reliqui eedem partes qui est totus totius.

¶ Hec est quasi conuersa sexte. ⁊ Vt si sit quot ⁊ quotes ẽ totus.a.totius.b.tot ⁊ tote.c.detractus ab.a.d.detracti.a.b.erit.e.residuus.a.tot ⁊ tote ꝑtes.f.residui.b.quot ⁊ quote est.a.b. ⁊ Sit enim.g.una ꝑtium.a. ⁊ Et.h.una ꝑtium.c.eritq; propter ypoth.g.tota pars.a.quota.h.c.⁊ tota.b.quota.h.d. ⁊ Detrahatur igitur.h.de.g.⁊ remaneat.k.eritq;.k.per premissam tota pars.e.quota.g. a.⁊ tota.f.per eandem quota.g.b. ⁊ Quia igitur.e.⁊.f.habent partem cõem que est.k.erit per.16.diffinitionem.e.partes.f.tot quidem quot ꝑ est.k.e.⁊ tote quota est.k.f.⁊.quia tot ⁊ tote erat.a.b.patet ꝓpositum.



¶ Castigator.

¶ Quoniam in casu isto.a.fuit posita due tertie ipsius.b.⁊ cum g.sit una partium.a.ipse erit una tertia ipsius b.⁊ erit una medietas ipsius.a.eadem ratione.h.erit medietas.c.⁊ tertia totius.d.nunc sunt duo numeri.g.minor.b.maior.g.est pars.b.sicut.h.d.per premissam.k.residuus.g.est tota pars.f.residui.b.quota.g.totus totius.b.s.tertia que quidem tertia denominatur a ternario ⁊ iterum.g.est medietas ipsius.a.⁊.h.detractus.a g.est medietas.c.detracti.ab.a.sequitur per eandem premissam ut.k. residuus.g.sit medietas.e.residui.a.que quidem medietas denominatur a binario ⁊ sic.k.est pars communis.f.⁊.e.ergo.per.16.diffinitionem tot ꝑtes.e.est totius.f.quotiens.k.continetur.in.e.⁊ tote quotiens.k.continetur in.f.maiore sed in.f.continetur ter.⁊ in.e.bis ergo sunt due tertie ⁊ ita concluditur in fine ⁊ quia tot ⁊ tote erat.a.b.patet propositum quia positum fuit q̃.a.esset due tertie totius.b.⁊c. Parimodo sequeretur si positus fuisset tres quarte uel.quatuor quinte ipsius.b.⁊c.



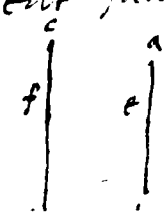
Propositio .9.

Si fuerint quatuor numeri quorum primus secundi tota pars quota tertius quarti: erit permutatim tota pars aut partes primus tertij quota pars aut partes secundus quarti.

¶ Sit.a.primus tota pars.b.secundi quota.c.tertius.d.quarti.sintq;.a.⁊.b.minores.c.⁊.d. ¶ Aliter enim esset econuerso ei quod proponit. ¶ Dico q̃ quota pars uel partes est.a.c.tota uel tote est.b.d. ¶ Diuidantur enim.b.quidem ꝑ quantitatem.a.d.uero ꝑ.c.erintq; per presentem ypoth.tot partes.b.quot.d. ¶ Et quia unaquaq; partium.b.est equalis.a.⁊ unaquaq; d.c. ¶ Est autem.a.c.pars aut partes per presentem ypoth.⁊ per quartam. ¶ Erit unaquaq; partium.b. sue comparis ex partibus.d.ut prima prime. ¶ Secunda secunde sicq; de ceteris. ¶ Tota pars aut partes quota uel quote est.a.c. ¶ Per.5.igitur uel.6.sub disiunctione quotiens oportuerit repetitaferit tota pars aut

71 prop. xi. theonis desiuit. q̃ est.

Si fuerit sicut totus ad totum: sic ablatus ad ablatum: q̃ residuus ad residuum erit sicut totus ad totum.

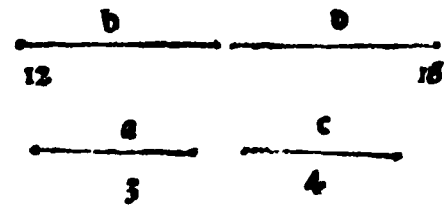


partes.b.d.quota uel quote est.a.c.quod est propositum.

Propositio .10.

Si fuerint quatuor numeri: quorũ primus tote ptes secundi quote tertius quarti: erit permutatim primus tota pars aut partes tertij quota vel quote secundus quarti.

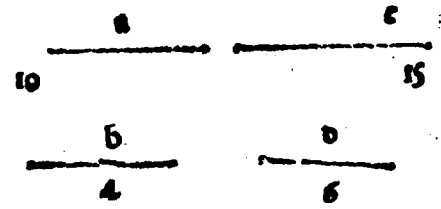
Sint quatuor numeri ut prius quorũ similiter minores sint.a.⁊.b.sitq.a.tote partes.b. quote.c. est. d. dico ꝙ quota pars aut partes est.a.c.tota uel tote est.b.d. Diuidãtur enim minores in partes illas qui sint.a.⁊.c.eruntq; per presentem hypothe.tot ꝑtes.a.quot.c. Et quia unaqueq; ex partibus.a.ẽ tota pars.b. quota quelibet ex partibus.c.est.d. Hoc enim habemus ex nostra ypothe. erit ꝑmutatim per premissam: ut quota pars aut partes ẽ.b.d. tota uel tote sit una queq; ex partibus.a.sue comparis ex partibus.c. Per quintam igit uel sextam sub disunctione quotiens oportuerit repetitas: erit tota pars aut partes.b.d.quota uel quote est.a.c.quod est propositum.



Propositio .11.

Si fuerint quattuor numeri proportionales quorus primus secundo ⁊ tertius quarto sit maior: erit secundus tota pars: aut partes primi quota vel quote ꝗrtus tertij. Quod si secundus fuerit tota pars aut partes primi quota vel quote quartus tertij q̃ tuor numeros ꝓportionales esse conueniet.

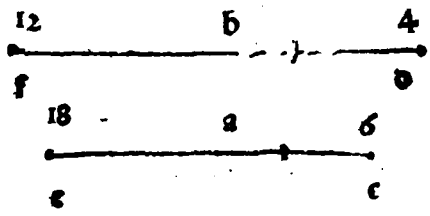
Sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.sintq.a.⁊.c.maiores: dico ꝙ quota pars aut partes est.b.a.tota uel tote est.d.c.⁊ econuerso. Erit enim ꝑ conuersionem diffinitionis similium proportionum ut quotiẽs. b.in.a. totiens sit.d.in.c.⁊ si qua pars aut partes.b.superfluũt in.a. tota pars aut partes.d.superfluant in.c si itaq; contineatur.b.in.a.sine superfluitate partis: quia totiens sine superfluitate continetur.d.in.c.erit per diffinitionẽ similiũ partium: quota pars.b.a.tota.d.c.ꝙ si quotiens libet cõtinetur.b. in.a.cum superfluitate partis: quia totiens continetur. d. in.c.cum superfluitate similis partis distincto.a.ꝑm.b. ut superfluat.e.atq;.c.ꝑm.d.ut superfluat.f.erit tota pars.e.b.quota.f.d. At quia totiens continetur.b. in differentia. a. ad.e.quotiens. d in differentia.c. ad.f. erit per[a] communem scientiam totiens.e.in.a. quotiens. f. in. c. Cum igitur. a. ⁊ .b.habeant. e. partem communem: similiter.c.⁊.d. f. sit itaq;. e. in. b. quotiens.f.in.d.itemq;.e. in.[a]a. quotiens. f.in.c. erit per. 16. diffinitionem.b.tot ⁊ tote partes.a quot ⁊ quote.d.c. Si autem. b. quotiens libet continetur in.a cum superfluitate quotlibet partium: quia totiens cõtinetur.d.in.c.cum superfluitate totidem ⁊ similium partium: distincto a.ꝑm.b.ut superflat.e.similiter.c.ꝑm.d. ut superfluat.f. erit.e. tot ⁊ tote partes.b.quot ⁊ quote.f.d. Sumpta itaq; una ex ipsis argumentãdum: ut prius: sicq; patet primum. Secundum sic sit.b.a.tota pars aut partes quota uel quote.d.c.dico ꝙ erit ꝓportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d. Si enim est tota pars constat propositum. Si autem tote partes diuisis eis ꝑm ꝑtes illas patebit totiens esse.b.in.a.quotiens.d.in.c. ⁊ totam partem aut partes.b.superfluere in.a.quotã aut quote.d.superfluunt in.c.per diffinitionem itaq; est proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.sicq; liquet totum.



Castigator.

a Scilicet per secundam quicunq; eiusdem sue equalium ⁊c. Quia cum.e.⁊.f.sint partes similes.b.⁊.d.per diffinitionem.14. ab eodem numero denominantur: ⁊ per consequens numerus ꝑm quem. e. cõtinetur in.b.est equalis numero ꝑm quem.f.continetur in. d.tunc per communem scientiam dictam.differentia.a.ad.e.⁊ differentia.f.ad. c. cum sint equalium eque multiplices. hoc est illorum numerorum denominantium partes illas: sequitur.e.totiens contineri in.a.quotiens.f.in.c.

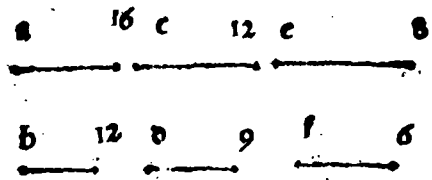
74



Propositio .12.

Si a duobus numeris ꝓm suas proportiones duo numeri detrahantur: erit proportio reliqui ad reliquum tanq̃s proportio totius ad totum.

¶ Quod proposuit Euclides in.19.qnti.de quãtitatibus ĩ genere: ꝓponit hic de nũeris. ¶ Vt si sit ꝓportio totius.a. ad totũ.b.sicut.c.detracti.ab.a.ad.d.detractũ.a.b.erit.e. residui.a.ad.f.residuum.d.sicut.a.ad.b. ¶ Si.n.a.sit minor.b.erit ꝑ presentem ypoth.et ꝑ conuersionem diffinitionis.c.tota ꝑs aut ꝑtes.d.quota uel quote est.a.b.per.7.igitur uel.8.erit.e.tota pars aut partes.f.quota uel quote est.a.b.per diffini tionem igitur erit ꝓportio una: qd est propositum. ¶ Qd si.a.sit maior.b.erit ꝑ primam ꝑtem ꝑmisse quota ꝑs aut ꝑtes.b.a. tota uel tote.d.c.q̃re ꝑ.7.uel.8.tota uel tote erit.f.e.itaq; ꝑ secũdam ꝑtem premisse.e.ad.f.sicut.a.ad.b.quare cõstat ꝓpositum. ¶ Cedũt aũt huic.7. et.8.hec enim sola ꝙ ambe ille continet. ¶ Volunt aũt qdam secũdam partem huius ꝓbare ꝑ.19.quinti: sed si hoc intenderet Euclides: cum ista ponat ꝓticulariter qd illa uniuersaliter uane illa demonstrata in qnto ꝓposuisset hãc hic in septimo. Et qa iterꝫ notꝫ demonstrãt eam simplr ꝑ.19.quinti. At uero nec modum demõstrationis illius possunt affirmare ad demõstrationem huius cum illa demonstret in quãtitatibus in genere.ꝑ ꝓportionalitatem ꝑmutatam q̃ infra demonstrat in numeris. Existimo aũt et rõabiliter conuinci uĩ Euclidem quẽ multum demõstratoris arithmetici: grã decimi in quo sine numerorꝫ aliqua precognitiõe trãsire non poterat constat assumere. ¶ Idcirco plurima eorꝫ que in quinto de quantitatibus in genere demonstrauit.hic repetere demonstranda de numeris: qm̃ ꝑ alia ꝓncipia propria uidelicet numerorꝫ q̃ magis nota sunt intellectui q̃ ea per que processit in quinto ipsa demonstrare intendit: principia enim quinti propter maliciam quãtitatum incõmunicantium difficilia sunt: principia uero numerorum magis ultro se intellectui applicant: faciliusq; q̃ illa. Egent enim illa intellectu magis disposito.

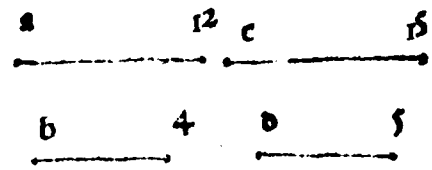


75

Propositio .13.

Si fuerint quotlibet numeri proportionales quantus erit unus antecedens ad suum consequentem: tanti erunt oẽs antecedẽtes pariter accepti ad omnes consequentes pariter acceptos.

¶ Quod ꝓponit Euclides ꝑ.18.quinti de quantitatibus in genere ꝓponit ꝑ hanc de numeris. ¶ Vt si sint.a.b.et.c d.et.e.f.ꝓportionales dico ꝙ que ẽ ꝓportio.a.ad.b.ea est q̃.a.c.e.pariter acceptorum ad.b.d.f.pariter acceptos. ¶ Si enim.a.c.e.sint minores.b.d f.erit ꝑ conuersionem diffinitionis quota ꝑs aut partes.a.b.tota uel tote c.d.et.e.f. ¶ Per.5.ergo uel per.6.quotiens oportuerit repetitas: erit quota pars uel partes.a.b.tota uel tote.a.c.e.pariter accepti.b.d.f.pariter acceptorum: quare per diffinitionem ꝓportio una. ¶ Si aũt.a.c.e.sint maiores.b.d.f.erit ꝑ primam partem.11.quota pars uel partes.b.a.tota uel tote.d.c.et.f.e. ¶ Per.5.ergo uel.6.quotiens oportuerit repetitas: erit quota pars uel partes.b.a.tota uel tote.b.d.f.piter accepti.a.c.e.pariter acceptorum.itaq; per secundam partem.11.proportio.a.ad.b.sicut.a.c.e.pariter acceptorum ad.b.d.f.pariter acceptos: quod est propositum.



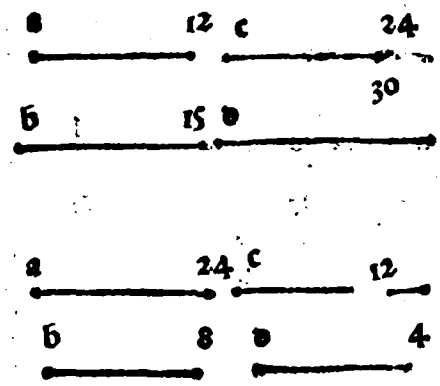
Propositio .14.

Si fuerint quatuor numeri proportionales: permutatim quoq; proportionales erunt.

¶ Modum arguendi qui dicitur proportionalitas permutata quam demonstrauit Euclides per.16.quinti in quantitatibus in genere: ꝓponit hic demonstrãdũ in numeris.

¶ Vt si sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.erit ꝑmutatim a.ad.c.sicut.b.ad.d. ¶ Erit enim.a.maior.b.aut minor: similiter quoq; et maior.c.aut minor. ¶ Sit itaq; ꝓmo minor utroq; erit ergo ꝑ presentẽ

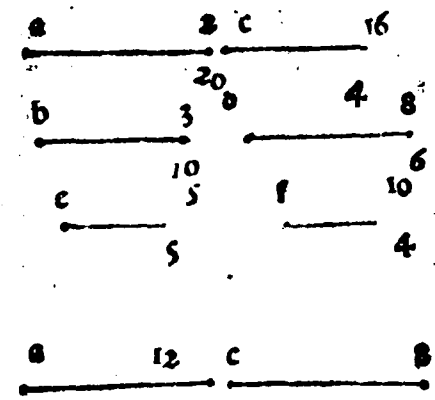
ypothe. & conuersionem diffinitionis. a. tota pars aut partes. b. quota uel quote. c. d. per. 9. itaq; uel. 10. erit pmutatim. a. tota pars aut partes. c. quota uel quote. b. d. quare per diffinitionem proportio una. ¶ Sit igitur. a. maior utroq; erit q; per primam partem. 11. ut quota pars aut partes est. b. a. tota uel tote sit. d. c. quare per. 9. uel. 10. tota pars aut partes erit. d. b. quota uel quote. c. a. igitur per secundam partem. 11. erit. a. ad. c. sicut. b. ad. d. ¶ Sit tertio. a. maior. b. & minor. c. erit q; per primam partem. 11. tota ps aut partes. b. a. quota uel quote. d. c. quare per. 9. uel. 10. quota uel quote ē a. c. tota uel tote erit. b. d. per diffinitionem itaq; proportio una. ¶ Vltimo quoq; sit. a. minor. b. maior q; c. erit q; ut tota pars aut partes sit. c. d. quota uel quote est. a. b. per. 9. itaq; uel. 10. erit tota uel tote. d. b. quota uel quote. c. a. q̃re per secūdam ptem. 11. b. ad. d. sicut. a. ad. c. sicq; cōstat propositum. ¶ Huic autem cedūt. 9. & 10. quia hec sola quod ambe ille pponit.



Propositio .15.

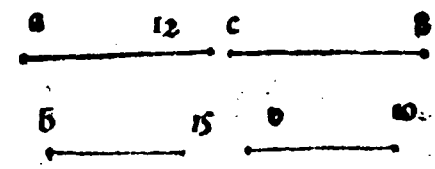
Si fuerint quotlibet numeri alliq; secundum eorum numerum nomnesq; duo ex prioribus secundum proportionem omnium duorum ex posterioribus in proportione equalitatis proportionales erunt.

¶ Modum arguendi qui dicitur equa proportionalitas quam demonstrauit Euclides per. 22. quinti de quantitatibus in genere proponit hic demonstrandum in numeris directe proportionalitatis. ¶ Equam autem proportionalitatem quam demonstrauit per. 23. quinti de quantitatibus indirecte proportionalitatis non proponit demonstrādum in numeris: sed eam demonstrabimus infra sup. 19. huius. ¶ Nec est necessarium ut pdemonstremus in numeris quod demōstratum est p. 11. quinti de quantitatibus in genere uidelicet si quotlibet proportiones in numeris fuerint uni equales uel eedem ipsas ē sibi equales uel easdem. ¶ Hoc enim manifestum est p diffinitionem ut si. a. ad. c. & e. ad. f. sit sicut. b. ad. d. erit tam. a. c. q̃. e. f. tota ps aut partes quota uel quote. b. d. ¶ Aut totiens continebit. a. c. & e. f. quotiens. b. d. ¶ Et tota pars aut partes superfluent. c. in. a. & f. in. e. quota uel quote. d. in. b. ¶ Quia ergo quota pars aut partes est. a. c. tota uel tote est. e. f. ¶ Aut quotiēs. a. continet. c. totiens. e. f. ¶ Et quota pars aut partes. c. superfluunt. in. a. tota uel tote. f. in. e. ¶ Erit per diffinitionem. a. ad. c. sicut e. ad. f. ¶ Sint igitur ut proponitur numeri. a. b. e. & alii totidem. c. d. f. sitq; a. ad. b. sicut. c. ad. d. & b. ad. e. sicut. d. ad. f. ¶ Dico q; erit in equa proportionalitate. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ¶ Erit enim per premissam. a. ad. c. sicut. b. ad. d. sed & b. ad. d. sicut. e. ad. f. quare. a. ad. c. sicut. e. ad. f. ¶ Igitur per eandem. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ¶ Idem erit sumptis pluribus. ¶ Sicq; constat propositum. ¶ Quoniam autem Euclides ceteras quatuor species proportionalitatis que sunt conuersa: coniuncta: disuncta: conuersa: nō proponit demonstrandas in numeris: conueniens arbitramur eas quas auctor tanq̃ facile demonstrabiles prētermisit demonstrare. ¶ Primum itaq; demonstrabimus conuersam: uesi sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico q; erit e conuerso. b. ad. a. sicut. d. ad. c. ¶ Si enim fuerit. a. minor. b. tūc quoq; erit c. minor. d. & tota pars aut partes. a. b. quota uel quote. c. d. quare per secūdam partem. 11. erit. b. ad. a. sicut. d. ad. c. ¶ Si autem fuerit. a. maior. b. erit quoq; & c. maior. d. & per primam partem. 11. b. tota pars aut partes. a. quota uel quote. d. c. per diffinitionem igitur. b. ad. a. sicut. d. ad. c.



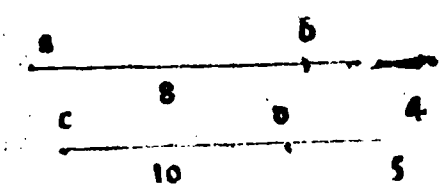
¶ Disiunctam proportionalitatem ostendere.

¶ Vt si sit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. erit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ¶ Erit enim permutatim. a. b. ad. c. d. sicut. b. ad. d. ¶ Et per. 11. sicut. a. ad. c. ¶ Quia ergo. a. ad. c. sicut. b. ad. d. erit permutatim. a. ad. b sicut. c. ad. d.



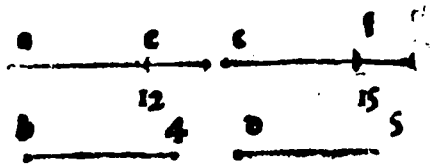
¶ Coniuncte proportionalitati demonstrationem afferre.

¶ Vt si sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. ¶ Erit enim permutatim. a. ad. c. sicut. b. ad. d. quare per. 13. a. b. ad. c. d. sicut. b. ad. d. permutatim igitur erit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d.

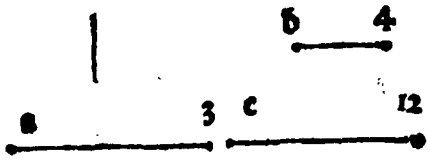


¶ Euersam proportionalitatem restat in numeris stabilire.

¶ Vt si sit.a.b.ad.b.sicut.c.d.ad.d.erit.a.b.ad.a.sicut.c.d.ad.c. ¶ Erit.n. permutatim.a.b.ad.c.d.sicut.b.ad.d.quare per.n.sicut.a.ad.c. permutatim igitur erit.a.b.ad.a.sicut.c.d.ad.c. ¶ Patet itaq; totum. ¶ Ex his quoq; leue est demonstrare in numeris q̃ Euclides proponit per.24.quinti de quantitatibus in genere uidelicet q̃. ¶ Si proportio primi ad secundum fuerit sicut tertij ad quartum quinti quoq; ad secundū sicut sexti ad quartum:erit proportio primi ⁊ quinti pariter acceptorum ad secundum sicut tertij ⁊ sexti ad quartum.

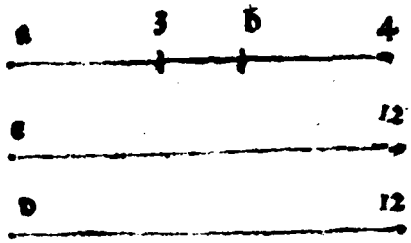


¶ Vt si sit.a.ad b.sicut.c.ad.d.itemq;.e.ad.b.sicut.f.ad.d.erunt.a.⁊.e.pariter accepti ad.b.sicut.c.⁊.f.pariter accepti ad.d. ¶ Erit enim per conuersam proportionalitatem.b.ad.e.sicut.d.ad.f.quare per equam proportionalitatem.a.ad.e.sicut.c.ad.f.ergo coniunctim.a.⁊.e.ad.e.sicut.c.⁊.f.ad f. ¶ Itaq; per equam proportionalitatem.a.⁊.e.ad.b.sicut.c.⁊.f.ad.d.q̃d est propositum. ¶ Eodemq; modo probabis econuerso. ¶ Si sit.b.ad.a.sicut.d.ad.c.itemq;.b.ad.e.sicut.d.ad.f. ¶ Erit b.ad.a. ⁊.e.sicut. d.ad. c. ⁊ f. ¶ Erit enim per conuersam proportionalitatem.a. ad.b. sicut.c. ad. d. ¶ Quare per equam.a.ad.e.sicut.c.ad.f. ¶ Et coniunctim.a. ⁊.e. ad.e.sicut.c.⁊.f.ad.f.igitur econuerso.e.ad.a.⁊.e.sicut.f.ad.c.⁊.f. ¶ Per equam itaq; proportionalitatem erit.b.ad.a.⁊.e.sicut.d.ad.c.⁊.f.quod erat propositum. ¶ Ex hoc[a] quoq; manifestum est q̃ si fuerit proportio quotlibet numerorꝫ ad primum sicut totidem aliorꝫ ad secundū.erit aggregati ex oibus antecedentibus ad ꝑmum ad primum:sicut aggregati ex oibus antecedentibus ad secūdum:ad secūdū. ¶ Itēq; ecōuerso si fuerit proportio primi ad quotlibet numeros sicut secūdi ad totidē aliorꝫ erit primi ad aggregatum ex omnibus consequentibus ad ipsum:sicut secundi ad aggregatū ex omnibus consequentibus ad ipsum.



¶ Castigator.

a ¶ Et hoc quia semper habentur.6.numeri.quorꝫ primus ad secundum sicut tertius ad quartū ⁊ quintus ad secūdum:sicut sextus ad quartū: ⁊ sic primus ⁊ quintus dicuntur antecedentes ad secundum:⁊ tertius ⁊ sextus antecedētes ad quartū:⁊ sic ēt dñr eorꝫ cōsequentes.⁊ iō aggregatū ex primo ⁊ qnto fit unus numerus ⁊ aggregatū ex tertio ⁊ sexto fit alius ⁊ ulterius accipit unus alius numerus ꝑ qnto ad primū:⁊ illud aggregatū hr̄ ꝑ primo ad secundū ⁊ unus alius pro tertio ad quartum:⁊ illud aggregatū habet pro sexto ⁊ sic in infinitum ⁊ ecōuerso ⁊c.⁊ patet correlarium.



Propositio .16.

Si numeret unitas aliquem numerum quotiens quilibet tertius aliquem quartum:erit quoq; permutatim vt quotiens unitas numerat tertium totiens secundus numeret quartum.

¶ Vt si sit unitas ad.a.sicut.b.ad.c.erit ꝑmutatim unitas ad.b.sicut.a.ad.c. ¶ Nō supfluit aūt hec demonstrata ꝑmutata ꝓportione:nō enim ex illa pōt cōcludi quod hic ꝓponitur.Nam illa demonstrata est de.4.numeris ꝓportionalibus:unitas uero nō est numerus per diffinitionē. ¶ Hoc ergo mō pateat propositum. ¶ Dividat a.ꝑ unitates ⁊.c.ꝑm quantitatē.b.eruntq; per presentē ypothe. tot partes a.quot c. ¶ Et quia unaqueq; partiū.a.est unitas ⁊ unaq̃q; ꝑtium.c.ē eq̃lis.b.erit ut quotiens unitas in.b.totiēs unaqueq; ꝑtiū.a. in sua cōpari ex ꝑtibus.c. ¶ Per modū itaq; demōstrationis.5.sequet totiēs esse.a.i.c.quotiens unitas in.b.quod est ꝓpositum.

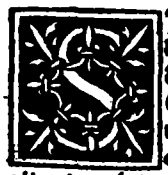
Propositio .17.

Si duorum numerorum vterq; ducatur in alterū: qui inde producentur erunt equales.

¶ Sicut si ex.a.in.b.pueniat.c.⁊ ex. b.in. a.pueniat. d. erunt.c ⁊.d.equales. ¶ Cū enim.b. multiplicatus per.a. ꝓducat.c.erit ꝑ cōuersionem diffinitionis.b.in.c quotiēs

unitas in.a. ergo per premissam erit.a.in.c. quotiēs unitas in.b. ¶ Et ꝗ totiens est.a.etiā in.d.quia ex.b.in.a. fit.d.sequitur ut totiens sit. a.in.c. quotiēs in.d. ¶ Per concep.igitur.c.ꝗ.d. sunt similes. ¶ Possumus quoq; hanc conclusionē alio modo ꝓponere. ¶ Si duoꝝ numeroꝝ uterq; ducatur in alterꝝ idem numerus utrobiq; pueniet. ¶ Vt si ex.a.in.b. pueniat c.idem ēt ex.b.in.a. pueniet. ¶ Quia enim ex.a.in.b.fit.c. erit ut prius ꝑ cōuersionē diffinitionis.b.in.c.quotiens unitas in.a. Et permutatim per ꝑmissam.a.in.c.quotiēs unitas in.b. ¶ Quia igitur.a.totiēs sibi coacervatur in.c.quotiēs in.b.est unitas sequit ꝑ diffinitionē q; ex.b.in.a.fit.c.

Propositio .18.



Si unus numerus in duos ducatur: tātus erit duorum inde ꝓductorum alter ad alterum: quantus duorum multiplicatorum alter ad alterum.

¶ Multiplicet.a.utrunq; duoꝝ numeroꝝ.b.ꝗ.c.ꝗ proueniāt.d.ꝗ.e.dico q; erit ꝓportio.d.ad.e.sicut.b.ad.c. ¶ Sequitur enim ꝑ cōuersionē diffinitionis eius qd est multiplicari ut.b.in.d.ꝗ.c.in.e.sit quotiēs unitas in a.quare ꝑ diffinitionē ꝓportio.d.ad.b.est sicut.e.ad.c. ¶ Equaliter enim eos cōtinētur quia quotiens.a.unitatē. ¶ Ergo ꝑmutatim.d.ad.e.sicut.b.ad. c.qd ē propositum.

Propositio .19.

Si duo numeri unū multiplicent: erit ꝓportio duorū inde ꝓductorum tanq; duorum multiplicātiū.

¶ Ex conuersione antecedentis premisse cōcluditur hec eadē passio que in premissa. ¶ Vt si uterq; duorum numerorum.b.ꝗ.c.multiplicet.a.ꝗ pueniāt. d.ꝗ.e.erit.d.ad.e. sicut b.ad.c. ¶ Erit enī ꝑ ante premissam.ut ex.a.i.b.ꝗ.c. fiant.d.ꝗ.e.quare ꝑ premissam.d.ad.e.sicut.b. ad.c.quod est propositū.

¶ Potes aūt qd ꝓponit ꝑ hāc ꝗ premissam de duobus numeris ad quotlibet numeros ampliare. ¶ Quod si unus multiplicet quotlibet erit ꝓductorū ꝗ multiplicatoꝝ una ꝓportio. ¶ Similiter quoq; si quotlibet multiplicent unū erit ꝓductorum ꝗ multiplicātiū una ꝓportio. ¶ Quod ꝑ hāc ꝗ premissam quotiens oportuerit repetitas facile ꝓbabis. ¶ Hic aūt ut supra polliciti sumus demonstrare uolumus equā ꝓportionalitatē in quotlibet numeris duorū ordinum indirecte ꝓportionalitatis quam demonstrat Euclides ꝑ.23. quinti in quantitatibus in genere: dicimus igitur qm.

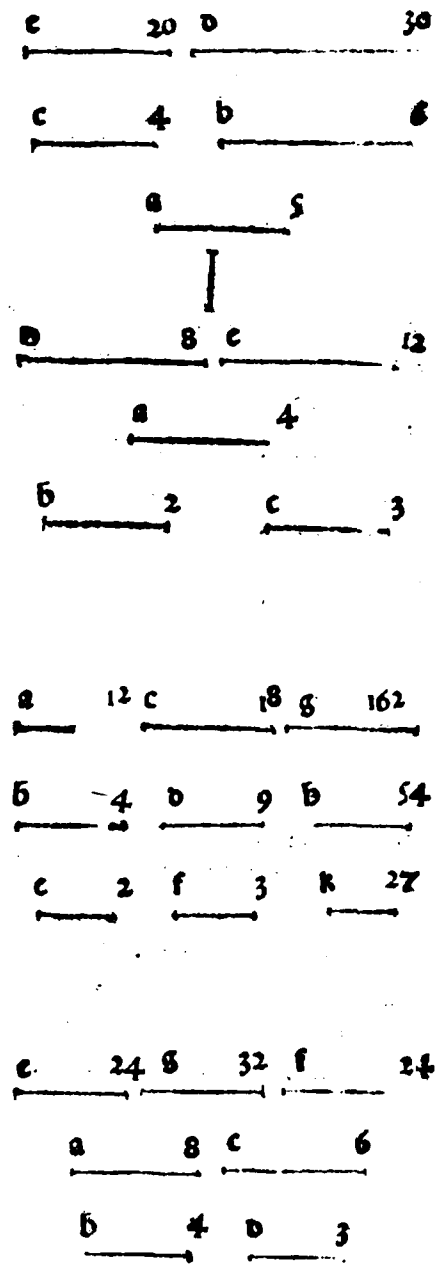
¶ Si quotlibet numeri totidē a ijs fuerint indirecte ꝓportionales extremi quoq; in eadē ꝓportione ꝓportionales erunt.

¶ Vt si sit.a.ad.b.sicut.d.ad.f. ¶ Et.b.ad.e.sicut.c.ad.d. ¶ Erit.a.ad.e.sicut.c.ad.f. ¶ Ducatur enim.c.in.d.ꝗ.f. ¶ Et pueniant.g.ꝗ.h. ¶ Eritq; per premissam.g.ad.h.sicut.d.ad.f. ¶ Quare ꝗ sicut.a.ad.b. ¶ Ducatur itē.f. in.d.et proueniat.k. ¶ Eritq; ꝑ hanc.19.g.ad.k.sicut.c.ad f. ¶ Et quia ex f.in.d.fit.k.fiet idē ecōuerso ꝑ.17.ex.d.in.f. ¶ Quia igitur ex.c.ꝗ.d.in.f. fiunt.h.ꝗ.k. ¶ Erit ꝑ hāc.19.h.ad.k sicut.c.ad.d. ¶ Quare sicut.b.ad. e. ¶ Et quia iam ostensum est q ē.g.ad h.sicut.a.ad.b.erit ꝑ.15.a.ad.e.sicut g.ad.k. ¶ Sed sic erat etiam.c.ad.f. ¶ Est igitur.a.ad.e.sicut.c.ad.f.quod est ꝓpositum. ¶ Idem probabis si fuerint in utroq; ordine numeri plures tribus quēadmodū ꝓbat in.23.quinti de q̄titatibus pluribus tribus.

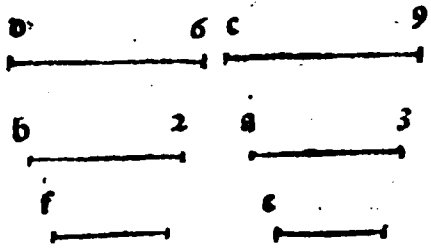
Propositio .20.

Si fuerint quatuor numeri ꝓportionales quod ex ductu primi in ultimū ꝓducetur equū erit ei quod ex ductu secūdi in tertiū. Si vero quod ex primo in ultimū ꝓducetur equū est ei quod ex secūdo in tertiū illi q̄tuor numeri sunt ꝓportionales.

¶ Quod proposuit Euclides per.15.sexti de quatuor lineis proportionalibus: proponit hic de quatuor numeris proportiōalibus uerbi gratia. ¶ Sit proportio.a.ad.b. sicut. c. ad. d. fiatq; ex.a. in. d. e. ꝗ ex.b.in. c. f. dico q; e. ꝗ.f. sunt equales: ꝗ econuerso. ¶ Ducatur enim



a.in. b.⁊ fiat. g. ¶ Eritq; per.18. g.ad.e.sicut.b.ad.d. ¶ Et quia per.12. ex.b. in. a. fit.g. ⁊ ex eodem. b. in.c.f. erit per.18. g. ad.f. sicut.a. ad.c. ¶ Sed p.14.ē.a.ad.c.sicut.b.ad.d.ergo erit.g.ad.f.sicut.g.ad.e.¶ Equales igit̄ sunt.f.⁊.e.quod est p̄mum. ¶ Nec oportet p̄demonstrare si vnius numeri ad duos sit vna proportio q̄ ipsi sunt eq̄les: aut si ipsi sunt equales q̄ vnius ad ipsos sit vna proportio. ¶ Si enim est vna proportio.g.ad.e.⁊ ad.f.aut ipse erit tota pars vel partes.e.quota vel quote idem est.f.⁊ tunc per cōceptionem patet.e.⁊.f.esse eq̄les. ¶ Aut totiēs.g.continebit.e.quotiens.f. ¶ Et supfluent in eo tota pars vel ptes.e.quota vel quote in eodē superfluent.f.⁊ tunc ēt per conceptionem patet eos esse equales. ¶ Quod si ipsi fuerint equales patet per conceptionem q̄ aut.g.erit tota pars vel ptes.e.quota vel quote.f.⁊ tunc per diffinitionem erit ipsius.g.ad vtrunq; eorum proportio vna. ¶ Aut equaliter continebit vtrunq; cum superfluitate similium ⁊ tot numero partium: ⁊ tūc etiā per diffinitionē erit eius ad vtrunq; proportio vna. ¶ Secūdum sic patet: sit.e.productus ex.a.in d.equalis.f.producto ex.b.in.c.dico q̄ ꝓportio.a.ad.b.est sicut.c.ad.d. ¶ Et est hec conuersa prime partis. ¶ Sit enim vt prius.g.qui fit ex.a. i.b. ⁊ quia.e.⁊.f.sunt equales.erit.g.ad vtrunq; eorum proportio vna:⁊ quia vt prius per.18.g.ad.f.sicut.a.ad.c.⁊ ad.e. sicut.b.ad.d.erit. a.ad.c. sicut b.ad.d.quare permutatim.a.ad.b.sicut.c.ad.d. ¶ Non proponit autē Euclides de tribus numeris cōtinue proportionalibus q̄ ille qui ex ductu primi in tertium producitur sit equalis quadrato medii. Et si ille qui ex primo in tertium producitur si erit equalis quadrato medii: q̄ illi tres numeri sint continue proportionales sicut proponit in. 16.sexti de tribus lineis. ¶ Hoc enim facile demonstratur per hāc.20.medio illorum trium numerorum equali assumpto: quemadmodum in sexto de tribus lineis probatur per quatuor assumpta quarta equali medie.



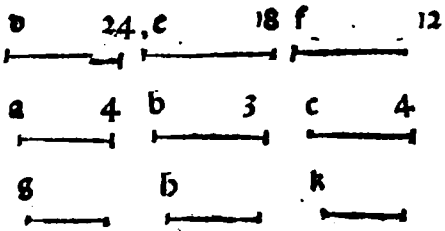
Propositio .21.

Numeri secundum quamlibet proportionem minimi numerant quoslibet in eadem ꝓportione minores minorem ⁊ maiores maiorem equaliter.

¶ Sint.a ⁊.b. minimi numeri in sua proportione: sitq; c.ad.d.sicut.a.ad.b.dico q̄.a.numerat.c.⁊.b.d.equaliter. ¶ Cum sit enim.a.ad.b. sicut. c. ad.d. erit permutatim.a. ad.c.sicut.b.ad.d. ¶ Erit igitur.a.c. tota pars vel partes quota vel quote b.d. ¶ Si itaq; fuerit pars constat propositum. ¶ At si partes sit. e. vna partium.a.⁊.f.una partium.b.⁊ quia tota pars est. e.c. per ypothe. quota. f. d.erit per diffinitionem proportio.e.ad.c.sicut.f.ad. d. ¶ Quare permutatim.e.ad.f.sicut.c.ad. d. ¶ Quare etiā sicut.a.ad.b.nō sunt itaq;. a.⁊. b. minimi sue proportionis: quod est contrarium positis. Similiter quoq;.

¶ Quotlibet numeri siue in eadem proportione siue in diuersis minimi numerant omnes in eadem proportione quisq; suum correlatiuum equaliter.

¶ Vt si sint.a.b.c.minimi in eadem proportione vel in diuersis. ¶ Sint q̄ in eadem uel eisdem.d.e.f.ita q̄ sit.d.ad.e.vt.a.ad. b.⁊.e. ad.f. vt.b. ad.c.dico q̄.a.numerat.d.⁊.b.e.⁊.c.f.equaliter. ¶ Quia enim est.a.ad b.vt.d.ad.e.erit permutatim.a.ad.d.vt.b.ad.e.⁊ quia.b.ad.c.vt.e.ad.f. erit etiam permutatim.b.ad.e.vt.c.ad.f.quare.b.ad.e. ⁊.c.ad.f. sicut.a. ad.d. ¶ Et quia.a.b.c.sunt minores.d.e.f.erit.b.e.⁊.c.f.tota pars aut partes.quota est.a.d. ¶ Si itaq; pars constat propositum. ¶ At si partes sit.g. vna partium. a. ⁊.h. vna partium.b.⁊ k. vna. c. ¶ Eritq; per presentem ypothe. tota pars.h. e.⁊.k.f. quota.g.d. ¶ Quare per diffinitionem. h. ad.e.⁊.k.ad.f.sicut.g.ad. d. ¶ Permutatim igitur erit. g.ad.h. vt. d. ad e.⁊.h.ad.k.vt.e.ad.f. ¶ Quare.g.ad.h.vt.a.ad.b.⁊.h.ad.k.vt. b.ad.c. ¶ Quia ergo. g.h.k.sunt minores.a.b. c.⁊ in eadem proportione sequitur contrarium positi.



Propositio .22.

Si fuerint duo numeri ſm ſuam proportionem minimi: ipſi erunt adinuicem primi.

¶ Sint duo numeri.a.ꝗ.b.ſm ſuam proportionem minimi. dico ꝙ ipſi ſunt contra ſe primi. ⁊ Si eni non. ⁊ Numeret eos.c.ſm.d.ꝗ.e. ⁊ Eritq; per.18.d.ad.e. ſicut. a. ad b. ⁊ ꝗ quia.d.ꝗ.e.ſunt minores.a.ꝗ.b.ſequitur a.ꝗ.b.nõ eẽ ſue ꝓportiõis minimos: qđ eſt contrariũ poſitioni. ⁊ Similiter quoq;.

¶ Si fuerint quotlibet numeri in continuatiõe ſuarum proportionũ ſiue eadem ſiue diuerſe fuerint minimi. nullus numerus numerabit omnes.

¶ Vt ſi ſint.a.b.c.minimi in continuatione ſuarum proportionum: dico ꝙ nullus numerabit omnes. ⁊ Sinautẽ numeret eos. d.a. quidem ſm e.b.uero ſm.f.ꝗ.c.ſm g.eritq; per.18.e.ad.f.ſicut.a. ad.b.ꝗ.f. ad. g. ſicut b.ad.c. ⁊ Quia ergo.e.f.g.ſunt minores.a.b.c.ꝗ ſm proportionem eorum non erunt.a.b.c.quales poſiti ſunt: quod eſt inconueniens. ¶ Quãquam autem nullus numeret.a.b.c.ſi fuerint minimi: poteſt tamen eſſe ut quoſlibet duos ex eis numeret unus. ⁊ Ducto etenim quolibet numero in aliquem ad ſe primum ac utroq; eorum in aliquem tertium ad utrũq; primum: prouenient tres numeri quorum quiq; duo erunt compoſiti. Nullus tamen numerabit omnes. ⁊ Sint enim.a.b. c.tres numeri quorũ quiſq; ſit primus ad alios: ducaturq;.a.in.b.ꝗ.c.ꝗ proueniat.d.ꝗ.c.itemq; b.in.c.ꝗ proueniat.f.dico quoſq; duos ex.d.e.f.eſſe adinuicem compoſitos: tamen nullus numerabit omnes ⁊ Duos quoſq; patet eſſe compoſitos. ⁊ A.enim numerat.d ꝗ.e. ⁊ B.uero.d. ꝗ.f.ꝗ.c.e. ꝗ.f. Quod autem nullus numeret omnes: patebit prius demonſtrato ꝙ.a. eſt maximus numerãs.d.ꝗ.e. ⁊ B.quoq; maximus numerans.d.ꝗ.f. ⁊ Et.c.maximus numerãs.d.ꝗ f. ⁊ Hoc autem ſic conſtat. ⁊ Si enim.a.non eſt maximus numerans.d.ꝗ.e.ſit itaq;.g.numeretq;.d.ſm.h.ꝗ.e.ſm.k. ⁊ Eritq; per ſecundam partem.20.a.ad.g.ſicut.h.ad.b. ⁊ Itemq; per eandem.a. ad.g.ſicut k.ad.c. ⁊ Quia ergo.a.eſt minor.g.erit.h. minor.b.ꝗ.k.minor. c. ⁊ Et quia.h.ad.k.ſicut.b.ad.c. ⁊ Vtraq; enim eſt ſicut.d.ad.e.per.18. bis aſſumptam. ¶ Sunt autem.h.ꝗ.k.minores.b.ꝗ.c. ⁊ Erit per immediate ſequẽtem ꝗ per hãc ypothe.ꝙ.b.ꝗ.c.ſint contra ſe primi reperire minimis minores: qđ quia eſt impoſſibile. ⁊ Erit.a.maximus numerans.d.ꝗ.e. ⁊ Eodẽq; modo probabitur ꝙ.b.ſit maximus numerans.d.ꝗ.f.ꝗ. c.maximus numerãs.e.ꝗ.f. ⁊ Si quis ergo numerat.d.e.f.per correl.ſecunde ter aſſumptum ipſe numerabit. a.b.c.ſed quiſq; eoꝝ primus erat ad reliquos. ⁊ Accidit igitur impoſſibile. ⁊ Similiter quoq;.

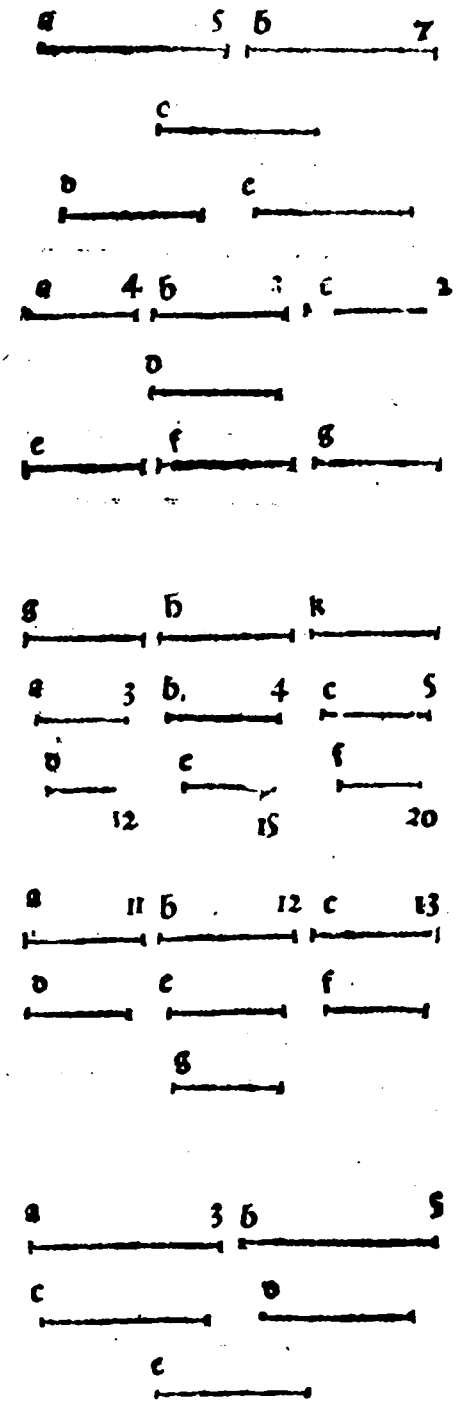
¶ Quotlibet numeri quos vnus non numerat ſm continuationem ſuarum proportionum ſunt minimi.

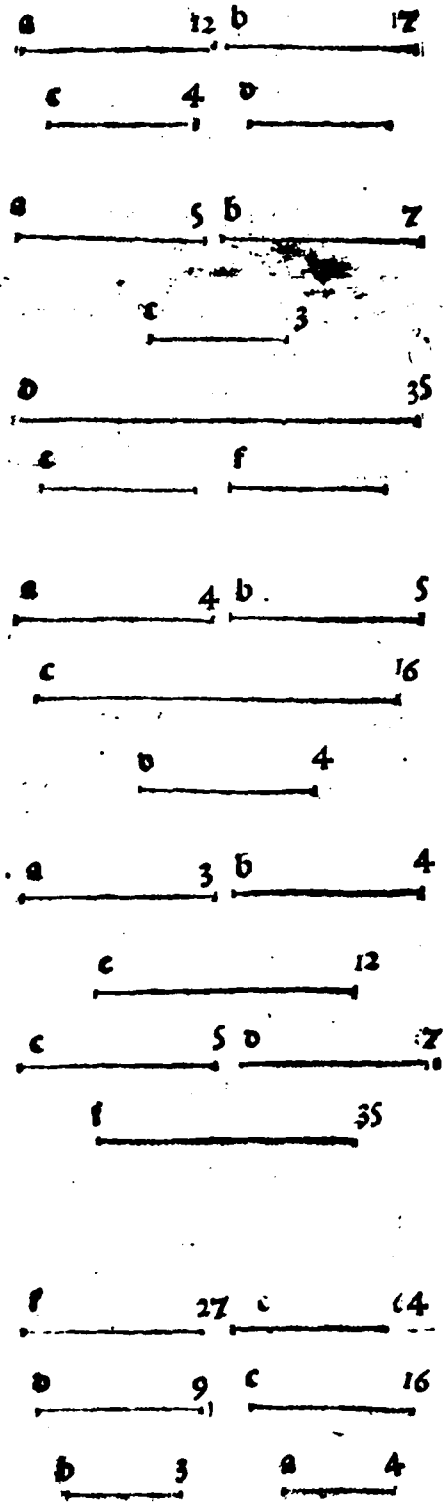
¶ Vt ſi ſint.a.b.c.quilibet numeri quos omnes nullus numerat. dico ꝙ ipſi ſunt in continuatione ſuarum proportionum minimi. ⁊ Alioquin ſint minimi.d.e.f.qui per.21.numerabunt.a.b.c. quiſq; ſuum relatiuũ eq̃liter. ⁊ Sit ergo ut ſm.g.eritq; per.17.ut uiceuerſa.g.numeret. a. b.c.ſm d.e.f.quare accidit contrarium poſitioni.

Propositio .23.

Quilibet numeri contra ſe primi ſunt ſm ſuam proportionem minimi.

¶ Hec eſt conuerſa premiſſe. ⁊ Vt ſi duo numeri ſint.a.ꝗ b.cõtra ſe primi: ipſi erũt ſm ſuã ꝓportionẽ minimi. Sin aũt minimi i eadẽ ꝓportiõe ſi poſſibile eſt.c.ꝗ.d. ⁊ Cõſtat itaq; per.21.ꝙ.c.numerat.a.ꝗ. d.b. equaliter ſit igitur ut ſm.e.erit per.17.ut uiceuerſa.e.numerat.a.ꝗ.b.a.quidem ſecundum.c. ꝗ.b.ſm.d.non ſunt igitur.a.ꝗ b.contra ſe primi: quod eſt contra ypoth.





Propositio 24.

Si fuerint duo numeri contra se primi. si quis vnus eorum numeret ad alterum esse primus necessario comprobatur.

¶ Sint.a.ꝗ b.contra se primi.c.vero numeret.a.dico ꝙ c.primus est ad.b.⁊ Alioquin numeret eos.d.qui per penultimam conceptionem numerabit etiam.a. non sunt ergo.a.ꝗ.b.contra se primi.d.enim numerat ambos.

Propositio .25.

Si fuerint duo numeri ad alium quemlibet primi qui ex ductu vnius in alterum producetur. ad eundem erit primus.

¶ Sit vterq; duorum numerorum.a.ꝗ.b. primus ad.c. ꝗ ex.a.in.b.sit.d.dico ꝙ.d.est primus ad.c.⁊ Aliter enim numeraret eos.e.d. quidem ꝑm.f. eritq; per secundam partem.20.a.ad.e.sicut.f.ad.b.⁊ Et quia.a.ꝗ.c. sunt primi ꝗ.e. numerat c.ipse erit per.24.primus ad.a.quare per.23.a.ꝗ.e.sunt ꝑm suam proportionem minimi: sequitur ergo per.21.vt.e.numeret.b.⁊ Et quia positum est ꝙ ipse numeret.c.non erunt.b.ꝗ.c.cōtra se orimi: qđ est contra ypothe.

Propositio .26.

Si fuerint duo numeri contra se primi qui ex vno eorum in seipsum ꝓducitur ad reliquū ē primus.

¶ Sint cōtra se primi.a.ꝗ.b.ꝗ ex.a.in se fiat.c. dico ꝙ.c. primus est ad.b.⁊ Sit enim.d.equalis.a.eritq;.d.primus ad.b.ꝗ ex.a.in.d.fiet.c.per premissam igitur patet.c.primum esse ad.b.quod proposuimus.

Propositio .27.

Si duobus numeris ad alios duos cōparatis vterq; ad vtrunq; fuerit primus qui ex duobus prioribus ad eum qui ex duobus posterioribus producetur erit primus.

¶ Sint.a.ꝗ.b.priores.c.ꝗ.d.posteriores: sitq; uterq; duorum.a.ꝗ.b.primus ad utrunq; duorum.c.ꝗ.d.⁊ Et ex.a. in.b.sit.e.ꝗ ex.c.in.d.f.dico ꝙ.e.primus est ad.f.⁊ Hoc autē.25.ter assumpta euidenter concludit.⁊ Cum enim fiat.e.ex.a.in.b.quorum uterq; primus est ad.c.ꝗ ad.d.⁊ Erit per ipsam.e.primus ad.c.ꝗ item per ipsam ꝑmus ad.d.⁊ Quia item.f.fit ex.c.in.d. quorum vterq; primus est ad.e. erit rursus per ipsam.f.primus ad.e.quod est propositum.

Propositio .28.

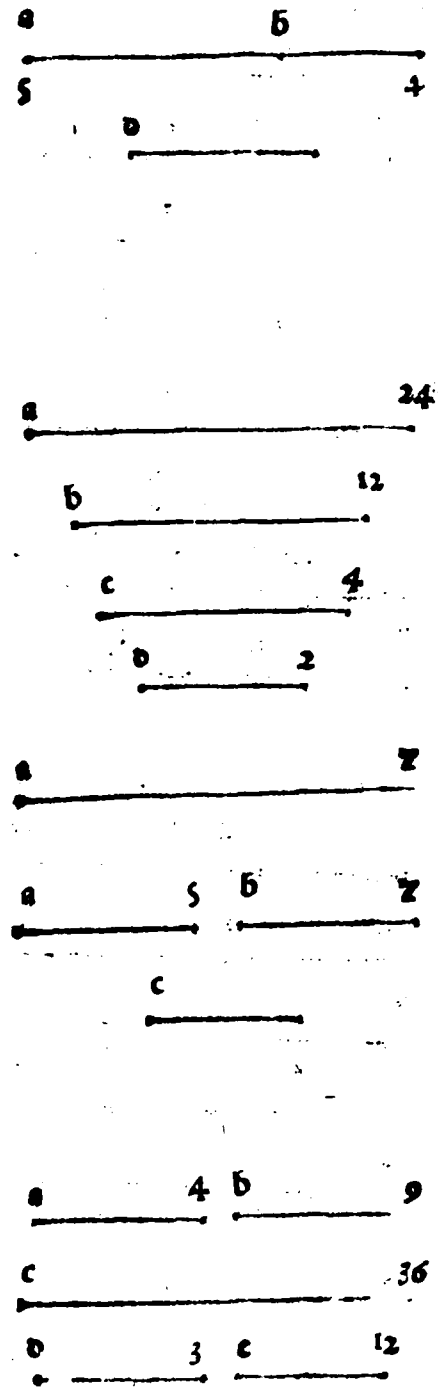
Si fuerint duo numeri contra se primi ducaturq; eorum vterq; in seipsum: erunt inde producti contra se primi. Itemq; si in vtrunq; productorum suum ducatur principium: erunt quoq; producti contra se primi.

¶ Sint.a.ꝗ.b.contra se primi: ducaturq; vterq; in se: ꝗ ꝓueniant ex.a.quidem.c.ex.b.vero.d.⁊ Itemq; ducatur.a.in.c.ꝗ proueniat.e.⁊ Et.b.in.d.proueniat.f.dico.c.ꝗ.d.esse contra se primos.⁊ Itē q.e.ꝗ.f.contra se primos.⁊ Est enim per.26.c.primus ad.b.⁊ Per eandē igitur erit.d.primus ad.a.ꝗ ad.c.sicq; constat primum quod est.c.ꝗ.d. esse contra se primos.¶ Reliquum sic: est enim vterq; duorum numerorum.a.ꝗ.c.primus ad vtrunq; duorum.b.ꝗ.d.⁊ Itaq; per.27.erit.e.primus ad.f.quod est reliquum.⁊ Non solum autem erit.e.primus ad.f.sed etiam per.25.ad.b.ꝗ ad.d.⁊ Itemq; per eandem.f.ad.a.ꝗ.c.sicq; si infinities duceretur vtrunq; productorum in suum principium essent omnes producti contra se primi: ꝗ non solum hoc sed quilibet eductus ab.a.ad quemlibet eductum a.b.

Propositio .29.

Si fuerint duo numeri contra se primi qui ex ambobus coacernatur ad vtrumq; eorum erit primus. Si vero ex ambobus coacernatus ad vtrumq; eorum fuerit primus. duo quoq; numeri adinuicem erunt primi.

¶ Sint.a.⁊.b. contra se primi: dico q̃ ex eis compositus.a.b.ad vtrumq; eorum erit primus ⁊ econuerso. ¶ Nam si.d.numerat totum.a.b.⁊ alterum eorum numerabit per cõem scientiam ⁊ reliquum quare non erunt contra se primi: sed hoc positũ fuerat: patet ergo primũ. ¶ Secundũ sic: sit.a.b.primus ad vtrumq; suorum componentium q̃ sunt a.⁊.b.dico q̃.a.⁊.b.sunt cõtra se primi. ¶ Posito enim q̃.d.numeret vtrum q̃ duorum numerorum.a.⁊.b.sequitur per cõem scientiam q̃ etiam numeret.a.b.ex eis compositum: quare ad neutrum duorum numerorum a.⁊.b.erit.a.b.primus: sed positum erat q̃ esset ad vtrumq; Accidit igitur impossibile. ¶ Eodẽ quoq; mõ si coacernatus ex duobus primus fuerit ad alterũ: primus quoq; erit ad reliquũ: ideoq; ⁊ coacernati inter se. ¶ Sit.n. cõpositus ex.a.⁊.b.primus ad.a dico q̃ erit ẽt primus ad.b.alioqn numeret eos.d.qui p cõceptionẽ numerabit ⁊.a.cũ numeret totũ ⁊ detractum hoc aũt inconueniens erat enim compositus ex.a.⁊.b.primus ad.a.



Propositio .30.

Omnis numerus compositus ab aliquo primo numeratur.

¶ Sit.a.quilibet numerus cõpositus: dico q̃ aliquis primus numerat ipsum. ¶ Quia enim est cõpositus numerabitur ab aliquo numero qui sit.b.qui si fuerit p̃mus verum erit quod dicitur: si aũt compositus sit.c. qui numerat eum: qui etiam per eõem sciẽtiam numerabit.a.si ergo ipse fuerit primus constat quod dicitur. At si compositus necessario numerabit eum alius qui sit.d.qui etiam per communem sciẽtiam numerabit.a. de quo rõcinare ut prius. ¶ Quia ergo quotiens occurrit compositus necesse est minorem assumere qui compositum occurrentem numeret sequitur ut tandem deueniatur ad aliquem primum: alioquin accidet impossibile ⁊ contrarium petitioni numerum in infinitum decrescere.

Propositio .31.

Omnis nũerus aut ẽ primus aut a primo nũerat.

¶ Sit.a.quilibet numerus dico ipm eẽ primũ vel numerari a primo. ¶ Quia si nõ ẽ primus erit cõpositus: quilibet aũt talis ab aliquo p̃mo numerat p premissam.a. igitur vel primus est vel a p̃mo numerat: quod ꝓponitur.

Propositio .32.

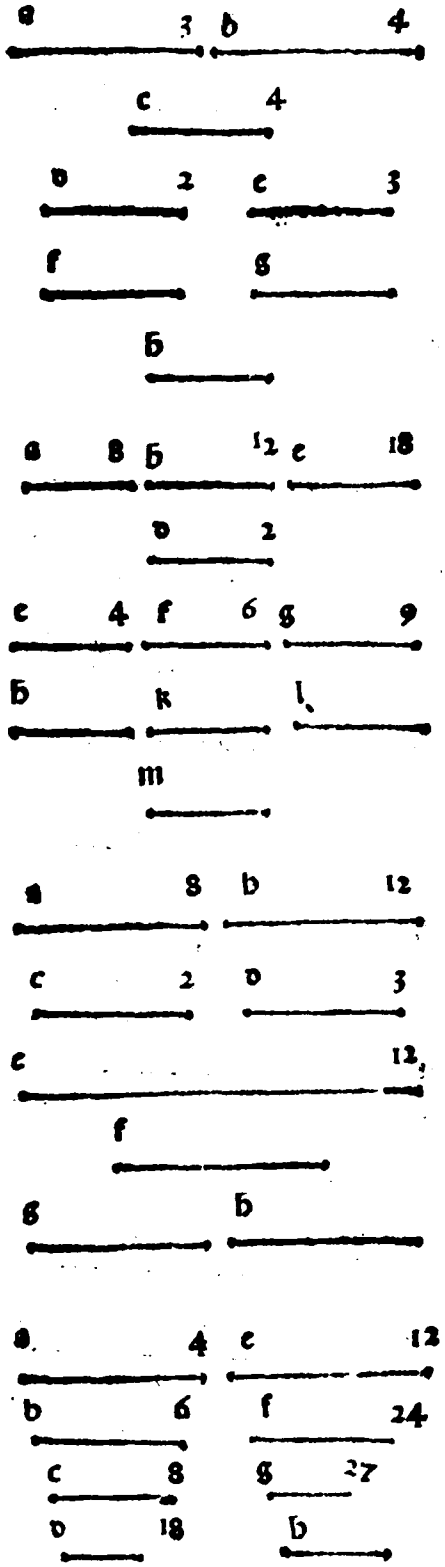
Omnis numerus primus ad omnem quem non numerat est primus.

¶ Sit.a.numerus primus non numerans.b. dico q̃.a.⁊ b.sunt contra se primi. ¶ Si enim.c. numerat eos non est verum q̃.a.sit primus.

Propositio .33.

Si numerus ex duobus productus ab aliquo primo numeretur necesse est eundem primum alterum illorum duorum numerare.

¶ Sit.c.ꝓductus ex.a.in.b.⁊ sit.d.numerus primus q̃ ponat numerare.c.dico q̃.d.numerat.a.vel.b. ¶ Numeret enim.c.p̃m.e.si ergo nõ numerat.a.erit primus ad ipm p̃ p̃ missam: ⁊ iõ erũt p̃m suã ꝓportionẽ minimi p.23. ¶ Et q̃a.a.ad.d.sicut.e. ad.b.p secũdam ptẽ.20.sequit ut.d.numeret.b. per.21. qõ est propositum. Inde manifestum est q̃ si aliquis numerus numerat ꝓductus ex duobus vel si eidem fuerit cõmensurabilis: commensurabilis quoq; erit alteri eorum.



Propositio .34.

Numeros ſm proportionem numerorum aſſignatorum minimos inuenire. Unde manifeſtũ eſt maximum numerum duos cõmuniter numerãtẽ ſm minimos illius ꝓportionis eos numerare.

Sint.a.ꝗ.b.numeri propoſiti ſm quorum proportionem volumus inuenire minimos. Si ergo fuerit contra ſe primi ſunt quales inquirimus per.23. Si aũt compoſiti ſumatur vt docet ſecunda maximus eos cõiter numerãs qui ſit.c. Numeretq; eos ſm.d.ꝗ.e.erũtq; in eadem ꝓportione per.18. Quos dico eſſe quales q̃rimus. Si nautẽ ſint.f.ꝗ.g.que per.21. numerabunt.a.ꝗ. b. equaliter: ſit igitur vt ſm.h.eritq; ꝑ ſcdam ꝑtem.20.c.ad.h.ſicut.f.ad.d vel ſicut.g. ad e. Quare.c.eſt minor.h. Itaq; cũ.h.nũeret.a.ꝗ.b nõ fuit.c.maximus eos numerãs ſed erat poſitũ q̃ ſic: ergo ꝗc. Similiter quoq; poſſumus.

Numeros ſm continuitatem proportionum numerorũ aſſignatorum minimos reperire. Unde etiam manifeſtum eſt maximum numerum quotlibet cõmuniter numerantem ſm minimos proportionum eorum eos numerare.

Vt ſi ſint.a.b.c.ſm quorum proportiones volumus minimos inuenire ſiue fuerint in eadem ꝓportione ſiue in diuerſis. Si nullus numerus numerat eos omnes: ipſi ſunt quos querimus per.23.hoc enim ibi demonſtratum eſt. Si autem vnus numerat omnes: ſumatur vt docet tertia: maximus eos communiter numerans qui ſit.d Numeretq; eos ſm.e. f. g.qui erunt in eadem proportione per.18. Dico eos eſſe quos querimus. Alioquin ſint.h.k.l.qui per.21. numerabunt. a. b.c. equaliter: ſit ut ſm.m. Eritq; per ſecundam partem.20.d.ad.m.vt.h.ad. e. vel. k.ad f.vel.l.ad.g.Minor eſt igitur.d.q̃.m.quare cum. m.numeret a. b. c. non fuit.d.maximus eos numerans: quare ſequitur impoſſibile: fuit enim.d. maximus numerans.a.b.c.

Propositio .35.

Quilibet duo numeri minimos numeros ſue proportionis maior minorem ꝛ minor maiorem multiplicantes minimum ab ipſis numeratus producunt. Unde manifeſtum eſt minimus quẽ duo numerant quemlibet ab eis numeratum numerare.

Sint duo numeri.a.ꝗ.b.minimiq; in eorũ proportione.c ꝗ.d.eritq; per primam partem.20. vt ex.a.in.d.ꝗ.b.in.c. fiat idem numerus qui ſit.e. Quẽ dico eẽ minimum numeratum ab.a.ꝗ.b. Aliter enim ſit.f.quem numeret.a.ꝗ.b.ſm.g.ꝗ.h. eritq; per ſecundam partẽ 20.h.ad.g.ſicut.a.ad.b.ꝗ ſicut.c.ad.d.ꝗ per.18.erit.c.ad.h. ſicut.e. ad.f. cum itaq; per.21.c.numeret.h.e.numerabit.f.maior minorem: quia ergo hoc eſt impoſſibile conſtat verum eſſe quod dicitur.

Propositio. .36.

Propoſitis quotlibet numeris minimus ab eis numeratum reperire. Manifeſtum etiam ex hoc eſt minimum numerum quem quotlibet numerant quemlibet ab eis numeratum numerare.

Sint ꝓpoſiti numeri.a.b.c.d.volo inuenire minimum numerꝫ numeratũ ab eis. Inuenio itaq; pirmo minimũ numeratũ ab.a.ꝗ.b.q̃ ſi.a.numerat.b.nõ erit alius q̃.b. Si aũt non numerat eũ nec ecõuerſo: ſi ipſi ſunt cõtra ſe primi q̃ ex uno in alterꝫ ꝓuenit erit minimus ꝑ.23.ꝗ ꝑmiſſam. Q̃ d̃ ſi ſunt cõicantes: ſumant minimi ĩ eorꝫ ꝓportiõe: ut docet.34.ꝗ maiore ĩ minorẽ eorꝫ multiplicato ꝓueniat e q̃ erit minimus nũeratus ab eis ꝑ ꝑmiſſam. Simili quoq; mõ inueniat minimus nũeratus ab.e.ꝗ.c.q̃ ſit.f.eritq;.f.minimus numeratus ab.a.b.c. Sed ꝗ minimus quẽ numerant.f.ꝗ.d.ſit.g.eritq;.g.minimus quẽ numerãt numeri ꝓpoſiti. Quod enĩ oẽs ipſum numerẽt: patet ꝑ cõceptionẽ. Sed ſi non eſt minimus ponatur ergo.h.quem q̃a numerãt.a.ꝗ.b.nu

merabit etiam ipsum per correl. premisse. e. ¶ Per idem quoq; correl. numerabit ipsum. f. sed ff. g. ¶ Maior itaq; numerat minorem quod est impossibile. ¶ Hec ff premissa proponuntur in alio loco sub tribus conclusionibus quarum prima equiualet p̄misse: secūda cōponit ex correlariis ambobus: tertia ꝓponit de tribus q̄d hec de quotlibet numeris. Est itaq; p̄ma.

¶ Datis duobus numeris minimus ab eis numeratū inuēire.

¶ Dati numeri sint. a. ff. b. quorum minor si numerat maiorem est maior quem q̄rimus. ¶ Alioquin maior eorum numeraret minorē se. ¶ Si āt neuter neutrum numeret, si ipsi sunt cōtra se p̄mi. erit qui ex. a. in. b. ꝓuenit qui sit. c. minimus oīum quem numerāt. a. ff. b. ¶ Nam si minorem eo numerauerint esto. d. quē numerēt ꝑm. e. ff. f. ¶ Eritq; ꝑ secūdam partem. 20. a. ad. b. sicut. f. ad. e. ¶ Et quia. a. ff. b. sunt sue proportōis minimi per. 23. numerabit. a. f. per. 21. ¶ Et quia per. 18. est. c. ad. d. sicut. a. ad. f. Nā ex. b. in. a. ff. f. fiunt. c. ff. d. ¶ Sequit. c. numerare. d. ¶ Sed erat. d. minor e. quare impossibile. ¶ Si autem. a. ff. b. sint cōicantes: negociare ꝓpositum vt in. 35. ¶ Secūda trium cōclusionum ex ambobus correl. ē cōfecta.

¶ Si plures numeri numerum vnum numerent: necesse est vt minimus quem numerant eundem numerum numeret.

¶ Vt si sit quilibet numerus quem numerāt. a. ff. b. d. minimusq; ab eisdem numeratus. c. erit vt. c. numeret. d. ¶ Cum. n. sit. d. maior. c. si. c. nō numerat ipsum. numerabit tñ aliquid eius. ¶ Sitq; plurimum quod nūerat. e. ff residuum sit. f. eritq;. f. minus. c. ¶ Quia igitur. a. ff. b. numerāt. c. numerabunt per cōem sciam ff. e. sed numerabant. d. itaq; ꝑ aliam cōmunem scientiam numerabunt. f. inconueniens ergo sequitur q̄. c. non fuit minimus quem numerant. a. ff. b. ¶ Idem cōuinces ff eodem modo de quotlibet numerato a quotlibet pluribus. s. q̄ minimus ab illis quotlibet pluribus numeratus eūdem numeret: vltima trium conclusionum est.

¶ Propositis tribus numeris: minimum numerorum ab eis numeratorum inuenire.

¶ Tres numeri ꝓpositi sint. a. b. c. minimusq; quē numerant. a. ff. b. sit. d. qui sumetur vt prima trium conclusionum docet. ¶ Si igitur. c. numerat d. scito. d. esse. quem querimus. ¶ Si. n. a. b. c. minorem eo numerāt. sit. n. e. quem per premissam conclusionem numerabit. d. quod est īpossibile. ¶ Si aūt. c. non numerat. d. sumatur. e. minimus numeratus ab eis. ¶ Q d āt. e. numeretur ab. a. b. c. patet quia. c. numerat ipsum ff. d. similiter: ergo ff. a. b. q̄ numerāt. d. ¶ Quare. e. numerabit ab. a. b. c. eritq;. e. minimus quem numerāt. a. b. c. ¶ Si naūt sit. f. quem ꝑ p̄missam cōclusionem numerabit. d. sed. c. numerat. f. quia. a. b. c. numerāt eum: quare. c. d. numerabūt eū: quare ꝑ premissam. e. numerabit eū ff est maior eo. ¶ Sed ff. e. maior minorem quod non esse potest. Idem inuenies ff eodem mō quotlibet propositis.

Propositio .37.

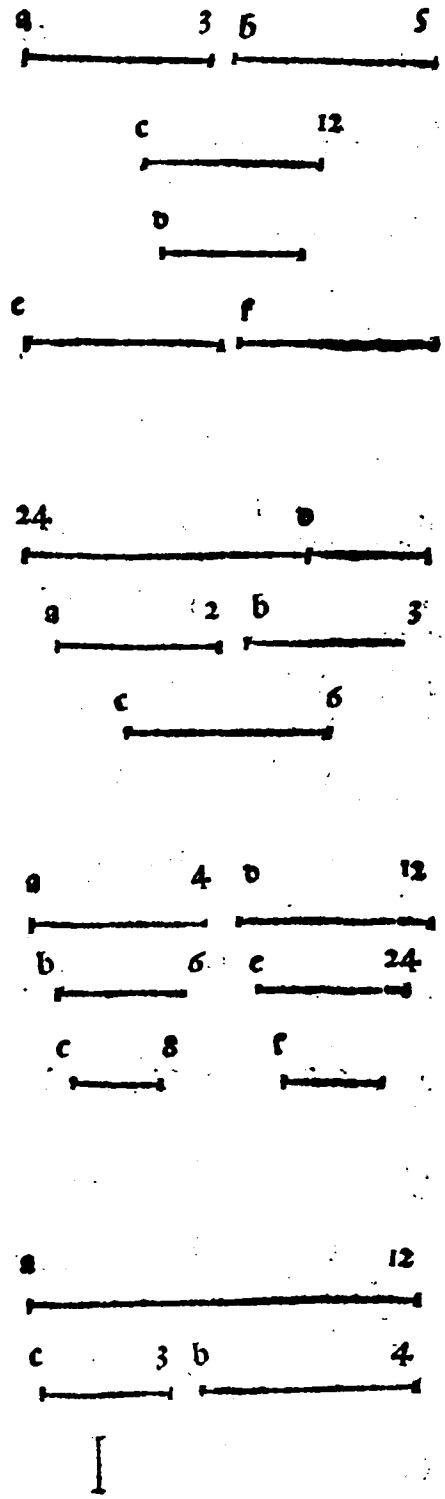
Si numerus aliquis alius numerꝝ numeret: erit in numerato pars a numerante denominata.

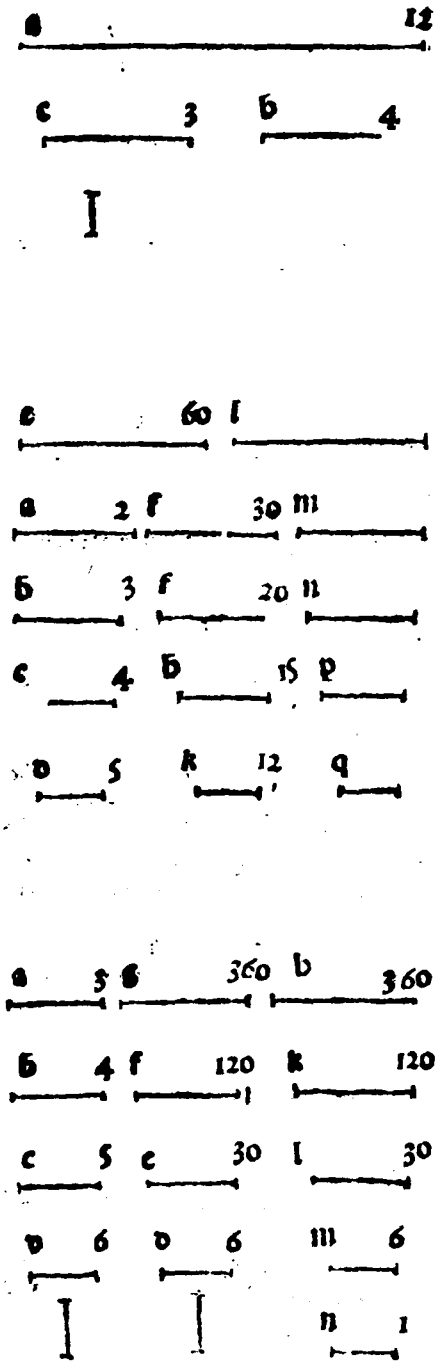
¶ Huius sensus ē q̄ oīs numerus numeratus a ternario hēt tertiam ff numeratus a q̄nario hēt quintā. sicq; de ceteris. ¶ Vt si. b. numeret. a. erit in. a. ꝑs denoīata a. b. ¶ Numeret. n. ipsum quotiens vnitas in. c. eritq;. per. 16. vt. c. quoq; totiens numeret. a. quotiens vnitas in. b. quare tota pars. est. c. a. quota vnitas. b. ¶ Et quia vnitas est pars oīs numeri ab ipso denominata per cōmunem scientiam: erit. c. pars. a. denominata a. b. quod est propositum.

Propositio .38.

Si numerus aliquis partem quotācūq; habeat numerabit ipsum numerus ad illam ꝑtes dictus.

¶ Hec est conuersa premisse cuius est intentio q̄ oīs numerus hñs tertiā nūerat a ternario: ff hñs q̄ntā a q̄nario: sicq; de ceteris. ¶ Vt si. b. sit. ꝑs. a. denoīata. a. c. seq̄t vt. c. numeret. a. ¶ Quia enim. b. est pars. a. denominata a. c. sed ff unitas ē ꝑs





e.denominata ab ipso per concep. sequitur ut quotiens unitas numerat.a. totiens.b.numerat.a. ¶ Itaq; per.16.quotiens unitas.b.totiẽs. c.numerat a.quare constat propositum. ¶ Aliter idem: cum sit.b.pars.a. si tota unitas.c.eritq; per hanc cõmunem scientiam unitatem eẽ partem omnis numeri ab ipso denominatam.c.denominans.b.in.a. ¶ quia ẽ.b. in.a.quotiens unitas in.c.euidenter sequitur propositum per.16.

Propositio .39.

Numerum minimũ propositarum denominationum habentem partes inuenire. Ex quo manifestũ est q̃ minimus numeratus a quotlibet ẽ minimus habẽs partes denominatas ab ipsis.

¶ Sint.a.b.c.d.denominantes partes propositas. ¶.e.minimus numeratus ab eis sumptũ fm.36.ipsum.e.dico esse quem querimus. ¶ Sint enim fm quos numerant ipsum.f.g.h.k. eritq; p 16. ¶ hanc cõmunem scientiam: unitas est pars omnis numeri ab ipso dicta: ut uiceuersa. f.g.h.k.numerent.e. fm.a.b.c.d.quare sint partes eius ab illis dicte. ¶ Est igitur.e.habens partes propositarum denominationum. ¶ Minimus etiam qm̃ si alter fuerit ut.l.sint partes.l.dicte ab eis.m.n.p.q.eruntq; per.16. ¶ predictam cõem scientiam.a.b.c.d. uiceuersa partes.l.dicte ab.m.n.p.q.quare non erat.e.minimus quem numerat.a.b.c.d.quod est inconueniens. ¶ Habito minimo: si cura est habere secũdũ aut quotũcũquelibet: q̃ si secũdum sume duplum minimi: si tertiũ triplũ ¶ ad hunc modũ in aliis. ¶ Cum enim omnis multiplex.e.numeret ab a.b.c.d.per hanc cõem scientiam. Omnis numerus numerans alium numerat omnem numeratum ab illo. ¶ Necesse est per.37. ut omnis multiplex.e.habeat partes denominatas ab.a.b.c.d. ¶ Si itaq; duplus.e. nõ fuerit secundus habens partes ꝓpositarum denominationum: erit alius quem sicut sequitur esse maiorem.e.sic sequitur eẽ minorem duplo: ¶ quia illum numerant.a.b.c.d.per.38.sequitur per correl.36.q̃.e.numeret eundẽ quod est impossibile. ¶ Cum enim numeret se.numeraret ꝑ hanc cõmunẽ sciẽtiam omnis numerus numerans totum ¶ detractum: numerat residuum differẽtiam illius ad se.que cum sit minor se: maior numerus numerares minorem quod esse non potest: sequitur itaq; duplum.e.esse fm numerũ habentem propositarum denominationum partes. ¶ Similiter quoq; argues duplum.e.esse tertium probato duplo esse secundum: alioquin quia esset triplo minor: ¶ duplo maior: sequeretur.e. numerare aliquem inter ipsius duplum ¶ triplum: quod ut prius patet esse impossibile. ¶ Probato autem triplo esse tertium ad huius similitudinem probabis quadruplum esse quartum: ¶ sic in ceteris.

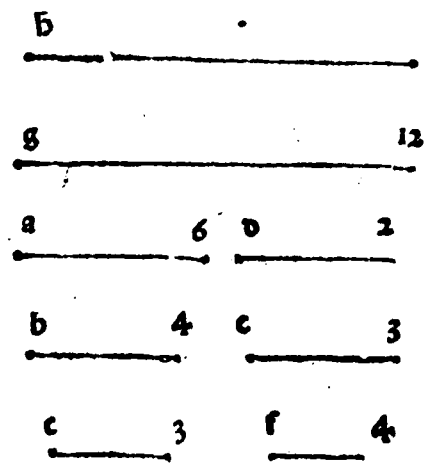
¶ Minimum numerum habentem partes propositarum denominationum sumptarum continue reperire.

¶ Vt minimum numerum habentem tertiam que tertia habeat quartã que etiam quarta habeat quintam aut septimam aut qualitercunq; cõtingat eas ab eisdem uel diuersis denominari. ¶ Multiplicari oportet denominatorem prime partis in denominatorem secunde: ¶ ex eis productũ in denominatorem tertie: productum quoq; in denominatorem quarte sicq; de ceteris usq; ad ultimam a prima. ¶ Vel usq; ad primam ab ultima ¶ qui prouenerit erit qui inquiritur: ut in proposito.60. uel. 84. ¶ Hoc autem ita esse demonstratiue sic habeto. ¶ Sint numeri partes propositas denominantes.a.b.c.d.uolumus inuenire minimum numerum qui habeat partem denominatam ab.a.ita q̃ illa pars habeat partem denominatam a.b. ¶ illa aliam denominatam a.c. sed ¶ hec aliam dictam a.d. ¶ Ducatur itaq;.d.in.c. ¶ proueniat.e. ¶.e. in. b. ¶ proueniat. f. f. quoq; ducatur in.a. ¶ proueniat.g. quem dico esse quem inquirimus. ¶ Cum enim ipse.g.proueniat etiam ex.a.in.f.per.17.erit.f.pars.g.dicta ab.a. Atquia.f.prouenit per eandem ex.b. in.e.erit.e. pars. f. dicta a.b. sed ¶ propter hoc erit. d. pars. e. dicta a. c. ¶ qua unitas est pars. d. dicta ab ipso

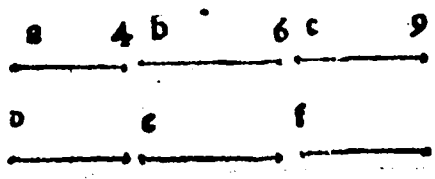
d.patet. g. habere partes ut proponitur. ¶ Si ergo non fuerit minimus sit. h. sitq. k. pars eius dicta ab.a. & l. pars.k.dicta a.b. & m. pars.l. dicta a.c.n.quoq; pars.m dicta.a.d. ¶ Eritq; p.18. & 14.g. ad.f.ut.h. ad.k. & f.ad.e.ut.k.ad.l.& c.ad.d.ut.l.ad.m. sed & d. ad unitatem ut.m.ad.n. ¶ Ergo per.15.erit in proportione equalitatis. g.ad unitatem ut. h.ad.n. ergo permutatim erit.g.ad.h.ut unitas ad.n. ¶ Quare cum.h.sit minor g.erit.n.minor unitate. sequitur igitur impossibile parte numeri minorem ee unitate. ¶ Erit itaq;.g.minimus habes ptes ut pponit. Quo inuento si cura fuerit hre scdm aut quotiquelibet p minimi multiplices ut prius dcm est sumedi erut hec aut.39.pponitur in alio fm hunc modum.

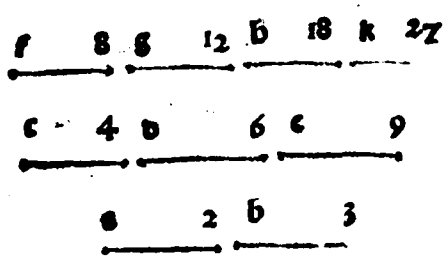
¶ Propositis partibus quotiscumquelibet minimum numerum eas continentium inuenire.

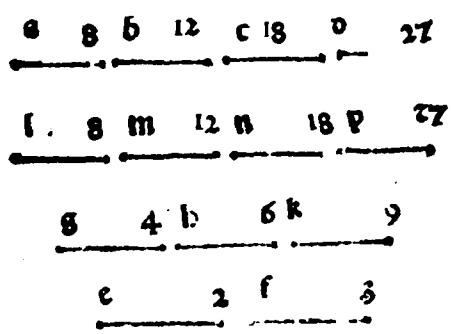
¶ Vt si partes proposite sint.a.b.c.sintq; eas denominantes.d.e.f. & sumatur minimus quem numerant.d.e.f.qui sit.g.hunc dico esse quem querimus. ¶ Erunt enim in eo proposite partes per.37. ¶ Qui si no fuerit minimus eas continens: sit ergo.h.que numerabunt.d. e.f.per.38. igitur no erit.g.minimus numeratus ab eis quod est incoueniens quia erat. ¶ Intelligo uero partes.a.b.c.indeterminate poni & no sub quantitate certa: aliter enim non eet necessarium ut minimus numerus quem numerat.d.e.f.esset minimus continens partes ppositas. ¶ Plurimas enim cotingit partes reperire quas numerus numeratus ab eay denominatoribus non continet. ¶ Verbi gratia. Tres numeri q sunt.100.90.& .72.sunt eiusde numeri ptes.primus quide tertia.secudus uero qrta.& tertius quinta: nec tn minimus que numerat denoiatores eoy qui e.60.partes istas cotinet. ¶ Instandu igitur est si ptes sub certa quatitate ponant prime cosequentie huius demonstrationis. ¶ No enim sequitur ut arguit p .37.si ternarius hue numerat ergo hic numerus positus est eius tertia. ¶ Sed ergo het tertiam. ¶ Quapp idem est qd pponitur fm utrug; modum: sed fm primu coueniencius uidet qd intenditur pponi. ¶ Attedere aut oportet q cu ois ps habeat qtitate in ea contingit ponere quotlibet & quaslibet pter fm quatitate: & inquirere qs minimus eas cotinet & sub quibus denominationibus. ¶ Minimu aut eas cotinete costat ee minimu numeratu ab eis. ¶ Secudum quos uero numerant sunt qui illos in illo denoiant. ¶ Contingit itey ponere quotlibet & quaslibet denominationes: & inquirere in quo minimo hee denominationes repiuntur & fm quas qtitates. ¶ Minimu quoq; costat ee minimum numeratu ab illis. ¶ Secudu quos uero numerant sunt qui qtitates determinant. ¶ Vtrobiq; aut idcirco inquirit minimus: quia infiniti sunt hinc quide qui has ptes cotinent. Inde uero in qbus hee denoiationes repiuntur. ¶ Contingit rursus ponere quotlibet ptes & totide denoiationes. Vel quotlibet denoiationes & totidem partes. ¶ No aut quaslibet cu quibuslibet: sed certas cu certis. ¶ Si enim ponam ptes tres quatuor quinq; & denoiationes eay.6.7.8.& inquiram quis nuerus cotinet has ptes sub istis denoiationibus: similis ero inquisitori uano qrenti impossibile. ¶ Certas igitur conuenit ponere ptes cu denoiationibus certis & no ut contingit & inquirere quis numerus positas ptes sub positis denominationibus continet: no aut quos. ¶ Minimus unicus enim est nam siue pposita fuerit una pars & una denoiatio siue plures & plures non erit sumere plures numeros quod ppositu erit continetes. Solus eni est cuius ternarius est quinta no plures. Solus quoq; cuius ternarius octauas & senarius quarta non plures. ¶ Ideoq; pponentem partes & denoiationes ipsaru in toto non est querere quis minimus continet has ptes sub istis denoiationibus: sed quis unus cotinet. ¶ Proponete aut ptes tn. Cotingit querere quis minimus eas continet & a quibus in eo denoiantur. ¶ Solas quoq; pponente denoiationes conuenit querere q partes ab illis dicte & in quo minimo repiunt. Conueniciius aut ur partes p denoiationes inquireret q denoiationes p partes: diuersitate quide denoiationu no partiu comitatur pportionu diuersitas. Explicit liber septimus.



¶ Liber octauus Euclidis de numeris similibus ac eorum ad instar continue q̄ntitatis denominationibus ꝛ ipsorum adinuicem proportionibus ex optima Campani interpretatione Magistro Luca paciolo de Burgo Sancti Sepulcri Ordinis Minorum Castigatore diligentissimo. Incipit.







Latera numerorum dicunt quorum multiplicatione numeri ꝓducūt. 1. ¶ Superficialis appellatur numerus q ex duobus lateribus continet. 2. ¶ Solidus vero q sub tribus ex quorum cōtinua multiplicatione hꝫ procreari. 3. ¶ Quadratus est numerus superficialis equalibus lateribus consistens. 4. ¶ Cubus est solidus equalibus cōsistens lateribus. 5. ¶ Similes dicuntur numeri superficiales siue solidi quorum latera sunt proportionalia.

Propositio. .1.

Si numerorum quotlibet continue ꝓportionalitatis duo extremi fuerint contra se primi: eos oēs secundum suam ꝓportionem minimos esse necesse est.

¶ Sint cōtinue ꝓportionales. a. b. c. duoq; extremi q sunt a. c. sint cōtra se p̄mi. dico ꝙ in eadem proportione non reperientur totidē minores. Si aūt cōtingit sint. d. e. f. eritq; per .15. septimi. a. ad. c. sicut. d. ad. f. ꝗ quia. a ꝗ. c. sunt minimi in sua proportione ꝑ. 23. eiusdem sequitur ꝑ. 21. ut. a. numeret. d. ꝗ. c. f. maiores. s. minores quod esse non potest.

Propositio .2.

Numeros quotlibet continue ꝓportionalitatis s̄m proportiōem datam minimos inuenire. vnde manifestum erit: ꝙ si fuerint tres numeri continue ꝓportionalitatis s̄m eam minimi duo extremi erūt quadrati. ꝙ si fuerint q̄tuor erūt extremi cubi.

¶ Sint date ꝓportionis minimi. a. ꝗ. b. ducaturq; a. in se ꝗ fiat. c. ꝗ in. b. ꝗ fiat. d. b. quoq; in se. ꝗ ꝓueniat. e. eruntq; c. d. e. continue ꝓportionales in proportiōe. a. ad. b. ꝑ. 18. ꝗ. 19. septimi: ꝗ quia. c. ꝗ. e. sunt contra se p̄mi ꝑ 28. eiusdem erunt. c. d. e. s̄m datam proportionem minimi ꝑ premissam. ¶ Ducatur iterum. a. in oēs illos. ꝗ ꝓueniāt. f. g. h. ꝗ. b. in. c. ꝗ ꝓueniat. k. erūt ēt. f. g. h. k. cōtinue ꝓportionales in ꝓportiōe. a. ad b. ꝑ. 18. ꝗ. 19. septimi: minimi quoq; ꝑ. 28. eiusdem ꝗ p̄missam hac uia ꝗ rōne inueniēt. 5. uel. 6. uel quotlibet.

Propositio .3.

Si numeri quotlibet cōtinue proportionales secundum suam ꝓportionem fuerint minimi: duos eorū extremos ꝯ se primos esse necessario cōprobatur.

¶ Hec tertia est conuersa prime. Sint. n. a. b. c. d. continue ꝓportionales ꝗ s̄m suam ꝓportionem minimi. dico ꝙ. a. ꝗ. d. extremi erūt adinuicem p̄mi. ¶ Mīmi. n. in ꝓportiōe a. ad. b. sint. e. ꝗ. f. eruntq; ꝑ. 22. septimi cōtra se p̄mi ꝑ hos ergo duos s̄m doctrinam p̄mis se inueniant totidē cōtinue ꝓportiōales ꝗ mīmi quot sunt numeri ꝓpositi. ¶ Primo q̄dem tres q sunt. g. h. k. deinde q̄tuor q sunt. l. m n. p. ꝗ ad hūc modum cōtinue ꝑ additionem unius quousq; fiāt tot quot sunt numeri ꝓpositi ut sunt hic. l. m. n. p. sequit ergo. l. m. n. p. eq̄les esse. a. b. c. d. eo ꝙ in eadem ꝓportiōe sunt utrinq; minimi. ¶ Et quia. l. ꝗ. p. sunt contra se primi ꝑ. 28. septimi: erunt quoq; a. ꝗ. d. illis equales contra se pri

mit quod est propositum.

Propositio .4.

Similitudinem assignatarum proportionum in minimis numeris fm ipsas proportiones continuatim proportionalibus inuenire.

¶ Assignate ꝓportiões in minimis termís inueniant ut docet.34.septimi. Sintq; ꝑma inter.a.et.b.scda inter.c.et.d tertia inter.e.et.f.sic quoq; de pluribus si fuerint plures.uolo has ꝓportiones in q̃tuor minimis numeris cõtinuare. Sumo ergo.g. minimum quem numerat.b.et.c.et quotiens.b.numerat ipsum.g.totiẽs a.numerat.h.d.quoq; totiens numeret.k.quotiẽs.c.g.itaq; si.e.numerat.k sit ut.f.totiẽs numeret.l.erũtq; h.g.k.l.quos q̃rimus. ¶ Cõstat.n.p.18.septimi q; sit.h.ad.g.sicut.a.ad.b.et.g.ad.k.sicut.c.ad.d.at.k.ad.l.sicut.e.ad f. ¶ Minimi quoq; ná si alii sint minimi ut.n.p.m.q.oportebit p.21.septimi bis assumptá ut uterq; duoꝝ.b.et.c.numeret.p.q̃re et.g.numerabit eũdem.p correl.35.sep.quod est inconueniens. ¶ Sunt igr̃.h.g.k.l.minimi. ¶ At uero si.e.non numerat.k.sit.m.minimus numeratus ab eis.s.e.et.k. quem.m.quotiens numerat.k.totiens.h.numeret.n.et.g.totiens.p.erũtq; per.18.septimi.n.p.m.in ꝓportione.h.g.k. quare.n.ad. p.ut.a.ad.b.et.p. ad.m.ut.c.ad.d sed quotiens.e.numerat.m totiens.f.numeret.q.et erit p eandem.m.ad.q.sicut.e.ad.f. ¶ Manifestum est igitur q; assignate ꝓportiones cõtinuate sunt in quatuor numeris qui sunt.n.p.m.q. ¶ Qui si nõ fuerint minimi.sint si possibile est alii qui sint.r.s.t.x.quia itaq; per.21.septimi bis assumptam uterq; duoꝝ numerorum.b.et.c.numerat.s.sequitur p correl.35.sep.ut.g.numeret eundem quare et.k.numerabit.t.at qa p.21 septimi.e.numerat eundem.t.nõ erit.m.minimus quem numerant.k.et.e hac rõe q̃rtá illis et quotlibet alias sine oi offendiculo cõtinuare poteris.

Propositio .5.

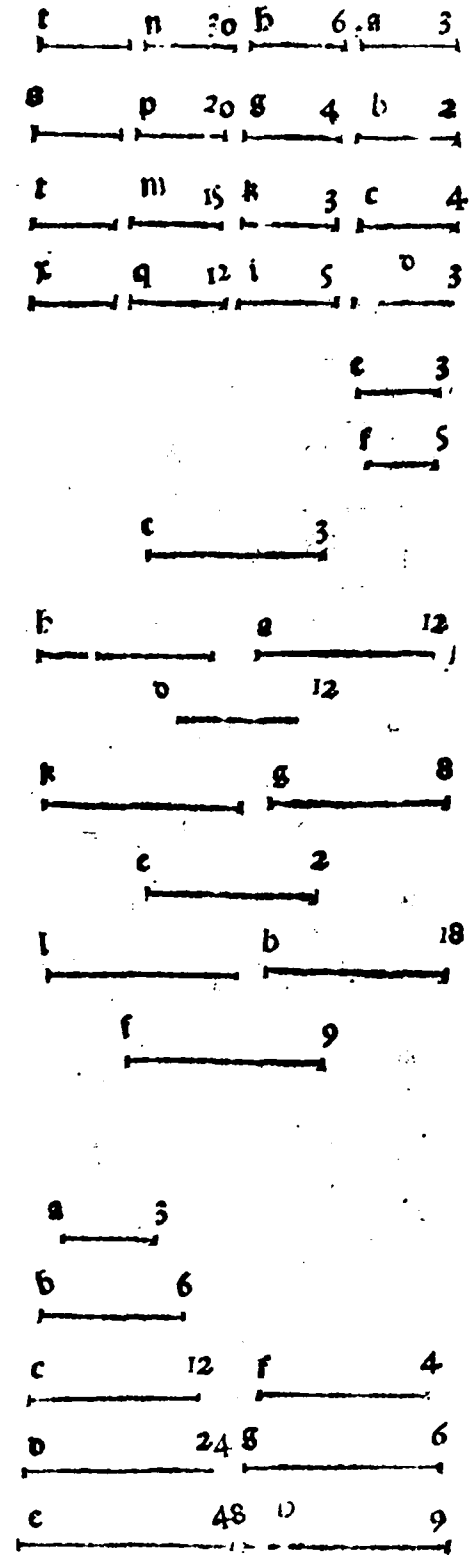
Omnium duorum numerorum compositorum ꝓportio vnius ad alterum est ex laterum suorum ꝓducta proportionibus.

¶ Quod proponit.24.sexti de superficiebus equidistantium laterum: proponit hec de numeris compositis. Sint duo numeri cõpositi.a.b.latera.a.sint.c.et.d.latera.b.sint e.et.f.dico itaq; q; proportio.a.ad.b.constat ex ea que est.c.ad.e.et ea que est d.ad.f. ¶ Sit enim ut ex.d.in.e.fiat.g.quia ergo ex.d.in.c.fit.a.et ex f.in.e.fit.b.per.conuersionem diffinitionis laterum erit per.18.septimi.a. ad.g.sicut.c.ad.e.et.per.19.eiusdem.g.ad.b.sicut.d.ad.f.quare per diffinitionem proportio.a.ad.b.composita est ex ea que est.c.ad.e.et.ea que ẽ d.ad.f.quod est propositum. ¶ Nec est necessarium ut continuemus proportiones laterum uidelicet eam que est.c.ad.e.et.eam que est.d ad.f.in minimis numeris repertis fm doctrinam precedentis ut docent quidam hoc enim est proposito preter necessarium. ¶ Arguunt enim posito q; illi minimi sint.h.k.l.ita q; sit.h.ad.k.sicut.c.ad.e.et.k.ad.l.sicut.d.ad f.proportionem.h.ad.l.esse compositam ex propositorum laterum ꝓportionibus. ¶ Sumptoq; g.fieri ex.d.in.e.arguunt.a.ad.g. ut.h.ad.k.quia ut.c.ad.e.et.g.ad.b.ut.k.ad.l.quia ut.d.ad.f.ideoq; fm equam propo.et.a ad.b.ut.h.ad.l.concludunt igitur.a.ad.b.componi ex quibus.h.et.l.uerꝝ quidem sed non necessario assumpto.

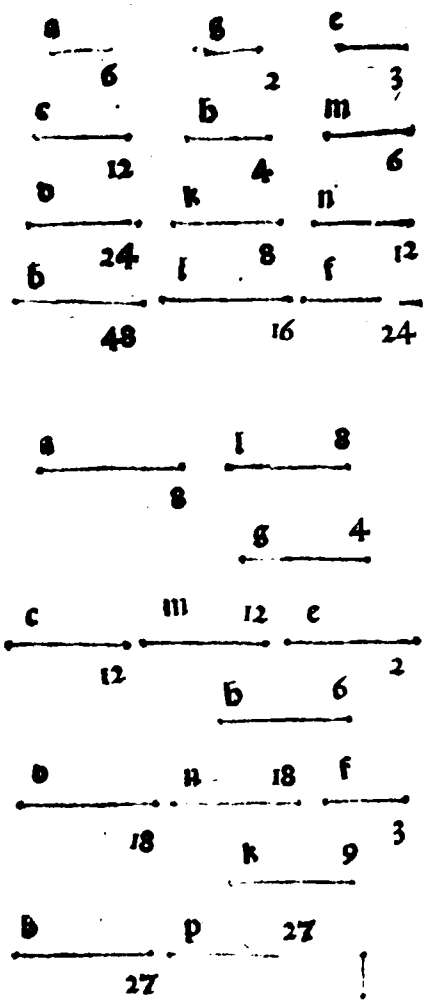
Propositio .6.

Si numerorum quotlibet continue proportionalium primus secundum non numeret: nullus eorum numerabit vltimum.

¶ Sint.a.b.c.d.e.continue proportionales.dico q; si.a. non numeret.b.nullus eorum numerabit.e. Manifestum aũt estq; si ipsum numeret oẽs numerabũt.e.et simpliciter



quilibet precedens quelibet sequentē. ¶ Si autem nō numerat ipm pate q.d.non numerabit.e.nec simpliciter aliquis eorum proximo sequētem quia sunt positi continue pportionales. ¶ Sed q nullus alius ut.c. numeret ipsum sic constat. ¶ Sumantur sm doctrinam secūde huius totidem minimi continue pportionales in pportione eadē quot sunt ipse.c. & oēs sequentes qui sunt.f.g.h.eruntq p.3.huius.f.&.h.contra se primi: & quia p equam pportionalitatem.c.ad.e.ut.f.ad.h. cum.f.non numeret.h.nec.e. numerabit.e.eodē mō nec aliqs alioꝝ: quare liquet qd ppositum est.



Propositio .7.

Si numerorum continue proportionalium primus vltimū numeret: idem ipse z secundū numerabit.

¶ Sint qui prius continue pportionales. dico si.a.numerat.e.ipse numerabit.b. alioquin ex premissa nō numeraret.e.quod est contrarium & impossibile. Non solum aūt numerabit.b.sed & oēs & quisq eoꝝ quēlibet ipm sequētē.

Propositio .8.

Si inter duos numeros numeri quotlibet in continua proportionalitate ceciderint: totidez inter omnes duos in eadez proportione relatos cadere necesse est.

Sint.a.&.b.inter quos cadunt.c.&.d. in cōtinua pportiōe habentes se in poprtione.e.ad.f.dico q totidē cadūt inter e.&.f.& in eadem pportione quot inter.a.&.b. Sint enim.g.h.k.l. totidē minimi quot sunt.a.&.b.& qui inter eos cadunt sumpti: quēadmodū docet secunda huius cōtinue pportionales in eadē pportione: eruntq p.3.g.&.l.cōtra se primi: & per equā ppor.erit.g. ad l.sicut.a.ad.b.ideoq & sicut e.ad.f.& quia ipsi sunt in sua pportione minimi per.23. septimi: sequitur per.21.eiusdē ut.g.numeret.e.&.l.f.equaliter: totiēs igit numeret. h.m. & k.n.positisq.m.&.n.inter.e.&.f.constat per.18.septimi.e.m.n.f. eē continue pportionales: quēadmodum sunt.g.h.k.l.& ideo quēadmodum. a.c.d.b.quare patet quod dictū est. ¶ Ex hac constat nullā supticularem posse per equalia diuidi: si enim hoc eēt oporteret inter duos numeros sola unitate distātes numerum cadere mediū quod eē non potest: ideoq tonus in musica quē sexquioctaua cōtinet pportio ī duo uera semitonia diuidi non pōt: sed necessario diuiditur in minus semitonium & maius.

Propositio .9.

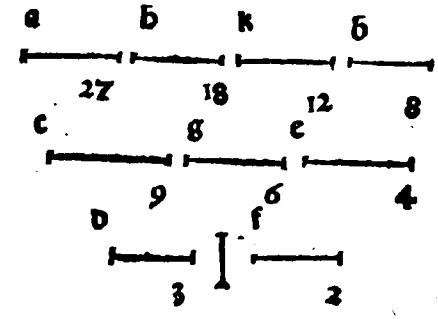
Si inter duos numeros contra se primos numeri quotlibet continua proportionalitate ceciderint: inter vtrunqz eorum z vnitatem totidem continua proportionalitate cadere necesse est.

¶ Sint.a.&.b. cōtra se primi.inter quos cadat incōtinua ppor.c.&.d.dico q totidē erunt continue pportionales inter.a.& unitatē: itemq totidē inter.b.& unitatē. Sint enim in illa pportione minimi.e.&.f.sumpti ut docet.34.septimi: ex quibus sumant tres continue proportionales & minimi in eorum pportione: put docet secūda huius qui sint.g.h.k.deinde quatuor qui sint.l.m.n.p.& hoc totiens fiat usquequo sic sumpti fiant totidem quot sunt numeri propositi: ut sunt hic.l.m.n.p. Constat itaq cum sint.a.c.d. b. in sua pportione minimi p primam huius: sintq.l.m.n.p.totidem & minimi in eadem. Non sit aūt possibile eē aliquid minus minimo q numeri.l.m.n.p.equales erūt numeris.a.c.d.b.quisq suo relatiuo ē igitur.l.equalis.a.&.p.b. Manifestum autem ex secunda huius q ex.f.in se fit.k.& ex eodem in.k. p. per diffinitionē igitur eius quod est multiplicari: erit.f.in.k.k. quoq in. p. quotiēs unitas est in.f.itaq unitas.f.k.p.sunt contiuue proportionales. Similiter autem & unitas.e.g.l.sumptis ergo.a.&.b.loco.l.&.p.sibi equalium erunt inter.a.& unitatem.g.&.e.& inter.b.& unitatem.k &.f.continue proportionales totidem quot sunt inter.a.&.b.quod est propositum.

Propositio .10.

Si inter vtrumq; eorum & vnitatem quotlibet numeri continua proportionalitate ceciderint ambobus numeris totidem continua proportionalitate interesse necesse est.

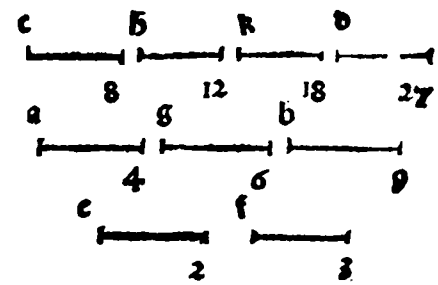
¶ Sint duo numeri.a.&.b.sintq;.c.&.d.inter.a.& vnitatem.e.quoq;.&.f.inter.b.& vnitatem continue proportionales.dico totidem esse inter.a.&.b.continue proportionales: hec est conuersa prioris excepto q; ad subiectum premisse appositum erat.a.&.b.esse contra se primos quod non apponitur hic ad passionem: qua propter vniuersalior est passio huius subiecto illius. ¶ Quia igitur quotiens vnitas in.d.totiens est.d.in c.& totiens.c.in.a.constat quod ex.d.in se fit.c.& ex eodem.d.in.c a. Similiter quoq; ex.f.in se.& in.e.fient.e.&.b. ¶ Ducat itaq;.d.in.f.& productus sit.g.itemq; idem.d.ducatur.in.g.&.e.& sint producti.h.&.k. Constat igitur ex.18.septimi q.c.ad.g.vt.d.ad.f.& ex.19.q g.ad.e.vt.d.ad.f.quare.c.g.e. sunt continue proportionales in proportione.d.ad.f.item per.18.iterum sunt.a.ad.h.sicut.c.ad.g.&.h.ad.k.sicut g.ad.e.& per.19.k.ad.b.sicut.d.ad.f.igitur sunt.a.h.k.b.continue proportionales: quare constat propositum. ●



Propositio .11.

Si fuerint ambo quadrati erit proportio vnius ad alterum tanq; fui lateris ad latus illius proportio duplicata. Si uero ambo fuerint cubi: erit proportio alterius ad alterum tanq; fui lateris ad latus alterius proportio triplicata.

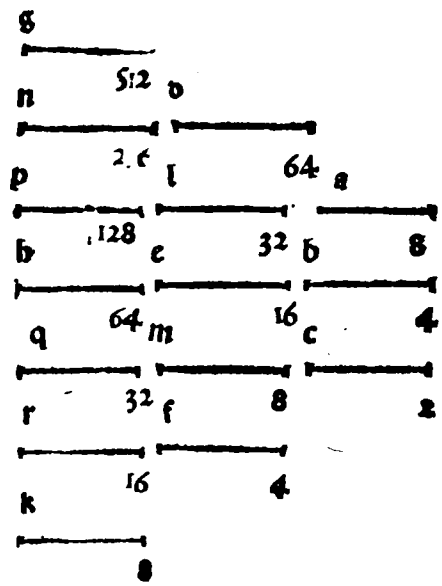
¶ Sint duo quadrati.a.&.b & duo cubi.c.&.d.latera tã quadratorum q̃ cuborum sint.e.quidem.a.&.c. f.vero.b.&.d.dico q; proportio.a.ad.b erit sicut.e.ad.f.duplicata.c.vero ad.d.sicut eadem triplicata. Manifestum enim est q; ex.e in se fit.a.& ex ipso.e.in.a.c.sic quoq; ex.f.in se fit.b.& ex ipso in.b.d.ducatur igitur.e.in.f.& prouenit.g.& in g.&.b.& prouenant.h.&.k.eritq; per.18.septimi.a.ad.g.sicut.e.ad.f.& p 19.g.ad.b.sicut.e.ad.f.igitur ex diffinitione.a.ad.b.sicut.e.ad.f.duplicata quod est primum. ¶ Secundum eodem modo constat. sunt enim p 18.iterum.c.ad.h.sicut.a.ad.g.&.h.ad.k.sicut.g.ad.b.& per.19.k.ad.d.sicut.e.ad.f.quare.c h.k.d. sunt etiam continue proportionales in proportione.e.ad.f.per diffinitionem igitur erit.c.ad.d.sicut.e.ad.f.triplicata quod est secundum.

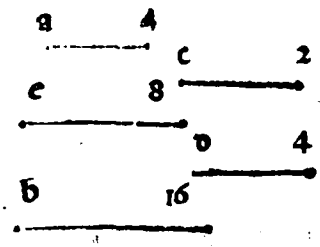


Propositio .12.

Si numerorum continue proportionalitatis quisq; in seipsum ducatur: qui inde producentur sub continua proportionalitate esse. Quod si item in ipsos productos principia sua ducantur inde quoq; productos continue proportionalitatis eē necesse est. idemq; in omnibus hoc modo productis extremitatibus.

¶ Sint.a.b.c.continue proportionales quorum quisq; in se ducatur & p ueniant ex.a.quidem.d.ex.b. vero.e.& ex.c.f.dico q;.d.e.f.sunt cõtinue proportionales: q; si item.a.ducatur in.d.& proueniat.g b.quoq; in.e.& proueniat.h.&.c.in.f.proueniat.k.dico etiam q;.g.h k.erunt continue proportionales. ¶ Sit enim ex.a.in.b.l.& ex.c.in eundem.m. eruntq; p 18.&.19.septimi.d.l.e.m.f.cõtinue pportõales in pportione.a.b.c.itaq; p equam proportiõalitatem argue.d.ad.e.sicut.e.ad.f.quod est primum. ¶ Reliquum sic.ducatur.a.in.l.&.e.& proueniãt.n.&.p.c.quoq; ducatur in.e.&.m.& proueniant.q.&.r.eruntq; per easdem.g.n.p.h.q.r.k.continue quoq; proportionales in proportione primorum: per equam igitur propotionalitatem conclude.g.ad.h.sicut.h.ad.k.quod est reliquum. Eadem erit ratio quotienscunq; primi in productos ducantur.

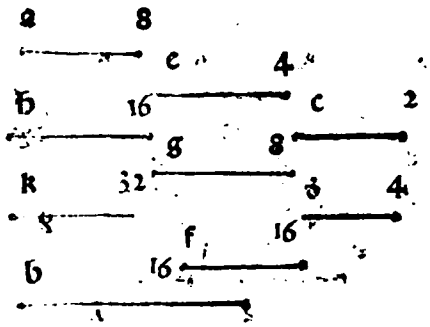




Propositio .13.

Si quis quadratus numerus alium quadratus numeret latus quoq; suum latus illius numerare probatur. Si vero latus suum latus illius numeret quadratus numerat quadratum.

¶ Sint duo numeri.a.et.b.quadrati: lateraq; eorum.c.et.d. dico q; si.a.numerat.b.c.quoq; numerabit.d.et econuerso ⊽ Constat enim q; ex.c.in se fit.a.ex.d.quoq; in se.b.fiat igit.e.ex.c.in.d. eruntq; per.18.et.19.septimi.a.e.b. continue proportionales in proportione.c.ad.d. ⊽ Si igitur.a.numerat.b.idem ipse per.7.huius numerabit.e. quare et.c.d.quod est primum. ⊽ Conuersa sic patet.si.c.numerat.d.a.numerabit.e.propter id quod proportio.a.ad.e.sicut.c.ad.d.et si numerat.e ipse numerabit.b.propter hoc q; sunt continue proportionales.



Propositio .14.

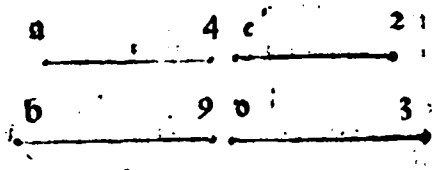
Si cubus alium cubum numeret: latus quoq; suus latus alterius numerabit. Si vero latus suus latus alterius numeret: cubus numerabit cubum.

¶ Sint duo numeri.a.et.b.cubi lateraq; eorum.c.et.d.dico q; si.a.numerat.b.c.quoq; numerabit.d.et econuerso. ⊽ Ducatur enim.c.in se.et fiat.e.d.quoq; in se fiat.f.constat igitur q; ex.c in.e.fit.a.et ex.d. in.f.b.fiat itaq;.g.ex.c.i.d.eruntq; per.18. et.19.septimi.e.g.f.continue proportionales in proportione.c.ad.d.sed.et.h.et k.puenian t ex.c.in.g.et.f. ⊽ Per easdem igitur erunt.a.h.k.b.continue quoq; proportionales in eadem proportione. ⊽ Itaq; si.a.numerat.b.idem p.7.huius numerabit.h.quare et.c.d.est n.c.ad.d.sicut.a.ad.h.constat igit prima pars. Conuersa patet: sicut conuersa prioris. Nam si.c.numerat.d. a.quoq; numerabit.h.quem si numerat necesse est ut numeret.b.

Propositio .15.

Si numerus quadratus quendam alium quadratum non numeret: nec latus suum latus illius numerabit. Si vero latus suum latus illius non numeret: quadratus is quadratum illum non numerare ex necessitate conuincitur.

¶ Hec.15.proponit negationes conuerti: que affirmationibus quas.13.huius conuerti proposuit opponuntur: ut si sint duo numeri quadrati.a.et.b.quorum latera.c.et.d.si.a.non numerat.b.c.quoq; non numerabit.d.econuerso etiam si.c.non numerat.d.nec.a.b. ⊽ Sit enim primo ut.a.non numeret.b.si itaq;.c. numerat.d.per secundam partem.13. huius: et.a.numerabit.b.quod est contrarium positioni: sicq; patet pmũ. ⊽ Secundum quoq; sic: sit ut.c.non numeret.d.itaq; si.a. numeret.b.p primam partem.13.necesse est ut.c. numeret.d.necesse ē igitur ut numeret ipsum cum nõ numerat ipsum: quod est impossibile. ⊽ Quemadmodum aũt necesse est conuerti negationes oppositas affirmationibus quas.13.demonstrauit conuerti: sic quoq; necesse est eas negationes que opponũtur illis affirmationibus quas premissa conuerti demonstrauit conuertantur unde si cubus non numerat cubũ nec latus eius numerabit latus illius econuerso quoq; si latus unius non numerat latus alterius: nec ipse cubus numerabit alterum cubum: demonstratur autem hoc per premissam a destructione consequentis: sicut quod propositum est per.13. ideoq; hoc auctor non proposuit: sed per id quod propositum est ipsum dedit intelligi.

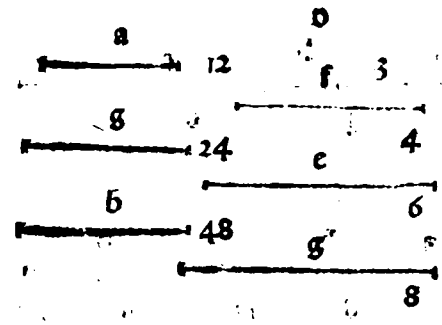


Propositio .16.

Si duo numeri superficiales fuerint similes necesse est tertium numerum secũdm proportionalitatē cõtinuam eis interesse: eritq; proportio unius numeri ad alterũ sibi similes velut unius lateris sui ad latus alterius se respiciens proportio duplicata.

¶ Sint duo numeri.a.et.b. superficiales et similes: dico

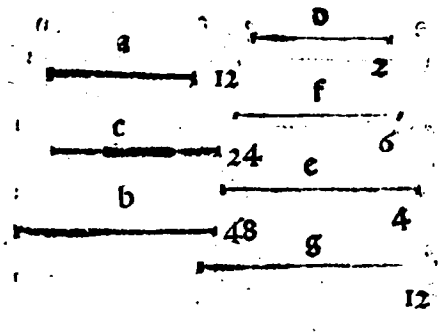
q̃ inter ipsos cadet unus numerus in continua ꝓportione: latera enim.a. sunt.c.et.d.b.uero latera sunt.e.et.f.eruntq; ex conuersione diffinitiõis numerorum similium.c.ad.e.sicut.d.ad.f.constat aũt q̃ ex.c.in.d.fiat.a.et ex.e.in.f.b.fiat itaq;.g.ex.e.in.d.eritq; per.19.septimi.a.ad.g.sicut.c.ad.e. et per.18.eiusdẽ.g.ad.b.sicut.d.ad.f.quare.a.ad.g.sicut.g.ad.b.est itaq;.g. continua proportionalitate medius inter.a.et.b.quod est propositum. ¶ Correl.autem patet cum sit.a.ab.b per diffinitionem: sicut.a.ad.g.duplicata: que eadem est illi que est.c.ad.e.



Propositio .17.

Si fm continuam proportionalitatem tertius numerus duobus numeris inter sit: illi duo numeri superficiales sunt: et similes.

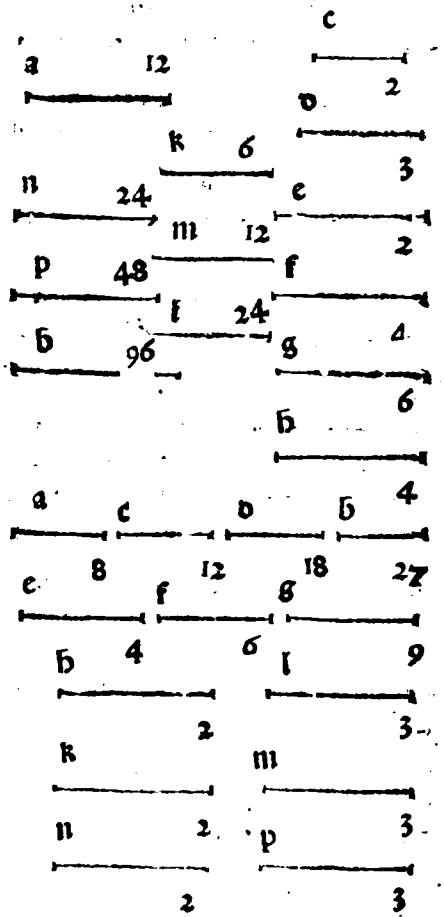
¶ Hec est conuersa premisse: ut si inter.a.et.b.sit.c.sub eõtinua proportionalitate constitutus.a.et.b. erunt supficiales et similes. ¶ Sint enim.d.et.e. minimi in proportiõe qua continuantur.a.c.b.qui per.21.septimi numerabunt.a.et.c.equaliter: sitq; ut fm.f.et per eandem.c.et.b.equaliter: et sit ut fm.g.erunt igitur per diffinitionem.a.et.b.superficiales: et erunt etiam per diffinitionem.d.et f.latera numeri.a.e.quoq; et.g.latera numeri.b. ¶ Quod autem ipsi sint similes sic habeto. ¶ Cum enim ex.d.in.g.sit.c.et ex.e.in.f.sit idem.c.erit per secundam partem.20.septimi.d.ad.e.sicut.f.ad g.per diffinitionẽ igitur.a.et.b.sunt similes: quod est propositum. ¶ Hoc autem ultimũ quod est.a.et.b.esse similes: potest etiam haberi per.19.et.18.septimi: et per has ypothe.q̃.a.c.b.sunt cõtinue proportionales in proportione.d.ad.e.minimorum numerantium.a.et.c.fm.f.et.c.et.b.fm.g.



Propositio .18.

Si fuerint duo numeri solidi similes: necesse ẽ eis duos numeros fm continuam proportionalitatẽ interesse. eritq; proportio vnius solidi ad alterũ sibi similẽ. velut cuiuslibet sui lateris ad latus alterius respiciens se ꝓportionaliter ꝓportio triplicata.

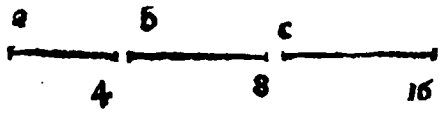
¶ Sint duo numeri.a.et.b.solidi similes dico q̃ inter ipsos cadent duo numeri in continua proportione. Sint enim latera numeri.a.c.d.e.latera uero.b.sint.f.g.h.eruntq; ex conuersione diffinitiõis numerorum similium.c.ad.f.et.d.ad.g sicut.e.ad.h. Sit igitur ex.c.in.d.k. et ex.f.in.g.l.erũtq; ex diffinitione.k.et.l.superficiales et similes. quare ꝑ 16.huius unus numerus cadet inter eos medius fm proportionem.c.ad f.qui sit.m.Manifestum autem est q̃ ex.e.in.k.fit.a.et ex.h.in.l.b.si igit ex.e.in.m.et.l.fiant.n.et.p.erũt per.18.septimi.a.ad.n.sicut.k.ad.m.et.n. ad.p.sicut.m.ad.l.quare.a.n.p.sunt continue ꝓportionales in ꝓportione c.ad.f. ¶ Et quia per.19.eiusdem.p.ad.b.sicut.e.ad.h.et ideo sicut.c.ad.f. sequitur ut quatuor numeri.a.n.p.b.sunt continue ꝓportionales fm proportionem.c.ad.f. ¶ Sunt itaq; inter.a.et.b.duo numeri.n.et.p.medii in continua proportionalitate suorum laterum interpositi: quod est propositum. ¶ Correl.autem patet cum proportio.a ad b.sit per diffinitiõem sicut.a.ad.n.triplicata que est eadem illi: que est.c.ad.f.

