

Notes du mont Royal

www.notesdumontroyal.com

Cette œuvre est hébergée sur « *Notes du mont Royal* » dans le cadre d'un exposé gratuit sur la littérature.

SOURCE DES IMAGES
Google Livres



Euclidis

megarensis philo

sophi acutissimi mathematicorumq3 omni
um sine controuersia principis opa a O. am
piano interprete fidissimo tralata O. ue cum
antea librariorum detestanda culpa mēdis
fecidissimis adeo deformia cēnt: vt vir Eu
clidem ipsum agnosceremus. Lucas pacio
lus theologus insignis: altissima Mathe
maticarū disciplinarum scientia rarissimus
iudicio castigatissimo deterisit: emendauit.
Figuras cētum 7 vndetriginta que in alijs
codicibus inuerse 7 deformatē erant: ad re
ctam symmetriam concinauit: 7 multas ne
cessarias addidit. Quidē quoq3 plurimis
locis intellectu difficilem cōmentario

lis sane luculentis 7 eruditiss. ape
ruit: enarrauit: illustrauit. Adhec
vt elimatioz eriret Scipio ve
gius mediol. vir vtraq3
lingua: arte medica: subli
mioribusq3 studijs
clarissimus diligē
tiam: 7 censurā
suā prestitit.

A. Paganus Paganinus Characteri
bus elegantissimis accuratissi
me imprimebat.

Reuerendissimo Domino suo in omnibus precipuo. D. Francisco de Soderinis. Tituli sanctæ susanne presbitero Cardinali Voleterrano. Frat. Lucas paciolor de burgo Sancti Sepulchri ex minoritana familia perpetuam. F.D.



Vm meū ipse patris, tui viri clarissimi: cum fratris florētini populi principis Illustrissimi Petri Soderini: cum tuorum omnium quibus ipse debere plurimum velim. Cum tua deniq. beneficia mecum repeto: repeto autē frequentissime: vel quod huiusmodi per se recordatio viro probo iucundissima esse solet: vel quod intenui fortuna nihil est reliquum aliud. Tantum metuisti: Tantum fratri clarissimo principi: Tantum tibi debere sentio: vt oratione consequi non possim: aio vix capiam. Neq. n. solum vestra erga me familiæ beneficia huiusmodi sunt quæ vel vno loco vel ipse consenti: sed ea quæ cum per se oium maxima sunt. Cuncta fere testet Italia: vt quocumq. me recipiam: vestigia nō leuiter impressa videam vestro erga nos merito. Siue. n. Romæ: Siue Mediolani: Siue florētiae in qua ciuitate cū vestra semp. honestissima familia floruerit. Nūc tandem frater oī laude maior primus nra tempestate perpetuus princeps ē dictus: tot & tanta occurrūt vt obruat sæpe memoriam multitudo: quā tñ cōtra magnitudo beneficiorū labētem reuocet. Quo pacto. n. (vt omit tā ingentia alia) vestri possum obliuisci: q. effectis restituta ab infirmitate: studio: cura: ope deniq. vestra quos aduersa valitudine pene adierāt vt cōiuncta sit rō vitæ nostræ & vestrae bñficietis: sed & fratrum meorū: dum: Iuniperi. S. & Ambrosii: sacrae theologiæ p̄fisso: recordatio: quos ob excellentem eorū virtutem & libentissime repeto: & ob religionis cōiunctionē ardentissime diligo: tanq. cōflectancos in minoritana familia nrat magnos stimulos affert: ad gratum erga vos oium exhibendū: quos ita semper fouisti: vt dubitare possim plus ne ipse amare videret affectus an vos maximis in illos meritis colere. Quæ oīa facile ame impetrarūt vt qñ & pro fortuna mea parari rependere non possum: & tu nihil aliud pro amplitudine tua requiris q. amari. Partum tibi meum recentē ex mathematicis disciplinis paratum tradere voluerim Eūq. ita. Reuerendissime. D. Tue nūcupare: dicareq. tāquam benefactori meo precipuo: & videnti in terris angustissimo numini. Nam si diuos. Ideo colimus: quod saltem nram laborantes ab his exposcimus. Impetremusq. nō video quo pacto non te numinis cuiusdam loco habeam: q. vitam abs te vno post immortalē deum acceperim. Quod in studio & si semper ateneris ita asuetus fuerim: vt nihil aliud egerim ab incunabilis: vel natura optima magistra: vt assiduo vsu: nescio tñ quo pacto elaboratum hoc tempore tantum anobis est: quantum & maturior ætas maioris afferre iudicii potuit ad iudicandum & industria ad expoliendum opus & ingenium ad inueniēdam rem afferre potuit. Euclidē igitur ex megaricis philosophis facile principem post multa instudiis mathematicis nro Marte annos ab hinc non paucos edita formis æneis subieci: qui multum sane ab aliis distabit: & quod charaterum elegantiorum formam delegi: & quod accuratius oīa digessi: & multa quoq. mea addidi: quæ vel Euclidis: vel Cāpani loca quedā obscuriora illustrēt. Qualis at sit studio huiusmodi fructus: quæ ve eorū excellētia: & q. ta hac tēpestate raritas: ipse q. lōge excellis in his facile cognoscer. Atq. vtinā & alii cognoscere vellēt nō offētare aut ea q. nesciūt veluti sumū veditare nō conarent. Qui tāto grauius peccāt q. to hæc cū certiora sunt: & sibi plane cōiunctissima: nō possumus sic offendere in vna alteraue re: q. oīs plane rotius mathematicæ disciplinæ rō non concedat & mat. Tu vero & hæc leges: & corriges: cum his q. rationem oēm huiusmodi facultatis complectunt. Quo: ptem vrbinati Duci vltimo: ptem Ludouico Sforciæ clarissimo quondam Mediolanensi pncipi dicta sunt ame. Et qm maximis amicorum p̄cibus impulsus: & tuorum precipue familiarium quorum mihi carissimus Leonardus vincius accessit

LIBER

vt ederem. Leger qua soler frontis sermitate vernacula lingua per me do-
natum Euclidem vt quod opus ad vtilitatem nostrum omnium con-
scriptum est maximaq; humano generi vtilitates parit: Ita omnibus ob-
uium sit vt cum lingua patria nostra & in his disciplinis locupletetur.
Habeant & aliteris alienis quam vel linguam admirentur vel auctorem
sequantur: quonullus vnquam prestantior vel Platonis summi phyloso-
phi testimonio vixit valeat ad vota. R. excrudiissima. D. Tua fidelis ser-
ui sui non Immemor. Venetiis. V. Idus Iunii. M.D.VIIII.

Danielis Caletani Cremonensis Epigramma.

Redditus infernis Euclides mœsus ab vmbri-
Pallidus: Informis: conditus ora sita.
Hospicium a multis miseranda Voce poposce.
Per fora per regum limina perq; scholas.
Accipitur nulli nisi qui se nosse putabant.
Sed male quod fuerat cognitus: Emicuit.
Extremaq; diu mundi spaciatus ad oras
Si qua sibi misero dextera ferret opem.
Inuenit tandem qualem felicia dadum.
Patronum Votis fata tulere suis.
Fratres Is est a quo nictus formosus: & ille.
Redditur antiquo tempore qualis erat.

¶ Magnifico & clarissimo danieli Rainerio patricio Veneto Auocatori maturi-
mo & liberatissimo Danielis Caietani Cremonensis Epistola.



Xistimauit me Daniel Clarissime nefas cōmittere si fidelissimā Eu-
clidis castigatōem p̄minētissimū sacre theologiæ ac phiæ docto-
rē atq; in arithmetici penetralibus pitissimum viz Magistꝝ Lu-
paciolū seraphicæ ac minoritanæ familiæ ornamentum singulare
nuper euigilatā laudibus p̄sequi disfulissem. Tu q̄a sanæ doctrinæ
fauctor assessor cōcelebraris indeffessus has meas laudes tui maturi-
tū iudici solito libramēto pp̄dēs facile cognoueris non ab assentatiōe aliq̄ sed
mero hitatis fonte effluxisse q̄ & hōiem intus nosti & scripta illius medulitis in-
spexisti q̄tūq; & ille ingenio valeat atq; doctrina. Te hō nullo mō decipi posse
& semp tui similitus es cōiūctis examinātū tuū iudiciū quod oībus in rebus excu-
tiēdis circūcisum rotodū p̄fectum semp inuentum ē ob id te vel æquari vel posse
riri feruētibus votis nūc alteꝝ vt Catonē alteꝝ vt hortēsum nūc statua si liceat
cōsecrēt nūc imāgie q̄d te vel cēse te vel dicte informant iſtituantq; ætatis nūc
viri doctissimi i medio ætatis sinu. Nō temere Magꝝ Lucas te Elegit cui suas in
Euclidē lucubratiōes dedicaret q̄ cū studiis maximis polleas ea & i aliis & nūna
cōplecteris sed ex hoc ipso cōsumatissima tibi gloria reponderat. Nā satis eminet
ingenii pprii meritis q̄ fuerit fautor alieni. Vez in p̄nti remotis gradibus dignita-
tū p̄ q̄s merito virtutū tuā ab aliis discerni soles nobilitatis tuæ posthac solū
erit iudiciū scripta eruditorū te cognitorē habuisse vel potius numē æternū. Sed
q̄ti cōueniēs est obsecro te dedicatiōem hāc vel nūcupatiōem æstimari. Cui n̄ mī-
nus gloriæ apud posteros attribuat̄ auctoris sui lima q̄ tui nōis auspiciat̄. Est æt
Lu. paciolus. Careat assentiōe p̄bū meū. vir sanæ raræ exsistatq; doctrinæ Sep̄e
pauxillulum sacre theologiæ assiduā lectiōem. Cōtinuas cōtiōes seu manis omī-
tias q̄s in celeberrimis Italiæ & extra Italiā Ciuitatibus frequentissimo theatro ha-
buit in q̄bus inclytus omīlīsta mō corda terrificat mō pmulcet & quoquo vult du-
cit. Lege viz fidei catholicæ amplificatorē viz in phiæ in theologia in matheſi
incōparabilem; quē vt laudare nō studeo ita ipse laudari plurimū verat cōtentus
se ipso id quod est veri phiæ pprium ornāmētum. Nāq; moris ē sapiētibus mūda-
næ laudis crasmata subſanare & de se ipsis sumpta ab aliis præconia deridere q̄m
iuxta Illud Symmachianū vt hā laus ornat ita falsa castigat. Sic & ipse facit q̄ dū
vult suā sciētiā exercere nō veret illis esse impedimēto q̄ illius amplitudinē suis
dictis cōmendare præsumūt. Cæteꝝ ego quāuis loqui phibeor tacere tū nō pos-
sum hoc quod mensura & numerus Euclidis sue pressor in curia sue tralatoꝝ p̄
cursu ita cōfusi ita lacere ita præposere legebat vt q̄ artē ipsam callerent aut nō in-
telligerēt aut alienæ culpæ fugiliatiōem in ipm Euclidē impudēter retorquerēt.
Nūc hō vbi lyncea Lucæ pacioli acies in has symplegadas ac reciprocas tot ex-
roꝝ charybdes sese p̄etrauit ita facta ē plana via securus trāsitus liber discursus per
obscuras añ cōualles & redditus ē Euclides hūc obuius oībus plāus atq; expositus
solertissimo ingenio castigatissima emēdatiōe cōstantissimo iudicio Magistꝝ
Lucæ nūc quē vt poetā dicēdo itelligimus κατεξοχησεν homeꝝ vt oratorē demo-
sthenē vt phum Aristotelē itelligimus. p̄i mō arithmetici cōferēdo fratē intellē-
gere totius orbis italus fas hēti de quo illud asiū i hā atq; absolutissima artis arith-
meticæ cognitiōe quod aiunt de Cicerōe q̄ in actiōibus cæteris cæteros in anlo
cluetio ipse se sup̄auit & de M. frontōe qui cū extra reliquos excelleret oratores i
pelopem se sibi prætulit hoc docet ars ipsa quā in speculatu atq; cōiectu recōditā
hic lucas solus e multis nō praticā fecit tot corporibus i varias atq; multiplices figu-
ras deductis sed impitissimo cuiq; exponēdo facilimā q̄si sub ipsis oculis p̄posuit.
Ec quis hoc ausur vnq; anis sup̄ioribus nobilissimū icipitū aggredi? certe nemo ne
sciētissimus quidē mathematicus præterq; Lucas paciolus vir in arithmetica arte
rarissimi exēpli ac p̄penullius. Sed q̄a tāti viri laudū maria mihi trāsmittere diffi-
cillimū ē Daniel Generosissime hoc q̄si stagnū p̄nauigemus nō posse tot narrari
i laudē sciæ hōis q̄n illud africanū adagium semp vberius relinquitur. At caueant
Monco a ppalato volumine viuiperones & p̄cant quæso in p̄nitēda maledicta
suas linguas acuminare R eperatq; obsecro & nomen dedicatis & excellentiam il-
lius cui dedicetur. Vale ex patauio I dibus Maius. M. D. V I I I.

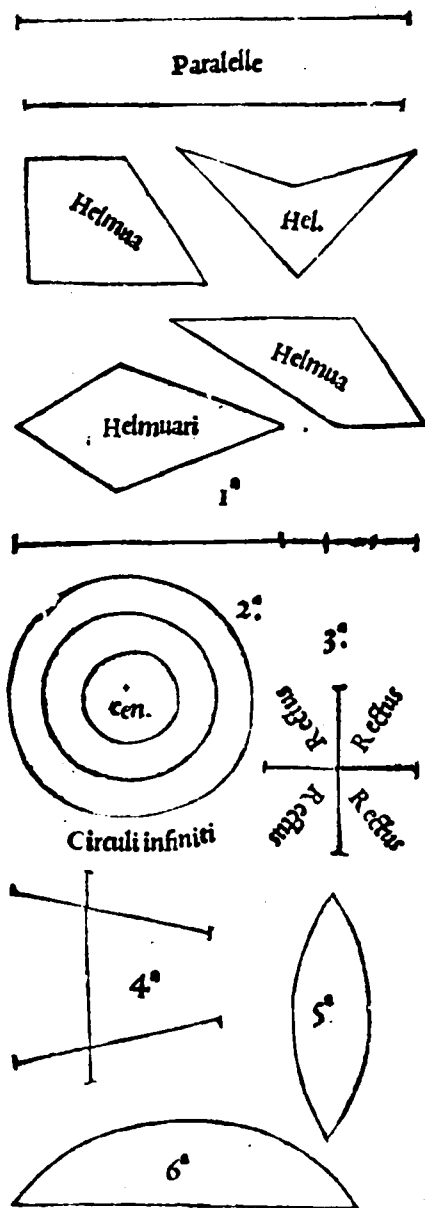
¶ Franciscus Massarius Venetus Iacobo Cocco. P. V. suo salutem.



Anto sum studio semp̄ complexus (v̄t ipse scis) mathematicas disciplinas mi Iacobe Cocce amicorum amicissime: v̄t admodum trahar cogarq; ad illos amādos: qui in huiusmodi studiis versantur ac profitentur: quādo quidem illas ad philosophiæ necessitatem accedere non ignoro: Nec te fugit in pluribus Plato nem Aristotelem huiusmodi exempla proponere & fere semper mathematice demonstrare: quom̄ eo tempore essent in luce enim uero refertur Athenis in Accademia Platonis inscriptum esse neminem intro se recipere: qui prius non mathematicas obcalluerit scientias. Quin etiam illas verissimas esse facile cognosco ob id Auerrois in primo certitudinis gradu collocauit. Verum illæ ipsæ disciplinæ iam plures annos sub tenebris iacent: aut per q̄ paucis fuerunt perceptæ: præsertim liber Elementorum Euclidis: qui nec integer nec ab omni labe alienus iam diu latitauit: adeo v̄t ne ipse Euclides agnosceretur. Sed tamē hac nostra ætate multo labore industria ac diligentia Magister Lucas Pacioli Sacræ Theologiæ professor non solum castigauit verum etiam multa ad expositionem adiunxit egregie quidem inuenta. hoc enim modo cum redegit ad verum sensum idq; proculdubio putandum est. Nam hoc tempore ipse Magister præceteris pollet: & (v̄t verius dicam) sola Phoenix. Nolo modo quot insunt homini virtutes: q̄tum ingenium: q̄taue memoria: & rerum exuberantia: & doctrinarum altissima cognitio ex amussim cōmemorare: propterea q̄ satis insignem reddunt sua volumina: testanturq; etiam lectiones: quibus ambo interfuiimus. ob id itaq; non immerito ab omnibus Pontificibus: ab omnibus supremi ordinis Arististibus: summisq; Principibus totius Italiæ summo amore & charitate fuit semper complexatus. Quamobrem te etiam summo opere precor: v̄t huiusmodi disciplinas precipue Euclidem vells omni studio amplecti. Nam hæc quo ad studia philosophiæ tibi profutura sunt: eo magis quia ipse Euclides a predicto Magistro Luca fidiissimo interprete fuit emunctus ac emendatus: qui vir cumulate laudandus de hōisq; disciplinis benemeritus haud quempiam omisit locum: quem omni studio cura ac diligentia ad cōmunem vsum non optime exposuerit scio ego q̄ cōmunis Præceptoris sis studiosus immo potius suæ multiplicis scientiæ contēplator: quom̄ moris sit tui omnes litterarum professores amore prosequi: hunc præceteris aliis tanq̄ peritissimum ac ante alios sapientissimum amare obsequare & venerari videris haud equidem sum dubius: quem si sequaris incoepum sis in summum virum euasurus manq; domum illustraturus. Ad hanc spem me erigit tuum perspicax ingenium: & pene diuinum: tua etiam eruditio tanta in ista adulescentia q̄ta vix in v̄llo senet: ac p̄ hoc merito te quadam admiratione intuemur. Me quoq; excitant suauitas: modestia: grauitas: & tui optimi mores: cuius nulla in toto corpore menda sedet. Quæ omnia ipsa ætas auget. Non enim tuus animus nisi in litterarum studiis: in liberalibus artibus: in ipsa deniq; vera sapientia versatur: ad quæ omnia te prouum ac propensum video: quid m̄ aliud tuæ Reipub. polliceris? nisi v̄t te optimo senatore administrante foelix Respub. foelicior indies v̄ndiq; fulgeat: tuq; rectissime magistratibus defunctus posteritati nomen conferes. Sed quæ de te sunt plura dicenda in aliud reiciam tempus. Verum modo ad Euclidem animum intende: & v̄t ameris ama Vale.

PLATO

Nulla dies sit sine linea.



equilaterum atq; rectangulum. Alia est tetragonus longus. q; est figura rectangula. sed eglatera non est. Alia est helmua. que est equilatera. sed rectangula non est. 21. ¶ Alia est similis helmua. que opposita latera habet equalia. atq; oppositos angulos equales. idem tamen nec rectis angulis nec equis lateribus continetur. Preter has autem omnes quadrilaterae figure helmuariphe nominatur. 22. ¶ Equidistantes linee sunt q; in eadem superficie collocata atq; in alterutram partem protracte non conveniunt. etiam si in infinitum protrahatur.

Castigator.

¶ A diffinitione superficie superius posita excipitur circularis que postea specialiter inferius ponitur que non continetur terminis: & ideo eius terminus non sunt linee sed linea & etiam monangula excipitur & quis multae curvilinee sperice convexae concave & plane lineis contineantur quibus posset diffinitio illa applicari ut patet intuitu.



Etitiones sunt quinq; .1. ¶ A quolibet puncto in quemlibet punctum rectam lineam ducere atq; lineam definitam in continuum rectumq; quantumlibet protrahere. 2. ¶ Super centrum quodlibet quantumlibet occupando spacium circulum designare. 3. ¶ Omnes rectos angulos sibiinvicem esse equales. 4. ¶ Si linea recta super duas lineas rectas ceciderit duosq; anguli ex una parte duobus rectis angulis minores fuerint istas duas lineas in eandem partem protractas proculdubio coniungitimita. 5. ¶ Duas lineas rectas superficie nullam concludere.



Communes animi concepciones sunt hec. 1. ¶ Que uni & eidem sunt equalia & sibiinvicem sunt equalia. 2. ¶ Et si e quibus equalia addantur tota quoq; fient equalia. 3. ¶ Et si ab equalibus equalia auferantur que relinquuntur erunt equalia. 4. ¶ Et si ab inequalibus equalia demas que relinquuntur erunt inequalia. 5. ¶ Et si inequalibus equalia addas ipsa quoq; fient inequalia. 6. ¶ Si fuerint due res uni equales ipse sibiinvicem erunt equales. 7. ¶ Si fuerint due res quarum utraq; unius eiusdem fuerit dimidium utraq; erit equalis alteri. 8. ¶ Si aliqua res alicui supponatur appliceturq; ei nec excedat altera alteram. ille sibiinvicem erunt equales. 9. ¶ Omne totum est maius sua parte.

Castigator.

¶ Ista que uni & eidem &c. quam Euclides hic acomodat quantitatibus infra in .ii. qnti libri acomodat proportionibus ut ibi. ¶ Prima & sexta differunt tanq; inclusum & exclusum vel sicut abstractum & concretum vel sicut mensura & mensuratum vel sicut prima & secunda intentio sue res & speciei rei.

Verba Campani.



Ciendum est autem q; preter has animi conceptiones sue communes scientias multas alias que numero sunt & comprehensibiles pretermisit Euclides: quoniam hec est una.

¶ Si due quantitates equales ad quamlibet tertiam eiusdem generis coparentur simul erunt ambe illa tertia aut eq; maiores aut eq; minores aut simul eqles. ¶ Inequalia Quanta est aliquid quicquid ad quamlibet aliam eiusdem generis tanta esse quamlibet tertia ad

aliquam quartam eiusdem generis in quantitatibus cōtinuis hoc vnice
saliter verum est siue antea maiores fuerint cōsequētibz siue minores: ma
gnitudo n. decreuit in infinitū. In nūteris autē non sic sed si fuerit primū
submultiplex secundū erit quilibet tertius eque submultiplex alicuiusq; tri
qm numerus crescit in infinitum sicut magnitudo in infinitum minuit.

Propositio prima.

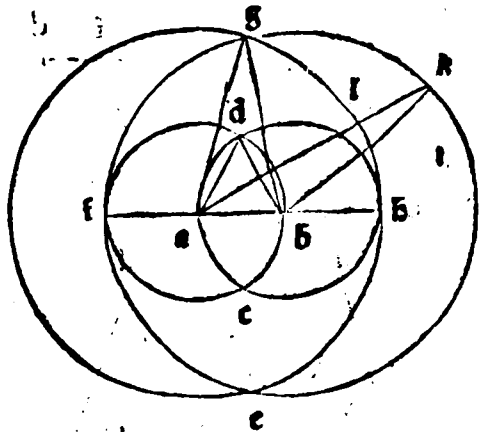
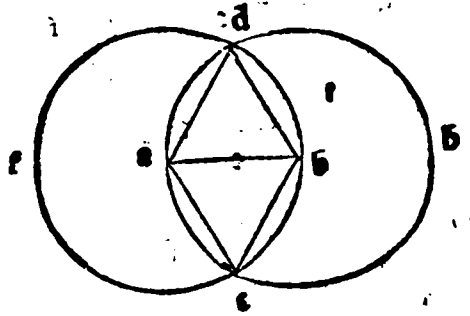


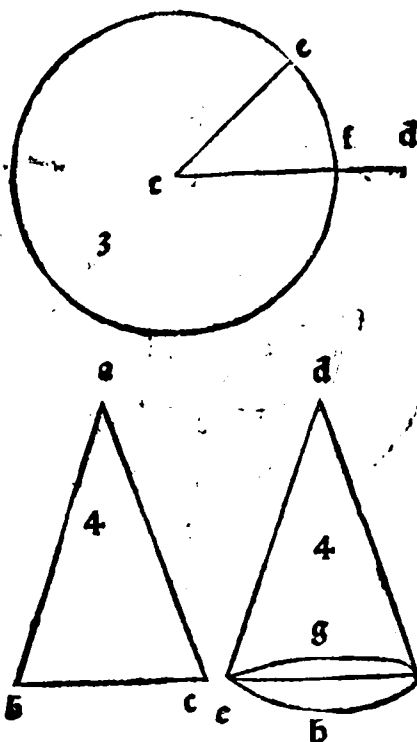
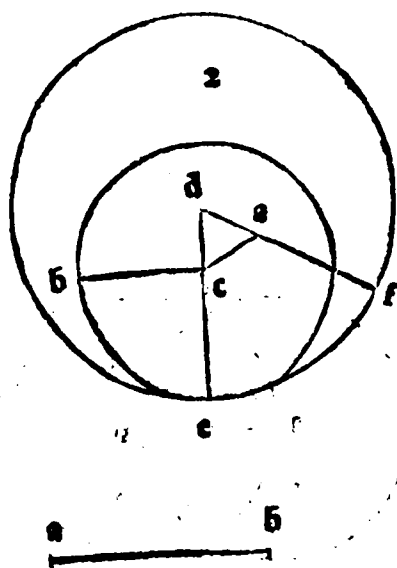
Priangulum equilaterum super datam lineam re
ctas collocare.

Est data linea recta. a. b. volo super ipsam triangulū
equilaterum cōstituere. Super alteram eius extremitatē. s.
in puncto. a. ponam pedem circini immobilē & alterā
pedem mobilem extendam vsq; ad b. & describam fm
quantitatem ipsius linee date per secundam petitionem d. circulum c. b. d.
f. rursus alterā eius extremitatē. s. pūctum. b. faciam centz. & p eandē
petitionem f. fm eiusdem q̄ritatem lineabo circulum. c. a. d. h. g. circuli in
tersecabūt se in duobus punctis q̄ sunt. c. d. & alteram duarū sectionū si
cut sectionem. d. cōtinuabo cum ambabus extremitatibus date linee p̄ra
ctis lineis. d. a. d. b. p̄ primam petitionem. Quia ergo a pūcto. a. qd est centz
circuli. c. b. d. p̄tracte sunt linee. a. d. f. a. b. vsq; ad eius circūferentiam ip
se erunt equales per diffinitionem circuli. Similiter quoq; q̄a a puncto. b.
quod est centz. circuli. c. a. d. p̄tracte sunt linee. b. a. f. b. d. vsq; ad eius cir
cūferentiam ipse erit et equales q̄a ergo vtrāq; duarū lineaz. a. d. b. d. eq̄
lis est linee. a. b. vt p̄batum est: ipse erit equales inter se p̄ primā cōcep
tionem: ergo sup datam lineam collocauimus triangulum equilaterū: quod ē
p̄positum. **S**i autē sup eandē lineam libeat collocare reliq; duas trian
guloz. spēs. s. triangulum duū cōsiliū latez. & triangulum trium ieq̄liū
latez. p̄trahat linea. a. b. in vtrāq; ptem vsq; quo occurret circūferētie am
borum circuloz sup duo puncta. f. f. h. & posito cētro in puncto. a. lineet
circulus. e. b. g. fm q̄ritatem lineē. a. b. Itemq; posito centro in puncto. b.
lineetur circulus. e. f. g. fm q̄ritatē lineē. b. f. He. autē circuli interfecabunt
se in duobus punctis q̄ sunt. c. g. cōiungant igitur extremitates date linee
cū altera dictaz sectionū p̄ duas lineas rectas q̄ sunt. a. g. b. g. & q̄a hee li
nee. a. b. f. a. f. exeunt a centro circuli. c. d. f. ad eius circūferentiam ipse erit
equales. Sili quoq; a. b. f. b. h. q̄a exeūt a centro circuli. c. a. d. h. vsq; ad ip
sius circūferentiam ipse erit equales. Quia ergo vtrāq; duarum lineaz. a. f.
f. b. h. equalis est linee. a. b. ipse erunt inter se eq̄les: ergo posita. a. b. cō
erit. b. f. equalis. a. h. f. d. b. f. est equalis. b. g. quia ambo exeunt a centro di
culi. e. f. g. ad eius circūferentiam. Sili quoq; a. h. est equalis. a. g. f. vtrāq;
earum est maior. a. b. eo q̄ vtrāq; duarum linearum. b. f. f. a. h. maior est
a. b. quare sup datam lineam collocauimus triangulum duorum equaliū
laterum. **T**riangulum et trium inequalium latez sup eandē lineam
collocabimus: si aliquod pūctum exis in circūferētia alterutius duoz
maiorum circuloz quod nō sit in altera duaz sectionū: & cui non obui
et. f. h. cum in vtrālibet ptem p̄tracta fuerit in cōtinuum & directum cō
iunxerimus p̄ duas lineas rectas cum ambabus extremitatibus date linee.
Sit. n. pūctus. k. signatus in circūferētia circuli. e. f. g. & non sit in altera se
ctionum nec occurrat ei. f. h. cū p̄traheretur in cōtinuum: & directum vsq;
ad eius circūferentiam. Protrahā ergo lineas. a. k. f. b. k. & secabit linea. a.
k. circūferentiam circuli. e. b. g. fecit ergo in puncto. l. erit. b. k. equalis. a.
l. quia. b. k. est equalis. b. g. & a. l. equalis. a. g. quare. a. k. est maior. b. k. sed
f. b. k. est maior. a. b. triangulus ergo. a. b. k. est trium inequalium latez.
Sic igitur super datam lineam oēs triangulorum species collocauimus.

Castigator.

a **C**ircinus &c. rectius ac cōuenientius sextus dī cum sextam ptem semp
capiat aut sit eius sexta circuli quē facit in q̄cūq; dispōne repiatur stricte la
teq; &c. **b** **D**escribere circulū fm q̄ritatem linee date est ipsam facer
semidiametū circuli describēdi. **c** **C**ōstituere siue formare figuram aliquā





LIBER

sup datā lineā ē ipsam ponere vnū ex lateribus figure sic describēde sup eā.

Propositio .2.



**Dato puncto cuilibet linee recte propositae equas
rectam (lineam) ducere.**

C Si a. punctus datus ē. b. c. linea data volo a puncto. a. ducte linea vnā equalem linee. b. c. in quācūq. pte in cōtingat cōiungā ergo punctū. a. cū altera extremitate linee. b. c. cum qvoloero. ¶ cōiungā ipsum. a. cū extremitate. c. p. lineam. a. c. sup quā cōstitūā triāgulum eglatez. fm doctrinā pcedētis q sit a. c. d. ¶ in illa extremitate linee date cū qua cūiunxi punctū datū. f. in extremitate. c. ponā pedē circini imobilē ¶ de scribā sup ipsum circulū fm qritatē ipsius date lineę q sit circulus. e. b. ¶ latu triāguli eglatē q d oppositū pūcto dato. i. latu. d. c. p. traham p centū. circuli de scripti v. j. q. ad eius circūferentiam. ¶ sit tota linea sic protracta. d. c. e. fm cuius quantitatem lineabo circulū posito cētro in. d. q sit circulus. e. f. ¶ postea p. traham latu. d. a. v. j. q. ad circūferentiam huius vltimi circuli ¶ occurat circūferētiē ipsius in pūcto. f. dico igit q. a. f. est eq̄lis. b. c. nam. b. c. ¶ c. e. ¶ sunt eq̄les quia ex eūt a centro circuli. c. b. ad eius circūferētiā. Similiter quoq. d. f. ¶ d. e. ¶ sunt equales quia ex eūt a centro circuli. c. f. ad eius circūferētiā. sed. d. a. ¶ d. c. ¶ sunt equales quia sunt latera triāguli equilateri ergo si. d. a. ¶ d. c. ¶ dematur de. d. e. ¶ d. f. q sunt equales tētur residua q sunt. a. f. ¶ c. e. ¶ equalia quia ergo vtrāq. duarū linearium. a. f. ¶ c. b. ē equalis. c. e. ipse sunt eq̄les inter se quare a pūcto. a. protraximus lineam. a. f. equalem. b. c. qd est ppositum.

Propositio .3.



Repositis duabus lineis inequalibus de longiori earum breuiori equalem abscindere.

Let sint duelline a. b. f. c. d. f. sit. a. b. minor volo ex. c. d. ab/cindere vnā que sit equalis. a. b. duco primo a puncto c. vnā lineā eqlem. a. b. fm qđ docuit precedentis que sit. c. e. posito ergo centro in pūcto. c. de/cribam circulum fm quantitatem. c. e. qui secabit lineam. c. d. Sit ergo vñ fecet eam in puncto. f. erit. lineā. c. f. equalis lineē. c. e. quia ambo exeunt a centro eius/dera cir-
quli ad circumferentiam f. c. vñ ytraq. duarum linearam. a. b. f. f. c. est eq-
lis. c. e. ipse sunt inter se equalis quod est propositum.

Propositio .4

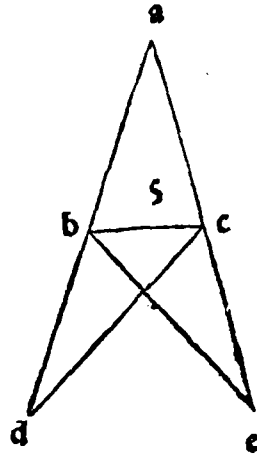


Propositio 17. In quocunque triangulo quorum duobus lateribus unius duobus lateribus alterius equalia fuerint: duoque anguli eorum illis equilateribus contenti aequales fuerint alter alteri: latera quoque illorum reliqua sese respicientia equalia: reliqui vero anguli unius reliquis angulis alterius aequales erunt: angulus totius triangulo equalis.

¶ Sint duo trianguli. a. b. c. d. e. f. sitq. latus. a. b. e. quale lateri. d. e. f. latus a. c. e. q. lateri. d. f. ¶ angulus. a. equalis angulo. d. tunc dico q. basis. b. c. est equalis basi. e. f. ¶ angulus. b. equalis angulo. e. Item angulus. c. equalis angulo. f. quod probatur. Supponam triangulum. a. b. c. triangulo. d. e. f. ita q. angulus. a. cadat super angulum. d. ¶ latus. a. b. super latus. d. e. ¶ latus. a. c. super latus. d. f. ¶ patet per conversionem penultime conceptionis q. nec anguli nec latera seque excedent eo q. angulus. a. est equalis angulo. d. ¶ latera superposita his quibus sup. rponuntur per ypothesim. Puneta ergo. b. c. cadent super puneta. e. f. si ergo linea. b. c. cadit super lineam. e. f. patet p. possimnt quia cum linea. b. c. superposita linee. e. f. non excedat eam nec excedatur ab ea est ei equalis per penultimam conceptionem in eadem ratione erit angulus. b. equalis angulo. e. ¶ angulus. c. equalis angulo. f. Si autem linea. b. c. non cadit super lineam. e. f. ¶ cad cadit intra triangulum si cut linea. e. g. f. aut extra sicut linea. e. b. f. tunc due linee recte concludunt superficiem quod est contra vltimam petitionem.

Castigator

Hec. s. vocatur fuga miserorum qm̄ m̄i ingeniū cū ad eam pueniūt fugā arripiunt. sed ne fuge det occasio ondam eam breuiter & leui onfione q̄ sufficere ad iſc̄ti. Sit. n. triangulus. a. b. c. diuidam eum p̄ lineam. c. d. p̄ perpendicularē in duos triangulos partiales. a. d. c. & b. d. c. eritq̄ angulus. a. d. c. primi trianguli eq̄lis angulo. b. d. c. ſecundi quia vterq̄ rectus & latera illos continentia ſunt equalia quia. d. b. eſt equale. d. a. & c. d. eſt latus cōequare per premiſſam erūt reſidui anguli equales puta angulus. a. & angulus. b. & hoc ē p̄poſitū. ¶ Q uod ē duo anguli ſub baſi ſunt equales patet qm̄ duo anguli q̄ ſunt ſunt apud. a. eq̄les duobus rectis ſunt p̄ diſſinitionē li nee ſtatis ſup̄ aliam q̄a facit duos angulos equales ſemper duobus rectis vt infra. 3. probabit. Similiter duo anguli q̄ ſunt apud. b. Igitur demp̄tis ſuperioribus qui ſunt equales vt probatum eſt q̄ ſunt inferioribus relinquentur eq̄les per cōm̄ ſciam & ex iſta demonſtratiōe patet q̄ triagulus eglaterus eſt eglangulus q̄a equalitas quorumlibet duorum laterum concludit equalitatem angulorum conreſpondentium &c.



Propoſitio .5.

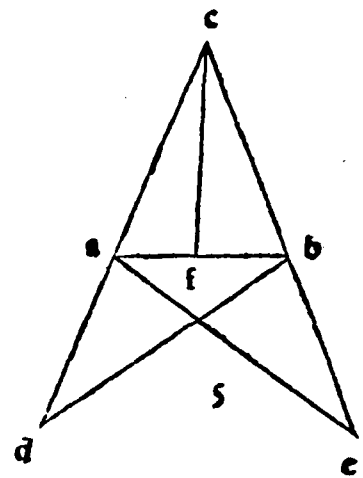
In ſic trianguli duum equalium laterum angulos qui ſupra baſim ſunt equales eſſe necceſſe eſt: q̄ ſi eius duo equalia latera directe protrahantur ſit quocq̄ ſub baſi duo anguli inuicem equales.

Sic triangulus. a. b. c. cuius latus. a. b. ſit equale lateri. a. c. dico q̄ angulus. a. b. c. eſt equalis angulo. a. c. b. q̄ ſi protrahantur. a. b. & a. c. vſq̄ ad. d. & e. fiet angulus. d. b. c. equalis angulo. e. c. b. quod ſic probatur. Protraſtis. a. b. & a. c. ponam per tertiam lineam. a. d. equalē lineę. a. e. & protraham lineas. e. b. d. c. & intelligam duos triangulos. a. b. e. & a. c. d. quos pbabo eſſe equales & equilateros & eglangulos. Sunt. n. duo latera. a. b. & a. c. trianguli. a. b. e. equalia duobus lateribus. a. c. & a. d. trianguli. a. c. d. & angulus. a. eſt cōis vtriq̄. ergo p̄ premiſſam baſis. b. e. eſt equalis baſi. c. d. & angulus. e. eſt equalis angulo. d. & angulus. a. b. e. equalis angulo. a. c. d. I tem intelligo duos triangulos. d. b. c. & e. c. b. quo ſimiliter probabo eſſe equilateros & equiangulos. Nā duo latera. d. b. & d. c. trianguli. b. d. c. ſunt equalia duobus lateribus. e. c. & e. b. trianguli e. b. c. & angulus. d. eſt equalis angulo. e. ergo per premiſſam i baſis baſis & reliqui anguli reliquis angulis ergo angulus. d. b. c. eſt equalis angulo. e. c. b. & hoc eſt ſecūdm̄ propoſitum. ¶ Anguli ſub baſi equales ſunt: & angulus. b. c. d. eſt equalis angulo. e. b. c. ſed totus. a. b. e. eſt equalis. a. c. d. vt probatum fuit ſupra. ergo angulus. a. b. c. reſiduus eſt equalis angulo. a. c. b. reſiduo quorum vterq̄ eſt ſuper baſim: quod primum propoſitum.

Castigator.

Nota quando dicit angulum. a. b. c. intelligit angulum. b. qui designatur per litteram mediam & tali modo ſemper vtitur in triangulis &c. & ſi diceret angulum. b. a. c. intelligeretur angulus. a. & dicendo. a. c. b. vel. b. c. a. intelligitur angulus. c. ſed cōmuniter in proſtendo ſeruat̄ ordo alphabeti videlicet iterarum. a. b. c. d. &c.

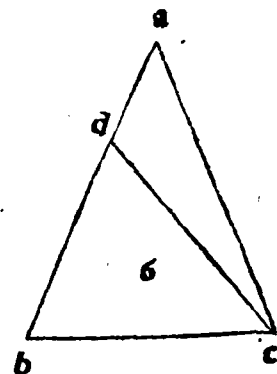
Et quilibet illorum qui ſunt ſupra baſim. eſt minor recto vt dicitur in expoſitione ſeptime ſexti & per conſequens quilibet illorum qui ſunt ſub baſi eſt maior vt poteſt faciūter colligi per decimam tertiam huius.



Propoſitio .6.

I duo anguli alicuius trianguli eq̄les fuerint duocq̄ latera angulos illos reſpicientia equalia erunt.

Hec eſt conuerſa premiſſe quantum ad primam eius p̄tem. Sit enim triagulus. a. b. c. cuius duo anguli. b. & c. ſi ſunt equales dico q̄ latus. a. b. eſt equale lateri. a. c. Si enim nō ſunt equalia erit alterum altero maius. ſitq̄. a. b. maius q̄a



refecetur ad equalitatem. a. c. p. tertiam propositionem ut superfluum sit a parte. a. f. refecetur in puncto. d. sitq. b. d. equalis. a. c. f. ducatur linea. d. c. intelligo ergo duos triangulos. a. b. c. f. d. b. c. quos probabo esse equilateros & equiangulos. Sunt enim duo latera. d. b. f. b. c. trianguli. d. b. c. equalia duobus lateribus. a. c. f. b. c. trianguli. a. b. c. f. angulus. b. equalis angulo. c. totali per ypotensim ergo basis. d. c. f. equalis basi. b. a. f. angulus d. c. b. equalis angulo. a. c. b. pars videlicet totum quod est impossibile.

Propositio .7.



In duobus punctis aliquam lineam terminantibus duae lineae ad punctum unum concurrentes ex erint ab eisdem punctis alias lineas singulas suis conterminalibus equales que ad alium concurrant punctum in eandem partem duci est impossibile.

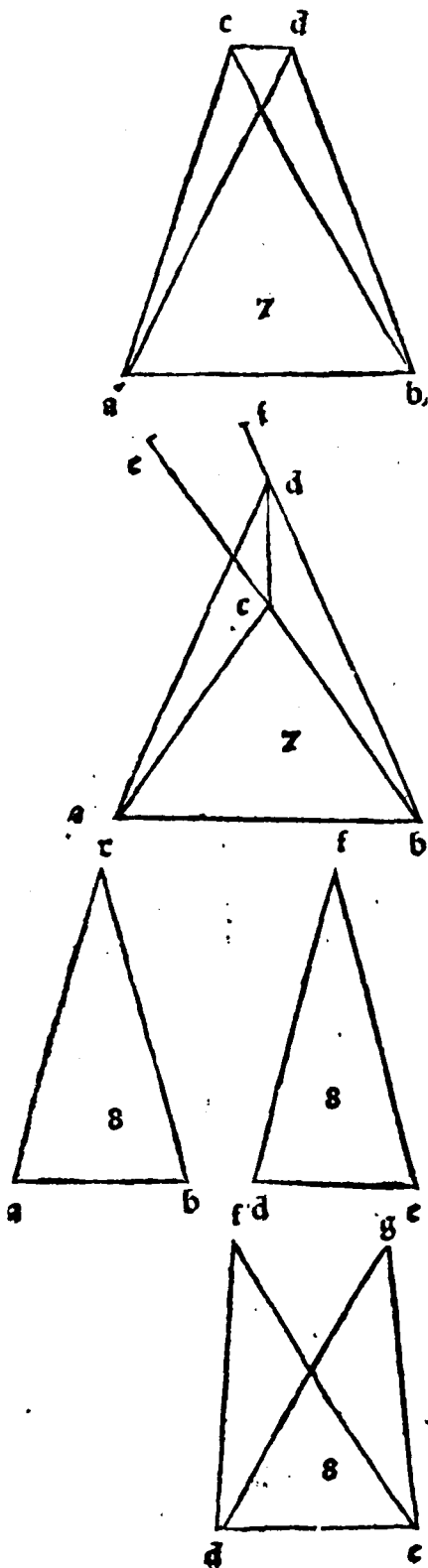
Si linea. a. b. a. cuius extremitatibus protrahantur duae lineae in partem unam que concurrant in eodem puncto v. sint. a. c. f. b. c. que concurrant in puncto. c. dico q. in eandem partem non protrahentur alie duae ab eisdem extremitatibus que concurrant ad aliud punctum ita q. illa que egreditur a puncto. a. sit equalis lineae. a. c. f. que egreditur a puncto. b. sit equalis lineae. b. c. Quod si fuerit possibile protrahant alie duae lineae in eandem partem que concurrant in puncto. d. f. sit linea. a. d. equalis lineae. a. c. f. linea. b. d. equalis. b. c. aut ergo punctus. d. cadet intra triangulum aut extra: nam in altro laterum. a. c. f. b. c. non cadet quia tunc pars esset equalis suo toti. Si autem cadat extra aut altera linearum. a. d. f. b. d. secabit alteram linearum. a. c. f. b. c. aut neutra neutram: fecet primo altera alteram & protrahatur linea. c. d. Quia ergo trianguli. a. c. d. duo latera. a. c. f. a. d. f. sunt equalia erit angulus. a. c. d. equalis angulo. a. d. c. per s. Similiter quia in triangulo. b. c. d. duo latera. b. c. f. b. d. sunt equalia erunt anguli. b. c. d. f. b. d. c. Similiter equales per eadem & quia angulus b. d. c. est maior angulo. a. d. c. sequitur angulum. b. c. d. esse maiorem angulo. a. c. d. partem. f. toto quod est impossibile. Si autem. d. cadit extra triangulum. a. b. c. ita q. lineae non se fecerit protraham lineam. d. c. f. producam. b. d. f. b. c. sub basi v. q. ad. f. f. ad. e. f. quia lineae. a. d. f. a. c. sunt equales erunt anguli. a. c. d. f. a. d. c. e. q. per. s. Similiter quia. b. c. f. b. d. sunt equales erunt anguli sub basi qui sunt. c. d. f. f. d. c. e. equales per secundam partem eiusdem. Quia ergo angulus. e. c. d. minor est angulo. a. c. d. sequitur angulum. f. d. c. esse minorem angulo. a. d. c. quod est impossibile. Et eodem modo deducetur aduersarius ad inconueniens: si. d. punctus cadat intra triangulum. a. b. c. f. c.

Propositio .8.



In unum duorum triangulorum quorum duo latera unus duobus lateribus alterius fuerint equalia: basi q. unius basi alterius equalis: duos angulos equis lateribus contentos: equales esse necessesse est.

Sint duo trianguli. a. b. c. d. e. f. sitq. a. c. equalis. d. f. f. b. e. equalis. e. f. f. a. b. equalis. d. e. dico q. angulus. c. est equalis angulo. f. f. angulus. a. angulo. d. f. angulus. b. angulo. e. Superpōam basim. a. b. basi d. e. que cum sint equales neutra excedet alteram per conversionem penultime conceptionis: aut ergo punctus. c. cadet super punctum. f. aut nō. Si sic: tunc quia angulus. c. superpositus erit angulo. f. f. neuter eorum excedit alterum: ipsi sunt equales per conceptionem predictam. Similiter arguereliquos angulos esse equales: si autem punctus. c. non cadit super f. sed super quemlibet alium qui sit punctus. g. quia. e. g. est equalis. b. c. i mo eadem itemq. d. g. equalis. a. c. erit. e. g. equalis. e. f. f. d. g. equalis. d. f. quod est impossibile per precedentem.



Propositio .9.

Ut unum angulum per equalia secare.



Sit datus angulus quem oportet diuideret angulus. a. b. c. lineas ipsum continentes que sunt. a. b. & b. c. ponam equalis per tertiam & producam lineam. a. c. super quam constituam triangulum equilaterum. a. d. c. & protraham lineam. b. d. dico qd ipsa diuidit datum angulum per equalia. Intelligo duos triangulos. a. b. d. & c. b. d. & quia duo latera. a. b. & c. b. d. trianguli. a. b. d. sunt equalia duobus lateribus. c. b. & b. d. trianguli. c. b. d. & basis. a. d. basi. c. d. ergo per precedentem angulus. a. b. d. est equalis angulo. c. b. d. quod est propositum facere.

Castigator.

Datum angulum rectum per tria equalia secare. **Q**uamuis Euclides in hoc libro nullibi doceat angulum in tria equalia diuidere cum difficultis sit scientia. Et non ita de facili posset de omni verificari. tamen de angulo recto pulcherrime hoc ostenditur ista. 9. & 31. huius mediantibus 23. addita. quod sic apparet. Ponatur trigonus equilaterus. a. b. c. certum est quolibet angulorum eius duobus tertiis vnus recti equari cum omnes tres duobus rectis angulis sint equalis per 31. huius. Igitur vno illorum in duo equalia diuiso per 9. istam vtpote angulo. b. a. c. totali in duos partes. b. a. d. & d. a. c. per lineam. a. d. erit quilibet eorum tertia vnus recti hoc peracto detur rectus quicunq. vtpote. e. f. g. a lineis. e. f. & g. f. contentus supra terminum vnus earum. f. constituam angulum. e. f. h. seu angulum. g. f. k. per 23. equalem angulo. b. a. d. vel. c. a. d. qd erit tertia vnus recti postea residuum dicti recti qui est due terti recti vt deduximus diuisam per equalia per dictam. 9. s. angulum. g. f. h. per lineam. f. k. vel angulum. e. f. k. per lineam. f. h. & erit vnusquisq. duorum angulorum. h. f. k. & k. f. g. tertia vnus recti & sic totalis angulus rectus. e. f. g. est diuisus in tres equalis partiales videlicet. e. f. h. h. f. k. & k. f. g. quod est propositum.

Propositio .10.

Proposita recta linea eam per equalia diuidere.



Sit proposita linea quam oportet diuidere per equalia. linea. a. b. super ipsam constituam triangulum equilaterum. a. b. c. & angulum. c. diuido per equalia secundum doctrinam precedentis per lineam. c. d. dico qd linea. c. d. diuidit datam lineam. a. b. per equalia. Intelligo. n. duos triangulos. a. c. d. & b. c. d. & arguo sic. Duo latera. a. c. & c. d. trianguli. a. c. d. sunt equalia duobus lateribus. b. c. & c. d. trianguli. b. c. d. & angulus. c. vnus angulo. c. alterius ergo per quartam basis. a. d. basi. d. b. qd est propositum.

Propositio .11.

Ut a linea recta a puncto in ea signato perpendicularem extrahere duobus quidem angulis equalibus ac rectis vtrinque subnixam.

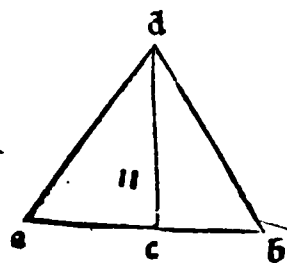
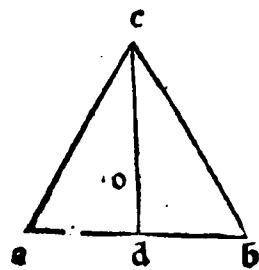
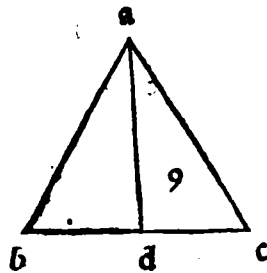
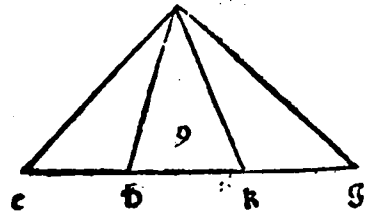
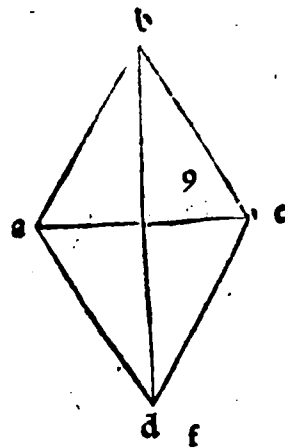


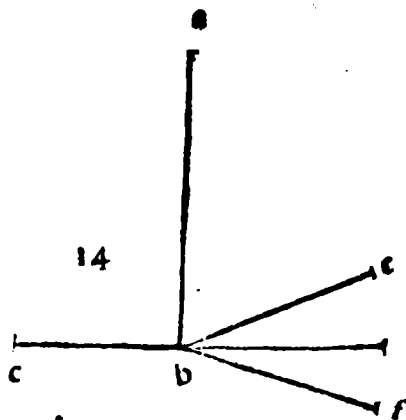
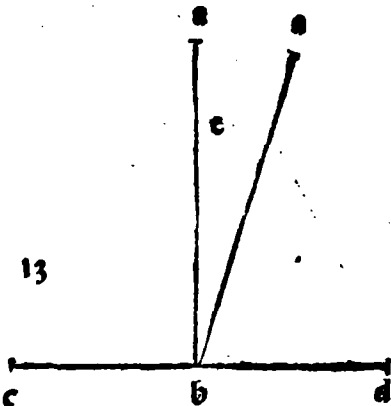
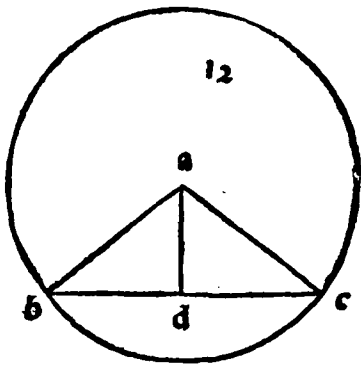
Sit data linea. a. b. in qua sit datus punctus. c. a quo oportet perpendicularem extrahere. Faciam ergo per tertiam lineam. b. c. equalem lineae. a. c. & super totam. a. b. constituam triangulum equilaterum. a. b. d. & protraham lineam. c. d. de qd dico qd ipsa est perpendicularis super lineam. a. b. Intelligo duos triangulos. a. c. d. & b. c. d. & quia duo latera. a. c. & b. c. trianguli. a. c. d. sunt equalia duobus lateribus. c. b. & c. d. trianguli. c. b. d. & basis. a. d. basi. b. d. erit per 8. angulus. a. c. d. equalis angulo. b. c. d. quare vterq. eorum erit rectus per diffinitionem anguli recti & linea. c. d. perpendicularis super lineam. a. b. per diffinitionem linee perpendicularis: quod est propositum.

Castigator.

Vel per petitionem augendo alterutram earum ad equalitatem alterius.

Propositio .12.





Puncto extra signato ad datam lineam indefinitae quantitatis perpendicularem deducere.

Sit. a. punctus signatus extra lineam. b. c. a quo ad ipsam oportet deducere perpendicularem. Protrahā ergo lineam. b. c. in utraq. prem. q̄tum libuerit & sup. p̄ctū. a. describā circū. b. c. sic ut fecit lineam datam in p̄ctis. b. c. & p̄trahā lineas. a. b. & a. c. & diuidā angulū. b. a. c. p̄ eq̄lia p̄ lineam. a. d. p̄. q̄. dico q̄. a. d. ē perpendicularis sup. lineam. b. c. Intelligo duos triāgulos. a. b. d. & a. c. d. & q̄a duo latera. a. b. & a. d. triāguli. a. b. d. sunt equalia duobus lateribus. a. c. & a. d. triāguli. a. c. d. & angulus. a. vnus equalis angulo. a. alterius erit p̄. 4. basis. b. d. eq̄lis basi. d. c. & angulus. a. d. b. equalis angulo. a. d. c. quare uterq. eorū rectus & linea. a. d. perpendicularis super lineam. b. c. per definitionem anguli recti & lineae perpendicularis: quod est propositum.

Propositio .13.



Pntis recte lineae sup. rectam lineam stantis duo utrobique anguli aut sunt recti aut duobus rectis eq̄les.

Sit ut lineam. a. b. sup. stet lineam. c. d. q̄ si fuerit sup. eā p̄p̄dicularis faciet duos angulos rectos p̄ cōuersionē diffinitionis. Si autē fuerit s̄r eā p̄p̄dicularis a p̄ctō. b. ducat. b. e. p̄p̄dicularis sup. e. d. p̄ vndecimā: erūtq. duo anguli. e. b. c. & e. b. d. recti p̄ cōuersionē diffinitionis: q̄a ergo duo anguli. d. b. a. & a. b. e. adequant angulo. d. b. e. ipse cū angulo. c. b. e. erūt eq̄les duobus rectis: q̄re tres anguli q̄ sūt. d. b. a. a. b. e. & c. b. e. sūt eq̄les duobus rectis: sed angulus. c. b. a. ē eq̄lis duobus angulis. c. b. e. & e. b. a. ergo duo anguli. c. b. a. & a. b. d. sūt eq̄les duobus rectis: q̄d ē p̄positū. Ex quo patet q̄ totū spaciū q̄d in q̄libet superficie plana p̄ctū quodlibet circūstat quatuor rectis angulis ēē eq̄le.

Castigator

Per cōuersionē diffinitionis. s̄ lineae sup. rectam lineam stantis q̄m linea recta sup. recta stas & duos angulos inuicē eq̄les cāns ē p̄p̄dicularis. cōuersio huius ē q̄ ois p̄p̄dicularis ē linea cāns sup. aliam duos angulos inuicē eq̄les & p̄ cōsequens rectos. ¶ Hec & sequēs faciūt ad vndecimā. vndecimā & .13. diffi.

Propositio .14.



Ine lineae a p̄cto vni lineae i diuersas partes exierint duos circa se angulos rectos aut duobus rectis eq̄les fecerit: ille due lineae sibi directe coniuncte sunt & linea vna.

Sit ut a p̄cto. b. lineae. a. b. exeat due lineae i oppositas p̄tes q̄ sūt. b. c. & b. d. & faciāt duos angulos q̄ sūt. c. b. a. & d. b. a. eq̄les duobus rectis: tūc dico q̄ due lineae. c. b. & d. b. sūt sibi inuicē directe cōiuncte & linea vna: & hec ē q̄ si cōuersa foris: q̄ si nō fuerit linea vna tūc p̄trahat. c. b. incōtinuū & rectū q̄ q̄a nō ē linea vna cū. d. b. trāsibit sup. eā ut. b. e. aut infra eā ut. b. f. q̄a ergo sup. lineam rectā q̄ ē. c. b. e. cadit linea. a. b. erūt anguli. c. b. a. & e. b. a. eq̄les duobus rectis p̄cedētē: & q̄a oēs recti sūt ad inuicē eq̄les p̄. 3. petitionē: anguli quoq. c. b. a. & d. b. a. sūt eq̄les duobus angulis rectis p̄ hypothesim: erūt duo anguli. c. b. a. & e. b. a. equales duobus angulis. c. b. a. & d. b. a. ergo de p̄o cōi angulo. c. b. a. erit angulus. e. b. a. equalis angulo. d. b. a. p̄. 1. q̄d ē impossibile. Si s̄r lineam. c. b. p̄tractā p̄babit angulū. d. b. a. ēē tale angulo. f. b. a. si forte diceret aduersarius lineam. c. b. p̄tractā cadere infra. b. d.

Propositio .15.



Ponium duarū linearū se inuicem secantium: oēs anguli contra se positi sunt eq̄les: unde manifestum ē q̄ cum due lineae recte se inuicem secant quatuor qui sunt anguli quatuor rectis esse equales.

Sint due lineae. a. b. & c. d. se inuicē secantes in p̄cto. e. dico q̄ angulus. d. e. b. ē eq̄lis angulo. a. e. c. & angulus. b. e. c. ē eq̄lis angulo. a. e. d. Erūt. n. p̄. 13. duo anguli. a. e. c. & c. e. b. eq̄les duobus rectis: itēq. duo anguli. c. e. b. & d. e. b. eq̄les duobus rectis p̄ eādē q̄re duo p̄

mi sūt eqles qdubus possitrenis eo q oēs recti sūt ad hūc eqles p.3. petitiō
nē dēpto ergo cōi angulo q ē.c.e.b. erit angulus.a.e.c. eqlis āgulo.d.e.b.
Eodē mō pbatū angulum.c.e.b. esse eqlem angulo.a.e.d. qd ē ppositū.

Propositio .16.



I quodlibet laterum triāguli directe protrahatur
faciet angulum extrinsecum utroq angulo trian-
guli sibi intrinsecus opposito maiorem.

¶ Sit vt triāguli.a.b.c. latus.a.b. prahatur vsq. ad.d.
dico q angulus.d.b.c. maior est vtroq duorū anguloz in
trinsecorū sibi oppositorū q sunt.b.a.c. & b.c.a. Diuidā.n.
p.10. lineam.c.b. p eqlia in puncto.e & praham.a.e. vsq. ad.f. ita vt.e.f.
fiat eqlis.a.e. & protraham lineā.f.b. Intelligo duos triāgulos.c.e.a. & f.b.
e.f. & quia duo latera.a.e. & f.e. c. triāguli.a.e.c. sunt eqlia duobus lateribus
f.e. & c.b. triāguli.f.e.b. & angulus.c. vnus est eqlis angulo.e. alterius p
pmissam quia sunt anguli cōtrapositi erit p.4. angulus.e.c.a. eqlis angu-
lo.e.b.f. & iō angulus.e.b.d. maior erit āgulo.b.c.a. Si r quoq. pbatū
q est maior angulo.c.a.b. Nam diuidam.a.b. per equalia in puncto.g. p
10. & protraham lineam.g.h. eqlem lineae.c.g. p.3. postea praham.h.b.k
eruntq. duorum triāguloz q sunt.a.g.c. & b.g.h. duo latera.a.g. & g.c. p
mi eqlia duobus lateribus.b.g. & g.h. & cū it & angulus.g. vnus angulo.g.
alterius per.5. ergo p.4. angulus.g.a.c. est equalis angulo.g.b.h. quare p
15. & angulo.k.b.d. & quia angulus.c.b.d. est maior angulo.k.b.d. erit etiā
maior angulo.b.a.c. quod est propositum.

Propositio .17.



I nis triāguli duo quilibet anguli duobus rectis
sunt minores.

¶ Sit triāgulus.a.b.c. dico q duo qlibet eius anguli duo
bus rectis sunt minores: prahat. n. vnū latus eius vt.b.c.
vsq. ad.d. eritq. p. precedētē angulus.e. extrinsecus maior
a. & maior.b.f.d. c. extrinsecus cū.c. intrinsecus ē eqlis duo
bus rectis per.13. ergo anguli.b. & c. intrinseci sue anguli.a. & c. intrinseci
sunt minores duobus rectis. Similiter si protrahatur latus.b.a. probabitur
q duo anguli.a. & b. sunt minores duobus rectis: quod est propositum.

Propositio .18.



I nis triāguli longius latus maiori angulo op-
positum est.

¶ Sit vt in triāgulo.a.b.c. angulus.a. sit maior angulo.c. dī
coq. latus.c.b. maius erit latere.a.b. Si.n. sit eqle erit per.5.
āgulus.a. eqlis angulo.c. quod ē cōtra ypothesym. Si āt
a.b. sit maius refectur ad equalitatē.c.b. p.3. sup. d.b. eq
le.c.b. erit ergo p.5. angulus.d.c.b. eqlis angulo.b.d.c. sed.b.d.c. est maior
angulo.b.a.c. p.16. ergo.b.c.d. ē maior.b.a.c. quare multo fortius maior
a.c.b. p. totō qd ē impossibile.

Propositio .19.



I nis triāguli maior angulus longiori lateri op-
positus est.

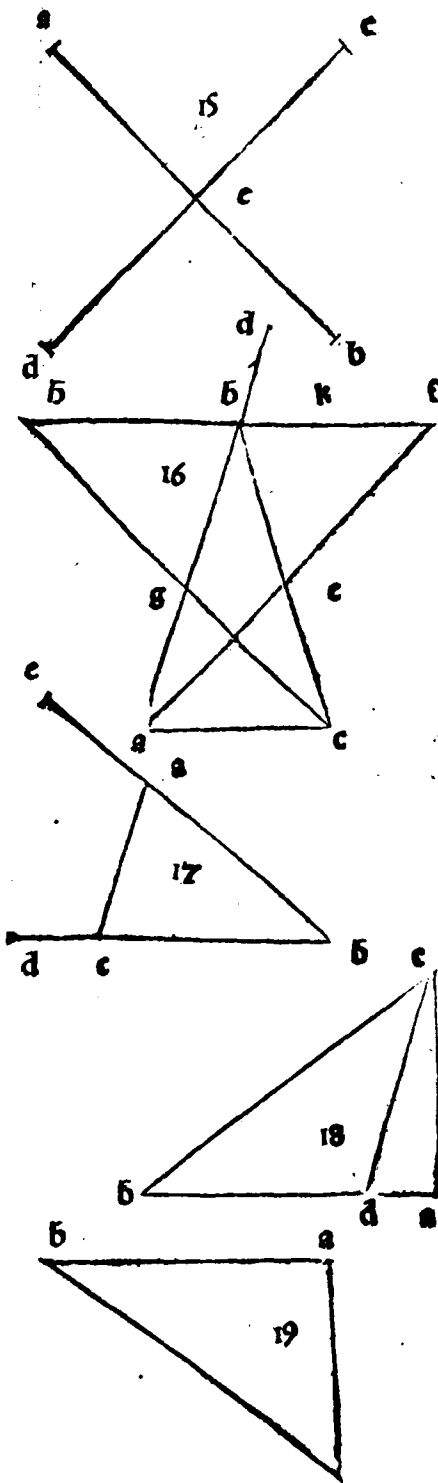
¶ Sit vt i triāgulo.a.b.c. latus.b.c. sit maius latere.a.b. dī
co q angulus.a. erit maior angulo.c. & est conuersa prece-
dentis. Si.n. sit equalis tunc per.6. latus.a.b. est equale late-
ri.b.c. quod est contra ypothesym. Si autem.c. sit maior
tunc per precedentem latus.a.b. est maius latere.b.c. quod est contra ypo-
thesym quare assumit ppositū.

Propositio .20.



I nis triāguli duo quilibet latera simul iuncta
reliquo sunt longiora.

¶ Sit triāgulus.a.b.c. dico q duo latera.a.b. & a.c. sunt
longiora latere.b.c. Protrahatur lineā.b.a. vsq. ad.d. ita
vt.a.d. sit equalis.a.c. & protrahatur.c.d. p.5. erit angulus.a
c.d. eqlis angulo.d. qz angulus.b.c.d. est maior angulo.d



ergo per. 18. latus. b. d. est maius latere. b. c. sed. b. d. est equale. a. b. & a. c. qd
re. b. a. & a. c. simul iuncta sunt maiora. b. c.

Propositio .21.



I de duobus punctis terminalibus vnus lateris
trianguli due linee exeuntes intra triangulum ip-
sum ad punctum vnum coueniant eodem duabus
quidem reliquis trianguli lineis breuiores erunt &
maiorem angulum continebunt.

Sit vt in triangulo. a. b. c. ab extremitatibus lateris. b. c.
concurrant due linee. b. d. & e. d. ad punctum. d. intra triangulum. a. b. c.
dico qd ipse simul iuncte sunt breuiores duabus lineis. a. b. & a. c. simul iun-
ctis & qd angulus. d. est maior angulo. a. Protraham enim. b. d. v. q. quo se-
cet latus. a. c. in puncto. e. eruntq. per. 20. b. a. & a. e. simul iuncte maiores
b. e. ergo. b. a. & a. c. sunt maiores. b. e. & e. c. At vero. d. e. & e. c. simul iun-
cte per eandem sunt maiores. d. c. quare. b. e. & e. c. sunt maiores. b. d. & d. c.
& quia. b. a. & a. c. sunt maiores. b. e. & e. c. vt pbatu e prius erit multo for-
tius maiores. b. d. & d. c. qd est primu ppositum. At qm angulus. b. d. c. est
maior angulo. d. e. c. p. 16. & angulus. d. e. c. est maior angulo. e. a. b. p. ean-
dem: erit angulus. b. d. c. multo fortius maior angulo. b. a. c. qd est scdm
propositum.

Propositio .22.



Tribus lineis rectis propositis quaz due quelibet
simul iuncte reliqua sint longiores de tribus aliis
lineis sibi equalibus triangulum constituere.

Sint tres lree recte propositae. a. b. c. & sint quelibet due
simul iuncte longiores reliqua. aliter. n. ex illis tribus equa-
libus triangulum non posset constitui per. 20. Cum igit ex
illis tribus predictis vnus o cōstituere triangulum: sumo lineam rectam
que sit. d. e. cui non pono a pre. e. determinatum finem: de qua sumo per
3. d. f. equalem. a. & f. g. equalem. b. & g. h. equalem. c. factuq. puncto. f. cē-
tro describo fm qritatem lineae. f. d. circulu. d. k. Itemq. facto. g. cētro de-
scribo fm qritatem lineae. g. h. k. h. qui circuli interfecabunt se in duobus
punctis quorum vnum sit. k. alioquin sequeretur vnam dictarum lineaz
esse equalem aliis duabus iunctis aut maiorem eis: quod est contrarium
positi: Duco ergo lineam. k. f. & k. g. eritq. triangulus. k. f. g. constitutus
ex tribus lineis equalibus lineis. a. b. c. datis: sunt enim. f. d. & f. k. equales
qm sunt a cētro ad circūferētiā quare. f. k. est equalis. a. Similiterq. g.
h. & g. k. sunt equales: quia exūt a cētro ad circūferētiā: quare. g. k. e
equalis. c. & quia. g. f. sumpta fuit equalis. b. patet ppositum manifeste.

Castigator

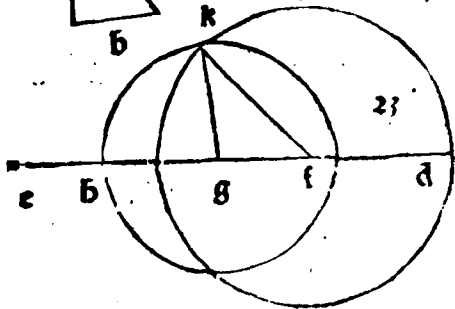
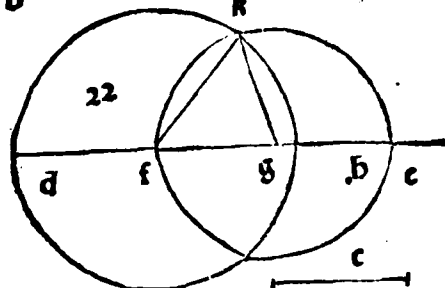
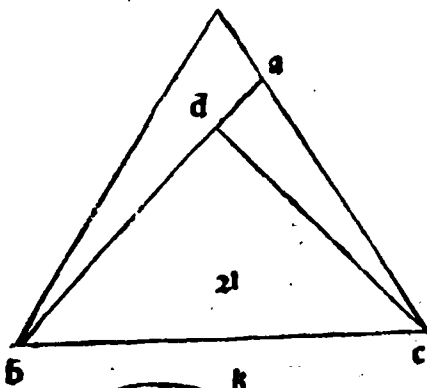
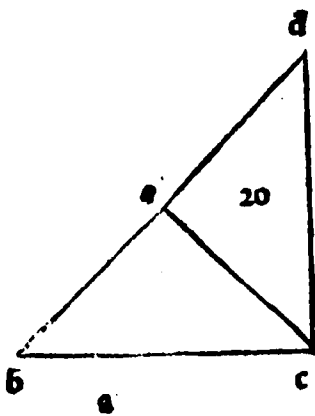
Quia. d. f. per ypothesim equatur lineae. a. & eidem. d. f. per diffinitio-
nē circuli seu centri equatur. f. k. & ideo per concep. sextam si fuerit due res
vni equales & c. f. k. equatur. a.

Propositio .23.



Ita recta linea super terminum eius cuiuslibet an-
gulo proposito equum angulum designare.

Sit data linea. f. e. que est in superiori figura: & sint lineae
b. a. continentes angulum datum cui subtendam basim
c. super punctum. f. lineae. e. f. iuberem facere equalem an-
gulum angulo dato. Ad lineam. e. f. adiungo. f. d. equalē
lineae. a. & ex. f. e. sumo. f. g. equalem. b. & ex. g. e. sumo. g. h. equalem. c.
& super puncta. f. & g. describo duos circulos. d. k. & k. h. fm quantitatem
duarum linearum. f. d. & f. g. h. & interfecantes se in puncto. k. sicut docuit p
cedens ductisq. lineis. k. f. & k. g. erunt equalia duo latera. k. f. & f. g. tri-
anguli. k. f. g. duobus lateribus. a. & b. trianguli. a. b. c. & basim. g. k. equalis
basim. c. ergo per. 8. angulus. k. f. g. equalis erit angulo contento. ab. a. & a.
b. quod est propositum.

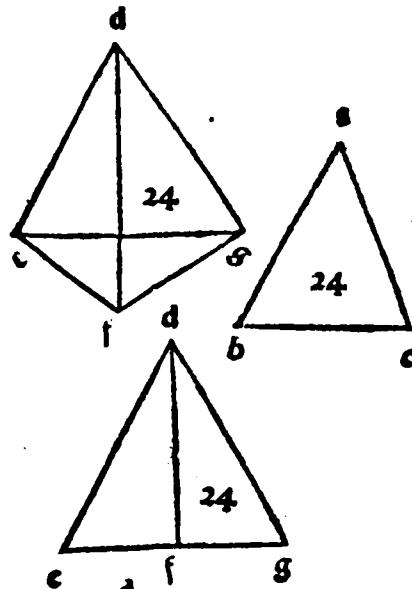


Propositio .24.



Primum duorum triangulorum quorum duo latera vnius duobus lateribus alterius fuerint equalia: si fuerit angulorum sub illis equis lateribus contentorum alter altero maior: basis quoque eiusdem basi alterius maior erit.

Sint duo trianguli .a. b. c. & .d. e. f. sintque duo latera .a. b. & .a. c. equalia duobus lateribus .d. e. & .d. f. & vnūquodque suo correlatiuo dextro sinistroque sinistro. Sitque angulus .a. maior angulo .d. dato. Dico quod basis .b. c. maior erit basi .e. f. **F**aciā .n. iuxta doctrinam precedentis angulū .o. d. g. equalem angulo .a. eritque angulus .e. d. f. per eius. Et ponā .d. g. equalem .a. c. Et pertraham .e. g. qui aut transibit supra .e. f. vt fecerit lineam .d. f. aut super .e. f. vt sit secum linea vnataut infra. Trāseat ergo primo super. Et quia .a. b. & .a. c. latera trianguli .a. b. c. sunt equalia .e. d. & .d. g. lateribus trianguli .e. d. g. & angulus .a. angulo .d. totali: erit per .4. basis .b. c. equalis basi .e. g. At pro quia .d. g. & .d. f. sunt equales nam vtraque equalis .a. c. erit per .5. angulus .d. f. g. equalis angulo .d. g. f. Quare .d. f. g. maior erit .f. g. e. ergo .e. f. g. multo fortius maior ē eodem .f. g. e. ergo per .18. latus .e. g. maius ē latere .e. f. quare & .b. c. maior ē .e. f. quod ē propositum. Si vero .e. g. trāseat supra .e. f. & sit secū linea vna tūc .e. f. erit per .e. g. p. vltimā ergo cōceptōes per propositū. Si vero .e. g. trāseat infra .e. f. pertrahant due linee .d. f. & .d. g. qui sunt equales vt probatū ē vsq. ad .k. & ad .h. sicutque per scdm partē ante sub basi .f. g. anguli .k. f. g. & .f. g. h. equales: quare angulus .e. f. g. maior erit angulo .f. g. e. ergo per .18. latus .e. g. maius est latere .e. f. quare .b. c. maior ē .e. f. quod est propositum. Istud vltimum mēbz. posset et probari per .11. p. ipsam .n. erūt in dispositiōe tertia due linee .d. g. & .e. g. maiores duabus lineis .d. f. & .f. e. & quia .d. g. ē equalis .d. f. ppter hoc quod ambe sunt equales .a. c. Erit .g. e. maior .e. f. quare & .b. c. maior: quod ē propositū. melius tñ est demonstrare priori mō vt in oī dispositione arguat per qntā.



Propositio .25.



Primum duorum triangulorum quorum duo latera vnius duobus lateribus alterius fuerint equalia: basis vero vnius basi alterius fuerit maior: erit quoque angulus trianguli maioris illis equis lateribus contentis angulo alterius se respiciente maior.

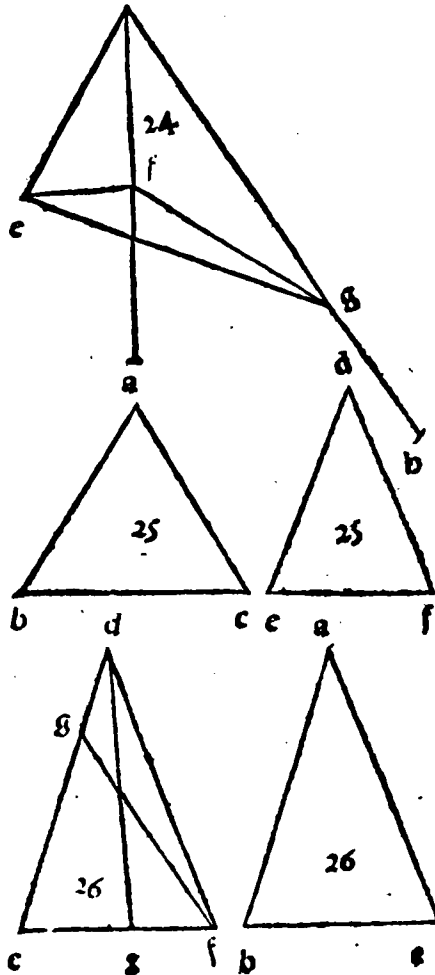
Sint duo trianguli .a. b. c. d. e. f. sintque duo latera .a. b. & .a. c. primi equalia duobus lateribus .d. e. & .d. f. secundi vnūquodque suo correlatiuique basis .b. c. maior basi .e. f. dico quod angulus .a. maior erit angulo .d. hec est conuersa precedentis. Equalis quidem non erit sic .n. esset per .4. basis .b. c. equalis basi .e. f. quod ē cōtrā yporthesim: sed nec minor quia sic esset .d. maior: ita per precedentem basis .e. erit maior basi .b. c. quod est contrarium propositioni quare maior erit sicque propositum asstruitur.

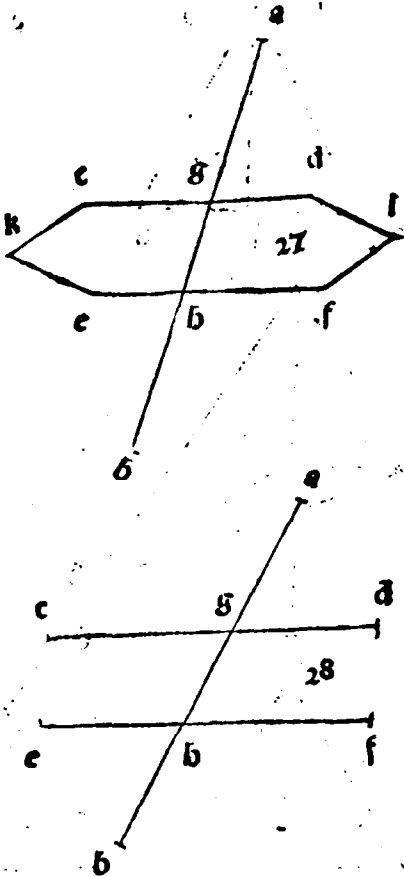
Propositio .26.



Primum duorum triangulorum quorum duo anguli vnius duobus angulis alterius & vterque se respicienti equales fuerint latus quoque vnius lateri alterius equalis: fueritque latus illud inter duos angulos equalis aut vnicorum oppositū: erunt quoque duo vnius reliqua latera duobus reliquis alterius triangulilateribus vnūquodque se respicienti equalia: angulusque reliquus vnius angulo reliquo alterius equalis.

Sint duo trianguli .a. b. c. d. e. f. sitque angulus .b. equalis angulo .e. & angulus .c. equalis angulo .f. sitque latus .b. c. equalis lateri .e. f. aut alterum duorum laterum .a. b. & .a. c. equalis alteri duorum laterum .d. e. & .d. f. ita quod .a. b. sit equalis .d. e. aut .a. c. d. f. dico quod reliqua duo latera vnius erunt equalia reliquis duobus lateribus alterius & reliquus angulus reliquo angulo equalis: angulus videlicet .a. angulo .d. Ponam ergo primo vt latus .b. c. super quod iacent anguli .b. c. sit equalis lateri .e. f. super quod iacent anguli





Si e. f. qui positi sunt equales angulis. b. c. tunc dico q. latus. a. b. est equale lateri. d. e. & latus. a. c. lateri. d. f. & angulus. a. angulo. d. Si. n. latus. a. b. nō sit equale lateri. d. e. alterum erit maius: sit ergo maius. d. e. quod refecabo ad equalitatem. a. b. sitq. g. e. equale. a. b. & producam lineam. g. f. eritq. per. 4. angulus. g. f. e. equalis angulo. a. c. b. quare & angulo. d. f. e. c. pars tota quod est impossibile: erit ergo. d. e. equale. a. b. ergo p. 4. d. f. equale. a. c. & angulus. d. equalis angulo. a. quod est primum membrum diuisionis ppositite. Sint rursus vt prius duo anguli. b. & c. equales duobus angulis. e. & f. sitq. latus. a. b. quod opponitur angulo. c. equale lateri. d. e. quod opponitur angulo. f. cui positus est equalis angulus. c. dico q. latus. b. c. erit equale lateri. e. f. & latus. a. c. lateri. d. f. & angulus. a. angulo. d. Si. n. latus. e. f. nō fuerit equale lateri. b. c. erit alterum maius: sit ergo. e. f. maius ponatur itaq. e. g. equale. b. c. & producam lineam. d. g. eritq. per. 4. angulus. d. g. e. equalis angulo. a. c. b. quare & angulo. d. f. e. extrinsecus videlicet intrinseco qd est impossibile p. 16. Erit ergo. e. f. equale. b. c. ergo per. 4. latus. d. f. equale lateri. a. c. & angulus. d. totalis angulo. a. quod est secundum membrum diuisionis ppositite: quare totum manifeste patet.

Propositio .27.



Si recta linea super duas lineas rectas ceciderit duosque angulos coalternos sibi inuicem equales fecerit ille due linee erunt equidistantes.

Si vt linea. a. b. cadat super duas lineas. c. d. & e. f. & fecerit lineam. c. d. in puncto. g. & lineam. e. f. in puncto. h. sitq. angulus. d. g. h. equalis angulo. e. h. g. dico q. linee. c. d. & e. f. sunt equidistantes. Si. n. non concurrant aut ad partem. c. e. super punctum. k. aut a parte. d. f. super punctum. l. & qualitercumq. fuerit accideri possibile per. 16. videlicet angulum extrinsecum esse equalem intrinseco. Nā vnus dictorum angulorū coalternorū qui positi sunt equales erit extrinsecus & reliquus intrinsecus. Quia igitur impossibile est eas concurrere i alterutra ptem ptractas ipse p diffinitionem erunt equidistantes: quod est propositum.

Propositio .28.



Si linea recta duabus lineis rectis superuenerit fueritque angulus eius intrinsecus angulo extrinseco sibi opposito equalis aut duo anguli intrinseci ex vna parte duobus angulis rectis equales ille due linee equidistantes erunt.

Si vt linea. a. b. fecerit duas lineas. c. d. & e. f. in puncto. g. & h. sitq. angulus. g. extrinsecus equalis angulo. h. intrinseco ex eadem parte sumpto: aut duo anguli. g. & h. intrinseci ex eadem parte sumpti sint equalis duobus angulis rectis. Dico q. due linee. c. d. & e. f. sunt equidistantes. **S**i ergo primo angulus. d. g. a. equalis angulo. f. h. g. eritq. per. 15. angulus. c. g. h. equalis eidem angulo. f. h. g. qre per premissam. c. d. & e. f. sunt equidistantes. Sint rursus duo anguli. d. g. h. & f. h. g. equales duobus rectis. Et quia per. 13. duo anguli. d. g. h. & e. g. h. sunt similiter equales duobus rectis erit angulus. c. g. h. equalis angulo. f. h. g. quare per premissam. c. d. & e. f. erunt equidistantes: quod est propositum.

Propositio .29.



Si duabus lineis equidistantibus linea superuenerit duo anguli coalterni equales erunt: angulusque extrinsecus angulo intrinseco sibi opposito equalis. Itemque duo anguli intrinseci ex alterutra parte coalterni duobus rectis angulis equales.

Si sint due linee. a. b. & c. d. equidistantes super quas cadat linea. e. f. secans eas in punctis. g. & h. dico q. anguli. g. & h. coalterni sunt equales: & q. angulus. g. extrinsecus est equalis angulo. h. intrinseco sibi opposito ex eadem parte sumpto: & q. anguli. g. & h. intrinseci ex eadem parte

se sumpti sunt equeles duobus rectis: & hec est conuersa duarum precedentiu. Primum sic patet. Si enim angulus. b. g. h. non est equalis angulo. c. b. g. alter eorum erit maior. sit ergo maior angulus. c. b. g. & quia duo anguli. c. b. g. & g. h. d. sunt equales duobus rectis per. 13. erunt duo anguli. b. g. h. & d. b. g. minores duobus rectis ergo per quartam petitionem due linee. a. b. & c. d. si protrahantur concurrent in parte. b. f. d. ad punctu aliquem vt ad k. non ergo sunt equidistantes per diffinitionem quod est contra ypothe- sum: & quia hoc est impossibile. erunt igitur duo anguli coalterni. b. g. h. & c. b. g. equales quod est primum propositum. Ex hoc patet secundum est. n. per. 15. angulus. b. g. h. equalis angulo. a. g. e. ergo angulus. a. g. e. erit equalis angulo. c. b. g. extrinsecus videlicet intrinseco: quod est secundum propositum. Ex hoc rursus patet tertium: Sunt enim per. 13. duo anguli. a. g. e. & a. g. b. equales duobus rectis. ergo duo anguli. a. g. b. & c. b. g. erunt etiam equales duobus rectis qui sunt duo intrinseci ex eadem parte sum- pti: quod est tertium propositum.

Propositio 30.



Si fuerint due linee vni equidistantes eadem sibi- uicem equidistantes erunt.

¶ Sint due linee. a. b. & c. d. quarum vtraq. equidistet li- nee. e. f. dico illas duas videlicet. a. b. & c. d. esse equidi- stantes. hoc aut est vniuersaliter verum siue due linee. a. b. & c. d. sint in vna superficie cum linea. e. f. siue non hic tamen non intelligitur nisi secundum q. omnes sint in superficie vna. se- cundum. n. q. sint in diuersis superficiebus probatur in nona. libri. n. q. sint equidistates. Sint ergo omnes in superficie vna. protraham autem li- neam. g. h. secantem lineas. a. b. e. f. & c. d. in punctis. k. l. m. & quia. a. b. equidistat. e. f. erit angulus. b. k. l. equalis angulo. e. l. k. per primam per- tem precedentis cum illi sint coalterni. atq. c. d. equidistat. e. f. erit angulus k. l. c. extrinsecus equalis angulo. l. m. c. intrinseco per secundam partem p- cedentis ergo angulus. b. k. l. est equalis angulo. c. m. l. qui cum sint coal- terni erunt per. 17. linee. a. b. & c. d. equidistantes. quod est propositum.

¶ Similem habet in. 16. n.

Propositio 31.



Puncto extra lineam dato linee propofite equidi- stantem ducere.

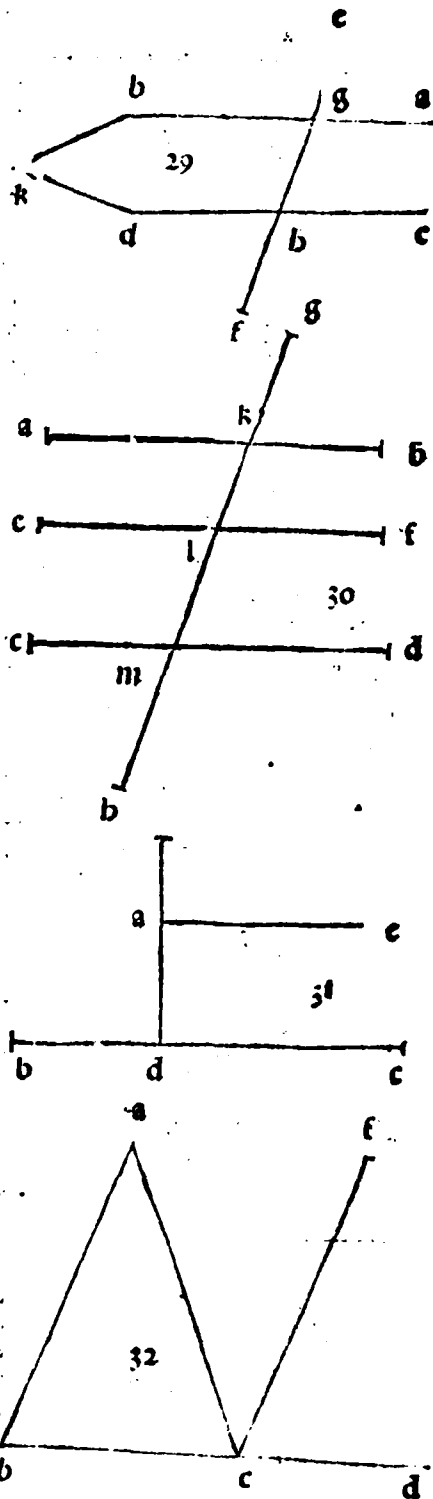
¶ Punctus extra lineam datus intelligitur cum linea vtri- q. protrahatur per ipsum non transit. Sit ergo punctus. a. datus extra lineam. b. c. a quo oportet protrahere lineam equidistantem. b. c. protraho lineam. a. d. qualitercumq. contingat & super punctum. a. qui est extremitas linee. a. d. constituo angu- lum. e. a. d. per doctrinam. 13. equalem angulo. b. d. a. sibi coalterni. eritq. a. e. equidistans. b. c. per. 17. quod est propositum.

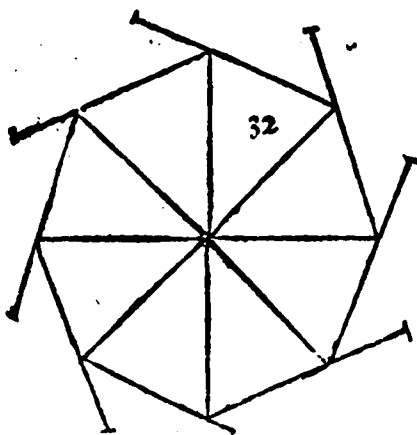
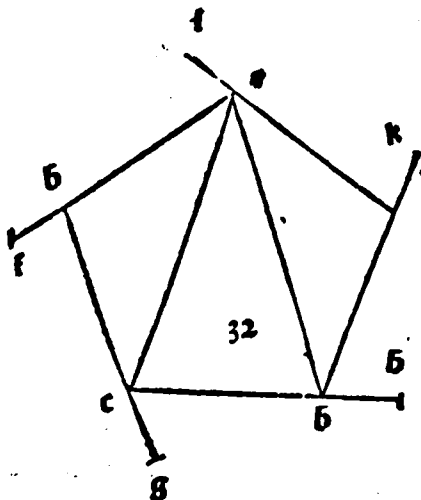
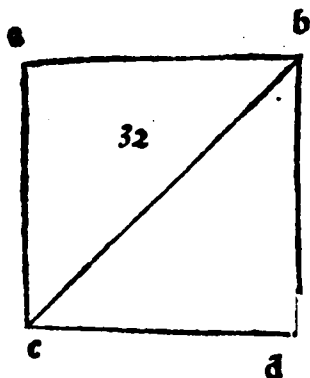
Propositio 32.



Tris trianguli angulus extrinsecus duobus in- trinsecis sibi oppositis est equalis: Omnes antes tres angulos eius duobus rectis angulis equos esse necesse est.

¶ Sit triangulus. a. b. c. cuius latus. b. c. protrahatur vsq. ad. d. dico q. angulus. c. extrinsecus est equalis duobus an- gulis. a. & b. intrinsecis sibi oppositis simul iunctis. & q. tres anguli trian- guli. a. b. c. simul iuncti sunt equales duobus rectis. A puncto. c. protraha- c. f. equidistantem. a. b. fm doctrina precedentis. eritq. angulus. f. c. a. eqilis an- gulo. a. q. a sunt coalterni p pma pre. 19. & angulus. f. c. d. extrinsecus eqilis an- gulo. b. intrinseco p scdam pre eius de. qre totus. a. c. d. extrinsecus e eqilis duobus angulis. a. & b. intrinsecis sibi oppositis. qd e pmi. & q. a duo anguli. a. c. b. & a. c. d. sunt equeles duobus rectis p. 13. erunt tres anguli. a. b. & c. intrinseci eq





les duobus rectis: quod est fm̄ propositum. ¶ Ex hac aut̄ patet q̄ oīs figurę polygonie: oēs anguli sumpti tot rectis angulis sunt equales quotus est numerus quo a prima defuerit duplicatus: verbi gratia. Polygoniarum figurarum est triangula prima: quia si esset duarū linearum: cum figura sit clausio linearū: tunc due linee recte includerēt superficiem quod est impossibile per vltimam petitionem. Quadrilatera secunda: pentagona 3^a. similiter aut̄ q̄libet tota erit in ordine quotus erit numerus laterum aut angulorum eius inde dempro binario. Dico ergo q̄ triangule q̄ ē prima oēs anguli sunt eq̄les duobus rectis. Quadrilaterę q̄ est secunda erunt equales quatuor rectis: pentagone q̄ est tertia erunt equales sex rectis. Hoc aut̄ inde manifestum est qm̄ cum quelibet talis figura sit in tot triangulos resoluibilis quota ipsa fuerit a prima ductis rectilineis a quonius angulo: eius ad oēs angulos oppositos: suntq̄ oēs anguli oīs trianguli duobus rectis equales erunt oēs laterate figure oēs anguli bis tot rectis equales quota ipsa fuerit a prima: quod est propositum. Sic. n. exempli gr̄a: Pentagonus a. b. c. d. e. a cuius angulo. a. ducam lineas ad angulos. c. d. sibi oppositos: eritq̄ totus p̄tagonus resolutus in triangulos. a. b. c. a. c. d. f. a. d. e. quorū cū cuiuslibet sunt anguli equales duobus rectis: erūt pentagoni anguli equales sex rectis: quod est duplum eius numeri quo a prima distat siue duplū numeri angulorum aut laterum eius inde dempro binario. ¶ Possumus quoq̄ b̄ sic idem proponere dicētes q̄ oīs figure polygonie oēs anguli pariter accepti sunt tot rectis angulis equales quos ē numerus quē eius anguli duplicat inde demptis: quatuor p̄cto. n. quolibet itra figuram signato ē ab eo ad singulos angulos lineis p̄tractis: erit ipsa figura i tot triangulos resoluta quāti fuerint eius anguli: idēq̄ oēs anguli oīm illoz. trianguloz p̄ter accepti sunt tot rectis angulis erūt equales quos est numerus quē duplicat anguli p̄posite figure: cū itaq̄ sint oēs anguli trianguloz in quos ipsa resoluta est p̄ctum mediū circūstantes quatuor rectis equales p̄. 13. manifestum cōstat p̄positum. ¶ Similiter quoq̄ patet q̄ oīs figure polygonie anguli oēs extrinseci quatuor rectis angulis sunt equales: sunt. n. intrinseci ē extrinseci bis tot rectis equales quot hūerint angulos per. 13. Intrinseci aut̄ sunt bis tot rectis equales quot hūerint angulos: de p̄tis inde quatuor: ergo extrinseci sunt quatuor rectis equales: quod est p̄positum. Ex p̄li gr̄a: p̄positi pentagoni latera p̄trahantur vt fiant anguli extrinseci. a. b. q̄dem p̄trahatur v/q. ad. f. b. c. v/q. ad. g. c. d. v/q. ad. h. d. e. v/q. ad. k. e. a. v/q. ad. l. erūtq̄ per. 13. duo anguli. a. intrinseci ē a. extrinseci equales duobus rectis: eadem autem ratione duo anguli. b. intrinseci ē b. extrinseci sic ē ceteri quare. a. b. c. d. e. anguli intrinseci ē extrinseci decē rectis. demptis igitur intrinsecis q̄ sunt eq̄les sex rectis erūt extrinseci. v3. b. a. l. c. b. f. d. c. g. e. d. b. ē a. e. k. eq̄les quatuor rectis. ¶ Patet et̄ q̄ oīs p̄thagoni cuius vnūquodq̄ latus duo fecat ex reliq̄s h3. s. angulos duobus: rectis equales. sit qualis proponit p̄tagonus. a. b. c. d. e. ē fecet latus. a. c. latus. b. e. in p̄cto. g. ē latus a. d. idem latus. b. e. in p̄cto. f. eritq̄ angulus. a. f. g. equalis duobus angulis. b. ē. d. cū sit extrinsecus ad ipsos in triangulo. f. d. b. Itēq̄ angulus. f. g. a. erit equalis duobus angulis. c. ē. e. cū sit extrinsecus ad ipsos in triangulo. g. c. e. sed duo anguli. a. f. g. ē. f. g. a. cū angulo. a. sunt eq̄les duobus rectis: ergo q̄tuor anguli. b. d. ē. c. e. f. sunt cū angulo. a. eq̄les duobus rectis: q̄ ē p̄positū.

Castigator.

a ¶. s. multiangule nā grece poly. multū gonia vō angulū significat et̄ si gure pluriū anguloz dicere possumus. b ¶ Possumus quoq̄ ē sic idem p̄ponere ēc. Ista regula aducitur infra in. 11. libri. n. ē multū facit ad illā ē sequētes vt patet. c ¶ Ista vocat figura egrediētium anguloz ē ē. i. in ordine q̄a nec trianguli nec quadranguli latera p̄tracta in cōtinuū ē directū cōcurrēt vt patet inuēti quia tunc due linee recte clauderent superficiem cōtra vltimam petitionem. De tetragono patet quia si latera sunt equidistantia non concurrent sed si non sunt equidistantia habebit angulos acutos ē obtusos igitur ex vna parte latera concurrent ex alia vero

minime. Et si non erit figura huius ordinis sed latera pentagoni bina & bina continent angulos obtusos ergo utrinque pertracta concurrent & sic est prima talium.

Propositio .33.

In summitatibus duarum linearum equidistantium & equalis quantitatis alie due linee coniungantur ipse quoque equalis & equidistantes erunt.

Sint due linee, a. b. & c. d. equales & equidistantes quarum extremitates coniungam per lineas, a. c. & b. d. quas dico esse equales & equidistantes. **P**rotrahā. n. lineam.

- 29 a. d. & quia linee, a. b. & c. d. sunt equidistantes erit angulus, b. a. d. equalis angulo, a. d. c. per primam partem. 29. ergo erunt duo latera, a. b. & a. d. trianguli, a. b. d. equalia duobus lateribus, d. c. & d. a. trianguli, d. c. a. & angulus a. primi equalis angulo, d. secundi, ergo per. 4. basis, b. d. primi est equalis basi a. c. secundi. & angulus, a. d. b. primi equalis angulo, d. a. c. secundi. At quia ipsi sunt coalterni erunt linee, b. d. & a. c. equidistantes, per. 27. & quia prius probatum est ipsas esse equales patet propositum utrinque.

Propositio .34.

Duas superficies equidistantium contenta lateribus lineas atque angulos ex aduerso collocatos habet equales diametro diuidente eam per medium.

Sit superficies, a. b. c. d. equidistantium laterum: ita quod linea, a. b. equidistet, c. d. & a. c. b. d. dico duas lineas, a. b. & c. d. item duas lineas, a. c. & b. d. esse equales. Similiter & dico angulum, a. e. equalem angulo, d. & angulum, b. angulo, c.

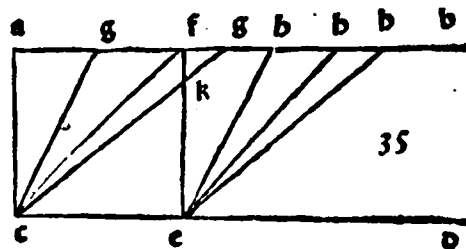
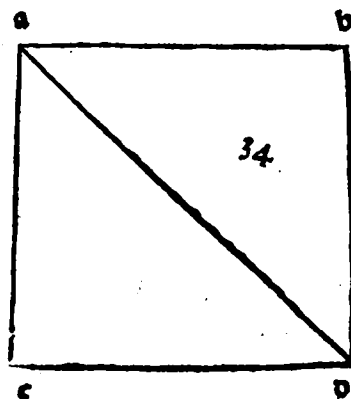
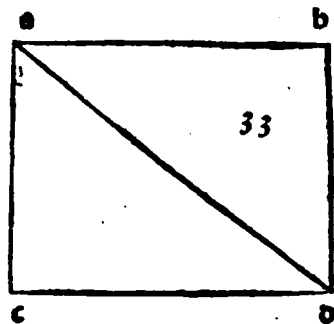
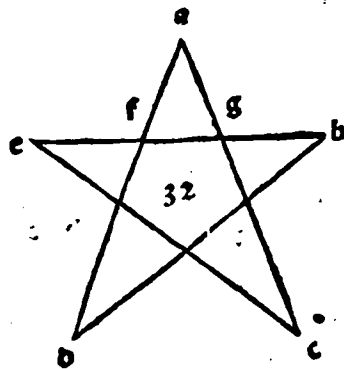
- 29 **P**rotrahā diametrum, a. d. que etiam diuidet superficiem illam per medium, cum, a. b. & c. d. sunt equidistantes erunt anguli, b. a. d. & c. d. a. qui sunt coalterni equales per. 29. At quia et, a. c. & b. d. sunt equidistantes erunt anguli, c. a. d. & b. d. a. qui sunt coalterni equales per eandem. Intelligo, n. duos triangulos, a. d. b. & d. a. c. & quia duo anguli, a. & d. trianguli, a. d. b. sunt equales duobus angulis, d. & a. trianguli, d. a. c. & latus, a. d. super quod iacent illi anguli in utroque triangulo est cōterit per. 26. latus, a. b. equale lateri, c. d. & latus, a. c. lateri, b. d. & angulus, b. angulo, c. & quia angulum, a. totalem patet esse equalem angulo, d. totali per secundam conceptionem totum propositum cum correlario liquet.

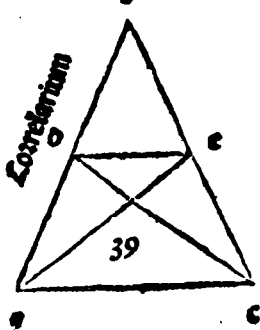
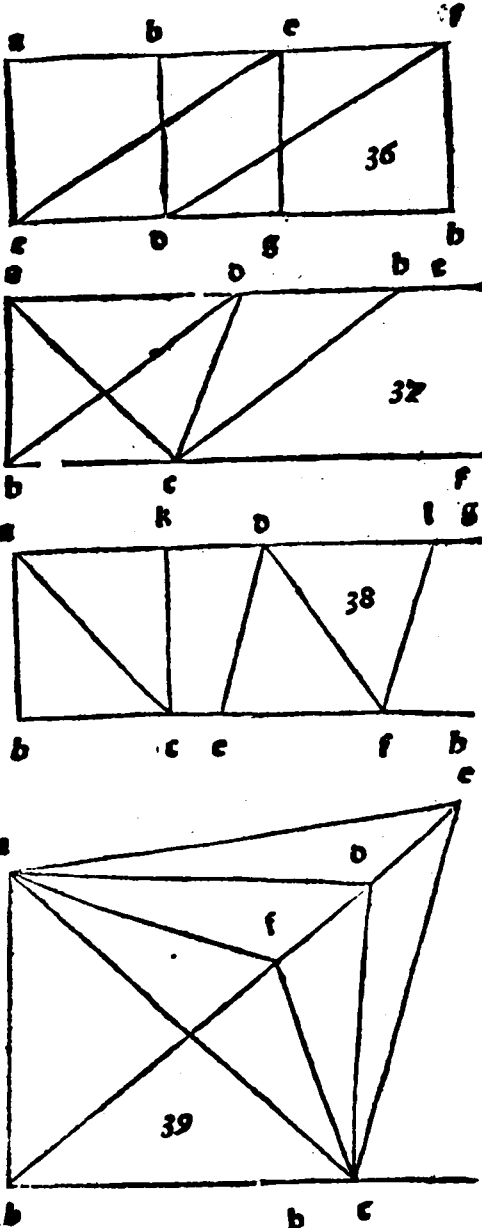
Propositio .35.

Duas superficies equidistantium laterum super unam basim atque in eisdem alternis lineis constitute equales esse probantur.

Sint due linee, a. b. & c. d. equidistantes inter quas fiat a. c. f. e. superficies equidistantium laterum super basim, c. e. & super eandem basim & inter easdem lineas fiat alia superficies, g. c. h. e. similiter equidistantium laterum dico duas predictas superficies esse equales quod sic probatur.

- 29 **A**ut. n. linea, c. g. secabit lineā, a. b. in aliquo puncto lineę, a. f. aut in puncto, f. aut in aliquo puncto lineę b. f. secet ergo primo in aliquo puncto lineę, a. f. ut in prima figuratōne apparet, & quia utraq. duarum linearum, a. f. & g. h. est equalis lineę, c. e. per precedentem una earum erit equalis alteri dempta ergo linea, f. g. cōi remanebit, a. g. equalis, f. h. Quia per precedentem itē, est, a. c. equalis, f. e. & angulus, h. f. e. angulo, g. a. c. per secundam partem. 29. uidelicet extrinsecus intrinseco erit per. 4. triangulus, a. c. g. equalis triangulo f. e. h. ergo irregulari figurā quadrilatera que ē, g. c. f. e. addita utriusque erit superficies, a. c. f. e. equalis superficiē, g. c. h. e. quod est propositū. **S**ecet ergo modo linea, c. g. lineam, a. b. in puncto, f. ut in secunda figuratōne apparet, eruntq. simili argumentatione priori duo trianguli, a. c. f. & f. c. h. equales quare utrobique addito triangulo, f. c. e. patet propositum. **S**ecet tertio modo linea, c. g. lineā, a. b. inter duo puncta, f. b. ut in tertia figuratōne apparet: secabitq. lineam, f. e. sic ut in puncto, k. &





quia simili argumentatione priori linea. a. f. e equalis lineæ. g. h. facta cõ-
muni linea. g. f. erit a. g. equalis. f. h. ¶ triangulus. a. g. c. equalis triangulo
f. c. h. adito ergo utriq; triangulo. c. k. e. ¶ detracto ab utroq; triangulo. f.
k. g. erit superficies. a. c. f. e. equalis superfici. g. c. h. e. quod est ppositum.

Propositio 36.



Parallelogramma in basibus equalibus atq;
in eisdem lineis constituta equalia esse necesse est.

¶ Parallelogramum dicitur superficies equidistantium
lateralum. Sint due superficies. a. b. c. d. ¶ e. f. g. h. equidistã-
tium laterum constitute inter duas lineas equidistantes q
sunt. a. f. ¶ c. h. ¶ super eales bases que sunt. c. d. ¶ g. h. di-
co eas esse equales. Nam protraham duas lineas. c. e. ¶ d. f. eritq; per 35. su-
perficies. c. d. e. f. equidistantium lateralum propter hoc q. e. f. est, equalis ¶
equidistans. c. d. nam utraq; earum est equalis. g. h. ¶ Quia ergo per premis-
sam utraq; duarum superficialium. a. b. c. d. ¶ e. f. g. h. est equalis superfici
c. d. e. f. ipse erunt sibi invicem equalis quod est ppositum.

Propositio 37.



Suales sunt sibi cuncti trianguli qui super eandem
basim atq; inter duas lineas equidistantes sunt cõ-
stituti.

¶ Sint duotrianguli. a. b. c. ¶ d. b. c. constituti super basim
b. c. inter duas lineas. a. e. ¶ f. b. f. que sunt equidistantes; di-
co eos esse equales. Protraham enim. c. g. equidistantem. a.
b. ¶ f. c. h. equidistantem. d. b. per 37. eruntq; due superficies. a. b. c. g. ¶ d. b.
c. h. equales per 35. ¶ quia dicti trianguli sunt earum dimidia per corre-
larium. 34. ipsi erunt equales per cõem sciam que est quoy tota sunt eq̃lia
¶ dimidia; sicq; patet ppositum.

Propositio 38.



S duo trianguli super bases equales atq; inter du-
as lineas equidistantes ceciderint equales eos esse
necesse est.

¶ Sint duotrianguli. a. b. c. ¶ d. e. f. constituti super bases
b. c. ¶ e. f. equales ¶ iter lineas. a. g. ¶ b. h. equidistantes; di-
co eos esse eq̃les. ¶ Protraham enim. c. k. equidistantem. a.
b. ¶ f. l. equidistantem. e. d. eruntq; due superficies. a. b. c. k. ¶ d. e. f. l. equa-
les per 36. ¶ quia dicti trianguli sunt eay dimidia p correlarium. 34. ipsi
erunt eq̃les p antedictam cõem sciam.

Propositio 39.



Dues duo trianguli equales si in eandem basim
z ex eadem parte ceciderint inter duas lineas equi-
distantes erunt.

