

Notes du mont Royal

www.notesdumontroyal.com

Cette œuvre est hébergée sur « *Notes du mont Royal* » dans le cadre d'un exposé gratuit sur la littérature.

SOURCE DES IMAGES
Google Livres



Euclidis

megarensis philo

sophi acutissimi mathematicorumq3 omni
um sine controuersia principis opa a Q. am
pano interprete fidissimo tralata Q. ue cum
antea librariorum detestanda culpa mēdis
fedissimis adeo deformia eēnt: vt vir Q. u
clidem ipsum agnosceremus. Lucas padio
lus theologus insignis: altissima Q. athe
maticaz disciplinarum scientia rarissimus
iudicio castigatissimo deterfit: emendauit.
R. igitur ascētum ⁊ vndetriginta que in alijs
codicibus inuerse ⁊ deformate erant: ad re
ctam symmetriam concinauit: ⁊ multas ne
cessarias addidit. Q. undē quoq3 plurimis
locis intellectu difficilem cōmentario
lis sane luculentis ⁊ eruditiss. ape
ruit: enarrauit: illustrauit. H. d. bec
vt eliminatioz exiret S. cipio ve
gius mediol. vir vtraq3
ligua: arte medica: subli
mioribusq3 studijs
clarissimus diligē
tiam: ⁊ censurā
suā prestitit.

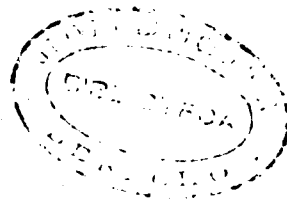


A. Paganius Paganinus Characteri
bus elegantissimis accuratissi
me imprimebat.

Reuerendissimo Domino suo in omnibus precipuo. D. Francisco de Soderinis. Tituli sanctæ susanne presbitero Cardinali Voleterrano. Fra-
ter Lucas paciolor de burgo Sancti Sepulchri ex minoritana familia per
petuam. F. D.



Vm meū ipse patris tui viri clarissimi: cum fratris florētī
ni populi principis Illustrissimi Petri Soderini: cum tuo
rum omnium quibus ipse debere plurimum velim. Cum
tua deniq; beneficia mecum repetō: repetō autē frequentis-
sime: vel quod huiusmodi per se recordatio viro probo in-
cundissima esse solet: vel quod intenni fortuna nihil est
reliquum aliud: Tantum metuis: Tantum fratri clarissimo principi: Tā-
tum tibi debere sentio: vt oratione consequi non possim: aio vix capiā.
Neq; n. solum vestra erga me familiæ beneficia huiusmodi sunt quæ vel vno
loco vel ipse consenti: sed ea quæ cum per se oīum maxima sint: Cuncta se-
re testet. Italia: vt quocunq; me recipiam: vestigia nō leuiter impressa vi-
deam vestro: erga nos merito. Siue. n. Romæ: Siue Mediolani: Siue flo-
rentiæ in qua ciuitate cū vestra semp honestissima familia floruerit. Nūc
tandem frater oī laude maior primus nra tempestate ppetuus princeps ē
dictus: tot et tanta occurrūt vt obnuat sæpe memoriam multitudinis: quā
tū cōtra magnitudo beneficiō: labētem reuocet. Quo pacto. n. (vt omit-
tā ingentia alia) vestri possum obliuisci: q; effectis restituere ab infiris
vitas: studio: cura: ope deniq; vestra quos aduersa valitudine pene adierāt
vt cōiuncta sit rō vitæ nostræ et vestrae bñficetie: sed et fratrum meorū: du-
um: Iuniperi. S. et Ambrosii: sacre theologiæ pfectior: recordatio: quos
ob excellentem eorū virtutem et libentissimē repetō: et ob religionis con-
iunctionē ardentissime diligō: tanq; cōsistentē in minoritana familia
nra: magnos stimulos affert: ad gratum erga vos oīum exhibendū: quos
ita semper fouis: vt dubitare possim plus ne ipse amare videret affectus
an vos maximis in illos meritis colere. Quæ oīa facile amē impetrarūt
vt qñ et profortuna mea parari rependere non possum: et tu nihil aliud
pro amplitudine tua requiris q; amari. Partum tibi meum recentē ex ma-
thematis disciplinis paratum tradere vouerim. Eūq; ita. R. euerendissi-
mæ. D. Tuæ nūcupare: dicareq; tāquam benefactori meo precipuo: et vi-
uenti in terris augustissimo numini. Nam si diuos: I deo colimus: quod sa-
lute in nram laborantes ab his exposcimus: I impetremusq;: nō video quo
pacto non te numinis cuiusdam loco habeam: q; vitam abs te vno post
immortalem deum acceperim. Quod in studio et si semper ateneris ita af-
fectus fuerim: vt nihil aliud egerim ab incunabilis: vel natura optima
magistra: vel assiduo vsu: necio tñ quo pacto elaboratum hoc tempore
tantum anobis est: quantum et maturior ætas maioris afferre iudici po-
tuit ad iudicandum et industria ad expoliendum opus et ingenium ad
inueniendam rem afferre potuit. Euclidē igitur ex megaricis philosophis
facile principem post multa in studiis mathematicis nro Marte annos ab
hinc non paucos edita formis æneis subiecti: qui multum sane ab aliis dē-
stabit: et quod charaterum elegantiorum formam delegi: et quod acutissi-
us oīa digessi: et multa quoq; mea addidi: quæ vel Euclidis: vel Cāpani
loca quedā obscuriora illustrēt. Qualis at sit studio: huiusmodi fructus: quæ
ve eorū excellētia: et qta hac tempestate raritas: ipse q; lōge excellis in his faci-
le cognosces. Atq; vtinā et alii cognoscere vellēt nō offēdare aut ea q; nō
sciūt: veluti sumū veditare nō conarent. Qui tāto grauius peccāt qto hæc
cū certiora sint: et sibi plane cōiunctissima: nō possumus sic offēdere in
vna alteraue rei: q; oīs plane totius mathematicæ disciplinæ rō non con-
cidat et ruat. Tu vero et hæc leges: et corriges: cum his q; rationem oīm hu-
iusmodi facultatis complectunt. Quorū prem vrbinati Duci vltimo: p-
tem Ludouico Sforciæ clarissimo quondam Mediolanensi pncipi dica-
ta sunt amē. Et qm maximis amicorum pibus impulsus: et tuorum preci-
pue familiarium quorum mihi carissimus Leonardus vinciū accessit



LIBER

ut ederem. Leger qua soles frontis serenitate vena lingua per me do-
natum Euclidem: ut quod opus ad utilitatem nostrum omnium con-
scriptum est maximaq; humano generi utilitates parit: Ita omnibus ob-
uium sit: ut cum lingua patria nostra & in his disciplinis locupletetur.
Habeant & aliteris alienis quam vel linguam admirentur: vel auctorem
sequantur: quonullus vnquam prestantiore vel Platonis summi phyloso-
phi testimonio vixit valeat ad vota. Reuerendissima. D. Tua fidei ser-
ui sui non Immemor. Venetijs. V. Idus Iunii. M.D.VIIII.

Danielis Caietani Cremonensis Epigramma.

Redditus infernis Euclides moestus ab umbris
Pallidus Informis: conditus ora sua.
Hospicium a multis miseranda Voce poposcit.
Per fora per regum limina perq; scholas.
Accipitur nulli nisi qui se nosse putabant.
Sed male quod fuerat cognitus: Emicuit.
Extremaq; diu mundi spaciatus ad oras
Si qua sibi misero dextera ferret opem.
Inuenit tandem qualem felicia dudum.
Patronum Voris fata tulere suis.
Frater Is est a quo nitidus formosus: & ille,
Redditur antiquo tempore qualis erat.

¶ Magnifico & clarissimo danieli Rainerio patricio Veneto Auocatori manu-
mo & liberatissimo Danielis Caietani Cremonensis Epistola.



Xiſtinaui me Daniel Clariffime neſas cōmittere ſi fideliffimā Eu-
clidis caſtigatōem p̄eminētiffimū ſacræ theologiæ ac phiædocto-
rē atq; in arithmeticiſ penetralib; p̄tiſſimum viz Magiſtr; Lu-
pacioli ſeraphicæ ac minoritanæ familiæ ornamentum ſingulare
nuper cuiſ gloriā laudib; p̄ſequi diſtuliffem. Tu q̄ ſanæ doct̄rinæ
ſauſtor aſſertor cōcelebrariſ indefſus haſ meaſ laudeſ tui matu-
rimi iudiciū ſolito libramēto p̄pēdēſ facile cognoueris non ab aſſentatiōe aliq̄ ſed
mero vitatiſ fonte effluiffē q̄ & hoiem intus noſti & ſcripta illiū medulitiſ in-
ſpexiſti q̄rumq; et ille ingenio valeat atq; doct̄rina. Te ſi nullo mō decipi poſſe
q̄ ſemp tui ſimiliſ es cōſentit examinarū tuū iudiciū quod oib; in rebus excu-
tiēdiſ circūſum rotōdū p̄ſectum ſemp inuentum ē ob id te vel æquari vel poſſe
t̄nri ſeruetib; votis nūc altez vt Catonē altez vt hortēſum nūc ſtatua ſi liceat
cōſecrēt nūc imagiē q̄ te vel cōſente vel dicēte informant iſtituantq; ætatiſ nræ
viri doctiſſimi i medio ætatiſ ſinu. Nō temere Magiſtr; Lucas te Elegit cui ſuaſ in
Euclidē lucubratiōeſ dedicaret q̄ cū ſtudiis maximis polleat ea & i aliis et nūma
cōplecteriſ ſed ex hoc ipſo cōſumatiffima tibi gloria repondrat. Nā ſatiſ eminet
ingeniū p̄p̄ri meritiſ q̄ fuerit ſauſtor alieni. Vez in p̄nti remotiſ gradib; dignita-
tū p̄ q̄ſ merito virtutū may ab aliis diſcerni ſoleſ inobilitatiſ tuæ poſt hac ſolū
erit iudiciū ſcripta eruditorū te cognitorē habuiſſe vel potius numē æternū. Sed
q̄ti cōueniēſ eſt obſecro te dedicatiōem hāc vel nūcupatiōem æſtimari. Cui n̄ mi-
nus gloria apud poſteroſ attribuat̄ auctoriſ ſui lima q̄ tui nōiſ auſpicatu. Eſt æ
Lu. pacioli. Careat aſſentiōe ſibi meū. vir ſanæ raræ exquiſitæq; doct̄riæ ſep̄e
pauillalum ſacræ theologiæ aſſiduā lectiōem. Cōtinuatiōeſ ſeu maniſ omi-
liaſ q̄ſ in celeberrimiſ Italiæ & extra Italiā Ciuitatib; frequētiffimo theatro ha-
buit in q̄b; inclutus omiliſta mō corda terrificat mō p̄mulcet & quoque vult di-
cit. Lege viz fidei catholicæ amplifiſcatore; viz in phiæ in theologia in matheſi
incōparabilem; quē vt laudare nō ſtudeo ita ipſe laudari plurimū vetat cōtentuſ
ſe ipſo id quod eſt veri phiæ p̄p̄rium ornāmētum. Nāq; moriſ ē ſapiētib; mūda-
næ landiſ cruſmata ſub iānare; & de ſe ipſiſ ſumpta ab aliis præconiā deridere q̄m
iuxta illud Symmachianū vt ſi laus ornat ita falſa caſtigat. Sic & ipſe facit q̄ dū
vult ſua ſciētiam exercere nō veret̄ illiſ eſſe impedimēto q̄ illiū amplitudinē ſuiſ
dictiſ cōmendare præſumit. Catez ego quāuis loqui phibeor tacere t̄n nō poſ-
ſum hoc quod meſura & numeruſ Euclidis ſiue preſſor; in curia ſiue tralatoz; p̄
curſu ita cōſuſe ita lacere ita præpoſtere legebat̄ vt q̄ariē ipſam callerent aut nō in-
telligerēt aut alienæ culpæ ſugillatiōem in ipſm Euclidē impudēt̄ retorquerēt.
Nūc ſi vbi lynceæ Lucæ pacioli acieſ in haſ ſymplegadaſ ac reciprocaſ tot er-
roz; charybdeſ ſe p̄etrauit; iā facta ē plana via ſecuruſ trāſituſ liber diſcurſuſ per
obſcuraſ añ cōualleſ & reddituſ ē Euclides ſiue obuiuſ oib; plāuſ atq; expoſituſ
ſolertiſſimo ingenio caſtigatiſſima emēdatiōe cōſtantiſſimo iudicio Magiſtri
Lucæ nr̄i; quē vt poetā dictō itelligimus æt̄ et̄ o y i v homez; vt oratorē demo-
ſthenē vt phum Ariſtotelē itelligimus. p̄i mō arithmetiſ eſſet̄ do ſratrē intelli-
gere totuſ orbis italuſ ſaſ hēt; de quo illud aſiū i ſi atq; abſolutiſſima artiſ arith-
meticæ cognitiōe quod aiunt de Cicerōe q̄ in actiōib; ceteriſ ceteroſ in aulo
cluetiō ipſe ſe ſupauit & de. M. ſromtōe qui cū extra reliquos excelleret oratoreſ i
pelopem ſe ſibi prætulit hoc docet arſ ipſa quā in ſpeculatu atq; cōiectu recōditā
hic lucas ſoluſ e multis nō praticā fecit tot corporib; i variat atq; multipliceſ figu-
raſ deductiſ ſed impitiffimo cuiq; exponēdo ſaciliſimā q̄ſi ſub ipſiſ oculiſ p̄poſuit.
Ec quiſ hoc auſuſ vnq; anis ſupiorib; nobiliſſimū ſceptū aggredit̄ certe nemo ne
ſciētiffimuſ quidē mathematicuſ præterq; Lucas pacioliſ vir in arithmetica arte
rariſſimi exēpli ac p̄pe nulliſ. Sed q̄ tātī viri laudū maria mihi trāſmittere diſſi-
ciliſimū ē Daniel Generoſiſſime hoc q̄ſi ſtagnū p̄nauigemuſ; nō poſſe tot narrari
i laudē ſciæ hoiſ q̄n illud africanū adagium ſemp vberiuſ relinq̄tur. At caueant
Monco a p̄p̄lato volumine vituperoneſ & p̄cant quæſo in p̄nitēda maledicta
ſuaſ linguas acuminare; R̄petātq; obſecro & nomen dedicatiſ & excellentiam il-
liuſ cui dedicetur. Vale ex patauio I diſib; Maiuſ. M.D. V I I I I.

¶ Franciscus Massarius Venetus Iacobo Cocco. P. V. suo salutem.



Anto sum studio semp complexus (v'ti ipse scis) mathematicas disciplinas mi Iacobe Cocceanorum amicissime: vt admodum trahar cogarq; ad illos amados: qui in huiusmodi studiis versantur ac profitentur: quādo quidem illas ad philosophiæ necessitatem accedere non ignoro: Nec te fugit in pluribus Plato nem Aristotelem huiusmodi exempla proponere & f're semper mathematice demonstrare: quom eo tempore essent in luce enimvero refertur Athenis in Accademia Platonis inscriptum esse neminem intro se recipere: qui prius non mathematicas obcalluerit scientias. Quin etiam illas verissimas esse facile cognosco ob id Anacrois in primo certitudinis gradu collocavit. Verum illæ ipsæ disciplinæ iam plures annos sub tenebris iacerant: ant per q̄ paucis fuerant perceptæ: præsertim liber Elementorum Euclidis: qui nec integer nec ab omni labe alienus iamdiu latitavit: adeo v'te ipse Euclides agnosceretur. Sed tamē hac nostra etate multo labore industria ac diligentia Magister Lucas Pacioli Sacre Theologiæ professor non solum castigavit verum etiam multa ad expositionem adiunxit egregie quidem inuenta. hoc enim modo eum redegit ad verum sensum idq; procudubio putandum est. Nam hoc tempore ipse Magister præceteris pollet: & (vt verius dicam) sola Phoenix. Nolo modo quot insunt homini virtutes: quāto ingenium: quāta memoria: & rerum exuberantia: & doctrina eum altissima cognitio ex amissim cōmemorare: propterea q̄ satis insignem reddunt sua volumina: testanturq; etiam lectiones: quibus ambo interfuius. ob id itaq; non immerito ab omnibus Pontificibus: ab omnibus supremi ordinis Aristitibus summiq; Principibus totius Italiæ summo amore & charitate fuit semper complexatus. Quamobrem te etiam summo opere precor: vt huiusmodi disciplinis precipue Euclidem velis omni studio amplecti. Nam hæc quo ad studia philosophiæ tibi profutura sunt: eo magis quia ipse Euclides a predicto Magistro Luca fidiſſimo interprete fuit emunctus ac emendatus: qui vir cumulate laudandus de bōisq; disciplinis benemeritus haud quempiam omisit locum: quem omni studio cura ac diligentia ad cōmunem vsum non optime exposuerit scio ego q̄ cōmunis Præceptoris sis studiosus immo potius suæ multiplicis scientiæ contemplator: quom moris sit tui omnes litterarum professores amore prosequi: hunc cæteris aliis tanq̄ peritissimum ac ante alios sapientissimum amare observare & venerari videris: haud equidem sum dubius: quem si sequaris inceptum sis in summum virum euasurus: tanq; domum illustraturus. Ad hanc spem me erigit tuum perspicax ingenium: & pene diuinum: tua etiam eruditio tanta in ista adulescentia q̄ta vix in v'llo senet ac p̄ hoc merito te quadam admiratione intuentur. Me quoq; excitant suauitas: modestia: grauitas: & tui optimi mores: cuius nulla in toto corpore menda sedet. Quæ omnia ipsa ætas auget. Non enim tuus animus nisi in litterarum studiis: in liberalibus artibus: in ipsa deniq; vera sapientia versatur: ad quæ omnia te pronum ac propensum video: quid tu aliud tuæ Reipub. polliceris: nisi vt te optimo senatore administrante felix Respub. felicior indies vndiq; fulgeat: tuq; rectissime magistratibus defunctus posteritati nomen conferes. Sed quæ de te sunt plura dicenda in aliud reiciam tempus. Verum modo ad Euclidem animum intendet: & vt ameris ama Vale.

PLATO

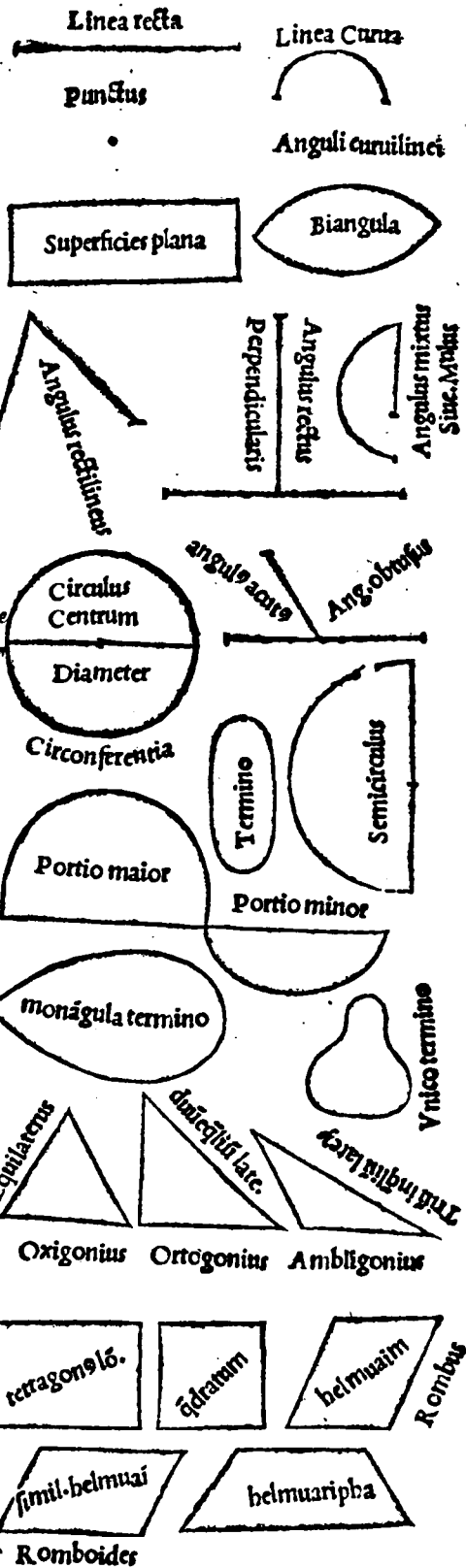
Nulla dies sit sine linea.

Acutissimi philosophi ac perspicacissimi Mathematici. Euclidis megarensis primus elementorum liber: ex optima. Campani translatione Reuerendo Sacre theologie professore Mathematicae discipline disertissimo. Magistro Lucapaciolo de burgo Sancti sepulchri Ordinis Minorum Castigatore accuratissimo feliciter Incipit. Diffinitionibus seu descriptionibus principiorum per se notorum premissis.



Lineus est cuius pars non est. 2. **L**inea est longitudo sine latitudine cuius quidem extremitates sunt duo puncta. 3. **L**inea recta est ab uno puncto ad alium brevissima extensio in extremitates suas utrunque eorum recipiens. 4. **S**uperficies est que longitudinem et latitudinem tantum habet. cuius termini quidem sunt lineae. 5. **S**uperficies plana est ab una linea ad aliam extendens in extremitates suas recipiens.

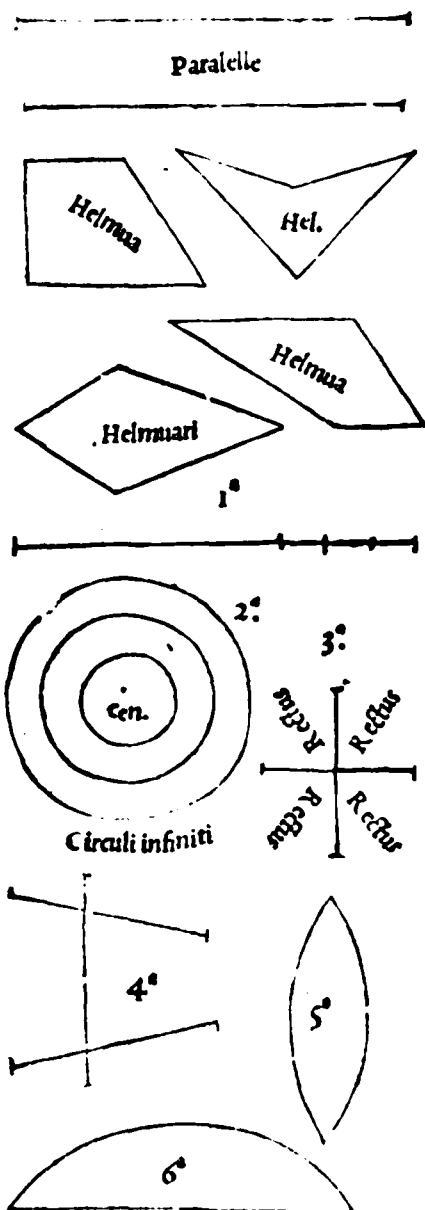
6. **A**ngulus planus est duarum linearum alternus contactus. quarum expansio est super superficiem applicationis non directa. 7. **Q**uando autem angulum continent duae lineae recte rectilineus angulus nominatur. 8. **Q**uando recta linea super rectam steterit duosque anguli utrobique fuerint aequales. eorum uterque rectus erit. 9. **L**ineaeque lineae superstant ei cui superstat perpendicularis vocatur. 10. **A**ngulus vero qui recto maior est obtusus dicitur. 11. **A**ngulus vero minor recto acutus appellatur. 12. **T**erminus est quod cuiuscunque finis est. 13. **F**igura est que termino vel terminis continetur. 14. **C**irculus est figura plana una quidem linea contenta. que circumferentia nominatur. in cuius medio punctus est. a quo omnes lineae recte ad circumferentiam exeuntes sibi invicem sunt aequales. Et hic quidem punctus circuli dicitur. 15. **D**iameter circuli est linea recta quae super eius centrum transiens extremitatesque suas circumferentiae applicans. circulum in duo media dividit. 16. **S**emicirculus est figura plana diametro circuli et medietate circumferentiae contenta. 17. **P**ortio circuli est figura plana recta linea et parte circumferentiae contenta. semicirculo quidem aut maior aut minor. 18. **R**ectilineae figurae sunt quae rectis lineis continentur quarum quedam trilaterae quae tribus rectis lineis. quedam quadrilaterae quae quatuor rectis lineis continentur. 19. **F**igurarum trilaterarum. alia est triangulus habens tria latera equalia. Alia triangulus duo habens equalia latera. Alia triangulus trium inequalium laterum. Harum iterum alia est orthogoniam. unum scilicet rectum angulum habens. Alia est amblygonium aliquem obtusum angulum habens. Alia est oxigonium. in qua tres anguli sunt acuti. 20. **F**igurarum autem quadrilaterarum. Alia est quadratum quod est



unusq. cap.

centru //

lono de li
b. est pon
eduz. p.



equilaterum atq; rectangulum. Alia est tetragonus longius q̄ est figura rectangula. sed eglatera non est. Alia est helmua ym. que est equilatera. sed rectangula non est. 21. ¶ Alia est similis helmua ym que opposita latera habet equalia. atq; oppositos angulos equales. idem tamen nec rectis angulis nec equis lateribus cōtinetur. Præter has autem omnes quadrilateræ figure helmua riphe nominatur. 22. ¶ Equidistantes linee sunt q̄ in eadem superficie collocatæ atq; in alterutram partem protracte non conueniunt. etiam si in infinitum protrahantur.

Castigator.

¶ Ad diffinitionem superficiæ superius posita excipitur circularis que postea specialiter inferius ponitur que non continetur terminis: & ideo eius termini non sunt linee sed linea & etiam monangula excipitur & c. quibus multe curuilinee specie connexe concave & plane lineis contineantur quibus posset diffinitio illa aplicari ut patet inuenti.



Etitiones sunt quinq; .1. ¶ A quolibet puncto in quemlibet punctum rectam lineam ducere atq; lineam definitam in cōtinuum rectumq; quantumlibet protrahere. 2. ¶ Super centrum quodlibet quantumlibet occupando spaciū circulum definire. 3. ¶ Omnes rectos angulos sibi inuicem esse equales. 4. ¶ Si linea recta super duas lineas rectas ceciderit duos anguli ex vna parte duobus rectis angulis minores fuerint istas duas lineas in eandem partem protractas proculdubio coniunctim. 5. ¶ Duas lineas rectas superficiem nullam cōcludere.



Communes animi cōceptiones sunt hec. 1. ¶ Que vni & eidem sunt equalia & sibi inuicem sunt equalia. 2. ¶ Et si e quibus equalia addantur tota quoq; fient equalia. 3. ¶ Et si ab equalibus equalia auferantur que relinquuntur erunt equalia. 4. ¶ Et si ab inequalibus equalia demas que relinquuntur erunt inequalia. 5. ¶ Et si inequalibus equalia addas ipsa quoq; fient inequalia. 6. ¶ Si fuerint due res vni equalis ipse sibi inuicem erunt equalis. 7. ¶ Si fuerint due res quarum vtraq; vnius eiusdem fuerit dimidium vtraq; erit equalis alteri. 8. ¶ Si aliqua res alicui supponatur appliceturq; ei nec excedat altera alteram. ille sibi inuicem erunt equalis. 9. ¶ Quod ne totum est maius sua parte.

Castigator.

¶ Ista que vni & eidem & c. quam Euclides hic acomodat quantitatibus infra in .u. qnti libri acomodat proportionibus ut ibi. ¶ Prima & sexta differunt tanq̄ inclusum & exclusum vel sicut abstractum & concretum vel sicut mensura & mensuratum vel sicut prima & secunda intentio sue res & specis rei.

Verba Campani.



Ciendum est autem q̄ præter has animi conceptiones siue communes scientias multas alias que numero sunt & comprehensibiles prætermisit Euclides quoniam hec est vna.

¶ Si due quantitates equalis ad quamlibet tertiam eiusdem generis cōparentur simul erunt ambe illa tertia aut eq̄ maiores aut eq̄ minores aut simul eq̄les. ¶ Italia Quanta est aliq̄ q̄ntitas ad quālibet aliā eiusdem generis tantā esse quālibet tertia ad

aliquam quantam eiusdem generis in quantitatibus continetur. vnde
saliter verum est siue aliter maiores fuerint consequentibus siue minores. ma
gnitudo. n. degeat in infinitum. in numeris aut non sic sed si fuerit primus
submultiplex secundus erit quilibet tertius eque submultiplex alicuius tertii
quoniam numerus crevit in infinitum siue magnitudo in infinitum minuit.

Propositio prima.

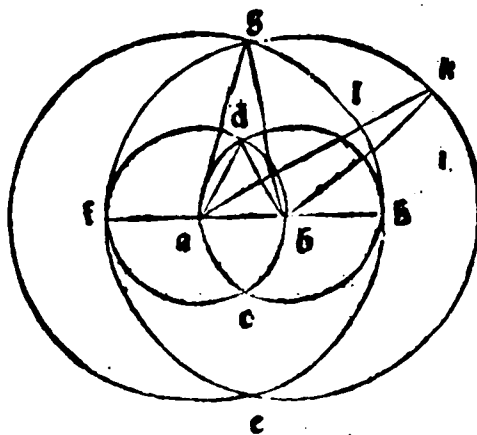
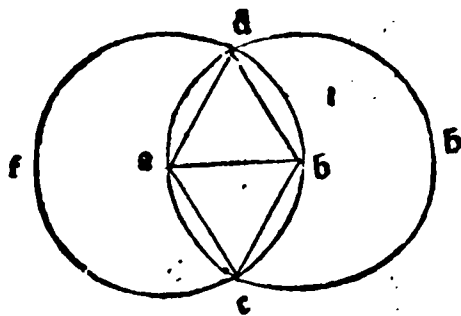


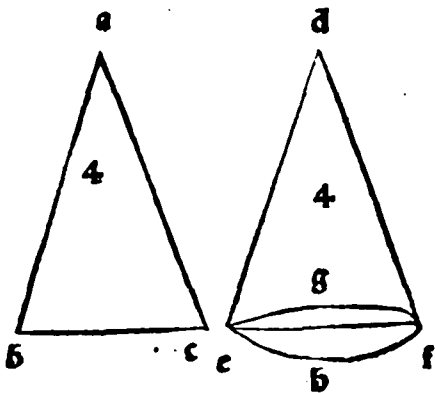
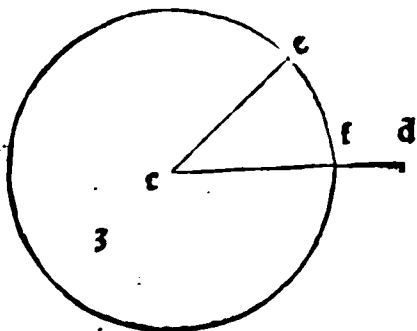
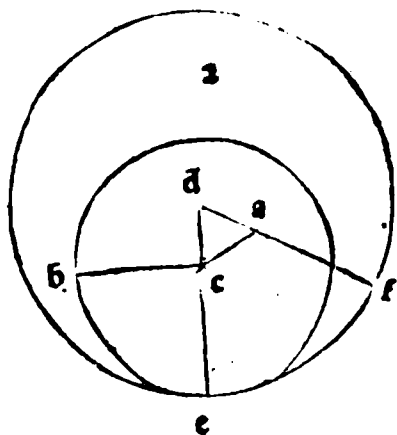
Proponitur equilaterum super datam lineam re
ctas collocare.

Est data linea recta. a. b. volo super ipsam triangulū
equilaterum cōstituerē. Super alteram eius extremitatē. s.
in puncto. a. ponam pedem circini immobilē & alter
pedem mobilem extendam vsq. ad. b. & describam sūm
quantitatem ipsius linee date per secundam petitionem circulum c. b. d.
super alterā eius extremitatē. s. punctum. b. faciam centrum & p. eandē
petitionem & sūm eiusdem gūtatē lineae circulum. c. a. d. h. q. circuli in
tersecabūt se in duobus punctis q. sint. c. d. & alteram duarū sectionum si
cut sectionem. d. cōtinuabo cum ambabus extremitatibus date lineae tra
ctis lineis. d. a. d. b. p. primam petitionem. Quia ergo a puncto. a. q. est cent
circuli. c. b. d. tracte sunt lineae. a. d. &. a. b. vsq. ad eius circūferentiā ip
se erunt equales per definitionem circuli. Similiter quoq. q. a puncto. b.
quod est cent. circuli. c. a. d. tracte sunt lineae. b. a. &. b. d. vsq. ad eius cir
cūferentiā ipse erūt et equales q. ergo vtrāq. duarū linearū. a. d. b. d. eq
lis est lineae. a. b. vt pbatum est: ipse erūt equales inter se p. primā cōceptio
nem: ergo sup. datam lineam collocauimus triāgulum equilaterū: quod ē
p. posuim. **S**i autē sup. eandē lineam libeat collocare reliqs. duas trian
guloz. spēs. s. triāgulum duarū eqūlūm latez. & triāgulum trium eqūlūm
latez. p. trahat lineā. a. b. in vtrāq. prem vsq. quo occurrēt circūferētie am
bonum circuloz. sup. duo puncta. f. & h. & posito cētro in puncto. a. lineae
circuli. e. h. g. sūm gūtatē lineae. a. b. Itemq. posito cētro in puncto. b.
lineae circuli. e. f. g. sūm gūtatē lineae. b. f. Hg. autē circuli interfecabunt
se in duobus punctis q. sunt. c. & d. Cōiungant igitur extremitates date lineae
cū altera duarū sectionum p. duas lineas rectas q. sint. a. g. & b. g. q. haec li
neae. a. b. & a. f. exeunt a centro circuli. c. d. f. ad eius circūferentiā ipse erūt
equales. Sili quoq. a. b. & b. h. q. exeūt a centro circuli. c. a. d. h. vsq. ad ip
sius circūferentiā ipse erūt equales. Quia ergo vtrāq. duarū linearū. a. f.
& b. h. equalis est lineae. a. b. ipse erūt inter se eqles: ergo posita. a. b. cōi
erit. b. f. equalis. a. h. sed b. f. est equalis. b. g. quia ambo exeūt a centro cir
culi. e. f. g. ad eius circūferentiā. Sili quoq. a. b. est equalis. a. g. & vtrāq.
earum est maior. a. b. eo q. vtrāq. duarū linearū. b. f. & a. h. maior est
a. b. quare sup. datam lineam collocauimus triāgulum duorum equaliū
laterum. **T**riāgulum ē. trium inequaliū latez. sup. eandē lineam
collocabimus: si aliquod punctum exis in circūferētia alterutrius duoz
maiorum circuloz. quod nō sit in altera duarū sectionum: & cui non obui
et. f. h. cum in vtrālibet prem tracta fuerit in cōtinuum & directum: cō
iunxerimus p. duas lineas rectas cum ambabus extremitatibus date lineae.
Sit. n. punctus. k. signatus in circūferētia circuli. e. f. g. & non sit in altera se
ctionum nec occurrat ei. f. h. cū p. traheretur in cōtinuum: & directum vsq.
ad eius circūferentiā. Protrahā ergo lineas. a. k. & b. k. & secabit lineā. a.
k. circūferentiā circuli. e. h. g. fecer ergo in puncto. l. erit. b. k. equalis. a.
l. quia. b. k. est equalis. b. g. & a. l. equalis. a. g. quare. a. k. est maior. b. k. sed
& b. k. est maior. a. b. triāgulus ergo. a. b. k. est trium inequaliū latez.
Sic igitur super datam lineam oēs triāguloz. spectes collocauimus.

Castigator.

a Circinus sc. rectus & cōuenientius sextus dī cum sextam prem semp
capiat aut sit eius sexta circuli quē facit in q. cūq. dispōne repiatur strictē la
teq. sc. **b** Describere circuli sūm gūtatē lineae date est ipsam facer
sūm diamet. circuli describēdi. **f** Cōstituer siue formare figuram aliquā





supra dicta linea est ipsam ponere unum ex lateribus figure sic describende supra ea.

Propositio 2.



Dato puncto cuilibet linee recte propositae equae rectam lineam ducere.

A Sit a , punctus datus b , c , linea data volo a puncto a ducere lineam unam equalem linee b , c in quacunque parte contingat coniungam ergo punctum a cum altera extremitate linee b , cum quod volo. Et coniungam ipsum a cum extremitate c per lineam a , c super qua constitua triangulum equilaterum secundum doctrinam precedentis quod sit a , c , d . Et in illa extremitate linee date cum qua coniungam punctum datum f in extremitate c , ponam pedem circini immobilem et describam super ipsum circulum secundum quantitatem ipsius date linee g sit circulus e , b . Et latus trianguli equilateri quod oppositum puncto dato f , latus d , c pertraham per centrum circuli descripti v quod ad eius circumferentiam et sit tota linea sic protrahenda d , c , e , secundum eius quantitatem lineam abo circulum posito centro in d , g sit circulus e , f . Et postea pertraham latus d , a , v quod ad circumferentiam huius ultimi circuli et occurrat circumferentie ipsius in puncto f . dico igitur quod a , f est equalis b , c . nam b , c et c , e sunt equalis quia exeunt a centro circuli e , b ad eius circumferentiam. Similiter quoque d , f et d , e sunt equalis quia exeunt a centro circuli e , f ad circumferentiam. sed d , a et d , c sunt equalis quia sunt latera trianguli equilateri ergo sit d , a et d , c demantur d , e , d , e et d , f sunt equalis: erunt residua quod sunt a , f et c , e equalia quia ergo utraque duarum linearum a , f et c , b est equalis, c , e ipse sunt equalis inter se quare a puncto a protraximus lineam a , f equalem b , c quod est propositum.

Propositio 3.



Propositis duabus lineis inequalibus de longiori earum breviori equalem abscindere.

A Sint due linee a , b et c , d sit a , b minor volo ex c , d abscindere unam que sit equalis a , b . ducio primo a puncto c unam lineam equalem a , b secundum quod docuit precedentis que sit e . posito ergo centro in puncto c describam circulum secundum quantitatem c , e qui secabit lineam c , d . Sit ergo ut fecit eam in puncto f . eritque linea c , f equalis linee c , e quia ambo exeunt a centro eiusdem circuli ad circumferentiam et quia utraque duarum linearum a , b et f , c est equalis, c , e ipse sunt inter se equalis quod est propositum.

Propositio 4.

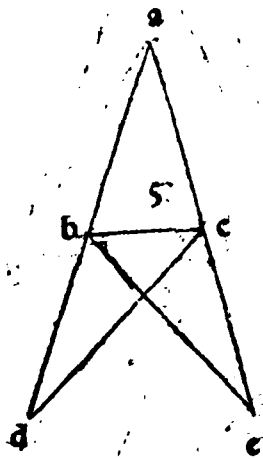


Quoniam duorum triangulorum quorum duolatera unius duobus lateribus alterius equalia fuerint: duosque anguli eorum illis equilateralibus contenti equalis fuerint alter alteri: latera quoque illorum reliqua sese respicientia equalia: reliqui vero anguli unius reliquis angulis alterius equalis erunt: ac totus triangulus toti triangulo equalis.

A Sint duo trianguli a , b , c , d et e , f sitque latus a , b equale lateri d , e et latus a , c equale lateri d , f et angulus a equalis angulo d . nunc dico quod basis b , c est equalis basi e , f et angulus b equalis angulo e . Item angulus c equalis angulo f . quod probatur. Supponam triangulum a , b , c triangulo d , e , f ita quod angulus a cadat super angulum d et latus a , b super latus d , e et latus a , c super latus d , f et patet per conversionem penultime conceptionis quod nec anguli nec latera se excedent eo quod angulus a est equalis angulo d et latera superposita his quibus superponuntur per hypothese. Puncta ergo b , c cadent super puncta e , f si ergo linea b , c cadit super lineam e , f patet propositum: quia cum linea b , c superposita linee e , f non excedat eam nec excedatur ab ea est ei equalis per penultimam conceptionem: eadem ratione erit angulus b equalis angulo e et angulus c equalis angulo f . Si autem linea b , c non cadit super lineam e , f sed cadit intra triangulum si cut linea e , f aut extra sicut linea e , h sit tunc due linee recte concludunt superficiem quod est contra ultimam petitionem.

Castigator

Hec s. vocatur fuga miserorum qui miseri ingenii cō ad eam inueniunt fugā arripunt sed ne fuge det occasio ondam eam breuiter sicut offione q̄ sufficit adiūcti. Sit. n. triangulus. a. b. c. diuidam eum p̄ lineam. c. d. p̄ perpendicularē in duos triangulos partiales. a. d. c. & b. d. c. critq̄ angulus. a. d. c. primi trianguli cōlis angulo. b. d. c. scōmā quia vterq̄ rectus s̄ latera illos continentia sunt equalia quia. d. b. est equale. d. a. & c. d. est lat̄ cōe. quare per premissam erūt residui anguli equales puta angulus. a. & angulus. b. & hoc ē p̄positū. ¶ Quod ē duo anguli sub basi sint equales patet qm̄ duo anguli q̄ sunt sunt apud. a. cōles duobus rectis sunt p̄ diffinitionē li nec stātis sup̄ aliam q̄a facit duos angulos equales semper duobus rectis vt infra. n. probabit. Similiter duo anguli q̄ sunt apud. b. Igitur demptis superioribus qui sunt equales vt probatum est q̄ sunt infrius relinquuntur equales per cōmā sciam & ex ista demonstratiōe patet q̄ triagulus equilaterus est equiangularis q̄a equalitas quorūlibet duorum laterum concludit equalitatem angulorum cōrespondentium &c.



Propositio 5.



Prius trianguli duorum equalium laterum angulos qui supra basim sunt equales esse necesse est q̄ si eius duo equalia latera directe protrahantur fiēt quoq̄ sub basi duo anguli inuicem equales.

Sit triangulus. a. b. c. cuius lat̄us. a. b. sit equale lateri. a. c. dico q̄ angulus. a. b. c. est equalis angulo. a. c. b. q̄ si protrahantur. a. b. & a. c. vsq̄ ad. d. & e. fiet angulus. d. b. c. equalis angulo. e. c. b. quod sic probatur. Protractis. a. b. & a. c. ponam per tertiam lineam. a. d. equalem lineae. a. e. & protraham lineas. e. b. d. c. & intelligam duos triangulos. a. b. c. & a. c. d. quos probabo esse equales & equilateros & equiangulos. Sunt. n. duo latera. a. b. & a. c. trianguli. a. b. c. equalia duobus lateribus. a. c. & a. d. trianguli. a. c. d. & angulus. a. est cōis vtriq̄ ergo p̄ premissam basis. b. c. est equalis basi. c. d. & angulus. e. est equalis angulo. d. & angulus. a. b. c. equalis angulo. a. c. d. I tem intelligo duos triangulos. d. b. c. & e. c. b. quo similiter probabo esse equilateros & equiangulos. Nā duo latera. d. b. & d. c. trianguli. b. d. c. sunt equalia duobus lateribus. e. c. & e. b. trianguli. e. b. c. & angulus. d. est equalis angulo. e. ergo per premissam basis basis & reliqui anguli reliquis angulis ergo angulus. d. b. c. est equalis angulo. e. c. b. & hoc est sc̄dum propositum. s. q̄ anguli sub basi equales sunt & angulus. b. c. d. est equalis angulo. e. b. c. sed totus. a. b. c. est equalis. a. c. d. vt probatum fuit supra. ergo angulus. a. b. c. residuus est equalis angulo. a. c. b. residuo quorum vterq̄ est super basim: quod primum propositum.

Castigator.

Nota quando dicitur angulum. a. b. c. intelligit angulum. b. qui designatur per litteram mediam & tali modo semper vtiur in triangulis &c. & si diceret angulum. b. a. c. intelligeretur angulus. a. & dicendo. a. c. b. vel. b. c. a. intelligitur angulus. c. sed cōmuniter in proferendo seruat̄ ordo alphabeti videlicet. iterarum. a. b. c. d. &c.

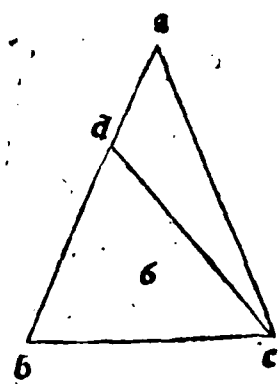
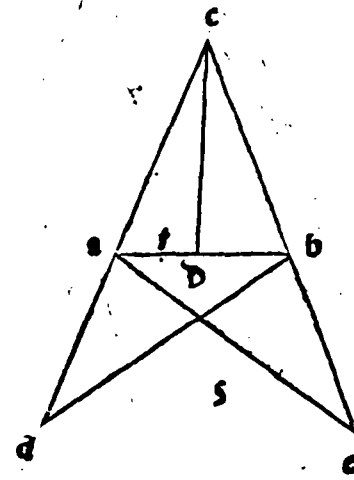
¶ Et quilibet illorum qui sunt supra basim. est minor recto vt dicitur in expositione septime sexti & p̄ consequens quilibet illorum qui sunt sub basi est maior vt potest facilius colligi per decimam tertiam huius.

Propositio 6.



Si duo anguli alicuius trianguli cōles fuerint duobus latera angulos illos respicientia equalia erunt.

Hec est conuersa premissae quantum ad primam eius partem. Sit enim triagulus. a. b. c. cuius duo anguli. b. & c. sint equales dico q̄ latus. a. b. est equale lateri. a. c. Si enim nō sunt equalia erit alterum altero maius. siq̄. a. b. maius q̄



refectur ad equalitatem. a. c. p. tertiam propositionem ut superfluum sit a parte. a. & rejectur in puncto. d. sit. b. d. equalis. a. c. & ducatur linea. d. c. intelligo ergo duos triangulos. a. b. c. & d. b. c. quos probabo esse equilateros & equiangulos. Sunt enim duo latera. d. b. & b. c. trianguli. d. b. c. equalia duobus lateribus. a. c. & b. c. trianguli. a. b. c. & angulus. b. equalis angulo. c. totali per ypotensim ergo basis. d. c. & equalis basi. b. a. & angulus. d. c. b. equalis angulo. a. c. b. pars videlicet toti quod est impossibile.

Propositio .7.



In duobus punctis aliquam lineam terminantibus due linee ad punctum unum concurrentes ext erint ab eisdem punctis alias lineas singulas suis conterminalibus equalis que ad alium concurrat punctum in eandem partem ducit impossibile.

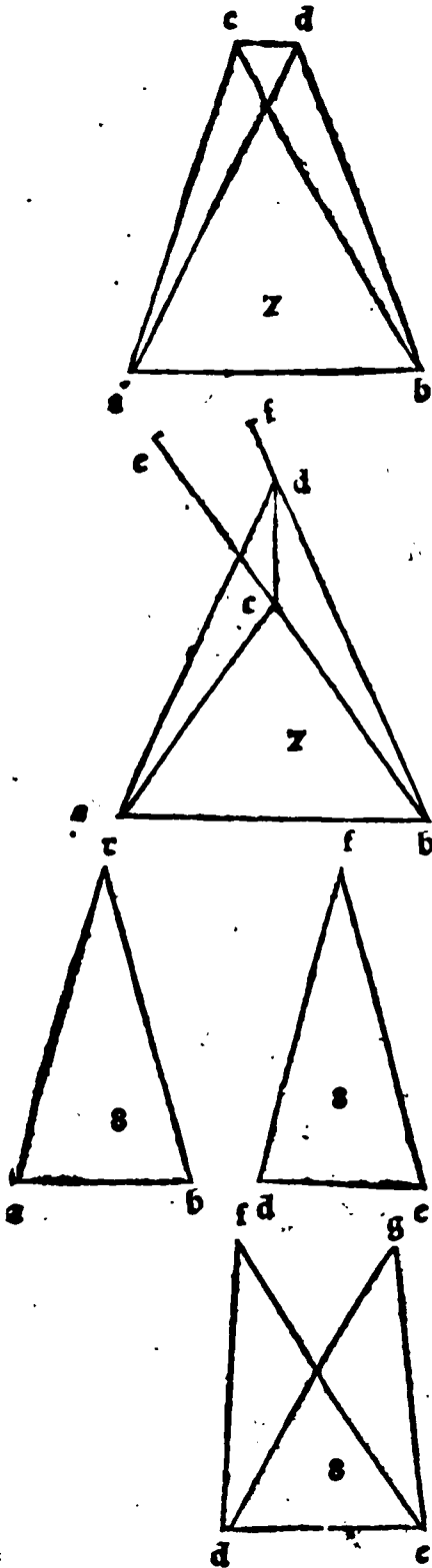
Si linea. a. b. a. cuius extremitatibus protrahantur due linee in partem unam que concurrant in eodem puncto v. sint. a. c. & b. c. que concurrant in puncto. c. dico q. in eandem partem non protrahentur alie due ab eisdem extremitatibus que concurrant ad aliud punctum ita q. illa que egreditur a puncto. a. sit equalis linee. a. c. & que egreditur a puncto. b. sit equalis linee. b. c. Quod si fuerit possibile protrahant alie due linee in eandem partem que concurrant in puncto. d. & sit linea. a. d. equalis linee. a. c. & linea. b. d. equalis. b. c. aut ergo punctus. d. cadet intra triangulum aut extra: nam in alio laterum. a. c. & b. c. non cadet quia nunc pars esset equalis suo toti. Si autem cadat extra aut altera linearum. a. d. & b. d. secabit alteram linearum a. c. & b. c. aut neutra neutram: & fecit primo altera alteram & protrahatur linea. c. d. Quia ergo trianguli. a. c. d. duo latera. a. c. & a. d. sunt equalia erit angulus. a. c. d. equalis angulo. a. d. c. per s. Similiter quia in triangulo. b. c. d. duo latera. b. c. & b. d. sunt equalia erunt anguli. b. c. d. & b. d. c. Similiter equalis per eandem: & quia angulus b. d. c. est maior angulo. a. d. c. sequitur angulum. b. c. d. esse maiorem angulo. a. c. d. partem. & toto quod est impossibile. Si autem. d. cadat extra triangulum. a. b. c. ita q. linee non se fecerit protraham lineam. d. c. & producam. b. d. & b. c. sub basi v. q. ad. f. & ad. e. & quia linee. a. d. & a. c. sunt equalis erunt anguli a. c. d. & a. d. c. & per s. Similiter quia. b. c. & b. d. sunt equalis erunt anguli sub basi qui sunt. c. d. f. & d. c. e. equalis per secundam partem eiusdem. Quia ergo angulus. e. c. d. minor est angulo. a. c. d. sequitur angulum. f. d. c. esse minorem angulo. a. d. c. quod est impossibile. Et eodem modo deducitur aduersarius ad inconueniens: si. d. punctus cadat intra triangulum. a. b. c. & c.

Propositio .8.



Inter duorum triangulorum quorum duo latera unus duobus lateribus alterius fuerint equalia: basisq. unius basi alterius equalis: duos angulos equis lateribus contentos: equalis esse necesse est.

Sint duo trianguli. a. b. c. d. e. f. sitq. a. c. equalis. d. f. & b. c. equalis. e. f. & a. b. equalis. d. e. dico q. angulus. c. est equalis angulo. f. & angulus. a. angulo. d. & angulus. b. angulo. e. Superpōam basim. a. b. basi. d. e. que cum sint equalis neutra excedet alteram per conuersionem penultime conceptionis: aut ergo punctus. c. cadet super punctum. f. aut nō. Si sic tunc quia angulus. c. superpositus erit angulo. f. & neuter eorum excedit alterum: ipsi sunt equalis per conceptionem predictam. Similiter argue reliquos angulos esse equalis: si autem punctus. c. non cadit super f. sed super quemlibet alium qui sit punctus. g. quia. e. g. est equalis. b. c. i mo eadem sitemq. d. g. equalis. a. c. erit. e. g. equalis. e. f. & d. g. equalis. d. f. quod est impossibile per precedentem.



Propositio .9.



Item angulum per equalia secare.

Sit datus angulus quem oportet diuideret angulus. *a.* *b. c.* lineas ipsum continentes que sunt. *a. b. c.* ponam equalis per tertiam & producam lineam. *a. c.* super quam constituam triangulum equilaterum. *a. d. c.* & protraham lineam. *b. d.* dico q. ipsa diuidit datum angulum per equalia. Intellego duos triangulos. *a. b. d. c. b. d. c.* quia duo latera. *a. b. c. b. d. c.* trianguli. *a. b. d. c.* sunt equalia duobus lateribus. *c. b. c. b. d. c.* trianguli. *c. b. d. c.* basis. *a. d. b. c. d.* ergo per precedentem angulus. *a. b. d. c.* est equalis angulo. *c. b. d. c.* quod est propositum facere.

Castigator.

Datum angulum rectum per tria equalia secare. **Q**uamuis Euclides in hoc libro nullibi doceat angulum in tria equalia diuidere cum difficilis sit scientia. Et non ita de facili posset de omni verificari. tamen de angulo recto pulcherrime hoc ostenditur ista. 9. & 32. huius medietatibus 33. addita. quod sic apparet. Ponatur trigonus equilaterus. *a. b. c.* certum est quilibet angulorum eius duabus tertiis vnus recti equari cum omnes tres duobus rectis angulis sint equalis per. 32. huius. Igitur vno illorum in duo equalia diuiso per. 9. istam vtriusque angulo. *b. a. c.* totali in duos partiales. *b. a. d. f. d. a. c.* per lineam. *a. d.* erit quilibet eorum tertia vnus recti hoc peracto detur rectus quicunq. vtriusque. *e. f. g. a. lincis. e. f. g. f. c.* contentus supra terminum vnus earum. *f. c.* constituam angulum. *e. f. b.* seu angulum. *g. f. k.* per. 33. equalem angulo. *b. a. d.* vel. *c. a. d. g.* erit tertia vnus recti postea residuum dicti recti qui est due tertiis recti vt deduximus diuisam per equalia per dictam. 9. s. angulum. *g. f. h.* per lineam. *f. k.* vel angulum. *e. f. k.* per lineam. *f. h.* erit vnusquisq. duorum angulorum. *b. f. k. f. k. f. g.* tertia vnus recti. & sic totalis angulus rectus. *e. f. g.* est diuisus in tres equalis partiales videlicet. *e. f. h. f. k. f. k. f. g.* quod est propositum.

Propositio .10.



Item proposita recta lineam per equalia diuidere.

Sit proposita linea quam oportet diuidere per equalia. linea. *a. b.* si per ipsam constituam triangulum equilaterum. *a. b. c.* & angulum. *c.* diuido per equalia secundum doctrinam precedentis per lineam. *c. d.* dico q. linea. *c. d.* diuidit datam lineam. *a. b.* per equalia. Intellego. n. duos triangulos. *a. c. d. f. b. c. d.* arguo sic. Duo latera. *a. c. c. d.* trianguli. *a. c. d. f.* sunt equalia duobus lateribus. *b. c. c. d.* trianguli. *b. c. d. f.* angulus. *c.* vnus angulo. *c.* alterius ergo per quartam basis. *a. d. b. d.* q. d. est propositum.

Propositio .11.



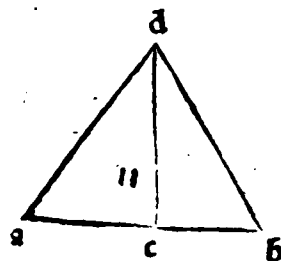
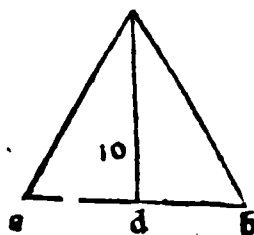
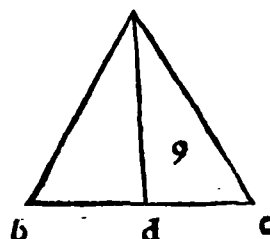
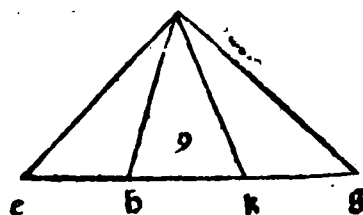
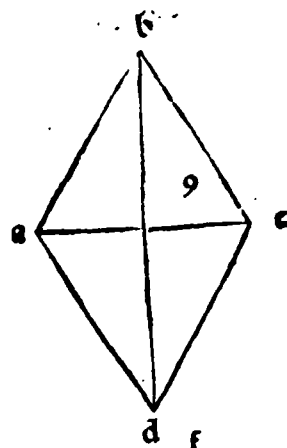
Item a linea recta a puncto in ea signato perpendicularem extrahere duobus quidem angulis equalibus ac rectis vtrinque subnixam.

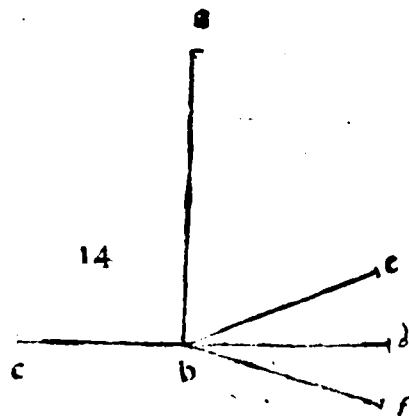
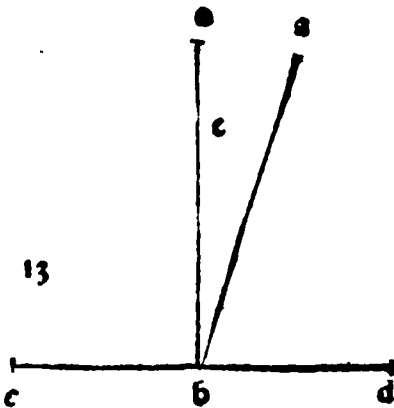
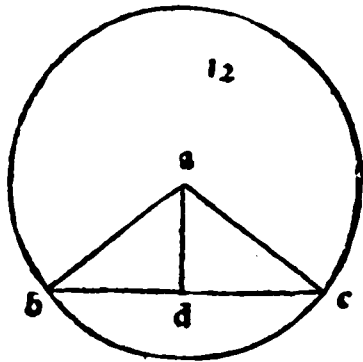
Sit data linea. *a. b.* in qua sit datus punctus. *c.* a quo oportet perpendicularem extrahere. Faciam ergo per tertiam lineam. *b. c.* equalem lineae. *a. c.* & super totam. *a. b.* constituam triangulum equilaterum. *a. b. d.* & protraham lineam. *c. d.* de q. dico q. ipsa est perpendicularis super lineam. *a. b.* Intellego duos triangulos. *a. c. d. f. b. c. d.* quia duo latera. *a. c. c. d.* trianguli. *a. c. d. f.* sunt equalia duobus lateribus. *c. b. c. d.* trianguli. *c. b. d. f.* basis. *a. d. b. d.* erit per. 8. angulus. *a. c. d.* equalis angulo. *b. c. d.* quare vterq. eorum erit rectus per definitionem anguli recti & linea. *c. d.* perpendicularis super lineam. *a. b.* per definitionem linee perpendicularis quod est propositum.

Castigator.

Vel per petitionem augendo alterutram earum ad equalitatem alterius.

Propositio .12.





Puncto extra signato ad datam lineam indefinitam quantitatis perpendicularem deducere.

Sit .a. punctus signatus extra lineam .b.c. a quo ad ipsam oportet deducere perpendicularem. Protrahat ergo lineam .b.c. in utraque partem quantum libuerit et super punctum .a. describat circulum .b.c. sic ut fecerit lineam datam in punctis .b.c. et pertrahat lineas .a.b. et .a.c. et dividat angulum .b.a.c. per equalem per lineam .a.d. dico quod .a.d. est perpendicularis super lineam .b.c. Intelligo duos triangulos .a.b.d. et .a.c.d. et quia duo latera .a.b. et .a.c. trianguli .a.b.d. sunt equalia duobus lateribus .a.c. et .a.d. trianguli .a.c.d. et angulus .a. unus equalis angulo .a. alterius erit per .4. basis .b.d. equalis basi .d.c. et angulus .a.d.b. equalis angulo .a.d.c. quare uterque eorum rectus est linea .a.d. perpendicularis super lineam .b.c. per definitionem anguli recti et linee perpendicularis: quod est propositum.

Propositio .13.



Solis recte lineis super rectam lineam stantis duo utroque anguli aut sunt recti aut duobus rectis equales.

Sit ut lineam .a.b. super stet lineam .c.d. et si fuerit super eam perpendicularis faciet duos angulos rectos per conversionem diffinitionis. Si autem fuerit super eam perpendicularis a puncto .b. ducat .b.e. perpendicularis super .c.d. per undecimam: eruntque duo anguli .e.b.c. et .e.b.d. recti per conversionem diffinitionis: quia ergo duo anguli .d.b.a. et .a.b.c. ad eundem angulum .d.b.e. ipsi cum angulo .c.b.e. erunt equales duobus rectis: quare tres anguli qui sunt .d.b.a. et .a.b.e. et .c.b.e. sunt equales duobus rectis: sed angulus .c.b.a. est equalis duobus angulis .c.b.e. et .e.b.a. ergo duo anguli .c.b.a. et .a.b.d. sunt equales duobus rectis: quod est propositum. Ex quo patet quod totum spatium quod in quibuslibet superficie plana punctum quodlibet circumstat quatuor rectis angulis et equale.

Castigator

Per conversionem diffinitionis. si lineae super rectam lineam stantis quoniam linea recta super rectam stans facit duos angulos inuicem equales cum sit perpendicularis. conversio huius est quod omnis perpendicularis est linea cum super aliam duos angulos inuicem equales facit consequens rectos. Hec est sequens faciunt ad undecimam et .13. dicti.

Propositio .14.



Idue lineae a puncto unius lineae in diversas partes exierint duosque circa se angulos rectos aut duobus rectis equales fecerint: ille duarum linearum sibi directe coniuncte sunt et linea una. **S**it ut a puncto .b. lineae .a.b. exeant duae lineae oppositae partes quae sunt .b.c. et .b.d. et faciant duos angulos qui sunt .c.b.a. et .d.b.a. equales duobus rectis: tunc dico quod duae lineae .c.b. et .d.b. sunt sibi inuicem directe coniuncte et linea una: hoc est quasi converso poris: quod si non fuerit linea una tunc protrahat .c.b. incontinuum et directum quod non est linea una cum .d.b. transibit super eam ut .b.e. aut infra eam ut .b.f. quia ergo super lineam rectam quae est .c.b. cadit linea .a.b. erunt anguli .c.b.a. et .e.b.a. equales duobus rectis per praedictum: et quia omnes recti sunt adiuicem equales per .3. peritidem anguli quorum .c.b.a. et .d.b.a. sunt equales duobus angulis rectis per hypothese erunt duo anguli .c.b.a. et .e.b.a. equales duobus angulis .c.b.a. et .d.b.a. ergo deprobo cum angulo .c.b.a. erit angulus .e.b.a. equalis angulo .d.b.a. per totum quod est impossibile. Si igitur lineam .c.b. protrahat per babis angulum .d.b.a. et equalis est angulo .e.b.a. si forte diceret aduersarius lineam .c.b. protrahat cadere infra .b.d.

Propositio .15.



Animum duarum linearum se inuicem secantium: omnes anguli contra se positi sunt equales: unde manifestum est quod cum duae lineae recte se inuicem secant quatuor qui sunt anguli quatuor rectis esse equales.

Sint duae lineae .a.b. et .c.d. se inuicem secantes in puncto .e. dicitur quod angulus .d.e.b. est equalis angulo .a.e.c. et angulus .b.e.c. est equalis angulo .a.e.d. Erunt .n.p.3. duo anguli .a.e.c. et .c.e.b. equales duobus rectis: itaque duo anguli .c.e.b. et .d.e.b. equales duobus rectis per eadem: quare duo per

mi sūt eqles duobus postremis eo q̄ oēs recti sūt adinice eqles p.3. petio
nēi depro ergo cōi angulo q̄ ē. c. e. b. erit angulus. a. e. c. eqlis angulo. d. e. b.
Eodē mō p̄babit angulum. c. e. b. esse eqlem angulo. a. e. d. qd̄ ē p̄positū.

Propositio .16.



Quodlibet laterum triāguli directe protrahatur
faciet angulum extrinsecum utroq̄ angulo trian-
guli sibi intrinsecus opposito maiorem.

Sit v̄r triāguli. a. b. c. latus. a. b. perahatur vsq̄ ad. d.
dico q̄ angulus. d. b. c. maior est v̄troq̄ duoz̄ anguloz̄ in-
trinsecoz̄ sibi oppositoz̄ q̄ sunt. b. a. c. & b. c. a. Diuidā. n.
p. rō. lineam. c. b. p̄ eq̄lia in puncto. e. & peraham. a. e. vsq̄ ad. f. ita vt. e. f.
fiat eq̄lis. a. e. & protraham lineā. f. b. Intelligo duos triāgulos. c. e. a. & b.
e. f. & quia duo latera. a. e. & e. c. triāguli. a. e. c. sunt eq̄lia duobus lateribus
f. e. & e. b. triāguli. f. e. b. & angulus. c. vnus est eq̄lis angulo. e. alterius p̄
p̄missam quia sunt anguli cōtrapositi: erit p. 4. angulus. c. e. a. eq̄lis angulo.
e. b. f. iō angulus. e. b. d. maior erit angulo. b. c. a. Silr̄ quoq̄ p̄babitur
q̄ est maior angulo. c. a. b. Nam diuidam. a. b. per equalia in puncto. g. p̄
rō. & protraham lineam. g. h. eq̄lem linee. c. g. p. 3. postea peraham. h. b. k.
eruntq̄ duorum triāguloz̄ q̄ sunt. a. g. c. & b. g. h. duo latera. a. g. & g. c. p̄
mi eq̄lia duobus lateribus. b. g. & g. h. & cōt̄i: & angulus. g. vnus angulo. g.
alterius per. 5. ergo p. 4. angulus. g. a. c. est equalis angulo. g. b. h. quare p̄
5. & angulo. k. b. d. & quia angulus. c. b. d. est maior angulo. k. b. d. erit etiā
maior angulo. b. a. c. quod est p̄positum.

Propositio .17.



Inis triāguli duo quilibet anguli duobus rectis
sunt minores.

Sit triāgulus. a. b. c. dico q̄ duo quibet eius anguli duo
bus rectis sunt minores: perahat. n. vnū latus eius vt. b. c.
vsq̄ ad. d. eritq̄ p̄ precedentem angulus. e. extrinsecus maior
a. & maior. b. f. d. c. extrinsecus cū. c. intrinsecus ē eq̄lis duo
bus rectis per. 3. ergo anguli. b. & c. intrinseci siue anguli. a. & c. intrinseci
sunt minores duobus rectis. Similiter si protrahatur latus. b. a. probabitur
q̄ duo anguli. a. & b. sunt minores duobus rectis: quod est p̄positum.

Propositio .18.



Inis triāguli longius latus maiori angulo op-
positum est.

Sit vt in triāgulo. a. b. c. angulus. a. sit maior angulo. c. dī
coq̄ latus. c. b. maius erit latere. a. b. Si. n. sit eq̄le erit per. 5.
angulus. a. eq̄lis angulo. c. quod ē cōtra ypothesym. Si āt
a. b. sit maius refecetur ad equalitatē. c. b. p. 3. sitq̄. d. b. eq̄
le. c. b. erit ergo p. 5. angulus. d. c. b. eq̄lis angulo. b. d. c. f. d. b. d. c. est maior
angulo. b. a. c. p. 16. ergo. b. c. d. ē maior. b. a. c. quare multo fortius maior
a. c. b. p̄s totoz̄ qd̄ ē impossibile. **Propositio .19.**



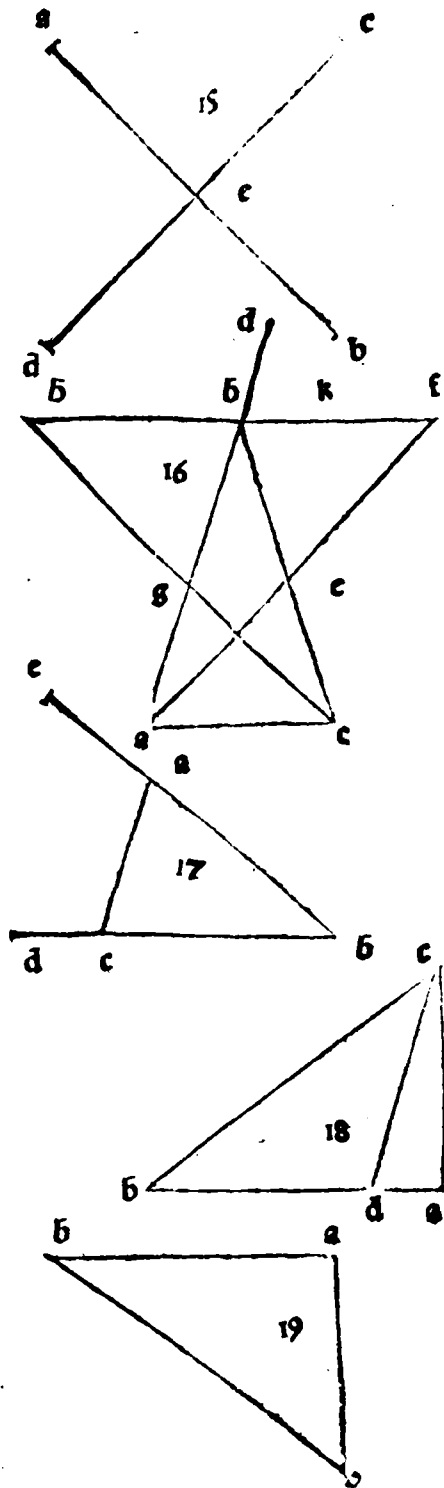
Inis triāguli maior angulus longiori lateri op-
positus est.

Sit vt in triāgulo. a. b. c. latus. b. c. sit maius latere. a. b. dī
co q̄ angulus. a. erit maior angulo. c. & est conuersa prece-
dentis. Si. n. sit equalis tunc per. 6. latus. a. b. est equale late-
ri. b. c. quod est contra ypothesym. Si autem. c. sit maior
tunc per precedentem latus. a. b. est maius latere. b. c. quod est contra ypo-
thesym quare astruit p̄positū. **Propositio .20.**



Inis triāguli duo quilibet latera simul iuncta
reliquo sunt longiora.

Sit triāgulus. a. b. c. dico q̄ duo latera. a. b. & a. c. sunt
longiora latere. b. c. Protrahatur lineā. b. a. vsq̄ ad. d. ita
vt. a. d. sit equalis a. c. & protrahatur. c. d. p. 5. erit angulus. a.
c. d. eq̄lis angulo. d. q̄re angulus. b. c. d. est maior angulo. d



LIBER

ergo per. 13. latus. b. d. est maius latere. b. c. sed. b. d. est euale. a. b. & a. c. & re. b. a. & a. c. simul iuncta sunt maiora. b. c.

Propositio .21.



I de duobus punctis terminalibus vnus lateris trianguli due linee exeuntes intra triangulum ipsum ad punctum vnum coueniant eadem duabus quidem reliquis trianguli lineis breuiores erunt & maiorem angulum continebunt.

Sit vt in triangulo. a. b. c. ab extremitatibus lateris. b. c. concurrant due linee. b. d. & e. d. ad punctum. d. intra triangulum. a. b. c. dico qd ipse simul iuncte sunt breuiores duabus lineis. a. b. & a. c. simul iunctis & qd angulus. d. est maior angulo. a. Protraham enim. b. d. v/ quo fecerit latus. a. c. in puncto. e. eruntq. per. 10. b. a. & a. e. simul iuncte maiores b. c. ergo. b. a. & a. c. sunt maiores. b. e. & e. c. At vero. d. e. & e. c. simul iuncte per eandem sunt maiores. d. c. quare. b. e. & e. c. sunt maiores. b. d. & d. c. & quia. b. a. & a. c. sunt maiores. b. e. & e. c. vt pbatu e prius erit multo fortius maiores. b. d. & d. c. qd est primu ppositum. At qm angulus. b. d. c. est maior angulo. d. e. c. p. 16. & angulus. d. e. c. est maior angulo. e. a. b. p eandem erit angulus. b. d. c. multo fortius maior angulo. b. a. c. qd est scdm ppositum.

Propositio .22.



Tribus lineis rectis ppositis quaz due quelibet simul iuncte reliqua sint longiores de tribus aliis lineis sibi equalibus triangulum constituere.

Sint tres linee recte ppositae. a. b. c. & sint quelibet due simul iuncte longiores reliqua. aliter. n. ex illis tribus equalibus triangulus non posset constitui per. 10. Cum igit ex illis tribus predictis voluero cōstituere triangulum : sumo lineam rectam quesit. d. e. cui non pono a pre. e. determinatum finem de qua sumo per 3. d. f. eualet. a. & f. g. eualet. b. & g. h. eualet. c. factoq. puncto. f. cētro describo fm q̄ritatem lineae. f. d. circulu. d. k. Itemq. facto. g. cētro describo fm q̄ritatem lineae. g. h. k. h. qui circuli interfecabunt se in duobus punctis quorum vnum sit. k. alioquin sequeretur vnā dictarum lineaz esse eualet aliis duabus iunctis aut maiorem eis: quod est contrarium positi : Duco ergo lineam. k. f. & k. g. eritq. triangulus. k. f. g. constitutus ex tribus lineis equalibus lineis. a. b. c. datis: sunt enim. f. d. & f. k. eualet qm sunt a cētro ad circūferētiā quare. f. k. est equalis. a. * Similiterq. g. h. & g. k. sunt eualet: quia ex eū a cētro ad circūferētiā quare. g. k. ē equalis. c. & quia. g. f. sumpta fuit equalis. b. patet ppositum manifeste.

Castigator

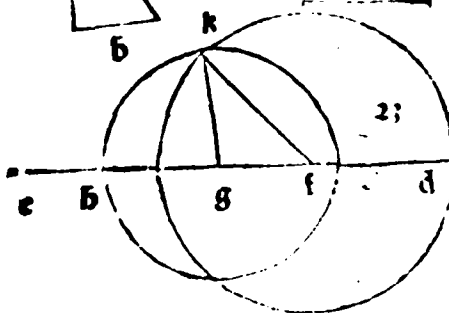
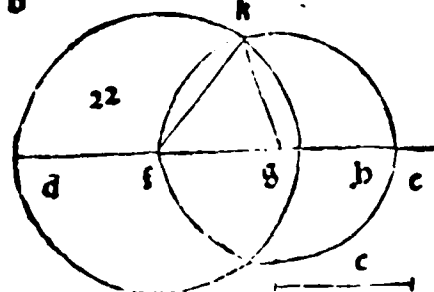
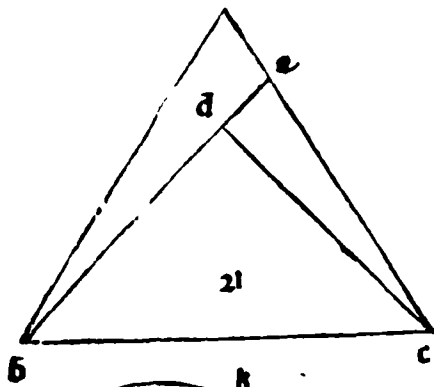
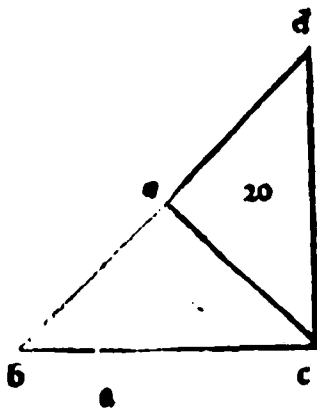
Quia. d. f. per ypothesim equatur lineae. a. & eidem. d. f. per diffinitio nē circuli seu centri equatur. f. k. & ideo per concep. sextam si fuerit due res vni eualet & c. f. k. equatur. a.

Propositio .23.



Ata recta linea super terminum eius cuilibet angulo pposito equum angulum designare.

Sit data linea. f. e. que est in superiori figura: & sint linee b. a. continentes angulum datum cui subrendam basim c. super punctum. f. lineae. e. f. iuberem facere eualet angulum angulo dato. Ad lineam. e. f. adiungo. f. d. eualet lineae. a. & ex. f. e. sumo. f. g. eualet. b. & ex. g. e. sumo. g. h. eualet. c. & super puncta. f. & g. describo duos circulos. d. k. & k. h. fm quantitatem duarum linearum. f. d. & g. h. & interfecantes se in puncto. k. sicut docuit pcedens: ductisq. lineis. k. f. & k. g. erunt equalia duo latera. k. f. & f. g. trianguli. k. f. g. duobus lateribus. a. & b. trianguli. a. b. c. basi. g. k. equalis basi. c. ergo per. 8. angulus. k. f. g. equalis erit angulo contento. ab. a. & a. b. quod est ppositum.



Propositio .24.



Anium duorum triangulorum quorum duo la-
tera unus duobus lateribus alterius fuerint equa-
lia: si fuerit angulorum sub illis equis lateribus co-
tentorum alter altero maior: basis quoque eiusdem
basi alterius maior erit.

Sint duo trianguli. $a.b.c.$ & $d.e.f.$ sintque duo latera. $a.b.$ & $a.c.$ equalia duobus lateribus. $d.e.$ & $d.f.$ unumquodque suo correlatio dextro. $d.$ dextro sinistro. $a.$ sinistro. Sinque angulus. $a.$ maior angulo. $d.$ dato. Dico quod basis. $b.c.$ maior erit basi. $e.f.$ Faciam. $n.$ iuxta doctrinam precedentis anguli $e.d.$ & $e.g.$ equalis angulo. $a.$ eritque angulus $e.d.$ & $e.g.$ per eius. Et ponam. $d.g.$ equalis. $a.c.$ Et per abam. $e.g.$ aut transibit supra. $e.f.$ ut fecerit lineam. $d.f.$ aut super. $e.f.$ ut sit secum linea una: aut infra. Transcat ergo primo super. Et quia. $a.b.$ & $a.c.$ latera trianguli. $a.b.c.$ sunt equalia. $e.d.$ & $d.g.$ lateribus trianguli. $e.d.g.$ & angulus. $a.$ angulo. $d.$ totaliter erit $p.4.$ basis. $b.c.$ equalis basi. $e.g.$ At pro quia. $d.g.$ & $d.f.$ sunt equaliter nam utraq. $e.$ equalis. $a.c.$ erit $p.5.$ angulus. $d.f.g.$ equalis angulo. $d.g.f.$ Quare. $d.f.g.$ maior erit. $f.g.e.$ ergo. $e.f.g.$ multo fortius maior est eodem. $f.g.e.$ ergo $p.18.$ latus. $e.g.$ maius est latere. $e.f.$ quare $f.b.c.$ maior est. $e.f.$ quod est propositum. Si pro. $e.g.$ transcat super. $e.f.$ sit sit linea una tunc $e.f.$ erit $p.5.$ $e.g.$ per ultimam ergo conceptum $p.3.$ propositum. Si pro. $e.g.$ transcat infra. $e.f.$ pertrahantur due linee. $d.f.$ & $d.g.$ quae sunt equaliter ut perantur ev $sq.$ ad. $k.$ & ad. $b.$ hinc per secundam partem ante sub basi. $f.g.$ anguli. $k.f.g.$ & $f.g.b.$ equaliter: quare angulus. $e.f.g.$ maior erit angulo. $f.g.e.$ ergo per. $18.$ latus. $e.g.$ maius est latere. $e.f.$ quare. $b.c.$ maior est. $e.f.$ quod est propositum. Istud ultimum meum possit et perari per. $u.$ per ipsam. $n.$ erit in dispositione tertiae due linee. $d.g.$ & $e.g.$ maiores duabus lineis. $d.f.$ & $f.e.$ quia. $d.g.$ & $e.g.$ equaliter. $d.f.$ propter hoc quod ambe sunt equaliter. $a.c.$ Erit. $g.e.$ maior. $e.f.$ quare $f.b.c.$ maior: quod est propositum. melius tamen est demonstrare prioris. modo ut in omni dispositione arguat per quanta.

Propositio .25.



Anium duorum triangulorum quorum duo la-
tera unus duobus lateribus alterius fuerint equa-
lia: basis vero unus basi alterius fuerit maior: erit
quoque angulus trianguli maioris illis equis lateri-
bus contentus angulo alterius se respiciente maior.

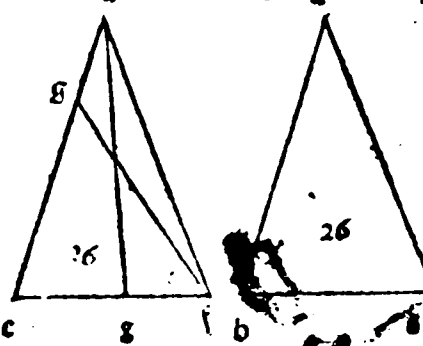
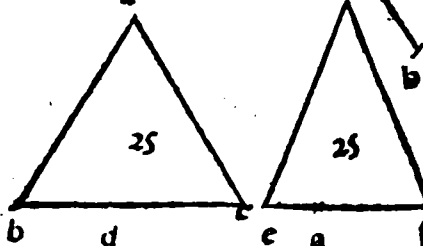
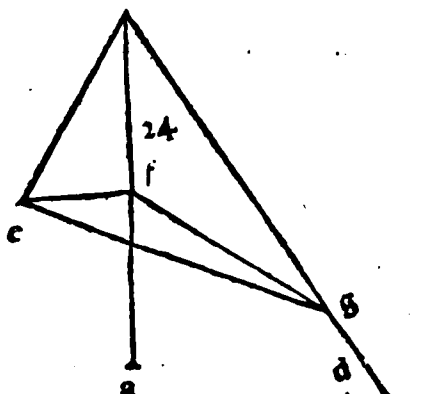
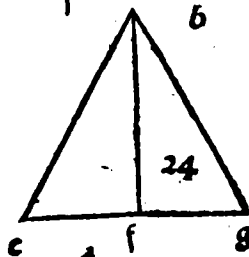
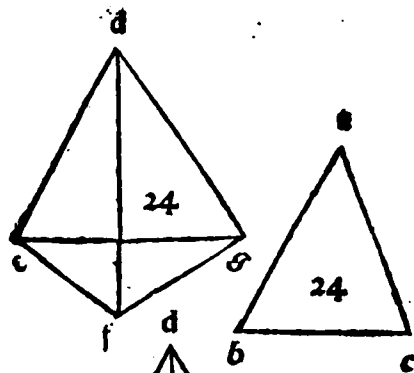
Sint duo trianguli. $a.b.c.$ & $d.e.f.$ sintque duo latera. $a.b.$ & $a.c.$ primi equalia duobus lateribus. $d.e.$ & $d.f.$ secundi unumquodque suo correlatio sitque basis. $b.c.$ maior basi. $e.f.$ dico quod angulus. $a.$ maior erit angulo. $d.$ hec est conuersa precedentis. Equalis quidem non erit sic. $n.$ esset per. $4.$ basis. $b.c.$ equalis basi. $e.f.$ quod est contra hypothese: sed nec minor quia sic esset. $d.$ maior: & ita per precedentem basis. $e.$ erit maior basi. $b.c.$ quod est contrarium propositioni quare maior erit sicque propositum affirmatur.

Propositio .26.

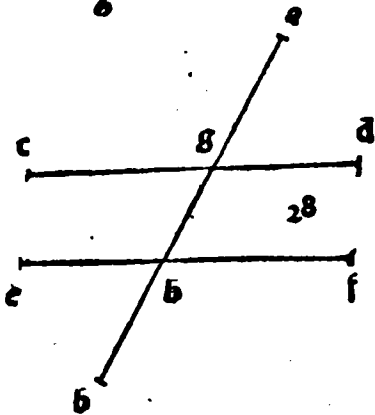
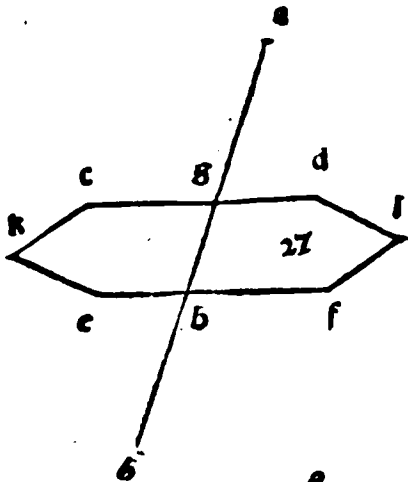


Anium duorum triangulorum quorum duo an-
guli unus duobus angulis alterius & uterque se re-
spicienti equaliter fuerint latus quoque unus lateri
alterius equaliter fuerint latus illud inter duos an-
gulos equaliter aut unum eorum oppositum: erunt quo-
que duo unus reliqua latera duobus reliquis alteri-
us trianguli lateribus unumquodque se respicienti equalia: angu-
lusque reliquus unus angulo reliquo alterius equalis.

Sint duo trianguli. $a.b.c.$ & $d.e.f.$ sitque angulus. $b.$ equalis angulo. $e.$ & angulus. $c.$ equalis angulo. $f.$ sitque latus. $b.c.$ equaliter lateri. $e.f.$ aut alterum duorum laterum. $a.b.$ & $a.c.$ equaliter alteri duorum laterum. $d.e.$ & $d.f.$ ita quod. $a.b.$ sit equaliter. $d.e.$ aut. $a.c.$ & $d.f.$ dico quod reliqua duo latera unus erunt equalia reliquis duobus lateribus alterius & reliquus angulus reliquo angulo equalis: angulus videlicet. $a.$ angulo. $d.$ Ponam ergo primo ut latus. $b.c.$ super quod iacent anguli. $b.c.$ sit equaliter lateri. $e.f.$ super quod iacent angu-



Si e. f. qui positi sunt equalis angulis. b. c. tunc dico qd. latus. a. b. est equale lateri. d. e. & latus. a. c. lateri. d. f. & angulus. a. angulo. d. Si. n. latus. a. b. nō sit equale lateri. d. e. alterum erit maius: sit ergo maius. d. e. quod refutabo ad equalitatem. a. b. sitq. g. e. equale. a. b. & producam lineam. g. f. eritq. per. 4. angulus. g. f. e. equalis angulo. a. c. b. quare & angulo. d. f. e. c. pars totū quod est impossibile: erit ergo. d. e. equale. a. b. ergo p. 4. d. f. equale. a. c. & angulus. d. equalis angulo. a. quod est primum membrum diuisionis ppositite. Sint rursus vt prius duo anguli. b. & c. equalis duobus angulis. e. & f. sitq. latus. a. b. quod opponitur angulo. c. equale lateri. d. e. quod opponit angulo. f. cui positus est equalis angulus. c. dico qd. latus. b. c. erit equale lateri. c. f. & latus. a. c. lateri. d. f. & angulus. a. angulo. d. Si. n. latus. c. f. nō fuerit equale lateri. b. c. erit alterum maius: sit ergo. c. f. maius: ponatur itaq. e. g. equale. b. c. & producam lineam. d. g. eritq. per. 4. angulus. d. g. e. equalis angulo. a. c. b. quare & angulo. d. f. e. extrinsecus videlicet intrinseco qd. est impossibile: p. 16. Erit ergo. c. f. equale. b. c. ergo per. 4. latus. d. f. equale lateri. a. c. & angulus. d. totalis angulo. a. quod est secundum membrum diuisionis ppositite: quare totum manifeste patet.



Propositio .27.



Si recta linea super duas lineas rectas ceciderit duosq. angulos coalternos sibi inuicem equalis fecerit ille due linee erunt equidistantes.

Sit vt linea. a. b. cadat super duas lineas. c. d. & e. f. & secet lineam. c. d. in puncto. g. & lineam. e. f. in puncto. h. sitq. angulus. d. g. h. equalis angulo. e. h. g. dico qd. linee. c. d. & e. f. sunt equidistantes. Si. n. non concurrant aut ad partem. c. e. super punctum. k. aut a parte. d. f. super punctum. l. & qualitercunq. fuerit acciderit possibile per. 16. videlicet angulum extrinsecum esse equalem intrinseco. Nā vnus dictorum angulor. coalternor. qui positi sunt equalis erit extrinsecus & reliquus intrinsecus. Quia igitur possibile est eas concurrere i alterutra ptem ptractas ipse p diuisionem erit equidistantes: quod est ppositum.

Propositio .28.



Si linea recta duabus lineis rectis superuenerit fueritq. angulus eius intrinsecus angulo extrinseco sibi opposito equalis aut duo anguli intrinseci ex vna parte duobus angulis rectis equalis ille due linee equidistantes erunt.

Sit vt linea. a. b. secet duas lineas. c. d. & e. f. in puncto. g. & h. sitq. angulus. g. extrinsecus equalis angulo. h. intrinseco ex eadem parte sumpto: aut duo anguli. g. & h. intrinseci ex eadem parte sumpti sint equalis duobus angulis rectis. Dico qd. due linee. c. d. & e. f. sunt equidistantes. Sit ergo primo angulus. d. g. h. equalis angulo. f. h. g. eritq. per. 5. angulus. c. g. h. equalis eidem angulo. f. h. g. qre per premissam. c. d. & e. f. sunt equidistantes. Sint rursus duo anguli. d. g. h. & f. h. g. equalis duobus rectis. Et quia per. 13. duo anguli. d. g. h. & c. g. h. sunt similiter equalis duobus rectis erit angulus. c. g. h. equalis angulo. f. h. g. quare per premissam. c. d. & e. f. erunt equidistantes: quod est ppositum.

Propositio .29.



Si duabus lineis equidistantibus linea superuenerit duo anguli coalterni equalis erunt: angulusq. extrinsecus angulo intrinseco sibi opposito equalis. Itemq. duo anguli intrinseci ex alterutra parte coalterni duobus rectis angulis equalis.

Sint due linee. a. b. & c. d. equidistantes super quas cadat linea. e. f. secans eas in punctis. g. & h. dico qd. anguli. g. & h. coalterni sunt equalis: & qd. angulus. g. extrinsecus est equalis angulo. h. intrinseco sibi opposito ex eadem parte sumpto: & qd. anguli. g. & h. intrinseci ex eadem par

assumpti sunt equeles duobus rectis: & hec est contraria duarum preteritiss.
Primum sic patet. Si enim angulus. b. g. b. non est equalis angulo. c. h. g.
alter eorum erit maior. sic ergo maior angulus. c. h. g. & quia duo anguli.
c. h. g. f. g. h. d. sunt equalis duobus rectis per. g. erunt duo anguli. b. g. h. &
d. b. g. minores duobus rectis ergo per quartam petitiem due linee. a. b.
f. c. d. si protrahantur concurrent in parte. b. f. d. ad punctum aliquem ut ad
k. non ergo sunt equidistantes per diffinitionem quod est contra hypothe-
sim: & quia hoc est impossibile. erunt igitur duo anguli coalterni. b. g. h.
f. c. h. g. equalis quod est primum propositum. Ex hoc patet secundum
est. n. per. a. angulus. b. g. h. equalis angulo. a. g. e. ergo angulus. a. g. e. erit
equalis angulo. c. b. g. extrinsecus videlicet intrinseco quod est secundum
propositum. Ex hoc rursus patet tertium: Sunt enim per. g. duo anguli. a.
g. e. f. a. g. h. equalis duobus rectis. ergo duo anguli. a. g. h. f. c. b. g. erunt
etiam equalis duobus rectis qui sunt duo intrinseci ex eadem parte sum-
pti quod est tertium propositum.

Propositio 30.

Si fuerint due linee vni equidistantes eadem sibi in-
uicem equidistantes erunt.



Sint due linee. a. b. f. c. d. quarum utraq. equidistat li-
nee. e. f. dico illas duas videlicet. a. b. f. c. d. esse equidi-
stantes. hoc aut est vniuersaliter verum siue due linee. a.
b. f. c. d. sint in vna superficie cum linea. e. f. siue non hic
tamen non intelligitur nisi secundum q. omnes sint in superficie vna. se-
cundum. n. q. sint in diuersis superficiebus probatur in nona. libri. n. q.
sunt equidistantes. Sint ergo omnes in superficie vna. protraham autem li-
neam. g. h. secantem lineas. a. b. e. f. c. d. in punctis. k. l. m. f. quia. a. b.
equidistat. e. f. erit angulus. b. k. l. equalis angulo. e. l. k. per primam per-
tem preteritis cum illi sint coalterni. atq. c. d. equidistat. e. f. erit angulus
k. l. c. extrinsecus equalis angulo. l. m. c. intrinseco per secundam partem p-
cedentis ergo angulus. b. k. l. est equalis angulo. c. m. l. qui cum sint coal-
terni erunt per. 17. linee. a. b. f. c. d. equidistantes. quod est propositum.

Similem habes in. 16. n.

Propositio 31.

Puncto extra lineam dato linee propositae equidi-
stantem ducere.



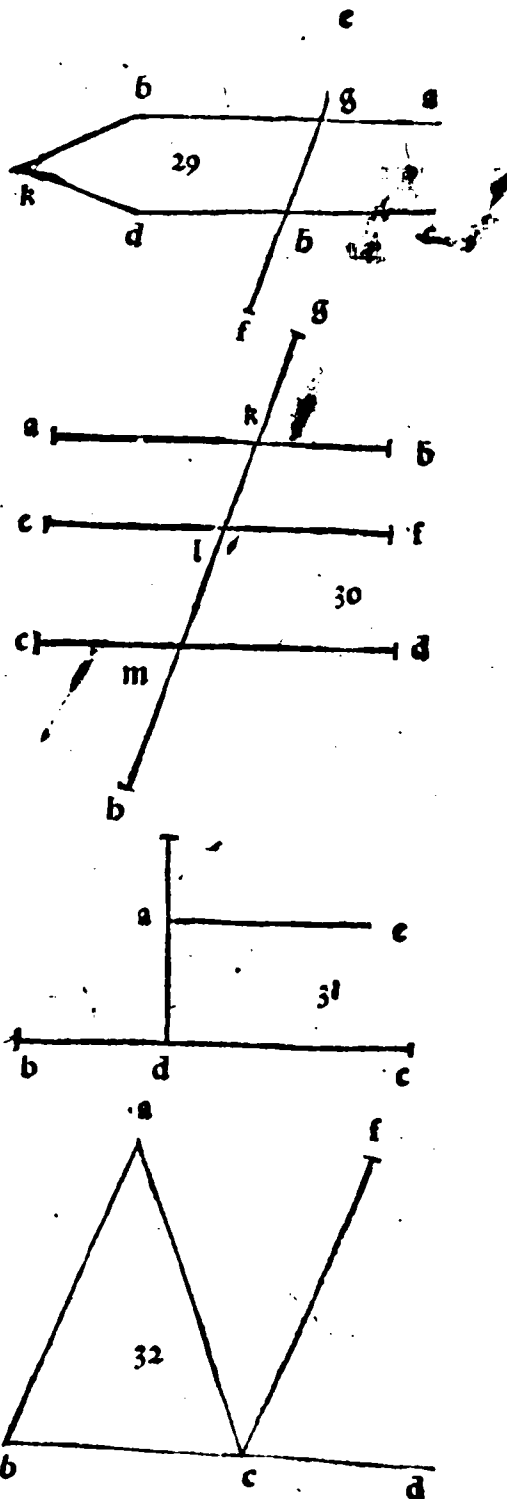
Punctus extra lineam datus intelligitur cum linea vtri-
q. protrahatur per ipsum non transire. Sit ergo punctus. a.
datus extra lineam. b. c. a quo oportet protrahere lineam
equidistantem. b. c. protraho lineam. a. d. qualitercumq.
contingat & super punctum. a. qui est extremitas linee. a. d. confinio angu-
lum. e. a. d. per doctrinam. 13. equalem angulo. b. d. a. sibi coalterno. eritq.
a. e. equidistans. b. c. per. 17. quod est propositum.

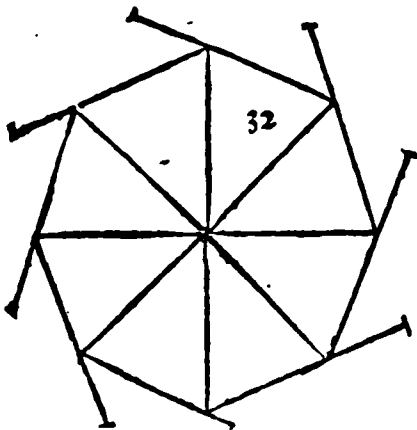
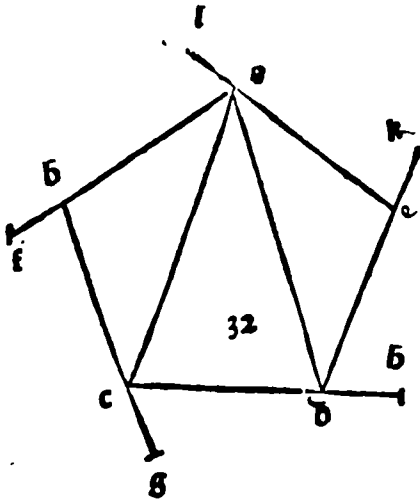
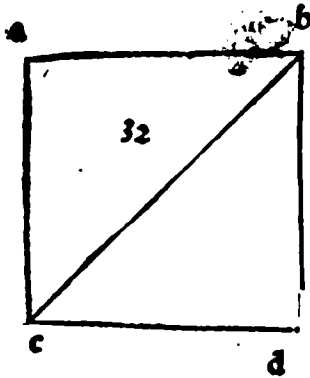
Propositio 32.

Angulus trianguli extrinsecus duobus in-
trinsecis sibi oppositis est equalis: Omnes autem
tres angulos eius duobus rectis angulis equos
esse necesse est.



Sit triangulus. a. b. c. cuius latus. b. c. protrahatur vsq.
ad. d. dico q. angulus. c. extrinsecus est equalis duobus an-
gulis. a. f. b. intrinsecis sibi oppositis simul iunctis. & q. tres anguli trian-
guli. a. b. c. simul iuncti sunt equalis duobus rectis. A puncto. c. protrahat
e. f. equidistantem. a. b. s'm doctrinam pcedentis. eritq. angulus. f. c. a. equalis angulo.
a. a. q. sunt coalterni p pma pte. 19. & angulus. f. c. d. extrinsecus equalis angulo.
b. intrinseco p scdam pte eius de. qre totus. a. c. d. extrinsecus e equalis duobus
angulis. a. f. b. intrinsecis sibi oppositis. qd e pnu. & qa duo anguli. a. c. b. &
a. c. d. sunt equeles duobus rectis p. 13. erunt tres anguli. a. b. c. intrinseci eq





les duobus rectis quod est fm propositum. ¶ Ex hac autē patet q̄ oīs figū
re polygonicē, oīs anguli simul sumpti tot rectis angulis sunt equales quo
tus est numerus quo a prima defluerit duplicatus verbi gratia. Poligo
niarum figurarum est triangula prima quia si esset duarū linearum cum
figura sit clausio lineaz, tunc due linee recte inciderēt superficiem quod
est impossibile per vltimam petitionem. Quadrilatera secunda pentago
na 3, similiter autē q̄libet tota erit in ordine quotus erit numerus laterum
aut angulorum eius inde dempto binario. Dico ergo q̄ triangule q̄ ē pri
ma oīs anguli sunt eq̄les duobus rectis. Quadrilaterē q̄ est secunda erunt
equales quatuor rectis & pentagōe q̄ est tertia erūt equales sex rectis. Hoc
autē inde manifestum est qm̄ cum quolibet talis figura sit in tot triangulos
resolubilis quota ipsa fuerit a prima ductis rectilineis a quouis angulo
eius ad oīs angulos oppositos sunt, oīs anguli oīs trianguli duobus rectis
equales erunt oīs laterate figure oīs anguli bis tot rectis equales quota ip
sa fuerit a prima quod est propositum. Sit. n. exempli grā: Pentagonus
a. b. c. d. e. a cuius angulo. a. ducam lineas ad angulos. c. d. sibi oppositos
erūt, totus p̄tagonus resolutus in triangulos. a. b. c. a. c. d. & a. d. e. quoz cū
cuiuslibet sunt anguli equales duobus rectis erūt pentagoni anguli equa
les sex rectis quod est duplum eius numeri quo a prima distat siue duplū
numeri angulorum aut laterum eius lde dempto binario. ¶ Possumus
quoq̄ b̄ sic idem proponere dicētes q̄ oīs figure polygonicē oīs anguli pa
riter accepti sunt tot rectis angulis equales q̄tus ē numerus quē eius angu
li duplicat inde demptis quatuor p̄cto. n. quolibet itra figuram signato
& ab eo ad singulos angulos lineis p̄tractis erit ipsa figura i tot triangulos
resoluta quāti fuerint eius anguli i idq̄ oīs anguli oīum illoz trianguloz
p̄iter accepti sunt tot rectis angulis erūt equales q̄tus est numerus quē duplicat
anguli p̄posite figure cū itaq̄ sint oīs anguli trianguloz in quos ipsa resolu
ta est p̄ctum mediū circūstantes quatuor rectis equales p. 13. manifestum
cōstat propositum. ¶ Similiter quoq̄ patet q̄ oīs figure polygonicē anguli
oīs extrinseci q̄tuor rectis angulis sunt equales sunt. n. intrinseci & extrinse
ci bis tot rectis equales quot hūerint angulos per. 13. Intrinseci at̄ sunt bis
tot rectis equales quot hūerint angulos dēptis inde quatuor ergo extrinse
ci sunt quatuor rectis equales quod est p̄positum. Expli grā: p̄positi pen
thagoni latera p̄trahantur vt hant anguli extrinseci. a. b. q̄dem p̄trahant
v/ q̄ ad. f. b. c. v/ q̄ ad. g. c. d. v/ q̄ ad. h. d. e. v/ q̄ ad. k. e. a. v/ q̄ ad. l. erūtq̄
per. 13. duo anguli. a. intrinsecus & a. extrinsecus equales duobus rectis; ead
dem autem ratione duo anguli. b. intrinsecus & b. extrinsecus sic & ceteri
quare. a. b. c. d. e. anguli intrinseci & extrinseci decē rectis. demptis igitur in
trinsecis q̄ sunt eq̄les sex rectis erūt extrinseci. v3. b. a. l. c. b. f. d. c. g. e. d. h. &
a. e. k. eq̄les quatuor rectis. ¶ Patet et̄ q̄ oīs p̄thagoni cuius vnūquodq̄
latus duo fecat ex reliq̄s h3. 5. angulos duobus rectis equales. sit qualis pro
ponit p̄tagonus. a. b. c. d. e. & fecer latus. a. c. latus. b. e. in p̄cto. g. & latus
a. d. idem latus. b. e. in p̄cto. f. erūtq̄ angulus. a. f. g. equalis duobus angu
lis. b. f. d. cū sit extrinsecus ad ipsos in triangulo. f. d. b. Itēq̄ angulus. f. g. a.
erit equalis duobus angulis. c. f. e. cū sit extrinsecus ad ipsos in triangulo. g. c
e. sed duo anguli. a. f. g. & f. g. a. cū angulo. a. sunt eq̄les duobus rectis ergo q̄
tuor anguli. b. d. f. c. e. sunt cū angulo. a. eq̄les duobus rectis; q̄ ē p̄positum.

Castigator.

a ¶ .f. multiangule nā grece poly. multū gonia vō angulū significat et̄ si
gure pluriū anguloz dicere possumus. b ¶ Possumus quoq̄ & sic idem p
ponere & c. Ista regula aducitur infra in. 4. libri. n. & multū facit ad illā &
sequētes vt patet. c ¶ Ista vocat figura egrediētium anguloz & ē. i. in or
dine qa nec trianguli nec quadrāguli latera p̄tracta in cōtinuū & directū
cōcurrēt vt patet in mēti quia tunc due linee recte clauderent superficiem
cōtra vltimam petitionem. De tetragono patet quia si latera sunt equidist
stantia non concurrent sed si non sunt equidistantia habebit angulos
acutos & obtusos igitur ex vna parte latera concurrent ex alia vero

minime. Et sic non erit figura huius ordinis: sed latera pentagoni bina & bina continent angulos obtusos ergo utrinque, praestata cōcurrent & sic ē prima talium.

Propositio .33.

In summitatibus duarum linearum equidistantium & equalis quantitatis alie due linee coniungantur ipse quoque equalis & equidistantes erunt.

Sint due linee. a. b. & c. d. equales & equidistantes quarum extremitates coniungam p linee. a. c. & b. d. quas dico esse equales & equidistantes. ¶ Protrahā. n. lineam. a. d. & quia linee. a. b. & c. d. sunt equidistantes erit angulus. b. a. d. equalis angulo. a. d. c. p primam partem. 29. ergo erunt duo latera. a. b. & a. d. trianguli. a. b. d. equalia duobus lateribus. d. c. & d. a. trianguli. d. c. a. & angulus a. primi equalis angulo. d. secundi. ergo p. 4. basis. b. d. primi est equalis basi a. c. secundi. & angulus. a. d. b. primi equalis angulo. d. a. c. secundi. At quia ipsi sunt coalterni erunt linee. b. d. & a. c. equidistantes. per. 27. & quia prius probatum est ipsas esse equales patet propositum utrinque.

Propositio .34.

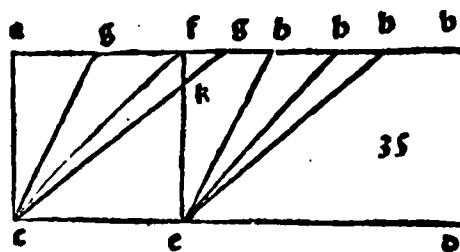
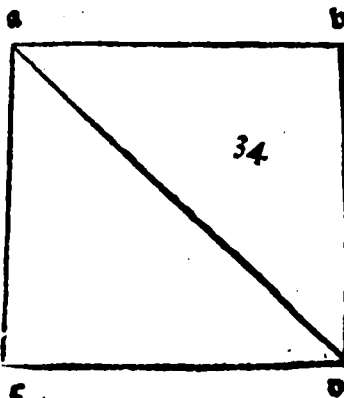
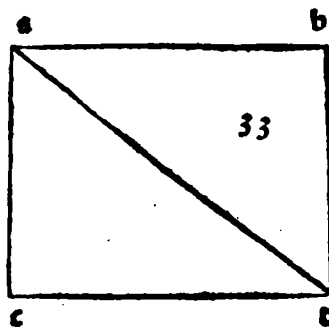
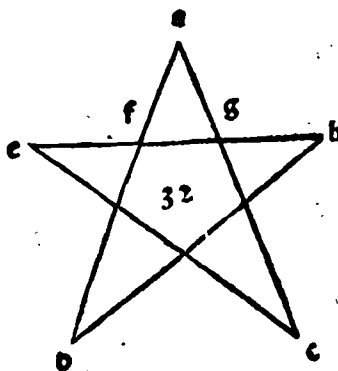
Paritas superficies equidistantibus contenta lateribus lineas atque angulos ex aduerso collocatos habet equales diametro diuidente eam per medium.

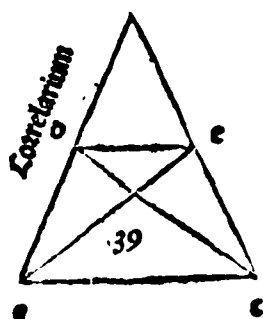
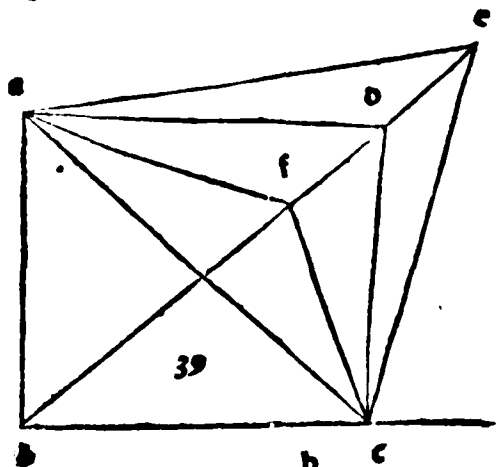
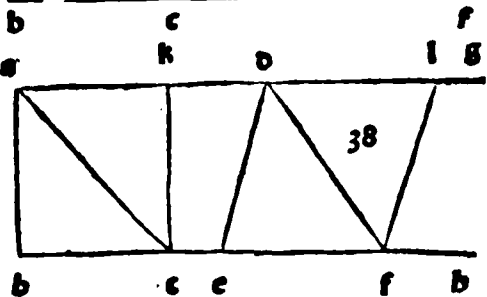
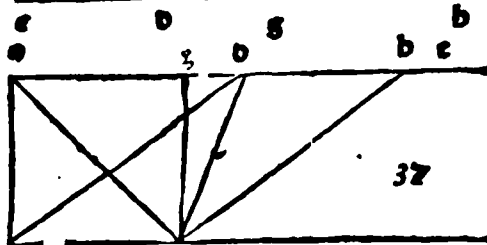
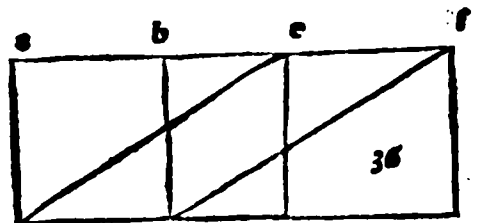
Sic superficies. a. b. c. d. equidistantium laterum ita quod linea. a. b. equidistet. c. d. & a. c. b. d. dico duas lineas. a. b. & c. d. item duas lineas. a. c. & b. d. esse equales. Similiter & dico angulum. a. c. ē equalem angulo. d. & angulum. b. angulo. c. ¶ Protrahā diametrum. a. d. que etiam diuident superficiem illam p medium. cum. a. b. & c. d. sunt equidistantes erunt anguli. b. a. d. & c. d. a. qui sunt coalterni equales per. 29. At quia et. a. c. & b. d. sunt equidistantes erunt anguli. c. a. d. & b. d. a. qui sunt coalterni equales p eandem. Intelligo. n. duos triangulos. a. d. b. & d. a. c. & quia duo anguli. a. & d. trianguli. a. d. b. sunt equales duobus angulis. d. & a. trianguli. d. a. c. & latus. a. d. si per quod iacent illi anguli in utroque triangulo est cōterit p 26. latus. a. b. equale lateri. c. d. & latus. a. c. lateri. b. d. & angulus. b. angulo. c. & quia angulum. a. totalem patet esse equalem angulo. d. totali per secundam conceptionem totum propositum cū correlario liquet.

Propositio .35.

Paritas superficies equidistantium laterum super vnam basim atque in eisdem alternis lineis constitute equales esse probantur.

Sint due linee. a. b. & c. d. equidistantes inter quas fiat a. c. f. e. superficies equidistantium laterum super basim. c. e. & super eandem basim & inter easdem lineas fiat alia superficies. g. c. h. e. similiter equidistantium laterum dico duas predictas superficies esse equales quod sic probatur. ¶ Aut. n. linea. c. g. secabit lineā. a. b. in aliquo puncto linee. a. f. aut in puncto. f. aut in aliquo puncto linee b. f. fecit ergo primo in aliquo puncto linee. a. f. ut in prima figuratone apparet. & quia utraq. duarum linearum. a. f. & g. h. est equalis linee. c. e. per precedentem una earum erit equalis alteri dempta ergo linea. f. g. cōi remanebit. a. g. equalis. f. h. Quia per precedentem itē est. a. c. equalis. f. e. & angulus. h. f. e. angulo. g. a. c. per secundam partem. 29. uidelicet extrinsecus intrinseco erit per. 4. triangulus. a. c. g. equalis triangulo f. e. h. ergo irregulari figura quadrilatera que ē. g. c. f. e. addita utriusque erit superficies. a. c. f. e. equalis superfici. g. c. h. e. quod est propositum. ¶ Secet ergo modo linea. c. g. lineam. a. b. in puncto. f. ut in secunda figuratone apparet. eruntq. simili argumentatione priori duo trianguli. a. c. f. & f. c. h. equales quare utrobique addito triangulo. f. c. e. patet propositum. ¶ Secet tertio modo linea. c. g. lineā. a. b. inter duo puncta. f. b. ut in tertia figuratone apparet secabitq. lineam. f. e. sicut in puncto. k. &





quia simili argumentatione priori linea. a. f. e. equalis linee. g. h. facta cõ
muni linea. g. f. erit a. g. equalis. f. h. ¶ triangulus. a. g. c. equalis triangulo
f. c. b. adito ergo utriq. triangulo. c. k. e. ¶ detracto ab utroq. triangulo. f.
k. g. erit superficies. a. c. f. e. equalis superficiei. g. c. h. e. quod est ppositum.

Propositio .36.



Parallelogramma in basibus equalibus atq
in eisdem lineis constituta equalia esse necesse est.

¶ Parallelogramum dicitur superficies equidistantium
lateralum. Sint due superficies. a. b. c. d. ¶ e. f. g. h. equidistã
tiam lateralum constitute inter duas lineas equidistantes q
sunt. a. f. ¶ e. c. h. ¶ super equales bases que sunt. c. d. ¶ g. b. di
co eas esse equales. Nam protraham duas lineas. c. e. ¶ d. f. eritq. per. 33. su
perficies. c. d. e. f. equidistantium lateralum propter hoc q. e. f. est. equalis ¶
equidistans. c. d. nam utraq. earum est equalis. g. h. Quia ergo per premis
sam utraq. duarum superficierum. a. b. c. d. ¶ e. f. g. h. est equalis superficiei
c. d. e. f. ipse erunt sibi inuicem equales quod est ppositum.

Propositio .37.



Quales sunt sibi cuncti trianguli qui super eandem
basim atq. inter duas lineas equidistantes sunt cõ
stituti.

¶ Sint duo triaguli. a. b. c. ¶ d. b. c. constituti si per basim
b. c. inter duas lineas. a. e. ¶ b. f. que sunt equidistantes di
co eos esse equales. Protraham enim. c. g. equidistantem. a.
b. ¶ e. c. h. equidistantem. d. b. per. 31. eruntq. due superficies. a. b. c. g. ¶ d. b.
c. h. equales per. 35. ¶ quia dicti trianguli sunt earum dimidia per corre
larium. 34. ipsi erunt equales per cõem sciam que est quoz. tota sunt eq̃lia
¶ dimidia sicq. patet ppositum.

Propositio .38.



Sint duo trianguli super bases equales atq. inter du
as lineas equidistantes ceciderint equales eos esse
necesse est.

¶ Sint duo trianguli. a. b. c. ¶ d. e. f. constituti super bases
b. c. ¶ e. f. equales ¶ inter lineas. a. g. ¶ b. h. equidistantes di
co eos esse eq̃les. ¶ Protraham enim. c. k. equidistantem. a.
b. ¶ e. f. l. equidistantem. e. d. eruntq. due superficies. a. b. c. k. ¶ d. e. f. l. equa
les per. 36. ¶ quia dicti trianguli sunt eaz. dimidia p correlarium. 34. ipsi
erunt eq̃les p antedictam cõem sciam.

Propositio .39.



Sint duo trianguli equales si in eandem basim
z ex eadem parte ceciderint inter duas lineas equi
distantes erunt.

¶ Sint duo triaguli. a. b. c. ¶ d. b. c. ¶ cõstituti super basim
b. c. ex una eademq. parte sintq. equales dico eos esse inter
lineas equidistantes ¶ hec est cõuersa. 37. ¶ A puncto. a. p
traham lineam equidistantem linee. b. c. que si pertransierit per punctum
d. liquet ppositum. Si autem ptransierit supra aut infra transcat primo
supra ¶ sit. a. e. producãq. b. d. usquequo secet lineã. a. e. in puncto. e. ¶ pro
traham lineam. e. c. ¶ quia triagulus. c. b. e. est eq̃lis triagulo. a. b. c. p. 37.
¶ triagulus. d. b. c. positus ¶ est eq̃lis triagulo. a. b. c. erit triagulus. d. b. c.
eq̃lis triagulo e. b. c. ps toti quod est impossibile. Nõ igitur ptransibit li
nea. q̃ a puncto. a. ducitur eq̃ distanter. b. c. supra. d. trãseat. ergo infra. ¶ sit
a. f. secãs lineam. d. b. in pũcto. f. ptraham ergo lineam. f. c. ¶ quia p. 37.
triagulus. f. b. c. est eq̃lis triagulo. a. b. c. ipse ¶ erit equalis triagulo. d. b.
c. ps toti quod est impossibile. Quia ergo linea a puncto. a. equidistãt
b. c. non trãsit nisi p punctum. d. patet ppositum. ¶ Ex hac aut ¶ pre
missa nota q̃ si aliqua linea recta duo alicuius trianguli latera p eq̃ secet
uel secuerit ipsa erit tertio equidistãs quod sic pbat. Sit triagulus. a. b. c.
cuius duo latera q̃ sunt a. b. ¶ b. c. secet lineã. d. e. p equalia. a. b. quidem in
pũcto. d. ¶ b. c. in puncto. e. dico q̃ linea. d. e. ¶ equidistãt. a. c. Protraham

33

31
35
34

36
34

37

37

37

- 38 eni in quadrilatero. a. c. e. d. diagonos. a. c. e. d. eritq. p. 38. triangulus. a. c. d. equalis triangulo. d. e. b. propter id q. linea. a. d. posita est equalis linee. d. b. Itemq. per eandem triangulus. c. e. d. erit equalis eidem triangulo. d. e. b. propter id q. linea. c. e. posita est equalis linee. e. b. quia triangulus. a. c. d. est equalis triangulo. c. e. d. quia ergo ipsi sunt constituti super eandem basim. uidelicet lineam. e. d. ex eadem parte ipsi erunt p. hanc. 39. inter lineas equidistantes ergo linea. d. e. est equidistans linee. a. c. quod quidem propositum ad quintam quarti tibi ualebit.
- 39

Castigator

a. Iste concursus pbatur per tertiam partem. 39. per eam enim si per aduersarium duo anguli intrinseci totales. a. e. b. sunt equals duobus rectis sed linea. b. d. latus secundi trianguli diuidit angulum intrinsecum in duos priores. Et quia super lineas. a. e. b. d. cadit linea. a. b. que ex parte. e. e. facit duos angulos minores duobus rectis scilicet a. b. d. e. a. b. quare per. 4. petitione due linee. a. e. b. d. in eandem partem protrahite concurrunt. Vel sic per. 30. si non concurrant. a. e. b. d. per aduersarium. ipsi per diffinitionem erunt equidistantes si quia et ex ypothe. b. c. equidistat a. e. ideo per. 30. b. d. e. b. c. erunt equidistantes cum utraq. equidistat. a. e. sic. b. d. cum. b. c. non cāserent angulū. d. b. c. qd est contra ypothesim.

Potest etiam propositum huius. 39. concludi. ostensue sic per conuersionem. 35. sic deducendo uidelicet ducam a puncto. e. per. 31. equidistantem lateri. a. b. q. sit. c. e. quam ponam per. 3. equalē ipsi. a. b. e. coniungam extremitates. a. e. c. per lineam. a. e. per primam petitionem q. erit equalis e. equidistans basi. b. c. per. 33. deinde ab eodem puncto. c. p. eandem. 31. erigam equidistantem lateri. b. d. que sit. c. f. quam similiter ponam per. 3. equalē ipsi. b. d. demum per rectam coniungam extremitates. d. f. per eandem petitionem que similiter erit equalis e. equidistans ipsi basi b. c. per eandem. 33. sic sunt due superficies equidistantium laterum. equalēs quia dicti trianguli sunt eorum dimidia si sunt equalēs per ypothesim ergo ipse sunt equalēs per conceptionem quoq. dimidia sunt equalia tota quoq. sunt equalia si sunt super eandem basim. b. c. ergo p. conuersionem. 35. ipse sunt inter duas lineas equidistantes que sunt. a. e. b. c. sic earū dimidia que sunt ipsi trianguli.

Ista facit ad secundam. 40. e. ad primam. 44. e. 6. e. 7. 8. 17.

Propositio 40.



S duo trianguli equalēs super equalēs bases uel eisdemq. lineis ex eadem parte fuerint constituti eos inter duas lineas equidistantes necesse est contineri.

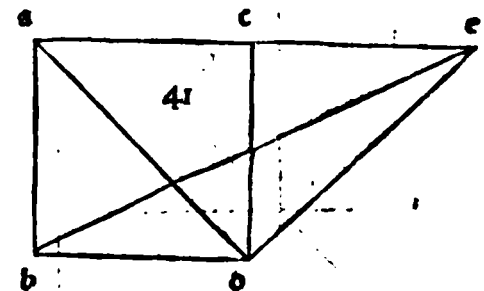
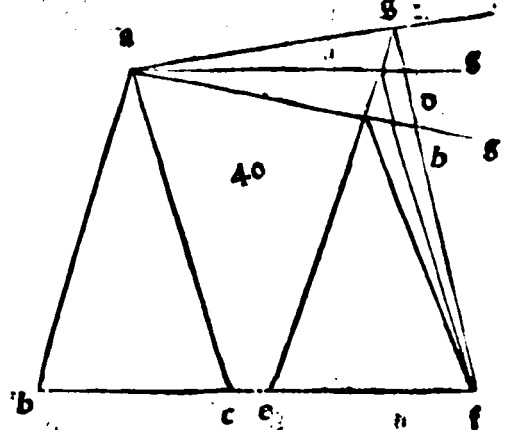
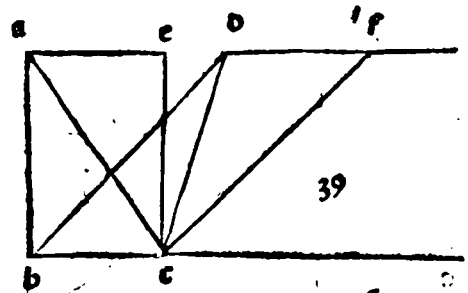
Sint duo trianguli. a. b. c. d. e. f. e. f. cōstituti sup. duas bases q. sunt. b. c. e. f. e. f. ex eadem pte dico eos e. k. inter duas lineas equidistantes. hec est cōuersa. 38. e. pbatur. per ipsam sicut pcedens p. 37. A puncto. a. ducatur linea. equidistans linee. b. f. q. si transierit p. punctum. d. patet ppositum. sin aut ptransierit supra ut. a. g. e. pducatur e. d. usq. ad ipsam q. sit. e. g. e. ducatur linea. g. f. eritq. p. 38. triangulus. a. b. c. equalis triangulo. g. e. f. quare e. triangulus. d. e. f. erit equalis triangulo. g. e. f. p. toti quod est impossibile. Non ergo trāsbīt supra Trāseat ergo infra. e. fecit lineam. d. e. i puncto. h. e. ducatur linea. f. h. eritq. p. 38. triangulus. h. e. f. equalis triangulo. a. b. c. quare e. triangulo. d. e. f. p. toti quod ē impossibile. quia ergo non trāsbīt nisi per punctum. d. patet ppositum.

Propositio 41.

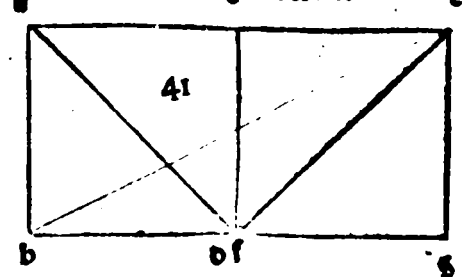


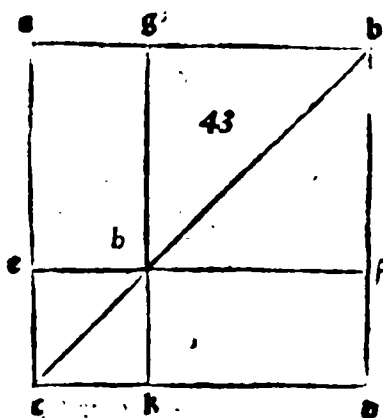
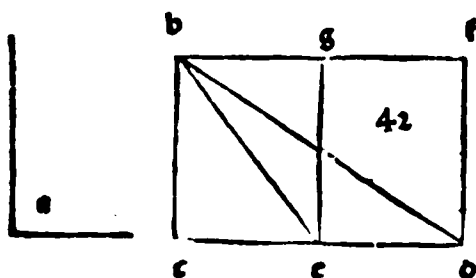
S parallelogramum triangulusq. in eadem basi atq. in eisdem alternis lineis fuerint constituta parallelogramum triangulo duplum esse conueniet.

Sit parallelogramū. a. b. c. d. e. f. triangulus. a. b. d. sup. basim. b. d. e. inter lineas a. e. f. b. d. q. sunt eq. distantes dico palellogramū duplū eē triangulo p. trahā in palellogrāo diame



Corollarium





triangulus. e. b. d. est equalis triangulo. a. b. d. per. 37. patet triangulum e. b. d. esse dimidium parallelogrami. a. b. c. d. quod est propositum. Similiter quoque potest probari quod si parallelogramum triangulusque in equalibus basi bus atque inter lineas equidistantes fuerint constituta parallelogramum duplum erit triangulo: quod ideo non posuit Eudides: quia leuiter patet ex hac precedente correlarium. §. 38. diuiso parallelogramo per diametrum in duos triangulos. uel super basim parallelogrami inter eadem lineas equidistantes triangulo constituto ad quem duplum erit parallelogramum per hanc precedentem et ipse equalis alteri triangulo per. 38.

Propositio .42.



Quidistantium laterum superficiem designare cuius angulus sit angulo assignato equalis. ipsa uero superficies triangulo assignato equalis.

¶ Sit assignatus angulus. a. et assignatus triangulus. b. c. d. uolo describere superficiem equidistantium laterum equalium triangulo. b. c. d. cuius uterque duorum angulorum contra se positos sit equalis. a. ¶ Diuiso basim. c. d. per dimidium in puncto. e. et protraho lineam. b. e. et a puncto. b. duco. b. f. equidistantem c. d. eritque per. 38. triangulus. b. e. d. equalis triangulo. b. e. c. quare triangulus. b. e. d. est dimidium totalis trianguli. b. c. d. igitur super punctum e. lineae. d. e. cōstituo angulum. d. e. g. equalem angulo. a. et perficio parallelogramum. g. e. d. f. quod quia per precedentem est duplum ad triangulum. b. e. d. erit etiam equale triangulo. b. c. d. per hanc eandem scientiam quoniam dimidia sunt equalia. ipsa quoque sunt equalia. est enim triangulus. b. c. d. utriusque dimidium quare descripsimus parallelogramum. g. e. d. f. equale triangulo. b. c. d. cuius uterque duorum angulorum. g. e. d. et. d. f. contra se positos est equalis angulo. a. quod fuit propositum.

Propositio .43.



Diuisi parallelogrami spaciorum que circa diametrum sunt parallelogramorum supplementa eque sibi inuicem esse necesse est.

¶ Sit parallelogramum. a. b. c. d. in quo protraham diametrum. b. c. et protraham. e. f. equidistantem utriusque duorum laterum. a. b. et. c. d. que fecerit diametrum in puncto b. a quo ducam. k. g. equidistantem utriusque duorum laterum. a. c. et. b. d. et producam ea quousque fecerit utriusque latus. a. b. et. c. d. usque. tota. g. h. k. eritque totum parallelogramum. a. b. c. d. diuisum in quatuor parallelogramata quorum duo scilicet. e. c. k. h. et. g. h. b. f. dicuntur consistere circa. c. b. quia diametrum transit per medium eorum et ideo sunt circa diametrum reliqua duo scilicet. a. e. g. h. et. k. h. f. dicuntur supplementa hec duo supplementa dicuntur esse equalia. sunt enim duo trianguli. a. b. c. et. c. d. b. equalis per correl. 34. similiter quoque duo trianguli. g. h. b. et. f. h. b. sunt equalis per idem correl. 34. At duo trianguli. c. e. h. et. k. h. c. similiter equalis per idem correlarium demptis igitur duobus triangulis. b. g. h. et. h. e. c. de totali triangulo. a. b. c. ac duobus triangulis reliquis b. f. h. et. k. c. h. de totali triangulo reliquo. c. d. b. erunt per communem sci am residua: que sunt duo dicta supplementa equalia: quod est propositum.

Propositio .44.



Proposita linea recta super eam superficiem equidistantium laterum cuius angulus sit angulo assignato equalis ipsa uero superficies triangulo assignato equalis designare.

¶ Designare superficiem equidistantium laterum super lineam aliquam est lineam ipsam facere latus unum ipsius superfici. Sit ergo data linea. a. b. et datus angulus. c. et datus triangulus d. e. f. super lineam. a. b. uolo designare superficiem unam equidistantium laterum itaque linea. a. b. sit unum ex lateribus eius cuius uterque duorum an-

42 gulorum cōtra se positorum sit equalis angulo. c. f. ipsa totalis superficies
sit eq̄lis triangulo. d. e. f. differt aut̄ hec a. 42. quia hic datur lat̄r̄ minus
superficiē describēde scilicet linea. a. b. ibi aut̄ nullum. Cum ergo uo
luerō facere adiungo lineam. a. g. liq̄et. a. b. fm̄ rectitudinem quam po
no equalem lineē. e. f. basi trianguli dati super quam constituo triangulū
unum ei equalem & equilaterum. quod hoc modo facio. Constituo an
gulum. a. g. k. equalem angulo. e. f. angulum. g. a. k. equalem angulo. f. p.
23. f. quia. g. a. posita fuerat equalis. e. f. erit per. 26. triangulus. g. a. k. eq̄
26 lis & equilaterus triangulo. c. f. d. diuidam ergo. g. a. per equalit̄ in p̄cto
38 b. f. protraham. k. h. f. producam a puncto. k. lineam. m. k. n. equidistan
23 tem lineē. g. b. eritq̄ per. 38. triangulus. a. h. k. equalis triangulo. g. b. k. tūc
super punctum. a. lineē. g. a. faciam angulum. g. a. l. per. 23. equalem an
gulo. c. dato: & complebo super basim. a. h. f. inter lineas. g. b. f. m. n. equi
41 distantes superficiem equidistantum laterum. m. l. h. a. que per. 41. du
pla erit ad triangulum. k. h. a. quare equalis totali triangulo. k. g. a. quare
& triangulo. d. e. f. Proposito: protraham ergo. b. n. equidistantem. a. l. f.
producam diametrum. n. a. quam protraham quousq̄ concurrat cum. m.
b. in puncto. o. f. complebo superficiem equidistantum laterum. m. o. n.
q. f. protraham. l. a. usq̄ ad. p. eritq̄ per. 29. supplementum. a. b.
p. q. equale supplemento. m. l. h. a. quare & triangulo. d. e. f. & quia per. 15.
15 angulus. l. a. h. est equalis angulo. b. a. p. f. ideo angulus. b. a. p. est equa
lis angulo. c. patet super datam lineam. a. b. descriptam esse superficiem
equidistantum laterum. a. b. p. q. equalem dato triangulo. d. e. f. cuius uter
q. duorum angulorum cōtra se positorum qui sunt. a. f. q. est equalis da
to. angulo. c. quod fuit propositum. **Calligatoz.**
a. **Concurfus ille non probatur ab auctore sed sic elicitur nam a. l. n. est**
triangulus & p. r. huius duo anguli. l. n. sunt minores duobus rectis & per
secundam partem. 29. huius angulus. l. extrinsecus equatur angulo. m.
intrinsicō ergo duo anguli. m. n. sunt minores duobus rectis quare per pe
nultimam petitionem. m. h. f. n. a. concurrēt ad ptem illam in p̄cto. o.

Propositio 45.

De data linea quadratum describere.

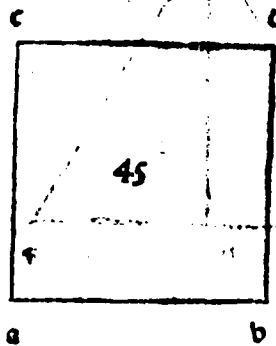
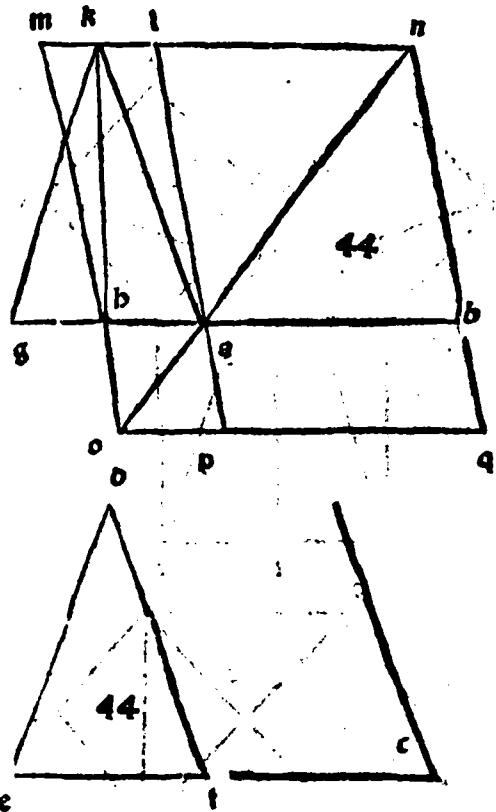
11 **S**ic data linea. a. b. ex q̄ uolo q̄dratū describere. A. p̄
28 ctis. a. f. b. lineē. a. b. educo p. i. i. lineas. a. c. f. b. d. perpen
33 diculares ad lineam. a. b. que erunt equidistantes per ulti
29 mam partem. 28. f. pono utraq̄ earum eidem. a. b. per t̄
f. equidistant lineē. a. b. per. 33. f. quia uterq̄ duorum angulorum. a. f. b.
est rectus. erit uterq̄ duorum. c. f. d. rectus per ultimam partem. 29. ergo
11 per diffinitidē. a. b. c. d. est quadratum quod est propositū. **Idem aut̄**
31 **ter sit. a. c. perpendicularis super lineam. a. b. per. 11. f. sit ei equalis ut prius**
33 **f. a puncto. c. per. 31. ducatur. c. d. equidistant. a. b. f. ponatur equalis ei &**
29 **ducatur linea. d. b. que per. 31. erit equalis & equidistant. a. o. f. omnes an**
guli recti per ultimam ptem. 29. q̄re per diffinitidē habetūz ppositū.

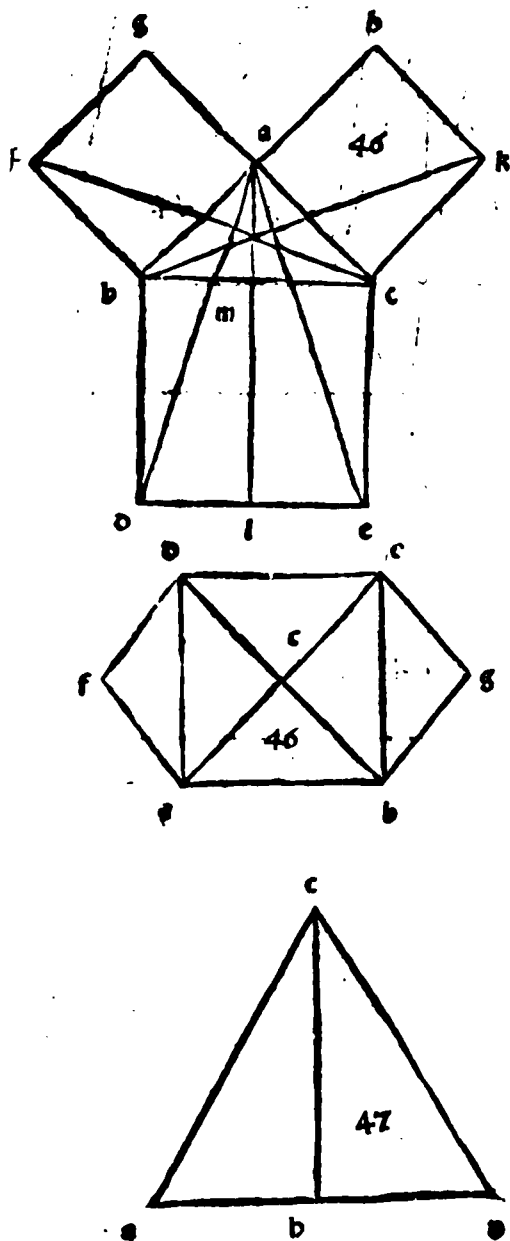
Propositio 46.

In omni triangulo rectangulo quadratum quod
a latere recto angulo opposito in semetipso ducto
scribitur equum est duobus quadratis quę ex duo
bus reliquis lateribus conscribuntur.

11 **S**ic triangulus. a. b. c. cuius angulus. a. sit rectus dico q̄
33 quadratum lateris. b. c. equum ē quadrato. a. b. f. quadrato
29 a. c. simul sumptis. **Quadrabo ergo hec tria latera fm̄ doctrinā precedē**
11 **ris sitq̄ quadratum. b. c. superficies. b. c. d. e. f. quadratum. b. a. superficies.**
31 **b. f. g. a. f. quadratū. a. c. superficies. a. c. h. k. ab angulo. a. recto. ducam ad ba**
33 **sim. d. e. basim maximū quadrati tres lineas. s. a. l. equidistantem utiq̄ la**
29 **teri. b. d. f. e. c. que fecit. b. c. in puncto. m. f. p̄ponam. s. a. d. f. a. e. utriq̄**
a duobus reliquis angulis trianguli qui sunt. b. f. c. ducam ad duos angu

b iii





loc duorum quadratorum minorum duas lineas se interfecantes intra ipsum
triangulum que sunt. b. k. f. c. f. quia uterq. duorum angulorum. b. a. c.
f. b. a. g. est rectus per. 14. erit. g. c. linea una eadem ratione erit. b. h. linea
una. q. uterq. duorum angulorum. c. a. b. f. c. a. h. est rectus quia ergo super
basim. b. f. f. inter duas lineas equidistantes que sunt. c. g. f. b. f. constituta
sunt parallelogramum. b. f. g. a. f. triangulus. b. f. c. erit per. 41. parallelogra
mum. b. f. g. a. duplum triangulo. b. f. c. sed triangulus. b. f. c. est equalis tri
angulo. b. a. d. per. 4. quia. f. b. f. b. c. latera primi sunt equalia. a. b. f. b.
d. lateribus postremi. f. angulus. b. primi est equalis angulo. b. postremi
eo q. uterq. constat ex angulo recto f. angulo. a. b. c. communi. ergo paralle
logramum. b. f. g. a. est duplum ad triangulum. a. b. d. sed parallelogramu.
b. d. l. m. est duplum ad eundem triangulum. per. 41. quia constituti sunt
super eandem basim scilicet. b. d. f. inter lineas equidistantes que sunt. b.
d. f. a. l. ergo per eam scientiam quadratum. a. b. f. g. f. parallelogramu.
b. d. l. m. sunt equalia. quia eorum dimidia uidelicet predicti trianguli
sunt equalia Eodem modo f. per eandem propositionem medianibus tri
angulis. k. b. c. f. a. c. c. probabimus quadratum. a. c. h. k. esse equalia para
llogramo. c. e. l. m. quare patet ppositu. **¶ Caligatio**

¶ Et correlarie potest addi ex quo patet q. quadratum diametri ad qua
dratum costae est duplum quo applicato conclusio probatur in lateribus
quadrati f. diametri que faciunt ysochelem quia ad specia liter. tenderet
conclusio ut patet per applicationem in correlario scilicet sit igitur huius
modi ysocheles. a. b. c. f. sint. a. c. f. b. c. continentia angulum. c. rectum e.
qualia f. a. b. sit maximum latus quod opponitur angulo recto. c. dico
q. quadratum huius maximi lateris est equalia duobus quadratis reliquo
rum laterum scilicet. quadrato. a. c. d. f. quod est quadratum lateris. a. c.
f. quadrato. b. c. e. g. quod est quadratum lateris. b. c. Est enim quadra
tum. a. b. c. d. diuisum in quatuor triangulos equales per duas diametros
e. a. f. b. d. quorum duo sunt medietates maiorum duorum quadratoru
scilicet triangulus. a. c. d. f. b. c. e. sicut uidet sed triangulu principalis. s. a.
b. c. f. triangulus ei oppositus puta. c. d. e. sunt equales. aliis medietatibus
duabus quadratorum minorum que sunt extra quadratum maximum
quoniam omnes isti in. 6. triangulos equales diuisi sunt sicut patet expe
dictis igitur quadratu lateris. a. b. est equalia duobus quadratis reliquo
rum laterum dicitur prima p. theorematum f. p. consequens. a. d. q. d. tu est duplum
ad quadratum alterius lateris f. ita quadratum diametri erit duplum ad
quadratu costae dicit correlarium. quia latus maioris quadrati est dia
meter minoris f. latus minoris est semidiameter maioris ergo. f. c.

Propositio .47.



S quod ab vno trianguli latere in seipsum ducto p
ducitur equus fuerit duobus quadratis que a duo
bus reliquis lateribus describatur. rectus est angu
lus cui latus illud opponitur.

¶ Lineam in seipsum ducere est eius quadratum descri
bere. **¶** Sit triangulus. a. b. c. sitq. quadratum lateris. a. c. e
quale quadratis duorum laterum. a. b. f. b. c. simul iunctis. dico angulum
h. cui latus. a. c. opponitur esse rectum f. hec est conuersa prioris. **¶** A p
sto. b. extra b. lineam. b. d. per. u. perpendicularem super lineam. b. c. qua
pono equalem. a. b. f. produco lineam. d. c. eritq. precedetm quadratu
d. c. equalia duobus quadratis duarum linearum. d. b. f. b. c. f. quia. b. d.
posita est equalis. b. a. erunt per communem scientiam que est linearum
equaliu equalia esse quadrata quadrata duarum lineaz. a. b. f. b. d. equa
lia quia propter erit quadratum. d. c. equalia. quadrato. a. c. ergo per alia
communem scientiam q. est conuersa prioris scilicet lineas quaz. quadrata
sunt equalia esse equales. erit. d. c. equalis. a. c. quare. per. 8. angulus. b.
trianguli. a. b. c. est rectus quod est ppositum.

Propositio .48.



Topofitis quibuscunq; quadratis alteri illorū gnomonem reliquo equalem deferibere.

¶ Proponatur ergo duo quadrata scilicet. a. b. c. d. e. f. sit
propositum producere gnomonem circa. a. b. eq. nalem c.
d. quadrato. ¶ Protrahatur itaque unum latus quadrati. a. b.
ad equalitatem unius lateris quadrati. c. d. in continuam.

¶ directū ē sit. f. e. ita q. f. c. sit cōle. unū laterē quadrati. c. d. ē ex. e. ducam
lineam rectā ad. a. sit ergo triāgulus orthogoni⁹ q. a. f. ē angulus rectus ar.
guat ergo sū penultimam primū sict quadratū. e. a. est tñ qñtum quadra
tum. e. f. ē qdratum. f. a. sed quadratū. c. f. est cōle quadrato. c. d. ē quadra
tum. f. a. ē equale qdrato. a. b. ergo qdratum. a. c. ē equale quadratis. a. b. ē
c. d. it. e. f. ē triāgulus ergo. c. f. ē. f. a. latera sunt lōgiora. a. c. laterē. sū
m. p. primi sed. f. a. ē cōle. a. b. rōc qdratire. ergo. c. f. ē. f. b. sunt lōgiora. a. c.
ergo illa totalis linea scilicet. c. b. ē maior. a. c. refectur ergo. b. e. ad equa
litem. a. c. ad punctum. c. ita q. b. sit equale. a. c. ergo quadratum. b. c.
est equale quadrato. a. c. sed quadratum. a. c. ut prius probatum fuit est
equale quadratis. a. b. ē. c. d. ergo quadratum. b. c. est equale eidem fed
quadratum. b. c. addit super quadratū. a. b. gnomonem illum queti ui
des. ergo gnomo ille est quadrato. c. d. equalis. quōd erat probandum.

E ista ultima memini meruisse in antiquissimis libris penultima fer-
cūdis nullo mō est huius pmi cum de gnomone nihil Sir diſtū. adhuc.
Explicite liber primus Incipit liber secundus.

Liber secundus. Euclidis de potentia lineæ recte citus partim ex optima Campani interpretatione Adagistro Luca Paciolo de burgo. Sancti Sepulcri Or. minorum. Castigatorum diligentissimo & felicissime Incipit.



¶ Hinc parallelogramum rectan-
gulum sub duabus lineis angu-
lum rectū abientibus contineri.

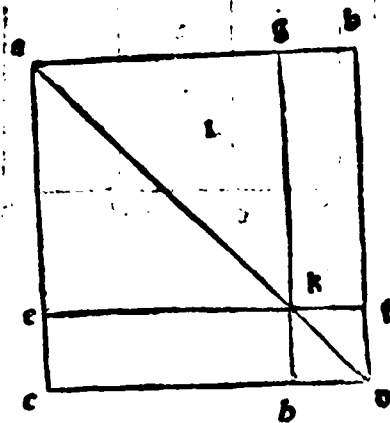
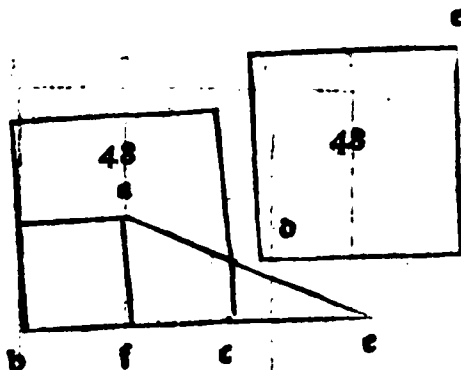
¶ Parallelogramum est superficies eorum distantium laterum.

Parallelogrammū rectāgulum ē hūc
oēs angulos rectos & pducitur ex uno
duorum laterū & ex ambictuum unū co
fuit angulis in reliquum. & ideo sub il
lis dicitur contineri.

¶ His parallelogrami speciei ea q
dem q diameter secat p medium
parallelograma circa eades diame
trum vero parallelogramoz que
insistunt quodlibet unum cui sup
ponitur.

¶ Quæ palellograma dicuntur consistere circa diametrum. ¶ Et sunt supplemen-
ta expositum est supra in demonstratione. 43. pmi. ¶ Sit. n. palellogra-
mum. a. b. c. d. cuius diametrum. a. d. diuidant due linee. e. f. g. h. ducte equi-
distanter: lateribus oppositis dicti palellogrami. secantes se sup diametrum. a. d.
in puncto. k. eritq. ipsum palellogramum diuifum in. 4. palellogra-
ma. ¶ Uniuersum dq. duorum palellogramorum quod sunt. a. g. e. k. f. k. i.
h. d. que diameter fecit p. medium dicitur consistere circa diametrum. R e-
liqua duo q. diameter non fecit dicuntur supplementa q. duo supplemen-
ta cum alterutro dictorum palellogramorum consistetium circa diame-
trum componunt figuram quãdam q. gnomo appellat cui deest ad cõple-
mentum palellogrami palellogramum anuum reliquam circa diametrum
consistens: quod si addat supra diametrum totalis compositi cõsistat. erit

b iii



q simile totali. Vnde palellogramū addito gnomonequālis crescat^o mi
nime tñ alteratur. quemadmodum dixit Aristoteles in predicamentis.

Castigator

a ¶ Ex quo hec palebra sequitur uidelicet pñū q̄ quā minuat superficies
palellogrami non pp hoc minuitur lateralis circumferentia quia ex ipsa
dempto uno dictorum palellogramorum circa diametrum consistentiū
residuumquod erit figura gnomonis tantandem circuet. Et secundum tñ
sequitur q̄ licet gnomoni augeatur superficies addito sibi palellogramo
prius dempto non pp hoc augeatur eius circumferentia lateralis. Tertium se
quitur q̄ ois superficies rectangula plana est palellogramum sed non cō
tra cum ois talis sit de necessitate equidistantium laterum q̄ n̄ possit repen
ri in pluribus nec paucioribus quatuor laterum ad hoc q̄ oēs eius anguli
sint recti. Ideo apicando aduerte. ¶ Productum. Quod fit ex ductu uni
us in alterum. Superficies rectangula. Rectangulum. Multiplicatio. Pa
ralellogramum rectangulum. Nomina sinonima.

Propositio .1.



¶ Si fuerint due linee quarum una in quotlibet partes
diuidatur illud q̄ ex ductu alterius in alteram fiet
equum erit bis que ex ductu linee indiuisae in una
quāq̄ partem linee particulatim diuise rectangula
producentur.

¶ Lineam in aliam lineā ducere ē supra terminos unius
earum duas lineas orthogonaliter alii eq̄les erigere. ff. superficiem equidist
antium laterum rectangulam complere q̄ sub illis duabus lineis p̄ diffinitio
nem dicitur contineri. ¶ Sit due linee. a. b. c. quāq̄ una scilicet. a. b.
in quotlibet ptes diuidatur q̄ sint. a. d. e. f. g. h. i. k. dico q̄ illud quod fit
ex ductu c. in totam. a. b. equum est illis palellogramis rectangulis simul
iunctis q̄ sūt. ex. c. in. a. d. e. f. g. h. i. k. ¶ Sup̄ pñcta. a. b. erigā lineas. a.
f. b. g. p̄pendiculares sup̄ lineam. a. b. quarum utraq̄ sit eq̄lis linee. c. f. cō
plebo rectangulam superficiem. a. f. b. g. ducta linea. f. g. q̄ per diffinitionem
pducitur ex. c. in. a. b. ff. sub illis dicitur contineri. p̄traham quoq̄. a. punctis
d. e. f. g. h. i. k. lineas. d. h. e. k. equidistantes lateribus. a. f. b. g. eritq̄ utraq̄ earum
equalis c. p. 34 p̄mi utraq̄ earū est eq̄lis. a. f. p̄ diffinitionem igitur rectan
gulum. a. d. f. h. pducitur ex. c. in. a. d. f. sub illis d̄r contineri ff. rectanguli. d.
h. e. k. ex. c. i. d. e. f. rectanguli. e. k. b. g. ex. c. in. e. b. f. quia hec rectangula si
mul iuncta sunt eq̄lia totali rectangulo. a. f. b. g. patet uerū esse propositū.

Propositio .2.



¶ Si fuerit linea in partes diuisa illud quod ex ductu
totius linee in seipsam fit equum erit bis que ex du
ctu eiusdem in oēs suas partes.

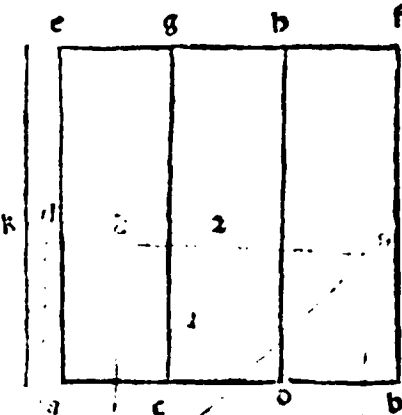
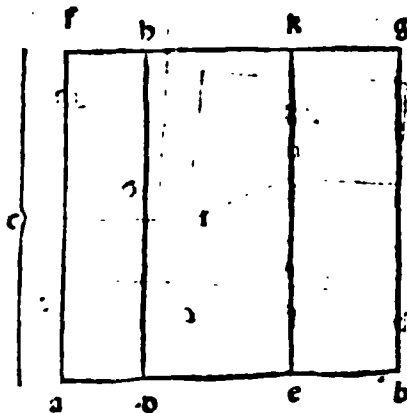
¶ Sit linea. a. b. diuisa in. a. c. f. d. b. dico q̄ illud qd
fit ex ductu totius. a. b. in se quod fit. a. c. b. f. equum est his
que sunt ex ipsa tota in unamquāq̄ distantiam partium
quod palā patebit. ductis. c. g. f. d. b. equidistantes. a. c. f. b. f. ¶ Alter sumat
tur. k. eq̄lis. a. b. eritq̄ p̄ pñisam quod fit ex ductu. k. in totā. a. b. equū ē
qd fit ex ductu. k. in oēs ptes. a. b. f. quia ex. k. in. a. b. fit quātum ex. a. b.
in se. f. ex. k. in oēs partes. a. b. quantum ex. a. b. in omnes partes eiusdem
propter id quia k. f. a. b. sunt equales patet uerū esse propositū.

Propositio .3.



¶ Si fuerit linea in duas partes diuisa illud quod fiet
ex ductu totius in alterutram partem equum erit
bis que ex ductu eiusdem partis in seipsam et alte
rius in alteram.

¶ Sit linea. a. b. diuisa in. a. c. f. b. dico q̄ illud quod fit
ex tota. a. b. in eius partem. a. c. equum est quadrato eiusde
a. c. partis. ff. ei quod fit ex eadem parte. a. c. in. b. c. fiat quadratum linee. a. c.
q̄ sit. a. c. d. f. ff. p̄ficiatur superficies. a. b. d. e. patebitq̄ propositū. ¶ Ali



ter sumat. g. equalis. a. c. f. quia. b. a. in. a. c. tñ est quantum. a. c. in. a. b. c. c. d. n. g. f. a. c. in. a. b. f. in. c. b. f. in seipsam quantum. g. in eadem. At. g. in totam. a. b. quantum in. a. c. f. in. c. b. per pñam huius patet propositum. scilicet. q. tantum erit. a. c. in. a. b. quantum in se f. in. c. b. quare e conuerso a. b. in. a. c. quantum. a. c. in se f. in. c. b. quod uolumus demonstrare.

Propositio .4.



Si fuerit linea in duas partes diuisa illud quod ex ductu totius in seipsam fit equus est bis que ex du ctu utriusq; partis in seipsam 2 alterius in alteras bis. Ex hoc manifestum est q. in omni quadrato due superficies quas diameter secat per medium sunt ambe quadrate.

Sit linea. a. b. diuisa in. a. c. f. b. c. dico q. quadratum totius a. b. equum e duobus quadratis duarum linearum. a. c. f. b. c. f. duplo eius quod fit ex ductu unius in altera m. **D**escribam q. dratum alterius partialium se q. c. d. b. e. quadratum linee. c. b. cui adiugam gnomonem fm ductum directiuu linee alterius scilicet. a. c. quod faciam hoc mō. In quadrato de scripto proham diametrum. b. d. f. a puncto. a. educam perpendicularē super lineam. b. que sit. a. k. quam. a. k. f. diametrum. b. d. producam usq. quo concurrat in puncto. f. f. a puncto. f. producam. f. h. equidistantem linee. a. b. quam. f. h. f. b. e. producam usq. quo concurrat in puncto. g. f. pro ducam. c. d. usq. d. h. f. e. d. usq. ad. k. Et quia duo latera. d. e. f. e. b. trian guli. d. e. b. sunt qualia triū p. 5. pñi duo anguli. e. d. b. f. e. b. d. equalis e quia angulus. est rectus erit p. 3. 2. pñi utroq; eorum medietas recti. Eadem rōne utroq; duorū angulorum. c. d. b. f. c. b. d. erit medietas recti. quare per scancam pñi. 29. pñi erit unusquisq; quatuor angulorū qui sunt. b. f. d. f. h. d. f. f. k. f. d. f. k. d. f. medietas recti ergo p. 6. pñi. f. g. f. g. b. sunt euales. similiter quoq; f. a. f. a. b. pari rōe. f. b. f. b. d. Itemq; f. k. f. k. d. quar utraq; duarum superficierum. a. b. g. f. k. d. h. f. est qua drata f. quia totale quadratum. a. b. f. g. q. est quadratum linee. a. b. con stat ex duobus quadratis que consistunt circa diametrum q. sunt quadra ta duarum linearum. a. c. f. c. b. f. ex duobus supplementis quorum unū quodq; pducitur ex. a. c. in. b. c. patet propositum nostrum. **A**liter sit li nea. a. b. ut prius diuisa in. a. c. f. c. b. eritq; p. 2. huius quod fit ex tota. a. b. in se equum ei quod fit ex ipsa in. a. c. f. c. b. sed ex ipsa in. a. c. tñ fit quan tum ex. a. c. in se f. ex. a. c. in. b. c. per. 3. huius. Itēq; ex ipsa. a. b. tota in. b. c. tñ fit quantum ex. c. b. in se f. ex. c. b. in. a. c. per eandē. ergo qd fit ex tota. a. b. in se equum est ei quod fit ex. a. c. in se f. in. c. b. f. ex. c. b. in se f. in. a. c. quod est propositum. Sed hac uia nō patet correlarium. sicut uia precedē ti patet. unde prima est auctori magi consona.

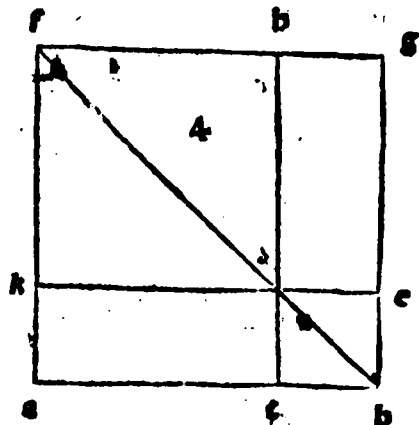
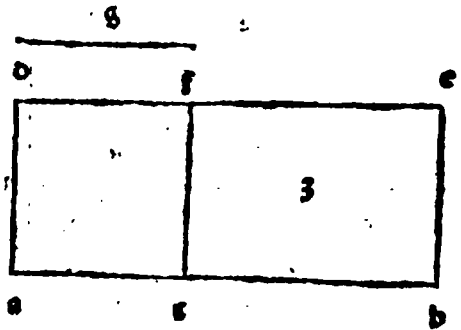
Castigator

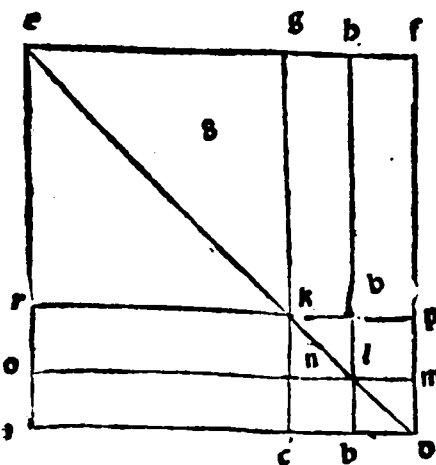
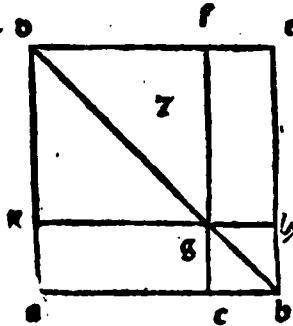
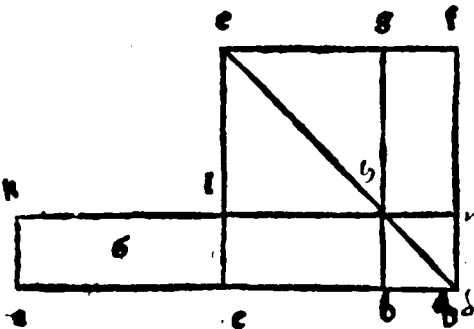
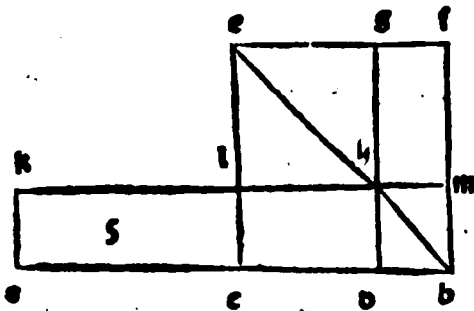
Nota q. nunq; poterit linea aliqua taliter diuisi partibus existētibz in equalibus. quin quadrata partium ineqūum simul iuncta sint maiora duplo superficiei unius partis in alteram ut cōstat ex pmo duorum an ce dentium pre demonstratorum super. 35. decimi ut ibi apte declarat quod est nota dignum in praeicis operationibus ppter radicem subtractionem unius ab altera cum semper duplum superficiei unius in alteram oportet at detrabi a summa quadratorum partium in equalium f. radix remanē tis erit residuum que operatio ex ista. 4. scādi. dicitur f. per eam pro batur f. earum additio ut super. 35. decimi.

Propositio .5.



Si linea recta per duo equalia duorū in equalia fece tur quod sub in equalibus totius sectionis rectan gulum cōtinetur cum eo quadrato quod ab ea que inter utraq; est sectiones describitur equum est ei quadrato quod a dimidio totius linee in se ducto describitur.





¶ Sit linea a. b. diuisa per equalia in puncto. c. & p. in equalia in puncto. d. dico quadratum. c. b. esse equale ei quod fit ex a. d. in. d. b. & quadrato. c. d. ¶ Describa quadratum. c. b. g. sit. c. b. l. e. i quo protraham diametrum. e. b. & ducam. d. g. equidistantem. b. l. que fecit diametrum. e. b. in puncto. h. & a. puncto. b. educam equidistantem lineae. a. b. q. sit. h. k. secans lineam. b. l. in puncto. m. & lineam. c. e. in puncto. l. & protraham. a. k. equidistantem. c. e. eritq. per correlarium premisse utraq. duarum superficierum. l. g. & d. m. quadrata. & per. 43. primi duo supplementa. c. h. & b. l. equalia. ergo addito quadrato. d. m. utriq. erit palclogrammum. c. m. equale parallelogramo. d. f. & quia. a. l. est. equale. c. m. p. 36. pmitte. a. b. equale gnomoni qui circumstat quadrato. l. g. ergo addito utriq. quadrato. l. g. erit. a. b. cum quadrato. l. g. equale quadrato. c. f. quod est propositum.

Propositio .6.



¶ Recta linea in duo equalia diuidatur. ali. vero et linea in longum addatur. quod ex ductu totius is composite in eam que iam adiecta est cum eo quod ex ductu dimidie in seipsam: equum est a quadrato quod ab ea que constat ex adiecta & dimidia in seipsam ducta describitur.

¶ Sit linea a. b. diuisa per equalia in puncto. c. & q. addam lineam. b. d. dico q. quadratum. c. d. quod sit. c. d. e. l. equale e. ei quod fit a. tota. a. d. in. b. d. & quadrato. c. b. ¶ Producam in quadrato predicto diametrum. d. e. & ducam lineam. b. g. equidistantem. d. f. que fecit diametrum. d. e. in puncto. h. a. quo b. Producam equidistantem lineae. a. b. q. sit. h. k. secans d. f. in puncto. m. & c. e. in puncto. l. & Producam. a. k. equidistantem. c. l. eritq. per. 36. primi. a. l. equale. c. h. At. c. h. erit equale. h. l. per. 43. primi. quare. a. l. est equale. h. f. ergo addito. c. m. utrobq. erit. a. m. equalis toti gnomoni circumstanti. l. g. quare. l. g. addito utrobq. erit. a. m. cum. l. g. equale. toti quadrato. c. f. & quia utraq. duarum superficierum. l. g. & b. m. est quadrata: per correlarium. 4. huius patet propositum.

Propositio .7.



¶ Linea in duas partes diuidatur. quod fit ex ductu totius in seipsam cum eo quod est ex ductu alterius partis in seipsam. equum est eis que ex ductu totius linee in eandem partem bis & ex ductu alterius partis in seipsam.

¶ Sit linea a. b. diuisa in duas partes in puncto. c. dico q. quadratum totius. a. b. cum quadrato. b. c. equum est ei quod fit ex. a. b. in. b. c. bis cum quadrato. a. c. describatur quadratum totius quod sit. a. b. d. e. & ducatur diameter. b. d. & e. f. equidistans. b. c. secans diametrum in puncto. g. & ducatur. k. g. h. equidistans. a. b. & quia quadratum. a. c. est quadrato. c. h. tantum sint quantum quadratum. k. f. cum duabus superficieribus. a. h. & c. e. patet propositum.

¶ Hec facit ad. 68. decimi. & 69. decimi. & 70. & 71. & 72. & 73. & 74. & 75. & 92.

Propositio .8.



¶ Linea in duas partes diuidatur: & in longi alia equalis vni diuidentium adiungatur: quod ex ductu totius iam composite in seipsam fiet. equum erit bis q. ex ductu prioris linee in eam adiectam quater: & quod ex ductu alterius diuidentis in seipsam.

¶ Sit linea a. b. diuisa in puncto. c. & l. uterq. contingat utrius addatur. b. d. equalis. c. b. dico q. quadratum totius. a. d. quod sit. a. d. e. f. est equale ei quod fit ex. a. b. & b. d. quater cum quadrato. a. c. hoc autem patebit ducta diametro. d. e. & lineis. c. g. & b. h. equidistantibus li

43
p
36
p

4 uce, d. f. f. secantibus diametrum in punctis, k. l. per que puncta ducantur
 4 p. q. h. r. f. m. n. l. o. equidistantes. a. d. erit enim per correlarium. 4. huius
 unaqueq. superficiem r. g. n. q. f. b. m. quadrata: & quia. c. b. posita est
 equalis. b. f. erit utraq. superficies. c. l. f. l. p. quadrata. Eruntq. 4. qua-
 drata diuidentia quadratum. c. p. equalia & quia totus gnomon circum-
 stans quadrato. r. g. est quadruplus ei quod sit ex. a. b. in. b. d. quia quadri-
 plus ad superficiem. a. l. patet propositum.

Propositio .9.



¶ Si linea a. b. diuisa per equalia. in. c. & per inequalia
 in. d. Dico q. quadratum. a. d. f. quadratum. d. b. simul iuncta: dupla sunt
 quadrato. a. c. & quadrato. c. d. simul iunctis. ¶ Super lineam i. a. b.
 erigo lineam. c. e. perpendicularem & equalem utriq. earum linearum.
 a. c. & c. b. & produco. e. a. & e. b. eritq. per .31. primi utraq. angulorum.
 a. f. b. & utraq. angulorum partialium qui sunt ad. c. medietas recti. to-
 tusq. e. rectus. & produco. d. f. equidistantem. c. e. & perpendicularem su-
 per lineam. a. b. eritq. utraq. angulorum. d. rectus & angulus. d. f. b. me-
 dietas recti per .31. primi: siue per secundam partem. .29. primi quare per
 6. primi. d. f. & d. b. sunt equalia a puncto. f. duco. f. g. equidistantem. a. b.
 eritq. per secundam partem. .29. primi: utraq. angulorum. g. rectus. & angu-
 lus. e. f. g. medietas recti quare per sextam eiusdem latera. e. g. & g. f. sunt e-
 qualia: & quia per penultimā eiusdem quadrati. e. f. est equale quadrato
 e. g. & quadrato. g. f. ipsum erit duplum ad quadratum. g. f. quare ad qua-
 dratum. c. d. ¶ Itemq. per eandem quadratum. e. a. est equale quadrato
 a. c. & quadrato. c. e. ipsum erit duplum ad quadratum. a. c. & quia quadra-
 tum. a. f. est equale quadrato. c. f. & a. e. per eandem ipsum erit duplum ad
 quadratum. a. c. & ad quadratum. c. d. sed quadratum. a. f. est iterum equa-
 le per eandem quadrato. a. d. & quadrato. d. f. ergo quadratum. a. d. f. q-
 dratum. d. f. dupla sunt ad quadratum. a. c. & ad quadratum. c. d. & quia
 quadratum. d. f. est equale quadrato. d. b. erunt quadrata duarum linearum
 a. d. & d. b. dupla quadratis duarum linearum que sunt. a. c. & c. d. quod
 est propositum

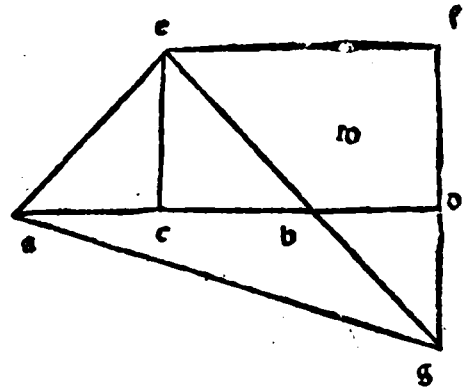
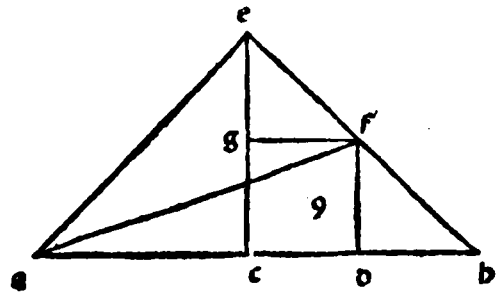
Castigator

a ¶ Illi trianguli sunt similes. s. a. d. f. & a. c. p. & ideo laterum proportio-
 lium per. 4. sexti. quia angulus. d. maioris & angulus. c. minoris sunt recti
 & angulus. a. unius est idem cum angulo. a. alterius sequitur per .31. primi
 angulos. p. parui & f. magni esse equaliter & sic latera illos continentia sunt
 proportionalia per dictam. 4. sexti. & ideo ponendo. a. d. 9. & d. f. 3. erit.
 c. p. 3. p. g. a. p. 3. 40. quia. a. c. 6. & p. f. 3. 10. cetera sunt clara & prati-
 ce dicitur uulgariter s. a. d. basa del grande mida. d. f. casetto che midar-
 ra. a. c. basa del piccolo. cioe s. 9. mida. 3. che midara. 6. operando habebis
 ut iam diximus.

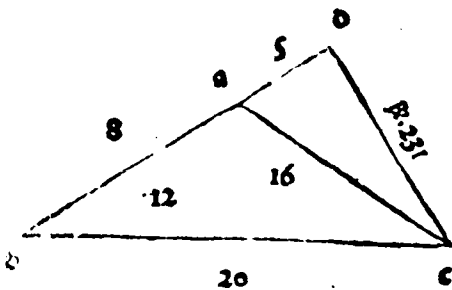
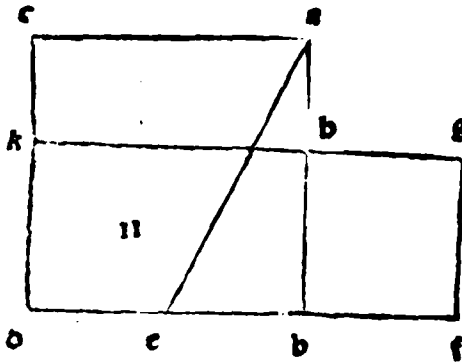
Propositio .10.



¶ Si linea in duo equalia diuidatur eius in lōgum
 alia addatur. quadratum quod describitur a to-
 ta cum addita quadratum quod ab ea que ad-
 dita est. utraq. quadrata pariter accepta. ei qua-
 drato quod a dimidia. eius quod ab ea produci-
 tur que ex dimidia adiectaq. consistit. utrisq.
 quadratis pariter acceptis dupla esse necesse est.



¶ Sit linea .a. b. diuisa per equalia in .c. & addita sibi linea .b. d. dico qd duo quadrata duarum linearum .a. d. & .b. d. pariter accepta dupla sunt duobus quadratis duarum linearum .a. c. & .c. d. pariter acceptis. ¶ Erigo .c. e. perpendicularē sup lineam .a. b. & eīdem utriq; lineay .a. c. & .c. b. & pficio triangulum .a. e. b. ductis lineis .a. e. & .c. b. eritq; ut in premissa utroq; angulorum .a. & .b. & uterq; eorū qui sunt ad .e. medietas recti per .32. pmi totusq; .e. est rectus. A puncto .e. produco .e. f. equalem & equidistantem .c. d. & produco .f. d. & .e. b. quousq; concurrunt in puncto .g. & produco lineam a g. eritq; per ultimam partem .29. primi angulus .c. e. f. rectus sed angulus .c. e. b. est medietas recti. ergo angulus .b. e. f. est similiter medietas recti & quia per .33. eiusdem .f. d. est equidistans .c. e. erit per .34. eiusdē angulus .f. rectus. ergo per .32. eiusdem. erit angulus .e. g. f. medietas recti. Itēq; per eādem angulus .d. b. g. similiter medietas recti propter id quod angulus .b. d. g. est rectus ergo per .6. eiusdem duo latera .e. f. & .f. g. sunt equalia. Itemq; duo latera .d. b. & .d. g. sunt equalia ergo per penultimam eiusdem quadratum .e. g. duplum est ad quadratum .e. f. quare ad quadratū .c. d. ¶ Itemq; p eādem qdratum .a. e. duplū ē ad qdratū .a. c. quia qdratum a g. est p eādem eīle qdrato .a. e. & .e. g. similiter quoq; & qdrato .a. d. & .d. g. At quia qdratum .d. g. est equale quadrato .b. d. erunt duo quadrata duarum linearum .a. d. & .b. d. pariter accepta dupla duobus quadratis duarum linearum .a. c. & .c. d. pariter acceptis quod ē propositum. Nec autem & omnes premisse ueritatem habent in numeris sicut in lineis.



¶ Etiam lineam sic se a re. ut quod sub tota & una portione rectangulum continetur: equum sit ei quod sit ex reliqua sectione quadratum.

¶ Sit linea data .a. b. quā uolumus sic diuideretur quod ex tota & eius minore portione produciatur equum sit quadrato maiori. ¶ Describo quadratum ipsius quod sit .a. b. c. d. & latus .b. d. diuido per equalia in .e. & produco .a. e. & .e. b. produco usq; ad .f. ita quod .e. f. sit equalis .a. e. & ex .b. f. portione extrinsecat describo qdratum quod ex latere .a. b. refecat portionem equalem .b. f. que sit .b. h. & quadratum descriptum sit .b. h. g. Dico qd .a. b. sic est diuisa in puncto .h. quod illud quod sit ex tota .a. b. in eius portione .h. a. est equale quadrato .h. b. Produco .g. h. usq; ad .k. que erit equidistans .a. c. Quia ergo linea .d. b. diuisa est per equalia in .e. & est sibi addita linea .b. f. erit per .6. huius quod sit ex .d. f. in .b. f. cum quadrato .e. b. equale quadrato .e. f. Quare & qdrato .e. a. Quare per penultimam primi quadratis duarum linearum .e. b. & .b. a. Ergo dempto ab utriusq; quadrato linee .c. b. erit quod sit ex .d. f. in .b. f. & ipsum est superficies .d. g. equale quadrato linee .a. b. Ergo dempto ab utriusq; parallelogramo .h. d. erit quadratum .h. e. equale parallelogramo .h. c. Et quia quadratum .b. f. est quadratum linee .h. b. Et parallelogramum .h. c. produciatur ex .c. a. que est equalis .a. b. in .a. h. patet factum esse ppositum. ¶ Ad hoc autem faciendum in numeris non laborest quia im possibile est numerum sic diuidi: hec undecima proponit sicut sciet sciti .29. te docente.

Propositio .12.



¶ In his triangulis qui obtusum habent angulum: tanto ea que obtusum subēdit angulum: ambobus reliquis lateribus que obtusum continent angulus amplius potest. quantum est quod continetur bis sub vno comparatq; ea que sibi directe iuncta ad obtusum angulum a perpendiculari extra deprehenditur.

¶ Sit triagulus .a. b. c. habens angulum .a. obtusum. A puncto .c. ducat linea perpendicularis ad lineā .b. a. q. necessario cadet extra triagulum .a. b. c. aliqui angulus obtusus esse rectus minor recto p. 16. pmi. Sit ergo d. p.

32

29

33

34

32

6

6

29

16

p.

perpendicularis super lineam .a.b. productam usq. ad .d. Dico q. quadratum lateris .b.c. quod subtenditur angulo obtuso tanto maius est duobus quadratis duarum linearum .a.b. & .a.c. ambientibus ipsum angulum obtusum. quantum est illud quod fit ex .b.a.in.a.d. bis. Potentia enim linee respectu quadrati sui est. unde tantum dicitur posse linea quelibet quantum in se ducta produciunt. Ent enim per .4. huius quadratum .b.d. equale duobus quadratis duarum linearum .b.a. & .a.d. & duplo eius quod fit ex .b.a.in.a.d. Et quia quadratum .b.c. per penultimam primi e equale quadrato .b.d. & quadrato .d.c. ipsum erit equale quadratis trium linearum .b.a.a.d.& .d.c. & duplo eius quod fit ex .b.a.in.a.d. Sed per eandem quadratum .a.c. est equale quadratis .a.d. & .d.c. Ergo quadratum .b.c. est equale quadratis duarum linearum .b.a. & .a.c. & duplo eius quod fit. ex .b.a.in.a.d. Quare .b.c. tanto amplius potest duabus lineis .b.a. & .a.c. quantum est duplum eius. quod fit ex .b.a.in.a.d. Iam enim diximus q. tantum dicitur posse linea quelibet quantum in se ducta produciunt quod est propositum. **Propositio .13.**

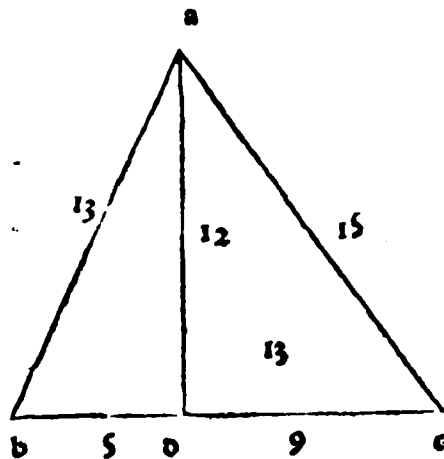


Per omnis oxigonis tanto ea que acutum respicit angulum ambobus lateribus angulum acutum continentibus minus potest: quantum est quod bis continetur sub vno eorum cui perpendicularis intra superstat: eaq. sui parte: que perpendiculari anguloq. acuto interiacet.

¶ Quod hic proponitur de latere subtenso alicui angulo acuto in triangulo oxigonio veritatem habet de latere subtenso cuilibet angulo acuto in omni triangulo siue fiat orthogonius siue ambigonijs siue oxigonijs.

¶ Sit ergo in triangulo .a.b.c. quicumq. triangulus fuerit. angulus .c. acutus qui si fuerit oxigonijs ducatur perpendicularis ab alterutro angulo .a. uel .b. ad utranq. basim .b.c. uel .a.c. quia cu sic fuerit semper cadet perpendicularis intra triangulum. Si autem sit ambigonijs aut orthogonijs ab angulo obtuso uel recto ducatur perpendicularis ad latus oppositum qua manifestum est cadere intra triangulum. & ut simpliciter dicam cum in omni triangulo sint duo acuti anguli necessario erit alter reliquorum angulorum. qui sunt .a. & .b. acutus. Ducam igitur perpendicularem ad lineam illam que duobus acutis interiacet. Sit ergo ut trianguli .a.b.c. angulus .b. etiam sit acutus: ducam ergo ad .b.c. perpendicularem que sit .a.d. que ut dictum est cadet intra triangulum. dico itaq. q. quadratum .a.b. quod subtenditur angulo acuto .c. tanto minus est duobus quadratis duarum linearum .a.c. & .c.b. quantum duplum eius quod fit ex .b.c.in.d.c.

¶ Vel dico q. quadratum .a.c. quod etiam subtenditur angulo .b. quem posuimus acutum quicquid fuerit de angulo .a. tanto minus est duobus quadratis duarum linearum .a.b. & .b.c. quantum est duplum eius quod fit ex .c.b.in.b.d. Erit enim per .7. huius quadratum .b.c. cum quadrato .d.c. equale ei quod fit ex .b.c.in.d.c. bis & quadrato alterius partis scilicet .b.d. quare addito utriq. quadrato .a.d. erit quadratum .b.c. cum quadratis duarum linearum .a.d. & .d.c. equale quadratis duarum linearum .a.d. & .b.d. & duplo eius quod fit ex .c.b.in.c.d. At quia per penultimam primi quadratum .a.c. est equale quadratis duarum linearum .a.d. & .d.c. erit quadratum .b.c. cum quadrato .a.c. equale quadratis duarum linearum .a.d. & .b.d. & duplo eius quod fit ex .b.c.in.c.d. sed per eandem penultimam primi quadratum .a.b. equum est quadratis duarum linearum .a.d. & .b.d. ergo quadratum .b.c. cu quadrato .a.c. equum est quadrato .a.b. & duplo eius quod fit ex .b.c.in.c.d. quare tanto minus potest .a.b. duobus lateribus .b.c. & .a.c. quantum est duplum eius quod fit ex .b.c.in.c.d. quod est propositum. Simili modo probabis latus .a.c. quod subtenditur angulo .b. acuto posse tanto minus duobus lateribus .a.b. & .b.c. quantum est duplum eius: quod fit ex .c.b.in.b.d. **¶** Notandum autem per hanc & precedentem & penultimam primi q. cognitis lateribus omnis triangul-



cognoscitur area ipsius & auxiliantibus tabulis de corda & arcu cognoscitur omnis eius angulus.

Castigator:

a Alioquin angulus. c. uel. b. qui sunt acuti ex hypothesi esset maior recto uel rectus p. 16. p. idco.

Propositio 14.

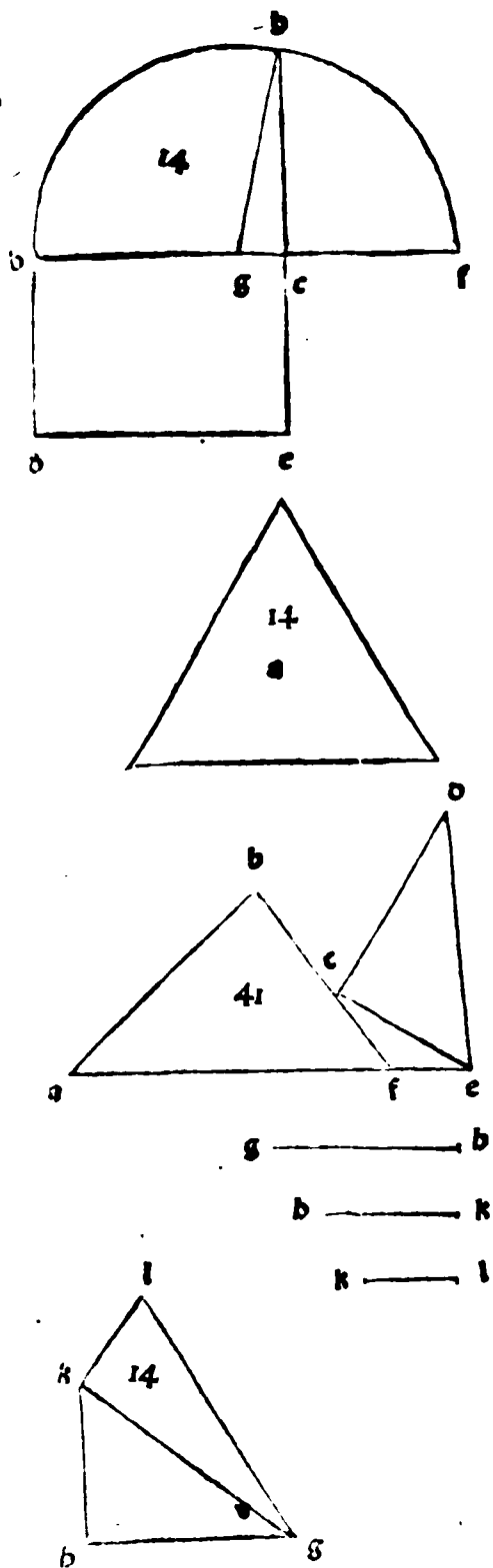


In trigono equum quadratum describere.

Sit datus trigonus. a. cui nos uolumus equum quadratum describere. Designabo superficiem equidistantium laterum & rectorum angulorum equalem trigono dato fm quod docet. 42. p. misitq. superficies illa. b. c. d. e. cuius si latera fuerint equalia habemus quod querimus. Ipsa enim erit quadrata. per diffinitionem. Si autem latera sunt inequalia tunc adiungam minus ipsorum laterum maiori secundum rectitudinem. sitq. linea. e. f. equalis minori duobus lateribus quod est. c. e. adiuncta maiori qd est. b. c. fm rectitudinem. Totā. b. f. diuidam p equalia in puncto. g. & facto. g. c. cetro sup lineā. a. b. f. fm quantitatem linee. g. b. describā semicirculū. b. h. f. & latus. e. c. pducam usquequo fecit circumferentiam in puncto. b. Dico q. quadratum linee. c. h. est equale trigono dato. Produci lineam. g. b. & quia linea. b. f. diuisa est per equalia in. g. & per inequalia in. c. erit per. s. huius quod sit ex ductu. b. c. in. c. f. cum quadrato. c. g. equale quadrato. g. f. quare & quadrato. g. b. quare per penultimam primi & duobus quadratis duarum linearum. g. c. & c. h. Ergo dempto utrinq. quadrato. c. g. erit quod sit ex. b. c. in. c. f. quod est equale superficiē. b. e. c. q. e. f. est eqle. c. e. Equale quadrato linee. c. b. quare quadratum linee. c. b. est equale trigono. a. quod est propositum. Et nota q. per hoc inuenitur latus tetragonum cuiuslibet altera parte longioris & simpliciter omnis figure rectis lineis contenta quecunq. fuerit. Quoniam omnem figuram talem in triangulos resoluenus & cuiuslibet illorum triangulorum inueniemus tetragonum latus fm doctrinam istius. & inueniemus per penultimam primi. lineam unam que possit in omnia latera tetragonica inuenta. Verbi gratia. uolo nunc inuenire latus tetragonum rectilinee figure irregularis. a. b. c. d. e. f. Resoluo eam in. 3. triangulos qui sunt. a. b. f. c. d. e. f. c. Inuenio quorum fm doctrinam istius tria latera tetragonica istorum trium triangulorum que sunt. g. h. k. f. k. l. & erigo. b. k. perpendiculariter super. g. h. & produco. g. k. eritq. per penultimam primi quadratum. g. k. equale quadratis duarum linearum. g. h. & b. k. & tertium latus. k. l. erigo perpendiculariter super lineam. g. k. & produco. lineam. g. l. eritq. per penultimam primi. g. l. latus tetragonum totius figure rectilinee propositae. **Explicit liber secundus.**

42

5



Castigator:

a Etiam dato quadrato equum ei trigonum describere ut in. 18. sexti habebis & in. 41. p. apparet si ei diligēs intellectus extiterit. Et non solum quadrato sed cuiusq. figure & superficiē multilaterē seu polygonie his mediis antibus possumus semper equum triangulum designare qm oēs tales resoluenus in triangulos & unicuiq. triangulo p hanc assignabimus equum quadratum seu palellogramum quodcunq. De hinc ex oibus illis unum cōficiemus per hanc & 35. sexti equale illis oibus postea sup duplum basis huius maximi faciemus triangulum equalis altitudinis & ipse erit equalis illi polygonie propositae.

Eudidis de circulis & eorū portioibus liber tertius fm opti-
mas. Camp ani traductioem. Magistro Luca paciolo de bur-
go. S. S. Or. mino. Castigator. acuratissimo feliciter. Incipit.



Eorum diametri sunt eq̄les. ip-
sos circulos eq̄les eē. Maiores
aut quorum maiores & minores
quorū minores. 1. **C**irculum li-
nea ptingere dī. q̄ cum circulus
tangat in vtrāq̄ ptem electa. cir-
culum nō secāt. 2. **C**irculi sese
ptingere dicunt qui tangētes se
inuicem non secāt. 3. **R**ecte li-
nee ī circulo eq̄lter distare dicū-
tur a centro. cum a cētro ad ipas
ducte ppendiculares fuerint eq̄-
les. 4. **P**lus vō distare a cē-

tro dī. in quā ppendicularis lōgior cadit. 5. **R**ecta linea por-
tioēs circuli p̄tinēs corda nōlat. 6. **P**ortio vō circūferentie
arcus nūcpat. 7. **A**ngulus at portioēs dī q̄ a corda & arcu
p̄tinet. 8. **S**upra arcū angulus p̄stere dī. q̄ a quolibet pū-
cto arcus ad corde terminos duabus rectis lineis exēntibus cō-
tinet. 9. **S**ector circuli est figura q̄ sub duabus a centro du-
ctis lineis & sub arcu q̄ ab eis comprehendit p̄tinet. 10. **A**n-
gulus aut q̄ ab eis lineis ambitur supra cētrum p̄stere dī. 11.
Similes circulozum portioēs dicunt in q̄bus qui supra ar-
cum p̄stunt anguli sibi inuicem sunt eq̄les. 12. **A**rcus quo
q̄ similes sunt qui equos angulos p̄dicto modo suscipiūt. 13.