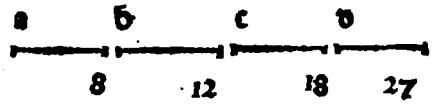


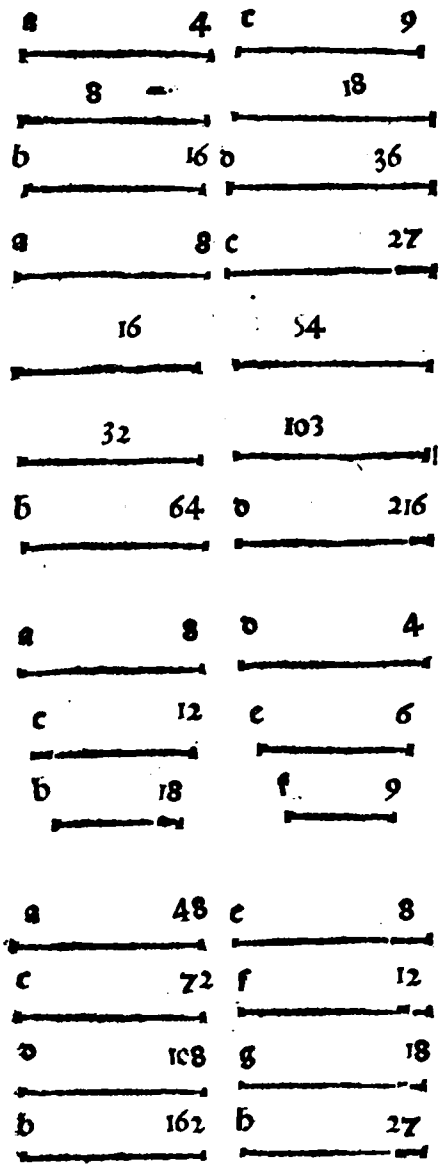
Propositio .19.

Si eis fm cõtinuam ꝓportionalitatẽ duo nũeri interiacẽt quilibet duo nũeri solidi sunt atq; similes.

¶ Hec est cõuersa p̃misse ut si inter.a.et.b.sint duo numeri.c.et.d.medii in cõtinua ꝓportione: erũt.a.et.b.solidi et similes. ¶ Sumãtur eni tres minimi in eadẽ ꝓportione cõtinue ꝓportiõales q̃ sint.e.f.g.erũtq; p.17.e.et.g.supficiales et similes. ¶ Sint ergo.h.et.k.latera.e.at.l.et.m.latera.g.eritq; ꝑ corre. 16.huius.e.ad.f.sicut.h.ad.l.aut sicut.k.ad.m. manifestũ aũt est ex tertia q̃.e.et.g.sunt cõtra se primi: ideoq; p.23.septimi in sua proportione minimi: et quia ꝑ equã ꝓportionalitatem sunt.a.ad.d.et.c.ad.b. sicut.e.ad.g.







sequitur per.21.septimi ut ipsi numerent.a.ꝗ.d. equaliter quod sit ꝑm.n. ꝗ item.c.ꝗ.b.equaliter qđ sit ꝑm.p. Quia igitur ex.h.in.k.fit.e. ꝗ ex.e.in n.fit.a.sequitur ꝑ diffinitionem ut.a.sit solidus eiusq; latera.h.k.n. similiter quia ex.l.in.m.fit.g.ꝗ ex.g.in.p.b.sequitur ēt ut.b.sit solidus ꝗ eius latera.l.m.p. ¶ Ipsos aūt esse similes sic constabit cum ex.g.in.n.fiat.d.ꝗ ex eodē i.p.b.erit ꝑ.18.septimi.n.ad.p.sicut.d.ad.b.ꝗ quia sic erāt.h.ad.l. ꝗ.k.ad.m.ꝑ diffinitionē manifestū est.a.ꝗ.b.eē similes: qđ ē ꝓpositum.

Propositio .20.

Si triū numeroꝝ continue ꝓportionalius primus fuerit quadratus tertiū quoq; quadratum eē.

¶ Sint tres numeri continue ꝓportionales.a.b.c.sitq;.a. quadratus dico q;.c.est etiam quadratus. ¶ Sunt enim ꝑ.17.a.ꝗ.c.suꝑficiales ꝗ similes cū igitur.a. sit quadratus ꝑ ypothe.erit.c.q̄dratus.

Propositio.21.

Si quatuor numeroꝝ continue proportionalium. primus fuerit cubus: quartus cubum eē necesse ē.

¶ Sint q̄tuor numeri cōtinue ꝓportionales.a.b.c.d.sit q;.a.cubus: dico q;.d.est ēt cubus. ¶ Cōstat enim ꝑ.19. q; a.ꝗ.d.sunt solidi similes: ꝗ quia.a.est cubus ꝑ ypothe.erit etiam.d.cubus.

Propositio.22.

Si duorum numerorum quorum proportio sicut q̄drati ad quadratum fuerit vnus quadratus: alterum quoq; quadratum eē.

¶ Sint duo numeri.a.ꝗ.b.in ꝓportione duorū quadratorū qui sunt.c.ꝗ.d.sitq;.a.uel.b.quadratus: dico reliquū eē quadratū. Cum enim.c.ꝗ.d.sint quadrati sequitur eos eē suꝑficiales similes: ideoq; per.16.cadet unus medius inter eos in continua ꝓportione: quare ꝑ.8.ꝗ inter.a.ꝗ.b.per.20 igitur constat ꝓpositum.

Propositio .23.

Si duorum numerorum quorum proportio ad alterum sit sicut cubi ad cubum alteruter fuerit cubus ⁊ alterum cubicum eē.

¶ Sint duo numeri.a.ꝗ. b. in proportione duorum cuborum qui sint.c.ꝗ.d.sitq;.a uel.b.cubus: dico reliquum esse cubum. ¶ Necesse ē enim q;.c.ꝗ.d.sint solidi similes. quippe oēs cubi sunt similes ꝗ solidi: itaq; per.18.inter ipsos cadent duo medii in cōtinua proportione totidem igitur per.8.cadent inter.a.ꝗ.b. itaq; per.21.manifestum est quod dicitur.

Propositio .24.

Numerorū superficialium similiū est ꝓportio vnius ad alterum sicut ꝓportio quadrati ad q̄dratū.

¶ Sint.a.ꝗ.b.superficiales similes: dico q; unius ad alterum ē proportio sicut quadrati ad quadratum. ¶ Erit.n. per.16.inter eos unus numerus medius in continua ꝓportione qui sit.c. ¶ Sumptis itaq; tribus minimis in ꝓportione eoꝝ: qui sint.d.e.f.erunt ꝑ correl.2.d.ꝗ.f.quadrati: ꝗ quia ꝑ equā ꝓportionalitatem est.a.ad.b.sicut.d. ad.f. constat uerum eē qđ ꝓponitur.

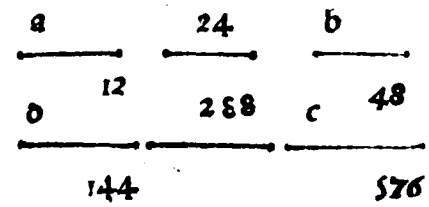
Propositio .25.

Omniū duoꝝ solidoꝝ similiū est proportio vnius ad alterum sicut alicuius cubi ad aliquem cubū.

¶ Sint.a.ꝗ.b.solidi similes: dico q; ꝓportio unius ad alterum est sicut cubus ad aliquem alium cubū. ¶ Sunt quidem per.18.inter eos duo numeri medii ꝑm continuam proportionem qui sint.c.ꝗ.d. in eorum proportiōe sint minimi: quatuor.e.f.g.h.quorum.e.ꝗ.h.erunt cubi per correlarium secūde: quia igitur per equam proportionalitatem est.a.ad.b.sicut.e.ad.h.liquet propositum. Explicit liber Octauus.

¶ Liber nonus Euclidis de quinq; numerorũ precipuis ſpe ciebus. ⁊ de perfecto habũdante ac diminuto ſm Campani op timã traductionem. Magiſtro Luca paciolo de burgo ſancti Sepulchri Ordinis minorum Caſtigatore optimo Incipit.

PAr numerus eſt qui põt ĩ duo equalia diuidi. 2. ¶ Impar nu merus eſt qui in duo equalia diuidi non poteſt. additq; ſu pra parem vnitatem. 3. ¶ Pa riter par eſt quẽ cuncti pares eũ numerãtes paribus vicibus nu merant. 4. ¶ Pariter ĩpar eſt quem cuncti pares eũ numerã tes ĩparibus vicibus numerãt. 5. ¶ Pariter par ⁊ impariter eſt quem pares eum numeran tes quidam paribus quidã im paribus vicibus numerant. 6. ¶ Impariter impar quem cun cti impares eum numerantes imparibus vicibus numerant. 7. ¶ Perfectus numerus appellatur qui omnibus partibus ſuis q̃bus numeratur eſt equalis. 8. ¶ Habundans dicitur q̃ oĩbus ſuis ꝑtibus minor eſt. 9. ¶ Diminutus vero q̃ maior.



¶ Caſtigator.

¶ Diffinitiones iſte reſpectiue ſunt parium ⁊ imparium. 1. ⁊ Vt. 4. 6. 8. 10. ⁊ ſimiles. 2. ⁊ Vt. 3. 5. 7. 9. ⁊ ſimiles. 3. ⁊ Vt. 8. 16. 32. 64. ⁊ ſimiles. 4. ⁊ Vt 6. 10. 14. 18. 26. 30. 42. 54. ⁊ ſimiles. 5. ⁊ Vt. 12. 24. 36. 48. 60. ⁊ ſimiles. 6. ⁊ Vt. 15. 21. 27. 33. 35. ⁊ ſimiles. 7. ⁊ Vt. 6. 28. 496. ⁊ ſimiles. 8. ⁊ Vt. 12. 24. 36. ⁊ ſimiles. 9. ⁊ Vt. 8. 10. 16. ⁊ ſimiles.

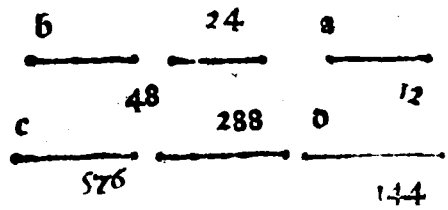
Propoſitio .1.

SI fuerint duo numeri ſuperficiales ſimiles qui ex ductu alterius in alterũ producetur numerꝝ qua dratum eẽ neceſſe eſt.

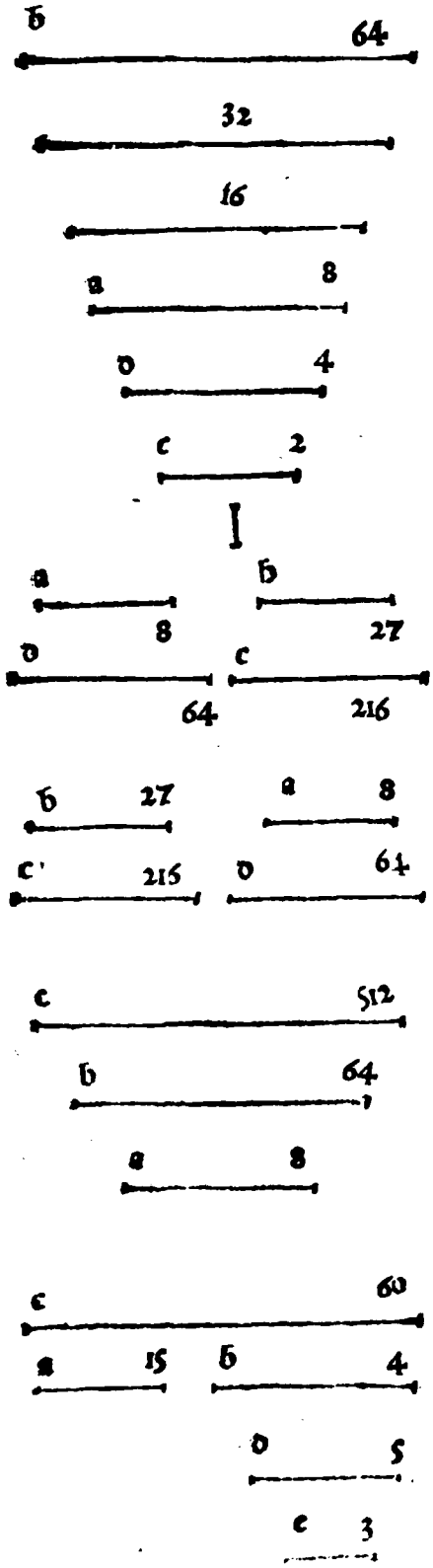
¶ Sint. a. ⁊. b. ſuperficiales ſimiles ex quorum multipli catione proueniat. c. dico. c. eẽ quadratum. fiat enim. d. ex. a. in ſe. eritq; per. 18. ſeptimi. d. ad. c. ſicut. a. ad. b. ⁊ quia inter. a. ⁊. b. cadit unus medius ſm continuam ꝓportionalitatem per. 16. octaui. ſequitur per. 8. eiusdem ut unus quoq; cadat inter. d. ⁊. c. itaq; cum d. ſit quadratus erit per. 20. eiusdem. c. quoq; quadratus quod ẽ ꝓpoſitum.

Propoſitio .2.

SI ex ductu alterius in alterum tetragonus pro ducatur. duo quilibet numeri ſunt ſuperficiales ſimiles. 1. ¶ Ex his itaq; patens eſt: quia ſi tetra gonus in tetragonũ ducatur qui ex eis producet tetragonũ eẽ. 2. ¶ Si vero ex ductu tetragoni in numerꝝ aliquem tetragonus producat illũ nume rum aliquem eẽ tetragonũ. 3. ¶ Itemq; ſi ex ductu tetragoni in numerum aliquem non tetragonus producatur eum numerus aliquem non tetragonum eẽ. 4. ¶ Si vero tetragonus in nume rum aliquem non tetragonum ducatur qui inde producetur nõ tetragonum eẽ neceſſe eſt.



¶ Hec eſt conuerſa prioris: ut ſi ex. a. in. b. fiat. c. fueritq;. c. quadratus: erũt a. ⁊. b. ſuperficiales ſimiles: ſit enim. d. ex. a. in ſe. eritq; per. 18. ſeptimi. d. ad



c.sicut.a.ad.b.per.16.autem octaui cum.d.et.c.sint superficiales similes: eo q̃ sint ambo quadrati: erit iter eos unus numerus medius ſm cõtinuam propor.per.8.itaq; eiusdem erit etiam unus inter.a.et.b.igitur per.17.eiusdem.a.et.b.sunt superficiales similes: quod est propositum. Prima ꝑs correl.patet per premissam: sunt enim omnes tetragoni superficiales similes. Secunda patet ex hac cum sit solus tetragonus similis tetragono. Tertia ꝑs patet ex prima ipsius correl.parte a destructione consequentis. Quarta uero patet ex eiusdem parte secunda a destructione etiam consequentis.

Propositio .3.

Si numerus cubus in seipsum ducatur qui inde ꝓducetur erit cubus.

¶ Sit.a.cubus ex quo in se ducto fiat.b.dico.b.esse cubũ. ¶ Sit enim.c.latus cubicum.a.ex.c.uero in se fiat.d.patet itaq; q̃ ex.c.in.d.sit.a.sunt igitur unitas.c.d.a.continue proportionales: quod ex.18'.septimi et presentibus ypothesibus manifestũ est. ¶ Et qa est.a.ad.b.sicut unitas ad.a.eo q̃ quotiens unitas est in.a.totiẽs.a.in.b.erũt inter.a.et.b.duo numeri medii ſm proportionalitatem continuam per.8.octaui. ¶ Cum igitur ex ypothesi sit a.cubus erit per.21.eiusdem.b.quoq; cubus: qd oportebat demonstrare.

Propositio .4.

Si cubus in alium cubum ducatur: qui inde producetur erit cubus.

¶ Sint.a.et.b.cubi: fiatq;.c.ex.a.in.b.dico.c.esse cubum. ¶ Fiat enim.d.ex.a.in se: eritq; per premissam.d.cubus et quia per.18.septimi est.a.ad b.sicut.d.ad.c.constat ex 23.octaui.c.esse cubum: quod est propositum.

Propositio .5.

Si numerus cubus in numerum alium ducatur: fueritq; productus cubus in quem ductus est numerum cubum eẽ necesse est: vnde ꝛ manifestum est: qꝛ ex ductu cubi in non cubum producitur nõ cubus. Ductoq; cubo in numerus aliquem si fuerit qui inde producitur non cubus in quem ille ductus fuerit necesse est eẽ non cubum.

¶ Sit enim ex.a.cubo in.b.numerum productus.c.cubus dico.b.esse cubum: fiat enim.d.ex.a.in se qui ꝑ ante premissam erit cubus: qa igitur ẽ per.18.septimi.a.ad.b.sicut.d.ad.c.estq;.a.cubus: sed et.d.et.c.cubi erit per 23.octaui.b.cubus: quod est propositum. Prima pars correl. patet ex hac quinta a destructione consequentis. secunda per premissam similiter a destructione consequentis.

Propositio .6.

Si ex ductu cuiusdã numeri in seipsum cubus producatur eum eẽ cubum necessario comprobatur.

¶ Sit ut ex.a.in se fiat.b.sitq; b.cubus: dico ergo.a.esse cubum: fiat enim.c ex.a.in.b.eritq; ex diffinitione.c.cubus. et quoniam constat ex.18.septimi q̃ sit.a.ad.b.sicut b.ad.c.cum sint.b.et.c.cubi: sequitur ex.23.octaui.a.esse cubum: quod est propositum.

Propositio .7.

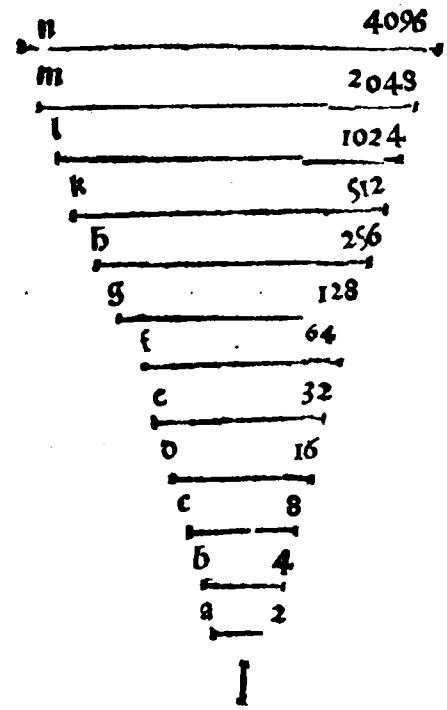
Si numerus compositus in numerum quemlibet ducatur: qui inde producetur erit solidus.

¶ Sit.a.numerus compositus: qui ducatur in.b.et proueniat.c.dico.c.esse numerum solidum. Cum enim.a.sit cõpositus numeratur ab aliquo numero qui sit.d.numeret q; eum ſm.e.quia igitur ex.e.in.d.fit.a.et ex.a.in.b.c.erit ex diffinitione solidorum.c.solidus eiusq; latera.e.d.b.qd est ꝓpositum.

Propositio .8.

Si fuerint numeri ab vnitate continue proportiõales: tertius ab vnitate erit quadratus: ac deinceps vno semper intermisso. Quartus vero ab vnitate cubus: ac deinceps duobus semper intermissis. Itemq; septimus ab vnitate est quadratus cubicus: ac deinceps: quinq; semper intermissis quadratus cubicus continuo sequitur.

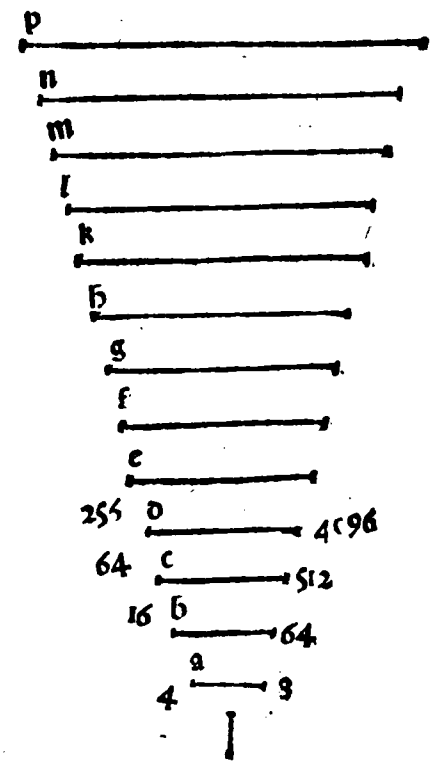
¶ Sint continue proportionales vnitas. a. b. c. d. e. f. g. h. k. l. m. n. dico b. esse quadratum ⁊ d. omisso. c. ⁊ sic alios vno semper omisso. vnde simpliciter omnes existentes in locis imparibus sunt quadrati: vt sunt tertius quintus ⁊ septimus. ¶ Dico item. c. esse cubum ⁊ f. duobus omissis: ⁊ sic in ceteris. ¶ Omnisq; simpliciter est cubus cuius ab vnitate locus addit super ternarium: vel quemlibet multiplicem ipsius ternarii vnitatem: vt sunt quartus septimusdecimus tertiusdecimus ⁊ sextusdecimus. in his. n. conueniunt omnes qui duos transmittunt. ¶ Itemq; dico. f. ab vnitate septimum esse quadratum cubicum: ⁊ similiter enim quinq; numeris intermissis: idéq; in ceteris. ¶ Simpliciter aũt dico cuius locus ab vnitate addit super senariũ vel quĕlibet multiplicĕ ipsius vnitatĕ: vt sunt septimus tertiusdecimus decimusnonus ⁊ vigesimusquintus: illum esse quadratũ cubicum: quadratum quidem quoniam eius locus impar: cubum autem quoniam super multiplicem ternarii addit vnitatem. quippe senarii multiplices cunctos ternarii necesse est eĕ multiplices. ¶ Q ue autem proposita sunt sic constant. ¶ Est enim ex ypothesi. a. in. b. quotiens vnitas in. a. itaq; b. ex diffinitione quadratus, quia igitur. b. c. d. sunt continue ꝓportionales cum. b. sit quadratus: patet ex. 17. vel. 20. octaui. d. esse quadratũ. Eadem ratione ⁊ f. quia. d. e. f. sunt continue proportionales: ⁊ d. ĕ quadratus: idem in ceteris vno intermisso: constat itaq; primum. ¶ Secundũ sic cum sit. b. in. c. quotiens. a. in. b. ex ypothe. sequitur a diffinitione: vt ex. a. in. b. fiunt quadratum fiat. c. igitur ex diffinitione cubi. c. est cubus. At quia. c. d. e. f. sunt continue proportionales: sed ⁊ f. g. h. k. est autem. c. cubus: necesse ĕ per. 19. vel. 21. octaui. vt. f. quoq; sit cubus. ideoq; ⁊ k. idĕ q; in ceteris duobus transmissis: quare liquet secundum. ¶ Q uoniam autem in. f. septimo ⁊ in. n. tertiodecimo: ceterisq; quinq; medios omittentibus: simpliciter vero ⁊ in omnibus quorum locus super quemlibet multiplicem senarii addit vnitatem: terminantur quadratorum ⁊ cuborum computationes: in his quidem vnius: in illis autem duorum omissione sequitur ipsos esse quadratos: ex huius prima parte ⁊ cubicos ex secunda: quare quadrati cubici: constat ergo totum quod dicitur.

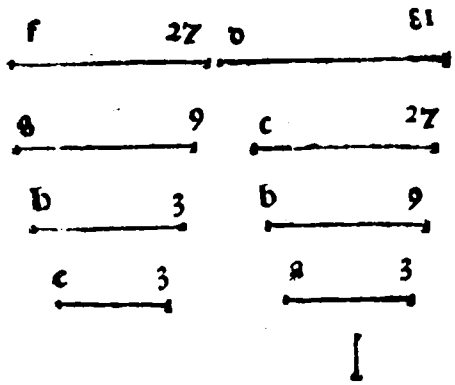


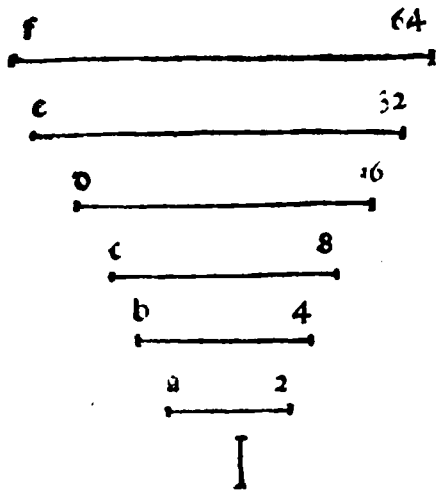
Propositio .9.

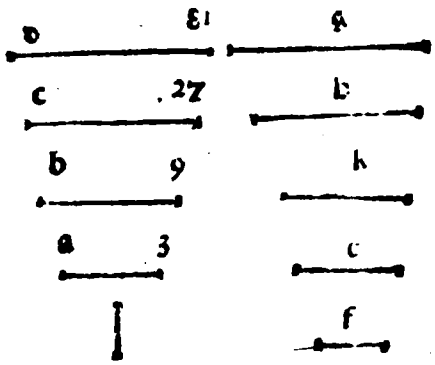
Si numeris quotlibet ab vnitate continua proportionalitate dispositis vnitatem sequens quadratus fuerit: ceteri quoq; omnes erunt quadrati. Si vero qui vnitatem sequitur fuerit cubus: ceteri quoq; omnes erunt cubi.

¶ Sint qui prius continue proportionales ab vnitate sit q. a. quadratus: dico omnes esse quadratos: aut sit idem cubus: tunc quoq; dico omnes esse cubos. b. enim constat esse quadratum per premissam: quia ergo. a. ad. b. sicut. b. ad. c. ex. 20. octaui sequitur. c. esse quadratum. idem quoq; ex eiusdem. 17. vel. 20. potes arguere: de sequentibus autem idem eodemq; modo probabis: quare patet primum. ¶ Secundum autem sic: cum. b. fiat ex. a. in se si fuerit. a. cubus erit per. 3. ipse quoq; cubus. c. vero constat esse cubum per premissam. itaq; per. 23. octaui. d. omnesq; sequentes cubicos esse probabis: est enim. a. ad. b. sicut. c. ad. d. I dem quoq; arguere potes ex. 19. vel. 21. eiusdem: sunt enim. a. b. c. d. sed ⁊ b. c. d. e. singuliq; quatuor continue sumpti continue proportionales.









Propositio .10.

Si numeris quotlibet ab vnitate continua pro portionalitate dispositis vnitatē sequēs nō quadratus fuerit: nō erit alioꝝ quisq̄ quadratus exceptis ab vnitate: tertio ex his qui deinceps vno semper intermisso reperiuntur tetragoni. Si vero secundus ab vnitate non fuerit cubus: nullus ceterorum erit cubus exceptis ab vnitate quarto: et deinceps his qui duoꝝ semper intermissione formantur cubici.

¶ Hec ex oppposito subiecti premisse infert partem oppositi parsionis: dico autem partem qm̄ ex.8. constat omnes impares esse quadratos: omnesq; quoꝝ locus super ternarium uel quemlibet ipsius multiplicē addit unitatem esse cubos. ¶ Sint itaq; qui prius ab unitate continue ꝓportionales non sint autem.a.quadratus sed nec cubus. dico nullum ex omnibus eē quadratum: aut cubicum nisi quos octaua proponit. ¶ Si enim quis alius ponatur quadratus: sequitur per.22.octaui.a.esse quadratum. Quod si cubus sequitur per.23.eiusdem.a.esse cubum quorum utrunq; contrarium est ypothe. Constat ergo propositum.

Propositio .11.

Si numeris quotlibet ab vnitate continua proportionalitate dispositis aliquis numerus primus vltimum numeret: cum quoꝝ qui vnitatem sequuntur numerare necesse est.

¶ Sint usq; ad.d.continue proportionales ab unitate. sit q; e.numerus primus de quo ponat ipsum numerare. d. dico q; idem numerabit.a. Nam si non erit ad ipsum primus p. 32. sep. et quia ex.a.in se fit.b.sequitur ex.26.eiusdem ut ipse quoq; sit primus ad.b. sed et ad.c.et ad.d.sequitur ipsum eē primum per.25.eiusdem: eo q; ex.a.in b.fit.c.et ex eodem in.c.d.non ergo numerat.d.cum sit primus ad ipm: quare accidit contrarium ypothe. ¶ Idem aliter cum sit.e.primus si non numerat.a.primus erit ad ipsum per.32.sep.itaq; per.23.eiusdem erunt minimi in sua proportione: quia autem.e.ex ypothe.numerat.d.sit ut fm f.constat uero q; ex.a.in.c.fiat.d.ergo p sedam partē.20.sep.erit.a.ad.e.sicut.f.ad.c.quare p.21.eiusdem.e.numerabit.c.et sit ut fm.g.et quia ex.a.in.b.fit.c.sequitur quoq; per easdem et eodē modo ut.e.numeret.b.esto ergo q; fm.h.et qm̄ rursus ex.a.in se fit.b. necesse est iterum p easdē: ut e.numeret.a.sed positum erat non numeraret ergo accidit impossibile.

Propositio .12.

A numeris ab vnitate continue proportōalibus minor maiorem numerat fm aliquem in illa proportionalitate dispositum.

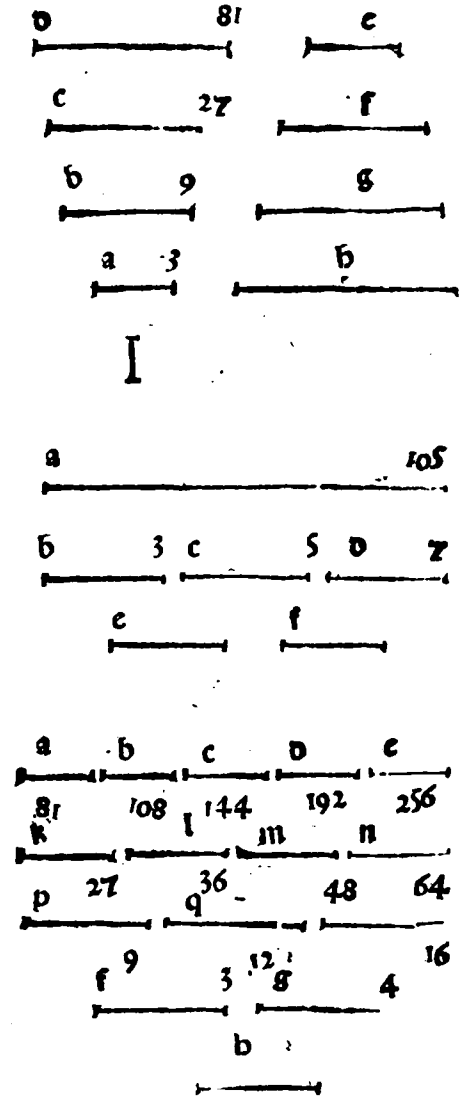
¶ Sint ab unitate usq; ad.f.cōtinue proportiōales: dico nullū ipsoꝝ numerare.f.nisi fm aliquē alioꝝ: cōstat.n.q; e.numerat ipm.f.fm.a.est enim.e.ad.f.ut unitas ad.a. sed et.d.numerat eūdē.f.fm.b.est nāq; p equā ꝓportionalitatē.d.ad.f.ut unitas ad.b.De.c.quoq; patet eodē modo q; fm seipsum numeret eū. Ecōuerso quoq;.a.numerat eū fm.e.eo q; sicut unitas ad.e.ita.a.ad.f. b. uero fm d.est enim ut unitas ad.d.ita.b.ad.f.nec igit est qd ꝓponit. Quippe, quotus q;q; q ꝓponit ultimū numerare fuerit sub ultimo fm totū supra' unitatē: numerare ipm conuincit p equā ꝓportionalitatem et diffinitionem.

Propositio .13.

Quotlibet numeris ab vnitate continue proportionalibus si qui vnitatē sequit fuerit numerus primus maximus eoꝝ nisi de numeris in illa proportionalitate dispositis nullus numerabit.

¶ Sint ut prius usq; ad.d continue proportiōales ab unitate: sitq;.a.numerus primus: dico q; nullus numerabit ultimum nec sim

pliciter aliquem eorum nisi aliquis eorum qui antecedit ultimum vel eum qui ponitur numerari. Sit enim si possibile est. e. diuersus ab eis qui numeret. d. qui si fuerit primus per. 11. numerabit. a. non igitur est. a. primus quod est contra ypothe. ¶ Si autem ipse fuerit compositus necesse est per. 30. septimi: ut aliquis primus numeret eum qui non erit nisi. a. Nam si est alius ab. a. ut. f. cum necesse sit ipsum numerare. d. arguetur et eundem numerare. a. per. 11. sic quoque. a. non erit primus. Est igitur. a. primus numerans. e. quoniam autem. e. numerat. d. sit ut secundum g. eritque per secundam partem. 20. sep. a. ad. e. sicut. g. ad. c. fit enim. d. ex. a. in. c. quare cum. a. numeret. e. et. g. numerabit. c. sitque ut secundum. h. sequiturque ut. a. numeret g. sicut sequebatur ut numeraret. c. alioquin si. g. quidem est primus cum numeret. c. sequitur per. 11. ipsum numerare. a. Si autem compositus per eandem sequitur numerum primum numerantem. g. numerare. a. quod est inconueniens: itaque. a. numerat eum: sequitur ergo per secundam partem. 20. septimi: ut. h. numeret quoque. b. eo quod tam ex. a. in. b. quam ex. g. in. h. constat produci. c. ¶ Numeret. h. itaque ipsum k. Constat autem ut prius de. g. quod. a. numeret. h. Nam si non non erit. a. primus itaque per secundam partem. 20. sep. sequitur ut. k. numeret. a. fit enim tam ex. a. in. se quam ex. h. in. k. b. Manifestum est autem. k. non esse. a. nullus enim numerorum. g. h. k. est aliquis ex. a. b. c. d. si enim. g. esset aliquis ex eis cum ipse numeret. d. secundum. e. esset per premissam. e. quoque aliquis ex eis: sed non erat: nec igitur. g. ¶ Similiter cum. h. numeret. c. secundum. g. non erit. h. aliquis ex. a. b. c. Nam esset per premissam et. g. ostensum est autem quod non. ¶ Nec igitur. h. eadem ratione nec. k. ¶ Cum. n. ipse numeret. b. secundum. h. si ipse esset. a. conuinceret per premissam. h. quoque esset. a. At non erat. ¶ Nec igitur. h. erit. a. ¶ Numeret autem ipsum. Non est itaque. a. primus quod est impossibile. ¶ Aliter idem si. e. diuersus ab. a. b. c. d. numerat. d. sit ut secundum. f. et quia. a. numerus primus numerat. d. productum ex. e. in. f. sequitur ex. 33. sep. quod ipse numeret. e. uel. f. numeret ergo. e. ¶ Quia igitur tam ex. a. in. c. quam ex. e. in. f. fit. d. erit per secundam partem. 20. septimi. a. ad. e. sicut. f. ad. c. numerat itaque. f. c. sit ut secundum. g. eritque per. 33. septimi ut. a. quoque numeret. f. uel. g. sitque ut. f. sequiturque per secundam partem. 20. eiusdem: ut. g. numeret. b. sitque ut secundum. h. ut prius igitur. a. numerabit. g. uel. h et sit ut numeret. g. h. ergo per secundam partem dicte. 20. numerabit. a. si itaque. h. non est equalis. a. non erit. a. primus: quod est contra ypothe. Si autem equalis erit unusquisque numerorum. g. f. e. aliquis ex. a. b. c. d. per premissam quotiens oportet assumptam. Non est igitur. e. diuersus ab eis: quod est etiam contra ypothe. itaque constat uerum esse quod proponitur.



Propositio .14.

Si propositus fuerit numerus minimus quem numerant primi assignati non numerabit eum aliquis numerus primus preter illos assignatos.

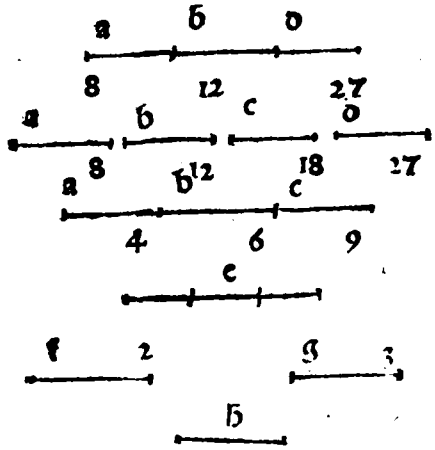
¶ Sit. a. minimus numerus numeratus a numeris primis qui sunt. b. c. d. dico quod alius primus preter eos non numerabit. a. Si autem sit. e. primus numerans eum secundum. f. quia ergo quilibet numerorum. b. c. d. numerat. a. productum ex. e. in. f. est autem quilibet eorum primus sequitur ex. 33. septimi: ut quilibet eorum numeret. e. uel. f. sed. e. nullus numerat cum sit primus: quilibet ergo eorum numerat. f. cum itaque sit. f. minor. a. utpote qui numerat eum secundum. e. non erit a. minimus numeratus ab illis quod est inconueniens.

Propositio .15.

Si quotlibet numeri continue proportionales secundum suam proportionem fuerint minimi: quicunque aliquem illorum numerat alteri terminorum illius proportionis erit commensurabilis.

¶ Sint. a. b. c. d. e. continue proportionales et minimi secundum proportionem. f. ad. g. qui sint in sua proportione minimi: et ponatur. h. numerare. c. dico quod. h. est commensurabilis. f. uel. g. ¶ Sumantur enim in eadem proportione quatuor minimi qui sunt. k. l. m. n. constat autem ex secunda octaui quod ex. f. in. m. fit. c. alioquin contingeret

esse minus minimo quod esse non potest: itaq; per correl.33. septimi erit h.cōmensurabilis.f.vel.m.q; si.f.constat propositum: si autem.m. sumantur in eadē proportiōe tres minimi qui sint.p. q.r.eritq; ex secunda octaui vt.m.fiat ex.f.in.r.ne minus minimo aliquid esse cogamur concederet: quare per predictum correl.h.est commensurabilis.f.vel.r.sed nō erat f.sic enim constabat propositum: commensurabilis igitur est. r. qui cum ex secunda octaui fiat ex.g.in se sequitur ex dicto correl.vt.h. sit commēsurabilis.g.quod est propositum.

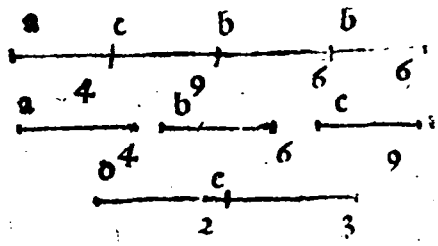


Propositio .16.

Si fuerint duo numeri quotlibet continue proportionales in sua proportione minimi quilibet eorū ad compositum ex reliquis primus esse necessario comprobatur.

¶ Sint.a.b.c.d.continue proportionales ꝗ minimi. dico compositum ex.a.b.c.primum esse ad. d. Si enim nō numerabit aliquis numerus qui sit.e.compositum ex.a.b.c. ꝗ.d. per premissam igitur erit.e.cōmunicans alteri terminorum illius proportionis qui sunt.f.ꝗ.g.erit itaq; numerus aliquis numerans.e.ꝗ alterum duorum f.g.qui sit.h.quia ergo.h.numerat.e.numerabit.d.ꝗ compositum ex. a. b.c.ꝗ quia numerat.f.vel.g.quorum vterq; numerat vtrunq; mediorum ꝗ simpliciter omnes si plures duobus sint: ex secunda octaui sequitur vt ipse numeret.b.ꝗ.c.ergo ꝗ.a.quia numerat totum.a.b.c. non sunt igitur a.ꝗ.d.contra se primi quod est inconueniens per.3.octaui. Similiter quoq; constabit compositum ex.a.b.d.primum esse ad. c. si enim vt prius.e. numerat ambos sequitur per premissam vt aliquis numerus qui etiam sit h.numeret.e.ꝗ alterꝫ duoꝝ.f.g.itaq;.h.numerat.c.ꝗ totū.a. b.d.sed ꝗ.h. cū vtraq; radicū numeret oēs medios: igitur ꝗ cōpositū ex.a.ꝗ.d.quia necessario numerat alterꝫ duoꝝ.a.d.cū numeret alterꝫ duoꝝ.f.g.numerabit ꝗ reliquum. Non sunt igitur.a.ꝗ.d.contra se primi: ꝗ ita idem vt prius.

¶ Demonstrant autem idem aliter de tribus continue ꝓportionalibus ꝗ minimis sine adminiculo premisse: probant enim ex quibusq; duobus compositum primum eē ad reliquum: sint itaq;.3.continue proportionales ꝗ minimi.a.b.c.quorum termini.d.ꝗ.c.dico tunc compositum ex.a. ꝗ.b.primū eē ad.c.ꝗ compositum ex.b.ꝗ.c.ad.a.itemq; ex.a. ꝗ.c. ad. b. manifestū enim est ex secunda octaui qđ ex.d.in se fit.a.ꝗ in.e.fit.b.ꝗ ex e.in se.c.ꝗ ex.22.septimi: quod.d.ꝗ.e.sunt contra se primi: itaq; ex prima parte.29.eiusdem erit totus.d.e.primus ad vtrunq; eoꝝ quia igitur vterq; duoꝝ numeroꝝ.d.ꝗ.d.e.primus est ad.e.erit per.25.eiusdem qui ex.d. in.d.e.producitur ꝗ ipse est compositus ex.a.ꝗ.b.primus ad.e.sequitur ergo per.26.eiusdem: ut etiam compositus ex.a.ꝗ.b.sit primus ad. c. sit enī c.ex.e.in se.



¶ Simili quoq; demonstratiōe ꝓbabis cōpositum ex. b. ꝗ.c. primum eē ad.a. At vero cōpositum ex.a.ꝗ.c. primum eē ad. b.sic habeto: cū sit enim vterq; duoꝝ.d.ꝗ.e.primus ad totum.d.e.erit ꝑ .25. septimi q ex.d.in.e.ꝓducitur: ꝗ ipe est.b.primus ad.d.e.itaq; ꝑ.26.eiusdem qui ex d.e.in se ꝓuenit: ꝗ ipe est qui componitur ex.a.ꝗ.c.ꝗ duplo.b. ꝑmus erit ad.b.sequitur ergo compositum ex.a.ꝗ.c.primum eē ad.b.necesse enim ē vt ex duobus compositus cū primus fuerit ad vnum eorum ex q̄bus componitur: sit primus ad reliquum. Demonstratum autem est hoc supra.29. septimi. Oportet aūt stabilire ad robur istius demonstrationis compositum ex.a.ꝗ.b.produci ex.d.in compositum ex.d.ꝗ.e.supposito q; ex.d.in se fit.a.ꝗ ex eodem in.e.b.itemq; q; ex.d.e.in se producatur compositum ex.a.ꝗ.c.ꝗ duplo.b.supposito eo quod prius ꝗ q; ex.e.in se sit. c. huius itaq; gratia proponimus hec demonstranda.

¶ Quod fit ex ductu vnius numeri in quotlibet tantum ē: quātum quod ex ductu eiusdem in compositum ex illis.

¶ Idem ꝓponit prima secundi de lineis. Sit enim vt ex.a in.b.ꝗ in.c.ꝗ in.d.ꝓueniant.e.ꝗ.f.ꝗ.g.dico q; ex.a.in cōpositū ex.b.ꝗ.c.ꝗ.d. prouenit

compositũ ex.d.⁊.f.⁊.g. sequitur enim ex conuersione diffinitionis eius qd multiplicat vt tota pars sit.b.e ⁊ tota.c.f. sed ⁊.d.tota.g.quota est vnitas.a.per quintã itaq; septimi: tota quoq; pars erit cõpositus ex.b.⁊.c.⁊.d. compositi ex.e.⁊.f.⁊.g.quota est vnitas.a. ergo per diffinitionem ex. a. in cõpositũ ex.b.⁊.c.⁊.d.fit compositus ex.e.⁊.f.⁊.g. qd est propositum.

¶ Quod fit ex ductu quotlibet numerorũ in vnum equum est ei quod fit ex composito eorum in eundem.

¶ Hoc est conuersum eius quod modo demõstratum est: vt si ex.b.⁊.c.⁊.d.in.a.fiant.e.⁊.f.⁊.g.fiet quoq; compositus ex composito in eundem qd ex.rz.septimi ⁊ predemonstrato facile concluditur.

¶ Quod fit ex ductu quotlibet numerorum in quotlibet alios: equũ ẽ ei quod fit ex cõposito horũ in cõpositũ illorum.

¶ Vt si.a.b.c.multiplicent.d.e.f.quilibet quẗlibet iungãturq; producta dico aggregatũ ex productis esse quale producto ex composito ex.a.⁊.b.⁊.c.in compositum ex.d.⁊.e.⁊.f. ℣ Est enim ꝑ premissam quod fit ex cõposito ex.a.b.c in.d.quãtum quod ex singulis in illum.d.sic ⁊ in. e. ⁊ in f.ex composito autem horum.a.b.c.in quemlibet illorum.d.e.f.ꝑ añ premissam fit quantũ ex cõposito in cõpositũ: itaq; constat propositum.

¶ Numero in quotlibet partes diuiso: tantũ est quod fit ex toto eo in se: quantum quod ex eo in omnes suas partes.

¶ Idem ꝓponit secũda secundi de lineis: vt si.a.diuidatur in.b.⁊.c.⁊.d. dico ꝙ tm̃ fit ex.a.in se quãtũ in oẽs illos. b.c.d. Posito enim.e.equali.a. constat ex prima hax incidentium tm̃ fieri ex.e.in.a. quantũ in oẽs ꝑter a. sed per cõcep.ex.e.in.a. fit quantũ ex.a.in se.⁊ ex.e.in partes.a.quantũ ex.a.in easdem. Manifestum ergo est verum esse quod dicitur.

¶ Numero in duo diuiso quod fit ex toto in alterum diuidẗiũ tantum est quantum quod ex eodem in se ⁊ in alterum.

¶ Idem proponit tertia secũdi de lineis. Sit enim.a. diuisus in.b.⁊.c.dico tm̃ fieri ex.a.in.c.q̃tum ex.c.in se.⁊ in.b. Nã qd ex.a.in.c. est q̃tum qd ex.c.in.a.ꝑ.rz.septimi.sumpto itaq.d.equali.c.erit.a.in.c.quantũ. d.i.a. At ꝑ primã hax.d.in.a.est quantum in.b.⁊.c.q̃a ergo.d.in.a.⁊ in.b.⁊ i c.est quantũ.c.in.a.⁊ in.b.⁊ i se ꝑꝑ equalitatem.c. ⁊.d. cõstat ꝓpositum.

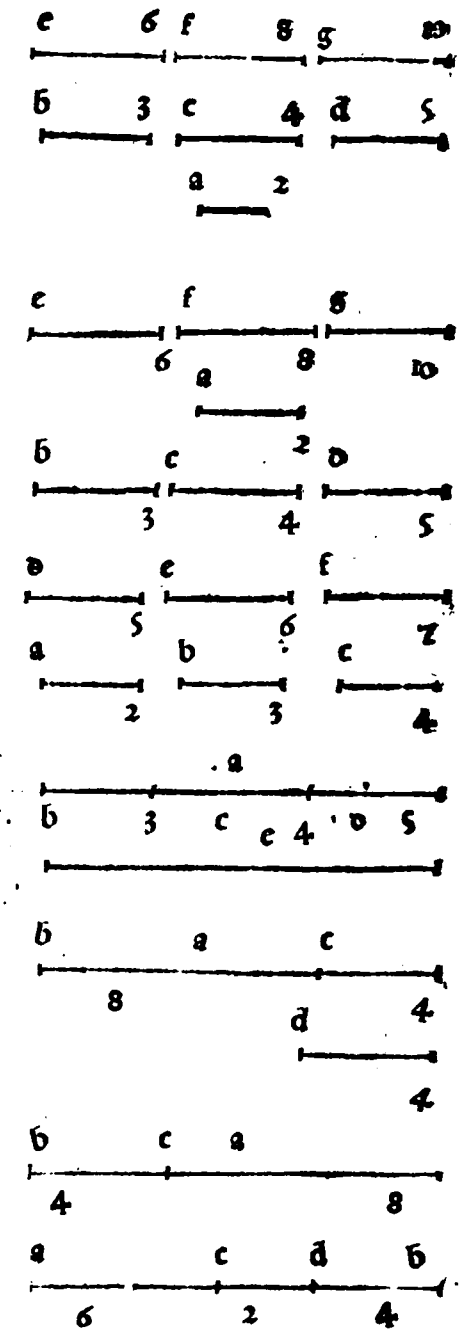
¶ Numero in duo diuiso quod ex ductu totius in se: est quantum quod ex ductu vtriusq; diuidentium in se ⁊ alterius eorum bis in alterum.

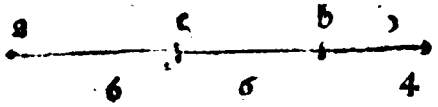
¶ Idem proponit quarta secundi de lineis: vt si.a.diuidatur in.b.⁊.c.dico tantum fieri ex.a.in se: quãtum ex.b.in se.⁊.c.in se: ⁊ ex.b. bis in.c. est enim per quartam harum ꝙ ex.a.in se quantum quod ex eo in.b. ⁊ in.c. ex eo aũt in.b.per premissam est quantum ex.b.in se ⁊ in.c.at ex. a. in.c. per eandem est quantum ex.c.in se: ⁊ in.b.⁊ quia ex.c.in.b. tm̃ est quantum ex.b.in.c.per.rz.septimi liquet verum esse quod proponitur.

¶ Numero per duo equalia duoq; inequalia diuiso quod fit ex maiori inequalium in minorem cũ quadrato intermedij equus est quadrato medietatis totius.

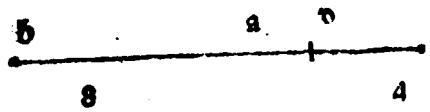
¶ Idem proponit de lineis quinta secundi: vt si.a.b. diuidatur in duos numeros equales qui sint.a.c.⁊.c.b.itemq; in duos inequales quorum sit maior.a.d.⁊ minor.d.b.dico ꝙ illud quod fit ex toto.a. d. in. d. b. cum quadrato.c.d.equale est quadrato.c.b.per premissam enim quadratum c.b.ẽ equale quadrato.c.d.⁊ quadrato.d.b. ⁊ ei quod fit ex.b. d.in. c.d. bis: sed ex.b.d.in se ⁊ in.c.d.tantum fit quantum in.c. b.per primam harum ⁊ ideo quantum in.a.c.itaq; ex.b.d.in se: ⁊ in.c. d.bis quãtum ex ipso.b.d.in.a.d.per eandem igitur quadratum.c.b.superat id quod fit ex.b. d.in.a.d.in quadrato.c.d.constat ergo propositum.

¶ Cum fuerit numerus in duo equalia diuisus eiq; alius numerus adiunctus: quod fit ex ductu totius compositi in adiunctum cum quadrato medietatis equum est quadrato compositi ex dimidio ⁊ adiuncto.



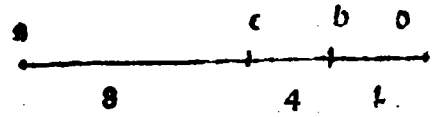


¶ Idem pponit sexta secundi de lineis. Sit enim.a.b.diuisus in duos eqs les numeros q sint.a.c.⁊.c.b.addatur.q. ei numerus. b.d. dico illud qd fit ex toto.a.d.in.d.b.cum quadrato.c.b.esse equale quadrato.c.d.est enim ex sexta harum quadratum.c.d.equale quadrato.d.b.⁊ quadrato.b.c.⁊ ei quod fit ex.d.b.in.b.c.bis, sed per primam harum ex.b.d.in se ⁊ in.b.c. bis est quantũ ex.b.d.in.d.a. Sunt enim.a.c.⁊.c.b.equales itaq. quadratũ.c.d.superat id qd fit ex.b.d.in.d.a.in quadrato.c.b. quod est ppositũ.



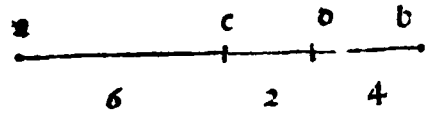
¶ Cum numerus in duo diuiditur quod fit ex toto in se cũ eo quod ex altero diuidentium in se: est equum ei quod ex toto i eũ dem bis cum eo quod ex altero in se.

¶ Idem pponit septima secundi de lineis. Sit enim numerus.a.diuisus i b.⁊.d.dico quadratum.a.cum quadrato.d.tm esse quantum quod fit ex a.in d.bis cum quadrato.b.constat quidem ex sexta harum q quadratũ a.tantum est quantum quadratum.d.⁊ quadratum.b.⁊ quod fit ex.d.in b.bis itaq. quadratũ a.cũ quadrato.d.tm est quantum quod ex.d. bis in se.⁊ bis in.b.cum quadrato b.sed ex.d.bis in se ⁊ bis in.b.fit quantum ex d.bis in.a.per primam harum ergo quod fit ex.d.bis in.a.cum quadrato b.est quantum quadratum.a.cum quadrato.d. quare patet propositum.

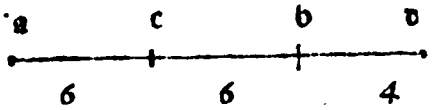


¶ Cum fuerit numerus in duo diuisus eiq; equalis vni diuidẽtium additus: quadratus totius cõpositi equum est quadruplo eius quod fit ex prioꝝ in additum cum quadrato alterius.

¶ Idem pponit octaua secundi de lineis. Sit numerus.a.b.diuisus in.a. c.⁊.c.b.cui addatur.b.d.qui ponatur equalis.c.b.dico quadratum. a. d. tantum esse quantum est id quod fit ex.a.b.in.b.d. quater cum quadrato.a.c.est nãq. per sextam hꝝ quadratum.a.d.equum quadrato. a.b. ⁊ quadrato.b.d.⁊ ei quod fit ex.a.b.in.b.d.bis ⁊ quia quadratum. b.d. est eqle q̃drato.c.b.erit q̃dratũ.a.d.eqle q̃drato.a.b.⁊ q̃drato.c.b.⁊ ei qd fit ex.a.b.in.b.d.bis: per premissam autem est quadratum.a.b.cum quadrato.c.b.quantum quadratum.a.c.cum eo quod fit ex.a.b.in.b.c.bis ⁊ itaq. quadratum.a.d.tantum est quantum quod ex.a.b.in.b.d. bis ⁊ ex a.b.in.b.c.bis cum quadrato.a.c.⁊ quia ex.a.b.in.b.c. tantum fit quantum in.b.d.constat verum esse quod propositum est.

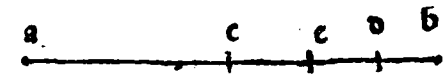


¶ Cum fuerit numerus in duo equalia duoq; inequalia diuisus: quadrata amb. eum ꝛequalium pariter accepta duplus sunt quadrato medietatis ꝛ quadrato eius quo ꝛequalis portio excedit equalem pariter acceptis. ¶ Idem pponit nona secũdi de lineis Sit enim.a.b.diuisus p duos equales q sint.a.c.⁊.c. b.⁊ p duos inequales q sint.a.d.⁊.d.b.dico q quadrata duoꝝ numeroꝝ.a.d.⁊.b.d. pariter accepta sunt duplũ duobus q̃dratis duoꝝ numeroꝝ.a.c.⁊.c.d. pariter acceptis. Est enim p sextã hꝝ quadratũ.a d. quantũ q̃dratũ.a.c. ⁊ quadratũ c.d.⁊ duplũ eius qd fit ex.a.c.in.c.d.qa aũt.a.c.est equalis.c.b.erit q̃dratũ a.d.q̃tum q̃dratũ.b.c.⁊ q̃dratũ.c d.⁊ duplũ eius qd fit ex.b.c.i.c.d.itaq. q̃dratũ.a.d.cũ q̃drato.b.d.sunt q̃ntum q̃dratũ.b.c.⁊ quadratum.c. d. ⁊ duplũ eius qd fit ex.b.c in.c.d.⁊ q̃dratũ.b.d.duplũ aũt eius qd fit ex.b.c.in c.d.cũ quadrato.b.d.est equale q̃drato.b.c.⁊ quadrato.c.d.p.9.harũ ergo quadrata duoꝝ numeroꝝ.a.d.⁊.d.b.sunt quantũ quadrata duorũ numeroꝝ.b.c.⁊.c.d.duplicata ⁊ quia.b.c.⁊.c.a.sunt equales.patet ppositũ.



¶ Cum fuerit numerus in duo equa diuisus alinsq; ei adiũctus quadratum totius cõpositi cũ quadrato adiuncti duplum sunt ad quadratus medietatis ipsius cũ quadrato cõpositi ex medietate ꝛ adiuncto. ¶ Idem pponit.10.secundi de lineis. Sit enim numerus.a.b.diuisus in duos equales:a.c.⁊.c.b.sitq. sibi adiunctus numerus b.d dico quadratum.a.d.cum quadrato.b.d.duplum eẽ ad quadratum a.c.cum quadrato.c.d.cum sit enim numerus.c.d.in duo diuisus sibiq. sit a.c.equalis vni diuidentium additus erit per.10.harum quadratum.a.d. quantum quod fit ex.c.d.in.c.a.quater cum quadrato.b.d. quia uero.a. c.est equalis.c b.erit q̃dratũ.a.d quantũ qd fit ex.d.c.in.c. b.q̃ter cũ qua

drato.b.d.itaq; quadratum.a.d.cum quadrato.d.b.erit quantum quod fit ex.d.c.in.c.b.quater cum duplo quadrati.b.d. hoc autem per.9.barũ duplum est ad quadratum.c.d.cum quadrato.c.b. cum igitur sit quadratum.c.b.equale quadrato.a.c.constat propositum.



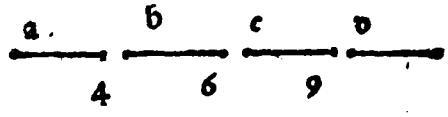
¶ Numerus aliquẽ ita diuidere vt quod ex toto ꝛ vna eius portione continetur equum sit quadrato alterius est impossibile.

¶ Quod.11.secundi proponit faciendum in lineis.demonstrat hoc impossibile esse in numeris. Sit enim quilibet numerus.a.b. dico impossibile eẽ ipsum sic diuidi vt proponitur: sic enim diuideretur ꝑm ꝓportionẽ habentem medium ꝗ duo extrema: vt patet ex diffinitione ꝗ.29. sexti. Si autem potest diuidatur in.c.sitq;.a.b.ad.b.c.sicut.b.c.ad.c.a. erit itaq; a.c minor.c.b.detrahatur igitur ab eo equalis sibi qui sit.c.d.quia igitur est proportio totius.a.b.ad totum.b.c.sicut.b.c.detracti ab.a.b. ad.c.d. detractum ab.b.c.erit eadem.a.c.residui.a.b.ad.b.d.residuum.b.c.quare.b.c.ad.c.d.sicut.c.d.ad.d.b.erit igitur.c.d.maior.d.b. detracto itaq;.d.e.de.c.d.vt sit.d.e.equalis.d.b.erit etiã proportio.b.c.ad.c. d.sicut c.d.ad.d.e.quare sic.d.b.residui.c.b.ad.c.e.residuum c.d. potest igitur c.e.detrahi ab.e.d.non erit itaq; finis istius detractionis quod est impossibile. Nunc ad propositum reuertamur.

Propositio .17.

Si fuerint duo numeri contra se primi quantus est primus eorum ad secundum: tantum eẽ secundus ad tertium quemq̃ impossibile est.

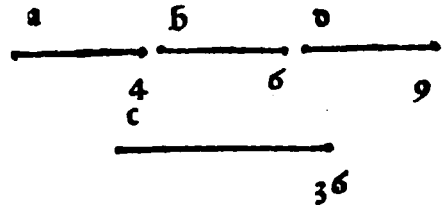
¶ Sint.a.ꝗ.b.contra se primi: dico impossibile eẽ aliquẽ eis in continua proportionalitate adiũgi. Si enim potest sit.c.quia igitur.a.ad.b.sicut.b. ad.c. sunt autem. a. ꝗ.b. in sua proportione minimi per.23.septimi: sequit̃ per.21.eiusdem: ut.a.numeret.b.qui cum ẽt numeret se nõ erũt.a.ꝗ.b.cõtra se primi: quod ẽ cõtrarium positioni.



Propositio .18.

Si quotlibet numerorum continue proportionaliũ duo extremi fuerint contra se primi quantus est primus ad secundum tantum eẽ vltimum ad aliquem alium est impossibile.

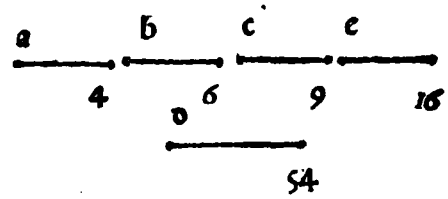
¶ Sint.a.b.c.continue ꝓportionales.sintq;.a.ꝗ.c.contra se primi: dico q̃ in eadem ꝓportione nõ põt eis adiungi alius: si enim potest sit.d.quia igitur est.a.ad.b.sicut.c.ad.d. erit ꝑmutatim.a.ad.c.sicut.b.ad.d.sunt aũt.a.ꝗ.c.in sua ꝓportione minimi ꝑ.23.septimi: itaq; ꝑ.21.eiusdem.a.numerat.b.quare ẽt numerat. c. numero3.n. continue ꝓportionaliũ: si ꝑmus numerat scd̃m: ipse numerat oẽs: ꝗ simpliciter qlibet ꝑcedẽs quẽlibet sequẽtẽ: at qa ẽt numerat se: nõ erũt.a.ꝗ.c. cõtra se ꝑmi: qd̃ est incõueniẽs.



Propositio .19.

Propositis duobus numeris an sit eis tertius cõtinue proportionalis perscrutari.

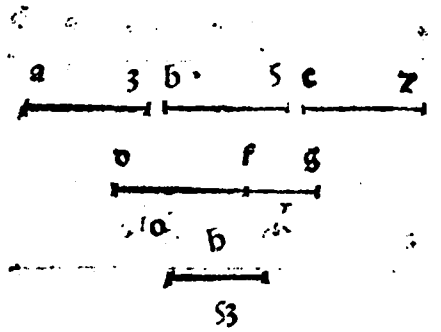
¶ Sint.a.ꝗ.b.duo numeri ꝓpositi: uolo inquirere an eis possit tertius sub continua ꝓportionalitate adiũgi. Igit̃ si ipsi sunt cõtra se primi ĩpossibile ẽ per.17. ⁊ Si uero compositi ducat̃.b.in se. ꝗ ꝓueniat. c. quẽ si.a. numerat erit. ⁊ Si uero nõ nũerat nõ erit. ⁊ Nũeret.n.eũ ꝑm.d. q erit quẽ q̃rimus ꝑ.2. ꝑtẽ.20.septimi. ⁊ Sit ergo ut nõ numeret eũ: ẽ tñ ut.a.ad.b. sicut.b.ad.d. itaq; qa ex.b.in se fit.c.seqtur ꝑ primã ꝑtẽ.20.septimi.ut ex.a. in.d.sit idẽ. igitur.a.numerat.c.ꝑm.d.sed erat positũ q̃ nõ: quare sequitur ĩpossibile.

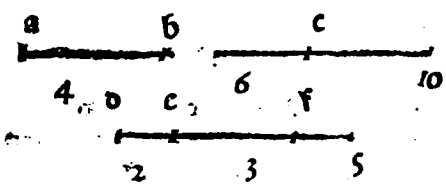


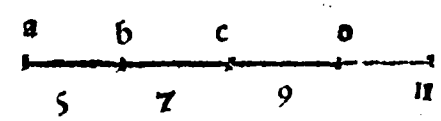
Propositio .20.

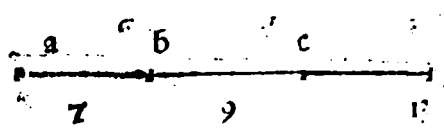
Atis tribus numeris cõtinue ꝓportõalibus an sit aliquis q̃rtus eis cõtinue ꝓportionalis inquirere.

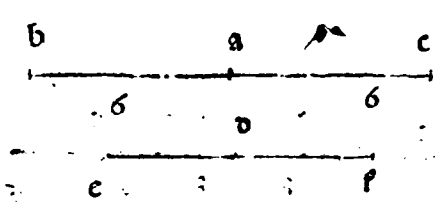
¶ Sint continue ꝓportionales.a.b.c.uolo inquirere an alius eis sub continua ꝓportiõalitate possit adiũgi. ⁊ Igitur si.a.ꝗ.c.sunt contra se primi .impossibile est per.18.si











compositi: sit.d. qui prouenit ex.b.in.c. quem si numerat.a. erit. si uero non numerat non erit. ¶ Numeret enim eum ꝑm.e. qui erit quem querimus per secundam partem.20.septimi. ¶ Sit ergo ut non numeret eum: est tñ ut.a.ad.b.sicut.c.ad.e.itaq; quia ex.b.in.c.fit.d.sequitur per primā partē 20.septimi: ut ex.a.in.e.sit idem. ¶ Ergo.a.numerat.d.ꝑm.e. sed positum erat ꝙ non. ¶ Idem potes perscrutari quotlibet continue proportionalibus propositis. si enim duo extremi sint contra se primi finem habet intentio per.18. si autem compositi ducto secūdo in ultimum si productum numeret primus: is secundum quē eū numerat est quem querimus ꝑ secūdā partem.20.sep. ¶ Si autem primus productum non numerat nullus erit: quolibet enim posito per primam partem eiusdem ꝑm ipsum positum: numerabit primus productum: quod positum erat non numerare.

Propositio .21.

Satis quotlibet numeris primis aliquem primum ab eis diuersum eē necesse est.

¶ Nihil aliud intenditur nisi ꝙ numeri primi sint infiniti demonstrare. Sint enim.a.b.c.numeri primi. dico esse aliquem primum diuersum ab eis sit quidē.d.f minimus quē numerant cui addita unitate fiat.d.g. qui est primus aut compositus. si primus constat ꝓpositum. ¶ Si compositus numerat eū aliquis primus qui sit.h. quē non est possibile eē aliquē ex primis ꝓpositis. si enim eēt aliquis eoꝝ cū quilibet ipsoꝝ numeret.d.f. ipse quoq; numeraret eundē: at quia numerat.d.g. oporteret ipsum numerare.f.g. qui ē unitas: qđ est impossibile. ¶ Idē sequitur posito.d.f. quolibet nūero quē numerāt.a.b.c. quare constat ꝓpositum.

Propositio. .22.

Si coaceruentur quotlibet numeri pares: totus quoq; ab eis coaceruatus erit par.

¶ Sit quisq; numerorum a.b.c par: dico ex eis compositum eē parem. ¶ Habet enim ex conuersione diffinitionis quisq; eorum medietatem ¶ Sint ergo eoꝝ medietates.d.e.f. quia igitur sicut.a.ad.d.sic.b.ad.e.ꝗ.c.ad.f. erit ex.13.septimi sicut.a.ad.d.itaq; totus.a.b.c.ad totum.d.e.f. itaq;.d.e.f.est medietas.a.b.c. ergo per diffinitionem.a.b.c. ē par: quod ē propositum.

Propositio .23.

Si numeri impares numero pares coaceruentur totus quoq; ex eis coaceruatus erit par.

¶ Sit quilibet numeroꝝ.a.b.c.d.impar: dico ex eis cōpositum eē parem. ¶ Dempta enim a quolibet unitate cōstat residuos eē pares: ꝗ quia ille unitates dempte componunt parē: cū sint numero pares: constat propositū per premissam.

Propositio .24.

Si numri impares numero impares coaceruentur: totum quoq; ex eis coaceruatum imparem eē.

¶ Sit quilibet numeroꝝ.a.b.c.ipar: dico totū ex eis cōpositum eē imparem ¶ Erit.n.ꝑ ꝑmissam compositus ex a.ꝗ.b.par: ꝗ quia.c.dēpta unitate ē par: erit ꝑ ante ꝑmissam totus.a.b.c.dempta unitate par: per diffinitionē itaq; constat totum eē imparē.

Propositio .25.

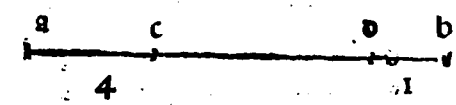
Si a numero pari numerus par detrahat reliquus erit par.

¶ Sit totus.a. par a quo detrahatur.b. qui quoq; sit par: ꝗ residuus sit.c. dico.c.eē parē. ¶ Sit enim.d. medietas.a.e.quoq; sit medietas.b detractoq;.e. de.d. sit reliquus.f. erit per.13.septimi.c.ad.f.sicut.a. ad.d.quare.f.ē medietas c.itaq;.c.est par: quod est propositum.

Propositio .26.

[illegible]ero ipari detrahat' ipar reliquus erit par.

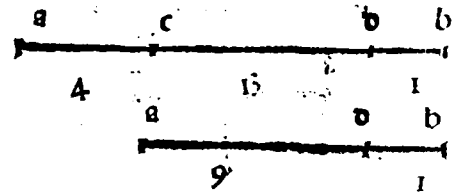
[illegible] b.numerus impar a quo detrahatur. b.c. qui ēt sit im[illegible]: dico reliquum qui ē.a.c.eē parem. ¶ Detrahatur enim ab utroq; duoꝝ numeroꝝ.a.b.ꝗ.b.c.unitas que sit.b.d.eritq; uterq; duoꝝ residuoꝝ q̄ sunt.a. d.ꝗ.d c. par per premissam itaq; constat.a.c.eē parē: qđ ē ꝓpositum.



Propositio .27.

Si a numero impari numerum parem subtrahas qui relinquitur impar est.

¶ Sit.a.b.impar: a quo detrahatur. a.c. qui sit par: dico c.b.residuum eē imparem. ¶ Sit enim.b.d.unitas: eritq; a.d.par.ꝗ quia.a.c. est par erit per.25. c.d. par. cum itaq; sit.d.b.unitas erit.c.b.impar: quod est propositum.



Propositio .28.

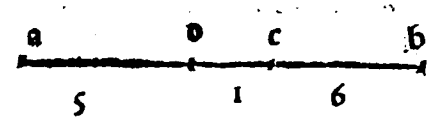
Si de numero pari imparem tollas qui relinquit' impar est.

¶ Sit.a.b.par a quo tollatur.a.c. qui sit impar: dico. c.b. residuum eē imparem. ¶ Subtrahatur enim ab.a. c. unitas que sit.c. d.eritq;.a.d. par itaq; per. 25. d. b. quoq; erit par: quia igitur.d.c.est unitas.sequitur.c.b eē imparem: quod est propositum.

Propositio .29.

Si numerus impar in numerū parem ducatur q̄ inde producetur erit par.

¶ Ex.23.manifestum est quod dicitur.



Propositio .30.

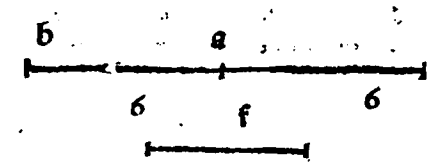
Si in imparē ducat' impar qui ꝓducet' erit impar.

¶ Hec quoq; ex.24.manifesta est.

Propositio .31.

Si numerus impar numeꝝ pares numeret: numero pari eum numerabit.

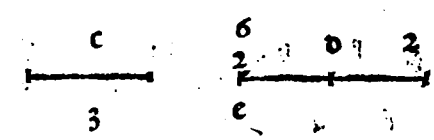
¶ Si enim numero impari eum numeraret ex impari in imparem fieret par: quod est inconuenies per premissam.



Propositio .32.

Si impar imparē numeret impariter eum numerat.

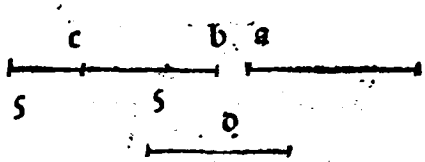
¶ Si enim pariter eum numeraret ex numero ipari in numerum parem fieret impar quod est inconuenniens per.29.



Propositio .33.

Si numerus impar numeꝝ parem metiatur eiusdē quoq; dimidium ipsum metiri necesse est.

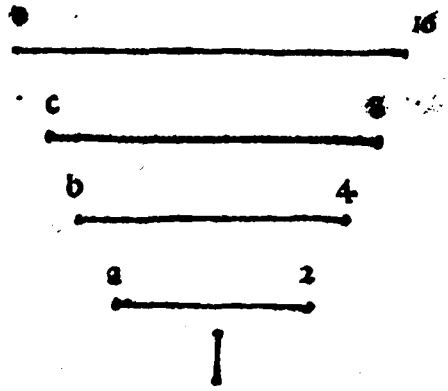
¶ Sit.a.numerus par cuius dimidium.b. sitq;. c. numerus impar qui numeret.a.dico q̄.c.numerabit. b. ¶ Numeret enim.a.ꝑm.d.eritq; per.31.d.numerus par. Esto igitur eius dimidium.e.ducaturq;.c.in.e.ꝗ proueniat. f.eritq; per.18.sep.a.ad.f.sicut.d.ad.e.ꝗ quia etiam est.a.ad.b.sicut.d. ad.e. sequitur.b.ꝗ.f.esse equales.cum itaq;.c.numeret.f.idem numerabit.b. qđ est propositum.



Propositio .34.

Si numerus impar ad aliquē fuerit primus: idē ad eiusdem duplum erit primus.

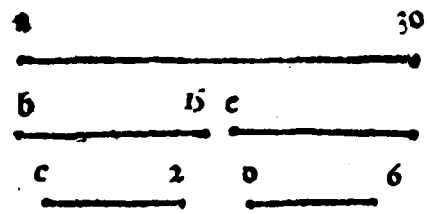
¶ Sit.a.numerus impar primus ad.b.cuius duplum sit.c. dico q̄.a.est primus ad.c. ¶ Sinautem numeret eos.d.cū q̄.a.sit impar sequitur.d.eē imparem: quicunq; enim ipa rem numerat impar est. ¶ Per premissam itaq;.d. numerba it.b.non sunt igitur.a.ꝗ.b.contra se primi: qđ est contra ypothesim.



Propositio .35.

Numeri a duobus dupli sunt [illegible] pares tantum.

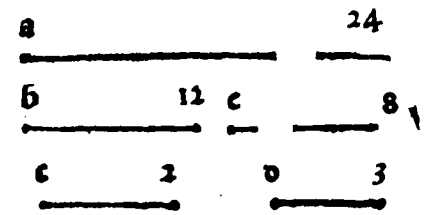
¶ Sint vnitas.a.b.c.d.cōtinue [illegible]portionales.sitq.a.binarius: dico oēs eos esse pariter pares eisq; ſm hāc ꝓportionem in infinitum auctis nullum alium eē pariter parem. ¶ De his qdem constat ꝑ diffinitionem cū ꝑ.12.quilibet ꝑcedens numeret quemlibet sequētem ꝑ aliquem eorum. quos oēs oportet esse pares: ꝗ nullus alius numeret aliquem eorum per.13 eo q.a.qui est binarius vnitatem sequens ē primus. ¶ Quod autem nullus alius ab his sit pariter par constat: sic. ¶ Posito enim aliquo diuidatur in duas medietates eiusq; medietas in duas: ꝗ hoc totiēs fiat quousq; numerus aut vnitas diuisionem impediat quod est necesse euenire per vltimam petionem. si vero numerus hanc prohibeat ipse erit impar qui cum numeret pariter parem positum non erat pariter par que positus ē pariter par. si autem vnitas non erit.13. vel.15.alius a continue duplis ab vnitate.



Propositio. .36.

Numerus cuius medietas ē impar ē pariter ipar.

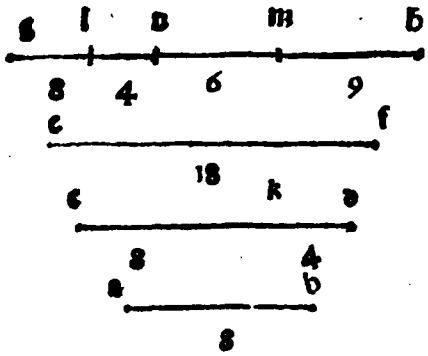
¶ Sit.a.numerus cuius medietas que sit.b.sit impar dico. a.esse pariter imparē. ¶ Sit enim.c.binarius manifestum est itaq; qm̄ ex.c.in.b.fit.a.sit aūt.d.quilibet numerus par numerās.a.q numeret eū scd̄m.e.eritq; ꝑ scd̄am ꝑtem.20. septimi.e.ad.b.sicut.c.ad.d.igit̄.e.numerat.b.nā qa.c.numerat.d.erit itaq;.e.numerus impar.erat enim ꝗ.b.ꝑ diffinitionem igitur a.est pariter impar.



Propositio .37.

Omnis numerus a duobus non duplus cuius medietas est par est pariter par ⁊ impariter.

¶ Sit numerus.a. non duplus a duobus cuius medietas q̄ sit.b.ponatur par.dico ipsum esse pariter parem ꝗ ipariter. ¶ Sit enim.c.binarius de quo manifestum est q; ipse numerat.a.ſm.b.quia uero.a.nō est duplus a duobus: necesse est si eius medietas que est.b.in alias duas medietates diuidatur: medietatisq; medietas in alias duas ut tandem occurrat numerus impediens diuisionem qui propter hoc q; diuisionem non recipit erit impar. ¶ Sitq; is in quo sistit diuisio.d.in numero quippe necesse est stari q̄a si usq; ad unitatem perueniret diuisio esset.a.de numeris duplis a binario de quibus ñ est: de.d.uero manifestum est q; ipse numerat.a.per hanc cōem scientiam oīs numerus numerans alium numerat oēm numeratum ab illo. Numeret ergō eum ſm.e.eritq;.e.par. Alioquin cum.d.sit numerus impar seq̄retur per.30.a.esse imparem: quia igitur.b.numerus par numerat.a.ſm.c q̄ quoq; ē par ē eni binarius. At uero.e. numerus par numerat eūdem ſm d.qui est impar.constat ex diffinitione numerum.a.esse pariter parem ꝗ impariter: qd̄ est propositū.



Propositio .38.

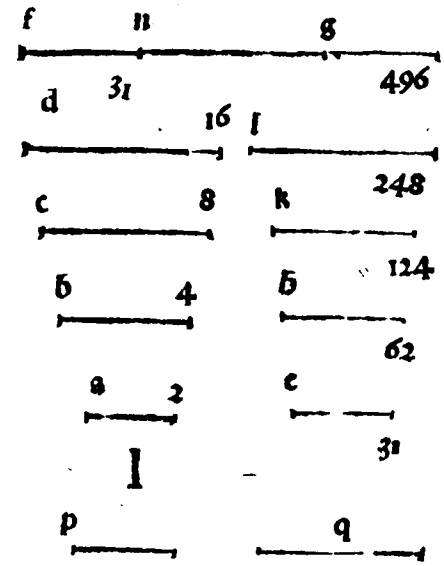
Si de secundo atq; vltimo numerorum cōtinue ꝓportionalium equale primo dematur quantum ē reliquum secundi ad primum tantum esse reliquū vltimi ad coaceruatum ex cunctis precedentibus necessario comprobatur.

¶ Sint cōtinue ꝓportionales.a.b c.d.e.f.g.h.dematq; de c.d.eq̄lis.a.b.qui sit.c.k.ꝗ de.g.h.qui sit.g.l.dico tūc q; ꝓportio.k.d.ad.a b.est sicut.l.h.ad cōpositum ex.e f.c.d.ꝗ.a.b. ¶ Sumat̄ ex.g.h.eq̄lis.e.f.q sit.g.m.ꝗ eq̄lis.c.d.qui sit. g.n.eritq;.l.n.eq̄lis.k.d. ¶ Māifestum aūt est ꝑ 12.sep.q; cum sit.g.h.ad.g.m.sicut.g.m.ad.g.n.erit.h.m.residuum ad.m. n.residuum sicut.g.h.ad.g.m. ¶ Ideoq; sicut.e.f.ad.c.d. ¶ Simili quoq; modo erit.m.n.ad.l.n.sicut.c.d.ad.a.b.permutatim igitur erit.h.m.ad e.f.ꝗ.m n.ad.c.d.sicut.n.l.ad.a.b. itaq; coniunctim per.13.sep.erit.l.h. compositus ex.h.m.m.n.ꝗ.l.n.ad compositum ex.e.f.c.d.ꝗ.a.b.sicut.l. n.ad.a.b.ideoq; sicut.k.d.ad.a.b.quod est propositum.

Propositio 39.

Cum coaptati fuerint numeri ab vnitate continue dupli qui coniuncti faciant numerum primum extremus eorum in aggregatum ex eis ductus producit numerum perfectum.

¶ Sint ab vnitate continue dupli.a b.c.d.ex eis autem & vnitate coaceruatus sit.e.qui ponatur esse numerus ꝑnius
a in quem.e.multiplicet.d.& proueniat.f.g.dico.f.g.esse numerum [a] perfectum. Sumãtur igitur.h.k.l.continue dupli ad.c.ut tot sint.e.h.k.l.quot sint continue dupli ad vnitatem simpli.eritq; per equam proportionalitatem.l.ad.e.sicut.d.ad.a.quare per primam partem.20.sep.ex.a.in.l.p uenit.f.g.Nam ipse.f.g.prouenit ex.d.in.e.& quia.a.est binarius est.f.g. duplus ad.l.sunt igitur.e.h.k.l.&.f.g.continue proportionales.demitur igitur ex.h.equalis.e.qui sit.m.h.& residuus.h.n.qui erit etiam equalis.e. itemq; ex.f.g.demitur eidem equalis qui sit.f.n.eritq; per premissam.n. g.quantum aggregatum ex.e.&.h.&.k.&.l.sed &.f.n.cum sit equalis.e.est quantum aggregatum ex.a.&.b.&.c.&.d.&.vnitate.itemq; totus.f.g.est quantus aggregatus ex oibus his scilicet.a.b.c.d.& vnitate & illis.e.h.k.l. de quibus omnibus manifestum est q; numerãt eum scilicet.f.g.c quidẽ ꝑm.h.&.b.ꝑm.k.quod ex prima parte.20.sep.conuincitur adiuuãte equa proportionalitate sicubi opus fuerit. Est enim vt.d.ad.c.sic.h.ad.e.& vt
b d.ad.b.sic.k.ad.e.per equam [b] proportionalitatem: quare & ex.c.in.h.& ex.b.in.k.necesse est prouenire.f.g.quem dudum produxerat.d.in.e.si igitur nullus alius ab his numerat.f.g.ipse erit per diffinitionem numerus ꝑfectus. ¶ Quod autem nullus alius eum nũeret sic patet si enim hoc possibile est sit.p.qui numeret eum ꝑm.q.eritq; per.33.sep.vt.e.numeret alte-
c rum eorum ponaturq; & q; numret.p.& quia per secundam partem.20.sep. est.q.ad.d.sicut.e.ad.p.sequitur vt.q.numeret.d.quare cum.a.qui sequitur vnitatem sit primus est enim binarius erit.q.per.13.huius aut.a.aut.b
d aut.c.quicũq; autem horũ fuerit erit.p.aut [d].l.aut.k.aut.h.si enim.q.fuerit.a.constat q;.p.erit.l.quod si fuerit.b.p.erit.k.si autem.c.p.quoq; erit.h non est igitur.p.diuersus ab illis vt fuerat positum: relinquitur ergo q;.f. g.sit numerus perfectus quod erat demonstrandum.



¶ Castigator.

a ¶ Ex hac habetur esse perfectorum primus senarius secũdus.28.tertius 496.ac deinceps alternatim terminãdo in octonarios & senarios in infinitum & non poterit esse perfectus nisi terminetur in altero dictorum.

b ¶ Quia in vtroq; ordine sunt numeri in dupla proportione dispositi & ideo ꝑ equã ꝓpor.siue puersim siue directe sunt.d.b.&.k.e.ꝓportiõales.

¶ Et iste sunt omnes partes eius quibus numeratur ille quidem ꝑm.l.k.h e.& iste ꝑm.d.c.b.a.& vnitas ꝑm se totum per concep.quia omnis numeri pars est vnitas ab ipso dicta.

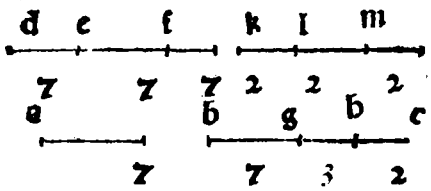
c ¶ Et si poneret aduersarius.e.numerare.q.tũc quia est per primam partem.20.septimi.q.ad.d.sicut.e.ad.p.erit permutatim per.16.quinti.p.ad d.sicut.e.ad.q.sed.q.numeratur.ab.e.per aduersariũ ergo d.numeratur etiam.ab.p.& tunc per.13.erit.p.aliquis illorum.a.b.c.d.& sic viceuersa q.eritaliquis illorum.l.k.h.e.quemadmodum dictum est de.p.ideo &c.

d ¶ Cum quilibet eorum numeret.f.g.ꝑm illos.s.l.k.h.& ideo.q.si fuerit.a.p.esset.l.cum.a.numeret.f.g.ꝑm.l.q; si.q.esset.b.p. esset.k.cum.b. numeret eundem.f.g.ꝑm.k.& si.q.esset.c.p. esset.h.quia.c.numeret.f.g. ꝑm.h.& ideo semper.p.esset aliquis illorum cum.q.numeret eundem.f.g. ꝑm.p.&c. ¶ Latius in his que de proportione & proportionalitate posita sunt in calce.5.diffinitione li.5.& circa diffinitiones.12.13.14.15.16.eiusdem ibi clare habes qualiter quantitates cõmunicantes & cõmensurabiles se habeant in longitudine & potentia. Explicit liber Nonus.

¶ Dcimus prealtijs. difficilimus Euclidis liber de tresdecis irrationalibus lineis. Ex campani optima interpretatione. Magistro Luca paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minorum. Castigatore acuratissimo. Incipit.

Quantitates quibus fuerit vna quantitas cōis eas numerans. dicent' cōicantes. quibus vero nō fuerit vna cōis quātitas eas numerans dicent' incōmensurabiles. 2 ¶ Linee ī potētia cōicantes dicūtur quaꝝ supficies quadratas vna cōis supficies nūerat 3 ¶ Linee incōmēsurabiles ī potentia dicuntur quaꝝ supficies. quadratas non nūerat vna cōis superficies. que cum ita sint manifestum est qꝛ omni linee posite multe alie sunt incōmensurabiles. quedam in longitudine tm̄. quedam in longitudine ꝛ potentia. 4 ¶ Oīs aūt linea cum qua rōcinamur posita vocetur rōnalis. 5 ¶ Lineeqꝫ ei cōicantes dicūtur rōnales. 6 ¶ Eidem aūt in cōicantes dicuntur irrōales siue surde. 7 ¶ Oīs vō quadrata supficies de qua ꝑ ypotesim rōc namur dicitur rōnalis. 8 ¶ Supficies vero ei cōicantes dicūtur rōnales. 9 ¶ Eidem aūt incōmensurabiles supficies dicunt' irrationales siue surde. 10 ¶ Latera vero que in illas quadratas possunt dicūtur irrōnalia. 11 ¶ Quālibet quātitatem totiens posse multiplicari vt quālibet eiusdem generis quantitatem positam excedat.

Propositio .1.



Sia duabus quantitatibus inequalibus propositis maius dimidio a maiori detrahatur. itēqꝫ de reliquo maius dimidio dematur deinceps quoqꝫ eodem modo: necesse est vt tandem minore positarum minor quantitas relinquatur.

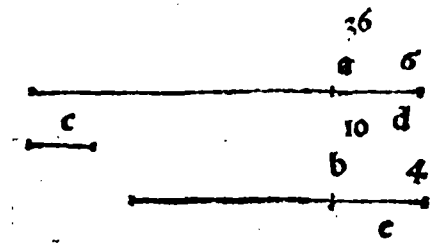
¶ Sint due quātitates ineq̄les. a. ff. b. c. b. c. maior. dico ꝙ totiēs pōt maius dimidio detrahi a. b. c. uel eius residuo ꝙ necesse erit relinq quantitatem minorē. a. multiplicetur. n. a. quotiens excedat. b. c. sitq; eius multiplex. d. e. f. maius. b. c. detrahatur itaq; a. b. c. maius dimidio ꝙ sit. b. g. itēq; ex residuo quod est. g. e. maius dimidio quod sit. g. h. hoc quoq; totiens fiat quousq;. b. c. diuisa fuerint in tot ꝑtes quotiens. a. continetur in. d. e. f. ¶ Dico tūc ꝙ ultimum residuum ut est hic. h. c. est minus. a. multiplicetur namq;. h. c. quotiens est multiplicata. a. in. d. e. f. sitq; eius multiplex. k. l. m. ¶ Quia igitur unaqueq; quantitatum. k. l. m. est equalis. h. c. sequit' ut ff. k. sit minor. b. g. sed ff. l. minor. g. h. at quia. m. est equalis. h. c. erit ꝑ conceptionem. k. l. m. minor. b. c. quare minor. d. e. f. cū sit ergo. d. e. f. ad. a. sicut. k. l. m. ad. h. c. sitq;. d. e. f. maior. k. l. m. sequit' ꝑ. 14. quinti ꝙ. a. sit maior. h. c. quod est ꝓpositum. I dēq; sequit' si de maiori dimidium dematur. itēq; de reliquo dimidium: sicq; totiens quousq; maior diuidat' in tot partes quotiens continet' minor in quolibet suo multiplice. maiorē positaꝝ quantūlibet excedente. ¶ Attendere aūt oportet ꝙ huic uidet'. 15. tertii contradicere ꝓponens angulum contingentie minorem fore quolibet angulo a duabus lineis rectis contento posito. n. angulo quolibet rectilineo. si ab ipso maius dimidio demat'. itēq; de residuo maius dimidio. necesse uidetur hoc totiens posse fieri quousq; angulus

rectilineus minor angulo contingentie relinquatur: cuius oppositum 15. tertii syllogizat: sed hi non sunt uniuoce anguli: non enim eiusdem sunt generis simpliciter curuum ꝗ rectum. At uero nec angulum contingentie totiens contingit sumi ut qualemcũq; rectilineum excedat: quod necessarium est ut ex prehabita demonstratione patet: ad hoc ut consequens ex antecedẽte sequat. planũ ergo est ẽt quẽlibet angulũ rectilineũ infinitis angulis cõtingentie esse maiorẽ.

Propositio .2.

Si fuerint due quantitates inequales detrahatur q̃ a maiori equale minori donec minus eo supersit ac deinde a minori ipsius reliqui equale demat donec minus eo relinquatur denuo quoq; a reliquo primo equale reliqui secundi donec minus eo supersit auferat: ⁊ in huiusmodi cõtinua detractione nullum reliquum quod ante relictum numeret: inueniatur ⁊ eas duas quantitates incõmensurabiles esse necesse est.

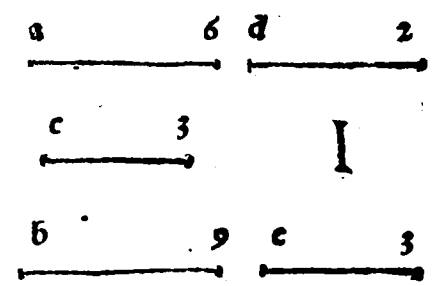
¶ Simile huic ꝓposuit prima septimi in numeris. Sint due quantitates inequales. a. ꝗ. b. maior. a. a quibus si fiat reciproca quoad põt detractio: non occurrat ẽt si infinities fiat aliqua quantitas detractionem impediẽs siue ante relictum numerãs dico eas incõmensurabiles esse. ⁊ Sinaũt sit cõis eaꝝ mensura. c. detrahatur igitur. b. ex. a. quotiens põt. sitq; residuum d. quod residuum detrahatur ex. b. quotiens põt sit residuum. e. Fiatq; totiens ista detractio quousq; ex alterutra duaꝝ quantitatum. a. ꝗ. b. remaneat minus. c. hoc enim necesse est esse possibile per precedentem. Sitq; hic. e. minus. c. cum igitur. c. mensuret. b. detractam ab. a. ꝗ etiam. a mensurabit per conceptionẽ. d. residuum. ideoq; cũ mensuret. d. detractum a b. ꝗ etiam ipsum. b. mensurabit. e. residuum. sed erat. e. minus. c. maior ergo quantitas mensurat minorem quod est impossibile.



Propositio .3.

Propositis duabus quãtitatibus inequalibus cõicantibus maximam quãtitatem cõiter eas numerantem inuenire. Ex hoc itaq; manifestum ẽ: que duas metitur quantitates maximam quoq; communiter ambas metientem metiri.

¶ Huius demonstrationem si secundã septimi non ignoras non potes ignorare: processus enim vtrobiq; idem.



Propositio .4.

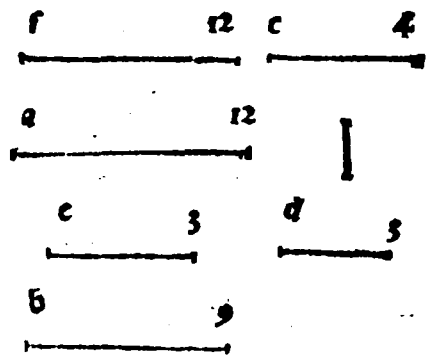
Propositis tribus quantitatibus cõmunicantibus maximam eas cõmuniter numerantem inuenire.

¶ Hec ex tertia septimi sic patet sicut premissa ex secunda septimi.

Propositio .5.

Omnium duarum quantitatum cõmunicantium est proportio tanq̃ numeri ad numerum.

¶ Sint due quantitates. a. ꝗ. b. cõmunicantes: dico q̃ eaꝝ ꝓportio ẽ sicut alicuius numeri ad aliũ numeꝝ. ⁊ Sit. n. c. maxia q̃titas cõiter mẽsurãs. a. ꝗ. b. repta vt docet. 3. huius que mensuret. a. ꝑm numeꝝ. d. ꝗ. b. ꝑm numeꝝ. c. eritq; a. ad. c. vt. d. ad vnitatẽ. eo q̃ sicut. a. ẽ multiplex. c. ita. d. est multiplex vnitatis. ac. c. ad. b. vt vnitas ad. e. qm̃ sicut. c. ẽ submultiplex. b. ita vnitas est submultiplex. e. igit ꝑ equam ꝓportionalitatem. a. ad. b. ut. d ad. e. quod est propositum.



Propositio. .6.

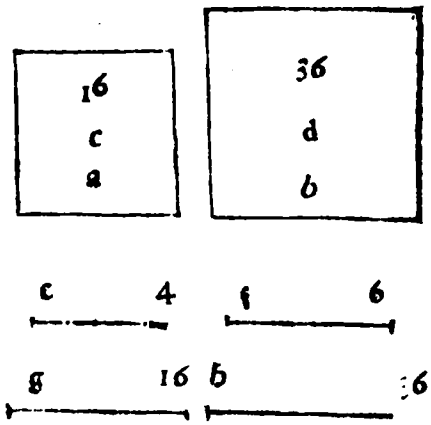
Si fuerint due quantitates quaꝝ sit ꝓportio vnius ad alteram tanq̃ numeri ad numerum: eas duas cõmunicantes esse necesse est.

¶ Hec est conuersa prioris ut si sit. a. ad. b. sicut numerus. c. ad numeꝝ. d. erũt due q̃ntitates. a. ꝗ. b cõmunicãtes. ⁊ Sit enim. e. totiẽs mẽsurans. b. quotiẽs ẽ vnitas in. d. ꝗ totiens

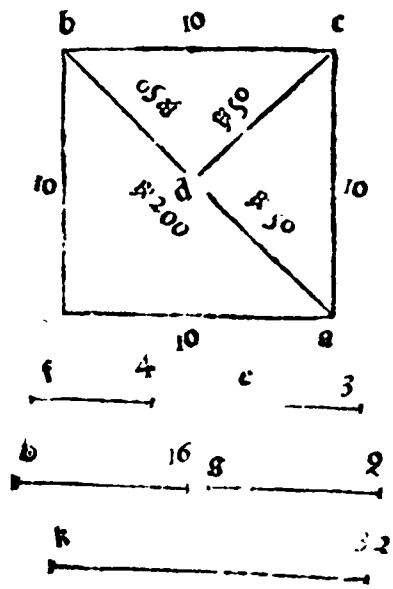
mensurans. f. quotiens unitas in.c. Cum sit igitur.f.ad.e.ut.c.ad unitatē ac.e.ad.b.ut unitas ad.d.erit ꝑ equam ꝓportionalitatem.f.ad.b.ut.c.ad d.quare ēt ut.a.ad.b.igitur ꝑ primam ꝑtem.9.quinti.f.est equalis.a cum itaq;.e.mensuret.f.per conceptionem mensurabit.a.igitur.a.ꝗ.b. cōicantes: mensurabat enim ꝗ.b.quod est propositum.

Propositio .7.

Omnium duarum superficierꝝ quadratarꝝ quarus latera in longitudine cōmunicant ē ꝓportio vnius ad alteram tanquā numeri quadrati ad numerus quadratum. Si vero fuerit ꝓportio supficiei quadrate ad superficiem quadratam: tanquā ꝓportio numeri quadrati ad numerum quadratum: erunt latera earꝝ in longitudine cōmunicantia. Quod si fuerit ꝓportio superficiei quadrate ad superficiem quadratā. non velut numeri quadrati ad numerum quadratus: latera earum erunt in longitudine incōmensurabilia.



¶ Sint.a.ꝗ.b.due linee quadrate quarꝝ quadrata sint.c.ꝗ.d.dico ꝙ si.a.ꝗ.b.cōmunicant in longitudine erit ꝓpoitio.c.ad.d. sicut numeri quadrati ad numerꝝ quadtatū ꝗ ecōuerso. ¶ Si aūt ꝓportio.c.ad.d.nō sit sicut numeri quadrati ad numerꝝ quadratum.a. ꝗ.b.erunt incōmensurabiles in longitudine ꝗ econuerso. Verūtñ istud argumētum quartū nō ꝓponit. ¶ Primum patet sic.si.a.ꝗ.b.cōmunicant in longitudine ipse ꝑ.5.erunt in ꝓportione duoꝝ numeroꝝ q sint.e.ꝗ.f.quoꝝ quadrati sint.g.ꝗ.h. Quia ergo est.c.ad.d.sicut.a.ad.b.duplicata per.18. sexti: sequit ut sit ēt.c.ad.d. sicut.e.ad.f.duplicata. ¶ Sed ēt ꝑ.11.octaui.g. ad.h.ut.e. ad.f. duplicata ergo.c.ad.d.sicut.g.ad h.quod est primum. ¶ Secundum sic: sit.c.ad.d. sicut.g.nūerus q̄dratus ad.h.numerꝝ.q̄dratū dico ꝙ.a.ꝗ.b.erūt i longitudine cōicantes. Cum enim sit.c.ad.d.ut.a.ad.b.duplicata ꝑ.18.sexti.ꝗ.g. ad.h.ꝑ.11.octaui ut.e.ad.f.duplicata: quare ꝗ simpla.a.ad.b.sicut simpla e.ad.f.ꝑ.6.igitur sunt.a.ꝗ.b.cōicantes quod est secundum. ¶ Tertium uero patet ex primo a destructione consequentis. ¶ Similiter quartum patet ex secundo a destructione consequentis. ¶ Ex tertia parte huius nota diametꝝ eē incōmensurabilē coste.[a] Cum.n.sit quadratū diametri duplū quadrato coste: dupla uero ꝓportio non sit sicut numeroꝝ quadratorum sequit diametꝝ eē incōmensurabilem coste in longitudine. Alioquin cū quaternarius sit numerus quadratus eēnt oēs pariter pares quadrati ꝗ etiā alii infiniti q nō sunt q̄drati. ¶ Ducit aūt Aꝝ.prio prioꝝ.ad istud incōueniens si diameter ponatur cōmensurabilis coste ꝙ impar numerus erit equalis pari: quod sic patet. Sit enim diameter.a.b.commensurabilis lateri.a.c.eritq; per.5.a.b.ad.a.c.sicut aliquis nūerus ad alium. Sint ergo hii numeri.e.ꝗ.f.qui sint minimi i sua ꝓportione.eritq; ob hoc alter eorum impar. Si enim uterq; par non erūt minimi: quadrati quoq; eoꝝ sint.g.ꝗ h.si ergo.e.est. impar.erit quoq; ex.30. noni.g. impar sit itaq;.k. duplus ad.h. eritq;.k. ex diffinitione par. ¶ Quia igitur.a.b.ad.a.c. ut e. ad.f.erit per.18. sexti ꝗ.11.octaui quadratum.a.b.ad quadratum.a.c. ut.g.ad.h.est itaq;.g.duplus ad.h.sic enim est quadratū a.b ad quadratum.a.c.ꝑ penultimam primi: ꝗ quia etiam.k.est duplus ad.h.sequitur ꝑ 9.quinti ut.g.nūerus impar sit equalis.k.nūero pari. ¶ Quod si.e.sit par ꝗ.f impar.erit ꝓportio.f.ad dimidiū.e.q̄d sit.l.sicut.a.c.ad dimidiū.a.b. q̄d sit.a.d.ꝗ ideo erit ꝓportio q̄drati.a.c. ad quadratū.a.d. sicut ꝓportio numeri.h.qui est impar per.30.noni ad quadratum numeri.l. qui sit.m. cui.k.ponatur esse duplus.eritq;.k.per diffinitionem par. At quia q̄dratū a.c.est duplum ad quadratum.a.d.per penultimam primi erit.h. duplus ad.m.cūq;.k.sit etiam duplus ad.m.erit.per.9.quinti numerus impar.h. equalis.k.numero pari quod est propositum.



¶ Castigator.

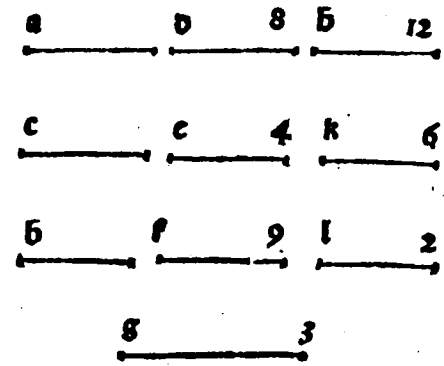
a ¶ Videlicet quātum ad ꝓportionem aritmethicam nō aūt quātum ad

pportionem geometricam. quia semper inter diametrum ⁊ costam. collocabit tertia subcõtinua pportionalitate per.9.sexti.⁊ sic prima ⁊ tertia cõmunicabunt medie.per consequens.prima que est diameter. communicabit.tertie que est costa.⁊c.geometrice.

Propositio .8.

Si fuerint due quantitates vni quãtitati cõicantes ipsas quoqꝫ inuicem cõmensurabiles eẽ necesse ẽ.

¶ Sit vtraq; duaꝝ quantitatum.a.⁊.b. cõicans quantitati.c.dico.a.⁊.b.esse cõmensurabiles. ⁊ Est enim per.5. a.ad.c.sicut numerus ad numerꝫ:similiter quoq; per eandem.c.ad.b.sicut numerus ad numerum. Sit itaq; numerus.d.ad numerum.e.sicut.a.ad.c.numerusq; .f. ad numerum .g. sicut .c. ad.b. At proportiones que sunt.d.ad.e. ⁊.f.ad.g. continuentur in tribus terminis qui sunt.h.k.l.ut docet.4.octaui:eritq; perequã proportionalitatem.a.ad.b.sicut.h.numerus ad.l.numerum.Per.6.igitur sunt.a.⁊.b.cõicantes qd ẽ propositũ. ¶ Ex hac quoq; sequtur ꝙ si fuerint due q̃ntitates sibi inuicem cõicantes.cuicunq; vna earum communicat ⁊ reliqua: ⁊ cuicunq; vna non cõmunicat nec reliqua. ⁊ Sint enim due quantitates.a.⁊ b.cõmunicantes:ponaturq; quelibet quantitas que sit.c. cum qua cõmunicet.a.dico ꝙ.b.cõmunicabit cum eadem:quod ex hac octaua patet cũ vtraq; earum cõmunicet cũ.a.ex ypothesi. ⁊ Quod si iterum.a.⁊.b.sint cõmunicantes vt prius:ponatur.c.quelibet quantitas cum qua non communicet.a.dico ꝙ.b.non communicabit cum eadem. Si enim.c. cõmunicaret cum.b.cum.a.quoq; per ypoth.communicet cum eodem.b.essent per hanc octauam.a.⁊.c.comunicantes. sed positum erant ꝙ non essent quare constat quod diximus.



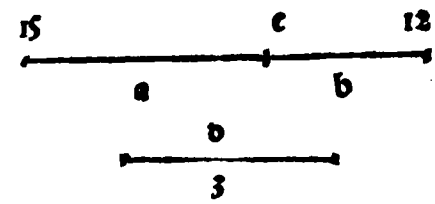
¶ Castigator

a ¶ Communicãtia proprie dicitur numerorꝫ.ut in septimo ⁊ octauo ⁊ nono libris apparet.sed commensurabilitas proprie competit quantitati continue. Et ideo nimirum si auctor indifferẽter aliquando vtitur vno ⁊ alio termino ut in ista octaua apparet.

Propositio .9.

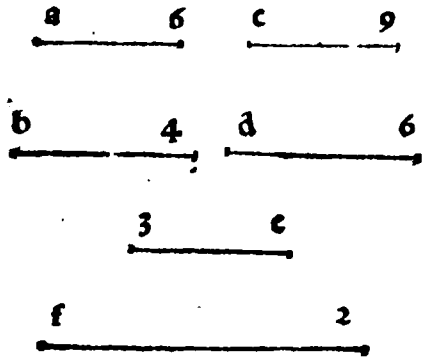
Si fuerint due quantitates cõicantes:totum quoqꝫ ex eis confectum vtriqꝫ earum.erit cõmunicans. Si vero fuerit totum vtriqꝫ commensurabile erũt ambe commensurabiles.

¶ Sint due qantitates.a.⁊.b.commmensurabiles: dico totum ex eis cõpositum quod sit.c. vtriq; earum eẽ commensurabile ⁊ econuerso. Adhuc quoq; si totum ex eis compositum vni earum communicet dico ꝙ communicabit alteri: ⁊ ipse similiter inter se. Idem quoq; in cõtrario.si enim.a.⁊.b.sint incõicantes: dico ꝙ.c. vtriq; earum erit incõmunicans ⁊ ecõuerso: ac si. c.alteri earum sit incommunicans: erit quoq; incõmunicans ⁊ alteri: ⁊ ipse etiam inter se. Sint itaq; primum.a.⁊.b.communicantes:sintq; earum cõis mensura .d. qui cum vtrãq; eaꝝ numeret ꝑ conceptionem similẽ antepenultime numerabit.⁊ c.quare ꝑ diffinitiõem.c.cõicabit vtriq; eaꝝ.scilicet.a.⁊.b.Ecõuerso quoq; si.c.communicet vtriq; eaꝝ.sit oim cõis mensura.d.cõstat itaq; ꝑ diffinitionem.a.⁊.b.cõicantes esse. Sed cõmunicet.c.cũ altera eaꝝ que sit.a. dico ꝙ cõicabit cũ.b.⁊.a.ẽt ⁊.b.communicabũt adinuicẽ. Sit.n.d.communiter mensurans.c. ⁊.a.qa igitur.d.mensurat totum ⁊ detractum per conceptionem ipsa mensurabit residuum videlicet.b.ꝑ deffinitionem ergo ⁊.c.cõicat cũ.b.⁊.a.communicat quoq; cum.b. ⁊ Si aũt.a.⁊.b.sint incommunicantes erit.c.incommunicans vtriq; eaꝝ: si enim cũ vtraq; seu ẽt cum altera eaꝝ communicaret ⁊ ipse communicarẽt adinuicem.quod est contra ypothesim. ⁊ Similiter quoq; econuerso si.c.ẽ incõicans vtriq; eaꝝ seu etiam alteri eaꝝ:erit quoq; incommunicans reliquei ⁊ ipse inter se:quod palam est ex predemonstratis a destructione consequentis.



Propositio .10.

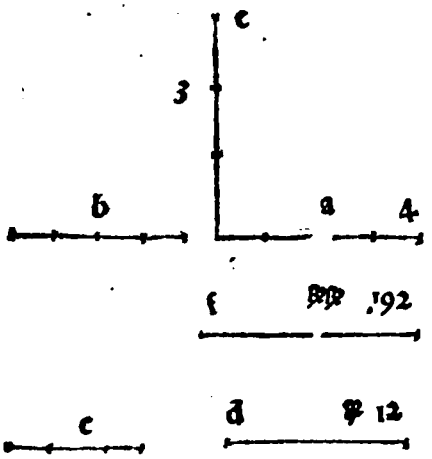
Omnium quatuor quantitatum proportionalium si fuerit prima cõmunicans secunde: tertia quoq; erit cõicans quarte. Si vero prima incommensurabilis fuerit secunde: tertia quoq; incommensurabilis erit quarte.



¶ Sint quatuor quantitates proportionales. a. b. c. d. dico q̃ si. a. cõmunicat cum. b. c. quoq; cõmunicabit cum. d. q̃ si. a. est incõmensurabilis. b. c. quoq; erit incõmensurabilis. d. Et si. a. cõicat cum. b. in potentia tm̃. c. quoq; cõmunicabit cum. d. in potentia tantum. Verũtñ illud non proponit auctor quia facile patet ex demonstratione priorum. ¶ Si enim. a. cõicat cũ. b. erit per. 5. a. ad. b. sicut numerus ad numerũ. Sit ergo sicut. e. ad. f. At quia est per ypotesim. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit. c. ad. d. sicut numerus. e. ad numerũ. f. Per. 6. igitur est. c. cõicans cum. d. quod est primum. ¶ Secundum patet ex primo a destructione consequentis. Si enim. a. est incommensurabilis. b. oportet. c. eẽ incõmensurabilem. d. nam si esset ei cõmensurabilis cũ sit ut. c. ad. d. sic. a. ad. b. ꝑ ypothesim: eẽt ꝑ primam ꝑtem. a. cõmunicans cum. b. sed non erat: quare constat totũ quod proponit auctor. ¶ Quod aũt adiunximus videlicet q̃ si. a. cõicat cum. b. in potentia tm̃. c. cõmunicat cũ. d. in potentia tm̃. sic patet. ¶ Cũ enim. a. non cõicet cum. b. in longitudine: nec. c. quoq; ex parte secunda huius cõicabit cum. d. in longitudine. At vero cum quadratum. a. cõicet cum quadrato. b. ex ypothesi erit per. 5. quadratum linee. a. ad quadratũ linee. b. sicut numerus ad numerũ qui sint. e. ꝗ. f. Et quia quadratum. c. ad quadratum. d. est sicut q̃dratum. a. ad q̃dratum. b. erit ẽt quadratũ. c. ad quadratum. d. sicut numerus. e. ad numerũ. f. per. 6. igitur. c. ꝗ. d. cõicant ĩ potentia: ꝗ quia non communicant in longitudine: constat ꝓpositum.

Prepositio .11.

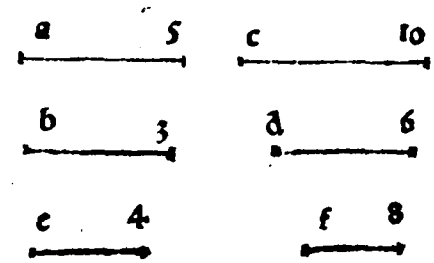
Proposita qualibet recta linea duas ei incommensurabiles alteram in longitudine tantum alteram in longitudine ⁊ potentia rectas lineas inuenire.



¶ Sit linea. a. proposita: volo duas lineas reperire quarũ vna communicet cum. a. in potentia tm̃: altera vero sit incõmensurabilis ei in longitudine ꝗ in potentia. Sumo itaq; duos numeros nequaq̃ se habentes in ꝓportione aliquorũ numerorum quadratorũ. sintq; hii. b. ꝗ. c. quos facile est sumere cũ qlibet q̃dratus numerus ad quẽlibet non quadratũ eã habeat ꝓportionẽ quã nequaq̃ habent aliqui numeri quadrati cõfirmante hec. 22. octaui: duobus talibus numeris sumptis ĩuenio lineã. d. ad cuius quadratũ se hẽat quadratũ linee a. sicut nũerus. b. ad numerũ. c. Hanc aũt lineã ita repio diuido lineã. a. in tot ꝑtes equales quot sunt vnitates in numero. b. quod facile facio adiuuante. 11. vel. 12. sexti: debinc sup extremitatẽ linee. a. erigo lineã. e. ꝓpendicularitet in qua totiẽs cõtineat vna ex ꝑtibus. a. quotiens vnitas est in. c. Quia igit ex prima sexti ꝓportio quadrati linee. a. ad supficiẽ que fit ex a. in. e. ẽ sicut. a. ad. e. ꝗ ideo sicut numeri. b. ad numerũ. c. Si ponatur. d. in medio loco proportionalis inter. a. ꝗ. e. sicut docet. 9 sexti qr tunc per primam partem. 16. eiusdem quadratũ. d. erit equale superficiei producte ex a. in. e. ꝗ erit proportio quadrati linee. a. ad. quadratum linee. d. sicut numeri. b. ad numerum. c. quare. a. ꝗ. d. sunt commensurabiles in potentia ex diffinitione ꝗ per vltimam ꝑtem. 7. ipse sunt incõmensurabiles in longitudine. Reperta est itaq;. d. prima linea quam propositum erat inquirere. ¶ Alteram sic reperio interpono ut docet. 9. sexti lineam. f. medio loco proportionalem inter. a. ꝗ. d. eritq; per correl. 17. sexti quadratum. a. ad quadratum. f. sicut. a. ad. d. ¶ Itaq; per secundam partem. 10. quadratum a. est incommensurabile quadrato. f. igitur linea. f. est incommensurabilis linee. a. in potentia quare ꝗ in longitudine est itaq;. f. secunda linea quã propositum erat reperire. Et sic patet propositum.

¶ Castigator.

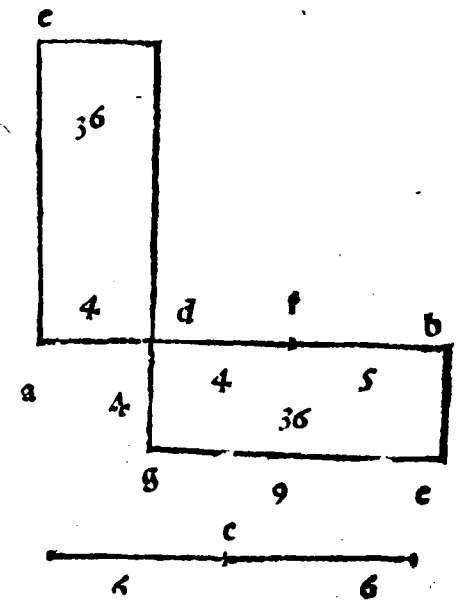
¶ Quia quadratū .a. ad q̄dratū .f. nō ē sicut nūeri q̄drati. ad numeꝝ quadratum nec simpliciter sicut alicuius numeri ad aliquem numeꝝ. qm̄ si sic eēt. Tunc ꝑ sextā huius cōuersam. 5. eēnt quadratū .f. ꝗ q̄dratū .a. cōicantia Et commensurabilia quod non sunt. cum sint sicut .a. ad d. vt dictum est. Et ideo per tertiam partem sep. huius .a. ꝗ .f. latera dictoꝝ quadratorum i longitudine sunt incommensurabilia. vt dicit ibi ꝗc. quare linee .a. ꝗ .f. sunt in longitudine ꝗ potentia incommensurabiles. vt queritur.



Propositio .12.

Enium quatuor lineaꝝ ꝓportionaliū si prima tanto amplius possit secunda quantū ē quadratū alicuius linee cōicantis sibi in longitudine. necesse est tertiam quoq; tanto amplius posse quarta quātum est quadratū alicuius linee cōicantis sibi in longitudine: ꝙ si fuerit prima potentior secunda quadrato alicuius linee incōmensurabilis sibi i longitudine. erit quoq; tertia potentior quarta quadrato alicuius linee sibi incōmensurabilis in longitudine.

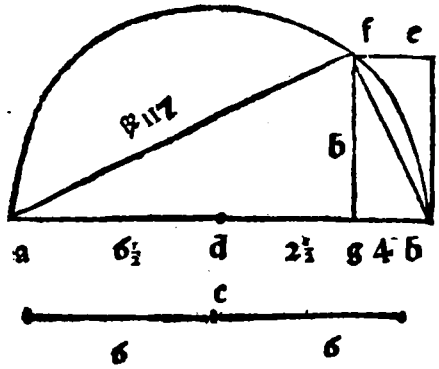
¶ Sint quatuor linee ꝓportionales .a. b. c. d. sitq; .a. maior .b. ꝗ .c. maior d. Sit quoq; .a. potentior .b. quadrato linee .e. ꝗ .c. potentior .d. quadrato linee .f. dico ꝙ si a cōicet .e. in longitudine .c. quoq; cōicabit .f. in longitudine ꝙ si a. non cōicat .e. in longitudine nec .c. cōicabit .f. in longitudine. Quod ꝗ si .a. cōicat .e. in potētia tm̄ .c. quoq; cōicabit .f. in potētia tm̄. Veꝝ tñ illud vltimū nō ꝓponit auctor qa facile patet ex prioꝝ demonstratiōe. Cū sit .n. ꝓportio .a. ad .b. sicut .c. ad .d. erit q̄drati .a. ad quadratū b. sicut quadrati .c. ad quadratū .d. ꝗ quia quadratū .a. est equale quadratis duaꝝ lineaꝝ .b. ꝗ .e. similiter quadratum .c. quadratis duaꝝ linearum d. ꝗ .f. erit ꝓportio quadratoꝝ duarū lineaꝝ .b. ꝗ .e. ad q̄dratū .e. sicut quadratorū .d. ꝗ .f. ad quadratū .f. ergo disiūctim erit quadratū .b. ad quadratum .e. sicut quadratū .d. ad quadratū .f. ergo .b. ad .e. sicut .d. ad .f. Item ꝑ equam ꝓportionalitatē erit .a. ad .e. sicut .c. ad .f. ergo ꝑ primā ꝑtē decime cōstat pria ꝑs huius: ꝗ ꝑ ꝑam ꝑa. ꝗ ꝑ tertiā ibi adiūctā tertia: hic adiūcta.

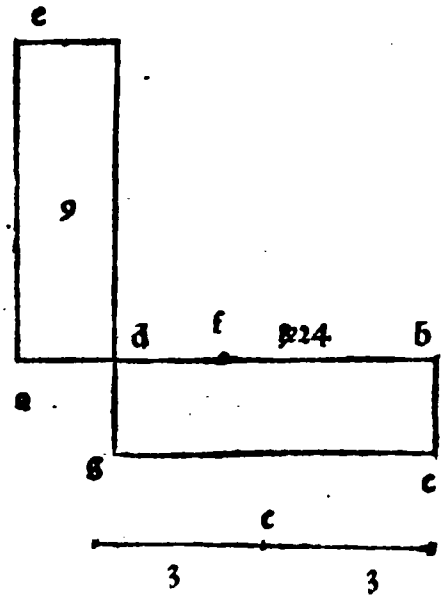


Propositio .13.

Si fuerint due linee inequales quarum longiorem in duo cōicantia diuidat suꝑficies sibi adiuncta eq̄lis quarte parti quadrati breuioris linee cui adiuncte superficiei desit ad complendam totam lineas superficies quadrata necesse est ipsam lineam longiorem linea breuiori tanto amplius posse quantū est quadratū alicuius linee cōicantis eidem longiori in longitudine. Si vero fuerit longior potentior breuiori augmento quadrati linee cōicantis sibi in longitudine adiungaturq; ei superficies equalis quarte parti quadrati breuioris linee cui desit quadrata superficies superficiem sibi adiunctā eandem lineam longiorem in duas portiones commensurabiles diuidere necesse ē.

¶ Sint due linee .a. b. ꝗ .c. maior .a. b. ꝗ adiungat ad lineā .a. b. suꝑficies eq̄lis q̄rte ꝑti q̄drati linee .c. ita ꝙ desit ad cōplēdā lineā .a. b. suꝑficies q̄drata: hoc enim est possibile. per .27. sexti quod facile fiet hoc modo. ¶ Diuidatur .a. b. in duas lineas .a. d. ꝗ .d. b. ita ꝙ inter eas cadat medietas linee c. continue proportionalis. ¶ Hoc autem qualiter fiat in fine demonstrationis huius docebitur: Eritq; ex .16. sexti superficies .a. d. in .d. b. que sit .d. e. equalis quadrato medietatis linee .c quare ex .4. secundi erit eadem sub quadrupla quadrati linee .c. ¶ Deest quoq; ad complēdam lineam .a. b. suꝑficies quadrata: cū ꝗ .a. d. sit equalis .d. g. ꝗ .d. b. equalis .g. e. Dico itaq; ꝙ si suꝑficies .d. e. diuidat lineam .a. b. in duo cōicātia erit linea .a. b. potē





tior linea.c.in quadrato alicuius linee secum cõmunicantis in longitudine & econuerso. ¶ Cũ aũt sit linea.a.b.maior linea.c.non erit.a.d. equalis.d.b.sic enim esset superficies.d.e.quadrata: & quia ipsa est equalis quadrato medietatis linee.c.esset.a.d.equalis medietati.c.& tota.a.b. toti.c. quod est contra ypoth.Non est igit.a.d.equalis.d.b. Itaq; de maiori earũ que sit:d.b.abscindatur.d.f.equalis.a.d.eritq; per.8.secũdi quadratum totius.a.b.equale bis que sunt ex.d.b.in.d.a.quater & quadrato.f.b.Quare linea.a.b.erit potẽtior linea.c.in.quadrato linee.f. b. Quã necesse est cõicari toti.a.b.si linea.a.d.est cõicans linee.d. b. Si enim hoc fuerit erit d.b.cõicans.d.f.sue equali quare p.9.b. f.cõicat cum.f. d. & ideo toti. b. d.& pp hoc cũ tota.a.f.igit & cũ tota.a.b.sicq; patet primũ. ¶ Cõuersum huius sic patet:sit.a.b.potentior.c.i linea.f.b.que cõicet secum in lõgitudine.dico tũc q; supficies equalis quarte parti quadrati linee.c. addita ad lineam.a.b.ita q; desit superficies quadrata diuidet lineam.a.b.in duo cõmunicantia.Diuidatur enim.f.a.per equalia in.d.& fiat superficies. d.e. ex.d.b.in.d.a.& deerit ad complendam lineam.a. b. superficies quadrata:eritq; per.8.secundi quadratum.a.b.equale quadruplo superficiei.d.e. et quadrato.f.b.igitur quadruplum superficiei. d. e. est equale quadrato c.quare superficies.d.e.sit equalis quarte parti quadrati.c. dico igit q. d. b.est cõicans cũ.a.d.cũ sit.f.b.communicãs cum.a.b. Si enim hoc fuerit vt q.f.b.sit communicãs cũ.a.b.erit ẽt communicans cũ.a.f.p.9.quare & cum.a.d.sed & cũ.d.f.sibi equali itaq; &.d.b. est communicans cum. a.d. qd est secundũ. Nunc aũt monstrandũ est qualiter linea.a.b.cũ ipsa posita fuerit maior linea.c.possit sic diuidi vt inter ptes eius cadat medietas linee.c.continue pportionalis. ¶ Cũ enim sic fuerit diuisa:supficies q fiet ex vna in alterã erit equalis quadrato medietatis linee.c.& ipsa erit supficies equalis quarte parti quadrati linee.c. adiuncta ad lineam.a.b.ita q; desit supficies q̃drata.Hoc enim sic fiet diuisa.a.b. per equalia in.d.lineet super eã semicirculus.a.f.b.& similiter.b.e.ppendicularis ad.a. b. q̃ ponat equalis medietati linee.c.& ducatur.e.f.equidistans ad.a.b. vsq; quo secet circũferentiã semicirculi in puncto.f.necesse est enim vt secet eã:cũ linea.a.b.sit maior linea.c. ¶ Et ducat.f.g. ppendicularis ad.a.b. q̃ cũ per 34.primi sit equalis linee.e.b.erit quoq; equalis medietati linee.c. ¶ Ducant itaq; linee.f.a.f.b.eritq; per primam partẽ.30.tertii angulus.a.f.b.rectus:& ideo p primam partẽ correl.8.sexti erit linea. f.g. medio loco proportionalis inter.a.g.& g.b.quare medietas linee.c.que ẽ sibi equalis:erit etiam proportionalis inter easdem quod est nostrum propositum.