¶ Sint duo triaguli. a. b. c. ¶ d. b. c. ¶ cõstituti super basim
b. c. ex una eademq; parte; sintq; equales; dico eos esse inter
lineas equidistantes; ¶ hec est cõversa 37. ¶ A puncto. a. p
traham lineam equidistantem lineæ. b. c. que si pertransierit per punctum
d. liquet ppositum. Si autem ptransierit supra aut infra; transeat primo
supra ¶ sit. a. e. produciq; b. d. usquequo fecerit lineæ. a. e. in puncto. e. ¶ pro-
traham lineam. e. c. ¶ quia triagulus c. b. e. est eq̃lis triagulo. a. b. c. p 37.
¶ triagulus. d. b. c. positus est eq̃lis triagulo a. b. c. erit triagulus. d. b. c.
eq̃lis triagulo e. b. c. p̃s toti quod est impossibile. Nõ igitur ptransibit li-
nea; q̃ a puncto. a. ducitur eq̃ distanter. b. c. supra. d. trãseat. ergo infra. ¶ sic
a. f. secas lineam. d. b. in pũcto. f. ¶ protraham ergo lineam. f. c. ¶ quia p 37.
triagulus. f. b. c. est eq̃lis triagulo. a. b. c. ipse ¶ erit equalis triagulo. d. b. c.
p̃s toti quod est impossibile. Quia ergo linea a puncto. a. equidistãter
b. c. non trãsit nisi p punctum. d. patet ppositum. ¶ Ex hac aut̃ ¶ pre-
missa nota q̃ si aliqua linea recta duo alicuius trianguli latera p eq̃ fecerit
uel secuerit ipsa erit tertio equidistãs quod sic p̃batur. Sit triagulus. a. b. c.
cuius duo latera q̃ sunt a. b. ¶ b. c. fecerit linea. d. e. p equalia a. b. quidem in
pũcto. d. ¶ f. b. c. in puncto. e. dico q̃ linea. d. e. ¶ equidistãs a. c. Protraham

33

31

35

34

36

34

37

37

37

- 38 eni in qdrilatero. a. c. e. d. diametros. a. e. f. d. c. eritq. p. 38. triangulus. a. e. d. equalis triangulo. d. e. b. propter id q linea. a. d. posita est equalis linee. d. b. Itemq. per eandem triangulus. c. e. d. erit equalis eidem triangulo. d. e. b. propter id q linea. c. e. posita est equalis linee. e. b. quia triangular. a. e. d. est equalis triangulo. c. e. d. quia ergo ipsi sunt constituti super eandem basim. uidelicet lineam. e. d. f. ex eadem parte ipsi erunt p. hanc. 39. inter lineas equidistantes ergo linea. d. e. est equidistans lineae. a. c. quod quide propositum ad quintam quarti tibi ual ebit.

Castigator

a. Iste concursus pbatur per tertiam partem. 39. per eam enim f. per aduersarium duo anguli intrinseci totales. a. f. b. sunt equales duobus rectis sed linea. b. d. latus secundi trianguli diuidit angulum intrinsecum in duos ptiales. Et quia super lineas. a. e. f. b. d. cadit linea. a. b. que ex parte. e. f. d. facit duos angulos minores duobus rectis scilicet. a. b. d. f. e. a. b. quare per. 4. petitione due linee. a. e. f. b. d. in eandem partem protracte concurrerent. Vel sic per. 30. si non concurrant. a. e. f. b. d. per aduersarium. ipse per diffinitionem erunt equidistantes f. quia et ex ypothe. b. c. equidistat a. e. ideo per. 30. b. d. f. b. c. erunt equidistantes cum utraq. equidistat a. e. sic. b. d. cum. b. c. non cāserent angulū. d. b. c. qd est contra ypothesim. Potest etiam propositum huius. 39. concludi ostensue sic per conuersionem. 35. sic deducendo uidelicet ducam a puncto. e. per. 31. equidistantem lateri. a. b. q. sit. c. e. quam ponam per. 3. equalem ipsi. a. b. f. coniungam extremitates. a. f. e. per lineam. a. e. per primam petitionem q. erit equalis f. equidistans basi. b. c. per. 33. deinde ab eodem puncto. c. p. eandem 31. erigam equidistantem lateri. b. d. que sit. c. f. quam similiter ponam per. 3. equalem ipsi. b. d. deum per rectam coniungam extremitates. d. f. per eandem petitionem que similiter erit equalis f. equidistans ipsi basi b. c. per eandem. 33. sic sunt due superficies equidistantium laterum. equales quia dicti trianguli sunt earum dimidia f. sunt equales per ypothesim ergo ipse sunt equales per conceptionem quoy dimidia sunt equalia tota quoq. sunt equalia f. sunt super eandem basim. b. c. ergo p. conuersionem 35. ipse sunt inter duas lineas equidistantes que sunt. a. e. f. b. c. sic earū dimidia que sunt ipsi trianguli. Ista facit ad secundam. n. f. ad primam. 14. f. 6. f. 7. 8. r.

Propositio 40.

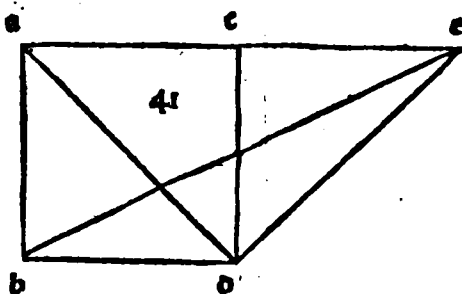
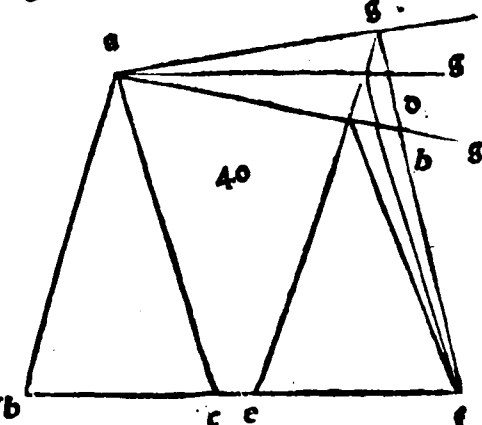
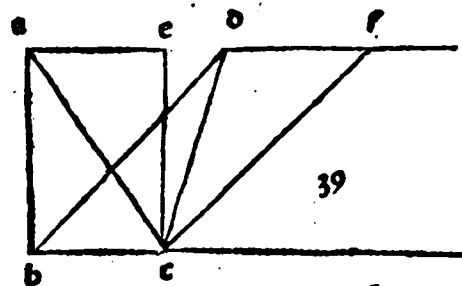
S duo trianguli equales super equales bases unius eiusdemq. lineae ex eadem parte fuerint constituti eos inter duas lineas equidistantes necesse est contineri.

Sint duo trianguli. a. b. c. d. e. f. e. f. cōstituti sup. duas bases q. sunt. b. c. f. e. f. f. ex eadem pte dico eos esse inter duas lineas equidistantes. f. hece est cōuersa. 38. f. pbatur. per ipsam sicut pcedens p. 37. A puncto. a. ducatur linea. equidistans lineae. b. f. q. si transferit p. punctum. d. patet ppositum. sin aut ptransferit supra ut. a. g. f. pducatur c. d. usq. ad ipsam q. sit. e. g. f. ducatur linea. g. f. eritq. p. 38. triangulus. a. b. c. equalis triangulo. g. e. f. quare f. triangulus. d. e. f. erit equalis triangulo. g. e. f. p. toti quod est impossibile. Non ergo trāsbibit supra Trāseat ergo infra. f. fecit lineam. d. e. i puncto. h. f. ducatur linea. f. h. eritq. p. 38. triangulus. h. e. f. equalis triangulo. a. b. c. ou are f. triangulo. d. e. f. p. toti quod est impossibile. quia ergo non trāsbibit nisi per punctum. d. patet ppositum.

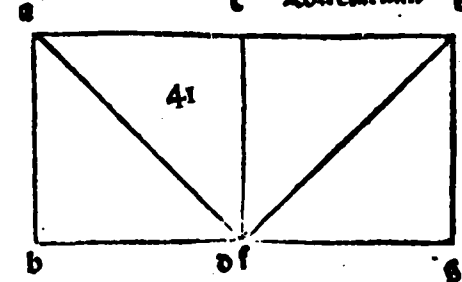
Propositio 41.

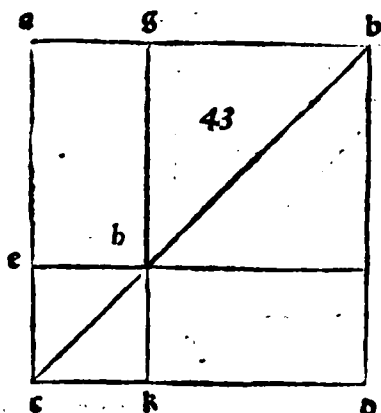
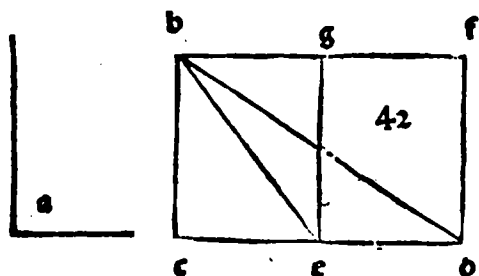
S parallelogramum triangulūq. in eadem basi atq. in eisdem alternis lineis fuerint constituta parallelogramum triangulo duplum esse conueniet.

Sit parallelogramū. a. b. c. d. f. triangulus. e. b. d. sup. basim b. d. f. inter lineas a. e. f. b. d. q. sunt eqdistantes: dico palellogramū duplū eē triangulo ptabā in palellogrāo diame trā. a. d. eritq. triangulus. a. b. d. dimidiū palellogrami p. corr. 34. f. quia



Correlarium





triangulus. e. b. d. est equalis triangulo. a. b. d. per. 37. patet triangulum e. b. d. esse dimidium parallelogrami. a. b. c. d. quod est propositum. Similiter quoque potest probari quod si parallelogramum triangulusque in equalibus basibus atque inter lineas equidistantes fuerint constituta parallelogramum duplum erit triangulo quod ideo non possunt Euclides: quia leniter patet ex hac precedente correlarium. 38. diuiso parallelogramo per diametrum in duos triangulos. uel super basim parallelogrami inter easdem lineas equidistantes triangulo constituto ad quem duplum erit parallelogramum per hanc precedentem et ipse equalis alteri triangulo per. 38.



Propositio .42.
Quidistantium laterum superficiem designare cuius angulus sit angulo assignato equalis ipsa vero superficies triangulo assignato equalis.

L Sit assignatus angulus. a. et assignatus triangulus. b. c. d. uolo describere superficiem equidistantium laterum eadem triangulo. b. c. d. cuius uterque duorum angulorum contra se positorum sit equalis. a. ¶ Diuido basim. c. d. per dimidium in puncto. e. et protraho lineam. b. e. et a puncto. b. duco. b. f. equidistantem c. d. eritque per. 38. triangulus. b. e. d. equalis triangulo. b. e. c. quare triangulus. b. e. d. est dimidium totalis trianguli. b. c. d. igitur super punctum e. lineae. d. c. constituo angulum. d. e. g. equalem angulo. a. et perficio parallelogramum. g. e. d. f. quod quia per precedentem est duplum ad triangulum. b. e. d. erit etiam equale triangulo. b. c. d. per hanc eandem scientiam quorum dimidia sunt equalia. ipsa quoque sunt equalia. est enim triangulus. b. c. d. utriusque dimidium quare descripsimus parallelogramum. g. e. d. f. equale triangulo. b. c. d. cuius uterque duorum angulorum. g. e. d. et. d. f. g. contra se positorum est equalis angulo. a. quod fuit propositum.



Propositio .43.
Anis parallelogrami spaciocorum que circa diametrum sunt parallelogramorum supplementa eque sibi inuicem esse necesse est.

L Sit parallelogramum. a. b. c. d. in quo protraham diametrum. b. c. et protraham. e. f. equidistantem utrique duorum laterum. a. b. et. g. h. d. que fecit diametrum in puncto. h. a quo ducam. k. g. equidistantem utrique duorum laterum. a. c. et. b. d. et producam ea quousque fecit utrumque latus. a. b. et. c. d. sitque tota. g. h. k. eritque totum parallelogramum. a. b. c. d. diuisum in quatuor parallelogramis quorum duo scilicet. e. c. k. h. et. g. h. b. f. dicuntur consistere circa. c. b. quia diametrum transit per medium eorum et ideo sunt circa diametrum reliqua duo scilicet. a. e. g. b. et. k. b. f. d. dicuntur supplementa hec duo supplementa dicuntur esse equalia. sunt enim duo trianguli. a. b. c. et. c. d. b. equales per correl. 34. similiter quoque duo trianguli. g. h. b. et. f. h. b. sunt equales per idem correl. 34. At duo trianguli. e. c. h. et. k. h. c. similiter equales per idem correlarium demptis igitur duobus triangulis. b. g. h. et. h. e. c. de totali triangulo. a. b. c. ac duobus triangulis reliquis. b. f. h. et. k. c. h. de totali triangulo reliquo. c. d. b. erunt per communem scienciam residua que sunt duo dicta supplementa equalia: quod est propositum.



Propositio .44.
Proposita linea recta super eam superficiem equidistantium laterum cuius angulus sit angulo assignato equalis ipsa vero superficies triangulo assignato equalis designare.

L Designare superficiem equidistantium laterum super lineam aliquam est lineam ipsam facere latus unum ipsius superficiem. Sit ergo data linea. a. b. et datus angulus. c. et datus triangulus. d. e. f. super lineam. a. b. uolo designare superficiem unam equidistantium laterum itaque linea. a. b. sit unus ex lateribus eius cuius uterque duorum

42 gulonum contra se positorum sit equalis angulo. c. & ipsa totalis superficies sit eq̃lis triangulo. d. e. f. differt aut̃ hec a. 42. quia hic datur latus unius superficiei describēde scilicet linea. a. b. ibi aut̃ nullum. Cum ergo uo lūro facere adiungo lineam. a. g. lūte. a. b. fm̃ rectitudinem quam po no equalem linee. e. f. basi trianguli dati super quam confitūso triangulū unum ei equalem & equilaterum. quod hoc modo facio. Constīto an gulum. a. g. k. equalem angulo. c. & angulum. g. a. k. equalem angulo. f. p. 23. & quia. g. a. posita fuerat equalis. e. f. erit. per. 26. triangulus. g. a. k. eq̃ lis & equilaterus triangulo. c. f. d. diuidam ergo. g. a. per equalia in pūcto h. & protraham. k. h. & producam a pūcto. k. lineam. m. k. n. equidistan tem linee. g. b. eritq. per. 38. triangulus. a. h. k. equalis triangulo. g. h. k. tūc super pūctum. a. linee. g. a. faciā angulum. g. a. l. per. 23. equalem an gulo. c. dato & completo super basim. a. b. & inter lineas. g. b. & m. n. equi distantes superficiem equidistantium laterum. m. l. b. a. que per. 41. quā pla erit ad triangulum. k. h. a. quare equalis totali triangulo. k. g. a. quare & triangulo. d. e. f. Proposito protraham ergo. b. n. equidistantem. a. l. & producam diametrum. n. a. quam protraham quousq. concurrat cum. m. h. in pūcto. o. & completo superficiem equidistantium laterum. m. o. n. q. & protrah am. l. a. usq. ad. p. eritq. per precedentem supplementum. a. b. p. q. equale supplemento. m. l. h. a. quare & triangulo. d. e. f. & quia per. 15. angulus. l. a. h. est equalis angulo. b. a. p. & ideo angulus. b. a. p. est equa lis angulo. c. patet super datam lineam. a. b. descriptam esse superficiem equidistantium laterum. a. b. p. q. equalem dato triangulo. d. e. f. cuius uter q. duorum angulorum contra se positorum qui sunt. a. & q. est equalis da to angulo. c. quod fuit propositum. **Castigator.**
a. & Conditur ille non probatur ab auctore sed sic elicitur nam a l. a. est triangulus & p. 17. huius duo anguli. l. n. sunt minores duobus rectis & per secundam partem. 29. huius angulus. l. extrinsecus equatur angulo. m. intrinseco ergo duo anguli. m. n. sunt minores duobus rectis quare per pe nultimam petitionem. m. h. & n. a. concurrēt ad ptem illam in pūcto. o.

Propositio 45.

De data linea quadratum describere.

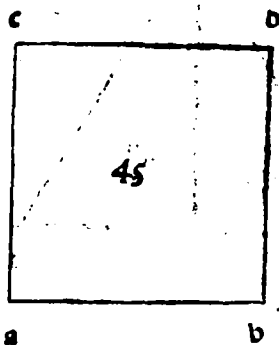
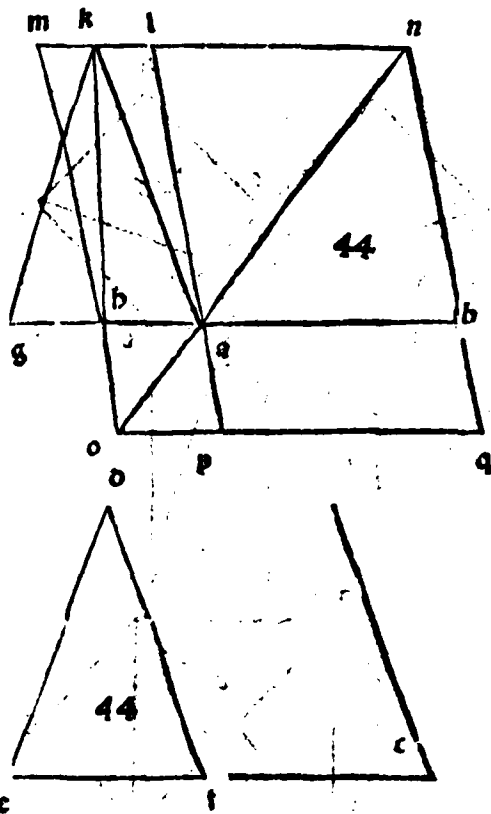
11 **S**it data linea. a. b. ex q̃ uolo q̃dratū describeret A pū ctis. a. & b. linee. a. b. educo p. r. l. lineas. a. c. & b. d. perpen diculares ad lineam. a. b. que erunt equidistantes per ulti riam partem. 28. & pono utraq. earum eidem. a. b. per ter tiam equalem & protraho lineam. c. d. eritq. ipsa equalis & equidistans linee. a. b. per. 33. & quia uterq. duorum angulorum. a. & b. est rectus. erit uterq. duorum. a. & d. rectus per ultimam partem. 29. ergo per diffinitionem. a. b. c. d. est quadratum quod est propositū. **Idem rati**
28
33
29
11
31
33
29
ter sit. a. c. perpendicularis super lineam. a. b. per. 11. & sit ei equalis ut prius & a pūcto. c. per. 31. ducatur. c. d. equidistans. a. b. & ponatur equalis ei & ducatur linea. d. b. que per. 33. erit equalis & equidistans. a. c. & omnes an guli recti per ultimam ptem. 29. q̃re per diffinitionem habemus ppositū.

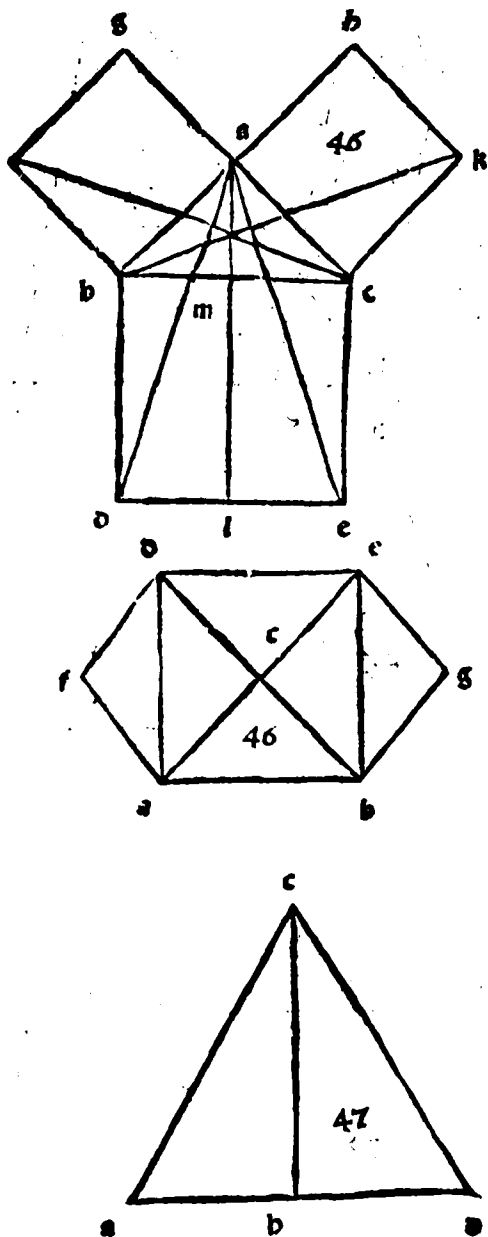
Propositio 46.

Omni triangulo rectangulo quadratum quod a latere recto angulo opposito in semetipso ducto d scribitur equum est duobus quadratis que ex duo bus reliquis lateribus conscribuntur.

Sit triangulus. a. b. c. cuius angulus. a sit rectus dico q̃ quadratum lateris. b. c. equum ē quadrato. a. b. & quadrato a. c. simul sumptis. **Q**uadrabo ergo hec tria latera fm̃ doctrinā precedē tis sitq. quadratum. b. c. superficies. b. c. d. e. & quadratum. b. a. superficies. b. f. g. a. & quadratū. a. c. superficies. a. c. h. k. ab angulo. a. recto ducam ad bā fm̃ d. e. basim maximi quadrati tres lineas. s. a. l. equidistantem utriq. la teri. b. d. & c. e. que secet. b. c. in pūcto. m. & hypothesi. s. a. d. & a. e. Itemq. a duobus reliquis angulis trianguli qui sunt. b. & c. ducam ad duos angu

b iii





los duorum quadratorum minorum duas lineas se intersecantes intra ipsum triangulum que sunt. $b.k.$ & $c.f.$ quia uterque duorum angulorum. $b.a.c.$ & $b.a.g.$ est rectus per. 14. erit. $g.c.$ linea una: eadem ratione erit. $b.h.$ linea una. quia uterque duorum angulorum. $c.a.b.$ & $c.a.h.$ est rectus: quia ergo super basim. $b.f.$ & inter duas lineas equidistantes que sunt. $c.g.$ & $b.f.$ constituta sunt parallelogramum. $b.f.g.a.$ & triangulum. $b.f.c.$ erit per. 41. parallelogramum. $b.f.g.a.$ duplum triangulo. $b.f.c.$ sed triangulo. $b.f.c.$ est equalis tri angulo. $b.a.d.$ per. 4. quia. $f.b.$ & $b.c.$ latera primi sunt equalia. $a.b.$ & $b.d.$ lateribus postremi. & angulus. $b.$ primum est equalis angulo. $b.$ postremo: eo quod uterque constat ex angulo recto & angulo. $a.b.c.$ communi. ergo parallelogramum. $b.f.g.a.$ est duplum ad triangulum. $a.b.d.$ sed parallelogramum. $b.d.l.m.$ est duplum ad eundem triangulum. per. 41. quia constituti sunt super eandem basim scilicet. $b.d.$ & inter lineas equidistantes que sunt. $b.d.$ & $a.l.$ ergo per eam scientiam quadratum. $a.b.f.g.$ & parallelogramum. $b.d.l.m.$ sunt equalia. quia eorum dimidia uidelicet predicti trianguli sunt equalia Eodem modo & per eandem propositionem mediantibus tri angulis. $k.b.c.$ & $a.e.c.$ probabimus quadratum. $a.c.b.k.$ esse equale parallelogramo. $c.e.l.m.$ quare patet propositum. **Castigator**

Et correlarie potest addi ex quo patet quod quadratum diametri ad quadratum costae est duplum quo applicato conclusio probatur in lateribus quadrati & diametri que faciunt ysochelem quia ad specialiter tenderet conclusio ut patet per applicationem in correlario factam sit igitur huius modi ysocheles. $a.b.c.$ & sint. $a.c.f.$ & $b.c.$ continentia angulum. $c.$ rectum & equalia & $a.b.$ sit maximum latus quod opponitur angulo recto. $c.$ dico quod quadratum huius maximi lateris est equale duobus quadratis reliquorum laterum scilicet. quadrato. $a.c.d.f.$ quod est quadratum lateris. $a.c.$ & quadrato. $b.c.e.g.$ quod est quadratum lateris. $b.c.$ Est enim quadratum. $a.b.c.d.$ diuisum in quatuor triangulos equales per duas diagonales. $e.a.$ & $b.d.$ quorum duo sunt medietates maiorum duorum quadratorum scilicet triangulorum. $a.c.d.f.$ & $b.c.e.g.$ sicut uidet sed triangulus principalis. $s.a.b.c.$ & triangulus ei oppositus puta. $c.d.e.$ sunt equales. aliis medietatibus duabus quadratorum minorum que sunt extra quadratum maximum quoniam omnes isti in. 6. triangulos equales diuisi sunt sicut patet ex predictis igitur quadratum lateris. $a.b.$ est equale duobus quadratis reliquorum laterum ut dicit prima pars theorematum & per consequens. $a.b.$ ad $a.c.$ est duplum ad quadratum alterius lateris & ita quadratum diametri erit duplum ad quadratum costae ut dicit correlarium. quia latus maioris quadrati est diameter minoris & latus minoris est semidiameter maioris ergo. &c.

Propositio .47.



Quod ab uno trianguli latere in seipsum ducto perducitur: equum fuerit duobus quadratis que a puncto bns reliquis lateribus describuntur. rectus est angulus cui latus illud opponitur.

Lineam in seipsum ducere est eius quadratum describere. Sit triangulus. $a.b.c.$ sitque quadratum lateris. $a.c.e$ quale quadratis duorum laterum. $a.b.$ & $b.c.$ simul iunctis. dico angulum. $b.$ cui latus. $a.c.$ opponitur esse rectum: & hec est conuersa prioris. **A** postea. $b.$ extraho lineam. $b.d.$ per. 11. perpendicularem super lineam. $b.c.$ quam pono equalem. $a.b.$ & produco lineam. $d.c.$ eritque precedentem quadratum. $d.c.$ equale duobus quadratis duarum linearum. $d.b.$ & $b.c.$ quia. $b.d.$ posita est equalis. $a.b.$ erunt per communem scientiam que est linearum equalium equalia esse quadrata: quadrata duarum linearum. $a.b.$ & $b.d.$ equalia: quia propter erit quadratum. $d.c.$ equale. quadrato. $a.c.$ ergo per aliam communem scientiam que est conuersa prioris scilicet lineas quarum quadrata sunt equalia esse equales: erit. $d.c.$ equalis. $a.c.$ quare. per. 8. angulus. $b.$ trianguli. $a.b.c.$ est rectus quod est propositum.

Propositio .48.



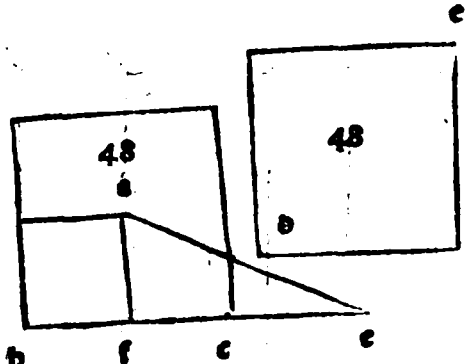
Propositio quibuscumque quadratis alteri illorum gnomonem reliquo equalem describere.

¶ Proponatur ergo duo quadrata scilicet a. b. f. c. d. f. sit propositum producere gnomonem circa a. b. equalem c. d. quadrato. ¶ Protrahatur itaque unum latus quadrati a. b. ad equalitatem unius lateris quadrati c. d. in continuum.

¶ Si dicitur f. f. sit e. ita q. f. e. sit eque uni lateri quadrati c. d. f. ex e. ducam lineam rectā ad a. sit ergo triangulus orthogoni⁹ q. a. f. e. angulus rectus arguatur ergo f. m. penultimam primi sic quadrati e. a. est unum quantum quadratum e. f. f. quadratum f. a. f. sed quadrati e. f. est eque quadrato c. d. f. quadratum f. a. f. e. equale quadrato a. b. ergo quadratum a. e. e. equale quadratis a. b. f. c. d. Itē e. f. a. ē triangulus ergo e. f. f. a. latera sunt longiora a. e. latere f. m. 10. primi sed f. a. ē eque a. b. rōe quadrature ergo e. f. f. b. sunt longiora a. e. ergo illa totalis linea scilicet e. b. ē maior a. e. refectur ergo b. c. ad equalitatem a. e. ad punctum e. ita q. b. c. sit equale a. e. ergo quadratum b. c. est equale quadrato a. e. sed quadratum a. e. ut prius probatum fuit est equale quadratis a. b. f. c. d. ergo quadratum b. c. est equale eidem sed quadratum b. c. addit super quadratum a. b. gnomonem illum quem uides ergo gnomon ille est quadrato c. d. equalis. quod erat probandum.

¶ Ista uerū memini meritisime in antiquissimis libris penultima seculi nullo mō est huius pmi cum de gnomone nihil sit dictū. adhuc. Explicit liber primus Incipit liber secundus.

¶ Liber secundus. Euclidis de potētia linee recte eiusq. partium ex optima Campani interpretatiōe Magistro Luca pacioso de burgo. Sancti Sepulcri Or. minorum. Castigatore diligentissimo q. felicissime Incipit.



¶ Hinc parallelogramum rectangulum sub duabus lineis angulum rectū abientibus dēptineri.

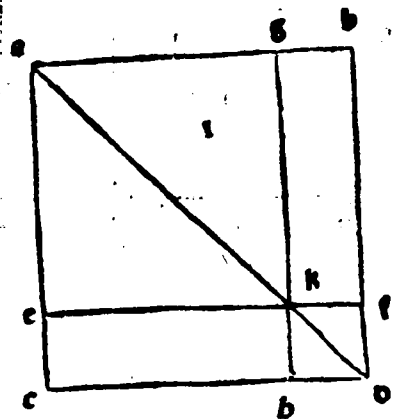
¶ Parallelogramum est superficies eque distantium laterum.

¶ Parallelogramū rectangulum ē hinc oēs angulos rectos f. pducitur ex uno duorum laterū eius ambitum unū ex suis angulis in reliquum f. ideo sub illis dicitur contineri.

¶ Oēs parallelogrami spacij ea q. dem q. diameter secat p. medium parallelograma circa eades diame

trum consistere dicuntur. Eorum vero parallelogramoz que circa eandem diametrum consistunt quodlibet unum cui supplemētis duobus gnomon nominatur.

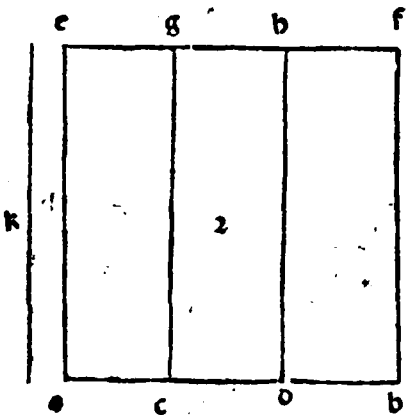
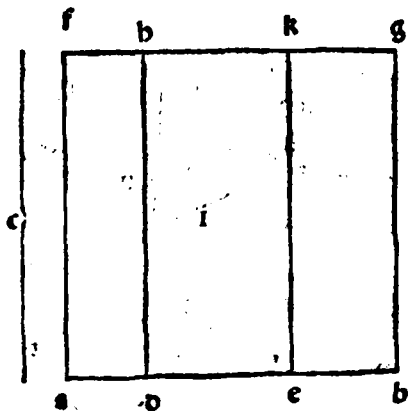
¶ Que parallelograma dicunt consistere circa diametrum f. q. sunt supplemētis expositum est supra in demonstratione. 43. pmi. ¶ Sit n. parallelogramum a. b. c. d. cuius diametrum a. d. diuidant due linee e. f. g. h. ducte equidistantē lateribus oppositis dicti parallelogrami. secantes f. sup. diametrum a. d. in puncto k. eritq. ipsum parallelogramum diuisum in 4. parallelogramis f. unūquoq. duorum parallelogramorum quę sunt a. g. e. k. f. k. f. b. d. que diameter secat p. medium dicit consistere circa diametrum. Reliqua duo q. diameter non secat dicuntur supplemētis q. duo supplemētis cum alterutro diffordm parallelogramorum consistētiū circa diametrum componūt figuram quādam q. gnomon appellat cui deest ad cōpletmētum parallelogrami parallelogramum unum reliquum circa diametrum consistens quod si addat supra diametrum totalis compositi cōsistet. erit



q simile totali. Vnde palellogramū additio gnomōis quālis crescat ^a mi-
nime tñ alteratur. quemadmodum dixit Aristoteles in predicamentis.

Castigator

a ¶ Ex quo hec pulchra sequitur uidelicet pñū q̄ pñs minuat superficies palellogrami non pp hoc minuitur lateralis circumfrentia quia ex ipsa dempto uno distortum palellogramorum circa diametrum consistentia residuum quod erit figura gnomonis tantundem circuet. Et secundum h̄ sequitur q̄ licet gnomoni augeatur superficies addito sibi palellogramo prius dempto non pp hoc augeatur eius circumfrentia lateralis. Tertium sequitur q̄ ois superficies rectangula plana est palellogramum sed non ois tra cum ois talis sit de necessitate equidistantium laterum s̄ n̄ possit reperiri in pluribus nec paucioribus quatuor laterum ad hoc q̄ ois eius angulū sint recti. Ideo aplicando aduerte. ¶ Productum. Quod fit ex ductu unius in alterum. Superficies rectangula. Rectangulum. Multiplicatio. Palellogramum rectangulum. Nomina sinonima.



Propositio .1.
¶ Si fuerint due linee quarum una in quotlibet partes diuidatur illud q̄ ex ductu alterius in alteram fiet equum erit his que ex ductu linee diuise in una quaq̄ partem linee particulatim diuise rectangula producentur.

¶ Lineam in aliam lineā ducere ē supra terminos unius earum duas lineas orthogonaliter alii eq̄les erigere. Et superficiem equidistantium laterum rectangulam complere q̄ sub illis duabus lineis p̄ diffinitionem dicitur contineri. ¶ Sit due linee. a. b. f. c. quarum una scilicet. a. b. in quotlibet ptes diuidatur q̄ sint. a. d. f. d. e. f. e. b. dico q̄ illud quod fit ex ductu c. in totam. a. b. equum est illis palellogramis rectangulis simul iunctis q̄ fiūt. ex. c. in. a. d. f. in. d. c. f. in. e. b. ¶ Sup̄ pñcta. a. b. erigā lineas. a. f. f. b. g. p̄pendiculares sup̄ lineam. a. b. quarum utraq̄ sit eq̄lis linee. c. f. cōplebo rectangulam superficiem. a. f. b. g. ducta linea. f. g. q̄ per diffinitionem pducitur ex. c. in. a. b. f. sub illis dicitur cōtineri. praham quoq̄ a punctis d. f. e. lineas. d. b. f. e. k. equidistantes lateribus. a. f. f. b. g. erigū utraq̄ earum eq̄alisc. p. 34. pñi utraq̄ earū est eq̄lis. a. f. p̄ diffinitionem igitur rectangulum. a. d. f. h. pducitur ex. c. in. a. d. f. sub illis dī cōtineri ē rectangulū. d. h. e. k. ex. c. i. d. e. f. rectangulū. e. k. b. g. ex. c. in. e. b. f. quia hec rectangula simul iuncta sunt eq̄lia totali rectangulo. a. f. b. g. patet uerū esse propositū.

Propositio .2.



¶ Si fuerit linea in partes diuisa illud quod ex ductu totius linee in seipsam sit equum erit his que ex ductu eiusdem in oēs suas partes.

¶ Sit linea. a. b. diuisa in. a. c. f. c. d. f. d. b. dico q̄ illud q̄ fit ex ductu totius. a. b. in se quod fit. a. e. b. f. equum est his que sunt ex ipsa tota in unamquāq̄ dictarum partium quod palā patebit. ductis. c. g. f. d. h. equidistantes. a. e. f. b. f. ¶ Aliiter sumatur. k. eq̄lis. a. b. eritq̄ p̄ pñisam quod fit ex ductu. k. in totā. a. b. equū et q̄ fit ex ductu. k. in oēs ptes. a. b. f. quia ex. k. in. a. b. n̄ fit quātum ex. a. b. in se. f. ex. k. in oēs partes. a. b. quantum ex. a. b. in omnes partes eiusdem propter id quia k. f. a. b. sunt equales patet uerū esse propositū.

Propositio .3.



¶ Si fuerit linea in duas partes diuisa illud quod fiet ex ductu totius in alterutram partem equum erit his que ex ductu eiusdem partis in seipsam et alterius in alteram.

¶ Sit linea. a. b. diuisa in. a. c. f. b. c. dico q̄ illud quod fit ex tota. a. b. in eius partem. a. c. equum est quadrato eiusdē a. c. partis. f. et quod fit ex eadem parte. a. c. in. b. c. fiat quadratum linee. a. c. q̄ sit. a. c. d. f. f. p̄ficiatur superficies. a. b. d. e. patebitq̄ propositū. ¶ Ali

ter sumat. g. quilibet. a. c. f. quilibet. in. a. c. in. est. quoniam. a. c. in. a. b. c. d. e. f. g. h. i. j. k. l. m. n. o. p. q. r. s. t. u. v. w. x. y. z. At. g. in. totam. a. b. quoniam. in. a. c. in. a. b. per. primam. huius. patet. propositum. scilicet. q. tantum. est. a. c. in. a. b. quoniam. in. a. c. in. a. b. quare. e. conuerso. a. b. in. a. c. quoniam. in. a. c. in. a. b. quod. volumus. demonstrare.

Propositio .4.



Si fuerit linea in duas partes diuisa illud quod ex ducta totius in seipsum fit equum est his que ex du ctis utriusque partis in seipsum. & alterius in alteras bis. Ex hoc manifestum est qm omni quadrato due superficies quas diameter. lecat per medium sunt ambe quadrate.

Sit linea. a. b. diuisa in. a. c. f. b. c. dico q. quadratum totius a. b. equum e. duobus quadratis duarum linearum. a. c. f. b. c. est. duplo. eius. quod fit ex ductum in. a. c. p. a. b. m. Describam q. d. r. a. t. u. m. altius. partialium. sit. q. c. d. b. s. quadratum. linee. a. b. cui adiungam. gnomonem. fm. ductum. directum. lineae. alterius. scilicet. a. c. q. d. o. d. f. i. c. i. a. m. hoc. m. o. In. quadrato. de. scripto. p. r. o. t. a. b. a. m. diametrum. b. d. f. a. p. u. n. c. t. o. a. e. d. u. c. a. m. p. e. r. p. e. d. i. c. u. l. a. r. e. super. lineam. a. b. que. sit. a. k. quam. a. k. f. diametrum. b. d. p. r. o. d. u. c. a. m. u. s. q. u. o. c. o. n. c. u. r. r. a. t. in. p. u. n. c. t. o. f. p. r. o. d. u. c. a. m. f. b. e. q. u. i. d. i. s. t. a. n. t. e. r. p. lineae. a. b. quam. f. h. f. b. e. p. d. u. c. a. m. u. s. q. u. o. c. o. n. c. u. r. r. a. t. in. p. u. n. c. t. o. g. f. p. r. o. d. u. c. a. m. c. d. a. u. s. q. u. o. d. a. d. h. f. e. d. a. u. s. q. u. o. d. a. d. k. f. e. q. u. i. a. d. u. o. l. a. t. e. r. a. d. e. f. e. b. t. r. i. a. n. g. u. l. u. s. d. e. b. s. i. n. t. e. q. u. a. l. i. a. e. r. u. t. p. s. p. m. i. d. u. o. a. n. g. u. l. i. e. d. b. f. c. b. d. e. q. u. a. l. e. s. t. q. u. i. a. a. n. g. u. l. u. s. e. s. t. r. e. s. t. u. r. e. n. t. p. 32. p. r. i. m. i. u. t. r. o. q. u. o. r. u. m. m. e. d. i. e. t. a. r. r. e. c. t. i. E. a. d. e. m. r. o. n. e. u. t. r. o. q. u. o. a. n. g. u. l. o. r. u. m. c. d. b. f. c. b. d. e. r. i. t. m. e. d. i. e. t. a. r. r. e. c. t. i. q. u. a. n. t. e. p. o. s. s. e. c. o. n. d. a. m. p. r. o. p. o. s. i. t. i. o. n. e. p. r. i. m. i. e. r. i. t. p. a. u. s. q. u. e. q. u. a. t. u. o. r. a. n. g. u. l. o. r. u. q. u. i. s. i. n. a. b. d. e. f. h. d. f. k. f. d. f. k. d. f. m. e. d. i. e. t. a. r. r. e. c. t. i. e. r. g. o. p. 6. p. r. i. m. i. f. g. h. s. b. s. i. n. t. e. q. u. a. l. e. s. s. i. m. i. l. i. t. e. r. q. u. o. q. f. a. f. a. b. p. a. r. i. o. e. f. h. f. h. d. I. t. e. m. q. f. k. f. k. d. q. u. a. r. e. u. t. r. a. q. u. e. d. u. a. r. u. m. s. u. p. e. r. f. i. c. i. u. m. a. b. g. f. f. k. d. h. f. e. s. t. q. u. a. d. r. a. t. a. f. q. u. i. a. t. o. t. a. l. e. q. u. a. d. r. a. t. u. m. a. b. f. g. g. e. s. t. q. u. a. d. r. a. t. u. m. lineae. a. b. c. o. n. s. t. a. t. e. x. d. u. o. b. u. s. q. u. a. d. r. a. t. i. s. q. u. e. c. o. n. s. i. s. t. u. n. t. c. i. r. c. a. d. i. a. m. e. t. r. u. m. q. s. u. n. t. q. u. a. d. r. a. t. a. d. u. a. r. u. m. l. i. n. e. a. r. u. m. a. c. f. e. b. f. e. x. d. u. o. b. u. s. s. u. p. p. l. e. m. e. n. t. i. s. q. u. o. r. u. m. u. n. i. q. u. o. d. q. p. d. u. c. i. t. u. r. e. x. a. c. i. n. b. c. p. a. t. e. t. p. r. o. p. o. s. i. t. u. m. n. o. s. t. r. u. m. **A**l. i. t. e. r. s. i. t. l. i. n. e. a. a. b. u. n. p. r. i. u. s. d. i. u. i. s. a. i. n. a. c. f. e. b. e. r. i. t. q. p. 2. h. u. i. u. s. q. u. o. d. f. i. t. e. x. t. o. t. a. a. b. i. n. s. e. i. t. e. q. u. i. m. e. i. q. u. o. d. f. i. t. e. x. i. p. s. a. i. n. a. c. f. e. b. e. d. e. x. i. p. s. a. i. n. a. c. i. n. f. i. t. q. u. a. n. t. u. m. e. x. a. c. i. n. f. e. f. e. x. a. c. i. n. b. c. p. e. r. 3. h. u. i. u. s. I. t. e. m. e. x. i. p. s. a. a. b. t. o. t. a. i. n. b. c. t. i. n. f. i. t. q. u. a. n. t. u. m. e. x. c. b. i. n. f. e. f. e. x. c. b. i. n. a. c. p. e. r. t. a. n. d. e. e. r. g. o. q. f. i. t. e. x. t. o. t. a. a. b. i. n. f. e. e. q. u. i. m. e. s. t. e. i. q. u. o. d. f. i. t. e. x. a. c. i. n. f. e. f. i. n. c. b. f. e. x. c. b. i. n. f. e. f. i. n. a. c. q. u. o. d. e. s. t. p. r. o. p. o. s. i. t. u. m. S. e. d. h. a. c. u. i. a. n. o. p. a. t. e. t. c. o. r. r. e. l. a. t. i. o. n. e. s. i. q. u. i. u. i. a. p. r. e. c. e. d. e. t. i. p. a. t. e. t. u. n. d. e. p. r. i. m. a. e. s. t. a. u. c. t. o. r. i. m. a. g. i. s. c. o. n. s. o. n. a.

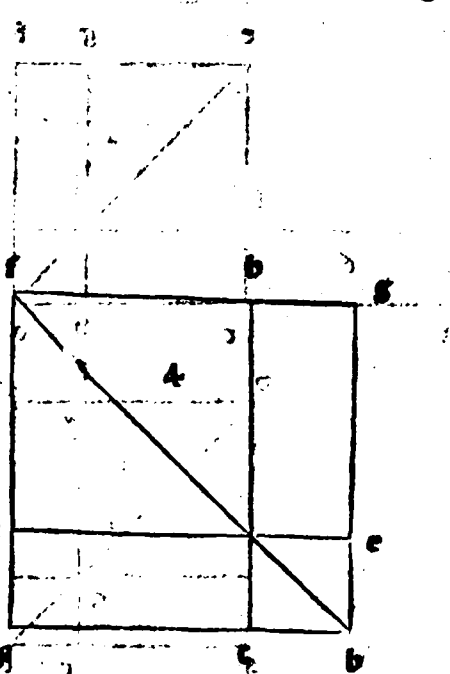
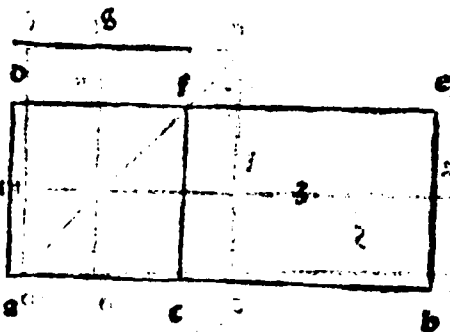
Castigator

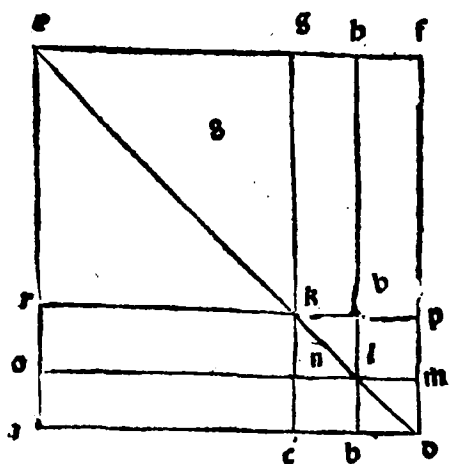
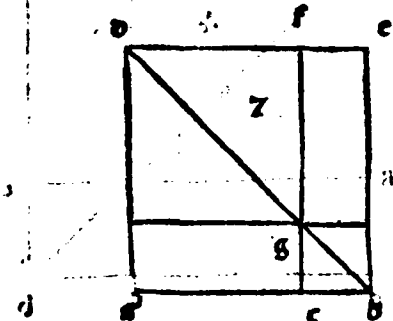
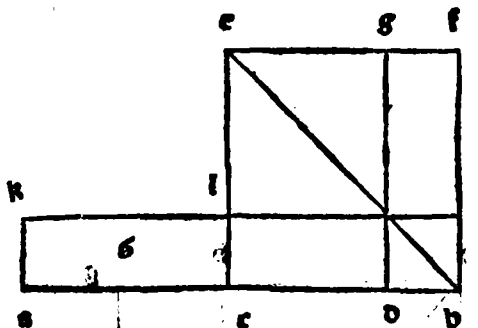
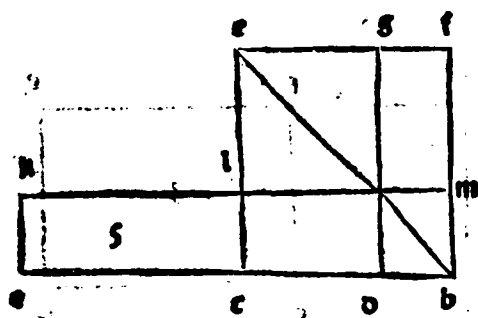
Nota q. numq. poterit linea aliqua taliter diuidi partibus existentibus inequalibus. quin quadrata partium inequalium simul iuncta sint maiora duplo superficiem unius partis in alteram ut constat ex pmo duorum. anq. dentium pre demonstratorum super. 35. decimi. ut ibi apte declarat. quod est nota dignum in practici operationibus ppter radicem subtractionem unius ab altera cum semper duplum superficiem unius in alteram oportet at detrabi a summa quadratorum partium inequalium f. radix remane ris erit residuum que operatio ex ista. 4. secundi. elicitur f. per tam ppo batur f. eam additio ut super. 35. decimi.

Propositio .5.



Si linea recta per duo equalia duos inequalia secetur quod sub inequalibus totius sectionis rectan gulum continetur cum eo quadrato quod ab ea que inter utraque est sectiones describitur equum est ei quadrato quod a dimidio totius linee in se ducto describitur.





Sit linea a. b. diuisa per equalia in puncto. c. dico q. quadratum. c. d. esse equale ei quod fit ex a. d. in d. b. $\square$ quadrato. c. d. $\square$ Describam quadratum. c. b. g. sit. c. b. e. i quo protraham diametrum. e. b. $\square$ ducam. d. g. equidistantem. b. f. que fecit diametrum. e. b. in puncto. h. $\square$ a. p. u. l. o. h. educam equidistantem linee. a. b. q. sit. h. i. f. e. a. i. linea. b. f. i. p. u. l. o. m. $\square$ lineam. c. e. in puncto. l. $\square$ protraham. a. k. equidistantem. c. e. eritq. per correlarium premisse utraq. duarum superficies. l. g. $\square$ d. m. quadrata. $\square$ per. 49. primi duo supplementa. i. h. $\square$ a. f. equalia. ergo addito quadrato. d. m. utriq. erit p. d. e. l. o. g. m. i. u. m. i. t. m. $\square$ equalis paralellogramo. d. f. $\square$ quia. a. l. e. f. equalis. c. m. p. 36. primi. e. l. a. h. $\square$ equalis gnomoni qui circumstat quadrato. l. g. ergo addito utriq. quadrato. l. g. erit. a. b. cum quadrato. l. g. equalis quadrato. c. f. quod est propositum.

Propositio 6.



Sit linea in duo equalia diuidatur. alia vero et linea in longum addatur. quod ex ductu totius id compositum in eam que iam adiecta est cum eo quod ex ductu dimidiet in seipsam equum est ei quadrato quod ab ea que constat ex adiecta et dimidia in seipsam ducta describitur.

Sit linea a. b. diuisa per equalia in puncto. c. et addatur linea. b. d. ad co. q. quadratum. c. d. quod sit. c. d. e. f. equalis e. i. quod fit ex tota. a. d. in b. d. $\square$ quadrato. c. b. $\square$ Productam in quadrato predicto diametrum. d. b. e. f. ducam lineam. d. g. equidistantem. d. f. que fecit diametrum. d. e. i. in puncto. h. a. quo h. $\square$ Productam equidistantem linee. a. b. que sit. h. i. k. secans d. f. in puncto. m. $\square$ c. e. in puncto. l. $\square$ Productam. a. k. equidistantem. c. l. eritq. per. 36. primi. a. l. equalis. c. h. A t. c. h. erit equalis. h. k. per. 45. primi. quare. a. l. e. f. equalis. h. f. ergo addito. c. m. utrobique. erit. a. m. $\square$ equalis. eo q. gnomoni circumstanti. l. g. quare. l. g. addito utrobique. erit. a. m. cum. l. g. equalis. toti quadrato. c. f. $\square$ quia utraq. duarum superficies. l. g. $\square$ b. m. est quadrata per correlarium. 4. huius patet propositum.

Propositio 7.



Sit linea in duas partes diuidatur. quod fit ex ductu totius in seipsam cum eo quod est ex ductu alterius partis in seipsam. equum est eis que ex ductu totius linee in eandem partem bis et ex ductu alterius partis in seipsam.

Sit linea a. b. diuisa in duas partes in puncto. c. dico q. quadratum totius. a. b. cum quadrato. b. c. equum est ei quod fit ex. a. b. in. b. c. bis cum quadrato. a. c. describatur quadratum totius quod sit. a. b. d. e. $\square$ ducatur diameter. b. d. $\square$ c. e. f. equidistantem. b. c. secans diametrum in puncto. g. $\square$ ducatur. h. g. h. equidistantem. a. b. $\square$ quia quadratum. a. e. c. quadrato. c. h. tantum sunt quantum quadratum. k. f. cum duabus superficibus. a. h. $\square$ c. e. i. patet propositum.

Hec facit ad. 68. decimi. $\square$ 49. decimi. $\square$ 70. $\square$ 71. $\square$ 72. $\square$ 73. $\square$ 74. $\square$ 75. $\square$ 76. $\square$ 77. $\square$ 78. $\square$ 79. $\square$ 80. $\square$ 81. $\square$ 82. $\square$ 83. $\square$ 84. $\square$ 85. $\square$ 86. $\square$ 87. $\square$ 88. $\square$ 89. $\square$ 90. $\square$ 91. $\square$ 92. $\square$ 93. $\square$ 94. $\square$ 95. $\square$ 96. $\square$ 97. $\square$ 98. $\square$ 99. $\square$ 100.

Propositio 8.



Sit linea in duas partes diuidatur. et in longum alia equalis vni diuidentium adiungatur. quod ex ductu totius iam compositi in seipsam fiet. equum erit bis q. ex ductu prioris linee in ea adiectam quater. et quod ex ductu alterius diuidentis in seipsam.

Sit linea a. b. diuisa in puncto. c. q. uterq. contingat q. addatur. b. d. equalis. e. b. dico q. quadratum totius. a. d. quod sit. a. d. e. f. $\square$ e. f. equalis e. i. quod fit ex. a. b. $\square$ b. d. quater cum quadrato. a. c. hoc autem patebit ducta diametro. d. e. $\square$ lineis. e. g. $\square$ b. h. equidistantibus. l.

4 nec. d. f. f. secantibus diametrum in punctis. k. l. per que puncta ducantur
p. q. k. r. f. m. n. l. o. equidistantes. a. d. erit enim per correlarium. 4. cuius
4 unaquodq. superficiem. r. g. n. q. f. b. m. quadrata. f. quia. c. b. posita est
equalis. b. d. erit utraq. superficies. c. l. f. p. quadrata. Eritq. 4. quaf
drata diuidentia. quadratum. c. p. equalia. f. quia totus gnomon circum
flans quadrato. a. g. est quadruplus ei quod sit ex. a. b. in. b. d. quia quadru
plus ad superficiem. a. l. patet propositum.



Propositio .9.
Si linea in duo equalia duos in equalia diuidatur
que sunt ex ductu in equaliam sectionem in seipsa
pariter accepta duplum sunt utriusq. pariter acce
ptis. que quidem ex dimidia. eaq. que utriusq. sectio
interiacet quadratis describuntur.

32 Si linea. a. b. diuisa. per equalia. in. c. f. per in equalia
p. in. d. Dico q. quadratum. a. d. f. quadratum. d. b. simul iuncta. dupla sunt
quadrato. a. c. f. quadrato. c. d. simul iunctis. Super lineam. a. b.
erigo lineam. c. e. perpendicularem. f. equalem utriusq. earum. lineam.
a. c. f. c. b. f. produco. a. a. f. c. b. eritq. per. 31. primi uterq. angulorum.
a. f. b. f. uterq. angulorum partialium qui sunt ad. e. medietas recti. to
tusq. c. rectus. f. produco. d. f. equidistantem. c. e. f. perpendicularem. f. ut
per lineam. a. b. eritq. uterq. angulorum. d. rectus. f. angulus. d. f. b. me
dieta recti per. 31. primi siue per secundam partem. 29. primi quare per
32 b. primi. d. f. f. d. b. sunt equalia. g. puncto. f. duco. f. g. equidistantem. a. b.
p. eritq. per secundam partem. 29. primi uterq. angulorum. g. rectus. f. angu
lus. a. f. g. medietas recti quare per sextam eiusdem latera. e. g. f. g. f. sunt e
qualia. f. quia per penultimam eiusdem quadratu. e. f. est equalis quadrato
29 e. g. f. quadrato. g. f. ipsum erit duplum ad quadratum. g. b. quare ad qua
dratum. c. d. Itemq. per eandem quadratum. e. a. est equalis quadrato
a. c. f. quadrato. c. e. ipsum erit duplum ad quadratum. a. c. f. quia quadra
tum. a. f. est equalis quadrato. c. f. f. a. c. per eandem ipsum erit duplum ad
quadratum. a. c. f. ad quadratum. c. d. sed quadratum. a. f. est iterum equa
le per eandem quadrato. a. d. f. quadrato. d. b. ergo quadratum. a. d. f. q.
dratum. d. f. dupla sunt ad quadratum. a. c. f. ad quadratum. c. d. f. quia
quadratum. d. f. est equalis quadrato. d. b. erunt quadrata duarum linearum
a. d. f. d. b. dupla quadrati duarum linearum que sunt. a. c. f. c. d. quod
est propositum.

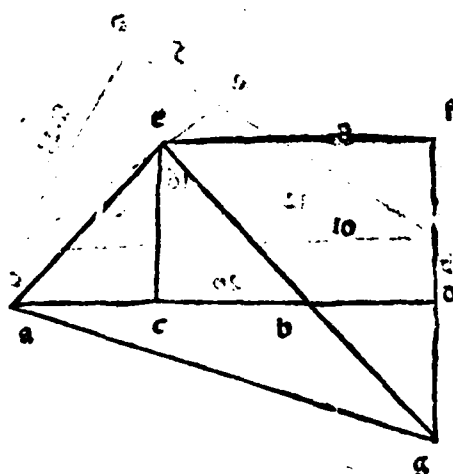
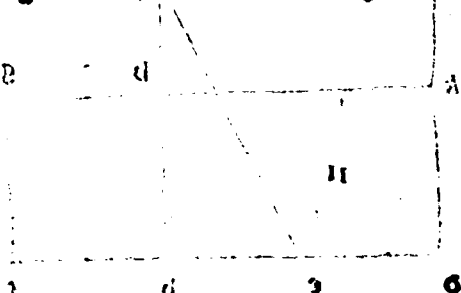
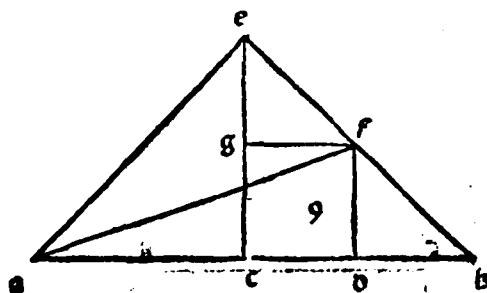
Castigator

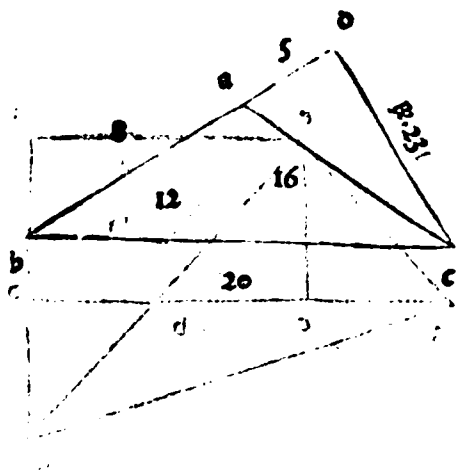
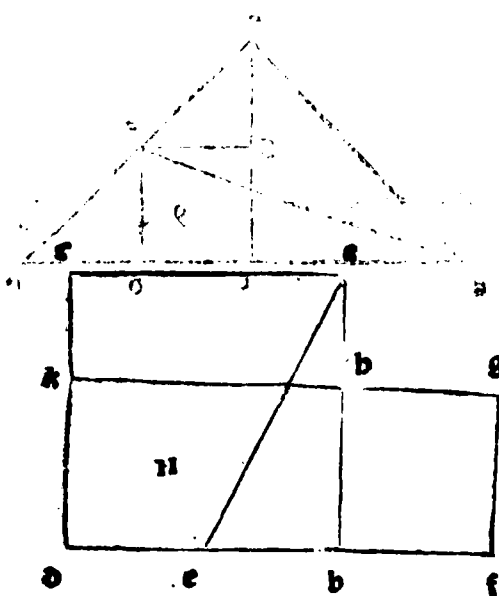
a Illi trianguli sunt similes. a. d. f. f. a. c. p. f. ideo laterum proportio
linum per. 4. seci. quia angulus. d. maioris f. angulus. c. minoris sunt recti
f. angulus. a. minus. est idem cum angulo. a. alterius sequitur per. 31. primi
angulos. p. parui f. f. magni esse. equalis f. sic latera illos continentia sunt
proportionalia per dictum. 4. seci. f. ideo ponendo. a. d. 9. f. d. f. 3. erit
c. p. 1. p. g. 1. a. p. 4. quia. a. c. 6. f. p. f. p. 10. cetera sunt clara f. prae
cc dicitur uilgariter f. a. d. basa del grande mida. d. f. catecto. che mida
sa. a. c. basa del piccolo. cioe f. 9. mida. 3. che mida. 6. operando habebis
ut iam diximus.

Propositio .10.



Si linea in duo equalia diuidatur eiq. in longum
alia addatur. quadratum quod describitur a to
ta cum addita. quadratum quodq. ea que ad
dita est. utraq. quadrata pariter accepta. ei qua
drato quod a dimidia. eiq. quod ab ea produci
tur que ex dimidia adiectaq. consistit utriusq.
quadratis pariter acceptis dupla esse necesse est.





Sit linea. a. b. diuisa per equalia in. e. f. addita sibi linea. b. d. dico qd duo quadrata duarum linearum. a. d. e. b. d. pariter accepta dupla sunt duobus quadratis duarum linearum. a. c. e. d. pariter acceptis. ¶ Ergo. c. e. perpendicularis sup lineam. a. b. ¶ Et eadem ueritas lineam. a. c. ¶ Et c. b. ¶ Et pñcto triangulum. a. e. b. d. efficitur in eis. a. c. e. b. d. eritq. ut in premis. uterq. angulorum. a. e. b. ¶ Et itaq. conueniunt qui sunt ad. e. medietas recti per. 32. pñm. itaq. e. est rectus. A puncto. e. produco. c. f. equalem ¶ Et equidistantem. c. d. ¶ Et produco. f. d. ¶ Et e. b. ¶ Quousq. conueniunt in puncto. g. ¶ Et produco lineam. a. g. ¶ Et itaq. per ultimam partem. 29. pñm. angulus. c. e. f. rectus ¶ Et angulus. c. e. b. est medietas recti. ergo angulus. b. e. f. est similiter medietas recti ¶ Et quia per. 33. eiusdem. f. d. est equidistans. c. e. erit per. 34. eiusdem angulus. f. rectus. ergo per. 32. eiusdem. erit angulus. e. g. f. medietas recti. Itaq. per eadem angulus. d. b. g. similiter medietas recti propter id quod angulus. b. d. g. est rectus ergo per. 32. eiusdem duo latera. e. f. ¶ Et. f. g. sunt equalia ¶ Itaq. duo latera. d. b. ¶ Et. d. g. sunt equalia ergo per penultimam eiusdem quadratum ¶ Et g. duplum est ad quadratum. e. f. quare ad quadratum. c. d. ¶ Itaq. per eadem quadratum. a. e. duplum est ad quadratum. a. c. ¶ Et quia quadratum. a. g. est per eadem esse quadrato. a. e. ¶ Et. e. g. similiter quodq. ¶ Et quadrato a. d. ¶ Et. d. g. ¶ At quia quadratum. d. g. est equale quadrato. b. d. erunt duo quadrata duarum linearum. a. d. ¶ Et. b. d. pariter accepta dupla duobus quadratis duarum linearum. a. c. ¶ Et. c. d. pariter acceptis quod est propositum. Hec autem ¶ omnes premis ueritates habent in numeris sicut in lineis.



Proposio. 11. ¶ Itam lineam sic se. a. e. ut quod sub tota ¶ et uia portione rectangulum continetur equum sit ei quod sit ex reliqua sectione quadratum.

Sit linea data ab. quā uolumus sic diuidere ut quod ex tota ¶ et eius minore portione producat equum sit quadrato maioris. ¶ Describo quadratum ipsius quod fit a. b. ¶ Et. f. latus. b. d. diuido per equalia in. e. f. ¶ Et produco. a. e. ¶ Et. e. b. produco usq. ad. f. ita quod. e. f. sit equalis. a. e. ¶ Et. ex. b. f. portione extra feci describo ¶ Et quadratum quod ex latere. a. b. rescat portionem equalem. b. f. que sit. b. h. ¶ Et quadratum descriptum sit. b. f. h. g. Dico qd. a. b. sic est diuisa in puncto. h. quod illud quod fit ex tota. a. b. in eius portione. h. a. est equale quadrato. h. b. ¶ Produco. g. h. usq. ad. k. que erit equidistans. a. e. ¶ Quia ergo linea. d. b. diuisa est per equalia in. e. f. est sibi addita linea. b. f. est per. 32. huius quod fit ex. d. f. in. b. f. cum quadrato. e. b. equale quadrato. e. f. ¶ Quare ¶ Et quadrato. e. a. ¶ Quare per penultimam primi quadratis duarum linearum. e. b. ¶ Et. b. a. ¶ Ergo dempto ab utrisq. quadrato linee. e. b. erit quod fit ex. d. f. in. b. f. ¶ Et ipsum est superficies. d. g. equale quadrato linee. a. b. ¶ Ergo dempto ab utrisq. parallelogramo. h. d. erit quadratum. h. f. equale parallelogramo. h. e. ¶ Et quia quadratum. h. f. est quadratum linee. h. b. ¶ Et parallelogramum. h. e. producat ex. e. a. que est equalis. a. b. in. a. h. pater factum esse propositum. ¶ Ad hoc autem sciendum in numeris non habetis quia unum possibile est numerum sic diuidi ut hec undecima proponit sicut rebus ¶ Ex. 29. se doctine.



In his triangulis qui obtusum habent angulum: tanto ea que obtusum subredit angulum: ambobus reliquis lateribus que obtusum continent angulus amplius potest quantum est quod continetur bis sub uno coniuncto ea que sibi directe iuncta ad obtusum angulum a perpendiculari extra deprehenditur.

Sit triangulus. a. b. c. habens angulum. a. obtusum. A puncto. c. ducaz linea perpendicularis ad lineam. b. a. ¶ Et necessario cadet extra triangulum. a. b. c. alioquin angulus obtusus esset rectus aut minor recto per. 16. pñm. Sit ergo. c. d.

perpendicularis super lineam. a. b. productam usq. ad. d. Dico q. quadratum lateris. b. c. quod subtenditur angulo obtuso tanto maius est duobus quadratis duarum linearum. a. b. & a. c. ambientibus ipsum angulum obtusum. quantum est illud quod fit ex. b. a. in. a. d. bis. Potentia enim linee respectu quadrati sui est. unde tantum dicitur posse linea quelibet quantum in se ducta producit. Erit enim per. 4. huius quadratum. b. d. equale duobus quadratis duarum linearum. b. a. & a. d. & duplo eius quod fit ex. b. a. in. a. d. Et quia quadratum. b. c. per penultimam primi est equale quadrato. b. d. & quadrato. d. c. ipsum erit equale quadratis trium linearum. b. a. a. d. & d. c. & duplo eius quod fit ex. b. a. in. a. d. Sed per eandem quadratum. a. c. est equale quadratis. a. d. & d. c. Ergo quadratum. b. c. est equale quadratis duarum linearum. b. a. & a. d. & duplo eius quod fit ex. b. a. in. a. d. Quare. b. c. tanto amplius potest duabus lineis. b. a. a. c. quantum est duplum eius. quod fit ex. b. a. in. a. d. Iam enim diximus q. tantum dicitur posse linea quelibet quantum in se ducta producit quod est propositum. **Propositio .13.**



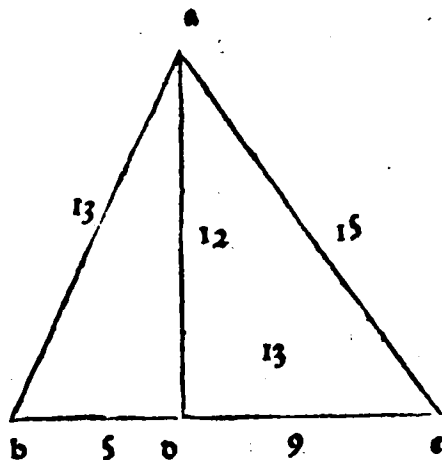
Per is oxigonij tanto ea que acutum respicit angulum ambobus lateribus angulum acutum continentibus minus potest: quantum est quod bis continetur sub vno eorum cui perpendicularis intra su perstat: eaq. sui parte: que perpendiculari anguloq. acuto interiacet.

¶ Quod hic proponitur de latere subtenso alicui angulo acuto in triangulo oxigonio veritatem habet de latere subtenso cuilibet angulo acuto in omni triangulo siue fiat orthogonius siue ambligonius siue oxigonius.

¶ Sit ergo in triangulo. a. b. c. quicunq. triangulus fuerit. angulus. c. acutus qui si fuerit oxigonius ducatur perpendicularis ab alterutro angulo. a. uel. b. ad utranq. basim. b. c. uel. a. c. quia cu sic fuerit semper cadet perpendicularis intra triangulum. Si autem sit ambligonius aut orthogonius ab angulo obtuso uel recto ducatur perpendicularis ad latus oppositum qua manifestum est cadere intra triangulum: & ut simpliciter dicam cum in omni triangulo sint duo acuti anguli necessario erit alter reliquorum angulorum. qui sunt. a. & b. acutus. Ducam igitur perpendicularem ad lineam illam que duobus acutis interiacet. Sit ergo ut trianguli. a. b. c. angulus. b. etiam sit acutus: ducam ergo ad. b. c. perpendicularem que sit. a. d. que ut dictum est cadet intra triangulum. dico itaq. q. quadratum. a. b. quod subtenditur angulo acuto. c. tanto minus est duobus quadratis duarum linearum. a. c. & c. b. quantum duplum eius quod fit ex. b. c. i. d. c.

¶ Vel dico q. quadratum. a. c. quod etiam subtenditur angulo. b. quem posuimus acutum quicquid fuerit de angulo. a. tanto minus est duobus quadratis duarum linearum. a. b. & b. c. quantum est duplum eius quod fit ex. c. b. in. b. d. Erit enim per 7. huius quadratum. b. c. cum quadrato. d. c. equale ei quod fit ex. b. c. in. d. c. bis & quadrato alterius partis scilicet. b. d. quare addito utriq. quadrato. a. d. erit quadratum. b. c. cum quadratis duarum linearum. a. d. & d. c. equale quadratis duarum linearum. a. d. & d. b. & duplo eius quod fit ex. c. b. in. c. d. At quia per penultimam primi quadratum. a. c. est equale quadratis duarum linearum. a. d. & d. c. erit quadratum. b. c. cum quadrato. a. c. equale quadratis duarum linearum. a. d. & b. d. & duplo eius quod fit ex. b. c. in. c. d. sed per eandem penultimam primi quadratum. a. b. equum est quadratis duarum linearum. a. d. & b. d. ergo quadratum. b. c. cu quadrato. a. c. equum est quadrato. a. b. & duplo eius quod fit ex. b. c. in. c. d. quare tanto minus potest. a. b. duobus lateribus. b. c. & a. c. quantum est duplum eius quod fit ex. b. c. in. c. d. quod est propositum. Simili modo probabis latus. a. c. quod subtenditur angulo b. acuto posse tanto minus duobus lateribus. a. b. & b. c. quantum est duplum eius quod fit ex. c. b. in. b. d.

¶ Notandum autem per hanc & precedentem & penultimam primi q. cognitis lateribus omnis triangul-



cognoscitur area ipsius & auxiliantibus tabulis de corda & arcu cognosci-
tur omnis eius angulus.

Castigator

a ¶ Alioquin angulus. c. uel. b. qui sunt acuti ex ypotheci esset maior re-
cto uel rectus p. 16. p. ideo.

Propositio .14.

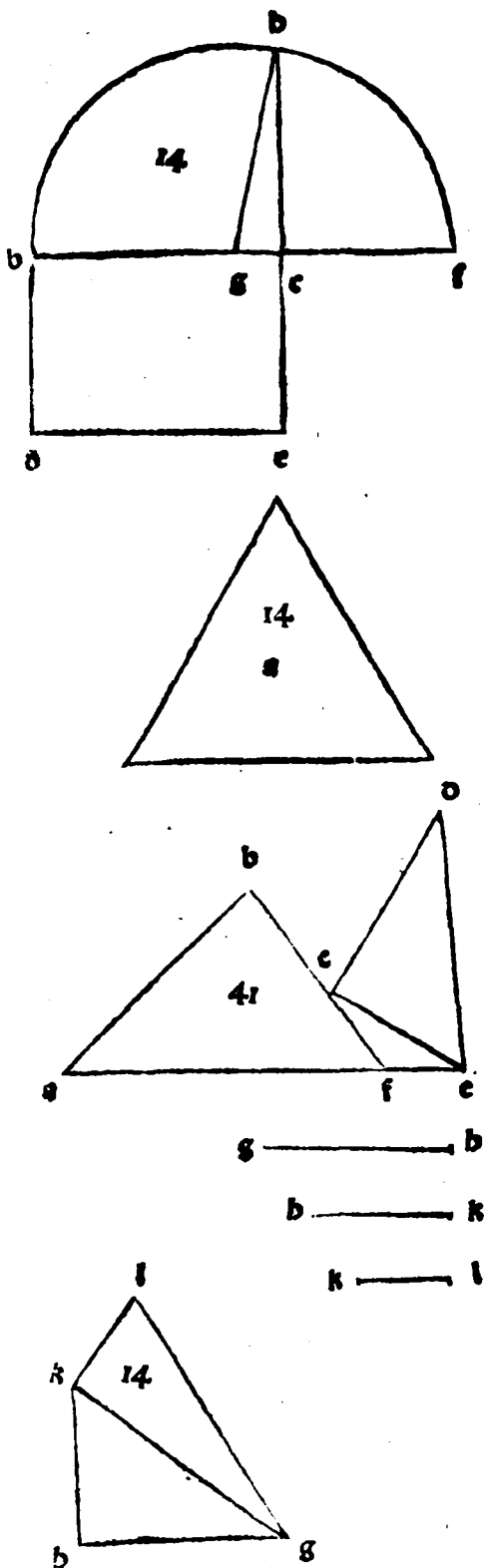


Alto trigono equum quadratum describere.

¶ Sit datus trigonus. a. cui nos uolumus equum qdratū
describere. ¶ Designabo superficiem equidistantium laterū
& rectorum angulorum equalem trigono dato fm quod
docet. 41. fm istūq. superficiem illa. b. c. d. e. cuius si latera fue-
rint equalia habemus quod querimus. Ipsa enim erit qua-
drata. per diffinitionem. Si autem latera sint inequalia tunc adiungam
minus ipsorum laterum maiori secundum rectitudinem. sitq. linea. e. f.
eq̄lis minori duob. latez quod est. c. e. adiūcta maiori qd est. b. c. fm recti-
tudinem. Totā. b. f. diuidam p eq̄lia in puncto. g. & facto. g. cētro sup line-
ā. b. f. fm q̄ntitatem linee. g. b. describā semicirculū. b. h. f. & latū. e. c. pda-
cam usquequo fecit circumferentiam in puncto. b. Dico q. quadratum
linee. c. h. est equale trigono dato. ¶ Produci lineam. g. b. & quia linea. b.
f. diuisa est per equalia in. g. & per inequalia in. c. erit per. g. huius quod sit
ex ductu. b. c. in. c. f. cum quadrato. c. g. equale quadrato. g. f. quare & qua-
drato. g. h. quare per penultimam primi & duobus quadratis duarum li-
nearum. g. c. & c. h. Ergo dempto utriq. quadrato. c. g. erit quod sit ex. b.
c. in. c. f. quod est equale superficiē. b. c. eo q. e. f. est eq̄le. c. c. Equale qua-
drato linee. c. h. quare quadratum linee. c. h. est equale trigono. a. quod
est propositum. ¶ Et nota q. per hoc inuenitur latū tetragonū cuius
libet altera parte longioris & simpliciter omnis figure rectis lineis contē-
te quecumq. fuerit. Quoniam omnem figuram talem in triangulos resol-
uimus & cuiuslibet illorum triangulorum inuenimus tetragonū la-
tus fm doctrinam istius. & inuenimus per penultimam primi. lineam
unam que possit in omnia latera tetragonica inuenta. Verbi gratia. nolo
nunc inuenire latū tetragonū rectilinee figure irregularis. a. b. c. d. e.
f. Resoluo eam in. 3. triangulos qui sunt. a. b. f. c. d. e. f. c. Inuenio quo-
q. fm doctrinam istius tria latera tetragonica istorum trium triangulo-
rum que sunt. g. b. h. k. & k. l. & erigo. h. k. perpendiculariter super. g. b. & pro-
duco. g. k. eritq. per penultimam primi quadratum. g. k. equale quadra-
tis duarum linearum. g. b. & h. k. & tertium latū. k. l. erigo perpendiculari-
ter super lineam. g. k. & produco. lineam. g. l. eritq. per penultimam pri-
mi. g. l. latū tetragonū totius figure rectilinee propositae. ¶ Expli-
cit liber secundus.

Castigator

a ¶ Etiam dato quadrato equum ei trigonum describere ut in. 18. f. exi-
babebis & in. 41. p. apparet si ei diligēs intellectus extiterit. Et non solum
quadrato sed cuiusq. figure & superficiē multilater seu polygonie his medi-
antibus possumus semper equum triangulum designare qm oēs tales resol-
uimus in triangulos & unicuiq. triangulo p hanc assignabimus equum qdra-
tum siue pallelogramum quodcūq. De hinc ex oib. illis unum cōficiē-
mus per hanc f. 25. sexti equale illis oib. postea sup duplum basis huius
maximi faciemus triangulum equalis altitudinis & ipse erit equalis il-
li polygonie propositae.



Euclidis de circulis et eorum portioibus liber tertius finis optimus. Campani translationem. Magistro Luca pacio de burgo. S. S. Ormino. Castigator accuratissimo feliciter. Incipit.



Eorum diametri sunt equales. ipsos circulos equales esse. Maiores autem quorum maiores et minores quorum minores. 1. **C**irculum lineam contingere dicitur quod cum circulus tangat in utraque parte eicte. circulum non secat. 2. **C**irculi se contingere dicuntur qui tangentes se invicem non secant. 3. **R**ecte lineae in circulo equidistant dicitur a centro. cum a centro ad ipsas ducte perpendiculares fuerint equales. 4. **P**lius vero distare a centro dicitur in qua perpendicularis longior cadit. 5. **R**ecta linea portiones circuli continens corda notat. 6. **P**ortio vero circumferentie arcus nuncupatur. 7. **A**ngulus autem portio dicitur quod a corda et arcu continetur. 8. **S**upra arcum angulus persistere dicitur quod a quolibet puncto arcus ad corde terminos duabus rectis lineis exercitibus continetur. 9. **S**ector circuli est figura quod sub duabus a centro ductis lineis et sub arcu quod ab eis comprehenditur continetur. 10. **A**ngulus autem quod ab eis lineis ambitur supra centrum persistere dicitur. 11. **S**imiles circulorum portiones dicuntur in quibus qui supra arcum persistunt anguli sibi invicem sunt equales. 12. **A**rcus quoque similes sunt qui equos angulos predicto modo suscipiunt. 13.

Castigator

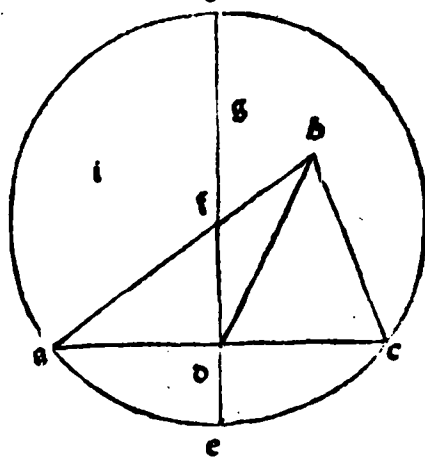
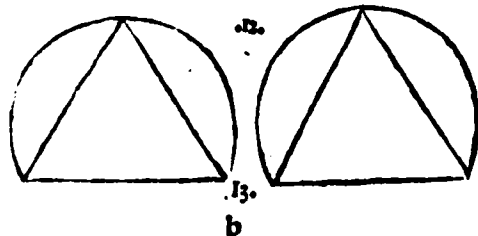
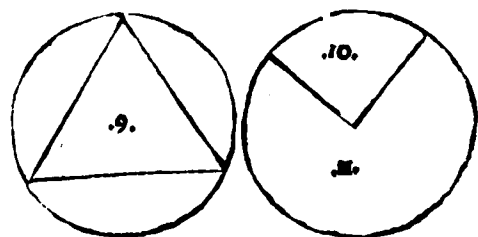
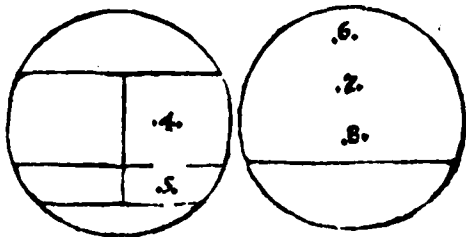
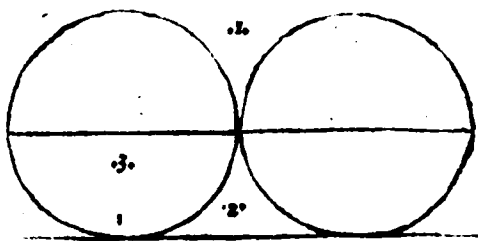
Circularis figura inter alias optinet principatum quia multe conditiones sibi competunt quod nulli alii figurarum ysuperimetricarum nam ipsa est prima figurarum et perfectissima et simplicissima et regularissima et capacissima omnium ysuperimetricarum et pulcherrima omnium ut constat ex electione summi optificis et sic addere potes ipsa quod est maxime apta motui. ut inde physico auditum dixit ap. Et si queratur quare Euclides prius de ipsa verba non fecerit dicitur eo quia invenit multa de ipsa que minime concludi poterant nisi ex conclusionibus rectilinearum figurarum et ideo si bi fuit necesse sciam de circulis preposuisse quemadmodum fecit preponendo geometriam arithmetice cum illa sit prior antea testante Diuino philosopho et Boetio in sua arithmetica.

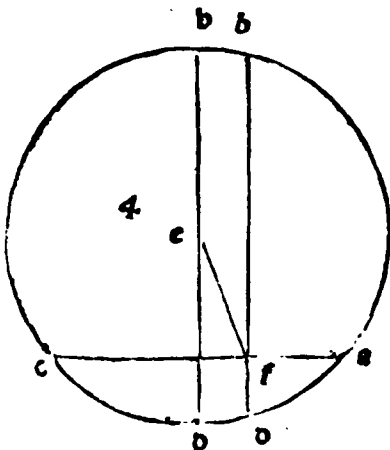
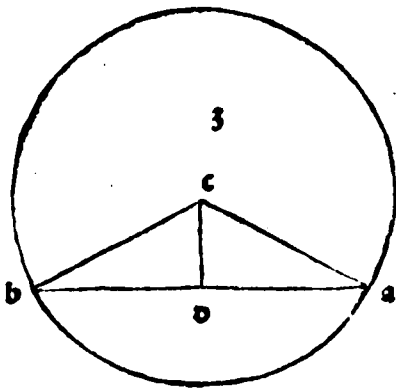
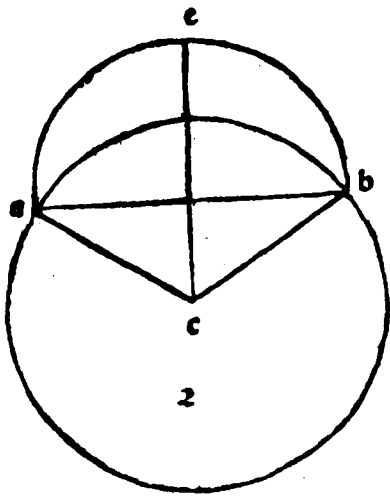
Propositio .1.



Circuli propositi centrum invenire. unde manifestum est quod duabus rectis lineis in eodem circulo apud circumferentiam terminatis neutra illarum alteram per equalia orthogonaliter secat nisi ipsa super centrum transferit.

Sit circulus propositus. a. b. c. cuius volumus centrum invenire. **D**uco in ipso circulo lineam a. c. qualitercumque contingat quam diuido per equalia in puncto. d. a quo duco perpendicularem ad lineam a. c. quam applico circumferentie ex utraque parte. sitque. e. d. b. quam rursus diuido per equalia in puncto. f. que dico esse centrum circuli. **S**i enim non fuerit autem alibi aut in linea. e. b. aut extra. In linea. e. b. non si. n. fuerit i. e. aut in puncto. g. erit linea. e. f. maior linea. e. g. per uidelicet toto quod est impossibile. **Q**uod si fuerit extra lineam. e. b. ut in puncto. h. ducantur lineae. b. a. b. d. h. c. et eglatera. b. d. et





d.a.trianguli.h.d.a sunt equalia latribus.h.d.f.d.c. trianguli . h d.c.f. basis.h.a.basi.h.c.erit per.8.primi angulus.a.d.h.equalis angulo.c.d.h. quare uterq.rectus ē quia angulus.a.d.b.fuit etiam rectus erit.a.d.b.equalis.a.d.b.p.3.petitiōe primi pars.uidelicet toti quod est impossibile.Nō est ergo centrum dati circuli alicubi quam in puncto.f.quod est ppositū.

Propositio .2.

Cuper circuli circumferentiam duobus punctis
ignatis. lineam rectam ductam ab al. cro ad alteru.
circulum secare necesse est.

Sic ut in circūferentia circuli, a, b, cuius centum sit, c, signata sunt duo pūcta que sunt, a, c, b, dico q̄ linea recta coniungens unū cum altero secabit circulum, Alioquin cadet extra circulum: sitq̄, a, c, b, linea recta si possibile est: producam lineas, c, a, c, b, eruntq̄, p, 5. primi angulus, c, a, b, c, c, b, a, equales: pro traham item lineam, c, e, que secet circūferentiam in puncto, d, eritq̄ p 16. pmi angulus, a, e, c, maior angulo, c, b, e, quare maior angulo, c, a, e, quare per 18. eiusdem latus, a, c, maius latere, c, e, q̄ quia, c, d, est equalis, c, a, erit, c, d, maior, c, e, pars toto quod est impossibile: Quia ergo linea coniungens duo puncta, a b, non transibit extra circulum secabit ipsum quod est ppositum. **Propositio .3.**

Item si lineam intra circulum præter centrum collocatã
alia a centro veniens per equa secet. orthogonaliter
super eam infiltere. & si in eam orthogonaliter stete
rit. eam per equalia dividere necesse est.

 Sit ut lineam, a, b, collocatam intra circulum, a, b, cu
ius centrum sit, c, linea, c, d, ueniens a centro diuidat per
equalia: dico q̄ diuidit eam orthogonaliter, & e conuerso uidelicet si di
uidit eam orthogonaliter diuidit eam per equalia, ¶ Produca lineas, c, a,
& c, b, & ponam, primo q̄ diuidat eam per equalia: erunt ergo duo late
ra, c, d, & f, d, a, trianguli, c, d, a, equalia duobus lateribus, c, d, & f, d, b, tri
anguli, c, d, b, & basis, c, a basi, c, b, ergo per, 8, primi: angulus, d, unius
est equalis angulo, d, alterius quare uterq; rectus: quare, c, d, est perpendi
cularis super, a, b, quod est propositum, ¶ Ponam iterum q̄, c, d, sit per
pendicularis super, a, b, & offendam q̄ ipsa diuidit, a, b, per equalia Erit
enim propter hanc positionem uterq; anguloꝝ qui sunt ad, d, rectus qua
re unus equalis alteri, At quia per, 5, primi angulus, c, a, d, est equalis an
gulo, c, b, d, & latus, c, a, equale lateri, c, b, per, 26, primi: eisdem crisi li
nea, a, d, equalis linee, d, b, quod est propositum.

Propositio .4

Intra circulum duellince se inuicem secet. ⁊ super
centrum non transeant. non per equalia eas secari
necesse est.

 Sit ut in circulo, a, b, c, d, citius centrum sit, e, due linee a, c, & b, d, secant se in puncto, f. & utraq; earum uel altera non transeat per centrum, dico q; ipse non diuidit se per equalia: ita q; utraq; p equalia diuidatur ab altera. ¶ Quod si fuerit hoc possibile: ponatur & sit primo ut neutra transeat per centrum a centro, e, producatur lineam, e, f, citius, per primam partem premisae unusquisq; 4. angulorum: qui sunt, a, f, e, f, c, f, c, f, d, rectus quod est impossibile: si enim rectus eet minor recto. ¶ Sit igitur ut altera earum transeat per centrum & altera non: sitq; b, d, transiens per centrum adhuc dico q; non diuidunt se per equalia quod si sic, tunc per primam partem premisae, ai b, d, ducta a centro diuidat, a, c, per equalia diuidat eam orthogonaliter quare etiā, a, c, diuidet, b, d, orthogonaliter & quia diuidit, a, c, ipsam b, d, per equalia ut ponit aduersarius: ipsa transibit per centrum per correlarium prime huius: quare ambe transiunt per centrum quod est contra ypothesim.

Propositio .5.



Circulorum se inuicem secantium cētra diuersa esse. ¶ Sint duo circuli. a. c. b. a. d. b. secantes se super duo puncta. a. c. f. b. Dico q̄ eorum sunt diuersa centra. ¶ Si enim haberent idem centrum ipsam erit p̄ diffinitionem in portione utriq̄ circulo cōmuni: sitq̄ illud. e. f. ducantur linee e. a. f. e. f. c. eruntq̄ per diffinitionem due linee. e. a. f. e. f. e. q̄
les: ¶ Itemq̄ per diffinitionem due linee. e. a. f. e. c. equales quare. e. f. est equalis. e. c. cum utraq̄ earum sit equalis. e. a. pars uidelicet toti quod est impossibile.

Propositio .6.



Circulorum se se contingantium nō idem centrum esse necesse est.

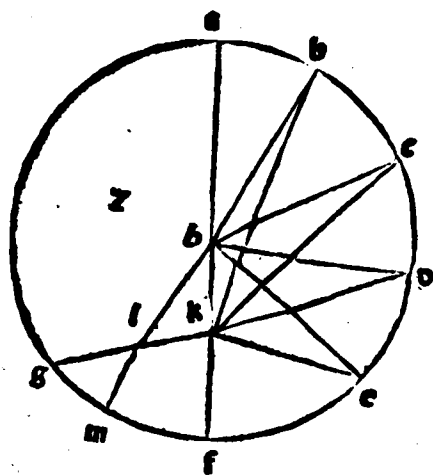
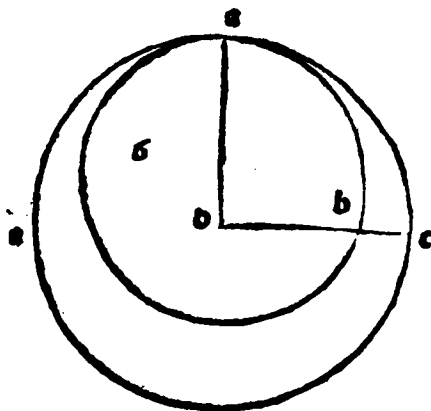
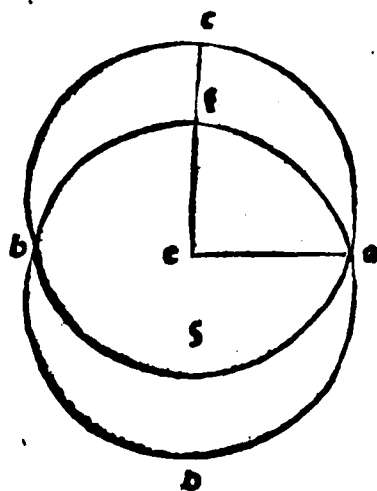
¶ Sint duo circuli. a. b. f. a. c. contingentes se in puncto. a. Dico q̄ eorum sunt diuersa centra. Si enim habuerint idē centrum erit per diffinitionem inter minorem eorum cū minor positus fuerit intra maiore: sitq̄ ipsum. d. f. ducant linee. d. a. f. d. b. c. eritq̄ per diffinitionem utraq̄ duarum linearum. d. b. f. d. c. equalis. a. d. quod est impossibile. ¶ De circulis autē se contingētibz extra quorum scilicet unus est extra alterum: manifestum est p̄ diffinitionem centrū quod ipsi non habent idem centrum.

Propositio .7.



In diametro circuli punctus preter centrum si gnetur. ab eo ad circumferentiam linee plurime ducantur que super centrum transierit omnium erit longissima. que vero diametrum perficiet omnium erit breuissima. que autem centro, prime ceteris longiores. ¶ Quanto vero a centro remotiores tāto breuiores esse conueniet. ¶ Duas quoq̄ equidistantes linee breuissime collaterales equales esse necesse est.

¶ Sit ut in diametro. a. f. circuli. a. b. c. cuius centrum sit. h. sit signatus punctus. k. preter centrum a quo ducantur plurime linee que sunt. k. a. k. b. k. c. k. d. k. e. k. f. k. g. ad circumferentiam: f. transeat. a. k. per centrum. h. f. k. f. sit complementum dyametris: sitq̄. ut. k. e. f. k. g. equidistant a. k. f. hoc est dicere ut angulus. e. k. f. sit equalis angulo. f. k. g. dico q̄. k. a. est omniū longissima. f. k. f. omnium breuissima: alitero tanto longiores quāto centro propinquiores. ut. k. b. est longior. k. c. f. k. c. est longior. k. d. f. k. d. longior. k. e. f. k. e. f. k. g. sunt equales: quia enim in triangulo. b. k. h. duo latera. b. h. f. h. k. per. 20. primi: sunt maiora latere. b. k. f. ipsa sunt equalia linee. a. k. erit. a. k. maior. b. k. f. eadem ratione maior omnibus aliis f. hoc est primum. ¶ Itemq̄ quia in triangulo. e. h. k. duo latera. h. k. f. k. e. per eandem sunt maiora latere. h. e. quod est equalis linee. h. f. ipsa erunt maiora linea. h. f. ergo dempta communilinea que est. b. k. remanebit k. e. maior. k. f. eadem ratione quolibet aliarum erit maior ipsa f. h. est secundum. ¶ Itemq̄ quia duo latera. b. h. f. h. k. trianguli. b. h. k. sunt equalia duobus lateribus. c. h. f. h. k. trianguli. c. h. k. f. angulus. b. h. k. ē maior angulo. c. h. k. erit per. 24. primi. basis. b. k. maior basi. k. c. eadem rōne k. c. maior erit. k. d. f. k. d. maior. k. e. f. hoc est tertium. ¶ Quod si due linee. k. g. f. k. e. non sunt equales erit altera maior: sitq̄. k. g. de qua sumā k. l. equalem. k. e. f. producam. b. l. quousq̄ secet circumferentiam in puncto. m. f. quia per ypothesim angulus. g. k. f. est equalis angulo. f. k. e. erit per. 13. pmi. angulus. l. k. h. equalis angulo. c. k. b. f. duo latera. l. k. f. k. h. trianguli. l. k. h. sunt equalia duobus lateribus. e. k. f. k. h. trianguli. e. k. h. ergo per. 4. primi basis. h. l. est equalis basi. h. e. f. quia. h. m. ē equalis. h. e. erit. h. m. equalis. h. l. quod est impossibile. sunt ergo due linee. k. g. f. k. e. equales quod est nostrum propositum. quartum.



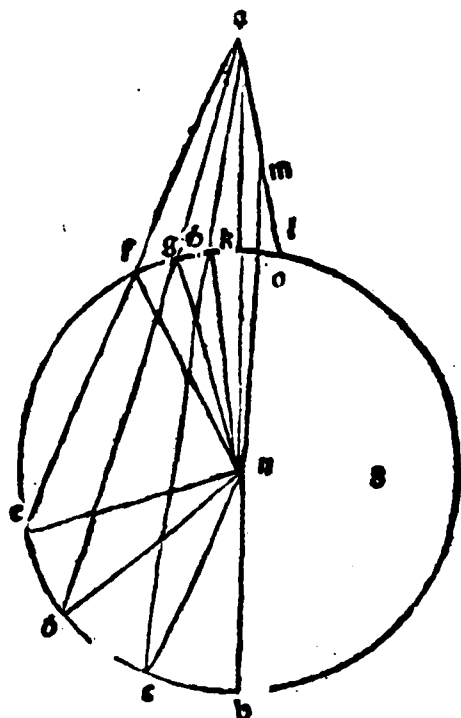
¶ Res anseris

Propositio .8.

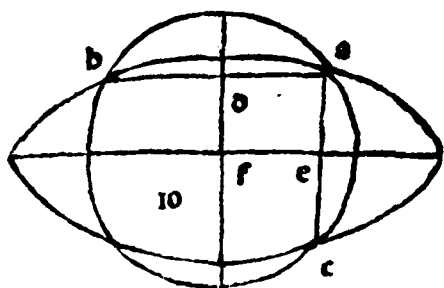
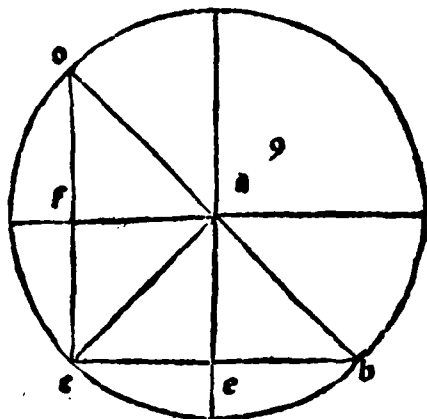


Extra circum puncto signato ab eo ad circumferentiam linee plurime ducantur circumsecando. que super centrum transferit omnium erit longissima. Centro autem propinquo; ceteris remotionibus longiores. Linee vero partiales ad circumferentiam extrinsecus applicate: ea quidem que diametro in directum adiacet omnium est minima. eiq; propinquo; remotionibus breviores. Due vero que linee brevissime utrinque eque propinquant equales sunt.

Sit ut a puncto. a. assignato extra circum. b. c. d. cuius centrum sit. n. ducant plurime linee ad circumferentiam secando circum que sint. a. k. n. b. a. h. c. a. g. d. f. a. f. e. Dico q. a. b. transiens per centrum omnium erit longissima. f. g. a. c. e. maior. a. d. f. a. d. maior. a. e. f. g. a. k. est brevissima omnium extrinsecarum. f. g. a. h. est minor. a. g. f. a. g. minor. a. f. f. dico q. si ducat. a. l. ita q. ipsa f. a. h. equaliter distent ab. a. k. hoc est q. angulus. k. a. h. sit equalis angulo. l. a. k. ipse erunt equales. Producam. n. a. centro. n. lineas. n. e. n. d. n. c. n. f. n. g. f. n. h. eruntq. p. 30. pmi duo latera. a. n. f. n. c. trianguli. a. n. c. maiora. a. c. f. ga ipsa sunt equalia linee. a. b. erit. a. b. maior. a. c. eadem rōe erit maior oibus aliis quod est pmi. Et quia duo latera. a. n. f. n. c. trianguli. a. n. c. sunt equalia duobus lateribus. a. n. f. n. d. trianguli. a. n. d. f. angulus. a. n. c. e. maior angulo. a. n. d. erit p. 24. pmi; basis. a. c. maior basi. a. d. f. eadem rōe erit. a. d. maior. a. e. qd e fm. Itēq. quia in triangulo. a. n. h. duo latera. a. b. f. n. h. sunt maiora. a. n. per. 30. primi. f. h. n. est equalis. n. k. erit p. cōm sciam. a. h. maior. a. k. eadem rōe qlibet extrinsecus applicata; maior erit. a. k. quod e tertium. Item quia p. 31. pmi; due linee. a. h. f. n. h. sunt minores duabus lineis. a. g. f. g. n. f. h. n. e. equalis. g. n. erit p. cōm scientiam. a. g. maior. a. h. eadem rōe erit. a. f. maior a. g. qd est quartum. Quod si. a. l. non sit equalis. a. h. cū ipse sint equaliter distantes ab. a. k. erit altera maiori sitq. a. l. ponā ergo. a. m. equalē a. h. f. producā. n. o. m. ga ergo duo latera. m. a. f. a. n. trianguli. m. a. n. sunt equalia duobus lateribus. h. a. f. a. n. trianguli. h. a. n. f. angulus. m. a. n. e. equalis angulo. h. a. n. erit p. 4. pmi; basis. m. n. equalis basi. n. h. f. ga. n. o. e. equalis. n. h. erit. n. o. equalis. n. m. p. uidelicet toti quod est impossibile f. hoc est quintum.



Cauda pavonis.



Propositio .9.



Intra circum puncto signato. ab eo plures q. due linee ducte ad circumferentiam fuerint equalles. punctum illud centrum circuli esse necesse est.

Sit ut a puncto. a. signato intra circum. b. c. d. ducte sint .3. linee. a. b. a. c. f. a. d. ad circumferentiam q. pono et equalles dico punctum. a. esse centz. circuli. Producam. n. duas lineas. c. b. f. d. c. f. diuidā utraq. eaz p. equalia. c. b. qdem in puncto. e. f. d. c. in puncto. f. f. pducam. e. a. f. f. a. quas applico circumferentie ex utraq. pte. eritq. p. 8. pmi uterq. anguloz q. sunt ad. e. equalis alteri. igit p. 13. p. uterq. erit rectus. Si f. quoq. p. eadem uterq. anguloz q. sunt ad. f. rectus; ergo per correlarium pme huius. quia. a. e. diuidit. c. b. per equalia f. orthogonaliter ipsa transit p. centrum. similiter quoq. a. f. transit p. centz. quia diuidit d. c. p. equalia f. orthogonaliter. quare. a. est centz. qd est ppositum.

Propositio .10.



Circulus circum secet. in duobus tantum locis secare necesse est.

Sint si possibile ē duo circuli secantes se in pluribus q. in duobus locis sup. 3. puncta a. b. c. Producam lineas. a. b. f. a. c. quas diuidam p. equalia in punctis. d. f. e. f. producā a puncto. e. lineam. e. f. perpendicularē sup. lineam. a. c. f. a puncto. d. lineam. d. f. perpendicularē super lineam. a. b. f. secet f. due linee. e. f. f. d. f. in puncto. f. eritq. per correlarium prime huius punctum

20
p.

24

20

21

4

13
8

5 f. centrum circuli utriusque quod est impossibile. per. s. huius.

Propositio. .11.



Circulus circulum contingat. lineaeque per centra eorum transeat. ad punctum contactus eorum applicari necesse est.

¶ Si enim linea transiens per centra duorum circulorum e.e.f.d.e. sese contingunt intra uel extra. non uadit ad locum contactus fecit circumferentiam utriusque. sitq. a.c. centrum circuli. e.d.f. b. centrum circuli. e.c. ducatur linea recta. a.b.c.d. se cans circumferentiam utriusque. ducantur lineae a puncto. e. qui sit locus contactus ad centra que sint. e.a.c.e.b. eruntq. in contactu interiori. per 10. primi due lineae. e.b. f. b.a. longiores. e.a. quare longiores. a.d. e. enim a. centrum circuli. e.d. f. quoniam. b.c. est equalis. e.b. quoniam. b. est centrum circuli. e.c. erit. c.a. longior. a.d. quod est impossibile. ¶ In contactu uero exteriori erunt due lineae. a.c. f. e.b. longiores. a.b. quare. a.d. f. e.c.b. maius erunt q. tota. a.b. quod est falsum.

Propositio .12.



Circulus circulum contingat siue intrinsecus siue extrinsecus. in uno tantum loco contingere necesse est.

¶ Si enim fuerit possibile. ut circulus circulum contingat in duobus locis intra uel extra contingat circulum. a.b.c. d. circulus. a.b.e. iterius in duobus punctis. a.b. uel exterius circulus. c.d.f. in duobus punctis. c.d. Cum ergo ducemus lineam rectam ab. a. ad. b. si ipsa cadat extra circulum. a.b.e. interiorum accidet contrarium secunde huius. Quod si ipsa cadat intra ipsum. cum diuiserimus ipsam per equalia f. eduxerimus a puncto diuisionis perpendiculararem ad ipsam. fueritq. applicata circumferentie ex utraque parte ipsa transibit per centra amboꝝ circuloꝝ que accidet contrariū premisse. ¶ In circulo uero contingente exteriꝝ in punctis. c.d. si ducamus lineam rectam a puncto e. ad punctum. d. necesse est accidere contrariū se huius. que utrunque impossibile.

Castigator.

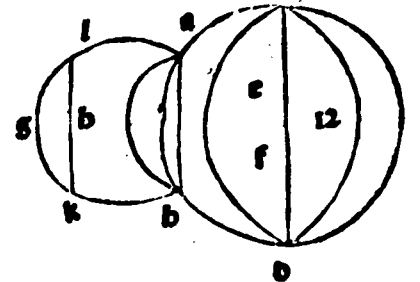
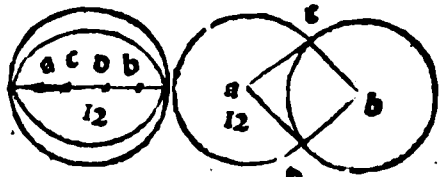
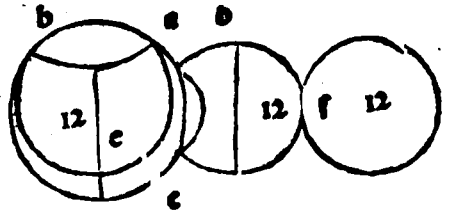
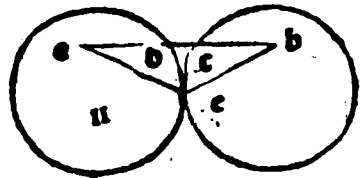
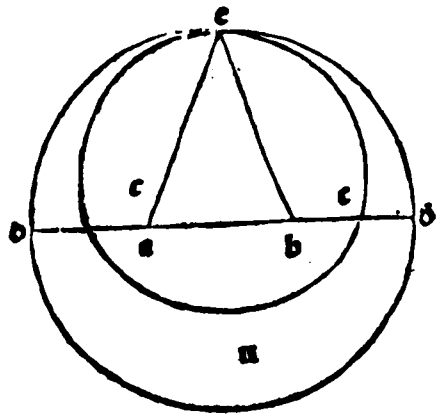
¶ Verbi gratia. Quod si fuerit possibile. ut sese in duobus aut pluribus contingant locis circulus ergo. c.d. circulum. a.b. in duobus locis interioris contingat super duo puncta. c. f. d. Sitq. centrum circuli. a. b. punctum. e. centrum circuli. c.d. punctum. f. linea. ergo que coniungit punctum. e. puncto. f. p. trahitur ad circumferentiam cadit in loco ubi duo circuli sese contingunt per premissam. Coniungam itaq. e. cum. f. p. traham lineam. e.f. ad duo puncta in quibus duo circuli sese contingunt. c.f. d. centrum uero circuli. a. b. est. e. linea ergo. c.e. lineae. e.d. est equalis sed linea. e.d. linea. d.f. longior existit. ergo linea. c.e. longior est linea. f.d. sed linea. c.f. linea. c.e. fortior inuenitur linea. c.f. multo longior existit linea f.d. Et est quia centrum circuli. c.d. est punctum. f. erit linea. f.d. lineae. f.e. equalis. Sed iam fuit ostensum. q. linea. c.f. linea. f.d. multo longior existit. hoc autem contrarium f. impossibile non ergo contingit. c.d. circulum. a.b. nisi tñ i loco uno. Contingant ergo se exteriꝝ in duobus locis si f. e. possibile fm similitudine qua circulus. g. h. circulum. a. b. contingit linea ergo q. trahit a puncto. a. ad punctum. b. cadit itra circulum. a. b. f. cadit extra circulum. g. h. si at contrariū f. impossibile est. qm si quibet duo puncta cadetia fuerit sup arcu circuli linea unum eoꝝ alteri coniungit itra circulum cadit p. a. huius nō ergo contingit circulum nisi i loco uno exteriꝝ. neq. iterius. Et f. e. quod demonstrare uoluimus.

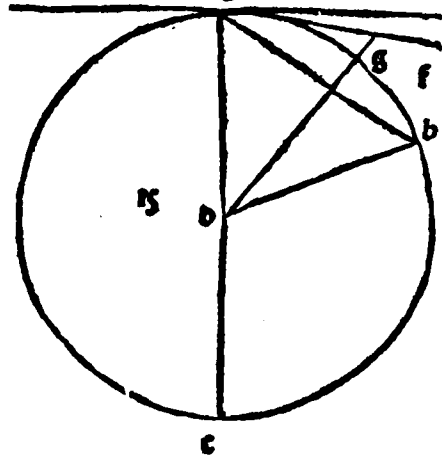
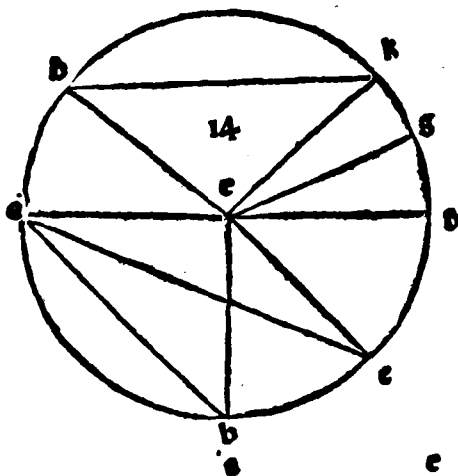
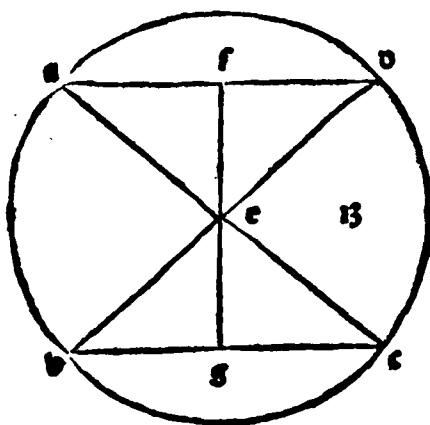
Propositio .13.