Castigator

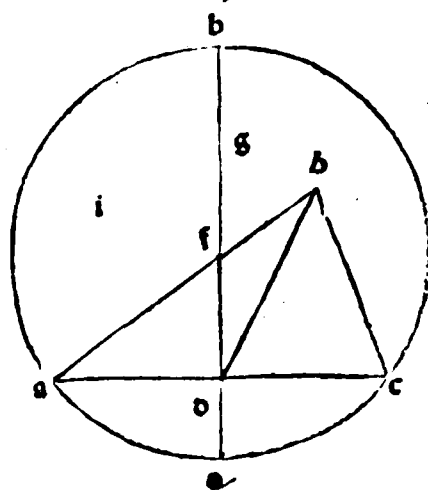
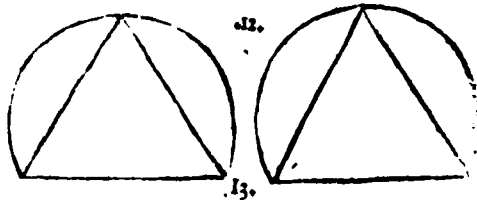
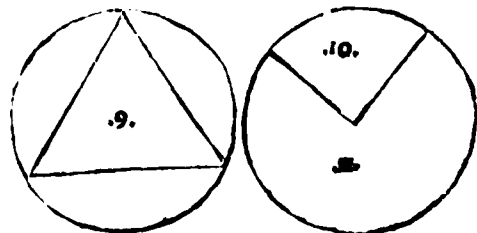
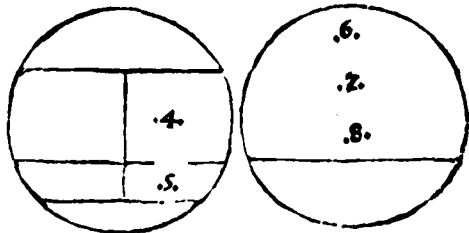
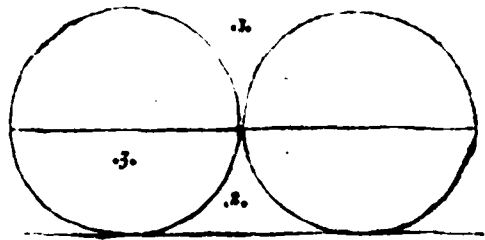
a **C**ircularis figura inter alias optinet principatum quia multe con-
ditiones sibi competunt q̄ nulli alii figurarum yfopimetarum nam ipsa
est prima figurarum & perfectissima & simplicissima & regularissima & ca-
pacissima oīum yfoperimetarum & pulcherrima oīum ut constat ex ele-
ctione summi opificis & sic addere poter ipsa q̄ est maxie apta motui. ut
inde physico auditu dixit a. Et si queratur quare Euclides prius de ipsa
uerba non fecerit dicitur eo quia inuenit multa de ipsa que minime con-
cludi poterant nisi ex conclusionibus rectilinearum figurarum & ideo si
bi fuit necesse sciam de circulis preposterare quemadmodum fecit prepo-
nendo geometriam arithmetice cum illa sit prior amēdis testante Diui
no philosopho & Boetio in sua arithmetica.

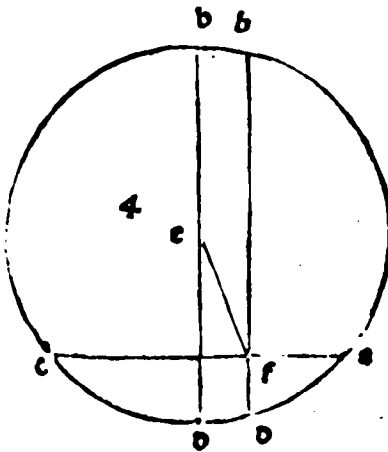
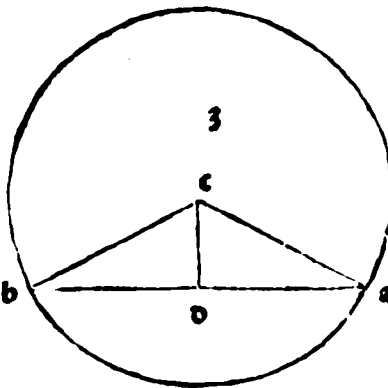
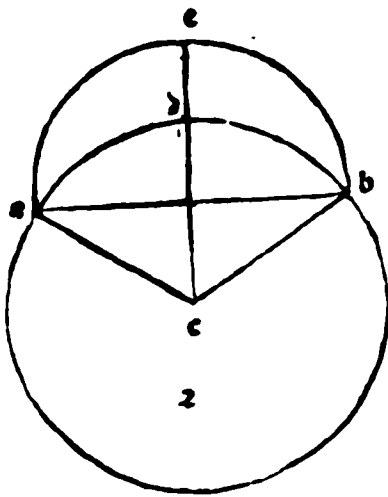
Propositio .i.



Circuli propositi centrum inuenire. vnde manife-
stum est q̄ duabus rectis lineis in eodem circulo
apud circūferentiam terminatis neutraillarum al-
teram per equalia orthogonaliter secāt nisi ipsa su-
per centrum transferit.

Sit circulus propositus. a. b. c. cuius uolumus centrum
inuenire. **D**uco in ipso circulo lineā. a. c. qualitercūq̄ contingat quam
diuido per equalia in pūcto. d. a quo duco perpendicularem ad lineam
a. c. quam applico circūferētie ex utraq̄ parte. sitq̄. e. d. b. quam rursus diui-
do p̄ eq̄lia in pūcto. f. quē dico eē centz. circuli. **S**i enī nō ē erit aut ali-
bi aut in linea. e. b. aut extra. In linea. e. b. nō si. n. fuerit ī e aut ī pūcto. g.
erit linea. e. f. maior linea. e. g. p̄ uidelicet toto q̄ ē impossibile. **Q**uod si fue-
rit extra lineā. e. b. ut ī pūcto. b. ducāt lineā. b. a. b. d. b. c. & eglatera. b. d. &





d a. trianguli. h. d. a. sunt equalia lateribus. h. d. f. d. c. trianguli. h. d. c. f. basis. h. a. b. a. b. c. erit per. 8. primi angulus. a. d. h. equalis angulo. c. d. h. quare uterq. rectus & quia angulus. a. d. b. fuit etiam rectus erit. a. d. h. equalis. a. d. b. p. 3. petitiōe primi pars uidelicet toti quod est impossibile. Nō est ergo centrum dati circuli alicubi quam in puncto. f. quod est ppositum.

Propositio .2.



Si per circuli circumferentiam duobus punctis signatis lineam rectam ductam ab altero ad alterum circulum secare necesse est.

¶ Sit ut in circumferentia circuli. a. b. cuius centrum sit. c. signata sint duo puncta que sint. a. f. b. dico q. linea recta coniungens unum cum altero secabit circulum. Alioquin cadet extra circulum: siq. a. e. b. linea recta si possibile est: producam lineas. c. a. f. c. b. eruntq. p. 5. primi angulus. c. a. b. f. c. b. a. equalis: pro traham item lineam. c. e. que fecit circumferentiam in puncto. d. eritq. p. 16. pmi angulus. a. e. c. maior angulo. c. b. e. quare maior angulo. c. a. e. quare per. 18. eiusdem lateris. a. c. maius latere. c. e. f. quia. c. d. est equalis. c. a. erit. c. d. maior. c. e. pars toto quod est impossibile: Quia ergo linea coniungens duo puncta. a. b. non transibit extra circulum secabit ipsum quod est ppositum.

56.

18

Propositio .3.



Si lineam intra circulum preter centrum collocatā alia a centro veniens per eam secet orthogonaliter super eam insistere. & si in eam orthogonaliter steterit eam per equalia diuidere necesse est.

¶ Sit ut lineam. a. b. collocatam intra circulum. a. b. cuius centrum sit. c. linea. c. d. ueniens a centro diuidat per equalia: dico q. diuidit eam orthogonaliter. & e converso uidelicet si diuidit eam orthogonaliter diuidit eam per equalia. ¶ Produca lineas. c. a. f. c. b. f. ponam primo q. diuidat eam per equalia: erunt ergo duo latera. c. d. f. d. a. trianguli. c. d. a. equalia duobus lateribus. c. d. f. d. b. trianguli. c. d. b. f. basis. c. a. b. b. c. b. ergo per. 8. primi angulus. d. unius est equalis angulo. d. alterius quare uterq. rectus: quare. c. d. est perpendicularis super. a. b. quod est ppositum. ¶ Ponam iterum q. c. d. sit perpendicularis super. a. b. f. ostendam q. ipsa diuidit. a. b. per equalia. Erit enim propter hanc positionem uterq. anguloz qui sunt ad. d. rectus quare unus equalis alteri. At quia per. 5. primi angulus. c. a. d. est equalis angulo. c. b. d. f. lateris. c. a. equalis lateri. c. b. per. 26. primi eiusdem erit linea. a. d. equalis lineae. d. b. quod est ppositum.

8

5
26

Propositio .4.



Si intra circulum due linee se inuicem secēt. & super centrum non transeant. non per equalia eas secari necesse est.

¶ Sit ut in circulo. a. b. c. d. cuius centrum sit. e. due linee a. c. f. b. d. secent se in puncto. f. f. utraq. earum uel altera non transeat per centrum. dico q. ipse non diuidit se per equalia: ita q. utraq. p. equalia diuidatur ab altera. ¶ Quod si fuerit hoc possibile: ponatur & sit primo ut neutra transeat per centrum a centro. e. producam lineam. e. f. eritq. per primam partem premisse unusquisq. 4. angulorum: qui sunt. a. f. c. e. f. c. f. c. d. rectus quod est impossibile: sic enim rectus eet minor recto. ¶ Sit igitur ut altera earum transeat per centrum & altera non: siq. b. d. transiens per centrum adhuc dico q. non diuidunt se per equalia quod si sic. tunc per primam partem premisse. cū b. d. ducta a centro diuidat. a. c. per equalia diuidat eam orthogonaliter quare etiā. a. c. diuidet. b. d. orthogonaliter & quia diuidit. a. c. ipsam b. d. per equalia ut ponit aduersarius: ipsa transibit per centrum per correlarium prime huius: quare ambe transiunt per centrum quod est contra ppositum.

c. b. f. e.

Propositio .5.

In colorum se inuicem secantium cetera diuersa esse.

Sint duo circuli. a. c. b. a. d. b. secantes se super duo puncta a. a. f. b. Dico q̄ eorum sunt diuersa centra. **S**i enim haberent idem centrum ipsam erit p̄ diffinitionem in portione utriq̄ circulo cōmuni sitq̄ illud. c. f. ducantur linee e. a. f. e. f. c. eruntq̄ per diffinitionem due linee. e. a. f. e. f. c. q̄ les: **I**temq̄ per diffinitionem due linee. e. a. f. e. c. equales quare. e. f. est equalis. e. c. cum utraq̄ earum sit equalis. e. a. pars uidelicet toti quod est impossibile.

Propositio .6.

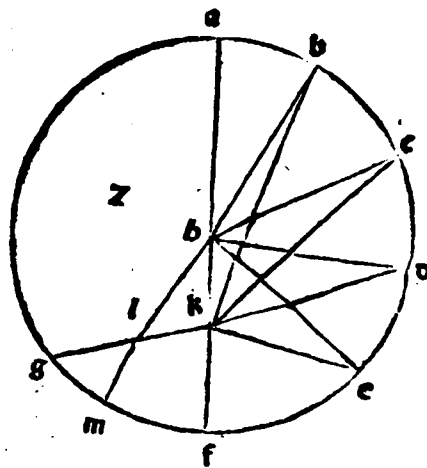
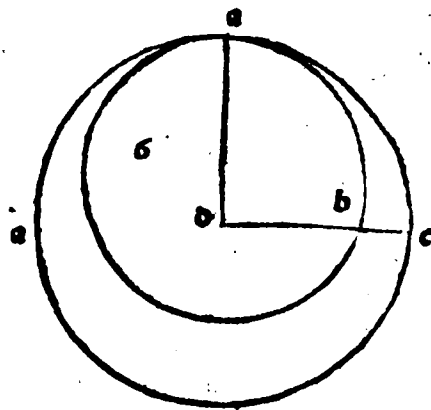
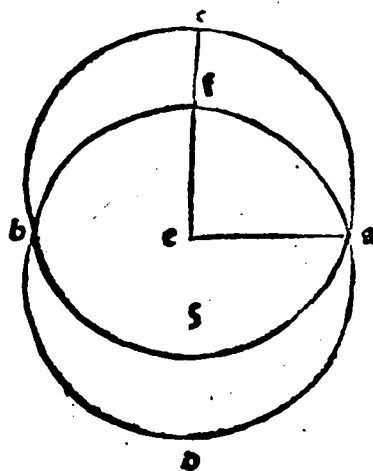
In colorum se se contingentium nō idem centrum esse necesse est.

Sint duo circuli. a. b. f. a. c. contingentes se in puncto. a. Dico q̄ eorum sunt diuersa centra. **S**i enim habuerint idē centrum erit per diffinitionem inter minorem eorum cū minor positus fuerit intra maiore: sitq̄ ipsum. d. f. ducantur linee. d. a. f. d. b. c. eruntq̄ per diffinitionem utraq̄ duarum linearum. d. b. f. d. c. equalis. a. d. quod est impossibile. **D**e circulari autē se contingentibus extra quorum scilicet unus est extra alterum: manifestum est p̄ diffinitionem centri quod ipsi non habent idem centrum.

Propositio .7.

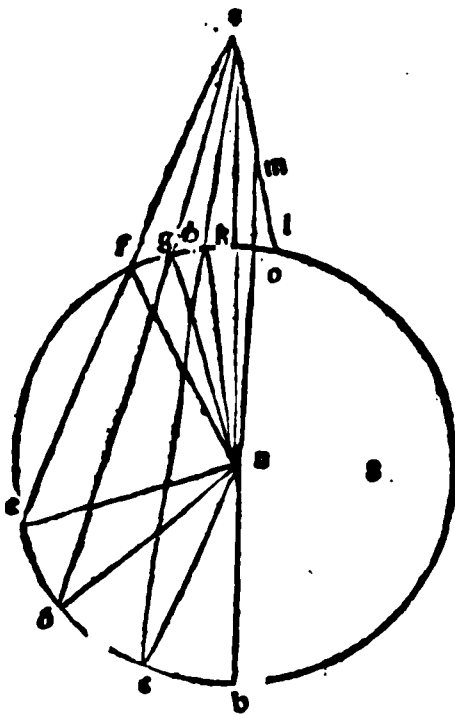
In diametro circuli punctus præter centrum si gnetur. eab eo ad circumferentiam linee plurime ducantur que super centrum transierit omnium erit longissima. que vero diametrum perficiet omnium erit breuissima. que autem centro. p̄xime ceteris longiores. **Q**uanto vero a centro remotiores tātō breuiores esse conueniet. **D**uas quoq̄ equidistantes linee breuissime collaterales equales esse necesse est.

Sic ut in diametro. a. f. circuli. a. b. c. cuius centrum sit. b. sit signatus punctus. k. præter centrum a quo ducantur plurime linee que sunt. k. a. k. b. k. c. k. d. k. e. k. f. g. ad circumferentiam: f̄ transeat. a. k. per centrum. b. f. k. f. sit complementum dyametri: sitq̄. ut. k. e. f. k. g. equidistant a. k. f. hoc est dicere ut angulus. e. k. f. sit equalis angulo. f. k. g. dico q̄. k. a. est omniū longissima. f. k. f. omnium breuissima: alie uero tanto longiores quāto centro propinquiores. ut. k. b. est longior. k. c. f. k. c. est longior. k. d. f. k. d. longior. k. e. f. k. e. f. k. g. sunt equales: quia enim in triangulo. b. k. h. duo latera. b. h. f. k. per. 20. primi: sunt maiora latere. b. k. f. ipsa sunt equalia linee. a. k. erit. a. k. maior. b. k. f. eadem ratione maior omnibus aliis f̄ hoc est primum. **I**temq̄ quia in triangulo. e. h. k. duo latera. h. k. f. k. e. per eandem sunt maiora latere. h. e. quod est equalis linee. h. f. ipsa erunt maiora linea. b. f. ergo dempta communi linea que est. h. k. remanebit k. e. maior. k. f. eadem ratione quelibet aliarum erit maior ipsa f̄ hoc est secundum. **I**temq̄ quia duo latera. b. h. f. b. k. trianguli. b. b. k. sunt equalia duobus lateribus. c. h. f. b. k. trianguli. c. b. k. f. angulus. b. h. k. ē maior angulo. c. h. k. erit per. 24. primi. basis. b. k. maior basi. k. c. eadem rōne k. c. maior erit. k. d. f. k. d. maior. k. e. f. hoc est tertium. **Q**uod si due linee. k. g. f. k. e. non sunt equales erit altera maiori sitq̄. k. g. de qua sumā k. l. equalem. k. e. f. producam. h. l. quousq̄ fecit circumferentiam in puncto. m. f̄ quia per hypothesim angulus. g. k. f. est equalis angulo. f. k. e. erit per. 13. primi. angulus. l. k. b. equalis angulo. e. k. b. f̄ duo latera. l. k. f. k. h. trianguli. l. k. b. sunt equalia duobus lateribus. e. k. f. k. h. trianguli. e. k. h. ergo per. 4. primi. basis. h. l. est equalis basi. h. e. f̄ quia. h. m. ē equalis. h. e. erit. h. m. equalis. h. l. quod est impossibile. sunt ergo due linee. k. g. f. k. e. equales quod est nostrum propositum. quartum.

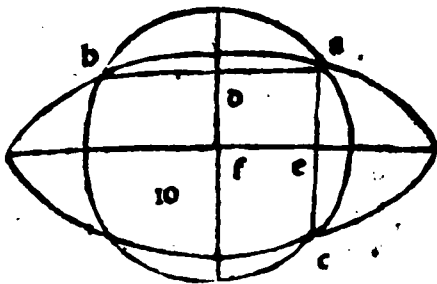
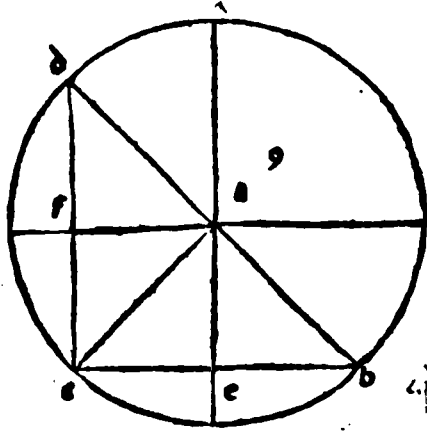


C. P. e. anseris

Propositio .8.



Cauda pavonis.



Extra circulum puncto signato ab eo ad circumferentiam linee plurime ducantur circulum secando. que super centrum transferantur omnium erit longissima. Centro autem propinquiores ceteris remotionibus longiores. Linee vero partiales ad circumferentiam extrinsecus applicate. ea quidem que diametro in directum adiacet omnium est minima. ceteraeque propinquiores remotionibus breviores. Due vero que linee brevissime utrinque eque propinquant equales sunt.

Sit ut a puncto. a. assignato extra circuli. b. c. d. cuius centrum sit. n. ducantur plurime linee ad circumferentiam secando circulum que sint. a. k. n. b. a. b. c. a. g. d. f. a. f. e. Dico q. a. b. transiens per centrum omnium erit longissima. f. g. a. c. e. maior. a. d. f. a. d. maior. a. e. f. g. a. k. est brevissima omnium extrinsecarum. f. g. a. b. est minor. a. g. f. a. g. minor. a. f. dico q. si ducat. a. l. ita q. ipsa f. a. h. equilater distent ab. a. k. hoc est q. angulus. k. a. h. sit equilateralis angulo. l. a. k. ipse erunt equales. Producam. n. a. centro. n. lineas. n. e. n. d. n. c. n. f. n. g. f. n. h. eruntq. p. 10. pmi duo latera. a. n. f. n. c. trianguli. a. n. c. maiora. a. c. f. q. a. ipsa sunt equalia linee. a. b. erit. a. b. maior. a. c. eadem rone erit maior omnibus aliis quod est p. m. Et quia duo latera. a. n. f. n. c. trianguli. a. n. c. sunt equalia duobus lateribus. a. n. f. n. d. trianguli. a. n. d. f. angulus. a. n. c. e. maior angulo. a. n. d. erit p. 14. pmi: basis. a. c. maior basi. a. d. f. eadem rone erit. a. d. maior. a. e. qd. e. p. m. Itaq. quia in triangulo. a. n. b. duo latera. a. b. f. n. b. sunt maiora. a. n. per. 10. pmi. f. h. n. est equalis. n. k. erit p. eodem sciam. a. h. maior. a. k. eadem rone quilibet extrinsecus applicata. maior erit. a. k. quod e. tertium. Item quia p. 11. pmi duo linee. a. h. f. h. n. sunt minores duabus lineis. a. g. f. g. n. f. h. n. e. equalis. g. n. erit p. eodem scientiam a. g. maior. a. h. eadem rone erit. a. f. maior a. g. qd. est quartum. Quod si. a. l. non sit equalis. a. h. cu. ipse sint equaliter distantes ab. a. k. erit altera maiori sit. a. l. ponat ergo. a. m. equalem a. h. f. producam. n. o. m. q. a. ergo duo latera. m. a. f. a. n. trianguli. m. a. n. sunt equalia duobus lateribus. h. a. f. a. n. trianguli. h. a. n. f. angulus. m. a. n. e. equilateralis angulo. h. a. n. erit p. 4. pmi: basis. m. n. equilateralis basi. n. h. f. q. a. n. o. e. equilateralis. n. h. erit. n. o. equalis. n. m. p. uidelicet toti quod est impossibile hoc est quintum.

Propositio .9.



Intra circulum puncto signato. ab eo plures que due linee ducte ad circumferentiam fuerint equaliter. punctum illud centrum circuli esse necesse est.

Sit ut a puncto. a. signato intra circuli. b. c. d. ducte sint. 3. linee. a. b. a. c. f. a. d. ad circumferentiam q. pono et equaliter dico punctum. a. esse centrum circuli. Producam. n. duas lineas. c. b. f. d. c. f. dividat utraq. eaq. p. equalia. c. b. qdem in puncto. c. f. d. c. in puncto. f. f. pducam. e. a. f. f. a. quas applico circumferentie ex utraq. p. re. eritq. p. 8. pmi utroq. angulo. q. sunt ad. e. equilateralis alteri. igit. p. 13. p. utroq. erit rectus. Si q. quoq. p. eadem utroq. angulo. q. sunt ad. f. rectus: ergo per correlarium p. me huius. quia. a. e. dividit. c. b. per equalia f. orthogonaliter ipsa transit p. centrum. similiter quoq. a. f. transit p. centrum: quia dividit d. c. p. equalia f. orthogonaliter. quare. a. est centrum qd. est ppositum.

Propositio .10.



Si circulus circulum secet. in duobus tantum locis secare necesse est.

Sint si possibile e. duo circuli secantes se in pluribus q. in duobus locis sup. 3. puncta. a. b. c. Producam lineas. a. b. f. a. c. quas dividam p. equalia in punctis. d. f. e. f. producam a puncto. e. lineam. e. f. perpendicularem sup. lineam. a. c. f. a puncto. d. lineam. d. f. perpendicularem super lineam. a. b. f. secet se due linee. e. f. f. d. f. in puncto. f. eritq. per correlarium prime huius punctum

20
p.

24

20

21

4

13
8

5 f. centrum circuli utriusque quod est impossibile. per. s. huius.

Propositio. .11.



Si circulus circulum contingat. lineas per centra eorum transeat. ad punctum contactus eorum applicari necesse est.

¶ Si enim linea transiens per centra duorum circulorum .c.e. & .d.e. sese contingant intra vel extra. non vadit ad locum contactus sed circumferentiam utriusque. sit .a. centrum circuli .e.d. & .b. centrum circuli .e.c. & ducatur linea recta .a.b. & .c.d. secans circumferentiam utriusque & ducantur linee a puncto .e. qui sit locus contactus ad centra que sunt .e.a.c.e.b. eruntque in contactu interiori. per .a.o. primi due linee .c.b. & .b.a. longiores .e.a. quare longiores .a.d. & enim .a. centrum circuli .e.d. & quoniam .b.c. est equalis .e.b. quoniam .b. est centrum circuli .e.c. erit .c.a. longior .a.d. quod est impossibile. ¶ In contactu vero exteriori erunt due linee .a.c. & .e.b. longiores .a.b. quare .a.d. & .c.b. maius erunt quam tota .a.b. quod est falsum.

Propositio .12.



Non circulus circulum contingat siue intrinsecus siue extrinsecus. in uno tantum loco contingere necesse est.

¶ Si enim fuerit possibile. ut circulus circulum contingat in duobus locis intra vel extra contingat circulum .a.b. & .c.d. circulus .a.b. & .c. iterius in duobus punctis .a.b. vel exteriori circulus .c.d. & .f. in duobus punctis .c.d. Cum ergo ducemus lineam rectam ab .a. ad .b. si ipsa cadat extra circulum .a.b. & .c. interiori accidet contrarium secunde huius. Quod si ipsa cadat intra ipsum cum dividerimus ipsam per equalia & eduxerimus a puncto divisionis perpendicularem ad ipsam. fueritque applicata circumferentie ex utraque parte ipsa transibit per centra amboꝝ circuloꝝ que accidet contrariū pmissis. ¶ In circulo vero contingit exteriori in punctis .c.d. si ducamus lineam rectam a puncto .e. ad punctum .d. necesse est accidere contrariū se huius. que utrumque impossibile.

Calligatoꝝ.

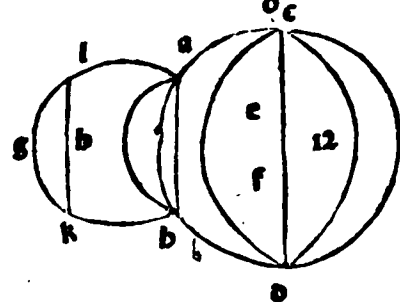
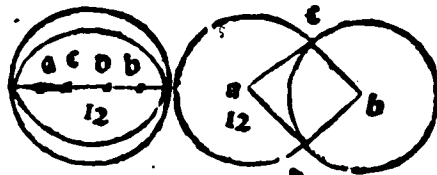
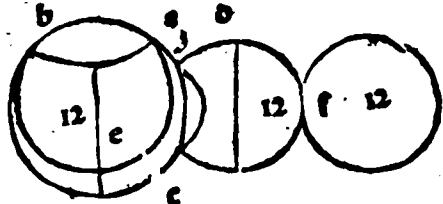
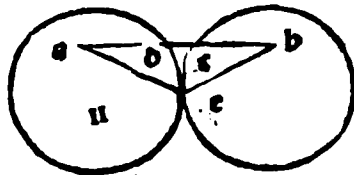
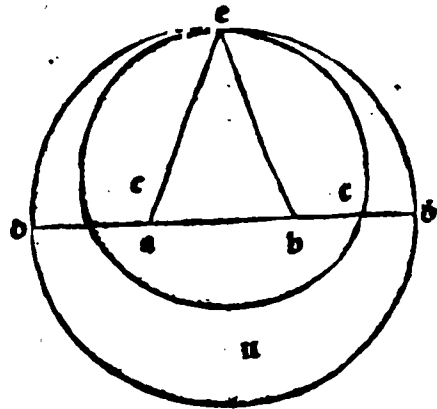
¶ Verbi gratia. Quod si fuerit possibile. ut sese in duobus aut pluribus contingant locis circulus ergo .c.d. circulum .a.b. in duobus locis interiori contingat super duo puncta .c. & .d. Si itaque centrum circuli .a. b. punctum .e. & centrum circuli .c.d. punctum .f. linea ergo que coniungit punctum .e. puncto .f. & p̄trahitur ad circumferentiam cadit in loco ubi duo circuli sese contingunt per premissam. Coniungam itaque .e. cum .f. & p̄traham lineam .e.f. ad duo puncta in quibus duo circuli sese contingunt .c. & .d. centrum vero circuli .a. b. est .e. linea ergo .c.e. linee .e.d. est equalis sed linea .e.d. linea .d.f. longior existit. ergo linea .c.e. longior est linea .f.d. sed linea .c.f. linea .c.e. fortior invenitur linea .c.f. multo longior existit linea .f.d. Et est quia centrum circuli .c.d. est punctum .f. erit linea .f.d. linee .f.e. equalis. Sed iam fuit offensum .g. linea .c.f. linea .f.d. multo longior existit. hoc autem contrarium est impossibile non ergo contingit .c.d. circulum .a.b. nisi tñ in loco uno. Contingant ergo se exteriori in duobus locis si hoc est possibile s̄m similitudinē qua circulus .g.h. circulum .a.b. contingit linea ergo q̄p̄trahit a puncto .a. ad punctum .b. cadit itra circulum .a.b. & cadit extra circulum .g.h. h̄ aut contrariū est impossibile ē. qm̄ si quibet duo puncta cadētia fuerit sup̄ arcu circuli linea unum eoz alteri coniungit itra circulum cadit per .a. huius nō ergo contingit circulum nisi in loco uno exteriori. neq̄ iterius. Et hoc ē quod demonstrare volumus.

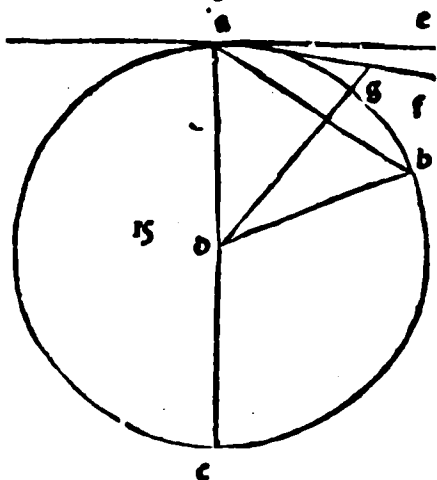
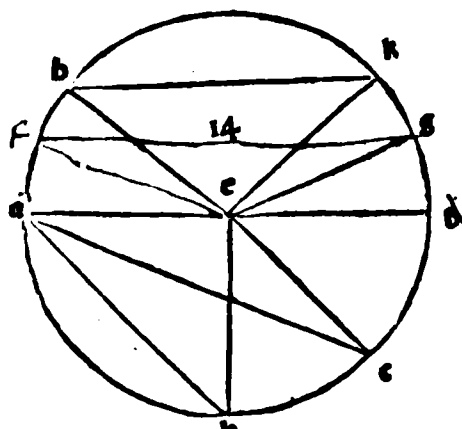
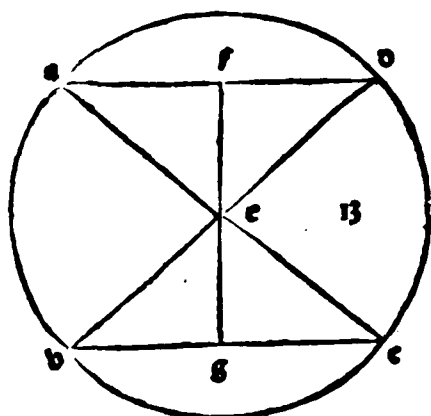
Propositio .13.



Ecce linee in circulo si fuerint equales eas a centro egdistare. & si a centro egdistiterit eales eē necesse ē.

¶ Sit ut in circulo .a.b.c.d. cuius centrum sit .e. due linee .a.d. & .e.b. sint eales. dico q̄ ipse equidistant a centro & eod̄ verso. Producantur .n. a centro .e. linee .e.f. & .e.g. p̄p̄diculares ad .a.d. & .e.b. eritque .p. p̄tem tertie huius .a. d. divisa per equalia. in .f. & .b. c. i





g. quia ergo duo latera .e. d. & .d. a. trianguli .e. d. a. sunt equalia duobus lateribus .e. c. & .c. b. trianguli .e. c. b. & basis .e. a. basi .c. b. erit per .8. primi angulus .d. equalis angulo .c. & quia duo latera .e. d. & .d. f. trianguli .e. d. f. sunt equalia duobus lateribus .e. c. & .c. g. trianguli .e. c. g. Nam d. f. est equalis .c. g. eo q. tota .a. d. posita est equalis .b. c. & angulus .d. est equalis angulo .c. erit per .4. primi basis .e. f. equalis basi .e. g. & quia iste sunt perpendiculariter nentes ad eas a centro patet per diffinitionem 4. huius ipsas equaliter distare a centro. ¶ Aliter idem. Quadratum enim .e. d. per penultimam primi valet quadrata duarum linearum .e. f. & .f. d. & quadratum .e. c. quadrata duarum linearum que sunt .e. g. & .c. g. & quia quadratum .d. e. est equalis quadrato .e. c. & quadratum .d. f. quadrato .g. c. erit quadratum .e. f. equalis quadrato .e. g. quare .e. f. est equalis .e. g. sic patet idem. ¶ Sit ergo .e. f. equalis .e. g. quod est eas equaliter distare a centro. dico tunc q. a. d. est equalis .b. c. de quadratis enim duarum linearum .e. d. & .f. c. c. equalibus demptis quadratis duarum linearum .e. f. & .c. g. equalibus remanent per penultimam primi quadrata duarum linearum .f. d. & .g. c. que per communem scientiam necesse est esse equalias quare .f. d. est equalis .g. c. ergo duplum .f. d. quod est .a. d. est equalis duplo .g. c. quod est .b. c. & bec est secunda pars propositi.

Propositio .14.



Intra circulum plurime recte linee ceciderint diametrum eius omnium longissimam. eiq. propinquiores remotioribus longiores esse necesse est.

¶ Sit ut in circulo .a. b. c. eius centrum .e. cadat plurime linee que sint .a. b. a. c. d. f. g. h. k. sitq. a. e. d. diameter. dico ipsam esse longissimam & alias tanto maiores quanto sunt ipsi propinquiores. ducantur enim a centro .e. linee ad extremitates omnium que sint .e. b. e. c. e. f. e. g. e. h. e. i. e. k. eruntq. per .10. primi duo latera .e. f. & .e. g. trianguli .e. f. g. longiora .f. g. & quia ipsa sunt equalia .a. d. erit .a. d. maior .f. g. eadem ratione maior erit q. a. c. quia .a. e. & .e. c. sunt maiora .a. c. & equalia .a. d. ergo .a. d. maior est .a. c. sic quoq. est maior .b. k. & maior etiam q. a. b. quod autem .f. g. sit maior .b. k. & .a. c. a. b. patet quia per .14. primi cum duo latera .f. e. & .e. g. trianguli .f. e. g. sint equalia duobus lateribus .h. e. & .e. k. trianguli .h. e. k. & angulus .f. e. g. maior angulo .h. e. k. erit basis .f. g. maior basi .h. k. Similiter quoq. q. a. e. & .e. c. sunt equalia .a. e. & .e. b. & angulus .a. e. c. maior angulo .a. e. b. erit basis .a. c. maior basi .a. b. & sic est propositum.

Propositio .15.



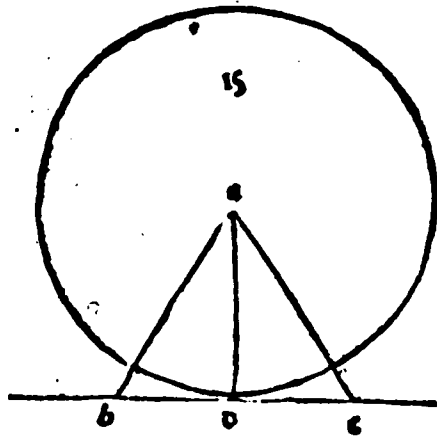
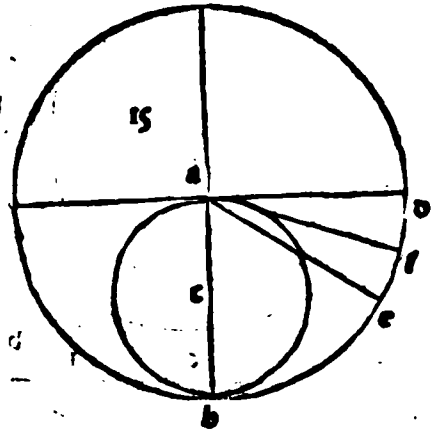
Ab altero terminorum diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter linea recta ducatur. extra circulum eam cadere necesse est. ¶ Atq. inter illam & circulum aliam lineam rectam capi impossibile est. ¶ Angulum autem ab illa & circumferentia contentum omnium acutorum angulorum est angulissimum. ¶ Angulum vero intrinsecum a diametro & circumferentia contentum omnium angulorum acutorum esse anplissimum necesse est. ¶ Unde etiam manifestum est omnem lineam rectam a termino diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter ductam circulum ipsum contingere.

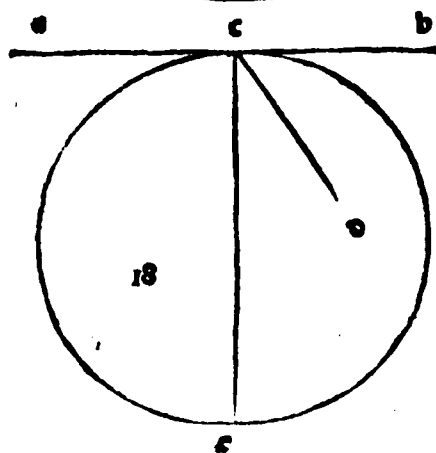
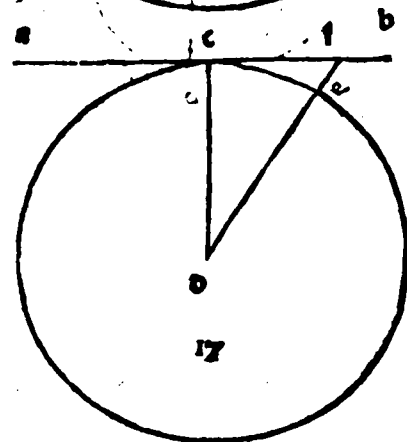
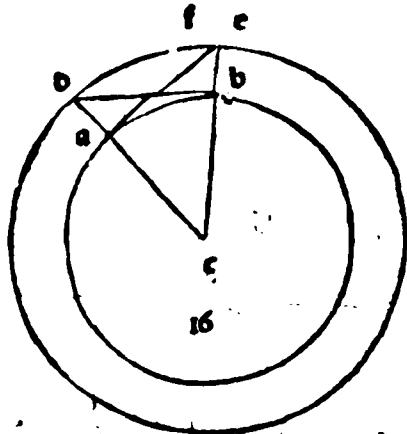
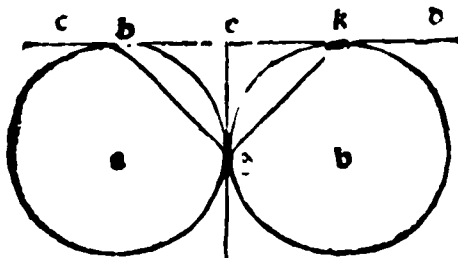
¶ Sit ut .a. termino a diametri .a. c. circuli .a. b. c. eius centrum .d. ducatur linea orthogonaliter dico q. ipsa cadit extra circulum. & q. inter lineam illam & circumferentiam nulla alia recta linea intercipitur i. q. angulus quem ipsa & circumferentia continet est minor omni angulo rectilineo qui uidelicet a duabus rectis lineis continetur. & quod angulus contentus a diametro & circumferentia est maior omni angulo rectilineo acuto.

5 p datur infra circulum sit illa linea a. b. & ducatur linea d. b. eritq. per 5. primi angulus d. a. b. equalis angulo d. b. a. & quia angulus d. a. b. est rectus per hypothese. habebit triangulus a. b. d. duos angulos rectos quod est impossibile per 32. primi. ¶ Cadet ergo extra sitq. a. e. q. si inter ipsam & circumferentiam potest linea recta intercepti sit illa a. f. ad quam ducatur perpendicularis d. g. & quia angulus d. g. a. est rectus erit per 18. primi linea a. d. longior linea d. g. quod est impossibile. quare inter ipsam & circumferentiam nulla linea recta intercepti potest. ¶ Propter quod patet q. angulus edentus a. b. e. a. & circumferentia qui dicitur angulus contingente est minor o. angulo a duabus rectis lineis contento. Si enim aliquis rectilineus angulus esset angulo contingente equalis aut eo minor cum ois talis possit per lineam dividi secundum doctrinam 9. primi inter lineam a. e. & circumferentiam posset linea recta intercepti q. monstravimus esse non posse. Per qd patet angulus contentum a diametro & circumferentia omnium acutorum rectilineorum esse maiorem. quia non differt a recto nisi in angulo contingente quem monstravimus esse minorem ois rectilineo. ¶ Corollarium patet p. primam p. terti. Cum enim linea a. e. in utraque ptem recta non fecit circulum & tangat ipsum in puncto a. ipsa est contingens p. diffinitionem. ¶ Ex hoc notandum q. non valet ista argumentatio. hoc transit a minori ad maius. & p. oia media ergo p. equale. Nec ista contingit reperire maius hoc & minus eodem ergo contingit reperire equale. Hoc autem sic patet. Sit circulus a. b. sup. centz. c. cuius diameter a. c. b. & ducatur ab eius termino a. linea a. d. orthogonaliter eritq. contingens circulum p. corollarium huius. Describat itez sup. punctum a. fm quantitatem diametri a. b. circulus b. e. d. & imaginetur linea a. b. moveri sup. punctum a. per circumferentiam arcus b. e. d. ita q. punctum b. numeret oia puncta arcus b. e. d. quousq. perveniat ad lineam a. d. & cooperiat ipsam & quia angulus b. a. d. est rectus erit utrobis sumere aliquem angulum acutum cui eglem non fecerit linea a. b. ad diametrum a. c. b. minoris circuli. quia transiit ad angulum rectum diutius iterans sumit oia angulorum acutorum quorum manifestum est quosdam esse minores angulo semicirculi contento a semicirculiferentia a. b. & diametro a. c. b. & angulum rectum manifestum est esse maiorem eodem. Dico q. nullus in transitu ab acutis minoribus ad rectum maiorem intermedium finit ei equalis. Si enim fuerit aliquis sit ut illum fecerit linea a. b. cu punctum b. fuerit in puncto e. arcus b. e. d. quia ergo angulus e. a. b. est equalis angulo semicirculi predicto & angulus autem semicirculi est amplissimus ois acutoz. p. ultima ptem huius erit angulus e. a. b. amplissimus ois acutorum. dividatur ergo angulus e. a. d. sicut p. posuit 9. primi p. equalia ducta linea a. f. eritq. per conceptionem angulus f. a. b. amplior angulo e. a. b. quare erit aliquid amplius amplissimo quod est impossibile. ¶ Vnde sic cum angulus e. a. b. sit equalis angulo semicirculi sicut ponitur. At angulus semicirculi cum angulo contingente est equalis uni recto. Similiter quoq. angulus e. a. b. cum angulo e. a. d. est equalis uni recto. erit angulus e. a. d. equalis angulo contingente & quia angulus contingente est angustissimus omnium acutorum. p. 3. ptem huius erit similiter angulus e. a. d. sibi equalis angustissimus ois acutoz sed angulus e. a. f. est eo angustior p. conceptionem erit ergo aliquid angustius angustissimo qd est impossibile. ¶ Non ergo erit angulus rectilineus equalis angulo semicirculi & quia transiit a minori ad maius & non per equale. Item quia est reperire minorem eo & maiorem patet instantia contra utraq. argumentationem predictam. Vnde per interemptionem ad illud est respondendum.

¶ Castigator

¶ Si circulum linea recta contingat tantum in puncto contingere necesse est. si enim fm lineam contingat ducam ad terminos lineae secundum quam contingit que sit b. c. a centro d. n. q. quod sit a. lineas a. b. & a. c. & ducam lineam a. d. in medium lin. b. c. & erit duo trianguli a. b. d. & a. d. c. si angulo sic. Aut linea a. d. incidit orthogonaliter super b. c. aut no.





Si sic erit in omni triangulo angulus apud d. reſiſt. ſp̄ter conſequens. In illis triangu- lis erunt latera .a. b. & .a. c. longiora latere .a. d. p. 15. priori. quia maiori angulo opponitur quodlibet illorum laterum ſuo in illis triangu- lis. Si uero non incidit orthogonaliter erit unus angulus quem facit ob- tuſus & ſi in ſuo triangulo maior latus opponitur per eandem .8. ex quo ſequitur q̄ tres linee uenientes a centro .a. uſq. ad puncta .b. c. d. non ſunt equales ſed iſta tria puncta ſunt puncta circumſcriptie igitur linee uenien- tes a centro ad circumſcriptam non ſunt equales quod eſt contra diſſi- mationem circuli. Sequitur etiam a centro ad contactum linea ducta uſe per perpendicularem ſuper contingentem ut infra per .x. huius demoſtratur.



L Oset probari, quod angulus contingencie est diuisibilis. sc-
cundum lineam rectam ut constat per figuram emblicam
latere positam. Certum est q. angulus, qui consistit ex con-
tactu duoz. circuloz. uel spaz. est angulus contingencie. Et
talis diuidatur per lineam. e. g. quia hic habetur triangulo-
b. g. k. cuius basis. b. k. diuidatur per equalia in puncto. e. Et
protrahatur uersus. g. cōtactum et arguitur per. 4. primi. deinde. per. 16. in-
us si patet propositum.

Castigator

protrahatur uerius. g. contactum ē arguitur per. 4. prima. unde. per. 3. 1.
ius ff. patet. propositum. **Castigator.**
a. **Nihil hoc ad rombum** Euclidis. quia ipse intelligit a recta. g. omnia
causatur. **Proposito.** .16.

Dato puncto ad datum circumlineam contin-
gentem ducere.

A Si circulus datus. a. b. cuius centrum. c. punctusq. datus. d. uolo ergo a puncto. d. ducere lineam contigētem circumlum. a. b. ¶ Produco lineā. d. c. secantem circumferentiam circuli. a. b. in puncto. a. super quam describo circumlum. d. e. secundum quantitatem lineę. d. c. concentricum circulo. a. b. ¶ a puncto d. Produco lineam. e. a. e. perpendicularē ad lineam. d. c. que fecerit circumferentiam circuli. d. e. in puncto. c. ¶ Produco lineam. e. a. secantem circumferentiam circuli. a. b. in puncto. b. deinde produco lineam. d. b. que erit contingens circumlum. a. b. ¶ Quia enim duo latera. a. c. ¶ c. c. trianguli. a. c. e. sunt equalia duobus lateribus. b. c. ¶ c. d. trianguli. b. c. d. ¶ angulus. c. ¶ c. communis utriq. erit per. 4. primi angulus. e. a. c. equalis angulo. d. b. c. angulus autem. e. a. c. est rectus quare angulus. d. b. c. est rectus per correlariū ergo precedentis erit lineā. d. b. contingens circumlum. a. b. quod est. ¶ positum.

Propositio .17.

I circulum linea recta contingat a contactu peto ad centrum linea recta ducatur. necesse est eam super lineam contingentem esse perpendicularem.

Sit linea .a.b. contingens circulum .c.e. cuius centrum sit .d. in puncto .c. qui iungatur cum cetro per lineam .c.d. dico hanc esse perpendicularem super lineam contingentem. Si enim non esset perpendicularis ad ipsam .sit ergo .d.f. perpendicularis ad eandem que tetat circumferentiam circuli in puncto .e. eritq. uterq. angulorum qui sunt .ad .f. rectus igitur per .c.b. primi linea .c.d. est maior linea .d.f. quod est impossibile. ⁹ Constat itaq. d.c. esse perpendicularem super .a.b. quod est propositum. **CASTIGATO**

a ¶ Quia sic pars esset maior suo toto, quod est contra cōceptionem pā
d.c. sit equalis. d.e. per diffinitionem circuli.



Propositio .18.
In circulo linea recta contingat: & a contactu in cir-
 culum linea quedam orthogonaliter ducatur. in eo-
 dem centrum esse necesse est.

Sicut prius linea. a. b. contingens circulum. c. e. in puncto. c. f. a. contactu ducatur intra circulum. c. e. linea perpendicularis ad lineam. a. b. dico q. cētrum circuli est in linea. c. e. f. est conuersa prioris. Si enim non fuerit centrum in linea. c. e. sic

alibi ubi amq. contingat. sitq. d. & producat. linea. d. e. eritq. d. c. per p.
misam perpendicularis ad lineam. a. b. quod est impossibile cum. e. c.
posita sit perpendicularis ad ipsam: quare patet propositum.

Propositio .19.



Intra circulum angulus supra centrum consistat
alio vero angulus supra circumferentiam consi-
stens eandem basim habeat inferiori superiori du-
plus erit.

Sit ut in circulo. a. b. c. cuius cent. d. fiat angulus. a. d. c.
super centrum & angulus. a. b. c. super circumferentiam. sitq.
utriusq. anguli eadem basis que sit arcus. a. c. dico angulum. a. d. c. duplum
esse ad angulum. a. b. c. **Q**uod sic probatur. Aut enim due linee. a. b.
& b. c. includunt duas lineas. a. d. & d. c. aut altera earum sit linea una
cum altera reliquarum. aut etiam altera primar. secet alteram postremarum.

Sit ergo primo ut includant eas ut in primafiguratione apparet. &
producat. linea. b. d. e. eritq. per .32. primi: angulus. a. d. e. extrinsecus eq.
lis duobus intrinsecis qui sunt. b. a. d. & a. b. d. trianguli. a. b. d. & quia ipsi
sunt equales per .5. eiusdem erit angulus. a. d. e. duplus ad angulum. a. b. d.
similiter quoq. erit angulus. e. d. c. duplus ad angulum. d. b. c. quare totus
angulus. a. d. c. duplus est ad totum angulum. a. b. c. quod est propositum.

Quod si altera duarum linearum. a. b. & b. c. fiat linea una cum alte-
ra duarum linearum que sunt. a. d. & d. c. ut in secundafiguratione appa-
ret. per easdem per quas prius & simili modo liquet propositum. **Q**uod si
altera duarum primarum. secet alteram duarum postremarum. ut in .3. fi-
guratione apparet. ubi linea. a. b. secat lineam. d. c. producat. linea. b. d.
& e. eritq. per easdem quas prius asserimus & simili modo angulus. e. d.
a. duplus ad angulum. d. b. a. & totus angulus. e. d. c. duplus ad totum angulum
d. b. c. quare angulus. a. d. c. duplus est ad angulum. a. b. c. qd est propositum.

Castigator

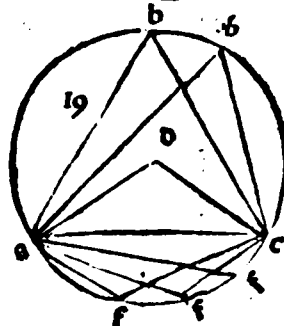
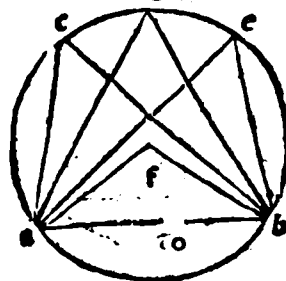
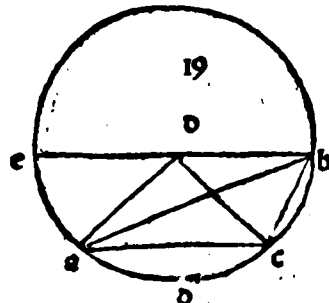
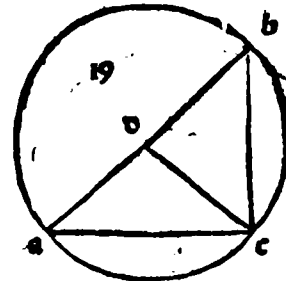
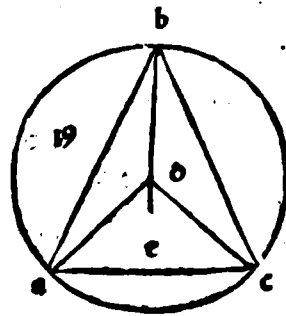
Ista .19. indiget limitatione aliter pateret istatiam ut patebit na si angu-
lus fuerit sup arcu portionis minoris ueluti in arcu. a. f. c. in puncto. f. tunc
maius esse. appet eadem basim hre cum angulo supra cent. qd eadē corda
a. c. est basis utriusq. tñ non ut concludit angulus. d. esse duplus ad angu-
lum. f. & ideo limitada ut cōclusio sic uidelicet. Alius nō angulus sup circū-
ferentiam portionis maioris consistens eadem basim circulem hēat infe-
riori superiori dupl. erit. **V**igesima cōclusio ueritatē hēat sed nō pbat. d.
angulis consistentibus in portione. a. f. b. per premisam cū ipsa sit portio
minor ut. de .19. diximus sed bene indifferēter concludet propositum p se
quētem. .12. de quadrilatero circulo inscripto sic uidelicet. Quilibet angu-
lus. b. cum eodem angulo. f. equant duobus rectis ergo anguli. b. sibi inuicem
sunt equales cum. a. b. c. f. sit qdrilaterum & similis de angulis. f. in mi-
nori portioe consistentibus per eadem. .12. probabit eos esse equales sic ut
delicet quilibet angulus. f. cum eodem angulo. b. equivalent duobus re-
ctis igitur omnes anguli. f. sibi inuicem sunt equales quia sunt duo an-
guli i qdrilatero. a. b. c. f. ex aduerso collocati ut patet inuicē & eq̄litas an-
guloꝝ sup circūferentiam maioris portionis pbat & unicū angulum sup
circūferentiā minoris portionis & conuerso equalitas eoꝝ qui sunt super
arcum minoris cōcluditur per unicū illoꝝ qui sunt in portioe maiore.

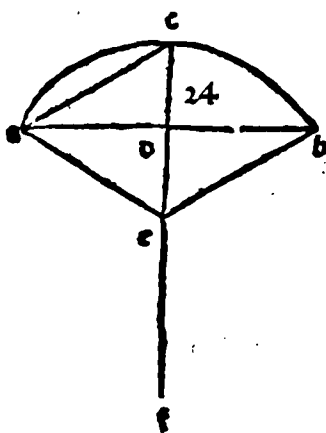
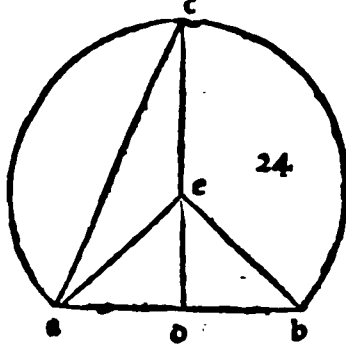
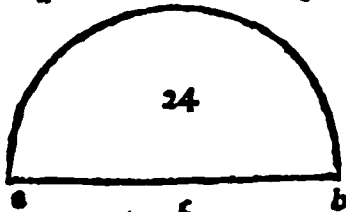
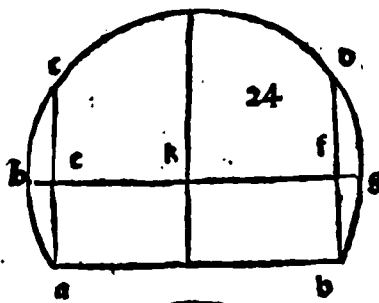
Propositio .20.



In una circuli portione anguli super arcum consi-
stant angulos quolibet esse equales necesse est.

Sit ut in portione. a. d. b. circuli. a. d. b. cuius cent. f.
consistent quolibet anguli super arcum. a. d. b. qui sunt. c.
d. e. dico eos esse equales. **P**rotrahat. n. corda. a. b. & ab
eius extremitatibus ducantur in centrum lineae. a. f. & b. f.
eritq. per premisam angulus. f. consistens super centrum ad unumquēq.
eorum. duplus: quare ipsi sunt equales: quod est propositum.





Propositio 21.
Intra circulum quadrilaterus describitur. quousque eius duos angulos ex aduerso collocatos duobus rectis angulis equos esse necesse est.

¶ Sit quadrilaterum. a. b. c. d. inscriptum circulo. a. b. c. d. dico quousque duos eius angulos ex aduerso collocatos esse equales duobus rectis. ¶ Probant. n. i. quadrilatero diametri a. c. b. d. erunt. p. primisam angulus. c. b. d. equalis angulo. c. a. d. ¶ angulus a. b. d. angulo. a. c. d. quare totus. a. b. c. erit equalis duobus angulis q. sunt a. c. d. ¶ c. a. d. ¶ q. a. ipsi cū angulo. a. d. c. sunt eqles duobus rectis. p. 32. primis erunt duo anguli. b. totalis. ¶ d. totalis eqles duobus rectis quod ē ppositum. Similiter quoq. probabit angulos. a. ¶ c. totales ēē eqles duobus rectis.

¶ Castigator.

¶ Ex ista excluduntur elumaym. siue rombus. ¶ similis elumaym. siue romboides. quia nō pnt circulo inscribi cū 2. anguli oppositi. sint obtusi.

Propositio 22.



¶ Si circuli similes portiones inaequales super una rectam lineam assignatam. ex eadem parte cadere impossibile est.

¶ Sit linea recta assignata. a. b. super quam fiat portio circuli. a. c. b. dico q. super eandem lineam ex pte eadem non fiet alia portio que sit similis huic. ¶ c. a. maior aut minor.

¶ Quod si fuerit hoc possibile fiat ergo portio. a. d. b. maior ea que tū sit similis ei fiat ergo angulus. a. c. b. in portione minori. ¶ angulus. a. d. b. in maiori. erit ergo ut lineae. a. d. ¶ d. b. includant lineas. a. c. ¶ c. b. ut patet in figuracione prima. Aut ut altera primarum fiat eadem cum altera postrema. ut in secunda aut ut altera faciat alteram ut in tertia. ¶ Quod si fuerit primo modo erit per. 21. primi angulus. c. maior angulo. d. non ergo sunt portiones similes per diffinitionem. Quod si secundo modo erit adhuc angulus. c. maior angulo. d. per. 16. eiusdem. nec sic igitur erūt portiones similes. Si autē tertio modo sit ut linea. a. d. faciat lineam. c. b. ¶ faciat circūferentiam portionis minoris in puncto. c. ¶ ducatur linea. c. b. eritq. p. eandē. 16. primi angulus. a. e. b. cōsistens in portione. a. c. b. maior angulo. d. sed. e. ¶ eqles p. 20. huius q. c. ¶ e. maior. d. q. nullo mō similes. ¶ Similiter quoq. mō probabit q. super lineam. a. b. non fiet portio similis portioni. a. c. b. minor. e. a. posito. c. in loco. d. ¶ d. in loco. c. in figuracionibus p. dictis erit enim per premissas scilicet p. 21. ¶ 16. primi ¶ premissis mō angulus d. omnium figuracionum maior angulo. c. quare portiones non erunt similes. ¶ Et nota q. licet pponatur super lineam unam nō posse fieri portiones similes ineqles ex eadem pte. uerū est tamē q. nec ex diuersis quod licet probare minori q. ē ex una pte supposita maiori q. ē ex alia. necesse enim erit p. cōtem sciam ip. sam a maiori excedi nō ergo sunt similes p. hanc. 22.

Propositio 23.



¶ Si circulorum similes portiones super lineas equas fuerint. ipsas portiones equales esse necesse est.

¶ Sint duae lineae. a. b. ¶ c. d. equales super quas sint duae portiones circulorum. a. c. b. ¶ c. d. que sint similes. dico q. ipse sunt equales. Si. n. nō sunt equales altera earum supposita alteri excedet maior minorem. sed linea. a. b. non excedet lineā. c. d. ne excedatur ab ea cum sint equales. quare accidit contrariū premisse quod est impossibile. erunt enim. a. b. ¶ c. d. lineae. a. m. a.

Propositio 24.



¶ Si semicirculi. siue semicirculo maioris minoris siue portionis circuli perficere.

¶ Intentum p. hanc conclusionem est ex omni arcu dato. siue ex omni circuli portione data perficere circulum. Sit ergo. a. b. quilibet arcus ex quo uolo perficere circulum p. eo

traham in. ep duas linear qualiterumq. contingat que sint. a. c. f. b. d. quas diuidam per equalia. a. c. quidem in puncto. e. f. b. d. in puncto f. f. protraham. e. g. perpendicularem ad. a. c. f. d. h. perpendicularem ad. b. d. que fecerit se in puncto. k. eritq. per correlariū prime huius centrum circuli in utraq. linearum. e. g. f. h. quare centrum est punctum. k. Si aut. e. g. nō fecerit. f. h. sed sint linea una. quē admodum erit si due linee a. c. f. b. d. sint egdistantes tunc ipsa applicabitur circūferentie dati arcus ex utraq. parte ipsa igitur diuisa p medium in puncto. k. erit ibi centrum circuli p idē correlariū. Egdistantes at nō erūt. e. g. f. h. qacū in utraq. sit centz circuli p dictū correlariū. essent eiusdē circuli duo cētra. Sic p de oī arcusue de oī portioē cōiter demonstrari q̄liter inde circulus pficiat.

¶ Quia tñ auctor urhac cōclusionē variat fm diuersas spēs atq̄ oīum portionū enumerado spēs demonstrabitur diuisum p spēs q̄liter ex oī portione data circulus perficiatur. Sit ergo primum. a. b. portio data semicirculus. eritq. p diffinitionem semicirculi. linea. a. b. diameter. ea igitur diuisa per medium in puncto. c. erit. c. centrum circuli. ¶ Sit rursus portio. a. c. b. semicirculo maior cuius corda sit. a. b. quā diuido p eq̄lia in puncto. d. a. quo duco. d. c. ppendicularem ad ipsam que transibit per cētrum p correlariū prime huius. f. protraho lineam. a. c. f. quia linea a. b. est minor diametro cum sit. a. c. b. portio maior semicirculo: erit. a. d. minor semidiametro. sed. d. c. est maior semidiametro. ergo. d. c. ē maior q̄ a. d. ergo. p. 13. primi angulus. c. a. d. ē maior angulo. a. c. d. fiat itaq. per. 23. primi angulus. c. a. e. equalis angulo. a. c. d. pducta linea. a. e. que fecerit lineam. c. d. in puncto. e. eritq. p. 6. primi. linea. a. e. equalis lineae. c. c. pducatur igitur linea. e. b. eritq. per. 4. primi linea. e. b. equalis lineae. a. e. quare tres lineae. e. a. e. b. e. c. sunt equales ergo per. 9. huius. e. est centrum circuli. ¶ Sit iterum. a. c. b. portio minor semicirculo cuius corda sit. a. b. quā diuido p equalia in puncto. d. a. quo pduco lineam. c. d. e. perpendicularem ad lineam. a. b. que fecerit circūferentiam in puncto. c. hac manifestum est transire per cētrum p correlariū prime huius. pduco iterū lineam. a. c. eritq. angulus. a. c. d. maior angulo. c. a. d. si est eq̄lis erit portio. a. c. b. semicirculus. f. si minor erit maior semicirculo. positiū est at q̄ sit minor pduco igitur lineā. a. e. que cū lineā. a. c. faciat angulū equalē angulo. c. f. fecerit lineam. c. f. in puncto. e. f. manifestum ē q̄ punctū e. cadat extra datam portionem. f. produco lineam. e. b. f. quia angulus. a. totalis est equalis angulo. c. erit per. 6. primi linea. c. a. eq̄lis lineae. e. c. f. quia p quartam primi linea. e. b. est equalis lineae. c. a. erit per 9. huius punctum. e. centrum circuli quare patet 'propositum fm omnes species portionum circuli.

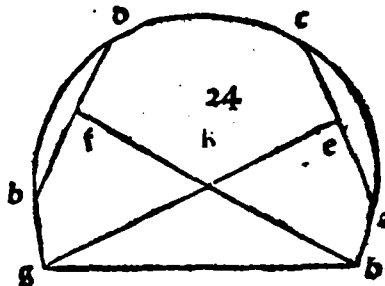
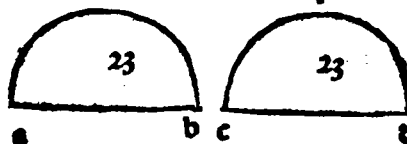
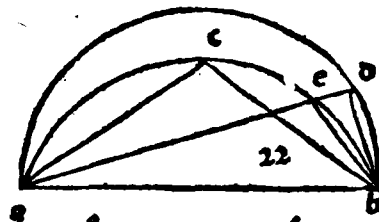
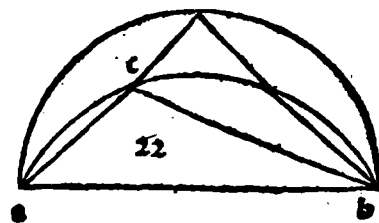
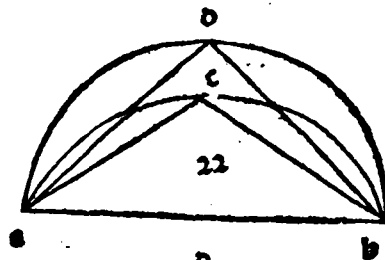
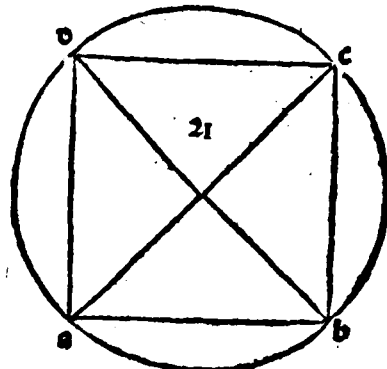
Castigator

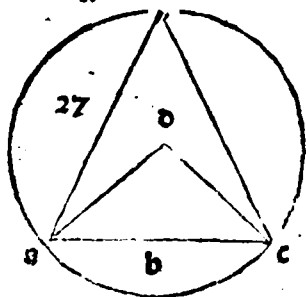
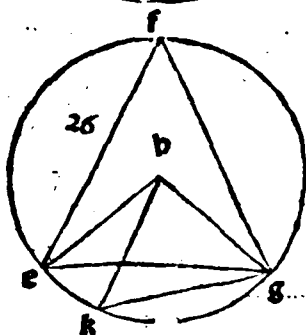
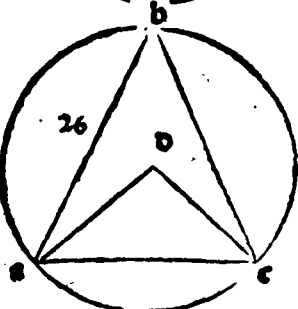
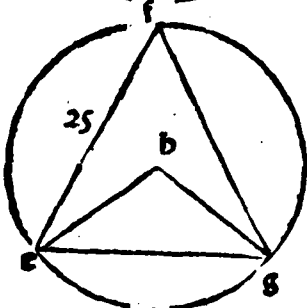
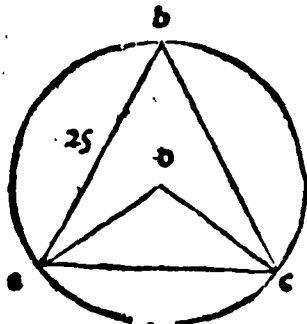
¶ Quia oēs linee recte i circulo sunt minores diametro eiusdē circuli p. 14. huius. f. ideo corda cuiuslibet portionis eiusdē ē breuior diametro sed si angulus. a. c. d. ē eq̄lis angulo. c. a. d. erit dicta portio semicirculus p. 6. primi. Et si minor erit maior semicirculo qm tūc linea. c. d. ē lōgiōr a. d. uel. b. d. p. 18. primi. f. cū in eadē sit cētr. circuli p correlariū pme huius f. iā nō ē in pūcto. d. ut dictū ē quia ē cōtra ypotesim sequitur. q̄ sit supra d. iter. d. f. c. p aduersariū. f. p cōis corda. a. b. ēt ifra centz f. sic efficeret corda portiois maioris. a. c. b. f. iō cōtra ypotesim. b. ¶ Vel sic tūc angulus c. a. d. ēt maior angulo. a. c. d. si mō fiat angulus. c. a. e. p. 23. primi eq̄lis angulo. a. c. d. ut in portione maiori tūc sequitur dictā portionē ēt maiore cum punctus. e. per. 9. huius sit cētrū. ut in secunda dispositione. portio nis maioris f. iō cōtra ypotesim. qm positiū ē q̄ sit portio minor. iō. f. c.

Proposito .25.

In equis circulis seu super centra. seu super circū ferētiis equales anguli pstant. super equos arcus eos cadere necesse est.

¶ Sint duo circuli equales. a. b. c. cuius centrum. d. f. e. f. g. cuius centrum. b. f. fiant supra centra eorum duo angu





It. a. d. c. f. e. b. g. qui ponantur equales. dico duos arcus. a. b. c. f. e. f. g. esse
 equales. ¶ Protrahantur due linee. a. c. f. e. g. f. fiant duo anguli in circuli
 circumferentia ipsorum consistens supra predictos arcus qui sint angulus. a. b. c. f.
 angulus. e. f. g. quia ergo circuli sunt equales. erunt per definitionem ^a equi-
 lium circulorum semidiametri equales: f. quia duo anguli. d. f. b. sunt equi-
 les erit per. 4. primi linea. a. c. equalis linee. e. g. f. per. 19. huius erit angulus. b. equalis angulo. f. cum. d. ^b angulus sit equalis angulo. b. ergo p. definitionem
 similium portionum due portiones. a. b. c. f. e. f. g. sunt similes: f. quia ipse sunt super lineas. a. c. f. e. g. equales: ipse erunt equales per
 13. huius: quare arcus. a. b. c. f. e. f. g. sunt equales Quod si anguli. b. f. e. g.
 sunt in circumferentia ponantur equales, erunt per definitionem portio-
 nes similes f. anguli. d. f. b. equales per. 19. huius f. quia circuli sunt equa-
 les per positionem erunt per. 4. primi due linee. a. c. f. e. g. equales quare
 ut prius portiones equales per. 13. huius cum sint similes f. super equales
 lineas. igitur f. arcus equales: quod est propositum.

Castigator

a ¶ Immo per conversionem diffinitionis. b ¶ Quia uterq; duplex
ad illos.

Propositio 26.

In equis circulis equi sumatur arcus. Infra illos
formatos angulos. qui supra centra eorum seu su-
pra circumferentias constituentur equos esse ne-
cesse est.

 **C** Sicut prius duo circuli. a. b. c. cuius centrum. d. f. e. f. g. cuius centrum. h. sintq. duo arcus. a. b. c. f. e. f. g. equales si anteq. super ipsos arcus duo anguli in centro qui sint. d. f. h. ductis. a. d. c. d. e. h. g. h. Itemq. super eodem arcus fiant duo alii anguli in circiferentia qui sint. b. f. f. ductis lineis. a. b. c. b. e. f. f. g. f. dico duos angulos. d. f. h. adinuicem esse equales. Itemq. duos. b. f. f. adinuicem esse equales f. e. hec conuersa prioris. ¶ Si enim non sint. d. f. h. anguli adinuicem equaliter sit ergo. h. maior a quo abscidatur f. angulus. k. h. g. qui sit equaliter angulo. d. critq. per premisam arcus. k. e. f. g. eq̃lis arcui. a. b. c. sed duo arcus a. b. c. f. e. f. g. positi sunt equales accidit ergo partem esse equalem toti quod est impossibile: quare anguli. d. f. h. totales sunt equales. ¶ Simili quoq. modo probabis angulos. b. f. f. esse equales. uel si manifeste probato q̃ anguli. d. f. h. sunt equales. sequitur. b. f. f. esse equales per. 19. huius f. e. conuerso.

Castigator

a Vel super punctum. h. f. c. t. angulus. k. h. g. per. 23. primi. equalis an-
gulo. d.

Propositio .27.



¶ In circulis equalibus eque linee arcus refecent.
arcus quoque equos esse si autem linee inequales
fuerint arcus quoque inequales. & a maiore linea
maiores arcu: a minore vero minorem abscin
di necessarium est.

Sint duo circuli equales. a. b. c. cuius centrū. d. f. e. f. g. cuius centz. h. sitq. corda. a. c. equalis corde. e. g. dico duos arcus. a. b. c. f. e. f. g. quos predictæ corde ex predictis circulis refcant esse equales. Quod si corda. e. g. ponat maior corda. a. c. dico arcū. e. f. g. et maiore arcu. a. b. c. Primum quidē sic pbat ducant a cētris lineæ ad extremitates cordaz. q̄ sint d. a. d. c. h. e. h. ¶ quia circuli positi sunt fore eq̄les. erūt hec 8. semidiamet̄ tri eq̄les. ¶ quia lineæ. a. c. posita est eq̄lis lineæ. e. g. erit per. 8. primi angulus. d. equalis angulo. h. totalis quare per. 35. huius erit arcus. a. b. c. eq̄lis arcui. e. f. g. siq̄. patet primū. Secundum sic sit. e. g. maior. a. c. eritq. per. 35. primi angulus. b. maior angulo. d. fiat ergo angulus. f. b. g. equalis angulo

25 **A**l. pita; per 25. huius arcus f. g. equalis arcui a. b. c. q̄re arcus e. f. g. est maior arcui a. b. c. quod est secundum propositum.

Castigator

A Per conversionem diffinitionis equalium circuloꝝ. **B** Arcus inferiores ideo cōcludant equeles quia superiores sunt equeles p. 25. huius qbus a totis circūferētiis remotis remanētes sunt equeles. **C** Aliqui hnt a minore linea maiore arcū q̄ utrūq̄ pōt stare sed diuersimode cōsideratum. qm̄ qn̄ dī a maiore linea maiorem arcū intelligit in portione minore q̄ qn̄ dī a minore linea intelligitur de portione maiore quia in portione maiori maior linea minorem arcū abscondit qm̄ ipsa magis appropinquat dyametro q̄ sic minuit arcum portionis maioris sed k̄us in minori.

Propositio 28.

Irculorum equalium equos arcus. equas cordas habere necesse est.

Sint duo circuli equeles a. b. c. cuius centꝝ. d. f. e. f. g. cuiꝝ centꝝ. h. sitq̄ arcus a. b. c. equalis arcui e. f. g. dico q̄ corda a. c. est equeles corde e. g. q̄ est hec conuersa p̄me partis premisse. **D**ucantur linee d. a. d. c. h. e. h. g. erūtq̄ p. 26. huiꝝ anguli d. f. h. b. equales quare per q̄tam p̄mi crit. a. c. equeles. e. g. q̄d est propositum. Qu ecūq̄ aut p̄bete sunt passionēs de diuersis circulis equelebus intellige multo fortius ueras eē de eodē.

Propositio 29.

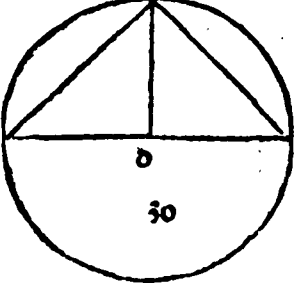
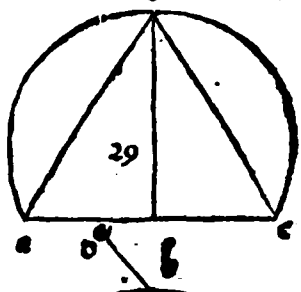
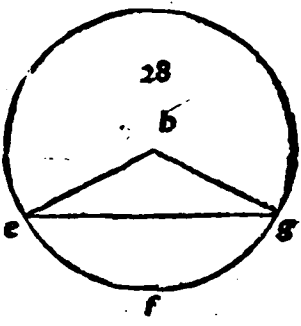
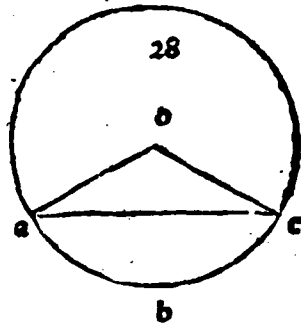
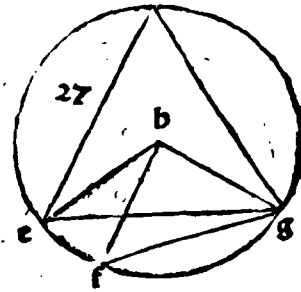
Arcum arcum per equalia diuidere. **S**it datus arcus a. b. c. cui subtrahat corda a. c. q̄ diuidat p̄ equalia in puncto. d. a. quo ducat p̄pendicularis ad ipsam q̄ sit. d. b. secās circūferētiā dat arcus in puncto. b. quē dico diuidere datū arcum p̄ equalia. ducat. n. linee. b. a. b. c. q̄ erūt equeles p. 4. p̄mi q̄re p̄ p̄mā p̄tem. 27. huiꝝ arcus a. b. c. erūt equeles arcui. b. c. quod ē p̄positū.

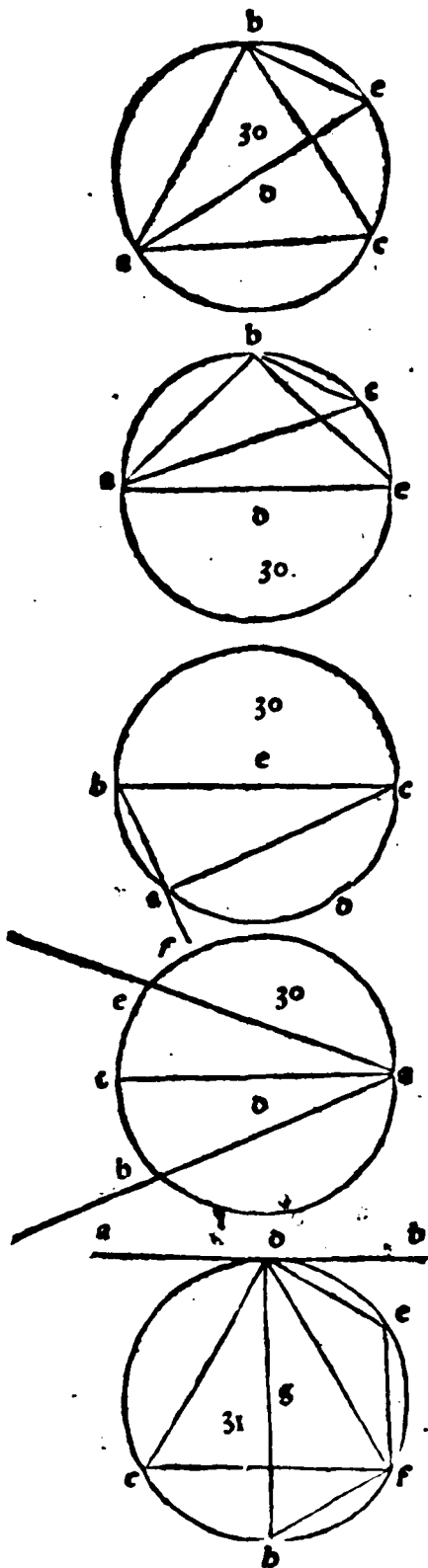
Propositio 30.

Irculū in semicirculo supra arcum consistat. rectus est. **S**i uero in portione semicirculo minore recto maior. **S**i autem in portione semicirculo maiore recto minor. **I**temq̄ omnis portiois angulus semicirculo maioris rectio maior. minoris uero rectio minor de necessitate erit.

Sicut in circulo. a. b. c. cuius centꝝ. d. f. diameter a. d. c. semicirculo. a. b. c. in cuiꝝ semicirculi circūferētiā fiat angulus a. b. c. ductis lineis a. b. f. b. c. dico illū angulū eē rectum. p̄trahat ab ipso angulo in centꝝ. linea. b. d. erūtq̄ p̄ quinta p̄mi angulus a. b. d. equeles angulo a. f. angulus d. b. c. equeles angulo c. f. q̄a angulus c. d. b. ē equeles duobus angulis d. b. a. f. a. p. 32. p̄mi ipse erit duplex ad angulū d. b. a. eadem rōne angulus a. d. b. duplex erit ad angulū d. b. c. ergo duo anguli c. d. b. f. a. d. b. dupli sunt ad totale angulū a. b. c. sed ipsi sunt equeles duobus rectis p. 13. p̄mi erit igr angulus a. b. c. totalis medietas duorū rectorū q̄re rectus quod est p̄mā p̄positum.

Ideā iter p̄trahat. b. c. usq̄ ad. e. erūtq̄ p. 32. p̄mi angulus a. b. e. equalis duobus angulis a. f. c. q̄a angulus a. e. f. equalis angulo a. b. d. f. angulus c. angulo c. b. d. erit agulꝝ a. b. e. equeles totali agulo a. b. c. ergo uterq̄ eorū ē rectus p̄ diffinitionem. **T**ertiu sic patet sit in circulo a. b. c. cuiꝝ centꝝ. d. portio a. b. c. cuius corda a. c. maior semicirculo f. fiat sup̄ eius circūferētiā angulus a. b. c. ductis lineis b. a. f. b. c. dico illū angulū eē minore recto. ducat enim diamiter a. d. c. f. linea. e. b. erūtq̄ per p̄mā partem huiꝝ b. totalis rectus. quare angulus a. b. c. erit minor recto per cōm sciam qm̄ sit pars eius sicq̄ patet tertiu. **S**ecūdu sic. Sit n̄r̄us in circulo a. b.





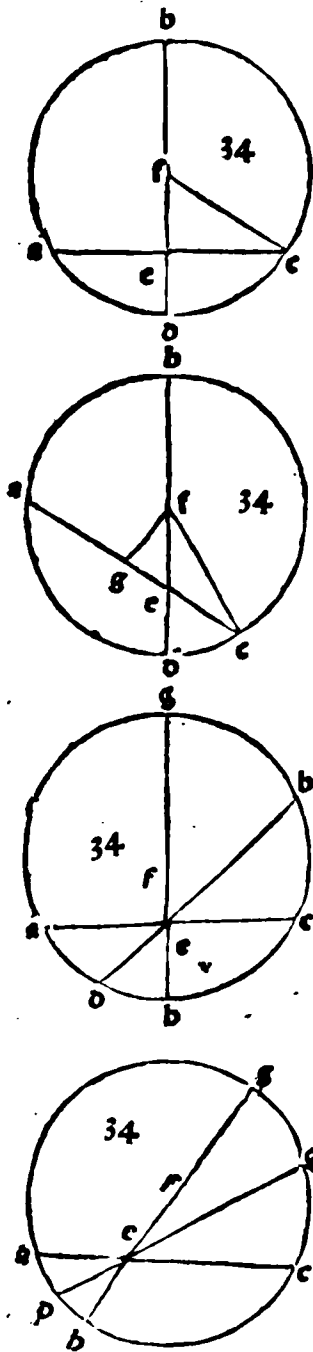
e. cuius centz. d. portio a. b. c. cuius corda. a. c. q. sit semicirculo minor q. sit at sup. ei9 circumferentiā angulus. a. b. c. ductis lineis. b. a. f. b. c. dico hūc angulum esse maiorem recto. producatz enim diameter a. d. e. f. lineā. b. e. eritq. per primam partem huius angulus. a. b. c. rectus. quare angulus. a. b. c. erit maior recto quod est secundum propositum. ¶ Quartum q. quinquies. Sint in circulo. a. b. c. d. cuius centrum. e. portio. a. b. c. cuius corda. a. c. maior semicirculo f. portio. a. d. e. cuius eadem corda. a. c. minor semicirculo dico angulum cōtēntum ab arcu. b. a. f. corda. a. c. esse maiorem recto f. angulum cōtēntum ab arcu. d. a. f. corda. a. c. esse minorem recto. p. ducatur diameter. c. e. b. f. lineā. b. a. usq. ad. f. eritq. per primam partem huius angulus. b. a. c. rectus quare per. 13. primi angulus. f. a. c. est similiter rectus. Quia igitur angulus rectus est primi pars f. secundus pars recti cū denter patet utrūq. quare tota liquet hoc pēthamēbris conclusio. ¶ Ex istis autem duabus ultimis partibus nota ēt instātiā contra illas duas argumētationes ad quas talimus instātiā. in. 15. huius. trāsitur enim ab angulo portionis semicirculo minoris q. est minor recto per ultimam p. tem huius ad angulum portionis semicirculo maioris qui est maior recto f. per penultimam partem huius. non tñ per equale. Cum. n. omnis portio circuli sit semicirculus aut minor semicirculo. aut maior sit autē tā angulus semicirculi per primam partem. 15. quam angulus portionis minoris per ultimam ptem huius minor recto. portionis uero maioris sit maior recto. f. tñ non erit alicuius portionis angulus. nec simpliciter aliquis cōtēntus a circumferentiā. f. lineā recta nec rectus nec eq̄lis recto. Quod ut clarius pateat sit in circulo. a. b. c. cuius centz. d. lineā. a. b. cū non sit de terminatus finis ex parte. b. secās ex ipso portione semicirculo minorem. eritq. per ultimam ptem huius minor recto. huius circuli sit diameter. a. d. c. f. imaginē lineā. a. b. mouēt ad partem. c. sup. pūctum. a. q. quamdiū fuerit circa. c. uel in ipso. c. coopiens diamet. a. d. c. faciet cum arcu angulum minorem recto. In oi aut pūcto ultra. c. uelut in. e. faciet p. penultimā ptem h9 angulum maiorem recto. trāsit ergo a minori ad maius nō p. eq̄ le. f. sicut in rectilineis angulis est repire maiorem angulo semicirculi f. minore. nō tñ eq̄lem ut mōstratū ē. i. 15. huius. sic in angulis portionis est repire maiore recto f. minorem si tñ eq̄lem: ut patet ex ista demonstratōe.

Propositio .31.



¶ Si circulum lineā recta contingat et a cōtactu in circulum quedam circulum secans recta lineā preter centz. ducatur quoscūq. duos angulos cū contingente facit. duobus angulis qui in alternatis circuli super arcus consistunt. portionibus. equales.

¶ Sit recta lineā. a. b. contingens circulum. c. d. e. f. cui9 centz. g. in pūcto. d. a quo. d. ducatur in circulum preter centrum lineā d. f. secans ipsum. fiantq. angulus. d. c. f. consistens sup. arcum portionis d. e. f. ductis lineis. c. d. f. c. f. f. angulus. d. e. f. consistens super arcum portionis d. c. f. ductis lineis. c. d. f. c. f. dico angulum. c. e. f. equalem angulo. b. d. f. f. angulo. e. angulo. a. d. f. ducat. n. diameter. d. g. h. f. lineā. f. h. eritq. p. 17. hui9. d. b. ppendicularis sup. a. b. f. p. primam ptem pmissae ang. n. us. d. f. h. rectus. quare duo anguli. a. d. h. f. d. f. h. sunt eq̄les. posito ergo cōmuni angulo. h. d. f. erit angulus. a. d. f. equalis duobus angulis qui sunt. d. f. b. f. h. d. f. sed hi duo cum angulo. h. f. sunt equales duobus rectis per. 31. primi: ergo angulus. a. d. f. cum angulo. h. f. sunt equales duobus rectis. sed angulus. a. d. f. cum angulo. b. d. f. equialet duobus rectis per. 13. primi: ergo angulus. b. d. f. est equalis angulo. h. ergo f. angulo. c. per. 10. hui9 f. hoc est primum: Et quia duo anguli. c. f. e. sunt equales duobus rectis per. 17. hui9 erit angulus. e. equalis angulo. a. d. f. quod est secundum. Vel istud secundum sic si angulus. a. d. f. cum angulo. h. equialet duobus rectis. ut premonstratum est. sed angulus. e. cum angulo. h. equialet duobus rectis per. 17. hui9. ergo angulus. e. est equalis angulo. a. d. f. quod est ppositū.



partem tertię huius. a. g. equalis. g. c. & ducatur linea. f. c. eritq. per. s. secūdi quod fit ex. b. e. in. e. d. cum quadrato. e. f. & ideo per penultimam primi cum quadratis duarum linearum. f. g. & g. e. propter id quod angulus. f. g. e. est rectus equale q̄ drato linee. d. f. & ideo linee. f. c. ppter q̄ quod penultimam primi & quadratis duarum linearum. f. g. & g. c. dempto ergo utriq. quadrato linee. f. g. erit quod fit ex. b. e. in. e. d. cum quadrato linee. g. e. equale quadrato linee. g. c. sed per. s. secūdi quod fit ex. a. e. in. e. c. cum quadrato linee. g. e. est equale quadrato linee. g. c. dempto igitur utriq. quadrato linee. g. e. erit quod fit ex. b. e. in. e. d. equale ei quod fit ex. a. e. in. e. c. quod est propositum. ¶ Quod si neutra earum transsit per centrū siue altera diuidat alteram per equalia siue per inequalia producamur lineam. g. f. e. h. diametrum circuli transiētem per punctum sectionis earum. Et si altera diuidat alteram p equalia. ut. b. d. a. c. tunc. g. h. diuidet etiam. a. c. per equalia. ergo orthogonaliter per tertiam huius. ergo per secundum modum huius conclusionis quod fit. ex. g. e. in. e. b. equum est ei quod fit ex. a. e. in. e. c. & per tertium modum huius quod fit ex. g. e. in. e. b. equum est ei quod fit ex. b. e. in. e. d. ergo quod fit ex. a. e. in. e. c. equum est ei quod fit ex. b. e. in. e. d. quod est propositum. ¶ At si neutra diuidit alteram per equalia erit per tertium modum huius conclusionis quod fit ex. g. e. in. e. h. equale utriq. eorum que sunt ex. a. e. in. e. c. & b. e. in. e. d. quare unum eorum erit equale alteri quod est propositum.

¶ Castigator.

¶ Quod fecerit sese per equalia extra centrum ē iposibile per. 9. huius. q̄a semper ab eodem puncto sectionis essent plures q̄ due linee equalis si ambe linee ad inuicem fuerint equalis. Si uero fuerint inequalis. tunc per hanc est impossibile. q̄a ut deducitur rectangulum duarum partium unius semper est equale alteri rectangulo aliarum partium alterius & sic p conceptionē esset iposibile.

Propositio 35.



¶ Extra circulum punctus signetur. ab eo autem ad circulum alia linea secans. alia contingens due recte linee ducantur quod sub tota secante. atq. parte sui extrinseca continetur equum est ei quadrato q̄ ex contingente linea describitur.

¶ Sit. a. punctus signatus extra circulum. b. c. d. cuius centrum. e. a quo ducantur ad circulum due linee. a. b. contingens. & a. d. c. secans. dico q̄ illud quod fit ex. a. c. in. d. a. equum est quadrato linee. a. b. ¶ Aut enim. a. d. c. transsit per centrum aut non transiāt. ergo primo per centrum quod est. e. & ducatur linea. e. b. que per. 17. huius perpendicularis erit super lineam. a. b. & quia linea. d. c. diuisa est per equalia in puncto e. & est ei addita linea. d. a. erit per sextam secūdi quod fit ex. c. a. & a. d. cum quadrato linee. e. d. & ideo cum quadrato linee. e. b. equale quadrato linee. e. a. & ideo per penultimam primi equale quadratis duarum linearum. e. b. & b. a. propter id quod angulus. b. est rectus. dempto ergo utriq. quadrato. e. b. erit quod fit ex. c. a. in. a. d. equale quadrato linee. a. b. quod est propositum. ¶ Quod si linea. a. d. c. non transsit per centrum sumatur. a. f. e. g. transiens per centrum & ducantur linee. e. d. & e. h. & sit. e. h. perpendicularis ad. a. d. c. eritq. p. 3. huius. d. b. equalis. & q̄a ergo linea. d. c. diuisa est per equalia in puncto. b. & addita sibi lin. a. a. d. erit per. 6. secūdi quod fit ex. c. a. in. a. d. cum quadrato. d. h. equale quadrato linee. a. h. ergo addito utriq. quadrato. b. e. erit quod fit ex. c. a. in. a. d. cum quadratis duarum linearum. d. h. & b. e. & ideo p penultimā primi cum quadrato d. e. propter id quod angulus. b. est rectus. & ideo tū quadrato. e. f. propter id quod e. d. & e. f. sunt equalis. equale quadratis duarum linearum. a. b. & h. e. & ideo per penultimā pmi quadrato linee. a. e. sed quia per sextam secūdi quod fit ex. g. a. in. a. f. cum quadrato. f. e. equale quadrato linee. a. e. quia ergo utriq. eorum que sunt ex. c. a. in. a. d. & ex. g. a. in. a. f. cum quadrato linee. f. e. ē equale quadrato linee. a. e. ipsa

Castigator

a ¶ Profupponit. n. punctus. c. non posse altius sup circumferetiam poni
uel si in inferiore pte circuli signet nō posse infimius ¶ tūc semp. a. f. erit
minor. a. c. ¶ ideo p. 8. huius sequi impossibile. b ¶ Per eōdem sciam q
est quaz quadrata sunt equalia lineas quoq equalis esse. c ¶ Per eōdem
sciam si fuerint due res uni equalis ipse cedem. d ¶ Nimiz si ultima p
mi huius ultime tertii suffraget aliē eiusdem primi aliis ubilibet subue
nerint. e ¶ Per eōdem scientiam duorum equalium cui equatur. unum
eisdem eōz ¶ reliquū. Explicit liber tertius.

De figurarum vniuersali inſcriptione & circumscriptione Liber quartus. Euclidis ex ſuprema Campani interpretatione. a Magistro Luca paciolo de burgo. Sancti Sepulchri Padani minorum caſtigatore ſeruentiſſimo. Incipit.

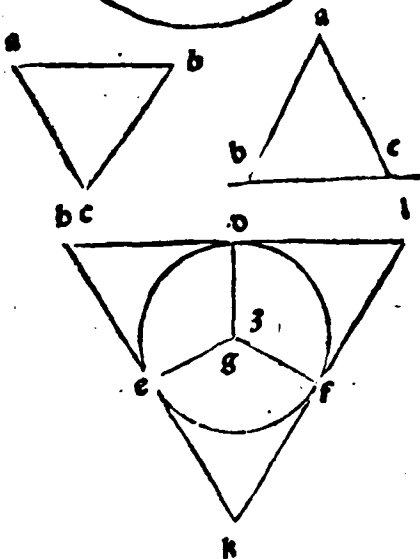
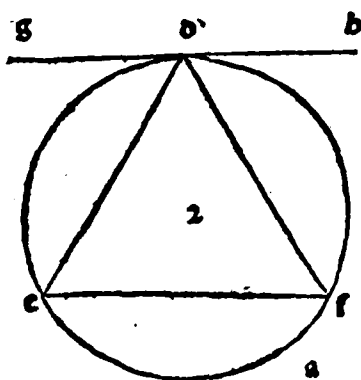
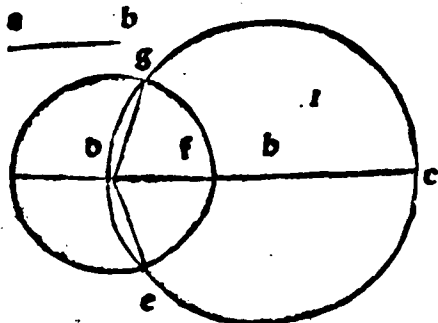
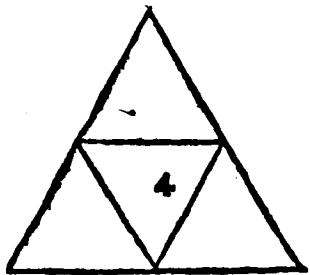


Figura intra figuram dicta inſcribi quādo ea que inſcribitur eius in qua inſcribitur. lateraynoquoque ſuorum angulorum ab interiore parte contingit. ¶ Circumſcribi vero figura figure perhibet quatiens ea quidem figura eius cui circumſcribitur ſuis lateribus omnibus omnes angulos cōtingit.

Propoſitio .i.



Intra datum circulus date linee recte que viane tro minime maior exiſtat equam rectam lineam coaptare.

¶ Sit linea data. a. b. circulusq. datus. c. d. e. cuius diameter c. d. qua non eſt maior linea. a. b. uolo intra datum circulum coaptare lineam equalem. a. b. ¶ Si ſi fuerit equalis diametro conſtat propoſitum. ¶ Si ſi at minor ex diametro ſumatur. d. f. ſibi equalis ¶ ſuper punctum. d. ſum quantitatem linee. d. f. deſcribatur circulus. f. e. g. ſecans datum circulum in punctis. g. f. e. ad alterum quorum ducatur linea a puncto. d. ut. d. e. uel. d. g. eritq. utralibet earum equalis linee a. b. eo q. utraq. earum eſt equalis linee. d. f. per diſſinitionem circuli: quare habemus propoſitum.

Propoſitio .2.



Intra aſſignatum circulum triangulum triangulo aſſignato equiangulum collocare.

¶ Sit aſſignatus triangulus. a. b. c. aſſignatusq. circulus. d. e. f. uolo intra hunc circulum collocare unum triangulum equiangulum triangulo. a. b. c. equilaterum enim non eſt neceſſarium eſſe ſed eſt poſſibile. ¶ Produco. g. d. h. cōtingentem circulum in puncto. d. ſuper quem facio angulum. h. d. f. ducta linea. d. f. equalem angulo. c. ¶ angulum. g. d. e. ducta linea. d. e. equalem angulo. b. ¶ protraho lineam. e. f. eritq. per. 31. tertii angulus. e. equalis angulo. c. quia uterq. eſt equalis angulo. h. d. f. c. quidem per poſitionem. e. uero per. 31. tertii eadem ratione erit angulus. f. equalis angulo. b. quare per. 31. primi. d. tertius erit equalis. a. tertio. quare habemus propoſitum.

31

31

32

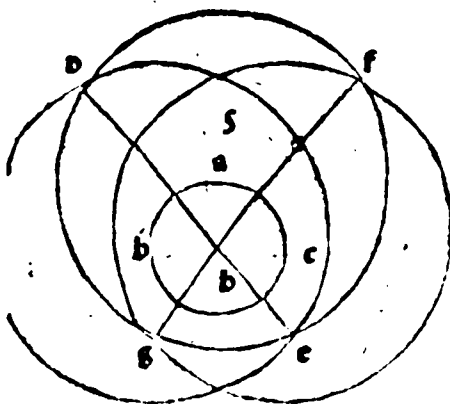
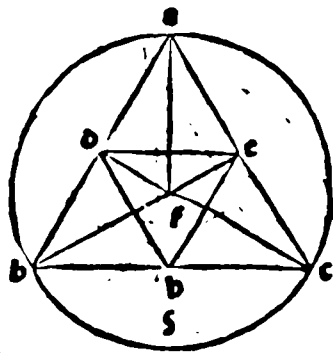
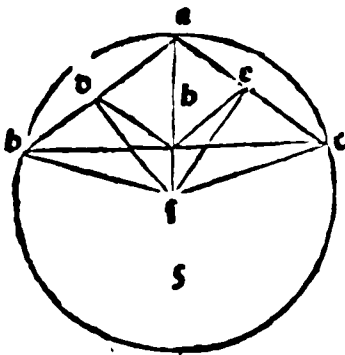
Propoſitio .3.



Intra aſſignatum circulum aſſignato triangulo triangulum equiangulum deſcribere.

¶ Sint ut prius aſſignatus triangulus. a. b. c. aſſignatusq. circulus. d. e. f. cuius centrum. g. circa hunc circulum uolo deſcribere unum triangulum equiangulum triangulo. a. b. c. equilaterum enim non eſt neceſſarium ſed eſt poſſibile. Producam baſim. b. c. in utraq. ptem. ut fiant duo anguli extrinſeci. ¶ a centro. g. Producam lineam. g. d. ad circumſcriptionem. ¶ conſtituam angulum. d. g. e. ducta linea. g. e. equalē angulo. b. extrinſeco. ¶ d. g. f. ducta linea. g. f. equalē. c. extrinſeco. ¶ a punctis. d. e. f. producam in utraq. parte lineas orthogonaliter que per correlarium. x. tertii erūt contingentes cir

15



lus. a. rectus latus. b. c. respiciens hunc angulum rectum diuido per equa-
lia in. f. a quo puncto quem dico esse centrū circuli ad medium punctum.
alterius duorū reliquorū laterum qui sit. d. dūco lineam. f. d. ¶ quia linea
f. d. diuidit duo latera. a. b. ¶ b. c. trianguli. a. b. c. per equalia ipsa erit eq.
distans tertio. uidelicet linee. a. c. hoc enim demonstratum est supra. 39.
primi ¶ quia angulus. a. positus est rectus. erit per secundam partem ¶ per
terciam. 39. primi uterq. angulorum qui sunt ad. d. rectus ducatur igitur li-
nea. f. a. eritq. p. quartam primū lineam. a. f. eq. lineam. b. f. comparatis ad in-
uicem lateribus ¶ angulis triangulorū. a. d. f. b. d. f. ¶ quia linea. b. f. est eq. li-
nee. c. f. erit. 3. linee. b. f. a. f. c. f. aduicem equales. quare per. 9. tertii erit
f. centrum circuli quesiti. ¶ Sit nunc trigonus. a. b. c. ambligonius. siq.
angulus. a. obtusus latus. b. c. respiciens hunc angulum obtusum. diuido p.
equalia in puncto. b. a quo ad media puncta duorum reliquorum laterū
que sint. d. ¶ e. dūco lineas. b. d. ¶ b. e. eritq. d. b. equidistans. a. c. ¶ e. b. eq.
distans. a. b. propter id quod demonstratum est supra. 39. primi uidelicet
q. linea secans duo latera alicuius trianguli per equalia. tertio est equidi-
stans quare per secundam partem. 39. primi erit uterq. duorum angulorū
b. d. b. ¶ e. c. e. h. equalis angulo. a. ¶ idco uterq. obtusus Ductis igitur per-
pendicularibus. d. f. ad lineam. a. b. ¶ e. f. ad lineam. a. c. quorūq. concu-
rant in puncto. f. quem dico esse centrū circuli. Manifestum est enim ear. cō-
currere propter causam prius dictam secabit utraq. earum lineam b. c. ¶
respicit obtusum ¶ concurrēt extra triangulum. a. b. c. igitur a puncto. f.
qui est punctus concursus earum. Produco lineas. f. a. f. b. f. c. que per quar-
tam primū bis assumptam erunt equales comparatis primū lateribus ¶ an-
gulis duorum triangulorum. a. d. f. b. d. f. deinde aliorum duorum. a. e. f.
c. e. f. quare per. 9. tertii. f. est centrum circuli quesiti. ¶ Sit iterum utri-
gonus. a. b. c. sit origonius diuisis omnibus eius lateribus per equalia in-
delicet latus. a. b. in puncto. d. ¶ latus. a. c. in puncto. e. ¶ b. c. in puncto. h.
Protraho lineas. d. e. d. b. ¶ e. h. eritq. d. h. equidistans. a. c. ¶ e. h. a. b. pro-
pter id quod demonstratum est supra. 39. primi. quare per secundam parte
39. primi uterq. angulorum. b. d. b. c. e. h. erit equalis angulo. a. ¶ idco acu-
tus ductis igitur perpendicularibus. d. f. ad lineam. a. b. ¶ e. f. ad lineam. a.
c. manifestum est ear. concurrere intra triangulum. a. b. c. siq. punctus cō-
cursus. f. quem dico esse centrū circuli. ¶ Produco enim lineas. f. a. f. b. f.
c. que per quartam primū bis assumptam ut prius erunt equales quare p.
9. tertii erit. f. centrum circuli quesiti. ¶ Per predicta patet q. si triangul.
fuerit orthogonius centrum circuli circumscribendi cadet in medio late-
ris quod opponitur angulo recto. Si fuerit ambligonius centrum cadet
extra triangulum Si autem fuerit origonius cadet intra triangulum.

Castigatio

a ¶ Per conuersionem secunde partis. 30. tertii ¶ per conuersionem tertie
partis eiusdem. ¶ Aliter enim rectus est equalis obtuso uel maior obtu-
so ideo extra de necessitate ad hoc facit correlarium. 39. primi. ¶ a. b.
b ¶ Aliter enim rectus eq. retur acuto uel est eo minor. ¶ Ex ista quia
ta eliciat modus coniungendi tria puncta ubi amq. fuerint posita in ea-
dem circumferentia hoc est inueniendi centrum eis commune describen-
do circulos super unumquodq. eorum ¶ a punctis interfectionum ipso-
rum protractis duabus lineis ¶ ubi ille se intersecabunt illic erit centrum quem
admodum habes in ludis nostris de uiribus quantitatibus. Et hic sunt illa
puncta. a. b. c. dummodo non sint sita in linea una quia tunc est
impossibile in curuo suscipere rectum. Fiat prius unus circulus super unū
punctum comprehēdens omnia puncta illa intra se ¶ postea describan-
tur duo alii circuli super alia duo puncta. ¶ a punctis interfectionum isto-
rum uelud. f. g. ¶ d. e. ducantur linee ¶ punctus interfectionis istarū erit
centrum commune illis tribus ut hic.

Propositio 6.

Intra datum circulum quadratum describere.



I Sit datum circulus .a. b. c. d. cuius centrum .e. uolo intra ipsum describere quadratum. **P**rotraho in ipso duas diametros .a. c. & b. d. secantes se orthogonaliter supra centrum .e. quarum extremitates conueniunt in punctis .a. b. c. d. & .d. a. quas dico continere quadratum quesiuit. **P**ropter id quod quatuor linee .e. a. e. b. e. c. e. d. sunt equales. & quatuor anguli qui sunt a. e. recti. & unusquisque quatuor angulorum .a. b. c. d. est rectus per primam partem 30. tertii propter id quod quilibet eorum est in semicirculo erit igitur .a. b. c. d. quadratum per definitionem quod est propositum.

Propositio 7.

Intra datum circulum quadratum describere.



I Sit propositus circulus .a. b. c. d. cuius centrum .e. uolo circa ipsum describere quadratum. **P**rotraho in ipso duas diametros .a. c. & b. d. secantes se orthogonaliter supra centrum .e. a quarum extremitatibus duco in utramque partem lineas orthogonaliter quousque quilibet earum concurrant cum duabus lateralibus sint puncta conuersa .e. g. h. k. eruntque correlarium 35. tertii uterque angulus qui sunt ad unumquemque quatuor punctos .a. b. c. d. rectus: quia ergo in quadrilatero .a. b. c. d. tres anguli .a. b. e. c. sunt recti: erit quartus angulus qui est .f. rectus: habet enim quodlibet quadrilaterum quatuor angulos equales quatuor rectis: ut demonstratum est supra 34. primi: eadem ratione quilibet angulorum .g. h. f. k. erit rectus: ergo per secundam partem 35. primi. due linee .e. g. & .h. k. Itemque due .f. k. & .g. h. sunt equidistantes: ergo per 34. primi. f. k. est equalis g. h. & g. h. h. f. quia per eandem .f. k. est equalis b. d. & b. d. est equalis a. c. erunt quatuor linee .f. k. g. h. f. g. h. k. equales: sed & quatuor anguli .f. g. h. k. sunt recti: ut probatum est supra: ergo .f. g. h. k. est quadratum per definitionem quod est propositum.

Castigator.

Videtur potius per illud correlarium 35. tertii uelle in nuere quatuor lineas .f. g. g. h. h. k. k. & esse contingentes circulum cum propositum sit ei circulum scribere quadratum qui anguli illi quatuor ad dicta quatuor puncta esse rectos: quoniam hoc ex ipso potest ex protractione linearum orthogonaliter ab extremitatibus diametrorum est manifestum.

Propositio 8.

Intra quadratum assignatum circulum describere.



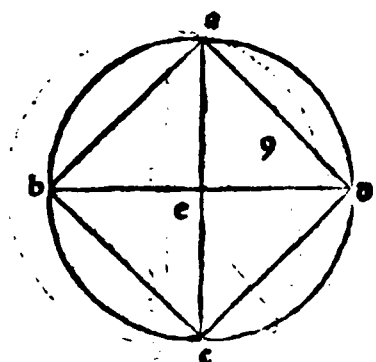
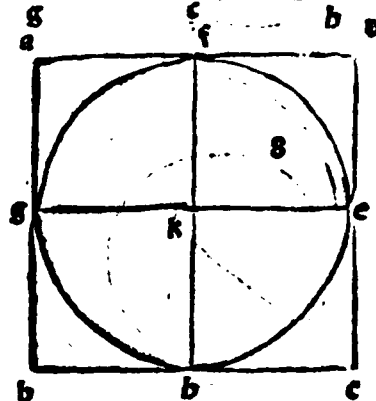
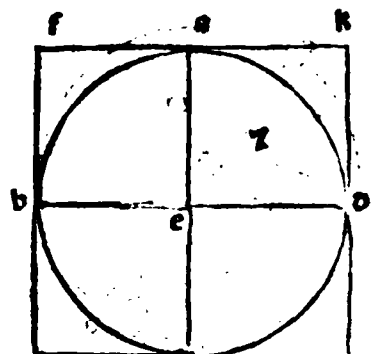
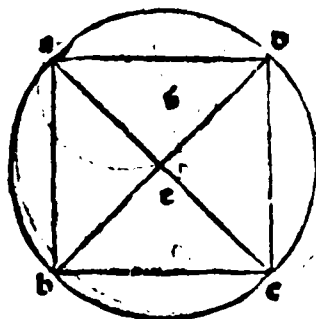
I Sit quadratum assignatum .a. b. c. d. uolo intra ipsum describere circulum: hec est quasi conuersa. 6. diuido unumquodque latere eius per equidistantiam .a. d. quidem in puncto .f. b. a. in puncto .g. c. b. in puncto .h. f. d. c. in puncto .e. & duco lineas .e. g. f. h. secantes se in puncto .k. que dico esse centrum circuli. Erit enim .f. b. equidistantes & equales a. b. per 33. primi propter id quod .a. f. & b. h. sunt equales & equidistantes. Similiter per eandem .f. d. c. a. b. f. quia omnes medietates quatuor laterum ipsius quadrati sunt ad invicem equales erunt per 34. primi quatuor linee .k. e. k. f. k. g. & .k. b. equales ergo per 9. tertii. k. est centrum circuli quod sit. **P**er eandem rationem quoniam tota sunt equalia dimidia quoque equales erunt.

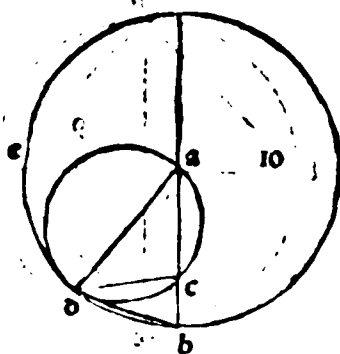
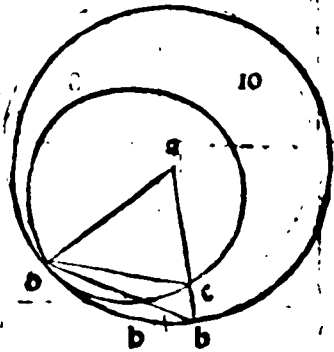
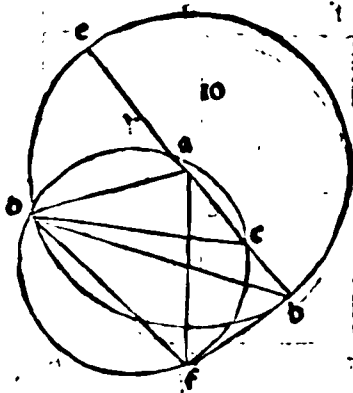
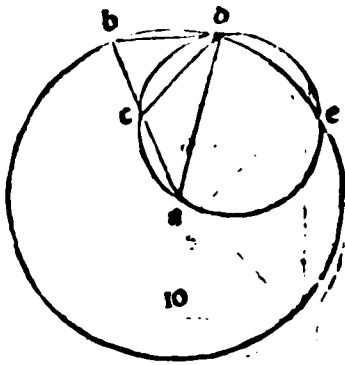
Propositio 9.

Intra assignatum quadratum circulum describere.



I Sit quadratum .a. b. c. d. uolo circa ipsum circulum describere: hec est quasi conuersa. 7. **P**rotraho in ipso duas diametros .a. c. & b. d. secantes se in puncto .e. que dico esse centrum circuli. Cum enim .n. linee .a. d. & .a. b. sint equales erunt per 5. primi anguli .a. d. b. & .a. b. d. equales: & quia angulus .a. totalis est rectus: erit per 33. primi uterque eorum medietas rectus. **S**imili quoque modo probabitur quodlibet trium angulorum a predictis diametris & lateribus quadrati propositi





contentorum esse medietatem recti quia igitur angulus. $e.a.d.$ est equalis angulo. $e.d.a.$ erit per 6. primi lineae $e.a.d.$ equalis lineae $e.d.$ eadem ratione erit $e.a.$ equalis $e.b.$ & $e.c.$ equalis $e.d.$ quare quia quatuor lineae $e.a.e.b.e.c.e.d.$ sunt equaliter erit per 9. tertii. $e.c.$ totus circuli $e.f.$ quod est propositum.

Castigator

a Per conceptionem si fuerint due verquam utraq. unius eiusdem fuerit dimidium. Potius per ista si due res equaliter uni tunc fuerint equaliter utraq. illius tunc erit dimidium. **b** Ista habet ortum ex 9. tertii decimi. **c** Ibi clarius formatur huiusmodi triangulus.

Propositio 10.



Eum equaliter laterum triangulus designare. cuius uterque duorum angulorum quos basis optinet reliquo duplus existat.

c Intentio est describere istud triangulum duum equaliter laterum & tertius inestis uterque angulus quod super latere quod est reliquis inaequale existant ad tertium duplus existat. Ad hoc autem faciendum sumat. lineam quilibet que sit $a.b.$ que dividatur per m & docet. ii. secundi in puncto. $c.$ ita quod illud quod sit ex $a.b.$ in $b.$ sit equaliter quadrato. $a.c.$ & itaq. puncto. $a.$ centro per ipsam quantitatem describatur circulus $b.d.e.$ intra quem per primam huius coaptetur linea. $b.d.$ qualiter lineae $a.c.$ & producantur due lineae $d.a.d.c.$ dico triangulum $a.b.d.$ esse quod sit propositum. **c** Circuli huius circulus qui sit $d.c.a.$ per $s.$ huius triangulo $d.c.a.$ Quia ergo linea $d.b.$ est equalis lineae $a.c.$ erit quod sit ex $a.b.$ in $b.$ equaliter quadrato lineae $b.d.$ quare per ultimam tertii $b.d.$ linea est contingens circulum $d.c.a.$ & per $s.$ eiusdem angulus $c.d.b.$ est equalis angulo $c.a.d.$ **c** Posito ergo totus angulus $c.d.a.$ erit totus angulus $b.d.a.$ equalis duobus angulis $c.a.d.$ & $c.d.b.$ sed per $s.$ primi angulus $b.c.d.$ est equalis eidem quia extrinsecus ad ipsos ergo angulus $b.d.a.$ est equalis angulo $b.c.d.$ & quia angulus $a.d.b.$ est equalis angulo $a.b.d.$ per $s.$ primi eo quod latera $a.d.$ & $a.b.$ sunt equalia erit angulus $a.b.c.$ equalis angulo $c.b.d.$ ergo per 6. primi lineae $c.d.$ est equalis lineae $b.d.$ quare & lineae $c.a.$ ergo per $s.$ primi angulus $c.a.d.$ est equalis angulo $c.d.a.$ Quia ergo uterque angulorum $c.d.b.$ & $c.a.d.$ est equalis angulo $c.a.d.$ erit totus angulus $b.d.a.$ duplus ad angulum $d.a.b.$ & ideo angulus $a.b.d.$ sibi equalis duplus est et ad angulum $b.a.d.$ quod est propositum. **c** Foris dicit aduersarius circulum $d.c.a.$ circuli scriptum trigono partiali secare circulum $b.d.c.$ in aliquo puncto arcus $b.d.$ ita quod simul secabit lineam $b.d.$ unde ipsa non erit circulo applicata sicut in demonstratione supponitur sed ipsam secans. Sit ergo si possibile est ponit aduersarius & a puncto $b.$ ducatur ad ipsum circulum minorem contingens $b.f.$ & ducatur lineae $a.f.d.$ erit per per ultimam tertii quod sit ex $a.b.$ in $b.$ equaliter quadrato $b.f.$ ergo $b.f.$ est equalis $b.d.$ quare per $s.$ primi angulus $b.f.d.$ est equalis angulo $b.d.f.$ & quia per $s.$ tertii angulus $b.f.a.$ est equalis angulo $a.d.f.$ erit angulus $b.d.f.$ maior angulo $a.d.f.$ quod est impossibile cum ipse sit pars eius. **c** Aliter possumus istud refellere & ostendere quod ille minor circulus nullo modo secabit lineam $b.d.$ foris enim diceret quod secaret eam non secando arcum $d.b.$ maioris circuli. Si enim possibile est quod fecerit eam sit hoc in puncto. $h.$ erit quod sit ex $a.b.$ in $b.$ equaliter ei quod sit ex $d.b.$ in $b.$ **b** Monstratum est quoniam supra per ultimam tertii quod si ab aliquo puncto extra circulum signato quolibet lineae secantes ad circulum ducantur que sub totis & eorum portionibus extrinsecis continentur equalia sunt ad invicem & quia quod sit ex $a.b.$ in $b.$ est equaliter quadrato $b.d.$ erit quod sit ex $d.b.$ in $b.$ equaliter quadrato $d.b.$ quod est impossibile per secundam secundi quare constat propositum. **c** Et nota quod minor circuli necessario secabit maiorem & abscedet ab eo arcum unum equalem arcui $b.d.$ & maior abscedet similiter ab eodem unum arcum equalem arcui $d.c.$ Quod sic probatur si enim minor non secat maiorem contingit ergo ipsum in puncto.

d. f. quia per a. t. tertiū circulorum f. contingentium centra. f. punctus cō
factus sunt in linea una. erit cētrum minoris circuli in linea. a. d. propter
hoc q. in ea est cētrum maioris f. punctus contactus. ergo per r. tertiū
angulus. a. d. b. est rectus quare similiter f. angulus. a. b. d. sibi equalis eff
rectus quod est impossibile. per. 31. primi. Sicut ergo ipsum in pūctis. e.
d. dico arcum. e. d. maioris esse equalem arcui. d. b. f. arcum. e. d. minoris
esse equalem arcui. d. c. p. d. uco lineas. d. c. e. c. f. e. a. eritq. per. 16. tertiū unus
quisq. quorū angulorum qui sunt. d. e. c. c. e. a. d. a. c. f. a. d. c. equalis ali
ppter id qd duo arcus. d. c. f. e. a. b. sunt equalis. per. 27. eiusdem quare to
talis angulus. a. e. d. duplus est ad angulum. b. a. d. f. ideo equalis utriq.
angulorum. a. b. d. f. a. d. b. f. quia angulus. a. e. d. est equalis angulo. a. d.
e. per. 5. primi. propter id quod. a. e. f. a. d. sunt equalis a centro ad circū
ferentiam. erunt duo anguli. e. d. trianguli. a. e. d. equalis duobus angu
lis. d. f. b. trianguli. a. d. b. ergo per. 31. primi. reliquus angulus. a. e. unius
est equalis reliquo angulo. a. b. c. utriusq. ergo per. 25. tertiū arcus. e. d. maioris
est equalis arcui. d. b. f. per eandem artem. e. d. minoris est equalis arcui. d.
c. f. hoc est quod proposuimus.

Castigator

a. ¶ Quia in tibi omnium est quod sit ex tota secante in partem sui exte
riorem equalis est quadrato linee contingentis f. cum b. c. modo sit con
tingens per aduersarium ideo f. c. Et quoniam rectangulum. a. b. in. b. c.
ex hypothesi est equalis quadrato linee. a. c. quia sic fuit diuisa linea. a. b.
ex. u. secūdi erit. b. f. equalis. a. c. per communem scientiam que est qua
dratorum equalium latera esse equalia f. per consequens. b. f. etiam esse q
lta. b. d. quom. b. d. locata fuerit in circulo maiori ad equalitatem. a. c. ex p
ma. hypothesi ex quibus cuncta sequentia manifeste patent. ¶ Facilius for
matur iste triangulus. uo. huius secūdi mōm habitum in. 9. tertiū decimi
videlicet duobus lateribus exagoni f. basi que sit latus decagoni uno f.
eodem circulo in scriptorem tunc quilibet angulus ad basim duplus erit
ad reliquum ut ibi declaratur. b. ¶ Quia per primam dispositionem
huius. d. c. fuit inscra equalis. d. b. que quidem. d. b. posita fuit eqlis. a. c.
f. ideo. d. c. f. e. a. sunt eqles f. iō concluditur per primam partem. 27. tertiū
arcus esse equalis. ¶ Cū angulus. b. f. d. totalis sit maior ipso. a. d. f. sequi
tur angulum. b. d. f. sibi equalis esse maiorem eodem. a. d. f. ideo impos
sibile quoniam. b. d. f. est pars ipsius. a. d. f. ¶ Quia triangulus haberet duos
angulos rectos actu quod est impossibile per dictam. 31. primi. c. ¶ Per
communem sciam que est quorum dupla sui quorum tota sunt equalia
sub dupla quoq. sui tota sunt equalia.

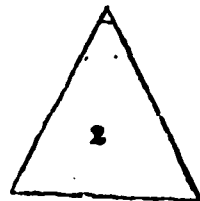
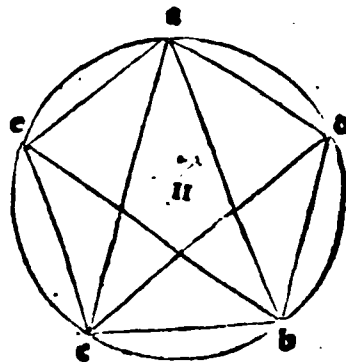
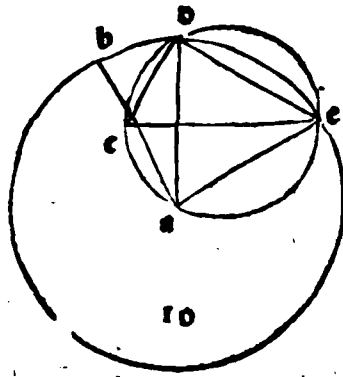
Propositio .11.



Intra datum circulum equilaterum atq. equian
gulum pentagonum describere.

¶ Sit datus circulus. a. b. c. molo intra ipsum describere p
thagonum unum equilaterum atq. equiangulum. ¶ Des
gno triangulum unum qualem premisse pōit. qui sit. a.
cui alium equiangulum intra datus circulum describo.
f. c. docet secūda huius qui sit. a. b. c. sitq. utriq. angulorum. a. b. c. f. a.
c. b. duplus ad angulum. c. a. b. utriq. eorum diuido per equalia ductis li
neis. b. e. f. c. d. eruntq. per. 25. tertiū. 5. arcus in quos. 5. puncta. a. d. b. c. e. d.
adiungunt circulum adinuicem equalis. propter id quod quinq. anguli qui
in dictos arcus cadunt sunt adinuicem equalis. ¶ Continuat igitur illis
quinq. punctis per lineas rectas que sunt. a. d. d. b. b. c. c. e. e. a. erit pen
thagonus. a. d. b. c. e. inscriptus dato circulo qualis proponitur. ¶ Est enī
equilaterus per. 28. tertiū cum. 5. arcus quorum eius quinq. latera sunt cor
des sint adinuicem equalis f. etiam equiangulus per. 26. eiusdem eo q
quinq. arcus. d. a. e. a. e. c. c. b. b. c. d. f. b. d. a. b. quos anguli ipsius pēth a
goni cadūt sunt adinuicem equalis. b. sicq. constat propositum.

d. iii



Castigator.

a ¶ Per communem scientiam si equalibus equalia addas cum arcus. a. d. sit equalis arcui. e. c. per. 11. addito utriq. arcu. a. e. erit arcus d. a. e. equalis arcui. a. e. c. sic de reliquis. b ¶ Pari modo potest deduci per quartam primi angulos duos qui sunt ad. f. esse equales. Nam duo latera. a. f. g. a. g. trianguli. a. f. g. equantur duobus lateribus d. f. g. d. g. trianguli. d. f. g. videlicet lateri. a. f. primi lateri. d. f. secundi per diffinitionem circuli & centri. Et lateri. a. g. eiusdem primi lateri. d. g. secundi per penultimam tertii & angulus. f. a. g. primi angulo. f. d. g. secundi. quoniam uterq. rectus ex hypothese. ergo reliqui anguli sunt reliquis angulis alterius unusquisque suo relativo. s. angulo. a. f. g. angulo d. f. g. & angulo. a. g. f. angulo d. g. f. angulo f. c. g.

Propositio 12.

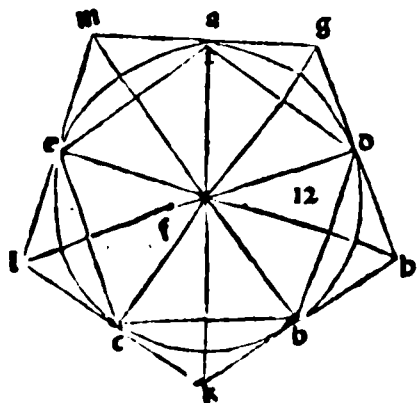


Iraa propositum circulum pentagonum equilaterum atq. equiangularum designare.

¶ Sit propositus circulus. a. b. c. cuius centrum. f. solo de ca ipsum designare pentagonum equilaterum atq. equiangularum. ¶ Supra circumferentiam ipsius circuli quasi secundum doctrinam premisse sibi inscripserim pentagonum quinque puncta angularia notabo. quoniam. a. d. b. c. e. ad que a centro illa cam linear. f. a. f. d. f. b. f. c. f. e. & ab eisdem punctis educam perpendicularares ad istas lineas in utramque partem quousque concurrant in punctis. g. b. k. l. m. etiamque hec linee contingentes circulum per correlarium. 15. tertii & ad ista puncta concurrus ducam a centro linear. f. g. f. h. f. i. f. l. f. m. Et quia monstratum est super penultimam tertii: q. si ab aliquo puncto extra circulum signato due linee contingentes ad ipsum circulum ducantur q. ipse erunt equales. erit. linea. g. a. equalis linee. g. d. & h. d. h. b. & i. b. de ceteris. At quoniam quinque arcus in quos quinque puncta. a. d. b. c. e. dividunt circulum. sunt adinvicem equales. erunt per. 16. tertii quinque anguli. a. f. d. d. f. b. b. f. c. c. f. e. e. f. a. consistentes super hos arcus in centro. f. sibi invicem equales. Sunt autem duo latera. a. g. & f. a. trianguli. f. g. a. equalia duobus lateribus. d. g. & f. d. trianguli. f. g. d. & lateri. g. f. commune. ergo per. 8. primi duo anguli eorum qui sunt. ad. f. itemque duo anguli qui sunt ad. g. sunt adinvicem equales. eadem ratione duo anguli qui sunt ad. f. in triangulis. d. f. h. & f. h. f. b. Itemque duo qui sunt. ad. b. sunt adinvicem equales. Similiter quoque singuli trium reliquorum angularum qui sunt. b. f. c. c. f. e. e. f. a. & singuli trium qui sunt. k. l. m. dividantur per equalia. primi quidem per lineam. f. k. secundi per lineam. f. l. tertii vero per lineam. f. m. & quia hii tres anguli qui sunt. b. f. c. c. f. e. e. f. a. sunt sibi invicem equales & aliis duobus qui sunt. a. f. d. & d. f. b. equales erunt eorum dimidia que sunt decem anguli facti in centro. f. adinvicem equaliter. Quia igitur duo anguli. a. f. f. trianguli. g. a. f. sunt equales duobus angulis. a. f. f. trianguli. m. a. f. & lateri. a. f. commune erit per. 16. primi angulus. g. inius equalis angulo. m. alterius & lateri. g. a. equali lateri. a. m. ¶ Eadem ratione erit angulus. g. in triangulo. g. f. d. equalis angulo. b. in triangulo. d. f. h. & lateri. g. d. equali lateri. d. h. quare quia. g. a. est dimidium. g. m. & g. d. dimidium. g. b. & g. a. & g. d. sunt equalia: erunt per communem scientiam. g. m. & g. h. eorum dupla equalia. Similiter quoque probabimus. g. m. esse equaliter. m. l. & m. l. l. k. & l. k. k. h. quare pentagonus. g. b. k. l. m. est equilateralus. ¶ Sed & equiangularus cum enim duo anguli qui sunt ad. g. sunt adinvicem equales. & duo qui sunt ad. m. similiter adinvicem equales & g. partialis sit equalis. m. partiali. utrumque enim probatum est prius. erit per eandem communem scientiam. g. totalis equalis. m. totali. & eadem ratione probabis equalitatem in ceteris angulis: quare est equiangularus. sicq. constat propositum.

Castigator.

a ¶ Per communem scientiam quoniam tota sunt equaliter dimidia quoque equalia esse necesse est. b ¶ Quoniam dimidia sunt equalia tota quoque equalia esse necesse est.



Propositio .13.

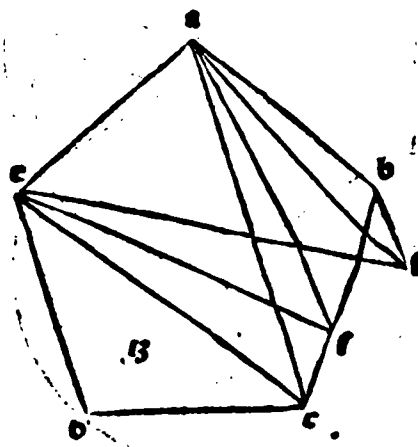
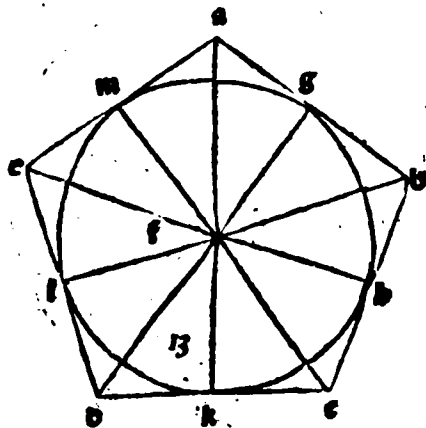


Letra equilaterum atq; equiangulum pentagonum assignatum. circulum describere.

Sit assignatus pentagonus equilaterus atq; equiangulus quia de aliis non est necessarium hoc esse possibile. a. b. c. d. e. nolo sibi inscribere circulum. hec est quasi conuer-
sa. i. duos eius ppinquos angulos qui sunt. a. f. e. diuido per equalia ductis lineis. a. f. e. f. donec concurrant in puncto. f. intra ipsum pentagonum quem dico esse centrum circuli. ¶ Cōcurrent enim propter id quod dimidium totalis anguli. a. ¶ Similiter totalis anguli. e. minus est angulo recto. ¶ Si enim intra pentagonum non concurrant aut extra ipsum pentagonum aut in latere pentagoni. aut in eius angulo qui utriusq; angulorum diuisorum opponitur. ¶ Cōcurrent ergo pmo extra in puncto. f. ¶ ducatur linea. b. f. ¶ quia duo latera. c. a. f. tri- anguli. c. a. f. sunt equalia duobus lateribus. b. a. f. a. f. trianguli. b. a. f. ¶ an- gulus. a. unius angulo. a. alterius erit per. 4. primi basis. e. f. equalis basi. f. b. ¶ quia angulus. a. partialis est equalis angulo. e. partiali. propter id quod. a. totalis. e. totali erit per. 6. pmi. f. a. equalis. f. e. ¶ quare. f. a. f. equa- lis. f. b. ergo per. 5. primi duo anguli. b. totalis. f. a. partialis sunt equales quare. a. partialis est equalis uel maior. a. totali ¶ quod est impossibile.

Concurrant ergo in puncto. f. super latus. b. c. eritq; arguendo per pre-
missas ¶ premisso modo angulus. a. partialis equalis angulo. a. totali qd est impossibile. ¶ Quod si forsan cōcurrent in angulo. e. erit per eandem ¶ eodem modo. c. b. equalis. c. a. ¶ ideo adhuc prius angulus. a. partia- lis equalis angulo. a. totali. ¶ Quod quia hoc esse non potest. Sit ergo pun- ctus concursus qui est. f. intra pentagonum a quo ducō. s. perpendiculara- res ad eius. s. latera. que sunt. f. g. f. h. f. i. f. m. ¶ ad duos eius angulos p- pinquos aliterq; angulis per equalia diuisis qui sunt. b. f. d. ducō lineas f. b. f. d. ¶ quia duo anguli. a. f. m. trianguli. a. f. m. sunt equales duobus an- gulis. a. f. g. trianguli. a. f. g. ¶ latus. a. f. commune erit per. 16. primi. f. m. equalis. f. g. ¶ Per eandem quoq; probabis. f. l. equalis. f. m. sumptis duo- bus triangulis. e. f. m. ¶ e. f. l. ¶ Quia iterum duo latera. a. f. g. a. b. triangu- li. a. f. b. sunt equalia duobus lateribus. a. f. g. a. c. trianguli. a. f. c. ¶ angulus. a. unius angulo. a. alterius erit per. 4. primi. angulus. b. partialis equalis angulo. e. partiali. ¶ quia. b. totalis equalis e. totali. ¶ e. totalis diuisus est per equalia erit etiam. b. totalis diuisus per equalia. ¶ Eodem modo probabis. d. totalem diuisum per equalia propter equalitatem. d. partia- lis ¶ a. partialis sumptis triangulis. e. a. f. e. d. ¶ quia ergo duo anguli. g. f. b. trianguli. g. f. b. sunt equales duobus angulis. h. f. b. trianguli. h. f. b. ¶ latus. f. b. commune erit per. 16. primi. f. h. equalis. f. g. ¶ Eodem modo probabis. f. h. equalis. f. l. sumptis triangulis. l. f. d. h. f. d. quoniam igitur s. linee. f. g. f. h. f. l. f. m. sunt equales. erit. f. centrum circuli. per. 9. tertii. quem describens fm quantitatem unius earum ¶ tanget omnia latera pentagoni. propter equalitatem linearum. ¶ nullum eorum secabit per primā partem. s. tertii. sicq; cōstat ppositū. ¶ **C**onfirmatio.

Hoc enī probatum est supra. 32. primi ubi ostensum est omnes. s. an-
gulos pentagoni. s. rectis equialere scilicet unusquisq; ualeat unum re-
ctum ¶ quintam unius recti. ¶ ideo dimidium totalis anguli. a. ¶ simili-
ter. a. minus est angulo recto ¶ ideo ex illa parte concurrēt per pultimā
petitiōem. b. ¶ per aduersarium. c. ¶ Etiam per aduersarium. d. ¶ Quia
angulus. b. pentagoni ex ypotesi ē eq̄lis angulo totali ipsius pentagoni ¶
ideo cū angulus. b. totalis sit maior angulo. b. pentagoni ē maior angulo
a. totali ¶ iō cū angulus. a. ptialis equet ipsi. b. f. q̄t ipsum. a. ptialē ēē ma-
iore. a. totali sive ei eq̄lem qd ē impossibile ¶ e. p. primā dispositionē nō
f. q̄t angulū. a. ptialem ēē eq̄lem. a. totali sed ipso maiore ¶ in duabus po-
stremis dispositionibus sequitur totali ēē eq̄lem semper. s. q̄t per aduersariū
concurrerent in latere uel in angulo illis opposito.

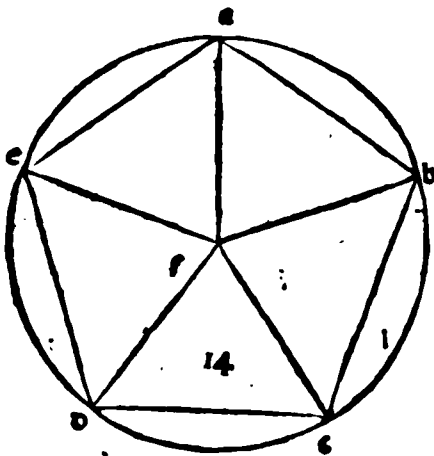


Propositio 14.

Circa datum pentagonum quod sit equilaterum atque equiangularum circulum describere.



¶ Si ut prius datum pentagonum equilaterum atque equiangularum quia de aliis non est necessarium hoc esse possibile a. b. c. d. e. nolo circa ipsum describere circulum. hoc est quod si conuersa. n. Duos eius propinquos angulos qui sunt a. f. e. diuidoper equali a ductis lineis a. f. f. e. quousque concurrat intra ipsum pentagonum in puncto. f. ¶ Concurrunt. n. f. intra pentagonum ut probatum est in premissa. Et a puncto concursus duco ad reliquos angulos lineas que sunt f. b. f. c. f. d. f. quia duo latera a. f. f. a. b. trianguli a. f. b. sunt equalia duobus lateribus a. f. f. a. e. trianguli a. f. e. f. angulus a. unus angulus alterius erit per. 4. primi. f. b. equalis. f. e. f. angulus. b. partialis angulus. e. partialis. Et quia. b. totalis est equalis. a. totali. f. e. totalis diuisus est per equalia. erit similiter. b. totalis diuisus per equalia. f. hoc quoque modo probabis utrumque angulum. c. f. d. diuisum esse per equalia f. s. lineas. f. a. f. b. f. c. f. d. f. e. esse equaliter. quare per. 9. tertii. f. erit centrum circuli. sicque patet propositum.

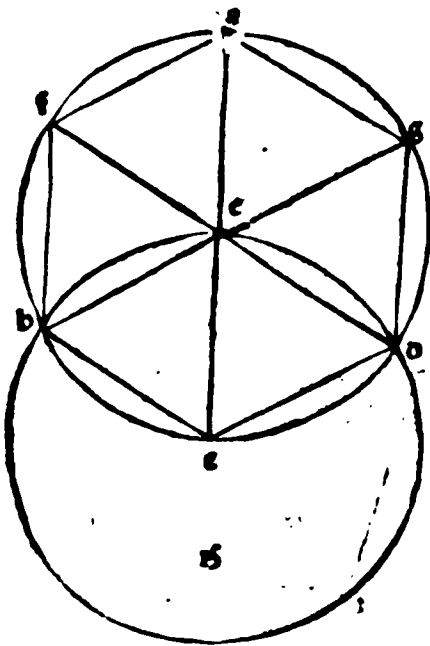


Propositio 15.

Altra propositum circulum exagonum equilaterum atque equiangularum describere. ¶ Ex hoc itaque manifestum est quod latus exagoni equum est dimidio diametri circuli cui inscribitur.



¶ Si ut propositum circulus a. b. c. d. cuius centrum. e. nolo sibi inscribere exagonum equilaterum atque equiangularum. pro duco diametrum. a. e. c. f. s. m. quantitatem semidiametri. e. c. facto centro puncto. e. describo circulum. e. b. d. secantem priorem in duobus punctis. b. d. a quibus produco duas diametros in circulo primo que sunt b. e. g. d. e. f. trium ergo diametrorum extremitates coniungo. 6. lineis que sunt a. f. f. b. b. c. c. d. d. g. f. g. a. quas dico continere exagonum quesitum. Erit enim ut demonstrat prima primi utrumque triangulorum. b. e. c. c. e. d. equilaterum. quare f. equiangularum per. 5. eiusdem ergo per. 31. primi duo anguli. b. e. c. f. e. c. d. cum uno equali uni eorum sunt equaliter duobus rectis. Propter id quod quisque eorum est tertia duorum rectorum sed ipsi per. 13. eiusdem cum angulo. d. e. g. sunt equaliter duobus rectis. ergo angulus. d. e. g. equaliter utriusque eorum quare per. 15. eiusdem. 5. anguli. qui sunt ad. e. sunt adinuicem equaliter. ergo per. 25. tertii arcus in quos cadunt sunt equaliter. quare f. eorum corde per. 18. eiusdem que sunt latera ipsius exagoni. Equilaterum igitur est sed f. equiangularum per. 16. tertii propter id quod sex arcus in quos angularia puncta exagoni diuisant circulum binis f. binis sumptis sunt adinuicem equaliter. ut arcus. a. f. b. arcus. f. b. c. f. ideo angulus. f. qui consistit in primo est equaliter angulo. b. qui consistit in secundo. idem in ceteris. quare constat propositum. ¶ Correlarium ex hoc patet quod dimidium diametri f. latus exagoni sunt latera eiusdem trianguli equilateri. ut. e. c. f. e. b. f. c. b. ¶ Et nota quod non proponitur circa propositum circulum exagonum equilaterum atque equiangularum designare. Nec intra tale exagonum circa tale circulum describere. que admodum fecit de triangulo quadrato f. pentagono. non quia non sit necessarium hoc esse possibile. sed quia hoc tria per eadem precepta sunt in pentagono equilatero f. equiangularo. f. in omni figura equilatera atque equiangulara quecumque fuerit. Unde quancumque figuram equilateram f. equiangularam scimus circulo inscribere eandem circulo extra. f. circulum sibi intra f. extra bisdem mediis per que hec in pentagono fecimus describemus. ¶ Nota etiam quod omnis figura equilatera circulo inscripta. aut circumscripta est etiam necessario equiangulara. de inscripta patet per. 17. f. 16. tertii sumptis arcibus circuli. quibus latera inscripte figure corde sunt binis f. binis. In hos enim arcus ipsius figure anguli cadunt. De circumscripta autem ductis a circuli centro lineis ad omnes eius angulos. f. ad loca contactus facile probabis. si plene intellexe



gitarum de quibus ista non docet. vel que per has non habentur diffi-
lis est sciencia. Etiam utilis. ut sunt eptagona nonagona undecagona.
Quod si sciremus triangulum datum equalium laterum designare. cuius
utroq; angulorum ad basim triplus est ad reliquum sciens eptagonum
ut supra pentagonum circulo inscribere. q; si utroq; quadruplus erit ad
reliquum sciens nonagonum. & si quinquuplus undecagonum. Idemq;
in ceteris figuris imparium laterum. posito utroq; angulorum ad basim
multiplici ad reliquum. per eam numerum qui est medietas. maximi pa-
ris sub impari numero laterum ipsius figure contenti.

Castigator.

a ¶ Quia si illa secunda proponit triangulum assignatum equilaterum
& sic in scribendo circulo unum ei equiangulum. Oritur pariter equila-
terus ad instar propositi si quis maior & minor secundum quantitatem pro-
positi circuli. Similiter dicatur de pentagono. per a. huius. b ¶ Per. ap-
tertiū. c ¶ Per. 18. tertii cum omnis illi arcus sint sibi inuicem equales
quoniam quisq; est. 1/3. pars totius circumferentie. d ¶ Verba campani
traductoris immo utilissima cum uirtus circa difficile ueretur teste. A. B.
quia facile malim.



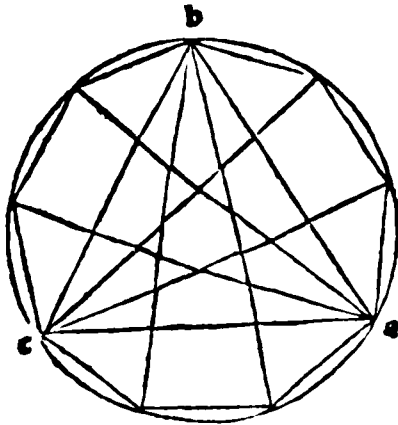
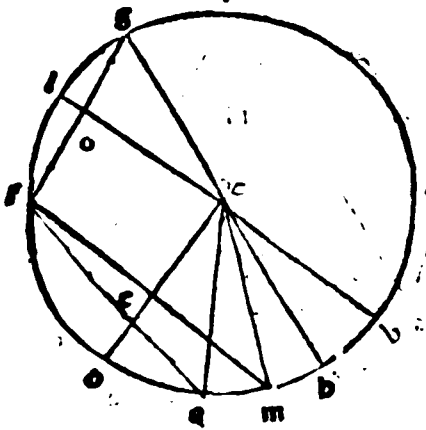
A tum angulum in tria equa diuidere. Sit angulus datum
c. nolo ipsum diuidere in tres equales angulos quod sic fa-
cio. pono primo. c. centrum circuli describendo circumum
qualitercumq; contingat. & protraho latera continētia da-
tum angulum usq; quo fecerit circumferentiam in punctis
a. & b. nunc a puncto. c. quod est centrum circuli duco li-
neam. c. d. perpendiculariter ad lineam. c. b. & in linea. c. d. assigno punctū
e. a quo duco lineam ad equalitatem. c. b. usq; quo fecerit circumferentiam
circuli in puncto. f. & produco. e. usq; a. deinde protraho lineam. g. h. equi-
distantem. f. a. que scilicet. g. h. transcat per centrum. & duco lineam. f. g.
equidistantem linee. c. e. & protraho lineam. c. b. incontinuum & directū
usq; ad. l. que fecit lineam. f. g. orthogonaliter in puncto. o. & per equalia
dico ergo q; arcus. l. g. est equalis arcui. b. b. propter hoc. q; angulus. l. c. g.
est equalis angulo. h. c. b. cum sint contra se positi. Cum igitur arcus. f. g. sit
duplus arcui. l. g. erit etiam duplus arcui. b. b. sed arcus. f. g. est equalis arcui
a. b. cum sint inter duas lineas equidistantes que sunt. f. a. & g. h. ergo arcus
h. a. est duplus arcui. b. b. ergo & angulus. a. c. b. est duplus angulo. b. c. b. di-
uidam ergo angulum. a. c. b. per equalia per lineam. c. m. & patet propositū.

Castigator.

a ¶ Ista de diuisione anguli in tres partes equales est limitanda quoni-
am non est de omni. Eius limitatio erit ista datum angulum minorem
recto in tria equa diuidere nā de obtuso non posset illis mediis concludi
quia tunc linea. d. c. eaderet inter lineas. a. c. & b. c. & tunc demonstratio
non tendit ut per te deducendo percipere poteris. ideo discursus tibi relin-
quitur & c. Et talis limitatio datur intelligi per constitutionem ipsius no-
nagoni in circulo ob cuius rationem principaliter illa posita uidetur ubi
prius inscribis triangulum circulo equilaterum & per consequens equian-
gulum cuius quisq; angulorum minor est recto ex. 32. primitiue euidenter
apparet.



I ntra datum circulum nonangulum equilaterum atq; eq-
angulum. designare qd sic fieri potest iuxta doctrinā scōde
huius. inscribam circulo assignato triangulum equilate-
rum atq; equiangulum qui sit a. b. c. & unumquemq; angu-
lorum eius diuidam per tria equalia & protraham lineas
diuidentes angulos usq; ad circumferentiam & tunc quia
nouem anguli locati in circulo sunt equales de necessitate arcus suppositi
ipsis angulis sunt equales. Protraham enim cordas subtractas singulis arca-
bus & habebō intentum. ¶ Explicit Liber quartus.





Sed non habuit per R. dierendum patre. M. LVCAM Philo-
ciolum de burgo Sancti Sepulchri. Or. minor. In eccle-
sia Sancti Bartholomei. Venetiis. 1508. Die. xi. augusti
in quintu Euclidis. Spiritus sancti gratia illuminet sen-
sus & corda nostra. Amen. ¶ Arduarum difficultatumq; re-
rum omnium. R. eueredi dñi uenerandi patres & excellen-
ti Doctores Magnifici ubi: A. magistri cuiusq; facultatis studet:
nosq; ceteri prestantissimi diues: & difficillima est proportio. Hec est illa
que sola intima altissime idividuæ unitatis penetrat & a sacris theo-
logis solentissime inuestigatur. Hec enim est que sepius in eorum uola-
nibus relatio dicitur: aliquando respectus nōnq; habitudo. Inter-
dum intellectualis discursus: & nomine alio comparatio nūcupatur. Huius
notitiam diuini philosophi summopere cupierunt dum Metaphysicis
con. opera in lucem prodere curarent. Hanc pro uiribus naturales profecti
qui sunt ut Socrates: Plato: Aristoteles: ceteriq; omnes. Cum de re-
rum uniuersa natura agerent. Non enim aliud in rebus uniuersis superi-
rioribus: scilicet & inferioribus q̄ debita eorum adinuicem proportio
seu habitudo queritur. Nunq; enim sacris hieretis incumbentes processio-
nem sancti spiritus a patre & filio ex eorum reciproco amore causante
lingua calamoq; explicare potuissent: nisi prius relationem inter eos p a-
tris ad filium & e contra percepissent. Hanc proculis summus opifex in
caelestium terrestriumq; rerum dispositione semper habuit. Dum orbū
motus cursuq; syderum & planetarum omnium ordinatissime dispone-
ret. Hec quando æthera firmabat sursum: & appendebat fundamēta ter-
ræ: & librabat fontes aquarum: & maris terminum suum circumdabat le-
gemq; ponens aquarum transiret fines suos: cum eo erat cuncta cōpo-
nens. Que nam esset humano generi delectatio si ex tanta rerum diuersi-
tate proportio non oriretur? Cum sepe dicatur uarietas est que delectat.
Quo pacto insuper in inuisibilem raperetur amorem nisi habitudinē
quandam creaturæ ad creatorem cerneret. Et quāuis finiti ad infinitum
proportio nulla esse predicetur attingentie tamen inter ea proportio a
sacris non negatur describibus. Naturales autē & ipsi ut paulo ante dixi
mus pfecto rerum naturalium proportionē quæsuere: prout in eorū
codicibus passim habetur. Prefertim Aristotelis cuius opera præ aliis asse-
que premanibus habetur. Nam inde physico auditu proportionē motu
um inter se subtilissime perscrutatur. Ea ex decem predicamentis quoniam
merito denatio oēs phi contenti extiteruntū relationis seu ad aliqd huius-
modi sublimi indagatrici pportioni. s. spāliter addicauit. ¶ Omitto loca
alia pene innumerabilia ubi de pportionibus & pportionalitatibus se-
piissime describitur. Que omnia (ut de naturalibus concludam) medicis
pferim peritissimis: (quib⁹ omnium cura cōmissa est) nota sunt & eē de
necessitate debent. Nō. n. calida & frigida: hūida & sicca in medelis dispo-
nendis recta rōnem habebūt: nisi gradū cuiuslibet predicta notuerint.
quem postea ex multis pportionādo qualitatibus unā efficiunt egrotā-
ti corpori debite exhibēdā. ¶ Quo & Astronomi pportiōe relictā age-
rent: inōne nēque amētes caci q̄ discernerent. Narrēt hūi qui sentīti dicāt
egyptiū ut Ptolomeus Ali. Albategni. Alfagrānus. Geber. Albuma-
fari & ceteri oēs qui pportiōe preuia pitissimi exsere. ¶ Qualiter coro-
graphi cosmographiq;. Marinus quē sepe Ptolomæus ipugnat Strabo &
alii qui totius orbis sinū nobis tabulis quibusdam accuratissime tradide-
runt: tot & tanta simul unico libello complecti potuissent: nisi matrem
oīum obseruassent proportionē. ¶ Dicant queso architecti omnes &
diuersarum machinarum inuentores prisci & presentes: Pythius qui pri-
mus ad ē mineræ nobiliter architectatus ē. Dinocrates: Archimedes:
Vitruuius: Frōtinus: Vegetius: & alii q̄ plures q̄ i edificioꝝ structuris sū-
me excelluerunt: in quoꝝ memoriā p̄fusa ruina adhuc nobis asserūt quo
medio talia ederint? Certe proportionē dūce se oīa p̄fice se respōdebūt.

¶ Quomodo pictores celeberrimi. Appelles Miron Polidectus & ceteri quos historie nominant aliquid laude dignum prospectivo aspectu suis posteris reliquisse. Si in eorum figuris liniamenta distantiarum, debitas altitudines & latitudines proportionaliter non seruassent. ¶ Lapidum quoque seu lapidum sculptores Phidias: Pericles: Apollonius. Nescio & reliqui industria tali prediti: non ne eandem diligentissime proportionem marmoris ceterisque statuis accommodauerunt. prout indices fuisse talium hinc inde repertis facile datur intelligi. ¶ Pariter & Musici nil aliud in eorum melodiarum armoniis querunt nisi modum debitum vocum & sonorum: hoc est: Serquialtera sequitertia. Diapente: Diapafon: & alius huiusmodi proportionibus (teste Boetio) proportionantur. ut in auditorum auribus dulcius ac suauius resonent. & summam illis delectationem ingerant: que sine proportionibus & proportionalitate minime Cassari potest. Quam morem imitando poete Carmina sua (eisdem fere mediis) Dactilo: Iambo: Spondeo: Trocheo: Anapesto: Tribraco. Proceleumatico. Ceterisque proportionis loco utendo pedibus componunt. ¶ Nec non & rethores (ad istorum instar) Orationum suarum partes debitas ac congruis numeris assignant. ¶ Hoc idem origo & fundamentum omnium liberalium artium grammatica observare ut dicitur dum normam recte loquendi recteque scribendi discere incipientibus tradit. grauius acuto: circumflexoque: acutibus temerariam. ¶ Quae etiam aequissime sanctiones. Iustiniana scilicet & canonica suas recte reformant sententias: si iustitiam utramque commutatiuam scilicet & distributiuam non supponerent. Quamvis altera uidelicet distributiuam penes geometricam tantum proportionem attendi comprobatur (ut in ethicis Aristoteles: & plato inde legibus & republica testantur) iuxta quam iustus in decem minorum & maiorum olim humano generi retribuet merita ac de meritis omnium adinuicem proportionando ut ex factis aperte dicunt litteris. ¶ Hanc assidue & commutatiuam obseruant rerum publicarum fautores dignissimi huius seculi negotiatores res pecunia uendendo. emendoque seu quouis alio modo pertractando. ¶ Aliarum quoque unaqueque mechanicarum industria suas debitas habet proportionibus ipsam moderantes: experientia teste. ¶ Sed dum talia percuramus quid de arithmeticae geometricae nostris dicemus: qui praecipui inter alios semper habiti sunt: Pitagoras & Nicomachus: qui primi numerorum apud graecos inventores fuisse perhibentur: quos apud latinos Boetius & Apollonius habentur. Non ne hi ceteris diligentius proportionem seruauerunt: quam (teste Euclide) rationalem uocant. ¶ Geometre uero utriusque indifferenter rationali scilicet & irrationali curam adhibent. ¶ Hec demum proportio infinitus thesaurus est hominibus quo qui usi sunt praecipue facti sunt amici: citie dei propter discipline dona commendati. ¶ Hanc ego proposita sine uestione didici & cupientibus sine inuidia commito nitentem: eius apertissime offendendo. ¶ Haec igitur proportionum & proportionalitatum Euclides necessariam cernens obseruantiam ut omnium que dixerit fructus uberius habeatur. De his ipsis discretissime hoc in quinto egimus. Definitiones earundem premitens ac deinceps more suo conclusiones triginta quatuor numero. (quibus iste totus complectitur liber) exarando. Et contra aduersarium eas firmissime atque inrefragabiliter concludit. ¶ Quae propter si quis ad speculationem aliquam quacunque in facultate scientiarum atque aspirat ad hunc propter fontem quo aquae uitae semper flumina fluunt. Et super astra eius extollitur ingenium. ¶ Sed ut iam ad litteram ueniamus res exposulat. Quae sic incipit uidelicet. pars est.



Mnes hi sunt qui interfuerunt. In diu Bartholomei aedecū ego Lucas Pacioli Burgensis Sancti Sepulchri Ex minoritana Francisci familia Quintum Euclidis profiteri solē niter cepi praefatione hac prius habita. M.D.viii. Augusti. die. xi. Et in primis..

¶ Clarissimus Vir. Ioānes Lascaris ad senatum Venetū christianissimi franco Regis Orator. ¶ Vir clarissimus Philippus ferretius Barchinonensis Catholici Hispaniarum Regis ad eundem Senatū Orator. ¶ Reuerendus Apostolorum praefatus Isidorus bagnolus Serenissimi Principis Cancellarius. ¶ .p. Ioannes Baptista Egnatius Vir omni litterarū genere praestans. ¶ .p. Vincentius Dulcius.

¶ Reuerendi Sacre Theologie Professores.

¶ Magister Gabriel Venetus Eremitāe Fæmilie teruissinae provinciae praefatus. ¶ .M. Gabriel Bruni Venetus Minoritanae Familiae Romaniae Provinciae Minister. ¶ .M. Petrus Lucignanensis eiusdem familie.

¶ .M. Iacobus fauentinus eiusdem familie. ¶ .M. Ioannes Andreas de cinctali. ¶ .M. Petrus de cruce Hispanus. ¶ .M. Antonius foroiuensis. ¶ .M. Germanus Guardianus. ¶ .M. Nicolaus Murinensis.

¶ .M. Angelus Venetus. ¶ .M. Simon Venetus Regens. ¶ Sacre Theologiae baccalarius formatus. Frater Petrus terrenouanensis. ¶ .S. Theo. Baccalarius Frater Bartholomeus montalcinas. ¶ Frater Iocundus Veronensis Antiquarius. Omnes prelibati Eiusdem Minoritanae Familiae. ¶ Hieronimus Reginus Mantuanus Eremita. ¶ Sebastianus Leonardus Cosmographus.

¶ Magnificus Vir Bernardus Bembus Doctor & aequus. ¶ .M. V. Marinus Georgius Doctor. ¶ .M. V. Sebastianus forcarens Philosophiae professor Clarissimus. ¶ .M. V. Gabriel Maurus aequus. ¶ .M. V. Franciscus donatus aequus. ¶ .M. V. Vincentius Quirinus Doctor. ¶ .M. V. Petrus pascalius Doctor & aequus. ¶ .M. V. Nicolaus Teupul Doctor. ¶ .M. V. Daniel Rainierius aduocator communis. ¶ Excellens Vir Ioannes Baptista Brocardus.

Medici Illustres.

¶ Benedictus Thedaldus. ¶ Marinus Brocardus. ¶ Franciscus Valentinus. ¶ Alexander Veronensis. ¶ Ambrosius Leo Nolanus. ¶ Rodulfus Camerter. ¶ Mathaeus Feldensis. ¶ Caesar Optatus. ¶ Ascanius Esinus. ¶ Excellens studiorum humanitatis professor Hieronimus Maferius Forolimensis. ¶ .M. V. Hieronimus Sauorgnanus. ¶ .M. V. Fraciscus Duodus. ¶ .M. V. Vincentius Grimanus. ¶ .M. V. Franciscus & Iacobus fratres Cornelii. ¶ .M. V. Thomas Iustinianus. ¶ .M. V. Marcantonius Comerius. ¶ .M. V. Federicus Molinus. ¶ .M. V. Petrus Donatus. ¶ .M. V. Petrus Contarenus. ¶ .M. V. Donatus Legius. ¶ .M. V. Laurentius Bragaderius. ¶ .M. V. Marinus Santus. ¶ .M. V. Angelus Pissaurius. ¶ .M. V. Petrus Mocenicus. ¶ .M. V. Sanctus Tronus. ¶ .M. V. Laurentius Memmus. ¶ .M. V. Carolus Contarenus. ¶ .M. V. Dominicus priolus. ¶ .M. V. Ioannes Bembus. ¶ Flaminius poeta calenus. ¶ Aldus Marutius Romanus. ¶ Palladius Soranus poeta. ¶ Leonardus Augustini pratenensis. ¶ Petrus Zianus. ¶ Iacobus draganus. ¶ Mathaeus Cinus Florentinus. ¶ Bartholomeus Franciscus & Paulus fratres Rompiasii. ¶ Nicolaus Sapa. ¶ Lucas Carolus. ¶ Bartholomeus Pedretus. ¶ Laurentius Papiensis Musicus. ¶ Franciscus marsarius. ¶ Iacobus Cocus. ¶ Marcus Antonius Bragaderius. Hi tres adolēscētes summe indolis. ¶ Petrus Priolus. ¶ Sebastianus Priolus. ¶ Bernardus rocelatus & Ioānes eius filius Florentini. ¶ Iacobus Georgius Mathematicae Sectator. ¶ Georgius Tragurinus eiusque filius Marcus. ¶ Alexius Bergomensis. ¶ Ioānes Marcus Canonius Patavinus. ¶ Petrus Lombardus. Hi quatuor praefati Architectonica Clari. ¶ Bernardinus Perulus Vrbinas. ¶ Alexander francius & Vanotius Pauli Seneser. ¶ Ot

LIBER

tami⁹ foro⁹ femp⁹ pronici⁹ f. ¶ Joānes franciscus puteolanus. ¶ Nicolans corbolus florentinus. ¶ Franciscus rofelus florentinus Cosmographus. ¶ Alii plurimi quorum nomina sigillatim referre ad quingentos & amplius operosum nimis foret florem tantum hominum decerpſi.

¶ Iſidorus Bagnolus Apoſtolorum præful & Sereniſſimi Principis Cæſellarius Natali Regie diui Jacobi præfuli & Veneto Canonico. S. P. D.



Electatus Mirum Immodum Superiore Anno prælectio ne quadam Euclidis Mathematicorum omnium facile. Principis in quintum eius Librum. quam LVCAS. Pa ciolus de Burgo Sæcti Sepulchri Minoritanæ Familie additus omnium nostra tempeſtate huicæ diſciplinæ in ſtructiſſimus habuit. Non potui frater optime tecum no lupratem incredibilem quam ceperam non cõmunicare: tum quod te etiam atq; etiam amem. Tum quod ipſa res Digna mihi ſemper eſt niſi que tibi quoq; cognita perſpectaq; foret. Noras tu ſcio. LVCAM. no ſtrum Noras hominis ingenium. Noras hominis ſumari Verum euit ſcripta fortaſe non attigeras ut pro ingenii tui Felicitate & candore me lius de tota re ſententiã ſerres. Ego uero qui tibi ſemper gratificari ſtudi curau. Vt qui audire prælegentem LVCAM. per publicas occupatiões non potuiſti præſens habear abſens in quo te quandoq; oblecter fructuq; maximum capias. Leges igitur tu iſtam prælectionem. Leges & poſt illã quintum Euclidis librum qui ſane iſt eſt ut quanto Euclides ipſe omnes alios ſcriptores antecellit tanto quintus hic ſcripta ab eo alia præſtet. Sunt qdem plena ingenii: plena acuminis: plena diuinitatis in hoc qn to omnia. Nihil conſequutum te in mathematicis credes. Niſi quintum non ſolum quod aiunt a limine ſaluter ſed accurate introſpicias. Quare non dubito quin pro rei præſtantia & auctoris ſingulari ac prope diuina ſcientia ſid legas atq; quod te plurimum delectari poſſit & aliis etiam atq; etiam prodeſſe. Cætera interim mathematica uel Euclidis nunc eadem emendatiſſima uel que Lucas ipſe ſuo Marte peperit qñ in dies audũtur ſe lix expecta. Bene uale Venetiis ex ædib⁹ noſtris. M. D. viiij. Martij. xij.

¶ Caſtigatoz.



Vtant non nulli optime lector huiusmodi mathematicæ diſcipline ignari proportionem quantitatem eſſe quod minime uerum eſt ſed eſt mera quantitatu adinuicem hi tudo. cum eiudem fuerint generis quantecunq; fuerint ut in ſequentibus apertiffime. Euclides ipſe diſſiniã. Et talis habitudo ad minus exigit duo extrema ſeu duos ter minos. Proportionalitatẽ autem nõ ſic intelligas habitudinem eſſe qua titatum ſed ſolum proportionum ſimilitudinem & nomine alio quidam eam proportionum proportionem appellant. Ad cuius conſtitutionem ad minus due proportionem requirunt. cum ſimilitudo ad minus exigit duo extrema hoc eſt duas proportionem ut infra in iſto quinto loco ſuo habebis & due proportiões ad minus exigunt tres terminos ſi fuerit conti nue. ut. 1. 4. 8. 16. dicuntur proportionales & ſic. 3. 9. 17. 81. ſunt. n. primi pro portionales in dupla: poſtremi uero in tripla & dicit continua. Item alio modo dicuntur proportionalia in continue ut ſunt. 1. 4. 10. 20. 24. 4. & iſta uocatur proportionalitas dupla incontinua &c. Et ppea ne tu cum re liquis in foueam cadas uolui te tantum reddere ne in ſequentibus tibi eq uocatio occurrat. quoniam ſcribimus Indoctis &c.

Necessarius ac vtilissimus Eudidis Liber quintus de p
portionibus & proportionalitatibus ex perfecta Campani tra
ductione. Magistro Luca Paciolo de burgo. Sancti Sepul
cri Ordinis. Vinorum Castigatore optimo. Incipit feliciter.

Diffinitio .1.



Pars est quantitas quantitatis mi
nor maioris cum minor maioris
numeret.

Pars quandoq. sumitur proprie: &
hec est q. aliquotiens sumpta suū totū
p. se constituit sine diminutione uel aug
mento: & dicitur suū totum numera
re per illum numerum fm quem sumi
tur ad ipsius totius constitutionem: ita
lem aut partem quam multiplicatiū
dicimus hic diffinit. **Q**uandoq. su
mitur cōiter & hec est quilibet quanti
tas minor que quotienscūq. sumpta suo
toto minus aut maius constituit. quā

aggregatiūm dicimus: eo q. cum alia quantitate diuersa totum suū cō
stituat: per se autem quotienscūq. sumpta fuerit non producat.

Diffinitio .2.



Multiplex est maior minoris qm eam minor metitur.

Pars relative dicitur ad totum: & in istis duobus extre
mis consistit eorum adinuicem relatio: & ideo diffinito
minori extremo, diffinit hic maius: uocat aut ipsum mul
tiplex propter hoc q. minus ipsum aliquotiens sumptum.

111115

constituatur: igitur relative dicta adinuicem: pars &
multiplex. Nam omnis pars submultiplex: ut patet per eius diffinitionē.

Diffinitio .3.



Proportio est duarum quantecūq. sint eiusdem ge
neris quantitas certa alterius ad alterā habitudo.

Proportio est habitudo duarum rerum eiusdem gene
ris adinuicem in eo q. earum altera maior aut minor: eff
reliqua uel sibi equalis. **N**on enim solum in quantitati
bus reperit proportio, sed in ponderibus: potētis & sonis.

In ponderibus quidem & potētis uult plato in thimeo cō proportionē
ubi elementorum numez. ostendit: in sonis autem esse proportionem liq
et musica. Nam ut uult Boecius in quarto si quilibet nētus in duas ine
quales ptes diuidat. erit ipsaz ptiū n. suorūq. sonoz: eadem cōuerso mō p
portio. Sed in quibuscūq. pportio reperitur: ea picipant naturam ppe
tatēq. quantitatē: non. n. repitur in aliquibus rebus duabus nisi in eo q. eaz
una est reliqua maior aut minor. aut sibi eqlis. **Q**uantitatis aut ppiū
est fm ipsam eqlē uel ineqale dici. ut uult Aristo. in pdicamētis. un liq
pportionem primo in quantitate repiri. & p ipsam in omnibus aliis. Nec
ēē in aliquibus rebus pportionem cui similis non sit in aliquibus quantitatib.
pp qd bene dixit Euclides pportioem simplr ēē in quantitate cum eā diffi
niuit p habitudinem duaz. quantitatū eiusdem generis adinuicē. **C**ui
diffinitionis intellectus ē: q. pportio ē habitudo duaz. quantitatū adinu
icem q. attēdit in eo q. una eaz ē maior aut minor alia uel sibi eqlis: p qd
patet q. oportet eas ēē eiusdē generis: ut duos nūeros: aut duas lineas aut
duas superficies: aut duo corpa: aut duo loca: aut duo rpa. Non. n. pōt dici
linea maior aut minor superficie. aut corpe nec tps loco. sed liea. linea & su
p. fies superficie. Sola. n. uniuoca. cōpabilia sunt. **Q**uod aut dicit cer
ta habitudo. Nō sic intelligas q. si nota uel scita. sed quasideterminata: ut sit
sensu. Proportio ē determinata bitudo duaz. quantitatū: ita inquā determi

nata q̄ hec & non alia. Non enim est necessarium ut oīs habitudo duarū
quantitatum sit scita a nobis nec ē a natura. ¶ Nam proportio quedam
est discretorum ut numero. ¶ Adam aut̄ continuorū. In numeris aut̄ mi
nor est pars b̄ aut partes maioris ut demonstratur in septimo: quare & i
eis omnibus est habitudo certa & nota. ¶ At uero in continuis est pro
portio magis largata est enim in eis ubi minor quantitas est pars c̄ aut ptes
maioris & talium oīum mediantibus numeris est proportio nota: q̄ & rō
nalis dicitur. Dicunturq; omnes tales quantitates cōmunicantes: quia
eas una & eadem necessario metitur. unde & omnes numeri sunt cōmuni
cantes. omnes enim ipsos metitur unitas. ¶ Est etiā ubi minor nō est ps
aut partes d̄ maioris & in talibus nō est nota proportio. nec nobis nec na
ture. Diciturq; hec proportio irrōnalis: & hec quantitates incōmunican
tes: unde fit ut quecūq; proportio reperitur in numeris reperiat̄ in om
ni genere continuorum: ut in lineis superficiebus corporibus & tempori
bus: non autem econuerso: infimite enim sunt proportionēs in continuis
reperit̄: quas numerorum natura non sustinet. Sed quecūq; proportio
reperitur in uno genere cōtinuorum eadem reperit̄ in omnibus aliis. Nā
qualitercūq; se habet aliqua linea ad quamlibet aliam: sic se habet que
libet superficies ad aliquā aliam. & quodlibet corpus ad aliquod aliud: si
militer & tempus. sed non sic quilibet numerus ad aliquem alium: unde
magis est larga proportio in continuis. q̄ in discretis. Ex quo manifestum
est proportionem geometricam esse maioris abstractionis: q̄ proportio
nem arithmetica: omnis enim proportio circa quam arithmetica uersat̄.
rōnalis est: geometria uero rōnales & irracionales equaliter considerat.

Castigator

a ¶ Vniuoca sunt quorum nomen cōmune est & ratio substantie eadem
ut hoc nomen homo significat sor. & pla. quoniam eadem ratione sor.
est homo qua. pla. &c. Equiuoca uero quorum nomen cōmune est & ra
tio substantie diuersa ut hoc nomen canis significat latrabilem piscem &
stellam sed alia & alia ratione &c. etiā hoc nomē sanum dicitur de urina
& cibo in genere latent equiuocationes. b ¶ Quando minor est pars ut
4. respectu. u. quando minor est partes ut. 8. respectu. u. & sic in ceteris
c ¶ Ut linea bipedalis linee quadripedalis quando pars ut linea octo
pedalis linee. u. qñ ptes. d ¶ Vel. 8. 10. respectu. u. uel. 8. 5. respectu. 8. u.

Diffinitio .4.

Proportionalitas est similitudo proportionum.

¶ Ut si dicamus q̄ que est proportio. a. ad. b. ea est etiam
c. ad. d. proportio que ē inter. a. & b. similis ē illi que est in
ter. c. & d. Hec autem similitudo que ex istis proportioni
bus resultat dicitur proportionalitas.

Castigator

¶ Amica est enim similitudo. dissimilitudo uero odiosa at contraria.
Boetius in primo musice capitulo primo & 31. Proportiones autem prin
cipaliter in numeris cōsiderantur. Boetius primo capitulo quarti musices.
¶ Ista proportionalitas potest dici dupla tripla quadrupla sexquialtera
sexquitercia &c. put fuerint q̄ti tates proportionate continue.

Diffinitio .5.

**Quantitates que dicuntur cōtinuam habere propor
tionalitatem: sunt quarum eque multiplicia: aut eō
sunt: aut eque sibi sine interruptione addunt̄ aut
minuunt̄.**

¶ Supposita diuisione proportionalitatis p̄ continuam
& discontinuam diffinit̄ membra diuidentia. ¶ primo cō
tinuam imo ut uerius dicam: supposita diuisione proportionalium p̄ con
tinue proportionalia & incontinue: diffinit̄ non continuam proportio
nalitatem: nec incontinuat̄ sed cōtinue proportionalia & incontinue.
Diffinitio autem continue proportionalitatis & incontinue satis patet p̄

a 4 c 6

2 d 3

a 8

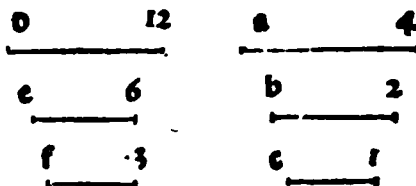
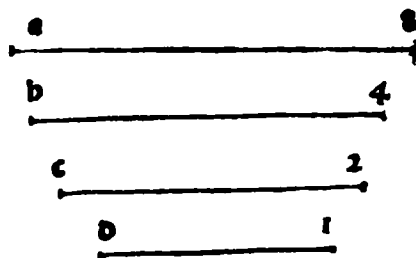
b 4

c 2

d 1



diffinitionem continue proportionalium & continue. ¶ Continua autem proportionalitas est cum quolibet quantatum eiusdem generis i qua proportione prima antecedit secundam in eadem quolibet aliarum antecedit proximo consequentem cum dicimus sicut se habet. a. ad. b. ita b. ad. c. & c. ad. d. erig. quolibet earum antecedens & consequens excepta prima que est soli antecedens & ultima que est tantu consequens. ¶ Et in hac proportionalitate necesse est omnes quantitates esse eiusdem generis propter continuationem proportionum eo q non sit proportio inter quantitates generis diuersorum: & hec erit ad minus in tribus terminis. ¶ In continua autem est cum quatuor quantitatibus siue ois fuerint eiusdem generis siue disprue unius & due postreme alterius in qua proportione prima antecedit secundam in eadem tertia antecedit quartam cum dicimus sicut se habet. a. ad. b. ita. c. ad. d. erig. earum quolibet tantum antecedens aut tm consequens nec est necesse ut sint omnes quatuor eiusdem generis sicut erat in proportionalitate continua: eo q consequens primę proportionis non continuatur antecedenti scilicet sed possibile ē ut sint eiusdem generis & possibile est ut sint diuersorum. Sicut. n. contingit lineam repetiri duplā ad lineā aut triplam: ita. superficiem ad superficiem & corpus ad corpus & tempus ad seipsum & numerus ad numerum. ¶ Viso quid sit continua proportionalitas. & quid in continua explanemus diffinitionem continue proportionalium pmissam. ¶ Quantitates inquit proportionales continue sunt quaz eque multiplicia aut sibi sunt equalia: aut eque sibi sine interruptione addunt aut minuantur bi gratia. Sint tres quantitates eiusdem generis. a. b. c. ad quas sumantur. d. e. f. eque multiplicia: ut sicut. d. est multiplex ad. a. ita. e. sit multiplex ad. b. & f. ad. c. eruntq. omnes in eodem genere. Multiplicia. n. & submultiplicia in eodem sunt genere: sicut. ut. d. e. f. aut sint equalia additiōem: aut similiter se habeant in addendo aut minuendo: ita q sicut. d. addit super. e. aut minuit ab ipso: ita. e. addat super. f. aut minuat ab ipso. Cū hec inquam multiplicia sic se habuerint erunt tres quantitates. a. b. c. continue proportionales. ¶ Multiplicia autē nō intelligas similiter sic se habere in addendo aut minuendo quantum ad quantitatem excessus: sed quantum ad proportionem taliter. n. diffinitio est falsa. Nam quauilibet quantatum eiusdem generis equis se differentius excedentium eque multiplicia accepta equis etiam differentius se excedunt: ut similiter se habet in addendo & minuendo quantum ad quantitatem excessus. Nec tm priores quantitates sunt continue proportionales: imo minor est semper maior proportio. ¶ Hoc autē ideo erit qm eaz multiplicia non similiter se excedunt quantum ad proportionem: sed solum quantum ad quantitatem excessus est. n. & ibi in minoribus multiplicibus maior proportio. ¶ Verbi gratia sumantur tres numeri equis differentius se excedentes immediate uidelicet arithmetice ut. 1. 3. 4. horū triū eque multiplices equaliter se excedunt. dupli quidē binario: tripli ternario. & sic de ceteris non tamen sunt. 1. 3. 4. continue proportionales: imo minor est maior proportio: est enim ipsorum proportio sexquialtera & maiorum sexquialtera. ¶ Quia ergo inter eos nō ē similitudo proportionum. Non erit inter eos proportionalitas: & ideo neq. continua neq. incontinua. ¶ Pater ergo similitudinē illā additionis aut diminutionis nō intelligi quantum ad quantitatem excessus: sed quantum ad proportionem. ¶ Erit itaq. sensus diffinitionis premisse. Continue proportionalia sunt qz ratiō oia multiplicia equalia sunt continue proportionalia. ¶ Sed noluit ipsa diffinitionem pponere sub hac forma: quia tunc diffiniret idem per idem a parte tñ rei: est istud cū sit diffinitione conuertibile. Tres autē quantitates a. b. c. oportet esse eiusdem generis ad hoc ut earum multiplicia sibi sint ē equalia sint: aut similiter se habeant in addendo aut minuendo. Si. n. a. & b. essent diuersorum generum essent etiam. d. & e. ipsaz. a. & b. multiplicia eorūdem diuersorum generum: propter hoc q multiplicia & submultiplicia eiusdem sunt generis: quare. d. nō ē ē q. e. neq. ea maiori



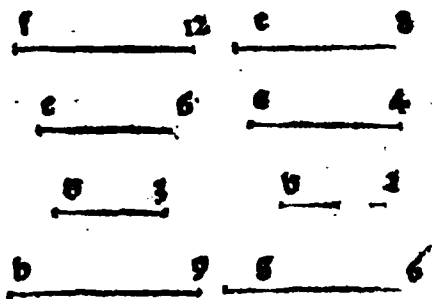
aut minor. Nam quantitates diversorum generum non sunt admittentes comparationem.
Castigator.
 a **Maxime** geometre interest de proportionibus & natura ipsarum totaliter differere. Nam arithmetici non inveniunt in omnibus numeris proportionis modos quoniam infinite sunt proportionales quas natura numerorum non patitur in isto per Campanum dicitur. **Q**uoniam autem ipsa proportionis consideratio extensa est & lata & applicatur fere omnibus ad invicem comparabilibus sive magis & minus. Ideo sive hinc conceptum omnem potest sic diffiniri. **P**roportio est aliquorum ad invicem comparabilium unius ad alterum certa habitudo. Verbi gratia. ut numeri ad numerum magnitudinis ad magnitudinem soni ad sonum temporis ad tempus motus ad motum huius moris ad humorem saporis ad saporis coloris ad colorem &c. Geometra autem trahit intentionem proportionis ad magnitudinem & habet eam sic diffinire. **P**roportio est duarum quantitarum eiusdem generis unius ad alteram certa habitudo. Dico autem eiusdem generis quia sola talia comparabilia sunt. **D**ividitur autem proportio in duas species quas accipimus in comparatione ad quantitates. Nam quantitarum quodam sunt communes sive commensurabiles. quedam dicuntur incommensurabiles sive incommensurabiles. Commensurabiles dicuntur ille quibus est una quantitas communis eas numerant. Dicitur autem una quantitas numerare aliam. quae sive aliquem numerum accepta producit ipsam ut linea pedalis bipedalem vel tripedalem lineam. Sunt igitur quantitates commensurabiles sicut linea bipedalis & tripedalis quas pedalis linea sive binarium & ternarium numerat. Quantitates vero quibus non est una communis quantitas eas numerant dicitur incommensurabiles cuiusmodi sunt diameter quadrati & eius latus. sunt igitur sive hoc duae proportionum species. scilicet rationalis & irrationalis. **P**roportio rationalis debetur quantitatibus commensurabilibus ipsa quoque est quae numeris sola debetur. **I**rrationalis autem proportio quantitatibus incommensurabilibus debetur numeris. **N**ero necesse est copietur. **V**nde manifestum est quod ad geometram pertinet proportionis consideratio quia omnis proportio est magnitudinis sed non omnis proportio transcendit. **P**roportio igitur rationalis denotatur immediate ab aliquo numero cuius n. quantitas commensurabilis oportet quod sive aliquem numerum minor vel aliquam partem minoris maiorem numeret propter quod dixit Euclides infra in 5. decimi. **O**mnium duarum quantitarum commensurabilium est proportio alterius ad alteram tanquam proportio numeri ad numerum. **D**ividitur autem haec species sive omnem modum sive quae divisa est proportio arithmetica nam alia est aequalitatis alia inequalitatis & proportio inequalitatis subdividitur in maiorem alia minoris inequalitatis & utraque accipit inter eosdem terminos non eodem ordine. **P**rima. n. est habitudo maiorem termini ad minorem. secunda. minoris ad maiorem e converso. **E**t utraque sive quaeque species subdividitur quoniam maiorem inequalitatis species sunt proportio multiplex proportio super particularis proportio superpartiens. **I**tem proportio multiplex super particularis & proportio multiplex superpartiens. **T**otidemque species habet proportio inequalitatis maiorem & eiusdem signantur nominibus addita prepositione sub. & de istis divisionibus dicit arithmetica non oportet plus insistere. **P**roportio autem irrationalis non notatur sic immediate ab aliquo numero ab alia proportionem numerali quoniam non est possibile ut sive aliquem numerum pro aliqua minoris maiorem numeret. **C**ontingit tamen mediate denotare irrationalem a numero ut quod proportio diametri ad costam est medietas proportionis duples. & ita capiunt aliae species proportionis huius denominatione a numero. **D**ividitur autem haec proportio in duas species quae accipiuntur per comparationem ad quantitates mensurabiles & ad modos diversificationis in eis ut lineae quodam sunt incommensurabiles in longitudine tamen quedam sunt commensurabiles in longitudine simul & in potentia. **I**ncommensurabiles in longitudine sunt lineae quarum longitudines non commensurantur. **S**i autem superficies quadrare in quas possunt commensurari. tunc sunt commensurabiles in longitudine tamen commensurantes aut in potentia. **E**t haec species prima ut latus quadrati & diametri eiusdem non commensurantur quadrata autem eorum commensurantur sive proportionem duples. **S**i vero superficies quadrare in quas possunt

due linee incommensurabiles in longitudine sint in qua superficies incoed-
aerunt ille linee dicentur incommensurabiles in longitudine & in potetia.
Et hec spes est secunda. exemplum est: accipiat linea medio loco propor-
tionalis inter diametrum & costam fm q docet .9. sexti inferius. Ibi .n.
latus quadrati ex illa linea media inventa sunt incommensurabiles in
longitudine: sicut constat quia cum extrema fuerint incommensurabilia in
ter se erunt & incommunicantia cu medio quod est fm continuam pportio-
nalitatem inter ista sunt due eodem linee incommensurabiles in potetiat
qm quadrata earum non coicant. Na ex decima septima sexti oium triu
linearu continue proportionaliu quanta e prima ad tertia un erit & qua-
dratum prime ad quadratu secunde. Pst aut hec spes utraq subuidi in
tot spes quot modis accidit lineas uel sic esse incommensurabiles. Nam
no solum linee possunt ee incommensurabiles in longitudine tndum se hnt
sicut diametris & costis sed aliis modis se hntibus forte i finit. similiter
dico de lineis incommensurabilibus i longitudine & potetia. qd si solu sut ta-
les q medie sunt iter costis & diametru sed alie &c.



**Quantitates que dicuntur ee fm pportione una pri-
ma ad secunda & tertia ad quarta sunt quaru pme
& tertie multiplices equales multiplicibus secunde
& quarte equalibus fuerint similes vel additione vel
diminutione vel equalitate eode ordine sumpte.**

¶ Posita superius diffinitione quantitatū continue pportio-
naliū. hic ponit diffinitionē incontinue pportionalium: & est q. quālibet
4. quantitatū quarū prime & tertie eque multiplicia rēpta fuerint. I tēq. se-
cūde & quarte eque multiplicia: fuerint, multiplex prime sic se hnt ad multi-
plex secūde qtu ad additionē aut diminutionē aut equalitatē: sicut multi-
plex tertie ad multiplex quarte erit pportio prime earū ad secūda sicut ter-
tie ad quā. uerbi grā. Sint qtuor quantitates .a. b. c. d. sumantq. ad primā &
ad tertia que sunt .a. & .c. eque multiplicia utpote dupla: q sunt .c. & .f. I tēq.
ad secūda & quā q sunt .b. & .d. sumant alia eq multiplicia utpote tripla: q
sunt .g. & .h. suq. ut hec .4. multiplicia sic rēpta cōparata adinuicē fm ordi-
nē pmarū qtuor qritatum ita uidelicet q. .e. cōparet ad .g. & .f. ad .h. non
aut. .c. ad .f. aut .g. ad .h. sunt similia in additione diminutione & equalitate ui-
delicet q si .c. addit supra .g. & similiter .f. addat supra .h. aut si .e. minuit .a.
g. & .f. similiter minuat ab .h. aut si .e. ē eqlis. g. & similiter .f. sit eqle .h. tunc
pportio .a. ad .b. ē sicut .c. ad .d. ¶ Similitudo aut in addēdo aut diminūē-
do intelligat hic sicut in diffinitione continue pportionalium uidelicet nō
quantū ad quantitatē excessus: sed quantū ad pportionē. ¶ Q d aut dicit
eodē ordine sumpte itelligat sicut exposu ē uidelicet ut multiplicia nō
referant adinuicē fm ordinē earū qritatū: qbus eque multiplicia assumū-
runt multiplex prime nō referat ad multiplex tertie aut multiplex secū-
de ad multiplex quarte: sed referat fm primū ordinē ipsaz. 4. quantitatū
uidelicet multiplex pme ad multiplex secūde & multiplex tertie ad mul-
tiplex quarte. ¶ Erit itaq. sensus istius diffinitionis. Incontinue pportiona-
les sunt quatuor quantitates & pportio prime ad secūda ē sicut tertie ad quā
tā cū sumptis eque multiplicibus ad primā & tertia. I tēq. eque multiplices
bus ad scdam & quā erit pportio multiplicis prime ad multiplex secūde: si
cut multiplicis tertie ad multiplex quarte sed nō diffiniuit sub hac forma
pp cām predictā: licet a parte rei idē sit. Nō ē aut necessariū ut quatuor q-
ritates .a. b. c. d. sint eiusdē generis: eo q. b. non continuat in pportione
cū .c. sed pnt ee due prime unius generis: & due sequētes alterius. ¶ Per q
patet q necesse ē referri multiplex prime ad multiplex secūde & multiplex
tertie ad multiplex quarte: non aut multiplex prime ad multiplex tertie aut
multiplex secūde ad multiplex quarte quia nō semp sunt eiusdē generis.
multiplex pme & tertie nec multiplex scde & quarte. ¶ Fuit at necesse sume-
re eque multiplices ad primā & tertia. itēq. eque multiplices ad secūda &
quarta: & nō eque multiplices ad primā & secūda: & itē non eque ad ter-



$\frac{f}{12}$	$\frac{e}{8}$
$\frac{c}{6}$	$\frac{a}{4}$
$\frac{d}{2}$	$\frac{b}{2}$
$\frac{b}{6}$	$\frac{g}{6}$
$\frac{e}{16}$	$\frac{g}{18}$
$\frac{a}{8}$	$\frac{c}{9}$
$\frac{b}{4}$	$\frac{d}{6}$
$\frac{f}{16}$	$\frac{b}{24}$
$\frac{g}{12}$	$\frac{e}{16}$
$\frac{c}{6}$	$\frac{a}{8}$
$\frac{d}{4}$	$\frac{b}{5}$
$\frac{b}{12}$	$\frac{f}{15}$
$\frac{g}{10}$	$\frac{e}{14}$
$\frac{c}{5}$	$\frac{a}{7}$
$\frac{d}{3}$	$\frac{b}{4}$
$\frac{b}{9}$	$\frac{f}{12}$
$\frac{g}{16}$	$\frac{e}{14}$
$\frac{c}{8}$	$\frac{a}{7}$
$\frac{d}{6}$	$\frac{b}{5}$
$\frac{d}{18}$	$\frac{f}{15}$

etiam si quarta quida nisi per multiplicium supelone continantur termini prime per portionis cum terminis secunde. non erit per quod sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d.

Castigator.

a ¶ Nam si a. ponatur. 6. b. 4. c. 8. d. 3. et simantur multiplicia eorum littere ut puta dupla ad primam et tertiam erit. f. 24. et c. 24. Itemque ad secundam et quartam et dupla erunt. b. 6. et g. 8. que multiplicia in ordine suorum quantitatum adinuicem comparata arithmetice eodem modo se habent in addendo equando et minuendo nam dupla per quaternariam ut patet et tripla per senariam et sic in ceteris et tunc prime ad secundam non est sicut tertia ad quartam nam illa est sexagies et alia suprapartientis tertias et ideo geometrica debet intelligi. ¶ Infra. 4. quoniam clare aperbit multiplicia taliter relata adinuicem propositum concludere et in x. sexti. Idem. b ¶ Exemplum quoniam non sunt proportionales. s. 3. pro. c. d. 6. 4. p. a. b. multiplicia non se habent eodem modo. 10. 6. 12. 8. ¶ Idem non arithmetice sed geometrica. c ¶ Boetius. 2. musice capitulo. 2. sed inter has tres medietates proportionales quod proprie et maxime geometrica nuncupatur scilicet quoniam eorum proportionibus tota contextitur. Sed tunc eodem utitur primis uocabulo proportionales et ceteras mutantes uidelicet arithmetica et harmonica. d ¶ Sicut numeri caput est unitas ita proportionum equalitatem et principium. Boetius. 2. musice capitulo. 15. ibidem ostendit qualiter duobus modis proportionalitas arithmetica procreatur exemplis optimis in numeris.

Diffinitio .7.



Quantitates quarum proportio est una proportionales nominantur.

¶ Postquam diffinitur quantitates continue proportionales et incontinue diffinit quantitates proportionales simpliciter et patet diffinitio.

Diffinitio .8.



Si fuerint prime et tertiae eque multiplices. Itemque secunde et quarte eque multiplices. addetor multiplex prime super multiplicem secunde. Non addet autem multiplex tertiae super multiplices quarte dicitur prima maioris proportionis ad secundam quam tertia ad quartam.