Propositio .14.

Si fuerint due linee inequales quarum longiorem diuidat in duas partes incommẽsurabiles superficies equalis quarte parti quadrati breuioris sibi adiũcta ita q; desit ad eius complectionẽ: superficies quadrata erit longior potentior breuiori augmento quadrati linee incommẽsurabilis ipsi longiori in longitudine. Si vo longior potẽtior fuerit breuiori q̃drato linee incommensurabilis sibi longiori in longitudine adiungatur q; ei superficies equalis parti quarte quadrati breuioris defuerit q; longiori superficies quadrata necesse est vt ipsa superficies sibi adiuncta eandem longiorem lineam in duas portiones incommensurabiles diuidat.

¶ Hec.14.ex contrario antecedentis premisse infert contrariũ consequentis pmisse & non differt eius dispositio a dispositione illius. sed & modus argumentãdi vtrobiq; idẽ. Si enĩ.a.d.nõ cõicet cũ.d.b.nec.d.f. sibi ad eq̃lis cõicabit cũ eadẽ.d.b.itaq; p.9.d.f. nõ cõicabit cũ.f.b.q̃re neq;.a.f.sunt enim.a.f.& d.f.cõicantes tanq̃ numerans & numeratũ:ideo neq;. a.b.cõmunicabit cũ linea.f.b. ¶ Q d si hoc fuerit videlicet si.a.b.non cõicet cũ f.b.non cõicabit cũ.a.f.quare neq; cũ.a.d.aut.d.f. Neq; igit. a. b.cũ.d.a.

Potest quoq; hec.14. demonstrari per premissam. p̄ma pars huius ex secūda illius ꝗ secunda ex prima a destructione consequentis. si enim.a.d.ꝗ.d b.non cōicent nec etiam.a.b.ꝗ.f.b.cōicabūt: nam si.a.b.ꝗ.b.f.cōicarent oporteret per secundam partem premisse vt.a.d.cōicaret cum.d.b.sed positum est ꝙ non. Eodem modo de secūda ꝑte. si enim.b.a.ꝗ.b.f.non cōmunicant nec.a.d.ꝗ.d.b.communicabunt. nam si sic sequitur per primā ꝑtem premisse vt.a.b.ꝗ.b.f.cōicent q̄ ñ cōicant: quare patet ꝓpositum.

¶ Castigator.

¶ Diuidere ī duas portiones incōmensurabiles ꝗ diuidere in duo incōmunicātia conuertunt vt patet ex secūda ꝑte huius decimequarte ꝗ quinquagesima prima huius decimi infra vbi linea.d.b.rōalis diuidit in puncto.f.in duo icōicantia ex quo patet ꝙ q̄uis rationale cōicet rationali tñ ratiōale potest diuidi in duas ꝑtes tales ꝑtes ꝙ neutra illaꝝ cōmunicabit alteri vt si diuidat.10.in tales duas ꝙ ꝓductum vnius in alteram sit.20. vna ꝑs etit.5.plus.R.5.ꝗ altera.5.minus.R.5.q̄rum vtraq; ē incommēsurabilis alteri ꝗ ēt toti.10.ideo.ꝗc.

Propositio .15.

Omnis superficies rectāgula quam continēt due linee in longitudine rōnales rōnalis eē probatur.

¶ Sint due linee.a.b.ꝗ.b.c.continentes superficiem rectangula.a.c.rationales in longitudīe: dico supficiem.a.c. esse rationalem. ¶ Descripto enim quadrato cuius vis earum.vt.c.d.linee.b.c.erit per primam sexti.c.d.ad.a.c.sicut.b.d.ad a.b.quia igitur.b.d.cōmunicat in longitudine cū.a.b.ex ypothesi eo ꝙ.b.c.sua equalis communicat cum ipsa erit per primam partem 10.c.d.communicans.a.c.cum sit itaq;.c.d.rationalis per diffinitionem erit ꝗ.a.c.rationalis quod est propositum.

Propositio. .16.

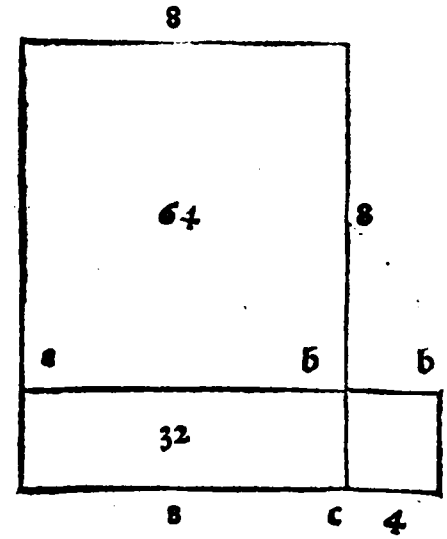
Cum ad iūcta fuerit linee in longitudine ratiōali superficies rationalis rectangula latus eius secundum erit in longitudine rationale lateriq; primo ī longitudine commensurabile.

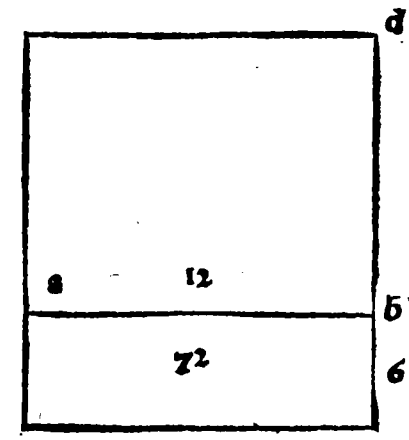
¶ Hec est quasi conuersa prioris vt si superficies.a.c.adiūcta ad lineam.a.b.rationalem in longitudine fuerit rationalis: dico ꝙ latus eius secundum quod est.b.c.erit etiam rationale in longitudine ꝗ communicans lateri primo sit enim.a.d.quadratum.a.b. eritq; rationale ex diffinitione ꝗ propter hoc erit communicans cum superficie.a.c.rationali: quia igitur ꝑ p̄mam sexti sicut.a.d.ad.a.c.ita est ēt. d.b.ad.b.c.cōicat aūt.d.a.cū.a.c.erit ꝑ primam partem.10.b.d.cōmunicās cum.b.c.ergo cum.b.a.sua equali sed.b.a.rationalis est quare per diffinitionem ꝗ.b.c.constat itaq; propositum.

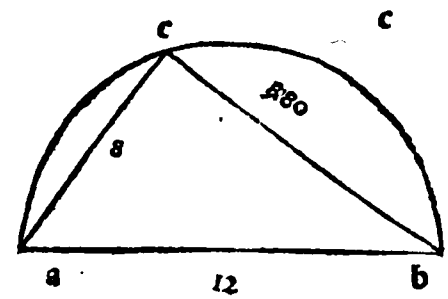
Propositio .17

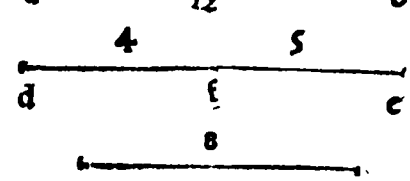
Duas lineas inuenire potentia tantum rationales commensurabiles quarum longior plus possit breuiori quadrato linee sibi commensurabilis in longitudine.

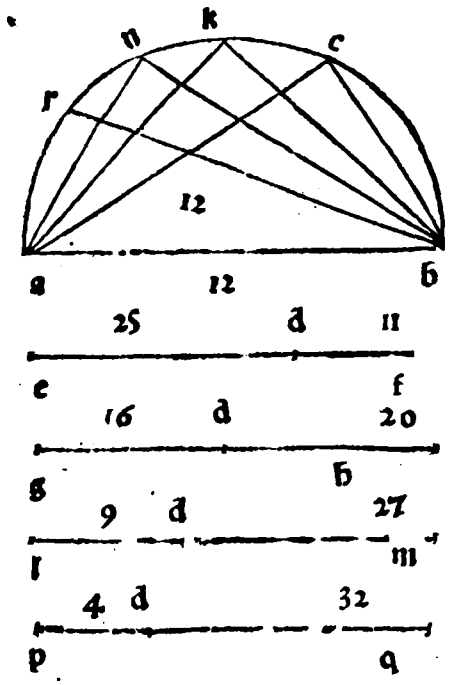
¶ Propositum est inuenire duas lineas rationales potentia tantum communicantes quarum longior sit potentior breuiori quadrato linee sibi communicantis in longitudine. Sumo itaq; aliquam lineam rationalem que sit.a.b.super quam describo semicirculum.a.c.b.ꝗ sumpto aliquo numero vt.d.e.diuido ipsum ī duos numeros.d.f.ꝗ.f.e.ita ꝙ sit proportio.d.e.ad.d.f.sicut numeri quadrati ad numerum quadratum non sit autem proportio.d.e.ad.f.e.vt numeri q̄drati ad numerum quadratum. talis autem numerus est quilibet quadratus diuisibilis in quadratum ꝗ non quadratum.vt.9.qui diuiditur in.4. ꝗ.5.ꝗ oēs hoꝝ eque multiplices: ꝗ inuenio lineam ad cuius quadratum sehēat q̄dratū linee.a.b.sicut numerus.d.e.ad numeꝝ.d.f.q̄liter āt ipsa reperiatur in demonstratione.5.ꝗ.11.dictum est: hanc lineam inuentam q̄











necessario est minor.a.b.coapto ꝑ primam quarti intra semicirculum.a.c.b.sitq;.a.c.ꝗ subtendá lineá.e.b dico duas lineas.a.b.ꝗ.c.b.eē quas querimus. Erit igit ꝑ primá ptē.30.tertii angulus.c.rectus.ꝗ iō ꝑ penultimá primi quadratū.a.b.equale est q̄dratis duaꝝ lineaꝝ.a.c.ꝗ.c.b.ꝗ.qa ꝓportio q̄drati linee.a.b.ad.q̄dratū linee.a.c.ē sicut.d.e.ad.d.f.ꝑ ypoth.erit ꝑ euersum ꝓportionalitatē ꝓportio q̄drati linee.a.b.ad q̄dratū linee.c.b.sicut.d.e.ad f.e.ergo q̄dratum.c.b.cōicat cū quadrato.a.b.ꝑ.6.huius. Erit igit q̄dratū.c.b.rōnale ꝑ diffinitionē cū cōicet rōnali superficiei. Et qa.c.b.ꝗ.a.b.sunt incommēsurabiles ꝑ vltimá ptem.7.constat duas lineas.a.b.ꝗ.c.b.eē rōnales potētia tm̄ cōicantes. ¶ At qa linea.a.b.ē potentior linea.c.b.in quadrato linee.a.c.que ꝑ secūdam ptem.7.cōicat secū i longitudine constat habitū eē ꝓpositum. ¶ Si aūt libeat plures duabus potētia tm̄ rōnales cōicantes quaꝝ vna potentior sit qualibet aliaꝝ in quadrato alicuius linee secū cōicantis in longitudine repire.sit vt ꝑus linea a.b.rōnalis in longitudine sup quā describat semicirculus.a.c.b.sumatur q; nūerus.d.q̄dratus qui sit diuisibilis i multos q̄dratos ꝗ non q̄dratos quoꝝ non q̄dratoꝝ mime sit ꝓportio sicut aliquoꝝ numeroꝝ q̄dratoꝝ. tales aūt nūeri vltro se offerunt vt.36.qui ē diuisibilis.in.25.ꝗ.n.itēq; i.16.ꝗ.20.rursusq; in.9.ꝗ.27.acitez in.4.ꝗ.32.istoꝝ ꝗ no non q̄dratoꝝ q sunt 11.20.27.32.ad inuicē non ē ꝓportio sicut alicuius numeri q̄drati ad aliū. ¶ Esto igit vt numerus.d.q̄dratus diuidat in.e.q̄dratū ꝗ.f.non q̄dratū sitq; q̄dratū linee a.b.ad q̄dratū linee.a.c.sicut nūerus.d.ad numez.e.ꝗ ducatur linea.c.b.ꝗ constat ꝓpositum vt prius demonstratū ē.a.b.ꝗ.b.c.eē duas tales lineas quas inqrimus. ¶ Similiter quoq; diuidá.d.in.g.q̄dratum ꝗ.h.non quadratū sitq; quadratū linee.a.b.ad quadratū linee.a.k.sicut.d.ad.g.ꝗ ducatur linea.k.b.erūtq; vt prius due linee.a.b.ꝗ.b.k.q̄les inqrimus. ¶ Eodē mō si rursus diuidatur.d.i.l.quadratū ꝗ i.m.non q̄dratū ꝗ ponatur ꝓportio quadrati linee.a.b.ad quadratū linee.a.n.sicut d.ad.l.ꝗ ꝓducatur.n.b.erūt due linee.a.b.ꝗ.b.n.quales inqrimus. Quod si rursus diuidatur.d.in.p.quadratū ꝗ in.q.non quadratū ꝗ fuerit ꝓportio quadrati linee.a.b.ad quadratū linee.a.r.sicut.d.ad.p.ꝗ ꝑtracta fuerit linea.r.b.erūt ēt due linee.a.b.ꝗ.b.r.quales inquirimus. ¶ Sunt itaq; linee.a.b.b.c.b.k.b.n.b.r.potentia tm̄ rationales ꝗ in ea cōicantes quaꝝ vna videlicet.a.b.ē potentior q̄libet aliaꝝ in quadrato linee secū cōicantis in longitudine. Si igitur quatuor b lineaꝝ .b.c.b.k.b.n.b.r.nulla cōicat alii in longitudine constat ꝓpositū. Istud aūt sic ꝓbatur. Patet.n. ex premissis q; quadratū linee.b.c.ad quadratū linee.a.b.ē sicut nūerus.f.ad numez.d.ꝗ quadratū linee.a.b.ad quadratū linee.b.k.est sicut numerus d.ad.numez.h.ergo ꝑ equam ꝓportionalitatem quadratum linee.b.c.ad quadratum linee.b.k.est sicut numerus.f.ad numerum.h. sed nullus quatuor numerorum.f.h.m.q.se habet ex ypothesi ad alium sicut numerus quadratus ad numerum quadratum.quare per.3.partem.7.due linee b.c.b.k.sunt incommensurabiles in longitudine. ¶ Eadem ratione quelibet due ex illis quatuor sunt incommensurabiles in longitudine ꝗ liquet ergo quod volumus.

¶ Castigator

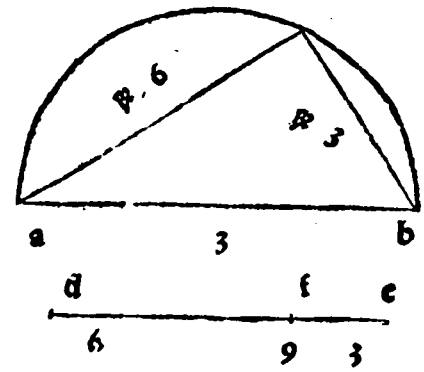
b ¶ In ista infra vbi dicitur. Si igitur quatuor linearū, b.c.b.k.b.n.ꝗ b.r.nulla communicat alii ꝗc. ¶ Nam si vna communicaret alteri vtputa.b.c.cum.b.k.sequeretur q; linea.a.b.communicaret cum eadem.quia si communicant in longitudine earum quadrata se haberent sicut duo numeri quadrati per primam partem.7.huius. ꝗ tunc quadratum vnius earum ad quadratum linee.a.b.etiam esset sicut numeri quadrati ad numerum quadratum.ꝗ tunc per secundam partem.7.huius essent eorum latera scilicet linee.a.b.ꝗ.b.k.seu.b.c.in longitudine commensurabilia quod est falsum. Vt prius conclusum fuit oppositum. ¶ Et sic de quacunq; alia ꝗc. ¶ Et ideo Euclides probat eas esse ad inuicem incommensurabiles vt ibi patet ꝗc.

¶ Castigator.

c ¶ De necessitate oportuit ponere duas lineas iequales. ad hoc vt eēnt in longitudine incōicantes ⁊ solum in potentia cōicantes rōnales. quia possunt esse due linee solum in potentia rōnales. Et non tm̄ in potentia cōicantes. sed ēt in longitudine cōicant vt sunt latera duaꝝ superficierum quadratarū quarū vna sit. 12. pedū ⁊ alia trium pedū que cū sint sicut duo numeri quadrati. 4. 16. ⁊. 9. 36. p primā ptem. 7. latera sunt cōmensurabilia in longitudine. que latera dicuntur vulgariter ꝑ. 12. ⁊ ꝑ. 3. qm̄. ꝑ. 3. est medietas de ꝑ. 12. ⁊ p consequens quarta ps quadrati. de ꝑ. 12. vt. 3. Idem dicitur de illis decimeoctaue sequentis

d ¶ Cum quadratum linee. a. b. rōnales se debeat habere ad quadratum linee inuenienda sicut numerus. d. e. ad numeꝝ. d. f. hoc est sicut numerus quadratus ad numeꝝ quadratum linea. a. b. ⁊ linea inuenienda erunt cōicantes in longitudine ex secunda pte. 7. huius. Et erit pportio eaꝝ. sicut lateris numeri quadrati. d. e. ⁊ lateris numeri quadrati. d. f. cum numeroꝝ quadratoꝝ. d. e. ⁊. d. f. sit duplicata suoꝝ correlatiuoꝝ lateꝝ p. 11. octaui ac ēt dictaꝝ lineaꝝ quadrata p. 18. sexti sunt suoꝝ correlatiuoꝝ lateꝝ in duplicata pportione que est similis illi lateꝝ dictoꝝ numeroꝝ Et cum dicti numeri ponantur quadrati 9. ⁊. 4. eoꝝ latera erunt. 3. ⁊. 2. inter q̄ ponatur vnitas. vt supra i. 5. huius apparet. Modo q̄cunq; fuerit illa linea. inuenienda erit cōicans linee. a. b. posite. vt dictum ē. Et eaꝝ cōis mensura erit in. a. b. totiēs quotiēs vnitas in. 3. ⁊ i illa inuenienda erit. vt vnitas in. 2. Et sic illa mēsurabit. a. b. secundū numeꝝ. 3. ⁊ illam inuenienda secundū numeꝝ. 2. ergo diuisa. a. b. in tot ptes eq̄les. quod sunt vnitates i. 3. due ex illis erit linea inuenienda ad cuius quadratum se hēbit quadratum linee. a. b. sicut numerus. d. e. ad numeꝝ. d. f. rōnibus aductis quam postea i dicto semicirculo vt pmittitur coaptabis cetera sunt plana intuēti ꝛc. Sed ponendo. a. b. 12. numerus. d. e. dēret eē. 144. eius. ꝑ. ē. 12. ⁊ diuideretur. a. b. in. 12. ptes ⁊. d. f. 64.

e ¶ Linea inuenienda faciliter habetur per. 12. huius.



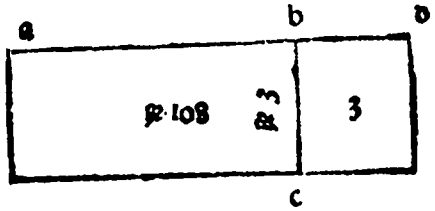
Propositio .18.

Ilas lineas in potentia tantum rationales communicantes quarum longior plus possit breuiori quantum est quadratum linee sibi incommensurabilis in longitudine inuenire.

¶ In hac quoq; remaneat eadē dispositio eedēq; ypothesis que in premissa hoc solū mutato q̄ pportio numeri. d. e. ad neutrū duoꝝ numerorum. d. f. ⁊. f. e. sit sicut numeri quadrati ad numerum quadratum: hoc autē facile fiet: posito. d. e. quolibet numero quadrato diuiso in duos numeros non quadratos vt si. d. e. sit. 9. ⁊. d. f. 6. ⁊. f. e. 3. argumentando ut prius hoc duntaxat excepto q̄. a. b. ⁊. a. c. sint incōmensurabiles in longitudine per vltimam partem. 7. ¶ Et sciendum q̄ due linee quales hec ⁊ premissa docent inuenire componunt binomiū ⁊ minori earum abscisa de maiori que reliqua est dicitur residuū. Nota etiam q̄ linee tantum potentia rationales communicantes possunt esse vna rationalis ⁊ alia irrationalis sicut latera tetragonica duarum superficierum quarum vna sit. 25. pedum ⁊ alia. 24. sunt rationalia potentia tantum communicantia: latus enim prime superficiei est. 5. latus vero secunde non numeratur ⁊ possunt esse ambe irrationales vt latera tetragonica duarum superficierum quarum vna sit. 24. pedum ⁊ alia. 23. neutrius enim numeratur latus. simtq; i longitudine incōmensurabilia ex vltima parte septime. ¶ Quod si libeat ēt inuenire plures lineas duabus potentia tantum rōnales communicantes quarum vna sit potentior qualibet aliarum in quadrato linee secum non communicantis in longitudine: sumatur talis numerus qui possit pluries sic diuidi q̄ ipsius ad nullam suarum partium nec alicuius ad aliquam aliarum sit proportio vt numeri

quadrati ad numerum quadratum vt.25.potest diuidi in.2.℔.13.item in 5.℔.20.℔ rursus in.7.℔.18.Et sit processus idem que fuit in premissa.

¶ Castigator.

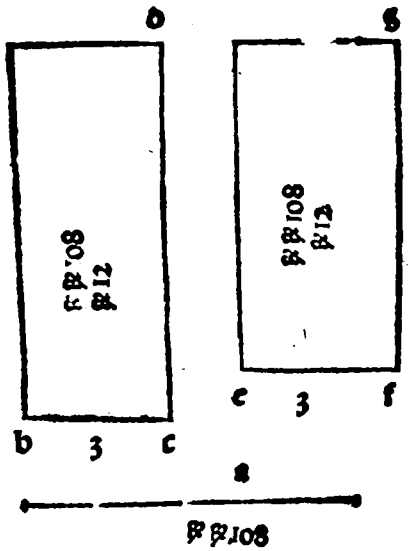


f ¶ Vt in premissa per quintam huius sed facilius per.11.huius inueniatur linea ad cuius quadratum se habeat quadratum linee.a.b.sicut numerus d.e.scilicet.9.ad numerum.d.f.scilicet.6.℔ quia numerus.d.e.ponitur quadratus eius latus erit notũ.s.eius radix que in casu est.3.rationalis in longitudine.℔ latus numeri.d.f.s.6.ẽ irrõnale.℔ dicit radix surda. Itaq; int er.3.℔ ℞.6.ponatur vnitas.Tunc per quintam vel.11.diuidatur linea a.b.in tot partes quotiẽs vnitas in.3.℔ vna illarum erit eius mensura que in linea inueniẽda erit totiens quotiẽs vnitas in ℞.6.Et sic linea inueniẽda erit.℞.6.℔ linea.a.b.erit i casu.3.eius quadratum.9.Et quadratum linee inuente.a.c.erit.6.I deo per tertiam partem.7.incommensurabiles in longitudine. ¶ Sed ponendo lineam.a.b.12.numerus.d.e.deberet esse.144.℔.d.f.96.℔.f.e.48.tunc arguendo per euersam propor.concludi tur ut in precedenti.

Propositio .19.

Omnis superficies quam cõtinẽt due linee potentialiter tantum rõnales cõicantes est irrõnalis dicitur q̃ superficies medialis eiusq̃ latus tetragoni cum scilicet quod in eam potest ẽ irrationale dicitur q̃ linea medialis.

¶ Sint due linee.a.b.b.c.cõtinẽtes supficiem.a.c.rõnales potẽtia tm̃ cõicantes: que q̃liter repiãtur ex premissa.℔ a ñ pmissa.manifestum ẽ dico supficiẽ.a.c eẽ irrõnalem.Sit.n.c.d.quadratum.b.c.eritq; rõnale p ypothesim eo q̃ linea.b.c.ẽ rõnalis i potẽtia.℔ qa ex prima sexti.a.c.ad.c.d.sicut.a.b.ad.b.d.non cõicat aũt.a.b.cũ.b.d.qa ex ypothesi non cõicat cum sua equali que ẽ.b.c.sequitur p secundã ptem.10.ut ẽt.a.c.non cõicet cũ.c.d.q̃re p diffinitionem supficies.a.c.est.irrationalis.ideoq; ℔ suũ latus tretagonicũ est ẽt irraõnale.Dicit aũt hec supficies medialis qm̃ ipsa est medio loco pportionalis inter duas supficies rõnales videlicet inter q̃drata duaꝝ linearꝝ ipsam continentiũ ℔ lineã potẽs in ipsam dicitur medialis.qm̃ ipsa quoq; ẽ medio loco pportionalis inter duas lineas potẽtia tm̃ rationales communicantes ℔ he due linee sunt latera dicte superficiei.Et hoc est q̃ volumus.



Propositio .20.

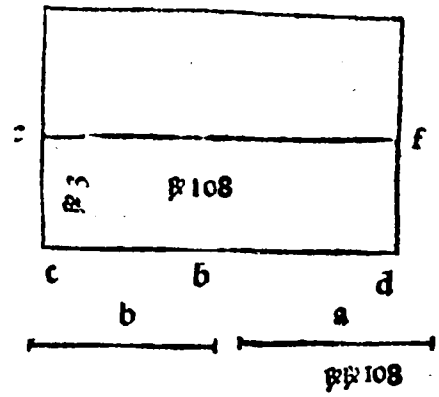
Cum adiuncta fuerit linee in longitudine rationali superficies equalis quadrato linee medialis latus eius secundum potẽtialiter tantum erit rationale lateriq̃ primo in longitudine incommensurabile.

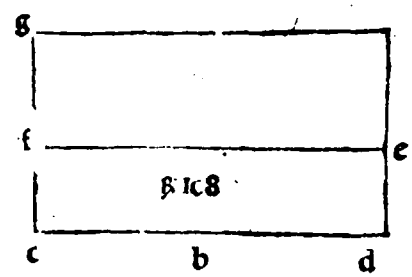
¶ Hec ẽ quasi conuersa pmisse.Sit.a.linea medialis.sitq; linea.b.c.rõnalis in longitudine cui adiungatur supficies b.d.eq̃lis quadrato linee.a.q̃ hoc mõ fiet: subiungat duabus lineis.b.c.℔ a.linea.c.d.in continua proportionalitate: vt docet.10.sexti: eritq; superficies ex.b.c.i.c.d.eq̃lis quadrato linee.a.p.16.eiusdẽ: dico latus eius pm qd̃ est.d.c.esse rõnale in potẽtia tm̃ ℔ incõmensurabile in longitudine lateri.b.c. ¶ Eritq; ex pmissa p diffinitionẽ linee medialis vt linea.a.possit in aliquã supficiẽ contentã a duabus lineis potentia tm̃ rõnalibus cõmunicantibus q̃ sit supficies.e.g.cuius latera.e.f.℔.f.g.eruntq; due superficies b.d.℔.e.g.p primam ptem.13.sexti: lateraꝝ mutuoꝝ pp hoc q̃ ipse sunt eq̃les ℔ rectangule: pportio ergo.b.c.ad.e.f.est sicut.f.g.ad.c.d. quare p.10. cum.b.c.cõicet in potentia cũ.e.f.eo q̃ quadrata vtriusq; eaꝝ sunt rationalia ex ypothesi.f.g.cõicabit in potentia cũ.c.d.Cum igit q̃dratum.f.g. sit rõnale p ypothesim: eritq; quoq; quadratũ.c.d.rõnale p diffinitionem at qa supficies.b.d.est irrationalis sicut sua equalis.e.g.p premissam seqtur vt quadratũ linee.c.d.nõ cõicet cũ supficie.b.d Et qa q̃dratũ linee.c.d.ad supficiẽ.b.d.ẽ p primã sexti: sicut.c.d.ad.c.b.erit p secũdã partẽ.10.ut c.d.nõ cõicet cũ.b c.q̃re cũ.b.c.sit rõnalis i longitudie ex ypothesi erit.c.d.irrõnalis i longitudie ℔ potẽtia tm̃ rõnalis.patet ergo ꝓposita cõclusio.

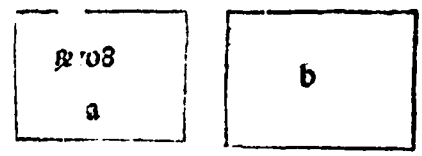
Propositio .21.

Omnis linea cõmunicans mediali est medialis.

¶ Sit linea a. medialis cui ponatur linea. b. esse cõicans siue in longitudine siue in potentia tm̃: dico q̃ etiã linea b. est medialis. Sit enim linea. c.d. rõnalis in lõgitudine cui adiungatur superficies. c. f. equalis quadrato linee. a. & item superficies. e.g. equalis quadrato linee. b. hoc aũt qualiter fiat in premissa demonstratiõe dictum est. Eritq̃ per premissam linea. d. f. rõnalis in potentia tm̃ & incõmensurabilis linee. c. d. & quia p primam sexti. e.g. ad. c. f. sicut. f.g. ad. d. f. cõicat autem. e.g. cum. c. f. eo q̃ quadratum. b. cõmunicat cũ quadrato. a. per ypothesim: quibus quadratis dicte superficies posite sunt equales: sequitur per primam partem. 10. vt linea. f.g. cõmunicet cum linea. d. f. quare. f.g. est rõnalis in potentia tantum sicut est. d. f. & incõmensurabilis in longitudine linee. e. f. cum linea d. f. sibi cõicans sit incõmensurabilis eidem. e. f. eo q̃ sue equalis: hoc enim probatum est in. 8. qd̃ si fuerint due quantitates cõicantes cuicunq̃ vna earum non cõicat nec reliqua: itaq̃ per. 19. erit superficies. e.g. medialis & eius latus tetragonicum quod est. b. mediale quod est propositum. ¶ Similiter quoq̃ omnis superficies cõicans superficiei mediali medialis esse conuincitur. Sit enim superficies. a. medialis cui ponatur superficies. b. et cõicans dico superficiem. b. esse medialem quod sic constabit. Sit linea. c. d. rõnalis in longitudine: adiungaturq̃ ei superficies. c. e. que sit equalis superficiei. a. quod hoc modo fiet. Inueniatur linea. c. f. ad quam sic se habeat vnum ex lateribus superficiei. a. sicut linea. c. d. se habet ad reliquum hec autem linea qualiter reperiatur in. 10. sexti dictum ẽ. Eritq̃ ex. 15. eiusdem superficies. d. f. equalis. a. Item eodem modo ad lineam. e. f. adiũgat̃ supficies. e.g. q̃ sit eq̃lis. b. erit itaq̃ p. 20. linea. c. f. potẽtia tm̃ rõnalis: erit quoq̃ linee. c. d. in lõgitudine incõmensurabilis. Et qa. a. & b. erant cõmunicantes ex ypothesi: erunt quoq̃. c. e. & e.g. eis equales cõicantes: ita q̃ per primam sexti & per primam partem. 10. huius erunt due linee. c. f. & f.g. cõicantes in longitudine. ¶ Est igitur linea. f.g. rõnalis in potẽtia tãtum & linee. e. f. incõmensurabilis in longitudine: quare per. 19. supficies e.g. erit medialis: cum linea. e. f. sit ratiõalis in longitudine sicut. c. d. sibi equalis. ¶ Cum sit ergo. b. equalis. e.g. erit quoq̃. b. medialis: quod est p positum. ¶ Et nota q̃ omnes superficies mediales cõmunicantes componunt superficiem medialem. Vnde tota. d.g. est medialis: quia cum due linee. e. f. & f.g. sint rationales in potentia tm̃ & non cõmunicantes in longitudine sequitur vt tota. c.g. sit rationalis in potentia tantum & non cõmunicans. c. d. in longitudine: itaq̃ per. 19. d.g. ẽ medialis. Eodemq̃ modo si sint plures.







¶ Castigatoꝛ.

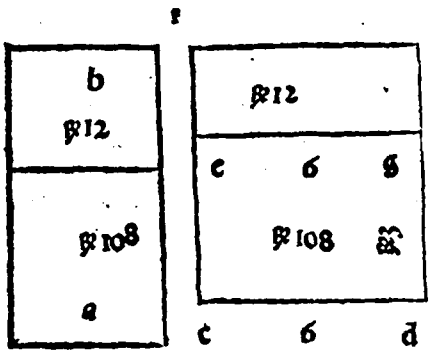
g ¶ Quia per nonam compositum ex. c. f. & f.g. quod est. c. g. cõmunicat vtriq̃. c. f. & f.g. tunc per octauam cum. f.g. non cõicet in longitudine cum. e. f. nec etiam. c.g. cõicabit ipsi. e. f. cum. c.g. per. 9. cõmunicet ipsi. f.g. & ideo per octauam cuicunq̃ non cõicat vnum nec reliquum communicabit &c. & ideo due linee. c.g. & c.d. cum sint rationales potẽtia tm̃ cõmunicantes continent superficiem. d.g. totam medialem p. 19. &c.

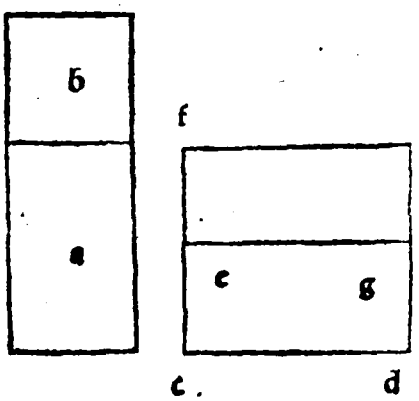
h ¶ Si vis scire an due linee seu quantitates irrationales sint communicantes siue commensurabiles. primo videas vtrum sint equales: si sic semper cõmunicant cum non sit maior cõmunicantia equalitate. si non sint equales: tunc vide que pars aut partes sit minor maioris redigendo eas ad vltimam earum depressionem per viam fracti schisando: vt vulgo dicitur: & si earum vltima depressio habeat radicem discretam erunt cõmunicantes: si non: non erunt: vt si sint. 90. & 40. earum vltima depressio erit 4. cuius radix est $\frac{2}{3}$ hoc est. 40. est due tertie. 90. ergo se hõt sicut duo ad tria. s. sicut numerus ad numerum. ideo per sextam huius sunt communicantes &c.

Propositio .22.

Omnis differentia quae habūdat mediale a mediali: irrationalis esse probatur.

¶ Sit vtraq; duarum superficierum.a b.⁊.a.medialis: dico q; superficies.b.que est earum differentia est irrationalis. ¶ Sit enim linea.c.d.rationalis in lōgitudine cui adiungatur superficies.d.e.equalis superficiei.a. ⁊ superficies d.f.equalis totali superficiei.a.b. Hoc autem equaliter fiat i premissa docuimus. Quia ergo.d.f.est equalis.a.b.⁊ d.e.equalis.a.erit per cōceptionem.g.f.equalis.b. Si itaq; superficies.b. non est irrationalis sed rationalis: erit ⁊.f.g.sua equalis rationalis. At cum linea.e.g.sit rationalis in lōgitudine sicut sua equalis.c.d.erit per.16.linea.e.f.rationalis in longitudine ⁊ communicans linee.e.g. Per.20.autem est vtraq; duarum linearum c.e.⁊.c.f.potentialiter tantum rationalis ⁊ linee.c.d.incōmensurabilis in longitudine: itaq;.e.f.linea est incommensurabilis linee.c.e.in longitudine. ¶ Et quia per primam sexti quadratum linee.e.f.ad superficiem: que fit ex.e.f.in.c.e.est sicut.e.f.ad.c.e.sequitur per secundā partem.10. vt quadratum linee.c.f.sit incommensurabile superficiei facte ex.e.f.in.c.e.quare ⁊ ipsum quadratum erit incommensurabile duplo [b] supficiei ex.e.f.in c.e. Quadratum vero.c.e.cum sit rationale est communicans quadrato e.f. Totum igitur ex ambobus compositum erit per. 9. cōmunicans quadrato.e.f.⁊ ideo incommēsurabile duplo superficiei ex.e.f.in.c.e. ¶ Et qa per quartam secundi quadratū linee.c.f.est equale duobus quadratis duarum linearum.c.e.⁊.e.f.⁊ duplo superficiei ex.c.e.in.e.f. Et duplum superficiei.c.e.in.e.f.est incōmensurabile aggregato ex duobus quadratis duarum linearum.c.e.⁊.e.f.sequitur per ea que addita sunt in. 9. vt quadratum.c.f.sit incōmensurabile aggregato ex duobus quadratis duarum [a] linearum.c.e.⁊.e.f. At cum aggregatum ex his quadratis sit rationale: sequitur quadratum linee.c.f.non esse rationale: ⁊ ideo linea.c.f.non est rationalis in potentia: ⁊ idcirco non erit superficies.d.f.medialis neq;.a.b.sibi equalis quod est inconueniens cum sit cōtrarium positis: relinquitur igitur q; superficies.b.est irrationalis: quod est propositum.





¶ Castigator.

¶ Quia oē mediale est irrationale sed non econuerso.ut supra.29.huius.

a ¶ Scilicet si quātitates sint incommunicantes totum quoq; ex eis confectum seu compositum vtriq; earum erit incommunicans. ⁊ quia quadratum linee.c.f.est confectum.ex duobus quadratis.e.f. ⁊ .c.e. ⁊ duplo superficiei ex.c.e.in.e.f.sequitur per nonam tota.a.b.12.

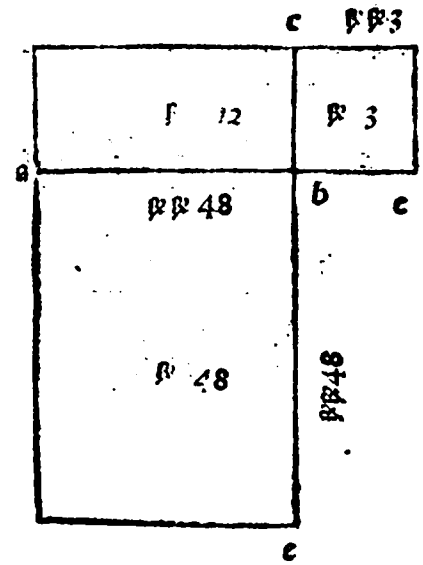
b ¶ Cum sub duplum sit pars proprie dicta dupli.

Propositio .23.

Omnis superficies quam continent due linee mediales potentialiter tantum communicantes: aut rationalis est aut medialis.

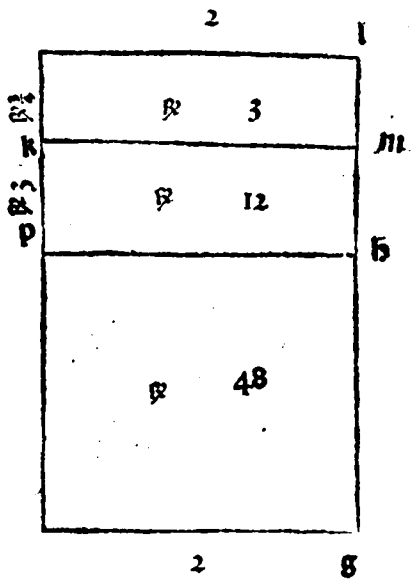
¶ Sint due linee.a.b.⁊.b.c.mediales potentia tantum communicantes: dico q; superficies.a.c.ab eis cōtenta aut est rationalis aut medialis. Sint enim.d.c. quadratum linee.b.c.⁊.a.e.quadratum linee.a.b.eruntq; ex ypothesi hec duo quadrata communicantia: ⁊ erit per primam sexti superficies.a.c. medialis medio loco proportionalis inter ipsa quadrata. Sumatur igitur linea. f. g.q; sit rationalis in longitudine: cui adiungatur superficies.f.h. equalis quadrato [k].a.e.⁊.h.k.equalis supficiei.a.c.⁊.k.l.equalis quadrato.d.c.erūtq; hee tres superficies.f.h.h.k. ⁊.k. l. continue proportionales sicut sunt sue equales.a.e.a.c.⁊.d.c.quare per primam sexti erunt etiam tres linee. g.h. h.m.⁊.m.l.que sunt bases earum continue proportionales. Et cum superficies.f.h.⁊.k.l.sint cōmunicantes sicut duo quadrata.a.e.⁊.c.d.eis equalia: sequitur per primam sexti ⁊.10.huius vt linea.g.h.sit communicās cō

m.l. vtraq; autem earum est rationalis in potentia per.20. huius. Igitur superficies vnius earum in alteram est rationalis: omnis enim superficies quam continent due linee rationales in potentia: cōmunicantes in longitudine necessario est rationalis vt patet ex prima sexti & prima ꝑte .10. huius & ex diffinitione supficierum rationalium. ¶ Et quia ex prima ꝑte. 16. sexti quadratum linee.h.m.ē equale superficiei ex.g.h.in.m.l. erit quadratum linee.h.m.rationale. ¶ Si ergo linea.h.m.est rationalis in longitudine siue cōicans linee.k.m. que est equalis linee.f.g.erit per.15. superficies.h.k.rationalis.ideoq; & sua equalis.a.c. Si autem linea.h.m.sit irrationalis in longitudine sue incōmensurabilis linee.k.m. que est equalis linee.f.g.cum ipsa sit rationalis saltē in potētia: eo q; suū q̄dratū ē rōnale erit ex.19.supficies.h.k.medialis: quare & sua equalis.a.c.cōstat ergo ꝑ positum. ¶ Et nota q; si due linee.a.b.&.b.c.essent mediales in longitudine cōmunicantes: esset supficies o.a.c.medialis tm̄. Esset enim supficies a.c.cōmunicans vtriq; duorum quadratorum.a.e.&.c.d.per primā sexti & per presentē ypothesim & per.10.huius: & ideo superficies.h.k.sibi equalis.a.c.esset communicans vtriq; superficiei.f.h.&.k.l. Igitur per primam sexti &.10.huius linea.h.m.eset cōmunicans vtriq; duaꝫ linearum.g h. &.l.m.& quia hee ambe sunt rationales in potentia tantum: non cōicantes in longitudine linee.f.g. esset quoq;.h.m. rationalis in potentia tm̄ non communicans in longitudine linee.f.g. & ideo nec communicans linee.h.p. quare per.19.erit superficies.h.k.medialis tantum. & ideo etiā a.c.sibi equalis. ¶ Si autem due linee.a.b.&.b.c. essent mediales neq; in longitudine neq; in potentia cōmunicantes: superficies. a.c.non esset rationalis neq; medialis. Si enim sic eēt scilicet q; due linee .a.b.&.b.c.eēnt mediales neq; in longitudine. neq; in potentia communicantes: essent duo quadrata.a.e.&.c.d.incommunicantia.itaq; & due superficies.f.h.& k.l. eis equales quoq; essent incommunicantes: quare & due linee.g.h.& m.l.essent incommesurabiles per primam sexti & per secūdam partem.10. Et quia vtraq; earum est rationalis tantum in potentia per.20.esset supficies. vnius earum in alterā medialis per.19. Cum ergo quadratum linee h.m.sit equale dicte superficiei que fit ex.g.h.in.m.l.per primam partem 16.sexti esset per.19.linea.h.m.linea medialis. Per.15.ergo non esset superficies.h.k.rationalis.nec etiam ꝑ.10.medialis: quare nec sua equalis.a.c.



¶ Castigator.

k ¶ Qualiter fiat in tribus precedentibus dictum est. Videlicet per. 10. sexti positis tribus lineis quartam inuenire ad quam tertia se habeat sicut prima ad secūdam: hoc autem totum fit vt deueniatur ad secundam partem.13.sexti & arguatur superficies illas equales cum sint mutuorum laterū & vnus angulus i muno omnes vnius equetur angulo alterius &c. quarum trium linearum due sunt latera superficiei q̄drate.a.s. secūda & tertia altera est linea.f.g.quarta inuenta est.g.h .tunc reliqua patent per decimamquintam sexti. Tunc erunt quatuor linee proportionales. prima.f. g.secunda vnum latus superficiei quadrate.a. tertia reliquum latus dicte superficiei quadrate.a.quarta erit linea inuenta per.10.sexti.s. g. h. ita de reliquis. o ¶ Scilicet q; nullo modo posset esse rationalis sed tantum medialis.



Propositio. .24.

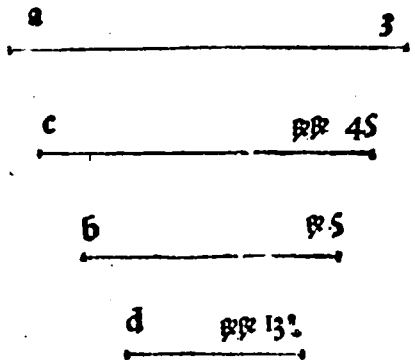
Duas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiemq; rationalem cōtinentes quarum longior fit potentior bxeniore: augmento quadrati linee communicātis eidem longiori in longitudine inuenire.

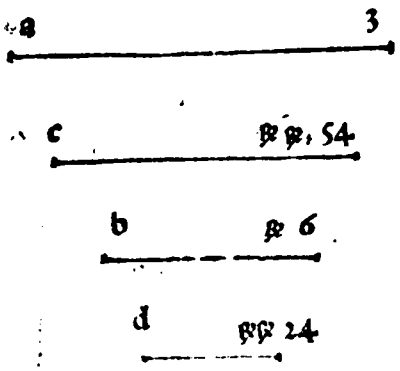
¶ Cum omnes due linee mediales potentia tantum cōmunicantes cōtineant supficiem rōalem aut medialē ut ex premissa patet

docet inuenire eas duas que continent superficiem rationalem ⁊ eas que medialem. Vnde propositum est inuenire duas lineas mediales potentia tantum cõmunicantes: quarum longior possit amplius breuiori in quadrato alicuius linee sibi communicantes in longitudine que contineant superficiem rationalem. ¶ Ad hoc ꝓm doctrinam.17. Sumo duas lineas a.⁊.b. potentia tantum rationales communicantes quarum longior que sit.a. possit amplius breuiori que sit.b. in quadrato alicuius linee secum cõmunicantes in longitudine. Et ponam lineam.c. secundũ doctrinam.9. sexti medio loco proportionalem inter.a.⁊.b.⁊ ponam vt sit proportio a.ad.b.sicut.c.ad.d.q̃ qualiter fiat in n.10.sexti dictum est. Dico tũc duas lineas.c ⁊.d.esse quas querimus. patet enim ex.19.q̃ superficies quam cõtinent due linee.a.⁊.b.est medialis: ⁊ quia per primam partem.16.sexti q̃dratum linee.c.est dicte superficiei equale erit igitur per.19.linea.c.medialis. Cum autem sit.a.ad.b.sicut.c.ad.d.⁊.b.communicat cum.a.in potentia tantum ex ypothesi: quia tam.a.q̃.b.rationalis est in potentia sequitur per.10.q̃.c.quoq̃ communicet cum.d.in potentia tantum.itaq̃ per.21.cum.c.sit linea medialis: erit etiam.d.medialis: ⁊ per primam partem.11.erit linea.c.potentior linea.d.in quadrato linee sibi communicãtis in longitudine. Si ergo due linee.c.⁊.d.contineant superficiem rationalem ipse sunt quales inquirimus. Eas autem continere superficiem rationalem sic habeto: cum sit.a.ad.b.sicut.c.ad.d.erit permutatim a.ad.c.sicut.b.ad.d.sed erat.a.ad.c.sicut.c.ad.b.igitur ẽ.c.ad.b.sicut.b.ad.d.itaq̃ ꝑ primam partem.16.sexti superficies quam cõtinent due linee.c.⁊.d.est equalis quadrato.b.est autem quadratum.b.rationale per ypothe.cum ipsa sit rationalis in potentia: superficies ergo quam continent due linee c.⁊.d.est rationalis: quare constat propositum.

¶ Castigator.

¶ Nota q̃ ista conseqẽtia valet sic arguendo iste linee sunt ratiõales in lõgitudine ergo cõmunicant in longitudine ⁊ in potentia sed non econuerso.5.iste sunt rationales in potentia seu cõmunicantes in potentia ergo in longitudine quia.ꝓ.12.⁊.ꝓ.3.sunt rationales in potẽtia ⁊ non in longitudine q̃uis in vtraq̃ communicent ⁊.ꝓ.12.⁊.ꝓ.6.cõmunicant in potentia ⁊ non in longitudine cum quadratorum suorum non sit proportio sicut numerorum quadratorum. ¶ In lineis medialibus non agitur de irrationalitate cum semp̃ sint irrationales quia sunt latera tetragonica superficierum irrationalium vt in.19.dicitur sed solum de eis dicitur cõmunicantia ⁊ cõmẽsurabilitas vt patet.n ¶ Scilicet tribus lineis propositis quartã inuenire ad quam.3.se habeat sicut prima ad secundam ⁊ in casu prima ẽ linea.a.secũda linea.b.tertia linea.c.⁊ quarta inuenta est linea.d.vt ibi dr.





Propositio .25.

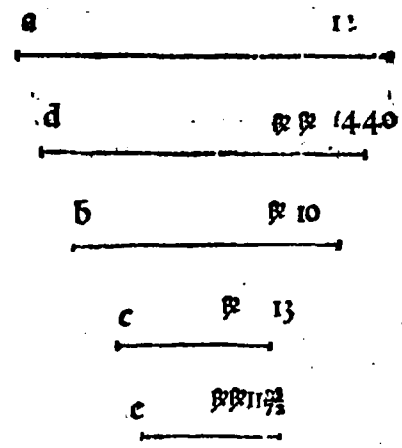
Duas lineas mediales potentia tantum cõmunicãtes superficiemq̃ rationalem continentes: quarũ longior fit potẽtior breuiori quadrato linee eidem longiori in longitudine incõmensurabilis inuenire.

¶ Positis duabus lineis.a.⁊.b.rõalibus potẽtia tm̃ cõicãtibus quarũ longior possit amplius breuiori q̃drato linee secum non cõicantis in longitudine: que quidem reperiuntur ꝓm doctrinã.18.ceterisq̃ positionibus manẽtibus sicut in ꝓmissa argumentãdo mõ cõsimili patebit duas lineas.c.⁊.d.eẽ quales querimus. Et notaq̃ due linee q̃s hec ⁊ premissa docent inuenire cõponunt bimediale ꝓmum.⁊ minori earum abscisa de maiori que reliqua est dr residuum mediale ꝓmum.

Propositio .26.

Duas lineas mediales potentia tantum cõmunicantes superficiemq̃ medialem continentes quarum longior breuiore tanto amplius possit quantũ est quadratum alicuius linee incõmensurabilis ipsi longiori in longitudine inuenire.

¶ Cum docuerit inuenire duas lineas mediales potentia tantum cõmunicantes superficiemq; rationalem continentes: quarum lõgior plus possit breuiori in quadrato linee secum communicantis in longitudine ¶ secum incommensurabilis in longitudine. Nunc docet inuenire duas lineas mediales potentia tm̃ communicantes superficiemq; medialem continentes quarum longior sit potentior breuiori in quadrato linee non secũ cõicantis in longitudine: sed solum sibi incommensurabilis in longitudine. I llud enim facile habet ex isto. ¶ Sint itaq; tres linee sumpte fm doctrinam.18.a,b.c.potẽtia tantum rationales ¶ in ea solum cõmunicãtes. Sitq;.a.potentior.b.¶.c.quadrato linee sibi incõmensurabilis in longitudine ¶ ponatur.d.medio loco proportiõalis inter.a.¶.b.vt docet.9.sexti ¶ sit.d.ad.e.sicut.a.ad.c.dico duas lineas.d.¶.e. esse quales inquirimus. Cum sit enim quadratum linee.d.equale superficiei que cõtinetur sub.a.¶.b.per primam partem.16.sexti. Sitq; superficies contenta sub.a.¶.b. medialis: ex.19.cum.a.¶.b.sint potentia tantum rationales communicãtes: erit ex eadem linea.d.medialis. Quia.a.ad.c.sicut.d.ad.e. communicat autem.a.cum.c.in potentia tantum ex ypothesi. Sequitur ex.10.vt.e.quoq; cõmunicet cũ .d.in potentia tm̃. I taq; per.21. erit.e. linea medialis. Et etiam quia.a.est potentior.c.quadrato linee sibi incõmensurabilis in longitudine erit quoq; per.12.d.potentior.e.quadrato linee sibi incommensurabilis in longitudine. ¶ Si igitur due linee.d.¶.e.contineant superficiem medialem constat eas esse quales inquirimus. ¶ Eas autem continere superficiem medialem.sic habetur. Cum sit ex ypothesi.a.ad.c.sicut.d.ad.e.erit permutatim.a.ad.d.sicut.c.ad.e.sed.a.ad.d.est sicut.d.ad.b.p ypothesim: itaq;.d.ad.b.sicut.c.ad.e.igitur per primam partem.15.sexti: superficies quam continent.d.¶.e.est equalis ei quam continent c.¶.b.sed.b.¶.c.continent superficiem medialem per.19.cum ipse sint rationales i potentia tantum communicantes ex ypothesi: itaq;.o.d.¶.e.continent superficiem medialem.quod est propositum. ¶ Si autẽ cura esset inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiẽq; medialem continentes.p: quarum longior esset potentior breuiori quadrato linee secum communicãtis in longitudine. Sumeremus tres lineas fm doctrinam.17.a.b.c.potentia tantum rationales ¶ in ea solum communicãtes ¶ poneremus lineam.a.esse potentiorem linea. c. quadrato alicuius linee sibi communicantis in longitudine: cetera vero manerent vt prius. ¶ argumentatione consimili concluderemus duas lineas .d.¶.e. esse quales proponitur inquirere. ¶ Et nota q; due linee quas hec.26.docet inuenire componunt bimediale secundum ¶ minori earum abscisa de maiori que reliqua est dicitur residuum mediale secundum.



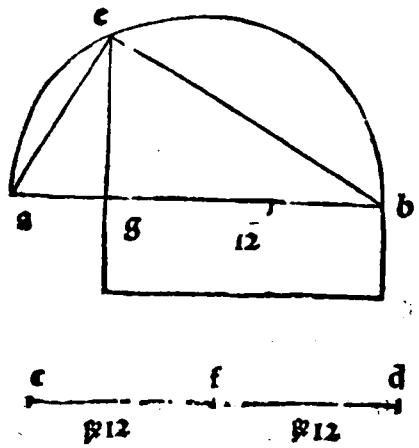
¶ Castigator.

o ¶ Potentia linee.e.medialis ad potentiam linee.d medialis est: vt.13. ad.144.numerorum qui communicant: quoniam quadrati.13. quod est 169.ad quadratum numeri.144.quod est.20736. est sicut numerorũ quadratorum. I deo per secundam partem.7.huius latera .13.¶.144. communicãt in longitudine ¶ potẽtie.a.ad.b.est velut.72.ad.5.p. ¶ Propter hoc dixit supra I.17.18.si libeat plures lineas inuenire potentia tm̃ ratiõales cõmunicantes: vt posset tres quatuor ¶c.lineas mediales inuenire ¶c.

Propositio .27.

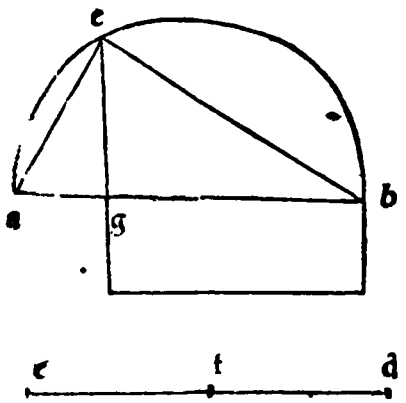
Eas lineas potentialiter incõmẽsurabiles superficiemq; medialem continentes quarum quadrata ambo pariter accepta sint rationale inuenire.

¶ Propositum est inuenire duas lineas incommensurabiles tam in potentia q̃ in longitudine que contineant superficiem medialem ¶ quadrata ambanum pariter accepta su



ciant superficiem rationalem. Ad hec autem sumo p. 18. duas lineas. a. b. & c. d. potentia tantum rationales communicantes quarum longior que sit. a. b. sit potentior. c. d. quadrato alicuius linee secum incommensurabilis in longitudine. Et super lineam. a. b. describo semicirculum. a. e. b. & diuido lineam. c. d. per equalia ad punctum. f. & diuido lineam. a. b. ad punctum. g. ita q̃ linea. c. f. cadat in medio loco proportionalis inter. a. g. & g. b. & qualiter hoc fiat in. 13. dictum est. Et pono q̃ superficies. b. h. fiat ex. a. g. in. g. b. Eritq̃ ex prima parte. 16. sexti quadratum. c. f. equale superficiei. b. h. & quia quadratum. c. f. est equale quarte parti quadrati. c. d. ex quarta secundi. Et quia superficiei. b. h. deest ad complendum lineam a. b. superficies quadrata. Cum. a. g. sit equalis. g. h. Et quia linea. a. b. potentior est linea. c. d. quadrato linee sibi incommensurabilis in longitudine ex ypothesi: erit ex secunda parte. 14. linea. a. g. incommēsurabilis linee g. b. Educo igitur a puncto. g. perpendicularem super lineam. a. b. vsq̃ ad circumferentiam semicirculi que sit. g. e. Et protraho lineas. a. & e. b. quas dico esse quales querimus. Erit enim. e. g. equalis. c. f. eo q̃ vtraq̃ cadit medio loco proportionalis inter. a. g. & g. b. prima quidem per primam partem corrd. 8. sexti. secunda vero per ypothesim: propter quod quadratum vtriusq̃ earum per primam partem. 16. sexti est equale superficiei ex. a. g. in. g. b. que est. b. h. ipse igitur sunt equales. At quia per quartam sexti proportio. a. e. ad. e. b. ē sicut. a. g. ad. g. e. sunt aūt. a. g. & g. e. & g. b. continue proportionales erit. a. e. ad. e. b. duplicata: sicut. a. g. ad. g. b. Quare per. 18. sexti erit quadratū linee. a. e. ad quadratum linee. e. b. sicut. a. g. ad. g. b. Cum sit igitur. a. g. incōicans. g. b. erit per secūdam partē. 10. quadratū. a. e. incōicans q̃drato. e. b. quare due linee. a. e. & e. b. sunt incōmensurabiles in potētia. ¶ Et q̃a per penultimā primi quadratū. a. b. est equale q̃dratis duarum linearū. a. e. & e. b. pariter acceptis quadratū aūt. a. b. est rōnale: cum a. b. sit rōnalis in potentia p ypothe. erūt quoq̃ quadrata duarū linearū. a. e. & e. b. pariter accepta rōnale. ¶ Si vero he due linee continent supficiē medialē habitum est propositū. Erat aūt. c. d rōnalis in potentia & in ea tantum cōicans linee. a. b. quare & c. f. & ideo ēt. g. e. sibi equalis erit potētia rōnalis & tm̄ in eadē cōicans cum. a. b. itaq̃ per. 19. superficies ex. a. b. in g. e. est medialis. Quia igit̃ per quartam sexti & per primā ptem. 15. eiusdē superficies. a. e. in. e. b. est sibi. s. superficiei. a. b. in. g. e. equalis constat duas lineas. a. e. & e. b. esse quales volumus. ¶ Et nota q̃ due linee quas docet hec. 27. inuenire componunt lineam maiorem & minori earum abscisa que reliqua est dicitur linea minor.

Propositio .28.



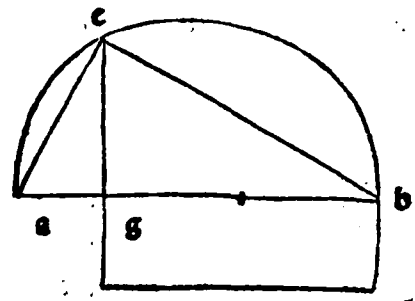
Duas lineas pontētialiter incommensurabiles superficiēq̃ rōnalem continentes quarū ambo quadrata pariter accepta sint mediale inuenire.

¶ Sit hic prorsus eadem dispositio que prius in premissa. Sint autem due linee. a. b. & c. d. quales pponit. 25. erūtq̃ simili argumētatione p̃misse due linee. a. e. & e. b. quales hec. 28. proponit. Cum sit enim. a. b. linea medialis erit eius quadratum mediale per. 19. & ideo quadrata duarum linearū. a. e. & e. b. sunt mediale per penultimam primi & quia. a. b. & c. d. continent supficiē rationalē. sequitur etiam vt. a. b. in. c. f. & ideo in. g. e. sibi equalem contineat superficiem rationalem: itaq̃ & a. e. in. e. b. patet ergo quod queritur. ¶ Vnde due linee quas hec. 28. docet inuenire componunt lineam potentē in rōnale & mediale & minori earum abscisa de maiori que reliqua est dicitur linea que iuncta cum rationali componit totum mediale.

¶ Castigator.

¶ In istis tribus. s. 27. 28. 29. vbi adducitur. 4. sexti. Imaginantur semper tres triangulis vnus totalis ex. a. e. b. & duo partiales. s. a. e. g. & g. e. b. qui

oēs adinuicem sunt similes per.8.sexti: & ideo latus.a.e.magni respiciens angulū.b.eiusdē magni ad latus.g.e.parui.respiciēs eūdē angulū.b.rōne parui trianguli.g.e.b.est sicut lateris.a.b.magni respiciētis angulū.e.rectū ipsius magni ad latus.e.b.parui.s.g.e.b.respiciens angulū.g.rectū eiusdem parui: & quia omnes anguli recti sunt equales per petitionem & b.priorum laterum: est idem vtrobiq; respectu diuersorum.



Propositio .29.

Das lineas potētialiter incōmensurabiles superficiemq; medialem continuentes quarū quadrata ambo pariter accepta sunt mediale duplo superficiei vnius in alteram incommensurabile inuenire.

¶ Huius quoq; dispositio a duarum premissarum dispositione non sit in quoquam diuersa. Sint autem linee due.a.b.&.c.d.quales.26.proponit eruntq; premissa argumentatione due linee.a.e.&.e.b.quas inquirimus. Cum enim.a.b.sit linea medialis erūt quadrata duarum linearum.a.e.&.e.b.pariter accepta mediale. ¶ At cum.a.b.&.c.d.contineant superficiem medialem.sequitur vt.a.b.in.c.f.& ideo i.e.g.sibi equalem contineat quoq; supficiem medialē: oīs.n.superficies mediali communicans medialis esse conuincitur: quēadmodū in.21.monstratum est. ¶ Superficies igitur.a.e.in.e.b.medialis est cum ipsa sit equalis superficiei.a.b.in.g.e. ¶ Quia vero linea.a.b.est incommensurabilis linee.c.d.erit etiam incomensurabilis linee.c.f.[a] quare & linee.e.g.quare per primam sexti & secundam partem.10.huius: superficies a.b.in.e.g.que est equalis superficiei.a.e.in.e.b.erit incommensurabilis quadrato linee.a.b.itaq; & quadratis duarum linearum.a.e.&.e.b.pariter acceptis. ¶ Quod cum ita sit sequitur quoq; vt duplum superficiei.a.e.in e.b.sit incommensurabile quadratis predictis duarum linearū.a.e.&.e.b.piter acceptis & hoc erat monstrandum. ¶ Due linee quas.hec.29.docet inuenire componunt lineam potentem in duo medialia & minori earum abscisa de maiori que reliqua est dicitur linea que iuncta cum mediali facit totum mediale.

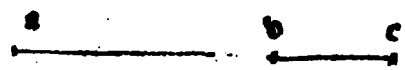
¶ Castigator

a ¶ Propter hoc q; multiplicia & submultiplicia eiusdē sunt generis. Vt i fine quinte diffinitionis quinti libri dictum fuit. Et ideo partes proprie semper sunt de ratione totius, & sic.c.f.cum sit medietas.c.d.etiam per.9.&.8.huius & rectius concluditur propositum.

Propositio .30.

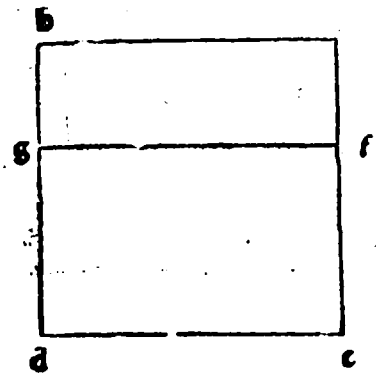
Si due linee potentialiter tantū rōnales cōicantes in longū directumq; cōiungant: tota linea ex his cōposita erit irrationalis: dicetur q; binomium.

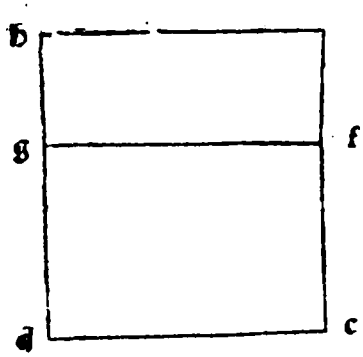
¶ Sint due linee.a.b.&.b.c.in continuū directumq; conuncte rationales in potentia tm cōicantes: quas p.17.& 18.reperies: dico totam lineā.a.c.ex eis compositam esse irrationalem & ipse vocatur binomiū. Est enim p quartam secundi quadratum.a.c.equale quadratis duarū linearū.a.b.&.b.c.& duplo supficiei vnius earum in alterā: quadrata aūt ambarum faciunt supficiē rationalem ex ypothesi: duplū vero superficiei vnius earum in alterā facit superficiem medialē ex.19.itaq; quadrata ambarum pariter accepta faciūt supficiem incommensurabilē duplo superficiei vnius earū in alterā. erit igit ex.9.quadratū.a.c.incōmensurabile duobus q̄dratis duarū linearū.a.b.&.b.c.piter acceptis quare irrationale p diffinitionē cum duo illa q̄drata faciant supficiem rationalem.ideoq; suū latus tetragonicum quod est.a.c.irrationale quoq; p diffinitionem: constat ergo propositum.



¶ Castigator

r ¶ Hec irrationalitas facit infra ad .67. huius. Et sicut in ista.30.probatur linea binomialis esse irrationalis per.4.secundi.ita infra.68.huius probatur idem de residuo q; sit linea irrationalis mediante.7.eiusdem.





scundi. ℭ. 9. huius.

Propositio .31.

Si due linee mediales potentia tantum cõicantes superficiemq; rationalem continentes directe cõiungantur tota linea ex his composita erit irrationalis diceturq; bimediale primum:

¶ Sint due linee, a.b. ℭ. b.c. in continuum directumq; cõiuncte quales pponuntur quas. p. 24. ℭ. 25. reperies: dico totam lineam. a.c. eẽ irrationalem ℭ ipsa vocatur bimediale primũ. Est. n. duplum supficiei. a.b. in. b.c. rõnale per ypothe. duoq; que quadrata duarum linearũ. a.b. ℭ. b.c. pariter accepta faciunt mediale. cum vtrumq; quadratum sit mediale p ypothesim ℭ vnum eorum cõicans alii: duplum igitur superficiei vnius earum in alterã est incõicans duobus q̃dratis piter acceptis: totum ergo aggregatum ex duplo supficiei ℭ duobus quadratis ℭ ipsum est quadratum totius. a.c. p quartam secundi est incommensurabile duplo superficiei vnius earũ in alteram p. 9. huius cum itaq; duplũ superficiei sit rationale erit quadratũ. a.c. irrõnale. ideoq; ℭ linea. a.c. qd est ppositum. ¶ I dẽ aliter: sit linea. d.e. rõnalis in longitudine cui adiũgatur superficies. d.f. equalis duobus quadratis duarũ linearum. a.b. ℭ. b.c. eritq; supficies hec. d.f. medialis cũ vtrumq; quadratũ sit mediale p ypothe. ℭ vnum eorũ cõicans alii quare p. 20. linea. d.g. est rõnalis in potentia tm̃: non cõicans in longitudine linee. d.e. Rursus ad lineam. f.g. que est equalis. d.e. adiungatur superficies. f.h. equalis duplo superficiei. a.b. in. b.c. eritq; f.h. rõnalis p ypothesim. quare per. 16. linea. g.h. erit rõnalis in longitudine. Due itaq; linee. d.g. ℭ. g.h. sunt potentialiter rõnales ℭ in ea tm̃ cõicantes: ergo p. 30. tota linea ex eis cõposita que est. d.h. est binomiũ ℭ irrõnalis: quare p. 16. a destructione consequẽtis supficies. e.h. ẽ irrõnalis. At qa p quartam secũdi latus. ius tetragonicũ est linea. a.c. ipsa erit irrationalis per diffinitionem quod oportuit demostrari.

Castigator

s ¶ I starum linearum aliquando longior est potnetior breuiore in quadrato linee maiori communicantis. vt in. 24. aliquando non communicantis. 25. huius.

Propositio .32.

Si due linee mediales potẽtialiter tantũ cõicantes superficiẽq; medialẽ cõtinentes directe cõiungantur tota linea erit irrõnalis dicetq; bimediale sm̃.

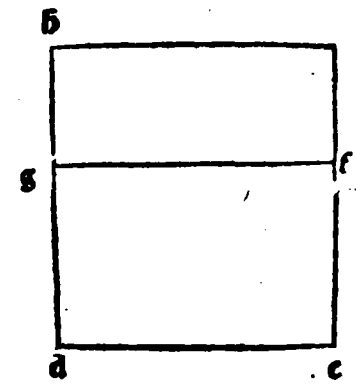
¶ Sint due linee. a.b. ℭ. b.c. mediales i contiuũ directũq; coniuncte vt proponitur quas per. 16. contingit reperiri. Dico totam. a.c. ex. eis cõpositam eẽ irrationalem ℭ ipsa vocatur bimediale secũdum. ⁊ Esto enim linea. d.e. rõnalis in longitudine cui adiungatur supficies. d.f. equalis duobus quadratis duarum linearum. a.b. ℭ. b.c. piter acceptis ℭ qa ex ypothesi duo illa q̃drata sunt cõicãtia: vt vtrumq; mediale: erit superficies. d.f. medialis quare per. 20. linea d.g. que est eius latus secundum est rationalis in potentia tantũ: ℭ linee d.e. incommensurabilis in longitudine. ⁊ Rursus adiungatur ad lineam g.f. que est equalis linee. d.e. superficies. f.h. equalis duplo superficiei. a.b. in. b.c. eritq; etiam superficies. f.h. medialis: erat enim per ypothesim superficies. a.b. in. b.c. medialis. ergo duplum eius cui est equalis. f.h. erit mediale. Per. 20. igitur linea. g.h. rationalis in potẽtia tantum ℭ incommensurabilis in longitudine linee. g.f. ⁊ Quia vero. a.b. ℭ. b.c. sunt potentialiter tantum communicantes erit per primam sexti ℭ p secundam partem. 10. huius superficies vnius in alteram incommensurabilis quadrato vtriusq;. ⁊ At quia quadrata earum communicant per ypothesim erit dicta superficies quare ℭ duplum eius incommunicans duobus qua-

dratis earum pariter acceptis. Due ergo superficies.d.f.&.f.h.sunt in communicantes: per primam itaq; sexti & secundam partem.10.huius erit linea.d.g. incommensurabilis linee g.h.que cum sint rationales in potentia: erit per.30. tota linea.d.h.binomium & irrationalis: ergo per.16.a destructione consequentis erit superficies.e.h. irrationalis. Et quia latus eius tetragonicum per quartam secundi est linea.a.c. sequitur per diffinitionem q linea.a.c.sit irrationalis: quod ꝓpositum erat ostendere.

¶ Castigator.

t ¶ Quia ꝑ primam sexti superficiei.a.c.ad vtrunq; quadratum est sicut basis.a.b.ad basim.b.c.que sunt ex ypothesi due linee non cōmunicātes in longitudine sed solum in potentia. Et ideo ꝑ secundā partem decime huius superficies.a.c.etiam non cōmunicat cum aliquo duorum quadratorum illarum duarum linearum.a.b.&.b.c. q̄uis superficies illa & dicta quadrata sint irrationalia quia medialia seu irrationalia non communicant nisi se habeant sicut numeri per quintam huius.

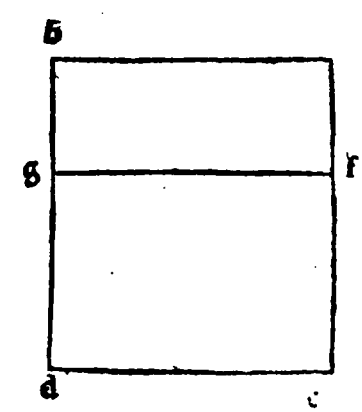
u ¶ Quia dato opposito huius consequentis sequitur lineam.d.h.esse rationalem per.16.que non est. Et ideo irrationalis superficies.e.h.que si nō esset rationalis & tunc per.16.vt dictum est.



Propositio .33.

Cum coniuncte fuerint due linee potentialiter incōmensurabiles superficiemq; medialem ꝯtinentes quarum ambo q̄drata pariter accepta sunt rōnale: tota linea erit irrōnalis diceturq; linea maior.

¶ Sint due linee.a.b.&.b.c.sibi in continuum directūq; coniuncte sicut proponitur: quas contingit ex.27.reperire: dico.a.c.ex eis compositam esse lineam irrationalem & ipsa vocatur linea maior. Cum enim ambo quadrata pariter accepta sint rationale superficies vero alterius in alteram quare & eius duplum medialis per ypothesim: erit totum ex duobus quadratis pariter acceptis incommunicans duplo superficiei vnius in alteram.itaq; totum aggregatum ex duobus q̄dratis & duplo superficiei & ipsum est equale quadrato.a.c.ꝑ quartam scd̄i erit per.9.huius incōmensurabile duobus quadratis. duarum linearum.a.b. &.b.c.pariter acceptis: per diffinitionem ergo est quadratum linee.a.c.irrationale & linea.a.c.irrationalis quod est propositum. ¶ Idem aliter sicut in premissis ad lineam.d.e.que sit rationalis in longitudine adiungatur superficies.d.f.que sit equalis duobus quadratis duarum linearum.a.b. &.b.c.pariter acceptis eritq; rationalis per ypothesim quare ꝑ.16.latus eius secundum quod est.d.g.erit etiam rationale in longitudine & communicans linee.d.e. ¶ Rursus ad lineam.f.g.adiungatur superficies.f.h. equalis duplo superficiei.a.b.in.b.c.eritq; medialis per ypothesim: quare per.20. linea.g.h.que est eius latus secundum est rationalis in potentia tantum per.30.igitur est linea.d.h.binomium & irrationalis: ideoq; ꝑ.16.a destructione consequentis superficies.e.h.est irrationalis quare latus eius tetragonicum quod per quartam secundi est.a.c.est irrationale per diffinitionem.quod volumus ostendere.

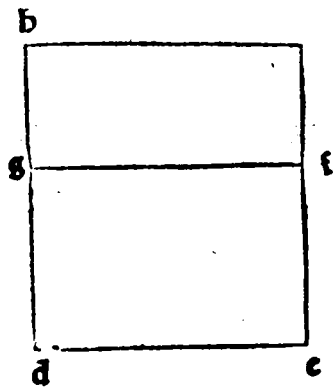


Propositio .34.

Cum coniuncte fuerint due linee potētialiter incōmensurabiles superficiemq; rationalem continentes quarum ambo quadrata pariter accepta sint mediale: tota linea erit irrationalis diceturq; potens in rationale ⁊ mediale.

¶ Sint vt in premissis due linee.a.b. &.b.c.in continuū directumq; coniuncte quales proponitur: & ipse sunt ex.28.sumende: dico q tota linea.a.c.ex eis composita erit irrationalis & illa vocatur linea potens in rationale & mediale. Cum sit enim superficies.a.b.in.b.c. rationalis ꝑ ypothesim.ideoq; & duplum eius ac ambo quadrata pariter accepta

sunt mediale: sequitur ꝑ quartam secundi ꝗ 9. huius quemadmodū in premissis ꝙ quadratum totius .a.c. sit incōicans duplo supficiei.a.b.in.b.c. per diffinitionem igitur ipsum est irrationale ꝗ linea.a.c. irrationalis qd est ꝓpositum. ¶ Idem aliter: sit vt in premissis linea.d.e rōnalis in longitudine supficiesq.d.f.sibi adiūcta equalis duobus q̄dratis ꝑiter acceptis duaꝝ lineaꝝ.a.b.ꝗ.b.c.eritq. medialis ꝑ ypothesim: ꝑ.20.igit: erit linea .d.g.rationalis in potentia tantum non communicans in longitudine linee .d.e. Sitq. supficies.f.h.adiuncta ad lineam.g.f.equalis duplo superficiei ex. a.b.in.b.c.eritq. rationalis per ypothe. ꝗ ideo per.16. latus eius secundum quod est.g.h.rationale in longitudine quare per.30. linea.d. h.est binomium ꝗ irrationalis: ꝗ superficies .e. h. per .16. a destructione consequentis est irrationalis. Cum itaq. linea . a .c.sit eius latus tetragonicum per quartam secundi sequitur vt.a.c.sit irrationalis per diffinitionem: constat ergo propositum.



Propositio .35.

Cum ꝯiuncte fuerint due linee potētialiter incōmēsurabiles superficiēq; medialē ꝯtinētes quaꝝ quadrata ambo pariter accepta sit mediale duplo supficiei vnius in alteram incōmensurabile tota linea erit irrōnatis diceturq; potens in duo medialia.

¶ Sint quoq. due linee hic.a.b.ꝗ .b.c.in continuū directumq. cōiuncte vt ꝓponit que ex.29. sumende sunt: dico ꝙ linea.a.c. ex eis cōposita est irrōnalis ꝗ ipsa dicit potens in duo medialia. Adiungatur n.ad lineā.d.e.que sit rōnalis in longitudine supficies .d.f. eq̄lis duobus q̄dratis duaꝝ lineaꝝ.a.b.ꝗ b.c.ꝑiter acceptis: eritq. medialis ꝑ ypothesim quare ꝑ. 20.linea.d.g.erit rōnalis in potētia tm̄ ꝗ incōmensurabilis .d.e. linee rōnali in longitudine. ¶ Rursus ad lineam.g.f.que est equalis.d.e. adiungatur superficies.f.h.que sit equalis duplo supficiei vnius in alterā erit ēt ex ypothesi medialis quare ꝑ.20.linea.g.h. erit rōnalis in potentia tm̄. ¶ At qa per ypothesim ambo quadrata pariter accepta sunt incōmensurabile duplo superficiei vnius in alterā sequit vt.d.f.sit incōmēsurabilis f.h.quare ꝑ primam sexti ꝗ secundam partem.10.huius linea.d.g. ē incōmensurabilis.g.h.ꝑ.30.igitur est linea.d.h.binomium ꝗ irrōnalis. Itaq. superficies.e.h.est irrōnalis ꝗ eius latus tetragonicum quod est .a.c. vt in premissis: quare constat ꝓpositum. ¶ Si aūt duplum superficiei.a.b.i.b.c. non esset incōmensurabile ambobus quadratis pariter acceptis esset linea a.c.medialis Esset enim.d.f.communicans .f. h .,ideoq. linea.d .g. linee g.h. tota igtiur.d.h.ª esset rationalis in potentia tantum ꝗ incommensurabilis in longitudine linee .d.e.per.19.igitur esset superficies.e.h . medialis eiusq. latus tetragonicum quod est.a.c.linea medialis. Vt autem facilior fiat doctrina sequentium premonstranda arbitramur hoc loco duo quorum primum est.

¶ Castigator.

a ¶ Quia tota superficies.e.f.tunc esset medialis per.21.ꝗ .9.huius postea per.20.linea.d.h.que est latus secundum dicte superficiei.e.h.est solum in potentia rationalis lateriq. primo.d.e.in longitudine incommensurabilis. Et ideo per.19.latus tetragonicum superficiei.e. h . est linea medialis quod est per.4.secundi linea.a.c.vt premittitur. ¶ Vel sic ꝗ melius per.9. huius. Si autem duplum superficiei.a.b.in.b.c.non esset incommensurabile seu incommunicans ambobus quadratis pariter acceptis. tunc esset eisdem commensurabile siue communicans quare per .9. totum ex eis scilicet.d.f.ꝗ.f h.confectum. scilicet superficies .e. h. esset communicans vtriq. superficiei.scilicet.d.f.ꝗ.f.h.quare per. 21.huius .e. h. tota esset etiā medialis superficies. Et ideo per .20.,secundum latus eius quod est tota d. h . est solum in potentia rationale ꝗ sic per.19.linea.a.c.que per .4.secundi est eius latus tetragonicum esset linea mere medialis ꝗc.

¶ Si aliqua linea per duo inequalia diuidatur quadrata ambarum sectionum pariter accepta: tanto amplius sunt duplo superficiei vnius earum in alteram quantum est quadratum eius linee qua maior excedit minorem.

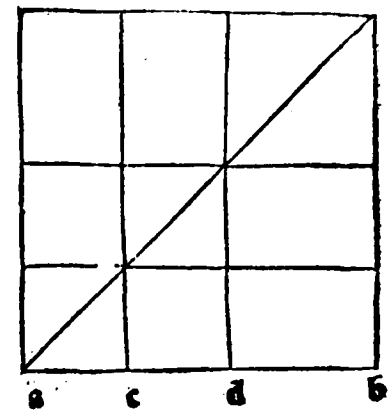
¶ Sit enim linea.a.b.diuisa per duo inequalia in puncto.c.sitq; maior portio.c.b.de qua sumatur.c.d.equalis.a.c.dico q̃ quadrata duarum linearum.a.c.⁊.c.b.sunt amplius duplo superficiei vnius in alteram in quadrato linee.d.b.⁊ Nam quod fit ex.a.c.in.c.b. bis cum quadratis duarũ linearum.a.c.⁊.c b.est equale ei quod fit ex.a.c in.c.b. quater cum quadrato.d.b. Eo q̃ vtraq; hec equalia sunt quadrato linee.a.b. primum quidem per quartam secundi. Secundum vero per.8.eiusdem. Demptis itaq; vtrinq; equalibus videlicet eo quod fit ex.a.c.in.c.b.bis erunt residua que sunt de primo quidem quadrata duarum linearum.a.c.⁊.c.b.⁊ De secundo vero quod fit ex.a.c.in.c.b.bis cum quadrato.d.b.equalia. Quare cõstat ꝓpositum.⁊ Ex hoc ergo manifestũ ē q̃ si aliqua linea p̃ duo inequalia diuidatur quadrato ambarum partium pariter accepta plus sunt duplo superficiei vnius earum in alteram. Et hoc est ꝓp̃ quod istud premisimus.

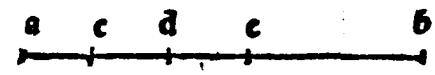
¶ Si aliqua linea per duo inequalia.itemq; alia duo inequalia diuidatur quadrata magis inequaliũ pariter accepta tanto sunt amplius quadratio minus inequalium pariter acceptis quantũ est duplum quadrati illius linee que inter vtrasq; est sectiones ⁊ quadruplum eius quod fit ex eadem linea in eam que est inter punctum sectionis minus inequalium ⁊ punctum quod diuidit totam lineam per equalia.

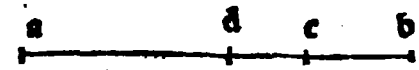
¶ Sit linea.a.b.diuisa per duo inequalia in puncto.c.itemq; per alia minus inequalia in puncto.d.rursus per equalia in.e.dico q̃ quadrata duarum partium magis inequalium que sunt.a.c.⁊ c.b.tantum sunt amplius duobus quadratis duarum linearum minus inequalium que sunt.a.d.⁊ d.b.quantum est duplum quadrati linee.c.d.⁊ quadruplum eius quod fit ex.c.d.in.d.e.⁊ Sunt enim per.9.secundi quadrata duarum linearum a.c.⁊.c.b.pariter accepta dupla quadratis duarum linearum.b.e.⁊ e.c. pariter acceptis.at per eandem.9.secundi quadrata duarum linearum a.d.⁊.d.b.pariter accepta dupla sunt quadratis duarum linearum.b.e.⁊.e.d.pariter acceptis.⁊ Itaq; quadrata duarum linearum.a.c.⁊.c.b.pariter accepta excedunt quadrata duarum linearum.a.d ⁊.d.b. pariter accepta in eo quo duplum quadrati linee.c.e.excedit duplum quadrati linee d.e.hoc autem per quartam secundi est duplum quadrati linee.c.d.⁊ quadruplum eius quod fit ex.c.d.in.d.e.quare constat propositum. Ex hoc manifestum est q̃ quanto fuerint sectiones alicuius linee magis inequales tanto erunt earum quadrata pariter accepta maior at⁊ hoc est propter quod istud premisimus. Propositio .36.

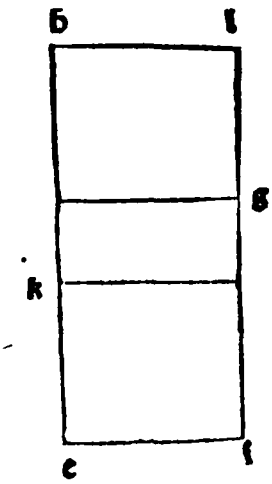
In alias duas lineas sub earus termino ex quibus coniunctum ⁊ nominatum est binomium diuidi impossibile est.

¶ Sit linea.a.b.binomium eritq; ex.30.composita ex duabus lineis in potentia tantum rationalibus communicantibus que sunt.a.c.⁊.c.b.dico q̃ impossibile est eam diuidi in alias duas lineas sub hac diffinitiõe videlicet q̃ ipse sint potẽtia tantum rationales communicantes.⁊ Si enim potest diuidatur in.a.d.⁊.d.b.que sint potentia rationales tm̃ communicantes. Esto quoq; linea e.f.rationalis in longitudine cui adiungatur superficies b.e.g.que sit eq̃lis quadratis duarum linearum.a.c.⁊.c.b.pariter acceptis ⁊ superficies.f.h. que sit equalis quadrato linee.a.b. eritq; superficies.e.g. rationalis eo q̃ vtrunq; quadratorum linearum.a.c.⁊.c.b. pariter acceptis est rationale per ypothesim ⁊ superficies.g.h.medialis per.19.qm̃ ipsa est equalis duplo superficiei.a.c.in.c.b.per quartam secundi. Sit igitur rursus superficies f.k. equalis quadratis duarum linearum.a.d.⁊.d.b. pariter acceptis





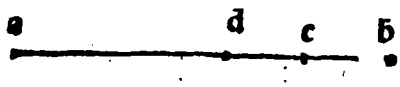


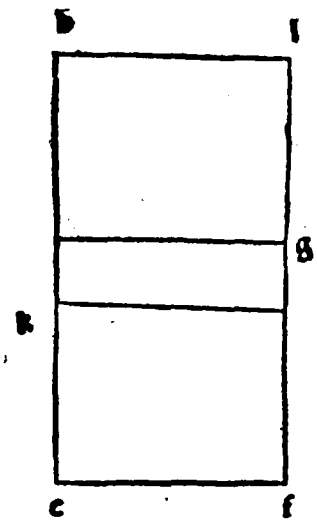


que cum sint diuerse a duabus lineis.a.c.⁊.c.b.erit per secundū predemō-stratorum antecedentium superficies.f.k.diuersa [d] a superficie.e.g. Earū ergo differentia sit.k.g.eritq; per quartam secundi excessus superficiei.f.h. super.f.k.qui sit.k.l.equalis duplo eius quod fit ex. a.d.in.d. b. ⁊ propter hoc erit etiam superficies.f.k.rationalis: ⁊ superficies.k.l. medialis: itaq; superficies.k.g.cum ipsa sit differētia duarum superficierum rationalium que sunt.e.g.⁊.f.k.erit rationalis. Non enim differt rationale a rationali nisi in ratiōali: ⁊ hoc dico diffinitione ⁊.9.huius hoc confirmātibus. Eadem quoq; cum ipsa sit differentia duarum superficierum medialium que sunt.g.h.⁊.k.l.erit irrationalis per.22.quod est impossibile.

¶ Castgiator.

b ¶ Ista adiunctio superficierum ad lineam rationalem in longitudine equalium aliis superficiebus fit vbiq; in sequentibus ⁊ precedentibus: vt visum est: quemadmodum dictum est supra in vigesima: vigesima prima: vigesima secūda: ⁊ vigesima tertia huius. ideo ibi recurras: quia auctor cum semel diligenter docuerit suffecit ei ⁊ nobis. c ¶ Ex istis sex sequentibus diuisionibus linearum compositarum in suas componentes: vt patet: apparet illa philosophantium maxima: videlicet omnis res per quascunq; causas componitur per easdem resolui necesse est. d ¶ Cum vtraq; diuisio sit per inequalia scilicet in.c.⁊ in.d.quoniam linee componentes binomium semper sunt inequales per.17. ⁊.18.huius quia longior potentior breuiore ⁊c.





Propositio .37.

Imediali primo sm terminum suum in duas lineas mediales diuiso: sub earuz termino in alias duas lineas mediales idem diuidi est ipossibile.

¶ Sit quoq; hic linea.a. b. bimediale primum diuisa in duas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiemq; rationalem continentes: ex quibus.31. asserit eam componi que sint.a.c.⁊.c.b.dico q; impossibile est eam diuidi in alias duas lineas sub earum diffinitione. Quod si possibile fuerit diuidā eam in puncto.d.assumptaq; linea rationali.e.f.adiungatur ei.e. g.equalis duobus quadratis duarum linearum.a.c.⁊.c.b.⁊ superficies.f.h. equalis quadrato.a.b.⁊ superficies.f.k.equalis quadratis duarum linearum.a. d.⁊.d.b.eritq; per quartam secundi.g.h.equalis duplo superficiei. a.c. in c.b.⁊ per eandem erit.k.l. equalis duplo superficiei a.d.in. d. b. propter ypothesim quoq; erit vtraq; duarum superficierum.e.g.⁊. k.f. medialis ⁊ vtraq; duarum.g.h.⁊.k.l.rationalis. hoc autem impossibile: esset enim per primum superficies.k.g. irrationalis ex.22. per secundum autem eadē esset rationalis ex diffinitione ⁊.9.quod est inconueniens.

Propositio .38.

Imediale secundum nisi in duas lineas tantū sub termino suo diuidi non potest.

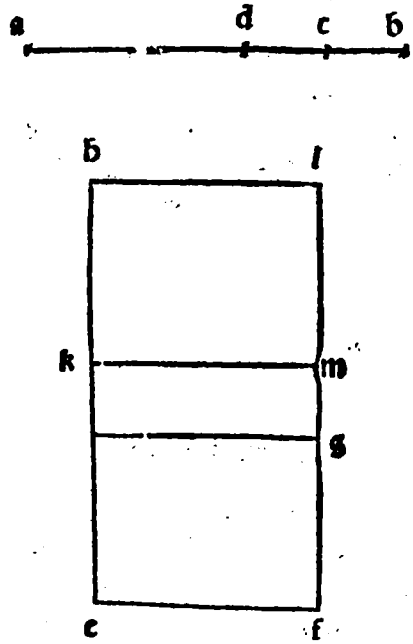
¶ Sit vt prius linea. a. b. bimediale secundum duisa in duas lineas.a.c.⁊.c.b. mediales: potentia tantum cōmunicantes: superficiemq; medialem continentes: ex quibus 32.proponit eam componi: dico q; impossibile est eam diuidi sub earum diffinitione in alias duas. Sin autem diuidat in. d. sintq; vt prius superficies.e.g.f.h. ⁊.f.k. adiuncte ad lineam rationalem. e. f. eruntq; per presentes ypotheses vtreq; superficies.e.g.⁊.g.h.mediales: quare per.20.vtraq; duarum linearum.f.g.⁊.g.l.erit rationalis in potentia tātum non communicans in longitudine linee.e.f. At quia due linee.a. c. ⁊.c.b.erunt incommensurabiles in longitudine: sequitur per primam sexti: ⁊ per secundam partem. 10. huius q; vtrunq; quadratorum linearum a.c.⁊.c.b.sit incommensurabile superficiei vnius in alteram: cunq; dicta quadrata communicent. ex ypothesi sequitur vt ambo quadrata pariter

accepta sint incommensurabile superficiei vnius in alteram: ideoq; & eius duplo: quare superficies.e.g.incommēsurabilis est superficiei.g.h. & linea g.f.linee.g.l.per primam sexti & secundam partem.10.huius: itaq; per.30. linea.f.l.est binomium diuisa sm suum terminum in puncto. g. ¶ Eodemq; modo probabitur ipsam binomium esse mediantibus superficiebus.e.m.&.m.h.diuisam secundum suum terminum in pūcto. m. quod est impossibile per.38. Non enim potest dici q; linea.f.l.diuisa sit ad puncta.g.&.m.in parte consimiles.sic enim esset linea. f.m. equalis. g.l. sed ipsa est maior linea.m.l. vt patet ex primo premissorum antecedentium huius: & prima sexti cum.e.m.superficies sit maior.h.m. superficie. Huius autem demonstrationis modus potest esse communis. 37. ceterisque eam sequentibus.

Propositio .39

Linea maior nisi in duas lineas tantum ex quibus constat sub earum termino diuidi nō potest.

¶ Sit quoq; hec linea maior.a.b. diuisa ad punctum. c. in duas lineas potentialiter incommensurabiles superficiemq; medialem continentes quarum ambo quadrata pariter accepta sint rationale: ex talibus enim componitur vt affirmat.33.dico q; impossibile est ad alium punctum in alias duas lineas sub hac diffinitione ipsam diuidi q; si potest: sit hic ad.d. manent sub his eadem figura eademq; ypotheses que prius & argue quemadmodum in.36. superficiem.g. k. esse rationalem & irrationalem: quod est impossibile.



Propositio .40.

Linea potēs in rationale & mediale nisi in suas duas lineas tantum sub termino suo non diuiditur.

¶ Hec quoq; .40. manentibus prioribus figura & positionibus exceptoq; ipsa linea.a.b.diuidatur in punctum. c. in illas duas lineas ex quibus.34.dicit eam componi probabitur quemadmodum.37. Si autem aliter fuerit q̄ proponat erit superficies.k.g.rationalis & irrationalis quod esse non potest.

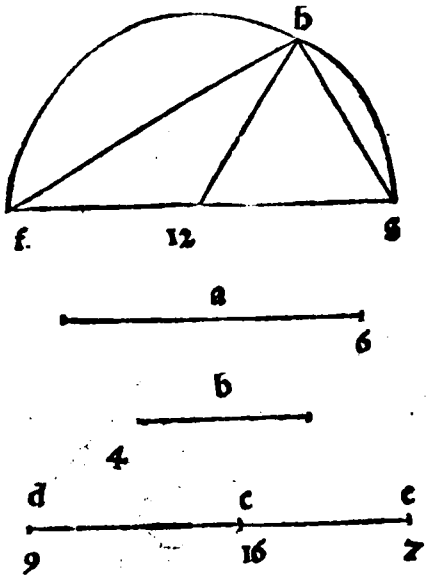
Propositio .41.

Linea potens in duo medialia nequit diuidi in alias duas sub termino earum ex quibus coniuncta est: sed in suas tantum duas ex quibus componitur est diuisibilis.

¶ Hec enim.41.diuisa linea.a b.ad punctum.c.in eas ex quibus.35.asserit eam componi ceterisq; vt supra tam figura q̄ positionibus manentibus probatur sicut.38.nam dato opposito propositi. Sequitur oppositum.36.quod.est impossibile.

¶ Si fuerit binomij longior portio breuiore potentior augmento quadrati linee communicantis eidem longiori in longitudine fueritq; eadem longior linee posite rationali communicans ipsum: vocabitur binomium primum. Si vero breuior posite rationali communicet dicetur binomium secūdum. Quod si neutra portionum eius posite rationali communicet appellabitur binomium tertium. Item si longior breuiore tanto amplius possit quantum est quadratum alicuius linee ipsi longiori incommensurabilis in longitudine fueritq; longior portionum posite linee rationali communicans in longitudine ipsum nuncupabitur binomium quartum. Si vero breuior posite rationali communicet in longitudine quintum nominabitur. Si autem neutra portionum eius posite rationali communicet in longitudine erit binomium sextum.

Propositio .42.

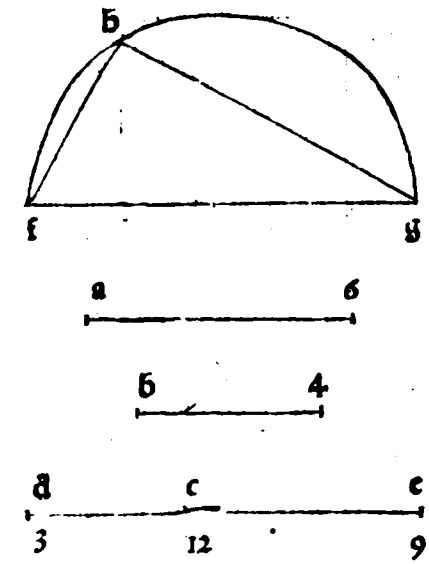


Inomium primum inuenire.

¶ Sit, a. linea rationalis posita: sumanturq; duo numeri quadrati. b. & c. quorum. c. sit diuisibilis in quadratum, qui sit. d. & in nō quadratum qui sit. c. ponaturq; proportio quadrati linee. a. ad quadratum linee. f. g. sicut numeri. b. ad numerum. c. eritq; ex secunda parte. 7. linea. f. g. communicans linee. a. rationali posite in longitudine. Super eam igitur lineetur. f. g. h. semicirculus: sitq; proportio quadrati linee. f. g. ad quadratum linee. f. h. sicut. c. ad. d. & ducatur linea. g. h. Dico ergo duas lineas. f. g. & g. h. directe coniunctas componere binomium primum. Est enim linea. f. g. que est longior potentior linea. g. h. que est breuior in quadrato linee. f. h. per. 30. tertii & penultimam primi: communicat autem linea. f. h. linee. f. g. in longitudine per secundam partem. 7. cum proportio quadratorum ipsarum. f. g. & f. h. sit sicut numerorum quadratorum qui sunt c. & d. Linea vero. g. h. continetur esse rationalis in potētia tantum: nō communicans linee. f. g. in longitudine. Ideoq; neq; linee. a. ratiōali posite. Cum sit enim quadratum linee. f. g. ad quadratum linee. f. h. sicut numerus. c. ad numerum. d. erit per euersam proportiōalitatem quadratum linee. f. g. ad quadratum linee. g. h. sicut numerus. c. ad numerum. e. Cum itaq; c. sit numerus quadratus. e. vero non quadratus: sequitur per vltimā partem. 7. vt linea. g. h. sit incommensurabilis linee. f. g. in longitudine. Relinquitur igitur ipsam. g. h. esse rationalem in potētia tantum & a diffinitione lineas. f. g. & g. h. componere binomium primum: quod erat inueniendum.

¶ Castigator.

a ¶ Que. f. g. reperitur vt in. 17. huius. sed ponendo numerum. b. minorem numero. c. s. b. 4. & c. 16. necessario linea. f. g. erit longior linea. a. & quia numerorum quadratorum proportio laterum suorum est duplicata per vndecimam octaui ac etiam dictarum linearum quadrata per 18. sexti. sunt suorum correlatiuorum laterum in duplicata proportione que est similis illi laterum dictorum numerorum: & cum dicti numeri ponantur quadrati scilicet. 4. & 16. eorum latera erunt. 2. & 4. inter que ponat vnitas: vt supra in quinta huius & 11. apparet. Modo quecunq; fuerit illa linea inuenienda erit communicans linee. a. posite: vt dictum est & earum communis mensura erit in. a. totiens & cetera. vt ibi dictum est in. 17. postea inuenitur alia. f. h. simili modo ad cuius quadratum se habeat quadratum linee. f. g. sicut. c. numeri ad. d. numerum penitus sicut inuenimus. f. g. & procedendo semper similiter habebis propositū & ideo supra in. 17. docuit inuenire plures huiusmodi lineas &c. etiam dicendo si. 16. dat. 9. quid dabit. 144.



Propositio. 43.

Inomium secundum reperire.

¶ Sit vt prius. a. ratiōalis linea posita. b. vero numerus quadratus. c. vero sit numerus non quadratus diuisibilis in. d. non quadratum & e. quadratum. Ita tamen q; proportio totius. c. qui est non quadratus ad. d. qui est etiam non quadratus sit sicut numerorum quadratorum: talis autem numerus est. 12. & 48. diuisibilis enim est. 12. in. 9. quadratum numerum & 3. non quadratum: estq; proportio. 12. ad. 3. sicut. 16. ad. 4. quorum vterq; quadratus eodem modo. 48. diuisibilis est in. 36. & 12. Tales autem numeros sic reperies. Sit. a. numerus quadratus. b. quoq; sit vnitate minor. cuius quadratū sit. c. At vero. d. pueniat ex. b. in. a. eritq; ex prima incidētiū noni. b. dria. d. ad. c. Ducatur idē. a. in. c. & pueniat. e. eritq; e. quadratus ex prima parte correl. secūde noni eo q; vterq; numerorū. a. & c. est q̄dratus p ypothesim. Fiat rursus. f. ex. a. in. d. eritq; f. qualē q̄rimus. Est. n. ex vltima pte pdicti correl. numerus. f. nō q̄dratus: eo q; d. nūerus

sit non quadratus. Si.n.d.numerus esset quadratus esset quoq;.b. quadratus.ex.2.pte eiusdem correl.2.noni & ex.22.octaui: & quia.a. est quadratus esset p.16.eiusdem: tertius continue proportionalis inter.a.&.b. quod est impossibile cum sint sola vnitate distantes. Non est igitur .d. quadratus quare nec.f. Est enim.f.equalis.d.&.e.qm̃ cum.b.sit differentia.d.ad.c.vt patet ex premissis erit p primam incidentium noni quod fit ex.a. in.d. equum his que fiunt ex.a.in.b.& in.c.¶ Et quia ex.a.in.b.fit.d.& in.c.fit e.sequitur vt.d.sit differentia.f. ad.e. Et quia per.18.septimi est.f.ad.e. sicut.d.ad.c.erit permutatim.f.ad.d.sicut.e.ad.c. Cũq; vterq; duoꝝ numeroꝝ.e.&.c.sit quadratus manifestum est numeꝝ.f.eē qualē volumus. Est enim non quadratus diuisibilis in.d. non quadratum &.e. quadratum: cuius ꝓportio ad.d.est sicut quadrati ad q̃dratum videlicet.e.ad.c. cetera oīa sunt vt prius.¶ Dico q̃ linee.f.g.&.g.h.cõponunt binomium secũdũ Cum.n.sit q̃dratum.a.ad quadratum.f.g.sicut.b.ad.c.rursusq; quadratũ f.g.ad quadratum.g.h.sicut.c. ad.e.erit p equam ꝓportionalitatem q̃dratum.a.ad quadratum.g.h.sicut.b.ad.e.cũ igit vterq; duoꝝ numeroꝝ.b. &.e.sit quadratus erit p secũdam ꝑtem.7.& linea.g.h.cõicans in longitudine linee.a.ratiõali posite: de linea vero.f.g.cõstat q̃ ipsa sit rationalis in potentia tm̃ non cõicans linee.a rationali posite in longitudine p vltimam partem.7.que cũ sit potentior linea. g.h.in q̃drato linee.f.h.p.30. tertii & penultimam primi cõicet aũt linea.f.h. linee.f.g.in longitudine per secundam partem.7.eo q̃ eorum quadrata sunt in ꝓportione numerorum.c.&.d.quorum est proportio sicut numerorum quadratorum p ypothesim: constat propositum.¶ Aliter quoq; idem esto linea.g.h. communicans.a.rationali posite in longitudine quam facile est inuenire. Sitq; c.numerus quadratus diuisibilis in quadratum.d.& non quadratũ.e. sitq; proportio quadrati linee.g.h.ad quadratum linee.f.g.sicut numerus.e.ad numerum.c.eritq;.f.g.incommensurabilis linee.g.h.in longitudine per vltimam partem.7.& potentior ea in quadrato linee.f.h. cui communicat in longitudine.primo per conuersam[b] deinde per euersam proportionalitatem: & per secundam partem.7.ex diffinitione igitur linee.f.g.&.g. h.componunt binomium secundum.

b

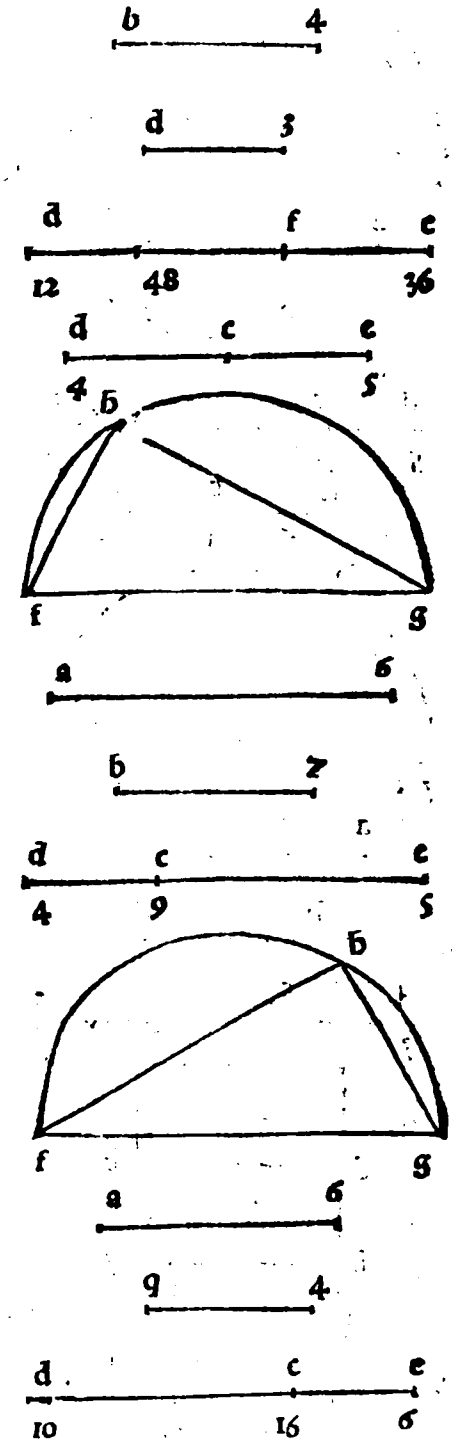
¶ Castigator.

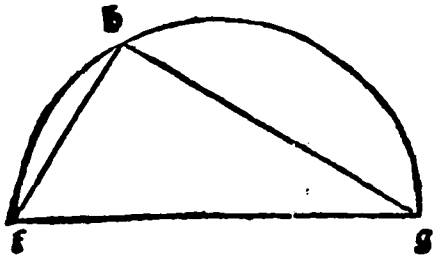
b ¶ Quia cum quadratum linee.g.h.sit ad quadratum.linee.f.g.sicut numerus.e.non quadratus ad numerum.c. quadratum ex ypothe. Ideo per conuersam proportionalitatem.quadratum.f.g.ad quadratum.g.h. sicut numeri.c.ad numerum.e.& quoniam quadratum.f.g.equalet duobus quadratis.g.h.&.f.h. per.30. tertii.& penultimam primi sicut numerus.c.equiualet duobus numeris.e.&.d. Igitur per euersam proportionalitatem quadratum.f.g. ad quadratum .f.h. sicut numeri .c. quadrati ad numerum.d.quadratum tunc per secundam partem .7. linee.f.g.communicat linee.f.h.in longitudine &c.

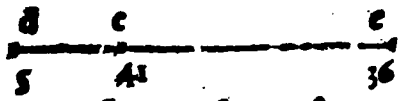
Propositio .44.

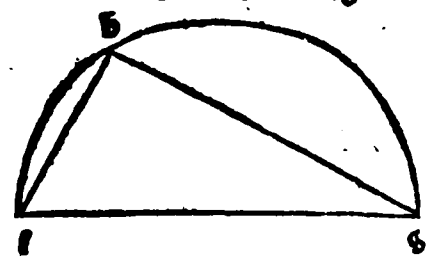
Inomium tertium inuestigare.

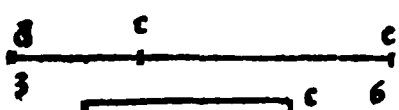
¶ Binomium quoq; tertiũ sic reperitur: posita vt prius linea.a.rationali in longitudine sit.b.nũerus primus.c.vero quadratus diuisibilis in quadratum.d.& non quadratum.e.cetera omnia sunt vt prius: dico q̃ due linee.f.g.& g.h.cõponunt binomium tertium: neutra enim earum ē commensurabilis in longitudine linee.a. rationali posite sed vtraq; incommensurabilis.f.g.quidem per vltimam partem.7.h.g.vero per equã proportionalitatem & vltimam partem.7. Est enim per equam proportionalitatem quadratum linee.a. ad quadratum linee.g. h. sicut numerus .b. ad numerum.e. mediantibus: hinc quidem quadrato linee.f. g.inde vero numero.c. numeri autem.b.&.e.non sunt in proportione aliquorum quadratorum: cum.b. sit numerus primus. si enim essent in proportione numerorum quadratorum: necesse esset per.16. octaui

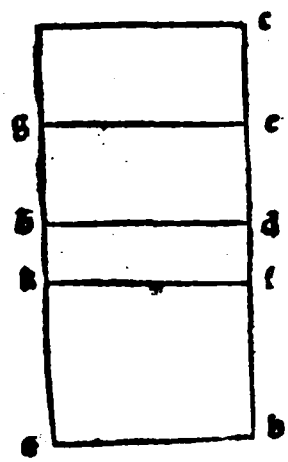












ꝗ octauam eiusdem: tertium eis in continua proportionalitate interesse esset igitur per .17. eiusdem numerus .b. superficialis quod ē imposibile cū sit primus ꝑ ypothe. incōmensurabilis ē itaq; linea .g. h. linee .a. rōnali posite ex vltima parte .7. Quia ergo linea .f. g. pontentior est linea .g. h. in q̄drato linee .f. h. ex .30. tertii ꝗ penul. primi que communicat ei in longitudine ex scd̄a ꝑte .7. ꝗ euersa ꝓportionalitate ex diffinitione binomii tertii patet nostra intentio.

Propositio .45.

Binomium quartum scrutari.

In inuentione binomii quarti eodem mō ꝓcedendum est sicut in inuentione primi. excepto ꝙ quadratus numerus .c. diuidatur in duos non quadratos qui sint .d. ꝗ .e. cetera omnia negocianda sunt hic ex diffinitione binomii quarti sicut ibi ex diffinitione binomii primi.

Propositio .46.

Binomium quintum querere.

Huius inuentio sic est sicut binomii secūdi: excepto ꝙ numerus .c. non quadratus diuidetur in .d. non quadratū ꝗ .e. quadratū. ita tñ ꝙ proportio .c. ad .d. non sit sicut numeri quadrati ad numerum quadratum. Cetera oīa sunt hic ꝑquirenda ex diffinitione binomii quinti sicut ibi q̄sita sunt ex diffinitione binomii scd̄i. Vel pone ꝙ linea .g. h. sit cōicās linee .a. rationali posite in longitudine: ꝗ pone numerum .c. quadratū diuisum in duos non q̄dratos q sint .d. ꝗ .e. pone itaq; ꝓportionē q̄drati linee .g. h. ad q̄dratum .f. g. sicut numeri .e. ad. numerum .c. deinde astrue propositū ex vltima parte .7. ꝗ pñtibus ypothesibus ꝗ conuersa ꝗ euersa proportionalitatibus ꝗ iterum ex vltima parte .7. ex diffinitione binomii quinti.

Propositio .47.

In binomio sexto demum oportet insistere.

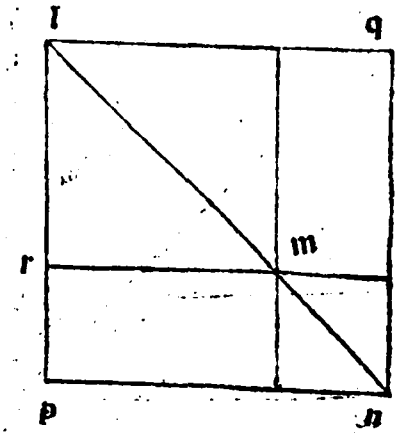
Binomium sextū sicut tertiū scrutādū est ꝗ tñ erit hic numerus q̄dratus .c. diuisus in duos non quadratos .d. ꝗ .e. cetera vt ibi eritq; ex diffinitione binomii .6. linea quā cōponunt .f. g. ꝗ .g. h. sibi inuicem directe cōiuncte binomium sextum: quod est propositum inuenire.

Propositio .48.

Si fuerit superficies binomio prīo lineaq; rōnali ꝯtenta: latus qd̄ super eā p̄t binomiū eē necesse ē.

Sit sup̄ficies .a. c. cōtenta linea rōnali .a. b. ꝗ binomio prīo ꝙ sit .b. c. dico ꝙ latus tetragonicū sup̄ficiei .a. c. ē binomiū. Sit .n. pūctus .d. cōis terminus duaꝝ portionū binomii primi .b. c. cuius maior portio sit .b. d. eritq; rōnalis in longitudine ex diffinitiōe: ꝗ cōmensurabilis linee .a. b. rōnali posite. Diuidat itē minor portio q̄ est .d. c. ꝑ eq̄lia ad punctū .e. lineaq; .d. b. diuidatur sub ea cōditione ad punctū .f. qd̄ inter ꝑtes eius q̄ sunt .b. f. ꝗ .f. d. cadat .d. e. medio loco proportionalis: qd̄ q̄liter fiat in .13. dcm̄ est. Ducant āt linee .c. g. d. h. f. k. eq̄distantes linee .a. b. ꝗ qa ex diffinitione binomii primi linea .d. b. ē potētior linea .d. c. in q̄drato linee sibi cōicantis in longitudīe seq̄t ex scd̄a ꝑte .13. ꝗ ꝙ due linee .b. f. f. d. sint cōicātes: ꝑ .9. igit ē vtraq; eaꝝ cōicans toti linee .b. d. q̄re ꝑ diffinitionē ambe sunt rōnales i lōgitudine ideoq; ꝑ .15. vtraq; duaꝝ sup̄ficieꝝ .a. f. ꝗ .f. h. ē. rōnalis. Describat itaq; quadratū .l. m. cuius latus .l. r. eq̄le sup̄ficiei .a. f. cui circūponat gnomo ꝓtracta dyagonali .l. m. n. ad eam q̄titatē ꝙ ipsius gnomonis q̄dratū: qd̄ sit .m. n. sit eq̄le sup̄ficiei .f. h. duoq; eius supplemēta sint .p. m. ꝗ .m. q. q̄ necesse est esse equalia duabus superficiebus .d. g. ꝗ .g. c. quod sic collige. Cum enim sit linea .d. e. medio loco proportionalis inter lineas .b. f. ꝗ .f. d. erit superficies .d. g. ex prima sexti medio loco ꝓportionalis inter sup̄ficies .a. f. ꝗ .f. h. quare ꝗ inter quadrata .l. m. ꝗ .m. n. Et quia supplementū .p. m. est ēt medio loco ꝓportionale inter q̄drata dicta ex prima sexti: sequit vt .p. m. sit

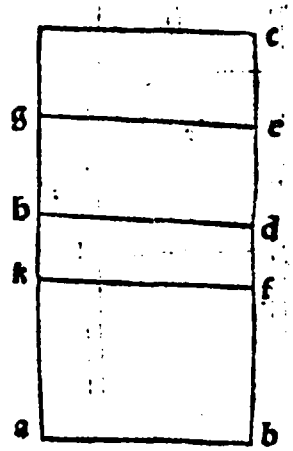
equalis.d.g.ideoq.m.q.g.c.Igitur linea.l.p.est latus tetragonicum superficiei.a.c.hanc lineam dico ee binomium. Cum sint.n. ambo quadrata l.m.et.m.n.rationalia erunt ex diffinitione due linee.l.r.et.r.p. potentia liter rōnales. Est autem per primam sexti.a.f.ad.d.g.sicut.b.f.ad.d.e. Sed b.f.est incommensurabilis.d.e.s.quia.b.f.est rationalis simpliciter vt p batum est.d.e.vero quia cōicat in longitudine.d.e.rōnali in potētia tm. Eritq; ipsa rōnalis in potentia tm per.18. quod ex premissis ypothesibus manifestum e. Itaq; p secundam ptem.10.superficies.a.f. e incommēsurabilis supficiei.d.g.igit et q̄dratum.l.m.supplemento.p.m.quare p primā sexti et secundā ptem.10.linea.l.r.est icommensurabilis linee.r.p.Ex .30. igitur constat lineam.l.p.esse binomium quod erat monstrandum.



Propositio .49.

Si fuerit superficies linea rōnali binomioq; secūdo potēta:latus eius tetragonicū erit bimediale primū.

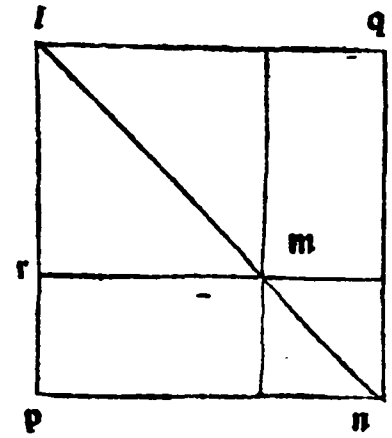
Sit eadem figura eedemq; ypotheses que in premissa eritq; ex diffinitione binomii secundi linea.d.c. rationalis in longitudine:quare per.15. vtraq; duarum superficierum.d.g.et.g.c.ideoq; et duo supplementa.p.m.m.q.erūt rationalia:linea vero.b.d.erit rationalis in potentia tantum: et diuisa in duas lineas communicantes.f.d.et.b.f.ex diffinitione binomii secundi et premissis ypothesibus et secunda parte.13.per.19. igitur erit vtraq; duarū superficierum.a.f.et.f.h.ideoq; et vtrumq; quadratorum.l.m.et.m.n.mediale.itaq; ambe linee.l.r.et.r.p.sunt mediales in potētia quoq; cōicantes nam cū linea.b.f.cōicet linee.f.d.sequitur ut.a.f.cōicet.f.h.quare q̄dratum l.m.q̄drato.m.n.ideoq; et linea.l.r.linee.r.p. i potētia:in longitudine āt non cōicant:qm̄ vna earū ad alterā e sicut.l.m.ad.m.p.Cū igit.l.m.nō cōicet.m.p.eo q̄ altera medialis videlicet.l.m altera vero rōnalis videlicet m.p.sequitur vt.l.r.non cōmunicet in longitudine.r.p. quia igitur ipse continent superficiem rationalem que est.m.p. constat lineam. l.p. ex 31.huius esse bimediale primum.



Propositio. .50.

In binomio tertio ac linea rōnali superificies ōtineatur linea in eam potens erit bimediale secūdus.

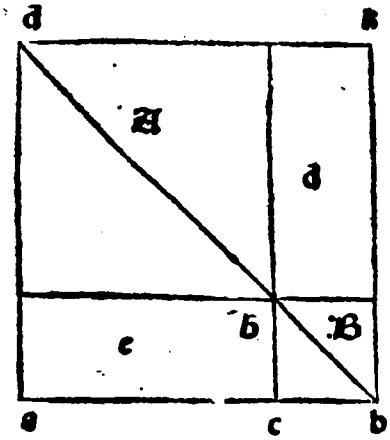
Dispositio et ypotheses maneāt vt supra. Eritq; ex his ypothesibus et diffinitione binomii tertii et.19. vnaqueq; quatuor superficierum in quas diuisa e superficies.a.c.medialis:quare vtrumq; duorū q̄dratorū.l.m.m.n.et vtrūq; duorū supplemētorū.p.m.et.m.q.erit et mediale vtraq; igit duarū linearum.l.r.et.r.p.erit medialis.et cum due superficies.a.f.et.f.h.sunt communicantes eo q̄ duelinee.b.f.et.f.d.sunt communicantes per secundam partem.13.erunt due linee.l.r.et.r.p.communicantes in potentia in longitudine vero non.quia superficies.l.m.non communicat cum superficie.m.p.eo q̄ neq; a.f.communicat cum.d.g.Nam linea .b.f.non communicat cum.d.e.cum igitur ipse contineant superficiem medialem que e .p.m.constat ex.32.lineam.l.p.esse bimidiale secundum q̄d est propositum.

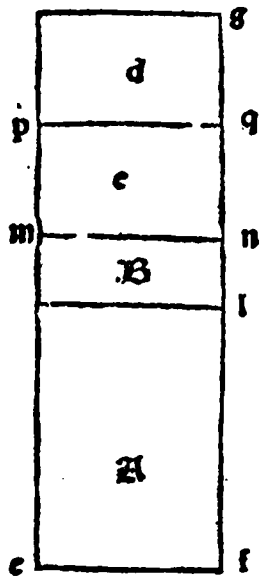


Propositio .51.

In linea rationali binomioq; quarto superficies ōtineatur:que i eam superficiem potest e linea maior.

Cumctis vt in premissis manētibus erit ex ypothe. et diffinitione binomii quarti et.19. vtraq; duarum superficierum.d.g.et.g.c.quare et vtraq; duarum.p.m.et.m.q. medialis duoq; quadratq.l.m.et.m.n.pariter accepta rationale eo q̄ superficies .a.d.est rationalis per diffinitionem binomii quarti.et.15. Et quia.d.b.diuidit in puncto.f.in duo incommunicantia per secundam partem.14.erit superficies.a.f.incommensurabilis superficiei.f.h. Ideoq; et quadratum.l.m.quadrato.m.n.due igitur linee.l.r.et r.p.sunt incommensurabiles in potentia que cum contineāt superficiem





medialem.p.m.& earum quadrata ambo pariter accepta sint rationalē constat per.33.lineam.l.p.esse lineam maiorem quod erat monstrandū.

Propositio. .52

Si fuerit superficies linea rōnali atq; binomio qn to ɔtenta quecunq; in eam linea pōt potens in rationale ꝛ mediale esse ex necessitate conuincitur.