Ecce lineae in circulo si fuerint equales eas a centro egdistare. et si a centro egdistiterit eales ee necesse est.

¶ Sit ut in circulo. a.b.c.d. cuius centrum sit. e. due lineae a.d. f. e.c.b. sint eales. dico q. ipse equidistant a centro f. eod uerso. Producamur. n. a centro. e. lineae. e.f. f. e.g. p. perpendiculares ad. a.d. f. b.c. eritq. p. p. rem tertie huius. a. d. diuisa p. ealia. in. f. f. b.c. i





g. quia ergo duo latera .e. d. f. d. a. trianguli .e. d. a. sunt equalia duobus lateribus .e. c. f. c. b. trianguli .e. c. b. f. basis .e. a. basi .c. b. erit per .8. primi angulus .d. equalis angulo .c. f. quia duo latera .e. d. f. d. f. trianguli .e. d. f. sunt equalia duobus lateribus .e. c. f. c. g. trianguli .e. c. g. Nam d. f. est equalis .c. g. eo q. tota .a. d. posita est equalis .b. c. f. angulus .d. est equalis angulo .c. erit per .4. primi basis .e. f. equalis basi .e. g. f. quia iste sunt perpendiculares uenientes ad eas a centro patet per diffinitionem 4. huius ipsas equaliter distare a centro. ¶ Aliter idem. Quadratum enim .e. d. per penultimam primi ualet quadrata duarum linearum .e. f. f. f. d. f. quadratum .e. c. quadrata duarum linearum que sunt .e. g. f. c. g. f. quia quadratum .d. e. est e quale quadrato .e. c. f. quadratum .d. f. quadrato .g. c. erit quadratum .e. f. equale quadrato .e. g. quare .e. f. est equale e. g. sicq. patet idem. ¶ Sit ergo .e. f. equalis .e. g. quod est eas equaliter distare a centro. dico tunc q. a. d. est equalis .b. c. de quadratis enim duarum linearum .e. d. f. e. c. equalibus demptis quadratis duarum linearum .e. f. f. e. g. equalibus remanent per penultimam primi quadrata duarum linearum .f. d. f. g. c. que per communem scientiam necesse est esse equalia quare .f. d. est equalis .g. c. ergo duplam .f. d. quod est .a. d. est equale duplo .g. c. quod est .b. c. f. hec est secunda pars propositi.

Propositio .14.



Intra circulum plurime recte linee ceciderint diametrum eius omnium longissimam. eiq. propinquiores remotioribus longiores esse necesse est.

¶ Sit ut in circulo .a. b. c. cuius centrum .e. cadat plurime linee que sint .a. b. a. c. a. d. f. g. h. k. sitq. a. e. d. diameter. dico ipsam esse longissimam f. alias tanto maiores quant. sunt ipsi propinquiores. ducantur enim a centro .e. linee ad extremitates omnium que sint .e. b. e. c. e. f. e. g. e. h. f. e. k. eruntq. per .20. primi duo latera .e. f. f. e. g. trianguli .e. f. g. longiora .f. g. f. quia ipsa sunt equalia .a. d. erit .a. d. maior .f. g. eadem ratione maior erit q. a. c. quia .a. e. f. e. c. sunt maiora .a. c. f. equalia .a. d. ergo .a. d. maior est .a. c. sic quoq. est maior .h. k. f. maior etiam q. a. b. quod autem .f. g. sit maior .h. k. f. a. c. a. b. patet. quia per .24. primi cum duo latera .f. e. f. e. g. trianguli .f. e. g. sint equalia duobus lateribus .h. e. f. e. k. trianguli .h. e. k. f. angulus .f. e. g. maior angulo .h. e. k. erit basis .f. g. maior basi .h. k. Similiter quoq. q. a. e. f. e. c. sunt equalia .a. e. f. e. b. f. angulus .a. e. c. maior angulo .a. e. b. erit basis .a. c. maior basi .a. b. f. sic est propositum.

Propositio .15.



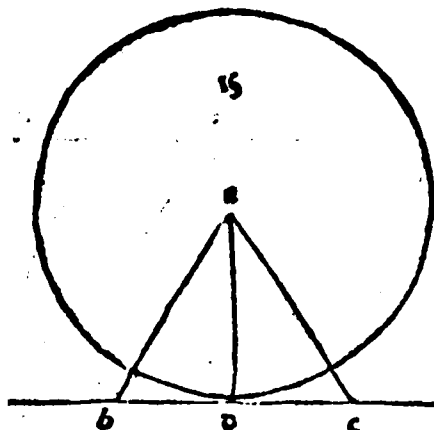
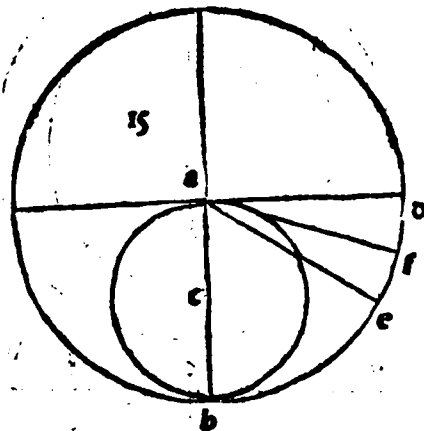
Ab altero terminorum diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter linea recta ducatur. extra circulum eam cadere necesse est. ¶ Atq. inter illam et circulum aliam lineam rectam capi impossibile est. ¶ Angulum autem ab illa et circumferentia contentum omnium acutorum angulorum esse angulissimum. ¶ Angulum vero intrinsecum a diametro et circumferentia contentum omnium angulorum acutorum esse amplissimum necesse est. ¶ Unde etiam manifestum est omnem lineam rectam a termino diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter ductam circulum ipsum contingere.

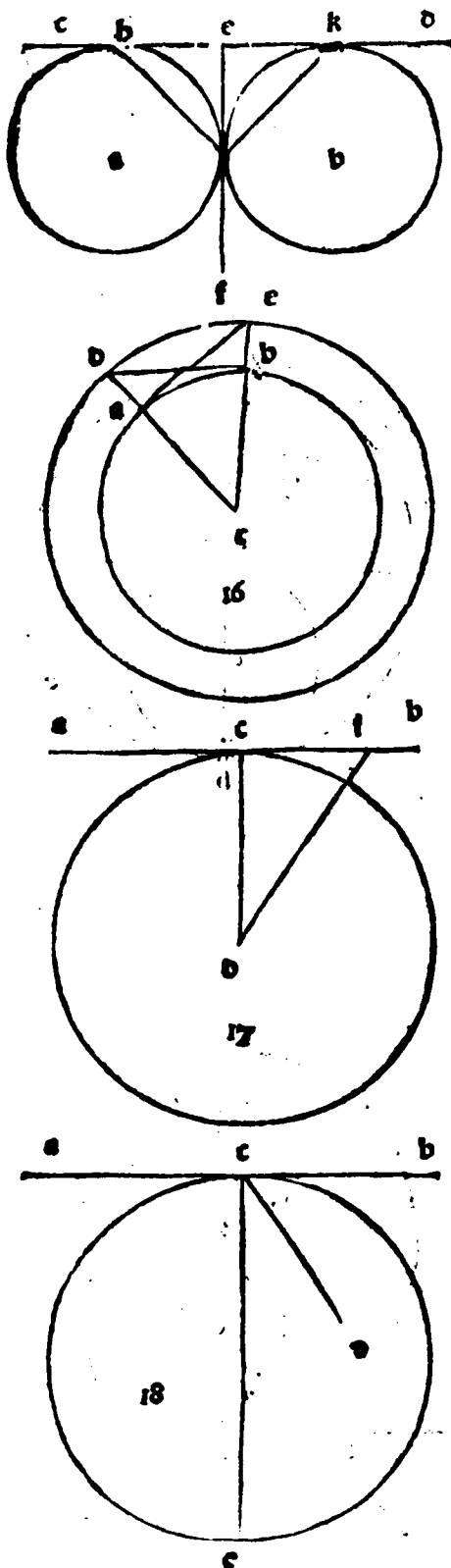
¶ Sit ut .a. termino a diametri .a. c. circuli .a. b. c. cuius centrum .d. ducatur linea orthogonaliter dico q. ipsa cadit extra circulum. f. q. inter lineam illam et circumferentiam nulla alia recta linea intercipitur i. q. angulus quem ipsa et circumferentia continet est minor omni angulo rectilineo qui uidelicet a duabus rectis lineis continetur. f. quod angulus contentus a diametro et circumferentia est maior omni angulo rectilineo acuto.

5 p dēre infra circulum, si illa linea. a. b. § ducatur linea. d. b. eritq. per. §. p. r. i. m. i. angulus. d. a. b. equalis angulo. d. b. a. § quia angulus. d. a. b. est rectus per ypothesim. habebit triangulus. a. b. d. duos angulos rectos quod est impossibile. per. 31. primi. ¶ Cadet ergo extra sitq. a. e. § si inter ipsam § circumferentiam potest linea recta intercepti sit illa. a. f. ad quam ducatur perpendicularis. d. g. § quia angulus. d. g. a. est rectus. erit per. 18. primi linea a. d. longior linea. d. g. quod est impossibile. quare inter ipsam § circumferentiam nulla linea recta intercepti potest. ¶ Propter quod patet q. angulus cōtēntus. a. b. e. a. § circumferentiā qui dīr angulus contingentie est minor oī angulo a duabus rectis lineis contento. Si enim aliquis rectilineus angulus esset angulo cōtēntie equalis. aut eo minor eī. oīs talis posset per. §. l. i. a. d. i. d. i. s. s. i. p. m. doctrinam. §. primi inter lineam. a. e. § circumferentiā posset linea recta intercepti q. monstrauimus esse nō posse. Per qd patet angulū cōtēntum a diametro § circumferentiā oīum acutorum rectilineorum esse maiorem. quia nō differt a recto nisi in angulo cōtēntie quem mō s. t. r. u. i. t. u. s. esse minorem oī rectilineo. ¶ Corollarium patet p. primam p. tem. Cum enim linea. a. e. in utraq. ptem erecta non fecit circulum § t. g. at ipsum in puncto. a. ipsa est contingēs p. diffinitionem. ¶ Ex hoc nō tandem q. nō ualet ista argumentatio. hoc trāsīt a minori ad maius. § p. oīa media. ergo p. equalē. Nec ista contingit reperire maius hoc § minus eodem ergo cōtingit reperire equalē. Hoc aut sic patet. Sit circulus. a. b. sup. cent. c. cuius diameter. a. c. b. § ducatur ab eius termino. a. linea. a. d. o. r. t. h. o. g. o. n. a. l. i. t. e. r. i. t. q. cōtingens circulum p. corollarium huius. Describat itq. sup. p. t. i. c. t. u. m. a. s. m. q. u. a. n. t. i. t. a. t. e. m. d. i. a. m. e. t. r. i. a. b. c. circulus. b. e. d. § i. m. a. g. i. n. e. t. u. l. i. n. e. a. a. b. m. o. u. e. r. i. s. u. p. p. u. n. c. t. u. m. a. p. e. r. c. i. r. c. u. m. f. r. e. n. t. i. a. m. a. r. c. u. s. b. e. d. i. t. a. q. p. u. n. c. t. u. m. b. n. u. n. c. i. e. n. t. oīa p. u. n. c. t. a. a. r. c. u. s. b. e. d. q. u. o. u. s. q. p. e. r. u. e. n. i. a. t. a. d. l. i. n. e. a. m. a. d. § c. o. o. p. e. r. i. a. t. i. p. s. a. m. § quia angulus. b. a. d. est rectus. erit ut nō sit sumere aliquem angulum acutum cui eglem non fecerit linea. a. b. cū diametro. a. c. b. minoris circuli. quia transiit ad angulum rectum dinumerans situm oīum angulorum acutorum quorum manifestum est quosdam esse minores angulo semicirculi cōtēnto a semicirculiferentia. a. b. § diametro. a. c. b. § angulum rectum māifestum est esse maiorem eodem. Dico. q. nullus in transitu ab acutis minoribus ad rectū maiorem intermedius fuit ei equalis. Si enim fuerit aliquis sit ut illum fecerit linea. a. b. cū punctus. b. sit in puncto. c. arcus. b. e. d. quia ergo angulus. e. a. b. est egle angulo semicirculi predicto. angulus aut semicirculi est amplissimus oīum acutor. p. ultimā ptem huius erit angulus. e. a. b. amplissimus oīum acutorum diuidatur ergo angulus. e. a. d. sicut ppositus. §. primi p. equalia ducta linea. a. f. eritq. per conceptionem angulus. f. a. b. amplior angulo e. a. b. quare erit aliquid amplius amplissimo quod ē impossibile. ¶ Vd sic cum angulus. e. a. b. sit equalis angulo semicirculi sicut ponitur. At angulus semicirculi cum angulo contingentie est equalis uni recto. Similiter quoq. angulus. e. a. b. cum angulo. e. a. d. est equalis uni recto. erit angulus. e. a. d. equalis angulo contingentie § quia angulus contingentie ē angustissimus oīum acutorum. p. 3. ptem huius. erit similiter angulus. e. a. d. sibi egle angustissimus oīum acutor. sed angulus. e. a. f. est eo angustior p. conceptionē erit ergo aliquid angustius angustissimo qd ē impossibile. ¶ Non ergo erit angulus rectilineus equalis angulo semicirculi § quia transiit a minori ad maius § non per equalē. Item quia est reperire minorem eo § maiorem patet instantia contra utraq. argumentationem predictam. Vnde per interemptionem ad illud est respondendum.

¶ Castigator

¶ Si circulum linea recta contingat tantum in puncto contingere necesse est. si enim fin lineam contingat ducam ad terminos lineae secundum quam contingit que sit. b. c. a centro circuli quod sit. a. lineas. a. b. § a. c. § ducam lineam. a. d. in medium lineae. b. c. § erūt duo trianguli. a. b. d. § a. d. c. sic arguo sic. Aut linea. a. d. incidit orthogonaliter super. b. c. aut nō.





Si sic erit in omni triangulo angulus apud d. rectus & per consequens in illis triangulis erunt latera a. b. f. a. c. longiora latere a. d. p. 18. primi quia maiori angulo opponitur quodlibet illorum laterum suo in illis triangulis. Si vero non incidit orthogonaliter erit unus angulus quem facit obtusius & ei in suo triangulo maius latus opponitur per eandem 18. ex quo sequitur q. tres linee venientes a centro a. usq. ad puncta b. c. d. non sunt equales sed ista tria puncta sunt puncta circumferentie igitur linee venientes a centro ad circumferentiam non sunt equales quod est contra diffinitionem circuli. Sequitur etiam a centro ad contactum linea ducta esse perpendicularem super contingentem ut infra per 17. huius demonstratur.



Oset probari quod angulus contingencie est divisibilis secundum lineam rectam ut constat per figurationem hanc a latere positam. Certum est q. angulus qui causatur ex contactu duorum circuloꝝ vel spaz. est angulus contingencie & talis dividatur per lineam e. g. quia hic habetur triangulus h. g. k. cuius basis b. k. dividatur per equalia in puncto c. & protrahatur versus g. contactum & arguitur per 4. primi deinde per 16. huius & patet propositum.

Castigator

Nihil hoc ad rombum Euclidis. quia ipse intelligit a recta & omnia causatus.

Propositio. 16.

Dato puncto ad datum circumulum lineam contingentem ducere.



Sit circulus datus a. b. cuius centrum e. punctum datus d. uolo ergo a puncto d. ducere lineam contingentem circumulum a. b. Produco lineam d. c. secantem circumferentiam circuli a. b. in puncto a. super quam describo circumulum d. e. secundum quantitatem linee d. c. concentricum circulo a. b. & a puncto a. produco lineam a. e. perpendicularem ad lineam d. c. que fecit circumferentiam circuli d. e. in puncto e. & produco lineam e. c. secantem circumferentiam circuli a. b. in puncto b. deinde produco lineam d. b. que erit contingens circumulum a. b. Quia enim duo latera a. c. f. c. e. trianguli a. c. e. sunt equalia duobus lateribus b. c. f. c. d. trianguli b. c. d. & angulus c. e. communis utriq. erit per 4. primi angulus e. a. c. equalis angulo d. b. c. angulus autem e. a. c. est rectus quare angulus d. b. c. est rectus per correlativum ergo precedentis erit linea d. b. contingens circumulum a. b. quod est propositum.

Propositio. 17.

Si circumulum linea recta contingat a contactu vero ad centrum linea recta ducatur. necesse est eam super lineam contingentem esse perpendicularem.



Sit linea a. b. contingens circumulum e. c. cuius centrum sit d. in puncto c. qui iungatur cum centro per lineam c. d. dico hanc esse perpendicularem super lineam contingentem. Si enim non est perpendicularis ad ipsam sit ergo d. f. perpendicularis ad eandem que fecit circumferentiam circuli in puncto e. eritq. uterq. angulorum qui sunt ad f. rectus igitur per 18. primi linea c. d. est maior linea d. f. quod est impossibile. Constat itaq. d. c. esse perpendicularem super a. b. quod est propositum.

Quia sic pars esset maior suo toto. quod est contra conceptionem cui d. c. sit equalis d. e. per diffinitionem circuli.

Propositio. 18.

Si circumulum linea recta contingat a contactu in circumulum linea quedam orthogonaliter ducatur in eadem centrum esse necesse est.



Sicut prius linea a. b. contingens circumulum e. c. in puncto c. & a contactu ducatur intra circumulum e. c. linea perpendicularis ad lineam a. b. dico q. eundem circumulum esse in linea c. e. f. est contra prioris. Si enim non fuerit centrum in linea c. e. sit

alibi ubique contingat. sit. d. & producatur linea. d. e. erit. d. c. per p
misam perpendicularis ad lineam. a. b. quod est impossibile cum. e. c.
posita sit perpendicularis ad ipsam: quare patet propositum.

Propositio. 19.



Intra circulum angulus super centrum consistat
alius vero angulus super circumferentiam consi
stens eandem basim habeat inferiori superiori du
plus erit.

¶ Sit ut in circulo. a. b. c. cuius cent. d. fiat angulus. a. d. c.
super centrum & angulus. a. b. c. super circumferentiam. sitq.
utriusq. anguli eadem basis que sit arcus. a. c. dico angulum. a. d. c. dupli
cesse ad angulum. a. b. c. ¶ Quod sic probatur. Aut enim due linee. a. b.
& b. c. includunt duas lineas. a. d. & d. c. aut altera earum sit linea una
circulata reliquarum. aut etiam altera primarum fecit alteram postremarum.

32
P.
S

¶ Sit ergo primo ut includant eas ut in primafiguratione. apparet &
producatur linea. b. d. e. erit. per 32. primitus angulus. a. d. e. extrinsecus eq
lis duobus intrinsecis qui sunt. b. a. d. & a. b. d. trianguli. a. b. d. & quia ipsi
sunt equales per 5. eiusdem erit angulus. a. d. e. duplus ad angulum. a. b. d.
similiter quoque erit angulus. e. d. c. duplus ad angulum. d. b. c. quare totus
angulus. a. d. c. duplus est ad totum angulum. a. b. c. quod est propositum.

¶ Quod si altera duarum linearum. a. b. & b. c. fiat linea una cum alte
ra duarum linearum que sunt. a. d. & d. c. ut in secundafiguratione appa
ret. per easdem per quas prius: & simili modo liquet propositum. ¶ Quod si
altera duarum primarum fecit alteram duarum postremarum. ut in 3. fi
guratione apparet ubi linea. a. b. fecit lineam. d. c. producatur linea. b. d.
& erit. per easdem quas prius assumpsimus & simili modo angulus. e. d.
a. duplus ad angulum. d. b. a. & totus angulus. e. d. c. duplus ad totum angulum
d. b. c. quare angulus. a. d. c. duplus est ad angulum. a. b. c. qd est propositum.

Castigator

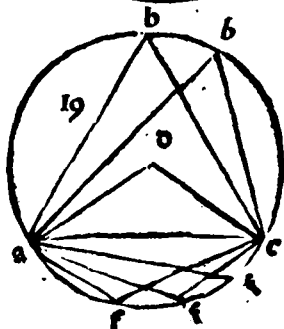
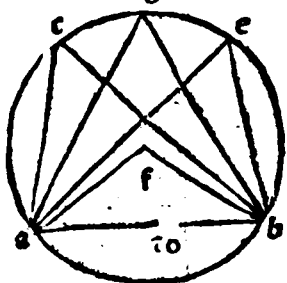
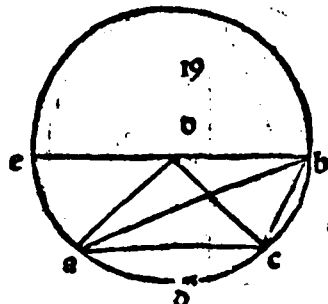
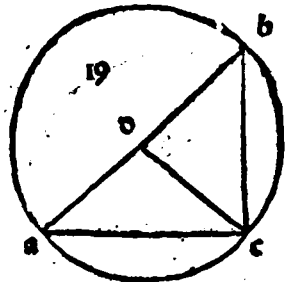
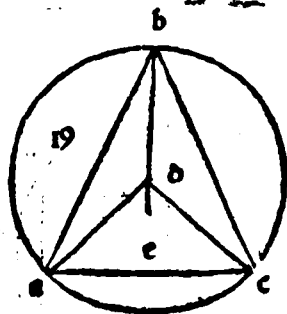
¶ Ista. 19. indiget limitatione aliter pateret istantiam ut patebit nā si angu
lus fuerit sup arcū portionis minoris veluti in arcu. a. f. c. in puncto. f. tūc
māifeste. apparet eandem basim hēre cum angulo supra cent. qā eadē corda
a. c. est basis utriusq. nō non ut concludi angulus. d. esse duplus ad angu
lū. f. & ideo limitanda ut cōclusio sic videlicet. Alius qd angulus sup circū
ferentiam portionis maioris cōsistens eadem basim circumalem hēat infe
riori superiori duplerit. ¶ Vigesima cōclusio veritate hēt sed nō pbat. d.
angulis consistentibus in portione. a. f. b. per premisam cū ipsa sit portio
minor ut. de. 19. diximus sed bene indifferēter concludet propositum p se
quētem. ut de quadrilatero circulo inscripto sic videlicet. Quilibet angu
lus. b. cum eodem angulo. f. equant duobus restis ergo anguli. b. sibi inui
cem sunt equales cum. a. b. c. f. sit qdrilaterum & similr de angulis. f. in mi
nori portioe consistentibus per eadem. ut probabit eos esse equales sic vi
delicet quilibet angulus. f. cum eodem angulo. b. equivalent duobus re
stis igitur omnes anguli. f. sibi inuicem sunt equales quia sunt duo an
guli i qdrilatero. a. b. c. f. ex aduerso collocati ut patet intueri & eq̄litas an
guloꝝ sup circumferentiam maioris portionis pbat p unūcū angulum sup
circumferentiā minoris portionis & e converso equalitas eoz qui sunt super
arcum minoris cōcluditur per unūcū illoꝝ qui sunt in portioe maiore.

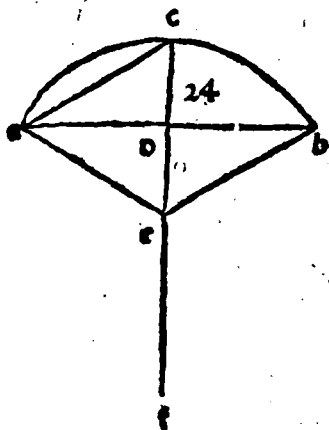
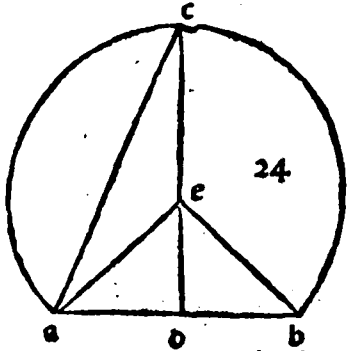
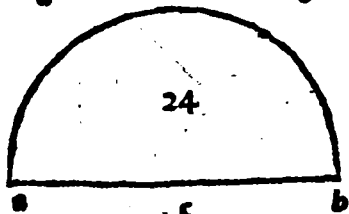
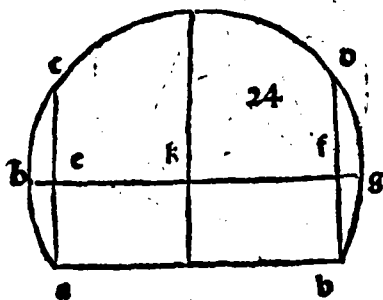
Propositio. 20.



In vna circuli portione anguli super arcum consi
stant angulos quoslibet esse equales necesse est.

¶ Sit ut in portione. a. d. b. circuli. a. d. b. cuius cent. f. c.
consistant quotlibet anguli super arcum. a. d. b. qui sunt. c.
d. e. dico eos esse equales. ¶ Probatur. n. corda. a. b. & ab
eius extremitatibus ducantur in centrum linee. a. f. & b. f.
erit. per premisam angulus. f. consistens super centrum ad unumquēq.
eorum. duplus: quare ipsi sunt equales: quod est propositum.





Propositio 21.



Intra circulum quadrilaterus describitur. quolibet eius duos angulos ex aduerso collocatos duobus rectis angulis equos esse necesse est.

¶ Sit quadrilaterum a. b. c. d. inscriptum circulo. a. b. c. d. dico quosq. duos eius angulos ex aduerso collocatos esse equales duobus rectis. ¶ Probant. n. i. quadrilatero diametri a. c. b. d. eritq. p. p. misam angulus. c. b. d. equalis angulo. c. a. d. ¶ Angulus a. b. d. angulo. a. c. d. quare totus. a. b. c. erit equalis duobus angulis q. sunt a. c. d. ¶ c. a. d. ¶ q. a. ipsi cu angulo. a. d. c. sunt eqles duobus rectis. p. 31. p. miterit duo anguli. b. totalis. ¶ d. totalis eqles duobus rectis quod eppo situm. Similiter quoq. pbabit angulos. a. ¶ c. totales ee eqles duobus rectis.

¶ Castigator.

¶ Ex ista excluduntur elmyaym. siue rombus. ¶ et similis elmyaym. siue romboides. quia no pnt circulo inscribi cu 2. anguli oppositi sint obtusi.

Propositio 22.



Ex circuli similes portiones inaequales sup una rectam lineam assignatam. ex eadem parte cadere impossibile est.

¶ Sit linea recta assignata. a. b. sup quam fiat portio circuli. a. c. b. dico q. super eandem lineam ex pte eadem non fiet alia portio que sit similis huic. ¶ q. ea maior aut minor.

¶ Quod si fuerit hoc possibile fiat ergo portio. a. d. b. maior ea que sit similis ei fiat ergo angulus. a. c. b. in portione minori. ¶ Angulus. a. d. b. in maiori. erit ergo ut linee. a. d. ¶ d. b. includant lineas. a. c. ¶ c. b. ut patet in figuratione prima. Aut ut altera primarum fiat eadem cum altera portione. ut in secunda aut ut altera fecit alteram ut in tertia. ¶ Quod si fuerit primo modo erit per. 11. primi angulus. c. maior angulo. d. non ergo sunt portiones similes per diffinitionem. Quod si secundo modo erit adhuc angulus. c. maior angulo. d. per. 16. eiusdem. nec sic igitur erit portiones similes. Si aut tertio modo sit ut linea. a. d. ¶ d. b. fecit lineam. c. b. ¶ fecit circiferentiam portione minoris in puncto. c. ¶ ducatur linea. e. b. eritq. p. eandem. 16. primi angulus. a. e. b. consistens in portione. a. c. b. maior angulo. d. sed. e. ¶ e. eqles p. 10. huius q. re. c. ¶ e. maior. d. ¶ q. re nullo mo similis. ¶ Similis quoq. mo pbabit q. sup lineam. a. b. non fiet portio similis portioni. a. c. b. minor. e. a. posito. c. in loco. d. ¶ d. in loco. c. in figurationibus p. dictis erit enim per premisas scilicet p. 11. ¶ 16. primi ¶ premi mo angulus. d. omnium figurationum maior angulo. c. quare portione non erunt similes. ¶ Et nota q. licet pponatur super lineam unam no posse fieri portiones similes inaequales ex eadem pte. ucy est tamen q. nec ex diuersis quod licet pbare minori q. e. ex una pte supposita maiori q. e. ex alia. necesse enim erit p. eodem sciam ip. sam a maiori excedi no ergo sunt similes p. hanc. 12.

Propositio 23.



Ex circulorum similes portiones super lineas equas fuerint. ipsas portiones equales esse necesse est.

¶ Sit due linee. a. b. ¶ c. d. equales sup quas sint due portiones circulorum. a. e. b. ¶ c. f. d. que sint similes. dico q. ipse sunt equales. Si. n. no sint equales altera earum supposita alteri excedet maior minorem. sed linea. a. b. non excedet lineam. c. d. ne excedatur ab ea cum sint equales. quare accidit contrariu premisse quod est impossibile. erunt enim. a. b. ¶ c. d. lineae una.

Propositio 24.



Ex semicirculi. siue semicirculo maioris minori siue portione circuli perficere.

¶ Intentum p. hanc conclusionem est ex omni arcu dato siue ex omni circuli portione data. perficere circulum. Sit ergo. a. b. quilibet arcus ex quo uolo perficere circulum pro-

traham in eo duas lineas: quatuordecim contingat quodam a. c. f. b. d. quas diuidam per equalia a. c. quidem in puncto e. f. b. d. in puncto f. g. protraham e. g. perpendiculararem ad a. c. f. h. perpendiculararem ad b. d. que fecerunt in puncto k. eritq. per correlarium prime huius centrum circuli in utraq. linearum e. g. f. h. quare centrum est punctum k. Si aut. e. g. non foret. f. h. sed sint lineae alie. quodadmodum erit si due linee a. c. f. b. d. sint equidistantes: tunc ipsa applicabitur circumscriptione dati arcus ex utraq. parte ipsa igitur diuisa p. medium in puncto b. k. eritibi centrum circuli p. ista correlariu. Equidistantes a. p. r. o. erit. e. g. f. h. quacumque in utraq. sit cent. circuli p. dictu correlariu. essent eundem circuli duo centra. Sic p. de o. arcus sue de o. portioe coiter demonstrari. Quater inde circulus pficiat.

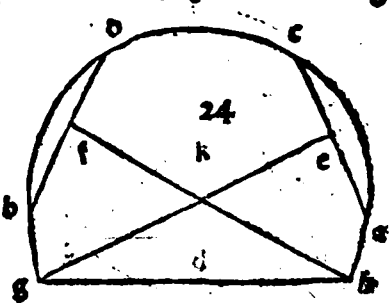
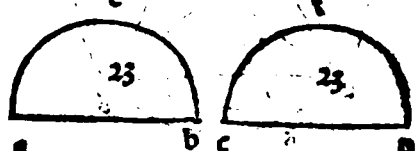
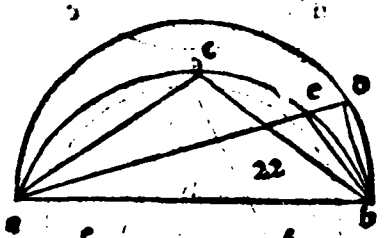
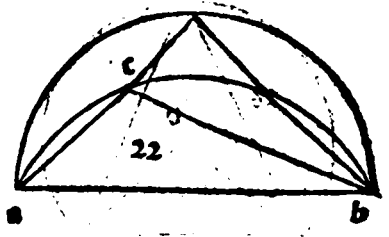
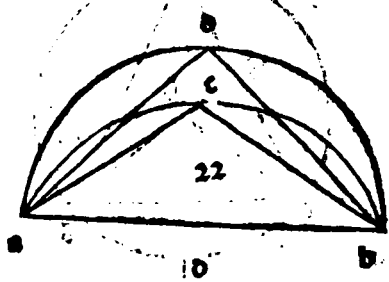
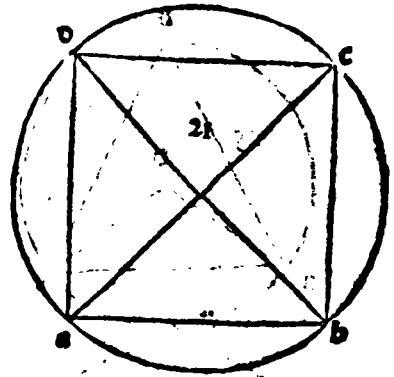
¶ Quia in auctor. hanc conclusionem uarias fm diuersas spes arcu oium portionu enumerando spess demonstrabitur diuisim p. p. Quater ex o. portione data circulus perficiatur. Sit ergo primum a. b. portio data semicirculi. eritq. p. diuisionem semicirculi l. linea. a. b. diamet. ea igitur diuisa per medium in puncto c. e. erit c. centrum circuli. ¶ Sit rursus portio a. c. b. semicirculo maior cuius corda sit a. b. qua diuiso p. eq. in puncto d. a. quo duc. d. c. p. perpendicularem ad ipsam que transibit per centrum p. correlarium prime huius. ¶ Protraho lineam a. c. f. quia linea a. b. est minor diametro uim sit a. c. b. portio maior semicirculo: erit. a. d. minor semidiametro. sed d. c. est maior semidiametro. ergo d. c. e. maior q. a. d. ergo p. 19. primi angulus. e. a. d. e. maior angulo. a. c. d. fiat itaq. per 13. primi angulus. a. c. e. equalis angulo. a. c. d. p. dicta linea a. c. que fecerit lineam e. d. in puncto e. eritq. p. 6. primi linea. a. c. equalis linee. e. c. p. ducatur igitur linea e. b. eritq. per 4. primi linea. e. b. equalis linee. a. c. quare tres linee a. c. a. e. b. e. c. sunt equales ergo per 19. huius e. est centrum circuli. ¶ Sit iterum a. c. b. portio minor semicirculo cuius corda sit a. b. qua diuiso p. equalia in puncto d. a. quo p. duc. lineam c. d. e. perpendiculararem ad lineam a. b. que fecerit circumscriptionem in puncto c. hac manifestum est transire per centrum p. correlarium prime huius. p. duc. iteru lineam a. c. eritq. angulus. a. c. d. maior angulo. e. a. d. si est equalis erit portio a. c. b. semicirculus. ¶ Si minor erit maior semicirculo. positi est at q. sit minor p. d. c. igitur linea a. e. que est linea. a. c. faciat angulu equalem angulo. c. f. fecerit lineam e. f. in puncto e. manifestum e. q. punctu e. cadat extra datam portionem. ¶ Protraho lineam e. b. ¶ Quia angulus. a. totalis est equalis angulo. c. erit per 6. primi linea. e. a. equalis linee. e. c. ¶ Quia p. quartam primi linea. e. b. est equalis linee. e. a. erit per 9. huius punctum e. centrum circuli quare patet propositum fm omnes species portionum circuli.

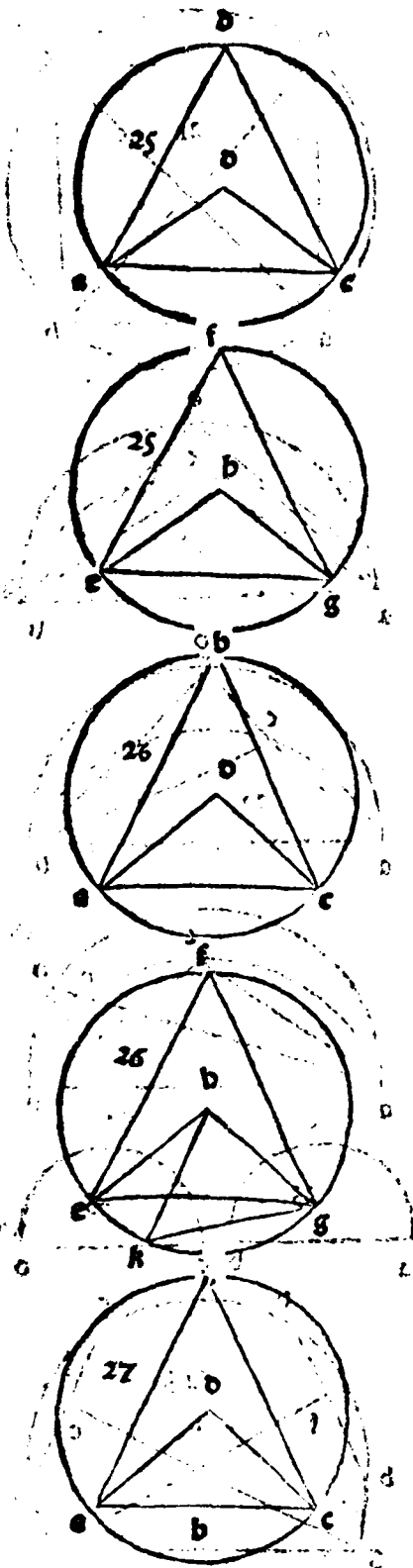
¶ Castigator
¶ Quia oes linee recte i circulo sunt minores diametro eiusde circuli p. 14. huius. ¶ Ideo corda cuiuslibet portionis eiusde e. breuior diametro sed si angulus. a. c. d. est equalis angulo. e. a. d. erit dicta portio semicirculus p. 6. primi. Et si minor erit maior semicirculo qm tuc linea. c. d. est longior a. d. uel b. d. p. 18. primi. ¶ E. u. in eade sit cent. circuli p. correlariu pme huius ¶ Ia no e. in p. d. c. ut dictu e. quia est contra ypotese. ¶ Sicut supra d. ite d. e. c. p. aduersariu. ¶ E. t. u. corda a. b. est infra cent. ¶ Sic efficeret corda portio maioris. a. c. b. ¶ Io contra ypotese. ¶ Vel sic tuc angulus e. a. d. est maior angulo. a. c. d. si nro fiat angulus. e. a. e. p. 13. primi equalis angulo. a. c. d. ut in portione maiori tuc sequetur dicta portio e. maior e. cum punctus e. per 9. huius sit cent. ut in secunda dispositione portio nra maioris sit contra ypotese. qm positi e. q. sit portio minor. io. ¶ Ec.

Proposito 25.

¶ In equis circulis seu super centra. seu super circuli feretias equalis anguli p. distant. super equos arcus eos cadere necesse est.

¶ Sint duo circuli equalis. a. b. c. cuius centrum. d. f. e. f. g. cuius centrum. b. f. fiant supra centra eorum duo angu





Ita d. c. e. f. g. qui ponantur equales. dico duos arcus a. b. c. f. e. f. g. esse equales. **P**rotrahatur due linee a. c. f. e. g. & fiant duo anguli in circuli frontis ipsorum consistens supra predictos arcus qui sunt angulus a. b. c. & angulus e. f. g. quia ergo circuli sunt equales. erunt per diffinitionem. **25** **26** **27** **28** **29** **30** **31** **32** **33** **34** **35** **36** **37** **38** **39** **40** **41** **42** **43** **44** **45** **46** **47** **48** **49** **50** **51** **52** **53** **54** **55** **56** **57** **58** **59** **60** **61** **62** **63** **64** **65** **66** **67** **68** **69** **70** **71** **72** **73** **74** **75** **76** **77** **78** **79** **80** **81** **82** **83** **84** **85** **86** **87** **88** **89** **90** **91** **92** **93** **94** **95** **96** **97** **98** **99** **100** **101** **102** **103** **104** **105** **106** **107** **108** **109** **110** **111** **112** **113** **114** **115** **116** **117** **118** **119** **120** **121** **122** **123** **124** **125** **126** **127** **128** **129** **130** **131** **132** **133** **134** **135** **136** **137** **138** **139** **140** **141** **142** **143** **144** **145** **146** **147** **148** **149** **150** **151** **152** **153** **154** **155** **156** **157** **158** **159** **160** **161** **162** **163** **164** **165** **166** **167** **168** **169** **170** **171** **172** **173** **174** **175** **176** **177** **178** **179** **180** **181** **182** **183** **184** **185** **186** **187** **188** **189** **190** **191** **192** **193** **194** **195** **196** **197** **198** **199** **200** **201** **202** **203** **204** **205** **206** **207** **208** **209** **210** **211** **212** **213** **214** **215** **216** **217** **218** **219** **220** **221** **222** **223** **224** **225** **226** **227** **228** **229** **230** **231** **232** **233** **234** **235** **236** **237** **238** **239** **240** **241** **242** **243** **244** **245** **246** **247** **248** **249** **250** **251** **252** **253** **254** **255** **256** **257** **258** **259** **260** **261** **262** **263** **264** **265** **266** **267** **268** **269** **270** **271** **272** **273** **274** **275** **276** **277** **278** **279** **280** **281** **282** **283** **284** **285** **286** **287** **288** **289** **290** **291** **292** **293** **294** **295** **296** **297** **298** **299** **300** **301** **302** **303** **304** **305** **306** **307** **308** **309** **310** **311** **312** **313** **314** **315** **316** **317** **318** **319** **320** **321** **322** **323** **324** **325** **326** **327** **328** **329** **330** **331** **332** **333** **334** **335** **336** **337** **338** **339** **340** **341** **342** **343** **344** **345** **346** **347** **348** **349** **350** **351** **352** **353** **354** **355** **356** **357** **358** **359** **360** **361** **362** **363** **364** **365** **366** **367** **368** **369** **370** **371** **372** **373** **374** **375** **376** **377** **378** **379** **380** **381** **382** **383** **384** **385** **386** **387** **388** **389** **390** **391** **392** **393** **394** **395** **396** **397** **398** **399** **400** **401** **402** **403** **404** **405** **406** **407** **408** **409** **410** **411** **412** **413** **414** **415** **416** **417** **418** **419** **420** **421** **422** **423** **424** **425** **426** **427** **428** **429** **430** **431** **432** **433** **434** **435** **436** **437** **438** **439** **440** **441** **442** **443** **444** **445** **446** **447** **448** **449** **450** **451** **452** **453** **454** **455** **456** **457** **458** **459** **460** **461** **462** **463** **464** **465** **466** **467** **468** **469** **470** **471** **472** **473** **474** **475** **476** **477** **478** **479** **480** **481** **482** **483** **484** **485** **486** **487** **488** **489** **490** **491** **492** **493** **494** **495** **496** **497** **498** **499** **500** **501** **502** **503** **504** **505** **506** **507** **508** **509** **510** **511** **512** **513** **514** **515** **516** **517** **518** **519** **520** **521** **522** **523** **524** **525** **526** **527** **528** **529** **530** **531** **532** **533** **534** **535** **536** **537** **538** **539** **540** **541** **542** **543** **544** **545** **546** **547** **548** **549** **550** **551** **552** **553** **554** **555** **556** **557** **558** **559** **560** **561** **562** **563** **564** **565** **566** **567** **568** **569** **570** **571** **572** **573** **574** **575** **576** **577** **578** **579** **580** **581** **582** **583** **584** **585** **586** **587** **588** **589** **590** **591** **592** **593** **594** **595** **596** **597** **598** **599** **600** **601** **602** **603** **604** **605** **606** **607** **608** **609** **610** **611** **612** **613** **614** **615** **616** **617** **618** **619** **620** **621** **622** **623** **624** **625** **626** **627** **628** **629** **630** **631** **632** **633** **634** **635** **636** **637** **638** **639** **640** **641** **642** **643** **644** **645** **646** **647** **648** **649** **650** **651** **652** **653** **654** **655** **656** **657** **658** **659** **660** **661** **662** **663** **664** **665** **666** **667** **668** **669** **670** **671** **672** **673** **674** **675** **676** **677** **678** **679** **680** **681** **682** **683** **684** **685** **686** **687** **688** **689** **690** **691** **692** **693** **694** **695** **696** **697** **698** **699** **700** **701** **702** **703** **704** **705** **706** **707** **708** **709** **710** **711** **712** **713** **714** **715** **716** **717** **718** **719** **720** **721** **722** **723** **724** **725** **726** **727** **728** **729** **730** **731** **732** **733** **734** **735** **736** **737** **738** **739** **740** **741** **742** **743** **744** **745** **746** **747** **748** **749** **750** **751** **752** **753** **754** **755** **756** **757** **758** **759** **760** **761** **762** **763** **764** **765** **766** **767** **768** **769** **770** **771** **772** **773** **774** **775** **776** **777** **778** **779** **780** **781** **782** **783** **784** **785** **786** **787** **788** **789** **790** **791** **792** **793** **794** **795** **796** **797** **798** **799** **800** **801** **802** **803** **804** **805** **806** **807** **808** **809** **810** **811** **812** **813** **814** **815** **816** **817** **818** **819** **820** **821** **822** **823** **824** **825** **826** **827** **828** **829** **830** **831** **832** **833** **834** **835** **836** **837** **838** **839** **840** **841** **842** **843** **844** **845** **846** **847** **848** **849** **850** **851** **852** **853** **854** **855** **856** **857** **858** **859** **860** **861** **862** **863** **864** **865** **866** **867** **868** **869** **870** **871** **872** **873** **874** **875** **876** **877** **878** **879** **880** **881** **882** **883** **884** **885** **886** **887** **888** **889** **890** **891** **892** **893** **894** **895** **896** **897** **898** **899** **900** **901** **902** **903** **904** **905** **906** **907** **908** **909** **910** **911** **912** **913** **914** **915** **916** **917** **918** **919** **920** **921** **922** **923** **924** **925** **926** **927** **928** **929** **930** **931** **932** **933** **934** **935** **936** **937** **938** **939** **940** **941** **942** **943** **944** **945** **946** **947** **948** **949** **950** **951** **952** **953** **954** **955** **956** **957** **958** **959** **960** **961** **962** **963** **964** **965** **966** **967** **968** **969** **970** **971** **972** **973** **974** **975** **976** **977** **978** **979** **980** **981** **982** **983** **984** **985** **986** **987** **988** **989** **990** **991** **992** **993** **994** **995** **996** **997** **998** **999** **1000**

Castigator **Quia uterq. duplex ad illos.**

Propositio 26.



In equis circulis equi sumatur arcus. infra illos formatos angulos. qui supra centra eorum seu supra circumferentias constituantur equos. esse necessesse est.

Sint ut prius duo circuli. a. b. c. cuius centrum d. f. e. f. g. cuius centrum h. sint duo arcus a. b. c. f. e. f. g. equales si anq. super ipsos arcus duo anguli in centro qui sunt d. f. e. f. g. d. e. h. g. h. Itemq. super eisdem arcus fiant duo alii anguli in circumferentia qui sunt b. f. f. ductis lineis a. b. c. f. e. f. g. f. dico duos angulos d. f. e. h. adinvicem esse equales. Itemq. duos b. f. f. e. h. adinvicem esse equales & hec conuersa prioris. **P**ro. Si enim non sunt d. f. e. h. anguli adinvicem equales: sit ergo. h. maior: quo abscedatur a. b. c. f. e. f. g. qui sit equalis angulo d. eritq. per premisum arcus k. e. f. g. equis arcui a. b. c. sed duo arcus a. b. c. f. e. f. g. positi sunt equales: accidet ergo partem esse equalem totis: quod est impossibile: quare anguli d. f. e. h. totales sunt equales. **S**imili quoq. modo probabis angulos b. f. f. e. h. esse equales. vel si maior probato g. anguli d. f. e. h. sint equales. sequitur b. f. f. e. h. esse equales per. 19. huius & conuerso.

Castigator

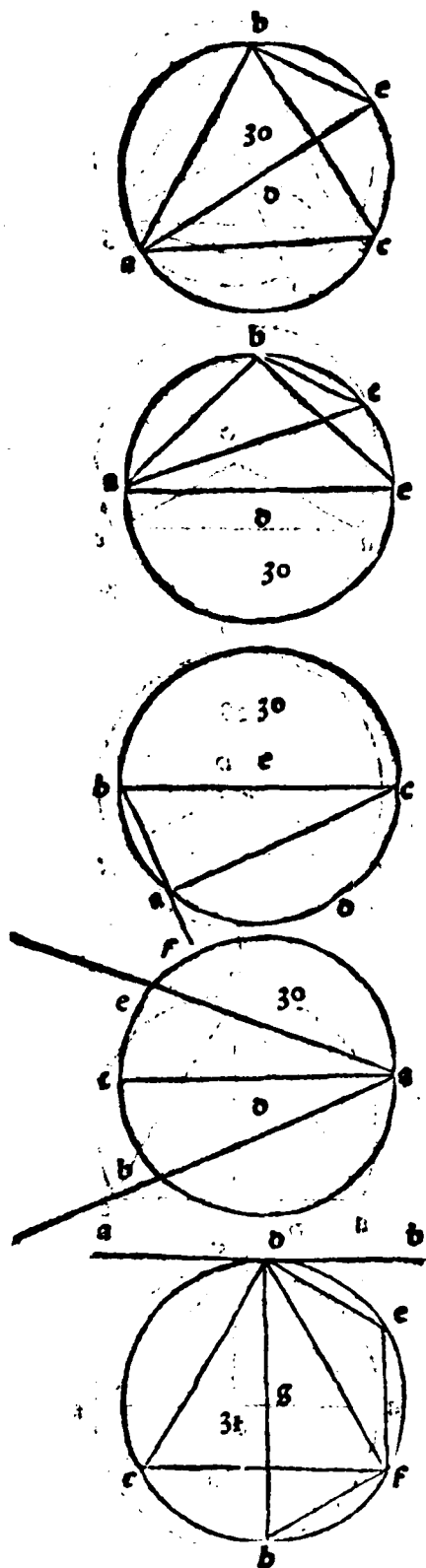
V per punctum. h. sit angulus k. h. g. per. 33. primi. equalis angulo d.

Propositio 27.



In circulis equalibus equalis arcus refecit. arcus quoq. equos. esse: si autem lineae inaequales fuerint arcus quoq. inaequales. & a maiore lineae maiorem arcum: a minore vero minorem abscedit: necessarium est.

Sint duo circuli equales a. b. c. cuius centrum d. f. e. f. g. cuius centrum h. sint corda a. c. equalis corde e. g. dico duos arcus a. b. c. f. e. f. g. quos praedictae corde ex praedictis circulis refecit esse equales. **Q**uod si corda e. g. ponat maior corda a. c. dico arcus e. f. g. esse maiorem arcui a. b. c. **P**rimu quide sic pbat ducant a centrū lineae ad extremitates cordarū q. sunt d. a. d. c. h. e. h. & quia circuli positi sunt fore. eqles. erūt hec semidiametri eqles. & quia linea a. c. posita est eqlis lineae e. g. erit per. 8. primi angulus d. e. equalis angulo h. totali: quare per. 33. huius. erit arcus a. b. c. eqlis arcui e. f. g. sicq. patet primu. **S**ecundum sic sit e. g. maior a. c. eritq. per. 33. primi angulus b. maior angulo d. fiat ergo angulus f. b. g. equalis angulo



e. quibus centy. d. portio a. b. c. cuius corda a. c. q. sit semicirculo minor sit
at sup ei9 circulerentia angulus. a. b. c. ductis lineis. b. a. f. b. c. dico hūc an-
gulum esse maiorem recto. producatu enim diameter a. d. e. f. linea. b. e.
eritq. per primam partem huius angulus. a. b. c. rectus. quare angulus. a. b.
c. erit maior recto quod est secundum propositum. ¶ Quartum ē quin-
tesimū. Sin in circulo. a. b. c. d. cuius centrum ē. portio a. b. c. cuius corda
a. c. maior semicirculo ē portio a. d. c. cuius eadem corda a. c. minor semicirculo
dico angulum cōtēntum ab arcu. b. a. f. corda a. c. esse maiorem re-
cto ē angulum cōtēntum ab arcu. d. a. f. corda a. c. esse minorem recto. p-
ducatur diameter. a. e. h. linea. b. a. usq. ad. f. eritq. per primam partem
huius angulus. b. a. c. rectus quare per 3. primi angulus. f. a. c. sit similiter
rectus. Quia igitur angulus rectus est primi pars ē secundus pars recti cui
denter patet utriusq. quare tota liquet hec pēthamēbris conclusio. ¶ Ex
istis autem duabus ultimis partibus nota ē instātiā contra illas duas
argumētationes ad quas culmine instātiānt. in. 15. huius. trānsit enim ab
angulo portionis semicirculo minorem ē. et minor recto per ultimam p-
tem huius ad angulum portionis semicirculo maioris qui est maior re-
cto per penultimam partem huius. non tñ per equale. Cū. n. omnis por-
tio circuli sit semicirculus aut minor semicirculo aut maior sit aut tñ an-
gulus semicirculi per primam partem. 15. quā angulus portionis mino-
ris per ultimam partem huius minor recto. portionis uero maioris sit ma-
ior recto. ē tñ non erit alicuius portionis angulus. nec simpliciter aliquis
cōtēntus a circūferentia. ē linea recta nec rectus nec cōlis recto. Quod
ut clarius pateat sit in circulo. a. b. c. cuius centy. d. linea a. h. cui non sit de
terminatus finis ex parte. b. secū ex ipso portione semicirculo minorem.
eritq. per ultimam partem huius minor recto. huius circuli sit diameter a.
d. e. f. et angulus. f. a. b. minor ad partem c. sup pūctam a. d. quādiū
fuerit circa. c. uel in ipso. c. cooptens diametru. a. d. e. faciet cum arcu angu-
lum minorem recto. in. o. i. aut pūcto ultra. c. uel in. a. faciet p. penultima
partem huius angulum maiorem recto. trāsit ergo a minori ad maius nō p. e-
q. ē sicut in rectilineis angulis est repire maiorem angulo semicirculi ē
minore. nō tñ eōlem ut mōstratū ē. 15. huius. sic in angulis portionū ē
repire maiore recto ē minorem si ē eōlem. ut patet ex ista demōstratōe.

Propositio 31.



Si circuli linea recta contingat e. a cōtacti in cir-
culum quedam circuli. secans recta linea preter
centy. ducatur quocūq. modo. angulos cū contin-
gente facit. duobus angulis qui in alternis circuli
super arcus consistunt. portionibus. equales.

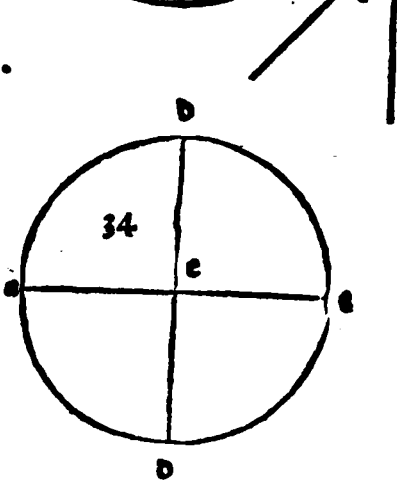
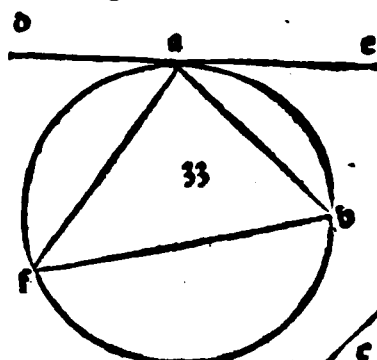
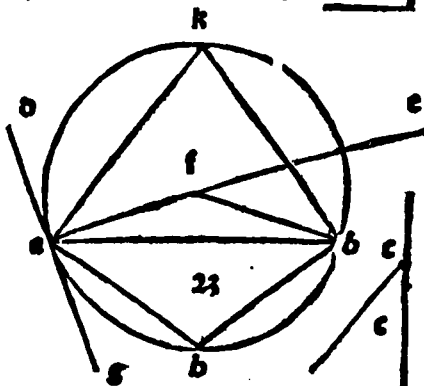
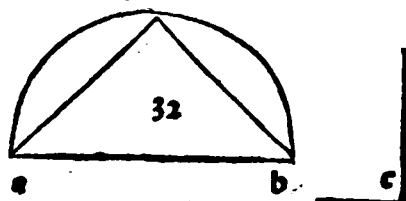
¶ Sit recta linea. a. b. contingens circulum. c. d. e. f. cui9
centy. g. in puncto. d. a quo. d. ducatur in circulum. preter centrum linea
d. f. secans ipsum. hancq. angulus. d. c. f. consistens sup arcum portionis
d. c. f. ductis lineis. a. d. f. g. f. angulus. d. e. f. consistens super arcum portio-
nis d. e. f. ductis lineis. e. d. f. g. f. dico angulum. c. esse equalem angulo. b.
d. f. f. angulū. e. angulo. a. d. f. ducat. nā diametru. d. g. h. linea. f. h. eritq.
p. 12. huius. d. b. perpendicularis sup. a. h. ē p. primam partem p. 1. angulū. a. d.
f. b. rectus. quare duo anguli. a. d. b. ē. d. f. h. sunt eōles. posito ergo eōlem
ni angulo. h. d. f. erit angulus. a. d. f. equalis duobus angulis qui sunt. d. f.
h. f. b. d. f. sed hi duo cum angulo. b. sunt equales duobus rectis per 31. pri-
mi. ergo angulus. a. d. f. cum angulo. h. sunt equales duobus rectis. sed an-
gulus. a. d. f. cum angulo. b. d. f. equales duobus rectis per 31. primi. ergo
angulus. b. d. f. est equalis angulo. h. ergo ē angulo. c. per 20. huius. ē hoc
est primum. Et quia duo anguli. c. f. h. sunt equales duobus rectis per 20.
huius. erit angulus. c. equalis angulo. a. d. f. quod est secundum. Vel istud
secundum sic si angulus. a. d. f. cum angulo. h. equales duobus rectis. ut
premonstratum est. sed angulus. c. cum angulo. h. equales duobus rectis
per 20. huius. ergo angulus. c. est equalis angulo. a. d. f. quod est propositum.

Propositio. 32.

E per datam lineam. circuli portionem describere capientem angulum. dato angulo equalem. seu rectum. seu maiorem seu minorem recto.

Sit. a. b. linea data. c. datus angulus super lineam a. b. uolo describere unam circuli portionem recipiētem in circulo recti lineam angulum equalem angulo. c. Si igitur fuerit angulus. c. rectus diuisa. a. b. per medium describam super eam semicirculum. factumque erit propositum. per primam partem. 30. huius.

Si autem sit obtusus ducā lineam. d. a. cū lineā. b. a. cōtinentem equalē angulum angulo. c. & a puncto. a. ducam lineam. a. e. perpendicularē super lineam. a. d. & super punctum. b. faciam angulum p. 33. primi equalē angulo. e. a. b. in quo obtusus excedit rectum ducta lineā. b. f. usque ad perpendicularē. a. e. eruntque per 16. primi lineæ. f. a. & f. b. equales. factō itaque puncto. f. centro circuli describam secundum quantitatem lineæ. f. a. circulum. a. b. b. eritque per correlatū 15. huius lineæ. a. d. contingens circulum quare per premisam angulus qui fit in portione. a. b. b. est equalis angulo. d. a. b. quare & angulo. c. quod est propositum. **S**i autem angulus. c. sit acutus. producam lineam. a. g. continentem cum lineā. a. b. angulum equalē angulo. c. & a puncto. a. ducam. a. e. perpendicularē ad lineā. a. g. & super punctum. b. faciam angulum equalē angulo. e. a. b. in quo rectus excedit acutum. ducta lineā. b. f. usque ad perpendicularē. a. e. eruntque per 6. primi lineæ. f. a. & f. b. equales: factō itaque puncto. f. centro circuli. describam secundum quantitatem lineæ. f. a. circulum. a. k. b. eritque per correlatū 15. huius lineæ. a. g. contingens circulum. quare per premisam angulus qui fit in portione. a. k. b. est equalis angulo. g. a. b. quare & angulo. c. quod est propositum.



Propositio 33.

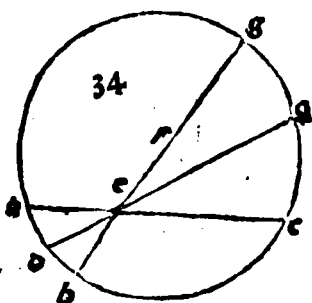
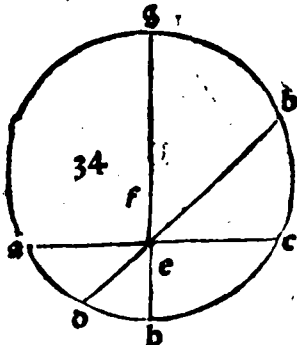
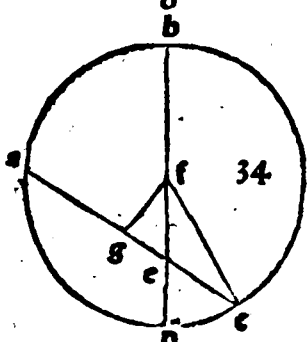
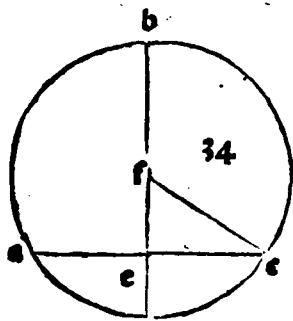
Dato circulo: dato angulo. equum angulum capiētem portionem abscindere.

Sit. a. b. datus circulus. c. datus angulus uolo ergo a circulo. a. b. abscindere portionem unam capiētem equalē angulum angulo. c. produco lineam. d. a. e. contingētem datum circulum in puncto. a. a quo duco in circulum lineam. a. b. continentem cum lineā. a. e. angulum equalē angulo. c. eritque per 31. huius portio. a. b. existens a parte lineæ. a. d. recipiens angulum equalē angulo. c. quod est propositum.

Propositio 34.

Intra circulum due recte lineæ sese invicem secēt. quod sub duabus partibus vnius earum. pcedit. equū est ei rectangulo quod sub duabus alterius lineæ partibus continetur.

Sint due lineæ. a. c. & b. d. secantes se in circulo a. b. c. d. super punctum e. dico quod illud rectangulum quod fit ex. a. e. in e. c. equum ē ei quod fit ex b. e. in e. d. Aut enim ambe lineæ. a. c. & b. d. transibunt per centrum circuli aut altera tantum aut neutra. quod si ambe transiunt per centrum erit. e. centrum circuli. omnesque. 4. lineæ equales quare liquet propositum. **Q**uod si altera earum tantum transiit per centrum sit illa. b. d. ceterumque circuli sit. f. aut ergo. b. d. secabit a. c. per equalia aut per inequalia. fecit ergo primo per equalia eritque per primam partem. 3. huius secās eam orthogonaliter. ducatur itaque lineā. f. c. eritque p. 5. secundū quod fit ex. b. e. in e. d. cum quadrato. e. f. equale quadrato lineæ. f. d. quare & quadrato lineæ. f. c. ergo per penultimam primi & quadratis duarum linearum. f. e. & e. c. dempto ergo utrinque quadrato. e. f. erit quod fit ex. b. e. in e. d. equale quadrato lineæ. e. c. & quia. e. c. est equalis. a. e. patet propositum. **Q**uod si. b. d. transiens per centrum secat. a. c. per inequalia a centro. f. ducatur. f. g. perpendicularis ad. a. c. eritque per secundam



partem tertiæ huius. a. g. equalis. g. c. $\&$ ducatur linea. f. c. eritq. per s. scđdi quod fit ex. b. e. in. e. d. cum quadrato. e. f. $\&$ ideo per penultimam primi cum quadratis duarum linearum. f. g. $\&$ g. e. propter id quod angulus. f. g. e. est rectus equale qđrato linee. d. f. $\&$ ideo linee. f. c. ppter p quod penultimam primi $\&$ quadratis duarum linearū. f. g. $\&$ g. c. dempto ergo utriq. quadrato linee. f. g. erit quod fit ex. b. e. in. e. d. cum quadrato linee. g. e. equale quadrato linee. g. c. sed per s. secundi quod fit ex. a. e. in. e. c. cum quadrato linee. g. e. est equale quadrato linee. g. c. dempto igitur utriq. quadrato linee. g. e. erit quod fit ex. b. e. in. e. d. equale ei quod fit ex. a. e. in. e. c. quod est propositum. ¶ Quod si neutra earum transiit per centrū siue altera diuidat alteram per equalia siue per inequalia producam lineam. g. f. c. b. diametrum circuli transiētem per punctum sectionis earum. Et si altera diuidat alteram p equalia. ut. b. d. a. c. tunc. g. b. diuidet etiam. a. c. per equalia. ergo orthogonaliter per tertiam huius. ergo per secundum modum huius conclusionis quod fit. ex. g. e. in. e. b. equum est ei quod fit ex. a. e. in. e. c. $\&$ per tertium modum huius quod fit ex. g. e. in. e. b. equum est ei quod fit ex. b. e. in. e. d. ergo quod fit ex. a. e. in. e. c. equum est ei quod fit ex. b. e. in. e. d. quod est propositum. ¶ At si neutra diuidit alteram per equalia erit per tertium modum huius conclusionis quod fit ex. g. e. in. e. b. equale utriq. eorum que fiunt ex. a. e. in. e. c. $\&$ b. e. in. e. d. quare unum eorum erit equale alteri quod est propositum.

Castigator.

¶ Quod fecerit sese per equalia extra centrum ē impossibile per. 9. huius. qđ semper ab eodem puncto sectionis essent plures qđ due linee equales si ambe linee ad inuicem fuerint equales. Si uero fuerint inequales. tunc per hanc est impossibile. qđ ut deducitur rectangulum duarum partium unius semper est equale alteri rectangulo aliarum partium alterius $\&$ sic p conceptionē esset impossibile.

Propositio 35.



Extra circulum punctus signetur. ab eo antes ad circulum alia linea secans. alia contingens due recte linee ducantur quod sub tota secante. atq. parte sui extrinseca continetur equum est ei quadrato qđ ex contingentelinea describitur.

¶ Sit. a. punctus signatus extra circulum. b. c. d. cuius centrum. e. a quo ducantur ad circulum due linee. a. b. contingens. $\&$ a. d. c. secans. dico qđ illud quod fit ex. a. c. in. d. a. equum est quadrato linee. a. b. ¶ Aut enim. a. d. c. transiit per centrum aut non transiit: ergo primo per centrum quod est. e. $\&$ ducatur linea. e. b. que per. 17. huius perpendicularis erit super lineam. a. b. $\&$ quia linea. d. c. diuisa est per equalia in puncto e. $\&$ est ei addita linea. d. a. erit per sextam secundi quod fit ex. c. a. $\&$ a. d. cum quadrato linee. e. d. $\&$ ideo cum quadrato linee. e. b. equale quadrato linee. e. a. $\&$ ideo per penultimam primi equale quadratis duarum linearum. e. b. $\&$ b. a. propter id quod angulus. b. est rectus. dempto ergo utriq. quadrato. e. b. erit. quod fit ex. c. a. in. a. d. equale quadrato linee. a. b. quod est propositum. ¶ Quod si linea. a. d. c. non transiit per centrum sumatur. a. f. e. g. transiens per centrum $\&$ ducantur linee. e. d. $\&$ e. b. $\&$ sit. e. h. perpendicularis ad. a. d. c. eritq. p. 3. huius. d. h. equalis. h. c. qđ ergo linea. d. c. diuisa est per equalia in puncto. h. $\&$ addita sibi linea. a. d. erit per. 6. secundi quod fit ex. c. a. in. a. d. cum quadrato. d. h. equale quadrato linee a h: ergo addito utriq. quadrato. h. e. erit quod fit ex. c. a. in. a. d. cum quadratis duarum linearum. d. h. $\&$ h. e. $\&$ ideo p penultimā primi cum quadrato d. e. propter id quod angulus. h. est rectus. $\&$ ideo cū quadrato. e. f. propter id quod. e. d. $\&$ e. f. sunt equales. equale quadratis duarum linearū. a. b. $\&$ h. e. $\&$ ideo per penultimā pmi quadrato linee. a. e. sed quia per sextam secundi quod fit ex. g. a. in. a. f. cum quadrato. f. e. equale quadrato linee. a. e. quia ergo utriq. eorum que fiunt ex. c. a. in. a. d. $\&$ ex. g. a. in. a. f. cum quadrato linee. f. e. ē equale quadrato linee. a. e. ipsa

a ¶ Proponit. n. punctus. c. non posse altius sup circumferentiam poni
 nel si in inferiore pre circuli signet nō posse infimius ¶ tūc semp. a. f. erit
 minor. a. c. ¶ ideo p. b. huius sequit impossibile. b ¶ Per cōem sciam q̄
 est quaz quadrata sunt equalia lineas quoq̄ equalis esse. c ¶ Per cōem
 sciam si fuerint due res uni equalis ipse eadem. d ¶ Nimirū si ultima p̄
 mi huius ultime tertii suffraget cū alie eiusdem primi aliis ubilibet subue
 nerint. e ¶ Per cōem scientiam duorum equalium cui equatur. unum
 eidem eq̄tur ¶ reliquū. **Explicit liber tertius.**

eidem equur & reliquis. Explicit liber tertius.

De figurarum unius alteri inscriptione & circumscriptione Liber quartus. Euclidis ex suprema Campani interpretatione. Magistro Luca paciolo de burgo. Sancti Sepulcri Ordinis minorum castigatore ferventissimo. Incipit.

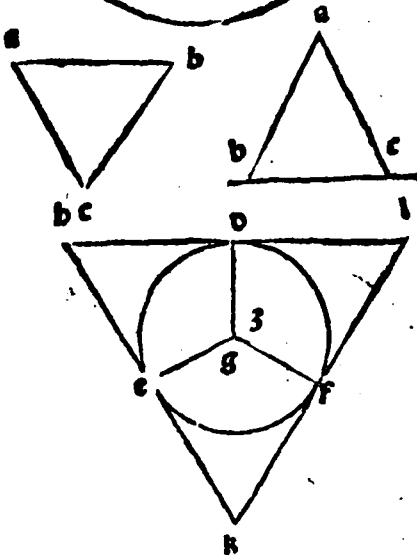
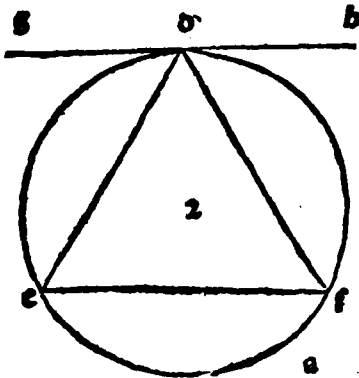
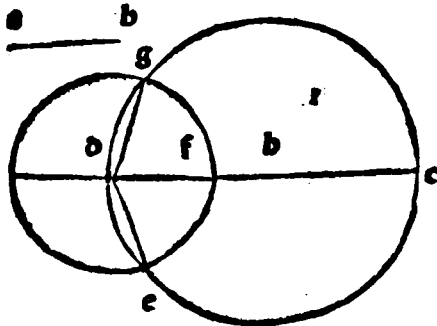
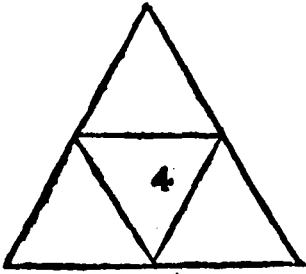


Figura intra figuram dicitur inscribi quando ea que inscribitur eius in qua inscribitur. latera vno quocumque suorum angulorum ab interiore parte contingit. **C**ircumscribi vero figura dicitur perhibet quatenus ea quidem figura eius cui circumscribitur suis lateribus omnibus omnes angulos contingit.

Propositio .1.



Intra datum circulus date linee recte que diametro minime maior existat equam rectam lineam coaptare.

Si sit linea data. a. b. circulusq. datus. c. d. e. cuius diameter c. d. qua non est maior linea. a. b. uolo intra datum circulum coaptare lineam equalem. a. b. q. si fuerit equalis diametro constat propositum. **S**i aut minor ex diametro sumatur. d. f. sibi equalis et super punctum. d. fm quantitatem linee. d. f. describatur circulus. e. g. secans datum circulum in punctis. g. et e. ad altere quorum ducatur linea a puncto. d. ut. d. e. uel. d. g. eritq. utralibet earum equalis linee a. b. eo q. utraq. earum est equalis linee. d. f. per definitionem circuli: quare habemus propositum.

Propositio .2.



Intra assignatum circulum assignatum triangulum triangulo assignato equiangulum collocare.

Si sit assignatus triangulus. a. b. c. assignatusq. circulus. d. e. f. uolo intra hunc circulum collocare unum triangulum equiangulum triangulo. a. b. c. equilaterum enim non est necessarium esse sed est possibile. **P**roduco. g. d. h. contingentem circulum in puncto. d. super quem facio angulum. h. d. f. ducta linea. d. f. equalem angulo. c. et angulum. g. d. e. ducta linea. d. e. equalem angulo. b. et protraho lineam. e. f. eritq. per 31. tertii angulus. e. equalis angulo. c. quia utraq. est equalis angulo. b. d. f. c. quidem per positionem. e. nero per 31. tertii eadem ratione erit angulus. f. equalis angulo. b. quare per 2. primi. d. tertius erit equalis. a. tertio. quare habemus propositum.

Propositio .3.



Intra assignatum circulum assignato triangulo triangulum equiangulum describere.

Sint ut prius assignatus triangulus. a. b. c. assignatusq. circulus. d. e. f. cuius centrum. g. circa hunc circulum uolo describere unum triangulum equiangulum triangulo. a. b. c. equilaterum enim non est necessarium sed est possibile. **P**roducam basim. b. c. in utraq. ptem. ut fiant duo anguli extrinseci. et a centro. g. Producam lineam. g. d. ad circumferentiam. et constituam angulum. d. g. e. ducta linea. g. e. equalis angulo. b. extrinseci. et d. g. f. ducta linea. g. f. equalis. c. extrinseci. et a punctis. d. e. f. producam in utraq. parte lineas orthogonaliter que per correlarium. x. tertii erunt contingentes cir

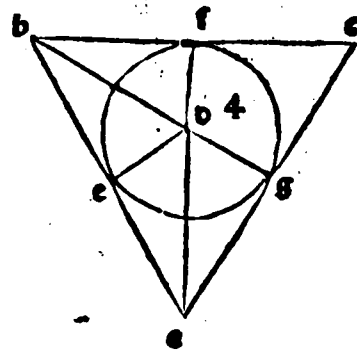
31

31

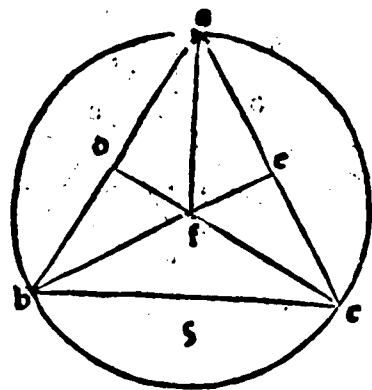
32

15

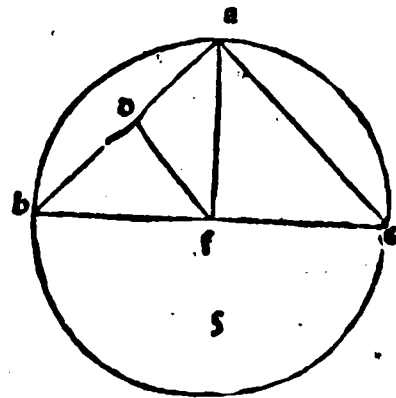
in unum quas contingentes. Protraham quousq. concurrat in punctis. h. k. l. necesse est enim ipsas concurrere. cum enim uterq. angulorum qui sunt ad. d. f. uterq. eorum qui sunt ad. e. sit rectus si intelligatur protrahi linea d. e. erunt duo anguli qui sunt ad partem. b. minores duobus rectis. quare p. penultimam petitionem in partem illam protrahite concurrent linee. l. d. b. k. e. b. eadem ratione concurrent due linee. b. d. l. k. f. l. cum uterq. angulorum qui sunt ad. f. sit etiam rectus. Quia ergo in quadrilatero. b. d. e. g. duo anguli. d. f. e. sunt recti. erunt duo anguli. g. f. b. equales duobus rectis. cuiuslibet enim quadrilateri quatuor anguli sunt equales quatuor rectis. ut monstratum est supra. 32. primi. f. quia duo anguli. b. intrinsecus f. extrinsecus sunt similiter equales duobus rectis. per. 13. primi. at vero. b. extrinsecus positus e. equalis. d. g. erit intrinsecus. b. equalis. h. Simili quoque ratione erit. c. intrinsecus equalis. l. f. quia duo anguli. b. f. c. intrinseci sunt minores duobus rectis per. 32. primi. erunt similiter duo anguli. h. f. l. minores duobus rectis. quare per penultimam petitionem due linee. h. e. f. l. f. protrahite concurrent in puncto. k. fietq. triangulus. b. k. l. f. quia angulus. b. est equalis angulo. b. intrinsecus. f. angulus. l. angulo. c. intrinsecus. erit per 32. primi. angulus. k. equalis angulo. a. quare habemus propositum.

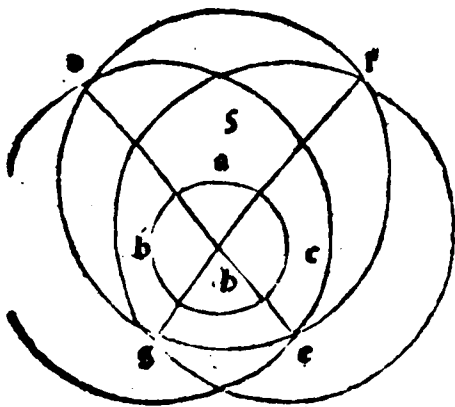
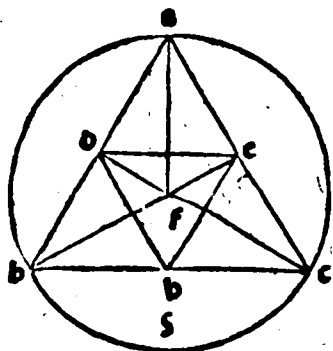
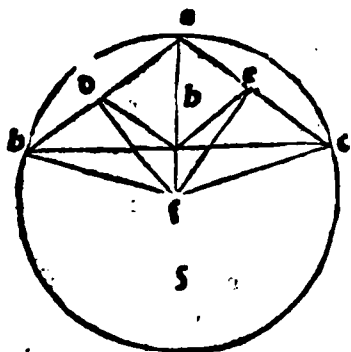


Propositio .4.
Intra datum triangulum circulum describere.
 ¶ Sit assignatus triangulus. a. b. c. uolo intra ipsum circulum describere. hec est quasi conuersa secunde. ¶ Divido. n. duos eius angulos. a. f. b. per. eglia. a. quidem ducta linea. a. d. b. uero. ducta linea. b. d. q. concurrant in puncto. d. a quo ducam perpendicularares ad tria latera ipsius. d. e. quidem ad a. b. d. f. ad. b. c. f. d. g. ad. a. c. f. quia duobus triangulorum. e. a. d. f. g. a. d. angulus. a. unius est eglis angulo. a. alterius. f. uterq. f. g. rectus f. latus. a. d. c. e. erit per. 16. primi. linea. d. e. equalis linee. d. g. Eadem rone cum duorum triangulorum. e. b. d. f. b. d. angulus. b. unius sit equalis angulo. b. alterius f. uterq. angulorum. e. f. f. rectus latus quoq. d. b. c. o. erit per eadem. linea. e. d. equalis linee. d. f. quare tres linee. d. e. d. f. d. g. sunt equales. posito ergo centro in. d. f. descripto circulo secundum quantitatem unius earum transibit per. 9. tertii per reliquarum duarum extremitates. f. quia per correlarium. 15. tertii unaqueq. linearum. a. b. b. c. f. c. a. erit contingens. circulum. patet perfectum esse propositum.



Propositio .5.
Intra trigonum assignatum siue illud sit orthogonium siue amblygonium. siue oxigonium circulum describere.
 ¶ Sit trigonus assignatus. a. b. c. uolo circa ipsum describere circulum hec est quasi conuersa tertie. ¶ Divido duo eius latera. a. b. f. a. c. per equalia. a. b. quidem in puncto. d. f. a. c. in puncto. e. a quibus punctis produco perpendicularares ad lineas. a. b. f. a. c. q. protraho quousq. concurrant in puncto. f. sintq. d. f. f. e. f. concurrerent enim qm cum uterq. angulorum. d. f. e. sit rectus si intelligatur protrahi linea. d. e. f. erit duo anguli ad partem in quam protrahuntur minores duobus rectis. quare concurrent p. penultimam petitionem. Igitur a puncto. f. q. est punctus concursus quem dico esse centrum circuli quesiti. Protrabo lineas ad singulos angulos que sunt. f. a. f. b. f. c. f. quia in triangulo. a. d. f. duo latera. a. d. f. d. f. sunt equalia duobus lateribus. b. d. f. d. f. trianguli. b. d. f. f. angulus. d. unius angulo. d. alterius. quia uterq. rectus erit per quartam primi. f. a. equalis. f. b. eadem rone erit. f. a. equalis. f. c. copatis lateribus f. angulis duobus triangulorum. a. e. f. f. c. e. f. ergo per. 9. tertii punctum. f. erit centrum circuli quesiti. hec est uniuersalis demonstratio ad oes spes trigoni.
 ¶ Quia tn auctor uidet uelle medium uariare distinguendo inter orthogonium amblygonium f. oxigonium. de quolibet eorum sigillatim est demonstrandum. ¶ Sit ergo trigonus propositus orthogonius sitq. angulus





lus. a. rectus; latus. b. c. respiciens hunc angulum rectum diuidendo per equalia in. f. a quo puncto quem dico esse centrum circuli ad mediam punctum alterius duorum reliquorum laterum qui sit. d. ducatur lineam. f. d. f. quia linea f. d. diuidit duo latera. a. b. & b. c. trianguli. a. b. c. per equalia; ipsa erit equidistans tertio. uidelicet linee. a. c. hoc enim demonstratum est. supra. 39. primi; quia angulus. a. positus est rectus. erit per secundam partem & per tertiam. 29. primi; uterque angulorum qui sunt ad. d. rectus. ducatur igitur linea. f. a. eritque per quartam primi linea. a. f. equalis linee. b. f. comparatis ad invicem lateribus & angulis triangulorum. a. d. f. b. d. f. f. quia linea. b. f. est equalis linee. c. f. erit. 3. linee. b. f. a. f. c. f. ad invicem equales. quare per. 9. tertii erit f. centrum circuli quesiti. ¶ Sit nunc trigonum. a. b. c. amblygonius. sitque angulus. a. obtusus latus. b. c. respiciens hunc angulum obtusum. diuidendo per equalia in puncto. h. a quo ad media puncta duorum reliquorum laterum que sunt. d. f. e. ducatur lineas. h. d. f. b. e. eritque. d. h. equidistans. a. c. & e. b. equidistans. a. b. propter id quod demonstratum est supra. 39. primi; uidelicet quod linea secans duo latera alicuius trianguli per equalia. tertio. est equidistans; quare per secundam partem. 29. primi erit uterque duorum angulorum. b. d. h. f. c. e. h. equalis angulo. a. f. ideo uterque obtusus. Ductis igitur perpendicularibus. d. f. ad lineam. a. b. & e. f. ad lineam. a. c. quousque concurrant in puncto. f. quem dico esse centrum circuli. Manifestum est enim eas concurrere propter causam prius dictam. secabit utraque earum lineam. b. c. que respicit obtusum & concurreret extra triangulum. a. b. c. igitur a puncto. f. qui est punctus concursus earum. Produco lineas. f. a. f. b. f. c. que per quartam primi bis assumptam erunt equales comparatis primo lateribus & angulis duorum triangulorum. a. d. f. b. d. f. deinde aliorum duorum. a. e. f. c. e. f. quare per. 9. tertii. f. est centrum circuli quesiti. ¶ Est iterum ut trigonum. a. b. c. sit oxigonius diuisis omnibus eius lateribus per equalia; uidelicet latus. a. b. in puncto. d. & latus. a. c. in puncto. e. & b. c. in puncto. h. Protraho lineas. d. e. d. h. f. e. h. eritque. d. h. equidistans. a. c. & e. h. a. b. propter id quod demonstratum est super. 39. primi; quare per secundam partem. 29. primi; uterque angulorum. b. d. h. c. e. h. erit equalis angulo. a. f. ideo acutus; ductis igitur perpendicularibus. d. f. ad lineam. a. b. & e. f. ad lineam. a. c. manifestum est eas concurrere intra triangulum. a. b. c. sitque punctus concursus. f. quem dico esse centrum circuli. ¶ Produco enim lineas. f. a. f. b. f. c. que per quartam primi bis assumptam ut prius erunt equales; quare per. 9. tertii erit. f. centrum circuli quesiti. ¶ Per predicta patet quod si triangulum fuerit orthogonium centrum circuli circumscribendi cadet in medio lateris quod opponitur angulo recto. Si fuerit amblygonius centrum cadet extra triangulum. Si autem fuerit oxigonius cadet intra triangulum.

Castigator

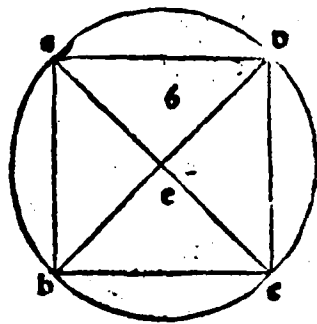
a ¶ Per conuersionem secunde partis. 30. tertii & per conuersionem tertie partis eiusdem. ¶ Aliter enim rectus est equalis obtuso uel maiori obtuso ideo extra de necessitate ad hoc facit correlarium. 39. primi. & 26. b ¶ Aliter enim rectus equetur acuto uel esse eo minor. ¶ Ex ista quinta elicitur modus coniungendi tria puncta ubicunque fuerint posita in eadem circumferentia hoc est inueniendi centrum eis commune describendo circulos super inumquodque eorum & a punctis intersectionum ipsoque protractis duabus lineis & ubi ille se interfecabunt illic erit centrum quem admodum habes in ludis nostris de uiribus quantitatis. Et hic sunt illa puncta. a. b. c. dummodo non sunt situata in linea una quia tunc esset impossibile in curuo suscipere rectum. Fiat prius unus circulus super unum punctorum coprehedens omnia puncta illa intra se & postea describantur duo alii circuli super alia duo puncta. & a punctis intersectionum istorum uelut. f. g. & d. e. ducantur lineae & punctus intersectionis istarum erit centrum commune illis tribus ut hic.

Propositio .6.

Intra datum circulum quadratum describere.



¶ Sit datus circulus. a. b. c. d. cuius centrum. e. uolo intra ipsum describere quadratum. ¶ Protraho in ipso duas diametros. a. c. & b. d. secantes se orthogonaliter supra centrum e. quantum extremitates coniungo protractis lineis. a. b. b. c. c. d. d. a. quas dico continere quadratum questum. ¶ Ipse enim erunt equales adinuicem per quartam primi ter assumptam. propter id quod quatuor linee e. a. e. b. e. c. & e. d. sunt equales. & quatuor anguli qui sunt a. e. c. recti. & unusquisque quatuor angulorum a. b. c. & d. & rectus per primam partem. 39. tertij. propter id quod quilibet eorum est in semicirculo erit igitur a. b. c. d. quadratum per diffinitionem quod est propositum.

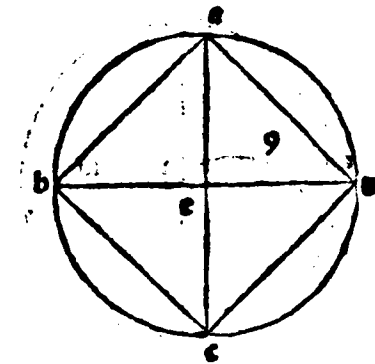
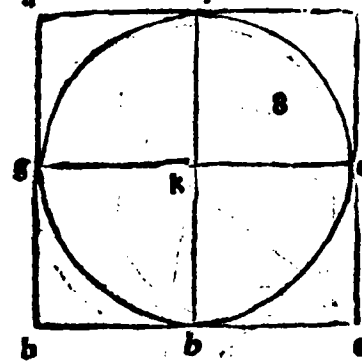
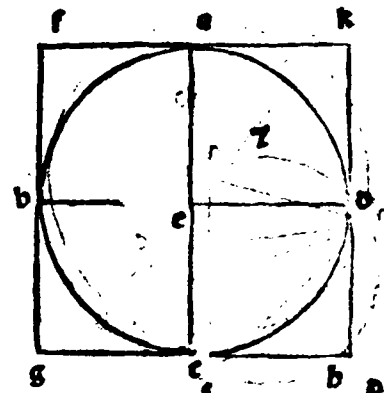


Propositio .7.

Intra propositum circulum quadratum describere.



¶ Sit propositus circulus. a. b. c. d. cuius centrum. e. uolo circa ipsum describere quadratum. ¶ Protraho in ipso duas diametros. a. c. & b. d. secantes se orthogonaliter supra centrum. e. a quarum extremitatibus duco in utramque partem lineas orthogonaliter quousque quilibet earum concurrant cum duabus lateralibus suntque puncta concursus eaz. f. g. h. k. eritque p correlarium. 15. tertij uterque angulus qui sunt ad unumquemque quatuor punctorum a. b. c. d. rectus: quia ergo in quadrilatero a. f. b. e. tres anguli a. b. f. e. sunt recti: erit quartus angulus qui est f. rectus: habet. n. quodlibet quadrilaterum quatuor angulos equales quatuor rectis: ut demonstratum est supra. 31. primi: eadem ratione quilibet angulorum g. h. f. k. erit rectus: ergo p secundam partem. 18. primi. due linee. f. g. & h. k. Itemque due. f. k. & g. h. sunt equidistantes: ergo p. 34. primi. f. k. est equalis g. h. & f. g. k. b. & quia p eandem. f. k. est equalis h. d. & f. g. a. c. At uero. b. d. est equalis a. c. erunt quatuor linee. f. k. g. h. f. g. & h. k. equales sed & quatuor anguli. f. g. k. b. sunt recti ut probatum est p. 15. ergo. f. g. k. b. est quadratum per diffinitionem quod est propositum.



Propositio .8.

Intra quadratum assignatum circulum describere.



¶ Sit quadratum assignatum. a. b. c. d. uolo intra ipsum describere circulum hec est quasi conuersa. 6. diuido unumquodque latere eius p equalia. a. d. qdem in puncto. f. b. a. in puncto. g. c. b. in puncto. h. f. d. c. in puncto. e. & pduco lineas. e. g. f. f. h. secantes se in puncto. k. quod dico esse centrum circuli. Erit. n. f. h. equidistantes & equales a. b. per. 33. primi p id quod. a. f. f. b. b. sunt equales & equidistantes. Similiter p eadem f. d. c. a. b. & quia oes medietates quatuor laterum ipsius quadrati sunt adinuicem equales erunt p. 34. primi quatuor linee. k. e. k. f. k. g. f. k. h. b. equales ergo p. 9. tertij. k. est centrum circuli quasi. a. ¶ Per eodem idem quoniam tota sunt equalia dimidia quoque equalia est.

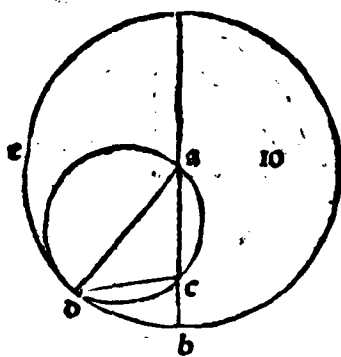
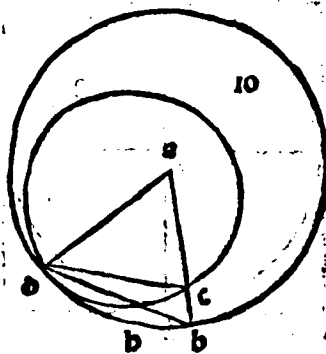
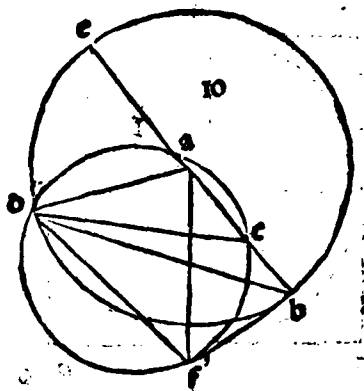
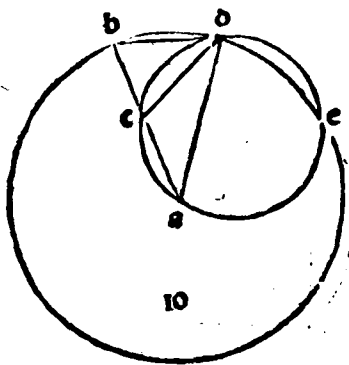
Propositio .9.

Intra assignatum quadratum circulum describere.



¶ Sit quadratum. a. b. c. d. uolo circa ipsum circulum describere. hec est quasi conuersa. 7. ¶ Protraho in ipso duas diametros. a. c. & b. d. secantes se in puncto. e. quod dico esse centrum circuli. Cum. n. linee. a. d. & f. a. b. sunt equales erunt p. 5. primi. anguli. a. d. b. f. a. b. d. equales & quatuor anguli. a. totalis est rectus. erit p. 31. primi uterque eorum medietas recti. ¶ Simili quoque modo probabitur quodlibet triangulum angulorum a predictis diametris & lateribus quadrati propositi

has triangularum angulorum a predictis diametris & lateribus quadrati propositi



contentorum esse medietatem recti quia igitur angulus. e. a. d. est equalis angulo. e. d. a. erit per. 6. primi linea. e. a. equalis linee. e. d. eadem ratione. erit. e. a. equalis. e. b. & e. c. equalis. e. d. quare quia quatuor linee. e. a. e. b. e. c. c. d. sunt equales. erit per. 9. tertii. e. centz. circuli qd est ppositum.

Castigator

a ¶ Per conceptionem si fuerint due res quarum utraq. unius eiusdem fuerit dimidiū. Potius per ista si due res equales unī tertie fuerint equales utraq. illius tertie erit dimidium. ¶ Ista habet ortum ex. 9. tertii decimi. ¶ Ibi clarius formatur huiusmodi triangulus.

Propositio 10.



¶ Cum equatum laterum triangulus designare. cuius uterq. duorum angulorum quos basis optinet reliquo duplus existat.

¶ Intentio est describere unū triangulum duum equalium laterz. & tertii ineqlis cuius uterq. anguloz. q. super latz quod est reliquis inequale existunt ad tertium duplus existat. Ad hoc aut faciendum sumat. linea qlibet que sit. a. b. que diuidatur fm q. docet. ii. secundi in puncto. c. ita q. illud quod sit ex. a. b. in. b. e. sit equale quadrato. a. c. factoq. puncto. a. centro fm ipsius quantitate describatur circulus. b. d. e. intra quem per pnam huius coaptentur linee. b. d. qualis linee. a. c. & pducantur due linee. d. a. d. c. dico triangulum. a. b. d. esse qlis pponitur. ¶ Circūscribat circulus qui sit. d. c. a. per. 5. huius triangulo. d. c. a. Quia ergo linea. d. b. est equalis. linee. a. c. erit quod sit ex. a. b. in. b. c. equale quadrato linee. b. d. quare per ultimam tertii. b. d. linea est contingens circulum. d. c. a. ¶ per. 31. eiusdem angulus. c. d. b. est equalis angulo. c. a. d. ¶ Posito ergo oī angulo. c. d. a. erit totus angulus. b. d. a. equalis duobus angulis. c. a. d. c. d. a. sed per. 31. primi angulus. b. c. d. est equalis eidem quia extrinsecus ad ipsos. ergo angulus. b. d. a. est equalis angulo. b. c. d. ¶ quia angulus. a. d. b. est equalis angulo. a. b. d. per. 5. primi & q. latera. a. d. f. a. b. sunt equalia. erit angulus. b. c. d. equalis angulo. c. b. d. ergo per. 6. primi linea. c. d. est equalis linee. b. d. quare & linee. c. a. ergo per. 5. primi angulus. c. a. d. est equalis angulo. c. d. a. Quia ergo uterq. angulorum. c. d. b. & c. d. a. est equalis angulo. c. a. d. erit totus angulus. b. d. a. duplus ad angulum. d. a. b. & ideo angulus. a. b. d. sibi equalis. duplus est et ad angulum. b. a. d. quod est ppositum. ¶ Forſan dicet aduersarius circulum. d. c. a. circūscriptum trigono partiali secare circulum. b. d. e. in aliquo puncto arcus. b. d. ita q. simul secabit lineam. b. d. unde ipsa non erit circulo applicata. sicut in demonstratione supponitur. sed ipsum secans. Sit ergo si possibile ē ut ponit aduersarius & a puncto. b. ducatur ad ipsum circulum minorem contingens. b. f. & ducantur linee. f. a. f. d. eritq. per penultimam tertii quod sit ex. a. b. in. b. c. equale quadrato. b. f. ergo. b. f. est equalis. b. d. quare per. 5. primi angulus. b. f. d. est equalis angulo. b. d. f. ¶ quia per. 31. tertii angulus. b. f. a. est equalis angulo. a. d. f. erit angulus. b. d. f. maior angulo. a. d. f. quod est impossibile. cum ipse sit pars eius. ¶ At iter possumus istud refellere & ostendere q. ille minor circulus nullo modo secabit lineam. b. d. forſan enim diceret q. secaret eam non secando arcum. d. b. maioris circuli. Si enim possibile est q. secet eam. sit hoc in puncto. h. eritq. quod sit ex. a. b. in. b. c. equale ei quod sit ex. d. b. in. b. h. Monstratum est enim supra penultimam tertii q. si ab aliquo puncto extra circulum signato quotlibet linee secantes ad circulum ducantur que sub totis & earum portionibus extrinsecis continentur. equalia sunt adinuicem & quia quod sit ex. a. b. in. b. c. est equale quadrato. b. d. erit qd sit ex. d. b. in. b. h. equale quadrato. d. b. quod est impossibile per secundam secundi: quare constat propositum. ¶ Et nota q. minor circulus necessario secabit maiorem & abscindet ab eo arcum unum. equalem arcui. b. d. & maior abscindet similiter ab eodem unum arcum equalem arcui. d. c. Quod sic probatur. si enim minor non secat maiorem. contingit ergo ipsum in puncto

d. f. quia per. 1. tertiū circuli in se contingentium centra. f. punctus cō
factus sunt in linea una. erit cōtrum minoris circuli in linea. a. d. propter
hoc q. in ea est centrum maioris f. punctus contactus. ergo per. 17. tertiū
angulus. a. d. b. est rectus quare similiter f. angulus. a. b. d. sibi equalis est
rectus quod est impossibile. per. 31. primi. Secet ergo ipsum in punctis. a.
d. dico arcum. e. d. maioris esse equalē arcui. d. b. f. arcum. e. d. minoris
esse equalē arcui. d. c. p. duco lineas. d. e. c. e. f. e. a. eritq. per. 26. tertiū unus
quisq. quatuor angulorum qui sunt. d. e. c. e. a. d. a. c. f. a. d. c. equalis ali
ppter id qd duo arcus. d. c. f. e. a. b. sunt equalēs. per. 27. eiusdem quare to
talis angulus. a. e. d. duplus est ad angulum. b. a. d. f. ideo equalis utriq.
angulorum. a. b. d. f. a. d. b. f. quia angulus. a. e. d. est equalis angulo. a. d.
c. per. 5. primi: propter id quod. a. e. f. a. d. sunt equalēs a centro ad circū
ferentiam. eruntq. duo anguli. e. d. trianguli. a. e. d. equalēs duobus angu
lis. d. f. b. trianguli. a. d. b. ergo per. 31. primi reliquus angulus. a. e. d. unius
est equalis reliquo angulo. a. alterius ergo per. 25. tertiū arcus. e. d. maioris
est equalis arcui. d. b. f. per eandem arcus. e. d. minoris est equalis arcui. d.
c. f. hoc est quod proposuimus.

Castigator

a. **Q**uia ut ibi omnium est quod sit ex tota secante in partem sui exte
riorem equalē quadrato lineę contēgentis f. cum. b. f. modo sit con
tingens per aduersarium ideo f. c. Et quoniam rectangulum. a. b. in. b. c.
ex ypothēsi est equalē quadrato lineę. a. c. quia sic fuit diuisa linea. a. b.
ex. 17. secundi erit. b. f. equalis. a. c. per communem scientiam que est qua
dratorum equalium latera esse equalia f. per consequens. b. f. etiam est eq
lis. b. d. quoniam b. d. locata fuerit in circulo maiori ad equalitatē. a. c. ex p
ma ypothēsi ex quibus cuncta sequentia manifeste patent. **F**acilius for
matur esse triangulus. 10. huius secundum mōm habitum in. 9. tertiū decimi
videlicet duobus lateribus exagoni f. basi que sit latus decagoni uno f.
eodem circulo in scriptorum tunc quilibet angulus ad basim duplus erit
ad reliquum ut ibi declaratur. b. **Q**uia per primam dispositionem
huius. d. c. fuit inuēta equalis. d. b. que quidem. d. b. posita fuit eq̄lis. a. c.
f. ideo. d. c. f. c. a. sunt eq̄les f. 10. concluditur per primam partem. 27. tertiū
arcus esse equalēs. **P**er. 27. angulus. b. f. d. totalis sit maior ipso. a. d. f. sequi
tur angulum. b. d. f. sibi equalē esse maiorem eodem. a. d. f. ideo impos
sibile quoniam. b. d. f. est par ipso. a. d. f. **Q**uia triangulus haberet duos
angulos rectos actu quod est impossibile per. 32. primi. c. **P**er
communem scientiam que est quorum dupla seu quorum tota sunt equalia
sub dupla quoq. seu tota sunt equalia.

Propositio .11.

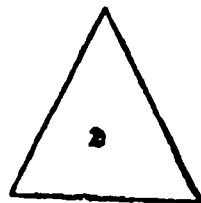
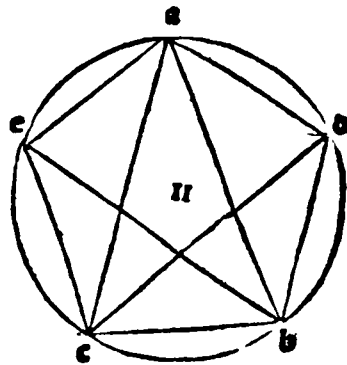
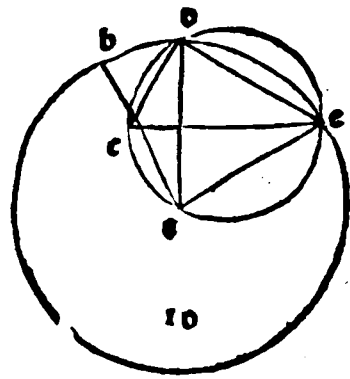
Intra datum circulum equilaterum atq. equian
gulum pentagonum describere.

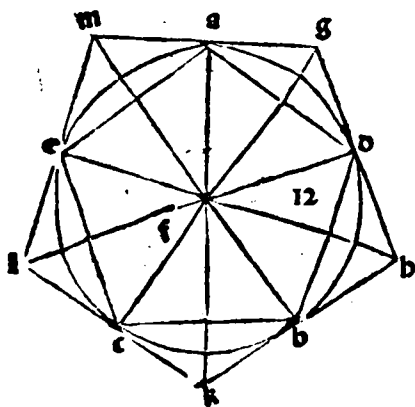
Sit datus circulus. a. b. c. uolo intra ipsum describere pē
thagonum unum. equilaterum atq. equiangulum. **D**esi
gno triangulum unum qualem premissa p̄pōit. qui sit. 21.
cui alium equiangulum intra datum circulum describo.



sicut docet secunda huius qui sit. a. b. c. sitq. uterq. angulorum. a. b. c. f. a.
c. b. duplus ad angulum. c. a. b. utriq. eorum diuido per 5 equalia ductis li
neis. b. e. f. c. d. eruntq. per. 25. tertiū. 5. arcus in quos. 5. puncta. a. d. b. c. e. d.
tadunt circulum adinuicem equalēs. propter id quod quinq. anguli quib
us dictos arcus cadunt sunt adinuicem equalēs. **C**ontinuatis igitur illis
quinq. punctis per lineas rectas que sunt. a. d. d. b. b. c. c. e. f. e. a. erit pen
thagonus. a. d. b. t. e. inscriptus dato circulo qualis proponitur. **E**st enī
equilaterus per. 28. tertiū cum. 5. arcus quorum eius quinq. latera sunt cor
de: sint adinuicem equalēs: f. etiam equiangulus per. 26. eiusdem eo q
quinq. arcus. d. a. e. a. e. c. e. c. b. c. b. d. f. b. d. a. in quos anguli ipsius pētha
goni cadūt sunt adinuicem equalēs: sicq. constat propositum.

d. 111





Castigator.

a ¶ Per communem scientiam si equalibus equalia addas est arcus. a. d. sit equalis arcui. e. c. per. 15. addito utriq. arcu. a. e. erit arcus d. a. e. equalis arcui. a. e. c. & sic de reliquis. b ¶ Part modo potest deduci per quartā primū angulos duos qui sunt ad. f. esse equales. Nam duo latera. a. f. & a. g. trianguli. a. f. g. quantur duobus lateribus d. f. & d. g. trianguli. d. f. g. id est latas. a. f. primi lateri. d. f. secundi per diffinitionem circuli & centri. Et latus. a. g. eiusdem primi lateri. d. g. secundi per penultimam tertii & angulus. f. a. g. primi angulo. f. d. g. secundi. quoniam uterq. rectus ex ypothēsi. ergo reliqui anguli unius reliquis angulis alterius unusquisq. mo relativo. s. angulo. a. f. g. angulo d. f. g. & angulo. a. g. f. angulo. d. g. f. igitur &c.

Propositio .12.



Propositum pentagonum equilaterum atq. equiangularum designare.

¶ Sit propositus circulus. a. b. c. cuius centrum. f. uolo circa ipsum designare pentagonum equilaterum atq. equiangularum. ¶ Supra circumferentiam ipsius circuli quasi secundum doctrinam premisse sibi inscripserim pentagonum quinque puncta angularia notabo. que sunt. a. d. b. c. e. ad que a centro duam lineas. f. a. f. d. f. b. f. c. f. e. & ab eisdem punctis educam perpendicularares ad istas lineas in utraq. partem quousq. concurrant in punctis. g. h. k. l. m. eruntq. hec linee contingentes circulum per correlarium. 15. tertii & ad ista puncta concursus duam a centro lineas. f. g. f. h. f. k. f. l. f. m. Et quia monstratum est super penultimam tertii. q. si ab aliquo puncto extra circulum signato due linee contingentes ad ipsum circulum ducantur q. ipse erunt equales. erit. linea. g. a. equalis linee. g. d. & h. d. b. & sic de ceteris. At quoniam quinque arcus in quos quinque puncta. a. d. b. c. e. dividunt circulum. sunt adinvicem equales. erunt per. 16. tertii quinque anguli. a. f. d. d. f. h. b. f. c. c. f. e. e. f. a. consistentes super hos arcus in centro. f. sibi inuicem equales. Sunt autem duo latera. a. g. & f. a. trianguli. f. g. a. equalia duobus lateribus. d. g. & f. d. trianguli. f. g. d. & latus. g. f. commune. ergo per. 8. primi duo anguli eorum qui sunt. ad. f. Itemq. duo anguli g. sunt ad. g. sunt adinvicem equales. eadem ratione duo anguli qui sunt. ad. f. in triangulis. d. f. h. & b. f. b. Itemq. duo qui sunt. ad. b. sunt adinvicem equales. Similiter quoque singuli trium reliquorum angulorum g. sunt. b. f. c. c. f. e. e. f. a. & singuli trium qui sunt. k. l. m. dividantur per equalia. primi quidem per lineam. f. k. secundi per lineam. f. l. tertii vero per lineam. f. m. & quia hii tres anguli qui sunt. b. f. c. c. f. e. e. f. a. sunt sibi inuicem equales & aliis duobus qui sunt. a. f. d. & d. f. b. equales erunt eorum dimidia que sunt decem anguli facti in centro. f. adinvicem equaliter. Quia igitur duo anguli. a. f. f. trianguli. g. a. f. sunt equales duobus angulis. a. f. f. trianguli. m. a. f. & latus. a. f. commune erit per. 16. primi angulus. g. unius equalis angulo. m. alterius & latus. g. a. equaliter lateri. a. m. ¶ Eadem ratione erit angulus. g. in triangulo. g. f. d. equalis angulo. h. in triangulo. d. f. h. & latus. g. d. equaliter lateri. d. h. quare quia. g. a. est dimidium g. m. & g. d. dimidium. g. h. & g. a. & g. d. sunt equalia. erunt per communem scientiam. g. m. & g. h. eorum dupla equalia. Similiter quoque probabimus. g. m. esse equaliter. m. l. & m. l. k. & l. k. h. quare pentagonus g. h. k. l. m. est equilateralis. ¶ Sed & equiangularis cum enim duo anguli qui sunt ad. g. sunt adinvicem equales. & duo qui sunt ad. m. similiter adinvicem equales & g. partialis. sit equalis. m. partiali. utrumq. enim probatum est prius. erit. per eandem communem scientiam. g. totalis equalis. m. totali. & eadem ratione probabis equalitatem in ceteris angulis. quare est equiangularis. sicq. constat propositum.