¶ Diffinitis quantitatibus diffinit quantitates in proportionales. Sunt autem impropportionales inter quas est dissimilitudo proportionum quod contingit dupliciter aut quia maior est proportio prime ad secundam quam tertia ad quartam aut quia minor est id eius sunt due species. Prima quoniam maior est proportio prime ad secundam quam tertia ad quartam et dicitur hoc maior impropportionalitas. ¶ Secunda uero quoniam minor est proportio prime ad secundam quam tertia ad quartam et dicitur minor impropportionalitas. ¶ Diffinit ergo eas inter quas est maior proportio prime ad secundam quam tertia ad quartam et est maior impropportionalitas diffinitionem aut earum inter quas est minor proportio prime ad secundam quam tertia ad quartam non ponit quia ipsa patet ex alia. ¶ Cum igitur fuerint. 4. quantitates ad quas primam et tertia sumpta sint eque multiplices. et ad secundam et quartam eque multiplices et multiplices prime et secunde relata adinuicem non se habebunt similiter multiplicibus tertiae et quarte relatis adinuicem in additione diminutione et equalitate ille. 4. quantitates erunt impropportionales. ¶ Quod si ita fuerit quod multiplex prime sit equalis multiplici secunde. multiplex uero tertiae sit minus multiplici quarte. Aut quod multiplex prime sit maioris multiplici secunde. multiplex aut tertiae sit equalis. aut minus multiplici quarte. Aut quod multiplex prime sit maioris multiplici secunde et similiter multiplex tertiae multiplici quarte uerumtamen plus excedit quantum ad proportionem non quantum ad quantitatem excessus multiplex prime multiplex secunde quam multiplex tertiae multiplex quarte. Aut quod multiplex prime sit minus multiplici secunde. et similiter multiplex tertiae multiplici quarte. uerumtamen minus minuit quantum ad proportionem non quantum ad quantitatem

ut autem excessus multiplex prime a multiplici secunde multiplex tertie a multiplici quarte erit quolibet istorum. 4. modorum maior proportio prime ad secundam quam tertie ad quartam quoniam alius modus istis oppositis erit minor proportio prime ad secundam quam tertie ad quartam. Exempla autem istorum omnium euidenter sumuntur ex numeris. ¶ Additio ergo illa multiplici prime super multiplex secunde. Non autem multiplici tertie super multiplex quarte de qua loquitur auctor in diffinitione latitudine habet ad istos 4. modos predictos et ipsos comprehendit. nisi sensus istius diffinitionis est cum sumptis sit multiplicibus ut proponit fuerit maior proportio multiplici prime ad multiplex secunde quam multiplici tertie ad multiplex quarte: erit maior proportio prime ad secundam quam tertie ad quartam: si diffinitio autem sub hac forma per eodem cum predicta. Vel possumus dicere ut quod additio multiplici prime super multiplex secunde: et non multiplici tertie super multiplex quarte de qua loquitur in premissa diffinitione maioris in proportionalitatis proprietate: patet ubi diffinitionis sonat et non se extendit nisi ad eodem quatuor predictos modos: licet tamen quolibet illorum quorum modorum sit maior proportio prime ad secundam quam tertie ad quartam. ut sensus illius diffinitionis est cum sumptis sit multiplicibus ut proponit si multiplici prime existerit maiori multiplici secunde si necesse est quod multiplex tertie sit maius multiplici quarte: tunc erit maior proportio prime ad secundam quam tertie ad quartam. per hoc autem non possunt reliquos tres additionis modos in predicta diffinitione: quia iste est illis oribus magis planus et ad diffiniam diffinitionem sufficiens. Neque enim est maior proportio prime 4. quantitatum ad secundam quam tertie ad quartam quin contingat aliqua eque multiplicia ad primam et tertiam referri. Quod cum relata fuerint ad aliqua eque multiplicia secunde et quarte inueniuntur multiplex prime addere super multiplex secunde: non autem multiplex tertie super multiplex quarte. Nec usque adtingit hoc repere quod sit maior proportio prime ad secundam quam tertie ad quartam ut demonstrabimus infra supra decima huius. ¶ Possumus autem esse hec quantitates improporcionales diceretur generem sicut et quantitates incontinue proportionales si inter eas fuerit in continua improporionalitas ut si dicatur maior est proportio a. ad b. q. ad d. Si autem fuerit continua improporionalitas erunt omnes eiusdem generis necessario sicut sunt in continua proportionalitate. ut si dicatur maior est proportio a. ad b. q. b. ad c.

Castigator.

a ¶ Sufficiens huius diffinitionis habetur ex. b. huius: ut in fine diffinitur. b ¶ Dissimilitudo uero odiosa atque contraria. Boetius in primo musice capitulo primo. ¶ Amica est enim similitudo.

Diffinitio 9.



Stantem proportionalitas ad minus inter tres terminos constituta.

¶ Possit auctor diffinire proportionem proportionalitatem et quantitates proportionales et improporcionales. ostenditque sit minimum numerus terminorum inter quos proportionalitas potest consistere: maximum autem non poni: quia illud non contingit sumi nec potest. n. proportio quilibet continuari in terminis infinitis suis, uerit rationalis et proportio sine irrationalis. ¶ Ad proportionalitatem autem extenduntur ad minus due proportioner similes: eo quod proportionalitas sit similitudo proportionum. Quilibet autem proportio habet autem et consequens ergo quilibet proportionalitas habet ad minus duo antea et duo consequens: hoc est impossibile fieri in paucioribus quam tribus terminis: in quibus medius eorum fiet autem et consequens et ideo proportionalitas erit continua quare in tribus terminis ad minus erit continua proportionalitas constituta. In continua autem non erit in paucioribus quam in 4. eo quod in ipsa quilibet terminus est tantum antea cedens aut tantum consequens: idem intellige de minori numero terminorum improporionalitatis. Si enim fuerit continua. erit ad minus inter tres terminos. Si in continua ad minus inter quatuor.

Castigator.

¶ Que ab aliquo numero denominatur immediate. **¶** Que ab aliquo numero non denominatur immediate ut diametri ad costam eius. **¶** Quod erat.

Definitio 10.



Si fuerint tres quantitates continue proportionales dicitur proportio prime ad tertiam. proportio prime ad secundam duplicata.

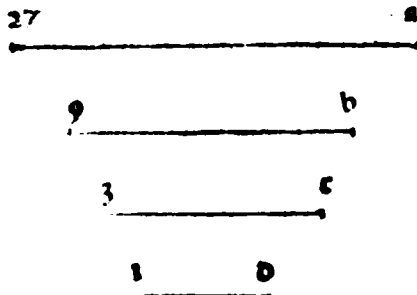
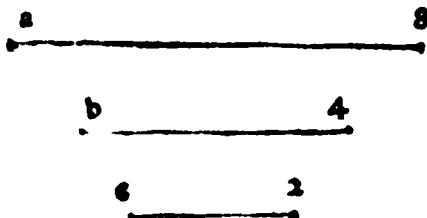
¶ Diffinit proportionem que est inter extremos terminos continue proportionalitatis in tribus terminis consistit. **¶** Et dicitur quod si fuerit proportio prime ad secundam sicut feci ad tertium erit proportio prime ad tertiam sicut prime ad secundam duplicata: hoc est ex duabus talibus composita. **¶** Sine quod idem est erit proportio prime ad tertiam sicut prime ad secundam duplicata: hoc est in se multiplicata. Verbi gratia in numeris. Sicut 3 numeri continue proportionales sunt. continue duplicata. 1. 4. 8. proportio prime ad tertiam erit sicut proportio prime ad secundam in se multiplicata: proportio autem prime ad secundam est dupla: dupla vero in se multiplicata producit quadruplam: unde proportio extremorum est quadrupla: unde dicitur duplicem duplici vel secundum priorem expositionem proportio extremorum est sicut proportio prime ad secundam duplicata: quia quadrupla constat ex duabus duplis.

Definitio 11.



Si fuerint quatuor quantitates continue proportionales. proportio prime ad quartam dicitur proportio prime ad secundam triplicata.

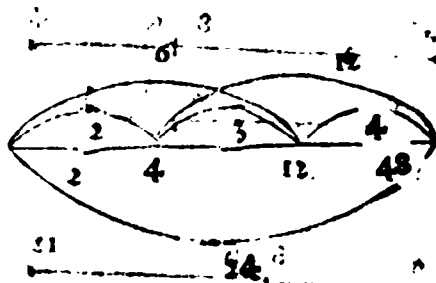
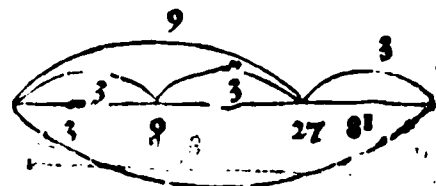
¶ Diffinit proportionem que est inter extremos terminos continue proportionalitatis in quatuor terminis consistit. **¶** Et dicitur quod si fuerint quatuor quantitates continue proportionales erit proportio prime ad quartam sicut proportio prime ad secundam triplicata. **¶** Hoc est ex tribus talibus composita. quoniam tales inveniuntur in eis sine quod idem est erit proportio prime ad quartam sicut prime ad secundam triplicata. hoc est in se posita in productum multiplicata. Verbi gratia in numeris. Sicut quatuor numeri continue proportionales sunt continue tripli ut sunt 1. 3. 9. 27. proportio prime ad quartam erit sicut proportio prime ad secundam in se posita in productum multiplicata: proportio autem prime ad secundam est tripla: tripla vero in se multiplicata producit novissimam et tripla in novissimam producit viginti novissimam. erit itaque proportio extremorum viginti novissima. quod est triplicum tripli. Vel secundum priorem expositionem proportio extremorum est sicut proportio prime ad secundam triplicata: quia viginti novissima constat ex tribus triplis. Non diffinit autem proportionem extremorum continue proportionalitatis inter plures quam quatuor terminos consistit: propter id quod dimensiones in rebus naturalibus recte non excedant ternarium. **¶** Denominatio autem proportionis duarum quantitarum quibus nullum interponitur medium habet naturam lineae. Earum vero quibus interponitur unum medium in continua proportionalitate habet naturam superficiem eo quod sit ex multiplicatione denominationis duarum primarum in se. Omne autem quod ex multiplicatione lineae nec in lineam producit: natura habet superficiem. si in se quidem quadrati: si vero in alteram Parte altera longioris. Sed proportionis earum quantitarum denominationis quibus in continua proportionalitate duo media interponuntur naturam habet solidi: quia provenit ex multiplicatione denominationis duarum primarum. Primo in se ex qua multiplicatione produciatur superficies deinde in productum ex qua multiplicatione produciatur solidum sine corpore: omne. **¶** Et non quod ex multiplicatione lineae in superficiem produciatur crescit in solidum. **¶** Est ergo ac si diceret proportio distans quantum est simplex interuallum: habet naturam simplicis dimensionis ut lineae: proportionalitas autem tantum est duplex interuallum: habet naturam duplicis dimensionis: ut superficies: proportionalitas autem quatuor est triplex interuallum: habet naturam trine dimensionis ut solidi. Et quia dimensiones ulterius non procedunt. ideo non diffinitur proportionem contentam inter extremos.

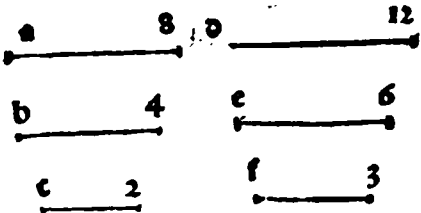
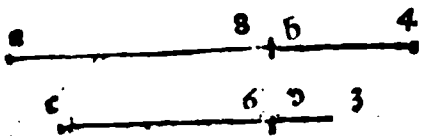
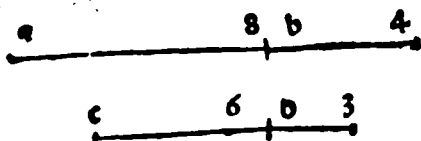
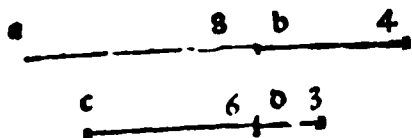
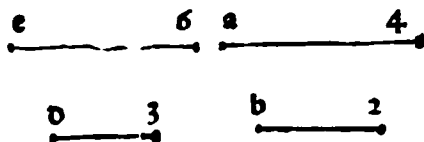


portionalitatis in quinq. terminis aut pluribus confistit. ¶ Vel non dif-
finita proportionem in his quia eadem proportio hñ ex predictis diffini-
tionibus. Si. n. in tribus terminis proportio extremorum confiat ex pro-
portione primorum duplicata: & in quor terminis confiat ex eadem tripli-
cata in 5. terminis confiat ex eadē quadruplicata: & in sex ex eadem quin-
tuplicata. ¶ Vñ quomodum in tribus terminis continue proportio a
libus proportio extremorum continet proportionē primorum bis. & in 4.
terminis ter. sic in 5. terminis continet quater. & in sex quinquies. & ita de in-
ceptis semp proportio extremorum in terminis continue proportionali-
bus toties continet proportionē primorum quot sunt oēs termini minus
uno. ¶ Similiter quoq. si proportio extremorum continue proportiona-
litas in tribus terminis confistit eff ea que producit ex proportionē p-
morum in se semel multiplicata: & in 4. in se bis multiplicata: in quinq.
terminis ea que producit ex proportionē primorum in se ter multiplicata
& in 6. terminis quater: & sic semp ut termini fuerint duobus plures mul-
tiplicationibus sine ut multiplicationes sint eāles mediis extremis ineq-
possibile. Et nota q. & in impropotionalitate continua extremorum pro-
portio producit ex oibus proportionibus intermediis. ¶ Ex predictis
appret q. proportio extremorum continue proportionalitatis in tribus
terminis confistit denotatur a quadrato in quor terminis confistit
denotatur a cubo quorum quidem quadrati & cubi latus est denominar-
tio proportionis primi ad secundum: verbi grā in numeris. Sint quatuor nu-
meri continue proportionales qui sint continue tripli. 3. 9. 27. 81. propor-
tio primi ad secundum. denominatur a ternario. est enim tripla: pmi 9o
ad tertium a nonario qui ē quadratus ternarii. nam ipsa est novcupla. At
9o proportio pmi ad quartum denominatur a 27. qui ē cubus denomi-
nationis proportionis pmi ad secundum videlicet ternarii. ipsa. n. est vi-
ginticupla septupla. ¶ Et proportio extremorum in proportionalitatis co-
tinue in tribus terminis confistit denominatur a superficiali non qua-
drato: cuius latera sunt denominationes ipsarum proportionum in qua-
tuor terminis confistit denominatur a solido non cubo. cuius tria
latera sunt denominationes trium proportionum. quod ē patet in numeris.
Sint quatuor numeri continue impropotionales qui sunt. 3. 4. 12. 48. in
quibus pportio pmi ad secundum est dupla: secūdi ad tertium tripla: &
ideo pmi ad tertium sexcupla: tertii vero ad qrtum qdrupla: & iō pmi ad
qrtum viginticupla qdrupla. Senarius ergo qui ē denotatio proportionis
pmi ad tertium est superficialis: cuius latera sunt duo & tria qui sunt deno-
minationes duarum primarum proportionum. 24. vero q. est denominatio
proportionis pmi ad quartum est solidus cuius latera sunt. 3. 4. 12. q. sunt
denominationes trium proportionum inter illos quor terminos entis.

Castigator

¶ Et quecumq. dicte sunt passionēs de proportionalitate indifferenter
intellige scilicet arithmetice & geometricē quoniam utroq. modo pos-
sunt assignari quantitates videlicet proportionales geometricē & pportio-
nales arithmetice & utraq. continue & discontinue respectu eorundem
generum & diversorum ut dictū est. om̄ia obīne semp sunt eiusdē generis
sive geometricē sive arithmetice & incontinue possunt esse diversorum &
eiusdē indifferenter. Sed illa geometrica habet attendi penes propor-
tionem quo ad equalitatem diminutionem & additionem & ista arith-
metica solum penes differentias seu excessus. Et sic intelligas de impropor-
tionalitate utriusq. maiori & minori continua & incontinua. & ut per te fa-
ciliter deduces cuius ingenti non diffido idēo & c. etiam quo ad compo-
sitionem proportionis extremorum in tribus & in quatuor terminis con-
tinue quia sicut geometrica in tribus terminis primi ad tertium confiat
ex primi ad secundum duplicata quo ad proportionem etiam arithmes-
tica quo ad differentias ex illa duplicata & in 4. triplicata & scin ceteris





Quantitates que sunt in p[ro]p[or]tione vna. antecedens ad consequentem et antecedens ad consequentem. dicitur e contrario sicut consequens ad antecedentem. sic consequens ad antecedentem. ¶ Itemque permutatum sicut antecedens ad antecedentem sic etiam consequens ad consequentem.

¶ Diffinit species proportionalitatis que sunt .6. videlicet conuersa. permutata. disiuncta. coniuncta. euerfa. et equa. ¶ Sunt autem hec species quidam modi arguendi: diffinit ergo primo conuersam proportionalitatem et permutatam in quibus manent antecedentia et consequentia eadem s[ed] substantiam: quod non est in disiuncta. coniuncta aut euerfa et in quibus nihil extra sumitur ut in equa vocat autem antecedens primum extremum proportionis consequens vero vocat secundum. ¶ Vult itaque per hanc diffinitionem si fuerit proportio .a. ad .b. sicut .c. ad .d. et ex hoc ego concludam ergo .b. ad .a. sicut .d. ad .c. videlicet ut faciam de antecedentibus consequentia et de consequentibus antecedentia: quod ille modus arguendi vocatur proportionalitas e contrario sive euerfa. ¶ Si autem sic arguam .a. ad .b. sicut .c. ad .d. ergo .a. ad .c. sicut .b. ad .d. videlicet ut ambo extrema prime proportionis: sunt antecedentia: et ambo extrema secunde consequentia. vult quod iste modus arguendi vocatur proportionalitas permutata: et in isto modo arguendi fit antecedens secunde proportionis consequens: et consequens prime antecedens.



Disiuncta vero proportionalitas dicitur quotiens sicut antecedens cum consequente ad consequens sic etiam antecedens cum consequente ad consequens.

¶ Diffinit coniunctam disiunctam et euerfam in quibus etiam nihil extra sumitur sed termini non manent in ipsis. idem s[ed] substantiam et vult quod si ita fuerit. ut sit .a. ad .b. sicut .c. ad .d. et ego ex hoc concludam. ergo totius .a. b. ad .b. sicut totius .c. d. ad .d. et ego iste modus arguendi dicatur proportionalitas coniuncta.



Coniuncta vero proportionalitas dicitur augmentorum antecedentium supra consequentia equa comparatio.

¶ Vult quod si fuerit proportio totius .a. b. ad .b. sicut totius .c. d. ad .d. et ex hoc ego concludam. ergo .a. ad .b. sicut .c. ad .d. et ego iste modus arguendi vocatur disiuncta proportionalitas.



Euerfa proportionalitas dicitur quomolibet antecedentium ad augmenta sui supra consequentia sua similitudo proportionum.

¶ Vult quod si fuerit .a. b. ad .b. sicut .c. d. ad .d. et ex hoc ego concludam ergo .a. b. ad .a. sicut .c. d. ad .c. et ego iste modus arguendi dicatur euerfa proportionalitas.



Equa proportionalitas dicitur quantitatibus plurimis propositis aliquos secundum eundem numerum in vna proportionem applicatis mediorum eorum numero remoto utroque extremorum similitudo proportionum.

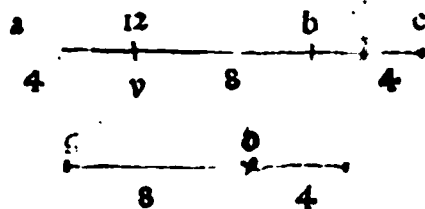
¶ Diffinit equam proportionalitatem que ad probandum propositum ad extra sumit. et vult quod si sumantur quotlibet quantitates ut .a. b. c. itemque totidem alie sive sint eiusdem generis cum primis. sive alterius ut .d. e. f. fuerintque secunde in proportionem primarum sive eodem ordine. ut si dicatur .a. ad .b. sicut .d. ad .e. et .b. ad .c. sicut .e. ad .f.

ad. f. Sine ordine conuerso ut si dicatur. a. ad. b. sicut. e. ad. f. g. b. ad. c. si
 cut. d. ad. e. g. ex hoc concludatur. ergo. a. ad. x. sicut. d. ad. f. g. iste mo-
 dus arguendi uocat equa pportionalitas. ¶ Ho. aut. 6. modorum argu-
 endi quid dicitur species pportionalitatis quatuor pbat auctor in lra in-
 fra in isto. 5. Permutatam quidem pportionalitatem pbat in. 16. huius
 diffinitionem in. 17. eorundem in. 18. equam uero pportionalitatem de-
 monstrat. in. 22. ¶ Sed in. 22. cu quantitates duorum ordinu eode ordine sunt
 pportiones in. 23. cu ho sunt pportiones ordine conuerso. Conuersam ho p-
 portionalitatem exersam si demonstrat eo q conuersa patet ex diffinitione
 quantitatum incontinue pportionalium. Euerfa aut patet ex pmutata adinuice
 19. ut sup eadem. 19. sumus dicturi. qd aut conuersa pportionalitas ex dione q
 titatum incontinue pportionalium manifesta sit demonstremus nunc. ¶ Sit er-
 go pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. uolo ergo demonstrare qd erit. b. ad. a. si-
 cut. d. ad. c. Sumas. e. ad. a. f. ad. c. eq multiplicia. Silt quoq. g. ad. b. f.
 h. ad. d. eq multiplicia eritq p conuersionem diffinitionis quantitatum incon-
 tinue pportionalium. ut. e. f. g. itemq. f. h. b. similiter se habeat in additio-
 ne diminutione et equalitate. Intelligo tunc. b. pnum. a. secundum. d. tertiu.
 um. c. qrtum. Supraq sunt ad pnum et tertium. g. f. h. eq multiplicia. Itaq
 ad scdm q qrtum. e. f. l. eque multiplicia. Et qa multiplicia pmi et secudi
 q sunt. g. f. c. similiter se hnt multiplicibus tertii et qrti q sunt. b. f. f. ad in-
 uice additioe diminutioe et equalitate. erit p dictam diffinitionem pportio
 b. pmi. ad. a. secundum sicut. d. tertii ad. c. qrtum qd est ppositum. Constat
 itaq. modus arguendi qd conuersa pportionalitas. ¶ Huius aut qnti libet
 pncipia plurimis difficilima esse unu equibusda conclusioibus quas ex-
 ipse demonstrat magis ab intellectu distatia. Nihil. n. ut intellectui ime-
 diacius adherere. q q duaz. quauilibet quantatum equalium sit ad tertiu
 am quilibet una pportio. quod tn huius quinti. septima demonstrat ex
 diffinitione incontinue pportionalitatis q ab intellectu pmo ut q pluri-
 mum esse remota. qu is. n. non facilius duaz. quantatum equalium ad ali-
 quam tertiam eadem esse pportionem concedat. q. 4. quantatum si multi-
 plicia pme et tertie equaliter sumpta multiplicibus secude. et qrtie equaliter sum-
 ptis similiter se habuerint in additione diminutioe et equalitate esse ppor-
 tionem pme ad secundam. sicut tertie ad qrtam. Ve. si subtiliter intuemur
 liquido constabit no posse uniri intellectui q pportio duaz. quantatum
 equalium ad tertiam sit una. nisi p quid est esse pportionem unam. Si. n.
 quis ignoret quid est esse pportionem unam eadem pportionem alteri
 quo cognoscat duaz. quantatum equalium esse eadem pportionem ad tertiam.
 ¶ Indiget igitur pculdubio intellectus anteq illam q uidebatur concepi-
 bilis ppositio apprehendat huius rei que p ipsius diffinitione habebitur
 cognitioe. postmodum ut. ea diffinitio duabus quantatibus equalibus
 ad tertiam coparatis conueniat ptractatioe. quod si diffinitio inueta fuerit
 illis quantatibus conuenire concludet ppositum. Sin aut oppositum. No e igit
 immediata ppositio qua superficialis apprehensio immediatam iudicauit.
 ¶ Similiter quoq. immediacius iudicat prima apphensio adherere intelle-
 ctui q duarum quantatum in equalium maior est pportio maioris eaz. ad
 altam q minoris ad eadem. Quam demonstrat. 8. huius. q quod. 4. quan-
 titatum sit maior pportio pme ad secundam q tertie ad quartam. cu mul-
 tiplicibus ad pnam et tertiam equaliter sumptis. Itemq. aliis ad secundam
 et quartam et equaliter multiplex prime addit super multiplex secude. et
 multiplex tertie no addit sup multiplex quarte. ex quo que pdicta est pro-
 positio demonstratur sed similiter nec ipsa potest intelligi nisi p quid e esse
 pportionem maiore. ¶ Igitur oportuit euclidem q quantitates dicuntur
 pportiones et q improportionales diffinire. Proportionales aut sunt q
 num pportio una est. et Improportionales quaz. pportiones diuerse. Itaq. dif-
 finit quantitates quaz. pportio una. et eas in quibus conueniuntur ex-
 tremis no dissociatis mediis quas uocauit continue proportionales. et di-
 cit hanc pportionalitatem in tribus terminis ad minus existere. pp hoc

c	e	f	12
a	4	c	6
b	2	d	3
8	6	b	9

¶ unum saltem bis sumendum ē mediam. ¶ Et eas in quibus accidit. Inter
 ratio mediorū: & hec sunt incōtinuē proportionales & hec pportionalitas
 ad minus exigit quor terminos pp alterius medii sumptionē. ¶ Et dis-
 finit et quātitates q̄ sunt improporcionales. quāz est maior una ppor-
 tio quā sit alia. Et si cēt oīs proportio scita sue rōalis. tūc facile cēt intel-
 lectui cognoscere q̄ proportionē cēt una & q̄ diuerse. ¶ Quē. n. habe-
 rent unam denominationem cēt una. q̄ aut diuerfas diuerse. hec aut fa-
 cilitas manifesta est ex arithmetica qm̄ omnium numerorum proportio
 scita & rōalis est. Vñ Iordanus in scdo arithmetice sue diffiniēs q̄ propor-
 tionē sunt eedem & q̄ diuerse. dicit easdem ēē que eadem denominatio-
 nem recipiant. Maiorem p̄o q̄ maiore & minorem q̄ minorem. Sed in-
 uite sunt pportiones. irrōales qm̄ denotatio scibilis nō ē. ¶ Quare cū
 Euclides consideret in hoc libro suo proportionalia cōiter non contra-
 hēdo ad rōales uel irrōales qm̄ considerat proportionem reptam in con-
 tinuis q̄ cōis ē ad istas. Non potuit diffinire idēptitatem proportionū
 p idēptitatem denominationū. sicut arithmetici eo q̄ multarum pro-
 portionum ut dōm est sunt denominationes simpliciter ignote. diffini-
 tionē aut oportet fieri ex notis uñ malicia proportionum irrationaliū
 coegit Euclidem tales diffinitiones ponere. ¶ Quia ergo non potuit ut
 patet ex p̄missis diffinire proportionalitatem sue idēptitatem propor-
 tionum. p idēptitatem habitudinum. sue denominationum iporum
 terminorum pp irrationalitatē habitudinū & inconuenientiam termi-
 norum coactus est refugere ad terminorum multiplicia. ut ex illorum
 habitudinibus quātum ad excessum & eq̄litate consideratis equis nume-
 rositibus sumpto pp qd̄ ad naturam irrationalitatis reducitū propo-
 tam diffinitionem uenēt. ¶ Nihil. n. in quocunq. ineq̄litate genere ter-
 minis magis idē q̄ eorum multiplicia. nec terminorum habitudinū
 bu. q̄ multipliciū habitudo. ¶ Et quia proportio ē duarū quātitarum
 eiusdē generis certa habitudo. considerata in eo q̄ sunt eq̄les aut q̄ alte-
 ra maior. ideo idēptitas proportionū entiam inter p̄mam. 4. quātita-
 tum ad scdam & tertiam ad q̄rtam ē similis eq̄litas p̄me ad scdam. &
 tertie ad q̄rtam. aut similis maioritas. aut similis minoritas. hec aut simi-
 lis eq̄litas. aut similis maioritas. aut similis minoritas. tūc ē inter quor
 q̄libet quātitates cum est inter oēs earum eq̄liter multiplices. ¶ Qd̄
 ergo dicit in quinta d̄ diffinitione. quātitates que dicuntur continuę pro-
 portionalitatem h̄re & cetera: ac si diceret. oēs illas quātitates uoco con-
 tinuē proportionales quod est eas similiter esse equales continuę & simi-
 liter continuę esse maiores. & similiter continuę esse minores: quantum om-
 nes eque multiplices. aut sibiinuicem sunt. similiter cōtinuē equales. uel
 similiter continuę maiores. uel similiter continuę minores quod est cēt
 am ipsas multiplices esse continuę proportionales quod si hoc alioibi
 in multiplicibus disonat eas dico non esse continuę proportionales. ¶
 ¶ Quod autem dicit in sexta diffinitione. Quātitates que dicuntur
 esse p̄m pportionem unam prima ad scdam & tertie ad quartam. & cetera:
 ac si diceret oēs. 4. quātitates uoco inconcinuē proportionales. & se
 habere primam ad secundam sicut tertie se habet ad quartam quod est
 p̄mam ad scdam. & tertiam ad quartam. similiter se habere. ineq̄ua-
 do aut addendo aut minuendo. quantum omnes eque multiplices prime
 & tertie ad omnes eque multiplices secunde & quarte. similiter se habent
 aut ineq̄uando. aut addēdo aut minuendo quod est etiam multiplices
 prime in eadem proportionē se habere ad multiplices secunde. in qua
 multiplices tertie se habent ad multiplices quarte. quod si hoc alioibi
 disonat in multiplicibus. dico non ēē proportiōem prime ad secundam
 sicut tertie ad q̄rtam. ¶ Qd̄ aut dicit in. 8. diffinitionē ē ac si diceret ma-
 iorem pportionem uoco. 4. quātitarum p̄me ad scdam q̄ tertie ad q̄rtam
 qd̄ ē p̄mam magis excedere scdam q̄ tertie excedat q̄rtam. quārū aliq̄ ex
 multiplicibus prime addit sup̄ aliq̄uā ex multiplicibus scdē aliq̄ ex multi-

pluribus tertie sumpta secundum numerationem multiplicis pme nō ad
dēte sup aliqūe ex multiplicibus q̄rte: sumpta sm numerationē multipli
cis scdē. q̄ est eise maiorem p̄portionem multiplicis pme ad multiplicē
scdē. q̄ multiplicis tertie ad multiplicem q̄rte. ¶ Diffinitiones aut istas
niri sunt aliquā demonstrare. quorū Ametus filius Iosph rētauit eas de
monstrare in epistola sua quā de p̄portione & proportionalitate compo
suit. & accepit tria p̄ modū positionis tāq̄ p̄ncipia q̄ dicit eē p̄ se nota & p̄
batione non indigere. ¶ Quorū p̄mum ē q̄ si fuerint. 4. quantitates. q̄
tū sit p̄portio pme ad scdā sicut tertie ad q̄rtā. erit ecōuerso p̄portio scdē
ad p̄mā sicut q̄rte ad tertiā. ¶ Hic ē modus arguēdi quē uocauit supius
Euclides ecōuersam p̄portionalitatē. ¶ Errauit qm dixit p̄positionem eē p̄
se notā. cuius aūs & consequēs sunt ignota. I gnotū ē. n. qd sit eē p̄portio
nem pme quātītatis ad scdā sicut tertie ad q̄rtā. q̄rte hoc ignoto po
sito impossibile est intelligere quid ex ipso sequat. ¶ Similiter quoq̄ quia
ecōsequēs ē ignotū. impossibile ē intelligere quid ad ipsam aūdat. ¶ Se
cūdam p̄ncipium eius fuit q̄ si fuerint. 4. quantitates quarum sit propor
tio pme ad scdā sicut tertie ad q̄rtā. si p̄ma sit maior scdā: erit tertiā
maior q̄rtā: & si minor minor. & si eq̄lis eq̄lis. ¶ Tertium fuit q̄ si fuerint
4. quantitates q̄rum sit p̄portio pme ad scdā sicut tertie ad q̄rtā. erit
pme ad quodlibet multiplex secūde: sicut tertie ad aliquod eque multi
plex ex multiplicibus q̄rte: & accidit sibi in istis duobus p̄ncipiis idē p̄mū
quod accidebat in p̄mo. Accepit. n. i oibus ignota similiter tāq̄ nota. q̄rte
non demonstrauit. ¶ Peccauit et in scūda demonstratione & in tertiā &
in quinta. in q̄rum qualibet arguit ex. 8. uel ex. 10. huius q̄ probatur ex dif
finitione in continuae proportionalitatis. ¶ Arguit. n. sic si proportio. a.
b. ad. e. ē maior q̄. g. ad. d. sit ergo. u. b. p̄tis. a. b. ad. e. sicut. g. ad. d. p̄ quod
appet ipsam supponere q̄ duarum quātītatum. a. b. & u. b. in eq̄lium rela
tari ad. e. maior maiorem & minor minore ad ipsam optinet p̄portionē
uel q̄ quātitas q̄ ad. e. hēbit minore p̄portionem q̄ habeat. a. b. erit mi
nor. a. b. quorū p̄mū demonstrat. 8. huius. & scdm. 10. Nā cū uolueris sum
mere quātitatem q̄ se habeat ad. e. in p̄portione. g. ad. d. dabo tibi maio
rem aut minorem aut equalem. a. b. indifferenter sicut uolueris. quare aut
non demonstrat aut accidit sibi circulus & p̄ncipia eise ignotiora cōcla
sionibus. ¶ Supponenda sunt igitur cum Euclide p̄ncipia tanq̄ nota. &
non ipsa ex conclusionibus. sed conclusiones ex ipsis demonstrande sunt.



¶ Castigator.

a ¶ Ex quo p̄portionalitas ē similitudo p̄portionum sequit q̄ p̄portio
nes similes sunt q̄rum eadē ē denomiatio ut dupla. Et dupla tripla & tripla
& c. medietas triple & medietas triple igr p̄portionum rōalium. Tales aut
due p̄portiones aut cōcant in uno termino aut nō ex primo sit p̄portionali
tas cōtinua & ē illa q̄ ad minus ē i tribus terminis cōstituta. ubi nō media
sunt diuersa sicut. a. ad. b. ita. c. ad. d. ¶ Cōtingit aut in eisdē terminis unā
p̄portionem inferri ex alia multis modis cū fuerit p̄portionalitas qua pp
Euclides ponit. 6. mōs siue spēs & ut ibi dī sunt quidā modi arguēdi quo
rum p̄mū dī cōuersa: scdē p̄ mutata: tertius cōiūctā: q̄rtus diuīctā: qui
tus emersa: sextus eq̄. Et iste modus arguēdi requirit ad minus duas p̄portio
litas sicut & p̄portionalitas requirit duas p̄portiones quia una aūs alia
nō q̄ inferitur uocatur consequēs & q̄nq̄ ipsi termini aūcedētia: & cōsequen
tia & q̄ p̄or ē in p̄portione uocatur aūs. posterior nō in q̄libet p̄portio
ne uocatur cōsequēs: & sic accipies nola in descriptionibus sc̄ntibus. ut
cōuersa p̄portionalitas: sb aliis h̄bis ē cum ex aūcedētibus fuit cōsequētia
& econuerso ordine cōuerso ut sic arguēdo sicut. a. ad. b. ita. c. ad. d. igr ecō
uerso sicut. d. ad. c. ita. b. ad. a. hic. n. a. & c. sunt p̄mo aūcedētia & postea
cōsequētia & econtra est de. b. & d. istud idē patet in numeris accipiēdo
6. & 4. 3. & 2. & idē ē in magnitudinibus siue sint cōmēsurabiles siue non
cōmēsurabiles. n. se h̄nt mō nūcroꝝ incōmēsurabiles patet si intelligas p̄

ddrati pui p.e.cius diametp p.b.latus magni ddrati p.a.cius diametru
 ucy ē sicut.a.ad.b.ita.c.ad.d.ē ex b sequit q sicut.d.ad.e.ita.b.ad.a.ēc.
 ¶ Permutata pportio dr cū ex antecedēte scōde pportionis fit cōsequens
 prie ē ex cōsequēte pme ahs scōde ita.s. arguēdo sicut.a.ad.b.ita.c.ad.d.igr
 pmutatim sicut.a.ad.c.ahs.ad ahs ita.b.ad.d.cōsequit ad cōsequēt ē te
 net cōsequētia siue p has lras intelligas numeros siue magnitudines cō
 mēsurabiles siue incōmēsurabiles. Asumit aut iste modus arguēdi in
 aliis scientis ē ad diuersas materias trahit sed quomodo in alia materia
 ualet ē quō nō difficultatem hēt ē alibi uideri dēt in isto scōdo modo ar
 guēdi pportionalitas composita ex pportioibus inōnalibus pōt infiri ex
 pportionalitate cōposita ex pportionibus rōalibus ē econuerso quia seg
 tur sicut costa maior ad suam dyametp sic costa minor ad suam diametp.
 igr sicut costa ad costā ita dyameter ad diametp sed possibile ē q costa sit
 dupla ad costā ē tūc sequitur q dyameter sit dupla dyametru hoc aut nō
 accidit in pmo mō ē cā est quia si ahs ē in isto ex pportioe maioris ineq
 litatis cōsequens erit ex pportione minoris inequlitatis ē econuerso
 semp aut in eisdem terminis cū pportioe maioris inequlitatis est rōalis ē
 erit pportio rōnalis minoris inequlitatis ē econuerso nōia. n. non distinet
 nisi p hanc ppositionem. s.b. ēc. Sequitur tertia.s. cōiūcta pportionalitas
 sub aliis pbris. Cōiūcta pportionalitas dr quoties a diuisis arguitur ad
 cōiūctiones si enim ut.a.ad.b.ita.c.ad.d.igitur cōiūgēdo terminos te
 net sicut.a.b.ad.b.ita.c.d.ad.d.eodē ordine fuato. ¶ Quarta sub aliis
 pbris. Disiūcta uero est cum econuerso.s.a cōiūctis terminis ad eodē
 diuisos arguitur ut sicut.a.b.ad.b.ita.c.d.ad.d.igitur sicut.a.ad.b.ita.c.
 ad.d.ē in istis seruat idem ordo in terminis i quibus fiat illatio ut ahs
 ē suū cōsequēt cōiūgant. ēc. ¶ Sequit euerfa sub aliis pbris euerfa pportio
 ē a diuisis uel simplicibus terminis ad cōiūctos siue cōpositos nō eodē or
 die sed cōuerso fit illatio ut sicut arguebat.a.ad.b.ita.c.ad.d.igr. sicut.d.c
 ad.c.ita.b.a.ad.a.ē differt a cōiūcta qā illa arguebat ad cōsequētia i ista
 ad ahsia. Et iō uocat euerfa ē p ē duplex uel euerfa cōiūcta uel euerfa di
 siūcta pmisscēdo eā cū duobus pbris pdictis. Et pht multi alii modi arguē
 di ex pmissione hāz regulaz formari uel fieri ēc. ¶ Eā pportionalitas
 sub aliis pbris ē duabus multitudinibus qtitatū ppositis ē sibi in similitu
 dine pportionum correspondentibus subtrahis mediis primaz ad ultr
 mas in bitudine pportionis similitudo sic arguēdo sicut.a.ē.b.ē.c. iter se
 ita.d.ē.e.ē.f. inter se igitur sicut.a.ad.c.ita.d.ad.f. Et isti sunt modi arguē
 di utiles i oī qtitas ē i oib pportioibus potes facere oīs has cōsequēcias p
 ter ultimā q aditatus sex terminos regit ut si fuerit quor qtitates ppor
 tionales cōuersim erūt pportionales ē pmutatim ē cōiūctim ē euerfim
 ē rursus diuisim seu disiūctim s dico q diuersa oportet pceder cōiūctim
 ut patet ex descriptioe. Cūalis aut forma arguēdi in oib istis p ē talis
 uidelicet sicut p^o ad.1^o ita.3^o ad.4^o igr sicut.4^o ad.3^o ita.1^o ad p^o ut
 sic i cōuersa uel sic igr sicut p^o ad.3^o ita.1^o ad.4^o ut sic in pmutata ē sic i
 aliis. ē tūc sub iseri sed pmi ad.3^o ē pportio talis uel talis igit scōi ad.4^o
 est pportio cōsumilis ibi arguit in pmutata ē ita suo modo est in aliis ar
 guēdū Apz. rñ in tertio topicoz utit tali mō arguēdi in pportione pmut
 tata uidelicet sicut p^o ad scōm ita tertiu ad qrtum igr pmutatim sicut p^o
 mium ad.3^o ita.2^o ad.4^o sed p^o supat plus.3^o q.3^o 4^o supat igr.2^o plus
 supat.4^o q idē.3^o supat.4^o Ex^o summātur isti numeri.6.ē.4.3.ē.1.ē. ar
 guatur sic sicut.6.ad.4.ita.1.ad.2. quia utrobiz est pportio sexquialtera.
 igitur sicut.6.ad.3.ita.4.ad.2. quia utrobiz est pportio dupla sed sic ē hēt
 6.ad.3. q supat plus q.3. supant.2. qā supatio.6.ad.3. ē fm pportionē duplā
 sed.3.ad.2. fm pportionem sexquialteram. pportio autem dupla maior
 ē pportione sexquialtera igr sic ē hēt. 4.ad.2. q supant.2. plus q.3. supant.2.
 ut prius. Tenet aut ista forma p hoc q pportio primi ad.3^o ē pportio
 secundi ad.4^o sunt equales sicut concluditur per generalem formam ar
 guēdi: igitur quacūq pportio est altera maior ē altera. ēc.

Propositio .1.



Ifuerit quotlibet quantitates alias totides eque multiplices. aut singule singulis equales necesse e quemadmodum vna illarum ad sui comparem. totum quoq; ex his aggregatum ad omnes illas pariter acceptas similiter se habere.

Sint quotlibet quantitates. q sint. a. b. c. aliarum totide que sint. d. e. f. eque multiplices unaqueq; ad sui comparem. aut singule sint singulis eqles. ita videlicet q sicut e multiplex. d. ita. b. est multiplex. e. f. e. multiplex. f. uel si. a. e. eqlis. d. q similiter. b. sit eqle. e. f. c. eqlis. f. dico q sicut se habet. a. ad. d. ita se habet aggregatum ex oibus que sunt. a. b. c. ad aggregatum ex oibus que sunt d. e. f. **Q**uod si singule singulis sint eqles patet ppositum per hanc cõem sciam: si eqlibus equalia addantur tota quoq; erunt equalia. **S**i aut sint oēs suis compibus eque multiplices diuisit eis fm quantitatem suarum submultiplicium: erit aggregatum ex pma pre. a. f. prima. b. f. pria. c. eqle aggregato ex. d. e. f. p predicta cõem sciam adiunãte. bac. que eidem sunt equalia inter se sunt equalia. **S**i militer quoq; aggregatum f. scõdis pibus quantitatum. a. b. c. erit equal aggregato ex. d. e. f. scõ. de ceteris: f. quia hoc poterit toties fieri quotiens. d. continet in. a. erit ut eqle aggregatũ ex. d. e. f. toties contineatur in aggregato ex. a. b. c. quoties. d. continet i. a. quia ergo quoties. d. numerat a. toties aggregatũ ex. d. e. f. numerat aggregatũ ex. a. b. c. patet q sicut. a. e. multiplex ad. d. ita aggregatũ ex. a. b. c. aggregatũ ex. d. e. f. qd e ppositũ.

Castigator.

Quia oportet oēs partes cuiuslibet multiplicis pbare prius adinuicẽ et eqles p illam q uni eidem f. c. qm. qlibet illarum equat sue submultiplicũ ei f. tũc p aliam cõem sciam si equalibus. f. cõponẽdo eas in ordine multiplicium.

Propositio .2.



Ifuerint sex quantitates. quarum prima ad scõam atq; tertia ad quartam eque multiplices. quinta ad secundam atq; sexta ad quartam eque multiplices: totum prime et quinte ad scõam. totumq; tertie et sexte ad qrtã eque multiplicia esse pueniet.

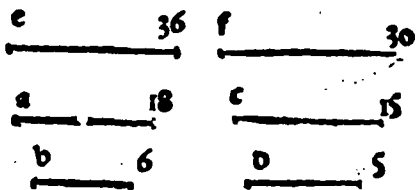
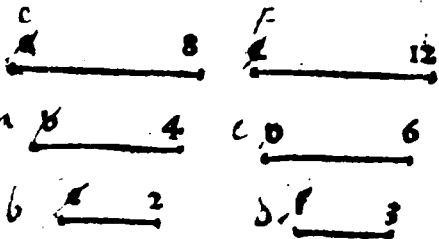
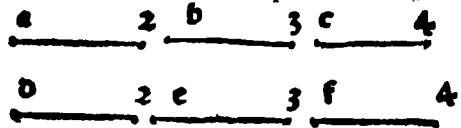
Sint sex quantitates. a. prima. b. scõda. c. tertia. d. qrtã. e. quinta. f. sexta. **S**itq; a. f. c. eque multiplices ad. b. f. d. iteq; e. f. f. sint eq multiplices ad eandem dico q sicut totũ aggregatũ ex. a. f. e. e. multiplex ad quantitatem. b. ita totũ aggregatũ ex. c. f. f. est multiplex ad quantitatem. d. Nam quia numerus fm quẽ. b. continet in. a. c. f. eqlis numero fm quem. d. cõtinetur in. c. Similiter quoq; numerus fm quẽ. b. cõtinet in e. est equalis numero fm quẽ. d. continet in. f. erit p cõem sciam que est: si equalibus equalia addant f. cetera. numerus fm quem. b. continet in aggregato ex. a. f. e. eqlis numero fm quẽ. d. cõtinet in aggregato ex. c. f. f. qre sicut aggregatũ ex. a. f. e. e. multiplex ad. b. ita aggregatum ex. c. f. f. est multiplex ad. d. qd e ppositũ.

Propositio .3.

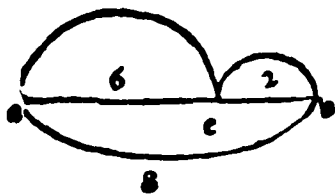
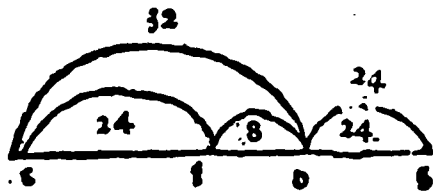


Ifuerint primum scõi et tertium quarti eque multiplicia: ad primum vero et tertium multiplices sumantur equales erũt multiplex primi ad secundũ atq; multiplex tertij ad quartũ eque multiplicia.

Sint sex qntitates. a. pma. b. scõda. c. tertia. d. quarta. e. qnta. f. sexta. **S**itq; a. ad. b. f. c. ad. d. iteq; e. ad. a. f. f. ad. c. eq multiplices. dico q si. e. e. multiplex ad. b. ita. f. ad. d. Diuidat. n. e. fm qntitatẽ. a. fm submultiplicis f. f. fm quantitatem. c. eritq; p equalitatem primum. e. ad. a. f. primum. f. ad. c. ut quelibet primum. e. sit ita multiplex ad. b. sicut qlibet primum. f. ad. d. **Q**uia ergo sicut prima p. e. est multiplex ad. b. ita prima p. f. est multiplex ad. d. Itemq; sicut scõda pars. e. est multiplex ad. b. ita scõda. f. ad. d. ergo erit p premisam aggregatum. ex duabus p. mis pibus. e. ita multiplex ad. b. sicut aggregatum ex duabus p. mis pibus



R	48	1	64
e	24	1	32
a	12	c	16
b	3	d	4
g	18	b	24
m	54	n	72



d	b	c	k	a	g	b
8	4	8		6	3	
				c		
4				3		

f. ad. d. & quia rursus tertia pars. e. si sit aliqua tertia pars ita multiplex ad. b. sicut tertia. f. ad. d. erit p eadem ut totum aggregatum ex tribus primis partibus. e. sit ita multiplex ad. b. sicut totum aggregatum ex tribus primis partibus. f. ad. d. ¶ Sicut si plures fuerint partes. e. & f. componendo semper sequentem cum aggregato ex prioribus concludens q sicut. e. est multiplex ad. b. ita. f. ad. d. per premisam totiens sumptam quot fuerint partes in e. aut in. f. minus una: sicq. patet propositum.

Castigator.
a ¶ Quia tunc prima pars. e. tenet locum prime & prima pars. f. tenet locum tertie. & secunda. e. tenet locum quinte. & secunda. f. tenet locum sexte. & ideo per premisam concluditur totius. e. ad. b. sicut totius. f. ad. d. & eodem modo ulterius ad alias partes si que forent. b ¶ Quoniam semper per aggregatum ex partibus. e. habebit locum prime & semper sequens pars. e. habebit locum quinte. & aggregatum ex partibus. f. tenebit locum tertie & semper pars succedens. f. tenebit locum sexte. & ideo per premisam totiens repetitam quoties fuerint partes. e. minus una: aut l. f. & c.

Propositio. 4.



¶ Si fuerit proportio primi ad secundum: sicut tertius ad quartum: ad primum autem & tertius eque multiplicia assignentur. Itemque ad secundum & quartum multiplices equales erunt assignate multiplices eodem ordine proportionales.

¶ Sit proportio. a. primi ad. b. secundum. sicut. c. tertius ad. d. quartum. Sumanturq. e. ad. a. & f. ad. c. eque multiplicia. Itemq. g. ad. b. & h. ad. d. eque multiplicia: dico q proportio. e. ad. g. est sicut. f. ad. h. ¶ Suma. k. ad. e. & l. ad. f. eque multiplicia. iteq. m. ad. g. & n. ad. h. eque multiplicia. & quia. e. & f. sunt eque multiplicia ad. a. & c. iteq. k. & l. eque multiplicia ad. e. & f. erunt p premisam. k. & l. eque multiplicia ad. a. & c. ¶ Per eadem quoq. erunt. m. & n. eque multiplicia ad. b. & d. quare per conversionem diffinitionis incontinue proportionalitatis. k. ad. m. & l. ad. n. similiter se habebunt in addendo diminuendo & equatō quia ergo. k. & l. sunt eque multiplicia ad. e. & f. itemq. m. & n. eque multiplicia ad. g. & h. erit per diffinitionem incontinue proportionalitatis proportio. e. ad. g. sicut. f. ad. h. quod est propositum.

Propositio. 5.



¶ Si fuerint due quantitates: quarum una sit pars alterius minuatursq. ab utraque ipsarum ipsa pars erit reliquum reliquo atq. totum toti eque multiplex.

¶ Vel sic si aliquota erit reliqui reliqui tota pars erit quod totum totius. Sit quantitas. a. b. tota pars quantitate. c. d. quota. e. b. ipsius. a. b. minuatursq. a. b. ex quantitate. c. d. & sit residuum. f. c. eritq. f. d. equalis. a. b. Similiter quoq. minuat e. b. ex quantitate. a. b. sitq. residuum. c. a. dico q quota p est quantitas. a. b. quantitate. c. d. tota est. quantitas. a. e. quantitate. c. f. ¶ Cum. n. f. d. si collis a. b. erit. f. d. ita multiplex. e. b. sicut. c. d. & multiplex. a. b. ponā itaq. d. g. ita multiplicem. a. e. sicut. f. d. est multiplex. e. b. eritq. ex pma huius quantitas. f. g. ita multiplex. a. b. sicut. f. d. est multiplex. e. b. & q sic fuit. c. d. multiplex. a. b. sicut. f. d. fuit multiplex. e. b. erit utraq. duarū quantitatū. c. d. & f. g. eque multiplex quantitate. a. b. qre p eodem radam. c. d. & f. g. sunt eqles adinuicē: dempta igr ab utraq. earū quantitate. f. d. erit. c. f. collis. d. g. & quia. d. g. fuit ita multiplex. a. e. sicut. f. d. e. b. & id sicut. a. b. e. b. qre & sicut. c. d. a. b. erit. c. f. ita multiplex. a. e. sicut. tota. c. d. totius. a. b. qd est propositum.

Propositio. 6.



¶ Si fuerint due quantitates ad alias duas eque multiplices: utraq. minores a duabus maioribus utraq. a sua multiplice subtrahantur. erunt duo reliqua rursus eque multiplicia. aut eis equalia.

¶ Sint quantitates. a. b. ad. c. & d. e. ad. f. eque multiplices

d. sed equalis: aut maiori totiens. n. multiplicabo unamquodq. totum quæ sitarū. e. c. b. e. f. a. equaliter: g. f. g. multiplex. e. c. proveniat maior. d. f. g. h. multiplex. a. non proveniat minor eadem. ¶ Deinde totis multiplicabo. d. quod pueniat quantitas maior. b. sup. m. prima quantitas multiplicū. d. que sit maior. b. Sub qua sumam maximā multiplicē. d. aut sibi equalē: si. m. est prima in ordine multiplicū. d. que sit. l. erit q. ut. l. non sit maior. b. f. constabit. m. ex. d. f. l. propter id quod omne multiplex constat ex proximo precedenti multiplici & simplo: ut triplū ex duplo & simplo. excepto primo multiplici quod cōstat ex bis simplo. ¶ Quia ergo. b. est equalis. k. l. non erit. k. l. minor. l. itaq. k. f. & d. non efficient minus q. l. f. d. quare non efficient minus q. m. f. quia. f. g. ē maior. d. erit. k. g. maior q. m. ¶ Intelligo igitur quantitatē. b. c. primā. d. secundam. a. tertiam. d. quartam. f. quia ad primā & tertiam sumpta sūt eque multiplicia: uidelicet. k. g. f. b. Similiter quoq. ad secundā & quartam eque multiplicia: imo idem i. rōne duorum quod est. m. f. addit. k. g. multiplex prime super. m. multiplex secunde non addit aut. b. multiplex tertie super. m. multiplex quarte erit per diffinitionem maioris improprietatis maior proportio. b. c. prime ad. d. secundam q. a. tertie ad. d. quartam quod est primū. ¶ Secundū probabis per eandem diffinitionem cōuerso ordinē: ut. d. sit prima & tertia. a. secunda. b. c. quartat addit enim. m. multiplex prime super. b. multiplicem. secunde. Nō addit autem. m. multiplex tertie super. k. g. multiplicem quarte quare maior ē proportio. d. ad. a. q. d. ad. b. c. quod est secundū. ¶ Ex huius autē demonstrationis modo patet sufficientia diffinitionis maioris improprietatis: quā posuit auctor in principio huius quinti. Nusquā. n. est maior proportio prime quatuor quantitarum ad secundam q. tertie ad quartā. quin contingat aliqua eque multiplicia ad primam & tertiam reperiri: q. cum relata fuerint ad aliqua eque multiplicia secunde & quarte inuenies multiplex prime addere super multiplex secunde. Non autem multiplex tertie super multiplex quarte. hec autem multiplicia sic reperiemus: sicut demonstrabimus in fra supra. n. huius.

Castigator

a ¶ Quia. k. g. per primam huius est ita multiplex. b. c. sicut. k. f. b. e. f. id sicut. b. a. cum. k. f. sit equalis b. rōne submultiplicū ut ibi dī. f. c. b. ¶ Primum multiplex est duplum: & hoc appellat Boetius minimū in secundo libro sue musice. cap. 33. f. tale semper constat ex bis simplo. Simplum autē intelligitur subduplū: ut. 3. respectu. 4. f. 6. respectu. n. f. c. oia alia multiplicia cōstant ex primo p.ecedente multiplici & simplo ut triplū ex duplo. 2. & simplo. 1.

Propositio .9.



¶ Si fuerit aliquarum quantitarum ad unam quantitatem proportio una ipsas ēē equales. Si vero unius ad eas pportio una ipsas equales ēē necesse ē.

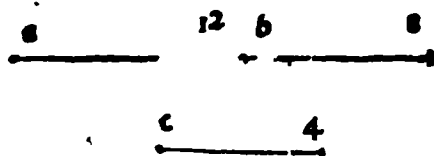
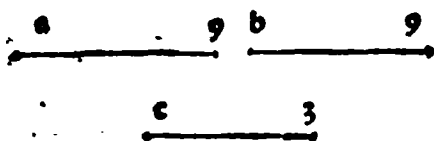
¶ Sit duarum quantitarum. a. f. b. pportio una ad. c. dico eas ēē equales. f. si cōuerso fuerit eadem pportio. c. ad utraq. earum: adhuc dico eas ēē equales. hec est cōuersa. 2. Primum sic patet. si enim nō sunt equales: sed altera earū maior. a. p.ote. a. erit p. pri. mā partē premisse maior pportio. a. ad. c. q. b. ad. c. quod ē cōtra ypothe. Secundū quoq. patet. quia si. a. est maior. b. erit per secundam partem premisse maior pportio. c. ad. b. q. a. ad. a. quod est etiam cōtra ypothesim.

Propositio .10.



¶ Si fuerit unius ad quantitatem unas aliquam proportio maior quantitatem maiorem esse. Si vero unius ad eandem proportio maior minorem ēē necesse est.

¶ Quod si fuerit maior pportio. a. ad. c. q. b. ad. c. dico a. ēē maiore. b. f. si fuerit maior. c. ad. b. q. c. ad. a. adhuc



Secundo. a. esse maiorem. b. hoc. esse conuersa. S. Primum patet per primam partem 2. 4. per primam. S. nam per primam partem septime: non erit. a. equalis b. nec etiam minor per primam octauae. Secundum uero patet ex secundis partibus eandem.

Castigator.

a. Per primam septime. a. non est equalis. b. per primam partem octauae. a. non est minor. b. quia tunc utrumque esset contra hypoth. uidelicet quod sit maior proportio. a. ad. c. q. b. ad. c. sic etiam secunda pars per secundas partes predictarum et esset contra hypoth. ut patet etc.

Propositio .11.

Si fuerint quantitatum proportiones alicui uni equales ipsas quoque proportionibus sibi inuicem equales esse necesse est.

Propositionem hanc quam Euclides in principio primi annumerauit inter communes animi conceptiones que eadem sunt equalia sibi quoque sunt equalia prout de quantitatibus intelligitur hic demonstrat prout proportionibus accommodatur. Sit ergo utraque duarum proportionum que sunt. a. ad. b. f. c. ad. d. equalis proportioni que est. e. ad. f. dico proportionibus que sunt. a. ad. b. f. c. ad. d. sibi inuicem esse equales. Summam enim. g. ad. a. f. b. ad. c. f. k. ad. e. eque multipliciter. Item. g. l. ad. b. f. m. ad. d. f. n. ad. f. eque multipliciter: quia per hypoth. proportionibus. e. ad. f. est sicut. a. ad. b. f. similiter sicut. c. ad. d. erit per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis bis sumptam si. k. addit super. n. g. g. addit super. l. f. h. super. m. f. si. k. minuit ab. n. g. g. minuit ab. l. f. h. ab. m. f. si. k. est equalis n. g. g. sit equalis l. f. h. equalis m. quia igitur. g. ad. l. f. h. ad. m. similiter se habent in addendo diminuendo et quando mediantibus. k. f. n. erit per diffinitionem incontinue proportionalitatis. a. ad. b. sicut. c. ad. d. quod est propositum.

Propositio .12.

Si fuerit proportio primi ad secundum sicut tertij ad quartum: tertij uero ad quartum maior quam quinti ad sextum erit proportio primi ad secundum maior quam quinti ad sextum.

Sicut i. precedenti hic demonstrat in proportionalibus conceptibile est i. quantitatibus uidelicet quod si due quantitates fuerint sibi inuicem equales quatenus fuerit una earum maior eadem maior erit et reliqua. In proportionalibus tamen hoc demonstratur: ut si sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. c. uero ad. d. sit maior quam e. ad. f. erit quoque a. ad. b. maior quam e. ad. f. Summam enim. g. ad. a. f. b. ad. c. f. k. ad. e. eque multipliciter. Item. g. l. ad. b. f. m. ad. d. f. n. ad. f. eque multipliciter: et quia per hypoth. proportionibus. c. ad. d. est sicut. a. ad. b. f. maior quam e. ad. f. erit per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis si. b. addit super. m. f. g. addit super. l. f. per conuersionem diffinitionis maioris in proportionalitatis quod non sit necesse. k. addere super. n. Quia igitur mediantibus. b. f. m. si g. addit super. l. non est necesse. k. addere super. n. erit per diffinitionem maioris impropotionalitatis maior proportio. a. ad. b. q. e. ad. f. quod est propositum. Simili quoque modo probabis quod si sit a. ad. b. sicut. c. ad. d. f. c. ad. d. minor quam e. ad. f. erit. a. ad. b. minor quam e. ad. f. Cum enim sit. c. ad. d. minor quam e. ad. f. erit. e. ad. f. maior quam c. ad. d. per conuersionem igitur diffinitionis maioris impropotionalitatis si. k. addit super. n. non est necesse quod b. addat super. m. sed si. b. non addit super. m. g. non addit super. l. Ergo si. k. addit super. n. non est necesse ut g. addat super. l. Per diffinitionem igitur maioris impropotionalitatis maior erit proportio. e. ad. f. q. a. ad. b. ergo econuerso minor erit. a. ad. b. q. e. ad. f. quod est propositum. Ex modo autem demonstrationis ostenditur et hac fiet manifestum quod si fuerit prime quatuor quantitatum ad

$$\frac{b}{12} = \frac{k}{9} = \frac{s}{6}$$

$$\frac{c}{4} = \frac{e}{3} = \frac{a}{2}$$

$$\frac{d}{8} = \frac{f}{6} = \frac{b}{4}$$

$$\frac{m}{24} = \frac{n}{18} = \frac{l}{12}$$

$$\frac{k}{16} = \frac{b}{12} = \frac{g}{8}$$

$$\frac{c}{8} = \frac{e}{6} = \frac{a}{4}$$

$$\frac{f}{6} = \frac{d}{3} = \frac{b}{2}$$

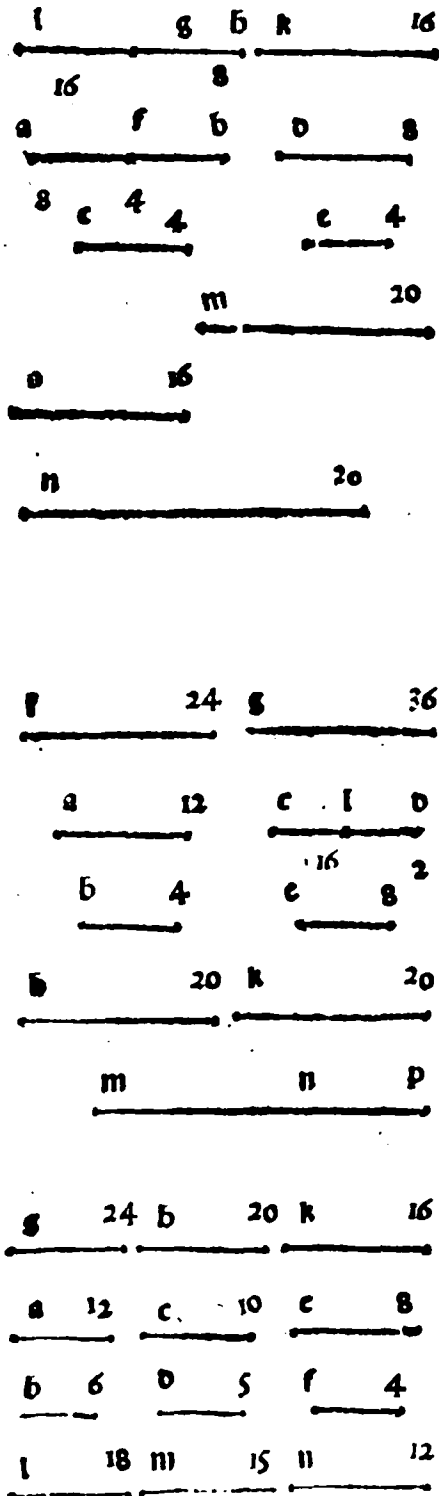
$$\frac{n}{18} = \frac{m}{9} = \frac{l}{6}$$

$$\frac{g}{24} = \frac{b}{18} = \frac{k}{36}$$

$$\frac{a}{8} = \frac{c}{6} = \frac{e}{12}$$

$$\frac{b}{4} = \frac{d}{3} = \frac{f}{4}$$

$$\frac{l}{16} = \frac{m}{12} = \frac{n}{16}$$



secundam maior proportio q̄ tertie ad quartam cōtinget reperire aliqua eque multiplicia prime & tertie que cum comparabuntur ad aliqua eque multiplicia secūde & quarte inuenietur multiplex prime addere sup̄ multiplex secunde non autem multiplex tertie super multiplex quarte quod sic patet. Sit enim maior proportio. a. b. ad. c. q̄. d. ad. e. ponam ergo ut sit proportio. a. f. ad. c. sicut. d. ad. e. eritq̄ per hanc. n. & per. 10. a. f. minor a. b. & sit minor in quantitate. f. b. quam multiplicabo totiens q̄ proueniat quantitas maior. c. que sit. g. h. hac conditione. ut. d. totiens multiplicata producat quantitatem non minorem. e. que sit. k. ¶ Tūc ponam ut l. g. sit ita multiplex. a. f. sicut. g. h. est multiplex. f. b. aut. k. d. eritq̄ per primam huius. l. h. ita multiplex. a. b. sicut. k. d. Deinde ponam q̄. m. sit prima quantitas multiplex. e. que sit maior. k. & ponam. n. ita multiplicem. c. sicut. m. est multiplex. e. eritq̄ per premisas ypothesi & conuersionem diffinitionis in continue proportionalitatis : quantitas. n. prima multiplicium. c. que erit maior. l. g. nec erit. l. g. minor. c. b. Sumam ergo sub n. maximam multipliciam. c. aut sibi equalem si forsan. n. sit prima multiplicium eius que sit. o. constabitq̄. n. ex. o. & c. ¶ Quia ergo. l. g. non est minor. o. & g. b. est maior. c. erit. l. h. maior. n. quare cum. k. sit minor. m. patet propositū. ¶ Conuersam quoq̄ huius demonstrare possumus. uidelicet q̄ si contingit reperire aliqua eque multiplicia prime & tertie quarum multiplex prime addat super aliquod multiplex secunde & multiplex tertie non addat super multiplex quarte maior erit proportio prime ad secundam q̄ tertie ad quartam quod sic probatur. ¶ Sine quatuor quantitates. a. prima. b. secunda. c. d. tertia. e. quarta. sintq̄. f. ad. a. & g. ad. c. d. eque multiplicia. Similiter. h. ad. b. & k. ad. e. eque multiplicia. & addat. f. super. h. non addat autem. g. super. k. dico q̄ maior est proportio a. ad. b. q̄. c. d. ad. e. Si enim equalis per conuersionem diffinitionis in continue proportionalitatis addet. g. super. k. quod est contra ypoth. Si autē minor sit. c. l. ad. c. sicut. a. ad. b. eritq̄ per huius. 10. c. l. minor. c. d. & sit minor in quantitate. l. d. Ponam igitur ut. m. n. sit ita multiplex. c. l. & n. p. multiplex. l. d. sicut. f. est multiplex. a. eritq̄ per primam huius. m. p. ita multiplex. c. d. sicut. f. est multiplex. a. utraq̄ igitur duarum quantitarum. m. p. & g. est eque multiplex quantitas. c. d. ergo ipse sunt equalis. Nam hec illatio demonstrata est in. 7. huius & quia. g. non est maior. k. non erit. m. p. maior eadem sed per conuersionem diffinitionis in continue proportionalitatis. m. n. est maior. k. eo q̄. f. est maior. b. ergo. m. n. ē maior. m. p. quod est impossibile quare relinquitur propositum.

Castigator.

a ¶ Quia stat q̄. k. addat super. n. etiam si nō tñ fm̄ proportionē quātm̄ b. super. m. ut in quarto modo maioris iproportionalitatis habuisti. b. diffini. huius quintis sed hoc non est necesse sed possibile solum. b. ¶ Quoniam totiens multiplicabo unāquāq̄ trium quantitarum. f. b. d. a. f. g. k. non proueniat minor. e. & q̄. l. g. non efficiatur minor. c. sed equalis aut maior. c. ¶ Cum hoc q̄. c. & c. totiens eque multiplicentur q̄. m. proueniat aut maior. k. & n. maior. l. g.

Propositio .13.



fuerit quodlibet quantitarum ad totidem alias proportio una erit quoq̄ que proportio unius ad unam. eadem proportio barum omnium pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas.

¶ Quod primo proposuit de multiplicibus : hic proponit de omnibus proportionibus : unde hec est cōmuniō illa : eo q̄ omnis multiplicitas est proportio : non autē e conuerso. ¶ Sit igitur. a. ad. b. & c. ad. d. & e. ad. f. una proportio : dico q̄ que ē proportio. a. ad. b. eadem est compositi ex. a. c. e. ad compositum ex. b. d. f. Sumam. g. ad. a. & h. ad. c. & k. ad. e. eque multiplicia. Itemq̄. l. ad. b. & m. ad. d. & n. ad. f. eque multiplicia : eritq̄ per primam huius compositum ex. g. b. k.

ita multiplex compositi ex a. c. e. sicut g. est multiplex a. Similiter per eadem compositum ex l. m. n. erit ita multiplex compositi ex b. d. f. sicut l. est multiplex b. Et per conuersionem diffinitionis in continue proportionis sitis. bis sumptam si g. addit super l. b. addit super m. f. k. super n. Et si minuit minuit Et si equat equat ergo per communem scientiam si g. addit super l. compositum ex g. b. k. addit super compositum ex l. m. n. Et si minuit minuit Et si equat equat ergo per diffinitionem in continue proportionalitatis proportio a. ad b. est sicut compositi ex a. c. e. ad compositum ex b. d. f. quod est propositum.

Castigator.

a Si equalibus equalia addantur uel si unequalibus equalia addantur. b Quia a. tenet locum prime compositi ex a. c. e. tertie b. secunde compositi ex b. d. f. quarte.

Propositio. 14.

Si fuerint quatuor quantitates proportionales. siue ritus maior prima tertia: necesse est secundam quartam esse maiorem. Quod si minor et minorem. Si uero equalis et equalem esse.

Sit proportio a. ad b. sicut c. ad d. dico q. si a. est maior c. b. erit maior d. Et si minor minori Et si equalis equalis. Si enim a. sit maior c. erit per primam partem 8. huius maior proportio a. ad d. q. c. ad d. quare maior erit a. ad d. q. ad b. ergo per secundam partem 10. huius b. erit maior d. quod est propositum. Quod si a. sit minor c. erit per primam partem 8. minor proportio a. ad d. q. c. ad d. q. re maior erit a. ad b. q. ad d. per secundam ergo partem 10. b. erit minor d. Si autem a. sit equalis c. erit per primam partem 7. a. ad d. sicut c. ad d. quare a. ad d. sicut ad b. itaq. per secundam partem 9. b. erit equalis d. sic q. patet propositum.

Propositio. 15.

Si fuerint aliquibus quantitatibus eque multiplices assignate. erit ipsarum multiplicium atq. submultiplicium una proportio.

Sint e. ad a. f. d. ad b. eque multiplices. dico q. que est proportio a. ad b. eadem est c. ad d. diuidatur c. fm quantitatem a. f. fm quantitatem b. sumq. tot partes. c. quot d. Et quia quilibet pars c. ad quilibet partem d. f. habet sicut a. ad b. erit per 9. huius c. ad d. sicut a. ad b. quod est propositum.

Propositio. 16.

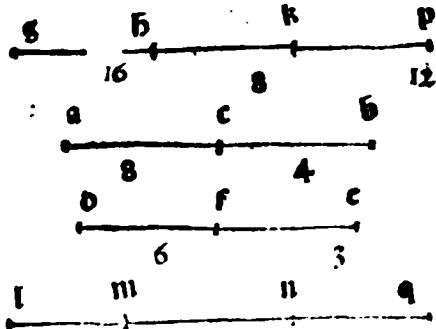
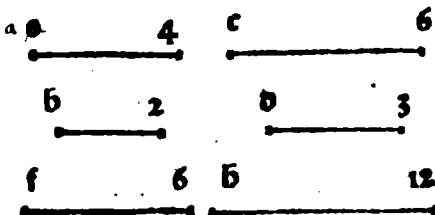
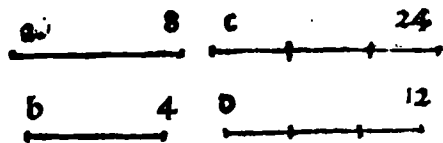
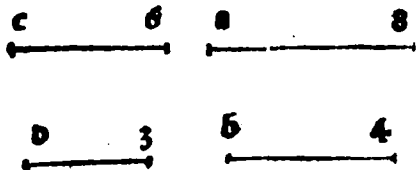
Si fuerint quatuor quantitates proportionales. prima tiam quoq. proportionales erunt.

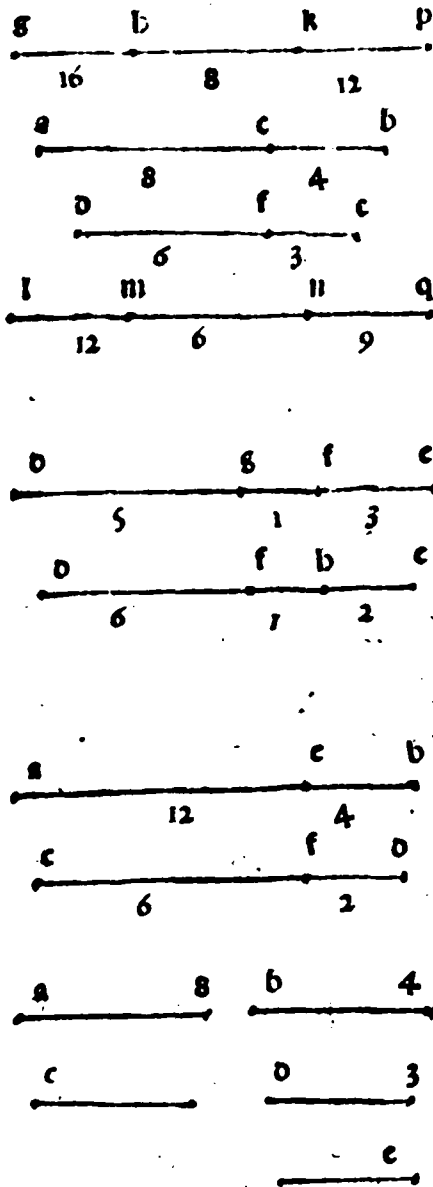
Sit proportio a. ad b. sicut c. ad d. dico q. erit a. ad c. sicut b. ad d. Et si iste est modus arguendi qui dicitur proportionalitas permutata. cuius demonstratio sic patet. Summam e. ad a. f. f. ad b. eque multiplices itemq. g. ad c. f. b. ad d. eque multiplices erunt per premisam e. ad f. sicut g. ad h. quare per 14. si e. addit supra g. f. addit super h. Et si minuit minuit Et si equat equat per diffinitionem igitur in continue proportionalitatis erit a. ad c. sicut b. ad d. quod est propositum. Necesse est aut ut in permutata proportionalitate sint omnes quatuor quantitates eiusdem generis.

Propositio. 17.

Si fuerint quantitates coniunctim proportionales. eadem diiunctim quoq. proportionales esse.

Demonstrato modo arguendi qui dicitur proportionalitas permutata demonstrat illud q. dicitur proportionalitas disiuncta. Sit itaq. proportio a. b. ad b. c. sicut d. e. ad e. f. dico q. erit a. c. ad e. b. sicut d. f. ad f. e. Summa eni. g. h. ad a. c. f. b. k. ad c. b. itemq. l. m. ad d. f. Et m. n. ad f. e. eque multiplices. erunt per primam huius g. k. ita multiplex





a. b. sicut. g. h. est multiplex. a. c. l. n. ita multiplex. d. e. sicut. l. m. est multiplex. d. f. ideo per premisas ypotheses. g. k. est ita multiplex. a. b. sicut est. l. n. d. e. Ponam iterum. k. p. ad. c. b. f. n. q. ad. f. e. eque multipli ceterum ita. p. secunda. h. p. ad. c. b. f. m. q. ad. f. e. eque multiplices. Per conversionem igitur diffinitionis incontinue proportionalitatis. si. g. k. addit super. b. p. l. n. addit sup. m. q. si minuit minuit si equat equat demptis itaq. communibus. h. k. f. m. n. erit per communem scientiam: ut si. g. b. addit sup. k. p. q. l. m. addit sup. n. q. si minuit minuit si equat equat ergo per diffinitionem incontinue proportionalitatis proportio a. c. ad. c. b. est sicut. d. f. ad. f. e. quod est propositum.

Exligator.

Q m. b. k. tenet locum prime. f. c. b. locum secunde. m. a. locum tertie. f. e. locum quarte. k. p. locum quinte. n. q. locum sexte. Ideo per secundam huius. b. p. ad. c. b. sicut. m. q. ad. f. e.

Propositio 18.

Si fuerint quantitates disiunctim proportionales coniunctim quoque proportionales erunt.

Demonstrat modum arguendi qui dicitur proportionalitas coniuncta et est modus conversus prioris. Ad cuius demonstrationem resumam dispositionem premisse et maneat ois eius ypotheses excepto q. ponat et proportio. a. c. ad. c. b. sicut. d. f. ad. f. e. dico q. erit proportio. a. b. ad. b. c. sicut. d. e. ad. f. e. Seq. n. ex hac hypothesis et aliis hypothesis pmissis de multiplicibus equaliter sumptis per conversionem diffinitionis incontinue proportionalitatis si. g. h. addit super. k. p. q. l. m. addit super. n. q. si minuit minuit si equat equat ergo positis communibus. h. k. f. m. n. sequitur per communem scientiam si. g. k. addit super. h. p. q. l. n. addit super. m. q. si minuit minuit si equat equat quare per diffinitionem incontinue proportionalitatis erit proportio. a. b. ad. b. c. sicut. d. e. ad. f. e. quod est propositum. Aliter idem indirecte sic. Cum sit proportio. a. c. ad. c. b. sicut. d. f. ad. f. e. non e. a. b. ad. b. c. sicut. d. e. ad. f. e. sit ergo proportio. d. e. ad aliquam aliam quantitatem sicut. a. b. ad. b. c. que aut erit maior. e. f. aut minor. si enim esset ei equalis constaret propositum. Sit itaq. primo maior sit. e. g. erit. per pmissam. a. c. ad. c. b. sicut. d. g. ad. g. e. q. re p. a. d. g. ad. g. e. est. sicut. d. f. ad. f. e. Sequitur igitur per 14. q. cum d. g. prima sit minor. d. f. tertia erit. g. e. secunda minor. e. f. quarta: sed erat propositum q. esset maior. Sit ergo proportio. d. e. ad. minorem. e. f. que sit. e. b. sicut. a. b. ad. b. c. erit. per pmissam. a. c. ad. c. b. sicut. d. h. ad. h. e. quare. per 11. d. h. ad. h. e. sicut. d. f. ad. f. e. quia. d. h. prima e. maior. d. f. tertia erit p. 14. e. b. secunda maior. e. f. quarta: quia est impossibile sequitur propositum.

Propositio 19.

Si a duobus totis due portiones abscondantur. fueritq. totum ad totum quantum absconditum ad absconditum: erit reliquum ad reliquum quantum totus ad totum.

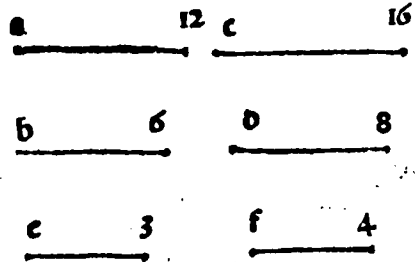
Quod quinta proponit de multiplicibus. hec proponit uniuersaliter de omnibus proportionibus. unde est illa tanto communior quanto multiplicitate proportio. Sint igitur due quantitates. a. b. f. c. d. a quibus abscondantur due que sunt. b. e. f. d. f. sitq. proportio totius. a. b. ad. totam. c. d. sicut. b. e. absconditum. d. f. absconditum. dico q. eadem erit. a. e. residui ad. c. f. residuum que est totius. a. b. ad. totam. c. d. Cum enim sit. a. b. ad. c. d. sicut. b. e. ad. d. f. erit permutati. a. b. ad. b. e. sicut. c. d. ad. d. f. et disiunctim. a. e. ad. c. b. sicut. c. f. ad. d. f. et iterum permutati. a. e. ad. c. f. sicut. e. b. ad. f. d. quia sic erat. a. b. ad. c. d. patet propositum. Ex hac aut. 19. et permutata proportionalitate demonstratur modus arguendi qui dicitur proportionalitas eversa: ut si sit. a. b.

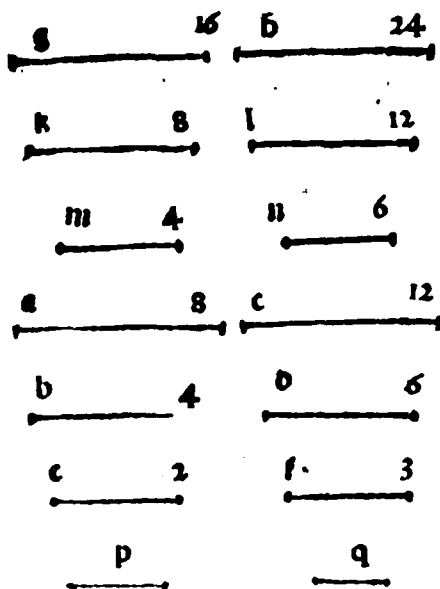
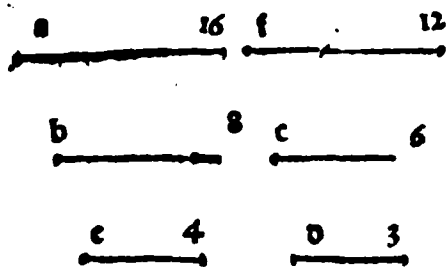
ad.b.e.sicut.c.d.ad.d.f.dico q̄ erit.b.a.ad.a.e.sicut.c.d.ad.c.f. quia cū sit
a.b.ad.b.e.sicut.c.d.ad.d.fuerit permutatim.a.b.ad.c.d.sicut.b.e.ad.d.
f.quare per hanc.19.b.a.ad.d.c.sicut.a.e.ad.c.f.igitur permutatim.b.a.
ad.a.e.sicut.c.d.ad.c.f. quod est propositum. ¶ Cōuersa quoq; propor
tionalitas quā ex diffinitione incontinue proportionalitatis demonstra
uimus in exponendo principia huius quinti: potest hic quoq; demonstra
ri indirecte ex permutata proportionalitate f.9. huius ut si sit proportio.a.
ad.b.sicut.c.ad.d.dico q̄ erit.b.ad.a.sicut.d.ad.c. sinatrem sit.d.ad.e.
sicut.b.ad.a. f. quia a.ad.b. est sicut.c.ad.d. erit permutatim.a.ad.c.sicut
b.ad.d. f. quia uerū.b.ad.a.sicut.d.ad.e. erit quoq; permutatim.b.ad
d.sicut.a.ad.e. quare erit.a.ad.e.sicut.a.ad.c. si igitur.c. non sit equale.c.
accidet impossibile f. contrarium secunde partis.9. si autem equalis erit
b.ad.a.sicut.d.ad.c. quod est propositum.

Propositio .20.

Si fuerint quotlibet quātitates alieq; fm earū nu
merum quaz queq; due priorū fm p̄portionem
duarum postriorū: necesse est in p̄portiona
litate quidē equalitatis ut si fuerit prima priorū vi
tima maior. z posteriorum primā vltima cē maio
reni. Quod si minor z minorem. Si vero equa
lis z equalem.

¶ Demonstraturus Euclides modum arguēdi qui dī equa prop̄tiona
litas siue quātitates duorum ordinū directe siue p̄uersum p̄portionent
premittit duo antecedentia ad demonstrandū p̄positum necessaria per
quorū primū demonstratur equa p̄portionalitas cū quantitates duorum
ordinum directe p̄portionantur per fm aut cum p̄portionantur p̄uer
sum: proponit aut hec duo antecedentia de quantitatibus duorū ordinū
numero equalibus quēcūq; fuerint. Vniuersaliter enim sumptis utrobiz
quantitatibus fm quemcūq; numerum ueritatem habent non est autem
necesse ut demonstremus ea nisi solum in tribus: hoc enim omnino suffi
ciens est ad propositum: de pluribus aut quibusq; parebit p̄ equā propor
tionalitatē cū ipsa demonstrata fuerit. ¶ Sint igitur tres quantitates.a.
b.e. sumanturq; tres alie q̄ sint.c.d.f. f. sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.
f. b.ad.e.sicut.d.ad.f. dico q̄ si.a. est maior.e.c. erit maior.f. f. si mi
nor minori f. si equalis equalis. ¶ Si enim est maior erit per primā partē
B. maior proportio.a.ad.b. q̄.e.ad.b. quare per.a. maior erit.c.ad.d. q̄
e.ad.b. f. quia per conuersam proportionalitatem.c.ad.b. est sicut.f.ad
d. erit.c.ad.d. maior q̄.f.ad.d. itaq; per primā partē.10.c. est maior.f. q̄
est propositum. Quod si.a. sit minor.e. per easdē f. eodem modo pro
babitur.c. ēē minorem.f. erit enim minor proportio.a.ad.b. q̄.e.ad.b.
per primā p̄tem.8. f. ideo p̄.a. f. per conuersam proportionalitatem
minor erit.c.ad.d. q̄.f.ad.d. f. ideo per primā p̄tem.10. erit.c. minor.f.
quod ē p̄positū. Si aut.a. sit equale.e. erit p̄ primā partē.7. p̄portio.a. ad
b.sicut.c.ad.b. f. iō per undecimā f. cōuersam p̄portionalitatē erit.c.ad
d.sicut.f.ad.d. quare per primā partē.9.c. est equalis.f. quod ē p̄positū.
¶ Quidā aut hanc cōclusionē demonstrauerūt ea p̄ p̄portionalitatē per
mutatim hoc modo. proportio.a.ad.b. est sicut.c.ad.d. ergo p̄mutatim
a.ad.c.sicut.b.ad.d. f. quia rursus. b.ad.e. sicut.d.ad.f. erit p̄mutatim
b.ad.d.sicut.e.ad.f. sed erat.b.ad.d.sicut.a.ad.c. ergo per.a. erit.a.ad
e.sicut.e.ad.f. itaq; p̄.14. si.a. prima est maior.e. tertia erit.c. secunda. ma
ior.f. quarta. f. si minor minori f. si equalis equalis q̄ ē p̄positū. ¶ Isti
aut errauerunt in sua demonstratione: quia si eēt intentio Euclidis sic de
monstrare nō oporteret ipsum premittere hanc cōclusionē p̄ antecedente
ad equā p̄portionalitatē: si enim rursus fiat una p̄mutatio p̄portionali
tatis ad quā deuentū est: que est eae.a.ad.c.sicut.e.ad.f. sequitur q̄ sit.a.
ad.e.sicut.c.ad.f. f. hoc est equa p̄portionalitas. ¶ Preterea eorū cōclu
sio non sequitur nisi oēs quantitates amboz ordinū fuerint generis uni





ur. Si enim a. b. c. sint lineae. f. c. d. f. superficies aut corpora aut ipa non erit tunc pmutare proportionem: peccant igitur universaliter dictum pmutata hiter demonstrantes.

Propositio .21.

Quia. c. d. tenent locum pmi f. secundi f. a. b. tertii. f. qrti f. e. b. quini f. sexti. f. ideo p duodecimam concludit postea facta cōuersa. f. f. d. tenent locum pmi f. secundi f. e. f. b. tertii f. qrti f. a. f. b. qrti f. sexti.

Propositio .21.



Si fuerint quotlibet quantitates alieq secundum earum numerum quarum queqz due ex prioribus quibusqz duabus ex posterioribus per uer sum comparate secundum proportionem earum fuerint ne cesse quoz est ut si fuerint improporionalitate equalitatis priorum prima ultima maior. z posteriorum prima ultima esse maiorem. si autem minor z minores. Si uero equalis z equaleni.

Secundum autem sunt tres quantitates. a. b. c. sumantqz alie tres q sunt. f. c. d. f. sit pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. f. b. ad. e. sicut. f. ad. e. dico q si a. e. maior. e. f. erit maior. d. f. si minor minor. f. si equalis equalis. **H**ec autem probatur p eadem f. eodem mo quo pcedens. si. n. a. sit maior. e. erit. maior pportio. a. ad. b. q. e. ad. b. qre maior. c. ad. d. q. e. ad. b. f. ideo maior q. e. ad. f. maior igit. f. q. d. p scidam ptem. 10. qd est ppositum. **Q**uod si a sit minor. e. erit tadem minor. c. ad. d. q. ad. f. qre p eadem ptem eisdem f. erit minor. d. **S**i aut. a. sit eqlis. e. sequit ut sit pportio. c. ad. d. sicut. c. ad. f. igitur per secundam partem. 9. erit. f. equalis. d. quod est ppositum.

Propositio .22.



Si fuerint quotlibet quantitates alieq secundum earum numerum quarum queqz due secundum proportionem duarum ex primis in equa proportionalitate proportionales erunt.

Demonstratis autem ad equa pportionalitatem. hic demonstrat eam: pmo cum quantitates duoz ordinu sunt directe pportioales. No est autem necesse ut demonstret nisi cu in utroq dupum ordinu sunt tri tres quantitates. Per hoc. n. euidenter sequit cu in utroq ordine fuerint quatuor quantitates f. deinceps f. ideo et no oportuit eius autem demonstrari nisi solum cu in utroq ordine sunt et tres quantitates **S**int igit tres quantitates. a. b. c. sumanturqz tres alie q sunt. c. d. f. f. sit pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. f. b. ad. e. sicut. d. ad. f. dico q erit. a. ad. e. sicut. c. ad. f. **S**umam. n. g. ad. a. f. h. ad. c. eq multiplicia. Itaq. k. ad. b. f. l. ad. d. eq rursus. m. ad. e. f. n. ad. f. eque. eritq. p. 4. g. ad. k. sicut. b. ad. l. f. k. ad. m. sicut. l. ad. n. qre p. 10. si. g. est maior. m. erit. h. maior. n. f. si minor minor f. si equalis eqlis. **I**gitur p diffinitionem incotinue pportionalitatis pportio. a. ad. e. est sicut. c. ad. f. qd est ppositum. **P**or quoqz hoc demonstrari. p. 15. huius sumptis. g. k. m. ad. a. b. e. f. h. l. n. ad. c. d. f. eq multiplicibus erit. n. p. 15. g. ad. k. sicut. h. ad. l. f. k. ad. m. sicut. l. ad. n. cetera ptracta ut prius. **Q**uod si fuerint quantitates plures tribus in utroq ordine ut pte quatuor additis. p. f. q. ita q sit. e. ad. p. sicut. f. ad. q. erit iterum. a. ad. p. sicut. e. ad. q. erit enim. a. ad. e. sicut. c. ad. f. hoc enim demonstratum est. sublati igitur. b. f. d. erunt tres quantitates. a. e. p. f. alie tres. c. f. q. ut proponitur: qre. a. ad. p. sicut. c. ad. q. sicqz demonstrat de. 4. per tres sublati uno medio. Eodem modo demonstrabis de. 5. per. 4. sublati duobus mediis f. de. 6. per. 5. sublati tribus: f. sic de ceteris.

Propositio .23.



Si fuerint quotlibet quantitates alieq secundum earum numerum quarum queqz due secundum proportionem duarum ex prioribus indirecte proportionate in equa proportionalitate proportionales erunt.

Demonstrat eorum proportionalitatem in quatuor ordinum indirecte, siue peruersum proportionatis. Nec est necesse qd demon-
stratur nisi cum in utroq; duorum ordinum sunt tantum tres quantitates
per hoc enim euidenter sequitur quocumq; ponantur in utroq; ordine sicut
in premissa de directe proportionatis demonstratum est. Sint igitur tres
quantitates. a. b. e. sumanturq; alie tres que sint. f. c. d. Et sit proportio. a. ad
b. sicut. c. ad. d. Et b. ad. e. sicut. f. ad. c. dico qd erit. a. ad. e. sicut. f. ad. d. **Su-**
ma enim. g. ad. a. f. h. ad. c. Et k. ad. f. eque multiplicia. I. t. q. l. ad. b. f. m.
ad. e. f. n. ad. d. eque multiplicia: eritq; p. q. r. s. g. ad. l. sicut. h. ad. n. Et p. r. s.
l. ad. m. sicut. k. ad. h. quare per. u. si. g. addit super. m. f. k. addit sup. n. Et si
minuit minuit: Et si equat equat. ergo per diffinitionem incontinue pro-
portionalitatis proportio. a. ad. e. e. sicut. f. ad. d. quod est ppositum. **Po-**
test quoq; hoc demonstrari per. r. s. huius sumptis. g. l. m. ad. a. b. e. f. k. h.
n. ad. f. c. d. eque multiplicibus. **E**rit enim per. r. s. g. ad. l. sicut. h. ad. n. f.
l. ad. m. sicut. k. ad. h. cetera pertracta ut prius. Conuenientius tñ demon-
strantur hec & premissa fm primum modū. **Q**uod si plures tribus fue-
rint quantitates in utroq; ordine: atpote quatuor additis. p. f. q. ita qd sit
a. ad. b. sicut. d. ad. q. Et b. ad. e. sicut. c. ad. d. Et c. ad. p. sicut. f. ad. c. erit iteq;
a. ad. p. sicut. f. ad. q. **E**rit enim per predemonstrata. a. ad. e. sicut. c. ad. q.
Sublatis igitur. b. f. d. erunt tres quantitates. a. e. p. Et alie tres. f. c. q. ut pro-
ponitur quare. a. ad. p. sicut. f. ad. q. Sic igitur demonstratur de. 4. per tres
sublato uno medio. Eodē mō demonstrabis de. 5. per quatuor sublatis duo-
bus mediis. Et de. 6. per. 5. sublatis tribus Et sic in ceteris.

Castigator.

Nota cum in istis inducit diffinitio incontinue ppor. illa maioritas
minoritas Et equalitas multipliciū adinueniunt. s. primi ad secundū Et tertū
ad quātū intelliguntur semper geometricē Et non arithmetice uidelicet qd in
tm quantū multiplex primū excedit equat aut minuit multiplex secundū
tāntūde multiplex tertū fm ppor. excedat equet multiplex tertū multiplex
quartū sicut dcm fuit supra in diffinitione qnta huius quinti lib. nñ nō suf-
ficit dicere multiplex pmi excedet multiplex scūdi Et similiter multiplex
tertū excedit multiplex qnti ergo quatuor quantitates sunt ppor. Et proportio p
me ad secundā est sicut tertie ad quātā: sed oportet addere qd tantūde se exce-
dant equet aut minuat Et c.

Propositio .24.



Ifuerit proportio primi ad secundum tanquā ter-
tij ad quartum: proportio uero quinti ad secundū
tanquā sexti ad quartum erit proportio primi et qui-
ti pariter acceptorum ad secundum tanquā sexti et
tertij pariter acceptorum ad quartum.

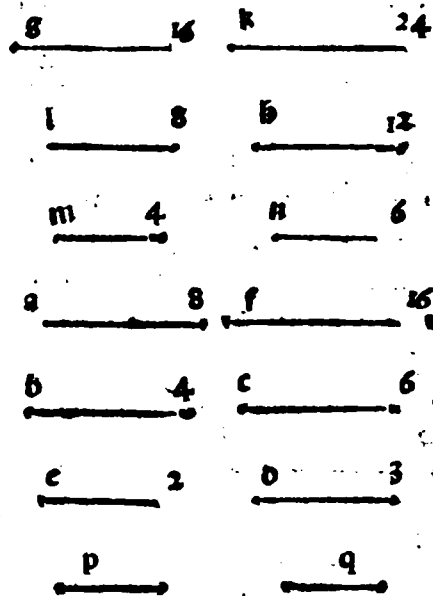
Quod secunda proposuit de multiplicibus hec propo-
nit uniuersaliter de omnibus proportionibus: unde est illa tanto cōmū-
nior quanto multiplicitate proportio Et se habet ad illā: quā ad modū. g.
ad. primā. **S**it igitur pportio. a. b. ad. c. Et sicut. d. e. ad. f. Et itē. b. g. ad. c. f.
erit. a. h. ad. f. dico qd pportio. a. g. ad. c. sicut. d. h. ad. f. **E**rit enim per cō-
uersam proportionalitatem. c. ad. b. g. sicut. f. ad. e. h. quare per. u. erit in
equa proportionalitate. a. b. ad. b. g. sicut. e. d. ad. c. h. ergo continuētm p
b. a. g. ad. g. b. sicut. d. h. ad. h. e. itaq; per. u. erit in equa proportionalita-
te. a. g. ad. c. sicut. d. h. ad. f. quod est ppositum.

Propositio .25.

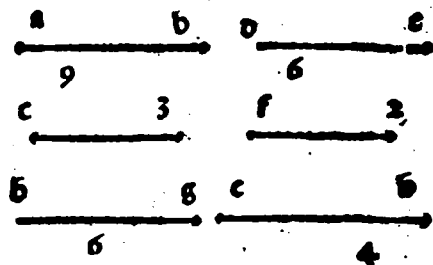


Ifuerint quatuor quantitates pportionales: sicut
ritq; prima earum maxima: et vltima minima pri-
mam et vltimam pariter acceptas ceteris duobus
maius ēē necessario comprobatur.

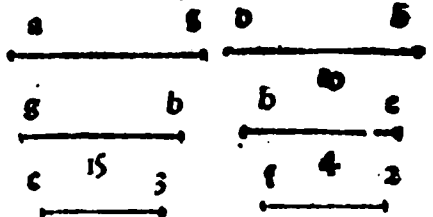
Quod hic proponitur non habet locum nisi cum oēs
quatuor quantitates sint eiusdē generis. **S**int igr quorū
titatū eiusdē generis pportio. a. b. ad. c. d. sicut. e. ad. f. sup. a. b. maxima
titatū, oportet ponere qd sit minima: ga ipm ex hoc sequit qd a. b. f. posita

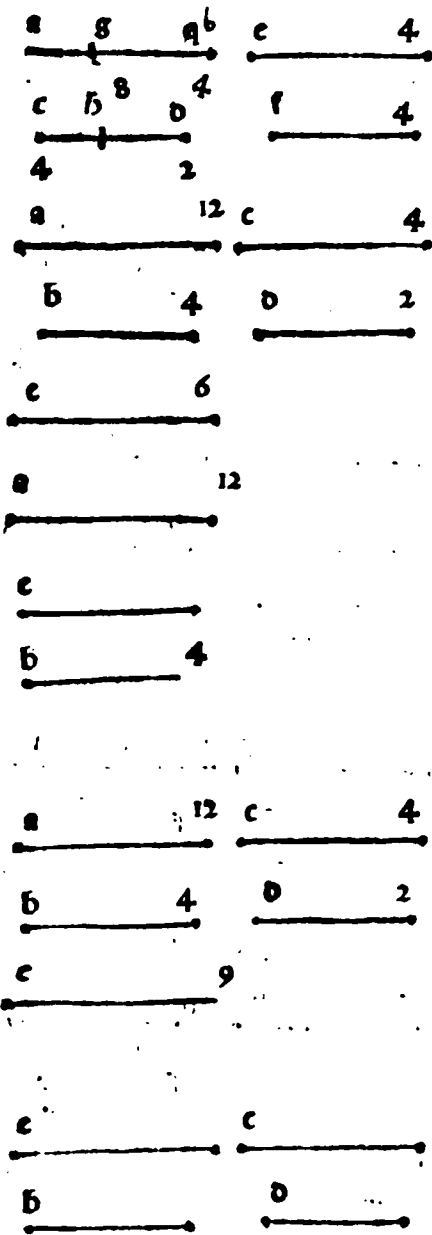


Explicite. 24.



Directe





est maximatum non posuit hoc auctor in conclusione tanq̃ positionē: sed potius tanq̃ pcedentis positionis conclusionē. ¶ Dico q̃ cū ita fuerit maior erit aggregatū ex a. b. f. g. ex c. d. f. e. Cū enim a. b. sit maior. e. abscindā ex b. a. g. b. equalē. e. ¶ Similiter quoq̃ g. a. c. d. est maior. f. abscindā ex c. d. h. d. equalē. f. eritq̃ pp̃ yprothesim a. b. ad c. d. sicut g. b. ad h. d. q̃ rep̃. 19. a. g. residuū ad c. h. residuū sicut tota a. b. ad totum. c. d. s. a. b. ad c. d. Cū ergo a. g. f. e. habet ad c. h. sicut a. b. ad c. d. sed a. b. est maior c. d. quare a. g. maior est c. h. additis igitur utriq̃ duabus quantitativibus. g. b. f. h. d. erit per cōemscientiam aggregatū ex a. b. f. h. d. maius aggregatū ex c. d. f. g. b. f. quia d. h. posita est equalis. f. f. g. b. e. maius erit aggregatū ex a. b. f. g. aggregatū ex c. d. f. e. quod est propositum.

Caligatoz

a ¶ Quia primū aggregatū cōstat ex a. g. f. g. b. f. h. d. f. scdā cōstat ex c. h. f. h. d. f. g. b. f. quia per 19. a. g. f. maior c. h. f. utriq̃. s. a. g. f. c. h. addite sunt ille due q̃ntitates. g. b. f. h. d. ideo primū f. maius secundo f. e.

Propositio 26.



¶ Si fuerit quatuor quantitativum proportio prime ad secundam maior q̃s tertiæ ad quartam erit conversim e contrario proportio secunde ad primam minor q̃s quartæ ad tertiam.

¶ Sit p̃portio. a. ad. b. maior q̃. c. ad. d. dico q̃ erit e converso mō contrario minor proportio. b. ad. a. q̃. d. ad. c. ¶ Si enim este ad. b. ad. a. que ē. d. ad. c. erit e converso a. ad. b. ut. c. ad. d. sed nō ē sīmo maior. At vero si ē. b. ad. a. maior q̃. d. ad. c. sit. e. ad. a. ut. d. ad. c. eritq̃ ex. n. e. ad. a. minor q̃. b. ad. a. q̃re ex prima pte. rō. e. est minor b. Ideoq̃ ex scdā pte. s. maior erit proportio. a. ad. e. q̃. a. ad. b. f. quia per cōversam proportionalitatē. a. ad. c. sicut. e. ad. d. erit ex. n. proportio. c. ad. d. maior q̃. a. ad. b. sed erat minor: relinquit ergo p̃positum. ¶ Possumus quoq̃ si libet astruere p̃positū ostē sive. ¶ Manifestū enim ē ex p̃ma pte. 10. q̃ illa q̃ntitas cuius ad. b. est eadē p̃portio que est. c. ad. d. ē minor. a. eo q̃ ponitur maior p̃portio. a. ad. b. q̃. c. ad. d. ¶ Illa ergo quantitas sit e cū sit igit p̃portio. c. ad. b. ut. c. ad. d. erit e converso. b. ad. e. ut. d. ad. c. Cōstat autem ex scdā parte. s. q̃ p̃portio. b. ad. a. minor est q̃ p̃portio. b. ad. e. itaq̃ per. n. proportio. b. ad. a. est minor q̃. d. ad. c. quod voluimus.

Caligatoz.

a ¶ Et cōversam p̃por. quia primo est. b. ad. c. sicut. d. ad. c. postea per. n. b. ad. a. minor q̃. d. ad. c.

Propositio 27.



¶ Si fuerit quatuor quantitativum maior proportio prime ad secundam q̃s tertiæ ad quartam erit permutatim maior proportio prime ad tertiam q̃s secunde ad quartam.

¶ Sit hic quoq̃ p̃portio. a. ad. b. maior q̃. c. ad. d. dico q̃ erit p̃mutatim maior proportio. a. ad. c. q̃. b. ad. d. ¶ Eadē enim nō erit q̃a tūc quoq̃ erit p̃mutatim. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ¶ Neq̃ mis nor. Nā si hoc ponatur sit itaq̃. e. ad. c. ut. b. ad. d. eritq̃ ex. n. maior p̃portio. e. ad. c. q̃. a. ad. c. quare ex prima parte. rō. e. ē maior. a. I tēq̃ p̃ p̃ma ptem. s. proportio. e. ad. b. ē maior q̃. a. ad. b. f. quia posuit ē ut sit. e. ad. c. sicut. b. ad. d. erit p̃mutatim. e. ad. b. sicut. c. ad. d. ex. n. igitur maior erit p̃portio. c. ad. d. q̃. a. ad. b. sed positum erat oppositum. utrū est ergo p̃positū. ¶ Ostē sive quoq̃ idē quē admodū in p̃missa: sumpta enim ē. e. ad. b. ut. c. ad. d. erit ex prima pte. rō. e. minor. a. quare ex prima parte. s. maior erit. a. ad. c. q̃. e. ad. c. sed ex permutata proportionalitate est. e. ad. c. ut. b. ad. d. igit ex. n. a. ad. c. est maior q̃. b. ad. d. quod est propositum.

Caligatoz.

a ¶ Per cōversam p̃por. quia sumpta fuit. e. ad. c. sicut. b. ad. d. f. ideo dicitur sumpta ad. b.

Propositio .28.



Si fuerint quatuor quantitates quaz pme ad secundā sit maior pportio q̄s tertie ad quartā. erit quoq̄s coniunctim maior pportio pme z secūde ad secundā q̄s tertie z quartē ad quartā.

Sit maior pportio. a. ad. b. q̄. c. ad. d. dico q̄ maior erit totius. a. b. ad. b. q̄. totius. c. d. ad. d. ¶ Quia ipsa neq̄. erit eq̄lis neq̄. minor. Si enim eq̄lis: tūc erit disjunctim. a. ad. b. ut. c. ad. d. cōtra ypothe. Si autē ē minor sit. e. b. ad. b. ut. c. d. ad. d. eritq̄. ex. n. maior pportio. e. b. ad. b. q̄. a. b. ad. b. itaq̄. ex prima pte. 10. e. b. ē maior q̄. a. b. q̄. p cōceptionem. e. maior q̄. a. quare ex prima parte. 8. maior est pportio. e. ad. b. q̄. a. ad. b. sed. e. ad. b. est ut. c. ad. d. per disjunctam pportionalitatem eo q̄ erat. e. b. ad. b. ut. c. d. ad. d. ergo per. n. c. ad. d. ē maior q̄. a. ad. b. hoc autē est cōtra ypothe. ¶ Idem ē ostensue: cum enim propositū sit q̄ maior sit pportio. a. ad. b. q̄. c. ad. d. sit pportio. e. ad. b. ut. c. ad. d. eritq̄. ex pma parte decime. e. minor. a. Ideoq̄. ex cōmuni scientia. e. b. erit minor q̄. a. b. quare ex prima parte. 8. maior erit pportio. a. b. ad. b. q̄. e. b. ad. b. At uero pportio. e. b. ad. b. est per coniunctam pportionalitatem sicut. e. d. ad. d. positum enim est ut sit. e. ad. b. tanq̄. c. ad. d. igitur ex. n. maior est a. b. ad. b. q̄. c. d. ad. d. quod est propositum.

Propositio .29.



Si fuerint quatuor quantitates quaz pme z secūde ad secundā sit maior pportio q̄s tertie z quartē ad quartā. erit quoq̄s disjunctim pportio pme ad secundā maior q̄s tertie ad quartā.

Sit pportio. a. ad. b. maior q̄. c. d. ad. d. dico q̄ erit disjunctim pportio. a. ad. b. maior q̄. c. ad. d. ¶ Alioquin erit eq̄lis uel. minor q̄. si eq̄lis erit p cōiunctā pportionalitatē. a. b. ad. b. ut. c. d. ad. d. q̄ ē cōtra ypothe. si autē minor erit maior. c. ad. d. q̄. a. ad. b. ergo p premisam maior erit. c. d. ad. d. q̄. a. b. ad. b. quod est incōueniens quia positum est q̄ minor uerum est ergo quod dicitur. ¶ Quod ē ostē sue astruimus hoc mō. ¶ Ponemus enim ut pportio. e. b. ad. b. sit tanq̄ pportio. c. d. ad. d. eritq̄. ex pma pte 10. e. b. minor q̄. a. b. quare ex cōmuni scientia. e. est minor q̄. a. ¶ Minor igitur est ex prima pte. 8. pportio. e. ad. b. q̄. sit. a. ad. b. sed pportio. e. ad. b. est sicut. c. ad. d. ex disjuncta pportionalitate itaq̄. ex. n. pportio. a. ad. b. est maior q̄. sit. c. ad. d. quod ē ppositum.

Propositio .30.



Si fuerint quatuor quantitates quaz pme z secūde ad secundā sit maior pportio q̄s tertie z quartē ad quartā. erit euerfim minor pportio pme z secūde ad p̄mā q̄s tertie z quartē ad tertiam.

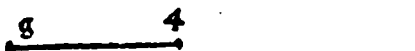
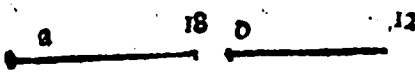
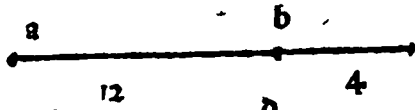
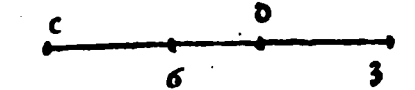
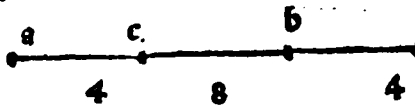
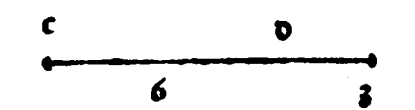
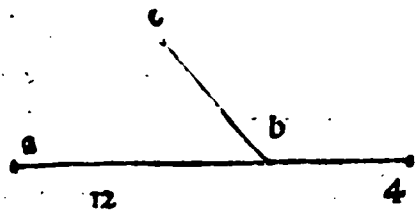
Sit maior pportio. a. b. ad. b. q̄. c. ad. d. dico q̄ euerfim minor erit pportio. a. b. ad. a. q̄. c. d. ad. c. ¶ Erit enim disjunctim ex premisā maior pportio. a. ad. b. q̄. c. ad. d. I taq̄. per. 10. erit eob uerso minor. b. ad. a. q̄. d. ad. c. quare per ante premisam coniunctim minor erit. b. a. ad. a. q̄. d. c. ad. c. quod est propositum.

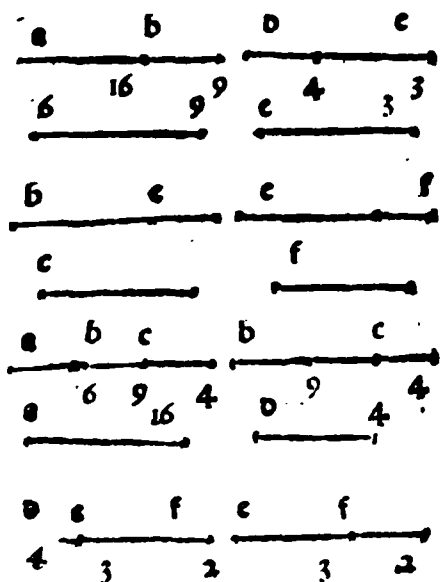
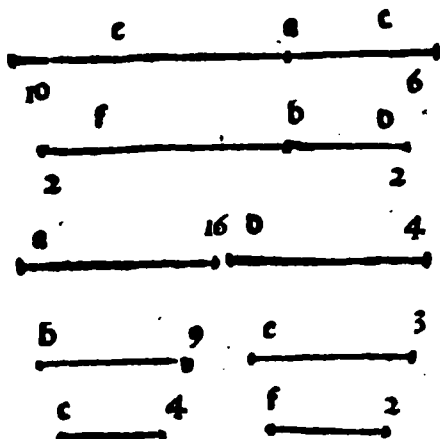
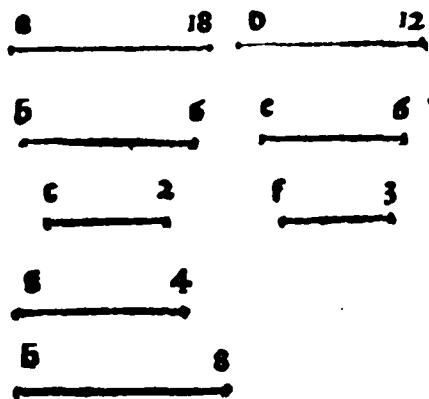
Propositio .31.



Si fuerint tres quantitates in uno ordine. itēq̄. tres in alio fueritq̄. prime priorum ad secundā maior pportio q̄s prime posteriorum ad secundā. itē q̄s secūde priorum ad tertiam maior q̄s secūde posteriorum ad tertiam. erit quoq̄. pme priorum ad tertiam maior pportio q̄. pme posteriorum ad tertiam.

Sint tres quantitates. a. b. c. itēq̄. alie tres. d. e. f. sitq̄. maior pportio. a. ad. b. q̄. d. ad. e. itēq̄. maior. b. ad. c. q̄. e. ad. f. dico q̄. maior erit pportio. a. ad. c. q̄. d. ad. f. ¶ Sit enim. g. ad. c. ut. e. ad. f. eritq̄. ex prima parte. 10. g. minor. b. quare ex secūda parte. 8. pportio. a. ad. g. est maior q̄. a. ad.





b. multo maior ergo est proportio a. ad. g. q. d. ad. e. ¶ Sit itaq. h. ad. g. ut d. ad. e. eritq. ex prima parte. 10. a. maior. b. quare ex prima parte. 8. p. portio a. ad. c. maior est q. proportio. b. ad. c. At uero proportio. b. ad. c. est p. equam proportionalitatem sicut. d. ad. f. est enim. b. ad. g. ut. d. ad. e. ¶ g. ad. c. ut. e. ad. f. igitur ex. n. p. portio. a. ad. c. est maior q. d. ad. f. quare constat propositum.

Propositio .32.



¶ Si fuerint tres quantitates in uno ordine. itemq. tres in alio fuerintq. proportio secunde priorum ad tertiam maior q. prime posteriorum ad secundam. Itemq. prime priorum ad secundam maior q. secunde posteriorum ad tertiam. erit maior proportio prime priorum ad tertiam q. prime posteriorum ad tertiam.

¶ Sint enim tres quantitates in uno ordine. a. b. c. Itemq. tres in alio. d. e. f. quemadmodum in premissa. sitq. maior proportio. b. ad. c. q. d. ad. e. ¶ maior. a. ad. b. q. e. ad. f. dico q. maior erit. a. ad. c. q. d. ad. f. ¶ Sit enim g. ad. c. ut. d. ad. e. eritq. g. minor. b. per primam partem. 10. quare maior erit proportio. a. ad. g. q. ad. b. per secundam partem. 8. ¶ Igitur multo maior e. a. ad. g. q. e. ad. f. ¶ Sit itaq. h. ad. g. ut. e. ad. f. eritq. a. maior. b. ex prima parte. 10. quare proportio. a. ad. c. maior est q. b. ad. c. ex prima parte. 8. At uero ex. 33. proportio. b. ad. c. est tanquam. d. ad. f. eo quod est. g. ad. c. ut. d. ad. e. ¶ h. ad. g. ut. e. ad. f. igitur ex. n. maior est proportio. a. ad. c. q. d. ad. f. quod est propositum.

Propositio .33.



¶ Si fuerit proportio totius ad totum maior q. abscissi ad abscisum erit residui ad residuum maior proportio q. totius ad totum.

¶ Sint due quantitates. a. b. a. quibus abscondantur. c. f. d. ¶ residua sunt. e. f. sitq. maior proportio. a. ad. b. q. c. ad. d. dico q. maior erit proportio. e. ad. f. q. a. ad. b. ¶ Erit enim ex. 17. permutatum maior proportio. a. ad. c. q. b. ad. d. quare ex. 30. erit eversum minor proportio. a. ad. c. q. b. ad. d. igitur rursus ex. 17. permutatum. b. ad. a. maior q. f. ad. e. quare ex. 36. minor erit. a. ad. b. q. e. ad. f. quod est propositum.

Propositio .34.



¶ Si quotlibet quantitates ad totidem alias comparantur. fueritq. cuiuslibet precedentis ad suam relationem maior proportio q. alicuius subsequens ad suam. erit omnium harum pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas maior proportio q. alicuius subsequens ad suam comparationem. etiam q. omnium pariter acceptarum ad omnes pariter acceptas. minor autem q. prime ad primam.

¶ Sint tres quantitates. a. b. c. relate ad totidem alias que sunt. d. e. f. sitq. maior proportio. a. ad. d. q. b. ad. e. ¶ b. ad. e. sit maior q. c. ad. f. dico q. p. portio. a. b. c. pariter acceptarum ad. d. e. f. pariter acceptas est maior q. b. ad. e. uel maior q. c. ad. f. ¶ etiam maior q. b. ¶ c. e. pariter acceptarum ad. e. f. f. pariter acceptas ¶ q. ipsi est minor q. a. ad. d. ¶ Cum sit enim. a. ad. d. maior q. b. ad. e. erit permutatum. a. ad. b. maior q. d. ad. e. ¶ confictum. a. b. ad. b. maior q. d. e. ad. e. ¶ iterum permutatum. a. b. ad. d. c. maior q. b. ad. e. quare per premissam. a. ad. d. est maior q. a. b. ad. d. e. ¶ Eodemq. modo probatur maiorem esse. b. ad. c. q. b. c. ad. e. f. ¶ Itaq. maior proportio est a. ad. d. q. b. c. ad. e. f. quare permutatum maior est. a. ad. b. c. q. d. ad. e. f. ¶ confictum maior. a. b. c. ad. b. c. q. d. e. f. ad. e. f. ¶ iterum permutatum maior. a. b. c. ad. d. e. f. q. b. ad. e. f. quare per premissam maior est. a. ad. d. q. a. b. c. ad. d. e. f. quod est propositum.

¶ Explicite liber quintus.

Liber sextus Eudidis de superficiebus similibus et earum
ad invicem proportionibus ex perfectissima Campani inter/
pretatione. Magistro **L**UCA Paciolo de Burgo Sancti
Sepulchri Ordinis **B**inor. Castigatore acuratissimo Incip.



Superficies similes dicuntur que
rum anguli unus angulis alteri
us equales latera quoque equos angu
los continentia proportionalia.

¶ Ut si trigonus. a. b. c. fuerit equian
gulus trigono. d. e. f. fuerit angulus. a.
equalis angulo. d. et angulus. b. equa
lis angulo. e. et angulus. c. angulo. f. et
proportio. a. b. ad. d. e. sicut. a. c. ad. d. f.
et b. c. ad. e. f. ipsi erunt similes.

¶ Superficies mutuo
rum laterum sunt in
ter quarum latera in
continua proportio

neitas retrahere habetur.

¶ Ut si duorum quadrilaterum. a. b. c. d. e. f. proportio. a. b. lateris primi
ad. d. e. lateris secundi fuerit sicut proportio. e. f. lateris secundi ad. b. c. lateris
primita duo quadrilatera dicuntur mutuum laterum sive mutuekta.

¶ Linea dicitur dividi secundum proportionem habentem medium et
duo extrema quando eadem est proportio totius ad maiorem sui se et o
nem que est maioris ad minorem.

Propositio .1.

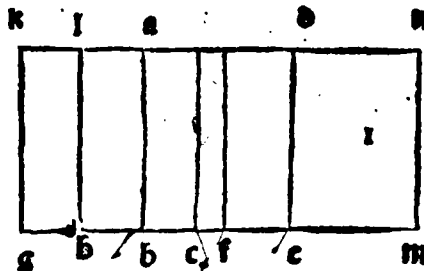
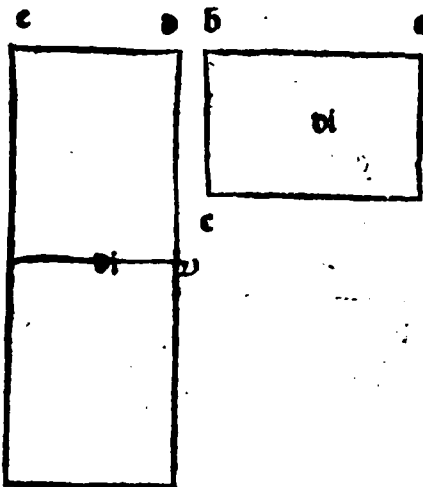
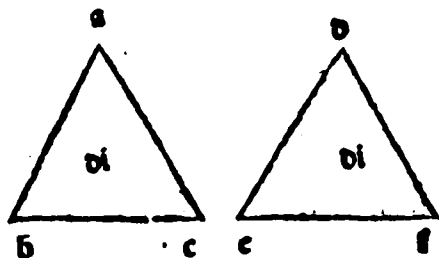
¶ Si duarum rectilinearum superficierum equidista
tium laterum sive triangulorum fuerit altitudo una
tanta erit alterutra earum ad alteram. quanta sua
basis ad basim alterius.

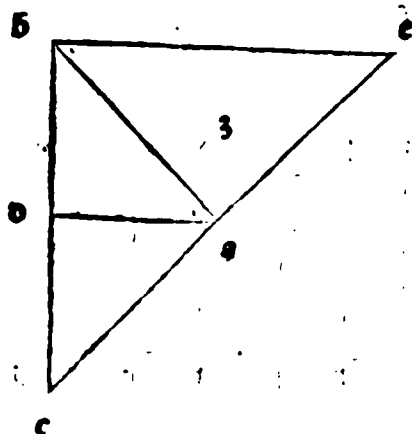
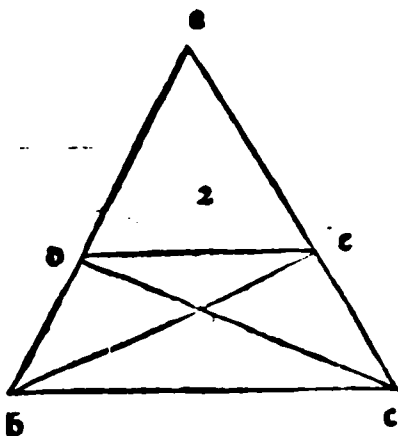
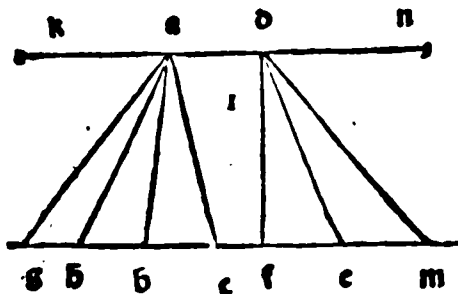
¶ Sint duo parallelograma. a. b. c. d. e. f. equalis altitudi
nis. dico esse proportionem eorum sicut. b. c. ad. e. f. Ponam illa duo
parallelograma super lineam unam que sit. g. m. eruntque per hoc g. sunt equis
altitudinis inter lineas equidistantes quarum sit altera. k. n. deinde ex linea
g. m. sumam. g. c. multiplicem finem quemcumque numerum voluerim ad. b. c. et divi
dam eam in partes equales. b. c. in punctis. b. et b. a quibus et puncto. g. ducam equi
distantes lineas. a. b. q. sunt. g. k. et h. l. et complebo superficies equidistantium la
tey. k. h. et l. b. eruntque unaquodque earum p. 36. primi equis. a. c. que sicut linea. g. c. et
multiplex lineae. b. c. ita superficies. c. k. superficiem. a. c. et Similiter quoque ad li
neam. e. f. sumam ex linea. g. m. lineam. f. m. multiplicem finem quemcumque numerum
voluerim. e. f. et complebo superficiem equidistantium latey. ducta linea. m. n. equi
distanter lineae. d. e. eruntque superficies. n. f. ita multiplex superficiem. d. f. sicut
linea. m. f. lineae. e. f. et quia per. 36. primi si linea. g. c. est maior linea. f. m.
superficies. k. c. est maior superficies. n. f. et si minor minor. et si equalis equi
lis erit per definitionem incontinue proportionalitatis eadem propor
tio basis. b. c. ad basim. e. f. que est superficiem. a. c. ad superficiem. d. f. quod
est propositum. **¶** De triangulis equalis altitudinis idem probabis et eo
dem modo per. 38. primi ductis lineis ab extremitatibus earum quas ad
bases sumes multiplices ad vertices triangulorum.

Propositio .2.

¶ Si linea recta duo trianguli latera secans reliquo fue
rit equidistantis: eas duo illa latera proportionaliter
secare. Si vero proportionaliter secet eam reliquo
lateri equidistare necesse est.

¶ Sit triangulus. a. b. c. cuius duo latera. a. b. et a. c. sec





linea. d. e. equidistanter tertio lateri quod est. b. c. dicitur qd est proportio
a. d. ad d. b. sicut a. e. ad e. c. & conuerso si fuerit proportio. a. d. ad d.
b. sicut a. e. ad e. c. linea. d. e. erit equidistans linee. b. c. ¶ Protraham
enim duas lineas. e. b. & d. c. eritq. per. 37. primi triangulum. e. d. b. equa-
lis triangulo. d. e. c. propter id quod ipsi sunt ambo super lineam. d. e. in-
ter lineas equidistantes. itaq. per secundam partem. 7. quinti: proportio
trianguli. a. d. e. ad utrumq. illorum erit una. ¶ Sed proportio eius pre-
missam ad triangulum. e. d. b. eff. sicut linee. a. d. ad lineam. d. b. & ad tri-
angulum. d. e. c. sicut linee. a. e. ad lineam. e. c. Nam ipse cum utroq. illo-
rum est equalis altitudinis quare erit proportio. a. d. ad d. b. sicut a. e.
ad e. c. quod est primum. ¶ Et si hoc fuerit erit per premissam ipsius a.
d. e. ad utrumq. illorum proportio una: quare per secundam partem. 9. qui-
ti ipsi sunt adinuicem equales: & quia ipsi sunt super eandem basim. uide-
licet lineam. d. e. & ex eadem parte erit per. 39. primi linea. d. e. equidistans
linee. b. c. quod est secundum.

Propositio .3.



Ab aliquo angulorum trianguli linea recta ad ba-
sim ducta angulum illum per equalia secet: duas
partes ipsius basis reliquis eiusdem trianguli late-
ribus proportionales esse. Si vero due partes basis
quas linea ab angulo ducta distinguit reliquis trian-
guli lateribus proportionales fuerint lineam illam
angulum per equalia diuidere necessario comprobatur.

¶ Sit trigonus. a. b. c. cuius angulam. a. diuidat linea. a. d. per equalia
dico qd proportio. b. d. ad d. c. est sicut. b. a. ad a. c. & conuerso. ¶ Protra-
ham enim. b. e. equidistantem. a. d. & producam. c. a. quousq. concurrat
cum. b. e. in puncto. e. eritq. per primam partem. 29. primi angulus. e. b. a.
equalis angulo. b. a. d. & per secundam partem eiusdem angulus. e. angu-
lo. d. a. c. quare angulus. e. est equalis angulo. e. b. a. ergo per. 6. primi. e. a.
est equalis. a. b. & ideo per primam partem. 7. quinti proportio. e. a. ad a.
e. est sicut. b. a. ad a. c. sed per premissam. e. a. ad a. c. est sicut. b. d. ad d. c. er-
go. b. a. ad a. c. sicut. b. d. ad d. c. quod est primum. ¶ Secunda pars que est
conuersa prime partis probabitur conuerso modo. ¶ Manente enim ea-
dem dispositione si fuerit proportio. b. a. ad a. c. sicut. b. d. ad d. c. quare
per premissam. e. a. ad a. c. est sicut. b. d. ad d. c. erit eadem proportio. e. a.
ad a. c. que est. b. a. ad a. c. ergo per primam partem. 9. quinti. e. a. & a. b.
sunt equales: quare per. 5. primi duo anguli. e. & e. b. a. sunt equales. igitur
per primam & secundam partem. 29. primi angulus. b. a. d. est equalis an-
gulo. d. a. c. quod est secundum.

Castigator.

¶ Concurfus iste probatur per lineam. b. e. cadentem super duas line-
as. b. e. & c. a. per quartam petitionem primi. Nam ipsa primo cadit su-
per duas equidistantes. b. e. & d. a. & per secundam partem. 29. primi. a. d.
e. extrinsecus equatur angulo. e. b. c. totali intrinseco: & quia per. 17. pri-
mi duo anguli. a. d. c. & a. c. d. trianguli. a. c. d. sunt minores duobus rectis
& ideo duo anguli. a. c. d. & e. b. c. totalis etiam sunt minores duobus re-
ctis cum loco anguli a. d. e. extrinseci ponatur. e. b. c. intrinsecus sibi equa-
lis: & sic per predictam petitionem due linee. b. e. & c. a. in eandem parte
protracte concurrent in puncto. e. &c.



Propositio .4.

Unum duorum triangulorum quorum anguli uni-
us angulis alterius sunt equales: latera equos an-
gulos respicientia sunt proportionalia

¶ Sint duo triaguli. a. b. c. d. e. f. equianguli. sitq. angulus
a. equalis angulo. d. & angulus. b. angulo. e. & angulus. c. an-
gulo. f. dico qd proportio. d. e. ad a. b. & d. f. ad a. c. est sicut. e. f. ad b. c. ¶ Ponat

in ambobus triangulis super lineam tria que sit. e. c. l. a. q. duo anguli unius qui erunt super hanc lineam sunt equales duobus alterius qui erunt super eandem. non quidem medius medio aut extremus extremo: sed medius unius extremo alterius: et ponam duos eorum medios angulos in eodem puncto coire. sitq. a. f. c. ipse idem triangulus qui erat. a. b. c. et quia angulus a. f. c. est equalis angulo. e. f. angulus. d. f. c. angulo. e. per hypothese erit per primam partem. 18. primi linea. a. f. equidistans. d. e. f. d. f. equidistans a. c. et Complebor igitur superficiem equidistantium laterum que sit g. f. eritq. per. 34. primi. g. a. equalis. d. f. f. g. d. equalis. a. f. et Quia ergo per secundam huius. g. a. est ad. a. c. sicut. e. f. ad. f. c. et per eandem. c. f. ad f. c. sicut. e. d. ad. d. g. erit per. 2. quinti. d. f. ad. a. c. et per eandem. e. d. ad f. a. sicut. e. f. ad. f. c. quod est propositum.

Propositio. 5.



Proportio duorum triangulorum quorum cunctorum laterum se se respicientium est proportio vni anguli lateribus proportionalibus contenti equi sibi invicem esse probatur.

Hec est conversio prioris nec fecit ex ea et premissa una conclusionem sicut fecit in secunda et tertia huius quia nec eadem figuratione nec eisdem mediis demonstratur quibus precedenti. Sint itaq. duo trianguli. a. b. c. d. e. f. sitq. proportio. a. b. ad. d. e. f. a. c. ad. d. f. sicut. b. c. ad. e. f. dico q. angulus. a. est equalis angulo. d. et angulus. b. angulo. e. et angulus. c. angulo. f. et Consistam super lineam. e. f. in opposita parte trianguli. d. e. f. angulum. f. e. g. equalem angulo. b. et angulum. e. d. g. equalem angulo. c. eritq. per. 31. primi. angulus. g. equalis angulo. a. ergo per premissa proportio. a. b. ad. e. g. f. a. c. ad. f. g. sicut. b. c. ad. e. f. et Quare. a. b. ad. d. e. f. sicut. ad. e. g. f. a. c. ad. d. f. sicut. ad. f. g. et Igitur per secundam partem non e. quinti. d. e. f. est equalis. e. g. et per eandem. d. f. equalis. f. g. quare per. 8. primi duo trianguli. d. e. f. et g. e. f. sunt equianguli quare ergo triangulus. d. e. f. est etiam equiangulus triangulo. a. b. c. constat propositum.

Castigator.

Ex eodem sciam q. uni et eide sue q. due rerum equales.

Propositio. 6.



Proportio duorum triangulorum quorum unus angulus unus vni angulo alterius equalis. latera q. illos duos equos angulos continentia proportionalia sunt inter se invicem equianguli.

Maneat prior dispositio: et sit solum angulus. b. equalis angulo. d. e. f. et proportio. a. b. ad. d. e. f. sicut. b. c. ad. e. f. dico adhuc duos triangulos. a. b. c. d. e. f. esse equiangulos. et Cum enim sit per. 4. huius propter hypothese premisse conclusio. a. b. ad. e. g. sicut. b. c. ad. e. f. erit. a. b. ad. d. e. f. sicut. a. b. ad. e. g. quare per secundam partem non e. quinti. d. e. f. est equalis. e. g. et Quia ergo duo latera. d. e. f. et c. f. trigoni. d. e. f. sunt equalia duobus lateribus. e. g. f. et c. f. trigoni. g. e. f. et angulus. a. unius angulo. e. alterius quia utraq. est equalis angulo. b. ipsi erunt per quartum primi equianguli. et quia. e. g. f. est et equiangulus. a. b. c. patet propositum.

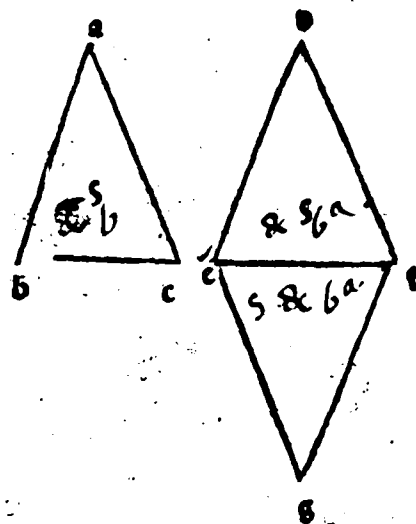
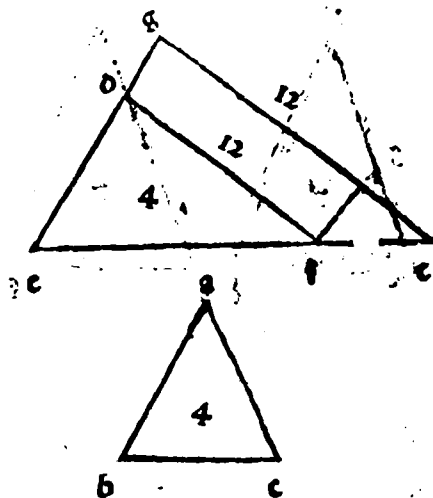
Castigator.

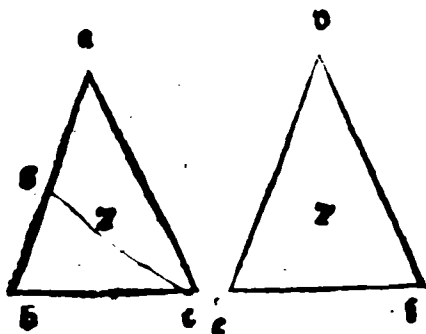
Videlicet unus per ypoth. s. angulus. d. e. f. et alius per. 31. primi.

Propositio. 7.



Ifuerint duo trianguli quorum unus angulus unus vni angulo alterius equalis: duosq. suorum recti quorum angulorum lateribus proportionalibus contenti: duorum vero demum reliquorum uterq. aut neuter recto angulo minor necesse est illos duos triangulos omnibus suis angulis inter se invicem equiangulos esse.





¶ Sint duo trianguli. a. b. c. d. e. f. itaq. angulus. a. equalis angulo. d. & p. portio. a. c. ad. d. f. sicut. c. b. ad. f. e. & uterq. duorum angulorū. b. &. e. aut neuter sit minor recto: dico eos esse equiangulos. ¶ Si enim angulus. c. unius est equalis angulo. f. alterius: patet propositū per premisam. ¶ Si autem sit. c. maior sitq. angulus. a. c. g. equalis eidem: eritq. per. 32. primi triangulus. a. g. c. equiangulus triangulo. d. e. f. quare per quartam huius proportio. a. c. ad. d. f. sicut. g. c. ad. e. f. sed sic fuit. b. c. ad. e. f. ergo per. 9. quinti. g. c. & b. c. sunt equales. ¶ Ergo p. quintam primi angulus. b. est equalis angulo. b. g. c. ¶ Si ergo neuter duorum angulorum. b. & e. fuerit minor recto: accidet duos angulos unius trianguli non esse minores duobus rectis: quod est non pot. p. 32. & 12. primi. ¶ Quod si uterq. fuerit minor recto: erit angulus. a. g. c. maior recto per. 32. primi quare & angulus. c. sibi equalis est etiam recto maiori quod est contra yptobe. ¶ Quare destitit & opposito remanet propositū. ¶ Oportet aut utrumq. angulorum reliquorum aut neutrum esse minorem recto. ¶ Possibile enim est in eodem triangulo ut in triangulo. a. b. c. lineam. g. c. esse equalem. b. c. & ideo erit a. c. ad. utraq. earum una proportio per. 2. quinti. Nec tñ erunt trianguli a. g. c. & a. b. c. equianguli: quia unus angulus unius sit equalis uni angulo alterius: immo idem ut angulus. a. & proportio lineae. a. c. put est latus magni ad. a. c. prout est latus parvi sicut. b. c. latus magni ad. g. c. latus parvi utraq. enim equalis. ¶ Et hoc est p. hoc q. angulus. g. minoris est maior recto: & angulus. b. maioris minor. Nam in omni triangulo duum equalium laterum uterq. angulorum qui sunt ad basim est minor recto.

Castigator.

¶ Quamvis ibi dicatur possibile enim est in eodem triangulo &c. Imaginatur primo formatus triangulus duū equalium laterum. b. c. g. Demū protrahit latere. b. g. quantum libuerit. ut ad. a. deinde protrahit lineam. a. c. a pūcto ad punctum. Imaginantur duo trianguli unus magnus. a. b. c. & alius parvus. a. g. c. qui suprapositus magno imaginatur & ab eo abscindit triangulum illum duum equalium laterum. s. b. c. g. prout in illis duobus explicite positus apparet &c. Et hec pro septima huius dicta sunt.

Propositio. 8.

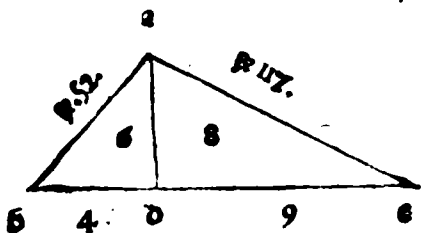


¶ ab orthogoni angulo recto ad basim linea perpendicularis ducatur. sicut duo trianguli partiales toti triangulo & sibi invicem similes. Unde etiā manifestum est q. in omni triangulo rectangulo si ab eius angulo recto ad absum perpendicularis ducatur erit ipsa perpendicularis inter duas sectiones ipsius basis proportionalis. Itemq. utrumq. latus inter totam basim atq. sibi contemneralem basis portionem.

¶ Sit trigonus. a. b. c. orthogonus cuiusq. angulus. a. rectus a quo ducatur. a. d. perpendicularis ad basim. dico q. uterq. duorum triangulorum partialium qui sunt. a. b. d. a. d. c. similis est totali triangulo. a. b. c. & unus eorum alteri. ¶ Est enim uterq. ipsorū equiangulus totali per. 32. primi. eo q. uterq. est orthogonus & in uno angulo comunicant cum totali: quare & sibi invicem sunt equianguli. ¶ Itaq. angulus. b. est equalis angulo. d. a. c. & angulus. b. a. d. angulo. c. & duo anguli qui sunt ad. d. sibi invicem & angulo. a. totali equales: quare per. 4. huius latera equos eorum angulos respicientia sunt proportionalia: ergo per diffinitionem sunt similes: quod est propositum. ¶ Vtrumq. correla. ex his evidenter apparet.

Castigator.

¶ Nota propter dictum superius in fine expositionis octave huius. ubi per. 4. concluduntur latera illoꝝ triangulorum equos angulos respicientia esse proportionalia. Et ex hoc per diffinitionem similitudinis superficiez illos triangulos esse similes &c. Diffinitio illa nō dicit q. latera equos angulos respicientia sint proportionalia: sed q. latera equos angulos contentientia sunt proportionalia: ubi patet & sic videtur indebite concludi.



intendum. ¶ Quapropter aduenit qd idem est in triangulis dicere latera equos angulos respicientia esse proportionalia: & equos angulos continetia esse proportionalia: quod in istis duobus triangulis apparet. uidelicet a. b. c. & d. e. f. dato qd sint equanguli. uidelicet qd angulus a. equetur angulo d. b. angulo e. & c. angulo f. nam latera d. e. ad a. b. que respiciunt angulos o. & f. sunt in pportione latera d. f. ad a. c. que etia respiciunt equos angulos b. & e. & per consequens istamet latera sunt coniunctia equos angulos uidelicet a. & d. & f. c. arguas de reliquis & c. Et adeo postea per diffinitionem & c.

Propositio .9.



Elabns lineis propositis tertiam inter eas sub pportionalitate continua collocare.

¶ Sint due linee propositae. a. b. & c. iter quas uolo tertiam lineam in pportionalitate continua collocare. Ad istam gammam earum alteri sitq. nota ix cis coposita. a. d. itaq. b. d. sit equale. c. & super totam describo semicirculum a. e. d. & produco. c. b. usq. ad circumferentiam perpendicularem ad lineam a. d. dico lineam. b. e. esse quam querimus. ¶ Produco enim lineas. c. a. & e. d. eritq. per 30. tertii angulus. e. totalis reffus: quare per prima partem: correl. premisse pportio. a. b. ad b. e. sicut. b. e. ad b. d. quod est ppositum.

Propositio .10.



Elabns lineis datis tertiam eis in continua pportionalitate subiungere

¶ Sint due linee propositae. a. b. & c. quibus uolo tertiam in continua pportionalitate subiungere: coniungo lineam. c. angulariter ut contingit cum linea. a. b. sitq. a. d. sibi equalis: & produco lineam. a. b. usq. ad e. donec fiat b. e. equalis a. d. & protracta linea. b. d. a puncto. e. duco lineam sibi equidistantem qua lineam. a. d. produco quousq. concurrant in puncto. f. dico igitur lineam. d. f. esse quam querimus. ¶ Est enim per secundam huius pportio. a. b. ad b. e. sicut. a. d. ad d. f. sed a. b. ad b. e. est sicut. a. b. ad a. d. per .1. partem. 7. quinti: quare. a. b. ad a. d. sicut. a. d. ad d. f. quod est ppositum. ¶ Quod si propositis tribus lineis uelimus inuenire quartam ad quam sit pportio tertie sicut prime ad secundam: ex prima & secunda fiat linea una & toti compositae tertiae angulariter adiungatur & a communi termino prime & secunde ducatur linea ad extremitatem tertie: & ab altero termino secunde ducatur huic lineae equidistans: quousq. concurrat cum tertia in continuum rectumq. protracta: eritq. per secundam huius linea qua haec equidistans abscondet que queritur: quoadmodum si in hac figura fuerit prima. a. b. secunda. b. e. tertia. a. d. erit quarta. d. f.

Castigator.

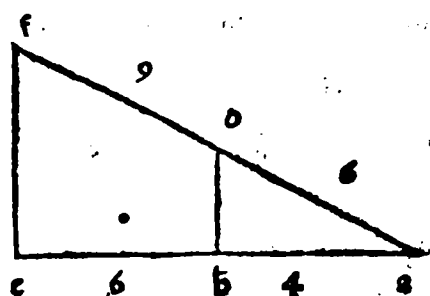
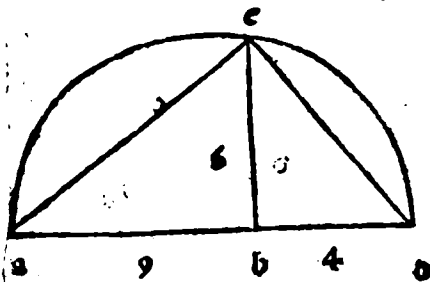
¶ C. d. current. n. per rationes supra in tertia huius adductis. b. ¶ Quia n. non dicat sub continua pportio. subiungere: tñ indifferenter habet locum ad infinitas: quia inuenta quarta ad tertiam: tunc prima dimissa inuenitur quinta ad quartam & sexta ad quintam & c. dimittendo semper priorem tres subsequentes retinendo. & tunc operando per 30. sequitur intendum: ut patet.

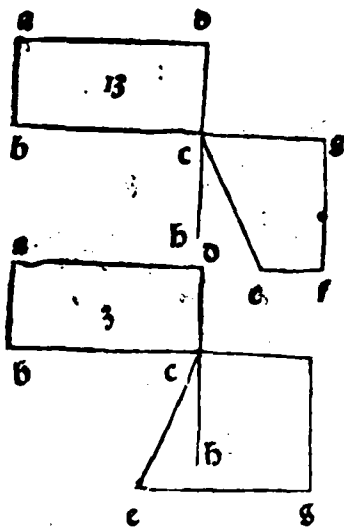
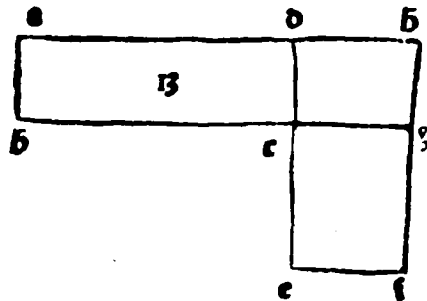
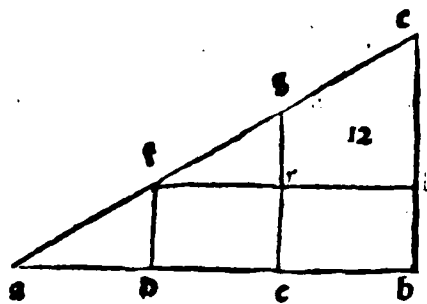
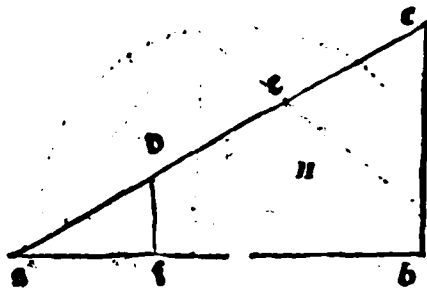
Propositio .11.



Assignata linea quotamcumq. inbeatis partem abscondere.

¶ Sit. a. b. linea assignata ab ea uolo aliquotam partem utpote tertiam abscondere. ¶ Coniungo ei angulariter: ut contingit lineam indefinite quantitatit que sit. a. c. a qua refeco tres equas portiones. que sint. a. d. d. e. & e. c. & produco lineas. c. b. & d. f. sibi equidistantes. dico. a. f. esse tertiam. a. b. est enim per secundam huius pportio. c. d. ad d. a. sicut. b. f. ad f. a. quare coniunctim. c. a. ad d. a. sicut. b. a. ad f. a. cum igitur. c. a. sit tripla. ad d. a. patet. a. f. esse tertiam. a. b. quod est ppositum.





Propositio 12.



Elabue lineis propositis altera indituta altera per partes diuisa: inditutam quidem ad modum diuile diuidere.

¶ Sint due linee quas angulariter ut contingeret coniungam. a. b. & a. c. sitq. a. b. diuisa in tres uel qualescunq. portiones signatis in ea punctis. d. e. & a. c. uolo secundum easde portiones diuidere lineam. a. c. ¶ Cum igitur ipsas angulariter coniungam. protraham lineam. b. c. & equidistantes d. d. e. e. g. dico istas equidistantes diuidere lineam. a. c. in partes proportionales partibus. a. b. ¶ Protraham enim. f. h. equidistantem. a. b. que fecit. e. g. in puncto. k. eritq. p secundam huius proportio. g. f. ad. f. a. sicut. e. d. ad. d. a. & c. g. ad. g. f. sicut. b. k. ad. k. f. quare & sicut. b. c. ad. c. d. per. 14. primi & secundam partem. 7. quinti quod est propositum. ¶ Oportet autem secundam huius totius retere quor erunt partes linee. a. b. minus una. At uero. 14. primi & septimam quinti minus duabus.

Propositio 13.



I duo superficies equidistantium laterum quarum unus angulus unus uni angulo alterius e qualis: equales fuerint latera duos equos angulos continetia mutekesia esse. Si vero latera duos equos angulos continetia mutekesia fuerint duas superficies equales esse necesse est.

¶ Sint due superficies. a. b. c. d. & e. f. g. equidistantium laterum & equales. sitq. angulus. c. unius equalis angulo. c. alterius. dico proportioem. b. c. ad. c. g. esse sicut. e. c. ad. c. d. ¶ Si proportio. b. c. ad. c. g. fuerit sicut. e. c. ad. c. d. & predicti anguli fuerint adhuc equales dico illas duas superficies equidistantium laterum esse equales. ¶ Coniungam enim eas angulariter ut delictet angulum. c. unius cum angulo. c. alterius. ita q. duo latera earum que sunt. b. c. & c. g. fiant linea una: eruntq. similiter duo reliqua latera. d. c. & e. f. linea una. (alioquin sequeretur per presentem ypothe. que est angulum. c. unius esse equalem angulo. c. alterius. & per. 15. primi: parte esse equalem toti): complebo itaq. superficiem equidistantium laterum pro ductis lineis. a. d. & f. g. quousq. concurrant in. h. eritq. per primam partem. 7. quinti utriusq. superfici. a. c. & e. f. ad superficiem. c. h. proportio una: & quia per primam huius proportio superfici. a. c. ad. superficiem. c. h. sicut. linee. b. c. ad. lineam. c. g. & superfici. e. f. ad eandem superficiem. c. h. sicut. e. c. ad. c. d. manifesta est prima pars propositae conclusionis. ¶ Secunda pars sic patet: per primam. n. huius est pportio. b. c. ad. c. g. sicut. a. c. ad. c. h. & e. c. ad. c. d. sicut. e. f. ad eandem. c. h. & quia positum est q. proportio. b. c. est ad. c. g. sicut. e. c. ad. c. d. erit utriusq. duar. superficiarum. a. c. & e. f. ad superficiem. c. h. una proportio: ergo per primam partem. 9. quinti. a. c. est equalis. c. f. sitq. patet secunda pars.

Castigator.

¶ Quia si. d. c. & e. f. non sunt linea una: tunc continuabo. d. c. usq. ad. h. in utraq. dispositione aduersarii: & semper per. 15. primi in qualibet anguli contra se positi erunt equales. s. angulus. c. uniusq. & p ypothe. & dictus angulus maior aut minor contraposito equal angulo. c. superfici. a. b. c. d. & ideo p. toti quod e impossibile p coceptione. b. ¶ Cōcurrēt. n. quia si imaginatur trahi linea. d. g. fient duo anguli ex parte. h. minores duobus rectis. & ideo per. 4. petitionem concurrent & in. h.

Propositio 14.



I duo trianguli quor. unus angulus unus uni angulo alterius equalis equales fuerint: latera duos angulos equos continetia erunt mutekesia. Si vero latera duos equos angulos continetia fuerint mutekesia duo trianguli equales esse comprobantur.

¶ Sint duo trianguli. a. b. c. d. e. equalis sitq. angulus. c. unius equalis angulo. c. alterius dico proportionem. a. c. ad. c. e. esse sicut. d. c. ad. c. b. ¶ Si fuerit proportio. a. c. ad. c. e. sicut. d. c. ad. c. b. ¶ Si dicti anguli fuerint ad huc equaliter dico illos duos triangulos esse equales. ¶ Coniungam enim eos angulariter ita q. latera. a. c. ¶ c. e. fiant linea una. cruntq. similiter. b. c. ¶ c. d. linea una. (aliter sequeretur partem esse equalem toti. per. 15. pmi) ¶ Et protraham lineam. b. e. eritq. per primam partem. 2. quinti utriusq. dictorum triangulorum ad triangulum. c. b. e. proportio una: ¶ quia per primam huius primi eorum ad ipsum est sicut a. c. ad. c. e. ¶ secundi eorum ad eundem sicut. d. c. ad. c. b. manifesta est prima pars propositae conclusionis. ¶ Secunda pars e converso probatur. quia. a. c. ad. c. e. est sicut primi trianguli ad triangulum. b. c. e. ¶ d. c. ad. c. b. sicut secundi ad eundem per primam huius ¶ quia possumus esse sit. a. c. ad. c. e. sicut. d. c. ad. c. b. erit utriusq. dictorum triangulorum ad triangulum. b. c. e. una proportio: quare per primam partem. 9. quinti ipsi sunt equales. sitq. patet eadem pars.

Propositio .15.



¶ Si fuerint quatuor linee proportionales quod sub prima et ultima rectangulum continetur: equum erit ei quod sub duabus reliquis. Si vero quod sub prima et ultima continetur equum fuerit ei quod sub duabus reliquis continetur rectangulum: quatuor lineas proportionales esse convenit.

¶ Sint quatuor linee. a. b. c. d. proportionales: Sitq. proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico q. superficies contenta sub. a. ¶ c. d. equalis est superficiem contentam sub. b. ¶ c. ¶ Et si superficies contenta sub. a. ¶ c. d. est equalis superficiem contentam sub. b. ¶ c. dico q. proportio. a. ad. b. est sicut. c. ad. d.

¶ Fiant enim si superficies contenta sub. a. ¶ c. d. ¶ superficies contenta sub. b. ¶ c. Si ergo est proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. latera illarum superficierum erunt mutuelesia: sed ¶ anguli ab eis contenti equales: quia utraq. est rectorum angulorum: quare per secundam partem. 13. huius ipse sunt equales quod est primum. ¶ Secundum patet per primam partem eiusdem. si enim ipse sunt equales. quia omnes anguli earum sunt recti: latera earum erunt mutuelesia: quare proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. quod est secundum.

Propositio .16.



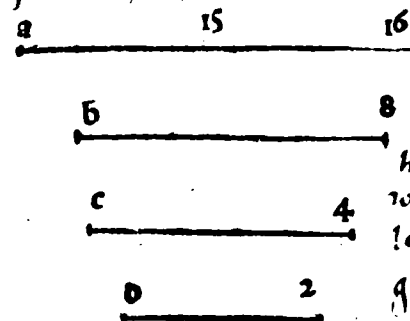
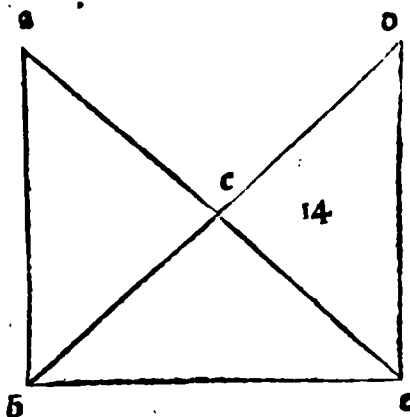
¶ Si fuerint tres linee proportionales quod sub prima et tertia rectangulum continetur: equum erit ei quod a secunda quadrato describitur. Si vero quod sub prima et tertia continetur equum est ei quadrato quod a secunda producit: ipse tres linee proportionales erunt.

¶ Sit proportio linee. a. ad. lineam. b. sicut linee. b. ad. lineam. c. dico q. superficies contenta sub. a. ¶ c. equalis est quadrato. b. ¶ Si superficies contenta sub. a. ¶ c. est equalis quadrato. b. dico q. proportio. a. ad. b. est sicut b. ad. c. ¶ Hoc autem est evidens per precedentem posita alia linea que sit equalis. b. ita q. b. sit in ratione secunde ¶ tertie.

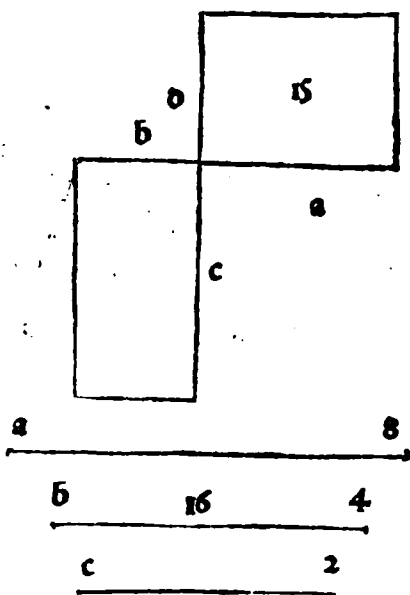
Propositio .17.



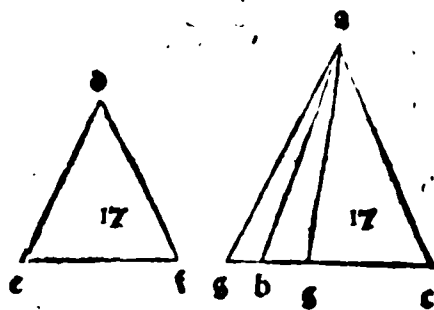
¶ Si fuerint duo trianguli similes proportio alterius ad alterum est tanq. proportio cuiuslibet sui lateris ad suum relativum latus alterius duplicata. Manifestum etiam ex hoc quia omnium trium linearum continue proportionalium quanta est prima ad tertiam tanta erit superficies constituta super



hec in arithmetica e' requirita huius si habes 3. numeros proportionales. Si huius quatuor inde qd sit ex dictu 2. in tertiu que numeru divide per primum numerus qd ostendit tibi sum numeru

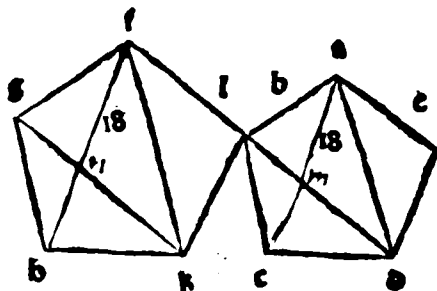


primam ad superficiem constitutam super secundam: cui fuerit ei similis in lincatione & creatione.



¶ Sine duo trianguli. a. b. c. & d. e. f. similes eruntq; per diffinitionem equi anguli & laterum proportionalium. Sit ergo angulus. a. equalis angulo d. & angulus. b. angulo. e. & angulus. c. angulo. f. ¶ Eruntq; proportio. a. b. ad. d. e. & a. c. ad. d. f. sicut. b. c. ad. e. f. ¶ Dico q; proportio trianguli. a. b. c. ad triangulum. d. e. f. est sicut proportio. b. c. ad. e. f. duplicata. ¶ Subiungatur enim secundum doctrinam. 10. huius duabus lineis. b. c. & e. f. tertia in continua proportionalitate que sit. c. g. protracta aut resecata. c. b. sicut. g. fuerit ea maior aut minor. ¶ Et producat lineam. g. a. eritq; per secundam partem. 14. huius triangulus. a. g. c. equalis triangulo. d. e. f. propter id quod proportio. a. c. ad. d. f. est sicut. e. f. ad. c. g. & angulus. c. equalis angulo. f. ¶ Quare per secundam partem. 2. quinti trianguli. a. b. c. ad utrumq; illorum erit una proportio. ¶ Sed per primam huius proportio trianguli. a. b. c. ad triangulum. a. g. c. est sicut. b. c. ad. g. c. At uero proportio. b. c. ad. c. g. sicut. b. c. ad. e. f. duplicata per 10. descriptionem quinti: ergo proportio trianguli. a. b. c. ad triangulum. d. e. f. est sicut proportio. b. c. ad. e. f. duplicata: quod est propositum. ¶ Si autem. c. g. sit equalis. b. c. erit per secundam partem 14. huius triangulus. a. b. c. equalis triangulo. d. e. f. equalis autem proportio componitur ex equali duplicata uel triplicata uel quocumque sumpta. ¶ Iam eandem passionem possemus eodem modo & per eadem media demonstrare de superficiebus equidistantium laterum similibus sumpta solum. 13. presentis loco. 14. Non demonstrat autem eam: quia per sequentem demonstratur universaliter de omnibus superficiebus similibus. Quare per correl. q; universaliter proponitur de omnibus superficiebus similibus nondum patet nisi de triangulis: sed demonstrata sequente patet erit de omnibus. Posuit autem ipsum hic & non in sequente quia est correl. huius: non autem sequentis: ex modo enim demonstrationis huius sua ueritas manifestata est non ex modo illius.

Propositio .18.



Pentones due superficies similes multiangule sunt diuisibiles in triangulos similes atq; numero equales. Et hoc proportio alterius earum ad alteram sicut cuiuslibet sui lateris ad suum relativum latus alterius proportio duplicata.

¶ Sint gratia exempli duo pentagoni. a. c. d. f. h. k. sumpti. dico q; ipsi sunt diuisibiles in triangulos similes numero equales: & q; proportio alterius eorum ad alterum est sicut. a. b. ad. f. g. proportio duplicata. ¶ Ducantur enim lineae duae. a. c. & a. d. itemq; f. h. & f. k. eruntq; per presentem hypothese. & per 6. huius triangulus. a. b. c. equiangularis triangulo. f. g. h. & triangulus. a. c. d. triangulo. f. h. k. ¶ Similiter quoq; per hanc communem scientiam. Si ab equalibus equalia demas que re. equa. sunt: erit triangulus. a. c. d. equiangularis triangulo. f. h. k. Nam ipsi pentagoni positi sunt equianguli & laterum proportionalium. ¶ Et quia trianguli in quos diuiduntur sunt adinvicem equianguli: ut probatum est: erunt etiam & similes per. 4. huius & diffinitionem similitudinis superficiebus: quare cum ipsi sint numero equales patet primum. ¶ Secundum sic protrahatur. b. d. que secet. a. c. in puncto. m. & g. k. que secet. f. h. in puncto. n. eritq; triangulus. b. c. d. equiangularis triangulo. g. h. k. per. 6. huius & presentem hypothese. quare & triangulus. a. b. m. triangulo. f. g. n. & a. m. d. f. n. k. ergo per. 4. huius proportio. b. m. ad. g. n. est sicut. a. m. ad. f. n. & a. m. ad. f. n. sicut. m. d. ad. n. k. quare per. 11. quinti. b. m. ad. g. n. sicut. m. d. ad. n. k. ergo permutatim. b. m. ad. m. d. sicut. g. n. ad. n. k. sed per primam huius. a. b. m. ad. a. m. d. & b. c. m. d. c. ad. d. f. sicut. b. m. ad. m. d. ¶ Et per eandem. f. g. n. ad. f. n. k. & g. h. k. ad. h. n. k. sicut. g. n. ad. n. k. ergo per. 13. quinti. a. b. c.

ad a.c.d. sicut f.g.h. ad f.h.k. quare permutatum a.b.c. ad f.g.h. sicut a.c.d. ad f.h.k. ¶ Eadem ratione probabis qd f. sicut a.c.d. ad f.h.k. ergo per. 13. quinti totius pentagoni ad totum pentagonum: sicut a.b.c. ad f.g.h. ¶ Per premisam igitur est proportio pentagoni a.c.d. ad pentagonum f.g.h. sicut proportio a.b. ad f.g. duplicata: quod est positum. ¶ Ex quo rursus patet correl. precedentis. ¶ Aliter potest demonstrari secundum. ¶ Cum enim trianguli in quos pentagoni diuiduntur sint adinuicem similes: per precedentem proportio a.b.c. ad f.g.h. sicut b.c. ad g.h. duplicata. ¶ Et a.c.d. ad f.h.k. sicut c.d. ad h.k. duplicata. ¶ Et a.c.d. ad f.h.k. sicut d.e. ad k.l. duplicata. ¶ Quia igitur omnes hec proportionnes duplicatae sunt equales propter hoc quod positum est simplas et equales eris per. 9. quinti totius pentagoni ad totum pentagonum sicut lateris unius ad suum relatum: latus alterius proportio duplicata.

Castigator.

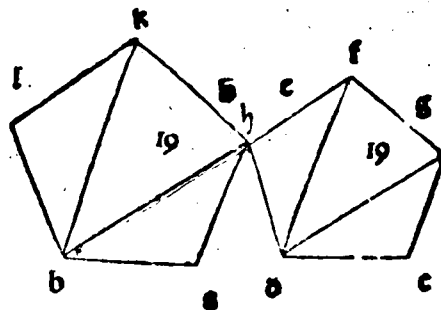
¶ Quia positi sunt pentagoni similes: et ideo equianguli per definitionem similium superficierum: et sic trianguli a.b.c. f.g.h. sunt equianguli per. 6. huius: quoniam angulus b. unius est equalis angulo g. alterius cum sint anguli propositorum pentagonorum integrorum: ut patet et latera illos continentia sunt inter se proportionalia: per hypothe. pentagonorum similium etc. Et ideo per. 6. huius etc. ¶ Ex ista et prima huius notatur mirabile uisum uidelicet quocumq. quadrilatero dato protractis in eo duabus diametris resoluetur in quatuor triangulos adinuicem proportionales: ut in duobus quadrilateris propositis pentagonorum apparet uidelicet a.b.c.d. f.g.h.k. Nam triangulus a.b.m. ad triangulum a.m.d. est sicut basis b.m. ad basim m.d. per primam huius etc. b.c.m. ad c.m.d. etiam ut b.m. ad m.d. et ideo proportionales. Item a.b.m. ad b.c.m. sicut a.m. ad m.c. per eandem etiam c.d.m. ad a.m. d. sicut c.m. ad m.a. et conuersa: et sic quocumq. uoluantur semper sunt proportionales: quoniam bases semper hec eodem modo dicetur de triangulis quadrilateri f.g.h.k. et omnium aliorum etc. ¶ Sed in his uocibus que nulla inequalitate discordant: nulla omnino consonantia est et enim consonantia est dissimilium inter se uocum in unum redacta concordia: hec Boe. tertio capim. primi musice etc. 31.

Propositio .19.



Supra datam lineam date superficiei similem superficem describere.

¶ Sit data linea a.b. supra quam uolo constitutere superficem similem date superficiei que sit pentagona et sit c.d.e.f.g. ¶ Diuido hunc pentagonum in triangulos ductis lineis d.f. et d.g. et super punctum a. constituo angulum equalem angulo c. ducta linea a. b. et super punctum b. constituo alium angulum: qui sit a.b.h. equalem angulo c.d.g. protracta linea b. h. quousq. concurrat cum a. h. in puncto h. eritq. per. 31. primi angulus a.b.h. equalis angulo c.g.d. et ideo per. 4. huius latera duorum triangulorum g.c.d. et h.a.b. proportionalia. ¶ Facio quoq. angulum h.b.k. ducta linea b.k. equalē angulo g.d.f. et angulum k.b.l. ducta linea b.l. equalē angulo f.d.e. et angulum b.h.k. ducta linea b.k. equalē angulo d.g.f. et angulum b.k.l. ducta linea k.l. equalē angulo d.f.e. eritq. perfectus pentagonus qui constituendus erat si per lineam a. b. ¶ Est n. equiangulus dato pentagono propter equalitatem angulorum triangulorum in quos est uterq. diuisus. ¶ Sed et laterum proportionalium propter proportionalitatem laterum ipsorum triangulorum que ex quarta huius euidenter apparent: quare per definitionem similium superficiei



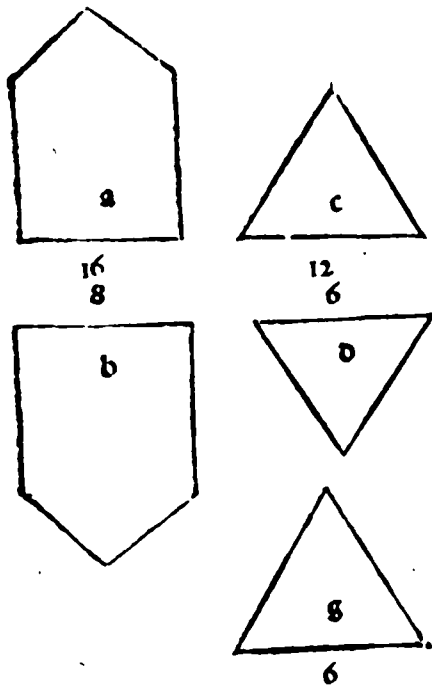
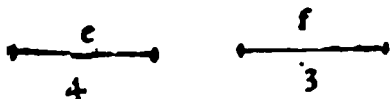
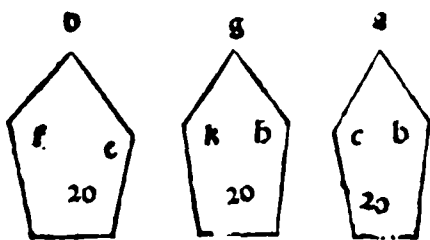
ram pentagonus constituitur super lineam .a.b. est similis pentagono dato quod est propositum.

Propositio .20.



Si fuerint viii superficies similes quilibet superficies sibi inuicem similes esse necesse est.

¶ Sit uterq; pentagonorum .a.b.c.d.e.f. similis pentagono .g.h.k.dico eos esse similes sibi inuicem. ¶ Est enim uterq; eorum equiangularis pentagono .g.h.k. per conversionem diffinitionis similium superficialium: quare sunt equi anguli adinuicem. ¶ Similiter quoq; per conversionem eiusdem diffinitionis proportio .a.b.ad.g.h.sicut .a.c.ad.g.k. ¶ Et .g.h.ad.d.e.sicut .g.k.ad.d.f. ¶ Ergo per equam proportionalitatem .a.b.ad.d.e.sicut .a.c.ad.d.f. ¶ Eodem modo probabis reliqua latera pentagonorum .a.b.c.d.e.f. continentia equos angulos esse proportionalia: per diffinitionem itaq; similium superficialium ipsi sunt similes adinuicem: quod est propositum.



Propositio .21.



Si fuerint quotlibet linee proportionales atq; superficies binas z binas similes superficies designentur: ipse quoq; superficies erunt proportionales. Si vero super binas z binas similes superficies constitutae fuerint proportionales: ipsas quoq; lineas proportionales esse necesse est.

¶ Sint quatuor linee proportionales .a.b.c.d. sitq; proportio .a.ad.b.sicut .c.ad.d.dico q; si superficies similes constituantur super .a.f.b. utpote duo pentagoni similes et alie similes constituantur super .c.f.d. utpote duo trianguli similes: erit proportio pentagonorum sicut triangulorum. ¶ Qd si fuerint pentagoni similes: et similiter etiam trianguli similes: fueritq; proportio pentagoni ad pentagonum: sicut trianguli ad triangulum: dico q; erit proportio .a.ad.b.sicut .c.ad.d. ¶ Subiungatur enim lineis .a.f.b.e.f. lineis .c.f.d.f. in continua proportionalitate: sicut docet .10. huius. eritq; per .12. quinti et per equam proportionalitatem .a.ad.e.sicut .c.ad.f. ¶ Quia ergo per correl. 17. huius proportio pentagonorum: est sicut .a.ad.e. et triangulorum sicut .c.ad.f. erit proportio pentagonorum sicut triangulorum: et hoc est primum. ¶ Secundum sic patet. Sint duo pentagoni similes: et duo trianguli similes: sitq; proportio pentagonorum sicut triangulorum: dico q; proportio .a.ad.b. est sicut .c.ad.d. ¶ Sit enim .c.ad.g. sicut .a.ad.b. (hoc enim qualiter fiat dictum est supra. 10. huius). et super .g. fiat sicut docet .19. huius. superficies similis illi que est constituta super lineam .c. eritq; per premisam similis ei que constituta est super lineam .d. ¶ Eratq; etiam per primam partem huius. 11. que proportio pentagoni .a.ad.pentagonum .b. eadem trianguli .c.ad.triangulum .g. sed eadem erat etiam trianguli .c.ad.triangulum .d. ergo per secundam partem .9. quinti triangulus .d. est equalis triangulo .g. Et quia sunt similes: erit linea .g. equalis lineae .d. per primam partem. 17. huius cum super lineas .c.d.f. sint trianguli: uel per secundam partem .18. cum fuerint que libet alie figure multiangule: equalitas enim non producit ex aliqua proportionem duplicata uel triplicata uel quotieslibet sumpta nisi ex equali. erit itaq; .c.ad.d. sicut .a.ad.b. quod est propositum.

Propositio .22.



Ante superficies equidistantium laterum que circa diametrum consunt toti parallelogramo atq; sibi inuicem sunt similes.

¶ Sit ut in parallelogramo .b.d. cuius diameter .a.c. consistant superficies .g.b.f.k. equidistantium laterum: circa

diametrum. dico eas esse similes toti parallelogramo & sibi inuicē. ¶ Est enim per secundam huius. b. g. ad. g. c. f. d. h. ad. h. c. sicut. a. c. ad. e. c. ergo coniunctim. b. c. ad. c. g. f. d. c. ad. c. h. sicut. a. c. ad. e. c. quare per. ii. qn. ti. b. c. ad. c. g. sicut. d. c. ad. c. h. ¶ Sed etiam sicut. a. b. ad. e. g. cum. a. b. sit equalis d. c. f. e. g. h. c. ¶ Eodem modo erit. a. d. ad. d. h. sicut. a. b. ad. e. g. f. d. c. ad. h. c. ¶ Quia ergo ista parallelograma sunt equiangula constat per definitionem similium superficierum. g. h. esse simile. b. d. ¶ Simili quoque modo probatur. f. k. esse simile eidem: propter hoc q. b. a. ad. a. k. f. d. a. ad. a. f. est sicut. c. a. ad. a. e. per secundam huius & coniunctam proportionalitatem: quare per. 10. huius. f. k. est etiam simile. g. h. sicq. patet totum.

Propositio .23.

In suo spacio parallelogramum partiale distinctum: toti parallelogramo simile. atq. secundū suū illius esse: erit: circa eiusdem diametrum cōstitutū. ¶ Sit ut in parallelogramo. b. d. sit distinctum parallelogramum. f. g. quod sit sibi simile & secundū suū eē. i. p. cipans cum eo in angulo. c. dico q. parallelogramum. f. g. consistit circa diametrum parallelogrami. b. d. ¶ Est hec conuersa prece- dentis. ¶ Producam enim. a. e. c. que si fuerit diameter parallelogrami b. d. constat propositum. Sin autem sit. a. b. c. diameter eius & ducatur. h. k. equidistans. f. c. eritq. per premisam parallelogramum. f. k. simile parallelogramo. b. d. ergo per conuersionem definitionis similium si per- ficiendum proportio. b. c. ad. k. c. est sicut. d. c. ad. f. c. ¶ Sed per eandem con- uersionem dictę definitionis proportio b. c. ad. g. c. est sicut. d. c. ad. f. c. p. per id quod parallelogramum. f. g. positum est simile parallelogramo. b. d. ergo per. 11. quinti proportio. b. c. ad. g. c. est sicut. b. c. ad. k. c. utraq. enim est sicut. d. c. ad. f. c. quare per secundam partem nonę quinti. g. c. ē equalis. k. c. pars uidelicet toti quod est impossibile. Erit igitur. a. e. c. dia- meter parallelogrami. b. d. quod est propositum.

Castigator.

a. ¶ Poterat etiam aduersarius dicere q. esset. a. l. c. uidelicet infra pūctū. e. Et idem ut prius accideret impossibile: sed hac positione. g. c. esset ma- ior. k. c. ut patet.

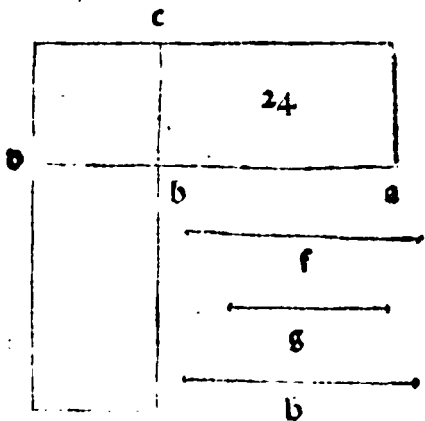
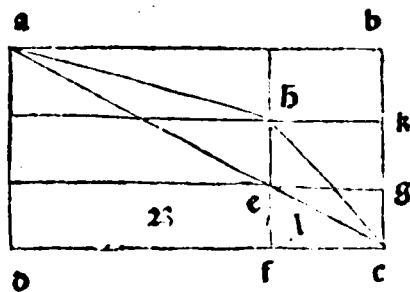
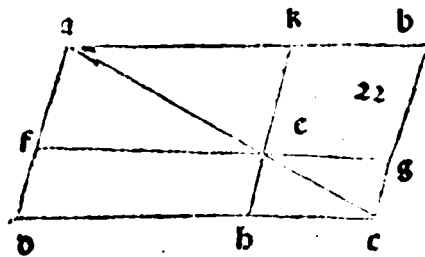
Propositio .24.

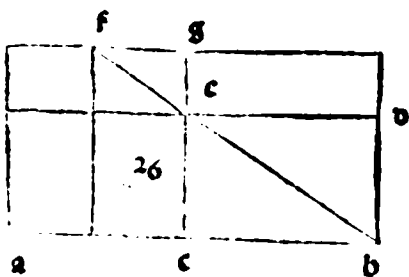
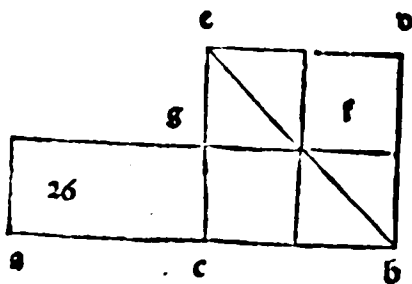
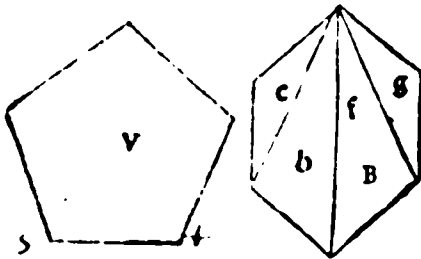
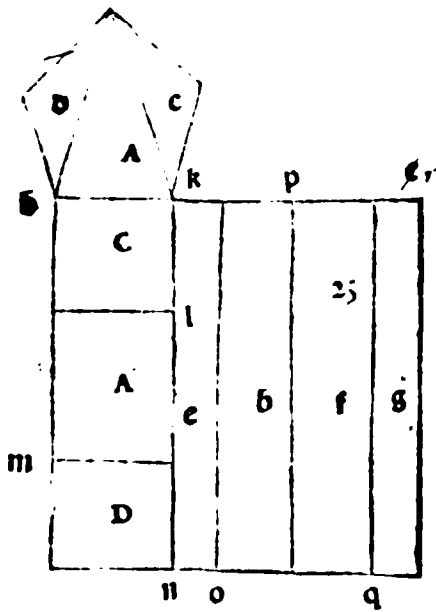
Anium duarum superficierum equidistantium laterum quarum unus angulus unus uni angulo alterius equalis proportio alterius ad alteram est que producit ex duabus proportionibus suarum laterum duos equos angulos continentium.

¶ Sint due superficies equidistantium laterum. a. c. f. e. d. sitq. angulus. b. unius equalis angulo. b. alterius: dico q. proportio unius ad alteram pro- ducta est ex proportionē. a. b. ad. b. d. f. c. b. ad. b. e. ¶ Disponam enim has duas superficies penitus sicut disposui eas in. 13. huius: adiūcto ad utrā q. parallelogramo. c. d. ¶ Et ponam ut proportio lineę. f. ad lineam. g. sit sicut. a. b. ad. b. d. f. g. ad. h. sicut. c. b. ad. b. e. (qualiter enim hoc fiat. di- ctum est supra. 10. huius: eritq. per primam huius: f. 11. quinti. a. c. ad. c. d. sicut. f. ad. g. f. c. d. ad. d. e. sicut. g. ad. h. quare per. 12. quinti erit in equa proportionalitate. a. c. ad. d. e. sicut. f. ad. h. ¶ Quia. f. ad. h. producit ex. f. ad. g. f. g. ad. h. ut dictum est in fine expositionis. n. definitionis quinti. erit ut. a. c. ad. d. e. producat ex eisdem: quare constat propositum.

Castigator.

b. ¶ c. d. a. f. c. e. erunt linea una propter ypothe. in angulis & cā in. 13. superius adductā per. 15. primi. ¶ Ista facit ad. 7. duodecimi. ¶ Nota qua- liter. 10. huius applicetur huic. 24. Nam ibi dicitur q. si tribus lineis pro- positis uelimus quartam inuenire ad quam tertia se habeat sicut pma ad secundam & c. Et ideo in ista dispositione habes tres lineas. primam. f. ad





g. secundā g. ad. b. tertiā sicut. e. b. ad. b. e. que quidem. h. sic. p. 10. inuenta est. qm̄ habes tres alias lineas uidelicet. c. b. primā ad. e. b. secundam. f. g. tertiā cui g. tertiē inuenta est. h. quarta ad quā ipsa. g. tertiā se habet in p. portione: sicut. c. b. prima ad. e. b. secundam ut patet in ista figura ad modū decime predictę disposita.

Propositio .25.

Alte superficies similem alijs proposite equalē designare.



Sint pposite due superficies rectilinee. A. pentagona. B. exagona. uolo facere unam superficiem similem. a. & equalē. b. ¶ Vtranq. propositarū superficiū resoluo in triangulos. ¶ A. quidem in triangulos. c. a. d. ¶ B. uero in triangulos. e. b. f. g. & super basim superficiē. a. que sit. h. k. constituo fm doctrinā 44. primi superficiem equidistantium laterum rectangulam equalē. c. que sit. h. l. ¶ f. l. m. equalē. a. ¶ f. m. n. equalē. d. ut sit tota superficies equidistantium laterum. h. n. constituta super basim. h. k. & equalis pethagono. a. ¶ Eodem modo super lineam. k. n. que est fm latus huius superficiē cōstituo aliam superficiem rectangulā equalē exagono. b. quia facio. k. o. equalē. e. f. o. p. equalē. b. ¶ f. p. q. equalē. f. ¶ q. r. equalē. g. ut sit tota rectangula superficies. n. r. equalis exagono. b. ¶ Et pono per. 9. huius lineam. s. t. proportionalem inter lineam. h. k. & lineam. k. r. & super eā fm doctrinā. 19. huius constituo superficiem. u. similem superficiē i. a. dico ipsam esse quā querimus & equalē superficiē. b. ¶ Cum enim tres linee. b. k. s. t. ¶ k. r. sint continue proportionales. & si per primā & k. cūdam sunt cōstitute superficies similes u. uidelicet. a. ¶ u. erit per correlat. 12. huius. a. ad. u. sicut. h. k. ad. k. r. quare per primam huius sicut. b. n. ad. n. r. ¶ Et ideo p primam partem septime quinti sicut. a. ad. n. r. ¶ Et pp hoc per k. cūdam partem eiusdem sicut. a. ad. b. itaq. p secundam partem. 9. quinti. u. est equalis. b. quod ē ppositū. ¶ Quod etiam possumus ex permutata pportionalitate facile pbare: quia cum sit. a. ad. u. sicut. b. n. ad. n. r. erit permutatim a. ad. b. n. sicut. u. ad. n. r. ¶ Et quia. a. est equalis. h. n. erit. u. equalis. n. r. ¶ q. r. u. est etiam equalis. b. per hanc cōmunem scientiam: quęcumq. uni & ei dem sunt equalia inter se sunt equalia. ¶ Nō est autē necessarium ut superficies. b. l. l. m. ¶ f. m. n. equidistantium laterū equalēs triangulis. c. a. d. aut superficies. k. o. o. p. p. q. ¶ q. r. equalēs triangulis. e. b. f. g. sint rectangule sed ut angulus extrinsecus superficiē. l. m. sit. & qualis angulo intrinseco superficie. l. h. ¶ extrinsecus. m. n. intrinseco. m. l. ¶ Similiter quoq. ut extrinsecus superficie. k. o. sit equalis intrinseco superficie. h. n. ¶ extrinsecus. o. p. intrinseco. k. o. sicq. de ceteris. ¶ Cum enim sic fuerit erit unaquaq. linearū. k. n. & sibi opposita. b. m. itemq. h. r. & sibi opposita. n. q. linea una per ultimam partem. 19. primi: & per 14. eiusdem quotiens oportuerit equaliter repetitas. ¶ Propter id qd̄ oēs superficies. b. l. l. m. ¶ f. m. n. Itemq. k. o. o. p. p. q. ¶ q. r. sunt equidistantiū laterum & angulus extrinsecus cuiusq. sequē tis est equalis intrinseco eā pcedentis: quare due superficies. h. n. ¶ f. n. r. erūt equidistantiū laterū & inter lineas equidistantes & equalis altitudinis. Cetera ergo argue ut prius.

Propositio .26.



Si per dimidiū date linee parallelogramū designatū maius ē eo palellogramo cui date linee applicato deest ad cōpctionē linee simile & super diametrum cōsistens super dimidiū collocati.

Sit data linea. a. b. f. p. cuius dimidiū. c. b. cōstituat parallelogramū. c. d. cuius diameter. b. e. ¶ ad lineā. a. b. applicet parallelogramū. a. f. cuius unū latr fecet. e. c. in pūcto. g. ita q. ad cōplementū totius lineę. a. b. desit superficies. f. b. que sit similis superficie. c. d. & consistēs circa diametrum eius. dico tūc q. parallelogramū. c. d. ē maius parallelogramo. a. f. ¶ Est enim p primā huius. a. g. equalē. g. b. ¶ per. 43. p. mi. c. f. equalē. f. d. ergo p hāc cōm scientiā: si equalibus cōilia addas &c.

erit gnomio constans ex tribus paralellogramis que sunt. c. f. b. f. f. d. e. q. lis paralellogramo. a. f. quare paralellogramū. c. d. ē maius paralellogramo. a. f. in paralellogramo. e. f. q. d. est propositū. ¶ I dē etiā erit si superficies. a. f. fuerit altior superficie. c. d. ut uidere potes in secunda figura in q. etiam per primam huius. a. g. est equale. g. b. demptis itaq. utriq. duobus supplementis superficie. f. b. excedet paralellogramum. c. d. paralellogramum. a. f. in paralellogramo. f. e.

¶ Castigator.

a ¶ Tunc ēt econuerso quia paralellogramo. a. f. linee. a. b. applicato de est ad cōplectionem totius linee paralellogramum f. b. quod quidē ē maius. c. d. super dimidium collocato ē sunt similia ex. 11. huius. q. d. f. b. non consistit super diametrum collocati super dimidiū uidelicet. c. d. imo ipsū. c. d. consistit super diametrum illius. f. b. quod ad cōplementū linee deest ut patet. Et ideo cōclusio ista. 16. uidet sub disūctione intelligi. s. cui date linee applicato ad complectionem linee deest simile paralellogramū consistens super diametrum super dimidium collocati uel super cuius diametrum cōsistit illud sup dimidiū collocatū ut in illa scda figura euidenter apparet in qua. c. d. cōsistit super diametrum. f. b. f. c. q. d. ē cōuerso mō.

¶ Propositio. 27.

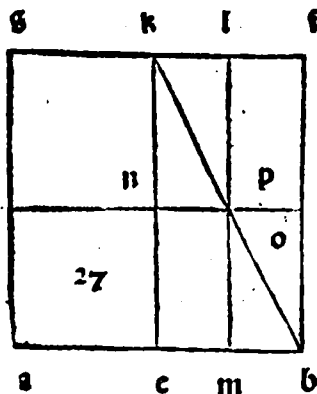
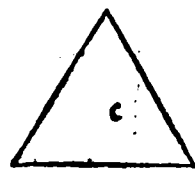


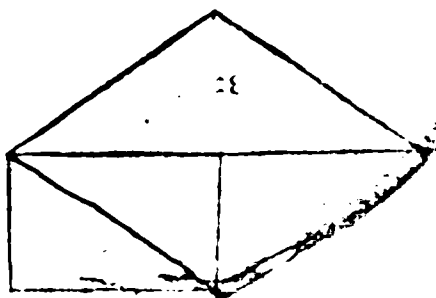
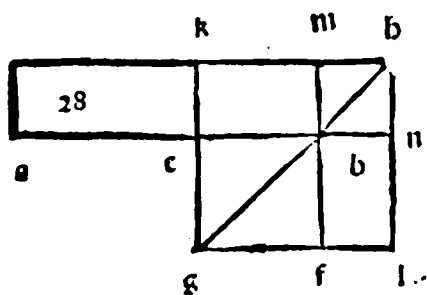
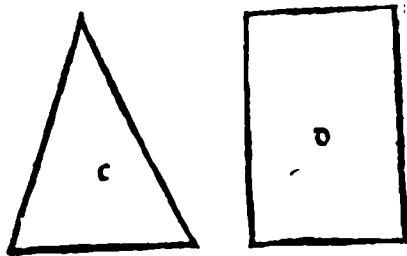
Rilata a superficie p. oposita equum ei super quā libet assignatā lineā paralellogramū designare cui deest ad complendam lineam alij superficie p. opositae simile paralellogramum quod fm eiusdes lineae paralellogramo super dimidium date linee collocato minime minus existat.

¶ Sit assignata linea. a. b. f. propositus triangulus. c. propositumq. paralellogramum. d. uolo super lineā. a. b. designare paralellogramum equale triangulo. c. ita q. deest ad complendam lineam. a. b. paralellogramum simile. d. f. sit ita conditionatum. q. triangulus. c. non sit maior paralellogramo simili. d. collocato super dimidium linee. a. b. alioquin ad impossibile laboraretur per premisam. ¶ Diuido igitur lineam. a. b. per equalia in puncto. e. f. fm doctrinam. 19. huius i super eius medietatem. e. b. constituo paralellogramum. e. f. simile. d. f. complebo super totam lineam. a. b. paralellogramum. b. g. ¶ Quia igitur. c. non est maior paralellogramo. e. f. sed equalis ei aut minor sicut posuimus est. ¶ Si fuerit ei equalis erit paralellogramum. e. g. quale intenditur per. 36. primi coadiuuante prima pte. 9. quintis f. per diffinitionē similitum superficierum f. 10. huius ¶ Si autem minori sit minor in superficie aliqua cui equalis ē similis. d. fiat fm doctrinam. 15. huius que sit. h. critq. h. similis. e. f. per 10. huius. quare per conuersionem diffinitionis equiangulari sibi ē proportionalium laterum. ¶ Protraham igitur in paralellogramo. e. f. diametrum. b. k. f. reijcabo latera. k. f. f. c. k. superficie. e. f. ad mensuram laterum superficie. h. protractis lineis. l. m. f. n. o. equidistantibus lateribus superficie. e. f. secantibus se in puncto. p. ut superficies. k. p. sit equalis f. similis superficie. h. ¶ Erunt per. 23. huius punctum. p. in diametro. k. b. ¶ Protracta itaq. o. n. usq. ad. a. g. dico paralellogramum. a. p. ē quale proponitur. ¶ Deest enim sibi ad complementum linee. a. b. paralellogramū. p. b. q. d. per. 11. f. 10. huius est simile paralellogramo. d. Sed ipm etiam paralellogramum. a. p. est equale triangulo. c. Est enim per primā huius. a. n. equale. n. b. ergo per. 43. primi f. hanc communem scientiam si equalibus equalia addas f. c. paralellogramum. a. p. est equale gnomoni. n. b. l. f. quia iste gnomio est equalis triangulo. c. propter id quod paralellogramum. e. f. posuimus f. ē maius triangulo. c. in paralellogramo b. quod est equale paralellogramo. k. p. patet propositum.