¶ Hic in hac quoq; est aliquid ex priorum dispositione & positionibus mutandum, ꝛ eis enim manentibus erit ex his que posita sunt i diffinitione binomii quinti &.15. vtraq; duarum superficierum.d.g.&.g.c.quare vtraq; duarum.p.m.&.m.q.rationalis. Totaq;.a.d.quare & quo quadrata.l.m.&.m.n.pariter accepta medialis ex.19.cunq; ex secunda parte.14.sit linea.f.b.incommensurabilis linee.f.d.ideoq; superficies.a.f.superficiei.f.h. & quadratum.l.m.quadrato.m.n.erit linea.l.r.incommensurabilis in potentia linee.r.p.at quia ipse continēt superficiem rationalem.p.m.& earum quadrata ambo pariter accepta sunt mediale conclude ex.34. linea.l.p.esse potentem in rationale & mediale: quod promissum est.

Propositio. .53.

Si binomio sexto lineaq; rationali superficies contineatur linea que in eam potest: in duo medialia potens esse probatur.

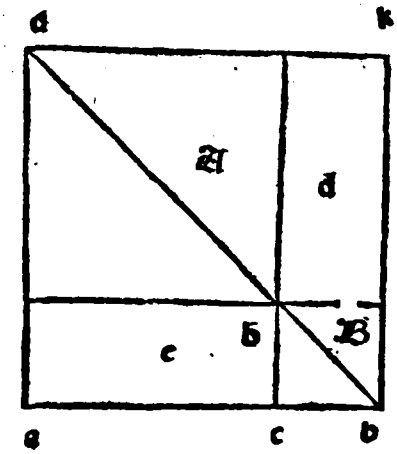
¶ Hec.53.adhuc te substinet ociari a pingendo figuras: contenta enim est premissis dispositione & positionibus. Quibus stantibus necesse est ex ipsis positis & dispositione i.diffinitione binomii postremi &.19.quālibet ex superficiebus.a.d.&.d.g.&.g.c.propter quod & ambo quadrata.l.m.&.m.n.pariter accepta &.p.m.&.m.q.esse medialem. Cunq;.b.f.&.f.d.propter quod.a.f.&.f.h. ideoq;.l.m.&.m.n.sint incommensurabiles erunt due linee.l.r.&.r.p. incommensurabiles in potentia.at quia ipse continent superficiem medialem.p.m.earumq; ambo quadrata pariter accepta sunt mediale quod est. duplo superficiei vinius in alteram incommensurabile: quod ex eo probatur ꝙ superficies.b.h.est incommensurabilis superficiei.h.c. propter hoc ꝙ linea.d.b.est incommensurabilis linee.d.c.sequitur ex.35. lineam.l.p. esse que potest in duo medialia.

Propositio .54.

Si linee rationali equus quadrato binomii rectangulum adiungat: latus eius secundū binomium primū esse conueniet.

¶ Hee sex sequentes conuerse sunt sex precedentium per ordinem. Huius aūt ē hec intētio. Sit linea.a.b.binomiū diuisa ad punctum.c.in duas lineas.a.c.& .c.b. ꝑm suam diffinitionem aut terminum eiusq;.a.b.quadratum sit.b.d.sitq; linea.e.f.rationalis in longitudine cui adiungatur superficies.e.g. equalis quadrato.b.d. ¶ Dico ꝙ latus secundum huius superficiei quod est linea.f.g.est binomium primum. Diuidatur enim quadratum.b.d.in duo quadrata.b.h.&.h.d.que sint quadrata duaꝝ portionum binomii: & in duo supplementa.a.h.&.h.k.quorum vtrūq; continetur sub duabus portionibus binomii: eritq; ex diffinitione binomii que habetur per.30. vtrunq; istorum quadratorum rationale. & per.19. vtrunq; supplementorum mediale. Ex superficie igitur.e.g. abscindatur superficies.e.l. equalis quadrato.d.h.&.l.m.equalis q̄drato.h.b.&.n.p. equalis vni duorum supplementorum.a.h.vel.h.k. Eritq;.p.g.residua equalis reliquo supplemento. Quare per primam sexti linea.n.q.est equalis linee.q.g. ¶ Ex premissis

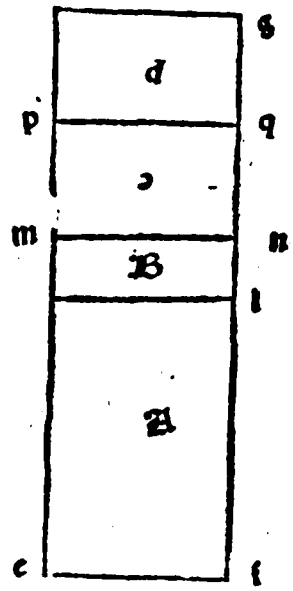
autem manifestum est q; vtraq; duarum superficierum.e.l.⁊.l.m.⁊ ideo tota superficies.e.n.est rationalis. Et vtraq; duarum equalium.n.p.⁊ p.g.ideo tota.m.g.medialis. quare per.16. vtraq; duarum linearum f.l.⁊ l.n.⁊ tota linea.f.n.rationalis in longitudine: ⁊ linee.e.f. rationali posite commensurabilis: ⁊ per.20 vtraq; duarum.n.q.⁊.q.g.⁊ tota.n.g.rōnalis in potentia tantum incōmensurabilis linee. m.n.⁊ ideo linee.e.f. sibi equali ⁊ per consequens ⁊ linee.f.n.in longitudine. ¶ Si igitur linea f.n. que est maior linea.n.g.vt ex primo duorum antecedentium.35.demonstrationi subiūctorum ⁊ prima sexti apparet: fuerit potentior linea.n.g. minori in quadrato linee secum cōmunicantis in longitudine. tunc ex diffinitione binomii primi manifestum est lineam.f.g. esse binomium primum. ¶ Hoc autem ita esse sic habeto. Cum inter duo quadrata.d.h.⁊.h.b.sit q; primā sexti superficies.a.h.medio loco proportionalis: conuincitur ex prioribus ypothesibus superficiem.m.q.esse inter superficies.e.l.⁊ l.m.medio loco proportionalis. Quare per primam sexti linea.n.q. que est medietas linee.n.g.est in medio loco ꝓportionalis inter duas lineas f.l.⁊.l.n.quod igitur fit ex.f.l.in.l.n.est quantum quod ex.n.q.in se p.16. sexti: ideoq; per.4.secundi quantum quarta pars quadrati linee.n.g. Itaq; per primam partem.13.cum linea.f.n.diuidatur a superficie sibi adiuncta equali quarte parti quadrati breuioris linee.n.g. ita q; ad complendam totam lineam.f.n.desit superficies quadrata in duo communicantia ad punctum.l.erit.f.n.potentior.n.g.in quadrato linee sibi communicantis in longitudine: constat ergo propositum.



Propositio .55.

Si linee rationali equa superficies quadrato bimedialis primi adiungatur latus eius reliquum binomium secūdum esse oportebit.

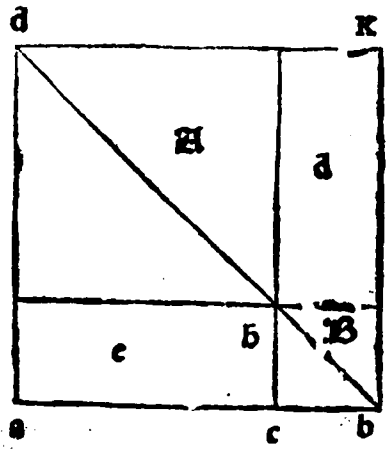
¶ Sit linea.a.b.bimediale primum diuisa ad punctum c.secundum suum terminū. Cetera aūt sint vt prius: dico lineam.f.g.esse binomium secūdum erit enim superficies m.g.rationalis eo q; partes bimedialis primi continent superficiem rōnalem ⁊ superficies tres.e.l.l.m.⁊ tota.e.n. mediales communicantes eo q; portiones bimedialis primi sunt linee mediales potentia tantum communicantes ex.31.per.16.igitur erit linea.n.g.rationalis in longitudine cōmensurabilis linee.e.f.rōnali posite.⁊ p.20.linea f.n.rōalis ī potentia tm̄ que cum sit maior linea.n.g.ex primo duorum antecedentium demonstrationi.35.adiunctorum ⁊ prima.6. eaq; potentior quadrato linee communicantis secum in longitudine ex prima parte.13.erit a diffinitione linea.f.g.binomium secundum quod est propositum.

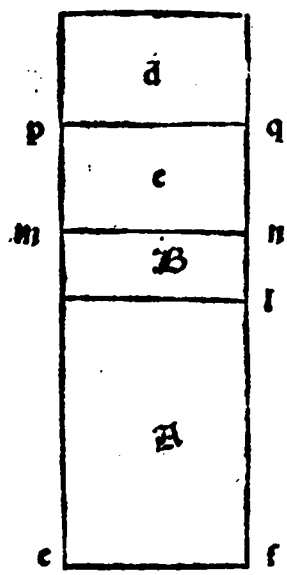


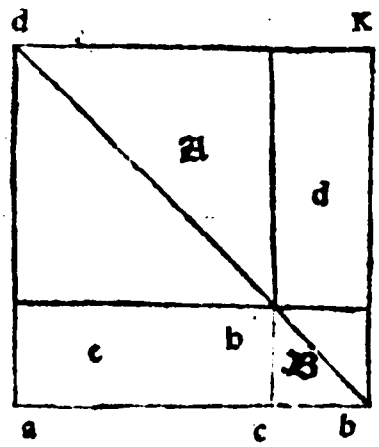
¶ Castigator.

b ¶ Nota q; tm̄ valet dicere pratice.℞.℞.450.plus ℞℞.18.q̄ est bimediale secūdū quantum dicere ℞.v.℞.648.plus ℞.360.scilicet radix vniuersalis totius compositi ⁊ vult dicere q; accepta radice de.360. Et illa posita super radicem de.648.⁊ huius aggregati summere radicem: quod probatur in quadrando eas.⁊ vna queq; facit.℞.648.plus ℞.360.vt patet operando ⁊ cetera.

c ¶ Quia ex primo duorum antecedentium cum linea.a.b. diuidatur per inequalia in puncto.c.quoniam due linee componentes bimediale primum vna est maior altera ex .25. huius'. Et ideo duo quadrata earum sunt amplius duplo superficiei vnius in alteram quare superficies.e.n.maior est superficie.m.g.cum.e.n.equatur duobus quadratis duarum linearum.a.c.⁊.c.b.⁊.m.g. duobus supplementis. Et ideo per primam sexti.n.f.maior est.m.g.reliqua sequuntur ⁊c.







Propositio .56.

Cum adiuncta fuerit linee ī lōgitudine rōnali superficies rectāgula eq̄lis quadrato bimedialis secūdi latus eius ſm binomiū tertiū esse necesse est.

¶ Si fuerit linea.a.b.bimediale ſm diuisa ꝑ terminū suū ad punctū.c.reliqua vero oīa fuerint vt prius: erit linea f.g.binomiū tertiū. Erit.n.ex.32.ꝗ nostris positōibus vtraq; supficieꝝ.e.n.ꝗ.m.g.medialis: q̄re ꝑ.20.vtraq; duaꝝ lineaꝝ.f.n.ꝗ.n.g. erit rōnalis in potētia tm̄: at qa bimedialis secundi partes sunt cōicantes in potētia tm̄ erit supficies.e.l.cōicans superficiei.l.m.ꝗ ideo linea.f.l.linee.l.n.potētior: ergo est ꝑ primā partē.13.f.n.q̄ sit.n.g. in quadato linee sibi cōicantis in longitudine. Cūq; sint supficies.a.h.ꝗ quadratū.h.b.incōmensurabilia eo q; linee.a.c.ꝗ.c.b.incōmensurabiles: ideoq; ꝗ ambo q̄drata pariter accepta ambobus supplemētis pariter acceptis: eo q; q̄drata sibi inuicē cōicant ex ypothesi supplemēta quoq; cū sibi inuicē sint eq̄lia: sequit vt supficies.e.n.sit incōmēsurabilis supficiei.m.g.ꝗ ideo linea f.n.linee.n.g.ꝑ diffinitionē igit ē linea.f.g.binomiū tertiū: qđ ē ꝓpositū.

Propositio .57.

Si linee rōnali rectangulum equū quadrato linee maioris adiungatur alterum se continentium laterum erit binomium quartum.

¶ Si hec quoq; fuerit linea.a.b.linea maior diuisa ſm terminū suū ad punctū.c.cūctaq; reliqua non fuerint aliter q̄ prius: erit linea.f.g.binomiū quartū. Cū enim sint ambo quadrata portionū linee maioris ꝑiter accepta rōale erit supficies e.n.rōnalis: ideoq; ꝑ.16.linea.f.n.rōnalis in lōgitudine cōicans linee.e.f. rōnali posite: supficies vero.m.g.erit medialis ꝑꝑ illud qđ portiōes linee maioris continēt supficiē medialē: itaq; per.20.linea.n.g.est ī potētia rationalis tm̄: ꝗ quia ēt portiones præfate linee.a.b.sunt potētialiter incōmēsurabiles superficies.e.l.incommensurabilis erit.l.m.ideoq; linea.f.l.linee.l.n.igitur ꝑ primam partem.14.linea.f.n.est potentior linea.n.g.in quadrato linee sibi incommensurabilis: ex diffinitione igitur est linea.f.g.binomium quartum: quod erat propositum.

Propositio .58.

Si linee rōnali q̄drato linee potentis supra rōnale ꝛ mediale eq̄lis: parte altera lōgior forma adiūgat alterū latus eius binomiū quintum eē necesse est.

¶ Proposita linea.a.b.ea que pōt supra mediale ꝗ rōnale diuisa ſm eius diffinitionē ad pūctū.c.nihil īmutet de reliq̄s: sequiturq; lineā.f.g.esse binomiū quintū. Cū enim partes huius lineæ.a.b.cōtineant rōnalem supficiem necesse est vt superficies.g.m.ideoq; ꝑ.16.linea.n.g.sit rationalis. Cumq; ambo quadrata ꝑtium huius linee pariter accepta sint mediale erit superficies.e.n.medialis: ꝗ per.20.linea.f.n.rōnalis in potētia tm̄: at quia portiones predicte linee sunt incōmēsurabiles in potētia: erit superficies.e.l.incōmensurabilis superficiei.m.l.ideoq; ꝗ linea.f.l.linee.l.n.potentior igitur est per primā partem.14.linea.f.n.linea.n.g.in quadrato linee sibi incōmensurabilis: ꝑ diffinitionem itaq; binomii quinti conclude propositum.

Propositio .59.

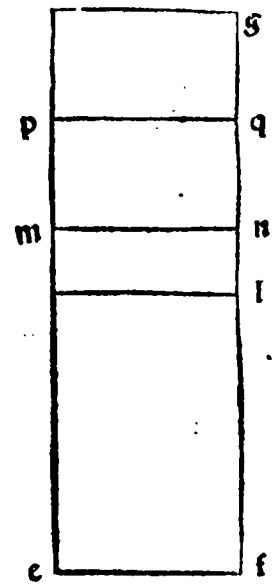
Quotiens adiuncta fuerit linee rationali superficies rectangula equalis quadrato linee potentis in duo medialia eiusdē superficiei latus ſm binomium sextum esse conuincitur.

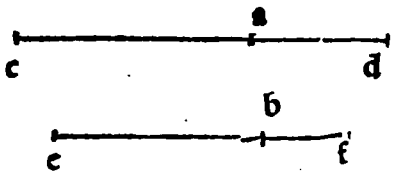
¶ In hac.59.sit linea.a.b.linea potens supra duo medialia: que aūt preter hec sunt sicut supra maneant ꝗ erit tūc linea.f.g.binomium sextum quod ignorare nō poteris si premissoꝝ eius q; quod.35.ꝓponit īmemor nō fueris: ꝗ sic patet in hac nostra intentio.

Propositio .60.

Omnis linea cuilibet binomiorum cõmunicans sub eadem specie binomium esse probatur.

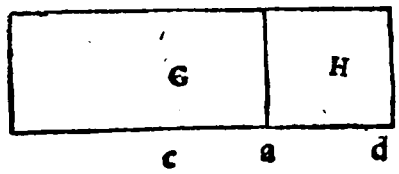
¶ Sit linea.a.binomium cuius vis speciei: sitq; linea.b. sibi cõicans in longitudine: dico lineam.b. eẽ binomiũ eiusdẽ speciei cuius.a. Sint enim binomiales portiones a.c.⁊.d.eruntq; ambe rationales in potentia tantũ communicantes p.30.linea vero.b.diuidatur per.11.sexti ſm ꝓportionem.c. ad.d.in.e.⁊.f.eritq; p coniunctam ⁊ euersam ⁊ permutatã proportionalitatem.c.ad.e.⁊.d.ad.f.sicut.a.ad.b.cum sint igitur.a.⁊.b.cõicantes: erũt etiam per primam partem.10.c.⁊.e.itẽq; d.⁊.f.cõicantes. Si igitur fuerit c.rationalis in potentia tantum erit ⁊.e.si autem in longitudine ⁊.e. Eodemq; modo si.d.est rationalis in potentia tm̃ vel etiam in longitudine. erit quoq; ⁊.f.similiter.⁊ ex.11.si potentior est.c.d.quadrato linee sibi cõmensurabilis in longitudine vel si forte incõmensurabilis erit. ⁊.e.potentior.f.in quadrato linee sibi cõmensurabilis vel etiam incõmensurabilis: necesse est ex diffinitiõibus sex specierum binomiorũ vt eiusdem speciei binomii sint.a.⁊.b. Si autem linea.b.cõicet binomio.a. in potentia tm̃
b erit etiam ⁊ sic linea.b.binomium [b] antẽ eiusdẽ speciei non est necessarium imo impossibile est vt ambo simul cadãt sub prima specie binomiorum. vel sub secunda quarta vel quinta: sed necesse est vt ambo cadãt sub primis tribus aut ambo sub tribus postremis: vnum enim eorum eẽ ĩ aliqua ex tribus primis speciebus ⁊ aliud in aliqua ex tribus postremis est impossibile. Cum enim.a cõmunicet cum.b.in potẽtia tantum.c.quoq; cum.e.⁊.d.cum.f.cõicabit tm̃ in potentia ex.10. Si igitur alterutra duarũ linearum.c.⁊ d.fuerit rationalis in longitudine non erit sua compar ex lineis.e.⁊.f.rationalis in longitudine. Non est itaq; possibile vt.a.⁊.b.cadant simul sub aliqua ex illis speciebus binomiorum in quibus altera duarum portionum binomii est rationalis in longitudine.hee autem species sunt: prima ⁊ secunda quarta ⁊ quinta. At vero quia per.11.due linee.c. ⁊.e.simul potentiores sunt duabus lineis.d.⁊.f.in quadratis duarũ linearum sibi in longitudine cõmunicantium aut incõicantium: necesse est vt ambo binomia.a.⁊.b.simul cadant sub primis tribus speciebus binomiorum aut simul sub tribus postremis ex diffinitione ipsarum specierum. Lineam autem.b.quid dubitas esse binomium cum sint enim.c.⁊.e communicantes in potentia tantum: similiter quoq; d.⁊.f.sunt autem.c.⁊.d. rationales in potentia tantum: conuincitur.e.⁊.f.esse rationales in potẽtia tantum: que quia nõ cõicant in longitudine sicut nec eis proportiõales.c.⁊.d.ipse componunt indubitanter binomium per.30.huius.

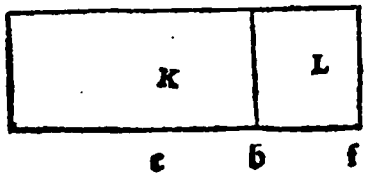


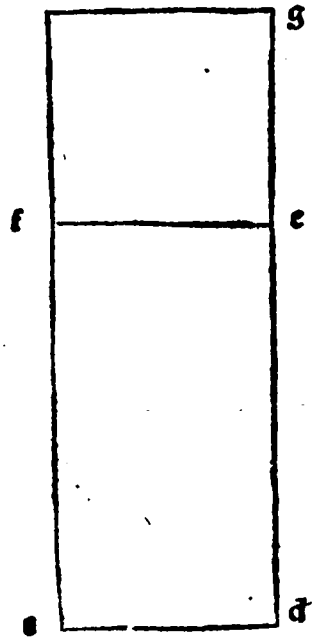


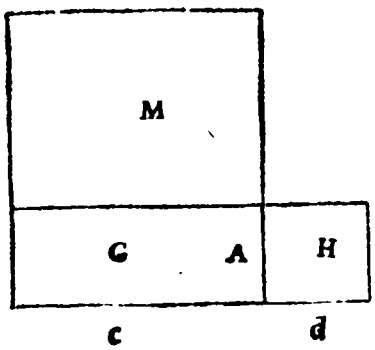
¶ Castigator.

a ¶ Sub eadem specie.s.principali. Quia binomiorum due sunt species principales: vt supra.41.huius posite sunt prime speciei lõgiores binomiorum portiões potẽtiores sunt breuioribus in quadrato linee eisdẽ lõgioribus cõicãtis ⁊ secũde speciei lõgiores potẽtiores sunt breuioribus in quadrato linee eisdẽ lõgioribus incõmẽsurabilis in lõgitudine ⁊ vtraq; istarũ habet tres spẽs: pria habet binomiũ pmũ scdm ⁊ tertiũ. ⁊ scda quartũ qntũ ⁊ sextũ.b ¶ Et ideo si duo binomia cõicãt solũ in potẽtia nõ est possibile vt ambo cadãt sub eadẽ spẽ particulari primi secũdi quarti ⁊ quinti. hoc est alteri illorũ hñtium alterã portionũ rõnalem: qa cõpares portiões eorũ nõ corespõderent in rationalitate vel irrationalitate: sed erunt ambo sub tertia principalis prime. aut sub tertia principalis secũde. hoc est tertium aut sextum binomiũ. Sed qñ duo binomia cõicarent in longitudine ⁊ eorum portiones essent in longitudine cõmensurabiles: tũc bñ possunt eẽ sub eadẽ specie particulari: hoc est ambo: sub prima ex primis tribus vel secunda vel tertia: ⁊ sic sub eadem specie aliqua ex tribus postremis: vt patet arguendo ex adductis coniuncta euersa ⁊ permutata proportionalitatibus: quia tunc semper eorum compares portiones con-









responderet in rōnalitate irrationalitate cōicatiōe vel cōmēsurabilitate.

Propositio .61.

Omnis linea alterutri bimedialium commensurabilis: sub eadem specie bimedialis esse ex necessitate conuincitur.

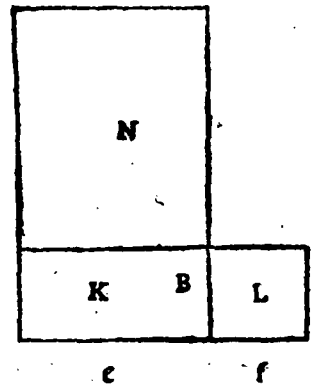
Veritatem habet quod dicitur siue in longitudine siue etiam in potentia tm̄ cōmunicet aliqua linea alterutri bimedialium. Sint enim due linee cōicantes. a. & b. quouis duorum modorum predictorum. sitq; a. bimediale primum vel secundum. dico q̄ etiā. b. est bimediale primum vel secundum: prout fuerit. a. Diuiso enim. a. bimediali in suas bimediales portiones ex quibus componitur p. 31. & 32. que sunt. c. & d. b. quoq; diuisa in. e. & f. fm proportionem. c. ad d. vt docet. 12. sexti positaq; g. superficie contenta sub. c. & d. & k. sub. e. & f. Et posito. h. quadrato. d. & l. f. erit per coniunctam & euersam & permutatam proportionalitatem quemadmodum in premissa. c. ad. e. & d. ad. f. sicut. a. ad. b. Sicut igitur ex positione. a. & b. sunt cōicantes: siue hoc sit in lōgitudine siue in potentia sic. c. & e. itēq; d. & f. similiter erunt cōicantes. At quia. c. & d. sunt mediales potētia tantum cōicantes: sequitur ex. 21. vt e. & f. sint etiam mediales & ex. 10. potentia tm̄ cōicantes cum ipse per ypothesim sint proportionales. c. & d. cūq; sit per primam sexti. g. ad. h. sicut. c. ad. d. & k. ad. l. sicut. e. ad. f. erit. g. ad. h. sicut. k. ad. l. & pmutatim. g. ad. k. sicut. h. ad. l. quia igitur. h. est cōmunicans. l. eo q̄ duo eorum latera que sunt. d. & f. cōicant in longitudine vel in potētia fm q̄. a. & b. in alterutro eorum cōmunicāt. sequitur ex. 10. vt. g. & k. quoq; sibi inuicem cōicēt. Erit igitur. k. rationalis aut medialis: prout fuerit. g. ex diffinitiōe superficiei rationalis aut. 21. In hoc enim tm̄ differt bimediale primum a bimediali secundo q̄ portiones bimedialis primi in quas fm suum terminum diuiditur continent superficiem rōnalem: bimedialis autem secundi medialem. Si igitur. a. fuerit bimediale primum erit superficies. g. rōnalis quare & k. & ideo. b. bimediale primum per. 31. Quod si. a. fuerit bimediale secundum erit superficies. g. medialis ob hoc etiam. & k. b. itaq; p. 32. erit bimediale secundum quare constat propositum. ¶ Idem aliter ad lineā rōnalem. c. d. posita. a. alterutro bimedialiū & b. sibi in longitudine vel potentia cōicante: adiūgatur superficies. c. e. equalis quadrato. a. & f. g. equalis quadrato. b. eruntq; superficies. c. e. & f. g. cōmunicantes eo q̄ quadrata eis equalia que sunt quadrata linearum. a. & b. sunt cōmunicantia ex ypothesi. ex prima igitur sexti & 10. huius necesse est duas lineas. d. e. & e. g. eē cōmunicantes: & quia si. a. fuerit bimediale primum linea. d. e. erit binomium secundum p. 55. ideoq; e. g. etiam binomium secundum per premissam. ¶ Quare latus tetragonicum superficiei. f. g. & ipsum est. b. bimediale primum per. 49. At vero si. a. fuerit bimediale secundum linea. d. e. erit binomium tertium per. 56. ideo. e. g. est binomium tertiū per premissam quare & latus tetragonicum supficiei. f. g. & ipsum ē. b. bimediale secūdū per. 50. Manifestum est igitur verum esse quod proponitur.

Propositio .62.

Omnis linea cōicans linee maiori: est linea maior.

Et hec quoq; veritatem habet. si vtrolibet modo cōicans fuerit aliqua linea linee maiori. Esto enim. a. linea maior. b. vero quouis sibi cōicans modo: erit. b. linea maior. Diuisa nanq; a. in eas portiones ex qbus constat p. 33. que sunt. c. & d. & b. fm earum proportionem in. e. & f. positoq; q̄. g. sit superficies contēta sub. c. & d. & k. sub. e. & f. & m. & h. sint q̄drata. c. & d. at. n. & l. e. & f. erit. m. ad. h. sicut. n. ad. l. per secundam partē 18. sexti & coniunctim. m. & h. ad. h. sicut. n. & l. ad. l. & permutatim. m. & h. ad. n. & l. sicut. h. ad. l. quia ergo. h. cōicat cum. l. eo q̄. d. cōicat cum. f. aut in longitudine aut in potētia: prout. a. cōmunicat cum. b. sequitur vt ambo quadrata. m. & h. pariter accepta cōmunicent cum ambobus qua-

dratis.n.⁊.l.pariter acceptis.cum itaq; duo prima pariter accepta sint rationale per.33.erunt quoq; ⁊ duo postrema rationale per diffinitionem At quia superficiem.k.necesse ē esse medialem sicut.g.ex.11.linearq;.e.⁊ f.esse incommensurabiles in potentia sicut.c.⁊.d.ex.10. concluditur per. 33.lineam.b.esse lineam que dicitur maior quod est propositum. ¶ Idē aliter.cum sit.a.linea maior cui.b.communicat sive hoc fuerit in longitudine sive in potentia sumpta linea rationali quasi.c.d. adiungatur superficies.ei.c:e.equalis quadrato linee.a.deinde.f.g.equalis quadrato linee.b.cum igitur quadrata duarum linearum.a.⁊.b. sint communicantia ex ypothesi. erit superficies.c.e.communicans superficiei .f.g. ideoq; per primam sexti ⁊ primam partem.10.huius linea.d.e.linee.e.g. in longitudine.at quia ex.57. linea.d.e. est binomium quartum erit quoq; per.60. linea.e.g. binomium quartum:igitur ex.51. linea.b. potens in superficiem.f.g.est linea maior.



Propositio .63.

Si qua linea linee potenti in rationale ⁊ mediale communicet ipsa in rationale ⁊ mediale potens esse comprobatur.

¶ Verum quoq; est ꝙ qualiterunq; linea aliqua sit communicans potenti in rationale ⁊ mediale sive in longitudine sive in potentia tantum ipsa etiam est potens in rationale ⁊ mediale: quod sicut prius duplici modo probatur: necesse est autem quantum ad primum modum vt sicut due linee.c.⁊.d.sint in potentia incommensurabiles.ita sint etiam.e.⁊.f per.10. Et quemadmodum.g.est superficies rationalis: nam tale continent portiones linee potē tis in rationale ⁊ mediale.ita etiam per diffinitionem sit.k.rationalis ⁊ quemadmodum duo quadrata.m.⁊.h.pariter accepta sunt mediale: sic etiam per.21.duo quadrata.n.⁊.l.pariter accepta erunt mediale: igitur ex 54.b.est potens in rationale ⁊ mediale. ¶ Quantum autem ad secundū modum necesse est ex.58.vt linea.d.e.sit binomium quintum. ideoq; ⁊ per.60.linea.e.g.est binomium quintum.quare per.52.latus tetragoni cum superficiei.f.g.quod est.b.erit linea potens in rationale ⁊ mediale: quod est propositum.

a

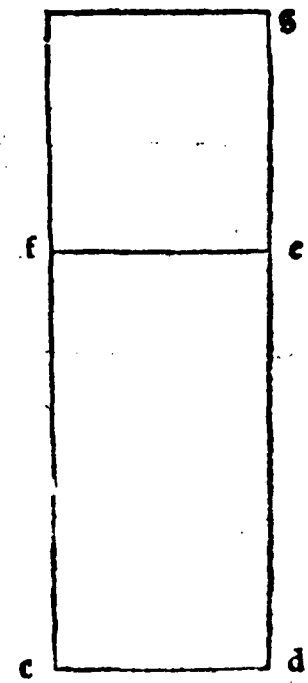
¶ Castigatio.

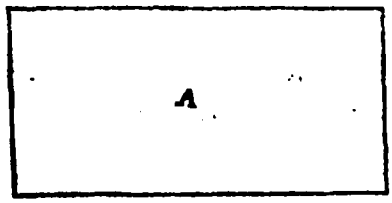
a ¶ Quia p.1.sexti.g.ad.h.sicut.c.ad.d.Ergo per.11.quinti. sicut.e.ad.f.⁊ sicut.k.ad.l.ergo permutatim.g.ad.k.sicut.h.ad.l.⁊ per primam partem 10.huius.g.communicat cum.k.quia.h.prima communicat.cum .l. secūda ⁊ ideo per .21. k.convincitur esse medialis ⁊c. ⁊ hac via per diffinitioem .k. in .63. convincitur esse rationalis quemadmodum l.62.per 21.medialis.

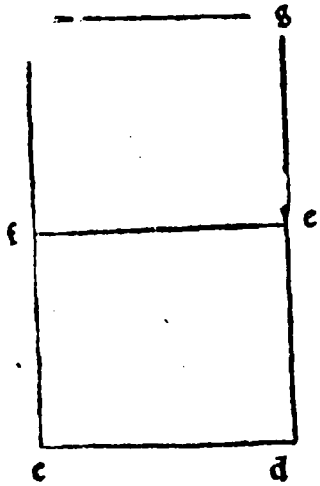
Propositio .64.

Si nis linea communicans potenti in duo medialia: ipsa quoq; potens est in duo medialia.

¶ Hec quoq; manentibus eisdem dispositione ⁊ positionibus eo duplici modo quo premisset probabitur vera esse sive in longitudine sive in potentia communicet linea b.cum linea.a.potenti in duo medialia. Quātum enim ad primum agumentationis modum erit per.35. superficies .g. medialis. ideoq; ⁊.k.per.21.cum communicet ei duo quoq; quadrata.m.⁊.h. pariter accepta erunt ex eadem.35.mediale: ideoq; duo.n.⁊.l.pariter accepta per.21.at quia duo quadrata.m.⁊.h.pariter accepta ex predicta.35.sunt incommēsurabile duplo superficiei.g.sequitur.p.10.⁊ nostras positiones vt duo quoq;.l.⁊.n.piter accepta sint incōmensurabile duplo superficiei.k.cum itaq; sint.e.⁊.f.incōmensurabiles in potentia quēadmodū.c.⁊.d.erit ex. 35.linea.b.potens in duo medialia.quantum aūt ad secundū solite argumentatiōis modū erit.p.59.d.e.binomiū sextū.ideoq; ēt p.60.linea.e.g.







erit binomium sextum quare per .53. latus tetragonicum superficiei.f.g.qđ est.b.erit potens in duo medialia quod est propositum.

Propositio .65.

Si due superficies quarum altera rōnalis altera vero medialis ꝯiungant̄: linea potēs in totā superficiē inde cōpositam aliqua erit quatuor irrōnalium linearum videlꝫ aut binomium aut bimediale primum aut linea maior aut potens in rationale ⁊ mediale.

¶ Vt si.a.sit rōnalis supficies ꝗ.b.medialis erit linea potens in totam.a.b.aliqua premissarum quatuor. Sit.n.linea.c.d.rationalis cui adiungat̄ superficies.c.e.equalis.a.ꝗ.f.g.equalis.b.eritq; ex .16.linea.d.e.rōnalis in longitudine cōicans linee.c.d.rōnali posite ꝗ ex.20.linea e.g.rōnalis in potentia tm̄ ꝗ ex.30.linea.d.g.binomium cuius cum altera binomialiū portionū q̄ est.d.e.sit rōnalis in longitudine cōicans linee rōnali posite q̄ ē.c.d.ipsum erit ex diffinitiōe specierum binomii aut binomiū primū aūt scđm aut quartū aut quintū: tertiū āt aut sextū nō erit ex diffinitione.itaq; ex.48.49.51.ꝗ.52.linea potēs ī totam.c.g.que est equalis duabus simul.a.ꝗ.b.erit aut binomiū aut bimediale primū: aut linea maior aut potens in rōnale ꝗ mediale: quod est ꝓpositum. ¶ Bimediale vero secundum aut potens in duo medialia non erit: qm̄ si esset bimediale ꝑm eēt ex.56.linea.d g.binomium tertium qđ si eēt potens in duo medialia eēt ex.59.linea.d.g.binomiū sextū.sed neutrum erat: vñ patet nostra intētio.

Propositio .66.

Cum ꝯiuncte fuerint due superficies mediales incōmensurabiles linea potens in totam superficiem alterutra erit duarum irrōnalium linearum videlꝫ aut bimediale secundum aut potens in duo medialia.

¶ Vt si.a.ꝗ.b.sint due superficies mediales incōmensurabiles.si.n.eēnt incōmēsurabiles eēt cōposita ex eis medialis ex.9.ꝗ.21.q̄re ꝗ linea potēs in eā medialis.ex.19.dico q̄ linea potēs incōpositā ex ambabus erit aut bimediale ꝑm aut potēs ī duo medialia: Sit.a q dem linea.c.d.rōnalis: superficies ꝟo sibi adiūcta.c.e.eq̄lis.a.ꝗ superficies f.g.equalis.b.eritq; ex.20.linea.d.e.similiter quoq; linea.e.g.rōnalis in potentia tantum: cūq; superficies.c.e.ꝗ.f.g.sint incōmensurabiles sicut.a.ꝗ.b. eis equales.ideoq; linee.d.e.ꝗ e.g.ex pria sexti.ꝗ.10.huius.erit ex.30.linea d.g.binomium cuius cum vtraq; binomialium portionum que sunt.d. e.ꝗ.e.g.sit incōmensurabilis linee rōnali posite que est.c.d. ipsum erit ex diffinitione binomium tertium aut sextum: linea ergo potens in totam c.g.equalem composite ex.a.ꝗ.b.erit ex.50.ꝗ.53.aut bimediale secundum aut potens in duo medialia: quod est propositum.

¶ Castigator.

a ¶ Qualiter autem linee in longitudine rationali.c.d.posite adiungantur superficies equales superficiebus.a.ꝗ.b.ꝗ qualiter habeatur noticia certa theorice ꝗ pratice virtute.10.sexti vt supra.54.huius recte percipies hoc prius addito q̄ cuiuslibet dictarum superficierum inuenies tetragonicum latus per vltimam secundi quo inuento semper pones illud secundam lineam ꝗ primam.c.d.rationalem deinde per dictam .10. sexti eis subiunges tertiam sub continua proportionalitate que ex noticia superficiei ꝗ linee.c. d. rationalis posite etiam tertia.d.e.ꝗ.e.g. erunt note. vt si in 66.a.superficies esset.℞.15.ꝗ.c.d.6.tunc.d. e.esset.℞.$\frac{25}{21}$. ꝗ si superficies.b. esset ℞.180.linea.f.e.etiam.6.sicut c.d.sua equalis.e.g.secundum latus eēt ℞5.$\frac{1}{3}$. Et sic apparet q̄ ex positione linee.c.d.rationalis maori vel breuiori oritur maius vel minus eius secundum latus.d.e.ꝗ.e.g.vt si.c.d. ponatur.5.d.e.erit pratice ℞.$\frac{3}{5}$.ꝗ.e.g.℞.8.ꝗ si.c.d.sit.8.erit.d.e.℞.$\frac{15}{48}$.ꝗ.e.g. ℞.3$\frac{1}{8}$.ꝗc.per regulam trium dicendo si.6.dant.℞℞.15.q̄d dabit.℞℞.15.ꝗc.

Propositio .67.

Cum posita fuerit linea binomialis ceteresq; irrationales sequentes eam: non erit earum aliqua sub termino alterius.

¶ Vult q; si linea aliqua vt.a. fuerit ex sex phabitis lineis irrationalibus que sunt binomium & eius quinq; comites ipse non erit aliqua aliarum. Si enim quadrato eius equalis superficies adiungatur ad lineam rōnalem.b.c.que sit.b. d. si quidem a. fuerit binomiū. erit ex.54. linea.c.d. binomium primū: que si fuerit bimediale primum: erit.c.d. ex.55. binomium secundum: si aūt bimediale secundum: erit.c.d.ex.56. binomium tertium. Et si linea maior erit.c.d.ex 57. binomium quartum. At si potens in rationale & mediale. aut si potens in duo medialia: erit ex.58. c.d. binomium quintū: aut ex.59. binomium sextum. Et quia impossibile est. c. d. esse simul sub diuersis speciebus binomiorum a diffinitione est impossibile.a.esse simul sub diuersis speciebus sex prehabitarum linearū irrationalium. ¶ De linea aūt mediali constat q; ipsa quoq; non sit aliqua sex sequentium videlicet neq; binomium neq; aliqua ex ipsius comitibus. Cum enim superficies equalis quadrato linee medialis adiungitur ad lineam rationalem: latus eius secundum est rationale in potētia ex.10. cum aūt superficies equalis quadrato binomii aut alicuius suarum comitum: latus eius secundum est binomium aut primum aut secundū & sic de ceteris per.54. &.5. eam sequentes: quare ipsum
a est irrōnale & in longitudine & in potentia per.30.a Cum igitur sit impossibile eandem lineam esse rationalem in potentia & irrōnalem tam in longitudine q̄ in potentia. nimirum impossibile lineam medialem esse binomial em aut aliquam ex quinq; suis comitibus.

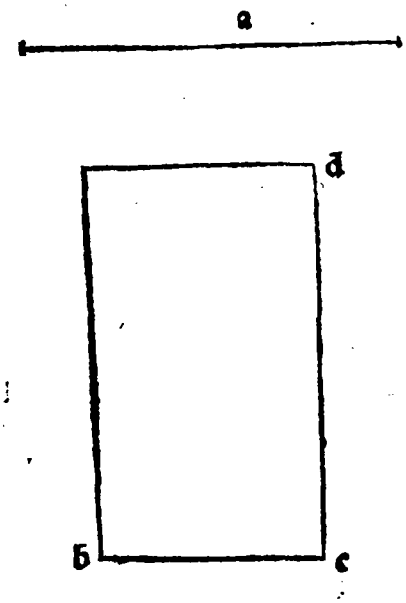
¶ Castigator.

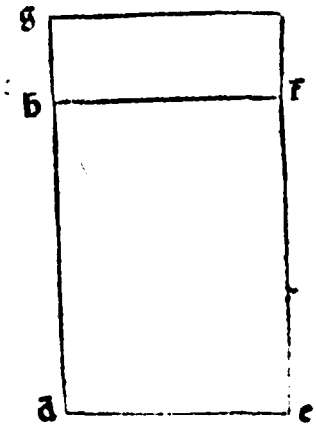
¶ I bi.n. probatum est q; quadratum cuiuslibet binomii est incōmensurabile duobus q̄dratis duarū linearū cōponentiū binomium p.9. huius. & 4. secundi que q̄drata semp sunt rōnalia eo q; linee ille in potentia sunt rōnales cōicantes p.17. &.18. huius. Et ideo p diffinitionem huius.10. q̄dratū ipsum ē irrōnale cum nō cōicet rationali. Sicq; patet binomiū tā in longitudine q̄ in potentia esse irrationale. per.30. huius.

Propositio .68

Si linea de linea abscindatur fuerintq; ambe potentialiter tantum rōnales cōicantes: reliqua linea erit irrationalis dicetur q; residuum.

¶ Sit linea.b.c.abscisa ex.a.b. sintq; ambe rationales tantum potentia cōicantes quales docuit inuenire.17. &.18. & hee sunt que componunt binomium. ¶ Dico q.a.c.reliqua ē irrationalis & ipsa vocatur residuum. Constat enim ex.7. secundi q; quadrata duarum linearum.a.b.&. b.c. pariter accepta que componunt superficiem rationalem ex ypothesi & diffinitione rationalis superficiei &.9. huius tantum sunt quintum duplum superficiei.a.b.in.b.c.cum quadrato.a.c. Cunq; .ex.19. superficies.a.b.in.b.c.sit medialis. ideoq; & duplū eius & mediale per.21. & ideo. irrationale per.19. sequitur vt ambo quadrata duarum linearum.a.b.&.b.c. pariter accepta sint incommensurabile duplo superficiei vnius earum in alteram: quare per.9. & quadrato linee.a.c. ex diffinitione igitur quadratum linee.a.c.est irrationale cum ipsum sit incommensurabile rōnali videlicet duobus quadratis duarū linearum.a.b. &.b.c.pariter acceptis. I taq; etiam ex diffinitione linea.a.c.ē irrationalis quod est propositum. ¶ Exemplariter in figura esto superficies.e.g. equalis duobus quadratis duarum linearum.a.b.&.b.c.pariter acceptis. Eritq; rationalis. ¶ I temq; sit superficies.d.f.equalis duplo superficiei vnius in alteram: eritq; ex.19. medialis & erit ex.7. secundi superficies.f.g. equalis quadrato linee.a.c.cūq; superficies.e.g.sit incommensurabilis superficiei d.f.eadem erit ex.9. incommensurabilis.f.g.quare.f.g.irrationalis & eius tetragonicum latus.a.c.

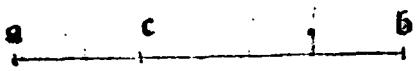


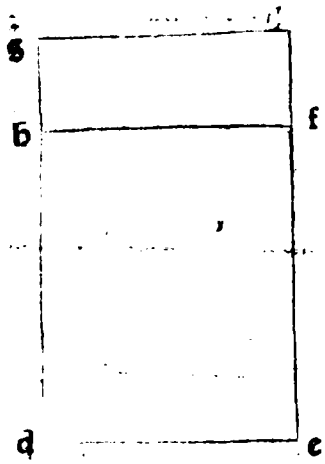


Propositio .69.

Si fuerit linea de linea abscisa fuerintq; ambe mediales potentialiter tantum communicantes superficiemq; rationalem continentes reliqua linea erit irrationalis diceturq; residuum mediale primum.

¶ Sit linea.b.c.abscisa ex linea.a.b.sintq; ambe quales proponitur quas ex.24.et.25.reperies et hee sunt que componunt bimediale primum dico q; reliqua linea.a.c. erit irrationalis et ipsa dicitur residuum mediale primum. Erunt enim ambo earum quadrata pariter accepta mediale: duplum vero superficiei vnius in alteram rationale, itaq; ambo quadrata pariter accepta incommensurabile sunt duplo superficiei vnius in alteram quia itaq; ambo quadrata pariter accepta componuntur ex duplo superficiei vnius in alteram et quadrato linee.a.c. sequitur per.9. vt quadratum linee.a.c.sit incommensurabile duplo superficiei vnius in alteram quare tam ipsum quadratum q; latus eius.a.c.est irrationale p diffinitionem constat ergo propositum. Quod quemadmodum in premissa si libet potes declarare exemplariter in figura. ¶ Aliter idem sic: sit linea.d.e.rationalis in longitudine: cui adiungat superficies.d.f.equalis duplo superficiei vnius in alteram et superficies.g.e. equalis ambobus quadratis pariter acceptis. eritq; per.7.secundi superficies.f.g. equalis quadrato linee.a.c.cum itaq; p. ypothesim sit superficies.e.g.medialis erit p.20. linea.d.g.rationalis in potentia tm. Cum vero sit superficies.e.h. rationalis per ypothesim erit ex.16.linea.d.h.rationalis in longitudine: itaq; p.68. linea.g.h.est residuum et irrationalis ideoq; per.16.a. destructione consequentis superficies.f.g. est irrationalis et eius latus tetragonicum quod est.a.c.est irrationale. Et sic patet propositum.





Propositio .70.

Si linea de linea secetur fuerintq; ambe mediales potentialiter tantum communicantes continentesq; mediale: reliqua linea erit irrationalis diceturq; residuum mediale secundum

¶ Sit hic quoq; linea.b.c.abscisa ex linea.a.b. vtraq; aut a.b. et.b.c.sint vt propositur et ipse per.26.reperiunt et sunt que componunt bimediale secundum: dico q; linea reliqua que est.a.c. est irrationalis et ipsa dicitur residuum mediale scdm. Sunt.n.ex ypothesi et 21.ambo quadrata duarum linearum.a.b.et.b.c.pariter accepta mediale. similiter quoq; duplum superficiei vnius in alteram est mediale. Cum itaq; ex 22.mediale non defferat a mediali nisi in irrationali: erit quadratum linee.a.c.in quo per.7.secundi duo quadrata linearum.a.b.et.b.c. pariter accepta excedunt duplum superficiei vnius in alteram irrationale quare et linea.a.c.irrationalis. ¶ Figurali quoq; exemplo patefieri potest istud vt prius. Si enim sit.e.g. equalis ambobus quadratis.a.b.et.b.c.simul et.d.f. duplo superficiei vnius in alteram erit.f.g.p.7.scdi.equalis quadrato.a.c.que cum sit dria superficiei vnius medialis.e.g.ad superficiem medialem.d.f.ipsa est irrationalis p.22. et eius tetragonicum latus.a.c.irrationale. ¶ Idem aliter. Sit linea.d.e.rationalis cui adiungat superficies.d.f.equalis duplo superficiei vnius in alteram.et.e.g.equalis ambobus quadratis pariter acceptis. eritq; p.7.scdi.f.g.equalis quadrato.a.c. qua vero e.g.est medialis erit ex.20.linea.d.g.in potentia tm rationalis. Similiter quoq; cum.e.h.sit medialis erit ex eadem linea.d.h.rationalis. similiter in potentia tm. Et quoniam.a.b.et.b.c.sunt incommensurabiles in longitudine ideoq; quadratum vtriusq; earum superficiei vnius in alteram: et pp hoc ambo quadrata pariter accepta cum ipsa ex ypothesi coincent. sunt quoq; incommensurabile duplo superficiei vnius in alteram sequitur vt.e.g.sit incommensurabilis.h.e.qua propter linea.d.g.linee.d.h.igitur ex.68.linea.g.h.est residuum et irrationalis. ideoq; per.16.a destructione consequentis superficies.f.g.irrationalis et eius latus tetragonicum.a.c.irrationale.

Propositio .71.

Si linea de linea detrahatur fuerintq; ambe potentialiter incōmensurabiles continentesq; mediale quadrataq; earum ambo pariter accepta rationale: reliqua linea erit irrationalis vocabitq; minor.

¶ Si sint.a.b.& .b.c. quales ꝓponitur que ꝑ.27.reperiunt & cōponūt lineam maiorem erit linea.a.c.irrōalis & ipsa est que dicitur linea minor. Quod qui premissa firmiter tenuerit positionesq; diligenter attenderit duplici modo vt antecedentes facile probabit.

Propositio .72.

Si linea de linea demat' fuerintq; ambe potentialiter incōmensurabiles superficiemq; rōnalem continentes quadrataq; earum ambo pariter accepta mediale: linea reliqua erit irrōnalis diceturq; iuncta cum rōnali componēs totum mediale.

¶ Et hoc quoq; nescire nō pōt q priora nouerit nisi a memoria exciderint: quoniam positis lineis.a.b.& .b.c. vt ꝓponitur que & ꝑ 28.reperiuntur lineam potentem in rationale & mediale componunt: sit a.c.reliqua rōnalis ipsa dicit que iuncta cū rōnali cōponit totū mediale.

Propositio 73.

Si linea a linea detrahatur fuerintq; ambe potentialiter incōmensurabiles superficiēq; medialē continētes quadrataq; earū ambo pariter accepta mediale duplo superficiei alterius in alterā incōmensurabile: reliqua linea erit irrationalis diceturq; iuncta cum mediali faciens totum mediale.

¶ Sint ēt hic.a.b.& .b.c. quales ꝓponitur que per .29. reperiuntur & ipse sunt que componunt lineam potentem in duo medialia eritq; .a.c.reliqua irrationalis dicta que iuncta cum mediali componit totum mediale quod vt facile premissa duplici argumentatione concludas processum 70.moneo diligenter attendas. Est autem premittēdum hic antecedens necessarium ad demonstrationes sequentium quod est propositum.

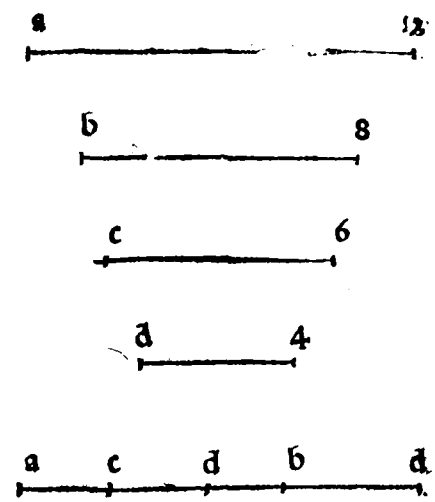
¶ Si fuerint quatuor quantitates differentia prime quarum ad secundam sit sicut tertie ad quartam: erit permutatim differētia prime ad tertiam sicut secunde ad quartam.

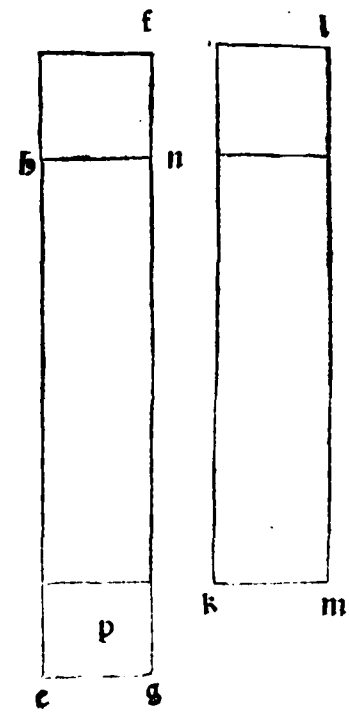
¶ Intelligendum ē hoc de quantitatibus eodem mō relatis vt cum prima maior fuerit secunda sic quoq; tertia maior quarta. cū vero minor & a mior. Exempli gr̄a sit dr̄ia a.a.ad.b.sicut.c.ad.d.dico q; erit.a.ad.c.sic.b.ad.d.est enim per hanc cōem animi conceptionem. ¶ Differentia extremoꝝ est composita ex differentiis ipsorum ad media differentia.a.ad.c. composita est ex ea que est.a.ad.b.& ea que est.b.ad.c.at ea que est.b.ad d.per eandem conceptionem componitur ex ea que est.b.ad.c.& ea que est.c.ad.d.& quia ex ypothesi est differentia.a.ad.b.sicut.c.ad.d.ea vero que est.b.ad.c.est communis sequitur per communem scientiam vt sit a.ad.c.sicut.b.ad.d.quod est propositum.

¶ Castigator.

a ¶ Geometrice non aritmethice. j. sicut.a.excedit.b.in.½.ipsius.a.vel in.½.ipsius.b.q; etiam.c.excedat.d.in.½.ipsius.c.vel in.½. ipsius.d.& si.a. minuit.a.b.tantūdem minuat.c.ad.d. quoniā aritmethice esset falsum quod dicitur.nam.12. prima differt a.8.secunda per quatuor vnitates.& 6.tertia a.4.quarta per duas vnitates vnde excessus aritmethice non est idem sed geometrice.

¶ Et ex hoc sequitur commune dictum.s.quod proportio extremorum componitur ex ꝓportionibus mediorum quod probatur prosupposita ista veritate: videlicet quanta est aliqua quātitas ad aliam: tanta ēt denominatur proportio eius ad ipsam. Et istud inductiue patet. Quoiam si fuerit vna equalis alteri.erit equa proportio inter illas.& si dupla fuerit





linea erit proportio dupla ꝛ si fuerit incommensurabiliter conrespōdens in longitudine ꝛ potentia erit ꝛ proportio irrationalis consimilis erit quia semp ꝓportionum denominatio cōformis ē habitudini terminoꝝ. Et hinc est argumentum ꝙ nulla quantitas excedit aliam iproportionabiliter q̄uis vna excedat aliam incōmensurabiliter ꝛc. ¶ Vnde hoc stante apparet comune dictum prepositum esse verum videlicet ꝙ proportio extremorum componitur ex ꝓportionibus mediorum. Et accipio duas lineas. a. ꝛ. c. duplam ꝛ subduplam Tunc ꝙ proportio. a. ad. c. componitur ex proportione medii vel mediorum sumptorum inter. a. ꝛ. c. Et tantū amplius quantum excedit. b. medium. Igitur. a. excedit. c. secundum proportionem duorum excessuum sumptorum. Igitur excessus iste continet excessus istos quorum habitudo cōtinet habitudines ꝛ proportio proportiones. Et hoc voco proportionem componi ex proportionibus. Consimiliter quoq; si fuerint plura media tunc, n. ex omnibus ꝓportionibus illorum inter se. ꝛ ad extrema componitur ꝓportio extremorum. Et inde est ꝙ omnis proportio multipliciter resolui potest in proportiones exemplum in ꝓportione dupla que resolui pōt in duas proportiones similes. ꝛ iste sunt irrōnales potest ēt resoluiin duas proportiones rōnales sed non similes. verbi gratia in sexquialteram ꝛ sexquitertiam sic enim quaternarius excedit binarium. puta proportione sexquialtera que est ternarii ad binarium ꝛ secundum sexquitertiam que est quaternarii ad ternariū. Si aūt accipias duplam proportionem secundum senarium. ꝛ ternarium inuenies plura media ꝛ proportiones plures. Et sic semper ascendēdo ad maiores numeros ꝛc. ¶ Etiā ꝓportio extremoꝝ aritmethice componitur ex omnibus differentiis inter mediis ꝙ per ea que dicta sunt super diffinitione. 11. quinti ꝛ i opere nostro magno ipresso ad cartas. 44. de numeris equaliter siue inequaliter se excedentibus colligere potes.

Propositio .74.

Nulla linea nisi vna tantum residuo coniungi potest vt sint ambe sub termino earum que erant ante separationem.

¶ Sit linea. a. c. residuū que fuerit reliqua abscisa. b. c. ex a. b. eruntq; a. b. ꝛ. b. c. rationales tantum potentia communicantes ex. 68. dico ꝙ ipsa. a. c. nulli alii linee q̄. b. c. poterit componi sub hac diffinitione neq; maiori. b. c. neq; minori. b. c. Si autem potest componatur cum. c. d. indifferenter maiori aut minori q̄. c. b. eruntq; ob hoc ambe linee. a. d. ꝛ. d. c. rationales in potentia tantū communicantes. Quia ergo ex. 7. secundi quadrata ambarum linearum a. b. ꝛ. b. c. pariter accepta excedunt duplum superficiei vnius earum in alteram in quadrato. a. c. ¶ Similiter quoq; quadrata duarum linearum a. d. ꝛ. d. c. pariter accepta excedunt duplum superficiei vnius ipsarum in alteram in quadrato eiusdem. a. c. ¶ Sequitur ex premisse antecedente vt differentia duorum quadratorum duarum linearum. a. b. ꝛ. b. c. pariter accepta ad duo quadrata duarum linearum. a. d. ꝛ. d. c. pariter accepta sit sicut differentia dupli superficiei. a. b. in. b. c. ad duplum superficiei: a. d. in. d. c. ¶ Cum autem sint duo quadrata vtriusq; sectionis pariter accepta rationale ex ypothesi: duplum vero superficiei vnius in alteram portionum vtriusq; sectionis mediale per ypothe. ꝛ. 19. ¶ Erit vna ꝛ eadem differentia duarum superficierum rationalium ꝛ duarum medialium hoc autem est impossibile. Rationales enim superficies non differunt nisi in rationali superficiei vt patet per diffinitionem rationalis superficiei ꝛ per. 9. Medialis autem non differt a mediali nisi i irrationali superficie per. 22. ¶ Hoc autem fit manifestius in figura sic. Sit enim superficies. e. f. adiuncta ad lineam. e. g. equalis ambobus quadratis duarum linearum a. b. ꝛ. b. c. pariter acceptis. At. g. h. sit equalis duplo superficiei vnius in alteram eritq; f. h. equalis quadrato linee. a. c. ex. 7. secundi ¶ Similiter quoq; sit. k. l. adiuncta ad lineam. k. m. equalis duobus quadratis

duarum linearum.a.d.⁊.d.c pariter acceptis ⁊.m.n.sit equalis duplo superficiei vnius in alteram:eritq; ex.7.secundi.n.l.equalis quadrato linee a.c.ideoq; etiam equalis.h.f.est itaq; differentia.e.f.ad.g.h. sicut. k.l. ad m.n.quare per antecedens premissum erit permutatim differentia.e.f.ad k.l.⁊ ipsa sit.p.sicut.g.h.ad.m.n. Et quia vtraq; duarum superficierum.e.f.⁊.k.l.est rationalis vtraq; vero duarum superficierum.g.h.⁊.m.n .medialis sequit impossibile videlicet superficiem.p.ē rōnalem ⁊ irrōnalem.

Propositio .75.

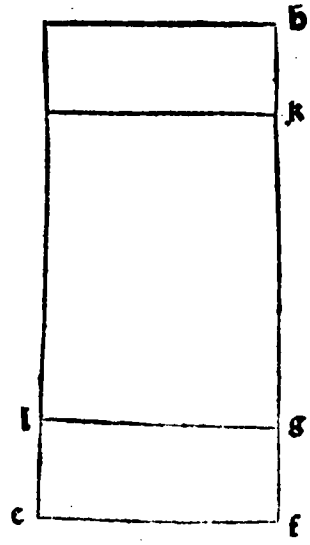
Nulla linea nisi vna tantum residuo mediali primo coniungi potest vt sint ambe sub termino earum que erant ante separationem.

Hec quoq; probabitur simili mō. Sint enim in vtraq; sectione ambo quadrata ariter accepta mediale: duplū vero superficiei vnius in alteram rationale ⁊ quia vt prius eadem ē differentia q̄drato⁊ vniussectionis ad quadrata alterius que ē dupli superficiei vnius ad duplum supficiei alterius erit vna ⁊ eadē superficies differentia duarum medialium ⁊ duarum rationalium quod est impossibile.

Propositio .76.

Nulla linea residuo mediali secundo coniungibilis est vt sub termino earum fiant nisi tantum que ab ea ante separata erat.

Sit enim.a.c.residuum mediale secundum que fuit residua abscisa .b.c. ex .a. b.eruntq; ex.70.due linee.a.b. ⁊ b.c.mediales potētia tm̄ cōicantes mediale continentes: dico q̄ ipsa.a.c.nulli linee alii q̄.c.b.sub hac diffinitione coniungi pōt. Si autem coniungatur linee.c.d.sitq; linea.e.f.rationalis in longitudine ad quam coniungatur superficies.e.h.equalis quadratis duarum linearū .a.b.⁊.b.c.pariter acceptis ⁊.e.k.equalis quadratis linearum.a.d.⁊. d.c. pariter acceptis a qua abscindatur e.g.equalis quadrato lineeta .c. eritq; per.7.secundi superficies.l.h.equalis duplo superficiei.a. b.in.b.c. ⁊.l.k.q̄ eandem sit equalis duplo superficiei.a.d.i.d.c.qui ergo quadrata ambarum partium prime sectionis sunt mediale ⁊ duplum etiam superficiei mediale incommensurabile duobus quadratis pariter acceptis que nescire diligens geometra non poterit qui positiones diligenter seruauerit erit superficies.e.h.medialis cum ipsa sit equalis duobus quadratis pariter acceptis ⁊ superficies.l.h.medialis cum ipsa sit equalis duplo superficiei vnius in alteram: per.20.igitur est vtraq; duarum linearum.f.h.⁊.g.h.rationalis in potentia tantum .⁊ quia vna est incommensurabilis alii: eo q̄ superficies.e.h.est incommensurabilis superficiei .h.l.sicut duo quadrata duplo superficiei: erit ex.68.linea.f.g.residuum quare linea.f.g.que est residuum componitur linee.g.h.vt sint ambe sub termino earum que erant ante separationem. Similiter quoq; probabis eandem.f.g.cum linea.g.k. componi eadem conditione mediantibus superficiebus. e.k. ⁊ .k.l. quarum prima est equalis quadratis duarum linearum.a.d.⁊.d.c. pariter acceptis ⁊ secunda duplo superficiei vnius in alteram: quod est impossibile p̄ .74. ⁊ hic modus demonstrationis potest esse communis .75. ceterisq; quatuor sequentibus eam.

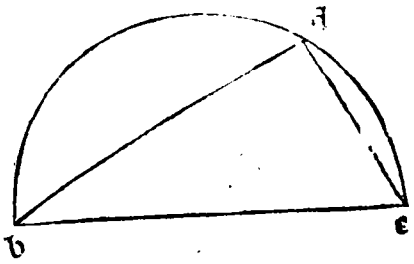


Propositio. .77.

Nulla linea minori coniungibilis est vt sub termino suo fiat nisi tantum que ante sibi abscisionem coniungebatur.

Intellige quid sit linea minor quod si oblitus es consule .21.⁊ sine obiectione concludes propositum . Si quem admodū in.74.p̄cesserit: poterisq; si libuerit quēadmodū in.76.p̄cedere.

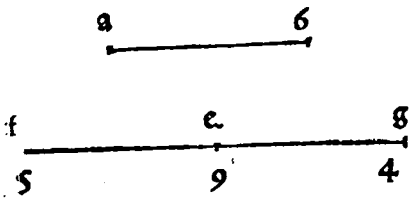
Propositio .78.



Irsea que coniuncta cum rationali facit totum mediale nisi vni tantum componi non potest vt sub earum termino fiant.

¶ Quid sit linea que proponitur ex.72. didicisti. cum ergo de ea volueris quod per hanc.73. dicitur demonstrare a processu.75. in quoq̃ non deuias. sed sicut in .76. si te delectauerit ingenio duce poteris procedere.

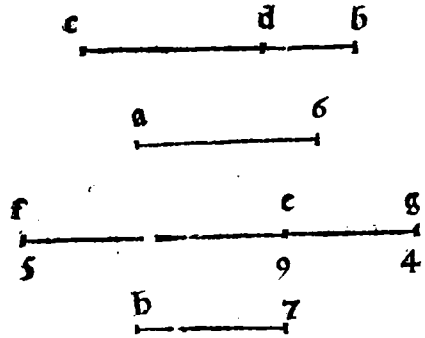
Propositio .79.



Irnee que iuncta cum mediali facit totum mediale nisi vna linea tantum iungi nequit vt sub earum termino fiant que erant ante separationem.

¶ Huius linee que iuncta cum mediali componit totum medialē magistra est.73. de qua quod hec.79. enunciat sic concludere cogeris sicut de residuo mediali secundo quod per.76. enunciatum est conclusisti.

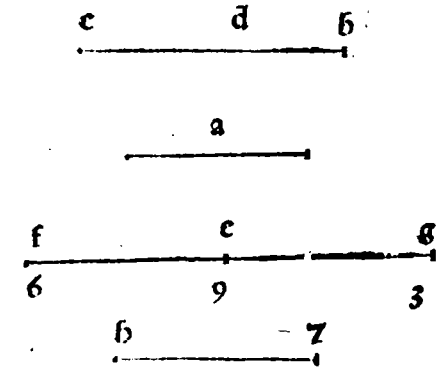
¶ Positis duabus lineis altera rationali altera vero residuo adiectaq̃ ipsi residuo linea aliqua secundum eius terminum si fuerit totum inde compositum potentius linea adiecta in quadrato linee ipsi toti communicantis in longitudine: fueritq̃ idē totum posite rationali linee in longitudine commensurabile quod positum erat dicetur residuum primum. ¶ Si vero linea adiecta posite rationali cōmunicet in longitudine dicetur residuū secundum. ¶ Quod si fuerit vtraq̃ rationali posite in longitudine incommēsurabilis vocabitur residuum tertium. ¶ Si fuerit tota linea potentior adiecta augmento quadrati linee ipsi toti incommensurabilis eadēq̃ tota posite rationali communicet in longitudine nuncupabitur residuum quartum. ¶ Si vero linea adiecta posite rationali cōicet in longitudine vocabitur residuum quintum. ¶ Quod si fuerit vtraq̃ posite rationali in longitudine incommensurabilis appellabitur residuum sextum.



Propositio .80.

Residuum primum inuestigare.

¶ Ab inuentione omnium specierum residui facile nos absolut inuētio per ordinem omnium specierum binomii. Nam in qualibet specie binomiorum si minor portio abscindatur de maiori linea reliqua erit residuum similis speciei vt patet ex diffinitiōibus tam binomiorum q̃ residuorum propriis tamen inuentionibus residuorum insistētes sic inquiramus primum. Sit linea.a.rationalis posita cui commensurabilis in longitudine sumatur.b.c.sitq.e.numerus quadratus diuisus in.f. non quadratum et in quadratum.g.sitq. proportio quadrati linee.b.c.ad quadratum linee c.d.sicut.e.ad.f.eritq. per vltimam partem.c.d.rationalis in potentia tantum. ¶ Cum itaq. sit.c.b.potentior.c.d.in quadrato linee sibi communicantis in longitudine quod patet sicut in explanatione binomii primi cōstat ex diffinitione lineam.b.d.esse residuum primum.



Propositio. .81.

Residuum secundum patefacere.

¶ Ad habendum residuum secundum sit.a.linea rationalis posita eiq. communicans in longitudine.c.d. et sit quadratum.c.d.ad quadratum.b.c.sicut.f.ad.e.eritq. b.d.residuum secundum ex diffinitione: si dubitas aut positas non seruas ypotheses aut binomii secundi repetitione indiger.

Propositio .82.

Residuum tertium perscrutari.

¶ Residuum tertium sic habetur: posita vt prius. a. rationali numeroq;. e. quadrato diuiso in. f. non quadratum. ⁊ g. q̄dratū assumptoq;. h. numero p̄mo ac q̄dratū liee. a. ad quadratum linee. b. c. sicut. h. ad. e. sit quadratum linee. b. c. ad quadratum linee. c. d. sicut. e. ad. f. eritq; ex diffinitione: de quo si hesitas consule binomium tertium: linea. d. b. residuū tertiū.

Propositio. .83.

Residuum quartum inuenire.

¶ Hic sicut i inuentione residui p̄mi sit linea. b. c. communicans linee. a. rationali posite: numerus autem. e. quadratus sit diuisus in. f. ⁊ .g. quorum sit vterq; non quadratus: sitq; quadratum linee. b. c. ad quadratum linee. d. c. sicut. e. ad. f. ⁊ scies ex diffinitione lineam. d. b. esse residuum quartum. si eorum que in inuentione binomii quarti didiceras oblitus non fueris.

Propositio .84.

Residuum quintum demonstrare.

¶ Cum residuum quintum inuenire libuerit erit linea. c. d. communicans linee. a. rationali posite in longitudine sicut erat i inquisitione secundi: ⁊ erit quadratus numerus e. diuisus in. f. ⁊ .g. quoꝝ neuter quadratus sicut in premissa ⁊ erit quadratum linee. c. d. ad quadratum. b. c. sicut. f. ad e. ex quibus a diffinitione concludere licet: habita sufficienti noticia binomii quinti: lineam. d. b. esse residuum quintum.

Propositio .85.

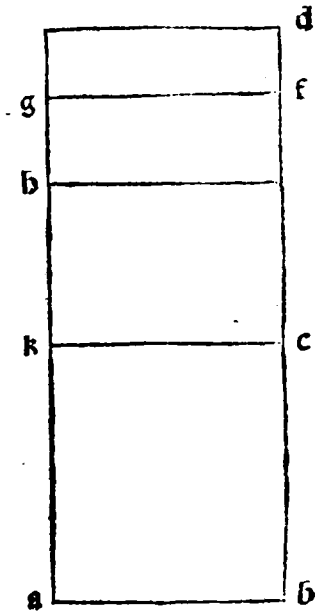
Residuum sextum demum presto sit reperire.

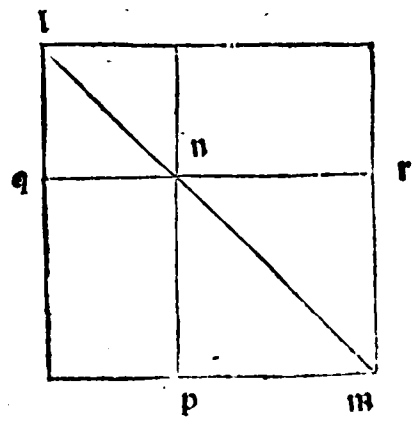
¶ Residuum sextum sic reperitur. erit vt prius linea. a. rationalis posita ⁊ .e. numerus quadratus diuisus in. f. ⁊ .g. non quadratos ⁊ erit. h. numerus primus ⁊ quadratū linee a. ad quadratum linee. c. b. sicut. h. ad. e. At vero quadratū b. c. ad quadratum. c. d. vt. e. ad. f. eritq; ex diffinitione. linea. d. b. residuum sextum. cui si non plene animus tuus assenserit exercere te conuenit in inuentione binomii sexti.

Propositio .86.

Si fuerit superficies linea rationali atq; residuo primo contenta latus eius tetragonicum necesse est esse residuum.

¶ Sit superficies. a. c. cōtenta linea ratiōali. a. b. ⁊ residuo primo. b. c. dico latus tetragonicum supeficiei. a. c. esse residuum. ⁋ Adiungatur enim ad lineam. b. c. linea. c. d. sitq; illa cuius detractione. b. c. fuit residuum primum. Eritq; ex diffinitione b. d. rationalis ex longitudine ⁊ .c. d. in potentia tantum. b. d. quoq; erit potentior. d. c. in quadrato linee secum communicantis in longitudine. Diuidatur igitur. d. c. per equalia in. e. ⁊ tota. b. d. diuidatur ea cōditione in. f. q; inter. b. f. ⁊ .f. d. sit. e. d. medio loco proportionalis: eritq; ex secunda parte. 13. b. f. cōmunicans in longitudine. f. d. per. 9. igitur vtraq; earum communicat cum tota linea. b. d. quare per diffinitionem ambe sunt rationales in longitudine. Ducantur itaq; linee. f. g. e. h. ⁊ .c. k. equidistantes a. b. eritq; per. 15. vtraq; duaꝝ superficierum. a. f. ⁊ .g. d. rationalis. Sit quadratum ergo. l. m. equale sup̄ficiei. a. f. eritq; rationale ⁊ latus eius rationale a in potentia. Intra illud quadratū ꝓtracta diagonali linea. l. m. describatur quadratum. l. n. equale sup̄ficiei. g. d. eritq; ipsum rationale ⁊ eius latus rationale in potentia protrahātur aūt due linee. n. p. q. n. equidistanter lateribus totalis quadrati. ⁋ Dico ergo quadratum. p. r. esse equale superficiei. a. c. ⁊ eius latus quod est. n. p. est residuum. Cum enim linea. d. e. sit ex ypothesi medio loco proportionalis inter. b. f. ⁊ .f. d.





erit ex prima sexti superficies.d.h.medio loco proportionalis inter duas superficies.a.f.⁊.g.d.ideoq; ⁊ inter duo quadrata.l.m.⁊.n.l. Cũq; ex prima sexti sit superficies.l.p.medio loco proportionalis inter eadem duo q̃drata erit.l.p.equalis.d.h.et etiam.h.c.⁊ quia quadratum.l.n. est equale g.d.erit.t.r.equale b.g.e.totus itaq; gnomo circumscriptus quadrato. m. n.est eq̃lis.c.g.⁊.qa.l.m.erat equale.a.f.relinquit.m.n.equale.a.c.q; aũt n.p.latus q̃drati.m.n.sit residuũ sic collige. Est.n.vtraq; duaꝝ linearꝝ.p.t. ⁊.t.n.rõnalis in potẽtia eo q; vtrũq; q̃dratũ.l.m.⁊.n.l.ẽ rõnale vnaq; earũ est incõmensurabilis alii ꝑ primam sexti ⁊.10.huius: eo q; quadratum l.m.est incõmensurabile.l.r.superficiei sicut superficies.a.f.superficiei.h.d. de quibus manifestum est q; ipse sunt incõmẽsurabiles: est enim ꝑ ꝑmam sexti vna earꝝ ad alterã sicut linea.b.f.que est rõnalis in lõgitudine ad lineam.d.e.que est rõnalis in potẽtia tantum. Ex.68.igitur linea.p.n.que põt in superficiem.a.c.est residuum: ⁊ hoc est quod intendimus.

¶ Castigator.

a ¶ Quia cum ille due superficies sint rõnales erunt quadrata illis equalia rõnalia. Ideo qcquid fuerit de lateribus eorꝝ tetragonicis illa in potẽtia erũt rõnalia: ⁊ ꝓꝑ hoc nõ negat quin dicta latera possint eẽ rõnalia ĩ longitudine: sed nõ est necessariũ. Et ideo nõ errat ponẽdo illa rõnalia ĩ potẽtia ⁊c.b ¶ Per si ab equalibus equalia demas ⁊c. Nã cũ l.p.sit equalis.d.h.si ab ipsa.l.p.dematur quadratũ.l.n.remanebit supplemẽtũ. p.q. qd̃ ẽ equale supplemẽto.t.r.⁊ si de supficie.d.h.demat.g.d.q̃ posita est eq̃lis ipsi quadrato.l.n.remanebit supficies.e.g. Et quia remota sunt eq̃lia remanentia erunt equalia ꝑ dictã cõem sciam: ⁊ ideo.t.r.sequit equari ipsi supficiei.e.g.vt dicit.c ¶ Aliud quoq; est hic notandũ videlicet qa dicitur ĩ illa.86.q; latus tetragonicũ supficiei.a.c.erit residuũ ab eius diff.s.p. n.⁊ nos hẽmus q; dicta supficies.a.c.est.24.m̃.ꝑ.252.que habet ex ductu 4.m̃.ꝑ.7.residui primi ꝑ diffi.ipsius in.a.b.s.in.6.cuius tetragonicum latus est vna radix ligata seu vniuersalis videlicet.ꝑ.v.24.m̃.ꝑ.252.⁊ hoc ẽ ꝑ ipsum.e u.residuũ cuiusuis spẽi.s.primi secũdi tertii quarti quiti vel sexti.⁊ ꝑ.68.ad cõstitutionẽ residui cuiuslibet regrit q; due linee inequales ꝑ 17.⁊.18.huius sint tm̃ potẽtia rõales cõicantes ⁊ tũc de maiori abscisa minori reliqua dr residuum ⁊c.modo ista linea pratice ad sensum illius. 68. non erit residuũ.s.ꝑ.v.24.m̃.ꝑ.252.quia.m̃.ꝑ.252.est.ꝑꝑ.⁊.24.ẽ simplex ⁊ mera radix.s.ꝑ.24.tũc potẽtia eius est.24.⁊ potentia.m̃.ꝑꝑ.252.est.ꝑ. 252.ecce rationale ⁊ irrationale: quoniam.ꝑꝑ.est linea medialis ⁊ latus tetragonicum superficiei irrationalis per.19.huius. Et ideo.ꝑ.V.24.m̃. ꝑ.252.non erit residuum a diffinitione ⁊c. Ad hoc dicendum q; cum dicitur duas lineas potentialiter tantum rationales communicantes nõ dicitur magis de potẽtia simplici scilicet de primaria multiplicatiõe in se q̃ de duplici vel triplici potentia hoc est in se bis vel ter ⁊ quater ⁊c. cum omnes tales appellatione potentie omnes veniant ⁊c. Et ideo quamuis in prima earum multiplicatione in se ex qua oritur.24.⁊.m̃.ꝑ.252. quod est quadratum radicis vniuersalis illius: ⁊ illa duplex.ꝑ.effecta est vnica scilicet.ꝑ.252.⁊ non communicat cum.24.rationali: ⁊ ideo secundario ducta in se qualibet erit vna.576.⁊ alia.252.que communicant ⁊c. ⁊ ideo intelligendum est de potentia vnica duplicata triplicata quadruplicata: ⁊ quotiensuis multiplicata: quoniã omnes potentie nuncupantur: quod notandum tibi multis in locis deseruiet: presertim in isto decimo vbi agitur de lineis compositis ⁊ earum residuis seu recisis ⁊c. de quibus et hoc notãdo clarius alias dicemus vt patebit ⁊c.. ¶ Item aliud mirabile ẽ scilicet q; cum quadratum.l.m.equatur superficiei.a.f.que in casu est.21.cuius latus tetragonicum est.ꝑ.21.⁊.l.t.seu.l.q.vel.t.n. est.ꝑ.3.sequitur.p. m.seu.p.n.vel.n.r.esse latus tetragonicum quadrati.p.r.quod est.ꝑ.21.m̃. ꝑ.3.pro residuo proposito quo in seducti facit.24.m̃.ꝑ.252. etiam dictum latus est.ꝑ.V.24.m̃.ꝑ.252.quod ratione quadrature ꝓbatur illi equari scilicet.ꝑ.21.m̃.ꝑ.3.quod est no.dignissimum.

Si superficies aliqua linea rationali residuoq; secũdo contineatur: linea in eandem potens erit residuum mediale primum.

¶ In hac quoq; argue sicut in premissa ex diffinitione residui secũdi. ꝛ scda pte. 13. ꝛ nona ꝛ decimanona ꝛ. 15. ꝛ. 69.

Propositio. 88.

Si linea rationali residuoq; tertio superficies contineatur erit linea super eam potens residuum mediale secundum.

¶ Priori demonstrationi insiste ꝛ facile concludes propositum ex diffinitione residui tertii ꝛ secunda parte. 13. ꝛ. 9. ꝛ. 19. ꝛ. 70.

Propositio. 89.

Si fuerit superficies linea rationali residuoq; quarto ꝯtenta linea super eam potens erit linea minor.

¶ In hac quoq; non aliter procedas q̃ prius. facile enim erit ibi propositum concludere. si premissam non despicis ex diffinitione residui quarti ꝛ secunda parte. 14. ꝛ. 9. ꝛ. 19. ꝛ. 15. ꝛ. 71. ꝛ sic patebit propositum.

Propositio. 90.

Si fuerit linea rationali residuoq; quinto superficies contenta latus eius tetragonicum erit cum rationali componens mediale.

¶ Nitere premisse argumẽtatione ex diffinitione residui quinti ꝛ secunda parte. 14. ꝛ. 9. ꝛ. 19. ꝛ. 15. ꝛ. 72. quod propositum est concludere.

Propositio. 91.

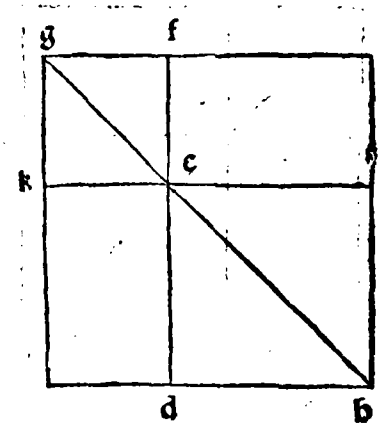
Si linea rõnali residuoq; sexto superficies ꝯtineat latus tetragonicum quod super eam põt cum mediali ꝯstituens totum mediale esse comprobatur.

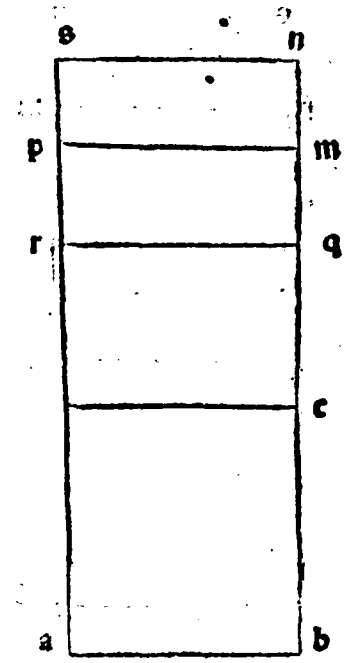
¶ Nunc quoq; vltimo quod per hanc dicit premisso mõsatage concludere ex diffinitione residui sexti ꝛ secunda parte. 14. ꝛ. 9. ꝛ. 19. ꝛ. 73. in his aũt oibus ꝓcessum tuũ nihil offendere poterit si primam eaꝝ ꝛ ꝑfecte didiceris ꝛ memoriter tenueris ꝛ quid quoq; supponat solerter attenderis. Quod si forsan de aliquo in quadrato. l. m. te dubitare contigerit ad suum equale in superficie. a. d. tibi recurrendum erit ꝛ patebunt tuo ingenio.

Propositio. 92.

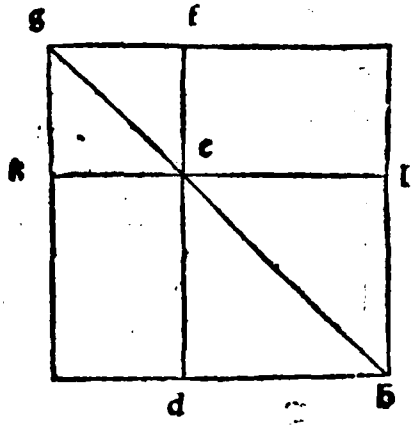
Si ad lineam rationales superficies equalis quadrato residui applicetur: alterum latus residuum primum esse necesse est.

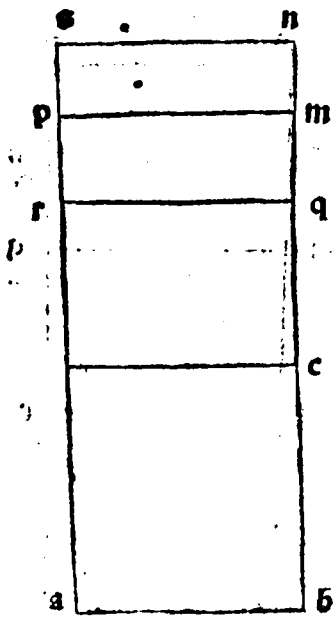
¶ Hee sex sequentes sunt conuerse sex precedentium per ordinem. huius aũt prime hec est intentio q̃ si sit superficies a. c. adiuncta ad lineã rõnalem. a. b. equalis quadrato residui quod sit. d. e. erit eius latus secundum quod est. b. c. necessario residuũ primũ. Adiiciatur. n. linee. d. e. que proponitur esse residuũ: linea ꝑ cuius abscisionẽ ipsa fuerit residuũ: sitq; ei adiuncta. e. f. eritq; ex. 68. vtraq; duarum lineaꝝ. d. f. ꝛ. f. e. rõnalis in potẽtia ꝛ vna eaꝝ incõmensurabilis alii describat ergo quadratũ linee. f. e. quod sit. e. g. ꝛ q̃dratũ. d. e. que posita est esse residuum quod sit. e. h. ꝛ adiiciantur supplementa. d. k. ꝛ. f. l. eritq; q̃dratũ. g. h. tanq̃ quadratũ linee. d. f. ꝛ quadratũ. e. h. erit sicut superficies a. c. Erit ẽt vtrũq; quadratoꝝ. g. h. ꝛ. g. e. rõnale. Sit igit supficies. a. m. adiuncta ad lineã. a. b. equalis q̃drato. g. h. eritq; ob hoc rõnalis quare ꝑ. 16. linea. m. b. est rõnalis in longitudine. Supficies vero. p. n. sit eq̃lis q̃drato e. g. que ẽt ꝑꝑ hoc erit rõnalis ꝛ ꝑ. 16. linea. m. n. rõnalis i lõgitudine: itaq; tota linea. b. n. est rõnalis ꝑ. 9. Diuidat aũt. c. n. ꝑ equalia. in. q. ꝛ ducatur q. r. eq̃distans. a. b. eritq; ex prima sexti. c. r. equalis. r. n. Manifestum vero ẽ





q̄ cum tota supficies.a.n.sit equalis duobus quadratis. g. h. ꝗ.e.g.pariter acceptis que sunt quadrata duarum linearum. d.f.ꝗ.f.e.ꝗ superficies a.c.sit eq̄lis q̄drato linee.d.e.q̄ ē.e.h.erit p.7.scdi supficies residua ex.a.n. que est.c.f.equalis duplo supficiei ex.d.f.in.f.e.Quare ꝗ horum dimidia que sunt.r.n.ꝗ.d.g.necesse est esse equalia. ¶ Cūq; igitur ex prima sexti sit supficies.d.g.medio loco proportionalis inter duo quadrata.g. h.ꝗ.g.e.eritq; superficies.r.n.medio loco proportionalis inter duas supficies.a.m.ꝗ.p.n.ideoq; per primā sexti erit ēt linea.q.n.medio loco ꝓportionalis inter duas lineas.b.m.ꝗ.m n.cūq; sit.q.n.dimidium linee n.c.ꝗ linea.b.n.diuisa per punctum.m.in duo cōmunicantia inter que cadit.q.n.medio loco ꝓportionalis:seqtur ex prima ꝑte.13.q̄ linea.b.n. sit potentior linea.n.c.in quadrato linee secū cōicantis in longitudine.q̄a ergo supficies.d.g.ē medialis ex.19.ex ypothesi aūt supficies.c.r.sibi equalis medialis ꝗ linea.e.q.rōnalis in potentia tm̄ p.20.ideoq; ēt duplū eius quod ē linea.n.c est rōnalis tm̄ in potētia:q̄a ergo.b n.est rōnalis in longitudine cōmunicans linee.a.b.posite rationali ꝗ potentior.n.c.in quadrato linee sibi communicātis in longitudine:sequitur ex diffinitione lineam.b.c.esse residuum primum:quod est propositum.





Propositio 93.

Cum adiuncta fuerit superficies equalis quadrato residui medialis primi ad lineam rationalem alterum latus eius erit residuum secundum.

¶ Hic erit linea.d.e.residuū mediale primum ꝗ linea.e. f.erit linea illa ꝑ cuius abscisionem.d.e.fuerat residuum mediale primum:dico q̄.b.c.erit residuum secundum q̄d nescire nō poteris si demonstrationem premisse quousq; eam solido amplectaris habitu institeris ꝗ quales lineas oporteat esse.d.f.ꝗ.f.e.vigilanter attenderis:de quo si dubitas.69.requirenda erit.

Propositio .94.

Si superficies equalis quadrato residui medialis secundi applicata fuerit ad lineam rōnalem:alterꝝ latus eius residuum tertium esse conueniet.

¶ Hic etiam erit.d.e.residuum mediale secundum ꝗ sequetur vt sit.c.b.residuum tertium:quod vt facile concludas prime demonstrationi insistas ꝗ quales lineas conueniat esse.d.f.ꝗ.f.e.ex.70.collige

Propositio .95.

Cum adiuncta fuerit linee rationali supficies equalis quadrato linee minoris latus eius secundum erit residuum quartum.

¶ Si fuerit.d.e.linea minor asserit hec.95.q̄.b.c.erit residuum quartum:est aūt sumendum ex.71.quales lineas eē necesse sit.d.f.ꝗ.f.e.cū.d.e.fuerit linea minor:ꝗ est astruēdum propositum premisso modo:excepto q̄ in hac ꝗ duabus sequētibus necesse est lineam.b.n.diuidi ad punctum.m.in duo incommensurabilia que in tribus premissis diuidebatur necessario in duo cōmēsurabilia. nam in tribus premissis fuerant due linee.d.f.ꝗ.f.e.cōicantes in potētia tm̄ ꝗ ideo earꝝ quadrata cōicantia:ꝑꝑ quod ꝗ supficies.a.m.ꝗ.p.n.quadratis earum equales cōicantes.Quapropter ēt ꝗ due linee.b.m.ꝗ.m.n.c ideoq; fuit i tribus premissis linea.b.n.potētior linea.n.c.in q̄drato linee secum cōicantis in longitudine ex prima parte.13. In hac aūt ꝗ duabus sequentibus sunt due linee.d.f.ꝗ.f.e.incommensurabiles in potentia vt apparet ex.71.ꝗ.72.ꝗ.73.ꝗ ideo earum quadrata ꝑpter quod ꝗ superficies a.m.ꝗ.p.n.incommensurabiles propter quod ꝗ due linee.b.m.ꝗ.m. n.c incommensurabiles ideoq; per primam partem.14.tam in hac q̄ in duabus sequētibus necesse ē lineā.b.n.eē potentiorē linea.n.c.in quadrato linee sibi incommensurabilis in longitudine:cetera perquire vt prius.

¶ Castigator.

¶ Quia inter eas cadit medio loco ꝓportionalis linea.q.n.ꝑ primam sexti cũ.c.r. Et ideo.r.n. sit medio loco ꝓportionalis inter duas superficies a.m.ꝗ.p.n. sicut sua equalis.d.g. inter duo quadrata.g.h.ꝗ.g.e. illis duabus superficiebus.a.m.ꝗ.p.n. equalia ex ypothesi.

Propositio .96.

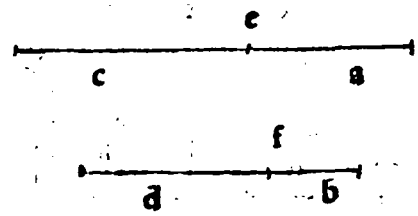
Si ad lineam rationalem quadrato linee cum rationali constituentis mediale equalis superficies adiungatur: latus eius secundũ erit residuũ quintuꝫ.

¶ Pone similiter hic lineam.d.e. eẽ illam q̃ iuncta cũ rõnali cõponat totũ mediale ꝗ attende ex.72. quales lineas oporteat esse.d.f.ꝗ.f.e.ꝗ concludes sine offendiculo si prius habite demonstrationi oportune institeris lineam.b.c. esse residuum quintum.

Propositio .97.

Si ad lineã rõnalem superficies equalis quadrato linee cũ mediali cõponẽtis mediale adiungatur: latus eius alterum erit residuum sextum.

¶ Nunc vltimo conuenit lineã.d.e. eẽ illã que iũcta cũ mediali cõponit totũ mediale cui adiuncta linea.e.f. que videlicet sit illa per cuius abscisionẽ linea.d.e. fuerat que ꝓponitur si quales lineas.d.f.ꝗ.f.e. esse oporteat ex.73. didiceris priorem argumẽtationẽ firma mẽte tenueris sine obice quoq̃ lineã.b.c. eẽ residuũ sextum concludere poteris. si aũt fortassis in aliquo te hesitare contigerit quicquid illud fuerit de quadrato.g.h. ad sibi equalem superficie.a.n. cõferendum erit ꝗ sic patebit propositum nostrum.

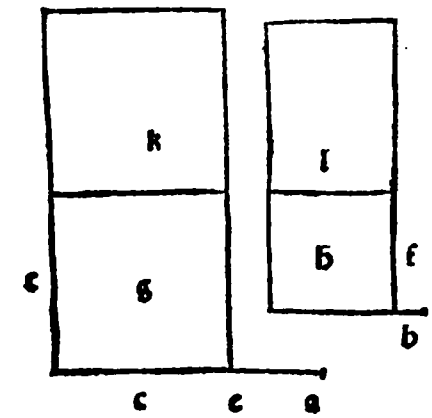


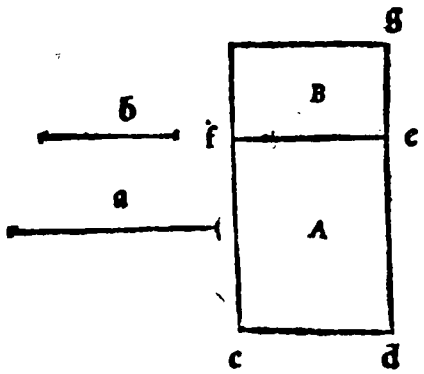
Propositio .98.

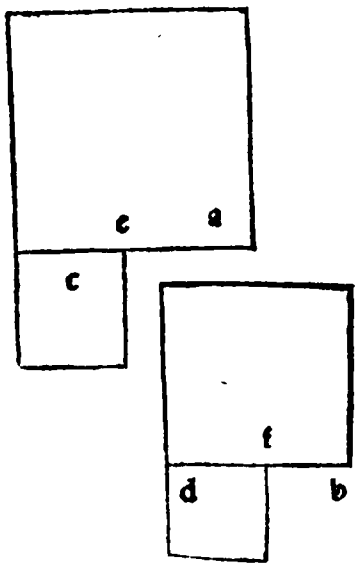
Omnis linea residuo commensurabilis ipsa quoqꝫ in termino ꝛ ordine est idem residuum.

¶ Quod.60.ꝗ quatuor.eã sequentes de binomio eiusq; comitibus quinq; ꝓposuerunt hec.98.ꝗ quatuor.eã sequẽtes de residuo suisq; q̃nq; comittibus veꝫ esse ꝓponunt: q̃bus qui vsq; ad solitum habitum institerit has ignorare non poterit. Quicquid autem in illis de cõicantia in longitudine ꝗ potentia tantum dictum ẽ in is quoq; idem oportet intelligi. nam omnis linea residuo communicans in longitudine siue in potentia tantum ipsa etiam est residuum. sed si communicat in longitudine: non solum est ipsa residuum. sed etiam eiusdem speciei residuum. Verbi gratia: linea communicans in longitudine residuo primo est residuum primum ꝗ secundo communicans est secundum. sic quoq; in ceteris. Cum autem linea communicat residuo in potentia tantum: ipsam quoq; necesse est eẽ residuum sed non eiusdem speciei: immo impossibile est vt linea communicans in potentia tantum residuo primo aut secundo aut tertio aut quarto aut quinto cadat simul cum eo sub eadem specie sed necesse est vt ambo cadant simul sub tribus primis speciebus aut ambo simul sub tribus postremis. Sit itaq; exempli gratia. a. residuum cui communicet. b. in longitudine: dico q̃. b. erit residuum eiusdem speciei cum.a. Adiungatur enim linea. c. ad lineam.a. ꝗ illa sit per cuius abscisionem.a. fuit residuum: ꝗ ad.b. adiungatur alia que sit.d. ad quam sic se habeat.b. sicut.a. ad.c. sitq; composita ex.a.ꝗ.c.e. composita vero ex.b.ꝗ.d. sit.f. erit q; ex permutata proportionalitate.a. ad.b. sicut.c. ad.d. ꝗ per.13. quinti erit.e. ad.f. sicut.a. ad.b. vel sicut.c. ad.d. ¶ Cum itaq; .a. communicet. cum.b. erit per.10.c. communicans. cum.d. ꝗ.e. quoq; communicans cũ f. ꝗ quia etiam est necessario ex permutata proportionalitate.e. ad.c. sicut.f. ad.d. sequitur per.12. vt si fuerit.e. potentior.c. in quadrato linee sibi communicantis in longitudine vel si forte incommensurabilis: sit similiter.f. potentior.d. at quoniam omnis linea communicãs in longitudi

ne linee rationali est similiter illi rationalis: similiter dico q̃a ambe erũt rationales in longitudine vel ambe in potentia tm̃: sequitur ex diffinitionibus residuorum vt.b.sit residuum eiusdem speciei cum.a. Si aũt.b.cõicat in potentia tantum cum.a.ipsa quoq; erit residuum non tamen eiusdem speciei necessario. sed quemadmodum dictum est: cuius demonstratio ex his que in.60.de binomiis dicta sunt colligenda est.







Propositio. .99.

Omnis linea vtrilibet residuo mediali cõmunicãs est sub ipsius termino & ordine residuũ mediale.

¶ Verum ẽ quod dicitur siue cõicet linea cum vtrolibet residuo mediali in longitudine siue in potentia. Sit.n.a. vtrũlibet residuũ mediale cui.b.cõicet in longitudine vel potentia dico q̃.b.est etiam residuum mediale quale fuerit.a. ¶ Adiungatur enim linea.c.ad lineam.a.& sit.c. per cuius abscisionem.a.fuit residuum mediale: & ad.b.adiungatur alia q̃ sit.d. sitq;.b. ad d.sicut.a.ad.c.totaq; cõposita ex.a.&.c.sit.e.& ex.b.d.sit.f.describãtur igit̃ quadrata.c.&.d.que sint.g.&.h.& superficies.e.in.c.sit.k.&.f.in.d.sit.l. Et quia ẽ vt prius.e.ad.f.&.c.ad.d.sicut.a.ad.b.sunt aũt.e.&.c.mediales potẽtia tm̃ cõicantes.ex.69.&.70.sequit̃ ex.21.vt.f.&.d.eis cõmunicantes. sunt etiam mediales potentia tm̃ cõmunicantes: constat aũt ex prima sexti q̃ sit.k.ad.g.sicut.e.ad.c.&.l.ad.h.sicut.f.ad.d.& quia est.e.ad.c.sicut.f.ad d.sequitur vt sit.k.ad.g.sicut.l.ad.h. Et permutatim.k.ad.l.sicut.g.ad.h. ¶ Cum ergo.g.cõmunicet cum.h.seq̃tur vt.k.cõicet.cum.l. Si igitur.k.est rationale quod est in residuo mediali primo erit etiam per diffinitionem l.rõnalis quare per.69.b.etiam est residuum mediale primum. Si aũt.k. sit medialis quod est in residuo mediali secũdo: erit per.21.etiam l.medialis.ideoq;.b.p.70.residuũ mediale secundum quare: constat propositum. ¶ Idem aliter Si linea.b.cõicat cum linea.a.que est vtrũlibet residuũ mediale in longitudine vel in potentia sit superficies.c.e.adiũcta ad lineam rationalem.c.d.equalis quadrato.a.&.f.g.equalis quadrato.b. erũtq; ob hoc.c.e.&.f.g.cõicantes quẽadmodũ & quadrata lineaꝝ.a.&.b. eis equalia.ideoq; p primam sexti &.10. huius.d.e.&.e.g sunt cõicantes in longitudine: & quia si.a.est residuum mediale primũ & linea.d.e. est residuum secundum per.93.& si.a.est residuum mediale scd̃m: linea.d.e. est residuũ tertium per.94.at cum.d.e.est residuum secundum linea.e.g.est etiam residuum secundum & cum illa est tertiũ. similiter & hec est tertium per.98. ¶ Sequitur itaq; ex.87.&.88.vt.b.sit residuum mediale primum aut secũdum prout fuerit.a.& sic patet quod intendimus.

Propositio .100.

Si linea aliqua linee minori communicet.ipsa quoq; erit linea minor.

¶ Facile est hanc probare duplici modo sicut premissam siue cõicet linea aliq̃ cũ linea minori in lõgitudine siue in potentia hoc aũt apposito quantum ad primum modum q̃ cum sit.f.ad.d.sicut.e.ad.c.erit ex scd̃a parte.18.sexti quadratum.f.ad quadratum.d.sicut quadratum.e.ad quadratum.c.& cõiunctim quadrata duarum linearum.f.&.d.ad quadratum.d.sicut quadrata duaꝝ lineaꝝ.e.&.c.ad quadratum.c.& p̃mutatim quadrata duaꝝ lineaꝝ f.&.d.ad q̃drata duaꝝ lineaꝝ.e.&.c.sicut quadratum.d.ad q̃dratum.c.cõicat aũt quadratũ.d.ad quadratũ.c.ergo duo quadrata duaꝝ lineaꝝ.f.& d.p̃iter accepta cõicant cũ duobus q̃dratis duaꝝ lineaꝝ.e.&.c.p̃iter acceptis: & q̃a ex.71.q̃drata duaꝝ lineaꝝ.e.&.c.p̃iter accepta sunt rõale: erit aũt p diffinitionẽ & duo quadrata duaꝝ lineaꝝ.f.&.d.p̃iter accepta rõnale. Cũq; sit sup̃ficies.k.medialis erit ẽt.l.sibi cõicans medialis: igit̃ ex.71.b.ẽ nea minor. Quantum autem ad secundum modum erit per.95.linea.d.e.residuum quartum ideoq; per.98.& linea.e.g.erit etiam residuum quartum.ideoq; etiam per.89.linea.b.est linea minor.

Propositio .101.

Omnis linea cõicans lineae cũ rõnali cõponenti mediale est cum rationali componens mediale.

¶ Hanc quoq; duplici predicto modo non est difficile probare: siue de cõicantia in longitudine siue de cõicantia in potẽtia tm̃ intelligat: sed quantũ ad primum modũ erunt duo quadrata duarum linearum.f.g.d.pariter accepta mediale p.21. quẽ admodum sunt duo quadrata duarum linearum.e.g.c.piter accepta ex.72. quibus ipsa cõmunicant g superficies.l.erit rationalis: per diffinitionem quemadmodum est superficies.k.ex.72.cum ipsa cõmunicans. ¶ Igitur ex.72.b.est cum rationali componens mediale. quantum ad secundum modum: erit.d.e.residuum quintum ex.69.ideoq; g.e.g. ex.98. quare.b. est cum rationali componẽs mediale.per.90.

Propositio .102.

Omnis linea cõmensurabilis lineae cũ mediali constituenti mediale est cũ mediali constituens mediale.

¶ Hic quoq; pone lineam aliquam cõicare cũ ea que cũ mediali componit mediale indifferenter in longitudine vel potentia tm̃ put voluerit: g duplici modo premisso sine difficultate concludes eam quoq; cum mediali componere mediale.erit etiam quantum ad primum modum superficies.l. medialis quemadmodum g.k.g duo quoq; quadrata duarum linearum.f.g d.pariter accepta mediale sicut g duo quadrata duarum linearum.e. g .c. g duo quoq; duarum linearum.e.g.c.ad.k.sicut duo duarum.f.g.d. ad.l.cũ duo prima non communicent cum duplo.k.ex.73.neq; duo secunda cõmunicabunt cum duplo.l.ex.10.igitur ex.73.b.est cum mediali cõponẽs mediale. Quãtum aũt ad scdum modum erit.d.e.residuum sextũ ex.97. ideoq; g.e.g.ex.98.quare.b.est cũ mediali cõponens mediale ex .91.

Propositio .103.

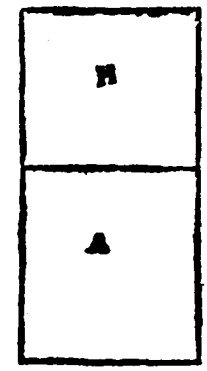
De superficie rõnali superficies medialis abscindat linea in reliquam superficiem potens erit alterutra duarum irrationalium aut residuũ aut linea minor.

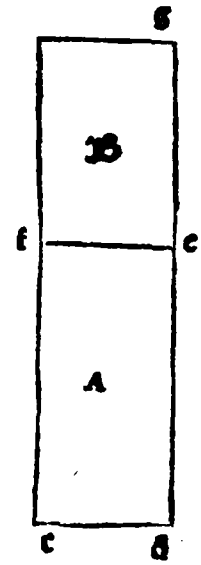
¶ Sit enim tota superficies constans ex.a.g.b. rationalis a qua detrahatur.b.que sit medialis: dico q linea potens in.a.residuum aut est residuum aut linea minor. Esto náq; linea.c.d rationalis superficiesq.c.e.sibi adiuncta sit tanq̃.a.g.f.g.tanq̃.b. g tota.c.g.sicut tota.a.b.eritq.c.g.rationalis.ideoq; per.16.linea .d.g. rationalis in longitudine g.f.g.erit medialis.ideoq; per. 20. e.g. rationalis in potentia tantum: est igitur ex diffinitione linea . d . e . residuum primum aut quartum: ergo per.86.g.89.linea potens in superficiem .c.e. g ideo in superficiem.a.sibi equalem est residuum aut linea minor: quod est propositum.

Propositio .104.

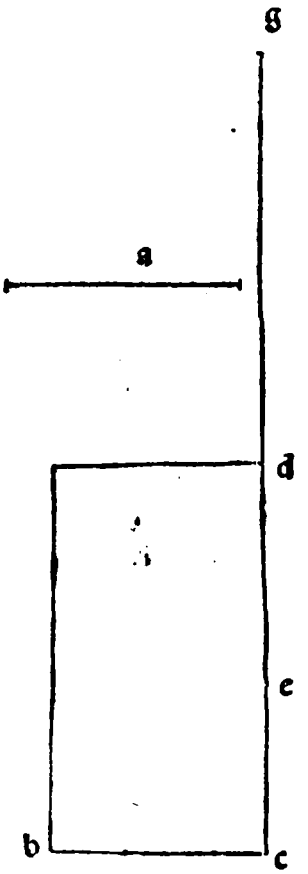
De superficie mediali superficies rationalis detrahatur linea in reliquam superficiem potens erit alterutra duarum irrationalium linearum aut residuum: mediale primum aut cum rationali componens mediale.

¶ Hec quoq; sicut premissa probatur. Erit enim tota.a.b. medialis.b.autem rationalis: g tunc dico quod in .a. residuum pôt aut ẽ residuũ mediale primum aut cum rationali componens mediale. Cum enim.c.g.equalis sit.a. b.erit per.10.linea.d.g.rationalis in potentia tantum: g cũ sit.f.g.equalis.b.erit per.16.linea.e.g.rationalis in longitudine ergo a diffinitione erit linea.d.e.residuum secundum aut quintum quare per.87.g.90.latus tetragonicum superficiei.c.e.g ideo superficiei.a. est residuum mediale primum aut cum rationali componens mediale: quod est propositum nostrum.





Propositio .105.



Si superficies medialis a superficie mediali detrahatur fueritq; reliqua toti incōmensurabilis que i ipsam reliquam pōt: alterutra erit duaꝝ irrō aliū videlicet aut residuum mediale secundum aut cū mediali componens mediale.

¶ Si a duarum premissarum demōstratione non denias concludes sine difficultate propositum. Sint enim tota.a. b.⁊.b.mediales ⁊ sit.a.reliqua incōmensurabilis toti. (Aliter enim esset .a.medialis ex.11. ⁊ eius latus tetragonicum mediale ex.19.) tunc dico q; linea potens in.a. est residuum mediale secundum aut cum mediali componens mediale. ¶ Nam cum sit.c.g.equalis.a.b.erit p.20.linea.d.g.rationalis in potentia tantum per eandem quoq; cum sit.f.g.equalis.b.erit etiam.e.g. rationalis in potentia tantum ⁊ cum sit.a.incōmensurabilis toti.a.b.erit.f.g. incōmensurabilis.c.g.ideoq; per primam sexti.⁊.10.huius erit etiam.e.g. incōmensurabilis.d.g.igitur a diffinitione linea.d.e.erit residuum tertiū aut sextum: quare p.88.⁊.91.latus tetragonicum superficiei.c.e.⁊ ideo superficiei.a.ē residuum mediale secundū aut cū mediali cōponens mediale.

Propositio .106.

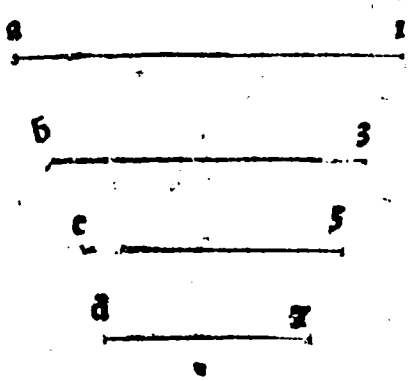
Lineaꝝ irrōnalium que sunt residuum ꝛ post ipsas subsecute vllam alii termino ꝛ ordine subesse impossibile est residuo quoq; binomii terminum vel ordinem ꝛuenire non est possibile.

¶ Vult aūt per hanc.106.q; residuum ⁊ alie quinq; linee irrationales eam sequentes differant specie ⁊ diffinitione abinuicem ⁊ nulla linea vna potest esse sub duabus neq; sub pluribus speciebus harum sex linearum irrationaliū que sunt residuum ⁊ eius quinq; cōites: ⁊ q; omnes species residui differūt ab omnibus speciebus binomii nec est possibile lineam vnam simul esse residuum ⁊ binomiū cuiuscūq; speciei residui vel binomii. ¶ Pars prima sic constat: qm superficies equalis quadratis residui ⁊ suarum quinq; comitum cū adiungantur ad lineā rōnalem habent secūda latera necessario diuersa abinuicē ex.92. ⁊ quinq; eam sequentibus, sunt aūt secunda latera residuum primum ⁊ secundum ⁊ deinceps vsq; ad sextum. ¶ Secunda pars constat hoc modo: si eadem linea potest esse simul residuum ⁊ binomium sit.a. cuius quadrato equalis superficies adiungatur ad rationalem linea.b.c.sitq;.b.d.eritq;ex.54.linea c.d.binomium primum ⁊ ex.92.residuum primū. ¶ Inquantum ergo binomiū pmū diuidat in suas binomiales portiones ad pūctum.e.sitq; maior portio.c.e.que erit rōnalis in longitudine p diffinitionem: inquantū aūt est residuum primum adiungatur ei.d.g.per cuius abscisionem fuerat residuū primum: eritq; ēt ex diffinitione.c.g.rōnalis in longitudine. Cū itaq; sit vtraq; duarum linearum.c.g.⁊.c.e.rōnalis in longitudine erit ēt p 9.linea.e.g.rationalis in longitudine: at qa linea.d.e.est rōnalis in potentia tm cū ipsa sit p ypoth.minor portio binomii primi erit p.68.linea.d. g.residuum ⁊ quia ipsa erat rōnalis in potentia tm cum p eius abscisionē eēt linea.c.d.residuū primū sequit iposibile p.68. Quod vt clarius pateat esto superficies.b.d.adiuncta ad lineam rōnalem.b.c. equalis quadrato linee.d.g.cum itaq; linea.d.g.sit rationalis in potentia erit p.16.linea.c.d. rationalis in longitudine.at cum etiam linea.d.g.sit residuum erit ex.92. linea.c.d.residuum primum quod esse non potest cum linea que dicitur residuum sit irrationalis per.68.

Propositio .107.

Linea que residuum dicitur vlla ve irrationalium que post eam sunt nequit esse sub termino binomii aut sub termino ꝛ ordine vlliuſ ceteraꝝ linearum irrōnalium que binomiū subsequunt: cū aūt possibile sit linearum irrationalium seriem in infinitum p duci non est possibile vllam earum cum ea que precesserit in termino ꝛ ordine conuenire

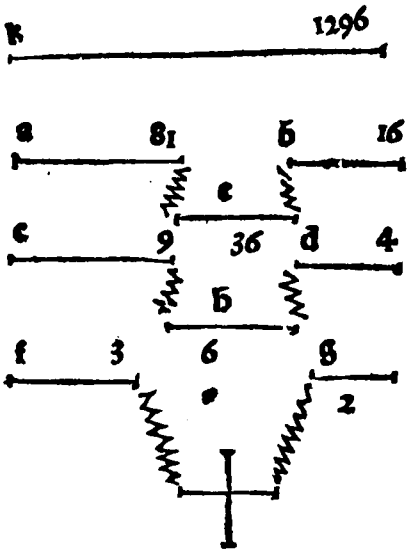
¶ Vult per hanc vltimam libri .10.q .13. irrationales linee de quibus in hoc decimo demonstratum est ¶ ipse sunt linea medialis binomiū ¶ eius quinq; comites residuum ¶ eius quinq; comites sunt abinuicem singule a singulis specie differentes: ¶ q; nulla linea vna pōt esse simul sub duabus aut pluribus speciebus earū: ¶ q; species linearum irrōnalium possunt in infinitum ꝓduci quarū nulla cum alia conuenit in diffinitione ¶ ordine. Quod aūt hee.13.linee videlicet medialis binomium ¶ eius.5. comites residuum ¶ eius.5.comites sunt irrōnales demostratum esse superius memento: de mediali quidem ex.19.de binomio aūt ¶ eius quinq; comitibus ex 30.¶ quinq; eam sequentibus: at vero de residuo suisq; quinq; comitibus ex.68.¶ quinq; eā sequentibus. Nullam aūt harum.13.linearū irrationaliū posse conuenire in specie cum aliqua aliarum linearū sic collige. ¶ Esto enim vt ad vnam eandēq; lineam rōnalem in longitudine adiungātur superficies equales quadratis predictarum.13.linearum irrōnalium ꝑm q; ordine se inuicem sequūtur eritq; ex.20. secundum latus prime istarum.13. superficierum rationale in potentia tantum. ¶ Secunda aūt latera secūde istarum.13.superficierū ¶ quinq; eam sequentium erunt oēs species binomiorum per ordinem videlicet binomium primum secundū ¶ deinceps vsq; ad sextum ex.54.¶ quinq; eam sequentibus demonstratum esse memineris. ¶ Secunda vero latera tertie superficiei ¶ quinq; eam sequentiū sunt species residuorum in ordine videlicet residuum primum ¶ residuum secundū ¶ deinceps vsq; ad sextum quod ex.92.¶ quinq; eam sequentibus didicisti. Cum igitur ipsa linea rationalis in potentia tantum non conueniat cum aliqua specie binomiorum aut cū aliqua residuorum quoniam omne binomium per.30.¶ oē residuum per.68.est linea irrationalis ¶ in longitudine ¶ in potentia. Et cum nulla species residuorum conueniat cū aliqua specie binomiorum ex secunda parte penul. huius decimi: sequitur vt oīa secunda latera harum.13.superficierum sint adinuicē diuersa: ideoq; per primam sexti ¶ ipse.13.superficies sunt diuerse cum earum omnium altitudo sit vna quare etiam hee.13.linee irrationales proposite sunt singule a singulis diuerse. ¶ Possunt aūt harū.13.linearū irrationalium species in infinitum produci. infinite enim sunt species linearum medialium. infinite quoq; binomiorum ¶ sic de singulis. Quod hoc modo constat. Esto linea.a.medialis.sumaturq; vnitas ¶ quolibet numeri primi vt.3.5.¶ .7. ¶ sint totidem linee.b.c.d.quot sunt sumpti numeri primi. sintq; quadrata istarū linearū.b.c.d.ad quadratū.a.sicut numeri primi ad vnitatem. erūtq; linee.b.c.d.mediales ex.21.qm̄ ipse communicant in potentia cum linea
a a.mediali. omnes aūt erunt diuerse in longitudine ab.a. ¶ a seinuicem ꝑ vltimā ꝑtem.7.quoniam nullius istorum numerorum ad vnitatem nec alicuius eorum ad alterum per.16.¶.8.¶ correlarium secunde octaui ¶ presentis ypothesis est proportio sicut numeri quadrati ad numerum quadratum. ¶ Erit ergo.a.¶ omnes sibi cōmunicantes in longitudine sub pria specie linearum medialium.b. vero ¶ omnes sibi communicantes in longitudine sub secunda.c. aūt ¶ omnes eidem communicantes vel commēsurabiles sub tertia.d.quoq; ¶ omnes sibi communicantes in longitudine sub quarta: ¶ quia numeri primi sunt infiniti vt ex .21. noni didicisti. necesse est species linearum medialium esse infinitas. ¶ Quod autem est dictum de linea mediali intellige de binomio suisq;.5. comitibus: ¶ residuo suisq; quinq; comitibus: nam sicut omnis linea communicans mediali est medialis sive communicet ei in longitudine sive in potentia vt probatum est in .21. ita etiam omnis linea communicans binomio aut alicui suarum quinq; comitum vel etiam residuo aut alicui suarum quinq; comitum in longitudine vel in potentia est secum sub eadem specie vt probatum est. in .60. ¶ quatuor eam sequentibus ¶ 98.¶ quatuor eam sequentibus. ¶ Sunt igitur species harum.13.linearum irrōnalium infinite quarum nulla conueniet cum precedēti in ordine vel diffinitione. ¶ Conuenit quoq; dīte aliter species linearū irrōnalium esse infinitas



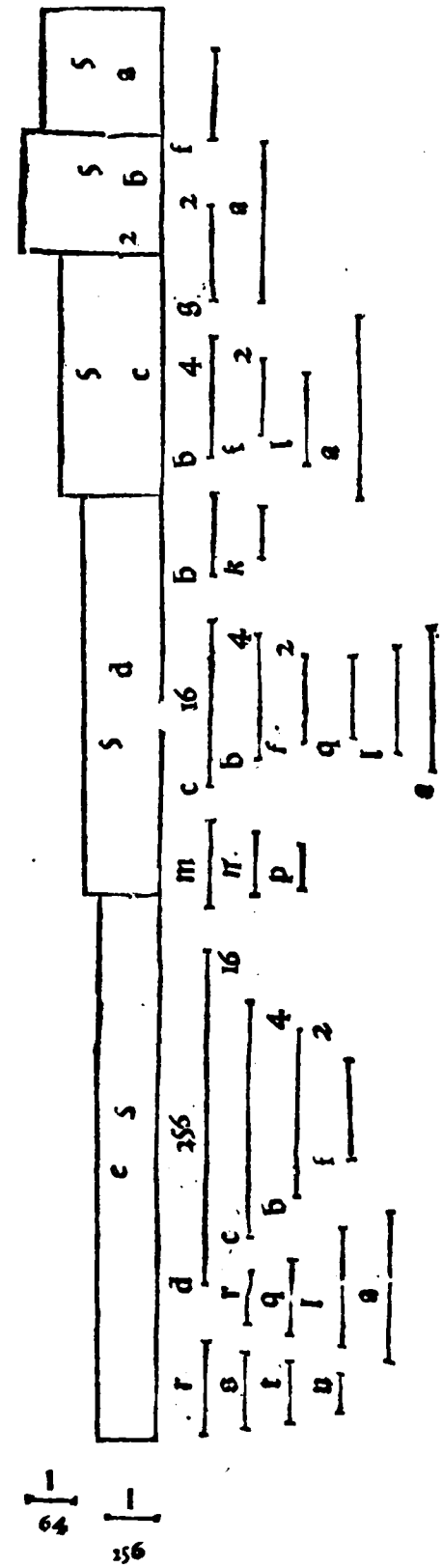
nam omne latus tetragonicum superficiei dicte a numero non quadrato est irrationale per ultimam partem.7.& per diffinitionem.cum itaq; tales numeri sint infiniti: erunt etiam species harum linearum irrationalium infinite. ¶ Tertio modo contingit secundam partem huius vltime conclusionis libri decimi sic exponi: vt dicamus ab vnaquaq; linea rōnali in pontentia tantum infinitas linearum irrationalium species ꝓduci quarum nullam cum aliqua earum que ipsam precesserint possibile est in diffinitione & ordine conuenire. ¶ Verbi gratia. Sumatur aliqua superficies rationalis dicta a numero non quadrato vt quinq; eritq; latus eius tetragonicum irrationale in longitudine quoniam ipsum ē incommēsurabile lateri tetragonico superficiei rationalis dicte a numero quadrato ex vltima parte.7. Dico ergo q; huius lateris latus.itēq; scdi lateris latus & rursus huius tertii lateris latus & sic in infinitum: sunt linee irrōnales tam in longitudine q̄ in potentia & q; nulla earum conuenit diffinitione vel specie cum aliqua que eam precesserit in ordine.estq; latus tetragonicū premisse superficiei quecunq; dicta fuerit a numero nō quadrato earum omnium sicut radix & principium & quelibet ipsarum est principium omniū ipsam sequentium: & quecunq; ab aliquo tetragonico latere cuiusq; talis superficiei profici scūtur diuerse sunt in longitudine & potentia ab omnibus que a quoquam alio tetragonico latere talis superficei generantur & hoc dico cum ipsarum superficierum non fuerit proportio sicut numerorum quadratorum.hec autem vt possimus firma demonstratione colligere antecedens ad ipsa premittere oportet.sitq; istud.

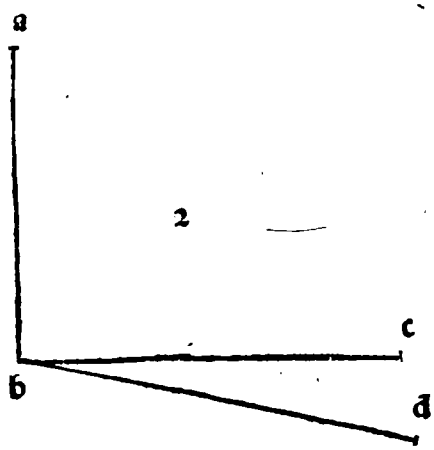
¶ Quibuslibet duobus inuicē ductis si quid licet, ꝓducatur quota latera tetragonica duorum precedentium inuicem duces totum tetragonicum latus ipsius producti produces.