Castigator.

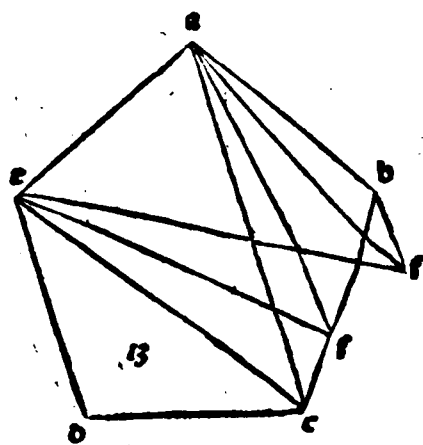
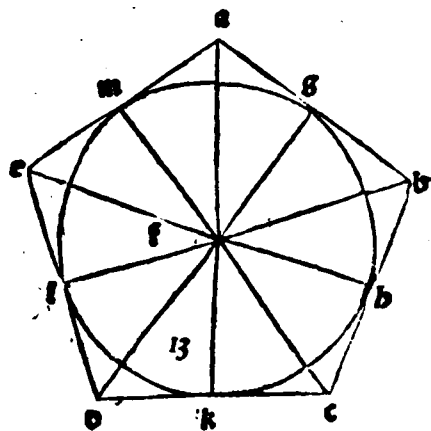
a ¶ Per eodem scientiam quod tota sunt equalia dimidia quoque equalia esse necesse est. b ¶ Quod dimidia sunt equalia tota quoque equalia esse necesse est.

Propositio .13.



Intraequilaterum atq; equiangu-
lum assignatum. circuli describere.

Sit assignatus pentagonus equilaterus atq; equiangu-
lus quia de aliis non est necessarium hoc esse possibile. a.
b. c. d. e. uolo sibi inscribere circulum. hec est quasi conuer-
sa. 11. duos eius ppinquos angulos qui sunt. a. f. e. diuido
per equalia ductis lineis. a. f. e. f. donec concurrant in puncto. f. intra
ipsum pentagonum quem dico esse centrum circuli. ¶ Concurrent enim
propter id quod dimidium. totalis anguli. a. f. e. similiter totalis anguli. e.
minus est angulo recto. ¶ Si enim intra pentagonum non concurrant
aut extra ipsum pentagonum aut in latere pentagoni. aut in eius an-
gulos qui utriq; angulorum diuisorum opponitur. ¶ Concurrant ergo p-
mo extra in puncto. f. f. ducatur linea. b. f. f. quia duo latera. c. a. f. a. f. tri-
anguli. e. a. f. sunt equalia duobus lateribus. b. a. f. a. f. trianguli. b. a. f. an-
gulus. a. unius angulo. a. alterius erit per. 4. primi basis. e. f. equalis basi.
f. b. f. quia angulus. a. partialis est equalis angulo. e. partiali. propter id
quod. a. totalis. e. totali erit per. 6. pmi. f. a. equalis. f. e. quare. f. a. e. equa-
lis. f. b. ergo per. 5. primi duo anguli. b. totalis. f. a. partialis sunt equales
quare. a. partialis est equalis uel maior. a. totali d' quod est impossibile.
¶ Concurrant ergo in puncto. f. super latere. b. c. eritq; arguendo per pre-
missas f. premisso modo angulus. a. partialis equalis angulo. a. totali qd
est impossibile. ¶ Quod si forsitan concurrant in angulo. c. erit per eandem
f. eodem modo. c. b. equalis. c. a. f. ideo adhuc ut prius angulus. a. partia-
lis equalis angulo. a. totali. Quod quia hoc esse non potest. Sit ergo pun-
ctus concursus qui est. f. intra pentagonum a quo ducō. 5. perpendicu-
larē ad eius. 5. latera. que sunt. f. g. f. h. f. i. k. f. l. f. m. f. ad duos eius angulos p-
pinquos aliterscūs angulis per equalia diuisis qui sunt. b. f. d. ducō lineas
f. b. f. d. f. quia duo anguli. a. f. m. trianguli. a. f. m. sunt equales duobus an-
gulis. a. f. g. trianguli. a. f. g. f. latus. a. f. commune erit per. 16. primi. f. m.
equalis. f. g. ¶ Per eandem quoq; probabis. f. l. equalē. f. m. sumptis duo-
bus triangulis. e. f. m. f. e. f. l. ¶ Quia iterum duo latera. a. f. f. a. b. triangu-
li. a. f. b. sunt equalia duobus lateribus. a. f. f. a. c. trianguli. a. f. e. f. angulus
a. unius. angulo. a. alterius erit per. 4. primi angulus. b. partialis equalis
angulo. e. partiali. f. quia. b. totalis equalis ē. e. totali. f. e. totalis diuisus
est per equalia erit etiam. b. totalis diuisus per equalia. ¶ Eodem modo
probabis. d. totalem diuisum per equalia propter equalitatem. d. partia-
lis f. a. partialis sumptis triangulis. e. a. f. f. e. d. f. quia ergo duo anguli. g.
f. b. trianguli. g. f. b. sunt equales duobus angulis. h. f. b. trianguli. h. f. b.
f. latus. f. b. commune erit per. 16. primi. f. h. equalis. f. g. ¶ Eodem modo
probabis. f. k. equalē. f. l. sumptis triangulis. l. f. d. k. f. d. quoniam igitur
5. lineę. f. g. f. h. f. i. k. f. l. f. m. sunt equales. erit. f. centrū circuli. per. 9. tertii.
quem describemus fm quantitatem unius earum f. tanget omnia latera
pentagoni. propter equalitatem linearum. f. nullum eorum secabit per
primā partem. 15. tertii. sicq; cōstat ppositū. ¶ Castigator.
a ¶ Hoc enī probatum est supra. 32. primi ubi ostensum est omnes. 5. an-
gulos pentagoni. 6. rectis equialere scilicet unusquisq; ualet unum re-
ctum f. quintam unius recti. f. ideo dimidium totalis anguli. a. f. simili-
ter. c. minus est angulo recto f. ideo ex illa parte concurrēt per pēultimā
petitiōem. b ¶ Per aduersarium. c ¶ Etiam per aduersarium. d. ¶ Quia
angulus. b. pēthagoni ex ypotēsi ē eq̄lis angulo totali ipsius pēthagoni f.
ideo cū angulus. b. totalis sit maior angulo. b. pēthagoni ē maior angulo
a. totali f. iō cū angulus. a. ptialis equet ipsi. b. seq̄t ipsum. a. ptialē ēē ma-
iorē. a. totali siue ei eq̄lem qd ē impossibile f. c. p p̄mam dispositionē nō
seq̄t angulū. a. ptialem ēē eq̄lem. a. totali sed ipso maiore f. in duabus po-
stremis dispositionibus seq̄tur totali ēē eq̄lem semper. s. qñ per aduersariū
concurrerent in latere uel in angulo illis opposito.



Propositio .14.

Intra datum pentagonum quod sit equilaterum, atq; equiangulum circulum describere.



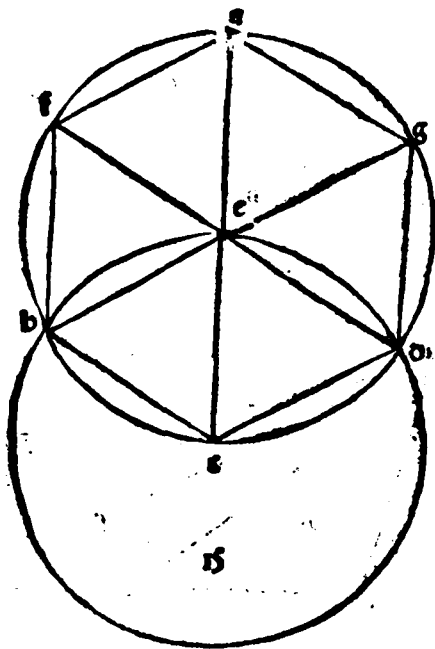
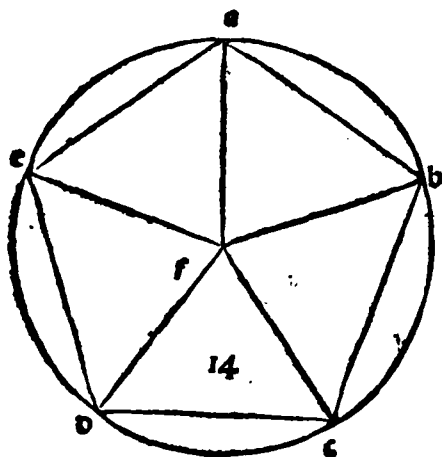
Sit ut prius datus pentagonus, equilaterus atq; equi-
gulus, quia de aliis non est necessarium hoc esse possibile
a. b. c. d. e. uolo circa ipsum describere circulum. hoc est q
si conuersa. n. Duos est ppinquos angulos q sunt. a. f. e. diui
doper equali a ductis lineis. a. f. f. e. quousq; concurrat intra ipsum pen-
thagonum in puncto. f. p. Concurrunt. n. f. intra pentagonum ut proba-
tum est in premisa. Et a puncto concursus dico ad reliquos angulos line-
as que sint. f. b. f. c. f. d. f. quia duo latera. a. f. f. a. b. trianguli. a. f. b. sunt eq
lia duobus lateribus. a. f. f. a. e. trianguli. a. f. e. f. angulus. a. unius angulo
a. alterius erit per. 4. primi. f. b. equalis. f. c. f. angulus. b. partialis angulo.
c. partiali. Et quia. b. totalis est equalis. a. totali. f. e. totalis diuisus est per
equalia. erit similiter. b. totalis diuisus p equalia. f. hoc quoq; modo pba-
bis utriq; angulo. c. f. d. diuisum ee p equalia f. g. lineas. f. a. f. b. f. c. f. d.
f. e. esse equales. quare p. 9. tertii. f. erit centrum circuli. siq; patet ppositu.

Propositio .15.

Intra propositum circulum exagonus equilateru
atq; equiangulum describere. **E**x hoc itaq; ma-
nifestum est q; latus exagoni equum est dimidio
diametri circuli cui inscribitur.



Sit propositus circulus. a. b. c. d. cuius centrū. e. uolo sibi
inscribere exagonum equilaterum atq; equiangulum. pro-
duco diametrum. a. e. c. f. fm quantitatem semidiametri. e. c. f. cto cen-
tro puncto. c. describo circulum. e. b. d. secantem priorem in duobus pun-
ctis. b. d. a quibus produco duas diametros in circulo primo que sint. b. e.
g. d. e. f. trium ergo diametrorum extremitates cōiungo. 6. lineis que sint
a. f. f. b. b. c. c. d. d. g. g. a. quas dico continere exagonum quesitum. Erit
enim ut demonstrat prima primi utriq; triangulorum. b. e. c. c. e. d. equi-
lateris. quare f. equiangulus per. 5. eiusdem ergo p. 31. primi. duo anguli.
b. e. c. f. c. e. d. cum uno equali uni eorum sunt equales duobus rectis. Pro-
pter id quod quisq; eorum est tertia duorum rectorum sed ipsi per. 13. eius-
dem cum angulo. d. e. g. sunt equales duobus rectis. ergo angulus. d. e. g. ē
equalis utriq; eorum quare p. 15. eiusdem. 5. anguli. qui sunt ad. e. sunt ad-
inuicem equales. ergo p. 35. tertii arcus in quos cadunt sunt equales. qua-
re f. eorum corde per. 28. eiusdem que sunt latera ipsius exagoni. Equila-
terus igitur est sed f. equiangulus p. 26. tertii propter id quod sex arcus in
quos angularia puncta exagoni diuidunt circulum bini f. bini sumpti
sunt adinuicem equales. ut arcus. a. f. b. arcui. f. b. c. f. ideo angulus. f. qui
consistit in primo est equalis angulo. b. qui consistit in secundo. idem in
ceteris. quare constat propositum. **C**orrelarium ex hoc patet q; dimi-
dium diametri f. latus exagoni sunt latera eiusdem trianguli equilateri.
ut. e. c. f. e. b. f. c. b. **E**t nota q; non proponitur circa propositum circū-
lum exagonū equilateru atq; equiāgulū designare. Nec intra talē exagonū
circa talē circulum describere. quēadmodū fecit de triangulo qdrato f. pē-
thagono. non quia nō sit necessarium hoc esse possibile. sed quia hec tria
per eadem precepta sunt in pentagono equilatero f. equiangulo. f. in
omni figura equilatera atq; equiāgula quēcūq; fuerit. Vnde quamcūq;
figuram equilateram f. equiāgulam scimus circulo inscribere eandem
circulo extra. f. circulum sibi intra f. extra; hisdem mediis per q; hec in
pentagono fecimus describemus. **N**ota etiam q; omnis figura equi-
latera circulo inscripta. aut circumscripta est etiam necessario equiangu-
la. de inscripta patet per. 27. f. 26. tertii sumptis arcibus circuli. quibus la-
tera inscripte figure corde sunt bini f. bini. In hōs enim arcus ipsius fi-
gure anguli cadūt. De circūscripta autem ductis a circuli centro lineis ad
oēs eius angulos. f. ad loca contactus facile probabis. si plene intellexte



demonstrationi. 3. huius diligens intellectus. accersere. erit enim ut oēs ipsius figure angulos linee a centro uenientes per equalia diuidant. sumptis itaq; quibuscumlibet duobus eius proximis lateribus cum linea ad angulum ab eis contentum. & cum duabus ad eorum extremitates a centro uenientibus duos triangulos ab eis contentos equiangulos adinuicem per 4. primi esse probabis. Sicq; faciendo de omnibus patebit eos esse equiangulos p hac eodem sciām quoq; dimidia sunt equalia. tota quoq; eē eqlia.

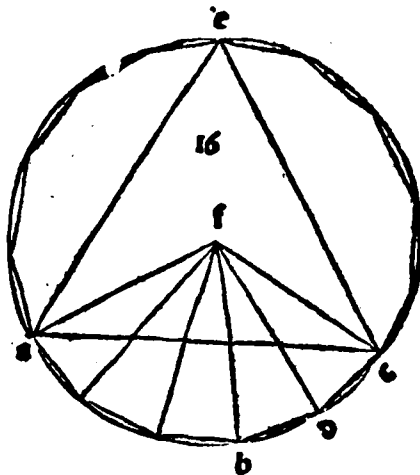
¶ Castigator.

a ¶ No. diligenter quia ad praticam multum facit tale persuppositū ut apparebit.

Propositio .16.



Intra datum circulum. quindecagonum equilaterum atq; equiangulum designare. ¶ Deinde circa quolibet circulum assignatum quindecagonus equilaterum atq; equiangulum atq; intra datum quindecagonum circulum describere.



¶ Sit datus circulus. a. b. c. uolo sibi inscribere quindecagonum equilaterum & equiangulum. deinde etiam circūscribere atq; intra tale quindecagonum propositum circulum describere. Non proponit autē circa talem quindecagonum circulum describere. quia hoc satis dat intelligere per a lia que proponit. In dato circulo iuxta doctrinā secundā de huius. protraho latus trianguli equilateri q; sit. a. c. & iuxta doctrinā 4. a. latus pentagoni equilateri atq; equianguli quod sit. a. b. Et quia arcus. a. c. est totius circumferentiæ tertia; cuius arcus. a. b. est. quinta erit superfluum inter eos quod est arcus. b. c. due tertiæ; arcus. a. b. uel due quinte arcus. a. c. siue due quintedecime totius circumferentiæ. Nam in omni toto excedit tertia quinta. in duabus tertiis ipsius quinte. uel in duabus quintis ipsius tertiæ. siue in duabus quintis decimis totius. hoc enim patet in quinta tertia primi numeri habentis quintam & tertiam qui est 15. eius enim tertia que est 5. excedit eius quintam que est tria in duabus unitatibus que sunt due tertiæ ipsius ternarii qui ē quinta. uel due quinte ipsius quinary qui est tertia siue due quintedecime ipsius 15. qui est totum. ¶ Diuiso igitur arcu. b. c. per equalia. in. d. patet utrumq; duorum arcuum. c. d. & d. b. esse tertiam arcus. a. b. uel quintam arcus. a. c. siue quintamdecimam totius circumferentiæ. ¶ Subtēsis igitur eis cordis. c. d. & d. b. coaptatisq; cōtinuē intra datum circulum sibi equalibus per primam huius complebitur figura proposita. ¶ Cetera uero duo que proponit cum tertio q; dat intelligere uidelicet quindecagonum circulo circūscribere ac circulum quindecagono inscribere ac etiam circūscribere ex n. 13. & 14. huius plene intellectus facile perficies. ¶ Et nota q; quancūq; figuram equilateram circulo scimus inscribere duplo plurium laterū circulo scimus inscribere & circūscribere. & ipsi circulum. ¶ Diuisis ē. n. arcubus quibus latera eius que scitur inscribi subtenduntur. per equalia & a punctis mediis ad extremitates laterum ipsius figure ductis lineis fiet intra circulum figura duplo plurium laterum que erit equilatera per 18. tertiū. ergo & equiangula. hoc enim demonstratum est supra. 15. huius q; omnis figura equilatera circulo inscripta est etiā equiangula. Et quia hanc circulo scimus inscribere sciemus cetera tria per. n. 13. & 14. huius. ¶ Quia igitur scimus inscribere triangulum equilaterum sciemus per hoc & exagonum & per exagonum duodecagonum ac per duodecagonum figuram. 24. laterum. & sic in infinitum duplando. Et licet p triangulum possit ut diximus inscribi exagonus. posuit tamen huius propriam demonstrationem ex qua sequitur potissimū per utile. Et similiter quia scimus & inscribere quadratum sciemus per hoc inscribere omnem figuram cuius laterum numerus est pariter par. per pēthagonum quoq; sciemus decagonum. & figuram. 20. laterum. sicq; continue duplando. idem quoq; intellige de quindecagono. per ipsum enim sciuntur figure. 30. & 60. & omnium continue duplatorum laterum. ¶ Ceterarum autem si-

gurarum de quibus ista non docet. uel que per has non habentur difficilis est sciencia. & parum utilis. ^a ut sunt eptagona nonagona undecagona. Quod si sciremus triangulum datum equalium laterum designare. cuius uterq. angulorum ad basim triplus esset ad reliquum sciremus eptagonum ut supra pentagonum circulo inscribere. & si uterq. quadruplus esset ad reliquum sciremus nonagonum. & si quinaplius undecagonum. Idemq. in ceteris figuris imparium laterum. posito utroq. angulorum ad basim multiplici ad reliquum. per eum numerum qui est medietas. maximi paris sub impari numero laterum ipsius figure contenti.

Castigator.

a ¶ Quia si illa secunda presupponit triangulum assignatum equilaterum & sic in scribendo circulo unum ei equiangulum. Oritur pariter equilaterus ad instar propositi quia maior & minor secundum quantitatem propositi circuli. Similiter dicitur de pentagono. per. u. huius. **b** ¶ Per. 39. tertii. **c** ¶ Per. 28. tertii cum omnis illi arcus sint sibi inuicem equales quoniam quisq. est. 1/5. pars totius circumferentie. **d** ¶ Verba campani traductoris immo utilissima cum ultus circa difficile ueretur teste. A. B.

quia facile malum



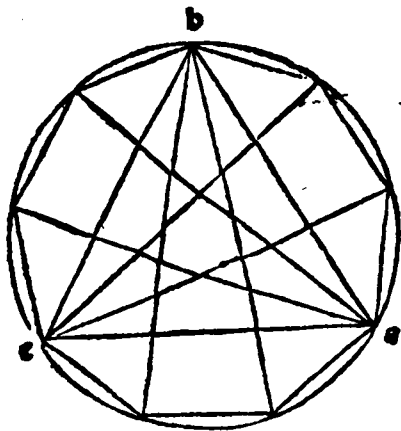
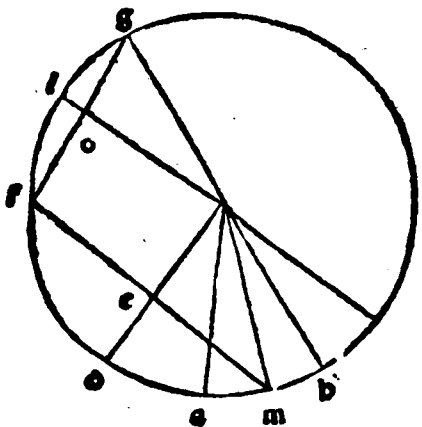
Batum angulum in tria equa diuidere. ^a Sit angulus datus c. uolo ipsum diuidere in tres equales angulos quod sic facio. pono primo. c. centrum circuli describendo circulum qualitercumq. contingat. & protraho latera continetia datum angulum usq. quo fecerit circumferentiam in punctis a. f. b. tunc a puncto. c. quod est centrum circuli duco lineam. c. d. perpendiculariter ad lineam. c. b. & in linea. c. d. assigno. punctum e. a quo duco lineam ad equalitatem. c. b. usq. quo fecerit circumferentiam circuli in puncto. f. & produco. e. usq. a. deinde protraho lineam. g. b. equidistantem. f. a. que scilicet. g. h. transeat per centrum. & duco lineam. f. g. equidistantem linee. e. c. & protraho lineam. c. b. in continuum & directum usq. ad. l. que secat lineam. f. g. orthogonaliter in puncto. o. & per equalia dico ergo q. arcus. l. g. est equalis arcui. h. b. propter hoc. q. angulus. l. c. g. est equalis angulo. h. c. b. cum sint contra se positi. Cum igitur arcus. f. g. sit duplus arcui. l. g. erit etiam duplus arcui. h. b. sed arcus. f. g. est equalis arcui a. h. cum sint inter duas lineas equidistantes que sunt. f. a. & g. b. ergo arcus h. a. est duplus arcui. h. b. ergo & angulus. a. c. h. est duplus angulo. h. c. b. diuidam ergo angulum. a. c. b. per equalia per lineam. c. m. & patet propositum.

Castigator.

a ¶ Ista de diuisione anguli in tres partes equales est limitanda quoniam non est de omni. Eius limitatio erit ista datum angulum minorem recto in tria equa diuidere nam de obtuso non posset illis medijs concludi quia tunc linea. d. c. caderet inter lineas. a. c. & b. c. & tunc demonstratio non tendit ut per te deducendo percipere potes. ideo discursus tibi relinquatur &c. Et talis limitatio datur intelligi per confirmationem ipsius nonagoni in circulo ob cuius rationem principaliter illa posita uidetur ubi prius inscribit triangulum circulo equilaterum & per consequens equiangulum cuius quisq. angulorum minor est recto ex. 32. primi ut euidenter apparet.



Ntra datum circulum non angulum equilaterum atq. equiangulum. designare qd sic fieri pot iuxta doctrinam secunde huius. inscribam circulo assignato triangulum equilaterum atq. equiangulum qui sit a. b. c. & unumquemq. angulorum eius diuidam per tria equalia & protraham lineas diuidentes angulos usq. ad circumferentiam & tunc quia nouem anguli locati in circulo sunt equales de necessitate arcus suppositi ipsis angulis sunt equales. Protraham enim cordas substractas singulis arcibus & habebam intentum. **¶** Explicit Liber quartus.





Sermo habitus per Ruerendum patrē. M. LVCAM Pa-
ciolum de burgo Sancti Sepulchri. Or. minoꝝ. In eccle-
sia Sancti Bartholomei. Venetiis. 1508. Dic. xi. augusti
in quintū Euclidis. Spiritus sancti gratia illuminet sen-
sus & corda nostra. Amen. ¶ Arduarum difficiliumq; re-
rū omnium. Ruerēdi dñi uenerandi patres: excellētissi-
mi Doctores: Magnifici uiri: Acutissimi cuiuscumq; facultatis studētes
nosq; ceteri prestantissimi ciues: difficillima est proportio. Hęc est illa
que sola intima altissime idiuindueq; trinitatis penetrat: & a sacris theo-
logis solertissime inuestigatur. Hęc enim est que sepius in eorum uola-
minibus relatio dicitur: aliquando respectus: nōnunq; habitudo. Inter-
dum intellectualis discursus: & nomine alio comparatio nūcupatur. Hu-
ius notitiam diuini philosophi summopere cupierunt: dum Metaphysi-
cen opera in lucem prodere curarent. Hanc pro uiribus naturales profe-
qui suntur Socrates: Plato: Aristoteles: ceteriq; omnes. Cum dere-
ram uniuersiq; natura agerent. Non enim aliud in rebus uniuersis supe-
rioribus: scilicet & inferioribus q̄ debita earum adinuicem proportio
seu habitudo queritur. Nunq̄ enim sacris litteris incumbentes: processio-
nem sancti spiritus a patre & filio ex eorum reciproco amore causatam:
lingua calamoq; explicare potuissent: nisi prius relationem inter eos p a-
tris ad filium: & econtra percepissent. Hanc proculis summus opifex in
cælestium terrestriumq; rerum dispositione semper habuit. Dum orbū
motus cursusq; siderum & planetarum omnium ordinatissime dispo-
neret. Hęc quando æthera firmabat sursum: & appendebat fundamēta ter-
re: & libabat fontes aquarum: & mari terminum suum circumdabat le-
gemq; ponens aquis ne transirent fines suos: cum eo erat cuncta cōpo-
nens. Que nam esset humano generi delectatio si ex tanta rerum diuer-
sitate pportio non oriretur? Cum sepe dicatur: uarietas est que delectat.
Quo pacto insuper in inuisibilem raperetur amorem nisi habitudinē
quandam creaturæ ad creatorem cerneret. Et quāuis finiti ad infinitum
proportio nulla esse predicatur: attingentie tamen inter ea proportio a
sacris non negatur doctoribus. Naturales autē & ipsi: ut paulo ante dixi-
mus: pcedulo rerum naturalium proportionēs quæsiuerunt: prout in eorū
codicibus passim habetur. Prefertim Aristotelis cuius opera pre aliis assi-
due premanibus habētur. Nam inde physico auditu proportionē motu-
um inter se subtilissime perscrutatur. Et ex decem predicamentis quo na-
mero denario oēs pbi contenti extiteruntū relatiōis seu ad aliqd huic
tā sublimi indagatrici pportioni. s. spāliter addicauit. ¶ Omitto loca
alia pene innumerabilia ubi de pportionibus & pportionalitatibus se-
pissime discribitur. Que omnia (ut de naturalibus concludam) medicis
pferim peritisimis: (quib⁹ omnium cura cōmissa est) nota sunt & eē de
necessitate debent. Nō. n. calidi & frigidi: hūidi & siccī in medelis dispo-
nendis rectā rōnem habebūt: nisi gradū cuiuslibet predictay nonerint.
quem postea ex multis pportionādo qualitātibus: unā efficiunt egrotā-
ti corpori debite exhibedā. ¶ Quo ē Astronomi pportiōe relicta age-
rent: nōne uelut amentes cecī q̄ discurrerent. Narrēt hī qui sentiūt dicāt:
egyptiū Ptolomeū Ali. Albategni. Alfagranus. Geber. Albuma-
sar: & ceteri oēs qui pportiōe preuia pitissimē enasere. ¶ Qualiter coro-
graphi cosmographiq; Marinus quē sepe Ptolomeus ipugnat Strabo &
alii qui totius orbis sitū nobis tabulis quibusdam accuratissime tradide-
runt: tot & tanta simul unico libello complecti potuissent: nisi matrem
oium obseruassent proportionem. ¶ Dicant queso architecti omnes &
diuersarum machinarum inuētores prisci & presentes: Pythius qui pri-
mus ad ē minerve nobiliter architectatus ē. Dinocrates: Archimedes:
Vitruuius: Frōtinus: Vegetius: & alii q̄ plures q̄ i ædificioꝝ structuris nū-
me excelluerunt: quoꝝ memoriā pfuse ruinæ adhuc nobis asserūt quo
medio talia ederint? Certe proportionē duce se oīa pficere respōdebūt.

¶ Quomodo pictores celeberrimi. Appelles Miron Polidamus & ceteri quos historiae nominant aliquid laude dignum prospectivo aspectu suis posteris reliquisse. Si in eorum figuris liniamenta distantiaque debitas altitudines & latitudines proportionaliter non seruassent. ¶ Lapide quoque seu lapidum sculptores Phidias Praxiteles. Apollonius Nestor & reliqui industria tali prediti non ne eandem diligentissime proportionem marmoris encisq; statuis accommodarunt. prout indices frustra talium hinc inde repertis facile datur intelligi. ¶ Pariter & Musici nil aliud in eorum melodiarum armoniis querant nisi modum debitum vocum & sonorum hoc est Sesquialtera sesquitercia. Diapente Diapason & aliis huiusmodi proportionibus (teste Boetio) proportionatum. ut in auditorum auribus dulcius ac suauius resonent. & summam illis delectationem ingerant: quae sine proportionem & proportionalitate minime Causari potest. Quem morem imitando poetae Carmina sua (eisdem scilicet mediis) Datilo Iambo Spondeo Trocheo Anapesto Tribraco. Proceleumatico. Ceterisque proportionis loco utendo pedibus. Componunt. ¶ Nec non & rethores (ad istorum instar) Orationum suarum partes debitis ac congruis numeris assignant. ¶ Hoc idem origo & fundamentum omnium liberalium artium grammatica observare videtur dum normam recte loquendi recteque scribendi. discere incipientibus tradit. graui acuto circumflexoque accentibus terminatam. ¶ Quae est uia aequissimae sanctiones. Iustiniana scilicet & canonica suas recte formarent sententias: si iustitiam utramque commutatiuam scilicet & distributiua non supponerent. Quarum altera uidelicet distributiua peris geometricam tantum proportionem attendi comprobatur (ut in ceteris Aristoteles & Plato inde legibus & re publica testantur) iuxta quam iustus in deum uisum & mortuorum olim humano generi retribuit merita ac de merita omnium adinuicem proportionando ut ex sacris aperte elicitur litteris. ¶ Hanc aequae & commutatiuam observant rerum publicarum fautores dignissimi huius seculi negotiatores res pecunia uendendo. emendoque seu quouis alio modo pertractando. ¶ Aliam quoque unaqueque mechanicarum industria suas debitas habet proportionem ipsam moderantes: experientia teste. ¶ Sed dum talia percurimus quid de arithmeticae geometricae nostris dicemus: qui precipui inter alios semper habiti sunt: ut Pitagoras & Nicomachus: qui primi numerorum apud graecos inuentores fuisse perhibentur: quibus apud latinos Boetius & Apuleius habentur. Non ne hi ceteris diligentius proportionem seruauit quam (teste Euclide) rationalem uocant. ¶ Geometre uero utriusque indifferenter rationali scilicet & irrationali curam adhibent. ¶ Hec denique proportio infinitus thesaurus est hominibus quo qui usi sunt principes facti sunt amicitiae dei propter disciplinae dona Commendati. ¶ Hanc ego propositae sine fictione didici & cupientibus sine inuidia comunico uirtutem eius apertissime ostendendo. ¶ Haec igitur proportionum & proportionalitatum Euclides necessariam cernens obseruantiam ut omnium quae dixerit fructus uberius habeatur. De his ipsis disertissime hoc in quinto egit. Definitiones earundem praemittens ac deinceps more suo conclusiones triginta quatuor numero. (quibus iste totus complectitur liber) exarando. Et contra aduersarium eas firmissime atque inrefragabiliter concludit. ¶ Quia propter si quis ad speculationem aliquam quacumque in facultate scientiarum arteque aspirat ad hanc properet fontem: a quo aquae uiae semper flumina fluunt. Et super astra eius extolletur ingenium. ¶ Sed ut tam ad litteram uentamus res exposulat. Quae sic incipit uidelicet pars est.



Mentes sunt qui interprete In diu Bartholomei ad eam
ego Lucas Patricius Burgenſis Sancti Sepulchri Ex mino
ritana Franciſci familia Quintum Endidis proſiteri ſolē
niter capi præſatione hac prius habita. M.D.viii. Au
guſti. die. xi. Et in primis..

¶ Glariſſimus Vir: Ioānes Lascaris ad ſenatum Venetū
chriſtianiſſimi francoꝝ Regis Orator. ¶ Vir clariſſimus Philippus ſir
rerius Barchinonenſis Catholici Hiſpaniarum Regis ad eundem Sena
tum Orator. ¶ Reuerendus Apoſtolorum præſat Iſidorus bagnolus Se
reniſſimi Principis Cancellarius. ¶ .p. Ioānes Baptiſta Egnatius Vir
omni litteraꝝ genere præſtans. ¶ .p. Vincentius Duleius.

¶ Reuerendi Sacre Theologie Profeſſores

¶ Magiſter Gabriel Venetus Eremitæ Familiæ teruſine province
præſ. ¶ .M. Gabriel Brunus Venetus Minoritanæ Familiæ Romanæ
Prouinciæ Miniſter. ¶ .M. Petrus Lueignanenſis eius dem familie.
¶ .M. Iacobus ſauentiquenſis eius dem familie. ¶ .M. Ioānes Andreas
de ciuitati. ¶ .M. Petrus de cruce Hiſpanus. ¶ .M. Antonius ſocci
lenſis. ¶ .M. Gerhanus Guardanis. ¶ .M. Nicolaus Mutinenſis.
¶ .M. Angelus Vericus. ¶ .M. Simon Venetus Regius. ¶ Sacre
Theo. baccalarius formatus. Frater Petrus Terrenobanenſis. ¶ .S. Theol.
Baccalarius Frater Bartholomeus montalcinas. ¶ Frater Ioānes
Veronenſis Antiquarius. Omnes prelibati Eiusdem Minoritanæ fa
milie. ¶ Hieronimus Rigorus Mantuanus Eremita. ¶ Sebaſtianus
Leonardus Comographus. ¶ Magnificus Vir Bernardus Bembus Doctoz & æqueſ. ¶ .M. V. Mari
nus Georgius Doctoz. ¶ .M. V. Sebaſtianus ſocientis Philoſophie &
ſoſor Clariſſimus. ¶ .M. V. Gabriel Maurus æqueſ. ¶ .M. V. Franci
ſcus donatus æqueſ. ¶ .M. V. Vincencius Quirinus Doctoz. ¶ .M. V.
Petrus prædicator Doctoz & æqueſ. ¶ .M. V. Nicolaus Tempus Doctoz
¶ .M. V. Daniel Ramerius aduocatus communis. ¶ Excellens Vir Ioā
nes Baptiſta Brocardus.

Medici Illuſtres.

¶ Benedictus Thedaldus. ¶ Marinus Brocardus. ¶ Franciſcus Valca
tinus. ¶ Alexander Veronenſis. ¶ Ambroſius Leo Nolanus. ¶ Ro
dulfus Camertes. ¶ Marbottus Felchſ. ¶ Ceſar Optatus. ¶ Ascanius
Eſinus. ¶ Excellens ſtudiorum humanitatis profeſſor Hieronimus Ma
ſtrius Forolubienſis. ¶ .M. V. Hieronimus Sanorgnarus. ¶ .M. V. Fra
ciſcus Duodolus. ¶ .M. V. Vincencius Gringius. ¶ .M. V. Franciſcus &
Iacobus ſrater Cornelius. ¶ .M. V. Thomas Juſtinianus. ¶ .M. V. Mar
cantoniſus Comerſus. ¶ .M. V. Federicus Molinus. ¶ .M. V. Petrus Do
natus. ¶ .M. V. Petrus Contarenus. ¶ .M. V. Donatus Legius. ¶ .M. V. Lau
rentius Bragadeius. ¶ .M. V. Martinus Sanctus. ¶ .M. V. Angelus Pi
ſaurius. ¶ .M. V. Petrus Modenſis. ¶ .M. V. Sanctus Tromis. ¶ .M.
V. Laurētius Memmius. ¶ .M. V. Carolus Comænius. ¶ .M. V. Domi
nicus priolus. ¶ .M. V. Ioānes Bembus. ¶ Flaminius poeta calenus
¶ Aldus Manutius Romanus. ¶ Palladius Goranus poeta. ¶ Leonar
dus Auguſtini prætenſis. ¶ Petrus Zianus. ¶ Iacobus draganus. ¶ Ma
theus Ciniſs Florentinus. ¶ Bartholomeus Franciſcus & Paulus ſrater
Rompaſii. ¶ Nicolaus Sapa. ¶ Lucas Carolus. ¶ Bartholomeus Pe
dretus. ¶ Laurentius Papienſis Muſicus. ¶ Franciſcus maſarius. ¶ Ia
cobus Coccus. ¶ Marcus Antonius Bragadentus. Hi tres adoleſcētes ſum
me indolis. ¶ Petrus Priolus. ¶ Sebaſtianus Priolus. ¶ Bernardus
ſocclatus & Ioānes eius filius Florentini. ¶ Iacobus Georgius Mathema
ticae Sectator. ¶ Georgius Traquinus eiusq; filius Marcus. ¶ Alexius
Bergomienſis. ¶ Ioānes Marcus Canotius Patavinus. ¶ Petrus Lom
bardus. Hi quatuor præſati Architectonica Clari. ¶ Bernardinus Pe
ndus Vrbinas. ¶ Alexander francius & Vanotius Pauli Senenſis. ¶ Ot

tandem forem proniciſſi. ¶ Volner franciſcus queclandis. ¶ Nicolauſ
corboluſ florentinuſ. ¶ Franciscuſ roſelluſ florentinuſ Coſmographuſ.
¶ Alij plurimi quorum nomina ſigillatim referre ad quingentoſ &
ampliuſ opecroſum nimis foret florem tantum hominuſ decerpi.

Thidorus Bagnolas Apostolorum praefuit & Serenissimi Principis Cæ-
rellarius Natali Regie diui Iacobipraefuit & Veneta Canonico. S. P. D.



Lectantur Mirum inmodum Superiore Anno prelectione quadam Euclidis Mathematicorum omnium facile Principis in quantum est Librum quam L.V.C.A.S. Raciolar de Burgo Sancti Sepulchri Minoritane Familie addidit omnium in nostra tempestate huiusce disciplinis instructissimus habuit. Non potui frater optime tunc uel luptatem in credibilem quam ceperam non. communicare aut quod etiam atque etiam amem. Tunc quod ipsa res Dignis mihi semper fuisse que tibi quoque cognita perspecta foret. Notam tunc scio. L.V.C.A.M. nos suum. Notas hominis ingenium. Notis hominis famam. Vtrum eius scripta fortasse non attigeras ut pro ingenij sui felicitate et candore in his de tota re sententia fieres. Ego uero qui tibi semper gratificari studui mirari. Vt qui. audire prelegendum L.V.C.A.M. prae publicas occupationes non potuisti praefors habere absens in quo te quandoque oblecter fructuque maximum capias. Leges igitur in istam prelectionem. Leges si possis illa quantum Euclidis librum qui sane is est ut quanto. Euclides ipse omnes aliorum scriptores antecellit tanto quibus haec scripta ab eo alia perficere sunt eadem plena ingenua plena diuinitis plena diuinitatis in hoc genio omnia. Nihil consequuntur te in mathematicis credes. Nisi quantum non solum quod a iunioribus scilicet sed a cunctis introspectas. Quare non dubito quin pro rei praestantia et auctoris singulari ac prope diuinae scientia id. legas. et quod te plurimum delectari possit et alius etiam atque etiam prodesse. Cetera interim mathematica uel Euclidis nunc eadem emendatis summa uel que Lucas ipse suo more peperit quoniam in dies cudentur se his expecta. Bene uale Vinctius ex edibus nostris. M.D. viii. Martii. xib.

Configurator



Vitam non nulli optime lector futurumodi mathematicae
discipline signari proportionem quantitatem esse quod
minime verum est sed est mixta quantitas ad invicem hi
tudo cum iuxta dem fuerint generis quantocumq. fuerint
ut in sequentibus appetissime. Euclides ipse diffinit. Et
talis habendo ad minus exigat duo extrema seu duos ter
minis. Proportionalitate autem non sic intelligas habitudinem esse qua
ritatem sed solum proportionum similitudinem. Et nomine alio quidam
eam proportionum proportionem appellant. Ad cuius constitutionem
ad minus due proportionis requirunt. cum similitudo ad minus exigat
duo extrema hoc est duas proportiones ut infra in isto quarto loco suo
habebis. Et due proportionis ad minus exigentes terminos si fuerint conti
nue. ut 1. 4. 8. 16. dicuntur proportionales sic 3. 9. 27. sunt. n. primi pro
portionales in duplati possunt. utro in triplati dicuntur continua. Item alio
modo dicuntur proportionalia in continue ut sunt. 2. 4. 10. 20. 2. 14. Et
ista vocantur proportionalia in dupla in continua. Et per se nota cum re
liqua in fouam cadat solui re cauimus reddere in sequentibus tibi ex
plicatione occurrat quoniam scribimus. Indepis sic.

[illegible]

Necessarius ac utilissimus Euclidis Liber quintus de p
portionibus et proportionalitatibus ex perfecta Campani tra
ductio. **M**agistro Luca Paciolo de burgo. Sancti Sepu
cri Radinis. **M**inorum Castigatore optimo. Incipit feliciter.

Diffinitio .1.



Mais est quantitas quantitatis mi
nor maioris cum minor maiorem
metueret.

Pars quandoq. sumitur proprie: &
hec est q. aliquotiens sumpta suū totū
p. se cōstituit sine diminutiōe uel aug
mento: & dicitur sum totum numera
re per illum numerum fm quem sumi
tur ad ipsius totius constitutionem: ta
lem aut partem quam multiplicatiua
dicimus hic diffinit. **Q**uandoq. su
mitur cōiter & hec est quelibet quanti
tas minor que quotienscūq. sumpta suo
toto minus aut maius constituit. quā

aggregatiuam dicimus: eo q. cum alia quantitate diuersa totum suū cō
stituat: per se autem quotiens cūq. sumpta fuerit non producat.

Diffinitio .2.



Multiplex est maior minoris qm eam minor metitur.

Pars relative dicitur ad totum: & in istis duobus extre
mis consistit eorum adinuicem relatio: & ideo diffinito
minori extremo diffinit hic maior: uocat aut ipsum mul
tiplex propter hoc q. minus ipsum aliquotiens sumptum
constituit: erunt igitur relative dicta adinuicem: pars &
multiplex. Nam omnis pars submultiplex: ut patet per eius diffinitionē.

Diffinitio .3.



Proportio est duarum quantecūq. sint eiusdem ge
neris quantitatis certa alterius ad alterā habitudō.

Proportio est habitudo duarum rerum eiusdem gene
ris adinuicem in eo q. earum altera maior aut minor est
reliqua uel sibi equalis. **N**on enim solum in quantitati
bus reperit proportio. sed in ponderibus: potentis & sonis.

In ponderibus quidem & potentis uult plato in thimeo ēē proportionē
ubi elementorum numez. ostendit: in sonis autem esse proportionem liq̃
ex musica. Nam ut uult Boecius in quarto si quilibet nerup in duas ine
quales ptes diuidat. erit ipsa p. prium suūq. sonoz: eadem cōueniētia mō p.
portio. Sed in quibuscūq. pportio reperitur: ea p. cipiant naturam p. pe
tateq. quantitatis: non. n. reperitur in aliquibus rebus duabus nisi in eo q. eaz.
una est reliqua maior aut minor. aut sibi eqlis. **Q**uantitatis aut p. priū
est fm ipsam eqlē uel inequale dici. ut uult Aristo. in p. dicamentis. ubi liq̃
pportionem primo in quantitate rep. & p. ipsam in omnibus aliis. Nec
ēē in aliquibus rebus pportionem cui similis non sit in aliquibus quantitatib.
p. q. bene dixit Euclides pportioem simplr ēē in quantitate cum eā diffi
niuit p. habitudinem duaz. quantitatū eiusdem generis adinuicē. **C**ui
diffinitionis intellectus ē: q. pportio ē habitudo duaz. quantitatū adinuicē
qm attendit in eo q. una eaz. ē maior aut minor alia uel sibi eqlis: p. q.
patet q. oportet eas ēē eiusdē generis: ut duos nūeros: aut duas lineas aut
duas sup. ficies: aut duo corpa: aut duo loca: aut duo tpa. Non n. pōt dici
linea maior aut minor sup. ficie. aut corpe nec tps loco. sed liea. linea & su
p. ficies sup. ficie. Sola. n. uniuoca * cōpabilia sunt. **Q**uod aut dicit cer
ta habitudo. Nō sic intelligas q. si nota uel scita. sed quasideterminata sit
sensu. Proportio ē determinata bitudo duaz. quantitatū: ita in quā determi

nata q̄ hec ē non alia. Non enim est necessarium ut ab habitu dūā
quantitatem sit scita a nobis nec ē a natura. ¶ Nam proportio quedam
est discretorum ut numero. q̄dam autē continuo. In numeris autē mi
nor est pars aut partes maioris ut demonstratur in sequenti quare ē in
eis omnibus est habitudo certa ē nota. ¶ At uero in continuis est pro
portio magis larga est enim in eis ubi minor quantitas est pars aut partes
maioris ē talium oīum mediantibus numeris est proportio notat q̄ ē rō
nalis dicitur. Dicunturq̄ omnes tales quantitates cōmunicantes: quia
eas una ē eadem necessario metitur unde ē omnes numeri sunt cōmuni
cantes. omnes enim ipsos metitur unitas. ¶ Est etiā ubi minor nō est ps
aut partes maioris ē in talibus nō est nota proportio nec nobis nec na
ture. Dicunturq̄ hec proportio irrationalis: ē hec quantitates incōmunican
tes unde fit ut quocūq̄ proportio reperitur in numeris reperiat in om
ni genere continuorum ut in lineis superficiebus corporibus ē tempori
bus: non autem econuerso: infinite enim sunt proportionēs in continuis
reperit: quas numerorum natura non sustinet. Sed quocūq̄ proportio
reperitur in uno genere cōtinuorum eadem reperit in omnibus aliis. Nā
qualitercūq̄ se habet aliqua linea ad quamlibet aliam sic se habet que
libet superficies ad aliquā aliam. ē quodlibet corpus ad aliquod aliud: si
militer ē tempus. sed non sic quilibet numerus ad aliquem alium unde
magis est larga proportio in continuis. q̄ in discretis. Ex quo manifestum
est proportionem geometricam esse maioris abstractionis: q̄ proportio
nem arithmetica: omnis enim proportio circa quam arithmetice tractat
rōnalis est: geometria uero rōnales ē irrationales equaliter considerat.

Castigator

a ¶ Vniuoca sunt quorum nomen cōmune est ē ratio substantie eadem
ut hoc nomen homo significat sor. ē pla. quoniam eadem ratione sor.
est homo qua. pla. ēc. Equiuoca uero quorum nomen cōmune est ē ra
tio substantie diuersa ut hoc nomen canis significat latrabilem piscem ē
stellam sed alia ē alia ratione ēc. etiā hoc nomen sanum dicitur de uirina
ē cibo in genere latent equiuocationes. b ¶ Quando minor est pars ut
4. respectu. n. quando minor est partes ut 8. respectu. n. ē sic in ceteris.
c ¶ Ut linea bipedalis linee quadripedalis quando pars ut linea octo
pedalis linee. n. qn ptes. d ¶ Vel. p. 10. respectu. n. uel. p. 5. respectu. p. n.

Diffinitio .4.

Proportionalitas est similitudo proportionum.

¶ Ut si dicamus q̄ que est proportio. a. ad. b. ea est etiam
c. ad. d. proportio que ē inter. a. ē b. similis ē illi que est in
ter. c. ē d. Hec autem similitudo que ex istis proportioni
bus resultat dicitur proportionalitas.

Castigator

¶ Amica est enim similitudo. dissimilitudo uero odiosa at contraria.
Boetius in primo musicę capitulo primo ē. 31. Proportionēs autem prin
cipaliter in numeris cōsiderantur. Boetius primo capitulo quarti musicę.
¶ Ista proportionalitas potest dici dupla tripla quadrupla sexquialtera
sexquicerta ēc. put fuerint q̄tates proportionate continue.

Diffinitio .5.

Quantitates que dicuntur cōtinuam habere propor
tionalitatem: sunt quarum eque multiplicia: aut eque
sunt: aut eque sibi sine interruptione addunt aut
minuunt.

¶ Supposita diuisione proportionalitatis p̄ continuam
ē discontinuam diffinit membra diuidenda. ē primo cō
tinuam in eo ut uerius dicamus supposita diuisione proportionalium p̄ con
tinue proportionalia ē incontinue diffinit non continuam proportio
nalitatem: nec incontinuum: sed cōtinue proportionalia ē incontinue.
Diffinitio autem continue proportionalitatis ē incontinue satis patet p̄

$$\frac{a}{4} = \frac{c}{6}$$

$$\frac{b}{2} = \frac{d}{3}$$

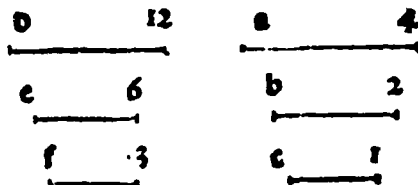
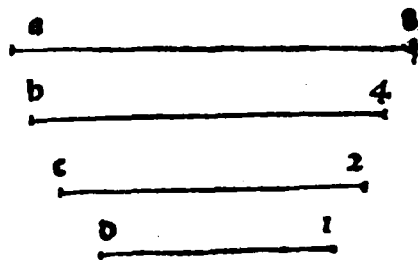
$$\frac{a}{8}$$

$$\frac{b}{4}$$

$$\frac{c}{2}$$

$$\frac{d}{1}$$

Diffinitionem continue proportionalium & continue. ¶ Continua autem proportionalitas est cum quodlibet quantitatum eiusdem generis i qua proportione prima antecedit secundam in eadem quolibet aliarum antecedit proximo consequente. ut cum dicimus sicut se habet. a. ad. b. ita b. ad. c. & c. ad. d. eritque quolibet earum antecedens & consequens excepta prima que est solus antecedens & ultima que est tantum consequens. ¶ Et in hac proportionalitate necesse est omnes quantitates esse eiusdem generis propter continuationem proportionum eo quod non sit proportio inter quantitates generum diversorum & hec erit ad minus in tribus terminis constituta. ¶ Incontinua autem est cum quatuor quantitatum siue oēs fuerint eiusdem generis siue due prime unius & due postreme alterius in qua proportione prima antecedit secundam in eadem tertia antecedit quartam ut cum dicimus sicut se habet. a. ad. b. ita. c. ad. d. eritque earum quolibet aut tantum antecedens aut tunc consequens nec est necesse ut sint omnes quatuor eiusdem generis sicut erat in proportionalitate continua eo quod consequens prime proportionis non continuatur antecedenti secundæ sed possibile est ut sint eiusdem generis & possibile est ut sint diversorum. Sicut. n. contingit lineam reperiri duplā ad lineā aut triplā ita superficiem ad superficiem & corpus ad corpus & tempus ad tempus & numerus ad numerum. ¶ Viso quid sit continua proportionalitas & quid incontinua explanemus diffinitionem continue proportionalium præmissam. ¶ Quantitates inquit proportionales continue sunt quæ eque multiplicia aut sibi sunt equalia aut eque sibi sine interruptione addunt aut minuitur ubi gratia. Sint tres quantitates eiusdem generis. a. b. c. ad quas sumatur. d. e. f. eque multiplicia ut sicut. d. est multiplex ad. a. ita. e. sit multiplex ad. b. & f. ad. c. eruntque omnes in eodem genere. Multiplicia. n. & submultiplicia in eodem sunt genere sitque ut. d. e. f. aut sint equalia ad invicem aut similiter se habeant in addendo aut minuendo ita quod sicut. d. addit super. e. aut minuit ab ipso ita. e. addat super. f. aut minuat ab ipso. Cū hec inquam multiplicia sic se habuerint erunt tres quantitates. a. b. c. continue proportionales. ¶ Multiplicia autem non intelligas similiter se habere in addendo aut minuendo quantum ad quantitatem excessus sed quantum ad proportionem taliter. n. diffinitio est falsa. Nam quælibet quantitas eiusdem generis equis se differentius excedentium eque multiplicia accepta equis etiam differentius se exceduntium similiter se habet in addendo & minuendo quantum ad quantitatem excessus. Nec tamen priores quantitates sunt continue proportionales imo minor est semper maior proportio. ¶ Hoc autem ideo evenit quoniam earum multiplicia non similiter se excedunt quantum ad proportionem sed solum quantum ad quantitatem excessus est. n. & ibi in minoribus multiplicibus maior proportio. ¶ Verbi gratia sumatur tres numeri equis differentius se excedentes immediate videlicet arithmetice ut. 1. 3. 4. horum triū eque multiplices equaliter se excedunt. dupli quidem binario triplici ternario & sic de ceteris non tamen sunt. 1. 3. 4. continue proportionales imo minorum est maior proportio est enim ipsorum proportio sexquialtera & maiorum sexquitercia. ¶ Quia ergo inter eos non est similitudo proportionum. Non erit inter eos proportionalitas & ideo neque continua neque incontinua. ¶ Patet ergo similitudinem illā additionis aut diminutionis non intelligi quantum ad quantitatem excessus sed quantum ad proportionem. ¶ Erit itaque sensus diffinitionis præmissæ. Continue proportionalia sunt quæ ratiō oia multiplicia equalia sunt continue proportionalia. ¶ Sed noluit ipsa diffinitio exponeere sub hac forma quia tunc diffiniret idem per idem a parte tamen rei est istud cū sua diffinitione convertibile. Tres autem quantitates. a. b. c. oportet esse eiusdem generis ad hoc ut earum multiplicia sibi sive equalia sint aut similiter se habeant in addendo aut minuendo. Si. n. a. & b. essent diversorum generum essent etiam. d. & e. ipsæ. a. & b. multiplicia eorundem diversorum generum propter hoc quod multiplicia & submultiplicia eiusdem sunt generis quare. d. non est cōlis. e. nec ea maiori



aut minor. Nā q̄ntitates diuersorū generū nō sunt adinuicē comparabiles.

¶ Castigator.

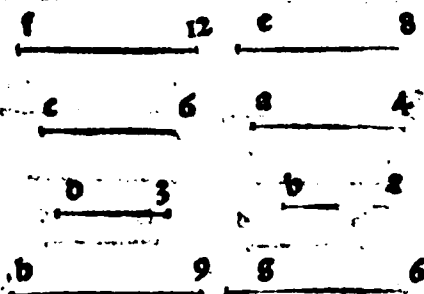
a ¶ Maxime geometre interest de p̄portionibus & natura ipsarum tota
liter diferere. Nam arithmeticus nō inuenit in oibz numeris p̄portionē
modos qm̄ infinite sunt p̄portiones quas natura numerorū nō patitur
in isto per Campanum dicimur. ¶ Qm̄ autē ipsa p̄portionis cōsideratio
extensa est & lata & applicatur fere omnibus adinuicem comparabilibus
fm̄ magis & minus. Ideo fm̄ hunc conceptum cōm̄ potest sic diffiniri.
¶ Proportio est aliquorum adinuicem cōparabilium unius ad alterum
certa habitudo. uerbi gratia. ut numeri ad numerū magnitudinis ad ma
gnitudinem soni ad sonum: temporis ad tempus: motus ad motum hu
moris ad humorem: saporis ad saporem: coloris ad colorem &c. Geome
tre autē trahit intentiōem p̄portionis ad magnitudinem & habet eam
sic diffinire. proportio est duarū q̄ntitatum eiusdem generis unius ad al
teram certa habitudo. Dico autē eiusdem generis quia sola talia compa
rabilia sunt. ¶ Diuiditur autem proportio in duas spēs que accipiuntur in
comparatione ad quantitates. Nam quantitatū quedam sunt cōmuni
cātes siue cōmensurabiles. quedam dicuntur incōcāntes siue incōmensura
biles: cōcāntes dicuntur ille quibus est una quantitas cōmuni eas nume
rans. Dicitur autē una quantitas numerare aliam. que fm̄ aliquem nume
rum accepta p̄ducit ipsam: ut linea pedalis bipedalem uel tripedālē line
am. Sunt igitur quantitates cōmunicātes sicut lineae bipedales & tripeda
les quas pedalis linea fm̄ binarium & ternarium numerat. Quantitates uero
quibus non est una cōmuni quantitas eas numerās dicuntur incōmen
surabiles cuiusmodi sunt diameter quadrati & eius latus. sunt igit fm̄ hoc
due p̄portionum spēs. scilicet rōnalis & irrōnalis: p̄portio rōnalis debetur q̄n
titatibus cōcāntibus ipsa quoq; est que numeris sola debetur: irrōnalis
autē p̄portio q̄ntitatibus incōmensurabilibus debet: numeris uero neq;
q̄ cōpetit. ¶ Vñ manifestū ē q̄ ad geometrā p̄tinet p̄portiois cōsideratio
ga oīs p̄portio est magnitudinis sed nō oīs p̄portio cōnūeralis. Proportio igit
rōnalis denotatur immediate ab aliquo nūero: cū. n. q̄ntitatū cōcāntiū ope
ret q̄ fm̄ aliquē numerū minor uel aliquā p̄ minoris maiore nūeroti p̄
quod dixit Euclides infra in. 5. decimi. Oīum duarū q̄ntitatū cōcāntium
est p̄portio alterius ad alterā tanq̄ p̄portio nūeri ad numerū. Diuidit autē
hec spēs fm̄ oēm modum fm̄ que diuisa ē p̄portio arithmetica: nā alia
est cōlitas alia inequalitatis & p̄portio inequalitatis subdividit alia ma
ioris: alia minoris inequalitatis: & utraq; accipit inter eosdē terminos nō
eodē ordine. Prima. n. ē habitudo maioris termini ad minore. scūda mi
noris ad maiore cōuerso. Et utraq; fm̄ qnq; spēs subdividit. qm̄ maioris i
equalitatis spēs sunt p̄portio multiplex proportio super particularis p̄por
tio superpartiens. Item proportio multiplex supparticularis & proportio
multiplex superpartiens. Totidēq; spēs habet proportio inequalitatis mi
noris & eisdē signant noibus addita prepositione sub. & de istorū dimisiō
bus dicit arithmetica non oportet plus insistere. ¶ Proportio autē irrōna
lis non notatur sic immediate ab aliquo numero ab alia p̄portione. nar
merali qm̄ nō ē possibile ut fm̄ aliquē numerum p̄ aliqua minoris ma
iore numeret. Cōtingit tñ mediate denotare irrōnalē a numero ut q̄ p̄
portio diametri ad costā ē medietas p̄portionis duple. & ita capiunt alie
spēs p̄portionis huius denotiatiōē a numero. Diuidit autē hec p̄portio in
duas spēs q̄ accipiunt p̄nes cōparationem ad quantitates. mensurabiles &
ad modos diuersificatiōis in eis ut lineae: quedā sunt incōmensurabiles
in longitudine tñt quedā sunt icōmensurabiles in lōgitudine simul & in
potētia. Incōmensurabiles in lōgitudine sunt lineae quarū lōgitudines nō
cōcānt. Si autē superficies quadrate in quas possunt cōcānt. tñc sunt icō
mensurabiles in lōgitudine tñt cōcāntes aut in potētia. Et hec spēs p̄
ma ut latus quadrati & diametri eiusdē nō cōcānt quadrata aut eorum
cōcānt fm̄ p̄portionē duplā. Si uero superficies quadrate in quas possunt

due linee incommensurabiles in longitudine sunt in qua superficies incoheret
testunt ille linee dicent incommensurabiles in longitudine et in potentia.
Et hec spes est secunda. exemplum est accipiat linea medio loco propor
tionalis inter diametrum et costam secundum quod docet. 9. sexti inferius. Ibi. n.
latus quadrati ex illa linea media inuenta sunt incommensurabiles in
longitudine: sicut constat quia cum extrema fuerint incommensurabilia in
ter se erunt et incommunicantia cum medio quod est secundum continuam propor
tionalitatem inter ista sunt due eodem linee incommensurabiles in potentia:
quoniam quadrata earum non coequant. Nam ex decima septima sexti omnium trium
linearum continue proportionalium quanta est prima ad tertiam tunc erit et qua
dratum prime ad quadratum secundum. Prit autem hec spes utraque subdividi in
tot species quod modis accidit linearum vel sic esse incommensurabiles. Nam
non solum linee possunt esse incommensurabiles in longitudine tunc dum se habent
sicut diameter et costas sed aliis modis se habentibus forte in infinitum. similiter
dico de lineis incommensurabilibus in longitudine et potentia. quia non solum sunt ta
les quod medie sunt inter costas et diametrum sed alie et c.



Diffinitio. 6.
Quantitates que dicuntur esse secundum proportionem una pri
ma ad secundam et tertia ad quartam sunt quarum prime
et tertiae multiplices equales multiplicibus secundum
et quarte equalibus fuerint similes vel additione vel
diminutione vel equalitate eodem ordine sumpte.

Posita superius diffinitione quantitarum continue proportio
naliu. hic ponit diffinitionem incontinue proportionalium: et est quod quarumlibet
4. quantitarum quarum prime et tertiae eque multiplices supra fuerint. Itaque se
cunde et quarte eque multiplices fuerint multiplex prime sic se habent ad multi
plex secundum quod ad additionem aut diminutionem aut equalitatem: sicut multi
plex tertiae ad multiplex quarte erit proportio prime earum ad secundam sicut ter
tie ad quartam. verbi gratia. Sint quatuor quantitates. a. b. c. d. sumanturque ad primam et
ad tertiam que sunt a. et c. eque multiplices utpote duplae et sint. e. et f. Itaque
ad secundam et quartam que sunt b. et d. sumant alia eque multiplices utpote tripla: et
sunt. g. et h. itaque ut hec. 4. multiplices sic supra comparata adinuicem secundum ordi
nem primarum quatuor quantitarum: ita videlicet g. et c. comparet ad g. et f. ad. h. non
autem. e. ad. f. aut. g. ad. h. sunt similia in additione diminutione et equalitate: vi
delicet quod si. e. addit supra. g. et similiter. f. addat supra. h. aut si. e. minuit. a.
g. et. f. similiter minuat ab. h. aut si. c. et equalis. g. et similiter. f. sit equalis. h. tunc
proportio. a. ad. b. et sum. c. ad. d. Similitudo autem in addendo aut diminuendo
intelligat hic sicut in diffinitione continue proportionalium: videlicet non
quantum ad quantitatem excessus: sed quantum ad proportionem. Quid autem dicit
eodem ordine sumpte intelligat sicut expositum est: videlicet ut multiplices non
referant adinuicem secundum ordinem earum quantitarum: quibus eque multiplices assumu
tur ut multiplex prime non referat ad multiplex tertiae: aut multiplex secun
de ad multiplex quarte: sed referat secundum primum ordinem ipsarum. 4. quantitarum
videlicet multiplex prime ad multiplex secundum et multiplex tertiae ad mul
tiplex quarte. Erit itaque sensus istius diffinitionis. Incontinue proportio
nales sunt quatuor quantitates et proportio prime ad secundam est sicut tertiae ad qua
rtam cum sumptis eque multiplicibus ad primam et tertiam. Itaque eque multipli
ces ad secundam et quartam erit proportio multiplica prime ad multiplex secundum: si
cut multiplices tertiae ad multiplex quarte: sed non diffiniunt sub hac forma
propter quam predicta licet a parte rei idem sit. Non est autem necessarium ut quatuor quan
titates. a. b. c. d. sint eiusdem generis: eo quod. b. non continuat in proportionem
cum. c. sed potest esse due prime unius generis: et due sequentes alterius. Per quod
patet quod necesse est referri multiplex prime ad multiplex secundum et multiplex
tertiae ad multiplex quarte: non autem multiplex prime ad multiplex tertiae aut
multiplex secundum ad multiplex quarte quia non semper sunt eiusdem generis.
multiplex prime et tertiae: nec multiplex secundum et quarte. Fuit autem necesse sume
re eque multiplices ad primam et tertiam. itaque eque multiplices ad secundam et
quartam: et non eque multiplices ad primam et secundam: et ite non eque ad ter



f	12	e	8
c	6	a	4
d	2	b	2
b	6	8	6
e	16	g	18
a	8	c	9
b	4	d	6
f	16	b	24
g	12	e	16
c	6	a	8
d	4	b	5
b	12	f	15
g	10	e	14
c	5	a	7
d	3	b	4
b	9	f	12
g	16	e	14
c	8	a	7
d	6	b	5
b	18	f	15

tiā & quartā quia nisi p multipliciū supponē cōtinuant termini prime p
portiois cū terminis secūde. nō erit p qd sit pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d.

Castigator.

a ¶ Nam si a. ponatur. 6. & b. 4. c. u. 5. & d. 3. & sumant multiplicia eū
liter utputa dupla ad primam & tertiam erit. f. 10. & c. u. Itemq. ad secūda
& quartam ē duplex erunt. h. 6. & g. 8. que multiplicia in ordine suarum
quātitatum adinuicem cōparata arithmetice eodem modo se hnt in ad
dendo equando & minuendo: nam dupla p quaternarium ut patet & tri
pla p senarium & sic in ceteris & tñ prime ad secūdam nō est sicut tertie ad
quartam nā illa est sexgaltera & alia supbipartiens tertias & ideo geo
metricē debet intelligi. ¶ Infra. 4. qñti. clare apēbit multiplicia taliter re
lata adinuicem ppositum cōcludere ēt in. i. x. xvi. Idem. b ¶ Exemplū
qñ non sunt pportioales. s. & 3. pro. c. d. & 6. 4. p. a. b. multiplicia nō se hnt
eodem mō. 10. 6. n. 8. ¶ Id est non arithmetice sed geometricē. c ¶ Boe
tius. 1. musice capitulo. 2. sed inter has tres medietates pportionalitas qd ē
pprie & maxime geometrica nūcupat iccirco qñ egs pportioibus to
ta contextitur. Sed tñ eodem utimur pmissue uocabulo pportioalitates
ē ceteras nūcupantes uidelicet arithmetica & armonicā. d ¶ Sicut
numeri caput est unitas ita pportiois ē qñtatem ēt pncipiū. Boetius. 2.
musice capitulo. 15. ibidem ostendit qualiter duobus modis pportiona
litas arithmetica procreatur exemplis optimis in numeris.

Diffinitio .7.



Quantitates quarum proportio est uia proportio
nales non mutantur.

¶ Postquam diffiniuit quantitates continue proportio
nales & incontinue diffinit quantitates proportionales
simpliciter & patet diffinitio.

Diffinitio .8.



Es fuerint prime & tertie eque multiplices. Itēq.
secunde & quarte eque multiplices. addetq. mul
tiplex prime super multiplicem secunde. Non ad
det autem multiplex tertie super multiplices quar
te dicetur prima maioris proportionis ad secūda
q̄ tertia ad quartam.

¶ Diffinitis quātitatibus pportionalibus diffinit quātitates in propor
tionales. Sunt autē improporcionales inter quas est dissimilitudo pportio
num quod cōtingit dupliciter aut q̄a maior est pportio p̄me ad secūda
q̄ tertie ad q̄rtā aut q̄a minor ēt id eius sunt due spēs. P̄ia qñ maior est p
portio p̄mi ad scdm q̄ tertii ad quartum: & dicitur hec maior impropor
tionalitas. ¶ Secunda uero qñ minor est proportio primi ad scdm q̄ tertii
ad quartum: & dicitur minor improporționalitas. ¶ Diffinit ergo eas in
ter quas est maior proportio prime ad secūdam q̄ tertie ad q̄rtā q̄ est
maior improporționalitas: diffinitionem aut earum inter quas ē minor
pportio prime ad secūdam q̄ tertie ad quartam non ponit quia ipsa pa
tet ex alia. ¶ Cū igit fuerint. 4. quantitates ad quas p̄mam & tertā sum
pta sint eque multiplica. & ad scdm & quartam eū multiplica: & mul
tiplicia p̄me & scde relata adinuicē non se habebūt similiter multiplicibus
tertie & quarte relatis adinuicē in additione diminutione & equalitate
ille. 4. quantitates erunt improporcionales. ¶ Quod si ita fuerit q̄ mul
tiplex p̄me sit equale multiplici scde. multiplex uero tertie sit minus mul
tiplici quarte. Aut q̄ multiplex p̄me sit maius multiplici scde. multiplex
aut tertie sit eqle. aut minus multiplici q̄rte. Aut q̄ multiplex p̄me sit ma
ius multiplici scde: & similiter multiplex tertie multiplici q̄rtē uerumtñ
plus excedit quātum ad pportionem non quātum ad quātitatē excessus
multiplex p̄me multiplex scde q̄ multiplex tertie multiplex q̄rte. Aut q̄
multiplex p̄me sit minus multiplici scde. & silz multiplex tertie multipli
ci q̄rte. uerumtñ minus minuit quātum ad pportionem nō quāntū ad quā

ritatē excessus: multiplex pme a multiplici scde: q̄ multiplex tertia mul-
tiplici quarte: erit quolibet istoz. 4. modoz. maior pportio pme ad scun-
dam q̄ tertia ad quartam q̄mor aut modis istis oppositis erit minor pro-
portio pme ad scdam q̄ tertia ad quartā. Exēpla aut istoz. oīum euidenter
sumētur ex numeris. ¶ Additio ergo illa multiplicis pme sup̄ multiplex se-
cūde. Non aut multiplicis tertia sup̄ multiplex q̄rte de q̄ loquitur auctor
i diffinitione latitudinē hēt ad istos. 4. modos p̄dictos: & ipsos cōphēdit.
uñ sensus istius diffinitionis ē cū sumptis sic multiplicibus ut proponit fue-
rit maior pportio multiplicis pme ad multiplex secūde q̄ multiplicis ter-
tie ad multiplex q̄rte: erit maior proportio pme ad sam q̄ tertia ad q̄rtā
si diffinitur aut sub hac forma pp̄ cōm cām p̄dictā. Vel possumus dice-
re q̄ additio multiplicis pme sup̄ multiplex secūde: & non multiplicis ter-
tie sup̄ multiplex q̄rte: de qua loquitur in p̄missa diffinitione maioris in
proportionalitatis proprie accipitur prout p̄ba diffinitionis sonāt: & non
se ex tēdit nisi ad scdm q̄mor p̄dictoz. modoz. licet reuera quolibet illo-
rum q̄mor modoz. sit maior proportio pme ad scdam q̄ tertia ad q̄rtā.
uñ sensus illius diffinitionis ē cū sumptis sic multiplicibus ut proponit si
multiplici pme exīte maiori multiplici secūde: uñ sit nec aīū q̄ multiplex
tertia sit maius multiplici q̄rte: tūc erit maior pportio pme ad scdam q̄ ter-
tie ad q̄rtā. pp̄ hoc aut non posuit reliquos tres additiōis modos in p̄di-
cta diffinitione: quia iste est illis oībus magis planus & ad dictam diffi-
nitiōem sufficiens. Nusq̄ enim est maior proportio prime. 4. quantitatum
ad secundam q̄ tertia ad quartā: quin contingat aliqua eque multipli-
cia ad p̄nam & tertiā repiri. Que cum relata fuerint ad aliqua eque mul-
tiplicia secūde & quarte: inueniuntur multiplex prime addere super multi-
plex secūde: non aut multiplex tertia super multiplex quarte. Nec usq̄ cō-
tingit hoc repiri qn sit maior pportio pme ad scdam q̄ tertia ad quartā
ut demonstrabimus infra supra decimā huius. ¶ Possunt aut esse hec quā-
titat. s. improporcionales diuersorum generum sicut & quātitates inconti-
nue proportionales si inter eas fuerit incontinua improporționalitas: ut
si dicatur maior est proportio. a. ad. b. q̄. c. ad. d. Si autem fuerit cōtinua
improporționalitas erunt oēs eiusdem generis necessario sicut sunt in cō-
tinua proportionalitate. ut si dicatur maior ē pportio. a. ad. b. q̄. b. ad. c.

Castigator.

a ¶ Sufficiētia huius diffinitionis habentur ex. 8. huius. s. ut in fine dicte
8. dicitur. b ¶ Dissimilitudo uero odiosa atq̄ contraria. Boetius in pri-
mo musicę capitulo primo. ¶ Amica est enim similitudo.

Diffinitio .9.



St autem proportionalitas ad minus inter tres
terminos constituta.

¶ Postq̄ auctor diffiniuit pportionem pportionalitatē
& q̄ntitates pportionales & i pportioāles. ostēdit q̄ sit mi-
nimus nūc rus terminoz. inter quos pportioālitās pōt. cōfi-
stere maximū aut nō ponit. q̄ illū nō cōtingit summeret
potest. n. proportio q̄libet continuari in terminis infinitis siue fuerit rō-
nalis a pportio siue b irrationalis. ¶ Ad proportionalitatem aut exi-
gantur ad minus due pportiones similes: eo q̄ pportionalitas sit similis
do pportionum. Quelibet aut proportio hēt aīū & consequens: ergo q̄li-
bet pportionalitas hēt ad minus duo aītia & duo consequētia: hoc ē im-
possibile fieri i paucioribus q̄ tribus terminis in q̄bus medius eoz. fiet aīū
& consequens: & iō pportionalitas erit continua: q̄re in tribus terminis ad
minus erit continua proportionalitas constituta. Incontinua autem nō
erit in paucioribus q̄ in. 4. eo q̄ia ipsa quilibet terminus est tantum ante
cedens: aut tantum consequens: idem intellige de minori numero termi-
norum improporționalitatis. Si enim fuerit continua. erit ad minus in
ter tres terminos. Si incontinua ad minus inter quatuor.

Castigator.

a ¶ Que ab aliquo numero denominatur immediate. b ¶ Que ab aliquo numero nō denotatur immediate ut dyametri ad costā eius. qdrati.

Diffinitio 10.



Si fuerint tres quantitates continue proportionales dicetur proportio prime ad tertiam. proportio prime ad secundam duplicata.

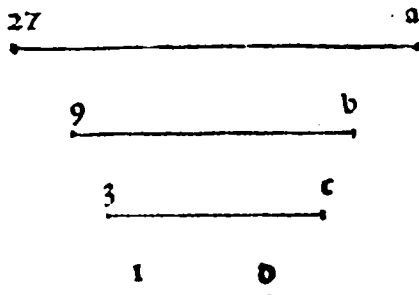
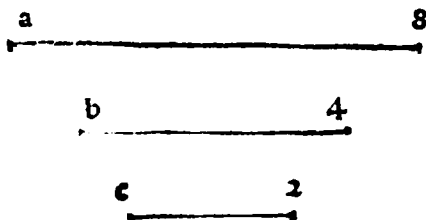
¶ Diffinit proportionem q̄ est inter extremos terminos continue proportionalitatis in tribus terminis constitute & dicit q̄ si fuerit proportio primi ad secundum sicut secūdi ad tertium erit proportio primi ad tertium sicut primi ad secundum duplicata: hoc est ex duabus talibus composita. ¶ Sine quod idem est erit p̄portio primi ad tertium. sicut primi ad scdm̄ duplicata: hoc est in se multiplicata. uerbi gr̄a. in numeris. Sint. 3. numeri continue proportionales: sintq̄ cōtinue dupli: ut. 1. 4. 8. proportio primi ad tertium erit sicut proportio p̄mi ad scdm̄ in se multiplicata: proportio aut̄ primiad secundū ē dupla: dupla uero in se multiplicata: producit quadruplam: unde proportio extremorū est quadupla: uidelicet duplum dupli uel secundū priorem expositionem proportio extremorum est sicut proportio primi ad secundum duplicata: quia quadrupla constat ex duabus duplis.

Diffinitio 11.



Si fuerint quatuor quantitates continue proportionales. proportio prime ad quartam dicetur proportio prime ad secundam triplicata.

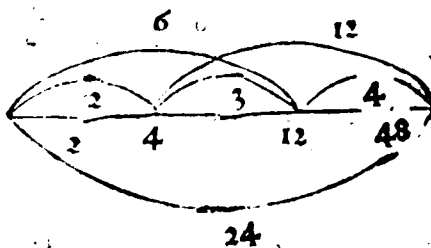
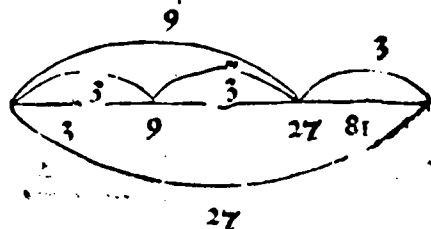
¶ Diffinit proportionem que est inter extremos terminos continue proportionalitatis in. 4. terminis cōstitute & dicit q̄ si fuerit. 4. quantitates cōtinue p̄portionales erit p̄portio p̄me ad q̄rtam sicut p̄portio p̄me ad scdm̄ triplicata. ¶ Hoc est ex tribus talibus composita. qm̄ tales inueniuntur in ea: sine quod idem esset erit p̄portio p̄me ad quartam sicut p̄me ad secundam triplicata. hoc ē in se. postea in productum multiplicata. Verbi gr̄a in numeris. Sint quatuor numeri continue proportionales: sintq̄ continue tripli ut sint. 1. 3. 9. 27. proportio primi ad quartum erit sicut proportio primi ad secundum in se postea in productum multiplicata: proportio aut̄ primiad secundum ē tripla: tripla in se multiplicata: pducit noucuplam & tripla in noucupla producit uigintuplam septuplam. erit itaq̄ p̄portio extremorū uigintupla septupla. quod est triplum tripli. Vel fm̄ priorem expositionem p̄portio extremorū est sicut proportio primi ad scdm̄ triplicata: q̄a uigintupla septupla constat ex tribus triplis. Non diffinit aut̄ proportiōem extremorū cōtinue p̄portionalitatis inter phares q̄ q̄tuor terminos cōstitutes pp̄ id q̄ dimensiones in rebus naturalibus repte non excedunt ternarium. ¶ Denominatio aut̄ p̄portionis duarū quantitatū quibus nullum interponitur medium hēt naturam linee. Eaz̄ uero quibus interponit unū medium ī cōtinua p̄portionalitate hēt naturam superficie eo qd̄ sit ex multiplicatio ne denominationis duarū primarum in se. Oē aut̄ quod ex multiplicatione h̄net in lineam producit: naturā hēt superficie. si in se qdcm̄ quadrati: si in alteram. Parte altera longioris. Sed proportionis eaz̄ quantitatū denominationis quibus in cōtinua p̄portionalitate duo media interponuntur naturam hēt solidi: quia prouenit ex multiplicatione denominationis duarū primarum. Primo in se. ex qua multiplicatione produciunt superficie: deinde in productum ex q̄ multiplicatione prouenit solidum sue corpus: oē. & n. qd̄ ex multiplicatione linee in superficie produciū crescit in solidum. ¶ Est ergo ac si diceret proportio duarū quantitatū est simplex interuallum: & h̄ns naturam simplicis dimensionis ut linee: proportionalitas aut̄ trium est duplex interuallum: & h̄ns naturam duplicis dimensionis. ut superficie: & proportionalitas aut̄ quorū est triplex interuallum: & h̄ns naturam trine dimensionis ut solidi. Et quia dimensiones ulterius non procedunt. ideo non diffiniuit proportionem contentam inter extremos p̄



portionalitatis in quinque terminis aut pluribus constituitur. ¶ Vel non diffinitur proportionem in his quia earum proportio habet ex predictis diffinitionibus. Si enim in tribus terminis proportio extremorum constat ex proportionibus primorum duplicata: et in quatuor terminis constat ex eadem triplicata: in .5. terminis constat ex eadem quadruplicata: et in sex ex eadem quintuplicata. ¶ Vnde quemadmodum in tribus terminis continue proportionis libus proportio extremorum continet proportionem primorum bis. et in .4. terminis ter. sic in .5. terminis continebit quater. et in sex quinquies. et ita deinceps. ut semper proportio extremorum in terminis continue proportionalibus toties contineat proportionem primorum quot sunt omnes termini minus uno. ¶ Similiter quoque si proportio extremorum continue proportionalitatis in tribus terminis constituitur est ea que producit ex proportionibus primorum in se semel multiplicata: et in .4. in se bis multiplicata: in quinque terminis ea que producit ex proportionibus primorum in se ter multiplicata. et in .6. terminis quater: et sic semper ut termini fuerint duobus plures multiplicationibus: sive ut multiplicationes sint equales mediis extremis interpositis. Et nota quod et in impropotionalitate continua extremorum proportio producit ex oibus proportionibus intermediis. ¶ Ex his dictis apparet quod proportio extremorum continue proportionalitatis in tribus terminis constituitur denotatur a quadrato. in quatuor terminis constituitur denotatur a cubo: quorum quidem quadrati et cubi latus est denominatio proportionis primi ad secundum: uerbi gratia in numeris. Sint quatuor numeri continue proportionales qui sunt continue tripli. 3. 9. 27. 81. proportio primi ad secundum denominatur a ternario. est enim tripla: primi vero ad tertium a nonario qui est quadratus ternarii. nam ipsa est noncupla. At vero proportio primi ad quartum denominatur a .12. qui est cubus denominationis proportionis primi ad secundum uidelicet ternarii. ipsa enim est uiginticupla septupla. ¶ Et proportio extremorum in proportionalitatis continue in tribus terminis constituitur denominatur a superficiali non quadrato: cuius latera sunt denominationes ipsarum proportionum in quatuor terminis constituitur denominatur a solido non cubo. cuius tria latera sunt denominationes trium proportionum. quod et patet in numeris. Sint quatuor numeri continue impropotionales qui sunt. 1. 4. 16. 48. in quibus proportio primi ad secundum est dupla: secundi ad tertium tripla: et ideo primi ad tertium sexcupla: tertii uero ad quartum quindupla: et 16 primi ad quartum uiginticupla quindupla. Senarius ergo qui est denotatio proportionis primi ad tertium est superficialis: cuius latera sunt duo et tria qui sunt denominationes duarum primarum proportionum. 12. uero qui est denominatio proportionis primi ad quartum est solidus cuius latera sunt 2. 3. et 4. qui sunt denominationes trium proportionum inter illos quatuor terminos entium.

¶ Castigator

¶ Et quecumque dicte sunt passionis de proportionalitate indifferenter intellige scilicet arithmetice et geometriche quoniam utroque modo possunt assignari quantitates uidelicet proportionales geometriche et proportionales arithmetice et utroque continue et discontinue respectu eorundem generum et diuersorum ut dictum est. quia continue semper sunt eiusdem generis sive geometriche sive arithmetice et incontinue possunt esse diuersorum et eiusdem indifferenter. Sed illa geometrica habet attendi penes proportionem quo ad equalitatem diminutionem et additionem et ista arithmetica solum penes differentias seu excessus. Et sic intelligas de impropotionalitate utriusque maiori et minori continua et incontinua et ut per te facilius deduces cuius ingenii non diffido ideo et etiam quo ad compositionem proportionis extremorum in tribus et in quatuor terminis continue: quia sicut geometrica in tribus terminis primi ad tertium constat ex primi ad secundum duplicata quo ad proportionem etiam arithmetica quo ad differentias ex illa duplicata et in .4. triplicata et sic in ceteris argue.



Diffinitio .12.



Quantitates que sunt in pportione vna. antecedens ad consequentem & antecedens ad consequentem. dicitur e contrario sicut consequens ad antecedentem. sic consequens ad antecedentem. ¶ Itemque permutatim sicut antecedens ad antecedentem sic etiam consequens ad consequentem.

¶ Diffinit species proportionalitatis que sunt .6. uidelicet conuersa. permutata. disuncta. coniuncta. eversa. & equa. ¶ Sunt autem hee species quasi quidam modi arguendi: diffinit ergo primo conuersam proportionalitatem & permutatam in quibus manent antecedentia & consequentia eadem secundum substantiam: quod non est in disuncta: coniuncta aut eversa & in quibus nihil extra sumitur ut in equa: uocat autem antecedens primum extremum proportionis: consequens uero uocat secundum. ¶ Vult itaque per hanc diffinitionemque si fuerit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. & ex hoc ego concludam: ergo. b. ad. a. sicut. d. ad. c. uidelicet ut faciam de antecedentibus consequentia & de consequentibus antecedentia: quod iste modus arguendi uocetur proportionalitas e contrario siue e conuersa. ¶ Si autem sic arguam. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ergo. a. ad. c. sicut. b. ad. d. uidelicet ut ambo extrema prime proportionis: fiant antecedentia: & ambo extrema secunde consequentia. uult quod iste modus arguendi uocetur proportionalitas permutata: & in isto modo arguendi fit. antecedens secunde proportionis consequens: & consequens prime antecedens.

Diffinitio .13.



Disiuncta vero proportionalitas dicitur quotiens sicut antecedens cum consequente ad consequens sic etiam antecedens cum consequente ad consequens.

¶ Diffinit coniunctam disunctam & eversam in quibus etiam nihil extra sumitur sed termini non manent in ipsis. idem secundum substantiam & uult quod si ita fuerit. ut sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. & ego ex hoc concludam. ergo totius a. b. ad. b. sicut totius c. d. ad. d. & iste modus arguendi dicatur proportionalitas coniuncta.

Diffinitio .14.



Augmentiva vero proportionalitas dicitur augmentum antecedentium supra consequentia equa comparatio.

¶ Vult quod si fuerit proportio totius. a. b. ad. b. sicut totius c. d. ad. d. & ex hoc ego concludam. ergo. a. ad. b. sicut. c. ad. d. & iste modus arguendi uocetur disuncta proportionalitas.

Diffinitio .15.



Eversa proportionalitas dicitur quoniam unumlibet antecedentium ad augmenta sui supra consequentia sua similitudo proportionum.

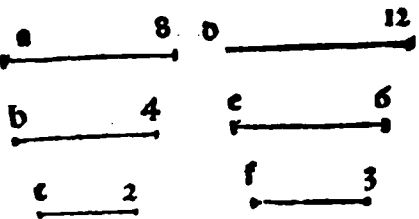
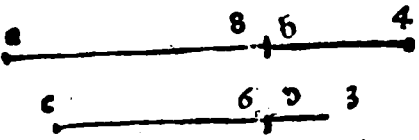
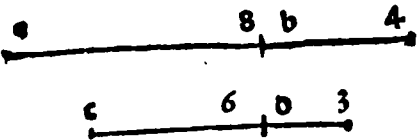
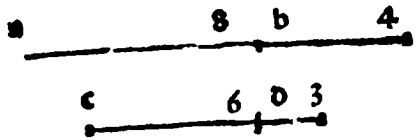
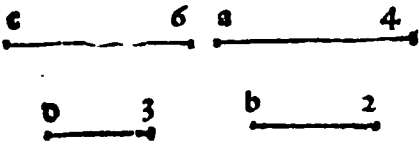
¶ Vult quod si fuerit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. & ex hoc ego concludam ergo. a. b. ad. a. sicut. c. d. ad. c. & iste modus arguendi dicatur eversa proportionalitas.

Diffinitio .16.



Equal proportionalitas dicitur quantitatis plurimis propositis alijsque secundum eundem numerum in una proportionem applicatis mediorum eodem numero remoto utroque extremorum similitudo proportionum.

¶ Diffinit equam proportionalitatem que ad probandum propositum ad extra sumitur: & uult quod si sumantur quotlibet quantitates ut. a. b. c. itemque totidem alie siue sint eiusdem generis cum primis. siue alterius. ut. d. e. f. fuerintque secunde in proportionem primarum siue eodem ordine. ut si dicatur. a. ad. b. sicut. d. ad. e. & b. ad. c. sicut. e.

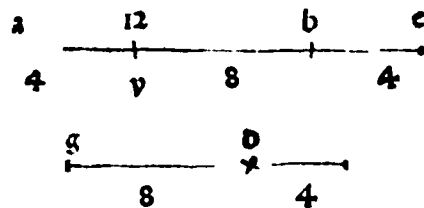


ad.f. Siue ordine conuerso ut si dicatur, a. ad. b. sicut, e. ad. f. f. b. ad. e. si
cur. d. ad. e. f. ex hoc concludatur. ergo. a. ad. c. sicut, d. ad. f. q. iste mo-
dus arguendi uocet equa pportionalitas. ¶ Hoc aut. 6. modorum argu-
endi qui dicuntur speciei pportionalitatis quatuor pbat auctor in lra in-
fra in iſſo. 5. Permutatam quidem pportionalitatem pbat in. 16. huius
diſtinctam uero in. 17. coniunctam in. 18. equam uero pportionalitatem de-
monſtrat. in. 22. f. 23. Sed in. 22. cū qñtitates duos ordinis eodē ordine ſunt
pportioales in. 23. cū ſo ſint pportioales ordine cōuerſo. Cōuerſam ſo p-
portioalitatis aut euerſam n̄ demōſtrat eo q cōuerſa patet ex diſſinitioe
qñtitarum incōtinue pportioaliū. Euerſa aut patet ex pmutata adinuicē
19. ut ſup eādē. 19. ſumms dicturi. qñr aut cōuerſa pportioalitas ex diſſi-
titarum incōtinue pportionalitū māiſte ſit demōſtremus nūc. ¶ Sit ex
go pportio. a. ad. b. ſicut. c. ad. d. uolo ergo demōſtrare qd erit. b. ad. a. ſi-
cut. d. ad. c. Sumat. e. ad. a. f. ad. c. e. q multiplicia. Si ſr quoq. g. ad. b. f.
b. ad. d. e. q multiplicia eritq p cōuerſionem diſſinitiois qñtitarum incon-
tinue pportionalium. ut. e. f. g. itemq. f. f. h. ſimiliter ſe habeat in additio-
ne diminutione ſ equalitate. Intelligo tūc. b. p̄mum. a. ſecūdam. d. tertū
um. c. q̄rtum. Sūptaq. ſunt ad p̄mum f̄ tertium. g. f. b. e. q multiplicia. Itēq.
ad ſc̄dm f̄ q̄rtum. e. f. f. e. que multiplicia. Et qā multiplicia p̄mi f̄ ſecūdi
q ſunt. g. f. c. ſimiliter ſe hñt multiplicibus tertii f̄ q̄rti q ſunt. b. f. f. ad in-
uicē additiōe diminutiōe ſ equalitate. erit p dictam diſſinitioem pportio
b. p̄mi. ad. a. ſecūdam ſicut. d. tertii ad. c. q̄rtum qd eſt ppoſitum. Conſtat
itaq. modus arguēdi q dī cōuerſa pportionalitas. ¶ Huius aut qñti libri
pncīpia plurimis diſſicilima eſſe uñr equibudā conſuſiōibus quas ex
ipſi demonſtrati magis ab intellectu diſtātia. Nihil. n. uñ intellectui ime-
diacius adherere. q q duaz. quarumlibet qñtitarum equalium ſit ad tertū
am quālibet una pportio: quod tñ huius quinti. ſeptima demonſtrat ex
diſſinitione incōtinue pportionalitatis q ab intellectu p̄mo uñ q pluri-
mum eſſe remota. qu. is. n. non facilius duaz. qñtitarum eq̄lium ad ali-
quam tertiam eādē eſſe pportionem cōcedat. q. 4. qñtitarum ſi mul-
tiplicia p̄me f̄ tertie eq̄liter ſumpta multiplicibus ſecūde. f̄ q̄rte eq̄liter ſum-
ptis ſimiliter ſe habuerint in additione diminutiōe ſ equalitate eſſe ppor-
tionem p̄me ad ſecūdam. ſicut tertie ad q̄rtam. Vez. ſi ſubtiliter intuemur
liquido conſtabit nō poſſe uniri intellectui q pportio duaz. qñtitarū
equalium ad tertiam ſit una. niſi p quid eſt eſſe pportionem unam. Si. n.
quis ignoret quid eſt eſſe pportionem unam eādē pportionem alteri
quō cognoscat duaz. qñtitarum eq̄lium eſſe eādē pportioem ad tertiam.
¶ Indiget igitur pculdubio intellectus ante q illam q uidebatur cōcepti-
bilis ppoſitio apprehendat huius rei que p ipſius diſſinitionē habebitur
cognitiōe. poſtmodum ut. ea diſſinitio duabus qñtitatibus equalibus
ad tertiam cōparatis cōueniat ptractatiōe. quod ſi diſſinitio inuēta fuerit
illis qñtitatibus cōuenire cōcludet ppoſitū. Sin aut oppoſitū. Nō ē igit
immediata ppoſitio quā ſuperſicialis apprehenſio immediatam iudicat.
¶ Similiter quoq. immediacius iudicat prima apphenſio adherere intelle-
ctui q duarum qñtitarum ineq̄lium maior eſt pportio maioris eaz. ad
altiam q minoris ad eādē. quā am demonſtrat. 8. huius. q quod. 4. quan-
titarum ſit maior pportio p̄me ad ſecundam q tertie ad quartam. cū mul-
tiplicibus ad p̄mam f̄ tertiam equaliter ſumptis. Itemq. aliis ad ſecundā
f̄ quartam ſ equaliter multiplex prime addit ſuper multiplex ſecūde. f̄
multiplex tertie nō addit ſup multiplex quarte. ex quo que p̄dicta eſt pro-
poſitio demōſtratur ſed ſimiliter nec ipſa poteſt intelligi niſi p quid ē eē
pportionem maiorē. ¶ Igitur oportuit euclidem q quantitates dicuntur
pportionales: f̄ q improportionales diſſimire. Proportionales aut ſunt q
rum pportio una eſt. f̄ Improportionales quaz. pportiones diuerſe. Itaq. diſ-
ſiniuit quantitates quaz. proportio una. f̄ eas in quibus cōnectuntur ex-
terna nō diſſociatis mediis quas uocauit continue proportionales. f̄ di-
xit hanc pportionalitatem in tribus terminis ad minus exiſtere. pp hoc

e	8	f	12
a	4	c	6
b	2	d	3
g	6	b	9

quum saltem bis sumendum est mediam. ¶ Et eas in quibus accidit inter-
 ruptio mediouris: hec sunt incontinue proportionales & hec proportionalitas
 ad minus exigit quatuor terminos per alterius medii summptionem. ¶ Et dis-
 finiuit et quantitates que sunt impropportionales. quare est maior una propor-
 tio quam sit alia. Et si esset omnis proportio scita siue rationalis. tunc facile esset intel-
 lectui cognoscere que proportionales essent una & que diuerse. ¶ Quia. n. habe-
 rent unam denominationem essent una. que autem diuersas diuerse. hec autem si-
 militas manifesta est ex arithmetica quoniam omnium numerorum proportio
 scita & rationalis est. Vnde Iordanus in secundo arithmetice sue diffinitis que propor-
 tionales sunt eadem & que diuerse. dicit easdem esse que eadem denominationem
 nem recipiunt. Maiorem vero quam maior & minorem quam minorem. Sed inhi-
 nite sunt proportionales. irrationalis quoniam denotatio scibilis non est. ¶ Quare cum
 Euclides consideret in hoc libro suo proportionalia cōiter non contra-
 hēdo ad rōales uel irrōales quoniam considerat proportionem reptam in con-
 tinuis que cōis est ad istas. Non potuit diffinire idēptitatem proportionū
 per idēptitatem denominationū. sicut arithmetici: eo quod multarum pro-
 portionum ut dōm est sunt denominationes simpliciter ignote. diffini-
 tionē autem oportet fieri ex notis unius malicia proportionum irrationalium
 coegit Euclidem tales diffinitiones ponere. ¶ Quia ergo non potuit ut
 patet ex pmissis diffinire proportionalitatem siue idēptitatem propor-
 tionum. per idēptitatem habitudinum. siue denominationum ipsorum
 terminorum per irrationalitatem habitudinū & inconuenientiam termi-
 norum coactus est refugere ad terminorum multiplicia. ut ex illorum
 habitudinibus quantum ad excessum & equitatem consideratis equis nume-
 rositatibus sumptis per quod ad naturam irrationalitatis reducitur propo-
 sitam diffinitionem uenit. ¶ Nihil. n. in quocumque inēptitatis genere ter-
 minis magis idem quam eorum multiplicia. nec terminorum habitudini-
 bus. quam multipliciū habitudo. ¶ Et quia proportio est duarum quantitarum
 eiusdem generis certa habitudo. considerata in eo quod sunt equales aut quod alte-
 ra maior. ideo idēptitas proportionū entium inter primam. 4. quantita-
 tum ad secundam & tertiam ad quartam est similis equitas prime ad secundam. &
 tertie ad quartam. aut similis maioritas. aut similis minoritas. hec autem simi-
 lis equitas. aut similis maioritas. aut similis minoritas. tunc est inter quatuor
 quilibet quantitates cum est inter omnes earum equilater multiplices. ¶ Quod
 ergo dicit in quinta diffinitione. quantitates que dicuntur continuam pro-
 portionalitatem habere cetera: ac si diceret. omnes illas quantitates uoco con-
 tinue proportionales quod est eas similiter esse equales continue & simi-
 liter continue esse maiores. & similiter continue esse minores quam om-
 nes eque multiplices. aut sibi inuicem sunt. similiter continue equales. uel
 similiter continue maiores. uel similiter continue minores quod est etiam
 ipsas multiplices esse continue proportionales quod si hoc alicubi
 in multiplicibus dissonat eas dico non esse continue proportionales.
 ¶ Quod autem dicit in sexta diffinitione. Quantitates que dicuntur
 esse per proportionem unam prima ad secundam & tertia ad quartam. & cetera:
 ac si diceret omnes. 4. quantitates uoco incontinue proportionales. & se
 habere primam ad secundam sicut tertia se habet ad quartam: quod est
 primam ad secundam. & tertiam ad quartam similiter se habere inequan-
 do aut addendo aut minuendo. quarum omnes eque multiplices prime
 & tertie ad omnes eque multiplices secunde & quarte. similiter se habent
 aut inequando. aut addendo aut minuendo quod est etiam multiplices
 prime in eadem proportionem se habere ad multiplices secunde. in qua
 multiplices tertie se habent ad multiplices quarte. quod si hoc alicubi
 dissonat in multiplicibus. dico non esse proportionem prime ad secundam
 sicut tertie ad quartam. ¶ Quod autem dicit in. 8. diffinitio est ac si diceret ma-
 iorem proportionem uoco. 4. quantitarum prime ad secundam quam tertie ad quartam
 quod est primam magis excedere secundam quam tertiam excedat quartam. quarum aliquid ex
 multiplicibus prime addit super aliquam ex multiplicibus secunde aliquid ex multi-

pluribus tertie sumpta secundum numerationem multiplicis pme nō ad dēte sup aliquē ex multiplicibus q̄rte: sumpta sm numerationē multipli cis scdē, qd est esse maiorem pportionem multiplicis pme ad multiplicē scdē, q̄ multiplicis tertie ad multiplicem q̄rte. ¶ Diffinitiones aut istas nixi sunt aliqui demonstrare. quorū Ametus filius Ioseph tētauit eas demonstrare in epistola sua quā de pportione & proportionalitate composuit. & accepit tria p modū positionis tāq̄ pncipia q̄ dicit eē p se nota & p batione non indigere. ¶ Quorū p̄mum ē qd si fuerint. 4. quantitates. q̄ rū sit pportio pme ad scdā sicut tertie ad q̄rtā. erit ecōuerso pportio scdē ad p̄mā sicut q̄rte ad tertiā. ¶ hic ē modus arguēdi quē uocauit supius Euclides cōuersam pportionalitatē. ¶ errauit qm̄ dixit ppositionem eē p se notā. cuius anis & consequēs sunt ignota. Ignorū ē. n. qd sit eē pportio nem pme quātītatis ad scdā sicut tertie ad q̄rtā. q̄rte hoc ignoto posito impossibile est intelligere quid ex ipso sequat. ¶ Similiter quoq̄ quia cōsequēs ē ignotū. impossibile ē intelligere quid ad ipsum aūdat. ¶ Secundū pncipium eius fuit qd si fuerint. 4. quātītates quarum sit pportio pme ad scdā sicut tertie ad q̄rtā. si p̄ma sit maior scdā: erit tertia maior q̄rtā: & si minor minor. & si eq̄lis eq̄lis. ¶ Tertium fuit qd si fuerint 4. quātītates q̄rum sit pportio pme ad scdā sicut tertie ad q̄rtā. erit pme ad quodlibet multiplex scdē: sicut tertie ad aliquod eque multiplex ex multiplicibus q̄rte: & accidit sibi in istis duobus pncipiis idē p̄m quod accidebat in p̄mo. Accepit. n. i oibus ignota similiter tāq̄ nota. q̄rte non demonstrauit. ¶ Peccauit et in scdā demonstratione & in tertia & in quinta. in q̄rum qualibet arguit ex. 8. uel ex. 10. huius q̄ probātur ex diffinitione in continue proportionalitatis. ¶ Arguit. n. sic si pportio. a. b. ad. e. ē maior q̄. g. ad. d. sit ergo. u. b. p̄tis. a. b. ad. e. sicut. g. ad. d. p quod appet ipsum supponere qd duarum quātītatum. a. b. & u. b. ineq̄lium relationū ad. e. maior maiorem & minor minore ad ipsam optinet pportione uel qd quātītatis qd ad. e. hēbit minore pportione q̄ habeat. a. b. erit minor. a. b. quorū p̄mū demonstrat. 8. huius. & scdā. 10. Nā cū uolueris summere quātītatem q̄ se habeat ad. e. in pportione. g. ad. d. dabo tibi maiorem aut minorem aut equalem. a. b. indifferenter sicut uolueris. quare aut non demonstrat aut accidit sibi circulus & pncipia esse ignotiora cōclusionibus. ¶ Supponenda sunt igitur cum Euclide pncipia tanq̄ nota. & non ipsa ex conclusionibus. sed conclusiones ex ipsis demonstrandē sunt.



¶ Castigator.

a ¶ Ex quo pportionalitas ē similitudo pportionum sequit qd pportiones similes sunt q̄rum eadē ē denominatio ut dupla. Et dupla tripla & tripla & c. medietas triple & medietas triple igit pportionum rōalium. Tales aut due pportiones aut cōcant in uno termino aut nō: ex primo sit pportionalitas cōtinua & ē illa qd ad minus ē i tribus terminis cōstituta. ubi nō media sunt diuersa sicut. a. ad. b. ita. c. ad. d. ¶ Cōrigit aut in eisdē terminis unā pportione inferri ex alia multis modis cū fuerit pportionalitas qua pp Euclides ponit. 6. mōs siue spēs & ut ibi dī sunt quidā modi arguēdi quorum p̄mū dī cōuersa: scd̄s p mutata: tertius coniūctas q̄rtus disiūctas: quintus eueras: sextus eq̄. Et iste modus arguēdi requirit ad minus duas pportionalitates sicut & pportionalitas requirit duas pportiones quia una an̄s alia nō q̄ infertur uocatur consequēs & q̄nq̄ ipsi termini antecedētia: & cōsequētia & q̄ p̄or ē in pportione uocatur an̄s. posterior nō in q̄libet pportione uocatur cōsequēs: & sic accipiēs noīa in descriptionibus seq̄ntibus. uñ ecōuersa pportionalitas s̄b aliis p̄bis ē cum ex antecedētibz fuit cōsequētia & econuerso ordine cōuerso ut sic arguēdo sicut. a. ad. b. ita. c. ad. d. igit ecōuerso sicut. d. ad. c. ita. b. ad. a. hic. n. a. & c. sunt p̄mo antecedētia & postea cōsequētia & econtra est de. b. & d. istud idē patet in numeris accipiēdo 6. & 4. 3. & 2. idē ē in magnitudinibus siue sint cōmēsurabiles siue non cōmēsurabiles. n. se h̄nt mō nūcroz. incōmēsurabiles patet si intelligas p

quadrati cui p. e. eius diamet. p. b. latus magni quadrati. p. a. eius diametri
 uer. ē sicut. a. ad. b. ita. c. ad. d. ē ex h. sequit. q. sicut. d. ad. c. ita. b. ad. a. ēc.
 ¶ Permutata pportio dī cū ex antecedēte secūde pportionis sit cōsequens
 priē ē ex cōsequēte pme a. n. s. scē ita. s. arguēdo sicut. a. ad. b. ita. c. ad. d. igit.
 pmutatim sicut. a. ad. c. a. n. s. ad a. n. s. ita. b. ad. d. cōsequens ad consequens ē te
 net consequētia siue p. has lras intelligas numeros siue magnitudines cō
 mēsurabiles siue incōmēsurabiles. Assumit autē iste modus arguendi in
 aliis scientis ē ad diuersas materias trahit sed quomodo in alia materia
 ualet ē quō nō difficultatem hēt ē alibi uideri dēt in isto scēdo modo ar
 guēdi pportionalitas composita ex pportioibus irrōnālibus pōt inferri ex
 pportionalitate cōposita ex pportionibus rōalibus ē econuerso quia seg.
 tur sicut costa maior ad suam dyamet. sic costa minor ad suam dyamet.
 igit. sicut costa ad costā ita dyameter ad dyamet. sed possibile ē q. costa sit
 dupla ad costā ē tūc sequitur q. dyameter sit dupla dyametri: hoc autē nō
 accidit in pmo mō ē cā est quia si a. n. s. ē in isto ex pportioe maioris ineq.
 litatis cōsequens erit ex pportione minoris inequalitatis ē econuerso
 semp autē in eisdem terminis cū pportioe maioris inequalitatis ē rōalis ē
 erit pportio rōnalis minoris inequalitatis ē econuerso nō i. a. n. non difert
 nisi p. hanc ppositionem. s. b. ēc. Sequitur tertia. s. cōiūcta pportionalitas
 sub aliis p. bis. Cōiūcta pportionalitas dī quoties a diuisis arguitur ad
 cōiūctiones si enim ut. a. ad. b. ita. c. ad. d. igitur cōiūgēdo terminos te
 net sicut. a. b. ad. b. ita. c. d. ad. d. eodē ordine fuato. ¶ Quarta sub aliis
 p. bis. Disiūcta uero est cum econuerso. s. a cōiūctis terminis ad eosdem
 diuisos arguitur ut sicut. a. b. ad. b. ita. c. d. ad. d. igitur sicut. a. ad. b. ita. c.
 ad. d. ē in istis seruatur idem ordo in terminis i quibus fiat illatio ut a. n. s.
 ē suū cōsequens cōiūgant. ēc. ¶ Sequitur euerfa sub aliis p. bis euerfa pportio
 ē a diuisis uel simplicibus terminis ad cōiūctos siue cōpositos nō eodē or
 die sed cōuerso sit illatio ut sicut arguebat. a. ad. b. ita. c. ad. d. igit. sicut. d. c.
 ad. c. ita. b. a. ad. a. ē differt a cōiūcta q. i illa arguebat ad cōsequētia i ista
 ad a. n. t. Et iō uocat euerfa ē p. ē duplex uel euerfa cōiūcta uel euerfa di
 siūcta p. mēscēdo cā cū duob. p. bus p. dictis. Et p. n. multi alii modi arguē
 di ex p. mēssione h. a. regulas formari uel fieri ēc. ¶ Equ pportionalitas
 sub aliis p. bis ē duabus multitudinibus q. n. t. p. p. sitis ē sibi in similitu
 dine pportionum correspondētib. subtrahis mediis primas ad ulti
 mas in bitudine pportionis similitudo sic arguēdo sicut. a. ē. b. ē. c. iter se
 ita. d. ē. c. ē. f. inter se igitur sicut. a. ad. c. ita. d. ad. f. Et isti sunt modi arguē
 di utiles i. o. i. q. n. t. ē i oib. pportioibus potes facere oēs has cōsequēcias p.
 ter ultimā q. ad minus sex terminos regit uñ si fuerit quor. q. n. t. p. p.
 rōales cōuersim erūt pportionales ē pmutatim ē cōiūctim ē euerfim
 ē rursus diuisim seu disiūctim h. dico q. diuersa oportet pceder cōiūctim
 ut patet ex descriptioe. Chalis autē forma arguēdi in oibus istis p. ē talis
 uidelicet sicut p. ad. 3. ita. 3. ad. 4. igit. sicut. 4. ad. 3. ita. 3. ad. p. ut
 sic i cōuersa uel sic igit. sicut p. ad. 3. ita. 3. ad. 4. ut sic in pmutata ē sic i
 aliis. ē tūc sub isert sed p. mi ad. 3. ē pportio talis uel talis igit. scē ad. 4.
 est pportio cōsimilis ibi arguit in pmutata ē ita suo modo est in aliis ar
 guēdū Ag. t. in tertio topico. uti tali mō arguēdi in pportione p. mu
 tata uidelicet sicut p. ad. scē ita tertiū ad q. n. t. igit. pmutatim sicut pri
 mum ad. 3. ita. 3. ad. 4. sed p. supat plus. 3. q. 3. 4. supat igit. 3. plus
 supat. 4. q. idē. 3. supat. 4. Ex. summātur isti numeri. 6. ē. 4. 3. ē. 2. ē ar
 guatur sic sicut. 6. ad. 4. ita. 3. ad. 2. quia utrobq. est pportio sexquialtera.
 igitur sicut. 6. ad. 3. ita. 4. ad. 2. quia utrobq. est pportio dupla sed sic se hēt
 6. ad. 3. q. supat plus q. 3. supant. 2. q. a. supatio. 6. ad. 3. ē fm pportione dupla
 sed. 3. ad. 2. fm pportione sexquialtera. pportio. autem dupla maior
 ē pportione sexquialtera igit. sic se hēt. 4. ad. 2. q. supant. 2. plus q. 3. supant. 2.
 ut prius. Tenet autē ista forma p. hoc q. pportio primi ad. 3. ē pportio
 secundi ad. 4. sunt equales sicut concluditur per generalem formam ar
 guendi: igitur quēcumq. pportio est altera maior ē altera. ēc.