¶ Castigator.

a ¶ Quia premisa ostendit omne paralellogramum collocatum super dimidium date linee esse maius eo cui date linee applicato deest ad com.





plectionem totius linee unum parallelogramum simile illi *sup dimidium* collocato consistens super diuinitu eiusdem. Et ideo in casu si triangulus esset maior parallelogramo simili. d. collocato *sup dimidium* date linee esset impossibile designare unum parallelogramum equale trigono. c. cui applicato date linee deesset unum parallelogramum simile. d. quando parallelogramu deiciens ad complementum lineam esset super diametrum collocatus: quoniam tale est maius illo: Et sic ad impossibile laboraretur. ut patet quoniam semper oportet quod parallelogramu date linee applicatu sit minus illo super dimidium collocato Et non maius. Et c. **¶** Quia p. 36. primi. e. g. equatur. e. f. Et per ypothe. Et triangulus. c. equatur eidem. e. f. cum dicitur si fuerit ei equalis: Et ideo per primam partem. 9. quinti. e. g. ad. e. f. sicut trianguli. c. ad idem. e. f. quia utriusque proportio equalitatis. Et ideo cum utriusque ad idem sit una proportio per dictam. 9. illa duo sunt equalia ut dicitur. e. g. Et triangulus. c. ceteri sequuntur per definitionem. Et. 10. huius.

Proposito 28.



Super datam lineam date superficiem trilateram equam parallelogramum collinere. quod addat super complementum date linee superficiem equidistantium laterum date superficiem equidistantium laterum latezsimiles.

¶ Sit ut prius data linea. a. b. Et datus triangulus. c. datuq parallelogramum. d. uolo super lineam. a. b. constituere parallelogramum equale triangulo. c. quod addat super totam lineam. a. b. parallelogramum simile. d. **¶** Diuido lineam. a. b. per equalia in puncto. e. Et super eius medietatem. e. b. facio. e. f. similem. d. fin quod docet 19. huius. **¶** Et fin doctrinam. 25. huius. facio. k. l. cuius diametrum. g. h. similem. d. Et equalem duabus superficiebus. e. f. Et c. **¶** Erunt. per. 10. huius. k. l. similis. e. f. **¶** Superposita igitur superficie. k. l. superfici. e. f. ita quod ambe comunicent in angulo. g. erit per. 23. huius superficie. e. f. consistens circa diametrum superficie. k. l. quare punctum. b. est in diametro. g. h. **¶** Considerabo igitur parallelogramum. a. b. quod dico esse quale proponitur. **¶** Quod constat praestis linea. f. b. usque. ad. m. Et linea. e. b. usque. ad. n. **¶** Est enim per primam. Et. 36. primi huius. a. k. equale. k. b. Et ideo per. 43. primi est etiam equale. n. f. addito ergo utriusque. e. b. erit per communem scientiam. a. h. equale gnomoni. e. b. f. **¶** Sed iste gnomon est equalis triangulo. c. quia parallelogramum. k. l. positum fuit equale duabus superficiebus. e. f. Et c. ergo parallelogramum. a. b. est equale. e. f. addit ad complementum lineae. a. b. parallelogramum. m. n. quod per. 22. Et. 10. huius est simile parallelogramo. d. quare constat perfectum esse quod uolumus. Possumus autem ad lineam datam adiungere parallelogramum equale non solum trilaterae superficiem posite. sed Et cuilibet rectilineae figure propositae quocumque ipsa fuerit cui desit ad complendam lineam datam superficies similis superficie ei equidistantium laterum propositae: sicut docet praemissa observata conditione eius ne laboretur ad impossibile per ante praemissam. **¶** Vel quod addat ad complendum lineam superficiem equidistantium laterum similem superficie propositae: sicut proponit conclusio praefata. **¶** Propositum enim superficiem cui equale parallelogramum debet ad lineam datam adiungi quod addat aut diminuat ad complectionem lineae parallelogramum simile parallelogramo dato: resoluerimus in triangulos. Et ipsis mediantibus describemus superficiem equidistantium laterum totam superficiem propositae equalem. **¶** Hoc autem qualiter fiat si scire uolueris. require. 25. huius. **¶** Tunc si per. 4. primi basis eius equalis altitudinis triangulum constituemus quem si. 44. primi diligenter inspexeris parallelogramo prius designato inuenies esse equalem quare Et superficie propositae. **¶** Huic ergo triangulo si equale parallelogramum ad lineam datam adiunxeris quod addat ad complementum lineae aut minuat parallelogramum simile parallelogramo dato secundum quod docet bec Et praemissa: quod propositum erat te perficere non dubites.

Propositio. 29.



¶ In quolibet lineam propositam secundum proportionem habentem medium. duosque extrema secare.

¶ Sit proposita linea. a. b. quod uolo diuidere secundum proportionem habentem medium et duo extrema. ¶ Ex ipsa describo quadratum. b. c. f. d. eius. latus. a. c. adiungo secundum quod docet premissa parallelogrammum. e. d. equale quadrato. b. c. q. addat ad complementum linee. a. c. parallelogrammum. a. d. q. sit simile. b. c. ¶ Sitq. latus parallelogrammi. e. d. quod equidistat. a. c. d. ¶ Et fecerit lineam. a. b. in puncto. f. dico lineam. a. b. esse diuisam in puncto f. sicut proponitur. ¶ Est enim. a. d. quadratum propter id quod est simile. b. c. ¶ Quare. a. f. est equale. f. d. ¶ Sed f. f. e. est equalis. a. b. propter id quod est equalis. a. c. per. 34. primi. ¶ Et quia. c. d. est equale. b. c. dempto utrinque. c. f. erit. a. d. equale. e. b. et angulus. f. unus angulo. f. alterius ergo p. 13. huius latera sunt mutue res. ¶ Ergo. e. f. ad. f. d. sicut. a. f. ad. f. b. ¶ Et quia. e. f. est equalis. a. b. et f. d. a. f. erit. a. b. ad. a. f. sicut. a. f. ad. f. b. ¶ Ergo per diffinitionem est diuisa ut proponitur. ¶ Idem etiam potest demonstrari ex. 11. secundi. ¶ Diuidatur enim. a. b. in puncto. f. secundum quod docet. 11. secundis sitq. e. b. quod continetur sub tota. a. b. et eius parte. f. b. ita q. f. e. sit equalis. a. b. et a. d. sit quadratum. a. f. ¶ Est itaq. per predictam. 11. secundi. e. b. equale. a. d. ¶ Quod restat arguere ut prius per. 13. huius. ¶ Vel sic cum. a. b. sit diuisa in puncto. f. secundum quod docet. 11. secundi. quod sit ex. a. b. prima in. f. b. tertiam est equale quadrato. a. f. secundum de. ergo per secundam partem. 16. huius proportio. a. b. prime ad. a. f. secundam est sicut. a. f. secunde ad. f. b. tertiam per diffinitionem itaq. diuisa est. a. b. ut proponitur. ¶ Castigator.

¶ Idem ostendit. 11. secundi sub aliis uerbis. ¶ Unum ex correlariis. 16. non in numeris et. 6. tertii decimi indifferenter in linea et numero et in. 10. quarti decimi ualde ab omnibus philosophis commendatur talis diuisio.

Propositio 30.



¶ Si fuerint duo trianguli super eundem angulum constituti quorum duo latera angulum illum continentia duobus alijs eorum lateribus equidistant. fuerintque illa quatuor latera secundum equidistantiam relata proportionalia. illos duos triangulos super eandem lineam rectam constitutos esse necesse est.

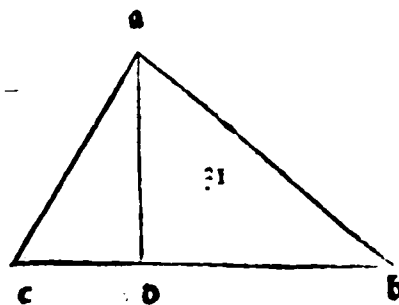
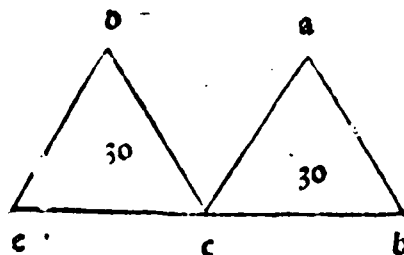
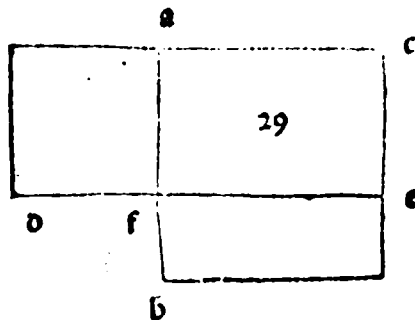
¶ Sint duo trianguli. a. b. c. d. c. e. constituti super angulum. a. c. d. sitq. a. c. equidistans. d. e. et d. c. a. b. et sit proportio. a. c. ad. d. e. sicut. a. b. ad. d. c. dico q. due bases eorum. b. c. et c. e. sunt linea una. ¶ Est enim angulus. a. equalis angulo. d. quia uterque eorum est equalis angulo. a. c. d. per primam partem. 29. primi ¶ Igitur per presentem hypothese. et. 6. huius ipsi trianguli sunt equianguli. et angulus. b. est equalis angulo. d. c. e. et angulus. a. c. b. angulo. e. quare per. 31. primi: tres anguli qui sunt. ad. c. sunt equales duobus rectis: ipsi enim equantur tribus angulis utriuslibet duorum triangulorum. ¶ Ergo per. 14. primi. b. c. est linea una quod est propositum.

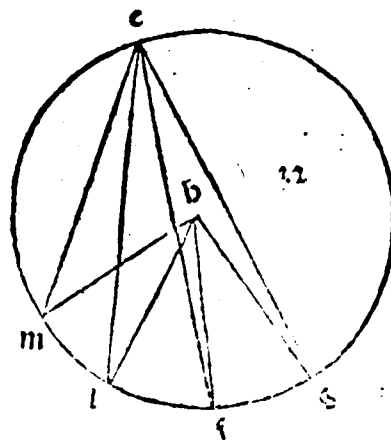
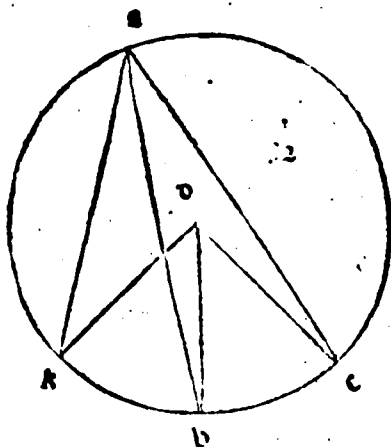
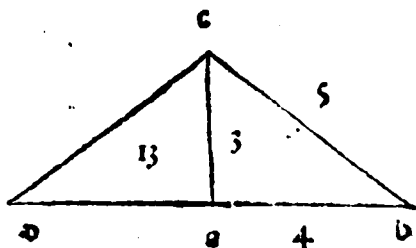
Propositio. 31.



¶ In omni triangulo rectangulo superficies lateris quod subtenditur angulo recto equalis est superficibus duorum laterum angulum rectum continentium pariter acceptis. cum fuerint similes ei lineatione et creatione.

¶ Quod proponit penultima primi de superficiebus quadratis ponit hec penultima sexti de omnibus superficiebus similibus. unde hec est illa tanto uniuersalior quanto superficies laterata quadrato. ¶ Sit itaq. triangulus rectangulus. a. b. c. cuius angulus. a. sit rectus dico q. superficies constituta super latus. b. c. est equalis duabus superficiebus constitutis super. a. b. et. a. c. cum omnes tres superficies fuerint similes in figura et situ.





¶ Ducam perpendicularem. a. d. ad lineam. b. c. eritq. per secundam par-
tem correl. 8. huius proportio. b. c. ad. c. a. sicut. c. a. ad. d. c. ¶ Et b. ad. b. a.
sicut. b. a. ad. d. b. ¶ Si itaq. super quamlibet trium linearum. b. c. c. a. ¶ a.
b. fiat superficies similis aliis i figura ¶ sicut. erit per correl. 17. huius propor-
tio superficiei constitute super. b. c. primam. ad constitutam super. c. a. se-
cundam sicut. b. c. prime ad. d. c. tertiam ¶ item eiusdem superficiei con-
stitute super. b. c. primam ad constitutam si per. a. b. secundam sicut. b. c.
prime ad. d. b. tertiam per idem correl. ¶ Quare per conuersam propor-
tionalitatem superficiei. a. c. ad superficiem. c. b. sicut. c. d. ad. c. b. ¶ Et si
militer superficiei. a. b. ad. superficiem. b. c. sicut. b. d. ad. b. c. ¶ Et ponatur
a. c. prima ¶ c. b. secunda ¶ quarta ¶ c. d. superficies tertia. ¶ a. b. superfi-
cies quinta. ¶ b. d. superficies sexta. ¶ arguatur per. 14. quinti quod ppor-
tio superficiei constitute super. b. c. ad duas superficies constitutas super. c.
a. ¶ a. b. simul est sicut. b. c. ad. c. d. ¶ d. b. simul. ¶ Quia igitur. b. c. est
equalis duabus lineis. c. d. ¶ d. b. simul sumptis. erit superficies constituta
super. b. c. equalis duabus superficieribus constitutis super. c. a. ¶ a. b. simul
sumptis: quod est propositum. ¶ Conuersam quoq. huius possumus fac-
le demonstrare per modum demonstrationis ultime primi. ¶ Sit enim
triangulus. a. b. c. sitq. superficies constituta super. b. c. equalis duabus su-
perficieribus constitutis super duas lineas. a. b. ¶ a. c. sibi similibus. dico q.
angulus. a. est rectus. ¶ Ponam enim angulum. c. a. d. rectum. ¶ lineam
a. d. equalem. a. b. ¶ claudo superficiem ducta linea. d. c. eritq. per hac. 32.
superficies constituta super. c. d. equalis duabus constitutis super duas line-
as. c. a. ¶ a. d. sibi similibus. quare etiam constiunt super. b. c. sibi simili-
bus: enim posita est equalis duabus constitutis super a. b. ¶ a. c. sibi simili-
bust: erit ergo linea. b. c. equalis. c. d. quare per. 8. primi angulus. a. est re-
ctus quod est propositum. ¶ **Propositio 32.**



In circulis equalibus supra centrum siue supra cir-
cūferentiā anguli consistat. erit angulorū ppor-
tio tā q. ppor-
tio arcuum illos angulos suscipientū.
¶ Sint circuli. a. b. c. cuius centrum. d. ¶ e. f. g. cuius cen-
trū. h. ¶ e. f. g. si p. quoy. cētra fiat duo anguli. b. d. c. ¶ f. h. g.
¶ Et super eorum circūferentias alii duo qui sunt. b. a. c. ¶
f. e. g. dicoq. proportio angulorum tam eorum qui sunt super centra q. co-
rum q. super circūferentias: est sicut arcus. b. c. ad. arcū. f. g. ¶ Cōtinua-
bo. n. illis duobus arcibus alios arcus e. f. g. siue scdm eundem numex: si-
ue scdm diuersos. ¶ Sitq. arcus. k. b. e. q. l. s. b. c. ¶ uterq. duoy. arcū. l. m.
¶ f. l. e. q. l. s. f. g. ¶ Et pducam licas. k. d. k. a. m. h. l. h. m. e. ¶ l. e. ¶ Erūtq.
p. 36. tertii anguli q. sunt ad. d. adiuncte e. f. g. ¶ Similiter quoq. ¶ qui sunt
ad. h. adiuncte e. f. g. ¶ Idē ē de his q. sunt ad. a. ¶ de his q. sunt ad. e. ¶ Sicut
igitur arcus. k. c. est multiplex arcus. b. c. ita angulus. k. d. c. anguli. b. d. c.
¶ Et angulus. k. a. c. anguli. b. a. c. Similiter sicut arcus. m. g. ē multiplex
arcus. f. g. ita angulus. m. h. g. anguli. f. h. g. ¶ angulus. m. e. g. anguli. f. e. g.
¶ Sed si arcus. k. c. est e. q. l. s. arcū. m. g. angulus. k. d. c. est e. q. l. s. angulo. m.
h. g. ¶ angulus. k. a. c. angulo. m. e. g. ¶ si maior maiores ¶ si minor mino-
res p. 36. tertii ¶ Per diffinitionem itaq. incōtinue pportionalitatis ppor-
tio arcus. b. c. ad arcū. f. g. efficitur anguli. b. d. c. ad angulū. f. h. g. ¶ sicut an-
guli. b. a. c. ad angulū. f. e. g. q. d. est ppositū. Idē intellige in eodē circulo.

¶ **Castigatio.**

¶ Hoc nō dicit explicite sed sequitur ad illā pbata e. q. l. s. quē ad modum
diximus supra in prima huius de. 36. primi adducta ita accidit in. 36. tertii
sunt. n. quātiōr quātitates angulus. b. d. c. p. ma angulus. f. h. g. scdā arcus
b. c. tertia arcus. f. g. quarta ¶ a. d. p. ma ¶ tertia sumpta sunt e. q. l. s. multipli-
cia uidelicet dupla. s. angulus. k. d. c. ¶ arcus. k. c. ¶ ad. scdā angulus. m.
h. g. triplu ad angulū. f. h. g. ¶ arcus. m. g. triplu ad arcū. f. g. ¶ q. t. am ergo
per dictā diffinitionem in cōtinue ppor. ¶ sic de aliis angulis ad. a. ¶ c. c.
¶ arcibus eundem. ¶ **Explicit liber sextus.**

Septimus Euclidis liber de numeris et eorum adinuicem proportionibus et proportionalitatibus. ex optima Campani traductione. Magistro Luca Paciolo de Burgo Sancti Sepulcri Ordinis Monachorum Castigatore accuratissimo. Incipit.



Vitas est qua una quæque res una dicitur. 2. **N**umerus est multitudo ex unitatibus composita. 3. **N**aturalis series numerorum dicitur in qua secundum unitatis additionem fit ipsorum computatio. 4. **D**ifferentia numerorum appellatur numerus quo maior habundat a minore. 5. **N**umerus primus dicitur qui sola unitate metitur. 6. **N**umerus compositus dicitur quem alius numerus metit. 7. **N**

umeri contra se primi dicuntur. qui nullo numero excepta sola unitate numerantur. 8. **N**umeri adinuicem compositi siue communicantes dicuntur. quos alius numerus communitas metitur. nullusque eorum est ad alium primus. 9. **N**umerus per alium multiplicari dicitur qui toties sibi coacervatur. quotiens in multiplicante est unitas. 10. **P**roductus vero dicitur qui ex eorum multiplicatione creuit. 11. **N**umerus alium numerare dicitur qui secundum aliquem multiplicatus illum producit. 12. **P**ars est numerus numeri minor maioris cum minor maiorem numerat. Et qui numeratur numerantis multiplex appellatur. 13. **D**enominans est numerus secundum quem pars sumitur in suo toto. 14. **S**imiles dicuntur partes que ab eodem numero denominantur. 15. **P**rima simpla numeri pars est unitas. 16. **Q**uando duo numeri partes habuerint eandem tot partes maioris dicitur esse minoris. quotiens eadem pars fuerit in minore. tunc vero quotiens ipsa fuerit in maiore. 17. **N**umeri ad numerum dicitur proportio minoris quidem ad maiorem in eo quod est maioris pars vel partes. Maioris vero ad minorem secundum quod eum continet et eius partem vel partes. 18. **C**um fuerint quotlibet numeri continue proportionales dicitur proportio primi ad tertium sicut primi ad secundum duplicata. ad quartum vero triplicata. 19. **C**um continue fuerint eadem vel diuerse proportionales dicitur proportio primi ad ultimum ex omnibus composita. 20. **D**enominatio dicitur proportionis minoris quidem numeri ad maiorem pars vel partes ipsius minoris. que in maiore sunt. Maioris autem ad minorem totum. vel totum et pars vel partes. prout maior superfluit. 21. **S**imiles siue una alij eadem dicuntur proportionales que eandem denominationem recipiunt. Maior vero quod maior. Minor autem quod minor. 22. **N**umeri vero quorum proportio una. proportionales appellantur. 23. **T**ermini siue radices dicuntur quibus in eadem proportionis minores sunt impossibile est. 24. **P**etitiones sunt quatuor. **C**uiuslibet numero quotlibet posse sunt equales prout libet. vel multiplices. 2. **Q**uotlibet

numero aliquē quātūlibet sumere possē maior. 3. **C** Serie nō
 merozū in infinitum possē procedere. 4. **C** Nullū numerū in
 infinitum possē diminui. 1. **C** Cōmunes animi conceptiones
 sunt decē. 1. **C** Omnis pars minor est suo toto. 2. **C** Quicūq;
 eiusdē sue equaliū fuerint eque n. alij lices. ipsi quoq; erūt eq
 les. 3. **C** Quibus idē numerus eque multiplex fuerit. siue quo
 rum eque multipl. lices fuerint equales. 2. ipsi etiam erūt equa
 les. 4. **C** Omnis numeri pars est vnitās ab ipso denominata.
 5. **C** Omnis pars est minor q̄ maiorem b̄s denominationem.
 maior vero que minorem. 6. **C** Quilibet numerus totus ē ab
 vnitāte. quora pars ipsius est vnitās. 7. **C** Quicūq; numerus
 in vnitātē ducitur. seipsum producit. Vnitās quoq; in quēcun
 q; ducta. pducit eundē. 8. **C** Quicūq; numerus numerat du
 os. numerat quoq; cōpositū ex illis. 9. **C** Quicūq; numeri vs
 numerat aliquē. numerat oēm numeratū ab illo. 10. **C** Quicū
 q; numerus numerat totū 2. detractum. numerat residuum.

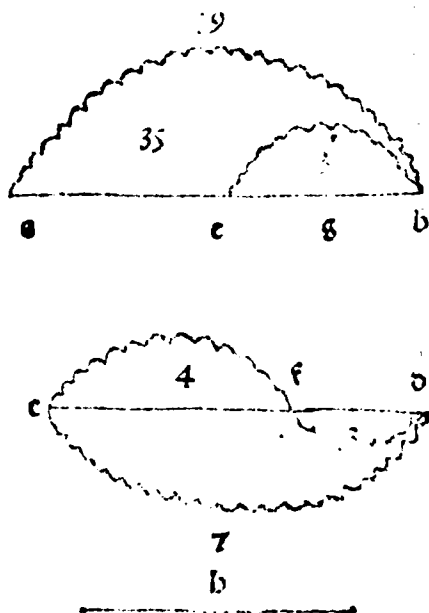
Cast. gato.

a **C** Species ille propor. maioris inequalitatis; ē p consequēs econuerso
 s. minoris sequalitatis que numero sunt quinq; uidelicet multiplex super
 particularis suppartiens. Multiplex superparticularis ē multiplex suppar
 tiens ex ista diffi. 10. sumptū denoiationē. Nā cū maioris numeri ad
 minore dicatur totū intelligit multiplex per diffi. 2. quinti. Et ideo p̄ma
 species dicta multiplex; ē cum ē maioris ad minorem dicatur totum ē
 pars intelligitur totū semel ē pars unica; ē tūc secunda spēs dicta si pparti
 cularis cū sexqui. ē et totū ē ptes; ē tūc tertia spēs dicta si pparti
 cularis cū sexqui. ē et totū ē ptes; ē tūc quarta species dicta multiplex super
 particularis cū sexqui. ē et totum pluries ē ptes; ē tūc quinta spēs dicta
 multiplex suppartiens quibus denominationibus preposita li. sub. dicēdo
 submultiplex sub si. perparticularis sub si. suppartiens ēc. tot species minoris
 inequalitatis numero habebis quot maioris. b **C** Iste cōceptiōes in. 10.
 libro respectu q̄ritatū in genere quasi ad instar quinti; de quibus in illo
 agitur. allegātū p̄similes istis ut dicēdo p̄similē antepenultime; p̄similē
 penultime ēc. ut patet in expositione. 9. eiusdē ēc. secūda. c **C** Proportio
 dicitur cōpōni ex duabus pportionibus q̄n denominationū illius pportio
 nis pducit ex ductu denominationū illaz pportionū unius in alterā Vi
 tellio in sua p̄spectiua. d **C** Boe. 2. musice. cap. 9. dicit vnitātē numerum
 cū dicit; maiores uero sunt numeri tres ē quatuor minores binarius ē uni
 tas in maioribus igitur minor; ē i minoribus maior pportio cōtinet ēc.
 pportiones autē pncipaliter in numeris cōsiderant. 1 dē in. 4. musice. cap. 1.
 e **C** Oium exēpla: diffi. ut. 1. 2. 3. 4. 5. 6. ēc. ut. 2. respectu senarii ē q̄ternarii.
 ut. 3. 5. 7. 11. 13. 17. ēc. semp sunt ipares ut. 4. 6. 8. 11. 14. ēc. ē ipares ut. 15. 21. 33.
 39. ēc. Vt. n. ē 13. p̄ 17. ē 19. ē c. n. ē 7. p̄ 20. ē 63. p̄ 21. 34. Vt. 4. ē 8. p̄ 12. ē
 16. 15. 21. 33. ē. 15. 24. 30. 63. **C** Contra se primi ē adinuicē primi idē iportat
 ut infra uigesimā cūda huius apparet. **C** Quo; stat q̄ aliquis sit cōposi
 tus ē alter nō. ē q̄ uterq; sit p̄mus: ut ex. 24. infra apparet; ē q̄ ambo sint
 cōpositi sed nō adinuicē: ut. 20. ē 63. **C** Cōicantes aliq̄n oēs impares. 15.
 21. 33. ē oēs pares. 12. 18. 30. ē pares ē ipares. 15. 24. 33. 36. 63.

Propositio .1.



Pa maio. c duozū numerozū minor detrahatur
 donec minus eo supersit. Ac deinde de minore ip
 sum reliquū donec minus eo relinquitur. Itēq; a re
 liquo primo reliquū fm quousq; minus eo super
 sit: atq; in huiusmodi cōtinua detractōe nullus
 fuerit reliquus: qui ante relictū numeret vsq; ad
 vnitatem: eos duos numeros contra se p̄mos esse necesse est.



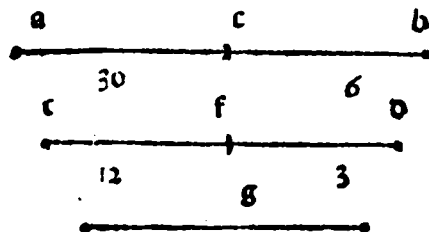
¶ Sint duo numeri. a. b. f. c. d. c. d. minor detrahatur. c. d. ex. a. b. quotiens potest: f. sit residuum. e. b. qui erit minor. c. d. alioquin posset ex ipso adhuc detrahi. c. d. detrahanur f. ipse. e. b. ex. c. d. quotiens potest. sit. g. residuum. f. d. sed f. f. d. detrahanur ex. c. b. quotiens potest: f. sit residuum. g. b. q. sit unitas. dico tunc duos numeros. a. b. f. c. d. esse contra se primos. Si enim sunt compositi numerabit eos communiter per diffinitionem aliquis numerus preter unitatem qui sit. h. ¶ Et quia. h. numerat. c. d. numerabit. a. e. per penultimam conceptionem: f. quia idem numerat. a. b. numerabit etiam. e. b. per ultimam conceptionem. ergo f. c. f. per penultimam. quare f. f. d. per ultimam. ergo f. g. e. per penultimam. ergo f. g. b. per ultimam. f. quia. g. b. est unitas: sequitur numerum esse partem unitatis uel sibi equalem: quod est impossibile. ¶ Erant igitur. a. b. f. c. d. contra se primi quod est propositum. ¶ Quod si duo numeri. a. b. f. c. d. sint contra se primi. non erit in hac mutua detractione status antequam ad unitatem perueniatur. Et est istud conuersum eius quod auctor proponit. ¶ Si autem in hac mutua detractione fuerit status antequam perueniatur ad unitatem sit ut. g. b. sit numerus qui detrahanur ab. f. d. f. nihil sit residuum. igitur. g. b. numerat. f. d. ergo per penultimam conceptionem numerat f. e. g. f. quia etiam numerat seipsum numerabit per antepenultimam conceptionem totum. e. b. ergo per penultimam numerat. c. f. sed ostensum est prius q. numerat. f. d. ergo per antepenultimam numerat totum. c. d. quare p. penultimam numerat. a. e. f. quia ostensum est prius q. etiam numerat. e. b. sequitur per antepenultimam ut etiam numeret. a. b. quia igitur numerus. g. b. numerat utrumq. duorum numerorum. a. b. f. c. d. numeri. a. b. f. c. d. sunt compositi: non igitur contra se primi quod est contra hypothesin. ¶ Per hanc ergo uiam propositis quibusq. duobus numeris inuestigamus utrum ipsi sint contra se primi. si enim tali facta mutua detractione perueniatur ad unitatem: ipsi sunt contra se primi. Si autem sit status antequam perueniatur ad unitatem ipsi sunt compositi.

Propositio. .2.



Propositio. .2. **P**ropositis duobus numeris adinuicem compositis maximum numerum communem eos numerantem inuenire. Unde manifestum est quod omnis numerus duos numeros numerans numerantem numerum maximum ambos numerantem.

¶ Sint duo numeri compositi. a. b. f. c. d. minor. c. d. ¶ Quia ergo numerat eos communiter aliquis numerus per diffinitionem. uolo inuenire maximum numerum eos communiter numerantem. Secundum modum f. similitudinem prioris: minuo minorem de maiori quoad possum. uidelicet. c. d. de. a. b. f. sit residuum. e. b. ¶ Itemq. e. b. de. c. d. quoad possum: f. sit residuum. f. d. f. quia huius diminutio non potest fieri infinitis per ultimam petitionem: nec potest etiam ad unitatem peruenire in proposito per precedentem: (quia tunc essent numeri propositi contra se primi): quod est contra hypothesin. ¶ Sit ut cum detrahero. f. d. ex. e. b. quoad potero q. nihil sit residuum. dico tunc. f. d. esse maximum numerum numerantem. a. b. f. c. d. ¶ Quod enim numeret eos patet per penultimam f. antepenultimam conceptionem alternatim quotiens oportuerit repetitas sicut in demonstratione conuerse precedentis. ¶ Numerat enim. f. d. e. b. quia cum ab ipso detrahitur quoad potest nihil sit residuum ergo f. c. f. per penultimam conceptionem: ergo f. c. d. per antepenultimam: quare f. a. e. per penultimam igitur f. a. b. per antepenultimam. ¶ Quod autem nullus maior. f. d. numeret a. b. f. c. d. sic patet. ¶ Si enim fieri posset: sit numerus. g. maior. f. d. numerans utrumq. duorum numerorum. a. b. f. c. d. ¶ Quia igitur. g. numerat. c. d. numerabit per penul. concep. a. e. f. quia numerat. a. b. numerabit per ultimam. e. b. ergo per penul. numerat c. f. f. quia etiam numerat. c. d. numerabit per ultimam. f. d. maior uide: licet minorem: quod est impossibile. ¶ Ex hoc secundo processu liquet correl.



Propositio .3.

Propositio tribus numeris adinuicem compositis maximum numero unum eos communiter numerantium invenire.

Priusq[ue] hanc tertiam conclusionem demonstramus demonstrandum arbitramur ipsius assu[m]pti uidelicet propositi tribus numeris qu[od] poterimus certificari an ipsi sint adinuicem compositi. ¶ Sint itaq[ue] tres numeri .a. b. c. de quibus uolo uidere utrum ipsi sint adinuicem compositi. ¶ Per primam igitur inquiramus an duo primi qui sunt .a. b. sint adinuicem primi quod si sic non er[un]t .a. b. c. adinuicem compositi. per diffinitionem. ¶ Si autem .a. b. sint adinuicem compositi sit per precedentem .d. maximus numerus eos numerans qui si numerat .c. er[un]t per diffinitionem .a. b. c. adinuicem compositi. ¶ Si autem non numerat ipsum .d. ipsi .c. d. quidem sunt contra se primi. non er[un]t .a. b. c. adinuicem compositi. Na[que] quicunq[ue] numeraret eos numeraret et .d. per correl. precedentis. siq[ue] essent .d. c. compositi quod est contra ypoth[esis]. ¶ Si autem .c. d. sint compositi er[un]t etiam .a. b. c. adinuicem compositi. ¶ Sit enim per premisam .e. maximus numerus .c. d. qui etiam p[er] penult. concep. numerabit .a. b. quare per diffinitionem .a. b. c. sint adinuicem compositi. ¶ Simili quoq[ue] modo sciatur p[ro]positis quolibet pluribus q[ue] tribus an omnes sint adinuicem compositi. ¶ Propositis itaq[ue] tribus qui sunt adinuicem compositi . qui etiam sint .a. b. c. uolo inuenire maximum numerum numerantem omnes.

Sumo fm[ul]am doctrinam premisse .d. maximum numerantem .a. b. qui si numerat .c. ipse est quem querimus. alioquin per correl. precedentis seq[ue]retur maiorem numerare minorem. ¶ Si autem non numerat .c. er[un]t tamen .b. c. d. adinuicem compositi per ypoth[esis]. ¶ correl. precedentis diffinitionem. ¶ Sit igitur maximus eos numerans .e. dico .e. esse maximum numerantem .a. b. c. ¶ Quod enim eos numeret patet per hanc ult. ypoth[esis]. que est ipsum esse maximum numerantem .c. d. ¶ per penult. concep. ¶ Et q[uod] nullus eo maior numeret eos sic patet. ¶ Sit enim si potest fieri .f. maior .e. qui numeret .a. b. c. qui cum numeret .a. b. numerabit per correl. premisse .d. ¶ quia etiam numerat .c. numerabit per idem correl. .e. maior uidelicet minorem quod est impossibile. ¶ Non erit igitur numerus aliquis maior .e. numerans .a. b. c. quod est propositum. ¶ Simili quoq[ue] modo inuenietur maximus numerus numerans quolibet plures tribus adinuicem compositos: unde non oportuit Euclidem de pluribus tribus hoc docere quia idem est modus ¶ et in tribus ¶ et pluribus.

Ex ultimo aut[em] huius demonstrationis p[er]fusu[m] possumus et istud correl. huic tertie conclusioni adiacere. ¶ Vñ manifestum est q[uod] o[mn]is numerus numerans quolibet adinuicem compositos numerat maximum numerantem eos omnes. ¶ et etia[m] maximos numerantes binos ¶ et binos eorum.

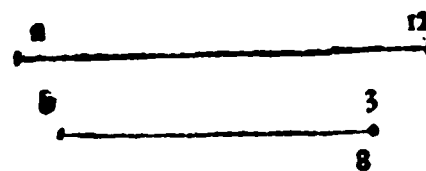
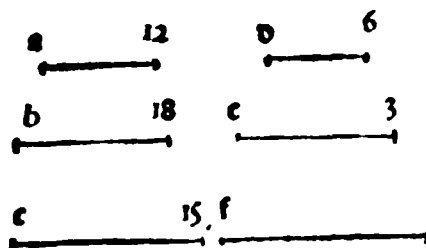
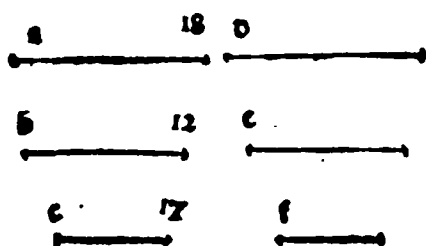
Castigator

a ¶ Per penultimam conceptionem quia quicunq[ue] numerus numeraret .c. d. numeraret et .a. b. q[uia] .d. iam numerat .a. b. ergo p[er] penultimam .a. b. c. essent adinuicem compositi. **b** ¶ Quia cu[m] sint .a. b. c. adinuicem compositi erit aliquis numerus eos co[m]iter numerans ¶ cu[m] .d. sit maximus numerans .a. b. c. sequitur q[uod] ille numerus co[m]iter numerans illos tres q[uod] numeret etiam .d. per correl. precedentis ¶ per consequens .d. c. sunt etiam adinuicem compositi.

Propositio .4.

¶ n[um] duo[rum] numero[rum] inequalium minor maioris aut pars est aut partes.

Sint duo numeri .a. b. b. minor. dico q[uod] .b. est pars uel p[ar]tes .a. Aut .n. b. numerat .a. aut non. ¶ Si numerat pars eius est p[er] diffinitionem. Si non numerat ipsum .a. aut ergo sint adinuicem primi aut non si no[n] sint adinuicem primi habebunt per diffinitionem partem co[m]mens que quotiens fuerit in .b. tot



partes a. dicitur esse b. p. diffinitione. ¶ Si autem sint adinuicem primi quia th. ois numeri p. est unitas ab ipso denominata. patet idē p. unitates.

Propositio .5.



I fuerint quatuor numeri quorum primus tota pars secundi quota tertius quartus erunt primus et tertius pariter accepti tota pars secundi et quartus pariter acceptorum quota primus secundi.

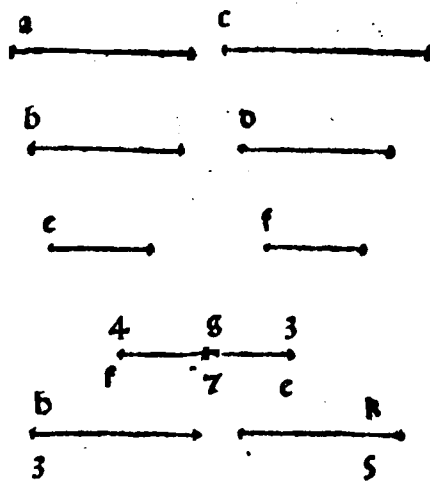
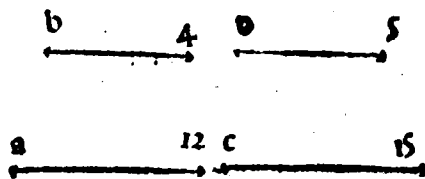
¶ Volens Euclides hos libros de numeris aliquo precedentium nō indigere sed per se ipsos stare partem eius quod proposuit per primam quinti de quantitibus in genere proponit per hanc quitam huius septimi de numeris. ¶ Sint igitur. 4. numeri. a. b. c. d. sitq. b. tota pars a. quota. d. c. dico q. b. f. d. pariter accepti sunt tota pars a. f. c. pariter acceptorum quota. b. est a. ¶ Diuisis enim a. f. c. secundum quantitatem b. f. d. argumentare sicut in prima quinti. ¶ Erit enim ut totidem sint partes a. quot c. per positionem. ¶ Et ut aggregatum ex prima parte a. f. prima c. sit equale aggregato ex b. f. d. ¶ Similiter quoque aggregatum ex secunda parte a. f. secunda c. ¶ Et quia hec aggregatio toties potest fieri quotiens continetur b. in a. sequitur ut numerus equalis aggregato ex b. f. d. totiens contineatur in aggregato ex a. f. c. quotiens b. continetur in a. quare constat propositum.

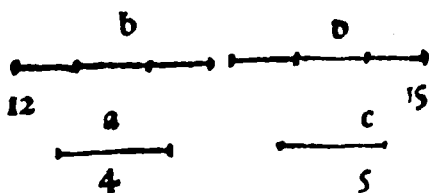
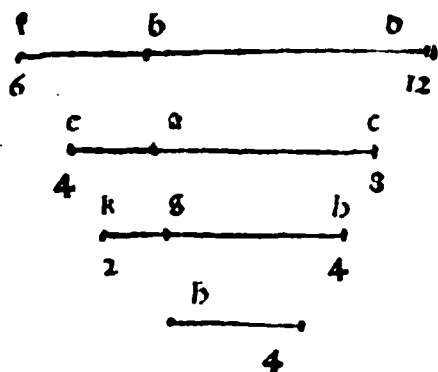
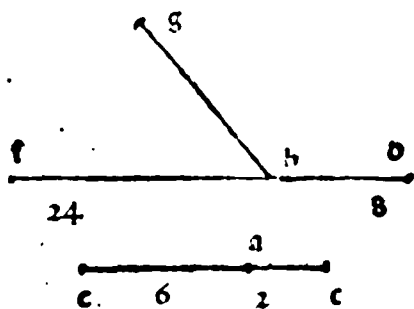
Propositio .6.



I fuerint quatuor numeri quorum primus tota pars secundi quota tertius quartus erunt primus et tertius pariter accepti tota pars secundi et quartus pariter acceptorum quota primus secundi.

¶ Quod proposuit premissa de parte proponit ista de partibus. ¶ Sint itaq. ut prius quatuor numeri. a. b. c. d. sitq. ut b. sit tota pars a. quot f. quote. d. est c. dico q. b. f. d. pariter accepti erunt tota pars a. f. c. pariter acceptorum quota b. est a. ¶ Dico autem tota pars quia partium pluralitas duobus numeris diffinitur quorum alter numerator dicitur alter denominator ut cum dicimus tres quintes ternarius numeratus quinaris denominatur. ¶ Quia igitur b. ē pars a. sit ut sint partes eius numerate ab h. f. denominata a. k. eritq. similiter per positionem d. partes c. numerate ab h. f. denominata a. k. Vna itaq. partium b. sit e. f. una partium d. sit f. eritq. per ypothe. e. pars b. denominata ab h. f. pars a. denominata a. k. ¶ Similiter quoque f. erit pars d. secundum h. f. pars c. secundum k. ¶ Compositus igitur ex e. f. sit g. eritq. per premisam g. pars b. f. d. pariter acceptorum secundum h. ¶ Itemq. per eandem erit pars a. f. c. pariter acceptorum secundum k. ¶ Quare per 16. diffinitionem erunt b. f. d. pariter accepti partes a. f. c. pariter acceptorum numerate ab h. f. denominata a. k. eorum communis pars est g. minoris secundum h. f. maioris secundum k. f. quia sic erat b. a. constat propositum. ¶ Potes autem et per hanc et premisam quod proponit de quatuor numeris ad quotlibet numeros ampliari q. si quotlibet numeri minores ad totidem maiores comparantur fuerintq. singuli singulorum tota pars aut partes tota uel quote primus secundus erunt quoque omnes pariter accepti tota pars aut partes omnium pariter acceptorum quota uel quote primus secundus. quod facile probatur per hanc et premisam quotiens oportuerit repetitas. ¶ Et si crederemus esse intentionem Euclidis assumere ex prius demonstratis aliqua ad demonstrationem eorum que hic proponit ex 13. quinti facile demonstrassemus hanc sextam. Nunc autem quia uidetur oppositum aliter enim superuacue proposuisset multa de numeris que demonstrata sunt in quinto de quantitibus in genere. Necesse habuimus propriis uti demonstrationibus tanquam ex prioribus nihil sumentes solis huius septimi contenti principiis propter quod et petitiones et communes animi conceptiones propositi proprias non inconuenienter huius septimi principio apposuimus.





Propositio .7.



Si fuerint duo numeri quorum unus alterius pars detrahatur quae ab ambobus ipsa pars erit reliquus tota pars reliqui quota totius totius.

Quod proponit hic Euclides de numeris proposuit superius in quinta quinti de quantitatibus in genere. **S**it itaque ut quota pars est totus a. totius b. **T**otus sit c. detrahitur ab a. d. detrahitur a. b. dico quod tota erit e. residuus a. f. residui b. quota est totus a. totius b. **E**t hec est quasi conuersa quinte. **S**it enim per rationem e. tota pars g. quota c. est d. **E**ritque per s. tota pars a. compositi ex g. f. d. quota est c. d. quare f. quota est a. b. **I**gitur per secundam conceptionem compositus ex g. f. d. est equalis b. **D**empto itaque ab utroque numero d. erit g. equalis f. quare erit e. tota pars f. quota est a. b. tota n. erat e. g. quod est propositum.

Propositio .8.



Si a duobus numeris quorum alter alterius partes propositis partes ille subtrahantur; erit reliquus reliqui eadem partes qui est totus totius.

Hec est quasi conuersa sexte. **V**t si sit quot f. quot ptes e. totus a. totius b. tot f. tote. c. detrahitur ab a. d. detrahitur a. b. erit e. residuus a. tot f. tote ptes f. residui. t. quot f. quota est a. b. **S**it enim g. una prium a. **E**t h. una prium c. eritque propter ypoth. g. tota pars a. quota h. c. f. tota b. quota h. d. **D**etrahatur igitur b. de g. f. remaneat k. eritque k. per premisam tota pars e. quota g. a. f. tota f. per eandem quota g. b. **Q**uia igitur e. f. f. habent partem eandem que est k. erit per 16. diffinitionem e. partes f. tot quidem quota ptes est k. e. f. tote quota est k. f. f. quia tot f. tote erat a. b. patet propositum.

Castigator.

Quoniam in casu isto a. fuit posita due tertie ipsius b. f. cum g. sit una partium a. ipse erit una tertia ipsius b. f. erit una medietas ipsius a. eadem ratione b. erit medietas c. f. tertia totius d. nunc sunt duo numeri g. minor b. maior g. est pars b. sicut h. d. per premisam k. residuus g. est tota pars f. residui b. quota g. totus totius b. s. tertia que quidem tertia denominatur a ternario f. iterum g. est medietas ipsius a. f. h. detrahitur a g. est medietas c. detrahitur ab a. sequitur per eandem premisam ut k. residuus g. sit medietas e. residui a. que quidem medietas denominatur a binario f. sic k. est pars communis f. f. e. ergo per 16. diffinitionem tot ptes e. est totius f. quotiens k. continetur in e. f. tote quotiens k. continetur in f. maiore sed in f. continetur ter. f. in e. bis ergo sunt due tertie f. is concluditur in fine f. quia tot f. tote erat a. b. patet propositum quia posuit fuit quod a. esset due tertie totius b. f. c. Parimodo sequeretur si posuit fuisset tres quarte uel quatuor quinte ipsius b. f. c.

Propositio .9.



Si fuerint quatuor numeri quorum primus secundus tota pars quota tertius quartus erit permutati tota pars aut partes primus tertius quota pars aut partes secundus quartus.

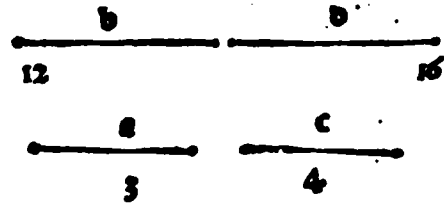
Sit a. primus tota pars b. secundus quota c. tertius d. q. r. ti. sintque a. f. b. minores c. f. d. **A**liiter enim esset conuerso ei quod proponit. **D**ico quod quota pars uel partes est a. c. tota uel tote est b. d. **D**iuidentur enim b. quidem secundum quantitatem a. d. uero p. i. c. eruntque per presentem ypoth. tot partes b. quot d. **E**t quia unaqueque partium b. est equalis a. f. unaqueque d. c. **E**st autem a. c. pars aut partes per presentem ypoth. f. per quartam. **E**rit unaqueque partium b. siue comparis ex partibus d. ut prima prime. **S**ecunda secundes sicque de ceteris. **T**ota pars aut partes quota uel quote est a. c. **P**er s. igitur uel s. sub diffinitione quotiens oportuerit repetita erit tota pars aut

partes. b. d. quota vel quote est. a. c. quod est propositum.

Propositio .10.

Si fuerint quatuor numeri: quorum primus tote partes secundi quote tertius quarti: erit permutatim primus tota pars aut partes tertij quota vel quote secundus quarti.

Sint quatuor numeri ut prius quorum similiter minores sint. a. f. b. sitq. a. tote partes. b. quote. c. est. d. dico q. quota pars aut partes est. a. c. tota vel tote est. b. d. ¶ Dividatur enim minores in partes illas qui sunt. a. f. c. etiamq. per presentem hypothe. tot partes. a. quot. c. ¶ Et quia unaqueq. ex partibus. a. f. tota pars. b. quota que libet ex partibus. c. est. d. ¶ Hoc enim habemus ex nostra ypothe. erit permutatim per premisam: ut quota pars aut partes e. b. d. tota vel tote sit una queq. ex partibus. a. sue comparis ex partibus. c. ¶ Per quintam igitur vel sextam sub disunctione quotiens oportuerit repetitas: erit tota pars aut partes. b. d. quota vel quote est. a. c. quod est propositum.



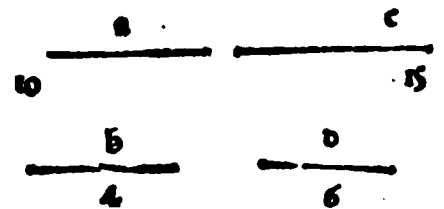
Propositio .11.

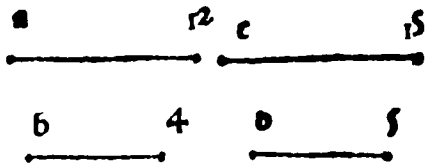
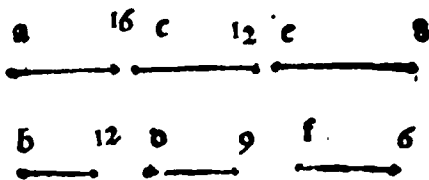
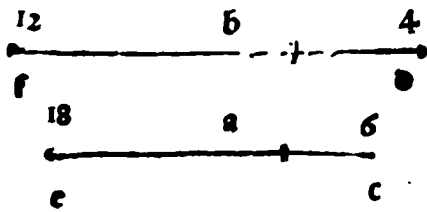
Si fuerint quatuor numeri proportionales quorum primus secundo et tertius quarto sit maior: erit secundus tota pars: aut partes primi quota vel quote quartus tertij. Quod si secundus fuerit tota pars aut partes primi quota vel quote quartus tertij quatuor numeros proportionales esse conveniet.

Sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. sitq. a. f. c. maiores: dico q. quota pars aut partes est. b. a. tota vel tote est. d. c. f. e converso. ¶ Erit enim per conversionem diffinitionis similium proportionum ut quotiens. b. in. a. quotiens sit. d. in. c. f. si qua pars aut partes. b. superfluit in. a. tota pars aut partes. d. superfluant in. c. si itaq. contineatur. b. in. a. sine superfluitate partit quia totiens sine superfluitate continetur. d. in. c. erit per diffinitionem similium partium: quota pars. b. a. tota. d. c. q. si quotienslibet continetur. b. in. a. cum superfluitate partit quia totiens continetur. d. in. c. cum superfluitate similis partis diffinitio. a. fm. b. ut superfluat. e. atq. c. fm. d. ut superfluat. f. erit tota pars. e. b. quota. f. d. ¶ At quia totiens continetur. b. in. a. differrentia. a. ad. e. quotiens. d. in. differrentia. c. ad. f. erit per communem scientiam totiens. e. in. a. quotiens. f. in. c. ¶ Cum igitur. a. f. b. habeant. e. partem communem: similiter. c. f. d. f. sit itaq. e. in. b. quotiens. f. in. d. itemq. e. in. a. quotiens. f. in. c. erit per. 16. diffinitionem. b. tot f. tote partes. a. quot f. quote. d. c. ¶ Si autem. b. quotienslibet continetur in. a. cum superfluitate quotlibet partium: quia totiens continetur. d. in. c. cum superfluitate totidem f. similium partium: diffinitio a. fm. b. ut superfluat. c. similiter. c. fm. d. ut superfluat. f. erit. c. tot f. tote partes. b. quot f. quote. f. d. ¶ Sumpta itaq. una ex ipsis argumentandum ut prius: sicq. patet primum. ¶ Secundum sic sit. b. a. tota pars aut partes quota vel quote. d. c. dico q. erit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ¶ Si enim est tota pars constat propositum. ¶ Si autem tote partes dimis. eis fm. partes illas patebit totiens esse. b. in. a. quotiens. d. in. c. f. totam partem aut partes. b. superfluere in. a. quota aut quote. d. superfluant in. c. per diffinitionem itaq. est proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. sicq. liquet totum.

Castigator.

Scilicet per secundam quicunq. eiusdem sue equalium f. c. Quia cum. e. f. f. sint partes similes. b. f. d. per diffinitionem. 14. ab eodem numero denominantur: f. per consequens numerus fm. quem. e. continetur in. b. est equalis numero fm. quem. f. continetur in. d. tunc per communem scientiam dictam. differrentia. a. ad. e. f. differrentia. f. ad. c. cum sint equalium eque multiplices. hoc est illorum numerorum denominantium partes illas: sequitur. e. totiens contineri in. a. quotiens. f. in. c.





Propositio .12.

If a duobus numeris fin suas proportionales duo numeri detrahantur: erit proportio reliqui ad reliquum tanquam proportio totius ad totum.



Quod proposuit Euclides in .19. qnti. de quantitatibus in genere pponit hic de numeris. **U**t si sit proportio totius .a. ad totum .b. sicut .c. detracti .ab. a. ad .d. detractum .a. b. erit .e. residui .a. ad .f. residuum .d. sicut .a. ad .b. **S**i .n. a. sit minor .b. erit p presentem ypoth. **E**t p conuersionem diffinitionis .c. tota pars aut partes .d. quota uel quote est .a. b. per .7. igitur uel .8. erit .e. tota pars aut partes .f. quota uel quote est .a. b. per diffinitionem igitur erit proportio una: quod est propositum. **Q**uod si .a. sit maior .b. erit p primam partem pmissa quota pars aut partes .b. a. tota uel tote .d. c. qre p .7. uel .8. tota uel tote erit .f. e. itaq p secundam partem premisse .e. ad .f. sicut .a. ad .b. quare constat propositum. **C**editur autem huic .7. **E**t .8. hec enim sola quod ambe ille continet. **V**olunt autem quidam secundam partem huius probare p .19. quinti: sed si hoc intenderet Euclides: cum ista pponat particulariter quod illa universaliter uane illa demonstrata in qnto ppositus fuerit haec hic in septimo. Et quia ita non demonstrat eam simpliciter p .19. quinti. **A**t uero nec modum demonstrationis illius possunt affirmare ad demonstrationem huius cum illa demonstrat in quantitatibus in genere. p proportionalitatem pmutatam quod infra demonstrat in numeris. Existimo autem rationabiliter conuinci uir Euclidem quem uultum demonstratoris arithmetici gra decimi in quo sine numero aliqua precognitio transire non poterat constat assumere. **I**decirco plurima eorum que in quinto de quantitatibus in genere demonstrauit hic repetere demonstranda de numeris quoniam p alia principia propria uidelicet numero quod magis nota sunt intellectu quam ea per que processit in quinto ipsa demonstrare intendit: principia enim quinti propter maliciam quantitatium incommunicantium difficilia sunt principia uero numerorum magis uero se intellectu applicant: faciliusque illa. Egent enim illa intellectu magis disposito.

Propositio .13.

If fuerint quotlibet numeri proportionales: quantus erit unus antecedens ad suum consequentem: tanti erunt omnes antecedentes pariter accepti ad omnes consequentes pariter acceptos.



Quod pponit Euclides p .13. quinti de quantitatibus in genere pponit p hanc de numeris. **U**t si sint .a. b. c. d. e. f. proportionales dico quod que est proportio .a. ad .b. ea est quod .a. c. e. pariter acceptorum ad .b. d. f. pariter acceptos. **S**i enim .a. c. e. sunt minores .b. d. f. erit p conuersionem diffinitionis quota pars aut partes .a. b. tota uel tote .c. d. e. f. **P**er .5. ergo uel per .6. quotiens oportuerit repetitas: erit quota pars uel partes .a. b. tota uel tote .a. c. e. pariter accepti .b. d. f. pariter acceptorum: quare per diffinitionem proportio una. **S**i autem .a. c. e. sunt maiores .b. d. f. erit p primam partem .11. quota pars uel partes .b. a. tota uel tote .d. c. e. f. **P**er .5. ergo uel .6. quotiens oportuerit repetitas: erit quota pars uel partes .b. a. tota uel tote .b. d. f. pariter accepti .a. c. e. pariter acceptorum: itaq per secundam partem .11. proportio .a. ad .b. sicut .a. c. e. pariter acceptorum ad .b. d. f. pariter acceptos: quod est propositum.

Propositio .14.

If fuerint quatuor numeri proportionales: permixti quoque proportionales erunt.



Modum arguendi qui dicitur proportionalitas permixta quam demonstrauit Euclides p .16. quinti in quantitatibus in genere: pponit hic demonstrandum in numeris. **U**t si sit proportio .a. ad .b. sicut .c. ad .d. erit pmutatiua .a. ad .c. sicut .b. ad .d. **E**rit enim .a. maior .b. aut minor: similiter quoque .c. maior .d. aut minor. **S**it itaq pmo minor utroque: erit ergo p presentem

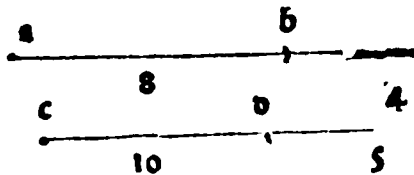
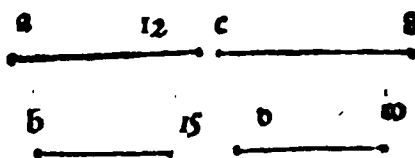
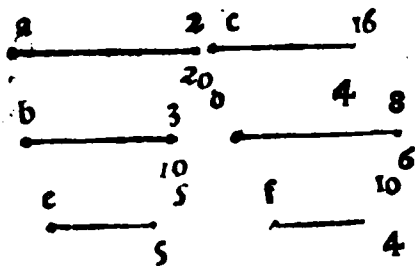
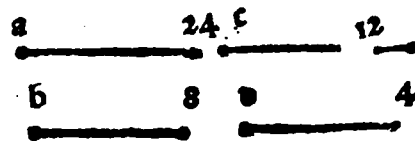
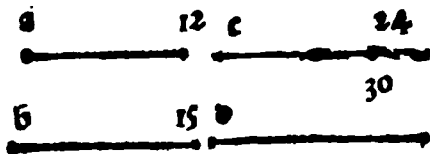
ypothese. & conuersionem diffinitionis. a. tota pars aut partes. b. quota uel quote. c. d. per. 9. itaq. uel. 10. erit permutatim. a. tota pars aut partes. c. quota uel quote. b. d. quare per diffinitionem proportio una. ¶ Sit igitur. a. maior utroq. eritq. per primam partem. 11. ut quota pars aut partes est. b. a. tota uel tote sit. d. c. quare per. 9. uel. 10. tota pars aut partes erit. d. b. quota uel quote. e. a. igitur per secundam partem. 11. erit. a. ad. c. sicut. b. ad. d. ¶ Sit tertio. a. maior. b. minor. c. eritq. per primam partem. 11. tota pars aut partes. b. a. quota uel quote. d. c. quare per. 9. uel. 10. quota uel quote ē a. c. tota uel tote erit. b. d. per diffinitionem itaq. proportio una. ¶ Vltimo quoq. sit. a. minor. b. maiorq. c. eritq. ut tota pars aut partes sit. c. d. quota uel quote est. a. b. per. 9. itaq. uel. 10. erit tota uel tote. d. b. quota uel quote. c. a. qre per secundam partem. 11. b. ad. d. sicut. a. ad. c. sicq. constat propositum. ¶ Huic autem cedūt. 9. & 10. quia hec sola quod ambe ille pponit.

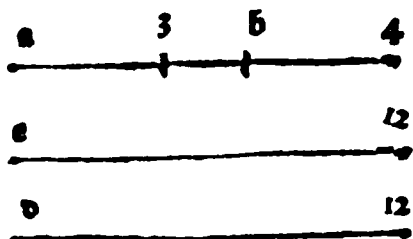
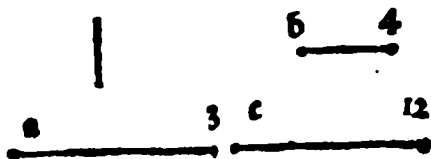
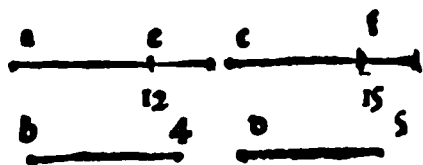
Propositio .15.



Ifuerint quotlibet numeri alique secundum eorum numerum omnesq. duo ex prioribus secundum proportionem omnium duorum ex posterioribus in proportionem equalitatis proportionales erunt.

¶ Modum arguendi qui dicitur equa proportionalitas quam demonstrauit Euclides per. 11. quinti de quantitatibus in genere proponit hic demonstrandum in numeris directe proportionalitatis. ¶ Equam autem proportionalitatem quam demonstrauit per. 13. quinti de quantitatibus in indirecte proportionalitatis non proponit demonstrandum in numeris sed eam demonstrabimus infra sup. 19. huius. ¶ Nec est necessarium ut pdemonstremus in numeris quod demonstratum est p. 11. quinti de quantitatibus in genere uidelicet si quotlibet proportionales in numeris fuerint uni equales uel eadem ipsas ē sibi equales uel easdem. ¶ Hoc enim manifestum est p diffinitionem ut si. a. ad. c. ē. e. ad. f. sit sicut. b. ad. d. erit tam. a. c. ē. e. f. tota pars aut partes quota uel quote. b. d. ¶ Aut totiens continebit. a. c. ē. e. f. quotiens. b. d. ¶ Et tota pars aut partes superfluent. c. in. a. ē. f. in. e. quota uel quote. d. in. b. ¶ Quia ergo quota pars aut partes est. a. c. tota uel tote est. e. f. ¶ Aut quotiens. a. continet. c. totiens. e. f. ¶ Et quota pars aut partes. c. superfluent. in. a. tota uel tote. f. in. e. ¶ Erit per diffinitionem. a. ad. c. sicut. e. ad. f. ¶ Sint igitur ut proponitur numeri. a. b. c. ē. alii totidem. c. d. f. sitq. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ē. b. ad. e. sicut. d. ad. f. ¶ Dico q. erit in equa proportionalitate. a. ad. c. sicut. e. ad. f. ¶ Erit enim per premisam. a. ad. c. sicut. b. ad. d. sed ē. b. ad. d. sicut. e. ad. f. quare. a. ad. c. sicut. e. ad. f. ¶ Igitur per eandem. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ¶ Idem erit sumptis pluribus. ¶ Sicq. constat propositum. ¶ Quoniam autem Euclides ceteras quatuor species proportionalitatis que sunt conuersa; coniueta; disiueta; euerfa; nō proponit demonstrandas in numeris; conueniens arbitramur eas quas auctor tanq. facile demonstrabiles pretermisit demonstrare. ¶ Primum itaq. demonstrabimus conuersam ut si sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico q. erit e conuerso. b. ad. a. sicut. d. ad. c. ¶ Si enim fuerit. a. minor. b. tūc quoq. erit c. minor. d. ē. tota pars aut partes. a. b. quota uel quote. c. d. quare per secundam partem. 11. erit. b. ad. a. sicut. d. ad. c. ¶ Si autem fuerit. a. maior. b. erit quoq. ē. c. maior. d. ē. per primam partem. 11. b. tota pars aut partes. a. quota uel quote. d. c. per diffinitionem igitur. b. ad. a. sicut. d. ad. c. ¶ Disiunctam proportionalitatem ostendere. ¶ Ut si sit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. erit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ¶ Erit enī permutatim. a. b. ad. c. d. sicut. b. ad. d. ¶ Et per. 11. sicut. a. ad. c. ¶ Quia ergo. a. ad. c. sicut. b. ad. d. erit permutatim. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ¶ Coniuncte proportionalitati demonstrationem afferre. ¶ Ut si sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. ¶ Erit enim permutatim. a. ad. c. sicut. b. ad. d. quare per. 13. a. b. ad. c. d. sicut. b. ad. d. permutatim igitur erit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d.





¶ Etenim proportionalitatem restat in numeris stabilire.

¶ Vt si sit a.b.ad.b.sicut.c.d.ad.d.erit.a.b.ad.a.sicut.c.d.ad.c. **¶** Erit.n. permutatim.a.b.ad.c.d.sicut.b.ad.d.quare per.n.sicut.a.ad.c. permutatim igitur erit.a.b.ad.a.sicut.c.d.ad.c. **¶** Patet itaq. totum. **¶** Ex his quoq. laxè est demonstrare in numeris q. Euclid. et proponit per. 14. quinti de quantitatibus in genere uidelicet q.

¶ Si proportio primi ad secundum fuerit sicut tertij ad quartum quinti quoq. ad secundum sicut sexti ad quartum: erit proportio primi z quinti pariter acceptorum ad secundum sicut tertij z sexti ad quartum.

¶ Vt si sit a.ad.b.sicut.c.ad.d.itemq. c.ad.b.sicut.f.ad.d. erunt.a. f.e. pariter accepti ad.b.sicut.c. f. f. pariter accepti ad.d. **¶** Erit enim per conuersam proportionalitatem.b.ad.e.sicut.d.ad.f. quare per equam proportionalitatem.a.ad.e.sicut.c.ad.f. ergo coniunctim.a. f.e.ad.c.sicut.c. f. f.ad.f. **¶** Itaq. per equam proportionalitatem.a. f.e.ad.b.sicut.c. f. f.ad.d. qd. est propositum. **¶** Eodemq. modo probabis econuerso. **¶** Si sit.b.ad.a.sicut.d.ad.c.itemq. b.ad.e.sicut.d.ad.f. **¶** Erit b.ad.a. f.e.sicut.d.ad.c. f. f. **¶** Erit enim per conuersam proportionalitatem.a. ad.b. sicut.c. ad.d. **¶** Quare per equam.a.ad.e.sicut.c.ad.f. **¶** Et coniunctim.a. f.e. ad.c. f. f. sicut.c. f. f.ad.f. igitur econuerso.e.ad.a. f.e.sicut.f.ad.c. f. f. **¶** Per equam itaq. proportionalitatem erit.b.ad.a. f.e.sicut.d.ad.c. f. f. quod erat propositum. **¶** Ex hoc quoq. manifestum est q. si fuerit proportio quorlibet numeror. ad primum sicut totidem alior. ad secundum. erit aggregati ex oibus antecedentibus ad primum ad primum sicut aggregati ex oibus antecedentibus ad secundum: ad secundum. **¶** Iteq. econuerso si fuerit proportio primi ad quorlibet numeros sicut secundi ad totidè alior. erit primi ad aggregatum ex omnibus consequentibus ad ipsum sicut secundi ad aggregatum ex omnibus consequentibus ad ipsum.

¶ Castigator.

¶ Et hoc quia semper habentur. 6. numeri. quor. primus ad secundum sicut tertius ad quartum & quintus ad secundum: sicut sextus ad quartum: & sic primus & quintus dicuntur antecedentes ad secundum: & tertius & sextus antecedentes ad quartum: & sic èt dñr eor. cōsequentes. & id aggregatū ex primo & quinto fit unus numerus & aggregatū ex tertio & sexto fit alius & ulterius accipit unus alius numerus p. quinto ad primum: & illud aggregatū hñ p. primo ad secundum & unus alius pro tertio ad quartum: & illud aggregatū habet pro sexto & sic in infinitum & econuerso &c. & patet correlarium.

Propositio .16.



¶ Numerus unitas aliquem numerum quotiens quilibet tertius aliquem quartum: erit quoq. permutatim ut quotiens unitas numerat tertium totiens secundus numerat quartum.

¶ Vt si sit unitas ad.a.sicut.b.ad.c. erit pmutatim unitas ad.b.sicut.a.ad.c. **¶** Nō si. pfluit autē hec demonstrata pmutata pportione: nō enim ex illa pōt cōcludi quod hic pponitur. Nam illa demonstrata est de. 4. numeris pportionalibus: unitas uero nō est numerus per diffinitionē. **¶** Hoc ergo mō pateat propositum. **¶** Dividat a. p. unitates f. c. fm. quantitatē. b. tantq. per presētē ypothē. tot partes a. quot. c. **¶** Et quia unaqueq. partiū. a. est unitas & unaq. partiū. c. èt eq. lis. b. erit ut quotiens unitas in. b. toties unaqueq. partiū. a. in sua cōpari ex p.ribus. c. **¶** Per modū itaq. demonstratiōis. s. sequet totis es. e. a. i. c. quotiens unitas in. b. quod est ppositum.

Propositio .17.



¶ Duorum numerorum uterq. ducatur in alterū: qui inde producentur erunt equales.

¶ Sicut si ex. a. in. b. pueniat. c. & ex. b. in. a. pueniat. d. erunt. c. f. d. equales. **¶** Cū enim. b. multiplicatus per. a. pducatur. c. erit p. cōuersionem diffinitionis. b. in. c. quotiens

unitas in a. ergo per premisam erit a in c. quotiens unitas in b. Et quia totiens est a. etiam in d. quia ex b. in a. fit d. sequitur ut totiens sit a. in c. quotiens in d. Et per conceptum igitur c. et d. sunt similes. Possumus quoque hanc conclusionem alio modo proponere. Si duorum numerorum uterque ductus in alterum idem numerus utrobique pueniet. Vt si ex a. in b. pueniat c. idem et ex b. in a. pueniet. Quia enim ex a. in b. fit c. erit ut prius per conversionem definitionis b. in c. quotiens unitas in a. Et permutatim per premisam a. in c. quotiens unitas in b. Quia igitur a. totiens sibi coaceruatur in c. quotiens in b. est unitas sequitur per definitionem quod ex b. in a. fit c.

Propositio .18.



Si unus numerus in duos ducatur: tunc erit duorum inde productorum alter ad alterum: quantus duorum multiplicatorum alter ad alterum.

¶ Multiplicet a. utrumque duorum numerorum b. et c. et pueniat d. et dico quod erit proportio d. ad a. e. sicut b. ad c. Sequitur enim per conversionem definitionis eius quod est multiplicari ut b. in d. fit e. et c. in e. fit quotiens unitas in a. quare per definitionem per portio d. ad b. est sicut a. ad c. Equaliter enim eos continet quia quotiens unitas. Ergo permutatim d. ad e. sicut b. ad c. quod est propositum.

Propositio .19.



Si duo numeri unum multiplicent: erit productum duorum inde productorum tanquam duorum multiplicatorum.

¶ Ex conversione antecedentis premisse concluditur hec eadem passio que in premissa. Vt si uterque duorum numerorum b. et c. multiplicet a. et pueniat d. et e. erit d. ad a. e. sicut b. ad c. Erit enim per ante premisam ut ex a. b. et c. fiant d. et e. quare per premisam d. ad e. sicut b. ad c. quod est propositum.

¶ Potes autem quod proponit per hanc et premisam de duobus numeris ad quotlibet numeros ampliare. Quod si unus multiplicet quotlibet erit productorum et multiplicatorum una proportio. Similiter quoque si quotlibet multiplicent unum erit productorum et multiplicatorum una proportio. Quod per hanc et premisam quotiens oportuerit reperitis facile probabis. Hic autem super praepositi sumus demonstrare volumus equam proportionalitatem in quotlibet numeris duorum ordinum indirecte proportionalitatis quam demonstrat Euclides p. 23. quanti in quantitatibus in genere: dicimus igitur quoniam.

¶ Si quotlibet numeri totidem a. hys fuerint indirecte proportionales extremi quoque in eadem proportionem proportionales erunt.

¶ Vt si sit a. ad b. sicut d. ad f. Et b. ad e. sicut c. ad d. Erit a. ad e. sicut c. ad f. Ducatur enim c. in d. fit f. Et pueniant g. et h. Eritque per premisam g. ad h. sicut d. ad f. Quare et sicut a. ad b. Ducatur ite. f. in d. et pueniat k. Eritque per hanc g. ad k. sicut c. ad f. Et quia ex f. in d. fit k. fiet idem e converso p. 12. ex d. in f. Quia igitur ex c. et d. in f. sunt h. et k. Erit per hanc g. ad k. sicut c. ad d. Quare sicut b. ad e. Et quia iam ostensum est quod e. g. ad h. sicut a. ad b. erit p. 15. a. ad e. sicut g. ad k. Sed sic erat etiam c. ad f. Est igitur a. ad e. sicut c. ad f. quod est propositum. Idem probabis si fuerint in utroque ordine numeri plures tribus quemadmodum probat in 23. quanti de quantitatibus pluribus tribus.

Propositio .20.



Si fuerint quatuor numeri proportionales quod ex ductu primi in ultimum producat equum erit ei quod ex ductu secundi in tertium. Si vero quod ex primo in ultimum producat equum est ei quod ex secundo in tertium illi quatuor numeri sunt proportionales.

¶ Quod proposuit Euclides per. 15. sexti de quatuor lineis proportionalibus: proponit hic de quatuor numeris proportionalibus uerbi gratia. Sit proportio a. ad b. sicut c. ad d. fiatque ex a. in d. e. et ex b. in c. f. dico quod e. et f. sunt equales et e converso. Ducatur enim

$$\frac{c}{20} = \frac{d}{30}$$

$$\frac{c}{4} = \frac{b}{6}$$

$$\frac{a}{5}$$

$$\frac{d}{8} = \frac{e}{12}$$

$$\frac{a}{4}$$

$$\frac{b}{2} = \frac{c}{3}$$

$$\frac{a}{12} = \frac{c}{18} = \frac{g}{102}$$

$$\frac{b}{4} = \frac{d}{9} = \frac{h}{54}$$

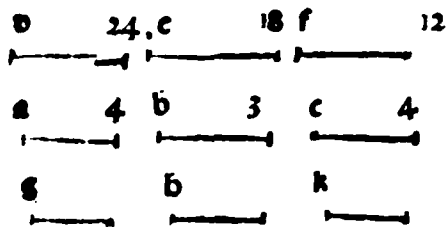
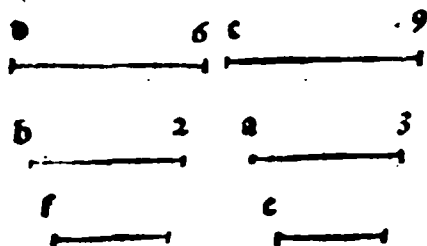
$$\frac{c}{2} = \frac{f}{3} = \frac{k}{27}$$

$$\frac{c}{24} = \frac{g}{32} = \frac{f}{24}$$

$$\frac{a}{8} = \frac{c}{6}$$

$$\frac{b}{4} = \frac{d}{3}$$

a. in. b. f. fiat. g. ¶ Eritq. per. 18. g. ad. e. sicut. b. ad. d. ¶ Et quis per. 12. ex. b. in. a. fit. g. ¶ ex eodem. b. in. c. f. erit per. 18. g. ad. f. sicut. a. ad. c. ¶ Sed p. 14. e. a. ad. c. sicut. b. ad. d. ergo erit. g. ad. f. sicut. g. ad. e. ¶ Equales igit. sunt. f. f. e. quod est p. m. ¶ Nec oportet p. demonst. rari si vnus n. meri ad duos sit vna proportio q. ipsi sunt e. q. les: aut si ipsi sunt e. q. les q. vnus ad ipso sit vna proportio. ¶ Si enim est vna proportio. g. ad. e. ¶ ad. f. aut ipse erit tota pars vel partes. e. quota vel quote idem est. f. ¶ tunc per cōceptionem patet. e. f. f. erit e. q. les. ¶ Aut totus. g. continebit. e. quo tiens. f. ¶ Et sup. fluent in eo tota pars vel ptes. e. quota vel quote in eodē superfluent. f. ¶ tunc ē per conceptionem patet eos erit e. q. les. ¶ Quod si ipsi fuerint e. q. les patet per conceptionem q. aut. g. erit tota pars vel ptes. e. quota vel quote. f. ¶ tunc per diffinitionem erit ipse. g. ad. vtrunq. eorum proportio vna. ¶ Aut equaliter continebit vtrunq. cum superfluitate similia ¶ tot numero partium: ¶ tūc etiā per diffinitionē erit eius ad vtrunq. proportio vna. ¶ Secūdum sic patet. f. e. productus ex. a. in d. equalis. f. productus ex. b. in. c. dico q. p. portio. a. ad. b. est sicut. a. ad. d. ¶ Et est hec conuersa prime partis. ¶ Sit enim vt prius. g. qui sit ex. a. i. b. ¶ quia. e. f. f. sunt e. q. les. erit. g. ad. vtrunq. eorum proportio vna ¶ quia vt prius per. 18. g. ad. f. sicut. a. ad. e. ¶ ad. e. sicut. b. ad. d. erit. a. ad. c. sicut. b. ad. d. quare permutatim. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ¶ Non proponit autē Euclides de tribus numeris cōtinue proportionalibus q. ille qui ex ductu primi in tertium produciatur sit equalis quadrato medii. Et si ille qui ex primo in tertium produciatur sit equalis quadrato medii q. illi tres numeri sint continue proportionales sicut proponit in. 16. f. de tribus lineis. ¶ Hoc enim facile demonstratur per hāc. 20. medio illorum trium numerorum equali assumpto: quemadmodum in f. de tribus lineis probatur per quatuor assumpta quarta equali medie.



Propositio .21.



¶ Meri secundum quamlibet proportionem minimi numerat quoslibet in eadem p. portione minores minorem et maiores maiorem equaliter.

¶ Sint. a. f. b. minimi numeri in sua proportionē sitq. c. ad. d. sicut. a. ad. b. dico q. a. numerat. c. f. b. d. equaliter. ¶ Cum sit enim. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit permutatim. a. ad. e. sicut. b. ad. d. ¶ Erit igitur. a. c. tota pars vel partes quota vel quote b. d. ¶ Si itaq. fuerit pars constat p. posium. ¶ At si partes sit. c. vna partium. a. f. f. vna partium. b. ¶ quia tota pars est. e. c. per ypothē. quota. f. d. erit per diffinitionem proportio. e. ad. c. sicut. f. ad. d. ¶ Quare permutatim. e. ad. f. sicut. c. ad. d. ¶ Quare etiā sicut. a. ad. b. nō sunt itaq. a. f. b. minimi sue proportionis quod est contrarium positis. Similiter quoq. ¶ Quotlibet numeri siue in eadem proportionē siue in diuersis minimi numerant omnes in eadem proportionē quoslibet suum correlatiuum equaliter.

¶ Vt si sint. a. b. c. minimi in eadem proportionē vel in diuersis. ¶ Sint q. in eadem vel eisdem. d. e. f. ita q. sit. d. ad. e. vt. a. ad. b. ¶ e. ad. f. vt. b. ad. c. dico q. a. numerat. d. f. b. e. f. c. f. equaliter. ¶ Quia enim est. a. ad. b. vt. d. ad. e. erit permutatim. a. ad. d. vt. b. ad. e. ¶ quia. b. ad. c. vt. e. ad. f. erit etiam permutatim. b. ad. e. vt. c. ad. f. quare. b. ad. e. ¶ c. ad. f. sicut. a. ad. d. ¶ Et quia. a. b. c. sunt minores. d. e. f. erit. b. e. f. c. f. tota pars aut partes. quota est. a. d. ¶ Si itaq. pars constat p. posium. ¶ At si partes sit. g. vna partium. a. f. h. vna partium. b. ¶ k. vna. c. ¶ Eritq. per p. sentem ypothē. tota pars. h. e. f. k. f. quota. g. d. ¶ Quare per diffinitionem. b. ad. e. ¶ k. ad. f. sicut. g. ad. d. ¶ Permutatim igitur erit. g. ad. h. vt. d. ad. e. ¶ h. ad. k. vt. e. ad. f. ¶ Quare. g. ad. h. vt. a. ad. b. ¶ h. ad. k. vt. b. ad. c. ¶ Quia ergo. g. h. k. sunt minores. a. b. c. ¶ in eadem proportionē sequitur contrarium positi.

Propositio .12.



Si fuerint duo numeri fm suam proportionem minimi ipsi erunt adinuicem primi.

Sint duo numeri. a. b. fm suam proportionem minimi. dico qd ipsi sunt contra se primi. **P** Si eni non. **N**umeret eos. c. fm. d. e. **E**ritq per. a. d. ad. e. sicut. a. ad. b. **E**t quia. d. e. e. sunt minores. a. b. sequitur. a. b. non esse sue pportiois minimos qd est contrariu positioni. **S**imiliter quoq. **S**i fuerint quotlibet numeri in continuatioe suarum proportionu sine eadem sine diuerse fuerint minimi. nullus numerus numerabit omnes.

Vt si sint. a. b. c. minimi in continuatioe suarum proportionum dico qd nullus numerabit omnes. **S**in autem numeret eos. d. a. quidem fm a. b. uero fm. e. f. c. fm g. eritq per. a. e. ad. f. sicut. a. ad. b. e. f. ad. g. sicut b. ad. c. **Q**uia ergo. e. f. g. sunt minores. a. b. c. fm proportionem eorum non erunt. a. b. c. quales positi sunt quod est inconueniens. **Q**uamquam autem nullus numeret. a. b. c. si fuerint minimi potest tamen esse ut quotlibet duos ex eis numeret unus. **D**ucto etenim quotlibet numero in aliquem ad se primum ac utroq. eorum in aliquem tertium ad utrumq. primum proueniunt tres numeri quorum quia duo erunt compositi. Nullus tamen numerabit omnes. **S**int enim. a. b. c. tres numeri quorum quisq. sit primus ad alios ducaturq. a. in. b. e. c. **E**t proueniat. d. e. c. itemq. b. in. c. **E**t proueniat. f. dico quosq. duos ex. d. e. f. esse adinuicem compositos tamen nullus numerabit omnes. **D**uos quosq. patet esse compositos. **A**. enim numerat. d. e. f. **B**. uero. d. e. f. c. c. e. f. **Q**uod autem nullus numeret omnes patebit prius demonstrato qd. a. est maximus numerus. d. e. f. **B**. quoq. maximus numerans. d. e. f. **E**t. c. maximus numerans. d. e. f. **H**oc autem sic constat. **S**i enim. a. non est maximus numerans. d. e. f. sit itaq. g. numeretq. d. fm. b. e. c. fm. k. **E**ritq per secundam partem. 10. a. ad. g. sicut. b. ad. b. **I**temq. per eandem. a. ad. g. sicut k. ad. c. **Q**uia ergo. a. est minor. g. erit. b. minor. b. e. k. minor. c. **E**t quia. b. ad. k. sicut. b. ad. c. **V**traq. enim est sicut. d. ad. e. per. a. bis assumptam. **S**unt autem. b. e. k. minores. b. e. c. **E**rit per immediate sequentem per hanc ypothe. g. b. e. c. sunt contra se primi reperire minimis maiores qd quia est impossibile. **E**rit. a. maximus numerans. d. e. f. **E**t qd modo probabitur qd. b. sit maximus numerans. d. e. f. c. maximus numerans. e. f. **S**i quis ergo numerat. d. e. f. per correl. secunde ter assumptum ipse numerabit. a. b. c. sed quisq. eorum primus erat ad reliquos. **A**ccidit igitur impossibile. **S**imiliter quoq.

Quotlibet numeri quos unus non numerat fm continuatio nem suarum proportionum sunt minimi.

Vt si sint. a. b. c. quilibet numeri quos omnes nullus numerat. dico qd ipsi sunt in continuatioe suarum proportionum minimi. **A**lioquin sunt minimi. d. e. f. qui per. u. numerabunt. a. b. c. quisq. suam relatiui eque litem. **S**it ergo ut fm. g. eritq. per. 17. ut uicem. g. numeret. a. b. c. fm d. e. f. quare accidit contrarium positioni.

Propositio .23.



Etilibet numeri contra se primi sunt fm suam proportionem minimi.

Hec est conuersa premissa. **V**t si duo numeri sint. a. b. contra se primi ipsi erunt fm suam proportionem minimi. **S**in autem minimi i eade pportioe si possibile est. c. e. d. **C**onstat itaq. per. 11. qd. c. numerat. a. e. d. b. equaliter sit igitur ut fm. e. erit per. 12. ut uicem. e. numerat. a. b. a. quidem secundum. c. e. b. fm. d. non sunt igitur. a. b. contra se primi: quod est contra ypoth.

b iiii

a 5 b 7

c

b c

a 4 b 2 c 2

d

e f g

g b k

a 3 b 4 c 5

d c f

12 15 20

a 11 b 12 c 13

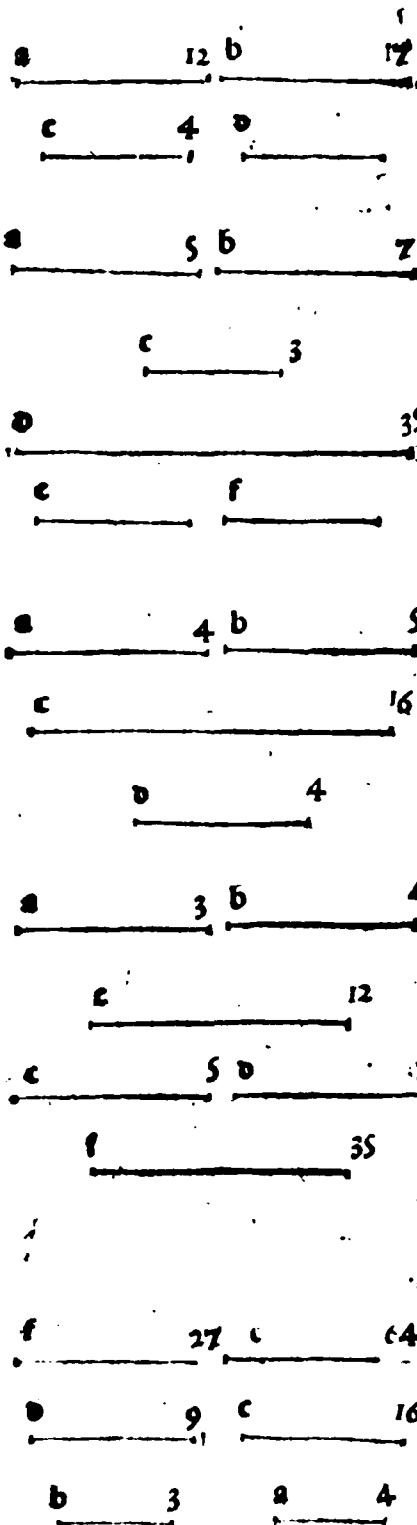
d c f

g

a 3 b 5

c d

e

**Propositio .24.**

Si fuerint duo numeri contra se primi. si quis unus eorum numeret ad alterum esse primum necessa-
rio comprobatur.

Sint a. f. b. contra se primi. c. vero numeret a. dico qd c. primus est ad b. **P** Alioquin numeret eos. d. qui per penultimam conceptionem numerabit etiam a. non sunt ergo a. f. b. contra se primi. d. enim numerat ambos.

Propositio .25.

Si fuerint duo numeri ad alium quemlibet primi qui ex ductu unius in alterum produccitur. ad eundem erit primus.

Sit uterq. duorum numerorum a. f. b. primus ad c. **E**x a. in b. fit. d. dico qd d. est primus ad c. **A**lter enim numeraret eos. e. d. quidem fm. f. eritq. per secundam partem. 10. a. ad c. sicut. f. ad b. **E**t quia a. f. c. sunt primi f. e. numerat c. ipse erit per. 14. primus ad a. quare per. 23. a. f. c. sunt fm suam proportionem minimi sequitur ergo per. 12. ut e. numeret b. **E**t quia possumus esse qd ipse numeret c. non erunt. b. f. c. contra se primi. qd est contra ypoth.

Propositio .26.

Si fuerint duo numeri contra se primi qui ex uno eorum in seipsum produccitur ad reliquum e. primus.

Sint contra se primi a. f. b. **E**x a. in f. fiat. c. dico qd c. primus est ad b. **S**it enim d. equalis a. eritq. d. primus ad b. **E**x a. in d. fiet. c. per premisam igitur patet. c. primum esse ad b. quod proposuimus.

Propositio .27.

Si duobus numeris ad alios duos comparatis uterq. ad utrumq. fuerit primus qui ex duobus prioribus ad eum qui ex duobus posterioibus produccitur erit primus.

Sint a. f. b. priores. c. f. d. posteriores. sitq. uterq. duorum a. f. b. primus ad utrumq. duorum c. f. d. **E**t ex a. in b. fit. e. **E**x c. in d. f. dico qd e. primus est ad f. **H**oc autem. 15. ter ipsum per evidentem concludit. **C**um enim fiat. e. ex a. in b. quorum uterq. primus est ad c. f. ad d. **E**rit per ipsam. e. primus ad c. f. item per ipsam primus ad d. **Q**uia item. f. fit ex c. in d. quorum uterq. primus est ad e. erit natus per ipsam. f. primus ad e. quod est propositum.

Propositio .28.

Si fuerint duo numeri contra se primi ducaturq. eorum uterq. in seipsum: erunt inde producti contra se primi. **S**icq. si in utrumq. productorum suum ducatur principium: erunt quoq. producti contra se primi.

Sint a. f. b. contra se primi ducaturq. uterq. in se: **P**roueniant ex a. quidem c. ex b. vero d. **I**temq. ducatur a. in c. **P**roueniat. e. **E**t b. in d. proueniat. f. dico. c. f. d. esse contra se primos. **I**tem q. e. f. contra se primos. **E**st enim per. 16. c. primus ad b. **P**er eandem igitur erit. d. primus ad a. **E**t ad c. sicq. constat primum quod est. c. f. d. esse contra se primos. **R**eliquum sicut est enim uterq. duorum numero rum a. f. c. primus ad utrumq. duorum b. f. d. **I**taq. per. 27. erit. e. primus ad f. quod est reliquum. **N**on solum autem erit. e. primus ad f. sed etiam per. 15. ad b. f. ad d. **I**temq. per eandem. f. ad a. f. c. sicq. si infinites duceretur utrumq. productorum in suum principium essent omnes producti contra se primi. **N**on solum hoc sed quilibet eductus ab a. ad quemlibet eductum a b.

Propositio .29.



Si fuerint duo numeri contra se primi qui ex ambobus coactiuatur ad vtrumque eorum erit primus. Si vero ex ambobus coactiuatur ad vtrumque eorum fuerit primus. Duo quoque numeri aduincem erunt primi.

Sit. a. & b. contra se primi: dico q. ex eis compositus. a. b. ad vtrumque eorum erit primus & conuerso. ¶ Nam si d. numerat totum. a. b. & alterum eorum numerabit per eam scientiam & reliquum quare non erunt contra se primi: id hoc positum fuerat: patet ergo primū. ¶ Secundū sicut sit. a. b. primus ad vtrumque suorum componentium q. sunt a. & b. dico q. a. & b. sunt contra se primi. ¶ Posito enī q. d. numeret vtrumque duorum numerorum. a. & b. sequitur per eam scientiam q. etiam numeret. a. b. ex eis compositum: quare ad neutrum duorum numerorum a. & b. erit. a. b. primus: id positum erat q. esset ad vtrumque. Accidit igitur impossibile. ¶ Eodem quoque modo si coactiuatur ex duobus primus fuerit ad alterum primus quoniam erit ad reliquū: ideoque & coactiuatur inter se. ¶ Sit. n. compositus ex a. & b. primus ad a. dico q. erit et primus ad b. alioquin numeret eos. d. qui per conceptionem numerabit & a. cū numeret totū & deductum hoc autem inconueniens erat enim compositus ex a. & b. primus ad a.

Propositio 30.

Nis numerus compositus ab aliquo primo numeratur.

Sit. a. quilibet numerus compositus: dico q. aliquis primus numerat ipsum. ¶ Quia enim est compositus numerabitur ab aliquo numero qui sit. b. qui si fuerit primus verum erit quod dicitur: si autem compositus sit. c. qui numerat eum: quietiam per eam scientiam numerabit. a. si ergo ipse fuerit primus. constat quod dicitur. At si compositus necessario numerabit eum alius qui sit. d. qui etiam per communem scientiam numerabit. a. de quo dicināre ut prius. ¶ Quia ergo quotiens occurrit compositus necesse est minorem assumere qui compositum occurrentem numeret sequitur ut tandem denentur ad aliquem primum: alioquin accidet impossibile & contrarium petitioni numerum in infinitum decrescere.

Propositio 31.

Nis numerus autem primus aut a primo numeratur.

Sit. a. quilibet numerus dico ipm esse primū vel numerari a primo. ¶ Quia si nō ē primus erit compositus: quilibet autem talis ab aliquo primo numeratur per premisam. a. igitur vel primus est vel a primo numeratur: quod proponitur.

Propositio 32.

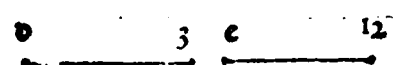
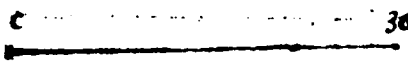
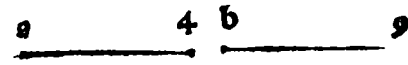
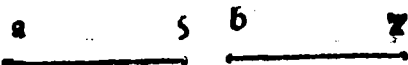
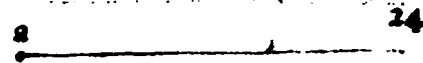
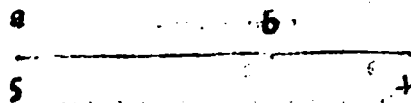
Nis numerus primus ad omnem quem non numerat est primus.

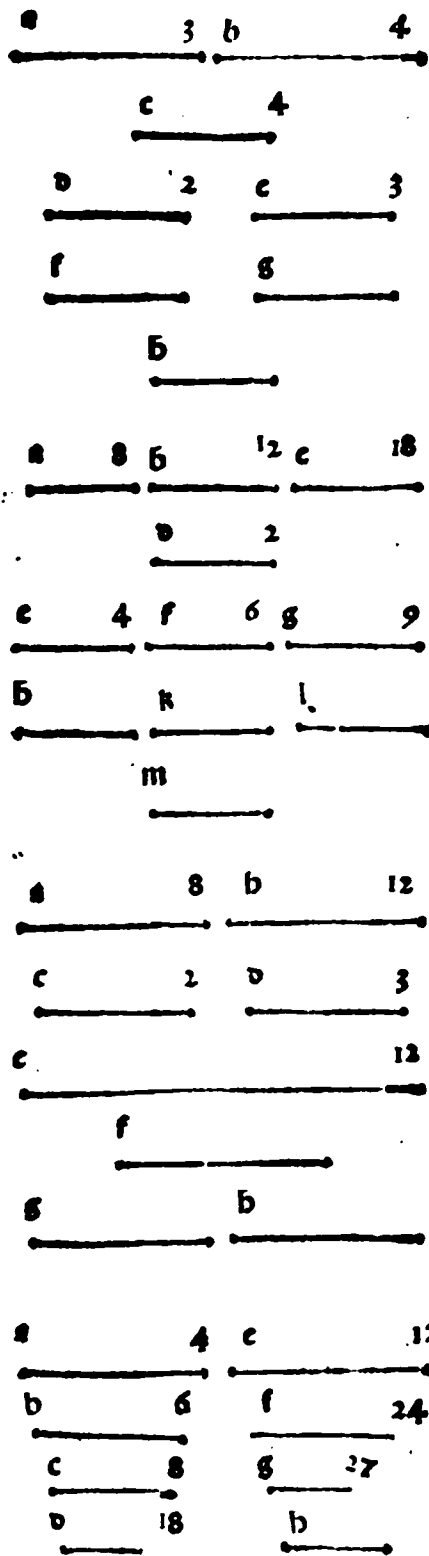
Sit. a. numerus primus non numerans. b. dico q. a. & b. sunt contra se primi. ¶ Si enim c. numerat eos non est verum q. a. sit primus.

Propositio 33.

In numerus ex duobus productus ab aliquo primo numeretur necesse est eundem primum alterum illorum duorum numerare.

Sit. c. productus ex a. in b. & sit d. numerus primus q. ponat numerare. c. dico q. d. numerat. a. vel. b. ¶ Numeret enī. c. fm. e. si ergo nō numerat. a. erit primus ad ipm per premisam: & ideo erit fm. suā proportionē minimi p. 23. ¶ Et q. a. ad d. sicut e. ad b. per secundam pte. 20. sequitur ut d. numeret. b. per. 22. qd est propositum. Unde manifestum est q. si aliquis numerus numerat productus ex duobus vel si eadem fuerit comensurabilis: comensurabilis quoque erit alteri eorum.



**Propositio 34.**

Primos fm proportionem numerorum assigna-
torum minimos inuenire. **E**nde manifestum est
maximum numerum duos communiter numerare.

Sint. a. f. b. numeri fm quorum proportio-
nem volumus inuenire minimos. **S**i ergo fuerit con-
tra se primi sunt quales inquirimus per. 12. **S**i autem compositi sumantur
ut docet secunda maximus eos cōiter numerat qui sit. c. **N**umeretq. eos
fm. d. f. e. eritq. in eadem pportione per. 18. **Q**uos dico esse quales d-
rimus. **S**in autem sint. f. g. que per. 12. numerabunt. a. f. b. equaliter sit
igitur ut fm. h. eritq. p. scdm ptem. 10. c. ad. b. sicut. f. ad. d. vel sicut. g. ad
e. **Q**uare. c. est minor. b. **I**taq. c. b. nūcet. a. f. b. nō fuit. c. maximus
eos numerat sed erat positū q. fci ergo fci. Similiter quoq. possumus.

Numeros fm continuitatem proportionum numerorum effi-
giorum minimos reperire. **E**nde etiam manifestum est ma-
ximum numerum quotlibet communiter numerantem fm mini-
mos proportionum eorum eos numerare.

Ut si sint. a. b. c. fm quorum proportionem volumus minimos inuenire
re sue fuerint in eadem pportione sue in diuersis. **S**i nullus numerus
numerat eos omnes ipsi sunt quos querimus per. 12. hoc enim ibi demon-
stratum est. **S**i autem vnus numerat omnes i sumatur ut docet tertia
maximus eos communiter numerans qui sit. d. **N**umeretq. eos fm. e. f.
g. qui erunt in eadem pportione per. 18. **D**ico eos esse quos queri-
mus. **A**lioquin sint. h. k. l. qui per. 12. numerabunt. a. b. c. equaliter se
ut fm. m. **E**ritq. per secundam partem. 10. d. ad. m. ut. h. ad. e. vel. k. ad
f. vel. l. ad. g. Minor est igitur. d. q. m. quare cum. m. numeret a. b. c. non
fuit. d. maximus eos numerans quare sequitur impossibile fuit enim. d.
maximus numerans a. b. c.

Propositio 35.

Alibet duo numeri minimos numeros sue po-
portionis maior minorem et minor maiorem mul-
tiplicantes minimum ab ipsis numeratus produ-
cunt. **E**nde manifestum est minimum quē duo nu-
merant quemlibet ab eis numeratum numerare.

Sint duo numeri. a. f. b. minimiq. in corū proportio-
ne. c. f. d. eritq. per primam partem. 10. ut ex. a. in. d. f. b. in. c. fiat idem
numerus qui sit. c. **Q**uē dico esse minimum numeratum ab. a. f. b. **A**li-
ter enim sit. f. quem numeret. a. f. b. fm. g. f. h. eritq. per secundam partē
10. h. ad. g. sicut. a. ad. b. f. sicut. c. ad. d. f. per. 18. erit. c. ad. h. sicut. e. ad. f.
cum itaq. per. 12. c. numeret. h. e. numerabit. f. maior minorem quia ergo
hoc est impossibile constat verum esse quod dicitur.

Propositio 36.

Propositis quotlibet numeris minimus ab eis nu-
meratum reperire. **M**anifestum etiam ex hoc est
minimum numerum quem quotlibet numerant
quemlibet ab eis numeratum numerare.

Sint ppositi numeri. a. b. c. d. volo inuenire minimum
numeri numeratū ab eis. **I**nuenio itaq. primo minimū
numeratū ab. a. f. b. q. si. a. numerat. b. nō erit alius q. b. **S**i autem non nu-
merat eū nec eōuerfos si ipsi sunt cōtra se primi q. ex uno in alio puenit
erit minimus p. 12. f. pmissam. **Q**uod si sunt cōcantes sumant minimū l
eoz pportioe: ut docet. 34. f. maiore i minore eoz multiplicato pueniat
e q. erit minimus nūctus ab eis p pmissam. **S**imili quoq. mō inueniat
minimus nūctus ab. e. f. c. q. sit. f. eritq. f. minimus numeratus ab. a. b. c.
Sed f. minimus quē numerant. f. f. d. sit. g. eritq. g. minimus quē nume-
rāt numeri ppositi. **Q**uod eni oī ipsum numerat: patet p cōceptionē.
Sed si non est minimus ponatur ergo. h. quem ga numerat. a. f. b. nō

merabituram ipsum per correl. premis. c. ¶ Per idem quoq. correl. nu-
merabituram. f. sed g. ¶ Maior itaq. numerat minorem quod est im-
possibile. ¶ Hec ¶ premis. a. proponitur in alio loco sub tribus conclu-
sionibus quaz. prima equiualeat pmissis; secunda cōponit ex correlariis am-
bobus; tertia pponit de tribus quibec de quolibet numeris. Est itaq. pma.

¶ Satis duobus numeris minimus ab eis numeratū inuēire.
¶ Dati numeri sint. a. g. b. quoniam minor si numerat maiorem est ma-
ior quem quimus. ¶ Alioquin maior eoz. numeraret minorem se. ¶ Si at
neuter neutrum numeret. si ipsi sint cōtra se pmi. erit qui ex. a. in. b. que-
rit qui sit. c. minimus oium quem numerat. a. g. b. ¶ Nam si minorem
eo numerauerint esto. d. que numeret fm. c. g. f. ¶ Eratq. p. secūdam par-
tem. 10. a. ad. b. sicut. f. ad. e. ¶ Et quia. a. g. b. sunt sue proportōis minimi
per. 13. numerabit. a. f. per. 11. ¶ Et quia per. 11. est. c. ad. d. sicut. a. ad. f. Nā
ex. b. in. a. g. f. sunt. c. g. d. ¶ Sequit. c. numerare. d. ¶ Sed erat. d. minor
e. quare impossibile. ¶ Si autem. a. g. b. sint cōcantes negociare pposi-
tum ut in. 35. ¶ Secūda trium cōclusionum ex ambobus correl. ē cōfecta.

¶ Si plures numeri numerum vnum numerent: necesse est vt
minimus quem numerant eundem numerum numeret.

¶ Vt si sit quilibet numerus quem numerat. a. g. b. d. minimusq. ab eis
dem numeratus. c. erit vt. c. numeret. d. ¶ Cum. n. sit. d. maior. c. si. c. nō
numerat ipsum. numerabit tñ aliquid eius. ¶ Sitq. plurimum quod nūe-
rat. e. g. residuum sit. f. eritq. f. minus. c. ¶ Quia igitur. a. g. b. numerat. c.
numerabunt per cōm sciam g. e. sed numerabant. d. itaq. p. aliam cōm-
nem scientiam numerabunt. f. inconueniens ergo sequitur q. c. non fuit
minimus quem numerant. a. g. b. ¶ Idem cōuincet ¶ eodem modo de
quolibet numerato a quolibet pluribus. s. q. minimus ab illis quolibet
pluribus numeratus eūdem numeret: vltima trium cōclusionum est.

¶ Propositis tribus numeris: minimum numerozum ab eis
numeratozum inuenire.

¶ Tres numeri ppositi sint. a. b. c. minimusq. que numerant. a. g. b. sit. d.
qui sumetur vt prima trium cōclusionum docet. ¶ Si igitur. c. numerat
d. scito. d. esse quem querimus. ¶ Si. n. a. b. c. minorem eo numerat. sit. n.
e. quem per premisam cōclusionem numerabit. d. quod est impossibile.
¶ Si aut. c. non numerat. d. sumatur. e. minimus numeratus ab eis. ¶ Q. d.
at. e. numeretur ab. a. b. c. patet quia. c. numerat ipsum g. d. similiter ergo
g. a. b. q. numerat. d. ¶ Quare. e. numerabit ab. a. b. c. eritq. e. minimus
quem numerat. a. b. c. ¶ Si aut sit. f. quem p. pmissam cōclusionem nu-
merabit. d. sed. c. numerat. f. quia. a. b. c. numerat eum: quare. c. d. nume-
rabūt eū: quare p. premisam. e. numerabit eū ¶ Sed g. e. maior minorem quod non esse potest. Idem inueniet ¶ eodem mō quo-
libet propositis.

¶ Propositio .37.



¶ Numerus aliquis alius numez. numeret: erit in
numerato pars a numerante denominata.

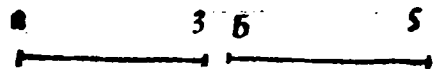
¶ Huius sensus ē q. oīs numerus numeratus a ternario hēt
terciam ¶ numeratus a quinario hēt quintā. sicut de ceteris.
¶ Vt si. b. numeret. a. erit in. a. ps. denotata a. b. ¶ Nume-
ret. n. ipsum quotiens vnitas in. c. eritq. per. 16. vt. c. quoq.
totiens numeret. a. quotiens vnitas in. b. quare tota pars. est. c. a. quota
vnitas. b. ¶ Et quia vnitas est pars oīs numeri ab ipso denominata per cō-
muniem scientiam: erit. c. pars. a. denominata a. b. quod est propositum.

¶ Propositio .38.



¶ Numerus aliquis partem quotācuq. habeat nu-
merabit ipsum numerus ad illam ptes dictus.

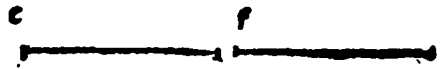
¶ Hec est conuersa premis. cuius est intentio q. oīs nu-
merus hēt tertiā nūerat a ternario ¶ hēt qntā a quinario
sicut de ceteris. ¶ Vt si. b. sit. ps. a. denotata a. c. sicut vt. c.
numeret. a. ¶ Quia enim. b. est pars. a. denominata a. c. sed g. vnitas ē ps.



c 12



d



a 2 b 3



c 6



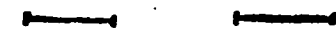
a 4 d 12



b 6 c 24



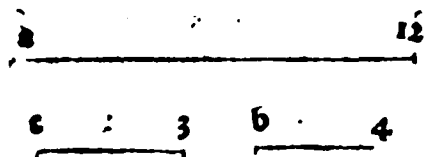
c 8 f



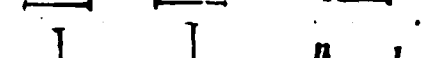
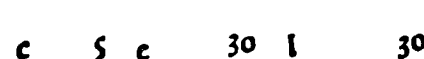
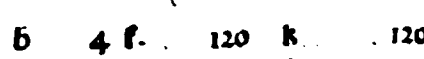
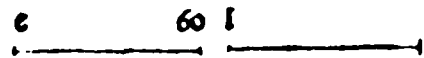
c 3 b 4



I



I



c. denominata ab ipso per concep. sequitur ut quotiens unitas numerat. et totiens. b. numerat. a. ¶ Itaq. per. 16. quotiens unitas. b. totiens. c. numerat a. quare constat propositum. ¶ Aliter idem cum sit. b. pars. a. si tota unitas. c. erit. per hanc communem scientiam unitatem esse partem. omnis numeri ab ipso denominatam. c. denominans. b. in. a. ¶ quia e. b. in. a. quotiens unitas in. c. euidenter sequitur propositum per. 16.

Propositio 39.



Numerum minimū propositarum denominationum habentem partes inuenire. Ex quo manifestū est q. minimus numerus numeratus a quotibet ē minimus habēs partes denotatas ab ipso.

¶ Sint. a. b. c. d. denominantes partes propositas. ¶ e. minimus numeratus ab eis sumptū fm. 36. ipsum. e. dico esse quem querimus. ¶ Sint enim fm. quos numerant ipsum. f. g. h. k. erit. q. 16. ¶ hanc communem scientiam unitas est pars omnis numeri ab ipso dicta ut uiceversa. f. g. h. k. numerent. e. fm. a. b. c. d. quare sint partes eius ab illis dicte. ¶ Effiguitur. e. habens partes propositarum denominationum. ¶ Minimus etiam qm. si alter fuerit ut. l. sint partes. l. dicte ab eis. m. n. p. q. erunt. per. 16. ¶ predictam cōm. scientiam. a. b. c. d. uiceversa partes. l. dicte ab. m. n. p. q. quare non erat. e. minimus quem numerat. a. b. c. d. quod est inconueniens. ¶ Habito minimo: si cura est habere si eādē aut quorūcūque libet: q. si secundum sume duplum minimi: si tertium triplū ¶ ad hunc modū in aliis. ¶ Cum enim omnis multiplex. e. numeret ab a. b. c. d. per hanc cōm. scientiam. Omnis numerus numerans alium numerat omnem numeratum ab illo. ¶ Necessē est per. 37. ut omnis multiplex. e. habeat partes denominatas ab. a. b. c. d. ¶ Si itaq. duplus. e. nō fuerit secundus habens partes propositarum denominationum: erit alius quem sequitur esse maiorem. e. sic sequitur esse minorem duplo: ¶ quia illum numerant. a. b. c. d. per. 38. sequitur per coroll. 36. q. e. numeret eandē quod est impossibile. ¶ Cum enim numeret se. numeraret p. hanc cōm. scientiam omnis numerus numerans totum ¶ detractum: numerat residuum diffērentiam illius ad se. que cum sit minor sit maior numerus numerans minorem quod esse non potest sequitur itaq. duplum. e. esse fm. numerū habentem propositarum denominationum partes. ¶ Similiter quoq. a. gues duplum. e. esse tertium probato duplo esse secundum: alioquin quia esset triplo minor: ¶ duplo maior sequeretur. e. numerare aliquem inter ipsius duplum ¶ triplum: quod ut prius patet esse impossibile. ¶ Probato autem triplo esse tertium ad huius similitudinem probabis quadruplum esse quartum: ¶ sic in ceteris.

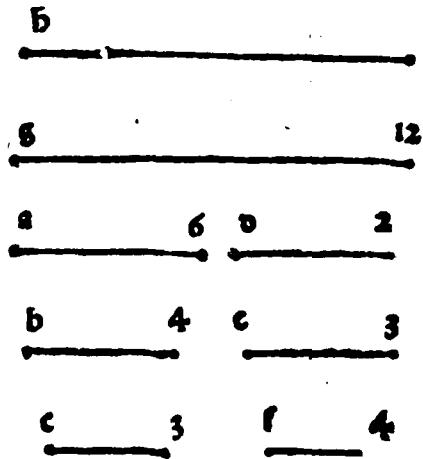
¶ **N**umerum habentem partes propositarum denominationum sumptarum continue reperiire.

¶ Ut minimū numerum habentem tertiam que tertia habeat quartā que etiam quarta habeat quintam aut septimam aut qualitercūq. cōtinuat eas ab eisdem uel diuersis denominari. ¶ Multiplicari oportet denominatorem prime partis in denominatorem secundae: ¶ ex eis productū in denominatorem tertię productum quoq. in denominatorem quartę sicq. de ceteris usq. ad ultimam a prima. ¶ Vel usq. ad primam ab ultima ¶ qui prouenerit erit qui inquiritur: ut in. proposito. 60. uel. 84. ¶ Hoc autem ita esse demonstratiue sic habeto. ¶ Sint numeri partes propositas denominantes. a. b. c. d. uolumus inuenire minimū numerum qui habeat partem denominatam ab. a. ita q. illa pars habeat partem denominationem a. b. ¶ illa aliam denominationem a. c. ¶ id ¶ hec aliam dictam a. d. ¶ Ducatur itaq. d. in. c. ¶ proueniat. e. ¶ e. in. b. ¶ proueniat. f. ¶ quorū ducatur in. a. ¶ proueniat. g. quem dico esse quem inquirimus. ¶ Cum enim ipse. g. proueniat etiam ex. a. in. f. per. 17. erit. f. pars. g. dicta ab. a. At quia. f. prouenit per eandem ex. b. in. e. erit. e. pars. f. dicta ab. b. ¶ id ¶ propter hoc erit. d. pars. e. dicta a. c. ¶ quia unitas est pars. d. dicta ab ipso

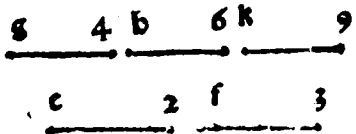
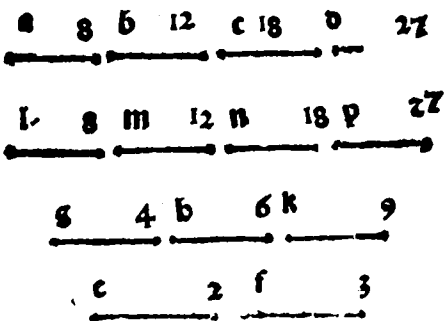
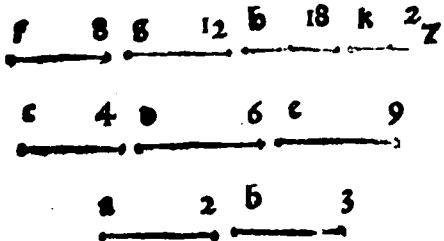
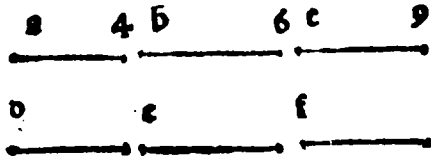
d. patet. g. habere partes ut proponitur. ¶ Si ergo non fuerit minimus sit. h. sup. k. pars eius dicta ab. a. f. l. pars. k. dicta a. b. f. m. pars. l. dicta a. c. n. quoque pars. m. dicta a. d. ¶ Eritque p. 18. f. 14. g. ad. f. ut. b. ad. k. f. f. ad. e. ut. k. ad. l. f. c. ad. d. ut. l. ad. m. sed f. d. ad unitatem ut. m. ad. n. ¶ Ergo per. s. erit in proportionem equalitatis. g. ad unitatem ut. h. ad. n. ergo permutatum erit. g. ad. h. ut unitas ad. n. ¶ Quare cum. h. sit minor g. erit. n. minor unitate. sequitur igitur impossibile partem numeri minorem esse unitate. ¶ Erit itaque. g. minimus habens partes ut proponitur. Quo inueniatur si cura fuerit hinc scdm aut quotumque libet p. minimi multiplices ut prius demum est sumendi erunt hec aut. 39. proponitur in alio fm hunc modum.

¶ Propositis partibus quotcumque libet minimum numerum eas continentium inuenire.

¶ Ut si partes propositae sint. a. b. c. sintque eas denominantes. d. e. f. f. sumatur minimus quem numerant. d. e. f. qui sit. g. hunc dico esse quem querimus. ¶ Enim enim in eo propositae partes per. 32. ¶ Qui si non fuerit minimus eas continens sit ergo. h. quem numerabunt. d. e. f. per. 38. igitur non erit. g. minimus numeratus ab eis quod est inconueniens quia erat. ¶ Inteligo uero partes. a. b. c. indeterminate poni f. non sub quantitate certa: aliter enim non esset necessarium ut minimus numerus quem numerant. d. e. f. esset minimus continens partes propositas. ¶ Plurimas enim contingit partes reperire quas numerus numeratus ab eaz. denominatoribus non continet. ¶ Verbi gratia. Tres numeri q. sunt. no. 90. f. 72. sunt eiusdem numeri partes. primus quidem tertia. secundus uero quarta. f. tertius quinta: nec tamen minimus quem numerant denominatores eoz. qui est. 60. partes istas continet. ¶ Instandum igitur est si partes sub certa quantitate ponantur prime consequentie huius demonstrationis. ¶ Non enim sequitur ut arguit p. 32. si ternarius hunc numerat ergo hic numerus positus est eius tertia. ¶ Sed ergo habet tertiam. ¶ Quia idem est quod proponitur fm utrumque modum: sed fm primum conuenientius uidetur quod intenditur proponi. ¶ Attendere autem oportet quod cum ois pars habeat quantitatem in ea contingit ponere quotlibet f. quaslibet partes fm quantitatem: f. inquirere quis minimus eas continet f. sub quibus denominationibus. ¶ Minimum autem eas continere constat esse minimum numeratum ab eis. ¶ Secundum quos uero numerant sunt qui illos in illo denotant. ¶ Contingit itaque ponere quotlibet f. quaslibet denominationes: f. inquirere in quo minimo hee denominationes reperiuntur f. fm quas quantitates. ¶ Minimum quoque constat esse minimum numeratum ab illis. ¶ Secundum quos uero numerant sunt qui quantitates determinant. ¶ Utrobique autem idcirco inquiruntur minimi quia infiniti sunt hinc quidem qui has partes continent. Inde uero in quibus hee denominationes reperiuntur. ¶ Contingit rursus ponere quotlibet partes f. totidem denominationes. Vel quotlibet denominationes f. totidem partes. ¶ Non autem quaslibet cum quibuslibet: sed certas cum certis. ¶ Si enim ponamus partes tres quatuor quinque f. denominationes eaz. 6. 7. 8. f. inquiram quis numerus continet has partes sub istis denominationibus: similis ero inquisitori uano quod est impossibile. ¶ Certas igitur conuenit ponere partes cum denominationibus certis f. non ut contingit f. inquirere quis numerus positus partes sub propositis denominationibus continet: non autem quos. ¶ Minimus unicus enim est nam siue proposita fuerit una pars f. una denotatio siue plures f. plures: non erit sumere plures numeros quod propositum erit continentes. Solus enim est cuius ternarius est quinta non plures. Solus quoque cuius ternarius octaua: f. senarius quarta non plures. ¶ Ideoque proponentem partes f. denominationes ipsarum in toto non est querere quis minimus continet has partes sub istis denominationibus: sed quis unus continet. ¶ Proponetur autem partes tri. Contingit querere quis minimus eas continet f. a quibus in eo denotantur. ¶ Solus quoque proponente denominationes conuenit querere quae partes ab illis dicte f. in quo minimo reperiuntur. Conuenientius autem ut partes per denominationes inquireret: quae denominationes per partes: diuersitate quidem denominationum non partium comitatur proportionum diuersitas. Explicit liber septimus.



Liber octauus Euclidis de numeris similibus ac communibus ad instar continue proportionis denominationibus et ipsorum adinuicem proportionibus ex optima Campani interpretatione Magistro Luca pacolo de Burgo Sancti Sepulcri Radicis Binorum Castigatore diligentissimo. Incipit.



Atera numerorum dicuntur quorum multiplicatione numeri producantur. 1. **S**upercialis appellatur numerus qui ex duobus lateribus continetur. 2. **S**olidus vero qui sub tribus ex quorum continua multiplicatione hoc procreari. 3. **Q**uadratus est numerus superficialis equalibus lateribus consistens. 4. **C**ubus est solidus equalibus consistens lateribus. 5. **S**imiles dicuntur numeri superficiales siue solidi quorum latera sunt proportionalia.

Propositio. 1.



Si numerorum quotlibet continue proportionalitatis duo extremi fuerint contra se primi: eos omnes secundum suam proportionem minimos esse necesse est. **S**int continue proportionales. a. b. c. duoque extremi qui sunt a. c. sint contra se primi. dico quod in eadem proportionem non reperitur totidem minores. Si autem contingit sint. d. e. f. eruntque per. 15. septimi. a. ad. c. sicut. d. ad. f. quia. a. f. c. sunt minimi in sua proportionem p. 13. eiusdem sequitur p. 11. ut. a. numeret. d. f. c. f. maiores et minores quod esse non potest.



Similes quotlibet continue proportionalitatis secundum proportionem datam minimos inuenire. unde manifestum erit: quod si fuerint tres numeri continue proportionalitatis secundum eam minimi duo extremi erunt quadrati. quod si fuerint quatuor erunt extremi cubi.

Sint date proportionis minimi. a. f. b. ducaturque a. in se fiat. c. f. in. b. fiat. d. b. quoque in se fiat. pueniat. e. eruntque. c. d. e. continue proportionales in proportione. a. ad. b. p. 18. f. 19. septimi: quia. c. f. e. sunt contra se primi p. 18. eiusdem erunt. c. d. e. secundum datam proportionem minimi p. premisam. **D**ucatur iterum. a. in omnes illos. fiat. pueniat. f. g. h. f. b. in. c. fiat. pueniat. k. erunt et. f. g. h. k. continue proportionales in proportione. a. ad. b. p. 18. f. 19. septimi: minimi quoque p. 18. eiusdem fiat premisam hac uia fiat ne inueniet. s. uel. 6. uel. quotlibet.



Si numeri quotlibet continue proportionales secundum suam proportionem fuerint minimi: duos eorum extremos se primos esse necessario comprobatur.

Hec tertia est conuersa prime. Sint. n. a. b. c. d. continue proportionales secundum suam proportionem minimi. dico quod. a. f. d. extremi erunt adinuicem primi. **M**ini. n. in proportione a. ad. b. sint. e. f. eruntque p. 12. septimi contra se primi p. hos ergo duos secundum doctrinam premisse inueniant totidem continue proportionales et minimi quot sunt numeri propositi. **P**rimo quidem tres qui sunt. g. h. k. deinde quatuor qui sunt. l. m. n. p. fiat ad hunc modum continue p. additionem unius quousque fiat tot quot sunt numeri propositi ut sunt hic. l. m. n. p. sequitur ergo. l. m. n. p. equales esse. a. b. c. d. eo quod in eadem proportione sunt utrinque minimi. **E**t quia. l. f. p. sunt contra se primi p. 18. septimi erunt quoque. a. f. d. illis equales contra se primi

nam quod est propositum.

Propositio 4.



Similitudinem assignatarum proportionum in minimis numeris sive ipsas proportionum continuas proportionalibus invenire.

¶ Assignate proportionem in minimis terminis inveniant ut docet 34. septimi. Sintque prima inter a. f. b. secunda inter c. f. d. tertia inter e. f. f. sic quoque de pluribus si fuerint plures. uolo has proportionum in quatuor minimis numeris continuare. Sumo ergo g. minimum quem numerat b. f. c. f. quotiens b. numerat ipsum g. totiens a. numerat b. d. quoque totiens numeret k. quotiens c. g. itaque si e. numerat k. sit ut f. totiens numeret l. eruntque b. g. k. l. quos quimus. ¶ Cōstat. n. p. 18. septimi quod sit b. ad g. sicut a. ad b. f. g. ad k. sicut c. ad d. at k. ad l. sicut e. ad f. ¶ Minimi quoque nā si alii sint minimi ut n. p. m. q. oportebit p. 11. septimi bis assumptis ut uterque duo. b. f. c. numeret p. quare f. g. numerabit eundem p. correl. 35. sept. quod est inconueniens. ¶ Sunt igitur b. g. k. l. minimi. ¶ At uero si e. non numerat k. sit m. minimus numeratus ab eis. s. e. f. k. quem m. quotiens numerat k. totiens b. numeret n. f. g. totiens p. eruntque per 18. septimi. n. p. m. in proportionem b. g. k. quare n. ad p. ut a. ad b. f. p. ad m. ut c. ad d. sed quotiens e. numerat m. totiens f. numeret q. f. erit p. eandem m. ad q. sicut e. ad f. ¶ Manifestum est igitur assignate proportionum continuas sunt in quatuor numeris qui sunt n. p. m. q. ¶ Qui si non fuerint minimi. sunt si possibile est alii qui sunt r. s. t. x. quia itaque per 11. septimi bis assumptam uterque duo. numerorum b. f. c. numerat s. sequitur p. correl. 35. sept. ut g. numeret eundem quare et k. numerabit. tāt qā p. 11. septimi e. numerat eundem. t. nō erit m. minimus quem numerant k. f. e. hac rōe quā illis f. quotlibet alias sine oī offendiculo continuare poteris.

Propositio 5.



Primum duorum numerorum compositorum portio unus ad alterum est ex laterum suorum portio ducta proportionibus.

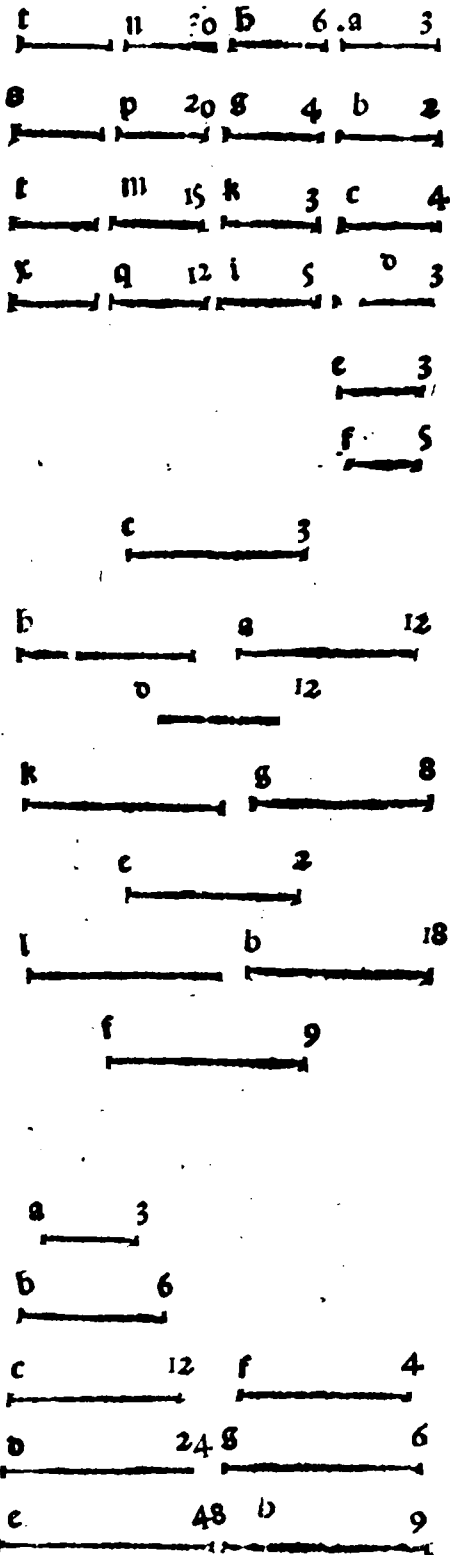
¶ Quod proponit. 14. sexti de superficiebus equidistantium laterum proponit hec de numeris compositis. Sint duo numeri compositi a. b. latera a. sint c. f. d. latera b. sint e. f. f. dico itaque quod proportio a. ad b. constat ex ea que est c. ad e. f. ea que est d. ad f. ¶ Sit enim ut ex d. in e. fiat g. quia ergo ex d. in c. fit a. f. ex f. in e. fit b. per conversionem diffinitionis laterum erit per 18. septimi. a. ad g. sicut c. ad e. f. per 19. eiusdem g. ad b. sicut d. ad f. quare per diffinitionem proportio a. ad b. composita est ex ea que est c. ad e. f. ea que est d. ad f. quod est propositum. ¶ Nec est necessarium ut continuemus proportionem laterum uidelicet eam que est c. ad e. f. eam que est d. ad f. in minimis numeris repetitis sive doctrinam precedentis ut docent quidam hoc enim est propositum preter necessarium. ¶ Arguunt enim posito quod illi minimi sint b. k. l. ita quod sit b. ad k. sicut c. ad e. f. k. ad l. sicut d. ad f. proportionem b. ad l. esse compositam ex proportionum laterum proportionibus. ¶ Sumptoque fieri ex d. in e. arguunt a. ad g. ut b. ad k. quia ut c. ad e. f. g. ad b. ut k. ad l. quia ut d. ad f. ideoque sive equam proportionem a. ad b. ut b. ad l. concludunt igitur a. ad b. componi ex quibus b. f. l. neque quidem sed non necessario assumpto.

Propositio 6.



In numerorum quotlibet continue proportionalium primus secundum non numeret nullus eorum numerabit ultimum.

¶ Sint a. b. c. d. e. continue proportionales. dico quod si a. non numeret b. nullus eorum numerabit e. Manifestum autem est quod si ipsum numeret omnes numerabunt e. f. simpliciter



quilibet precedens quilibet sequens. ¶ Si autem nō numerat ipm pate
q. d. non numerabit. e. nec simpliciter aliquis eorum proximo sequentem
quia sunt positi continue pportionales. ¶ Sed q. nullus alius ut. c. nume
ret ipsum sic constat. ¶ Sumatur fm doctrinam scđ de huius totidem
minimi continue pportionales in pportione eadē quot sunt ipse. c. ¶ oēs
sequentes qui sunt. f. g. b. eruntq. p. 3. huius. f. g. b. contra se primi ¶ quia p
equam pportionalitatem. c. ad. e. ut. f. ad. h. cum. f. non numeret. b. nec. e.
numerabit. e. eodē mō nec aliq. alioz. quare liquet qd ppositum est.

Propositio .7.



¶ Si numerorum continue pportionalium primis
ultimū numeret. idem ipse 2 secundū numerabit.
¶ Sint qui prius continue pportionales. dico si. a. nume
rat. e. ipse numerabit. b. alioquin ex premisa nō numera
ret. e. quod est contrarium ¶ impossibile. Non solum aū
numerabit. b. sed ¶ oēs ¶ quibz eoz quilibet ipm sequē.

Propositio .8.



¶ Inter duos numeros numeri quotlibet in conti
nua pportionalitate ceciderint. totides inter om
nes duos in eades pportione relatos cadere ne
cesse est.

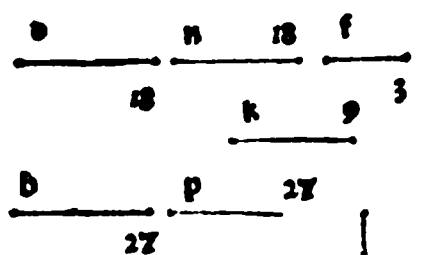
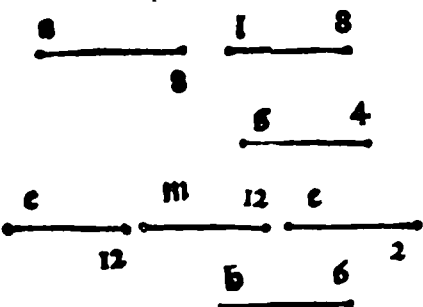
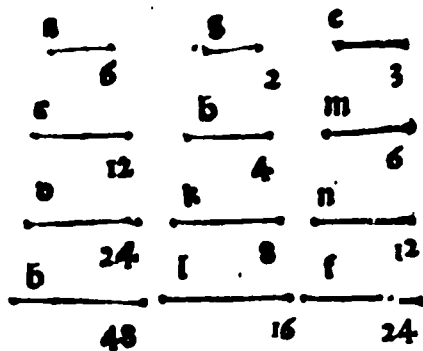
Sint. a. ¶. b. inter quos cadunt. c. ¶. d. in cōtinua pportio
e. ¶. f. ¶ in eadem pportione quot inter. a. ¶. b. Sint enim. g. b. k. l. totidē
minimi quot sunt. a. ¶. b. ¶ qui inter eos cadunt sumpti quēadmodū do
cet secunda huius cōtinue pportionales in eadē pportione eruntq. p. 3. g.
¶. l. cōtra se primi ¶ per equā ppor. erit. g. ad. l. sicut. a. ad. b. ideoq. ¶ sicut
e. ad. f. ¶ quia ipsi sunt in sua pportione minimi per. 33. septimi ¶ sequitur
per. 34. eiusdē ut. g. numeret. e. ¶. l. f. equaliter toties igit numeret. b. m. ¶
k. n. positisq. m. ¶. n. inter. e. ¶. f. constat per. 33. septimi. c. m. n. f. cō
tinue pportionales. quēadmodum sunt. g. b. k. l. ¶ ideo quēadmodum. a.
c. d. b. quare patet quod dictū est. ¶ Ex hac constat nullā sup̄cularē
posse per equalia diuidi. si enim hoc eēt oportet inter duos numeros
sola unitate distātes numerum cadere mediū quod eē non potest ideoq.
tonus in musica quē sexquialtera cōtinet pportio i duo uera semitoniam
diuidi non pōt sed necessario diuiditur in minus semitonium ¶ maius.

Propositio .9.



¶ Inter duos numeros contra se primos numeri
quotlibet continua pportionalitate ceciderint. in
ter utrunq. eorum 2 unitatem totidem continua
pportionalitate cadere necesse est.

¶ Sint. a. ¶. b. cōtra se primi. inter quos cadat in cōtinua
pport. c. ¶. d. dico q. totidē erunt continue pportionales in
ter. a. ¶ unitatē itēq. totidē inter. b. ¶ unitatē. Sint enim in illa ppor
tione minimi. e. ¶. f. sumpti ut docet. 34. septimi. ex quibus sumant tres
continue pportionales ¶ minimi in eorum pportione ¶ ut docet scđ
da huius qui sunt. g. b. k. deinde quatuor qui sunt. l. m. n. p. ¶ hoc totiens si
at usquequo sic sumpti fiant totidem quot sunt numeri ppositi ¶ ut sunt
hic. l. m. n. p. Constat itaq. cum sint. a. c. d. b. in sua pportione minimi p
primam huius ¶ sintq. l. m. n. p. totidem ¶ minimi in eadem. Non sit aut
possibile eē aliquid minus minimo q. numeri. l. m. n. p. equales erūt nu
meris. a. c. d. b. quibz suorelatio ¶ igitur. l. equalis. a. ¶. b. Manifestum
autem ex secunda huius q. ex. f. in se sit. k. ¶ ex eodem in. k. p. per diffini
tionē igitur eius quod est multiplicari erit. f. in. k. k. quoq. in. p. quoties
unitas est in. f. itaq. unitas. f. k. p. sunt continue pportionales. Similiter
autem ¶ unitas. e. g. l. sumptis ergo. a. ¶. b. loco. l. ¶. p. sibi equalium erunt
inter. a. ¶ unitatem. g. ¶. e. ¶ inter. b. ¶ unitatem. k. ¶. f. continue propor
tionales totidem quot sunt inter. a. ¶. b. quod est ppositum.



Propositio .10.



Inter vtrunq; eorum & unitatem quotlibet numeri continua proportionalitate ceciderint ambo-
bus numeris totidem continua proportionalitate
interesse necesse est.

¶ Sint duo numeri. a. f. b. sintq; c. f. d. inter. a. f. unita-
tem. e. quoq; f. f. inter. b. f. unitatem continue proportio-
nales. dico totidem esse inter. a. f. b. continue proportionales: hec est con-
uersa prioris excepto q; ad subiectum premisse appositum erat. a. f. b. esse
contra se primos quod non apponitur hic ad passionem: qua propter vni-
uersalior est passio huius subiecto illius. **¶** Quia igitur quotiens unitas
in. d. totiens est. d. in c. f. totiens. c. in. a. constat quod ex. d. in se fit. c. f.
ex eodem. d. in. c. a. Similiter quoq; ex. f. in se. f. in. e. sicut. e. f. b. **¶** Ducat
itaq; d. in. f. f. productus sit. g. itemq; idem. d. ducatur. in. g. f. e. f. sint pro-
ducti. h. f. k. Constat igitur ex. b. septimi q; c. ad. g. vt. d. ad. f. ex. 19. q;
g. ad. e. vt. d. ad. f. quare. c. g. e. sunt continue proportionales in propor-
tione. d. ad. f. item per. b. iterum sunt. a. ad. h. sicut. c. ad. g. f. h. ad. k. sicut
g. ad. e. f. per. 19. k. ad. b. sicut. d. ad. f. igitur sunt. a. b. k. b. continue pro-
portionales: quare constat propositum.

Propositio .11.



Ifuerint ambo quadrati erit proportio vnus ad
alterum tanq; sui lateris ad latus illius proportio
duplicata. Si vero ambo fuerint cubi: erit propor-
tio alterius ad alterum tanq; sui lateris ad latus
alterius proportio triplicata.

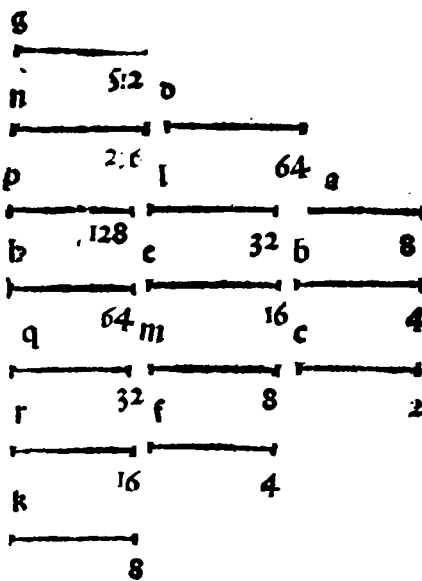
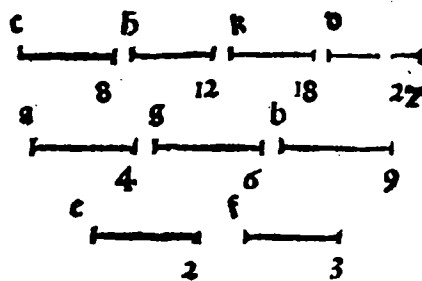
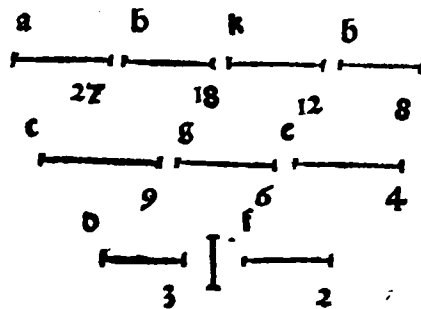
¶ Sint duo quadrati. a. f. b. f. duo cubi. c. f. d. latera ta-
quadratorum q; cuborum sint. e. quidem. a. f. c. f. vero. b. f. d. dico q; p-
portio. a. ad. b. erit sicut. e. ad. f. duplicata. c. vero ad. d. sicut eadem tripli-
cata. Manifestum enim est q; ex. e in se fit. a. f. ex ipso. e. in. a. c. sic quoq;
ex. f. in se fit. b. f. ex ipso in. b. d. ducatur igitur. e. in. f. f. prouenit. g. f. in
g. f. b. f. proueniant. h. f. k. eritq; per. b. septimi. a. ad. g. sicut. e. ad. f. f. p-
19. g. ad. b. sicut. e. ad. f. igitur ex diffinitione. a. ad. b. sicut. e. ad. f. dupli-
cata quod est primum. **¶** Secundum eodem modo constat. sunt enim p-
b. iterum. c. ad. h. sicut. a. ad. g. f. h. ad. k. sicut. g. ad. b. f. per. 19. k. ad. d. si-
cut. e. ad. f. quare. c. h. k. d. sunt etiam continue proportionales in propor-
tione. e. ad. f. per diffinitionem igitur erit. c. ad. d. sicut. e. ad. f. triplicata
quod est secundum.

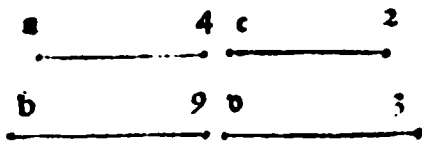
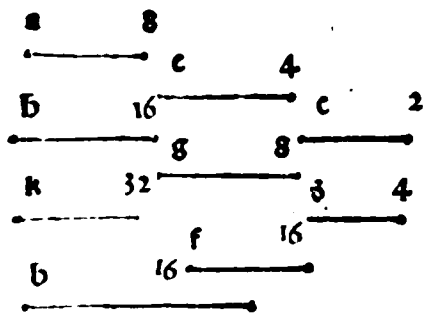
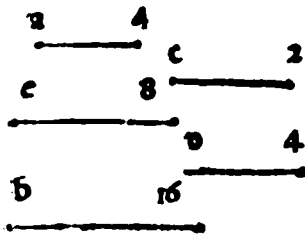
Propositio .12.



Inumerorum continue proportionalitatis quisq;
in seipsum ducatur: qui inde producentur sub con-
tinua proportionalitate esse. Quod si item in ipsos
productos principia sua ducantur inde quoq; pro-
ductos continue proportionalitatis esse necesse est.
idemq; in omnibus hoc modo productis extre-
mitatibus.

¶ Sint. a. b. c. continue proportionales quorum quisq; in se ducatur f. p-
nient ex. a. quidem. d. ex. b. vero. e. f. ex. c. f. dico q; d. e. f. sunt cōtinue
proportionales: q; si item. a. ducatur in. d. f. proueniat. g. b. quoq; in. e. f.
proueniat. h. f. c. in. f. proueniat. k. dico etiam q; g. h. k. erunt continue
proportionales. **¶** Sit enim ex. a. in. b. l. f. ex. c. in. eundem. m. eruntq; p-
18. f. 19. septimi. d. l. e. m. f. cōtinue pportōales in pportione. a. b. c. itaq; p-
equam proportiōalitatem argue. d. ad. e. sicut. e. ad. f. quod est primum.
¶ R eliquum sic. ducatur. a. in. l. f. e. f. proueniāt. n. f. p. c. quoq; ducatur
in. e. f. m. f. proueniant. q. f. r. eruntq; per easdem. g. n. p. h. q. r. k. conti-
nue quoq; proportionales in proportionē primorum: per equam igitur
proportionalitatem concludē. g. ad. h. sicut. h. ad. k. quod est reliquum.
Eadem erit ratio quotienscūq; primi in productos ducantur.





Propositio .13.



Iquis quadratus numerus alium quadratus numeret latus quoque suum latus illius numerare p batur. Si vero latus suum latus illius numeret q dratus numerat quadratum.

E Sint duo numeri .a. f. b. quadrati latera q. c. f. d. dico q si a numerat b. c. quoq. numerabit d. f. e conuerso **P** Constat enim q ex c. in f. fit a. ex d. quoq. in f. b. fiat igit. e. ex c. in d. eruntq. per .18. f. 19. p. primi .a. e. b. continue proportionales in proportio ne .c. ad d. **P** Si igitur a. numerat b. idem ipse per .7. huius numerabit e. quare f. c. d. quod est primum. **P** Conuersa sic patet. f. c. numerat d. a. nu merabit e. propter id quod proportio .a. ad c. sicut .c. ad d. f. si numerat e ipse numerabit b. propter hoc q sunt continue proportionales.

Propositio .14.



I cubus alium cubum numeret latus quoque suus latus alter us numerabit. Si vero latus suus latus alterius numeret cubus numerabit cubum.

E Sint duo numeri .a. f. b. cubi latera q. c. f. d. di co q si a numerat b. c. quoq. numerabit d. f. e conuerso. **P** I ucan t enim c. in f. f. fiat e. d. quoq. in f. fiat f. c. fiat igit. q ex c. in e. fit a. f. ex d. in f. b. fiat itaq. g. ex c. i. d. eruntq. per .18. f. 19. p. primi .e. g. f. continue pportiones in pportione .c. ad d. k. d. f. b. f. k. pueniant ex c. in g. f. f. **P** Per easdem igitur erunt a. b. k. b. c. continue quoq. proportionales in eadem pportione. **P** Itaq. si a. numerat b. idem p. 7. huius numerabit h. quare f. c. d. est n. c. ad d. sicut a. ad h. c. fiat igit prima pars. **C** onuersa patet. sicut conuersa prioris. Nam si c. numerat d. a. quoq. numerabit h. quem si numerat necesse est ut numeret b.

Propositio .15.



Inumerus quadratus quendam alium quadra um non numeret: nec latus suum latus illius nu merabit. Si vero latus suum latus illius non nu meret: quadratus is quadratum illum no nume rare ex necessitate conuincitur.

E Hec .15. preponit negationes conuerti que affirmatio nibus quas .13. huius conuerti proposuit opponuntur ut si sint duo nume ri quadrati .a. f. b. quorum latera .c. f. d. si a. non numerat b. c. quoq. non numerabit d. e conuerso etiam si c. non numerat d. nec a. b. **P** Sit enim primo ut a. non numeret b. si itaq. c. numerat d. per scanda partem. 13. huius f. a. numerabit b. quod est contrarium positioni: sicq. patet p. mu. **P** Secundum quoq. si c. non numerat d. itaq. si a. numeret b. p pri mam partem. 13. necesse est ut c. numeret d. necesse e igitur ut numeret ip sum cum no numerat ipsum quod est impossibile. **P** Quemadmodum aut necesse est conuerti negationes oppositas affirmationibus quas .13. de monstrauit conuerti: sic quoq. necesse est eas negationes que opponuntur illis affirmationibus quas premissa conuerti demonstrauit conuertantur unde si cubus non numerat cubu nec latus eius numerabit latus illius eco uerso quoq. si latus unius non numerat latus alterius: nec ipse cubus nume rabit alterum cubum: demonstratur autem hoc per premissam a destru ctione consequentis: sicut quod propositum est per .13. ideoq. hoc auctor non proposuit: sed per id quod propositum est ipsum dedit intelligi.

Propositio .16.



I duo numeri superficiales fuerint similes neces se est tertium numerum sim proportionalitate co tinuam eis inter esse: eritq. proportio unius nume ri ad alteru sibi similes uelut unius lateris sui ad la tus alterius se respiciens proportio duplicata.

E Sint duo numeri .a. f. b. si perificiales f. similes i dico

¶ inter ipsos cadet unus numerus in continua pportione latera enim a. sint. c. f. d. b. uero latera sint. e. f. f. eruntq. ex conuersione diffinitionis numerorum similium. c. ad. e. sicut. d. ad. f. constat aut q. ex. c. in. d. fiat. a. f. ex. e. in. f. b. fiat itaq. g. ex. e. in. d. eritq. per. 19. septimi. a. ad. g. sicut. c. ad. e. f. per. 18. eiusde. g. ad. b. sicut. d. ad. f. quare. a. ad. g. sicut. g. ad. b. est itaq. g. continua proportionalitate medius inter. a. f. b. quod est propositum. ¶ Correl. autem patet cum sit. a. ab. b. per diffinitionem sicut. a. ad. g. duplicata que eadem est illi que est. c. ad. e.

Propositio .17.



¶ Si in continua proportionalitate tertius numerus duobus numeris inter sit: illi duo numeri superficiales sunt et similes.

¶ Hec est conuersa premisse ut si inter. a. f. b. sit. c. si b. continua proportionalitate constitutus. a. f. b. erunt superficiales et similes. ¶ Sint enim. d. f. e. minimi in proportione qua continuantur. a. c. b. qui per. 11. septimi numerabunt. a. f. c. equaliter sitq. ut fm. f. f. per eandem. c. f. b. equaliter sit ut fm. g. erunt igitur per diffinitionem. a. f. b. superficiales et erunt etiam per diffinitionem. d. f. e. latera numeri. f. g. latera numeri. b. ¶ Quod autem ipsi sint similes sic habeto. ¶ Cum enim ex. d. in. g. sit. c. f. ex. e. in. f. sit idem. c. erit per secundam partem. 10. septimi. d. ad. e. sicut. f. ad. g. per diffinitionem igitur. a. f. b. sunt similes: quod est propositum. ¶ Hoc autem ultimū quod est. a. f. b. esse similes: potest etiam haberi per. 19. f. 18. septimi: et per has hypothe. q. a. c. b. sunt continue proportionales in proportione. d. ad. e. minimorum numerantium. a. f. c. fm. f. f. c. f. b. fm. g.

Propositio .18.



¶ Si fuerint duo numeri solidi similes: necesse est eis duos numeros fm. continuam proportionalitatem interesse: eritq. proportio unius solidi ad alterū sibi simile: velut cuiuslibet sui lateris ad latus alterius respiciens se proportionaliter: proportio triplicata.

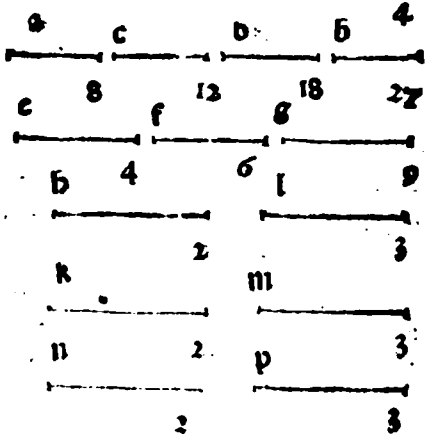
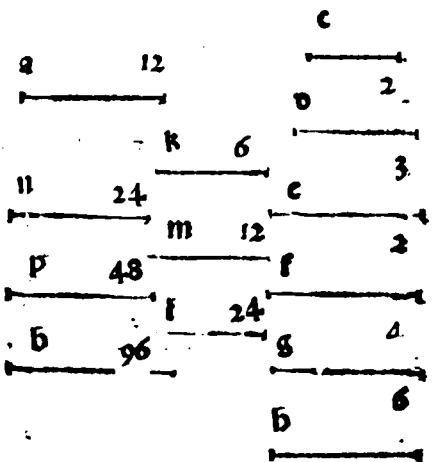
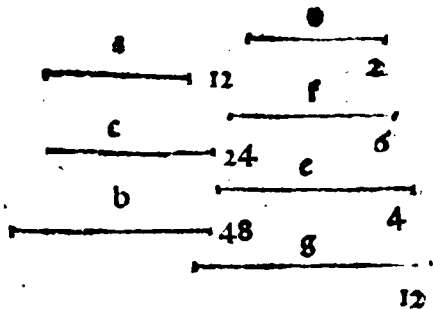
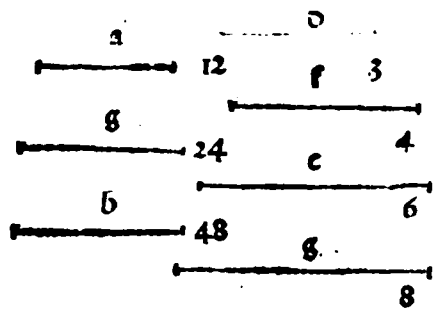
¶ Sint duo numeri. a. f. b. solidi similes dico q. inter ipsos cadent duo numeri in continua proportione. Sint enim latera numeri. a. c. d. e. latera uero. b. sint. f. g. h. eruntq. ex conuersione diffinitionis numerorum similium. c. ad. f. f. d. ad. g. sicut. e. ad. b. Sit igitur ex. c. in. d. k. f. ex. f. in. g. l. eruntq. ex diffinitione. k. f. l. superficiales et similes. quare p. 16. huius unus numerus cadet inter eos medius fm. proportionem. c. ad. f. qui sit. m. Manifestum autem est q. ex. c. in. k. sit. a. f. ex. h. in. l. b. si igitur ex. e. in. m. f. l. fiant. n. f. p. erunt per. 18. septimi. a. ad. n. sicut. k. ad. m. f. n. ad. p. sicut. m. ad. l. quare. a. n. p. sunt continue proportionales in proportione c. ad. f. ¶ Et quia per. 19. eiusdem. p. ad. b. sicut. e. ad. h. f. ideo sicut. c. ad. f. sequitur ut quatuor numeri. a. n. p. b. sunt continue proportionales fm. proportionem. c. ad. f. ¶ Sunt itaq. inter. a. f. b. duo numeri. n. f. p. medii in continua proportionalitate suorum laterum interpositi: quod est propositum. ¶ Correl. autem patet cum proportio. a. ad. b. sit per diffinitionem sicut. a. ad. n. triplicata que eadem illi que est. c. ad. f.

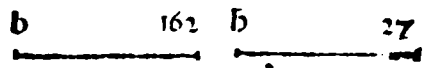
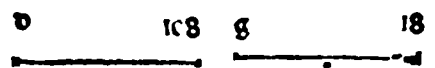
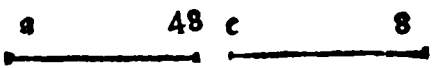
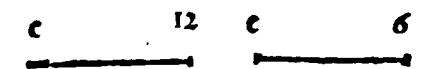
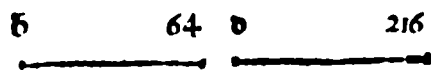
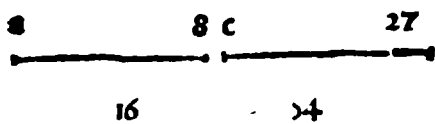
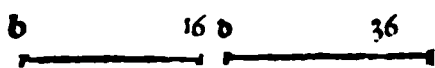
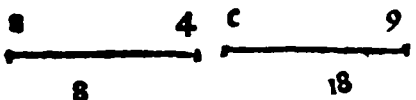
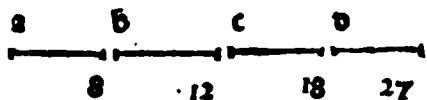
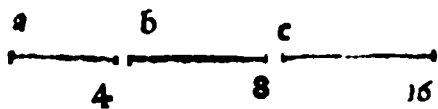
Propositio .19.



¶ Si in continua proportionalitate duo numeri interiacet quilibet duo numeri solidi sunt atq. similes.

¶ Hec est conuersa premisse ut si inter. a. f. b. sint duo numeri. c. f. d. medii in continua proportione erunt. a. f. b. solidi et similes. ¶ Sumatur enī tres minimi in eadē proportione continue proportionales q. sint. e. f. g. eruntq. p. 17. e. f. g. superficiales et similes. ¶ Sint ergo. h. f. k. latera. e. ar. l. f. m. latera. g. eritq. p. corre. 15. huius. e. ad. f. sicut. h. ad. l. aut sicut. k. ad. m. manifestū autē est ex tertia q. e. f. g. sunt cōtra se primi: ideoq. p. 13. septimi in sua proportione minimi: quia p. equā proportionalitatem sunt. a. ad. d. f. c. ad. b. sicut. e. ad. g.





sequitur per .x. septimi: ut ipsi nuñnerent .a. & .d. equaliter quod sit fm. n. & item .c. & .b. equaliter qd sit fm. p. Quia igitur ex .b. in .k. sit .c. & ex .c. in n. sit .a. sequitur p diffinitionem ut .a. sit solidus eiusq. latera .b. k. n. simili ter quia ex .l. in .m. sit .g. & ex .g. in .p. b. sequitur et ut .b. sit solidus & eius la tera .l. m. p. ¶ Ipsor aut esse similes sic constabit cum ex .g. in .n. fiat .d. & ex eodē i. p. b. erit p. 18. septimi. n. ad .p. sicut .d. ad .b. & quia sic erat. h. ad .l. & .k. ad .m. p diffinitionē manifestū est .a. & .b. esse similes: qd ē ppositum.

Propositio .20.



S triū numeroꝝ continue pportionalius primus fuerit quadratus tertiu quoq. quadratum eē.

¶ Sint tres numeri continue pportionales .a. b. c. sitq. a. quadratus dico q. c. est etiam quadratus. ¶ Sunt enim p. 17. a. & c. supficiales & similes cū igitur .a. sit quadratus pypothe. erit .c. qdratus.

Propositio .21.



S quatuor numeroꝝ continue proportionalium. primus fuerit cubus: quartus cubum eē necesse ē.

¶ Sint quatuor numeri cōtinue pportionales .a. b. c. d. sit q. a. cubus: dico q. d. est et cubus. ¶ Cōstat enim p. 19. q. a. & d. sunt solidi similes: & quia .a. est cubus pypothe. erit etiam .d. cubus.

Propositio .22.



S duorum numeroꝝ quozum proportio sicut qdrati ad quadratum fuerit vnus quadratus: alterum quoq. quadratum eē.

¶ Sint duo numeri .a. & b. in pportione duorū quadra torū qui sint .c. & d. sitq. a. uel .b. quadratus: dico reliquū eē quadratū. Cum enim .c. & d. sint quadrati sequitur eos eē supficiales similes: ideoq. per. 16. cadet vnus medius inter eos in conti nua pportione: quare p. 8. & inter .a. & b. per. 20. igitur constat ppositum.

Propositio .23.



S duorum numeroꝝ quozum proportio ad al terum sit sicut cubi ad cubum alteruter fuerit cu bus & alterum cubicum eē.

¶ Sint duo numeri .a. & b. in proportione duorum cu borum qui sint .c. & d. sitq. a. uel .b. cubus: dico reliquam esse cubum. ¶ Necesse ē enim q. c. & d. sint solidi similes: quippe oēs cubi sunt similes & solidi: itaq. per. 18. inter ipsos cadent duo medii in cōtinua pportione totidem igitur per. 8. cadent inter .a. & b. itaq. per. 22. manifestum est quod dicitur.

Propositio .24.



S numeroꝝ superficialium similis est pportio vni us ad alterum sicut pportio quadrati ad qdratū.

¶ Sint .a. & b. supficiales similes: dico q. vnus ad alte rum ē proportio sicut quadrati ad quadratum. ¶ Erit .n. per. 16. inter eos vnus numerus medius in continua ppor tione qui sit .c. ¶ Sumptis itaq. tribus minimis in ppor tione eoz: qui sint d. e. f. erunt p correl. 2. d. & f. quadrati: & quia p equā p portionalitatem est .a. ad .b. sicut .d. ad .f. constat uerum eē qd pponitur.

Propositio .25.



S triū duoz solidoz similis est proportio vnus ad alterum sicut alicuius cubi ad aliquem cubū.

¶ Sint .a. & b. solidi similes: dico q. pportio vnus ad al terum est sicut cubus ad aliquem alium cubū. ¶ Sunt qui dem per. 18. inter eos duo numeri medii fm continuam proportionem qui sint .c. & d. in eorum proportioe sint minimi: quatuor .e. f. g. h. quorum .e. & h. erunt cubi per correlarium scū dei qui igitur per equā proportionalitatem est .a. ad .b. sicut .e. ad .h. li quet ppositum. Explicit liber Octauus.

Liber nomen Euclidis de quinque numerosa precipuis speciebus. et de perfecto habundante ac diminuto fin Campani optimam traductionem. Magistro Luca Paciolo de burgo sancti Sepulchri Ordinis minorum Castigatore optimo Incipit.



Numerus est qui potest in duo equalia diuidi. 2. **I**mpar numerus est qui in duo equalia diuidi non potest. additis supra parem unitatem. 3. **P**ariter par est quem cuncti pares cum numerantes paribus vicibus numerant. 4. **P**ariter impar est quem cuncti pares cum numerantes imparibus vicibus numerant. 5. **P**ariter par et impariter est quem pares cum numerantes quidam paribus quidam imparibus vicibus numerant. 6. **I**mpariter impar quem cuncti impares cum numerantes imparibus vicibus numerant. 7. **P**erfectus numerus appellatur qui omnibus partibus suis quibus numeratur est equalis. 8. **H**abundans dicitur quod omnibus suis partibus minor est. 9. **D**iminutus vero quod maior.

Castigator.

Diffinitiones iste respectu sunt parium et imparium. 1. **P**erfectus. 4. 6. 8. 10. et similes. 2. **P**erfectus. 5. 7. 9. et similes. 3. **P**erfectus. 16. 32. 64. et similes. 4. **P**erfectus. 10. 14. 18. 26. 30. 42. 54. et similes. 5. **P**erfectus. 24. 36. 48. 60. et similes. 6. **P**erfectus. 15. 21. 27. 33. 35. et similes. 7. **P**erfectus. 6. 18. 496. et similes. 8. **P**erfectus. 2. 14. 36. et similes. 9. **P**erfectus. 8. 10. 16. et similes.

Propositio .1.



Si fuerint duo numeri superficiales similes qui ex ductu alterius in alterum producentur numerus quadratum esse necesse est.

Sint. a. et b. superficiales similes ex quorum multiplicatione proveniat. c. dico. c. esse quadratum. fiat enim. d. ex a. in se. eritq. per. 18. septimi. d. ad. c. sicut a. ad. b. et quia inter. a. et b. cadit unus medius fin continuam proportionalitatem per. 16. octavi. sequitur per. 8. eiusdem ut unus quoque cadat inter. d. et c. itaq. cum d. sit quadratus erit per. 30. eiusdem. c. quoque quadratus quod est propositum.

Propositio .2.

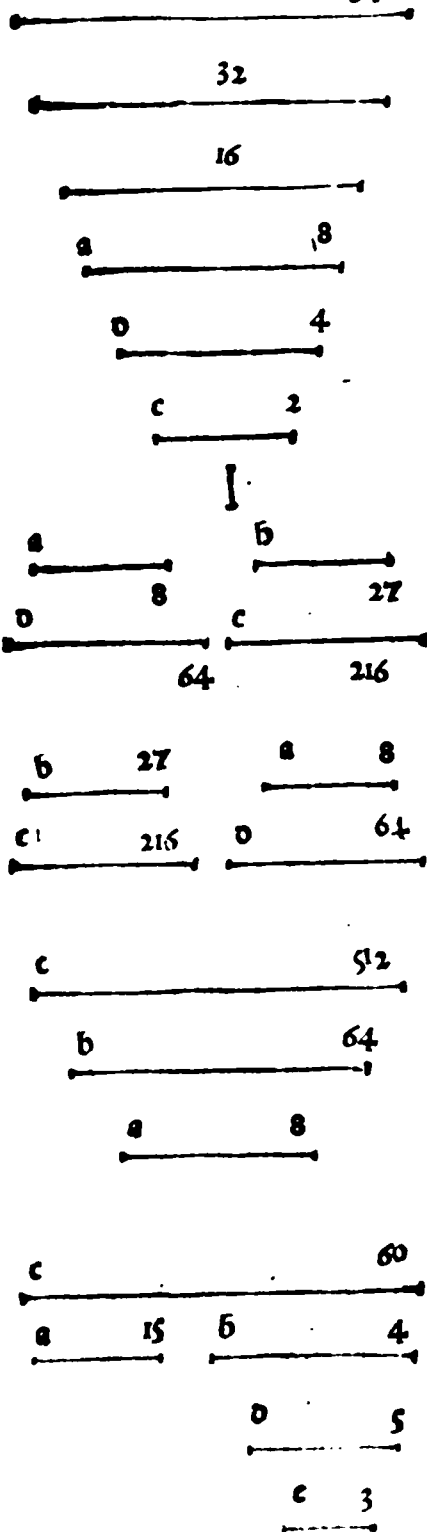


Tex ductu alterius in alterum tetragonus producat. duo quilibet numeri sunt superficiales similes. 1. **E**x his itaq. patens est: quia si tetragonus in tetragonum ducatur qui ex eis producat tetragonum esse. 2. **S**i vero ex ductu tetragoni in numerum aliquem tetragonus producat illi numerum aliquem esse tetragonum. 3. **I**temq. si ex ductu tetragoni in numerum aliquem non tetragonus producat cum numerus aliquem non tetragonum esse. 4. **S**i vero tetragonus in numerum aliquem non tetragonum ducatur qui inde producat non tetragonum esse necesse est.

Hec est conuersa prioris ut si ex a. in. b. fiat. c. fueritq. c. quadratus erit a. et b. superficiales similes sit enim. d. ex a. in se. eritq. per. 18. septimi. d. ad

8	24	6
12	288	48
0		c
144		576

6	24	8
48	288	12
c		0
576		144



c. fiat. a. ad. b. per 8. autem octavi cum. d. f. c. sint superficiales similes: eo q. sunt ambo quadrati: erit iter eorum numerus medius fm. cōtinuam propor. per. 8. itaq. eiusdem erit etiam unus inter. a. f. b. igitur per. 17. eiusdem. a. f. b. sunt superficiales similes: quod est propositum. Prima ps. cor. rel. patet per premisam: sunt enim omnes tetragoni superficiales similes. Secunda patet ex hac cum sit solus tetragonus similis tetragono. Tertia ps. patet ex prima ipsius cor. rel. parte a destructione consequentis. Quarta uero patet ex eiusdem parte secunda a destructione etiam consequentis.

Propositio .3.



I numerus cubus in seipsum ducatur qui inde p. ducetur erit cubus.

¶ Sit. a. cubus ex quo in se ducto fiat. b. dico. b. esse cubū. **¶** Sit enim. c. latus cubicum. a. ex. c. uero in se fiat. d. patet itaq. q. ex. c. in. d. sit. a. sunt igitur unitas. c. d. a. continue proportionales: quod ex. 18. septimi & presentibus ypothesibus manifestū est. **¶** Et q. a. ad. b. sicut unitas ad. a. eo q. quotiens unitas est in. a. toties. a. in. b. erit inter. a. f. b. duo numeri medii fm. proportionalitatem continuam per. 8. octavi. **¶** Cum igitur ex ypothesi sit a. cubus erit per. 11. eiusdem. b. quoq. cubus: q. d. oportebat demonstrare.

Propositio .4.



I cubus in alium cubum ducatur: qui inde produ. cetur erit cubus.

¶ Sint. a. f. b. cubi: fiatq. c. ex. a. in. b. dico. c. esse cubum. **¶** Fiat enim. d. ex. a. in se: eritq. per premisam. d. cubus: & quia per. 18. septimi est. a. ad. b. sicut. d. ad. c. constat ex. 23. octavi. c. esse cubum: quod est propositum.

Propositio .5.



I numerus cubus in numerum alium ducatur: fueritq. productus cubus in quem ductus est numerum cubum eē necesse est: unde ē manifestum est: q. ex ductu cubi in non cubum producitur nō cubus. Ductoq. cubo in numerum aliquem si fuerit qui inde producitur non cubus in quem ille ductus fuerit necesse est eē non cubum.

¶ Sit enim ex. a. cubo in. b. numerum productus. c. cubus dico. b. esse cubum: fiat enim. d. ex. a. in se qui p. ante premisam erit cubus: q. a. igitur ē per. 18. septimi. a. ad. b. sicut. d. ad. c. estq. a. cubus: sed f. d. f. c. cubi erit per. 23. octavi. b. cubus: quod est propositum. Prima pars cor. rel. patet ex hac quinta a destructione consequentis. secunda per premisam similiter a destructione consequentis.

Propositio .6.



I ex ductu cuiusdā numeri in seipsum cubus produ. catur cum eē cubum necessario comprobatur.

¶ Sit ut ex. a. in se fiat. b. fiatq. b. cubus: dico ergo. a. esse cubum: fiat enim. c. ex. a. in. b. eritq. ex diffinitione. c. cubus. & quoniam constat ex. 18. septimi q. sit. a. ad. b. sicut. b. ad. c. cum sint. b. f. c. cubi: sequitur ex. 23. octavi. a. esse cubum: quod est propositum.

Propositio .7.



I numerus compositus in numerum quemlibet ducatur: qui inde producitur erit solidus.

¶ Sit. a. numerus compositus qui ducatur in. b. & prone. niat. c. dico. c. esse numerum solidum. Cum enim. a. sit cōpositus numeratur ab aliquo numero qui sit. d. numeret q. cum fm. e. quia igitur ex. e. in. d. sit. a. f. ex. a. in. b. c. erit ex diffinitione solidorum. c. solidus eiusq. latera. e. d. b. q. d. est ppositum.

Propositio .8.



Si fuerint numeri ab unitate continue proportionales: tertius ab unitate erit quadratus: ac deinceps vno semper intermisso. Quartus vero ab unitate cubus: ac deinceps duobus semper intermissis. Itemque septimus ab unitate est quadratus cubi: ac deinceps: quinq; semper intermissis quadratus cubicus continuo sequitur.

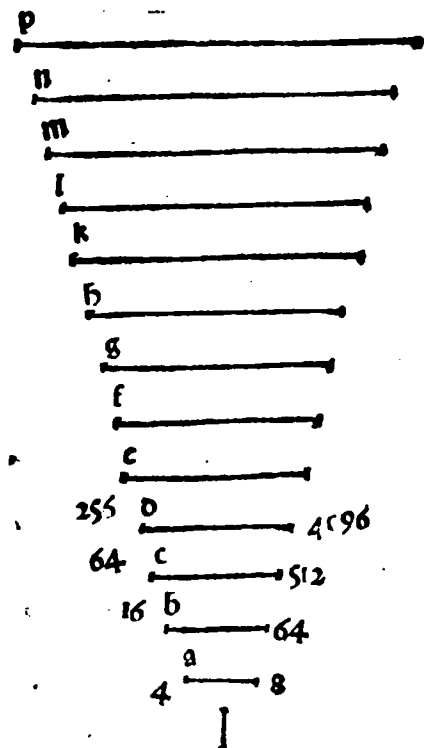
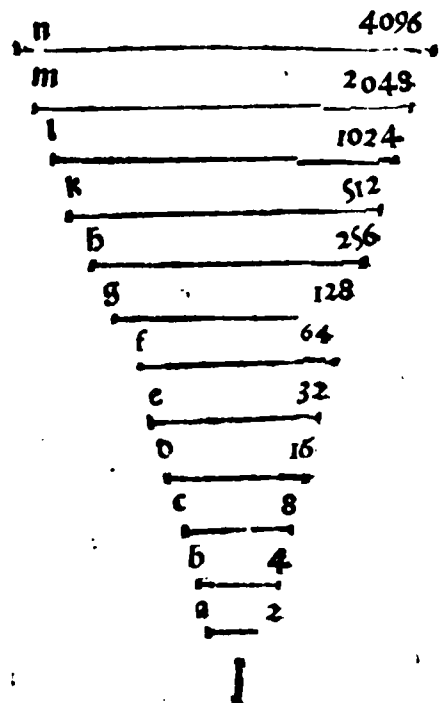
Sint continue proportionales unitas, a. b. c. d. e. f. g. h. k. l. m. n. dico b. esse quadratum & d. omisso. c. & sic alios vno semper omisso, vnde simpliciter omnes existentes in locis imparibus sunt quadrati vt sunt tertius quintus & septimus. **P**ro Dico item. c. esse cubum & f. duobus omisis: & sic in ceteris. **P**ro Omnisq; simpliciter est cubus cuius ab unitate locus addit super ternarium vel quemlibet multiplicem ipsius ternarii unitatem: vt sunt quartus septimusdecimus tertiusdecimus & sextusdecimus, in his. n. conueniant omnes qui duos transmittunt. **P**ro Itemq; dico. f. ab unitate seipsum esse quadratum cubicum: & similiter enim quinq; numeris intermissis idemq; in ceteris. **P**ro Simpliciter aut dico cuius locus ab unitate addit super senarium vel quemlibet multiplicem ipsius senarii unitatem: vt sunt septimus tertiusdecimus decimusnonus & vigesimusquintus: illum esse quadratum cubicum: quadratum quidem quoniam eius locus impar: cubicum autem quoniam super multiplicem ternarii addit unitatem. quippe senarii multiplices cunctos ternarii necesse est esse multiplices. **P**ro Que autem propositiones sint sic constant. **P**ro Est enim ex hypothesi. a. in. b. quotiens unitas in. a. itaq; b. ex diffinitione quadratus, quia igitur. b. c. d. sunt continue proportionales: cum. b. sit quadratus patet ex. 17. vel. 10. octau. d. esse quadratum. Eadem ratione & f. quia. d. e. f. sunt continue proportionales: & d. e. quadratus idem in ceteris vno intermisso: constat itaq; primum. **P**ro Secundum sic cum sit. b. in. c. quotiens. a. in. b. ex hypothe. sequitur a diffinitione vt ex. a. in. b. suum quadratum fiat. c. igitur ex diffinitione cubi. c. est cubus. At quia. c. d. e. f. sunt continue proportionales: sed & f. g. h. k. est autem. c. cubus: necesse est per. 19. vel. 11. octau. vt. f. quoq; sit cubus. ideoq; & k. idemq; in ceteris duobus transmissis: quare liquet secundum. **P**ro Quoniam autem in. f. septimo & in. n. tertiodecimo: ceterisq; quinq; mediis omitteribus simpliciter vero & in omnibus quorum locus super quemlibet multiplicem senarii addit unitatem: terminantur quadratorum & cuborum computationes: in his quidem vnus in illis autem duorum omissione sequitur ipsos esse quadratos: ex huius prima parte & cubicos ex secunda: quare quadrati cubici: constat ergo totum quod dicitur.

Propositio .9.

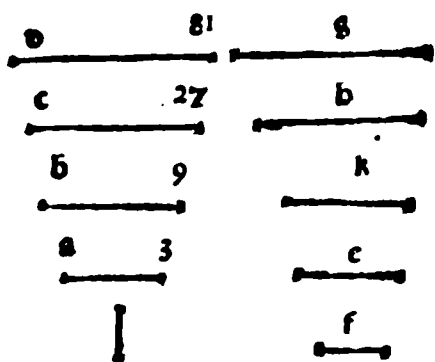
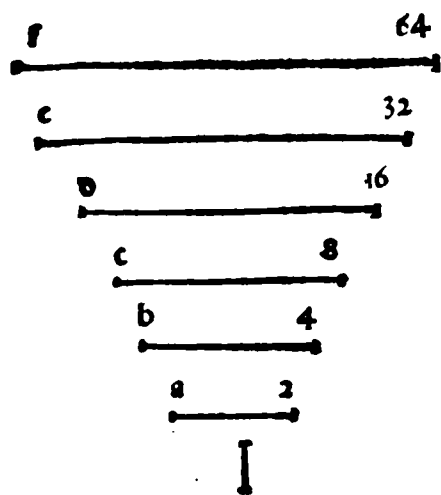
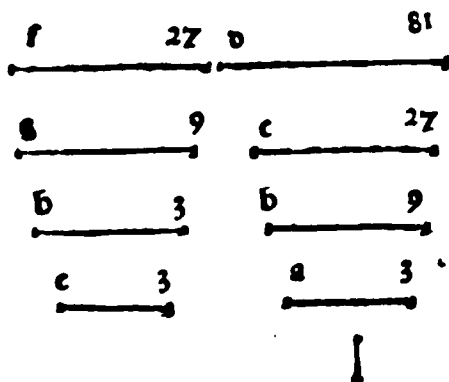


Si numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate dispositis unitatem sequens quadratus fuerit: ceteri quoque omnes erunt quadrati. Si vero qui unitatem sequitur fuerit cubus: ceteri quoque omnes erunt cubi.

Sint qui prius continue proportionales ab unitate sit q. a. quadratus: dico omnes esse quadratos: aut sit idem cubus: tunc quoq; dico omnes esse cubos. b. enim constat esse quadratum per premissam: quia ergo. a. ad. b. sicut. b. ad. c. ex. 10. octau. sequitur. c. esse quadratum. idem quoq; ex eiusdem. 17. vel. 10. potes arguere: de sequentibus autem idem eodemq; modo probabis: quare patet primum. **P**ro Secundum autem sicut cum. b. fiat ex. a. in. se si fuerit. a. cubus erit per. 3. ipse quoq; cubus. c. vero constat esse cubum per premissam. itaq; per. 13. octau. d. omnesq; sequentes cubicos esse probabis: est enim. a. ad. b. sicut. c. ad. d. Idem quoq; arguere potes ex. 19. vel. 11. eiusdem: sunt enim. a. b. c. d. sed & b. c. d. e. singuliq; quatuor continue sumpti continue proportionales.



Propositio .10.



Propositio .10.
In numeris quolibet ab unitate continua propor-
tionalitate dispositis unitatē sequēs nō quadratus
fuerit: nō erit aliorū quicūq; quadratus exceptis ab
unitate: tertio ex his qui deinceps vno semper in
termisso reperiunt tetragoni. Si vero secundus
ab unitate non fuerit cubus: nullus ceterorum erit
is ab unitate quarto: & deinceps his qui duorum sem-
ione formantur cubici.

¶ **H**ec ex opposito subiecti premisse inferit partem oppositi. passionis dico autem partem quoniam ex 8. constat omnes impares esse quadratos: omnesque quorum locus super ternarium uel quemlibet ipsius multipliciter addit unitatem esse cubos. ¶ Sint itaque, qui prius ab unitate continue proportionales non sit autem .a. quadratus sed nec cubus. dico nullum ex omnibus esse quadratum: aut cubicum nisi quos octaua proponit. ¶ Si enim quis alius ponatur quadratus: sequitur per .22. octaua .a. esse quadratum. Quod si cubus sequitur per .23. eiusdem .a. esse cubum quorum utrumque contrarium est hypothese. Constat ergo propositum.

Propositio .12.



3 numeris quolibet ab unitate continua propor-
tionalitate dispositis aliquis numerus primus vi-
timum numeret: cum quoq; qui unitatem sequi-
tur numerare necesse est.

Sint usque ad .d. continue proportionales ab unitate: sit
q. e. numerus primus de quo ponat ipsum numerare. d.
dico q. idem numerabitur. a. Nam si non erit ad ipsum primus p. 32. sep. &
quia ex. a. in se fit. b. sequitur ex. 26. eiusdem ut ipse quoque sit primus ad. b.
sed & ad. c. & ad. d. sequitur ipsum esse primum per. 25. eiusdem: eo q. ex. a. i
b. fit. c. & ex eodem in. c. d. non ergo numerat. d. cum sit primus ad. ipm
quare accidit contrarium ypothe. ¶ Idem aliter cum sit. e. primus si non
numerat. a. primus erit ad ipsum per. 32. sep. itaq. per. 23. eiusdem erunt mi
nimi in sua proportionet: quia autem. e. ex ypothe. numerat. d. sit ut fm
e. constet uero q. ex. a. in. c. fiat. d. ergo p. scdm partē. 30. sep. erit. a. ad. c. si
aut. f. ad. c. quare p. 22. eiusdem. e. numerabit. c. & sit ut fm. g. & quia ex. a.
in. b. fit. c. sequitur quoque per eandem & eodē modo ut. e. numeret. b. esto
ergo q. fm. h. & qm. rursus ex. a. in se fit. b. necesse est iterum p. eadē ut
e. numeret. a. sed positum erat non numeraret ergo accidit impossibile.

Proposito .12.



A numeris ab unitate continue proportionalibus
minor maior:em numerat fm aliquem in illa pro-
portionalitate dispositum.

Sint ab unitate usq. ad. f. cōtinue proportiōales: dico nullū ipsoꝝ numerare. f. nisi fm aliquē alioꝝ: cōstat. n. q. e. numerat ipm. f. fm. a. est eni. e. ad. f. ut. unitas ad. a. sed f. d. numerat eūde. f. fm. b. est nāq. p. equā pportionalitatē. d. ad. f. ut. unitas ad. b. De. c. quoq. patet eodē modo q. fm. scipm. m. numeret eū. Ecōner fo. quoq. a. numerat eū fm. e. eo q. sicut unitas ad. c. ita. a. ad. f. b. utro fm. d. est eni. ut unitas ad. d. ita. b. ad. f. ut. q. uerū igit. est qd. pponit. Q. nippē, quoꝝ q. q. q. pponit ultimū numerare fieri sub ultimo fm. totū supra unitatē: numerare ipm. conuincit p. equā pportionalitatē & diffinitionem.

Proposito 13.



Propositio 13.
 Nonlibet numeris ab unitate continue proportio-
 nalibus si qui unitate sequit fuerint numerus pri-
 mus maximus eor nisi de numeris in illa propor-
 tionalitate dispositis nullus numerabit.

Sint ut prius usq. ad. d. continue proportionales ab unitate: sitq. a. numerus primus: dico q. nullus numerabit ultimum nec sum

placiter aliquem eorum nisi aliquis eorum qui antecedit ultimū vel eū qui po-
nitur numerari. Sit enim si possibile est. e. diuersus ab eis qui numeret. d.
qui si fuerit primus per. u. numerabit. a. nō igitur est. a. primus quod ē cō-
tra ypothe. ¶ Si autē ipse fuerit cōpositus necesse est p. 30. septimi ut aliq-
primus numeret eū qui non erit nisi. a. Nam si est alius ab. a. ut. f. cū neces-
se sit ipsum numerare. d. arguetur et eundē numerare. a. p. u. sic quoq. a. nō
erit primus. Est igit. a. primus numerans. e. qm̄ aut. e. numerat. d. sit ut fm̄
g. eritq. p. secundā partē. 10. sep. a. ad. e. sicut. g. ad. c. sit enim. d. ex. a. in. c. qre
cū. a. numeret. e. f. g. numerabit. c. sitq. ut fm̄. h. sequiturq. ut. a. numeret
g. sicut sequebatur ut numeraret. e. alioquin si. g. quidē est primus cum nu-
meret. c. sequitur p. u. ipm̄ numerare. a. Si autē cōpositus p. eadem sequitur
nume. primū numerantē. g. numerare. a. qd̄ est inconueniens itaq. a. nu-
merat eū sequitur ergo p. secundā partē. 10. septimi ut. b. numeret quoq. b.
eo q. tā ex. a. in. b. q. ex. g. in. h. constat p. duci. c. ¶ Numeret. h. itaq. ipsum
h. Constat autē ut prius de. g. q. a. numeret. h. Nā si non non erit. a. primus
itaq. p. secundā partē. 10. sep. sequitur ut. k. numeret. a. sit enim tā ex. a. in. f.
q. ex. h. in. k. b. Manifestū est aut. k. nō ēē. a. nullus enim numero. g. h. k.
est aliquis ex. a. b. c. d. si enim. g. ēē aliquis ex eis cū ipse numeret. d. fm̄. e.
ēē per premisam. e. quoq. aliquis ex eis sed non erat nec igitur. g. ¶ Si
militer cū. h. numeret. c. fm̄. g. non erit. h. aliquis ex. a. b. c. Nā ēē p. fm̄is-
sam f. g. ostensum est aut q. non. ¶ Nec igit. h. eadē rōne nec. k. ¶ Cū. n.
ipse numeret. b. fm̄. h. si ipse ēē. a. conuinceret p. premisam. h. quoq. ēē. a.
At non erat. ¶ Nec igitur. h. erit. a. ¶ Numeret autē ipsum. Nō est itaq. a.
primus quod est impossibile. ¶ Aliter idem si. e. diuersus ab. a. b. c. d. nu-
merat. d. sit ut fm̄. f. q. quia. a. numerus primus numerat. d. p. ductum ex
e. in. f. sequitur ex. 33. sep. q. ipse numeret. e. uel. f. numeret ergo. e. ¶ Quia
igitur tā ex. a. in. c. q. ex. e. in. f. sit. d. erit per scdā partem. 10. septimi. a. ad
e. sicut. f. ad. c. nūerat itaq. f. c. sit ut scdā. g. eritq. per. 33. septimi ut. a. quo-
q. numeret. f. uel. g. sitq. ut. f. sequiturq. per secundā partem. 10. eiusdem
ut. g. numeret. b. sitq. ut secundum. b. ut prius igitur. a. numerabit. g. uel. b.
f. sit ut numeret. g. h. ergo per secundā partem dicte. 10. numerabit. a. si
itaq. b. non est equalis. a. non erit. a. primus quod est contra ypothe. Si
autē equalis erit unusquisq. numerorum. g. f. e. aliquis ex. a. b. c. d. p. fm̄is-
sam quotiens oportet assumptam. Non est igitur. e. diuersus ab eis qd̄ est
etiam contra ypothe. itaq. constat neq. esse quod proponitur.

Propositio .14.



Propositus fuerit numerus minimus quem nu-
merant primi assignati nō numerabit eū aliquis
numerus primus preter illos assignatos.

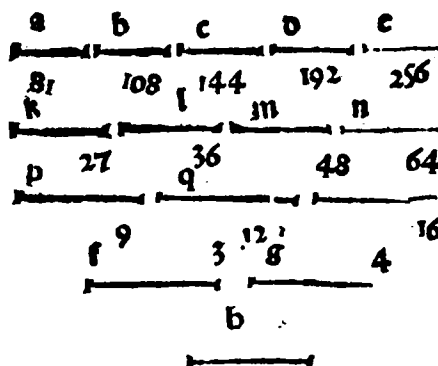
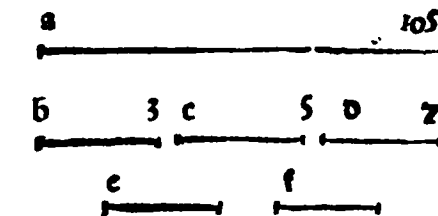
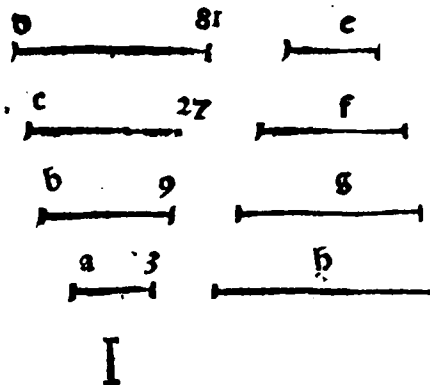
¶ Sit. a. minimus numerus numeratus a numeris primis
q. sunt. b. c. d. dico q. alius primus preter eos non numera-
bit. a. Sin autem sit. e. primus numerans eum fm̄. f. quia
ergo quilibet numerorum. b. c. d. numerat. a. productum ex. e. in. f. est au-
tem quilibet eorum primus sequitur ex. 33. septimi ut quilibet eorum nu-
meret. e. uel. f. sed. e. nullus numerat cum sit primus quilibet ergo eorum
numerat. f. cum itaq. sit. f. minor. a. utpote qui numerat cum fm̄. e. nō erit
a. minimus numeratus ab illis quod est inconueniens.

Propositio .15.



¶ Quotlibet numeri continue proportionales fm̄
suam proportionem fuerint minimi quicunq. ali-
quem illorum numerat alteri terminorum illius
proportionis erit communisurabilis.

¶ Sint. a. b. c. d. e. continue proportionales f. minimi
fm̄ proportionem. f. ad. g. qui sint in sua proportione mi-
nimi f. ponatur. h. numerare. c. dico q. h. est cōmēsurabilis. f. uel. g. ¶ Su-
mantur enim in eadem proportione quatuor minimi qui sunt. k. l. m. n.
constat autem ex secunda octani q. ex. f. in. m. sit. c. alioquin contingeret



esse minus minimo quod esse non potest itaq; per correl. 33. septimi erit
b. cōmensurabilis. f. vel. m. q. si. f. constat propositum: si autem. m. suman-
tur in eadē proportiōe tres minimi qui sunt. p. q. r. eritq; ex secunda octa-
ui: vt. m. fiat ex. f. in. r. ne minus minimo aliquid esse cogamur concede-
re quare per predictum correl. h. est cōmensurabilis. f. vel. r. sed nō erat
f. sic enim constabat propositum: cōmensurabilis igitur est. r. qui cum
ex secunda octaui fiat ex. g. in se sequitur ex dicto correl. vt. b. sit cōme-
surabilis. g. quod est propositum.

Propositio .16.



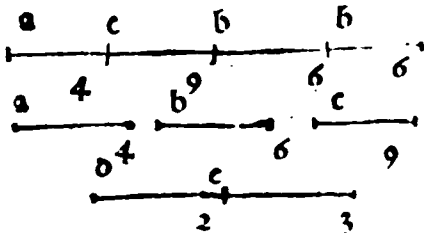
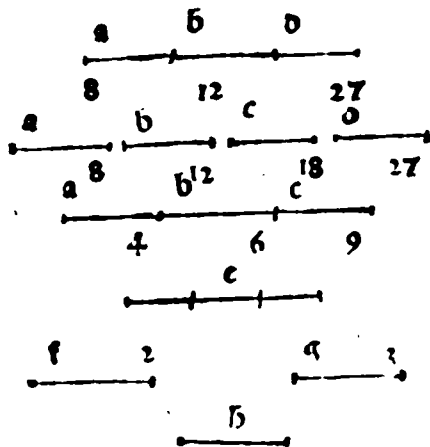
Si fuerint duo numeri quotlibet continue propo-
tionales in sua proportiōe minimi quilibet eorū
ad compositum ex reliquis primus esse necessa-
rio comprobatur.

¶ Sint. a. b. c. d. continue proportionales & minimi. di-
co compositum ex. a. b. c. primum esse ad. d. Si enim nō
numerabit aliquis numerus qui sit. e. compositum ex. a. b. c. & d. per pre-
missam igitur erit. e. cōmunicans alteri terminorum illius proportionis
qui sunt. f. g. erit itaq; numerus aliquis numerans. e. & alterum duorum
f. g. qui sit. h. quia ergo. h. numerat. e. numerabit. d. & compositum ex. a.
b. c. & quia numerat. f. vel. g. quorum vterq; numerat vtrum q. mediorum
& simpliciter omnes si plures duobus sunt: ex secunda octaui sequitur vt
ipse numeret. b. f. c. ergo & a. quia numerat totum. a. b. c. non sunt igitur
a. f. d. contra se primi quod est inconueniens per. 3. octaui. Similiter quo-
q; constabit compositum ex. a. b. d. primum esse ad. c. si enim vt prius. e.
numerat ambos sequitur per premissam vt aliquis numerus qui etiam sit
h. numeret. e. & aliterq; duo. f. g. itaq; h. numerat. c. & totū. a. b. d. sed & b.
cū vtraq; radicū numeret oēs medios: igitur & cōpositū ex. a. f. d. quia ne-
cessario numerat aliterq; duo. a. d. cū numeret aliterq; duo. f. g. numerabit
& reliquum. Non sunt igitur. a. f. d. contra se primi: & ita idem vt prius.

¶ Demonstrant autem idem aliter de tribus continue pportionalibus
& minimis sine adminiculo premisse: probant enim ex quibusq; duobus
compositum primum ē ad reliquum: sint itaq; 3. continue proportiona-
les & minimi. a. b. c. quorum termini. d. f. c. dico tunc compositum ex. a.
& b. primū ē ad. c. & compositum ex. b. f. c. ad. a. itemq; ex. a. f. c. ad. b.
manifestū enim est ex secunda octaui qd ex. d. in se fit. a. & in. e. fit. b. & ex
e. in se. c. & ex. 11. septimi: quod. d. f. e. sunt contra se primi itaq; ex prima
parte. 19. eiusdem erit totus. d. e. primus ad vtrumq; eorū quia igitur vter-
q; duorū numero. d. f. d. e. primus est ad. e. erit per. 15. eiusdem qui ex. d.
in. d. c. produciunt & ipse est compositus ex. a. f. b. primus ad. e. sequitur er-
go per. 16. eiusdem ut etiam compositus ex. a. f. b. sit primus ad. c. sit enī
c. ex. e. in se. ¶ Simili quoq; demonstratiōe plarib; cōpositum ex. b. f. c.
primum ē ad. a. At vero cōpositum ex. a. f. c. primum ē ad. b. sic habet
totū cū sit enim vterq; duorū. d. f. e. primus ad totum. d. e. erit p. 15. septimi
q; ex. d. in. e. pducitur & ipse est. b. primus ad. d. e. itaq; p. 16. eiusdem qui ex
d. e. in se puenit: & ipse est qui componitur ex. a. f. c. & duplo. b. primus erit
ad. b. sequitur ergo compositum ex. a. f. c. primum ē ad. b. necesse enim ē
vt ex duobus compositis cū primus fuerit ad vnum eorum ex quibus com-
ponitur sit primus ad reliquum. Demonstratum autem est hoc supra. 19.
septimi. Oportet autē stabilire ad robur istius demonstrationis composi-
tum ex. a. f. b. produci ex. d. in compositum ex. d. f. e. supposito q; ex. d. in
se fit. a. & ex eodem in. e. b. itemq; q; ex. d. e. in se producantur compositum
ex. a. f. c. & duplo. b. supposito eo quod prius & q; ex. e. in se sit. c. huius ita
q. gratia proponimus hec demonstranda.