¶ Verbi gratia sit vt ex.a.in.b.sit.k.at.c.& d.sint latera tetragonica.a.& b.fiat autem.e.ex.c.in.d.sintq; iterum.f.&.g.latera tetragonica.c.&.d.& fiat.h.ex.f.in.g.dico q;.h.est latus tetragonicum.e.& q;.e.rursus est latus tetragonicū.k. Cum enim ex.f.i se & in.g.fiant.c.&.h.erit.c.ad.h.sicut.f.ad g.sed & sic.h.ad.d.sicut.f.ad.g.eo q; ex. g. in.f.& in se fiunt.h.&.d. Sunt igitur.c.h.d.continue proportionales itaq; ex.h.in se quantum ex.c.in.d. quare.h.est latus tetragonicum.e. Eadem quoq; rōne cum ex.c.in se sit.a.i d.sit.e.& ex.d.in se sit.b.erunt ēt.a.c.b.continue proportionales in proportione.c.ad.d. Cum igitur ex.a.in.b.sit.k.sequitur etiam vt ex.e.in se sit.k. quare.e.ē latus tetragonicum.k.constat itaq; quod dicitur. R estat itaq; demonstrare quod propositum est. Sit igitur superficies.a.rationalis dicta a numero non quadrato.vt.5.sitq; linea.a.eius tetragonicum latus & sumantur quotlibet linee rationales in longitudine que sint.b.c.d.e. Sintq; dicte a numeris quoꝝ quisq; precedens sit tetragonicum latus proximo sequentis vt si.b.sit.2.c.4.d.16.e.vero.256.ad has aūt lineas rōnales in longitudine adiungatur superficies equalis.a.eruntq; secunda latera singularum rōnalia in longitudine per.16.vt secundum latus.b.2.&.dimidium: secundū c.vnum & quarta: secundum vero.d.vna quarta & vna.16.at vero superficiei.e.secundum latus erit vna.64.& vna.256. Sit ergo.f. tetragonicum latus.b.g.vero sit tetragonicum latus secundi lateris superficiei.b. eritq; per premissum antecedens vt ex.f.i.g.sit.a. Rursus sit.h. tetragonicum latus secundi lateris.c.k.quoq; sit tetragonicū latus.h.eritq; per predictum antecedens vt ex.b.in.h.sit.a.& ex.f.in.k.sit tetragonicum latus.a. quod sit.l. ¶ Sit iterum.m.tetragonicum latus.scdi lateris superficiei.d.sed cū.n.sit tetragonicū latus.m.&.p.tetragonicum.n.eritq; p predictum antecedens vt ex.c.in .m.fiat.a.& ex.b.in.n.l.&.ex.f.in.p.tetragonicū latus.l.quod sit.q. Amplius autem sit.r.tetragonicum latus lateris secundi superficiei.e.sit quoq; s.tetragonicum.r.&.t.s.sit &.u.tetragonicum.t. ¶ Sequiturq; per dictum antecedens vt ex.d.in.r.fiat.a.& ex.c.in.s.l.& ex.b.in.t. sit.q. & etiam ex f.in.u.tetragonicum latus.q.quod sit.x.& sic in infinitum. Dico ergo has lineas.a.l.q.x.quarum.a.ē tanquam radicale principium et irrationales



a. quidem in longitudine tantum: cetere vero in longitudine ꝗ in potẽtia. Et dico ꝙ nulla earum conuenit cum alia in diffinitione vel ordine. ¶ Cum enim ex. f. in. g. ꝗ. k. fiant. a. ꝗ. l. erit. a. ad. l. sicut. g. ad. k. ꝗ quia vt patet ex dictis ypothesibus. g. ꝗ. k. sunt incommensurabiles in longitudine ꝗ in potẽtia. seqtur ẽt. vt. a. ꝗ. l. sint incõmensurabiles in longitudine ꝗ in potentia. Eadem ratione. a. ꝗ. q. ẽ enim. a. ad. q. sicut. g. ad. p. ꝗ ꝑꝑ eandem cãm ẽt. a. ꝗ. x. cum sint sicut. g. ꝗ. u. Et hac via quoq; necesse est vt. l. ꝗ. q. sint similiter incommensurabiles tam in longitudine q̃ in potentia. cum enim ex. f. in. k. ꝗ. p. fiant. l. ꝗ. q. erit. l. ad. q. vt. k. ad. p. at. k. ꝗ. p. nec cõmensurabiles sunt in longitudine nec in potentia. Si enim sint erũt h. ꝗ. n. cõmensurabiles. sed non sunt. at vero. l. ꝗ. x. oportet esse vtroq; mõ incõmensurabiles: ẽ enim. l. ad. x. sicut. k. ad. u. eo ꝙ ex. f. in. k. ꝗ. u. fiunt. l. ꝗ. x. Sunt aũt. k. ꝗ. u. vtroq; mõ incõmensurabiles. Si naũt accidet. d. ꝗ h. esse cõmensurabiles quod est inconueniens. q. vero ꝗ. x. ꝙ sint quoq; incõmensurabiles potentia ꝗ longitudine ex eo patet ꝙ est. q. ad. x. sicut. p. ad. u. constat autem ꝙ. p. ꝗ. n. sunt incommensurabiles. nã si non: erunt. n. ꝗ. c. commensurabiles. ideoq;. m,. ꝗ. s. sed non sunt. ¶ Manifestum est itaq; infinitas lineas irrationales esse in longitudine ꝗ in potentia incommensurabile: ꝗ ideo diffinitione ꝗ specie differentes produci ex linea. a. rationali in potentia tantum ¶ Restat autem nunc ostendere ꝙ quecũq; irrationales linee ab aliqua linea rationali in potentia tantum hac via generantur: diuerse sunt ab omnibus tam in longitudine q̃ in potentia que a qualibet alia linea rationali in potentia tantum quadratum cuius ad quadratum prioris non sit sicut numeri quadrati ad numerum quadratũ hac eadem via egrediuntur: hoc quoq; sic constat. ¶ Sint. a. ꝗ. b. rationales in potentia tantum siue tetragonica latera duarum superficierum dictarum, a numeris non quadratis. sitq; vt illi numeri non sint in proportione aliquorum numerorum quadratorum: linee quoq; que procedunt hac via ab. a. sint. c. d. e. ꝗ. a. b. procedant. f. g. h. dico ꝙ nulla ex lineis. c. d. e. communicat in longitudine vel potentia cum aliqua ex lineis. f. g. h. Cũ. n. sint. c. ꝗ. f. tetragonica latera. a. ꝗ. b. at. d. ꝗ. g. tetragonica latera. c. ꝗ. f. ꝗ. e. ꝗ. h. tetragonica. d. ꝗ. g. nõ ẽ possibile vt aliq̃ ex. c. d. e. cõicet cũ sua cõpari ex. f. g. h. vel longitudine vel potentia. Si. n. alterutro mõ cõicet. e. cum. h. sequitur vt. d. communicet. cum. g. ꝗ. c. cum. f. quare ꝗ. a. cũ b. etiam in longitudine quod est contra ypothesim. Vniuersaliter autem verum est dicere quamlibet harum esse vtroq; modo incommensurabilẽ cuilibet istarum. Dato nanq; ꝙ. d. communicet cum h. etiam in potentia tantum sequitur vt. c. quoq; communicet cum. g. ꝗ. a. cum. f. quod non est possibile. ¶ Atendere autem oportet ꝙ cum dico latus lateris nihil aliud intelligo q̃ latus superficiei denominate a latere priori. vnde, tetragonicũ latus linee. a. voco lineam illam que potest in superficiem dictam a linea a. talis autem superficies est quam continet linea. a. ꝗ linea rationalis, in longitudine dicta ab vno. Si ergo libet inuẽire tetragonicum latus cuius libet linee. Sit linea. a. cuius tetragonicum, latus volo inuenire. b. vero sit linea rationalis in longitudine dicta ab vnitate ꝗ ipsa ẽ minima omniũ linearum rationalium numeratarum ab integris. Medio loco proportionalis inter eas sit. c. est igitur ꝑ. 16. sexti. c. tetragonicũ latus. a. Idem enim fit ex. a. in. b. ꝗ ex. c. in se. At vero ex. a. in. b. fit superficies dicta ab. a. Quicquid enim a quolibet in vnum ducto producitur ab eo qđ vnum multiplicat denominat. Et nota ꝙ cum. c. fuerit latus tetragonicũ linee a. indifferenter contingit lineam. c. esse maiorem linea. a. ꝗ minorem prout. b. etiam fuerit maior aut minor.

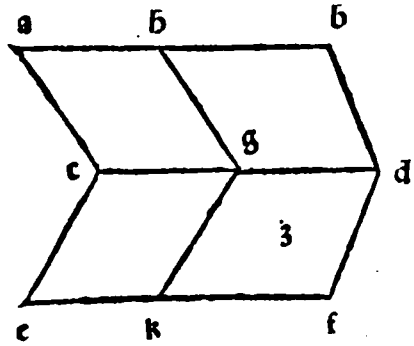




¶ Liber vndecimus Euclidis de corporibus in genere ⁊ specie iuxta optimam Campani traductionem. Magistro Luca paciolo de burgo Sancti Sepulchri Ordinis minorum. Castigatore diligentissimo. feliciter Incipit.

Corpus est quod longitudinem ⁊ latitudinem ⁊ altitudinem habet cuius termini sunt superficies. Linea e recta supra superficiem ē que cum singulis sibi cōterminalibus lineis in ea superficie expansis angulos rectos facit. linea autem hec supra eam superficiem perpendicularis esse ⁊ ad eādem orthogonaliter insistere dicitur.

¶ Intelligatur enim linea.a.b.exurgere supra planum: ita q̄ pūctus .a.imaginetur in aere ⁊.b.in plano ⁊ a puncto b.ducantur plures linee i eodem plano vt.b.c.b.d.⁊ quotlibet alie. Si iginur ita fuerit q̄ linea.a.b.cum linea.b.c.⁊ cum linea.b.d.⁊ cū q̄libet alia linea protracta a puncto.b. in plano illo angulum rectum contineat ipsa dicetur esse perpēdicularis ad illam superficiem in qua protracte sunt hee linee videlicet .b.c. ⁊ .b. d. ⁊ alie cum quibus ipsa ponitur continere angulum rectum.



¶ Superficies aūt erecta super superficiē est quotiens puncto vno eodem linee que est cōis terminus illarum superficierum due perpendiculares conterminales superstant que rectum continentes angulum in eisdem superficiebus site sunt.

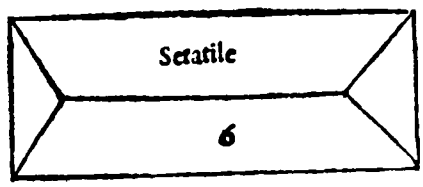
¶ Verbi grā iaginemur supficiē.a.b.c.d.exurgere supficiē vno.c.d.e.f.iacere ⁊ itelligamus lineā.c.d.eē cēm terminū ambaꝝ i ea itaq̄ signet pūctus.g.a quo ad lineā.c.d.extrahant due linee ppēdiculares vna videlicet i supficie.c.d.e.f.q̄ sit.g.k.⁊ alia i supficie.a.b.c.d.q̄ sit.g.h.si igit angulus quē cōtinent hee due linee ppēdiculares videlicet.g.h.⁊.g.k. erit rectus supficies.a.b.c.d.dr̄ orthogonaliter erecta super supficiem.c.d.e.f.

¶ Superficies equidistantes sunt que in vtramlibet partem protracte non concurrent ⁊ si in infinitum producantur.

¶ Intellectum est quod dicitur. Scire tamen debes q̄ omnes plane superficies aut sunt equidistantes ab inuicem aut in omnem partem protracte concurrent alicubi ⁊ super rectam lineam se secabunt. Lineas autem rectas non est necessarium vel esse equidistantes vel in vtranq̄ partem ptractas concurrere. quippe que in eadem superficie non sunt nec equidistant ab inuicem nec tamen quantumlibet protracte concurrent.

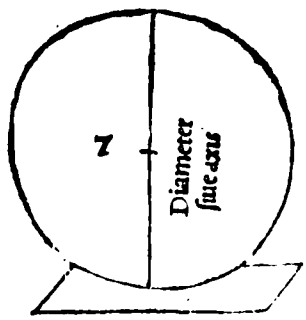
¶ Equa corpora sunt atq̄ similia quorū termiales supficies numero ac q̄titate eq̄les vnius creatōis sunt atq̄ similes. Similia corpora sunt q̄ similibus supficiebus numero eq̄libus ꝓtinent. a

¶ Si has duas diffinitiones de corporibus equalibus ⁊ similibus non intelligis ad diffinitionē similiū supficiey positam i principio sexti recurre.



¶ Corpus seratile dicitur quod quinq̄ superficiebus quarum tres paralellograme sunt due vero triangule continetur.

¶ Domui quatuor parietes equidistantes habenti tectum vnico fastigio supremis duarum parietum lateribus equali ⁊ equidistanti superpositum seratilis corporis expressam similitudinem gerit.



¶ Sphera est transitus arcus circūferentie dimidii circuli quotiens sumpto vel supremo semicirculo lineaq̄ diametri fixa donec ad locum suum redeat arcus ipse circumducitur.

¶ Super quamlibet lineam semicirculo descripto si linea illa fixa semicirculus tota reuolutione circūducatur corpus quod describitur sphera no

minatur cuius centrum constat esse centrum semicirculi circūducti.

¶ Piramis laterata ē figura corporea quā ꝯtinent superficies ab vna quarū relique sunt ad vnū oppositū punctū sursū erecte.

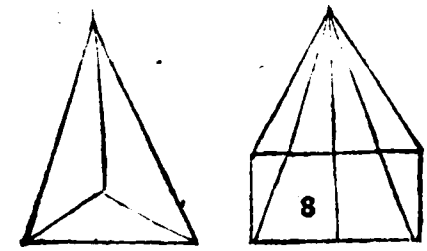
¶ In omni laterata piramide cūcte supficies ipsam ambientes ab ipsius basi ad vnum punctum subleuantur qui conus piramidis dicitur suntq; oēs hee laterales superficies triangule: basis vero frequēter nō ē triāgula.

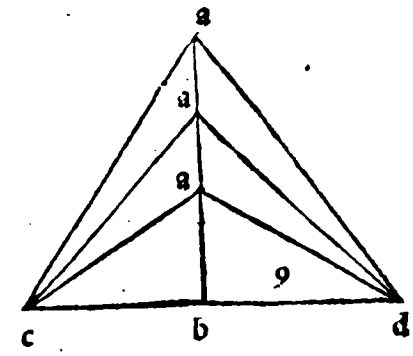
¶ Piramis rotunda est figura solida: estq; transitus trianguli rectanguli alterutro suorum laterum rectum angulum cōtinētium fixo ⁊ donec vsq; ad locum vnde moueri cepit redeat triangulo ipso circumducto. ¶ Si autem latus fixum lateri circūducto fuerit equale erit figura rectangula. Si vero longius acutiangula. ¶ Si vero breuius obtusiangula erit. ¶ Axis autem ipsius figure est latus fixum. ¶ Basisq; sua circulus. Dicitur autem figura hec piramis columne rotunde.

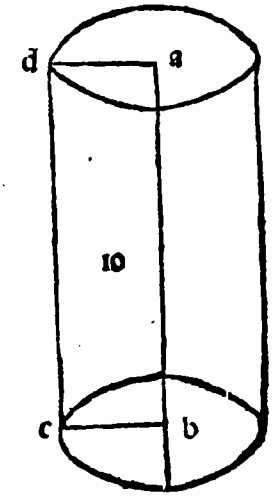
¶ Sit trigonus, a.b.c. rectum angulum habens qui sit.b. figaturq; alterū duorum laterum ambiētium rectum angulum.b. sitq; latus quod figitur a.b. quo fixo circūducatur trigonus quousq; ad locum vnde moueri ceperit redeat: corporea ergo figura que huius trigoni motu describitur rotunda piramis appellatur: cuius tres sunt differentie. Alia enim est rectangula alia acutiangula. Tertia obtusiangula. Et prima quidem est quādo latus.a.b. lateri.b.c. fuerit equale. Esto enim vt linea.b.c. cū rotatu trigoni peruenerit ad situm linee.b.d. ita ꝙ punctus.c. cadat super punctum.d. fiatq; linea vna. hoc est vt ipsa tunc coniungatur situi a quo moueri cepit secundum rectitudinem: eritq; linea hic quasi.b.c.d. ⁊ quia ex.32. ꝑmi ⁊.5. eiusdē angulus.c.a.b. est medietas recti erit angulus.c.a.d. rectus iōq; piramis hec dicitur rectangula. ¶ Si aūt latus.a.b. sit longius latere.b.c. erit acutiangula: erit.n. tunc ex.32. primi ⁊.19. eiusdem angulus.c.a.b. minor medietate recti ideoq; totus angulus.c.a.d. est minor recto ⁊ acutus quare piramis acutiangula. ¶ Quod si latus.a.b. fuerit breuius latere.b.c. erit angulus.c.a.b. maior medietate recti ex.32. primi ⁊.19. eiusdem ⁊ totus.c.a.d. q est duplus ad ipsum.c.a.b. maior recto ⁊ obtusus. igit ⁊ piramis conuenienter tunc dicitur obtusiangula. ¶ Axsis autem huius piramidis dicitur linea.a.b. ¶ Basis vero eius circulus quem describit linea.c.b. super centrum.b. dicitur quoq; hec piramis columne rotunde illius videlicet quam motu suo describeret paralellogramum proueniens ex.a.b. ⁊.b.c. latere.a.b. manente fixo.

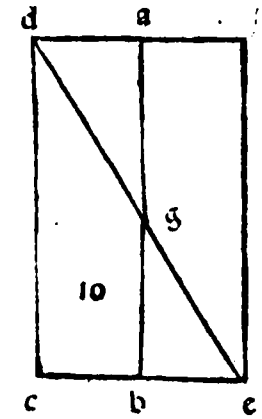
¶ Figura corporea rotunda cuius bases sunt circuli duo plani extremitatibus ⁊ crassitudine idest altitudine equales est transitus paralellogrami rectanguli latere rectum angulum continēte fixo ipsaq; superficies donec ad locum suum redeat circūducta diciturq; hec figura columna rotunda. Columne itaq; rotūde atq; sephere circuliq; vnum atq; idem est centrum.

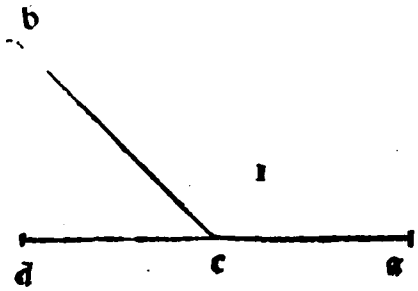
¶ Sit paralellogramum rectangulum.a.b.c.d. figaturq; latus.a.b. ⁊ eo fixo totū ꝑalellogramū quousq; ad locum suum cadat vel redeat circūducatur: corporea ergo figura huius paralellogrami motu descripta rotunda columna nominatur cuius bases sunt duo circuli centrum est punctus b. alter vero est quem motu suo designat linea.d.a. ⁊ eius centrum est punctus.a. Axis autem huius columne dicitur linea.a.b. que manet fixa in motu paralelogrami. Quod si imaginati fuerimus paralellogramum a.b c.d. cum peruenerit rotatu suo ad situm.a.b.e.f. coniungi situi a quo moueri cepit secundum continuitatem superficiei plane: vt scilicet totū sit vnum paralellogramum.d.c.e.f. ⁊ protraximus in eo diametrum.d.e. erit quoq; diameter.d.e. diameter columne. ¶ Quod autem dicitur columne ⁊ sphere ⁊ circuli idem esse centrum: intelligi debet cum horum vna est eadēq; diameter. Verbi gratia diximus enim ꝙ.d.e. est diameter istius colūne. Spherā igit atq; circulū quoꝝ diameter ē linea.d.e. necesse est idē centꝝ hēre cū centro ꝓposite colūne. Sit.n. vt linea.d.e. secet lineā











a.b.in puncto.g.eritq.g.centrum colũne: diuidit enim axem columne ꝑ equalia & diametrum columne per equalia quod patet per .26. primi nã anguli qui sunt ad .g. sunt equales ex .15. primi & anguli qui sunt ad .a. & b.recti ex ypothesi: linea quoq.a.d.est equalis linee.b.e.itaq.d.g.ẽ equalis.e.g.&.a.g.equalis.g.b.cunq anguli.c.&.f.sint recti si super punctum.g. secundum spaciũ.d.g.ac sup lineã.d.e.circulus describat trãsibit ex cõuersa prime ꝑtis.30.tertii ꝑ puncta.c.&.f.itaq punctum .g. est centꝝ circuli cuius diameter est diameter colũne.ideoq & sphere: quare mãifestum est omni paralellogramo rectangulo circulum omniq columne rotunde spheram esse circũscriptibiles. Sicq patet q voluit istud theoreuma.

¶ Angulus corporeus siue solidus est quem continent anguli plani plures q̃ duo qui non in vna superficie siti ad vnum punctum angularem conueniunt.

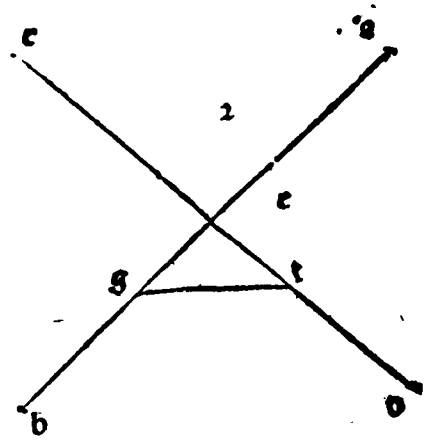
¶ Duo anguli plani angulum solidum perficere nequeunt sicut nec due recte linee nequeũt superficiem claudere. Angulos quoq planos solidum angulum continentes in eadem superficie non conuenit esse sitos sed in diuersis quemadmodum duas rectas lineas planum perficientes angulum non conuenit sibi inuicem secundum situm rectitudinis applicari.

¶ Similes sunt figure corporee rotũde siue sint colũne siue earꝝ piramides quarꝝ axes diametris suarꝝ basiũ sunt ꝓportionales.

¶ Propositis enim duabus piramidibus rotundis aut duabus columnis rotundis si fuerit ꝓportio axis vnius earum ad diametrum sue basis sicut axis alterius ad diametrum sue basis ille due columne aut piramides similes adinuicem esse dicuntur.

¶ Castigator.

a ¶ Ista diffinitio equalium atq similium corporum &c. ꝓsuponit quedam corpora esse equalia & non similia & sunt illa quorum terminales superficies numero & quantitate vniusq creationis. sed nõ similes vt sunt superficies equidistantium laterum & rectorum angulorum in solido paralellogramo cuius linee angulares sunt supra superficiem orthogonaliter erecte & in illo cuius linee angulares non sunt orthogonaliter erecte quedam sunt eiusdem altitudinis sunt equalia si in equis basibus vt dicitur infra.31.&.32.huius Et tamen non sunt similia a diffi. similium superficierum in principio sexti posita. Quedam sunt similia & non equalia vt in eisdem paralellogramis inequalis altitudinis. Et sic dicendum est de aliis infinitis. quedã sunt equalia & similia simul vt ex te elicere potes &c.



Propositio .1.

Linee recte partem esse in plano & partem in sublimi est impossibile.

¶ Sit linea .a.b. recta dico quod non est possibile vt pars eius sit in plano & pars sursum eleuata. si enim est possibile sit pars eius que est.a.c.sita.in plano & pars eius que est.c.b.in sublimi posita & protrahatur directe.a.c.i plano in quo ipsa sita est vsq ad.d.eritq vt vni eidemq linee que ẽ linea.a.c. due linee penitus diuerse que sunt linee.c.b.&.c.d.ex eadem parte directe adiiciantur quod est impossibile: ex.13.primi.

Propositio .2.

Omnes linee due quarum altera alteram secat in vna superficie site sunt omnisq triangulus in vna superficie totus consistit.

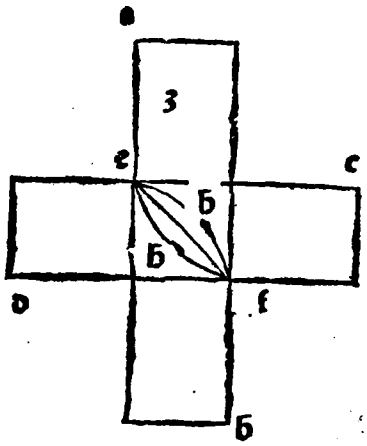
¶ Sint due linee recte .a.b. & .c.d. se inuicem secantes in puncto.e.dico eas esse in superficie vna, & omnem triangulum dico esse i superficie vna totum. ¶ Signetur enim punctus.f.in. linea .c.d. & punctum .g. in linea .a.b., & ducatur linea.f.g. Quia igitur impossibile est partem trianguli.e.f.g. esse in plano & partẽ in sublimi quin etiam suarum terminalium linearum vnius aut plurium

pars similiter sit in plano. ꝗ pars similiter ĩ sublimi cum de lineis hoc sit ĩ possibile per premissam erit quoq; impossibile de triangulo. itaq; totus triangulus.e.f.g.est in superficie vna. Ex hac igitur secunda parte ꝗ premissa constat prima pars huius secunde propositionis.

Propositio .3.

Omnium duarum superficierum se inuicem secantium communis sectio est linea recta.

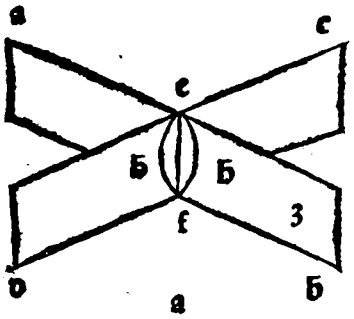
¶ De planis superficiebus intellige ꝗ verum erit quod dicitur. Sint itaq; due superficies plane.a.b.ꝗ.c.d.se inuicẽ sectantes dico quod earum communis sectio erit linea recta. Esto enim duo puncta .e. ꝗ .f. termini communis sectionis earum que continuẽtur per lineam rectam que sit .e.f. si igitur linea.e.f.est in vtraq; duarum superficierum.a.b.ꝗ.c.d.cõstat propositũ. at vero si in neutra aut si non in altera cum ambo puncta.e .ꝗ .f. sint in vtraq; superficierum.a.b.ꝗ.c.d.in ea superficie in qua ipsa non fuerit protrahatur linea recta que sit.c.h.f.erunt igitur due recte linee .e.f. ꝗ.e.h.f. habentes duos terminos communes quod est impossibile.sic enim due recte linee includerent supficiẽ quod ẽ cõtra petitionẽ vltimã p̃mi libri.



Propositio .4.

Si fuerit linea orthogonaliter ab inscisione duarum linearum erecta intersecantium se: ipsa ad earũdẽ superficiem perpendicularis erit.

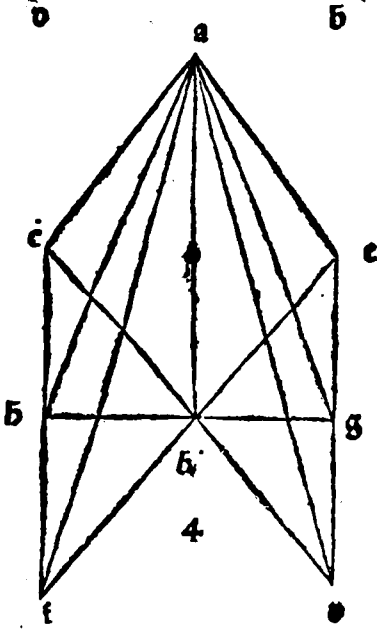
¶ Sit linea.a.b.orthogonaliter erecta super inscisionem duarum linearum.c.d.ꝗ.e.f. secantiũ se in puncto.b.de q̃bus cõstat ꝑ añ premissam ꝙ ipse sunt site in vna superficie dico ꝙ linea.a.b.ꝑpendicularis ẽ ad ipsarum superficiem. Sint.n.c.b.ꝗ.b.d.equales at vero.f.b.ꝗ.b.e.equales ꝗ ꝓtrahant linee.e.d.ꝗ.c.f.que erũt equales ꝑ.4.primi ꝗ equidistãtes ꝑ.27.eiusdẽ. Signato itaq; puncto aliquo ĩ linea e.d.qui sit.g.ducat linea.g.b.h.eritq; ex.26.primi.e.g.equalis.f.h.igitur a puncto.a.vel quouis puncto linee.a.b.demittãtur ypothemisaliter linee a.c.a.d.a.e.a.f.a.g.a.h.eritq; ex.4.primi.a.c.equalis.a.d.ꝗ.a.e.equalis.a.f. Item ꝑ.8.eiusdem erit angulus.a.e.d. equalis angulo.a.f.c. ergo ꝑ.4. ipsius etit.a.g.equalis.a.h.ꝗ ideoq; ꝑ.8.eiusdem erit angulus.a.b.g.equalis angulo.a.b.h.quare ex diffinitione vterq; est rectus ꝗ linea.a.b.perpẽdicularis ad lineam.g.h. ¶ Smiili quoq; mõ ꝓbabis eãdem esse ꝑpẽdicularem ad oẽs lineas protractas a puncto.b.in superficie duarum linearum c.d.ꝗ.e.f.igitur ex diffinitione cõstat lineam.a.b.eẽ ꝑpẽdicularem ad supficiem in qua site sunt due line.c.d.ꝗ.e.f. se inuicẽ secantes q̃d est ꝓpositũ.

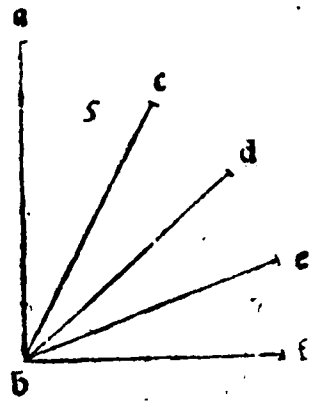


Propositio .5.

Si super tres lineas conterminales cõi earum termino erecta linea quedam orthogonaliter insistat eedem tres linee in vna superficie site erunt.

¶ Sit linea.a.b.orthogonaliter erecta super cõem terminum trium linearum.b.c.b.d.b.e.angulariter se cõtingentiũ in puncto.b.quarum nulla alii directe applicetur quod idẽ est ac se inuicem secẽt in puncto.b.ꝓtracte.n.se secabunt dico ꝙ tres linee. b.c.b.d.b.e.sunt in vna superficie site. ¶ Cõstat aũt de quibusq; earum duabus ꝙ ipse sunt in vna superficie site ꝑ scdam huius vel ꝑ primam ꝑtem.2. huius.si igit linea.b.d.nõ fuerit in supficie duarum linearum.b.c.ꝗ.b.e.sed ille due in plano: hec aũt in sublimi: erit vt hec superficies ĩ qua site sunt due linee.a.b. ꝗ.b.d.si ꝓtrahatur ꝗ ꝑ illud quod notum est super quartã secet illam in qua site sunt .b.c. ꝗ.b.e.eritq; ꝑ.3. huius cõmunis earum sectio linea recta ꝗ ipsa sit.b.f. Quia igitur ex premissa linea .a.b.ẽ ꝑpendicularis ad superficiem duarum linearum.b.c.ꝗ.b.e.sequitur ex diffinitiõe vt ipsa sit perpendicularis ad lineam .b.f. quare angulus .a.b.f.est rectus cumq; etiam angulus.a.b.d.sit rectus ex ypothesi. sequitur ĩpossibile videlicet partem suo toti esse equalem.

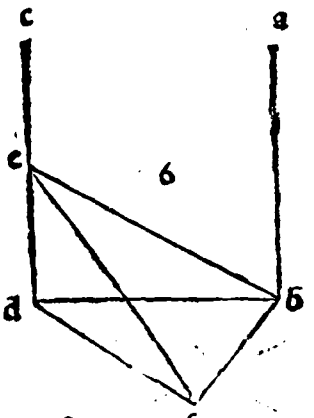




Propositio .6.

Si fuerint due linee super vnam superficiem perpendiculares eas equidistantes esse necesse est.

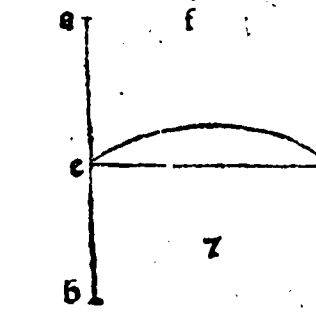
¶ Sint due linee.a.b.⁊.c.d. perpendiculares ad vnam superficiem dico eas esse equidistantes. ℣ Protrahatur.n. linea.b.d.eumq; ex diffinitione duo anguli.a.b.d. ⁊.c.d.b.recti. ℣ Si igitur due linee.a.b.⁊.c.d. sunt i superficie vna ipse sunt equidistantes per secundam partem.28.primi. I psas autem esse in superficie vna sic collige.a.puncto.b. super lineam.b.d. in plano cui perpendiculariter insistũt.a.b.⁊.c.d. protrahe orthogonaliter lineam b.f.⁊ ex linea.c.d.sume.d.e.equalẽ.b.f.⁊ ptrahe lineas.e.b.⁊.e.f. ⁊.d.f. erũt igit duo latera.e.d.⁊.d.b.triãguli.e.d.b.equalia duobus lateribus.f. b.⁊.d.b.trianguli.f.d.b.⁊ angulus.e.d.b.equalis angulo.f.b.d.cũ vterq; sit rectus. I taq; per quartam primi linea.b.e.est equalis linee.d.f.itẽq; cũ duo latera.e.b.⁊.b.f.trianguli.e.b.f.sunt equalia duobus lateribus.f.d.⁊ d.e.trianguli.f.d.e.⁊ basis.e.f.communis erit per.8.primi angulus.e.b.f. equalis angulo.f.d.e.cũ vterq; sit rectus. Quia igitur angulus.f.d.e.est rectus a diffinitione erit etiam angulus.e.b.f.rectus.itaq; linea.f.b.perpendiculariter est erecta.super communem terminum trium linearum.b.a. b.d.b.e.se contingentium angulariter in pũcto.b. quare per premissam ipse sunt in superficie vna. Cum igitur ex prima parte huius secunde linea c.d.sit in eadem superficie.cum vtraq; linearum.e.b.⁊.b.d. sequitur.a.b. ⁊.c.d.esse in superficie vna.constat ergo propositum.



Propositio .7.

Si in duabus lineis equidistantibus duobus punctis signatis ab altero ad alterum recta linea ducatur: in qua superficie ille due linee site sunt eas quoq; in eandem sitam esse necessario cõprobat.

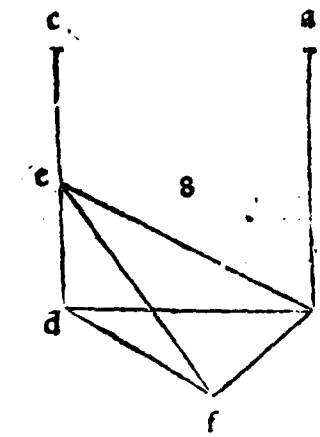
¶ Sint due linee.a.b.⁊.c.d. equidistantes de quibus cõstat per diffinitionem q; ipse sunt in superficie vna. In eis autem signentur duo puncta.e. ⁊.f. ⁊ producatur linea recta. e. f. dico itaq; lineam.e.f.esse sitam in superficie linearum.a.b.⁊.c.d. ℣ Si autem sit.e.f.in alia superficie vt in sublimi dependens que superficies si protrahatur secabit necessario superficiem i qua site sunt due linee.a.b.⁊.c.d. eritq; per.3.huius cõis sectio earum linea recta eisdem punctis terminata quod est impossibile sic enim due recte linee concluderent superficiem.



Propositio .8.

Si in idem planum due recte linee equidistanter erigãtur altera vero earum orthogonaliter sistat reliquam quoq; ad idem planum perpendiculareni esse conueniet.

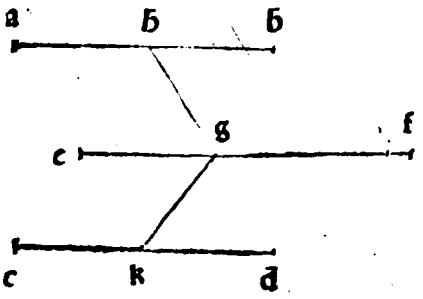
¶ Hec est quasi conuersa sexte. Sint enim due linee.a.b. ⁊.c.d.equidistãtes ⁊ sit earum altera vt.c.d.erecta perpẽdiculariter super superficiem quamlibet dico reliquam earum que ẽ.a.b. esse perpendicularem ad eandem superficiem. ℣ Fiat enim prorsus eadẽ dispositio que in sexta i eritq; vt ibi vterq; duorum angulorum . e .d.b. ⁊.f.b.e.rectus: primus quidem per positionem secũdus autem per.8.pmi quare per.4.huius linea.f.b.est perpendiculariter erecta super superficiem in qua sunt due linee.b.d.⁊.b.e.cũq; per premissam due linee.a.b.⁊.c.d. sunt in eadem superficie cum duabus lineis.b.d.⁊.b.e. sequitur lineam.f. b.esse perpendiculariter erectam supra superficiem in qua est linea.b.a. a diffinitione igitur erit angulus.f.b.a.rectus ⁊ quia etiam angulus .d.b. a. est rectus per vltimam partem.29.primi i sequitur per quartam huius lineam.a.b. esse perpendicularem ad superficiem in qua site sunt due linee.b.d.⁊.b.f.quare constat propositum.



Propositio .9.

Si due linee vni non in vna superficie equidistant eas quoq; sibi inuicem equidistare necesse est.

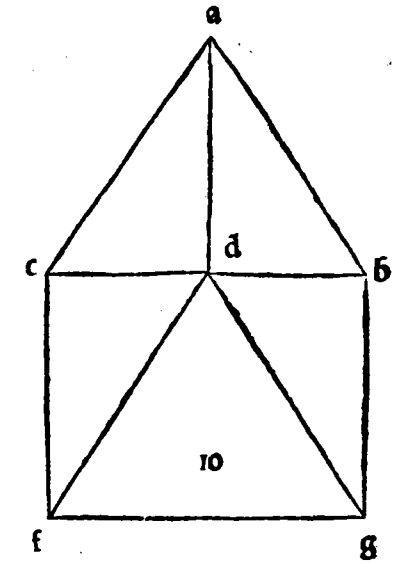
¶ Sit vtraq; duarum linearum.a.b.ꝗ.c.d. equidistans linee.e.f.nec sint omnes in superficie vna. dico q; eedem quoq; sibi inuicem sunt equidistātes: de his quidem que sunt omnes in superficie vna probatum ē per .30. primi. at vero de his que in vna superficie non sunt vt est hic.e.f. que intelligatur sursum erecta in sublimi.restat hoc loco probandum. Signetur itaq; in ea punctus.g.a quo educantur due perpendiculares ad duas lineas.a.b.ꝗ.c.d.que sint.g.h.ꝗ.g.k.eritq; per.4.huius linea.e.f. perpendicularis ad superficiem videlicet illam in qua sunt site due linee.g.h.ꝗ.g.k. itaq; p̄ p̄missam bis assumptā vtraq; illaꝝ duaꝝ lineaꝝ.a.b.ꝗ.c.d.p̄pendicularis ē ad eandē sup̄ficiē videlicet ad illā ī qua site sunt dicte due linee.g.h.ꝗ.g.k. Per sextā huius igitur ipse sunt sibi inuicē eqdistantes q̄d ē p̄positū.



Propositio .10.

Si due linee se angulariter contingentes duabus aliis se cōtingentibus eis oppositis eqdistantes fuerint: non aūt in superficie vna qui ab eis fiunt duo anguli equi sibi inuicem esse comprobantur.

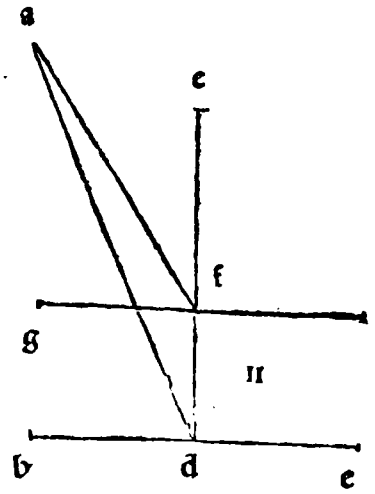
¶ Sint due linee.a.b.ꝗ.a.c.se angulariter contingentes in puncto.a.equidistantes aliis duabus que sunt.d.e.ꝗ.d.f.se quoq; angulariter contingentibus in puncto.d.nec sint cum eis in superficie vna dico angulum.a.eē equalem angulo.d. ¶ Esto enim linea d.e.equalis linee.a.b.cui ipsa posita ē esse equidistans.ꝗ.d.f. equalis.a.c. cui ēt ipsa equidistare ponit. Et ducant linee.d.a.ꝗ.e.b.ꝗ.f.c.eritq; ex.33. primi bis assumpta vtraq; duaꝝ lineaꝝ.b.e.ꝗ.c.f.equalis ꝗ equidistās linee.a.d. Per cōceptionem igitur ꝗ premissam eedē sunt equales ꝗ eqdistantes sibi inuicem.ꝗ itaq; p.33.primi denuo repetitā due linee.b.c.ꝗ.e.f.sunt etiam equales ꝗ equidistantes: igitur p.8.primi cōstat p̄positum.



Propositio .11.

Puncto in aere assignato ab eo ad datam superficiem perpendicularem ducere.

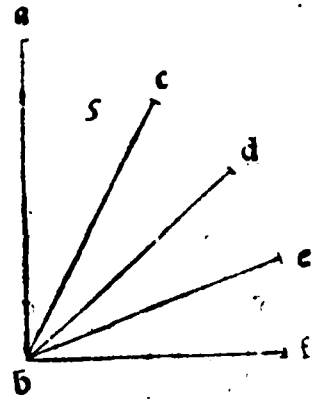
¶ Sit punctus.a.sursum in aere a quo volumus ad superficiem subiacentem perpendicularem ducere: ducatur igitur in plano illo: linea.b.c. vtcunq; contingerit ad quā ab ipso puncto.a.ducatur p̄pendicularis.a.d.scd̄m doctrinam.11.primi. Rursusq; a puncto.d.ī plano illo ad quod ducenda est perpendicularis a puncto.a.extrahatur linea.d.e.que sit p̄pendicularis ad lineam.b.c.vt docet.11.primi. Ad hanc quoq; lineā.d.e.ducatur alia linea p̄pendicularis a puncto.a.que sit.a.f.hanc dico esse eam quam intendimus. ¶ Sit enim linea.f.g.equidistans linee.b.c.ꝗ quia vterq; duoꝝ angulorum.b.d.a.ꝗ.b.d.f.est rectus: erit ex quarta huius linea.b.d.perpendicularis ad superficiem in qua est triangulus.a.d.f.ideoq; etiam per.8. huius erit linea.g.f.perpendicularis ad eandem superficiem. Igitur a diffinitione erit angulus.g.f.a.rectus: cunq; etiam angulus.d.f.a. sit rectus: sequitur ex quarta huius lineam.a.f.esse perpendicularem ad superficiem in qua sunt due linee.d.f.ꝗ.f.g.quod est propositum.



Propositio .12.

Superficie p̄posita pūctoq; ī ea assignato ab eo pūcto ad datā superficiē lineā orthogonaliter erigere.

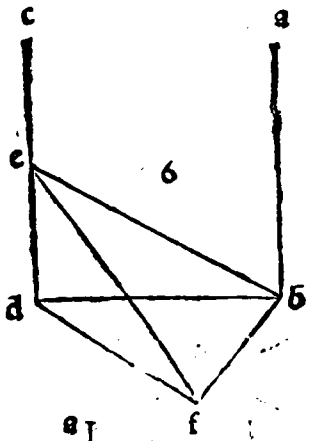
¶ Cum a puncto quolibet ī superficie proposita assignato perpendicularem educere libuerit a quolibet puncto sursum in aere ad libitum posito ad eandem superficiem perpendicularem quēadmodum premissa docuit demitte que si in assignatum punctum ceciderit ipsa est quam queris. Sinaūt ab ipso assignato puncto ad demissam perpendicularem equidistantem ducito: eāq; per.8.huius probabis esse quam queris.



Propositio .6.

Si fuerint due linee super vnam superficiem perpendiculares eas equidistantes esse necesse est.

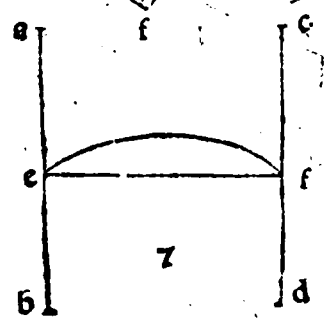
¶ Sint due linee.a.b.ꝗ.c.d. perpendiculares ad vnam superficiem dico eas esse equidistantes. ⁊ Protrahatur.n. linea.b.d.eruntq; ex diffinitione duo anguli.a.b.d. ꝗ.c. d.b.recti. ⁊ Si igitur due linee.a.b.ꝗ.c.d. sunt ĩ superficie vna ipse sunt equidistantes per secundam partem.28.primi. Ipsas autem esse in superficie vna sic collige.a.puncto.b. super lineam.b.d. in plano cui perpendiculariter insistũt.a.b.ꝗ.c.d.protrahe orthogonaliter lineam b.f.ꝗ ex linea.c.d.sume.d.e.equalẽ.b.f.ꝗ ꝓtrahe lineas.e.b.ꝗ.e.f. ꝗ.d.f. erũt igit̃ duo latera.e.d.ꝗ.d.b.triãguli.e.d.b.equalia duobus lateribus.f. b.ꝗ.d.b.trianguli.f.d.b.ꝗ angulus.e.d.b.equalis angulo.f.b.d.cũ vterq; sit rectus. Itaq; per quartam primi linea.b.e.est equalis linee.d.f.itẽq; cũ duo latera.e.b.ꝗ.b.f.trianguli.e.b.f.sunt equalia duobus lateribus.f.d.ꝗ d.e.trianguli.f.d.e.ꝗ basis.e.f.communis erit per.8.primi angulus.e.b.f. equalis angulo.f.d.e.cũ vterq; sit rectus. Quia igitur angulus.f.d.e.est rectus a diffinitione erit etiam angulus.e.b.f.rectus: itaq; linea.f.b.perpendiculariter est erecta.super communem terminum trium linearum.b.a. b.d.b.e.se contingentium angulariter in pũcto.b. quare per premissam ipse sunt in superficie vna. Cum igitur ex prima parte huius secunde linea c.d.sit in eadem superficie.cum vtraq; linearum.e.b.ꝗ.b.d. sequitur.a.b. ꝗ.c.d.esse in superficie vna: constat ergo propositum.



Propositio .7.

Si in duabus lineis equidistantibus duobus punctis signatis ab altero ad alterum recta linea ducatur: in qua superficie ille due linee site sunt eas quoq; in eandem sitam esse necessario cõprobat̃.

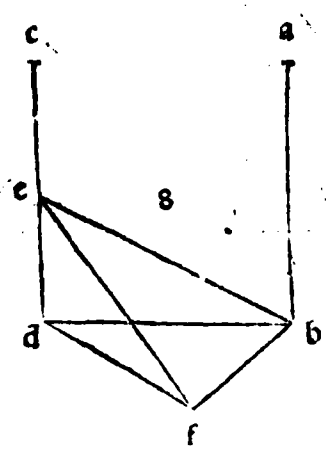
¶ Sint due linee.a.b.ꝗ.c.d.equidistantes de quibus cõstat per diffinitionem q̃ ipse sunt in superficie vna. In eis autem signentur duo puncta.e. ꝗ.f. ꝗ producatur linea recta. e. f. dico itaq; lineam.e.f.esse sitam in superficie linearum.a.b.ꝗ.c.d. ⁊ Sin autem sit.e.f.in alia superficie vt in sublimi dependens que superficies si protrahatur secabit necessario superficiem ĩ qua site sunt due linee.a.b.ꝗ.c.d. eritq; per.3.huius cõis sectio earum linea recta eisdem punctis terminata quod est impossibile sic enim due recte linee concluderent superficiem.



Propositio .8.

Si in idem planum due recte linee equidistanter erigãtur altera vero earum orthogonaliter sistat reliquam quoq; ad idem planum perpendicularem esse conueniet.

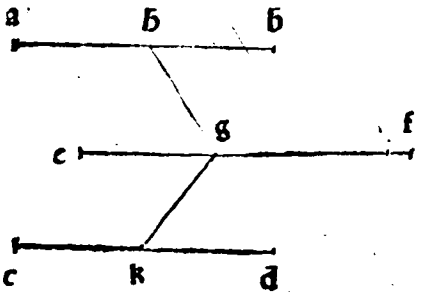
¶ Hec est quasi conuersa sexte. Sint enim due linee.a.b. ꝗ.c.d.equidistãtes ꝗ sit earum altera vt.c.d.erecta perpẽdiculariter super superficiem quamlibet dico reliquam earum que ẽ.a.b. esse perpendicularem ad eandem superficiem. ⁊ Fiat enim prorsus eadẽ dispositio que in sexta: eritq; vt ibi vterq; duorum angulorum. e .d.b. ꝗ.f.b.e.rectus: primus quidem per positionem secũdus autem per.8.p̃mi quare per.4.huius linea.f.b.est perpendiculariter erecta super superficiem in qua sunt due linee.b.d.ꝗ.b.e.cũq; per premissam due linee.a.b. ꝗ.c.d. sunt in eadem superficie cum duabus lineis.b.d. ꝗ.b.e. sequitur lineam.f. b.esse perpendiculariter erectam supra superficiem in qua est linea.b.a. a diffinitione igitur erit angulus.f.b.a.rectus ꝗ quia etiam angulus.d.b. a. est rectus per vltimam partem.29.primi: sequitur per quartam huius lineam.a.b. esse perpendicularem ad superficiem in qua site sunt due linee.b.d.ꝗ.b.f.quare constat propositum.



Propositio. .9.

Si due linee vni non in vna superficie equidistant eas quoq; sibi inuicem equidistare necesse est.

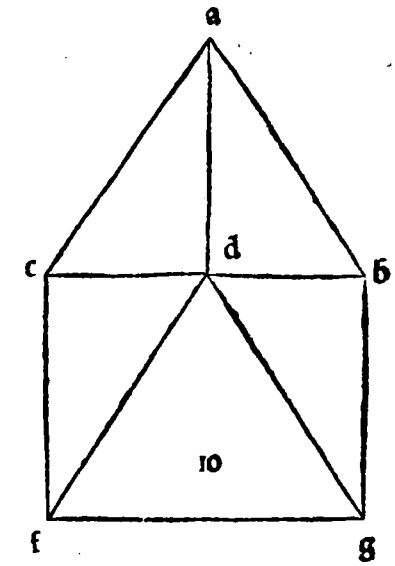
¶ Sit vtraq; duarum linearum.a.b.ꝗ.c.d.equidistans linee.e.f.nec sint omnes in superficie vna. dico q; eedem quoq; sibi inuicem sunt equidistātes: de his quidem que sunt omnes in superficie vna probatum ē per .30. primi. at vero de his que in vna superficie non sunt vt est hic.e.f. que intelligatur sursum erecta in sublimi.restat hoc loco probandum. Signetur itaq; in ea punctus.g.a quo educantur due perpendiculares ad duas lineas.a.b.ꝗ.c.d.que sint.g.h.ꝗ.g.k.eritq; per.4.huius linea.e.f. perpendicularis ad supficiem videlicet illam in qua sunt site due linee.g.h.ꝗ.g.k. itaq; p̄ p̄missam bis assumptā vtraq; illaꝝ duaꝝ lineaꝝ.a.b.ꝗ.c.d.p̄pendicularis ē ad eandē sup̄ficiē videlicet ad illā ī qua site sunt dicte due linee.g.h.ꝗ.g.k. Per sextā huius igitur ipse sunt sibi inuicē eqdistantes q̄d ē p̄positū.



Propositio .10.

Si due linee se angulariter contingentes duabus aliis se cōtingentibus eis oppositis eqdistantes fuerint: non aūt in superficie vna qui ab eis fiunt duo anguli equi sibi inuicem esse comprobantur.

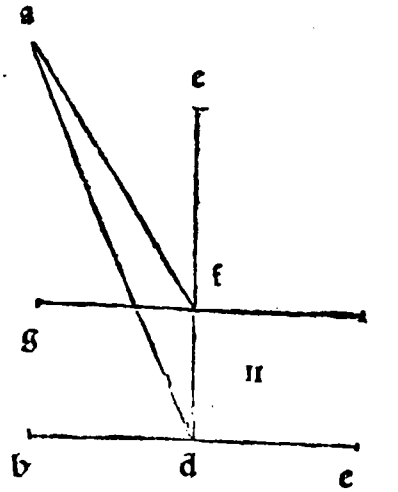
¶ Sint due linee.a.b.ꝗ.a.c.se angulariter contingentes in puncto.a.equidistantes aliis duabus que sunt.d.e.ꝗ.d.f.se quoq; angulariter contingentibus in puncto.d.nec sint cum eis in superficie vna dico angulum.a.eē equalem angulo.d. ¶ Esto enim linea d.e.equalis linee.a.b.cui ipsa posita ē esse equidistans.ꝗ.d.f. equalis.a.c. cui ēt ipsa equidistare ponit. Et ducant linee.d.a.ꝗ.e.b.ꝗ.f.c.eritq; ex.33. primi bis assumpta vtraq; duaꝝ lineaꝝ.b.e.ꝗ.c.f.equalis ꝗ equidistās linee.a.d. Per cōceptionem igitur ꝗ premissam eedē sunt equales ꝗ eqdistantes sibi inuicem.ꝗ itaq; p.33.primi denuo repetitā due linee.b.c.ꝗ.e.f.sunt etiam equales ꝗ equidistantes: igitur p.8.primi cōstat p̄positum.



Propositio .11.

Puncto in aere assignato ab eo ad datam superficiem perpendicularem ducere.

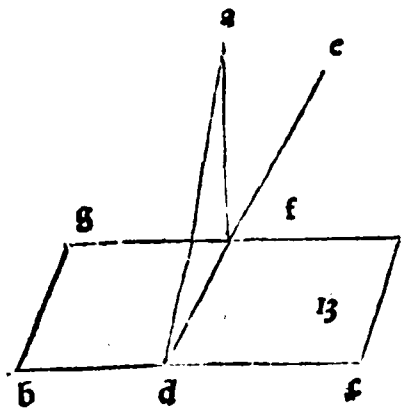
¶ Sit punctus.a.sursum in aere a quo volumus ad superficiem subiacentem perpendicularem ducere: ducatur igitur in plano illo: linea.b.c. vtcunq; contingerit ad quā ab ipso puncto.a.ducatur p̄pendicularis.a.d.scd̄m doctrinam.12.primi. Rursusq; a puncto.d.ī plano illo ad quod ducenda est perpendicularis a puncto.a.extrahatur linea.d.e.que sit p̄pendicularis ad lineam.b.c.vt docet.11.primi. Ad hanc quoq; lineā.d.e.ducatur alia linea p̄pendicularis a puncto.a.que sit.a.f.hanc dico esse eam quam intendimus. ¶ Sit enim linea.f.g.equidistans linee.b.c.ꝗ quia vterq; duoꝝ angulorum.b.d.a.ꝗ.b.d.f.est rectus: erit ex quarta huius linea.b.d.perpendicularis ad superficiem in qua est triangulus.a.d.f.ideoq; etiam per.8. huius erit linea.g.f.perpendicularis ad eandem superficiem. Igitur a diffinitione erit angulus.g.f.a.rectus: cunq; etiam angulus.d.f.a. sit rectus: sequitur ex quarta huius lineam.a.f.esse perpendicularem ad superficiem in qua sunt due linee.d.f.ꝗ.f.g.quod est propositum.



Propositio .12.

Superficie p̄posita pūctoq; ī ea assignato ab eo pūcto ad datā superficiē lineā orthogonaliter erigere.

¶ Cum a puncto quolibet ī superficie proposita assignato perpendicularem educere libuerit a quolibet puncto sursum in aere ad libitum posito ad eandem superficiem perpendicularem quēadmodum premissa docuit demitte que si in assignatum punctum ceciderit ipsa est quam queris. Sinaūt ab ipso assignato puncto ad demissam perpendicularem equidistantem ducito: eāq; per.8.huius probabis esse quam queris.



Propositio. .13.

Duas lineas super pūctum vnū ad superficiē vnam orthogonaliter insistere est impossibile

Si enim possibile est vt due linee vni eidēq; superficiei super punctum vnum perpēdiculariter insistāt superficies in qua ipse perpendiculares, site sint, intelligatur produci quousq; secet superficiem cui dicte linee perpendiculariter insistunt eritq; per.3.huius communis earum sectio linea recta: et quia ex diffinitione vtraq; illarum duarum perpēdicularium cum cōmuni sectione continet angulum rectum sequitur vt angulus rectus sit pars anguli recti quod est impossibile. Quemadmodum aūt demonstratum ē impossibile esse ab vno eodem puncto extra superficiem duas lineas super punctum vnum ad eandem superficiem esse perpendiculares ita etiam demonstrabimus impossibile esse duas lineas ab vno eodēq; puncto extra superficiem signato ad eandem superficiem protractas ad ipsam esse perpendiculares. Si enim hoc fuerit ipse erunt equidistātes ex.6. huius qd est impossibile ex diffinitione linearum equidistantium. Constat igit ex hac q; si aliqua superficies plana aliam planam superficiem orthogonaliter secet et ab aliquo puncto secantis superficiei ad superficiem sectam perpendicularis ducatur: in communi earum sectione eam cadere necesse ē. Alioquin ab eodem puncto secantis superficiei ad communem earum sectionem perpendicularis, protrahatur vt docet .11. primi et a puncto in quo incidit cum cōmuni sectione alia perpendicularis ad eandem cōmunem sectionem in superficie secta educatur vt docet.11.primi. Eritq; ex diffinitione superficiei super aliam superficiem orthogonaliter erecte angulus quem continēt hee due linee perpendiculares rectus. quare per quartā huius prima harum duarum perpēdicularium etiam est perpēdicularis ad supficiem sectā. ergo ab vno pūcto ptracte sunt due linee perpēdiculares ad eādem supficiem qd est īpossibile: relinqtur itaq; ppositum nostrum.

Propositio .14.

Si linea vna super duas superficies assignatas orthogonaliter insistat: ille due superficies si etiam in infinitum in quācunq; partem protrahantur nunquam concurrent.

Posita enim linea vna duabus superficiebus orthogonaliter insistere si possibile est superficies illas concurrere. In earum cōi sectione que per.2.huius erit linea recta pūctusq; quocūq; modo signetur a quo due linee in illis duabus superficiebus ad lineā illā que ipsis perpēdiculariter supstat ptrahantur: eritq; cōstitutus triangulus ex his duabus lineis et perpendiculari. Huius itaq; trianguli vterq; duorum angulorum qui super perpendicularem consistunt est rectus vt patet ex diffinitione linee supra superficiem perpendiculariter stantis hoc autē est impossibile per.32.primi.

Econuersio quoq; videlicet si super duas superficies equidistantes linea recta ceciderit que ad alteram earum perpendicularis sit ipsa quoq; perpendicularis erit ad reliquam.

Positis enim duabus superficiebus equidistantibus intelligatur linea recta ambas penetrans que alteri earum perpendiculariter superstat: dico q; eadem linea reliquę superficiei perpendiculariter superstat. Sit enim superficies vna secans positas superficies equidistantes super lineam eas penetrantem eritq; comunis sectio huius superficiei secantis et alterius sectarum videlicet illius cui linea penetrans ponitur perpendiculariter insistere continens angulum rectum cum ipsa linea penetrante ex diffinitione linee perpendicularis ad superficiem. Si igitur alia communis sectio ipsius superficiei secantis et reliqua duarum sectarum cum eadem linea penetrante non contineat angulum rectum erit ex vltima petitione primi vt ille due communes sectiones in alterutra partem pro-

tracte necessario concurrant quare ⁊ superficies que posite sunt equidistantes necessario concurrent. Et quia hoc est impossibile erit ille angulus rectus. Eodemq; modo erit de qualibet alia superficie easdem superficies eq distantes secante super eadem lineam igitur ex quarta huius ⁊ ex ista.14. constat verum esse quod diximus.

Propositio .15.

Si fuerint due linee se contingentes angulariter eq distantes aliis duabus se angulariter contigentibus non autem in superficie vna ab eisdem lineis ꝛtente due superficies i nulla parte quantũcunq; producantur possunt concurrere.

¶ Sint due linee.a.b.⁊.a.c.se angulariter contingentes in pũcto.a.equidistantes duabus lineis.d.e.⁊.d.f.se angulariter contigẽtibus in puncto.d.⁊ nõ sint in superficie vna: dico earum superficies i quãcunq; ꝛtem ⁊ quantũcunq; ꝛtrahantur nunq; concurrere. Protrahatur ⁊.a. a puncto.d.put docet.5.huius perpendicularis ad superficiem duarum linearum.a.b.⁊.a c.sitq;.d.g.⁊.a puncto.g.ducatur.g.h.equidistans.a.b.⁊ g.k.equidistans.a.c.eritq; ex diffinitione vterq; duoꝝ angulorum.d.g.h. d.g.k.rectus ⁊ per.9.erit linea.d.f.equidistãs linee.g.k.⁊ linea.d.e.equidistans linee.g.h.quare per vltimam partem .29. primi vterq; duorũ angulorum.e.d.g.f.d.g.erit rectus: ideoq; per quartã huius linea.d.g. erit ꝑpendicularis ad superficiem duarum linearum.d.e.⁊.d.f.cum; ipsa eadẽ sit etiam ex ypothesi perpendicularis ad superficiem duarum linearum.a. b.⁊.a.c.igitur ex premissa liquet quod est propositum.

Propositio .16.

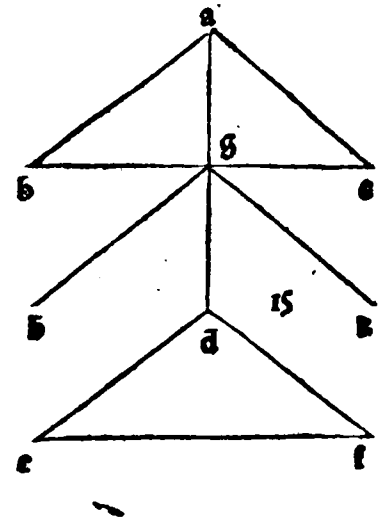
Si duas superficies equidistantes vna superficies secet cões earꝝ sectiones equidistantes erunt.

¶ Constat equidem ex tertia q; vna superficie quascunq; duas superficies equidistantes secante cõmunes earꝝ sectiones erunt due linee recte: que cũ sint ambe site in superficie secante. si ipse non fuerint equidistantes ponãtur ad quodlibet vnum punctum concurrere. erit itaq; vt vnus atq; idem punctus sit in vtraq; illarum duaꝝ sectionum cõmunium cũq; vna illaꝝ cõmunium sectionum sit in vna duarum superficieꝝ sectaꝝ ⁊ reliqua in altera. sequitur superficies illas que posite sunt esse equidistantes concurrere. hoc autẽ impossibile est. Erunt igitur cões earum sectiones equidistantes quod est propositum. ¶ Ex hac ⁊ premissa potes elicere conclusionem vnam similem.30.primi videlicet istam. Si fuerint due superficies vni equidistantes ipse quoq; erunt adinuicem equidistantes. Positis enim tribus superficiebus quarum vtraq; duarum extremarum equidistet medie dico q; necesse est ipsas extremas equidistare adinuicem. Secentur omnes ille tres superficies duabus superficiebus se quoq; inuicem secantibus: eruntq; ex hac 16.cões sectiones duarum extremaꝝ superficieꝝ equidistantes sectionibus medie: quare ex.30.primi ipse etiam sectiones duarum extremarum superficierum erunt equidistantes adinuicem. Et quia ipse contingunt se in cõmuni sectione duarum superficierum tres positas superficies secantium ex premissa euidenter constat quod diximus

Propositio .17.

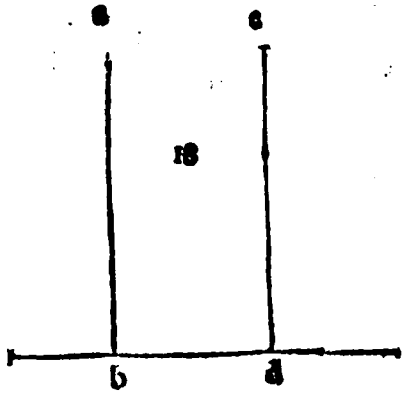
Si superficies tres vel plures equidistantes duas rectas lineas seinuicem contingentes vel equidistantes secent illarum linearum portiones proportionales esse probantur.

¶ Intelligantur enim due recte linee penetrantes qualiterunq; contigerit tres superficies equidistantes aut etiam plures tribus. dico itaq; duas portiones illarum linearum inter quaslibet duas superficies interceptas ,proportionales esse quibusque duabus inter alias duas ex illis equidistantibus superficiebus interceptis. Coniungan-



tur enim due extremitates illarum duarum linearum ducta inter eas linea vna diagonaliter: eritq; hec diagonalis cum vtraq; illarum duarũ penetrantium supficies propositas in superficie vna illas equidistantes supficies positas secante. si ergo harum superficierum cõmunes sectiones que p premissam erunt equistantes cogitatione protraxeris ex prima parte secũde sexti constabit propositum.

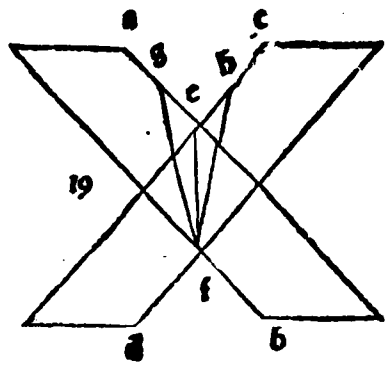
Propositio .18.



Si in superficie assignata orthogonaliter steterit linea: ois supficies a linea illa quorsũlibet ducta ad eãdẽ assignatã supficiẽ erit orthogonaliter erecta.

¶ Sit enim linea. a. b. erecta perpendiculariter super assignatam superficiem & a linea. a. b. producatur superficies quorsum libuerit: quam dico super propositam superficiẽ esse perpendiculariter erectam. ¶ Cum enim ipsa secet superficiem assignatam: erit earum communis sectio linea recta ex. 3. huius. sitq;. b. d. in hac ergo cõi sectione signato puncto quolibet qui sit. d. extrahatur ab eo. in superficie que pducta est a linea. a. b. linea quedam perpẽdicularis ad lineam. b. d. que sit. d. c. eritq; ex secunda parte. 18. primi linea. c. d. equidistans. linee. a. b. ideoq; ex. 8. huius linea. c. d. est ẽt perpẽdicularis ad supficiem propositam. ¶ Quia ergo hoc modo quelibet linea protracta orthogonaliter a quolibet puncto linee. b. d. ad ipsam lineam. b. d. in ipsa superficie que producta est a linea. a. b. est perpendicularis ad propositam superficiem ex diffinitione superficiei supra superficiem orthogonaliter erecte: constat verum esse quod propositum est.

Propositio .19.



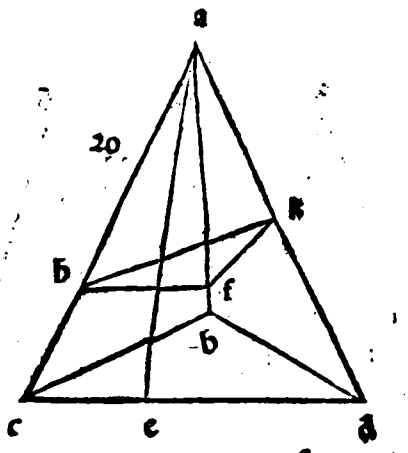
Si due superficies se inuicem secantes supra vnam superficiem erecte fuerint orthogonaliter cõis earũ sectio ad eandem superficiẽ perpendicularis erit

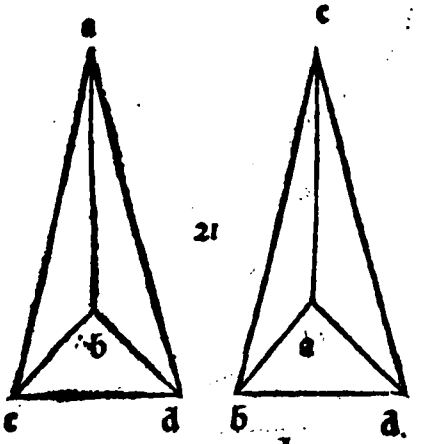
¶ Sint due superficies. a. b. & c. d. se inuicem secantes erecte orthogonaliter super assignatam superficiem: sitq; cõis earum sectio linea recta. e. f. hanc dico esse perpẽdicularem ad assignatam superficiem. Alioquin a puncto. f. qui est comunis terminus sectionum duarum superficierũ se inuicem secãtium. & tertie supficiei secte pducatur vna linea recta que sit. f. g. in superficie. a. b. perpẽdicularis ad superficiem assignatam. Itẽq; ab eodem pũcto ducatur alia perpẽdicularis ad eãdem superficiem que sita sit in superficie. c. d. & ipsa sit. f. h. Erũtq; due linee. f. g. & f. h. orthogonaliter insistẽtes super pũctum vnum ad superficiem assignatam: hoc autem impossibile per. 13. huius. ¶ Tales aũt lineas posse protrahi a cũcto. f. in vtraq; duarum superficierum. a. b. & c. d. cum. e. f. nõ fuerit perpẽdicularis ad assignatam superficiem dubitare nõ cõuenit. ¶ Intelligatur quidem linea. f. b. cõis sectio superficiei. a. b. & superficiei assignate. Et linea. f. d. superficiei. c. d. & superficiei assignate. Si igitur linea. e. f. fuerit perpendicularis ad vtranq; duarum linearum. f. b. & f. d. ipsa etiam erit perpẽdicularis ad superficiem assignatam ex quarta huius. Si autem ad neutram sit. f. g. perpẽdicularis ad. f. b. & f. h. perpẽdicularis ad. f. d. deinde a puncto. f. protrahe in superficie assignata vnã lineam perpẽdicularem ad lineam. f. b. que ex diffinitione superficiei super aliam superficiem orthognaliter erecte cum linea. f. g. continebit angulum rectum: per quartam igitur huius erit linea. f. g. perpẽdicularis ad superficiem assignatam. ¶ Eodem quoq; modo protracta alia linea a puncto. f. in superficie assignata que sit perpendicularis ad lineam. f. d. sequetur ex diffinitione predicta & ex quarta huius lineam. f. h. esse perpẽdicularem ad superficiem assignatam quod est impossibile. per. 13. huius. ¶ Quod si confiteare lineam. e. f. esse perpẽdicularem ad lineam. f. b. sed non ad lineam. f. d. sequetur modo consimili duas lineas. e. f. & f. h. eẽ perpendiculares ad superficiem assinatam: quod nihil minus ẽ impossibile.

Propositio .20.

Si tres anguli superficiales solidũ angulũ cõtineãt illorum trium angulorum quiq; duo pariter accepti reliquo sunt maiores.

¶ Sint tres linee .a.b.a.c.a.d. piramidaliter erecte supra superficiem .b.c.d. continentes tres superficiales angulos ex quibus solidus perficit angulus in puncto .a. dico quoslibet duos ex ipsis superficialibus angulis solidum angulum in puncto .a. constituentibus pariter acceptos tertio esse maiores. ¶ Si enim hi tres anguli superficiales fuerint sibi inuicem equales: aut si duo tantum equales tertio existente minore vtrolibet duorũ equalium: constat ꝑ cõem scientiam verum esse quod dicitur. ¶ Quod si eorũ vnus vtrolibet duorum reliquorum maior fuerit siue illi duo ponantur equales siue non equales adhuc cõstat illum maiorem cum vtrolibet duorum reliquorum pariter acceptorum tertio esse maiorẽ. Sed ꝗ illos duos minores pariter acceptos. hoc tertio qui maior vtrolibet ponitur esse maiores: sic collige. ¶ Esto .n. trium propositorum angulorum superficialium angulis .c.a.d. maior vtrolibet reliquorum duorum. Ex ipso ergo abscindam angulum .e.a.d. equalem angulo .b.a.d. protracta linea .a.e. Et sumatur ex hac linea .a.e. lineã a.g. ꝗ ex linea .a.b. lineam .a.f. quas ponam esse equales. Et protraham lineam a puncto .g. qualitercũq; contingat in superficie duarum linearum a.c. ꝗ .a.d. quousq; secet .a.c. in puncto .h. ꝗ .a.d. in puncto .k. ꝗ ipsa sit .h.g.k. Et producam lineas .f.h. ꝗ .f.k. Cũ sit igitur .a.f. equalis .a.g. posita .a.k. cõi erit per quartam primi .f.k. equalis .k.g. Et quia ex .20. primi due linee h.f. ꝗ .f.k. sunt maiores linea .h.k. erit per conceptionem .h.f. maior .h.g. ideoq; ꝑ .25. pmi cũ sit linea .a.f. equalis linee .a.g. erit angulus .f.a.h. maior angulo .h.a.g. ꝑ conceptionem igitur constat duos angulos .h.a.f. f.a.k. pariter acceptos eẽ maiores angulo .h.a.k. quod erat demonstrandum.

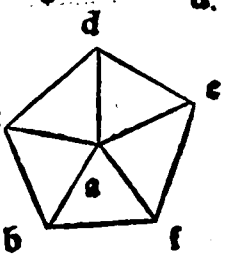


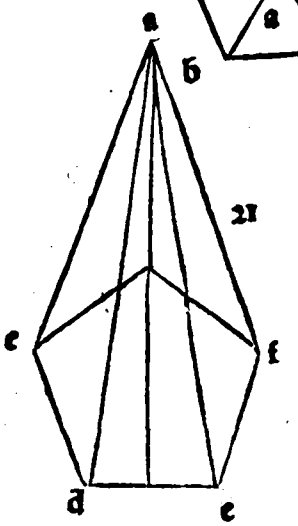


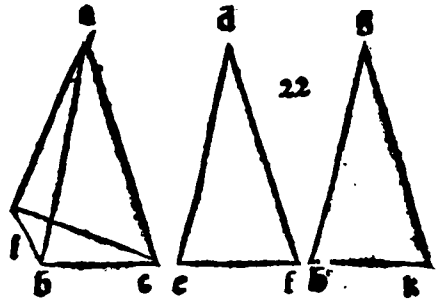
Propositio .21.

Omnis angulus solidus quatuor rectis angulis minor esse probatur.

¶ Anguli solidi quantitas ex angulorum superficialium ipsum solidum continentium quantitate determinatur: hec ergo .21. proportionaliter proponitur quoq; quoslibet superficiales angulos solidum quẽlibet cõtinentes pariter acceptos quatuor rectis angulis esse minores. ¶ Sit enim triangula piramis .a.b.c.d. cuius supremus angulus cum possit esse quilibet suorũ angulorum hic tñ sit .a. De quo dico ꝙ tres superficiales anguli ipsum .a. continentes sunt minores quatuor rectis. ¶ Constat enim ex .32. primi .9. angulos trium triangulorum hanc piramidem circũstantium ꝗ ipsi sunt .a.b.c.a.c.d.a.d.b. esse equales sex angulis rectis: de tribus aũt angulis basis eius q̃ est triangulus .b.c.d. constat quoq; per eãdem ꝙ ipsi sunt equales duobus rectis. ¶ Cum igit sex anguli trium triangulorũ predictorum hanc nostrã piramidẽ de cuius supremo angulo disputamus circundantiũ: qui inq̃ sex anguli cũ tribus angulis basis reliquos tres angulos solidos piramidis continent: sint ex ꝑmissa ter assumpta maiores tribus angulis basis sequitur ipsos sex angulos eẽ maiores duobus rectis. Ex nouẽ igit angulis triũ triãgulorũ piramidem circũdantium his sex angulis demptis erunt ex cõi scia reliqui tres ꝗ ipsi sunt qui constituũt solidum angulũ .a. minores .4. rectis. ¶ Si aũt angulus .a. supremus in assumpta piramide pluribus angulis superficialibus quã tribus cõtineat qđ erit ꝑm multitudinẽ angulorũ sue basis: cũ igit oẽs anguli oĩum triãgulorũ ipsam piramidẽ circũdãtiũ ꝑiter accepti sint ex .32. primi tot rectis angulis equales quãtus est numerus angulorũ sue basis duplicatus: eo ꝙ tot necesse est esse triangulos piramidẽ circũdantes quot fuerint anguli sue basis. Cũq; omnes anguli sue basis sint tot rectis angulis equales quantus est numerus angulorũ suorum duplicatus: demptis inde .4. vt in .32. primi demonstratum est. Cunq; igitur omnes an-





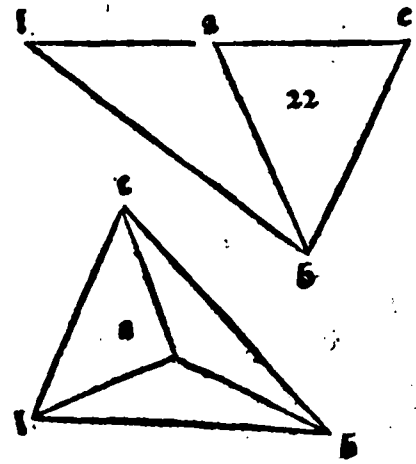


guli triangulorum piramidem circũdantium qui super latera basis ipsius piramidis consistunt pariter accepti sint maiores omnibus angulis basis pariter acceptis vt euidenter constat ex premissa totiens quot angulos basis habuerit repetita adhuc necessario sequitur ex cõmuni scientia superficiales angulos solidum angulum.a.continentes pariter acceptos esse maiores quatuor rectis: eoinquam minores quo omnes anguli trigonorũ piramidem circũdantium qui super latera basis statute piramidis consistunt excedunt omnes angulos basis pariter acceptos.

Propositio .22.

Si tres anguli superficiales quorum quiq; duo pariter accepti tertio sint maiores cũctis sibi inuicẽ equis lineis contineantur de tribus basibus angulos illos ab ipsarum linearum equalium terminis subtendentibus triangulum fabricari vel constitui possibile est.

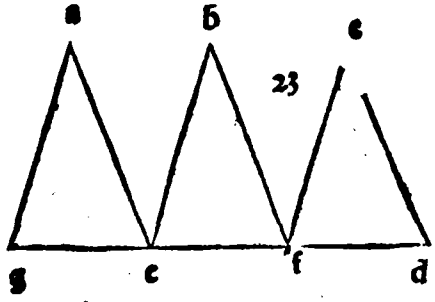
¶ Sint tres superficiales anguli.b.a.c.e.d.f.h.g.k. vt proponitur: tales videlicet vt quiq; duo eorum tertio sint maiores. ¶ Sintq; sex latera eos continentia equalia que sint.a.b.a.c.d.e.d.f.g.h.g.k.& subtendantur eis tres bases que sint.b.c.e.f.h.k. ¶ Ex his ergo tribus basibus triangulum aio constitui posse. ¶ Esto enim angulus.b.a.l. equalis angulo.d. & linea.a.l.linee.d.e. & protrahantur.l.b.l.c.eritq; ex.4.primi linea.l.b. equalis linee.e.f. Ex ypothesi vero constat totalem angulum.a. esse maiorem angulo.g.erant.n.quiq; duo ex tribus angulis.b.a.c.d. & .g. tertio maiores. Igitur ex.24.primi linea.l.c.linea.h.k.est maior. Cumq; sint ex 20.primi due linee.l.b.& .b.c.maiores linea.l.c.sequitur duas lineas.l.b.& b.c.esse multo fortius maiores linea.h.k. ¶ Quia igitur.l.b.est equalis.e. f.erunt due linee.b.c.& .e.f.maiores linea.h.k. Constat itaq; hoc modo quasq; duas lineas ex tribus lineis.b.c.e.f.h.k.esse longiores tertia. Igitur ex.22.primi cõstat verum esse quod dicitur. Hoc dũtaxat addito q; si duo anguli.b.a.& .c.d.pariter accepti sint equales duobus rectis erũt due linee l.a.& .a.c.ex.14.primi linea vnatque cum sit equalis ex ypothesi duabus lineis.g.h.& .g.k.que ex.20.primi longiores sunt linea.h.k.cumq; ex eadẽ linee due.l.b.& .b.c.sint longiores linea.l.c.sequitur vt prius.b.c.& .e.f.pariter acceptas esse longiores.h.k. At vero si duo ꝑdicti anguli sint maiores duobus rectis erũt ex.11.ꝑmi due linee.a.l.& .a.c.ideoq; & due.g.h.& .g.k. breuiores duabus que sunt.l.b.& .b.c.quare vt prius.b.c.& .e.f.pariter accepte sunt longiores linea.h.k.



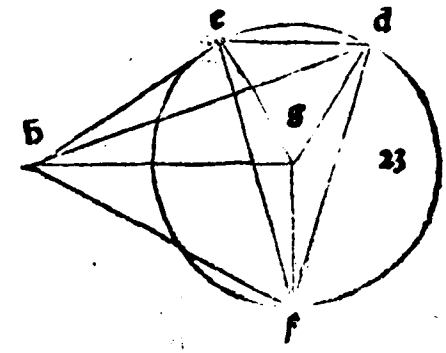
Propositio .23.

Ribus angulis superficialibus propositis quorũ quiq; duo pariter accepti tertio sint maiores oẽs aũt tres simul quatuor rectis angulis minores: ex tribus illis equalibus qualescunq; sint solidum angulum constituere.

¶ Sint propositi tres anguli superficiales qui sunt .a.b.c. de tribus illis equalibus volumus vnum solidum angulum constituere. ¶ Oportet igitur ex.20.huius vt quiq; duo eorum pariter accepti tertio sint maiores & ex.21.huius vt omnes pariter accepti quatuor rectis angulis sint minores ex ipsis itaq; sint hec posita: latera vero eos continentia cũcta ad inuicem sint equalia eisq; subtendantur tres bases & ipse sint.d.e.e.f. & .f.d.eritq; ex ꝑmissa possibile de tribus lineis his basibus equalibus triangulum constitui. ¶ Sit igitur ex eis constitutus secundum doctrinam .22. primi triangulus.d.e.f.cui sicut docuit quinta quarti circũscribatur circulus.d.e.f.supra centꝝ.g.& .protrahãtur.g.d.g.e.g.f.q; cum sint adinuicem equales ex diffinitione circuli lateraq; tres ꝑpositos angulos ambiẽtia eq̃lia ex ypothesi necesse est vt earum quelibet quolibet illorum laterum sit minor equalem autem aut maiorem esse ẽ impossibile. Si enim linea exiens a centro.g.ad circũferẽtiam circuli.d.e.f.esset equalis alicui latery



a.d.a.e.b.e.b.f.c.f.c.d.sequeretur propterea que posita sint annuente.8. primi tres angulos.a.b.c.ppositos eē equales tribus angulis d.g.e. e.g.f. f.g.d.cūq; hi tres sint equales quatuor rectis angulis vt facile patet ex.13. protracta paulisper vna linearum exientium a centro ad circūferentiam in continuum ⁊ directum essent ēt tres anguli.a.b.c.equales ēt quatuor rectis quod est contra posita. ¶ Quod si esset maior superpositis tribus tri angulis quorum sunt anguli.a.b.c.tribus triangulis diuidentibus trian gulum .d.e.f. vnoquoq; illi cum quo cōmunicat in basi ita q; bases sup ponantur basibus equales videlicet equalibus ⁊ anguli.a.b.c. cadant ad partem puncti.g.sequeretur ex.21.primi tres angulos.a.b.c.eē maiores tri bus qui sunt.d.g.e.e.g.f.f.g.d.essent itaq; maiores quatuor rectis quod ē amplius contrarium positis. ¶ Reliquitur itaq; vnum quodq; ex sex late ribus tres propositos angulos ambientibus maius esse linea egrediente a centro.g.ad circūferentiam.d.e.f.ideoq; ēt potentius. ¶ Sit igitur poten tius in linea.g.h.que sit secundum .11.huius orthogonaliter erecta super superficiem trianguli vel circuli.d.e.f.Demittanturq; tres ypothenuse.h. d.h.e.h.f.quas dico continere angulos tres superficiales equales tribus p positis constituentes angulum solidum in pūcto.h.Cum enim quadratū linee.a.d.sit equale duobus quadratis duarum linearum.d.g. ⁊ .g.h.ex ypothesi. At quadratum linee.d.h.sit eq̄le eisdem ex penultima primi ne cesse ē lineā.a.d.eē equale linee.d.h. Eodēq; mō ⁊ lineā.a.e.linee .e.h.
a igit ex.8.pmi cū bases ēt sint eq̄les erit angulus.a.eq̄lis angulo.d.h.e. Si militer quoq; erit angulus.b. equalis angulo.e.h.f. ⁊ angulus.c. equalis angulo.f.h.d.quare constat factum eē quod facere disposuimus.



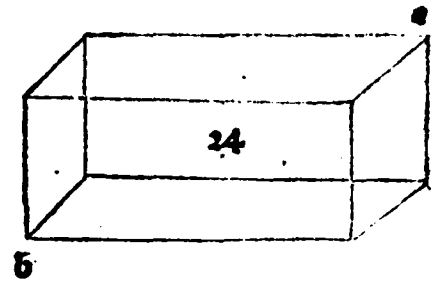
¶ Castigator.

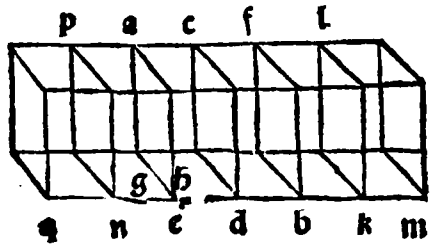
a ¶ Quia cum triangulus.d e.f.sit constitutus ex tribus lineis equalibus illis tribus basibus prosupponitur latus.e.d.huius trianguli.d.e.f.eē equa le illi basi.d.e.subtense angulo.a. Et ideo p.8.primi concludit de angulis.

Propositio .24.

Si superficiebus equidistantibus solidus continea tur eius opposite superficies sibi inuices equales sunt ⁊ equidistantium laterum.

¶ Quicquid dicant alii solidum equidistantibus super ficiebus contentum superficiebus paribus necesse est con tineri que sicut esse non possunt pauciores sex ita possunt esse in omni numero pari senarium excedēte. ¶ Constat enim columnā exagonam posse.8. superficiebus que bine ⁊ bine opposite sibi inuicem equidistant contineri: sic quoq; octogonam .10. ⁊ decagonam .12.⁊ ad istarum similitudinem in infinitum. ¶ Sed horum omnium solidorum equidistantibus superficiebus contentorum que infinita esse pronuncio solum illud dicitur paralellogramum cuius omnes superficies ipsum am bientes paralellograme sunt ⁊ istud sex supficiebus duntaxat necesse est ambiri. De tali itaq; quod sex tantum superficiebus ambitur dico debere intelligi q; hec.24.proponit. Sit igitur tale solidum corpus .a.b. cuius omnino superficies sic vt solido habitu mente comprehendas patebitq; tibi vnāquāq; earū quatuor ex reliquis secare. Cuius quatuor latera cum sint communes sectiones ipsius secantis ⁊ quatuor sectarum. Sint autem ille quatuor secte bine ⁊ bine secundum q; ad inuicem opponuntur equi distātes ex ypothesi sequitur ex.16.bis assumpta vt quatuor latera huius superficiei secantis ⁊ quatuor sectarum sint adinuicem bina ⁊ bina equi distantia. Constat itaq; secundum'. ¶ At vero ex.34. primi manifestum est omnia latera opposita istarum sex superficierum esse equalia. ¶ Erunt igitur bina latera angulum planum continentia cuiusq; earum equalia binis lateribus angulum planum in superficie sibi opposita cōtinentibus. Anguli quoq; ab illis binis ⁊ binis lateribus cōtenti eq̄les p 10. huius igit ex cōuersa penultime cōis scie in pmo libro posite necesse ē quasq; duas supficies i solido.a.b.oppositas eē sibi inuicē equales quod est ppositum.



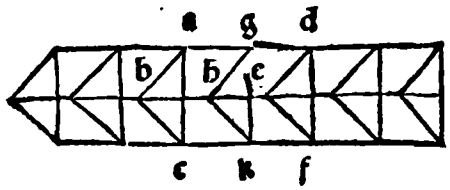


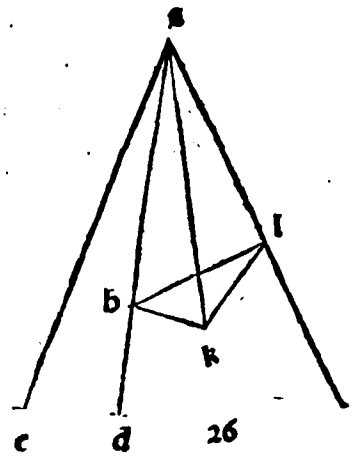
25

Propositio .25.

Si superficies quedam secet solidum paralellogramum equidistanter duabus ipsius solidi superficiebus oppositis duo partialia corpora que ad illā secantem superficiem velut ad cōmunem terminum copulantur suis basibus sunt ꝓportionalia. ¶ Sit corpus.a.b. solidum paralellogramū ⁊ secet ipm superficies.c.d. equidistanter duabus eius oppositis superficiebus que sunt a.e. ⁊ f.b. ⁊ sit superficies.g.b. basis ipsius solidi.a.b. de qua constat ꝑ premissam ꝙ ipsa sit equidistantium laterum. Et sit cōmunis sectio duarum superficierum.c.d. ⁊ g.b. linea.h.d. de qua constat per .3. huius ꝙ ipsa sit linea recta ⁊ per.16. huius ꝙ ipsa sit equidistans.g.e. ideoq; sunt due superficies.g.d. ⁊ h.b. equidistantium laterum ⁊ ipse sunt bases duorum partialium corporum in que superficies.c.d. diuidit solidum.a.b. Dico itaq; ꝙ proportio solidi.a.d. ad solidum.b.c. sicut basis.g.d. ad basim.h.b. Protrahantur enim vtrinq; quantum libuerit. quatuor linee penetrantes superficiem.c.d. super eius angulos ⁊ ipse sunt.a.f. ⁊ e.b. cum duabus reliquis sibi equidistantibus. Sumanturq; ex eis omnibus portiones ex parte puncti.b. quot libuerit que ponantur singule equales linee.b.d. ⁊ ex parte pūcti.e. alie similiter quot libuerit que ponantur equales linee.e.d. sup quas vtrinq; constituantur solida paralelograma secundum suarum longitudinem exigentium. Sintq; ex ꝑte puncti.b. solida.f.k. ⁊ l.m. ⁊ ex parte puncti.e. solida.a.n. ⁊ q.p. Eritq; ex diffinitione corporum equaliū atq; similium vnum quodq; solidorum.f.k. ⁊ l.m. equale solido.e.b. ⁊ vnū quodq;.a.n. ⁊ p.q. est equale.a.d. Fiat igitur argumentum quemadmodum in prima sexti. Est enim solidum.c.m. ita multiplex solidi.b.c. sic basis.h.m. basis.h.b. ⁊ solidum.q.c. ita multiplex solidi.a.d. sic basis q.h. basis.g.d. ⁊ si basis.h.m. est equalis basi.q.h. solidum.e.m. est equale solido.q.c. ex diffinitione corporum equalium atq; similium ⁊ si basis est minor basi ⁊ solidum est minus solido ⁊ si maior maius quod patet ex diffinitione eadem resecata maiori basi ad equalitatem minoris ⁊ descripto super eam solido paralellogramo. itaq; ex diffinitione incotinue proportionalitatis proportio solidi.a.d. ad solidum.c.b. sicut basis.g.d. ad basim.h.b. quod est propositum. ¶ Quod si superficies aliqua secet corpus seratile equidistanter duabus eius triangularibus superficiebus oppositis duo partialia corpora que ad illam secantem superficiē velut ad cōem terminum copulantur suis basibus erunt proportionalia. ¶ Sit enim.a.f. corpus seratile cuius sint due trigone superficies.a.b.c.d.e.f. Constat igitur ex diffinitione seratilis vnāquāq; trium superficierum que sunt.a.b.d.e.b.c.e.f.a.c.d.f. esse ꝑalellogramū. Secet igitur supficies.g.h.k. istud seratile equidistanter duabus eius oppositis superficiebus que sunt.a.b.c.d.e.f. dico ꝙ proportio seratilis.a.k. ad seratile.g.f. est sicut basis.a.k. ad basim g.f. quod sicut de solidis paralellogramis probatur. Protractis enim in vtrāq; partem lineis.a.d.b.e.c.f. factisq; inter eas ex parte puncti.e. seratilibus equalibus seratili.g.f. ⁊ ex parte puncti.b. aliis equalibus seratili.a.k. vtrinq; quouis numero ex diffinitione incōtinue ꝓportionalitatis. si cūcta vigili mente perlustres non erit tibi difficile cōcludere qđ diximus.

25





26

Propositio .26.

Super datum punctum date linee angulo solido proposito equalem angulum solidum ꝯstituere. ¶ Solidus angulus propositus sit.a. qui contineat tribus lineis.a.b.a.c.a.d. tres superficiales angulos ipsum solidū perficientes continentibus cui super pūctum.e. linee.e.f. proposite que ad libitū ꝓponentis iaceat: aut in sublimi consurgat iubemur equalē angulū solidū constituere qualiscūq; sit situs linee.e.f. a puncto.g. vbicūq; volueris signato producito lineā.g.e. erunt ꝙ ex scđa huius due linee.e.f. ⁊ g.e. in supficie vna. In hac itaq; superficie

super punctum.e.datum in assignata linea secundum consilium .23. primi constitue angulum eqlem angulo.b.a.c.& ipse sit.f.e.g. debinc ex linea.a.d.abscinde lineā.a.h.sicut volueris & a puncto.h.producito ppendicularem.h.k.ad superficiem in qua sunt due linee.a.b.& a.c. quod qualiter faciēdum sit.11.huius docuit. Nec sit igitur tibi cura de pūcto.k.Nihil.n. refert vtr ppendicularis.h.k.occurrat supficiei in qua sunt due linee.a.b. & a.c.inter ipsas lineas aut extra aut in earr altera ducito tñ lineam.a.k. positoq puncto.l.in linea.a.b.vbicūq volueris ptrahe lineas.k.l.& l.h.& pone angulum.f.e.m.in superficie linearr.e.f.& e.g.equalem angulo.b.a. k.& lineam.e.m.equalē linee.a.k.& ex linea.e.f.sume lineam.e.p.equalem linee.a.l.& a puncto.m.educ lineā.m.n.ppendicularem ad superficiem in qua sunt due linee.e.f.& e.g.& pone eam equalem.h.k.& protrahe lineas.e.n.n.p.& p.m.dico igitur tres lineas.e.f.e.g.e.n.continere angulum solidū in puncto.e.equalē angulo.a. pposito. Cum sint enim ex ypothesi duo latera.a.k.& k.h.trianguli.a.k.h.equalia duobus lateribus e.m.& m.n.trianguli.e.m.n.& anguli qui sunt ad.k.& ad.m. recti ex diffinitione linee perpendiculariter erecte supra superficiem. Erunt ex quarta primi due linee.a.h.& e.n.equales. Per eandem quoq erunt due linee k.l.& m.p.equales. Ideoq ēt p eandem.h.l.& n.p.equales: cum sint.h. k.& k.l.equales.m.n.& m.p.& anguli.h.k.l.& n.m.p.recti p.8.igitur primi erit angulus.n.e.p.equalis angulo.b.a.l. Similiq quoq mō probabis angulum.g.e.n.esse equalē angulo.c.a.d. Constat itaq nos effecisse quod volumus. Huic si studiosus institeris quotcūq lateribus.a. solidus angulus ppositus cōtineatur quod a te petit sine offendiculo perficere poteris.

¶ Castigator.

a ¶ Non mireris de puncto.g.si ad libitum ponatur & linea.g.e.ptrahatur hoc.n.fit vt habeatur superficies ex secunda huius in qua angulus supficialis situetur & c.etiam per primam huius si pūctus.g. directe obuiaret pūcto.e.tūc fieret linea vna q tota eēt in eodē plano siue ī eadē supficie.

Propositio .27

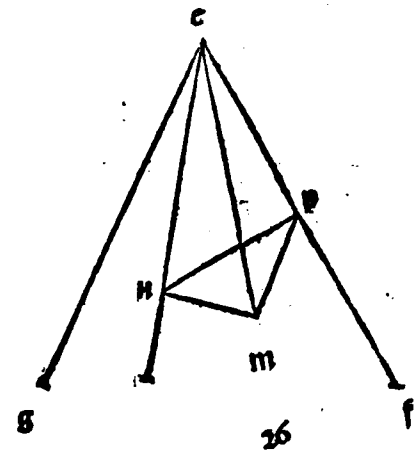
Vt per assignatam lineam dato solido equidistantium superficierum simile solidum constituere.

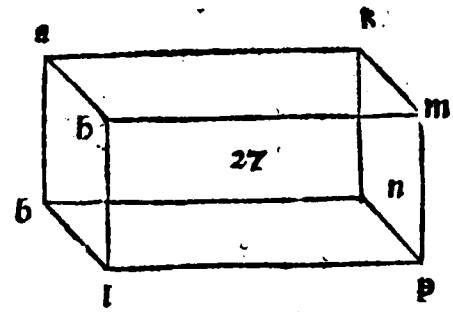
¶ Sit assignata linea.a.b.de cuius situ vtrum in plano iaceat vel sursum exurgat nihil curetur: sitq assignatum paralellogramum solidum corpus.c.d. cui super lineam a.b.iubemur simile solidum fabricare. Sint igitur tres linee continentes superficiales angulos ex quibus componitur solidus angulus.c.inscripte litteris.c.e.c.f.c.g. At secundum precepta premisse super punctum.a.linee.a.b.constituatur angulus solidus equalis.c.quem contineant tres linee.a.b.a.h.a.k.& auxilio.10.sexti sit proportio.c.e.ad.a.b. & c.f.ad.a.b.& c.g.c.ad.a.k.proportio vna. Debinc a tribus punctis.b.h. k.protrahantur sex linee.b.l.equidistans linee.a.b.& b.m.equidistans linee.a.k.iterum.b.l.equidistans linee.a.h.& b.n. equidistans linee.a.k. Rursus quoq.k.n.equidistans.a.b.& k.m.equidistans a.h. Amplius autem protrahantur.m.p.equidistans.b.l.& p.l. equidistans.b.m. protrahatur quoq & linea.p.n.eritq completum solidum paralellogramum a.p.quod dico esse simile solido.c.d.Hoc autem ex diffinitione similiū superficierum & diffinitione similium corporum si earum memineris facile concludes.

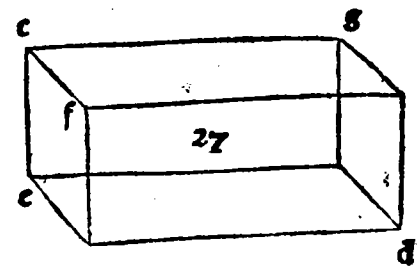
Propositio 28.

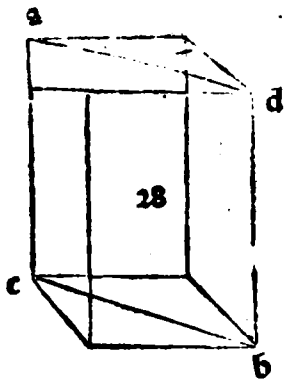
Si superficies aliqua solidum paralellogramum super duas quaslibet oppositas superficies eius terminales z super earum duas diametros secet eādem supficiē corpus illud p eqlia secare necesse est.

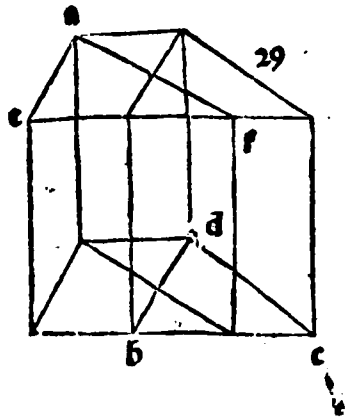
¶ Sit corpus.a.b.solidum paralellogramum de quo sit positū q supficies.a.b.c.d.secet ipsum sup diametros duarr superficierr oppositarr solidum ipm terminantiū que sunt.a.d.& c.b.dico

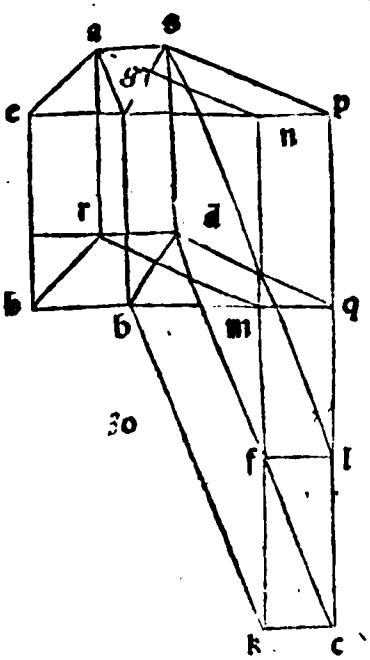












q ipsa diuidit istud solidum propositum per equalia. Cōstat enim q ipsa diuidit illud solidum in duo seratilia quorum superficies quadrilateras binas & binas adinuicem relatas secundum q ipse sunt opposita latera soli di propositi manifestum est ex.24.huius eē equales cum solidum de quo loquimur positum sit esse paralellogramum. Ex eadem quoq & .41. pmi constat trilateras superficies dictorum seratilium esse equales. ¶ Igitur a diffinitione solidorum equalium liquet quod propositum est.

¶ Castigator.

a ¶ Quia triangulus formatur sup vnum latus superficierum oppositarum & super idem formatur eadē superficices opposita. Et ideo per.41.sunt eq̄les dicti trianguli quoniam sunt medietates illarum superficierum per communem scientiam.7.in primo libro.

Propositio. .29.

Uncta solida equidistantium superficierum eque alta atq; in eadem basi super vnam lineam constituta probantur esse equalia.

¶ Verum est q solida equidistātium laterum eque alta siue inter superficies eqdistantes super vnam & eandem basim constituta sunt adinuicē eq̄lia sicut de supficiebus eqdistantium laterum sup vnam basim & inter lineas equidistantes constitutis vt in.35.primi demonstratum est. Sed talium solidorum quedam dicuntur constitui super lineam vnam & sunt illa quorum suppremarum supficierum duo opposita latera sunt sm rectitudinem protracta linea vna: & de talibus hec.29.proponit demonstrandum ipsa omnia esse equalia ad inuicem. Sunt aūt eorum alia que non dicuntur constituta sup lineam vnam & sunt illa quorum suppremarum supficierum duo latera opposita quecūq; sumantur sm rectitudinem ptracta nō sunt linea vna & de talibus sequēs demonstrandum pponet ipsa quoq; oia esse adinuicem equalia. ¶ Sint itaq; duo solida paralellograma eque alta siue inter superficies eqdistantes.a.b.&.a.c.constituta super vnam basim que sit.a.d.quorum suppreme superficies sint.e.b.& .f.c. Sintq; harum suppremarum supficierum duo latera opposita cum secundum rectitudinem protrahantur linea vna & ipsa sint.e.f.&.b.c.dico itaq; q solida.a.b.&.a.c.sunt equalia: hoc aūt si figuram eius secundum q oportet actu vel cogitatione fabricaueris & quemadmodū in.35.primi b processeris idem faciens hic de seratelibus quod ibi de triangulis facile concludere poteris occurruntq; tibi hic eedem diuersitates in solidis que ibi in superficiebus occurrisse nouisti. b

¶ Castigator.

b ¶ Quoniam seratilia hic in que resoluūtur ista duo solida paralellograma sunt omnia adinuicem equalia per diffi.corporum equalium atq; similium & tunc per cōem scientiam quorum dimidia sunt equalia tota quoq; equalia esse, quia illa seratilia semper sunt dimidia illorum paralellogramorum. Ideo & cetera.

Propositio .30.

Uncta solida equidistantium superficierum eque alta que in eadem basi non autem super lineam vnam fuerint constituta probantur esse equalia.

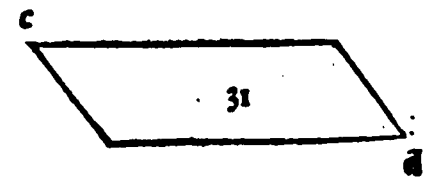
¶ Sint nunc duo solida paralellograma eque alta siue inter superficies equidistantes sintq; super vnam & eandem basim sed non super lineam vnam constituta: dico iterum ea eē equalia. ¶ Esto enim duo solida palelograma.a.b. & .a.c.eque alta siue inter superficies equidistantes constituta super vnam basim que sit.a.d.sed nō sup vnā lineā: sintq; eorum suppreme supficies .e.b.&.f.c. quarum opposita latera sm rectitudinē ptracta non erūt linea vna. Cūq; ipsa ex ypothesi sint in vna supficie eo q solida pposita sunt inter superficies equidistantes: necesse est vt duo latera vnius earum ptracta secundum rectitudinem secent duo alterius earum ptracta sm rectitudinē: ptrahātur itaq; duo

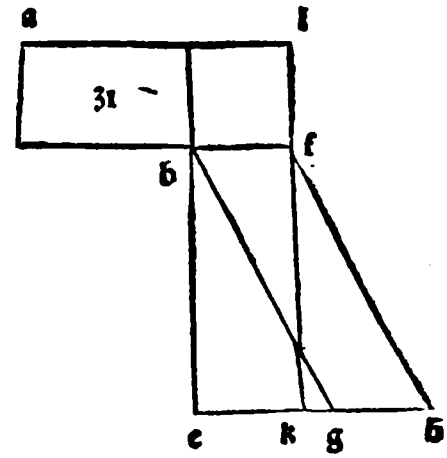
opposita latera superficiei.e.b.que sunt.e.g.⁊.b.b.⁊ duo opposita supficiei f.c.que sunt .k.f.⁊.c.l.⁊ secent se super quatuor puncta.m.n.p.q. eritq; sup ficies.m.n.p.q.equidistantiū laterū equalis vnicuiq; trium superficierum quarū vna est basis ꝓpositis solidis cōis ⁊ ipsa ē.a.d.⁊ due relique sunt sup preme supficies eorūdē solidorū ⁊ ipse sunt.e.b.⁊.c.f. ductis itaq; lineis a quatuor punctis.m.n.p.q.ad quatuor angulos basis.a.d.sibi ꝓm directā habitudinē relatos que sunt.n.a.m.r.p.s.q.d.ꝑfectū erit solidū ꝑallellogra mum.a.q.in eadē basi cū vtroq; duorū prioru ⁊ eque altū ⁊ sup linea vnā cū vtroq; ipsorū: ꝑ premissam igit vtrūlibet duorū solidorū ꝓpositorū que sunt.a.b.⁊.a.c. est equale solido.a.q. ꝑ conceptionē ergo ē solidū.a.b. eqle solido.a.c.q̄re constat ꝓpositum. ¶ Potes quoq; cōuersas huius ⁊ ꝑ misse ꝓbare si libet ducendo ad ipossibile. Pones.n. quelibet duo solida ꝑallellogama eē eqlia ⁊ cōstituta sup eandē basim eqdistantia ⁊ demōstra bis ea eē eque alta. Erūtq; hee ⁊ premissa tue demonstrationis mediū im possibile aūt ad qd duces erit: ꝓtem suo toti eē eqlem: qd euidenter pate bit si de illo solido qd altius eē mentit aduersarius cū tn ambo posita sunt equalia ⁊ sup eandē basim cōstituta vnū solidū ꝑallellogramū eque altū demissiori abscideris: hoc aūt abscisum equale eē demissiori cōuinces ex hac ⁊ premissa.ideoq; ⁊ toti illi a quo ipsum abscinderis ex cōi scientia.

Propositio .31.

Solida eqdistantiū superficierū in basibus equis cō stituta si fuerit eque alta lineeq; eorū angulares su pra bases orthogonaliter steterint erunt equalia.

¶ Et hoc quoq; verū ē q; oia solida ꝑallellogramma i equis basibusatq; inter superficies eqdistantes siue eque alta cōsti tuta sunt adinuicē eqlia sicut de supficiebus eqdistantium laterū super equales bases ⁊ inter lineas eqdistantes cōstitutis in .36. primi probatum est. At taliū solidorū alia sunt quorū angulares linee super suas bases orthogonaliter erigunt de qbus hec.31.ꝓponit demonstrādum ea eē equalia. Alia vero sunt quorum angulares linee super suas bases nō sunt orthogonaliter erecte de qbus sequēs demonstrandū ꝓponit ea eē equa lia. Intelligant itaq; super duas bases.a.b.⁊.c.d.que sunt equales ⁊ eqdistā tium laterū nō tn vnius creatiōis.sed sit.a.b.tetragonus longus.⁊.c.d.simi le helmuaym duo solida eqdistantium laterū cōstituta eque alta sintq; li nee erecte sup angulos ꝓpositarū basium perpēdiculares ad ipsas dico hec duo solida adinuicē eē equalia. Protrahant itaq; duo latera basis .a.b.⁊ sint illa que cōtinent angulū.b.vsq; ad.f.⁊.e.⁊ fiat angulus.f.b.g.equalis angulo.c.basis.c.d.⁊ sumant due linee.b.f.⁊.b.g.equales duobus lateri bus basis.c.d.q̄ cōtinent angulū.c.⁊ perficiat superficies eqdistantium la terū.b.h.que erit equalis ⁊ similis basi.c.d.Deinc ꝓtrahatur.h.e.equidi stans.b.f.⁊.f.k.equidistans.b.e.eritq; quadrilatera superficies.b.k.equidi stantium laterū equalis.b.h.ex.35.primi: cūq; .b.h.sit equalis .c.d.erit per cōceptionem.b.k.equalis.a.b. Compleatur itaq; superficies equidistantiū laterū.b.l.ꝓtracta linea.k.f.quousq; cōcurrat cū vno ex lateribus cōtinēti bus angulum.a.in puncto.l. Age ergo vt super tres superficies equidistan tium laterū que sunt.b.h.b.k.b.l.cōstituantur eque alta solida solido con stituto super basim.a.b.sintq; linee oium solidorū istorū erecte super bases perpendiculares ad ipsas ⁊ appellentur bases ⁊ solida super eas constituta eisdem nominibus. ¶ Manifestum est ergo ex diffinitione solidorum equalium atq; similium q; duo solida.b.h.⁊.c.d.equalia atq; similia sunt ¶ De solidis autem .b.h.⁊.b.k.constat ex .29. q; ipsa sunt equalia: sunt. enim eque alta ⁊ constituta super vnam ⁊ eandem basim ⁊ ipsa est super ficies erecta super lineam.b.f.⁊ super lineam vnam: est autem per.25.pro portio solidi.a.b.ad solidum.b.l.sicut basis.a.b.ad basim.b.l.⁊ ꝑ eandē solidi.b.k.ad solidum.b.l.sicut basis.b.k.ad basim.b.l. cunq; sit vtriusq; duarum basium.a.b.⁊.b.k. ad basim.b.l. vna proportio: ex prima parte.7.quinti erit vtriusq; duorum solidorum.a.b.⁊.b.k. ad





solidum.b.l.proportio vna igitur ex prima parte none quinti erunt duo solida.a.b.⁊.b.k.equalia:at quia solidum.b.k.est equale solido.b.h. solidumq.b.h.solido.c.d.sequitur ex communi scientia solidum.a.b.esse eq̃le solido.c.d.quod est propositum.

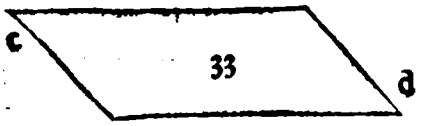
¶ Castigator.

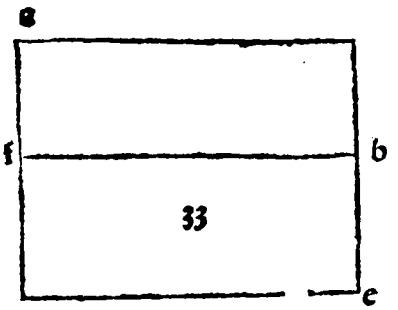
a ¶ Quia imaginatur super totam basim.a.f. vel.e.l.paralellogramũ solidum constitutum ⁊ superficies erecta super lineam.b.f. equidistanter basibus oppositis ipsum secare.

Propositio .32.

Si solida equidistantium superificierum in equis basibus constituta eque alta fuerint linee autem angulares supra bases orthogonaliter non steterit ipsa esse equalia necesse est.

¶ Fabricatis duobus corporibus vt proponitur videlicet que sint equidistãtium terminorum ⁊ eque alta ⁊ sup bases equas non autem super bases suas perpendiculariter erecta sed ambo super eas inclinata. Si autem a quatuor angulis suppremarum superficierum ipsorum ad bases suas perpendiculares ducantur que ex.6.erunt singulares equidistantes ⁊ etiam ex ypothesi singule singulis equales ipse enim solidorum propositorum altitudinem diffiniunt: ⁊ si inter eas solida eq̃distantium laterum perficiantur constabit ex premissa hec duo solida vltimo constituta esse ad inuicem equalia. Cunq; duorum priorum ⁊ duorum posteriorum sint eedem bases videlicet eorum superficies suppremet constat ex.29.vel.30.⁊ hac communi scentia: quecũq; equalibus sunt equalia sibi inuicem sunt equalia verum esse quod propositum est. ¶ Ex his potes conuersas huius ⁊ premisse eisdem mediantibus indirecte demostrare si libet eodem modo ⁊ ad idem incoueniens sicut in conuersis duarum istas antecedentium deducendo. Pones enim duo solida paralellograma esse equalia ⁊ super equales bases ⁊ conuinces ea esse eque alta vel pones ea esse eque alta ⁊ equalia ⁊ conuinces ea sup bases eq̃les.





Propositio .33.

Omnia solida equidistantiũ superficiem eque alta suis basibus sunt proportionalia.

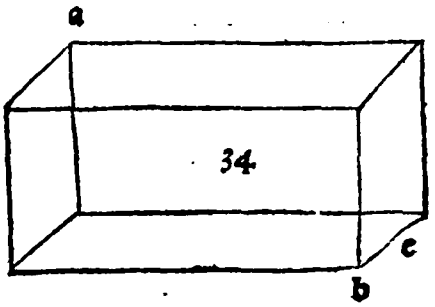
¶ Sint duo solida equidistantium superficierum eque alta constituta super duas bases.a.b.⁊.c.d.dico q̃ proportio illorum duorum solidorum vnius ad alterum est sicut proportio suarum basium que sunt.a.b.⁊.c.d. vnius ad alteram. Constat quidem ex.24. vtranq; harum duarum basium esse equidistantium laterum. ¶ Duo igitur latera opposita ⁊ equidistantia in superficie.a.b.protrahantur ⁊ inter ea fiat superficies equidistantium laterum que sit.f.e.equalis.c.d. Dehinc supra superficiem.f.e.compleatur solidum paralellogramum eque altum ei quod constitutum est super basim a.b.sitq; amborum communis terminus illa superficies que exurgit super lineam.b.f.hec autem solida ⁊ sue bases eisdem nũcupentur nominibus. ¶ Quia igitur basis.f.e.est equalis basi.c.d.erit ex.31.vel.32.solidum.f.e. equale solido.c.d. At quia totale solidum.a.e.secat superficies exurgens super lineam.b.f.equidistanter duobus lateribus oppositis: erit ex.25.proportio solidi.f.e.ad solidum.a.b.sicut basis.f.e.ad basim.a.b. Cunq; sint c.d.⁊.f.e.tam bases q̃ solida equalia: bases quidem ex ypothesi: solida aũt ex.31.vel.32. Sequit ex.7.quinti bis assumpta semel p̃ basibus ⁊ semel p̃ solidis q̃ solidorũ.a.b.⁊.c.d.basiũq;.a.b.⁊.c.d.sit p̃portio vna q̃d demõstrare voluimus. ¶ Huius quoq; cõuersam eadẽ ipsa mediãte demõstrare quẽadmodũ cõuersas precedentiũ nõ ẽ difficile.pones enim duo solida para-

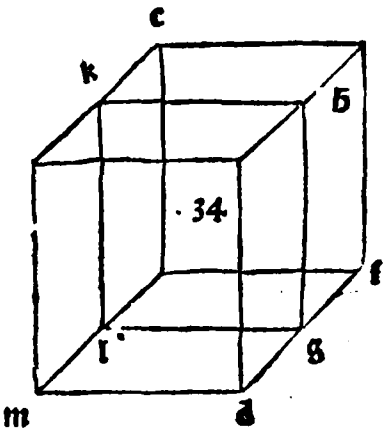
lellograma esse suis basibus ꝓportionalia ꝗ conuinces ea eē eque alta abscisoq; ab eo ꝙ altius mentiet aduersarius vno solido ꝑalellogramo eque alto demissiori erunt abscisum ꝗ dimissus suis basibus proportionalia ex ypothesi ꝗ ex hac.33.cunq; ēt eēnt totale altius a quo partiale abscidisti ꝗ ipsum demissius eisdē basibus ꝓportionalia ex ypothesi seqtur ex prima ꝑte.9.q̄nti totale ꝙ aduersarius dicit altius ꝗ ꝑtiale qđ ab eo abscidisti esse equalia.

Propositio .34.

Si duo solida equidistātium superficierum lineis altitudinum super bases orthogonaliter erectis fuerint equalia eorum bases eorūdem altitudinibus mutuas eē. Si vero fuerint due bases suis altitudinibus mutue ipsa solida sibi inuicē equalia esse necesse est.

¶ Quocunq; sunt duo solida eqdistantium suꝑficieꝝ equalia eorum bases ꝗ altitudines necesse est eē mutekesias ꝗ econuerso quemadmodum de superficiebus equidistantium lateꝝ equiangulis.13. sexti proposuit. At tamen hac.34.istud demonstrandū ꝓponitur de illis solidis paralelogramis in quibus linee altitudinum suis basibus paralellogramis orthogonaliter insistunt. Ea vero que sequitur proponit idem de ceteris. Sint ergo nunc duo solida ꝑalellograma.a.b.ꝗ.c.d.equalia quorum bases sint.a.e.ꝗ.c.f.lineeq; altitudinū ipsoꝝ sint super has bases orthogonaliter erecte ꝗ sit altitudo solidi.a.b.linea.e.b.ꝗ solidi.c.d.linea.f.d.si igitur fuerint due line.e.b.ꝗ.f.d.determinantes ipsoꝝ solidoꝝ altitudines equales adinuicē cum ipsa quoq; solida sint ex ypothesi equalia. erunt ex conuersa.31. bases eoꝝ que sunt.a.e.ꝗ.c.f. equales. ideoq; bases ꝗ altitudines erunt mutue: sicq; constabit propositi prima pars.ꝗ econuerso constabit secunda vt si altitudines ꝗ bases sint mutue: ponantur altitudines equales erunt quoq; bases equales.ideoq; per.31.ꝗ solida equalia ꝗ sic cōstat secunda pars. At ꝟo si linee.e.b.ꝗ.f.d.non fuerint equales sit.f.d.maior ꝗ ex ea resecetur.f.g. ad equalitatem.e.b.tribusq; ceteris lineis que sunt altitudines solidi.c.d. ad eandem mensuram in punctis.h.k.l.resecatis perficiatur solidum paralellogramum.c.g.eque altū solido.a.b.eritq; ex premissa.a.b.ad.c.g.sicut a.e.ad.c.f. Cum itaq;.c.d.sit equale.a.b.erit ex prima parte.7. quinti.c.d.ad.c.g.sicut.a.e.ad.c.f.per premissam aūt ē proporrio.c.d.ad.c.g. sicut m.f.ad.f.l.qđ patet si vna ex lateralibus suꝑficiebus solidi.c d.ꝗ ipsa sit.f.m.intelligat basis ipsius. At ꝑ primā sexti.f.m.ad.f.l.sicut.d.f.ad.f.g.iōq; ꝑ.7.q̄nti.sicut.d f.ad.b.e. Igit.a.e.ad.c.f.sicut.d f.ad.b.e.cōstat itaq; pria ꝑs. Scđam ꝑtem cū sit cōuersa prie cōuerso mō ꝓbabis: sit.n.eadē dispositione manēte ꝓportio.a.e.ad.c.f.sicut.d.f.ad.e.b.dico tūc solida.a.b.ꝗ.c.d.eē eq̄lia: erit.n.ex.7.q̄nti.d.f.ad.f.g.sicut.a.e.ad.c.f.sed ex premissa est a.b.ad.c.g.sicut.a.e.ad.c.f.igit ē.a.b.ad.c.g.sicut.d.f.ad.f.g. ex prima āt sexti ē.d.f.ad.f.g.sicut.m.f.ad.f.l.ꝗ ex ꝑmissa.c.d.ad.c.g.sicut.m.f.ad.f.l.itaq;.c.d.ad.c.g. sicut.a.b.ad.c.g.igitur ex.9.5.a.b.ꝗ.c.d.sunt equalia: quod est ꝓpositum.





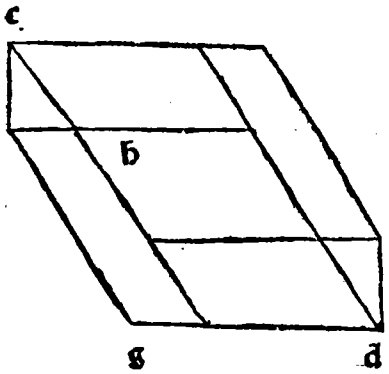
Propositio .35.

Si duo solida equidistantium terminorum fuerint equalia eorum bases eorūdem altitudinibus erūt mutue. Si vero bases sue altitudinibus suis mutue fuerit quelibet duo corpora equidistantium superficierum probantur esse equalia.

¶ Quod ꝑmissa ꝓposuit de solidis ꝑalellogramis quoꝝ linee altitudinū suꝑ bases suas orthogonaliter exurgunt.hec.35.ꝓponit indistincte de omnibus. Demonstrare aūt cōuenit hanc ex premissa quēadmodum demonstrauimus.32.ꝗ.33. Fabricatis enim duobus solidis eqdistantium laterum quibuscunq; si linee altitudinum suis basibus orthogonaliter insistunt: cōstat veꝝ esse quod dr̄ ex premissa. ꝟ Sinaūt a quatuor angularibus punctis suppremaꝝ suꝑficieꝝ in vtroq; solido quaterne

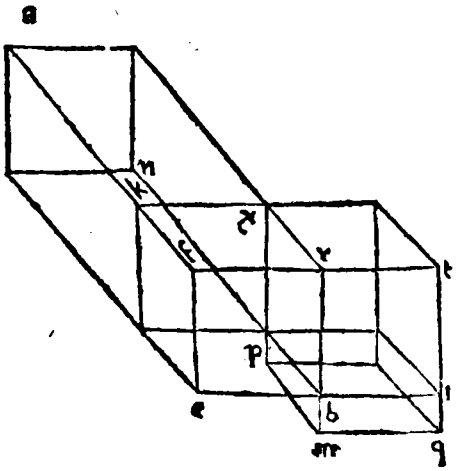
linee demittantur perpendiculariter ad bases vel a punctis angularibus infimarum superficierum quaterne erigantur: inter quas duo solida parallellograma perficiãtur eque alta solidis prioribus. eruntq; ex.29.ꝛ.30. hec duo solida duobus prioribus solidis equalia. cum igitur horum ꝛ eorum sint eedem bases ꝛ eedem altitudines: sit aũt ex premissa de posterioribus verum quod hec .35. proponit verum erit idem etiam de prioribus.

Propositio .36.



Si duo solida equidistantium superficierum fuerint similia proportio erit vtriusq; ad alterum tãq; cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius proportio triplicata.