Propositio .1.
Ifuerit quotlibet quantitates aliar totides eque multiplices. aut singule singulis equales necesse e quentadmodum vnaillarum adhui comparem totum quoq ex his aggregatum ad omnes illas pariter acceptas similiter se habere.

Sint quotlibet quantitates. q sint. a. b. c. allarum totide que sint. d. e. f. eque multiplices unaqueq ad sui compare. aut singule sint singulis eqles. ita videlicet q sicut e multiplex. d. ita. b. est multiplex. e. f. e. multiplex. f. vel f. a. e. eqles. d. g. similiter. b. sit eqle. e. f. c. eqles. f. dico q sicut se habet. a. ad. d. ita se habet aggregatum ex oibus que sint. a. b. e. ad aggregatum ex oibus que sint. d. e. f. **Q**uod si singule singulis sint eqles patet ppositum per hanc cõem sciam. si eqlibus equalia addantur tota quoq erunt equalia. **S**i aut sint ois suis compibus eque multiplices dimisr eis fin quantitatem suam submultiplicium. erit aggregatum ex pma pte. a. f. prima. b. f. pna. c. e. e. aggregato ex. d. e. f. p predicta cõem sciam adimare. hae que eidem sint equalia inter se sunt equalia. **S**i militer quoq aggregatum e secundis pibus quantitatum. a. b. c. ex eque aggregato ex. d. e. f. hae de ceteris q quia hoc poterit tñq fieri quotiens. d. continet in. a. cat ut eqle aggregata ex. d. e. f. toties continatur in aggregato ex. a. b. c. quoties. d. continet in. a. quia ergo quoties. d. numerat a. toties aggregatu ex. d. e. f. numerat aggregatu ex. a. b. c. patet q sicut. a. e multiplex ad. d. ita aggregatu ex. a. b. c. aggregatu ex. d. e. f. qd e ppositu.

Castigatio

Quia oportet ois partes cuiuslibet multiplex pbe pna adimare e e eqles p illam q int eidem se. qm qlibet illarum equi sue submultiplici e tñq p aham cõem sciam si equalibus. ite opone d eas in ordine multiplicium.



Propositio .2.
Ifuerint sex quantitates quarum prima ad secundam atq tertiam ad quartam eque multiplices. quinta vero ad secundam atq sexta ad quartam eque multiplices. totum prime z quinte ad secundam. totumq tertie z sexte ad quartam eque multiplicia esse pueniet.

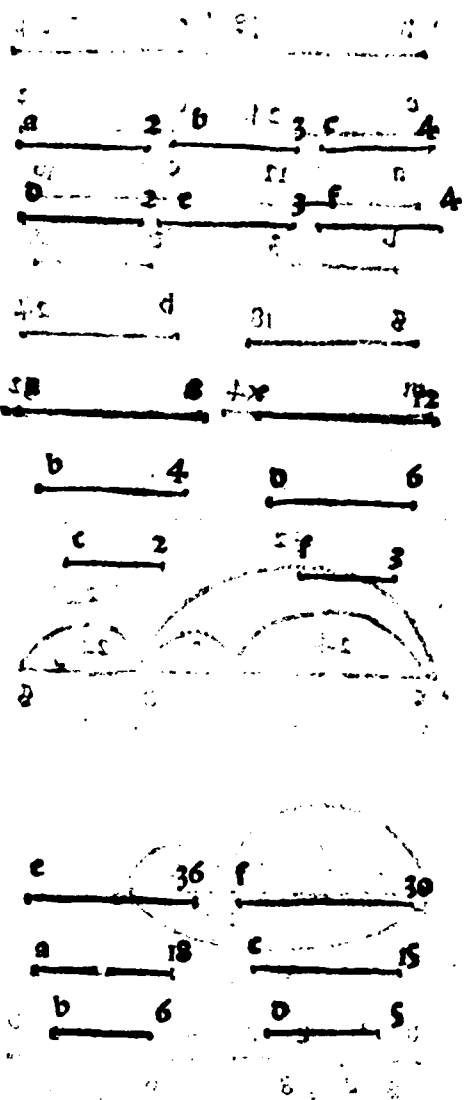
Sint sex quantitates. a. prima. b. secunda. c. tertia. d. quarta. e. quinta. f. sexta. **S**it. a. f. c. eque multiplices ad. b. f. d. iteq. e. f. f. sint eq multiplices ad easdem dico q sicut totu aggregatu ex. a. f. c. e. multiplex ad quantitatem. b. ita totu aggregatu ex. e. f. f. est multiplex ad quantitatem. d. Nam quia huius fin que. b. continet in. a. est. eqles numero fin quem. d. continetur in. e. Similiter quoq numerus fin que. b. continet in. e. est equalis numero fin que. d. continet in. f. erit p cõem sciam que est si equalibus equalia addant e cetera. numerus fin quem. b. continet in aggregato ex. a. f. c. eqles numero fin que. d. continet in aggregato ex. e. f. f. qre sicut aggregatu ex. a. f. c. e. multiplex ad. b. ita aggregatu ex. e. f. f. est multiplex ad. d. qd e ppositu.

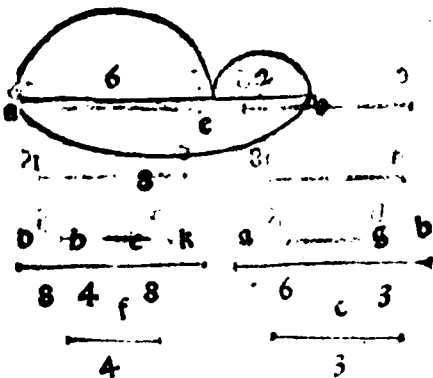
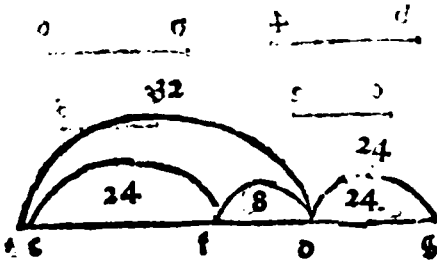
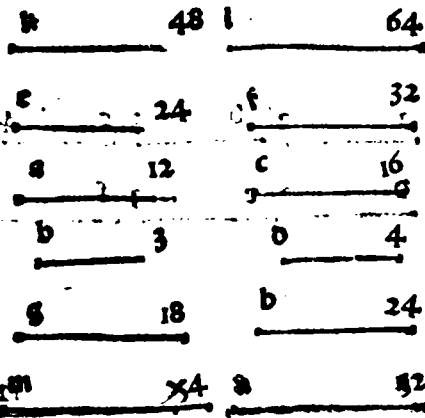
Propositio .3.



Ifuerint primum scõ z tertium quarti eque multiplicia. ad primum vero z tertium multiplices fuerint equalia erunt multiplex primi ad secundum atq multiplex tertij ad quartum eque multiplicia.

Sint sex qntitates. a. pma. b. secunda. c. tertia. d. quarta. e. quinta. f. sexta. **S**it. a. ad. b. f. c. ad. d. iteq. e. ad. a. f. f. ad. c. eq multiplices. dico q sit. e. f. multiplex ad. b. ita. f. ad. d. Dividat. n. e. fin qntitate. a. fin submultiplicis. f. f. fin quantitatem. c. eritq pp equalitatem primum. e. a. d. a. f. primum. f. ad. c. ut quelibet primum. e. sit ita multiplex ad. b. sicut qlibet primum. f. ad. d. **Q**uia ergo sicut prima p. e. est multiplex ad b. ita prima p. f. est multiplex ad. d. Itemq sicut scõ pars. e. est multiplex ad. b. ita secunda. f. ad. d. ergo erit p premissam aggregatum ex duabus p mis pibus. e. ita multiplex ad. b. sicut aggregatum ex duabus p mis pibus





f. ad. d. ff quia rursus tertia pars, e. si sit aliqua tertia pars ita multiplex ad. b. sicut tertia f. ad. d. erit p. eadem ut totum aggregatum ex tribus primis partibus, e. sit ita multiplex ad. b. sicut totum aggregatum ex tribus primis partibus, f. ad. d. ¶ Sicut si plures fuerint partes, e. f. f. componendo semper sequentem cum aggregato ex prioribus concludens g. sicut e. est multiplex ad. b. ita f. ad. d. per premisam totiens sumptam quot fuerint partes in e. aut in f. minus una si hoc patet popositum.

Propositio 4.
¶ Si fuerit proportio prima ad secundum sicut terti ad quartum ad primum autem tertius eque multiplicia assignentur. Itemque ad secundum et quartum multiplices equeles erunt assignate multiplices eodem ordine proportionales.
¶ Sit proportio. a. primi ad. b. secundum. sicut. c. tertium ad. d. quartum. Sumaturque e. ad. a. ff. ad. c. eque multiplicia. Itemque g. ad. b. ff. ad. d. eque multiplicia dico g. proportio. c. ad. g. est sicut. f. ad. h. Sumaturque ad. e. ff. ad. f. eque multiplicia. itaque m. ad. g. ff. ad. b. eque multiplicia. ff. quia. c. ff. f. sunt eque multiplicia ad. a. ff. c. itaque h. ff. l. eque multiplicia ad. e. ff. f. erunt per premisam. h. ff. l. eque multiplicia ad. a. ff. c. ¶ Per eadem quoque erunt m. ff. n. eque multiplicia ad. b. ff. d. quare per conversionem diffinitionis in contrarium proportionalitatis. k. ad. m. ff. l. ad. n. similiter se habebunt in addendo diminuendo ff. equales quia ergo. h. ff. l. sunt eque multiplicia ad. e. ff. f. itemque m. ff. n. eque multiplicia ad. g. ff. b. erit per diffinitionem in contrarium proportionalitatis proportio. c. ad. g. sicut. f. ad. h. quod est popositum.

Propositio 5.
¶ Si fuerint due quantitates quarum una sit pars alterius minuaturs ab utraque ipsarum ipsa pars erit reliquum reliquo atque totum totum eque multiplex.

¶ Vel sic si aliqua tota erit reliquum reliqui tota pars erit quota totum totum. Sit quantitas a. b. tota pars quantitas. c. d. quota. e. b. ipsius a. b. minuaturs a. b. ex quantitate c. d. ff. sit residuum f. a. erit. f. d. equalis. a. b. Similiter quoque minuat e. b. ex quantitate. a. b. sitque residuum. c. a. dico g. quota pars est quantitas. a. b. quantitas. c. d. tota ff. quantitas. a. e. quantitas. c. f. ¶ Cū. n. f. d. si equalis a. b. erit. f. d. ita multiplex. c. b. sicut. c. d. ff. multiplex. a. b. ponatur itaque d. g. ita multiplicem. a. e. sicut. f. d. est multiplex. e. b. eritque ex prima huius quantitas. f. g. ita multiplex. a. b. sicut. f. d. est multiplex. e. b. ff. quia sic fuit. c. d. multiplex. a. b. sicut. f. d. fuit multiplex. e. b. erit utraque duarum quantitatū. c. d. f. g. eque multiplex quantitas. a. b. quare per cōm sciām. c. d. ff. f. g. sunt equalis ad invicem dempta igitur ab utraque earum quantitate. f. d. erit. c. f. equalis. d. g. ff. quia. d. g. fuit ita multiplex. a. e. sicut. f. d. e. b. ff. ita sicut. a. b. e. b. quare sicut. c. d. a. b. erit. c. f. ita multiplex. a. e. sicut tota. c. d. totius. a. b. quod est popositum.

Propositio 6.
¶ Si fuerint due quantitates ad alias duas eque multiplices: dueque minores a duabus maioribus ut si a quibus sua multiplice subtrahantur erunt duo reliqua rursus eque multiplica aut cō equalia.

¶ Sint quantitates. a. b. ad. c. f. d. e. ad. f. g. eque multiplices

¶ Si fuerint due quantitates ad alias duas eque multiplices: dueque minores a duabus maioribus ut si a quibus sua multiplice subtrahantur erunt duo reliqua rursus eque multiplica aut cō equalia.

¶ Sint quantitates. a. b. ad. c. f. d. e. ad. f. g. eque multiplices

Subtrahantur. c. ex a. b. f. l. ex d. e. f. sum residua ex a. b. quide. a. g. ex d. e. d. h. erit. q. b. e. l. i. c. f. b. x. e. l. i. f. dico q. duo residua a. g. f. d. h. erunt equalia duabus quantitatibus. c. f. f. aut eis eque multiplicia. ¶ Sit ergo primo a. g. e. l. i. c. f. b. x. e. l. i. f. b. e. f. equalis f. Summa. n. quantitate. e. k. e. l. i. b. l. e. r. t. q. p. p. m. e. f. i. c. i. p. o. t. i. e. s. u. t. o. d. e. s. f. i. e. i. n. h. k. i. q. u. o. t. i. e. s. c. i. t. a. b. i. q. u. e. s. i. c. u. t. a. b. e. f. t. m. u. l. t. i. p. l. e. x. i. t. a. t. a. h. k. e. m. u. l. t. i. p. l. e. x. f. i. c. d. s. i. c. e. r. a. t. e. r. d. e. r. t. u. l. t. i. p. l. e. x. e. i. u. s. d. e. l. e. r. i. g. r. p. e. r. c. o. e. m. s. c. i. a. m. h. k. e. l. i. s. d. e. d. e. m. p. t. a. i. g. r. e. o. i. e. r. u. q. u. a. n. t. i. t. a. t. e. b. e. e. r. i. t. d. h. e. q. u. a. l. i. s. e. k. q. u. o. e. q. u. a. l. i. a. f. q. d. e. p. p. o. s. i. t. u. ¶ Si aut a. g. sit multiplex. c. ponatur e. k. sit eque multiplex. f. eritq. ut prius ut totiens. f. sit in. h. k. quoties. c. in. a. b. Sed toties erat erin. d. e. erit igit ut prius. d. e. equalis. h. k. f. d. b. e. k. q. u. e. s. i. c. u. t. a. g. e. f. t. m. u. l. t. i. p. l. e. x. c. i. t. a. d. h. e. f. t. m. u. l. t. i. p. l. e. x. f. q. e. f. t. p. p. o. s. i. t. u. Aliter idē. ¶ Cū fm eūdem numere cōtineat q̄ntitas a. b. quantitatē c. fm quē q̄ntitas d. e. quantitatē f. demptaq. ab utraq. unitate remaneat unitas uel nūcr fm quē a. g. cōtinet. f. fm quē d. h. cōtinet. f. patet quantitates a. g. f. d. h. e. e. q̄les aut e. q. multiplices quantitatibus. c. f. f. ¶ **Castigator.**

¶ Cū a. g. posita sit e. l. i. s. c. sequit q. a. bis ē in. a. b. f. similiter. f. bis ē in. b. k. ¶ **Propositio 7.**

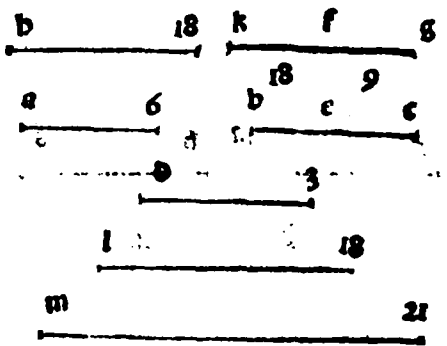
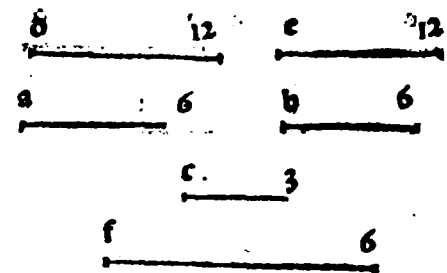
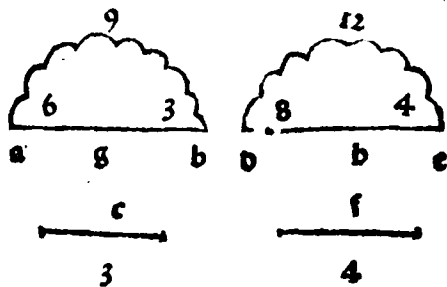
Sine quantitates e. q̄les ad q̄libet cōparentur e. i. n. u. m. ad illam erit vna proportio. Itemq. ad illas p. portio illius vna est.

¶ Sint due quantitates. a. b. equales. que cōparent ad quālibet tertiā. i. r. a. d. c. dico q. eadē est p. portio. a. ad. c. f. b. ad. c. ¶ Iteq. eadē. c. ad. a. f. c. ad. b. Primū sic p. b. a. t. i. c. n. c. i. s. cōsequens ad. a. primā f. ad. b. tertiā ipsa erit in rōne secunde f. q̄ntē. Summa igit. d. ad. a. primā f. c. ad. b. tertiā eque multiplicent f. summa. f. quālibet ex multiplicibus. c. que ē secūda f. quarta. f. quia. a. f. b. quāz rūt e. q. multiplices. d. f. c. posite sunt e. q̄les erit ut si. d. diuidatur fm quantitatē. a. f. c. fm quantitatē. b. q. p. t. e. r. u. t. r. o. b. i. q. sunt numero f. quantitate e. q̄lent numero quide p. p. o. t. h. e. s. i. m. p. p. equalitatem multiplicationis utrobq. quantitate aut p. hāc cōem sciam quotiens oportuerit repetitam que eidē sunt equalia sibi inuicē sunt equalia quia igit prima ex tribus. d. est equalis p. me ex tribus. e. f. faciēda. secūda f. cetera ceteris. Suntq. tot partes in. d. quot sunt in. e. erit p. e. r. p. r. i. m. ā. huius. d. equalis. e. q̄re p. cōem sciam si due quantitates equales cōparentur ad aliā tertiā aut ambe quantitates. d. f. c. sunt similiter maiores. f. aut similiter minores aut sibi equalēs igit ex diffinitione incōtinuē p. portionalitatis q. est p. portio. a. prime ad. c. secūda: eadē est. b. tertiē ad. c. quartā q. d. est p. p. o. s. i. t. u. ¶ Secūdu eodē modo p. b. a. b. i. s. o. r. d. i. n. e. c. o. n. u. e. r. s. i. o. n. e. c. p. o. n. a. t. u. r. p. r. i. m. a. f. t. e. r. t. i. a. a. u. e. r. o. s. e. c. u. n. d. a. b. q̄nta. Cū uero quantitas. f. q. est e. q. multiplex p. me f. tertiē sit aut similiter maior quantitatibus. d. f. c. que sunt eque multiplices secūda f. quartē aut similiter minor aut eis equalis: erit p. e. a. n. d. e. diffinitionē proportio. c. p. me ad. a. secūda: sicut a. tertiē ad. b. quantā quod est p. p. o. s. i. t. u. m. s. e. c. u. n. d. u. m.

Propositio 8.

Sine quantitates inequales ad vnam quantitatē proportionentur. maior quidem maiorem. minor uero minorem obtinebit proportionē. illius uero ad illas ad minorem uero proportio maior. ad maiorem uero minor erit.

¶ Sint due quantitates inequales. a. f. b. c. sitq. maior b. c. f. p. portio nentur ad eandē quantitatē que sit. d. dico q. maior ē p. portio b. c. ad. d. q. a. ad. d. f. q. cōtario maior ē. d. ad. a. q. d. ad. b. c. Primū sic p. b. a. t. i. c. n. c. i. s. p. o. n. ā. e. b. e. q. u. a. l. e. a. f. m. u. l. t. i. p. l. i. c. a. b. o. t. o. t. i. e. n. s. e. c. q. p. u. e. n. i. a. t. q. u. a. n. t. i. t. a. s. maior. d. sitq. f. g. f. s. u. m. m. ā. k. f. i. t. a. m. u. l. t. i. p. l. i. c. e. b. a. f. s. i. m. i. l. i. t. e. r. b. i. t. a. m. u. l. t. i. p. l. i. c. e. a. s. i. c. u. t. f. g. ē m. u. l. t. i. p. l. e. x. e. c. e. r. i. t. q. p. r. i. m. ā. huius. b. i. t. a. m. u. l. t. i. p. l. e. x. a. s. i. c. u. t. k. g. ē m. u. l. t. i. p. l. e. x. b. c. e. r. i. t. e. r. b. e. q. u. a. l. i. s. h. u. f. p. p. h. o. c. q. e. a. z. s. u. b. m. u. l. t. i. p. l. i. c. e. s. q. u. e. s. u. n. t. a. f. b. e. p. o. s. i. t. e. s. u. n. t. e. q̄les. ¶ P. o. n. a. m. q. u. o. q. q. b. nō sit minor



d. sed equalis aut maior totiens. n. multiplicabo unamquāq. triam quantitatē. e. c. b. e. f. a. equaliter. g. f. g. multiplex. e. c. proveniat maior. d. f. g. b. multiplex. a. non proveniat minor eadem. ¶ Deinde toties multiplicabo. d. quod proveniat quantitas maior h. sitq. m. prima quantitas multipliciū. d. que sit maior. b. Sitb qua summa maximā multipliciū. d. aut sibi equalis. si. m. est prima in ordinemultipliciū. d. que sit. l. erit q. ut. l. non sit maior. b. f. constabit. m. ex. d. f. l. propter id quod omne multiplex constat ex proximo precedenti multiplici & simplo: ut triplū ex duplo & simplo. excepto primo multiplici quod constat ex bis simplo. ¶ Quia ergo. h. est equalis. k. f. non erit. k. f. minor. l. itaq. k. f. f. d. non efficient minus q. l. f. d. quare non efficient minus q. m. f. quia. l. g. e. maior. d. erit. k. g. maior q. m. ¶ Intellego igitur quantitatē. b. c. primā. d. secundā. a. tertiā. d. quartā. & quia ad primā & tertiā sumpta sūt eque multiplicia: uidelicet. k. g. f. b. Similiter quoq. ad secundā & quartā eque multiplicia: imo idem i rōne duorum quod est. m. f. addit. k. g. multiplex prime super. m. multiplex secunde non addit aū. b. h. multiplex tertie super. m. multiplex quarte: erit per dispositionem maioris in proportionalitatis maior proportio. b. c. prime ad. d. secundā q. a. tertie ad. d. quartā quod est primū. ¶ Secundū probabit per eandem dispositionem cōuerso ordine: ut. d. sit prima & tertia. a. secunda. b. c. quartā addit enim. m. multiplex prime super. b. multiplicem. secunde. Nō addit autem. m. multiplex tertie super. k. g. multiplicem quarte: quare maior ē proportio. d. ad. a. q. d. ad. b. c. quod est secundū. ¶ Ex huius autē demonstrationis modo patet sufficientia distinctionis minoris in proportionalitatis: quā posuit auctor in principio huius quinti. Nam quā n. est inaequalis proportio prime quatuor quantitatū ad secundā q. tertiā ad quartā. quā contingat aliqua eque multiplicia ad primā & tertiā reperiri: q. cum relata fuerint ad aliqua eque multiplicia secunde & quarte inueniet multiplex prime addere super multiplex secunde. Non autem multiplex tertie super multiplex quarte. hec autem multiplicia sic reperiemus: sicut & monstrabimus in fra supra. n. huius.

Castigator

a. ¶ Quia. k. g. per primam huius est ita multiplex. b. c. sicut. k. f. b. e. f. iō sicut. b. a. cum. k. f. sit equalis. h. rōne submultipliciū ibi dī f. c. b. ¶ Primum multiplex est duplum: & hoc appellat Boetius minimū in secundo libro sue musicę. cap. 23. & tale semper constat ex bis simplo. Simplicium autē intelligitur subduplū ut. 2. respectu. 4. f. 6. respectu. 3. f. c. oīa alia multiplicia cōstant ex primo p. recedente multiplici & simplo ut triplū ex duplo. 3. & simplo. 1.

Propositio .9.



¶ Si fuerit aliquarum quantitatū ad unam quantitatē proportio una ipsas ēē equales. Si vero unus ad eas p. portio una ipsas equales ēē necesse ē.

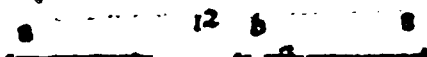
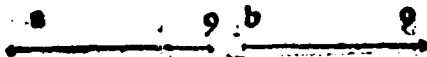
¶ Sit duarum quantitatū. a. f. b. p. portio una ad. c. d. cōuersa ēē equalis. f. si cōuersa fuerit eadē proportio. c. ad utraq. earum adhuc dico eas ēē equalis. hec est cōuersa. 2. Primum sic patet. si enim nō sunt equalis: sed altera ear. maior. utpote. a. erit p. primā partē. premisē maiorē p. portio. a. ad. c. q. b. ad. c. quod ē cōtra ypothē. Secundū quoq. patet. quia si. a. est maior. b. erit per secundā partē. premisē maiorē p. portio. c. ad. b. q. ad. a. quod est etiam cōtra ypothēsim.

Propositio .10.



¶ Si fuerit unus ad quantitatem unā aliquarum p. portio maior quantitatē maiorem esse. Si vero unus ad eandem p. portio maior minorem ēē necesse est.

¶ Quod si fuerit maior p. portio. a. ad. c. q. b. ad. c. dico. a. ēē maiore. b. f. si fuerit maior. c. ad. b. q. c. ad. a. adhuc



2 dico. a. esse maiorem. b. nec. est conuersa. 8. Primum patet p primam partē
z. q. per primam. 8. nam per primam partem septime: nō erit. a. equalis
b. nec etiam minor per primam octaue. Secundum uero patet ex secūdis
partibus earundem.

Castigator.

2. Per primam septime. a. non est equalis. b. q. per primam partē octa-
ue. a. non est minor. b. quia tunc utrinq. esset contra ypoth. uidelicet q.
sit maior proportio. a. ad. c. q. b. ad. c. q. sic etiam secūda pars p. secūdas
partes predictarum ēt esset contra ypothe. ut patet &c.

Propositio .11.



3 fuerint quantitatum proportiōes alicui vni equa-
les ipsas quoq. proportiōes sibi inuicem equales
esse necesse est.

Propositionem hanc quā Euclides in principio primi
annumerauit inter cōmunes animi conceptiones: que ei-
dem sunt equalia sibi quoq. sunt equalia: prout de quanti-
tatibus intelligitur hic demonstrat prout proportionibus accommodatur.
Sit ergo utraq. duarum proportionum que sunt. a. ad. b. f. c. ad. d. equa-
lis proportioni que est. c. ad. f. dico proportiōes que sunt. a. ad. b. f. c.
ad. d. sibi inuicem ēe equales. ¶ Sumam enim. g. ad. a. f. h. ad. c. f. k.
ad. e. eque multiplices. I temq. l. ad. b. f. m. ad. d. f. n. ad. f. eque mul-
tiplices: q. quia per ypothesim proportio. e. ad. f. est sicut. a. ad. b. f. simi-
liter sicut. c. ad. d. erit per conuersionem diffinitionis incontinue propor-
tionalitatis bis sumptam si. k. addit super. n. g. addit super. l. f. h. sup
m. f. si. k. minuit ab. n. g. minuat ab. l. f. h. ab. m. f. si. k. ē equalis. n.
g. g. sit equalis. l. f. h. equalis. m. quia igitur. g. ad. l. f. h. ad. m. similiter
se habent in addendo diminuendo q. quando. mediantibus. k. f. n. erit
per diffinitionem incontinue proportionalitatis. a. ad. b. sicut. c. ad. d.
quod est propositum.

Propositio .12.



3 fuerit proportio primi ad secūdam sicut tertiā ad
quartum: tertiā vero ad quartum maior q. quinti
ad sextum erit proportio primi ad secūdam maior
q. quinti ad sextum.

Sicut i. precedent. q. hic demonstrat in proportionalibus
concepibile est i. quantitatibus uidelicet q. si due quanti-
tates fuerint sibi inuicem equales quacūq. fuerit una earum maior eadē
maior erit f. reliqua. ¶ In proportionibus tñ hoc demonstratur: ut si sit
proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. c. uero ad. d. sit maior q. e. ad. f. erit quoq.
a. ad. b. maior q. e. ad. f. ¶ Sumā enim. g. ad. a. f. h. ad. c. f. k. ad. e. eque
multiplices. I temq. l. ad. b. f. m. ad. d. f. n. ad. f. eque multiplices: q. q.
per ypothesim proportio. c. ad. d. est sicut. a. ad. b. f. maior q. e. ad. f. erit
per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis si. h. addit
super. m. f. g. addat super. l. f. per conuersionem diffinitionis maioris im-
proportionalitatis q. nō sit necesse. k. addere. super. n. ¶ Quia igitur me-
diantibus. h. f. m. si. g. addit super. l. nō est necesse. k. addere. super. n. erit
per diffinitionem maioris impropotionalitatis maior proportio. a. ad
b. q. e. ad. f. quod est propositum. ¶ Simili quoq. modo probabis q. si sit
a. ad. b. sicut. c. ad. d. f. c. ad. d. minor q. e. ad. f. erit. a. ad. b. minor. q. e.
ad. f. ¶ Cū enim sit. c. ad. d. minor q. e. ad. f. erit. e. ad. f. maior q. c. ad. d.
per cōuersionem igitur diffinitionis maioris impropotionalitatis si. k.
addit super. n. non est necesse q. h. addat super. m. kd si. h. non addit super
m. g. non addit super. l. ¶ Ergo si. k. addit super. n. non ē necesse ut. g. ad
dat super. l. ¶ Per diffinitionem igitur maioris impropotionalitatis ma-
ior erit proportio. e. ad. f. q. a. ad. b. ergo econuerso: minor erit. a. ad. b. q.
e. ad. f. quod est propositum. ¶ Ex modo autem demonstrationis octa-
ue huius f. hac fiet manifestum q. si fuerit prime quatuor quantitatum ad

$$\frac{b}{12} = \frac{r}{9} = \frac{s}{6}$$

$$\frac{c}{4} = \frac{e}{3} = \frac{a}{2}$$

$$\frac{d}{8} = \frac{f}{6} = \frac{b}{4}$$

$$\frac{m}{24} = \frac{n}{18} = \frac{l}{12}$$

$$\frac{k}{16} = \frac{h}{12} = \frac{g}{8}$$

$$\frac{e}{8} = \frac{c}{6} = \frac{a}{4}$$

$$\frac{f}{6} = \frac{d}{3} = \frac{b}{2}$$

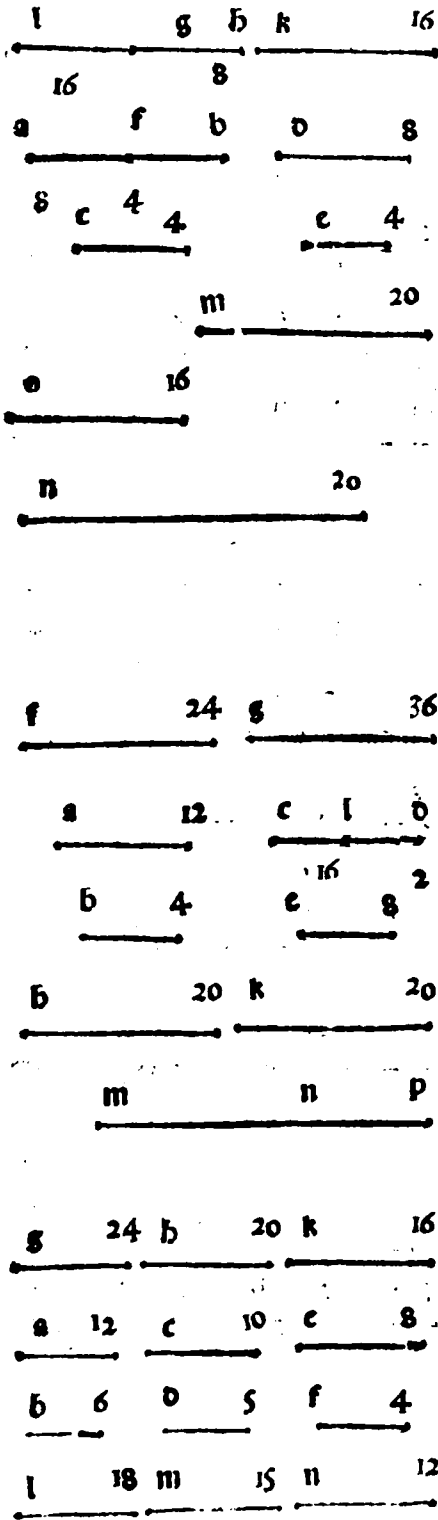
$$\frac{n}{18} = \frac{m}{9} = \frac{l}{6}$$

$$\frac{g}{24} = \frac{h}{18} = \frac{k}{36}$$

$$\frac{a}{8} = \frac{e}{6} = \frac{c}{12}$$

$$\frac{b}{4} = \frac{d}{3} = \frac{f}{4}$$

$$\frac{l}{16} = \frac{m}{12} = \frac{n}{16}$$



secundam maior proportio q̄ tertie ad quartam cōtinget reperire aliqua eque multiplicia prime & tertie; que cum comparabūtur ad aliqua eque multiplicia secūde & quarte inuenietur multiplex prime addere sup mul- tiplex secunde; non autem multiplex tertie super multiplex quarte; quod sic patet. Sit enim maior proportio. a. b. ad. c. q̄. d. ad. e. ponam ergo ut sit proportio. a. f. ad. c. sicut. d. ad. e. eritq; per hanc. n. & per. 10. a. f. minor a. b. & sit minor in quantitate. f. b. quam multiplicabo totiens q̄ proueni- at quantitas maior. c. que sit. g. h. hac conditione. ut. d. totiens multipli- cata producat quantitatem non minorem. e. que sit. k. ¶ Tūc ponam ut l. g. sit ita multiplex. a. f. sicut. g. h. est multiplex. f. b. aut. k. d. eritq; per pri- mam huius. l. h. ita multiplex. a. b. sicut. k. d. Deinde ponam q̄. m. sit pri- ma quantitas multiplex. e. que sit maior. k. & ponam. n. ita multiplicem c. sicut. m. est multiplex. e. eritq; per premisas ypotheses & conuersionem diffinitionis in continue proportionalitatis; quantitas. n. prima multi- plicium. c. que erit maior. l. g. nec erit. l. g. minor. c. b. Sumam ergo sub n. maximam multipliciam. c. aut sibi equalem si forsan. n. sit prima multiplicium eius que sit. o. constabitq; n. ex. o. & c. ¶ Quia ergo. l. g. non est minor. o. & g. h. est maior. c. erit. l. h. maior. n. quare cum. k. sit minor. m. patet propositū. ¶ Conuersam quoq; huius demonstrare pos- sumus. uidelicet q̄ si contingit reperire aliqua eque multiplicia prime & tertie quarum multiplex prime addat super aliquod multiplex secunde & multiplex tertie non addat super multiplex quarte; maior erit proportio prime ad secundam q̄ tertie ad quartam; quod sic probatur. ¶ Sint qua- tuor quantitates. a. prima. b. secunda. c. d. tertia. e. quarta. sintq; f. ad. a. & g. ad. c. d. eque multiplicia. Similiter. h. ad. b. & k. ad. e. eque multiplicia. ¶ Addat. f. super. h. non addat autem. g. super. k. dico q̄ maior est proportio a. ad. b. q̄. c. d. ad. e. Si enim equalis per conuersionem diffinitionis inco- tinue proportionalitatis addet. g. super. k. quod est contra ypothe. Si aut minor sit. c. l. ad. c. sicut. a. ad. b. eritq; per huius. 10. c. l. minor. c. d. & sit mi- nor in quantitate. l. d. Ponam igitur ut. m. n. sit ita multiplex. c. l. & n. p. multiplex. l. d. sicut. f. est multiplex. a. eritq; per primā huius. m. p. ita mul- tiplex. c. d. sicut. f. est multiplex. a. utraq; igitur duarum quantitatū. m. p. & g. est eque multiplex quantitatū. c. d. ergo ipse sunt equaliter. Nam hec il- latio demonstrata est in. 2. huius; & quia. g. non est maior. k. non erit. m. p. maior eadem; sed per conuersionem diffinitionis in continue propor- tionalitatis. m. n. est maior. k. eo q̄. f. est maior. h. ergo. m. n. ē maior. m. p. quod est impossibile quare relinquitur propositum.

Castigator.

a ¶ Quia stat q̄. k. addat super. n. etiam; sed nō m̄ fm p̄portionē quartā h. super. m. ut in quarto modo maioris ip̄portionalitatis habuisti. 8. dif- fini. huius quintis; sed hoc non est necesse sed possibile solum. b ¶ Quo- niam totiens multiplicabo unāquāq; trium quantitatū. f. b. d. a. f. g. k. non proueniat minor. e. & g. l. g. non efficiatur minor. c. sed equalis aut maior. c. ¶ Cum hoc q̄. c. & e. totiens eque multiplicentur q̄. m. proueni- at maior. k. & n. maior l. g.

Propositio .13.



Si fuerit quodlibet quantitatū ad totidem alias proportio una erit quoq; que proportio vnius ad vnam. eadem proportio harum omnium pariter ac- ceptarum ad omnes illas pariter acceptas.

¶ Quod primo proposuit de multiplicibus; hic propo- nit de omnibus proportionibus; unde hec est cōmuniō illa; eo q̄ omnis multiplicitas est proportio; non aut e conuerso. ¶ Sit igitur. a. ad. b. & c. ad. d. & e. ad. f. una proportio; dico q̄ que ē proportio. a. ad. b. eadem est compositū ex. a. c. e. ad compositum ex. b. d. f. Sumam. g. ad. a. & h. ad. c. & k. ad. e. eque multiplicia. Itemq; l. ad. b. & m. ad. d. & n. ad. f. eque multiplices eritq; per primam huius compositum ex. g. h. k.

ita multiplex compositi ex. a. c. e. sicut. g. est multiplex. a. Similiter per ead^m compositum ex. l. m. n. erit ita multiplex compositi ex. b. d. f. sicut. l. est multiplex. b. Et per conversionem diffinitionis in continue proportion^{is} litatis. bis sumptam si. g. addit super. l. h. addit super. m. et. k. super. n. et si minuit minuit et si equat equat ergo per communem^a scientiam si. g. addit super. l. compositum ex. g. b. k. addit super compositum ex. l. m. n. et si minuit minuit et si equat equat ergo per diffinitionem^b in continue p^{ro}portionalitatis proportio. a. ad. b. est sicut compositi ex. a. c. e. ad compositum ex. b. d. f. quod est propositum.

Castigator.

a Si equalibus equalia addam uel si inequalibus equalia addam etc.
b Quia. a. tenet locum prime compositi ex. a. c. e. tertie. b. sicut de compositum ex. b. d. f. quarte.

Propositio. .14.

Si fuerint quatuor quantitates proportionales. siue itaqz maior prima tertiam necesse est secundam quartam esse maiorem. Quod si minor et minorem. Si uero equalis et equalem esse.

¶ Sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico qd si. a. est maior. c. b. erit maior. d. et si minor minori et si equalis equalis. Si enim. a. sit maior. c. erit per primam partem. 8. huius maior p^{ro}portio. a. ad. d. q. c. ad. d. quare maior erit. a. ad. d. q. ad. b. ergo per secundam partem. 10. huius. b. erit maior. d. quod est propositum. ¶ Quod si. a. sit minor. c. erit per primam partem. 8. minor proportio. a. ad. d. q. c. ad. d. q. re maior erit. a. ad. b. q. ad. d. per secundam ergo partem. 10. b. erit minor. d. Si autem. a. sit equalis. c. erit per primam partem. 7. a. ad. d. sicut. c. ad. d. quare. a. ad. d. sicut. ad. b. itaqz per secundam partem. 9. b. erit equalis. d. sic qz patet propositum.

Propositio. .15.

Si fuerint aliquibus quantitatibus eque multiplices assignate. erit ipsarum multiplicium atqz submultiplicium una proportio.

¶ Sint. c. ad. a. et. d. ad. b. eque multiplices. dico qd que est proportio. a. ad. b. eade est. c. ad. d. diuidatur. c. fm quantitatem. a. et. d. fm quantitatem. b. suntqz tot partes. c. quot. d. et quia quelibet pars. c. ad quolibet partem. d. se habet sicut. a. ad. b. erit per. 13. huius. c. ad. d. sicut. a. ad. b. quod est propositum.

Propositio. .16.

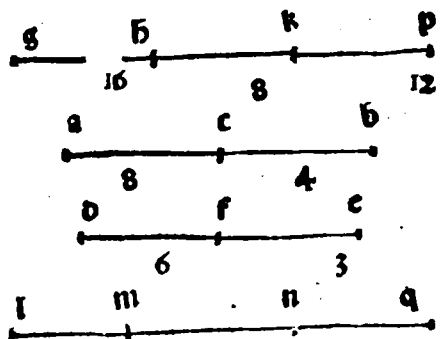
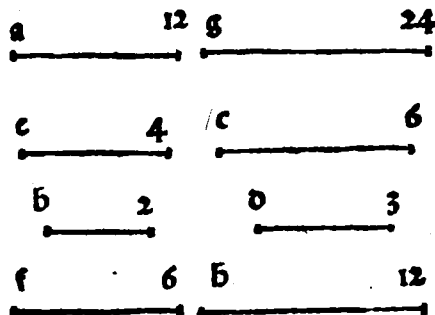
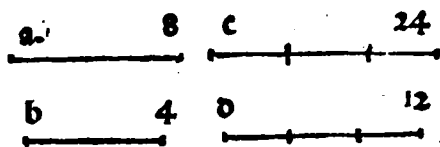
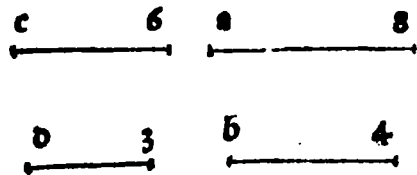
Si fuerint quatuor quantitates p^{ro}portionales. p^{er}mutatim quoqz p^{ro}portionales erunt.

¶ Sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico qd erit. a. ad. c. sicut. b. ad. d. et iste est modus arguendi qui dicitur proportionalitas permutata. cuius demonstratio sic patet. Summam. e. ad. a. et. f. ad. b. eque multiplices itemqz. g. ad. c. et. h. ad. d. eque multiplices. eritqz per premisam. e. ad. f. sicut. g. ad. h. quare per. 14. si. e. addit supra. g. et. f. addit super. h. et si minuit minuit et si equat equat per diffinitionem igitur in continue proportionalitatis erit. a. ad. c. sicut. b. ad. d. quod est propositum. Necesse est aut ut in permutata proportionalitate sint omnes quatuor quantitates eiusdem generis.

Propositio. .17.

Si fuerint quantitates coniunctim proportionales. easdem disiunctim quoqz p^{ro}portionales esse.

¶ Demonstrato modo arguendi qui dicitur proportionalitas p^{er}mutata demonstrat illud qd dicitur proportionalitas disiuncta. ¶ Sit itaqz p^{ro}portio. a. b. ad. b. c. sicut. d. e. ad. e. f. dico qd erit. a. c. ad. e. b. sicut. d. f. ad. f. e. Summa eni. g. h. ad. a. c. et. h. k. ad. c. b. itemqz. l. m. ad. d. f. et. m. n. ad. f. e. eque multiplices. eritqz p^{ri}ma huius. g. k. ita multiplex



a. b. sicut. g. h. est multiplex. a. c. l. n. ita multiplex. d. e. sicut. l. m. e multiplex. d. f. & ideo per premisas ypotheser. g. k. e ita multiplex. a. b. sicut est. l. n. d. e. ¶ Ponam iterum. k. p. ad. c. b. & n. q. ad. f. e. eque multiplices erunt. p. secundā. h. p. ad. c. b. & m. q. ad. f. e. eque multiplices. ¶ Per conuersionem igitur diffinitionis incontinue proportionalitatis. si. g. k. addit super. h. p. l. n. addit sup. m. q. & si minuit minuit & si equat equat demptis itaq. communibus. h. k. & m. n. erit per cōmunem scientiam ut si. g. b. addit sup. k. p. q. l. m. addit sup. n. q. & si minuit minuit & si equat equat. ergo per diffinitionem incontinue proportionalitatis proportio a. c. ad. c. b. est sicut. d. f. ad. f. e. quod est propositum.

Castigator.

a. ¶ Q. m. b. k. tenet locum prime. f. c. b. locum secunde. m. n. locum tertie. f. e. locum quarte. k. p. locum quinte. n. q. locum sexte. Ideo per secundam huius. b. p. ad. c. b. sicut. m. q. ad. f. e.

Propositio .18.



Si fuerint quantitates disunctim proportionales coniunctim quoque proportionales erunt.

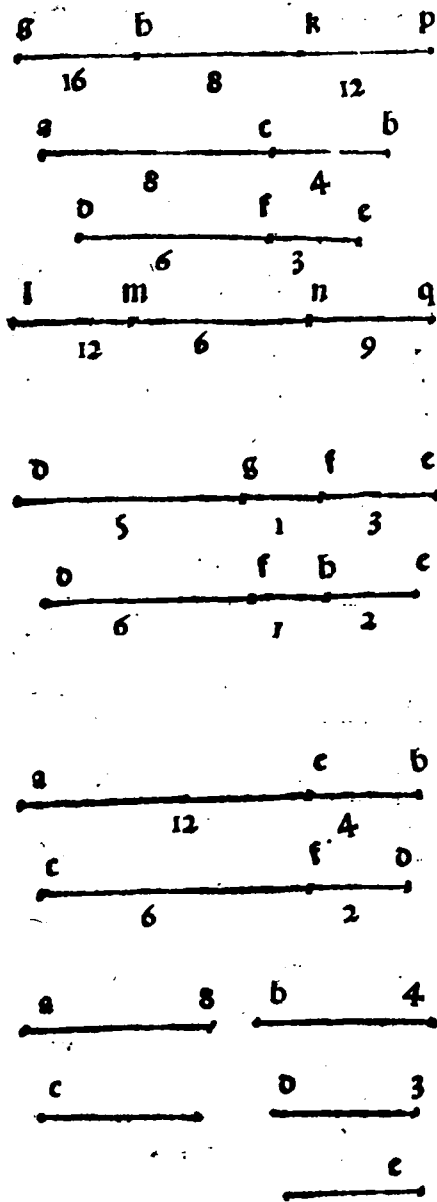
¶ Demonstrat modum arguendi qui dicitur proportio nalis coniuncta & est modus conuersus prioris. Ad cuius demonstrationem resumat dispositio premisse & maneat oēs eius ypotheser excepto q. ponat eē pportio. a. c. ad. c. b. sicut. d. f. ad. f. e. dico q. erit pportio. a. b. ad. b. c. sicut. d. e. ad. f. e. ¶ Seqt. n. ex hac hypothesi & aliis hypothesibus pmissis de multiplicibus equaliter sumptis per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis si. g. h. addit super. k. p. q. l. m. addat super. n. q. & si minuit minuit & si equat equat ergo positis communibus. h. k. & m. n. sequitur p cōmunem scientiam si. g. k. addit super. h. p. q. l. n. addat super. m. q. & si minuit minuit & si equat equat quare per diffinitionem incontinue proportionalitatis erit proportio. a. b. ad. b. c. sicut. d. e. ad. f. e. quod est ppositum ¶ Aliter idem indirecte sic. Cum sit proportio. a. c. ad. c. b. sicut. d. f. ad. f. e. non ē. a. b. ad. b. c. sicut. d. e. ad. f. e. sit ergo proportio. d. e. ad aliquam aliam quantitatem sicut. a. b. ad. b. c. que aut erit maior. e. f. aut minor. si enim esset ei equalis constaret propositum. Sit itaq. primo maior & sit. e. g. erit. per pmissam. a. c. ad. c. b. sicut. d. g. ad. g. e. q. r. p. n. d. g. ad. g. e. est. sicut. d. f. ad. f. e. Sequitur igitur per 14. q. cum. d. g. prima sit minor. d. f. tertia erit. g. e. secunda minor. e. f. quarta sed erat positum q. esset maior. Sit ergo proportio. d. e. ad. minorem. e. f. que sit. e. h. sicut. a. b. ad. b. c. erit. per pmissam. a. c. ad. c. b. sicut. d. b. ad. h. e. quare. per 14. d. h. ad. h. e. sicut. d. f. ad. f. e. & quia. d. h. prima ē maior. d. f. tertia erit p 14. e. h. secunda maior. e. f. quarta q. quia est impossibile sequitur ppositum.

Propositio .19.



Si a duobus totis due portiones abscondantur. fueritq. totum ad totum quantum abscondum ad abscondum: erit reliquum ad reliquum quantum totus ad totum.

¶ Quod quinta proponit de multiplicibus. hec proponit uniuersaliter de omnibus proportionibus. unde est illa tanto cōmunior quanto multiplicitate proportio. Sint igitur due quantitates. a. b. & c. d. a quibus abscondantur due que sint. b. e. & d. f. sitq. proportio totius. a. b. ad. totam. c. d. sicut. b. e. abscondum. d. f. abscondum. dico q. eadem erit. a. e. residui ad. c. f. residuum que est totus. a. b. ad totam. c. d. ¶ Cum enim sit. a. b. ad. c. d. sicut. b. e. ad. d. f. erit permutati. a. b. ad. b. e. sicut. c. d. ad. d. f. & disunctim. a. e. ad. e. b. sicut. c. f. ad. f. d. & iterum permutati. a. e. ad. c. f. sicut. e. b. ad. d. f. & quia sic erat. a. b. ad. c. d. patet propositum. ¶ Ex hac aut. 19. & permutata proportionalitate de monstratur modus arguendi qui dicitur proportionalitas quersa ut si sit. a. b.

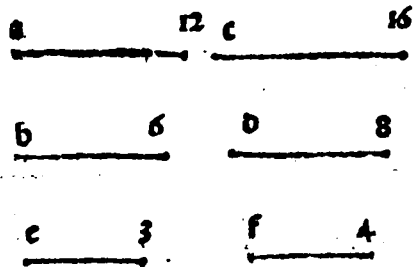


ad. b. e. sicut. c. d. ad. d. f. dico q. erit. b. a. ad. a. e. sicut. e. d. ad. c. f. quia cū sit a. b. ad. b. e. sicut. c. d. ad. d. fuerit permutatim. a. b. ad. c. d. sicut. b. e. ad. d. f. quare per hanc. 19. b. a. ad. d. c. sicut. a. e. ad. c. f. igitur permutatim. b. a. ad. a. e. sicut. c. d. ad. c. f. quod est propositum. ¶ Cōuersa quoq. proportionalitas quā ex diffinitione incontinue proportionalitatis demonstrāmus in exponendo principia huius quinti: potest hic quoq. demonstrāti indirecte ex permutata proportionalitate: ff. 9. huius ut si sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico q. erit. b. ad. a. sicut. d. ad. c. sin autem sit. d. ad. e. sicut. b. ad. a. ff. quia. a. ad. b. est sicut. c. ad. d. erit permutatim. a. ad. c. sicut. b. ad. d. ff. quia iterū. b. ad. a. sicut. d. ad. e. erit quoq. permutatim. b. ad. d. sicut. a. ad. e. quare erit. a. ad. e. sicut. a. ad. c. si igitur. e. non sit equale. c. accidet impossibile ff. contrarium secunde partis. 9. si autem equalis erit b. ad. a. sicut. d. ad. c. quod est propositum.

Propositio .20.

Si fuerint quotlibet quantitates alieq. fm earū numeri quaz queq. due priorū fm pportionem duarum posteriorum necesse est imp. pportionalitate quide equalitatis vt si fuerit prima priorū vltima maior. z posteriorum primā vltima cē maior rem. Quod si minor z minorem. Si vero equalis z equalē.

¶ Demonstraturus Euclides modum arguēdi qui dī equa proportionalitas siue quantitates duorum ordinū directe siue peruersim proportionent premitit duo antecedentia ad demonstrandū ppositum necessaria per quorū primū demonstratur equa pportionalitas cū quantitates duorum ordinum directe pportionantur per fm aut cum proportionantur puer fm proponit aut hēc duo antecedentia de quantitatibus duoz ordinū numero equalibus quecūq. fuerint. Vniuersaliter enim sumptis utrobiz quantitatibus fm quemcūq. numerum ueritatem habent: non est autem necesse ut demonstremus ea nisi solum in tribus: hoc enim omnino sufficiens est ad propositum: de pluribus aut quibusq. patebit p equā proportionalitatē cū ipsa demonstrata fuerit. ¶ Sint igitur tres quantitates. a. b. e. simanturq. tres alie q. sint. c. d. f. ff. sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ff. b. ad. e. sicut. d. ad. f. dico q. si. a. est maior. e. e. erit maior. f. ff. si minor. f. ff. si equalis equalis. ¶ Si enim est maior erit per primā partē b. maior proportio. a. ad. b. q. e. ad. b. quare per. n. maior erit. c. ad. d. q. e. ad. b. ff. quia per conuersam proportionalitatem. e. ad. b. est sicut. f. ad. d. erit. c. ad. d. maior q. f. ad. d. itaq. per primā partē. 10. c. est maior. f. q. d. est propositum. Quod si. a. sit minor. e. per easdē ff. eodem modo probabitur. c. eē minorem. f. erit enim minor proportio. a. ad. b. q. e. ad. b. per primam ptem. 8. ff. ideo p. n. ¶ ff. per conuersam proportionalitatem minor erit. c. ad. d. q. f. ad. d. ff. ideo per primā ptem. 10. erit. c. minor. f. quod ē ppositū. Si aut. a. sit equale. e. erit p primā partē. 7. pportio. a. ad. b. sicut. e. ad. b. ff. iō per undecimā ff. cōuersam pportionalitatē erit. c. ad. d. sicut. f. ad. d. quare per primā partē. 9. c. est equalis. f. quod ē ppositū. ¶ Quidā aut hanc cōclusionē demonstrauerūt ea p pportionalitatē permutatim hoc modo. proportio. a. ad. b. est sicut. c. ad. d. ergo pmutatim a. ad. c. sicut. b. ad. d. ff. quia rursus. b. ad. e. sicut. d. ad. f. erit pmutatim b. ad. d. sicut. e. ad. f. sed erat. b. ad. d. sicut. a. ad. c. ergo per. n. erit. a. ad. e. sicut. c. ad. f. itaq. p. 14. si. a. prima est maior. e. tertia erit. c. secunda. maior. f. quarta. ff. si minor minor: ff. si equalis equalis q. d. ē ppositū. ¶ Isti aut errauerunt in sua demonstratione: quia si eēt intentio Euclidis sic de monstrare nō oportet ipsam premittere hanc cōclusionē p antecedente ad equā pportionalitatē: si enim rursus fiat una pmutatio proportionalitatis ad quā deuentū est: que est esse. a. ad. c. sicut. e. ad. f. sequitur q. sit. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ff. hoc est equa proportionalitas. ¶ Preterea eoz cōclusio non sequitur nisi oēs quantitates amboz ordinū fuerint generis unī



us. Si enim a. b. e. sunt linee. f. c. d. f. superficies aut corpora sunt. Non erit tunc pmutare proportionem: peccant igitur uniuersaliter dictum pticula riter demonstrantes.

Castigator.

a. Quia. c. d. tenent locum pmi & secundi f. a. b. tertii. f. qm f. e. b. quinti f. sexti. f. ideo p duodecimam concludit postea facta cōuersa. f. f. d. tenent locum pmi & secundi f. e. f. b. tertii f. qm f. a. f. b. quinti f. sexti.

Propositio .21.



Si fuerint quotlibet quantitates alicqz secundum earum numerum quarum queqz due ex prioribus quibusqz duabus ex posterioribus peruer sim compare secundum proportionem earum fuerint. necesse quoqz est ut si fuerint improporionalitate equalitatis priorum prima ultima maior. & posteriorum prima ultima esse maiorem. si autem minor & minores. Si vero equalis & equalis.

Secundum autem sint tres quantitates. a. b. e. sumantqz alie tres q sunt. f. c. d. f. sit pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. f. b. ad. e. sicut. f. ad. c. dico q si a. e. maior. e. f. erit maior. d. f. si minor minor: f. si equalis equalis. ¶ Hec aut p batur p eadem & eodem mo quo pcedens si. n. a. sit maior. e. erit. maior pportio. a. ad. b. q. e. ad. b. qre maior. c. ad. d. q. e. ad. b. f. ideo maior q. c. ad. f. maior igit. f. q. d. p scudam prem. 10. qd est ppositum. ¶ Quod si a sit minor. e. erit eadem minor. c. ad. d. q. ad. f. qre p eadem prem eiusdem f. erit minor. d. ¶ Si aut. a. sit eqlis. e. sequit ut sit pportio. c. ad. d. sicut. c. ad. f. igitur per secundam partem. 9. erit. f. equalis. d. quod est ppositum.

Propositio .22.



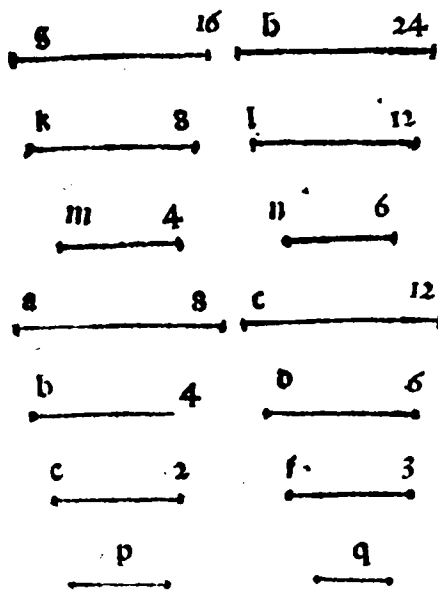
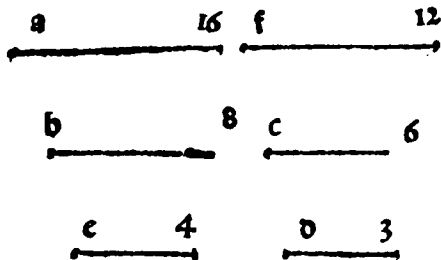
Si fuerint quotlibet quantitates alicqz secundum earum numerum quarum queqz due secundum proportionem duarum ex primis in equa proportionalitate proportionales erunt.

Domonstratis autem ad equa pportionalitatem. hic demōstrat eam: f. pmo cum quantitates duoz ordinū sunt directe pportioales. Nō est autem necesse ut demonstret nisi cū in utroq. duo rum ordinū sunt tm tres quantitates. Per hoc. n. euidenter sequit cū i utroq. ordine fuerint quor quantitates & deinceps: f. ideo et nō oportuit eius asis demonstrari nisi solum cū in utroq. ordine sunt et tres quantitates ¶ Sint igit tres quantitates. a. b. e. sumanturqz tres alie q sunt. c. d. f. f. sit pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. f. b. ad. e. sicut. d. ad. f. dico q erit. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ¶ Sumam. n. g. ad. a. f. b. ad. c. eq multiplicia. Itēq. k. ad. b. f. l. ad. d. eq rursus. m. ad. e. f. n. ad. f. eque. eritq. p. 4. g. ad. k. sicut. h. ad. l. f. k. ad. m. sicut. l. ad. n. qre p. 20. si. g. est maior. m. erit. h. maior. n. f. si minor minor: f. si equalis eqlis. ¶ Igitur p diffinitionem incōtinue pportionalitatis p portio. a. ad. e. est sicut. c. ad. f. qd est ppositum. ¶ Pōt quoqz hoc demon strari. p. 15. huius sumptis. g. k. m. ad. a. b. e. f. b. l. n. ad. c. d. f. eq multiplici bus erit. n. p. 15. g. ad. k. sicut. b. ad. l. f. k. ad. m. sicut. l. ad. n. cetera ptracta ut pū. ¶ Qd si fuerint quantitates plures tribus in utroq. ordine ut po te quatuor additis. p. f. q. ita q sit. e. ad. p. sicut. f. ad. q. erit iterum. a. ad. p. sicut. c. ad. q. erit enim. a. ad. e. sicut. c. ad. f. hoc enim demonstretum est. sublati igitur. b. f. d. erunt tres quantitates. a. e. p. f. alie tres. c. f. q. ut propo nitur: qre. a. ad. p. sicut. c. ad. q. sicq. demōstrat de. 4. per tres sublatō uno medio. Eodem modo demonstabis de. 5. per. 4. sublati duobus mediis f. de. 6. per. 5. sublati tribus: f. sic de ceteris.

Propositio .23.



Si fuerint quotlibet quantitates alicqz secundum earum numerum quarum queqz due secundum proportionem duarum ex prioribus indirecte propor tionate in equa proportionalitate proportionales erunt.



De monstrat etiam proportionalitatem in quantitatibus duorum ordinum indirecte sive peruersim proportionatis. Nec est necesse qd demonstretur nisi cum in utroq. duorum ordinum sunt tantum tres quantitates: per hoc enim euidenter sequitur quaecumq. ponantur in utroq. ordine sicut in premissa de directe proportionatis demonstratum est. Sint igitur tres quantitates. a. b. c. sumanturq. alie tres que sint. f. c. d. et sit proportio. a. ad b. sicut c. ad d. et b. ad e. sicut f. ad c. dico qd erit. a. ad e. sicut f. ad d. **S**umma enim. g. ad a. et h. ad c. et k. ad f. eque multiplicia. I. teg. l. ad b. et m. ad e. et n. ad d. eque multiplicia: eritq. p. q. r. a. g. ad l. sicut h. ad n. et p. r. s. l. ad m. sicut k. ad h. quare per. u. si. g. addit super. m. et k. addit super. n. et si minuit minuit et si equat equat. ergo per diffinitionem in continue proportionalitatis proportio. a. ad e. est sicut f. ad d. quod est propositum. **P**ostest quoq. et hoc demonstrari per. s. huius sumptis. g. l. m. ad a. b. c. et k. h. n. ad f. c. d. eque multiplicibus. **E**rit enim per. s. g. ad l. sicut h. ad n. et l. ad m. sicut k. ad h. cetera petrahta ut prius. Conuenientius tñ demonstrantur hec et premissa s. p. primum modū. **Q**uod si plures tribus fuerint quantitates in utroq. ordine utpote quatuor additis. p. q. r. ita qd sit a. ad b. sicut d. ad q. et b. ad e. sicut c. ad d. et c. ad p. sicut f. ad c. erit itez a. ad p. sicut f. ad q. **E**rit enim per predemonstrata a. ad e. sicut c. ad q. Sublatis igitur. b. et d. erunt tres quantitates. a. e. p. et alie tres. f. c. q. ut proportionantur: quare a. ad p. sicut f. ad q. Sic igitur demonstratur de. 4. per tres sublato uno medio. Eodē mō demonstrabis de. 5. per quatuor sublatis duobus mediis. et de. 6. per. s. sublatis tribus et sic in ceteris.

Castigatio.

Nota cum in istis inducit diffinitio in continue ppor. illa maioritas minoritas et equalitas multipliciū adinuicem. s. primi ad secundū et tertiū ad quātū intelliguntur semper geometricē et non arithmetice uidelicet qd in unū quantū multiplex primū excedit equat aut minuit multiplex secundū tñ dē multiplex tertiū s. ppor. excedat equet multiplex tertiū multiplex quartū sicut dē fuit supra in diffinitione qnta huius quinti lib. uñ nō sufficit dicere multiplex pmi excedet multiplex scdū et similiter multiplex tertiū excedit multiplex qnti ergo quorū quantitates sunt ppor. et proportio p. me ad scdū est sicut tertiū ad qntā: sed oportet addere qd tantū dē se excedant equet aut minuat et c.

Propositio .24.



Ifuerit proportio primi ad secundum tanquā tertij ad quartum: proportio uero quinti ad secundū tanq. sexti ad quartum erit proportio primi et quinti pariter acceptorum ad secundum tanquā sexti et tertiū pariter acceptorum ad quartum.

Quod secunda proposuit de multiplicibus hec propositio universaliter de omnibus proportionibus: unde est illa tanto cōmuniōr quanto multiplicitate proportio et se habet ad illā quē admodū. g. ad primā. **S**it igitur ppor. a. b. ad c. et sicut d. e. ad f. et itē. b. g. ad c. si erit. e. h. ad f. dīto qd ppor. a. g. ad c. sicut d. b. ad f. **E**rit enim per cōuersam proportionalitatem. c. ad b. g. sicut f. ad e. h. quare per. 22. erit in equa proportionalitate. a. b. ad h. g. sicut e. d. ad c. h. ergo coniunctim p. b. a. g. ad g. h. sicut d. b. ad h. e. itaq. per. 23. erit in equa proportionalitate. e. a. g. ad c. sicut d. b. ad f. quod est propositum.

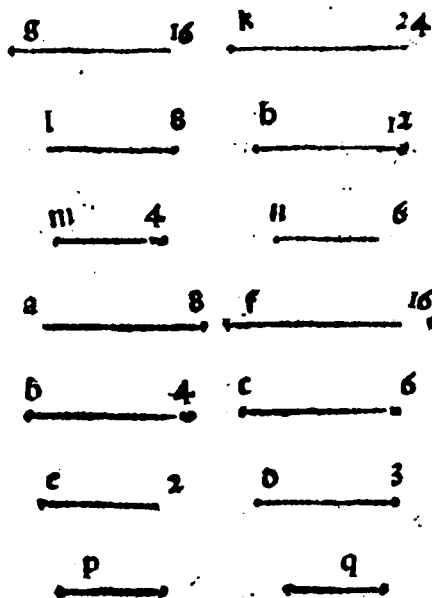
Propositio .25.



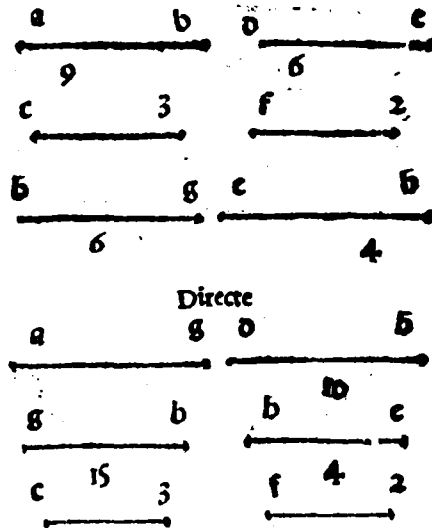
Ifuerint quatuor quantitates proportionales: fueritq. prima earum maxima et ultima minima primi et ultimi pariter acceptas ceteris duabus maioris ēē necessario comprobatur.

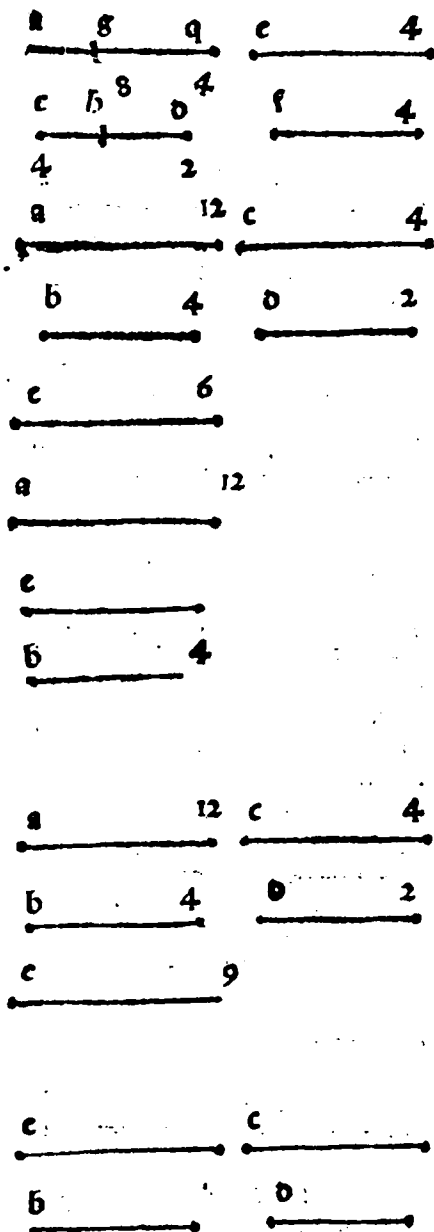
Quod hic proponitur non habet locum nisi cum oēs quatuor quantitates sint eiusdē generis. **S**int igr quorū q. tantū eiusdē generis ppor. a. b. ad c. d. sicut e. ad f. sitq. a. b. maxima neq. oportet ponere qd f. sit minima: qd ipm ex hoc sequit qd a. b. et posita

f. iiii



Explicite. 24.





est maximatum non possit hoc auctor in cōclusionē tanq̃ pōsitionē sed
potius tanq̃ pcedentis pōsitionis cōclusionē. ¶ Dico q̃ cū ita fuerit maior
erit aggregatū ex a. b. f. f. q̃ ex c. d. f. e. Cū enim a. b. sit maior. e. abscondi
dā ex b. a. g. b. equalē. e. ¶ Similiter quoq̃ g. a. c. d. est maior. f. abscondi
ex c. d. h. d. equalē. f. eritq̃ pp̃ yptobesum a. b. ad c. d. sicut g. b. ad h. d. q̃
re p. 19. a. g. residuū ad c. b. residuū sicut tota a. b. ad totum c. d. s. a. b. ad
c. d. Cū ergo a. g. f. habet ad c. b. sicut a. b. ad c. d. sed a. b. est maior. c. d.
quare a. g. maior est. c. b. additis igitur utriq̃ duabus quantitatibus. g. b.
f. h. d. erit per cōm scientiam aggregatū ex a. b. f. h. d. maior aggrega
to ex c. d. f. g. b. f. quia d. h. pōsita est equalis. f. g. b. e. maior erit aggre
gatum ex a. b. f. g. aggregatum ex c. d. f. e. quod est pōpositum.

Castigator

a ¶ Quia primū aggregatū cōstat ex a. g. f. g. b. f. h. d. f. secūdu constat
ex c. h. f. h. d. f. g. b. f. quia per 19. a. g. est maior. c. h. ¶ Utriq̃. s. a. g. f. c. b.
addite sunt ille due q̃tates. g. b. f. h. d. ideo primū f. maior secūdo f. c.

Propositio 26.



¶ Si fuerit quatuor quantitatū proportio p̃me ad
secundam maior q̃s tertiā ad quartā erit cōuer
sio e contrario proportio secunde ad primā mi
nor q̃s quartē ad tertiā.

¶ Sit p̃portio a. ad b. maior q̃. c. ad d. dico q̃ erit e con
uersio p̃portio minor mō contrario p̃portio. b. ad a. q̃. d. ad c.
¶ Si enim esse adē. b. ad a. que ē. d. ad c. erit cōuersio. a. ad b. ut c. ad d.
sed nō ē imo maior. At uero si ē. b. ad a. maior q̃. d. ad c. sit. e. ad a. ut. d.
ad c. eritq̃ ex n. e. ad a. minor q̃. b. ad a. q̃re ex prima pte. 10. e. est minor
b. Ideoq̃ ex scda pte. 8. maior erit proportio. a. ad e. q̃. a. ad b. f. quia per
cōuersam proportionalitātē. a. ad c. sicut c. ad d. erit ex n. proportio. c.
ad d. maior q̃. a. ad b. sed erat minor. relinquit ergo p̃positum. ¶ Posu
mus quoq̃ si libet asserere p̃positū ostēdē. ¶ Manifestū enim ē ex p̃ma
pte. 10. q̃ illa q̃titas cuius ad b. est eadē p̃portio que est. c. ad d. ē minor. a.
eo q̃ ponitur maior p̃portio. a. ad b. q̃. c. ad d. ¶ Illa ergo quantitas sit
e. cū sit igit p̃portio. e. ad b. ut. c. ad d. erit cōuersio. b. ad a. ut. d. ad c. Cō
stat autem ex secūda parte. 8. q̃ p̃portio. b. ad a. minor est q̃ p̃portio. b.
ad c. itaq̃ per n. p̃portio. b. ad a. est minor q̃. d. ad c. quod uolumus.

Castigator

a ¶ Et cōuersam p̃por. quia primo est. b. ad c. sicut d. ad c. postea per n.
b. ad a. minor q̃. d. ad c.

Propositio 27.



¶ Si fuerit quatuor quantitatū maior proportio p̃
me ad secundam q̃s tertiā ad quartā erit permuta
tū maior proportio primē ad tertiā q̃s se
cunde ad quartā.

¶ Sit hic quoq̃ p̃portio a. ad b. maior q̃. c. ad d. dico q̃
erit p̃mutatū maior p̃portio. a. ad c. q̃. b. ad d. ¶ Eadē
enim nō eritq̃a tūc quoq̃ est p̃mutatū. a. ad b. sicut. c. ad d. ¶ Neq̃ mi
nor. Nā si hoc ponatur sit itaq̃. e. ad c. ut. b. ad d. eritq̃ ex n. maior p̃por
tio. e. ad c. q̃. a. ad c. quare ex p̃ma parte. 10. e. f. maior. a. I taq̃ p̃ p̃ma
ptem. 8. proportio. e. ad b. ē maior q̃. a. ad b. f. quia pōsiti ē ut sit. e. ad c.
sicut. b. ad d. erit p̃mutatū. e. ad b. sicut. c. ad d. ex n. igitur maior erit p̃
portio. c. ad d. q̃. a. ad b. sed pōsitum erat oppositum. uerū est ergo p̃posi
tū. ¶ Ostēdē quoq̃ idē quē admodū in p̃mis sumpta enim ē. c. ad b.
ut. c. ad d. erit ex prima pte. 10. e. minor. a. quare ex p̃ma parte. 8. maior
erit. a. ad c. q̃. e. ad c. sed ex permutata proportionalitatē est. e. ad c. ut. b.
ad d. igit ex n. a. ad c. est maior q̃. b. ad d. quod est p̃positum.

Castigator

a ¶ Per cōuersam p̃por. quia sumpta fuit. e. ad c. sicut. b. ad d. f. ideo
dicitur sumpta ad b.

Propositio .28.

Si fuerint quatuor quantitates quap pme ad secundā sit maior pportio q̄s tertie ad quartā. erit quoq̄s coniunctim maior pportio pme z secūde ad secundā q̄s tertie z quartē ad quartā.

Sit maior pportio .a. ad .b. q̄ .c. ad .d. dico q̄ maior erit totius .a. b. ad .b. q̄ totius .c. d. ad .d. ¶ Quia ipsa neq̄ erit eqlis neq̄ minor. Si enim eqlis: nūc erit disiunctim .a. ad .b. ut .c. ad .d. cōtra ypothe. Si autē ē minor sit .c. b. ad .b. ut .c. d. ad .d. eritq̄ ex .n. maior pportio .c. b. ad .b. q̄ .a. b. ad .b. itaq̄ ex prima pte .ro. c. b. ē maior q̄ .a. b. q̄ p cōcepcionem .c. maior q̄ .a. quare ex prima parte .s. maior est pportio .c. ad .b. q̄ .a. ad .b. sed e. ad .b. est ut .c. ad .d. per disiunctam pportionalitatem eo q̄ erat .c. b. ad .b. ut .c. d. ad .d. ergo per .n. c. ad .d. ē maior q̄ .a. ad .b. hoc autē est cōtra ypothe. ¶ Idem ē ostensū ē cum enim ppositū sit q̄ maior sit pportio .a. ad .b. q̄ .c. ad .d. sit pportio .c. ad .b. ut .c. ad .d. eritq̄ ex pma parte decime .e. minor .a. Idemq̄ ex cōmuni scientia .c. b. erit minor q̄ .a. b. quare ex prima parte .s. maior erit pportio .a. b. ad .b. q̄ .c. b. ad .b. At vero pportio .c. b. ad .b. est per coniunctam pportionalitatem sicut .c. d. ad .d. positum enim est ut sit .c. ad .b. tanq̄ .c. ad .d. igitur ex .n. maior est .a. b. ad .b. q̄ .c. d. ad .d. quod est ppositum.

Propositio .29.

Si fuerint quatuor quantitates quap pme z secūde ad secundā sit maior pportio q̄s tertie z quartē ad quartā. erit quoq̄s disiunctim pportio pme ad secundā maior q̄s tertie ad quartā.

Sit pportio .a. b. ad .b. maior q̄ .c. d. ad .d. dico q̄ erit disiunctim pportio .a. ad .b. maior q̄ .c. ad .d. ¶ Alioquin erit ostensū ut minor q̄ si eqlis erit p cōmūta pportionalitātē .a. b. ad .b. ut .c. d. ad .d. q̄ ē cōtra ypothe. si autē minor erit maior .c. ad .d. q̄ .a. ad .b. ergo p premisam maior erit .c. d. ad .d. q̄ .a. b. ad .b. quod est incōueniens quā possum est q̄ minor uerum est ergo quod dicitur. ¶ Quod ē ostē suē affruemus hoc mō. ¶ Ponemus enim ut pportio .c. b. ad .b. sit tanq̄ pportio .c. d. ad .d. eritq̄ ex pma pte .ro. c. b. minor q̄ .a. b. quare ex cōmuni scientia .c. est minor q̄ .a. ¶ Minor igitur est ex prima pte .s. pportio .c. ad .b. q̄ sit .a. ad .b. sed pportio .c. ad .b. est sicut .c. ad .d. ex disiuncta pportionalitātē itaq̄ ex .n. pportio .a. ad .b. est maior q̄ sit .c. ad .d. quod ē ppositum.

Propositio .30.

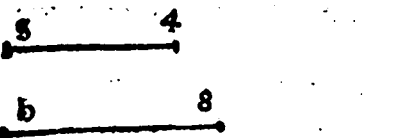
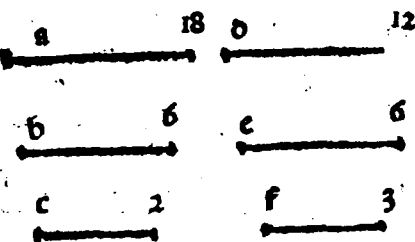
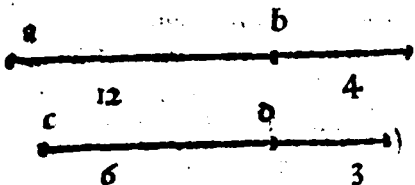
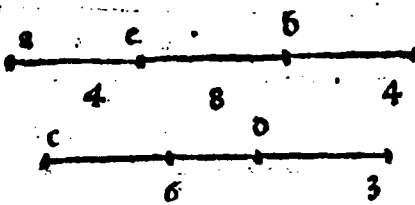
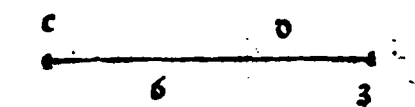
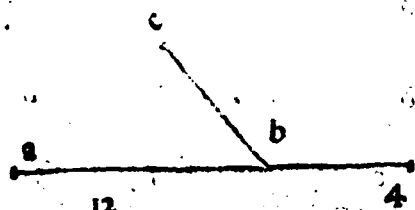
Si fuerint quatuor quantitates quap pme z secūde ad secundā sit maior pportio q̄s tertie z quartē ad quartā: erit uerissimū minor pportio pme z secūde ad primā q̄s tertie z quartē ad tertiam.

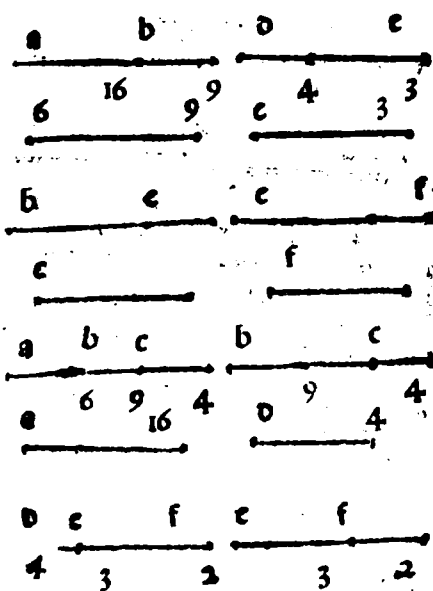
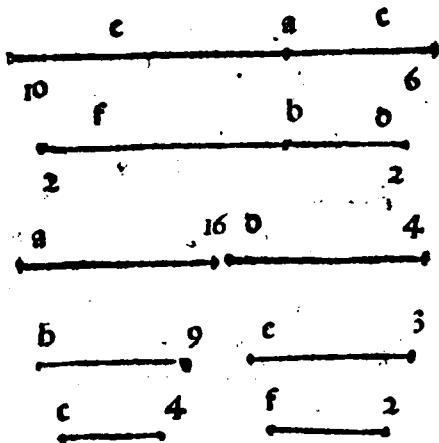
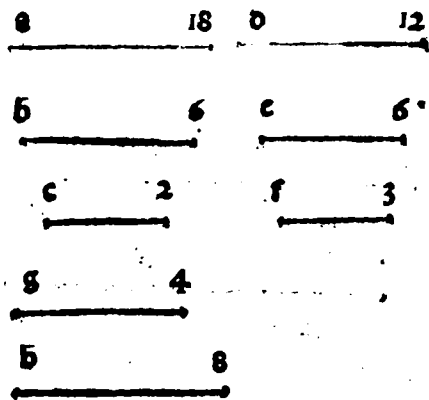
Sit maior pportio .a. b. ad .b. q̄ .c. ad .d. dico q̄ uerissimū minor erit pportio .a. b. ad .a. q̄ .c. d. ad .c. ¶ Erit enim disiunctim ex premisa maior pportio .a. ad .b. q̄ .c. ad .d. itaq̄ per .16. erit eō uerissimū minor .b. ad .a. q̄ .d. ad .c. quare per ante premisam coniunctim minor erit .b. a. ad .a. q̄ .d. c. ad .c. quod est ppositum.

Propositio .31.

Si fuerint tres quantitates in vno ordine. itēq̄ tres in alio fuerintq̄ prime priorum ad secundā maior pportio q̄s prime posteriorum ad secundā. itēq̄ secūde priorum ad tertiam maior q̄s secūde posteriorum ad tertiam. erit quoq̄s pme priorum ad tertiam maior pportio q̄ pme posteriorum ad tertiam.

Sint tres quantitates .a. b. c. itēq̄ alie tres .d. e. f. itaq̄ maior pportio .a. ad .b. q̄ .d. ad .e. itēq̄ maior .b. ad .c. q̄ .e. ad .f. dico q̄ maior erit pportio .a. ad .c. q̄ .d. ad .f. ¶ Sit enim .g. ad .c. ut .e. ad .f. eritq̄ ex prima parte .ro. g. minor .b. quare ex secūda parte .s. pportio .a. ad .g. est maior q̄ .a. ad





b. multo maior ergo est proportio a. ad. g. q. d. ad. e. ¶ Sit itaq. b. ad. g. ut d. ad. e. eritq. ex prima parte. 10. a. maior b. quare ex prima parte. 8. p. portio. a. ad. c. maior est q. proportio. h. ad. c. At uero proportio. h. ad. c. est q. equam proportionalitatem sicut. d. ad. f. est enim. h. ad. g. ut d. ad. e. g. ad. c. ut. e. ad. f. igitur ex. n. p. portio. a. ad. c. est maior q. d. ad. f. quare constat propositum.

Propositio .32.



¶ Si fuerint tres quantitates in uno ordine: itemq. tres in alio fuerintq. proportio secunde priorum ad tertiam maior q. prime posteriorum ad secundam: Itemq. prime priorum ad secundam maior q. secunde posteriorum ad tertiam: erit maior proportio prime priorum ad tertiam q. prime posteriorum ad tertiam.

¶ Sint enim tres quantitates in uno ordine. a. b. c. Itemq. tres in alio. d. e. f. quemadmodum in premissa. sitq. maior proportio. b. ad. c. q. d. ad. e. ¶ Si maior a. ad. b. q. e. ad. f. dico q. maior erit a. ad. c. q. d. ad. f. ¶ Sit enim g. ad. c. ut. d. ad. e. eritq. g. minor. b. per primam partem. 10. quare maior erit proportio. a. ad. g. q. ad. b. per secundam partem. 8. ¶ Igitur multo maior e. a. ad. g. q. e. ad. f. ¶ Sit itaq. b. ad. g. ut. e. ad. f. eritq. a. maior. b. ex prima parte. 10. quare proportio. a. ad. c. maior est q. b. ad. c. ex prima parte. 8. At uero ex. 13. proportio. h. ad. c. est tanquam. d. ad. f. eo quod est. g. ad. c. ut. d. ad. e. ¶ h. ad. g. ut. e. ad. f. igitur ex. n. maior est proportio. a. ad. c. q. d. ad. f. quod est propositum.

Propositio .33.



¶ Si fuerit proportio totius ad totum maior q. abscisi ad abscisum erit residua ad residuum maior proportio q. totius ad totum.

¶ Sint due quantitates. a. f. h. a quibus abscindantur. c. f. ¶ Residua sunt. e. f. f. sitq. maior proportio. a. ad. b. q. c. ad. d. dico q. maior erit proportio. e. ad. f. q. a. ad. b. ¶ Erit enim ex. 17. permutatum maior proportio. a. ad. c. q. b. ad. d. quare ex. 30. erit euersum minor proportio. a. ad. c. q. b. ad. d. igitur rursus ex. 17. permutatum. b. ad. a. maior q. f. ad. e. quare ex. 16. minor erit a. ad. b. q. e. ad. f. quod est propositum.

Propositio .34.



¶ Si quotlibet quantitates ad totidem alias comparantur. fuerintq. cuiuslibet precedentis ad suam relationem maior proportio q. alius subsecutis ad suam. erit omnium harum pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas maior proportio q. aliquis subsecutis ad suam comparantur etiam q. omnium pariter acceptarum ad omnes pariter acceptas: minor autem q. prime ad primam.

¶ Sint tres quantitates. a. b. c. relate ad totidem alias que sunt. d. e. f. sitq. maior proportio. a. ad. d. q. b. ad. e. ¶ b. ad. e. sit maior q. c. ad. f. dico q. proportio. a. b. c. pariter acceptarum ad. d. e. f. pariter acceptas est maior q. b. ad. e. uel maior q. c. ad. f. ¶ Etiam maior q. b. f. c. pariter acceptarum ad. e. f. f. pariter acceptas ¶ q. ipsa est minor q. a. ad. d. ¶ Cum sit enim. a. ad. d. maior q. b. ad. e. erit permutatum. a. ad. b. maior q. d. ad. e. ¶ Coniunctim a. b. ad. b. maior q. d. e. ad. e. ¶ Iterum permutatum. a. b. ad. d. e. maior q. b. ad. c. quare per premissam. a. ad. d. est maior q. a. b. ad. d. e. ¶ Eodemq. modo probatur maiorem esse. b. ad. e. q. b. c. ad. e. f. ¶ Itaq. maior proportio est a. ad. d. q. b. c. ad. e. f. quare permutatum maior est. a. ad. b. c. q. d. ad. e. f. ¶ Coniunctim maior a. b. c. ad. b. c. q. d. e. f. ad. e. f. ¶ Si iterum permutatum maior a. b. c. ad. d. e. f. q. b. ad. c. f. quare per premissam maior est. a. ad. d. q. a. b. c. ad. d. e. f. quod est propositum.

Explicit liber quintus.

Liber sextus Euclidis de superficiebus similibus & earum
ad inuicem proportionibus ex perfectissima Campani inter-
pretatione. Dagistro L. E. C. Padoio de Burgo Sancti
Sepulchri Brixianis. Binog. Castigatore acuratissimo Incipit.



Superficies similes dicuntur qua-
rum anguli unus angulis alteri-
us equales latera quoque angu-
los continentia proportionalia.

Ut sit rigonus. a. b. c. fuerit equian-
gulus trigono. d. e. f. fueritq. angulus. a.
equalis angulo. d. f. angulus. b. equa-
lis angulo. e. f. angulus. c. angulo. f. f.
proportio. a. b. ad. d. e. sicut. a. c. ad. d.
f. f. b. c. ad. e. f. ipsi erunt similes.



Superficies mutuo-
rum laterum sunt in
ter quarum latera in
continua proportio-

nalitas retrahitur habetur.

Ut si duorum quadrilaterum. a. b. c. d. e. f. proportio. a. b. lateris primi
ad. d. e. lateris secundi fuerit sicut proportio. e. f. lateris secundi. ad. b. c. lateris
primitilla duo quadrilatera dicuntur mutuum laterum sue mutue scia.

Linea dicitur diuidi secundam proportionem habentem medium &
quo extrema quando eadem est proportio totius ad maiorem si. i. scilicet o-
nem que est maioris ad minorem.

Propositio .1.



Si duarum rectilinearum superficierum equidista-
tium laterum siue triangulorum fuerit altitudo vna
tanta erit alterutra earum ad alteram. quanta sua
basis ad basim alterius.

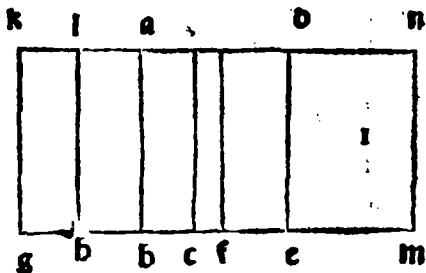
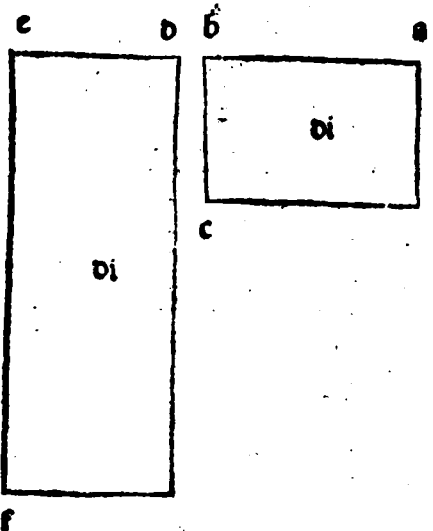
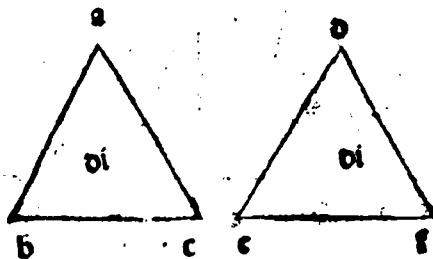
Sint duo parallelograma. a. b. c. d. e. f. equalis altitudi-
nis. dico esse proportionem eorum sicut. b. c. ad. e. f. Ponam illa duo
parallelograma sup. lineam unam que sit. g. m. eruntq. pp. hoc q. sunt eq. l. s.
altitudinis inter lineas equidistantes quarum sit altera. k. n. deinde ex linea
g. m. sumam. g. c. multiplicem fm. quocumq. numero. ad. b. c. & diui-
dam ea in ptes eq. les. b. c. in punctis. b. f. b. a. g. bus & puncto. g. ducam eq.
distantes lineas. a. b. q. sunt. g. k. & h. l. & complebo superficies equidistantium la-
tey. k. h. & l. b. eruntq. unaqueq. eay. p. 36. pmi eq. lis. a. c. q. re sicut linea. g. c. &
multiplex lineas. b. c. ita superficies. c. k. superfici. a. c. Similiter quoq. ad li-
neam. e. f. sumam ex linea. g. m. lineam. f. m. multiplicem fm. quocumq. numero.
nolucro. e. f. & complebo superficiem equidistantium latey. ducta linea. m. n. eq.
distanter lineas. d. e. eruntq. superficies. n. f. ita multiplex superfici. d. f. sicut
linea. m. f. lineas. e. f. & quia per. 36. pmi si linea. g. c. est maior linea. f. m.
superficies. k. c. est maior superficie. n. f. & si minor minor. & si equalis eq.
lis erit per diffinitionem incontinae proportionalitatis eadem propor-
tio basis. b. c. ad basim. e. f. que est superfici. a. c. ad superficiem. d. f. quod
est propositum. **D**e triangulis equalis altitudinis idem probabis: & eo-
dem modo per. 38. pmi ductis lineis ab extremitatibus earum quas ad
bases fumes multiplices ad uertices triangulorum.

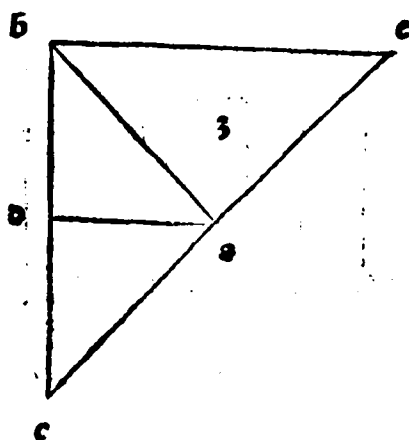
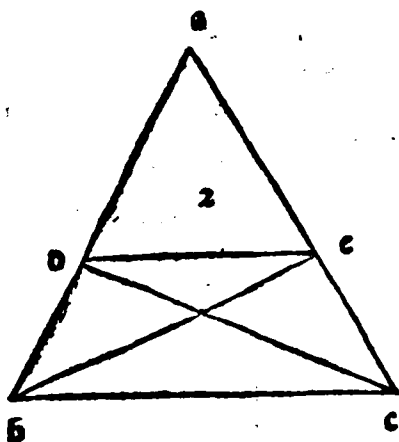
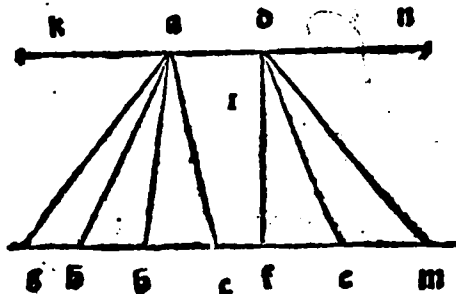
Propositio .2.



Si linea recta duo triangula latera secas reliquo siue
rit equidistantes: eas duo illa latera proportionaliter
secare. Si vero proportionaliter secet eam reliquo
lateri equidistare necesse est.

Sit triangulus. a. b. c. cuius duo latera. a. b. & a. c. sece-





linea, d. e. equidistanter tertio lateri quod est, b. c. dico q. erit proportio
a. d. ad. d. b. sicut. a. c. ad. e. c. & conuerso si fuerit proportio. a. d. ad. d.
b. sicut. a. c. ad. e. c. linea, d. e. erit equidistans linee. b. c. ¶ Probatam
enim duas lineas. e. b. & d. c. eritq. per. 32. primi triangulu. e. d. b. equa-
lis triangulo. d. e. c. propter id quod ipsi sunt ambo super lineam. d. e. in-
ter lineas equidistantes. itaq. per secundam partem. 7. quinti. proportio
trianguli. a. d. e. ad utrumq. illorum erit una. ¶ Sed proportio eius p. pre-
missam ad triangulum. e. d. b. est sicut linee. a. d. ad lineam. d. b. & ad tri-
angulum. d. e. c. sicut linee. a. e. ad lineam. e. c. Nam ipse cum utroq. illo-
rum est equalis altitudinis quare erit proportio. a. d. ad. d. b. sicut. a. e.
ad. e. c. quod est primum. ¶ Et si hoc fuerit erit per premissam ipsius. a.
d. e. ad utrumq. illorum proportio una: quare per secundam partem. 9. qu-
ti ipsi sunt adinuicem equaliter: & quia ipsi sunt super eandem basim. uide-
licet lineam. d. e. & ex eadem parte erit per. 39. primi linea, d. e. equidistans
linee. b. c. quod est secundum.

Propositio .3.



ab aliquo angulo trium angulorum linea recta ad ba-
sim ducta angulum illum per equalia secet: duas
partes ipsius basis reliquis eiusdem trianguli late-
ribus proportionales esse. Si vero due partes basis
quas linea ab angulo ducta distinguit reliquis tria-
guli lateribus proportionales fuerint lineam illam
angulum per equalia diuidere necessario comprobatur.

¶ Sit trigonus. a. b. c. cuius angulum. a. diuidat linea. a. d. per equalia
dico q. proportio. b. d. ad. d. c. est sicut. b. a. ad. a. c. & conuerso. ¶ Proba-
bam enim. b. e. equidistantem. a. d. & producam. c. a. quousq. concurrat
cum. b. e. in puncto. e. eritq. per primam partem. 39. primi angulus. e. b. a.
equalis angulo. b. a. d. & per secundam partem eiusdem angulus. e. angu-
lo. d. a. c. quare angulus. e. est equalis angulo. e. b. a. ergo per. 6. primi. e. a.
est equalis. a. b. & ideo per primam partem. 7. quinti proportio. e. a. ad. a.
c. est sicut. b. a. ad. a. c. sed per premissam. e. a. ad. a. c. est sicut. b. d. ad. d. c. er-
go. b. a. ad. a. c. sicut. b. d. ad. d. c. quod est primum. ¶ Secunda pars que est
conuersa prime partis probabitur conuerso modo. ¶ Manente enim ea-
dem dispositione si fuerit proportio. b. a. ad. a. c. sicut. b. d. ad. d. c. quare
per premissam. e. a. ad. a. c. est sicut. b. d. ad. d. c. erit eadem proportio. e. a.
ad. a. c. que est. b. a. ad. a. c. ergo per primam partem. 9. quinti. e. a. & a. b.
sunt equaliter quare per. 5. primi duo anguli. e. & e. b. a. sunt equaliter. igitur
per primam & secundam partem. 39. primi angulus. b. a. d. est equalis an-
gulo. d. a. c. quod est secundum.

Castigator.

a. ¶ Conuersus iste probatur per lineam. b. c. cadentem super duas line-
as. b. e. & c. a. per quartam petitionem primi. Nam ipsa primo cadit su-
per duas equidistantes. b. e. & d. a. & per secundam partem. 39. primi. a. d.
e. extrinsecus equatur angulo. e. b. c. totali intrinsecus: & quia per. 17. pri-
mi duo anguli. a. d. c. & a. c. d. trianguli. a. c. d. sunt minores duobus rectis
& ideo duo anguli. a. c. d. & e. b. c. totalis etiam sunt minores duobus re-
ctis cum loco anguli a. d. c. extrinseci ponatur. e. b. c. intrinsecus sibi equa-
lis: & sic per predictam petitionem due linee. b. e. & c. a. in eandem parte
poterant concurrere in puncto. e. & c.



Propositio .4.

Si unum duorum triangulorum quorum anguli uni-
us angulis alterius sunt equaliter: latera equos an-
gulos respicientia sunt proportionalia.

¶ Sint duo triaguli. a. b. c. d. e. f. equianguli. sitq. angulus
a. equalis angulo. d. & angulus. b. angulo. e. & angulus. c. an-
gulo. f. dico q. proportio. d. e. ad. a. b. & d. f. ad. a. c. est sicut. e. f. ad. b. c. ¶ Pon-

enim ambos triangulos sup lineam unā que sit. e. c. ita q̄ duo anguli unius qui erunt super hanc lineam sint equales duobus alterius qui erunt sup eandem. non quidem medius medio aut extremus extremo: sed medius unius extremo alterius: & ponam duos eorum medios angulos in eodē puncto coire. sitq. a. f. c. ipse idem triangulus qui erat. a. b. c. & quia angulus. a. f. c. est equalis angulo. e. & angulus. d. f. e. angulo. c. per ypothesim erit per primam partem. 28. primi linea. a. f. equidistans. d. e. & d. f. equidistans. a. c. ¶ Complebo igitur superficiem equidistantium laterum que sit g. f. eritq. per. 34. primi. g. a. equalis. d. f. & g. d. equalis. a. f. ¶ Quia ergo per secundam huius. g. a. est ad. a. c. sicut. e. f. ad. f. c. & per eandem. e. f. ad f. c. sicut. e. d. ad. d. g. erit per. 2. quinti. d. f. ad. a. c. & per eandem. e. d. ad f. a. sicut. e. f. ad. f. c. quod est propositum.

Propositio. 5.



Anium duorum triangulorum quorum cuncto rum laterum & se respicientium est proportio vna anguli lateribus proportionalibus contenti equi si bi inuicem esse probatur.

¶ Hec est conuersa prioris nec fecit ex ea & premissa una conclusionem sicut fecit in secūda & tertia huius quia nec eadem figuratione nec eisdem mediis demonstratur quibus precedens. ¶ Sint itaq. duo triāguli. a. b. c. d. e. f. sitq. proportio. a. b. ad. d. e. & a. c. ad d. f. sicut. b. c. ad. e. f. dico q̄ angulus. a. est equalis angulo. d. & angulus. b. angulo. e. & angulus. c. angulo. f. ¶ Constituam super lineam. e. f. in oppo sita parte trianguli. d. e. f. angulum. f. e. g. equalem angulo. b. & angulum e. f. g. equalem angulo. c. eritq. per. 32. primi angulus. g. equalis angulo. a. ergo per premisam proportio. a. b. ad. d. e. & a. c. ad. f. g. sicut. b. c. ad. e. f. ¶ Quare. a. b. ad. d. e. sicut. ad. e. g. & a. c. ad. d. f. sicut. ad. f. g. ¶ Igitur per secundam partem nonē quinti. d. e. est equalis. e. g. & per eandē. d. f. equa lis. f. g. quare per. 8. primi duo trianguli. d. e. f. & g. e. f. sunt equianguli quare ergo triangulus. d. e. f. est etiam equiangulus triangulo. a. b. c. con stat propositum.

Castigator.

a ¶ Per cōem sciam q̄ uni & eidē siue q̄i due res sint equales.

Propositio. 6.



Anes duo trianguli quorum vnus angulus vni us vni angulo alterius equalis. latera q̄ illos duos equos angulos continentia proportionalia sunt in ter se inuicem equianguli.

¶ Maneat prior dispositio: & sit solum angulus. b. equa lis angulo. d. e. f. & proportio. a. b. ad. d. e. sicut. b. c. ad. e. f. dico adhuc duos triangulos. a. b. c. d. e. f. esse equiangulos. ¶ Cum enim sit per. 4. huius propter ypotheses premisse conclusio. a. b. ad. e. g. sicut. b. c. ad. e. f. erit. a. b. ad. d. e. sicut. a. b. ad. e. g. quare per secundam partem nonē quinti. d. e. est equalis. e. g. ¶ Quia ergo duo latera. d. e. & e. f. trigoni d. e. f. sunt equalia duobus lateribus. e. g. & e. f. trigoni. g. e. f. & angulus. e. vnius angulo. c. alterius quia uterq. ē equalis angulo. b. ipsi erūt p̄ quartā primi equianguli. & quia. e. g. f. est ē equiangulus. a. b. c. patet propositū.

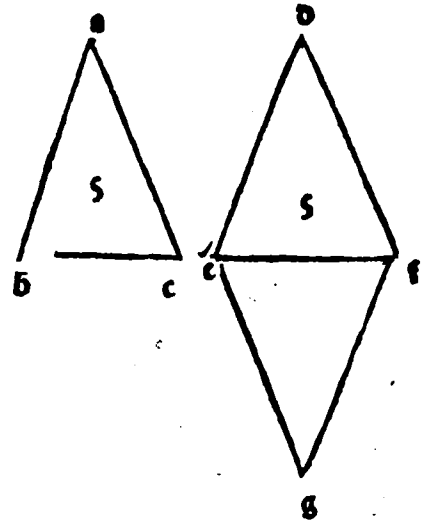
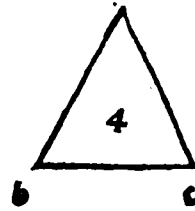
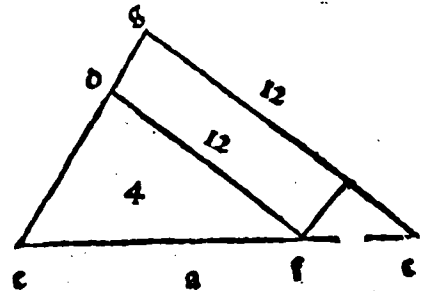
Castigator.

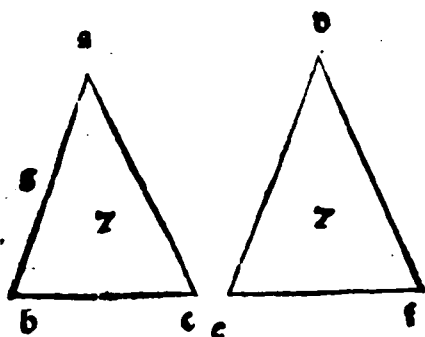
a ¶ Videlicet vnus p̄ ypoth. s. angulus. d. e. f. & alius p̄. 32. primi.

Propositio. 7.



Ifuerint duo triāguli quorum vnus angulus vni us vni angulo alterius equalis: duosq. suorum reli quorum angulorum lateribus p̄portionalibus co tenti: duorum vero demum reliquorum vterq. aut neuter recto angulo minor necesse est illos du os triangulos omnibus suis angulis inter se inui cem equiangulos esse.





¶ Sint duo trianguli. a. b. c. d. e. f. sitq. angulus. a. equalis angulo. d. & p. portio. a. c. ad. d. f. sicut. c. b. ad. f. e. & uterq. duorum angulorū. b. & e. aut nenter sit minor recto: dico eos esse equiangulos. ¶ Si enim angulus. c. unius est equalis angulo. f. alterius: patet propositū per premisam. ¶ Sin autem sit. c. maior fiatq. angulus. a. c. g. equalis eidem: eritq. per. 32. primi triangulus. a. g. c. equiangularis triangulo. d. e. f. quare per quartam huius proportio. a. c. ad. d. f. sicut. g. c. ad. e. f. sed sic fuit. b. c. ad. e. f. ergo per. 9. qn ti. g. c. & b. c. sunt equales. ¶ Ergo p. quintam primi angulus. b. est equalis angulo. b. g. c. ¶ Si ergo neuter duorum angulorum. b. & e. fuerit minor recto: accidet duos angulos unius trianguli non esse minores duobus rectis: quod ē non pōt per. 32. & 17. primi. ¶ Quod si uterq. fuerit minor recto: erit angulus. a. g. c. maior recto per. 13. primi: quare & angulus. c. sibi equalis est etiam recto maiori: quod est contra yptobe. ¶ Quare desinūcto opposito remanet propositū. ¶ Oportet aut utrunq. angulorum reliquorum aut neutrum esse minorem recto. ¶ Possibile enim^o est in eodē triangulo ut in triangulo. a. b. c. lineam. g. c. esse equalem. b. c. & ideo erit a. c. ad. utraq. earum una proportio per. 7. quinti. Nec tñ erunt trianguli a. g. c. & a. b. c. equianguli: quia unus angulus unius sit equalis uni angulo alterius: immo idem ut angulus. a. & proportio lineae. a. c. put est latus magni ad. a. c. prout est latus parvi sicut. b. c. latus magni ad. g. c. latus parvi utraq. enim equalis. ¶ Et hoc est pp hoc q. angulus. g. minoris est maior recto: & angulus. b. maioris minor. Nam in omni triangulo duum equalium laterum uterq. angulorum qui sunt ad basim est minor recto.

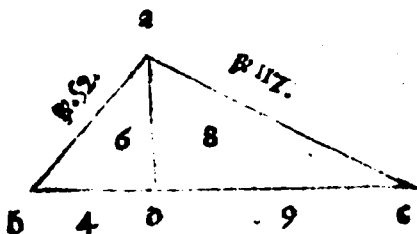
¶ Castigator.

a **¶** Quamvis ibi dicatur possibile enim est in eodem triangulo & c. Imaginatur primo formatus triangulus duū equalium laterum. b. c. g. Demū protracto latere. b. g. quantum libuerit. ut ad. a. deinde protracta linea. a. c. a pūcto ad punctum. Imaginantur duo trianguli unus magnus. a. b. c. & alius parvus. a. g. c. qui suprapositus magno imaginatur & ab eo abscindit triangulum illum duum equalium laterum. a. b. c. g. prout in illis duobus explicate positus apparet & c. Et hec pro septima huius dicta sunt.

Propositio. 8.



Pab orthogonij angulo recto ad basim linea perpendicularis ducatur. fient duo trianguli partiales toti triangulo & sibi invicem similes. Unde etiā manifestum est q. in omni triangulo rectangulo si ab eius angulo recto ad abim perpendicularis ducatur erit ipsa perpendicularis inter duas sectiones ipsius basis p. portionalis. Itemq. vtrunq. latus inter totam basim atq. sibi conterminalem basis portionem.



¶ Sit trigonus. a. b. c. orthogonius eiusq. angulus. a. rectus a quo ducat a. d. perpendicularis ad basim. dico q. uterq. duorum triangulorum partialium qui sunt. a. b. d. a. d. c. similis est totali triangulo. a. b. c. & unus eorum alteri. ¶ Est enim uterq. ipsorū equiangularis totali per. 32. primi. eo q. uterq. est orthogonius & in uno angulo cōmunicant cum totali: quare & sibi invicem sunt equianguli. ¶ Ita q. angulus. b. est equalis angulo. d. a. c. & angulus. b. a. d. angulo. c. & duo anguli qui sunt ad. d. sibi invicē & angulo. a. totali equales: quare per. 4. huius latera equos eorum angulos respicientia sunt proportionalia: ergo per diffinitionem^s sunt similes: qd est propositum. ¶ Vtrunq. correla. ex his evidenter apparet.