¶ Quod sit ex ductu vnius numeri in quotlibet tantum ē: quā-
tum quod ex ductu eiusdem in compositum ex illis.

¶ Idem pponit prima secundi de lineis. Sit enim vt ex. a. in. b. & in. c. &
in. d. pueniant. e. f. f. g. dico q; ex. a. in cōpositū ex. b. f. c. f. d. puenit



composita ex e. f. f. g. sequitur enim ex conversione diffinitionis eius qd multiplicat vt tota pars sit. b. e. f. tota. c. f. sed f. d. tota. g. quota est vnitas. a. per quinta itaq. septimi: tota quoq. pars erit composita ex. b. f. c. f. d. composita ex. e. f. f. g. quota est vnitas. a. ergo per diffinitionem ex. a. in composita ex. b. f. c. f. d. fit composita ex. e. f. f. g. qd est propositum.

¶ Quod fit ex ductu quotlibet numerorū in vnum equum est ei quod fit ex composito eorum in eundem.

¶ Hoc est conuersum eius quod modo demonstratum est: vt si ex. b. f. c. f. d. in. a. fiant. e. f. f. g. fiet quoq. composita ex composito in eundem qd ex. r. septimi f. predemonstrato facile concluditur.

¶ Quod fit ex ductu quotlibet numerorum in quotlibet alios: equū ē ei quod fit ex composito horū in compositū illorum.

¶ Vt si. a. b. c. multiplicent. d. e. f. quilibet quilibet iungaturq. producta dico aggregantur ex productis esse quale producta ex composito ex. a. f. b. f. c. in compositum ex. d. e. f. f. ¶ Est enim p. premisam quod fit ex composito ex. a. b. c. in. d. quantum quod ex singulis in illum. d. sic f. in. e. f. in f. ex composito autem horum. a. b. c. in quemlibet illorum. d. e. f. p. an. premisam fit quantum ex composito in compositū itaq. constat propositum.

¶ Numero in quotlibet partes diuiso: tantū est quod fit ex toto eo in se: quantum quod ex eo in omnes suas partes.

¶ Idem proponit secūda secūdi de lineis: vt si. a. diuidatur in. b. f. c. f. d. dico q. tñ fit ex. a. in se quantum in oēs illos. b. c. d. Posito enim. e. equali. a. constat ex prima hāz incidentium tñ fieri ex. e. in. a. quantum in oēs ptes a. sed per cōcep. ex. e. in. a. fit quantum ex. a. in se. f. ex. e. in partes. a. quantum ex. a. in eadem. Manifestum ergo est verum esse quod dicitur.

¶ Numero in duo diuiso quod fit ex toto in alterum diuidentū tantum est quantum quod ex eodem in se z in alterum.

¶ Idem proponit tertia secūdi de lineis: Sit enim. a. diuisus in. b. f. c. d. eo tñ fieri ex. a. in. c. quantum ex. c. in se. f. in. b. Nā qd ex. a. in. c. est quantum qd ex. c. in. a. p. r. septimi. sumpto itaq. d. equali. c. erit. a. in. c. quantum. d. i. a. At p. primā hāz. d. in. a. est quantum in. b. f. c. q. ergo. d. in. a. f. in. b. f. i. c. est quantum. c. in. a. f. in. b. f. i. se pp. equalitatem. c. f. d. constat propositum.

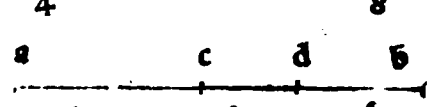
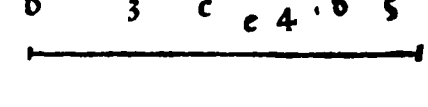
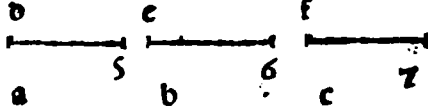
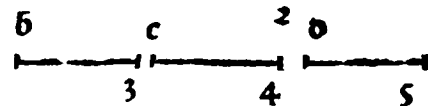
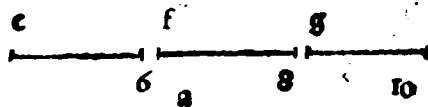
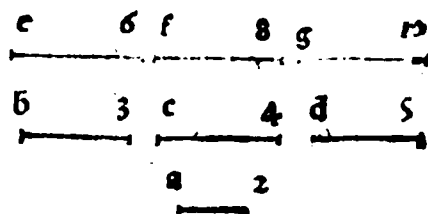
¶ Numero in duo diuiso quod ex ductu totius in se: est quantum quod ex ductu vtriusq. diuidentium in se z alterius eorum bis in alterum.

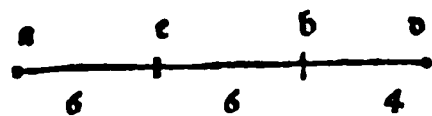
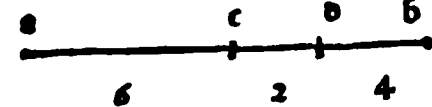
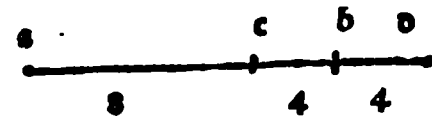
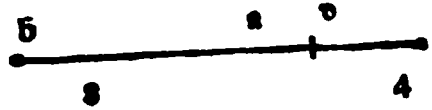
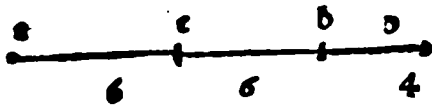
¶ Idem proponit quarta secūdi de lineis: vt si. a. diuidatur in. b. f. c. d. eo tantum fieri ex. a. in se quantum ex. b. in se. f. c. in se f. ex. b. bis in. c. est enim per quartam hāz q. ex. a. in se quantum quod ex eo in. b. f. in. c. ex eo aut in. b. per premisam est quantum ex. b. in se f. in. c. at ex. a. in. c. per eandem est quantum ex. c. in se f. in. b. f. quia ex. c. in. b. tñ est quantum ex. b. in. c. per. r. septimi liquet verum esse quod proponitur.

¶ Numero per duo equalia duosq. equalia diuiso quod fit ex maiori unequalium in minorem cū quadrato intermedij equus est quadrato medietatis totius.

¶ Idem proponit de lineis quinta secūdi: vt si. a. b. diuidatur in duos numeros equales qui sint. a. c. f. c. b. itemq. in duos inaequales quorum sit maior. a. d. f. minor. d. b. dico q. illud quod fit ex toto. a. d. in. d. b. cum quadrato. c. d. equale est quadrato. c. b. per premisam enim quadratum c. b. ē equale quadrato. c. d. f. quadrato. d. b. f. ei quod fit ex. b. d. in. c. d. bis: sed ex. b. d. in se f. in. c. d. tantum fit quantum in. c. b. per primam hāz: ideo quantum in. a. c. itaq. ex. b. d. in se f. in. c. d. bis quantum ex ipso. b. d. in. a. d. per eandem igitur quadratum. c. b. superat id quod fit ex. b. d. in. a. d. in quadrato. c. d. constat ergo propositum.

¶ Cum fuerit numerus in duo equalia diuisus: cūq. alius numerus adiunctus: quod fit ex ductu totius compositi in adiunctum cum quadrato medietatis equum est quadrato compositi ex dimidio z adiuncto.





¶ Idem pponit sexta secundi de lineis. Sit enim .a. b. diuisus in duos equales numeros q sunt .a. c. & .c. b. addaturq ei numerus .b. d. dico illud qd fit ex toto .a. d. in .d. b. cum quadrato .c. b. esse equale quadrato .c. d. est enim ex sexta harum quadratum .c. d. equale quadrato .d. b. & quadrato .b. c. & ei quod fit ex .d. b. in .b. c. bis, sed per primam harum ex .b. d. in se fit in .b. c. bis est quantum ex .b. d. in .d. a. Sunt enim .a. c. & .c. b. equaliter itaq quadratum .c. d. superat id qd fit ex .b. d. in .d. a. in quadrato .c. b. quod est ppositum.

¶ Cum numerus in duo diuiditur quod fit ex toto in se cuius quod ex altero diuidentium in se: est equum ei quod ex toto in eadem bis cum eo quod ex altero in se.

¶ Idem pponit septima secundi de lineis. Sit enim numerus .a. diuisus in .b. & .d. dico quadratum .a. cum quadrato .d. tñ esse quantum quod fit ex .a. in .d. bis cum quadrato .b. constat quidem ex sexta harum q quadratum .a. tantum est quantum quadratum .d. & quadratum .b. & quod fit ex .d. in .b. bis itaq quadratum .a. cū quadrato .d. tñ est quantum quod ex .d. bis in se. & bis in .b. cum quadrato .b. sed ex .d. bis in se fit bis in .b. fit quantum ex .d. bis in .a. per primam harum ergo quod fit ex .d. bis in .a. cum quadrato .b. est quantum quadratum .a. cum quadrato .d. quare patet ppositum.

¶ Cum fuerit numerus in duo diuisus eiq equalis vni diuidentium additur: quadratus totius cōpositi equum est quadruplo eius quod fit ex priori in additum cum quadrato alterius.

¶ Idem pponit octaua secundi de lineis. Sit numerus .a. b. diuisus in .a. c. & .c. b. cui addatur .b. d. qui ponatur equalis .c. b. dico quadratum .a. d. tantum esse quantum est id quod fit ex .a. b. in .b. d. quater cum quadrato .a. c. est nāq per sextam harum quadratum .a. d. equum quadrato .a. b. & quadrato .b. d. & ei quod fit ex .a. b. in .b. d. bis & quia quadratum .b. d. est eqle qdrato .c. b. erit qdratū .a. d. eqle qdrato .a. b. & qdrato .c. b. & ei qd fit ex .a. b. in .b. d. bis: per premisam autem est quadratum .a. b. cum quadrato .c. b. quantum quadratum .a. c. cum eo quod fit ex .a. b. in .b. c. bis itaq quadratum .a. d. tantum est quantum quod ex .a. b. in .b. d. bis: & ex .a. b. in .b. c. bis cum quadrato .a. c. & quia ex .a. b. in .b. c. tantum fit quantum in .b. d. constat verum esse quod ppositum est.

¶ Cum fuerit numerus in duo equalia duosq inequalia diuisus: quadrata amborum lequalium pariter accepta duplus sunt quadrato medietatis & quadrato eius quo lequalis portio excedit equalem pariter acceptis.

¶ Idem pponit nona secundi de lineis. Sit enim .a. b. diuisus p duos equales q sunt .a. c. & .c. b. & p duos inequales q sunt .a. d. & .d. b. dico q quadrata duorum numeroꝝ .a. d. & .d. b. pariter accepta sunt dupli duobus qdratis duorum numeroꝝ .a. c. & .c. d. pariter acceptis. Est enim p sextā harum quadratū .a. d. quantum qdratū .a. c. & quadratū .c. d. & duplū eius qd fit ex .a. c. in .c. d. qd aut .a. c. est equalis .c. b. erit qdratū .a. d. qntum qdratū .b. c. & qdratū .c. d. & duplū eius qd fit ex .b. c. i. c. d. itaq qdratū .a. d. cū qdrato .b. d. sunt qntum qdratū .b. c. & quadratum .c. d. & duplū eius qd fit ex .b. c. in .c. d. & qdratū .b. d. duplū aut eius qd fit ex .b. c. in .c. d. cū quadrato .b. d. est equale qdrato .b. c. & quadrato .c. d. p. harum ergo quadrata duorum numeroꝝ .a. d. & .d. b. sunt quantum quadrata duorum numeroꝝ .b. c. & .c. d. duplicata: & quia .b. c. & .c. a. sunt equaliter patet ppositum.

¶ Cum fuerit numerus in duo equalia diuisus aliisq ei adiunctus quadratum totius cōpositi cū quadrato adiuncti duplum sunt ad quadratus medietatis ipsius cū quadrato cōpositi ex medietate & adiuncto.

¶ Idem pponit .x. secundi de lineis. Sit enim numerus .a. b. diuisus in duos equales .a. c. & .c. b. sitq sibi adiunctus numerus .b. d. dico quadratum .a. d. cum quadrato .b. d. duplum esse ad quadratum .a. c. cum quadrato .c. d. cum sit enim numerus .c. d. in duo diuisus sibi q sit .a. c. equalis vni diuidentium additus erit per .x. harum quadratum .a. d. quantum quod fit ex .c. d. in .c. a. quater cum quadrato .b. d. quia uero .a. c. est equalis .c. b. erit qdratū .a. d. quantum qd fit ex .d. c. in .c. b. qter cū qua

drato. b. d. itaq. quadratum. a. d. cum quadrato. d. b. erit quantum quod sit ex. d. c. in. c. b. quater cum duplo quadrati. b. d. hoc autem per. 9. hars duplum est ad quadratum. c. d. cum quadrato. c. b. cum igitur sit quadratum. c. b. equale quadrato. a. c. constat propositum.

¶ Numerus aliquē ita diuidere vt quod ex toto & vna eius portione continetur equum sit quadrato alterius est impossibile.

¶ Quod. 11. secundi proponit faciendum in lineis. demonstrat hoc impossibile esse in numeris. Sit enim quilibet numerus. a. b. dico impossibile le esse ipsum sic diuidi vt proponitur: sic enim diuideretur fm pportione habentem medium & duo extrema: vt patet ex diffinitione. 29. sexti. Si autem potest diuidi in. c. sitq. a. b. ad. b. c. sicut. b. c. ad. c. a. erit itaq. a. c. minor. c. b. detrahatur igitur ab eo equalis sibi qui sit. c. d. quia igitur est proportio totius. a. b. ad totum. b. c. sicut. b. c. detracti ab. a. b. ad. c. d. detractum ab. b. c. erit eadem. a. c. residui. a. b. ad. b. d. residuum. b. c. quare. b. c. ad. c. d. sicut. c. d. ad. d. b. erit igitur. c. d. maior. d. b. detracto itaq. q. d. c. de. c. d. vt sit. d. e. equalis. d. b. erit etiā proportio. b. c. ad. c. d. sicut. c. d. ad. d. e. quare sic. d. b. residui. c. b. ad. c. e. residuum c. d. potest igitur c. e. detrahi ab. e. d. non erit itaq. finis istius detractionis quod est impossibile. Nunc ad propositum reuertamur.

Propositio .17.



Ifuerint duo numeri contra se primi quantus est primus eorum ad secundum: tantum esse secundus ad tertium quemq. impossibile est.

¶ Sint. a. f. b. contra se primi: dico impossibile esse aliquē eis in continua proportionalitate adiungi. Si enim potest sit. c. quia igitur. a. ad. b. sicut. b. ad. c. sint autem. a. f. b. in sua proportione minimi per. 23. septimi: sequit per. 21. eiusdem: ut. a. numeret. b. qui cum et numeret se nō erūt. a. f. b. cōtra se primi: quod ē cōtrarium positioni.

Propositio .18.



Iquotlibet numeri vni continue proportionaliū duo extremi fuerint contra se primi quantus est primus ad secundum tantum esse vltimum ad aliquem alium est impossibile.

¶ Sint. a. b. c. continue pportionales. sintq. a. f. c. contra se primi: dico q. in eadem pportione nō pōt eis adiungi alius: si enim potest sit. d. quia igitur est. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit pmutatum. a. ad. c. sicut. b. ad. d. sint aut. a. f. c. in sua pportione minimi p. 23. septimi: itaq. p. 21. eiusdem. a. numerat. b. quare et numerat. c. numero. 2. n. continue pportionaliū: si primus numerat scdm ipse numerat oēs: & simpliciter quibet pcedēs quēlibet sequētē: ita q. et numerat f. nō erūt. a. f. c. cōtra se primi: q. d. est incōueniēs.

Propositio .19.



Inpropositis duobus numeris an sit eis tertius cōtinue proportionalis perscrutari.

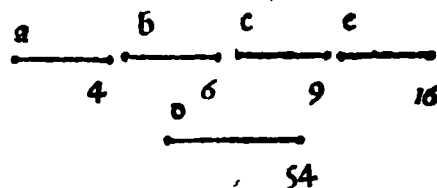
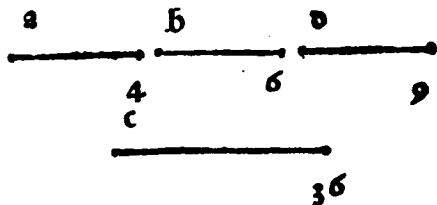
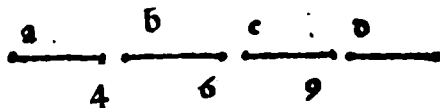
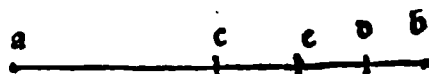
¶ Sint. a. f. b. duo numeri ppositi: uolo inquirere an eis possit tertius sub continua pportionalitate adiungi. Igit si ipsi sunt cōtra se primi impossibile ē per. 22. ¶ Si uero compositi ducat. b. in se. & pueniat. c. quē si. a. numerat erit. ¶ Si uero nō nūerat nō erit. ¶ Nūeret. n. cū fm. d. q. erit quē primus p. 21. pte. 20. septimi. ¶ Sit ergo ut nō numeret cū: ē tñ ut. a. ad. b. sicut. b. ad. d. itaq. q. a. ex. b. in se sit. c. sequit p primā pte. 20. septimi. ut ex. a. in. d. sit idē. igitur. a. numerat. c. fm. d. sed erat positū q. nō: quare sequitur impossibile.

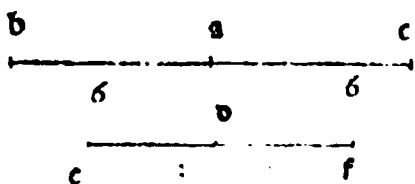
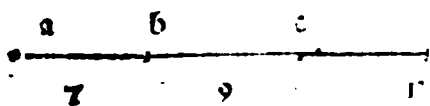
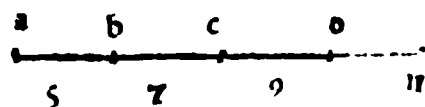
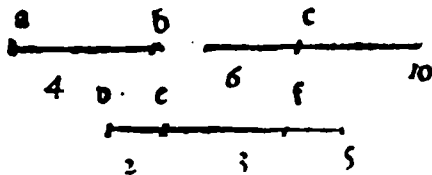
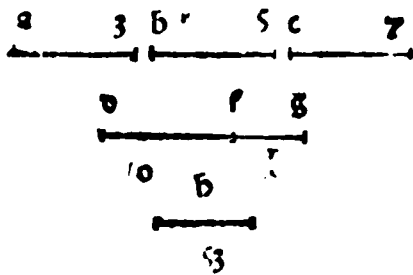
Propositio .20.



Intribus numeris cōtinue pportionalibus an sit aliquis qrtus eis cōtinue pportionalis inquirere.

¶ Sint continue pportionales. a. b. c. uolo inquirere an alius eis sub continua pportionalitate possit adiungi. ¶ Igitur si. a. f. c. sunt contra se primi. impossibile est per. 23. si





compositi sit. d. qui provenit ex. b. in. c. quem si numerat. a. erit si uero nō numerat non erit. ¶ Numeret enim cum fm. e. qui erit quem querimus per secundam partem. 10. septimi. ¶ Sit ergo ut non numeret cum i est tñ ut. a. ad. b. sicut. c. ad. e. itaq. quia ex. b. in. c. sit. d. sequitur per primā partē 10. septimi ut ex. a. in. e. sit idem ¶ Ergo. a. numerat. d. fm. e. sed positum erat q. non. ¶ I dem potes perscrutari quolibet continue proportionalibus propositis. si enim duo extremi sint contra se primi finem habet intentio per 18. si autem compositi ducto secūdo in ultimum si productum numeret primus is secundum quē cū numerat est quem querimus p. secūda partem. 10. sep. ¶ Si autem primus productum non numerat nullus. erit quolibet enim posito per primam partem eiusdem fm ipsum positum numerabit primus productum quod positum erat non numerare.

Propositio .21.



Etis quolibet numeris primis aliquem primum ab eis diuersum eē necesse est.

¶ Nihil aliud intenditur nisi q. numeri primi sint infiniti demonstrare. Sint enim. a. b. c. numeri primi. dico est aliquem primum diuersum ab eis sit quidē. d. f. minimus quē numerant cui addita unitate fiat. d. g. qui est primus aut compositus. si primus constat ppositum. ¶ Si compositus numerat cū aliquis primus qui sit. h. quē non est possibile eē aliq. ex primis ppositis. si enim eēt aliquis eo. cū quilibet ipso. numeret. d. f. ipse quoq. numeraret eundē. at quia numerat. d. g. oportet ipsum numerare. f. g. qui ē unitas qd est impossibile. ¶ I dē sequitur posito. d. f. quolibet nūcro quē numerat. a. b. c. quare constat ppositum.

Propositio .22.



Coaceruent quolibet numeri pares: totus quoq. ab eis coaceruatus erit par.

¶ Sit quisq. numerorum. a. b. c. part. dico ex eis compositum eē p. rem. ¶ Habet enim ex conuersione diffinitionis quisq. eorum medietatem ¶ Sint ergo eo. medietates. d. e. f. quia igitur sicut. a. ad. d. sic. b. ad. e. et. c. ad. f. erit ex. 13. septimi sicut. a. ad. d. itaq. totus. a. b. c. ad totum. d. e. f. itaq. d. e. f. est medietas. a. b. c. ergo per diffinitionem. a. b. c. ē par quod ē propositum.

Propositio .23.



3 numeri imparcs numero pares coaceruentur totus quoq. ex eis coaceruatus erit par.

¶ Sit quilibet numero. a. b. c. impari dico ex eis compositum eē parem. ¶ Demptra enim a quolibet unitate constat residuos eē pares et quia ille unitates dempte componunt parē: cū sint numero pares constat propositū per premisam.

Propositio .24.



3 numeri imparcs numero impares coaceruentur totum quoq. ex eis coaceruatum imparcm eē.

¶ Sit quilibet numero. a. b. c. impari dico totū ex eis compositum eē imparcm. ¶ Erit. n. p. pmissam compositus ex a. et. b. par et quia. c. depta unitate ē par erit p ante pmissam totus. a. b. c. dempta unitate par per diffinitionē itaq. constat totum eē imparē.

Propositio .25.



3 a numero pari numerus par detrahatur reliquus erit par.

¶ Sit totus. a. par a quo detrahatur. b. qui quoq. sit par et residuus sit. c. dico. c. eē parē. ¶ Sit enim. d. medietas. a. c. quoq. sit medietas b. detraheto. e. de. d. sit reliquus. f. erit per. 13. septimi c. ad. f. sicut. a. ad. d. quare. f. ē medietas c. itaq. c. est par quod est propositum.

Propositio .26.



I a numero impari detrahatur impar reliquus erit par.
 ¶ Sit. a. b. numerus impar a quo detrahatur. b. c. qui est sit impar: dico reliquum qui est. a. c. esse parum. ¶ Detrahatur enim ab utroque duorum numeroꝝ. a. b. f. b. c. unitas que sit. b. d. eritque uterque duorum residuoꝝ q̄ sint. a. d. f. d. c. par per premisam itaq. constat. a. c. esse parē: q̄d est propositum.

Propositio .27.



I a numero impari numerum parē subtrahas qui relinquitur impar est.

¶ Sit. a. b. imparia quo detrahatur. a. c. qui sit par: dico c. b. residuum esse imparem. ¶ Sit enim. b. d. unitas eritque a. d. par. ¶ quia. a. c. est par erit per. 25. c. d. par. cum itaq. sit. d. b. unitas erit. c. b. impari quod est propositum.

Propositio .28.



I de numero pari imparem tollas qui relinquitur impar est.

¶ Sit. a. b. par a quo tollatur. a. c. qui sit impar: dico. c. b. residuum esse imparem. ¶ Subtrahatur enim ab. a. c. unitas que sit. c. d. eritque. a. d. par itaq. per. 25. d. b. quoque erit par: quia igitur. d. c. est unitas, sequitur. c. b. esse imparem quod est propositum.

Propositio .29.



I numerus impar in numerum parē ducatur q̄ inde producat erit par.

¶ Ex. 23. manifestum est quod dicitur.

Propositio .30.



I in imparē ducat impar qui producat erit impar.

¶ Hec quoque ex. 24. manifesta est.

Propositio .31.



I numerus impar numez pares numeret: numero pari eum numerabit.

¶ Si enim numero impari eum numeraret ex impari in imparē fieret par: quod est inconueniens per premisam.

Propositio .32.



I impar imparē numeret impariter eum numerat.

¶ Si enim pariter eum numeraret ex numero impari in numerum parē fieret impar quod est inconueniens per. 29.

Propositio .33.



I numerus impar numez parē metiatur eius de quoque dimidium ipsum metiri necesse est.

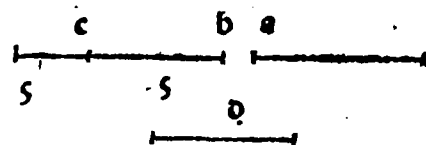
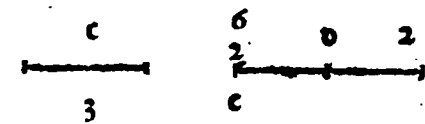
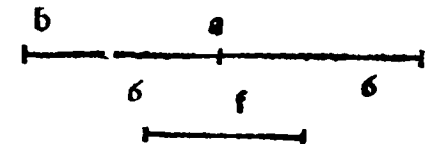
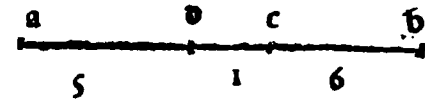
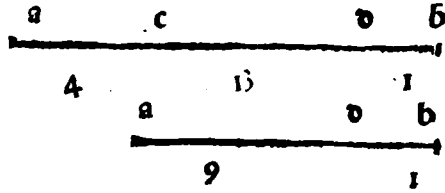
¶ Sit. a. numerus par cuius dimidium. b. sitque. c. numerus impar qui numeret. a. dico q. c. numerabit. b. ¶ Numeret enim. a. fm. d. eritque per. 31. d. numerus par. Efflo igitur eius dimidium. e. ducaturque. c. in. e. f. proueniat. f. eritque per. 18. f. p. a. ad. f. sicut. d. ad. e. ¶ quia etiam est. a. ad. b. sicut. d. ad. e. sequitur. b. f. f. esse equales. cum itaq. c. numeret. f. idem numerabit. b. q̄d est propositum.

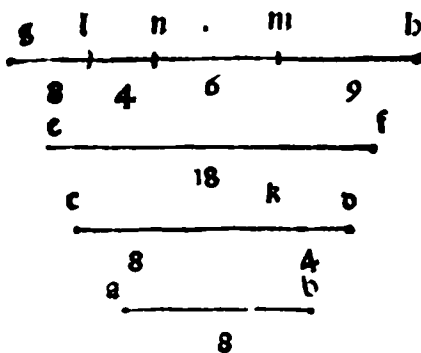
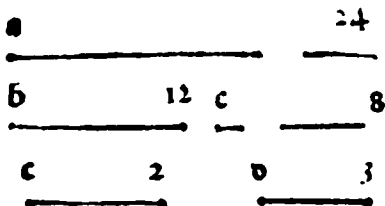
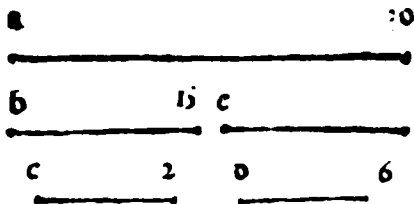
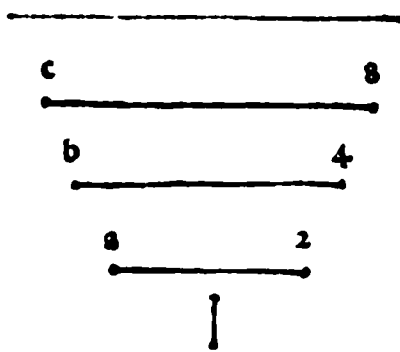
Propositio .34.



I numerus impar ad aliquē fuerit primus: idē ad eiusdem duplum erit primus.

¶ Sit. a. numerus impar primus ad. b. cuius duplum sit. c. dico q. a. est primus ad. c. ¶ Sin autem numeret eos. d. cū q. a. sit impar sequitur. d. esse imparem: quicunq. enim imparē numerat impar est. ¶ Per premisam itaq. d. numeret b. non sunt igitur. a. f. b. contra se primi: q̄d est contra ypothesim.





Propositio .35.



Numeri a duobus dupli sunt pariter pares tam.

Sint vnitas, a. b. c. d. cōtinue proportionales. sitq. a. binarius: dico oēs eos esse pariter pares eiq. fm̄ hāc pportio nem in infimum auctis nullum alium ēē pariter parem. **P** De his qdem constat p diffinitionem cū p. a. quilibet pcedens numeret quemlibet sequentem p aliquem eorum. quos oēs oportet esse pares: & nullus alius numeret aliquem eorum per. 13 eo q. a. qui est binarius vnitatem sequens ē primus. **Q**uod autem nullus alius ab his sit pariter par constat: sic. **P**osito enim aliquo diuidatur in duas medietates eiusq. medietas in duas: hoc toties fiat quousq. numerus aut vnitas diuisionem impediat quod est necesse euenire per vltimam petitionem. si vero numerus hanc prohibeat ipse erit impar qui cum numeret pariter parem positum non erat pariter par que positus ē pariter par. si autem vnitas non erit. 13. vel. 15. alius a continue dupli ab vnitate.

Propositio .36.



Sumerus cuius medietas ē impar ē pariter impar.

Sit. a. numerus cuius medietas que sit. b. sit impar dico. a. esse pariter imparē. **S**it enim. c. binarius manifestum est itaq. qm̄ ex. c. in. b. sit. a. sit aut. d. quilibet numerus par numerat. a. q. numeret eū scdm. c. eritq. p scdm ptem. 10. septimi. e. ad. b. sicut. e. ad. d. igit. e. numerat. b. nā q. a. c. m. merat. d. erit itaq. c. numerus impar. erat enim. b. p diffinitionem igitur a. est pariter impar.

Propositio .37.



Nis numerus a duobus non duplus cuius medietas est par est pariter par & impariter.

Sit numerus. a. non duplus a duobus cuius medietas q sit. b. ponatur par. dico ipsum esse pariter parem & impariter. **S**it enim. c. binarius de quo manifestum est q ipse numerat. a. fm̄. b. quia uero a. nō est duplus a duobus necesse est si eius medietas que est. b. in alias duas medietates diuidatur: medietatisq. medietas in alias duas ut tandem occurrat numerus impediens diuisionem qui propter hoc q diuisionem non recipit erit impar. **S**itq. is in quo sistit diuisio. d. in numero quippe necesse est stari qd si usq. ad unitatem perueniret diuisio esset. a. de numeris duplis a binario de quibus nō est: de. d. uero manifestum est q ipse numerat. a. per hanc cōm scientiam ois numerus numerans alium numerat oēm numeratum ab illo. Numeret ergo cum fm̄. c. eritq. c. par. Alioquin. cum. d. sit numerus impar seq. retur per. 30. a. esse imparem quia igitur. b. numerus par numerat. a. fm̄. c. q quoq. ē par ē eni binarius. At uero. e. numerus par numerat eūdem fm̄. d. qui est impar. constat ex diffinitione numerum. a. esse pariter parem & impariter: qd est propositū.

Propositio .38.



S de secundo atq. vltimo numeroxim cōtinue pportionalium equale primo dematur quantum ē reliquum secundi ad primum tantum esse reliquū vltimi ad coaceruatum ex cunctis precedentibus necessario comprobatur.

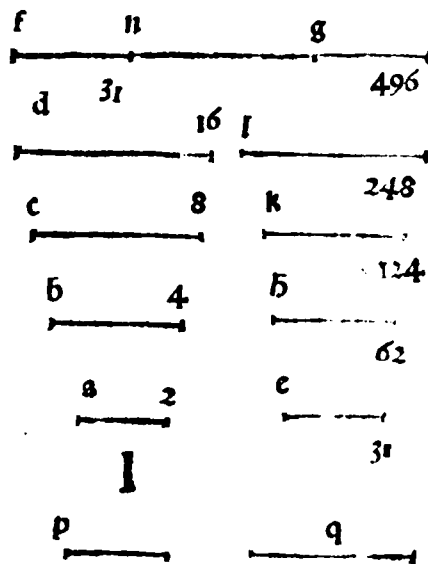
Sint cōtinue pportionales. a. b. c. d. e. f. g. h. dematq. de c. d. eq̄lis. a. b. qui sit. c. k. & de. g. h. qui sit. g. l. dico tūc q pportio. k. d. ad. a. b. est sicut. l. h. ad cōpositum ex. c. f. c. d. & a. b. **S**umat ex. g. h. eq̄lis. e. f. g sit. g. m. & eq̄lis. c. d. qui sit. g. n. eritq. l. n. eq̄lis. k. d. **M**anifestum aut est p n. k. p. q cum sit. g. h. ad. g. m. sicut. g. m. ad. g. n. erit. h. m. residuum ad. m. n. residuum sicut. g. h. ad. g. m. **I**deoq. sicut. e. f. ad. c. d. **S**imili quoq. modo erit. m. n. ad. l. n. sicut. c. d. ad. a. b. permutatim igitur erit. h. m. ad. e. f. & m. n. ad. c. d. sicut. n. l. ad. a. b. itaq. coniunctum per. 13. & p. erit. l. h. compositum ex. h. m. m. n. & l. n. ad cōpositum ex. e. f. c. d. & a. b. sicut. l. n. ad. a. b. ideoq. sicut. k. d. ad. a. b. quod est propositum.

Propositio 39.



Si coaptati fuerint numeri ab unitate continue dupli qui coniuncti faciant numerum primum extremus eorum in aggregatum ex eis ductus producit numerum perfectum.

- S**int ab unitate continue dupli. a. b. c. d. ex eis autem $\mathcal{E}$ unitate coaceruatus sit. e. qui ponatur esse numerus primus in quem. e. multiplicet. d. $\mathcal{E}$ proveniat. f. g. dico. f. g. esse numerum perfectum. Sumatur igitur. h. k. l. continue dupli ad. e. ut tot sint. e. b. k. l. quot sint continue dupli ad unitatem si mpti. eritq. per equam proportionalitatem. l. ad. e. sicut. d. ad. a. quare per primam partem. 10. kp. ex. a. in l. p. uenit. f. g. Nam ipse. f. g. provenit ex. d. in. e. $\mathcal{E}$ quia. a. est binarius est. f. g. duplus ad. l. sunt igitur. e. h. k. l. $\mathcal{E}$ f. g. continue proportionales. dematur igitur ex. h. equalis. e. qui sit. m. h. $\mathcal{E}$ residuus. h. n. qui erit etiam equalis. e. itemq. ex. f. g. dematur eidem equalis qui sit. f. n. eritq. per premisam. n. g. quantum aggregatum ex. e. $\mathcal{E}$ h. $\mathcal{E}$ k. $\mathcal{E}$ l. $\mathcal{E}$ f. n. cum sit equalis. e. est quantum aggregatum ex. a. $\mathcal{E}$ b. $\mathcal{E}$ c. $\mathcal{E}$ d. $\mathcal{E}$ unitate. itemq. totus. f. g. est quantus aggregatus ex oibus his scilicet. a. b. c. d. $\mathcal{E}$ unitate $\mathcal{E}$ illis. e. h. k. l. de quibus omnibus manifestum est q. numerat eum scilicet. f. g. c. quidē fm. h. $\mathcal{E}$ b. fm. k. quod ex prima parte. 10. sep. conuincitur adiuvate equa proportionalitate sicuti opus fuerit. Est enim vt. d. ad. c. sic. b. ad. e. $\mathcal{E}$ vt d. ad. b. sic. k. ad. e. per equam proportionalitatem: quare $\mathcal{E}$ ex. c. in b. $\mathcal{E}$ ex. b. in. k. necesse est provenire. f. g. quem dudum produxerat. d. in. e. si igitur nullus alius ab his numerat. f. g. ipse erit per diffinitionem numerus perfectus. Quod autem nullus alius eum nūceret sic patet si enim hoc possibile est sit. p. qui numeret eum fm. q. eritq. per. 33. kp. vt. e. numeret alterum eorum ponaturq. $\mathcal{E}$ q. numeret. p. $\mathcal{E}$ quia per secundam partem. 10. sep. est. q. ad. d. sicut. e. ad. p. sequitur vt. q. numeret. d. quare cum. a. qui sequitur unitatem sit primus est enim binarius erit. q. per. 13. huius aut. a. aut. b. aut. c. quicūq. autem horū fuerit erit. p. aut. d. l. aut. k. aut. h. si enim. q. fuerit. a. constat q. p. erit. l. quod si fuerit. b. p. erit. k. si autem. c. p. quoq. erit. h. non est igitur. p. diuersus ab illis vt fuerat positum: relinquatur ergo q. f. g. sit numerus perfectus quod erat demonstrandum.



Castigator.

a Ex hac habetur esse perfectorum primus senarius secundus. 18. tertius 496. ac deinceps alternatim terminado in octonarios $\mathcal{E}$ senarios in infinitum $\mathcal{E}$ non poterit esse perfectus nisi terminetur in altero dictorum.

b Quia in utroq. ordine sunt numeri in dupla proportionem dispositi $\mathcal{E}$ ideo p. equa ppor. siue pversum siue directe sunt. d. b. $\mathcal{E}$ k. e. pportioales.

c Et iste sunt omnes partes eius quibus numeratur ille quidem fm. l. k. h. e. $\mathcal{E}$ iste fm. d. c. b. a. $\mathcal{E}$ unitas fm. se totum per concep. quia omnis numeri pars est unitas ab ipso dicta.

c Et si poneret aduersarius. e. numerare. q. tūc quia est per primam partem. 10. septimi. q. ad. d. sicut. e. ad. p. erit permutatim per. 16. quinti. p. ad. d. sicut. e. ad. q. sed. q. numeratur. ab. e. per aduersariū ergo d. numeratur etiam. ab. p. $\mathcal{E}$ tūc per. 13. erit. p. aliquis illorum. a. b. c. d. $\mathcal{E}$ sic victrersa q. erit aliquis illorum. l. k. h. e. quemadmodum dictum est de. p. ideo $\mathcal{E}$ c.

d Cum quilibet eorum numeret. f. g. fm. illos. s. l. k. h. $\mathcal{E}$ ideo. q. si fuerit. a. p. esit. l. cum. a. numeret. f. g. fm. l. q. si. q. esit. b. p. esit. k. cum. b. numeret eundem. f. g. fm. k. $\mathcal{E}$ si. q. esit. c. p. esit. h. quia. c. numeret. f. g. fm. h. $\mathcal{E}$ ideo semper. p. esit aliquis illorum cum. q. numeret eundem. f. g. fm. p. $\mathcal{E}$ c.

e Latius in his que de proportionem $\mathcal{E}$ proportionalitate posita sunt in calce. s. diffinitione li. 5. $\mathcal{E}$ circa diffinitiones. n. 13. 14. 15. 16. eiusdem ibi clare habes qualiter quantitates cōmunicantes $\mathcal{E}$ cōmensurabiles se habeant in longitudine $\mathcal{E}$ potentia.

Explicit liber Nonus.

Decimus prelijs difficilissimus **Euclidis** liber de tredecis irrationalibus lineis. Ex campani optima interpretatione. Magistro Luca paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minorum. Castigatore acuratissimo. Incipit.

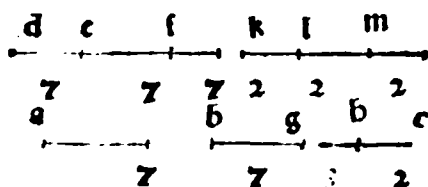


Quantitates quibus fuerit una quantitas cōis eas numerans. dicent cōicantes. quibus vero nō fuerit una cōis quātitas eas numerans dicent incōmensurabiles. 2 **Linee** i potētia cōicantes dicuntur quaz superficies quadratas una cōis superficies nūerat 3 **Linee** incōmensurabiles i potētia dicuntur quaz superficies quadratas non nūerat una cōis superficies. que cum ita sint manifestum est qd omni linee possit multe alie sunt incōmensurabiles. quedam in longitudine tm. quedam in longitudine 2 potētia. 4 **Dis** aut linea cum qua rōcinamur posita vocetur rōnalis. 5 **Linee** ei cōicantes dicuntur rōnales. 6 **Eidem** aut in cōicantes dicuntur irrōales siue surde. 7 **Dis** vō quādrata superficies de qua p pōtēsim rōc namur dicitur rōnalis. 8 **Superficies** vero ei cōicantes dicuntur rōnales. 9 **Eidem** aut incōmensurabiles superficies dicunt irrōnales siue surde. 10 **Laterā** vero que in illas quadratas possunt dicunt irrōnalia. 11 **Qualibet** quātitatem totiens posse multiplicari vt quālibet eiusdem generis quantitatem positam excedat.

Propositiō .i.
Ia duabus quantitatibus inequalibus propositis maius dimidio a maiori detrahatur. itēq de reliquo maius dimidio dematur deinceps quoz eodem modo: necesse est vt tandem minore posita rursus minor quantitas relinquatur.



Sint due quantitates ineqles. a. b. c. b. c. maior. dico q toties pōt maius dimidio detrahi a. b. c. vel eius residuo q necesse erit relinq quantitatem minore. a. multiplicetur. n. a. quotiens excedat. b. c. sitq eius multiplex. d. e. f. maior. b. c. detrahatur itaq. a. b. c. maius dimidio q sit. b. g. itēq. ex residuo quod est. g. e. maius dimidio quod sit. g. b. hoc quoq. totiens fiat quousq. b. c. diuisa fuerint in tot ptes quotiens. a. continetur in. d. e. f. **Dico** tūc q ultimum residuum ut est hic. b. c. est minus. a. multiplicetur namq. h. c. quotiens est multiplicata. a. in. d. e. f. sitq. eius multiplex. k. l. m. **Quia** igitur unaqueq. quantitatū. k. l. m. est equalis. h. c. sequit ut f. k. sit minor. b. g. sed f. l. minor. g. b. at quia. m. est equalis. h. c. erit p conceptionem. k. l. m. minor. b. c. quare minor. d. e. f. cū sit ergo. d. e. f. ad. a. sicut. k. l. m. ad. h. c. sitq. d. e. f. maior. k. l. m. sequit p. 14. quinti q. a. sit maior. h. c. quod est ppositum. I dēq. sequit si de maiori dimidium dematur. itēq. de reliquo dimidium: sicq. totiens quousq. maior diuidat in tot partes quotiens continet minor in quolibet suo multiplicato. maiore positaz. quantūlibet excedente. **Attendere** aut oportet q huic uidet. r. tertiū contradicere pponens angulum contingentie. minorem fore quolibet angulo a duabus lineis rectis contento posito. n. angulo quolibet rectilineo. si ab ipso maius dimidio demat. itēq. de residuo maius dimidio. necesse uidetur hoc totiens posse fieri quousq. angulus



rectilineus minor angulo contingente relinquantur quibus oppositum, tertii syllogizati sed hi non sunt uniuoce anguli non enim eiusdem sunt generis simpliciter curuum & rectum. At uero nec angulum contingentie totiens contingit sumi ut qualemcuq; rectilineum excedat quod necessarium est ut ex prehabita demonstratione patet ad hoc ut consequens ex antecedente sequatur. planum ergo est et quolibet angulum rectilineum infinitis angulis contingente esse maiorem.

Propositio .2.



Si fuerint due quantitates inaequales detrahatur quae maiori equalis minori donec minus eo supersit ac deinde a minori ipsius reliqui equalis demat donec minus eo relinquantur de quo quoque a reliquo primo equalis reliqui secundi donec minus eo supersit auferatur; et in huiusmodi continua detractio

ne nullum reliquum quod ante relictum numeretur inueniatur; eas duas quantitates incomensurabiles esse necesse est.

¶ Simile huic propositum prima septimi in numeris. Sint due quantitates inaequales. a. & b. maior. a. a quibus si fiat reciproca quoad potest detractio non occurrat et si infinites fiat aliqua quantitas detractioem impeditur siue ante relictum numeratur dico eas incomensurabiles esse. ¶ Si autem sit eorum mensura. c. detrahatur igitur. b. ex a. quotiens potest sit. residuum d. quod residuum detrahatur ex. b. quotiens potest sit residuum. e. Fiatque totiens ista detractio quousque ex alterutra duarum quantitarum a. & b. remaneat minus. c. hoc enim necesse est esse possibile per precedentem. Sitque hic. e. minus. c. cum igitur. c. mensuret. b. detractam ab. a. & etiam a mensurabit per conceptionem d. residuum. ideoque cum mensuret. d. detractum a b. & etiam ipsum. b. mensurabit. e. residuum. sed erat. e. minus. c. maior ergo quantitas mensurat minorem quod est impossibile.

Propositio .3.



In propositis duabus quantitatibus inaequalibus communibus maximam quantitatem committer eas numerantem inuenire. Ex hoc itaque manifestum est: quod duas metitur quantitates maximam quoque communiter ambas metientem metiri.

¶ Huius demonstrationem si secundam septimi non ignoras non potes ignorare processum enim utrobique idem.

Propositio .4.



In propositis tribus quantitatibus communicantibus maximam eas communiter numerantem inuenire.

¶ Hec ex tertia septimi sic patet sicut premissa ex secunda septimi.

Propositio .5.



Primum duarum quantitarum communicantium. est proportio tanquam numeri ad numerum.

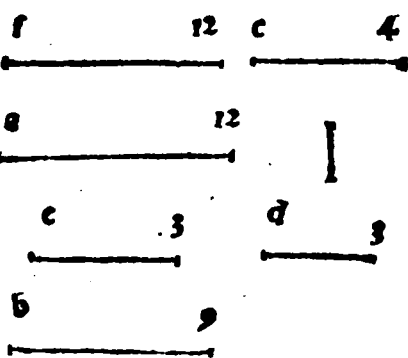
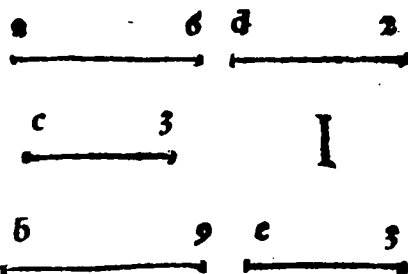
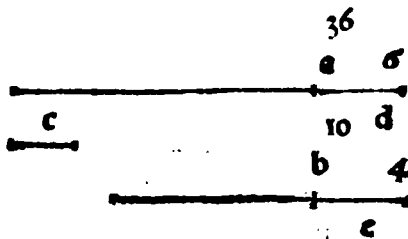
¶ Sint due quantitates. a. & b. communicantes dico quod earum proportio est sicut alicuius numeri ad alium numerum. ¶ Sit. n. maxima quantitas committer mensuras a. & b. repta ut docet. 3. huiusque mensuret. a. fm numerum. d. & b. fm numerum. c. eritque. a. ad. c. ut. d. ad unitatem. eo quod sicut. a. est multiplex. c. ita. d. est multiplex unitatis. ac. c. ad. b. ut unitas ad. e. quoniam sicut. c. est submultiplex. b. ita unitas est submultiplex. e. igitur per eam proportionalitatem. a. ad. b. ut. d. ad. c. quod est propositum.

Propositio .6.



Si fuerint due quantitates quarum sit proportio unius ad alteram tanquam numeri ad numerum unum eas duas communicantes esse necesse est.

¶ Hec est conuersa prioris ut si sit. a. ad. b. sicut numerus. c. ad numerum. d. erunt due quantitates. a. & b. communicantes. ¶ Sit enim. c. totiens mensurans. b. quotiens est unitas in. d. & totiens

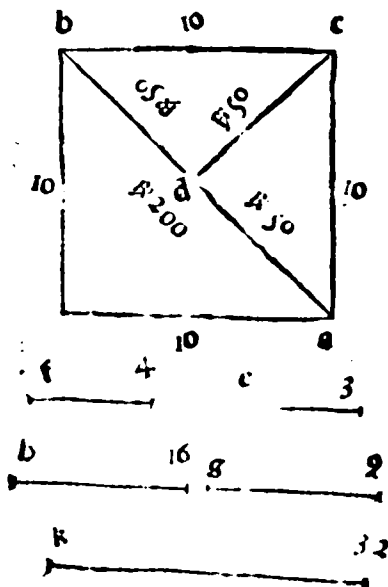
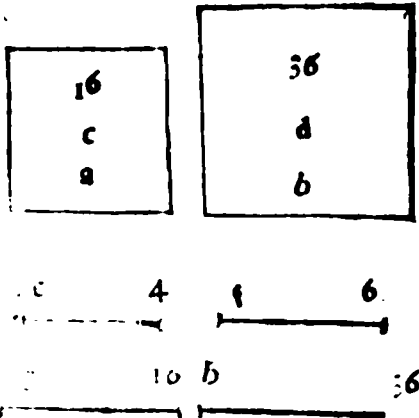


mensurans. f. quotiens unitas in. Cum sit igitur. f. ad. e. ut. c. ad unitatē ac. e. ad. b. ut unitas ad. d. erit p. equam p. portionalitatem. f. ad. b. ut. c. ad d. quare et ut. a. ad. b. igitur p. primam p. tem. 9. quinti. f. est equalis. a. cum itaq. e. mensuret. f. per conceptionem mensurabit. a. igitur. a. f. b. cōican ter mensurabat enim f. b. quod est propositum.

Propositio .7.



Primum duarum superficierum quadratarum quarum latera in longitudine cōmunicant ē p. portio unius ad alteram tanquā numeri quadrati ad numerus quadratum. Si vero fuerit p. portio superficiē quadratę ad superficiem quadratam: tanquā p. portio numeri quadrati ad numerum quadratum: erunt latera eorū in longitudine cōmunicantia. Quod si fuerit p. portio superficiē quadratę ad superficiem quadratā non velut numeri quadrati ad numerum quadratum: latera earum erunt in longitudine incōmensurabilia.



¶ Sint. a. f. b. due linee quadrate quę quadrata sint. c. f. d. dico q. si a. f. b. cōmunicant in longitudine erit p. portio. c. ad. d. sicut numeri quadrati ad numerus quadratū ē cōuerfo. ¶ Si autē p. portio. c. ad. d. nō sit sicut numeri quadrati ad numerus quadratum. a. f. b. erunt incōmensurabiles in longitudine ē econuerfo. Verūm istud argumētum quartū nō p. portio. ¶ Primum patet sic. si a. f. b. cōmunicant in longitudine ipse p. s. erunt in p. portione duorū numeroz q. sint. e. f. f. quoz quadrati sint. g. f. h. Quia ergo est. c. ad. d. sicut. a. ad. b. duplicata per. 18. sexti sequit ut sit ē. c. ad. d. sicut. e. ad. f. duplicata. ¶ Sed ē p. 11. octavi. g. ad. h. ut. e. ad. f. duplicata ergo. c. ad. d. sicut. g. ad. h. quod est primum. ¶ Secundum sic sit. c. ad. d. sicut. g. nūerus qdratū ad. h. nūerus qdratū dico q. a. f. b. erūt in longitudine cōicantes. Cum enim sit. c. ad. d. ut. a. ad. b. duplicata p. 18. sexti. f. g. ad. h. p. 11. octavi ut. e. ad. f. duplicata quare ē simpla. a. ad. b. sicut simpla e. ad. f. p. 6. igitur sunt. a. f. b. cōicantes quod est secundum. ¶ Tertium uero patet ex primo a destructione consequentis. ¶ Similiter quartum patet ex secundo a destructione consequentis. ¶ Ex tertia parte huius nota diamet. ē incōmensurabilē costē. Cum. n. sit quadratū diametri duplū quadrato costē dupla uero p. portio non sit sicut numeroz quadratorum sequit diamet. ē incōmensurabilem costē in longitudine. Alioquin cū quaternarius sit numerus quadratus erūt oēs pariter pares quadrati ē etiā alii infiniti q. nō sunt qdrati. ¶ Ducit autē A. p. prio prio. ad istud incōueniens si diameter ponatur cōmensurabilis costē q. impar numerus erit equalis pari quod sic patet. Sit enim diameter. a. b. cōmensurabilis lateri. a. c. eritq. per. 5. a. b. ad. a. c. sicut aliquis nūerus ad alium. Sint ergo hii numeri. e. f. qui sint minimi i sua p. portione. eritq. ob hoc alter eorum impar. Si enim uterq. par non erūt minimi quadrati quoz eo. sint. g. f. b. si ergo. e. est. impar. erit quoq. ex. 30. noni. g. impar sit itaq. k. duplus ad. h. eritq. k. ex diffinitione par. ¶ Quia igitur. a. b. ad. a. c. ut e. ad. f. erit per. 18. sexti ē. 11. octavi quadratum. a. b. ad quadratum. a. c. ut. g. ad. h. est itaq. g. duplus ad. h. sic enim est quadratū a. b. ad quadratum a. c. p. penultimam primi ē quia etiam. k. est duplus ad. h. sequitur p. 9. quinti ut. g. nūerus impar sit equalis. k. nūero pari. ¶ Quod si. e. sit par ē. f. impar. erit p. portio. f. ad dimidiū. e. qd sit. l. sicut. a. c. ad dimidiū. a. b. qd sit. a. d. f. ideo erit p. portio qdrati. a. c. ad quadratū. a. d. sicut p. portio numeri. h. qui est impar per. 30. noni ad quadratum numeri. l. qui sit. m. cui. k. ponatur ē. k. duplus. eritq. k. per diffinitionem par. At quia qdratū a. c. est duplum ad quadratum. a. d. per penultimam primi erit. h. duplus ad. m. cuiq. k. sit etiam duplus ad. m. erit. per. 9. quinti numerus impar. b. equalis. k. numero pari quod est propositum.

Castigator.

¶ Videlicet quātum ad p. portionem arithmetica nō aut quātum ad

pportionem geometricam. quia semper inter diametrum & costam. col-
locabit tertia subcōtinua ppportionalitate per. 9. sexti. & sic prima & tertia
cōmunicabunt medie. per consequens. prima que est diameter. commu-
nicabit. tertia que est costa. &c. geometricce.

Propositio .8.



Si fuerint due quantitates vni quātitati cōcantes
ipsas quoq; inuicem cōmensurabiles eē necesse ē.

¶ Sit vtraq; duarū quantitatū. a. & b. cōcans quanti-
tati. c. dico. a. & b. esse cōmensurabiles. ¶ Est enim per. 5.
a. ad. c. sicut numerus ad numerū. similiter quoq; per ean-
dem. c. ad. b. sicut numerus ad numerum. Sit itaq; nume-
rus. d. ad numerum. e. sicut. a. ad. c. numerusq; .f. ad numerum .g. sicut .c.
ad. b. At proportionē que sunt. d. ad. e. & .f. ad. g. continentur in tribus
terminis qui sunt. h. k. l. ut docet. 4. octauū. eritq; perequā proportionalita-
tem. a. ad. b. sicut. h. numerus ad l. numerum. Per. 6. igitur sunt. a. & b. cōi-
cantes qđ ē propositū. ¶ Ex hac quoq; sequitur qđ si fuerint due qntitates si
bi inuicem cōcantes. cuiusq; vna earum communicat & reliquar & cui-
cūq; vna non cōmunicat nec reliqua. ¶ Sint enim due quantitates. a. &
b. cōmunicantes. ponaturq; quelibet quantitas que sit. c. cum qua cōmu-
nicet. a. dico qđ. b. cōmunicabit cum eadem. quod ex hac octaua patet cū
vtraq; earum cōmunicet cū. a. ex ypothesi. ¶ Quod si iterum. a. & b. sine
cōmunicantes vt prius. ponatur. c. quelibet quantitas cum qua non com-
municet. a. dico qđ. b. non communicabit cum eadem. Si enim. c. cōmu-
nicaret cum. b. cum. a. quoq; per ypoth. cōmunicet cum eodem. b. essent
per hanc octauam. a. & c. cōmunicantes. sed positum erat qđ non essent
quare constat quod diximus.

Castigator

a ¶ Communicātia proprie dicitur numeroz. ut in septimo & octauo &
nono libris apparet. sed cōmensurabilitas proprie competit quantitati
continue. Et ideo nimirum si auctor indifferēter aliquando vtitur vno
& alio termino ut in ista octaua apparet.

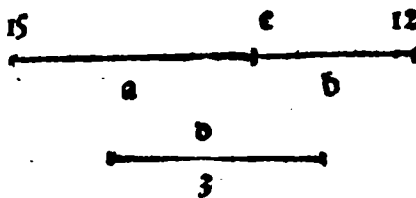
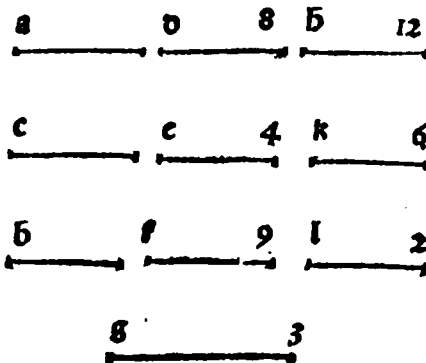
Propositio .9.



Si fuerint due quantitates cōcantes. totum quoq;
ex eis confectum vtriq; earum. erit cōmunicans.
Si vero fuerit totum vtriq; cōmensurabile erūt
ambe cōmensurabiles.

¶ Sint due quantitates. a. & b. cōmensurabiles. dico
totum ex eis cōpositum quod sit. c. vtriq; earum eē cō-
mensurabile & econuerso. Adhuc quoq; si totum ex eis cōpositum vni
earum communicet dico qđ communicabit alteri & ipse similiter iter se.
Idem quoq; in cōtrario. si enim. a. & b. sint incōcantes. dico qđ. c. vtriq;
earum erit incōmunicans & econuerso. ac si. c. alteri earum sit incommu-
nicans. erit quoq; incōmunicans & alteri & ipse etiam inter se. Sint itaq;
primum. a. & b. cōmunicantes. suntq; earum cōis mensura. d. qui cum
vtriq; earū numeret p conceptionem similē antepenultime numerabit. &
c. quare p diffinitionem. c. cōcabit vtriq; earū. scilicet. a. & b. Econuerso quē
q; si. c. communicet vtriq; earū. sit oim cōis mensura. d. cōstat itaq; p diffi-
nitionem. a. & b. cōcantes esse. Sed cōmunicet. c. cū altera earū que sit. a.
dico qđ cōcabit cū. b. & a. & b. communicabūt adinuicē. Sit. n. d. com-
muniter mensurans. c. & a. qđ igitur. d. mensurat totum & detractum per
conceptionem ipsa mensurabit residuum videlicet. b. p definitionem er-
go & c. cōcāt cū. b. & a. communicat quoq; cum. b. ¶ Si aut. a. & b. sint in-
communicantes erit. c. incommunicans vtriq; earū. si enim cū vtraq; seu
et cum altera earū communicaret & ipse communicaret adinuicem. quod
est contra ypothesim. ¶ Similiter quoq; econuerso si. c. ē incōcans vtriq;
earū seu etiam alteri earū. erit quoq; incommunicans reliquar & ipse inter
se. quod palam est ex predemonstratis a destructione consequentis.

k iiii



Propositio .10.



Primum quatuor quantitatum proportionalium si fuerit prima communicans secundæ: tertia quoque erit cōicans quarte. Si vero prima incommensurabilis fuerit secundæ: tertia quoque incommensurabilis erit quarte.

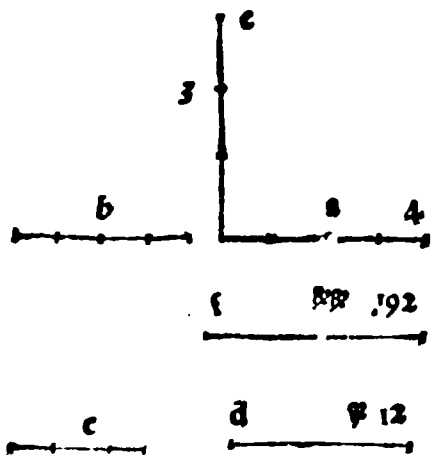
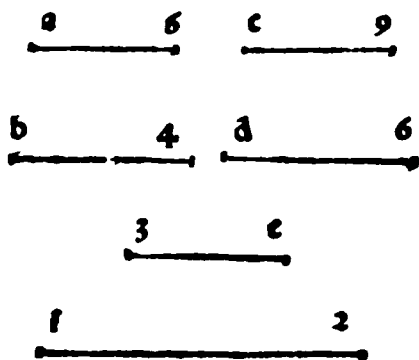
¶ Sint quatuor quantitates proportionales. a. b. c. d. dico qd si a. cōmunicat cum b. c. quoque cōmunicabit cum d. qd si a. est incommensurabilis b. c. quoque erit incommensurabilis d. Et si a. cōicat cum b. in potentia tñ. c. quoque cōmunicabit cum d. in potentia tantum. Verūm illud non proponit auctor quia facile patet ex demonstratione priorum. ¶ Si enim a. cōicat cū b. erit per 5. a. ad b. sicut numerus ad numerum. Sit ergo sicut e. ad f. At quia est per ypothesim a. ad b. sicut c. ad d. erit c. ad d. sicut numerus e. ad numerum f. Per 6. igitur est c. cōicans cum d. quod est primum. ¶ Secundum patet ex primo a destructione consequentis. Si enim a. est incommensurabilis b. oportet c. eē incommensurabilem d. nam si esset ei cōmensurabilis cū sit ut c. ad d. sic a. ad b. p ypothesim: eē p primam ptem a. cōmunicans cum b. sed non erat: quare constat totū quod proponit auctor. ¶ Quod aut adiunximus videlicet qd si a. cōicat cum b. in potentia tñ. c. cōmunicat cū d. in potentia tñ. sic patet. ¶ Cū enim a. non cōicat cum b. in longitudine nec c. quoque ex parte secunda huius cōicabit cum d. in longitudine. At vero cum quadratum a. cōicat cum quadrato b. ex ypothesi erit per 5. quadratum linee a. ad quadratum linee b. sicut numerus ad numerum qui sint e. f. Et quia quadratum c. ad quadratum d. est sicut qdratum a. ad qdratum b. erit et quadratum c. ad quadratum d. sicut numerus e. ad numerum f. per 6. igitur c. f. d. cōicant in potentia: qd quia non communicant in longitudine: constat ppositum.

Propositio .11.



Proposita qualibet recta linea duas ei incommensurabiles alteram in longitudine tantum alteram in longitudine et potentia rectas lineas inuenire.

¶ Sit linea a. proposita: volo duas lineas reperire quas una communicet cum a. in potentia tñ: altera vero sit incommensurabilis ei in longitudine et in potentia. Sumo itaq. duos numeros nequaquam habentes in pportione aliquorum numero rum quadrato. sintq. hii. b. f. c. quos facile est sumere cū qlibet qdratus numerus ad quēlibet non quadratū eā habeat pportione quā nequaquam habent aliqui numeri quadrati cōsumante hec. 11. octauis: duobus talibus numeris sumptis inuenio lineā d. ad cuius quadratū se hēat quadratū linee a. sicut nūerus b. ad numerum c. Hanc aut lineā ita repio diuido lineā a. in tot ptes equales quot sunt vnitates in numero b. quod facile facio adiuvante. 11. vel. 12. sexti: dehinc sup extremitatē linee a. erigo lineā c. ppendiculariter in qua toties cōtineat una ex ptribus a. quotiens vnitates est in c. Quia igit ex prima sexti pportio quadrati linee a. ad superficiē que fit ex a. in c. eē sicut a. ad e. f. ideo sicut numeri b. ad numerum c. Si ponatur d. in medio loco proportionalis inter a. f. e. sicut docet. 9. sexti qd tunc per primam partem. 16. eiusdem quadratū d. erit equale superficiē producte ex a. in c. f. erit pportio quadrati linee a. ad quadratum linee d. sicut numeri b. ad numerum c. quare a. f. d. sunt cōmensurabiles in potentia ex diffinitione et per ultimam ptem. 7. ipse sunt incommensurabiles in longitudine. Reperta est itaq. d. prima linea quam ppositum erat inquire re. ¶ Alteram sic reperio interpono ut docet. 9. sexti lineam f. medio loco proportionalem inter a. f. d. eritq. per correl. 12. sexti quadratum a. ad quadratum f. sicut a. ad d. ¶ Itaq. per secundam partem. 10. quadratum a. est incommensurabile quadrato f. igitur linea f. est incommensurabilis linee a. in potentia quare et in longitudine: est itaq. f. secunda linea quam ppositum erat reperire. Et sic patet ppositum.



Castigator.

¶ Quia quadratū .a. ad qdratū .f. nō ē sicut nūeri qdrati. ad nūmez. quādratū nec simpliciter sicut alicuius numeri ad aliquem nūmez. qm si sic est. Tunc p sextā huius cōuersam. s. cēt quadratū .f. qdratū .a. cōicantia Et commensurabilia quod non sunt. cum sint sicut .a. ad .d. vt dictum est. Et ideo per tertiam partem sp. huius .a. f. f. latera dictorū quadratorum i longitudine sunt incommensurabilia. vt dicit ibi f. c. quare linee .a. f. f. sunt in longitudine f. potentia incommensurabiles. vt queritur.

Propositio .12.



¶ Nūm quatuor lineaz pportionalis si prima tanto amplius possit secunda quantū ē quadratū alicuius linee cōicantis sibi in longitudine. necesse est tertiam quoq. tanto amplius posse quarta quā tum est quadratū alicuius linee cōicantis sibi in longitudine: q. si fuerit prima potentior secunda quadrato alicuius linee incommensurabilis sibi i longitudine. erit quoq. tertiam potentior quarta quadrato alicuius linee sibi incommensurabilis in longitudine.

¶ Sint quatuor linee pportionales. a. b. c. d. sitq. a. maior. b. f. c. maior d. Sit quoq. a. potentior. b. quadrato lineae e. f. c. potentior. d. quadrato lineae. f. dico q. si a cōicat. e. in longitudine. c. quoq. cōicabit. f. in longitudo. d. ne q. si a. non cōicat. e. in longitudine nec. c. cōicabit. f. in longitudine. Quod f. si. a. cōicat. e. in potētia tñ. c. quoq. cōicabit. f. in potētia tñ. Vez tñ illud vltimū nō pponit auctor q. facile patet ex prio. demon. stratiōe. Cū sit. n. pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit qdratū .a. ad quadratū .b. sicut quadratū .c. ad quadratū .d. f. quia quadratū .a. est equale quadratis duaz lineaz. b. f. e. similiter quadratū .c. quadratis duaz linearum d. f. f. erit pportio quadratoz duarū lineaz. b. f. e. ad qdratū .e. sicut quadratorū .d. f. f. ad quadratū .f. ergo disiūctim erit quadratū .b. ad quadratū .e. sicut quadratū .d. ad quadratū .f. ergo. b. ad. e. sicut. d. ad. f. Item p equam pportionalitātē erit. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ergo p primā ptē decime cōstat p. huius f. p. fam. fa. f. p. tertiā ibi adiūctā tertiā. hic adiūctā.

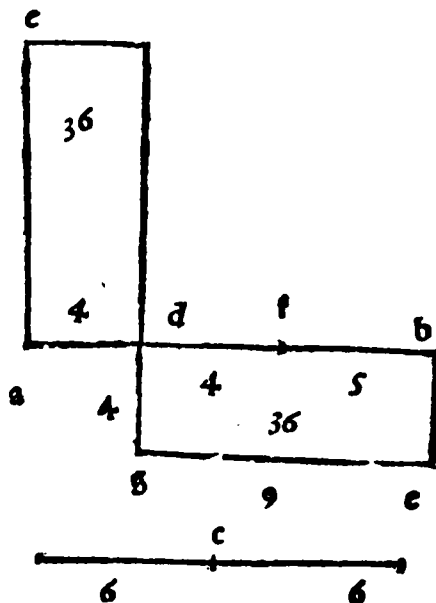
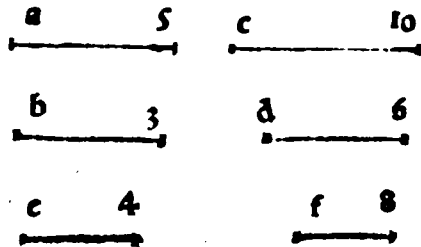
Propositio .13.

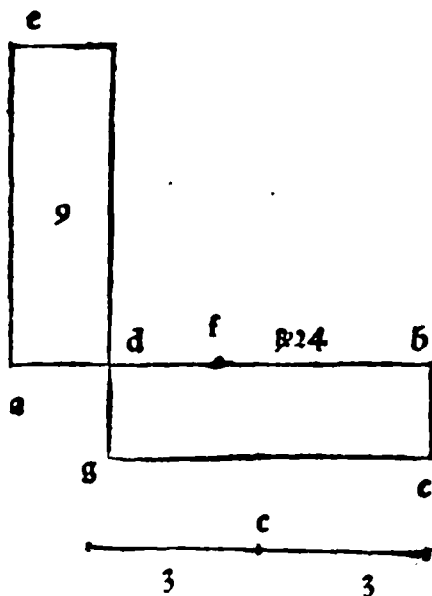
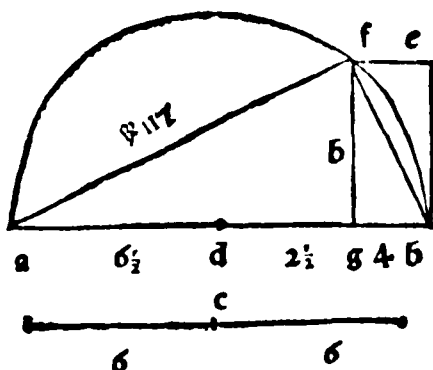


¶ Si erint due linee inuales quarum longiozem in duo cōicantia diuidat superficies sibi adiuncta eq. lis quarte parti quadrati breuiozis linee cui adiuncte superficies defit ad complendam totam lineaz superficies quadrata necesse est ipsam lineam longiozem linea breuiozi tanto amplius posse quantū est quadratū alicuius linee cōicantis eidem longiozi in longitudine. Si vero fuerit longior potentior breuiozi augmento quadrati linee cōicantis sibi in longitudine adiungaturq. ei superficies equalis quarte parti quadrati breuiozis linee cui defit quadrata superficies superficiem sibi adiunctā eandem lineam longiozem in duas portiones commensurabiles diuidere necesse ē.

¶ Sint due linee. a. b. f. c. maior. a. b. f. adiungat ad lineā. a. b. superficies eq. lis q. te pti qdrati lineae. c. ita q. defit ad cōplēdā lineā. a. b. superficies qdrata: hoc enim est possibile. per. 17. sexti quod facile fiet hoc modo. ¶ Dimidatur. a. b. in duas lineas. a. d. f. d. b. ita q. inter eas cadat medietas lineae c. continue proportionalis. ¶ Hoc autem qualiter fiat in fine demonstrationis huius docebitur. Eritq. ex. 16. sexti superficies. a. d. in. d. b. que sit. d. e. equalis quadrato medietatis lineae. c. quare ex. 4. secundi erit eadem sub quadrupla quadrati lineae. c. ¶ Deest quoq. ad complēdā lineam. a. b. superficies quadrata: cū f. a. d. sit equalis. d. g. f. d. b. equalis. g. e. Dico itaq. q. si superficies. d. e. diuidat lineam. a. b. in duo cōicantia erit lineā. a. b. potē

k iiii





tior linea. c. in quadrato alicuius lineae secundum communicantis in longitudi-
ne et econuerso. ¶ Cū aut sit linea. a. b. maior linea. c. non erit. a. d. equa-
lis. d. b. sic enim esset superficies. d. e. quadrata: et quia ipsa est equalis qua-
drato medietatis lineae. c. esset. a. d. equalis medietati. c. et tota. a. b. toti. c.
quod est contra ypoth. Non est igitur. a. d. equalis. d. b. I taq. de maiori ca-
rū que sit. d. b. abscindatur. d. f. equalis. a. d. eritq. per. 8. secūdi quadratum
totius. a. b. equale his que sunt ex. d. b. in. d. a. quater et quadrato. f. b. Qua-
re linea. a. b. erit potētiō linea. c. in quadrato lineae. f. b. Quā necesse est
cōicari toti. a. b. si linea. a. d. est cōicans lineae. d. b. Si enim hoc fuerit erit
d. b. cōicans. d. f. sue equali quare p. 9. b. f. cōicat cum. f. d. et ideo toti. b.
d. et pp hoc cū tota. a. f. igitur cū tota. a. b. sicq. patet primū. ¶ Cōuersum
huius sic patet: si. a. b. potētiō. c. i linea. f. b. que cōicet secundum in lōgim-
dine. dico tūc q. superficies equalis quarte parti quadrati lineae. c. addita ad
lineam. a. b. ita q. desit superficies quadrata diuidet lineam. a. b. in duo cō-
municantia. Diuidatur enim. f. a. per equalia in. d. et fiat superficies. d. e.
ex. d. b. in. d. a. et deerit ad complendam lineam. a. b. superficies quadra-
ta: eritq. per. 8. secundū quadratum. a. b. equale quadruplo superficiē. d. e.
et quadrato. f. b. igitur quadruplum superficiē. d. e. est equale quadrato
c. quare si perfiē. d. e. sit equalis quarte parti quadrati. c. dico igit q. d.
b. est cōicans cū. a. d. cū sit. f. b. comunicās cum. a. b. Si enim hoc fuerit
ut q. f. b. sit comunicās cū. a. b. erit et comunicans cū. a. f. p. 9. quare et
cum. a. d. et d. f. sibi equali itaq. et d. b. est comunicans cum. a. d.
qd est secundū. Nunc aut monstrandū est qualiter linea. a. b. cū ipsa posi-
ta fuerit maior linea. c. possit sic diuidi ut inter ptes eius cadat medietas
lineae. c. continue proportionalis. ¶ Cū enim sic fuerit diuisa: superficies q. fiet
ex vna in alterā erit equalis quadrato medietatis lineae. c. et ipsa erit superfi-
cies equalis quarte parti quadrati lineae. c. adiuncta ad lineam. a. b. ita q.
desit superficies qdrata. Hoc enim sic fiet diuisa. a. b. per equalia in. d. lineae
super ea semicirculus. a. f. b. et similiter. b. e. perpendicularis ad. a. b. q. ponat
equalis medietati lineae. c. et ducatur. e. f. equidistans ad. a. b. usq. quo fe-
cet circūfrentiā semicirculi in puncto. f. necesse est enim ut fecet ea: cū li-
nea. a. b. sit maior linea. c. ¶ Et ducat. f. g. perpendicularis ad. a. b. q. cū per
34. primi sit equalis lineae. c. b. erit quoq. equalis medietati lineae. c. ¶ Du-
cant itaq. lineae. f. a. f. b. eritq. per primam partē. 30. tertius angulus. a. f. b. re-
ctus: et ideo p. primam partē coroll. 8. tertius erit linea. f. g. medio loco pro-
portionalis inter. a. g. et. g. b. quare medietas lineae. c. que ē sibi equalis: erit
etiam proportionalis inter easdem quod est nostrum propositum.

Propositio 14.



I fuerint due lineae inaequales quarum longiorē diuidat in duas partes incommensurabiles superfi-
cies equalis quarte parti quadrati breuioris sibi
adiuncta ita q. desit ad eius complectionē: superfi-
cies quadrata erit longior potētiō breuiori aug-
mento quadrati lineae incommensurabilis ipsi lon-
giori in longitudine. Si vō longior potētiō fuerit breuiori qdra-
to lineae incommensurabilis sibi longiori in longitudine adinnga-
turq. ei superficies equalis parti quarte quadrati breuioris de-
fuerit itq. longiori superficies quadrata necesse est ut ipsa superfi-
cies sibi adiuncta eandem longiorem lineam in duas portiones
incommensurabiles diuidat.

¶ Hec. 14. ex contrario antecedentis premisse infert contrariū consequen-
tis pmissis et non differt eius dispositio a dispositione illius. sed et modus
argumentandi utrobique idē. Si enī. a. d. nō cōicet cū. d. b. nec. d. f. sibi ad eā
lis cōicabit cū eadē. d. b. itaq. p. 9. d. f. nō cōicat it cū. f. b. q. neq. a. f. sunt
enī. a. f. et. d. f. cōicantes tanq. numerans et numeratū: ideo neq. a. b. cō-
municabit cū linea. f. b. ¶ Q. d. si hoc fuerit videlicet si. a. b. non cōicet cū
f. b. non cōicabit cū. a. f. quare neq. cū. a. d. aut. d. f. Neq. igit. a. b. cū. d. a.

Potest quoq. hec. 14. demonstrari per premissam. si a pari huius ex secunda illius & secunda ex prima a destructione consequenti. si enim. a. d. f. d. b. non cōcent nec etiam. a. b. f. f. b. cōicabūt nam si. a. b. f. b. f. cōicarent oportet per secundam partem premissae vt. a. d. cōicaret cum. d. b. sed posuit q. non. Eodem modo. de secunda pte. si enim. b. a. f. b. f. non cōmunicant nec. a. d. f. d. b. cōmunicabunt. nam si sic sequitur per primam partem premissae vt. a. b. f. b. f. cōicent q. si cōicant quare patet ppositum.

Propositiō. 15.

¶ Diuidere duas portiones incommensurabiles & diuidere in duo incommensurabiles conuertunt vt patet ex secunda pte huius decimequarte & quinta quagesima prima huius decimi infra vbi linea. d. b. rōalis diuidit in partē. f. in duo cōicantia ex quo patet q. quīs rationale cōicet rationali tñ rationale potest diuidi in duas ptes tales ptes q. neutra illarū cōmunicabit alteri vt si diuidat. 10. in tales duas q. pductum vnus in alteram sit. 20. vna pte et. 5. plus. 8. 5. & altera. 5. minus. 8. 5. q. utrum vtraq. ē incommensurabilis alteri & ē totū. 10. ideo. f. c.

Propositiō. 15.

¶ Huius superficies rectangula quam continet due linee in longitudine rōales rōalis ē probatur.

¶ Sint due linee. a. b. f. b. c. continentes superficiem rectangula. a. c. rōales in longitudine dico superficiem. a. c. ē rōalem. ¶ Descripto enim quadrato cuius vis ea rum. vt. c. d. linee. b. c. erit per primam sexti. c. d. ad. a. c. si cut. b. d. ad. a. b. quia igitur. b. d. cōmunicat in longitudine cū. a. b. ex hypothesi eo q. b. c. sua equalis cōmunicat cum ipsa erit per primam partem 10. c. d. cōmunicans. a. c. cum sit itaq. c. d. rōalis per diffinitionem erit f. a. c. rōalis quod est propositum.

Propositiō. 16.

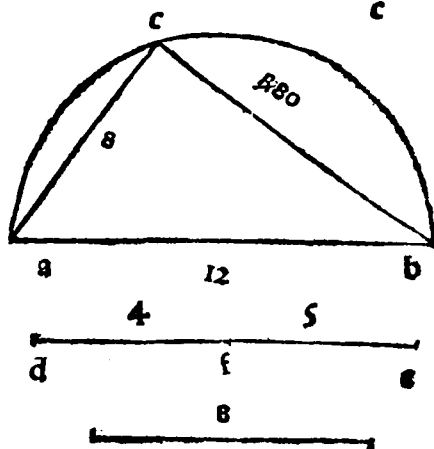
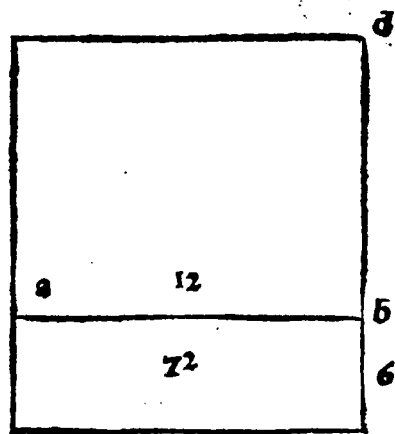
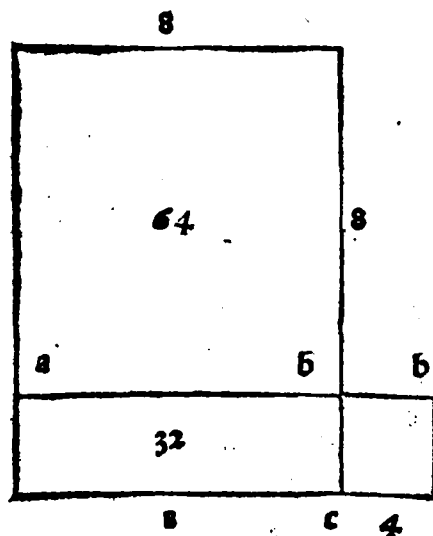
¶ Si ad iuncta fuerit linee in longitudine rōali superficies rationalis rectangula latus eius secundum erit in longitudine rationale laterisq. primo i longitudine cōmēsurabile.

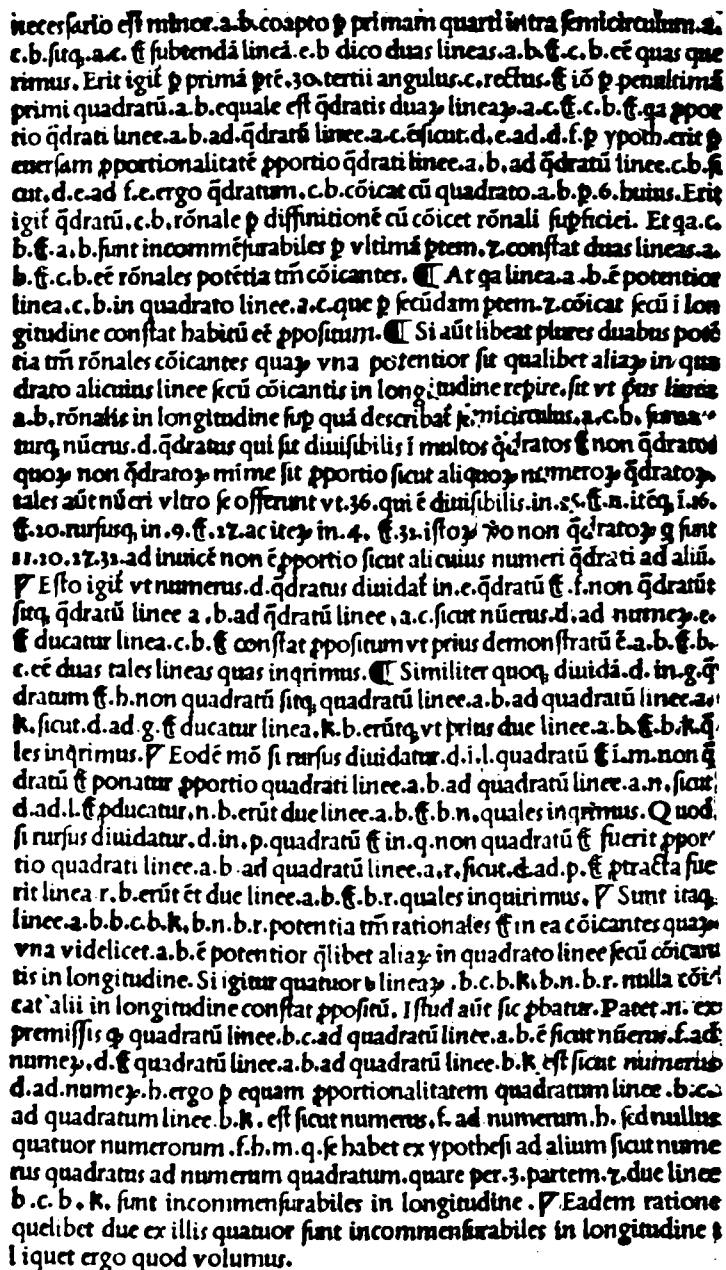
¶ Hec est quasi conuersa prioris vt si superficies. a. c. adiūcta ad lineam. a. b. rōalem in longitudine fuerit rōalis dico q. latus eius secundum quod est. b. c. erit etiam rationale in longitudine & cōmunicans lateri primo sit enim. a. d. quadratum. a. b. erit q. rationale ex diffinitione & propter hoc erit cōmunicans cum superficie. a. c. rōali quia igitur p primam sexti sicut. a. d. ad. a. c. ita est. d. b. ad. b. c. cōicat aut. d. a. cū. a. c. erit p primam partem 10. b. d. cōmunicans cum. b. c. ergo cum. b. a. sua equali sed. b. a. rōalis est quare per diffinitionem f. b. c. constat itaq. propositum.

Propositiō. 17.

¶ Has lineas inuenire potentia tantum rōales cōmēsurabiles quarum longior plus possit breuiori quadrato linee sibi cōmēsurabilis in longitudine.

¶ Propositum est inuenire duas lineas rōales potentia tantum cōmunicantes quarum longior sit potentia tantum breuiori quadrato linee sibi cōmunicantis in longitudine. Sumo itaq. aliquam lineam rōalem que sit. a. b. super quam describo semicirculum. a. c. b. & sumpto aliquo numero vt. d. e. diuido ipsum i duos numeros. d. f. f. e. ita q. sit proportio. d. e. ad. d. f. sicut numeri quadrati ad numerum quadratum non sit autem proportio. d. e. ad. f. e. vt numeri q. drati ad numerum quadratum. talis autem numerus est quilibet quadratus diuisibilis in quadratum & non quadratum. vt. 9. qui diuiditur in. 4. & 5. & oēs horū eque multiplices & inuenio lineam ad cuius quadratum se habeat q. drati linee. a. b. sicut numerus. d. e. ad numerum. d. f. q. liter at ipsa reperitur in demonstratione. 5. & a. dictum est hanc lineam inuentam q.





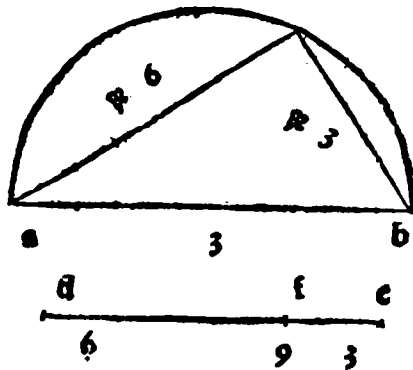
b ¶ In ista infra vbi dicitur. Si quatuor linearū . b. c. b. k. b. a. n. f. b. r. nulla comunicat alii f. c. ¶ Nam si vna comunicaret alteri vt puta. b. c. cum. b. k. sequeretur q. linea . a. b. comunicaret cum eadem. quia si comunicant in longitudine earum quadrata se haberent sicut duo numeri quadrati per primam partem . z. huius. f. tunc quadratum vnius earum ad quadratum linee. a. b. etiam esset sicut numeri quadrati ad numerum quadratum. f. tunc per secundam partem. z. huius essent eorum latera scilicet linee. a. b. f. b. k. seu. b. c. in longitudine commensurabilia quod est falsum. Vt prius conclusum fuit oppositum. ¶ Et sic de quacumq. alia f. c. ¶ Et idem Euclides probat eas esse ad inuicem incommensurabiles vt ibi patet f. c.

Castigator.

¶ De necessitate oportuit ponere duas lineas iequales ad hoc vt eēt in longitudine incōicantes & solum in potentia cōicantes rōnales. quia possum esse due linee solum in potentia rōnales. Et non tm̄ in potentia cōicantes. sed ē in longitudine cōicant vt sunt latera duarū superficiū quadratarū quarū vna sit. 25. pedū & alia trium pedū que cū sint sicut duo numeri quadrati. 4. 16. §. 9. 36. p. primā prem. 7. latera sunt cōmensurabilia in longitudine. que latera dicuntur vulgariter p. 13. §. p. 3. qm̄. p. 3. est medietas de p. 13. & p. consequens quarta p. quadrati de p. 13. vt. 3. I dem dicitur de illis decimeoctauē sequentis.

¶ Cum quadratum linee. a. b. rōnales se debeat habere ad quadratum linee inueniende sicut numerus. d. e. ad numez. d. f. hoc est sicut numerus quadratus ad numez quadratum linea. a. b. & linea inuenienda erunt cōicantes in longitudine ex secunda pte. 7. huius. Et erit pportio earū. sicut lateris numeri quadrati. d. e. & lateris numeri quadrati. d. f. cum numero quadrato. d. e. §. d. f. sit duplicata suo correlatiuo. latez. p. 11. octaua ac ē dicta. lineaz quadrata p. 18. sexti sunt suo correlatiuo. latez in duplicata pportione que est similis illi latez dicto. numero. Et cum dicti numeri ponantur quadrati. 9. §. 4. 16. latera erunt. 3. §. 1. inter q ponatur vnitas. vt supra i. 5. huius apparet. Modo qcumq fuerit illa linea. inuenienda erit cōicans linee. a. b. posite. vt dictum ē. Et earū cōis mensura erit in. a. b. toties quoties vnitas in. 3. & illa inuenienda erit. vt vnitas in. a. Et sic illa mēsurabit. a. b. secundū numez. 3. & illam inueniendā secundū numez. 3. ergo diuisa. a. b. in tot ptes eqles. quod sunt vnitates. 1. 3. due ex illis erit linea inuenienda ad cuius quadratum se hēbit quadratum linee. a. b. sicut numerus. d. e. ad numez. d. f. rōnibus adiectis quam postea i dicto semicirculo vt pmittitur coaptabis cetera sint plana inmensa. Sed ponendo. a. b. 13. numerus. d. e. dēret ēē. 144. eius. p. ē. 13. & diuisa dēretur. a. b. in. 13. ptes §. d. f. 64.

¶ Linea inuenienda facilius habetur per. 11. huius.



Propositio .18.



¶ Las lineas in potentia tantum rationales communicantes quarum longior plus possit breuiorū quantum est quadratum linee sibi incommensurabilis in longitudine inuenire.

¶ In hac quoq remaneat eadē dispositio cedēq ypothesi que in premissa hoc solū mutata q pportio numeri. d. e. ad neutrum duorū numerorum. d. f. §. f. e. sit sicut numeri quadrati ad numerum quadratum hoc autē facile fiet posito. d. e. quolibet numero quadrato diuiso in duos numeros non quadratos vt si. d. e. sit. 9. §. d. f. 6. §. f. e. 3. argumentando ut prius hoc duntaxat excepto q. a. b. §. a. c. sint in cōmensurabiles in longitudine per vltimam partem. 7. ¶ Et sciendum q due linee quales hoc & premissa docent inuenire componunt binomiū & minori earum abscissa de maiori quereliqua est dicitur residuū. Nota etiam q linee tantum potentia rationales communicantes possunt esse vna rationalis & alia irrationalis sicut latera tetragonica duarum superficiū quarum vna sit. 25. pedum & alia. 24. sunt rationalia potentia tantum communicantia: latus enim prime superficiē est. 5. latus vero se' eandē non numeratur & possunt esse ambe irrationales vt latera tetragonica duarum superficiū quarum vna sit. 24. pedum & alia. 23. neutrius enim numeratur latus. suntq i longitudine incōmensurabilia ex vltima parte septime. ¶ Quod si libeat ē inuenire plures lineas duabus potentia tantum rōnales communicantes. quantum vna sit potentior qualibet aliarum in quadrato linee secum non communicantis in longitudine sumatur talis numerus qui possit pluries sic diuidi q ipsius ad nullam suarū partium nec alicuius ad aliquam aliarum sit proportio vt numeri

quadrati ad numerum quadratum vt. 15. potest diuidi in. 3. & 12. Item in
5. & 10. & rursus in. 2. & 18. Et sic processus idem que fuit in premissa.

Castigator.

f **¶** Vt in premissa per quintam huius sed facilius per. 11. huius inueniatur
linea ad cuius quadratum se habeat quadratum linee. a. b. sicut numerus
d. e. scilicet. 9. ad numerum. d. f. scilicet. 6. & quia numerus. d. e. ponitur
quadratus eius latus erit notus. f. eius radix que in casu est. 3. rationalis in
longitudine. & latus numeri. d. f. 6. & irrationale. & dicitur radix furda. Itaq;
int. 3. & p. 6. ponatur vnitas. Tunc per quintam vel. 11. diuidatur linea
a. b. in tot partes quoties vnitas in. 3. & vna illarum erit eius mensura que
in linea inuenienda erit totiens quoties vnitas in p. 6. Et sic linea inueniē-
da erit. p. 6. & linea. a. b. erit i casu. 3. eius quadratum. 9. Et quadratum
linee inuente. a. c. erit. 6. Ideo per tertiam partem. 7. incommensurabi-
les in longitudine. **¶** Sed ponendo lineam. a. b. 12. numerus. d. c. deberet
esse. 144. & d. f. 96. & f. e. 48. tunc arguendo per eandem propor. concludi-
tur ut in precedenti.

Propositio.



P **¶** nis superficies quam continet due linee poten-
tialiter tantum rationales cōcantes est irrationalis di-
citurq; superficies medialis eiusq; latus tetragonū
cum scilicet quod in eam potest e irrationalis dici-
turq; linea medialis.

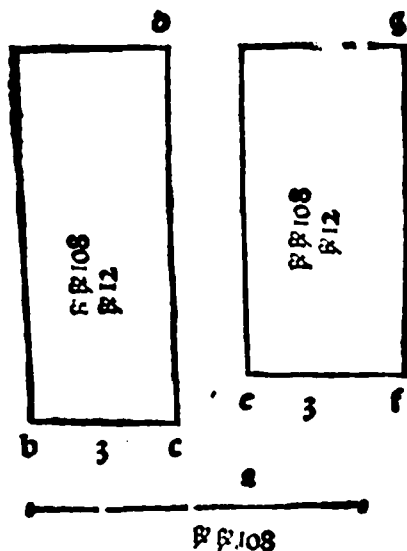
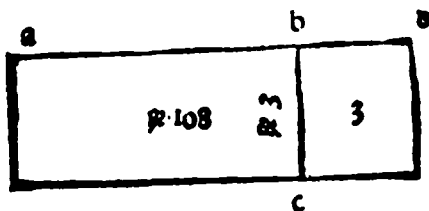
¶ Sint due linee. a. b. b. c. cōtinētes superficiem. a. c. rōnales
potētia tñ cōcantes; que q̄ter repiatur ex premissa. & añ pmissa. manife-
stum ē dico superficiē. a. c. ēē irrōnalem. Sit. n. c. d. quadratum. b. c. eritq; rō-
nale p̄ ypothesim eo q̄ linea. b. c. ē rōnalis i potētia. & q̄ ex prima sexti. a.
c. ad. c. d. sicut. a. b. ad. b. d. non cōicat aut. a. b. cū. b. d. q̄a ex ypothesi non
cōicat cum sua equali que ē. b. c. & q̄tur p̄ secundā prem. 10. ut ē. a. c. non
cōicet cū. c. d. q̄re p̄ diffinitionem superficies. a. c. est. irrationalis. ideoq; &
suū latus tetragonū ēē irrōnale. Dicit aut̄ hec superficies medialis qm̄
ipsa est medio loco p̄portionalis inter duas superficies rōnales videlicet in
ter q̄drata duaz. lineaz. ipsam continentū & lineā potēs in ipsam dicitur
medialis. qm̄ ipsa quoq; ē medio loco p̄portionalis inter duas lineas po-
tētia tñ rōnales communicantes & he due linee sunt latera dicte super-
ficiē. Et hoc est q̄ volumus.

Propositio.



E **¶** m adiuncta fuerit linee in longitudine rationali
superficies equalis quadrato linee medialis latus
eius secundum potencialiter tantum erit rationale
laterisq; primo in longitudine incommensurable.

¶ Hec ē quasi conuersa pmissa. Sit. a. linea medialis. sitq;
linea. b. c. rōnalis in longitudine cui adiungatur superficies
b. d. ēq̄lis quadrato linee. a. & hoc mō fiet; subiungat̄ duabus lineis. b. c. &
a. linea. c. d. in continua proportionalitate vt docet. 10. sexti. eritq; super-
ficies ex. b. c. i. c. d. ēq̄lis quadrato linee. a. p. 16. eiusdē dico latus eius fm̄
q̄d est. d. c. esse rōnale in potētia tñ & incommensurable in longitudine la-
teri. b. c. **¶** Eratq; ex pmissa p̄ diffinitionē linee medialis vt linea. a. possit
in aliquā superficiē contentā a duabus lineis potētia tñ rōnalibus cōma-
nicantibus q̄ sit superficies. e. g. cuius latera. e. f. & f. g. eruntq; due superficies
b. d. & e. g. p̄ primā prem. 13. sexti. later. m. n. o. p̄ hoc q̄ ipse sunt ēq̄-
les & rectangule; p̄portio ergo. b. c. ad. e. f. est sicut. f. g. ad. c. d. quare p. 10.
cum. b. c. cōicet in potētia cū. e. f. eo q̄ quadrata vtriusq; eaz. sunt ratio-
nalia ex ypothesi. f. g. cōicabit in potētia cū. c. d. Cum igit̄ q̄dratum. f. g.
sit rōnale p̄ ypothesim eritq; quoq; quadratū. c. d. rōnale p̄ diffinitionem
at q̄a superficies. b. d. est irrationalis sicut sua equalis. e. g. p̄ premissam seq̄-
tur vt quadratū linee. c. d. nō cōicet cū superficiē. b. d. Et q̄a q̄dratū linee. c.
d. ad superficiē. b. d. ē p̄ primā sexti. sicut. c. d. ad. c. b. erit p̄ secundā partē. 10. ut
c. d. nō cōicet cū. b. c. q̄re cū. b. c. sit rōnalis i longitudine ex ypothesi erit. c.
d. irrōnalis i longitudine & potētia tñ rōnalis. patet ergo p̄posita cōclusio.



Propositio .21.



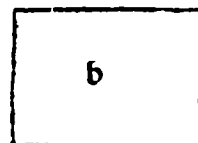
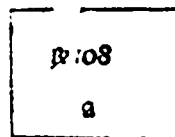
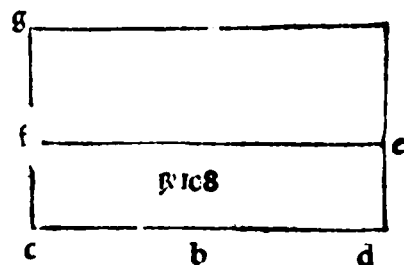
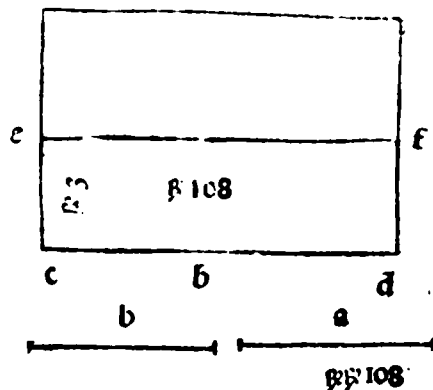
Per hanc linea comunicans mediali est medialis.

¶ Sit linea .a. medialis cui ponatur linea .b. esse cōicans sue in longitudine sue in potentia tñ dico q̄ etiā linea .b. est medialis. Sit enim linea .c.d. rōnalis in lōgitudine cui adiungatur superficies .c.f. equalis quadrato linee .a. ¶ Item superficies .e.g. equalis quadrato linee .b. hoc autē qualiter fiat in premissa demonstratiōe dictum est. Erunt per premissam linea .d.f. rōnalis in potentia tñ ¶ incōmensurabilis linee .c. d. ¶ quia p̄ primam sexti .e.g. ad .c. f. sicut .f. g. ad .d. f. cōicat antem .e.g. cum .c. f. eo q̄ quadratum .b. comunicat cū quadrato .a. per ypothesim: quibus quadratis dicte superficies posite sunt equaliter sequitur per primam partem .10. vt linea .f.g. cōmunicat cum linea .d.f. quare .f.g. est rōnalis in potentia tantum sicut est .d.f. ¶ incōmensurabilis in longitudine linee .c. f. cum linea .d.f. sibi cōicans sit incōmensurabilis eidem .c. f. eo q̄ sue equalis hoc enim probatum est in .8. q̄ si fuerint due quantitates cōicantes cuiusq̄ vna earum non cōicat nec reliqua: itaq̄ per .19. erit superficies .e.g. medialis ¶ eius latus tetragonicum quod est .b. mediale quod est propositum. ¶ Similiter quoq̄ omnis superficies cōicans superficiei mediali medialis esse conuincitur. Sit enim superficies .a. medialis cui ponatur superficies .b. eē cōicans dico superficiem .b. esse medialem quod sic constabit. Sit linea .c. d. rōnalis in longitudine adiungaturq̄ ei superficies .c.e. que sit equalis superfici .a. quod hoc modo fiet. Inueniatur linea .c. f. ad quam sic se habeat vnum ex lateribus superfici .a. sicut linea .c. d. se habet ad reliquam: hec autem linea qualiter reperiatur in .10. sexti dictum ē. Erunt ex .g. eiusdem superficies .d.f. equalis .a. Itemq̄ eodem modo ad lineam .e. f. adiungat superficies .e.g. ¶ si sit eq̄lis .b. erit itaq̄ p̄ .10. linea .c. f. potētia tñ rōnalis: erit quoq̄ linee .c. d. in lōgitudine incōmensurabilis. Et q̄a .a. ¶ b. erant cōmunicantes ex ypothesi: erunt quoq̄ .c. e. ¶ e. g. eis equaliter cōicantes: itaq̄ per primam sexti ¶ per primam partem .10. huius erunt due linee .c. f. ¶ f. g. cōicantes in longitudine. ¶ Est igitur linea .f.g. rōnalis in potētia tantum ¶ linee .e. f. incōmensurabilis in longitudine: quare per .19. superficies .e.g. erit medialis: cum linea .e. f. sit ratiōalis in longitudine sicut .c. d. sibi equalis. ¶ Cum sit ergo .b. equalis .e.g. erit quoq̄ .b. medialis: quod est p̄ positum. ¶ Et nota q̄ omnes superficies mediales cōmunicantes componunt superficiem medialem. Vnde tota .d. g. est medialis: quia cum due linee .c. f. ¶ f. g. sint ratiōales in potentia tñ ¶ non cōmunicantes in longitudine sequitur vt tota .c. g. sit ratiōalis in potentia tantum ¶ non cōmunicans .c. d. in longitudine: itaq̄ per .19. d. g. ē medialis. Eodemq̄ modo si sint plures.

Castigator.

¶ Quia per nonam compositum ex .c. f. ¶ f. g. quod est .c. g. cōmunicat vtriq̄ .c. f. ¶ f. g. tunc per octauam cum .f. g. non cōicet in longitudine cum .c. f. nec etiā .c. g. cōicabit ipsi .c. f. cum .c. g. per .9. cōmunicet ipsi .f. g. ¶ ideo per octauam cuiusq̄ non cōicat vnum nec reliquum communicabit ¶ c. ¶ ideo due linee .c. g. ¶ c. d. cum sint ratiōales potētia tñ cōmunicantes continent superficiem .d. g. totam medialem p̄ .19. ¶ c.

¶ Si vis scire an due linee seu quantitates irrationales sint communicantes sue commensurabiles. primo videas vtum sint equaliter: si sic semper cōmunicant cum non sit maior cōmunicantia equalitate. si non sint equaliter: tunc vide que pars aut partes sit minor maioris redigendo eas ad vltimam earum depresionem per viam fracti schisando: vt vulgo dicitur: ¶ si earum vltima depresio habeat radicem discretam erunt cōmunicantes: si non: non erunt: vt si sint .p̄ .90. ¶ .p̄ .40. earum vltima depresio erit .p̄ 3 cuius radix est 3 hoc est .p̄ .40. est due tertie .p̄ .90. ergo se habet sicut duo ad tria. sicut numerus ad numerum. ideo per sextam huius sunt communicantes ¶ c.

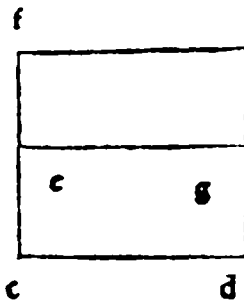
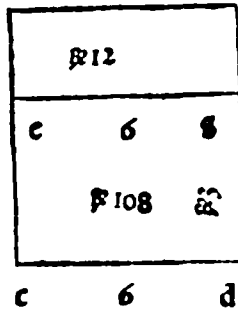
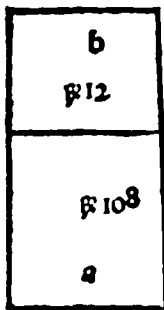


Propositio .22.



Per hanc differentia qua habet dat mediale a media
li: irrationalis esse probatur.

Sit vtraq. duarum superficies. a. b. f. a. medialis d. i
co q. superficies. b. que est earum differentia est irrationali
lis. ¶ Sit enim linea. c. d. rationalis in longitudine cui ad
iungatur superficies. d. e. equalis superfici. a. f. superficies
d. f. equalis totali superfici. a. b. Hoc autem equaliter fiat i premisa do
cuimus. quia ergo. d. f. est equalis. a. b. f. d. e. equalis. a. erit per conceptio
nem. g. f. equalis. b. Si itaq. superficies. b. non est irrationalis sed rationa
lis erit f. f. g. sua equalis rationalis. At cum linea. e. g. sit rationalis in lon
gitudine sicut sua equalis. c. d. erit per. 16. linea. e. f. rationalis in longitudi
ne f. communicans linee. e. g. Per. 10. autem est vtraq. duarum linearum
c. e. f. c. f. potentialiter tantum rationalis f. linee. c. d. incommensurabilis in
longitudine: itaq. e. f. linea est incommensurabilis linee. c. e. in longitudi
ne. ¶ Et quia per primam sexti quadratum linee. e. f. ad superficiem: que
fit ex. e. f. in. c. e. est sicut. e. f. ad. c. e. sequitur per secundam partem. 10. vt qua
dratum linee. c. f. sit incommensurabile superfici. f. f. ex. e. f. in. c. e. que
re f. ipsum quadratum erit incommensurabile duplo b. superfici. ex. e. f. in
c. e. Quadratum vero. c. e. cum sit rationale est communicans quadrato
e. f. Totum igitur ex ambobus compositum erit per. 9. comunicans qua
drato. e. f. f. ideo incommensurabile duplo superfici. ex. e. f. in. c. e. ¶ Et q.
per quartam secundi quadratu linee. c. f. est equale duobus quadratis dua
rum linearum. c. e. f. c. f. f. duplo superfici. ex. c. e. in. e. f. Et duplum sup
fici. c. e. in. e. f. est incommensurabile aggregato ex duobus quadratis dua
rum linearum. c. e. f. e. f. sequitur per ea que addita sunt in. 9. vt quad
rum. c. f. sit incommensurabile aggregato ex duobus quadratis duarum li
nearum. c. e. f. e. f. At cum aggregatum ex his quadratis sit rationale: se
quitur quadratum linee. c. f. non esse rationale: f. ideo linea. c. f. non est ratio
nalis in potentia: f. idcirco non erit superficies. d. f. medialis neq. a. b. sibi
equalis quod est inconueniens cum sit contrarium positum: relinquatur igit
ur q. superficies. b. est irrationalis: quod est propositum.



Castigator.

Quia oē mediale est irrationale kd non e conuerso. ut si. pra. 19. huius
a. Scilicet si quantitates sint incommunicantes totum quoq. ex eis con
fectum seu compositum vtriq. earum erit incommunicans. f. quia qua
dratum linee. c. f. est confectum. ex duobus quadratis. e. f. f. c. e. f. duplo
superfici. ex. c. e. in. e. f. sequitur per nonam tota. a. b. f. 19.

b. Cum sub duplum sit pars proprie dicta dupli.

Propositio .23.



Per hanc superficies quam continent due linee me
diales potentialiter tantum communicantes: aut
rationalis est aut medialis.

Sint due linee. a. b. f. b. c. mediales potentia tantum
communicantes: dico q. superficies. a. c. ab eis cōtenta aut
est rationalis aut medialis. Sint enim. d. c. quadratum li
nee. b. c. f. a. c. quadratum linee. a. b. cruntq. ex ypothesi hec duo quadra
ta communicantia: f. erit per primam sexti f. superficies. a. c. medialis me
dio loco proportionalis inter ipsa quadrata. Sumatur igitur linea. f. g. q.
sit rationalis in longitudine: cui adiungatur superficies. f. h. equalis qua
drato. a. e. f. h. k. equalis superfici. a. c. f. k. l. equalis quadrato. d. c. erunt
hec tres superficies. f. h. h. k. f. k. l. continue proportionales sicut sunt sic
equales. a. e. a. c. f. d. c. quare per primam sexti erunt etiam tres linee. g. h.
h. m. f. m. l. que sunt bases earum continue proportionales. Et cum superfi
cies. f. h. f. k. l. sint cōmunicantes sicut duo quadrata. a. e. f. c. d. eis equa
lia: sequitur per primam sexti f. 10. huius vt linea. g. b. sit communicans d.

m.l. vtrāq. autem earum est rationalis in potentia per. 10. huius. Igitur superficies vnius earum in alteram est rationalis: omnis enim superficies quam continent due linee rationales in potentia: cōmunicantes in longitudine necessario est rationalis vt patet ex prima sexti & prima pte. 10. huius & ex diffinitione superficies rationalium. ¶ Et quia ex prima pte. 16. sexti quadratum linee. b. m. ē equale superficiē ex. g. b. in. m. l. erit quadratum linee. b. m. rationale. ¶ Si ergo linea. b. m. est rationalis in longitudine sue cōicans linee. k. m. que est equalis linee. f. g. erit per. 15. superficies. b. k. rationalis. ideoq. & sua equalis. a. c. Si autem linea. b. m. sit irrationalis in longitudine sue incōmensurabilis linee. k. m. que est equalis linee. f. g. cum ipsa sit rationalis saltē in potētia: eo q. suū qdratū ē rōnale erit ex. 19. superficies. b. k. medialis: quare & sua equalis. a. c. cōstat ergo p. posuim. ¶ Et nota q. si due linee. a. b. & b. c. essent mediales in longitudine cōmunicantes: esset superficies. a. c. medialis tm. Esset enim superficies a. c. cōmunicans vtriq. duorum quadratorum. a. e. & c. d. per primā sexti & per presentē ypothesim & per. 10. huius: & ideo superficies. b. k. sibi equalis. a. c. esset cōmunicans vtriq. superficiē. f. b. & k. l. Igitur per primam sexti & 10. huius linea. h. m. erit cōmunicans vtriq. duarū linearum. g. h. & l. m. & quia hee ambe sunt rationales in potentia tantum non cōcantes in longitudine linee. f. g. esset quoq. h. m. rationalis in potentia tm non cōmunicans in longitudine linee. f. g. & ideo nec cōmunicans linee. b. p. quare per. 19. erit superficies. b. k. medialis tantum. & ideo etiā a. c. sibi equalis. ¶ Si autem due linee. a. b. & b. c. essent mediales neq. in longitudine neq. in potentia cōmunicantes superficies. a. c. non esset rationalis neq. medialis. Si enim sic eēt scilicet q. due linee. a. b. & b. c. essent mediales neq. in longitudine. neq. in potentia cōmunicantes: essent duo quadrata. a. e. & c. d. incommunicantia. itaq. & due superficies. f. b. & k. l. eis equalis quoq. essent incommunicantes: quare & due linee. g. h. & m. l. essent incōmensurabiles per primam sexti & per secundam partem. 10. Et quia vtrāq. earum est rationalis tantum in potentia per. 10. esset superficies. vnius earum in alterā medialis per. 19. Cum ergo quadratum linee b. m. sit equale dicte superficiē que fit ex. g. h. in. m. l. per primam partem 16. sexti esset per. 19. linea. b. m. linea medialis. Per. 15. ergo non esset superficies. b. k. rationalis. nec etiā p. 10. medialis: quare nec sua equalis. a. c.

Castigator.

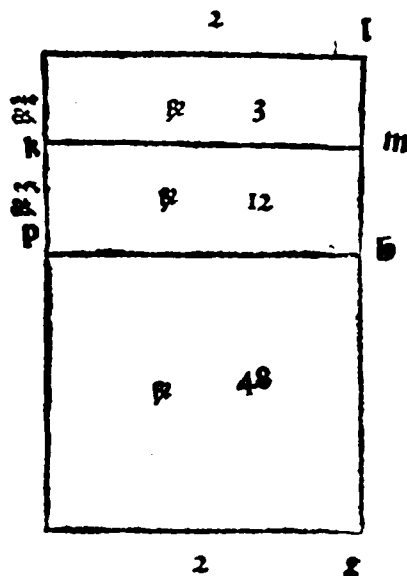
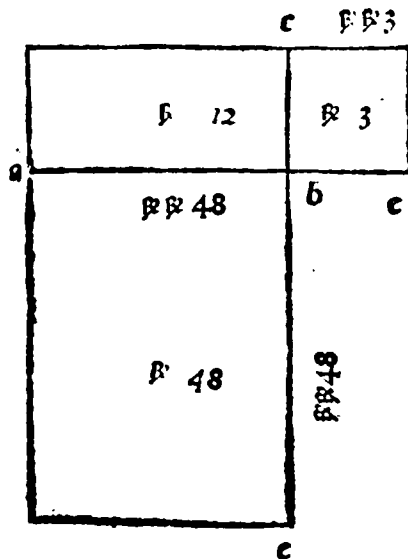
R. Qualiter fiat in tribus precedentibus dictum est. Videlicet per. 10. sexti positis tribus lineis quartam inuenire ad quam tertia se habeat sicut prima ad secundam: hoc autem totum fit vt deueniatur ad secundam partem. 13. sexti & arguatur superficies illas equalis cum sint minorum laterū & vnus angulus immo omnes vnius equeur angulo alterius &c. quarum trium linearum due sunt latera superficiē qdrate. a. s. secūda & tertia altera est linea. f. g. quarta inuenta est. g. h. nunc reliqua patent per decimam quintam sexti. Tunc erunt quatuor linee proportionales. prima. f. g. secūda vnum latus superficiē quadratē. a. tertia reliquum latus dicte superficiē quadratē. a. quarta erit linea inuenta per. 10. sexti. s. g. h. ita de reliquis. o. Scilicet q. nullo modo posset esse rationalis sed tantum medialis.

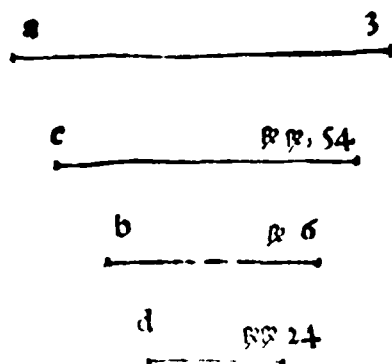
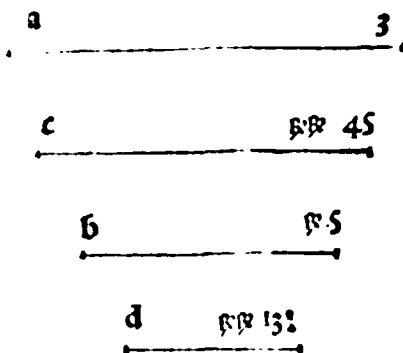
Propositio. 24.



Las líneas mediales potentia tantum comunicantes superficiesq. racionales cōtinentes quarum longior sit potentior breuioz: augmento quadrati linee comunicantis eidem longiori in longitudine inuenire.

¶ Cum omnes due linee mediales potentia tantum cōmunicantes cōtineant superficiem rōalem aut mediale ut ex premisa patet





docet inuenire eas duas que continent superficiem rationalem & eas que medialem. Vnde propositum est inuenire duas lineas mediales potentia tantum comunicantes quarum longior possit amplius breuiori in quadrato alicuius linee sibi communicantes in longitudine que continent superficiem rationalem. ¶ Ad hoc s'm doctrinam. 17. Sumo duas lineas a. & b. potentia tantum rationales communicantes quarum longior que sit. a. possit amplius breuiori que sit. b. in quadrato alicuius linee secum comunicantes in longitudine. Et ponam lineam. c. secundum doctrinam. 9. sexti medio loco proportionalem inter. a. & b. & ponam ut sit proportio a. ad. b. sicut. c. ad. d. g. qualiter fiat in 10. sexti dictum est. Dico tunc duas lineas. c. & d. esse quas querimus. patet enim ex. 19. q. superficies quam continent due linee. a. & b. est medialis & quia per primam partem. 16. sexti q. dratum linee. c. est dictae superficiei equale erit igitur per. 19. linea. c. medialis. Cum autem sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. & b. communicat cum. a. in potentia tantum ex hypothesi: quia tam. a. q. b. rationalis est in potentia sequitur per. 10. q. c. quoque communicet cum. d. in potentia tantum. itaque per. 11. cum. c. sit linea medialis: erit etiam. d. medialis & per primam partem. 11. erit linea. c. potentior linea. d. in quadrato linee sibi communicatis in longitudine. Si ergo due linee. c. & d. continent superficiem rationalem ipse sunt quales inquirimus. Eas autem continere superficiem rationalem sic habeto: cum sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit permutatum a. ad. c. sicut. b. ad. d. & d. erat. a. ad. c. sicut. c. ad. b. igitur & c. ad. b. sicut. b. ad. d. itaque per primam partem. 16. sexti superficies quam continent due linee. c. & d. est equalis quadrato. b. est autem quadratum. b. rationale per ypothe. cum ipsa sit rationalis in potentia: superficies ergo quam continent due linee c. & d. est rationalis: quare constat propositum.

Castigator.

¶ Nota q. ista conclusio valet sic arguendo iste linee sunt rationales in longitudine ergo comunicant in longitudine & in potentia sed non econuer. s. iste sunt rationales in potentia seu comunicantes in potentia ergo in longitudine quia. 8. 11. & 13. sunt rationales in potentia & non in longitudine quis in utraque comunicent & 8. 11. & 13. comunicant in potentia & non in longitudine cum quadratorum suorum non sit proportio sicut numerorum quadratorum. ¶ In lineis medialibus non agitur de irrationalitate cum semper sint irrationales quia sunt latera tetragonica superficiem irrationalium ut in. 19. dicitur sed solum de eis dicitur comunicantia & commensurabilitas ut patet. n. ¶ Scilicet tribus lineis propositis quarta inuenire ad quam. 3. se habeat sicut prima ad secundam & in casu prima & linea. a. & da linea. b. tertia linea. c. & quarta inuenta est linea. d. ut ibi dicitur.

Propositio .25.



¶ **E**as lineas mediales potentia tantum comunicantes superficiem rationalem continentes: quarum longior sit potentior breuiori quadrato linee eidem longiori in longitudine incommensurabilis inuenire.

¶ Positis duabus lineis. a. & b. rationalibus potentia tamen coincidentibus quibus longior possit amplius breuiori quadrato linee secum non coincidentis in longitudine: que quidem reperiuntur s'm doctrina. 18. ceterisque positionibus manentibus sicut in premissa argumentando modo consimili patebit duas lineas. c. & d. esse quales querimus. Et nota q. duellae q. hec & premissa docent inuenire componunt bimediale primum. & minori earum abscissa de maiori que reliqua est dicitur residuum mediale primum.



Propositio .26.

¶ **E**as lineas mediales potentia tantum comunicantes superficiem medialem continentes: quarum longior: breuior: tanto amplius possit quantum est quadratum alicuius linee incommensurabilis ipsi longiori in longitudine inuenire.

Cum docuerit inuenire duas lineas mediales potentia tantum cōmunicantes superficiemq; rationalem continentes; quantum lōgior plus possit breuiori in quadrato linee secum communicantis in longitudine & secum incommensurabilis in longitudine. Nunc docet inuenire duas lineas mediales potentia tñ communicantes superficiemq; medialem continentes quantum longior sit potentior breuiori in quadrato linee non secū cōicantis in longitudine; sed solum sibi incommensurabilis in longitudine. Illud enim facile habet ex isto. ¶ Sint itaq; tres lineae sumpte fm doctrinam. 18. a, b, c. potētia tantum rationales & in ea solum cōmunicātes. Sitq; a. potentior. b. & c. quadrato linee sibi incōmensurabilis in longitudine & ponatur. d. medio loco proportionalis inter a. & b. vt docet. 9. sexti & sit. d. ad. c. sicut. a. ad. c. dico duas lineas. d. & c. esse quales inquirimus. Cum sit enim quadratum linee. d. equale superficiē que cōtinetur sub. a. & b. per primam partem. 16. sexti. Sitq; superficies contenta sub. a. & b. medialis; ex. 19. cum. a. & b. sint potentia tantum rationales communicātes erit ex eadem linea. d. medialis. Quia. a. ad. c. sicut. d. ad. c. communicat autem. a. cum. c. in potentia tantum ex ypothesi. Sequitur ex. 10. vt. c. quoq; cōmunicet cū. d. in potentia tñ. Itaq; per. 11. erit. e. linea medialis. Et etiam quia. a. est potentior. c. quadrato linee sibi incōmensurabilis in longitudine erit quoq; per. 11. d. potentior. e. quadrato linee sibi incommensurabilis in longitudine. ¶ Si igitur due lineae. d. & c. contineant superficiem medialem constat eas esse quales inquirimus. ¶ Eas autem continere superficiem medialem sic habetur. Cum sit ex ypothesi. a. ad. c. sicut. d. ad. c. erit permutatim. a. ad. d. sicut. c. ad. e. sed. a. ad. d. est sicut. d. ad. b. p ypothesim; itaq; d. ad. b. sicut. c. ad. e. igitur per primam partem. 15. sexti superficies quam continent. d. & c. est equalis ei quam continent. c. & b. sed. b. & c. continent superficiem medialem per. 19. cum ipse sint rationales i potentia tantum communicantes ex ypothesi itaq; d. & c. continent superficiem medialem. quod est propositum. ¶ Si autē cura esset inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiēq; medialem continentes; quarum longior esset potentior breuiori quadrato linee secum communicantis in longitudine. Sumeremus tres lineas fm doctrinam. 17. a, b, c. potentia tantum rationales & in ea solum communicātes; & poneremus lineam. a. esse potentiores linea. c. quadrato alicuius linee sibi communicantis in longitudine; cetera vero manerent vt prius & argumentatione consimili concluderemus duas lineas. d. & c. esse quales proponitur inquirere. ¶ Et nota q; due lineae quas hec. 16. docet inuenire componunt bimediale secundum & minori earum absōsa de maiori quae reliqua est dicitur residuum mediale secundum.

Castigator.

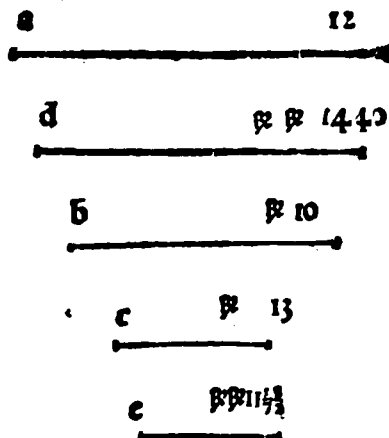
Potentia lineae. e. medialis ad potentiam lineae. d. medialis est; vt. 13. ad. 144. numerorum qui communicant; quoniam quadrati. 12. quod est 169. ad quadratum numeri. 144. quod est. 10736. est sicut numerorū quadratorum. Ideo per secundam partem. 2. huius latera. 13. & 144. communicāt in longitudine & potētie. a. ad. b. est velut. 12. ad. 5. p. ¶ Propter hoc dixit supra 17. 18. si libeat plures lineas inuenire potentia tñ ratiōales cōmunicantes vt posset tres quatuor &c. lineas mediales inuenire &c.

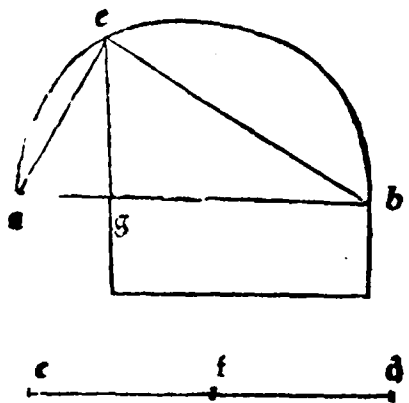
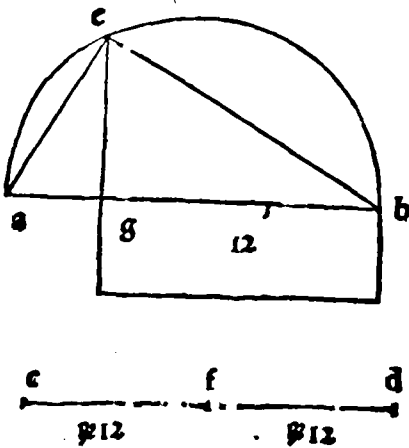
Propositio .27.



Eas lineas potentialiter incōmensurabiles superficiemq; medialem continentes quarum quadrata ambo pariter accepta sint rationale inuenire.

¶ Propositum est inuenire duas lineas incommensurabiles tam in potentia q̄ in longitudine que contineant superficiem medialem & quadrata ambarum pariter accepta fa





ciant superficiem rationalem. Ad hec autem sumo p. 18. duas lineas. a. b. ff. c. d. potentia tantum rationales communicantes quarum longior que sit. a. b. sit potentior. c. d. quadrato alicuius lineae secum incommensurabilis in longitudine. Et super lineam. a. b. describo semicirculum. a. c. b. ff. diuido lineam. c. d. per equalia ad punctum. f. ff. diuido lineam. a. b. ad punctum. g. ita q. linea. c. f. cadat in medio loco proportionalis inter. a. g. ff. g. b. ff. qualiter hoc fiat in. 13. dictum est. Et pono q. superficies. b. h. fiat ex. a. g. in. g. b. Eritq. ex prima parte. 16. sexti quadratum. c. f. equale superficie. b. h. ff. quia quadratum. c. f. est equale quarte parti quadrati. c. d. ex quarta secundi. Et quia superficies. b. h. deest ad complendum lineam a. b. superficies quadrata. Cum. a. g. sit equalis. g. b. Et quia linea. a. b. potentior est linea. c. d. quadrato lineae sibi incommensurabilis in longitudine ex hypothesi: erit ex secunda parte. 14. linea. a. g. incommensurabilis lineae g. b. Educo igitur a puncto. g. perpendicularem super lineam. a. b. vsq. ad circumferentiam semicirculi que sit. g. e. Et protraho lineas. a. e. c. b. quas dico esse quales querimus. Erit enim. e. g. equalis. c. f. eo q. vtraq. cadit in medio loco proportionalis inter. a. g. ff. g. b. prima quidem per primam partem coroll. 8. sexti. secunda vero per hypothesim: propter quod quadratum vtriusq. earum per primam partem. 16. sexti est equale superficie ex. a. g. in. g. b. que est b. h. ipse igitur sum equalis. At quia per quartam sexti proportionales erit. a. e. ad. e. b. duplicata: sicut. a. g. ad. g. b. Quare per. 18. si erit quadratum lineae. a. e. ad quadratum lineae. e. b. sicut. a. g. ad. g. b. Cum sit igitur. a. g. incoicans. g. b. erit per secundam partem. 10. quadratum. a. e. incoicans quadrato. e. b. quare due lineae. a. e. ff. e. b. sunt incommensurabiles in potentia. ¶ Et q. per penultimam primi quadratum. a. b. est equale quadrato duarum linearum. a. e. ff. e. b. pariter acceptis: quadratum aut. a. b. est rationale cum a. b. sit rationale in potentia p. hypothesi. erit quoq. quadrata duarum linearum. a. e. ff. e. b. pariter accepta rationale. ¶ Si vero he due lineae continent superficiei medialis habitum est propositum. Erat aut. c. d. rationale in potentia ff. in ea tantum coicans lineae. a. b. quare ff. c. f. ff. ideo et. g. e. sibi equalis erit potest rationalis ff. tñ in eadē coicans cum. a. b. itaq. per. 19. superficies ex. a. b. in. g. e. est medialis. Quia igit per quartam sexti ff. per primam partem. 15. eiusdē superficies. a. e. in. e. b. est sibi. s. superficies. a. b. in. g. e. equalis constat duas lineas. a. e. ff. e. b. esse quales volumus. ¶ Et nota q. due lineae quas docet hec. 17. inuenire componunt lineam maiorem ff. minori earum abscessa que reliqua est dicitur linea minor.

Propositio 18.



Quas lineas potentialiter incommensurabiles superficies rationale continentes quaz ambo quadrata pariter accepta sunt mediale inuenire.

¶ Sit hic prorsus eadem dispositio que prius in premissa. Sint autem due lineae. a. b. ff. c. d. quales pponit. 15. trūq. simili argumentatione pmissae due lineae. a. e. ff. e. b. quales hec. 18. proponit. Cum sit enim. a. b. linea medialis erit eius quadratum mediale per. 19. ff. ideo quadrata duarum linearum. a. e. ff. e. b. sunt mediale per penultimam primi: ff. quia. a. b. ff. c. d. continent superficiei rationale. sequitur etiam vt. a. b. in. c. f. ff. ideo in. g. e. sibi equalem contineat superficiem rationalem: itaq. ff. a. e. in. e. b. patet ergo quod queritur. ¶ Vnde due lineae quas hec. 18. docet inuenire componunt lineam potentem in rationale ff. mediale ff. minori earum abscessa de maiori que reliqua est dicitur linea que iuncta cum rationali componit totum mediale.

Castigator.

¶ In istis tribus. s. 17. 18. 19. vbi adducitur. 4. sexti. Imaginantur semper tres trianguli vnus totalis ex. a. e. b. ff. duo partiales. s. a. e. g. ff. g. e. b. qui

omnes adinuicem sunt similes per .8. sexti: & ideo latus .a.e. magni respiciens angulū .b. eiusdē magni ad latus .g.e. parui respiciens eūdē angulū .b. rōne parui trianguli .g.e.b. est sicut lateris .a.b. magni respicientis angulū .e. rectū ipsius magni ad latus .e.b. parui .s.g.e.b. respiciens angulū .g. rectū eiusdem parui: & quia omnes anguli recti sunt equales per petitionem & b. priorum laterum: est idem vtrobiq; respectu diuersorum.

Propositio .29.



Elas lineas potentialiter incommensurabiles superficiei medietem continentes quaz quadrata ambo pariter accepta sint mediale duplo superficiei vnius in alteram incommensurabile inuenire.

Huius quoq; dispositio a duarum premissarum dispositione non sit in quoquam diuersa. Sint autem lineae duae .a.b. & .c.d. quales .16. proponit crumq; premissa argumentatione duae lineae .a.e. & .c.b. quas inquirimus. Cum enim .a.b. sit linea medietem erūt quadrata duarum linearum .a.e. & .c.b. pariter accepta mediale. ¶ At cum .a.b. & .c.d. contineant superficiem medialem sequitur vt .a.b. in .c. & ideo i.e.g. sibi equalem contineat quoq; superficiem medialem: ois .n. superficies medietem communicans medietem esse conuincitur: quēadmodū in .21. monstratum est. ¶ Superficies igitur .a.e. in .c.b. medietem est cum ipsa sit equalis superficiei .a.b. in .g.e. ¶ Quia vero linea .a.b. est incommensurabilis lineae .c.d. erit etiam incommensurabilis lineae .c.f. quare & lineae .e.g. quare per primam sexti & secundam partem .10. huius superficies .a.b. in .e.g. que est equalis superficiei .a.e. in .c.b. erit incommensurabilis quadrato lineae .a.b. itaq; & quadratis duarum linearum .a.e. & .c.b. pariter acceptis. ¶ Quod cum ita sit sequitur quoq; vt duplum superficiei .a.e. in .e.b. sit incommensurabile quadratis predictis duarum linearum .a.e. & .c.b. piter acceptis & hoc erat monstrandum. ¶ Due lineae quas .hec .29. docet inuenire componunt lineam potentem in duo medietalia & minori earum abscissa de maiori que reliqua est dicitur linea que iuncta cum medietali facit totum mediale.

Castigator

¶ Propter hoc q; multiplicia & submultiplicia eiusdē sunt generis. Vt i fine quinte diffinitionis quinti libri dictum fuit. Et ideo partes proprie semper sunt de ratione totius. & sic .c.f. cum sit medietas .c.d. etiam per .9. & .8. huius & rectius concluditur propositum.

Propositio .30.

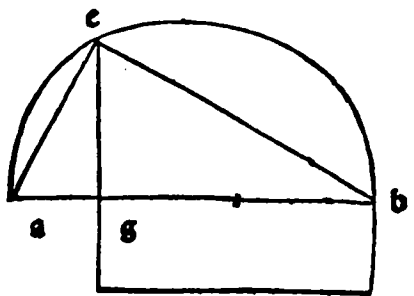


Idue lineae potentialiter tantū rōnales cōiungant: tota linea ex his cōposita erit irrationalis: diceturq; binomium.

Sint due lineae .a.b. & .b.c. in continuū directumq; coniuncte rōnales in potentia tñ cōiungentes: quas p .17. & .18. reperiēt dico totam lineā .a.c. ex eis cōpositam esse irrationalem & ipse vocatur binomium. Est enim p quartam secundi quadratum .a.c. equale quadratis duarū linearū .a.b. & .b.c. & duplo superficiei vnius earum in alterā: quadrata autē ambarum faciunt superficiē rationalem ex ypothesi: duplū vero superficiei vnius earum in alterā facit superficiem medietem ex .19. itaq; quadrata ambarum pariter accepta faciūt superficiem incommensurabilem duplo superficiei vnius earū in alterā. erit igit ex .9. quadratū .a.c. incommensurabile duobus qdratis duarū linearū .a.b. & .b.c. piter acceptis quare irrationale p diffinitionē cum duo illa qdrata faciant superficiem rationalem. ideoq; suū latus tetragonicum quod est .a.c. irrationale quoq; p diffinitionem: constat ergo propositum.

Castigator

¶ Hec irrationalitas facit infra ad .67. huius. Et sicut in ista .30. probatur linea binomialis esse irrationalis per .4. secundi. ita infra .68. huius probatur idem de residuo q; sit linea irrationalis mediante .7. eiusdem.



secundi. §. 9. huius.

Propositio .31.



Si due linee mediales potentia tantum cōicantes superficiemq; rationalem continentes directe cōiungantur total linea ex his composita erit irrationalis diceturq; bimediale primum:

¶ Sint due linee. a. b. f. b. c. in continuum directumq; cōiuncte quales pponuntur quas. p. 14. §. 15. reperies dico totam lineam. a. c. ēē irrationalem & ipsa vocatur bimediale primum. Est. n. duplum superfici. a. b. in. b. c. rōnale per ypothe. duoq; que quadrata duarum lineaz. a. b. f. b. c. pariter accepta faciunt mediale. cum vtrumq; quadratum sit mediale p ypothesim & vnum eorum cōicans alii: duplum igitur superfici. vnius earum in alterā est incōicans duobus qdratis piter acceptis: itotum ergo aggregatum ex duplo superfici & duobus quadratis & ipsum est quadratum totius. a. c. p quartam secūdi est incommensurable duplo superfici. vnius earū in alteram p. 9. huius cum itaq; duplū superfici sit rationale erit quadratū. a. c. irrōnale. ideoq; & linea. a. c. qd est ppositum. ¶ I dē aliter sit linea. d. e. rōnalis in longitudine cui adiungatur superficies. d. f. equalis duobus quadratis duarū linearum. a. b. f. b. c. eritq; superficies. d. f. mediale cū vtrumq; quadratū sit mediale p ypothe. & vnum eorū cōicans alii quare p. 10. linea. d. g. est rōnalis in potentia tñ non cōicans in longitudine linee. d. e. Rursus ad lineam. f. g. que est equalis. d. e. adiungatur superficies. f. h. equalis duplo superfici. a. b. in. b. c. eritq; f. h. rōnalis p ypothesim. quare per. 10. linea. g. h. erit rōnalis in longitudine. Due itaq; linee. d. g. f. g. h. sunt potentialiter rōnales & in ea tñ cōicantes: ergo p. 30. tota linea ex eis cōposita que est. d. h. est binominū & irrōnalis: quare p. 16. a destructione consequētis superficies. e. h. ē irrōnalis. At qā p quartam secūdi latius ius tetragoniciū est linea. a. c. ipsa erit irrationalis per diffinitionem quod oportuit demonstrari.

Castigator

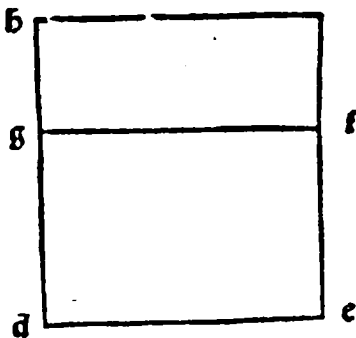
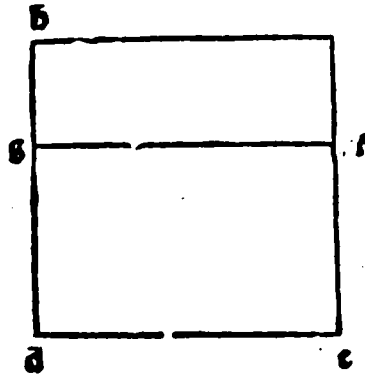
¶ I statim linearum aliquando longior est potetior breuiore in quadrato linee maiori communicantis. vt in. 14. aliquando non communicantis. 15. huius.

Propositio .32.



Si due linee mediales potetialiter tantū cōicantes superficiemq; mediale continentes directe cōiungantur total linea erit irrōnalis dicetq; bimediale primum.

¶ Sint due linee. a. b. f. b. c. mediales i continuū directūq; coniuncte vt proponitur quas per. 16. contingit reperiri. Dico totam. a. c. ex. eis cōpositam ēē irrationalem & ipsa vocatur bimediale secūdum. ¶ Esto enim linea. d. e. rōnalis in longitudine cui adiungatur superficies. d. f. equalis duobus quadratis duarū linearum. a. b. f. b. c. piter acceptis & qā ex ypothesi duo illa qdrata sunt cōicantia vt vtrumq; mediale: erit superficies. d. f. mediale quare per. 10. linea. d. g. que est eius latus secūdum est rationalis in potentia tantū: & linee. d. e. incommensurabilis in longitudine. ¶ Rursus adiungatur ad lineam. g. f. que est equalis linee. d. e. superficies. f. h. equalis duplo superfici. a. b. in. b. c. eritq; etiam superficies. f. h. mediale: erat enim per ypothesim superficies. a. b. in. b. c. mediale. ergo duplum eius cui est equalis. f. h. erit mediale. Per. 10. igitur linea. g. h. rationalis in potetia tantum & incommensurabilis in longitudine linee. g. f. ¶ Quia vero. a. b. f. b. c. sunt potentialiter tantum communicantes erit per. primam sexti & p secūdam partem. 10. huius superficies vnius in alteram incommensurabilis quadrato vtriusq;. ¶ At quia quadrata earum communicant per ypothesim erit dicta superficies quare & duplum eius incommunicans duobus qua-



dratis earum pariter acceptis. Due ergo superficies. d. f. & f. h. sunt in com-
municantes per primam itaq; sorti & secundam partem. 10. huius erit li-
nea. d. g. incommensurabilis linee g. h. que cum sint rationales in poten-
tia erit per. 30. tota linea. d. h. binomium & irrationalis: ergo per. 16. a
destructione consequentis erit superficies. e. h. irrationalis. Et quia la-
tus eius tetragonum per quartam secundi est linea. a. c. sequitur per dif-
finitionem q; linea. a. c. sit irrationalis: quod propositum erat ostendere.

Caligator.

t ¶ Quia p primam sorti superficies. a. c. ad vtrumq; quadratum est sicut
basis. a. b. ad basim. b. c. que sunt ex ypothesi due linee non comunicantes
in longitudine sed solum in potentia. Et ideo p secundam partem decime
huius superficies. a. c. etiam non comunicat cum aliquo duorum quadra-
torum illarum duarum linearum. a. b. & b. c. quis superficies illa & dicta
quadrata sint irrationalia quia medialia & irrationalia non comuni-
cant nisi se habeant sicut numeri per quintam huius.

u ¶ Quia dato opposito huius consequentis sequitur lineam. d. h. esse ra-
tionalem per. 16. que non est. Et ideo irrationalis superficies. e. h. que si nō
esset rationalis & tunc per. 16. vt dictum est.

Propositio .33.



¶ Si coniuncte fuerint due linee potentialiter in-
commensurabiles superficiemq; medialem continentes
quarum ambo quadrata pariter accepta sunt rationales: to-
ta linea erit irrationalis diceturq; linea maior.

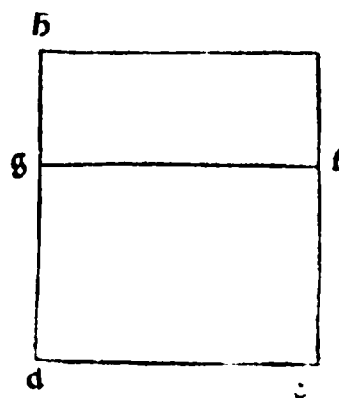
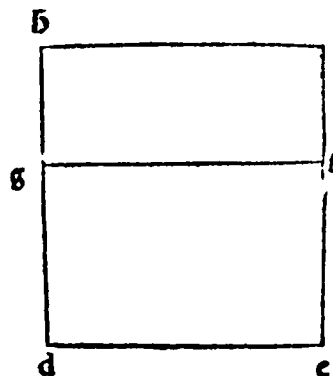
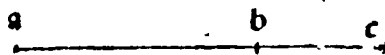
¶ Sint due linee. a. b. & b. c. sibi in continuum directumq;
coniuncte sicut proponitur: quas contingit ex. 17. reperiri
res dico: a. c. ex eis compositam esse lineam irrationalem & ipsa vocatur
linea maior. Cum enim ambo quadrata pariter accepta sint rationale su-
perficies vero alterius in alteram quare & eius duplum medialis per ypo-
thesim: erit totum ex duobus quadratis pariter acceptis incommunicans
duplo superficiem vnius in alteram. itaq; totum aggregatum ex duobus q-
dratis & duplo superficiem & ipsam est equale quadrato. a. c. p quartam scdē
erit per. 9. huius incommensurable duobus quadratis. duarum linearum. a. b.
& b. c. pariter acceptis: per diffinitionem ergo est quadratum linee. a. c. ir-
rationale & linea. a. c. irrationalis quod est propositum. ¶ Idem aliter si
cut in premissis ad lineam. d. e. que sit rationalis in longitudine adiunga-
tur superficies. d. f. que sit equalis duobus quadratis duarum linearum. a. b.
& b. c. pariter acceptis: itaq; rationalis per ypothesim quare p. 16. latus eius
secundum quod est. d. g. erit etiam rationalis in longitudine & comuni-
cans linee. d. e. ¶ Rursus ad lineam. f. g. adiungatur superficies. f. h. equalis
duplo superficiem. a. b. in. b. c. eritq; medialis per ypothesim: quare per. 10.
linea. g. h. que est eius latus secundum est rationalis in potentia tantum
per. 30. igitur est linea. d. h. binomium & irrationalis: ideoq; p. 16. a destru-
ctione consequentis superficies. e. h. est irrationalis quare latus eius tetra-
gonum quod per quartam secundi est. a. c. est irrationale per diffinitio-
nem. quod volumus ostendere.

Propositio .34.



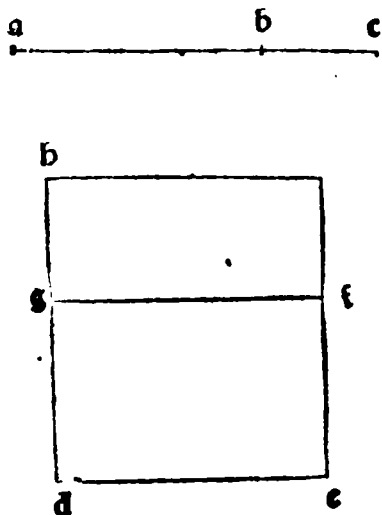
¶ Si coniuncte fuerint due linee potēialiter in-
commensurabiles superficiemq; rationalem continen-
tes quarum ambo quadrata pariter accepta sint
medialia: tota linea erit irrationalis diceturq; po-
tens in rationale & mediale.

¶ Sint vt in premissis due linee. a. b. & b. c. in continuum
directumq; coniuncte quales proponitur: & ipse sint ex. 18. si mende dico
q; tota linea. a. c. ex eis composita erit irrationalis & illa vocatur linea po-
tens in rationale & mediale. Cum sit enim superficies. a. b. in. b. c. rationa-
lis p ypothesim. ideoq; & duplum eius ac ambo quadrata pariter accepta



sunt mediales sequitur per quartam secundi § 9. huius quemadmodum in premissis quod quadratum totius .a.c. sit incōmensurans duplo superficie .a.b.in.b.c. per diffinitionem igitur ipsam est irrationalis § linea .a.c. irrationalis quod est ppositum. ¶ Idem aliter sit ut in premissis linea .d.e. rōnalis in longitudine superficie .d.f. sibi adiuncta equalis duobus quadratis piter acceptis duarum linearum .a.b. & .b.c. eritq. medialis per ypothesim per .10. igitur erit linea .d.g. rationalis in potentia tantum non communicans in longitudine linee .d.e. Sitq. superficies .f.h. adiuncta ad lineam .g.f. equalis duplo superficie ex .a.b.in.b.c. eritq. rationalis per ypothe. & ideo per .16. latus eius secundum quod est .g.b. rationale in longitudine quare per .30. linea .d.b. est binomium & irrationalis : & superficies .e.h. per .16. a destructione consequentis est irrationalis. Cum itaq. linea .a.c. sit eius latus tetragōnicum per quartam secundi sequitur ut .a.c. sit irrationalis per diffinitionem : constat ergo ppositum.

Propositio .35.



¶ Cum coniuncte fuerint due linee potencialiter incōmensurabiles superficieq. mediale continētes quare quadrata ambo pariter accepta sit mediale duplo superficie vnus in alteram incōmensurabile tota linea erit irrationalis diceturq. potens in duo medialia.

¶ Sint quoq. due linee hic .a.b. & .b.c. in continuū directumq. coniuncte ut pponit que ex .19. sumende sunt dico q. linea .a.c. ex eis cōposita est irrationalis & ipsa dici potens in duo medialia. Ad iungatur n. ad lineā .d.e. que sit rōnalis in longitudine superficie .d.f. eq̄lis duobus quadratis duarum linearum .a.b. & .b.c. piter acceptis eritq. medialis per ypothesim quare per .10. linea .d.g. erit rōnalis in potentia tñ & incōmensurabilis .d.e. linee rōnali in longitudine. ¶ Rursus ad lineam .g.f. que est equalis .d.e. adiungatur superficies .f.h. que sit equalis duplo superficie vnus in alterā erit et ex ypothesi medialis quare per .10. linea .g.b. erit rōnalis in potentia tñ. ¶ At q. per ypothesim ambo quadrata pariter accepta sunt incōmensurabile duplo superficie vnus in alterā sequit ut .d.f. sit incōmensurabilis f.h. quare per primam sexti & secundam partem .10. huius linea .d.g. ē incōmensurabilis .g.b. per .30. igitur est linea .d.h. binomium & irrationalis. Itaq. superficies .e.h. est irrationalis & eius latus tetragonicum quod est .a.c. ut in premissis quare constat ppositum. ¶ Si aut. duplum superficie .a.b.in.b.c. non esset incōmensurabile ambobus quadratis pariter acceptis esset linea .a.c. medialis. Esset enim .d.f. communicans .f.h. ideoq. linea .d.g. linee .g.b. tota igitur .d.h. esset rationalis in potentia tantum & incōmensurabilis in longitudine linee .d.e. per .19. igitur esset superficies .e.h. medialis eiusq. latus tetragonicum quod est .a.c. linea medialis. Ut autem facilius fiat doctrina sequentium premonstranda arbitramur hoc loco duo quorum primum est.

Castigator.

¶ Quia tota superficies .e.f. tunc esset medialis per .11. § 9. huius postea per .10. linea .d.h. que est latus secundum dictē superficie .e.h. est solum in potentia rationalis lateriq. primo .d.e. in longitudine incōmensurabilis. Et ideo per .19. latus tetragonicum superficie .e.h. est linea medialis quod est per .4. secundi linea .a.c. ut premititur. ¶ Vel sic & melius per .9. huius. Si autem duplum superficie .a.b.in.b.c. non esset incōmensurabile seu incommunicans ambobus quadratis pariter acceptis. tunc esset eisdem commensurabile siue communicans quare per .9. totum ex eis scilicet .d.f. & .f.h. confectum. scilicet superficies .e.h. esset communicans utriusq. superficie scilicet .d.f. & .f.h. quare per .11. huius .e.h. tota esset etiā medialis superficies. Et ideo per .10. secundum latus eius quod est tota .d.h. est solum in potentia rationale & sic per .19. linea .a.c. que per .4. secundi est eius latus tetragonicum esset linea mere medialis &c.

¶ Si aliqua linea per duo inequalia diuidatur quadrata amborum sectionum pariter accepta: tanto amplius sunt duplo superficiei vnius earum in alteram quantum est quadratum eius linee quia maior excedit minorem.

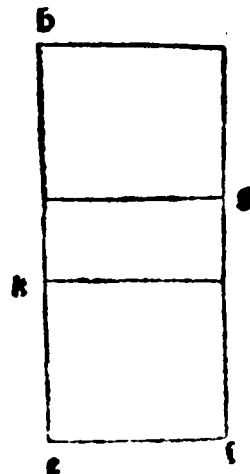
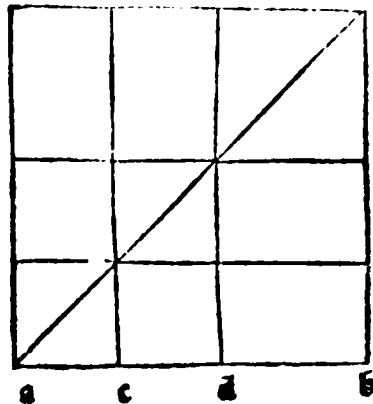
¶ Sit enim linea .a. b. diuisa per duo inequalia in puncto .c. sitq. maior portio .c. b. de qua sumatur .c. d. equalis .a. c. dico q. quadrata duarum linearum .a. c. & c. b. sunt amplius duplo superficiei vnius in alteram in quadrato linee .d. b. **¶** Nam quod fit ex .a. c. in .c. b. bis cum quadratis duarum linearum .a. c. & c. b. est equale ei quod fit ex .a. c. in .c. b. quater cum quadrato .d. b. Eo q. vtrq. hec equalia sunt quadrato linee .a. b. primum quidem per quartam secundi. Secundum vero per .8. eiusdem. Demptis itaq. vtrinq. equalibus videlicet eo quod fit ex .a. c. in .c. b. bis erunt residua que sunt de primo quidem quadrata duarum linearum .a. c. & c. b. **¶** De secundo vero quod fit ex .a. c. in .c. b. bis cum quadrato .d. b. equalia. Quare constat propositum. **¶** Ex hoc ergo manifestum est q. si aliqua linea p. duo inequalia diuidatur quadrato amborum partium pariter accepta plus sunt duplo superficiei vnius earum in alteram. Et hoc est pp. quod istud premisimus.

¶ Si aliqua linea per duo inequalia itemq. alia duo inequalia diuidatur quadrata magis inequalium pariter accepta tanto sunt amplius quadratis minus inequalium pariter acceptis quantum est duplum quadrati illius linee que inter vtrasq. est sectiones & quadruplum eius quod fit ex eadem linea in eam que est inter punctum sectionis minus inequalium & punctum quod diuidit totam lineam per equalia.

¶ Sit linea .a. b. diuisa per duo inequalia in puncto .c. itemq. per alia minus inequalia in puncto .d. rursus per equalia in .e. dico q. quadrata duarum partium magis inequalium que sunt .a. c. & c. b. tantum sunt amplius duobus quadratis duarum linearum minus inequalium que sunt .a. d. & d. b. quantum est duplum quadrati linee .c. d. & quadruplum eius quod fit ex .c. d. in .d. e. **¶** Sunt enim per .9. secundi quadrata duarum linearum .a. c. & c. b. pariter accepta dupla quadratis duarum linearum .b. c. & e. c. pariter acceptis. at per eandem .9. secundi quadrata duarum linearum .a. d. & d. b. pariter accepta dupla sunt quadratis duarum linearum .b. c. & e. c. pariter acceptis. **¶** Itaq. quadrata duarum linearum .a. c. & c. b. pariter accepta excedunt quadrata duarum linearum .a. d. & d. b. pariter accepta in eo quo duplum quadrati linee .c. e. excedit duplum quadrati linee d. e. hoc autem per quartam secundi est duplum quadrati linee .c. d. & quadruplum eius quod fit ex .c. d. in .d. e. quare constat propositum. Ex hoc manifestum est q. quanto fuerint sectiones alicuius linee magis inequales tanto erunt earum quadrata pariter accepta maior at hoc est propter quod istud premisimus. **Propositio .36.**

¶ Si alias duas lineas sub eorum termino ex quibus coniunctum & nominatum est binomium diuidi impossibile est.

¶ Sit linea .a. b. binomium eritq. ex .30. composita ex duabus lineis in potentia tantum rationalibus communicantibus que sunt .a. c. & c. b. dico q. impossibile est eam diuidi in alias duas lineas sub hac diffinitione videlicet q. ipse sint potentia tantum rationales communicantes. **¶** Si enim potest diuidatur in .a. d. & d. b. que sint potentia rationales tm communicantes. Esto quoq. linea .e. f. rationalis in longitudine cui adiungatur superficies .b. e. g. que sit equalis quadratis duarum linearum .a. c. & c. b. pariter acceptis & superficies .f. h. que sit equalis quadrato linee .a. b. eritq. superficies .e. g. rationalis eo q. vtrinq. quadratorum linearum .a. c. & c. b. pariter acceptis est rationale per ypoth. sm & superficies .g. h. medialis per .19. qm ipsa est equalis duplo superficiei .a. c. in .c. b. per quartam secundi. Sit igitur rursus superficies .f. h. equalis quadratis duarum linearum .a. d. & d. b. pariter acceptis



que cum sint diuerſe a duabus lineis. a. c. f. c. b. eſt per ſecundū predemō-
ſtratorum antecedentium ſuperficies. f. k. diuerſa a ſuperficie. e. g. Earū
ergo differentia ſit. k. g. eritq. per quartam ſecundi exceſſus ſuperficie. f. h.
ſuper. f. k. qui ſit. k. l. equalis duplo eius quod ſit ex. a. d. in. d. b. & propter
hoc erit etiam ſuperficies. f. k. rationalis & ſuperficies. k. l. medialis itaq.
ſuperficies. k. g. cum ipſa ſit differentia duarum ſuperficierum rationalium
que ſunt. e. g. f. f. k. erit rationalis. Non enim diſt. rationale a rationali
niſi in rationali: & hoc dico diſt. definitione f. 9. huius hoc confirmatibus.
Eadem quoq. cum ipſa ſit differentia duarum ſuperficierum mediarum
que ſunt. g. h. f. k. l. erit irrationalis per. 22. quod eſt impoſſibile.

Caſſigatoz.

b ¶ Iſta adiunctio ſuperficierum ad lineam rationalem in longitudine
equalium aliis ſuperficiebus ſit ubiq. in ſequentibus & precedentibus: vt
viſum eſt: quemadmodum dictum eſt ſupra in vigesima: vigesima
primas vigesima ſecunda: & vigesima tertia huius. ideo ibi reuocatur: quia an-
teor cum ſemel diligenter docuerit ſufficit ei & nobis. c ¶ Exiſtis ſex ſe-
quentibus diuiſionibus linearum compoſitarum in ſuas componentest
vt p. itet: apparet illa philoſophantium maxima: videlicet omnis res per
quarumq. cauſas componitur per eandem reſolui neceſſe eſt. d ¶ Cum
vtriq. diuiſio ſit per inequalia ſcilicet in. c. f. in. d. quoniam linee compo-
nentes binomium ſemper ſunt inequales per. 17. f. 18. huius quia longior
potentior breuiore &c.

Propoſitio .37.



Mediali primo ſui terminum ſuum in duas line-
as mediales diuiſo: ſub earum termino in alias du-
as lineas mediales idem diuidi eſt impoſſibile.

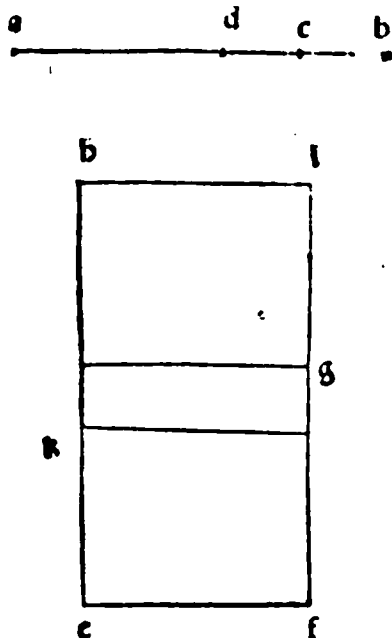
¶ Sit quoq. hic linea. a. b. bimediale primum diuiſa in
duas lineas mediales potentia tantum communicantes
ſuperficiemq. rationalem continentest ex quibus. 31. aſſe-
rit eam componi que ſint. a. c. f. c. b. dico q. impoſſibile eſt eam diuidi in
alias duas lineas ſub earum diſt. definitione. Quod ſi poſſibile fuerit diuidā
eam in puncto. d. aſſumptaq. linea rationali. e. f. adiungatur ei. e. g. equa-
lis duobus quadratis duarum linearum. a. c. f. c. b. & ſuperficies. f. h. equa-
lis quadrato. a. b. & ſuperficies. f. k. equalis quadratis duarum linearum. a.
d. f. d. b. eritq. per quartam ſecundi. g. h. equalis duplo ſuperficie. a. c. in
c. b. & per eandem erit. k. l. equalis duplo ſuperficie. a. d. in. d. b. propter
ypotheſim quoq. erit vtrq. duarum ſuperficierum. e. g. f. k. f. k. f. medialis &
vtrq. duarum. g. h. f. k. l. rationalis. hoc autem impoſſibile eſt: erit enim
per primum ſuperficies. k. g. irrationalis ex. 22. per ſecundum autem eadē
eſt rationalis ex diſt. definitione f. 9. quod eſt inconueniens.

Propoſitio .38.



Mediale ſecundum niſi in duas lineas tantū ſub
termino ſuo diuidi non poteſt.

¶ Sit vt prius linea. a. b. bimediale ſecundam diuiſa in
duas lineas. a. c. f. c. b. mediales: potentia tantum com-
nicantes ſuperficiemq. medialem continentest ex quibus
32. proponit eam componi: dico q. impoſſibile eſt eam
diuidi ſub earum diſt. definitione in alias duas. Sin autem diuidat in. d. ſint
q. vt prius ſuperficies. e. g. f. h. f. f. k. adiuncte ad lineam rationalem. e. f.
eruntq. per preſentes ypotheſes vtrq. ſuperficies. e. g. f. g. h. mediales: qua-
re per. 10. vtrq. duarum linearum. f. g. f. g. l. erit rationalis in potentia tā-
tum non communicans in longitudine linee. e. f. At quia due linee. a. c.
f. c. b. erunt incommenſurabiles in longitudine: ſequitur per primam ſer-
ti: & per ſecundam partem. 10. huius q. vtrumq. quadratorum linearum
a. c. f. c. b. ſit incommenſurabile ſuperficie. vnius in alteram amq. diſt.
quadrata communicent. ex ypotheſi ſequitur vt ambo quadrata pariter



accepta sunt incommensurable superficiem vnius in alteram: ideoque eius duplo: quare superficies. e. g. incommensurable est superficiem. g. h. et linea g. f. linee. g. l. per primam sexti et secundam partem. 10. huius itaque per. 30. linea. f. l. est binomium diuisa secundum suum terminum in puncto. g. ¶ Eodem modo probabitur ipsam binomium esse mediantibus superficiebus. e. m. et. m. h. diuisam secundum suum terminum in puncto. m. quod est impossibile per. 36. Non enim potest dici quod linea. f. l. diuisa sit ad punctum. g. et. m. in partes consimiles. sic enim esset linea. f. m. equalis. g. l. sed ipsa est maior linea. m. l. ut patet ex primo premisorum antecedentium huius: et prima sexti cum. e. m. superficies sit maior. h. m. superficie. Huius autem demonstrationis modus potest esse communis. 37. ceterisque eam sequentibus.

Propositio .39



Linea maior nisi in duas lineas tantum ex quibus constat sub earum termino diuidi non potest.

¶ Sit quoque hec linea maior. a. b. diuisa ad punctum. c. in duas lineas potentialiter incommensurabiles superficiemque medialem continentes quarum ambo quadrata pariter accepta sunt rationales ex talibus enim componitur ut affirmat. 33. dico quod impossibile est ad alium punctum in alias duas lineas sub hac diffinitione ipsam diuidi quod si potest sit hic ad. d. manent sub his eadem figura eademque hypothesi que prius et argue quemadmodum in. 36. superficiem. g. k. esse rationalem et irrationalem: quod est impossibile.

Propositio .40.



Linea potest in rationale et mediale nisi in suas duas lineas tantum sub termino suo non diuiditur.

¶ Hec quoque. 40. manentibus prioribus figura et positionibus exceptoque ipsa linea. a. b. diuidatur in punctum. c. in illas duas lineas ex quibus. 34. dicit eam componi probabitur quemadmodum. 37. Si autem aliter fuerit quod proponat erit superficies. k. g. rationalis et irrationalis quod esse non potest.

Propositio .41.

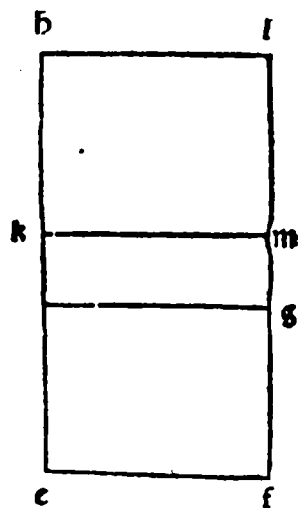


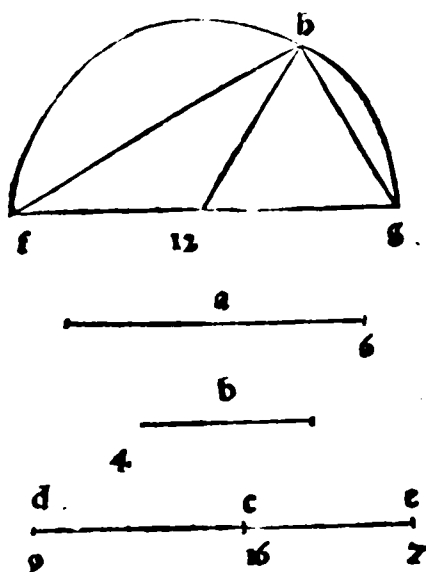
Linea potens in duo medialia nequit diuidi in alias duas sub termino earum ex quibus coniuncta est: sed in suas tantum duas ex quibus componitur est diuisibilis.

¶ Hec enim. 41. diuisa linea. a. b. ad punctum. c. in eas ex quibus. 35. asserit eam componi ceterisque ut supra tam figura quam positionibus manentibus probatur sicut. 38. nam dato opposito proposito. Sequitur oppositum. 36. quod est impossibile.

¶ Si fuerit binomij longior portio breuiore potentior augmento quadrati linee communicantis eidem longiori in longitudine fueritque eadem longior linee posite rationali communicans ipsum: vocabitur binomium primum. Si vero breuior posite rationali communicet dicetur binomium secundum. Quod si neutra portionum eius posite rationali communicet appellabitur binomium tertium. Item si longior breuiore tanto amplius possit quantum est quadratum alicuius linee ipsi longiori incommensurabilis in longitudine fueritque longior portionum posite linee rationali communicans in longitudine ipsum nuncupabitur binomium quartum. Si vero breuior posite rationali communicet in longitudine quintum nominabitur. Si autem neutra portionum eius posite rationali communicet in longitudine erit binomium sextum.

Propositio .42.



**Binomium primum inuenire.**

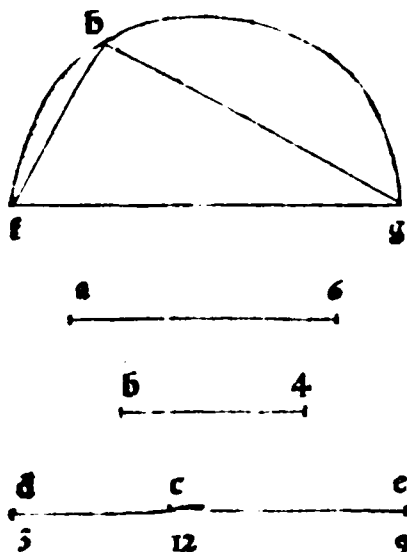
Sit .a. linea rationalis posita: sumanturq. duo numeri quadrati .b. & .c. quorum .c. sit diuisibilis in quadratum qui sit .d. & in nō quadratum qui sit .e. ponaturq. proportio quadrati linee .a. ad quadratum linee .f. g. sicut numeri .b. ad numerum .c. eritq. ex secunda parte. **Z.** linea .f. g. communicans linee .a. rationali posite in longitudine. Super eam igitur lineetur .f. g. h. semicircularis: sitq. proportio quadrati linee .f. g. ad quadratum linee .f. h. sicut .c. ad .d. & ducatur linea .g. h. Dico ergo duas lineas .f. g. & .g. h. directe coniunctas componere binomium primum. Est enim linea .f. g. que est longior potentior linea .g. h. que est breuior in quadrato linee .f. h. per .30. tertii & penultimam primi: communicat autem linea .f. h. linee .f. g. in longitudine per secundam partem. **Z.** cum proportio quadratorum ipsarum .f. g. & .f. h. sit sicut numerorum quadratorum qui sunt .c. & .d. Linea vero .g. h. conuincitur esse rationalis in potentia tantum: nō communicans linee .f. g. in longitudine. Ideoq. neq. linee .a. rationali posite. Cum sit enim quadratum linee .f. g. ad quadratum linee .f. h. sicut numerus .c. ad numerum .d. erit per euerfam proportionalitatem quadratum linee .f. g. ad quadratum linee .g. h. sicut numerus .c. ad numerum .e. Cum itaq. .c. sit numerus quadratus .e. vero non quadratus: sequitur per vltimā partem. **Z.** vt linea .g. h. sit incommensurabilis linee .f. g. in longitudine. Relinquitur igitur ipsam .g. h. esse rationalem in potentia tantum & a diffinitione lineas .f. g. & .g. h. componere binomium primum: quod erat inueniendum.

Castigator.

Que .f. g. reperitur: vt in .17. huius. sed ponendo numerum .b. minorem numero .c. s. b. 4. & c. 16. necessario linea .f. g. erit longior linea .a. & quia numerorum quadratorum proportio laterum suorum est duplicata per vndecimam octauī ac etiam dictarum linearum quadrata per 16. sexti. sunt suorum correlatiuorum laterum in duplicata proportionē que est similis illi laterum dictorum numerorum: & cum dicti numeri ponantur quadrati scilicet .4. & 16. eorum latera erunt .2. & 4. inter que ponat vnitas: vt supra in quinta huius & n. apparet. Modo quocumq. fuerit illa linea inuenienda erit communicans linee .a. posite: vt dictum est & earum communis mensura erit in .a. totiens & cetera. vt ibi dictum est in .17. postea inuenitur alia .f. h. simili modo ad cuius quadratum se habeat quadratum linee .f. g. sicut .c. numeri ad .d. numerum penitus sicut inuenimus .f. g. & procedendo semper similiter habebis propositū & ideo supra in .17. docuit inuenire plures huiusmodi lineas & c. etiam dicens si .16. dat .9. quid dabit .144.

Propositio. 43.**Binomium secundum reperire.**

Sit vt prius .a. rationalis linea posita. b. vero numerus quadratus .c. vero sit numerus non quadratus diuisibilis in .d. non quadratum & .e. quadratum. Ita tamen q. proportio totius .c. qui est non quadratus ad .d. qui est etiam non quadratus sit sicut numerorum quadratorum: talis autem numerus est .n. & 48. diuisibilis enim est .n. in .9. quadratum numerum & 3. non quadratum: estq. proportio .n. ad .3. sicut .16. ad .4. quorum uterq. quadratus eodem modo. 48. diuisibilis est in .36. & 12. Tales autem numeros sic reperies. Sit .a. numerus quadratus b. quoq. sit vnitate minor. cuius quadratū sit .c. At vero .d. pueniat ex .b. in .a. eritq. ex prima incidētū noni. b. d. f. a. d. ad .c. Ducatur idē .a. in .c. & pueniat .e. eritq. quadratus ex prima parte correl. scilicet de noni eo q. uterq. numerus .a. & c. est quadratus p. ypothesim. Fiat rursus .f. ex .a. in .d. eritq. f. quales quimus. Est .n. ex vltima pte p. dicti correl. numerus .f. nō quadratus: eo q. d. nūq. q.



si non quadratus. Si, n. d. numerus esset quadratus esset quoq. b. quadratus. ex. a. pte eiusdem correl. 1. noni & ex. 32. octavi: & quia a. est quadratus esset p. 16. eiusdem tertius continue proportionalis inter a. & b. quod est impossibile cum sint sola unitate distantes. Non est igitur .d. quadratus quare nec .f. Est enim .f. equalis .d. & e. qm cum .b. sit differentia .d. ad .c. ut patet ex premissis: erit p. primam incidentium noni quod fit ex .a. in .d. equum his que sunt ex .a. in .b. & in .c. Et quia ex .a. in .b. fit .d. & in .c. fit .e. sequitur vt .d. sit differentia .f. ad .e. Et quia per .18. septimi est .f. ad .e. si cut .d. ad .c. erit t. permutatim .f. ad .d. sicut .e. ad .c. Cuius vterq. duorum numero .e. & .f. sit quadratus manifestum est numero .f. esse quale volumus. Est enim non quadratus diuisibilis in .d. non quadratum & .e. quadratum: cuius pportio ad .d. est sicut quadrati ad quadratum videlicet .e. ad .c. cetera oia sunt vt prius. Dico q. linee .f. g. & .g. h. componunt binomium secundum. Cum .n. sit quadratum .a. ad quadratum .f. g. sicut .b. ad .c. rursusq. quadratum .f. g. ad quadratum .g. h. sicut .c. ad .e. erit p. equam pportionalitatem quadratum .a. ad quadratum .g. h. sicut .b. ad .e. cui igit vterq. duorum numero .b. & .e. sit quadratus erit p. secundam ptem. 7. & linea .g. h. concians in longitudine linee .a. rationali posite de linea vero .f. g. constat q. ipsa sit rationalis in potentia tm non concians linee .a. rationali posite in longitudine p. vltimam partem. 7. que cu sit potentior linea .g. h. in quadrato linee .f. h. p. 30. tertii & penultimam primi conciet aut linea .f. h. linee .f. g. in longitudine per secundam partem. 7. eo q. eorum quadrata sunt in pportione numerorum .c. & .d. quorum est pportio sicut numerorum quadratorum p. ypothesim: constat propositum. Aliter quoq. idem esto linea .g. h. communicans .a. rationali posite in longitudine quam facile est inuenire. Sitq. c. numerus quadratus diuisibilis in quadratum .d. & non quadratum .e. sitq. pportio quadrati linee .g. h. ad quadratum linee .f. g. sicut numerus .e. ad numerum .c. eritq. .f. g. incommensurabilis linee .g. h. in longitudine per vltimam partem. 7. & potentior ea in quadrato linee .f. h. cui communicat in longitudine. primo per conuersam deinde per euerfam pportionalitatem: & per secundam partem. 7. ex diffinitione igitur linee .f. g. & .g. h. componunt binomium secundum.

Castigator.

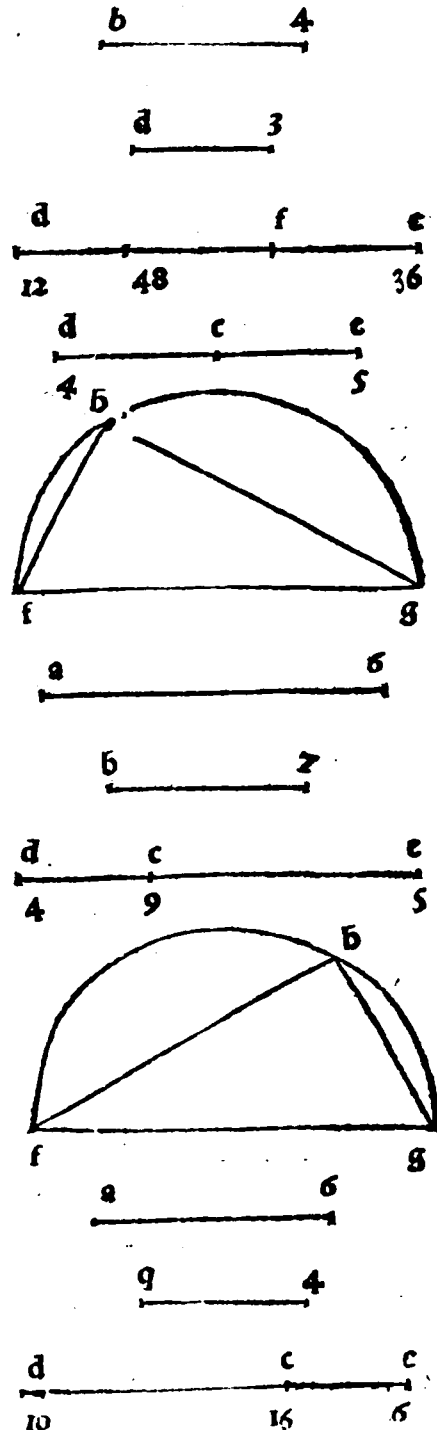
¶ Quia cum quadratum linee .g. h. sit ad quadratum linee .f. g. sicut numerus .e. non quadratus ad numerum .c. quadratum ex ypoth. I deo per conuersam pportionalitatem quadratum .f. g. ad quadratum .g. h. sicut numeri .c. ad numerum .e. & quoniam quadratum .f. g. equale duobus quadratis .g. h. & .f. h. per .30. tertii & penultimam primi sicut numerus .c. equale duobus numeris .e. & .d. Igitur per euerfam pportionalitatem quadratum .f. g. ad quadratum .f. h. sicut numeri .c. quadrati ad numerum .d. quadratum tunc per secundam partem. 7. linee .f. g. communicat linee .f. h. in longitudine & c.

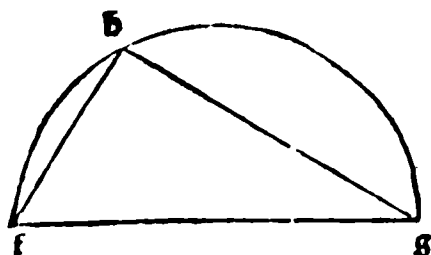
Propositio .44.

Inominum tertium inuestigare.



¶ Binomium quoq. tertiu sic reperitur posita vt prius linea .a. rationali in longitudine sit .b. numerus primus .c. vero quadratus diuisibilis in quadratum .d. & non quadratum .e. cetera omnia sint vt prius: dico q. due linee .f. g. & .g. h. componunt binomium tertium: neutra enim earum e commensurabilis in longitudine linee .a. rationali posite sed vtraq. incommensurabilis .f. g. quidem per vltimam partem. 7. .g. h. vero per equam pportionalitatem & vltimam partem. 7. Est enim per equam pportionalitatem quadratum linee .a. ad quadratum linee .g. h. sicut numerus .b. ad numerum .e. mediantibus: hinc quidem quadrato linee .f. g. inde vero numero .c. numeri autem .b. & .e. non sunt in pportione aliquorum quadratorum: cum .b. sit numerus primus. si enim essent in pportione numerorum quadratorum: necesse esset per .16. octavi

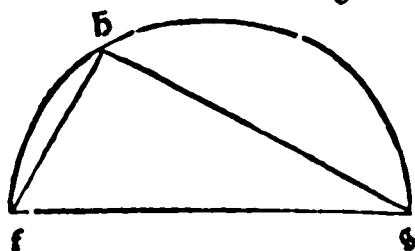




a 6

b 4

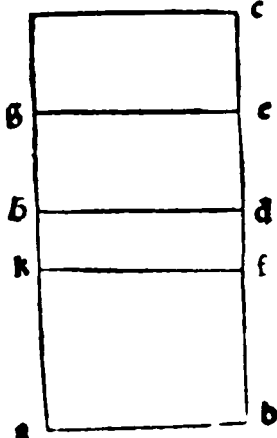
d c e
5 4 6
a c e
6 16 10



a 6

b 2

d c e
3 6



¶ octavam eiusdem tertium eis in continua proportionalitate interesse
erit igitur per .x. eiusdem numerus .b. superficialis quod ē impossibile cū
sit primus p ypothe. incōmensurabilis ē itaq. linea .g. b. linee .a. rōnali po
sita ex vltima parte. z. Quia ergo linea .f. g. potentior est linea .g. b. in q
drato linee .f. h. ex .30. tertii ¶ penul. primi que communicat ei in longitu
dine ex scda pte. z. ¶ cūsa pportionalitate ex diffinitione binomii tertii
patet nostra intentio.

Propositio .45.

Inomium quartum scrutari.



¶ In uentione binomii quarti eodem mō pcedendum
est sicut in inuentione primi. excepto q. quadratus nume
rus .c. diuidatur in duos non quadratos qui sint .d. ¶ e. cetera omnia negocianda sunt hic ex diffinitione binomii
quarti sicut ibi ex diffinitione binomii primi.

Propositio .46.

Inomium quintum querere.



¶ Huius inuentione sic est sicut binomii secūdi : excepto q.
numerus .c. non quadratus diuidetur in .d. non quadratū
¶ e. quadratū. ita tñ q. proportio .c. ad .d. non sit sicut nu
meri quadrati ad numerum quadratum. Cetera oīa sunt
hic pquirenda ex diffinitione binomii quinti sicut ibi q
ta sunt ex diffinitione binomii scdi. Vel pone q. linea .g. b. sit cōicās linee
a. rationali posita in longitudine ¶ pone numerum .c. quadratū diuisum
in duos non qdratos q. sint .d. ¶ e. pone itaq. pportionē qdrati linee .g. b.
ad qdratum .f. g. sicut numeri .e. ad numerum .c. deinde a stue ppositū
ex vltima parte. z. ¶ pñtibus ypothesibus ¶ conuersa ¶ cūsa pportio
nalitatibus ¶ iterum ex vltima parte .z. ex diffinitione binomii quinti.

Propositio .47.

Binomio sexto demum oportet insilire.



¶ Binomium sextū sicut tertū scrutādū est ¶ tñ erit hic
numerus qdratus .c. diuisus in duos non quadratos .d. ¶ e.
cetera vt ibi erit. ex diffinitione binomii .6. linea quā
cōponunt .f. g. ¶ g. h. sibi inuicem directe cōiūcte bino
mium sextum quod est ppositum inuenire.

Propositio .48.



¶ fuerit superficies binomio prio lineaq. rōnali
pnta: latus qd super ea sit binomii cē necesse ē.

¶ Sit superficies .a. c. cōtenta linea rōnali .a. b. ¶ binomio
prio q. sit .b. c. dico q. latus tetragonici supficii .a. c. ē bino
mii. Sit .n. pñtus .d. cōis terminus duarū portionū bino
mii primi .b. c. cuius maior portio sit .b. d. eritq. rōnalis in
longitudine ex diffinitione ¶ cōmensurabilis linee .a. b. rōnali posite. Diui
dat itē minor portio q. est .d. c. p. eq̄lia ad pñctū .e. lineaq. d. b. diuidatur
sub ea cōditiōe ad pñctū .f. q. q. inter ptes eius q. sunt .b. f. ¶ f. d. cadat .d. e.
medio loco pportionalis q. q. liter fiat in .n. dñ est. Ducant āt linee
c. g. d. h. ¶ f. k. eq̄ distantes linee .a. b. ¶ q. ex diffinitione binomii primi li
nea .d. b. ē potētor linea .d. c. in qdrato linee sibi cōicantis in longitudie
sq̄t ex scda pte. ¶ q. ¶ due linee .b. f. ¶ f. d. sint cōicātes ¶ p. q. igit ē vtraq. eaz
cōicans toti linee .b. d. q̄re p diffinitionē ambe sunt rōnals i lōgitudine
ideoq. p. r. vtraq. duarū supficiarū .a. f. ¶ f. h. ē. rōnalis. Describat itaq. qua
dratū .l. m. cuius latus .l. r. eq̄le supficii .a. f. cui circūponat gnomon ptracta
dyagonali .l. m. n. ad eam q̄ritatē q. ipsius gnomonis qdratū qd sit .m. n.
sit eq̄le supficii .f. b. duoq. eius supplemēta sint .p. m. ¶ .m. q. q. necesse est
esse equalia duabus superficiebus .d. g. ¶ g. c. quod sic collige. Cum enim
sit linea .d. e. medio loco pportionalis inter lineas .b. f. ¶ f. d. erit superfi
cies .d. g. ex prima sexti medio loco pportionalis inter superficies .a. f. ¶ f. h.
quare ¶ inter quadrata .l. m. ¶ .m. n. Et quia supplemētū .p. m. est ēt me
dio loco pportionale inter qdrata dicta ex prima sexti sequit vt .p. m. sit

equalis. d. g. Ideoq. m. q. g. c. Igitur linea. l. p. est latus tetragonici sup-
ficii. a. c. hanc lineam dico et binomium. Cum sint. n. ambo quadrata
l. m. f. m. n. rationalia erunt ex diffinitione due linee. l. r. f. r. p. potentia
liter rōnales. Est autem per primam sexti. a. f. ad. d. g. sicut. b. f. ad. d. e. Sed
b. f. est incommensurabilis. d. e. f. quia. b. f. est rationalis simpliciter vt p
batum est. d. e. vero quia cōicat in longitudine. d. e. rōnali in potētia tm.
Eritq. ipsa rōnalis in potentia tm per. 18. quod ex premissis ypothesibus
manifestum ē. Itaq. p secundam ptem. 10. superficies. a. f. ē incommensura-
bilis supficii. d. g. igit f. qdratum. l. m. supplemento. p. m. quare p primā
sexti f. secundā ptem. 10. linea. l. r. est incommensurabilis linee. r. p. Ex. 30.
igitur constat lineam. l. p. esse binomium quod erat monstrandum.

Propositio 49.

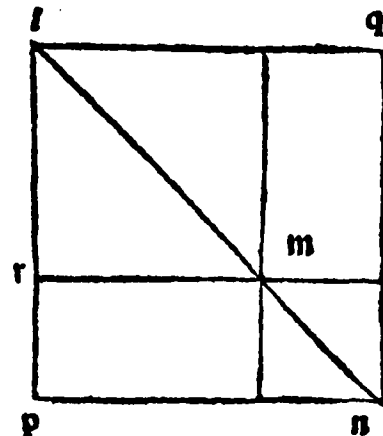
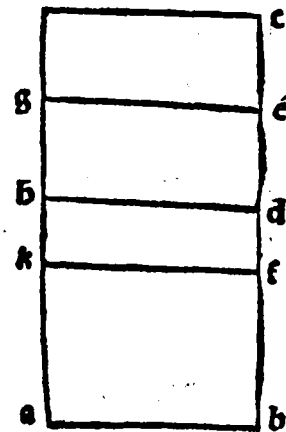
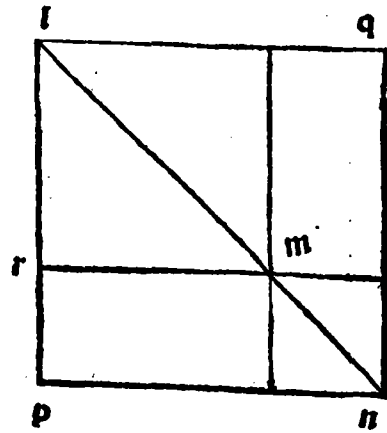
Si fuerit superficies linea rōnali binomioq. secūdo
ctēta: latus eius tetragonici erit bimediale primū.
¶ Sit eadem figura eademq. ypothes. que in premissis
erit, ex diffinitione binomii secūdi linea. d. c. rationali
in longitudine: quare per. 15. vtraq. duarum superficie-
rum. d. g. f. g. c. ideoq. f. duo supplementa. p. m. m. q. erūt
rationalia: linea vero. b. d. erit rationalis in potentia tantum f. diuisa
in duas lineas communicantes. f. d. f. b. f. ex diffinitione binomii secūdi
f. premissis ypothesibus f. secūda parte. 13. per. 19. igitur erit vtraq. duarū
superficierum. a. f. f. b. h. ideoq. f. vtrumq. quadratorum. l. m. f. m. n. me-
diale. itaq. ambe linee. l. r. f. r. p. sunt mediales in potētia quoq. cōicantes
nam cū linea. b. f. cōicet linee. f. d. sequitur ut. a. f. cōicet. f. h. quare qdratum
l. m. qdrato. m. n. ideoq. f. linea. l. r. linee. r. p. i potētia in longitudine at
non cōicantiqm vna earū ad alterā ē sicut. l. m. ad. m. p. Cū igit. l. m. nō
cōicet. m. p. eo q. altera medialis videlicet. l. m. altera rōnalis videlicet
m. p. sequitur vt. l. r. non cōmunicet in longitudine. r. p. quia igitur. ipse
continent superficiem rationalem que est. m. p. constat lineam. l. p. ex
31. huius esse bimediale primum.

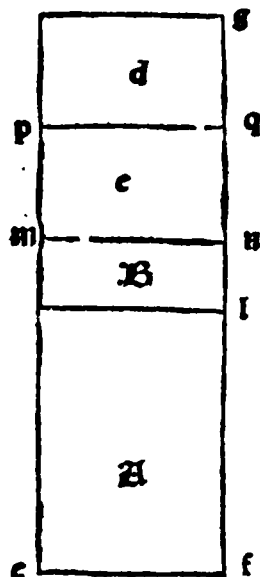
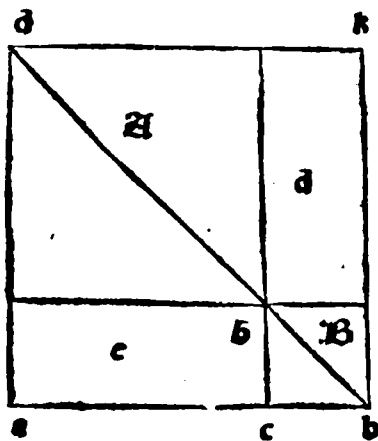
Propositio 50.

Si binomio tertio ac linea rōnali superficies pti-
neatur linea in eam potens erit bimediale secūdus.
¶ Dispositio f. ypothes. maneat vt supra. Eritq. ex his
ypothesibus f. diffinitione binomii tertii f. 19. vnaqueq.
quatuor superficierum in quas diuisa ē superficies. a. c. me-
dialis: quare vtrumq. duorū qdratorū. l. m. m. n. f. vtrūq.
duorū supplementorū. p. m. f. m. q. erūt et mediale vtraq. igit. duarū linea-
rum. l. r. f. r. p. erūt mediales. f. cum due superficies. a. f. f. b. h. sint commu-
nicantes eo q. due linee. b. f. f. d. sunt communicantes per secundam par-
tem. 13. erūt due linee. l. r. f. r. p. communicantes in potentia in longitu-
dine vero non. quia superficies. l. m. non communicat cum superficie. m.
p. eo q. neq. a. f. communicat cum. d. g. Nam linea. b. f. non communi-
cat cum. d. e. cum igitur ipse contineat superficiem medialem que ē. p.
m. constat ex. 31. lineam. l. p. esse bimediale secundum qd est propositum.

Propositio 51.

Si linea rationali binomioq. quarto superficies pti-
neatur: que i eam superficiem potest ē linea maior.
¶ Cunctis vt in premissis manētibus erit ex ypothe. f.
diffinitione binomii quarti f. 19. vtraq. duarum superfi-
cierum. d. g. f. g. c. quare f. vtraq. duarum. p. m. f. m. q.
medialis duoq. quadrata. l. m. f. m. n. pariter accepta ra-
tionale eo q. superficies. a. d. est rationalis per diffinitionem binomii
quarti. f. 15. Et quia. d. b. diuiditur in puncto. f. in duo incommunicantia
per secundam partem. 14. erit superficies. a. f. incommensurabilis superfi-
ciei. f. h. Ideoq. f. quadratum. l. m. quadrato. m. n. due igitur linee. l. r. f.
r. p. sunt incommensurabiles in potentia que cum contineat superficiem





medialem. p. m. & earum quadrata ambo pariter accepta sint rationale constar per. 33. lineam. l. p. esse lineam maiorem quod erat monstrandū.

Propositio. 52.



Si fuerit superficies linea rationali atq; binomio qn to contenta quaecumq; in eam linea pot potens in rationale & mediale esse ex necessitate conuincitur. ¶ Hic in hac quoq; est aliquid ex priorum dispositione & positionibus mutandum, & eis enim manentibus erit ex his que posita sunt i diffinitione binomii quinti & 5. vtraq; duarum superficiesum. d. g. & g. c. quare vtraq; duarum. p. m. & m. q. rationalis. Totaq; a. d. quare & quo quadrata. l. m. & m. n. pariter accepta medialis ex. 19. cumq; ex secunda parte. 14. sit linea. f. b. incommensurabilis linee. f. d. ideoq; superficies. a. f. superfici. f. b. & quadratum. l. m. quadrato. m. n. erit linea. l. r. incommensurabilis in potentia linee. r. p. at quia ipse continet superficiem rationalem. p. m. & earum quadrata ambo pariter accepta sunt mediale conclude ex. 34. linea. l. p. esse potentem in rationale & mediale quod promissum est.