¶ Sint enim duo solida.a.b.ꝛ.c.d. paralellograma ꝛ similia: dico ꝙ ꝓportio vnius eoꝝ ad alteꝝ est sicut vnius lateris eius ad vnum latus alterius quod sibi refertur proportio triplicata quemadmodum duarum superficierum similium proportio est sicut suorum relatiuorum laterum proportio duplicata vt in.18. sexti demonstratum est. ¶ Nam si solida.a.b.ꝛ.c.d. fuerint equalia cum ipsa ponantur similia erunt ex diffinitionibus similium corporum ꝛ similium superficierum cuncta latera vnius equalia suis relatiuis lateribus alterius ideoq; cum duarum quantitatum equalium proportio triplicata aut quotienslibet sumpta non efficiat nisi equalitatis proportionem: constat in hoc casu verum esse quo proponitur. ¶ Si autem inequalia: sit.a.b. maius cuius longitudo sit.b.e. latitudo.e.f. altitudo.f.a. basis.e.r.ꝛ supprema supficies.a.n. Solidi vero.c.d. sit longitudo.d.g. latitudo.g.h. altitudo.h.c. constat itaq; ex diffinitione similium corporum ꝛ ex diffinitione similium supficierum ꝛ presenti ypothesi ꝙ proportio.a.f.ad.c.h.ꝛ.f.e.ad.h.g.ꝛ.e.b.ad.g.d. sit ꝓportio vna. Sumatur igitur ex linea.a.f. quam manifestum est esse maiorem.c.h. linea.f.k. equalis.h.c. cetereq; tres determinãtes altitudinem solidi.a.b. resecentur ad equalitatem eius ꝛ inter eas compleatur solidum paralellogramum.k.b. eque altum solido.c.d. ꝛ protrahantur due linee basis.e.b. vsq; ad.l.ꝛ.r.b. vsq; ad.m. sitq; .b.l. equalis.g.d.ꝛ b.m. equalis.h.g.ꝛ perficiatur superficies equidistantium laterum.m.l. que erit equalis ꝛ similis.h.d. Super eam igitur erigatur solidũ paralellogramum.p.q. secundum altitudinem prescisam ex altitudine solidi.a.b. eritq; .p.q. equale ꝛ simile solido.c.d. rursusq; inter lineas.r.b.ꝛ.b.l. perficiatur superficies equidistantium laterum.b.t. super quam quoq; erigatur solidum paralellogramum.x.l. eque altum vtriq; duorum solidorum.k.b.ꝛ.p.q. replendo alterutrum duorum angulorum entium inter ea. ¶ Cum autem duo solida.a.b.p.q. sint similia eo ꝙ ambo posita sint similia solido.c.d. corpora vero vni ꝛ eidem corpori similia inter se sunt similia vt patet ex diffinitione similium corporum ꝛ.20. sexti. Manifestum est ex.25. ter assumpta ꝙ inter duo solida.a.b.ꝛ.p.q. secundum continuã proportionalitatem cadunt duo solida.k.b.ꝛ.x.l. opportune ergo constituta vel constructa figura: ypothesibusq; memorie firme commendatis ex prima sexti facile concludes propositum. ¶ Excute torporem ꝛ diligẽter attende sciesq; ex.25. huius proportionem solidi.a.b. ad solidum.k.b. esse sicut superficiei.a.r. ad superficiẽ.k.r. ideoq; ex prima sexti sicut linee a.f. ad lineam.k.f. Et proportionem solidi.k.b. ad solidum.x.l. sicut superficiei.k.r. ad superficiem.x.t. ideoq; sicut linee.f.r. ad lineam.r.t. Et ꝓportionem solidi.x.l. ad solidum.p.q. sicut superficiei.r.l. ad superficiem l.m. ideoq; sicut linee.r.b. ad lineam.b.m. ¶ Ex ypothesi vero liquet ꝙ proportio linee.f.r. ad lineam.r.t.ꝛ linee.r.b. ad lineam.b.m. est sicut linee.a.f. ad lineam k.f. itaq; ex diffinitione proportionis triplicate posita in prohemio quinti: constat ꝙ proportio solidi.a.b. ad solidum.p.q. ideoq; etiam ad solidum.c.d. est sicut linee.a.f. ad lineam.k.f. triplicata ꝛ quia linea.k.f. posita est equalis linee.c.h. patet verum esse quod dicitur.



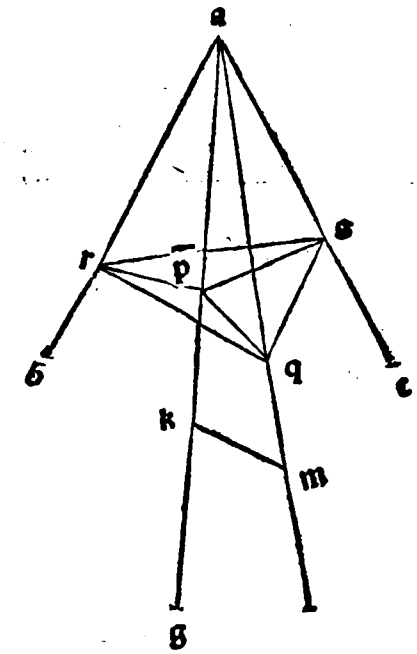
¶ Scire autem opportet ꝙ quicquid per hanc.36.ꝛ per.7. eam continue

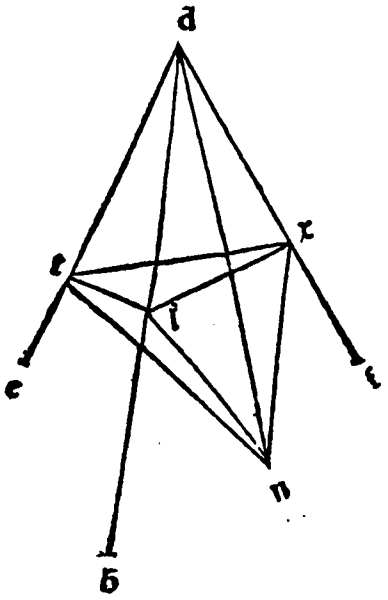
precedentes demonstratum est de solidis paralellogramis, idem quoq; verum est de seratilibus quorum bases communiter sunt trigone aut communiter tetragone. hoc autem ex.28. & hac.36. & .7. eam continue precedẽtibus constabit ingenioso inspectori. ¶ Si enim fuerint seratilia quelibet eque alta super eãdem basim vel super bases equales cõiter tamen trigonas aut communiter tetragonas cum ipsa sint dimidia solidorum paralellogramorum suarum altitudinum ex.28. ipse erunt equalia ex.29. & tribus eam sequentibus: ex his enim constat solida paralellorama ipsis seratilibus dupla esse equalia. ¶ Similiter quoq; si fuerint duo seratilia super bases communiter trigonas aut communiter tetragonas eque alta ipsa erunt suis basibus proportionalia quẽadmodum de solidis paralellogramis ex.33. habetur ipsa enim sunt ex.28. dimidia solidorum paralellogramorũ sue altitudinis: solidorum autem paralellogramorum sue altitudinis eorũq; basium est vna proportio ex.33. cum itaq; sit solidorum paralellogramorũ ꝓportio sicut seratilium quia sicut simplum ad simplum, sic duplum ad duplum ex.15. quinti atq; basium solidorum paralellogramorum est proportio sicut basium seratilium, aut enim eedem erunt bases seratilium & solidorum paralellogramorum: & hoc quidem erit cum bases seratilium fuerint tetragone tunc enim ex seratilibus super easdem bases erunt solida paralellograma complenda. Aut bases seratilium erunt subduple ad bases solidoꝝ palellogramoꝝ: & hoc qdẽ erit cũ bases seratilium fuerint cõiter trigone: tũc.n. erũt ex seratilibus solida palellograma complenda adiunctis ad bases seratilium superficiebus trigonis vt fiant bases seratilium cum trigonis adiunctis superficiebus: superficies equidistantium laterum sequitur vt sit proportio seratilium sicut suaꝝ basium. ¶ Eodẽq; modo si seratilia fuerint equalia fuerintq; communiter super bases trigonas vel communiter super bases tetragonas: bases eorum altitudinibus ipsorum mutue erunt. Quod si bases eorum suis altitudinibus fuerint mutue ipsa seratilia erunt equalia quemadmodum de solidis paralellogramis.34. & .35. proponunt. Hoc autẽ facile patet ex his que dicta sunt in.35. Si vero seratilia fuerint ad inuicem similia: erit ꝓportio vnius ad alterum. sicut proportio lateris vnius ad suum reliquum latus alterius triplicata quemadmodum de solidis paralellogramis.36. proponit quod ex eadem.36. facile tibi patebit ex illis seratilibus similibus solidis paralellogramis completis. solida ipsa probaueris esse similia: quod ex diffinitione similium corporum & similium supficierum & ex hoc q̃ seratilia ponuntur adinuicem similia ex.34. primi leue est negociari.

Propositio. .37.

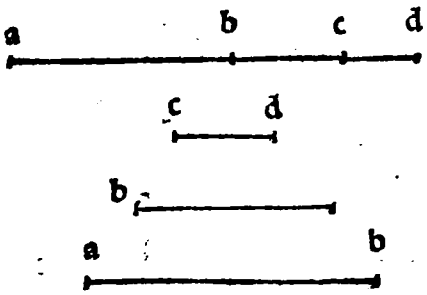
Si fuerit duo anguli plani equales super quos due ypothemise in aere statuantur cum lateribus angulorum subiacentium singulos singulis equos angulos cõtinentes atq; in illis ypothemisis duo puncta signentur a quibus punctis due perpendiculares ad superficies angulorum propositorũ demittantur a punctis autem super que perpendiculares ceciderint ad eosdem duos angulos planos due recte linee ducantur duo anguli qui ab illis duabus lineis atq; duabus ypothemisis continentur equi sibi inuicem esse probantur.

¶ Sint duo anguli plani .a. & .d. eq̃les contenti lineis .a.b. & .a.c. & .d.e. & .d.f. & super eos erigantur due linee ypothesimaliter .a.g. & .d.h. sitq; angulus .g.a.c. equalis angulo .h.d.f. & angulus .g.a.b. equalis angulo .h.d.e. atq; in duabus ypothemisis .a.g. & .d.h. signentur quomodolibet duo puncta .k. & .l. a quibus secundum precepta .11. huius demittantur ad superficies angulorum .a. & .d. due perpendiculares que sint .k.m. & .l.n. & protrahantur due linee .a.m. & .d.n. ¶ Dico igitur angulum .g.a.m. esse equalem angulo .h.d.n. Si linea .a.k. est equalis .d.l. bene quidem. Si autem ex linea .a.g. sumatur .a.p. equalis .d.l. at a puncto .p. demittatur linea p-

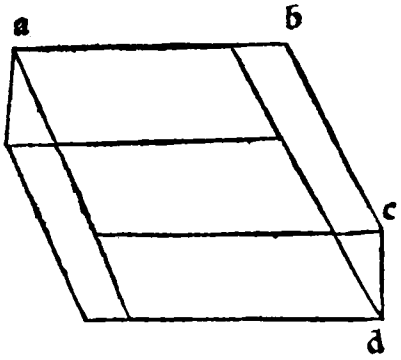




pendicularis ad superficiem anguli.a.que sit.p.q.manifestum est igitur q punctum.q.est in linea.a.m. quod ex.6. huius & diffinitione linearum equidistantium quas necesse est esse in superficie vna facile constat studiose intuenti. De hinc:a puncto.q ducãtur perpendiculares due vna ad lineam.a.b.que sit.q.r.& alia ad lineam.a.c.que sit.q.s.similiter quoq; a puncto.n.ducantur due alie perpẽdiculares vna ad lineam .d.e.que sit.n.t.& alia ad lineam.d.f.que sit.n.x.& protrahantur.r.s.&.t.x.iterũq; a punctis p.&.l.demittantur ypothemise.p.q.p.r.p.s.&.l.n.l.t.l.x. His itaq; positis figuraq; prudenter dispósita demonstrationem propositi sic collige. Constat ex penultima primi q quadratum linee.a.p.est equale quadratis duarum linearum.a.q.&.p.q.ac ex eadem q quadratum.a.q.est equale quadratis duarum linearum.a.s.&.s.q.itaq; quadratum.a.p.ẽ equale quadratis trium linearum.a.s.s.q.&.q.p. Sed ex eadem quadratum.s.p.est equale quadratis duarum linearum.s.q.&.p.q.ergo quadratum.a.p. est equale quadratis duarum linearum.a.s.&.s.p.ideoq; ex vltima primi angulus.a.s.p.est rectus:similiq; modo probabis vnũquẽq; trium angulorum d.x.l.a.r.p.d.t.l.esse rectum. ¶ Cum igitur ex ypothesi sit angulus .s.a.p. equalis angulo.x.d.l.linea.a.p.linee.d.l.erit ex.26.primi linea .d.x.eq̃lis.a.s.&.x.l.equalis.s.p. Eodem quoq; modo cum ex ypothesi sit angulus.r.a.p.equalis angulo.e.d.l.erit ex eadem linea.a.r.equalis.d.t.&.r.p. equalis.t.l.quare per quartam primi linea.r.s.erit equalis linee.t.x.& angulus .a.r.s. equalis angulo.d.t.x. & angulus .a.s.r. angulo . d.x.t. est enim ex ypothesi angulus.a.equalis angulo .d. a conceptione igitur erit angulus.s.r.q.equalis angulo.x.t.n.& angulus.r.s.q.angulo.t.x.n. Sunt enim residui duoꝝ rectorum demptis equalibus. Necesse ẽ itaq; ex.26.primi vt linea.r.q.sit equalis .t.n. & .q.s. equalis.n.x. Cunq; ex penultima primi quadratum linee .r.p. sit equale quadratis duarum linearum.r.q. &.q.p.& quadratum linee.t.l.equale quadratis duarum linearum .t.n. & l.n.sunt autem due linee.r.p.&.t.l.equales:due quoq; que sunt.r.q.&.t.n. equales:sequitur ex communi scientia duas que sunt.p.q.&.l.n.esse equales. ¶ Eodem modo cum quadratum linee.a.p. sit equale quadratis duarum linearum que sunt .a.q.&.q.p.similiter quadratum linee.d.l.quadratis duarum linearum que sunt.d.n.&.n.l.sit autem.a.p.equalis.d.l. &.p.q.equalis.l.n.sequitur ex communi scientia.a.q.esse equalem.d.n.ex.8. igitur primi concludo propositum. Videlicet angulum.p.a.m. esse equalem angulo.l.n.d.



Propositio .38.



Solidum tribus lineis proportionalibus contentum equum erit solido quod a medie linee equis lateribus continetur. si anguli sui amborum sibi invicem equales fuerint.

¶ De solidis paralellogramis intelligatur:de his enim qualiacunq; sint dũtamen equiangula verum est q contẽtum a tribus lineis proportionalibus equale est ei quod a media earum continentur quemadmodum de superficiebus rectangulis probatum est in . 16 . sexti & de non rectangulis elicitur euidenter ex secunda parte . 13 . eiusdem . Sint igitur tres linee . a . b . b . c . & . c . d . continue proportionales fiatq; ex eis vnus angulus solidus ad libitum & perficiatur solidum equidistantium laterum cuius linea.a.b.sit longitudo.b.c.vero altitudo.sed.c.d.latitudo & ipsum solidum dicatur.a . d . sumpta quoq; alia linea quelibet equali.b.c.que etiam vocetur.b.c. super ipsius extremitatẽ que est.b.constituatur angulus solidus equalis angulo solido a.secundum quod docet.26.lineeq; cetere solidum angulum.b. continentes resecentur ad equalitatem linee.b.c.& perficiatur solidum equidistantium superficierum cuius longitudo latitudo & altitudo sit linea .b.c. & ipsum appelletur .b.c. ¶ Dico itaq; duo solida .a.d. & .b.c. esse equalia

¶ Manifestum est enim q̃ cuncte superficies vnius sunt equiangule suis relatiuis superficiebus alterius quod ex .34. primi patere potest. nam cum solidus angulus .b. ponatur equalis solido angulo .a. necesse est vt vnus angulus vniuscuiusq; superficiei solidi .a.d. sit equalis vni angulo sue relatiue superficiei in solido .b.c. itaq; per .34. primi eorum oppositi erunt equales. At quia vniuscuiusq; superficiei quadrilatere omnes anguli sunt equales quatuor rectis ex .32. primi : necesse est duos reliquos vnius esse equales duobus reliquis sue relatiue. cunq; ipsi duo reliqui in qualibet sint etiam ad inuicem equales conuincitur necesario vt vnãqueq; ex superficiebus solidi .a.d. sit equiangula sue relatiue in solido .b.c quare ex secunda parte .13. sexti bases duorum solidorum propositorum erunt equales. Sunt enim equiangule & laterum mutuorum. Si itaq; linee altitudinum super bases ipsorum orthogonaliter insistunt constat ex .31. ipsa esse equalia. cum enim hee linee sint equales & ipse determinent altitudinem solidorum erunt solida eque alta. At si linee altitudinum ipsorum non insistunt suis basibus orthogonaliter ab ipsarum summitatibus ad bases perpendicularibus demissis erunt ex premissa hee perpendiculares adinuicem equales. Ipse enim erunt sicut erant & in premisse demonstrationis figura due linee .p.q. & .l.n. quas demonstrauimus oportere esse equales. Quia igitur omnium solidorum altitudo ex ꝑpendicularibus a summitatibus ipsorum ad suas bases descendentibus diffinitur erunt ex .32. duo solida .a.d. & .c.b. equalia. ¶ Conuersa quoq; huius possumus si delectat conuerso modo probare. ¶ Vt si paralellogramum corpus .a.d. sit equale & equiangulum corpori paralellogramo .b.c. & corpus .b.c. contineat a media triũ linearũ cõtinentiũ corpus .a.d. erũt tres linee cõtinẽtes corpus .a.b. cõtinue ꝓportiõales. Cũ .n. duo solida palellograma .a.d. & .c.b. sint equalia & eque alta ex ypothesi ipsa erũt sup bases equales per conuersas .31. & .32. & quia ipse bases eorum sunt equiangule sequitur ex prima parte .13. sexti q̃ ipse sunt mutuorum laterum itaq; proportio .a.b. ad .b.c. sicut .b.c. ad .c.d. quare constat propositum.

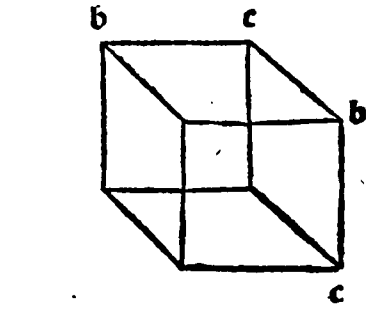
¶ Castigator.

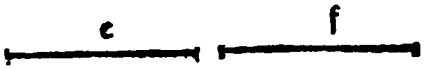
a ¶ Per conuersam .31. .32. huiusquoniam bases sunt equales ex prima .13. sexti. Ideo eque alta.

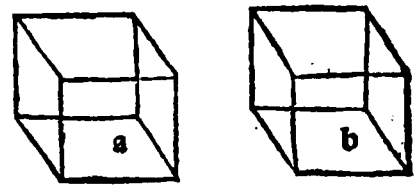
Propositio .39.

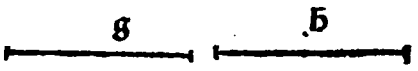
Si fuerint quotlibet linee ꝓportionales solida quoq; sua equidistantium atq; similium vniuscuiusq; creationis superficierum erunt proportionalia. si vero solida equidistantium atq; similium vniuscuiusq; creationis superficierum fuerint proportionalia linee quoq; a quibus ipsa solida continentur erunt proportionales. Simile ꝓponit vigesima prima sexti de superficiebus.

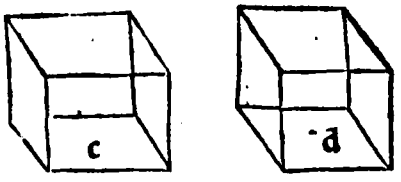
¶ Sint enim .4. linee .a.b. & .c.d. proportionales & super has fabricentur quatuor solida paralellograma eisdem nominibus dicta que sint expresse similia. duobus enim ad libitum fabricatis super duas lineas .a. & .c. cetera secundum precepta .27. constituenda erunt dico hec .4. solida esse proportionalia & econuerso. Subiugantur enim duabus lineis .a. & .b. in continua proportione due : que sint .e.f. quemadmodum docet .10. sexti & duabus lineis .c. & .d. alie due que sint .g. & .h. constat igitur ex .36. & ex diffinitione proportionis triplicate que posita est in principio quinti & ex hac ypothesi q̃ solida .a. & .b. sibi inuicem & solida .c. & .d. sibi adinuicem sunt exprese similia q̃ proportio solidi .a. ad solidum .b. est sicut proportio linee .a. ad lineam .f. ¶ Solidi quoq; .c. ad solidum .d. sicut linee .c. ad lineam .h. & quia per .22. quinti proportio linee .a. ad lineam f. est sicut linee .c. ad lineam .h. erit ex .11. quinti solidum .a. ad solidum b. sicut solidum .c. ad solidum .d. Constat igitur prima pars. ¶ Secũda sic

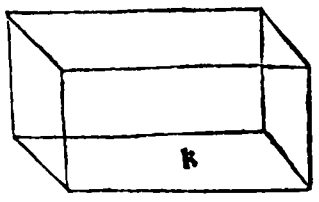






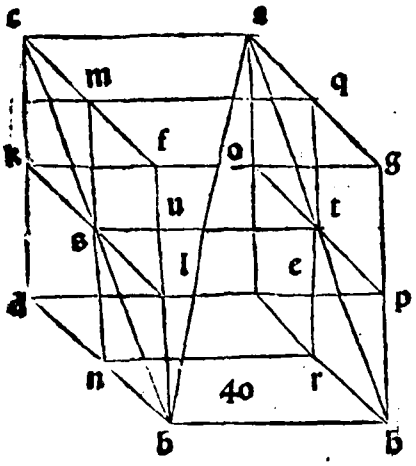






sint duo solda.a.ꝗ.b.sibi ad inuicem similia duo que sint.c.ꝗ.d. sibi ad inuicem expresse similia. Sintq; cuncta paralellorama ꝗ ponantur ꝓportionalia.dico ꝙ linee.a.b.ꝗ.c.d.super quas sunt constituta sunt proportionales. Sit in.ex.10.sexti sicut linea.a.ad lineam.b.ita linea.c.ad lineā k.ꝗ fiat ꝑm.27.huius super lineam.k.solidū exp̄sse simile solido.d.qđ ēt dicatur.k.eritq; ex diffinitionibus similium corporum ꝗ similium superficieꝝ ꝗ.20.sexti corpus.k.exp̄sse simile corpori.c.ideoq; per primā partē huius.39.iam ꝓbatam erit ꝓportio solidi.a.ad solidum.b.sicut solidi.c.ad solidum.k.ꝗ quia eadem erat solidi.c.ad.solidum.d.erit ex secunda parte none.quinti solidum.k. eq̄le solido.d.cūq; eēt sibi expresse simile sequtur lineam.k.eē equalem linee.d. Equalitas enim non producitur ex aliqua proportione triplicata vel quotiēslibet sumpta nisi ex equali: igitur ex secunda parte.7.quinti constat ēt hmōi pars secūda. Deciperis aūt si arbitraris oportere vnū quodq; quatuor solidoꝝ.a.b.c.d. eē simile cuilibet alioꝝ: necesse ē.n.duo solida.a.ꝗ.b.sibi adinuicē.itēq; duo.c.ꝗ.d. sibi adinuicē eē similia: solida aūt.c.ꝗ.d.solidis.a.ꝗ.b.eē similia cōtingens est necessariū aūt nō. ¶ Idē ex hac.39.de seratilibus facile poteris cōcludere.

Propositio .40.

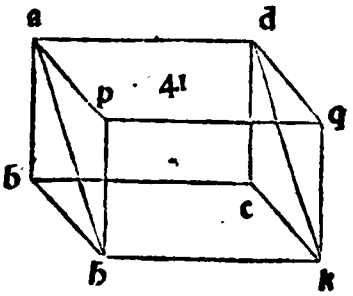


Si in scisa fuerint latera duarum oppositarū superficierū cubi vnū quodq; ī duo media exierintq; a punctis sectionum due superficies se vicissim secantes ⁊ cubum communem earum sectionem diametrum cubi per equalia secare ⁊ ab ipsa diametro versauice per equalia secare necesse est.

¶ Statue cubum qui sit.a.b. de quo constat per diffinitionem ꝙ omnes linee ipsum continentes sint equales ꝗ eius superficies rectangule: tale enim corpus cubum dicimus. Huius igitur basis sit superficies.a.c.d.e. superficies vero eius supprema.b.f.g.h. dextra vero eius superficies sit.a.e.g.h.sinistra āt superficies sit.b.f.c.d.citerior quoq; sit.d.e.b.h. sed vlterior a.c.g.f.eiusq; diameter sit.a.b. Diuidātur itaq; omnia latera duarum quarumlibet superficierum oppositarum eius per equalia: ꝗ sint nunc superficies quarum latera diuidantur dextra atq; sinistra. Diuidantur inquam quatuor latera: dextre quidem super quatuor puncta que sunt.o.p.q.r. Sinistre vero super quatuor que sint.k.l.m.n.ꝗ coniungantur puncta in his superficiebus opposita ductis lineis.o.p.ꝗ.q.r.que secent se in puncto t. Itēq;.k.l.ꝗ.m.n.que secent se in pūcto.s.ꝗ perficiantur due superficies secātes se inuicem ꝗ cubum: protractis itē lineis.o.k.ꝗ.p.l.q.m.ꝗ.r.n sitq; harum duarum superficierum communis sectio linea.s.t. dico igitur ꝙ linea.s.t.diuidit diametrum.a.b.ꝗ diuiditur ab eadem diametro per equalia: quod patet vtraq; enim earum transit per centrum cubi.

¶ Aliter vero conuenit quod propositum est demonstrare. Producantur enim due linee.t.a.ꝗ.t.h.ꝗ item due.s.c.s.b. eritq; ex.4.primi.a.t. equalis.t.h.ꝗ.s.c.equalis.s.b. constat autem ex prima parte.29.primi: ꝙ angulus.p.t.q.est equalis angulo.a.q.t. Et ex.4.primi angulus.h.t.p.est equalis angulo.t.a.q. Itaq; ex.32.primi totus angulus.h.t.q. cum āgulo.q.t.a.valet duos rectos Quare ex.14.p̄mi linea.a.h.erit linea vna. Similiter quoq; linea.a.b.erit linea vna. At qa ex.9.huius linea.a.c.ē eq distans linee.b.h. Vtraq; enim est equidistans linee.d.e.cunq; ipse sint eq̄les quia latera cubi. Sequitur ex.33.primi duas lineas.a.h.ꝗ.c.b.eē equales ꝗ equidistantes Ideoq; per cōceptionem earum medietates que sunt a.t.ꝗ.b.s.erunt equales. Ex.7.autem huius manifestum est quod linea.s.c.est in superficie duarum linearum.a.h.ꝗ.b.c.ꝗ ex eadē linea.a.b. que est diameter cubi.est etiam diameter superficiei paralellogramē.a.c.b.h.itaq; linea.s.t.secat diametꝝ.a.b. Secet ergo ipsam in puncto.u. Dico ergo lineā.s.u.eē equalē linee.u.t. Et linea ēt.a.u.linee.u.b. Intelligantur duo trianguli.a.t.u.b.s.u.quoꝝ anguli q sunt ad.t ꝗ.s.sunt equales adinuicem. Similiter anguli eorūdem q sunt ad.a.ꝗ.b.eq̄les adinuicē ex prīs

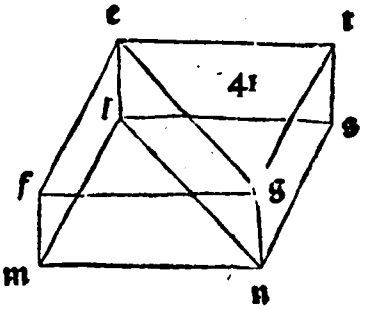
parte.29.primi: propter id q̃ linea.a.t. equidistat linee.s.b. Et quia etiã ipse sunt adinuicem equales: sequitur ex.26. primi quod propositum est. ¶ Idem quoq; eodem modo concludatur ꝗ si solidum.a.b.nõ sit cubus sed solidum corpus paralellogramum siue equalibus lineis siue non equalibus contentum fuerit siue quoq; super basim ortogonaliter erectum siue etiam ꝗ super ipsam inclinatum. Vnde ampliatur in hac.40. figuratio cubi ad omnes figuras paralellogramas solidas.



Propositio .41.

Si duo corpora seratilia quorum alterum basim triangulã alterum vero basim habeat equidistantiũ laterum ipsi basi trianguli duplam eque alta fuerint illa duo corpora necesse est esse equalia.

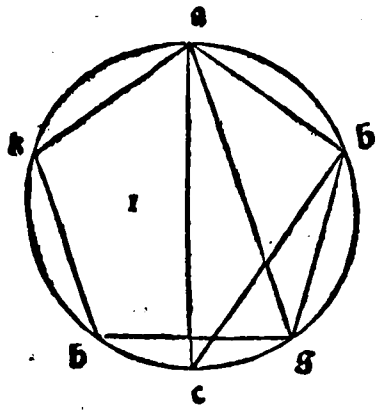
¶ Sit superficies.a.b.c.d.equidistantium laterum dupla trilatere superficiei .e.f.g. ꝗ super as duas superficies fiant duo corpora seratilia eque alta: sitq; seratile quod est supra basim quadrãgulam .a. b.h. d .c.k.cuius basis est superficies equidistantium laterum proposita.a.b.c.d.alia eius superficies equidistantium laterum est.a.h.d.k.tertia vero est.b.h.c.k.due autem eius triangulares superficies sunt altera quidem triangulus.a.b.h.reliqua vero triangulus.d.c.k. seratile autẽ quod est super basim triangulam.e.f.g.sit e.f.g.l.m.n. cuius altera duarum trilaterarum superficierum est basis predicta: reliqua vero triangulus .l.m.n.trium autem superficierum eius equidistantium laterum: prima quidem est.e.f.l.m.secunda vero.e.g.l.n.tertia vero.f.g.m.n.Dico itaq; hec duo seratilia proposita esse adinuicem equalia. Perficiantur enim duo solida paralellograma adiungendo vtriq; duorum propositorum seratiliũ aliud seratilie sibi equale. Primo quidem seratili super eãdem basim sitq; adiunctum seratile.a.p.h.d.q.k. Cuius due trilatere superficies sunt .a.p.h.d.q.k. Tres autem quadrilatere: prima quidem.a.h.d.k.que est terminus communis sibi ꝗ ei cui adiungit. Secũda vero.a.d.p.q. Tertia quoq; p.q.h.k. ¶ Secundo autem seratili adiungatur aliud seratile sibi equale hoc modo. Adiungatur primo triangulo.e.f.g.alius triangulus equalis qui sit.e.g.r.ita q̃ tota superficies.e.f.g.r.sit equidistantium laterum ꝗ super hunc triangulum fiat seratile.e.g.l.r.n.s.quod cum illo cui adiungit perficiat corpus paralellogramum. Huius seratilis adiuncti: due trilatere superficies sunt.e.g.r.l.n.s. Tres autem paralelograme sunt: prima quidẽ e.l.r.s. Secunda.e.l.g.n.ꝗ ipsa est communis terminus sibi ꝗ ei cui adiungitur. Tertia vero.g.r.n.s. ¶ Manifestum ẽ igitur ex diffinitione solidorũ equalium atq; similium q̃ duo seratilia paralellogramum componentia solidum.a.k.sibi inuicem.itẽq; duo componentia solidum paralellogramum.e.n.sibi adinuicẽ sunt equalia. At vero ex.31. vel ex .32. huius duo solida.a.k.ꝗ.e.n.sunt sibi inuicem equalia. quia ergo horum solidorum medietates sunt seratilia proposita per comunem scientiam constat ea eẽ equalia: quecunq; enim fuerint equalia eorum medietates necesse est eẽ equales: liquet itaq; quod propositum est.

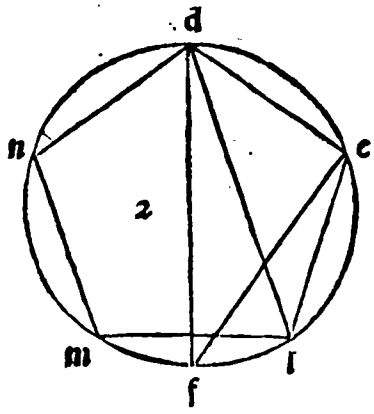


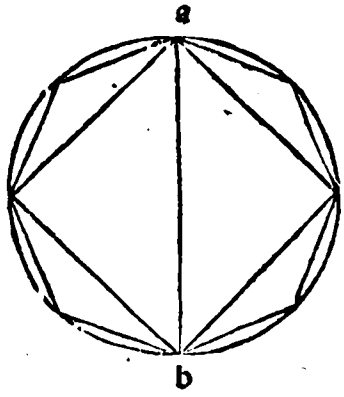
¶ Castigator.

a ¶ Appellat hic inferius multiangulas quas in principio primi dixit multilateras ꝗ sunt a quadrilateris vsq; i infinitum semper tri rectilinee.

Duodecimus liber. Euclidis de multiangularum seu multilaterarum superficierum similium circulis inscriptarum alterius ad alterā ꝓportionibus ex optima Campani interpretatione. Magistro Luca paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minorum. Castigatore accuratissimo. Incipit.







Propositio .1.

Omnium duarum superficierū similium multiangularū inter duos circulos descriptarum est proportio alterius ad alteram tāq̄ proportio quadratorum que ex diametris circulorum eas circūscribentium proueniunt.

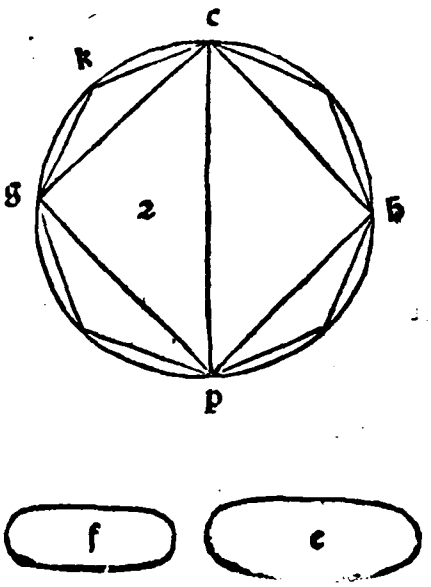
Sint duo circuli.a.b.c.d.e.f.quibus inscribantur due quelibet figure poligonie que ponantur ad inuicem similes: sintq̄ nūc penthagone inscrīpte vt docet.11.quarti & ipse sint.a.b.g.h.k.aliud penthagonum.d.e.l.m.n.diametri quoq̄ circulorum sint.a.c.&.d.f.dico itaq̄ q̄ proportio penthagoni.a.b.g.h.k.ad penthagonum d.e.l.m.n.est sicut quadratum diametri.a.c.ad quadratum diametri.d.f.protrahantur enim in vtroq̄ circulo duc linee ab extremitate diametri ad extremitatem vnius lateris penthagoni diametro non contermīnalis se inuicem cancellantes intra ipsum penthagonum in hoc quidem a.g.&.c.b.in illo aūt.d.l.&.f.e.eritq̄ ex.6.sexti triangulus.a.b.g.equiangulus triangulo.d.e.l.nā cū penthagoni ponant ad inuicē similes erūt ex diffinitione similiū supficiē angulus.b.eqlis angulo.e.& latera ipsos cōtinentia ꝓportionalia videlicet ꝓportio.a.b.ad.d.e.sicut.b.g.ad.e.l.cū sint aūt ex.10.tertii duo anguli.f.&.l.sibi inuicē equales. I tēq̄ duo alii.c.&.g.sibi inuicē eqles erūt duo qui sunt.c.&.f.adinuicē equales ex hac cōiscia: q̄ eqlibus sunt eqlia sibi quoq̄ equa eē necesse ē. Et qa ex pria pte.30.tertii vterq̄ duoꝝ angulorꝝ.a.b.c.d.e.f.est rectus sequtur ex.32.primi duos triangulos.a.b.c.d.e.f.eē eqangulos quare p quartā sexti ꝓportio diametri.a.c.ad diametꝝ.d.f.ē sicut lateris.a.b.ad latus.d.e.cū itaq̄ ex scda pte 18.sexti ꝓportio duoꝝ pēthagonorꝝ sit sicut ꝓportio lateris.a.b.ad latus d.e.ꝓportio duplicata & p eādē ꝓportio q̄drati diametri.a.c.ad q̄dratum diametri.d.f.sit sicut diametri.a.c.ad diametꝝ.d.f.duplicata p hāc cōem sciam: quorum dimidia sunt equalia ipsa quoq̄ adinuicem esse equalia manifestum est quod propositum est.

Propositio .2.

Omnium duorum circulorꝝ est proportio alterius ad alterum tāq̄ proportio quadrati sue diametri ad quadratum diametri alterius.

Sint duo circuli.a.b.&.c.d.quorꝝ diametri quoq̄ dicātur.a.b.&.c.d.dico itaq̄ q̄ ꝓportio circuli.a.b.ad circulū c.d.est sicut quadrati.a.b.ad quadratū diametri.c.d.Manifestum enim est ex hac cōmuni scientia quanta est quelibet magnitudo ad aliquam secundam tantam necesse est esse quamlibet tertiam ad aliquam quartam q̄ proportio quadrati diametri .a.b.ad quadratum diametri.c.d.est sicut circuli.a.b.ad superficiem aliquam que sit.e.cuiuscunq̄ figure aut forme ponatur: hanc autem impossibile est maiorem esse aut minorem circulo.c.d. Si enim est possibile ipsam esse minorem circulo . c .d. sit itaq̄ minor in superficie .f. itaq̄ circulus.c.d. sit equalis duabus superficiebus .e.f.pariter acceptis constat igitur ex prima .10. q̄ totiens possit ex circulo.c. d. suisq̄ residuis subtrahi maius dimidio quousq̄ relinquatur quantitas aliqua minor . f. inscribatur ergo sibi

vt docet.6.quarti quadratū.c.d.g.h.de quo cōstat q̄ ipsum sit maius medietate circuli.Quadratum enim quod est duplum ad ipsum est circulū circūscribens vt patet ex penultima primi ⁊.7.quarti.Si igitur portiones circuli existentes super latera quadrati pariter accepte fuerint minus superficie.f.sufficit.Sint aūt quatuor arcus existentes super dicta latera p̄ equalia.diuidantur ⁊ puncta ipsos arcus diuidentia cum extremitatibus laterum continuentur per lineas rectas.verbi gratia arcus.c.g.diuidatur per equalia in puncto.k.⁊ protrahantur linee.k.c.k.g.sicq̄ de ceteris.Erit q̄ quilibet triangulorum descriptorum super latera quadrati maior medietate portionis in qua existit.eo q̄ oīs triangulus ysocheles est medietas paralellogrami sue basis per.41.primi.Sint itaq̄ portiones existentes super latera octogonii inscripti pariter accepte minus superficie.f.si enim nondum hoc esset nō cessarem diuidere arcus quoq̄ latera vltime descripte figure sunt corde per equalia.⁊ iscribere figuram equilateram duplo plurium laterum prime semper subtrahendo ab ipsis circuli portionibus maius dimidio quousq̄ per primā.10.portiones super latera alicuius talis figure circulo inscripte existentes pariter accepte erunt minus superficie.f.Sint ergo nunc que dicte sunt.eritq̄ ex conceptione octogonum.c.d.maius superficie.e.In circulo igitur.a.b.eadem via inscribatur simile octogonum.quod dicatur.a.b.sitq̄ ex premissa proportio octogoni.a.b.ad octogonum.c.d.sicut quadrati diametri.a.b.ad quadratum diametri.c.d.ideoq̄ per.11.quinti sicut proportio circuli.a.b.ad superficiem.e.itaq̄ p̄ mutatim poligonii.a.b.ad circulum.a.b.sicut poligonii.c.d.ad superficiem.e.cumq̄ sit poligonium.c.d.maius superficie.e.erit poligonium.a.b.maius circulo.a.b.hoc aūt impossibile non est ergo superficies.e.minor circulo.c.d.Sed nec maior.Esto enim si possibile sit.cum igitur sit proportio quadrati diametri.a.b.ad q̄dratum diametri.c.d.sicut circuli.a.b.ad superficiē.e.erit ecōuerso q̄drati diametri.c.d.ad q̄dratū diametri.a.b.sicut superficiei.e.ad circulū.a.b.⁊ cōstat ex cōi scia i p̄ncipio huius demōstrationis posita q̄ eadē ē circuli.c.d.ad aliquā superficiē q̄ sit.f.eritq̄ ex.14.q̄nti superficies.f.minor circulo.a.b.itaq̄ proportio quadrati diametri.c.d.ad q̄dratum diametri.a.b.erit sicut circuli.c.d.ad superficiem.f.minorem circulo.a.b.¶ Sed ex hoc demonstrauimus paulo ante sequi impossibile videlicet poligoniū inscriptū circulo maius esse circulo.sicut ergo superficies.e.non pōt ē minor circulo.c.d.ita nec maior.erit ergo necessario eq̄lis quare per secundam partē.7.quinti liquet quod propositum est.



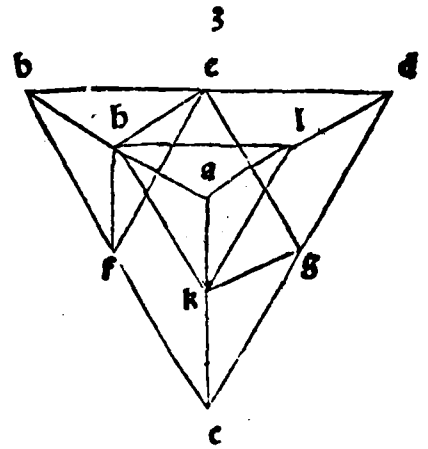
¶ Castigator.

¶ Quia tūc sequeretur poligonii.c.d.ad circulū.c.d.ē sicut circuli.a.b.ad quātitatem.f.⁊ sic poligoniū.c.d.ēt maius circulo.c.d.quod ē impossibile cum sit pars eius vt paulo ante concludisti poligonium.a.b.esse maius circulo.a.b.⁊c.

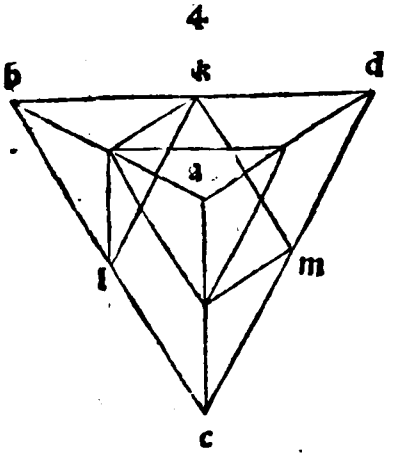
Propositio .3.

Omnis piramis cuius basis triangula scindi pōt ⁊ duas equas piramides sibi inuicē totiq̄ piramidi similes vnaq̄ in duo seratilia q̄ ambo pariter accepta dimidio totius piramidis necesse ē ēē maiora.

¶ Sit piramis.a.b.c.d.super basim triangulam.b.c.d.eiusq̄ vertex solidus angulus.a.a quo demittantur tres ypothemise.a.b.a.c.a.d.ad tres angulos basis.⁊ diuidantur omnia latera basis per equalia in tribus punctis.e.f.g.tres quoq̄ ypothemise per equalia in tribus punctis.h.k.l.⁊ protrahantur in basi due linee.e.f.⁊.e.g.eritq̄ basis eius diuisa in tres superficies quarum due sunt duo triangulī.b.e.f.e.g.d.quos ex secunda parte secunde sexti ex diffinitione similium superficierum constat esse similes sibi inuicem ⁊ toti basi equales ad inuicem ex.8.primi tertia est tetragona.paralellograma ⁊ ipsa est.e.f.g.c.quam constat esse duplam ad triangulum.e.g.d.ex.40.⁊ 41.primi.demittant ergo rursus a pūcto.b.due ypothesime.b.e.f.b.⁊.a



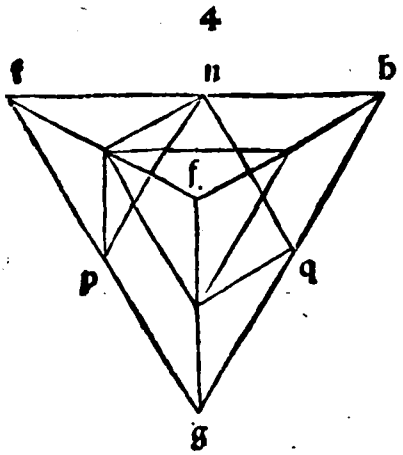
puncto.k.ypothemisa.k.g. ⁊ protrahantur linee.h.k.k.l.⁊.l.h. diuisa ⁊ itaq; tota piramis.a.b.c.d.in duas piramides qu.e sunt.h.b.e.f ⁊.a.h.k.l. ⁊ duo seratilia quorum vnum est.e.h.f.g.k.c.⁊ est super basim quadrangulam.c.f.g.e.⁊ aliud est.e.g.d.h.k.l.⁊ est super basim triangulam .e.g. d.de duabus aũt piramidibus.h.b.e.f.a.h.k.l.q; ipse sunt equales adinuicem sibiq; ⁊ toti piramidi.a.b.c.d.similes constat ex diffinitione corporum equalium ⁊ similium ⁊ ex.10.u.libri ⁊ ex secunda parte.a sexti. D duobus aũt seratilibus q; ipsa sunt eq̃lia constat ex vltima.u.libri. Quod vero ambo seratilia pariter accepta sunt maius medietate totius piramidis ex hoc manifestum est q; vtrunq; illorum diuisibile est in duas piramides quarum altera triangula equalis vni duarum in quas ⁊ seratilia totalis piramis diuiditur.altera vero quadrangula que dupla est ad reliquam quare patet ambo seratilia pariter accepta tres quartas esse totalis piramidis diuise.hanc proportionem si scire desideras.sextam huius.u. libri consule.sed sufficit tibi scire quantum ad propositum illa duo seratilia pariter accepta duas partiales piramides i quas ⁊ seratilia totalis diuiditur pariter acceptas quantalibet quantitate excedere.



Propositio .4.

I due piramides eque alte quarum bases triangule singule in binas piramides equales sibi inuicem ac toti similes binaq; seratilia equalia diuidãtur erit proportio basis vnius ad basim alterius tanq; proportio duorum seratiliũ suorum ad duo seratilia alterius.eritq; palam oia seratilia que fuerunt in vtralibet illarum piramidum pariter accepta ad cuncta seratilia que in altera piramide fuerunt eandem habere proportionem q; basis eius piramidis ad basim alterius piramid.e.

⁊ Sint due piramides quarum bases triangule eque alte hec quidem.a. b.c.d.cuius conus punctus.a.basis triangulus.b.c.d.ypothemise.a.b.a.c. a.d.illa vero .e.f.g.h. cuius conus punctus.e.basis triangulus.f.g.h.ypothemise.e.f.e.g.e.h.hee aũt due piramides diuidantur sicut in premissa. Sintq; bases earum diuise hec quidem protractis lineis latera basis ipsius per equalia diuidentibus que sunt.k.l.⁊.k.m.illa vero protractis lineis que sunt.n.p.n.q.dico ergo q; proportio basis.b.c d. ad basim .f.g.h. est sicut duorum seratilium piramidis.a.pariter acceptorum ad duo seratilia piramidis.e.pariter accepta. Manifestum est aũt ex.18.sexti ꝓte secunda q; ꝓportio trianguli.b.c.d.ad triangulum.k.m.d.est sicut linee b d. ad lineam.k.d.duplicata ꝑ eandem quoq; est proportio trianguli.f.g.h. ad triãgulũ.n.q.h.sicut linee.f.h.ad lineã.n.h duplicata. Cũq; sit linea.b.d. ad lineã.k.d.sicut linea.f.h.ad lineã.n.h.vtrobiq;.n.ẽ dupla ꝓportio erit triangulus.b.c.d.ad triangulum.k.m.d.sicut triangulus.f.g.h. ad triangulum.n.q.h.⁊ ꝑmutatim triangulus.b.c.d.ad triangulũ.f.g.h.sicut triãgulus.k.m.d.ad triãgulũ.n.q.h.triãgulus aũt.k.m.d.ad triangulũ. n.q. h.ẽ sicut seratile exñs sup ipm ad seratile exñs sup illũ ꝑ.33.vndecimi huius quoq; seratilis ad illud ẽ sicut ambo; seratiliũ piramidis.a. piter accepto rum ad ambo seratilia piramidis.e.piter accepta ex.15. qntus necesse est.n. vt sit duplum ad duplum quemadmodũ simplum ad simplum.itaq; conclude ex.11.quinti quod propositum est. Dormitas aũt si dubitas seratilia vnius harum piramidum eque alta esse seratilibus piramidis alterius.cũ n.sint piramides eque altes sit quoq; vtraq; ea; diuisa i duas piramides eq̃les sibi totiq; similes ⁊ in duo seratilia eq̃lia ⁊ sint due partiales piramides eque alte eo q; similes ⁊ equales quod facile patebit demissis a verticibus partialium piramidum perpendicularibus ad bases ipsarum: de quibus ꝑpendicularibus ex.32. vndecimi constat esse equales. Cunq; altitudines harum partialium piramidum pariter accepte componant altitudinem totalis piramidis diuise. Sintq; ambo seratilia eque alta vni partialium piramidum ei videlicet que superpartialem triangulum basis tota

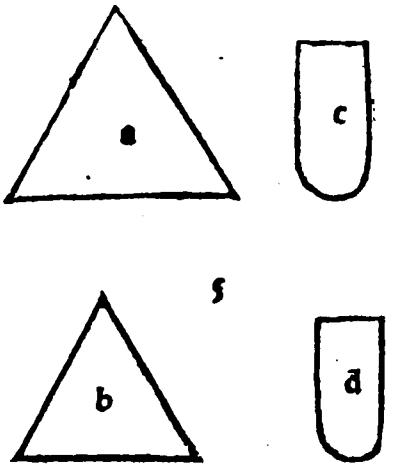


lis piramidis componitur non est phas ambigere seratilia vnius earum piramidum esse eque alta seratilibus alterius earum. Correllarium vero ex eo mãifestũ est ꝙ similiter bases ꝑtialiũ piramidũ sic se habeãt adinuicem sicut bina seratilia vnius ad bina seratilia alterius. ¶ quia bases partialium sic se habent adinuiem sicut bases totalium ex secunda parte.18.sexti ¶ permutata proportione constat ex.13.quinti verum esse quod correllarium proponit.

Propositio .5.

Omnes due piramides eque alte quarꝝ bases triãgule suis basibus sunt proportionales.

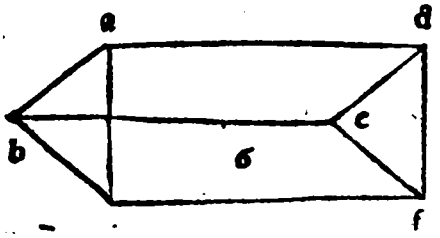
¶ Quod.33.vndecimi ꝓposuit de solidis paralellogramis ¶ in fine.36.vndecimi verꝫ esse demonstrauimus de seratilibus.hec quinta.12.proponit de piramidibus triangulis. Intelligãtur enim due paramides eque alte quarꝫ bases sunt duo trigoni.a.¶.b.dico ꝙ proportio piramidis.a. ad piramidem.b.est sicut basis.a.ad basim.b.quod eodem demonstrationis vel argumentationis genere demonstrandum est quo secundam huius demonstrauimus.sit enim vt basis.a.ad basim .b.ita piramis .a.ad corpus c.de quo dico ꝙ ipsum non erit minus neq; maius piramide .b nam si possibile est vt sit minus esto minus in solido.d. vt piramis b.sit equalis duobus corporibus.c.¶.d.pariter acceptis diuisa itaq; piramide.b. vt ꝓponit.3.detrahantur ab ea duo seratilia que ex premissa sunt maius medietate piramidis ipsius itemq; ex vtraq; duarum partialium residuarum piramidum duo earum predicto modo diuisarum seratilia demantur ¶ fiat hoc totiens quousq; ex piramide .b. rogatur aduersarius ꝑ primam 10.confiteri relinqui minus solido.d.eruntq; ex communi scientia seratilia detracta maius c.fiat igitur a piramide.a similis seratilium detractio ¶ intelligamus tot seratilia detracta esse ex piramide.a.quot detraximus ex piramide.b.eritq; ex correllario premisse sicut basis.a. ad basim .b. ita seratilia detracta a piramide.a.ad seratilia detracta a piramide.b. sed sic erat piramis.a.ad corpus.c.itaq; seratilia piramidis.a.ad seratilia piramidis .b. sicut piramis.a.ad corpus.c.¶ ꝑmutati seratilia piramidis.a.ad piramidem.a.sicut seratilia piramidis b. ad corpus .c. Cunq; sint seratilia piramidis.b.maius corpore.c.erũt seratilia piramidis.a.maius piramide a. Et quia hoc est impossibile non erit corpus .c. minus piramide.b. sed nec maius.hoc enim posito cum sit proportio basis .a. ad basim .b. sicut piramidis.a.ad corpus.c.erit ecõuerso basis.b.ad basim.a.sicut corporis. c.ad piramidem.a. Eritq; eadem ex communi scientia piramidis .b. ad aliquod corpus quod sit.d.sequeturq; ex.14.quinti ꝙ corpus.d. sit minus piramide.a.eo ꝙ piramis.b.ponitur minor corpore.c. Erit igitur basis. b.ad basim.a.sicut piramis.b.ad corpus minus piramide.a.Ex hoc autẽ demonstratum est sequi impossibile videlicet seratilia detracta ab aliq̃ piramide maius esse ea piramide a qua detrahuntur ideoq; relinquitur corpus.c.esse equale piramidi.b.cum nec minus ea possit esse nec maius ¶ ꝓportionem piramidis.a.ad piramidem.b.esse sicut basis.a.ad basim b.hoc erat autem demonstrandum.



Propositio .6.

Omne corpus seratile in tres piramides equales basesq; triangulas habentes est diuisibile.

¶ Sit seratile.a.b.c.d.e.f.ipsum dico eẽ diuisibile in tres piramides triangulas equales. Protrahatur enim in vna quaq; suarum trium superficierum paralellogramarum linea diagonalis itaq; vna earum diagonalium sit conterminalis reliquis duabus vt si protrahas lineas.b.d.b.f.¶.f a.quas propter confussionem protrahere contempsit eritq; totum seratile in tres triã



prisma. 2.

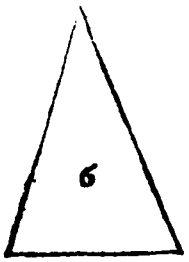
gulas piramides diuisum quas ex premissa his assumpta facile constat esse equales. Quoniam autem Euclides nihil demonstrandum proponit de piramidibus lateratis exceptis solidis his quarum sunt bases triangule vt omnium cognitionem ex elementis que ponit sufficienter elicere possimus: quedam arbitramur non inutile demonstrationibus hic positis adiungere: solis enim elementis contentus Euclides multa pretermisit que quamuis ex eis consequantur non tamen sine difficultate patent studentibus: horum primum est hoc.

¶ Si duo solida quorum alterum seratile alterum vero piramis cuius basis triangula super eandem basim aut super equales trigonas aut seratile super quadrangulam: piramis vero super trigonam que quadrãgule basis seratilis sit dimidiũ constituta fuerint eque alta seratile piramidi triplum esse conueniet.

¶ Si seratile propositum fuerit super basim trigonam tunc ex piramide proposita super propriam basim perficiatur seratile piramidi proposite eque altum. Si vero seratile fuerit super basim quadrangulam tunc basi piramidis adiiciatur triangulus ex quo & basi piramidis perficiatur superficies equidistantium laterum super quam ex ipsa piramide compleatur seratile piramidi eque altum. Quia igitur istud seratile seratili priori est eque altum & vtrorunq; bases sunt equales ex ypothesi. sequitur ipsa esse equalia hoc enim demonstratum est in .36. vndecimi. at quoniam ex 6. huius. 11. libri seratile secundum triplum ē ad piramidem propositam: nam ipsa est vna ex tribus piramidibus in quas ipsum seratile diuiditur. Erit quoq; per communem scientiam propositum seratile triplum ad propositam piramidem.

¶ Si quotlibet piramides quarum bases triangule super vnas eandēq; basim siue super equales constitute fuerint: eque alte eas esse ad inuicem equales necesse est.

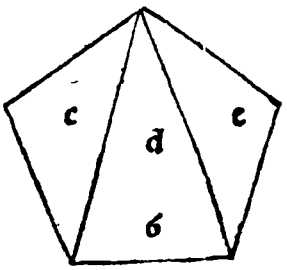
¶ Fabricato enim vno seratili eque alto piramidibus propositis super basim triangulam equalem basibus propositarum piramidum aut super basim quadrangulam duplam basibus earūdem: erit ipsum seratile triplum ad piramides singulas. hoc enim constat ex premissa addita siue interposita: igitur ex communi scientia cunctę proposite piramides sunt vt diximus adinuicem equales.



a

¶ Omnes piramides quarum bases triangule eque alte suis basibus sunt proportionales.

¶ Fiant super bases propositarum piramidum aut super alias trigonas equales aut super paralellogramas duplas seratilia ipsis piramidibus eque alta eruntq; ob hoc seratilia sibi inuicem eque alta & quia seratilia suis basibus sunt proportionalia vt probatum est in .36. vndecimi .33. ipsius mediante. Cunq; ex prima harum additarum manifestũ sit hec seratilia tripla esse ad propositas piramides vnumquodq; videlicet ad suam relatiuam: basesq; ipsorum equales aut duplas eē basibus ipsarum sit aũt ex .15. quinti vt triplum ad triplum ita simplum ad simplum erũt quoq; proposite piramides suis basibus proportionales.



b

¶ Si fuerint due quelibet piramides eque alte fueritq; alteris basis trigona: relique autem tetragona aut plurilatera: piramides ipsas suis basibus proportionales esse conueniet.

¶ Exempli gratia. Intelligantur due piramides eque alte super duas bases. a. & b. sitq; basis. a triangula. b. vero penthagona. Et dicantur hee piramides. a. & b. itaq; dico proportionem piramidum. a. & b. esse sicut basiũ a. & b. distinguat qdem pēthagonus. b. in tres triãgulos. c. d e. eritq; tota piramis. b. distincta in tres piramides eque altas quarum bases sunt triangули. c. d. e. que etiam dicantur nominibus suarum basium. quia igitur ex premissa interposita proportio piramidis. c. ad piramidem. a. est sicut trigoni. c. ad trigonum. a. & piramidis. d. a. piramidem. a. sicut trigoni. d.

ad trigonum .a. itēq; piramis .e. ad piramidem .a. sicut trigoni .e. ad trigonum .a. ex .24. quinti bis asumpta sequitur q̃ sit proportio aggregati ex omnibus piramidibus .c.d.e. & ipsum est piramis .b. ad piramidem .a. sicut agregati ex omnibus trigonis .c.d.e. & ipsum est penthagonus .b. ad trigonum .a. constat igitur quod volumus.

¶ Omnes laterate piramides eque alte suis basibus ꝓportionales esse probantur.

¶ Si altera earum fuerit super basim trigonam ex premissa interposita constat quod dicitur. Si autem basis vtriusq; fuerit poligonia vtralibet ipsarum basium resoluta in triangulos & ipsa piramide in piramides triangulas: erit ex premissa interposita ꝓportio vniuscuiusq; harum triangularium piramidum inter quas altera propositarum diuiditur ad reliquā sicut sue basis ad basim alterius .itaq; per .24. quinti quotiēs oportet assūptam: constat verum esse quod diximus.

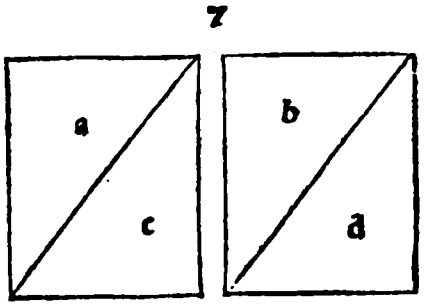
Propositio .7.

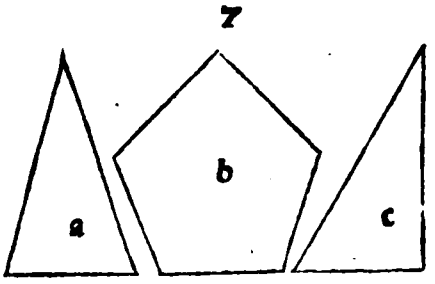
Si due piramides triangularum basium fuerint equales earum bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases z altitudines fuerit mutue easdem piramides sibi inuicem esse equales necesse est.

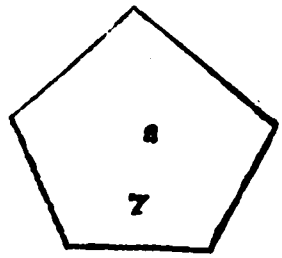
¶ Quod trigesima quarta & trigesima quinta vndecimi proposuerunt de solidis paralellogramis: & nos in .36. eiusdem demōstrauimus de seratilibus: hec septima .n. proponit de piramidibus habentibus bases triangulas. ¶ Intelligantur enim due piramides equales super duos trigonos, vel triangulos . a . & . b . que dicantur . a . & . b . dico itaq; q̃ proportio basis .a. ad basim . b . est sicut proportio altitudinis piramidis .b. ad altitudinem piramidis .a. & si hoc fuerit dico piramides .a. & .b. esse equales. Adhibeantur quidem duobus trigonis .a. & .b. duo alii qui sint .c. & .d. vt fiant ambe superficies .a.c. & .b.d. equidistantiū laterum & ex ipsis piramidibus super bases .a.c. & .b.d. compleantur solida paralellograma piramidibus propositis eque alta que similiter dicantur a.c. & .b.d. Manifestū igitur ē ex sexta huius .n. q̃ piramis .a. est sexta pars solidi .a.c. & piramis .b. sexta solidi .b.d. itaq; ex .35. vndecimi argue propositum: primam quidem partem ex prima. secundam autem ex secunda.

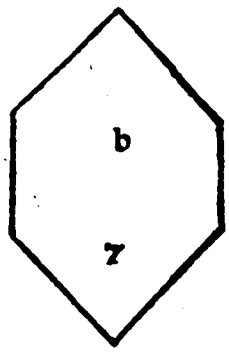
¶ Quod si due queilibet piramides laterate fuerint equales earum bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases earum altitudinibus ipsarum mutue fuerint easdem piramides equales esse oportet.

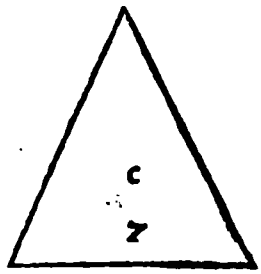
¶ Si bases vtrarumq; fuerint triangule demonstratum est verum esse quod diximus. Si sit altera tantū igitur .a. basisq; alterius piramidis sit .b. & sumatur trigonus .c. equalis poligonio .b. fiatq; super .c. piramis eque alta piramidi que est super .b. & sint .a.b.c. equiuoca nomina piramidū & basium. Quia igitur ex ypothesi due piramides .a. & .b. sunt eq̃les & ex vltima interpositarum ad sextam huius dueq; piramides .b. & .c. sunt eq̃les: & erunt ex communi scientia due piramides .a. & .c. equales: igitur bases earum sunt mutue ad altitudines earum ex prima parte .z. huius. Cum q̃ bases .b. & .c. sint equales: altitudines quoq; piramidum .b. & .c. equales. Erunt ex prima parte & secunda .z. quinti bases .a. & .b. mutue altitudinibus piramidum .a. & .b. ¶ Secunda pars cōuerso mō probatur. nam si fuerit basis .a. ad basim .b. vt altitudo piramidis .b. ad altitudinē piramidis a. erit ex .2. pte & pria .z. qnti basis .a. ad basim .c. sicut altitudo piramidis .b. ad altitudinē piramidis .a. itaq; ex sēda pte huius .7. due piramides .a. & .c. sunt equales quare p cōmunem sciam due quoq; piramides .a. & .b. sunt equales. ¶ Si vero neutra propositarum piramidum fuerit

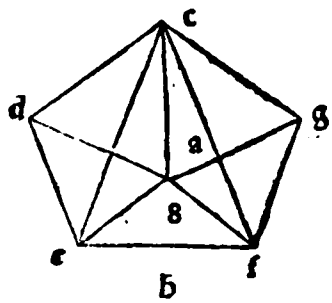


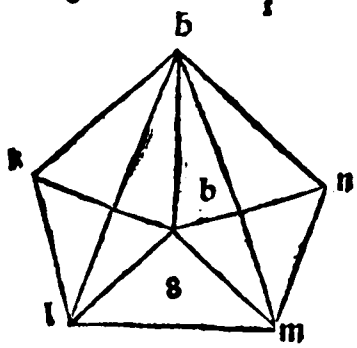












trigona sed vtraq; poligonia. Verbi gratia altera pentagona altera exagona que ad huc dicantur. a. & b. sumatur siimiliter triãgulus. c. equalis exagono. b. super quem fiat piramis eque alta piramidi. b. eruntq; due piramides. b. & c. equales. ideoq; due que sunt. a. & c. etiam per cõceptionem equales quare basis. a. ad basim. c. sicut altitudo piramidis. c. ad altitudinem piramidis. a. hoc enim nuper demonstratum est. Est ergo ex septia quinti basis. a. ad basim. b. sicut altitudo piramidis. b. ad altitudinem piramidis. a. Conuersa cõuerso modo patet. si enim basis. a. ad basim. b. fuerit vt altitudo piramidis. b. ad altitudinem piramidis. a. erit quoq; ex septima quinti basis. a. ad basim. c. vt altitudo piramidis. c. ad altitudinẽ piramidis. a. ideoq; vt patet ex prioribus erunt due piramides. a. & c. equales quare etiam ex communi scientia & due que sunt. a. & b. erunt etiam equales. Et hoc est propositum.

Propositio .8.

Omnium duarum piramidum similium quarum bases triangule ẽ ꝓportio alteriꝰ ad alterã tanq̃ lateris ad latus eius relatiuum proportio triplicata.

¶ Propositis duabus piramidibus bases triangulas habẽtibus similibus ex ipsis perfice duo solida paralellograma quemadmodum dictum est in demonstratione premisse: eruntq; hec duo solida paralellograma similia eo q̃ piramides ponuntur similes ad inuicem. nam duo solidi anguli qui sunt communes piramidibus & solidis paralellogramis suꝑficialibus angulis numero & quantitate equalibus continentur: & latera quoq; illos angulos superficiales cõtinentia sunt proportionalia quare ex. 34. primi tres superficies solidorũ parelellogramorum communes angulos solidos constituentes sunt equiangule & laterum proportionalium. ideoq; similes ex diffinitione similium superficierum: quare ex. 24. & 13. quinti cuncte sex superficies horum duorum solidorum paralellogramorum sunt similes ad inuicem: igitur a diffinitione corporum similium erunt ipsa solida similia: quare cum ꝓportio solidorum & piramidum sit vna ex. 15. quinti. nam solida sunt sexcupla piramidibus ex sexta huius. cunq; sit proportio solidorum vna sicut suorum relatiuorum laterum triplicata ex. 36. vndecimi libri: Sint autem latera solidorum eadem quoq; latera piramidũ. erit quoq; ex. 11. quinti proportio propositarum piramidum sicut suorum relatiuorum laterum proportio triplicata: quod ẽ propositum.

¶ Quod si fuerit due quelibet piramides laterate similes erit proportio alterius ad alteram sicut sui lateris ad sibi relatiuum latus alterius proportio triplicata.

¶ Sint due laterate piramides quarum coni. a. & b. similes sintq; sup bases penthagonas que sunt. c. d. e. f. g. h. k. l. m. n. dico q̃ proportio earum ẽ sicut suorum relatiuorum laterum triplicata. Constat enim ex diffinitione similium superficierum & corporum q̃ penthagoni qui sunt bases propositarum piramidum sibi adinuicem cunctiq; reliqui trianguli ipsas ambientes sibi inuicem sunt similes. Diuidantur itaq; bases ambarum in triangulos similes & numero equales prout. 18. sexti proponit esse possibile: protractis in hac quidem lineis. c. e. & c. f. in illa vero. h. l. & h. m. Dico igitur istas piramides esse diuisas in piramides triangulas similes & numero equales. Conferantur enim adinuicem due piramides. a. c. d. e. b. h. k. l. quarum coni sunt. a. & b. constat autem ex ypothesi triangulum. c. a. d. esse similem triangulo. b. h. k. & triangulum. d. a. e. triangulo. k. b. l. & quia etiam ex ypothesi angulus. d. est equalis angulo. k. & latera. c. d. & d. e. continentia angulum. d. sunt proportionalia lateribus. h. k. & k. l. continentibus angulum. k. erunt ex. 6. sexti duo trianguli. c. d. e. & h. k. l. equianguli. ideoq; per. 4. sexti erit proportio. c. d. ad. h. k. sicut. c. e. ad. h. l. cunq; ex ypothesi sit proporto. c. a. ad. h. b. & etiam. a. e. ad. b. l. sicut

e.d.ad.h.k.erit ex.11.quinti.e.a.ad.h.b.& a.e.ad.b.l.sicut.e.e.ad.h.l.igit ex.5.sexti & diffinitione similium superficierum triangulus c.a.e. erit similis triangulo.h.b.l.manifestum est itaq; ex diffinitione similium corporum q; piramis.a.c.d.e.est similis piramidi . b.h. k.l. similiter quoq; cōstat piramidem.a.c.e.f.esse similem piramidi.b.h.l.m & piramidem a.c.f.g.piramidi.b.h.m.n.Quia ergo ex hac.8.pportio piramidis.a.c.d.e.ad piramidem.b.h.k.l.est sicut lateris .c.d. ad latus.h.k.triplicata & etiam piramidis . a . c.e.f. ad piramidem . b . h.l.m. sicut .e.f. ad.l.m. triplicata.at etiam piramidis.a.c.f.g.ad piramidem.b.h.m.n. sicut.e.g. ad.h.n.triplicata cum sit ex ypothesi proportio.e.f.ad.l.m. & .e.g.ad.h.n.sicut.c.d.ad.h.k.sequitur ex.13.quinti vt proportio totalium piramidū a.& b.sit sicut vnius harum partialium ad aliam vnam. igitur ex hac.8. & vndecima quinti constat verum esse quod diximus.

Omnes columne laterate eque alte suis basibus sunt proportionales.

Verum est quod dicitur super qualescūq; bases poligonias sint columne. Columnas autem lateratas vocamus solida corpora laterata quorū bases & superficies suppreme sunt similes & equales. cuncte vero relique superficies ipsa solida circumstantes: sunt equidistantium laterum Talium autem solidorum prima species est seratile cum super vna suarum trilaterarum superficierum intelligitur esse statutum. Secunda vero species est columna cuius basis sit quadrilatera quam ex duobus seratilibus necesse est esse compositam: & tertia est cuius basis ē pentagona & ipsa ex tribus seratilibus perficitur. Simpliciter autē dico q; omnis laterata columna in tot corpora seratilia potest distingui in quot triangulos sua basis. Intelligantur itaq; due columne laterate.a.& b. constitute super duas bases a.& b.eque alte. dico q; proportio columnarum.a.& b.est sicut basium. a.& b. Distinguātur nāq; hee bases in triangulos & hee columne in seratilia: basis quidem.a. que ponatur esse quadrangula in duos trigonos .c.& .d.& columna.a.in duo seratilia.c.& .d.basis vero.b.que sit pentagona distinguatur in tres trigonos .e.f.g. & columna .b. in tria seratilia que similiter vocentur.e.f.g. Manifestum est igitur ex his que in.36.vndecimi dicta sunt q; proportio seratilis.c.ad seratile.e.est sicut basis.c. ad basim.e.& iterum seratilis.d.ad seratile.e.sicut basis.d.ad basim.e. quare per.24.quinti erit columne.a.ad seratile.e.sicut basis.a.ad basim.e . eadē ratione erit columna .a. ad seratile .f. sicut basis .a. ad basim.f. at rursus columne.a.ad seratile.g.sicut basis .a. ad basim .g. Igitur ex.24. quinti quotiens necesse fuerit assumpta facile concludes propositum constat itaq; ex hoc q;.

Omnes columne laterate super eandem basim vel super equales constitute si fuerint eque alte erunt equales.

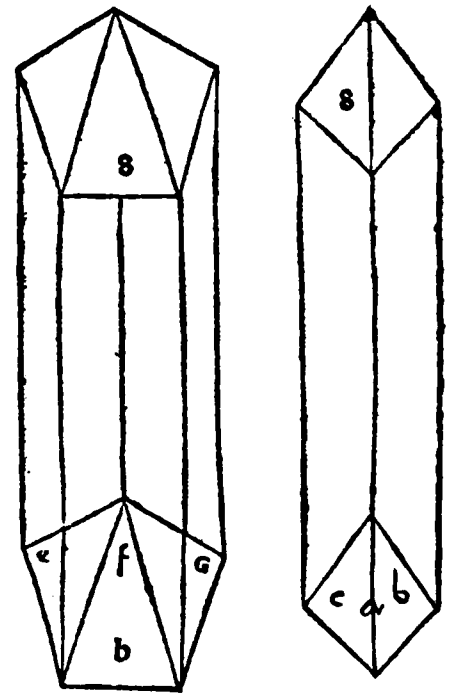
Cum enim vt proximo probatum est eque alte columne laterate sint suis basibus proportionales. ponantur autem bases esse aut easdem aut equales necesse est ex .24. quinti vt etiam columne sint equales constat quoq; q;.

Si fuerint quelibet solida paralellograma seratilia & laterate columne eque alta ipsa quoq; suis basibus proportionalia esse necessario comprobantur.

Omnia enim hee species sunt lateratarum columnarum de quibus paulo ante vniuersaliter probatum est verum esse quod dicitur.

Omnis laterata columna tripla est ad suam piramidem.

Distinguatur basis columne in triangulos & secundum numerum triangulorum illorum distinguatur columna in seratilia & piramis colūne in piramides habentes bases triangulas que videlicet sunt bases seratilium.constat itaq; vnumquodq; seratile ad eam piramidem que super eandem basim cum ipso seratili consistit triplum esse hoc enim demonstratum est in sexta huius duodecimi libri: igitur ex .13. quinti omnia



feratilia pariter accepta ad omnes piramides pariter acceptas necesse est esse triplum cum, ex omnibus feratilibus pariter acceptis columna & ex omnibus piramidibus pariter acceptis piramis columne perficiantur cõstat veram esse hanc nostram propositionem.

¶ Si fuerint due quelibet columne laterate equales: earum bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases earum & altitudines mutue fuerint: easdem columnas equales esse necesse est.

¶ Si enim columne sint equales earum piramides erunt equales eo q̃ omnis laterata columna est tripla ad suam piramidem. si autem piramides fuerint equales sue bases suis altitudinibus mutue erunt quemadmodum demonstratum est in septima huius. ¶ Quia igitur columnarum suarumq̃ piramidum eedem sunt bases & altitudines sunt eedem. constat prima pars propositi. ¶ Sintigit bases & altitudines propositarum columnarum lateratarum mutue: dico q̃ columne erunt equales. cum enim eedem sint bases eedemq̃ altitudines columnarum suarumq̃ piramidum: erunt bases & altitudines piramidum propositarum columnarum mutue. si hoc vt positum est verum fuerit de columnis. erunt itaq̃ piramides equales prout in septima huius demonstratum est igitur & columne equales cum ipse triple sint ad suas piramides: quare patet secunda pars eius quo propositum est.

¶ Omnium duarum columnarum lateratarum similium est proportio alterius ad alteram tanq̃ lateris ad suum relatiuum latus proportio triplicata.

¶ Si columne fuerint similes erunt ex diffinitione similium corporum bases earum ceterecq̃ superficies eas ambientes similes. Diuidantur itaq̃ bases earum in triãgulos similes & numero equales quemadmodum .18. sexti proponit esse possibile: & ipse columne diuidantur in feratilia super hos triangulos existentia. studeigitur probare feratilia vnius suis relatiuis feratilibus alterius esse similia: quod facile probabis ex ypothesi & sexta & quarta & quinta sexti: & diffinitione similium superficierum & diffinitione similium corporum hoc aũt probato erit ex .36. vndecimi proportio vnius cuiusq̃ feratilis vnius ad suum relatium feratile alterius sicut sui lateris ad latus illius proportio triplicata: Et quia omnium laterum est proportio vna cum cuncta feratilia vnius sint similia suis relatiuis feratilibus alterius. sequitur ex vndecima quinti vt cunctorum feratilium vnius ad sua relatiua feratilia alterius sit ꝓportio vna: quare per .13. quinti que est proportio vnius feratilis ad suum feratile relatiuum alterius eadem est omnium pariter acceptorum ad omnia pariter accepta & quia vtrobiq̃ omnia feratilia pariter accepta componunt columnas & relatiua latera feratilium sunt relatiua latera columnarum necesse est ex vndecima quinti vt proportio columnarum sit sicut suorum relatiuorum laterum proportio triplicata quod est propositum.

Propositio .9.

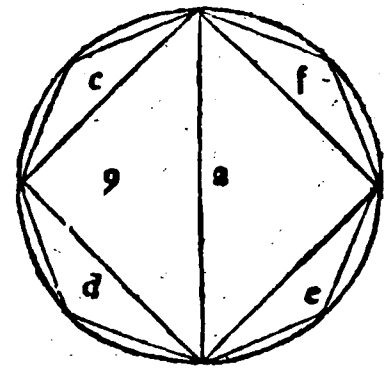
Omnis columna rotunda piramidi sue triplex ex comprobatur.

¶ Supra circulum .a. intelligãtur vna columna & vna piramis secundum eandem suam altitudinem erecte: dicanturq̃ equiuoce ipsa piramis & columna & circulus nomine vno scilicet .a. dico itaq̃ q̃ columna .a. est tripla ad piramidem .a. cuius probatio est quia neq̃ maior neq̃ minor potest esse q̃ tripla. Sit enim primum si possibile ẽ maior q̃ tripla quãtitate corporis .b. ita q̃ si .b. corpus dematur de columna .a. erit residuum eius triplum ad piramidem .a. Inscribatur ergo quadratum circulo .a. super quod erigantur duo feratilia eque alta columne .a. de quibus duobus feratilibus pari

ter acceptis constat q̃ ipsa sint plus medietate columne.a. quemadmodum ipsum quadratum constat esse plus medietate circuli.a. Si enim ex ipsis seratilibus perficiantur solida paralellograma quorum ipsa sunt medietates: erit ipsa columna pars ipsorum duorum solidorum pariter acceptorum. ¶ Deinde super latera quadrati inscripti perficiam quatuor triãgulos duum equalium laterum in portionibus circuli quarum portionũ latera quadrati sunt corde diuisis arcubus illarum portionum per equalia & sint illi trianguli.c.d.e.f. super quos etiam erige seratilia ad altitudinem columne.a.& manifestum est q̃ hec seratilia sunt maius medietate portionum columne super portiones circuli consistentium quemadmodum & ipsi trianguli sunt maius medietate portionum circuli. Fiat autẽ hoc totiens quousq̃ per primam.10.cogatur aduersarius confiteri portiones columne pariter acceptas esse minus corpore.b. ¶ Erit igitur columna laterata octogona quam componunt omnia seratilia pariter accepta quorum bases sunt trianguli diuidentes poligonium inscriptum circulo a. maius triplo piramidis rotunde .a.& quia ipsa laterata columna est tripla ad suam piramidem sicut demonstratum est in eis que premissa sunt. sequitur ex secunda parte.10. quinti libri vt rotunda piramis .a. sit minor laterata piramide laterate columne cuius basis est inscriptum poligonium basi rotunde piramidis.a. quod est impossibile. Est enim piramis laterata pars ipsius piramidis rotunde non est igitur piramis .a. minus tertia parte sue columne. sed nec plus tertia. Si enim possibile est: sit piramis.a. plus tertia parte columne.a. quantitate corporis.b. ita q̃ detracto corpore.b. de piramide.a. sit residuum ipsius piramidis tertia pars columne .a. igitur quemadmodum prius ex piramide.a. intelligatur detrahi piramis laterata sibi eque alta cuius basis sit quadratum circulo .a. inscriptum quam lateratam piramidem constat esse plus dimidio piramidis rotunde. Item de residuo piramidis.a. rursus intelligantur detrahi piramides eque alte statute super triangulos.c.d.e.f. qui sunt in portionibus basis & hoc totiens fiat vt ex prima decimi relinquatur ex piramide.a. minus corpore.b. Erit itaq̃ piramis laterata inscripto poligonio superstans quam componunt laterate piramides ex rotunda piramide detracte maius tertia parte rotũde columne.a.& quia vt probatum est i precedentibus hec piramis laterata est tertia pars sue columne laterate.a. sequitur denuo ex secunda parte.10.quinti libri columnam rotundam.a. esse minorem columna laterata eiusdem altitudinis cuius basis ẽ poligoniũ basi rotunde piramidis inscriptum: hoc autem impossibile: nam hec columna laterata pars est columne rotunde. Cum igitur columna rotunda non possit esse minus triplo sue piramidis neq̃ maius: erit necessaria tripla ad eam quod demonstrare volumus.

¶ Castigator.

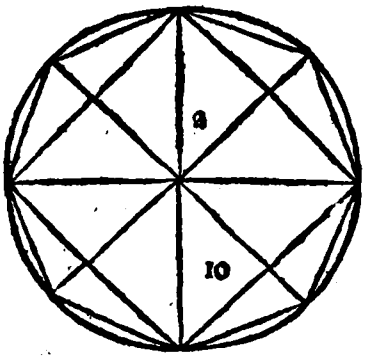
a ¶ Quia minus deficit ad complendam totam columnam q̃ triplo cui deficit corpus.b. qd maius est portionibus columne piter acceptis.
b ¶ Cum quelibet tertia pars huius sit maior tertia parte illius rotunde. Ideo tota totali.

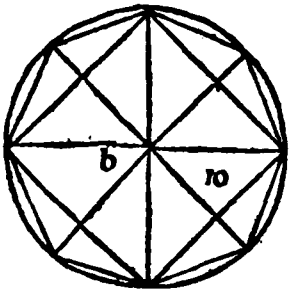


Propositio .10.

Omnium duarum rotundarum piramidũ similium columnarum ve rotundarum similium est ꝓportio alterius ad alterã tanq̃ diametri sue basis ad diametrũ basis alterius ꝓportio triplicata.

¶ Sint duo circuli.a.& .b. super quos constituãtur due rotunde piramides similes dueq̃ columne rotunde similes & dicantur circuli & piramides & columne & diametri circulorum his nolbus.a.& .b. equinoce: dico itaq̃ q̃ proportio duarum piramidum a. & .b. duarumq̃ columnarum .a. & .b. est sicut duarum diametrorum





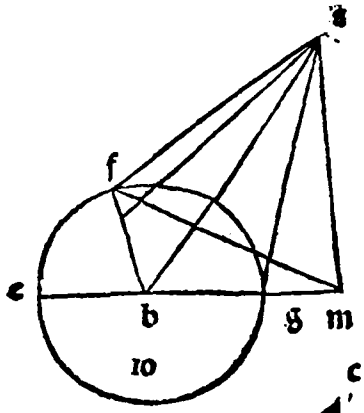
a.⁊.b.ꝓportio triplicata: hoc autem si de piramidibus constiterit: de columnis autem constabit ex.15.quinti.cum omnis columna rotunda sit ex premissa tripla ad suam piramidem: de piramidibus autem constabit hoc demonstratione ducente ad impossibile. Est enim per communem scientiam positam in principio secunde demonstrationis huius.n. libri: que proportio diametri.a.ad diametrum.b. triplicata: eadem piramidis.a.ad aliquod corpus. Illud igitur corpus sit.c. de quo dico ꝙ ipsum non potest esse minus neq; maius piramide.b. Sit primo minus si fuerit possibile quantitate corporis.d.ita ꝙ duo corpora.c.⁊.d.pariter accepta sint quantum piramis.b.itaq; quemadmodum in secunda parte premisse ex piramide.b. detrahatur laterata piramis sibi eque alta cuius basis sit quadratum inscriptum circulo.b.⁊ ex residuo eius detrahantur piramides eiusdem altitudinis consistentes super trigonos portionum circuli.b.fiat itaq; hoc totiens quousq; cogente prima.10.sit residuum piramidis.b.minus corpore.d.erit ex communi scientia laterata piramis detracta quam componunt partiales piramides detracte maius corpore c. Inscribatur itaq; circulo.a.poligonium simile illi quod est basis laterate piramidis detracte a piramide.b.⁊ ad angulos huius poligonii inscripti circulo.a.demitte lineas a cono piramidis.a. perficiens super illud poligonium lateratam piramidem eque altam rotunde piramidi.a. hanc igitur studeas demonstrare esse similem laterate piramidi detracte a rotunda piramide.b. quod hoc modo facies. In vtraq; piramide eriges axem ipsius qui erit ex diffinitione linea continuans verticem piramidis cum centro basis ⁊ erit perpendicularis ad basim. De hinc a centris basium protrahas in vtroq; circulo semidiametros ad omnes angulos vtriusq; poligonii inscripti cunq; ex diffinitione similium piramidum rotundarum sit ꝓportio axis vnius ad axem alterius sicut diametri basis vnius ad diametrum basis alterius. ideoq; etiam ex.15.quinti ⁊ equa proportionalitate sicut semidiametri ad semidiametrum. sint autem vtrobiq; omnes anguli quos axes cum semidiametris continent recti necesse est ex sexta ꝓpositione sexti libri ⁊ q̃rta eiusdē ⁊ diffinitiōe similiū supficiei ⁊ similiū corporū diffinitiōe vt laterata piramis.a.sit similis laterate piramidi.b.q̃re per additam ad.8.huius proportio laterate piramidis.a.ad lateratam.b.est sicut lateris vnius ad suum relatiuum latus alterius proportio triplicata. ideoq; ⁊ sicut diametri.a.ad diametrum.b.triplicata. igitur quoq; sicut rotunde piramidis.a.ad corpus.c.ex.11.quinti quare permutatim proportio laterate piramidis.a.ad rotundam piramidem.a. sicut laterate piramidis.b.ad corpus.c. Et quia laterata piramis.b. maior est corpore.c. erit laterata piramis.a.maior rotunda piramide.a. quod est impossibile cum sit pars eius. Non est ergo corpus.c.minus rotunda piramide.b. Restat itaq; probandum ꝙ nec maius. Si enim aduersarius dicat ipsum esse maius tunc arguatur ex conuersa proportionalitate proportionem diametri.b.ad diametrum.a.triplicatam esse sicut corporis.c.ad rotundam piramidem.a sed ex conceptione eadem est rotunde piramidis b.ad aliquod corpus aliud quod sit.d.⁊ quia ex ypothesi corpus.c.maius est rotunda piramide.b. sequitur.ex.14.quinti ꝙ rotunda piramis.a. sit maior corpore.d.itaq; proportio rotunde piramidis.b.ad corpus quod ē minus rotunda piramide.a. videlicet ad.d.est sicut sue diametri.b.ad diametrum alterius proportio triplicata. hoc autem est impossibile. nā ex hoc demonstrauimus sequi ꝙ pars sit maior suo toto. cum ergo corpus.c.non possit minus esse neq; maius rotunda piramide.b.erit necessario sibi equale. ideoq; ex secunda parte.7.quinti cōstat propositum. Non lateat autem nos huius demonstrationis processum ad eas dumtaxat columnas ⁊ piramides rotundas coartari quarum axes suis basibus perpendiculariter insistunt: tales enim diffinite fuerunt in principio vndecimi: cum tamen passio hic demonstrata communiter conueniat omnibus columnis rotundis similibus piramidibusq; rotundis similibus suis ea-

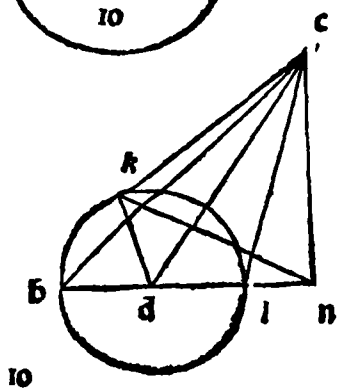
cum axes super bases suas fuerint orthogonaliter erecte siue sup eas fuerint inclinate: & appellentur differentie causa hee rotunde columne & piramides quarum basibus axes orthogonaliter superstant erecte: relique vero dicantur inclinate: & quia in principio .ii. non sunt diffinite columne aut piramides rotunde nisi ille tantum quas erectas vocamus. hee quidē per motum paralellogrami rectanguli ille vero per motum trigoni rectanguli. ideo conueniens arbitramur diffinire columnas rotundas & piramides difinitionibus communiter & vniuoce conuenientibus erectis & inclinatis columnis & piramidibus rotundis. Cum igitur extra superficiem alicuius circuli descripti signatur punctus qui cum circumferentia ipsius circuli per lineam rectam continuatur si linea ipsa signato puncto manente fixo descripto circulo quousq; ad locum vnde moueri inceperit. circumducatur: corpus quod a curua superficie quam motu suo describit hec linea & ab ipso circulo cui circumducitur continetur voco piramidem rotundam. & circulum cui linea hec circumducitur voco basim ipsius piramidis. fixum autem punctum extra circuli supficiem signatum voco conum piramidis: lineamq; rectam continuantem centrum basis cum cono piramidis appello axem seu sagittam piramidis. Cunq; hec sagitta fuerit perpendicularis ad basim dico piramidem esse erectā. cum vero inclinata dico etiam piramidem inclinatam. Cum autem fuerint duo circuli equales descripti in superficiebus equidistantibus quos vna plana superficies per eorum centra transiens secuerit fuerintq; continuate per lineam rectam due relatiue sectiones duarum circumferētiarum ipsorum circulorum. Si linea hec in circumferentiis ipsorum circulorum equidistanter situi a quo moueri inceperit quousq; ad locum suum redeat circumducatur: corpus quod a curua superficie quam motu suo describit hec linea & a duobus propositis circulis continetur: voco columnam rotundam. cuius axis siue sagitta est linea recta centra duorum circulorum continuans. Et cum hec sagitta fuerit perpendicularis ad supficiem vtriusq; duorum circulorum: dico columnam esse rectam. Cum vero fuerit super basim inclinata dico columnam esse inclinatam. Cūq; fuerint due rotunde piramides aut columne a quarum axibus egrediantur due superficies super bases earum orthogonaliter erecte fuerintq; anguli quos axes & communes sectiones harum superficierum & basium continent adinuicem equales: & fuerit proportio axis vnius ad axem alterius sicut semidiametri basis vnius ad semidiametrum basis alterius: tunc illas duas piramides adinuicem aut illas duas columnas adinuicē dico similes esse. His diffinitionibus positis demonstrandum est q; omnium duarum rotundarum piramidum similium columnarum ve rotūdarum similium siue erecte siue inclinate fuerint est proportio vnius ad alteram sicut diametri basis vnius ad diametrum basis alterius proportio triplicata quod de solis erectis demonstratum est ad hoc autem premittimus antecedens necessarium.

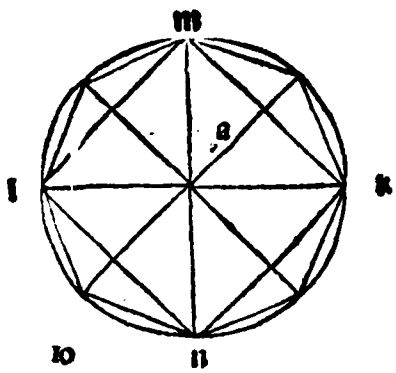
¶ Castigator.

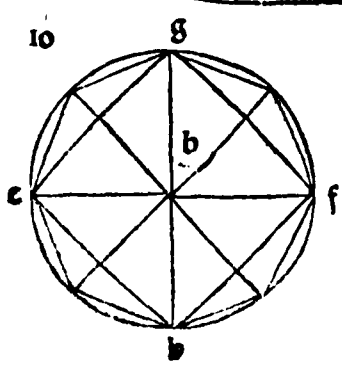
a ¶ Diffinitio non dicit hoc sed ex permutata proportio. elicitur. Quoniam si proportio axis vnius ad diametrum sue basis est sicut axis alterius ad diametrum sue basis. Ergo permutatim axis vnius ad axem alterius sicut diametri vnius ad diametrum alterius &c.

¶ Si fuerint due rotunde piramides adinuicem similes vtranq; quarum due plane superficies super axem secent fuerintq; harum duarum superficierum altera in vtraq; piramide super basim eius orthogonaliter erecta at arcus basium inter illas duas superficies contenti similes: erūt anguli quos axes ⁊ due communes sectiones basium ⁊ earum superficierum que super









bases non ponuntur orthogonaliter erecte continent adinuicem equales.

¶ Sint due rotunde piramides.a.b.ꝗ.c.d.quarum bases sunt circuli .e.f. g.ꝗ.h.k.l.ꝗ axes due linee.a.b.ꝗ.c.d.ꝗ diametri basium.e.g.ꝗ.h.l. cẽtra basium sunt duo puncta .b.ꝗ.d.coni piramidum.a.ꝗ.c. similes adinuicem: ꝗ ab earum conis ad superficiem basium protrahantur vt docet .11. vndecimi libri due perpendiculares que sunt .a.m.ꝗ.c.n.ꝗ continuentur puncta.m.ꝗ.n.cum centris basium protractis lineis.b.m.ꝗ.d.n. eritq; ex 18. vndecimi supficies.a.b.m.que egreditur ab axe.a.b. erecta sup basim piramidis.a.b.orthogonaliter. Eodem modo superficies.c.d.n.que egreditur ab axe. c. d. erit erecta super basim piramidis. c. d. orthogonaliter. Sint itaq; duo arcus.f.g.ꝗ.k.l.similes ꝗ intelligãtur due superficies.a.b.f.c.d.k.egredi ab axibus ꝗ secare piramides.a.b.ꝗ.c.d. similes.

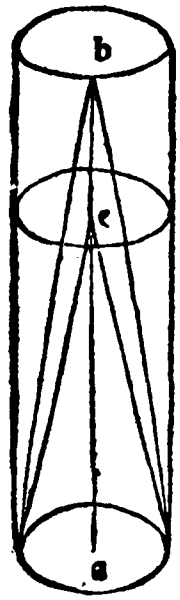
¶ Dico igitur duos angulos.a.b.f.c.d.k.esse adinuicem equales. Protrahantur.n.due linee.f.m.ꝗ .k.n. quia igit due piramides .a.b.ꝗ.c.d. sunt similes ꝗ due supficies.a.b.m.c.d.n.stantes orthogonaliter sup bases egrediuntur ab earum axibus: erit ex diffinitione similium piramidum angulus.a.b.m.equalis angulo.c.d.n.ꝗ quia ex diffinitione linee supra superficiem perpendiculariter erecte vterq; duorum angulorum .a.m.b.c. n.d.est rectus erunt ex 32. primi.ꝗ.4.sexti duo primi trianguli .a.b.m.ꝗ c.d.n.laterum proportionalium vt proportio linee .a.b. ad lineã.c.d.sicut.b.m.ad.d.n.ꝗ sicut.a.m.ad.c.n. Et quia ex diffinitione similium piramidum proportio axis.a.b.ad axem.c.d.est sicut semidiametri.b.f.ad semidiametrum.d.k.erit ex.11.quinti.proportio.b.f.ad.d.k.sicut. b.m. ad.d.n. Cunq; sunt duo anguli.f.b.m.ꝗ.k.d.n.equales eo ꝙ duo arcus.f. g.ꝗ.k.l.sunt similes ex ypothesi: erit ex sexta ꝗ quarta sexti proportio .f. m.ad.k.n.sicut.b.m.ad.d.n.ideoq; sicut.a.m. ad .c.n. ꝗ quia iterum ex diffinitione linee super superficiem perpendiculariter erecte vterq; duoꝝ angulorum.a.m.f.c.n.k.est rectus: erit ex sexta ꝗ quarta sexti proportio. a.f.ad.c.k.sicut.a.m.ad.c.n. ideoq; per.11.quinti sicut.a.b.ad.c.d.ꝗ sicut b.f.ad.d.k.igitur ex quinta sexti duo anguli.a.b.f.ꝗ.c.d.k. sunt adinuicẽ equales quod est propositum. ¶ Idem probabis leuiter de rotundis columnis similibus: hoc itaq; demonstrato dico ꝙ omnium duarum rotundarum piramidum similium quecunq; fuerint siue erecte siue inclinate est proportio vnius earum ad alteram sicut diametri sue basis ad diametrum alterius basis proportio triplicata. Sint enim vt prius due rotunde piramides.a.ꝗ.b.quarum bases sunt circuli.a. ꝗ.b. ꝗ horum circulorum diametri sint etiam.a.ꝗ.b.sitq; proportio piramidis.a.ad corpus .c. sicut diametri.a.ad diametrum.b.proportio triplicata.non erit igitur corpus c.minus neq; maius rotunda piramide.b. Sit enim primo si possibile est minus quãtitate corporis.d.ita ꝙ duo corpora.c.ꝗ.d.pariter accepta sint quantum rotunda piramis.b.ab axe igitur piramidis.b.prodeat superficies que sit orthogonaliter erecta super circulum.b. Sitq; cõmunis sectio huius superficiei ꝗ circuli.b.linea.e.f. transiens per centrum.b. que erit diameter circuli.b.ꝗ protrahatur intra circulum.b. alia diameter secans hanc orthogonaliter que sit.g.h. Sicq; inscribatur circulo.b. quadratum e.g.f.h.ꝗ.a rotũda piramide.b.itelligatur detrahi laterata piramis cuius basis est quadratum circulo. b. inscriptum: que vt probatum est supra maius erit dimidio rotunde piramidis. Et ex residuo eius detrahant piramides eiusdẽ altitudinis consistentes sup trigonos portionũ circuli.b. fiatq; hoc totiẽs quousq; residuũ sit rotunde piramidis.b. minus corpore d.ex pria decimi. Eritq; ex conceptione laterata piramis detracta quã cõponunt laterate partiales piramides detracte maius corpore.c.tũc ergo ꝓdeat ex axe piramidis.a.superficies alia que sit orthogonaliter erecta super circulum.a.ꝗ sit communis sectio huius superficiei ꝗ circuli .a. linea

k.l.que ob hoc erit diameter circuli.a.protrahatur autem in circulo.a. alia diameter secans hanc orthogonaliterque sit.m.n.sicq; inscribatur in circulo.a.quadratum.k.m.l.n.& diuidendo arcus portionum circuli.a. per equalia perficiatur in circulo.a.poligonium simile illi quod est inscriptum circulo.b.& ad singulos angulos huius poligonii demitte lineas rectas a cono piramidis.a.perficiēs super illud poligonium lateratam piramidem eque altam piramidi.a.hanc autem lateratam piramidem probabis esse similem laterate piramidi detracte.a.rotunda piramide.b. quod hoc modo facies produces axes cogitatione vel actu vtriusq; in vtrisq; piramidibus.a.&.b.&.a.centris basium protrahas lineas rectas ad omnes angulos inscriptorum poligoniorum. Eruntq; ex premisso antecedente omnes anguli quos continet axis piramidis.a.cum singulis lineis ductis a centro circuli.a.ad angulos poligonii sibi inscripti equales suis relatiuis angulis quos continet axis piramidis.b.cum singulis lineis ductis a centro circuli.b.ad angulos poligonii sibi inscripti. Et quia ex diffinitione rotundarum piramidum similium proportio axis piramidis.a.ad axem piramidis.b.ē sicut semidiametri circuli.a.ad semidiametrum circuli.b.sequitur ex sexta & quarta sexti & diffinitionibus similium superficierum & similium corporum q; due laterate piramides.a.& b.sint similes. Cetera argue sicut prius in decima.constat itaq; de omnibus rotundis piramidibus similibus quod proportio earum sit sicut diametrorum suarum basium triplicata.& quia omnis columna rotunda est tripla ad suam piramidem.hoc enim sufficiēter est demōstratum siue columne & sue piramides fuerint erecte siue inclinate: sequitur ex.15.quinti vt etiam quarumlibet columnarum rotundarum similium sit proportio sicut suarum diametrorum triplicata.

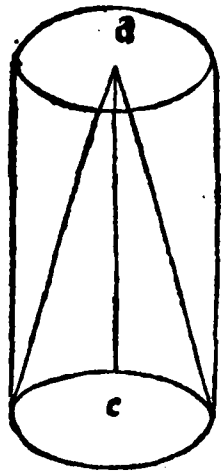
Propositio .II.

Omnes duas rotūdas piramides siue columnas eque altas suis basibus ꝓportionales eē necesse ē.

¶ Supra duos circulos.a.&.b.statuantur vt prius due rotunde piramides eque alte que dicantur similiter.a.&.b. & due rotūde columne eque alte eisdem litteris ascripte a.&.b.dico itaq; q; proportio duarum piramidum.a.&.b. duarumq; columnarum.a.&.b.est sicut duorum circulorum.a.&.b.quod de columnis manifestum erit si hoc prius de piramidibus demonstrabit omnis enim rotunda columna tripla est ad suam piramidem: de piramidibus autem constabit indirecta demonstratione hoc modo. Est enim ex communi scientia proportio rotunde piramidis.a.ad aliquod corpus sicut circuli.a.ad circulum.b.illud corpus sit.c.dico itaq; q; corpus.c.non potest esse maius neq; minus rotunda piramide.b.sit enim primo minus quantitate corporis.d.igitur circulo.b.inscribatur quadratum & detrahatur a rotunda piramide.b.piramis. laterata cuius sit basis quadratum circulo.b.inscriptum & ex portionibus piramidis detrahantur piramides super trigonos portionum circuli consistentes fiatq; hoc totiens quousq; sit ex piramide.b.residuum minus corpore.d.eritq; laterata piramis detracta quam componunt partiales piramides detracte maior corpore c. Inscribatur ergo circulo.a.poligonium simile illi poligonio quod ē basis laterate piramidis.b.& perficiatur super ipsum piramis laterata ductis lineis a vertice piramidis laterate.a.ad angulos poligonii inscripti. Eruntq; due laterate piramides.a.&.b.eque alte.hoc.n.est ꝓpositū de rotundis: q̄re ꝓportio laterate piramidis.a.ad lateratā piramidē.b.est sicut basis eius ad basim illius videlicet sicut poligonii.a.ad poligoniū.b.hoc n.demonstratum est in sexta huius. At vero poligonii.a.ad poligoniū.



12



b.est sicut circuli.a.ad circulum.b.quod manifestum est ex pria & secūda huius: itaq; laterate piramidis.a.ad lateratam piramidem.b.sicut rotunde piramidis.a.ad corpus.c.quare permutatim laterate piramidis.a. ad rotundā piramidē.a.sicut laterate piramidis.b.ad corpus.c. cumq; sit laterata piramis.b.maior corpore.c.sequitur lateratam piramidem . a . esse maiorem rotunda piramide.a.hoc autem impossibile est enim pars eius non erit ergo corpus.c.minus rotunda piramide.b. ¶ Si vero ponat aduersarius q; sit maius demonstrabimus.rursum idem impossibile consequ erit enim per conuersam proportionalitatem proportio corporis .c. ad rotundam piramidem.a.sicut circuli.b. ad circulum .a.sit quoq; eadem rotunde piramidis.b.ad aliquod corpus quod sit,d. Cum igitur corpus c.sit maius rotunda piramide.b.per ypothesim erit ex.14.quinti rotunda piramis.a.maior corpore.d.itaq; proportio circuli.b.ad circulum.a. erit sicut rotunde piramidis.b.ad quoddam corpus minus rotunda piramide.a. Sed hoc demonstratum est prius esse impossibile.sic enim sequitur q; pars sit maior suo toto.non est igitur corpus.c.neq; minus neq; maius rotunda piramide.b.sed tantum equale.itaq; ex secunda parte septime quinti conclude propositum. Vt autem facilius inconcussiusq; demonstraretur quod sequitur :ad ipsam est antecedens vtile premittendum quod est.

¶ Si superficies quedam rotunda m columnam equidistāter basi eius secuerit:erunt duo partialia corpora que ad illam secātem superficiem terminantur portionibus axis columne proportionalia.

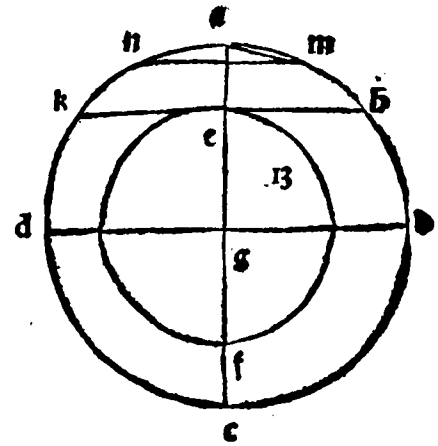
¶ Simile est hoc ei quod ꝓposuit.25.vndecimi libri de solidis paralelogramis nec solum verum est hoc de columnis rotundis immo simpliciter de omnibus columnis siue laterate fuerint siue rotunde. Quod qui argumentationem prime sexti vel.25. vndecimi firmiter tenuerit facile demonstrare poterit:hic enim non aliter q̄ ibi ex diffinitione incōtinue proportionalitatis que posita est in prohemio,quinti libri arguendum est,propositum. ¶ Attendere autem oportet q; quecunq; superficies secat columnam equidistanter basi ipsius secat etiam eam equidistanter superficiei basis eius opposite.nam quecunq; superficies vni superficiei sunt equidistantes ipse quoq; sunt equidistantes adinuicem vt ex his que dicta sunt ex decima sexta vndecimi libri didicisti:quare manifestum est q; omnes rotunde columne quarum sunt bases equales altitudinibus suis sunt proportionales. Idem quoq; de lateratis.idem quoq; de piramidibus rotundis & etiam de lateratis quod de piramidibus constabit si prius de columnis probetur, Est enim omnis columna triplex ad suam piramidem.Rotunda quidem ex nona huius:laterata vero ex his que supra in octaua demonstrata sunt.

Propositio .12.

Si due piramides rotunde siue columne fuerint equales siue bases & altitudines erunt mutue. Si vero fuerint bases & altitudines mutue fuerint ipsas piramides siue columnas equales eē necesse est.

¶ Altitudinem piramidum determinant linee a conis ad bases perpendiculariter descendentes : columnarum autem a suppremis earum superficiebus ad bases. Sint itaq; due rotunde piramides .a.b.& .c.d.equales:dueq; rotūde columne.a.b.& .c.d.equales sintq; communes bases tam piramidum q̄ columnarum duo circuli.a.& c.communes quoq; altitudines tam piramidum q̄ columnarum determinate per lineas.a.b.& .c.d.dico q; proportio circuli .c.ad circulum.a. est sicut altitudinis.a.b.ad altitudinem.c.d.& econuerso. Hoc autem si de columnis probatum fuerit de piramidibus certum erit : quoniam omnis columna rotunda tripla est ad suam piramidem. Si itaq; due altitudines

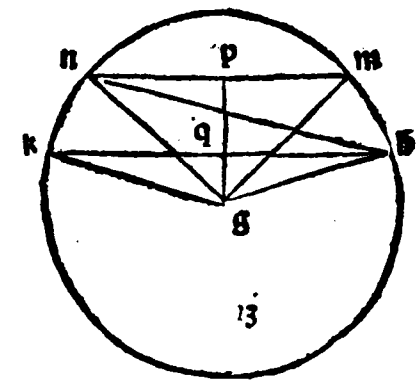
a.b.ꝗ.c.d.fuerint equales ex premissa constat propositum. Si aũt inequales sit.a.b. maior sumaturq.a.e.equalis.c.d ꝗ secetur columna.a.b.a superficie.e.eqdistãter basi eius.a.eritq; ex premisso antecedente columna.a.b. ad columnam.a.e.sicut altitudo.a.b.ad altitudinẽ.a.e.ideoq; ex pria pte 7.quinti columna.c.d.ad columnã.a.e.sicut altitudo .a.b.ad altitudinẽ a.e.quare p scdam ptem.7.quinti sicut altitudo .a.b. ad altitudinẽ .c.d. ex pmissa aũt ẽ columna.c.d.ad columnã.a.e.sicut circulus.c.ad circulũ a.itaq; p.11.quinti est altitudo.a.b.ad altitudinem.c.d.sicut basis.c.ad basim.a.constat igit pria ps. ¶ Scda couerso mõ cõstabit eadẽ dispositione manẽte. Sit.n.vt basis.c.ad basim.a.sic altitudo .a.b. ad altitudinem.c. d.dico q; due columne.a.b.ꝗ.c.d.sunt equales. Erit enim ex secũda pte.7. quinti altitudo.a.b.ad altitudinem.a.e.sicut basis.c.ad basim.a. ꝗ qa ex premissa columna.c.d.ad columnã.a.e.ẽ sicut basis.c.ad basim.a.ꝗ ex pmisso antecedente columna.a.b.ad columnã.a.e. sicut altitudo.a.b. ad altitudinẽ .a.e. seqtur ex.11.quinti vt columna.c.d.ad columnam.a.e.sit sicut columna.a.b.ad eandem.a.c.igitur ex prima parte.9.quinti due columne.a.b.ꝗ.c.d.sunt equales: quare constat etam secunda pars.



Propositio .13.

Cum propositi fuerit duo circuli ab vno centro circũducti superficiem multiangulam equalium laterum circulum minorem minime tangentium intra circulum maiorem describere.

¶ Sint duo circuli.a.b.c.d. ꝗ.e.f. ab vno cõi centro qđ sit.g.circũducti.dico q; intra maiorem. qui sit .a.b.c.d. possibile est vnum poligonium quod sit equilateꝝ describi minorẽ circulũ q est.e.f.nullo suoꝝ lateꝝ tangens. Quadrent.n.hi duo circuli duabus diametris sup centꝝ ipsoꝝ orthogonaliter seinuicem secantibus que sint.a.c.ꝗ.b.d.sitq;.e.f.diameter minoris ps diametri.a.c.q̃ est diameter maioris.sicq; igitur a puncto.e. ducat vtrinq; vsq; ad circũferentiam maioris linea orthogonaliter super diametꝝ.e.f. que occurrat circũferentie maioris hinc qdem in puncto.h.inde vero in puncto.k.eritq; ex correllario.15.tertii linea.h.c.k.cõtingens circulũ minorẽ. Postea vero quadrantẽ.a.b.maioris circuli diuide p equalia in puncto.l.ꝑm doctrinam 29.tertii: dehinc rursus arcũ.a.l.p equalia ad punctũ .m. cũq; hoc pluries feceris necessario tandem deuenies ad arcum qui minor erit arcu.a.h. sit hic.a.m. Hoc aũt idcirco necessarium est quia cum fuerint due quantitates inequales si a maiori earũ dematur eius dimidium, itẽq; a residuo dimidium possibile est hoc totiens fieri quousq; tandẽ minor minore eaꝝ relinquetur quemadmodum in prima.10.demonstratum est. Cum igit sic diuidendo ad arcum quantulumcũq; minorem.a.h.fuerit deuentum cuiusmodi ẽ arcus hic.a.m. sumat arcus.a.n.eq̃lis arcui .a.m. ducanturq; due linee.a.m.ꝗ.n.m. Quia igit arcus.a.k.ẽ eq̃lis arcui.a.h.qđ ex scda pte tertie tertii ꝗ quarta primi ꝗ.27.tertii manifestũ ẽ. Et q̃a arcus.a.n.ẽ eq̃lis arcui.a.m.erit ex cõi scia arcus .n.k.eq̃lis arcui.m.h.ergo due linee.m n.ꝗ.k.h.sunt eqdistantes. Ergo linea.m.n.nõ poterit tãgere circulũ.e.f. q̃re multo fortius neq; linea.a.m.pt ipsum tãgere. ¶ Quoniã igit cõstat circulũ.a.b.c.d.diuisibilẽ eẽ p archus equales arcui.a.m.ideoq; p.28.tertii simul cõstat intra ipsum circulũ posse chordulas eq̃les chordule.a.m. cõtinue coaptari circulũ ipsum poligonie chordantes. manifestũ ẽ intra circulũ maiorẽ posse vnũ poligoniũ eqlateꝝ cuius vnũ latus ẽ linea .a.m.ĩscribi ꝗ q̃a linea.a.m.nõ cõtingit circulũ minorẽ patet ex pria pte.13.tertii et diffinitione lineaꝝ a centro circuli eq̃liter eq̃distantium q; inscriptum poligoniũ nullo lateꝝ suoꝝ tangit circulũ minore qđ ẽ ꝓpositum. ¶ At qd dubitas duas lineas.m.n.ꝗ.k.h.eẽ. eqdistantes cum sint duo arcus.n.k.ꝗ.m.h.eq̃les: hoc aũt incõcussam ꝟitatẽ sortitũ est q; due linee circulũ vnũ nõ aũt se inuicẽ secantes: si ex circumferentia equales arcus hincinde lineis ipsis intersint erunt eqdistantes: due quidem a centro.g.



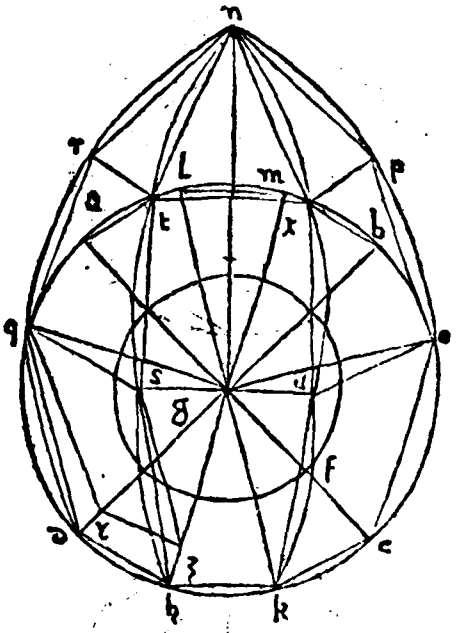
lineam .g.p. perpendicularem ad lineam .m.n. que secet lineā .h.k. in pūcto, q. & protrahe lineas .g.m. g.n. g.k. g.h. & duobus arcubus .n.k. & .m.h. subtende duas cordas que etiam dicantur .n.k. & .m.h. eruntq; ex .28. tertii hee corde equales .n.k. & .m.h. eo q; arcus equales. Et per secundam partem tertie eiusdem tertii erit linea .n.p. equalis linee .m.p. cū igitur vterq; duorum angulorum qui sunt ad .p. sit rectus ex diffinitione perpendicularis erit ex quarta primi angulus .n.g.p. equalis angulo .p.g.m. At vero per .8. primi angulus .k.g.n. est equalis angulo .h.g.m. itaq; per communem scientiam que est si equalibus equalia addas tota erunt equalia erit angulus .k.g.q. equalis angulo .q.g.h. ideoq; per quartam primi linea .k.q. erit equalis linee .q.h. quare per primam partem tertie tertii linea .g.q. erit perpēdicularis ad lineam .k.h. igitur ex prima parte .28. primi due linee .n.m. & .k.h. sunt equidistantes & hoc est quod dubitare conquestus es. ¶ Hoc enim idem aliter demonstrare est possibile ducatur enim linea .n.h. eritq; ex vltima sexti angulus .h.n.m. equalis angulo .n.h.k. eo q; arcus .h.m. est equalis arcui .n.k. ideo ex .27. primi linea .m.n. erit equidistans linee .h.k. Conuersam quoq; si libuerit conuerso modo probabis si enim linea .m.n. est equidistans linee .h.k. erit arcus .n.k. equalis arcui .m.h. eruntq; etiam ex prima parte .29. primi duo anguli .h.n.m. & .n.h.k. equales. ideoq; ex vltima sexti duo arcus .n.k. & .m.h. erunt etiam equales.

Propositio .14.

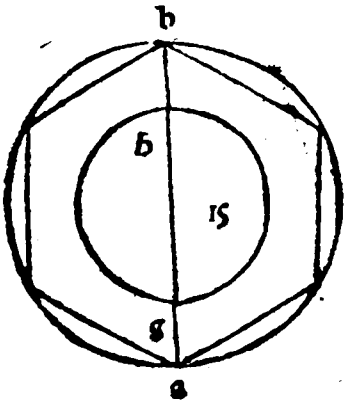
Duabus speris vnum centrum habentibus propositis intra maiorem earum solidum multarum basium superficiem minoris sphere minime tangentium figuraliter constituere. Quo constituto si in minori sphera siue in qualibet alia sphera simile corpus intelligibiliter constituatur erit proportio corporis multarum basium intra maiorem sphera cōstituti ad corpus multarum basium intra minorem sphera vel aliam constitutum sicut diametri maioris sphere ad diametrum minoris vel alterius sphere proportio triplicata.

¶ Sint proposite due sphere .a.b.c.d. & .e.f. vnum atq; idem centrum quod sit .g. habentes & sit maior earum spera .a.b.c.d. minor vero sphera .e.f. volumus aūt intra maiorem earum vnum corpus multarum basium constituere de quibus non intendimus q; ipse bases sint equales aut similes sed q; nulla earum tāgat superficiē minoris sphere. Cum igitur hoc voluerimus facere secabimus simul vtranq; propositarum sphearum vna plana superficie per commune centrum earum transeuntes eruntq; ex diffinitione sphere & diffinitione circuli communes sectiones huius secantis superficiei & superficierum sphearum propositarum linee continentes circulos. sint itaq; duo circuli .a.b.c.d. & .e.f. quorum centrum est centrum sphere de quo propositum est quod ipsum sit .g. Quadrabimus igitur hos duos circulos duabus diametris se supra commune centrum eorum orthogonaliter secātibus que sint .a.c. & .d.b. postea maiori circulo secūm precepta premisse inscribemus vnum poligonium equilaterum nullo suorum laterum tangens minorem circulum. Et sufficiat exempli causa inscripsisse duodecagonū equilaterum ita q; in quadrante ipsius maioris circuli q & .c.d. sint tria latera huius duodecagoni que sint corde .d.h.h.k. & .k.e. que cum sint equales erunt quoq; ex prima parte .27. tertii arcus earum equales. Dehinc a duobus punctis .h. & .k. que sunt extremitates medie corde producemus duas diametros que sint .h.m. & .k.l. & super centrum .g. erigemus lineam .g.n. perpendicularem ad superficiem circuli .a.b.c.d. quam producemus quousq; obuiet superficiei sphere maioris super punctum .n. ¶ Deinde intelligam quatuor superficies secantes

spheras propositas: quarum vnaqueq; secet eas super lineam. g.n. sed prima earum supra lineam. g.n. ꝗ diametrum. d.b. secunda super lineam g.n. ꝗ diametrum. h.m. tertia vero seper lineam. g.n. ꝗ diametrum. k.l. quarta autem super lineam. g.n. ꝗ diametrum. c.a. Eruntq; ex diffinitionibus sphere ꝗ circuli communes sectiones harum superficierum ꝗ superficiei sphere maioris linee continentes circulos ꝗ erunt portiones inscripte vt inter punctum. n. ꝗ quatuor puncta que sunt. d.h.k.c. quadrantes horum circulorum qui quadrantes sunt. d.n.h.n. ꝗ k.n. ꝗ c.n. hoc autē ideo euenit eo ꝙ oēs anguli quos continet linea. g.n. cū vnaquaq; diametrorum protractarum in superficie circuli. a.b.c.d. sunt recti ex diffinitione linee perpendicularis ad superficiem. Recti vero anguli in cētro quarte circumferentie subtenduntur. quod ex vltima sexti euidenter apparet. Ex diffinitione autem circulorum equalium manifestum est ꝙ vnusquisq; horum quatuor circulorum est equalis circulo. a.b.c.d. Nam diameter oium ipsoꝝ ē diameter sphere maioris. igit per. 15. qnti quadrātes eorum sunt equales: quare quinq; arcus qui sunt. d.n.h.n.k.n.c.n. ꝗ. d.c. sunt equales. In vnoquoq; ergo quatuor quadrātium circulorum erectorum coaptentur ypothemisales chorde quarum quelibet sit equalis chorde circuli prostrati que sunt latera poligonii sibi inscripti ꝗ est vna eaꝝ corda. d.h. sintq; in primo quidem. d.q.q.r. ꝗ. r.n. in secundo vero. h.s.s.t. ꝗ. t.n. in tertio autem. k.u.u.x. ꝗ. x.n. ꝗ in quarto sint. c.o.o.p. ꝗ p.n. ꝗ protrahantur corausta coniungentes capita ypothemisalium chordarū que sint. q.s.s.u.u.o. ꝗ. r.t.t.x.x.p. Vides igitur quarte parti superioris hemisperii maioris sphere que quidem quarta pars est. d.n.c. inscriptum eē corpus. 9. basium quarum tres que coeunt in puncto. n. sunt triangule. cetere autem sunt quadrangule. suntq; harum quadrangularum superficierum ypothemisalia latera equalia. sed non equidistantia. Corausti autē inter quosq; duos circulos intercepti sunt equidistantes adinuicē ꝗ chorde circuli prostrati sed non sunt adinuicē equales. ¶ Hoc autem scies si ꝑpendiculares a coraustorum extremitatibus ad superficiem circuli iacentis demiseris. de quibus constat ꝙ ipse cadēt super diametros circulorum quos corausti cotinuant quod ex demonstratis in. 13. 11. facile deprehendes. Verbi gratia. Sint a duobus terminis corausti. q.s. demisse due ꝑpēdiculares. q.y. ꝗ. s.3. cadentes in diametris. d.b. ꝗ. h.m. ꝗ protrahantur linee. q.d.s.h. ꝗ. y.3. eruntq; ex quarta sexti duo trianguli. q.y.d. ꝗ. s.ç.h. similes quare proportio duarum perpendicularium. q.y. ꝗ. s.ç. erit sicut duarum cordarum. q.d. ꝗ. s.h. cunq; sint corde equales erunt etiam ꝗ perpendiculares equales. At ipse sunt equidistantes ex sexta. 11. ergo ex. 33. primi coraustus. q.s. est equalis ꝗ equidistans line. y.ç. ꝗ quia ex secunda parte secunde sexti linea. y.ç. est equidistans corde. d.h. ꝗ ideo minore ea sequitur ex. 9. vndecimi vt coraustus. q.s. sit etiam eqdistans corde. d.h. ꝗ minor ea ex ª conceptione. Cum itaq; corde que sunt latera poligonii inscripti circulo iacenti ꝗ ipse sunt omnes equales corde. d.h. non tangant spheram minorem: necesse est vt nullum latus harum basium corporis inscripti siue quadrangule sint siue trigone tangat eandem minorem spheram cum omnia hec latera sint ipsis cordis equalia aut miora. Smpliciter aūt dico ꝙ nulla etiam harum basium de quibus omnibus manifestum est ex secunda parte secunde. 11. ꝙ ipse sunt tote in superficie vna pōt aliquo sui puncto contingere minorem spheram eo ꝙ omnis linea recta ducta super quemlibet punctum cuiusq; earum equidistanter corausto minor est necessario corda prostrati circuli. Si igitur connexitates aliarum quartarum maioris sphere tam superioris hemisperii q̄ inferioris ad eius similitudinem quadrilateris trilaterisq; superficiebus subtexantur: eritq; maiori sphere corpus. 72. basium superficiem minoris sphere minime tangentium quēadmodū ꝓpositum fuerat inscriptū. Dico insuꝑ ꝙ si i alia q̄



libet sphera simile corpus statuatur erit proportio vnius ad alterum sicut diametri vnius sphere ad diametrum alterius triplicata. Erunt enim .72. bases vtriusq; corporis bases totidem lateratarum piramidum quarum omnium vertices erunt in centris ipsarum spherarum has autem piramides perficies. si a singulis angulis inscriptorum corporum qui sunt extremitates cordarum & coraustorum lineas ad centra spherarum produxeris. Stude itaq; ex diffinitione similium corporum probare cunctas piramides vnius esse similes suis relatiuis piramidibus alterius. Quo probato erit ex .8. huius proportio vniuscuiusq; earum ad suam relatiuam alterius sicut ꝓportio semidiametrorum spherarum ipsarum triplicata. sunt enim semidiametri spherarum latera cunctarum piramidum. At quia semidiametrorum & diametrorum est ex .15. quinti vna proportio ex .13. eiusdem facile concludes propositum.