¶ Castigator.

a **¶** Nota propter dictum superius in fine expositionis octave huius. ubi per. 4. concluduntur latera illoꝝ triangulorum equos angulos respicientia esse proportionalia. Et ex hoc per diffinitionem similium superficiez illos triangulos esse similes & c. Diffinitio illa nō dicit q. latera equos angulos respicientia sint proportionalia: sed q. latera equos angulos continencia sunt proportionalia: ut ibi patet & sic videtur indebite concludi

intendum. ¶ Quapropter aduerte q̄ idem est in triangulis dicere latera equos angulos respicientia esse proportionalia: & equos angulos cōtinētia esse proportionalia: quod in istis duobus triangulis apparet. uidelicet a. b. c. f. d. e. f. dato q̄ sint equi anguli. uidelicet q̄ angulus. a. equetur angulo. d. f. b. angulo. e. f. c. angulo. f. nam latus. d. e. ad. a. b. que respiciūt angulos. c. f. f. sunt in pporione laterū. d. f. ad. a. c. que etiā respiciunt equos angulos. b. f. e. f. per consequens istamet latera sunt continētia equos angulos. uidelicet. a. f. d. f. sic arguas de reliquis &c. Et ideo postea per definitionem &c.

Propositio .9.



Elabus lineis propositis tertiam inter eas sub pporionalitate continua collocare.

¶ Sint due linee propositae. a. b. f. c. iter quas uolo unam lineam in pporionalitate continua collocare. Ad iungam unam earum alteri sitq̄ tota ex eis cōposita. a. d. ita q̄. b. d. sit equale. c. f. super totam describo semicirculum a. e. d. f. produco. e. b. usq̄ ad circumferentiam perpendicularē ad lineā a. d. dico lineam. b. e. esse quam querimus. ¶ Produco enim lineas. e. a. f. e. d. eritq̄ per. 30. tertii angulus. e. totalis reclusus: quare per primā partem. coroll. premisse pporio. a. b. ad. b. e. sicut. b. e. ad. b. d. quod est ppositum.

Propositio .10.



Elabus lineis datis tertiam eis in continua pporionalitate subiungere

¶ Sint due linee propositae. a. b. f. c. quibus uolo tertiam in continua pporionalitate subiungere: coniungo lineam. c. angulariter ut contingit cum lineā. a. b. sitq̄. a. d. sibi equalis: & produco lineam. a. b. usq̄ ad. e. donec fiat b. e. equalis. a. d. f. protracta lineā. b. d. a puncto. e. duco lineam sibi equā distātem quā lineam. a. d. produco quousq̄ concurrant in puncto. f. dico igitur lineam. d. f. esse quam querimus. ¶ Est enim per secundam huius pporio. a. b. ad. b. e. sicut. a. d. ad. d. f. sed a. b. ad. b. e. est sicut. a. b. ad. a. d. per. 1. partem. 7. quinti: quare. a. b. ad. a. d. sicut. a. d. ad. d. f. quod est ppositum. ¶ Quod si propositis tribus lineis uelimus inuenire quartam: ad quam sit pporio tertie sicut prime ad secundam: ex prima & secunda fiat linea una & toti composite tertiae angulariter adiungatur & a cōmuni termino prime & secunde ducatur linea ad extremitatem tertie: & ab altero termino secunde ducatur huic linee equidistans: quousq̄ cōcurrat cum tertia in continuum rectumq̄ protracta: eritq̄ per secundam huius linea quā hec equidistans abscindet que queritur quēadmodum si in hac figura fuerit prima. a. b. secunda. b. e. tertia. a. d. erit. quarta. d. f.

Castigator.

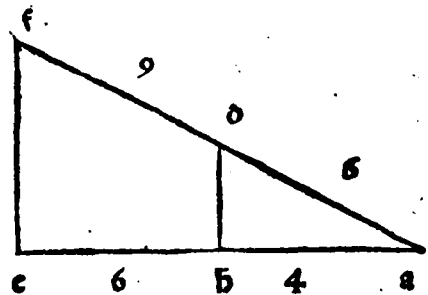
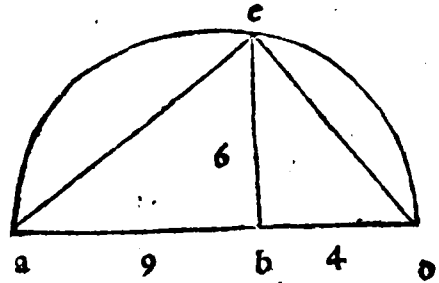
a ¶ Cōcurrent. n. per rationes supra in tertia huius adductas. b ¶ Quis non dicat sub continua pporio. subiūgeret tñ indifferenter habet locum ad infinitas: quia inuenta quarta ad tertiam: tunc prima dimissa inuenitur quinta ad quartam & sexta ad quintam &c. dimittēdo semper priorem tres subsequentes retinendo. & tunc operando per. 10. sequitur intendum: ut patet.

Propositio .11.



Assignata linea quotamcūq̄ in bearis partem abscindere.

¶ Sit. a. b. linea assignata ab ea uolo aliquotam partem utpote tertiam abscindere. ¶ Coniungo ei angulariter ut contingit lineam indefinite quantitatis que sit. a. e. a qua refeco tres equas portiones. que sint. a. d. d. e. f. e. c. & produco lineas. c. b. f. d. f. sibi equidistantes. dico. a. f. esse tertiam. a. b. est enim per secundam huius pporio. c. d. ad. d. a. sicut. b. f. ad. f. a. quare cōiunctim. c. a. ad. d. a. sicut. b. a. ad. f. a. cum igitur. c. a. sit tripla. ad. d. a. patet. a. f. esse tertiam. a. b. quod est ppositum.



Propositio .12.



Itabus lineis propositis altera indiuisa altera per partes diuisa: indiuisam quidem ad modum diuise diuidere.

Sint due linee quas angulariter ut continget coniungam. a. b. c. sitq. a. b. diuisa in tres uel qualescuq. portiones signatis in ea punctis. d. f. e. uolo secundum easde portiones diuidere lineam. a. c. ¶ Cum igitur ipsas angulariter coniungero. protraham lineam. b. c. ¶ equidistantes ei. d. f. e. g. dico istas equidistantes diuidere lineam. a. c. in partes proportionales partibus. a. b. ¶ Protraham enim. f. h. equidistantem. a. b. que fecerit. e. g. in puncto. k. eritq. p secundam huius proportio. g. f. ad. f. a. sicut. e. d. ad. d. a. f. c. g. ad. g. f. sicut h. k. ad. k. f. quare ¶ sicut. b. e. ad. e. d. per. 34. primi. ¶ secundam partem. ¶ quinti quod est propositum. Oportet autem secundam huius totiens repetere quot erunt partes linee. a. b. minus una. At uero. 34. primi ¶ septimam quinti minus duabus.

Propositio .13.



Idue superficies equidistantium laterum quarum unus angulus unius unius angulo alterius equalis: equales fuerint latera duos equos angulos continetia mutekesia esse. Si vero latera duos equos angulos continetia mutekesia fuerint duas superficies equales esse necesse est.

Sint due superficies. a. b. c. d. f. g. e. f. g. equidistantium laterum ¶ equales. sitq. angulus. c. unius equalis angulo. c. alterius. dico proportionem. b. c. ad. c. g. esse. sicut. e. c. ad. c. d. ¶ si proportio. b. c. ad. c. g. fuerit sicut. e. c. ad. c. d. ¶ predicti anguli fuerint adhuc equales: dico illas duas superficies equidistantium laterum esse equales. ¶ Coniungam enim eas angulariter uidelicet angulum. c. unius cum angulo. c. alterius. ita q. duo latera earum que sunt. b. c. ¶ c. g. fiant linea una: eruntq. similiter duo reliqua latera. d. c. ¶ c. e. linea una. (alioquin sequeretur per presentem ypothe. que est angulum. c. unius esse equalem angulo. c. alterius. ¶ per. 15. primi: parte esse equalem toti): complebo itaq. superficiem equidistantium laterum productis lineis. a. d. ¶ f. g. quousq. concurrant in. h. eritq. per primam partem. ¶ quinti utriusq. superficiem. a. c. f. g. ad superficiem. c. h. proportio una ¶ quia per primam huius proportio superficiem. a. c. ad. superficiem. c. h. sicut linee. b. c. ad lineam. c. g. ¶ superficiem. c. f. ad eandem superficiem. c. h. sicut. e. c. ad. c. d. manifesta est prima pars propositae conclusionis. ¶ Secunda pars sic patet: per primam. n. huius est proportio. b. c. ad. c. g. sicut. a. c. ad. c. h. ¶ e. c. ad. c. d. sicut. c. f. ad eandem. c. h. ¶ quia positum est q. proportio. b. c. est ad. c. g. sicut. e. c. ad. c. d. erit utriusq. duar. superficialium. a. c. ¶ c. f. g. ad superficiem. c. h. una proportio: ergo per primam partem. ¶ 9. quinti. a. c. est equalis. c. f. g. patet secunda pars.

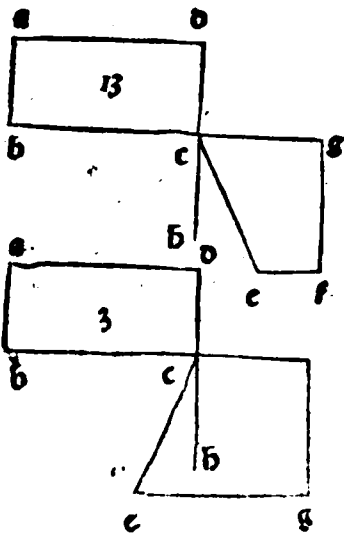
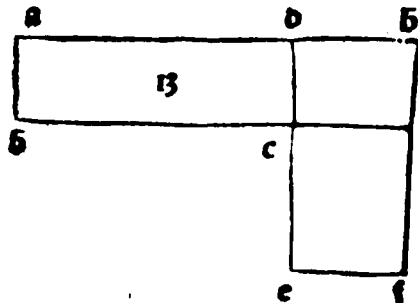
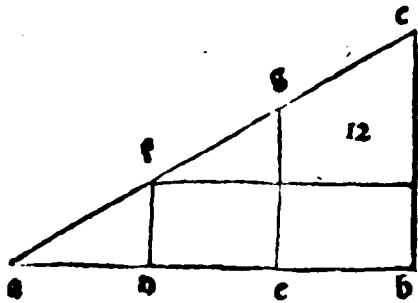
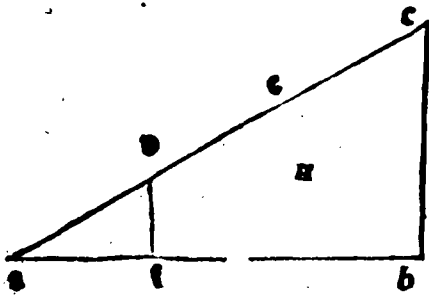
Castigator.

Quia si. d. c. ¶ c. e. non sunt linea una: tunc continuabo. d. c. usq. ad. h. in utraq. dispositione aduersarii ¶ semper per. 15. primi in qualibet anguli contra se positi erunt equales. s. angulus. c. utriusq. ¶ p ypothe. et dictus angulus maior aut minor contra se posito equat angulo. c. superficiem. a. b. c. d. ¶ ideo p: toti quod e impossibile p coceptione. b. ¶ Coarret. n. quia si imaginatur trahi linea. d. g. fiant duo anguli ex parte. b. minores duobus rectis. ¶ ideo per. 4. petitionem concurrent ¶ in. b.

Propositio .14.



Iduo trianguli quorum unus angulus unius unius angulo alterius equalis fuerint: latera duos angulos equos continetia erunt mutekesia. Si vero latera duos equos angulos continetia fuerint mutekesia duo trianguli equales esse comprobantur.



Sint duo trianguli .a. b. c. d. e. equales: sitq. angulus .e. unus equalis angulo .c. alterius: dico proportionem .a. c. ad .c. e. esse sicut .d. c. ad .c. b. & si fuerit proportio .a. c. ad .c. e. sicut .d. c. ad .c. b. & predicti anguli fuerint ad huc equales: dico illos duos triangulos esse equales. ¶ Coniungam enim eos angulariter ita q. latera .a. c. & .c. e. fiant linea una. eruntq. similiter .b. c. & .c. d. linea una. (aliter sequeretur partem esse equalem toti. per .5. pmi) ¶ Protraham lineam .b. e. eritq. per primam partem. & quinti utriusq. dictorum triangulorum ad triangulum .c. b. e. proportio una: & quia per primam huius primi eorum ad ipsum est sicut .a. c. ad .c. e. & secundi eorum ad eundem sicut .d. c. ad .c. b. manifesta est prima pars propofite conclusionis. ¶ Secunda pars e converso probatur. quia .a. c. ad .c. e. est sicut primi trianguli ad triangulum .c. b. e. & .d. c. ad .c. b. sicut secundi ad eundem per primam huius: & quia positum est ut sit .a. c. ad .c. e. sicut .d. c. ad .c. b. erit utriusq. dictorum triangulorum ad triangulum .c. b. e. una proportio: quare per primam partem. 9. quinti ipsi sunt equales. sitq. patet secunda pars.

Propositio .15.



Si fuerint quatuor linee proportionales: quod sub prima & ultima rectangulum continetur: equum erit ei quod sub duabus reliquis. Si vero quod sub prima & ultima continetur equum fuerit ei quod sub duabus reliquis: continetur rectangulum: quatuor linee proportionales esse convenit.

Sint quatuor linee .a. b. c. d. proportionales: Sitq. proportio .a. ad .b. sicut .c. ad .d. dico q. superficies contenta sub .a. & .d. equalis est superficies contente sub .b. & .c. ¶ Et si superficies contenta sub .a. & .d. est equalis superficie contente sub .b. & .c. dico q. proportio .a. ad .b. est sicut .c. ad .d.

Fiant enim superficies contenta sub .a. & .d. & superficies contenta sub .b. & .c. Si ergo est proportio .a. ad .b. sicut .c. ad .d. latera illarum superficierum erunt mutueficia: sed & anguli ab eis contenti equales: quia utraq. est rectorum angulorum: quare per secundam partem. 13. huius ipse sunt equales quod est primum. ¶ Secundum patet per primam partem eiusdem. si enim ipse sunt equales. quia omnes anguli earum sunt recti: latera earum erunt mutueficia: quare proportio .a. ad .b. sicut .c. ad .d. quod est secundum.

Propositio .16.



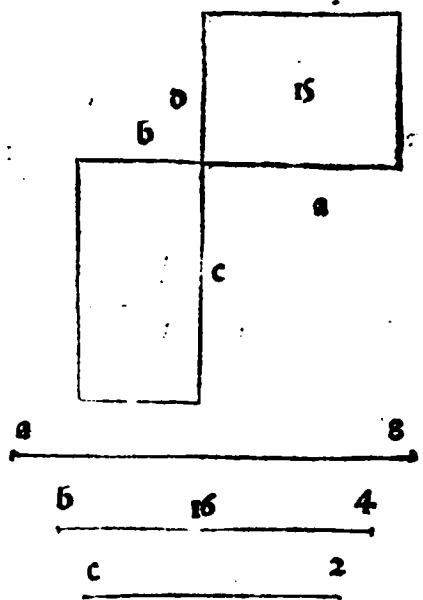
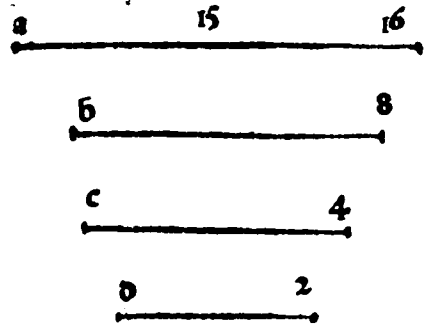
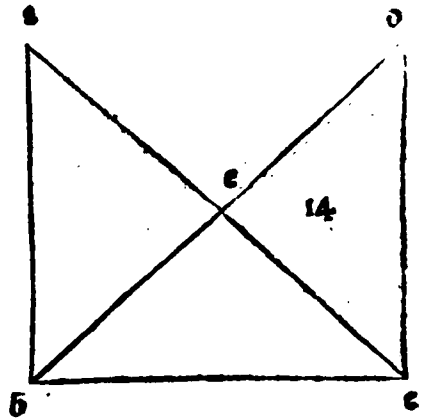
Si fuerint tres linee proportionales quod sub prima & tertia rectangulum continetur: equum erit ei quod a secunda quadrato describitur. Si vero quod sub prima & tertia continetur equum est ei quadrato quod a secunda producit: ipse tres linee proportionales erunt.

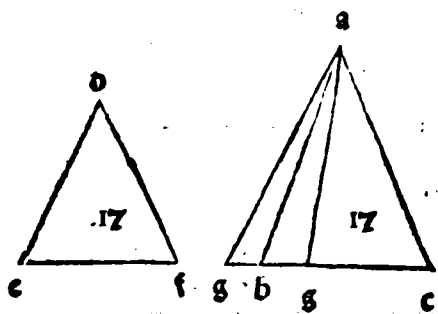
Sit proportio linee .a. ad lineam .b. sicut linee .b. ad lineam .c. dico q. superficies contenta sub .a. & .c. equalis est quadrato .b. & si superficies contenta sub .a. & .c. est equalis quadrato .b. dico q. proportio .a. ad .b. est sicut .b. ad .c. ¶ Hoc autem est evidens per precedentem posita alia linea que sit equalis .b. ita q. .b. sit in ratione secunde & tercie.

Propositio .17.



Si fuerint duo trianguli similes proportio alterius ad alterum est tanq. proportio cuiuslibet sui lateris ad suum relativum latus alterius duplicata. ¶ Manifestum etiam ex hoc quia omnium trium linearum continue proportionalium quanta est prima ad tertiam tanta erit superficies constituta super

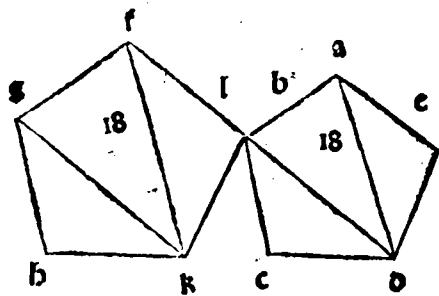




primam ad superficiem constitutam super secundam: cuius fuerit ei similis in lincatione et creatione.

¶ Sint duo trianguli. a. b. c. et d. e. f. similes eruntque per diffinitionem eorum anguli et laterum proportionalium. Sit ergo angulus. a. equalis angulo d. et angulus. b. angulo. e. et angulus. c. angulo. f. ¶ Eritque proportio. a. b. ad. d. e. et a. c. ad. d. f. sicut. b. c. ad. e. f. ¶ Dico quod proportio trianguli. a. b. c. ad triangulum. d. e. f. est sicut proportio. b. c. ad. e. f. duplicata. ¶ Subiungatur enim secundum doctrinam. 10. huius duabus lineis. b. c. et e. f. tertia in continua proportionalitate que sit. c. g. protracta aut refecata. c. b. si. c. g. fuerit ea maior aut minor. ¶ Et producatur linea. g. a. eritque per secundam partem. 14. huius triangulus. a. g. c. equalis triangulo. d. e. f. propter id quod proportio. a. c. ad. d. f. est sicut. e. f. ad. c. g. et angulus. c. equalis angulo. f. quare per secundam partem. 7. quinti trianguli. a. b. c. ad utrumque illorum erit una proportio. ¶ Sed per primam huius proportio trianguli. a. b. c. ad triangulum. a. g. c. est sicut. b. c. ad. g. c. At uero proportio. b. c. ad. c. g. sicut. b. c. ad. e. f. duplicata per. 10. descriptionem quinti: ergo proportio trianguli. a. b. c. ad triangulum. d. e. f. est sicut proportio. b. c. ad. e. f. duplicata: quod est propositum. ¶ Si autem. c. g. sit equalis. b. c. erit per secundam partem. 14. huius triangulus. a. b. c. equalis triangulo. d. e. f. equalis autem proportio componitur ex equali duplicata uel triplicata uel quotienscumque sumpta. ¶ Istam eandem passionem possemus eodem modo et per eadem media demonstrare de superficiebus equidistantium laterum similibus sumpta. 13. presentis loco. 14. Non demonstrat autem eam: quia per sequentem demonstratur uniuersaliter de omnibus superficiebus similibus. Quare per correl. quod uniuersaliter proponitur de omnibus superficiebus similibus nondum patet nisi de triangulis: sed demonstrata sequente patet erit de omnibus. Posuit autem ipsum hic et non in sequente quia est correl. huius: non autem sequentis: ex modo enim demonstrationis huius sua ueritas manifestata est non ex modo illius.

Propositio .18.



Penes due superficies similes multiangule sunt diuisibiles in triangulos similes atque numero equales. Estque proportio alterius earum ad alteram sicut cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius proportio duplicata.

¶ Sint gratia exempli duo pentagoni. a. c. d. f. h. k. similes. dico quod ipsi sunt diuisibiles in triangulos similes numero equales: et quod proportio alterius eorum ad alterum est sicut. a. b. ad. f. g. proportio duplicata. ¶ Ducantur enim linee due. a. c. et a. d. itemque. f. h. et f. k. eritque per presentem ypothe. et per. 6. huius triangulus. a. b. c. equiangularis triangulo. f. g. h. et triangulus. a. e. d. triangulo. f. i. k. ¶ Similiter quoque per hanc communem scientiam. Si ab equalibus equalia demas que re. equa. sunt: erit triangulus. a. c. d. equiangularis triangulo. f. h. k. Nam ipsi pentagoni positi sunt equianguli et laterum proportionalium. ¶ Et quia trianguli in quos diuiduntur sunt adinuicem equianguli: ut probatum est: erunt etiam et similes per. 4. huius et diffinitionem similium superficieum: quare cum ipsi sint numero equales patet primum. ¶ Secundum sic protrahatur. b. d. que secet. a. c. in puncto. m. et g. k. que secet. f. h. in puncto. n. eritque triangulus. b. c. d. equiangularis triangulo. g. h. k. per. 6. huius et presentem ypothe. quare et triangulus. a. b. m. triangulo. f. g. n. et a. m. d. f. n. k. ergo per. 4. huius proportio. b. m. ad. g. n. est sicut. a. m. ad. f. n. et a. m. ad. f. n. sicut. m. d. ad. n. k. quare per. 11. quinti. b. m. ad. g. n. sicut. m. d. ad. n. k. ergo permutatum. b. m. ad. m. d. sicut. g. n. ad. n. k. sed per primam huius. a. b. m. ad. a. m. d. et b. c. m. ad. c. m. d. sicut. b. m. ad. m. d. ¶ Et per eandem. f. g. n. ad. f. n. k. et g. n. h. ad. h. n. k. sicut. g. n. ad. n. k. ergo per. 13. quinti. a. b. c.

ad.a.c.d. sicut.f.g.h.ad.f.h.k. quare pmutatim.a.b.c.ad.f.g.h. sicut.a.c.d.
ad.f.h.k. ¶ Eadem ratione probabis qd sicut.a.c.d.ad.f.l.k. ergo per.13
quinti totius pentagoni ad totum pentagonum: sicut.a.b.c.ad.f.g.h.
¶ Per premisam igitur est proportio pentagoni.a.c.d.ad pentagonum.f.
h.k. sicut proportio.a.b.ad.f.g. duplicata: quod est ppositum. ¶ Ex quo
rursus patet correl. precedentis. ¶ Aliter potest demonstrari secundum.
¶ Cum enim trianguli in quos pentagoni diuiduntur sint adinuicem
similes: erit per precedentem proportio.a.b.c. ad.f.g.h. sicut.b.c. ad.g.h.
duplicata. ¶ Et.a.c.d.ad.f.h.k. sicut.c.d.ad.h.k. duplicata. ¶ Et.a.c.d.
ad.f.l.k. sicut.d.e.ad.k.l. duplicata. ¶ Quia igitur omnes hee proportio
nes duplicate sunt equales propter hoc quod positum est simplas ee equa
les erit per.13. quinti totius pentagoni ad totum pentagonum sicut la
teris iunius ad suum relatiuum. latus alterius proportio duplicata.

Castigator.

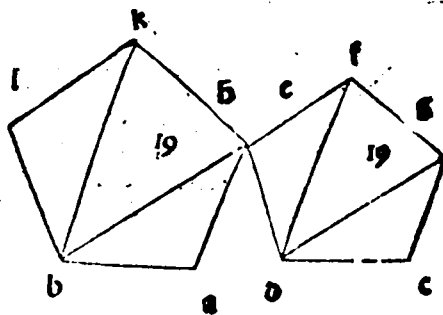
a ¶ Quia positi sunt pentagoni similes: ideo equianguli per diffini
tionem similium superficierum: sic trianguli.a.b.c. f.g.h. sunt equian
guli per.6. huius: quoniam angulus.b. iunius est equalis angulo.g. alteri
us cum sint anguli propositorum pentagonorum integrorum: ut pateti
¶ latera illos continentia sunt inter se proportionalia: per ypothe. pen
thagonorum similium &c. Et ideo per. 6 huius &c. ¶ Ex ista ¶ prima
huius notatur mirabile uisum: uidelicet quocumq. quadrilatero dato pro
tractis in eo duabus diametris resoluatur in quatuor triangulos adinu
icem proportionales: ut in duobus quadrilateris propositis pentago
norum apparet: uidelicet.a.b.c.d. f.g.h.k. Nam triangulus.a.b.m. ad
triangulum.a.m.d. est sicut basis.b.m. ad.basim.m.d. per primam huius
¶ b.c.m. ad.c.m.d. etiam ut.b.m. ad.m.d. ideo proportionales. Item
a.b.m. ad.b.c.m. sicut.a.m. ad.m.c. per eandem etiam.c.d.m. ad.a.m.d.
sicut.c.m. ad.m.a. ¶ e conuersa: sic quocumq. uoluantur semper sunt pro
portionales: quoniam bases semper heedem eodem modo dicetur de tri
angulis quadrilateri.f.g.h.k. ¶ omnium aliorum &c. ¶ Sed in his uo
cibus que nulla inequalitate discordant: nulla omnino consonantia est
¶ enim consonantia est dissimilium inter se uocum in unum redacta co
cordia: hec Boc. tertio capitulo primi musice &c.

Propositio .19.



Supra datam lineam date superficiem similem su
perficiem describere.

¶ Sit data linea.a.b. supra quam uolo constituere super
ficiem similem date superfici que sit pentagona: ¶
¶ sit.c.d.e.f.g. ¶ Diuido hunc pentagonum in triangulos
ductis lineis.d.f. f. d.g. ¶ super punctum.a. constituo an
gulum equalem angulo.c. ducta linea.a.h. ¶ super punctum.b. consti
tuo alium angulum: qui sit.a.b.h. equalem angulo.c.d.g. protracta li
nea.b.h. quousq. concurrat cum.a.h. in puncto.h. eritq. per. 31. primi
angulus.a.h.b. equalis angulo.c.g.d. ¶ ideo per. 4. huius latera duorum
triangulorum.g.c.d. f. h.a.b. proportionalia. ¶ Facio quoq. angulum.
h.b.k. ducta linea.b.k. equalē angulo.g.d.f. ¶ angulū.k.b.l. ducta linea
b.l. equalem angulo.f.d.e. ¶ angulum.b.h.k. ducta linea.b.k. equalem
angulo.d.g.f. ¶ angulum.b.k.l. ducta linea.k.l. equalem angulo.d.f.e.
eritq. perfectus pentagonus qui constituendus erat si per lineam.a.b.
¶ Est.n. equiangulus dato pentagono propter equalitatē angulorū tria
gulorum in quos est uterq. diuisus. ¶ Sed ¶ laterum proportionaliū pro
pter proportionalitatem laterum ipsorum triangulorum que ex quar
ta huius euidenter apparent: quare per diffinitionem similium superficie



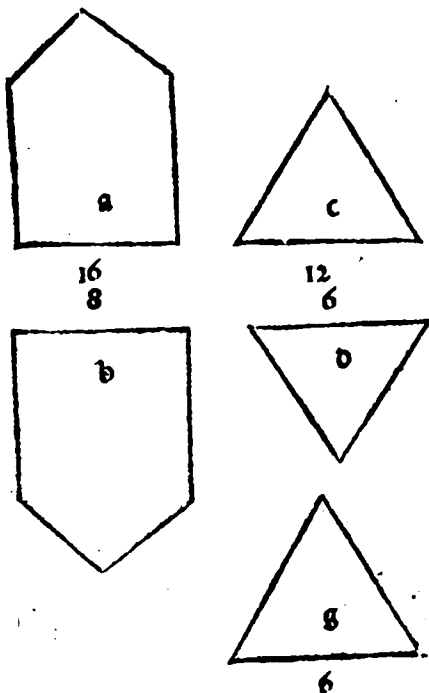
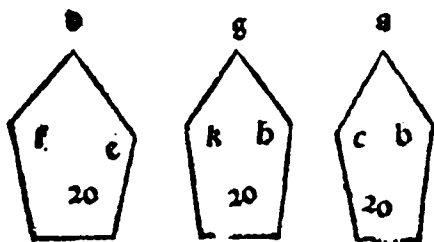
ram pentagonus constitutus super lineam a.b. est similis pentagono dato quod est propositum.

Propositio .20.



Si fuerint vni superficiem similes quilibet super fide ex sibi inuicem similes esse necesse est.

Sit uterq. pentagonorum a.b.c.d.e.f. similis pentagono g.h.k.dico eos esse similes sibi inuicem. Est eni uterq. eorum equiangularis pentagono g.h.k. per conuersionem diffinitionis similium superficialium: quare sunt equi anguli adinuicem. Similiter quoq. per conuersionem eiusdem diffinitionis proportio a.b.ad.g.h.sicut a.c.ad.g.k. Et g.h.ad.d.e.sicut g.k.ad.d.f. Ergo per equam proportionalitatem a.b.ad.d.e.sicut a.c.ad.d.f. Eodem modo probabis reliqua latera pentagonorum a.b.c.d.e.f. continentia equos angulos esse proportionalia: per diffinitionem itaq. similium superficialium ipsi sunt similes adinuicem: quod est propositum.



Propositio .21.



Si fuerint quotlibet linee proportionales atq. super binas et binas similes superficies designentur: ipse quoque superficies erunt proportionales. Si vero super binas et binas similes superficies constitutae fuerint proportionales: ipsas quoque lineas proportionales esse necesse est.

Sint quatuor linee proportionales a.b.c.d. sitq. proportio a.ad.b.sicut c.ad.d. dico q. si superficies similes constituantur super a.g. b. utpote duo pentagoni similes et alie similes constituantur super c. d. utpote duo trianguli similes: erit proportio pentagonorum sicut triangulorum. Quod si fuerint pentagoni similes: et similiter etiam trianguli similes: fueritq. proportio pentagoni ad pentagonum: sicut trianguli ad triangulum: dico q. erit proportio a.ad.b.sicut c.ad.d. Subiungatur enim lineis a.g. b. c. d. f. in continua proportionalitate: sicut docet. 10. huius. eritq. per. 12. quinti et per equam proportionalitatem a. ad. c. sicut c. ad. f. Quia ergo per correl. 17. huius proportio pentagonorum est sicut a. ad. c. et triangulorum sicut c. ad. f. erit proportio pentagonorum sicut triangulorum: hoc est primum. Secundum sic patet. Sint duo pentagoni similes: et duo trianguli similes: sitq. proportio pentagonorum sicut triangulorum: dico q. proportio a.ad.b. est sicut c.ad.d. Sit enim c.ad.g. sicut a.ad.b. hoc enim qualiter fiat dictum est supra. 10. huius. et super g. fiat sicut docet. 19. huius. superficies similis illi que est constituta super lineam c. eritq. per premisam similis ei que constituta est super lineam d. Eritq. etiam per primam partem huius. 11. que proportio pentagoni a.ad.pentagonum b. eadem trianguli c.ad.triangulum g. sed eadem erat etiam trianguli c.ad.triangulum d. ergo per secundam partem. 9. quinti triangulus d. est equalis triangulo g. Et quia sunt similes: erit linea g. equalis lineae d. per primam partem. 17. huius cum super lineas c.d. et g. sint trianguli: uel per secundam partem. 18. cum fuerint que libet alie figure multiangule: equalitas enim non produciatur ex aliqua proportionem duplicata uel triplicata uel quotieslibet sumpta nisi ex equali. erit itaq. c.ad.d. sicut a.ad.b. quod est propositum.

Propositio .22.



Ante superficies equidistantium laterum que circa diametrum consistunt toti parallelogramo atq. sibi inuicem sunt similes.

Sicut in parallelogramo b.d. cuius diameter a.c. consistant superficies g.h. et f.k. equidistantium laterum: circa

diametrum. dico eas esse similes toti parallelogramo & sibi invicem. ¶ Est enim per secundam huius. $b.g.ad.g.c.f.d.b.ad.b.c$ sicut $a.e.ad.c.c$ ergo coniunctum $b.c.ad.c.g.f.d.c.ad.c.h$ sicut $a.c.ad.c.e$ quare per. 11. quod $b.c.ad.c.g$ sicut $d.c.ad.c.h$. ¶ Sed etiam sicut $a.b.ad.e.g$ cum $a.b$ sit equalis $d.c$ $f.e.g.h.c$. ¶ Eodem modo erit $a.d.ad.d.b$ sicut $a.b.ad.e.g$ $f.d.c.ad.b.c$. ¶ Quia ergo ista parallelogramata sunt equiangularia constat per diffinitionem similium superficierum. $g.h$ esse similes $b.d$. ¶ Similit quoque modo probatur. $f.k$ esse simile eidem: propter hoc quod $b.a$ ad $a.k$ $f.d$ ad $a.f$ est sicut $q.a$ ad $a.e$ per secundam huius & coniunctam proportionalitatem quare per. 20. huius. $f.k$ est etiam simile. $g.h$ sicut patet totum.

Propositio .23.



In suo spacio parallelogramum partiale distinctum toti parallelogramo simile atque secundum suum illius esse fuerit: circa eundem diametrum consistit.

¶ Sit ut in parallelogramo $b.d$ sit distinctum parallelogramum $f.g$ quod sit sibi simile & secundum suum $e.e$. i. principans cum eo in angulo c dico quod parallelogramum $f.g$ consistit circa diametrum parallelogrami $b.d$ & est hec conversio preecedentis. ¶ Producam enim $a.e.c$ que si fuerit diameter parallelogrami $b.d$ constat propositum. Sin autem sit $a.h.c$ diameter eius & ducatur $b.k$ equidistans $f.c$ eritque per premissam parallelogramum $f.k$ simile parallelogramo $b.d$ ergo per conversionem diffinitionis similium f per se ceterum proportio $b.c.ad.k.c$ est sicut $d.c.ad.f.c$. ¶ Sed per eandem conversionem dicte diffinitionis proportio $b.c.ad.g.c$ est sicut $d.c.ad.f.c$ propter id quod parallelogramum $f.g$ positum est simile parallelogramo $b.d$ ergo per. 11. quinti proportio $b.c.ad.g.c$ est sicut $b.c.ad.k.c$ utraq; enim est sicut $d.c.ad.f.c$ quare per secundam partem noni quinti $g.c$ est equalis $k.c$ pars videlicet toti quod est impossibile. Erit igitur $a.e.c$ diameter parallelogrami $b.d$ quod est propositum.

Castigator.

a ¶ Poterat etiam aduersarius dicere quod esset $a.l.e$ videlicet infra posset. e. Et idem ut prius accideret impossibile: sed hac positione $g.c$ esset maior $k.c$ ut patet.



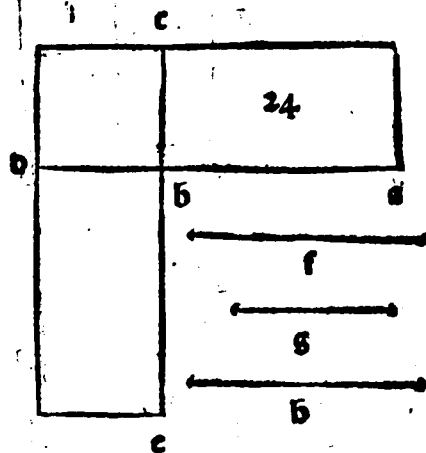
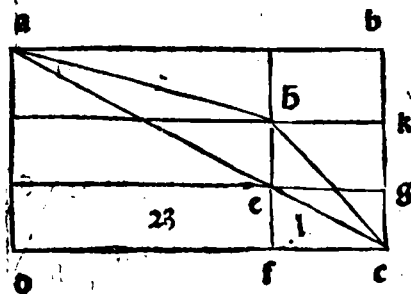
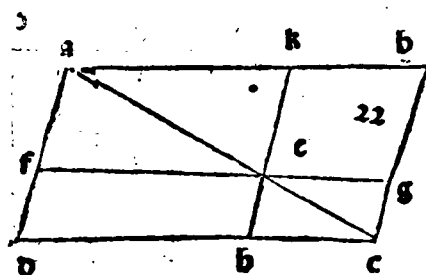
Propositio .24.

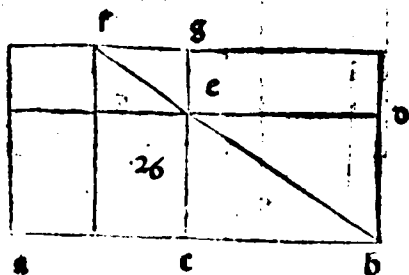
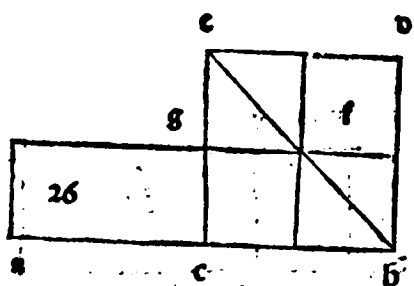
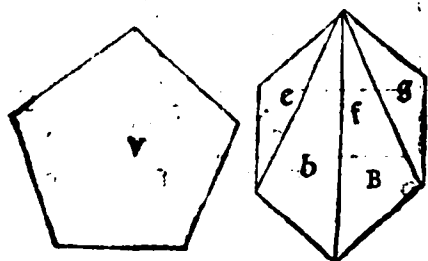
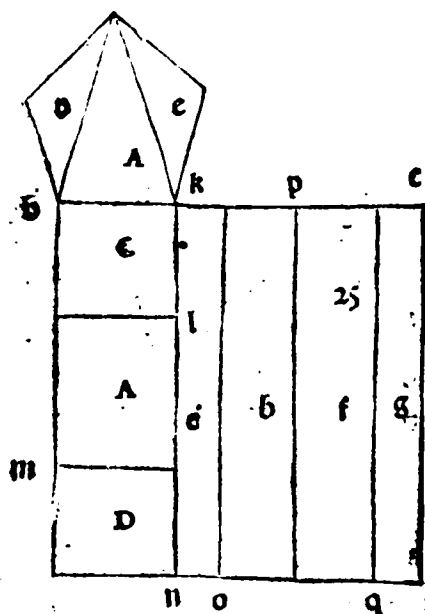
Quoniam duarum superficierum equidistantium laterum quarum unus angulus unius unius angulo alterius equalis proportio alterius ad alteram est que producit ex duabus proportionibus suis laterum duos equos angulos continentium.

¶ Sint due superficies equidistantium laterum $a.z$ & $c.d$ sitque angulus b unius equalis angulo d alterius: dico quod proportio unius ad alteram producta est ex proportionibus $a.b$ ad $b.d$ & $f.c$ ad $b.e$. ¶ Disponam enim has duas superficies penitus sicut dispositas in. 13. huius adiecto ad unam quod parallelogramum $c.d$. ¶ Et ponam ut proportio lineae f ad lineam g sit sicut $a.b$ ad $b.d$ & $f.g$ ad b sicut $c.b$ ad $b.e$. Qualiter enim hoc fiat dictum est supra. 10. huius: eritque per primam huius & 11. quinti $a.c$ ad $c.d$ sicut $f.a$ ad g & $c.d$ ad $d.e$ sicut g ad h quare per. 22. quinti erit in eadem proportionalitate $a.c$ ad $d.e$ sicut $f.a$ ad h & quia $f.a$ ad h producit ex f ad g & g ad h ut dictum est in fine expositionis. a. diffinitionis quinti erit ut $a.c$ ad $d.e$ producat ex eisdem: quare constat propositum.

Castigator.

b. ¶ $d.a$ & $c.e$ erunt linea una propter hypothesin in angulis & cum in. 13. superius adducta per. 15. primi & ista facit ad. 7. duodecimi. ¶ Nota qualiter. 10. huius applicetur huic. 24. Nam ibi dicitur quod si tribus lineis propositis velimus quartam inuenire ad quam tertia se habeat sicut prima ad secundam &c. Et ideo in ista dispositione habet tres lineas. primam. f ad





g. secundā g. ad. h. tertiā sicut. c. b. ad. b. e. quē quidem. h. sic p. 10. Inuenta est. qm habes iter alias lineas uidelicet. c. b. primā ad. e. b. secundam. g. tertiā cui. g. tertiē inuenta est. h. quarta ad quā ipsa. g. tertiā se habet in p. portione. sicut. c. b. primā ad. e. b. secundam. ut patet in ista figura ad modū decime predicte disposita.

Propositio 25.



Alte superficies similem aliq. propositae equalem designare.

¶ Sint ppositae due superficies rectilinee. A. pentagona. B. exagona. uolo facere etiam superficiem similem. a. et equalem. b. ¶ Vtrāq. propositarū superficiū resoluo in triangulos. ¶ A. quidem in triangulos. c. a. d. ¶ B. uero in triangulos. e. b. f. g. ¶ Super basim superficiē. a. quē sit. h. k. constituo fm doctrinā 44. primi superficiem equidistantium laterum rectangulam equalem. c. quē sit. h. l. ¶ l. m. equalem. a. ¶ m. n. equalem. d. ut sit tota superficies equidistantium laterum. h. n. constituta super basim. h. k. et qualis pethagono. a. ¶ Eodem modo super lineam. k. n. quē est fm latus huius superficiē constituo aliam superficiem rectangulā equalem exagono. b. quia factio. k. o. equalem. e. f. o. p. equalem. b. ¶ p. q. equalem. f. ¶ q. r. equalem. g. ut sit tota rectangula superficies. n. r. equalis exagono. b. ¶ Et pono per. 9. huius lineam. s. t. proportionalem inter lineam. h. k. et lineam. k. r. et super eā fm doctrinā 19. huius constituo superficiem. u. similem superficiē. a. dico ipsam esse quā querimus et equalem superficiē. b. ¶ Cum enim tres lineae. h. k. s. t. et k. r. sint continue proportionales. et super primā et secundam sint constitutae superficies similes uidelicet. a. et u. erit per correlat. 17. huius. a. ad. u. sicut. h. k. ad. k. r. quare per primam huius sicut. h. n. ad. n. r. ¶ Et ideo p primam partem septime quinti sicut. a. ad. n. r. ¶ Et pp hoc per secundam partem eiusdem sicut. a. ad. b. itaq. p secundam partem. 9. quinti. u. est equalis. b. quod ē ppositū. ¶ Quod etiam possumus ex permutata pportione latere facile pbare quia cum sit. a. ad. n. sicut. h. n. ad. n. r. erit permutatim a. ad. h. n. sicut. u. ad. n. r. ¶ Et quia. a. est equalis. h. n. erit. u. equalis. n. r. ¶ Et. u. est etiam equalis. b. per hanc cōmūnem scientiam quēcūq. triū et eīdem sunt equalia inter se sunt equalia. ¶ Nō est autē necessarium ut superficies. h. l. l. m. f. m. n. equidistantium laterū equales triangulis. c. a. d. aut superficies. k. o. o. p. p. q. f. q. r. equales triangulis. e. b. f. g. sint rectangulae sed ut angulus extrinsecus superficiē. l. m. sit equalis angulo intrinseco superficiē. d. b. et extrinsecus. m. n. intrinseco. m. l. ¶ Similiter quoq. ut extrinsecus superficiē. k. o. sit equalis intrinseco superficiē. h. n. et extrinsecus. o. p. intrinseco. k. o. sicut. de ceteris. ¶ Cum enim sic fuerit erit utraq. linearū. k. n. et sibi opposita. h. m. itemq. b. r. et sibi opposita. n. q. linea una per ultimam partem. 19. primi et per. 14. eiusdem quod eū oportuerit equaliter repetitas. ¶ Propter id qd oēs superficies. h. l. l. m. f. m. n. itemq. k. o. o. p. p. q. f. q. r. sunt equidistantiū laterum et angulus extrinsecus cuiusq. sequētis est equalis intrinseco eā precedentis quare due superficies. h. n. et n. r. erūt equidistantiū laterū et inter lineas equidistantes et equalis altitudinis. Cetera ergo argue ut prius.

Propositio 26.



Et per dimidiū datelineae parallelogramū designatū maius ē opalellogramo cui datelineae applicata deest ad cōplectionē lineae simile et super diametrum cōstans super dimidium collocati.

¶ Sit data linea. a. b. sup cuius dimidiū. e. b. cōstituat parallelogramū. c. d. cuius diameter. b. e. et ad lineā. a. b. applicet parallelogramū. a. f. cuius unū latus fecerit. e. c. in pūcto. g. ita qd ad cōplementū totius lineae. a. b. desit superficies. f. b. quē sit similis superficiē. c. d. et consistēs circa diametrum eius. dico tūc qd parallelogramū. c. d. ē maius parallelogramo. a. f. ¶ Est enim p primā huius. a. g. equale. g. b. et per. 43. primi. c. f. equale. f. d. ergo p hāc cōmū scientiā si equalibus eglia addas et c.

gnomo constans ex tribus parallelogramis que sunt. c. f. f. b. f. d. c. q. li parallelogramo. a. f. quare parallelogramu. c. d. e. maius parallelogramo. a. f. in parallelogramo. e. f. q. d. est propositu. ¶ I de etiā eset si si perficies. a. f. fieret altior superficies. c. d. ut uidere potes in secunda figura in q. etiam per primam huius. a. g. est equale. g. b. demptis itaq. utriq. duobus supplementis superficiei. f. b. excedet parallelogramum. c. d. parallelogramum. a. f. in parallelogramo. f. e.

Castigator

a ¶ Tunc eet conuerso quia parallelogramo. a. f. linee. a. b. applicato de est ad cōplectionem totius linee parallelogramum. f. b. quod quidē ē maius. c. d. super dimidium collocato. ¶ sunt similia ex. 22. huius. q. d. f. b. non consistit super diametru collocati super dimidiu uidelicet. c. d. imo ipsu. c. d. consistit super diametru illius. f. b. quod ad cōplementu linee deest ut patet. Ex ideo cōclusio ista. 26. uidet sub disūctione intelligi. s. cui date linee applicato ad cōplectionem linee deest simile parallelogramu consistens super diametru a super dimidium collocati uel super cuius diametru consistit illud sup dimidiu collocati: ut in illa scda figura euidenter apparet in qua. c. d. consistit super diametru. f. b. f. c. q. d. ē cōuerso mō.

Propositio 27

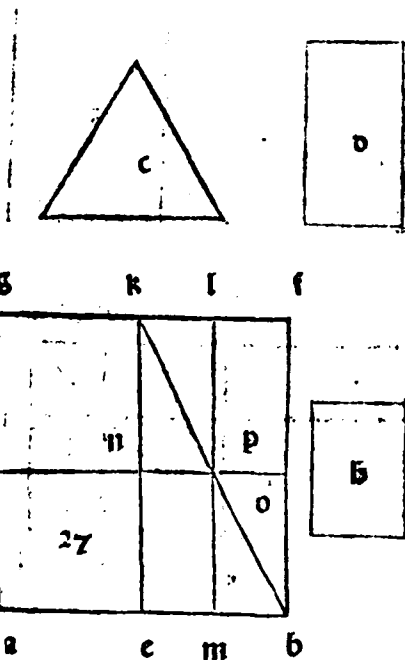


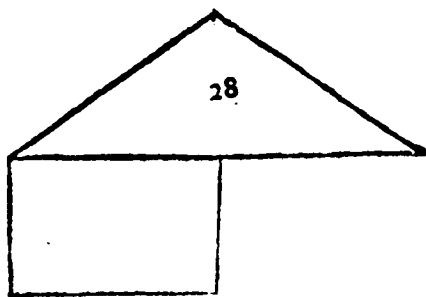
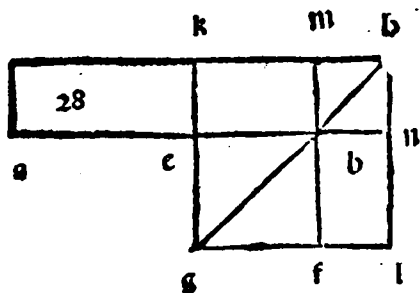
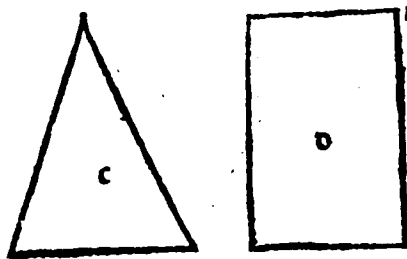
¶ Bilatera superficie proposita equum ei super qua libet assignata linea parallelogramu designare cui desit ad complendam lineam alij super ficiei propositae simile parallelogramum quod fm eiusdes suū ēē parallelogramo super dimidium date linee collocato minime maius existat.

¶ Sit assignata linea. a. b. f. propositus triangulus. c. propositumq. parallelogramum. d. uolo super linea. a. b. designare parallelogramum equale triangulo. c. ita q. desit ad complendam lineam. a. b. parallelogramum simile. d. ¶ sit ita conditionatum. q. triangulus. c. non sit maior parallelogramo simili. d. collocato super dimidium linee. a. b. alioquin ad impossibile laboraretur per premisam. ¶ Diuido igitur lineam. a. b. per equalia in puncto. e. f. fm doctrinam. 19. huius i super eius medietatem e. b. constituo parallelogramum. e. f. simile. d. ¶ complebo super totam lineam. a. b. parallelogramum. b. g. ¶ Quia igitur. c. non est maior parallelogramo. e. f. sed equalis ei aut minor sicut posuim est. ¶ Si fuerit ei equalis erit parallelogramum. e. g. quale intenditur per. 36. primi coadiuuante prima pte. 9. quinti: ¶ per disūctionē similitum superficierum ¶ 10. huius ¶ Si autem minor sit minor in superficie aliqua cui equalis ¶ similis. d. fiat fm doctrinam. 15. huius que sit. h. eritq. h. similis. e. f. per 10. huius. quare per conuersionem disūctionis equiangulari sibi ¶ proportionalium laterum. ¶ Protraham igitur in parallelogramo. e. f. diametrum. b. k. ¶ ressecabo latera. k. f. f. e. h. superficiei. e. f. ad mensuram laterum superficiei. h. protrahis lineis. i. m. f. n. o. equidistantibus lateribus superficiei. e. f. secantibus se in puncto. p. ut superficies. k. p. sit equalis ¶ si milis superficiei. h. ¶ Erig. per. 23. huius punctum. p. in diametro. k. b. ¶ Protraham itaq. o. n. usq. ad. a. g. dico parallelogramum. a. p. ēē quale proponitur. ¶ Deest enim sibi ad complementum linee. a. b. parallelogramu. p. b. q. d. per. 22. f. 10. huius est simile parallelogramo. d. Sed ipm etiam parallelogramum. a. p. est equale triangulo. c. Est enim per primā huius. a. n. equale. n. b. ergo per. 43. primi ¶ hanc communem scientiam si equalibus equalia addas ¶ parallelogramum. a. p. est equale gnomo ¶ 21. n. b. l. ¶ quia iste gnomo est equalis triangulo. c. propter id quod parallelogramum. e. f. posuim fuit ēē maius triangulo. c. in parallelogramo b. quod est equale parallelogramo. k. p. patet propositum.

Castigator

a ¶ Quia premisa ondit omne parallelogramum collocatum super dimidium date linee esse maius eo cui date linee applicato deest ad com





plectionem totius lineamentum parallelogramum simile illi sup dimidium collocato consistens super diametrum eiusdem. Et ideo in casu si triangulus esset maior parallelogramo simili. d. collocato sup dimidium date linee esset impossibile designare unum parallelogramum equale trigono. c. cui applicato date linee deesset unum parallelogramum simile. d. quado parallelogramum deficiens ad completam lineam esset super diametrum collocatum: quoniam tale est maius illo: Et sic ad impossibile laboraretur patet quoniam semper oportet quod parallelogramum date linee applicatum sit minus illo super dimidium collocato. Et non maius. Et c. **¶** Quia p. 36. primi. e. g. equatur. e. f. Et per ypoth. et triangulus. e. equatur eidem. e. f. cum dicatur si fuerit ei equalis: Et ideo per primam partem. 9. quinti. e. g. ad. e. f. sicut trianguli. c. ad idem. e. f. quia utriusque proportio equalitatis. Et ideo cum utriusque ad idem sit una proportio per dictam. 9. illa duo sunt equalitatis. Delicet. e. g. Et triangulus. c. cetera sequuntur per diffinitionem. Et c. huius.

Propositio 28.



Per datam lineam date superficiem trilateram equalem parallelogramum constituitur: quod addat super complementum date linee superficiem equidistantium laterum date superficiem equidistantium laterum similis.

¶ Sit ut prius data linea. a. b. Et datus triangulus. c. d. et quod parallelogramum. d. uolo super lineam. a. b. constituitur parallelogramum equale triangulo. c. quod addat super totam lineam. a. b. parallelogramum simile. d. **¶** Diuido lineam. a. b. per equalia in puncto. e. Et super eius medietatem. e. b. facio. e. f. similem. d. fin quod docet 19. huius. **¶** Et fin doctrinam. 35. huius. facio. k. l. cuius diametrum. g. h. similem. d. Et equalem duabus superficiibus. e. f. Et c. **¶** Erunt. per. 30. huius. k. l. similis. e. f. **¶** Superposita igitur superficie. k. l. superfici. e. f. ita quod ambe communicent in angulo. g. erit per. 23. huius superficies. e. f. consistens circa diametrum superfici. k. l. quare punctum. b. est in diametro. g. h. **¶** Complebo igitur parallelogramum. a. h. quod dico esse quale proponitur. **¶** Quod constat per tractis lineam. f. b. usque ad. m. Et lineam. e. b. usque ad. n. **¶** Est enim per primam. 36. primi huius. a. k. equale. k. b. Et ideo per. 43. primi est etiam equale. n. f. addito ergo utrique. e. h. erit per communem scientiam. a. h. equale gnomoni. e. h. f. **¶** Sed iste gnomon est equalis triangulo. c. quia parallelogramum. k. l. positum fuit equale duabus superficiibus. e. f. Et c. f. ergo parallelogramum. a. b. est equale. c. Et addit ad complementum lineam. a. b. parallelogramum. m. n. quod per. 22. Et. 30. huius est simile parallelogramo. d. quare constat perfectum esse quod uolumus. Possumus autem ad lineam datam adiungere parallelogramum equale non solum trilaterae superficiem posite. sed et cuilibet rectilinee figure propositae quaecumque ipsa fuerit cui desit ad complendam lineam datam superficies similis superficiem equidistantium laterum propositae: sicut docet praemissa obiecta conditione eius ne laboretur ad impossibile per ante praemissam. **¶** Vel quod addat ad complendam lineam superficiem equidistantium laterum similem superficiem propositae: sicut proponit conclusio praesens. **¶** Propositam enim superficiem cui equale parallelogramum debet ad lineam datam adiungi quod addat aut diminuat ad complementum lineae parallelogramum simile parallelogramo dato: resolvemus in triangulos. Et ipsis mediantibus describemus superficiem equidistantium laterum totalem superficiem propositae equalem. **¶** Hoc autem qualiter fiat: Et si scire uolueris. require. 35. huius. **¶** Ceterum super duplicem basim eius equalis altitudinis triangulum constituemus quem si. 44. primi diligenter inspexeris parallelogramo prius designato inuenies esse equalem quare Et superficiem propositae. **¶** Huic ergo triangulo si equale parallelogramum ad lineam datam adiunxeris quod addat ad complementum lineae aut minuat parallelogramum simile parallelogramo dato secundum quod docet haec Et praemissa: quod propositum erat te perficere non dubites.

Propositio. 29.



Itemlibet lineam propositam secundum proportionem habentem medium. duosque extrema secare.

Sit proposita linea. a. b. quolo dividere secundum proportionem habentem medium & duo extrema. **E**x ipsa describo quadratum. b. c. & ad eius latus. a. e. adiungo sim quod docet premisa parallelogrammum. e. d. equale quadrato. b. c. & addat ad complementum linee. a. c. parallelogrammum. a. d. & sit simile. b. c. **S**itq. latus parallelogrammum. c. d. quod equidistat. a. c. d. & secet lineam. a. b. in puncto. f. dico lineam. a. b. esse divisam in puncto f. sicut proponitur. **E**st enim. a. d. quadratum propter id quod est simile. b. c. **Q**uare. a. f. est equale. f. d. **S**ed & f. e. est equalis. a. b. propter id quod est equalis. a. c. per 34. primi. **E**t quia. c. d. est equale. b. c. dempto utriusq. c. f. erit a. d. equale. e. b. & angulus. f. unus angulo. f. alterius ergo p. 13. huius latera sunt mutuelesia. **E**rgo. e. f. ad. f. d. sicut. a. f. ad. f. b. **E**t quia. e. f. est equalis. a. b. & f. d. a. f. erit. a. b. ad. a. f. sicut. a. f. ad. f. b. **E**rgo per diffinitionem est divisa ut proponitur. **I**dem etiam potest demonstrari ex. n. secundi. **D**ividatur enim. a. b. in puncto. f. sim quod docet. n. secundi sitq. e. b. quod continetur sub tota. a. b. & eius pte. f. b. ita q. f. e. sit equalis. a. b. & a. d. sit quadratum. a. f. **E**st itaq. per predictam. n. secundi. e. b. equale. a. d. **Q**uod restat arguere ut prius per 13. huius. **V**el sic cum. a. b. sit divisa in puncto. f. secundum quod docet. n. secundi. quod sit ex. a. b. prima in. f. b. tertiam est equale quadrato. a. f. secundum de. ergo per secundam partem. 16. huius proportio. a. b. prime ad. a. f. secundam est sicut. a. f. secundum de. ad. f. b. tertiam per diffinitionem itaq. divisa est. a. b. ut proponitur. **C**astigator.

Idem ostendit. n. secundi sub aliis verbis. & unum ex correlariis. 16. non in numeris & 16. tertii decimi indifferenter in linea & numero & in. 10. quarti decimi valde ab omnibus philosophis commendatur talis divisio.

Propositio 30.



Ifuerint duo trianguli super unum angulum constituti quorum duo latera angulum illum continentia duobus alijs eorum lateribus equidistant. fuerintq. illa quatuor latera secundum equidistantiam relata proportionalia. illos duos triangulos super unam lineam rectam constitutos esse necesse est.

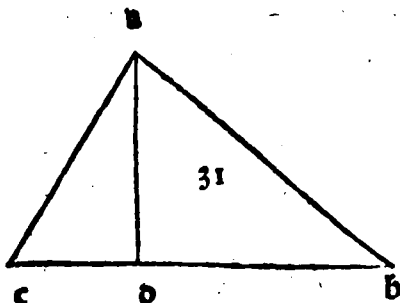
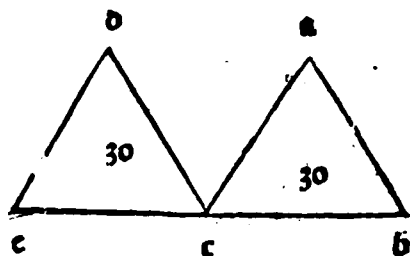
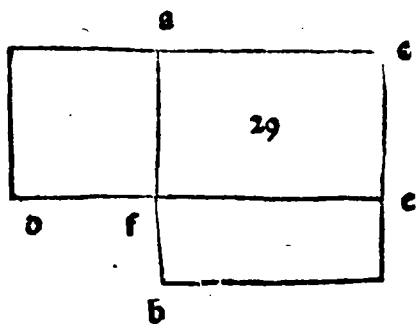
Sint duo trianguli. a. b. c. d. c. e. constituti sup angulum. a. c. d. sitq. a. c. equidistant. d. e. f. d. e. a. b. & sit proportio. a. c. ad. d. e. sicut. a. b. ad. d. c. dico q. due bases eorum. b. c. & c. e. sint linea una. **E**st enim angulus. a. equalis angulo. d. quia uterq. eorum est equalis angulo. a. c. d. per primam partem. 29. primi **I**gitur per presentem ypothe. & 6. huius ipsi trianguli sunt equianguli. & angulus. b. est equalis angulo. d. c. e. & angulus. a. c. b. angulo. e. quare per 31. primi tres anguli qui sunt. ad. c. sunt equales duobus rectis ipsi enim equantur tribus angulis utriuslibet duorum triangulorum. **E**rgo per 14. primi. b. e. est. linea una: quod est propositum.

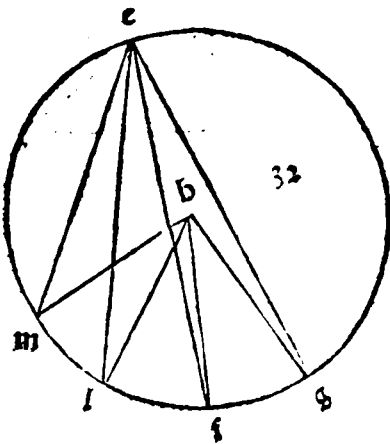
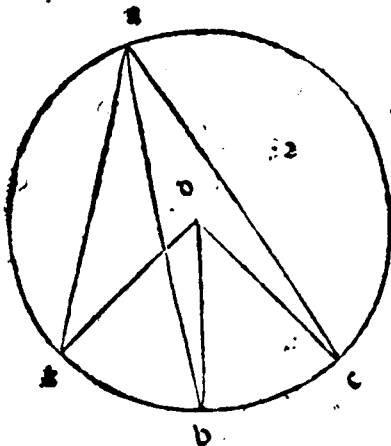
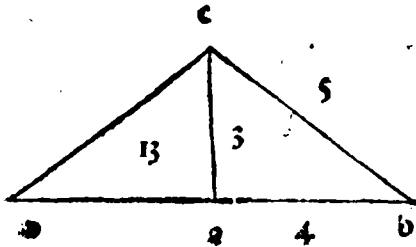
Propositio. 31.



In omni triangulo rectangulo superficies lateris q. subtenditur angulo recto equalis est superficies duorum laterum angulum rectum continantium pariter acceptis. cum fuerint similes ei lineae ratione & creatione.

Quod pponit penultima pmi de superficiebus qdratis & ponit hec penultima sexti de omnibus superficiebus similibus. unde hec est illa tanto universalior quanto superficies laterata qdrato. **S**it itaq. triangulus rectangulus. a. b. c. cuius angulus. a. sit rectus dico q. superficies constituta super latus. b. c. est equalis duabus superficiebus constitutis super. a. b. & a. c. cum omnes tres superficies fuerint similes in figura & situ.





¶ Ducam perpendicularem. a. d. ad lineam. b. c. eritq. per secundam partem correl. 8. huius proportio. b. c. ad. c. a. sicut. c. a. ad. d. c. f. c. b. ad. b. a. sicut. b. a. ad. d. b. ¶ Si itaq. super quamlibet trium linearum. b. c. c. a. f. a. b. fiat superficies similis aliis i figura f. sim. erit per correl. 7. huius proportio superficiem constitute super. b. c. primam. ad constitutam super. c. a. f. c. a. b. sicut. b. c. prime ad. d. c. tertiam. f. item eiusdem superficiem constitute super. b. c. primam ad constitutam si per. a. b. secundam sicut. b. d. prime ad. d. b. tertiam per idem correl. ¶ Quare per conuersam proportionalitatem superficiem. a. c. ad superficiem. c. b. sicut. c. d. ad. c. b. ¶ Et si militer superficiem. a. b. ad. superficiem. b. c. sicut. b. d. ad. b. c. ¶ Et ponatur a. c. prima f. c. b. secunda f. quarta f. c. d. superficies tertia. f. a. b. superficies quinta. f. b. d. superficies sexta. f. arguatur per. 24. quinti quod proportio superficiem constitute super. b. c. ad duas superficies constitutas super. a. a. f. a. b. simul est sicut. b. c. ad. c. d. f. d. b. simul. ¶ Quia igitur b. c. est equalis duabus lineis. c. d. f. d. b. simul sumptis. erit superficies constituta super. b. c. equalis duabus superficiem constitutis super. c. a. f. a. b. simul sumptis quod est propositum. ¶ Conuersam quoq. huius possumus facile demonstrare per modum demonstrationis ultime primi. ¶ Si itaq. in triangulo. a. b. c. sitq. superficies constituta super. b. c. equalis duabus superficies constitutis super duas lineas. a. b. f. a. c. sibi similibus. dico q. angulus. a. est rectus. ¶ Ponam enim triangulum. c. a. d. rectum. f. lineam a. d. equalem. a. b. f. claudo superficiem ducta linea. d. c. eritq. per hac. 24. superficies constituta super. c. d. equalis duabus constitutis super duas lineas. c. a. f. a. d. sibi similibus. quare etiam constituta super. b. c. sibi similis. hec enim posita est equalis duabus constitutis super a. b. f. a. c. sibi similibus erit ergo linea. b. c. equalis. c. d. quare per. 8. primi angulus. a. est rectus quod est propositum. ¶ **Propositio 32.**



In circulis equalibus supra centrum siue supra circumferentia anguli consistat erit angulorum proportio tam q. proportio arcuum illos angulos suscipientium.

¶ Sint circuli. a. b. c. cuius centrum. d. f. e. f. g. cuius centrum. h. e. q. l. e. sup. quoz. c. e. tra. h. a. t. duo anguli. b. d. c. f. h. g. ¶ Et si per eorum circumferentias alii duo qui sunt. b. a. c. f. f. e. g. dico q. proportio angulorum tam eorum qui sunt super centra q. eorum q. super circumferentias est sicut arcus. b. c. ad. arcu. f. g. ¶ Continuo. bo. n. illis duobus arcibus alios arcus e. q. l. s. siue scdm eundem numeru. siue scdm diuersos. ¶ Sitq. arcus. k. b. e. q. l. s. b. c. f. uterq. duoz. arcu. l. m. f. f. l. e. q. l. s. f. g. ¶ Et pducam lineas. k. d. k. a. m. h. l. h. m. e. f. l. e. ¶ Eruntq. p. 26. tertii anguli q. sunt ad. d. adiuicte e. q. l. s. ¶ Similiter quoq. f. qui sunt ad. h. adiuicte e. q. l. s. Id e. de his q. sunt ad. a. f. de his q. sunt ad. e. ¶ Sicut igitur arcus. k. c. est multiplex arcus. b. c. ita angulus. k. d. c. anguli. b. d. c. ¶ Et angulus. k. a. c. anguli. b. a. c. Similiter sicut arcus. m. g. e. multiplex arcus. f. g. ita angulus. m. h. g. anguli. f. h. g. f. angulus. m. e. g. anguli. f. e. g. ¶ Sed si arcus. k. c. est e. q. l. s. arcui. m. g. angulus. k. d. c. est e. q. l. s. angulo. m. h. g. f. angulus. k. a. c. angulo. m. e. g. f. si maior maiores. f. si minor minores p. 26. tertii. ¶ Per diffinitionem itaq. in corinthe proportionalitatis proportio arcus. b. c. ad arcu. f. g. est sicut anguli. b. d. c. ad angulu. f. h. g. f. sicut anguli. b. a. c. ad angulum. f. e. g. q. d. est ppositu. Id e. intellige in eod. circulo.

¶ **Castigator.**

¶ Hoc nō dicit explicite sed sequitur ad illā pbata e. q. l. tate quē ad modum diximus supra in prima huius de. 36. primi adducta ita accidit in. 26. tertii sunt. n. quatuor quatitates angulus. b. d. c. p. ma angulus. f. h. g. secda arcus. b. c. tertia arcus. f. g. quarta f. a. d. p. nam f. tertia sumpta sunt e. q. l. s. multiplicia uidelicet dupla. s. angulus. k. d. c. f. arcus. k. c. f. ad. scdm angulus. m. h. g. triplus ad angulu. f. h. g. f. arcus. m. g. triplus ad arcu. f. g. q. nam ergo per dictam diffinitionem in corinthe ppor. f. sic de aliis angulis ad. a. f. e. f. arcibus eundem.

¶ **Explicit liber sextus.**

Septimius Euclidis liber de numeris et eorum adinuicem proportionibus et proportionalitatibus. ex optima Campani traductione. Magistro Luca Paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Monachum Castigatore accuratissimo. Incipit.



Vitas est qua una quaeque res una dicitur. 2. **N**umerus est multitudo ex unitatibus composita. 3. **N**aturalis series numerorum dicitur in qua secundum unitatis additionem fit ipsorum computatio. 4. **D**ifferentia numerorum appellatur numerus quo maior habundat a minore. 5. **N**umerus primus dicitur qui sola unitate metitur. 6. **N**umerus compositus dicitur quem alius numerus metit. 7. **N**umeri contra se primi dicuntur qui nullo numero excepta sola unitate numerantur. 8. **N**umeri adinuicem compositi siue communicantes dicuntur quos alius numerus communitas metitur nulliusque eorum est ad alium primus. 9. **N**umerus per alium multiplicari dicitur qui toties sibi coaceruatur quotiens in multiplicante est unitas. 10. **P**roductus vero dicitur qui ex eorum multiplicatione crescit. 11. **N**umerus alium numerare dicitur qui aliquem multiplicatus illum producit. 12. **P**ars est numerus numeri minor maioris cum minor maiorem numerat. Et qui numeratur numeratus multiplex appellatur. 13. **D**enominans est numerus secundum quem pars sumitur in suo toto. 14. **S**imiles dicuntur partes quae ab eodem numero denominantur. 15. **P**rima simpla numeri pars est unitas. 16. **Q**uasi duo numeri partes habuerint eodem tot partes maioris dicitur esse minor quotiens eadem pars fuerit in minore. tunc vero quotiens ipsa fuerit in maiore. 17. **N**umeri ad numerum dicitur proportio minoris quidem ad maiorem in eo quod est maioris pars vel partes. Maioris vero ad minorem secundum quod eum continet et eius partem vel partes. 18. **C**um fuerint quotlibet numeri continue proportionales dicitur proportio primi ad tertium sicut primi ad secundum duplicata. ad quartum vero triplicata. 19. **C**um continue fuerint eodem vel diuerse proportionales dicitur proportio primi ad ultimum ex omnibus composita. 20. **D**enominatio dicitur proportionis minoris quidem numeri ad maiorem pars vel partes ipsius minoris. quae in maiore sunt. Maioris autem ad minorem totum. vel totum et pars vel partes. prout maior superfluit. 21. **S**imiles siue una alij eadem dicuntur proportionales quae eandem denominationem recipiunt. Maior scilicet quae maior. Minor autem quae minorem. 22. **N**umeri vero quorum proportio una. proportionales appellantur. 23. **T**ermini siue radicis dicuntur quibus in eadem proportionis minoribus fieri impossibile est. 24. **P**etitiones sunt quatuor. **C**uiuslibet numero quotlibet possit sumi equales prout liberi. vel multiplices. 2. **Q**uotlibet

meri contra se primi dicuntur. qui nullo numero excepta sola unitate numerantur. 8. **N**umeri adinuicem compositi siue communicantes dicuntur. quos alius numerus communitas metitur nulliusque eorum est ad alium primus. 9. **N**umerus per alium multiplicari dicitur qui toties sibi coaceruatur. quotiens in multiplicante est unitas. 10. **P**roductus vero dicitur qui ex eorum multiplicatione crescit. 11. **N**umerus alium numerare dicitur qui aliquem multiplicatus illum producit. 12. **P**ars est numerus numeri minor maioris cum minor maiorem numerat. Et qui numeratur numeratus multiplex appellatur. 13. **D**enominans est numerus secundum quem pars sumitur in suo toto. 14. **S**imiles dicuntur partes quae ab eodem numero denominantur. 15. **P**rima simpla numeri pars est unitas. 16. **Q**uasi duo numeri partes habuerint eodem tot partes maioris dicitur esse minor quotiens eadem pars fuerit in minore. tunc vero quotiens ipsa fuerit in maiore. 17. **N**umeri ad numerum dicitur proportio minoris quidem ad maiorem in eo quod est maioris pars vel partes. Maioris vero ad minorem secundum quod eum continet et eius partem vel partes. 18. **C**um fuerint quotlibet numeri continue proportionales dicitur proportio primi ad tertium sicut primi ad secundum duplicata. ad quartum vero triplicata. 19. **C**um continue fuerint eodem vel diuerse proportionales dicitur proportio primi ad ultimum ex omnibus composita. 20. **D**enominatio dicitur proportionis minoris quidem numeri ad maiorem pars vel partes ipsius minoris. quae in maiore sunt. Maioris autem ad minorem totum. vel totum et pars vel partes. prout maior superfluit. 21. **S**imiles siue una alij eadem dicuntur proportionales quae eandem denominationem recipiunt. Maior scilicet quae maior. Minor autem quae minorem. 22. **N**umeri vero quorum proportio una. proportionales appellantur. 23. **T**ermini siue radicis dicuntur quibus in eadem proportionis minoribus fieri impossibile est. 24. **P**etitiones sunt quatuor. **C**uiuslibet numero quotlibet possit sumi equales prout liberi. vel multiplices. 2. **Q**uotlibet

numero aliquē quālibet sumere posse maior. 3. **C** Serē meroū in infinitum posse procedere. 4. **C** Nullū numerū in infinitum posse diminui. 1. **C** Cōmunes animi conceptiones sunt decē. 1. **C** Annis pars minor est suo toto. 2. **C** Quicūq; eiusdē siue equaliū fuerint eque multiplices. ipsi quoq; erūt eq̄les. 3. **C** Quibus idē numerus eque multiplex fuerit. siue quorum eque multiplices fuerint equales. 7 ipsi etiam erūt equales. 4. **C** Omnis numeri pars est vnitas ab ipso denominata. 5. **C** Omnis pars est minor q̄ maiorem h̄s denominationem. maior vero que minorem. 6. **C** Quilibet numerus totus ē ab vnitate. quota pars ipsius est vnitas. 7. **C** Quicūq; numerus in vnitate ducitur. seipsum producit. Vnitas quoq; in quēcūq; ducta pducit eundē. 8. **C** Quicūq; numerus numerat duos. numerat quoq; cōpositū ex illis. 9. **C** Quicūq; numerus numerat aliquē. numerat oēm numeratū ab illo. 10. **C** Quicūq; numerus numerat totū 7 detractum. numerat residuum.

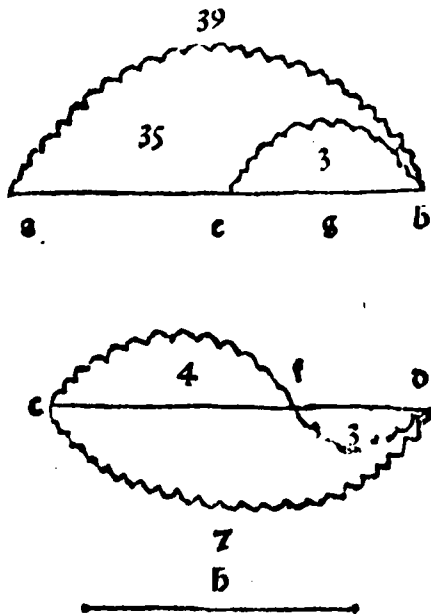
Castigator.

1. **C** Species ille propor. maioris inequalitatis: **C** p consequēs econuerso s. minoris iequalitatis que numero sunt quinq; uidelicet multiplex super particularis suppartiens. Multiplex superparticularis ē multiplex suppartiens ex ista diffi. 10. sumptum denotationē. Nā cū maioris numeri ad minore dicatur totū intelligit multiplex per diffi. 2. quinti. Et ideo pma species dicta multiplex ē cum et maioris ad minorem dicatur totum **C** pars intelligitur totū semel **C** pars unica: **C** tūc secunda spēs dicta supparticularis cū sexqui. **C** et totū **C** pres: **C** tunc tertia spēs dicta suppartiens ē intelligit totū pluries **C** pars unica: **C** tūc q̄rta species dicta multiplex super particularis cū sexqui. **C** etia totum pluries **C** pres: **C** tūc quinta spēs dicta multiplex suppartiens quibus denominationibus preposita li. sub. dicēdo submultiplex sub superparticularis sub suppartiens **C** tot. species minoris inequalitatis numero habebis quot maioris. b **C** Iste cōceptioes in. 10. libro respectu q̄ritarū in genere quasi ad instar quinti: de quibus in illo agitur. allegātur p similes istis ut dicēdo p simile antepenultime: p simile penultime **C** ut patet in expositione. 9. eiusdē **C** scūda. c **C** Proportio dicitur cōponi ex duabus pportionibus q̄n denominatio illius pportionis pducit ex ductu denominationū illarū pportionū unius in alterā vt tellio in sua p̄spectiua. d **C** Boe. 3. musice. cap. 9. dicit unitatē numerū cū dicitur maiores vero sunt numeri tres **C** quatuor minores binarius **C** unitas in maioribus igitur minoris **C** i minoribus maior p̄portio cōtinēt **C** p̄portioes autē pncipaliter in numeris cōsiderant. Idē in. 4. musice. cap. 9. e **C** Qium exēplari diffi. ut. 1. 2. 3. 4. 5. 6. **C** ut. 1. respectu snarii **C** q̄ternariū. ut. 3. 5. 7. 11. 13. 17. **C** sēmp sunt ipares: ut. 4. 6. 8. 12. 14. **C** et ipares: ut. 5. 15. 35. 39. **C** Vt. 11. **C** 13. **C** 17. **C** 19. **C** 23. **C** 27. **C** 31. **C** 37. **C** 41. **C** 47. **C** 53. **C** 59. **C** 67. **C** 71. **C** 79. **C** 83. **C** 89. **C** 97. **C** Contra se primi **C** adinuicē primi idē sportat ut infra uigesima secūda huius apparet. **C** Quōz stat q̄ aliquis sit cōpositus **C** alter nō. **C** q̄ uterq; sit p̄mus: ut ex. 24. infra apparet: **C** q̄ ambo sint cōpositi sed nō adinuicē: ut. 10. **C** 63. **C** Cōicantes aliqui oēs impares. 15. 21. 33. et oēs pares. 2. 8. 30. **C** pars **C** ipars. 15. 24. 33. 36. 64.

Propositio



3 a maiore quorū numerorū. minor detrahatur donec minus eo super sit. Et deinde de minore ipsum reliquū donec minus eo relinquat. Itēq; a reliquo primo reliquū fm quousq; minus eo super sit: atq; in huiusmodi cōtinua detractōe nullus fuerit reliquus: qui ante relictū numeret vsq; ad unitatem: eos duos numeros contra se p̄mōs esse necesse est.



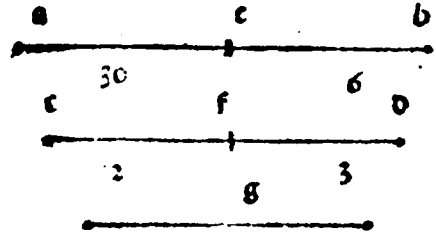
¶ Sint duo numeri. a. b. f. c. d. c. d. minor detrahaturq. c. d. ex a. b. quo-
 tiens potest f. sit residuum. e. b. qui erit minor. c. d. alioquin posset ex ip-
 so adhuc detrahi. c. d. detrahatur f. ipse. e. b. ex c. d. quotiens potest. sitq. re-
 siduum. f. d. sed f. d. detrahatur ex. e. b. quotiens potest f. sit residuum
 g. b. q. sit unitas. dico tunc duos numeros. a. b. f. c. d. esse contra se p̄mos.
 Si enim sunt compositi numerabit eos communiter per diffinitionē ali-
 quis numerus preter unitatem qui sit. b. ¶ Et quia. b. numerat. c. d. nume-
 rabit. a. e. per penultimam conceptionem f. quia idem numerat. a. b. nu-
 merabit etiam. e. b. per ultimam conceptionem. ergo f. c. f. per penultimā.
 quare f. f. d. per ultimam. ergo f. g. e. per penultimam. ergo f. g. b. per ul-
 timam. f. quia. g. b. est unitas sequitur numerum esse partem unitatis vel
 sibi equalem quod est impossibile. ¶ Erunt igitur. a. b. f. c. d. contra se p̄-
 mi quod est propositum. ¶ Quod si duo numeri. a. b. f. c. d. sint contra
 se primi. nō erit in hac mutua detractōne status antequam ad unitatem
 perveniant. Et est istud conversum eius quod auctor proponit. ¶ Si au-
 tem in hac mutua detractōne fuerit status anteq̄ perveniantur ad unitatē
 sit ut. g. b. sit numerus qui detrahatur ab. f. d. f. nihil sit residuum. igitur. g.
 b. numerat. f. d. ergo per penultimam cōceptionem numerat f. e. g. f. ga
 etiam numerat seipsum numerabit per antepenultimam cōceptionē to-
 tum. e. b. ergo per penultimam numerat. c. f. sed ostensum est prius q̄ nu-
 merat. f. d. ergo per antepenultimam numerat totum. c. d. quare p̄ penul-
 timam numerat. a. e. f. quia ostensum est prius q̄ etiam numerat. e. b. sequi-
 tur per antepenultimam ut etiam numeret. a. b. quia igitur numerus. g. b.
 numerat utrumq. duorum numerorum. a. b. f. c. d. numeri. a. b. f. c. d. sunt
 compositi non igitur contra se primi quod est cōtra ypothe. ¶ Per hāc
 ergo iam propositis quibusq. duobus numeris investigamus utrum ipsi
 sint contra se primi. si enim tali facta mutua detractōne perveniantur ad
 unitatem ipsi sunt contra se primi. Si autem sit status anteq̄ perveniantur
 ad unitatem ipsi sunt compositi.

Propositio. .2.



Propositio. .2.
 ¶ Propositis duobus numeris adinvicem compositis maximum numerum cōmunem eos numerā-
 tem invenire. Unde manifestum est quoniam numerus duos numeros numerās numerat nume-
 rum maximum ambos numerantem.

¶ Sint duo numeri compositi. a. b. f. c. d. minor. c. d.
 ¶ Quia ergo numerat eos communiter aliquis numerus per diffinitio-
 nem. nolo invenire maximum numerum eos communiter numerantē.
 Secundum modum f. similitudinem prioris minuo minorem de maio-
 ri quoad possum. videlicet. c. d. de. a. b. f. sit residuum. e. b. ¶ Itemq. e. b.
 de. c. d. quoad possum f. sit residuum. f. d. f. quia huius diminutio nō po-
 test fieri infinites per ultimam petitionem nec potest etiam ad unitatē
 pervenire in proposito per precedentem (quia tunc essent numeri p̄posi-
 ti contra se primi) quod est contra ypothe. ¶ Sit ut cum detraxero. f. d.
 ex. e. b. quoad potero q̄ nihil sit residuum. dico tunc. f. d. esse maximum
 numerum numerantem. a. b. f. c. d. ¶ Quod enim numeret eos patet per
 penultimam f. antepenultimam cōceptionem alternatim quoties oport-
 merit repetitas sicut in demonstratione converse precedentis. ¶ Numerat
 enim. f. d. e. b. quia cum ab ipso detrahatur quoad potest nihil sit residuum
 ergo f. c. f. per penultimam conceptionem ergo f. c. d. per antepenulti-
 mam quare f. a. e. per penultimā igitur f. a. b. per antepenultimā. ¶ Qd
 autem nullus maior. f. d. numeret a. b. f. c. d. sic patet. ¶ Si enim fieri po-
 test sit numerus. g. maior. f. d. numerās utrumq. duorū numerorum. a. b. f.
 c. d. ¶ Quia igitur. g. numerat. c. d. numerabit per penul. concep. a. e. f.
 quia numerat. a. b. numerabit per ultimam. e. b. ergo per penul. numerat
 c. f. f. quia etiam numerat. c. d. numerabit per ultimam. f. d. maior vide-
 licet minorem quod est impossibile. ¶ Ex hoc secūdo p̄cessu liquet correl.



Propositio 3.



Propositis tribus numeris adinuicem compositis maximum numero: uni eos communiter numerantium inuenire.

¶ Priusq̃ hanc tertiam conclusionem demonstramus demonstrandam arbitramur ipsius aĩs uidelicet propositis tribus numeris q̃riter poterimus certificari an ipsi sint adinuicem compositi. ¶ Sint itaq̃ tres numeri. a. b. c. de quibus uolo uidere utrum ipsi sint adinuicem compositi. ¶ Per primam igitur inquirō an duo primi qui sunt. a. b. sint adinuicē primi quod si sic non erit a. b. c. adinuicem compositi. per diffinitionem. ¶ Si autem. a. b. sint adinuicem compositi: sit per precedentem. d. maximus numerus eos numerans: qui si numerat. c. erunt per diffinitionem. a. b. c. adinuicem compositi. ¶ Si autem non numerat ipsum. sed ipsi. c. f. d. quidem sunt contra se primi. non erunt. a. b. c. adinuicem compositi. Nā quicūq̃ numeraret eos numeraret et. d. per correl. precedentis. sed q̃ esset. d. f. c. compositi quod est contra ypothe. ¶ Si autem. c. f. d. sunt compositi erunt etiam. a. b. c. adinuicem compositi. ¶ Sit enim per premisam. e. maximus numerans e. f. d. qui etiam p̃ penul. concep. numerabit. a. b. quare per diffinitionem. a. b. c. sint adinuicem compositi. ¶ Simili quoq̃ modo sciatur p̃positis quolibet pluribus q̃ tribus an omnes sint adinuicem compositi.

¶ Propositis itaq̃ tribus qui sint adinuicem compositi. qui etiam sint. a. b. c. uolo inuenire maximum numerum numerantem omnes. ¶ Sumo fm̃ doctrinam premise. d. maximum numerantem. a. b. qui si numerat. c. ipse est quem querimus. alioquin per correl. precedentis sciretur maiorem numerare minorem. ¶ Si autem non numerat. c. erunt tamen. b. c. e. f. d. adinuicem compositi per ypothe. ¶ correl. precedentis ¶ diffinitionem. ¶ Sit igitur maximus eos numerans. e. dico. e. esse maximum numerantem. a. b. c. ¶ Quod enim eos numeret patet per hanc ult. ypothe. que est ipsum esse maximum numerantem. c. f. d. ¶ per penult. concep. ¶ Et q̃ nullus eo maior numeret eos sic patet. ¶ Sit enim si potest fieri. f. maior. e. qui numeret. a. b. c. qui cum numeret. a. b. numerabit per correl. premise. d. ¶ quia etiam numerat. c. numerabit per idem correl. e. maior uidelicet minorem quod est impossibile. ¶ Non erit igitur numerus aliquis maior. e. numerans. a. b. c. quod est propositum. ¶ Si simili quoq̃ modo inuenietur maximus numerus numerans quolibet plures tribus adinuicem compositos: unde non oportuit Eudidem de pluribus tribus hoc doceres quia idem est modus ¶ ars in tribus ¶ pluribus. ¶ Ex ultimo aut̃ huius demonstrationis p̃cessus possumus et istud correl. huius tertie conclusioni adicere. ¶ Vñ manifestum est q̃ ois numerus numerans quolibet adinuicem compositos: numerat maximum numerantem eos omnes. ¶ et etiā maximos numerantes binos ¶ binos eorum.

Colligato

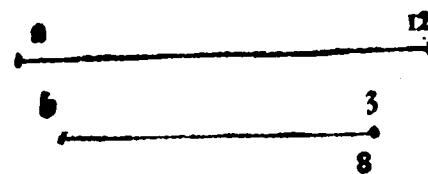
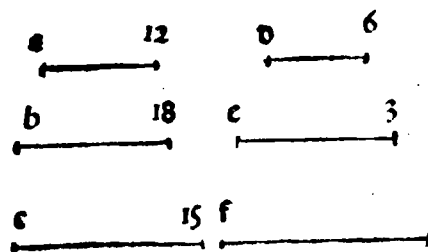
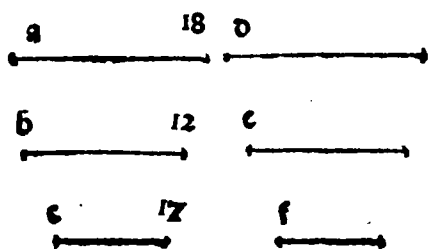
a ¶ Per penultimam conceptionem quia quicūq̃ numerus numeraret c. f. d. numeraret et. a. b. qm̃. d. iam numerat. a. b. ergo p̃ penultimā a. b. c. essent adinuicem compositi. b ¶ Quia cū sint. a. b. c. adinuicem compositi erit aliquis numerus eos cōiter numerans ¶ cū. d. sit maximus numerans. a. b. c. sequitur q̃ ille numerus cōiter numerans illos tres q̃ numeret etiam. d. per correl. precedentis ¶ per consequens. d. f. c. sint etiam adinuicem compositi.

Propositio 4.



Partium duorum numerorum inaequalium minor maioris aut pars est aut partes.

¶ Sint duo numeri. a. b. b. minor. dico q̃. b. est pars uel p̃es. a. Aut. n. b. numerat. a. aut non. ¶ Si numerat pars eius est p̃ diffinitionem. Si non numerat ipsum. aut ergo sunt adinuicem primi aut non: si nō sunt adinuicē primi habebunt per diffinitionem partem cōm̃que quotiens fuerit in. b. tot



partes. a. dicetur esse. b. p. diffinitione. ¶ Si autem sint adinuicem primi quia tri ois numeri p. est unitas ab ipso denominata. patet idē p. unitates.

Propositio .5.



Ifuerint quatuor numeri quorum primus tota pars secundi quate tertius quarti: erunt primus et tertius pariter accepti tota pars secundi et quarti pariter acceptorum quate primus secundi.

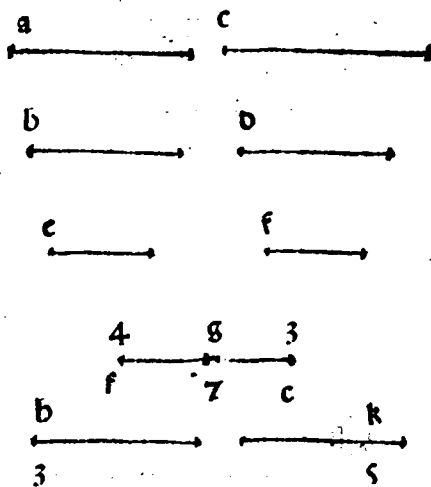
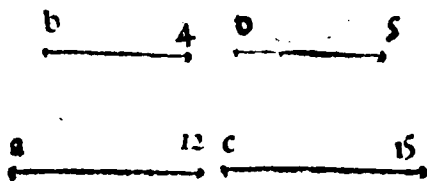
¶ Volens Euclides hos libros de numeris aliquo prece-
dentium nō indigere sed per se ipsos stare partem eius qd
proposuit per primam quinti de quantitibus in genere proponit p. hāc
quitam huius septimi de numeris. ¶ Sint igitur. 4. numeri. a. b. c. d. sitq.
b. tota pars. a. quate. d. c. dico q. b. f. d. pariter accepti sunt tota pars. a. f.
c. pariter acceptorum quate. b. est. a. ¶ Diuisis enim. a. f. c. secundum quan-
titatem. b. f. d. argumentare sicut in prima quinti. ¶ Erunt enim. ut toti-
dem sint partes. a. quot. c. per positionem. ¶ Et ut aggregatum ex prima
parte. a. f. prima. c. sit equale aggregato ex. b. f. d. ¶ Similiter quoq. f. ag-
gregati ex secunda parte. a. f. secunda. c. ¶ Et quia hec aggregatio toties
potest fieri quotiens continetur. b. in. a. sequitur ut numerus equalis ag-
gregato ex. b. f. d. totiens contineatur in aggregato ex. a. f. c. quotiens. b
continetur in. a. quare constat propositum.

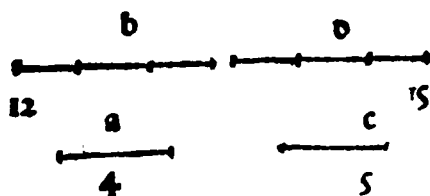
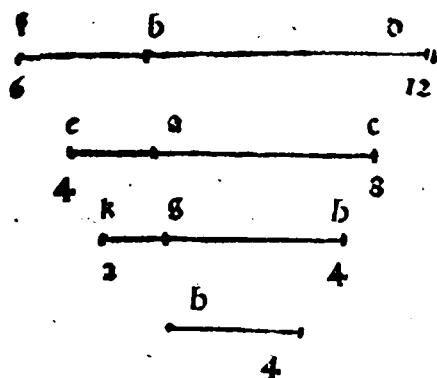
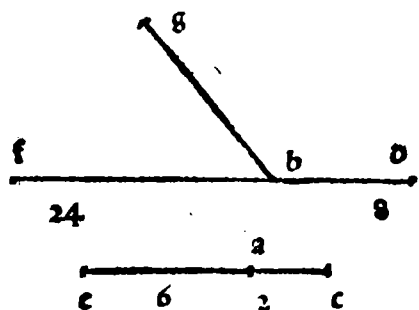
Propositio .6.



Ifuerint quatuor numeri quorum primus tote par-
tes secundi quate tertius quarti: erunt primus et ter-
tius pariter accepti tote partes secundi et quarti pa-
riter acceptorum. quate primus secundi

¶ Quod proposuit premisa de partes proponit ista de p-
tibus. ¶ Sint itaq. ut prius quatuor numeri. a. b. c. d. sitq.
ut. b. sit tot f. tote ptes. a. quot f. quate. d. est. c. dico q. b. f. d. pariter acce-
pti erunt tot f. tote partes. a. f. c. pariter acceptorum. quot f. quate. b. ē. a.
¶ Dico autem tot f. totas: quia partium pluralitas duobus numeris dif-
feritur: quorum alter numerator dicitur alter denominator: ut cum dici-
mus tres quintes ternarius numerati quaternarius denominat. ¶ Quia igitur
ut. b. ē partes. a. sit ut sint partes eius numerate ab. h. f. denominate a. k.
eritq. similiter per positionem. d. partes. c. numerate ab. h. f. denominate
a. k. Vna itaq. partium. b. sit. e. f. una partium. d. sit. f. eritq. per ypothe. e.
pars. b. denominata ab. h. f. pars. a. denominata a. k. ¶ Similiter quo-
q. f. f. erit pars. d. secundum. h. f. pars. c. secundum. k. ¶ Compositus igitur
ex. e. f. sit. g. eritq. per premisam. g. pars. b. f. d. pariter acceptorum
secundum. h. ¶ Itemq. per eandem erit pars. a. f. c. pariter acceptorum
secundum. k. ¶ Quare per. 16. diffinitionem erunt. b. f. d. pariter accepti
partes. a. f. c. pariter acceptorum numerate ab. h. f. denominate a. k. eo
q. eorum communis pars est. g. minoris scdū. h. f. maioris fm. k. f. q.
sic erat. b. a. constat propositum. ¶ Potes autem f. per hanc f. premisam
quod proponit de quatuor numeris ad quotlibet numeros ampliaret q. si
quotlibet numeri minores ad totidē maiores cōparētur fuerintq. singu-
li singulos tota pars aut ptes quate uel quate primus secundi: erūt quoq.
omnes pariter accepti tota pars aut partes omnium pariter acceptorum
quate uel quate primus secundi. quod facile probatur per hanc f. premis-
sam quotiens oportuerit repetitas. ¶ Et si crederemus esse intentionem
Euclidis assumere ex prius demonstratis aliqua ad demonstrationem eo-
rum: que hic proponit ex. 13. quinti: facile demonstrassemus hanc sextam.
Nunc autem quia uidetur oppositum aliter enim superuacue proposuisset
multa de numeris que demonstrata sunt in quinto de quantitibus in
genere. Necesse habuimus propriis uti demonstrationibus tanquam ex
prioribus nihil sumentes: solis huius septimi contenti principiis: propter
quod f. petitiones f. communes animi conceptiones propositi proprias
non inconuenienter huius septimi principio apposuiimus.





Propositio .7.



Si fuerint duo numeri quotus unus alterius pars detrahatur qz ab ambobus ipsa pars: erit reliquus tota pars reliqui quota totus totius.

¶ Quod proponit hic Euclides de numeris proposuit superius in quinta quinti de quantitatibus in genere. ¶ Sit itaqz ut quota pars est totus .a. totius .b. ¶ Totus sit .c. detractus ab .a. detracti .a. b. dico qz tota erit .e. residuus .a. f. residui .b. quota est totus .a. totius .b. ¶ Et hec est quasi conuersa quinte. ¶ Sit enim ppe simiōem .e. tota pars .g. quota .c. est .d. ¶ Eritqz per .s. tota pars .a. compositus ex .g. f. d. quota est .c. d. quare ¶ quota est .a. b. ¶ Igitur per secundam cōceptionem compositus ex .g. f. d. est equalis .b. ¶ Dempto itaqz ab utroqz numero .d. erit .g. equalis .f. quare erit .e. tota pars .f. quota est .a. b. tota nū erat .c. g. qd est propositum.

Propositio .8.



Si a duobus numeris quorum alter alterius partes propositis partes ille subtrahantur: erit reliquus reliqui eadem partes qui est totus totius.

¶ Hec est quasi conuersa sexte. ¶ Vt si sit quot ¶ quote ptes ē totus .a. totius .b. tot ¶ tote .c. detractus ab .a. detracti .a. b. erit .e. residuus .a. tot ¶ tote ptes .f. residui .b. quot ¶ quote est .a. b. ¶ Sit enim .g. una ptiū .a. ¶ Et .b. una ptiū .c. eritqz propter ypoth. g. tota pars .a. quota .h. c. ¶ tota .b. quota .h. d. ¶ Detrahatur igitur .b. de .g. ¶ remaneat .k. eritqz .k. per premisam tota pars .e. quota .g. a. ¶ tota .f. per eandem quota .g. b. ¶ Quia igitur .e. f. habent partem eōdem que est .k. erit per .rō. diffinitionem .e. partes .f. tot quidem quota ptes .k. ¶ tote quota est .k. f. ¶ quia tot ¶ tote erat .a. b. patet ppositum.

Castigator.

¶ Quōiam in casu isto .a. fuit posita due tercie ipsius .b. ¶ cum .g. sit una partium .a. ipse erit una tercia ipsius .b. ¶ erit una medietas ipsius .a. eadē ratione .b. erit medietas .c. ¶ tercia totius .d. nunc sunt duo numeri .g. minor .b. maior .g. est pars .b. sicut .b. d. per premisam .k. residuus .g. est tota pars .f. residui .b. quota .g. totus totius .b. s. tercia que quidem tercia dē nominatur a ternario ¶ iterum .g. est medietas ipsius .a. ¶ .b. detractus .a. g. est medietas .c. detracti .ab .a. sequitur per eandem premisam ut .k. residuus .g. sit medietas .e. residui .a. que quidem medietas dē nominatur a binario ¶ sic .k. est pars communis .f. ¶ .e. ergo per .rō. diffinitionē tot ptes .e. est totius .f. quotiens .k. continetur in .c. ¶ tote quotiens .k. continetur in .f. maiore sed in .f. continetur ter. ¶ in .e. bis ergo sunt due tercie ¶ iō concluditur in fine ¶ quia tot ¶ tote erat .a. b. patet propositum quia possum fuisse qz .a. esset due tercie totius .b. ¶ .c. Parimodo sequeretur si possum fuisse tres quarte uel quatuor quinte ipsius .b. ¶ .c.

Propositio .9.



Si fuerint quatuor numeri quorum primus secundus tota pars quota tertius quartus: erit permutati tota pars aut partes primus tertij quota pars aut partes secundus quartus.

¶ Sit .a. primus tota pars .b. secundi quota .c. tertius .d. ¶ .qz si .sintqz a ¶ b. minores .c. ¶ d. ¶ Aliter enim esset econuerfo ei quod proponit. ¶ Dico qz quota pars uel partes est .a. c. tota uel tote est .b. d. ¶ Diuidantur enim .b. quidem fm quantitatem .a. d. uero fm .c. eruntqz per presentem ypoth. tot partibz .b. quot .d. ¶ Et quia unaqueqz partium .b. est equalis .a. ¶ unaqueqz .d. c. ¶ Est autem .a. c. pars aut partes per presentem ypoth. ¶ per quartam. ¶ Erit unaqueqz partium .b. sue comparis ex partibus .d. ut prima prime. ¶ Secunda secunde: sicqz de ceteris. ¶ Tota pars aut partes quota uel quote est .a. c. ¶ Per .s. igitur uel .s. sub disunctione quotiens oportuerit repetitas erit tota pars aut

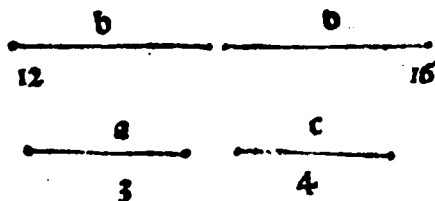
partes. b. d. quota uel quote est. a. c. quod est propositum.

Propositio .10.



Si fuerint quatuor numeri: quorum primus tote partes secundi quote tertius quarti: erit permutatim primus tota pars aut partes tertij quota uel quote secundus quarti.

Sint quatuor numeri ut prius quorum similiter minores sint. a. f. b. sitq. a. tote partes. b. quote. c. est. d. dico q. quota pars aut partes est. a. c. tota uel tote est. b. d. **P**roportio enim minoris in partes illas qui sunt. a. f. c. erantq. per presentem hypothe. tot partes. a. quot. c. **E**t quia unaqueq. ex partibus. a. e. tota pars. b. quota quolibet ex partibus. c. est. d. **H**oc enim habemus ex nostra hypothe. erit permutatim per premisam: ut quota pars aut partes e. b. d. tota uel tote sit una queq. ex partibus. a. sue comparis ex partibus. c. **P**er quintam igitur uel sextam sub disunctione quotiens oportuerit repetitas: erit tota pars aut partes. b. d. quota uel quote est. a. c. quod est propositum.



Propositio .11.

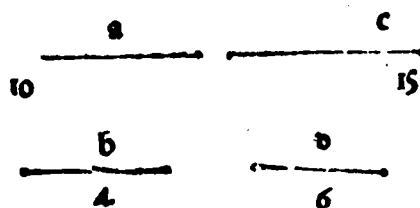


Si fuerint quatuor numeri proportionales quorum primus secundo et tertius quarto sit maior: erit secundus tota pars aut partes primi quota uel quote quartus tertij. Quod si secundus fuerit tota pars aut partes primi quota uel quote quartus tertij quatuor numeros proportionales esse conueniet.

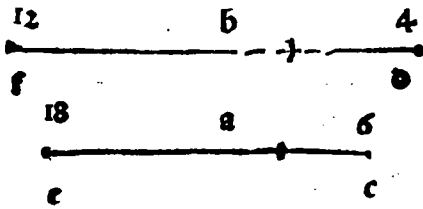
Sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. sintq. a. f. c. maiores: dico q. quota pars aut partes est. b. a. tota uel tote est. d. c. **E** conuerso. **E**rit enim per conuersionem diffinitionis similium proportionum ut quotiens. b. in. a. totiens sit. d. in. c. **E**t si qua pars aut partes. b. superfluit in. a. tota pars aut partes. d. superfluant in. c. si itaq. contineatur. b. in. a. sine superfluitate partium: quia totiens sine superfluitate continetur. d. in. c. erit per diffinitionem similium partium: quota pars. b. a. tota. d. c. q. si quotienslibet continetur. b. in. a. cum superfluitate partium: quia totiens continetur. d. in. c. cum superfluitate similis partis distincto. a. fm. b. ut superfluat. c. atq. c. fm. d. ut superfluat. f. erit tota pars. e. b. quota. f. d. **A**t quia totiens continetur. b. in. a. in. d. differentia. a. ad. e. quotiens. d. in. d. differentia. c. ad. f. erit per communem scientiam totiens. e. in. a. quotiens. f. in. c. **C**um igitur. a. f. b. habeant. e. partem communem: similiter. c. f. d. f. sit itaq. e. in. b. quotiens. f. in. d. itemq. e. in. a. quotiens. f. in. c. erit per. 16. diffinitionem. b. tot. **E**t tote partes. a. quot. f. quote. d. c. **S**i autem. b. quotienslibet continetur in. a. cum superfluitate quotlibet partium: quia totiens continetur. d. in. c. cum superfluitate totidem f. similium partium: distincto a. fm. b. ut superfluat. c. similiter. c. fm. d. ut superfluat. f. erit. e. tot. **E**t tote partes. b. quot. f. quote. f. d. **S**umpta itaq. una ex ipsis argumentandum ut prius: sicq. patet primum. **S**ecundum sic sit. b. a. tota pars aut partes quota uel quote. d. c. dico q. erit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. **S**i enim est tota pars constet propositum. **S**i autem tote partes diuisis eis fm. partes illas patebit totiens esse. b. in. a. quotiens. d. in. c. **E**t totam partem aut partes. b. superfluere in. a. quota aut quote. d. superfluant in. c. per diffinitionem itaq. est proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. sicq. liquet totum.

Castigator.

Scilicet per secundam quicunq. eiusdem sue equalium f. c. Quia cum. e. f. f. sint partes similes. b. f. d. per diffinitionem. 14. ab eodem numero denominantur: f. per consequens numerus fm. quem. e. continetur in. b. est equalis numero fm. quem. f. continetur in. d. tunc per communem scientiam dictam. differentia. a. ad. e. f. differentia. f. ad. c. cum sint equalium eque multiplices. hoc est illorum numerorum denominantium partes illas: sequitur. e. totiens contineri in. a. quotiens. f. in. c.



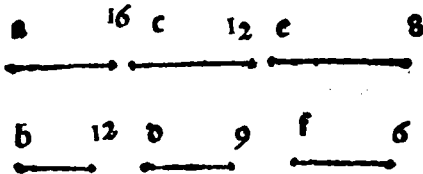
Propositio .12.



¶ Si a duobus numeris fin. suas proportionales duo numeri detrahantur: erit proportio reliqui ad re. i. quum tanq. proportio totius ad totum.

¶ Quod proposuit Euclides in .19. gnti. de quantitatibus I generis pponit hic de nūeris. ¶ Vt si sit proportio totius. a. ad totū. b. sicut. c. detracti. ab. a. ad. d. detractū. a. b. erit. e. residui. a. ad. f. residuum. d. sicut. a. ad. b. ¶ Si. n. a. sit minor. b. erit p. presen. tem ypoth. ¶ p. conuersionem diffinitionis. c. tota ps aut ptes. d. quota uel

quote est. a. b. per. z. igitur uel. 8. erit. e. tota pars aut partes. f. quota uel quo. te est. a. b. per diffini. tionem igitur erit p. portio una: qd est propositum. ¶ Qd si. a. sit maior. b. erit p. primam ptem p. misse quota ps aut ptes. b. a. tota uel tote. d. c. qre p. z. uel. 8. tota uel tote erit. f. e. itaq. p. scdādam ptem p. misse. e. ad. f. sicut. a. ad. b. quare cōstat p. positum. ¶ Cedūt autē huic. z. ¶ 8. hec enim sola g. ambe ille continet. ¶ Volant autē qdam scdādam par. tem huius p. bare p. 19. quinti: sed si hoc intenderet Euclides: cum ista p. po. nat p. rticulariter qd illa uniuersaliter uane illa demonstrata in gnto p. po. fuisset hāc hic in septimo. Et ga itez non demonstrat eam simplr p. 19. qui. ti. At uero nec modum demonstratōis illius possunt affirmare ad demō. strationem huius cum illa demonstrat in quantitatibus in genere. p. p. por. tionalitatem p. mutata q. infra demonstrat in numeris. Existimo autē ¶ rōabiliter conuinci u. Euclidem quē multum demōstratoris arithmetici g. ra decimi in quo sine numeroz. aliqua precognitiōe trāsire non poterat constat assumere. ¶ Idcirco plurima eoz. que in quinto de quantitati. bus in genere demonstrauit. hic repetere demonstranda de numeris: qm. p. alia p. ncipia propria uidelicet numeroz. q. magis nota sunt intellectui q. ea per que processit in quinto ipsa demonstrare intendit: p. ncipia enim quinti propter maliciā quantitatū incōmunicantium difficilia sunt: p. ncipia uero numerorum magis ultro se intellectui applicant: faciliusq. q. illa. Egent enim illa intellectu magis disposito.