Propositio. 53.



Si binomio sexto lineaq; rationali superficies contenta linea que in eam potest in duo medialis potens esse probatur. ¶ Hec. 53. adhuc te sublinet ociari a pingendo figurat contenta enim est premissis dispositione & positionibus. Quibus stantibus necesse est ex ipsis positis & dispositione i. diffinitione binomii postremi & 19. qualibet ex superficiebus. a. d. & d. g. & g. c. propter quod & ambo quadrata. l. m. & m. n. pariter accepta & p. m. & m. q. esse medialem. Cumq; b. f. & f. d. propter quod. a. f. & f. b. ideo q. l. m. & m. n. sunt incommensurabiles erunt due linee. l. r. & r. p. incommensurabiles in potentia. at quia ipse continet superficiem medialem. p. m. earumq; ambo quadrata pariter accepta sunt mediale quod est. duplo superfici. vnius in alteram incommensurabilem quod ex eo probatur q; superficies. b. h. est incommensurabilis superfici. b. c. propter hoc q; linea. d. b. est incommensurabilis linee. d. c. sequitur ex. 35. lineam. l. p. esse que potest in duo medialis.

Propositio 54.



Si linee rationali equus quadrato binomii rectangulum adiungat latus eius secunda binomium primū esse conueniet. ¶ Hec sex sequentes conuerse sunt sex precedentium per ordinem. Huius autē ē hec intentio. Sit linea. a. b. binomii diuisa ad punctum. c. in duas lineas. a. c. & c. b. fm suam diffinitionem aut terminum eiusq; a. b. quadratum sit. b. d. sitq; linea. e. f. rationalis in longitudine cui adiungatur superficies. e. g. equalis quadrato. b. d. ¶ Dico q; latus secundum huius superfici. quod est linea. f. g. est binomium primum. Diuidatur enim quadratum. b. d. in duo quadrata. b. b. & b. h. d. que sint quadrata duarū portionum binomii: & in duo supplementa. a. h. & b. k. quorum vtrunq; continetur sub duabus portionibus binomii: eritq; ex diffinitione binomii que habetur per. 30. vtrumq; istorum quadratorum rationale. & per. 19. vtrumq; supplementorum mediale. Ex superficie igitur. e. g. abscindatur superficies. e. l. equalis quadrato. d. h. & l. m. equalis quadrato. h. b. & n. p. equalis vni duorum supplementorum. a. h. & l. b. k. Eritq; p. g. residua equalis reliquo supplemento. Quare per primam sexti linea. n. q. est equalis linee. q. g. ¶ Ex premissis

autem manifestum est qd vtraq; duarum superficierum. e.l. f.l.m. f. ideo tota superficies. g.n. est rationalis. Et vtraq; duarum equalium. n.p. f. p. g. ideo tota. m.g. medialis. quare per .16. vtraq; duarum linearum f.l. f. l.n. f. tota linea. f.n. rationalis in longitudine: f. linee. e.f. rationali posite commensurabilis: f. per .10. vtraq; duarum. n.q. f. q. g. f. tota. n.g. rationalis in potentia tantum incommensurabilis linee. m.n. f. ideo linee. e.f. sibi equali f. per consequens f. linee. f.n. in longitudine. Si igitur linea f.n. que est maior linea. n.g. vt ex primo duorum antecedentium. 35. demonstrationi subiectorum f. prima sexti apparet: fuerit potentior linea. n.g. minori in quadrato line. secum communicantis in longitudine. tunc ex diffinitione binomii primi manifestum est lineam. f. g. esse binomium primum. Hoc autem ita esse sic habeto. Cum inter duo quadrata. d.h. f. h. b. sit prima sexti superficies. a. b. medio loco proportionalis: conuincitur ex prioribus ypothesibus superficiem. m. q. esse inter superficies. e.l. f. l.m. medio loco proportionalis. Quare per primam sexti linea. n. q. que est medietas linee. n. g. est in medio loco pportionalis inter duas lineas f. l. f. l.n. quod igitur sit ex. f. l. n. est quantum quod ex. n. q. in se p. 16. sexti: ideoq; per .4. secundi quantum quarta pars quadrati linee. n. g. Itaq; per primam partem. 13. cum linea. f. n. diuidatur a superficie sibi adiuncta equali quare parti quadrati brevioris linee. n. g. ita qd ad complendam totam lineam. f. n. desit superficies quadrata in duo communicantia ad punctum. l. erit. f. n. potentior. n. g. in quadrato linee sibi communicantis in longitudine constat ergo propositum.

Propositio .55.



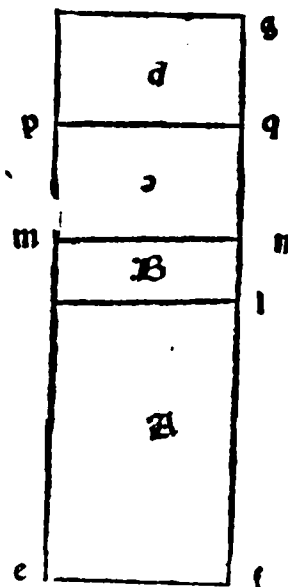
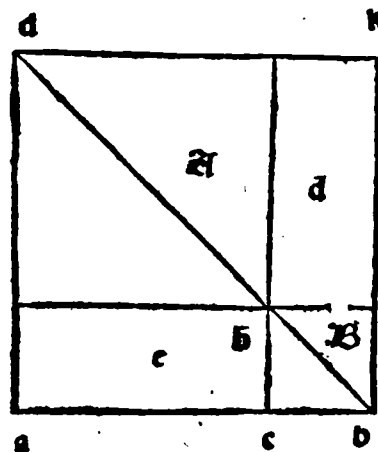
Si linea rationali eque superficies quadrato bimedialis primi adiungatur latus eius reliquum binomium secundum esse oportebit.

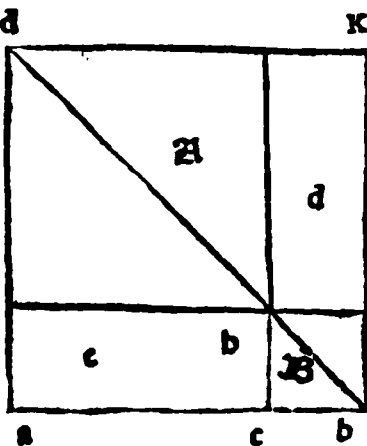
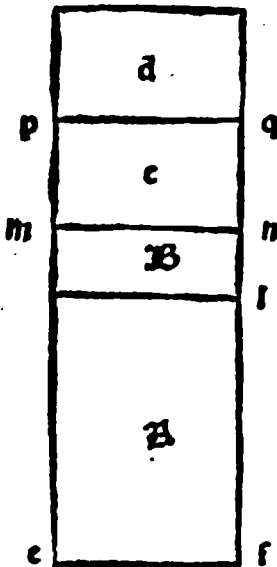
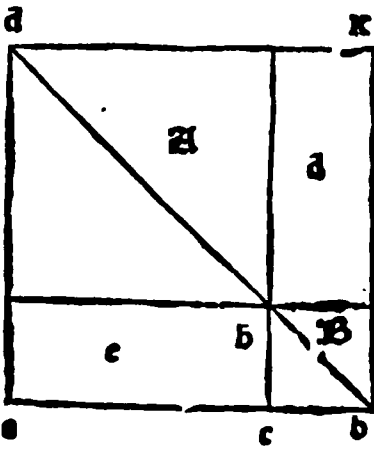
¶ Sit linea. a. b. bimediale primum diuisa ad punctum c. secundum suum terminum. Cetera autem sint vt prius dico lineam. f. g. esse binomium secundum erit enim superficies m. g. rationalis eo qd partes bimedialis primi continent superficiem rationalem f. superficies tres. e.l. l. m. f. tota. e. n. mediales communicantes eo qd portiones bimedialis primi sunt linee mediales potentia tantum communicantes ex. 31. per .16. igitur erit linea. n. g. rationalis in longitudine commensurabilis linee. e. f. rationali posite. f. p. 10. linea. f. n. rationalis in potentia tantum que cum sit maior linea. n. g. ex primo duorum antecedentium demonstrationi. 35. adiutorum f. prima. 6. eaq; potentior quadrato linee communicantis secum in longitudine ex prima parte. 13. erit a diffinitione linea. f. g. binomium secundum quod est propositum.

Castigator.

b ¶ Nota qd tñ valet dicere prae. p. 460. plus p. 18. qd est bimediale secundum quantum dicere p. v. p. 648. plus p. 360. scilicet radix vniuersalis totius compositi f. vult dicere qd accepta radice de 360. Et illa posita super radicem de 648. f. huius aggregati summere radicem. quod probatur in quadrando eas. f. vna quoc; facit. p. 648. plus p. 360. vt patet operando f. cetera.

c ¶ Quia ex primo duorum antecedentium cum linea. a. b. diuidatur per inequalia in puncto. c. quoniam due linee componentes bimediale primum vna est maior altera ex 35. huius. Et ideo duo quadrata earum sunt amplius duplo superficier vnius in alteram quare superficies. e. n. maior est superficie. m. g. cum. e. n. equatur duobus quadratis duarum linearum. a. c. f. c. b. f. m. g. duobus supplementis. Et ideo per primam sexti. n. l. maior est. m. g. reliqua sequuntur f. c.





Propositio .56.



Si ad iuncta fuerit linee i longitudinaline rōnali superficies rectangula equis quadrato bimedialis secūdi latus eius fm binomii tertiū esse necesse est.

¶ Si fuerit linea .a. b. bimediale fm diuisa p terminū suū ad punctū .c. reliqua vero oia fuerint vt prius t erit linea .f. g. binomii tertiū. Erit .n. ex .32. ¶ nostris positis vt a q superficies .e. n. ¶ m. g. medialis qre p .30. vtraq duaz lineaz .f. n. ¶ n. g. erit rōnalis in potētia tñat qā bimedialis secūdi partes sunt cōcantes in potētia tñ erit superficies .e. l. cōcans superficiē .l. m. ¶ ideo linea .f. l. nec .l. n. potētiō tērgo est p primā partē .33. f. n. q sit .n. g. in quadrato linee sibi cōcantis in longitudine. Cūq sint superficies .a. b. ¶ quadratū .h. b. in cōmensurabilia eo q linee .a. c. ¶ c. b. incōmensurabiles i ideoq ¶ ambo qdrata pariter accepta ambobus supplemētis pariter acceptis i eo q qdrata sibi inuicē cōcant ex ypothēsi supplemēta quoq cū sibi inuicē sint equa sequit vt superficies .e. n. sit incōmensurabilis superficiē .l. m. g. ¶ ideo linea .f. n. linee .n. g. p diffinitionē igit ē linea .f. g. binomii tertiū qd ē ppositū.

Propositio .57.



Si linee rōnali rectangulum equū quadrato linee maioris adiungatur alterum se continentium late rum erit binomium quartum.

¶ Si hec quoq fuerit linea .a. b. linea maior diuisa fm terminū suū ad punctū .c. cūq reliqua non fuerint aliter q prius erit linea .f. g. binomii quartū. Cū enim sint ambo quadrata portionū linee maioris piter accepta rōale erit superficies .e. n. rōnalis i ideoq p .36. linea .f. n. rōnalis in lōgitudine cōcans linee .e. f. rōnali posite i superficies vero .m. g. erit medialis p illud qd portioēs linee maioris continēt superficiē mediale itaq per .30. linea .n. g. est i potētia rōnalis tñt q quia ēr portiones pēfate linee .a. b. sunt potētiāliter incōmensurabiles superficies .e. l. incommensurabilis erit .l. m. ideoq linea .f. l. nec .l. n. igitur p primā partē .34. linea .f. n. est potētiōr linea .n. g. in quadrato linee sibi incommensurabilis ex diffinitione igitur est linea .f. g. binomium quartum quod erat ppositum.

Propositio .58.



Si linee rōnali qdrato linee potētiōis supā rōnale z mediale equis parte altera lōgiōr forma adiungatur alterū latus eius binomii quintum ē necesse est.

¶ Proposita linea .a. b. ea que pōt supā mediale ¶ rōnale diuisa fm eius diffinitionē ad punctū .c. nihil imutet de reliq sequiturq linea .f. g. erit binomii quintū. Cū enim partes huius linee .a. b. cōtineant rōnalem superficiē necesse est vt superficies .g. m. ideoq p .36. linea .n. g. sit rationalis. Cumq ambo quadrata p tium huius linee pariter accepta sint mediale erit superficies .e. n. medialis ¶ per .30. linea .f. n. rōnalis in potētia tñt q quia portiones pēdictē lē nec sunt incōmensurabiles in potētiā tñt q quia superficies .e. l. incōmensurabilis superficiē .l. m. l. ideoq ¶ linea .f. l. linee .l. n. potētiōr igitur est per primā partē .34. linea .f. n. linea .n. g. in quadrato linee sibi incōmensurabilis p diffinitionē itaq binomii quinti concludē ppositum.

Propositio .59.



Si lotiens adiuncta fuerit linee rationali superficiēs rectangula equalis quadrato linee potētiōis in duo media eiusqdes superficiē latus fm binomii sextum esse conuincitur.

¶ In hac .59. sit linea .a. b. linea potētiō supā duo media lia que alit preter hec sunt sicut supra maneant ¶ erit tñc linea .f. g. binomium sextum quod ignorare nō poteris si pmissio eius q quod .35. pponit in memoriam fueris ¶ sic patet in hac nostra intentio.

Propositio 60.



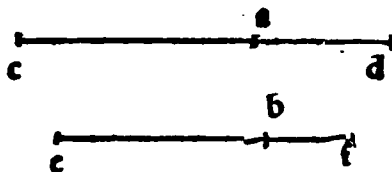
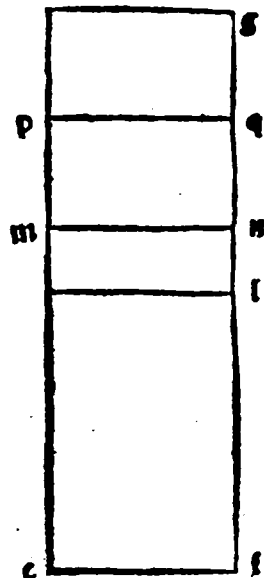
Per hanc lineam cuilibet binomiorum communicans sub eadem specie binomium esse probatur.

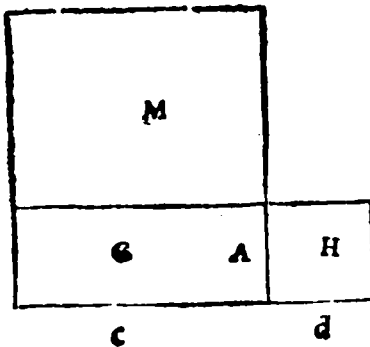
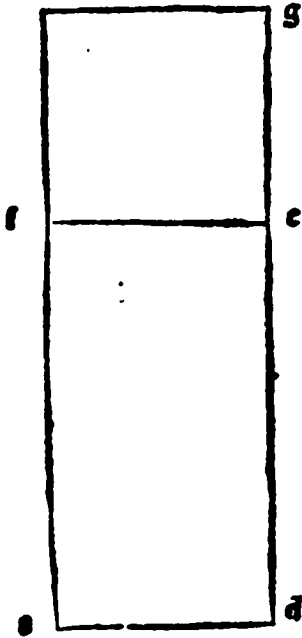
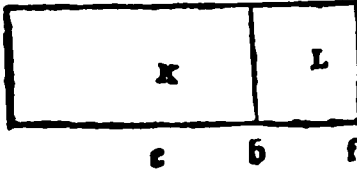
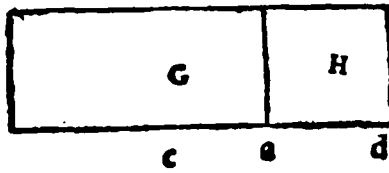
Sit linea .a. binomium cuius vis speciei sitq. linea .b. sibi cōicans in longitudine dico lineam .b. ēē binomii eiusdē speciei cuius .a. Sint enim binomiales portiones .a. c. & .d. eruntq. ambe rationales in potentia tantū communicantes p. 30. linea vero .b. diuidatur per .n. sexti sūm p. portionem .c. ad .d. in .e. & .f. eritq. p. coniunctam & euerſam & permutatā proportionalitatem .c. ad .e. & .d. ad .f. sicut .a. ad .b. cum sint igitur .a. & .b. cōicantes erūt etiam per primam partem .10. c. & .f. itēq. d. & .f. cōicantes. Si igitur fuerit .c. rationalis in potentia tantum erit & .e. si autem in longitudine & .c. Eo demq. modo si .d. est rationalis in potentia tñ vel etiam in longitudine. erit quoq. & .f. similiter. & ex .n. si potentior est .c. d. quadrato linee sibi cōmensurabilis in longitudine vel si forte incōmensurabilis erit. & .e. potentior .f. in quadrato linee sibi cōmensurabilis vel etiam incōmensurabilis necesse est ex diffinitionibus sex specierum binomioꝝ vt eiusdē speciei binomii sint .a. & .b. Si autem linea .b. cōicet binomio .a. in potentia tñ erit etiam & sic linea .b. binomium autē eiusdē speciei non est necessarium imo impossibile est vt ambo simul cadāt sub prima specie binomiorum. vel sub ſecunda quarta vel quinta: ſed necesse est vt ambo cadāt sub primis tribus aut ambo sub tribus poſtremis: vnum enim eorum ēē i ali qua ex tribus primis speciebus & aliud in aliqua ex tribus poſtremis eſt impossibile. Cum enim .a. cōmunicet cum .b. in potētia tantum. c. quoq. cum .e. & .d. cum .f. cōicabit tñ in potentia ex .10. Si igitur alterutra duarū linearum .c. & .d. fuerit rationalis in longitudine non erit ſua compar ex li neis .e. & .f. rationalis in longitudine. Non eſt itaq. poſſibile vt .a. & .b. ca dant ſimul ſub aliqua ex illis speciebus binomiorum in quibus altera dua rum portioꝝ binomii eſt rationalis in longitudine. hec autem ſpeci es ſunt: prima & ſecunda quarta & quinta. At vero quia per .n. due linee .c. & .e. ſimul potentiores ſunt duabus lineis .d. & .f. in quadratis duarū linea rum ſibi in longitudine cōmunicantium aut incōicantium necesse eſt vt ambo binomia .a. & .b. ſimul cadant ſub primis tribus speciebus binomio rum aut ſimul ſub tribus poſtremis ex diffinitione ipſarum specierum. Li neam autem .b. quid dubitas eſſe binomium cum ſint enim .c. & .e. com municantes in potentia tantum: ſimiliter quoq. d. & .f. ſint autem .c. & .d. rationales in potentia tantum: conuincitur .e. & .f. eſſe rationales in potē tia tantum: que quia nō cōicant in longitudine ſicut nec eis proportioa les .c. & .d. ipſe componunt indubitanter binomium per .30. huius.

Caſtigatoꝝ.

Sub eadem ſpecie .ſ. principali. Quia binomiorum due ſunt ſpecies principales vt ſupra. 41. huius poſite ſunt prime ſpeciei lōgiores binomio rum portioēs potētiōres ſunt breuioribus in quadrato linee ei dē lōgiori bus cōicātis & ſecūde ſpeciei lōgiores potētiōres ſunt breuioribus in qua drato linee eiſdē lōgioribus incōmeſurabilis in lōgitudine & vtraq. iſtaꝝ habet tres ſpēſt priā habet binomiū pīmū ſcđm & tertiū. & ſcđa quartū qñ tñ & ſextū. **E**t idē ſi duo binomia cōicāt ſolū in potētia nō eſt poſſi bile vt ambo cadāt ſub eadē ſpē particulari primi ſcđi quarti & quinti. hoc eſt alteri illoꝝ hñtium alterā portioꝝ rōnalem: qā cōpares portioēs eoꝝ nō coreſpōderent in rationalitate vel irrationalitate: ſed erunt am bo ſub tertia principalis prime. aut ſub tertia principalis ſcđe. hoc eſt ter tium aut ſextum binomii. Sed qñ duo binomia cōicarent in longitudi ne & eorum portioēs eſſent in longitudine cōmeſurabiles tūc bñ poſ ſunt ēē ſub eadē ſpecie particulari: hoc eſt ambo ſub prima ex primis tri bus vel ſecunda vel tertia: & ſic ſub eadem ſpecie aliqua ex tribus poſtre miſ vt patet arguendo ex adductis coniuncta euerſa & permutata pro portionalitatibus: quia tunc ſemper eorum compares portioēs con

m





responderet in rationalitate irrationalitate cōicatioe vel cōmēsurabilitate.

Propositio .61.



Panis linea alterutri bimederalium commensurabilis sub eadem specie bimederalis esse ex necessitate conuincitur.

Veritatem habet quod dicitur siue in longitudine siue etiam in potentia tñ cōmunicet aliqua linea alterutri bimederalium. Sint enim due linee cōicantes. a. f. b. quous duorum modoꝝ predictorum. sitq. a. bimediale primum vel se. undum. dico q. etiā. b. est bimediale primum vel secundum: prout fuerit. a. Diuiso enim. a. bimederali in suas bimediales portiones ex quibus componitur p. 31. ff. 32. que sint. c. f. d. b. quoq. diuisa in. e. f. f. fm proportionem. c. ad d. vt docet. 23. sexti positaq. g. superficie contenta sub. c. f. d. f. k. sub. e. f. f. Et posito. b. quadrato. d. f. l. f. erit per coniunctam ff. euerfam ff. permutatam proportionalitatem quemadmodum in premisa. c. ad e. f. d. ad. f. sicut. a. ad. b. Sicut igitur ex positione. a. f. b. sint cōicantes: siue hoc sit in lōgitudine siue in potentia sic. c. f. e. itēq. d. f. f. similiter erunt cōicantes. At quia. c. f. d. sunt mediales potētia tantum cōicantes: sequitur ex. 22. vt e. f. f. sint etiam mediales ff. ex. 10. potentia tñ cōicantes cum ipse per ypothesim sint proportionales. c. f. d. cūq. sit per primam sexti. g. ad. h. sicut. c. ad. d. f. k. ad. l. sicut. e. ad. f. erit. g. ad. h. sicut. k. ad. l. ff. pmutatim. g. ad. k. sicut. h. ad. l. quia igitur. b. est cōmunicans. l. eo q. duo eorum latera que sunt. d. f. f. cōicant in longitudine vel in potētia fm q. a. f. b. in alterutro eorum cōmunicat. sequitur ex. 10. vt. g. f. k. quoq. sibi inuicem cōicēt. Erat igitur. k. rationalis aut medialis: prout fuerit. g. ex diffinitione superficie rationalis aut. 22. In hoc enim tñ differt bimediale primum a bimederali secundo q. portiones bimederalis primi in quas fm suum terminum diuiditur continent superficiem rōnalem: bimederalis autem secundi medialem. Si igitur. a. fuerit bimediale primum erit superficies. g. rōnalis quare ff. k. ff. ideo. b. bimediale primum per. 32. Quod si. a. fuerit bimediale secundum erit superficies. g. medialis ob hoc etiam. ff. k. b. itaq. p. 32. erit bimediale secundum quare constat propositum. ¶ Idem aliter ad lineā rōnalem. c. d. posita. a. alterutro bimederaliū ff. b. sibi in longitudine vel potentia cōicantes adiūgatur superficies. c. e. equalis quadrato. a. ff. f. g. equalis quadrato. b. eruntq. superficies. c. e. ff. f. g. cōmunicantes eo q. quadrata eis equalia que sunt quadrata linearum. a. f. b. sunt cōmunicantia ex ypothesi. ex prima igitur sexti ff. 10. huius necesse est duas lineas. d. e. f. e. g. cōmunicantes: ff. quia si. a. fuerit bimediale primum linea. d. e. erit binomium secundum p. 55. ideoq. e. g. etiam binomium secundum per premisam. ¶ Quare latus tetragonum superficie. f. g. ff. ipsum est. b. bimediale primum per. 49. At vero si. a. fuerit bimediale secundum linea. d. e. erit binomium tertium per. 56. ideo. e. g. est binomium tertium per premisam quare ff. latus tetragonum superficie. f. g. ff. ipsum ē. b. bimediale secundum per. 50. Manifestum est igitur verum esse quod proponitur.

Propositio .62.



Panis linea cōicans linee maiori: est linea maior.

Et hec quoq. veritatem habet. si vtrolibet modo cōicans fuerit aliqua linea linee maiori. Esto enim. a. linea maior. b. vero quous sibi cōicans modot erit. b. linea maior. Diuisa namq. a. in eas portiones ex quibus constat p. 33. que sint. c. f. d. f. b. fm earum proportionem in. e. f. f. positaq. q. g. sit superficies contenta sub. c. f. d. f. k. sub. e. f. f. m. ff. b. sint q. drata. c. f. d. at. n. ff. l. e. f. f. erit. m. ad. h. sicut. n. ad. l. per secundam partē 18. sexti ff. coniunctim. n. ff. b. ad. h. sicut. n. ff. l. ad. l. ff. permutatim. m. ff. h. ad. n. ff. l. sicut. h. ad. l. quia ergo. h. cōicat cum. l. eo q. d. cōicat cum. f. aut in longitudine aut in potētia: prout. a. cōmunicat cum. b. sequitur vt ambo quadrata. m. ff. b. pariter accepta cōmunicent cum ambobus qua-

gratis. n. f. l. pariter acceptis. cum itaq. duo prima pariter accepta sunt rationale per. 33. erunt quoq. f. duo postrema rationale per diffinitionem. At quia superficiem. k. necesse est esse medialem sicut. g. ex. 11. lineasq. .e. f. esse incommensurabiles in potentia sicut. c. f. d. ex. 10. concluditur per. 33. lineam. b. esse lineam que dicitur maior quod est propositum. ¶ I dē aliter. cum sit. a. linea maior cui. b. communicat siue hoc fuerit in longitudine siue in potentia sumpta linea rationali que sit. c. d. adiungatur superficies. ei. c. e. equalis quadrato linee. a. deinde. f. g. equalis quadrato linee. b. cum igitur quadrata duarum linearum. a. f. b. sunt communicantia ex hypothesi. erit superficies. c. e. communicans superficiē. f. g. ideoq. per primam sexti f. primam partem. 10. huius linea. d. e. linee. e. g. in longitudine. at quia ex. 57. linea. d. e. est binomium quartum erit quoq. per. 60. linea. e. g. binomium quartum igitur ex. 51. linea. b. potens in superficiem. f. g. est linea maior.

Propositio .63.



S qua linea linee potenti in rationale et mediale communicet ipsa in rationale et mediale potens esse comprobatur.

¶ Verum quoq. est q. qualitercumq. linea aliqua sit communicans potenti in rationale et mediale siue in longitudine siue in potentia tantum ipsa etiam est potens in rationale et mediale: quod sicut prius duplici modo probatur: necesse est autem quantum ad primum modum ut sicut due linee. c. f. d. sunt in potentia incommensurabiles. ita sint etiam. e. f. f. per. 10. Et quemadmodum. g. est superficies rationalis nam tale continent portiones linee potentes in rationale et mediale. ita etiam per diffinitionem sit. k. rationalis et quemadmodum duo quadrata. m. f. h. pariter accepta sunt mediale: sic etiam per. 11. duo quadrata. n. f. l. pariter accepta erunt mediale: igitur ex. 54. b. est potens in rationale et mediale. ¶ Quantum autem ad secundum modum necesse est ex. 58. ut linea. d. e. sit binomium quintum. ideoq. f. per. 60. linea. e. g. est binomium quintum. quare per. 51. latus tetragonum superficiē. f. g. quod est. b. erit linea potens in rationale et mediale: quod est propositum.

Castigator.

a ¶ Quia p. 1. sexti. g. ad. h. sicut. c. ad. d. Ergo per. 11. quinti. sicut. e. ad. f. f. sicut. k. ad. l. ergo permutatim g. ad. k. sicut. h. ad. l. f. per primam partem 10. huius. g. communicat cum. k. quia. h. prima communicat. cum. l. secunda f. ideo per. 11. k. conuincitur esse medialis f. c. f. hac via per diffinitionem. k. in. 63. conuincitur esse rationalis quemadmodum l. 61. per. 11. medialis.

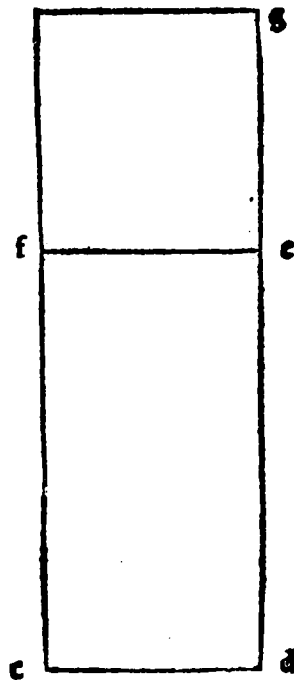
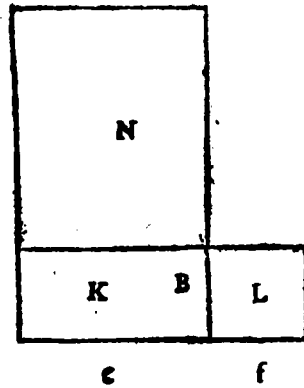
Propositio .64.



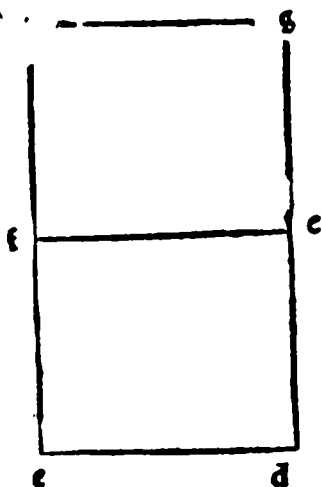
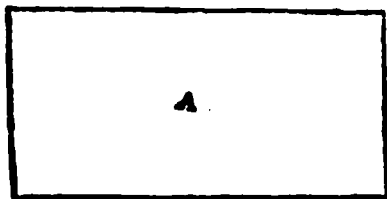
A nis linea communicans potenti in duo media lia ipsa quoq. potens est in duo media lia.

¶ Hec quoq. manentibus eisdem dispositione et positionibus eo duplici modo quo premissis probabitur vera esse siue in longitudine siue in potentia communicet linea b. cum linea. a. potenti in duo media lia. Quatum enim ad primum agumentationis modum erit per. 35. superficies. g. medialis. ideoq. f. k. per. 11. cum communicet ei duo quoq. quadrata. m. f. h. pariter accepta erunt ex eadem. 35. mediale: ideoq. duo. n. f. l. pariter accepta per. 11. at quia duo quadrata. m. f. h. pariter accepta ex predicta. 35. sunt in commensurable duplo superficie. g. sequitur. p. 10. f. nostras positiones ut duo quoq. l. f. n. piter accepta sunt incommensurable duplo superficie. k. cum itaq. sint. e. f. f. incommensurabiles in potentia quemadmodum. c. f. d. erit ex. 35. linea. b. potens in duo media lia. ouantum aut ad secundum solite argumentationis modum erit. p. 59. d. e. binomium sextum. ideoq. et p. 60. linea. e. g.

m ii



erit binomium sextum quare per 53. latus tetragonum superficiei f. g. qd est. b. erit potens in duo medialia quod est propositum.



Propositio 65.



Sue superficies quaz altera ronalis altera vero medialis iungant linea potēs in totā superficiē inde cōpositam aliqua erit quatuor irronalium lineaz videls aut binomium aut bimediale primum aut linea maior aut potens in rationale 2 mediale.

¶ Ut si. a. sit ronalis superficies f. b. medialis erit linea potens in totam. a. b. aliqua premisay quatuor. Sit. n. linea. c. d. rationalis cui adiungat superficies. c. e. equalis. a. f. f. g. equalis. b. eritq. ex. 16. linea. d. e. ronalis in longitudine cōicans linee. c. d. ronalis posite ¶ ex. 10. linea e. g. ronalis in potentia tñ ¶ ex. 30. linea. d. g. binomium cuius cum altera binomialiū portionū q est. d. e. sit ronalis in longitudine cōicans linee ronalis posite q ē. c. d. ipsum erit ex diffinitione speciey binomii aut binomialiū primum aut scdm aut quartū aut qntū: tertiū at aut sextū nō erit ex diffinitione. itaq. ex. 48. 49. 51. f. 52. linea potēs i totam. e. g. que est equalis duabus simul. a. f. b. erit aut binomialiū aut bimediale primum aut linea maior aut potens in ronale ¶ mediales quod est ppositum. ¶ Bimediale vero secundum aut potens in duo medialia non erit: qm si esjet bimediale fm ēēt ex. 56. linea. d. g. binomium tertium qd si ēēt potens in duo medialia ēēt ex. 59. linea. d. g. binomialiū sextū. sed neq. erat: vñ patet nostra intentio.

Propositio 66.



Sim diuincte fuerint due superficies mediales incommensurabiles linea potens in totam superficiem alterutra erit duaz irronalium lineaz videls aut bimediale secundum aut potens in duo medialia.

¶ Ut si. a. f. b. sint due superficies mediales incommensurabiles si. n. cōt incommensurabiles ēēt cōposita ex eis medialis ex. 9. f. 11. qre ¶ linea potēs in eā medialis. ex. 19. dico q linea potēs in cōposita ex ambabus erit aut bimediale fm aut potēs i duo medialia: Sit. q. dem linea. c. d. ronalis superficies ¶ sibi adiūcta. c. e. eqlis. a. f. superficies f. g. equalis. b. eritq. ex. 10. linea. d. e. similiter quoq. linea. e. g. ronalis in potentia tantum: cūq. superficies. c. e. f. f. g. sint incommensurabiles sicut. a. f. b. eis equales. ideoq. linee. d. e. f. e. g. ex pria sexti. ¶ 10. huius. erit ex. 30. linea d. g. binomium cuius cum vtraz binomialium portionum que sunt. d. e. f. e. g. sit incommensurabilis linee ronalis posite que est. c. d. ipsum erit ex diffinitione binomium tertium aut sextum: linea ergo potens in totam e. g. equalem composita ex. a. f. b. erit ex. 50. f. 53. aut bimediale secundum aut potens in duo medialia: quod est propositum.

Castigator.

Qualiter autem linee in longitudine rationali. c. d. posite adiungantur superficies equales superficiibus. a. f. b. ¶ qualiter habeatur noticia certa theoreice ¶ practice virtute. 10. sexti vt supra. 54. huius recte percipies hoc prius addito q cuiuslibet dictarum superficialium inuenies tetragonum latus per vltimam secundi quo inuento semper pones illud secundam lineam ¶ primam. c. d. rationalem deinde per dictam. 10. sexti eis subiunges tertiam sub continua proportionalitate que ex noticia superficiei ¶ linee. c. d. rationalis posite etiam tertia. d. e. f. e. g. erunt note. vt si in 66. a. superficies esjet. ¶ 15. f. c. d. 6. tunc. d. e. esjet. ¶ 11. ¶ si superficies. b. esjet ¶ 180. linea. f. e. etiam. 6. sicut c. d. sua equalis. e. g. secundum latus ēēt ¶ 5. Et sic apparet q ex positione linee. c. d. rationalis maiori vel breuiori oritur maius vel minus eius secundum latus. d. e. f. e. g. vt si. c. d. p. natur. 5. d. e. erit practice ¶ 1. f. e. g. ¶ 8. ¶ si. c. d. sit. 8. erit. d. e. f. e. g. ¶ 3. ¶ per regulam trium dicendo si. 6. dant. ¶ 15. qd dabit. ¶ 15. ¶ 6.

Propositio 67.



Em posita fuerit linea binomialis ceterisq; irrationales sequentes eam: non erit earum aliqua sub termino alterius.

¶ Vult q; si linea aliqua vt. a. fuerit ex sex phabitis lineis irrationalibus que sunt binomium & eius quinque comites ipse non erit aliqua aliarum. Si enim quadrato eius equalis superficies adiungatur ad lineam rationalem. b. c. que sit. b. d. si quidem a. fuerit binomium. erit ex. 54. linea. c. d. binomium primum: que si fuerit bimediale primum: erit. c. d. ex. 55. binomium secundum: si aut bimediale secundum: erit. c. d. ex. 56. binomium tertium. Et si linea maior erit. c. d. ex. 57. binomium quartum. At si potens in rationale & mediale. aut si potens in duo medialia: erit ex. 58. c. d. binomium quintum: aut ex. 59. binomium sextum. Et quia impossibile est. c. d. esse simul sub diuersis speciebus binomiorum a diffinitione est impossibile. a. esse simul sub diuersis speciebus sex prehabitarum linearum irrationalium. ¶ Delinea aut mediali constat q; ipsa quoq; non sit aliqua sex sequentium videlicet neq; binomium neq; aliqua ex ipsius comitibus. Cum enim superficies equalis quadrato linee medialis adiungitur ad lineam rationalem: latus eius secundum est rationale in potentia ex. 20. cum aut superficies equalis quadrato binomii aut alicuius suarum comitum: latus eius secundum est binomium aut primum aut secundum & sic de ceteris per. 54. & 5. eam sequentes quare ipsum est irrationale & in longitudine & in potentia per. 30. ¶ Cum igitur sit impossibile eandem lineam esse rationalem in potentia & irrationalem tam in longitudine q; in potentia. nimirum impossibile lineam medialem esse binomial em aut aliquam ex quinque suis comitibus.

Castigator.

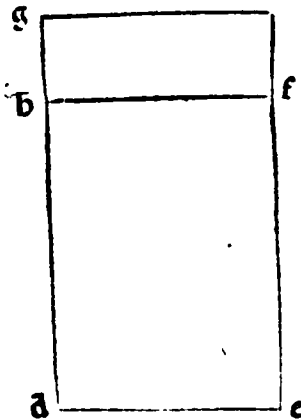
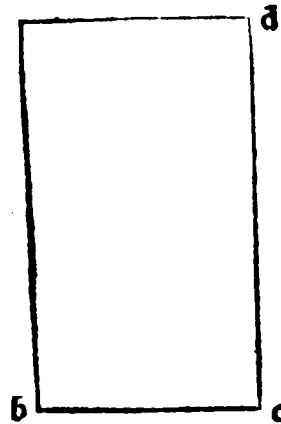
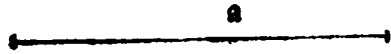
¶ Ibi. n. probatum est q; quadratum cuiuslibet binomii est incommensurabile duobus quadratis duarum linearum componentium binomium p. 9. huius. & 4. secundi que quadrata semper sunt rationalia eo q; linee ille in potentia sunt rationales coincantes p. 17. & 18. huius. Et ideo p diffinitionem huius. 10. quadratum ipsum est irrationale cum non coincet rationali. Sicq; patet binomium tam in longitudine q; in potentia esse irrationale. per. 30. huius.

Propositio .68



¶ Linea de linea abscondatur fuerintq; ambe potentialiter tantum rationales coincantes: reliqua linea erit irrationalis diciturq; residuum.

¶ Sit linea. b. c. abscondita ex. a. b. sintq; ambe rationales tantum potentia coincantes quales docuit inuenire. 17. & 18. & hec sunt que componunt binomium. ¶ Dico q; a. c. reliqua est irrationalis & ipsa vocatur residuum. Constat enim ex. 2. secundi q; quadrata duarum linearum. a. b. & b. c. pariter accepta que componunt superficiem rationalem ex ypothesi & diffinitione rationalis superficies & 9. huius tantum sunt quantum duplum superficiem a. b. in. b. c. cum quadrato. a. c. Cumq; ex. 19. superficies a. b. in. b. c. sit medialis. ideoq; & duplum eius & mediale per. 11. & ideo. irrationale per. 19. sequitur vt ambo quadrata duarum linearum. a. b. & b. c. pariter accepta sint incommensurable duplo superficiem vnius earum in alteram: quare per. 9. & quadrato linee. a. c. ex diffinitione igitur quadratum linee. a. c. est irrationale cum ipsum sit incommensurable rationali videlicet duobus quadratis duarum linearum. a. b. & b. c. pariter acceptis. I taq; etiam ex diffinitione linea. a. c. est irrationalis quod est propositum. ¶ Exemplariter in figura esto superficies. e. g. equalis duobus quadratis duarum linearum. a. b. & b. c. pariter acceptis. Eratq; rationalis. ¶ Itemq; sit superficies. d. f. equalis duplo superficiem vnius in alteram: eritq; ex. 19. medialis & erit ex. 2. secundi superficies. f. g. equalis quadrato linee. a. c. cuiq; superficies. e. g. sit incommensurable superficiem d. f. eadem erit ex. 9. incommensurable. f. g. quare. f. g. irrationalis & eius tetragonum latus. a. c.

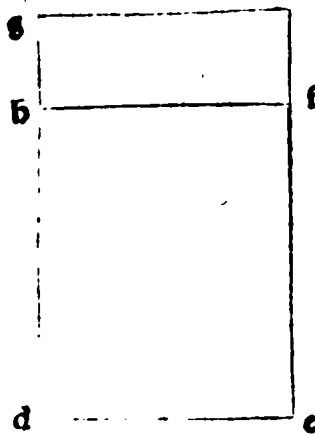
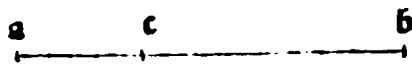


Propositio .69.



Si fuerit linea de linea abscissa fuerintque ambe mediales potentialiter tantum communicantes superficiesque rationalem continentes reliqua linea erit irrationalis diciturque residuum mediale primum.

¶ Sit linea .b.c. abscissa ex linea .a.b. sintque ambe quales proponitur quas ex .34. & .35. reperies & hec sunt que componunt bimediale primum dico quod reliqua linea .a.c. erit irrationalis & ipsa dicitur residuum mediale primum. Erunt enim ambo eorum quadrata pariter accepta mediale: duplum vero superficiei unius in alteram rationale. itaque ambo quadrata pariter accepta incommensurable sunt duplo superficiei unius in alteram quia itaque ambo quadrata pariter accepta componuntur ex duplo superficiei unius in alteram & quadrato linee .a.c. sequitur per .9. ut quadratum linee .a.c. sit incommensurable duplo superficiei unius in alteram quare tam ipsum quadratum quam latus eius .a.c. est irrationale per diffinitionem constat ergo propositum. Quod quoadmodum in premissa si libet potes declarare exemplariter in figura. ¶ Aliter idem fieri sit linea .d.e. rationalis in longitudine cui adiungatur superficies .d.f. equalis duplo superficiei unius in alteram & superficies .g.e. equalis ambobus quadratis pariter acceptis. eritque per .7. secundi superficiei .f.g. equalis quadrato linee .a.c. cum itaque per .ypothesim sit superficies .e.g. medialis erit per .10. linea .d.g. rationalis in potentia tamen. Cum vero sit superficies .e.b. rationalis per ypothesim erit ex .16. linea .d.h. rationalis in longitudine itaque per .68. linea .g.h. est residuum & irrationalis ideoque per .16. a destructione consequentis superficies .f.g. est irrationalis & eius latus tetragonium quod est .a.c. est irrationale. Et sic patet propositum.



Propositio .70.



Si linea de linea secetur fuerintque ambe mediales potentialiter tantum communicantes continentesque mediale: reliqua linea erit irrationalis diciturque residuum mediale secundum.

¶ Sit hic quoque linea .b.c. abscissa ex linea .a.b. utraque autem a.b. & b.c. sint ut proponitur & ipse per .36. reperitur & sunt que componunt bimediale secundum: dico quod linea reliqua que est .a.c. est irrationalis & ipsa dicitur residuum mediale secundum. Sunt enim ex ypothesi & .11. ambo quadrata duarum linearum .a.b. & b.c. pariter accepta mediale. similiter quoque duplum superficiei unius in alteram est mediale. Cum itaque ex .11. mediale non differat a mediali nisi in irrationali erit quadratum linee .a.c. in quo per .7. secundi duo quadrata linearum .a.b. & b.c. pariter accepta excedunt duplum superficiei unius in alteram irrationale quare & linea .a.c. irrationalis. ¶ Figurali quoque exemplo patefieri potest istud ut prius. Si enim sit .e.g. equalis ambobus quadratis .a.b. & b.c. simul & d.f. duplo superficiei unius in alteram erit .f.g. per .7. secundi equalis quadrato .a.c. que cum sit dicta superficiei unius medialis .e.g. ad superficiem medialem .d.f. ipsa est irrationalis per .11. & eius tetragonium latus .a.c. irrationale. ¶ Idem aliter. Sit linea .d.e. rationalis cui adiungatur superficies .d.f. equalis duplo superficiei unius in alteram & .e.g. equalis ambobus quadratis pariter acceptis. eritque per .7. secundi .f.g. equalis quadrato .a.c. quia 70 .e.g. est medialis erit ex .10. linea .d.g. in potentia tamen rationalis. Similiter quoque cum .e.h. sit medialis erit ex eadem linea .d.h. rationalis. similiter in potentia tamen. Et quoniam .a.b. & b.c. sunt incommensurabiles in longitudine ideoque quadratum utriusque earum superficiei unius in alteram & per hoc ambo quadrata pariter accepta cum ipsa ex ypothesi edicentur sunt quoque incommensurable duplo superficiei unius in alteram sequitur ut .e.g. sit incommensurable .h.e. quapropter linea .d.g. linee .d.h. igitur ex .68. linea .g.h. est residuum & irrationalis ideoque per .16. a destructione consequentis superficies .f.g. irrationalis & eius latus tetragonium .a.c. irrationale.

Propositio .71.



I linea de linea detrahatur si erintq; ambe potentialiter incōmensurabiles continentesq; mediale quadrataq; earum ambo pariter accepta rationales reliqua linea erit irrationalis vocabitq; minor.
¶ Si sint a. b. f. b. c. quales pponitur que p. 17. reperiunt et cōponūt lineam maiorem erit linea a. c. irrationalis et ipsa est que dicitur linea minor. Quod qui premissa firmiter tenuerit positio nesq; diligenter attenderit duplici modo. vt antecedentes facile probabit.

Propositio 72.



I linea de linea deniat fuerintq; ambe potentialiter incōmensurabiles superficiemq; rōnalem continentes quadrataq; earum ambo pariter accepta mediale: linea reliqua erit irrationalis diciturq; iuncta cum rōnali componēs totum mediale.
¶ Et hoc quoq; nescire nō pōt q; priora nouerit nisi a memoria exciderint quoniam positis lineis a. b. f. b. c. vt pponitur que et p. 18. reperiuntur lineam potentem in rationale et mediale componunt sit a. c. reliqua rōnalis ipsa dicit que iuncta cū rōnali cōponit totū mediale.

Propositio 73.



I linea a linea detrahatur fuerintq; ambe potentialiter incōmensurabiles superficieq; mediale continētes quadrataq; earum ambo pariter accepta mediale duplo superficie alterius in altera incōmensurable: reliqua linea erit irrationalis diciturq; iuncta cus mediāli faciens totum mediale.

¶ Sint et hic a. b. f. b. c. quales pponitur que per 19. reperiuntur et ipse sunt que componunt lineam potentem in duo mediale eritq; a. c. reliqua irrationalis dicta que iuncta cum mediāli componit totum mediale quod vt facile premissa duplici argumentatione concludas processum 70. moneo diligenter attendas. Est autem premittēdū in hic antecedens necessarium ad demonstrationes sequentium quod est propositum.

¶ Si fuerint quatuor quantitates differentia prime quarum ad secundam sit sicut tertie ad quartam: erit permutatim differentia prime ad tertiam sicut secunde ad quartam.

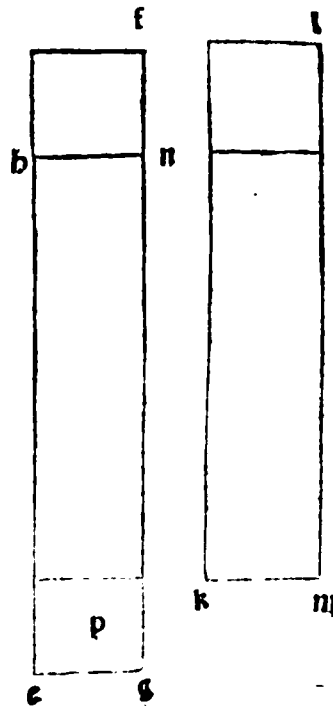
¶ Intelligendum ē hoc de quantitatibus eodem mō relatis vt cum prima maior fuerit secunda sic quoq; tertia maior quarta. cū vero minor et minor. Exempli gra sit tria a. ad b. sicut c. ad d. dico q; erit a. ad c. sic b. ad d. est enim per hanc eōm animi conceptionem. **P** Differentia extremorū est composita ex differentiis ipsorum ad media differentia a. ad c. composita est ex ea que est a. ad b. et ea que est b. ad c. at ea que est b. ad d. per eandem conceptionem componitur ex ea que est b. ad c. et ea que est c. ad d. et quia ex ypothesi est differentia a. ad b. sicut c. ad d. ea vero que est b. ad c. est communis sequitur per communem scientiam vt sit a. ad c. sicut b. ad d. quod est propositum.

Castigator.

¶ Geometrice non arithmetice. s. sicut a. excedit b. in $\frac{1}{2}$. ipsius a. vel in $\frac{1}{3}$. ipsius b. et etiam c. excedat d. in $\frac{1}{2}$. ipsius c. vel in $\frac{1}{3}$. ipsius d. et si a. minuit a. b. tantūdem minuat c. ad d. quoniam arithmetice est falsum quod dicitur. nam a. prima differt a. s. secunda per quatuor vnitates. et b. tertia a. 4. quarta per duas vnitates vnde excessus arithmetice non est idem sed geometrica.

¶ Et ex hoc sequitur commune dictum. s. quod proportio extremorum componitur ex pportionibus mediorum quod probatur proposita ista veritates videlicet quanta est aliqua quantitas ad aliam tanta et denotatur proportio eius ad ipsam. Et istud inductiue patet. Quoniam si fuerit vna equalis alteri. erit equa proportio inter illas. et si dupla fuerit

m iiii



linea erit proportio dupla & si fuerit incommensurabiliter correspondens in longitudine & potentia erit & proportio irrationalis consimilis erit quia semper proportionum denominatio conformis est habitudini terminorum. Et hunc est argumentum quod nulla quantitas excedit aliam in proportionabiliter quis una excedat aliam incommensurabiliter &c. Unde hoc scilicet apparet comune dictum prepositum esse verum videlicet quod proportio extremorum componitur ex proportionibus mediorum. Et accipio duas lineas. a. & c. duplam & subduplam. Tunc quod proportio. a. ad. c. componitur ex proportionibus medii vel mediorum sumptorum inter. a. & c. Et tantum amplius quantum excedit. b. medium. Igitur. a. excedit. c. secundum proportionem duorum excessuum sumptorum. Igitur excessus iste continet excessus istos quorum habitudo continet habitudines & proportio proportionum. Et hoc voco proportionem componi ex proportionibus. Consimiliter quoque si fuerint plura media tunc. n. ex omnibus proportionibus illorum inter. e. & ad extrema componitur proportio extremorum. Et inde est quod omnis proportio multipliciter resolui potest in proportiones exemplum in proportione dupla que resolui potest in duas proportionem similes. & iste sunt rationales potest et resolui in duas proportionem rationales sed non similes. verbi gratia in sexquialteram & sexquiterciam sic enim quaternarius excedit binarium. puta proportione sexquialtera que est ternarii ad binarium & secundum sexquiterciam que est quaternarii ad ternarium. Si autem accipias duplam proportionem secundum binarium & ternarium inuenies plura media & proportionem plures. Et sic semper ascendendo ad maiores numeros &c. Etiam proportio extremorum arithmetice componitur ex omnibus differentiis inter mediis quod per ea que dicta sunt super definitione. n. quinti & in opere nostro magno impresso ad cartas. 44. de numeris equaliter siue unequaliter se excedentibus colligere potes.

Adpositio 74.



Haec linea nisi una tantum residuo coniungi potest ut sint ambe sub termino eorum que erant ante separationem.

Sit linea. a. c. residuum que fuerit reliqua abscissa. b. c. ex a. b. eruntque. a. b. & b. c. rationales tantum potentia communicantes ex. 68. dico quod ipsa. a. c. nulli alii linee quam. b. c. potent componi sub hac diffinitione neque maiori. b. c. neque minori. b. c. Si autem potest componatur cum. c. d. in differentem maiori aut minori quam. c. b. eruntque ob hoc ambe linee. a. d. & d. c. rationales in potentia tantum communicantes. Quia ergo ex. 7. secundi quadrata ambarum linearum a. b. & b. c. pariter accepta excedunt duplum superficiem unius earum in alteram in quadrato. a. c. Similiter quoque quadrata duarum linearum a. d. & d. c. pariter accepta excedunt duplum superficiem unius ipsarum in alteram in quadrato eiusdem. a. c. Sequitur ex premis antecedente ut differentia duorum quadratorum duarum linearum. a. b. & b. c. pariter accepta ad duo quadrata duarum linearum. a. d. & d. c. pariter accepta sit sicut differentia dupli superficiem. a. b. in b. c. ad duplum superficiem. a. d. in d. c. Cum autem sint duo quadrata utriusque sectionis pariter accepta rationale ex hypothesi duplum vero superficiem unius in alteram portionum utriusque sectionis mediale per hypothesin. 19. Erit una & eadem differentia duarum superficialium rationalium & duarum medialium hoc autem est impossibile. Rationales enim superficies non differunt nisi in rationali superficiem ut patet per diffinitionem rationalis superficiem & per. 9. Medialis autem non differt a mediali nisi in irrationali superficie per. 11. Hoc autem fit manifestius in figura sic. Sit enim superficies. e. f. adiuncta ad lineam. e. g. equalis ambobus quadratis duarum linearum a. b. & b. c. pariter acceptis. At. g. h. sit equalis duplo superficiem unius in alteram eruntque. f. h. equalis quadrato linee. a. c. ex. 7. secundi Similiter quoque sit. k. l. adiuncta ad lineam. k. m. equalis duobus quadratis

duarum linearum. a. d. f. d. c. pariter acceptis f. m. n. sit equalis duplo superficie vnus in alteram: eritq. ex. 7. secundi. n. Lequalis quadrato linee a. c. ideoq. etiam equalis. b. f. est itaq. differentia. e. f. ad. g. h. sicut. k. l. ad m. n. quare per antecedens premisum erit permutatim differentia. e. f. ad k. l. f. ipsa sit. p. sicut. g. h. ad. m. n. Et quia vtraq. duarum superficierum. e. f. f. k. l. est rationalis vtraq. vero duarum superficierum. g. h. f. m. n. medialis sequit impossibile videlicet superficiem. p. e. r. r. o. n. a. l. e. m. f. i. r. r. o. n. a. l. e. m.

Propositio .75.



Mella linea nisi vna tantum residuo mediali primo coniungi potest vt sunt ambe sub termino earum que erant ante separationem.

Hec quoq. probabitur simili modo. Sint enim in vtraq. sectione ambo quadrata pariter accepta mediale: duplu vero superficier vnus in alteram rationale f. quia vt prius eadem e differentia qdrato: vnus sectionis ad quadrata alterius que e dupli superficier vnus ad duplum superficier alterius erit vna f. eadē superficies differentia duarum mediarum f. duarum rationalium quod est impossibile.

Propositio .76.



Mella linea residuo mediali secundo coniungibilis est vt sub termino earum fiant nisi tantum que ab ea ante separata erat.

Sit enim. a. c. residuum mediale secundum que fuit residua abscisa. b. c. ex. a. b. eruntq. ex. 70. due linee. a. b. f. b. c. mediales potētia tñ cōcantes mediale continentes: dico q. ipsa. a. c. nulli linee alii q. c. b. j. b. hac diffinitione coniungi pōt. Sin autem coniungatur linee. c. d. sitq. linea. e. f. rationalis in longitudine ad quam coniungitur superficies. e. h. equalis quadratis duarum linearū. a. b. f. b. c. pariter acceptis f. e. k. equalis quadratis linearum. a. d. f. d. c. pariter acceptis a qua abscinditur e. g. equalis quadrato lineeta. c. eritq. per. 7. secundi superficies. l. h. equalis duplo superficier. a. b. in. b. c. f. l. k. p. eandem sit equalis duplo superficier. a. d. i. d. c. qui ergo quadrata amborum partium prime sectionis sunt mediale f. duplum etiam superficier mediale incommensurable duobus quadratis pariter acceptis que nescire diligens geometra non poterit qui positiones diligenter seruauerit erit superficier. e. h. medialis cum ipsa sit equalis duobus quadratis pariter acceptis f. superficier. l. h. medialis cum ipsa sit equalis duplo superficier vnus in alteram: per. 10. igitur est vtraq. duarum linearum. f. b. f. g. h. rationalis in potentia tantum f. quia vna est incommensurabilis alii: eo q. superficier. e. h. est incommensurabilis superficier. h. l. sicut duo quadrata duplo superficier erit ex. 68. linea. f. g. residuum quare linea. f. g. que est residuum componitur linee. g. h. vt sunt ambe sub termino earum que erant ante separationem. Similiter quoq. probabis eandem. f. g. cum linea. g. k. componi eadem conditione mediantibus superficieribus. e. k. f. k. l. quarum prima est equalis quadratis duarum linearum. a. d. f. d. c. pariter acceptis f. secunda duplo superficier vnus in alteram: quod est impossibile p. 74. f. hic modus demonstrationis potest esse communis. 75. ceterisq. quatuor sequentibus eam.

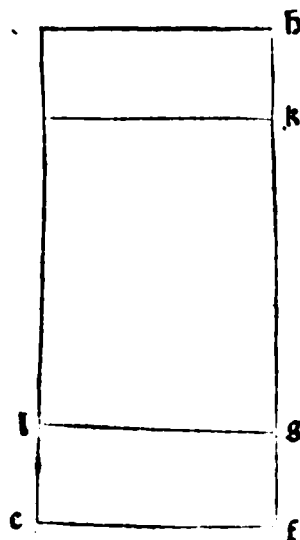
Propositio .77.

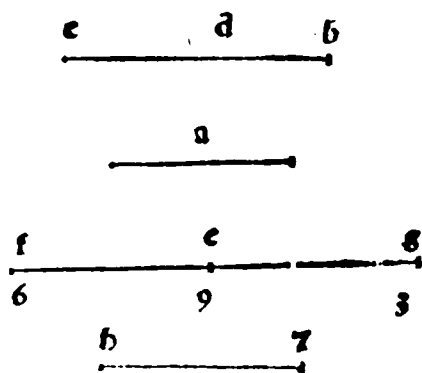
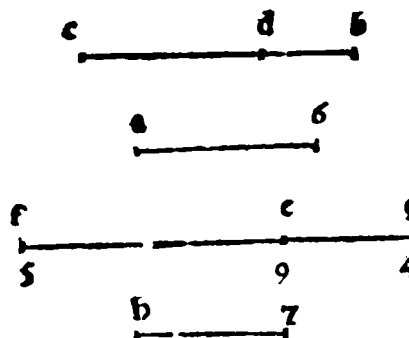
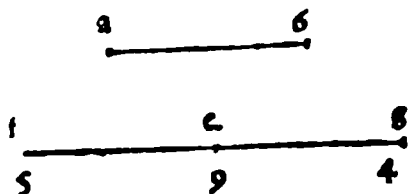
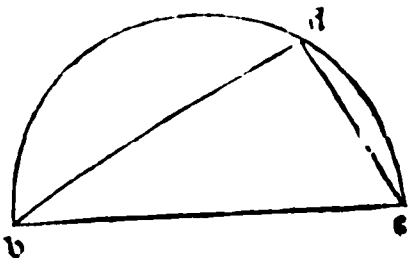


Mella linea minori coniungibilis est vt sub termino suo fiat nisi tantum que ante sibi abscisionem coniungebatur.

Intellige quid sit linea minor quod si oblitus es consule. 11. f. sine obiectione concludes propositum. Si quem admodū in. 74. p. cesseris poterisq. si libuerit quēadmodū in. 76. p. cedere.

Propositio .78.





Linea que coniuncta cum rationali facit totum mediale nisi vni tantum componi non potest vt sub eorum termino fiant.

¶ Quid sit linea que proponitur ex. 72. didicisti. cum ergo de ea volueris quod per hanc. 73. dictur demonstrare a processu. 75. in quoq non desias. sed sicut in. 76. sit de lectione ingenio ducere poteris procedere.

Propositio .79.



Linee que iuncta cum mediali facit totum mediale nisi vna linea tantum iungi nequit vt sub eorum termino fiant que erant ante separationem.

¶ Huius linee que iuncta cum mediali componit totum mediale magistra est. 73. de qua quod hec. 79. enunciat sic concludere cogere sicut de residuo mediali secundo quod per. 76. enunciatum est conclusisti.

¶ Positis duabus lineis altera rationali altera vero residuo adiecta ipsi residuo linea aliqua secundum eius terminum si fuerit totum inde compositum potentius linea adiecta in qua drato linee ipsi toti communicantis in longitudine fueritque id totum posite rationali linee in longitudine commensurable quod positum erat dicitur residuum primum. ¶ Si vero linea adiecta posite rationali communicet in longitudine dicitur residuum secundum. ¶ Quod si fuerit utraq rationali posite in longitudine incommensurable vocabitur residuum tertium. ¶ Si fuerit tota linea potentior adiecta augmento quadrati linee ipsi toti incommensurable eademque tota posite rationali communicet in longitudine nuncupabitur residuum quartum. ¶ Si vero linea adiecta posite rationali coicet in longitudine vocabitur residuum quintum. ¶ Quod si fuerit utraq posite rationali in longitudine incommensurable appellabitur residuum sextum.

Propositio .80.

Residuum primum inuestigare.



¶ Ab inuentione omnium specierum residui facile nos absoluit inuictio per ordinem omnium specierum binomiali. Nam in qualibet specie binomiali si minor portio abscindatur de maiori linea reliqua erit residuum similis speciei vt patet ex diffinitionibus tam binomialium quam residuorum propriis tamen inuentionibus residuorum insisteret sic inquiramus primum. Sit linea. a. rationalis posita cui commensurabilis in longitudine sumatur. b. c. sitque. c. numerus quadratus diuisus in. f. non quadratum et in quadratum. g. sitque proportio quadrati linee. b. c. ad quadratum linee. c. d. sicut. e. ad. f. eritque per vltimam partem. c. d. rationalis in potentia tantum. ¶ Cum itaque sit. c. b. potentior. c. d. in quadrato linee sibi communicantis in longitudine quod patet sicut in explanatione binomiali primi constat ex diffinitione lineam. b. d. esse residuum primum.

Propositio .81.

Residuum secundum patefacere.



¶ Ad habendum residuum secundum sit. a. linea rationalis posita etque communicans in longitudine. c. d. ¶ Sit quadratum. c. d. ad quadratum. b. c. sicut. f. ad. e. eritque. b. d. residuum secundum ex diffinitione si dubitas aut positas non feruas ypothekas aut binomiali secundi repetitione indiges.

Propositio .82.

**Residuum tertium pericrutar.**

EResiduum tertium sic habetur: posita ut prius. a. rationali numeroq. e. quadrato diuiso in. f. non quadratum. & g. qdratū assumptoq. h. numero pmo ac qdratū lice. a. ad quadratum linee. b. c. sicut. h. ad. e. sit quadratum linee. b. c. ad quadratum linee. c. d. sicut. e. ad. f. eritq. ex diffinitione ne de quo si besitas consule binomium tertium: linea. d. b. residuū tertiu.

Propositio .33.**Residuum quartum inuenire.**

Hic sicut in inuentione residui pmi sit linea. b. c. communicans linee. a. rationali posite numerus autem. e. quadratus sit diuisus in. f. & g. quorum sit uterq. non quadratus sicut quadratum linee. b. c. ad quadratum linee. d. c. sicut. e. ad. f. & scies ex diffinitione lineam. d. b. esse residuum quartum. si eorum que in inuentione binomii quarti didiceras oblitus non fueris.

Propositio .34.**Residuum quintum demonstrare.**

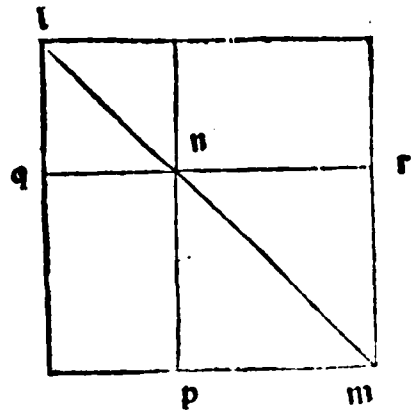
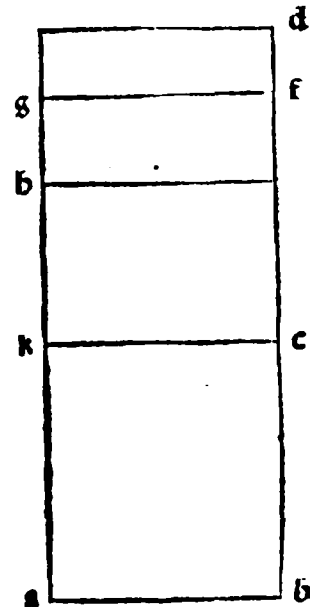
Cum residuum quintum inuenire libuerit erit linea. c. d. communicans linee. a. rationali posite in longitudine sicut erat in inquisitione secundi: & erit quadratus numerus e. diuisus in. f. & g. quoy neuter quadratus sicut in premissa & erit quadratum linee. c. d. ad quadratum. b. c. sicut. f. ad e. ex quibus a diffinitione concludere licet: habita sufficienti noticia binomii quinti: lineam. d. b. esse residuum quintum.

Propositio .35.**Residuum sextum demumpuesto sit reperire.**

EResiduum sextum sic reperitur. erit ut prius linea. a. rationalis posita & e. numerus quadratus diuisus in. f. & g. non quadratos & erit. h. numerus primus & quadratū linee a. ad quadratum linee. c. b. sicut. h. ad. e. At vero quadratū b. c. ad quadratum. c. d. ut. e. ad. f. eritq. ex diffinitione. linea. d. b. residuum sextum. cui si non plene animus tuus assenserit exerce ri te conuenit in inuentione binomii sexti.

Propositio .36.**Si fuerit superficies linea rationali atq. residuo primo contenta latus eius tetragonum necesse est esse residuum.**

Sit superficies. a. c. cōtenta linea rationali. a. b. & residuo primo. b. c. dico latus tetragonum superficie. a. c. esse residuum. ¶ Ad iungatur enim ad lineam. b. c. linea. c. d. sitq. illa cuius detractio. b. c. fuit residuum primum. Eritq. ex diffinitione b. d. rationalis ex longitudine & c. d. in potentia tantum. b. d. quoq. erit potentior. d. c. in quadrato linee secum communicantis in longitudine. Diuidatur igitur. d. c. per equalia in. e. & tota. b. d. diuidatur ea cōditiōe in. f. q. inter. b. f. & f. d. sit. e. d. medio loco proportionaliteritq. ex secunda parte. g. b. f. cōmunicans in longitudine. f. d. per. g. igitur utraq. earum communicat cum tota linea. b. d. quare per diffinitionem ambe sunt rationales in longitudine. Ducantur itaq. linee. f. g. e. h. & c. k. equidistantes a. b. eritq. per. i. utraq. duay superficies. a. f. & g. d. rationalis. Sit quadratum ergo. l. m. equale superficie. a. f. eritq. rationale & latus eius rationale in potentia. Intra illud quadratū ptracta diagonali linea. l. m. describatur quadratum. l. n. equale superficie. g. d. eritq. ipsum rationale & eius latus rationale in potentia protrahatur aut due linee. n. p. q. n. equidistantes lateribus totalis quadrati. ¶ Dico ergo quadratum. p. r. esse equale superficie. a. c. & eius latus quod est. n. p. est residuum. Cum enim sit linea. d. e. sit ex ypothesi medio loco proportionalis inter. b. f. & f. d.



erit ex primi sexti superficies. d. h. medio loco proportionalis inter duas superficies. a. f. g. d. ideoq. inter duo quadrata. l. m. g. n. l. Cūq. ex prima sexti sit superficies. l. p. medio loco proportionalis inter eadem duo quadrata erit. l. p. equalis. d. h. et etiam h. c. quia quadratum. l. n. est equale g. d. erit. t. r. equale b. g. e. totus itaq. gnomon circumscribitur quadrato. m. n. est eq. l. s. c. g. g. a. l. m. erat equale. a. f. relinquit. m. n. equale. a. c. q. aut n. p. latus qdrati. m. n. sit residuum sic collige. Est. n. vtrūq. duarū linearū. p. t. g. t. n. rōnalis in potētia eo q. vtrūq. qdratū. l. m. g. n. l. ē rōnale vnaq. earū est incōmensurabilis alii p. primam sexti g. 10. huius: eo q. quadratum l. m. est incōmensurable. l. r. superficiē sicut superficies. a. f. superficiē. h. d. de quibus manifestum est q. ipse sunt incōmensurabiles: est enim p. primam sexti vna earū ad alterā sicut linea. b. f. que est rōnalis in lōgitudine ad lineam. d. e. que est rōnalis in potētia tantum. Ex. 68. igitur linea. p. n. que pōt in superficiem. a. c. est residuum: hoc est quod intendimus.

Castigator.

a ¶ Quia cum ille due superficies sint rōnales: erunt quadrata illis equalia rōnalia. Ideo quicquid fuerit de lateribus eorū tetragonis illa in potētia erūt rōnalia: p. hoc nō negat quin dicta l. itera possint ēē rōnalia in longitudine: sed nō est necessariū. Et ideo nō errat ponēdo illa rōnalia in potētia g. b. ¶ Per si ab equalibus equalia demas g. c. Nā cū l. p. sit equalis. d. h. si ab ipsa. l. p. dematur quadratū. l. n. remanebit supplementū. p. q. qd ē equale supplemento. t. r. g. si de superficie. d. h. demat. g. d. q. posita est eq. lis ipsi quadrato. l. n. remanebit superficie. e. g. Et quia remota sunt eq. lia remanentia erunt equalia p. dictā cōm. sciam: g. ideo. t. r. sequit equari ipsi superficie. e. g. vt dicit. c. ¶ Aliud quoq. est hic notandū videlicet q. dicitur i. illa. g. 6. q. latus tetragonis superficie. a. c. erit residuum ab eius diff. s. p. n. g. nos hēmus q. dicta superficie. a. c. est. 24. m. g. 35. que habet ex ductu 4. m. g. 7. residui primi p. diff. ipsius in. a. b. s. in. 6. cuius tetragonum latus est vna radix ligata seu vniuersalis videlicet. g. v. 24. m. g. 35. hoc ē p. ipsum. e. u. residuum cuiusuis spēi. s. primi secūdi tertiū quarti quinti vel sexti. g. p. 68. ad cōstitutionē residui cuiuslibet regit q. due linee inaequales p. 17. g. 18. huius sunt m. potētia rōales cōcantes: tūc de maiori abscissa minori reliqua d. r. residuum g. c. modo ista linea practice ad censum illius. 68. non erit residuum. s. g. v. 24. m. g. 35. quia. m. g. 35. est. g. g. 24. ē simplex g. mera radix. s. g. 14. nūc potētia eius est. 24. g. potētia. m. g. 35. est. g. 35. ecce rationalis: g. irrationales quoniam. g. g. est linea medialis g. latus tetragonum superficie irrationalis per. 19. huius. Et ideo. g. v. 24. m. g. 35. non erit residuum a diffinitione g. c. Ad hoc dicendum q. cum dicitur duas lineas potentialiter tantum rationales communicantes nō dicitur magis de potētia simplici scilicet de primaria multiplicatione in se q. de duplici vel triplici potētia hoc est in se bis vel ter g. quater g. c. cum omnes tales appellatione potētie omnes veniant g. c. Et ideo quamuis in prima earum multiplicatione in se ex qua oritur. 24. g. m. g. 35. quod est quadratum radice vniuersalis illius: g. illa duplex. g. effecta est vnica scilicet. g. 35. g. non communicat cum. 24. rationali: g. ideo secundario ducta in se qualibet erit vna. 576. g. alia. 35. que communicant g. c. g. ideo intelligendum est de potētia vnica duplicata triplicata quadruplicata: g. quotiensuis multiplicata: quoniam omnes potētie nuncupantur: quod notandum tibi multis in locis defraiet: p. s. t. in isto decimo vbi agitur de lineis compositis g. earum residuis seu recisis g. c. de quibus et hoc notādo clarius alias dicemus vt patebit g. c. ¶ Item aliud mirabile ē scilicet q. cum quadratum. l. m. equatur superficie. a. f. que in casu est. 21. cuius latus tetragonum est. g. 21. g. l. t. seu. l. q. vel. t. n. est. g. 3. sequitur. p. m. seu. p. n. vel. n. r. est latus tetragonum quadrati. p. r. quod est. g. 21. m. g. 3. pro residuo proposito quo in seduci facit. 24. m. g. 35. etiam dictum latus est. g. v. 24. m. g. 35. quod ratione quadrature pbatur illi equari scilicet. g. 21. m. g. 3. quod est no. dignissimum.



Si superficies aliqua linea rationali residuoq; secūdo contineatur linea in eandem potens erit residuum mediale primum.

In hac quoq; argue sicut in premissa ex diffinitione residui scđdi & scđa pte. 13. & nona & decimanona & 15. & 69.

Propositio. 88.



Si linea rationali residuoq; tertio superficies contineatur erit linea super eam potens residuum mediale secundum.

Priori demonstrationi insisse & facile concludet propositum ex diffinitione residui tertii & secunda parte. 13. & 9. & 19. & 20.

Propositio. 89.



Si fuerit superficies linea rationali residuoq; quarto contenta linea super eam potens erit linea minor.

In hac quoq; non aliter procedas q̄ prius. facile enim erit tibi propositum concludere. si premissam non despicis ex diffinitione residui quarti & secunda parte. 14. & 9. & 19. & 15. & 21. & sic patebit propositum.

Propositio. 90.



Si fuerit linea rationali residuoq; quinto superficies contenta latus eius tetragonicum erit cum rationali componens mediale.

Nitere premisse argumētatione ex diffinitione residui quinti & secunda parte. 14. & 9. & 19. & 15. & 21. quod propositum est concludere.

Propositio. 91.



Si linea rōnali residuoq; sexto superficies contineat latus tetragonicum quod super eam pōt cum mediali p̄stimens totum mediale esse comprobatur.

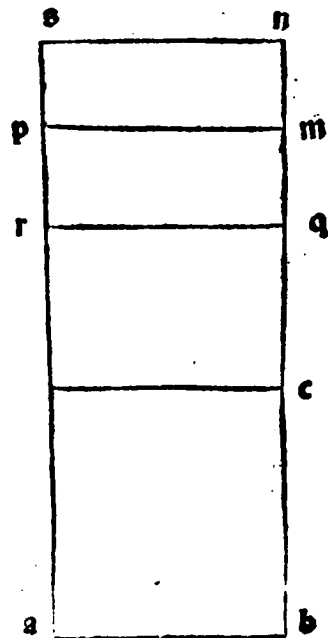
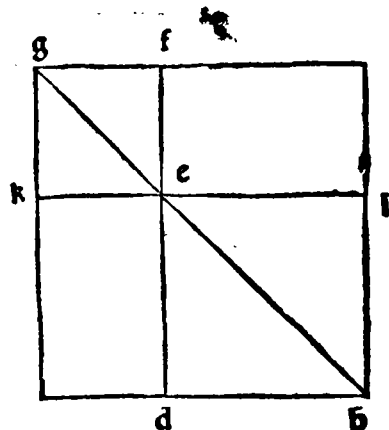
Nunc quoq; vltimo quod per hanc dicit premisso mō satage concludere ex diffinitione residui sexti & secunda parte. 14. & 9. & 19. & 23. in his aut̄ oib; p̄cessum tuū nihil offendere poteris si primam eaz̄ & p̄fecte didiceris & memoriter tenueris & quid quoq; supponat solerter attenderis. Quod si forsan de aliquo in quadrato. l. m. te dubitare contigerit ad suum equale in superficie. a. d. tibi recurrendum erit & patebunt tuo ingenio.

Propositio. 92.

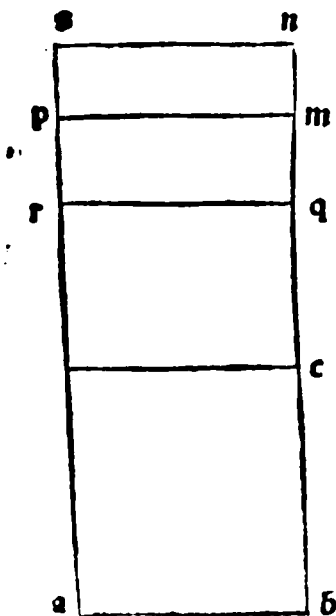
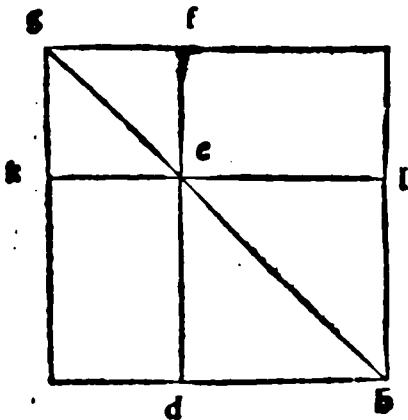


Si ad lineam rationales superficies equalis quadrato residui applicetur alterum latus residuum primum esse necesse est.

Hec sex sequentes sunt conuersæ sex precedentium per ordinem. huius aut̄ prime hec est intentio q̄ si sit superficies a. c. adiuncta ad lineā rōnalem. a. b. equalis quadrato residui quod sit. d. e. erit eius latus secundum quod est. b. c. necessario residuum primum. Adiciatur. n. lineæ. d. e. que proponitur esse residuum; linea p̄ cuius abscissione ipsa fuerit residuum; sitq; ei adiuncta. e. f. eritq; ex. 68. vtrūq; duarum lineaz̄. d. f. & f. e. rōnalis in potētia & vna eaz̄ in cōmensurabilis aliū describat ergo quadratū lineæ. f. e. quod sit. e. g. & q̄dratū. d. e. que posita est esse residuum quod sit. e. h. & adiciantur supplementa. d. k. & f. l. eritq; q̄dratū. g. h. tanq̄ quadratū lineæ. d. f. & quadratū. e. h. erit sicut superficies a. c. Erit et̄ vtrūq; quadratoz̄. g. h. & g. e. rōnale. Sit igit̄ sup̄ficies. a. m. adiuncta ad lineā. a. b. equalis q̄drato. g. h. eritq; ob hoc rōnalis quare p̄. 16. linea. m. b. est rōnalis in longitudine. Sup̄ficies vero. p. n. sit eq̄lis q̄drato e. g. que et̄ p̄ hoc erit rōnalis & p̄. 16. linea. m. n. rōnalis i lōgitudine. itaq; tota linea. b. n. est rōnalis p̄. 9. Diuidat aut̄. c. n. p̄ equalia. in. q. & ducatur q. r. eq̄distans. a. b. eritq; ex prima sexti. c. r. equalis. r. n. Manifestum vero ē



¶ cum tota superficies .a.n. sit equalis duobus quadratis .g. h. & .e.g. partiter acceptis que sunt quadrata duarum linearum .d. f. & .f. e. & superficies .a. c. sit equalis quadrato linee .d. e. q. & .e. h. erit p. 7. scilicet superficies residua ex .a. n. que est .c. j. equalis duplo superficie ex .d. f. in .f. e. Quare & horum dimidia que sunt .r. n. & .d. g. necesse est esse equalia. ¶ Cūq. igitur ex prima sexti sit superficies .d. g. medio loco proportionalis inter duo quadrata .g. h. & .g. e. eritq. superficies .r. n. medio loco proportionalis inter duas superficies .a. m. & .p. n. ideoq. per primā sexti erit et linea .q. n. medio loco proportionalis inter duas lineas .b. m. & .m. n. cūq. sit .q. n. dimidium linee .n. c. & linea .b. n. diuisa per punctum .m. in duo cōmunicantia inter que cadit .q. n. medio loco proportionalis sequitur ex prima pte. 13. q. linea .b. n. sit potentior linea .n. c. in quadrato linee scilicet cōcantis in longitudine. ¶ ergo superficies .d. g. ē medialis ex. 19. ex ypothesi aut superficies .c. r. sibi equalis medialis & linea .c. q. rōnalis in potentia tñ p. 20. ideoq. & duplū eius quod ē linea .n. c. est rōnalis tñ in potētia: qā ergo .b. n. est rōnalis in longitudine cōmunicans linee .a. b. postiterationali & potentior .n. c. in quadrato linee sibi cōmunicantis in longitudine: sequitur ex diffinitione lineam .b. c. esse residuum primum: quod est propositum.



Propositio 93.



¶ Cum adiuncta fuerit superficies equalis quadrato residui medialis primi ad lineam rationalem alterum latus eius erit residuum secundum.

¶ Hic erit linea .d. e. residuum mediale primum & linea .e. f. erit linea illa p cuius abscissionem .d. e. fuerat residuum mediale primum: dico q. b. c. erit residuum secundum qd nescire nō poteris si demonstrationem premisse quousq. eam solido amplectaris habitu insiteris & quales lineas oporteat esse .d. f. & .f. e. vigilanter attenderis: de quo si dubitas. 69. requirenda erit.

Propositio 94.



¶ Si superficies equalis quadrato residui medialis secundum applicata fuerit ad lineam rōnalem: alter latus eius residuum tertium esse conuenit.

¶ Hic etiam erit .d. e. residuum mediale secundum & sequetur vt sit .c. b. residuum tertium: quod v. f. facile concludas prime demonstrationi insistas & quales lineas conueniat esse .d. f. & .f. e. ex. 70. collige

Propositio 95.



¶ Si adiuncta fuerit linee rationali superficies equalis quadrato linee minoris latus eius secundum erit residuum quartum.

¶ Si fuerit .d. e. linea minor asserit hec. 95. q. b. c. erit residuum quartum: est autē si. mendum ex. 71. quales lineas ēē necesse sit .d. f. & .f. e. cū .d. e. fuerit linea minori & est astruē dum propositum premisso modo: excepto q. in hac & duabus sequētibz necesse est lineam .b. n. diuidi ad punctum .m. in duo incommensurabilia que in tribus premissis diuidebatur necessario in duo cōmensurabilia: nam in tribus premissis fuerant due linee .d. f. & .f. e. cōcantes in potētia tñ & ideo earū quadrata cōcantis: pp quod & superficies .a. m. & .p. n. quadratis earum equales cōcantes. Quapropter et & due linee .b. m. & .m. n. ideoq. fuit i tribus premissis linea .b. n. potērior linea .n. c. in qdrato linee secum cōcantis in longitudine ex prima parte. 13. In hac autē & duabus sequētibz sunt due linee .d. f. & .f. e. incommensurabiles in potentia vt apparet ex. 71. & 72. & 73. & ideo earum quadrata ppter quod & superficies .a. m. & .p. n. incommensurabiles propter quod & due linee .b. m. & .m. n. incommensurabiles ideoq. per primam partem. 14. tam in hac q. in duabus sequētibz necesse ē lineā .b. n. ēē potētiore lineā .n. c. in quadrato linee sibi incommensurabilis in longitudine: cetera perquire vt prius.

Castigator.

Quia inter eas cadit medio loco pportionalis linea. q. n. p primam
ferti cū. e. r. Et ideo. r. n. sit medio loco pportionalis inter duas superficies
a. m. & p. n. sicut sua equalis. d. g. inter duq quadrata. g. b. & g. e. illis dua
bus superficiebus. a. m. & p. n. equalia ex ypotbesi.

Propositio .96.



Sad lineam rationalem quadrato linee cum ratio
nali constituentis mediale equalis superficies ad
iungatur: latus eius secundū erit residuū quintus.

Pone similiter hie lineam. d. e. cū illam iuncta cū rō
nali cōponat totū mediale & attende ex. 72. quales lineas
oporteat ex. d. f. & f. e. & concludes sine offendiculo
si prius habere demonstrationi oportune insireris lineam. b. c. esse
residuū quintum.

Propositio .97.



Sad lineā rōnalem superficies equalis quadrato
linee cū mediāli cōponētis mediale adiungatur:
latus eius alterum erit residuū sextum.

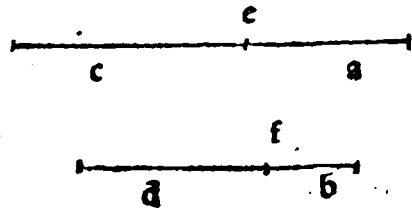
Nunc vltimo conuenit lineā. d. e. cū illā que iuncta cū
mediāli cōponit totū mediale cui adiuncta lineā. e. f. que
videlicet sit illa per cuius abscisionē lineā. d. e. fuerat que
pponitur si quales lineas. d. f. & f. e. esse oporteat ex. 73. didiceris priorem
argumētationē firma mēte tenueris sine obice quoq lineā. b. c. cū residuū
sextum concludere poteris. si aut fortassis in aliquo te hesitare contigerit
quicquid illud fuerit de quadrato. g. b. ad sibi equalem superficie. a. n. cō
ferendum erit & sic patebit propositum nostrum.

Propositio .98.



Istis lineā residuo communisabilis ipsa quoq
in termino 2 ordine est idem residuum.

Quod. 60. & quatuor. eā sequentes de binomio eiusq
comitibus quinq. pposuerunt hec. 98. & quatuor. eā seque
tes de residuo suisq. qnq. comitibus vey. esse pponunt: q
bus qui vsq. ad solitum habitum insirerit has ignorare
non poterit. Quicquid autem in illis de cōciantia in longitudine & po
tentia tantum dictum ē in is quoq. idem oportet intelligi. nam omnis
linea residuo communicans in longitudine siue in potentia tantum. ipsa
etiam est residuum. sed si communicat in longitudine: non solum est ipsa
residuum. sed etiam eiusdem speciei residuum. Verbi gratia: lineā. com
municans in longitudine residuo primo est residuum primum: & secun
do communicans est secundum. sic quoq. in ceteris. Cum autem lineā
communicat residuo in potentia tantum: ipsam quoq. necesse est cū resi
duum sed non eiusdem speciei: immo impossibile est vt lineā commu
nicans in potentia tantum residuo primo aut secundo aut tertio aut quar
to aut quinto cadat simul cū eo sub eadem specie sed necesse est vt am
bo cadant simul sub tribus primis speciebus aut ambo simul sub tribus
postremis. Sit itaq. exempli gratia. a. residuum cui communicet. b. in
longitudine: dico q. b. erit residuum eiusdem speciei cū a. Ad
iungatur enim lineā. c. ad lineam. a. & illa sit per cuius abscisionem. a.
fuit residuum: & ad. b. adiungatur alia que sit. d. ad quam sic se habeat. b.
sicut. a. ad. c. sitq. composita ex. a. & c. e. composita vero ex. b. & d. sit. f. erit
q. ex permutata proportionalitate. a. ad. b. sicut. c. ad. d. & per. 13. quinti
erit. e. ad. f. sicut. a. ad. b. vel sicut. c. ad. d. ¶ Cum itaq. a. communicet.
cū. b. erit per. 10. c. communicans. cū. d. & e. quoq. communicans cū
f. & quia etiam est necessario ex permutata proportionalitate. e. ad. c. si
cut. f. ad. d. sequitur per. 11. vt si fuerit. e. potentior. c. in quadrato linee sibi
communicantis in longitudine vel si forte incommensurabilis: sit simi
liter. f. potentior. d. at quoniam omnis lineā communicat in longitudi



ne linee rationali est similiter illi rationalis: similiter dico q̃a ambe erũt
rationales in longitudine vel ambe in potentia tñ sequitur ex diffinitio
nibus residuorum vt. b. sit residuum eiusdem speciei cum. a. Si aut. b. cõ
cat in potentia tantum cum. a. ipsa quoq. erit residuum non tamen eius
dem speciei necessario. qd̃ quemadmodum dictum est: cuius demonstra
tio ex his que in. 60. de binomijs dicta sunt colligenda est.

Propositio. 99.



Prius linea vtrilibet residuo mediali comunicas
est sub ipsius termino 2 ordine residuũ mediale.

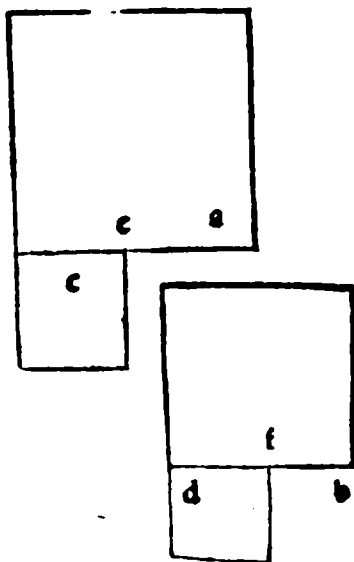
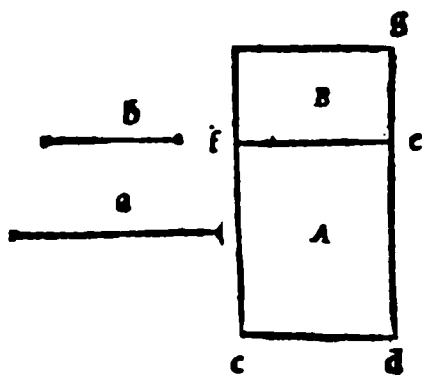
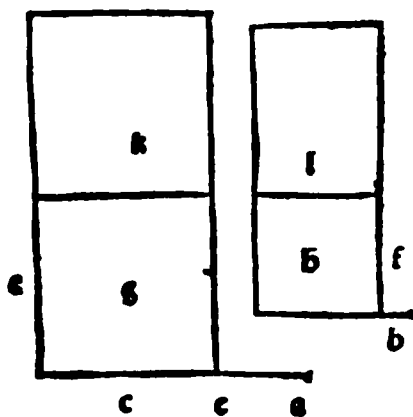
Verum ē quod dicitur siue cõicet linea cum vtrolibet
residuo mediali in longitudine siue in potentia. Sit. n. a.
vtrilibet residuũ mediale cui. b. cõicet in longitudine vel
potentia dico q̃. b. est etiam residuum mediale quale siue
rit. a. ¶ Adungatur enim linea. c. ad lineam. a. ¶ sit. c. per cuius abscisio
nem. a. fuit residuum mediale: ¶ ad. b. adungatur alia q̃ sit. d. sitq. b. ad
d. sicut. a. ad. c. totiq. cõposita ex. a. ¶ c. sit. e. ¶ ex. b. d. sit. f. describatur igit̃
quadrata. c. ¶ d. que sint. g. ¶ b. ¶ superficies. e. in. c. sit. k. ¶ f. in. d. sit. l. Et
quia ē vt prius. e. ad. f. ¶ c. ad. d. sicut. a. ad. b. sunt aut. e. ¶ c. mediales pos
sunt tñ cõicantes. ex. 69. ¶ 70. sequit̃ ex. 31. vt. f. ¶ d. eis cõmunicantes. sint
etiam mediales potentia tñ cõmunicantes: constat aut̃ ex prima sexti q̃
sit. k. ad. g. sicut. e. ad. c. ¶ l. ad. b. sicut. f. ad. d. ¶ quia est. e. ad. c. sicut. f. ad
d. sequitur vt sit. k. ad. g. sicut. l. ad. h. Et permutatim. k. ad. l. sicut. g. ad. h.
¶ Cum ergo. g. comunicet cum. h. sequit̃ vt. k. cõicet. cum. l. Si igit̃. k. est
rationale quod est in residuo mediali primo erit etiam per diffinitionem
l. rationalis quare per. 69. b. etiam est residuum mediale primum. Si aut̃. k.
sit medialis quod est in residuo mediali secundo: erit per. 31. etiam. l. media
lis. ideoq. b. p. 70. residuũ mediale secundum quare: constat propositum.
¶ Idem aliter Si linea. b. cõicet cum linea. a. que est vtrilibet residuũ me
diale in longitudine vel in potentia sit superficies. c. e. adiuncta ad lineam
rationalem. c. d. equalis quadrato. a. ¶ f. g. equalis quadrato. b. erũtq. ob
hoc. c. e. ¶ f. g. cõicantes quemadmodũ ¶ quadrata linea. a. ¶ b. eis equa
lia. ideoq. p. primam sexti ¶ 10. huius. d. e. ¶ c. g. sunt cõicantes in longi
tudine: ¶ quia si. a. est residuum mediale primũ ¶ linea. d. e. est residuum
secundum per. 93. ¶ si. a. est residuum mediale scdm: linea. d. e. est residuum
tertium per. 94. at cum. d. e. est residuum secundum linea. e. g. est etiam re
siduum secundum ¶ cum illa est tertiu. similiter ¶ hec est tertium per. 98.
¶ Sequitur itaq. ex. 87. ¶ 88. vt. b. sit residuum mediale primum aut scdũ
dum prout fuerit. a. ¶ sic patet quod intendimus.

Propositio. 100.



I linea aliqua linee minori communicet ipsa quo
q̃ et it linea minor.

Facile est hanc probare duplici modosicut premissam
siue cõicet linea aliq̃ cũ linea minori in lōgitudine siue in
potentia hoc aut̃ appposito quantum ad primum modum
q̃ cum sit. f. ad. d. sicut. e. ad. c. erit ex scda parte. 86. sexti qua
dratum. f. ad quadratum. d. sicut quadratum. e. ad quadratum. c. ¶ cõm
utim quadrata duarum linearum. f. ¶ d. ad quadratum. d. sicut quadrata
duar. linea. e. ¶ c. ad quadratum. c. ¶ pmutatim quadrata duar. linea.
f. ¶ d. ad qdrata duar. linea. e. ¶ c. sicut quadratum. d. ad qdratum. c. cõ
cat aut̃ quadratũ. d. ad quadratũ. c. ergo duo quadrata duar. linea. f. ¶
d. piter accepta cõicant cũ duobus qdratis duar. linea. e. ¶ c. piter acce
ptis: ¶ q̃a ex. 71. qdrata duar. linea. e. ¶ c. piter accepta sint rōales: erit aut̃
p diffinitionē ¶ duo quadrata duar. linea. f. ¶ d. piter accepta rōnale.
Cũq. sit superficies. k. medialis erit et. l. sibi cõicans medialis: igit̃ ex. 71. b. ē
nea minor. ou aut̃um autem ad scdm modum erit per. 95. linea. d.
e. residuum quartum ideoq. per. 98. ¶ linea. e. g. erit etiam residuum quar
tum. ideoq. etiam per. 89. linea. b. est linea minor.





Propositio .101.

Pons linea cōicans lineæ cū rōnali cōponenti mediale est cum rationali componens mediale.

Hanc quoq. duplici predicto modo non est difficile probare siue de cōicantia in longitudine siue de cōicantia in potētia tñ intelligat sed quantū ad primum modū erunt duo quadrata duarum linearum. i. f. d. pariter accepta mediale p. u. quē admodum sunt duo quadrata duarum lineaz. e. f. c. piter accepta ex. 72. quibus ipsa cōmunicant f. superficies. l. erit rationalis: per diffinitionem quemadmodum est superficies. k. ex. 72. cum ipsa cōmunicans. ¶ Igitur ex. 72. b. est cum rationali componens mediale. Quantum ad secundum modum: erit. d. e. residuum quintum ex. 69. ideoq. f. e. g. ex. 98. quare. b. est cum rationali componens mediale. per. 90.

Propositio .102.



Pons linea cōmensurabilis lineæ cū mediali cōstituenti mediale est cū mediali cōstituenti mediale.

Hic quoq. pone lineam aliquam cōicare cū ea que cū mediali componit mediale indifferenter in longitudine vel potētia tñ put voveris: f. duplici modo premissio sine difficultate concludes eam quoq. cum mediali componere mediale. erit etiam quantum ad primum modum superficies. l. medialis quemadmodum f. k. f. duo quoq. quadrata duaz. lineaz. f. f. d. pariter accepta mediale sicut f. duo quadrata duaz. lineaz. e. f. c. f. ga duo quoq. duarum linearum. e. f. c. ad. k. sicut duo duarum. f. f. d. ad. l. cū duo prima non communicent cum duplo. k. ex. 73. neq. duo secunda cōmunicabunt cum duplo. l. ex. 10. igitur ex. 73. b. est cum mediali cōponens mediale. Quāum aut ad scdum modum erit. d. e. residuum sextū ex. 97. ideoq. f. e. g. ex. 98. quare. b. est cū mediali cōponens mediale ex. 90.

Propositio .103.



Ide superficie rōnali superficies medialis abscindat linea in reliquam superficiem potens erit alterutra duaz. irrationalium aut residuū aut linea minor.

Sit enim tota superficies constans ex. a. f. b. rationalis a qua detrahatur. b. que sit medialis: dico q. linea potens in. a. residuum aut est residuum aut linea minor. Est nāq. linea. c. d. rationalis superficiesq. c. e. sibi adiuncta sit tanq. a. f. f. g. tanq. b. f. tota. c. g. sicut tota. a. b. eritq. c. g. rationalis. ideoq. per. 16. linea. d. g. rationalis in longitudine f. f. g. erit medialis. ideoq. per. 10. e. g. rationalis in potētia tantum: est igitur ex diffinitione linea. d. e. residuum primum aut quartum: ergo per. 86. f. 89. linea potens in superficiem. c. e. f. ideo in superficiem. a. sibi equalem est residuum aut linea minor: quod est propositum.

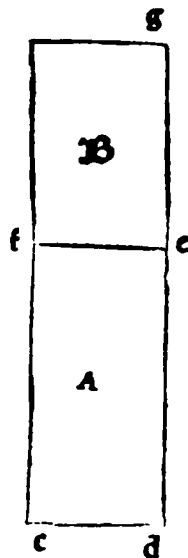
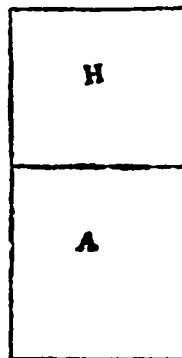
Propositio .104.



Ide superficie mediali superficies rationalis detrahatur linea in reliquam superficiem potens erit alterutra duarum irrationalium linearum aut residuum: mediale primum aut cum rationali componens mediale.

Hec quoq. sicut premissa probatur. Erit enim tota. a. b. medialis. b. autem rationalis: tunc dico quod in. a. residuum pōt aut ē residuum mediale primum aut cum rationali componens mediale. Cum enim. c. g. equalis sit. a. b. erit per. 10. linea. d. g. rationalis in potētia tantum: f. cū sit. f. g. equalis. b. erit per. 16. linea. e. g. rationalis in longitudine ergo a diffinitione erit linea. d. e. residuum secundum aut quintum quare per. 87. f. 90. latus tetragonum superficiē. c. e. f. ideo superficiē. a. est residuum mediale primum aut cum rationali componens mediale: quod est propositum nostrum.

Propositio .105.





Superficies medialis a superficiem ediali detra-
hatur fueritq; reliqua toti incōmensurabilis que i
ipsam reliquam pot: alterutra erit duarū irō aliū
videlicet aut residuum mediale secundum aut cū
mediali componens mediale.

¶ Si a duarum premissarum demonstratio non deuias
concludes sine difficultate propositum. Sint enim tota. a. b. f. b. medialis
f. sit. a. reliqua incōmensurabilis toti. (Aliter enim esset. a. medialis ex. 2.
f. eius latus tetragonum mediale ex. 19.) tunc dico q; linea potens in. a.
est residuum mediale secundum aut cum mediali componens mediale.
¶ Nam cum sit. c. g. equalis. a. b. erit p. 30. linea. d. g. rationalis in poten-
tia tantum per eandem quoq; cum sit. f. g. equalis. b. erit etiam. c. g. ratio-
nalis in potentia tantum f. cum sit. a. incōmensurabilis toti. a. b. erit. f. g.
incōmensurabilis. c. g. ideoq; per primam sexti. f. 10. huius erit etiam. c. g.
incōmensurabilis. d. g. igitur a diffinitione linea. d. e. erit residuum tertium
aut sextum: quare p. 88. f. 91. latus tetragonum superfici. c. e. f. ideo su-
perfici. a. ē residuum mediale secundū aut cū mediali cōponens mediale.

Propositio .106.



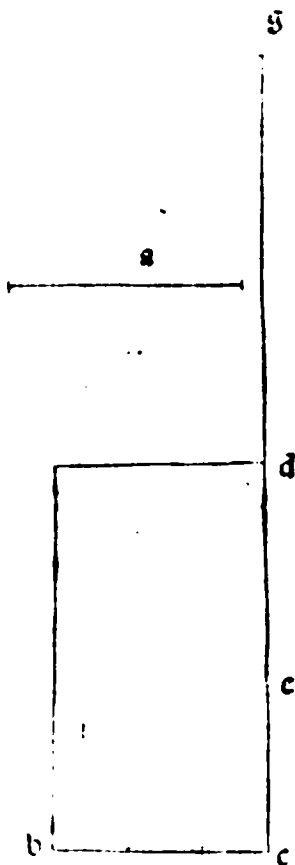
Ineaz irōnialium que sunt residuum z post ipsas
subsecute vllam aliū termino z ordine subesse im-
possibile est residuo quoq; binomii terminum vel
ordinem puenire non est possibile.

¶ Vult aut per hanc. 106. q; residuum f. alie quinq; linee
irrationales eam sequentes differant specie f. diffinitio-
ne ab invicem f. nulla linea vna potest esse sub duabus neq; sub pluribus
speciebus harum sex lineaz irrationaliū que sunt residuum f. eius quinq;
cōites f. q; omnes species residui differūt ab omnibus speciebus binomii
nec est possibile lineam vnā simul esse residuum f. binomii cuiuscūq;
speciei residui vel binomii. ¶ Pars prima sic constat qm superficies equa-
lis quadratis residui f. suarum quinq; comitum cū adiungantur ad lineā
rōnalem habent secūda latera necesario diversa ab invicē ex. 92. f. quinq;
eam sequentibus. sunt aut secūda latera residuum primum f. secundum
f. deinceps vsq; ad sextum. ¶ Secunda pars constat hoc modo: si eadem li-
nea potest esse simul residuum f. binomium sit. a. cuius quadrato equalis
superficies adiungatur ad rationalem lineā. b. c. sitq; b. d. eritq; ex. 54. linea
e. d. binomium primum f. ex. 92. residuum primū. ¶ In quantum ergo bi-
nomii pmi diuidat in suas binomiales portiones ad pūctum. e. sitq; ma-
ior portio. c. e. que erit rōnalis in longitudine p diffinitionem: inquantū
aut est residuum primum adiungatur ei. d. g. per cuius abscissionem fuerat
residui primum: eritq; et ex diffinitione. c. g. rōnalis in longitudine. Cū
itaq; sit vtraq; duarum lineaz. c. g. f. c. e. rōnalis in longitudine erit et p
9. linea. e. g. rationalis in longitudine: atq; linea. d. e. est rōnalis in poten-
tia tñ cū ipsa sit p ypoth. minor portio binomii primi: erit p. 68. linea. d.
g. residuum f. quia ipsa erat rōnalis in potentia tñ cum p eius abscissionē
eēt linea. c. d. residui primū sequit iposibile p. 68. Quod ut clarius pateat
esto superficies. b. d. adiuncta ad lineam rōnalem. b. c. equalis quadrato
linee. d. g. cum itaq; linea. d. g. sit rationalis in potentia erit p. 16. linea. c. d.
rationalis in longitudine. at cum etiam linea. d. g. sit residuum erit ex. 92.
linea. c. d. residuum primum quod esse non potest cum linea que dicitur
residuum sit irrationalis per. 68.

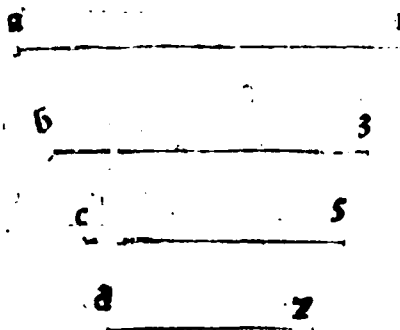
Propositio .107.

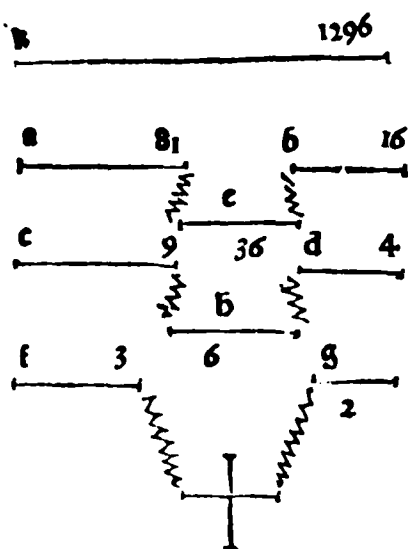


Inea que residuum dicitur vlla ve irrationalium
que post eam sunt nequit esse sub termino binomii
aut sub termino z ordine vllius ceteraz lineaz irō
nialium que binomii subsequunt: cū aut possibile
sit linearum irrationalium seriem in infinitum p
duci non est possibile vllam earum cum ea que
precesserit in termino z ordine conuenire



¶ Vult per hanc vltimam libri .10. q. .13. irrationalis lineæ de quibus in hoc decimo demonstratum est & ipse sunt lineæ medialis binomiū & eius quinque comites residuum & eius quinque comites sint ab invicem singule a singulis specie differentes: & q. nulla linea vna pōt esse simul sub duabus aut pluribus speciebus ea: & q. species linearum irrationalium possunt in infinitum produci quā: nulla cum alia convenit in diffinitione & ordine: quod aut hec .13. lineæ videlicet medialis binomium & eius .5. comites residuum & eius .5. comites sint irrationales demonstratum esse superius memineris de mediali quidem ex .19. de binomio aut & eius quinque comitibus ex .30. & quinque eam sequentibus: at vero de residuo suisque quinque comitibus ex .68. & quinque eam sequentibus. Nullam aut harum .13. linearū irrationalium posse convenire in specie cum aliqua aliarum linearū: sic collige. ¶ Eſto enim vt ad vnam eandem lineam rationalem in longitudine adiungatur superficies equalis quadratis predictarum .13. linearum irrationalium p̄m q. ordine se invicem sequantur: ex .20. secundum latitudinem istarum .13. superficies rationalis in potentia tantum. ¶ Secunda aut latera secundum istarum .13. superficies & quinque eam sequentium erunt omnes species binomiorum per ordinem videlicet binomium primum secundum & deinceps vsq. ad sextum ex .54. & quinque eam sequentibus demonstratum esse memineris. ¶ Secunda vero latera tertie superficie & quinque eam sequentium sunt species residuorum in ordine videlicet residuum primum & residuum secundum & deinceps vsq. ad sextum quod ex .91. & quinque eam sequentibus didicisti. Cum igitur ipsa lineæ rationalis in potentia tantum non conveniat cum aliqua specie binomiorum aut cum aliqua residuorum quoniam omne binomium per .30. & omne residuum per .68. est linea irrationalis & in longitudine & in potentia. Et cum nulla species residuorum conveniat cum aliqua specie binomiorum ex secunda parte perui. huius doctri. sequitur vt oia secunda latera harum .13. superficies sint ad invicem diuersa: ideoque per primam sexti & ipse .13. superficies sunt diuersæ cum earum omnium altitudo sit vna quare etiam hec .13. lineæ irrationales propolite sunt singule a singulis diuersæ. ¶ Posunt aut hæc .13. lineæ irrationalium species in infinitum produci infinite enim sunt species linearum mediarum infinite quoque binomiorum & sic de singulis. Quod hoc modo constat. Eſto lineæ .a. medialis sumaturque vnitas & quolibet numeri primi vt .3. .5. & .7. & sint totidem lineæ .b. .c. .d. quot sunt sumpti numeri primi. sintque quadrata istarū linearū .b. .c. .d. ad quadratū .a. sicut numeri primi ad vnitatem. eruntque lineæ .b. .c. .d. mediales ex .11. qm ipse communicant in potentia cum lineæ .a. mediali. omnes aut erunt diuersæ in longitudine ab .a. & a se invicem p̄ vltimā p̄tem .7. quoniam nullius istorum numerorum ad vnitatem nec alicuius eorum ad alterum per .16. & .8. & correlarium secunde octavi & presentis ypothesis est proportio sicut numeri quadrati ad numerum quadratum. ¶ Erit ergo .a. & omnes sibi communicantes in longitudine sub prima specie linearum mediarum .b. vero & omnes sibi communicantes in longitudine sub secunda .c. aut & omnes eidem communicantes vel commensurabiles sub tertia .d. quoque & omnes sibi communicantes in longitudine sub quarta: & quia numeri primi sunt infiniti vt ex .11. non didicisti: necesse est species linearum mediarum esse infinitas. ¶ Quod autem est dictum de linea mediali intellige de binomio suisque .5. comitibus: & residuo suisque quinque comitibus: nam sicut omnis linea communicans mediali est medialis sue communicet ei in longitudine sue in potentia vt probatum est in .11. ita etiam omnis linea communicans binomio aut alicui suarum quinque comitum vel etiam residuo aut alicui suarum quinque comitum in longitudine vel in potentia est secum sub eadem specie vt probatum est in .60. & quatuor eam sequentibus & 98. & quatuor eam sequentibus. ¶ Sunt igitur species harum .13. linearum irrationalium infinite quarum nulla convenit cum precedenti in ordine vel diffinitione. ¶ Convenit quoque dñe aliter species linearum irrationalium esse infinitas



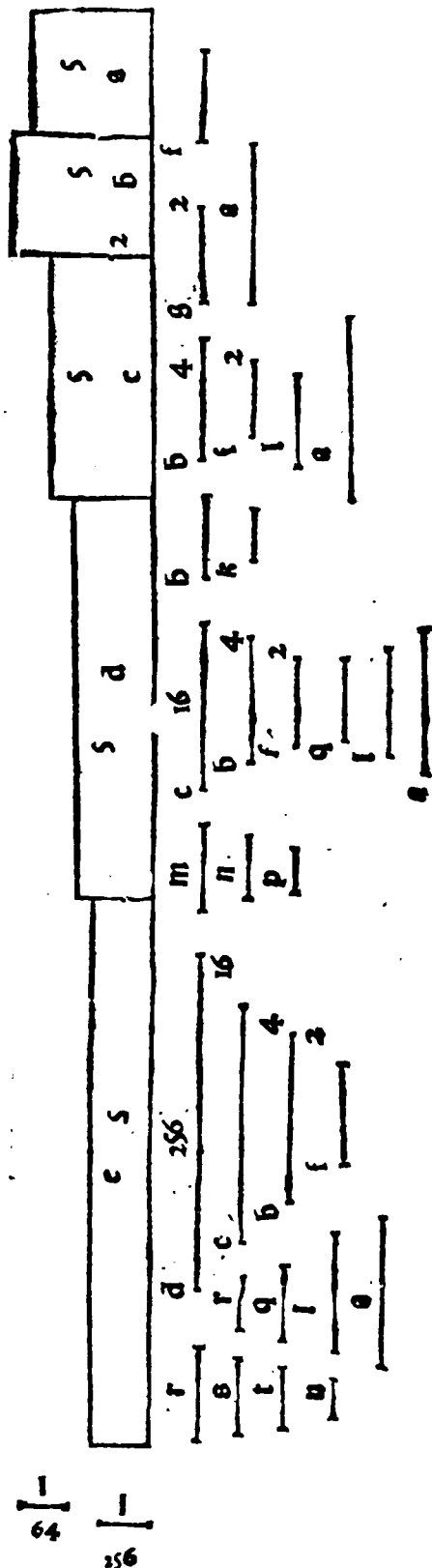


nam omne latus tetragonici superficiæ dictæ a numero non quadrato est irrationale per ultimam partem. 7. & per diffinitionem. tum itaq. tales numeri sunt infiniti: erunt etiam species harum linearum irrationalium infinite. ¶ Tertio modo contingit secundam partem huius ultime conclusionis libri decimi sic exponi: ut dicamus ab unaquaq. linea rationali in potentia tantum infinitas linearum irrationalium species produci quam nullam cum aliqua earum que ipsam præciserint: possibile est in diffinitione & ordine convenire. ¶ Verbi gratia. Sumatur aliqua superficies rationalis dicta a numero non quadrato ut quinque: eritq. latus eius tetragonicum irrationale in longitudine quoniam ipsum est incommensurable lateri tetragonico superficiæ rationalis dictæ a numero quadrato ex ultima parte. 7. Dico ergo q. huius lateris latus. iteq. scd. lateris latus & rursus huius tertii lateris latus & sic in infinitum: sunt linee irrationales tam in longitudine q. in potentia: & q. nulla earum convenit diffinitione vel specie cum aliqua que eam præciserit in ordine. estq. latus tetragonici præmissæ superficiæ quæcumq. dicta fuerit a numero nō quadrato earum omnium sicut radix & principium & quælibet ipsarum est principium omnium ipsarum sequentium: & quæcumq. ab aliquo tetragonico latere cuiusq. talis superficiæ proficiuntur diuerse sunt in longitudine & potentia ab omnibus que a quoquam alio tetragonico latere talis superficiæ generantur & hoc dico cum ipsarum superficiarum non fuerit proportio sicut numerorum quadratorum. hec autem ut possumus firma demonstratione colligere antecedens ad ipsa præmittere oportet. itaq. istud.

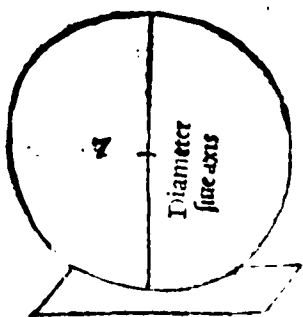
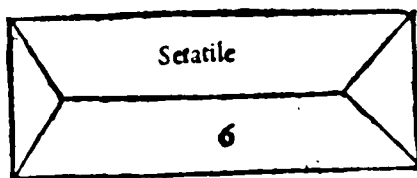
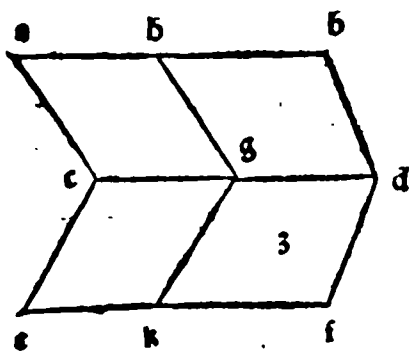
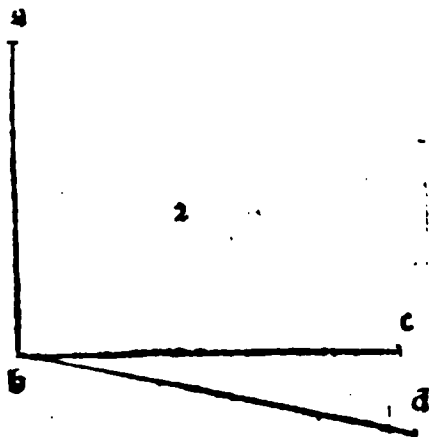
¶ Quibuslibet duobus inuicem ductis si quid licet producat quoque latera tetragonica duorum precedentium. inuicem duces totum tetragonicum latus ipsius producti produces.

¶ Verbi gratia sit ut ex. a. in. b. sit. k. at. c. & d. sint latera tetragonica. a. & b. fiat autem. e. ex. c. in. d. sintq. iterum. f. & g. latera tetragonica. c. & d. fiat h. ex. f. in. g. dico q. h. est latus tetragonicum. e. & q. e. rursus est latus tetragonici. k. Cum enim ex. f. i. & in. g. fiant. c. & h. erit. c. ad. h. sicut. f. ad. g. sed & sic. h. ad. d. sicut. f. ad. g. eo q. ex. g. in. f. & in. f. sunt. b. & d. Sunt igitur. c. h. d. continue proportionales itaq. ex. h. in. f. quantum ex. c. in. d. quare. h. est latus tetragonicum. e. Eadem quoq. rōne cum ex. c. in. f. sit. a. i. d. sit. e. & ex. d. in. f. sit. b. erunt et. a. c. b. continue proportionales in proportionem. c. ad. d. Cum igitur ex. a. in. b. sit. k. sequitur etiam ut ex. e. in. f. sit. k. quare. e. est latus tetragonicum. k. constat itaq. quod dicitur. Restat itaq. de monstrare quod propositum est. Sit igitur superficies. a. rationalis dicta a numero non quadrato. ut. s. sitq. linea. a. eius tetragonici latus & sumantur quotlibet linee rationales in longitudine que sunt. b. c. d. e. Sintq. di. & e a numeris quoq. quisq. precedens sit tetragonicum latus proximo sequentis: ut si. b. sit. 2. c. 4. d. 16. e. vero. 36. ad has aut. lineas rōnales in longitudine adiungatur superficies equalis. a. eruntq. secunda latera singularum rationalia in longitudine per. 16. ut secundum latus. b. 2. & dimidium: secundū c. unum & quarta: secundum vero. d. una quarta & una. 16. at vero superficiæ. e. secundum latus erit una. 64. & una. 36. Sit ergo. f. tetragonicum latus. b. g. vero sit tetragonicum latus secundi lateris superficiæ. b. eritq. per præmissum antecedens ut ex. f. i. g. sit. a. Rursus sit. h. tetragonicum latus secundi lateris. c. k. quoq. sit tetragonici latus. h. eritq. per prædictum antecedens ut ex. b. in. h. sit. a. & ex. f. in. k. sit tetragonicum latus. a. quod sit. l. ¶ Sit iterum. m. tetragonicum latus. scd. lateris superficiæ. d. sed cū. n. sit tetragonici latus. m. & p. tetragonicum. n. eritq. p. prædictum ant. ut ex. c. in. m. fiat. a. & ex. b. in. n. l. & ex. f. in. p. tetragonici latus. l. quod sit. q. Amplius autem sit. r. tetragonicum latus lateris secundi superficiæ. e. sit quoq. s. tetragonicum. r. & t. f. sit. u. tetragonicum. t. ¶ Sequiturq. per dictum antecedens ut ex. d. in. r. fiat. a. & ex. c. in. s. l. & ex. b. in. t. sit. q. & etiam ex f. in. u. tetragonicum latus. q. quod sit. x. & sic in infinitum. Dico ergo has lineas. a. l. q. x. quarum. a. est tanquam radicale principium & irrationales

a. quidem in longitudine tantum; cetera vero in longitudine & in potē-
tia. Et dico q̄ nulla earum conuenit cum alia in diffinitione vel ordine.
¶ Cum enim ex. f. in. g. & k. fiant. a. & l. erit. a. ad. l. sicut. g. ad. k. & quia ut
patet ex dictis ypothesibus. g. & k. sunt incommensurabiles in longitudi-
ne & in potētia. sequitur ē. vt. a. & l. sunt incommensurabiles in longitudine &
in potētia. Eadem ratione. a. & q. ē enim. a. ad. q. sicut. g. ad. p. & pp̄ ean-
dem cām ē. a. & x. cum sint sicut. g. & u. Et hac via quoq̄. necesse est vt. l.
& q. sint similiter incommensurabiles. tam in longitudine q̄ in potē-
tia. cum enim ex. f. in. k. & p. fiant. l. & q. erit. l. ad. q. vt. k. ad. p. at. k. & p.
nec cōmensurabiles sunt in longitudine nec in potētia. Si enim sint erūt
h. & n. cōmensurabiles. sed non sunt. at vero. l. & x. oportet esse vtroq̄ mō
incommensurabiles: ē enim. l. ad. x. sicut. k. ad. u. eo q̄ ex. f. in. k. & u. fiunt.
l. & x. Sūtaūt. k. & u. vtroq̄ mō incommensurabiles. Sinaūt accidet. d. &
h. esse cōmensurabiles quod est inconueniens. q. vero & x. q̄ sint quoq̄ in
cōmensurabiles potētia & longitudine ex eo patet q̄ est. q. ad. x. sicut. p.
ad. u. constat autem q̄ p. & n. sunt incommensurabiles. nā si non: erunt.
n. & c. cōmensurabiles. ideoq̄. m. & s. sed non sunt. ¶ Manifestum est
itaq̄ infinitas lineas irracionales esse in longitudine & in potētia incom-
mensurabiles: & ideo diffinitione & specie differentes produci ex linea. a.
rationali in potētia tantum ¶ R est autem nunc ostendere q̄ quęcūq̄
irracionales lineę ab aliqua linea rationali in potētia tantum hac via ge-
nerantur: diuerse sunt ab omnibus tam in longitudine q̄ in potētia que
a qualibet alia linea rationali in potētia tantum quadratum cuius ad
quadratum prioris non sit sicut numeri quadrati ad numerum quadratū
hac eadem via egrediuntur: hoc quoq̄ sic constat. ¶ Sint. a. & b. rationa-
les in potētia tantum siue tetragonica latera duarum superficierum di-
starum. a. numeris non quadratis. sitq̄ vt illi numeri non sint in propor-
tione aliquorum numerorum quadratorum: lineę quoq̄ que procedunt
hac via ab. a. sint. c. d. e. & f. a. b. procedant. f. g. h. dico q̄ nulla ex lineis. c.
d. e. communicat in longitudine vel potētia cum aliqua ex lineis. f. g. h.
Cū. n. sint. c. & f. tetragonica latera. a. & b. at. d. & g. tetragonica latera. e.
& f. & e. & h. tetragonica. d. & g. nō ē possibile vt aliq̄ ex. c. d. e. cōicet cū
sua cōpari ex. f. g. h. vel longitudine vel potētia. Si. n. alternitro mō cōi-
cet. e. cum. h. sequitur vt. d. communicet. cum. g. & c. cum. f. quare & a. cū
b. etiam in longitudine quod est contra ypothesim. Vniuersaliter autem
verum est dicere quamlibet harum esse vtroq̄ modo incommensurabile
cuiuslibetistarum. Dato namq̄ q̄. d. communicet cum. h. etiam in potētia
tantum sequitur vt. c. quoq̄ communicet cum. g. & a. cum. f. quod non est
possibile. ¶ Attendere autem oportet q̄ cum dico latus lateris nihil aliud
intelligo q̄ latus superficii denominate a latere priori. vnde. tetragonici
latus lineę. a. voco lineam illam que potest in superficiem dictam a linea
a. talis autem superficies est quam continet linea. a. & linea rationalis in
longitudine dicta ab vno. Si ergo libet inuenire tetragonicum latus cuius
libet lineę. Sit linea. a. cuius tetragonicum latus volo inuenire. b. vero sit
linea rationalis in longitudine dicta ab vnitatē & ipsa ē minima omniū
linearum rationalium numeratarum ab integris. Medio loco proportio
nalis inter eas sit. c. est igitur p. 16. sexti. c. tetragonici latus. a. I dem enim
sit ex. a. in. b. & ex. c. in. f. At vero ex. a. in. b. sit superficies dicta ab. a.
Quicquid enim a quolibet in vnum ducto produciatur ab eo qd vnum
multiplicat denominat. Et nota q̄ cum. c. fuerit latus tetragonici lineę
a. indifferenter contingit lineam. c. esse maiorem lineę. a. & minorem
prout. b. etiam fuerit maior aut minor.



Liber undecimus Euclidis de corporibus in genere et specie iuxta optimam Campani translationem. **Magistro** Luca Paciolo de burgo Sancti Sepulchri Rudinis minorum. **Calligatore** diligentissimo feliciter Incipit.



Spus est quod longitudinem et latitudinem et altitudinem habet cum terminis sunt superficies. **Linea** erecta supra superficiem est que cum singulis sibi coterminibus lineis in ea superficie expansis angulos rectos facit. **Linea** autem hec supra eam superficiem perpendicularis esse et ad eadem orthogonaliter insistere dicitur.

Intelligatur enim linea a.b. exurge re supra planum ita quod punctus a. imaginetur in aere et b. in plano et a puncto b. ducantur plures linee in eodem plano ut b.c.b.d. et quotlibet alie. Si igitur ita fuerit quod linea a.b. cum linea b.c. et cum linea b.d. et cum quolibet alia linea protracta a puncto b. in plano illo angulum rectum contineat ipsa dicitur esse perpendicularis ad illam superficiem in qua protracte sunt hec linee videlicet b.c. et b.d. et alie cum quibus ipsa ponitur continere angulum rectum.

Superficies autem erecta super superficiem est quotiens puncto uno eodem linee que est coterminus illarum superficierum due perpendiculares coterminales superstant que rectum continent angulum in eisdem superficiibus site sunt.

Verbi gratia agnoscatur superficies a.b.c.d. exurgere superficie h.o.c.d.e.f. ia erecte et intelligamus lineam c.d. esse ceterum terminum ambax in ea itaque signet punctus g. a quo ad lineam c.d. extrahantur due linee perpendiculares una videlicet e.g. et superficies c.d.e.f. si sit g.h. et alia in superficie a.b.c.d. si sit g.h. si igitur angulus que continent hec due linee perpendiculares videlicet g.h. et g.k. erit rectus superficies a.b.c.d. dicitur orthogonaliter erecta super superficiem e.d.e.f.

Superficies equidistantes sunt que in utramlibet partem protracte non concurrent et si in infinitum producantur.

Intellectum est quod dicitur. Scire tamen debes quod omnes plane superficies aut sunt equidistantes ab invicem aut in omnem partem protracte concurrent alicubi et super rectam lineam se secabunt. Lineas autem rectas non est necessarium vel esse equidistantes vel in utramque partem protractas concurrere. Quippe que in eadem superficie non sunt nec equidistant ab invicem nec tamen quantumlibet protracte concurrent.

Eque corpora sunt atque similia quorum terminales superficies numero ac quantitate eque viuis creatiois sunt atque similes. **Similia corpora** sunt que similibus superficiebus numero equalibus continentur.

Si has duas definitiones de corporibus equalibus et similibus non intelligis ad definitionem similitudinis superficiem positam in principio sexti recurre.

Corpus seratilis dicitur quod quinque superficiebus quarum tres parallelogramme sunt due vero triangule continetur.

Domus quatuor parietes equidistantes habenti rectum unum in summitate supremis duarum parietum lateribus equali et equidistanti superpositum seratilis corporis expressam similitudinem gerit.

Sphera est transitus arcus circumferentie dimidii circuli quotiens sumpto vel supremo semicirculo lineaque diametri fixa donec ad locum suum redeat arcus ipse circumducitur.

Super quamlibet lineam semicirculo descripto si linea illa fixa semicirculus tota revolutione circumducatur corpus quod describitur sphaera no

minatur cuius centrum constat esse centrum semicirculi circumscripti.

Piramis laterata est figura corporea quae continet superficies ab una quaque relique sunt ad unum oppositum punctum sursum erecte.

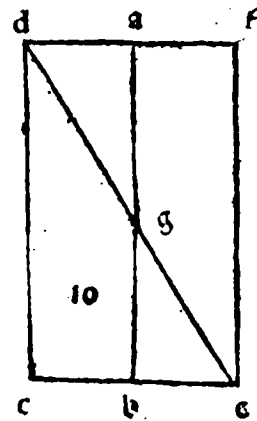
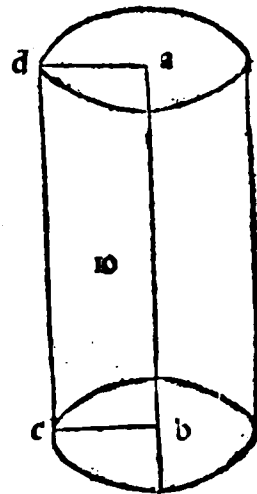
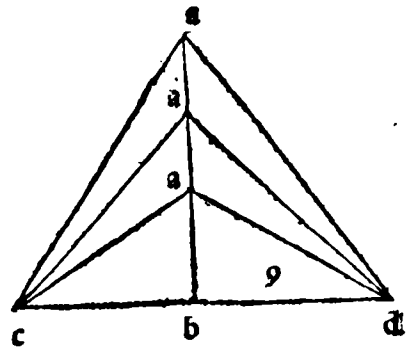
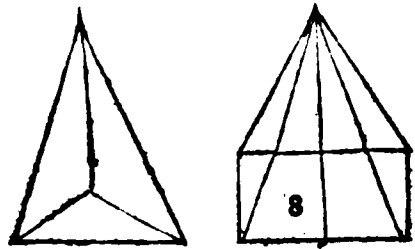
In omni laterata piramide cunctae superficies ipsam ambientes ab ipsius basi ad unum punctum subleuantur qui conus piramidis dicitur suntque oēs hae laterales superficies triangulae; basis vero frequenter non est triangula.

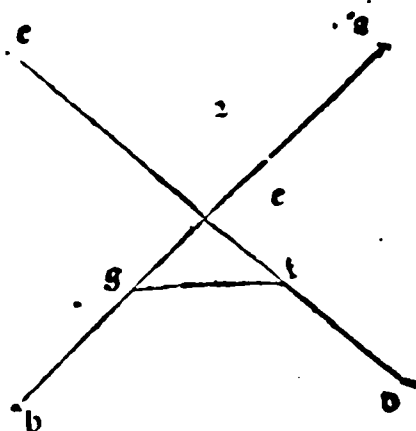
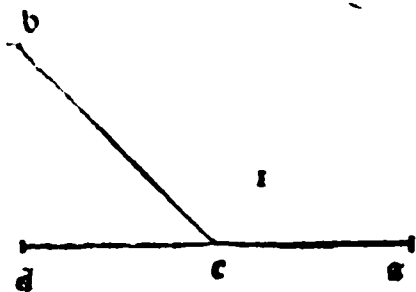
Piramis rotunda est figura solida: eiusque transitus trianguli rectanguli alterutro suorum laterum rectum angulum continetium fixo et donec usque ad locum unde moueri cepit redeat triangulo ipso circumducto. **S**i autem latus fixum lateri circumducto fuerit equale erit figura rectangula. **S**i vero longius acutius triangula. **S**i vero breuius obtusius triangula erit. **A**xis autem ipsius figure est latus fixum. **B**asisque sua circulus. Dicitur autem figura haec piramis columnae rotundae.

Sit trigonus. a, b, c . rectum angulum habens qui sit b . figuraturque alterum duorum laterum ambitum rectum angulum b . sitque latus quod figuratur a, b . quo fixo circumducatur trigonus quousque ad locum unde moueri cepit redeat corporea ergo figura quae huius trigoni motu describitur rotunda piramis appellatur cuius tres sunt differentiae. Alia enim est rectangula alia acutius triangula. Tertia obtusius triangula. Et prima quidem est quando latus a, b . lateri b, c . fuerit equale. Effo enim ut linea b, c . cum rotata trigoni peruenit ad finem lineae b, d . itaque punctus c . cadat super punctum d . fiatque linea una. hoc est ut ipsa tunc coniungatur sinui a quo moueri cepit secundum rectitudinem: eritque linea hic quasi b, c, d . quia ex 32. primi §. eiusdem angulus c, a, b . est medietas recti erit angulus c, a, d . rectus idque piramis haec dicitur rectangula. **S**i autem latus a, b . sit longius latere b, c . erit acutius triangula erit. nunc ex 32. primi §. 19. eiusdem angulus c, a, b . minor medietate recti ideoque totus angulus c, a, d . est minor recto et acutus quare piramis acutius triangula. **Q**uod si latus a, b . fuerit breuius latere b, c . erit angulus c, a, b . maior medietate recti ex 32. primi §. 19. eiusdem et totus c, a, d . est duplus ad ipsum c, a, b . maior recto et obtusus. igitur et piramis conuenienter tunc dicitur obtusius triangula. **A**xis autem huius piramidis dicitur linea a, b . **B**asis vero eius circulus quem describit linea c, b . super centrum b . dicitur quoque haec piramis columnae rotundae illius videlicet quam motu suo describeret parallelogramum proueniens ex a, b, c, b, c, a . latere a, b . manente fixo.

Figura corporea rotunda cuius bases sunt circuli duo plani extremitatibus et crassitudine id est altitudine equales est transitus parallelogrami rectanguli latere rectum angulum continetium fixo ipsarum superficies donec ad locum suum redeat circumducta diciturque haec figura columna rotunda. Columnae itaque rotundae atque sphaerae circuli quorum unum atque idem est centrum.

Sit parallelogramum rectangulum a, b, c, d . figuraturque latus a, b . et eo fixo totum parallelogramum quousque ad locum suum cadat vel redeat circumducatur corporea ergo figura huius parallelogrami motu descripta rotunda columna nominatur cuius bases sunt duo circuli centrum est punctus b . alter vero est quem motu suo designat linea d, a . et eius centrum est punctus a . **A**xis autem huius columnae dicitur linea a, b . quae manet fixa in motu parallelogrami. **Q**uod si imaginati fuerimus parallelogramum a, b, c, d . cum peruenit rotatu suo ad finem a, b, e, f . coniungi sinui a quo moueri cepit secundum continuitatem superficiei planae ut scilicet totum sit unum parallelogramum d, c, e, f . et protraximus in eo diametrum d, e . erit quoque diameter d, e . diameter columnae. **Q**uod autem dicitur columnae et sphaerae et circuli idem esse centrum intelligi debet cum horum una est eademque diameter. Verbi gratia diximus enim quod d, e . est diameter istius columnae. Sphaeram igitur atque circulum quorum diameter est linea d, e . necesse est idem centrum habere cum centro oppositae columnae. Sit. n. ut linea d, e . fecerit lineam





a. b. in puncto. g. eritq. g. centrum colūne: diuidit enim axem columnę p equalia & diametrum columnę per equalia quod patet per .16. primi nā anguli qui sunt ad. g. sunt equales ex .15. primi & anguli qui sunt ad. a. & b. recti ex ypothesi: linea quoq. a. d. est equalis lineę. b. e. itaq. d. g. ē equalis. e. g. & a. g. equalis. g. b. cumq. anguli. c. & f. sint recti si super punctum. g. secundum spaciū. d. g. ac sup lineā. d. e. circulus describat trāsibit ex cōuer sa prime ptis. 30. tertii p puncta. c. & f. itaq. punctum. g. est centz. circuli cuius diameter est diameter colūne. ideoq. & sphere: quare māifestum est omni parallelogramo rectangulo circulum omniq. columnę rotunde spheram esse circūscriptibiles. Sicq. patet q. voluit istud theorema.

¶ Angulus corporeus siue solidus est quem continent anguli plani plures q̄ duo qui non in vna superficie siti ad vnum punctum angularem conueniunt.

¶ Duo anguli plani angulum solidum perficere nequeunt sicut nec due recte lineę nequeūt superficiem claudere. Angulos quoq. planos solidum angulum continentes in eadem superficie non conuenit esse sitos sed in diuersis quemadmodum duas rectas lineas planum perficientes angulum non conuenit sibi inuicem secundum situm rectitudinis applicari.

¶ Similes sunt figure corporeę rotunde siue sint colūne siue eaz. pyramides quaz axes diametris suaz basiū sunt pportionales.

¶ Propositis enim duabus pyramidibus rotundis aut duabus columnis rotundis si fuerit pportio axis vnius earum ad diametrum siue basis sicut axis alterius ad diametrum siue basis ille due columnę aut pyramides similes adinuicem esse dicuntur.

Castigator.

¶ Ista diffinitio equalium atq. similium corporum &c. p̄supponit quedam corpora esse equalia & non similia & sunt illa quorum terminales superficies numero & quantitate vniusq. creationis. sed nō similes vt sunt superficies equidistantium laterum & rectorum angulorum in solido parallelogramo cuius lineę angulares sunt supra superficiem orthogonaliter erecte & in illo cuius lineę angulares non sunt orthogonaliter erecte que dam sunt eiusdem altitudinis sunt equalia si in equis. basibus vt dicitur infra. 32. & 33. huius Et tamen non sunt similia a diffi. similium superficierum in principio sexti posita. Quedam sunt similia & non equalia vt in eisdem parallelogramis inequalis altitudinis. Et sic dicendum est de aliis infinitis. quę edā sunt equalia & similia simul vt ex te elicere potes &c.

Propositio .1.

¶ Nec recte partem esse in plano & partem in sublimi est impossibile.

¶ Sit linea. a. b. recta dico quod non est possibile vt pars eius sit in plano & pars sursum eleuata. si enim est possibile sit pars eius que est. a. c. sita. in plano & pars eius que est. c. b. in sublimi posita & protrahatur directe. a. c. i plano in quo ipsa sita est vsq. ad. d. eritq. vt vni eademq. lineę que ē linea. a. c. due lineę penitus diuersę que sunt lineę. c. b. & c. d. ex eadem parte directe adiciantur quod est impossibile ex. 13. primi.

Propositio .2.

¶ Nec lineę due quarum altera alteram secat in vna superficie site sunt omnisq. triangulus in vna superficie totus consistit.

¶ Sint due lineę rectę. a. b. & c. d. se inuicem secantes in puncto. e. dico eas esse in superficie vna, & omnem triangulum dico esse i superficie vna totum. ¶ Signetur enim punctus. f. in. linea. c. d. & punctum. g. in linea. a. b. & ducatur linea. f. g. Quia igitur impossibile est partem trianguli. e. f. g. esse in plano & partē in sublimi quin etiam suarum terminalium linearum vnius aut plurium

pars similiter sit in plano. & pars similiter i sublimi cum de lineis hoc sit i possibile per premisam erit quoq; impossibile de triangulo. itaq; totus triangulus. e. f. g. est in superficie vna. Ex hac igitur secunda parte & premisa constat prima pars huius secunde propositionis.

Propositio .3.



Sumum duarum superficierum seinuicem secantum communis sectio est linea recta.

De planis superficiebus intellige & verum erit quod dicitur. Sint itaq; due superficies plane. a. b. & c. d. seinuicē sectantes dico quod earum communis sectio erit linea recta. Esto enim duo puncta .e. & .f. termini communis sectionis earum que continuētur per lineam rectam que sit .e. f. si igitur linea. e. f. est in vtraq; duarum superficierum. a. b. & c. d. constat propositū. at verosi in neutra aut si non in altera cum ambo puncta. e. & .f. sint in vtraq; superficierum. a. b. & c. d. in ea superficie in qua ipsa non fuerit protrahatur linea recta que sit. c. h. f. erunt igitur due recte linee. e. f. & c. h. f. habentes duos terminos communes quod est impossibile. sic enim due recte linee includerent superficiē quod ē cōtra petitionē vltimā pmi libri.

Propositio .4.



Si fuerit linea orthogonaliter ab incisione duarum linearum erecta intersecantium seipsa ad earūde superficiem perpendicularis erit.

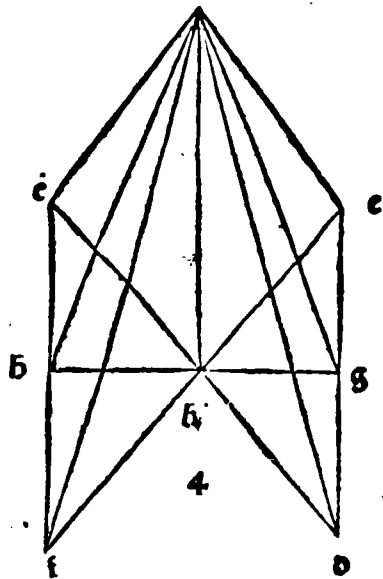
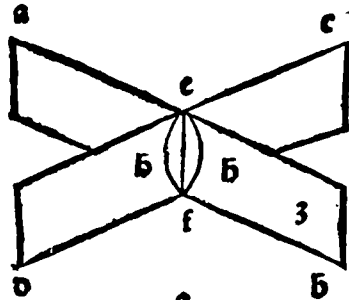
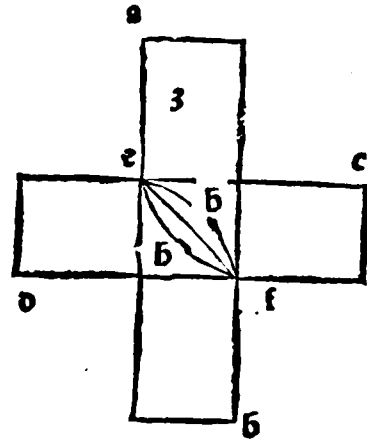
Sit linea. a. b. orthogonaliter erecta super incisionem duarū linearū. c. d. & e. f. secantiū se in puncto. b. de quibus constat p̄ asp̄remisam q̄ ipse sunt site in vna superficie dico q̄ linea. a. b. ppendicularis ē ad ipsarū superficiem. Sint. n. c. b. & b. d. equales at vero. f. b. & b. e. equales & p̄trahant linee. e. d. & c. f. que erūt equales p. 4. primi & equidistantes p. 12. eiusdē. Signato itaq; puncto aliquo i linea. c. d. qui sit. g. ducat linea. g. b. h. eritq; ex. 16. primi. e. g. equalis. f. h. igitur a puncto. a. vel quouis puncto linee. a. b. demittatur ypothemisaliter linee a. c. a. d. a. e. a. f. a. g. a. h. eritq; ex. 4. primi. a. c. equalis. a. d. & a. e. equalis. a. f. Item p. 8. eiusdem erit angulus. a. e. d. equalis angulo. a. f. c. ergo p. 4. ipsius erit. a. g. equalis. a. h. & ideoq; p. 8. eiusdem erit angulus. a. b. g. equalis angulo. a. b. h. quare ex diffinitione vterq; est rectus & linea. a. b. ppendicularis ad lineam. g. h. P̄ simili quoq; mō p̄babis eādem esse ppendicularem ad oēs lineas protractas a puncto. b. in superficie duarum linearum c. d. & e. f. igitur ex diffinitione constat lineam. a. b. ēē ppendicularem ad superficiem in qua site sunt due line. c. d. & e. f. seinuicē secantes q̄ est ppositū.

Propositio .5.

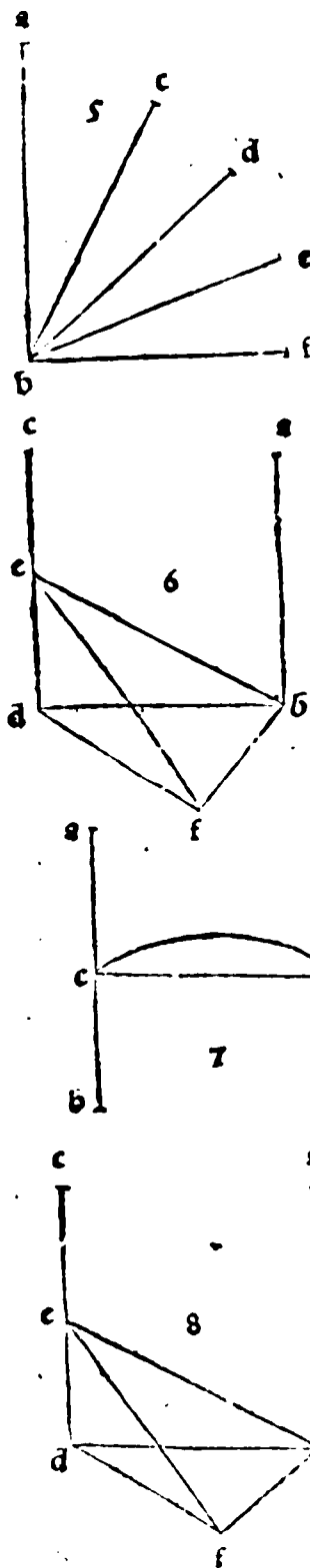


Si super tres lineas conterminales cōi earum termino erecta linea quedam orthogonaliter insistat eedem tres linee in vna superficie site erunt.

Sit linea. a. b. orthogonaliter erecta super cōem terminum trium linearū. b. c. b. d. b. e. angulariter se cōtingentiū in puncto. b. quaz; nulla alii directe applicetur quod idē est ac seinuicem secēt in puncto. b. p̄tracte. n. se secabunt dico q̄ tres linee. b. c. b. d. b. e. sunt in vna superficie site. P̄ constat aut de quibusq; earū duabus q̄ ipse sunt in vna superficie site p̄ scdm huius vel p̄ primam prem. 2. huius. si igit; linea. b. d. nō fuerit in superficie duarū linearū. b. c. & b. e. sed ille due in plano: hec aut in sublimi erit vt hec superficies i qua site sunt due linee. a. b. & b. d. si p̄trahatur & illud quod notum est super quartā fecet illam in qua site sunt. b. c. & b. e. eritq; p. 3. huius cōmunis earum sectio linea recta & ipsa sit. b. f. Quia igitur ex premisa linea. a. b. ē ppendicularis ad superficiem duarum linearū. b. c. & b. e. sequitur ex diffinitione vt ipsa sit perpendicularis ad lineam. b. f. quare angulus. a. b. f. est rectus cumq; etiam angulus. a. b. d. sit rectus ex ypothesi. sequitur impossibile videlicet partem suo toti esse equalem.



imo p̄ p̄uentionē diffinitionis



Propositio .6.



Si fuerint due linee super vnā superficiem perpendicularēs eas equidistantes esse necesse est.

Sint due linee. $a.b.f.c.d.$ perpendicularēs ad vnā superficiem dico eas esse equidistantes. **P**rotrahatur. $n.$ linea. $b.d.$ et unq. ex diffinitione duo anguli. $a.b.d.$ $f.c.d.$ $d.b.$ recti. **S**i igitur due linee. $a.b.f.c.d.$ sint i superficie vna ipse sunt equidistantes per secundam partem. 28. primi. Iplas autem esse in superficie vna sic collige. $a.$ puncto. $b.$ super lineam. $b.d.$ in plano cui perpendiculariter insistant. $a.b.f.c.d.$ protrahe orthogonaliter lineam $b.f.$ ex linea. $c.d.$ siue. $d.e.$ equalē. $b.f.$ $f.$ trahe lineas. $e.b.f.c.f.$ $f.d.f.$ erūt igit duo latera. $e.d.f.d.b.$ trianguli. $e.d.b.$ equalia duobus lateribus. $f.b.f.d.b.$ trianguli. $f.d.b.f.$ angulus. $e.d.b.$ equalis angulo. $f.b.d.$ cū vterq. sit rectus. I taq. per quartam primi linea. $b.e.$ est equalis linee. $d.f.$ itēq. cū duo latera. $e.b.f.$ $b.f.f.$ trianguli. $e.b.f.$ sint equalia duobus lateribus. $f.d.f.$ $d.e.$ trianguli. $f.d.e.f.$ basus. $e.f.$ communis erit per. 8. primi angulus. $e.b.f.$ equalis angulo. $f.d.e.$ cū vterq. sit rectus. Quia igitur angulus. $f.b.f.$ est rectus a diffinitione erit etiam angulus. $e.d.f.$ rectus itaq. linea. $f.b.$ perpendiculariter est erecta super communem terminum trium linearum. $b.a.b.d.b.e.f.$ contingentium angulariter in pūcto. $b.$ quare per premisam ipse sunt in superficie vna. Cum igitur ex prima parte huius secunde linea $c.d.$ sit in eadem superficie. cum vtraq. linearum. $e.b.f.b.d.$ sequitur. $a.b.f.c.d.$ esse in superficie vna. constat ergo propositum.

Propositio .7.



Si in duabus lineis equidistantibus duobus punctis signatis ab altero ad alterum recta linea ducatur in qua superficie ille due linee site sunt eas quoq. in eandem sitam esse necessario cōprobat.

Sint due linee. $a.b.f.c.d.$ equidistantes de quibus constat per diffinitionem q. ipse sunt in superficie vna. In eis autem signentur duo puncta. $e.f.$ $f.$ $f.$ producantur linea recta. $e.f.$ dico itaq. lineam. $e.f.$ esse sitam in superficie linearum. $a.b.f.c.d.$ **S**inautem sit. $e.f.$ in alia superficie vt in sublimi dependens que superficies si protrahatur secabit necessario superficiem i qua site sunt due linee. $a.b.f.c.d.$ eritq. per. 3. huius eōis sectio earum linea recta eisdem punctis terminata quod est impossibile sic enim due recte linee concluderent superficiem.

Propositio .8.



Si in idem planum due recte linee equidistantes erigatur altera vero earum orthogonaliter fittat reliquam quoq. ad idem planum perpendiculari rem esse conueniat.

Hec est quasi conuersa sexte. Sint enim due linee. $a.b.f.c.d.$ equidistantes $f.$ sit earum altera vt. $c.d.$ erecta perpendiculariter super superficiem quamlibet dico reliquam earum que ē. $a.b.$ esse perpendicularē ad eandem superficiem. **F**iat enim prorsus eadē dispositio que in sexta. eritq. vtribi vterq. duorum angulorum. $e.d.b.$ $f.f.b.$ $b.e.$ rectus: primus quidem per positionem. secundus autem per. 8. pmi quare per. 4. huius linea. $f.b.$ est perpendiculariter erecta super superficiem in qua sunt due linee. $b.d.f.b.e.$ cūq. per premisam due linee. $a.b.f.c.d.$ sint in eadem superficie cum duabus lineis. $b.d.f.b.e.$ sequitur lineam. $f.b.$ esse perpendiculariter erectam supra superficiem in qua est linea. $b.a.$ a diffinitione igitur erit angulus. $f.b.a.$ rectus $f.$ quia etiam angulus. $d.b.a.$ est rectus per vltimam partem. 29. primi: sequitur per quartam huius lineam. $a.b.$ esse perpendicularē ad superficiem in qua site sunt due linee. $b.d.f.b.f.$ quare constat propositum.

Propositio .9.



Si duelline vni non in vna superficie equidistant eas quoque sibi inuicem equidistare necesse est.

Sit vtraque duarum linearum .a.b. & .c.d. equidistant linee .e.f. nec sint omnes in superficie vna. dico quod eadem quoque sibi inuicem sunt equidistantes de his quidem que sunt omnes in superficie vna probatum est per .30. primi. at vero de his que in vna superficie non sunt vt est hic .e.f. que intelligatur sursum erecta in sublimi. restat hoc loco probandum. Signetur itaque in ea punctus .g. a quo educantur due perpendiculares ad duas lineas .a.b. & .c.d. que sunt .g.h. & .g.k. eritque per .4. huius linee .e.f. perpendicularis ad superficiem videlicet illam in qua sunt sitae due linee .g.h. & .g.k. itaque per premissam bis assumpta vtraque illarum duarum linearum .a.b. & .c.d. perpendicularis est ad eandem superficiem videlicet ad illam in qua sitae sunt dictae due linee .g.h. & .g.k. Per sextam huius igitur ipse sunt sibi inuicem equidistantes quod est propositum.

Propositio .10.



Si duelline se angulariter contingentes duabus aliis se continguntibus eis oppositis equidistantes fuerint non autem in superficie vna qui ab eis sunt duo anguli equi sibi inuicem esse comprobantur.

Sint due linee .a.b. & .a.c. se angulariter contingentes in puncto .a. equidistantes aliis duabus que sunt .d.e. & .d.f. se quoque angulariter contingentes in puncto .d. nec sint cum eis in superficie vna dico angulum .a. esse equalem angulo .d. Est enim linea .d.e. equalis linee .a.b. cui ipsa posita est esse equidistantes. & .d.f. equalis .a.c. cui et ipsa equidistare ponit. Et ducantur linee .d.a. & .e.b. & .f.c. eritque ex .33. primi bis assumpta vtraque duarum linearum .b.c. & .e.f. equalis & equidistantes linee .a.d. Per conceptionem igitur & premissam eadem sunt equales & equidistantes sibi inuicem. & itaque per .33. primi denuo repetita due linee .b.c. & .e.f. sunt etiam equales & equidistantes igitur per .8. primi constat propositum.

Propositio .11.



In aere assignato ab eo ad datam superficiem perpendicularem ducere.

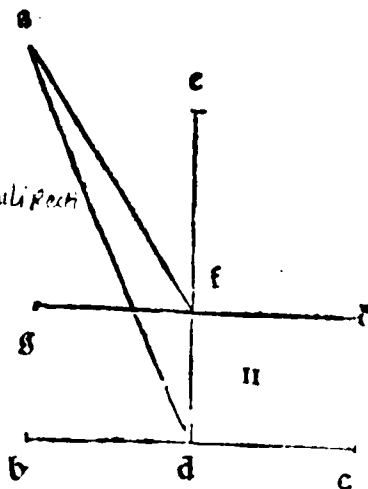
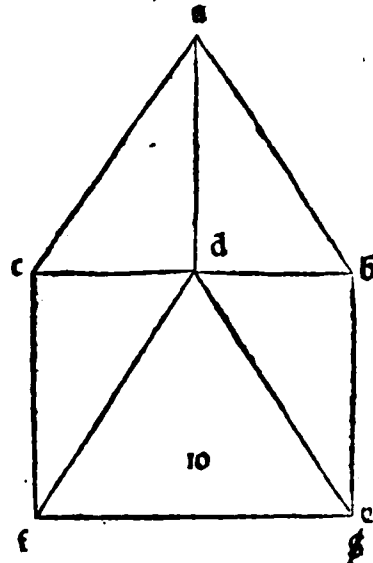
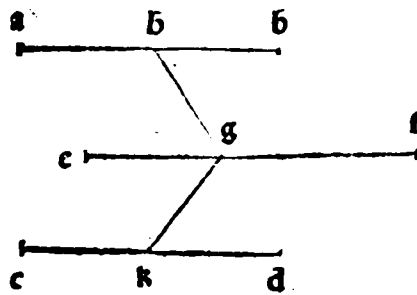
Sit punctus .a. sursum in aere a quo volumus ad superficiem subiacentem perpendicularem ducere ducatur igitur in plano illo linea .b.c. vtriusque contingit ad quam ab ipso puncto .a. ducatur perpendicularis .a.d. secundum doctrinam .1. primi. Rursusque a puncto .d. in plano illo ad quod ducenda est perpendicularis a puncto .a. extrahatur linea .d.e. que sit perpendicularis ad lineam .b.c. vt docet .1. primi. Ad hanc quoque lineam .d.e. ducatur alia linea perpendicularis a puncto .a. que sit .a.f. hanc dico esse eam quam intendimus. Sit enim linea .f.g. equidistantis linee .b.c. & quia vtriusque duorum angulorum .b.d.a. & .b.d.f. est rectus erit ex quarta huius linee .b.d. perpendicularis ad superficiem in qua est triangulus .a.d.f. ideoque etiam per .8. huius erit linea .g.f. perpendicularis ad eandem superficiem. Igitur a definitione erit angulus .g.f.a. rectus cumque etiam angulus .d.f.a. sit rectus sequitur ex quarta huius lineam .a.f. esse perpendicularem ad superficiem in qua sunt due linee .d.f. & .f.g. quod est propositum.

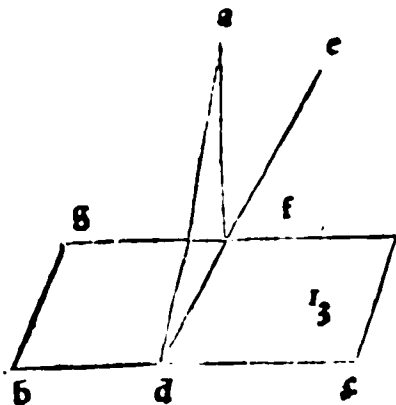
Propositio .12.



Superficie proposita punctoque in ea assignato ab eo per punctum ad datam superficiem linea orthogonaliter erigere.

Cum a puncto quolibet in superficie proposita assignato perpendicularem educere libuerit a quolibet puncto sursum in aere ad libitum posito ad eandem superficiem perpendicularem quemadmodum premissa docuit demittere que si in assignatum punctum ceciderit ipsa est quam queris. Sinautem ab ipso assignato puncto ad demissam perpendicularem equidistantem ducto: erit per .8. huius probabitur esse quam queris.





Plas lineas super punctum vnu ad superficiē vnas orthogonaliter insilire est impossibile

¶ Si enim possibile est vt due linee vni eidēq. superficiali super punctum vnum perpendiculariter insilāt superficies in qua ipse perpendiculariter sit sunt intelligatur producta quousq. fecerit superficiem cui dictae linee perpendiculariter insilunt eritq. per. 3. huius communis earum sectio linea recta: & quia ex diffinitione vtriusq. illarum duarum perpendicularium cum cōmuni sectione continet angulum rectum sequitur vt angulus rectus sit pars anguli recti quod est impossibile. ¶ Quomodo autē demonstratum ē im- possibile esse ab vno eodem puncto extra superficiem duas lineas super punctum vnum ad eandem superficiem esse perpendiculares ita etiam de monstrabimus impossibile esse duas lineas ab vno eodēq. puncto extra superficiem signato ad eandem superficiem protractas ad ipsam esse per- pendiculares. ¶ Si enim hoc fuerit ipse erunt equidistantes ex. 6. huius qd est impossibile ex diffinitione linearum equidistantium. ¶ Constat igit ex hac q. si aliqua superficies plana aliam planam superficiem orthogona- liter fecerit & ab aliquo puncto secantis superficiē ad superficiem sectam per- pendicularis ducatur: in communi earum sectione eam cadere necesse ē. Alioquin ab eodem puncto secantis superficiē ad communem earum sectionem perpendicularis protrahatur vt docet. 12. primi & a puncto in quo incidit cum cōmuni sectione alia perpendicularis ad eandem cōmuni sectionem in superficie secta educatur vt docet. 11. primi. Eratq. ex dif- finitione superficiē super aliam superficiem orthogonaliter erecte angu- lus quem continēt hee due linee perpendiculares rectus. quare per quartā huius prima harum duarum perpendicularium etiam est perpendicularis ad superficiem sectā. ergo ab vno puncto protracte sunt due linee perpendiculariter ad eandem superficiem qd est impossibile: relinquitur itaq. ppositum nostrum.



Plinea vna super duas superficies assignatas or- thogonaliter insilatur: ille due superficies si etiam in infinitum in quācūq. partem protrahantur nunquam concurrent.

¶ Posita enim linea vna duabus superficialibus orthogo- naliter insilire si possibile est superficies illas concurrere. ¶ In earum cōi sectione que per. 2. huius erit linea recta punctusq. quocūq. modo signetur a quo due linee in illis duabus superficialibus ad lineā illā que ipsis perpendiculariter supstat protrahantur: eritq. cōstitutus triangulus ex his duabus lineis & perpendiculari. ¶ Huius itaq. trianguli vterq. duo- rum angulorum qui super perpendicularē consistunt est rectus vt patet ex diffinitione linee supra superficiem perpendiculariter stantis hoc autē est impossibile per. 32. primi.

¶ E conuerso quoq. videlicet si super duas superficies equidi- stantes linea recta ceciderit que ad alteram earum perpendicu- laris sit ipsa quoq. perpendicularis erit ad reliquam.

¶ Positis enim duabus superficialibus equidistantibus intelligatur linea recta ambas penetrans que alteri earum perpendiculariter superstat: dico q. eadem linea relique superficiē perpendiculariter superstat. ¶ Sit enim superficies vna secans positas superficies equidistantes super lineam eas pe- netrantem eritq. communis sectio huius superficiē secantis & alterius secta- rum videlicet illius cui linea penetrans ponitur perpendiculariter insilire re continens angulum rectum cum ipsa linea penetrante ex diffinitio- ne linee perpendicularis ad superficiem. ¶ Si igitur alia communis sectio ipsius superficiē secantis & reliqua duarum sectarum cum eadem linea penetrante non continēat angulum rectum erit ex vltima pe- titio primi vt ille due communes sectiones in alterutram partem pro-

tracte necessario concurrant quare & superficies que posite sunt equidistantes necessario concurrunt. Et quia hoc est impossibile erit ille angulus re-
ctus. Eodemq; modo erit de qualibet alia superficie eadem superficies eq-
distans secante super eadem lineam: igitur ex quarta huius & ex ista. 14.
constat verum esse quod diximus.

Propositio .15.



Si fuerint due linee se contingentes angulariter eq-
distantes aliis duabus se angulariter contingentibus non autem in superficie vna ab eisdem lineis
extente due superficies in nulla parte quantumcunq;
producantur possunt concurrere.

Sint due linee. a. b. & a. c. se angulariter contingentes
in puncto. a. equidistantes duabus lineis. d. e. & d. f. se angulariter contigē-
tibus in puncto. d. & nō sunt in superficie vna: dico earum superficies i qua
cumq; ptem & quantumcunq; ptabantur nunq; concurrere. Protrahatur & n.
a puncto. d. put docet. s. huius perpendicularis ad superficiem duarum li-
nearum. a. b. & a. c. sitq; d. g. & a puncto. g. ducatur. g. h. equidistans. a. b. &
g. k. equidistans. a. c. eritq; ex diffinitione vterq; duorū angulorum. d. g. h.
& d. g. k. rectus & per. 9. erit linea. d. f. equidistans linee. g. k. & linea. d. e. equi-
distans linee. g. h. quare per vltimam partem. 29. primi vterq; duorū an-
gulorum. e. d. g. & d. g. f. erit rectus: ideoq; per quartā huius linea. d. g. erit p-
pendicularis ad superficiem duarum linearum. d. e. & d. f. cumq; ipsa eadē
sit etiam ex ypothesi perpendicularis ad superficiem duarum linearum. a.
b. & a. c. igitur ex premissa liquet quod est propositum.

Propositio .16.



Si duas superficies equidistantes vna superficies
secet cōes earū sectiones equidistantes erunt.

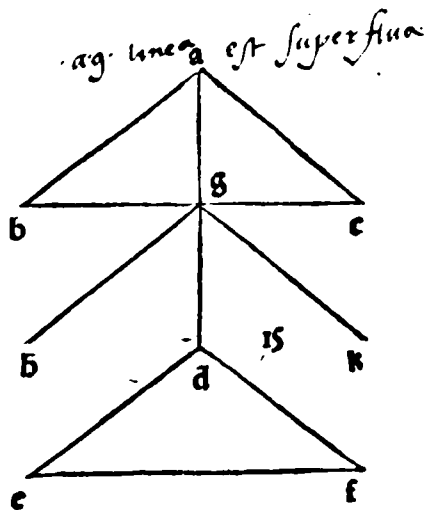
Constat equidem ex tertia q; vna superficie quasq;
duas superficies equidistantes secante cōmunes earū sectio-
nes erunt due linee recte: que cū sint ambe site in superficie
secante. si ipse non fuerint equidistantes ponātur ad quod-
libet vnum punctum concurrere erit itaq; vt vnus atq; idem punctus sit
in vtraq; illarum duarū sectionum cōmuniū cumq; vna illarū cōmuniū
sectionum sit in vna duarum superficierū secta & reliqua in altera. sequi-
tur superficies illas que posite sunt esse equidistantes concurrere. hoc autē
impossibile est. Erunt igitur cōes earum sectiones equidistantes quod est
propositum. **E**x hac & premissa potes elicere conclusionem vnam simi-
lem. 30. primi videlicet istam. Si fuerint due superficies vni equidistan-
tes ipse quoq; erunt adinuicem equidistantes. Positis enim tribus superfi-
ciebus quarum vtraq; duarum extremarum equidisset medie dico q; ne-
cesse est ipsas extremas equidistare adinuicem. Secentur omnes ille tres su-
perficies duabus superficieribus se quoq; inuicem secantibus: eruntq; ex hac
16. cōes sectiones duarum extremarū superficierū equidistantes sectionibus
medie: quare ex. 30. primi ipse etiam sectiones duarum extremarum sup-
ficerum erunt equidistantes adinuicem. Et quia ipse contingunt se in cō-
muni sectione duarum superficierum tres positas superficies secantium ex
premissa euidenter constat quod diximus.

Propositio .17.



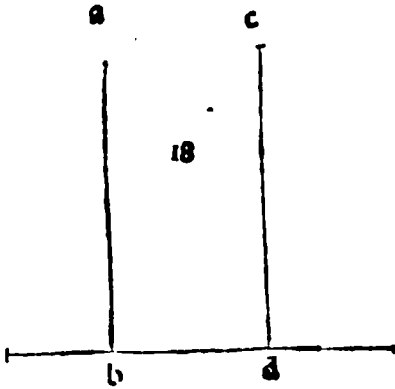
Si superficies tres vel plures equidistantes duas
rectas lineas seinuicem contingentes vel equidi-
stantes secent illarum linearum portiones propor-
tionales esse probantur.

Intelligentur enim due recte linee penetrantes quali-
tercunq; contigerit tres superficies equidistantes aut etiam
plures tribus. dico itaq; duas portiones illarum linearum inter quaslibet
duas superficies interceptas. proportionales esse quibusque duabus inter
alias duas ex illis equidistantibus superficieribus interceptis. Coniungan-



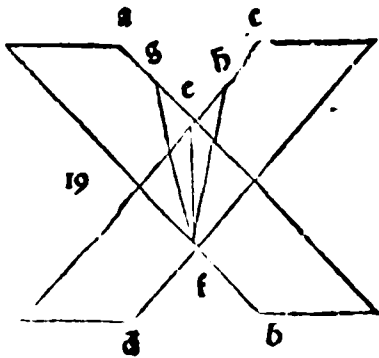
tur enim due extremitates illarum duarum linearum ducta inter eas linea vna diagonaliter eritq. hec diagonalis cum vtraq. illarum duarum penetrantium superficies propositas in superficie vna illas equidistantes superficies positas secante. si ergo harum superficierum communes sectiones que per premissam erunt equidistantes cogitatione protraxeris ex prima parte scilicet de sexto constabit propositum.

Propositio .18.



Si in superficie assignata orthogonaliter steterit linea: ois superficies a linea illa quorsolibet ducta ad eadem assignatam superficiem erit orthogonaliter erecta.
¶ Sit enim linea .a. b. erecta perpendiculariter super assignatam superficiem et a linea .a. b. producatu superficies quorsum libuerit: quam dico super propositam superficiem esse perpendiculariter erectam. ¶ Cum enim ipsa fecerit superficiem assignatam: erit earum communis sectio linea recta ex .3. huius. sitq. b. d. in hac ergo cōi sectione signato puncto quolibet qui sit .d. extrahatur ab eo. in superficie que producta est a linea .a. b. linea quedam perpendicularis ad lineam .b. d. que sit .d. c. eritq. ex secunda parte .18. primi linea .c. d. equidistans lineae .a. b. id eoq. ex .8. huius linea .c. d. est et perpendicularis ad superficiem propositam. ¶ Quia ergo hoc modo quolibet linea protrahitur orthogonaliter a quolibet puncto lineae .b. d. ad ipsam lineam .b. d. in ipsa superficie que producta est a linea .a. b. est perpendicularis ad propositam superficiem ex diffinitione superficiei supra superficiem orthogonaliter erecte: constat verum esse quod propositum est.

Propositio .19.



Si due superficies se inuicem secantes supra vnam superficiem erecte fuerint orthogonaliter cōis earum sectio ad eandem superficiem perpendicularis erit.
¶ Sint due superficies .a. b. et .c. d. se inuicem secantes erecte orthogonaliter super assignatam superficiem: sitq. cōis earum sectio linea recta .e. f. hanc dico esse perpendicularem ad assignatam superficiem. Alioquin a puncto .f. qui est communis terminus sectionum duarum superficierum se inuicem secantium. et tertiae superficiei secante producta vna linea recta que sit .f. g. in superficie .a. b. perpendicularis ad superficiem assignatam. Itemq. ab eodem puncto ducatur alia perpendicularis ad eandem superficiem que sita sit in superficie .c. d. et ipsa sit .f. h. Erunt q. due lineae .f. g. et .f. h. orthogonaliter insisteres si per punctum vnum ad superficiem assignatam: hoc autem impossibile per .13. huius. ¶ Tales autem lineas posse protrahi a puncto .f. in vtraq. duarum superficierum .a. b. et .c. d. cum .e. f. non fuerit perpendicularis ad assignatam superficiem dubitare non cōuenit. ¶ Intelligatur quidem linea .f. b. cōis sectio superficiei .a. b. et superficiei assignate. Et linea .f. d. superficiei .c. d. et superficiei assignate. Si igitur linea .e. f. fuerit perpendicularis ad vtranq. duarum linearum .f. b. et .f. d. ipsa etiam erit perpendicularis ad superficiem assignatam ex quarta huius. Si autem ad neutram sit .f. g. perpendicularis ad .f. b. et .f. h. perpendicularis ad .f. d. deinde a puncto .f. protrahe in superficie assignata vnam lineam perpendicularem ad lineam .f. b. que ex diffinitione superficiei super per aliam superficiem orthogonaliter erecte cum linea .f. g. continebit angulum rectum: per quartam igitur huius erit linea .f. g. perpendicularis ad superficiem assignatam. ¶ Eodem quoq. modo protrahatur alia linea a puncto .f. in superficie assignata que sit perpendicularis ad lineam .f. d. sequetur ex diffinitione predicta et ex quarta huius lineam .f. h. esse perpendicularem ad superficiem assignatam quod est impossibile per .13. huius. ¶ Quod si confiteare lineam .e. f. esse perpendicularem ad lineam .f. b. sed non ad lineam .f. d. sequetur modo consimili duas lineas .e. f. et .f. h. esse perpendiculares ad superficiem assignatam quod nihil minus est impossibile.

Propositio .20.



Itres anguli superficiales solidi angulus contineat illosum trium angulorum quibus duo pariter accepti reliquo sunt maiores.

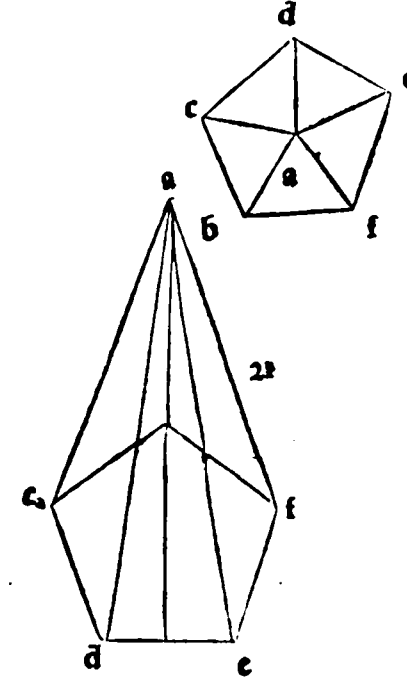
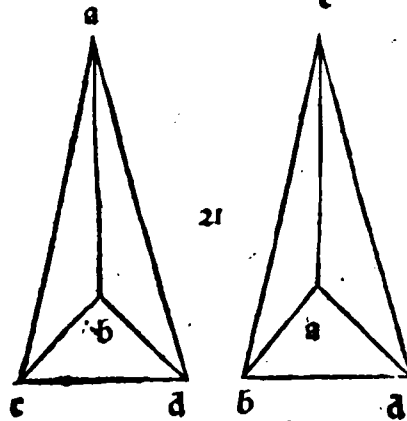
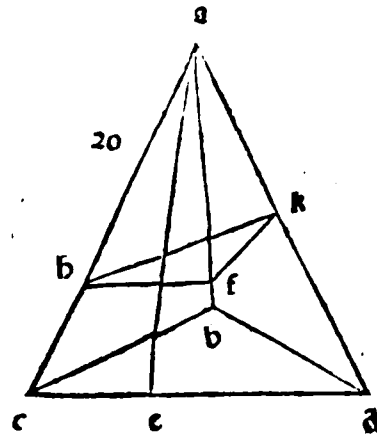
Sint tres linee .a.b.a.c.a.d. pyramidaliter erecte supra superficiem .b.c.d. continentes tres superficiales angulos ex quibus solidus perficitur angulus in puncto .a. dico quos libet duos ex ipsis superficialibus angulis solidum angulum in puncto .a. constituentibus pariter acceptos tertio esse maiores. ¶ Si enim hi tres anguli superficiales fuerint sibi inuicem equales aut si duo tantum equales tertio existente minore utrolibet duorum equalium constat per eodem scientiam verum esse quod dicitur. ¶ Quod si eorum unus utrolibet duorum reliquorum maior fuerit siue illi duo ponantur equales siue non equales adhuc constat illum maiorem cum utrolibet duorum reliquorum pariter acceptorum tertio esse maiorem. Sed et illos duos minores pariter acceptos hoc tertio qui maior utrolibet ponitur esse maiores sic collige. ¶ Esto .n. trium propositorum angulorum superficialium angulis .c.a.d. maior utrolibet reliquorum duorum. Ex ipso ergo abscindam angulum .e.a.d. equallem angulo .b.a.d. protracta linea .a.e. Et sumatur ex hac linea .a.e. linea .a.g. ex linea .a.b. lineam .a.f. quas ponam esse equales. Et protraham lineam a puncto .g. qualitercumque contingat in superficie duarum linearum .a.c. et .a.d. quousque secet .a.c. in puncto .b. et .a.d. in puncto .k. et ipsa sit .h.g. Et producam lineas .f.h. et .f.k. Cum sit igitur .a.f. equalis .a.g. posita .a.k. cōi erit per quartam primi .f.k. equalis .k.g. Et quia ex .20. primi due linee .h.f. et .f.k. sunt maiores linea .h.k. erit per conceptionem .b.f. maior .h.g. ideoque per .15. primi cum sit linea .a.f. equalis lineae .a.g. erit angulus .f.a.h. maior angulo .b.a.g. per conceptionem igitur constat duos angulos .h.a.f. et .a.k. pariter acceptos esse maiores angulo .h.a.k. quod erat demonstrandum.

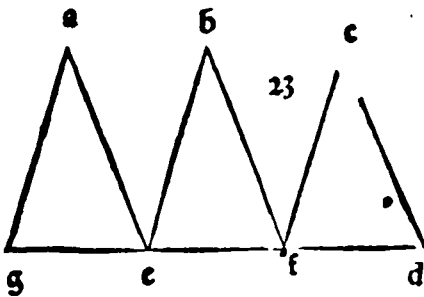
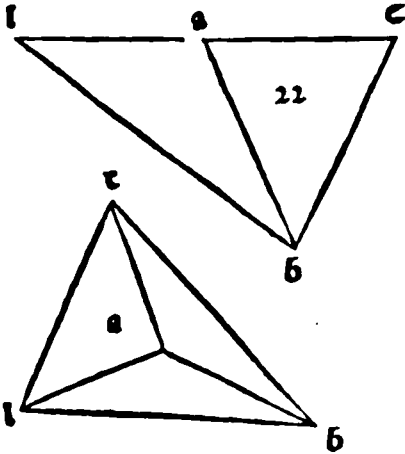
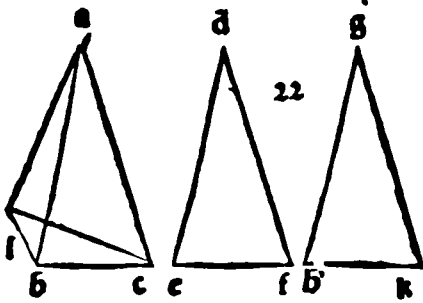
Propositio .21.



Isolus angulus solidus quatuor rectis angulis minor esse probatur.

Anguli solidi quantitas ex angulorum superficialium ipsum solidum continentium quantitate determinatur hec ergo .21. proportionaliter proponitur quoque quoslibet superficiales angulos solidum quolibet continentes pariter acceptos quatuor rectis angulis esse minores. ¶ Sit enim triangula pyramis .a.b.c.d. cuius supremus angulus cum possit esse quilibet suorum angulorum hic tñ sit .a. De quo dico quod tres superficiales anguli ipsum .a. continentes sunt minores quatuor rectis. ¶ Constat enim ex .31. primi .9. angulos trium triangulorum hanc pyramidem circumstantium et ipsi sunt .a.b.c.a.c.d.a.d.b. esse equales sex angulis rectis de tribus aut angulis basis eius quod est triangulus .b.c.d. constat quoque per eadem quod ipsi sunt equales duobus rectis. ¶ Cum igitur sex anguli trium triangulorum predictorum hanc nostram pyramidem de cuius supremo angulo disputamus circumstantiunt qui in sex anguli cum tribus angulis basis reliquos tres angulos solidos pyramidis continent sint ex pmissa tñ assumpta maiores tribus angulis basis sequitur ipsos sex angulos esse maiores duobus rectis. Ex nouē. igitur angulis trium triangulorum pyramidem circumstantium his sex angulis demptis erunt ex cōi scia reliqui tres et ipsi sunt qui constituunt solidum angulum .a. minores .4. rectis. ¶ Si autem angulus .a. supremus in assumpta pyramide pluribus angulis superficialibus quā tribus contineat quod erit fin multitudinē angulorum sue basis cum igitur oēs anguli oium triangulorum ipsam pyramidem circumdantiū piter accepti sint ex .31. primi tot rectis angulis equales quāntus est numerus angulorum sue basis duplicatus eo quod tot necesse est esse triangulos pyramidem circumdantes quot fuerint anguli sue basis. Cumque omnes anguli sue basis sint tot rectis angulis equales quāntus est numerus angulorum suorum duplicatus et demptis inde .4. ut in .31. primi demonstratum est. Cumque igitur omnes an-





guli triangulorum pyramidem circūdandam qui super latera basis ipsius pyramidis consistunt pariter accepti sint maiores omnibus angulis basis pariter acceptis vt euidenter constat ex premissa totiens quot angulos basis habuerit repetita adhuc necessario sequitur ex cōmuni scientia superficiales angulos solidum angulum. a. continentes pariter acceptos esse maiores quatuor rectis eoinquam minores quo omnes anguli trigononū pyramidem circūdantium qui super latera basis statuer pyramidis consistunt excedunt omnes angulos basis pariter acceptos.

Propositio .22:



Stres anguli superficiales quorum quicq. duo pariter accepti tertio sint maiores cūctis sibi inuicē equis lineis contineantur de tribus basibus angulos illos ab ipsarum linearum equalium terminis subtendentibus triangulum sublitui vel constitui possibile est.

Sint tres superficiales anguli. b. a. c. e. d. f. h. g. k. vt proponitur : tales videlicet vt quicq. duo eorum tertio sint maiores. ¶ Sintq. sex latera eos continentia equalia que sint. a. b. a. c. d. e. d. f. g. h. g. k. ¶ Subtendantur eis tres bases que sint. b. c. e. f. h. k. ¶ Ex his ergo tribus basibus triangulum aio constitui posse. ¶ Esto enim angulus . b. a. l. equalis angulo. d. ¶ Linea. a. l. lineae. d. e. ¶ Protrahantur. l. b. l. c. eritq. ex. 4. primi linea. l. b. equalis lineae. e. f. Ex ypothesi vero constat totalem angulum. a. esse maiorem angulo. g. erant. n. quicq. duo ex tribus angulis b. a. c. d. ¶ g. tertio maiores. Igitur ex. 14. primi linea. l. c. linea. b. k. est maior. Cūq. sint ex 10. primi due lineae. l. b. ¶ b. c. maiores linea. l. c. sequitur duas lineas. l. b. ¶ b. c. esse multo fortius maiores linea. h. k. ¶ Quia igitur. l. b. est equalis. e. f. erunt due lineae. b. c. ¶ e. f. maiores linea. h. k. Constat itaq. hoc modo quasq. duas lineas ex tribus lineis. b. c. e. f. h. k. esse longiores tertia. Igitur ex. 11. primi cōstat verum esse quod dicitur. Hoc dūtaxat addito q. si duo anguli. b. a. ¶ c. d. pariter accepti sint equalis duobus rectis erūt due lineae l. a. ¶ a. c. ex. 14. primi linea vna: que cum sit equalis ex ypothesi duabus lineis. g. h. ¶ g. k. que ex. 10. primi longiores sint linea. h. k. cūq. ex eadē lineae due. l. b. ¶ b. c. sint longiores linea. l. c. sequitur vt prius. b. c. ¶ e. f. pariter acceptas esse longiores. h. k. At nō si duo p̄dicti anguli sint maiores duobus rectis erūt ex. 11. p̄mi due lineae. a. l. ¶ a. c. ideoq. ¶ due. g. h. ¶ g. k. breuiore duabus que sint. l. b. ¶ b. c. quare vt prius. b. c. ¶ e. f. pariter accepte sint longiores linea. h. k.

Propositio .23.



Ribus angulis superficialibus propositis quorum quicq. duo pariter accepti tertio sint maiores oēs aut tres simul quatuor rectis angulis minores: ex tribus illis equalibus qualescūq. sint solidum angulum constituit.

Sint propositi tres anguli superficiales qui sint . a. b. c. de tribus illis equalibus volumus vnum solidum angulum constituit. ¶ Oportet igitur ex. 10. huius vt quicq. duo eorum pariter accepti tertio sint maiores ¶ ex. 11. huius vt omnes pariter accepti quatuor rectis angulis sint minores ex ipsis itaq. sint hec posita: latera vero eos continentia cūcta ad inuicem sint equalia eisq. subtendantur tres bases ¶ ipse sint. d. e. e. f. ¶ f. d. eritq. ex p̄missa possibile de tribus lineis his basibus equalibus triangulum constitui ¶ Sit igitur ex eis constitutus secundum doctrinam. 11. primi triangulus. d. e. f. cui sicut docuit quinta quarti circūscribatur circulus. d. e. f. supra centz. g. ¶ Protrahantur. g. d. g. e. g. f. ¶ cum sint ad inuicem equalis ex diffinitione circuli lateraq. tres p̄positos angulos ambiētia eq̄lia ex ypothesi necesse est vt earum quelibet quolibet illorum laterum sit minor equalem aut maiorem esse ē impossibile. Si enim linea exiens a centro. g. ad circūferētiā circuli. d. e. f. esset equalis alicui latero

a. d. a. e. b. e. b. f. c. f. c. d. sequeretur propterea que posita sunt annuente. B. primi tres angulos. a. b. c. ppositos et equales tribus angulis. d. g. e. e. g. f. f. g. d. cuius bi tres sunt equales quatuor rectis angulis vt facile patet ex. 13. protracta paulisper vna linearum existentium a centro ad circūferentiam in continuum et directum essent et tres anguli. a. b. c. equales et quatuor rectis quod est contra posita. ¶ Quod si esset maior superpositis tribus tri angulis quorum sunt anguli. a. b. c. tribus triangulis diuidentibus triangulum. d. e. f. vnoquoq. illi cum quo comunicat in basi ita q. bases supponantur basibus equales videlicet equalibus et anguli. a. b. c. cadant ad partem puncti. g. sequeretur ex. 11. primi tres angulos. a. b. c. et maiores tribus qui sunt. d. g. e. e. g. f. g. d. essent itaq. maiores quatuor rectis quod est amplius contrarium positis. ¶ Reliquitur itaq. vnum quodq. ex sex lateribus tres ppositos angulos ambientibus maius esse linea egrediente a centro. g. ad circūferentiam. d. e. f. ideoq. et potentius. ¶ Sit igitur potentius in linea. g. h. que sit secundum. a. b. huius orthogonaliter erecta super superficiem trianguli vel circuli. d. e. f. Demittanturq. tres ypothemise. b. d. h. e. h. f. quas dico continere angulos tres superficiales equales tribus ppositis constituentes angulum solidum in puncto. h. Cum enim quadratū linee. a. d. sit equale duobus quadratis duarum linearum. d. g. et. g. b. ex ypothefi. At quadratum linee. d. h. sit egle eidem ex penultima primi necesse ē linea. a. d. et equalem linee. d. b. Eodēq. mō et linea. a. e. linee. e. b. igit. ex. 8. pmi. cū bases et sint egles erit angulus. a. egles angulo. d. b. e. Si militer quoq. erit angulus. b. equalis angulo. e. h. f. et angulus. c. equalis angulo. f. b. d. quare constat factum et quod facere disposuimus.

¶ Castigator.

a ¶ Quia cum triangulus. d. e. f. sit constitutus ex tribus lineis equalibus illis tribus basibus presupponitur latus. e. d. huius trianguli. d. e. f. et equale illi basi. d. e. subtense angulo. a. Et ideo p. 8. primi concludit de angulis.

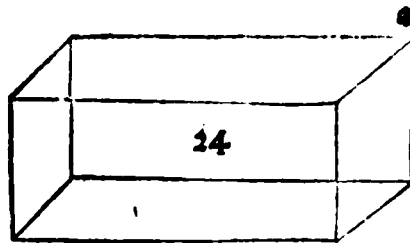
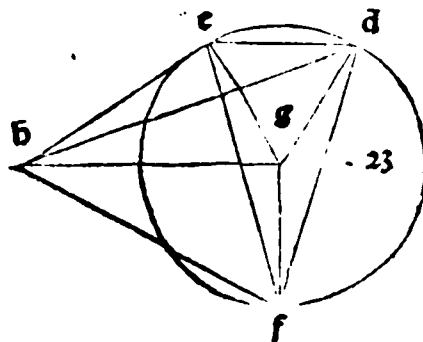
Propositio .24.



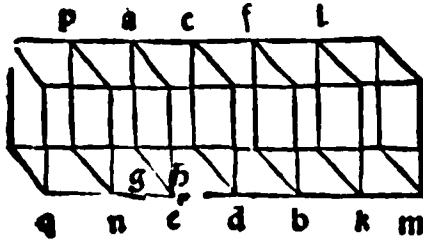
Superficiebus equidistantibus solidus continetur eius opposite superficies sibi inuicem equales sunt et equidistantium laterum.

¶ Quicquid dicant alii solidum equidistantibus superficiebus contentum superficiebus paribus necesse est contineri que sicut esse non possunt pauciores sex ita possunt

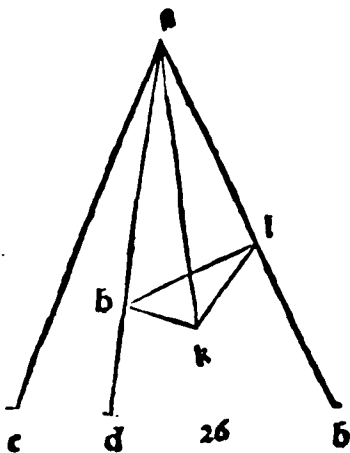
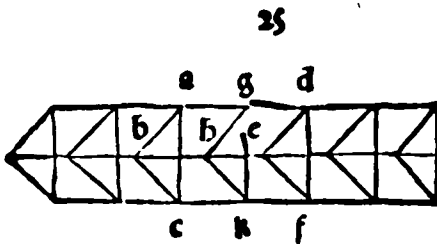
et se in omni numero pari senarium excedere. ¶ Constat enim columnā exagonam posse. 8. superficiebus que bine et bine opposite sibi inuicem equidistant contineri sic quoq. octogonam. 10. et decagonam. 12. et ad istarum similitudinem in infinitum. ¶ Sed horum omnium solidorum equidistantibus superficiebus contentorum que infinita esse pronuncio solum illud dicitur parallelogramum cuius omnes superficies ipsum ambientes parallelograme sunt et istud sex superficiebus duntaxat necesse est ambiri. De tali itaq. quod sex tantum superficiebus ambitur dico debere intelligi q. bec. 24. proponit. Sit igitur tale solidum corpus. a. b. cuius omnino superficies sic vt solido habitu mente comprehendat patebitq. tibi vnāquāq. earū quatuor ex reliquis secare. Cuius quatuor latera cum sunt communes sectiones ipsius secantis et quatuor sectarum. Sint autem ille quatuor secte bine et bine secundum q. ad inuicem opponuntur equidistantes ex ypothefi sequitur ex. 16. bis assumpta vt quatuor latera huius superficiei secantis et quatuor sectarum sint ad inuicem bina et bina equidistantia. Constat itaq. secundum. ¶ At vero ex. 34. primi manifestum est omnia latera opposita istarum sex superficierum esse equalia. ¶ Erunt igitur bina latera angulum planum continentia cuiusq. earum equalia binis lateribus angulum planum in superficie sibi opposita continentibus Anguli quoq. ab illis binis et binis lateribus cōtenti egles p. 10. huius igit. ex cōuersa penultime cōis scie in pmo libro posite necesse ē quasq. duas superficies i solido. a. b. oppositas et sibi inuicē equales quod est ppositum.



b



25



26

Propositio .25.



Si superficies quedam fecerit solidum parallelogrammum equidistanter duabus ipsius solidi superficies oppositis duo partialia corpora que ad illam secantem superficiem velut ad communem terminum copulantur suis basibus sunt proportionalia.