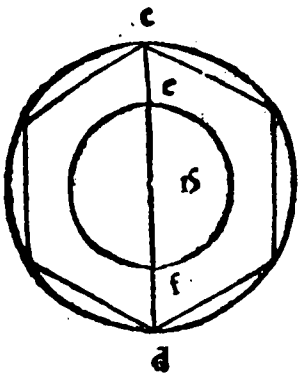
¶ Castigator.

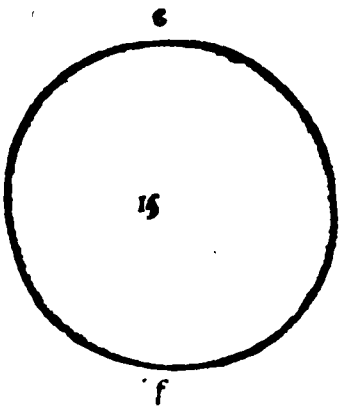
a ¶ Cum poligonium descriptum secundum quantitatem linee .y.3. sit pars poligonii descripti secundum quãtitatẽ linee seu corde .d.h. vt patet intuenti. quoniam diametri suorum circulorum quibus imaginãtur inscribi sunt inequales &c.

Propositio .15.

Omnium duarum sperarum est ꝓportio alterius ad alteram tanquam sue diametri ad diametrum alterius proportio triplicata.

¶ Sint due spere .a.b. & .c.d. quarum diametri sunt .a.b. & .c.d. dico ꝙ proportio earum est sicut suarum diametrorum proportio triplicata. Cuius demonstratio est quoniam neq; ad minorem spheram q̃ sit sphera .c.d. neq; ad maiorem est proportio sphere .a.b. sicut diametri .a.b. ad diametrum .c.d. triplicata. Esto quidẽ ꝓportio sphere .a.b. ad spherã .e.f. sicut diametri .a.b. sphere a.b. ad diametrum .c.d. triplicata: demonstrabo itaq; ꝙ sphera .e.f. non potest esse minor neq; maior q̃ sphera .c.d. Si enim affirmet aduersarius eam esse minorem imaginabor eã includi a sphera .c.d. & circũduci ab eodem centro & inscribam sphere .a.b. corpus multarum basium spheram .e.f. minime tangentium quod iam dicatur .c.d. & inscribam .a.b. corpus multaꝝ basiũ simile corpori multaꝝ basiũ .c.d. qđ ẽt noĩe sue sphere dicat .a.b. Et sphere .c.d. aliud huic simile qđ ẽt dicat noĩe sue sphere .c.d. vt in ꝑmissa ostensum est. constat itaq; ex scđa parte premisse .& .11. quinti ꝙ proportio sphere .a.b. ad spheram .e.f. est sicut corporis multarum basium quod est .a.b. ad corpus multarum basium: quod est .c.d. vtraq; enim est sicut diameter .a.b. ad diametrum .c.d. triplicata: hec aũt ex vpothe. illa vero ex secunda parte premisse: quare permutatim proportio sphere .a.b. ad corpus multarum basium .a.b. est sicut sphera .e.f. ad corpus multarum basium .c.d. Cum igitur sphera .a.b. sit maior corpore multarum basium .a.b. erit etiam sphera .e.f. maior corpore multarum basium .c.d. hoc autem est impossibile. nã ipsa est ꝑs eius: nõ ẽ ergo sphera .e.f. minor sphera .c.d. Si autem dicat aduersarius esse maiorem confutabimus ipsum hoc modo: erit enim per conuersam proportionalitatem sphera .e.f. ad spherã .a.b. sicut diametri .c.d. ad diametꝝ .a.b. triplicata. sit itaq; eadẽ sphere .c.d. ad spherã .g.h. eritq; ex .14. qnti sphera .g.h. minor sphera .a.b. eo ꝙ sphera .c.d. posita ẽ minor sphera .e.f. q̃re ꝓportio sphere .c.d. ad aliquã spherã minorẽ sphera .a.b. ẽ sicut diametri .c.d. ad diametꝝ .a.b. triplicata. At hoc est imposibile: nam ex hoc sequitur ꝙ pars sit maior suo toto vt demonstratũ est prius. itaq; sphera .e.f. non est maior neq; minor q̃ sphera .c.d. igitur ex .7. quinti conclude propositã conclusionem que imponit finem libro duodecimo.





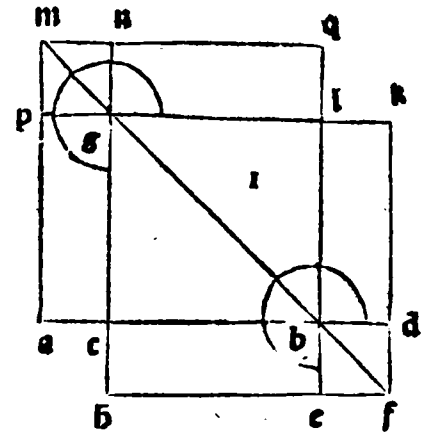
Explicit liber duodecimus.

¶ Liber tertiusdecimus Euclidis de admiranda vi linee secundum proportionem habentem medium duoq; extrema diuise z quinq; corporum regularium formatione ex perfecta Campani traductione. Magistro Luca Paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minorum castigatore optimo Incipit.

Propositio .I.

Cum diuisa fuerit linea secundum proportionem habentem medium duoq; extrema: si maiori portioni linea in longum addatur equalis dimidio ipsius linee proportionaliter diuise: quadratum linee ex eis duabus composite ꝯdrati medietatis eiusdem linee diuise quincuplum esse necesse est.

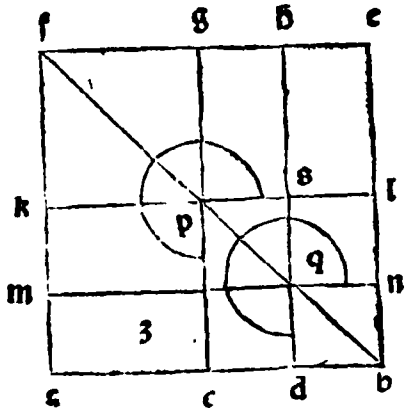
¶ Sit linea.a.b.diuisa in puncto.c.p-ut docet.19.sexti.& sit maior portio eius linea.b.c.cui.b.c.directe adiungatur linea.b.d.que sit equalis medietati totius a.b.dico q; quadratum linee.c.d.erit quincuplum ad quadratum linee.b.d. Quadrabo enim lineam.b.d.& sit eius quadratum.d.e.& circumponam huic quadrato gnomonem secundum quantitatem linee.b.c.protracta diametro.f.b.g.sitq; circumpositus gnomo.e.g.d.eritq; ex.12.sexti superficies inde composita que sit.h.k.tanꝯ quadratum linee.c.d.Dico igitur quadratum.h.k. quincuplum esse ad quadratum.d.e. Sit igitur.e.l.quadratum circumpositi gnomonis sibi q; circumponatur alius gnomo ad quantitatem linee.a.c.protracta diametro.f.b.vsq; ad.m.sitq; hic gnomo.c.m.l.& protrahantur linee.c.n.& p.l.equidistanter lateribus oppositis secantes se super diametrum.f.m.in puncto.g. Manifestum est autem ex.22.sexti q; compositum ex hoc secundo gnomone & quadrato.c.l.& ipsum quadratum sit.a.q.est quadratum linee.a.b.quod ex quarta secūdi necesse est esse quadruplum ad quadratum.d.e.eo q; linea.b.d.est medietas linee.a.b.cunq; sit ex prima parte.16.sexti superficies.a.n.ideoq; per.43.primi superficies.m.l.equalis quadrato.c.l.prouenit enim.a.n.ideoq; &.m.l.ex.b.a.in.a.c.& c.l.prouenit ex.c.b.in se & cum ex prima sexti sit.a.l.dupla ad.l.d.ideoq; equalis.l.d. &.c.e.pariter acceptis ex.43.primi erit ex hac cōmuni sciētia: si equalibus equalia addas tota fient equalia: quadratum.a.q.equale gnomoni.e.g. d.hic ergo gnomo quadruplus est ad quadratum.d.e.quemadmodum erat quadratum.a.q.itaq; totum quadratum.h.k.cum ipsum constet ex simplo & quadruplo erit ex cōmuni scientia quincuplum ad idem quod est propositum. Idem aliter ex quarta secundi constat q; quadratum linee a.b.est quadruplum ad quadratum linee.b.d. At per secundam eiusdem quod fit ex.a.b.i.b.c.& in.a.c.est equale quadrato.a.b.quod autem ex.a b.in.b.c.equum est ei quod ex.b.d.bis in.b.c.quod ex prima secundi manifestum est cum.a b.sit dupla ad.b.d. At vero quod ex.a.b.in.a.c.est ex prima parte.16.sexti equale quadrato.b.c.itaq; per communem scientiam quod fit ex.b.d.bis.in.b.c.& quod ex.b.c.in se est eq̄le quadrato.a. b.& ideo est quadruplum ad quadratum.b.d.quare superaddito quadrato.b.d.erit totum aggregatum quincuplum ad quadratum.b.d.videlicet illud quod fit ex.b.d.bis in.b.c.cum quadrato.b.c.& quadrato.b.d. at quia ex quarta secundi hoc totum est equale quadrato.c.d.constat verum esse quod diximus.



Propositio .2.

Si cuilibet linee bipartite cuius quadratū quadrati alterutrius suarum portionum sit quincuplum in longum sibi linea addatur donec eidem portioni reliqua portio cum addita linea fiat duplex: eadem duplex linea secōm proportiōem habentem mediū. quoq; extrema diuisa erit maiorq; portio eius erit linea media.

¶ Hec est conuersa premisse duplici quoq; modo sicut illa demonstrabitur via retrograda eadem prsus manente dispōne. verbi gr̄a. sit quadratum. h. k. quincuplum ad quadratum. d. e. ꝛ linea. a. b. dupla ad lineam b. d. dico ꝙ linea. a. b. diuisa est in puncto. c. ſm proportionem habentē medium ꝛ duo extrema ꝛ maior portio eius est linea media vt est. c. b. Constat aūt ex. 4. secundi ꝙ quadratum. a. q. quadruplum est ad quadratum. d. e. itaq; gnomo. g. d. e. equalis est quadrato. a. q. quare duo supplementa. l. d. ꝛ. c. e. pariter accepta sunt quantum gnomo. c. m. l. Atq; eadē supplemēta pariter accepta sunt ex prima sexti quantum a. l. ideoq; quantum. c. q. sequitur ꝙ. c. q. sit equalis gnomoni. c. m. l. dempta igitur ab vtroq; superficie. l. n. erit quadratum. c. l. equale superficiei. a. n. cum igitur fiat superficies. a. n. ex. a. b. in. a. c. sit aūt quadratum. c. l. quadratū linee. c. b. erit ex scda parte. 16. sexti ꝓportio. a. b. ad. b. c. sicut. b. c. ad. c. a. ex diffinitione ergo linee ſm ꝓportionem hn̄tem medium ꝛ duo extrema diuise positam in principio sexti libri cōclude ꝓpositū. ¶ Item aliter cum quadratū. c. d sit ex ypothesi quincuplū ad quadratum b. d. quadratum vero. a. b. sit ex quarta secūdi quadruplū ad idem. at quadratū. c. d. sit ex eadem equale q̄drato. c. b. ꝛ quadrato. b. d. ꝛ ei qđ fit ex. b. d. bis in. c. b. sequitur vt illud qđ fit ex. b. d. bis in. c. b. cum quadrato. c. b. sit equale quadrato. a. b. sed ex. b. d. bis in. c. b. tm̄ est quantum qđ ex. a. b. in. b. c. eoq; a. b. dupla est ad b. d. ergo quod fit ex. a. b. in. b. c. cū quadrato. b. c. est equale quadrato. a. b. ꝛ quia ex scda scđi quod fit ex. a. b. in. b. c. ꝛ in. a. d. ē eq̄le quadrato. a. b. sequit ex cōi scientia vt quadratum linee. b. c. sit equale ei quod fit ex. a. b. in. a. c. igitur ex secunda parte. 16. sexti ꝛ diffinitione cōstat ꝓpositum.



Propositio .3.

Cum diuisa fuerit linea secūdum proportionem habentem medium ꝛ duo extrema si minori portioni tanq̄ dimidium maioris directe iungatur: erit vt quadratum linee inde composite quincuplum sit quadrati quod ex ipsa maioris medietate portionis describitur.

¶ Sit linea. a. b. diuisa in puncto. c. secundum ꝓportionem hn̄tem medium ꝛ duo extrema. sitq; eius maior portio linea. c. b. q̄ diuidat ꝑ equalia in. d. dico ꝙ quadratum linee. a. d. est quincuplum ad quadratum linee. c d. describatur enim quadratum. a. b. quod sit. a. e. in quo protrahatur diameter. b. f. ꝛ linee. g. c. ꝛ. d. h. itemq; k. l. ꝛ. m. n. equidistāter lateribus oppositis secantes se inuicem super diametrum in duobus punctis. p. ꝛ. q. ꝛ extra diametꝝ in duobus aliis locis. r. ꝛ. s. manifestū igitur est ex. 22. sexti vel ex correlario quarte secundi: ꝙ oēs superficies existentes in quadrato a. e. quas diameter diuidit per medium sunt quadrare: quatuor autem superficies que sunt. a. r. m. p. p. h. ꝛ. s. e. constat ex. 43. primi ꝛ prima sexti eē adinuicem eq̄les. nam due postreme. p. h. ꝛ. s. e. sunt adinuicē equales ex prima sexti quoniā igr̄ ex pn̄ti ypothesi ꝛ diffinitione linee ſm ꝙ ꝓponitur diuise ꝛ p̄ma parte. 16. sexti quadratum. c. l. est eq̄le superficiei. a. g. iōq; ꝛ gnomoni. r. f. s. ꝓꝑ id quod superficies. a. r. est equalis superficiei. p. h. ꝛ qm̄ ex quarta secundi quadratum. c. l. est quadruplum ad quadratum. r. s. qđ est tanq̄ quadratum linee. c. d. sequitur ex cōi scientia ꝙ quadratum. m. h. sit quincuplum quadrati. r. s. cōstat enim ex gnomone quadruplo. ꝛ. r. s. simplo. hoc aūt est propositū. ¶ Idem aliter cum sit linea. b. c. diuisa ꝑ equalia in pūcto. d. ꝛ addita est ei linea. a. c. erit ex. 6. secundi quod fit ex

a.b.in.a.c.cum quadrato.c.d.interiacentis equale quadrato.a.d.at quia quod fit ex.a b.in.a.c.equale est quadrato.c.b.ex prima parte.16.sexti hoc aũt est quadruplum ad quadratum.c.d.manifeste patet veritas eius quod dr̃. Potes quoq; si libet ẽt duplici modo ex consequente huius sum̃ añs concludere processu retrogrado. Sit.n.eadem dispositione manente quadratũ.m.h.qncuplũ ad quadratũ.r.s.eritq; gnomo.r.f.s.eq̃le q̃drato c.l. Vtrũq;.n.ẽ quadruplũ ad q̃dratũ.r.s.at qa sup̃ficies.a.g.ẽ equalis gnomoni p̃dicto necesse est vt sup̃ficies eadẽ sit equalis quadrato predicto.q̃re ex scd̃a parte.16.sexti ꝗ diffinitione linea.a.b.ẽ diuisa in pũcto.c.s̃m ꝓportionem hñtem medium ꝗ duo extrema: ꝗ maior portio eius est linea c.b. ¶ Idẽ aliter cũ sit ex ypothesi quadratũ linee.a.d.quincuplũ ad quadratum linee.c.d.ꝗ ex.6.scd̃i idem ipsum quadratum sit equale ei quod fit ex.a.b.in.a.c.cũ quadrato.c.d.sequitur vt id quod fit ex.a.b.in.a.c.cũ quadrato.c.d.sit quincuplum ad idem quadratũ.c.d.ideoq; eo dempto erit residuum videlicet quod fit ex.a.b.i.a.c.quadruplum ad ipsum ꝗ qa ẽt ex quarta secundi quadratum linee.c.b.est dradruplum ad idem necesse ẽ vt quod fit ex.a.b.in.a.c.sit equale quadrato.c.b.quare iterꝫ ex secũda ꝑte.16.sexti ꝗ diffinitione linea.a.b.est diuisa s̃m proportionẽ hñtem medium ꝗ duo extrema in puncto.c.ꝗ maior eius portio est linea.c.b.

Propositio .4.

Si secundum proportionem habentem medium ⁊ duo extrema quelibet linea fuerit diuisa eiq; in lõgum directe tanq̃ maior sectio adiiciatur: erit totã lineam inde compositam s̃m proportionem habẽtam medium ⁊ duo extrema diuisam esse ⁊ erit eius maior portio linea prima.

¶ Sit linea.a.b.diuisa qua supponit̃ ꝓportione in pũcto.c.ꝗ sit eius maior portio.c.b.totiq;.a.b.adiiciat̃ directe linea.b.d.q̃ sit equalis.c.b.dico ꝙ tota.a.d.eadẽ ꝓportiõe diuisa est in puncto b.ꝗ maior eius portio ẽ linea.a.b.q̃ est linea prima. Est.n.ex diffinitiõe.a.b.ad.b.c.sicut.b.c.ad.c.a.at qa ex septima quiti.a.b.ad.b.d.sicut ad.b c.igit̃ ex vndecima eiusdẽ.a.b.ad.b.d.sicut.b.c.ad.c.a. Quar̃ ꝑ cõuersam ꝓportiõalitatẽ.b.d.ad b.a.sicut.a.c.ad.c.b.ꝗ cõiunctim.d.a.ad.a.b.sicut.a.b.ad.b.c. Cũq; sit ex septima qnti.a.b.ad.b.c.sicut ad.b.d.erit ex vndecima eiusdem.d.a.ad a.b.sicut.a.b ad.b.d. Itaq; ex diffinitione linea.a.d.diuisa est in pũcto.b s̃m proportionem hñtem medium ꝗ duo extrema ꝗ maior portio eius ẽ linea.a.b.quod est propositum. Eodem quoq; modo si ex maiori portione cuiuslibet linee secundum predictam proportiõem diuise tanq̃ minor portio detrahatur: erit ipsa maior portio secundum eandem proportionẽ diuisa.eritq; maior portio eius linea detracta.verbi gr̃a. Sit lĩea.a.b.sicut proponitur in pũcto.c.diuisa sitq; maior portio.a.c.a qua detrahatur c.d.equalis.c.b.dico ꝙ.a.c.est diuisa: s̃m proportionem eandem in puncto.d.ꝗ ꝙ maior portio eius est linea.d.c. Cũ enim sit ex diffinitione.b.a.ad.a.c.sicut.a.c.ad.c.b. At ex septima quinti.a.c.ad.c.b.sicut ad.c.d. erit ex vndecima eiusdem.b a.ad.a.c.sicut.a.c.ad.c.d.ideoq; ꝑ.19. quinti: sicut.c.b.residuum ad.d.a.residuum. Sed ex septima eiusdem.c.b.ad d.a.sicut.c.d.ad.d.a.itaq;.a.c.ad.c.d.sicut.c.d.ad.d.a.ex diffinitione ergo constat quod diximus. Nec igitur ea quam auctor proponit additio nec ea quam ex opposito proponimus detractio quantumcunq; vtralibet in prolixum tendat a proprietate diuisionis linee primitiue discordat.

Propositio .5.

Si secundum proportionem habentem medium ⁊ duo extrema quelibet linea fuerit diuisa quod ex tota linea, quodq; ex minori portione producitur ambo quadrata pariter accepta triplum sunt eius quod ex maiore portione quadratum describitur.

¶ Sit linea .a.b. diuisa per sepe dictam proportionem in puncto.c.sitq; maior portio eius linea.c.b.dico q̃ quadrata duarum linearum.a.b.⁊.c a.pariter accepta triplum sunt ad quadratum linee.c.b. Hec enim duo quadrata pariter accepta sunt ex septima secundi quantum quadratum.o. b.⁊.duplum eius quod fit ex.a.b.in.a.c. Iterumq; quia quod fit ex.a.b.in a.c.est equale quadrato.c.b.ex diffinitione ⁊ prima parte.16.sexti: manifestum est propositum.

Propositio .6.

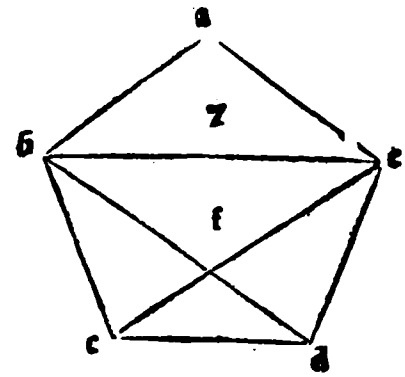
Omnis rationalis linee secūdum proportiones habentem medium ⁊ duo extrema diuise vtranq; portionem residuum esse necesse est.

¶ Sit linea.a.b.secundum solitam proportionem diuisam in puncto.c.rationalis.dico q̃ vtraq; portio eius est residuū. Sit enim maior eius portio.a.c.cui directe adiiciatur.a.d.equalis dimidio totius.a.b.eritq; etiam .d.a. rationalis ex.6. decimi libri ⁊ diffinitione. Constat autem ex prima huius q̃ quadratum linee.d.c.quincuplum est ad quadratum linee.d.a. igitur linea.d.c.est communicans linee.d.a.in potentia ex diffinitione.sed non in longitudine ex vltima parte.7.decimi quare per.68.decimi linea.a.c.est residuū cum due linee.c.d.⁊.d.a.sunt ambe rationales potentialiter tantum communicantes.⁊ quia iterum si ad lineam rationalem a.b adiungatur superficies equalis quadrato linee.a.c.que ē residuum erit latus eius secūdū linea.c b.ex prima parte.16.sexti necesse est ex.91.decimi vt linea.c.b.sit residuum primum. quare constat propositum. Amplius autem si linee sic diuise vt proponitur maior portio fuerit rationalis: erit minor residuum verbi gratia.sit vt prius.a.b.diuisa in.c.secundum dictam proportionem ⁊ maior portio eius que est.a.c.sit rationalis que diuidatur per equalia in.d.eritq; ex tertia huius quadratum.d.b.quincuplum ad quadratum.d. c.at quia.d.c.est rationalis cum ipsa sit dimidium.a.c.sequitur vt due linee.d.b.⁊.d.c.sunt rationales potentialiter tantum communicantes quare vt prius linea.c.b.est residuum.at vero si linea rationalis in potentia tantum secundum proportionem habentem medium ⁊ duo extrema diuidatur adhuc necesse est vt vtraq; portio eius sit residuum. Sit enim.a. b.rationalis in potentia tantum diuisa sicut proponitur in puncto.c.⁊ sumatur aliqua rationalis in longitudine que sit.d.e.que etiam diuidatur in.f.secundum predictam proportionem. Manifestum est igitur ex secunda.14.libri que sine adminiculo alicuius eorum que sequuntur incōcussa demōstratione roborat q̃ ꝓportio.a.b.ad.d.e.est sicut.a.c.ad.d.f. ⁊ sicut c.b.ad.f.e. Cum ergo.a.b.cōicet cū.d.e.in potentia sequit ex ꝓma ꝑte.10. decimi q̃.a.c.cōicet cū.d.f.⁊.c.b.cū.f.e.in potentia. Et qa vtraq; portio linee.d.e.est residuum vt patet ex predictis sequitur ex.98.decimi vt vtraq; portio linee.a.b.sit ēt residuum sed nō eiusdem speciei vt ibidē demōstratum est. Quare cōstat q̃ oīs linee rōalis in lōgitudine vel in potentia tm̄ ꝓm ꝓportionem hn̄tem medium ⁊ duo extrema diuise vtraq; portio ē residuum. Et nota q̃ prima ꝑs pn̄tis demonstratiōis qua demonstrat q̃ maior portio linee diuise ꝓm ꝓportiōem hn̄tem medium ⁊ duo extrema sit residuū si tota linea sit rōalis ꝓcedit ex sufficientibus siue tota linea ponat rōnalis in longitudine siue in potētia tm̄. Secda ꝛo pars qua demonstrat hoc de minori portione q̃ ipsa quoq; sit residuum si tota est rōalis non ꝓcedit ex sufficientibus nisi tota sit rōnalis in longitudine. Tertia aūt ꝑs q̃ ꝓbatur q̃ minor portio est residuum sufficiēter ꝓcedit siue maior portio sit rōnalis in longitudine siue in potentia tm̄. Ad concludendum igr̄ de maiori portiōe linee ꝑdicto modo diuise q̃ ipsa sit residuū sufficit ponere totam lineam diuisam esse rōnalem in potentia tm̄. sed ad cōcludēdum quoq; hoc de minori portione mediante maiore sufficit ponere portionē maiorem: similiter rōnalem in potentia tm̄. sed ad cōcludendum hoc de minori portione mediāte tota necesse est ponere totā lineam esse rōnalem in longitudine aut vtēdum est secunda.14.libri quēadmodū dcm̄ē.

Propositio .7.

Si quis pentagonus tres equos angulos habens fuerit equilaterus equiangulus quoq; idem pentagonus esse probatur.

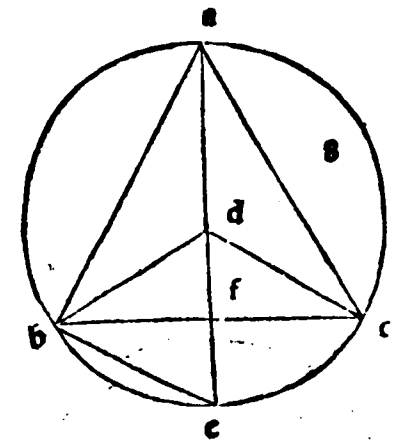
Sit pentagonus.a.b.c.d.e.equilaterus.sintq; qlibet tres eius anguli siue continue siue incontinue: sumãtur adinuicem eqles & sint prius incõtinue sumpti.sintq; anguli.a.c.d. illi tres qui ponuntur adinuicẽ eqles dico totũ pentagonum eẽ equiangulum.His angulis subtendantur chorde.b.e.b.d.& e c.& totus pentagonus diuidatur in trigonũ & quadrilaterũ cuius due diagonales sint chorde duorum primorum eqlium angulorũ secantes se intra quadrilaterũ ipsum in puncto.f.eritq; p quartam primi basis.b.e.equalis basi.b.d.& angulus.a.e b.equalis angulo.c.d b. Cũq; p quintã primi angulus.b.e.d sit equalis angulo.b.d.e.eo q; duo latera.b.e.& b.d sunt equalia.erit ex cõi scia totalis angulus.e.eqlis totali angulo.d. Silr pbabis totalẽ angulum.b.esse equalem angulo totali.c. Est n.per quartam primi basis.b.e.equalis basi.c.e. & angulus.a.b.e.equalis angulo.d.c.e.per quintam aũt eiusdẽ.s.primi est angulus.e.b.c.eqlis angulo.e.c.b.igit ex cõi scia totalis angulus.b.ẽ eqlis totali angulo.c.Sint itaq; tres anguli.b.c.d.cõtinue sumpti equales & sic quoq; erit pentagonus equiangulus: erit enim ex.4.primi basis.b.d.equalis basi.c.e.& angulus.c.d.b.angulo.d.e.c.& angulus.b.d.c angulo.e.c.d quare per sextam primi due linee.c.f.& f.d.erunt equales cum duo anguli trianguli.f.c.d.qui sunt ad basim.c.d.sint equales. Igitur ex hac cõi scia si ab eqlibus erit linea.f.b.equalis linee.f.e.erat enim tota.b.d.equalis toti.c.e.ideoq; per quintã primi erit angulus.f.b.equalis angulo.f.e.b.p eãdem aũt est angulus.a.b.e.equalis angulo.a.e.b.Itaq; per cõem sciam angulus.b.totalis est equalis angulo.e.totali tres enim partiales anguli cõponentes vnũ sunt equales tribus ptialibus cõponentibus alium vnusq;q; suo relatuo. Manifestum est igitur q; tres anguli.e.b.c.non continue sumpti in proposito pentagono sunt equales. Cum aũt sic demõstratũ est totum pentagonum esse equiangulum vtrolibet ergo mõ cõstat ppositum.



Propositio .8.

Omnis trianguli equilateri quod a latere suo quadratum describitur triplum est quadrato dimidii diametri circuli a quo triãgulus ipse circũscribit.

Sit triãgulus.a.b.c.equilaterus cui circumscribatur circulus.a.b.c.supra centrum.d.quemadmodum docet quinta quarti libri & protrahatur in eo diameter.a.d.e.dico ergo q; quadratũ linee.a.b.triplum est ad quadratum semidiametri.a.d.Ducãtur.n.due linee.b.d.& d.c.& arcui.b.e.subtendatur chorda b.e.eritq; ex octaua primi angulus.b.a.d.equalis angulo.c.a.d.quare per vltimam sexti arcus.b.e.ẽ eqlis arcui.e.c. Et quia ex.27.tertii tres arcus.a.b.b.c.& c.a.sunt adinuicẽ equales eo q; eorũ chorde que sunt latera trigoni sunt equales ex pothesi. Erit arcus.b.e.sexta pars circumferentie.ideoq; chorda.b.e.erit latus exagoni equilateri ipsi circulo inscripti.quare per correl.15.quarti linea.b.e. est equalis semidiametro.a.d.Manifestum est aũt ex prima parte.30.tertii q; angulus.a.b.e.est rectus.ideoq; quadratum linee.a.e est equale quadratis duarũ linearũ.a.b.& b.e.pariter acceptis ex penultima primi. At vero q̃dratum.a.e.quadruplum ad quadratum.b.e.ex quarta secũdi cum linea a.e.sit dupla.b.e.Relinquitur ergo quadratum.a.b.triplum esse ad quadratum.b.e.& ideo ad quadratum.a.d quod est propositum. Non lateat aũt nos q; linea.b.c.que est latus trigoni diuidat semidiametrũ.d.e.per eqlia. Esto quidem punctus diuisionis.f.constat igitur ex quarta primi q; b f.est equalis.f.c.ideoq; per pmam partem tertie tertii oẽs anguli qui sunt ad f.sunt recti. Quare ex penultima primi quadratum.b d.est equale q̃dratis duarum linearum.d.f.& f.b Quadratum vero.b.e.equale quadratis duarum linearum que sunt.b.f.& f.e.Et quia.b.d.est equalis.b.e.erũt



ex cõi scia duo quadrata duaꝝ lineaꝝ. b.f. & f.d pariter accepta equalia duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ. b.f & f.e. pariter acceptis. Dempto igitur vtriq; quadrato. b.f. erit ex cõi scia q̃dratum. f.d. residuum equale q̃drato. f.e. residuo quare & linea. f.d. linee. f.e. ex hac cõi scia quaꝝ quadrata sunt equalia eas lineas esse equales. Ex hoc itaq; manifestum est q̃ perpẽdicularis ducta a centro circuli ad latus trigoni equilateri sibi inscripti eq̃lis est dimidio linee ducte a cẽtro eiusdem circuli ad ipsius circũferentiã.

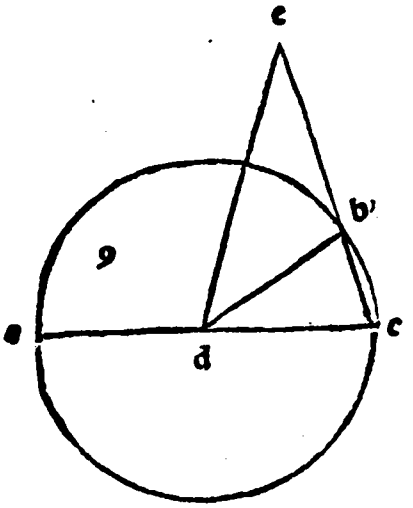
Castigator.

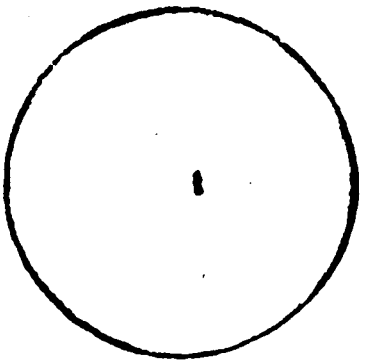
a ¶ Quia duo anguli ad. d. sunt equales adinuicem & latera triangulorꝝ illos continẽtia eq̃lia. s. b.d. d.c. & d.f. cõe vtriq; triangulo.

Propositio .9.

Si latus exagoni equilateri latusq; decagoni equilateri quos ambos vnus idemq; circulus circumscribit sibi inuicem in longum directumq; coniungantur tota linea ex eis composita ꝑm proportionem habentem medium & duo extrema diuisa erit maiorq; eius portio latus exagoni.

¶ Sit circulus. a.b.c. cuius centꝝ. d. & diameter. a.d.c. sitq; arcus. c b. quinta ꝑs arcus semicirculi. a.b.c. cui subtendatur chorda. c.b. quam cõstat esse latus decagoni equilateri ꝓposito circulo inscripti. Adiũgaturq; linee. c.b incõtinuũ & directum linea. b.e. que ponatur esse eq̃lis lateri exagoni eq̃lateri predicto circulo inscripti. Dico totam lineã. c.e. diuisam esse. in pũcto. b. ꝑm ꝓportionẽ hãtem medium & duo extrema & maiorẽ eius portionem dico esse lineã. b.e. q̃ est latus exagoni. Ducant̃. n. in centꝝ. due linee. e.d. & b.d. eritq; angulus. e. equalis angulo. b.d.e. ex. 5. primi ꝓp hoc q̃ linea. e.b. est eq̃lis linee. b.d. ex correl. 15. quarti angulus quoq; d.b.c. est eq̃lis angulo. c. ex. 5. primi quare ex. 32. primi angulus. a.d.b. erit duplus ad angulum. d.b.c. & quia ꝑ eãdem angulus. d.b.c. est duplus ad angulum. e. sequitur vt angulus. a.d.b. sit quadruplus ad angulum. e. Est. n. ex cõi scia q̃druplum q̃cquid fuerit duplũ dupli. Cũq; sit ẽt idem angulus. a.d.b. quadruplus ad angulũ. b.d.c. ex vltima sexti eo q̃ arcus. a.b. est q̃druplus ad arcum. b.c. necesse est ex cõi scia vt ãgulus. e. sit equalis angulo. b d.c. Si igr̃ intelligant̃ duo trianguli. d.e.c. totalis. & b.d.c. ꝑtialis cũ angulus. e. totalis sit eq̃lis angulo. b.d.c. partialis & angulus c. sit cõis vtriusq; necesse est ex. 32. primi vt ipsi sint equianguli; quare ꝑ q̃rtam sexti ꝓportio duorꝝ laterꝝ. e.c. & c.d. cõtinentium angulum. c. in totali triangulo ẽ sicut duorꝝ laterꝝ. d.c. & c.b. cõtinentium eũdem angulũ in ꝑtiali triangulo q̃a ergo ꝓportio. e.c. ad. c.d. ẽ sicut ad. e.b. ex scẽa ꝑte. 7. quinti. & d.c. ad. c.b. ẽ sicut e.b. ad eãdem ex ꝑma ꝑte eiusdem. Sequit̃ ex. 11. q̃nti vt sit ꝓportio. c.e. ad e.b. sicut. e.b. ad. b.c. Igr̃ a dione cõclude ꝓpositum lineam. e.c. esse diuisam ꝑm ꝓportionem hãtem mediũ & duo extrema & maiorem portionẽ eius eẽ latus exagoni q̃ oportuit nos demonstrare. Conuersam quoq; demõstrare cõuenit q̃d facile fiet via retrograda. Eã n. assumit Ptolomeus capitulo. 9. prime dictõis almagesti ad demõstrandum q̃ntitatem chordarꝝ arcũ circuli. Dico itaq; q̃ si linea q̃libet ꝑm ꝓportionẽ hãtem mediũ & duo extrẽa diuidat̃ cuius circuli maior portio fuerit latus exagoni: eiusdem minor erit latus decagoni. At ꝛo cuius minor erit latus decagoni eiusdem maior erit latus exagoni. Sit. n. priori dispositiõe manẽte linea. e.c. diuisa in puncto. b. ꝑm predictã ꝓportionẽ & maior eius portio sit. e. b. dico q̃ cuiuscũq; circuli linea. e.b. est latus exagoni eiusdẽ ẽ linea. b.c. latus decagoni. & cuiuscũq; circuli linea. b.c. est latus decagoni eiusdẽ est linea. e.b. latus exagoni. Intelligo aũt hoc de exagonis & decagõis equilateris. Si. n. sit. e.b. latus exagoni circulo. a.b.c. inscripti: erit per correl. 15. quarti. e.b. equalis. d.c. & quia ꝓportio. c.e. ad. e.b. est sicut. e.b. ad. b.c. ex ypothesi erit ex. 7. quinti. c.e. ad. d.c. sicut. d.c. ad. c.b. igit̃ ex. 6. sexti duo triãguli. e.d.c. & d.c.b. sunt equianguli Angulus ergo. e. est equalis angulo. b.d.c. ipsos enim latera proportionalia respiciunt. cumq; sit angulus



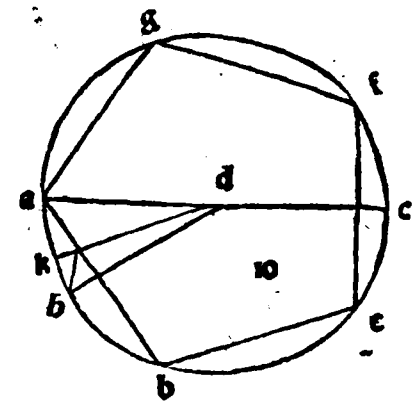


a.d.b.quadruplus ad angulum.c.ex.32.primi bis assumpta.⁊ quinta eius dem bis: sequit vt et idē angulus.a.d.b.sit quadruplus ad angulum.b.d.c. Ideoq; ex vltima sexti arcus.a.b.quadruplus est ad arcum.b.c. Linea igitur.b.c.est latus decagoni circulo.a.b.c.inscripti. Q d si linea b.e.fuerit latus decagoni circuli.a.b.c.erit.e.b.latus exagoni eiusdem. Sit.n.e.b latus exagoni circuli.f.eritq; ex predictis.b.c.latus decagōi eiusdem. Intelligantur igitur inscripti eē decagoni equilateri duobus circulis.a.b.c.⁊ f.quorū oia latera erunt equalia linee.b c.⁊ quia oīs figura equilatera circulo inscripta est equiangula vt probatum est in.15.quarti libri sequitur vtrosq; decagonos eē equiangulos. Cunq; oēs anguli vnius piter accepti sunt equales oibus angulis alterius pariter acceptis sicut euidēter apparet ex demonstratis in.32.primi: necesse est ex.hac cōi scia quorūlibet equalium decimas aut quotaslibet ptes eiusdē denotatiōis eē equales vt vnus horū decagonorū sit equiangulus alii.ideoq; similis ex dīone similiū supficierum.⁊ quia si due figure similes duobus circulis inscribant: erit proportio duorū relatiuorū latera illarū figurarum sicut duarū diametrorū illorū circulorū vt apparet ex correl.18.sexti libri ⁊ prima.n.cum latera decagonorum similium inscriptorū duobus circulis.a.b.c.⁊.f sunt equalia sequitur vt diametri eorū sint equales.ideoq; ⁊ semediametri ēt equales. Sūt aūt semidiametri ⁊ latus exagoni equalia ex correlario decime quite quarti. Erit ergo linea.e.b.latus exagoni circulo.a.b.c.inscripti sicut ipsa est latus exagoni circuli.f.sibi equalis. Hoc aūt est quod demonstrare voluimus. Ex hac autem nōa huius.13.libri noueris exortam esse decimam q̄rti libri que duum equalium laterum proponit trigonum describendum cuius vterq; duorum angulorum quos basis obtinet ad tertium duplus existat. Talis enim est vterq; triangulorum.e.d.c.⁊.d.c.b.⁊ simpliciter omnis cuius duo latera sunt equalia maiori portioni alicuius linee diuise sm proportionem habentem medium duoq; extrema ⁊ tertium quod est basis est equale minori portioni linee eiusdem. Vel cuius duo latera sunt eq̄lia lateri exagoni equilateri alicui circulo inscripti basis vero est equalis lateri decagoni equilateri eidem circulo inscripti quod est propositum.

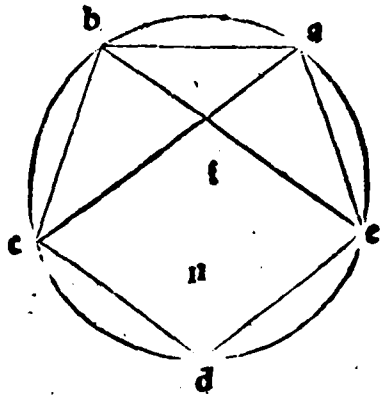
Propositio .10.

Omne latus pentagoni equilateri tanto potentius est latere exagoni equilateri quantum potest latus decagoni equilateri si fuerint eodē circulo ambo inscripti.

¶ Sit circulus.a.b.c.cuius centrum.d.⁊ diameter.a.d.c. inscribaturq; ei pentagonus eqlaterus qui sit.a.b.e.f.g.⁊ a centro.d.protrahatur perpendicularis ad latus.a.b.que producatur vsq; quo obuiet circumferentie in puncto.h.sitq;.d.h.⁊ protrahātur due chorde.a.h.⁊.h.b.que erunt equales adinuicē ex secunda parte.3.tertii ⁊ quarta primi.ideoq; ēt duo arcus.a.h ⁊.h.b.equales adinuicem ex.27.tertii. Est igitur vtraq; duarum chordarum.a.h.⁊.h.b.latus decagoni equilateri proposito circulo inscripti. Dico itaq; q̄ quadratum linee.a.b.que est latus pēntagoni ē equale duobus quadratis duarū linearū.b.d.⁊.a.h.piter acceptis quarū prima est equalis lateri exagoni ex correl.15.quarti ⁊ secda ē latus decagoni ptrahat.n.a centro.d ppendicularis ad lineā a.h.q̄ est latus decagoni q̄ producat vsq; ad circumferētiam: sitq;.d.k.q̄ secet lineam a.b.q̄ est latus pēntagoni in puncto.l.⁊ Protrahat linea h.l. Cōstat aūt ex secda pte tertie tertii ⁊.4.p̄mi.27.tertii q̄ linea.d.k.q̄ est ppendicularis ad chordam.a.h.simul diuidit p̄ equalia chordam ⁊ arcū. Ideoq; arcus.a.k. est eq̄lis arcui.k.h.Q uare ex vltima sexti angulus.a.d.l.est eq̄lis angulo.l d.h. Ideoq; ex q̄rta primi basis.a.l.basi.l.h. Igr ex qnta primi angulus.l.a h.eq̄lis est angulo.l.h.a. Cūq; ēt sit ex eadē angulus.h.a.b.eq̄lis angulo.h. b.a.sequit vt angulus.l.h.a.sit equalis angulo.h.b.a. Ergo ex.32.p̄mi duo triāguli.b.a.h.⁊.a.h.l.sunt eqanguli. Est.n.angulus.b.maioris eq̄lis angu



lo.b.minoris ⁊ angulus.a.cõis est vtriq. Itaq; per quartam sexti ꝓportio b.a.ad.a.h.ẽ sicut.a.h.ad.l.a. Quare ex prima parte.16.sexti quod prouenit ex b.ã.in.a.l.est equale quadrato linee.a.h.q̃ est latus decagoni. Cũ sit aũt semicirculus.a.e.c.equalis semicirculo.a.f.c.⁊ arcus.a.e.arcui.a.f.erit arcus.e.c.residuus equalis arcui.f.c.residuo. Quare arcus.e.c.est medietas arcus.e.f.ideoq; equalis arcui.a.h.⁊ duplus ad arcum.b.k. Et quia arcus.e.b.ẽ duplus ad arcum b.h.erit ex.13.quinti totus arcus.c.e.b.duplus ad totum arcum.b.h.k.ideoq; ex vltima sexti angulus.c.d.b.ẽ duplus ad angulum.b.d l.cũq; ẽt angulus.c d.b.duplus sit ad angulum.b.a.d.ex.32.⁊ quinta primi.sunt.n.duo latera.d.a.⁊.d b.equalia erit angulus.b.d.l.eq̃lis angulo.b.a.d.itaq; per.32 primi erit triangulus.b.d.l.eqangulus triangulo.b.a.d. Est.n.angulus.d.minoris eq̃lis angulo.a.maioris.⁊ angulus.b est cõis vtriq. Ergo per quartam sexti proportio.a b.ad.b.d.est sicut.b.d ad.l.b.quare per primam partem.16.sexti quod prouenit ex.a.b.in.b.l.ẽ equale quadrato.d.b.at vero probatum est prius ꝙ illud quod prouenit ex.a.b.in.l.a.est equale quadrato.a.b. Itaq; quod prouenit.ex.a.b.in.a.l.⁊ in.l.b.est equale duobus quadratis duarum linearum.a.b.⁊.b.d.⁊ quia ex secunda secundi quod prouenit ex.a.b.in.l.a.⁊ in.l.b.est equale quadrato linee.a.b. Est autem linea.a.b.latus pentagoni equilateri proposito circulo inscripti. Linea vero.a.h.est latus decagoni equilateri.⁊ linea.b.d.est ex correlario.15.quarti equalis lateri exagoni equilateri proposito circulo inscriptorum inconcussa demonstratiõe astruitur hoc quod dicitur.



Propositio .11.

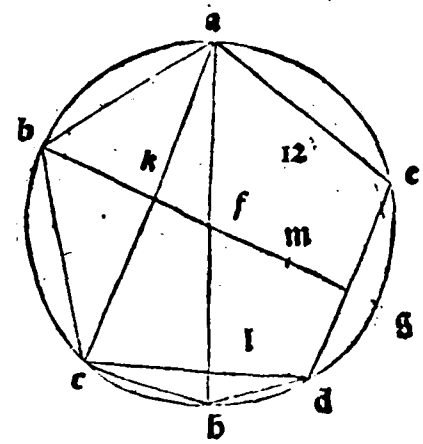
I duobus propinquis angulis pentagoni equilateri intra circulum descripti a terminis suorum laterum due recte linee sutendantur vtraq; alteram secundum proportionem habentem medius duo q̃ extrema secabit maior q̃ ipsius portio lateri ipsius pentagoni equalis erit.

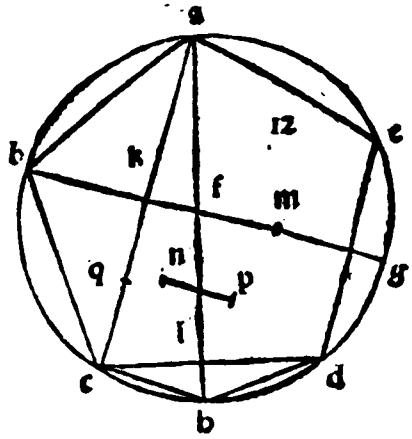
⁊ Sit pentagonus equilaterus.a.b.c.d.e.inscriptus circulo eisdem literis signato ⁊ duobus eius propinquis anguli qui sunt.a.⁊.b.subtẽdãtur due recte linee.a.c.⁊.b.e.secantes se inuicem in puncto.f Dico itaq; vtrãq; harum esse diuisam in puncto.f.fm proportionem hãtem medium duoq; extrema.⁊ q̃ maior portio vtriusq; est equalis lateri pentagoni. Manifestum est enim ex.27.tertii q̃ quinq; arcus circuli pentagonum propositi circumscribentis quorum latera ipsius pentagoni sunt chordet sunt adinuicem equales. Ideoq; ex vltima sexti quatuor anguli.a.e.b.a b.e.b.a.c.⁊.b.c.a.sunt adinuicem equales. Nam arcus.a b.a.e.⁊.b.c.sunt adinuicẽ equales. Cumq; sit arcus.c.d.e.duplus ad arcum.b.c.erit quoq; ex vltima sexti angulus.c.a.e.duplus ad angulum.c.a.b.at vero ex.32.primi angulus a.f.e.duplus est ad angulum.f.a.b.igitur angulus.a.f.e.est equalis angulo.f.a.e. Quare per sextam primi linea.a.e.est equalis linee.f.e. Sunt aũt duo trianguli.a.b.e.⁊.a.f.b.equianguli per ea que dicta sunt ⁊ per.32.primi. Est enim angulus.e.maioris equalis angulo.a.minoris ⁊ angulus.b.communis vtriq. Igitur per quartam sexti proportio e b.ad.b.a.sicut.b.a.ad.f.b.cumq; sit.c.f.equalis.a.b.eo q̃ ipsa vt probatum est equalis.a.e.Sequitur ex.7.quinti: vt sit proportio.b.e.ad.e.f. sicut.e.f.ad.f.b. Quare ꝑ diffinitionem linea.e.b.est diuisa fm proportionem habentem medium duoq; extrema.⁊ eius maior portio est equalis lateri ipsius pentagoni. Si autem hoc est verum de linea.e.b.erit quoq; ex.7.quinti ⁊ quinta eiusdẽ ⁊ diffinitione idem verum de linea.a.c. Nam tota.b.e.est equalis toti.a c.ex quarta primi ⁊ portiones portionibus ex sexta primi ⁊ communi scientia portiones enim.a.f.⁊.b.f.sunt equales ex sexta primi.idcoq.f.e.⁊.f.c.residue erunt adinuicem equales ex conceptione. Vel potes si libet ⁊ facilius de linea.a.c.demonstrare propositum negotiando circa ipsum vt prius circa lineam.e.b.

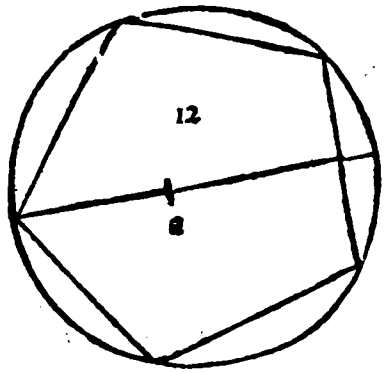
Propositio .12.

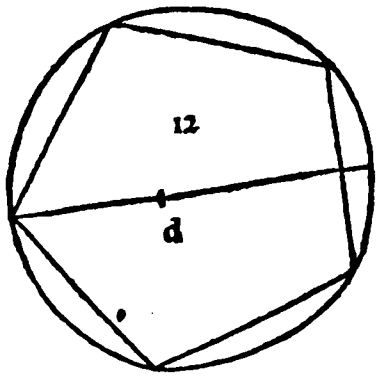
Si circuli pentagonum equilaterum circumscribẽtis diametros fuerit rationalis eius latus pentagoni erit linea irrationalis ea scilicet que dicitur minor.

¶ Sit pentagonus equilaterus, a b.c.d.e. inscriptus circulo eisdem litteris ascripto cuius centrum. f. ⁊ due diametri. b.g. ⁊ a.h. sitq; vtraq; harꝝ diametroꝝ linea rõnalis in longitudine: dico tunc q̃ latus pentagoni inscripti erit linea irrationalis illa videlicet q̃ dicitur minor. Protrahatur. n. linea, a.c. q̃ secet diametꝝ. b.g. in puncto k. Eritq; ex vltima sexti ⁊ quarta primi linea. a.c. diuisa a diametro. b.g. orthogonaliter ⁊ per eq̃lia in puncto. k. qa cum semicirculus. b.a.g. sit eq̃lis semicirculo. b.e.g. ⁊ arcus. b.c. arcui. b.a. sicut constat ex 27 tertii erit arcus. a.g. residuus equalis arcui. c.g. residuo. Iõq; ex vltima sexti angulus. a b.g. equalis ẽt angulo. c b.g. Cum itaq; duo latera. a.b. ⁊ b.k. trianguli. a. b.k. sint eq̃lia duobus lateribus. c.b. ⁊ b.k. trianguli. c.b.k. ⁊ angulus. b. vnius angulo b. alterius: erit ex quarta primi basis. a.k. equalis basi. k.c. ⁊ oẽs anguli qui sunt ad. k. sunt recti ex prima parte tertie terrii. Diameter aũt. a.h. secet latus pentagoni. c.d. in puncto. l. Eritq; similiter linea. c.d. diuisa a diametro. a.h. orthogonaliter ⁊ per equalia in puncto. l. Cũ. n. sint duo arcus. a.d.h. ⁊ a.c.h. equales ⁊ arcus. a.c. sit eq̃lis arcui. a.d. erunt duo residui semicirculoꝝ qui sunt. c.h. ⁊ d.h. eq̃les. Quibus si subtendãtur due chorde que sunt. c.h. ⁊ d.h. ipse quoq; ex. 28. tertii erunt equales ⁊ qa arcus. a.c. est equalis arcui. a.d. erit ex vltima sexti angulus. c.h.l. eq̃lis angulo. d.h.l. Ideoq; ꝑ quartam primi basis. c.l. est equalis basi. d.l. ⁊ oẽs anguli qui sunt ad. l. recti ex prima ꝑte tertie tertii. Itaq; duo triãguli. a.c.l. ⁊ a.f.k. sunt equianguli ex. 32. p̃mi. Est. n. angulus. l. maioris eq̃lis angulo. k minoris eo q̃ vterq; est rectus ⁊ angulus. a. est cõis vtriq; quare ex quarta sexti proportio. l.c. ad. c.a. est sicut. k.f. ad. f.a. Sumatur igr̃ ex diametro b.g. linea. f.m. equalis quarte parti semidiametri. eritq; per equam proportionalitatem proportio. c.l. ad quartam partem linee. a.c. q̃ sit. c.q. sicut. k f. ad quartam partem linee. f.a. que est. f.m. ⁊ qa per. 15. quinti proportio c.d. ad. c.k. est sicut. c.l. ad. c.q. Sic enim est duplum ad duplum sicut simplum ad simplum. Erit per. 11. quinti. d c. ad. c.k. sicut. k.f. ad. f.m. ⁊ coniunctim linee constantis ex. d c. ⁊ c.k. ad. c.k. sicut. k.m. ad. m.f. ⁊ iõ per primam partem. 11. sexti proportio quadrati linee cõposite ex. d.c ⁊ c.k. ad quadratum liee. c.k. sicut quadrati linee. k.m. ad quadratum linee. m. f. Cõstat aũt ex premissa q̃ si linea. a.c. diuidatur ꝑm proportionem hñtem medium duoq; extrema maior portio eius erit equalis linee. d.c. igr̃ linea constans ex. d.c. ⁊ c.k. cõponitur ex maiori portiõe linee diuise ꝑm proportionem hñtem mediũ duoq; extrema ⁊ ex medietate totius linee sic diuise. Est. n. c.k. medietas. a.c. Itaq; ꝑ primã istius. 13. libri quadratum linee composite ex. d.c. ⁊ c.k. quincuplum quoq; est ad quadratum linee c.k. Ideoq; quadratum linee. k.m quincuplum quoq; est ad quadratum linee. m.f. Cum sit hoꝝ quadratoꝝ ⁊ illoꝝ vna proportio est aũt linea. b. m quincupla ad lieam. m.f. Erat. n. m.f. q̃rta pars semidiãetri ꝓpositi circuli: ergo q̃dratũ linee. k.m. ad q̃dratũ liee. m. f. ẽ sicut linee b.m. ad lineã m.f. ⁊ qa ex secunda parte. 18. sexti quadratum linee. k.m. ad quadratũ linee. m.f. est sicut linee. k.m. ad lineam. m.f. duplicata. Erit ex vndecima quĩti linea. b.m. ad lieam. m.f. sicut linea. k.m. ad lineã. m.f. duplicata. Igitur linea. k.m. est medio loco proportionalis inter duas lineas. b.m. ⁊ m.f. quod sic constat. Sit enim linea. n.p. medio loco proportionalis inter eas sumpta secundum doctrinam none sexti eritq; ex diffinitiõe proportionis duplicate que posita est in principio quinti proportio. b.m. ad m.f. sicut. b.m. ad. n.p. duplicata: ⁊ quia. b.m. ad. n.p. sicut. n.p. ad. m.f. erit eriam ex. 11. quinti proportio. b.m. ad. m.f. sicut. n.p. ad m.f. duplicata. Igitur ex prima parte. 9. quinti due linee. k.m. ⁊ n.p. sunt equales. Iõq;







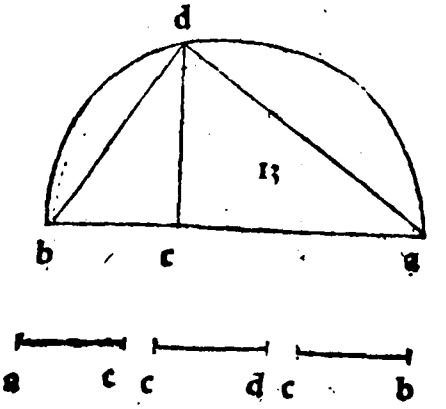


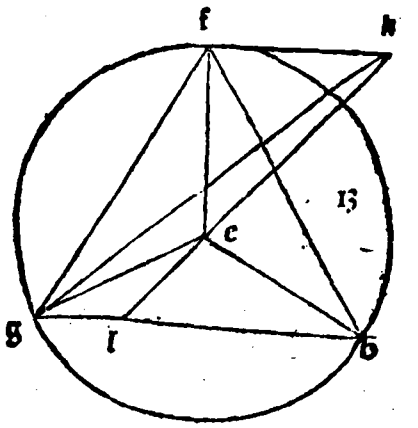
ex prima parte.7.quinti & ex secunda parte eiusdem linea k.m.est medio loco proportionalis inter.b.m.&.m.f. Quare ex correl.17.sexti proportio quadrati linee.b.m.ad quadratum linee.m.k.est sicut est linee.b.m.ad lineam.m.f.& quia linea.b.m.est quincupla ad lineam.m.f.erit q̃dratum linee.b.m.quincuplum ad quadratum linee.m.k linea ãt b.m.est rõnalis in longitudine. Ergo per vltimam ptem.7.decimi linea.m.k.est rõnalis in potentia tm̃ & quia linea b.m.est potentior linea.m.k.in q̃drato linee sibi incõmensurabilis in longitudine vt continuo probabitur erit linea.b.k.residuum quartum ex diffinitione residui quarti. Quod ãt probandum assumpsimus sic patet. Sit numerus.r.quincuplus ad numer. s.sintq.t.&.s.quantum.r.ac si esset.r.quinq.s.vnum.t.quatuor. Et sit linea.b.m.potentior linea.m.k.in quadrato linee.x. Cũ igitur sit q̃dratũ linee.b.m.ad quadraũ linee.m.k.sicut numerus.r.ad numer. s.erit p euersam proportionalitatẽ quadratum linee.b.m.ad quadratũ linee.x.sicut numerus.r.ad numer.t. Quare per vltimam ptem.7.decimi linea.x.est incõmensurabilis linee.b.m.in longitudine. Nõ est ergo dubium quin.b k.sit residuum quartum. Manifestum vero est ex.34.tertii: q̃ illud quod fit ex.b.k.in.k g.est equale ei quod fit ex.a.k.in.k.c. Idcoq̃ ẽt ipsum idẽ est equale quadrato.k.c.eo q̃.a.k.est equalis.k.c.ergo quadrato.b.k.addito vtriq; erit ex penultima primi quod fit ex.b.k.in se & in.k.g.equale quadrato.b.c. Et quia ex prima secundi quod fit ex.b.k.in se & in.k.g.ẽ equale ei qd̃ fit ex.b.k.in.g.b. Erit linea.b.c.latus tetragonicum superficiei contente a duabus lineis.g.b.&.k.b.& quia linea.g.b.est rõnalis: linea vero.b.k.est residuum quartũ.& quia linea potens in superficiem linea rõali residuoq; quadrato cõtentam est linea minor vt constat ex.39.decimi libri necesse est lineam.b.c.que est latus pentagoni equilateri proposito circulo inscripti esse lineam minorem.quod erat ex principio demonstrandum. Hoc ergo modo sequitur q̃ latus pentagoni equilateri circulo inscripti sit linea minor.si diameter circuli cui inscribatur fuerit rationalis in longitudine. At vero si diameter circuli fuerit rõalis in potẽtia tm̃ adhuc necesse est vt latus pẽtagoni equilateri sibi inscripti sit linea minor. Estõ enim linea.a.rõnalis in potentia tm̃ supra quam describatur circulus eiq; descripto inscribatur pentagonus equilaterus cuius vnum latus sit.b.c.dicanturq; pentagonus & circulus.a.dico q̃ linea.b.c.est linea minor. Sumatur enim aliqua linea rõnalis in longitudine que sit d & super eam linee tur circulus cui inscribatur pentagonus equilaterus & sit vnum latus ipsius linea.e.f.dicanturq; pentagonus & circulus.d.constat igitur ex hac.n. q̃.e.f.est linea minor cum diameter.d.sit rõnalis in lõgitudine. Q m̃ro proportio pentagoni.a.ad pẽtagonum.d.est sicut quadrati linee b.c.ad quadratum linee.e.f.vtraq; enim est ex secunda parte.18.sexti sicut linee b.c.ad lineam.e.f.duplicata. Pentagoni autem.a.ad pentagonum.d.est sicut quadrati diametri.a.ad quadratum diametri.d. ex prima.11.erit ex 11.quinti quadratum linee.c.b.ad quadratum linee.e.f.sicut quadratum diametri.a.ad quadratum diametri.d.cunq; quadrata duar. diametror. a.&.d.sint cõicantia: quia ambo sunt rõnalia ex ypothesi erunt quoq; ex prima parte.10.decimi quadrata duarum linearum.b c.&.e.f.cõicantia. Ergo linea.b.c.cõicat in potentia cum linea.e.f.& q̃a linea.e.f.est minor sequitur ex.100.decimi: q̃ ẽt.b.c.sit linea minor quod est propositum. Siue ergo diameter alicuius circuli sit rationalis in longitudine siue in potẽtia tm̃ necesse est vt latus pẽtagoni eqlateri sibi inscripti sit linea minor.

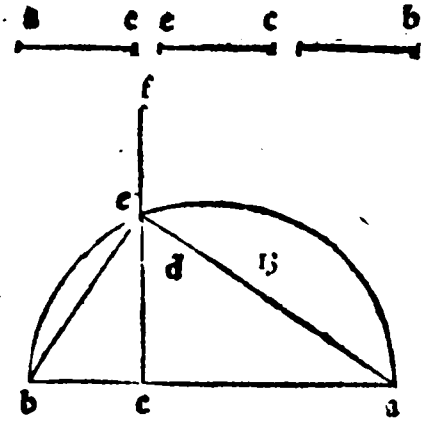
Propositio .13.

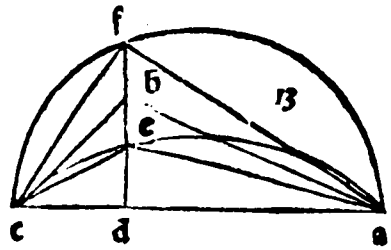
Piramidem quatorbasium triangularium & equilaterarum ab assignata spera circumscriptibilẽ fabricare huius ergo spere diametros ad latus ipsius piramidis sexqualteram proportionem potentialiter habere probatur.

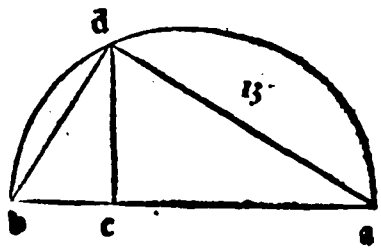
¶ Sit linea.a.b.diameter assignate spere que diuidatur in puncto.c.ita q̃.a.c.sit dupla ad.b.c.et lineetur super eam semicirculus.a.d.b.et producatur linea.c.d.orthogonaliter super lineam.a.b.et producantur linee.b.d.et.d.a. Postea fiat circulus.f.g.h.super cetrum.e.cuius semidiamiter sit equalis linee.c.d.cui ex secunda quarti libri inscribatur triangulus equilaterus qui sit.f.g.h.ad cuius angulos protrahantur a centro linee.e.f.e.g.e.h. Deinde super centrum.e.erigatur secũdum q̃ docet.11.vndecimi linea e.k.que ponatur equalis.a.c.perpendicularis ad superficiem circuli.f.g.h. Et demittantur a puncto.k.ypothemise.k.f.k.g.k.h. Eritq; cõpleta piramis quatuor basium triangularium et equilaterarum quam dico eẽ ab assignata spera circumscriptibilem. Et dico quadratum diametri proposite spere sexquialterum esse ad quadratum lateris fabricate piramidis. Constat enim ex prima parte correlarii.8.sexti q̃ linea.c.d.est medio loco proportionalis inter.a.c.et.c.b.quare ex correl.17.eiusdem quadratum linee a.c.ad quadratum linee.c.d.est sicut.a.c.ad.c.b. Ergo cõiunctim quadratum.a.c.et quadratum.c.d.ad quadratum.c.d.sicut.a.b.ad.b.c. Ideoq; ex penult.primi quadratum.a.d.ad quadratum.d.c.sicut.a.b.ad.b.c. Cum ergo linea.a.b.sit tripla ad.b.c.(erat.n.a.c.dupla ad eã) erit quoq; quadratũ.a.d.triplũ ad quadratum.d.c.ẽ aũt ex.8.huius q̃dratum.f.g.triplũ ad quadratũ.e.f. Quare cum ex ypothesi.d.c.sit equalis.e.f.erit ex cõi scia.a d.equalis.f.g.et quia ex diffinitione linee perpendicularis ad superficiem linea.e.k.cõtinet cũ singulis lineis.e.f.e.g.e.h.angulos rectos quaq; que libet est equalis linee.c.d.et q̃a ipsa eadem est eq̃lis linee.a.c.et angulus.c.ẽ rectus: erit p quartam primi vnaqueq; trium linearũ.k.f.k.g.k.h.eq̃lis lĩnee.a.d. Manifestum ẽ igitur fabricatam piramidem eẽ quatuor basium triangularium equilaterarũ. Ipsam aũt eẽ circũscriptibilem ab assignata spera sic habeto. Linee e.k.intelligatur adiici fm rectitudinem linea.e.l.eq̃lis linee.c b.vt tota.k.l.sit eq̃lis.a.b.q̃ est diameter assignate spere. Hãc aũt lineam inquam.e.l.imagineris esse sub circulo.f.g.h.perpendicularẽ quoq; ad ipsius superficiem ex pte inferiori sicut est.e.k.ex.parte superiori eritq; vnaqueq; triũ linearum.e.f.e.g.e.h.et simpliciter q̃libet semidiametri circuli.f.g.h.medio loco pportionalis inter.k.e.et.e.l.quẽadmodum ẽ.d.c.inter.a.c.et.c b.nam hee sunt equales illis vnaquaq; fue relatiue. Si igr̃ super lineam.l.k.describatur semicirculus circũducatq; quousq; ad locũ vnde mouere ceperat redeat erit ex diffinitiõe sperarũ equaliũ spera descripta motu huius semicirculi eq̃lis spere assignate. Sunt.n.spere equales q̃ fiant eq̃les diametri quẽadmodũ de circulis in pncipio tertii dictũ ẽ. Semicirculum hunc vero necesse est trãsire p tria puncta.f.g.h.que sunt anguli solide piramidis fabricate. Similiter aũt dico q̃ semicirculus hic qui sup lineam.k.l.fuerit descriptus si circũducatur quousq; ad locũ redeat vn mouere cepat continget circulum.f g.h.super oia puncta circũferentie ipsius. Quod ex hac vetusta veritate probatur. Si linea recta super lineam rectam perpendiculariter steterit que inter ptes eius cui supstat vel circũstat medio loco proportionalis ponatur, fueritq; super eam lineam cui perpẽdicularis superstat semicirculus descriptus circumferentia ipsius per extremitatem linee medio loco pportionalis posite perpendiculariter necessario transibit. Cum igitur cuncte semidiametri circuli.f.g.h.sint perpendiculares ad lineam.k.l.et medio loco proportionales inter partes ipsius q̃ sunt.k.e.et.e.l.sequitur vt semicirculus descriptus super.k.l.si circũducatur transeat per oia puncta circumferentie.f.g.h.et per oẽs solidos angulos piramidis fabricate. Itaq; a diffinitione eius quod est figuram inscribi figure piramis fabricata est inscriptibilis illi spere quam semicirculus super lineam.k.l.lineatus motu suo describit. Et quia hec spera descripta est assignate spere equalis per diffinitionem equalium sperarũ sequitur ex communi scia vt hec piramis fabricata sit ab assignata spa cicũscriptibilis q̃d est propositum. Correlariũ aũt patet sic. Cũ.n.a.b.sit tripla ad.b.c.p euersam pportionalitatem erit.a.b.sexqualtera ad.a.c. Iõq; ex scda pte correla'

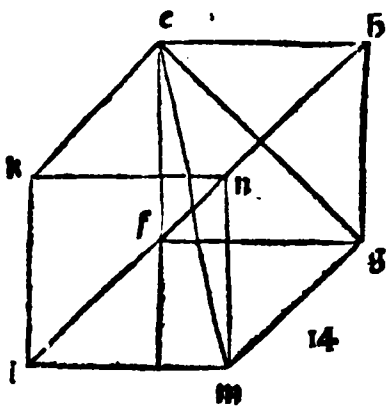












tū.8.sexti ⁊ correlario.17.eius dē quadratū linee.a.b.erit ēt sexquialtera ad quadratum linee.a.d.⁊ qa linea.a.d.ē eqlis lateri fabricate piramidis. at ꝓo.a.b.est diameter sphere cōstat verū esse quod per correlariū dr. Ne aūt quemq; de vetusta veritate proposita hesitare cōtingat eā volumus hoc mō demōstratione firmare. Sit igitur sup lineam.a.b.linea.c.d.perpendicularis q̄ ponatur medio loco ꝓportionalis inter partes linee.a.b.q̄ sint.a.c.⁊.c.b.ita q̄ proportio.a.c.ad.c.d.sit sicut.c.d.ad.c.b. Et super lineā.a.b describatur semicirculus.a.e.b. Dico q̄ huius semicirculi circūferentia trāsibit per punctū.d.q̄ est extremitas perpendicularis. Si naūt aut secabit lineam.c.d.aut supertrāsibit eā totam ipsam trāsiens ⁊ includēs ⁊ nō cōtingēs. Secet ergo primo eā in pūcto.e.⁊ ducātur linee.e.b.⁊.e.a.erit q̄ ex prima parte.30.tertii totalis angulus.a.e.b.rectus. Itaq; ex prima parte correl.8.sexti proportio.a.c.ad.c.e.ē sicut.c.e.ad.c.b. At ꝓo ex secūda parte 8.qnti proportio.a.c.ad.c.e.ē maior q̄.a.c.ad.c.d.eo q̄.c.e.ē minor.q̄.c.d. Cū igitur sit.c.e.ad.c.b.sicut.a.c.ad.c.e.⁊.c.d.ad.c.b.sicut.a.c.ad.c.d. erit per.12.qnti.e.c.ad.c.b.maior q̄.c.d.ad.c.b. Id eoq; per primam partē 10 quinti.e.c.est.maior q̄.d.c.pars videlicet q̄ fuū totum quod est impossibile. Non ergo secabit circūferentia semicirculi lineam.c.d. ¶ Supertrāseat igitur ⁊ producatur.c.d.vsq; ad circūferēriam.sitq; tota.c.e.⁊ protrahātur linee.e.b.⁊.e.a.sequeturq; vt prius lieam c.d.esse maiorē q̄ sit linea c.e. Quod est ēt impossibile.cōstat ergo propositū. Silr aūt dicimus q̄ si fuerit aliq; angulus rectus cui basis subtēdatur super quā semicirculus linee tur ipsius circūferentiā per angulum rectum trāsire necesse ē. Conuersam ꝓo huius proponit prima pars.30.tertii. Quod aūt dicimus sic constat. ¶ Sit.n.angulus.a b.c.rectus cui subtēdatur basis.a.c.⁊ super eā lineetur semicirculus dico q̄ ipsius circūferentia trāsibit per pūctum.b.in quo coeunt linee cōtinentes angulum rectū cuius demōstratio est q̄ neq; trāsibit supra neq; infra. Sin aūt transeat: primo infra sitq;.a.e.c.⁊ ab angulo.b. producatur linea.b.d.perpēdicularis ad basim.a c q̄ secet circūferentia semicirculi in puncto.e.⁊ protrahantur linee.e.a.⁊.e.c. Eritq; angulus.a.e.c.rectus ex prima parte.30.tertii.at ipse est maior angulo.a.b c.per.21.primi hoc aūt est impossibile ex tertia petitione cū vterq; sit rectus. Hic quidem ex ypotesi ille ꝓo ex prima parte.30.tertii. Nō ergo trāsibit circumferentia semicirculi infra angulum.b.transeat itaq; supra ⁊ sit.a.f.c.producatur autem perpendicularis.d.b.quousq; obuiet circumferentie semicirculi.a.f.e.in puncto.f.⁊ producantur linee.f.a.f.c.eritq; ex prima parte 30.tertii angulus.a.f.c.rectus. Cumq; ēt esset ex ypothesi angulus.a.b.c.rectus sequitur impossibile per.21.primi sicut in principio. Reliquitur ergo quod diximus. Hoc aūt necessarium est ad cognitionem eorū q̄ sequūtur.

Propositio .14.

Assignata spera circūscriptibilem cubum cōstituere eiusdem aūt spere diametrum lateri ipsius cubi potentialiter triplicem eē mānifestum erit.

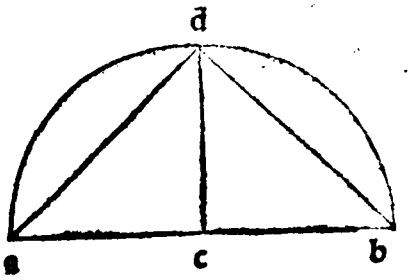
¶ Assignate spere diameter sit.a.b.super quā lineetur semicirculus.a.d.b.diuidaturq; diameter in puncto.c.prout sus secundum conditionem premisse videlicet vt linea.a c.sit dupla ad lineam.c.b.⁊ producatur.c.d.perpendicularis ad.a.b.⁊ protrahantur.d.b.⁊.d.a.postea fiat vnum q̄dratum cuius omnia latera sint equalia linee.b.d.sitq;.e.f.g.h.super cuius quatuor angulos eriganturvt docet.11.vndecimi quatuor linee perpēdiculares ad superficiē ipsius q̄drati quaꝝ q̄libet ponatur ēt equalis linee.b.d.sintq;.e.k.f.l.g.m.h.n.erūtq; hee quatuor penpendiculares singule singulis eqdistantes ex sexta vndecimi ⁊ anguli quos continent cum lateribus quadrati recti ex diffinitione linee perpēdicularis ad superficiēt deinde cōiungātur extremitates istarū perpendicularium protractis lineis.k.l.l.m.m.n.n.k.eritq; cōpletus cubus sex supficiebus q̄dratis cōtentus. Cōstat.n ex.33.34.pmi q̄ quatuor supficies ipsum ambientes ⁊ ipse sunt quaꝝ opposita latera sunt quatuor perpendi-

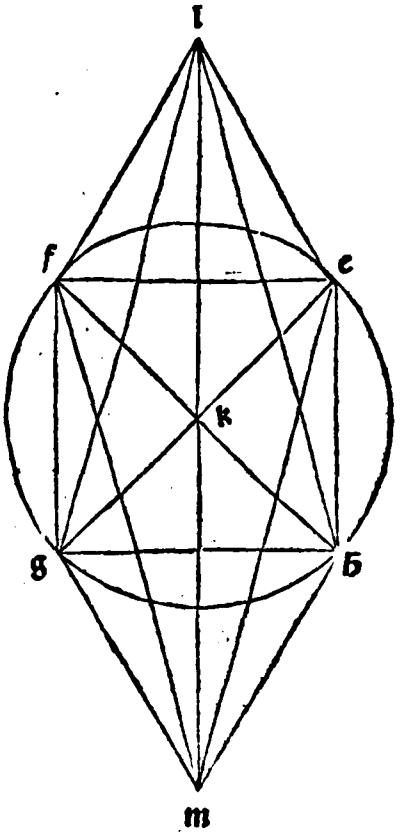
culares sint oēs quadrates de basi aūt hoc positum est ut ꝯo de supprema eius supficie q̄ est.k.l.m.n.q̄ ipsa quoq; sit quadrata.cōstat ex.33. primi ꝯ 10. vndecimi.ideoq; ex quarta vndecimi māifestum ē singula latera eiusdem cubi duabus ipsius oppositis superficiebus orthogonaliter insistere. Vt aūt cubum hūc ab assignata spera circūscriptibilem esse demonstremus in vna sua supficierum ꝑtrahat diagonalis. Verbi gra in basi eius sitq;.e.g.ꝯ ab huius diagonalis altera extremitate ꝑtrahatur diameter cubi.e.m.eritq; ex penultima ꝑmi q̄dratum.e.g.duplum ad q̄dratum.f.g. Iōq; ꝯ ad quadratum.g.m.eo.q̄.g.m.ē equalis.f.g. Sūt.n.oia latera cubi adinuicē equalia.ꝯ qa rursus ex penultima primi quadratum.e.m.est equale quadratis duarū linearū.e.g.ꝯ.g.m.ꝑ hoc q̄ angulus.e.g.m.est rectus ex diffinitione linee ꝑpendicularis ad supficiem. Erit quadratum.e.m.triplum ad quadratum.m.g. Constat.n.ex duplo ꝯ simplo.cūq; ex secunda ꝑte correlarii.8.sexti ꝯ ex correlario.17. eiusdem q̄dratum quoq; a.b.sit triplum ad q̄dratum.b.d.eo q̄ linea.a.b.tripla ē ad lineam.b.c.sit aūt.b.d.equalis.e.g.sequit ex cōi scia vt.e.m.q̄ est diameter cubi sit equalis.a.b.q̄ est diameter spere. Itaq; si sup.e.m.lineet semicirculus circūducatur quousq; ad locum vñ fuit initium motus redeat spera descriptat erit ex diffinitiōe sperarum equaliū eēlis spere assignate. At ꝯo qa hic semicirculus trāsitum faciet ꝑ pūctum.g.eo q̄ angulus.e.g.m.est rectus eadēq; rōne ꝑ ceteros singulos rectos angulos cubi qd ex ante ante hanc.14.īmediate ꝑmisso manifestum est. Cōstat cōstitutum cubum ab assignata spa eo q̄ a sua equali circumscriptibilem esse quod demonstrare oportebat. correlarii ꝯo demōstratio in istius demonstrationis processu prepatuit.

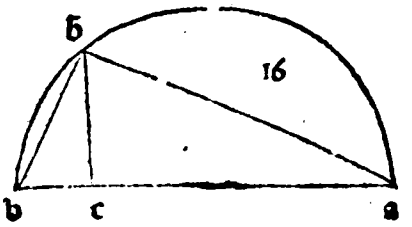
Propositio .15.

Corpus octo basium triangulariū ⁊ equilaterarum a spera proposita circumscriptibile cōponere.erit q̄ palam eiusdem spere diametrū lateri ipsius corporis duplicem esse potentialiter.

¶ Diameter spere proposite sit.a.b.que diuidatur ꝑ.equalia in pūcto.c.ꝯ sup eam lineet semicirculus.a.d.b.ꝯ pducat.c.d. ꝑpendicularis.ad.a.b.ꝯ iungat punctus.d.cum.a.ꝯ cum.b. Describaturq; vnum quadratum cuius singula latera sint equalia linee.b.d. sitq; quadratum.hoc.e.f.g.h.in quo ꝑtrahant diametri due.e.g.ꝯ.f.h.secantes se inuicem in puncto.k. Cōstat igitur ex.4.primi q̄ vtraq; istarum diametrorū sit equalis linee.a.b.que est diameter spere cum angulus.d.sit rectus ex prima ꝑte.30.tertii ꝯ singuli quoq; anguli.e.f.g.h.recti ex diffinitione q̄drati. Cōstat rursus q̄ eedem due diametri.e.g ꝯ.f.h.diuidūt se inuicem ꝑ equalia in puncto.k.ñ aūt ex.5.primi ꝯ.32.ꝯ sexta eiusdem facile est elicere. Erigat itaq; super punctum.k.linea.k.l.ꝑpendicularis ad supficiem q̄drati q̄ ponatur equalis medietati diametri.e.g. vel.f.h.ꝯ demittant ypothenise.l.e.l.f.l.g.l.h.eruntq; ex his q̄ posita sunt ꝯ penultima primi quotiens oportuerit repetita singule hasꝯ ypothenisasꝯ equales sibi inuicem ꝯ equales lateribus quadrati. Habes ergo piramidem quatuor equilaterarum triangularium q; basium super quadratum constitutam. Hinc itaq; sub ipso quadrato similē piramidē hoc mō appōe lineā.l.k.producas ꝑforando quadratum vsq; ad.m.ita q̄.k.m. exñs sub quadrato sit equalis.l.k.existenti suprat ꝯ iunge punctum.m.cum singulis angulis q̄drati ꝑducendo.4.alias ypothenisas que sunt.m.e.m.f.m.g.m.h.de quibus quoq; manifestum est ex penultima primi quemadmodum de aliis q̄ sunt in supiori ꝑte q̄ ipse sunt equales ad inuicem ꝯ lateribus quadrati. Cōpleuimus igitur corpus.8.basium triāgularium ꝯ equilaterarum. Hoc aūt ab assignata spera circūscriptibile esse sic habeto. Cōstat.n.q̄ linea.l.m.est equalis diametro assignate spere nam vtraq; earum est equalis diametro quadrati. igitur si super.l.m.lineetur semicirculus qui circumuolutatur quousq; ad locum suum redeat spera quam motu suo describet erit eēlis assignate spere vt ex diffinitione sperarum equalium colligitur. Hic





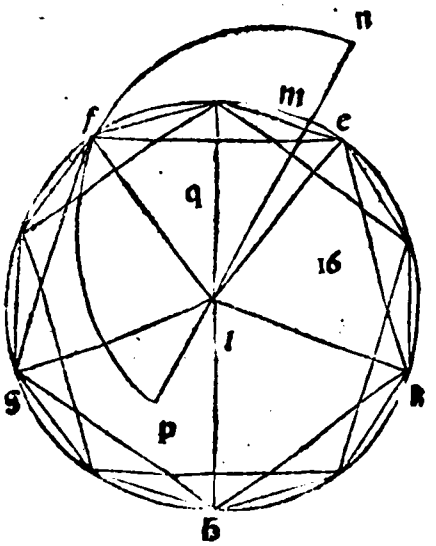


vero semicirculus transibit per quatuor angulos quadrati ꝗ simpliciter ꝑ oia puncta circũferentie circuli circũscribẽtis quadratũ. eo ꝙ semidiameter quadrati vt linea. f. k. ꝗ portiones linee. l. m. q̃ sunt. l. k. ꝗ. k. m. sunt ad inuicem equales. quare ex diffinitiõe eius quod ẽ figuram vnam alii figure inscribi fabricatum corpus inscriptibile ẽ spere motu huius semicirculi descripte. Itaq; ꝗ spere assignate ex cõcept. cũ ipse sint adiuicẽ eq̃les ex diffinitiõe. Correl. ꝟo manifeste cõstat: sunt. n. due linee. d. b. ꝗ. d. a. equales ex. 4. ꝑmi: ideoq; quadratũ. a b. duplũ est ad quadratũ. b. d. ex pẽul. ꝑmi: latus aũt fabricati corporis est equale linee. b. d. verꝫ est ergo correlariũ.

Propositio .16.

Corpus viginti basium triangularium atq; equilaterarum a data spera diametrum rationalem habẽte circumscriptibile fabricare. eritq; palam latus eiusdem corporis esse lineam irrationalem eam scilicet que dicitur minor.

¶ Sit hic quoq; diameter assignate spere. a. b. que ponat esse rõnalis siue in longitudine siue in potentia tm̃: ꝗ diuidatur in pũcto c. ita ꝙ. a. c. sit quadrupla ad. c. b. ꝗ lineetur super eam semicirculus. a. d. b. ꝗ ꝓducatur. c. d. ꝑpendicularis ad. a. b. ꝗ ꝓtrahatur linea. d. b. deinde ꝑm q̃titatẽ linee. d. b. lineetur circulus. e. f. g. h. k. supra centꝝ. l. cui inscribat pẽtagonus equilaterus eisdem lĩris annotatus: ad cuius angulos a centro. l. ducantur linee. l. e. l. f. l. g. l. h. l. k. Rursus in eodem circulo inscribatur decagonus eq̃laterus: diuidantur. n. cuncti arcus quoꝝ chorde sunt latera pẽtagoni ꝑ equalia ꝗ a punctis mediis ad extremitates cunctoꝝ lateꝝ inscripti pentagoni linee recte dirigantur. Itẽq; super singulos angulos pentagoni erigatur cathetus ꝑm ꝙ docet. 12. vndecimi quorum quilibet sit ẽt equalis linee. b. d. ꝗ cõtinuent extremitates hoꝝ quinq; cathetoꝝ quinq; coraustis. Eruntq; ex. 6. vndecimi quinq; catheti erecti adinuicem equidistantes. Cunq; ipsi sint equales erunt quoq; ex. 33. p imi. quinq; coraustis eorũ extremitates iungentes equales lateribus pentagoni. Demitte igit a summitatibus singulis singuloꝝ cathetoꝝ bina ꝗ binas ypotemisas ad duos circũstantes angulos inscripti decagoni. ꝗ harum decem ypothemisaꝝ a quinq; extremitatibus cathetoꝝ ad. 5. puncta que sunt singuli anguli medii inscripti decagoni descendẽtium extremitates continualium pentagonum rursus ipsi circulo inscribẽdo qui quoq; erit eq̃laterus ex. 23. tertii. Cum hoc itaq; feceris videbis te perfecisse decem triãgulos quoꝝ latera sunt decem ypothemise ꝗ quinq; coraustis ꝗ. 5. latera huius secũdi pentagoni inscripti. Hos ergo decẽ triangulos eq̃lateros eẽ sic collige. Cum. n. tã semidiameter descripti circuli q̃ q̃libet. erectorum cathetorum sit equalis linee. b. d. ex ypothesi: erit ex correlario. 15. quarti quilibet cathetorũ equalis lateri exagoni equilateri circulo cuius semidiameter est equalis linee b. d. inscripti. Quia ꝟo ex penul. primi vnaqueq; 10. ypothemisarum tãto est potentior catheto quantum potest latus decagoni. At vero ex. 10. huius latus quoq; pẽtagoni ẽ tanto potentius eodem quãtum põt idẽ latus decagoni. Erit ex cõi scia vnaqueq; haꝝ ypothemisaꝝ equalis lateri pentagoni. De coraustis aũt iam patuit ꝙ ipsi sint equales lateribus pentagoni. Itaq; cuncta latera horum decem triangulorꝝ aut sunt latera pentagoni eq̃lateri secũda vice circulo inscripti aut illis equalia sunt igitur eq̃lateri trianguli. Amplius aũt super centꝝ circuli qđ est pũctum. l. erige aliũ cathetũ equalẽ ꝑoribus q sit. l. m. eiusq; superiorẽ extremitatẽ q̃ est pũctus m iũge cũ singulis extremitatibus prioꝝ per quinq; coraustos eritq; ex sexta vndecimi hic centralis cathetus singulis cathetorum angularium equidistans. Ideoq; ex. 33. primi hi quinq; coraustis erunt semidiametro circuli equales ꝗ ex correl. 15. quarti quilibet eorum tanquam latus exagoni. centrali ergo catheto ex vtraq; parte adiiciatur linea vna equalis lateri decagoni. Supra quidem adiiciatur ei. m. n. deorsum autem sub circulo adiiciatur sibi a centro circuli. l. p. postea demittant a puncto. n. 5. ypothemise

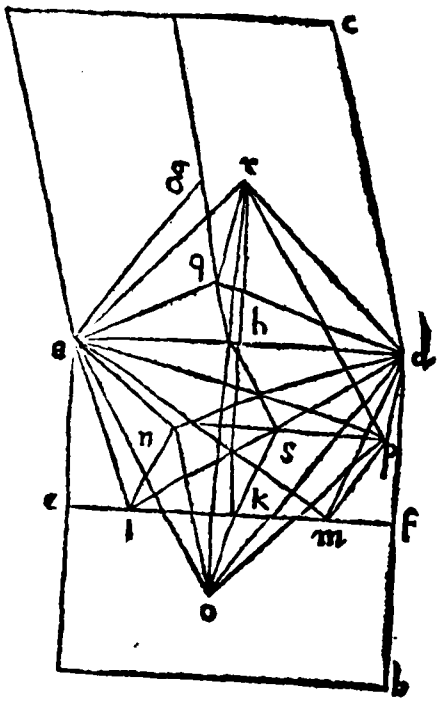


ad.5.superiores angulos decem triangulorum qui sunt in circuitu. ꝗ a puncto.p.alie.5.ad alios quinq; inferiores. Eruntq; hee decem ypothemise eq̃les adinuicem lateribus inscripti pentagoni ex penultima primi ꝗ.10.huius quemadmodum de aliis decem prius demonstratum est. Habes ergo corpus.20.basium triangularium atq; equilateraꝝ cuius cuncta latera sunt equalia lateribus pentagoni. Eius vero diameter est linea. n. p. Horum autem.20.triangulorum decem consistunt in cicuitu supra circulum. quinq; autem consurgunt sursum ad punctum. n. concurrentes. At quinq; reliqui deorsum emergunt super punctum. p. coeuntes. Hoc autem ycocedrum corpus a data spera circumscriptibile esse sic erit manifestum. Cum linea.l.m.sit equalis lateri exagoni ꝗ.m.n.lateri decagoni equilaterorum quos circulus.e.f.g.circumscribit tota.l.n.erit ex nona pñtis libri diuisa ꝑm ꝓportionē.h.m.ꝗ.d.extre. i pūcto.m. ꝗ maior portio eius erit linea.l.m. Diuidat itaq; l m.per eq̃lia in.q. Eritq; ex cōi scia.p.q.eq̃lis.q.n. Nā.p.l.posita ē eq̃lis lateri decagōi quēadmodum.m.n.q̃re.q.n.ē medietas.n.p.quēadmodū ē.q.m.medietas.m.l. Cū ergo q̃dratū.n.q.sit ex 3.huiꝰ qncuplū ad q̃dratū.q.m.erit quoq; ex.15.qnti q̃dratū.p.n. qncuplū ad quadratum.l.m. Est.n.ex quarta secundi q̃dratum.p.m.q̃druplum ad quadratum.q.n. Quadratum quoq;.l.m.q̃druplum ad quadratum.q.m ex eadem. Quadruplum aūt ad q̃druplum ē vt simplum ad simplū teste 15.qnti at ꝟo quadratum.a.b.quincuplum est ad q̃dratum.b.d.ex scda ꝑte correlarii.8.sexti ꝗ ex correlario.17.eiusdem: est ēt.a.b qncupla ad.b.c. eo ꝙ.a.c.fuit ad eādem q̃drupla. Quia ergo.l.m.est ex ypothesi eq̃lis.b.d.erit ex cōi scia.a.b.equalis.n.p. Itaq; si sup lineam.n.p.semicirculus describat qui tādiu ꝙ locū ꝑmum repetat circōuoluat spera ipsius motu descripta erit a diffinitione speraꝝ equalium equalis spere ꝓposite. ꝗ qm̄ linea.l.m.est medio loco ꝓportionalis inter.l.n.ꝗ.n.m.ideoq; inter.l.n.ꝗ.p.l.erit quoq; q̃libet semidiameter circuli medio loco ꝓportionalis inter.l.n.ꝗ.l.p.ꝗ cum.l.m.sit equalis semidiametro circuli: itaq; semicirculus sup.p.n.descriptus transibit ꝑ oia puncta circumferentie circuli.e.f.g. Ideoq; ꝗ ꝑ singulos angulos solidi fabricati in illa circūferentia consistentes: ꝗ qa eadē rōe singuli corausti cōtinuātes extrēitates angulariū cathetoꝝ: cū extremitate cētralis sunt medio loco ꝓportiōales inter.p.m.ꝗ.m.n.eo ꝙ quilibet eoꝝ est eq̃lis.l.m.sequitur vt idem semicirculus trāseat ēt ꝑ reliquos angulos figure ycocedre statute.ē igr̄ corpus hoc inscriptibile spere cuius diameter.p.n. Ideoq; ꝗ spere cuius diameter.a.b. Latus autē huius solide figure dico esse lineam minorem. Cōstat.n.ꝙ linea.b.d.est rōnalis in potentia cū eius q̃dratum sit subqncuplum ad q̃dratum linee.a b.q̃ posita est rōalis siue in lōgitudine siue in potētia tm̄. Itaq; semidiameter atq; semidiametri circuli.e.f.g.est ēt rōnalis in potentia. Nam eius semidiameter ē eq̃lis.b.d. Igit ex.12.huius latus pētagoni equilateri huic circulo inscripti est linea minor. at vero sicut in huius demonstrationis ꝓcessu patuit latus huius figure est quātum latus pētagoni: ergo latus huius figure.20.alchaidarum est linea minor quemadmodum proponit.

Propositio .17.

Corpus duodecim basium pentagonarum equilaterarum atq; equiangularium ab assignata spera diametrum rōnalem habente circumscriptibile cōstituere. eritq; palam latus eiusdem corporis irrationale esse: id quod residuum dicitur.

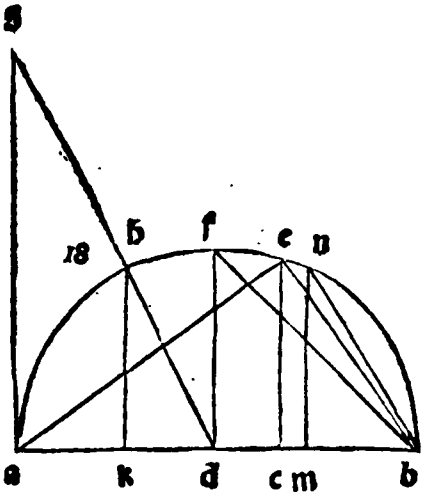
Eiat cubus ꝑm ꝙ docet.14.huius circūscriptibile ab assignata spera: sintq; huius cubi due supficies.a.b.ꝗ.a.c.imagiemur āt nūc ꝙ.a.b.sit sup̄ma supficies cubi ꝗ.a.c.sit vna ex lateralibus sitq; liea.a.d.cōis istis duabus superficiebus. diuidantur itaq; in superficie.a b.duo opposita latera ꝑ eq̃lia videlicet.d.b.i pūcto.f.ꝗ latꝰei oppositū i.e.ꝗ pūcta diuisionis cōtinuent ꝑ lineā.e.f.latus quoq;.a.d.ꝗ illud qđ sibi oppōit isupficie a.c.diuidāt ꝑ eq̃lia ꝗ pūcta diuisiōis cōtinuēt liea recta cuius medietas sit



g.h. Sitq; pũctus.h.medius punctus linee.a.d.similiter linea.e.f.diuidat ꝑ equalia in.k.ꝗ protrahatur.h.k.quãlibet igr̃ trium linea⁄.e.k.k.f.ꝗ.g h.diuide ꝑm proportionem ha.me ꝗ.du.ext.in tribus punctis.l.m.q.sint q;maiores portiones ea⁄.l.k.k.m.ꝗ.g.q.Quas manifestum est esse equales cũ tote liee diuise sint equales videlicet quelibet ea⁄ medietati lateris cubi.Deinde a duobus punctis.l.ꝗ.m.erige perpẽdiculares vt docet.n.vndecimi ad superficiem.a.b.quas vtrãq; ponas equalẽ linee.k.l.sintq;.l.n ꝗ.m.p.si militer a puncto.q.erige ꝑpendiculariter.q.r.ad supficiem.a.c. quam ponas equalẽ.g.q.ꝑtrahe itaq; lineas.a.l.a.n.a.m.a.p d.m.d.p.d. l.d.n.a.r.a.q.d.r.d.q.Manifestum est igitur ex quinta huius q; due linee k.e.ꝗ.e.l.potẽtialiter sunt triplũ ad lineã.k.l.ideoq; ẽt ad lineam.l.n.cũ k.l.ꝗ.l.n.sint equales. At ꝓo.k.e.ẽ equalis.e.a.igit̃ due linee.a.e.ꝗ.e.l. sunt potẽtia triplũ ad lineã.l.n.quare ex penul.primi.a.l.ẽ potẽtia tripla ad.l.n.ideoq; ꝑ eãdem.a.n.ẽ potẽtia quadrupla ad.l.n. Cũq; ois linea sit potẽtia quadrupla ad medietatem sui sequit̃ ex cõi scia q;.a.n.sit dupla in longitudine ad.l.n.ꝗ.qa.l.m.dupla est ad.l.k. At.k.l.ꝗ.l.n.sunt equales erit.a.n.equalis.l.m.sunt.n.ea⁄ dimidia equalia. Et qa ex.33.primi l.m. est equalis.n.p.erit.a.n.equalis.n.p. Eodẽ mõ ꝑbabis tres lineas.p.d.d.r. ꝗ.r.a.eẽ equales sibi inuicem ꝗ duabus predictis.Habemus itaq; ex his qn q; lineis pẽtagonũ equilate⁄ q est.a.n.p.d.r.Sed fortasse dices ipsum nõ esse pentagonum qa nec forsan ẽ totus in supficie vna.qd̃ esset necessariũ ad hoc vt esset pẽtagonus.ou od ergo sit totus in supficie vna sic habeto. ꝑdeat eqdem a pũcto.k.linea.k.s.perpẽdicularis ad supficiem.a.b.q̃ sit eq̃ lis.l.k.eritq; ob hoc equalis vtriq; duaⁿ linea⁄.l.n.ꝗ.m.p.cũq; ipsa sit eq distans vtriq; ea⁄ ex sexta vndecimi.ideoq; cum ambabus in eadem supfi cie ex dione linea⁄ equidistantium necesse est vt punctus.s.sit in linea.n p.ꝗ q; diuidat eã ꝑ equalia.ꝑtrahant igitur due linee.r.b.ꝗ.h.s.sunt itaq; duo trianguli.k.s.h.ꝗ.q.r.h.sup vnũ angulũ videlicet.k.h.q.cõstituti ꝗ est ꝓportio.k.h.ad.q.r.sicut.k.s.ad.q.h. nã vt.g.h.ad.q.r.sic.k.h.ad.q. r.ex.7.quinti.ꝗ vt.r.q.ad.q.h.sic.k.s.ad.q.h.ex eadẽ.sed.g.h.ad.q.r.vt q.r.ad.q.h.eo q;.q.r.est equalis.g.q.ergo ꝑ.30.sexti linea.r.h.s.est linea vna.Quare ex secunda vndecimi totus pentagonus de quo disputamus est in superficie vna. I psum quoq; dico esse equiangulum.cũ.n.e.k.sit di uisa ꝑm proportionem habentem medium duoq; extrema ꝗ.k.m.sit eq̃ lis maiori portioni eius: erit quoq; ex.4.presentis tota.e.m.diuisa ꝑm ꝓ portionem habentem medium duoq; extrema: maior quoq; portio eius linea.e.k. I deoq; per.5.duee linee.e.m.ꝗ.m.k. I deoq; due.e.m.ꝗ.m p. Nam.m.p.est.equalis.m.k.sunt potentia triplum ad lineam.e.k. I deoq; ꝗ ad lineam.a.e.nam.a.e.est equalis.e.k. I taq; tres linee.a.e.e.m.ꝗ.m.p sunt potentia quadruplum ad lineam.a.e. Constat aũt per penultimam primi bis assumptam q; linea.a.p.est potentia equalis tribus lineis.a.e.ꝗ. e.m.ꝗ.m.p. I taq;.a.p.est potentia quadrupla ad lineam.a.e. Latus vero cubi cum sit duplum ad lineam.a.e.est potentia quoq; quadruplum ad ip sam ex.4.secundi.igitur ex cõi scientia.a.p.est lateri cubi equalis. Cunq; a.d.sit vnum ex lateribus cubi erit.a.p.equalis a.d. I deoq; ex.8.primi an gulus.a.r.d.est equalis angulo.a.n.p. Eodem mõ ꝑbabis angulum.d.p. n.esse equalem angulo.d.r.a.quia ꝑbabis lineam.d.n.esse potentialiter quadruplũ ad medietatem lateris cubi.Cum igitur ex his pentagonus sit eqlaterus ꝗ habeat tres angulos equales ipse erit eqangulus ex septima pñ tis libri. Si itaq; hac via rõeq; cõsimili sup vnũquodq; reliquo⁄ late⁄ cu bi pentagonum equilate⁄ ꝗ equiãgulum fabricemus ꝑficiẽt solidum.n. supficiebus pentagonis eqlateris ꝗ equiangulis cõtentum. Cubus.n. hẽt n.latera. Reliquum aũt est demonstrare solidum hoc esse a data spera circũscriptibile.ꝑtrahant igit̃ a linea.s.k.due supficies secãtes cubũ qua⁄ vna secet ipsum sup lineã.h.k.ꝗ alia sup lineã.e.f.eritq; ex.40. vndecimi vt cõis sectio ha⁄ duaⁿ supficie⁄ secet diamet⁄ cubi ꝗ secet̃ viceuersa ab ipsa diãetro ꝑ eq̃lia.sit ergo cõis sectio ea⁄ vsq; ad diãet⁄ cubi linea.k.q.

Ita q̃.o.sit centrum cubi. Et ducantur linee.o.a.o.n.o.p.o.d.o.r. Cõ
stat aũt q̃ vtraq; duarum linearũ.o.a.&.o.d.est semidiameter cubi. Iõq;
equales De linea.autem.o.k.constat ex.40.vndecimi q̃ ipsa est equalis
e.k.videlicet medietati lateris cubi. Et quia.k.s.ẽ equalis.k.m. Erit.o.s.
diuisa in puncto.k.sm proportiõem habentem medium duoq; extrema
& maior portio eius erit linea.o.k q̃ est equalis.e.k. Itaq; p.5.huius erunt
due linee.o.s.&.s.k. Iõq;.o.s.&.s.p. Eo q̃.s.p.ad quas hec demõstratio non
extẽditur est equalis.k.s.triplum in potẽtia ad lineã.o.k. Et iõ ad medie
tatem lateris cubi quare p penul.primi. linea.o.p.ẽ potẽtia tripla ad me
dietatem lateris cubi. Ex correl.aũt.14.huius cõstat q̃ semidiameter spere
tripla est in potẽtia ad medietatem lateris cubi quem circũscribit eadem
spera. Itaq;.o.p.est quanta semidiameter spere circũscribentis cubum p
positum. Eadem ratione cuncte linee ducte a puncto o.ad angulos singu
los pẽtagonorũ oium superlatera cubi descriptorum ad singulos angulos
inq̃ qui proprii sunt pentagonis non aũt cões eis & superficiebus cubi.s.p
prii quales sunt in pentagono statuto tres anguli.n.p.r. De illis aũt lineis
q̃ veniunt a puncto.o.ad angulos singulos pentagonorũ qui sunt cões pẽ
tagonis & superficiebus cubi quales sunt in pentagono pñti duo anguli.a.
&.d.cõstat q̃ ipse sunt equales semidiametro spere circũscribentis cubum.
Ipse.n.sunt semidiametri cubi ex.40.vndecimi. At vero semidiameter
cubi est tanq̃ semidiameter spere ipsum circũscribẽtis quemadmodum ex
rõcinatione.14.appet. Igr̃ oẽs linee ducte a pũcto.o.ad singulos angulos
duodecedri sunt eq̃les adinuicẽ & semidiametro spere. Semicirculus itaq;
super totam diametrum spere vel cubi lineatus.si circũducatur transibit p
oẽs angulos eius quare per diffinitionem ipsum est ab assignata spera cir
cũscriptibile. Dico itez q̃ latus huius figure est linea irrõnalis ista videli
cet q̃ residuũ dr̃ si diameter spere ipsum circũscribentis fuerit rõalis in lõ
gitudine vel in potentia. Cum.n.diameter spere sit ex.14.huius tripla in
potentia ad latus cubi erit latus cubi rõnale in potentia si diameter spere
fuerit rõnalis in longitudine vel in potẽtia. Cõstat aũt ex 11.q̃ linea.r.p.
diuidit lineam.a.d.q̃ est latus cubi sm proportionẽ hñtem mediũ duoq;
extrema & q̃ portio eius maior equalis ẽ lateri pentagoni. Et quia maior
portio eius est residuum ex sexta huius manifestum est latus figure duode
cedron eẽ residuum quod demonstrare voluimus. Fabricata sunt igitur p
13.& quatuor eam sequẽtes quinq; corpora equilatera atq; equiangula quo
rum vnũquodq; ẽ circũscriptibile ab assignata spera. Sũt aũt hec solida p
mum qdem quatuor basium triãgularium & dr̃ tetracedron. Secũdum ẽ
ex basium quadratarũ & dr̃ cubus siue exacedron. Tertium octo basiũ triã
gularium & dr̃ octocedron. Quartum aũt ẽ solidum ycocedron & est vi
ginti basium triãgularium. Quintum vero ex.12.basibus pentagonis cõsi
stit dr̃q; duodecedron. Hec ãt quinq; solida regularia dicũtur qm̃ ipsa eq
angula sunt atq; eqlatera & a spera atq; ab inuicem circũscriptibilia. plura
vero his quinq; eqlatera q̃ sunt & equiangula eẽ est impossibile. Ad cõsti
tutionem cuiuslibet anguli solidi necesse est ad minus tres supficiales an
gulos cõcurrere. Ex duobus enim solis superficialibus nequit solidus angu
lus cõpleri: qa ergo tres anguli cuiuslibet exagoni equilateri & equianguli
sunt equales quatuor angulis rectis. At vero eptagoni & cuiuslibet pluriũ
laterum figure equilatere atq; equiangule tres anguli sunt maiores quatu
or angulis rectis quemadmodum ex.32.primi euidenter elicitur: omnis
autem angulus solidus quatuor rectis angulis minor est teste.21.vndecimi
impossibile est tres angulos exagoni atq; eptagoni: & simpliciter omnis
pluriilatere figure equilatere tamen atq; equiangule solidum angulum con
stituere. ideo nulla solida figura equilatera atq; equiangula potest ex super
ficiebus exagonalibus aut plurium laterum constitui. Si enim tres anguli
exagoni equilateri atq; equianguli quemq; solidum angulum excedunt
quatuor & plures multo fortius eundem excedunt. Tres autem angulos pẽ
tagoni equilateri atq; equianguli minores esse quatuor rectis angulis.ma

nifestum est & quatuor esse maiores: quare ex tribus angulis pentagoni equilateri atq; equianguli possibile est solidum angulum constitui. ex quatuor autem aut ex pluribus impossibile. ideoq; vnum duntaxat solidum ex pentagonis equilateris atq; equiangulis constitutum est illud videlicet quod duodecedron dicitur in quo anguli pentagonorum terni & terni solidos angulos perficiunt. Eadem quoq; est ratio in quadrilateris figuris equilateris & eqangulis q̃ in pentagonis: oīs enim quadrilatera figura si equilatera equiangulaq; fuerit ipsa erit quadrata a diffinitione. Nam omnes eius anguli erunt recti per .32. primi. Ex tribus igitur angulis talis superficialis figure possibile est solidum angulum constitui: ex quatuor autem aut ex pluribus impossibile est: propter quod ex talibus figuris superficialibus que cum quadrilatere ipse sint equilatere atq; equiangule vnicum solidum quod cubum dicimus: fabricatum est. Triangulorum autem equilaterorum sex anguli sunt equales quatuor rectis ex 32. primi: pauciores ergo minores & plures maiores: igitur ex sex angulis talium trigonorum aut ex pluribus impossibile est angulum solidum fieri: ex quinq; & ex quatuor & ex tribus possibile. Cum itaq; tres anguli trigoni equilateri efficiunt angulum solidum: perficitur ex triangulis equilateris corpus quatuor basium triāgularium atq; equilaterarū. Cum vero quatuor consurgunt corpus octo basium quod octocedron diximus. At vero si quinq; triangulorum equilaterorum anguli solidum angulum contineant fiet corpus ycocedron viginti basium triangularium & equilaterarum. Quare ergo tot & talia sunt solida regularia & quare plura his non sint dictum est.



¶ Castigator.

a ¶ Quia sicut totum ad totum ita dimidium ad dimidium. Nam vt ibi dicitur dyameter spere tripla est in potentia ad latus cubi ideo semidyameter similiter est potentia triplex ad medietatem lateris cubi ac si dyameter esset .6. eius potentia .36. & latus cubi esset .ꝑ.12. cuius potentia est .12. semidyameter .3. potentia eius .9. medietas lateris cubi esset ꝑ.3. cuius potentia .3. que est subtripla ad potentiam .3. hoc est ad potentiam medietatis dyametri spere & cetera.

Propositio .18.

Latera quinq; corporum premissorum ab eadem spera circumscriptibilium cuius spere sola diametros nobis proposita fuerit per ipsam propositas diametrum inuenire.

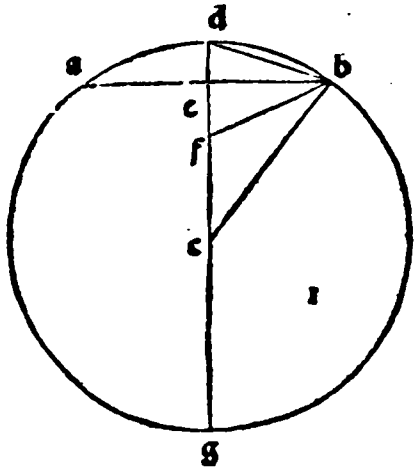
¶ Sit a.b. diameter alicuius spere nobis proposita. ex qua iubemur latera quinq; premissorum corporum elicere. ¶ Diuidamus igitur hanc diametrum in .c. ita q̃ .a.c. sit dupla ad .c.b. Et per equalia in .d. Et lineemus super eam semicirculum .a.f.b. ad cuius circumferentiam protrahantur due linee perpendiculares ad lineam a.b. que sint .c.e. & .d.f. Et iungamus .e. cum .a. & .cum .b. & .f. cum .b. Manifestum ergo est ex demonstratione .13. q̃ .a.e. est latus figure quatuor basium triangularium & equilaterarum. Et ex demonstratione .14. q̃ .e.b. est latus cubi. Et ex demonstratione .15. q̃ .f.b. est latus figure octo basium triangularium & equilaterarum. Prodeat itaq; a puncto .a. linea .a.g. perpendicularis ad .a.b. & equalis eidem .a.b. & iungatur .g. cum .d. Sitq; h. punctus in quo .g.d. secat circumferentiam semicirculi. Et ducatur .h.k. perpendicularis ad .a.b. & quia .g.a. est dupla ad .a.d. erit ex quarta sexti .h.k. dupla ad .k.d. Sunt enim duo trianguli .g.a.d. & .h.k.d. equianguli ex .32. primi eo q̃ angulus .a. maioris est equalis angulo .k. minoris: namq; vterq; rectus & angulus .d. est, communis vtriq;. Igitur ex quarta secundi .h.k. est potentia quadrupla ad .k.d. ergo ex penultima primi .h.

d. est potentia quincupla ad. k.d. cumq; d.b. sit equalis. h.d. est enim d. centrum semicirculi. erit quoq; d,b, potentia quincupla ad. k.d. At vero cum tota. a.b. sit dupla ad totam .b.d. quemadmodum. a.c. detracta ex prima. a.b. est dupla ad. c.b. detractam ex secunda. b.d. eritq; ex. 19. quinti b.c. residua prime dupla ad. c.d. residuam secunde. Ideoq; tota. b. d. est tripla ad. d.c. Igitur quadratum. b.d. est nonecuplum ad quadratum. d. e. ⁊ quia ipsum erat quincuplum tantum ad quadratum. k . d . erit ex secūda parte decime quinti. quadratum. d.c. minus quadrato. k.d. Ideoq; d.c. minor. k.d. Sit igitur. d.m. equalis. k.d . ⁊ prodeat. m.n . vsq; ad circumferentiam que sit perpendicularis ad. a.b. ⁊ iungatur. n. cum. b. Cum igitur. d. k. ⁊ . d . m . sint equales erunt ex diffinitione eius quod est aliquas lineas a, centro equidistare due linee. h.k. ⁊. m.n. equaliter distantes a centro. Ideoq; equales adinuicem ex secunda parte .13. tertii ⁊ ex secunda parte tertie eiusdem . Itaq;. m.n. est equalis. m.k. Nam. h.k. erat equalis ei. At quia. a.b. dupla est ad. b.d. ⁊. k.m. dupla est ad. d.k. ⁊ quadratum. b.d. quincuplum ad quadratum. d.k. erit ex . 15 . quinti quadratum. a.b. similiter quincuplum ad quadratum. k.m. est enim quadratum dupli ad quadratum dupli sicut quadratum simpli ad quadratum simpli. Ex demonstratione enim. 16. manifestum est q; diameter spere est potentialiter quincupla tam ad latus exagoni circuli figure. 20. basium. q̄ ad k.m. est equalis lateri exagoni circuli figure. 20. basium . Nam diameter spere que est. a.b. ē potentialiter quincupla tam ad latus exagoni circuli illius figure q̄. ad. k.m. Rursus q; ex demonstratione eiusdem manifestum est q; diameter spere constat ex latere exagoni ⁊ duplici lateri decagoni circuli figure. 20. basium. Cum ergo. k.m. sit tanq̄ latus exagoni. At vero. a.k. sit equalis. m.b. Nam ipsa sunt residua equalium demptis equalibus. Erit. m.b. tanq̄ latus decagoni . Quia igitur. m.n. est tanq̄ latus exagoni. nam ipsa est equalis. k.m. erit ex penultima primi ⁊. 10. huius n.b. tanq̄ latus pentagoni figure circuli. 20. basium. Et q̄a ex demonstratione. 16. apparet q; latus pentagoni circuli figure . 20 . basium est latus eiusdem figure. 20. basium. Constat lineam. n.b. esse latus istius figure. Diuidatur itaq;. e.b. que est latus cubi ab assignata spera circumscriptibilis secundum proportionem habententem medium duoq; extrema in puncto. p. Sitq; maior portio eius. p.b. Constat igitur ex demonstratione premisse q;. p.b. est latus figure. 12. basium. Inuenta ergo sunt latera. 5. premissorum corporum ex diametro spere nobis proposita. Est enim latus. a. o piramidis. 4. basium. e.b. latus cubi. f.b. latus octocedri. At vero. n.b. latus icocedri. Linea autem. p.b. latus duodecedri . Que autem horum laterum sint maior aut minor sic habetur. Constat enim q; .a.e. est maior. f.b. nam arcus. a.e. est maior arcu. f.b . Iterumq;. f.b. est maior. e. b. Et. e.b. maior q̄. n.b. At vero. n.b. dico etiam esse maiorem q̄. p.b. Cum enim sit. a.c. dupla ad. c.b. erit ex quarta secundi quadratum. a.c. quadruplum ad quadratum. c.b. Constat autem ex secunda parte correlarii. 8. sexti ⁊ ex correlario. 17. eiusdē q; q̄dratū. a.b. triplū ē ad q̄dratū. b.e. sed. p. 11. sexti q̄dratum. a.b. ad quadratum. b.e. est sicut q̄dratum. b.e. ad q̄dratum. c.b. ex eo q; proportio. a.b. ad. b.e. est sicut. b.e. ad. b.c. ex secūda pte correlarii. 8. sexti. itaq;. p. 11. quinti quadratum. b.e. triplum est ad q̄dratū c.b. ⁊ quia quadratum. a.c. quadruplum est ad idem quadratum vt ostensum est. erit ex prima parte. 10. quinti quadratum. a.c. minus quadrato. b.e. Ideoq; linea. a.c. maior est linea. b.e. Ideoq;. a.m. multo maior. b.e. Manifestum vero est ex. 9. huius q; si linea. a.m. diuisa fuerit sm proportionem hñtem medium duoq; extrema erit maior portio eius linea. k.m q̄ est equalis. m.n. At vero cum. b.e. diuidatur sm eandem pportionem vt delicet hñtem medium duoq; extrēa maior eius portio ē linea. p.b. cū itaq; tota. a.m. sit maior tota. b.e. erit. m.n. que est equalis maiori portioni. a. m. maior q̄. p.b. que est maior portio. b.e. Hoc autem manifestum est ex secunda. 14. libri que sine auxilio alicuius earum que sequuntur firma de-

monstratione solidatur. Ergo p.19.primi a fortiori.n.b.maior est q̃.p.b. Quare patet latera horum.5.corporum premissorum fere eo ordine quo corpora se inuicem sequuntur se inuicem excedere. In cubo enim dumtaxat & octocedro habet hic instantias. Nam latus octocedri excedit latus cubi q̃uis cubus antecedat octocedrum. Cubum autem premittunt idcirco octocedro: quia eadem diuisione diametri assignate spere latus piramidis.4.bases triangulas habentis & latus cubi inuenitur. Est igitur.a.e. latus piramidis maius lateribus ceterorum corporum. Post ipsum aũt est f.b.latus octocedri maius sequentium corporum lateribus. Tertio ordine sequit in magnitudine.e.b.latus cubi., Quarto vero loco ē.n.b.latus ycocedron. Minimum autem est omnium.p.b latus duodecedron vel duodecedri. ¶ Explicit liber Tertiusdecimus.

¶ Quartusdecimus liber Euclidis de habitudinibus trianguli pentagoni exagoni decagoniq; adinuicem respectu linee. Secũdum proportionem habentem medium duoq; extrema diuise & corporum regularium adinuicem proportionibus ex optima Campani interpretatione. Magistro Luca Paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minorum Castigatore acuratissimo feliciter. Incipit.

Propositio .I.



Omnis perpẽdicularis a centro circuli ducta ad latus pentagoni intra circulum ipsum descripti. Dimidio lateris decagõi atq; dimidio lateris exagoni intra circulum eundem descriptorum: ambobus dimidiis in longum directũq; coniunctis equalis esse probatur. ¶ Patet igitur q̃ perpẽdicularis ducta a cẽtro circuli ad latus pẽtagoni est equalis perpẽdiculari ducte a centro ad latus trianguli dimidioq; lateris decagoni intra eundem circulum descripti directe coniunctis.