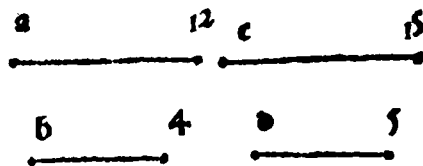


Propositio .13.



¶ Si fuerint quotlibet numeri proportionales: quan. tus erit vnus antecedens ad finim consequentem: tanti erunt oēs antecedentes pariter accepti ad om. nes consequentes pariter acceptos.

¶ Quod pponit Euclides p. 13. quinti de quantitatibus in genere pponit p. hanc de numeris. ¶ Vt si sint. a. b. ¶ c. d. ¶ e. f. p. portiones dico q. que ē p. portio. a. ad. b. ea est q. a. c. e. pariter acceptorum ad. b. d. f. pariter acceptos. ¶ Si enim. a. c. e. sint minores. b. d. f. erit p. conuersionem diffinitionis quota ps aut partes. a. b. tota uel tote. c. d. ¶ e. f. ¶ Per. 5. ergo uel per. 6. quotiens oportuerit repetitas: erit quo. ta pars uel partes. a. b. tota uel tote. a. c. e. pariter accepti. b. d. f. pariter acce. ptorum: quare per diffinitionem p. portio una. ¶ Si autē. a. c. e. sint maio. res. b. d. f. erit p. primam partem. 11. quota pars uel partes. b. a. tota uel to. te. d. c. ¶ e. f. ¶ Per. 5. ergo uel. 6. quotiens oportuerit repetitas: erit quota pars uel partes. b. a. tota uel tote. b. d. f. p. iter accepti. a. c. e. pariter accepto. rum. itaq. per scdādam partem. 11. proportio. a. ad. b. sicut. a. c. e. pariter acceptorum ad. b. d. f. pariter acceptos: quod est propositum.



Propositio .14.



¶ Si fuerint quatuor numeri proportionales: permu. tati in quocq. proportionales erunt.

¶ Modum arguendi qui dicitur proportionalitas permu. tata quam demonstrauit Euclides per. 16. quinti in quan. titatibus in genere: pponit hic demonstrādū in numeris.

¶ Vt si sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit p. mutatum a. ad. c. sicut. b. ad. d. ¶ Erit enim. a. maior. b. aut minori: similiter quoq. ¶ maior. c. aut minor. ¶ Sit itaq. p. mo minor utroq. erit ergo p. presen. tē

ypothe. ¶ conuersionem diffinitionis. a. tota pars aut partes. b. quota uel quote. c. d. per. 9. itaq. uel. 10. erit permutatim. a. tota pars aut partes. c. quota uel quote. b. d. quare per diffinitionem proportio una. ¶ Sit igitur. a. maior utroq. teriq. per primam partem. i. ut quota pars aut partes. est. b. a. tota uel tote sit. d. c. quare per. 9. uel. 10. tota pars aut partes. erit. d. b. quota uel quote. e. a. igitur per secundam partem. i. erit. a. ad. c. sicut. b. ad. d. ¶ Sit tertio. a. maior. b. ¶ minor. c. eriq. per primam partem. i. tota pars aut partes. b. a. quota uel quote. d. c. quare per. 9. uel. 10. quota uel quote. e. a. c. tota uel tote. erit. b. d. per diffinitionem itaq. proportio una. ¶ Vltimo quoq. sit. a. minor. b. maiorq. c. eriq. ut tota pars aut partes sit. c. d. quota uel quote. est. a. b. per. 9. itaq. uel. 10. erit tota uel tote. d. b. quota uel quote. c. a. qre per secundam prem. i. b. ad. d. sicut. a. ad. c. sicq. constat propositum. ¶ Huic autem cedut. 9. ¶ 10. quia hec sola quod ambe ille pponit.

Propositio 15.



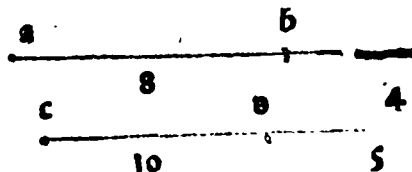
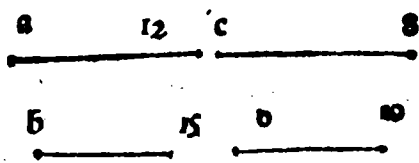
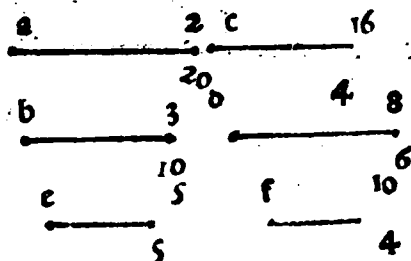
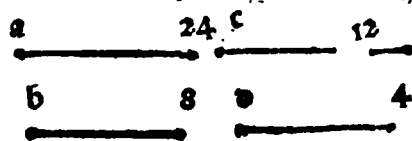
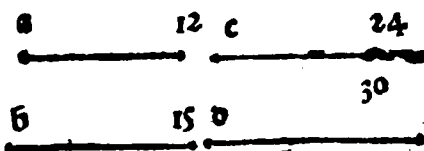
¶ Si fuerint quotlibet numeri aliosq. secundum eorum numerum omnesq. duo ex p. c. b. secundum p. portionem omnium duorum ex posterioribus in proportione equalitatis proportionales erunt.

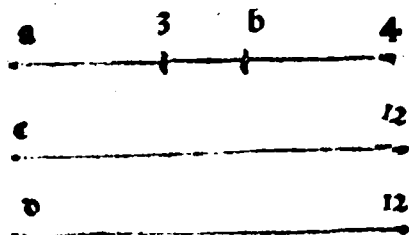
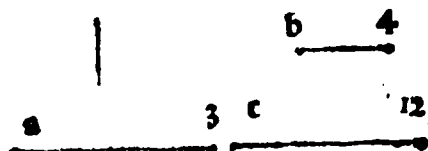
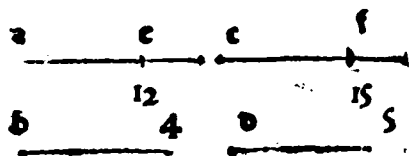
¶ Modum arguendi qui dicitur equa proportionalitas quam demonstrauit Euclides per. 22. quinti de quantitatibus in genere proponit hic demonstrandum in numeris directe proportionalitatis. ¶ Equam autem proportionalitatem quam demonstrauit per. 23. quinti de quantitatibus indirecte proportionalitatis non proponit demonstrandum in numeris sed eam demonstrabimus infra sup. 29. huius. ¶ Nec est necessarium ut pdemonstremus in numeris quod demonstratum est p. 1. quinti de quantitatibus in genere uidelicet si quotlibet proportionales in numeris fuerint uni equales uel eadem ipsas e sibi equales uel easdem. ¶ Hoc enim manifestum est p. diffinitionem ut si. a. ad. c. ¶ e. ad. f. sit sicut. b. ad. d. erit tam. a. ¶ e. ¶ f. tota pars aut partes quota uel quote. b. d. ¶ Aut totiens continebit. a. ¶ e. ¶ f. quotiens. b. d. ¶ Et tota pars aut partes superfluent. c. in. a. ¶ f. in. e. quota uel quote. d. in. b. ¶ Quia ergo quota pars aut partes est. a. c. tota uel tote est. e. f.

¶ Aut quoties. a. continet. c. totiens. e. f. ¶ Et quota pars aut partes. c. superfluent. in. a. tota uel tote. f. in. e. ¶ Erit per diffinitionem. a. ad. c. sicut. e. ad. f. ¶ Sint igitur ut proponitur numeri. a. b. e. ¶ alii totidem. c. d. f. sitq. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ¶ f. b. ad. e. sicut. d. ad. f. ¶ Dico q. erit in equa proportionalitate. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ¶ Erit enim per premisam. a. ad. c. si aut. b. ad. d. ¶ sed ¶ f. b. ad. d. sicut. e. ad. f. quare. a. ad. c. sicut. e. ad. f. ¶ Igitur per eandem. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ¶ Idem erit sumptis pluribus. ¶ Sicq. constat propositum. ¶ Quoniam autem Euclides ceteras quatuor species proportionalitatis que sunt conuersa ¶ coniuncta ¶ disiuncta ¶ euerfa ¶ non proponit demonstrandas in numeris ¶ conueniens arbitramur eas quas antea tanq. facile demonstrabiles pretermisit demonstrare. ¶ Primum itaq. demonstrabimus conuersam ut si sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico q. erit conuersa. b. ad. a. sicut. d. ad. c. ¶ Si enim fuerit. a. minor. b. tunc quoq. erit c. minor. d. ¶ tota pars aut partes. a. b. quota uel quote. c. d. quare per secundam partem. i. erit. b. ad. a. sicut. d. ad. c. ¶ Si autem fuerit. a. maior. b. erit quoq. ¶ c. maior. d. ¶ per primam partem. i. b. tota pars aut partes. a. quota uel quote. d. c. per diffinitionem igitur. b. ad. a. sicut. d. ad. c.

¶ Disiunctam proportionalitatem ostendere. ¶ Ut si sit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. erit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ¶ Erit enim permutatim. a. b. ad. c. d. sicut. b. ad. d. ¶ Et per. n. sicut. a. ad. c. ¶ Quia ergo. a. ad. c. sicut. b. ad. d. erit permutatim. a. ad. b. sicut. c. ad. d.

¶ Coniuncte proportionalitati demonstrationem asserre. ¶ Ut si sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. ¶ Erit enim permutatim. a. ad. c. sicut. b. ad. d. quare per. 13. a. b. ad. c. d. sicut. b. ad. d. permutatim igitur erit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d.





¶ Eversam proportionalitatem restat in numeris stabilire.

¶ Vt si sit a.b. ad b. sicut c.d. ad d. erit a.b. ad a. sicut c.d. ad c. **¶** Erit n. permutatim a.b. ad c.d. sicut b.a. ad d. quare per n. sicut a. ad c. permutatim igitur erit a.b. ad a. sicut c.d. ad c. **¶** Patet itaq. totum. **¶** Ex his quoq. leue est demonstrare in numeris q. Eudides proponit per .14. quinti de quantitibus in genere uidelicet q. **¶** Si proportio primi ad secundum fuerit sicut tertij ad quartum quinti quoq. ad secundum sicut sexti ad quartum: erit proportio primi z quinti pariter acceptorum ad secundum sicut tertij z sexti ad quartum.

¶ Vt si sit a.ad b. sicut c.ad d. itemq. e.ad b. sicut f.ad d. erunt a. e. pariter accepti ad b. sicut c. f. pariter accepti ad d. **¶** Erit enim per conuersam proportionalitatem b.ad c. sicut d. ad f. quare per equam proportionalitatem a.ad c. sicut e.ad f. ergo coniunctim a. e. ad c. sicut c. f. ad f. **¶** Itaq. per equam proportionalitatem a. e. ad b. sicut c. f. ad d. qd est propositum. **¶** Eodemq. modo probabis e conuerso. **¶** Si sit b.ad a. sicut d.ad c. itemq. b.ad e. sicut d.ad f. **¶** Erit b.ad a. e. sicut d.ad c. f. **¶** Erit enim per conuersam proportionalitatem a. ad b. sicut c. ad d. **¶** Quare per equam a.ad e. sicut c.ad f. **¶** Et coniunctim a. e. ad c. sicut c. f. ad f. igitur e conuerso e.ad a. e. sicut f.ad c. f. **¶** Per equam itaq. proportionalitatem erit b.ad a. e. sicut d.ad c. f. quod erat propositum. **¶** Ex hoc quoq. manifestum est q. si fuerit proportio quotlibet numeroz ad primum sicut totidem alioz ad secundum erit aggregati ex oib. antecedentibus ad primum ad primum sicut aggregati ex oib. antecedentibus ad secundum ad secundum. **¶** Iteq. e conuerso si fuerit proportio primi ad quotlibet numeros sicut secundi ad totidem alios erit primi ad aggregatum ex omnibus consequentibus ad ipsum: sicut secundi ad aggregatum ex omnibus consequentibus ad ipsum.

¶ Castigator.

¶ Et hoc quia semper habentur .6. numeri. quoz primus ad secundum sicut tertius ad quartum & quintus ad secundum: sicut sextus ad quartum: & sic primus & quintus dicuntur antecedentes ad secundum: & sextus & tertius antecedentes ad quartum: & sic et dñr eoz consequentes. & iō aggregatū ex primo & quinto fit unus numerus & aggregatū ex tertio & sexto fit alius & ulterius accipit unus alius numerus p qnto ad primum: & illud aggregatū hñ p primo ad secundum & unus alius pro tertio ad quartum: & illud aggregatū habet pro sexto & sic in infinitum & e conuerso & c. & patet correlarium.

Propositio .16.



¶ Numeret unitas aliquem numerum quotiens quilibet tertius aliquem quartum: erit quoq. permutatim ut quotiens unitas numerat tertium totiens secundus numeret quartum.

¶ Vt si sit unitas ad a. sicut b. ad c. erit pmutatim unitas ad b. sicut a. ad c. **¶** Nō supfluit autē hec demonstrata pmutata pportione: nō enim ex illa pōt cōcludi quod hic pponitur. Nam illa demonstrata est de .4. numeris pportionalibus: unitas uero nō est numerus per diffinitionē. **¶** Hoc ergo mō pateat propositum. **¶** Dimidat a. p unitates & c. fm quantitātē. b. eruntq. per presentē ypothe. tot partes a. quot c. **¶** Et quia unaqueq. partiū a. est unitas & unaq. partiū c. ē eq. lis. b. erit ut quotiens unitas in b. toties unaqueq. partiū a. in sua cōpari ex ptiibus c. **¶** Per modū itaq. demonstratiōis. s. sequet toties esse a. i. c. quotiens unitas in b. quod est ppositum.



Propositio .17.

¶ Duorum numerorum uterq. ducatur in alterū: qui inde producentur erunt equales.

¶ Sicut si ex a. in b. pueniat c. & ex b. in a. pueniat d. erunt c. & d. equales. **¶** Cū enim b. multiplicatus per a. pducatur c. erit p cōuersionem diffinitionis b. in c. quoties

unitas in a. ergo per premisam erit. a. in c. quoties unitas in b. Et quotiens est a. etiam in d. quia ex b. in a. fit. d. sequitur ut quotiens sit. a. in c. quoties in d. Et per concep. igitur. c. et d. sunt similes. Possumus quoque hanc conclusionem alio modo pponere. Si duorum numerorum uterque ducatur in alterum idem numerus utrobique pueniet. Ut si ex a. in b. pueniat c. idem et ex b. in a. pueniet. Quia enim ex a. in b. fit c. erit ut prius per conversionem diffinitionis b. in c. quotiens unitas in a. Et permutatim per premisam a. in c. quoties unitas in b. Quia igitur a. toties sibi coaceruatur in c. quoties in b. est unitas sequitur per diffinitionem quod ex b. in a. fit c.

Propositio 18.



Si unus numerus in duos ducatur. totus erit duorum inde productorum alter ad alterum: quantus duorum multiplicatorum alter ad alterum.

Multiplacet a. utrumque duorum numerorum b. et c. et proueniat d. et e. dico quod erit proportio d. ad e. sicut b. ad c. Sequitur enim per conversionem diffinitionis eius quod est multiplicari ut b. in d. et c. in e. fit quoties unitas in a. quare per diffinitionem per portio d. ad b. est sicut e. ad c. Equaliter enim eos continent quia quotiens a. unitate. Ergo permutatim d. ad e. sicut b. ad c. quod est propositum.

Propositio 19.



Si duo numeri unum multiplicent. erit proportio duorum inde productorum tanquam duorum multiplicatorum.

Ex conversione antecedentis premisse concluditur hec eadem passio que in premissa. Ut si uterque duorum numerorum b. et c. multiplicet a. et proueniat d. et e. erit d. ad e. sicut b. ad c. Erit enim ante premisam ut ex a. i. b. et c. fiant d. et e. quare per premisam d. ad e. sicut b. ad c. quod est propositum.

Potes autem quod pponit per hanc premisam de duobus numeris ad quotlibet numeros ampliari. Quod si unus multiplicet quotlibet erit productorum et multiplicatorum una proportio. Similiter quoque si quotlibet multiplicent unum erit productorum et multiplicatorum una proportio. Quod per hanc premisam quotiens oportuerit repetitas facile probabis. Hic autem super praepolliciti sumus demonstrare volumus equam proportionalitatem in quotlibet numeris duorum ordinum indirecte proportionalitatis quam demonstrat Euclides per 13. quinti in quantitatibus in genere dicimus igitur quoniam.

Si quotlibet numeri totidem a. i. s. fuerint indirecte proportionales extremi quoque in eadem proportionem proportionales erunt.

Visi sit a. ad b. sicut d. ad f. Et b. ad c. sicut e. ad g. Erit a. ad e. sicut c. ad f. Ducatur enim c. in d. et f. et proueniant g. et h. Eritque per premisam g. ad h. sicut d. ad f. Quare et sicut a. ad b. Ducatur ite. f. in d. et proueniat k. Eritque per hanc 19. g. ad k. sicut c. ad f. Et quia ex f. in d. fit k. fiet idem e converso per 12. ex. d. in f. Quia igitur ex c. et d. in f. fiant h. et k. Erit per hanc 19. h. ad k. sicut a. ad b. Quare sicut b. ad c. et quia iam offensum est quod e. g. ad h. sicut a. ad b. erit per 15. a. ad e. sicut g. ad k. Sed sic erat etiam c. ad f. Est igitur a. ad e. sicut c. ad f. quod est propositum. Idem probabis si fuerint in utroque ordine numeri plures tribus quemadmodum probat in 13. quinti de quantitatibus pluribus tribus.

Propositio 20.



Si fuerint quatuor numeri proportionales quod ex ductu primi in ultimum producat equum erit ei quod ex ductu secundi in tertium. Si vero quod ex primo in ultimum producat equum est ei quod ex secundo in tertium illi quatuor numeri sunt proportionales.

Quod proposuit Euclides per 15. sexti de quatuor lineis proportionalibus proponit hic de quatuor numeris proportionalibus uerbi gratia. Sit proportio a. ad b. sicut c. ad d. fiantque ex a. in d. e. et ex b. in c. f. dico quod e. et f. sunt euales et e converso. Ducatur enim

$$\frac{c}{20} = \frac{d}{30}$$

$$\frac{c}{4} = \frac{b}{6}$$

$$\frac{a}{5}$$

$$\frac{d}{8} = \frac{e}{12}$$

$$\frac{a}{4}$$

$$\frac{b}{2} = \frac{c}{3}$$

$$\frac{a}{12} = \frac{c}{18} = \frac{g}{162}$$

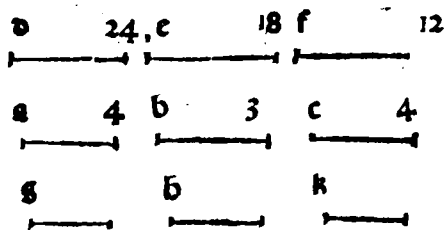
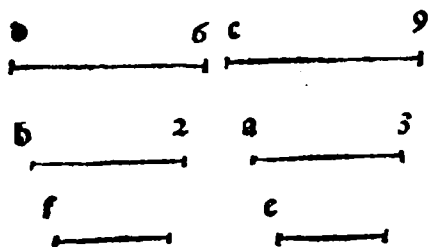
$$\frac{b}{4} = \frac{d}{9} = \frac{h}{54}$$

$$\frac{c}{2} = \frac{f}{3} = \frac{k}{27}$$

$$\frac{e}{24} = \frac{g}{32} = \frac{f}{24}$$

$$\frac{a}{8} = \frac{c}{6}$$

$$\frac{b}{4} = \frac{d}{3}$$



a. in. b. fiat g. ¶ Eritq. per. 18. g. ad. e. sicut. b. ad. d. ¶ Et quia per. 12. ex. b. in. a. fit. g. ¶ ex eodem. b. in. c. f. erit per. 18. g. ad. f. sicut. a. ad. c. ¶ Sed p. 14. e. a. ad. c. sicut. b. ad. d. ergo erit. g. ad. f. sicut. g. ad. e. ¶ Equales igit. sunt. f. e. quod est p. m. ¶ Nec oportet p. demonstrare si vnus nu. meri ad duos sit vna proportio q. ipsi sunt eqles; aut si ipsi sunt equales q. vnus ad ipsos sit vna proportio. ¶ Si enim est vna proportio. g. ad. e. ¶ ad. f. aut ipse erit tota pars vel partes. e. quota vel quote idem est. f. ¶ tunc per cōceptionem patet. e. f. esse eqles. ¶ Aut toties. g. continebit. e. quo. tiens. f. ¶ Et supfluent in eo tota pars vel ptes. e. quota vel quote in eodē superfluent. f. ¶ tunc ē per conceptionem patet eos esse equales. ¶ Quod si ipsi fuerint equales patet per conceptionem q. aut. g. erit tota pars vel p. tes. e. quota vel quote. f. ¶ tunc per diffinitionem erit ipsius. g. ad. vtrunq. eorum proportio vna. ¶ Aut equaliter continebit vtrunq. cum superflui. tate similium ¶ tot numero partium ¶ tūc etiā per diffinitionē erit eius ad vtrunq. proportio vna. ¶ Secūdum sic patet. sit. e. productus ex. a. in. d. equalis. f. producto ex. b. in. c. dico q. p. portio. a. ad. b. est sicut. c. ad. d. ¶ Et est hec conuersa prime partis. ¶ Sit enim vt prius. g. qui sit ex. a. i. b. ¶ quia. e. f. f. sunt equales. erit. g. ad. vtrunq. eorum proportio vna; ¶ quia vt prius per. 18. g. ad. f. sicut. a. ad. c. ¶ ad. e. sicut. b. ad. d. erit. a. ad. c. sicut. b. ad. d. quare permutatim. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ¶ Non proponit autē Eu. clides de tribus numeris cōtinue proportionalibus q. ille qui ex ductu pri. mi in tertium producit sit equalis quadrato medii. Et si ille qui ex pri. mo in tertium producit sit equalis quadrato medii q. illi tres nume. ri sint continue proportionales sicut proponit in. 16. sexti de tribus lineis. ¶ Hoc enim facile demonstratur per hāc. 10. medio illorum trium nume. rorum equali assumpto; quemadmodum in sexto de tribus lineis proba. tur per quatuor assumpta quarta equali medie.

Propositio 21.



¶ Meri secundum quamlibet proportionem mini. mi. numeri at quoslibet in eadem p. portione minor. minorem et maior maiorem equaliter.

¶ Sint. a. f. b. minimi numeri in sua proportionē sit. q. c. ad. d. sicut. a. ad. b. dico q. a. numerat. c. f. b. d. equaliter. ¶ Cum sit enim. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit permutatim. a. ad. c. sicut. b. ad. d. ¶ Erit igitur. a. c. tota pars vel partes quota vel quote b. d. ¶ Si itaq. fuerit pars constat propositum. ¶ At si partes sit. e. vna par. tium. a. f. f. vna partium. b. ¶ quia tota pars est. e. c. per ypothe. quota. f. d. erit per diffinitionem proportio. e. ad. c. sicut. f. ad. d. ¶ Quare permutatim. e. ad. f. sicut. c. ad. d. ¶ Quare etiā sicut. a. ad. b. nō sunt itaq. a. f. b. minimi sue proportionis; quod est contrarium positi. Similiter quoq. ¶ Quotlibet numeri sue in eadem proportionē siue in diuersis minimi numerant omnes in eadem proportionē quibz suum correlatum equaliter.

¶ Vt si sint. a. b. c. minimi in eadem proportionē vel in diuersis. ¶ Sint q. in eadem uel eisdem. d. e. f. ita q. sit. d. ad. e. vt. a. ad. b. ¶ e. ad. f. vt. b. ad. c. dico q. a. numerat. d. f. b. e. c. f. equaliter. ¶ Quia enim est. a. ad. b. vt. d. ad. e. erit permutatim. a. ad. d. vt. b. ad. e. ¶ quia. b. ad. c. vt. e. ad. f. erit etiam permutatim. b. ad. e. vt. c. ad. f. quare. b. ad. e. ¶ c. ad. f. sicut. a. ad. d. ¶ Et quia. a. b. c. sunt minores. d. e. f. erit. b. e. f. c. f. tota pars aut par. tes. quota est. a. d. ¶ Si itaq. pars constat propositum. ¶ At si partes sit. g. vna partium. a. f. h. vna partium. b. f. k. vna. c. ¶ Eritq. per presentem ypothe. tota pars. h. e. f. k. f. quota. g. d. ¶ Quare per diffinitionem. h. ad. e. f. k. ad. f. sicut. g. ad. d. ¶ Permutatim igitur erit. g. ad. b. vt. d. ad. e. f. h. ad. k. vt. e. ad. f. ¶ Quare. g. ad. h. vt. a. ad. b. ¶ h. ad. k. vt. b. ad. c. ¶ Quia ergo. g. h. k. sunt minores. a. b. c. ¶ in eadem proportionē sequi. tur contrarium positi.

Propositio .22.



Si fuerint duo numeri fm suam proportionem minimi ipsi erunt adinuicem primi.

Sint duo numeri. a. f. b. fm suam proportionem minimi. dico q ipsi sunt contra se primi. **P** Si eni non. **P** Numeret eos. c. fm. d. f. e. **P** Eritq. per. 18. d. ad. e. sicut. a. ad. b. **P** **E**t quia. d. f. e. sunt minores. a. f. b. sequitur. a. f. b. nō

ē sue pportiois minimos: qd est contrariū positioni. **P** Similiter quoq. **S**i fuerint quotlibet numeri in continuatiōe suarum pportionū siue eadem siue diuerse fuerint minimi. nullus numerus numerabit omnes.

Vt si sint. a. b. c. minimi in continuatiōe suarum proportionum dico q nullus numerabit omnes. **P** Sin autē numeret eos. d. a. quidem fm e. b. uero fm. f. e. c. fm. g. eritq. per. 18. e. ad. f. sicut. a. ad. b. f. e. ad. g. sicut b. ad. c. **P** Quia ergo. e. f. g. sunt minores. a. b. c. f. fm proportionem eorū non erunt. a. b. c. quales positi sunt: quod est inconueniens. **Q**uāquam autem nullus numeret. a. b. c. si fuerint minimi: potest tamen esse ut quoslibet duos ex eis numeret unus. **D**ucto etenim quolibet numero in aliquem ad se primum ac utroq. eorū in aliquem tertium ad utrūq. primum: prouenient tres numeri quorum quicq. duo erunt compositi. Nullus tamen numerabit omnes. **S**int enim. a. b. c. tres numeri quorū quisq. sit primus ad alios: ducantq. a. in. b. f. c. f. proueniat. d. f. c. itemq. b. in. c. f. proueniat. f. dico quosq. duos ex. d. e. f. esse adinuicem compositos: tamen nullus numerabit omnes. **D**uos quosq. patet esse compositos. **A**. enim numerat. d. f. e. **P** B. uero. d. f. f. c. c. e. f. **Q**uod autem nullus numeret omnes: patebit prius demonstrato q. a. est maximus numerans. d. f. e. **P** B. quoq. maximus numerans. d. f. f. **P** Et. c. maximus numerans. d. f. f. **H**oc autem sic constat. **S**i enim. a. non est maximus numerans. d. f. e. sit itaq. g. numeretq. d. fm. h. f. e. fm. k. **E**ritq. per secundam partem. 10. a. ad. g. sicut. h. ad. b. **P** I temq. per eandem. a. ad. g. sicut k. ad. c. **P** Quia ergo. a. est minor. g. erit. h. minor. b. f. k. minor. c. **P** Et quia. h. ad. k. sicut. b. ad. c. **P** Vtraq. enim est sicut. d. ad. e. per. 18. bis assumptam. **S**unt autem. h. f. k. minores. b. f. c. **E**rit per immediate sequētem f. per hāc ypothē. q. b. f. c. sunt contra se primi reperire minimis: minores: qd quia est impossibile. **E**rit. a. maximus numerans. d. f. e. **P** Eo dēq. modo probabitur q. b. sit maximus numerans. d. f. f. c. maximus numerans. e. f. f. **P** Si quis ergo numerat. d. e. f. per correl. secunde ter assumptum ipse numerabit. a. b. c. sed quisq. eorū primus erat ad reliquos. **A**c cidit igitur impossibile. **P** Similiter quoq.

Quotlibet numeri quos unus non numerat fm continuatiōnem suarum proportionum sunt minimi.

Vt si sint. a. b. c. quilibet numeri quos omnes nullus numerat, dico q ipsi sunt in continuatiōe suarum proportionum minimi. **A**lioquin sint minimi. d. e. f. qui per. 11. numerabunt. a. b. c. quisq. suam relatiū ēq. luer. **S**i ergo ut fm. g. eritq. per. 17. ut uiceversa. g. numeret. a. b. c. fm d. e. f. quare accidit contrarium positioni.

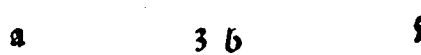
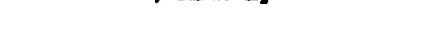
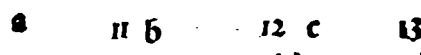
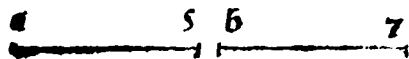
Propositio .23.

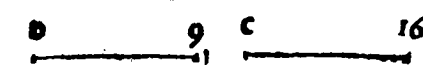
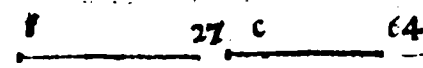
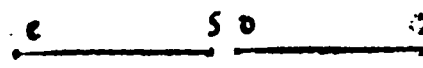
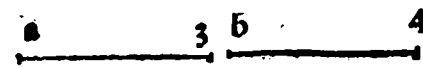
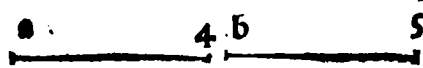
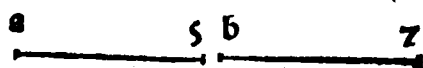
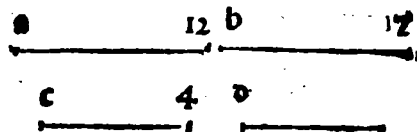


Utilibet numeri contra se primi sunt fm suam proportionem minimi.

Hec est conuersa premissē. **V**t si duo numeri sint. a. f. b. cōtra se primi: ipsi erūt fm suā pportionē minimi. **S**i autē minimi i eadē pportioē si possibile est. c. f. d. **P** Cōstat itaq. per. 11. q. c. numerat. a. f. d. b. equaliter sit igitur ut fm. e. erit per. 17. ut uiceversa. e. numerat. a. f. b. a. quidem secundum. c. f. b. fm. d. non sunt igitur. a. f. b. contra se primi: quod est contra ypoth.

b iiii





Propositio .24.

Si fuerint duo numeri contra se primi. si quis unus eorum numeret ad alterum esse primus necessario comprobatur.

Sint a. f. b. contra se primi. c. vero numeret a. dico q. c. primus est ad b. Alioquin numeret eos. d. qui per penultimam conceptionem numerabit etiam a. non sunt ergo a. f. b. contra se primi. d. enim numerat ambos.



Propositio .25.

Si fuerint duo numeri ad alium quemlibet primi qui ex ductu unius in alterum produetur. ad eundem erit primus.

Sit uterq. duorum numerum a. f. b. primus ad c. f. ex a. in b. sit. d. dico q. d. est primus ad c. Alioquin numeret eos. e. d. quidem fm. f. eritq. per secundam partem a. o. a. ad e. sicut. f. ad b. Et quia a. f. c. sunt primi f. e. numerat c. ipse erit per .24. primus ad a. quare per .23. a. f. e. sunt fm suam proportionem minimis sequitur ergo per .21. ut e. numeret b. Et quia positum est q. ipse numeret c. non erunt. b. f. c. contra se primi: qd est contra ypothe.



Propositio .26.

Si fuerint duo numeri contra se primi qui ex uno eorum in seipsum produetur ad reliquum e primus.

Sint contra se primi a. f. b. f. ex a. in f. fiat c. dico q. c. primus est ad b. Sit enim d. equalis a. eritq. d. primus ad b. f. ex a. in d. fiat c. per premisam igitur patet c. primum esse ad b. quod propositum.



Propositio .27.

Si duobus numeris ad alios duos comparatis uterq. ad utrumq. fuerit primus qui ex duobus prioribus ad eum qui ex duobus posterioribus produetur erit primus.

Sint a. f. b. priores. c. f. d. posteriores. fm. uterq. duorum a. f. b. primus ad utrumq. duorum c. f. d. Et ex a. in b. sit e. f. ex c. in d. f. dico q. e. primus est ad f. Hoc autem .25. ter assumpta evidenter concludit. Cum enim fiat e. ex a. in b. quorum uterq. primus est ad c. f. ad d. Erit tpe ipsam. e. primus ad c. f. item per ipsam primus ad d. Quia item f. sit ex c. in d. quorum uterq. primus est ad e. erit rursus per ipsam. f. primus ad e. quod est propositum.



Propositio .28.

Si fuerint duo numeri contra se primi ducaturq. eorum uterq. in seipsum: erunt inde producti contra se primi. Itemq. si in utrumq. productorum suum ducatur principium: erunt quoq. producti contra se primi.

Sint a. f. b. contra se primi: ducaturq. uterq. in se: p. ueniant ex a. quidem c. ex b. vero d. Itemq. ducatur a. in c. f. proveniat e. Et b. in d. proveniat f. dico c. f. d. esse contra se primos. Itē q. e. f. f. contra se primos. Est enim per .26. c. primus ad b. Per eandē igitur erit d. primus ad a. f. ad c. sicq. constat primum quod est. c. f. d. esse contra se primos. Reliquum sic: est enim uterq. duorum numerorum a. f. c. primus ad utrumq. duorum b. f. d. Itaq. per .27. erit e. primus ad f. quod est reliquum. Non solum autem erit e. primus ad f. sed etiam per .25. ad b. f. ad d. Itemq. per eandem f. ad a. f. c. sicq. si infinites duceretur utrumq. productorum in suum principium essent omnes producti contra se primi: non solum hoc sed quilibet eductus ab a. ad quemlibet eductum a b.

Propositio .29.



Si fuerint duo numeri contra se primi qui ex am-
bous coaceruatur ad vtrunq; eorum erit primus.
Si vero ex ambobus coaceruatus ad vtrunq; eo-
rum fuerit primus. duo quoq; numeri adiuuices
erunt primi.

Sint. a. & b. contra se primi: dico q; ex eis composi-
tus. a. b. ad vtrunq; eorum erit primus & conuerso. ¶ Nam si. d. numerat
totum. a. b. & alterum eorum numerabit per cōem scientiam & reliquum
quare non erunt contra se primi: sed hoc positi fuerat: paret ergo primū.
¶ Secundū sicut sit. a. b. primus ad vtrunq; suorum componentium q; sunt
a. & b. dico q; a. & b. sunt cōtra se primi. ¶ Posito enī q; d. numeret vtrun-
q; duorum numerorum. a. & b. sequitur per cōem scientiam q; etiam nu-
meret. a. b. ex eis compositum: quare ad neutrum duorum numerorum
a. & b. erit. a. b. primus: sed positi erat q; esset ad vtrunq; Accidit igitur
impossibile. ¶ Eodē quoq; mō si coaceruatus ex duobus primus fuerit ad
alterū: primus quoq; erit ad reliquū: ideoq; & coaceruati inter se. ¶ Sit. n.
cōpositus ex. a. & b. primus ad. a. dico q; erit et primus ad. b. alioqn nume-
ret eos. d. qui p cōceptionē numerabit & a. cū numeret totū & detractum
hoc autē inconueniens erat enim compositus ex. a. & b. primus ad. a.

Propositio .30.



Sis numerus compositus ab aliquo primo
numeratur.

Sit. a. quilibet numerus cōpositus: dico q; aliquis pri-
mus numerat ipsum. ¶ Quia enim est cōpositus nume-
rabitur ab aliquo numero qui sit. b. qui si fuerit primus ve-
rum erit quod dicitur: si autē compositus sit. c. qui nume-
rat eum: qui etiam per cōem sciētiam numerabit. a. si ergo ipse fuerit pri-
mus constat quod dicitur. At si compositus necessario numerabit eum.
alius qui sit. d. qui etiam per communem sciētiam numerabit. a. de quo
rōcinare ut prius. ¶ Quia ergo quotiens occurrit compositus necesse est
minorem assumere qui compositum occurrentem numeret sequitur ut
tandem deueniatur ad aliquem primum: alioquin accideret impossibile &
contrarium petitioni numerum in infinitum decrescere.

Propositio .31.



Sis nūerus autē primus ante primo nūerat.

Sit. a. quilibet numerus dico ipm' ēē primū vel nume-
rari a primo. ¶ Quia si nō ē primus erit cōpositus: quili-
bet autē talis ab aliquo pmo numerat p premisam. a. igitur
vel primus est vel a pmo numerat: quod pponitur.

Propositio .32.



Sis numerus primus ad omnem quem non
numerat est primus.

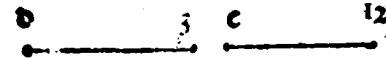
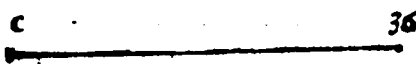
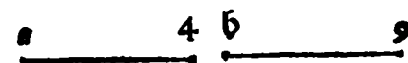
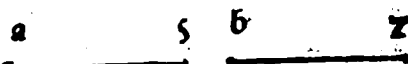
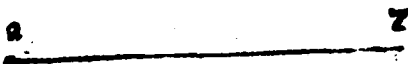
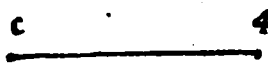
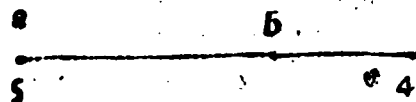
Sit. a. numerus primus non numerans. b. dico q; a. &
b. sunt contra se primi. ¶ Si enim. c. numerat eos non est
verum q; a. sit primus.

Propositio .33.



S numerus ex duobus productus ab aliquo pri-
mo numeretur necesse est eundem primum alte-
rum illorum duorum numerare.

Sit. c. pductus ex. a. in. b. & sit. d. numerus primus q; po-
nat numerare. c. dico q; d. numerat. a. vel. b. ¶ Numeret
enī. c. fm. e. si ergo nō numerat. a. erit primus ad ipm' p p-
misam: & id erit fm' sūa pportione minimi p. 23. ¶ Et q; a. a. ad. d. sicut. e.
ad. b. p scūdam pte. 20. sequit ut. d. numeret. b. per. 21. qd est propositum.
Unde manifestum est q; si aliquis numerus numerat. pductus
ex duobus vel si eadem fuerit cōmensurabilis: cōmensurabi-
lis quoq; erit alteri eorum.



Propositio 34.



Imeros fm proportionem numerorum assignatorum minimos inuenire. **E**nde manifestum est maximum numerum duos communiter numerante fm minimos illius pportionis eos numerare.

Sint. a. f. b. numeri propositi fm quorum proportionem volumus inuenire minimos. **S**i ergo fuerit contra se primi sunt quales inquirimus per. 33. **S**i autem compositi sumantur vt docet secunda maximus eos cõiter numeras qui sit. c. **N**umeretq. eos fm. d. f. e. eritq. in eadem pportione per. 38. **Q**uos dico esse quales q. rimus. **S**i autem sint. f. g. que per. 22. numerabunt. a. f. b. equaliter sit igitur vt fm. h. eritq. p scdam ptem. 20. c. ad. h. sicut. f. ad. d. vel sicut. g. ad. e. **Q**uare. c. est minor. h. **I**taq. cu. h. nueret. a. f. b. nõ fuit. c. maximus eos numeras sed erat positi q. sicut ergo f. c. Similiter quoq. possumus.

Numeros fm continuitatem proportionum numerorum assignatorum minimos reperire. **E**nde etiam manifestum est maximum numerum quotlibet communiter numerantem fm minimos proportionum eorum eos numerare.

Vt si sint. a. b. c. fm quorum proportionem volumus minimos inuenire sue fuerint in eadem pportione sue in diuersis. **S**i nullus numerus numerat eos omnes ipsi sunt quos querimus per. 33. hoc enim ibi demonstratum est. **S**i autem vnus numerat omnes sumatur vt docet tertia maximus eos communiter numerans qui sit. d. **N**umeretq. eos fm. e. f. g. qui erunt in eadem proportionem per. 38. **D**ico eos esse quos querimus. **A**lioquin sint. h. k. l. qui per. 22. numerabunt. a. b. c. equaliter sit vt fm. m. **E**ritq. per secundam partem. 20. d. ad. m. vt. h. ad. e. vel. k. ad. f. vel. l. ad. g. Minor est igitur. d. q. m. quare cum. m. numeret a. b. c. non fuit. d. maximus eos numerans: quare sequitur impossibile fuit enim. d. maximus numerans. a. b. c.

Propositio 35.



Elibet duo numeri minimos numeros sue proportionis maior minorem et minor maiorem multiplicantes minimum ab ipsis numeratus produciunt. **E**nde manifestum est minimum quod duo numerant quemlibet ab eis numeratum numerare.

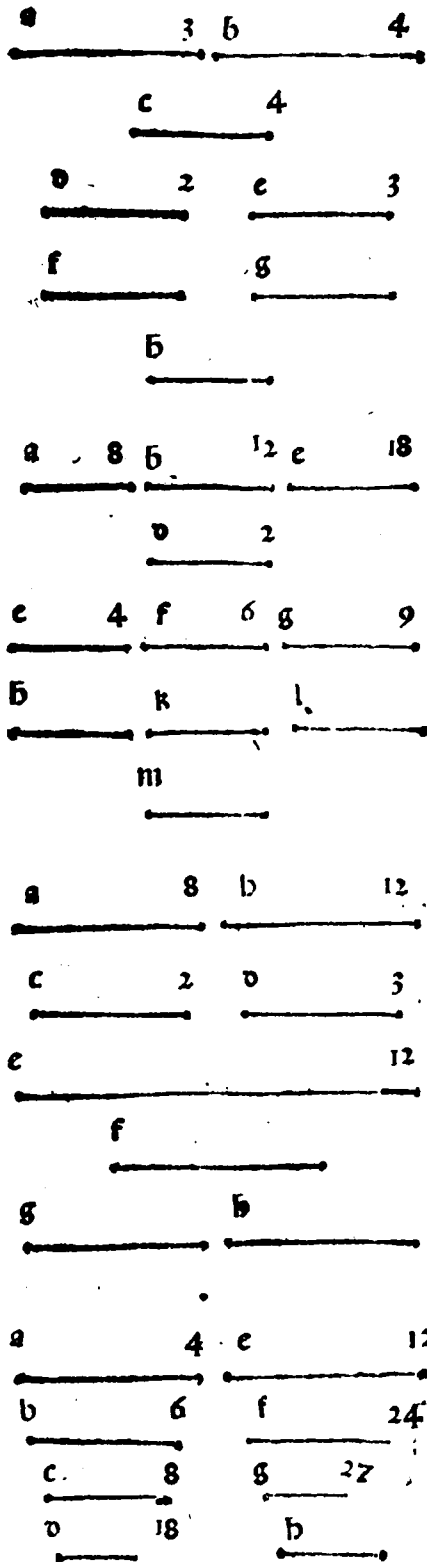
Sint duo numeri. a. f. b. minimiq. in eorū proportionem. c. f. d. eritq. per primam partem. 20. vt ex. a. in. d. f. b. in. c. fiat idem numerus qui sit. e. **Q**uod dico esse minimum numeratum ab. a. f. b. **A**li ter enim sit. f. quem numeret. a. f. b. fm. g. f. h. eritq. per secundam partem. 20. h. ad. g. sicut. a. ad. b. f. sicut. c. ad. d. f. per. 18. erit. c. ad. h. sicut. e. ad. f. cum itaq. per. 22. c. numeret. h. e. numerabit. f. maior minorem: quia ergo hoc est impossibile constat verum esse quod dicitur.

Propositio 36.



Propositis quotlibet numeris minimus ab eis numeratum reperire. **M**anifestum etiam ex hoc est minimum numerum quem quotlibet numerant quemlibet ab eis numeratum numerare.

Sint ppositi numeri. a. b. c. d. volo inuenire minimum numerum numeratum ab eis. **I**nuenio itaq. primo minimum numeratum ab. a. f. b. g. si. a. numerat. b. nõ erit alius q. b. **S**i autem non numerat eum nec eõuerso si ipsi sunt cõtra se primi q. ex uno in altez puenit erit minimus p. 33. f. pmissam. **Q**uod si sunt cõcantes sumantur minimi i eorū pportio: vt docet. 34. f. maiore i minore eorū multiplicato pueniat e. q. erit minimus nueratus ab eis p pmissam. **S**imili quoq. mō inueniat minimus nueratus ab. e. f. c. g. sit. f. eritq. f. minimus numeratus ab. a. b. c. **S**ed f. minimus quē numerant. f. f. d. sit. g. eritq. g. minimus quē numerant numeri ppositi. **Q**uod eni oēs ipsum numeret: patet p cõceptionē. **S**ed si non est minimus ponatur ergo. h. quem ga numerat. a. f. b. nu



merabit etiam ipsum per correl. premis. e. P Per idem quoq. correl. nu-
merabit ipsum. f. sed f. g. P Maior itaq. numerat minorem quod est im-
possibile. P Hec f. premis. proponuntur in alio loco sub tribus conclusi-
onibus quaz. prima equiualeat p. m. s. f. secunda c. o. p. n. i. f. ex correlariis am-
bibus: tertia p. p. n. i. f. de tribus qd. hec de quolibet numeris. Est itaq. p. m. a.

¶ Datis duobus numeris minimus ab eis numeratū inuenire.

¶ Dati numeri sint. a. f. b. quorum minor si numerat maiorem est ma-
ior quem q. r. i. m. u. s. P Alioquin maior eoz. numeraret minorem se. P Si at
neuter neutrum numeret. si ipsi sunt cōtra se p. m. i. erit qui ex. a. in. b. pue-
rit qui sit. c. minimus oīum quem numerat. a. f. b. P Nam si minorem
eo numerauerint esto. d. quē numeret f. m. e. f. f. P Eritq. p. secundam par-
tem. 10. a. ad. b. sicut. f. ad. e. P Et quia. a. f. b. sunt sue proportōis minimi
per. 13. numerabit. a. f. per. u. P Et quia per. 18. est. c. ad. d. sicut. a. ad. f. Nā
ex. b. in. a. f. f. sunt. c. f. d. P Sequit. c. numerare. d. P Sed erat. d. minor
c. quare impossibile. P Si autem. a. f. b. sint cōcantes: negociare pposi-
tum vt in. 35. P Secūda trium cōclusionum ex ambobus correl. f. cōf. f. a.

¶ Si plures numeri numerum vnum numerent: necesse est vt
minimus queni numerant eundem numerum numeret.

¶ Vt si sit quilibet numerus quera numerat. a. f. b. d. minimusq. ab eis
dem numeratus. c. erit vt. c. numeret. d. P Cum. n. sit. d. maior. c. si. c. nō
numerat ipsum. numerabit tñ aliquid eius. P Sitq. plurimum quod nūc
rat. e. f. residuum sit. f. eritq. f. minus. c. P Quia igitur. a. f. b. numerat. c.
numerabunt per cōem sciam f. e. sed numerabant. d. itaq. p. aliam cōmu-
nem scientiam numerabunt. f. inconueniens ergo sequitur q. c. non fuit
minimus quem numerant. a. f. b. **¶** Idem cōuincet f. eodem modo de
quotlibet numerato a quotlibet pluribus. s. q. minimus ab illis quotlibet
pluribus numeratus eūdem numeret: vltima trium cōclusionum est.

¶ Propositis tribus numeris: minimum numerozū ab eis
numeratorum inuenire.

¶ Tres numeri ppositi sint. a. b. c. minimusq. quē numerant. a. f. b. sit. d.
qui sumetur vt prima trium cōclusionum docet. P Si igitur. c. numerat
d. scito. d. esse quem querimus. P Si. n. a. b. c. minorem eo numerat. sit. n.
e. quem per premis. cōclusionem numerabit. d. quod est impossibile.
 P Si aut. c. non numerat. d. sumatur. e. minimus numeratus ab eis. P Qd
at. e. numeretur ab. a. b. c. patet quia. c. numerat ipsum f. d. similiter ergo
 f. a. b. q. numerat. d. P Quare. e. numerabit ab. a. b. c. eritq. e. minimus
quem numerat. a. b. c. P Si aut sit. f. quem p. premis. cōclusionem nu-
merabit. d. sed. c. numerat. f. quia. a. b. c. numerat eum: quare. c. d. nume-
rabūt eū: quare p. premis. e. numerabit eū f. est maior eo. P Sed f. e.
maior minorem quod non esse potest. Idem inueniet f. eodem mō quo
libet ppositis.

Propositio 37.



I numerus aliquis alius numez. numeret: erit in
numerato pars a numerante denominata.

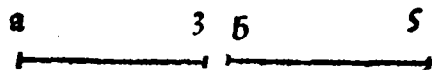
¶ Huius sensus ē q. oīs numerus numeratus a ternario hēt
terciam f. numeratus a quario hēt quintā. sicq. de ceteris.
 P Vt si. b. numeret. a. erit in. a. ps. denoiata a. b. P Nume-
ret. n. ipsum quotiens vnitas in. c. eritq. per. 16. vt. c. quoq.
totiens numeret. a. quotiens vnitas in. b. quare tota pars. est. c. a. quota
vnitas. b. P Et quia vnitas est pars oīs numeri ab ipso denominata per cō-
munem scientiam: erit. c. pars. a. denominata a. b. quod est ppositum.

Propositio 38.



I numerus aliquis partem quotācūq. habeat nu-
merabit ipsum numerus ad illam ptes dictus.

¶ Hec est conuersa premis. cūus est intentio: q. oīs nu-
merus hñs tertiā nūerat a ternario: f. hñs qntā a quario:
sicq. de ceteris. P Vt si. b. sit. ps. a. denoiata. a. c. seq. vt. c.
numeret. a. P Quia enim. b. est pars. a. denominata a. c. sed f. vnitas ē ps.



c 12



d



e



24



a



c



a



b



c

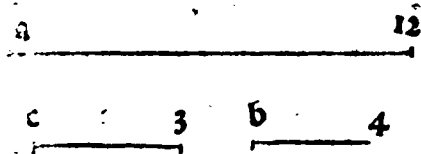


a

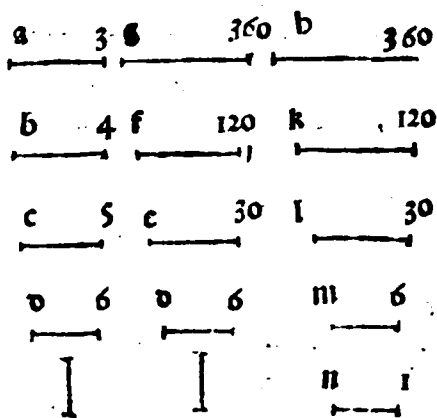
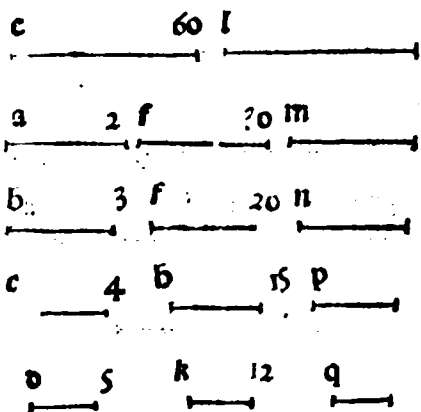


c





I



c. denominata ab ipso per concep. sequitur ut quotiens unitas numerat. et totiens. b. numerat. a. ¶ Itaq. per. 16. quotiens unitas. b. toties. c. numerat. a. quare constat propositum. ¶ Aliter idem cum sit. b. pars. a. si tota unitas. c. erit. per hanc communem scientiam unitatem et partem omnis numeri ab ipso denominatam. c. denominans. b. in. a. ¶ quia e. b. in. a. quotiens unitas in. c. euidenter sequitur propositum per. 16.

Propositio 39.



Numerum minimam propositarum denominationum habentem partes inuenire. Ex quo manifestum est q. minimus numerus numeratus a quotibet e minimus habes partes denotatas ab ipsis.

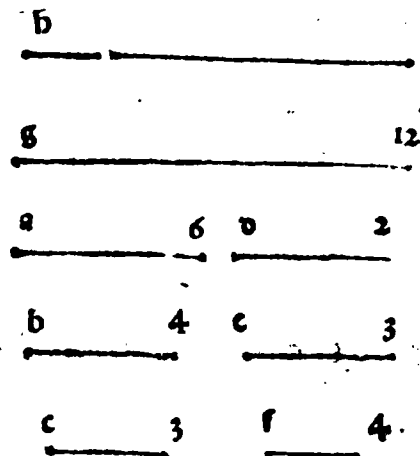
¶ Sint. a. b. c. d. denominantes partes propositas. ¶ e. minimus numeratus ab eis sumptu fm. 36. ipsum. e. dico esse quem querimus. ¶ Sint enim fm quos numerant ipsum. f. g. h. k. erit. p. 16. ¶ hanc communem scientiam unitas est pars omnis numeri ab ipso dictatur uic versa. f. g. h. k. numerent. e. fm. a. b. c. d. quare sunt partes eius ab illis dicte. ¶ Est igitur. e. habens partes propositarum denominationum. ¶ Minimus etiam qm si alter fuerit ut. l. sint partes. l. dicte ab eis. m. n. p. q. erit. per. 16. ¶ predictam com scientiam. a. b. c. d. uic versa partes. l. dicte ab. m. n. p. q. quare non erat. e. minimus quem numerat. a. b. c. d. quod est inconueniens. ¶ Habito minimo: si cura est habere secundum aut quotumcunque libet q. si secundum sume duplum minimis si tertium triplum ¶ ad hunc modum in aliis. ¶ Cum enim omnis multiplex. e. numeret ab a. b. c. d. per hanc com scientiam. Omnis numerus numerans alium numerat omnem numeratum ab illo. ¶ Necesse est per. 37. ut omnis multiplex. e. habeat partes denominatas ab. a. b. c. d. ¶ Si itaq. duplus. e. non fuerit secundus habens partes propositarum denominationum erit alius quem sicut sequitur esse maiorem. e. sic sequitur esse minorem duplo ¶ quia illum numerant. a. b. c. d. per. 38. sequitur per correl. 36. q. e. numeret eundem quod est impossibile. ¶ Cum enim numeret se. numeraret p hanc communem scientiam omnis numerus numerans totum ¶ detractum numerat residuum differetiam illius ad se. que cum sit minor se: maior numerus numeraret minorem quod esse non potest: sequitur itaq. duplum. e. esse fm numerum habentem propositarum denominationum partes. ¶ Similiter quoq. argues duplum. e. esse tertium probato duplo esse secundum: alioquin quia esset triplo minor: ¶ duplo maior: sequeretur. e. numerare aliquem inter ipsius duplum ¶ triplum: quod ut prius patet esse impossibile. ¶ Probato autem triplo esse tertium ad huius similitudinem probabis quadruplum esse quartum: ¶ sic in ceteris.

¶ **M**inimum numerum habentem partes propositarum denominationum sumptarum continue reperire.

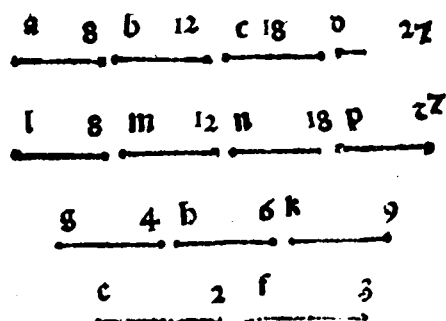
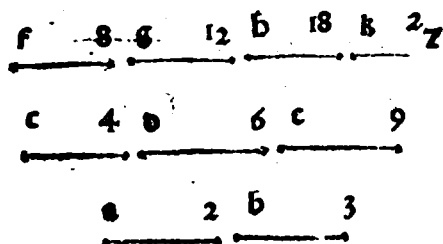
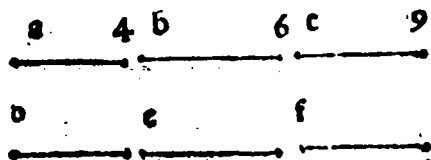
¶ Vt minimum numerum habentem tertiam que tertia habeat quartam que etiam quarta habeat quintam aut septimam aut qualitercumq. contingat eas ab eisdem uel diuersis denominari. ¶ Multiplicari oportet denominationem prime partis in denominatorem secunde: ¶ ex eis productum in denominatorem tertie: productum quoq. in denominatorem quarte sicq. de ceteris usq. ad ultimam a prima. ¶ Vel usq. ad primam ab ultima ¶ qui prouenerit erit qui inquiritur ut in. proposito. 60. uel. 84. ¶ Hoc autem ita esse demonstratiue sic habeto. ¶ Sint numeri partes propositas denominantes. a. b. c. d. uolumus inuenire minimum numerum qui habeat partem denominatam ab. a. ita q. illa pars habeat partem denominatam a. b. ¶ illa aliam denominatam a. c. sed ¶ hec aliam dictam a. d. ¶ Ducatur itaq. d. in. c. ¶ proueniat. e. ¶ e. in. b. ¶ proueniat. f. f. quoq. ducatur in. a. ¶ proueniat. g. quem dico esse quem inquirimus. ¶ Cum enim ipse. g. proueniat etiam ex. a. in. f. per. 17. erit. f. pars. g. dicta ab. a. At quia. f. prouenit per eandem ex. b. in. e. erit. e. pars. f. dicta a. b. sed ¶ propter hoc erit. d. pars. e. dicta a. c. ¶ qua unitas est pars. d. dicta ab ipso

d. patet. g. habere partes ut proponitur. ¶ Si ergo non fuerit minimus sit. b. sup. h. partes dicta ab. a. e. l. pars. k. dicta a. b. f. m. pars. l. dicta a. c. n. quocq. pars. m. dicta. a. d. ¶ Eritq. p. 18. f. 14. g. ad. f. ut. h. ad. k. f. ad. e. ut. k. ad. l. f. c. ad. d. ut. l. ad. m. sed f. d. ad unitatem ut. m. ad. n. ¶ Ergo per. 15. erit in proportionem equalitatis. g. ad unitatem ut. h. ad. n. ergo permutatim erit. g. ad. h. ut unitas ad. n. ¶ Quare cum. h. sit minor g. erit. n. minor unitate. sequitur igitur impossibile partē numeri minorem ēē unitate. ¶ Erit itaq. g. minimus habēs ptes ut pponit. Quo inuēto si cura fuerit hęc scdm aut quotūquelibet p minimi multiplices ut prius don est sumēdi erūt hec aut. 39. pponitur in alio fm hunc modum. ¶ Propositis partibus quoniscumquelibet minimum numerum eas continentium inuenire.

¶ Vt si partes propositae sint. a. b. c. sintq. eas denominantes. d. e. f. ¶ Sumatur minimus quem numerant. d. e. f. qui sit. g. hunc dico esse quem querimus. ¶ Erit enim in eo propositae partes per. 37. ¶ Qui si nō fuerit minimus eas continens sit ergo. h. quē numerabunt. d. e. f. per. 38. igitur nō erit. g. minimus numeratus ab eis quod est incōueniēs quia erat. ¶ Inteligo uero partes. a. b. c. in determinare poni f. nō sub quantitate certa: aliter enim non ēēt necessarium ut minimus numerus quem numerāt. d. e. f. esset minimus continens partes ppositas. ¶ Plurimas enim cōtingit partes reperire quas numerus numeratus ab eaz. denominatoribus non continet. ¶ Verbi gratia. Tres numeri q. sunt. 10. 90. f. 72. sunt eiusdē numeri ptes. primus quidē tertia. scdus uero q̄rta. f. tertius quinta: nec tñ minimus quē numerāt denoiatores eoz. qui ē. 60. partes istas cōtinet. ¶ Instandū igitur est si ptes sub certa quantitate ponant prime cōsequētie huius demonstrationis. ¶ Nō enim sequitur ut arguit p. 37. si ternarius hūc numerat ergo hic numerus positus est eius tertia. ¶ Sed ergo hēt tertiam. ¶ Quapp idem est qd pponitur fm utrūq. modum: sed fm primū cōuenientius uidet qd intenditur pponi. ¶ Attēdere autē oportet q. cū oīs pte habeat q̄ritatē in ea cōtingit ponere quotlibet f. quaslibet ptes fm quantitatē: f. inquirere q. minimus eas cōtinet f. sub quibus denominationibus. ¶ Minimū autē eas cōtinētē cōstat ēē minimū numeratū ab eis. ¶ Scdum quos uero numerant sunt qui illos in illo denoiant. ¶ Contingit itē ponere quotlibet f. quaslibet denominationes: f. inquirere in quo minimo hee denominationes repluntur f. fm quas q̄ritates. ¶ Minimū quoq. cōstat ēē minimum numeratū ab illis. ¶ Scdū quos uero numerant sunt qui q̄ritates determinant. ¶ Vtrobiz. autē idcirco inquiri minimus quia infiniti sunt hinc quidē qui has ptes cōtinent. Inde uero in quibus hee denoiationes repluntur. ¶ Contingit rursus ponere quotlibet ptes f. totidē denoiationes. Vel quotlibet denoiationes f. totidem partes. ¶ Nō autē quaslibet cū quibuslibet: sed certas cū certis. ¶ Si enim ponam ptes tres quatuor quinq. f. denoiationes eaz. 6. 7. 8. f. inquiram quis nūc rus cōtinet has ptes sub istis denoiationibus: similis ero inquisitori uario q̄renti impossibile. ¶ Certas igitur conuenit ponere ptes cū denoiationibus certis f. nō ut cōtingit f. inquirere quis numerus positus ptes sub positis denominationibus continet: nō autē quos. ¶ Minimus unicus enim est nam siue pposita fuerit una pars f. una denoiatio siue plures f. plures non erit sumere plures numeros quod ppositū erit continētes. Solutus enī est cuius ternarius est quinta nō plures. Solutus quoq. cuius ternarius octavus f. senarius quarta non plures. ¶ Ideoq. pponentem partes f. denoiationes ipsarū in toto non est querere quis minimus continet has ptes sub istis denoiationibus: sed quis unus cōtinet. ¶ Proponētē autē ptes tñ. Cōtingit querere quis minimus eas continet f. a quibus in eo denoiantur. ¶ Solas quoq. pponentē denoiationes conuenit querere q. partes ab illis dictae f. in quo minimo replunt. Conuenientius autē ut partes p denoiationes inquireret q. denoiationes p partes diuersitatē quidē denoiationū nō partū comitatur pportionū diuersitas. ¶ Explicit liber septimus.



Liber octauus Euclidis de numeris similibus ac eorum ad instar continue quantitatis denominationibus et ipsorum ad inuicem proportionibus ex optima Campani interpretatione Magistro Luca pacolo de Burgo Sancti Sepulcri Didicis Binozani Castigatore diligentissimo. Incipit.



Atera numerorum dicuntur quorum multiplicatione numeri producantur. 1. **S**upercialis appellatur numerus qui ex duobus lateribus continetur. 2. **S**olidus vero qui sub tribus ex quorum continuo multiplicatione habet procreari. 3. **Q**uadratus est numerus superficialis equalibus lateribus consistens. 4. **C**ubus est solidus equalibus consistens lateribus. 5. **S**imiles dicuntur numeri si per faciales siue solidi quorum latera

tera sunt proportionalia.

Propositio. 1.



Si numerorum quotlibet continue proportionalitatis duo extremi fuerint contra se primi: eos omnes secundum suam proportionem minimos esse necesse est.

Sint continue proportionales. a. b. c. duoque extremi qui sunt a. c. sint contra se primi. dico quod in eadem proportionem non reperiuntur totidem minores. Si autem contingit sint. d. e. f. erunt per 15. septimi. a. ad c. sicut. d. ad f. quia. a. f. c. sunt minimi in sua proportionem p. 13. eiusdem sequitur p. 2. ut. a. numeret. d. f. c. maiores. s. minores quod esse non potest.

Propositio. 2.



Si meros quotlibet continue proportionalitatis finem proportionem datam minimos inuenire. uide manifestum erit: quod si fuerint tres numeri continue proportionalitatis finem eam minimi duo extremi erunt quadrati. quod si fuerint quatuor erunt extremi cubi.

Sint date proportionis minimi. a. f. b. ducatur a. in se fiat. c. f. in. b. fiat. d. b. quoque in se. f. pueniat. e. erunt. c. d. e. continue proportionales in proportione. a. ad. b. p. 18. f. 19. septimi: quia. c. f. e. sunt contra se primi p. 18. eiusdem erunt. c. d. e. finem datam proportionem minimi p. premisam. Ducatur iterum. a. in omnes illos. f. pueniat. f. g. h. f. b. in. c. f. pueniat. k. erunt. f. g. h. k. continue proportionales in proportione. a. ad. b. p. 18. f. 19. septimi: minimi quoque p. 18. eiusdem f. premisam hac uia f. rone inueniet. s. uel. 6. uel. quotlibet.

Propositio. 3.



Si numeri quotlibet continue proportionalitatis secundum suam proportionem fuerint minimi: duos contra extremos se primos esse necessario comprobatur.

Hec tertia est conuersa prime. Sint. n. a. b. c. d. continue proportionales f. finem suam proportionem minimi. dico quod. a. f. d. extremi erunt ad inuicem primi. **M**inimi. n. in proportione a. ad. b. sunt. e. f. f. erunt. p. 22. septimi contra se primi p. hos ergo duos finem doctrinam premisse inueniant totidem proportionales f. minimi quot sunt numeri ppositi. **P**rimo quidem tres qui sunt. g. h. k. deinde quatuor qui sunt. l. m. n. p. f. ad hunc modum continue p. additionem unius quousque fiat tot quot sunt numeri ppositi ut sunt hic. l. m. n. p. sequitur ergo. l. m. n. p. equales esse. a. b. c. d. eo quod in eadem proportione sunt utrinque minimi. **E**t quia. l. f. p. sunt contra se primi p. 18. septimi: erunt quoque. a. f. d. illis equales contra se primi

mltiquod est propositum.

Propositio .4.



Similitudinem assignatarum proportionum in minimis numeris fm ipsas proportionales continuat proportionibus inuenire.

¶ Assignate portiones in minimis terminis inueniant ut docet .34. septimi. Sintq. pma inter .a. f. b. scda inter .c. f. d. tertia inter .e. f. f. sic quoq. de pluribus si fuerint plures. uolo has pportiones in quatuor minimis numeris cōtinuare. Sumo ergo .g. minimum quem numerat .b. f. c. f. quotiens .b. numerat ipsum .g. toties .a. numerat .h. d. quoq. totiens numeret .k. quoties .c. g. itaq. si .e. numerat .k. fit ut .f. toties numeret .l. et itaq. .b. g. k. l. quos qrimus. ¶ Cōstat .n. p. 18. septimi q. sit .h. ad .g. sicut .a. ad .b. f. g. ad .k. sicut .c. ad .d. at .k. ad .l. sicut .e. ad .f. ¶ Minimi quoq. nā si alii sint minimi ut .n. p. m. q. oportebit p. u. septimi bis assumptā ut uterq. duoz. b. f. c. numeret .p. qre f. g. numerabit eūdem .p. correl. 35. sep. quod est inconueniens. ¶ Sunt igit. h. g. k. l. minimi. ¶ At uero si .e. non numerat .k. fit .m. minimus numeratus ab eis .e. s. e. f. k. quem .m. quotiens numerat .k. totiens .b. numeret .n. f. g. totiens .p. erūtq. per .18. septimi .n. p. m. in pportione .h. g. k. quare .n. ad .p. ut .a. ad .b. f. p. ad .m. ut .c. ad .d. sed quotiens .e. numerat .m. totiens .f. numeret .q. f. erit p eandem .m. ad .q. sicut .e. ad .f. ¶ Manifestum est igitur q assignate pportiones cōtinuate sunt in quatuor numeris qui sunt .n. p. m. q. ¶ Qui si nō fuerint minimi. sint si possibile est alii qui sint .r. s. t. x. quia itaq. per .u. septimi bis assumptā uterq. duoz. numerorum .b. f. c. numerat .s. sequitur p correl. 35. sep. ut .g. numeret eundem quare et .k. numerabit .t. at q. a. p. u. septimi .e. numerat eundem .t. nō erit .m. minimus quem numerant .k. f. e. hac rōe q. nā illis f. quotlibet alias sine oī offendiculo cōtinuare poteris.

Propositio .5.



Primum duorum numerorum compositorum p portio unius ad alterum est ex laterum suorum p ducta proportionibus.

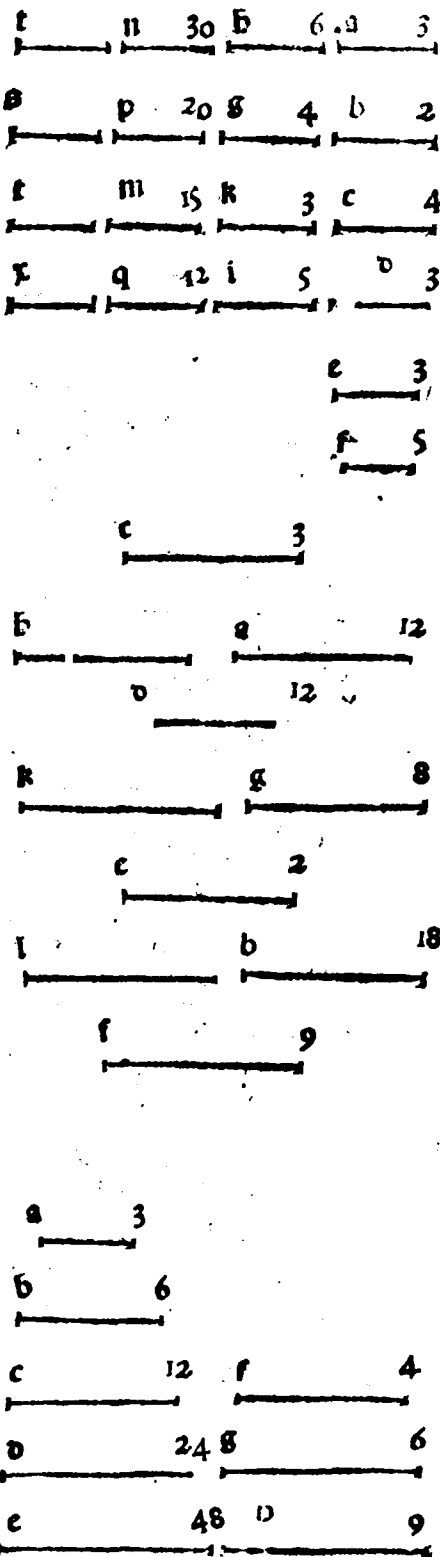
¶ Quod proponit .34. sexti de superficiebus equidistantium laterum proponit hec de numeris compositis. Sint duo numeri cōpositi .a. b. latera .a. sint .c. f. d. latera .b. sint .e. f. f. dico itaq. q portio .a. ad .b. constat ex ea que est .c. ad .e. f. ea que est .d. ad .f. ¶ Sit enim ut ex .d. in .e. fiat .g. quia ergo ex .d. in .c. fit .a. f. ex .f. in .e. fit .b. per conuersionem diffinitionis laterum erit per .18. septimi .a. ad .g. sicut .c. ad .e. f. per .19. eiusdem .g. ad .b. sicut .d. ad .f. quare per diffinitionem portio .a. ad .b. composita est ex ea que est .c. ad .e. f. ea que est .d. ad .f. quod est propositum. ¶ Nec est necessarium ut continuemus proportionales laterum uidelicet eam que est .c. ad .e. f. eam que est .d. ad .f. in minimis numeris repertis fm doctrinam precedentis ut docent quidam hoc enim est propositum preter necessarium. ¶ Arguant enim posito q illi minimi sint .h. k. l. itaq. sit .h. ad .k. sicut .c. ad .e. f. k. ad .l. sicut .d. ad .f. proportionem .h. ad .l. esse compositam ex compositorum laterum pportionibus. ¶ Sumptoz. g. fieri ex .d. in .e. arguant .a. ad .g. ut .h. ad .k. quia ut .c. ad .e. f. g. ad .b. ut .k. ad .l. quia ut .d. ad .f. l. ideoq. fm equam propo. f. a. ad .b. ut .h. ad .l. concludunt igitur .a. ad .b. componi ex quibus .h. f. l. neq. quidem sed non necessario assumpto.

Propositio .6.



In numerorum quotlibet continue proportionalium primus secundum non numeret nullus eorum numerabit ultimum.

¶ Sint .a. b. c. d. e. continue proportionales. dico q si .a. non numeret .b. nullus eorum numerabit .e. Manifestum aut est q si ipsum numeret oēs numerabūt .e. f. simpliciter



quilibet precedenti quilibet sequenti. ¶ Si autem nō numerat ipm pate-
q. d. non numerabit. e. nec simpliciter aliquis eorum proximo sequentem
quia sunt positi continue pportionales. ¶ Sed q. nullus alius ut. e. nume-
ret ipsum sic constat. ¶ Sumantur fm doctrinam scūde huius totidem
minimi continue pportionales in pportione eadē quot sunt ipse. e. cōs
sequentes qui sunt. l. g. b. eruntq. p. 3. huius. f. g. b. contra se primi: & quia p
equam pportionalitatem. c. ad. e. ut. f. ad. h. cum. f. non numeret. b. nec. e.
numerabit. e. eodē mō nec aliq. alioz: quare liquet qd ppositum est.

Propositio .7.



¶ Numerorum continue proportionalium primos
ultimū numeret: idem ipse 2 secundū numerabit.
¶ Sint qui prius continue pportionales. dico si. a. nume-
ret. e. ipse numerabit. b. alioquin ex premissa nō numera-
ret. e. quod est contrarium & impossibile. Non solum alia
numerabit. b. sed & oēs q. quisq. eoz quilibet ipm sequitē.

Propositio .8.



¶ Inter duos numeros numeri quotlibet in conti-
nua pportionalitate ceciderint: totides inter om-
nes duos in eadē pportione relatos caderene-
cesse est.

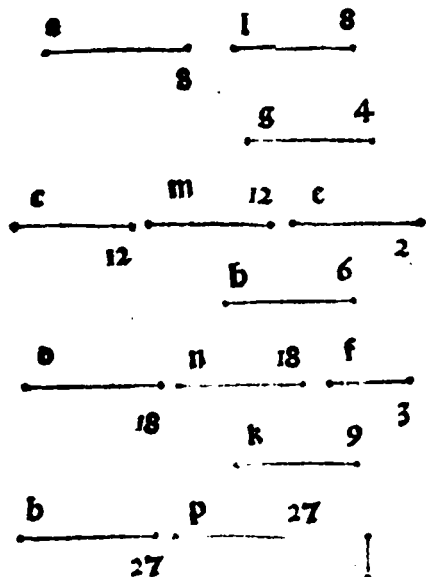
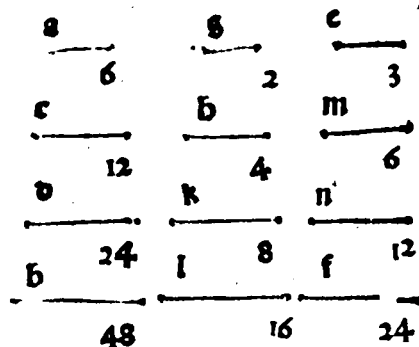
Sint. a. f. b. inter quos cadunt. c. f. d. in cōtinua pportioe
habentes se in pportione. e. ad. f. dico q. totidē cadūt inter
e. f. f. in eadem pportione quot inter. a. f. b. Sint enim. g. h. k. l. totidē
minimi quot sunt. a. f. b. f. qui inter eos cadunt sumpti: quēadmodū do-
cet secunda huius cōtinue pportionales in eadē pportione eruntq. p. 3. g.
f. l. cōtra se primi: & perequā ppor. erit. g. ad. l. sicut. a. ad. b. ideoq. f. sicut
e. ad. f. q. quia ipsi sunt in sua pportione minimi per. 33. septimi: sequitur
per. 34. eiusdē ut. g. numeret. e. f. l. f. equaliter toties igit numeret. h. m. f.
k. n. positisq. m. f. n. inter. e. f. f. constat per. 38. septimi. e. m. n. f. eē conti-
nue pportionales: quēadmodum sunt. g. h. k. l. f. ideo quēadmodum. a.
c. d. b. quare pater quod dictū est. ¶ Ex hac constat nullā suplicularem
posse per equalia diuidi: si enim hoc eēt oporteret inter duos numeros
sola unitate distātes numerum cadere mediū quod eē non potest: ideoq.
tonus in musica quē sexquioctana cōtinet pportio i duo uera semitonio
diuidi non pōt: sed necessario diuiditur in minus semitonium & maius.

Propositio .9.



¶ Inter duos numeros contra se primos numeri
quotlibet continua pportionalitate ceciderint: in-
ter utrunq. eorum 2 unitatem totidem continua
pportionalitate cadere necesse est.

Sint. a. f. b. cōtra se primi. inter quos cadat in cōtinua
ppor. c. f. d. dico q. totidē erunt continue pportionales in-
ter. a. f. unitatē: itēq. totidē inter. b. f. unitatē. Sint enim in i illa ppor-
tione minimi. e. f. f. sumpti ut docet. 34. septimi: ex quibus sumant tres
continue pportionales & minimi in eorum pportione: put docet secū-
da huius qui sunt. g. h. k. deinde quatuor qui sunt. l. m. n. p. f. hoc totiens si
at usquequo sic sumpti fiant totidem quot sunt numeri propositi: ut fiant
hic. l. m. n. p. Constat itaq. cum sint. a. c. d. b. in sua pportione minimi p
primam huius: sintq. l. m. n. p. totidem & minimi in eadem. Non sit autē
possibile eē aliquid minus minimo q. numeri. l. m. n. p. equales erūt nu-
meris. a. c. d. b. quisq. suo relatiuo ē igitur. l. equalis. a. f. p. b. Manifestum
autem ex secunda huius q. ex. f. in se fit. k. & ex eodem in. k. p. per diffini-
tionē igitur eius quod est multiplicari: erit. f. in. k. k. quoq. in. p. quoties
unitas est in. f. itaq. unitas. f. k. p. sunt continue pportionales. Similiter
autem & unitas. e. g. l. sumptis ergo. a. f. b. loco. l. f. p. sibi equalium erunt
inter. a. f. unitatem. g. f. e. & inter. b. f. unitatem. k. f. continue propor-
tionales totidem quot sunt inter. a. f. b. quod est propositum.

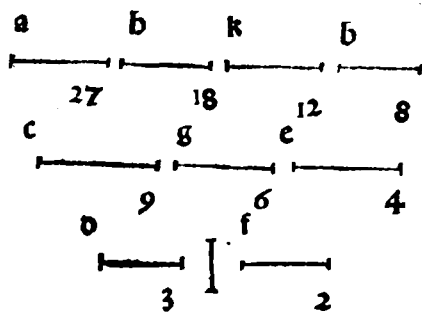


Propositio .10.



Inter vtrunq; eorum 2 unitatem quotlibet numeri continua proportionalitate ceciderint ambo bus numeris totidem continua proportionalitate interesse necesse est.

Sint duo numeri. a. b. sintq; c. d. inter. a. b. unitatem. e. quoq; f. inter. b. f. unitatem continue proportionales. dico totidem esse inter. a. b. continue proportionales: hec est contra prioris excepto q; ad subiectum premisse appositum. erat. a. b. esse contra se primos quod non apponitur hic ad passionem quia propter unitatem salior est passio huius subiecto illius. ¶ Quia igitur quotiens unitas in. d. totiens est. d. in c. totiens. c. in. a. constat quod ex. d. in se fit. c. ex eodem. d. in. c. a. Similiter quoq; ex. f. in se fit. e. sicut. e. f. b. ¶ Ducat itaq; d. in. f. productus sit. g. itemq; idem. d. ducatur. in. g. e. f. sint producti. h. f. k. Constat igitur ex. 18. septimi q; c. ad. g. vt. d. ad. f. ex. 19. q; g. ad. e. vt. d. ad. f. quare. c. g. e. sunt continue proportionales in proportionem. d. ad. f. item per. 18. iterum sint. a. ad. h. sicut. c. ad. g. f. b. ad. k. sicut. g. ad. e. f. per. 19. k. ad. b. sicut. d. ad. f. igitur sint. a. h. k. b. continue proportionales: quare constat propositum.

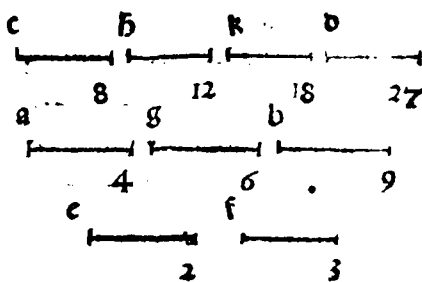


Propositio .11.



Suerintamboquadraterit proportio vnus ad alterum tanq; suilateralis ad latus illius proportio duplicata. Si vero ambo fuerint cubiterit proportio alterius ad alterum tanq; suilateralis ad latus alterius proportio triplicata.

Sint duo quadrati. a. b. f. duo cubi. c. d. latera tamen quadratorum q; cuborum sint. e. quidem. a. f. c. f. vero. b. f. d. dico q; p. portio. a. ad. b. erit sicut. e. ad. f. duplicata. c. vero ad. d. sicut eadem triplicata. Manifestum enim est q; ex. e. in se fit. a. f. ex ipso. e. in. a. c. sic quoq; ex. f. in se fit. b. f. ex ipso in. b. d. ducatur igitur. e. in. f. f. prouenit. g. f. in g. f. b. f. proueniant. h. f. k. eritq; per. 18. septimi. a. ad. g. sicut. e. ad. f. p. 19. g. ad. b. sicut. e. ad. f. igitur ex definitione. a. ad. b. sicut. e. ad. f. duplicata quod est primum. ¶ Secundum eodem modo constat. sint enim p. 18. iterum. c. ad. h. sicut. a. ad. g. f. b. ad. k. sicut. g. ad. b. f. per. 19. k. ad. d. sicut. e. ad. f. quare. c. b. k. d. sunt etiam continue proportionales in proportionem. e. ad. f. per definitionem igitur erit. c. ad. d. sicut. e. ad. f. triplicata quod est secundum.

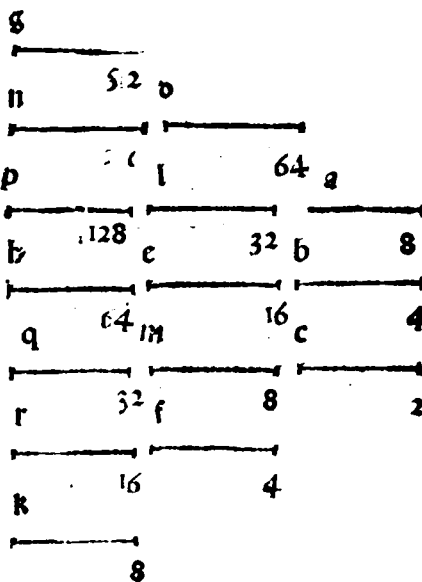


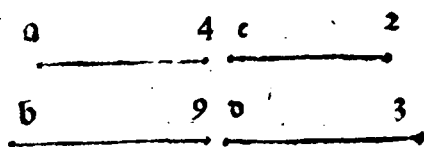
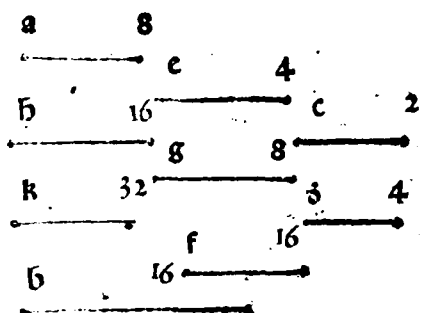
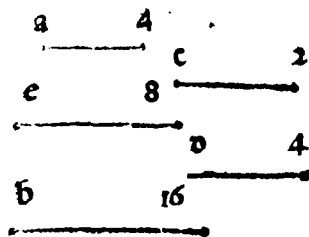
Propositio .12.



Inumerosum continue proportionalitatis quisq; in seipsum ducatur qui inde producentur sub continua proportionalitate esse. Quod si item in ipsos productos principia sua ducantur inde quoq; productos continue proportionalitatis esse necesse est. idemq; in omnibus hoc modo productis extremitatibus.

Sint. a. b. c. continue proportionales quorum quisq; in se ducatur f. proueniant ex. a. quidem. d. ex. b. vero. e. f. ex. c. f. dico q; d. e. f. sunt continue proportionales: q; si item. a. ducatur in. d. f. proueniat. g. b. quoq; in. e. f. proueniat. h. f. c. in. f. proueniat. k. dico etiam q; g. h. k. erunt continue proportionales. ¶ Sit enim ex. a. in. b. l. f. ex. c. in. eundem. m. eruntq; p. 18. f. 19. septimi. d. l. e. m. f. continue p. portioales in p. portione. a. b. c. itaq; equam proportionalitatem argue. d. ad. e. sicut. e. ad. f. quod est primum. ¶ Reliquum sic ducatur. a. in. l. f. e. f. proueniat. n. f. p. c. quoq; ducatur in. e. f. m. f. proueniant. q. f. r. eruntq; per easdem. g. n. p. h. q. r. k. continue quoq; proportionales in proportionem primorum: per equam igitur proportionalitatem concludere. g. ad. h. sicut. b. ad. k. quod est reliquum. Eadem erit ratio quotienscumq; primi in productos ducantur.





Propositio .13.



Iquis quadratus numerus alium quadratus non numeret latus quoque suum latus illius numerare poteratur. Si vero latus suum latus alius numeret quadratus numerat quadratum.

Sint duo numeri. a. & b. quadrati latera quoque eorum. c. & d. dico quod si a. numerat b. c. quoque numerabit d. & e converso. **C**onstat enim quod ex c. in se fit a. ex d. quoque in se b. fiat igitur e. ex c. in d. eruntque per .18. & .19. septimi. a. e. b. continue proportionales in proportionem c. ad d. **S**i igitur a. numerat b. idem ipse per .7. huius numerabit e. quare & c. d. quod est primum. **C**onversa sic patet. si c. numerat d. a. numerabit e. propter id quod proportio a. ad e. sicut c. ad d. & si numerat e. ipse numerabit b. propter hoc quod sunt continue proportionales.

Propositio .14.



I cubus alium cubum numeret latus quoque suus latus alterius numerabit. Si vero latus suus latus alterius numeret cubus numerabit cubum.

Sint duo numeri. a. & b. cubi latera quoque eorum. c. & d. dico quod si a. numerat b. c. quoque numerabit d. & e converso. **D**ucatur enim c. in se. & fiat e. d. quoque in se fiat f. constat igitur quod ex c. in e. fit a. & ex d. in f. fiat itaque g. ex c. in d. eruntque per .18. & .19. septimi. e. g. f. continue proportionales in proportionem c. ad d. sed & b. & k. pueriant ex c. in g. & f. **P**er easdem igitur erunt a. b. k. continue quoque proportionales in eadem proportionem. **I**taque si a. numerat b. idem ipse per .7. huius numerabit h. quare & c. d. est n. c. ad d. sicut a. ad b. constat igitur prima pars. **C**onversa patet sicut conversa prioris. Nam si c. numerat d. a. quoque numerabit h. quem si numerat necesse est ut numeret b.

Propositio .15.



S numerus quadratus quendam alium quadratum non numeret nec latus suum latus illius numerabit. Si vero latus suum latus illius non numeret quadratus is quadratum illius non numerare ex necessitate conuincitur.

Hec .15. proponit negationes conuerti que affirmatio nibus quas .13. huius conuerti proposuit opponuntur ut si fiat duo numeri quadrati. a. & b. quorum latera c. & d. si a. non numerat b. c. quoque non numerabit d. e converso etiam si c. non numerat d. nec a. b. **S**it enim primo ut a. non numeret b. si itaque c. numerat d. per secundam partem .13. huius. & a. numerabit b. quod est contrarium positioni sicque patet primum. **S**ecundum quoque si c. non numeret d. itaque si a. numeret b. per primam partem .13. necesse est ut c. numeret d. necesse est igitur ut numeret ipsum cum non numerat ipsum quod est impossibile. **Q**uemadmodum autem necesse est conuerti negationes oppositas affirmationibus quas .13. demonstrauit conuerti sic quoque necesse est eas negationes que opponuntur illis affirmationibus quas premissa conuerti demonstrauit conuertantur unde si cubus non numerat cubum nec latus eius numerabit latus illius e converso quoque si latus unius non numerat latus alterius nec ipse cubus numerabit alterum cubum demonstratur autem hoc per premissam a destru- ctione consequentis sicut quod propositum est per .13. ideoque hoc auctor non proposuit sed per id quod propositum est ipsum dedit intelligi.

Propositio .16.



S duo numeri superficiales fuerint similes necesse est tertium numerum secundum proportionalitatem continuam eis interesse eritque proportio unius numeri ad alterum sibi similes velut unius lateris sui ad latus alterius se respiciens proportio duplicata.

Sint duo numeri. a. & b. superficiales & similes dico

g. inter ipsos cadet unus numerus in continua pportione: latera enim a. sunt c. f. d. b. uero latera sint. e. f. f. eruntq. ex conuersione diffinitionis numerorum similium. c. ad. f. f. d. ad. f. constat aut q. ex c. in. d. fiat a. f. ex e. in. f. b. fiat itaq. g. ex e. in. d. eritq. per. 19. septimi a. ad. g. sicut. c. ad. e. f. per. 18. eiusdē. g. ad. b. sicut. d. ad. f. quare a. ad. g. sicut. g. ad. b. est itaq. continua proportionalitate medius inter. a. f. b. quod est propositum. ¶ Correl. autem patet cum sit. a. ab. b. per diffinitionem: sicut. a. ad. g. duplicata que eadem est illi que est. c. ad. e.

Propositio .17.



¶ Si continua proportionalitate tertius numerus duobus numeris inter sit: illi duo numeri superficiales sunt & similes.

¶ Hec est conuersa premissarum si inter a. f. b. sit c. sub continua proportionalitate constitutus. a. f. b. erunt superficiales & similes. ¶ Sint enim. d. f. e. minimi in pportione qua continuantur. a. c. b. qui per. 21. septimi numerabunt. a. f. c. equaliter sitq. ut fm. f. f. per eandem. c. f. b. equaliter: f. sit ut fm. g. erunt igitur per diffinitionem. a. f. b. superficiales & erunt etiam per diffinitionem. d. f. f. latera numeri. a. c. quoc. f. g. latera numeri. b. ¶ Quod autem ipsi sint similes sic habeto. ¶ Cum enim ex. d. in. g. sit. c. f. ex e. in. f. sit idem. c. erit per secundam partem. 10. septimi. d. ad. e. sicut. f. ad. g. per diffinitionem igitur. a. f. b. sunt similes: quod est propositum. ¶ Hoc autem ultimū quod est. a. f. b. esse similes: potest etiam haberi per. 19. f. 18. septimi: f. per has ypothe. g. a. c. b. sunt continue proportionales in pportione. d. ad. e. minimorum numerantium. a. f. c. fm. f. f. c. f. b. fm. g.

Propositio .18.



¶ Si fuerint duo numeri solidi similes: necesse ē eis duos numeros fm continua proportionalitate interesse: eritq. pportio unius solidi ad alterū sibi simile: velut cuiuslibet sui lateris ad latus alterius respiciens se pportionaliter pportio triplicata.

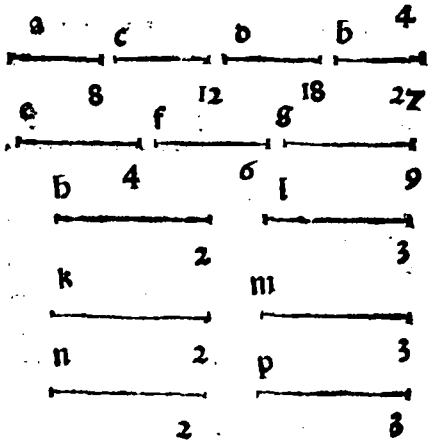
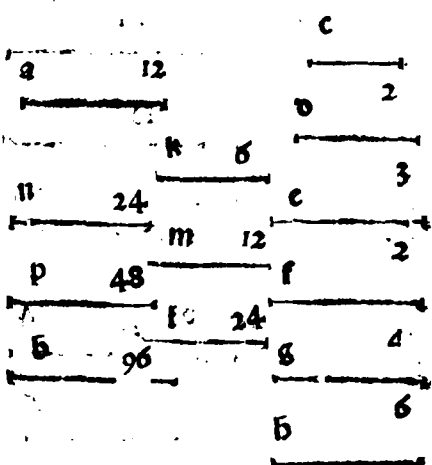
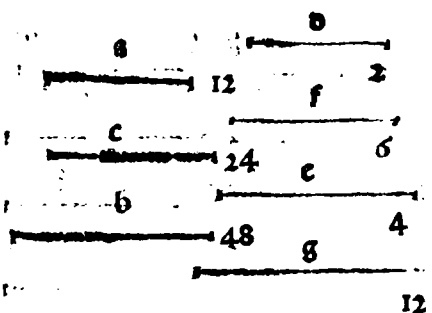
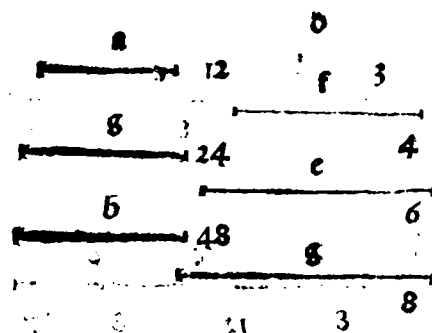
¶ Sint duo numeri. a. f. b. solidi similes dico q. inter ipsos cadent duo numeri in continua pportione. Sint enim latera numeri. a. c. d. e. latera uero. b. sint. f. g. h. eruntq. ex conuersione diffinitionis numerorum similium. c. ad. f. f. d. ad. g. sicut. e. ad. h. Sit igitur ex. c. in. d. k. f. ex f. in. g. l. eruntq. ex diffinitione. k. f. l. superficiales & similes. quare p. huius unus numerus cadet inter eos medius fm pportionem. c. ad. f. qui sit. m. Manifestum autem est q. ex e. in. k. sit. a. f. ex h. in. l. b. si igitur ex e. in. m. f. l. hant. n. f. p. erūt per. 18. septimi. a. ad. n. sicut. k. ad. m. f. n. ad. p. sicut. m. ad. l. quare. a. n. p. sunt continue pportiones in pportione c. ad. f. ¶ Et quia per. 19. eiusdem. p. ad. b. sicut. e. ad. h. f. ideo sicut. c. ad. f. sequitur ut quatuor numeri. a. n. p. b. sint continue pportiones fm pportionem. c. ad. f. ¶ Sunt itaq. inter. a. f. b. duo numeri. n. f. p. medii in continua proportionalitate suorum laterum interpositi: quod est propositum. ¶ Correl. autem patet cum pportio. a. ad. b. sit per diffinitionem sicut. a. ad. n. triplicata que est eadem illi que est. c. ad. f.

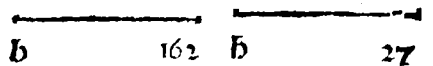
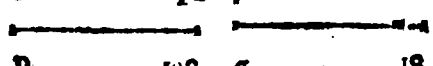
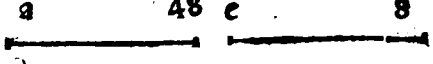
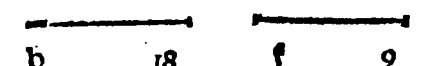
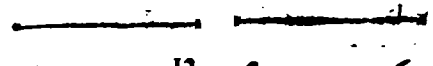
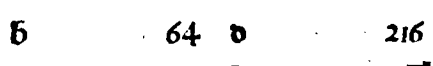
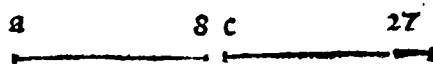
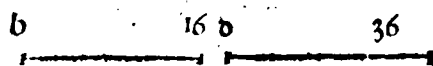
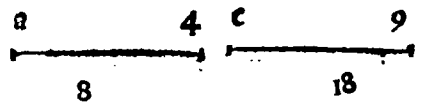
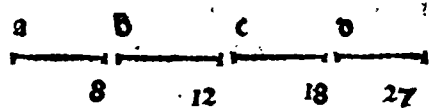
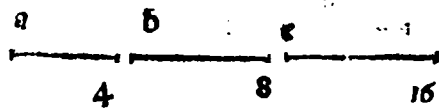
Propositio .19.



¶ Si eis fm continua proportionalitate duo numeri interiacet quilibet duo numeri solidi sunt atq. similes.

¶ Hec est conuersa premissarum si inter a. f. b. sint duo numeri. c. f. d. medii in continua pportione: erūt. a. f. b. solidi & similes. ¶ Sumatur eni tres minimi in eadē pportione continue pportiones q. sint. e. f. g. erūtq. p. 17. e. f. g. superficiales & similes. ¶ Sint ergo. h. f. k. latera. e. at. l. f. m. latera. g. eritq. p. corre. 16. huius. e. ad. f. sicut. h. ad. l. aut sicut. k. ad. m. manifestū aut est ex tertia g. e. f. g. sunt cōtra se primi: ideoq. p. 23. septimi in sua pportione minimi: f. quia p. equā pportionalitatem sunt. a. ad. d. f. c. ad. b. sicut. e. ad. g.





sequitur per. u. septimiluat ipsi numerent. a. C. d. equaliter quod sit fm. n.
 E item. c. f. b. equaliter qd sit fm. p Quia igitur ex. h. in. k. fit. e. E ex. e. in
n. fit. a. sequitur p diffinitionem ut. a. sit solidus eiusq. latera. h. k. n. simili
ter quia ex. l. in. m. fit. g. E ex. g. in. p. b. sequitur et ut. b. sit solidus E eius la
tera. l. m. p. P Ipsos aut esse similes sic constabit cum ex. g. in. n. fiat. d. E ex
rod. i. p. b. erit p. 18. septimi. n. ad. p. sicut. d. ad. b. E quia sic erat. h. ad. l.
 C. k. ad. m. p diffinitione manifestu est. a. f. b. esse similes qd e ppositum.

Propositio .20.



¶ triū numeroꝝ continue pꝑoꝛtionalius primus fuerit quadratus tertiu quoqꝫ quadratum eẽ.

Sint tres numeri continue pporcionales. a. b. c. sitq. a. quadratus dico q. c. eff etiam quadratus. ¶ Sunt enim p. rz. a. c. c. supficiales & similes cū igitur. a. sit quadratus p. hypothe. erit. c. qdratus. **Propositio. 21.**

Propositio. 21.

3 quatuor numeroꝝ continue proportionalium.
primus fuerit cubus: quartus cubum eē necesse ē.

Sint quorū numeri cōtinue pportionales. a. b. c. d. sit
q. a. cubus: dico q. d. est et cubus. ¶ Cōstat enim p. 19. q.
a. & d. sunt solidi similes: ¶ quia a. est cubus p. ypothe. erit
etiam. d. cubus. **Propositio. 22.**

Propositio. 22.



3 dno:um numerorum quozus proportio fient q̄
drati ad quadratum fuerit vnus quadratus : alte
rum quoq; quadratum cē.

Sint duo numeri. a. f. b. in pportione duorū quadra-
torū qui sint. c. f. d. sitq. a. uel. b. quadratus: dico reliquū
ēē quadratū. Cum enim. c. f. d. sint quadrati sequitur eos
ēē superficiales similes: ideoq. per. 16. cadet unus medius inter eos in conti-
nua pportione: quare p. 8. f. inter. a. f. b. per. 20. igitur constat ppositum.

Propositio .23.

3 duorum numerorum quorum proportio ad alterum fit sicut cubi ad cubum alteruter fuerit cubus & alterum cubicum eē.

Sint duo numeri. a. f. b. in proportionē duorum ca-
borum qui sint. c. f. d. sitq. a uel. b. cubus: dico reliquum
esse cubum. ¶ Necesse ē enim q. c. f. d. sint solidi similes.
quippe oēs cubi sunt similes & solidi: itaq. per. 18. inter ipsos cadent duo
medii in cōtinua proportionē totidem igitur per. 8. cadent inter. a. f. b.
itaq. per. 21. manifestum, est quod dicitur.

Propositio .24.

Amorū superficialium similitū est pportio vni-
us ad alterum sicut pportio quadrati ad qdratū.

Sint. a. f. b. superficiales similes: dico q. unus ad alterum ē proportio sicut quadrati ad quadratum. ¶ Erit. n. per. 16. inter eos unus numerus medius in continua ppor-tione qui sit. c. ¶ Sumptis itaq. tribus minimis in ppor-tione eor. qui sint. d. e. f. erunt p. correl. a. d. f. quadrati: f. quia p. equā pportionalitatem est. a. ad. b. sicut. d. ad. f. constat uerum ēē qd pponitur.

Propositio .25.

Anñũ duoz solidoz similiũ est proportio vnũs
ad alterũ sicut alicuius cubi ad aliquẽ cubũ.

 Sint. a. f. b. solidi similes: dico q. p. portio unius ad al-
terum est sicut cubus ad aliquem alium cubū. ¶ Sunt qui
dem per. 13. inter eos duo numeri mediū fin. continuam
proportionem qui sint. c. f. d. in eorum proportiōe sint
minimis quatuor. e. f. g. h. quorum. e. f. h. erunt cubi per correlarium secū-
di: quia igitur per eam proportionalem itatem est. a. ad. b. sicut. e. ad. b. li-
quet propositum. Explicit liber Octauus.

Liber nonus Euclidis de quinque numerosum precipuis speciebus. et de perfecto habundante ac diminuto secundum Campani optimam translationem. Magistro Luca Pacioli de burgo sancti Sepulchri Ordinis minorum Castigatore optimo Incipit.



Ar numerus est qui potest in duo equalia diuidi. 2. **I**mpar numerus est qui in duo equalia diuidi non potest. additque supra parem unitatem. 3. **P**ariter par est quem cuncti pares cum numerantes paribus vicibus numerant. 4. **P**ariter impar est quem cuncti pares cum numerantes imparibus vicibus numerant. 5. **P**ariter par et impariter est quem pares cum numerantes quidam paribus quidam imparibus vicibus numerant. 6. **I**mpariter impar quem cuncti impares cum numerantes imparibus vicibus numerant. 7. **P**erfectus numerus appellatur qui omnibus partibus suis quibus numeratur est equalis. 8. **H**abundans dicitur quod omnibus suis partibus minor est. 9. **D**iminutus vero quod maior.

Castigator.

Diffinitiones istae respectu sunt parium et imparium. 1. **P**er Vt. 4. 6. 8. 10. **E**t similes. 1. **P**er Vt. 3. 5. 7. 9. **E**t similes. 3. **P**er Vt. 8. 16. 32. 64. **E**t similes. 4. **P**er Vt. 6. 10. 14. 18. 22. 26. 30. 34. 38. **E**t similes. 5. **P**er Vt. 12. 24. 36. 48. 60. **E**t similes. 6. **P**er Vt. 15. 21. 27. 33. 39. **E**t similes. 7. **P**er Vt. 6. 18. 42. 96. **E**t similes. 8. **P**er Vt. 12. 24. 36. **E**t similes. 9. **P**er Vt. 8. 16. 24. **E**t similes.

Propositio .1.



Si fuerint duo numeri superficiales similes qui ex ductu alterius in alterum producentur numerus quadratum esse necesse est.

Sint. a. b. superficiales similes ex quorum multiplicatione proueniat. c. dico. c. esse quadratum. fiat enim. d. ex a. in b. eritque per. 18. septimi. d. ad. c. sicut. a. ad. b. **E**t quia inter. a. b. cadit unus medius secundum continuam proportionalitatem per. 16. octauum. sequitur per. 8. eiusdem ut unus quoque cadat inter. d. c. itaque cum d. sit quadratus erit per. 10. eiusdem. c. quoque quadratus quod est propositum.

Propositio .2.



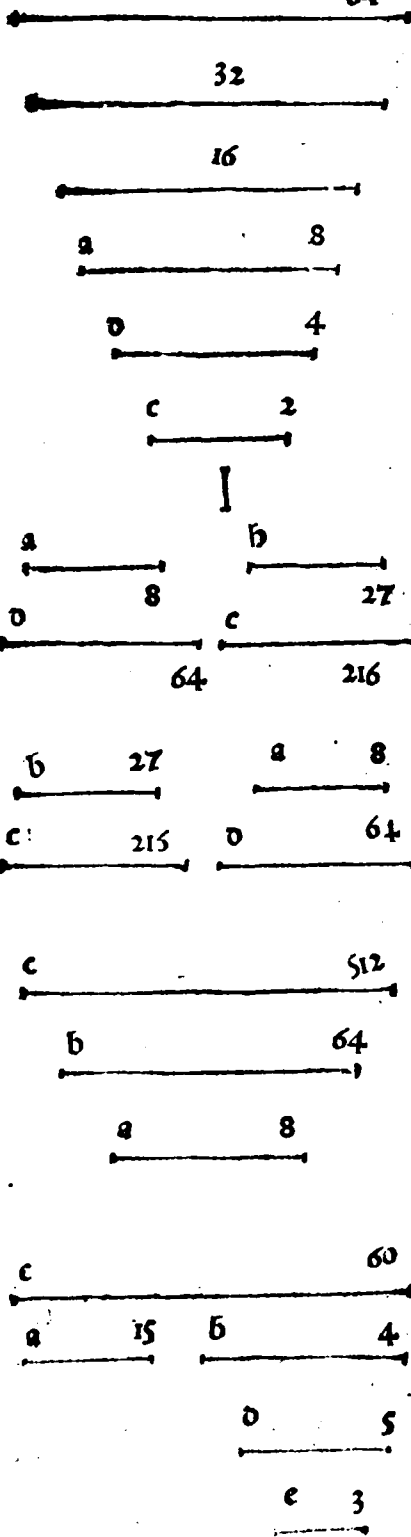
Tex ductu alterius in alterum tetragonus producat. duo quilibet numeri sunt superficiales similes. 1. **E**x his itaque patens est: quia si tetragonus in tetragonum ducatur qui ex eis producat tetragonum esse. 2. **S**i vero ex ductu tetragoni in numerum aliquem tetragonus producat illud numerum aliquem esse tetragonum. 3. **I**temque si ex ductu tetragoni in numerum aliquem non tetragonus producat eum numerum aliquem non tetragonum esse. 4. **S**i vero tetragonus in numerum aliquem non tetragonum ducatur qui inde producat non tetragonum esse necesse est.

Hec est conuersa prioris: ut si ex. a. in. b. fiat. c. fueritque. c. quadratus: erit a. b. superficiales similes: sit enim. d. ex. a. in. b. eritque per. 18. septimi. d. ad.

i i i

a	24	b
12	288	48
144		576

6	24	8
48	288	12
576		144



c. sicut a. ad. b. per 16. autem octavi cum. d. f. c. sint superficiales similes: eo q. sunt ambo quadrati: erit iter eos unus numerus medius fm. cōtinuam propor. per. 8. itaq. eiusdem erit etiam unus inter. a. f. b. igitur per. 17. eiusdem. a. f. b. sunt superficiales similes: quod est propositum. Prima ps cor. rel. patet per premisam: sunt enim omnes tetragoni superficiales similes. Secunda patet ex hac cum sit solus tetragonus similis tetragono. Tertia ps patet ex prima ipsius cor. rel. parte a destructione consequentis. Quarta uero patet ex eiusdem parte secunda a destructione etiam consequentis.

Propositio 3.



¶ Numerus cubus in seipsum ducatur qui inde p. ducetur erit cubus.

¶ Sit a. cubus ex quo in se ducto fiat. b. dico. b. esse cubū. ¶ Sit enim. c. latus cubicum. a. ex. c. uero in se fiat. d. patet itaq. q. ex. c. in. d. sit. a. sunt igitur unitas. c. d. a. continue proportionales: quod ex. 18. septimi & presentibus ypothefibus manifestū est. ¶ Et q. a. ad. b. sicut unitas ad. a. eo q. quotiens unitas est in. a. toties. a. in. b. erūt inter. a. f. b. duo numeri medii fm. proportionalitatem continuam per. 8. octavi. ¶ Cum igitur ex ypothefi sit a. cubus erit per. 21. eiusdem. b. quoq. cubus: q. oportebat demonstrare.

Propositio 4.



¶ Cubus in alium cubum ducatur: q. i inde produ. cetur erit cubus.

¶ Sint. a. f. b. cubi: fiat. c. ex. a. in. b. dico. c. esse cubum. ¶ Fiat enim. d. ex. a. in. se: eritq. per premisam. d. cubus: ¶ quia per. 18. septimi est. a. ad. b. sicut. d. ad. c. constat ex 23. octavi. c. esse cubum: quod est propositum.

Propositio 5.



¶ Numerus cubus in numerum alium ducatur: fueritq. productus cubus in quem ductus est numerum cubum eē necesse est: unde z manifestum est: q. ex ductu cubi in non cubum produci nō cubus. Ductoq. cubo in numerum aliquem si fuerit qui inde produci non cubus in quem ille ductus fuerit necesse est eē non cubum.