Sit corpus, a. b. solidum parallelogrammum & fecerit ipsam superficiem, c. d. equidistanter duabus eius oppositis superficiebus que sunt a. e. & f. b. & sit superficies, g. b. basis ipsius solidi, a. b. de qua constat p premissam & ipsa sit equidistantium laterum. Et sit communis sectio duarum superficieum, c. d. & g. b. linea, h. d. de qua constat per .3. huius & ipsa sit linea recta & per .16. huius & ipsa sit equidistans, g. e. idcirco sunt due superficies, g. d. & f. b. equidistantium laterum & ipse sunt bases duorum partialium corporum in que superficies, c. d. diuidit solidum, a. b. Dico itaq; q; proportio solidi, a. d. ad solidum, b. c. sicut basis, g. d. ad basim, h. b. Protrahantur enim vtrinq; quantum libuerit, quatuor linee penetrantes superficiem, c. d. super eius angulos & ipse sunt, a. f. & e. b. cum duabus reliquis sibi equidistantibus. Sumanturq; ex eis omnibus portiones ex parte puncti, b. quot libuerit que ponantur singule equales linee, b. d. & ex parte puncti, e. alie similiter quot libuerit que ponantur equales linee, e. d. sup quas vtrinq; constituentur solida parallelogramma secundum suarum longitudinem exigentium. Sintq; ex pte puncti, b. solida, f. k. & l. m. & ex parte puncti, e. solida, a. n. & q. p. Eruntq; ex diffinitione corporum equalium atq; similium vnum quodq; solidorum, f. k. & l. m. equale solidum, e. b. & vnu quodq; a. n. & q. p. est equale, a. d. Fiat igitur argumentum quemadmodum in prima sexti. Est enim solidum, c. m. ita multiplex solidi, b. c. sic basis, h. m. basis, h. b. & solidum, q. c. ita multiplex solidi, a. d. sic basis, q. b. basis, g. d. & si basis, h. m. est equalis basi, q. b. solidum, e. m. est, equale solidum, q. c. ex diffinitione corporum equalium atq; similium & si basis est minor basi & solidum est minus solidum & si maior maius quod patet ex diffinitione eadem resecata maiori basi ad equalitatem minoris & descripro super eam solido parallelogrammo, itaq; ex diffinitione incontinue proportionalitatis proportio solidi, a. d. ad solidum, e. b. sicut basis, g. d. ad basim, h. b. quod est propositum. Quod si superficies aliqua fecerit corpus seratile equidistanter duabus eius triangularibus superficiebus oppositis duo partialia corpora que ad illam secantem superficiem velut ad eodem terminum copulantur suis basibus erunt proportionalia. **S**it enim, a. f. corpus seratile cuius sint due trigone superficies, a. b. c. d. e. f. Constat igitur ex diffinitione seratilis vnâquâq; trium superficieum que sunt, a. b. d. e. b. c. e. f. a. c. d. f. esse parallelogrammum. Secet igitur superficies, g. h. k. istud seratile equidistanter duabus eius oppositis superficiebus que sunt, a. b. c. d. e. f. dico q; proportio seratilis, a. k. ad seratile, g. f. est sicut basis, a. k. ad basim, g. f. quod sicut de solidis parallelogrammis probatur. Protractis enim in vtrâq; partem lineis, a. d. b. e. c. f. factisq; inter eas ex parte puncti, e. seratilibus equalibus seratili, g. f. & ex parte puncti, b. aliis equalibus seratili, a. k. vtrinq; quouis numero ex diffinitione incontinue proportionalitatis si cetera vigili mente perlustras non erit tibi difficile cōcludere qd diximus.

Propositio .26.



Et per datum punctum date linee angulo solido proposito equalem angulum solidum constituere.

Solidus angulus propositus sit, a. qui contineat tribus lineis, a. b. a. c. a. d. tres superficiales angulos ipsum solidum perficientes continentibus cui super punctum, e. linee, e. f. propositæ que ad libitum pponentis iaceant in sublimi confurgat iubemur equalē angulū solidū constituere qualiscūq; sit finis lineæ, e. f. a puncto, g. vbiq; volueris signatos productio lineæ, g. e. erunt q; ex secula huius due linee, e. f. & g. e. in superficie vna. In hac itaq; superficie

super punctum. e. datum in assignata linea secundum consilium .23. pmi
constitue angulum eglem angulo. b. a. c. & ipse sit. f. e. g. dehinc ex linea.
a. d. abscinde linea. a. b. sicut volueris & a puncto. b. producito ppendicu-
larem. b. k. ad superficiem in qua sunt due linee. a. b. & a. c. quod qualiter
ficiendum sit. a. huius docuit. Nec sit igitur tibi cura de pñcto. k. Nihil. n.
refert vtz ppendicularis. b. k. occurrat supfici in qua sunt due linee. a. b.
& a. c. inter ipsas lineas aut extra aut in eaz altera ducito tri lineam. a. k.
positoq puncto. l. in linea. a. b. vbiq volueris ptrahe lineas. k. l. & l. b. &
pone angulum. f. e. m. in superficie lineaz. e. f. & e. g. equalem angulo. b. a.
k. & lineam. e. m. equalē lineae. a. k. & ex linea. e. f. sume lineam. e. p. equa-
lem lineae. a. l. & a puncto. m. educ lineā. m. n. ppendicularem ad superfi-
ciem in qua sunt due linee. e. f. & e. g. & pone eam equalē. b. k. & protra-
he lineas. e. n. n. p. & p. m. dico igitur tres lineas. e. f. e. g. e. n. continere an-
gulum solidū in puncto. e. equalē angulo. a. pposito. Cum sint enim ex
ypothesi duo latera. a. k. & k. b. trianguli. a. k. h. equalia duobus lateribus
e. m. & m. n. trianguli. e. m. n. & anguli qui sunt ad. k. & ad. m. recti ex dif-
finitione linee ppendiculariter erecte supra superficiem. Erunt ex quar-
ta primi due linee. a. h. & e. n. equalēs. Per eandem quoq erunt due linee
k. l. & m. p. equalēs. Ideoq ē p eandem. b. l. & n. p. equalēs cum sint. h. b.
k. & k. l. equalēs. m. n. & m. p. & anguli. b. k. l. & n. m. p. recti p. 8. igitur pmi
erit angulus. n. e. p. equalis angulo. b. a. l. ¶ Simili quoq mō probabis
angulum. g. e. n. esse equalē angulo. c. a. d. Constat itaq nos effecisse quod
volumus. Huius si studiosus insititeris quotcūq lateribus. a. solidus angu-
lus ppositus cōtineatur quod a te petis sine offendiculo perficere poteris.

Castigator.

a ¶ Non mireris de puncto. g. si ad libitum ponatur & linea. g. e. ptraha-
tur hoc. n. sit vt habeatur superficies ex secunda huius in qua angulus sup-
ficialis finietur & etiam per primam huius si pñctus. g. directe obuiaret
pñcto. e. nūc fietet linea vna q̄ tota ēēt in eodē plano siue i eadē supficie.

Propositio .27



Super assignatam lineam dato solido equidistan-
tium superficierum simile solidum constituere.

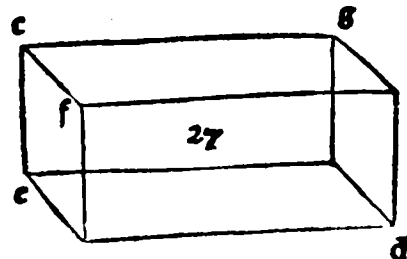
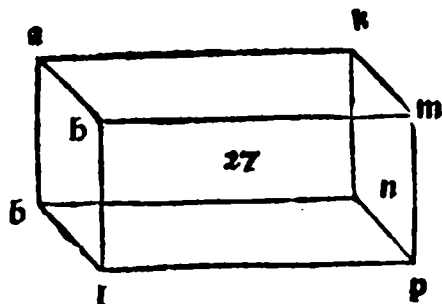
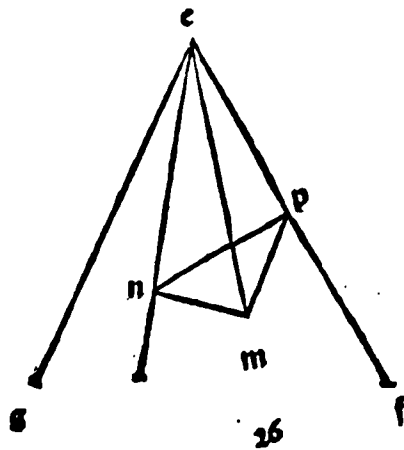
¶ Sit assignata linea. a. b. de cuius situ vtrum in plano
iaceat vel sursum exurgat. nihil curetur sitq assignatum
parallelogramum solidum corpus. c. d. cui super lineam
a. b. iubemur simile solidum fabricare. Sint igitur tres li-
nee continentes superficiales angulos ex quibus componitur solidus an-
gulus. c. inscripte litteris. c. e. c. f. c. g. At secundum precepta premisse super
punctum. a. lineae. a. b. constituatur angulus solidus equalis. c. quem con-
tineant tres linee. a. b. a. h. a. k. & auxilio. 10. sexti sit proportio. c. e. ad. a. b.
& c. f. ad. a. b. & c. g. ad. a. k. proportio vna. Dehinc a tribus punctis. b. h.
k. protrahantur sex linee. h. l. equidistans lineae. a. b. & b. m. equidistans li-
nee. a. k. iterum. b. l. equidistans lineae. a. b. & b. n. equidistans lineae. a. k.
¶ Rursus quoq. k. n. equidistans. a. b. & k. m. equidistans. a. h. Amplius
autem protrahantur. m. p. equidistans. b. l. & p. l. equidistans. h. m. pro-
trahatur quoq & linea. p. n. eritq completum solidum parallelogramum
a. p. quod dico esse simile solido. c. d. Hoc autem ex diffinitione similium
superficierum & diffinitione similium corporum si eorum memineris
facile concludes.

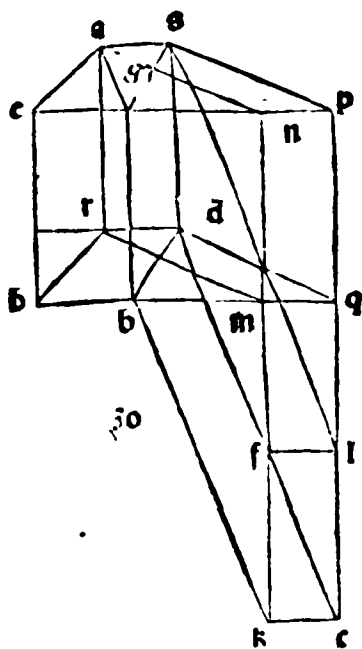
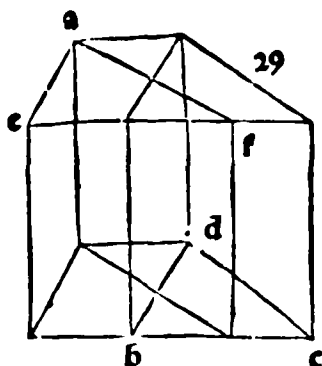
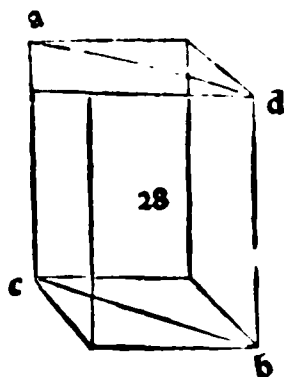
Propositio .28.



¶ Superficies aliqua solidum parallelogramum su-
per duas qualibet oppositas superficies eius ter-
minales & super earum duas diametros secet eā-
dem supficie corpus illud p equia secare necesse est.

¶ Sit corpus. a. b. solidum parallelogramum de quo sit
positū & superficies. a. b. c. d. secet ipsum sup diametros duaz
superficiez oppositaz solidum ipm terminantiū que sunt. a. d. & c. b. dico





q ipsa dividit istud solidum propositum per equalia. Cōstat enim q ipsa dividit illud solidum in duo seratilia quorum superficies quadrilateras binas & binas adinuicem relatas secundum q ipse sunt opposita latera soli di propositi manifestum est ex. 24. huius et equales cum solidum de quo loquimur positum sit esse parallelogramum. Ex eadem quoq. ff. 41. pms constat trilateras superficies dictorum seratiliam esse equales. ¶ Igitur a diffinitione solidorum equalium liquet quod propositum est.

¶ Castigator.

a ¶ Quia triangulus formatur sup vnum latus superficiez oppositarum & super idem formatur eadē superficies opposita. Et ideo per. 41. sunt eq les dicti trianguli quoniam sunt medietates illarum superficierum per communem scientiam. 7. in primo libro.

Propositio. 29.



Encta solida equidistantium superficierum eque alta atq; in eadem basi super vnam lineam constituta probantur esse equalia.

¶ Verum est q solida equidistantium laterum eque alta siue inter superficies equidistantes super vnam & eandem basim constituta si ne adinuicē eqilia sicut de superficiebus equidistantium latez sup vnam basim & inter lineas equidistantes constitutis vt in. 35. primi demonstratum est. Sed talium solidorum quedam dicuntur constitui super lineam vnam & sunt illa quoz suprema sup ficietum duo opposita latera sunt fm rectitudinem protracta linea vna & de talibus hec. 29. proponit demonstrandum ipsa omnia esse equalia adinuicem. Sunt autē eo; alia que non dicuntur constituta sup lineam vnam & sunt illa quoz suprema sup ficietum duo latera opposita quecuq; sumantur fm rectitudinem ptracta nō sunt linea vna & de talibus sequēs demonstrandum pponet ipsa quoz oia esse adinuicem equalia. ¶ Sint itaq; duo solida parallelograma eque alta siue inter superficies equidistantes. a. b. f. a. c. constituta super vnam basim que sit. a. d. quoz suppreme superficies sint. e. b. f. f. c. Sintq; hāz suppremarum superficiez duo latera opposita cum secundum rectitudinem protrahantur linea vna & ipsa sint. e. f. f. b. c. dico itaq; q solida. a. b. f. a. c. sunt equalia: hoc autē si figuram eius secundum q oportet actu vel cogitatione fabricaueris & quemadmodū in. 35. primi processeris idem faciens hic de seratilibus quod ibi de triangulis facile concludere poteris occurruntq; tibi hic eadem diuersitates in solidis que ibi in superficiebus occurrere nouisti.

¶ Castigator.

b ¶ Quoniam seratilia hic in que resoluitur ista duo solida parallelograma sunt omnia adinuicem equalia per diffi. corpo; equalium atq; similia & tunc per cōm scientiam quoz dimidia sunt equalia tota quoz equalia esse. quia illa seratilia semper sunt dimidia illorum parallelogramorum. I deo & cetera.

Propositio 30.



Encta solida equidistantium superficierum eque alta que in eadem basi non autem super lineam vnam fuerint constituta probantur esse equalia.

¶ Sint nunc duo solida parallelograma eque alta siue inter superficies equidistantes sintq; super vnam & eandem basim sed non super lineam vnam constituta: dico iteq; ea et equalia. ¶ Esto enim duo solida palelograma. a. b. f. a. c. eque alta siue inter superficies equidistantes constituta super vnam basim que sit. a. d. sed nō sup vna lineā: sintq; eo; suppreme superficies. e. b. f. f. c. quaz opposita latera fm rectitudinē ptracta non erūt linea vna. Cūq; ipsa ex ypothesi sint in vna superficie eo q solida pposita sunt inter superficies equidistantes: necesse est vt duo latera vnius earum ptracta secundum rectitudinem fecerit duo alterius eaz ptracta fm rectitudinē ptractant itaq; duo

opposita latera superficiel. e. b. que sint. e. g. f. b. b. f. duo opposita superficies
f. c. que sint. k. f. f. c. l. f. f. cent se super quatuor puncta. m. n. p. q. eritq. sup
ficies. m. n. p. q. equidistantiū latez. equalis vnicuiq. trium superficiem
quaz. vna est basis ppositis solidis cōis f. ipsa ē. a. d. f. due relique sunt sup
preme superficies eorū dē solidoz. f. ipse sunt. e. b. f. c. f. ductis itaq. lineis
quatuor punctis. m. n. p. q. ad quatuor angulos basis. a. d. sibi fm directā
habitudinē relatos que sint. n. a. m. x. p. s. q. d. p. f. t. u. erit solidū palelogra
mum. a. q. in eadē basi cū vtroq. duoz. prioz. f. eque altū f. sup lineā vnā
cū vtroq. ipsoz. p. premisam igit vtrūlibet duoz. solidoz. ppositoz. que
sunt. a. b. f. a. c. est equale solidū. a. q. p. conceptionē ergo ē solidū. a. b.
eqle solidū. a. c. qre constat ppositum. ¶ Potes quoq. cōuersas huius f. p.
mis se pbare silibet ducendo. ad impossibile. Pones. n. quēlibet duo solida
palelogama ēē cōlia f. cōstituta sup. eandē basim equidistantia f. demōstra
bis ea ēē eque alta. Erūq. hec f. premisa tue demonstrationis mediū im
possibile aut ad qd ducēs erit. prem suo totū ēē eqlemiq. d. euidenter pate
bit si de illo solidū qd altius ēē memi. aduersarius cū tū ambo posita sint
equalia f. sup eandē basim cōstitutas vnū solidū palelogamū. eque altū
dēmissioni absideris. hoc aut absctum equale ēē dēmissioni cōuincēs ex
hac f. premisa. ideoq. f. toti illi a quo ipsū absideris ex cōi. scientia.

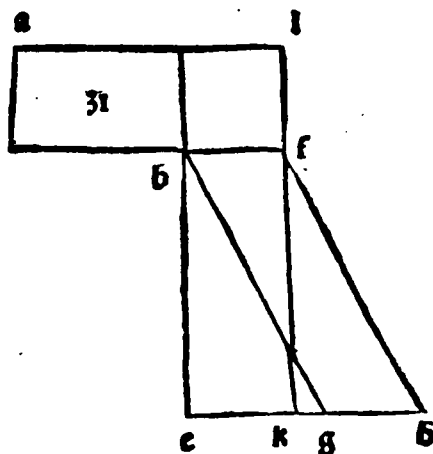
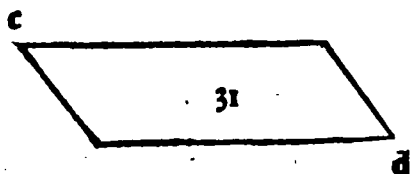
Propositio 31.



Psolida equidistantiū superficies in basibus equis cō
stituta si fuerit eque alta lineeq. eoz. angulares su
pra bases orthogonaliter steterint erunt equalia.

¶ Et hoc quoq. v. 31. ē q. oia solida palelogama i equis
basibus atq. inter superficies eqdistantes siue eque alta cōsti
tuta si. nt adinuicē cōlia sicut de superficiebus equidistantiū

latez. super equales bases f. inter lineas eqdistantes cōstitutis in. 36. primū
probatum est. At talū solidū. alia sunt quo. angulares linee super suas
bases orthogonaliter erigunt de qbus hec. 31. pponit demonstrandum ea ēē
equalia. Alia vero sunt quorum angulares linee super suas bases nō sunt
orthogonaliter erecte de qbus sequēs demonstrandū pponit ea ēē equa
lia. Intelligant itaq. super duas bases. a. b. f. c. d. que sint equalēs f. eqdistā
tium latez. nō tū vnus creatiōis. sed sit. a. b. tetragonus longus. f. c. d. simi
le helmuyam duo solida eqdistantiū latez. cōstituta eque alta sintq. li
nee erecte sup angulos ppositaz. basium perpendicularares ad ipsas dico hec
duo solida adinuicē ēē equalia. Protrahant itaq. duo latera basis. a. b. f.
c. d. sunt illa que cōtinent angulū. b. vsq. ad. f. f. e. f. h. angulus. f. b. g. equalis
angulo. c. basis. c. d. f. sumant due linee. b. f. f. b. g. equalēs duobus lateri
bus basis. c. d. q. cōtinent angulū. c. f. perficiat superficies eqdistantiū la
tez. b. h. que erit equalis f. similis basi. c. d. Dehinc prahamr. h. e. equidi
stans. b. f. f. k. equidistans. b. e. eritq. quadrilatera superficies. b. k. equidi
stantiū latez. equalis. b. h. ex. 35. primi cūq. b. h. sit equalis. c. d. erit per
cōceptionē. b. k. equalis. a. b. Compleant itaq. superficies equidistantiū
latez. b. l. p. tracta linea. k. f. quousq. cōcurrat cū vno ex lateribus cōtinentē
bus angulū. a. in puncto. l. Age ergo vt super tres superficies equidistan
tium latez. que sunt. b. h. b. k. b. l. cōstituantur eque alta solida solido con
stituto super basim. a. b. sintq. linee oium solidoz. issō. erecte super bases
perpendicularares ad ipsas f. appellentur bases f. solida super eas constituta
eisdem nominibus. ¶ Manifestum est ergo ex diffinitione solidorum
equalium atq. similium q. duo solida. b. h. f. c. d. equalia atq. similia sunt
¶ De solidis autem. b. h. f. b. k. constat ex. 29. q. ipsa sunt equalia: sunt.
enim eque alta f. constituta super vnā f. eandē basim f. ipsa est super
ficies erecta super lineam. b. f. f. super lineam vnā: est autem per. 25. pro
portio. 6. solidi. a. b. ad solidū. b. l. sicut basis. a. b. ad basim. b. l. f. p. eandē
solidi. b. k. ad solidū. b. l. sicut basis. b. k. ad basim. b. l. cūq. sit
vtriusq. duarum basium. a. b. f. b. k. ad basim. b. l. vna proportio:
ex prima parte. 7. quinti erit vtriusq. duorum solidorum. a. b. f. b. k. ad



solidum. b. l. proportio vna igitur ex prima partitione quinti erunt duo solida. a. b. f. b. k. equalia: at quia solidum. b. k. est equale solido. b. h. solidumq. b. h. solido. c. d. sequitur ex communi scientia solidum. a. b. esse equale solido. c. d. quod est propositum.

Castigator.

a ¶ Quia imaginatur super totam basim. a. f. vel. e. l. parallelogramm solidum constitutum & superficies erecta super lineam. b. f. equidistans basibus oppositis ipsum secare.

Propositio 32.



I solida equidistantium superficialium in equis basibus constituta eque alta fuerint linee autem angulares supra bases orthogonaliter non steterit ipsa esse equalia necesse est.

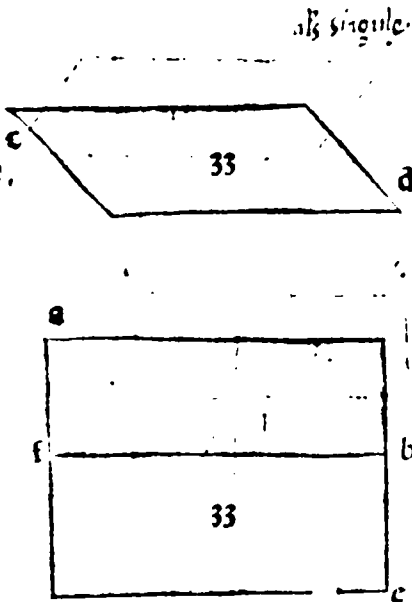
¶ Fabricatis duobus corporibus ut proponitur videlicet que sint equidistantium terminorum & eque alta & super bases equas non autem super bases suas perpendiculariter erecta sed ambo super eas inclinata. Si autem a quatuor angulis supremarum superficialium ipsorum ad bases suas perpendiculariter ducantur que ex. 6. erunt singule equidistantes & etiam ex hypothesi singule singulis equales ipse enim solidorum propositorum altitudinem diffiniunt: & si inter eas solida equidistantium laterum perficiantur constabit ex premissa hec duo solida ultimo constituta esse ad inuicem equalia. Cumq. duorum priorum & duorum posteriorum sint eodem bases videlicet eorum superficies superpremet constet ex. 29. vel. 30. & hac communi scientia: quicunq. equalibus sint equalia sibi inuicem sunt equalia verum esse quod propositum est. ¶ Ex his potes conuersas huius & premisse eisdem medijs indirecte demonstrare si libet eodem modo & ad idem inconueniens fiat in conuersis duarum istas antecedentium deducendo. Pones enim duo solida parallelogramma esse equalia & super equales bases & conuincas ea esse eque alta vel pones ea esse eque alta & equalia & conuincas ea super bases equales.

Propositio 33.



Omnia solida equidistantium superficialium eque alta suis basibus sunt proportionalia.

¶ Sint duo solida equidistantium superficialium eque alta constituta super duas bases. a. b. f. c. d. dico q. proportio illorum duorum solidorum vnius ad alterum est sicut proportio suarum basium que sunt. a. b. & c. d. vnius ad alteram. Constat quidem ex. 24. vtrinq. harum duarum basium esse equidistantium laterum. ¶ Duo igitur latera opposita & equidistantia in superficie. a. b. protrahantur & inter ea fiat superficies equidistantium laterum que sit. f. e. equalis. c. d. Dehinc supra superficiem. f. e. compleatur solidum parallelogrammum eque altum ei quod constitutum est super basim. a. b. sitq. amborum communis terminus illa superficies que exurgit super lineam. b. f. hec autem solida & sue bases eisdem nuncupentur nominibus. ¶ Quia igitur basis. f. e. est equalis basi. c. d. erit ex. 31. vel. 32. solidum. f. e. equale solido. c. d. At quia totale solidum. a. e. secatur superficies exurgens super lineam. b. f. equidistans duobus lateribus oppositis erit ex. 25. proportio solidi. f. e. ad solidum. a. b. sicut basis. f. e. ad basim. a. b. Cumq. sint c. d. & f. e. tam bases q. solida equalia: bases quidem ex hypothesi solida autem ex. 31. vel. 32. Sequit ex. 7. quinti bis assumpta semel p. basibus & semel p. solidis q. solidorum. a. b. & c. d. basiumq. a. b. & c. d. sit proportio vna qd. demonstrare volumus. ¶ Huius quoq. conuersam eadem ipsa mediante demonstrare quod admodum conuersas precedentium non est difficile. pones enim duo solida para-



ut in 25 sexti docet quando in medio demonstrationis docet super data lineas pertere superficies equalis aliq.

lloctama esse suis basibus pporbionalia & conuincit paret que alta ab /
scifog. ab eo q. alius mentiet aduersarius vno folido palellogramo que
alto demissiori erunt abscissum & dimissus suis basibus pporbionalia
ex ypothefi & ex hac. 33. cumq. et cent totale altius a quo. partiale labridi-
sti & ipsum demissus eiusde basibus pporbionalia ex ypothefi. Rqut. ex pra
ma pte. 9. qnti totale q. aduersarius dicit alius & piale qd ab eo abridi
sti esse equalia.

Propositio 34



S duo solida equidistantium superficiesum tunc
altitudinum super bases orthogonaliter erectas
fuerint equalia eorum bases eandem altitudini-
bus mutuas ee. Si vero fuerint due bases suis
altitudinibus mutue ipsa solida sibi inuice equa-
lia esse necesse est.

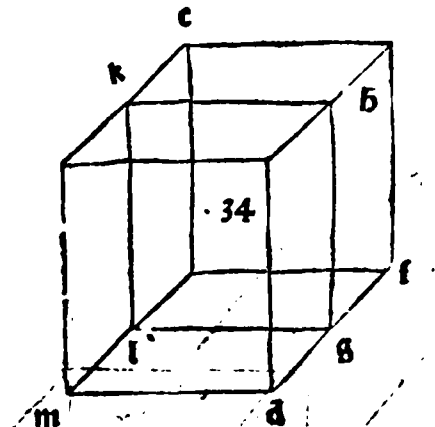
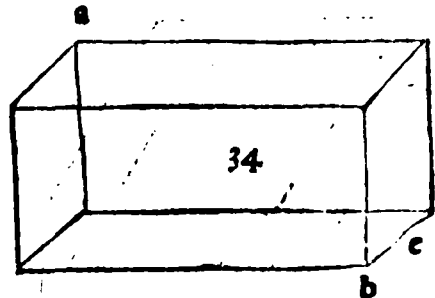
C Quocumq. sunt duo solida equidistantium superficies equalia eorum ba-
ses & altitudines necesse est ee mutueas & e conuerso quoniam modum
de superficiebus equidistantium later equiangulis. 3. fexti proposuit. At
tamen hac. 34. istud demonstrandi pponitur de illis solidis palellogra-
mis in quibus linee altitudinum suis basibus palellogramis orthogona-
liter insistant. Ea vero que sequitur proponit idem. de ceteris. Sint ergo
nunc duo solida palellogrami. a. b. & c. d. equalia quorum bases sunt a. c.
& c. f. linee. altitudinum ipsoz sunt super has bases orthogonaliter erecte &
sit altitudo solidi. a. b. linea. e. b. & solidi. c. d. linea. f. d. si fuerint due
line. e. b. & f. d. determinantes ipsoz solidoz altitudines equalis adinueniet
cum ipsa quoq. solida sint ex ypothefi equalia. enote ex conuersa. 31. bases
eoq. que sunt a. c. & c. f. equalis. ideoq. bases & altitudines erunt mutue
sicq. constabit propositi prima pars. & e conuerso constabit scilicet ut si al-
titudines & bases sint mutue ponantur altitudines equalis erunt quoq. ba-
ses equalis ideoq. per. 31. & solida equalia & sic constat secunda pars. At
si linee. e. b. & f. d. non fuerint equalis sit f. d. maior. & ex eadem pte. figi
ad equalitatem. e. b. tribusq. ceteris lineis que sunt altitudines solidi. c. d.
ad eandem mensuram in punctis. h. i. & k. l. resecatis perficiatur solidum para-
lellogramum. e. g. que altitudo solidi. a. b. eritq. ex premissa. a. b. ad e. g. sicut
a. e. ad c. f. Cum itaq. c. d. sit quale a. b. erit ex prima parte 7. quanti. p.
d. ad c. g. sicut a. e. ad c. f. per premissam aut e proportio. c. d. ad c. g. sicut
m. f. ad f. l. qd patet si vna ex lateribus superficiebus solidi. c. d. & ipsa sit h.
m. intelligat basis ipsius. At p. prima fexti. f. m. ad f. l. sicut d. f. ad f. g. 16q.
p. 7. qnti. sicut d. f. ad b. e. igit. a. e. ad c. f. sicut d. f. ad b. e. constat itaq. pte
ps. Sed am prem cu sit conuersa pte conuerso mo pbatu sit in eade dispo-
sitione inante pportio. a. e. ad c. f. sicut d. f. ad c. b. dico tunc solida a. b. & c.
d. ee equaliter n. ex. 7. qnti. d. f. ad f. g. sicut a. e. ad c. f. sed ex premissa est
a. b. ad c. g. sicut a. e. ad c. f. igit. e. a. b. ad c. g. sicut d. f. ad f. g. ex prima pte
fexti. e. d. f. ad f. g. sicut m. f. ad f. l. & ex premissa c. d. ad c. g. sicut m. f. ad f. l.
igit. c. d. ad c. g. sicut a. b. ad c. g. igitur ex 9. 5. a. b. & c. d. sunt equa-
lia quod est propositum.

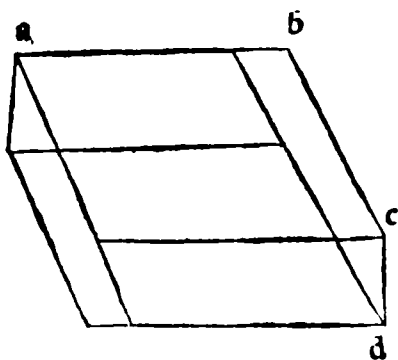
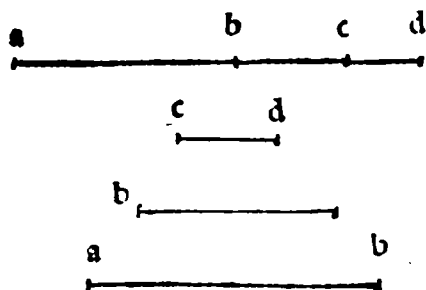
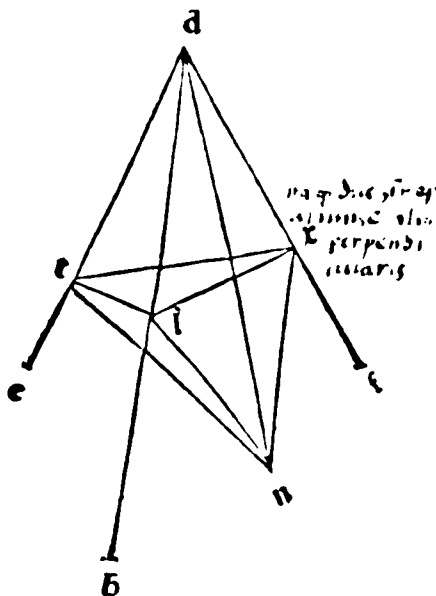
Propositio 35



S duo solida equidistantium terminantia fuerint
equalia eorum bases eandem altitudinibus erunt
mutue. Si vero bases sue altitudinibus suis mu-
tue fuerint quilibet eorum corpora equidistantium su-
perficiebus probantur esse equalia.

C Quod pmissa pposuit de solidis palellogramis quoq.
linee altitudinum super bases suas orthogonaliter exurgunt. hec. 35. pponit in
distinete de omnibus. Demonstrare autem conuenit hanc ex premissa que ad
modum demonstrauimus. 31. & 33. Fabricatis enim duobus solidis equi-
stantium laterum quibuscumq. si linee altitudinum suis basibus ortho-
gonaliter insistantur ostendat vtz esse quod de ex premissa. 7. Sin aut a qua-
mor angulibus punctis supremaz superficie in vtroq. solido quaterne





pendicularis ad superficiem anguli. a. que sit. p. q. manifestum est igitur q. punctum. q. est in linea. a. m. quod ex. 6. huius ff. diffinitione linearum equidistantium quas necesse est esse in superficie vna facile constar studio se intuenti. De hinc a puncto. q. ducatur perpendicularis vna ad lineam. a. b. que sit. q. r. et alia ad lineam. a. c. que sit. q. s. similiter quoque a puncto. n. ducantur due alie perpendicularis vna ad lineam. d. e. que sit. n. t. et alia ad lineam. d. f. que sit. n. x. et protrahantur. r. s. et. t. x. iterumque a punctis p. et. l. demittantur ypothemise. p. q. p. r. p. s. et. l. n. l. t. l. x. His itaq. positis figuraq. prudenter disposita demonstrationem propositi sic collige. Constat ex penultima primi q. quadratum linee. a. p. est equale quadratis duarum linearum. a. q. et. p. q. ac ex eadem q. quadratum. a. q. est equale quadratis duarum linearum. a. s. et. s. q. itaq. quadratum. a. p. est equale quadratis trium linearum. a. s. s. q. et. q. p. Sed ex eadem quadratum. s. p. est equale quadratis duarum linearum. s. q. et. p. q. ergo quadratum. a. p. est equale quadratis duarum linearum. a. s. et. s. p. ideoque ex vltima primi angulus. a. s. p. est rectus similique modo probabis vnūqueq. trium angulorum d. x. l. a. r. p. d. t. l. esse rectum. ¶ Cum igitur ex ypothesi sit angulus. s. a. p. equalis angulo. x. d. l. linea. a. p. linee. d. l. erit ex. 16. primi linea. d. x. equalis. a. s. et. x. l. equalis. s. p. Eodem quoque modo cum ex ypothesi sit angulus. r. a. p. equalis angulo. e. d. l. erit ex eadem linea. a. r. equalis. d. t. et. r. p. equalis. t. l. quare per quartam primi linea. r. s. erit equalis linee. t. x. et angulus. a. r. s. equalis angulo. d. t. x. et angulus. a. s. r. angulo. d. x. t. est enim ex ypothesi angulus. a. equalis angulo. d. a conceptione igitur erit angulus. s. r. q. equalis angulo. x. t. n. et angulus. r. s. q. angulo. t. x. n. Sunt enim residui duorum rectorum demptis equalibus. Necesse est itaq. ex. 16. primi vt linea. r. q. sit equalis. t. n. et. q. s. equalis. n. x. Cumq. ex penultima primi quadratum linee. r. p. sit equale quadratis duarum linearum. r. q. et. q. p. et quadratum linee. t. l. equale quadratis duarum linearum. t. n. et. l. n. sint autem due linee. r. p. et. t. l. equalis due quoque que sunt. r. q. et. t. n. equalis sequitur ex communi scientia duas que sunt. p. q. et. l. n. esse equalis. ¶ Eodem modo cum quadratum linee. a. p. sit equale quadratis duarum linearum que sunt. a. q. et. q. p. similiter quadratum linee. d. l. quadratis duarum linearum que sunt. d. n. et. n. l. sit autem. a. p. equalis. d. l. et. p. q. equalis. l. n. sequitur ex communi scientia. a. q. esse equalem. d. n. ex. 8. igitur primi concludo propositum. Videlicet angulum. p. a. m. esse equalem angulo. l. n. d.

Propositio .38.



Solidum tribus lineis proportionalibus contentum equum erit solido quod a media linee equis lateribus continetur. si anguli sui amborum sibi inuicem equalis fuerint.

¶ De solidis parallelogramis intelligatur: de his enim qualiacumq. sint duramen equiangula verum est q. contentum a tribus lineis proportionalibus equale est ei quod a media earum continetur quemadmodum de superficiebus rectangulis probatum est in. 16. sexti et de non rectangulis elicitur euidenter ex secunda parte. 13. eiusdem. Sint igitur tres linee. a. b. b. c. et. c. d. continue proportionales fiatq. ex eis vnus angulus solidus ad libitum et perficiatur solidum equidistantium laterum cuius linea. a. b. sit longitudo. b. c. vero altitudo. sed. c. d. latitudo et ipsum solidum dicatur. a. d. sumpta quoque alia linea quelibet equali. b. c. que etiam vocetur. b. c. super ipsius extremitate que est. b. constituantur angulus solidus equalis angulo solido a. secundum quod docet. 16. lineeque ceterum solidum angulum. b. continentes referentur ad equalitatem linee. b. c. et perficiatur solidum equidistantium superficierum cuius longitudo latitudo et altitudo sit linea. b. c. et ipsum appelletur. b. c. ¶ Dico itaq. duo solida. a. d. et. b. c. esse equalis

¶ Manifestum est enim q̄ cuncte superficies vnus sunt equiangularē suis re-
latiuis superficiēbus alterius quod ex .34. primi patere potest. nam cum
solidus angulus. b. ponatur equalis solidi angulo .a. necesse est vt vnus
angulus vnus cuiusq̄ superficiē solidi .a. d. sit equalis vni angulo sue rela-
tiue superficiē in solido . b. c. itaq̄. per .34. primi eorum oppositi erunt
equales. At quia vnus cuiusq̄ superficiē quadrilaterē omnes anguli sunt
equales quatuor rectis ex .32. primi : necesse est duos reliquos vnus esse
equales duobus reliquis sue relatiue. cumq̄ ipsi duo reliqui in qualibet sint
etiam ad inuicem equales conuincitur necessario vt vnāqueq̄ ex superfi-
ciebus solidi .a. d. sit equiangularē sue relatiue in solido. b. c. Quare ex sc̄m-
da parte .13. sexti bases duorum solidorum propositorum erunt equales.
Sunt enim equiangularē & laterum mutuorum. Si itaq̄. lineę altitudinum
super bases ipsorum orthogonaliter insistant constat ex .31. ipsa esse equa-
lia. cum enim hec lineę sint equales & ipse determinent altitudinem soli-
dorum erunt solida eque alta. At si lineę altitudinum ipsorum non in-
sistant suis basibus orthogonaliter ab ipsarum summitatibus ad bases
perpendiculariter demissis erunt ex premissa hec perpendiculares ad in-
uicem equales. Ipse enim erunt sicut erant & in premisse demonstratio-
nis figura due lineę. p. q. & l. n. quas demonstrauius oportere esse equa-
les. Quia igitur omnium solidorum altitudo ex perpendicularibus a sum-
mitatibus ipsorum ad suas bases descendētibz diffinitur erunt ex .32.
duo solida .a. d. & .c. b. equalia. ¶ Conuersa quoq̄. huius possumus si dele-
ctat conuerso modo probare. ¶ Vt si parallelogramum corpus .a. d. sit
equale & equiangularē corpori parallelogramo. b. c. & corpus .b. c. conti-
neat a media triū lineę & cōtinentiū corpus .a. d. erūt tres lineę cōtinētes
corpus .a. b. cōtinēte pportioales. Cū .n. duo solida parallelograma .a. d. & .c.
b. sint equalia & eque^a alta ex ypothesi ipsa erūt sup bases equales per con-
uersas .31. & .32. & quia ipse bases eorum sunt equiangularē sequitur ex prima
parte .13. sexti q̄ ipse sint mutuorum laterum itaq̄. proportio .a. b. ad .b. c.
sicut .b. c. ad .c. d. quare constat propositum.

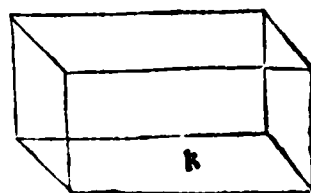
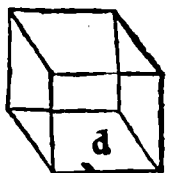
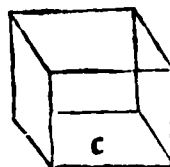
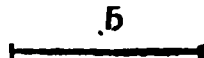
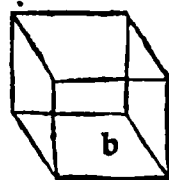
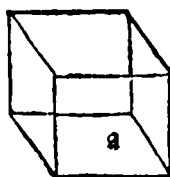
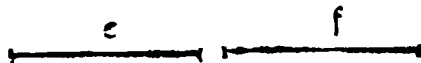
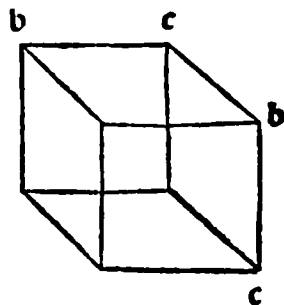
Castigator.

a ¶ Per conuersam .33. huius quoniam bases sunt equales ex prima .13.
sexti. I deo eque alta.

Propositio .39.

Si fuerint quotlibet lineę pportionales solida quo-
q̄ sua equidistantia atq̄ similia vnus cuiusq̄
creationis superficiē erunt proportionalia. si
vero solida equidistantia atq̄ similia vnus
cuiusq̄ creationis superficiē fuerint propor-
tionalia lineę quoq̄ a quibus ipsa solida continen-
tur erunt proportionalia. Simile pponit vigesimā prima sexti
de superficiēbus.

¶ Sint enim .4. lineę .a. b. & .c. d. proportionales & super has fabricentur
quatuor solida parallelograma eisdem nominibus dicta que sint expres-
se similia. duobus enim ad libitum fabricatis super duas lineas .a. & .c. cete-
ra secundum precepta .17. constituenda erunt dico hec .4. solida esse pro-
portionalia & conuerso. Subiugantur enim duabus lineis .a. & .b. in con-
tinua proportionē due : que sint .e. f. quemadmodum docet .10. sexti &
duabus lineis .c. & .d. alie due que sint .g. & .h. constat igitur ex .36. & ex
diffinitione proportionis triplicate que posita est in principio quinti &
ex hac ypothesi q̄ solida .a. & .b. sibi inuicem & solida .c. & .d. sibi ad inuicem
sunt expresse similia q̄ proportio solidi .a. ad solidum .b. est sicut
proportio lineę .a. ad lineam .f. ¶ Solida quoq̄ .c. ad solidum .d. sicut li-
nec .c. ad lineam .h. & quia per .22. quinti proportio lineę .a. ad lineam
f. est sicut lineę .c. ad lineam .h. erit ex .11. quinti solidum .a. ad solidum
b. sicut solidum .c. ad solidum .d. Constat igitur prima pars. ¶ Secūda sit



sint duo solida. a. f. b. sibi ad inuicem similia duo que sunt. c. f. d. sibi ad inuicem expresse similia. Sintq. cuncta parallelograma & ponantur pportionalia. dico q. linee. a. b. f. c. d. super quas sunt constituta sunt pportionalia. Sit .n. ex. 10. sexti sicut linea. a. ad lineam. b. ita linea. c. ad lineam. f. fiat fm. 12. huius super lineam. k. solidum expresse simile solido. d. qd. & dicatur. k. eritq. ex diffinitionibus similium corporum & similium superficies. f. 10. sexti corpus. k. expresse simile corpori. c. ideoq. per primam partem huius. 39. iam pbatur erit pportio solidi. a. ad solidum. b. sicut solidi. c. ad solidum. k. & quia eadem erat solidi. c. ad. solidum. d. erit ex secunda parte none. quinti solidum. k. egle solido. d. cumq. eet sibi expresse simile k. g. tur lineam. k. ee equalem linee. d. Equalitas enim non producit ex alia qua proportionem triplicata vel quonieslibet sumpta nisi ex equalitigine ex secunda parte. 7. quinti constat et hmoi pars secunda. Deciperis aut si arbitris oportere vnu quodq. quatuor solidos. a. b. c. d. ee simile cuilibet alio. necesse e. n. duo solida. a. f. b. sibi ad inuicem. iteq. duo. c. f. d. sibi ad inuicem ee similia: solida aut. c. f. d. solidis. a. f. b. ee similia contingens esse necessarium aut no. ¶ I de ex hac. 39. de fratilibus facile poteris concludere.

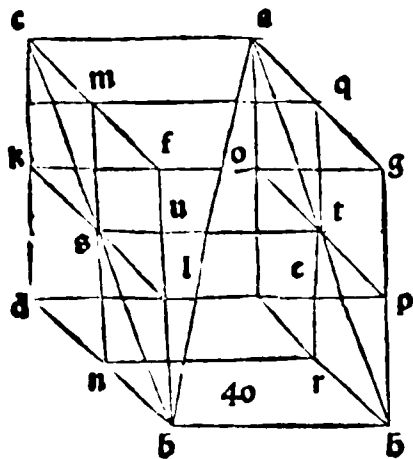
Propositio 40.



Si in sciss fuerint latera duarum oppositarum superficies cubi vnu quodq. i duo media exierintq. a punctis sectionum due superficies se vicissim secantes & cubum communem earum sectionem diametrum cubi per equalia secare & ab ipsa diametro versatice per equalia secare necesse est.

¶ Statue cubum qui sit. a. b. de quo constat per diffinitionem q. omnes linee ipsum continentes sint equales & eius superficies rectangule: tale enim corpus cubum dicimus. Huius igitur basis sit superficies. a. c. d. e. superficies vero eius suprema. b. f. g. h. dextra vero eius superficies sit. a. e. g. h. sinistra at superficies sit. b. f. c. d. ceterior quoq. sit. d. e. b. h. sed vltior a. c. g. f. eiusq. diameter sit. a. b. Diuidatur itaq. omnia latera duarum quarumlibet superficierum oppositarum eius per equalia: & sint nunc superficies quarum latera diuidantur dextra atq. sinistra. Diuidantur inquam quatuor latera: dextre quidem super quatuor puncta que sunt. o. p. q. r. Sinistre vero super quatuor que sint. k. l. m. n. & coniungantur puncta in his superficiebus opposita ductis lineis. o. p. f. q. r. que fecerit se in puncto t. I teq. k. l. f. m. n. que fecerit se in puncto. s. & perficiantur due superficies secantes se inuicem & cubum: protractis ite lineis. o. k. f. p. l. q. m. f. r. n. sitq. harum duarum superficierum communis sectio linea. s. t. dico igitur q. linea. s. t. diuidit diametrum. a. b. & diuiditur ab eadem diametro per equalia: quod patet vtraq. enim earum transit per centrum cubi.

¶ Aliter vero conuenit quod propositum est demonstrare. Producantur enim due linee. t. a. f. t. b. & item due. s. c. s. b. eritq. ex. 4. primi. a. f. equalis. t. b. & s. c. equalis. s. b. constat autem ex prima parte. 39. primi: q. angulus. p. t. q. est equalis angulo. a. q. t. Et ex. 4. primi angulus. b. t. p. est equalis angulo. t. a. q. I taq. ex. 32. primi totus angulus. h. t. q. cum angulo. q. t. a. valet duos rectos. Quare ex. 14. primi linea. a. h. erit linea vna. Similiter quoq. linea. a. b. erit linea vna. At q. ex. 9. huius linea. a. c. f. equidistans linee. b. h. Vtraq. enim est equidistans linee. d. e. cumq. ipse sint egle quia latera cubi. Sequitur ex. 33. primi duas lineas. a. h. f. c. b. ee equales & equidistantes I deoq. per coceptionem earum medietates que sunt a. t. f. b. s. erunt equales. Ex. 7. autem huius manifestum est quod linea. s. t. est in superficie duarum linearum. a. h. f. b. c. f. ex eade linea. a. b. que est diameter cubi. est etiam diameter superficii parallelograme. a. c. b. h. itaq. linea. s. t. secat diametrum. a. b. Secet ergo ipsam in puncto. u. Dico ergo linea. s. u. ee equalis linee. u. t. Et linea et. a. u. linee. u. b. Intelligantur duo trianguli a. t. u. b. s. u. quoz anguli q. sunt ad. t. f. s. sint equales ad inuicem. Similiter anguli eorudem q. sunt ad. a. f. b. egle ad inuicem ex pri-



parte. 39. primi propter id qd linea. a. z. equidistat linee. s. b. Et quia etiam ipse sunt adinuicem equales sequitur ex. 36. primi quod propositum est. ¶ I dem quoq. eodem modo concludatur & si solidum. a. b. nō sit cubus sed solidum corpus parallelogramum siue equalibus lineis siue non equalibus contentum fuerit siue quoq. super basim orthogonaliter erectum siue etiam & super ipsam inclinatum. Vnde ampliat in hac. 40. figuratio cu bi ad omnes figuras parallelogramas solidas.

Propositio 41.

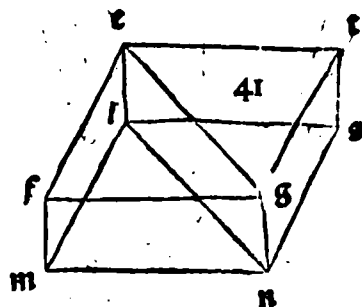
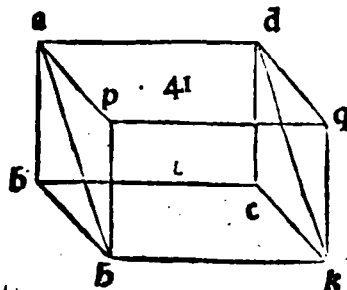


S duo corpora fratilia quorum alterum basim triangulā alterum vero basim habeat equidistantiū laterum ipsi basi triangule duplā eque alta fuerint illa duo corpora necesse est esse equalia.

¶ Sit superficies. a. b. c. d. equidistantium laterum dupla trilaterē superficiē. e. f. g. & super eas duas superficies fiant duo corpora fratilia eque alta: sitq. fratile quod est supra basim quadrangulam. a. b. b. d. c. k. cuius basis est superficies equidistantium laterum proposita. a. b. c. d. alia eius superficies equidistantium laterum est. a. h. d. k. tertia vero est. b. h. c. k. due autem eius triangulares superficies sunt altera quidem triangulus. a. b. b. reliqua vero triangulus. d. c. k. fratile autē quod est super basim triangulam. e. f. g. sit e. f. g. l. m. n. cuius altera duarū trilaterarum superficies est basis predicta: reliqua vero triangulus. l. m. n. trium autem superficies eorum equidistantium laterum: prima quidem est. e. f. l. m. secunda vero. e. g. l. n. tertia vero. f. g. m. n. Dico itaq. hec duo fratilia proposita esse adinuicem equalia. Perficiantur enim duo solida parallelogramina adiungendo vtriq. duorum propositorum fratiliū aliud fratili sibi equale. Primo quidem fratili super eadem basim sitq. adiunctum fratile. a. p. h. d. q. k. Cuius due trilaterē superficies sunt. a. p. h. d. q. k. Tres autem quadrilateres: prima quidem. a. h. d. k. que est terminus communis sibi & ei cui adiungit. Secunda vero. a. d. p. q. Tertia quoq. p. q. h. k. ¶ Secundo autem fratili adiungatur aliud fratili sibi equale hoc modo. Adiungatur primo triangulo. e. f. g. alius triangulus equalis qui sit. e. g. r. ita qd tota superficies. e. f. g. r. sit equidistantium laterum & super hunc triangulum fiat fratile. e. g. l. r. n. s. quod cum illo cui adiungit perficiat corpus parallelogramum. Huius fratilis adiuncti due trilaterē superficies sunt. e. g. l. n. s. Tres autem parallelograme sunt: prima quidem. e. l. r. s. Secunda. e. l. g. n. & ipsa est communis terminus sibi & ei cui adiungitur. Tertia vero. g. r. n. s. ¶ Manifestum ē igitur ex diffinitione solidorum equalium atq. similium qd duo fratilia parallelogramum componentia solidum. a. k. sibi inuicem. itēq. duo componentia solidum parallelogramum. e. n. sibi adinuicē sunt equalia. At vero ex. 31. vel ex. 32. huius duo solida. a. k. & e. n. sunt sibi inuicem equalia. quia ergo horum solidorum medietates sunt fratilia proposita per communem scientiam constat ea esse equalia: quecumq. enim fuerint equalia eorum medietates necesse est esse equaliter: liquet itaq. quod propositum est.

Castigator.

¶ Appellat hic inferius multiangulas quas in principio primi dixit multilateras & sunt a quadrilateris vsq. i infinitum semper tñ rectilinee.



¶ Duodecimus liber. Euclidis de multangularum seu multilateralum superficierum similium circulis inscriptarum alterius ad alteram pportionibus ex optima Campani interpretatione. Magistro Luca paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Padisinoz. Castigatore accuratissimo. Incipit.

Propositio .1.

¶ Numerum duorum superficierum similium multangularum inter duos circulos descriptarum est proportio alterius ad alteram tamquam proportio quadratorum que ex diametris circulorum eas circumscribentium proveniunt.

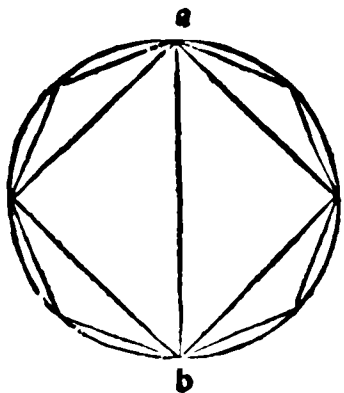
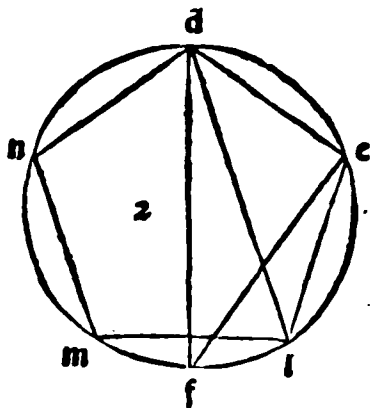
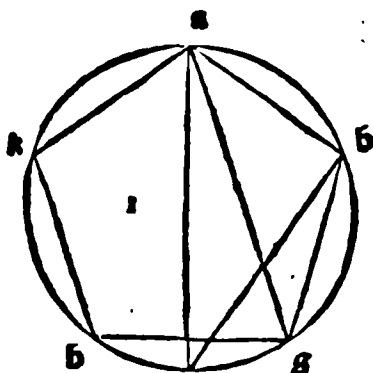
¶ Sint duo circuli .a. b. c. d. e. f. quibus inscribantur due quilibet figure polygonie que ponantur ad invicem similes: sintque nunc pentagone inscripte ut docet .n. quarti & ipse sint .a. b. g. h. k. aliud pentagonum .d. e. l. m. n. diametri quoque circulorum sint .a. c. e. f. d. f. dico itaque quod proportio pentagoni .a. b. g. h. k. ad pentagonum .d. e. l. m. n. est sicut quadratum diametri .a. c. ad quadratum diametri .d. e.

¶ Protrahantur enim in utroque circulo due linee ab extremitate diametri ad extremitatem unius lateris pentagoni diametro non contenti: nalis se invicem cancellantes intra ipsum pentagonum in hoc quidem .a. g. f. c. b. in illo autem .d. l. f. e. eritque ex .6. sexti triangulus .a. b. g. equiangulus triangulo .d. e. l. nam cum pentagoni ponantur ad invicem similes erunt ex diffinitione similium superficies angulus .b. equalis angulo .e. f. latera ipsos continentia pportionalia videlicet pportio .a. b. ad .d. e. sicut .b. g. ad .e. l. cum sint autem ex .30. tertii duo anguli .f. g. l. sibi invicem equales. Iteque duo alii .c. f. g. sibi invicem equales erunt duo qui sunt .c. f. g. ad invicem equales ex hac commensurata: quoniam equalibus sunt equalia sibi quoque equa esse necesse est. Et quia ex prima parte .30. tertii uterque duorum angulorum .a. b. c. d. e. f. est rectus sequitur ex .31. primi duos triangulos .a. b. c. d. e. f. esse equiangulos quare per quartam sexti pportio diametri .a. c. ad diametrum .d. e. f. sicut lateris .a. b. ad latus .d. e. cum itaque ex secunda parte .18. sexti pportio duorum pentagonorum sit sicut pportio lateris .a. b. ad latus .d. e. pportio duplicata est per eadem pportio quadrati diametri .a. c. ad quadratum diametri .d. e. fit sicut diametri .a. c. ad diametrum .d. e. duplicata per hanc commensurata: quorum dimidia sunt equalia ipsa quoque ad invicem esse equalia manifestum est quod propositum est.

Propositio .2.

¶ Numerum duorum circulorum est proportio alterius ad alterum tamquam proportio quadrati sue diametri ad quadratum diametri alterius.

¶ Sint duo circuli .a. b. c. d. quorum diametri quoque dicantur .a. b. f. c. d. dico itaque quod pportio circuli .a. b. ad circulum .c. d. est sicut quadratum .a. b. ad quadratum diametri .c. d. Manifestum enim est ex hac communi scientia quanta est quilibet magnitudo ad aliquam secundam tantam necesse est esse quamlibet tertiam ad aliquam quartam quod proportio quadrati diametri .a. b. ad quadratum diametri .c. d. est sicut circuli .a. b. ad superficiem aliquam que sit .e. minuscunq. figure aut forme ponatur: hanc autem impossibile est maiorem esse aut minorem circulo .c. d. Si enim est possibile ipsam esse minorem circulo .c. d. sit itaque minor in superficie .f. itaque circulus .c. d. sit equalis duabus superficiebus .e. f. pariter acceptis constat igitur ex prima .10. quod totiens possit ex circulo .c. d. suisque residuis subtrahi maius dimidio quousque relinquatur quantitas aliqua minor .f. inscribatur ergo sibi



vt docet. 6. quanti quadratū. c. d. g. h. de quo cōstat q̄ ipsum sit maius me-
diatate circuli. quā adratum enim quod est duplum ad ipsum est circuli
circūscribens vt patet ex penultima primi & 7. quanti. Si igitur portiones
circuli existentes super latera quadrati pariter accepte fuerint minus sup-
ficie. f. sufficit. Sint autē quatuor arcus existentes super dicta latera p̄ equa-
lia diuidantur & puncta ipsos arcus diuidentia cum extremitatibus late-
rum conueniantur per lineas rectas. verbi gratia arcus. c. g. diuidatur per
equalia in puncto. k. & protrahantur lineae. k. c. k. g. sicq̄ de ceteris. Erit
q̄ quilibet triangulorum descriptorum super latera quadrati maior me-
diatate portione in qua existit eo q̄ oīs triangulus ysocheles est medie-
tas parallelogrami sue basis per. 41. primi. Sint itaq̄ portiones existentes
super latera octogoni in scripti pariter accepte minus superficie. f. si enim
nondum hoc esset nō cesarem diuidere arcus quoz̄ latera vltime descri-
pte figure sunt corde per equalia: & iscribere figuram equilateram duplo
plurimum laterum prime semper subtrahendo ab ipsis circuli portionibus
maius dimidio quousq̄ per primā. 10. portiones super latera alicuius talis
figure circulo in scripte existentes pariter accepte erunt minus si. perficie. f.
Sint ergo nunc que dicte sunt erunt ex conceptione octogonum. c. d. ma-
ius superficie. e. In circulo igitur. a. b. eadem via in scribatur simile octo-
gonum: quod dicatur. a. b. sicq̄ ex premissa proportio octogoni. a. b. ad
octogonum. c. d. sicut quadrati diametri. a. b. ad quadratum diametri. e.
d. ideoq̄ per. 11. quinti sicut proportio circuli. a. b. ad superficiem. e. itaq̄ p̄
mutatim polygoni. a. b. ad circulum. a. b. sicut polygoni. c. d. ad superfi-
ciem. e. cumq̄ sit polygonum. c. d. maius superficie. e. erit polygonum. a. b.
maius circulo. a. b. hoc autē impossibile non est ergo superficies. e. minor
circulo. c. d. Sed nec maior. Est enim si possibile sit cum igitur sit ppor-
tio quadrati diametri. a. b. ad quadratum diametri. c. d. sicut circuli. a. b. ad
superficiem. e. erit eōuerso quadrati diametri. c. d. ad quadratum diametri. a. b. sicut
superficiem. e. ad circulum. a. b. & cōstat ex cōi scia i principio huius demonstratio-
nis posita q̄ eadē ē circuli. c. d. ad aliquā superficiem q̄ sit. f. eritq̄ ex. 14. q̄nti su-
perficies. f. minor circulo. a. b. itaq̄ proportio quadrati diametri. c. d. ad qua-
dratum diametri. a. b. erit sicut circuli. c. d. ad si. perficiem. f. minorem cir-
culo. a. b. ¶ Sed ex hoc demonstrauimus paulo ante sequi impossibile q̄ vi-
dalicet polygonū in scriptū circulo maius esse circulo: sicut ergo superficies
e. non pōt ēē minor circulo. c. d. ita nec maior erit ergo necessario eqlis
quare per secundam partē. 7. quinti liquet quod propositum est.

Castigator.

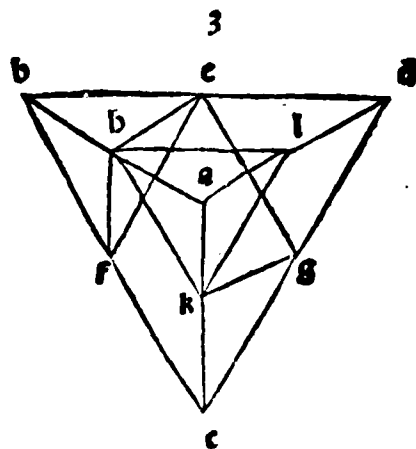
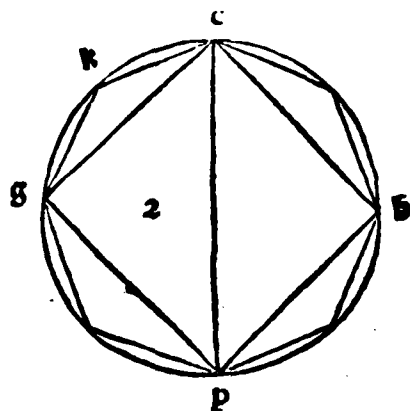
a ¶ Quia tūc sequeretur polygoni. c. d. ad circulum. c. d. ēē sicut circuli. a. b.
ad quantitatem. f. & sic polygonū. c. d. ēē maius circulo. c. d. quod ē im-
possibile cum sit pars eius vt paulo ante concludisti polygonum. a. b.
esse maius circulo. a. b. & c.

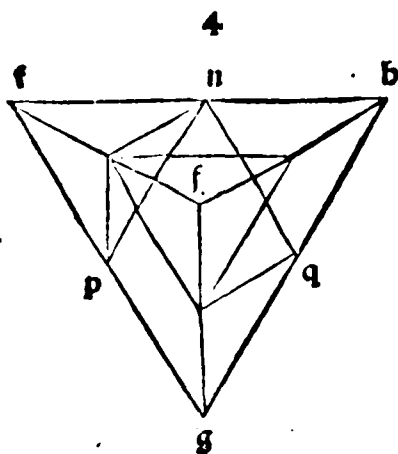
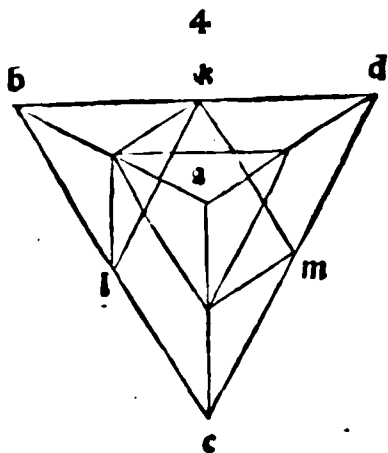
Propositio 3.



¶ Huius pyramis cuius basis triangulus scindi pōt i
duas equas pyramides sibi inuicē totiq̄ pyramidi
similes vnaq̄ in duo seratilia q̄ambo pariter acce-
pta dimidio totius pyramidis necesse ēē maiora.

¶ Sit pyramis. a. b. c. d. super basim triangulam. b. c. d.
cuiusq̄ vertex solidus angulus. a. a quo demittantur tres
ypothemise. a. b. a. c. a. d. ad tres angulos basis & diuidantur omnia late-
ra basis per equalia in tribus punctis. e. f. g. tres quoq̄ ypothemise per
equalia in tribus punctis. h. k. l. & protrahantur in basi due lineae. e. f. & e.
g. eritq̄ basis eius diuisa in tres superficies quarum due sunt duo triangu-
li. b. c. e. f. g. d. quos ex secunda parte secunde sexti ex diffinitione simi-
lium superficierum constat esse similes sibi inuicem & toti basi equa-
les ad inuicem ex. 8. primi tertia est tetragona: parallelograma & ipsa
est. e. f. g. c. quam constat esse duplam ad triangulum. e. g. d. ex. 40. &
41. primi demittant ergo rursus a puncto. b. due ypothemise. b. e. f. b. & a





puncto. k. ypothemisa. k. g. & protrahantur linee. h. k. k. l. l. e. l. b. diuisa
itaq. tota piramis. a. b. c. d. in duas piramides que sunt. b. b. e. f. & a. b. k. l.
& duo seratilia quorum vnum est. e. h. f. g. k. c. & est super basim quadran-
gulam. e. f. g. x. & aliud est. e. g. d. b. k. l. & est super basim triangulam. e. g.
d. de duabus aut piramidibus. b. b. e. f. a. b. k. l. & ipse sunt equales adi no
censibiq. & toti piramidi. a. b. c. d. similes constat ex diffinitione corp
rum equalium & similium & ex. 10. u. libri & ex secunda parte. a. sexti. D
duobus aut seratilibus q. ipsa sint egia constat ex vltima. u. libri. Quod
vero ambo seratilia pariter accepta sunt maius medietate totius pirami-
dis: ex hoc manifestum est q. vtriusq. illorum diuissibile est in duas pira-
mides quantum altera triangula equalis vni duarum in quas & seratilia
totalis piramis diuiditur. altera vero quadrangula que dupla est ad reli-
quam quare pater ambo seratilia pariter accepta tres quartas esse totalis
piramidis diuise hanc proportionem si scire desideras. sextam huius. u.
libri consule. sed sufficit tibi scire quantum ad propositum illa duo serati-
lia pariter accepta duas parciales piramides i quas & seratilia totalis diui-
ditur pariter acceptas quantalibet quantitate excedere.

Propositió .4.



I due piramides eque alte quarum bases trian-
gule singule in binas piramides equales sibi inui-
cem ac toti similes binasq; feratilia equalia diuida-
tur erit proportio basis vnius ad basim alterius
tanq; proportio duorum feratiliu suorum ad duo
feratilia alterius eritq; palas oia feratilia que fue-
rint in vti alibet illarum pyramidum pariter accepta ad cuncta
feratilia que in altera pyamide fuerint eandem habere propor-
tionem q; basis eius pyramidis ad basim alterius pyramidis.

Sint due pyramides quarum bases triangule eque alte hec quidem. **21**
b.c.d. cuius conus punctus **a.** basis triangulus. **b.c.d.** ypothemise. **a. b. a. c.**
a. d. illa vero. **e. f. g. h.** cuius conus punctus. **e.** basis triangulus. **f. g. h.** ypo-
themise. **e. f. e. g. e. h.** hee aut due pyramides diuidantur sicut in premis-
Sintq. bases earum diuise hec quidem protractis lineis latera basis ipsius
per equalia diuidentibus que sint. **k. l. f. k. m.** illa vero protractis lineis
que sint. **n. p. n. q.** dico ergo q. proportio basis. **b. c. d.** ad basim. **f. g. h.** effi-
sicut duorum feratiliu pyramidis. **a.** pariter acceptorum ad duo feratilia
pyramidis. **e.** pariter accepta. Manifestum est aut ex. **18.** sexti pte secunda q.
pportio trianguli. **b. c. d.** ad triangulum. **k. m.** d. effi sicut linee. **b. d.** ad **l.**
neam. **k. d.** duplicata p eandem quoq. effi proportio. trianguli. **f. g. h.** ad
triangulū. **n. q.** h. sicut linee. **f. h.** ad lineā. **n. b.** duplicata. Cūq. sit linea. **b. d.**
ad lineā. **k. d.** sicut linea. **f. h.** ad lineā. **n. h.** vtrobq. **n. ē** dupla pportio erit
triangulū. **b. c. d.** ad triangulum. **k. m.** d. vttri triangulū. **f. g. h.** ad trian-
gulum. **n. q.** h. pmutatim triangulus. **b. c. d.** ad triangulū. **f. g. h.** sicut trian-
gulus. **k. m. d.** ad triangulū. **n. q. h.** triangulus aut. **k. m. d.** ad triangulū. **n. q.**
b. ē sicut feratile exis sup ipm ad feratile exis sup illū p. **33.** vndecimi huius
quoq. feratilis ad illud ē sicut amboꝝ feratiliū pyramidis. **a.** piter accepto-
rum ad ambo feratilia pyramidis. **e.** piter accepta ex. **15.** quinti necesse est. **n.**
vt sit duplum ad duplum quemadmodū simplicum ad simplicum. itaq. con-
clude ex. **11.** quinti quod proposuim effi. Dormitas aut si dubitas feratilia
vnius harum pyramidum eque alta esse feratilibus pyramidis alterius. d.
n. sint pyramides eque alte sit quoq. vtraq. eaz diuise i duas pyramides eq-
les sibi toriq. similes ē in duo feratilia eqlia ē sint due partiales pyramides
eque alte eo q. similes ē equales quod facile patebit demissis a verticibus
partialium pyramidum perpendicularibus ad bases ipsarum. de quibus p-
pendicularibus ex. **37.** vndecimi constat esse equales. Cūq. altitudines
harum partialium pyramidum pariter acceptę component altitudi-
nem totalis pyramidis diuise. Sintq. ambo feratilia eque alta vni partia-
lium pyramidum ei videlicet que superpartialem triangulum basis tota

lis pyramidibus componitur non est phas ambigere scitilia vnius earum pyramidum esse eque alta scitilibus alterius earum. Correllarium vero ex eo manifestum est qd similiter bases partialium pyramidum sic se habeant adinuicem sicut bina scitilia vnius ad bina scitilia alterius. Et quia bases partialium sic se habent adinuicem sicut bases totalium ex secunda parte. 18. sciti et permutata proportionem constat ex 43. quinti verum esse quod correllarium proponit.

Propositio .5.



Pones due pyramides eque alte quaz bases triangule suis basibus sunt proportionales.

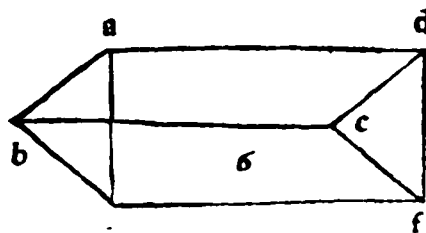
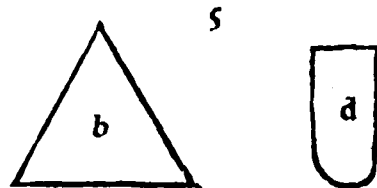
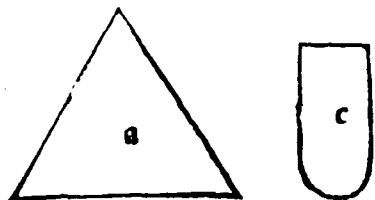
¶ Quod. 33. vndecimi pposit de solidis parallelogramis et in fine. 36. vndecimi vey esse demonstrauimus de scitilibus. hec quinta. v. proponit de pyramidibus triangularibus. Intelligatur enim due pyramides eque alte quaz bases sunt duo trigoni. a. et b. dico qd proportio pyramidis. a. ad pyramidem. b. est sicut basis. a. ad basim. b. quod eodem demonstrationis vel argumentationis genere demonstrandum est quo secundam huius demonstrauimus. sit enim vt basis. a. ad basim. b. ita pyramis. a. ad corpus c. de quo dico qd ipsum non erit minus neq. maius pyramide. b. nam si possibile est vt sit minus esto minus in solido. d. vt pyramis. b. sit equalis duobus corporibus. c. et d. pariter acceptis diuisa itaq. pyramide. b. vt pponit. 3. detrahantur ab ea duo scitilia que ex premissa sunt maius medietate pyramidis ipsius itemq. ex vtraq. duarum partialium residuum pyramidum duo earum predicto modo diuisarum scitilia demantur et fiat hoc totiens quousq. ex pyramide. b. cogatur aduersarius p primam eo. confiteri relinqui minus solido. d. eruntq. ex communi scientia scitilia detracta maius. c. fiat igitur a pyramide. a. similis scitilium detractio et intelligamus tot scitilia detracta esse ex pyramide. a. quot detrahimus ex pyramide. b. eritq. ex correllario premisse sicut basis. a. ad basim. b. ita scitilia detracta a pyramide. a. ad scitilia detracta a pyramide. b. sed sic erat pyramis. a. ad corpus. c. itaq. scitilia pyramidis. a. ad scitilia pyramidis. b. sicut pyramis. a. ad corpus. c. et pmutati scitilia pyramidis. a. ad pyramidem. a. sicut scitilia pyramidis. b. ad corpus. c. Cumq. sint scitilia pyramidis. b. maius corpore. c. erunt scitilia pyramidis. a. maius pyramide. a. Et quia hoc est impossibile non erit corpus. c. minus pyramide. b. sed nec maius. hoc enim posito cum sit proportio basis. a. ad basim. b. sicut pyramidis. a. ad corpus. c. erit eoduerso basis. b. ad basim. a. sicut corporis. c. ad pyramidem. a. Eritq. eadem ex communi scientia pyramidis. b. ad aliquod corpus quod sit. d. sequentq. ex 14. quinti qd corpus. d. sit minus pyramide. a. eo qd pyramis. b. ponitur minor corpore. c. Erit igitur basis. b. ad basim. a. sicut pyramis. b. ad corpus minus pyramide. a. Ex hoc autem demonstratum est sequi impossibile videlicet scitilia detracta ab aliquo pyramide maius esse ea pyramide a qua detrahuntur ideoq. relinquitur corpus. c. esse equale pyramidi. b. cum nec minus ea possit esse nec maius et proportionem pyramidis. a. ad pyramidem. b. esse sicut basis. a. ad basim b. hoc erat autem demonstrandum.

Propositio .6.



Pone corpus scitile in tres pyramides equales basesq. triangulas habentes est diuisibile.

¶ Sit scitile. a. b. c. d. e. f. ipsum dico et diuisibile in tres pyramides triangulas equales. Protrahatur enim in vna quaq. suarum trium superficierum parallelogramarum linea diagonalis itaq. vna earum diagonalium sit conterminalis reliquis duabus vt si protrahas lineas. b. d. b. f. et f. a. quas propter confussionem protrahere contempsit eritq. totum scitile in tres tria



gular pyramides dimisum quas ex premissa bis assumpta facile constat esse equales. Quoniam autem Euclides nihil demonstrandum proponit de pyramidibus lateratis exceptis solidis his quarum sunt bases triangule ut omnium cognitionem ex elementis que ponit sufficenter elucere possimus: quod in arbitramur non inutile demonstrationibus hic positis ad inungere: solis enim elementis contentus Euclides multa pretermisit que quamuis ex eis consequantur non tamen sine difficultate patent studentibus: horum primum est hoc.

¶ Si duo solida quorum alterum feratile alterum vero pyramis cuius basis triangula super eandem basin aut super equales trigonas aut feratile super quadrangulam: pyramis vero super trigonam que quadrangule basis feratilis sit dimidium: similis fuerint eque alta feratili pyramidi triplum esse conueniet.

¶ Si feratile propositum fuerit super basin trigonam tunc ex pyramide proposita super proptiam basin perficiatur feratili pyramidi propositae eque altum. Si vero feratile fuerit super basin quadrangulam tunc basi pyramidis adiciatur triangulus ex quo & basi pyramidis perficiatur superficies equidistantium laterum super quam ex ipsa pyramide compleatur feratili pyramidi eque altum. Quia igitur istud feratili feratili priori est eque altum & utroque bases sunt equales ex ypothesi sequitur ipsa esse equalia hoc enim demonstratum est in .36. vndecimi. at quoniam ex 6. huius. 11. libri feratili secundum triplum est ad pyramidem propositam nam ipsa est una ex tribus pyramidibus in quas ipsum feratili diuiditur. Erat quoque per communem scientiam propositam feratili triplum ad propositam pyramidem.

¶ Si quotlibet pyramides quarum bases triangule super vnas eandemque basin siue super equales constitute fuerint: eque alte eas esse ad inuicem equales necesse est.

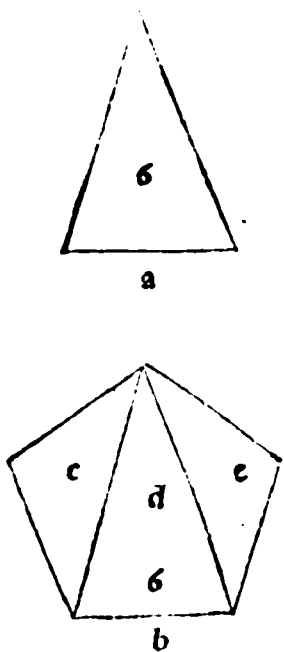
¶ Fabricato enim vno feratili eque alto pyramidibus propositis super basin triangulam equalem basibus propositarum pyramidum aut super basin quadrangulam duplam basibus earundem erit ipsum feratili triplum ad pyramides singulas. hoc enim constat ex premissa addita siue interposita: igitur ex communi scientia omnes propositae pyramides sunt ut diximus ad inuicem equales.

¶ Omnes pyramides quarum bases triangule eque alte suis basibus sunt proportionales.

¶ Fiant super bases propositarum pyramidum aut super alias trigonas equales aut super parallelogramas duplas feratilia ipsis pyramidibus eque alta eruntque ob hoc feratilia sibi inuicem eque alta & quia feratilia suis basibus sunt proportionalia ut probatum est in .36. vndecimi. 33. ipse mediante. Cumque ex prima harum additarum manifestum sit hec feratilia tripla esse ad propositas pyramides vnumquodque videlicet ad suam relationem: basesque ipsorum equales aut duplas esse basibus ipsarum sit aut ex .15. quinti ut triplum ad triplum ita simplum ad simplum erunt quoque propositae pyramides suis basibus proportionales.

¶ Si fuerint due quelibet pyramides eque alte fuerintque alteri basis trigona: relique autem tetragona aut plurilatera: pyramides ipsas suis basibus proportionales esse conueniet.

¶ Exempli gratia. Intelligantur due pyramides eque alte super duas bases. a. & b. sitque basis a. triangula. b. vero pentagona. Et dicantur hee pyramides a. & b. itaque dico proportionem pyramidum a. & b. esse sicut basium a. & b. distinguat quidem pentagonus b. in tres triangulos. c. d. e. eruntque tota pyramis b. distincta in tres pyramides eque altas quarum bases sunt trianguli c. d. e. que etiam dicantur nominibus suarum basium. quia igitur ex premissa interposita proportio pyramidis c. ad pyramidem a. est sicut trigoni c. ad trigonum a. & pyramidis d. a. pyramidem a. sicut trigoni d.



ad trigonum .a. itq; piramis .c. ad piramidem .a. sicut trigoni .c. ad trigonum .a. ex .14. quinti bis assumpta sequitur q; sit proportio aggregati ex omnibus piramidibus .c. d. e. f. ipsum est piramis .b. ad piramidem .a. sicut aggregati ex omnibus trigonis .c. d. e. f. ipsum est pentagonus .b. ad trigonum .a. constat igitur quod volumus.

¶ Omnes laterate piramides eque alte suis basibus proportionales esse probantur.

¶ Si altera earum fuerit super basim trigonam ex premissa interposita constat quod dicitur. Si autem basis vtriusq; fuerit polygonia vtrilibet ipsarum basium resoluta in triangulos & ipsa piramide in piramides triangulas: erit ex premissa interposita proportio vniuscuiusq; harum triangularium piramidum inter quas altera propositarum diuiditur ad reliqua sicut fue basis ad basim alterius itaq; per .14. quinti quoties oportet assumptam constat verum esse quod diximus.

Propositio .7.



P due piramides triangularum basium fuerint equeales earum bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases & altitudines fuerint mutue eadem piramides sibi inuicem esse equeales necesse est.

¶ Quod trigesima quarta & trigesima quinta vndecimi proposuerunt de solidis parallelogramis: & nos in .36. eiusdem demonstrauimus de krantibus hec septima .a. proponit de piramidibus habentibus bases triangulas. **¶** Intelligentur enim due piramides equeales super duos trigonos vel triangulos .a. & .b. que dicantur .a. & .b. dico itaq; q; proportio basis .a. ad basim .b. est sicut proportio altitudinis piramidis .b. ad altitudinem piramidis .a. & si hoc fuerit dico piramides .a. & .b. esse equeales. Adhibeantur quidem duobus trigonis .a. & .b. duo alii qui sint .c. & .d. vt fiant ambe superficies .a. c. & .b. d. equidistantium laterum & ex ipsis piramidibus super bases .a. c. & .b. d. compleantur solida parallelograma piramidibus propositis eque alta que similiter dicantur .a. c. & .b. d. Manifestum igitur e ex sexta huius .a. q; piramis .a. est sexta pars solidi .a. c. & piramis .b. sexta solidi .b. d. itaq; ex .35. vndecimi argue propositum: primam quidem partem ex prima secundam autem ex secunda.

¶ Quod si due queibet piramides laterate fuerint equeales earum bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases earum altitudinibus ipsarum mutue fuerint eadem piramides equeales esse oportet.

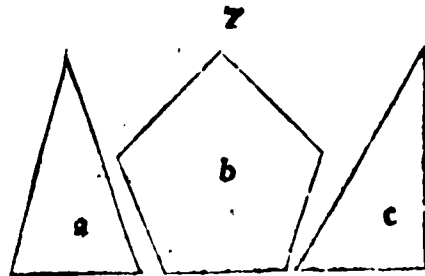
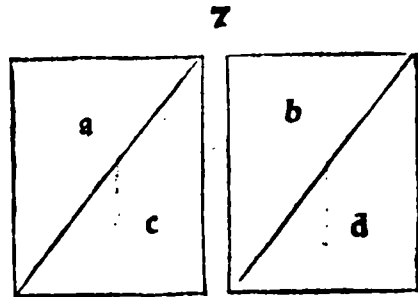
¶ Si bases vtrarumq; fuerint triangule demonstratum est verum esse quod diximus. Si sit altera tantum igitur .a. basisq; alterius piramidis sit .b.

¶ sumatur trigonus .c. equalis polygonio .b. fiatq; super .c. piramis eque alta piramidi que est super .b. & sint .a. b. c. equiuoca nomina piramidum

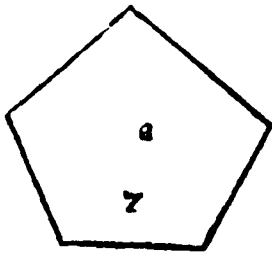
¶ & basium. quia igitur ex ypothesi due piramides .a. & .b. sunt equeles & ex vltima interpositarum ad sextam huius duarum piramidum .b. & .c. sunt equeles: & erunt ex communi scientia due piramides .a. & .c. equeales igitur bases earum sunt mutue ad altitudines earum ex prima parte .7. huius. Cum

q; bases .b. & .c. sint equeales: altitudines quoq; piramidum .b. & .c. equeales. q; bases & ipsi sunt equeales ipse

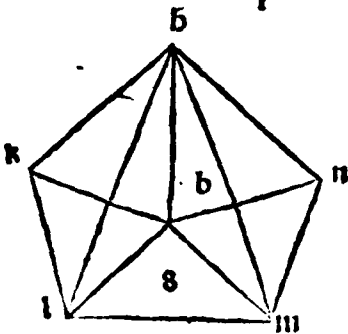
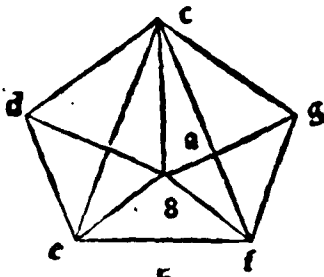
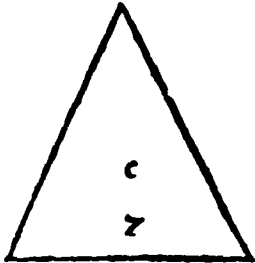
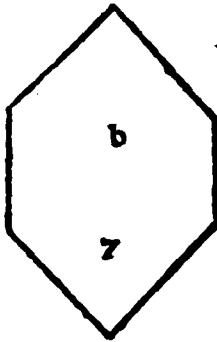
erunt ex prima parte & secunda .7. quinti bases .a. & .b. mutue altitudinibus piramidum .a. & .b. **¶** Secunda pars conuerso modo probatur. nam si fuerit basis .a. ad basim .b. vt altitudo piramidis .b. ad altitudinem piramidis .a. erit ex .2. pte & p. 1. q. nti basis .a. ad basim .c. sicut altitudo piramidis .b. ad altitudinem piramidis .a. itaq; ex .3. pte huius .7. due piramides .a. & .c. sunt equeales quare p. communem sciam due quoq; piramides .a. & .b. sunt equeales. **¶** Si vero neutra propositarum piramidum fuerit



ex illa vltima. interposita ad sextam huius bases sit proportionales & ex bases & ipsi sunt equeales ipse piramides erunt equeales



per alt
viam ad
sept
ad
sex



trigona sed vtraq; polygonia. Verbi gratia altera pentagona altera exago-
na que ad huc dicantur. a. f. b. simantur similiter triangulis. c. equalis exa-
gono. b. super quem fiat piramis eque alta piramidi. b. eruntq; due pira-
midis. b. f. c. equales. ideoq; due que sunt a. f. c. etiam per conceptionem
equales quare basis a. ad basim. c. sicut altitudo piramidis. c. ad altitudi-
nem piramidis. a. hoc enim nuper demonstratum est. Est ergo ex septia
quinti basis a. ad basim. b. sicut altitudo piramidis. b. ad altitudinem pi-
ramidis. a. Conuersa cōuerso modo patet. si enim basis a. ad basim. b. fue-
rit vt altitudo piramidis. b. ad altitudinem piramidis. a. erit quoq; ex se-
prima quinti basis a. ad basim. c. vt altitudo piramidis. c. ad altitudinē
piramidis. a. ideoq; vt patet ex prioribus erunt due piramides. a. f. c. equa-
les quare etiam ex communi scientia f. due que sunt a. f. b. erunt etiam
equales. Et hoc est propositum.

Propositio .8.



Proponitur duarum piramidum similium quarum
bases triangule ē proportio alterius ad alterā tanq̃ la-
teris ad latera eū relatiuum proportio triplicata.

Propositio duabus piramidibus basi triangulas habē-
ribus similibus ex ipsis perfice duo solida parallelograma
quemadmodum dictum est in demonstratione premis-
se. eruntq; hec duo solida parallelograma similia eo q̃ piramides ponun-
tur similes ad inuicem. nam duo solidi anguli qui sunt communes pira-
midibus f. solidis parallelogramis sup̃ficialibus angulis numero f. quan-
titate equalibus continentur f. latera quoq; illos angulos superficiales cō-
tinentia sunt proportionalia quare ex. 34. primi tres superficies solidorū
parallelogramorum communes angulos solidos constituentis sunt equi-
angule f. laterum proportionalium. ideoq; similes ex diffinitione simi-
lium superficierum quare ex. 34. f. 35. quanti cūctē sex superficies horum
duonum solidorum parallelogramorum sunt similes ad inuicem i. igitur
a diffinitione corporum similium erunt ipsa solida similia quare cum p
portio solidorum f. piramidum sit vna ex. 15. quinti. nam solida sunt sex-
cupla piramidibus ex sexta huius. cumq; sit proportio solidorum vna si-
cut suorum relatiuorum laterum triplicata ex. 36. vndecimi libri.
Sint autem latera solidorum eadem quoq; latera piramidū. erit quoq;
ex 11. quinti proportio propositarum piramidum sicut suorum relatiuo-
rum laterum proportio triplicata: quod ē propositum.

Quod si fuerit d. neque libet piramides laterate similes et it
proportio alterius ad alteram sicut sui lateris ad sibi relatiuum
latus alterius proportio triplicata.

Sint due laterate piramides quarum coni. a. f. b. similes sintq; sup̃ ba-
ses pentagonas que sunt. c. d. e. f. g. b. k. l. m. n. dico q̃ proportio earum ē
sicut suorum relatiuorum laterum triplicata. Constat enim ex diffinitio-
ne similium superficierum f. corporum q̃ pentagoni qui sunt bases pro-
positarum piramidum sibi adinuicem cūctiq; reliqui trianguli ipsi
ambientes sibi inuicem sunt similes. Diuidantur itaq; bases ambarum in
triangulos similes f. numero equalēs prout. 15. sexti proponit esse possibi-
les protrahitis in hac quidem lineis. e. e. f. c. f. in illa vero. h. l. f. h. m. Di-
co igitur istas piramides esse diuisas in piramides triangulas similes f. na-
mero equalēs. Conferantur enim adinuicem due piramides. a. c. d. e. b.
h. k. l. quarum coni sunt a. f. b. constat autem ex ypothesi triangulum. c.
a. d. esse similem triangulo. b. h. k. f. triangulum. d. a. e. triangulo. k. b. l.
f. quia etiam ex ypothesi angulus. d. est equalis angulo. k. f. latera. c.
d. f. d. e. continentia angulum. d. sunt proportionalia lateribus. h. k. f.
k. l. continentibus angulum. k. erunt ex. 6. sexti duo trianguli. c. d. e. f. h.
k. l. equianguli. ideoq; per. 4. sexti erit proportio. c. d. ad. h. k. sicut. c. e.
ad. h. l. cumq; ex ypothesi sit proportio. c. a. ad. h. b. f. etiam. a. e. ad. b. l. sicut

c.d.ad.b.k. erit ex .v. quinti. c.a.ad.h.b.f. a.e.ad.b.l. sicut. c.e.ad.b.l. igitur ex .v. sexti & diffinitione similium superficierum triangulus c.a.e. erit similis triangulo. b.b.l. manifestum est itaq; ex diffinitione similium corporum q; piramis. a.c.d. e. est similis piramidi. b.h.k.l. similiter quoq; constat piramidem. a.c.e.f. esse similem piramidi. b.h.l.m. & piramidem. a.c.f.g. piramidi. b.h.m.n. Quia ergo ex hac .8. proportio piramidis. a.c.d.e. ad piramidem. b.h.k.l. est sicut lateris. c.d. ad latus. h.k. triplicata & etiam piramidis. a. c.e.f. ad piramidem. b. h.l.m. sicut. e.f. ad l.m. triplicata ac etiam piramidis. a.c.f.g. ad piramidem. b.h.m.n. sicut. e.g. ad. h.n. triplicata cum sit ex hypothesi proportio. e.f. ad. l.m. & e.g. ad. h.n. sicut. c.d. ad. b.k. sequitur ex .v. quinti ut proportio totalium piramidum a.f.b. sit sicut vnius harum partialium ad aliam vniam. igitur ex hac .8. & vndecima quinti constat verum esse quod diximus.

¶ Omnes columne laterate eque alte suis basibus sunt proportionales.

¶ Verum est quod dicitur super qualescunq; bases polygonias sint columne. Columnas autem lateratas vocamus solida corpora laterata quorum bases & superficies supprime sunt similes & equales. cuncte vero relique superficies ipsa solida circumstantes sunt equidistantium laterum. Talium autem solidorum prima species est seratilis cum super vna suarum trilat earum superficierum intelligitur esse statum. Secunda vero species est columna cuius basis sit quadrilatera quam ex duobus seratilibus necesse est esse compositam: & tertia est cuius basis e pentagona & ipsa ex tribus seratilibus perficitur. Simpliciter autem dico q; omnis laterata columna in tot corpora seratilia potest distingui in quot triangulos sua basis. In intelligantur itaq; due columne laterate. a.f.b. constitute super duas bases a.f. b. eque alte. dico q; proportio columnarum. a.f. b. est sicut basium. a.f. b. Distinguantur naq; hee bases in triangulos & hee columne in seratilia: basis quidem. a. que ponatur esse quadrangula in duos trigonos s.c.f. d. & columna. a. in duo seratilia. c.f. d. basis vero. b. que sit pentagona distinguatur in tres trigonos. e.f. g. & columna. b. in tria seratilia que similiter vocentur. e.f.g. Manifestum est igitur ex his que in .36. v. decimi dicta sunt q; proportio seratilis. c. ad seratile. e. est sicut basis. c. ad basim. e. & iterum seratilis. d. ad seratile. e. sicut basis. d. ad basim. e. quare per .24. quinti erit columna. a. ad seratile. e. sicut basis. a. ad basim. e. eadē ratione erit columna. a. ad seratile. f. sicut basis. a. ad basim. f. at rursus columna. a. ad seratile. g. sicut basis. a. ad basim. g. Igitur ex .24. quinti quotiens necesse fuerit assumpta facile concludes propositum constat itaq; ex hoc q;

¶ Omnes columne laterate super eandem basim vel super equales constitute si fuerint eque alte erunt equales.

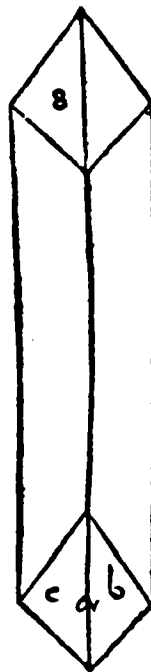
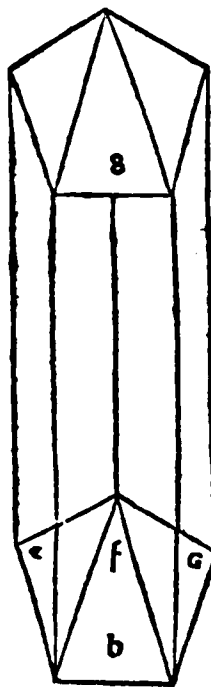
¶ Cum enim ut proximo probatum est eque alte columne laterate sint suis basibus proportionales. ponantur autem bases esse aut eadem aut equales necesse est ex .24. quinti ut etiam columne sint equales constat quoq; q;

¶ Si fuerint quolibet solida parallelograma seratilia & laterate columne eque alta ipsa quoq; suis basibus proportionalia esse necessario comprobantur.

¶ Omnia enim hee species sunt lateratarum columnarum de quibus paulo ante vniuersaliter probatum est verum esse quod dicitur.

¶ Omnis laterata columna tripla est ad suam piramidem.

¶ Distinguantur basis columnae in triangulos & secundum numerum triangulorum illorum distinguatur columna in seratilia & piramis colūae in piramides habentes bases triangulas que videlicet sunt bases seratiliū. constat itaq; vnumquodq; seratile ad eam piramidem que super eandem basim cum ipso seratili consistit triplum esse hoc enim demonstratum est in sexta huius duodecimi libri igitur ex .v. quinti omnia



seratilia pariter accepta ad omnes pyramides pariter acceptas necesse est esse triplum cumq; ex omnibus seratilibus pariter acceptis columna & ex omnibus pyramidibus pariter acceptis pyramis columnę perficiantur constat veram esse hanc nostram propositionem.

¶ Si fuerint due quelibet columnę laterate equales: earum bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases earum & altitudines mutue fuerint: easdem columnas equales esse necesse est.

¶ Si enim columnę sunt equales earum pyramides erunt equales eo qd omnis laterata columna est tripla ad suam pyramidem. si autem pyramides fuerint equales sue bases suis altitudinibus mutue erunt quemadmodum demonstratum est in septima huius. **¶** Quia igitur columnarum suarumq; pyramidum eadem sunt bases & altitudines sunt eadem. constat prima pars propositi. **¶** Sint igitur bases & altitudines propositarum columnarum lateratarum mutue: dico qd columnę erunt equales. cum enim eadem sint bases eademq; altitudines columnarum suarumq; pyramidum: erunt bases & altitudines pyramidum propositarum columnarum mutue. si hoc ut positum est verum fuerit de columnis. erunt itaq; pyramides equales prout in septima huius demonstratum est igitur & columnę equales cum ipse triple sint ad suas pyramides: quare patet secunda pars eius quo propositum est.

¶ Omnium duarum columnarum lateratarum similium est proportio alterius ad alteram tanq; lateris ad suum relatiuum latus proportio triplicata.

¶ Si columnę fuerint similes erunt ex diffinitione similium corporum bases earum ceterq; superficies eas ambientes similes. Diuidantur itaq; bases earum in triangulos similes & numero equales quemadmodum. 3. sexti proponit esse possibile: & ipse columnę diuidantur in seratilia super hos triangulos existentia. si de igitur probare seratilia vnus suis relatiuis seratilibus alterius esse similia: quod facile probabis ex ypothesi & sexta & quarta & quinta sexti: & diffinitione similium superficierum & diffinitione similium corporum hoc aut probato erit ex. 36. vndecimi proportio vnus cuiusq; seratilis vnus ad suum relatiuum seratile alterius sicut sui lateris ad latus illius proportio triplicata: Et quia omnium laterum est proportio vna cum cuncta seratilia vnus sint similia suis relatiuis seratilibus alterius. sequitur ex vndecima quinti ut cunctorum seratiliū vnus ad sua relatiua seratilia alterius sit pportio vna: quare per. 13. quinti que est proportio vnus seratilis ad suum seratile relatiuum alterius eadem est omnium pariter acceptorum ad omnia pariter accepta & quia vtrobiq; omnia seratilia pariter accepta componunt columnas & relatiua latera seratiliū sunt relatiua latera columnarum necesse est ex vndecima quinti ut proportio columnarum sit sicut suorum relatiuorum laterum proportio triplicata quod est propositum.

Propositio .9.



¶ Rotunda columna rotunda pyramidi sue triplex est comprobatur.

¶ Supra circulum .a. intelligatur vna columna & vna pyramis secundum eandem suam altitudinem erecte eidem canisq; equinoce ipsa pyramis & columna & circulus nomine vno scilicet .a. dico itaq; qd columna .a. est tripla ad pyramidem .a. cuius probatio est quia neq; maior neq; minor potest esse q tripla. Sit enim primum si possibile ē maior q tripla quantitate corporis b. ita q si b. corpus dematur de columna .a. erit residuum eius triplum ad pyramidem .a. Inscribebatur ergo quadratum circulo .a. super quod erigatur duo seratilia eque alta columnę .a. de quibus duobus seratilibus pari

ter acceptis constat q*uod* ipsa sunt plus medietate columnne .a. quemadmo-
 dum ipsum quadratum constat esse plus medietate circuli .a. Si enim ex
 ipsis seratilibus perficiantur solida paralelograma quorum ipsa sunt me-
 dietates erit ipsa columna pars ipsorum duorum solidorum pariter acce-
 ptorum. ¶ Deinde super latera quadrati inscripti perficiam quatuor trian-
 gulos duam equalium laterum in portionibus circuli quarum portionu*m*
 latera quadrati sunt corde diuisis arcibus illarum portionum per equa-
 lia & sunt illi trianguli .c. d. e. f. super quos etiam erige seratilia ad altitudi-
 nem columnne .a. & manifestum est q*uod* hec seratilia sunt maius medietate
 portionum columnne super portiones circuli consistentium quemadmo-
 dum & ipsi trianguli sunt maius medietate portionum circuli. Fiat autem
 hoc totiens quotiesq*ue* per primam .10. cogatur aduersarius confiteri portio-
 nes columnne pariter acceptas esse minus corpore .b. ¶ Erit igitur colum-
 na laterata octogona quam componunt omnia seratilia pariter accepta
 quorum bases sunt trianguli diuidentes polygonum inscriptum circulo
 a. maius triplo pyramidis rotunde .a. & quia ipsa laterata columna est
 tripla ad suam pyramidem sicut demonstratum est in eis que premissa
 sunt sequitur ex secunda parte .10. quinti libri ut rotunda pyramis .a. sit
 minor laterata pyramide laterate columnne cuius basis est inscriptum po-
 lagonium basi rotunde pyramidis .a. quod est impossibile. Est enim pi-
 ramis laterata pars ipsius pyramidis rotunde non est igitur pyramis .a.
 minus tertia parte sue columnne sed nec plus tertia. Si enim possibile est
 sit pyramis .a. plus tertia parte columnne .a. quantitate corporis .b. ita q*uod* de
 tracto corpore .b. de pyramide .a. sit residuum ipsius pyramidis tertia pars
 columnne .a. igitur quemadmodum prius ex pyramide .a. intelligitur de-
 trahi pyramis laterata sibi eque alta cuius basis sit quadratum circulo .a.
 inscriptum quam lateratam pyramidem constat esse plus dimidio pira-
 midis rotunde. Item de residuo pyramidis .a. rursus intelligantur detra-
 hi pyramides eque alte stature super triangulos .c. d. e. f. qui sunt in portio-
 nibus basis & hoc totiens fiat ut ex prima decimi relinquatur ex pyrami-
 de .a. minus corpore .b. Erit itaq*ue* pyramis laterata inscripto polygonio su-
 perstans quam componunt laterate pyramides ex rotunda pyramide de-
 tracte minus tertia parte rotunde columnne .a. & quia ut probatum est i pre-
 cedentibus hec pyramis laterata est tertia pars sue columnne laterate .a. se-
 quitur denuo ex secunda parte .10. quinti libri columnnam rotundam .a. esse
 minorem columna laterata eiusdem altitudinis cuius basis est polygoniu*m*
 basi rotunde pyramidis inscriptum hoc autem impossibile nam hec co-
 lumna laterata pars est columnne rotunde. Cum igitur columna rotunda
 non possit esse minus triplo sue pyramidis neq*ue* maius erit necessaria tri-
 pla ad eam quod demonstrare volumus.

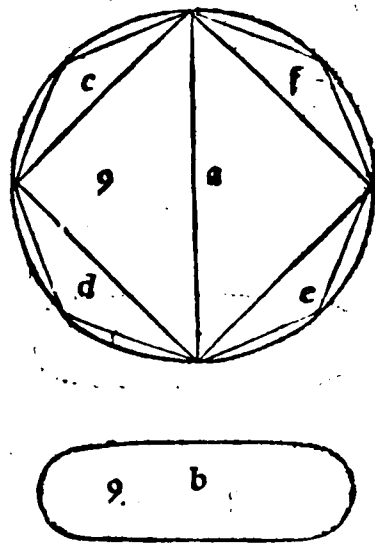
Castigator.

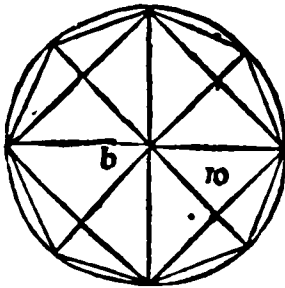
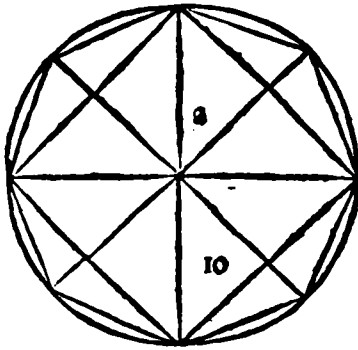
- a ¶ Quia minus deficit ad complendam totam columnnam q*uam* triplo
 cui deficit corpus .b. q*uod* maius est portionibus columnne p*er* acceptis.
 b ¶ Cum quolibet tertia pars huius sit maiore tertia parte illius rotun-
 de. Ideo tota totali.

Propositio .10.



¶ Quoniam duarum rotundarum pyramidu*m* simili-
 um columnnarum ut rotundarum similium est
 p*ro*portio alterius ad altera*m* tanq*uam* diametri sue ba-
 sis ad diamet*re* basis alterius p*ro*portio triplicata.
 ¶ Sint duo circuli .a. & .b. super quos constituatur due
 rotunde pyramides similes duar*um* columnne rotunde simi-
 les & dicantur circuli & pyramides & columnne & diametri circulorum
 his notibus .a. & .b. equiuoce dico itaq*ue* q*uod* p*ro*portio duarum pyramidu*m*
 a. & .b. duarum columnnarum .a. & .b. est sicut duarum diametrorum





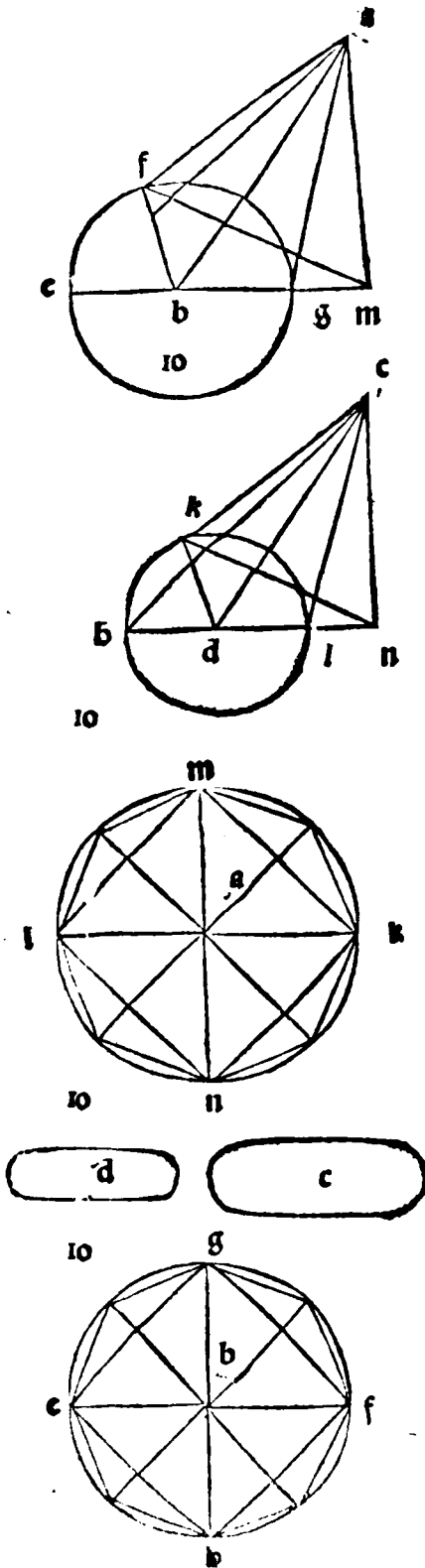
a. & b. pportio triplicata: hoc autem si de pyramidibus confiterit: de columnis autem constabit ex. 15. quinti. cum omnis columna rotunda sit ex premissa tripla ad suam pyramidem: de pyramidibus autem constabit hoc demonstratione ducente ad impossibile. Est enim per communem scientiam posita in principio secunde demonstrationis huius. 12. libris que proportio diametri .a. ad diametrum .b. triplicata: eadem pyramidis .a. ad aliquod corpus. Illud igitur corpus sit .c. de quo dico qd ipsum non potest esse minus neq. maius piramide .b. Sit primo minus si fuerit possibile quantitate corporis .d. ita qd duo corpora .c. & .d. pariter accepta sint quantum pyramidis .b. itaq. quemadmodum in secunda parte premissa ex piramide .b. detrahebatur laterata piramis sibi eque alta cuius basis sit quadratum inscriptum circulo .b. & ex residuo eius detrahebatur piramides eiusdem altitudinis consistentes super trigonos portionum circuli .b. fiat itaq. hoc totiens quotiesq. cogente prima. 10. sit residuum pyramidis .b. minus corpore .d. erit ex communi scientia laterata piramis detracta quam componunt partiales pyramides detracte maius corpore .c. Inscrubatur itaq. circulo .a. polygonum simile illi quod est basis laterate pyramidis detracte a piramide .b. & ad angulos huius polygoni inscripsi circulo .a. demitte lineas a cono pyramidis .a. perficiens super illud polygonum lateratam pyramidem eque altam rotunde pyramididi .a. hanc igitur studeas demonstrare esse similem laterate pyramididi detracte a rotunda piramide .b. quod hoc modo facies. In vtraq. piramide eriges axem ipsius qui erit ex diffinitione linea continuans verticem pyramidis cum centro basis & erit perpendicularis ad basim. De hinc a centrīs basium protrahas in vtroq. circulo semidiametros ad omnes angulos vtriusq. polygoni inscripti atq. ex diffinitione similitudinum pyramidum rotundarum sit pportio axis vnius ad axem alterius sicut diametri basis vnius ad diametrum basis alterius. ideoq. etiam ex. 15. quinti & equa pportionalitate sicut semidiametri ad semidiametrum. sint autem vtrobiq. omnes anguli quos axes cum semidiametris continent recti necesse est ex sexta ppositione sexti libri & quarta eiusdē & diffinitione similitudinum superficie & similitudinum corporum diffinitione vt laterata piramis .a. sit similis laterate pyramididi .b. qre per additam ad .p. huius pportio laterate pyramidis .a. ad lateratam .b. est sicut lateris vnius ad suum relatiuum latus alterius pportio triplicata. ideoq. & sicut diametri .a. ad diametrum .b. triplicata. igitur quoq. sicut rotunde pyramidis .a. ad corpus .c. ex. 12. quinti quare permutatim pportio laterate pyramidis .a. ad rotundam pyramidem .a. sicut laterate pyramidis .b. ad corpus .c. Et quia laterata piramis .b. maior est corpore .c. erit laterata piramis .a. maior rotunda piramide .a. quod est impossibile cum sit pars eius. Non est ergo corpus .c. minus rotunda piramide .b. Restat itaq. probandum qd nec maius. Si enim aduersarius dicat ipsum esse maius tunc arguatur ex conuersa pportionalitate pportionem diametri .b. ad diametrum .a. triplicatam esse sicut corporis .c. ad rotundam pyramidem .a. sed ex conceptione eadem est rotunde pyramidis .b. ad aliquod corpus aliud quod sit .d. & quia ex ypotbesi corpus .c. maius est rotunda piramide .b. sequitur. ex. 14. quinti qd rotunda piramis .a. sit maior corpore .d. itaq. pportio rotunde pyramidis .b. ad corpus quod est minus rotunda piramide .a. videlicet ad .d. est sicut sit diametri .b. ad diametrum alterius pportio triplicata. hoc autem est impossibile. nā ex hoc demonstrauimus sequi qd pars sit maior suo toto. cum ergo corpus .c. non possit minus esse neq. maius rotunda piramide .b. erit necessario sibi equale. ideoq. ex secunda parte. 7. quinti cōstat ppositum. Non lateat autem nos huius demonstrationis processum ad eas dumtaxat columnas & pyramides rotundas coartari quarum axes suis basibus perpendiculariter insistant: tales enim diffinitae fuerunt in principio vnde cum tamen passio hic demonstrata communiter conueniat omnibus columnis rotundis similibus pyramidibusq. rotundis similibus siue ex-

rum axes super bases suas fuerint orthogonaliter erecte sue sup eas fuerint inclinate: & appellantur differentie causa hee rotunde columnne & piramides quarum basibus axes orthogonaliter superstant erecte: relique vero dicantur inclinate: & quia in principio .i. non sunt diffinitae columnne aut piramides rotunde nisi ille tantum quas erectas vocamus. hee quide per motum parallelogrami rectanguli ille vero per motum trigoni rectanguli. ideo conueniens arbitramur diffinire columnnas rotundas & piramides diffinitionibus communiter & vniuoce conuenientibus erectis & inclinatis columnnis & piramidibus rotundis. Cum igitur extra superficiem alicuius circuli descripti signatur punctus qui cum circumferentia ipsius circuli per lineam rectam continuatur si linea ipsa signato puncto manente fixo descripto circulo quousq; ad locum vnde moueri inceperit. circumducatur: corpus quod a curua superficie quam motu suo describit hec linea & ab ipso circulo cui circumducitur continetur voco piramidem rotundam. & circulum cui linea hec circumducitur voco basim ipsius piramidis. forum autem punctum extra circuli superficiem signatum voco conum piramidis: lineamq; rectam continuantem centrum basium cum cono piramidis appello axem seu sagittam piramidis. Cumq; hec sagitta fuerit perpendicularis ad basim dico piramidem esse erecta. cum vero inclinata dico etiam piramidem inclinatam. Cum autem fuerint duo circuli equales descripti in superficiebus equidistantibus quos vna plana superficies per eorum centra transiens secuerit fuerintq; continuate per lineam rectam due relative sectiones duarum circumferentiarum ipsorum circulorum. Si linea hec in circumferentiis ipsorum circulorum equidistanter situi a quo moueri inceperit quousq; ad locum suum redeat circumducatur: corpus quod a curua superficie quam motu suo describit hec linea & a duobus propositis circulis continetur: voco columnnam rotundam. cuius axis sue sagitta est linea recta centra duorum circulorum continuans. Et cum hec sagitta fuerit perpendicularis ad superficiem vtriusq; duorum circulorum: dico columnnam esse rectam. Cum vero fuerit super basim inclinata dico columnnam esse inclinatam. Cūq; fuerint due rotunde piramides aut columnne a quarum axibus egrediantur due superficies super bases earum orthogonaliter erecte fuerintq; anguli quos axes & communes sectiones harum superficieum & basium continent adinuicem equales: & fuerit proportio axis vnus ad axem alterius sicut semidiametri basis vnus ad semidiametrum basis alterius: tunc illas duas piramides adinuicem aut illas duas columnnas adinuicem dico similes esse. His diffinitionibus positis demonstrandum est q. omnium duarum rotundarum piramidum similium columnnarum vtriusque rotundarum similium sue erecte sue inclinate fuerint est proportio vnus ad alteram sicut diametri basis vnus ad diametrum basis alterius proportio triplicata quod de solis erectis demonstratum est ad hoc autem premittimus antecedens necessarium.

Castigator.

a. Diffinitio non dicit hoc sed ex permutata proportio. elicitur. Quoniam si proportio axis vnus ad diametrum sue basis est sicut axis alterius ad diametrum sue basis. Ergo permutatim axis vnus ad axem alterius sicut diametri vnus ad diametrum alterius &c.

Si fuerint due rotunde piramides adinuicem similes vtriusque quarum due plane superficies super axem secant fuerintq; harum duarum superficieum altera in vtraque piramide super basim eius orthogonaliter erecta at arcus basium inter illas duas superficies contenti similes: erunt anguli quos axes & duae communes sectiones basium & earum superficieum que super



bases non ponuntur orthogonaliter erecte continent a diu-
cem equales.

¶ Sint due rotunde pyramides .a. b. c. d. quarum bases sunt circuli .e. f. g. h. i. k. l. & axes due linee .a. b. c. d. & diametri basium .e. g. f. h. i. cētra basium sunt duo puncta .b. f. d. conū pyramidum .a. c. f. c. similes adin-
cem: & ab earum conis ad superficiem basium protrahantur vt docet .n. vndecimi libri due perpendiculares que sunt .a. m. & c. n. & continuentur puncta .m. & n. cum centris basium protractis lineis .b. m. & d. n. eritq. ex
is vndecimi superficies .a. b. m. que egreditur ab axe .a. b. erecta sup basium
pyramidis .a. b. orthogonaliter. Eodem modo superficies .c. d. n. que egre-
ditur ab axe .c. d. erit erecta super basium pyramidis .c. d. orthogo-
naliter. Sint itaq. duo arcus .f. g. & k. l. similes & intelligantur due superfi-
cies .a. b. f. c. d. k. egredi ab axibus & secare pyramides .a. b. f. c. d. similes.

¶ Dico igitur duos angulos .a. b. f. c. d. k. esse adinvicem equales. Protra-
hantur .n. due linee .f. m. & k. n. quia igitur due pyramides .a. b. f. c. d. sunt
similes & due superficies .a. b. m. c. d. n. stantes orthogonaliter sup bases egre-
diuntur ab earum axibus erit ex diffinitione similium pyramidum an-
gulus .a. b. m. equalis angulo .c. d. n. & quia ex diffinitione linee supra su-
perficiem perpendiculariter erecte vterq. duorum angulorum .a. m. b. c.
n. d. est rectus erunt ex .33. primi .f. 4. sexti duo primi trianguli .a. b. m. &
c. d. n. laterum proportionalium vt proportio linee .a. b. ad lineā .c. d. si-
cut .b. m. ad .d. n. & sicut .a. m. ad .c. n. Et quia ex diffinitione similium pi-
ramidum proportio axis .a. b. ad axem .c. d. est sicut semidiametri .b. f. ad
semidiametrum .d. k. erit ex .n. quinti proportio .b. f. ad .d. k. sicut .b. m.
ad .d. n. Cūq. sint duo anguli .f. b. m. & k. d. n. equales eo q. duo arcus .f.
g. & k. l. sunt similes ex ypothesi erit ex sexta & quarta sexti proportio .f.
m. ad k. n. sicut .b. m. ad .d. n. ideoq. sicut .a. m. ad .c. n. & quia iterum ex
diffinitione linee super superficiem perpendiculariter erecte vterq. duorū
angulorum .a. m. f. c. n. k. est rectus erit ex sexta & quarta sexti proportio
a. f. ad c. k. sicut .a. m. ad .c. n. ideoq. per .n. quinti sicut .a. b. ad c. d. & sicut
b. f. ad d. k. igitur ex quinta sexti duo anguli .a. b. f. c. d. k. sunt adinvicē
equales quod est propositum. ¶ I dem probabis leuiter de rotundis co-
lumnis similibus hoc itaq. demonstrato dico q. omnium duarum rotun-
darum pyramidum similium quęcūq. fuerint siue erecte siue inclinate

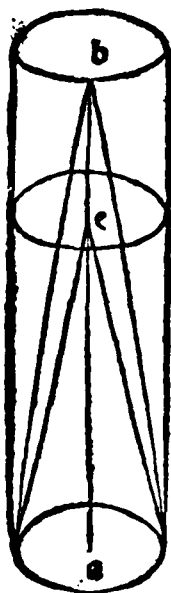
est proportio vnus earum ad alteram sicut diametri siue basis ad diame-
trum alterius basis proportio triplicata. Sint enim vt prius due rotunde
pyramides .a. f. b. quarum bases sunt circuli .a. & b. & horum circularum
diametri sint etiam .a. f. b. sitq. proportio pyramidis .a. ad corpus .c. sicut
diametri .a. ad diametrum .b. proportio triplicata non erit igitur corpus
c. minus neq. maius rotunda pyramide .b. Sit enim primo si possibile est
minus quantitate corporis .d. ita q. duo corpora .c. & d. pariter accepta sint
quantum rotunda pyramis .b. ab axe igitur pyramidis .b. prodeat superfi-
cies que sit orthogonaliter erecta super circulum .b. Sitq. cōmūis sectio
huius superficies & circuli .b. linea .e. f. transiens per centrum .b. que erit
diameter circuli .b. & protrahatur intra circulum .b. alia diameter secans
hanc orthogonaliter que sit .g. h. Sicq. inscribatur circulo .b. quadratum
e. g. f. h. & a rotunda pyramide .b. intelligatur detrahi laterata pyramis cuius
basis est quadratum circulo .b. inscriptum: que vt probatum est supra
maius erit dimidio rotunde pyramidis. Et ex residuo eius detrahant pi-
ramides eiusdē altitudinis consistentes sup trigonos portionū circuli .b.
fiatq. hoc toties quou. q. residuū sit rotunde pyramidis .b. minus corpore
d. ex p̄ia deductū. Eritq. ex conceptione laterata pyramis detracta quā cō-
ponunt laterate partiales pyramides detractę maius corpore .c. tūc ergo p-
deat ex axe pyramidis .a. superficies alia que sit orthogonaliter erecta su-
per circulum .a. & sit cōmūis sectio huius superficies & circuli .a. linea

Et que ob hoc est diameter circuli. a. protrahatur autem in circulo. a. i
alia diameter secans hanc orthogonaliter que sit. m. n. sicq. inscribatur in
circulo. a. quadratum. k. m. l. n. & diuidendo arcus portionum circuli. a.
per equalia perficiatur in circulo. a. polygonum simile illi quod est inscri
ptum circulo. b. & ad singulos angulos huius polygoni demittantur recte
as a centro pyramidis. a. perficietur super illud polygonum laterata pyra
midem eque altam pyramidis. a. hanc autem lateratam pyramidem pro
babis esse similem laterate pyramidis detracte. a. rotunda pyramide. b.
quod hoc modo facies produces axes cogitatione vel actu vtriusq. in
v. r. s. q. pyramidibus. a. & b. & a. centris basium protrahas lineas rectas ad
omnes angulos inscriptorum polygonorum. Eruntq. ex premisso ante
cedente omnes anguli quos continet axis pyramidis. a. cum singulis li
neis ductis a centro circuli. a. ad angulos polygoni sibi inscripti equa
les suis relativiis angulis quos continet axis pyramidis. b. cum singulis li
neis ductis a centro circuli. b. ad angulos polygoni sibi inscripti. Et quia
ex diffinitione rotundarum pyramidum similium proportio axis pyra
midis. a. ad axem pyramidis. b. est sicut semidiametri circuli. a. ad semidia
metrum circuli. b. sequitur ex sexta & quarta secunda diffinitionibus simi
lium superficierum & similium corporum q. due laterate pyramides. a. &
b. sunt similes. Cetera argue sicut prius in decima. constat itaq. de omni
bus rotundis pyramidibus similibus quod proportio earum sit sicut dia
metrorum suarum basium triplicata. & quia omnis columna rotunda est
triplex ad suam pyramidem. hoc enim sufficere est demonstratum siue co
lunne & siue pyramides fuerint erecte siue inclinate & sequitur ex. is. quinto
ut etiam quodamlibet columnarum rotundarum similium sit proportio
sicut suarum diametrorum triplicata.

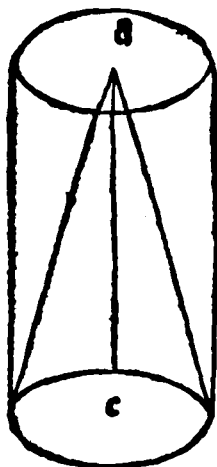
Propositio .ii.



Duos duas rotundas pyramides siue columnas
eque altas suis basibus pportionales esse necesse est.
¶ Supra duos circulos. a. & b. stantur ut prius due ro
tunde pyramides eque alte que dicantur similiter. a. & b.
& due rotunde columne eque alte eisdem litteris ascripte
a. & b. dico itaq. q. proportio duarum pyramidum. a. & b.
duarumq. columnarum. a. & b. est sicut duorum circulorum. a. & b. quod
de columnis manifestum erit si hoc prius de pyramidibus demonstrabit
omnis enim rotunda columna triplex est ad suam pyramidem de pyrami
dibus autem constabit indirecta demonstratione hoc modo. Est enim
ex communi scientia proportio rotunde pyramidis. a. ad aliquod corpus
sicut circuli. a. ad circulum. b. illud corpus sit. c. dico itaq. q. corpus. c. non
potest esse maius neq. minus rotunda pyramide. b. sit enim primo minus
quantitate corporis. d. igitur circulo. b. inscribatur quadratum & detra
hatur a rotunda pyramide. b. pyramis laterata cuius sit basis quadratum
circulo. b. inscriptum & ex portionibus pyramidis detrahantur pyrami
des super trigonos portionum circuli consistentes fiatq. hoc totiens quo
visq. sit. ex pyramide. b. residuum minus corpore. d. eritq. laterata pyramis
detracta quam componunt partiales pyramides detracte maior corpore
c. Inscribatur ergo circulo. a. polygonum simile illi polygonio quod est
basis laterate pyramidis. b. & perficiatur super ipsam pyramis laterata du
ctis lineis a vertice pyramidis laterate. a. ad angulos polygoni inscripti.
Eruntq. due laterate pyramides. a. & b. eque alte. hoc. n. est ppositum de ro
tundis & q. proportio laterate pyramidis. a. ad lateratam pyramidem. b. est sicut
basis eius ad basim illius videlicet sicut polygoni. a. ad polygoni. b. hoc
demonstratum est in sexta huius. At vero polygoni. a. ad polygoni.



12



b. est sicut circuli. a. ad circulum. b. quod manifestum est ex prius & secunda
 libri: itaq; laterate pyramidis. a. ad lateratam pyramidem. b. sicut rotunda
 de pyramidis. a. ad corpus. c. quate permutatam laterate pyramidis. a. ad
 rotunda pyramidem. a. sicut laterate pyramidis. b. ad corpus. c. atq; sit late
 rata pyramis. b. maior corpore. c. sequitur lateratam pyramidem. a. esse
 maiorem rotunda pyramidem. a. hoc autem impossibile est enim pars eius
 non erit ergo corpus. c. minus rotunda pyramide. b. ¶ Si vero ponat ad
 uersarius q; sit maius demonstrabimus. rursum idem impossibile conseque
 ritur enim per conuersam proportionalitatem proportio corporis. c. ad
 rotundam pyramidem. a. sicut circuli. b. ad circulum. a. sit quoq; eadem
 rotunde pyramidis. b. ad aliquod corpus quod sit. d. Cum igitur corpus
 c. sit maius rotunda pyramide. b. per hypothese[m] erit ex. 14. quinti rotun
 da pyramis. a. maior corpore. d. itaq; proportio circuli b. ad circulum. a.
 erit sicut rotunde pyramidis. b. ad quoddam corpus minus rotunda pira
 mide. a. Sed hoc demonstratum est prius esse impossibile. sic enim sequi
 tur q; pars sit maior suo toto: non est igitur corpus. c. atq; minus neq; ma
 ius rotunda pyramide. b. sed tantum equale. itaq; ex secunda parte septime
 quinti concludere propositum. ¶ Et autem facilius inconcussiusq; demon
 straretur quod sequitur: ad ipsam est antecedens velle premittendum
 quod est.

¶ Si superficies quedam rotundam columnam equidistater
 basi eius secuerit: erunt duo partialia corpora que ad illam secan
 tem superficiem terminantur portionibus axis columnę pro
 portionalia.

¶ Simile est hoc ei quod proposuit. 15. vndecimi libri de solidis paralle
 gramis nec solum verum est hoc de columnis rotundis immo simpli
 citer de omnibus columnis siue laterate fuerint siue rotunde. Quod qui
 argumentationem prime sexti vel. 15. vndecimi firmiter tenuerit facile
 demonstrare poterit: hic enim non aliter q; ibi ex diffinitione incōtinue
 proportionalitatis que posita est in problemio. quinti libri arguendum
 est. propositum. ¶ Attendere autem oportet q; quecumq; superficies secat
 columnam equidistans basi ipsius secat etiam eam equidistans super
 ficiei basis eius opposite. nam quecumq; superficies vni superfici ei sunt eq
 distantes ipse quoq; sunt equidistantes adinuicem vt ex his que dicta sunt
 ex decimasexta vndecimi libri didicissis quare manifestum est q; omnes
 rotunde columnę quantum sunt bases equales altitudinibus suis sunt pro
 portionales. Idem quoq; de lateratis. idem quoq; de pyramidibus rotun
 dis & etiam de lateratis quod de pyramidibus constabit si prius de colum
 nis probetur. Est enim omnis columna triplex ad suam pyramidem. Ro
 tunda quidem ex nona huius: laterata vero ex his que supra in octaua
 demonstrata sunt.

Propositio. 12.



¶ Due pyramides rotunde siue columnę fuerint
 equales siue bases & altitudines erunt mutue. Si
 vero siue bases & altitudines mutue fuerint ipsas
 pyramides siue columnas equales esse necesse est.

¶ Altitudinem pyramidum determinant linee a conis
 ad bases perpendiculariter descendentes: columnarum
 autem a supremis earum superficiebus ad bases. Sint itaq; due rotunde
 pyramides. a. b. & c. d. equales: duę rotunde columnę. a. b. & c. d. equales
 sintq; communes bases tam pyramidum q; columnarum duo circuli. a. &
 c. communes quoq; altitudines tam pyramidum q; columnarum determi
 nate per lineas. a. b. & c. d. dico q; proportio circuli. c. ad circulum. a. est
 sicut altitudinis. a. b. ad altitudinem. c. d. & e conuerso. Hoc autem si de co
 lumnis probatum fuerit de pyramidibus certum erit: quoniam omnis
 columna rotunda tripla est ad suam pyramidem. Si itaq; due altitudines

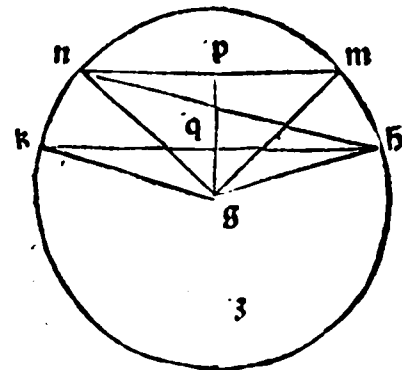
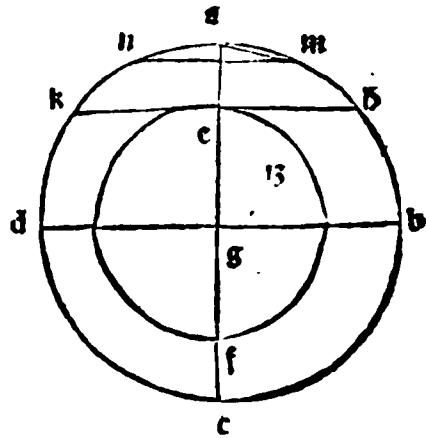
a. b. c. d. fuerint equales ex premissa constat propositum. Si aut ineq-
 uales sit. a. b. maior sumaturq. a. e. equalis. c. d. f. secetur columna. a. b. a sup-
 ficie. e. c. qd distat basi eius. a. eritq. ex premissa antecedente columna. a. b.
 ad columnam. a. e. sicut altitudo. a. b. ad altitudinem. a. e. ideoq. ex pria pte
 7. quinti columna. c. d. ad columnam. a. e. sicut altitudo. a. b. ad altitudinem
 a. e. quare p scdm prem. 7. quinti sicut altitudo. a. b. ad altitudinem. c. d.
 ex pmissa aut e columna. c. d. ad columnam. a. e. sicut circulus. c. ad circulu
 a. itaq. p. u. quinti est altitudo. a. b. ad altitudinem. c. d. sicut basis. c. ad ba-
 sim. a. constat igit pria ps. 7. Scda conuerso mo constabit eade dispositione
 manete. Sit. n. vt basis. c. ad basim. a. sic altitudo. a. b. ad altitudinem. c.
 d. dico q. due columne. a. b. f. c. d. sunt equales. Erit enim ex jcda pte. 7.
 quinti altitudo. a. b. ad altitudinem. a. e. sicut basis. c. ad basim. a. f. q. ex
 premissa columna. c. d. ad columnam. a. e. e sicut basis. c. ad basim. a. f. ex p-
 misso antecedente columna. a. b. ad columnam. a. e. sicut altitudo. a. b. ad
 altitudinem. a. e. sequitur ex. u. quinti vt columna. c. d. ad columnam. a. e. sit
 sicut columna. a. b. ad eandem. a. c. igitur ex prima parte. 9. quinti due co-
 lumne. a. b. f. c. d. sunt equales. et quare constat etiam secunda pars.

Propositio 13.



Em propositi fuerit duo circuli ab vno centro cir-
 cūducti superficiem multangulam equalium la-
 terum circulum minorem minime tangentium
 intra circulum maiorem describere.

Sint duo circuli. a. b. c. d. f. e. f. ab vno cōi centro qd
 sit. g. circūducti. dico q. intra maiorem. qui sit. a. b. c. d.
 possibile est vnum polygonum quod sit equilaterū describi minore cir-
 culū q. est. e. f. nullo suo latere tangens. quod adrent. n. hi duo circuli dua-
 bus diametris s. p. cent. ipso. orthogonaliter se inuicem secantibus que
 sint. a. c. f. b. d. sit. e. f. diameter minoris p. diametri. a. c. q. est diameter
 maioris. sicq. igitur a puncto. e. ducatur vtrinq. vsq. ad circūferentiam ma-
 ioris linea orthogonaliter super diamet. e. f. que occurrat circūferentie
 maioris hinc qdem in puncto. h. inde vero in puncto. k. eritq. ex correl-
 lario. 15. tertii linea. h. c. k. cōtingens circulū minore. Postea vero qua-
 drantē. a. b. maioris circuli diuide p equalia in puncto. l. fm doctrinam
 29. tertii dehinc rursus arcū. a. l. p equalia ad punctū. m. cūq. hoc pluries
 feceris necessario tandem deuenies ad arcum qui minor erit arcu. a. h. sit
 hic. a. m. Hoc aut idcirco necessarium est quia cum fuerint due quantita-
 tes ineqiales si a maiori earū dematur eius dimidium. iteq. a residuo di-
 midium possibile est hoc totiens fieri quousq. tandē minor minore earū
 relinquetur quemadmodum in prima. 10. demonstratum est. Cum igit
 sic diuidendo ad arcum quantulumcūq. minorem. a. h. fuerit deuentum
 cuiusmodi ē arcus hic. a. m. sumat arcus. a. n. eq. l. arcū. a. m. ducanturq.
 due linee. a. m. f. n. m. Quia igit arcus. a. k. ē eq. l. arcū. a. h. qd ex scd. 1 p-
 te tertii tertii f. quarta primi f. 12. tertii manifestū ē. Et q. arcus. a. n. ē eq.
 l. arcū. a. m. erit ex cōi scia arcus. n. k. eq. l. arcū. m. h. ergo due linee. m.
 n. f. k. h. sunt eq. distantes Ergo linea. m. n. nō poterit tāgere circulū. e. f.
 q. re multo fortius neq. linea. a. m. p. ipsum tāgere. **Q**uonia igit cōstat
 circulū. a. b. c. d. diuisibile ē p archus equales arcū. a. m. ideoq. p. 28. tertii
 simul cōstat intra ipsum circulū posse chordulas eq. les chordule. a. m. cō-
 tinue coaptari circulū ipsum polygonie chordantes. manifestū ē intra cir-
 culū maiore posse vnū polygonū eq. latez. cuius vnū latus ē linea. a. m. i
 scribi f. na linea. a. m. nō cōtingit circulū minore patet ex pria pte. 13. ter-
 tiū et diffinitione lineaz. a centro circuli eq. l. iter eq. distantium q. inscri-
 ptum polygonū nullo latere suo tangit circulū minore qd ē ppositum.
At qd dubitas duas lineas. m. n. f. k. h. eq. distantes cum sint duo
 arcus. n. k. f. m. h. eq. les hoc aut incōsistens sitatē sortitū est q. due linee
 circulū vnū nō aut se inuicē secantes. si ex circūferentia equales arcus
 hinc inde lineis ipsis interfunt erunt eq. distantes. due quidem a centro. g



lineam .g.p. perpendiculararem ad lineam .m.n. que fecit lineas .h.k. in pñ
cto .q. & protrahe lineas .g.m.g.n.g.k.g.h. & duobus arcibus .n.k. & .m.
b. subtende duas cordas que etiam dicantur .n.k. & .m. h. eruntq; ex .18. ter
tii hee corde equales .n.k. & .m. h. eo q; arcus equales. Et per secundam p:
tem tertie eiusdem tertii erit linea .n.p. equalis linee .m.p. cū igitur vtrq;
duorum angulorum qui sunt ad .p. sit rectus ex diffinitione perpendicu
laris erit ex quarta primi angulus .n.g.p. equalis angulo .p.g.m. At 7o
per .8. primi angulus .k.g.n. est equalis angulo .h.g.m. itaq; per commu
nem scientiam que est si equalibus equalia addas tota erunt equalia erit
angulus .k.g.q. equalis angulo .q.g.h. ideoq; per quartam primi linea .k.
q. erit equalis linee .q.h. quare per primam partem tertie tertii linea .g.
q. erit perpendicularis ad lineam .k.h. igitur ex prima parte .18. primi due
linee .n.m. & .k.h. sunt equidistantes & hoc est quod dubitare conqueſui
es. ¶ Hoc enim idem aliter demonstrare est possibile ducatur enim li
nea .n.h. eritq; ex vltima sexti angulus .h.n.m. equalis angulo .n.h.k. eo
q; arcus .h.m. est equalis arcui .n.k. ideo ex .17. primi linea .m.n. erit equi
distans linee .h.k. Conuersam quoq; si libuerit conuerso modo probabis
si enim linea .m.n. est equidistans linee .h.k. erit arcus .n.k. equalis arcui
m.h. erunt enim ex prima parte .19. primi duo anguli .h.n.m. & .n.h.k. eq
les. ideoq; ex vltima sexti duo arcus .n.k. & .m.h. erunt etiam equales.

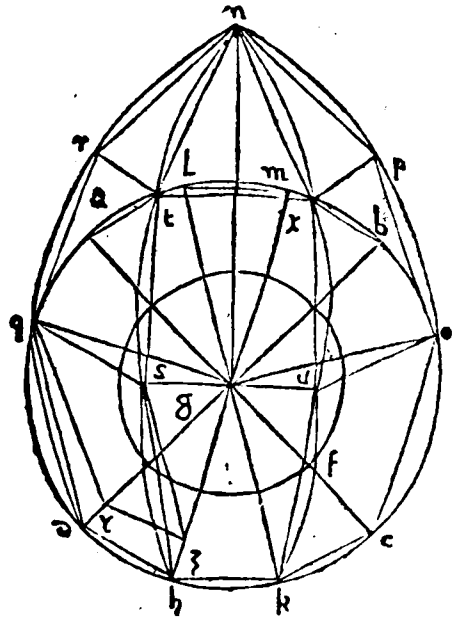
Propositio .14.

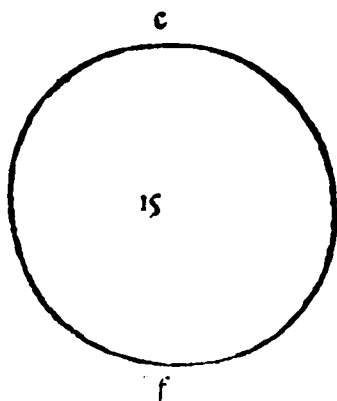
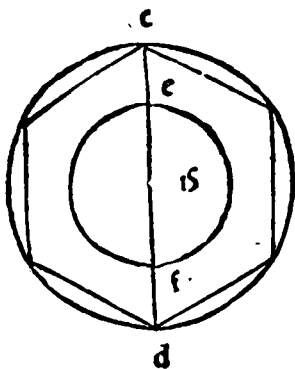
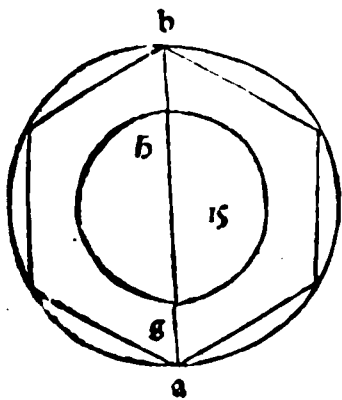


Elabur speris vnum centrum habentibus pro
positis intra maiorem earum solidum multarum
basium superficiem minoris sphere minime tan
gentium figuratiter constituere. Quo constituto
si in minori sphere sine in qualibet alia sphere si
mile corpus intelligibiliter constituatur erit pro
portio co:poris multarum basium intra maiorem spheram cō
stituti ad corpus multarum basium intra minorem spherā vel
aliam constitutum sicut diametri maioris sphere ad diametris
minoris vel alterius sphere proportio triplicata.

¶ Sint propositae due sphere .a.b.c.d. & .e.f. vnum atq; idem centrum
quod sit .g. habentes & sit maior earum spera .a.b.c.d. minor vero spher
a .e.f. volumus autē intra maiorem eaz; vnum corpus multarum basium
constituere de quibus non intendimus q; ipse bases sint equales aut simi
les sed q; nulla eaz; tāgat superficiē minoris sphere. Cum igitur hoc volue
rimus facere scabimus simul vtrāq; propositarum spherarum vna pla
na superficie per commune centrum earum transcurrere etiamq; ex diffini
tione sphere & diffinitione circuli communes sectiones huius secantis su
perficie & superficiem spherarum propositarum linee continentes cir
culos. sint itaq; duo circuli .a.b.c.d. & .e.f. quorum centrum est centrum
sphere de quo propositum est quod ipsum sit .g. Quadrabimus igitur
hos duos circulos duabus diametris se supra commune centrum eorum
orthogonaliter secantibus que sint .a.c. & .d.b. postea maiori circulo scđm
precepta premisse inscribemus vnum polygonum equilaterum nullo
suorum laterum tangens minorem circulum. Et si efficiat exempli causa
inscriptis duodecagonū equilaterum ita q; in quadrante ipsius maioris
circuli q; e.c.d. sint tria latera huius duodecagoni que sint corde .d.h.h.k.
& .k.e. que cum sint equales erunt quoq; ex prima parte .17. tertii arcus ea
rum equales. Dehinc a duobus punctis .h. & .k. que sunt extremitates me
die corde producemus duas diametros que sint .h.m. & .k.l. & super cen
trum .g. erigemus lineam .g.n. perpendiculararem ad superficiem circuli
.a.b.c.d. quam producemus quousq; obuiet superficie sphere maioris
super punctum .n. ¶ Deinde intelligam quatuor superficies secantes

sphas propositas : quantum vnaqueq; fecit eas super lineam. g.n. sed
prima earum supra lineam. g.n. & diametrum. d.b. secunda super lineam
g.n. & diametrum. h.m. tertia vero super lineam. g.n. & diametrum. k.l.
quarta autem super lineam. g.n. & diametrum. c.a. Eruntq; ex diffinitio-
nibus sphere & circuli communes sectiones harum superficierum & sup-
ficii sphere maioris lineae continentes circulos & erunt portiones inscri-
pte vt inter punctum. n. & quatuor puncta que sunt. d. h. k. c. quadrantes
horum circulorum qui quadrantes sunt. d. n. h. n. & k. n. & c. n. hoc autē
ideo euenit eo qd oēs anguli quos continet linea. g.n. cū vnaqua; diame-
trorum protrahatur in superficie circuli. a. b. c. d. sunt recti ex diffinitio-
ne lineae perpendicularis ad superficiem. Recti vero anguli in cetro quar-
te circuli proferunt subtrahuntur. quod ex vltima sexti euidenter apparet.
Ex diffinitione autem circulorum equalium manifestum est qd vnus
quisq; horum quatuor circulorum est equalis circulo. a. b. c. d. Nam dia-
meter oium ipsoꝝ ē diameter sphere maioris. igit per. 5. qnti quadrantes
eorum sunt. equalis quare quinq; arcus qui sunt. d. n. h. n. k. n. c. n. & d. c.
sunt equalis. In vnoquoq; ergo quatuor quadrantium circulorum erecto-
rum coaptentur ypothemisales chordae quarum quelibet sit equalis chor-
de circuli prostrati que sunt latera polygoni sibi inscripti & est vna cap-
corda. d. b. sintq; in primo quidem. d. q. q. r. & r. n. in secundo vero. b. s. s.
r. & s. n. in tertio autem. k. u. u. x. & x. n. & in quarto sint. c. o. o. p. & p. n. &
protrahantur corausti coniungentes capita ypothemisalium chordarū
que sunt. q. s. s. u. u. o. & x. t. t. x. p. Vides igitur quarte parti superio-
ris hemispherii maioris sphere que quidem quarta pars est. d. n. c. inscriptum ēē
corpus. 9. basium quarum tres que coeunt in puncto. n. sunt triangle.
ceterae autem sunt quadrangle. sintq; harum quadrangularum superficie-
rum ypothemisalia latera equalia. kd non equidistantia. Corausti autē
inter quosq; duos circulos intercepti sunt equidistantes adinuicē & chor-
de circuli prostrati sed non sunt adinuicē equalis. ¶ Hoc autem scies si p-
pendiculares a coraustorum extremitatibus ad superficiem circuli iacen-
tis demiseris. de quibus constat qd ipse cadet super diametros circulorum
quos corausti continent quod ex demonstratis in. 13. ut. facile deprehen-
des. Verbi gratia. Sint a duobus terminis corausti. q. s. demisse. due ppē-
diculares. q. y. & s. s. cadentes in diametris. d. b. & h. m. & protrahantur li-
neae. q. d. s. b. & y. s. eruntq; ex quarta sexti duo trianguli. q. y. d. & s. s. h. si-
miles quare proportio duarum perpendiculariū. q. y. & s. s. erit sicut dua-
rum cordarum. q. d. & s. b. cumq; sint corde equalis erunt etiam & perpen-
diculares equalis. At ipse sunt equidistantes ex sexta. ut. ergo ex. 33. primi
corausti. q. s. est equalis & equidistans lineae. y. s. & quia ex secunda parte se-
cunde sexti lineae. y. s. est equidistans corde. d. b. & ideo minore ea squi-
tur ex. 9. vndecimi vt corausti. q. s. sit etiam equidistans corde. d. b. & mi-
nor ea ex conceptione. Cum itaq; corde que sunt latera polygoni inscri-
pti circulo iacenti & ipse sunt omnes equalis corde. d. h. non tangant sphe-
ram minorem: necesse est vt nullum latus harum basium corporis inscri-
pti suae quadrangle sint suae trigone tangat eandem minorem spheram
cum omnia hec latera sint ipsis cordis equalia aut minora. Simpliciter autē
dico qd nulla etiam harum basium de quibus omnibus manifestum est
ex secunda parte secunde. ut. qd ipse sunt tote in superficie vna pōt aliquo
sua puncto contingere minorem spheram eo qd omnis linea recta ducta
super quemlibet punctum cuiusq; earum equidistans corausto minor
est necessario corda prostrati circuli. Si igitur connexitates aliarum quar-
tarum maioris sphere tam superioris hemispherii qd inferioris ad eius simi-
litudinem quadrilateris trilaterisq; superficiebus subtexantur eruntq; ma-
iori sphere corpus. 12. basium superficiem minoris sphere minime tan-
gentium quēadmodū ppositum fuerat inscriptū. Dico insup qd si i alia qd





libet sphaera simile corpus statuatur erit proportio vnius ad alterum sicut diametri vnius sphere ad diametrum alterius triplicata. Enant enim. 72. bases vtriusq. corporis bases totidem lateratarum pyramidum quarum omnium vertices enant in centrīs ipsarum sphaerarum has autem pyramides perficies. si a singulis angulis inscriptorum corporum qui sunt extremitates cordarum & coraustorum lineas ad centra sphaerarum produxeris. Stude itaq. ex diffinitione similium corporum probare cunctas pyramides vnius esse similes suis relatiuis pyramidibus alterius. Quo probato erit ex. 8. huius proportio vnius cuiusq. earum ad suam relatiuam alterius sicut proportio semidiametrorum sphaerarum ipsarum triplicata. sunt enim semidiametri sphaerarum latera cunctarum pyramidum. At quia semidiametrorum & diametrorum est ex. 15. quinti vna proportio ex. 13. eiusdem facile concludes propositum.

Castigator.

a ¶ Cum polygonum descriptum secundum quantitatem linee. y. 3. sit pars polygoni descripti secundum quantitatem linee seu corde. d. h. v. patet inueniri. quoniam diametri suorum circulorum quibus imaginatur inscribi sunt inequales &c.

Propositio 15.



Primum duarum sphaerarum est proportio alterius ad alteram tanquam sue diametri ad diametrum alterius triplicata.

¶ Sint due sphaerae. a. b. & c. d. quarum diametri sint. a. b. & c. d. dico q. proportio earum est sicut suarum diametrorum proportio triplicata. Cuius demonstratio est quoniam neq. ad minorem sphaeram q. sit sphaera. c. d. neq. ad maiorem est proportio sphaerae. a. b. sicut diametri. a. b. ad diametrum. c. d. triplicata. Esto quidem proportio sphaerae. a. b. ad sphaeram. e. f. sicut diametri. a. b. sphaerae. a. b. ad diametrum. c. d. triplicata demonstrabo itaq. q. sphaera. e. f. non potest esse minor neq. maior q. sphaera. c. d. Si enim affirmet aduersarij eam esse minorem imaginabor ea includi a sphaera. c. d. & circūda ei ab eodem centro & inscribam sphaerae. a. b. corpus multarum basium sphaeram. e. f. minime tangentium quod iam dicatur. c. d. & inscribam. a. b. corpus multarum basium simile corpori multarum basium. c. d. q. d. ē notie sue sphaerae dicat. a. b. Et sphaerae. c. d. aliud huic simile q. d. ē dicat notie sue sphaerae. c. d. vt in pmissa ostensum est. constat itaq. ex scda parte premisse. q. a. quinti q. proportio sphaerae. a. b. ad sphaeram. e. f. est sicut corporis multarum basium quod est. a. b. ad corpus multarum basium. c. d. quod est. c. d. vtraq. enim est sicut diameter. a. b. ad diametrum. c. d. triplicata: hec autē ex hypothe. illa vero ex secunda parte premisse quare permutatim proportio sphaerae. a. b. ad corpus multarum basium. a. b. est sicut sphaerae. e. f. ad corpus multarum basium. c. d. Cum igitur sphaera. a. b. sit maior corpore multarum basium. a. b. erit etiam sphaera. e. f. maior corpore multarum basium. c. d. hoc autem est impossibile. nā ipsa est pars eiusmodi. ergo sphaera. e. f. minor sphaera. c. d. Si autem dicat aduersarij esse maiorem confutabimus ipsum hoc modo: erit enim per conuersam proportionalitatem sphaera. e. f. ad sphaeram. a. b. sicut diametri. c. d. ad diametrum. a. b. triplicata. sit itaq. eadē sphaera. c. d. ad sphaeram. g. h. eritq. ex. 14. q. sphaera. g. h. minor sphaera. a. b. eo q. sphaera. c. d. posita ē minor sphaera. e. f. q. re. proportio sphaerae. c. d. ad aliquā sphaeram minorem sphaera. a. b. ē sicut diametri. c. d. ad diametrum. a. b. triplicata. At hoc est impossibile nam ex hoc sequitur q. pars sit maior suo toto vt demonstratū est prius. itaq. sphaera. e. f. non est maior neq. minor q. sphaera. c. d. igitur ex. 72. quinti concludere propositā conclusionem que imponit finem libro duodecimo.

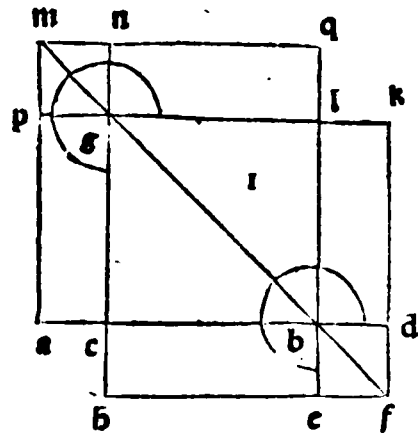
Liber tertiusdecimus Euclidis de admiranda vi linee secun-
dum proportionem habentem medium: duoq; extrema diuise
et quinq; corporum regularium formatione ex perfecta Cam-
pani translatione. Magistro Luca Paciolo de Burgo San-
cti Sepulchri ordinis Binorum castigatore optimo Incipit.

Propositio .1.



Et si diuisa fuerit linea secundum
proportionem habentem medium
duoq; extrema: si maiori portioni
linea in longum addatur equalis
dimidio ipsius linee proportio
nalter diuise: quadratum linee ex
eis duabus compositae quadrati me-
dietae eiusdem linee diuise quin-
cuplum esse necesse est.

Si linea, a. b. diuisa in puncto. c. p-
ut docet. 19. sexti. et sit maior portio eius
linea. b. c. cui. b. c. directe adiungatur li-
nea. b. d. que sit equalis medietati totius
a. b. dico q; quadratum linee. c. d. erit qui-
cuplum ad quadratum linee. b. d. Quadrabo enim lineam. b. d. et sit eius
quadratum. d. e. et circumponam huic quadrato gnomonem secundum
quantitatem linee. b. c. protracta diametro. f. b. g. sitq; circumpositus gno-
mo. e. g. d. et itq; ex. 11. sexti superficies inde composita que sit. b. k. tanq;
quadratum linee. c. d. Dico igitur quadratum. b. k. quincuplum esse ad
quadratum. d. e. Sit igitur. e. l. quadratum circumpositi gnomonis sibi
q; circumponatur alius gnomon ad quantitatem linee. a. c. protracta dia-
metro. f. b. vsq; ad. m. sitq; hic gnomon. c. m. l. et protrahantur linee. c. n. et
p. l. equidistantes lateribus oppositis secantes se super diametrum. f. m. in
puncto. g. Manifestum est autem ex. 11. sexti q; compositum ex hoc se-
cundo gnomone et quadrato. c. l. et ipsum quadratum sit. a. q. est quadra-
tum linee. a. b. quod ex quarta secundi necesse est esse quadruplum ad qua-
dratum. d. e. eo q; linea. b. d. est medietas linee. a. b. cumq; sit ex prima par-
te. 16. sexti superficies. a. n. ideoq; per. 43. primi superficies. m. l. equalis qua-
drato. c. l. prouenit enim. a. n. ideoq; et. m. l. ex. b. a. in. a. c. et. e. l. prouenit
ex. c. b. in se et cum ex prima sexti sit. a. l. dupla ad. l. d. ideoq; equalis. l. d.
et. c. e. pariter acceptis ex. 43. primi erit ex hac comuni scientia si equalibus
equalia addas tota fient equalia: quadratum. a. q. equale gnomoni. e. g.
d. hic ergo gnomon quadruplus est ad quadratum. d. e. quemadmodum
erat quadratum. a. q. itaq; totum quadratum. b. k. cum ipsum constet ex
simplo et quadruplo erit ex comuni scientia quicuplum ad idem quod est
propositum. Idem aliter ex quarta secundi constat q; quadratum linee
a. b. est quadruplum ad quadratum linee. b. d. At per secundam eiusdem
quod sit ex. a. b. i. b. c. et in. a. c. est equale quadrato. a. b. quod autem ex. a.
b. in. b. c. equum est ei quod ex. b. d. bis in. b. c. quod ex prima secundi ma-
nifestum est cum. a. b. sit dupla ad. b. d. At vero quod ex. a. b. in. a. c. est
ex prima parte. 16. sexti equale quadrato. b. c. itaq; per communem scien-
tiam quod sit ex. b. d. bis in. b. c. et quod ex. b. c. in se est egle quadrato. a.
b. et ideo est quadruplum ad quadratum. b. d. quare superaddito quadra-
to. b. d. erit totum aggregatum quincuplum ad quadratum. b. d. videli-
cet illud quod sit ex. b. d. bis in. b. c. cum quadrato. b. c. et quadrato. b. d.
at quia ex quarta secundi hoc totum est equale quadrato. c. d. constat ve-
rum esse quod diximus.

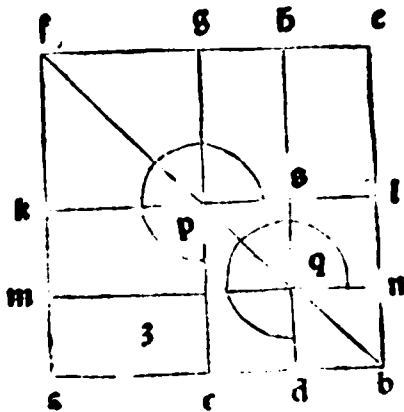


Propositio .2.



Icuilibet linee bipartite cuius quadratū quadratū alterutrinus suarum portionum sit quincuplum in longum sibi linea addatur donec eidem portioni reliqua portio cum addita linea fiat duplex: eades duplex linea scdm proportionem habentem medium duosq; extrema diuisa erit maiorq; portio eius erit linea media.

Hec est conuersa premisse duplici quoq; modo sicut illa demonstrabitur via retrograda eadem prius manente dispoñe. Verbi grā. sit quadratum. h. k. quincuplum ad quadratum. d. e. f. linea. a. b. dupla ad lineam b. d. dico q; linea. a. b. diuisa est in puncto. c. fm proportionem habentem medium & duo extrema & maior portio eius est linea media vt est. c. b. Constat aut ex. 4. secundi q; quadratum. a. q. quadruplum est ad quadratum. d. e. itaq; gnomon. g. d. e. equalis est quadrato. a. q. quare duo supplementa. l. d. f. c. e. pariter accepta sunt quantum gnomon. c. m. l. Atq; eadē supplementa pariter accepta sunt ex prima sexti quantum a. l. idēq; quantum. c. q. sequitur q; c. q. sit equalis gnomoni. c. m. l. dempta igitur ab utroq; superficie. l. n. erit quadratum. c. l. equale superficiē. a. n. cum igitur fiat superficies. a. n. ex. a. b. in. a. c. sit aut quadratum. c. l. quadratū linee. c. b. erit ex scda parte. 16. sexti pportio. a. b. ad. b. c. sicut. b. c. ad. c. a. ex diffinitione ergo linee fm pportionem hntem medium & duo extrema diuise positam in principio sexti libri cōclude ppositū. **I**tem aliter cum quadratū. c. d. sit ex ypothesi quincuplū ad quadratum. b. d. quadratum vero. a. b. sit ex quarta secūdi quadruplū ad idē. at quadratū. c. d. sit ex eadem equale quadrato. c. b. f. quadrato. b. d. f. ei qd sit ex b. d. bis in. c. b. sequitur vt illud qd sit ex. b. d. bis in. c. b. cum quadrato. c. b. sit equale quadrato. a. b. f. d. ex. b. d. bis in. c. b. tñ est quantum qd ex. a. b. in. b. c. eoq; a. b. dupla est ad b. d. ergo quod sit ex. a. b. in. b. c. cō quadrato. b. c. est equale quadrato. a. b. f. quia ex scda scdi quod sit ex. a. b. in. b. c. f. in. a. d. ē eqle quadrato. a. b. sequit ex cōi scientia vt quadratum linee. b. c. sit equale ei quod sit ex. a. b. in. a. c. igitur ex secūda parte. 16. sexti f. diffinitione cōstat ppositum.



Em diuisa fuerit linea secundum proportionem habentem medium & duo extrema si minori portio- ni tanq; dimidium maioris directe iungatur erit vt quadratum linee inde compositae quincuplum sit quadrati quod ex ipsa maioris medietate portio- nis describitur.

Sit linea. a. b. diuisa in puncto. c. secundum pportionem hntem medi- um & duo extrema. sitq; eius maior portio linea. c. b. qd diuidat p equalia in. d. dico q; quadratum linee. a. d. est quincuplum ad quadratum linee. c. d. describatur enim quadratum. a. b. quod sit. a. e. in quo protrahatur dia- meter. b. f. f. linee. g. c. f. d. b. itemq; k. l. f. m. n. equidistāter lateribus op- positis secantes se inuicem super diametrum in duobus punctis. p. q. f. extra diametru in duobus aliis locis. r. f. s. manifestū igitur est ex. 12. sexti vel ex correlario quarte secūdi q; oēs superficies existentes in quadrato a. e. quas diameter diuidit per medium sunt quadrati quatuor autem su- perficies que sunt. a. r. m. p. p. h. f. s. e. constat ex. 43. primi f. prima sexti eē adinuicem eqles. nam due postreme. p. h. f. s. e. sunt adinuicē equales ex prima sexti quoniā igr ex pñti ypothesi & diffinitione linee fm q; pponi- tur diuise & pma parte. 16. sexti quadratum. c. l. est eqle si perficiē. a. g. iōq; f. gnomoni. r. f. s. pp id quod superficies. a. r. est equalis si perficiē. p. h. f. qm ex quarta secūdi quadratum. c. l. est quadruplum ad quadratum. r. s. qd est tanq; quadratum linee. c. d. sequitur ex cōi scientia q; quadratum. m. b. sit quincuplum quadrati. r. s. cōstat enim ex gnomone quadruplo. f. r. s. simplō. hoc aut est ppositū. **I**dem aliter cum sit linea. b. c. diuisa p equalia in pñcto. d. f. addita est ei linea. a. c. erit ex. 6. secūdi quod sit ex

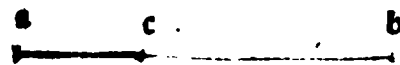
a.b in a.c cum quadrato.c.d. interiacentis equale quadrato.a.d. at quia quod sit ex a.b. in a.c. equale est quadrato.c.b. ex prima parte. 16. sextis hoc aut est quadruplum ad quadratum.c.d. manifeste patet veritas eius quod dicitur. Potes quoque si libet et duplici modo ex consequente huius finis aut concludere processu retrogrado. Sit.n. eadem dispositione manente quadratum.m.h. quincuplum ad quadratum.r.s. eritque gnomon.r.s. equale quadrato.c.l. Vtrumque.n. est quadruplum ad quadratum.r.s. at quia superficies.a.g. est equalis gnomoni predicto necesse est ut superficies eadem sit equalis quadrato predicto. quod sit ex secunda parte. 16. sextis. et diffinitione linea.a.b. est diuisa in puncto.c. secundum proportionem habentem medium et duo extrema: et maior portio eius est linea.c.b. ¶ Idem aliter cum sit ex ypothesi quadratum linee.a.d. quincuplum ad quadratum linee.c.d. et ex secunda idem ipsum quadratum sit equale ei quod sit ex a.b. in a.c. cum quadrato.c.d. sequitur ut id quod sit ex a.b. in a.c. cum quadrato.c.d. sit quincuplum ad idem quadratum.c.d. ideoque eo demprobitur residuum videlicet quod sit ex a.b. in a.c. quadruplum ad ipsum et quia est ex quarta secundi quadratum linee.c.b. est quadruplum ad idem necesse est ut quod sit ex a.b. in a.c. sit equale quadrato.c.b. quare itaque ex secunda parte. 16. sextis et diffinitione linea.a.b. est diuisa secundum proportionem habentem medium et duo extrema in puncto.c. et maior eius portio est linea.c.b.

Propositio 4.



Secundum proportionem habentem medium et duo extrema quolibet linea fuerit diuisa eius in locum directe tanquam maior sectio adiucietur erit tota lineam inde compositam secundum proportionem habentem medium et duo extrema diuisam esse et erit eius maior portio linea prima.

¶ Sit linea.a.b. diuisa qui supponit proportionem in puncto.c. et sit eius maior portio.c.b. totaque.a.b. adiuciet directe linea.b.d. quod sit equalis.c.b. dico quod tota.a.d. eadem proportionem diuisa est in puncto.b. et maior eius portio est linea.a.b. quod est linea prima. Est.n. ex diffinitione.a.b.ad.b.c. sicut.b.c.ad.c. a. at quia ex septima quinti.a.b.ad.b.d. sicut ad.b.c. igitur ex vndecima eiusdem.a.b.ad.b.d. sicut.b.c.ad.c.a. Quare per conuersam proportionem.aliter.b.d.ad.b.a. sicut.a.c.ad.c.b. et coniunctim.d.a.ad.a.b. sicut.a.b.ad.b.c. Cumque sit ex septima quinti.a.b.ad.b.c. sicut ad.b.d. erit ex vndecima eiusdem.d.a.ad.a.b. sicut.a.b.ad.b.d. Itaque ex diffinitione linea.a.d. diuisa est in puncto.b. secundum proportionem habentem medium et duo extrema et maior portio eius est linea.a.b. quod est propositum. Eodem quoque modo si ex maiori portione cuiuslibet linee secundum predictam proportionem diuise tanquam minor portio detrahatur: erit ipsa maior portio secundum eandem proportionem diuisa. eritque maior portio eius linea detracta. verbi gratia. Sit linea.a.b. si aut proponitur in puncto.c. diuisa sitque maior portio.a.c. a qua detrahatur c.d. equalis.c.b. dico quod a.c. est diuisa secundum proportionem eandem in puncto.d. et quod maior portio eius est linea.d.c. Cum enim sit ex diffinitione.b.a.ad.a.c. sicut.a.c.ad.c.b. At ex septima quinti.a.c.ad.c.b. sicut ad.c.d. erit ex vndecima eiusdem.b.a.ad.a.c. sicut.a.c.ad.c.d. ideoque per quintum sicut.c.b. residuum ad.d.a. residuum. Sed ex septima eiusdem.c.b.ad.d.a. sicut.c.d.ad.d.a. itaque.a.c.ad.c.d. sicut.c.d.ad.d.a. ex diffinitione ergo constat quod diximus. Nec igitur ea quam auctor proponit additio nec ea quam ex opposito proponimus detractio quantumcumque vtrilibet in prolixum tendat a proprietate diuisionis linee primitiue discordare.



Propositio 5.



Secundum proportionem habentem medium et duo extrema quolibet linea fuerit diuisa quod ex tota linea quodque ex minori portione producitur ambo quadrata pariter accepta triplum sunt eius quod ex maiore portione quadratum describitur.

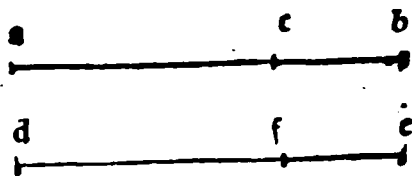
¶ Sit linea .a.b. diuisa per sepe dictam proportionem in puncto .c. sitq. maior portio eius linea .c.b. dico q. quadrata duarum linearum .a.b. & .c. a. pariter accepta triplum sunt ad quadratum linee .c.b. Hec enim duo quadrata pariter accepta sunt ex septima secundi quantum quadratum .c. b. & .d. duplum eius quod sit ex .a.b. in .a.c. I temq. quia quod sit ex .a.b. in .a.c. est equale quadrato .c.b. ex diffinitione & prima parte .16. sexti manifestum est propositum.

¶ Propositio .6.



¶ Rationalis linee secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuise utraq. portionem residuum esse necesse est.

¶ Sit linea .a.b. secundum solitam proportionem diuisa in puncto .c. rationalis. dico q. utraq. portio eius est residuum. Sit enim maior eius portio .a.c. cui directe adiciatur .a.d. equalis dimidio totius .a.b. eritq. etiam .d.a. rationalis ex .6. decimi libri & diffinitione. Constat autem ex prima huius q. quadratum linee .d.c. quincuplum est ad quadratum linee .d.a. igitur linea .d.c. est communicans linee .d.a. in potentia ex diffinitione. sed non in longitudine ex vltima parte .7. decimi quare per .68. decimi linea .a.c. est residuum cum due linee .c.d. & .d.a. sint ambe rationales potentialiter tantum communicantes. & quia iterum si ad lineam rationalem .a.b. adiungatur superficies equalis quadrato linee .a.c. que est residuum erit latus eius secundum linea .c.b. ex prima parte .16. sexti necesse est ex .91. decimi ut linea .c.b. sit residuum primum. Quare constat propositum. Amplius autem si linee sic diuise ut proponitur maior portio fuerit rationalis: erit minor residuum verbi gratia sit ut prius .a.b. diuisa in .c. secundum dictam proportionem & maior portio eius que est .a.c. sit rationalis que diuidatur per equalia in .d. eritq. ex tertia huius quadratum d b. quincuplum ad quadratum .d.c. at quia .d.c. est rationalis cum ipsa sit dimidium .a.c. sequitur ut due linee .d.b. & .d.c. sint rationales potentialiter tantum communicantes quare ut prius linea .c.b. est residuum. at vero si linea rationalis in potentia tantum secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuidatur adhuc necesse est ut utraq. portio eius sit residuum. Sit enim .a.b. rationalis in potentia tantum diuisa sicut proponitur in puncto .c. & si naturaliqua rationalis in longitudine que sit .d.e. que etiam diuidatur in .f. secundum predictam proportionem. Manifestum est igitur ex secunda .14. libri que sine adminiculo alicuius eorum que sequuntur incoarsa demonstratione roborat q. portio .a.b. ad .d.e. est sicut .a.c. ad .d.f. & sicut .c.b. ad .f.e. Cum ergo .a.b. coicet cu .d.e. in potentia sequit ex pma pte .10. decimi q. .a.c. coicet cu .d.f. & .c.b. cu .f.e. in potentia. Et q. utraq. portio linee .d.e. est residuum ut patet ex predictis sequitur ex .98. decimi ut utraq. portio linee .a.b. sit et residuum sed non eiusdem speciei ut ibidem demonstratum est. Quare constat q. ois linee rationalis in longitudine vel in potentia tantum secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuise utraq. portio est residuum. Et nota q. prima pars pntis demonstrationis qua demonstrat q. maior portio linee diuise secundum proportionem habentem medium & duo extrema sit residuum si tota linea sit rationalis pcedit ex sufficientibus siue tota linea ponatur rationalis in longitudine siue in potentia tantum. Secunda vero pars qua demonstrat hoc de minori portione q. ipsa quoq. sit residuum si tota est rationalis non pcedit ex sufficientibus nisi tota sit rationalis in longitudine. Tertia autem pars q. probatur q. minor portio est residuum sufficienter pcedit siue maior portio sit rationalis in longitudine siue in potentia tantum. Ad concludendum igitur de maiori portione linee predicto modo diuise q. ipsa sit residuum sufficit ponere totam lineam diuisam esse rationalem in potentia tantum. sed ad concludendum quoq. hoc de minori portione mediante maiore sufficit ponere portionem maiorem similiter rationalem in potentia tantum. sed ad concludendum hoc de minori portione mediante tota necesse est ponere totam lineam esse rationalem in longitudine aut utendum est secunda .14. libri quemadmodum dictum est.



Propositio .7.



Pentagonus tres equos angulos habens fuerit equilaterus equiangularis quoque idem pentagonus esse probatur.

Sit pentagonus .a. b. c. d. e. equilaterus. sintque quilibet tres eius anguli siue continue siue incontinue sumantur adinuatem ceteros & sint prius incontinue sumpti. sintque anguli .a. c. d. illi tres qui ponuntur adinuicem ceteros dico totum pentagonum esse equiangularum. His angulis subtendantur chordae .b. e. b. d. & .e. c. & totus pentagonus diuidatur in trigonum & quadrilaterum cuius duae diagonales sint chordae duorum primorum equium angulorum secantes se intra quadrilaterum ipsum in puncto .f. eritque per quartam primi basis .b. e. equalis basi .b. d. & angulus .a. e. b. equalis angulo .c. d. b. Cumque per quintam primi angulus .b. e. d. sit equalis angulo .b. d. e. eo quod duo latera .b. e. & .b. d. sint equalia. erit ex eodem scilicet totalis angulus .e. c. d. equalis totali angulo .d. Si per bases totale angulum .b. esse equallem angulo totali .c. Est namque per quartam primi basis .b. e. equalis basi .c. e. & angulus .a. b. e. equalis angulo .d. c. e. per quintam autem eiusdem .f. primi est angulus .e. b. c. equalis angulo .e. c. b. igitur ex eodem scilicet totalis angulus .b. e. c. equalis totali angulo .c. Sint itaque tres anguli .b. c. d. continue sumpti equaliter & sic quoque erit pentagonus equiangularis: erit enim ex .4. primi basis .b. d. equalis basi .c. e. & angulus .c. d. b. angulo .d. e. c. & angulus .b. d. c. angulo .e. c. d. quare per sextam primi duae lineae .c. f. & .f. d. erunt equaliter cum duo anguli trianguli .f. c. d. qui sunt ad basim .c. d. sint equaliter. Igitur ex hac eodem scilicet si ab aequilibus erit linea .f. b. equalis lineae .f. e. erat enim tota .b. d. equalis toti .c. e. ideoque per quintam primi erit angulus .f. b. equalis angulo .f. e. b. per eadem autem est angulus .a. b. e. equalis angulo .a. e. b. Itaque per eandem scilicet angulus .b. totalis est equalis angulo .e. totali tres enim partiales anguli componentes unum sunt equaliter tribus partialibus componentibus aliam unamque suo relatio. Manifestum est igitur quod tres anguli .e. b. c. non continue sumpti in proposito pentagono sunt equaliter. Cum autem sic demonstratum est totum pentagonum esse equiangularum utrolibet ergo modo constat propositum.

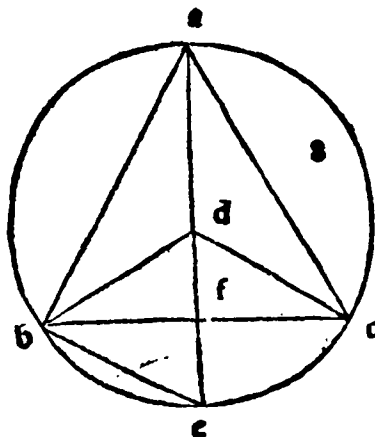
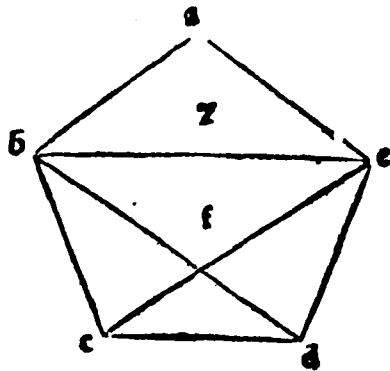


Pentagonus tres equos angulos habens fuerit equilaterus equiangularis quoque idem pentagonus esse probatur.

Propositio .8.

Quis trianguli equilateri quod a latere suo quadratum describitur triplum est quadrato dimidii diametri circuli a quo triangulus ipse circumscribitur.

Sit triangulus .a. b. c. equilaterus cui circumscribatur circulus .a. b. c. supra centrum .d. quemadmodum docet quinta quarti libri & protrahatur in eo diameter .a. d. e. dico ergo quod quadratum lineae .a. b. triplum est ad quadratum semidiametri .a. d. Ducatur namque duae lineae .b. d. & .d. c. & arcui .b. e. subtendatur chorda .b. e. eritque ex octava primi angulus .b. a. d. equalis angulo .c. a. d. quare per ultimum sexti arcus .b. e. est equalis arcui .e. c. Et quia ex .27. tertii tres arcus .a. b. b. c. & .c. a. sunt adinuicem equaliter eo quod chordae quae sunt latera trigoni sint equaliter ex hypothesis. Erat arcus .b. e. sexta pars circumferentie. ideoque chorda .b. e. erit latus trigoni equilateri ipsi circulo inscripti. quare per correl. 5. quarti linea .b. e. est equalis semidiametro .a. d. Manifestum est autem ex prima parte. 30. tertii quod angulus .a. b. e. est rectus. ideoque quadratum lineae .a. e. est equaliter quadrato duarum linearum .a. b. & .b. e. pariter acceptis ex penultima primi. At vero quadratum .a. e. quadruplum ad quadratum .b. e. ex quarta secundi cum linea .a. e. sit dupla .b. e. Relinquitur ergo quadratum .a. b. triplum esse ad quadratum .b. e. ideoque ad quadratum .a. d. quod est propositum. Non lateat autem nos quod linea .b. c. quae est latus trigoni diuidat semidiametrum .d. e. per equaliter. Esto quidem punctus diuisionis .f. constat igitur ex quarta primi quod .b. f. est equalis .f. c. ideoque per primam partem tertie tertii omnes anguli qui sunt ad .f. sunt recti. Quare ex penultima primi quadratum .b. d. est equaliter quadrato duarum linearum .d. f. & .f. b. Quadratum vero .b. e. equaliter quadrato duarum linearum quae sunt .b. f. & .f. e. Et quia .b. d. est equalis .b. e. erit



ex cōi scia duo quadrata duaz. lineaz. b. f. f. f. d. pariter accepta equalia duobus quadratis duaz. lineaz. b. f. f. f. e. pariter acceptis. Dempito igitur vtrinq. quadrato. b. f. erit ex cōi scia qdratum. f. d. residuum quale qdrato. f. e. residuo quare f. lineaz. f. d. lineaz. f. e. ex hac cōi scia quaz quadrata sunt equalia eas lineaz esse equales. Ex hoc itaq. manifestum est q. pēpē dicularis ducta a centro circuli ad latus trigoni equilateri sibi inscripti eq. lis est dimidio lineaz ducte a cētro eiusdem circuli ad ipsius circūferentiā.

Calligatoz.

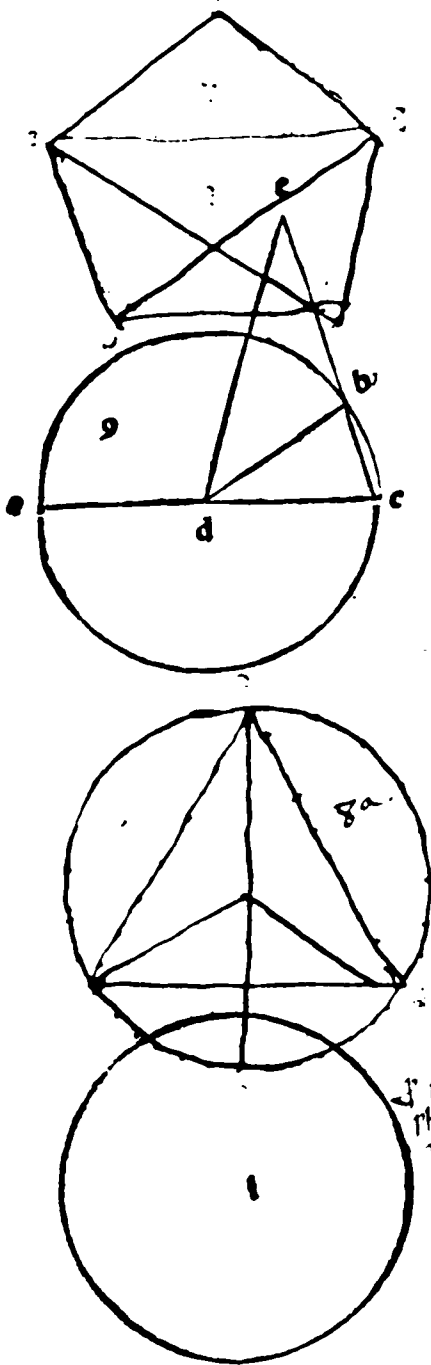
¶ Quia duo anguli ad. d. sunt equales adinuicem f. latera trianguloz illos continētia eq. lia. r. b. d. d. c. f. d. f. cōe vtriq. triangulo.

Propositio 9.



¶ Latus exagoni equilateri latiusq. decagoni equilateri quos ambos vnus idemq. circulus circumferat sibi inuicem in longum directumq. coniungantur tota linea ex eis composita fm proportionem habentem medium 2 duo extrema diuisa erit maiorq. eius portio latus exagoni.

¶ Sit circulus. a. b. c. cuius centz. d. f. diameter. a. d. c. seq. arcus. c. b. quinta pars arcus semicirculi. a. b. cui subtenatur chorda. a. c. b. quam cōstet esse latus decagoni equilateri pposito circulo inscripti. A diūgaturq. lineaz. c. b. in cōtinuū f. directum lineaz. b. e. que ponatur esse eq. lis lateri exagoni eq. lateri predicto circulo inscripti. Dico totam lineaz. c. e. diuisam esse. in pūcto. b. fm pportione hntem medium f. duo extrema f. maiore eius portionem dico esse lineaz. b. e. q. est latus exagoni. Ducant. n. in centz. due lineaz. e. d. f. b. d. eritq. angulus. e. equalis angulo. b. d. c. ex. s. primi pp hoc q. lineaz. e. b. est eq. lis lineaz. b. d. ex cor. 15. quarti angulus quoq. d. b. c. est eq. lis angulo. c. ex. s. primi quare ex. 32. primi angulus. a. d. b. erit duplus ad angulum. d. b. c. f. quia p eadem angulus. d. b. c. est duplus ad angulum. e. sequitur vt angulus. a. d. b. sit quadruplus ad angulum. e. Est. n. ex cōi scia qdruplum qcquid fuerit duplū dupli. c. ūq. sit et idem angulus. a. d. b. quadruplus ad angulū. b. d. c. ex vltima sexti eo q. arcus. a. b. est qdruplus ad arcum. b. c. necesse est ex cōi scia vt angulus. e. sit equalis angulo. b. d. c. Si igit. intelligant duo trianguli. d. e. c. totalis. f. b. d. c. p. tialis cū angulus. e. totalis sit eq. lis angulo. b. d. c. partialis f. angulus. c. sit cōis vtriq. necesse est ex. 32. primi vt ipsi sint equianguli quare p qrtam sexti pportio duoz. latez. e. c. f. c. d. cōtinentium angulum. c. in totali triangulo ē sicut duoz. latez. d. c. f. c. b. cōtinentium eūdem angulū in p. tiali triangulo qz ergo pportio. e. c. ad. c. d. ē sicut. a. d. b. ex. scd. pte. 7. quinti. f. d. c. ad. c. b. ē sicut. e. b. ad. eadem ex pma pte eiusdem. Sequit. ex. n. qnti vt sit pportio. c. e. ad. e. b. sicut. e. b. ad. b. c. I g. a. dione cōclūde ppositum lineam. e. c. esse diuisam fm pportione hntem mediū f. duo extrema f. maiorem portionē eius ē latus exagoni q. oportuit nos demonstrare. Conuersam quoq. de mōstrare cōuenit qd facile fiet via retrograda. Eā n. assumit Ptolomeus capitulo. 9. prime dictōis almagesti ad demōstrandam qntitatem chordaz. arcū circuli. Dico itaq. q. si lica qlibet fm pportione hntem mediū f. duo extrēa diuidat cuius circuli maior portio fuerit latus exagoni eiusdem minor erit latus decagoni. At p. o. cuius minor erit latus decagoni eiusdem maior erit latus exagoni. Sit. n. priori dispositiōe manēte lineaz. e. c. diuisa in pūcto. b. fm predictā pportione f. maior eius portio sit. e. b. dico q. cuiuscūq. circuli lineaz. e. b. est latus exagoni eiusdē ē lineaz. b. c. latus decagoni. f. cuiuscūq. circuli lineaz. b. c. est latus decagoni eiusdē est lineaz. e. b. latus exagoni. Intelligo aut. hoc de exagonis f. decagōis equilateris. Si. n. sit. e. b. latus exagoni circulo. a. b. c. inscripti erit per cor. 15. quarti. e. b. equalis. d. c. f. quia pportio. c. e. ad. e. b. est sicut. e. b. ad. b. c. ex yporthesi erit ex. 7. quinti. c. e. ad. d. c. sicut. d. c. ad. c. b. igit. ex. 6. sexti duz. triaguli. e. d. c. f. d. c. b. sunt equianguli Angulus ergo. e. est equalis angulo. b. d. c. ipsos enim latera proportionalia respiciunt. cumq. sit angulus



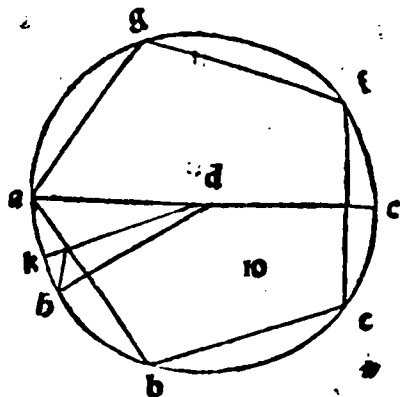
ad. b. quadruplus ad angulum. e. ex. 31. primi bis assumpta. & quinta eius
dem bis sequitur vt et idē angulus. a. d. b. sit quadruplus ad angulum. b. d.
c. Ideoq. ex vltima sexti arcus. a. b. quadruplus est ad arcum. b. c. Linea
igitur. b. c. est latus decagoni circulo. a. b. c. inscripti. Q. si linea b. e. fue
rit latus decagoni circuli. a. b. c. erit e. b. latus exagoni eiusdem. Sit. n. e. b.
latus exagoni circuli. f. eritq. ex predictis. b. c. latus decagoni eiusdem. In
telligantur igitur inscripti et decagoni equilateri duobus circulis. a. b. c. &
f. quoz oia latera erunt equalia linee. b. c. & quia ois figura equilatera cir
culo inscripta est equiangula vt probatum est in. 15. quarti libri sequitur
vtrosq. decagonos et equiangulos. Cumq. oēs anguli vnus piter accepti
sunt equalis oibus angulis alterius pariter acceptis sicut euidenter apparet
ex demonstratis in. 31. primi: necesse est ex hac cōs scia quorūlibet equa
lium decimas aut quotaslibet pter eiusdē denotatiōis et equalis vt vnus
boz decagonoz sit equi angulus alii. ideoq. similis ex dione similitū suphi
cierum. & quia si due figure similes duobus circulis inscribantur: erit propor
tio duoz relatiuoz laterū illaz figurarum sicut duaz diametroz illoz cir
culoz vt apparet ex correl. 18. sexti libri & prima. n. cum latera decagono
rum similitum inscriptoz duobus circulis. a. b. c. & f. sunt equalia sequitur
vt diametri eoz sunt equalis. ideoq. & mediametri et equalis. Sūt autē se
midiametri & latus exagoni equalia ex correlario decime quite quarti.
Erit ergo linea. e. b. latus exagoni circulo. a. b. c. inscripti sicut ipsa est la
tus exagoni circuli. f. sibi equalis. Hoc autē est quod demonstrare volui
mus. Ex hac autem nōa huius. 13. libri noueris exortam esse. decimam q̄
ti libri que duum equiditum laterum proponit trigonum describendum
cuius vterq. duorum angulorum quos basis obtinet ad tertium duplus exi
stat. Talis enim est vterq. triangulorum. e. d. c. & d. c. b. & simpliciter om
nis cuius duo latera sunt equalia maiori portioni alicuius linee diuise sū
proportionem habentem medium duoz extrema & tertium quod est ba
sis est equalis minori portioni linee eiusdem. Vel cuius duo latera sunt eq
lia lateri exagoni equilateri alicui circulo inscripti: basis vero est equalis
lateri decagoni equilateri eidem circulo inscripti quod est propositum.

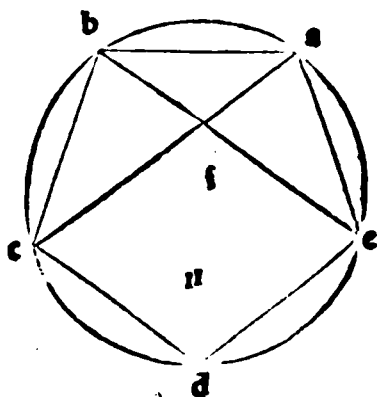
Propositio 10.



Pone latus pentagoni equilateri tanto potentius
est latere exagoni equilateri quantum potest la
tus decagoni equilateri si sint in eodē circulo am
bo inscripti.

Sit circulus. a. b. c. cuius centrum. d. & diameter. a. d. c.
inscribaturq. ei pentagonus eqlaterus qui sit. a. b. e. f. g. &
a centro. d. protrahatur perpendicularis ad latus. a. b. que producatur vsq.
quo obuiet circumferentie in puncto. h. sitq. d. h. & protrahatur due chor
de. a. h. & h. b. que erunt equalis adinuicē ex secunda parte. 3. tertii & quar
ta primi. ideoq. et duo arcus. a. h. & h. b. equalis adinuicem ex. 27. tertii.
Est igitur vtraq. duarum chordarum. a. h. & h. b. latus decagoni equilate
ri proposito circulo inscripti. Dico itaq. q. quadratum linee. a. b. que est
latus pentagoni ē equalis duobus quadratis duaz lineaz. b. d. & a. h. piter
acceptis quaz prima est equalis lateri exagoni ex correl. 15. quarti & scda.
ē latus decagoni ptrahat. n. a centro. d. ppendiclaris ad lineā a. b. q̄ est la
tus decagoni q̄ producat vsq. ad circumferētiā sitq. d. k. q̄ fecer lineam
a. b. q̄ est latus pentagoni in puncto. l. & Protrahat linea b. l. Cōstat autē ex
scda pte tertie tertii & 4. pmi. 27. tertii q. linea. d. k. q̄ est ppendiclaris ad
chordam. a. b. simul diuidit p equalia chordam & arcū. Ideoq. arcus. a. k.
est eqlis arcui. k. h. Quare ex vltima sexti angulus. a. d. l. est eqlis angulo. l.
d. h. Ideoq. ex q̄nta primi basis. a. l. basi. l. h. Igit ex q̄nta primi angulus. l. a.
h. eqlis est angulo. l. h. a. Cūq. et sit ex eadē angulus. h. a. b. eqlis angulo. b.
b. a. & quia vt angulus. l. h. a. sit equalis angulo. b. b. a. Ergo ex. 31. pmi duo
trianguli. b. a. b. & a. b. l. sunt eganguli. Est. n. angulus. b. maioris eqlis angu





lo. h. minoris & angulus. a. cōis est vtriq. Itaq. per quartam sexti pportio
 b. a. ad. a. b. ē sicut. a. h. ad. l. a. Quare ex prima parte. 16. sexti quod proue
 nit ex. b. a. in. a. l. est equale quadrato linee. a. h. q̄ est latus decagoni. Cū sit
 autē semicirculus. a. e. c. equalis semicirculo. a. f. c. & arcus. a. e. arcui. a. f. erit
 arcus. e. c. residuus equalis arcui. f. c. residuo. Quare arcus. e. c. est medietas
 arcus. e. f. ideoq. equalis arcui. a. h. & duplus ad arcum. b. k. Et quia arcus.
 e. b. ē duplus ad arcum. b. h. erit ex. 13. quinti totus arcus. e. c. b. duplus ad
 totum arcum. b. h. k. ideoq. ex vltima sexti angulus. c. d. b. ē duplus ad an
 gulum. b. d. l. cūq. ē angulus. c. d. b. duplus sit ad angulum. b. a. d. ex. 32. &
 quinta primi. sunt. n. duo latera. d. a. f. d. b. equalia erit angulus. b. d. l. cū
 lis angulo. b. a. d. itaq. per. 34. primi erit triangulus. b. d. l. equangulus trian
 gulo. b. a. d. Est. n. angulus. d. minoris cūlis angulo. a. maioris. & angulus. b
 est cōis vtriq. Ergo. per quartam sexti pportio. a. b. ad. b. d. est sicut. b. d
 ad. l. b. quare per primam partem. 16. sexti quod prouenit ex. a. b. in. l. b. ē
 equale quadrato. d. b. at vero probatum est prius q̄ illud quod prouenit
 ex. a. b. in. l. a. est equale quadrato. a. b. Itaq. quod prouenit ex. a.
 b. in. a. l. & in. l. b. est equale duobus quadratis duarum linearum. a. h.
 & b. d. & quia ex secunda secundi quod prouenit ex. a. b. in. l. a. & in. l. b. est
 equale quadrato linee. a. b. Est autem linea. a. b. latus pentagoni equilate
 ri pposito circulo incripti. Linea vero. a. h. est latus decagoni equilate
 ri. & linea. b. d. est ex correlario. 15. quarti equalis lateri exagoni. equilateri
 pposito circulo incriptorum inconcussa demonstratio ē affinitas hoc
 quod dicitur.