¶ Sit linea.a.b.latus pẽtagoni equilateri inscripti circulo cuius centr̃.c. & ducatur a centro.c.perpendicularis ad lineam.a.b.que per secundam p̃tem tertie tertii diuidet ipsam per equalia & arcum eius etiam per equalia ex quarta primi & .17.tertii. Sitq; hec perpendicularis linea.c.d.secans.a.b in puncto.e.& arcum eius in puncto.d. Est igitur vt diximus linea.a.e. equalis linee.e.b.& arcus.a.d.arcui.d.b. Protrahaturq; linea.d.b.de qua cõstat.q̃ ipsa est latus decagoni equilateri ꝓposito circulo inscripti cum ipsa subtendatur medietati quinte totius circumferentie. Dico itaq; q̃ linea.e.c.est equalis medietati linee.c.d.& medietati linee.d.b.in longum directumq; coniunctis. Compleatur quidem diameter.d.c.sitq; d.c.g.& sit.c.f.equalis.c.d.& protrahatur.b.f. Eritq; ex.4.primi.b.f.equalis.b.d.ideoq; p.5.primi angulus.b.d.f.erit equalis angulo.b.f.d. Constat aũt ex vltima sexti q̃ angulus.g.c.b.quadruplus est ad angulum.b.c.d. Eo q̃ arcus.g.b. quadruplus ē ad arcum.b.d. At vero angulus.g.c.b.per.32.primi duplus est ad angulum.b.d.c. Nam ipse est extrinsecus duobus qui sunt.b.d.c.& d.b.c. At ipsi sunt equales ex.5.primi. igitur angulus.b.d.c.duplus est ad angulum.b.c.d. Quare angulus quoq; b.f.d.duplus ē ad angulum.b.c.f. Sed angulus.b.f.d.est equalis duobus intrinsecis qui sunt.b.c.f.& c.b.f. per.32.primi. Itaq; duo anguli.b.c.f.& c.b.f.sunt equales, Ideoq; per.6.

primi·c·f·est equalis·b·f· I deoq; etiam·c·f·est equalis·b·d· Nam·b·d·⁊ b·f·sunt equales adinuicem· Quare dimidium·c·d· cum dimidio·b·d· est quantum dimidium·c·d·cum dimidio· c·f· at vero a dimidium·c· d·cum dimidio·c·f·est quantum dimidium·c·f·bis cum dimidio·f·d· Dimidium autem·c·f·bis est quantum·c·f· Et dimidium·f·d·est quantum·e·f· I taq;·c·e·est quantum dimidium·c·d·cum dimidio·d·b·quod est propositum· Correlarium autem sic constat manifestum est enim ex 8·tredecimi libri ꝙ perpendicularis ducta a centro circuli ad latus trianguli sibi inscripti est equalis dimidio linee ducte a centro ad circumferentiam· Hoc quidem ibi demonstratum est ⁊ quasi correlarium conclusum· Cum igitur ex hac prima istius·14·libri pateat ꝙ perpendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni sit equalis dimidio linee ducte a centro ad circumferentiam ⁊ dimidio lateris decagonii sequitur ꝙ perpendiculararis ducta a centro circuli ad latus pentagoni sit equalis perpendiculari ducte a centro ad latus trianguli : dimidioq; lateris decagoni intra eundem circulum descripti : ⁊ hoc est quod ex correlario proponitur· Nunc ergo explicandum est quod ait Aristeus·in libro intitulato Expositio scientie·5·corporum nec non ⁊ Appollonius in dono secundo: in proportionalitate figure·12· basium ad figuram·20·basium dicens: ꝙ proportio superficierum figure habentis·12·bases ad superficies figure habentis·20·bases·est tanq̃ proportio corporis·12·basium ad corpus·20·basium· Linea ⁊ enim ducta a centro circuli pentagoni figure·12· basium duodecedri ad circumferentiam eius est quasi linea prodiens a centro circuli trianguli figure·20· basium ycocedri ad circumferentiam eius· Hec sunt ipsius magni appollonii verba· Intelligenda autem sunt de figura·12·⁊ figura·20·basium ab vna eademq; spera circumscriptibilium· Est enim proportio corporis duodecedri ad corpus ycocedron cum ambo vna eademq; spera circumscribit· Sicut proportio omnium superficierum duodecedri pariter acceptarum ad omnes superficies ycocedri pariter acceptas quemadmodum Appollonius premissorum verborum prima parte commemorat: quod ⁊ decima huius·14·libri solida demonstratione stabilitur· Et est circulus circumscribens pentagonum duodecedri equalis circulo circumscribenti trigonum ycocedri cum duodecedron ⁊ ycocedron eadem spera circumscribit quemadmodum ipse appollonius secunda parte premissorum verborum commemorat: quod etiam in quinta huius libri demonstratione firmatur premittenda sunt igitur antecedentia ad tantorum virorum eloquia inconcussa veritate corroboranda·

⁊ Castigator·

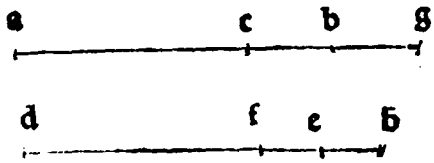
a ⁊ At vero dimidium·c·d·cum dimidio·c·f·est quantum dimidium c·f·bis cum dimidio·f·d·⁊ cetera·

⁊ Propter hoc est notandum ꝙ omnium duarum quantitatum inequalium semper dimidium maioris cum dimidio minoris est quantum dimidium minoris bis ⁊ dimidium differentie qua maior habundat a minore verbi gratia sint due linee ille in numeris·c·d·12·f·c·8·differentia·f·d·erit·4·nam·c·d·est latus exagoni ⁊ ·c·f· latus decagoni vt dictum est ⁊ latus exagoni excedit latus decagoni in·f·d·dico ꝙ medietas·c·d·que est·6·cum dimidio·c·f·quod est·4·que iuncta faciunt·10·⁊ sunt dimidia totalia equantur dimidio·c·f·bis·f·8·⁊ dimidio·f·d·quod est·2·que iuncta similiter faciunt·10·⁊ hoc in omni genere verificatur ⁊ ideo isto medio ipse concludit dicens dimidium autem·c·f·bis est quantum·c·f·totum ⁊ dimidium·f·d·est quantum·e·f·f·medietas differentie f·d·maioris ad minorem itaq;·c·e· est quantum dimidium·c·d·cum dimidio·d·b·⁊ cetera sine isto prosuposito non concluderet vt patet·

Propositio ·2·

Quicquid accidit vni linee diuise secundum proportionem habentem medium ⁊ duo extrema omni linee similiter diuise probatur accidere ⁊c.

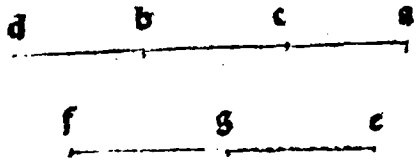
¶ Sit vtraq; duarum linearum.a.b. & .d.e.diuisa secundum proportionem habentem medium duoq; extrema hec quidem in.c.illa vero in.f.sintq; maiores portiones huius quidem.a.c.illius autem.d.f.Dico itaq; q̃ ambarum ad sui maiores portiones est vna proportio. Itemq; ambarum ad sui minores portiones est proportio vna at quoq; maiorum portionum ad minores vna. Et econtrario & permutatim & coniunctim & disiunctim & euersim. Nihil enim aliud est quicquid vni earum accidit.idem quoq; alii accidere. Constat enim ex diffinitione linee secundum proportionem habentem medium duoq; extrema diuise & ex prima parte.16.sexti q̃ illud quod fit ex.a.b.in.b.c.est equale quadrato.a.c.Eodemq; modo quod fit ex.d.e. in.e.f.est equale quadrato.d.f. Ideoq; proportio eius quod fit ex.a.b. in.b.c.ad quadratum.a.c.est sicut eius quod fit ex.d.e.in.e.f.ad quadratum.d.f.Vtraq; enim est proportio equalitatis. Igitur quadruplum eius quod fit ex.a.b.in.b.c.ad quadratũ.a.c.sicut quadruplum eius quod fit ex.d.e.in.e.f.ad quadratum.d.f.Quod ex.15.quinti & permutata & equa proportionalitate manifestum est.Quare coniunctim quadruplum eius quod fit ex.a.b.in.b.c.cum quadrato.a.c.ad quadratum.a.c.sicut equa druplum eius quod fit ex.d.e.in.e.f.cum quadrato.d.f.ad quadratum. d.f. Adiungatur autem secundum rectitudinem ad lineam.a.b.vna linea que sit equalis.b.c.que dicatur.b.g. Et.ad.d.e.adiungatur equalis.e.f.que dicatur.e.h. Manifestum est igitur ex octaua secundi libri q̃ quadruplum eius quod fit ex.a.b.in.b.g.cum quadrato.a.c.est quale quadrato linee.a.g. At vero similiter quadruplum eius quod fit ex.d. e.in e.h.cum quadrato.d.f.est equale quadrato.d.b. Ad vero ex communi scientia quadruplum eius quod fit ex.a.b.in.b.c.equum est quadruplo eius quod fit.ex.a.b.in.b.g.Eo q̃.b.c.&.b.g.sint equales. Similiter quoq; quadruplum eius quod fit ex.d.e.in.e.f.equum est quadruplo eius quod fit ex.d.e.in.e.h.Eo q̃.e.f.&.e.h.sint etiam equales. Igitur ex p̃ma parte septime quinti & ex.11.5.eiusdem quadratũ.a.g.ad quadratũ.a.c. sicut quadratum.d.h.ad quadratum.d.f.Quare ex secunda parte.11. sexti proportio linee.a.g.ad lineam.a.c.est sicut linee.d.h.ad lineam.d.f. Et cõiuncti.a.g.&.a.c.ad.a.c.sicut.d.h.&.d.f.ad.d.f.At p̃o.a.g.cũ.a.c.sunt tanq̃ duplum.a.b.&.d.h.cum.d.f.tanquam duplum.d.e. Quare duplũ a b.ad.a.c.sicut duplum.d.e.ad.d.f. Et permutatim duplum.a.b.ad duplũ.d.e.sicut.a c.ad.d.f.Sed duplũ.a.b.ad duplũ.d.e.sicut.a.b.ad.d.e.ex 15.quinti. Igitur.a.b.ad.d.e.sicut.a.c.ad.d.f. Itaq; permutatim & euersim & conuersim & disiunctim & coniunctim quod oportebat ostendere.



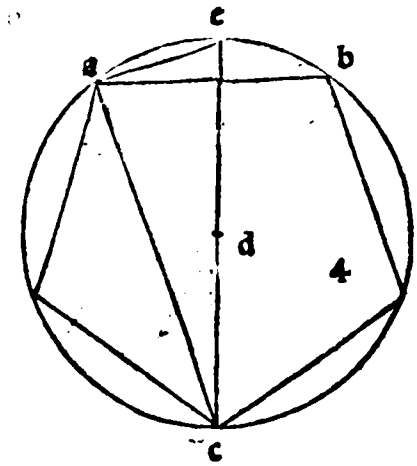
Propositio .3.

Diuiso latere exagoni secundum proportionem habentem medium duoq; extrema maior eius portio erit latus decagoni circumscripti a circulo ipsum exagonum circumscribente.

¶ Sit linea.a.b.latus exagoni alicuius circuli & diuisa secundum proportionem habentem medium duoq; extrema in puncto.c.sitq; maior portio eius.b.c.Dico q̃ cuius cunq; circuli.a. b.est latus exagoni eiusdem.b.c.erit latus decagoni. Adiungatur enim ad lineam.a.b.linea.b.d.que sit latus decagoni illius circuli cuius.a.b.est latus exagoni. Eritq; ex nona.13.linea.a.d.diuisa secundum proportionẽ habentem medium duoq; extrema & maior portio eius erit linea.a.b. Cũ igitur vtraq; duarum linearum.a.b.&.a.d.sit diuisa secundum proportionem habentem medium duoq; extrema, Igitur erit per premissam ambarum ipsarum ad sui maiores portiones vna proportio. Itaq; d.a.ad.a.b.



que est eius maior portio sicut.a.b.ad.b.c.que est etiam eius maior portio. Sed.d.a.ad.a.b.sicut.a.b.ad.b.d.ex diffinitione linee diuise secundũ proportionem habentem medium duoq; extrema & maior portio eius. Igitur ex vndecima quinti a.b.ad.b.d.sicut.a.b.ad.b.c.Quare per secundam partem.9.quinti.b.d.&.b.c.sunt equales. Cum ergo.b.d.sit latus decagõi erit quoq; ex conmmuni scientia.b.c.latus decagoni. Vel aliter ad lineam.a.b.adiungatur.b.d.equalis.b.c.eritq; ex.4.tredecimi tota.a.d. diuisa secundum proportionem habentem medium duoq; extrema & maior portio eius linea.a.b. Itaq; per conuersam.9.tredecimi quam continue post ipsam demonstrauimus cuius circuli linea.a.b.est latus exagoni eiusdem linea.b.d. Ideoq; linea.b.c.sibi equalis est latus decagoni. Possumus iterum idem alia via si libet demonstrare. Sit enim.e.f.equalis.a.b.que etiam diuidatur in.g. secundum proportionem habentem medium duoq; extrema. Et sit maior portio eius linea.f.g. Constat igitur ex premissa q̃ quemadmodum.a.b.est equalis.e.f.sic.a.c.est equalis e.g.&.c.b.equalis.g.f. Cumq; fuerit.b.d.adiuncta.ad.a.b.latus decagoni illius circuli cuius.a.b.est latus exagoni erit sicut prius dictum est.ex.9. tredecimi tota.a.d diuisa secundum proportionem habentem medium duoq; extrema. Et maior eius portio erit linea.a.b. Itaq; per premissam. a.b.ad.b.d.sicut f.g.ad.g.e. Quare per primam partem.15.sexti quod fit ex.a.b.in.g.e.equum est ei quod fit ex.b.d.in.f.g. Cumq;.a.b.sit equalis e.f. Et erit quod fit ex.e.f.in.g.e.equum est ei quod fit ex.b.d.in.f.g. Sed quod fit ex.e.f.in.g.e.equum est quadrato.f.g. Ex diffinitione linee diuise secundum proportionem habentem medium duoq; extrema. Et ex prima parte.16.sexti. Igitur quod fit ex.b.d.in.f.g.est equale quadrato.f.g. Ideoq; ex prima sexti linea.b.d.est equalis.f.g. Et quia.f.g.est equalis.c.b.erit quoq;.c.b.equalis.b.d.& latus decagoni quod oportebat ostendere.

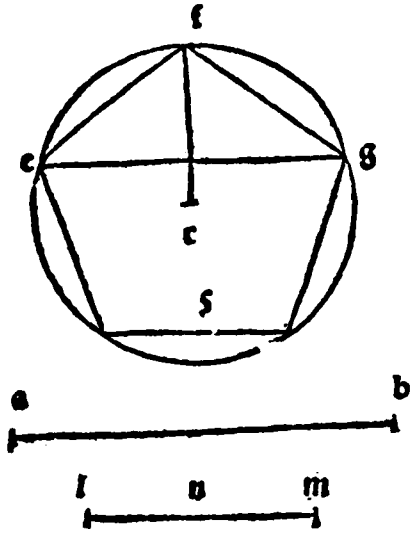


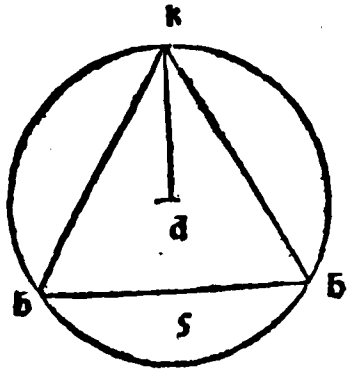
Propositio .4.

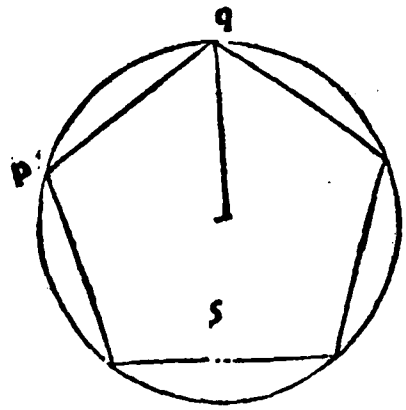
Quadratum lateris pentagoni intra circulum descripti quadratumq; linee que illius pentagoni angulo subtenditur ambo hec quadrata pariter accepta quadrati medietatis diametri eiusdem ciculi quincuplum esse pronuncio.

¶ Sit in circulo.a.b.c.cuius centrum.d.inscriptus vnus pentagonus equilaterus cuius vnum latus sit.a.b.& protrahatur diameter.c.d.e.diuidens lineam.a.b.& eius arcum per equalia. Est igitur arcus. a.e.medietas quinte partis circumferentie illius circuli. Quare arcus.a. c.est due quinte totius circumferentie. Protrahantur itaq; due linee.a.e. &.a.c. Eritq;.a.e.latus decagoni equilateri. eo q̃ eius arcus est medietas quinte partis circumferentie. Linea vero.a.c.erit que subtenditur vni ex angulis pentagoni predicti. Eo q̃ arcus.a.c.est due quinte partes circumferentie circuli. Dico itaq; q̃ quadrata duarum linearum.a.b.&.a.c.pariter accepta quincuplum sunt ad quadratum linee.d.e. Est enim ex quarta secundi quadratum linee.c.e.quadruplum ad quadratum linee.d.e. Cum autem angulus.c.a.e.sit rectus ex prima parte.30.tertii.eruntq; ex penultima primi quadrata duarum linearum.c.a.&.a.e. quadruplum ad quadratum.d.e. Igitur quadrata trium linearum.c.a.&.a.e.&.d.e.quincuplum sunt ad quadratum linee.d.c.& quia ex decima tredecimi libri quadratum.a.b.est equale quadratis duarum linearum.a.e.&.d.e.sequitur vt quadrata duarum linearum .a.b.&.c a.sunt quincuplum ad quadratum d.e.quod est propositum.

¶ Manifestum est ergo q̃ quadratum lateris cubi atq; quadratum lateris figure duodecim basium cum cubum & figuras duodecim basium eadem spera circumscribit ambo quadrata pariter accepta quincuplum sunt quadrati medietatis diametri circuli qui circumscribit pentagonum eiusdem figure duodecim basium.







¶ Illud correlarium vere manifestum est: constat enim ex demonstratione. 17. tredecimi libri ꝙ latus cubi subtenditur angulo pentagoni duodecedri cum cubum & duodecedron vna eademq; spera circumscribitur itaq; per hanc quartam sine obice constat correlarium. &c.

Propositio .5.

Pentagonus figure duodecim basium triangulus q̃ figure viginti basium quos eadem spera circũscribit vno codemq̃ circulo circumscribuntur.

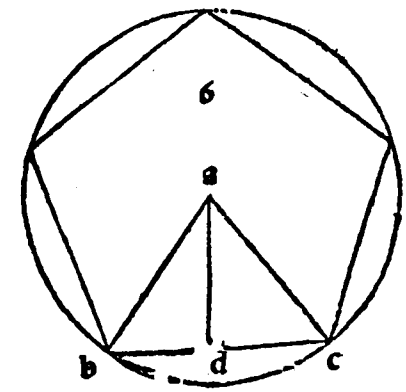
¶ Sit spera cuius diameter. a. b. circumscribens duas solidas figuras videlicet duodecedron cuius vnus ex duodecim pentagonis sit. c. & ycocedron cuius vnus ex .20. triangulis sit. d. Pentagono autem. c. Et trigono. d. super duo centra. d. & c. circumscribantur duo circuli huic, quidem. f. c. ex. 14. quarti illi vero. k. d. ex. 5. eiusdem. Dico itaq; ꝙ hi duo circuli sperarum propositarum quorum alter circumscribit pentagonum. c. Alter vero trigonum. d. sunt equales. Signentur enim duo latera pentagoni. c. vnum ex suis angulis continentia litteris. e. f. & f. g. & protrahatur linea. e. g. que subtendat angulum. f. Et semidiameter circuli que sit. c. f. Vnumquodq; ex lateribus trigoni. d. signetur litteris. k. h. Et protrahatur semidiameter sui circuli que sit. d. k. Deinc sumatur linea. l. m. ad quam sit linea. a b. que est diameter spere assignate quincupla in potentia. Que quidem. l. m diuidatur in. n. secundum proportionem habentem medium duoq; extrema. Sitq; maior portio eius linea. l. n. Et secundum quantitatem totius. l. m. lineetur circulus. p. q. Itaq; semidiameter circuli. p. q. sit equali linee. l. m. Eritq; ex correlario. 15. quarti linea. l. m. tanq̃ latus exagoni equilateri circulo. p. q. inscripti. Ideoq; per tertiam huius linea. l. n. erit tanq̃ latus decagoni equilateri eidem circulo inscripti. igitur ex. 11. quarti inscribatur pentagonus equilaterus circulo. p. q. cuius vnum latus sit. p. q. eritq; ex. 10. tredecimi libri quadratum. p. q. equale quadratis duarum linearum. l. m. & l. n. pariter acceptis. Cõstat autem ex demonstratione. 16. tredecimi ꝙ. h. k. est. equalis. p. q. ergo quadratum. h. k. est equale quadratis duarum linearum. l. m. & l. n. pariter acceptis. At vero ex demonstratione. 17. tredecimi. manifestum est ꝙ. e. g. est latus cubi ab eadem spera circumscriptibilis. Quare per correlarium. 14. tredecimi. a. b. que est diameter spere potentialiter est tripla ad. e. g. que est latus cubi. Si autem. e. g. diuidatur secundum proportionem habentem medium duoq; extrema patet ex demonstratione. 17. tredecimi ꝙ. e. f. est tanq̃ maior portio eius. igitur ex secunda huius. e. g. ad. l. m sicut. e. f. ad. l. n. Nam vt tota ad totam sic maior portio ad maiorem. itaq; per. 11. sexti quadratum. e. g. ad quadratum. l. m. sicut quadratum. e. f. ad quadratum. l. n. Quare per 13. quinti quadrata duarum linearum. e. g. & e. f. pariter accepta ad quadrata duarum linearum. l. m. & l. n. pariter accepta sicut quadratum. e. g. ad quadratum. l. m. ergo per. 15. quinti & permutatam proportionalitatem & equam triplum duorum quadratorum duarum linearum. e. g. & e. f. pariter acceptorum ad quadrata duarum linearum. l. m. & l. n. pariter accepta sicut triplum quadrati. e. g. ad. quadratum. l. m. Triplum autem e. g. quadrati est tanq̃ quadratum. a b. ex correlario. 14. tredecimi. At quadratum. a. b. est per ypotesim quincuplum ad quadratum. l. m. ergo triplum quadrati. e. g. quincuplum quoq; est quadrati. l. m. Quare etiam triplum quadratorum duarum linearum. e. g. & e. f. pariter acceptorum est quincuplum ad quadrata duarum linearum. l. m. & l. n. pariter accepta. & quia probatum est ꝙ quadratum. h. k. est equale quadratis duarum linearum. l. m. & l. n. pariter acceptis. Sequitur ex communi scientia vt triplum quadratorum. e. g. & e. f. sit quincuplum ad quadratum. h. k. Constat autem ex. 8. tredecimi ꝙ quincuplum quadrati. h. k. est quindecuplum ad quadratum. d. k. Nam simplum est triplum. Et ex quarta huius constat ꝙ triplum quadratorum. e. g. & e. f. est quincuplum qua-

drati·e·f·nam ſimplum eſt quindecuplũ· Itaq; quincuplum quadrati·c·f· eſt equale quincuplo quadrati·d·k·ideoq; per·15·quinti quadratum·c·f· eſt equale quadrato·d·k· Quare etiam linea·c·f. eſt equalis linee·d·k· Ergo ex diffinitione circulorum equalium circulus circumſcribens pentagonum.c·eſt.equalis circulo circumſcribenti trigonum·d. quod erat ex principio demonſtrandum· Nam ſemidiametri horum circulorum ſunt equales videlicet.c.f.et·d.k.

Propoſitio .6.

Quadratum quoq; quod eſt trigincuplum tetragoni qui ſub perpendiculari ducta a centro circuli circumſcribentis pentagonum figure duodecim baſium ad latus pentagoni atq; ſub latere ipſius pentagoni cõtinetur omnibus ſuperficiebus corporis duodecim baſium pariter acceptis eſſe equale ex neceſſitate convincitur.

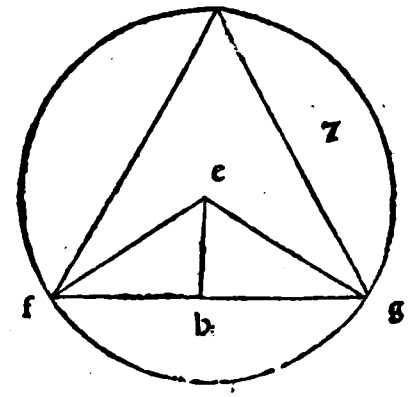
¶ Sit pẽtagonus·a. vna ex·12.baſibus figure duodecedri et vnum ex eius lateribus ſit·b·c. ſibiq; ex·14. quarti circumſcribatur circulus ſupra centrum.a·et. protrahantur linee.a.b·et·a·c· et.a·d· perpendicularis ad·b·c· Dico ergo q̃ trigincuplum eius quod fit ex·a·d.in·b c·eſt equale omnibus ſuperficiebus duodecedri pariter acceptis· Conſtat enim pentagonum a·eſſe diuiſibilem in quinq; triangulos equales triangulo·a.b·c·ex·8.primi·itaq; omnes·12·pentagoni duodecedri cum omnes ſint equales et ſimiles pentagono a·diuiſibiles ſunt in.60.triangulos quorum quiſq; per.8. primi eſt equalis triangulo·a.b.c· Quod autem fit ex·a·d·in.b.c.eſt duplum per·41· primi ad triangulum.a.b.c.ergo trigincuplum eius quod fit ex.a.d.in.b.c.eſt ſexagincuplum ad triangulum·a.b.c. Nam vt ſimplum ad ſimplum ſic duplum ad duplum. Cum itaq; omnes duodecedri ſuperficies pariter accepte ſint etiam ſexagincuplum ad triangulum.a·b. c·ſequitur vt trigincuplum eius quod fit ex·a.d.in.b·c.ſit equale omnibus ſuperficiebus duodecedri pariter acceptis quod eſt propoſitum.



Propoſitio .7.

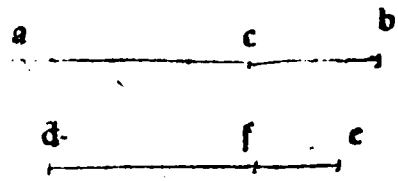
Quadratum quoq; quod eſt trigincuplum tetragoni qui ſub perpendiculari ducta a centro circuli ad latus ſibi inſcripti trianguli figure viginti baſium atq; ſub ipſo latere trianguli continetur equale eſt omnibus ſuperficiebus figure viginti baſium pariter acceptis.

¶ Eſto enim hic trigonus.e·vna ex.20.baſibus figure ycocedri et vnũ ex eis lateribus ſit.f.g. Sibiq; ex.5·quarti circumſcribatur circulus ſuper cẽtrum.e.et protrahantur linee.e·f.e.g.et.e.h·perpendicularis ad.f.g. Dico igitur q̃ trigincuplum eius quod fit ex.e·h·in.f.g·eſt equale omnibus ſuperficiebus ycocedri pariter acceptis. Conſtat enim trigonum.e.eſſe diuiſibilem in tres trigonos quorum quilibet per octauam primi eſt equalis trigono.f.g· Itaq; omnes.20.trigoni ycocedri pariter accepti cum cuncti ſint equales ſimiles trigono.e.ſunt tanq̃ ſexagincuplum trigoni.e·f.g. Et quia p.41.primi.quod fit ex.e.h.in.f.g.eſt duplum trigoni.e.f·g. Iõq; trigincuplum huius eſt equale ſexagincuplo illius: ſequitur vt trigincuplum.e. h.in.f.g.ſit equale omnibus ſuperficiebus ycocedri pariter acceptis quod erat demonſtrandum.



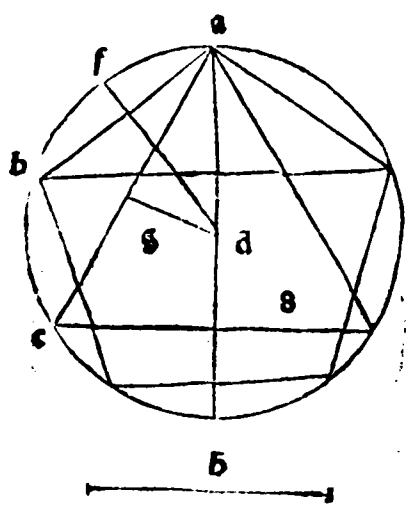
¶ Manifeſtum igitur eſt q̃ proportio ſuperficierum figure duodecim baſium in aliqua ſpera contente ad ſuperficies figure viginti baſium in eadem ſpera concluſe:eſt tanq̃ proportio tetragoni contenti ſub latere pẽtagoni ipſius figure duodecim baſiũ & ſub perpendiculari ducta a centro ſui circuli ad ipſius latus pentagoni: ad tetragonum contentum ſub latere trianguli ipſius figure viginti baſium & perpendiculari ducta a centro ſui circuli ad ipſum latus trianguli corporis viginti alchaidarum.

¶ Quod per illud correlarium concluditur verũ esse siue figura.12.basiũ & figura.20.basium sint ab eadem spera circumscriptibiles vt proponitur siue etiam fuerint circumscriptibiles a diuersis speris. Proponitur autem prout hee figure sint circumscriptibiles ab eadem spera quoniam hoc modo valet & sufficit ad propositum. Eius ergo communis veritas sic patet. Constat enim ex.6.huius ꝙ trigincuplum.a.d.in.b.c.equum est omnibus superficiebus duodecedri pariter acceptis cuius pentagonus.a.est, vna ex.12.superficiebus. Et ex hac.7.constat similiter ꝙ trigincuplum.e.h.in.f.g.equum est omnibus superficiebus ycocedri pariter acceptis cuius trigonus.e.est vna ex.20.basibus. Siue illud duodecedron & istud ycocedron eadem spera circumscribat. Siue diuerse. Itaq; proportio trigincupli.a.d.in.b.c.ad oẽs supficies illius duodecedri ꝑiter acceptas est sicut trigincupli e.h.in.f.g.ad omnes superficies ycocedri pariter acceptas. Vtrobiq; enim est proportio equalitatis. Quare permutatim trigincuplum.a.d.in.b.c.ad trigincuplum.e.h.in.f g.sicut omnes superficies illius duodecedri ad omnes superficies huius ycocedri & per.15.quinti trigincupli ad trigincuplum est sicut simpli ad simplum. Constat igitur per.11.quinti ꝙ proportio omnium superficierum illius duodecedri ad omnes superficies huius ycocedri est eius quod fit ex.a.d.in.b.c.ad id quod fit ex.e.h.in.f.g. Et hoc est quod ex correlario proponitur.



Propositio .8.

Proportio cunctarum superficierũ corporis duodecim basium pariter acceptarum ad cunctas superficies corporis viginti basium pariter acceptas que ab vna spera ambo circumscribuntur est tãq; proportio lateris cubi quem circumscribit eadem spera ad latus triãguli ipsius corporis viginti basiũ.

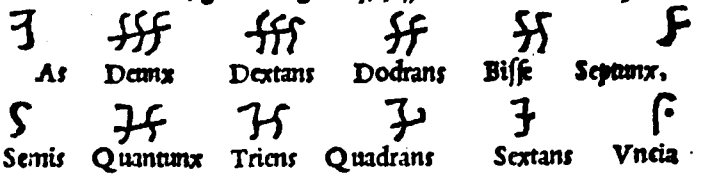


¶ Vt ab huius.8.demonstrationis libri.14.processu ambiguitas omnis abscedat: istud prescire oportet. Quod si aliqua linea secundum proportionem habentem medium duoq; extrema fuerit diuisa & ex medietate eius tanq̃ dimidium sue maioris portionis detrahatur: ipsa quoq; medietas secundum proportionem habentem medium duoq; extrema diuisa erit & eius maior portio est tanq̃ dimidium maioris sue duple. Verbi gratia sit.a.b.diuisa secundum proportionem habentem medium duoq; extrema in.c. Et maior eius portio sit.a.c.& sit.d.e.tanq̃ dimidium.a.b. Et d.f.tanq̃ dimidium.a.c. Dico ergo ꝙ.d.e.diuisa est in.f.secundum proporionem habentem medium duoq; extrema & maior portio eius est.d.f. Constat enim ex.15.quiti ꝙ proportio a.b.ad.a.c.est sicut.d.e.ad.d.f. Videlicet duplum ad duplũ tanq̃ simplum ad simplum. Quare ꝑmutatĩ. a.b.ad.d.e.sicut.a.c.ad.d.f. Igitur per.19.quinti.c.b.ad.f.e.sicut.a.b.ad.d.e. Est itaq;.c b.dupla ad f.e.sic enim est.a.b.ad.d e. Cum igitur tota.a.b.sit dupla ad totam.d.e.& singule partes.a.b.ad singulas partes.d.e. quare ex.15.quinti &.11.eiusdem & diffinitiõe linee diuise secundũ proportionem habentem medium duoq; extrema. Erit linea.d.e.diuisa in.f. quemadmodum proponitur. Nunc igitur demonstrationi eius quod ꝑpositum est insistamus. Ad cuius exemplum sit.a.b.c.circulus cuius centrum.d.circumscribens pentagonum duodecedri & trigonum ycocedri que ambo pariter eadẽ spera circumscribit & concludit. Nam ex.5.huius manifestum est ꝙ idem circulus huius pentagonum & illius trigonum circumscribit. Sit autem linea.a.b latus pentagoni & linea.a.c.trigoni. Sit q; linea.h.tanq̃ latus cubi ab eadem spera circumscripti. Dico itaq; ꝙ proportio omnium superficierum duodecedri pariter acceptarum ad omnes superficies ycocedri pariter acceptas est sicut linea.h.ad lineam.a.c. Producatur quidem a centro.d.perdendicularis ad.a.b.q̃ transeat vsq; ad circũferẽtiam secans.a.b.in puncto.e.& arcum eius in puncto.f. Hãc aũt ꝑpẽdicularem cõstat diuidere ꝑ eq̃lia tam lineam.a.b.q̃.eius arcum chordã q dem.a.b.ꝑ scd̃am ꝑtem tertie tertii: arcũ ꝟo eius ꝑ q̃rtã ꝑmi &.27.tertii.e

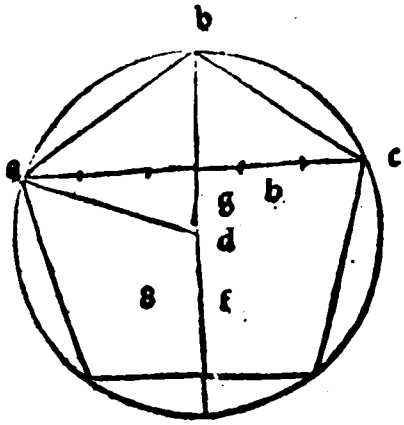
igitur arcus.f.a.decima pars circumferentie. Subtendatur itaq; sibi chorda.a.f.que erit latus decagoni equilateri eiusdem circuli. Erit igitur ex.9. tredecimi linea constans ex.d.f.f.a.diuisa secundum proportionem habentem medium duoq; extrema. & maior portio eius erit linea.d.f. At vero ex prima huius.d.e.est equalis dimidio.d.f.dimidioq;.f.a.in longum directumq; coniunctis. Sit igitur.d.g.perpendicularis ad.a.c.eritq; ex correlario.8.tredecimi.g.d.tanq̃ dimidium.d.f. Itaq; si a linea.d.e. que est tanq̃ dimidium.d.f.a.cum.d.f.&.f.a. sit linea vna: detrahatur equalis.d.g.que est tanq̃ dimidium.d.f.erit per illud quod ante hoc probatum est linea.d.e.diuisa secundum proportionem habentem medium duoq; extrema & maior portio erit tanq̃.g.d. Ex demonstratione autem 17.tredecimi constat q; si linea.h.que est latus cubi diuidaturq; secundum proportionem habentem medium duoq; extrema maior portio eius erit tanq̃.a.b.que est latus pentagoni figure.12.basium. Itaq; per secundam huius proportio.h.ad.a.b.est sicut.d.e.ad.g.d. Quare per primam partem 15.sexti quod prouenit ex.h.in.g.d.equum est ei quod fit ex.a.b.in.d.e. Ex correlario autem premisse manifestum est q; proportio omnium superficierum duodecedri cuius latus.a.b.pariter acceptarum ad omnes superficies ycocedri cuius latus.a.c.pariter acceptas est sicut eius quod fit ex a.b.in.d.e.ad illud quod fit ex.a.c.in.g.d. Igitur ex prima parte.7.quinti & 11.eiusdem proportio eius quod prouenit ex.h.in.g.d.ad illud quod prouenit.ex.a.c.in.g.d.est. sicut omnium superficierum illius duodecedri ad omnes huius ycocedri. At vero eius quod prouenit ex.h.in.g.d. ad illud quod prouenit ex.a.c.in.g.d.est per primam sexti sicut.h.ad.a.c. Itaq; per 11.quinti proportio omnium superficierum illius duodecedri ad omnes huius ycocedri est sicut.h.ad.a.c.quod est propositum. Hoc ipsum aliter probare poterimus.si ad ipsum huius antecedens necessarium premiserimus quod est.

¶ Si circulo cuilibet pentagonus equilaterus inscribatur rectangulum q; sub dodrante diametri ipsius circuli & sub dextãte ipsius linee angulum ipsius pentagoni subtendentis continetur eidem pentagono equum esse ex necessitate oportet.

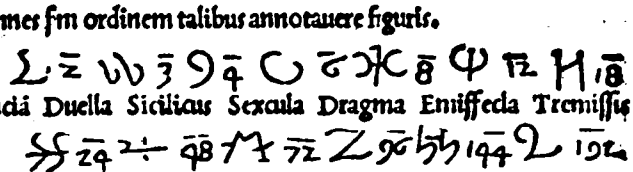
¶ Maiores nostri vnumquodq; integrum in.12.partes equales intellectu & ratione diuiserunt omnesq; eas simul hoc est ipsum totum assem: vocauerunt: vndecim vero earum dixerunt deuncẽ.decem autem dextantem nouem dodrantẽ.octo ⁊o bisse.at septem septuncem septãtẽ vel q̃uncem. sex autem semis: quinq; quinquincem.quatuor trientem.tres autem quadrantem.duas ⁊o sextantem.vnam autem appellauerũt vnciam easq; p ordinem talibus designauere figuris q̃ sepissime inueniunt in antiqs libris.



¶ Vnciam quoq; quam duodecimam partem assis fore diximus in alias rursus.12.fractiones. Sed alia via diuiserũt.nam medietatem vncie dixerunt semiunciam.tertiam vero duellam.q̃rtã sicilicum.sextam sexculam. octauam dragmam duodecimam semissiclam. decimãoctauam tremissem. vigesimamquartam scrupulum.quadragesimamoctauam obulum. septuagesimamsecundam bissiliquam. nonagesimamsextam ceracem. Vltima vero que est centesima quadragesima quarta pars ipsius vncie siliquam nominauerunt. His autem.12.fractionibus vncie posteriores adiunxere calcum. Est autem calcus centesima nonagesimasecunda pars vncie cuius additionis causa fuit vt vsq; ad minimum extremum diatesseron & diapente simphoniarum tonorum semitonorumq; interuallis distinctarum harum fractionum denominatio conscenderet vel comprehenderet &



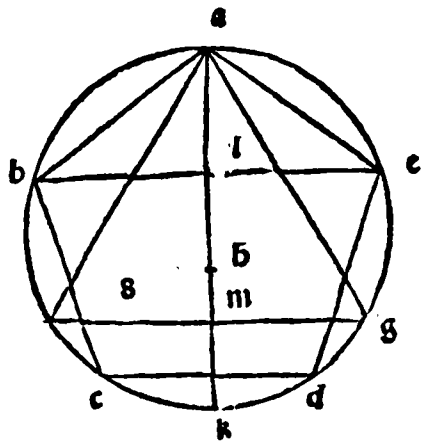
ipsas omnes fm ordinem talibus annotauere figuris.



Semiuncia Duella Sicilicus Sexcula Dragma Emiffecla Tremissis

Scrupulus Obulus Bissiliqua Cerates Siliqua Calcus

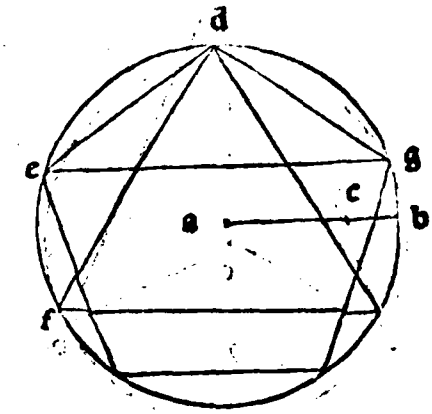
¶ Eius ergo quod dicitur sensus est : q̃ si in aliquo circulo pentagonus equilaterus inscribatur illud quod fit ex tribus quartis diametri circuli in quinq; sextas linee subtendentis vnum ex angulis inscripti pentagoni equale est pentagono, verbi gratia. Sit circulus.a.b.c.super centrum.d. eiq; ex.11.quarti inscribatur pentagonus equilaterus cuius duo latera vnũ ex suis angulis continentia sint.a b.⁊.b.c. Et angulo.b.subtendatur linea.a.c.⁊ protrahatur diameter.b.d.e. secans lineam.a.c.per: equalia in puncto.g. Sitq.d f.medietas.d.e.⁊.g.h.dupla ad.h.c.eritq.b.f.dodrãs diametri: est enim tres quarte ipsius ⁊.a.h.erit dextans.a.c.est enim.5.sexte eius: protrahatur autem linea.a.d. Dico q̃ illud quod prouenit ex.b. f.in.a.h.est equale pentagono inscripto circulo. Cum enim.a.g.sit perpendicularis ad b.d.erit ex.41.primi illud quod prouenit ex b.d.in.a. g.duplum ad triangulum.a.b.d. Ideoq; quod prouenit ex.b.f.in.a. g.triplum erit ad eundem triangulum. ⁊ quod prouenit ex.b.f.in.h.g. duplum ⁊ ex.b f.in totam.a h.quincuplum. Cum itaq; totus pentagonus quincuplus sit ad eundem triangulum cõstat q̃ istud quod fit ex b.f. in.a.h est equale pentagono ⁊ illud erat demonstrandum. Quod igitur ex principio propositum est nunc alia via sicut premisimus demonstremus. Sint itaq; circulo cuius centrum.h.inscripti pẽtagonus figure.11.basium ⁊ trigonus figure.20.basium quas eadem spera circumscribit. Constat enim ex.5.huius q̃ huius duodecedri pentagonus ⁊ illius ycocedri trigonus ab eodem circulo circumducuntur. Sitq; pentagonus.a.b.c d.e. ⁊ trigonus.a.f.g.⁊.angulo.a.pentagoni subtendatur linea.b.e. que ex demonstratione.17 tredecimi erit latus cubi quem eadem spera concludit. Protrahatur itaq; diameter.a.h.k secans orthogonaliter ⁊ per equalia vtranq; duarum linearum.b.e.⁊.f.g. Hanc quidem in puncto.l.illam vero in puncto m. Dico ergo q̃ proportio omnium superficierum duodecedri ad omnes ycocedri quorum pentagonus ⁊ trigonus proposito circulo sint inscripti est sicut linee b.e. que est latus cubi ab eadem spera conclusi ad lineam.f.g.que est latus trigoni ycocedri. Constat enim ex correlario octaue tredecimi q̃ linea h.m.est.dimidium linee.a.h. Ideo q̃.a.m.erit dodrans diametri.a.k.est enim eius tre quarte. Sit ergo.l.n dupla ad.n.e.eritq.b.n dextans.b.e.est enim.quinq eius sexte. Itaq per premissum antecedens quod prouenit ex.a.m.in.b.n.erit equale pentagono .a.b.c.d.e. Quod autem prouenit ex.a.m.in.m.f.est equale triangulo.a.f.g. Igitur ex prima sexti proportio pentagoni ad trigonum est sicut.b.n.ad.m.f. Quare duodecupli illius pentagoni ad viginquplum istius trigoni sicut duodecupli linee.b.n.ad viginquplum linee.m.f.qd ex.15.quinti ⁊ equa proportionalitate manifestum est. Duodecuplum autem b.n est tanq̃ decuplum.b.e.nam.11.dextantes coequant.x.asses hoc est.x.tota: viginquplum vero.m.f.est tanq̃ decuplum.f.g.nam.f.g.est dupla ad m f.igitur duodecupli istius pentagoni ad viginquplum istius trigoni est sicut decupli b.e.ad decuplum.f.g. ⁊ quia duodecuplum illius pentagoni est omne superficies duodecedri : viginquplum autem huius trigoni est omnes superficies ycocedri ⁊ quia per.15.quinti decupli. b.e.ad decuplum.f.g.sicut.b.e.simple ad.f.g.simplam erit per.11.quinti proportio omnium superficierum duodecedri pariter acceptarum ad omnes superficies ycocedri pariter acceptas sicut.b.e.ad.f.g. ⁊ hoc est quod oportuit nos demonstrare.

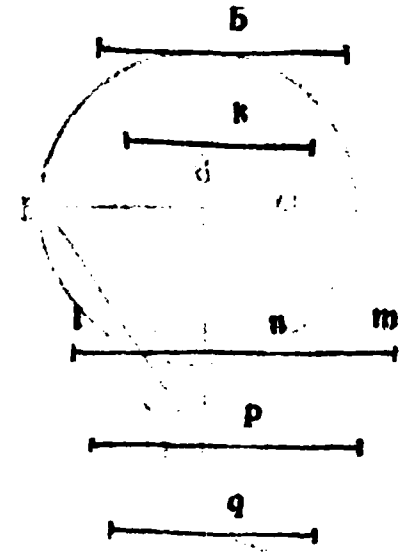


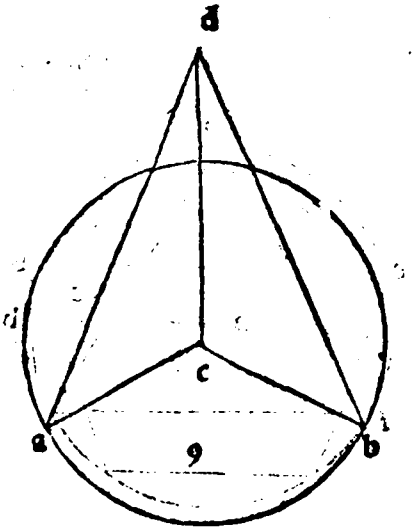
Propositio .9.

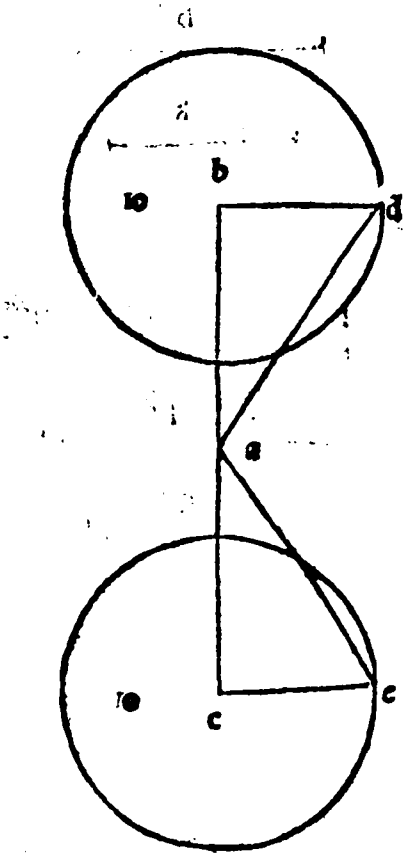
Diuisa qualibet linea scōm ꝓportiōem habētem medium duoq; extrema erit ꝓportio linee potētis supra totam lineam eiusq; maiorem portionem ad lineam potētem supra totam eiusdemq; minorem portionem tanq̄ proportio lateris cubi ad latus trianguli corporis viginti basium vna cum cubo ipso in eadem spera contenti.

¶ Sit linea.a.b.diuisa secundum proportionem habentem medium duoq; extrema ꝗ maior portio eius sit linea.a.c.ꝗ super centrum.a.secundum quantitatem linee.a.b.describatur circulus.d.b.e. Eiq; inscribatur ex.11. quarti pentagonus equilaterus cuius vnum latus sit.d.e. Et ex secunda eiusdem triangulus equilaterus cuius vnum latus sit.d.f. Et vni ex angulis pentagoni qui sit.d.subtendatur linea.e.g. Constat igitur ex.5.huius ꝙ spera circumscribens duodecedron cuius pentagoni latus est.d.e.circumscribit simul ycocedron cuius trianguli latus est.d.f. Et ex demonstratione.17.tredecimi manifestum est ꝙ eadem spera circumscribit cubum cuius latus est.e.g. Sumatur ergo linea.h.potens super totam a.b.ꝗ eius maiorem portionem.a.c. Et sumatur.k.potens super totam.a.b.ꝗ minorem eius portionem.b.c. Dico itaq; ꝙ proportio.e.g.ad.d.f. hoc est lateris cubi ad latus trianguli ycocedri vna cum ipso cubo ab ipsa spera contenti: est sicut.h.ad.k. Constat quidem ex correlario.15.quarti ꝙ.a.b.est tanq̄ latus exagoni equilateri circulo.b.d.e.inscripti. Igitur ex tertia huius.a.c.est tanq̄ latus decagoni eiusdem circuli. Itaq; per.10.13. d.e.potens est super totam.a.b.ꝗ eius maiorē portionem.a.c. Quare.d.e.est equalis.h. Nam quadratum vtriusq; earum tantum est quantum quadrata duarum linearum.a.b.ꝗ.a.c.pariter accepta. Patet autem ex octaua.13.ꝙ.d.f.est tripla est potentialiter ad.a.b. At vero ex.5.eiusdem patet ꝙ.k.quoq; tripla est potentialiter ad.a.c.ergo ex secunda parte.11.sexti proportio.d.f.ad.a.b.est sicut.k.ad.a.c. Quare permutatim.d.f.ad.k. sicut.a.b.ad.a.c. Et quia ex demonstratione.17.tredecimi manifestum est ꝙ si.e.g.diuidatur secundum proportionem habētem medium duoq; extrema maior portio eius erit tanq̄.d.e. Erit per secundam huius proportio.e.g.ad.d.e.sicut.a.b.ad.a.c. Quare per.11.quinti erit quoq;.e.g.ad.d.e sicut.d.f.ad.k. Et permutatim.e.g.ad.d.f.sicut.d.e.ad.k. Et quia per primam partem.7.quinti.d.e.ad.k.sicut.h.ad.k. Eo ꝙ.d.e.ꝗ.h.sunt equales Erit per.11.quinti.e.g.ad.d.f.sicut.h.ad.k.quod est propositum. Non solum autem est proportio.e.g.lateris cubi ad.d.f.latus trianguli ycocedri sicut.h.ad.k.immo simpliciter sicut quarumlibet duarum linearum vnius ad alteram: quarum altera potest super totam quamlibet lineam diuisam secundum proportionem habentem medium duoq; extrema ꝗ super eius maiorem portionem. Altera vero super totam ꝗ eius minorem portiōem. Nam singularꝫ linearꝫ talium ē ꝓportio vna. Verbi gratia. Maneant priores ypotheses circa lineas.a.b.h.ꝗ.k. Et sumatur quoq; quelibet alia linea que sit.l.m.diuisa secundum proportionem habentem medium duoq; extrema in.n.ꝗ portio maior sit.l.n. Sitq; linea.p.potens super totam.l.m.ꝗ eius maiorem portionem.l.n. Et linea.q.sit potens super totam l.m.ꝗ eius minorem portionem.m.n. Dico ergo ꝙ proportio.p.ad.q.est sicut.h.ad.k. Cōstat enim ex secunda huius ꝙ.b.a.ad.a.c. est sicut.l.m.ad.l.n. Ergo per primam partem.11.sexti quadrati.b.a.ad quadratum.a.c.est sicut quadrati.m.l.ad quadratum.n.l. Quare coniunctim quadrati.b.ad quadratum.a.c.sicut quadrati.p.ad quadratum l.n. Et ꝑmutatim q̄drati.h.ad quadratū.p.sicut quadrati.a.c.a.q̄dratum l.n. Eodē argumentatiōis genere sequit ꝙ ꝓportio q̄drati.k.ad q̄dratū.q. est sicut quadrati.c.b.ad quadratum.n.m. Et quia ex secunda huius ꝗ ex prima parte.11.sexti quadratum.a.c.ad quadratum.l.n.sicut quadratum c.b.ad quadratum.m.n. Erit.ex.11.quinti quadratum.h.ad quadratum p.sicut quadratum.k.ad quadratum.q. Quare per secundam partem.11.









sexti h. ad. p. sicut k. ad. q. Et permutatim. h. ad. k. sicut. p. ad. q. Quod erat demonstrandum. Et ne quisq; dubitationis locus ea que demonstranda restant obfuscet: premittenda adhuc arbitramur quedam quibus sequentia firmo demonstrationis robore inconcussa permaneant.

¶ Si aliqua plana superficies speram quamlibet secet communis differentia plane superficiei secantis et curue superficiei spere erit circumferentia continens circulum.

¶ Sit igitur aliqua plana superficies secans speram. & sit linea. a. b. communis sectio superficiei secantis & superficiei spe. Dico q linea. a. b. est. circumferentia circuli. Aut enim centrum spere est in plana superficie secante aut extra. Quod si fuerit in ea ponatur vbicunq; contigerit & sit. c. Quia ergo tota linea. a. b. est in superficie spere & quia omnes linee ducte a centro spere ad ipsius circumferentiam sunt equales quemadmodum constat ex diffinitione spere. sequitur vt omnes linee ducte a puncto. c. ad lineam. a. b. sint equales. Est igitur ex diffinitione circuli superficies quam continet linea. a. b. circulus & eius centrum est. c. videlicet idem q centrum spere. Si autem centrum spere fuerit extra superficiem secantem: ponatur ergo vbilibet quod sit. d. a quo secundum doctrinam in vndecimi ducatur linea. d. c. perpendicularis ad superficiem secantem. Et protrahantur ab eodem centro. d. due linee recte quomodocunq; contingat ad lineam. a. b. que sint. d. a. & . d. b. Et iungatur. c. cum. a. & cum. b. Erunt q due linee. d. a. & . d. b. equales. Eo q ipse sunt a centro spere ad superficiem eius. Ex diffinitione autem linee perpendicularis ad superficiem. Manifestum est q anguli. d. e. a. & . d. c. b. sunt recti. Ideoq; ex penultima primi & ista communi scientia: que equalibus sunt equalia inter se sunt equalia. Erunt quadrata duarum linearum. c. d. & . c. a. pariter accepta equalia quadratis duarum linearum. d. c. & . c. b. pariter accepta. Dempto itaq; vtrinq; quadrato. d. c. Erit quadratum. c. a. equale quadrato. c. b. Quare & linea. c. a. linee. c. b. Eodem argumentationis genere necesse est omnes lineas ductas a puncto. c. ad lineam. a. b. esse equales ergo ex diffinitione circuli superficies quam continet linea. a. b. est circulus & eius centrum est. c. quod est propositum.

¶ Ex hoc itaq; manifestum est q cum superficies secat speram super centrum eius sector proueniens in superficie spere est linea continens circulum cuius centrum est centrum spere.

¶ Cum autem superficies secat speram non super centrum eius sector quoq; proueniens in superficie spere est linea continens circulum cuius centrum est punctus ille in quo incidit perpendicularis ducta a centro spere ad superficiem secantem.

¶ Amplius autem dico q

¶ Si in spera aliqua fuerint circuli equales perpendiculares ducte a centro spere ad superficies illorum circulorum erunt ad inuicem equales.

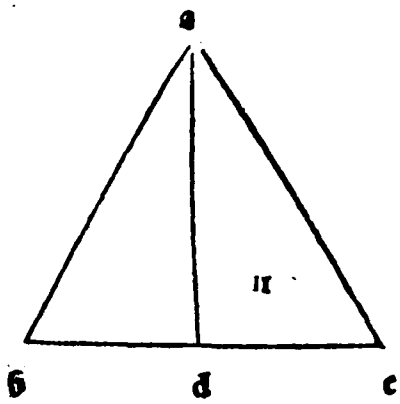
¶ Sint i spera cuius cetrum. a. signati duo circuli. b. & . c. equales. Ad quorum superficies protrahantur a centro spere videlicet a puncto. a. perpendiculares secundum q docet. a. vndecimi. Ad hunc quidem. a. b. Ad illum autem. a. c. Dico q due linee. a. b. & . a. c. sunt equales. Protrahantur enim a punctis. b. & . c singule linee recte ad circumferentias illorum circulorum prout libuerit. In h. quidem. b. d. In illo autem. c. e. Et iungat a. cum. d. & . cum. e. Eritq; ex diffinitione linee supra superficiem perpendiculariter stantis vterq; duorum angulorum. a. b. d. a. c. e. rectus. At vero ex secunda parte premissi correlarii. Manifestum est q duo puncta. b. & . c. sunt centra circulorum. b. c. Ideoq; due linee. b. d. & . c. e. sunt semidiametri eorum. Qui circuli cum ponantur equales sequitur ex diffinitione equalium circulorum his semidiametros esse equales. Et quia due linee. a. d. & . a. e. sunt equales quia sunt ducte a centro spere ad eius superficiem. Erunt ex penul. primi due perpendiculares. a. b. & . a. c. equales.

Quod oportebat demonstrare. Nunc igitur ad propositum redeamus.

Propositio. 10.

Proportio corporis duodecedri ad corpus ycocedri que ambo vna eademq; spera includit: ē sicut omnium superficierum eius pariter acceptarum ad omnes superficies illius pariter acceptas.

¶ Hoc est quod superius post demonstrationem primae huius auctoritate aristei ꝗ Apollonii commemorauimus cuius demonstratio ex his que premissa sunt euidenter elicitur. Ex quinta quidem huius manifestum est q; circuli quorum alter circumscribit pentagonum duodecedri: reliquus vero trigonum ycocedri que ambo corpora spera vna cohercet sunt adinuicem equales. Itaq; erunt perpendiculares a centro spere ad superficies omnium circulorum circumscribentium pentagonos huius duodecedri ꝗ trigonos illius ycocedri in eorum centra cadentes adinuicem equales sicut ex premissis manifestum est. Nam omnes hi circuli teste 5. huius sicut dictum est equales sunt sibi adinuicem. Piramides igitur quarum sunt bases pentagoni duodecedri: coni autem earum sunt centrum spere. atq; piramides quarum bases sunt trigoni ycocedri: ꝗ coni earum similiter centrum spere sunt eque alte. Cunctarum quidem piramidum altitudinem mensurant vel determinant a conis ad bases perpendiculares cadentes. Piramides autem eque altas suis basibus proportionales esse oportet quemadmodum in 6. duodecimi probatum est. Itaq; proportio piramidis cuius basis pentagonus duodecedri ad piramidem cuius basis trigoni ycocedri est sicut istius pentagoni ad hunc trigonum. Ideoq; per 24. quinti proportio duodecupli illius piramidis cuius basis pentagonus duodecedri. Ad piramidem cuius basis trigonus ycocedri sicut duodecupli illius pentagoni ad hunc trigonum. Hee autem 12. piramides quarum sunt bases 12. pentagoni duodecedri sunt tanq̄ totum corpus ipsius duodecedri. At 12. pentagoni tanq̄ omnes superficies eius. Itaq; proportio corporis duodecedri ad piramidem cuius basis est trigonus ycocedri est sicut proportio omnium superficierum duodecedri ad trigonum ycocedri. Quare rursus ex 24. quinti proportio corporis duodecedri ad vigincuplum illius piramidis cuius basis est trigonus ycocedri est sicut omnium superficierum duodecedri ad vingincuplum trigoni ycocedri. Cum igitur vigincuplum huius piramidis sit tanq̄ totum corpus ycocedri ad vigincuplum istius trigoni tanq̄ omnes superficies ipsius ycocedri erit proportio corporis duodecedri ad corpus ycocedri que ambo vna eademq; spera concludit sicut proportio omnium superficierum corporis duodecedri pariter acceptarum ad omnes superficies corporis ycocedri pariter acceptas. Hoc autem est predictorum philosophorum de proportiōe horum duorum corporum sententia fixa solidaq; demonstratione roborata. cui quoq; adiiciendum est hoc. Nam cum proportio lateris cubi ad latus trianguli corporis ycocedri vna cum ipso cubo ab eadem spera conclusi sit sicut proportio omnium superficierum corporis duodecedri pariter acceptarum ad omnes superficies ipsius ycocedri in eadem spera conclusi sicut ex 8. huius demonstratum est: erit ex 11. quinti proportio corporis duodecedri ad corpus ycocedri que ambo spera vna circumuoluit tanq̄ proportio lateris cubi eidemq; spere inscriptibilis ad latus ipsius trigoni ycocedri. Amplius autem quia diuisa qualibet linea secundum proportionem habentem medium duoq; extrema est proportio linee potentis super totam ꝗ eius maiorem portionem ad lineam potentem super totam ꝗ eius minorem portionem sicut lateris cubi alicui spere inscripti ad latus trigoni corporis ycocedri ab eadem spera circūducti sicut ex 9. huius demōstratū ē erit ēt ex 11. qnti vt diuisa qualibet linea ſm ꝓportionē hñtem mediū duoq; extrēa sit ꝓportio liee potētis sup totā ꝗ eius maiorē portionē ad lineā potentem super totam ꝗ eius minorem portionem veluti proportio corpo



ris duodecedri ad corpus ycocedri que ambo vna atq; eadem spera circũ scribit. Ex dictis igitur manifestum est q̃ proportio lateris cubi alicui spere inscripti ad latus trigoni ycocedri ab eadem spera circumscripti. Itẽq; proportio cunctarum superficierum duodecedri ad cunctas superficies ycocedri que ambo super eadem spera circumscribit. Et rursus proportio linee potentis super quamlibet lineam diuisam ſm proportionem habẽtem medium duoq; extrema ꝗ super eius maiorem portionem ad lineã potentem super eandem ꝗ super eius minorem portionem atq; iterum ꝓportio corporis duodecedri ad corpus ycocedri que ambo vna eadẽq; spera cohercet est proportio vna. Mirabilis itaq; est potentia linee ſm ꝓportionem habentem medium duoq; extrema diuise: cui cum plurima pholosophantium admiratione digna conueniant hoc principium vel precipuum ex superiorum principiorum inuariabili procedit natura vt tam diuersa solida tũ magnitudine tũ basium numero tũ etiam figura irrationali quadam simphonia rationabiliter conciliet. Quippe demonstratum est q̃ proportio duodecedri corporis ad ycocedron corpus que ambo spera vna coambit est quasi proportio linee potentis super quamlibet lineam ſm prefatam proportionem diuisam ꝗ super eius maiorem partem ad quamlibet lineam potentem super eandem ꝗ eius minorem partem quoniam vero de tribus ceteris corporibus regularibus non habemus aliquid dictum studeamus de ipsis aliquid dicere.

Propositio .11.

In omni triangulo equilatero si ab vno angulorum eius perpendicularis ad basim ducatur latus eiusdem trianguli ad ipsam perpendicularem potẽtialiter sexquitertium esse conueniet.

¶ Sit enim triangulus equilaterus a.b.c. ducaturq; ab angulo a. linea a.d. perpendicularis ad basim: dico q̃ a.b. ẽ potentialiter sexquitertium ad a.d. Sunt quidem ex 5 primi duo anguli b. ꝗ c. equales. Et quia anguli ad a.d. sunt recti erit per 26. primi linea b.c. diuisa per equalia in puncto d. Itaq; ex quarta secundi quadratum b.c. quadruplum est ad quadratum b.d. ideoq; etiam quadradratum a.b. q̃ druplum est ad quadratum b.d. Est enim triangulus equilaterus. Quare per penul. primi quadrata duarum linearum a.d. ꝗ b.d. pariter accepta q̃ druplum sunt ad q̃dratum b.d. itaq; quadratum a.d. triplum est ad q̃dratũ b.d. cõstat ergo ꝓpositũ.

Propositio .12.

Omnis trigonus equilaterus cuius est latus rationale superficies medialis esse probatur.

¶ Sit vt pus triangulus a.b.c. equilaterus ꝗ sit latus eius a.b. rationale siue in longitudine siue in potentia tantum dico itaq; q̃ ipse triangulus est superficies medialis. Ducatur enim perpendicularis a.d. ab angulo a. ad basim. Erit q; ex premissa ꝗ ex 6. decimi ꝗ diõne superficiei rationalis quadratum linee a.d. rationale ꝗ linea a.d. rationalis in potentia. Ipsa autem ex vltima parte 7. decimi mediante premissa erit incõmensurabilis linee a.b. ideoq; ꝗ linee b.d. que est tanq̃ eius dimidium. Sunt itaq; due linee a.d. ꝗ b.d. rationales potentialiter tantum cõmunicantes. Igitur ex 19. decimi superficies vnius earum in alteram est medialis. Cumq; superficies vnius earũ in alteram sit equalis trigono a.b.c. cõstat verũ esse quod diximus.

Propositio .13.

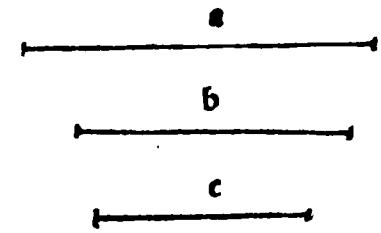
Cuncte superficies vtriuslibet duorum solidorum quorum alterum est piramis quatuor basium triãgularium ꝛ equilaterarum reliquum vero est corpus octo basium triangularium ꝛ equilaterarũ pariter accepte: si diameter spere ea circũscribentis rõnalis fuerit componunt superficiem medialem.

¶ Nam si diameter sphere alterum duorum propositorum corporum circũscribentis fuerit rationalis siue in longitudine siue in potentia tũ erit ex correlario .13. tredecimi libri latus piramidis rationale in potentia ¶ ex correllario .15. eiusdẽ latus quoq; corporis octo basium rationale in potentia. Quare per premissam trianguli qui sunt bases vtriuslibet corporis erunt superficies mediales. Et quia trianguli vtriuslibet eorum sibi adinuicem sunt equales erunt ex .11. decimi omnes superficies vtriuslibet eorum pariter accepte componẽtes superficiem medialem quemadmodum proponitur ¶ c.

Propositio .14.

Si tetracedron et octocedron vna eadẽq; sphera circumscribat erit vna ex basibus tetracedri sexqui tertia ad vnam ex basibus octocedri. Omnes aũt bases octocedri pariter acceptas ad omnes bases tetracedri pariter acceptas sexquialteram proportionem habere necesse est.

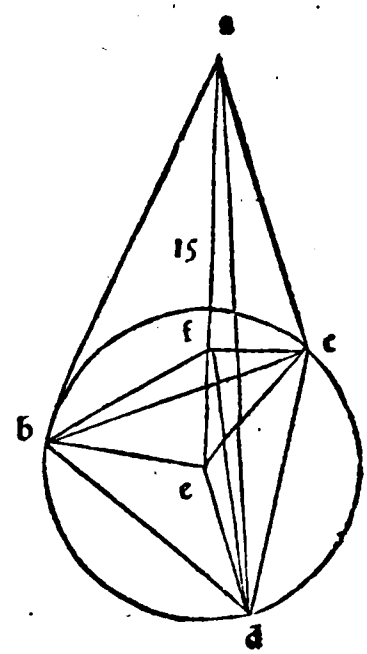
¶ Sit aliqua sphera cuius diameter .a. circũscribens piramidem cuius latus .b. ¶ octocedron cuius latus .c. Dico itaq; q̃ triangulus eqlaterus cuius latus .b. sexquitertius est ad triangulum equilaterum cuius latus .c. Et q̃ superficies quam componunt octo trianguli equilateri cuiusq; quorum est latus .c. sexquialtera est ad superficiem quam componunt quatuor trianguli equilateri cuiusq; quorum est latus .b. Constat enim ex correl. 13. tredecimi q̃ quadratum .a. ad quadratum .b. sicut .6. ad .4. Igitur econuerso quadratum .b. ad quadratum .a. sicut .4. ad .6. ¶ Ex correlario vero .15. eiusdem manifestum est q̃ quadratum .a. ad quadratum .c. sicut .6. ad .3. Itaq; per equam proportionalitatem quadratum .b. ad quadratum .c. sicut .4. ad .3. Quadratum aũt .b. ad quadratum .c. est sicut trigonus equilaterus cuius latus .b. ad trigonum equilaterum cuius latus .c. Vtrobiq; enim est sicut .b. ad .c. proportio duplicata ex secunda parte .18. sexti. Igit trigonus equilaterus cuius latus .b. ad trigonum equilaterum cuius latus .c. sicut .4. ad .3. Quare constat prima pars propositi. ¶ Ex quo euidenter elicitur secunda. Erit enim per conuersam proportionalitatem trigonus eqlaterus cuius latus .c. ad trigonum equilaterum cuius latus .b. sicut tria ad quatuor. Idcoq; octuplum trigoni equilateri cuius latus .c. ad quadruplum trigoni equilateri cuius latus .b. est sicut octuplum ternarii ad quadruplum quaternarii. hoc est sicut .24. ad .16. ¶ quia octuplum trigoni equilateri cuius latus .c. est omnes bases octocedri cuius latus .c. ¶ quadruplum trigoni equilateri cuius latus .b. ẽ omnes bases piramidis cuius latus .b. Et quia proportio .24. ad .16. est sexquialtera sequitur vt superficies quam componunt omnes bases octocedri cuius latus .c. ad superficiem quam componũt omnes bases piramidis cuius latus .b. sexquialtera sicut diximus in proportione respiciat.



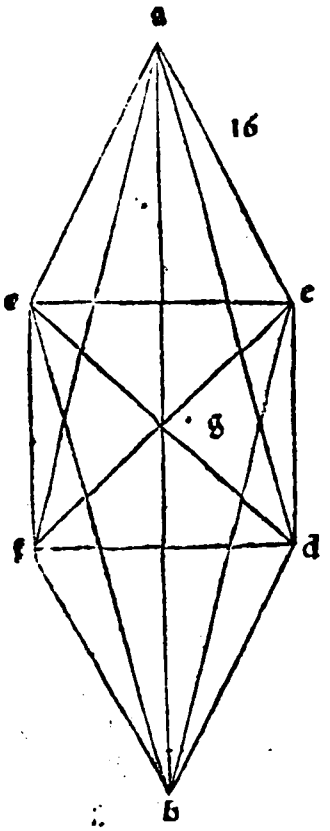
Propositio .15.

Piramide quatuor basium triangularium atq; eqlaterarum intra speram quamlibet collocata si a quolibet angulorum eius per cẽtrum spere recta linea ad basim ducatur in centrum circuli basim circumscribentis eam cadere atq; eidem basi perpendiculariter insistere necessario comprobatur.

¶ Sit piramis .a.b.c.d. 4. basium triangularium atq; equilaterarum intra spheram aliquam cuius centrum sit .f. collocata. Et cum quilibet quatuor angulorum istius piramidis possit esse conus eius at quilibet quatuor triangulorum basis. ¶ Imaginemur nunc eius solidum angulum .a. esse conum ¶ triangulum .b.c.d. imaginemur esse basim. Atq; huic basi intelligamus circumscriptum esse circulum .b.c.d. Deinc a puncto .a.



quem imaginati sumus conum piramidis ducamus ad basim. b.c.d. lineam rectam transeuntē per punctum.f.qui est centrum sphere circum scribentis piramidem de qua disputamus. Et occurrat hec linea superficiei .b.c.d. quam imaginati sumus basem piramidis super punctum .e. Dico igitur ꝙ punctum.e. est centrum circuli .b.c.d.⁊ ꝙ linea a.f.e. est perpendicularis ad superficiem.b.c.d. Producam enim lineas .f.b.f.c.f. d. Et quia quatuor puncta.a.b.c.d sunt in superficie sphere cuius cētrum f.propter hoc ꝙ illam spheram positum est circumscribere hanc piramidem. Erunt omnes quatuor linee.f.a.f.b.f.c.f.d.adinuicem equales sunt enim ducte a centro sphere ad eius superficiem. Ergo quia duo latera.a. f.⁊.f.b.trianguli.a.f.b.sunt equalia duobus lateribus.a.f. ⁊.f.c. trianguli a.f.c.⁊ basis.a.b. basi.a.c. ¶ Nam piramis posita est equilatera. Erit ex octaua primi angulus.a.f.b.equalis angulo.a.f.c. Ideoq; per.13.primi angulus quoq; .b.f.e. erit equalis angulo.c.f.e. ¶ Eodem modo probabis angulum. d .f.e. esse equalem angulo .c.f.e. ¶ Necesse est enim ex octaua primi vt angulus.a.f.e.sit equalis angulo.a.f.d.quare per.13.primi angulus quoq;.c.f.e.erit equalis angulo.d.f e. Sunt igitur tres anguli b.f.e.c.f.e.d.f.e. adinuicem equales. Protractis igitur linei.e.b.e.c.⁊.e. d.sequitur ex quarta primi bis assumpta eas esse adinuicem eqles. Ideoq; per.9.tertii punctus.e.est centrum circuli.b.c.d. Et quia perpendicularis ducta a centro sphere ad superficiem cuiuslibet circuli eam secantis cadit super centrum eiusdem circuli sicut ex his que premissa sunt videlicet ex his que decimam huius immediate precedunt didicisti conuincitur lineam.a.f.e. esse perpendicularem ad superficiem circuli.a.b.c. quemadmodum proponitur. ¶ Si autem erunt eiusdem circuli duo centra quod natura tanq; impossibile exhorruit.



Propositio .16.

Solidum octo basium triangularium atq; equilaterarum quod ab aliqua sphera circumscribitur diuisibile est in duas piramides eque altas quarum altitudo equalis est semidiametro sphere: basis autem vtriusq; quadratum quod est sub duplum quadrato diametri sphere.

¶ Esto corpus octo basiū triāgulariū atq; eqlateraꝝ cuius sex anguli sint a.b.c.d.e.f.circūscriptum a spera cuius centrum.g. Cōstat itaq; ꝙ sex puncta.a.b.c.d.e.f.sunt in superficie sphere cuius centrum.g. Si igitur centrū g.iungatur cum quolibet horum sex punctorum erunt due linee iungentes ipsum eis ad inuicem equales cum ipse sint a centro sphere ad superficiem. Cum autem ex correl.15.tredecimi sit diameter spere potentialiter dupla ad latus huius corporis erit ex quarta secundi latus huius corporis potentialiter duplum ad semidiametrum sphere. Quadratum ergo e.f.duplum est ad quadratum.c.g.ideoq; equale duobus quadratis duarum linearum.c.g.⁊.g.f.itaq; per penul. primi angulus .c.g.f. est rectus. eadēr̄one quisq; triū angulorū.f.g.d d.g.e.⁊.e.g.c.ē rectus q̄re p.14.p̄mi c.g.d.⁊.f.g.c.est linea vna: igitur ex secunda.11.quinq; puncta .e.f.d.e.g. sunt in superficie vna. Manifestum est autem ex quinta primi ⁊.31. eiusdem ꝙ quilibet quatuor angulorum.c.e.d.f.est rectus.igitur ex diffinitione quadrati superficies.c.e.d.f.est quadrata.⁊ quia latus eius est latus propositi corporis. constat ex correlario.15. tredecimi istud quadratum esse subduplum quadrato diametri sphere. consimili quoq; ratiocinatione constat vtrāq; duarum linearum.a.g.⁊.g.b. cum qualibet quatuor linearum.c.g.f.g.d.g.e.g.continere angulum rectum. ideoq; ex .4. vndecimi vtranq; earum esse perpendicularem ad superficiem .c.e.d.f.⁊ ambas scilicet .a.g.⁊.g.b. per.14.primi componere lineam vnam: diuisum est igitur propositum corpus in piramidem .a.c.f.d.e. cuius basis

e.f.d.e. cuius basis quadratum .c. e.d.f. quod est subduplum quadrato diametri spere ⁊ etiam altitudo linee.a.g. que est semidiameter spere ⁊ in piramidem.b.c.f.d.e. cuius basis est predictum quadratum ⁊ eius altitudo linea.g.b. que est semidiameter spere : ⁊ hoc est quod oportebat ostendere.

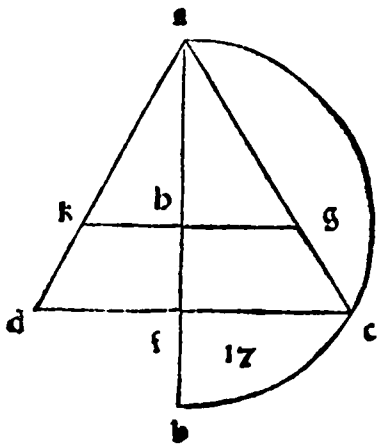
¶ Castigator.

a ¶ Ista quarta secti isto medio aducitur. Nam cū diameter spere diuidatur in duas partes equales ipsa diameter potentialiter est quadrupla ad sui medietatem. quia quadratum eius est equale duobus quadratis suarum duarum medietatum ⁊ duplo eius quod fit ex ductu vnius medietatis in alteram duplum autem illud sunt similiter duo alia quadrata earūdem duarum medietatum. Et sic apparet q̃ diameter est potentia quadrupla ad eius medietatem. Nunc autem quod est subduplum alicui ipsum est duplum ad quartam illius dupli vt .8. est subduplus ad.16. Et ideo .8. qui est subduplus. est duplus ad quartam partem.16. videlicet illius duplum ad subduplum. Ita in ꝓposito latus.8. basium. est potentia duplum ad medietatem diametri cum ipsum sit subduplum ad dia.

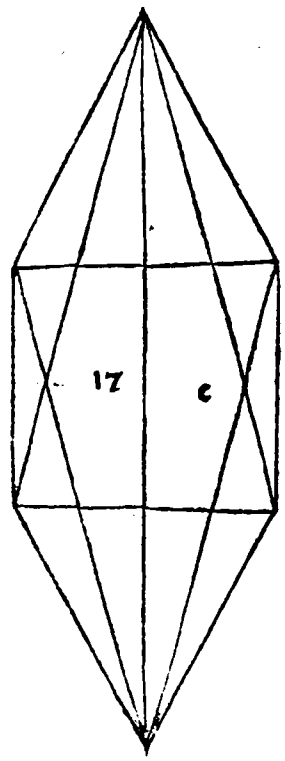
Propositio .17.

Piramidem quatuor basium triangulariū atq̃ equilaterarum sphera aliqua circumscribente erit proportio tetragoni qui sub linea potentialiter sub sexquitertia ad dodrantem lateris ipsius piramidis et sub linea super quinq̃ pticente vicesimas septimas eiusdem dodrantis continetur ad quadratū diametri sphere sicut corporis ipsius piramidis ad corpus octo basium triangularium atq̃ equilaterarum que ambo eadem sphera circumducantur.

¶ Sit sphera cuius diameter.a.b. ⁊ centrum.h. circumscribens piramidem quatuor basium triangularium atq̃ equilaterarum .a.c.d. ⁊ corpus octo basium triangularium atq̃ equilaterarum quod sit.e. Sitq̃ linea.l.m. potentialiter sub sexquitertia ad dodrantem linee a.c. que est latus piramidis. Et linea.n.m. contineat dodrantem predictum ⁊ eius quinq̃ vicesimas septimas. Sitq̃.p. quadratum diametri.a.b. Dico itaq̃ q̃ proportio piramidis .a.c.d. ad octocedron.e. ē sicut superficiei.l.m. in.m n. ad quadratum.p. Imaginemur enim solidum angulum .a. esse conum piramidis ⁊ basim piramidis cuius vnum latus est.d.c. secare diametrum sphere in pūcto.f. Eritq̃ quemadmodum ex ratiocinatione.13.tredecimi manifestum est.a.f. dupla ad.f.b. Cunq̃ etiam.a.b. sit dupla ad.b.h. erit ex.19.quinti.b.f. dupla ad.h.f. Ideoq̃.a.f. quadrupla ad.f.h. Imaginemur igitur superficiem secantem piramidem.a.c.d. super centrum sphere equidistanter basi ipsius. Sitq̃ linea.g.k. communis sectio huius superficiei ⁊ trianguli.a.c.d. Eritq̃ ex.17.vndecimi proportio.c.a.ad.a.g. sicut f.a.ad.a.h. ¶ Igitur.c.a.ad.a.g. sicut.4.ad.3. Sic enim est ex euersa proportionalitate.f.a.ad.a.h. Constat etiam ex secunda parte.19.primi ⁊.16. vndecimi ⁊.10.eiusdem ⁊ prima parte secunde sexti ⁊ diffinitione similium superficierum ⁊ similium corporum q̃ piramis .a.g.k. est similis piramidi.a.c.d. Ideoq̃ ex.8.duodecimi proportio piramidis.a.c.d. ad piramidem.a.g.k. est sicut.c.a.ad.a.g. triplicata quare sicut.4.ad.3.triplicata. ¶ Constat autem ex secunda octaui q̃ proportio quatuor ad tres
2 triplicata ē sicut.64.ad.27. itaq̃ proportio piramidis.a.c.d. ad piramidē a.g.k. est sicut.64.ad.27. Fiat ergo triangulus equilaterus .q.r.s. ex linea equali.a.g. quam constat esse dodrantem linee.a.c. ⁊ ꝓducat linea .q.t. perpendicularis ad.r.s. eritq̃ ex .11. huius linea .q.t. potentialiter sub



sexquitertia ad lineam.q.r. Ideoq; equalis.l.m. Adiiciat quoq; linee.r.s. linea.s.x.ita q; pportio.r.x.ad.r.s.sit sicut.64.ad.27. Diuidatq;.r.x.p eq̃ lia in .v. vt sit .r. v .32. de partibus illis de quibus . r.s. est .27. aut .r.x. 64. Eritq; .r.u.equalis.m.n. ¶ Et ducantur linee.q.u.⁊.q.x. Eritq; ex prima sexti proportio trianguli.q.r.x.ad triangulum.q.r.s.sicut.64.ad .27. Cunq; per eandem triangulus .q.r.x.sit duplus ad triangulum .q.r.u. At ex.41.primi quod fit ex.q.t.in.r.u.duplum quoq; sit ad triangulum q.r.u. Erit quod fit ex.q.t.in.r.u.⁊ ipsum est equale superficiei.l.n.equale triangulo.q.r.x. Quare proportio superficiei.l.n.ad triangulum.q.r.s.est sicut.64.ad.27. Ideoq; sicut piramidis .a.c. d.ad piramidē .a.g.k. Manifestum est autem ex .15. huius q; linea . a . f . est perpendicularis ad basim piramidis.a.c.d. Ideoq; per.19.vndecimi linea.a.h. est etiam perpendicularis ad basim piramidis.a.g.k. ¶ Igitur altitudo.a.g.k.piramidis est semidiameter sphere. Diuidatur itaq; octo cedron e.quemadmodum proponit premissa erit itaq; vtraq; duarum piramidum i quas ipsum.e.diuiditur eque alta piramidi.a.g.k.nam singularum altitudo est semidiameter sphere. Quia igitur omnes laterate piramides eque alte suis basibus sunt proportionales vt in.6.duodecimi demōstratum est erit proportio piramidis.a.g.k.ad vtrāq; earum in quas diuiditur octo cedron.e.sicut basis eius ad bases earum. quare per.24.quinti proportio piramidis.a.g.k.ad totum octocedron.e.est sicut sue basis quam cōstat esse equalem triangulo.q.r.s.ad bases ambarum piramidum in quas diuiditur.e.pariter acceptas quas constat esse equales quadrato diametri sphere per premissam videlicet.p. Quoniam ergo proportio piramidis.a.c.d.ad piramidem.a.g.k.est sicut trigoni vel tetragoni.l.n.ad trigonum.q.r.s.videlicet.64.ad.27.⁊ piramidis .a.g.k.ad octocedron.e.sicut trigoni.q.r.s.ad quadratum.p. Erit per equam proportionalitatem proportio piramidis .a.c.d. ad octocedron .e. sicut tetragoni .l.n . ad quadratum.p.⁊ hoc erat demonstrandum.



¶ Castigator.

a ¶ Cum .a.f. sit quadrupla ad.f b. ⁊ .a.h. tripla ad eandem sequitur vt.4.ad.3.⁊ cetera.

b ¶ Et etiam.27.ad.8.⁊.125.ad.64.⁊c.quia per.11.diffi. quinti quatuor quantitatum cōtinue proportionalium prime ad quartam sicut prime ad secundam triplicata ⁊ per secundam octaui quatuor numerorum minimorum secundum suam proportionem semper duo extremi scilicet primus ⁊ vltimus cum fuerint continue proportionales erunt de necessitate cubi. Et ideo vnius ad alium semper proportio triplicata hoc est primi cubi.ad secundum numerum triplicata per dictam diffinitionem quinti. ⁊c. Et ideo quamuis ibi acceperit .64. ⁊ .27. qui sunt duo numeri cubi poterat accipere quoscunq; duos alios cubos indifferenter inequales .cetera quoq; prosequendo vt dicitur . Idem eueniet ⁊c. vt per te experiri poteris. Sed in casu isto cum per euersam proportionalitatem fuit proportio lateris vnius ad latus sibi relatium alterius vt.4. ad 3.triplicata fuit necesse sumere.64.cubum.4.⁊.27.cubum ternarii arguendo vt dictum est per secundam octaui.sed fuisset lateris ad latus.3. ad 2.triplicata per.8.12.tunc accepisset cubum ternarii.27.⁊ cubum binarii 8.⁊ sic in ceteris ⁊c. erunt de.4.⁊ .3.continue .64.48.36.27.

¶ Ex premissis igitur manifestum est quod perpendicularis veniens a centro sphere piramidem quatuor basium triangularium atq; equilaterarum circumscribentis ad quamlibet basim ipsius piramidis equalis est sexte parti diametri spere.

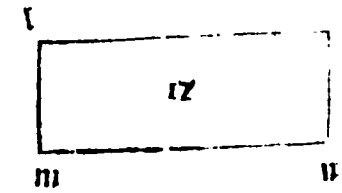
¶ Cum enim cuncti trianguli piramidem ambiẽtes sint similes & equales erunt quoq; circuli ipsos circumscribentes equales. ideoq; perpendiculares a centro spere ad eosdem circulos in eorum centra erunt etiam eq̃les. Perpendiculares autem cadentes ad circulos sunt perpendiculares ad bases piramidis itaq; perpendiculares ad bases sunt adinuicem equales. Linea autem. h. f. est perpendicularis ad basim piramidis a. c. d. quam. h. f. quia constat ex predictis esse sextam partem diametri. a b. relinquitur ergo esse verũ quod per correl. concluditur. ¶ Idem aliter demonstrare contingit si prius hoc antecedens fuerit stabili ratione firmatum.

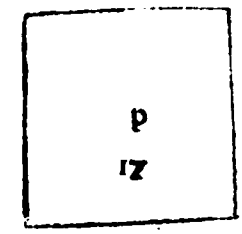
¶ In omni triangulo equilatero linea descendens ab vno angulorũ eius orthogonaliter super basim tripla est ad perpendicularem que a centro circuli trigonum ipsum circumscribentis ad quolibet latus eius protrahitur.

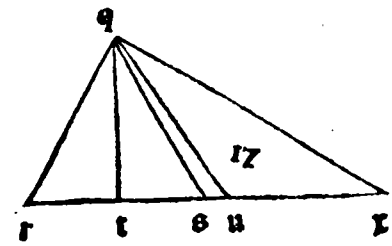
¶ Sit enim triangulus. a. b. c. equilaterus sitq; .d. centrum circuli ipsum circumscribentis a quo ducantur linee ad singulos angulos quas manifestum est esse equales cum sint a centro circuli ad circumferentiam. Sint enim tria puncta. a. b. c. in circumferentia circuli ipsum trigonum circũscribentis. protrahatur autem. a. d. in continuum & directum quousq; obuiet lateri. b. c. super punctum. e. cõstat igitur ex octaua primi q̃ angulus a. d. b. est equalis angulo. a. d. c. ideoq; ex. 13. primi angulus .b. d. e. est eq̃lis angulo. c. d. e. quare per quartam primi. b. e. est equalis .e. c. & anguli qui sunt ad. s. recti. Itaq; .d. e. perpendicularis est ad. b. c. veniens a centro circuli circumscribentis trigonum. a. b. c. & .a. e. perpendicularis est etiam ad. b. c. veniens ab vno angulorum predicti trigoni. Dico ergo q̃ .a. e. tripla est. ad. c. d. Constat enim q̃ tetragonus qui fit ex. d. e. in. e. b. equalis est trigono. b. d. c. tetragonus quoq; qui fit ex. a. e. in. e. b. equalis est trigono. a. b. c. At quia trigonus. a. b. c. triplus est ad trigonum .d. b. c. eritq; tetragonus qui fit ex. a. e. in. e. b. triplus ad eum qui fit ex .d. e. in. e. b. Cũ igitur ex prima sexti sit proportio tetragoni. a. e. in. e. b. ad tetragonum ex .d. e. in .e. b. sicut .a. e. ad .e. d. erit .a. e. tripla ad .e. d. quemadmodum proponitur.

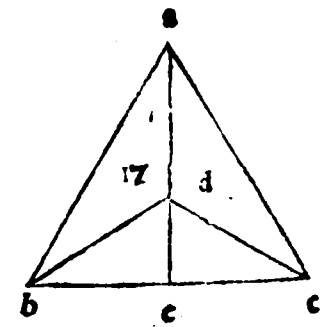
¶ Necesse est ergo vt perpendicularis cadens ab aliquo angulo alicuius trigoni equilateri super latus oppositum transeat p centrum circuli trigonum ipsum circumscribentis.

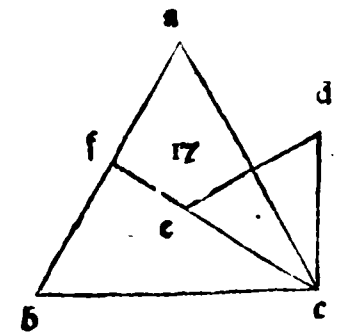
¶ Nunc itaq; quod promisimus absoluamus ad hoc autẽ imaginemur piramidem quatuor basium triãgularium atq; equilaterarum cuius vna ex quatuor basibus cuius sit trigonus. a. b. c. circumscriptam esse a sphera cuius centrum. d. & protrahatur linea. d .e. perpendicularis ad superficiẽ trianguli .a. b. c. quam constat cadere in centrum circuli dictum trigonum circumscribentis. Dico igitur lineam. d. e. esse sextam partem diametri sphere propositam piramidem circumscribẽtis. Producam enim lineam. d. c. & lineam. c. f. perpendicularem ad lineam. a. b. quam. c. f. ex proximo correlario constat transire per punctum. e. & ex promisso antecedente triplam esse ad. e. f. Constat autem ex quarta secundi q̃ secundũ quadratum diametri sphere cuius centrum. d. est .36. est quadratum semidiametri. d. c. 9. ex correl. autem. 13. tredecimi est quadratum. b. c. 24. Et per .11. huius quadratum. c. f. 18. & per premissum antecedens quadratum. c. e. 8. Quia igitur ex penul. primi quadratum .d. c. est equale quadratis duarum linearum. d. e. & .e. c. est autem quadratum. d. c. 9. & quadratum. c. e. 8. prout quadratũ diametri sphere est. 36. relinquitur quadratũ d. e. vnum prout quadratum diametri sphere est .36. Itaq; linea .e. d est vnum prout diameter sphere est. 6. quod oportebat probare. ¶ Eodem demonstrationis genere demonstrabitur nobis q̃ semidiameter sphere circumscribentis corpus. 8. basium triangularium atq; equilaterarum tripla est in potentia ad perpendicularem a centro sphere circumscribentis ipsum ad quamlibet suarum basium descendentem. ¶ Constat quidem quemadmodum dictum est prius q̃ cum omnes bases huius corporis











sint equales & similes erunt circuli ipsas circumscribentes equales ideoq; perpendiculares a centro sphere in ipsorum circulorum centra cadentes erunt adinuicem equales. Cunq; perpendiculares ad circulos basium sint quoq; perpendiculares ad bases sequitur vt perpendiculares a centro sphere ad singulas bases adinuicem sint equales. Si ergo quod dicimus de perpendiculari ad vnam suarum basium probetur : relinquetur verum esse quod proponitur. ¶ Sit itaq; vt prius triangulus .a.b.c. vna ex basibus octocedri circumscripti a sphera cuius centrum.d. & cetera quoq; fiant vt prius. ¶ Cum igitur ex correl. 15. tredecimi diameter sphere sit potentialiter dupla ad latus octocedri. sequitur vt latus octocedri sit potentialiter duplum ad semidiametrum sphere. ideoq; cum quadratum linee.b.c. est 12. erit quadratum linee.d c.que est semidiameter sphere.6. ex .11. autem huius cum quadratum.b.c. est.12. quadratum.c.f. est.9. Ex premisso antecedente quadratum.c.e. est.4. itaq; cum quadratum.d.c.que est semidiameter sphere est 6. quadratum.c.e. est.4. & quia ex penultima primi quadratum.d.c. est equale quadratis duarum linearum.c.e. & e.d. sequitur vt quadratum.e.d. sit duo prout quadratum .d.e. est .6. constat ergo quod diximus.

Propositio .18.

Triplum quadrati quod ex diametro sphere cubum circumscribentis describitur equum est omnibus superficiebus ipsius cubi pariter acceptis: perpendicularis quoq; que a centro sphere ad qualibet ex superficiebus cubi, pducitur medietati lateris cubi eiusdem equalis esse ex necessitate. coniuncitur.

¶ Manifestum est enim ex correlario .14. tredecimi quod diameter sphere cubum includentis tripla est in potentia ad latus cubi cum igitur quadratum diametri sphere triplum sit ad quadratum lateris cubi & ita triplum: duplum quadrati diametri sphere equum sit sexcuplo quadrati lateris cubi. Sunt autem omnes superficies cubi sex quadrata que ex latere cubi in se producuntur. itaq; duplum quadrati diametri sphere equũ ẽ omnibus superficiebus cubi. Constat igitur prima pars secundam autem partẽ ex.18. & .19. & .40. vndecimi libri facile probabis.

¶ Ex his ergo euenire necesse est vt ex medietate lateris cubi sibi sit quadrati producti ex diametro sphere ipsum cubum ambientis cubi soliditas producatur.

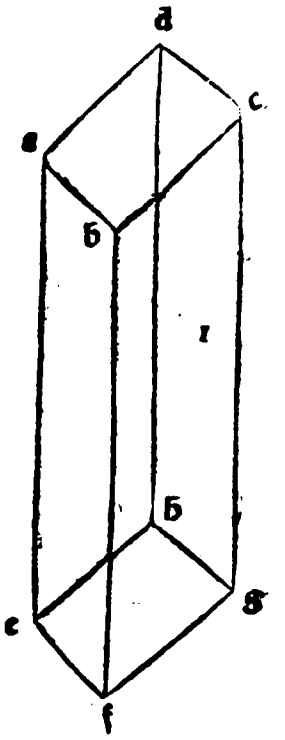
¶ Explicit liber decimus quartus.

¶ Quintusdecimus. Et vltimus Euclidis liber de quinq; regularium corporum alterius in altero reciproca formatione & de eorũdem difficillime figurationis omissione secundum optimam Campani traductionem. Magistro Luca paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minorum Castigatore excellentissimo. Incipit quam feliciter.

Incipit Liber.xv. Propositio prima.

Intra propositum cubum corpus habens quatuor bases triangulas equalium laterum designare.

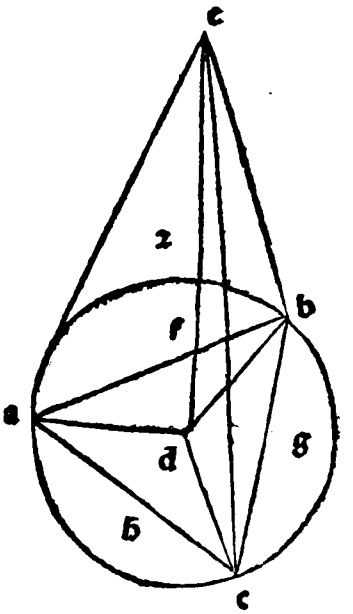
¶ Sit cubus cuius basis est quadratum a.b.c.d. suprema vero eius supficies quadratum.e.f.g.h. Ipsum autem hac arte fabricare conueniet quadrato basis fm quamlibet lineam ex.45.primi descripto super singulos angulos eius ex.xi. vndecimi cathetus secundum mensurã lateris ipsius quadrati erigatur quos ex 6.vndecimi constat esse equidistanter. ¶ Quinq; ergo eorum bini ¶ bini corausto eis imposito equidistãter lateri quadrati continuentur. ⊽ Constat igitur esse compositum cubum: nam quatuor eius laterales superficies sunt quadrate ex.33.pmi ¶ ex.34. eiusdẽ ¶ diffinitione quadrati. De suprema autem superficie, manifestum est quoq; ꝙ ipsa est quadrata ex.10.immo.24.vndecimi ¶ hac cõmuni scia que equalibus sunt equalia: sibi quoq; sunt equalia: ¶ ex diffinitione quadrati. ⊽ Si itaq; huic cubo libeat corpus quatuor basium triangulariũ ¶ equilaterarum inscribere: in basi ¶ in eius superficie suprema protrahãtur due diametri quarum vna cõtinuet duas extremitates infimas duoꝝ cathetorum ¶ alia continet supremas aliorum duorum quas animo intelliges.s.a.c.¶.h.f. ⊽ Deinc a duobus punctis .h.¶.f. terminãtibus diametrum superficiei suppreme demitte ypothemi saliter binas ¶ binas diametros que quatuor laterales superficies diuidant quas imaginaberis esse ab.b. quidem.a.h.¶ h.c. At vero ab.f.f.a.¶.f.c. Has autem diametros in hac plana figura protrahere contempsi ne multitudo linearum confunderet intellectum. ⊽ Si igitur figuram hanc vt oportet actu vel animo compleueris videbis ex sex diagonalibus lineis sex superficies ipsius cubi diuidentibus piramidem quatuor basium triangularium esse perfectam quã cubo ꝓposito ex diffinitione constat esse inscriptam. Huius aũt piramidis bases equilateras esse constat eo ꝙ ex quarta primi omnes iste sex diagonales sunt ad adinuicem equales.



Propositio .2.

Intra datum corpus habẽs quatuor bases triangulas atqꝫ equilateras corpus octo basium triangularium equalium laterum distinguere.

¶ Si intra piramidem quatuor basium triangularium ¶ equilaterarum octocedron libeat inscribere prius conuenit piramidem ipsam fabricare que ratione certa hoc modo componitur. ⊽ Statuatur scdm cuiuslibet linee quantitatem trigonus equilaterus qui sit.a.b.c.cui circumscribatur circulus supra centrum. d. Et exeat.d.e.perpendicularis ad superficiem ipsius trigoni ex.xi. vndecimi: que ponatur dupla esse [a] in potentia ad semidiametrum circuli circũscribentis trigonum .a.b.c. Et a puncto .e. cadant tres ypothemise super tria puncta.a.b.c. ⊽ Est itaq; completa piramis quatuor basium trilaterarum ¶ equilaterarum. Protrahantur enim.d.a.d.b.d c. Cum igitur anguli quos continet linea.e.d.cum singulis lineis.d.a.d.b.d.c.sint recti ex diffinitione perpendicularis ad superficiem.cunq; quadratum linee.e.d. sit ex ypothesi duplum ad quadratum semidiametri circuli .a.b.c. erit ex penultima primi quadratum vniuscuiusq; trium ypothemisarum linearꝝ.e.a.e.b.e.c.triplũ ad quadratũ semidiametri circuli .a.b.c. sed ex octaua tredecimi quadratũ quoq; cuiusq; triũ laterꝝ triãguli.a.b.c.triplũ ĉ ad q̃dratũ semidiametri eiusdẽ circuli. Igit oia latera statute piramidis



sunt adinuicem equalia. Quare ipsa est equilaterarum basium. ¶ Cum itaq; sibi octocedron includere voluerimus diuidemus vnum quodq; sex laterum eius in duo media & equalia & continuabimus medium punctum cuiusq; lateris cum mediis punctis cunctorum reliquorum laterum cum quibus ipsum continet & angulum superficialem. Verbi gratia diuidam latera basis in punctis. f. g. h. & ypothemisas cadentes ab. e. in punctis. k. l. m. & continuabo punctum. f. cum puncto. g. & cum. h. & cum. k. & cū. l. punctūq; m. cū eisdem. g. h. k. l. & g. cū. h. & cū. l. & k. cū eisdē. h. & l. Ecce itaq; perfectum est corpus octo basium triangularium his duodecim lineis media puncta laterum fabricate piramidis iungentibus contentum. ¶ Has autem octo bases ex quarta primi quotiens oportet repetita equilateras esse manifestum est: ipsum quoq; corpus statute piramidi ex diffinitione inscriptum quemadmodum iussi eramus efficere.

¶ Castigator.

a ¶ Ad inueniendum lineam in potentia duplam alteri modū habuisti in vltima secundi quando didicisti cuiuslibet figure rectis lineis contente latus tetragonicum inuenire. Ad hoc ergo faciendum sufficit formare triangulum orthogonium cuius duo latera rectum angulum continentia sint equalia illi linee cui in potentia queris aliam duplam & tūc tertium latus erit linea quesita hoc est diametrum quadrati illius. Et sic triplam in potentia & quadruplam &c. iungendo semper inuentas orthogonaliter formato trigono semper tertium latus erit linea quesita per penultimam primi.

Propositio .3.

Intra cubum assignatum figuram octo basium triangularium equalium laterum constituere cubo intendimus inscribere octocedron.

¶ Qualiter autem cubum componere oporteat in pria huius sufficienter dictum est. Igitur fabricato cubo piramis quatuor basium triangularium & equalium laterum in eo ex prima huius designetur. Ac intra ipsam piramidē expremissa octocedron distinguatur. Quo facto simul etiam factum erit quod voluimus. ¶ Constat enim ex ratiocinatione prime latera cuncta ipsius inscripte piramidis esse diagonos basium cubi. Et ex ratiocinatione premisse liquet cunctos angulos octocedri in hac piramide distincti esse in lateribus ipsius piramidis. Quare manifestum est omnia angularia puncta huius octocedri esse in basibus assignati cubi. Igitur ex diffinitione habemus propositum. ¶ Aliter idem centris cunctarum basium cubi quēadmodum in nona quarti sic repertis a centro supreme superficiei eius ad centra quatuor lateralium superficierum quatuor ypothemisas demitte. Et a centro infime & ad earumdem lateralium superficierum centra quatuor alias ypothemisas eleua. Centra quoq; quatuor lateralium quatuor rectis lineis continua ita videlicet q; centra earum tantum que sinuicem secāt continuas. Verbi gratia. iungas centrum anterioris cū centro dextre & cū cētro sinistre centr; quoq; vltie iunges cū eisdem. hoc est cū cētro dextre & cū cētro sinistre. ¶ Habes itaq; corpus octo basiū triāgulariū his. 12. lineis q̄ cētra supficie; cubi cōplexū cōtinuant. ¶ Si igit has bases equilateras esse probare volueris a centris basium cubi ad cuncta ipsius latera perpendiculares protrahe quas necesarium est omnia latera ipsius cubi per equalia diuidere ex secunda parte tertie tertii: quod planum est si vnicuiq; basium cubi circulum circumscripseris atq; ideo binas & binas super idem punctum in lateribus basium cubi constat concurrere easq; ex secunda parte. 13. tertii patet adinuicem esse equales & eqdistantes lateribus cubi ex scda pte. 28. pmi iōq; et singulas eē eqles dimidiolateris cubi. Igitur ex. 10. vndecimi manifestum est binas & binas earum super idem latus cubi in medio eius puncto concurrentes rectum angulum continere eo q; omnes superficies cubi sunt quadrate. ¶ Quare igitur ille. 12. li-

nee centra superficierum cubi continuantes & anguli quos hee linee super media puncta laterum cubi concurrentes bine & bine continent subtenduntur ipse erunt ex quarta primi vel etiam si mauis ex penultima primi adinuicem equales. Ergo est in proposito cubo designatum corpus octo basium triangularium & equilaterarum. quod oportebat facere &c.

Propositio .4.

Intra datum corpus octo basium triangularium atq; equilaterarum cubum figurare.

¶ Non dubites quin corpus octo basium triãgularium atq; equilaterarũ certo dogmate fabricabis hoc modo. Qualibet recta linea super aliquod planum sursum orthogonaliter erecta eam per equalia diuide & a puncto eius medio duas lineas hincinde perpẽdiculares extrahe que componãt lineam vnam. Eruntq; hee due linee seinuicem secantes videlicet prima que super positum planum est orthogonaliter erecta & alia que ipsam super eius medium punctum orthogonaliter secat in eadem superficie site per primam partem secunde vndecimi. ¶ Ad superficiem igitur in qua ipse site sunt super comunem punctum sectionis earum quemadmodum .11. docet vndecimi perpendicularem erige quam facias eandem superficiẽ in vtrãq; partem penetrare. Et pone cunctas sex portiones harum trium linearum a puncto in quo seinuicem secant equales. Sic enim quelibet quamlibet per eqlia & orthogonaliter diuidet. Ita q; cum sint tres queq; due earum salutifere crucis venerandum signum ad angulos rectos continebunt a supremo igitur erecte linee super positum planum pũcto quatuor ypothemisas ad extremitates duarum linearum ipsam secantium demitte. Deinde ab infimo eiusdem erecte puncto: quatuor alias ypothemisas ad easdem duarum secantium linearum extremitates eleua. Postremo quoq; harum ypothemisarum extremitates quatuor rectis lineis quadratum continentibus continua. ¶ Erunt enim hee duodecim linee videlicet quatuor ypothemise a supremo puncto erecte perpendicularis descendentes: quatuor que postreme ab eius infimo puncto sursum eleuate & relique quatuor linee harum ypothemisarum extremitates cõtinuantes ex penul. primi siue iunctionis puncto pluries repetita adinuicem equales. Quare constat corpus ab eisdem terminatum octo basibus triangularibus equilateris q; contineri. ¶ Si igitur huic corpori cubum inscribere delectat centra octo triangulorum ipsum ambientium inuenire ex quinta quarti labora eaq; reperta .11. lineis rectis hac lege continua vt centrum cuiusq; horum triangulorum cum centro cuiusq; triũ ad ipsius latera terminatorum per rectam lineam copuletur. Non est autem huius rei idoneum figuram in plano depingere. ideoq; restat vt quod dicitur mente cõcipias ipsumq; si placet actu & opere cõpleas videbis enim .11. lineas horum triangulorum centra posita lege continuantes cubum continere quem restat vt equilateris rectangulisq; superficiebus demonstres eẽ conclusum. Non enim erit cubus a nisi omnes eius superficies sint quadrate. Ducito ergo a quolibet angulo trigonorum superficierum octocedri perpendicularem ad latus illi angulo oppositum. ¶ Has autem perpendiculares ex .11.14. libri cõstat esse adinuicem equales & diuidere latera quibus perpendiculariter insistunt per equalia. Ideoq; binas & binas sup idem punctum lateris cui superstant cõuenire: easdẽq; constat ex his que in .17. quartidecimi demonstrata sunt transire per centra triangulorum. Ideoq; per extremitates laterum inclusi corporis transire ac earum portiones que intra centra trigonorum & latera ipsorũ que intercipiuntur ex his etiam que in eadem demonstrata sunt constat esse equales. Angulos quoq; ab his perpendicularibus binis & binis coeuntibus contentos ex .8. primi patet esse equales. ¶ Et quia hee perpendiculares sueq; portiones inter centra & latera intercepte eosdem angulos ambiunt: erunt quoq;

anguli quos linee a centris trigonorum ad latera perpendiculariter cadẽtes bine ¶ bine continent ad inuicem equales. Cunq; latera illius corporis de quo disputamus hos angulos subtendant sequitur ex quarta primi frequenter sumpta corpus inclusum esse equilaterum at quoq; rectangulum. Protrahantur enim diagonij in singulis superficiebus. ¶ Hos diagonos ex quarta primi omnes adinuicem equales esse conuinces medianti bus angulis a duabus perpendicularibus per ipsarum diagonorum extremitates transeuntibus contentis si prius hos angulos ex.8. primi equales sibi inuicem esse probaueris. Cum igitur diametri tetragonarum basium corporis huius sint ad inuicem equales : latera quoq; earundem basium equalia esse necesse est ex.8.primi multotiens repetita ipsas tetragonas bases eẽ equiangulas. Atq; ex.32.primi omnes anguli cuiusq; earum sint equales quatuor rectis. Sequitur eas eẽ rectangulas. Itaq; ex diffinitione quadrati ipse sunt quadrate. Igitur inscriptum corpus manifestum est esse cubum sicut intendimus.

¶ Castigator.

¶ Nota de cubo tacitam descriptionem videlicet q; est corpus habens 6.superficies quadratas .12.latera equalia octoq; angulos solidos.24.angulis superficialibus contentos ꝛc.

Propositio .5.

Piramidem quatuor basium triangularium atq; equilaterarum assignato corpori octo basium triangularium quoq; atq; equilaterarum inscribere.

¶ Assignato corpori octo basium inscribe secũdum precepta premisse cubum cuboq; inscripto inscribe. vt docet prima huius piramidem qualis proponitur cum igitur huius piramidis anguli sint etiam anguli cubi quẽadmodum ex demonstratione prime manifestum est. cuncti autem anguli cubi sunt ex pmissa in superficiebus assignati octo cedri erunt quoq; cuncti anguli piramidis huius in superficiebus corporis octo basium cui eam iubemur inscribere quare ex diffinitione manifestum est nos fecisse quod queritur.

Propositio .6.

Datis datum corpus viginti basium ꝛ equalium laterum corpus duodecim basium pentagonalium ꝛ equalium laterum atq; equalium angulorum figuraliter componere.

¶ Corpus.20.basium non docemus hic fabricare quoniã ex.16.tredecimi qua cõuenit arte hoc fieri satis euidens ẽ. Eo igitur vt ibi docetur composito.si sibi corpus.12. basium pentagonarum atq; equilaterarum includere delectat hac via procedendum est. ¶ Manifestum enim est.20.triangulos.60.superficiales angulos habere. ¶ quia ad constitutionem vniuscuiusq; solidi anguli corporis ycocedri quinq; superficiales conueniunt sicut ex demõstratione.16.tredecimi colligitur.constat illud corpus duodecim solidis angulis compleri. Inuentis igitur vt in ante premissa centris cunctorum triangulorum totum ycocedron terminantium ea.30.rectis lineis continua ita q; cuiusq; centrum centris omnium circũiacentium cum quibus communicat in latere per rectas lineas iungas. Cum ergo hoc feceris videbis ex illis.30.lineis duodecim pentagonos constitui.12.angulis solidis dati ycocedri oppositos. ¶ Hos itaq; pentagonos quẽadmodum in ãpremissa fecisti de basibus cubi equilateros esse probabis. ¶ Necesse est enim vt quorũlibet triãgulorum duorum idem latus habentium centra eodem spatio distent. Restat ergo vt eos etiam equiangulos esse filogiçes. ¶ Manifestum est autem ex ratiocinatione.16.tredecimi datum corpus viginti basium ab eadem sphera cuius diameter est tanq̃ diameter huius corporis videlicet lineam que duos eius angulos oppositos continuat esse circũscriptibile.

¶ Si igitur hec diameter per medium secetur punctus sectionis erit centrum sphere ipsum circũscribentis. Ab eo, itaq; ad superficies cunctorum pentagonorum perpendiculares ex.11. vndecimi ducito. Et a puncto in quo singulis pentagonis obuiauerint ad singulos eorum angulos rectas lineas dirigito. Deinde cẽtrum sphere cum singulis angulis ipsorum pentagonorum continuator. Age ergo eos proba esse equiangulos hoc modo. ¶ Cum enim omnes circuli circum scribentes trigonos ycocedri sint equales erunt omnes perpendiculares a centro sphere ad ipsos venientes & in eorum centra cadentes equales. Omnes ergo linee a cẽtro sphere ad angulos cuiuslibet pentagoni venientes sunt equales. Nam anguli pentagonorum sunt centra circulorum trigonos ipsos ycocedri circumscribẽtium ex ypothesi. Igitur ex penultima primi eodem argumentationis genere quo superius in.14. silogizauimus sectorem prouenientem in superficie sphere cum aliqua plana superficies sphęram secat nõ super centrum eius esse circumferentiam continentem circulum. ¶ Necesse est quinq; lineas venientes a concursu perpendiculariter ducte a centro sphere ad superficies omnium pentagonorum ad quinq; angulos cuiusq; pentagoni esse adinuicem equales. Itaq; omnibus his duodecim pentagonis est circulus circumscriptibilis cum igitur ipsi sint equilateri conuincitur eos esse etiã equiangulos quod oportebat ostendere.

Propositio. .7.

Ptra datum corpus duodecim basium pentagonarum equilaterarum atq; equiangularum corpus viginti basium triangularium atq; equilaterarum fabricare.

¶ Qualiter corpus duodecim basium pentagonarum equilaterarum atq; equiangularum componere oporteat ex.17. tredecimi require. Sed qualiter corpus viginti basium triangulariũ & equilaterarum sibi conueniat inscribi hic addisce. Suorum pentagonorum centris vt in.14. quarti fit repertis ea adinuicem.30. lineis hac lege continua vt vniuscuiusq; pentagoni centrum, centro cuiusq; pentagoni secum in latere communicantis iungatur. Ita videlicet q; vniuscuiusq; pentagoni centrum centris quinq; pentagonorum terminantium vel circũiacentium continuetur. Cum igitur hoc feceris obuient tibi viginti trianguli ab his.30. lineis centra pẽtagonorum continuantibus contẽti. Eruntq; hi viginti trianguli viginti solidis angulis ipsius duodecedri oppositi amplectentes corpus viginti basium triangularium quas equilateras esse demonstrabimus & erunt.12. solidi anguli huius corporis.20. basium in cẽtris.12. pentagonorum corpus dati duodecedri terminantiũ. ¶ Hos itaq;.20. triãgulos eqlateros eẽ sic proba: A cẽtris pẽtagonorũ ducito perpendiculares ad latera eruntq; omnes perpendiculares equales binas ergo & binas probabis ex octaua primi equos angulos continere. Et quia linee continuantes centra pentagonorum his angulis a binis & binis perpendicularibus contentis subtendunturq; cum omnes perpendiculares sint equales erunt ex quarta primi omnes linee cõtinuantes centra pentagonorum equales: quod est propositum. ¶ Perpendiculares autem binas & binas equales angulos continere & omnes eas adinuicem esse equales sic collige. ¶ Ex quinta primi & .26. eiusdem constat singulas earum diuidere latera pentagonorum super que cadunt per equalia: easq; esse adinuicem equales ductis lineis a centris pentagonorum ad singulos angulos eorum: quare bine & bine super idem latus cadentes in eodem ipsius lateris puncto coibunt eo q; vtraq; diuidit illud latus duobus pentagonis a quorum centris veniunt commune per equalia. ¶ Has igitur perpendiculares binas & binas vsq; ad angulos qbus cõmune latus in quo coeunt

oppositum per centra pentagonorum producito & eisdem angulis duas lineas subtendito quas ex demonstratione.17.tredecimi manifestum est esse tanq̃ latus cubi ab eadem spheta cum proposito duodecedro circumscriptibili .ideoq; patet eas esse equales eo q̃ omnia latera cubi sunt equalia.easdēq; liquet ex nona vndecimi esse equidistantes propter hoc q̃ ambe equidistant communi lateri in quo bine & bine perpendiculares conueniunt. ¶ At vero ipsas easdem constat ex his perpendicularibus per equalia diuidi.itaq; per.33.primi cuncte linee cōtinuantes puncta in quibus bine & bine perpendiculares super has lineas quas tanq̃ cubi latera fore diximus concurrunt sunt adinuicem equales. ¶ Nam omnes sunt tanq̃ latus cubi. Igitur ex octaua primi anguli contenti a binis & binis perpendicularibus sunt equales:quare per quartam eiusdem linee quoq; continuantes centra pentagonorum sunt sibi inuicem equales:Inscriptū ergo est proposito duodecedro corpus viginti basium triangularium & equalium laterum sicut iussi eramus.

Propositio .8.

Solido duodecim basium pentagonarum atq; equilaterarum proposito intra ipsum cubum distinguere.

¶ Cum duodecedron super cubi latera fabricetur vt constat ex.17.tredecimi minimum eo fabricato sibi conuenit cubum iscribi. ¶ Nam cum duodecim sint pentagoni si vnius cuiusq; eorum vni angulo put cubi figuram videbis exigere chordam vnam subtenderis ex eis duodecim chordis sex equilateras rectangulasq; superfiices cubi & corpus amplectentes perficies. ¶ Equilateras quidem eas eē cōstat ex quarta [a] primi. Rectangulas autem eodem argumentationis genere quo id sexta huius bases duodecedri dato ycocedro inscripti demōstrauimus esse equiangulas. Constat quidem ex decima septima tredecimi propositum duodecedron sphere esse inscriptibiles Ergo a centro illius sphere ad omnes has quadrilateras superficies perpendiculares i vt docet vndecima vndecimi protrahe. Et a puncto concursus ad singulos angulos illarum quadrilaterarum superficierum rectas lineas dirige. ¶ Ac eosdem angulos quadrilaterarum superficierum cum centro sphere iunge. Erunt q̃ hee linee centrum sphere cum angulis quadrilaterarum superficierum continuantes semidiametri sphere de quarū quadratis quia dempto quadrato perpendicularis remanent ex penultima primi quadrata linearum continuantium punctum concursus perpēdicularium cum angulis quadrilaterarum superficierum. ¶ Necesse est omnibus his quadrilateris superficiebus circulos esse circumscriptibiles ideoq; necesse est eas esse equiangulas cum sint equilatere. ¶ Et quia ex 32.primi anguli cuiusq; earum pariter accepti sunt equales quatuor rectis angulis .sequitur eas esse rectangulas.Nihil ergo deest inscripto corpori de ratione cubi.

¶ Castigator.

a ¶ Quoniam ex vnaquaq; corda & duobus lateribus pentagoni causatur triangulus duum equalium laterum habens vnum angulum pentagoni. Et ideo bini & bini accepti per .4. primi arguuntur corde ille equales vndiq; & cum eedem sint latera cubi tali duodecedro inscripti ex.17.13.sequitur sex superficies cubum complectentes esse quadratas atq; equilateras prout cubus exigit quemadmodum dictum est supra in isto 4.huius & cetera.

Propositio .9.

Propositio .9.

Ato duodecedro sibi demũ octocedron includere.

¶ Composito duodecedro vt in .17. tertii decimi sex latera suaꝝ superficieꝝ ea videlicet que catheros sup sex lineas opposita latera superficieꝝ cubi per equalia secantes erectis tanq̃ eoꝝ corausti iungunt p equalia diuide: eaq; bina & bina adinuicem cõposita cõtinua p tres lineas q̃ seinuicem super medium punctũ diametri cubi ex .40. vndecimi p equalia secabunt. Eruntq; vt quoq; due earum trium seinuicem quoq; ad angulos rectos diuidãt. ¶ Si igitur haꝝ trium lineaꝝ extremitates p.12. lineas rectas cõtinuaueris pueniet tibi corpus octo basiũ triangulariũ & eqlateraꝝ ex quarta pmi vel si mauis ex penultima pmi: qd oportebat oñdere.

Propositio .10.

Atra assignatum duodecedron piramidem quatuor basium triangularium atq; equilaterarum adhuc restat distinguere.

¶ Assignato duodecedro inscribe cubum ex octaua huius cuboq; piramidẽ ex prima. Cum igitur anguli piramidis sint in angulis cubi vt patet ex rõcinatione pme. Et anguli cubi i angulis duodecedri ex ratiocinatione octaue erũt quoq; anguli piramidis in angulis duodecedri. Itaq; constat quod volumus.

Propositio .11.

Ropositoycocedro in eo cubum figurare.

¶ Ycocedro inscribi duodecedron ex sexta. Ac duodecedro cubum ex octaua. Constat aũt ex demonstratione sexte q; omnes anguli duodecedri cadunt super centrum basium ycocedri. Et anguli cubi sunt in angulis duodecedri. ¶ Itaq; anguli cubi sunt in centris basium ycocedri habemus ergo propositum.

Propositio .12.

Cocedron datum piramidem quatuor basium triangularium atq; equilateraꝝ sibi postulat inscribi.

¶ Si in dato ycocedro ex premissa cubum inscripseris cuboq; ex prima piramidẽ inclusseris quin postulationi ycocedri satisfeceris hesitandum non erit. ¶ Scire autem oportet quod cum sint quinq; regularia corpora de quoꝝ mutua ab inuicem inscriptione in hoc.15. libro determinatur si vnũquodq; eoꝝ cuilibet ceteroꝝ esset inscriptibile .20. eorũdẽ inscriptiones accideret. ¶ Quippe cuilibet eoꝝ quinq; eẽnt cetera quatuor inscriptibilia. Ideoq; quater quinq; inscriptiones quod est .20. necessario pueniret. At vero piramidi solum octocedron conueniens est inscribi. ¶ Non.n. sunt in piramide bases aut anguli aut latera in qbus anguli cubi aut ycocedri aut etiam duodecedri possint extrema ipsius piramidis contingere. ¶ Cubũ quoq; solius piramidis & octocedri vt octocedron solius piramidis & cubi receptiõi sunt apta. Qualiter.n.in eoꝝ alterutro.12.angulos ycocedri. ¶ Aut.20.angulos duodecedri, ita vt singuli in eorum singulis cadant collocabis. Ycocedron aũt cum cetera conuenienti ambitione possit cõplecti solius octocedri nequit esse receptaculum. Nam octocedri sex anguli semidiametrali seinuicem bini & bini opositione respiciunt lineeq; eos continuantes sese per equalia orthogonaliter diuidunt. ¶ Itaq; illud gloriosum signum ad cuius intuitũ cõsternantur demones sub rectis angulis triplicatum reddant. ¶ Hos itaq; triangulos neq; bases neq; anguli neq; latera ycocedri possunt sub suo situ recipere. Neq; .n.in eo repies sex bases aut sex angulos aut sex latera hac diametrali orthogonaliq; oppositione se continuantes. Duodecedron autem nulli ceteroꝝ sue ambitionis denegauit hospicium immo cunctorũ receptator existit. Vnde non inconuenienter duodecedri figurã antiqui Platonis discipuli vel ascripsere

ecto quemadmodum piramidis formam igni eo q; sursum si b piramidali figura euolet. ac octocedri aeri. ¶ Quippe sicut aer ignem motus paruitate sequitur sic octocedri forma piramidis formam ad motū habilitate comittat. ¶ Viginti vero basium figuram aque dictauerunt. nā cum ipsa basium pluralitate plus ceteris circuletur in speram fluentis rei motui magis q̄ scandentis cōuenire visa est. ¶ Cubon vere figuram qdā dedere terre. Quid. n. in figuris maiori ad motum violētia indiget quā thessera. ¶ At in elementis quid fixius constantiusq; reperitur terra. Si igitur ex. 20. inscriptionibus. 3. quas piramis non substinet binasq; a quibus naturam cubi & octocedri aliena est. ¶ Rursusq; vnam cui repugnat ycocedri figura reieceris erunt relique tantum. 12. inscriptiones. Piramidis quidem sola. Cubi vero octocedriq; bine. Ycocedri autem tres. Duodecedri autem quatuor. De quibus omnibus vt arbitror sufficienter alias disputatum est.

Propositio .13.

Abscicato quouis quinq; regularium corporum sibi sphēram inscribere.

¶ Ex tertiodecimo libro itaq; manifestum est vnūq̄q; qnq; horum corporum esse sphere inscriptibile. Nūc itaq; constabit viceuersa sphēram vnicuiq; ipsorum esse inscriptibilem. A circumscribentis enim sphere cētro ad basis vniuersas cuiuslibet eorum perpendiculares exeant quas intra centra circulorum bases ipsas circumscribentium cadere necesse est. cumq; omnes circulo eas circumscribentes sint equales eruntq; hee perpendiculares eq̄les. Itaq; si secundum quantitatem vnius earum circulum super centrum circumscribentis sphere descripseris eiusq; semicirculum quousq; ad locū vnde moueri ceperit redeat circumduxeris. Quia ipsum per extremitates cunctarū ppendicularium necesse est trāsire cōuinces ex correlario. 15. tertii speram istius semicirculi motu descriptam vniuersas bases assignati corporis in concursibus perpendicularium cōtingere. Non enim plus potest sphera de basibus corporis contingere quam circumductus semicirculus dum mouebatur contingit. Quare assignato corpori constanos sphēram quemadmodum propositum erat inscripsisse.

LAVS DEO. FINIS.

¶ Euclidis megarensis philosophi perspicacissimi elementorum opus de duabus quantitatibus discreta scilicet & continua. ac earūdem proportionibus & proportionalitatibus ex optima Campani interpretatione. Magistro Luca paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minorum sacre theologie ꝓfessore. Matematicēq; discipline cultore feruentissimo die noctuq; chalcographis asistente postillis suis oportunis plerisq; in locis additis manu propria accuratissime castigatum finit.

¶ Venetiis impressum per probum Virum Paganinum de Paganinis de Brixia decreto tamen publico vt nullus ibidem totiq; dominio annorum. xv. curriculo imprimat aut imprimere faciat. & alibi impressum sub quouis colore in publicū ducat sub penis in dicto priuilegio contētis Anno redemptionis nostre. M.D.VIIII. Klen. xr. Iunii. Leonardo Lauretano Ve. Re. Pu. Gubernante. Pontificatus Iulii. II. Anno. VI.