Propositio .11.



S duobus propinquis angulis pentagoni equilate
 ri intra circuli descripti a terminis suorum la
 teris duc recte linee futendantur vti aq. alteram
 secundum pportionem habentem medium duo
 q. extrema secabit maior q. ipsius portio lateri ipsi
 us pentagoni equalis erit.

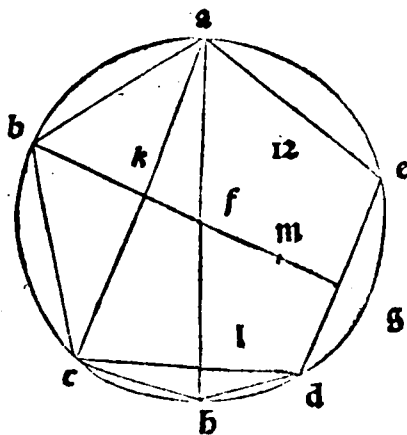
Sit pentagonus equilaterus. a. b. c. d. e. incriptus circulo ei. dem literis
 signato & duobus eius propinquis angulis qui sunt. a. & b. subtedantur due
 recte linee. a. c. & b. e. secantes se inuicem in puncto. f. Dico itaq. vtriq. ha
 ram esse diuisam in puncto. f. fm pportionem hntem medium duosq.
 extremas & q. maior portio vtriusq. est equalis lateri pentagoni. Mani
 festum est enim ex. 17. tertii q. quinq. arcus circuli pentagonum ppositi
 circumscribentis quorum latera ipsius pentagoni sunt chordes sunt adin
 uicem equales. Ideoq. ex vltima sexti quatuor anguli. a. e. b. a. b. e. b. a. c.
 & b. c. a. sunt adinuicem equales. Nam arcus. a. b. a. e. & b. c. sunt adinui
 ce equales. Cūq. sit arcus. c. d. e. duplus ad arcum. b. c. erit quoq. ex vltima
 sexti angulus. c. a. e. duplus ad angulum. c. a. b. at vero ex. 31. primi angulus
 a. f. e. duplus est ad angulum. f. a. b. igitur angulus. a. f. e. est equalis ang
 lo. f. a. e. Quare per sextam primi linea. a. e. est equalis linee. f. e. Sunt autē
 duo trianguli. a. b. e. & a. f. b. equianguli per ea que dicta sunt & per. 32. pri
 mi. Est enim angulus. e. maioris equalis angulo. a. minoris & angulus. b.
 communis vtriq. Igitur per quartam sexti pportio. e. b. ad. b. a. sicut. b.
 a. ad. f. b. cūq. sit. c. f. equalis. a. b. eo q. ipsa vt probatum est equalis. a. e. Se
 quitur ex. 7. quinti vt sit pportio. b. e. ad. e. f. sicut. e. f. ad. f. b. Quare p
 diffinitionem linee. e. b. est diuisa fm pportionem habentem medium
 duosq. extrema & eius maior portio est equalis lateri ipsius pentagoni. Si
 autem hoc est verum de linea. e. b. erit quoq. ex. 7. quinti & quinta eiusdē
 & diffinitione idem verum de linea. a. c. Nam tota. b. e. est equalis toti. a.
 c. ex quarta primi & portiones portionibus ex sexta primi & communi
 scientia portiones enim. a. f. & b. f. sunt equales ex sexta primi. ideoq. f. e.
 & f. c. residue erunt adinuicem equales ex conceptione. Vel potes si libet
 & facilius de linea. a. c. demonstrare ppositum negotiando circa ipsam
 vt prius circa lineam. e. b.

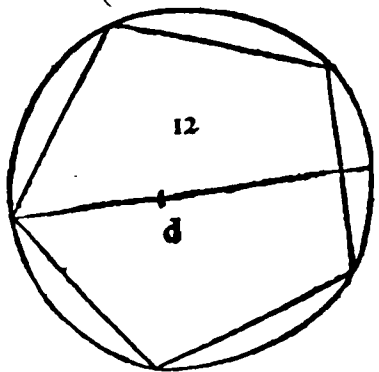
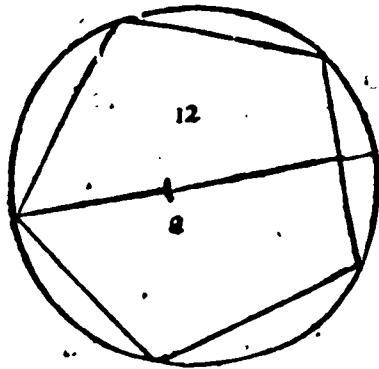
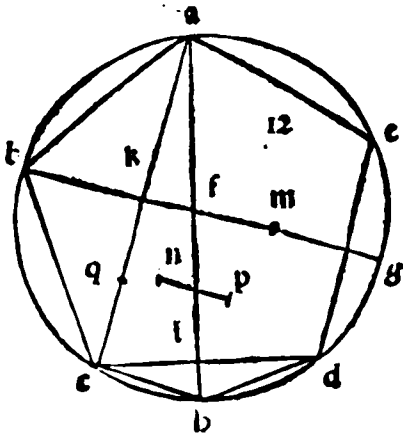
Propositio .12.



S circuli pentagonum equilaterum circumscribē
tis diametros fuerit rationalis eius latus penta
goni erit linea irrationalis ea scilicet que dicitur
minor.

Sit pentagonus equilateralis, a b c d e inscriptus circulo
eo eisdem litteris a scripto cuius centrum, f. & due diame
tri, b. g. & a. h. sitq; utraq; harū diametrorū linea rationalis in longitudine: di
co tunc q; latus pentagoni inscripti erit linea irrationalis illa videlicet q;
dicitur minor. Protrahatur, n. linea, a. c. q; fecit diametrorū, b. g. in puncto
k. Eritq; ex vltima sexti & quarta primi linea, a. c. diuisa a diametro, b. g.
orthogonaliter & per eq̃lia in puncto, k. q̃a cum semicirculus, b. a. g. sit eq̃
lis semicirculo, b. c. g. & arcus, b. c. arcui, b. a. sicut constat ex 12. tertii erit ar
cus, a. g. residuus equalis arcui, c. g. residuo. Iōq; ex vltima sexti angulus, a
b. g. equalis ē angulo, c. b. g. Cum itaq; duo latera, a. b. & b. k. trianguli, a.
b. k. sint eq̃lia duobus lateribus, c. b. & b. k. trianguli, c. b. k. & angulus, b.
vnius angulo, b. alterius: erit ex quarta primi basis, a. k. equalis basi, k. c. &
oēs anguli qui sunt ad, k. sunt recti ex prima parte tertie tertii. Diameter
autē, a. h. fecit latus pentagoni, c. d. in puncto, l. Eritq; similiter linea, c. d.
diuisa a diametro, a. b. orthogonaliter & per equalia in puncto, l. Cū, n.
sint duo arcus, a. d. h. & a. c. h. equales & arcus, a. c. sit eq̃lis arcui, a. d. erunt
duo residui semicirculorū qui sunt c. h. & d. h. eq̃les. Quibus si subtendantur
due chorde que sunt, c. h. & d. h. ipse quoq; ex 18. tertii erunt equalēs & q̃a
arcus, a. c. est equalis arcui, a. d. erit ex vltima sexti angulus, c. b. l. eq̃lis an
gulo, d. b. l. Iōq; p quartam primi basis, c. l. est equalis basi, d. l. & oēs an
guli qui sunt ad, l. recti ex prima pte tertie tertii. Itaq; duo trianguli, a. c. l. &
a. f. k. sunt equianguli ex 32. pmi. Est, n. angulus, l. maioris eq̃lis angulo, k.
minoris eo q; vterq; est rectus & angulus, a. est cōis vtriq; quare ex quar
ta sexti proportio, l. c. ad, c. a. est sicut, k. f. ad, f. a. Sumatur ig̃r ex diametro
b. g. linea, f. m. equalis quarte parti semidiametri, eritq; per equam propor
tionalitatem proportio, c. l. ad quartam partem linee, a. c. q; sit, c. q. sicut, k.
f. ad quartam partem linee, f. a. que est, f. m. & q̃a per 15. quinti proportio
c. d. ad, c. k. est sicut, c. l. ad, c. q. Sic enim est duplum ad duplum sicut sim
plum ad simplum. Erit per, n. quinti, d. c. ad, c. k. sicut, k. f. ad, f. m. & con
iunctim linee constantis ex, d. c. & c. k. ad, c. k. sicut, k. m. ad, m. f. & iō per
primam partem, n. sexti proportio quadrati linee cōposite ex, d. c. & c. k.
ad quadratum lee, c. k. sicut quadrati linee, k. m. ad quadratum linee, m.
f. Cōstat autē ex premissa q; si linea, a. c. diuidatur fm proportionem hñ
tem medium duorū extrema maior portio eius erit equalis linee, d. c. ig̃r
linea constans ex, d. c. & c. k. cōponitur ex maiori portioe linee diuise fm
proportionem hñtem mediū duorū extrema & ex medietate totius linee
sic diuise. Est, n. c. k. medietas, a. c. Itaq; p primā istius 13. libri quadratum
linee composite ex, d. c. & c. k. quincuplum quoq; est ad quadratum linee
c. k. Iōq; quadratum linee, k. m. quincuplum quoq; est ad quadratum li
nee, m. f. Cum sit horū quadratorū & illorū vna proportio est autē linea, b.
m. quincupla ad lineam, m. f. Erat, n. m. f. q̃rta pars semidiāetri ppositi cir
culi: ergo q̃dratū linee, k. m. ad q̃dratū lee, m. f. ē sicut linee b. m. ad lineā
m. f. & q̃a ex secunda parte, 18. sexti quadratum linee, k. m. ad quadratū
linee, m. f. est sicut linee, k. m. ad lineam, m. f. duplicata. Erit ex vndecima
quiti linea, b. m. ad lineam, m. f. sicut linea, k. m. ad lineā, m. f. duplicata.
Igitur linea, k. m. est medio loco proportionalis inter duas lineas, b. m.
& m. f. quod sic constat. Sit enim linea n. p. medio loco proportionalis
inter eas sumpta secundum doctrinam none sexti eritq; ex diffinitione pro
portionis duplicate que posita est in principio quinti proportio, b. m. ad
m. f. sicut, b. m. ad, n. p. duplicata: & quia, b. m. ad, n. p. sicut, n. p. ad, m. f.
erit etiam ex 11. quinti proportio, b. m. ad, m. f. sicut, n. p. ad, m. f. duplica
ta. Igitur ex prima parte, 9. quinti due linee, k. m. & n. p. sunt equalēs. Iōq;





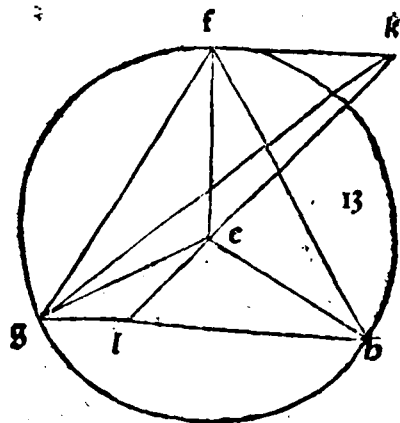
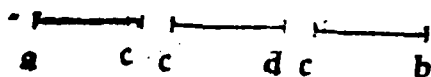
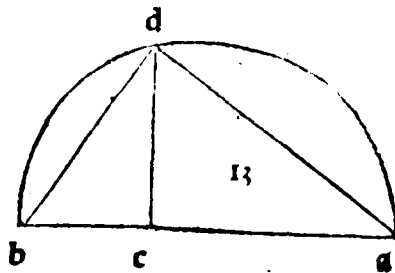
ex prima parte. 7. quinti & ex secunda parte eiusdem lineae k. m. esse me-
dio loco proportionalis inter b. m. & n. f. Quare ex correl. 17. fixi pro-
portio quadrati lineae b. m. ad quadratum lineae m. k. est sicut est lineae b.
m. ad lineam m. f. & quia linea b. m. est quinquupla ad lineam m. f. erit q-
dratum lineae b. m. quinquuplum ad quadratum lineae m. k. Linea autem b. m.
est rationalis in longitudine. Ergo per ultimam ptem. 7. decimi linea m. k.
est rationalis in potentia tñ & quia linea b. m. est potentior linea m. k. in q-
drato lineae sibi incommensurabilis in longitudine ut continuo probabitur
erit linea b. k. residuum quartum ex d. finitione residui quarti. Quod autem
probandum assumpsimus sic patet. Sit numerus r. quinquiplex ad nume-
rum s. s. itaq. t. & s. quantum r. ac si esset r. quinq. s. vnum t. quatuor. Et sit li-
nea b. m. potentior linea m. k. in quadrato lineae x. Cū igitur sit qdratū
lineae b. m. ad quadratū lineae m. k. sicut numerus r. ad nume-
rum s. erit p. eue-
sum proportionalitate quadratum lineae b. m. ad quadratū lineae x. sicut
numerus r. ad nume-
rum s. Quare per ultimam ptem. 7. decimi linea x. est
incommensurabilis lineae b. m. in longitudine. Nō est ergo dubium quin b.
k. sit residuum quartum. Manifestum vero est ex. 34. tertiū q. illud quod
fit ex b. k. in k. g. est equale ei quod fit ex a. k. in k. c. Ideo q. et ipsum idē
est equale quadrato k. c. eo q. a. k. est equalis k. c. ergo quadrato b. k. ad-
dito vtriq. erit ex penultima primi quod fit ex b. k. in k. & in k. g. equale
quadrato b. c. Et quia ex prima secundi quod fit ex b. k. in k. & in k. g. ē
equale ei q. fit ex b. k. in g. b. Erat linea b. c. latus tetragonum superfici
contente a duabus lineis g. b. & k. b. & quia linea g. b. est rationalis linea ve-
ro b. k. est residuum quartū & quia linea potens in superficiem linea rationali
residuoq. quadrato contentam est linea minor ut constat ex. 39. decimi li-
bri necesse est lineam b. c. que est latus pentagoni equilateri proposito cir-
culo inscripti esse lineam minorem. quod erat ex principio demonstan-
dum. Hoc ergo modo sequitur q. latus pentagoni equilateri circulo inscri-
pti sit linea minor si diameter circuli cui inscribatur fuerit rationalis in
longitudine. At vero si diameter circuli fuerit rationalis in potentia tñ adhuc
necesse est ut latus pentagoni equilateri sibi inscripti sit linea minor. Esto
enim linea a. rationalis in potentia tñ supra quam describitur circulus ei q.
descripto inscribatur pentagonus equilaterus cuius vnum latus sit b. c. di-
canturq. pentagonus & circulus a. dico q. linea b. c. est linea minor. Summa-
tur enim aliqua linea rationalis in longitudine que sit d. & super eam linee-
tur circulus cui inscribatur pentagonus equilaterus & sit vnum latus ipsi-
us linea e. f. dicanturq. pentagonus & circulus d. constat igitur ex hac. n.
q. e. f. est linea minor cum diameter d. sit rationalis in longitudine. Quia
proportio pentagoni a. ad pentagonum d. est sicut quadrati lineae b. c. ad
quadratum lineae e. f. vtraq. enim est ex secunda parte. 18. sexti sicut lineae
b. c. ad lineam e. f. duplicata. Pentagoni autem a. ad pentagonum d. est
sicut quadrati diametri a. ad quadratum diametri d. ex prima. n. erit ex
a. quinti quadratum lineae b. c. ad quadratum lineae e. f. sicut quadratum
diametri a. ad quadratum diametri d. cumq. quadrata duarū diametrorū
a. & d. sint cōcantia quia ambo sunt rationalia ex hypothesi erunt quoq. ex
prima parte. 10. decimi quadrata duarū linearum b. c. & e. f. cōcantia.
Ergo linea b. c. cōcat in potentia cum linea e. f. & quia linea e. f. est minor
sequitur ex. 100. decimi q. erit b. c. sit linea minor quod est propositum. Si
ne ergo diameter alicuius circuli sit rationalis in longitudine siue in pote-
tia tñ necesse est ut latus pentagoni equilateri sibi inscripti sit linea minor.

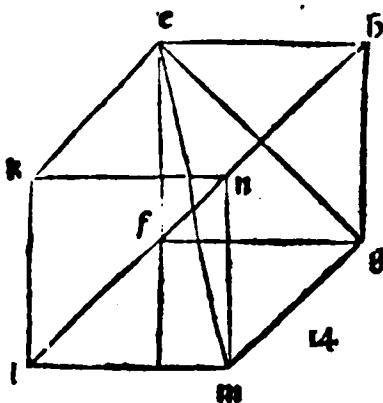
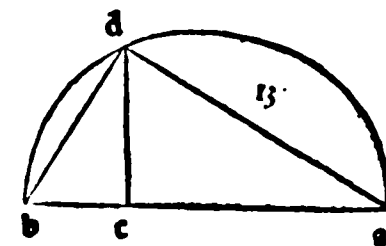
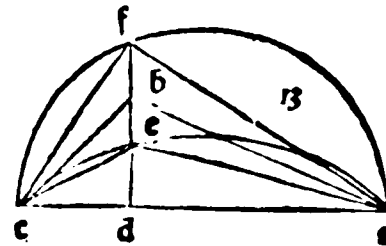
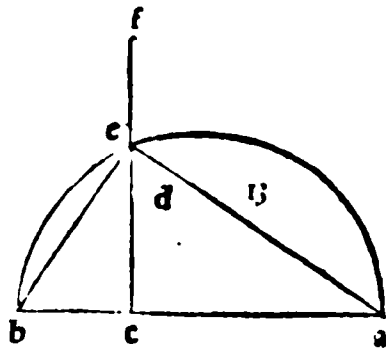


Propositio . 13.

Pyramidem quatuor basium triangulariū & equilate-
rarum ab assignata sphaera circumscriptibilē fabrica-
re huius ergo sphaerae diametros ad latus ipsius py-
ramidis sexquialteram proportionem potentia-
ter habere probatur.

¶ Sit linea .a.b. diamēter assignate spere que diuidatur in puncto .c. ita
 q. a.c. sit dupla ad .b.c. & lineetur super eam semicirculus .a.d.b. & produ-
 catur linea .c.d. orthogonaliter super lineam .a.b. & producantur linee .b.
 d. & .d.a. Postea fiat circulus .f.g.h. super cētrum .e. cuius semidiamēter sit
 equalis lineę .c.d. cui ex secunda quarti libri inscribatur triangulus equila-
 terus qui sit .f.g.h. ad cuius angulos protrahantur a centro lineę .c.f. & .g.e.
 h. Deinde super cētrum .e. erigatur secundum q. docet .n. vndecimi linea
 d.k. que ponatur equalis .a.c. perpendicularis ad superficiem circuli .f.g.h.
 Et demittantur a puncto .k. ypothemise .k.f. & .k.g. & .k.h. Eritq. cōpleta pira-
 mis quatuor basium triangularium & equilaterarum quam dico ēē ab as-
 signata spere circumscriptibilem. Et dico quadratum diametri propo-
 sitionis ex equaliterum esse ad quadratum lateris fabricate pyramidis. Con-
 stat enim ex prima parte correlarij .s. sexti q. linea .c.d. est medio loco pro-
 portionalis inter .a.c. & .c.b. quare ex correl. 17. eiusdem quadratum lineę
 .a.c. ad quadratum lineę .c.d. est sicut .a.c. ad .c.b. Ergo cōiunctim quadra-
 tum .a.c. & quadratum .c.d. ad quadratum .c.d. sicut .a.b. ad .b.c. Ideoq. ex
 penult. primi quadratum .a.d. ad quadratum .d.c. sicut .a.b. ad .b.c. Cum
 ergo linea .a.b. sit tripla ad .b.c. (erat .n. a.c. dupla ad eā) erit quoq. quadra-
 tum .a.d. triplū ad quadratum .d.c. ē aut ex .s. huius quadratum .f.g. triplū ad
 quadratum .e.f. Quare cum ex ypothesi .d.c. sit equalis .e.f. erit ex cōisecia .a.
 d. equalis .f.g. & quia ex diffinitione lineę perpendicularis ad superficiem
 lineę .e.k. cōtinet cū singulis lineis .e.f. & .g.e. & .h. angulos rectos quare que-
 libet est equalis lineę .c.d. & q. ipsa eadem est eq̃lis lineę .a.c. & angulus .c.
 ē rectus: erit p. quartam primi vnaqueq. trium lineę .k.f. & .k.g. & .k.h. eq̃lis li-
 neę .a.d. Manifestum ē igitur fabricatam pyramidem ēē quatuor basium
 triangularium equilaterarū. Ipsam autē ēē circumscriptibilem ab assignata
 spere sic habeto. Lineę .e.k. intelligatur adiici fm rectitudinem lineę .e.l.
 eq̃lis lineę .c.b. vt tota .k.l. sit eq̃lis .a.b. q. est diamēter assignate spere. Hāc
 autē lineam inquam .e.l. imaginēris esse sub circulo .f.g.h. perpendicularē
 quoq. ad ipsius superficiem ex pte inferiori sicut est .e.k. ex parte superiori
 eritq. vnaqueq. triū linearum .c.f. & .g.e. & .c.b. & simpliciter quibet semidiamē-
 tri circuli .f.g.h. medio loco proportionalis inter .k.e. & .e.l. quēadmodum
 ē .d.c. inter .a.c. & .c.b. nam hec sunt equales illis vnaquaq. sue relatiue. Si
 igitur super lineam .l.k. describatur semicirculus circūducaturq. quousq. ad lo-
 cū vnde moueri cepit redeat erit ex diffinitione spere equaliū spere de-
 scripta motu huius semicirculi eq̃lis spere assignate. Sunt .n. spere equales
 q̃z sunt eq̃les diametri quēadmodū de circulis in principio terti dictū ē. Se-
 micirculum hunc vero necesse est trāsire p. tria puncta .f.g.h. que sunt an-
 guli solide pyramidis fabricate. Similiter autē dico q. semicirculus hic qui
 sup. lineam .k.l. fuerit descriptus si circūducatur quousq. ad locū redeat vñ
 moueri cepit continget circulum .f.g.h. super oīa puncta circūferentię ip-
 sius. Quod ex hac vetusta veritate probatur. Si linea recta super lineam re-
 ctam perpendiculariter steterit que inter ptes eius cui supstat vel circūstat
 medio loco proportionalis ponatur. fueritq. super eam lineam cui perpē-
 dicularis superstat semicirculus descriptus circumferentiā ipsius per extre-
 mitatem lineę medio loco proportionalis posite perpendiculariter necessa-
 rio transibit. Cum igitur cunctę semidiametri circuli .f.g.h. sint perpēdi-
 culares ad lineam .k.l. & medio loco proportionales inter partes ipsius q̃
 sunt .k.e. & .e.l. sequitur vt semicirculus descriptus super .k.l. si circūducatur
 transeat per oīa puncta circūferentię .f.g.h. & per oēs solidos angulos pi-
 ramidis fabricate. Itaq. a diffinitione eius quod est figuram inscribi fi-
 gure pyramis fabricata est inscripibilis illi spere quam semicirculus super
 lineam .k.l. lineatus motu suo describit. Et quia hec spere descripta est as-
 signate spere equalis per diffinitionem equalium sperarū sequitur ex com-
 muni scia vt hec pyramis fabricata sit ab assignata spa circūscriptibilis qd
 est propositum. Correlariū autē patet sic. Cū .n. a.b. sit tripla ad .b.c. p. tuer
 fm proportionalitatem erit .b. sexgulta ad .a.c. Idēq. ex recta pte correla-





est. 8. forti & correlario. 7. eiusdē quadrati linee. a. b. erit et sequialter ad quadratum linee. a. d. & qā linea. a. d. ē cōlis lateri fabricare pyramidis. at 70. a. b. est diameter spere cōstatv. e. esse quod per correlariū dī. Ne autē quemq; de vetusta veritate proposita hesitare cōingat eā volumus hoc. mō demonstrāone firmare. Sit igitur sup lineam. a. b. linea. c. d. perpendicularis q; ponatur medio loco pportionalis inter partes linee. a. b. q; sint. a. c. & c. b. ita q; proportio. a. c. ad. c. d. sit sicut. c. d. ad. c. b. Et super lineā. a. b. describatur semicirculus. a. e. b. Dico q; huius semicirculi circūferentia trāsibit per punctū. d. q; est extremitas perpendicularis. Sinautē aut secabit lineam. c. d. aut supertrāsibit eā totam ipsam trāsitus & includēs & nō cōtin gēs. Secet ergo primō eā in pūcto. e. & ducatur linee. e. b. & e. a. eritq; ex pri ma parte. 30. tertii totalis angulus. a. e. b. rectus. Itaq; ex prima parte cor rel. 8. forti proportio. a. c. ad. c. e. ē sicut. c. e. ad. c. b. At 70. ex secūda parte 8. gnti proportio. a. c. ad. c. e. ē maior q; a. c. ad. c. d. eo q; c. e. ē minor. q; c. d. Cū igitur sit. c. e. ad. c. b. sicut. a. c. ad. c. e. & c. d. ad. c. b. sicut. a. c. ad. c. d. erit per. 12. gnti. e. c. ad. c. b. maior q; c. d. ad. c. b. I deoq; per primam partē 30. quinti. e. c. est. maior q; d. c. pars videlicet q; suū totum quod est impos sibile. Non ergo secabit circūferentia semicirculi lineam. c. d. ¶ Supertrā feat igitur & producat. e. d. v. s. q; ad circūferentiā sitq; tota. c. e. & protra hatur linee. e. b. & e. a. & quatuorq; vt prius lineam. c. d. esse maiore q; sit linea c. e. Quod est et impossibile. cōstat ergo propositū. Silr autē dicimus q; si fuerit aliq; angulus rectus cui basis subēdatur super quā semicirculus linee tur ipsius circūferentiā per angulam rectam trāsire necesse ē. Conuersam 70 huius proponit prima pars. 30. tertii. Quod autē dicimus sic cōstat. ¶ Sit. n. angulus. a. b. c. rectus cui subēdatur basis. a. c. & si per eā lineetur semicirculus dico q; ipsius circūferentia trāsibit per pūctum. b. in quo co eunt linee cōtinentes angulum rectū cuius demonstratio est q; neq; trāsibit supra neq; infra. Sin autē transeat primo infra sitq; a. e. c. & ab angulo. b. producat. lineam. b. d. perpendicularis ad a. b. sim. a. c. q; kcet circūferentia se micirculi in puncto. e. & protrahantur linee. e. a. & e. c. eritq; angulus. a. e. c. rectus ex prima parte. 30. tertii. at ipse est maior angulo. a. b. c. per. 21. pri mi hoc autē est impossibile ex tertia petitione cū utroq; sit rectus. Hic quē dem ex ypotēsibile 70 ex prima parte. 30. tertii. Nō ergo trāsibit circūferentia semicirculi infra angulum b. transeat itaq; supra & sit. a. f. c. produ cat. autem perpendicularis. f. u. s. d. b. quousq; obuiet circūferentiē semicir culi. a. f. e. in puncto. f. & producantur linee. f. a. & f. c. eritq; ex prima parte 30. tertii angulus. a. f. c. rectus. Cumq; et esset ex ypothēsi angulus. a. b. c. re ctus sequitur impossibile per. 21. primi sicut in principio. Reliquitur ergo quod diximus. Hoc autē necessarium est ad cognitionem eorū q; sequuntur.

Propositio 14.



Assignata sphaera circūscriptibilem cubum cōsti tuere eiusdem aut spere diametrum lateri ipsius cubi potentialiter triplicem eē māifestum erit.

¶ Assignate spere diameter sit. a. b. super quā lineetur se micirculus. a. d. b. diuidaturq; diameter in pūcto. c. proz fus secundum conditionem premisse videlicet vt linea. a. c. sit dupla ad lineam. c. b. & producat. c. d. perpendicularis ad. a. b. & pro trahantur. d. b. & d. a. postea fiat vnum qdratum cuius omnia latera sint equalia linee. b. d. sitq; e. f. g. h. super cuius quatuor angulos erigantur vt docet. n. vndecimi quatuor linee perpendiculares ad superficiē ipsius qdra ti quāz qlibet ponatur et equis linee. b. d. sitq; e. k. f. l. g. m. h. n. crūq; hee quatuor perpendiculares singule singulis eq distantes ex ext. 1 vndeci mi & anguli quos continent cum lateribus quadrati recti ex diffinitione linee perpendicularis ad superficiē deinde cōiungātur extremitates istarū perpendiculārium protractis lineis. k. l. l. m. m. n. n. k. eritq; cōpletus cubus sex superficiebus qdratis cōtētus. Cōstat. n. ex. 33. 34. pmi q; quatuor superficies ipsum ambientes & ipse sunt quāz opposita latera sunt quatuor perpendi-

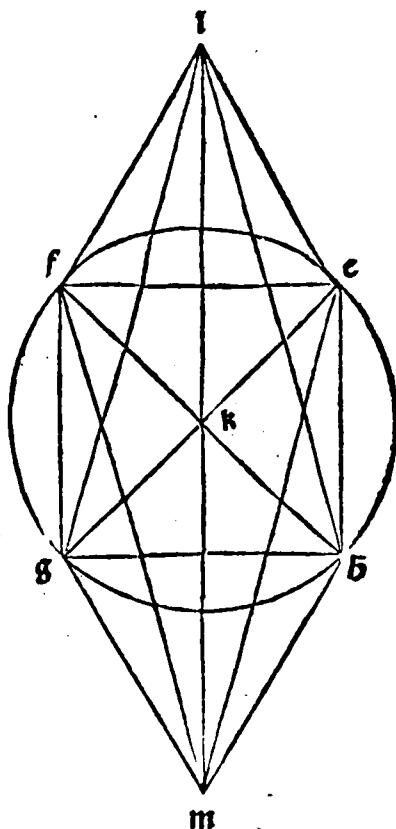
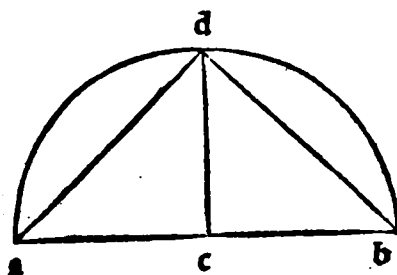
ulares sint oēs quadrati de basi aut hoc possum est. at $\propto$ de suprema eius superficie est $k.l.m.n.$ q. ipsa quoq. sit quadrata. constat ex. 33. primi & 10. vndecimi. ideoq. ex quarta vndecimi manifestum est singula latera eiusdem cubi duabus ipsius oppositis superficiebus orthogonaliter insistere. Vt aut cubum hunc ab assignata sphaera circumscribibilem esse demonstramus: in vna sua superficie trahat diagonalis. Verbi gratia in basi eius sitq. e.g. & ab huius diagonalis altera extremitate trahatur diameter cubi. e.m. eritq. ex penultima primi quadratum. e.g. duplum ad quadratum. f.g. Iōq. & ad quadratum. g.m. eo q. g.m. ē equalis. f.g. Sūt. n. oīa latera cubi adinuicē equalia. & ga rursus ex penultima primi quadratum. e.m. est equale quadratis duabz lineaz. e.g. & f.g. m. pp hoc q. angulus. e.g. m. est rectus ex diffinitione linee perpendicularis ad superficiem. Erit quadratum. e.m. triplum ad quadratum. m.g. Constat. n. ex duplo & simplo. cūq. ex secunda pte correlarij. 8. sexti & ex correlario. 17. eiusdem quadratum quoq. a. b. sit triplum ad quadratum. b. d. eo q. linea. a. b. tripla ē ad lineam. b. c. sit aut. b. d. equalis. e.g. sequit ex cōi scia vt. e.m. q. est diameter cubi sit equalis. a. b. q. est diameter sphaere. I taq. si sup. e. m. lineae semicirculus circūducatur quousq. ad locum vñ fuit initium motus redeat sphaera descripta: erit ex diffinitione sperarum equalium eqlis sphaere assignate. At $\propto$ ga hic semicirculus trāsitum faciet p punctum. g. eo q. angulus. e.g. m. est rectus eadēq. rōne p ceteros singulos rectos angulos cubi qd ex ante ante hanc. 14. imediate pmissio manifestum est. Cōstat cōstitutum cubum ab assignata sphaera eo q. a sua equali circumscribibilem esse quod demonstrare oportebat. correlarij $\propto$ demonstratio in istius demonstrationis processu prepatuit.

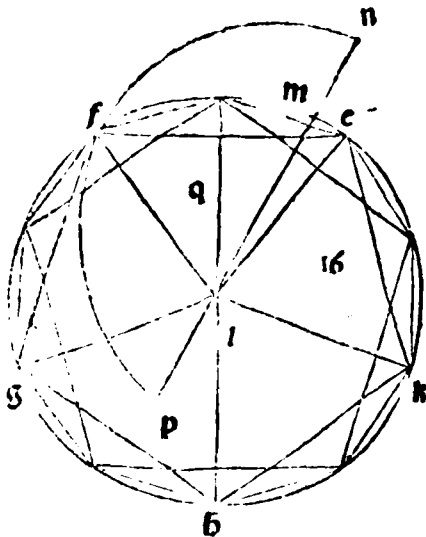
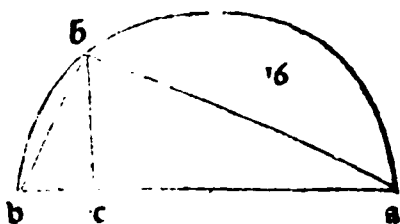
Propositio .15.



Sopus octo basium triangulariū & equilaterarū a sphaera proposita circumscribibile cōponere. erit q. palam eiusdem sphaere diametru lateri ipsius corporis duplicem esse potentialiter.

Diameter sphaere propositae sit. a. b. que diuidatur p equalia in puncto. c. & sup eam lineae semicirculus. a. d. b. & pducat. c. d. ppendicularis. ad. a. b. & iungat punctus. d. cum. a. & cum. b. Describaturq. vnum quadratum cuius singula latera sint equalia lineae. b. d. sitq. quadratum. hoc. e. f. g. h. in quo trahant diametri due. e. g. & f. b. fecantes se inuicem in puncto. k. Cōstat igitur ex. 4. primi q. vtraq. istarum diametrorū sit equalis lineae. a. b. que est diameter sphaere cum angulus. d. sit rectus ex prima pte. 30. tertii & singuli quoq. anguli. e. f. g. h. recti ex diffinitione qdrati. Cōstat rursus q. eadem due diametri. e. g. & f. b. diuidūt se inuicem p equalia in puncto. k. & aut ex. 5. primi & 32. & 33. sextae eiusdem facile est elicere. Erigat itaq. super punctum. k. linea. k. l. ppendicularis ad superficiem qdrati q. ponatur equalis medietati diametri. e. g. vel. f. b. & de mittant ypothemise. l. e. l. f. l. g. l. h. eruntq. ex his q. posita sunt & penultima primi quotiens oportuerit repetita singule harū ypothemise. & equales sibi inuicem & equales lateribus quadrati. Habet ergo pyramidem quatuor equilaterarum triangulariumq. basium super quadratum constitutam. Hinc itaq. sub ipso quadrato simile pyramidē hoc mō appōe lineā. l. k. pro ducas pforatum quadratum vsq. ad. m. ita q. k. m. exis sub quadrato sit equalis. l. k. existenti supra: & iunge punctum. m. cum singulis angulis qdrati pducendo. 4. alias ypothemise que sunt. m. e. m. f. m. g. m. h. de quibus quoq. manifestum est ex penultima primi quemadmodum de aliis q. sunt in superiori pte q. ipse sunt equales ad inuicem & lateribus quadrati. Cōpleuimus igitur corpus. 8. basium triangularium & equilaterarum. Hoc aut ab assignata sphaera circumscribibile esse sic habeto. Cōstat. n. q. linea. l. m. est equalis diametro assignate sphaere nam vtraq. earum est equalis diametro quadrati. igitur si super. l. m. lineam semicirculus qui circumuoluitur quousq. ad locum suum redeat sphaera quam motu suo describet erit eqlis assignate sphaere vt ex diffinitione sperarum equalium colligitur. Hic





vero semicirculus transibit per quatuor angulos quadrati & simpliciter per
oia puncta circūferentie circuli circūscribitur quadratū. eo qd semidiame-
ter quadrati ut linea f.k. & portiones linee. l. m. q. sunt l.k. & k.m. sunt ad
inuicem equales. quare ex diffinitione eius quod ē figuram vnam alii figu-
re inscribi fabricatum corpus inscribibile ē sperę motu huius semicirculari
describere. Itaq; & sperę assignate ex cōceptu cū ipse sint aduicē eqles ex dif-
finitione. Correl. 70 manifeste cōstat sunt. n. due linee. d. b. & d. a. equales
ex 4. pmi. ideoq; quadratū. a. b. duplū est ad quadratū. b. d. ex pñl. pñis
latus aut fabricati corporis est equale linee. b. d. v. ex. est ergo correlariū.

Propositio 16.



Super viginti basium triangularium atq; equila-
terarum a data spera diametrum rationalem ha-
bete circumscriptibile fabricare. eritq; palam latus
eiusdem corporis esse lineam irrationalem eam scilicet
que dicitur minor.

Sit hic quoq; diameter assignate sperę. a. b. que ponat
esse rationalis siue in longitudine siue in potentia tñ & diuidatur in pñcto
c. ita qd a. c. sit quadrupla ad c. b. & lineetur super eam semicirculus. a. d. b.
& pducatur. c. d. ppendicularis ad a. b. & ptraatur linea. d. b. deinde sm q
titarē linee. d. b. lineetur circulus. e. f. g. b. k. supra centū. l. cui inscribat pē
tagonus equilateralis eiisdem lñis annotatus ad cuius angulos a centro. l.
ducantur linee. l. e. l. f. l. g. l. h. l. k. Rursus in eodem circulo inscribatur de-
cagonus eqlaterus: diuidantur. n. cuncti arcus quoz chordę sunt latera pē
tagoni p equalia & a puncti. mediis ad extremitates cunctoz. latēz in cui
pēi pentagoni linee recte dirigantur. Itēq; super singulos angulos pentago-
ni erigatur cathetus sm qd docet. 2. vñdecimi quorum quilibet sit ē equalis
linee. b. d. & cōtinuent extremitates hoz; quinq; cathetoz; quinq; corau-
stis. Enimq; ex. 6. vñdecimi quinq; catheti erecti aduicem equidistan-
tes. Cūq; ipsi sint equales erunt quoq; ex. 33. p. imē. quinq; corauisti corū
extremitates iungentes equales lateribus pentagoni. Demitte igit a sum-
mitatibus singulis singuloz cathetoz; bina & binas ypothemisas ad duos
circūstantes angulos inscripti decagoni. & harum decem ypothemisaz; a
quinq; extremitatibus cathetoz; ad. 5. puncta que sunt singuli anguli me-
dii inscripti decagoni descenditū extremitates continuatum pen-
tagonum rursus ipsi circulo inscribēdo qui quoq; erit eqlaterus ex. 23. tertii.
Cum hoc itaq; feceris videbis te perfecisse decem triangulos quoz; latera
sunt decem ypothemisaz; & quinq; corauisti & 5. latera huius scđi pentago-
ni inscripti. Hos ergo decē triangulos eqlateros ē sic collige. Cum. n. a
semidiameter descripti circuli q quibet. erectorum cathetorum sit equalis
linee. b. d. ex ypothesi erit ex correlario. 15. quarti quilibet cathetorū equa-
lis lateri exagoni eqlateri circulo cuius semidiameter est equalis linee
b. d. inscripti. Quia 70 ex penul. primi vnaqueq; 10. ypothemisarum tā-
to est potentior catheto quantum potest latus decagoni. At vero ex. 10.
huius latus quoq; pētagoni ē tanto potentius eodem quāntum pōt idē la-
tus decagoni. Erit ex cōi scia vnaqueq; haz; ypothemisaz; equalis lateri
pentagoni. De corauistis aut iam patuit qd ipsi sint equales lateribus penta-
goni. Itaq; cuncta latera horum decem trianguloz; aut sunt latera penta-
goni eqlateri scđi a vice circulo inscripti aut illis equalia sunt igitur epla-
teri trianguli. Amplius aut super centū circuli qd est pñctum. l. erige aliū
cathetū equalē pñctibus q sit. l. m. eiusq; superiore extremitatē q est pñctus
m. iūge cū singulis extremitatibus pñctib; per quinq; corauistos eritq; ex sex-
ta vñdecimi hic centralis cathetus singulis cathetorum angularium equi-
distans. Ideoq; ex. 33. primi hi quinq; corauisti erunt semidiametro circuli
equales & ex correl. 15. quarti quilibet eorum tanquam latus exagoni cen-
trali ergo catheto ex vtraq; parte adiiciatur linea vna equalis lateri deca-
goni. Supra quidem adiiciatur ei. m. n. deorsum autem sub circulo ad-
ciatur sibi a centro circuli. l. p. postea demittant a pñcto. n. 5. ypothemisaz;

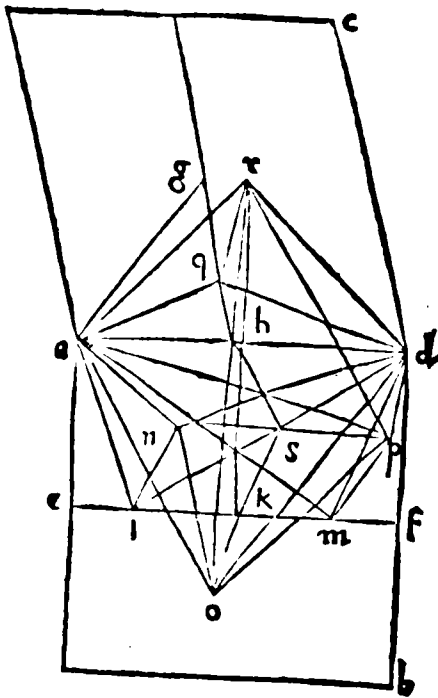
ad 5. superiores angulos decem triangulorum qui sunt in circuitu. & a puncto p. alie. 5. ad alios quinque inferiores. Eruntq. hec decem ypothemise equales adinuicem lateribus inscripti pentagoni ex penultima primi 10. huius quemadmodum de aliis decem prius demonstratum est. Habes ergo corpus. 10. basium triangulorum atq. equilatera. cuius cuncta latera sunt equalia lateribus pentagoni. Eius vero diameter est linea. n. p. Horum autem. 10. triangulorum decem consistunt in circuitu supra circulum. quique autem confurgunt sursum ad punctum. n. concurrentes. At quinque reliqui deorsum emergunt super punctum. p. coeuntes. Hoc autem yco cedrum corpus a data spera circumscribibile esse sic erit manifestum. Cum linea. l. m. sit equalis lateri exagoni 6. m. n. lateri decagoni equilaterorum quos circulus. e. f. g. circumscribit tota. l. n. erit ex nona pntis libri diuisa secundum proportionem. h. m. 6. d. extre. i puncto. m. 6. maior portio eius erit linea. l. m. Diuidat itaq. l. m. per equia in. q. Eruntq. ex coi scia. p. q. equis. q. n. Na. p. l. posita est equis lateri decagoni quemadmodum. m. n. qre. q. n. 6. medietas. n. p. quemadmodum 6. q. m. medietas m. l. Cu ergo qdratu. n. q. sit ex 3. huius quincuplu ad qdratu. q. m. erit quoq. ex 15. qnti qdratu. p. n. quincuplu ad quadratum. l. m. Est. n. ex quarta secundi qdratum. p. m. qdruplum ad quadratum. q. n. Quadratum quoq. l. m. qdruplum ad quadratum. q. m. ex eadem. Quadruplum aut ad qdruplum est vt simplum ad simplu teste 15. qnti at 70 quadratum. a. b. quincuplum est ad qdratum b. d. ex scda pte correlarii. 8. sexti: & ex correlario. 17. eiusdem: est et. a. b. quincupla ad. b. c. eo q. a. c. fuit ad eadem qdrupla. Quia ergo. l. m. est ex ypothesi equis. b. d. erit ex coi scia. a. b. equalis. n. p. Itaq. si sup lineam. n. p. semicirculus describat qui tadiat q. locu pimum repetat circouoluat spera ipsius motu descripta erit a diffinitione spera equalium equalis spere pposite. & qm linea. l. m. est medio loco pportionalis inter. l. n. & n. m. ideoq. inter. l. n. & p. l. erit quoq. qlibet semidiameter circuli medio loco pportionalis inter. l. n. & l. p. & cum. l. m. sit equalis semidiametro circuli itaq. semicirculus sup. p. n. descriptus transibit p oia puncta circumferentie circuli. e. f. g. Ideoq. & p singulos angulos solidi fabricati in illa circūferentia consistentes: & q a eadē rōe singuli corausti cōtinuātes extremitates angulariū cathe top: cū extremitate cētralissint medio loco pportionalis inter. p. m. & m. n. eo q. qlibet eoz est equis. l. m. sequitur vt idem semicirculus trāseat et p reliquos angulos figure ycocedre statute. ē igit corpus hoc inscribibile spere cuius diameter. p. n. Ideoq. & spere cuius diameter. a. b. Latus autē huius solide figure dico esse lineam minorem. Cōstat. n. q. linea. b. d. est rōnalis in potentia cū eius qdratum sit subquincuplum ad qdratum lineae. a. b. q. posita est rōalis siue in lōgitudine siue in potētia tm. Itaq. semidiameter atq. semidiameter circuli. e. f. g. est et rōnalis in potentia. Nam eius semidiameter ē equis. b. d. Igit ex. n. huius latus pētagoni equilateri huic circulo inscripti est linea minor. at vero sicut in huius demonstrationis pcessu patuit latus huius figure est quātum latus pētagoni: ergo latus huius figure. 10. alchaidanam est linea minor quemadmodum proponit.

Propositio .17.



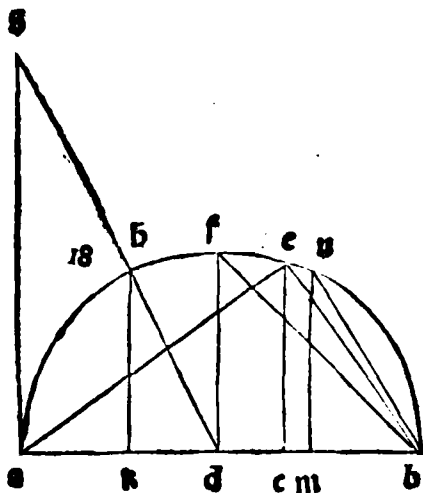
Corpus duodecim basium pentagonarum equilaterarum atq. equiangularium ab assignata spera diametrum rōnalem habente circumscribibile cōstitui. eritq. palam latus eiusdem corporis irrationale esse: id quod residuum dicitur.

¶ Eiat cubus secundum q. docet. 14. huius circūscriptibile ab. as signata spera suntq. huius cubi due superficies. a. b. & a. c. imagiemur at nūc q. a. b. sit supma superficies cubi & a. c. sit vna ex lateralibus sitq. linea. a. d. coiis istis duabus superficibus. diuidantur itaq. in superficie. a. b. duo opposita latera p equia videlicet. d. b. i puncto. f. & lateri oppositū i. e. f. pūcta diuisi ont: cōtinuent p lineā. e. f. latus quoq. a. d. & illud qd sibi oppōit i superficie a. c. diuidat p equia & pūcta diuisiōis cōtinuet linea recta cuius medietas sit



g. b. Sitq. pñctus. h. medius punctus linee. a. d. similiter linea. e. f. diuidat
 p equali in. k. f. protrahatur. h. k. quilibet igitur trium lineaz. e. k. k. f. g.
 b. diuidat fm proportionem ha. me. f. du. ext. in tribus punctis l. m. q. sunt
 q. maiores portiones eaz. l. k. k. m. f. g. q. Quas manifestum est esse equa
 les cu totelice diuise sint equales videlicet quilibet eaz. medietati lateris
 cubi. Deinde a duobus punctis. l. f. m. erige perpendicularares vt docet. n. vn
 decimi ad superficiem. a. b. quaz. vtraz. ponas equalē linee. k. l. sintq. l. n.
 f. m. p. similiter a puncto. q. erige perpendiculariter. q. r. ad superficiem. a. c.
 quam ponas equalē. g. q. p. trahatur itaq. lineas. a. l. a. n. a. m. a. p. d. m. d. p. d.
 l. d. n. a. r. a. q. d. r. d. q. Manifestum est igitur ex quinta huius q. due linee
 k. e. f. e. l. potencialiter sunt triplū ad lineā. k. l. ideoq. et ad lineam. l. n. cu
 k. l. f. l. n. sint equales. At k. o. k. e. ē equalis. e. a. igit. due linee. a. e. f. e. l.
 sunt potētia triplū ad lineā. l. n. quare ex penul. primi. a. l. ē potētia tripla
 ad l. n. ideoq. p eadem. a. n. ē potētia quadrupla ad l. n. Cūq. ois linea sit
 potētia quadrupla ad medietatem sui se quū ex cōi scia q. a. n. sit dupla in
 longitudine ad l. n. f. q. a. l. m. dupla est ad l. k. At. k. l. f. l. n. sint equales
 erit. a. n. equalis. l. m. sunt. n. eaz. dimidia equalia. Et q. ex. 33. primi. l. m.
 ē equalis. n. p. erit. a. n. equalis. n. p. Eodem mō pbabis tres lineas. p. d. d. r.
 f. r. a. ē equalis sibi inuicem f. duabus predictis. Habemus itaq. ex his qn
 q. lineis pētagonū equilaterū q. est. a. n. p. d. r. Sed fortasse dices ipsum nō
 esse pentagonum q. nec forsan ē totus in superficie vna. q. d. esset necessariū
 ad hoc vt esset pētagonus. quod ergo sit totus in superficie vna sic habeto.
 p. deat eadem a pñcto. k. linea. k. s. perpendicularis ad superficiem. a. b. q. sit eā
 lis. l. k. eritq. ob hoc equalis vtriq. duaz. lineaz. l. n. f. m. p. cūq. ipsa sit eā
 distans vtriq. eaz. ex sexta vndecimi. ideoq. cum amabus in eadem super
 ficie ex dione lineaz. equidistantium necesse est vt punctus. s. sit in linea. n.
 p. f. q. diuidat eā p equalia. p. trahant igitur due linee. r. b. f. h. s. sint itaq.
 duo trianguli. k. s. h. f. q. r. h. s. p. vnū angulū videlicet. k. b. q. cōstituti f.
 est p. portio. k. h. ad. q. r. sicut. k. s. ad. q. h. nā vt. g. h. ad. q. r. sic. k. h. ad. q.
 r. ex. 2. quinti. f. vt. r. q. ad. q. h. sic. k. s. ad. q. h. ex eadē. k. d. g. h. ad. q. r. vt
 q. r. ad. q. h. eo q. q. r. est equalis. g. q. ergo p. 30. sexti linea. r. h. s. est linea
 vna. Quare ex secunda vndecimi totus pentagonus de quo disputamus
 est in superficie vna. I psum quoq. dico esse equiangulum. cū. n. e. k. sit di
 uisa fm proportionem habentem medium duoz. extrema f. k. m. sit eā
 lis maiori portioni eius. erit quoq. ex. 4. presentis tota. e. m. diuisa fm p.
 portionem habentem medium duoz. extrema. maior. quoq. portio eius
 linea. e. k. I deoq. per. 5. duce linee. e. m. f. m. k. I deoq. due. e. m. f. m. p.
 Nam. m. p. est. equalis. m. k. sunt potētia triplū ad lineam. e. k. I deoq.
 f. ad lineam. a. e. nam. a. e. est equalis. e. k. I taq. tres linee. a. e. e. m. f. m. p.
 sunt potētia quadruplū ad lineam. a. e. Constat aut per penultimam
 primi bis assumptam q. linea. a. p. est potētia equalis tribus lineis. a. e. f.
 e. m. f. m. p. I taq. a. p. est potētia quadrupla ad lineam. a. e. Latus vtro
 cubi cum sit duplū ad lineam. a. e. est potētia quoq. quadruplū ad ip
 sum ex. 4. secundi. igitur ex cōi scientia. a. p. est lateri cubi equalis. Cumq.
 a. d. sit vnum ex lateribus cubi erit. a. p. equalis a. d. I deoq. ex. 8. primi an
 gulus. a. r. d. est equalis angulo. a. n. p. Eodem mō pbabis angulum. d. p.
 n. esse equalem angulo. d. r. a. quia pbabis lineam. d. n. esse potencialiter
 quadruplū ad medietatem lateris cubi. Cum igitur ex his pentagonus sit
 eqlaterus f. habeat tres angulos equales ipse erit eq. angulus ex septima pñ
 tis libri. Si itaq. hac via rōeq. cōsumili sup vnūquodq. reliquo. late. cu
 bi pentagonum equilaterū f. equiāgulum fabricemus pñciē solidum. n.
 superficiebus pentagonis eqlateris f. equiāgulis cōtēntum. Cubus. n. hēt
 n. latera. R. reliquum aut est demonstrare solidum hoc esse a data p. pera
 circūscripibile. p. trahant igit a linea. f. k. due superficies secātes cubū quaz.
 vna fecit ipsum sup lineā. h. k. f. alia sup lineā. e. f. eritq. ex. 40. vndecimi
 vt cōis sectio haz. duaz. superficie. secet diamet. cubi f. fecet viceversa ab
 ipsa diāetro p. eālia. sit ergo cōis sectio eaz. v. q. ad diāct. cubi linea. k. o.

¶ Ita q. o. sit centrum cubi. Et ducantur linee. o. a. o. n. o. p. o. d. o. r. Cō
stat aut q. v. traq. duarum linearū. o. a. e. o. d. est semidiameter cubi. I dō
equales. De linea autem o. k. constat ex. 40. vndecimi q. ipsa est equalis
e. k. videlicet medietati lateris cubi. Et quia k. j. ē equalis k. m. Erit o. j.
dimisa in puncto k. fm proportionem habentem medium duosq. extrema
ē maior portio eius erit linea o. k. q. est equalis e. k. Itaq. p. s. huius erant
duo linee. o. j. e. j. k. I dō o. j. ē. j. p. Eo q. j. p. ad quas hec demōstratio non
extēditur ē equalis k. j. triplum in potētia ad lineā o. k. Et id ad medie
tatem lateris cubi quare p. penul. primi. linea o. p. ē potētia tripla ad me
dicitatem lateris cubi. Ex correl. autē 14. huius cōstat q. semidiameter spere
tripla est in potētia ad medietatem lateris cubi quatuor circūscribit eadem
spere. I itaq. o. p. est quanta semidiameter spere circūscribentis cubum p.
positum. Eadem ratione omne linee ducte a puncto o. ad angulos singu
los pentagoni o. ium superlatēra cubi descriptorum ad singulos angulos
in q. qui proprii sunt pentagoni non autē cōter eis ē superficiebus cubi. s. p.
prii quales sunt in pentagono statuto tres anguli. n. p. r. De illis autē lineis
q. veniunt a puncto o. ad angulos singulos pentagoni q. qui sunt cōter pe
tagonis ē superficiebus cubi quales sunt in pentagono p. s. i. duo anguli. a.
e. d. cōstat q. ipse sunt equales semidiametro spere circūscribentis cubum.
I p. n. sunt semidiametri cubi ex. 40. vndecimi. At vero semidiameter
cubi est tanq. semidiameter spere ipsum circūscribens quemadmodum ex
rōcinatione. 14. appet. I gr. o. ē linee ducte a puncto o. ad singulos angulos
duodecedri sunt eqles adinvicē ē semidiametro spere. Semicirculus itaq.
super totam diametrum spere vel cubi lineatus si circūducatur transibit p.
o. ē angulos eius quare per diff. nōn dñ ipsi m. est ab assignata spere cir
cūscriptibile. Dico itē q. latus huius figure est linea irrōnalis ista vidē
ter q. residuū dñ si diameter spere ipsum circūscribentis fuerit rōnalis in dō
gitudine vel in potētia. Cum n. diameter spere sit ex. 14. huius tripla in
potētia ad latus cubi erit latus cubi rōnale in potētia si diameter spere
fuerit irrōnalis in longitudine vel in potētia. Cōstat autē ex n. q. linea. i. p.
diuidit lineam a. d. q. est latus cubi fm proportionē hntem mediū duosq.
extrema ē q. portio eius maior equalis ē lateri pentagoni. Et quia maior
portio eius est residuum ex sexta huius manifestum est latus figure duode
cedron ē residuum quod demonstrare voluimus. Fabricata sunt igitur p.
13. ē quatuor eam sequētes quinq. corpōra. equilatera atq. equiangula quo
rum vnūquodq. ē circūscriptibile ab assignata spere. Sūt autē hec solida. s.
Imum q. deni quatuor basium triangularium ē dñ tetraēdron. Secundum ē
ex basium quadratay. ē dñ cubus siue exaēdron. Tertium octobasium tri
angularium ē dñ octaēdron. Quartum autē ē solidum ycoēdron ē est vi
ginti basium triangularium. Quintum vero ex. p. basibus pentagonis cōsti
tuitur dñ duodecedron. Hec autē quinq. solida regularia dicūt qm ipsa eq
angula sunt atq. eqlatera ē a spere atq. ab invicem circūscriptibilia. plura
vero his quinq. eqlatera q. sunt ē equiangula ē est impossibile. Ad cōsti
tutionem cuiuslibet anguli solidi necesse est ad minus tres superficiales an
gulos cōcurrere. Ex duobus enim solis superficialibus nequit solidus angu
lus cōpleri q. ergo tres anguli cuiuslibet exagoni equilateri ē equianguli
sunt equales quatuor angulis rectis. At vero eptagoni ē cuiuslibet pluris
laterum figure equilatera atq. equiangule tres anguli sunt maiores quatu
or angulis rectis quemadmodum ex. 33. primi euidenter dicitur. I omnis
autem angulus solidus quatuor rectis angulis minor est teste. n. vndecimi
impossibile est tres angulos exagoni atq. eptagoni ē simpliciter omnis
plurilatera figure equilatera tamen atq. equiangule solidum angulum con
stituire. ideo nulla solida figura equilatera atq. equiangula potest ex super
ficiebus exagoni alibus aut plurium laterum constitui. Si enim tres anguli
exagoni equilateri atq. equianguli quicūq. solidum angulum extēdant
quatuor ē plures multo fortius eundem excedunt. Tres autē angulos pe
tagonis equilateri atq. equianguli minorē esse quatuor rectis angulis. ma



nifestum est. Quatuor esse maiores quare ex tribus angulis pentagoni equilateri atq; equianguli possibile est solidum angulum constituere. ex quatuor autem aut ex pluribus impossibile. ideoq; vnum duntaxat solidum ex pentagonis equilateris atq; equiangulis constituatur est illud videlicet quod duodecedron dicitur in quo anguli pentagonorum ternis & terni solidos angulos perficiunt. Eadem quoq; est ratio in quadrilateris figuris equilateralis & equiangulis q; in pentagonis. ois enim quadrilatera figura si equilatera equiangulara fuerit ipsa erit quadrata a diffinitione. Nam omnes eius anguli erunt recti per. 34. primi. Ex tribus igitur angulis talis superficialis figure possibile est solidum angulum constituere: ex quatuor autem aut ex pluribus impossibile est: propter quod ex talibus figuris superficialibus que cum quadrilatero ipse sint equilatero atq; equi angule vnicum solidum quod cubum dicimus fabricatum est. Triangulorum autem equilaterorum sex anguli sunt equales quatuor rectis ex 34. primi: pauciores ergo minores & plures maiores igitur ex sex angulis talium trigonorum aut ex pluribus impossibile est angulum solidum fieri: ex quinque & ex quatuor & ex tribus possibile. Cum itaq; tres anguli trigoni equilateri efficiunt angulum solidum: perficitur ex triangulis equilateralis corpus quatuor basium triangularium atq; equilaterarum. Cum vero quatuor conflunt corpus octo basium quod octo cedron dixerimus. At vero si quinque triangulorum equilaterorum anguli solidum angulum contineant fiet corpus yoccedron viginti basium triangularium & equilaterarum. Quare ergo tot & talia sunt solida regularia & quare plura his non sunt dictum est.

Castigator.

¶ Quia sicut totum ad totum ita dimidium ad dimidium. Nam ubi dicitur dyameter spere tripla est in potentia ad latus cubi ideo semidyameter similiter est potentia triplex ad medietatem lateris cubi ac si dyameter esset .6. eius potentia .36. & latus cubi esset .2. eius potentia est .4. semidyameter .3. potentia eius .9. medietas lateris cubi esset .3. cuius potentia .9. que est subtriplex ad potentiam .3. hoc est ad potentiam medietatis dyametri spere & cetera.

Propositio .18.



Altera quatuor corporum premissorum ab eadem spere circumscriptibilium cuius spere sola dyametros nobis proposita fuerit per ipsam propositas dyametrum inuenire.

¶ Sit .a.b. dyameter alicuius spere nobis proposita. ex qua inferuntur latera quinque premissorum corporum dicere. ¶ Diuidamus igitur hanc dyametrum in .c. ita q; .a.c. sit dupla ad .c.b. Et per equalia in .d. Et lineemus super eam semicirculum .a.f. b. ad cuius circumferentiam protrahantur due linee perpendiculares ad lineam .a.b. que sint .c.e. & .d.f. Et iungamus .e. cum .a. & .cum .b. & .f. cum .b. Manifestum ergo est ex demonstratione .13. q; .a.e. est latus figure quatuor basium triangularium & equilaterarum. Et ex demonstratione .14. q; .c.b. est latus cubi. Et ex demonstratione .15. q; .f.b. est latus figure octo basium triangularium & equilaterarum. Prodeat itaq; a puncto .a. linea .a.g. perpendicularis ad .a.b. & equalis eidem .a.b. & iungatur .g. cum .d. Sing. b. punctus in quo .g.d. secat circumferentiam semicirculi. Et ducatur .b.h. perpendicularis ad .a.b. & quia .g.a. est dupla ad .a.d. erit ex quarta sex. ti. b.h. dupla ad .h.d. Sunt enim duo trianguli .g.a.d. & .b.h.d. equianguli ex. 34. primi eo q; angulus .a. maioris est equalis angulo .h. minoris namq; uterq; rectus & angulus .d. est communis. utriq;. Igitur ex quarta scilicet .b.h. est potentia quadrupla ad .h.d. ergo ex penultima. primi. b.

Est potentia quincupla ad .k.d. cumq. d. b. sit equalis .b.d. est enim ad
 centrum semicirculi. erit quoq. d. b. potentia quincupla ad .k.d. At vero
 cum tota .a.b. sit dupla ad totam .b.d. quemadmodum .a.c. detracta ex
 prima .a.b. est dupla ad .c.b. detractam ex secunda .b.d. eritq. ex .19. quinti
 b.c. residua primi et dupla ad .c.d. residuam secunde. I deoq. tota .b.d. est
 tripla ad .d.e. Igitur quadratum .b.d. est noncuplum ad quadratum .d.
 e. quia ipsum erat quincuplum tantum ad quadratum .k.d. erit ex se
 cunda parte decime quinti quadratum .d.c. minus quadrato .k.d. I deoq.
 d.c. minor .k.d. Sit igitur .d.m. equalis .k.d. et prodeat .m.n. v. q. ad cir
 cumferentiam que sit perpendicularis ad .a.b. et iungatur .n. cum .b. Cum
 igitur .d. k. et .d. m. sint equalis erunt ex diffinitione eius quod est ali
 quas lineas a centro equidistare due linee .b.k. et .m.n. equaliter distan
 ter a centro. I deoq. equalis adinuicem ex secunda parte .13. tertii et ex se
 cunda parte tertie eiusdem. I taq. m.n. est equalis .m.k. Nam .b.k. erat
 equalis ei. At quia .a.b. dupla est ad .b.d. et .k.m. dupla est ad .d.k. et qua
 dratum .b.d. quincuplum ad quadratum .d.k. erit ex .15. quinti quadra
 tum .a.b. similiter quincuplum ad quadratum .k.m. est enim quadratum
 dupli ad quadratum dupli sicut quadratum simpli ad quadratum sim
 pli. Ex demonstratione enim .16. manifestum est q. diameter spere est po
 tentialiter quincupla tam ad latus exagoni circuli figure .20. basium q. ad
 k.m. est equalis lateri exagoni circuli figure .20. basium. Nam diameter
 spere que est .a.b. est potentialiter quincupla tam ad latus exagoni circuli
 illius figure q. ad .k.m. Rursum q. ex demonstratione eiusdem manifestum
 est q. diameter spere constat ex latere exagoni et duplici lateri decagoni
 circuli figure .20. basium. Cum ergo .k.m. sit tanq. latus exagoni. At ve
 ro .a.k. sit equalis .m.b. Nam ipsa sunt residua equalium demptis equa
 libus. Erit .m.b. tanq. latus decagoni. Quia igitur .m.n. est tanq. latus
 exagoni. nam ipsa est equalis .k.m. erit ex penultima primi et .10. huius
 n. b. tanq. latus pentagoni figure circuli .20. basium. Et q. ex demonstra
 tione .16. apparet q. latus pentagoni circuli figure .20. basium est latus
 eiusdem figure .20. basium. Constat lineam .n.b. esse latus istius figure.
 Diuidatur itaq. e. b. que est latus cubi ab assignata spere circumscripti
 bilis secundum proportionem habententem medium duosq. extrema in
 puncto .p. Sitq. maior portio eius .p. b. Constat igitur ex demonstratio
 ne premisse q. p. b. est latus figure .20. basium. Inuenta ergo sint latera
 5. premissonum corporum ex diametro spere nobis proposita. Est enim
 latus .a.e. pyramidis .4. basium. e. b. latus cubi. f. b. latus octoedri. At ve
 ro .n. b. latus yocedri. Linea autem .p. b. latus duodeedri. Que autem
 horum laterum sint maiora aliis sic habetur. Constat enim q. a. e. est
 maior .f. b. nam arcus .a. e. est maior arcu .f. b. I temq. f. b. est maior .e.
 b. Et .e. b. maior q. n. b. At vero .n. b. dico etiam esse maiorem q. p. b.
 Cum enim sit .a. c. dupla ad .c. b. erit ex quarta secundi quadratum .a. c.
 quadruplum ad quadratum .c. b. Constat autem ex secunda parte cor
 larii .8. sexti et ex correlario .17. eiusde q. q. d. ratiua .b. tripli est ad q. d. rati
 uam .b. sed .p. n. sexti q. d. ratiua .a. b. ad quadratum .b. e. est sicut q. d. ratiua .b. e. ad
 q. d. ratiua .c. b. ex eo q. proportio .a. b. ad .b. e. est sicut .b. e. ad .b. c. ex secunda
 parte correlarii .8. sexti. itaq. p. n. quinti quadratum .b. e. triplum est ad q. d. rati
 uam .c. b. et quia quadratum .a. c. quadruplum est ad idem quadratum ut offe
 sum est terit ex prima parte .10. quinti quadratum .a. c. minus quadrato
 .b. e. I deoq. linea .a. c. maior est linea .b. e. I deoq. a. m. multo maior .b. e.
 Manifestum vero est ex .9. huius q. si linea .a. m. diuisa fuerit fm propor
 tionem hntem medium duosq. extrema erit maior portio eius linea .k. m.
 q. est equalis m. n. At q. cum .b. e. diuiditur fm eandem proportionem
 videlicet hntem medium duosq. extrema maior eius portio est linea .p. b. cu itaq.
 tota .a. m. sit maior tota .b. e. erit .m. n. que est equalis maiori portioni .a.
 m. maior q. p. b. que est maior portio .b. e. Hoc autem manifestum est ex
 secunda .14. libri que sine auxilio alicuius eam que sequitur firma de

Quartusdecimus liber Euclidis de habitudinibus triangulorum pentagoni hexagoni decagonique adinuicem respectu lineæ. Secundum proportionem habentem medium duosque extrema diuise et corporum regularium adinuicem proportionibus ex optima Campani interpretatione. Magistro Luca Paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Monachum Castigatorum accuratissimo feliciter. Incipit.



Circa perpendiculis a centro
circuli ducta ad latus pentagoni
intra circulum ipsum descripti.
Dimidio lateris decagoni atq; di
midio lateris exagoni intra cir
culum eundem descriptorum am
bibus dimidiis in longum duc
tibus coniunctis equalis esse po
batur. ¶ Patet igitur q; perpe
dicularis ducta a centro circuli ad
latus pentagoni est equalis perpe
diculari ducta a centro ad latus
trianguli dimidioq; lateris deca
goni intra eundem circulum de
scripti directe coniunctis.

¶ Sit linea .a.b. latus p̄tagonĩ equilaterĩ inscriptĩ circulo cuius center .c. & ducatur a centro .c. perpendicularis ad lineam .a.b. que per secundam p̄tem tertie tertii diuidet ipsam per equalia ¶ arcum eius etiam per equalia ex quarta primi ¶ .xv. tertii. Sitq; hec perpendicularis linea .c.d. secans .a.b. in puncto .e. ¶ arcum eius in puncto .d. Est igitur vt diximus linea .a.e. equalis linee .c.b. ¶ arcus .a.d. arcũ .d.b. Protrahamq; linea .d.b. de qua cōstat q̄ ipsa est latus decagonĩ a glaterĩ p̄positĩ circulo inscriptĩ cum ipsi subtrahatur medietati quinte totius circũferentie. Dico itaq; q̄ linea .c.e. est equalis medietati linee .c.d. ¶ medietati linee .d.b. in longum directumq; coniunctis. Compleatur quidem diameter .d.c. sitq; .d.c.g. ¶ sit .c.f. equalis .c.d. ¶ protrahatur .b.f. Eritq; ex .4. primi .b.f. equalis .b.d. ideoq; p̄ .5. primi angulus .b.d.f. erit equalis angulo .b.f.d. Constat autē ex vltia p̄mi q̄ angulus .g.c.b. quadruplus est ad angulum .b.c.d. Eoq; arcus .g.b. quadruplus ē ad arcum .b.d. At vero angulus .g.c.b. per .31. primi duplex est ad angulum .b.d.c. Nam ipse est extrĩnsecus duobus qui sunt .b.c.d. ¶ .d.b.c. At ipsi sunt equales ex .5. primi igitur angulus .b.d.c. duplex est ad angulum .b.c.d. Quare angulus quocũq; .b.f.d. duplex ē ad angulum .b.c.f. Sed angulus .b.f.d. est equalis duobus intrĩnsecis qui sunt .b.c.f. ¶ .c.b.f. per .31. primi. Itaq; duo anguli .b.c.f. ¶ .c.b.f. sunt equales. ideoq; per .4.

primi. c. f. est equalis. b. f. Ideoq. etiam. c. f. est equalis. b. d. Nam. b. d. & b. f. sint equales adinuicem. Quare dimidium. c. d. cum dimidio. b. d. est quantum dimidium. c. d. cum dimidio. c. f. at vero & dimidium. c. d. cum dimidio. c. f. est quantum dimidium. c. f. bis cum dimidio. f. d. Dimidium autem. c. f. bis est quantum. c. f. Et dimidium. f. d. est quantum. c. f. Itaq. c. e. est quantum dimidium. c. d. cum dimidio. d. b. quod est propositum. Correlarium autem sic constat manifestum est enim ex & tredecimi libri q. perpendicularis ducta a centro circuli ad latus trianguli sibi inscripti est equalis dimidio linee ducte a centro ad circumferentiam. Hoc quidem ibi demonstratum est & quasi correlarium concludum. Cum igitur ex hac prima istius. 14. libri pateat q. perpendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni sit equalis dimidio linee ducte a centro ad circumferentiam & dimidio lateris decagoni sequitur q. perpendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni sit equalis perpendiculari ducte a centro ad latus trianguli: dimidioq. lateris decagoni intra eundem circulum descripti: & hoc est quod ex correlario proponitur. Nunc ergo explicandum est quod ait Aristus in libro intulato. Exposito scientie. 5. corporum nec non & Appollonius in dono secundus in proportionalitate figure. 11. basium ad figuram. 20. basium dicentis q. proportio superficiei figure habentis. 12. bases ad superficies figure habentis. 20. bases est tanq. proportio corporis. 12. basium ad corpus. 20. basium. Linea & enim ducta a centro circuli pentagoni figure. 12. basium duodecetri ad circumferentiam eius est quasi linea prodians a centro circuli trianguli figure. 20. basium yocedri ad circumferentiam eius. Hec sunt ipsius magni appollonii verba. Intelligenda autem sunt de figura. 12. & figura. 10. basium ab vna eademq. sphaera circumscribibilium. Est enim proportio corporis duodecetri ad corpus yocedron cum ambo vna eademq. sphaera circumscribitur. Sicut proportio omnium superficierum duodecetri pariter acceptarum ad omnes superficies yocedri pariter acceptas quemadmodum Appollonius premisorum verborum prima parte commemorat quod & decima huius. 14. libri solida demonstratione stabilitur. Et est circulus circumscribens pentagonum duodecetri equalis circulo circumscribenti trigonum yocedri cum duodecetri & yocedron eadem sphaera circumscribitur quemadmodum ipse appollonius secunda parte premisorum verborum commemorat: quod etiam in quinta huius libri demonstratione firmatur premittenda sunt igitur antecederentia ad tantorum viroium eloquia inconcussa veritate corroboranda.

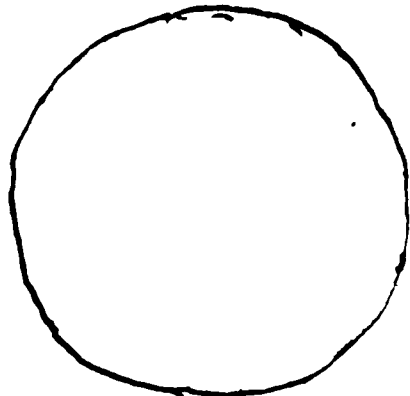
Castigator.

2. ¶ At vero dimidium. c. d. cum dimidio. c. f. est quantum dimidium. c. f. bis cum dimidio. f. d. & cetera.

¶ Propter hoc est notandum q. omnium duarum quantitarum in equalium semper dimidium maioris cum dimidio minoris est quantum dimidium minoris bis & dimidium differentie qua maior habundat a minore verbi gratia sint due linee ille in numeris. c. d. 12. f. c. 8. differentia. f. d. erit. 4. nam. c. d. est latus exagoni & c. f. latus decagoni vt dictum est & latus exagoni excedit latus decagoni in. f. d. dico q. medietas. c. d. que est 6. cum dimidio. c. f. quod est. 4. que iuncta faciunt. 10. & sunt dimidia totalia equantur dimidio. c. f. bis. f. 8. & dimidio. f. d. quod est. 2. que iuncta similiter faciunt. 10. & hoc in omni genere verificatur & ideo isto medio ipse concludit dicens dimidium autem. c. f. bis est quantum. c. f. totum & dimidium. f. d. est quantum. c. f. medietas differentie f. d. maioris ad minorem itaq. c. e. est quantum dimidium. c. d. cum dimidio. d. b. & cetera sine isto proposito non concluderet vt patet.

Propositio .2.

7 83





Elicquid accidit vni linee diuise secundum proportionem habentem medium & duo extrema omni linee similiter diuise probatur accidere &c.

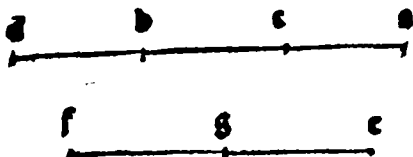
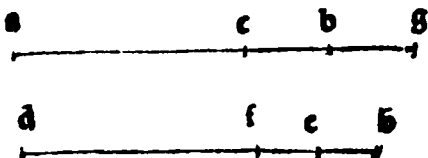
Sit vtraq; duarum linearum .a.b. & .d.e. diuise secundum proportionem habentem medium duosq; extrema hec quidem in .c. illa vero in .f. sintq; maiores portiones huius quidem .a.c. illius autem .d.f. Dico itaq; q̄ ambarum ad sui maiores portiones est vna proportio. Itemq; ambarum ad sui minores portiones est proportio vna at quoq; maiorum portionum ad minores vna. Et e contrario & permutatum & coniunctum & disiectum & conuersum. Nichil enim aliud est quicquid vni earum accidit. idem quoq; alii accidere. Constat enim ex diffinitione linee secundum proportionem habentem medium duosq; extrema diuise & ex prima parte .15. sexti q̄ illud quod sit ex .a. b. in .b. c. est equale quadrato .a. c. Eodemq; modo quod sit ex .d. e. in .e. f. est equale quadrato .d. f. Ideoq; proportio eius quod sit ex .a. b. in .b. c. ad quadratum .a. c. est sicut eius quod sit ex .d. e. in .e. f. ad quadratum .d. f. Vtraq; enim est proportio equalitatis. Igitur quadruplum eius quod sit ex .a. b. in .b. c. ad quadratum .a. c. sicut quadruplum eius quod sit ex .d. e. in .e. f. ad quadratum .d. f. Quod ex .15. quinti & permutata & equalitatis manifestum est. Quare coniunctum quadruplum eius quod sit ex .a. b. in .b. c. cum quadrato .a. c. ad quadratum .a. c. sicut quadruplum eius quod sit ex .d. e. in .e. f. cum quadrato .d. f. ad quadratum .d. f. Adiungatur autem secundum rectitudinem ad lineam .a. b. vna linea que sit equalis .b. c. que dicatur .b. g. Et ad .d. e. adiungatur equalis .e. f. que dicatur .e. b. Manifestum est igitur ex octaua secundi libri q̄ quadruplum eius quod sit ex .a. b. in .b. g. cum quadrato .a. c. est quale quadrato linee .a. g. At vero similiter quadruplum eius quod sit ex .d. e. in .e. b. cum quadrato .d. f. est equale quadrato .d. b. Ad vero ex communis scientia quadruplum eius quod sit ex .a. b. in .b. c. equum est quadruplo eius quod sit ex .a. b. in .b. g. Eo q̄ .b. c. & .b. g. sunt equales. Similiter quoq; quadruplum eius quod sit ex .d. e. in .e. f. equum est quadruplo eius quod sit ex .d. e. in .e. b. Eo q̄ .e. f. & .e. b. sunt etiam equales. Igitur ex prima parte septime quinti & ex .11. eiusdem quadratum .a. g. ad quadratum .a. c. sicut quadratum .d. b. ad quadratum .d. f. Quare ex secunda parte .11. sexti proportio linee .a. g. ad lineam .a. c. est sicut linee .d. b. ad lineam .d. f. Et coniuncta .a. g. & .a. c. ad .a. c. sicut .d. b. & .d. f. ad .d. f. At .70. a. g. cum .a. c. sunt tanq̄ duplum .a. b. & .d. b. cum .d. f. tanquam duplum .d. e. Quare duplum .a. b. ad .a. c. sicut duplum .d. e. ad .d. f. Et permutatum duplum .a. b. ad duplum .d. e. sicut .a. c. ad .d. f. Sed duplum .a. b. ad duplum .d. e. sicut .a. b. ad .d. e. ex .15. quinti. Igitur .a. b. ad .d. e. sicut .a. c. ad .d. f. I taq; permutatum & conuersum & disiectum & coniunctum quod oportebat ostendere.

Propositio .3.



Iulso latere exagoni secundum proportionem habentem medium duosq; extrema maior eius portio erit latus decagoni circumscripti a circulo ipsius exagonum circumscribente.

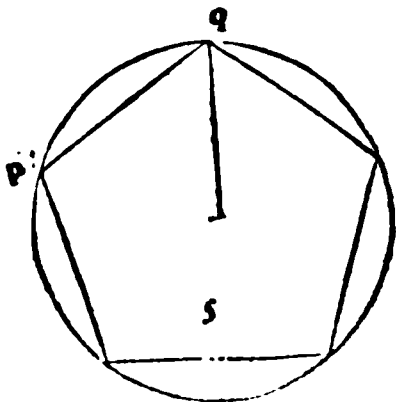
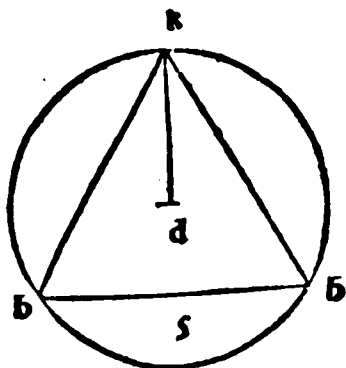
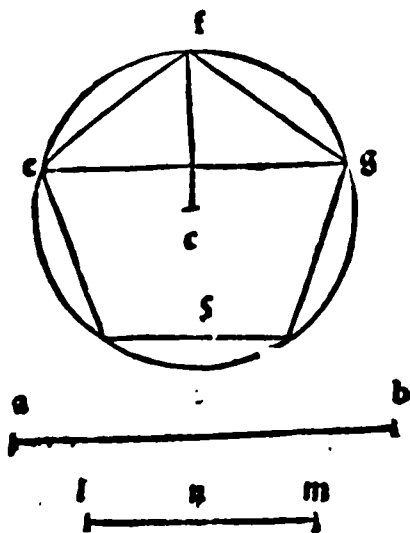
Sit linea .a. b. latus exagoni alicuius circuli & diuise secundum proportionem habentem medium duosq; extrema in puncto .c. sitq; maior portio eius .b. c. Dico q̄ cuiusq; circuli .a. b. est latus exagoni eiusdem .b. c. erit latus decagoni. Adiungatur enim ad lineam .a. b. linea .b. d. que sit latus decagoni illius circuli cuius .a. b. est latus exagoni. Eritq; ex nona .13. linea .a. d. diuise secundum proportionem habentem medium duosq; extrema & maior portio eius erit linea .a. b. Cum igitur vtraq; duarum linearum .a. b. & .a. d. sit diuise secundum proportionem habentem medium duosq; extrema. Igitur erit per premisam ambarum ipsarum ad sui maiores portiones vna proportio. Itaq; .d. a. ad .a. b.



 Sic in circulo. a. b. c. cuius centrum. d. inscripuit vnum pentagonus equilaterus cuius vnum latus sit. a. b. $\&$ protrahatur diame-
ter. c. d. e. diuidens lineam. a. b. $\&$ eius arcum per equalia. Est igitur arcus.
a. c. medietas quinte partis circumferentie illius circuli. Quare arcus. a.
c. est due quinte totius circumferentie. Protrahantur itaq. due linee. a. e.
 $\&$ a. c. Eritq. a. e. latus decagoni. equilateri. eo q. eius arcus est medietas
quinte partis circumferentie. Linea vero. a. c. erit que subtenditur vni ex
angulis pentagoni predicti. Eo q. arcus. a. c. est due quinte partes circum-
ferentie circuli. Dico itaq. q. quadrata duarum linearum. a. b. $\&$ a. c. pariter
accepta quincuplum sunt ad quadratum linee. d. e. Est enim ex quarta
secundi quadratum linee. c. e. quadruplum ad quadratum linee. d. e. Cum
autem angulus. c. a. e. sit rectus ex prima parte. 30. tertii. eruntq. ex penulti-
ma primi quadrata duarum linearum. c. a. $\&$ a. e. quadruplum ad qua-
dratum. d. e. Igitur quadrata trium linearum. c. a. $\&$ a. e. $\&$ d. e. quincup-
lum sunt ad quadratum linee. d. c. $\&$ quia ex decima tredecimi libri qua-
dratum. a. b. est equale quadratis duarum linearum. a. e. $\&$ d. e. sequitur vt
quadrata duarum linearum. a. b. $\&$ c. a. sunt quincuplum ad quadratum
d. e. quod est propositum.

6 116

¶ Istud correlarium vere manifestum est: constat enim ex demonstratione. 17. tredecimi libri qd. latus cubi subtenditur angulo pentagoni duodecimetri cum cubum & duodecedron vna eademq. spera circumscribitur itaq. per hanc quartam sine obice constat correlarium. sic.



Propositio 5.
Entagonus figure duodecim basium triangulus. qd. figure vigintibasium quos eadem spera circumscribit vno eodemq. circulo circumscribuntur.

¶ Sit spera cuius diameter. a. b. circumscribens duas solidas figuras videlicet duodecedron cuius vnus ex duodecim pentagonis sit. e. f. & ycoedron cuius vnus ex. 10. triangulis sit. d. Pentagono autem. c. Et trigono. d. super quo centra. d. f. circumscribantur duo circuli huius, quidem. f. c. ex. 14. quarti illi vero. k. d. ex. 5. eiusdem. Dico itaq. qd. hi duo circuli sperarum propositarum quorum alter circumscribit pentagonum. c. Alter vero trigonum. d. sunt equales. Signentur enim duo latera pentagoni. c. vnum ex suis angulis continentia litteris. e. f. & f. g. & protrahatur linea. e. g. que subtendat angulum. f. Et semidiameter circuli que sit. e. f. Vnumquodq. ex lateribus trigoni. d. signetur litteris. k. b. Et protrahatur semidiameter sui circuli que sit. d. k. Dehinc sumatur linea. l. m. ad quam sit linea. a. b. que est diameter sperae assignate quincupla in potentia. Que quidem. l. m. diuidatur in. n. secundum proportionem habentem medium duosq. extrema. Sitq. maior portio eius linea. l. n. Et secundum quantitatem totius. l. m. lineetur circulus. p. q. I taq. semidiameter circuli p. q. sit equalis lineae. l. m. Erunt ex correlario. 15. quarti linea. l. m. tanq. latus exagoni equilateri circulo. p. q. inscripti. I deoq. per tertiam huius linea. l. n. erit tanq. latus decagoni equilateri eidem circulo inscripti. igitur ex. 11. quarti inscribatur pentagonus equilateralis circulo. p. q. cuius vnus latus sit. p. q. eritq. ex. 10. tredecimi libri quadratum. p. q. equale quadratis duarum linearum. l. m. & l. n. pariter acceptis. Cõstat autem ex demonstratione. 16. tredecimi qd. h. k. est equalis. p. q. ergo quadratum. h. k. est equale quadratis duarum linearum. l. m. & l. n. pariter acceptis. At vero ex demonstratione. 17. tredecimi manifestum est qd. e. g. est latus cubi ab eadem spera circumscribitur. Quare per correlarium. 14. tredecimi. a. b. que est diameter sperae potentialiter est tripla ad e. g. que est latus cubi. Si autem. e. g. diuidatur secundum proportionem habentem medium duosq. extrema patet ex demonstratione. 17. tredecimi qd. e. f. est tanq. maior portio eius. igitur ex secunda huius. e. g. ad. l. m. sicut. e. f. ad. l. n. Nam vt tota ad totam sic maior portio ad maiorem. itaq. per. 11. sexti quadratum. e. g. ad quadratum. l. m. sicut quadratum. e. f. ad quadratum. l. n. Quare per 13. quinti quadrata duarum linearum. e. g. & e. f. pariter accepta ad quadrata duarum linearum. l. m. & l. n. pariter accepta sicut quadratum. e. g. ad quadratum. l. m. ergo per. 15. quinti & permutatam proportionalitatem & equam triplum duorum quadratorum duarum linearum. e. g. & e. f. pariter acceptorum ad quadrata duarum linearum. l. m. & l. n. pariter accepta sicut triplum quadrati. e. g. ad quadratum. l. m. Triplum autem e. g. quadrati est tanq. quadratum. a. b. ex correlario. 14. tredecimi. At quadratum. a. b. est per hypotesin quincuplum ad quadratum. l. m. ergo triplum quadrati. e. g. quincuplum quoq. est quadrati. l. m. Quare etiam triplum quadratorum duarum linearum. e. g. & e. f. pariter acceptorum est quincuplum ad quadrata duarum linearum. l. m. & l. n. pariter accepta & quia probatum est qd. quadratum. h. k. est equale quadratis duarum linearum. l. m. & l. n. pariter acceptis. Sequitur ex communi scientia vt triplum quadratorum. e. g. & e. f. sit quincuplum ad quadratum. h. k. Constat autem ex. 8. tredecimi qd. quincuplum quadrati. h. k. est quindecuplum ad quadratum. d. k. Nam simplum est triplum. Et ex quarta huius constat qd. triplum quadratorum. e. g. & e. f. est quincuplum qua-

drati. e. f. nam simplum est quindecuplū. I taq. quincuplū quadrati. c. f. est equale quincuplo quadrati. d. k. ideoq. per. 15. quinti quadratum. c. f. est equale quadrato. d. k. Quare etiam linea. c. f. est equalis linee. d. k. Er go ex diffinitione circulorum equalium circulus circumscribens pentagonum. c. e. f. equalis circulo circumscribenti trigonum. d. quod erat ex principio demonstrandum. Nam semidiametri horum circulorum sunt equales videlicet. c. f. e. d. k.

Propositio .6.



Quadratum quoq. quod est trigincuplum tetragoni qui sub perpendiculari ducta a centro circuli circumscribentis pentagonum figure duodecim basium ad latus pentagoni atq. sub latere ipsius pentagoni continetur omnibus superficiebus corporis duodecim basium pariter acceptis esse equale ex necessitate conueniuntur.

Sit pentagonus. a. vna ex. n. basibus figure duodecetri & vnum ex eius lateribus sit. b. c. sibi. ex. 14. quare circumscribatur circulus supra centrum. a. f. protrahantur linee. a. b. f. a. c. f. a. d. perpendicularis ad. b. c. Dico ergo q. trigincuplum eius quod fit ex. a. d. in. b. c. est equale omnibus superficiebus duodecetri pariter acceptis. Constat enim pentagonum a. esse diuisibilem in quinque triangulos equales triangulo. a. b. c. ex. 8. primi itaq. omnes n. pentagoni duodecetri cum omnes sint equales & similes pentagono a. diuisibiles sunt in. 60. triangulos quorum quisq. per. 8. primi est equalis triangulo. a. b. c. Quod autem fit ex. a. d. in. b. c. est duplum per. 4. primi ad triangulum. a. b. c. ergo trigincuplum eius quod fit ex. a. d. in. b. c. est sexagincuplum ad triangulum. a. b. c. Nam vt simplum ad simplum sic duplum ad duplum. Cum itaq. omnes duodecetri superficiebus pariter accepte sint etiam sexagincuplum ad triangulum. a. b. c. sequitur vt trigincuplum eius quod fit ex. a. d. in. b. c. sit equale omnibus superficiebus duodecetri pariter acceptis quod est propositum.

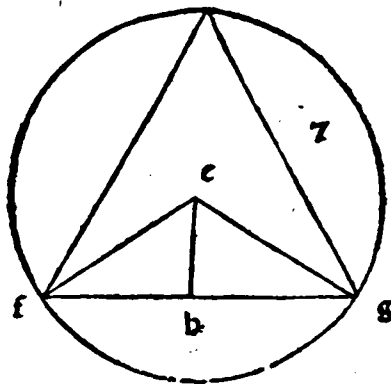
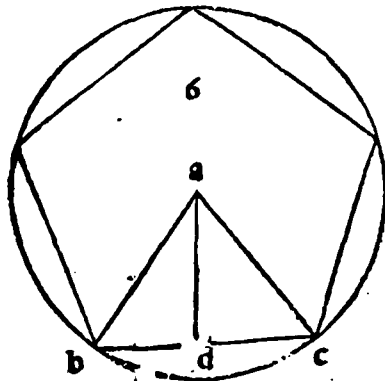
Propositio .7.



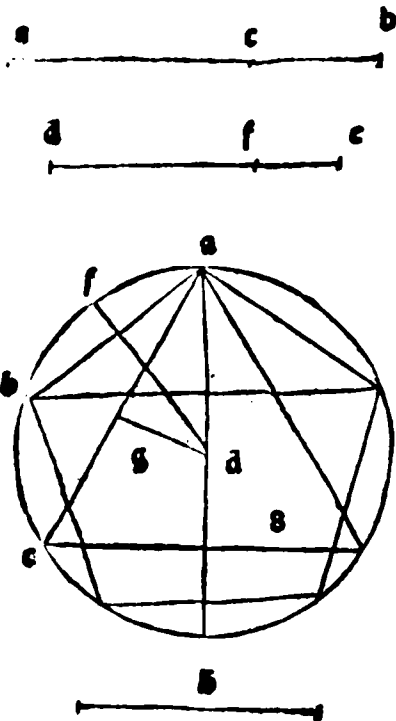
Quadratum quoq. quod est trigincuplum tetragoni qui sub perpendiculari ducta a centro circuli ad latus sibi inscripti trianguli figure viginti basium atq. sub ipso latere trianguli continetur equale est omnibus superficiebus figure viginti basium pariter acceptis.

Est enim hic trigonus. e. vna ex. 10. basibus figure yccedri & vnu ex eis lateribus sit. f. g. Sibi. ex. 5. quare circumscribatur circulus super centrum. e. f. protrahantur linee. e. f. e. g. f. e. h. perpendicularis ad. f. g. Dico igitur q. trigincuplum eius quod fit ex. e. h. in. f. g. est equale omnibus superficiebus yccedri pariter acceptis. Constat enim trigonum. e. esse diuisibilem in tres trigonos quorum quilibet per octauam primi est equalis trigono. f. g. I taq. omnes. 10. trigoni yccedri pariter accepti cum cuncti sint equales similes trigono. e. sunt tanq. sexagincuplum trigoni. e. f. g. Et quia p. 4. pmi. quod fit ex. e. h. in. f. g. est duplum trigoni. e. f. g. I 6q. trigincuplum huius est equale sexagincuplo illius sequitur vt trigincuplum. e. h. in. f. g. sit equale omnibus superficiebus yccedri pariter acceptis quod erat demonstrandum.

Manifestum igitur est q. proportio superficiebus figure duodecim basium in aliqua spha contenta ad superficies figure viginti basium in eadem spha conclusa est tanq. proportio tetragoni contenti sub latere pentagoni ipsius figure duodecim basium & sub perpendiculari ducta a centro sui circuli ad ipsius latus pentagoni: ad tetragonum contentum sub latere trianguli ipsius figure viginti basium & perpendiculari ducta a centro sui circuli ad ipsum latus trianguli corporis viginti alchaidarum.



¶ Quod per illud correlarium concluditur verū esse suę figurę. n. basili
 & figurę. 10. basium sunt ab eadem sphaera circumscribibilis ut proponitur
 suę etiam fuerint circumscribibilis a diuersis sphaeris. Proponitur autem
 prout hec figurę sunt circumscribibilis ab eadem sphaera quoniam hoc mo
 do valet & sufficit ad propositum. Eius ergo communis veritas sic patet.
 Constat enim ex 6. huius q. trigonculum. a. d. in. b. c. equum est omni
 bus superficiebus duodecetri pariter acceptis cuius pentagonus. a. est. vna
 ex 2. sup. rificibus. Et ex hac. 7. constat similiter q. trigonculum. e. b. in. f.
 g. equum est omnibus superficiebus ycoedri pariter acceptis cuius trigo
 nus. e. est vna ex 10. basibus. Sine illud duodecetron & istud ycoedron
 eadem sphaera circumscribat. Sine diuerse. Itaq. proportio trigonculi. a. d.
 in. b. c. ad oēs superficies illius duodecetri piter acceptas est sicut trigonculi
 e. b. in. f. g. ad omnes superficies ycoedri pariter acceptas. Vtrobique enim
 est proportio equalitatis. Quare permutatim trigonculum. a. d. in. b. c.
 ad trigonculum. e. b. in. f. g. sicut omnes superficies illius duodecetri ad
 omnes superficies huius ycoedri & per. 5. quinti trigonculi ad trigoncu
 plum est sicut simpli ad simplum. Constat igitur per. 11. quinti q. propor
 tio omnium superficieum illius duodecetri ad omnes superficies huius
 ycoedri est eius quod sit ex a. d. in. b. c. ad id quod sit ex e. b. in. f. g. Et
 hoc est quod ex correlario proponitur.



Propositio .8.



Proportio cunctarum superficieum corporis duo
 decim basium pariter acceptarum ad cunctas su
 perfacies corporis viginti basium pariter acceptas
 que ab vna sphaera ambo circū scribuntur est tāq.
 proportio lateris cubi quem circūscribit eadem
 sphaera ad latus trianguli ipsius corporis viginti basium.

¶ Vt ab huius. 8. demonstrationis libri. 14. processu ambiguitas omnis
 abscedat: istud precare oportet. Quod si aliqua linea secundum propo
 tionem habentem medium duosq. extrema fuerit diuisa & ex medietate
 eius tanq. dimidium sue maioris portionis detrahatur ipsa quoq. medie
 tas secundum proportionem habentem medium duosq. extrema diuisa
 erit & eius maior portio est tanq. dimidium maioris sue duple. Vtbi gra
 tia sit. a. b. diuisa secundum proportionem habentem medium duosq. ex
 trema in. c. Et maior eius portio sit. a. c. & sit. d. e. tanq. dimidium. a. b. Et
 d. f. tanq. dimidium. a. c. Dico ergo q. d. e. diuisa est in. f. secundum pro
 portionem habentem medium duosq. extrema & maior portio eius est. d.
 f. Constat enim ex. 15. quinti q. proportio a. b. ad. a. c. est sicut. d. e. ad. d. f.
 Videlicet duplum ad duplū tanq. simplum ad simplum. Quare pmutati.
 a. b. ad. d. e. sicut. a. c. ad. d. f. Igitur per. 19. quinti. c. b. ad. f. e. sicut. a. b.
 ad. d. e. Est itaq. c. b. dupla ad f. e. sic enim est. a. b. ad. d. e. Cum igitur to
 ta. a. b. sit dupla ad totam. d. e. & singule partes. a. b. ad singulas partes. d. e.
 quare ex. 15. quinti & 11. eiusdem & diffinitione linee diuise secundū propo
 tionem habentem medium duosq. extrema. Erit linea. d. e. diuisa in. f.
 quemadmodum proponitur. Nuncigitur demonstrationi eius quod p
 posuit est insistamus. Ad cuius exemplum sit. a. b. c. circulus cuius cen
 trum. d. circūscribens pentagonum duodecetri & trigonum ycoedri
 que ambo pariter eadē sphaera circūscribit & concludit. Nam ex. 5. huius
 manifestum est q. idem circulus huius pentagonum & illius trigonum cir
 cūscribit. Sit autem linea. a. b. latus pentagoni & linea. a. c. trigoni. Sic
 q. linea. b. tanq. latus cubi ab eadem sphaera circūscripti. Dico itaq. q. pro
 portio omnium superficieum duodecetri pariter acceptarum ad omnes
 superficies ycoedri pariter acceptas est sicut linea. b. ad lineam. a. c. Pro
 ducatur quidem a centro. d. perpendicularis ad. a. b. q. transeat vsq. ad cir
 cūferētiā secans. a. b. in puncto. e. & arcum eius in puncto. f. Hāc autē ppē
 dicularem cōstat diuidere p. e. q. lia tam lineam. a. b. q. eius arcum chordā q.
 dem. a. b. p. e. q. d. am p. tem tertie tertii arcū q. o. eius p. q. rā p. mi & 17. tertii.

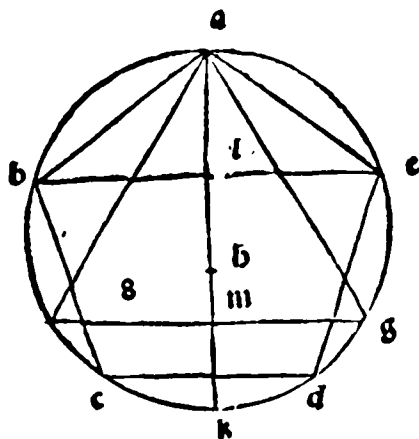
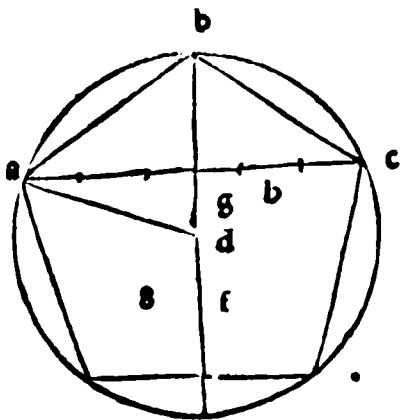
Igitur arcus. f. a. decima pars circumferentie. Subtendatur itaq. sibi chor-
da. a. f. que erit latus decagoni equilateri eiusdem circuli. Erit igitur ex. 9.
tredecimi linea constans ex. d. f. f. a. diuisa secundum proportionem ha-
bentem medium duosq. extrema. Et maior portio eius erit linea. d. f. At
vero ex prima huius. d. e. est equalis dimidio. d. f. dimidioq. f. a. in lon-
gum directumq. coniunctis. Sit igitur. d. g. perpendicularis ad. a. c. eritq.
ex correlario. g. tredecimi. g. d. tanq. dimidium. d. f. Itaq. si a linea. d. e.
que est tanq. dimidium. d. f. a. cum. d. f. f. f. a. sit linea vna: detrahatur
equalis. d. g. que est tanq. dimidium. d. f. erit per illud quod antehoc pro-
batum est linea. d. e. diuisa secundum proportionem habentem medium
duosq. extrema Et maior portio erit tanq. g. d. Ex demonstratione autem
ex. tredecimi constat q. si linea. h. que est latus cubi dimidaturq. secundum
proportionem habentem medium duosq. extrema maior portio eius erit
tanq. a. b. que est latus pentagoni figure. a. basium. Itaq. per secundam hu-
ius proportio. b. ad. a. b. est sicut. d. e. ad. g. d. Quare per primam partem
ex. sexti quod prouenit ex. b. in. g. d. equum est ei quod sit ex. a. b. in. d. e.
Ex correlario autem premisse manifestum est q. proportio omnium su-
perficierum duodecetri cuius latus. a. b. pariter acceptarum ad omnes su-
perficies ycocedri cuius latus. a. c. pariter acceptas est sicut eius quod sit ex
a. b. in. d. e. ad illud quod sit ex. a. c. in. g. d. Igitur ex prima parte. 7. quin-
ti Et. n. eiusdem proportio eius quod prouenit ex. b. in. g. d. ad illud quod
prouenit. ex. a. c. in. g. d. est sicut omnium superficierum illius duodece-
dri ad omnes huius ycocedri. At vero eius quod prouenit ex. b. in. g. d.
ad illud quod prouenit. ex. a. c. in. g. d. est per primam sexti sicut. b. ad. a.
c. Itaq. per. n. quinti proportio omnium superficierum illius duodecetri
ad omnes huius ycocedri est sicut. b. ad. a. c. quod est propositum. Hoc ip-
sum aliter probare poterimus. si ad ipsum huius antecedens necessarium
premisimus quod est.

¶ Si circulo cuilibet pentagonus equilateralis inscribatur re-
ctangulum q. sub dodrante diametri ipsius circuli 2. sub dexta-
te ipsius linee angulum ipsius pentagoni subtendentis contine-
tur eidem pentagono equum esse ex necessitate oportet.

¶ Maiores nosse vnumquodq. integrum in. n. partes equales intellecta
Et ratione diuiserunt omnesq. eas simul hoc est ipsum totum assen-
uerunt vnde decem vero earum dixerunt deuncē. decem autem dextantem
nouem dodrantē. octo 7. bisse. at septem septuncem septatē vel quuncem.
sex autem semis: quinq. qui nuncem. quatuor trientem. tres autem qua-
drantem. duas 7. sextantem. vnam autem appellauerūt vnciam ea q. p.
ordinem talibus designauere figuris q. sepiissime inueniunt in antiq. libris.

3	fff	fff	ff	ff	f
As	Denx	Dextans	Dodrans	Bisse	Septunx.
S	7f	75	7	7	f
Semis	Quantunx	Triens	Quadrans	Sextans	Vncia

¶ Vnciam quoq. quam duodecimam partem assis fore diximus in alias
rursus. n. fractiones. Sed alia via diuisit. nam medietatem vncie dixe-
runt semunciam. tertiam vero duellam. q. t. scilicet. sextam sexculam.
octauam dragmam duodecimam semissiclam. decimā octauam tremis-
sim. vigesimam quartam scrupulum. quadragessimā octauam obulum.
septuagesimam secundam bisilliquam. nonagesimam sextam ceracem.
Vltima vero que est centesima quadragesima quarta pars ipsius vncie sili-
quam nominauerunt. His autem. n. fractionibus vnde posteriores adun-
xere calcum. Est autem calcus centesima nonagesima secunda pars vnciet
cuius additionis causa fuit vt vsq. ad minimum extremum diatesseron Et
diapente symphoniarum tonorum semironorumq. interualis distincta
cum harum fractionum denominatio conscenderet vel contenderet Et



ipsas omnes fmi ordinem talibus annotare figuris.

Sennuncia Duella Siculus Sorcula Dragma Eniffeda Tremiffa

55 29 2 ÷ 48 7 72 2 96 5 144 2 192

Scrupulus Obulus Bisuliqua Cerater Siliqua Calor

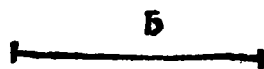
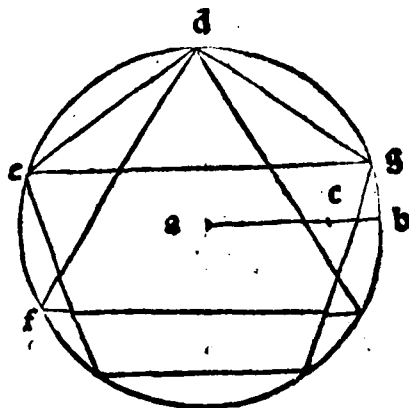
¶ Eius ergo quod dicitur: Insuper est: q̄ si in aliquo circulo pentagonus equilateralis inscribatur illud quod sit ex tribus quartis diametri circuli in quinque sextas linee subtendentes vnum ex angulis inscripti pentagoni equale est pentagono, verbi gratia. Sit circulus a. b. c. h. per centrum. m. d. c. q. ex. a. quarti inscribatur pentagonus equilateralis cuius duo latera vnū ex suis angulis continentia sint. a. b. f. b. c. Et angulo. b. subtendantur linea. a. c. f. protrahatur diameter. b. d. e. secans lineam. a. c. per: equalia in puncto. g. Sitq. f. medietas. d. e. f. g. b. dupla ad. h. c. eritq. b. f. dodrās diametri. est enim tres quarte ipsius f. g. b. erit dextans. a. c. est enim. s. x. te eius: protrahatur autem linea. a. d. Dico q̄ illud quod prouenit ex. b. f. in. a. b. est equale pentagono inscripto circulo. Cum enim. a. g. sit perpendicularis ad b. d. erit ex. 41. primi illud quod prouenit ex b. d. in. a. g. duplum ad triangulum. a. b. d. Ideoq. quod prouenit ex. b. f. in. a. g. triplum erit ad eundem triangulum. f. quod prouenit ex. b. f. in. b. g. duplum f. ex. b. f. in totam. a. b. quincuplum. Cum itaq. totus pentagonus quincuplus sit ad eundem triangulum cōstat q̄ istud quod sit ex. b. f. in. a. b. est equale pentagono f. illud erat demonstrandum. Quod igitur ex principio propositum est nunc alia via sicut promissimus demonstremus. Sint itaq. circulo cuius centrum. h. inscripti pentagonus figure. n. b. a. suum f. trigonus figure. 10. h. suum quas eadem: spera circumscribit. Constat enim ex 5. huius q̄ huius duodecedri pentagonus f. illius yccedri trigonus ab eodem circulo circumducuntur. Sitq. pentagonus. a. b. c. d. e. f. trigonus. a. f. g. f. angulo. a. pentagoni subtendatur linea. b. e. que. ex demonstratione. 17. tredecimi erit latus cubi quem eadem spera concludit. Protrahatur itaq. diameter. a. h. k. secans orthogonaliter f. per equalia utraq. duarum linearum. b. e. f. f. g. Hanc quidem in puncto. l. illam vero in puncto m. Dico ergo q̄ proportio omnium superficierum duodecedri ad omnes yccedri quorum pentagonus f. trigonus propositi circulo sint inscripti est sicut linee b. e. que est latus cubi ab eadem spera conclusi ad l. eam. f. g. que est latus trigoni yccedri. Constat enim ex correluio oct. tredecimi q̄ linea h. m. est. dimidium linee. a. b. Ideo q. a. m. erit dodrās diametri. a. k. est enim eius tres quarte. Sit ergo. l. n. dupla ad. n. e. eritq. b. n. dextans. b. e. est enim quinque eius sexte. I taq. per premisum antecedens quod prouenit ex. a. m. in. b. n. erit equale pentagono. a. b. c. d. e. Quod autem prouenit ex. a. m. in. m. f. est equale triangulo. a. f. g. Igitur ex prima sexti proportio pentagoni ad trigonum est sicut. b. n. ad. m. f. Quare duodecupli illius pentagoni ad vigincuplum istius trigoni sicut duodecupli linee. b. n. ad vigincuplum linee. m. f. qd. ex. 15. quinti f. equa proportionalitate manifestum est. Duodecuplum autem m. b. n. est tanq̄ decuplum. b. e. nam. n. dextans coequant. x. a. s. k. hoc est. x. tota: vigincuplum vero. m. f. est tanq̄ decuplum. f. g. nam. f. g. est dupla ad m. Igitur duodecupli istius pentagoni ad vigincuplum istius trigoni est sicut decupli b. e. ad decuplum. f. g. f. quia duodecuplum illius pentagoni est omne superficies duodecedri: vigincuplum autem huius trigoni est omnes superficies yccedri f. quia per. 15. quinti decupli. b. e. ad decuplum. f. g. sicut. b. e. simple ad. f. g. simplam erit per. 11. quinti proportio omnium superficierum duodecedri pariter acceptarum ad omnes superficies yccedri pariter acceptas sicut. b. e. ad. f. g. f. hoc est quod oportuit nos demonstrare.

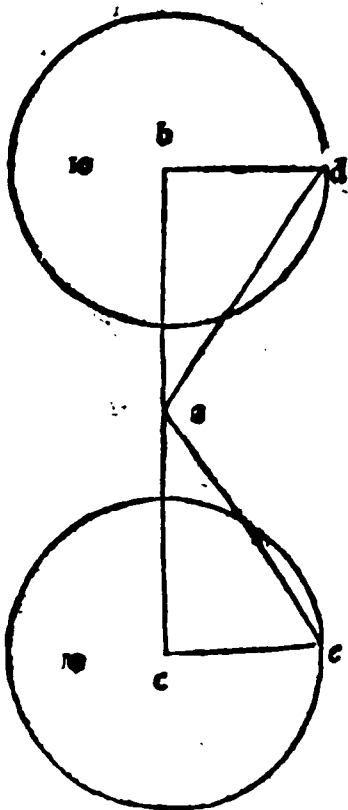
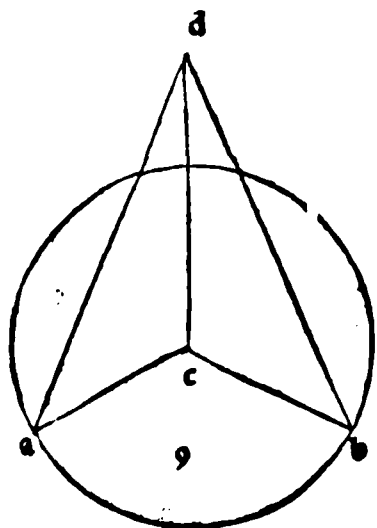
Propositio .9.



In qua qualibet linea scdm pportioem habet em nie
dum duosq extrema erit pportio linee potētis su
pra totam lineam eiusq maiorē portionem ad
lineam potētē supra totam eiusdemq minorem
portionem tanq pportio lateris cubi ad latus tri
anguli corporis viginti basium vna cum cubo ipso
in eadem spha contenti.

¶ Si linea a.b. diuisa secundum proportionem habentem medium duo
q extrema & maior portio eius sit linea a.c. & super centrum a. secundum
quantitatem linee a.b. describatur circulus d.b.e. Eiq inscribatur ex. n.
quarti pentagonus equilaterus cuius vnum latus sit d.e. Et ex secunda
eiusdem triangulus equilaterus cuius vnum latus sit d.f. Et vni ex angu
lis pentagoni qui sit d. subtendatur linea e.g. Constat igitur ex s. huius
q spha circumscribens duodecedron cuius pentagoni latus est d.e. cir
cumscrit simul ycocedron cuius trianguli latus est d.f. Et ex demonstra
tione. 17. tredecimi manifestum est q eadem spha circumscribit cubum
cuius latus est e.g. Sumatur ergo linea h. potens super totam a.b. & eius
maiorē portionem a.c. Et sumatur k. potens super totam a.b. & mino
rem eius portionem b.c. Dico itaq q proportio e.g. ad d. f. hoc est
lateris cubi ad latus trianguli ycocedri vna cum ipso cubo ab ipsa spe
ra contenti: est sicut h. ad k. Constat quidem ex correlario. 5. quar
ti q a.b. est tanq latus exagoni equilateri circulo b.d.e. inscripti. Igitur
ex tertia huius a.c. est tanq latus decagoni eiusdem circuli. Itaq per. 10. g.
d.e. potens est super totam a.b. & eius maiorē portionem a.c. Quare d.
e. est equalis h. Nam quadratum vtriusq earum tantum est quantum
quadrata duarum linearum a.b. & a.c. pariter accepta. Patet autem ex oc
taua. 3. q d.f. est tripla est potentialiter ad a.b. At vero ex s. eiusdem pa
tet q k. quoq tripla est potentialiter ad a.c. ergo ex secunda parte. 11. sex
ti proportio d.f. ad a.b. est sicut k. ad a.c. Quare permutatim d.f. ad k.
sicut a.b. ad a.c. Et quia ex demonstratione. 17. tredecimi manifestum
est q si e.g. diuidatur secundum proportionem habentem medium duosq
extrema maior portio eius erit tanq d.e. Erit per secundam huius propor
tio e.g. ad d. e. sicut a.b. ad a.c. Quare per. 11. quinti erit quoq e.g. ad d. e.
sicut d.f. ad k. Et permutatim e.g. ad d. f. sicut d. e. ad k. Et quia per pri
mam partem. 7. quinti d. e. ad k. sicut h. ad k. Eo q d. e. & h. sunt equales
Erit per. 11. quinti e.g. ad d. f. sicut b. ad k. quod est propositum. Non so
lam autem est proportio e.g. lateris cubi ad d. f. latus trianguli ycocedri
sicut h. ad k. immo simpliciter sicut quauilibet duarum linearum vni
us ad alteram: quarum altera potest super totam quamlibet lineam diuis
sam secundum proportionem habentem medium duosq extrema & su
per eius maiorē portionem. Altera vero super totam & eius minorem
portionem. Nam singulae lineae talium ē pportio vna. Verbi gratia. Ma
neant priores ypotheses circa lineas a.b. h. & k. Et sumatur quoq quel
bet alia linea que sit l.m. diuisa secundum proportionem habentem me
dium duosq extrema in n. & portio maior sit l.n. Sitq linea p. potens su
per totam l.m. & eius maiorē portionem l.n. Et linea q. sit potens su
per totam l.m. & eius minorem portionem m.n. Dico ergo q propor
tio p. ad q. est sicut h. ad k. Cōstat enim ex secunda huius q b. a. ad a. c.
est sicut l. m. ad l. n. Ergo per primam partem. 11. sexti quadrati b. a. ad
quadratum a. c. est sicut quadrati m. l. ad quadratum n. l. Quare conium
ctim quadrati h. ad quadratum a. c. sicut quadrati p. ad quadratum
l. n. Et pmutatim qdrati h. ad qdrati p. sicut quadrati a. c. a. qdratum
l. n. Eodē argumentatiōis genere sequit q pportio qdrati k. ad qdrati q.
est sicut quadrati c. b. ad quadratum m. n. Et quia ex secunda huius & ex
prima parte. 11. sexti quadratum a. c. ad quadratum l. n. sicut quadratum
c. b. ad quadratum m. n. Erit ex. 11. quinti quadratum h. ad quadratum
p. sicut quadratum k. ad quadratum q. Quare per secundam partem. 11.





Exti. h. ad. p. sicut. k. ad. q. Et permutatim. h. ad. k. sicut. p. ad. q. quod erat demonstrandum. Et ne quis dubitationis locus ea que demonstranda restant obfuscet: premittenda adhuc arbitramur quedam quibus sequentia firmo demonstrationis robore inconcussa permancant.

¶ Si aliqua plana superficies speram quamlibet secet communis differentia plane superficiei secantis et curue superficiei speræ erit circumferentia continens circulum.

¶ Sit igitur aliqua plana superficies secans speram & sit linea. a. b. communis sectio superficiei secantis & superficiei spe. Dico q. linea. a. b. est. circumferentia circuli. Aut enim centrum speræ est in plana superficie secante. aut extra. Quod si fuerit in ea ponatur ubique contigerit & sit. c.

Quia ergo tota linea. a. b. est in superficie speræ & quia omnes linee ducte a centro speræ ad ipsius circumferentiam sunt equales quemadmodum constat ex diffinitione speræ, sequitur ut omnes linee ducte a puncto. c. ad lineam. a. b. sint equales. Est igitur ex diffinitione circuli superficies quam continet linea. a. b. circulus & eius centrum est. c. videlicet idem q. centrum speræ. Si autem centrum speræ fuerit extra superficiem secantem: ponatur ergo ubilibet quod sit. d. a quo secundum doctrinam. m. vndecimi ducatur linea. d. c. perpendicularis ad superficiem secantem. Et protrahantur ab eodem centro. d. due linee recte quomodocumque contingat ad lineam. a. b. que sint. d. a. & d. b. Et iungantur. c. cum a. & cum b. Eruntque due linee. d. a. & d. b. equales. Eo q. ipse sunt a centro speræ ad superficiem eius. Ex diffinitione autem linee perpendicularis ad superficiem. Manifestum est q. anguli. d. e. a. & d. c. b. sint recti. Ideo ex penultima primi & ista communi scientia: que equalibus sunt equalia inter se sunt equalia. Erunt quadrata duarum linearum. c. d. & c. a. pariter accepta equalia quadratis duarum linearum. d. c. & c. b. pariter acceptis. Demptis itaque utrinque quadrato. d. c. Erit quadratum. c. a. equale quadrato. c. b. Quare & linea. c. a. lineæ. c. b. Eodem argumentationis genere necesse est omnes lineas ductas a puncto. c. ad lineam. a. b. esse equales ergo ex diffinitione circuli superficies quam continet linea. a. b. est circulus & eius centrum est. c. quod est propositum.

¶ Ex hoc itaque manifestum est q. cum superficies secat speram super centrum eius sector proveniens in superficie speræ est linea continens circulum cuius centrum est centrum speræ.

¶ Cum autem superficies secat speram non super centrum eius sector quoque proveniens in superficie speræ est linea continens circulum cuius centrum est punctus ille in quo incidit perpendicularis ducta a centro speræ ad superficiem secantem.

¶ Amplius autem dico q.

¶ Si in spera aliqua fuerint circuli equales perpendiculares ducte a centro speræ ad superficies illorum circulorum erunt ad invicem equales.

¶ Sint in spera cuius centrum. a. signati duo circuli. b. & c. equales. Ad quorum superficies protrahantur a centro speræ videlicet a puncto. a. perpendiculares secundum q. docet. m. vndecimi. Ad hunc quidem. a. b. Ad illum autem. a. c. Dico q. due linee. a. b. & a. c. sint equales. Protrahantur enim a punctis. b. & c. singule linee recte ad circumferentias illorum circulorum prout libuerit. In h. quidem. b. d. In illo autem. c. e. Eriungat. a. cum d. & cum e. Eritque ex diffinitione linee supra superficiem perpendiculariter stantis uterque duorum angulorum. a. b. d. a. c. e. rectus. At vero ex secunda parte premissi correlarii. Manifestum est q. duo puncta. b. & c. sunt centra circulorum. b. c. Ideoque due linee. b. d. & c. e. sunt semidiametri eorum. Qui circuli cum ponantur equales sequitur ex diffinitione equalium circulorum has semidiametros esse equales. Et quia due linee. a. d. & a. e. sint equales quia sint ducte a centro speræ ad eius superficiem. Erunt ex penultima primi due perpendiculares. a. b. & a. c. equales.

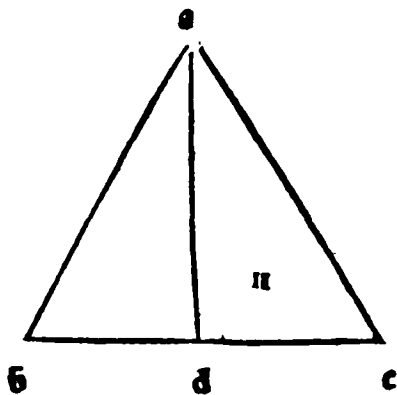
Quod oportebat demonstrare. Nunc igitur ad propositum redeamus.

Propositio. 10.



Proportio corporis duodecedri ad corpus yccedri que ambo vna eademque sphaera includit: e sicut omnium superficierum eius pariter acceptarum ad omnes superficies illius pariter acceptas.

Hoc est quod superius post demonstrationem prime huius auctoritate aristoteli & Apollonii commemorauimus cuius demonstratio ex his que premissa sunt euidenter elicitur. Ex quibus quidem huius manifestum est quod circuli quorum alter circumscribit pentagonum duodecedri reliquis vero trigonum yccedri que ambo corpora sphaera vna cohercet sunt adinuicem equales. Itaque erunt perpendiculares a centro sphaera ad superficies omnium circulorum circumscribentium pentagonos huius duodecedri & trigonos illius yccedri in eorum centra cadentes adinuicem equales sicut ex premissis manifestum est. Nam omnes hi circuli teste. s. huius sicut dictum est equales sunt sibi adinuicem. Pyramides igitur quarum sunt bases pentagoni duodecedri coni autem earum sunt centrum sphaera. atque pyramides quarum bases sunt trigoni yccedri & coni earum similiter centrum sphaera sunt eque alte. Cunctarum quidem pyramidum altitudinem mensurant vel determinant a conis ad bases perpendiculares cadentes. Pyramides autem eque altas suis basibus proportionales esse oportet quemadmodum in. 6. duodecimi probatum est. Itaque proportio pyramidis cuius basis pentagonus duodecedri ad pyramidem cuius basis trigoni yccedri est sicut istius pentagoni ad hunc trigonum. Ideoque per. 24. quinti proportio duodecupli illius pyramidis cuius basis pentagonus duodecedri. Ad pyramidem cuius basis trigonus yccedri sicut duodecupli illius pentagoni ad hunc trigonum. Hec autem. n. pyramides quarum sunt bases. n. pentagoni duodecedri sunt tanquam totum corpus ipsius duodecedri. At. n. pentagoni tanquam omnes superficies eius. Itaque proportio corporis duodecedri ad pyramidem cuius basis est trigonus yccedri est sicut proportio omnium superficierum duodecedri ad trigonum yccedri. Quare rursum ex. 24. quinti proportio corporis duodecedri ad vigincuplum illius pyramidis cuius basis est trigonus yccedri est sicut omnium superficierum duodecedri ad vigincuplum trigoni yccedri. Cum igitur vigincuplum huius pyramidis sit tanquam totum corpus yccedri ad vigincuplum istius trigoni tanquam omnes superficies ipsius yccedri erit proportio corporis duodecedri ad corpus yccedri que ambo vna eademque sphaera concludit sicut proportio omnium superficierum corporis duodecedri pariter acceptarum ad omnes superficies corporis yccedri pariter acceptas. Hoc autem est predictorum philosophorum de proportione horum duorum corporum sententia fixa solidaque demonstratione roborata cui quoque adiiciendum est hoc. Nam cum proportio lateris cubi ad latus trianguli corporis yccedri vna cum ipso cubo ab eadem sphaera conclusi sit sicut proportio omnium superficierum corporis duodecedri pariter acceptarum ad omnes superficies ipsius yccedri in eadem sphaera conclusi sicut ex. 8. huius demonstratum est: erit ex. n. quinti proportio corporis duodecedri ad corpus yccedri que ambo sphaera vna circumuoluit tanquam proportio lateris cubi eidemque sphaera inscriptibili ad latus ipsius trigoni yccedri. Amplius autem quia diuisa qualibet linea secundum proportionem habentem medium duorum extrema est proportio linee potentis super totam & eius maiorem portionem ad lineam potentem super totam & eius maiorem portionem sicut lateris cubi alicui sphaera inscripti ad latus trigoni corporis yccedri ab eadem sphaera circūducti sicut ex. 9. huius demonstratum erit & ex. n. quinti ut diuisa qualibet linea secundum proportionem habentem medium duorum extrema sit proportio linee potentis super totam & eius maiorem portionem ad lineam potentem super totam & eius maiorem portionem veluti proportio corporis



ris duodecetri ad corpus yco:edri que ambo vna atq; eadem spera circūscribit. Ex d. Etis igitur manifestum est q; proportio lateris cubi alicui spe-
te inscripti ad latus trigoni yco:edri ab eadem spera circūscripti. Itēq;
proportio cunctarum superficierum duodecetri ad cunctas superficies
yco:edri que ambo super eadem spera circūscribit. Et rursus proportio
linee potentis super quamlibet lineam diuisam sūm proportionem habet
tem medium duosq; extrema & super eius maiorem portionem ad lineam
potentem super eandem & super eius minorem portionem atq; iterum
proportio corporis duodecetri ad corpus yco:edri que ambo vna eadēq;
spera coeret est proportio vna. Mirabilis itaq; est potentia linee sūm p-
portionem habentem medium duosq; extrema diuise: cui cum plurima
philosophantium admiratione digna conueniant hoc principium vel
precipuum ex superiorum principiorum inuariabili procedit natura vt
tam diuersa solida tū magnitudine tū basium numero tū etiam figura it-
erationali quadam symphonia rationabiliter conciliet. Quippe demon-
stratum est q; proportio duodecetri corporis ad yco:edron corpus que
ambo spera vna coambit est quasi proportio linee potentis super quam
libet lineam sūm prefatam proportionem diuisam & super eius maiorem
partem ad quamlibet lineam potentem super eandem & eius minorem
partem quoniam vero de tribus corporibus regularibus non ha-
bemus aliquid dictum studeamus de ipsis aliquid dicere.

Propositio .11.



In omni triangulo equilatero si ab vno angulo
eius perpendicularis ad basim ducatur latus eius-
dem trianguli ad ipsam perpendicularem potest
liter sexquitercium esse conueniet

Sit enim triangulus equilaterus a. b. c. ducaturq; ab an-
gulo. a. linea. a. d. perpendicularis ad basim dico q; a. b. ē
potentialiter sexquitercium ad a. d. Sunt quidem ex. 5. primi duo anguli
b. & c. equales. Et quia anguli ad . d. sunt recti erit per. 16. primi linea. b.
c. diuisa per equalia in puncto. d. Itaq; ex quarta secundi quadratum b. c.
quadruplum est ad quadratum b. d. ideoq; etiam quadratum a. b. q̄-
druplum est ad quadratum b. d. Est enim triangulus equilaterus. Quare
per penul. primi quadrata duarum linearum a. d. & b. d. pariter accepta q̄-
druplum sunt ad q̄dratum b. d. itaq; quadratum a. d. triplum est ad q̄dra-
tū b. d. cōstat ergo ppositū.

Propositio .12.



In trigono equilatero cuius est latus ratio-
nale superficies medialis esse probatur.

Sit vt prius triangulus a. b. c. equilaterus & sit latus eius
a. b. rationale siue in longitudine siue in potentia tantum
dico itaq; q; ipse triangulus est superficies medialis. Duci-
tur enim perpendicularis a. d. ab angulo. a. ad basim. Erit
q; ex premisa & ex. 6. decimi & diōne superficiei rationalis quadratum li-
nee a. d. rationale & linea a. d. rationalis in potentia. Ipsa autem ex vlti-
ma parte. 7. decimi mediante premisa erit incōmensurabilis linee a. b.
ideoq; & linee b. d. que est tanq̄ eius dimidium. Sunt itaq; due linee a. d. &
b. d. rationales potentialiter tantum cōmunicantes. Igitur ex. 19. decimi
superficies vnus earum in alteram est medialis. Cumq; superficies vnus
earū in alteram sit equalis trigono a. b. c. cōstat vtrūq; esse quod diximus.

Propositio .13.



In te superficies vtriuslibet duorum solidorum
quorum alterum est piramis quatuor basium trian-
gularium & equilaterarum reliquum vero est cor-
pus octobasium triangularium & equilaterarū pa-
riter accepte: si diameter spei e ea circūscribentis
rationalis fuerit componunt superficiem mediam.

Nam si diameter sphaerae alterum duorum propositorum corporum circumscribens fuerit rationalis siue in longitudine siue in potentia tunc erit ex correlario .13. tredecimi libri latus pyramidis rationale in potentia & ex correlario .15. eiusdem latus quoque corporis octo basium rationale in potentia. Quare per premisam trianguli qui sunt bases utriuslibet corporis erunt superficies mediales. Et quia trianguli utriuslibet eorum sibi adinuicem sunt equales: erunt ex .11. decimi omnes superficies utriuslibet eorum pariter acceptae componentes superficiem medialem quem admodum proponitur &c.

Propositio .14.



I tetracedron & octocedron una eademque sphaera circumscribat et ita una ex basibus tetracedri sexquitertia ad viam ex basibus octocedri. Omnes autem bases octocedri pariter acceptas ad omnes bases tetracedri pariter acceptas sexquialteram proportionem habere necesse est.

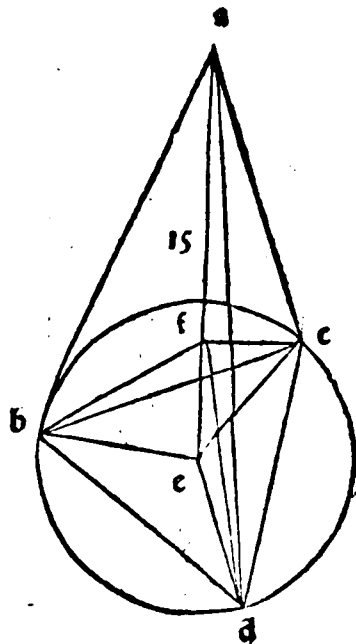
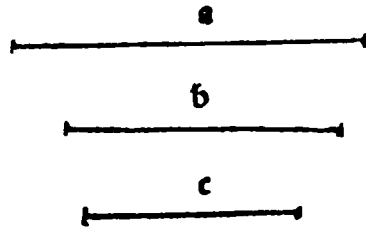
Sit aliqua sphaera cuius diameter .a. circumscribens pyramidem cuius latus .b. & octocedron cuius latus .c. Dico itaque quod triangulus equilateralis cuius latus .b. sexquiterterius est ad triangulum equilaterum cuius latus .c. Et quod superficies quam componunt octo trianguli equilateri cuiusque quorum est latus .c. sexquialtera est ad superficiem quam componunt quatuor trianguli equilateri cuiusque quorum est latus .b. Constat enim ex correl. 13. tredecimi quod quadratum .a. ad quadratum .b. sicut .6. ad .4. Igitur e converso quadratum .b. ad quadratum .a. sicut .4. ad .6. Ex correlario vero .15. eiusdem manifestum est quod quadratum .a. ad quadratum .c. sicut .6. ad .3. Itaque per eam proportionalitatem quadratum .b. ad quadratum .c. sicut .4. ad .3. Quadratum autem .b. ad quadratum .c. est sicut trigonus equilateralis cuius latus .b. ad trigonum equilaterum cuius latus .c. Utrobique enim est sicut .b. ad .c. proportio duplicata ex secunda parte .18. sexti. Igitur trigonus equilateralis cuius latus .b. ad trigonum equilaterum cuius latus .c. sicut .4. ad .3. Quare constat prima pars propositi. Ex quo euidenter elicitur secunda. Erit enim per conuersam proportionalitatem trigonus equilateralis cuius latus .c. ad trigonum equilaterum cuius latus .b. sicut tria ad quatuor. Ideoque octuplum trigoni equilateri cuius latus .c. ad quadruplum trigoni equilateri cuius latus .b. est. sicut octuplum ternarii ad quadruplum quaternarii. hoc est sicut .14. ad .16. & quia octuplum trigoni equilateri cuius latus .c. est omnes bases octocedri cuius latus .c. & quadruplum trigoni equilateri cuius latus .b. est omnes bases pyramidis cuius latus .b. Et quia proportio .14. ad .16. est sexquialtera sequitur ut superficies quam componunt omnes bases octocedri cuius latus .c. ad superficiem quam componunt omnes bases pyramidis cuius latus .b. sexquialtera sicut diximus in proportionem respiciat.

Propositio .15.



Iramide quatuor basium triangularium atque equilateralium intra sphaeram quamlibet collocata si a quolibet angulorum eius per centrum sphaere recta lineae ad basim ducatur in centrum circuli basim circumscribentis eam cadere atque eidem basi perpendiculariter insistere necessario comprobatur.

Sit pyramis .a. b. c. d. basium triangularium atque equilateralium intra sphaeram aliquam cuius centrum sit .i. collocata. Et cum quilibet quatuor angulorum istius pyramidis possit esse contrarius eius atque quilibet quatuor triangulorum basium. Imaginemur nunc eius solidum angulum .a. esse contrarium & triangulum .b. c. d. imaginemur esse basim. Atque hanc basim intelligamus circumscripi eam circulum .b. c. d. Dehinc a puncto .a.



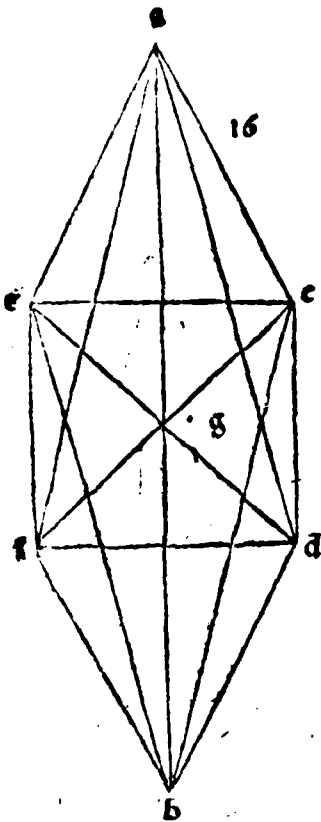
quem imaginati sumus conum pyramidis ducamus ad basim. $b.c.d.$ lineam rectam transeuntē per punctum. $f.$ qui est centrum sphere circumferentis pyramidem de qua disputamus. Et occurrat hec linea superficiē $b.c.d.$ quam imaginati sumus basem pyramidis super punctum. $e.$ Dico igitur q̄ punctum. $e.$ est centrum circuli. $b.c.d.$ & q̄ linea $a.f.e.$ est perpendicularis ad superficiē. $b.c.d.$ Producam enim lineas. $f.b.f.c.f.d.$ Et quia quatuor puncta. $a.b.c.d.$ sunt in superficie sphere cuius centrum $f.$ propter hoc quādam spheram posuim est circumscribere hanc pyramidem. Erunt omnes quatuor linee. $f.a.f.b.f.c.f.d.$ adinuicem equales sunt enim ducte a centro sphere ad eius superficiē. Ergo quia duo latera. $a.f.f.b.$ trianguli. $a.f.b.$ sunt equalia duobus lateribus. $a.f.f.c.$ trianguli $a.f.c.$ & basis. $a.b.$ basi. $a.e.$ Nam piramis posita est equilatera. Erit ex octaua primi angulus. $a.f.b.$ equalis angulo. $a.f.c.$ Ideoq̄ per. $8.$ primi angulus quoq̄. $b.f.c.$ erit equalis angulo. $c.f.e.$ Eodem modo probabis angulum. $d.f.e.$ esse equalem angulo. $c.f.e.$ Necesse est enim ex octaua primi ut angulus. $a.f.e.$ sit equalis angulo. $a.f.d.$ quare per. $8.$ primi angulus quoq̄. $c.f.e.$ erit equalis angulo. $d.f.e.$ Sunt igitur tres anguli $b.f.e.c.f.e.d.f.e.$ adinuicem equales. Protractis igitur lineis. $e.b.e.c.f.e.d.$ sequitur ex quarta primi bis assumpta eas esse adinuicem eq̄les. Ideoq̄ per. $9.$ tertii punctus. $e.$ est centrum circuli. $b.c.d.$ Et quia perpendicularis ducta a centro sphere ad superficiē cuiuslibet circuli eam secantis cadit super centrum eiusdem circuli sicut ex his que premissa sunt videlicet ex his que decimam huius immediate precedunt didicisti cominātur lineam. $a.f.e.$ esse perpendicularē ad superficiē circuli. $a.b.c.$ quemadmodum proponitur. Sin autem erunt eiusdem circuli duo centra quod natura tanq̄ impossibile exhoruit.

Propositio .16.



Solidum octo basium triangularium atq̄ equilateralium quod ab aliqua sphaera circumscribitur diuisibile est in duas pyramides eque altas quarum altitudo equalis est semidiametro sphere: basis autem vtriusq̄ quadratum quod est sub duplum quadrato diametri sphere.

Est corpus octo basium triangularium atq̄ equilaterum cuius sex anguli sunt $a.b.c.d.e.f.$ circumscripsum a sphaera cuius centrum. $g.$ Constat itaq̄ q̄ sex puncta. $a.b.c.d.e.f.$ sunt in superficie sphere cuius centrum. $g.$ Si igitur centrum $g.$ iungatur cum quolibet eorum sex punctorum erunt due linee iungentes ipsum eis ad inuicem equales cum ipse sint a centro sphere ad superficiē. Cum autem ex correl. $15.$ tredecimi sit diameter sphere potentialiter dupla ad latus huius corporis erit ex quarta secundi latus huius corporis potentialiter duplum ad semidiametrum sphere. Quadratum ergo $e.f.$ duplum est ad quadratum. $c.g.$ ideoq̄ equalē duobus quadratis duarum linearum. $c.g.f.g.$ itaq̄ per penul. primi angulus. $c.g.f.$ est rectus. eadē rōne quisq̄ triū angulorū. $f.g.d.d.g.e.f.e.g.$ est rectus q̄re. $14.$ primi $c.g.d.f.f.g.c.$ est linea vna igitur ex secunda. $11.$ quinq̄ puncta. $a.c.f.d.e.g.$ sunt in superficie vna. Manifestum est autem ex quinta primi. $32.$ eiusdem q̄ quilibet quatuor angulorum. $c.e.d.f.$ est rectus. igitur ex diffinitione quadrati superficies. $c.e.d.f.$ est quadrata. & quia latus eius est latus propositi corporis, constat ex correlario. $15.$ tredecimi istud quadratum esse subduplum quadrato diametri sphere. consimili quoq̄ ratiocinatione constat vtrāq̄ duarum linearum. $a.g.f.g.b.$ cum quolibet quatuor linearum. $c.g.f.g.d.g.e.g.$ continere angulum rectum. ideoq̄ ex. $4.$ vnt. decimi vtrāq̄ earum esse perpendicularē ad superficiē. $c.e.d.f.$ & ambas scilicet. $a.g.f.g.b.$ per. $14.$ primi componere lineam vnā. diuisum est igitur propositum corpus in pyramidem. $a.c.f.d.e.$ cuius basis



e.f.d.e. cuius basis quadratum .c. e.d.f. quod est subduplum quadrato diametri spere & etiam altitudo linee .a.g. que est semidiameter spere & in pyramidem .b.c.f.d.e. cuius basis est predictum quadratum & eius altitudo linea .g.b. que est semidiameter spere : & hoc est quod oportebat ostendere.

Castigator.

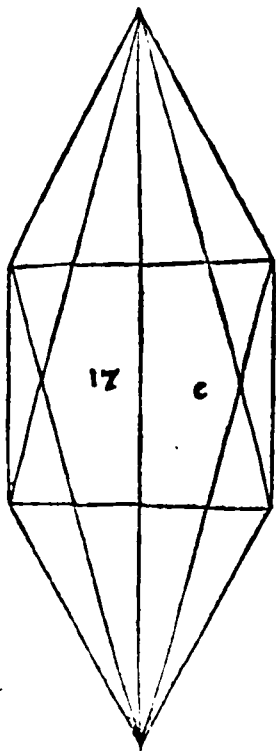
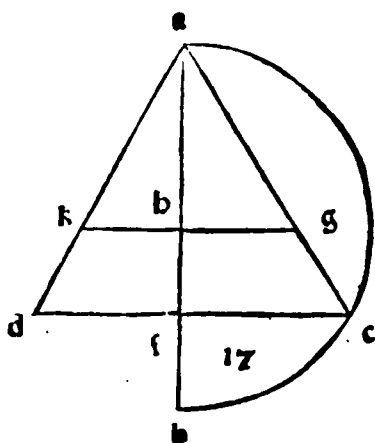
Ista quarta scdi isto medio aducitur. Nam cu diameter spere diuisatur in duas partes equales ipsa diameter potentialiter est quadrupla ad sui medietatem. quia quadratum eius est equale duobus quadratis suarum duarum medietatum & duplo eius quod fit ex ductu vnus medietatis in alteram duplum autem illud sunt similiter duo alia quadrata eandem duarum medietatum. Et sic apparet q diameter est potentia quadrupla ad eius medietatem. Nunc autem quod est si bduplum alicui ipsum est duplum ad quartam illius dupli vt .8. est si bduplus ad .16. Et ideo .8. qui est subduplus. est duplus ad quartam partem .16. videlicet illius duplum ad subduplum. Ita in pposito latus .g. basium. est potentia duplum ad medietatem diametri cum ipsum sit subduplum ad dia.

Propositio .17.



Piramidem quatuor basium triangularium atq equilateralium si sphaera aliqua circumscribente erit proportio tetragonum qui sub linea potentialiter sub sexquitercia ad dodrantem lateris ipsius pyramidis & sub linea super quinqs ptiente vicefimias seprimas eiusdem dodrantis continetur ad quadratum diametri spere sicut corporis ipsius pyramidis ad corpus octo basium triangularium atq equilateralium que ambo eadem sphaera circumducantur.

Sit sphaera cuius diameter .a.b. & centrum .h. circumscribens pyramidem quatuor basium triangularium atq equilateralium .a.c.d. & corpus octo basium triangularium atq equilateralium quod sit .e. Sitq linea .l.m. potentialiter sub sexquitercia ad dodrantem linee .a.c. que est latus pyramidis. Et linea .n.m. contineat dodrantem predictum & eius quinq vicefimias septimas. Sitq .p. quadratum diametri .a.b. Dico itaq q proportio pyramidis .a.c.d. ad octoedron .e. f sicut si perficie .l.m. in .n. ad quadratum .p. Imaginemur enim solidum angulum .a. esse conum pyramidis & basim pyramidis cuius vnum latus est .d. c. fecare diametrum spere in puncto .f. Eritq quemadmodum ex rationatione .13. tred cim manifestum est .a.f. dupla ad .f.b. Cuiq etiam .a.b. sit dupla ad .b.h. erit ex .10. quinti .b.f. dupla ad .b.f. Ideoq .a.f. quadrupla ad .f.h. Imagine mur igitur superficiem secantem pyramidem .a.c.d. super centrum spere equidistantem basi ipsius. Sitq linea .g.k. communis sectio huius superficiei & trianguli .a.c.d. Eritq ex .17. vndecimi proportio .c.a. ad .a.g. sicut .f.a. ad .a.h. Igitur .c.a. ad .a.g. sicut .4. ad .3. Sic enim est ex eversa proportionalitate .f.a. ad .a.h. Constat etiam ex secunda parte .20. primi & .16. vndecimi & .10. eiusdem & prima parte secunde sexti & diffinitione similium superficialium & similium corporum q pyramis .a.g.k. est similis pyramidi .a.c.d. Ideoq ex .8. duodecimi proportio pyramidis .a.c.d. ad pyramidem .a.g.k. est sicut .c.a. ad .a.g. triplicata quare sicut .4. ad .3. triplicata. Constat autem ex secunda octaua q proportio quatuor ad tres triplicata e sicut .64. ad .27. itaq proportio pyramidis .a.c.d. ad pyramidem .a.g.k. est sicut .64. ad .27. Fiat ergo triangulus equilateralis .q.r.s. ex linea equali .a.g. quam constat esse dodrantem linee .a.c. & pducatur linea .q.t. perpendicularis ad .r.s. eritq ex .11. huius linea .q.t. potentialiter sub



sequitur ad lineam. q. r. Ideoq. equalis. l. m. Adiciat quoq. lineae. r. f. lineae. f. x. ita q. p. portio. r. x. ad r. s. sit sicut. 64. ad. 17. Diuidatq. r. x. p. eq. lia in. v. vt sit. r. v. 31. de partibus illis de quibus. r. s. est. 17. aut. r. x. 64. Eritq. r. u. equalis. m. n. ¶ Et ducantur lineae. q. u. f. q. x. Eritq. ex pri. ma sexii proportio trianguli. q. r. x. ad triangulum. q. r. s. sicut. 64. ad. 17. Cuius per eandem triangulus. q. r. x. sit duplex ad triangulum. q. r. u. At ex. 41. primi quod sit ex. q. t. in. r. u. duplum quoq. sit ad triangulum q. r. u. Erit quod sit ex. q. t. in. r. u. f. ipsum est equale superfici. l. n. equa. le triangulo. q. r. x. Quare proportio superfici. l. n. ad triangulum. q. r. s. est sicut. 64. ad. 17. Ideoq. sicut pyramidis. a. c. d. ad pyramidē. a. g. k. Manifestum est autem ex. 15. huius q. linea. a. f. est perpendicularis ad basim pyramidis. a. c. d. Ideoq. per. 19. vndecimi lineae. a. b. est etiam perpendicularis ad basim pyramidis. a. g. k. ¶ Igitur altitudo. a. g. k. pira. midis est semidiameter sphere. Diuidatur itaq. octo cedron. e. quemad. modum proponit premis sit erit itaq. vtraq. datam pyramidum i. quas ipsum. e. diuiditur eque alta pyramidē. a. g. k. nam singularum altitudo est semidiameter sphere. Quia igitur omnes laterate pyramidē eque al. te suis basibus sunt proportionales vt in. 6. duodecimi demonstratum est erit proportio pyramidis. a. g. k. ad vtraq. earum in quas diuiditur octo cedron. e. sicut basis eius ad bases earum. quare per. 14. quinti proportio pyramidis. a. g. k. ad totum octo cedron. e. est sicut sue basis quam cōstat esse equalem triangulo. q. r. s. ad bases ambarum pyramidum in quas diuiditur. e. pariter acceptas quas constat esse equales quadrato diame. tri sphere per premi. sam videlicet. p. Quoniam ergo proportio pira. midis. a. c. d. ad pyramidē. a. g. k. est sicut trigoni vel tetragoni. l. n. ad tri. gonum. q. r. s. videlicet. 64. ad. 17. f. pyramidē. a. g. k. ad octo cedron. e. si. cut trigoni. q. r. s. ad quadratum. p. Erit per eam proportionalitatem proportio pyramidis. a. c. d. ad octo cedron. e. sicut tetragoni. l. n. ad quadratum. p. f. hoc erat demonstrandum.

Castigator.

a ¶ Cum. a. f. sit quadrupla ad. f. b. f. a. h. tripla ad eandem sequitur vt. 4. ad. 3. f. cetera.

b ¶ Et etiam. 17. ad. 8. f. 65. ad. 64. f. c. quia per. 11. diffi. quinti quatuor quantitatū cōtinue proportionalium prime ad quartam sicut prime ad secundam triplicata f. per secundam octauū quatuor numerorum mi. nimorum secundum suam proportionem semper duo extremi scilicet primus f. vltimus cum fuerint continue proportionales erunt de ne. cessitate cubi. Et ideo vnus ad alium semper proportio triplicata hoc est primi cubi ad secundum numerum triplicata per dictam diffinitio. nem quinti. f. c. Et ideo quamuis ibi acceperit. 64. f. 17. qui sunt duo numeri cubi poterat accipere quoscunq. duos alios cubos indifferenter inaequales. cetera quoq. prosequendo vt dicitur. Idem eueniet f. c. vt per te experiri poteris. Sed in casu isto cum per euerfam proportionalita. tem fuit proportio lateris vnus ad latus sibi relatum alterius vt. 4. ad. 3. triplicata fuit necesse sumere. 64. cubum. 4. f. 17. cubum ternariū argu. endo vt dictum est per secundam octauū. sed fuit. f. lateris ad latus. 3. ad. 1. triplicata per. 3. n. tunc accepisset cubum ternariū. 17. f. cubum binariū. 8. f. sic in ceteris f. c. erunt de. 4. f. 3. continue. 64. 48. 36. 27.

¶ Ex premissis igitur manifestum est quod perpendicularis veniens a centro sphere pyramidē quatuor basium triangul. larium atq. equilateralium circumscribentis ad quamlibet basim ipsius pyramidis equalis est sexte parti diametri sphere.

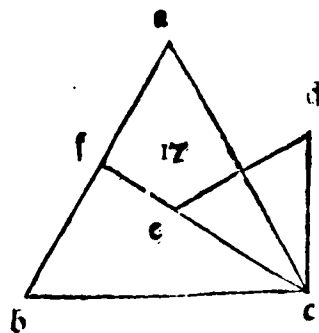
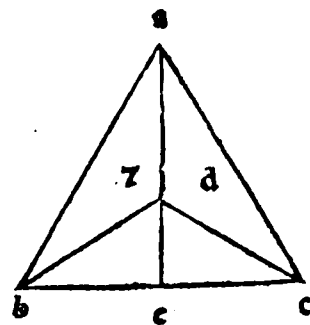
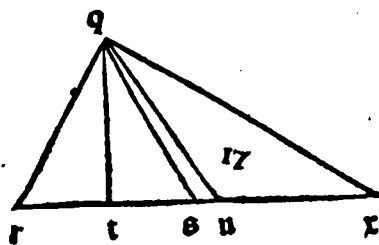
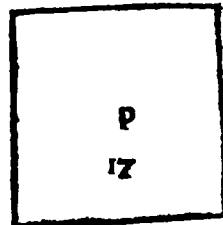
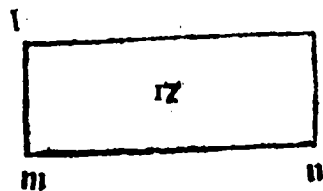
¶ Cum enim cuncti trianguli pyramidem ambiētes sint similes & equales erunt quoq; circuli ipsos circumscribentes equales. ideoq; perpendicularares a centro sperę ad eosdem circulos in eorum centra erunt etiam equales. Perpendicularares autem cadentes ad circulos sunt perpendicularares ad bases pyramidis itaq; perpendicularares ad bases sunt adinuicem equales. Linea autem .b. f. est perpendicularis ad basim pyramidis .a. c. d. quam .b. f. quia constat ex predictis esse sextam partem diametri .a. b. relinquere ergo esse verū quod per correl. concluditur. ¶ I dem aliter demonstrare contingit si prius hoc antecedens fuerit stabili ratione firmatum.

¶ In omni triangulo equilatero linea descendens ab vno angulo eius orthogonaliter supra basim tripla est ad perpendiculararem que a centro circuli trigonum ipsum circumscribentis ad quolibet latus eius protrahitur.

¶ Sit enim triangulus .a. b. c. equilaterus sitq; .d. centrum circuli ipsum circumscribentis a quo ducantur linee ad singulos angulos quas manifestum est esse equales cum sint a centro circuli ad circumferentiam. Sint enim tria puncta .a. b. c. incircumferentia circuli ipsum trigonum circumscribentis. protrahatur autem .a. d. in continuum & directum quousq; obuiet lateri .b. c. super punctum .e. constat igitur ex octaua primi q; angulus .a. d. b. est equalis angulo .a. d. c. ideoq; ex .13. primi angulus .b. d. e. est equalis angulo .c. d. e. quare per quartam primi .b. e. est equalis .e. c. & anguli qui sunt ad .s. recti. Itaq; .d. e. perpendicularis est ad .b. c. veniens a centro circuli circumscribentis trigonum .a. b. c. & .a. e. perpendicularis est etiam ad .b. c. veniens ab vno angulorum predicti trigoni. Dico ergo q; .a. e. tripla est .a. d. c. Constat enim q; tetragonus qui fit ex .d. e. in .e. b. equalis est trigono .b. d. c. tetragonus quoq; qui fit ex .a. e. in .e. b. equalis est trigono .a. b. c. At quia trigonus .a. b. c. triplus est ad trigonum .d. b. c. eritq; tetragonus qui fit ex .a. e. in .e. b. triplus ad eum qui fit ex .d. e. in .e. b. Cui igitur ex prima sexti sit proportio tetragoni .a. e. in .e. b. ad tetragonum ex .d. e. in .e. b. sicut .a. e. ad .e. d. erit .a. e. tripla ad .e. d. quemadmodum proponitur.

¶ Necesse est ergo vt perpendicularis cadens ab aliquo angulo alicuius trigoni equilateri super latus oppositum transeat per centrum circuli trigonum ipsum circumscribentis.

¶ Nunc itaq; quod promissimus absoluiamus ad hoc autē imaginemur pyramidem quatuor basium triangularum atq; equilateralum cuius vna ex quatuor basibus cuius sit trigonus .a. b. c. circumscripam esse a sphaera cuius centrum .d. & protrahatur linea .d. e. perpendicularis ad superficiē trianguli .a. b. c. quam constat cadere in centrum circuli dictum trigonum circumscribentis. Dico igitur lineam .d. e. esse sextam partem diametri sphere propositam pyramidem circumscribētis. Pro ducam enim lineam .d. c. & lineam .c. f. perpendicularē ad lineam .a. b. quam .c. f. ex proximo correlario constat transire per punctum .e. & ex promisso antecedente triplam esse ad .e. f. Constat autem ex quarta secundi q; secundū quadratum diametri sphere cuius centrum .d. est .36. est quadratum semidiametri .d. c. 9. ex correl. autem .13. tredecimi est quadratum .b. c. 24. Et per .11. huius quadratum .c. f. 18. & per premissum antecedens quadratum .c. e. 8. Quia igitur ex penul. primi quadratum .d. c. est equale quadratis duarum linearum .d. e. & .e. c. est autem quadratum .d. c. 9. & quadratum .c. e. 8. prout quadratū diametri sphere est .36. relinquitur quadratū .d. e. vnum prout quadratum diametri sphere est .36. Itaq; linea .e. d. est vnum prout diameter sphere est .6. quod oportebat probare. ¶ Eodem demonstrationis genere demonstrabitur nobis q; semidiameter sphere circumscribentis corpus .g. basium triangularium atq; equilateralum tripla est in potentia ad perpendicularē a centro sphere circumscribentis ipsum ad quamlibet suarum basium descendentem. ¶ Constat quidem quemadmodum dictum est prius q; cum omnes bases huius corporis



sint equales & similes erunt circuli ipsas circumscribentes equales ideoque perpendiculares a centro sphere in ipsorum circulorum centra cadentes erunt adinuicem equales. Cumque perpendiculares ad circulos basium sint quoque perpendiculares ad bases sequitur ut perpendiculares a centro sphere ad singulas bases adinuicem sint equales. Si ergo quod dicimus de perpendiculi ad unam suarum basium probetur & relinquetur verum esse quod proponitur. ¶ Sit itaque ut prius triangulus .a. b. c. una ex basibus octoedri circumscripti a sphaera cuius centrum .d. & cetera quoque sicut ut prius. ¶ Cum igitur ex cor. rel. 15. tredecimi diameter sphere sit potentia alter dupla ad latus octoedri sequitur ut latus octoedri sit potentialiter duplum ad semidiametrum sphere. ideoque cum quadratum linee .b. c. est .n. erit quadratum linee .d. c. que est semidiameter sphere .6. ex .n. autem huius cum quadratum .b. c. est .n. quadratum .c. f. est .9. Ex premisso antecedente quadratum .c. e. est .4. itaque cum quadratum .d. c. que est semidiameter sphere est .6. quadratum .c. e. est .4. & quia ex penultima primi quadratum .d. c. est equale quadratis duarum linearum .c. e. & .e. d. sequitur ut quadratum .e. d. sit duo prout quadratum .d. e. est .6. constat ergo quod diximus.

Propositio .18.



¶ Plurimum quadrati quod ex diametro sphere cubum circumscribentis describitur equum est omnibus superficiebus ipsius cubi pariter acceptis perpendicularis quoque que a centro sphere ad qualibet ex superficiebus cubi perducitur medietati lateris cubi eiusdem equalis esse ex necessitate.

committitur.

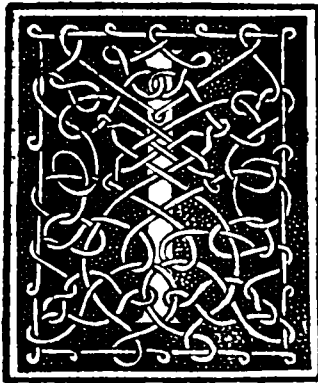
¶ Manifestum est enim ex correlario .14. tredecimi quod diameter sphere cubum includentis tripla est in potentia ad latus cubi cum igitur quadratum diametri sphere triplum sit ad quadratum lateris cubi & ita triplum duplum quadrati diametri sphere equum sit sexuplo quadrati lateris cubi. Sicut autem omnes superficies cubi sex quadrata que ex latere cubi in se producuntur itaque duplum quadrati diametri sphere equum est omnibus superficiebus cubi. Constat igitur prima pars secundam autem partem ex .18. & .19. & .40. vndecimi libri facile probabis.

¶ Ex his ergo evenire necesse est ut ex medietate lateris cubi bisse quadrati producti ex diametro sphere ipsum cubum ambicientis cubi soliditas producat.

¶ Explicit liber decimusquartus.

¶ Quintusdecimus. Et ultimus Eudidis liber de quinque regularium corporum alterius in altero reciproca formatione & de eorundem difficultate figurationis omissione secundum optimam Campani traductionem. Magistro Luca paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minorum Castigatore excellentissimo. Incipit quam feliciter.

Incipit Liber.xv. Propositio prima.



Atra propositum: cubum corpus habens quatuor bases triangulares equalium laterum designare.

Sit cubus cuius basis est quadratum a.b.c.d. suprema vero eius superficies quadratum.e.f.g.h. Ipsum autem hac arte fabricare conueniet quadrato basis fin quamlibet lineam ex.45.primi descripto super singulos angulos eius ex.11.vndecimi cathetus secundum mensuram lateris ipsius quadrati erigatur quos ex 6.vndecimi constat esse equidistantes.

Quoniam ergo eorum bini & bini contrasto eis imposito equidistant lateri

quadrati continentur. **C**onstat igitur esse compositum cubum: nam quatuor eius laterales superficies sunt quadrate ex.33.primi & ex.34. eiusdem diffinitione quadrati. De suprema autem superficie, manifestum est quoque ipsa est quadrata ex.10.immo.14.vndecimi & hac communi scia que equalibus sunt equalia: sibi quoque sunt equalia: & ex diffinitione quadrati. **S**i itaque huic cubo libeat corpus quatuor basium triangularium & equilateralum inscriberet in basi & in eius superficie suprema protrahatur due diametri quantum una continet duas extremitates infimas duorum cathetorum & alia continet supremas aliorum duorum quas animo intelliges. f.a.c. & b.f. Dehinc a duobus punctis. h. & f. terminatibus diametrum superficies suprema demitte ypothemis saliter binas & binas diametros que quatuor laterales superficies diuidant quas imaginaberis esse ab.h. quidem.a.b. & h.c. At vero ab.f.f.a. & f.c. Has autem diametros in hac plana figura protrahere contempsimus ne multitudo linearum confunderet intellectum. **S**i igitur figuram hanc ut oportet actu vel animo compleueris videbis ex sex diagonalibus lineis sex superficies ipsius cubi diuidentibus pyramidem quatuor basium triangularium esse perfectam quam cubo proposito ex diffinitione constat esse inscriptam. Huius autem pyramidis bases equilateras esse constat eo quod ex quarta primi omnes iste sex diagonales sunt ad adinuicem equales.

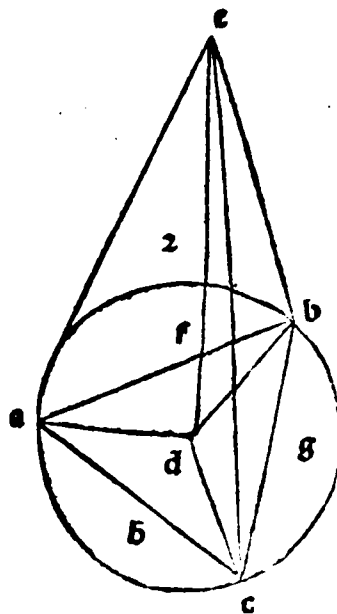
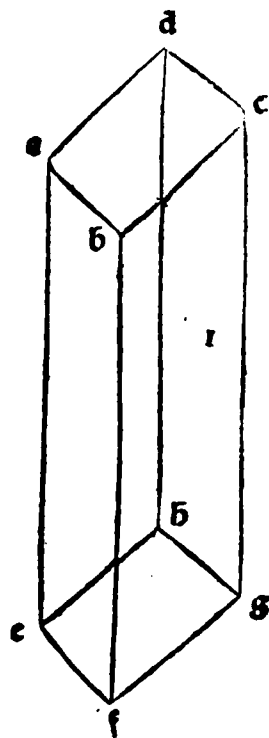
Propositio .2.



Atra datum corpus habes quatuor bases triangulas atque equilateras corpus octo basium triangularium equalium laterum distinguere.

Si intra pyramidem quatuor basium triangularium & equilateralum octocedron libeat inscribere prius conuenit pyramidem ipsam fabricare que ratione certa hoc modo componitur.

Statuatur secundum cuiuslibet lineae quantitatem trigonius equilateralis qui sit. a.b.c. cui circumscribatur circulus supra centrum. d. Et exeat. d.e. perpendicularis ad superficiem ipsius trigoni ex.11.vndecimi: que ponatur dupla esse in potentia ad semidiametrum circuli circumscribentis trigonum. a.b.c. Et a puncto. e. cadant tres ypothemise super tria puncta. a.b.c. **E**st itaque completa pyramis quatuor basium triangularium & equilateralum. Protrahantur enim. d.a.d.b.d.c. Cum igitur anguli quos continet linea. e.d. cum singulis lineis. d.a.d.b.d.c. sunt recti ex diffinitione perpendicularis ad superficiem. cumque quadratum lineae. e.d. sit ex ypothesi duplum ad quadratum semidiametri circuli. a.b.c. erit ex penultima primi quadratum uniuscuiusque trium ypothemisarum lineae. e.a.e.b.e.c. triplum ad quadratum semidiametri circuli. a.b.c. sed ex octava tredecimi quadratum quoque cuiusque trium laterum trianguli. a.b.c. triplum est ad quadratum semidiametri eiusdem circuli. Igitur omnia latera stantur pyramidis



sunt adinvicem equalia. Quare ipsa est equilaterarum basium. ¶ Cum itaq; sibi octocedron includere voluerimus diuidemus vnum quodq; sex laterum eius in duo media & equalia & continuabimus medium punctum cuiusq; lateris cum medijs punctis cunctorum reliquorum laterum cum quibus ipsum continet & angulum superficiale. Verbi gratia diuidam latera basis in punctis. f. g. h. & ypothemisas cadentes ab. e. in punctis. k. l. m. & continuabo punctum. f. cum puncto. g. & cum. h. & cum. k. & cū. l. punctūq; m. cū eisdem. g. h. k. l. & g. cū. h. & cū. l. & k. cū eisdē. b. & l. Ecce itaq; perfectum est corpus octo basium triangularium his duodecim lineis media puncta laterum fabricate pyramidis iungentibus contentum. ¶ Has autem octo bases ex quarta primi quotiens oportet petita equilateras esse manifestum est ipsum quoq; corpus statute pyramidis ex diffinitione inscriptum quemadmodum iussi eramus efficere.

Castigator.

a ¶ Ad inueniendum lineam in potentia duplam alteri modū habuisti in vltima secundi quando didicisti cuiuslibet figure rectis lineis contente latus tetragonum inuenire. Ad hoc ergo faciendum sufficit formare triangulum orthogonium cuius duo latera rectum angulum continentia sint equalia illi linee cui in potentia queris aliam duplam & tunc tertium latus erit linea quesita hoc est diametrum quadrati illius. Et sic triplam in potentia & quadruplam &c. iungendo semper inuentas orthogonaliter formato trigono semper tertium latus erit linea quesita per penultimam primi.

Propositio 3.



Atra cubum assignatum figuram octo basium triangularium equalium laterum constitutere cubo intendimus inscribere octocedron.

¶ Qualiter autem cubum componere oporteat in pria huius sufficienter dictum est. Igitur fabricato cubo pyramidis quatuor basium triangularium & equalium laterum in eo ex prima huius designetur. Ac intra ipsam pyramidē expremis octocedron distinguatur. Quo facto simul etiam factum erit quod volumus. ¶ Constat enim ex rationatione prime latera cuncta ipsius inscripte pyramidis esse diagonos basium cubi. Et ex rationatione premissis liquet cunctos angulos octocedri in hac pyramide distincti esse in lateribus ipsius pyramidis. Quare manifestum est omnia angularia puncta huius octocedri esse in basibus assignati cubi. Igitur ex diffinitione habemus propositum. ¶ Aliter idem centris cunctarum basium cubi quę admodum in nona quarti sic repertis a centro supreme superficiei eius ad centra quatuor lateraliū superficierum quatuor ypothemisas demitte. Et a centro infime & ad earundem lateraliū superficierum centra quatuor alias ypothemisas eleua. Centra quoq; quatuor lateraliū quatuor rectis lineis continua ita videlicet q; centra earum tantum quę se invicem fecerunt continuas. Verbi gratia, iungas centrum anterioris cū centro dextre & cū cetro sinistre centro quoq; vltie iunges cū eisdem. hoc est cū cetro dextre & cū cetro sinistre. ¶ Habes itaq; corpus octo basium triangularium bis. n. lineis q; cetra superficie cubi cōplexū cōtinuant. ¶ Si igit has bases equilateras esse probare volueris ita centris basium cubi ad cuncta ipsius latera perpendiculares protrahe quas necessarium est omnia latera ipsius cubi per equalia diuidere ex secunda parte tertie tertii quod planum est si vniciq; basium cubi circulum circumscripseris atq; ideo binas & binas super idem punctum in lateribus basium cubi constat concurrere easq; ex secunda parte. 13. tertii patet adinvicem esse equalēs & equidistantes lateribus cubi ex scda pre. 18. pmi iōq; et singulas et equales dimidiolateris cubi. Igitur ex. 10. vndecimi manifestum est binas & binas earum super idem latus cubi in medio eius puncto concurrentes rectum angulum continere iteo q; omnes superficies cubi sunt quadrate. ¶ Quare igitur ille. n. li-

nec centra superficium cubi continuantes & anguli quos hec linee fu-
per media puncta laterum cubi concurrentes bine & bine continent sub-
stantiam ipse enim ex quarta primi vel etiam si maius ex penultima pri-
mi adiunctum equales. Ergo est in proposito cubo designatum corpus
octo basium triangularium & equilaterarum. quod oportebat facere sic.
Propositio. 4.



Intra datum corpus octo basium triangularium
atq; equilaterarum cubum figurare.

Non dubites quin corpus octo basium triangularium
atq; equilaterarum certo dogmate fabricabis hoc modo.
Qualibet recta linea super aliquod planum sursum or-
thogonaliter erecta eam per equalia diuide & a puncto
eius medio duas lineas hinc inde perpendicularares extrahere que componant
lineam vnam. Eruntq; hec due linee seinuicem secantes videlicet prima
que super positum planum est orthogonaliter erecta & alia que ipsam su-
per eius medium punctum orthogonaliter secat in eadem superficie site
per primam partem secunde vndecimi. **P** Ad superficiem igitur in qua
ipse site sunt super comunem punctum sectionis earum quemadmodum
n. docet vndecimi perpendicularem erige quam facias eandem superficiem
in vtraq; partem penetrare. Et pone cunctas sex portiones harum trium
linearum a puncto in quo seinuicem secant equales. Sic enim quelibet
quandlibet per equalia & orthogonaliter diuidet. Ita q; cum sint tres queq;
due earum salutare crucis venerandum signum ad angulos rectos con-
tinebunt a supremo igitur erecte linee super positum planum puncto qua-
tuor ypothemisas ad extremitates duarum linearum ipsam secantium
demitte. Deinde ab infimo eiusdem erecte puncto quatuor alias ypo-
themisas ad eandem duarum secantium linearum extremitates deua.

Postremo quoq; harum ypothemisarum extremitates quatuor rectis
lineis quadratum continentibus continua. **E** runt enim hec duodecim
linee videlicet quatuor ypothemisas a supremo puncto erecte perpendicu-
laris descendentes quatuor que postremo ab eius infimo puncto sursum
elevant & relique quatuor lineae harum ypothemisarum extremitates co-
ntinuantes ex penul. primi sine iunctionis puncto pluries repetita adinuicem
equales. Quare constat corpus ab eisdem terminatum octo basibus
triangularibus equilaterisq; contineri. **S**i igitur huic corpori cubum in-
scribere delectat centra octo triangulorum ipsum ambientium inuenire
ex quinta quarti labora eaq; reperta. n. lineis rectis hac lege continua vt
centrum cuiusq; horum triangulorum cum centro cuiusq; triu ad ipsius
latera terminatorum per rectam lineam copuletur. Non est autem huius
rei idoneum figuram in plano depingere. ideoq; restat vt quod dicitur
mente concipias ipsumq; si placet actu & opere concipias videbis enim. n. li-
neas horum triangulorum centra posita lege continuantes cubum conti-
nere quem restat vt equilateris rectangulisq; superficiebus demonstrare ee
conclusum. Non enim erit cubus nisi omnes eius superficies sine quadra-
te. Ducito ergo a quolibet angulo trigonorum superficiem octocedri
perpendicularem ad latus illi angulo oppositum. **H**as autem perpen-
diculares ex. n. 14. libri constat esse adinuicem equales & diuidere latera
quibus perpendiculariter insistant per equalia. Ideoq; binas & binas sup
idem punctum lateris cui supersint conuenire easdeq; constat ex his que
in. 12. quartidecimi demonstrata sunt transire per centra triangulorum.
Ideoq; per extremitates laterum inclusi corporis transire ac earum por-
tiones que intra centra trigonorum & latera ipsoz que intercipiuntur ex
his etiam que in eadem demonstrata sunt constat esse equales. Angulos
quoq; ab his perpendicularibus binis & binis coeuntibus contentos ex. 8.
primi patet esse equales. **E**t quia hec perpendiculares suaq; portiones
inter centra & latera intercepte eosdem angulos ambiunt erunt quoq;

anguli quos linee a centris trigonorum ad latera perpendiculariter cadentes binc & binc continent ad inuicem equales. Cumq; latera illius corporis de quo disputamus hos angulos subtendant sequitur ex quarta primi frequenter sumpta corpus inclusum esse equilaterum at quoq; rectangulum. Protrahantur enim diagoni in singulis superficialibus. ¶ Hos diagonos ex quarta primi omnes ad inuicem equales esse conuincet mediantibus angulis a duabus perpendicularibus per ipsarum diagonorum extremitates transiuntibus contentis si prius hos angulos ex .8. primi equales sibi inuicem esse probauerit. Cum igitur diametri tetragonarum basium corporis huius sint ad inuicem equales & latera quoq; eandem basium equalia esse necesse est ex .8. primi multotiens repetita ipsas tetragonas bases esse equiangulas. Atq; ex .32. primi omnes anguli cuiusq; eorum sint equales quatuor rectis. Sequitur eas esse rectangulas. Itaq; ex diffinitione quadrati ipse sunt quadrato. Igitur inscriptum corpus manifestum esse esse cubum sicut intendimus.

¶ Castigator.

¶ Nota de cubo tacitam descriptionem videlicet qd est corpus habens 6. superficies quadratas .n. latera equalia octog. angulos solidos .24. angulis superficialibus contentos etc.

Propositio .5.



Pyramidem quatuor basium triangularium atq; equilaterarum assignato corpori octo basium triangularium quoq; atq; equilaterarum inscribere.

¶ Assignato corpori octo basium inscribe secundum precepta premisse cubum cuboq; inscripto inscribe. v. t. docet prima huius pyramidem qualis proponitur cum igitur huius pyramidis anguli sint etiam anguli cubi quemadmodum ex demonstratione prime manifestum est. cuncti autem anguli cubi sunt ex premissa in superficiebus assignati octocedri erunt quoq; cuncti anguli pyramidis huius in superficiebus corpori octo basium cui eam iubemur inscribere quare ex diffinitione manifestum est nos fecisse quod queritur.

Propositio .6.



Per datum corpus viginti basium & equalium laterum corpus duodecim basium pentagonalium & equalium laterum atq; equalium angulorum figuratim componere.

¶ Corpus .20. basium non docemus hic fabricare quoniam ex .16. tredecimi qua conueniente hoc fieri satis euidentis est. Eo igitur vt ibi docetur composito. si sibi corpus .20. basium pentagonalium atq; equilaterarum includere delectat hac via procedendum est. ¶ Manifestum enim est .20. triangulos .60. superficiales angulos habere. & quia ad constitutionem vnus cuiusq; solidi anguli corporis ycocedri quinque superficiales conueniunt sicut ex demonstratione .16. tredecimi colligitur. constat illud corpus duodecim solidis angulis compleri. Inuentis igitur vt in ante premissa centris cunctorum triangulorum totum ycocedron terminantium ea .30. rectis lineis continua ita qd cuiusq; centrum centris omnium circūiacentium cum quibus communicat in latere per rectas lineas iungas. Cum ergo hoc feceris videbis ex illis .30. lineis duodecim pentagonos constare .20. angulis solidis dati ycocedri oppositos. ¶ Hos itaq; pentagonos quemadmodum in ante premissa fecisti de basibus cubi equilateros esse probabis. ¶ Necesse est enim vt quorūlibet triangulorum duorum idem latus habentium centra eodem spatio distent. Restat ergo vt eos etiam equiangulos esse silogices. ¶ Manifestum est autem ex rationatione .16. tredecimi datum corpus viginti basium ab eadem sphaera cuius diameter est eandem diameter huius corporis videlicet lineam que duos eius angulos oppositos. continuat esse circūscriptibile.

¶ Si igitur hec diameter per medium secetur punctus sectionis erit centrum sphere ipsam circumscribentis. Ab eo, itaque, ad superficies cunctarum pentagonorum perpendiculares ex.ii. vndeclini ductito. Et a puncto in quo singulis pentagonis obuiaserint ad singulos eorum angulos rectas lineas dirigito. Deinde centrum sphere cum singulis angulis ipsorum pentagonorum continuator. Age ergo eos proba esse equiangulos hoc modo. ¶ Cum enim omnes circuli circumscribentes trigonos ycoedri sint equales erunt omnes perpendiculares a centro sphere ad ipsos venientes & in eorum centra cadentes equales. Omnes ergo linee a centro sphere ad angulos cuiuslibet pentagoni venientes sunt equales. Nam anguli pentagonorum sunt centra circulorum trigonos ipsos ycoedri circumscribentium ex hypothesi. Igitur ex penultima primi eodem argumentationis genere quo superius in.14. silogizauimus sectorem prouenientem in superficie sphere cum aliqua plana superficies spheram secat non super centrum eius esse circumferentiam continentem circulum. ¶ Necesse est quinq. lineas venientes a concursu perpendiculariter ducte a centro sphere ad superficies omnium pentagonorum ad quinq. angulos cuiusq. pentagoni esse adinuicem equales. Itaque omnibus his duodecim pentagonis est circulus circumscribitibilis cum igitur ipsi sint equilateri conuincitur eos esse etiam equiangulos quod oportebat ostendere.

Propositio. 7.



Itra datum corpus duodecim basium pentagonarum equilaterarum atq. equiangularum corpus viginti basium triangularium atq. equilaterarum fabricare.

¶ Qualiter corpus duodecim basium pentagonarum equilaterarum atq. equiangularum componere oporteat ex.17. tredecimi require. Sed qualiter corpus viginti basium triangularium & equilaterarum sibi conueniat inscribi hic addisce. Suorum pentagonorum centris vt in.14. quarti sit repertis ea adinuicem.30. lineis hac lege continua vt vnus cuiusq. pentagoni centrum centro cuiusq. pentagoni secum in latere communicantis iungatur. Ita videlicet q. vnus cuiusq. pentagoni centrum centris quinq. pentagonorum terminantium vel circuliuentium continuetur. Cum igitur hoc feceris obuiet tibi viginti trianguli ab his.30. lineis centra pentagonorum continuantibus contenti. Enimq. hi viginti trianguli viginti solidis angulis ipsius duodecetri oppositi amplectentes corpus viginti basium triangularium quas equilateras esse demonstrabimus & erunt.12. solidi anguli huius corporis.10. basium in centris.12. pentagonorum corpus dati duodecetri terminantiq. ¶ Hos itaq.10. triangulos equilateros esse sic pba. A centris pentagonorum ducto perpendiculares ad latera eruntq. omnes perpendiculares equales binas ergo & binas probabis ex octava primi equos angulos continere. Et quia linee continuantes centra pentagonorum his angulis a binis & binis per perpendicularibus contentis subtenduntur cum omnes perpendiculares sint equales erunt ex quarta primi omnes linee continuantes centra pentagonorum equales quod est propositum. ¶ Perpendiculares autem binas & binas equales angulos continere & omnes eas adinuicem esse equales sic collige. ¶ Ex quinta primi & 16. eiusdem constat singulas earum diuidere latera pentagonorum super que cadunt per equalia: easq. esse adinuicem equales ductis lineis a centris pentagonorum ad singulos angulos eorum: quare bine & bine super idem latus cadentes in eodem ipsius lateris puncto coibunt eo q. vtraq. diuidit illud latus duobus pentagonis a quorum centris veniunt commune per equalia. ¶ Has igitur perpendiculares binas & binas vsq. ad angulos quibus commune latus in quo coeunt

oppositum per centra pentagonorum producto & eisdem angulis duas lineas subtendito quas ex demonstratione .17. tredecimi manifestum est esse tanquam latus cubi ab eadem sphaera cum proposito duodecedro circumscriptibili. ideoque patet eas esse equales eo quod omnia latera cubi sunt equalia. eademque liquet ex nona undecimi esse equidistantes propter hoc quod ambe equidistant communi lateri in quo bine & bine perpendiculares conveniunt. ¶ At vero ipsas eadem constat ex his perpendiculis per equalia diuidi. itaque per .33. primi cuncte lineae continuantes puncta in quibus bine & bine perpendiculares super has lineas quas tanquam cubi latera fore diximus concurrunt sunt adinuicem equales. ¶ Nam omnes sunt tanquam latus cubi. Igitur ex octava primi anguli contenti a binis & binis perpendiculis sunt equales quare per quartam eiusdem lineae quoque continuantes centra pentagonorum sunt sibi inuicem equales. Inscriptum ergo est proposito duodecedro corpus viginti basium triangularium & equalium laterum sicut iussi eramus.

Propositio .8.



Duodecim basium pentagonarum atque equilateralum proposito iuxta ipsum cubum distinguere.

¶ Cum duodecedron super cubi latera fabricetur ut constat ex .17. tredecimi minimum eo fabricato sibi conuenit cubum inscribi. ¶ Nam cum duodecim sint pentagoni si unus cuiusque eorum uniangulo put cubi figuram videbis exigere chorodam unam subtenderis ex eis duodecim chordis sex equilateras rectangulasque superficies cubi & corpus amplectentes perficies. ¶ Equilateras quidem eas esse constat ex quarta primi. Rectangulas autem eodem argumentationis genere quo id sexta huius basium duodecedri dato ycocedro inscripti demonstrauimus esse equiangulas. Constat quidem ex decima septima tredecimi propositum duodecedron sphaere esse inscriptibile. Ergo a centro illius sphaere ad omnes has quadrilateras superficies perpendiculares ut docet undecima undecimi protrabe. Et a punctis conuersis ad singulos angulos illarum quadrilaterarum superficierum rectas lineas dirige. ¶ At eisdem angulos quadrilaterarum superficierum cum centro sphaere iunge. Eruntque hee lineae centrum sphaere cum angulis quadrilaterarum superficierum continuantes semidiametri sphaere de quadrata primi quadrata linearum continuantium punctum concursus perpendicularium cum angulis quadrilaterarum superficierum. ¶ Necesse est omnibus his quadrilateris superficieribus circulos esse circumscriptibiles ideoque necesse est eas esse equiangulas cum sint equilaterae. ¶ Et quia ex .33. primi anguli cuiusque earum pariter accepti sunt equales quatuor rectis angulis. sequitur eas esse rectangulas. Nihil ergo deest inscripto corpori de ratione cubi.

Castigator

¶ Quoniam ex unaquaque corda & duobus lateribus pentagoni constituitur triangulus duum equalium laterum habens unum angulum pentagoni. Et ideo bini & bini accepti per .4. primi arguuntur corde ille equales undique & cum eodem sunt latera cubi tali duodecedro inscripti ex .17. 13. sequitur sex superficies cubum complectentes esse quadratas atque equilateras prout cubus exigit quemadmodum dictum est supra in isto 4. huius & cetera.

Propositio .9.

Propositio .9.



Et octodecedro sibi demum octodecedron includere.
Composito duodecedro ut in .17. tertii decimi sex la-
tera sua superficies ea videlicet que cathetos sup sex li-
neas opposita latera superficies cubi per equalia secantes
erectis tanq. eoꝝ coramfii iunguntur equalia diuide: eaꝝ
bina & bina adinuicem composita continua p tres lineas q
seuam super medium punctu diametri cubi ex .40. vndecimi p equa-
lia secabunt. Eruntq. ut quoq. due eorum trium sinuicem quoq. ad angu-
los rectos diuidat. ¶ Si igitur hāz trium lineaz extremitates p .n. lineas
rectas continuaueris pueniet tibi corpus octo basiu triangulariu & eglate-
raz ex quarta pmi vel si manis ex penultima pmi: qd oportebat ostendere.

Propositio .10.



At assignatum duodecedron pyramidem qua-
tuor basium triangularium atq. equilateralum
ad hoc restat distinguere.

Assignato duodecedro inscribere cubum ex octaua
huius cuboꝝ pyramidē ex prima. Cum igitur anguli pi-
ramidis sint in angulis cubi ut patet ex rationatione pme.
Et anguli cubi i angulis duodecedri ex rationatione octauae erūt quoq.
anguli pyramidis in angulis duodecedri. Itaq. constat quod volumus.

Propositio .11.



Propositio ycocedron in eo cubum figurare.

Ycocedron inscribi duodecedron ex sexta. Ac duode-
cedro cubum ex octaua. Constat aut ex demonstratione
sexte q. omnes anguli duodecedri cadunt super centrum
basium ycocedri. Et anguli cubi sunt in angulis duodece-
dri. ¶ Itaq. anguli cubi sunt in centris basium ycocedri
habemus ergo propositum.

Propositio .12.



Cocedron datum pyramidem quatuor basium tri-
angularium atq. equilateralu sibi postulat inscribi.

Si in dato ycocedro ex premisa cubum inscripseris cu-
boꝝ ex prima pyramidē includeris quin postulationi yco-
cedri satisfeceris hesitandum non erit. ¶ Scire autem opor-
tet quod cum sint quinq. regularia corpora de quoz ma-
tua ab inuicem inscriptione in hoc .15. libro determinatur si vnūquodq.
eoꝝ cuilibet ceteroz esset inscriptibile. 10. eorū dē icriptiones acciderit.
¶ Quippe cuilibet eoꝝ quinq. eēt cetera quatuor inscriptibilia. Ideoꝝ
quater quinq. inscriptiones quod est .20. necessario puenirent. At vero
pyramidi solum octodecedron conueniens est inscribi. ¶ Non .n. sunt in
pyramide bases aut anguli aut latera in quibz anguli cubi aut ycocedri ang-
etiam duodecedri possunt extrema ipsius pyramidis contingere. ¶ Cubū
quoq. solius pyramidis & octodecedri ut octodecedron solius pyramidis & cu-
bi receptioi sunt apta. Qualiter .n. in eoꝝ alternato .n. angulos ycocedri.
¶ Aut .20. angulos duodecedri: ita ut singuli in eorum singulis cadant
collocabis. Ycocedron aut cum cetera conuenient ambitione possit cō-
plecti solius octodecedri nequit esse receptaculum. Nam octodecedri sex an-
guli semidiametrali sinuicem bini & bini opositione respiciunt lineaz
eos continuantes sese per equalia orthogonaliter diuidunt. ¶ Itaq. illud
gloriosum signum ad cuius intuitu cōsternantur demones sub rectis an-
gulis triplicatum reddant. ¶ Hos itaq. triangulos neq. bases neq. anguli
neq. latera ycocedri possunt sub suo situ recipere. Neq. .n. in eo repies sex
bases aut sex angulos aut sex latera hac diametrali orthogonalitq. opposi-
tione se continuantes. Duodecedron autem nulli ceteroz siue ambitionis
denegauit hospiciū immo cunctoz receptator existit. Vnde non in-
conuenienter duodecedri figurā antiqui Platonis discipuli vel ascribere

eclo quemadmodum piramidis formam igni eo q̄ sursum s̄ b p̄amī
dali figura quoler. ac octocedri acri. ¶ Quippe sicut aer ignem motu
panitate sequitur sic octocedri forma piramidis formam: ad motū ha
bilitate conitit. ¶ Viginti vero basium figuram aque distauerunt. nā
cum ipsa basium pluralitate plus ceteris circuletur in speram fluentis rei
motui magis q̄ scandentis cōuenire. visa est. ¶ Carbon vere figuram qdā
dedere terre. Quid. n. in figuris n. aiori ad motum violentia indiget quā
thesse. ¶ At in elementis quid firmius constantiusq̄ reperitur terra. Si
igitur ex. 10. inscriptionibus. 3. quas piramis non substat binasq̄ a quib
bus naturam cubi & octocedri aliena est. ¶ Rursusq̄ vnā cui repu
gnat yoced i figura reieceris erunt relique tantum. n. inscriptiones
Piramidis quidem sola. Cubi vero octocedriq̄. bne. Yocedri autem
tres. Duodecedri autem quatuor. De quibus omnibus vt arbitror suffici
cienter alias disputatum est.

Propositio 13.



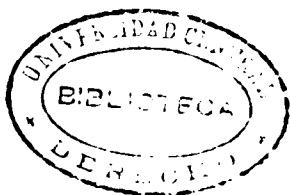
Ellicato quouis quinq̄ regularium corporum s̄
bi spheram inscribere.

¶ Ex tertio decimo libro itaq̄ manifestum est vnūq̄q̄
q̄na. horum corporum esse spheram inscriptibile. Nūc itaq̄
constabit vicuerſa spheram vnūq̄q̄ ipſorum esse in
scriptibilem. A circumscribentis enim sphere cētro ad bases
vniuersas cuiuslibet eorum perpendiculares exeant quas intra centra cir
culorum bases ipsas circumscribentium cadere necesse est. cūq̄ omnes
circulo eas circumscribentes sint equales eruntq̄ hee perpendiculares eq̄
les. Itaq̄ si secundum quantitatem vnus earum circulum super centrum
circumscribentis sphere descriperis eiusq̄ semicirculum quousq̄ ad locū
vnde moueri ceperit redeat circumdlexeris. Quia ipsum per extremita
tes cūctas ppendicularium necesse est trāsire cōuincet ex correlario. s̄
tertiū speram istius semicirculi motu descriptam vniuersas bases assigna
ti corporis in concursibus perpendicularium cōtingere. Non enim plus
potest sphaera de basibus corporis contingere quam circumductus semi
circulus dum mouebatur contingit. Quare assignato corpori constas
nos spheram quemadmodum propositum erat inscripsisse.

LAVS DEO. FINIS.

¶ Euclidis megarensis philosophi perspicacissimi elementorum opus
de duabus quantitatibus discretis scilicet & continua. ac earūdem propor
tionibus & proportionalitatibus ex optima Campani interpretatione.
Magistro Luca piciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minorum
sacre theologie p̄fessore. Mathematicoq̄ discipline cultore feruentissimo
die nocturno. chalcographis assente possillis suis oportunis plerisq̄ in lo
cis additis manu propria accuratissime castigatum finit.

¶ Venetiis impressum per probum Vinum Paganinum de Paganinis
de Frixia decreto tamen publico vt nullus ibidem totiq̄ domino anno
rum .xv. curriculo imprimat aut imprimere faciat. Et alibi impressum
sib quouis colore in publicū ducat sub penis in dicto privilegio contentis
Anno redemptionis nostre .M.D.VIII. Klen. x. iunii. Leonardo
Laurentano Ve. R. e. Pu. Gubernante. Pontificatus Iulii. III. Anno. VI.



Ellicato
G^m hortis
1565

+

materna tua. pio p^{re} laudato. m. nune
agere. ou. p^{re} m^{re} amando. Crumo. F^{re}
lunus. quod m^{re} ore. l^{re} p^{re} de
m^{re} e. p^{re} p^{re} de. m. Gem. Compo
amb. a. li. m^{re}. Sua. p^{re} na. de. ca. f^{re}
p^{re} de. p^{re} de. Clane. p^{re} de. m^{re}
p^{re} de. p^{re} de.

die 6a octobris die passionis mee' anno dⁿⁱ
1541