¶ Sit enim ex. a. cubo in. b. numerum productus. c. cubus dico. b. esse cubum: fiat enim. d. ex. a. in. se qui p. ante premisam erit cubus: q. igitur ē per. 18. septimi. a. ad. b. sicut. d. ad. c. estq. a. cubus: sed f. d. f. c. cubi erit per 23. octavi. b. cubus: quod est propositum. Prima pars cor. rel. patet ex hac quinta a destructione consequentis. secunda per premisam similiter a destructione consequentis.

Propositio 6.



¶ Ex ductu cuiusda numeri in seipsum cubus produ. catur cum eē cubum necessario comprobatur.

¶ Sit ut ex. a. in. se fiat. b. sitq. b. cubus: dico ergo. a. esse cubum: fiat enim. c. ex. a. in. b. eritq. ex diffinitione. c. ar. bus. ¶ quoniam constat ex. 18. septimi q. sit. a. ad. b. sicut. b. ad. c. cum sint. b. f. c. cubi: sequitur ex. 23. octavi. a. esse cubum: quod est propositum.

Propositio 7.



¶ Numerus compositus in numerum quemlibet ducatur: qui inde produci erit solidus.

¶ Sit. a. numerus compositus qui ducatur in. b. ¶ proue. niat. c. dico. c. esse numerum solidum. Cum enim. a. sit cō. positus numeratur ab aliquo numero qui sit. d. numeret q. cum fm. c. quia igitur ex. e. in. d. sit. a. f. ex. a. in. b. c. erit ex diffinitione solidorum. c. solidus eiusq. latera. e. d. b. q. est p. posium.

Propositio .8.



Si fuerint numeri ab unitate continue proportionales tertius ab unitate erit quadratus: ac deinceps vno semper intermisso. Quartus vero ab unitate cubus: ac deinceps duobus semper intermissis. Itemque septimus ab unitate est quadratus cubi: ac deinceps: quinque semper intermissis quadratus cubicus continuo sequitur.

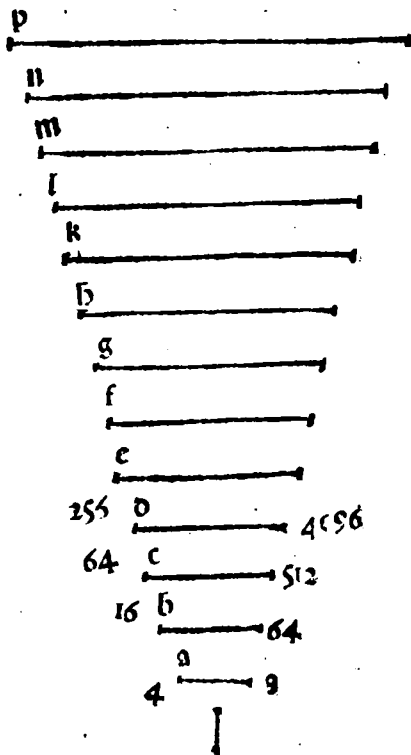
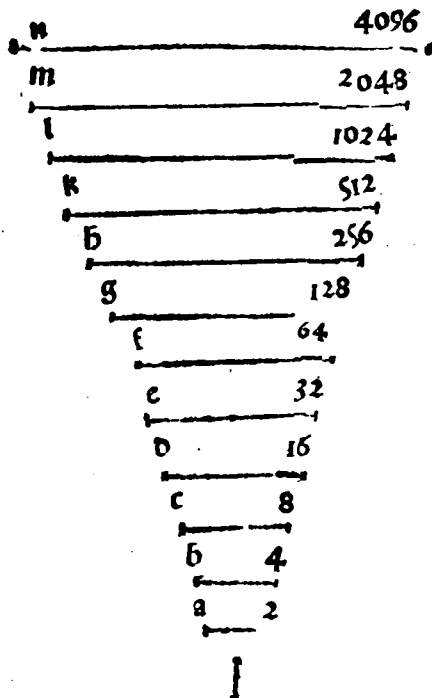
Sint continue proportionales unitas, a. b. c. d. e. f. g. h. k. l. m. n. dico b. esse quadratum & d. omisso c. & sic alios vno semper omisso. vnde simpliciter omnes existentes in locis imparibus sunt quadrati vt sunt tertius quintus & septimus. **P**ro dico item. c. esse cubum & f. duobus omis: & sic in ceteris. **O**mnisq; simpliciter est cubus cuius ab unitate locus addit super ternarium: vel quemlibet multiplicem ipsius ternarii unitatem: vt sunt quartus septimusdecimus tertiusdecimus & sextusdecimus. in his. n. conueniunt omnes qui duos transmittunt. **I**temq; dico. f. ab unitate septimum esse quadratum cubicum: & similiter enim quinque numeris intermis: idēq; in ceteris. **S**impliciter aut dico cuius locus ab unitate addit super senariū vel quēlibet multiplicē ipsius unitatē: vt sunt septimus tertiusdecimus decimusnonus & vigesimusquintus: illum esse quadratū cubicum: quadratum quidem quoniam eius locus impari cubum autem quoniam super multiplicem ternarii addit unitatem. quippe senarii multiplices cunctos ternarii necesse est ēē multiplices. **Q**ue autem proposita sunt sic constant. **E**st enim ex ypothesi. a. in. b. quotiens unitas in. a. itaq; b. ex diffinitione quadratus, quia igitur b. c. d. sunt continue proportionales cum. b. sit quadratus patet ex. 12. vel. 10. octau. d. esse quadratū. Eadem ratione & f. quia. d. e. f. sunt continue proportionales: & d. ē quadratus idem in ceteris vno intermisso: constat itaq; primum. **S**ecundū sic cum sit. b. in. c. quotiens. a. in. b. ex ypothe. sequitur a diffinitione vt ex. a. in. b. suum quadratum fiat. c. igitur ex diffinitione cubi. c. est cubus. At quia. c. d. e. f. sunt continue proportionales: sed & f. g. h. k. est autem. c. cubus necesse ē per. 19. vel. 11. octau. vt. f. quoq; sit cubus. ideoq; & k. idē q; in ceteris duobus transmissis: quare liquet secundum. **Q**uoniam autem in. f. septimo & in. n. tertiodecimo ceterisq; quinque medios omittentibus simpliciter vero & in omnibus quorum locus super quemlibet multiplicem senarii addit unitatem: terminantur quadratorum & cuborum computationes: in his quidem vnius in illis autem duorum omissione sequitur ipsos esse quadratos ex huius prima parte & cubicos ex secunda: quare quadrati cubici: constat ergo totum quod dicitur.

Propositio .9.



Si numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate dispositis unitatem sequens quadratus fuerit: ceteri quoque omnes erunt quadrati. Si vero qui unitatem sequitur fuerit cubus: ceteri quoque omnes erunt cubi.

Sint qui prius continue proportionales ab unitate sit q. a. quadratus dico omnes esse quadratos: aut sit idem cubus: tunc quoq; dico omnes esse cubos. b. enim constat esse quadratum per premisam: quia ergo a. ad b. sicut. b. ad c. ex. 10. octau. sequitur. c. esse quadratum. idem quoq; ex eiusdem. 12. vel. 10. potes arguere: de sequentibus autem idem eodemq; modo probabis: quare patet primum. **S**ecundum autem sicut cum. b. fiat ex. a. in. f. si fuerit. a. cubus erit per. 3. ipse quoq; cubus. c. vero constat esse cubum per premisam. itaq; per. 23. octau. d. omnesq; sequentes cubicos esse probabis: est enim a. ad b. sicut. c. ad d. Idem quoq; arguere potes ex. 19. vel. 11. eiusdem: sunt enim a. b. c. d. sed & b. c. d. e. singuli, quatuor continue sumpti continue proportionales.



Propositio .10.



S numeris quolibet ab unitate continua proportionalitate dispositis sequens non quadratus fuerit: non erit aliorum quorum quadratus exceptis ab unitate: tertio ex his qui deinceps uno semper intermisso reperiuntur tetragoni. Si vero secundus ab unitate non fuerit cubus: nullus ceterorum erit per intermissione formatur cubici.

Hec ex opposito subiecti premisse inferunt partem oppositi passionis dico autem partem quoniam ex .8. constat omnes impares esse quadratos: omnesque quoque locus super ternarium vel quemlibet ipsius multipliciter addit unitatem esse cubos. Sint itaque qui prius ab unitate continue proportionales non sit autem .a. quadratus sed nec cubus. dico nullam ex omnibus esse quadratam aut cubicam nisi quos octava proponit. Si enim quis alius ponatur quadratus sequitur per .21. octavi .a. esse quadratum. Quod si cubus sequitur per .23. eiusdem .a. esse cubum quorum utrumque contrarium est ypothe. Constat ergo propositum.

Propositio .11.



S numeris quolibet ab unitate continua proportionalitate dispositis aliquis numerus primus ultimum numeret: cum quoque qui unitatem sequitur numerare necesse est.

Sint usque ad .d. continue proportionales ab unitate: sit .q. e. numerus primus de quo ponatur ipsum numerare .d. dico quod idem numerabit .a. Nam si non erit ad ipsum primus .p. 32. scilicet quia ex .a. in se fit .b. sequitur ex .26. eiusdem ut ipse quoque sit primus ad .b. sed et ad .c. et ad .d. sequitur ipsum esse primum per .25. eiusdem: eo quod ex .a. in .b. fit .c. et ex eodem in .c. d. non ergo numerat .d. cum sit primus ad ipsum: quare accidit contrarium ypothe. Idem aliter cum sit .e. primus si non numerat .a. primus erit ad ipsum per .32. scilicet itaque per .23. eiusdem erunt minimi in sua proportionem: quia autem .e. ex ypothe. numerat .d. sit ut sit .f. constat uero quod ex .a. in .c. fiat .d. ergo per secundam partem .10. scilicet .e. sit ut sit .f. ad .c. quare per .11. eiusdem .e. numerabit .c. et sit ut sit .f. .g. quia ex .a. in .b. fit .c. sequitur quoque per eandem et eodem modo ut .e. numeret .b. esset ergo quod sit .h. et quoniam rursus ex .a. in se fit .b. necesse est iterum per eandem ut .e. numeret .a. sed positum erat non numerare: ergo accidit impossibile.

Propositio .12.



In numeris ab unitate continue proportionalibus minor maiorem numerat secundum aliquem in illa proportionalitate dispositum.

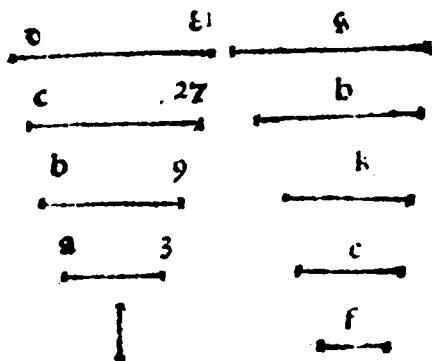
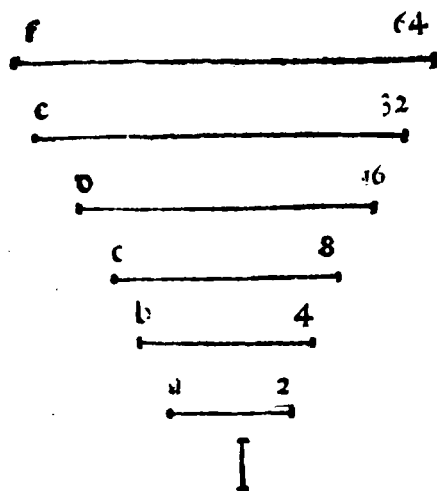
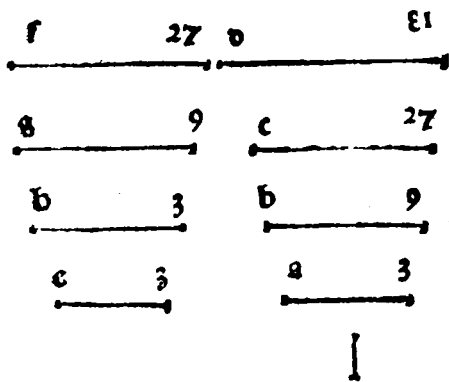
Sint ab unitate usque ad .f. continue proportionales: dico nullum ipsorum numerare .f. nisi secundum aliquem aliorum: constat .n. quod .e. numerat ipsum .f. secundum .a. est enim .e. ad .f. ut unitas ad .a. sed et .d. numerat eundem .f. secundum .b. est namque per eandem proportionalitatem .d. ad .f. ut unitas ad .b. De .c. quoque patet eodem modo quod secundum seipsum numeret eum. E contra quoque .a. numerat eum secundum .e. eo quod sicut unitas ad .e. ita .a. ad .f. .b. uero secundum .d. est enim ut unitas ad .d. ita .b. ad .f. neque igitur est quod proponitur. Quippe quod proponitur ultimum numerare fuerit sub ultimo secundum totum supra unitatem: numerare ipsum conuenit per eandem proportionalitatem et diffinitionem.

Propositio .13.



Quolibet numeris ab unitate continue proportionalibus si qui unitatem sequitur fuerit numerus primus maximus eorum nisi de numeris in illa proportionalitate dispositis nullus numerabit.

Sint ut prius usque ad .d. continue proportionales ab unitate sit .a. numerus primus: dico quod nullus numerabit ultimum nec secundum



placiter aliquem eorum nisi aliquis eorum qui antecedit ultimū vel eū qui ponitur numerari. Sit enim si possibile est. e. diuersus ab eis qui numeret. d. qui si fuerit primus per a. numerabit. a. nō igitur est. a. primus quod ē contra ypothe. ¶ Si autē ipse fuerit cōpositus necesse est p. 30. septimi ut aliquis primus numeret eū qui non erit nisi. a. Nam si est alius ab. a. ut. f. cū necesse sit ipsum numerare. d. arguetur et eundē numerare. a. p. u. sic quoque. a. nō erit primus. Est igit. a. primus numerans. e. quā aut. e. numerat. d. sit ut fm. g. eritq. p. secundā partē. 20. sep. a. ad. e. sicut. g. ad. c. fit enim. d. ex. a. in. c. q. re cū. a. numeret. e. f. g. numerabit. c. sitq. ut fm. h. sequiturq. ut. a. numeret g. sicut sequebatur ut numeraret. e. alioquin si. g. quidē est primus cum numeret. c. sequitur p. u. ipm numerare. a. Si autē cōpositus p. eadem sequitur numerus primū numerantē. g. numerare. a. q. d. est inconueniens itaq. a. numerat eū sequitur ergo p. secundā partē. 20. septimi ut. h. numeret quoque. b. eo q. tā ex. a. in. b. q. ex. g. in. b. constat p. duci. c. ¶ Numeret. h. itaq. ipsum k. Constat autē ut prius de. g. q. a. numeret. b. Nā si non non erit. a. primus itaq. p. secundā partē. 20. sep. sequitur ut. k. numeret. a. fit enim tā ex. a. in. f. q. ex. b. in. k. b. Manifestū est aut. k. nō ēē. a. nullus enim numeroz. g. h. k. est aliquis ex. a. b. c. d. si enim. g. ēē aliquis ex eis cū ipse numeret. d. fm. e. ēē per premisam. e. quoque aliquis ex eis: sed non erat nec igitur. g. ¶ Si similiter cū. h. numeret. c. fm. g. non erit. b. aliquis ex. a. b. c. Nā ēē p. premisam f. g. ostensum est aut q. non. ¶ Nec igit. h. eadē rōne nec. k. ¶ Cū. n. ipse numeret. b. fm. h. si ipse ēē. a. conuinceret p. premisam. h. quoque ēē. a. At non erat. ¶ Nec igitur. h. erit. a. ¶ Numeret aut ipsum. Nō est itaq. a. primus quod est impossibile. ¶ Aliter idem si. e. diuersus ab. a. b. c. d. numerat. d. sit ut fm. f. q. quia. a. numerus primus numerat. d. p. ductum ex. e. in. f. sequitur ex. 33. sep. q. ipse numeret. e. uel. f. numeret ergo. e. ¶ Quia igitur tā ex. a. in. c. q. ex. e. in. f. sit. d. erit per secundā partem. 20. septimi. a. ad. e. sicut. f. ad. c. nūerat itaq. f. c. sit ut scdm. g. eritq. per. 33. septimi ut. a. quoque numeret. f. uel. g. sitq. ut. f. sequiturq. per secundā partem. 20. eiusdem: ut. g. numeret. b. sitq. ut secundum. b. ut prius igitur. a. numerabit. g. uel. h. f. sit ut numeret. g. h. ergo per secundā partem dictē. 20. numerabit. a. si itaq. b. non est equalis. a. non erit. a. primus: quod est contra ypothe. Si autē equalis erit unusquisq. numerorum. g. f. e. aliquis ex. a. b. c. d. p. premisam quotiens oportet assumptam. Non est igitur. e. diuersus ab eis: q. d. est etiam contra ypothe. itaq. constat neq. esse quod proponitur.

Propositio .14.



Propositio .14. Si propositus fuerit numerus minimus quem numerant primi assignati nō numerabit eū aliquis numerus primus preter illos assignatos.

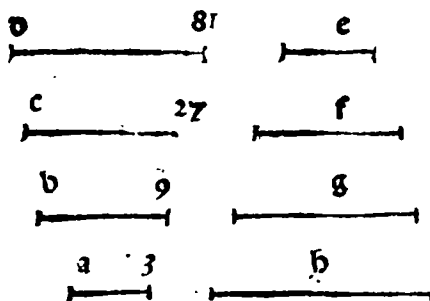
¶ Sit. a. minimus numerus numeratus a numeris primis q. sunt. b. c. d. dico q. alius primus preter eos non numerabit. a. Sin autem sit. e. primus numerans eum fm. f. quia ergo quilibet numerorum. b. c. d. numerat. a. productum ex. e. in. f. est autem quilibet eorum primus sequitur ex. 33. septimi ut quilibet eorum numeret. e. uel. f. sed. e. nullus numerat cum sit primus: quilibet ergo eorum numerat. f. cum itaq. sit. f. minor. a. utpote qui numerat eum fm. e. nō erit a. minimus numeratus ab illis quod est inconueniens.

Propositio .15.

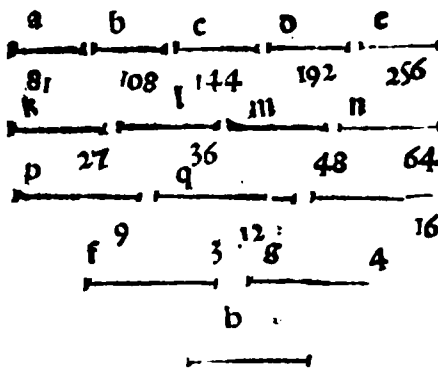
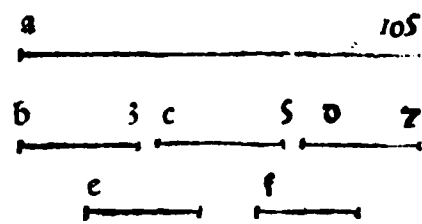


Si quotlibet numeri continue proportionales fm suam proportionem fuerint minimi: quicunq. aliquem illorum numerat alteri terminorum illius proportionis erit commensurabilis.

¶ Sint. a. b. c. d. e. continue proportionales f. minimi fm proportionem. f. ad. g. qui sint in sua proportionē minimi f. ponatur. h. numerare. c. dico q. h. est cōmensurabilis. f. uel. g. ¶ Sumantur enim in eadem proportionē quatuor minimi qui sint. k. l. m. n. constat autem ex secunda octaua q. ex. f. in. m. sit. c. alioquin contingeret



I



esse minus minimo quod esse non potest itaq; per correl. 33. septimi erit h. cōmensurabilis. f. vel. m. q. si. f. constat propositum; si autem. m. sumatur in eadē proportiōe tres minimi qui sunt. p. q. r. eritq; ex secunda octaua: ut. m. fiat ex. f. in. x. ne minus minimo aliquid esse cogamur concedere: quare per predictum correl. h. est cōmensurabilis. f. vel. r. sed nō erat f. sic enim constabat propositum: cōmensurabilis igitur est. r. qui cum ex secunda octaua fiat ex. g. in se sequitur ex dicto correl. vt. h. sit cōmensurabilis. g. quod est propositum.

Propositio .16.



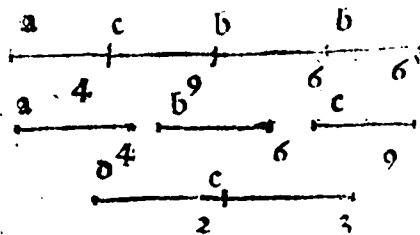
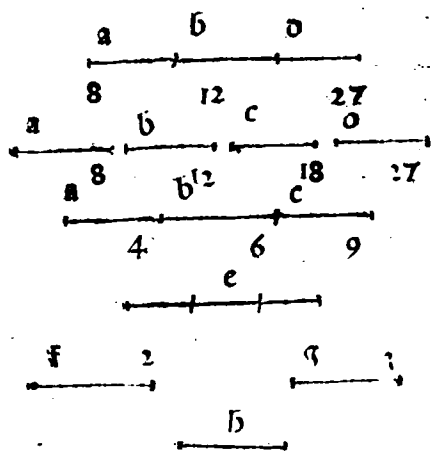
I fuerint duo numeri quotlibet continue proportionales in sua proportione minimi quilibet eorū ad compositum ex reliquis primus esse necessario comprobatur.

¶ Sint. a. b. c. d. continue proportionales & minimi. dico compositum ex. a. b. c. primum esse ad. d. Si enim nō numerabit aliquis numerus qui sit. e. compositum ex. a. b. c. & d. per premisam igitur erit. e. cōmunicans alteri terminorum illius proportionis qui sunt. f. g. erit itaq; numerus aliquis numerans. e. & alterum duorum f. g. qui sit. h. quia ergo. h. numerat. e. b. numerabit. d. & compositum ex. a. b. c. & quia numerat. f. vel. g. quorum vterq; numerat vtrum q. mediorum & simpliciter omnes si plures duobus sint: ex secunda octaua sequitur vt ipse numeret. b. & c. ergo & a. quia numerat totum. a. b. c. non sunt igitur a. & d. contra se primi quod est inconueniens per. 3. octaua. Similiter quoq; constabit compositum ex. a. b. d. primum esse ad. c. si enim vt prius. e. numerat ambos sequitur per premisam vt aliquis numerus qui etiam sit h. numeret. e. & alter. duorū. f. g. itaq; h. numerat. c. & totū. a. b. d. sed & b. cū vtraq; radicū numeret oēs medios: igitur & cōpositū ex. a. & d. quia necesseario numerat alter. duorū. a. d. cū numeret alter. duorū. f. g. numerabit & reliquum. Non sunt igitur. a. & d. contra se primi: & ita idem vt prius.

¶ Demonstrant autem idem aliter de tribus continue proportionalibus & minimis sine adminiculo premisse: probant enim ex quibusq; duobus compositum primum ēē ad reliquum: sint itaq; 3. continue proportionales & minimi. a. b. c. quorum termini. d. & e. dico tunc compositum ex. a. & b. primum ēē ad. c. & compositum ex. b. & c. ad. a. itemq; ex. a. & c. ad. b. manifestū enim est ex secunda octaua qd ex. d. in se fit. a. & in. e. fit. b. & ex. e. in se. c. & ex. 22. septimi: quod. d. & e. sunt contra se primi: itaq; ex prima parte. 19. eiusdem erit totus. d. e. primus ad vtrumq; eorū quia igitur vterq; q. duorū. numeroz. d. & e. primus est ad. e. erit per. 15. eiusdem qui ex. d. in. d. e. producit & ipse est compositus ex. a. & b. primus ad. e. sequitur ergo per. 16. eiusdem: ut etiam compositus ex. a. & b. sit primus ad. c. fit enī c. ex. e. in se. ¶ Simili quoq; demonstratiōe probabit cōpositum ex. b. & c. primum ēē ad. a. At vero cōpositum ex. a. & c. primum ēē ad. b. sic habeto: cū sit enim vterq; duorū. d. & e. primus ad totum d. e. erit p. 15. septimi q ex. d. in. e. pducitur: & ipse est. b. primus ad. d. e. itaq; p. 16. eiusdem qui ex d. e. in se puenit: & ipse est qui componitur ex. a. & c. & duplo. b. primus erit ad. b. sequitur ergo compositum ex. a. & c. primum ēē ad. b. necesse enim ē vt ex duobus compositus cū primus fuerit ad vnum eorum ex quibus componitur sit primus ad reliquum. Demonstratum autem est hoc supra. 19. septimi. Oportet autē stabilire ad robur istius demonstratiōis compositum ex. a. & b. produci ex. d. in cōpositum ex. d. & e. supposito q ex. d. in se fit. a. & ex eodem in. e. b. itemq; q ex. d. e. in se producat cōpositum ex. a. & c. & duplo. b. supposito eo quod prius & q ex. e. in se sit. c. huius itaq; gratia proponimus hec demonstranda.

¶ Quod sit ex ductu vnius numeri in quotlibet tantum ē: quātum quod ex ductu eiusdem in cōpositum ex illis.

¶ Idem pponit prima secundi de lineis. Sit enim vt ex. a in. b. & in. c. & in. d. pueniant. e. & f. & g. dico q ex. a. in cōpositū ex. b. & c. & d. puenit



compositū ex e. f. f. g. sequitur enim ex cōuersione diffinitionis eius qđ multiplicat vt tota pars sit. b. e. f. tota. c. f. sed f. d. tota. g. quota est vnitatis. a. per quintā itaq. septimi tota quoq. pars erit cōpositus ex b. f. c. f. d. compositi ex e. f. f. g. quota est vnitatis. a. ergo per diffinitionem ex. a. in cōpositū ex b. f. c. f. d. fit cōpositus ex e. f. f. g. qđ est propositum.

¶ Quod fit ex ductu quotlibet numerorū in vnum equum est ei quod fit ex cōposito eorum in eundem.

¶ Hoc est conuersum eius quod modo demonstratum est: vt si ex. b. f. c. f. d. in. a. fiant. e. f. f. g. fiet quoq. cōpositus ex cōposito in eundem qđ ex. r. z. septimi f. predemonstrato facile concluditur.

¶ Quod fit ex ductu quotlibet numerorū in quotlibet alios: equū ē ei quod fit ex cōposito horū in cōpositū illorū.

¶ Vt si. a. b. c. multiplicent. d. e. f. quilibet quēlibet iungatur, producta eico aggregatū ex productis esse quale producto ex cōposito ex. a. f. b. f. c. in cōpositum ex. d. e. f. **¶** Est enim p. premisam quod fit ex cōposito ex. a. b. c. in. d. quātum quod ex singulis in illū. d. sic f. in. e. f. in f. ex cōposito autem horū. a. b. c. in quemlibet illorū. d. e. f. p. an premisam fit quātū ex cōposito in cōpositū itaq. constat propositum.

¶ Numero in quotlibet partes diuiso: tantū est quod fit ex toto eo in se: quantum quod ex eo in omnes suas partes.

¶ Idem pponit secūda secūdi de lineis vt si. a. diuidatur in. b. f. c. f. d. dico qđ tñ fit ex. a. in se quātū in oēs illos. b. c. d. Posito enim. e. equali. a. constat ex prima hāz incidentium tñ fieri ex. e. in. a. quātū in oēs ptes a. sed per cōcep. ex. e. in. a. fit quātū ex. a. in se. f. ex. e. in partes. a. quātū ex. a. in easdem. Manifestum ergo est verum esse quod dicitur.

¶ Numero in duo diuiso quod fit ex toto in alterum diuidentū tantum est quantum quod ex eodem in se z in alterum.

¶ Idem proponit tertia secūdi de lineis vt si. a. diuidatur in. b. f. c. d. co tñ fieri ex. a. in. c. quātum ex. c. in se. f. in. b. Nā qđ ex. a. in. c. est quātum qđ ex. c. in. a. p. r. z. septimi. sumpto itaq. d. equali. c. erit. a. in. c. quātū. d. i. a. At p. primā hāz. d. in. a. est quantum in. b. f. c. qā ergo. d. in. a. f. in. b. f. i. c. est quātū. c. in. a. f. in. b. f. i. se pp equalitatem. c. f. d. cōstat ppositum.

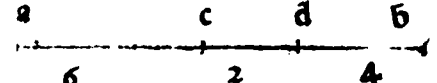
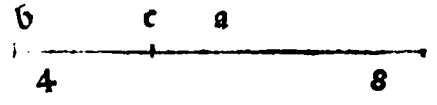
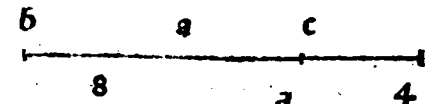
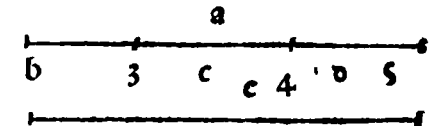
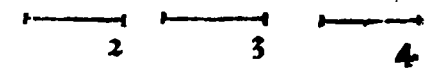
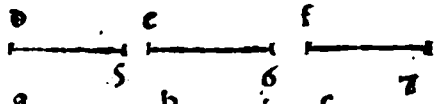
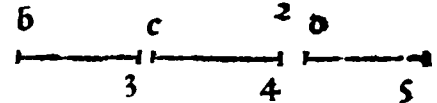
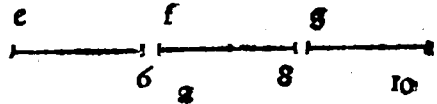
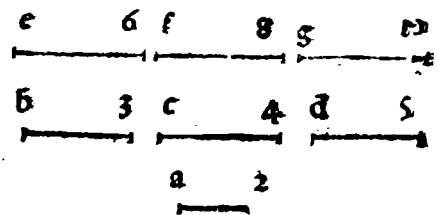
¶ Numero in duo diuiso quod ex ductu totius in se: est quantum quod ex ductu vtriusq. diuidentium in se z alterius eorum bis in alterum.

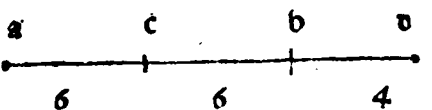
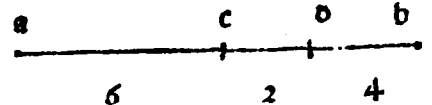
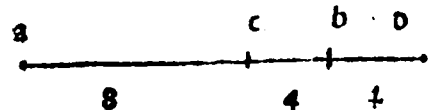
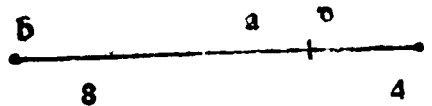
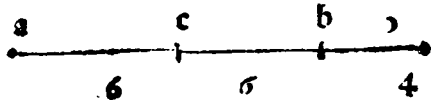
¶ Idem proponit quarta secūdi de lineis: vt si. a. diuidatur in. b. f. c. d. co tantum fieri ex. a. in se quātum ex. b. in se. f. c. in se f. ex. b. bis in. c. est enim per quartam harum qđ ex. a. in se quantum quod ex eo in. b. f. in. c. ex eo aut in. b. per premisam est quantum ex. b. in se f. in. c. at ex. a. in. c. per eandem est quantum ex. c. in se f. in. b. f. quia ex. a. in. b. tñ est quantum ex. b. in. c. per. r. z. septimi liquet verum esse quod proponitur.

¶ Numero per duo equalia duosq. unequalia diuiso quod fit ex maiori unequalium in minorem cū quadrato intermedij equus est quadrato medietatis totius.

¶ Idem proponit de lineis quinta secūdi: vt si. a. b. diuidatur in duos numeros equales qui sint. a. c. f. c. b. itemq. in duos inequales quonum sit maior. a. d. f. minor. d. b. dico qđ illud quod fit ex toto. a. d. in. d. b. cum quadrato. c. d. equale est quadrato. c. b. per premisam enim quadratum c. b. ē equale quadrato. c. d. f. quadrato. d. b. f. ei quod fit ex. b. d. in. c. d. bis sed ex. b. d. in se f. in. c. d. tantum fit quantum in. c. b. per primam hāz. nūm f. ideo quantum in. a. c. itaq. ex. b. d. in se f. in. c. d. bis quātum ex ipso. b. d. in. a. d. per eandem igitur quadratum. c. b. superat id quod fit ex. b. d. in. a. d. in quadrato. c. d. cōstat ergo propositum.

¶ Cum fuerit numerus in duo equalia diuisus eiq. alius numerus adiunctus quod fit ex ductu totius compositi in adiunctum cum quadrato medietatis equum est quadrato compositi ex dimidio z adiuncto.





¶ Idem pponit sexta secundi de lineis. Sit enim a. b. diuisus in duos equales numeros q sunt. a. c. & c. b. addatur ei numerus. b. d. dico illud qd fit ex toto. a. d. in. d. b. cum quadrato. c. b. esse equale quadrato. c. d. est enim ex sexta harum quadratum. c. d. equale quadrato. d. b. & quadrato. b. c. & ei quod fit ex. d. b. in. b. c. bis, sed per primam harum ex. b. d. in se & in. b. c. bis est quantum ex. b. d. in. d. a. Sunt enim. a. c. & c. b. equales itaq; quadratum. c. d. superat id qd fit ex. b. d. in. d. a. in quadrato. c. b. quod est ppositum.

¶ Cum numerus in duo diuiditur quod fit ex toto in se cuius eo quod ex altero diuidentium in se: est equum ei quod ex toto i cu dem bis cum eo quod ex altero in se.

¶ Idem pponit septima secundi de lineis. Sit enim numerus. a. diuisus i b. & d. dico quadratum. a. cum quadrato. d. tm esse quantum quod fit ex a. in d. bis cum quadrato. b. constet quidem ex sexta harum q; quadratum a. tantum est quantum quadratum. d. & quadratum. b. & quod fit ex. d. in b. bis itaq; quadratum a. cu quadrato. d. tm est quantum quod ex. d. bis in se. & bis in. b. cum quadrato. b. sed ex. d. bis in se & bis in. b. fit quantum ex d. bis in. a. per primam harum: ergo quod fit ex. d. bis in. a. cum quadrato b. est quantum quadratum. a. cum quadrato. d. quare patet propositum.

¶ Cum fuerit numerus in duo diuisus eius equalis vni diuidentium additus: quadratus totius copositi equum est quadruplo eius quod fit ex prior in additum cum quadrato alterius.

¶ Idem pponit octaua secundi de lineis. Sit numerus. a. b. diuisus in. a. c. & c. b. cui addatur. b. d. qui ponatur equalis. c. b. dico quadratum. a. d. tantum esse quantum est id quod fit ex. a. b. in. b. d. quater cum quadrato. a. c. est naq; per sextam harum quadratum. a. d. equum quadrato. a. b. & quadrato. b. d. & ei quod fit ex. a. b. in. b. d. bis: & quia quadratum. b. d. est egle qdrato. c. b. erit qdrati. a. d. egle qdrato. a. b. & qdrato. c. b. & ei qd fit ex. a. b. in. b. d. bis: per premisam autem est quadratum. a. b. cum quadrato. c. b. quantum quadratum. a. c. cum eo quod fit ex. a. b. in. b. c. bis itaq; quadratum. a. d. tantum est quantum quod ex. a. b. in. b. d. bis: & ex a. b. in. b. c. bis cum quadrato. a. c. & quia ex. a. b. in. b. c. tantum fit quantum in. b. d. constet verum esse quod propositum est.

¶ Cum fuerit numerus in duo equalia duosq; inequalia diuisus: quadrata amborum lequalium pariter accepta dupli sunt quadrato medietatis & quadrato eius quo lequalis portio excidit equalem pariter acceptis.

¶ Idem pponit nona secundi de lineis Sit enim. a. b. diuisus p duos equales q sunt. a. c. & c. b. & p duos inequales q sunt. a. d. & d. b. dico q quadrata duorum numeroz. a. d. & b. d. pariter accepta sunt dupli duobus qdratis duorum numeroz. a. c. & c. d. pariter acceptis. Est enim p sextam harum quadrati. a. d. quantum qdrati. a. c. & quadrati c. d. & dupli eius qd fit ex. a. c. in. c. d. qd aut. a. c. est equalis. c. b. erit qdrati a. d. qum qdrati. b. c. & qdrati. c. d. & dupli eius qd fit ex. b. c. i. c. d. itaq; qdrati a. d. cu qdrato. b. d. sunt qntum qdrati. b. c. & quadratum. c. d. & dupli eius qd fit ex. b. c. in. c. d. & qdrati. b. d. dupli aut eius qd fit ex. b. c. in. c. d. cu quadrato. b. d. est equale qdrato. b. c. & quadrato. c. d. p. q. harum: ergo quadrata duorum numeroz. a. d. & d. b. sunt quantum quadrata duorum numeroz. b. c. & c. d. duplicata: & quia. b. c. & c. a. sunt equales. patet ppositum.

¶ Cum fuerit numerus in duo equa diuisus aliisq; ei adiunctus quadratum totius copositi cu quadrato adiuncti duplum sunt ad quadratus medietatis ipsius cu quadrato copositi ex medietate & adiuncto.

¶ Idem pponit. 10. secundi de lineis. Sit enim numerus. a. b. diuisus in duos equales. a. c. & c. b. sitq; sibi adiunctus numerus b. d. dico quadratum. a. d. cum quadrato. b. d. duplum ee ad quadratum a. c. cum quadrato. c. d. cum sit enim numerus. c. d. in duo diuisus sibiq; sit a. c. equalis vni diuidentium additus erit per. 10. harum quadratum. a. d. quantum quod fit ex. c. d. in. c. a. quater cum quadrato. b. d. quia tetro. a. c. est equalis. c. b. erit qdrati. a. d. quantum qd fit ex. d. c. in. c. b. qter cu qua

drato. b. d. itaq; quadratum. a. d. cum quadrato. d. b. erit quantum quod fit ex. d. c. in. c. b. quater cum duplo quadrati. b. d. hoc autem per. 9. hanc duplum est ad quadratum. c. d. cum quadrato. c. b. cum igitur sit quadratum. c. b. equale quadrato. a. c. constat propositum.

¶ Numerus aliquē ita diuidere vt quod ex toto ryna eius portione continetur equum sit quadrato alterius est impossibile.

¶ Quod. 11. secundi proponit faciendum in lineis. demonstrat hoc impossibile esse in numeris. Sit enim quilibet numerus. a. b. dico impossibile esse ipsum sic diuidi vt proponitur: sic enim diuideretur fm pportionē habentem medium & duo extrema t vt patet ex diffinitione. 6. 29. sexti. Si autem potest diuidatur in. c. sitq; a. b. ad. b. c. sicut. b. c. ad. c. a. erit itaq; a. c. minor. c. b. detrahatur igitur ab eo equalis sibi qui sit. c. d. quia igitur est proportio totius. a. b. ad totum. b. c. sicut. b. c. detracti ab. a. b. ad. c. d. detractum ab. b. c. erit eadem. a. c. residui. a. b. ad. b. d. residuum. b. c. quare. b. c. ad. c. d. sicut. c. d. ad. d. b. erit igitur. c. d. maior. d. b. detracto itaq; q. d. e. de. c. d. vt sit. d. e. equalis. d. b. erit etiā proportio. b. c. ad. c. d. sicut c. d. ad. d. e. quare sic. d. b. residui. c. b. ad. c. e. residuum c. d. potest igitur c. e. detrahi ab. e. d. non erit itaq; finis istius detractionis quod est impossibile. Nunc ad propositum reuertamur.

Propositio .17.



Ifuerint duo numeri contra se primi quantus est primus eorum ad secundum tantum esse secundus ad tertium quemq; impossibile est.

¶ Sint. a. f. b. contra se primi: dico impossibile esse aliquē eis in continua proportionalitate adiungi. Si enim potest sit. c. quia igitur. a. ad. b. sicut. b. ad. c. sunt autem. a. f. b. in sua proportione minimi per. 13. septimi: sequit per. 21. eiusdem ut. a. numeret. b. qui cum et numeret se nō erūt. a. f. b. cōtra se primi: quod ē cōtrarium positioni.

Propositio .18.



Iquotlibet numerorum continue proportionalium duo extremi fuerint contra se primi quantus est primus ad secundum tantum esse vltimum ad aliquem alium est impossibile.

¶ Sint. a. b. c. continue pportiones. sintq; a. f. c. contra se primi: dico q; in eadem pportione nō pōt eis adiungi alius: si enim potest sit. d. quia igitur est. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit pmutatum. a. ad. c. sicut. b. ad. d. sunt autē. a. f. c. in sua pportione minimi p. 13. septimi: itaq; p. 21. eiusdem. a. numerat. b. quare et numerat. c. numero 2. n. continue pportionalium: si pimus numerat scdm ipse numerat oēs: & simpliciter quilibet pcedēs quēlibet sequētē: itaq; et numerat f. nō erūt. a. f. c. cōtra se primi qd est incōueniēs.

Propositio .19.



Inpositis duobus numeris an sit eis tertius cōtinue proportionalis persequari.

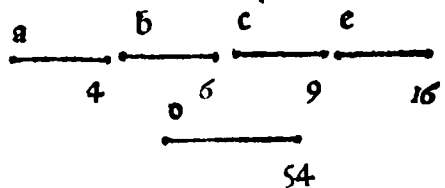
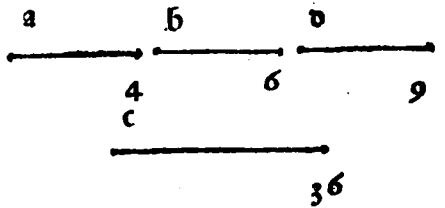
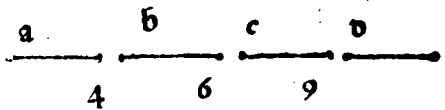
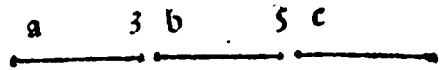
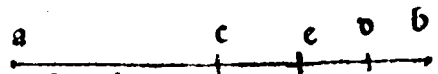
¶ Sint. a. f. b. duo numeri ppositi: uolo inquirere an eis possit tertius sub continua pportionalitate adiungi. Igit si ipsi sunt cōtra se primi impossibile ē per. 12. ¶ Si uero compositi ducat. b. in se. & pueniat. c. quē si. a. numerat erit. ¶ Si uero nō nūerat nō erit. ¶ Nūeret. n. cū fm. d. q erit quē qrimus p. 2. pte. 10. sep. 1. mi. ¶ Sit ergo ut nō numeret eū ē tñ ut. a. ad. b. sicut. b. ad. d. itaq; qd ex. b. in se fit. c. sequit p primā pte. 10. septimi. ut ex. a. in. d. sit idē. igitur. a. numerat. c. fm. d. sed erat positū q nō: quare sequitur impossibile.

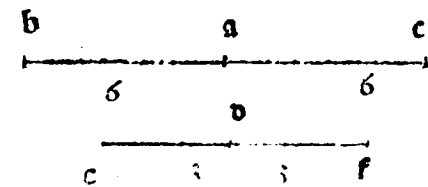
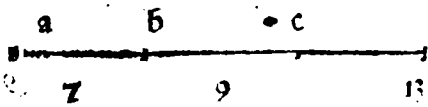
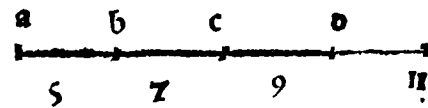
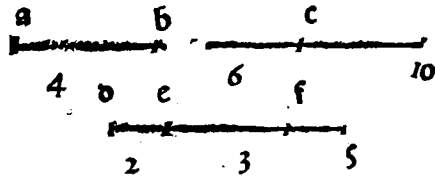
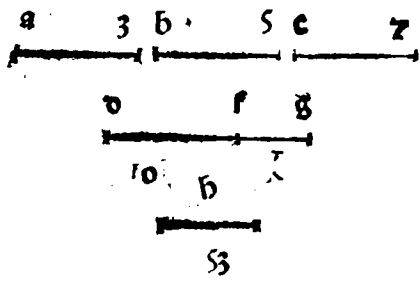
Propositio .20.



In tribus numeris cōtinue pportionalibus an sit aliquis qrtus eis cōtinue pportionalis inquirere.

¶ Sint continue pportiones. a. b. c. uolo inquirere an aliuseis sub continua pportionalitate possit adiungi. ¶ Igitur si. a. f. c. sunt contra se primi. impossibile est per. 18. si





compositi sit. d. qui provenit ex. b. in. c. quem si numerat. a. erit. si vero h^o numerat non erit. ¶ Numeret enim cum fm. e. qui erit quem querimus per secundam partem. 20. septimi. ¶ Sit ergo ut non numeret cum i. est tñ ut. a. ad. b. sicut. c. ad. e. itaq. quia ex. b. in. c. sit. d. sequitur per primā partē 20. septimi ut ex. a. in. e. sit idem ¶ Ergo. a. numerat. d. fm. e. sed positum erat q non. ¶ Idem potes perscrutari quotlibet continue proportionalibus propositis. si enim duo extremi sint contra se primi finem habet intentio per. 18. si autem compositi ducto secūdo in ultimum si productum numeret primus is secundum quē eū numerat est quem querimus p secūda partem. 20. sep. ¶ Si autem primus productum non numerat nullus erit quotlibet enim posito per primam partem eiusdem fm ipsum positum numerabit primus productum quod positum erat non numerare.

Propositio .21.



¶ **Atis quotlibet numeris primis aliquem primum ab eis diuersum eē necesse est.**

¶ Nihil aliud intenditur nisi q numeri primi sint infiniti demonstrare. Sint enim. a. b. c. numeri primi. dico esse aliquem primum diuersum ab eis sit quidē. d. f. minimus quē numerant cui addita unitate fiat. d. g. qui est primus aut compositus. si primus constat ppositum. ¶ Si compositus numerat eū aliquis primus qui sit. h. quē non est possibile eē aliqū ex primis ppositis. si enim eēt aliquis eoꝝ cū quilibet ipsoꝝ numeret. d. f. ipse quoq. numeraret eundē: at quia numerat. d. g. oporteret ipsum numerare. f. g. qui ē unitas: qd est impossibile. ¶ Idē sequitur posito. d. f. quolibet nūero quē numerat. a. b. c. quare constat ppositum.

Propositio .22.



¶ **Coaceruent quotlibet numeri pares: totus quoq ab eis coaceruatus erit par.**

¶ Sit quisq. numerorum a. b. c. part dico ex eis compositum eē p rem. ¶ Habet enim ex conuersione diffinitio nis quisq. eorum medietatem. ¶ Sint ergo eoꝝ medietates. d. e. f. quia igitur sicut. a. ad. d. sic. b. ad. e. f. c. ad. f. erit ex. 13. septimi sicut. a. ad. d. itaq. totus. a. b. c. ad totum. d. e. f. itaq. d. e. f. est medietas. a. b. c. ergo per diffinitionem. a. b. c. ē par: quod ē propositum.

Propositio .23.



¶ **Si numeri imparēs numero pares coaceruentur totus quoq ex eis coaceruatus erit par.**

¶ Sit quilibet numeroꝝ. a. b. c. d. impari dico ex eis compositum eē parem. ¶ Dempta enim a quolibet unitate constat residuos eē pares: q̄ quia ille unitates dempte componunt parē: cū sint numero parēs: constat propositū per premisam.

Propositio .24.



¶ **Si numeri imparēs numero inipares coaceruentur: totum quoq ex eis coaceruatum imparē eē.**

¶ Sit quilibet numeroꝝ. a. b. c. ipari dico totū ex eis compositum eē imparē ¶ Erit. n. p pmisam compositus ex a. f. b. parē quia. c. depta unitate ē par: erit p ante pmisam totus. a. b. c. dempta unitate par per diffinitionē itaq. constat totum eē imparē.

Propositio .25.



¶ **Si a numero pari numerus par detrahatur reliquus erit par.**

¶ Sit totus. a. par a quo detrahatur. b. qui quoq. sit par ē residuus sit. c. dico. c. eē parē. ¶ Sit enim. d. medietas. a. e. quoq. sit medietas. b. detractōq. e. de. d. sit reliquus. f. erit per. 13. septimi. c. ad. f. sicut. a. ad. d. quare. f. ē medietas c. itaq. c. est par: quod est propositum.

Propositio .26.

¶ Si a numero impari detrahatur impar reliquus erit par.
¶ Sit, a b. numerus impar a quo detrahatur. b. c. qui erit
 sit impar: dico reliquum qui ē. a. c. eē parem. **¶** Detraha-
 tur enim ab utroq; duoz; numeroz; a. b. c. b. c. unitas que
 sit. b. d. eritq; utroq; residuoꝝ q̄ sunt. a. d. e. d. c. par
 per premisam itaq; constat. a. c. eē parē qd ē ppositum.

Propositio .27.

3o numero impari numerum parem subtrahas
qui relinquitur impar est.

C Sit. a. b. imparia quo detrahatur. a. c. qui sit par: dico
c. b. residuum eē imparem. ¶ Sit enim, b. d. unitas: critq;
a. d. par. ¶ quia. a. c. est par crit per. 25. c. d. par. cum itaq;
sit, d. b. unitas crit. c. b. impar: quod est propositum.

Propositio .26.

3 de numero pari imparem tollas qui relinquitur impar est.

¶ Sit. a. b. par a quo tollatur. a. c. qui sit impar: dico. c. b. residuum eē imparem. ¶ Subtrahatur enim ab. a. c. unitas quo sit. c. d. eritq. a. d. par itaq. per. 25. d. b. quoq. erit par: quia igitur. d. c. est unitas, sequitur. c. b. eē imparem: situm.

Propositio .29.

In numerus impar in numerū parem ducatur q in
de p̄oducetur erit par.

¶ Ex. 23, manifestum est quod dicitur.



Propositio .30.

¶ In imparẽ ducat impar qui pducet erit impar.

¶ Hec quoq; ex. 24. manifesta est.

Propositio 31.

3 numerus impar numez pares numeretium ero
pari eum numerabit.

¶ Si enim numero impari eum numeraret ex impari in imparem fieret par: quod est inconueniens per premisam.

Propositio . 32.

3 impar imparē numeret impariter eum numerat.

¶ Si enim pariter eum numeraret ex numero impari in nume-
rum parem fieret impar quod est inconueniens per. 29.

Propositio .33.



¶ Numerus impar numez parem metiatur eius
de quoq; dimidium ipsi metiri necesse est.

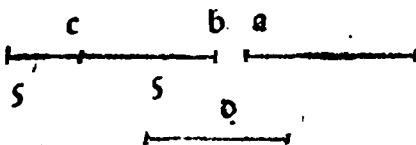
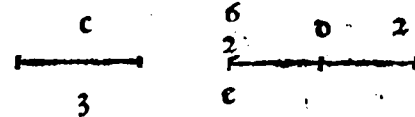
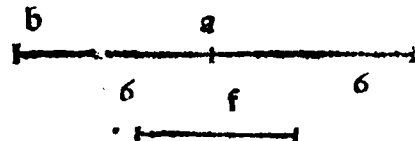
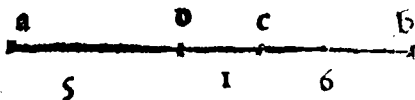
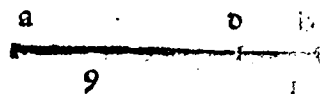
T Sit .a. numerus par cuius dimidium, .b. sitq. .c. numerus impar qui numeret. .a. dico q. .c. numerabit. .b. ¶ Numeret enim .a. .fm. d. eritq. per. 3. d. numerus par. Eſto igitur eius dimidium. .e. ducaturq. .c. in .e. ¶ proueniat. .f. erit

q. per. 18. sep. a. ad. f. sicut. d. ad. e. ¶ quia etiam est. a. ad. b. sicut. d. ad. e. se-
quuntur. b. ¶ f. e. se quales. cum itaq. c. numeret. f. idem numerabit. b. qd
est propositum.

Propositio 34.

3 numerus impar ad aliquē fuerit primus: idē ad eiusdem duplū erit primus.

¶ Sit. a. numerus impar primus ad. b. cuius duplum sit. c. dico q. a. est primus ad c. ¶ Sinautem numeret eos. d. cū q. a. sit impar sequitur. d. eē imparem quicūq. enim impar numerat impar est. ¶ Per premis[am] itaq. d. numerat igitur. a. g. b. contra se primi qd est contra ypothesim.

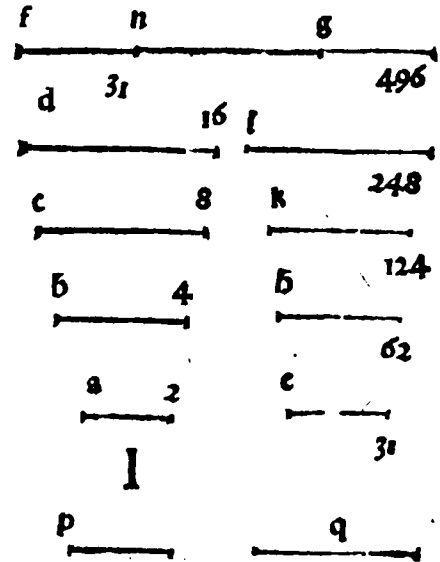


Propositio 39.



¶ In coaptati fuerint numeri ab unitate continue dupli qui coniuncti faciant numerum primum extrinsecus eorum in aggregatum ex eis ductus producit numerum perfectum.

- ¶ Sint ab unitate continue dupli. a. b. c. d. ex eis autem ¶ unitate coactuati sit. e. qui ponatur esse numerus primus in quem. e. multiplicet. d. ¶ proveniat. f. g. dico. f. g. esse numerum perfectum. Sumantur igitur. h. k. l. continue dupli ad. e. ut tot sint. e. h. k. l. quot sint continue dupli ad unitatem si. m. p. t. critq. per equam proportionalitatem. l. ad. e. sicut. d. ad. a. quare per primam partem. 10. ¶ sp. ex. a. in l. ¶ uenit. f. g. Nam ipse. f. g. provenit ex. d. in. e. ¶ quia. a. est binarius est. f. g. duplus ad. l. sunt igitur. e. h. k. l. ¶ f. g. continue proportionales. dematur igitur ex. h. equalis. e. qui sit. m. h. ¶ residuus. h. n. qui erit etiam equalis. e. itemq. ex. f. g. dematur eidem equalis qui sit. f. n. critq. per premisam. n. g. quantum aggregatum ex. e. ¶ h. ¶ k. ¶ l. ¶ f. d. ¶ f. n. cum sit equalis. e. est quantum aggregatum ex. a. ¶ b. ¶ c. ¶ d. ¶ unitate. itemq. totus. f. g. est quantum aggregatus ex oibus his scilicet. a. b. c. d. ¶ unitate ¶ illis. e. h. k. l. de quibus omnibus manifestum est q. numerat eum scilicet. f. g. c. quidē fin. h. ¶ b. ¶ fm. k. quod ex prima parte. 10. ¶ sp. conuincitur adiuvate equa proportionalitate sicuti opus fuerit. Est enim vt. d. ad. c. sic. h. ad. e. ¶ vt d. ad. b. sic. k. ad. e. per equam ¶ proportionalitatem quare ¶ ex. c. in. h. ¶ ex. b. in. k. necesse est provenire. f. g. quem dudum produxerat. d. in. e. si igitur nullus alius ab his numerat. f. g. ipse erit per diffinitionem numerus perfectus. ¶ Quod autem nullus alius eum nūeret sic patet si enim hoc possibile est sit. p. qui numeret eum fm. q. critq. per. 33. ¶ p. vt. e. numeret alterum eorum ponaturq. ¶ q. nun. ret. p. ¶ quia per secundam partem. 10. ¶ sp. est. q. ad. d. sicut. e. ad. p. sequitur vt. q. numeret. d. quare cum. a. qui sequitur unitatem sit primus est enim binarius erit. q. per. 13. huius aut. a. aut. b. aut. c. quicūq. autem horū fuerit erit p. aut d. l. aut. k. aut. h. si enim. q. fuerit. a. constat q. p. erit. l. quod si fuerit. b. p. erit. k. si autem. c. p. quoq. erit. b. non est igitur. p. diuersus ab illis vt fuerat positum: relinquitur ergo q. f. g. sit numerus perfectus quod erat demonstrandum.



Castigator.

- a ¶ Ex hac habetur esse perfectorum primus senarius secundus. 28. tertius 496. ac deinceps alternatim terminando in octonarios ¶ senarios in infinitum ¶ non poterit esse perfectus nisi terminetur in altero dictorum.
- b ¶ Quia in vtroq. ordine sunt numeri in dupla proportionem dispositi ¶ ideo p. equa ppor. siue pversim siue directe sunt. d. b. ¶ f. k. e. ¶ proportionales.
- ¶ Et iste sunt omnes partes eius quibus numeratur ille quidem fm. l. k. h. e. ¶ iste fm. d. c. b. a. ¶ unitas fm. ¶ se totum per concep. quia omnis numeri pars est unitas ab ipso dicta.
- c ¶ Et si poneret aduersarius. e. numerare. q. tūc quia est per primam partem. 10. septimi. q. ad. d. sicut. e. ad. p. erit permutatim per. 16. quinti. p. ad d. sicut. e. ad. q. ¶ f. d. q. numeratur. ab. e. per aduersariū ergo d. numeratur etiam. ab. p. ¶ tūc per. 13. erit. p. aliquis illorum. a. b. c. d. ¶ sic vicversa q. erit aliquis illorum. l. k. h. e. quemadmodum dictum est de. p. ideo ¶ f. c. d.
- ¶ Cum quilibet eorum numeret. f. g. fm. illos. s. l. k. h. ¶ ideo. q. si fuerit. a. p. erit. l. cum. a. numeret. f. g. fm. l. ¶ si. q. erit. b. p. erit. k. cum. b. numeret eundem. f. g. fm. k. ¶ si. q. erit. c. p. erit. h. quia. c. numeret. f. g. fm. h. ¶ ideo fm. p. erit aliquis illorum cum. q. numeret eundem. f. g. fm. p. ¶ f. c.
- ¶ Latius in his que de proportionem ¶ proportionalitate posita sunt in calce. s. diffinitione li. 5. ¶ circa diffinitiones. 12. 13. 14. 15. 16. eius dem ibi clare habet qualiter quantitates comunicantes ¶ cōmensurabiles ¶ habeant in longitudine ¶ potentia.

Explicit liber Nonus.

Decimus prelatijs. difficilissimus Euclidis liber de tresdecis irrationalibus lineis. Ex campani optima interpretatione. Magistro Luca Paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Monachum. Castigatore acuratissimo. Incipit.



Quantitates quibus fuerit una quantitas cōis eas numerans. dicent cōcantes. quibus verò nō fuerit una cōis. quātitas eas numerans dicent incōmensurabiles. 2 **L**inee i potētia cōcantes dicuntur quaz sup̄ficies quadratas una cōis sup̄ficies nūerat 3 **L**inee incōmensurabiles i potētia dicuntur quaz sup̄ficies. quadratas non nūerat una cōis superficies. que cum ita sint ma-

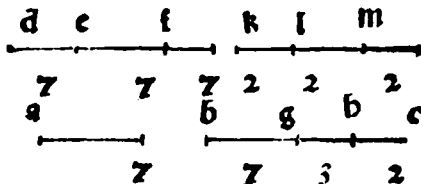
nifestum est qz omni linee posite multe alie sunt incōmensurabiles. quedam in longitudine tñ. quedam in longitudine 2 potētia. 4 **D**is aut linea cum qua rōcinamur posita vocetur rōnalis. 5 **L**ineaz ei cōcantes dicuntur rōnales. 6 **E**idem aut in cōcantes dicuntur irrōales siue surde. 7 **D**is vō quadrata sup̄ficies de qua p̄potēsim rōc. namur dicitur rōnalis. 8 **S**up̄ficies vero ei cōcantes dicuntur rōnales. 9 **E**idem aut incōmensurabiles sup̄ficies dicunt irrōationales siue surde. 10 **L**atera vero que in illas quadratas possunt dicuntur irrōnalia. 11 **Q**ualibet quātitatem totiēns posse multiplicari vt quālibet eiusdem generis quātitatem positam excedat.

Propositio .1.



Ia duabus quantitatibus inequalibus propositis maius dimidio a maiori detrahatur. itēqz de reliquo maius dimidio denatur deinceps quoqz eodem modo: necesse est vt tandem minore posita minor quantitas relinquatur.

Sint due quātitates ineq̄les. a. b. c. b. c. maior. dico qz totiēs pōt maius dimidio detrahi a. b. c. uel eius residuo qz necesse erit relinq̄ quantitatē minore. a. multiplicetur. n. a. quotiens excedat. b. c. sup̄ eius multiplex. d. e. f. maius. b. c. detrahatur itaqz a. b. c. maius dimidio qz sit. b. g. itēqz ex residuo quod est. g. e. maius dimidio quod sit. g. h. hoc quoqz totiēns fiat quousqz. b. c. diuisa fuerint in tot ptes quotiens. a. continetur in. d. e. f. **D**ico tūc qz ultimum residuum ut est hic. b. c. est minus. a. multiplicetur namqz. b. c. quotiens est multiplicata. a. in. d. e. f. sup̄ eius multiplex. k. l. m. **Q**uia igitur unaqueqz quantitatū. k. l. m. est equalis. h. c. sequit ut k. sit minor. b. g. sed k. minor. g. h. at quia. m. est equalis. h. c. erit p̄ conceptionem. k. l. m. minor. b. c. quare minor. d. e. f. cū sit ergo. d. e. f. ad. a. sicut. k. l. m. ad. h. c. sitqz. d. e. f. maior. k. l. m. sequit p. 14. quinti qz. a. sit maior. h. c. quod est p̄positum. I dēqz sequit si de maiori dimidium dematur. itēqz de reliquo dimidium; sup̄qz totiēns quousqz maior diuidat in tot partes quotiens continet minor in quolibet suo multiplicato. maiore posita; quantūlibet excedente. **A**ttendere aut oportet qz huic uidet. r. tertiu contradicere pponens angulum contingentie. minorem fore quolibet angulo a duabus lineis rectis contento posito. n. angulo quolibet rectilineo. si ab ipso maius dimidio demat. itēqz de residuo maius dimidio. necesse uidetur hoc totiēns posse fieri quousqz angulus



rectilineus minor angulo contingente relinquitur cuius oppositum est. tertii syllogizati sed hi non sunt uniuoce anguli non enim eiusdem sunt generis simpliciter curuum & rectum. At uero nec angulum contingentie totiens contingit sumi ut qualemcuq; rectilineum excedat quod necessarium est ut ex prehabita demonstratione patet ad hoc ut consequens ex antecedente sequat. planū ergo est et quēlibet angulū rectilineū infinitis angulis cōtingentie esse maiore.

Propositio .2.



Si fuerint due quantitates inequales detrahatur q̄a maiori equale minori donec minus eo superfit ac deinde a minori ipsius reliqui equale demat donec minus eo relinquitur de hūo quoq; a reliquo primo equale reliqui secundi donec minus eo superfit aufertur: & in huiusmodi cōtinua deductio ne nullum reliquū quod ante relictum numeret inueniatur: eas duas quantitates incōmensurabiles esse necesse est.

¶ Simile huic ppositū prima septimi in numeris. Sint due quantitates inequales. a. & b. maior. a. a quibus si fiat reciproca quoad pōt deductio: non occurrat et si infinities fiat aliqua quantitas deductionem impediēs siue ante relictum numerās dico eas incōmensurabiles esse. ¶ Si aut sit cōis eaz mensura. c. detrahatur igitur. b. ex a. quotiens pōt. sitq; residuum d. quod residuum detrahatur ex. b. quotiens pōt sit residuum. e. Fiatq; totiens ista deductio quousq; ex alterutra duaz quantitatū. a. & b. remaneat minus. c. hoc enim necesse est esse possibile per precedentem. Sitq; hic. e. minus. c. cum igitur. c. mensuret. b. deductam ab. a. & etiam. a. mensurabit per conceptionē. d. residuum. ideoq; cū mensuret. d. deductum a b. & etiam ipsum. b. mensurabit. e. residuum. sed erat. e. minus. c. maior ergo quantitas mensurat minorem quod est impossibile.

Propositio .3.



Inpositis duabus quantitatibus inequalibus cōcantibus maximam quantitatē cōiter eas numerantem inuenire. Ex hoc itaq; manifestum ē: que duas metitur quantitates maximam quoq; communiter ambas meti entem metiri.

¶ Huius demonstrationem si secunda septimi non ignoras non potes ignorare processum enim utrobq; idem.

Propositio .4.



Inpositis tribus quantitatibus cōmunicantibus maximam eas cōmuniter numerantem inuenire. ¶ Hec ex tertia septimi sic patet sicut premissa ex secunda septimi.

Propositio .5.



Inium duarum quantitatū cōmunicantium. est proportio tanq; numeri ad numerum.

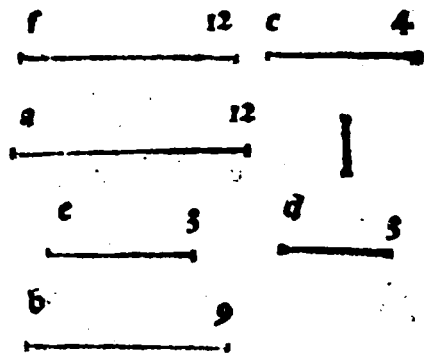
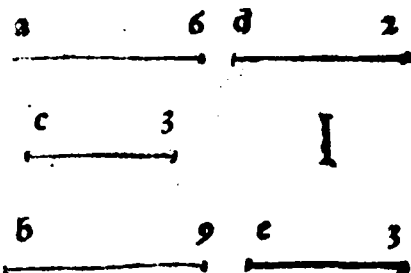
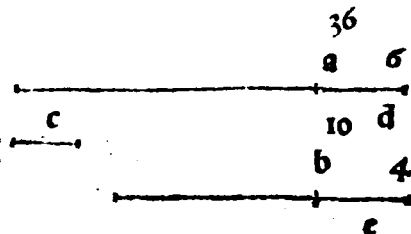
¶ Sint due quantitates. a. & b. cōmunicantes dico q; eaz pportio ē sicut alicuius numeri ad aliū numerū. ¶ Sit. n. c. maxia q̄ntas cōiter mēsurās. a. & b. repta ut docet. huius que mensuret. a. fm numerū. d. & b. fm numerū. c. eritq; a. ad. c. ut. d. ad. unitatē. eo q; sicut. a. ē multiplex. c. ita. d. est multiplex unitatis. ac. c. ad. b. ut unitas ad. e. qm sicut. c. ē submultiplex. b. ita unitas est submultiplex. e. igit p equam pportionalitatem. a. ad. b. ut. d. ad. e. quod est ppositum.

Propositio .6.



Si fuerint due quantitates quaz sit pportio vnus ad alteram tanq; numeri ad numerum: eas duas cōmunicantes esse necesse est.

¶ Hec est conuersa prioris ut si sit. a. ad. b. sicut numerus. c. ad numerū. d. erūt due q̄ntitates. a. & b. cōmunicātes. ¶ Sit enim. e. toties mēsurans. b. quoties ē unitas in. d. & totiens



mensurans. f. quotiens unitas in. c. Cum sit igitur. f. ad. e. ut. c. ad unitatē ac. e. ad. b. ut unitas ad. d. erit p. equam p. portionalitatem. f. ad. b. ut. c. ad. d. quare et ut. a. ad. b. igitur p. primam p. tem. 9. quanti. f. est equalis. a. cum itaq. e. mensuret. f. per conceptionem mensurabit. a. igitur. a. f. b. cōican teri mensurabat enim f. b. quod est propositum.

Propositio 7.

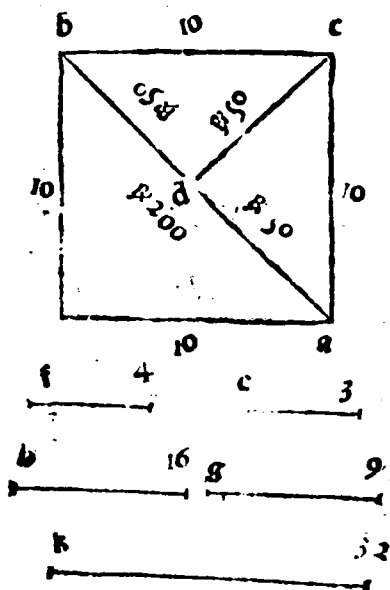
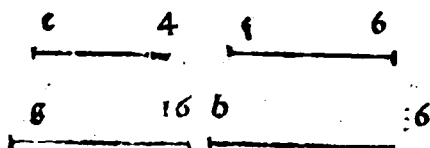
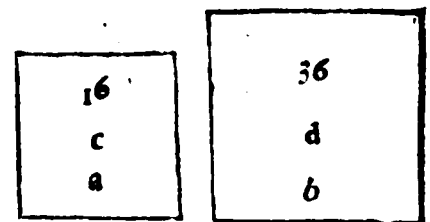


¶ Nummi duoi uni superficie quadratę quarus latera in longitudine cōmunicant ē p. portio vnus ad alteram tanquā numeri quadrati ad numerus quadratum. Si vero fuerit p. portio superficie quadratę tanquā p. portio numeri quadrati ad numerum quadratum: erunt latera eaz in longitudine cōmunicantia. Quod si fuerit p. portio superficie quadrati ad superficiem quadrati non velut numeri quadrati ad numeri uni quadratus: latera earum erunt in longitudine incōmensurabilia.

¶ Sint. a. f. b. due linee quadrate quaz quadrata sint. c. f. d. dico q. si. a. f. b. cōmunicant in longitudine erit p. portio. c. ad. d. sicut numeri quadrati ad numerus quadrati ē cōuerso. ¶ Si autē p. portio. c. ad. d. nō sit sicut numeri quadrati ad numerus quadratum. a. f. b. erunt incōmensurabiles in longitudine ē cōuerso. Verūn istud argumētum quartū nō p. ponit. ¶ Primum patet sic. si. a. f. b. cōmunicant in longitudine ipse p. s. erunt in p. portione duoz numeroz q. sint. e. f. quoz quadrati sint. g. f. h. Quia ergo est. c. ad. d. sicut. a. ad. b. duplicata per. 18. sexti sequit ut sit ē. c. ad. d. sicut. e. ad. f. duplicata. ¶ Sed ē p. 11. octau. g. ad. h. ut. e. ad. f. duplicata ergo. e. ad. d. sicut. g. ad. h. quod est primum. ¶ Secundum sic sit. c. ad. d. sicut. g. nūerus q. dratus ad. h. numerus q. dratus dico q. a. f. b. erūt in longitudine cōicantes. Cum enim sit. c. ad. d. ut. a. ad. b. duplicata p. 18. sexti. f. g. ad. h. p. 11. octau. ut. e. ad. f. duplicata: quare ē simpla. a. ad. b. sicut simpla e. ad. f. p. 6. igitur sunt. a. f. b. cōicantes quod est scōndum. ¶ Tertium uero patet ex primo a destructione consequentis. ¶ Similiter quartum patet ex scōndo a destructione consequentis. ¶ Ex tertia parte huius nota diamet. ē incōmensurabile costē. ¶ Cum. n. sit quadratū diametri duplū quadrato costē: dupla uero p. portio nō sit sicut numeroz quadratorum sequit diamet. ē incōmensurabilem costē in longitudine. Alioquin cū quaternarius sit numerus quadratus erūt oēs pariter pares quadrati ē etiā alii infiniti q. nō sunt q. drati. ¶ Ducit autē A. 3. prio prio. ad istud incōueniens si diameter ponatur cōmensurabilis costē q. impar numerus erit equalis parit. quod sic patet. Sit enim diameter. a. b. cōmensurabilis lateri. a. c. eritq. per. 5. a. b. ad. a. c. sicut aliquis nūerus ad alium. Sint ergo hii numeri. e. f. qui sunt minimi i sua p. portione. eritq. ob hoc alter eorum impar. si enim uterq. par non erūt minimi: quadrati quoq. eoz sint. g. f. b. si ergo. e. est. impar. erit quoq. ex. 30. noni. g. impar sit itaq. k. duplus ad. h. eritq. k. ex diffinitione par. ¶ Quia igitur. a. b. ad. a. c. ut. e. ad. f. erit per. 18. sexti ē. 11. octau. quadratum. a. b. ad quadratum. a. c. ut. g. ad. h. est itaq. g. duplus ad. h. sic enim est quadratū. a. b. ad quadratum. a. c. p. penultimam primi ē quia etiā. k. est duplus ad. h. sequitur p. 9. quinti ut. g. nūerus impar sit equalis. k. nūero pari. ¶ Quod si. e. sit par ē. f. impar. erit p. portio. f. ad dimidiū. e. q. d. sit. l. sicut. a. c. ad dimidiū. a. b. q. d. sit. a. d. ē ideo erit p. portio q. drati. a. c. ad quadratū. a. d. sicut p. portio numeri. h. qui est impar per. 30. noni ad quadratum numeri. l. qui sit. m. cui. k. ponatur esse duplus. eritq. k. per diffinitionem par. At quia q. dratū a. c. est duplum ad quadratum. a. d. per penultimam primi erit. h. duplus ad. m. cūq. k. sit etiā duplus ad. m. erit. per. 9. quinti numerus impar. b. equalis. k. numero pari quod est propositum.

Castigator.

¶ Videlicet quātum ad p. portionem arithmetica nō aut. quātum ad



pportionem geometricam. quia semper inter diametrum & costam. collocabitur tertia subcontinua ppportionalitate per.9. sexti. & sic prima & tertia communicabunt medie. per consequens. prima que est diameter. communicabit. tertie que est costa. &c. geometrice.

Propositio .8.



Ifuerint due quantitates vni quantitati cōcantes ipsas quoq; inuicem cōmensurabiles eē necesse ē.

Sit vtraq; duarū quantitarum. a. & b. cōcans quantitati. c. dico. a. & b. esse cōmensurabiles. ¶ Est enim per.5. a. ad. x. sicut numerus ad numerū; similiter quoq; per eandem. c. ad. b. sicut numerus ad numerum. Sit itaq; numerus. d. ad numerum. e. sicut. a. ad. c. numerusq; .f. ad numerum. g. sicut. c. ad. b. At ppportiones que sunt. d. ad. e. & f. ad. g. continentur in tribus terminis qui sunt. h. k. l. ut docet. 4. octauū; eritq; per eandem ppportionalitatem. a. ad. b. sicut. h. numerus ad. l. numerum. Per.6. igitur sunt. a. & b. cōcantes qdē ppositū. ¶ Ex hac quoq; sequitur qd si fuerint due quantitates si bī inuicem cōcantes. cuiusq; vna earum communicat & reliqua; & cuiusq; vna non communicat nec reliqua. ¶ Sint enim due quantitates. a. & b. cōmunicantes; ponatur. c. quelibet quantitas que sit. c. cum qua cōmunicet. a. dico qd. b. cōmunicabit cum eadem; quod ex hac octaua. patet cū vtraq; earum cōmunicet cū. a. ex ypothesi. ¶ Quod si iterum. a. & b. sint cōmunicantes vt prius; ponatur. c. quelibet quantitas cum qua nōn cōmunicet. a. dico qd. b. non communicabit cum eadem. Si enim. c. cōmunicaret cum. b. cum. a. quoq; per ypoth. communicet cum eodem. b. essent per hanc octauam. a. & c. cōmunicantes. sed positum erat qd non essent quare constat quod diximus.

Castigator

a ¶ Communicātia proprie dicitur numeroz. ut in septimo & octauo & nono libris apparet. sed cōmensurabilitas proprie competit quantitati continue. Et ideo nimirum si auctor indifferēter aliquando vtitur vno & alio termino ut in ista octaua apparet.

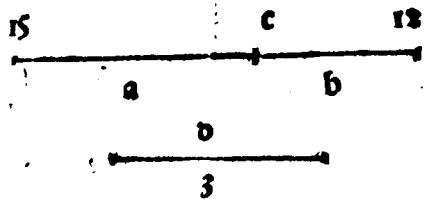
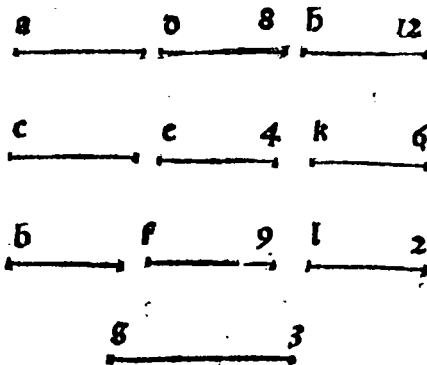
Propositio .9.



Si fuerint due quantitates cōcantes: totum quoq; ex eis confectum vtrius earum. erit cōmunicans. Si vero fuerit totum vtriusq; cōmensurabile erit ambecommensurabiles.

Sint due quantitates. a. & b. cōmensurabiles; dico totum ex eis cōpositum quod sit. c. vtrius earum eē cōmensurabile & e conuerso. Adhuc quoq; si totum ex eis cōpositum: vni earum communicet dico qd communicabit alteri; & ipse similiter iter se. Idem quoq; in cōtrario. si enim. a. & b. sint incōcantes; dico qd. c. vtrius earum erit incōmunicans & e conuerso; ac si. c. alteri earum sit incommunicans: erit quoq; incōmunicans & alteri; & ipse etiam inter se. Sint itaq; primum. a. & b. cōmunicantes; suntq; earum cōmensura. d. qui cum vtrāq; earū numeret p conceptionem similē antepenultime numerabit. & c. quare p diffinitionem. c. cōcabit vtriusq; earū. scilicet. a. & b. E conuerso quoq; si. c. communicet vtriusq; earū. sit oim cōmensura. d. cōstat itaq; p diffinitionem. a. & b. cōcantes esse. Sed cōmunicet. c. cū altera earū que sit. a. dico qd cōcabit cū. b. & a. & b. communicabūt adinuicē. Sit. n. d. cōmuniter mensurans. c. & a. ga igitur. d. mensurat totum & detractum per conceptionem ipsa mensurabit residuum videlicet. b. p definitionem ergo & c. cōcāt cū. b. & a. cōmunicat quoq; cum. b. ¶ Si autē. a. & b. sint incōmunicantes erit. c. incommunicans vtriusq; earū; si enim cū vtrāq; sit cū altera earū communicaret & ipse communicaret adinuicem. quod est contra ypothesim. ¶ Similiter quoq; e conuerso si. c. ē incōcans vtriusq; earū seu etiam alteri earū; erit quoq; incommunicans reliquē; & ipse inter se quod palam est ex predemonstratis a destructione consequentis.

k iiii



Propositio .10.



Primum quatuor quantitatum proportionalium. si fuerit prima comunicans secunde: tertia quoque erit cōicans quarte. Si vero prima incommensurabilis fuerit secunde: tertia quoque incommensurabilis erit quarte.

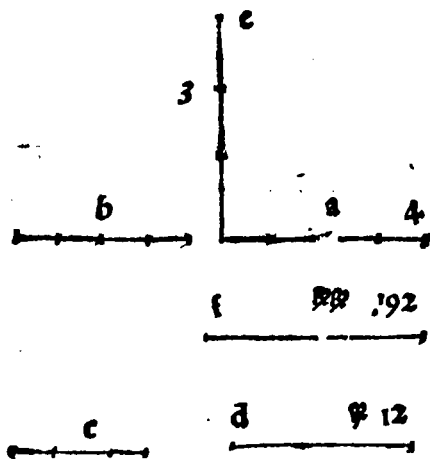
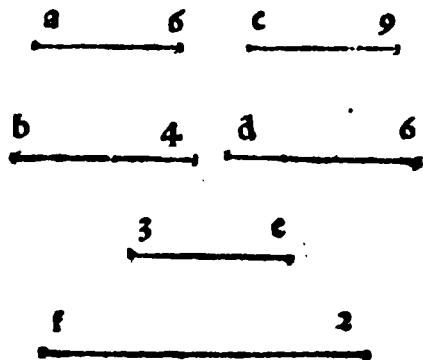
¶ Sint quatuor quantitates proportionales. a. b. c. d. dico q. si. a. comunicat cum. b. c. quoque comunicabit cum. d. q. si. a. est incommensurabilis. b. c. quoque erit incommensurabilis. d. Et si. a. cōicat cum. b. in potentia tñ. c. quoque comunicabit cum. d. in potentia tantum. Verūm illud non proponit auctor quia facile patet ex demonstratione priorum. ¶ Si enim. a. cōicat cū. b. erit per. s. a. ad. b. sicut numerus ad numerum. Sit ergo sicut. e. ad. f. At quia est per ypotēsū. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit. c. ad. d. sicut numerus. e. ad numerum. f. Per. 6. igitur est. c. cōicans cum. d. quod est primum. ¶ Secundum patet ex primo a destructione consequentis. Si enim. a. est incommensurabilis. b. oportet. c. ēē incommensurabilem. d. nam si esset ei cōmensurabilis cū sit ut. c. ad. d. sic. a. ad. b. p. ypotēsū ēē p. primam ptem. a. comunicans cum. b. sed non erat quare constat totū quod proponit auctor. ¶ Quod aut adiunximus videlicet q. si. a. cōicat cum. b. in potentia tñ. c. comunicat cū. d. in potentia tñ. sic patet. ¶ Cū enim. a. non cōicat cum. b. in longitudine nec. c. quoque ex parte secunda huius cōicabit cum. d. in longitudine. At vero cum quadratum. a. cōicet cum quadrato. b. ex ypotēsi erit per. s. quadratum linee. a. ad quadratum linee. b. sicut numerus ad numerum qui sint. e. f. f. Et quia quadratum. c. ad quadratum. d. est sicut qdratum. a. ad qdratum. b. erit ēē quadratū. c. ad quadratum. d. sicut numerus. e. ad numerum. f. per. 6. igitur. c. f. d. cōicant in potentia: ¶ quia non communicant in longitudine: constat ppositum.

Propositio .11.



Proposita qualibet recta linea duas ei incommensurabiles alteram in longitudine tantum alteram in longitudine et potentia rectas lineas inuenire.

¶ Sit linea. a. proposita: volo duas lineas reperire quas una communicet cum. a. in potentia tñ. altera vero sit incommensurabilis ei in longitudine et in potentia. Sumo itaq. duos numeros nequaquam se habentes in pportione aliquorum numero quadratorum. sintq. hii. b. f. c. quos facile est sumere pū qlibet qdratus numerus ad quēlibet non quadratū ea habeat pportione quā nequaquam habent aliqui numeri quadrati cōsumante hec. 11. octauit duobus talibus numeris sumptis inuenio lineā. d. ad cuius quadratū se hēat quadratū linee. a. sicut nūerus. b. ad numerum. c. Hanc aut lineā ita repio diuido lineā. a. in ptes equales quot sunt vnitates in numero. b. quod facile facio adiuvante. 11. vel. 12. sexti: debinc sup. extremitatē linee. a. erigo lineā. e. ppendi eulariter in qua toties cōtineat vna ex ptribus. a. quotiens vnitates est in. c. Quia igit ex prima sexti pportio quadrati linee. a. ad superficiē que sit ex a. in. e. ē sicut. a. ad. e. f. ideo sicut numeri. b. ad numerum. c. Si ponatur. d. in medio loco proportionalis inter. a. f. e. sicut docet. 9. sexti q. tunc per primam partem. 16. eiusdem quadratū. d. erit equale superficiē producte ex a. in. e. f. erit pportio quadrati linee. a. ad. quadratum linee. d. sicut numeri. b. ad numerum. c. quare. a. f. d. sint cōmensurabiles in potentia ex diffinitione et per vltimam ptem. 7. ipse sunt incommensurabiles in longitudine. Reperita est itaq. d. prima linea quam propositum erat inquire re. ¶ Alteram sic reperio interpono ut docet. 9. sexti lineam. f. medio loco proportionalem inter. a. f. d. eritq. per correl. 12. sexti quadratum. a. ad quadratum. f. sicut. a. ad. d. ¶ Itaq. per secundam partem. 10. quadratum a. est incommensurabile quadrato. f. igitur linea. f. est incommensurabilis linee. a. in potentia quare et in longitudine et est itaq. f. secunda linea quā propositum erat reperire. Et sic patet ppositum.



Castigator.

¶ Quia quadratū .a. ad qdratū .f. nō ē sicut nūeri qdrati. ad numez. quadratum nec simpliciter sicut alicuius numeri ad aliquem numez. qm̄ si sic ēēt. Tunc p̄ sexta huius cōuersam. s. ēēt quadratū .f. ē qdratū .a. cōicantia Et cōmēsurabilia quod non sunt. cum sint sicut .a. ad .d. vt dictum est. Et ideo per tertiam partem sep. huius .a. f. f. latera dictorū quadratorum i longitudine sunt incommensurabilia. vt dicit ibi f. c. quare lineae .a. f. f. sunt in longitudine f. potentia incommensurabiles. vt queritur.

Propositio .12.



¶ Annum quatuor lineaz. pportionalius si prima tanto amplius possit secunda quantum ē quadratū alicuius lineae cōicantis sibi in longitudine. necesse est tertiam quoq. tanto amplius posse quarta quantum est quadratū alicuius lineae cōicantis sibi in longitudine: q. si fuerit prima potentior secunda quadrato alicuius lineae incommensurabilis sibi i longitudine. erit quoq. tertia potentior quarta quadrato alicuius lineae sibi incommensurabilis in longitudine.

¶ Sint quatuor lineae pportionales .a. b. c. d. sitq. .a. maior .b. f. c. maior d. Sit quoq. .a. potentior .b. quadrato lineae .e. f. c. potentior .d. quadrato lineae .f. dico q. si .a. cōicet .e. in longitudine. c. quoq. cōicabit .f. in longitudine q. si .a. non cōicet .e. in longitudine nec .c. cōicabit .f. in longitudine. Quod f. si .a. cōicet .e. in potētia tñ. c. quoq. cōicabit .f. in potētia tñ. Vez. tñ illud vltimū nō pponit auctor q. facile patet ex priorū demonstratione. Cū sit .n. pportio .a. ad .b. sicut .c. ad .d. erit qdrati .a. ad quadratū .b. sicut quadrati .c. ad quadratū .d. f. quia quadratū .a. est equale quadratis duaz. lineaz. b. f. e. similiter quadratū .c. quadratis duaz. linearum d. f. f. erit pportio quadratorū duarū lineaz. b. f. e. ad qdratū .c. sicut quadratorū d. f. f. ad quadratū .f. ergo disiunctim erit quadratū .b. ad quadratū .e. sicut quadratū .d. ad quadratū .f. ergo .b. ad .e. sicut .d. ad .f. Item p equam pportionalitatē erit .a. ad .e. sicut .c. ad .f. ergo p primā pte decime cōstat priā p. huius f. p. fam fa. f. p. tertiā ibi adiūctā tertiā hic adiūctā.

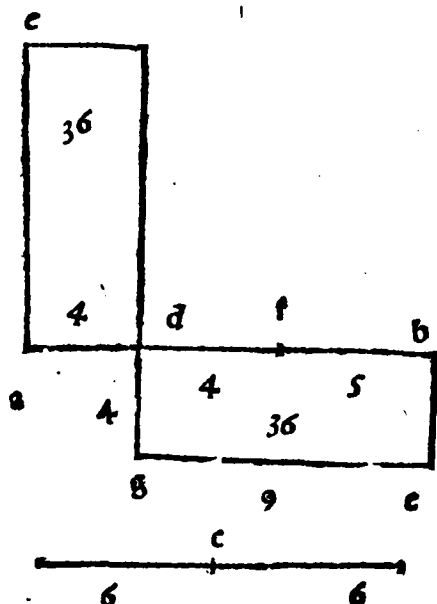
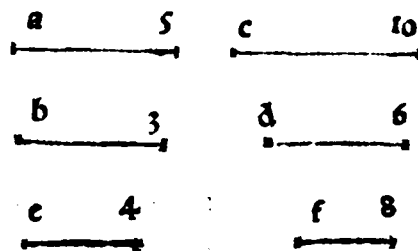
Propositio .13.

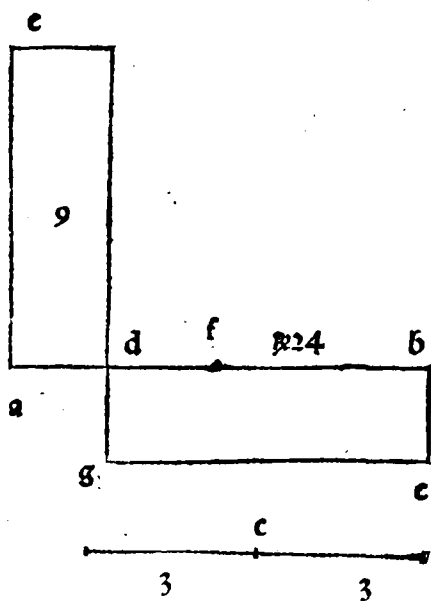
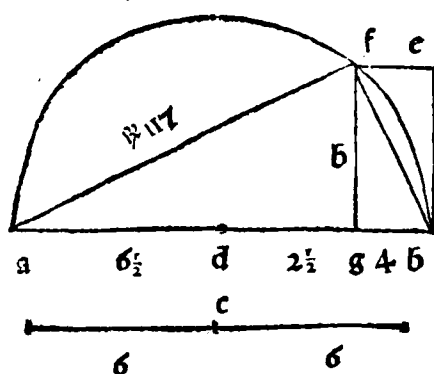


¶ Si fuerint due lineae inaequales quarum longiorem in duo cōicantia diuidat superficies sibi adiuncta eq̄lis quarte parti quadrati breuioris lineae cui adiuncte superficiei desit ad complendam totam lineas superficies quadrata necesse est ipsam lineam longiorem linea breuiori tanto amplius posse quantum est quadratū alicuius lineae cōicantis eidem longiori in longitudine. Si vero fuerit longior potentior breuiori augmento quadrati lineae cōicantis sibi in longitudine adiungaturq. ei superficies equalis quarte parti quadrati breuioris lineae cui desit quadrata superficies superficiem sibi adiunctā eandem lineam longiorem in duas portiones cōmēsurabiles diuidere necesse ē.

¶ Sint due lineae .a. b. f. c. maior .a. b. f. adiungat ad lineā .a. b. superficies eq̄lis q̄te pti qdrati lineae .c. ita q. desit ad cōplēdā lineā .a. b. superficies qdrata hoc enim est possibile. per .12. sexti quod facile fiet hoc modo. ¶ Diuidatur .a. b. in duas lineas .a. d. f. d. b. ita q. inter eas cadat medietas lineae c. continue proportionalis. ¶ Hoc autem qualiter fiat in fine demonstrationis huius docebitur. Eritq. ex .16. sexti superficies .a. d. in .d. b. que sit .d. e. equalis quadrato medietatis lineae .c. quare ex .4. secundi erit eadem sub quadrupla quadrati lineae .c. ¶ Deest quoq. ad complēdā lineam .a. b. superficies quadrata: cū f. a. d. sit equalis .d. g. f. d. b. equalis .g. e. Dico itaq. p. si superficies .d. e. diuidat lineam .a. b. in duo cōicantia erit lineā .a. b. potē

k iiii





tior linea.c.in quadrato alicuius linee secum communicantis in longitudi-
ne ¶ e converso. ¶ Cū aut sit linea.a.b.maior linea.x.non erit.a.d.equa-
lis.d.b.sic enim esset superficies.d.e.quadrata: ¶ quia ipsa est equalis qua-
drato medietatis linee.c.esset.a.d.equalis medietati.c. ¶ tota.a.b.roti.c.
quod est contra ypoth.Non est igit.a.d.equalis.d.b. Itaq. de maiori ca-
rū que sit.d.b.abscindatur.d.f.equalis.a.d.eritq. per.8. secūdi quadratum
totius.a.b.equale his que sunt ex.d.b.in.d.a. quater ¶ quadrato.f.b. Quia
re linea.a.b.erit potētor linea.c.in quadrato linee.f.b. Quā necesse est
cōicari toti.a.b.si linea.a.d.est cōicans linee.d.b. Si enim hoc fuerit erit
d.b.cōicans.d.f.sue equali quare p.g.b.f.cōicar cum.f.d. ¶ ideo toti.b.
d. ¶ pp hoc cū tota.a.f.igit ¶ cū tota.a.b.sicq. patet primū. ¶ Cōuersum
huius sic patet: sit.a.b.potentior.c.i linea.f.b.que cōicet secum in lōgita-
dine.dico tūc q. superficies equalis quarte parti quadrati linee.c. addita ad
lineam.a.b.ita q. desit superficies quadrata diuidet lineam.a.b.in duo cō-
municantia.Diuidatur enim.f.a.per equalia in.d. ¶ fiat superficies.d.e.
ex.d.b.in.d.a. ¶ deerit ad complendam lineam.a.b. superficies quadra-
ta: eritq. per.8. secūdi quadratum.a.b.equale quadruplo superficiē d.e.
et quadrato.f.b. igitur quadruplum superficiē d.e. ¶ e. est equale quadrato
c.quare superficies.d.e.sit equalis quarte parti quadrati.c. dico igit q. d.
b.est cōicans cū.a.d.cū sit.f.b.comunicans cum.a.b. Si enim hoc fuerit
vt q.f.b.sit comunicans cū.a.b.erit et comunicans cū.a.f.p.9.quare ¶
cum.a.d.fed ¶ cū.d.f.sibi equali itaq. ¶ d.b. est comunicans cum.a.d.
qd est secūdū. Nunc aut monstrandū est qualiter linea.a.b.cū ipsa posi-
ta fuerit maior linea.c.possit sic diuidi vt inter ptes eius cadat medietas
linee.c.continuepproportionalis. ¶ Cū enim sic fuerit diuisa: superficies q. fiet
ex vna in alterā erit equalis quadrato medietatis linee.c. ¶ ipsa erit super-
ficies equalis quarte parti quadrati linee.c. adiuncta ad lineam.a.b.ita q.
desit superficies q. drata. Hoc enim sic fiet diuisa.a.b. per equalia: in.d. linee
super eā semicirculus.a.f.b. ¶ similiter.b. e. ppendicularis ad.a.b. q. ponat
equalis medietati linee.c. ¶ ducatur.e.f.equidistans ad.a.b. vsq. quo fe-
cet circūfrentiā semicirculi in puncto.f.necesse est enim vt fecet eā: cū li-
nea.a.b. sit maior linea.c. ¶ Et ducat.f.g. ppendicularis ad.a.b. q. cū per
34. primi sit equalis linee.e.b.crit quoq. equalis medietati linee.c. ¶ Du-
cant itaq. linee.f.a.f.b.critq. per primam partē.30. tertiū angulus.a.f.b.re-
ctus: ¶ ideo p primam partē coroll.8. sexti erit linea.f.g. medio loco pro-
portionalis inter.a.g. ¶ g.b.quare medietas linee.c.que ē sibi equalis: erit
etiam proportionalis inter easdem quod est nostrum propositum.

Propositio .14.

 Si fuerint due linee inequales quarum longiorem diuidat in duas partes incommensurabiles superficies equalis quarte parti quadrati breuioris sibi adiuncta ita q̄ desit ad eius complectionē: superficies quadrata erit longior potentior breuiori augmento quadratilinee incommensurabilis ipsi longiori in longitudine. Si v̄o longior potentior fuerit breuiori quadrato linee incommensurabilis sibi longiori in longitudine adiungaturq; ei superficies equalis parti quarte quadrati breuioris defueritq; longiori superficies quadrata necesse est vt ipsa superficies sibi adiuncta eandem longiorem lineam in duas portiones incommensurabiles diuidat.

¶ Hec. 14. ex contrario antecedentis premisse inferit contrariū consequentis premisse & non differt eius dispositio a dispositione illius. sed & modus argumentandi utrobique idē. Si enī. a. d. nō cōicet cū. d. b. nec. d. f. sibi ad eque līs cōicabit cū eadē. d. b. itaq. p. 9. d. f. nō cōicabit cū. f. b. q̄re neq. a. f. sunt enī. a. f. & d. f. cōicantes tanq̄ numerans & numeratū ideo neq. a. b. cōmunicabit cū linea. f. b. ¶ Qd si hoc fuerit videlicet si. a. b. non cōicet cū f. b. non cōicabit cū. a. f. quare neq. cū. a. d. aut. d. f. Neq. igit. a. b. cū. d. f.

Potest quod hanc demonstrari per premissa. *Prima pars huius ex secunda illius* & secunda ex prima a definitione consequentis. Si enim a.d. & d.b. non cōcēnt nec etiam a.b. & f.b. cōcēbūt nam si a.b. & f.b. cōcēbūt oportet per secundam partem premissae ut a. & f. cōcēret cum d.b. sed possumus esse q. non. Eodem modo de secunda pte. Si enim b.a. & f.b. non cōcēbūt nec a.d. & f.d. b. cōmunicabunt nam si sic sequitur per primam partem premissae ut a.b. & f.b. cōcēret q. si cōcēret quare patet propositum.

Castigator.

¶ Dividere i duas portiones incommensurabiles & dividere in quo incommensurabilia conuertunt ut patet ex secunda pte huius decime quartae & quinquagesimae prima huius decimae infra ubi linea d.b. rationalis dividit in pte f. in duo cōcēntia ex quo patet q. quia rationale cōcēret rationali tunc rationale potest dividi in duas ptes tales q. neutra illarū cōmunicabit alteri ut si dividat. 10. in tales duas q. pductum unius in alteram sit 10. una pte. 12. plus. 12. & altera. 5. minus. 12. quoniam utraq. ē incommensurabilia alteri & et tunc 10. ideo. &c.

Propositio 15.



¶ Si duo superficies rectangula quam continet due linee in longitudine rationales rationales esse probatur.

¶ Sint due linee a.b. & f.b. c. continentes superficies rectangula a.c. & rationales in longitudine dico superficies a.c. esse rationalem. **¶** Descripto enim quadrato cuius vis earum ut c.d. linee b.c. erit per primam sexti. c.d. ad a.c. sicut b.d. ad a.b. quia igitur b.d. cōmunicat in longitudine cū a.b. ex hypothese eo q. b.c. sua equalis cōmunicat cum ipsa erit per primam partem 10. c.d. cōmunicans a.c. cum sit itaq. c.d. rationalis per definitionem erit & a.c. rationalis quod est propositum.

Propositio 16.



¶ Si ad iuncta fuerit linee in longitudine rationali superficies rationalis rectangula latus eius secundum erit in longitudine rationale lateris primo in longitudine cōmēsurabile.

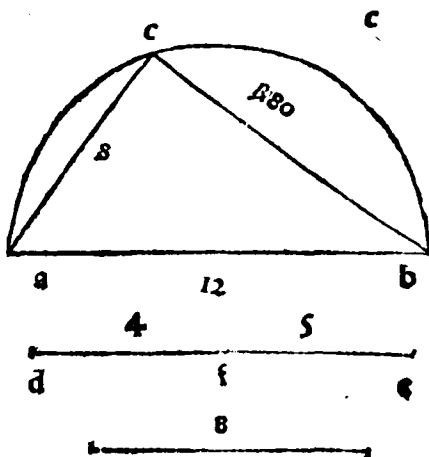
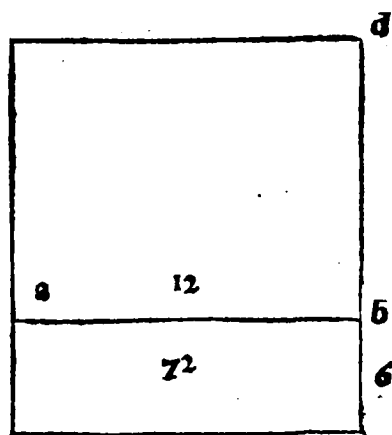
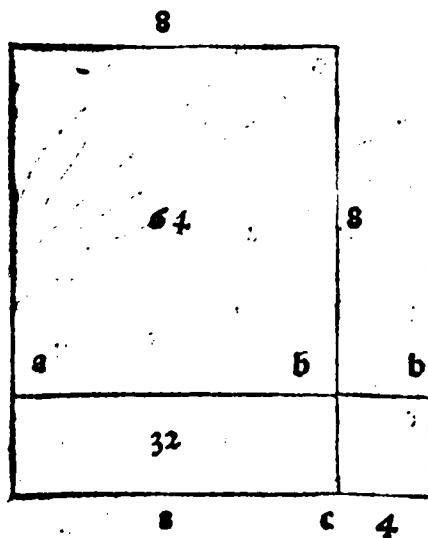
¶ Hec est quasi conuersa prioris ut si superficies a.c. adiuncta ad lineam a.b. rationalem in longitudine fuerit rationalis dico q. latus eius secundum quod est b.c. erit etiam rationale in longitudine & cōmunicans lateri primo sit enim a.d. quadratum a.b. eritq. rationale ex definitione & propter hoc erit cōmunicans cum superficie a.c. rationali quia igitur p primam sexti sicut a.d. ad a.c. ita est &c. d.b. ad b.c. cōcēat aut d.a. cū a.c. erit p primam partem 10. b.d. cōmunicans cum b.c. ergo cum b.a. sua equali sed b.a. rationalis est quare per definitionem & b.c. constat itaq. propositum.

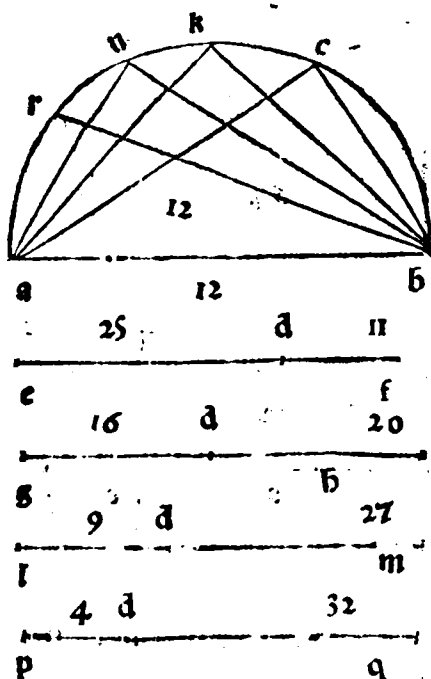
Propositio 17.



¶ Si duas lineas inuenire potentia tantum rationales cōmēsurabiles quarum longior plus possit breuiori quadrato linee sibi cōmēsurabilis in longitudine.

¶ Propositum est inuenire duas lineas rationales potentia tantum cōmunicantes quarum longior sit potentia tantum cōmunicans quarum longior sit potentia tantum cōmunicans. Sumo itaq. aliquam lineam rationalem que sit a.b. super quam describo semicirculum a.c.b. & sumpto aliquo numero ut d.e. diuido ipsum i duos numeros d.f. & f.e. ita q. sit proportio d.e. ad d.f. sicut numeri quadrati ad numerum quadratum non sit autem proportio d.e. ad f.e. ut numeri quadrati ad numerum quadratum talis autem numerus est quilibet quadratus diuisibilis in quadratum & non quadratum ut 9. qui diuiditur in 4. & 5. & oēs horū eque multiplicēs & inuenio lineam ad cuius quadratum fēat qdratū linee a.b. sicut numerus d.e. ad numerum d.f. q. liter at ipsa reperiatur in demonstratione. & & a. dictum est hanc lineam inuentam q.





necessario est mōnōnā. b. cōapto p primam quartū intra semicirculū. a. c. b. sūq. a. c. f. subtendā lineā. e. b. dico duas lineas. a. b. f. c. b. ēē quas querimus. Erit igit p primā pte. 30. tertii angulus. c. rectus. f. iō p penultima primū quadratū a. b. equale est qdrati duaz lineaz. a. c. f. c. b. f. q. a. ppor tio qdrati lineae a. b. ad qdrati lineae a. d. ēē qdrati d. e. ad d. f. p. ypoth. erit p euerfūm pportionalitate pportio qdrati lineae a. b. ad qdrati lineae c. b. si cut. d. e. ad f. e. ergo qdratum. c. b. cōicatu quadrato a. b. p. 6. huius. Erit igit qdratū. c. b. rōnale p diffinitionē cū cōicet rōnali sufficiē. Et q. a. c. b. f. a. b. sūnt incommensurabiles p vltimā ptem. z. constat duas lineas. a. b. f. c. b. ēē rōnales potētia tūcōicantes. ¶ At q. a. lineae a. b. ē potētiore lineae. c. b. in quadrato lineae a. c. que p secūdam ptem. z. cōicat. secū i lon gitudine constat habitū ēē ppositūm. ¶ Si aut libeat plures duabus potē tia tūcō rōnales cōicantes quaz vna potētiore sit qualibet aliaz in qua drato alicuius lineae secū cōicantis in longitudine repire. sit vt pns linea a. b. rōnalis in longitudine sup quā describat semicirculū. a. c. b. sūma turq. nūerus. d. qdratus qui sit diuisibilis i multos qdratos ē non qdratos quaz non qdratos nūme sit pportio sicut aliquoz numeroz qdratos. tales aut nūct vltro se offerant vt. 36. qui ē diuisibilis in. 35. f. u. itēq. i. 36. f. 40. nūfūq. in. 9. f. 27. ac itēq. in. 4. f. 31. istoz nō non qdratos q sūnt i. 1. 20. 27. 32. ad inuicē non ē pportio sicut alicuius numeri qdrati ad aliū. ¶ Esto igit vt numerus. d. qdratus diuidat in. e. qdratū f. i. non qdratū sūq. qdratū lineae a. b. ad qdratū lineae a. c. sicut nūctus. d. ad numez. e. f. ducatur lineae c. b. f. constat ppositūm vt prius demonstratū ē. a. b. f. c. b. c. ēē duas tales lineas quas inquirimus. ¶ Similiter quoq. diuidā. d. in. g. qdratum f. h. non quadratū sūq. quadratū lineae a. b. ad quadratū lineae a. k. sicut. d. ad g. f. ducatur lineae k. b. erūtq. vt prius due lineae a. b. f. c. b. q. les inquirimus. ¶ Eodē mō si rursus diuidatur. d. i. l. quadratū f. i. m. non qdratū f. ponatur pportio quadrati lineae a. b. ad quadratū lineae a. n. sicut. d. ad l. f. pducatur. n. b. erūt due lineae a. b. f. c. b. n. quales inquirimus. Q uod si rursus diuidatur. d. in. p. quadratū f. in. q. non quadratū f. fuerit ppor tio quadrati lineae a. b. ad quadratū lineae a. r. sicut. d. ad p. f. ptracta fue rit lineae r. b. erūt ēē due lineae a. b. f. c. b. r. quales inquirimus. ¶ Sunt itaq. lineae a. b. b. c. b. k. b. n. b. r. potētia tūcō rōnales f. in ea cōicantes quaz vna videlicet a. b. ē potētiore qlibet aliaz in quadrato lineae secū cōicantis in longitudine Si igitur quatuor b lineaz. b. c. b. k. b. n. b. r. nulla cōi cat alii in longitudine constat ppositū. Istud aut sic pbatur. Pater. m. ex premissis q. quadratū lineae b. c. ad quadratū lineae a. b. ē sicut nūctus. f. ad numez. d. f. quadratū lineae a. b. ad quadratū lineae b. k. ē sicut numerus d. ad numez. h. ergo p equam pportionalitatem quadratum lineae b. c. ad quadratum lineae b. k. ē sicut numerus. f. ad numerum. b. sed nullus quatuor numerorum. f. h. m. q. se habet ex ypothēsi ad alium sicut nume rus quadratus ad numerū quadratum. quare per. 3. partem. z. due lineae b. c. b. k. sūnt incommensurabiles in longitudine. ¶ Eadem ratione quelibet due ex illis quatuor sūnt incommensurabiles in longitudine t liquet ergo quod volumus.

Castigator

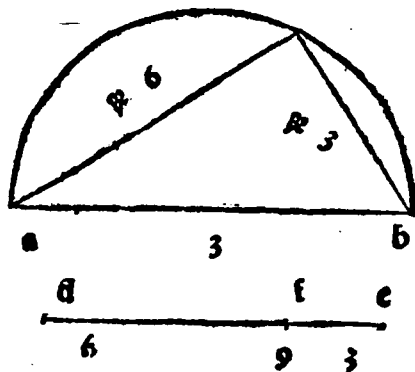
b. ¶ In ista infra vbi dicitur. Si igitur quatuor linearū. b. c. b. k. b. n. f. b. r. nulla comunicat alii f. c. ¶ Nam si vna comunicaret alteri vt puta. b. c. cum b. k. sequeretur q. lineae a. b. comunicaret cum eadem quia si com municant in longitudine earum quadrata se haberent sicut duo numeri quadrati per primam partem. z. huius. f. tunc quadratum vnius earū ad quadratum lineae a. b. etiam eset sicut numeri quadrati ad numerum quadratum. f. tunc per secundam partem. z. huius esent eorum latera scili cet lineae a. b. f. c. b. k. seu b. c. in longitudine commensurabilia quod est falsum. Vt prius conclusum fuit oppositūm. ¶ Et sic de quacūq. alla f. c. ¶ Et ideo Euclides probat eas ēē ad inuicē incommensurabiles vt ibi patet f. c.

¶ **Caligatio.**

C De necessitate oportuit ponere duas lineas sequentes ad hoc vt eent in longitudine incoicantes & solum in potentia coicantes rōnales. quia possunt esse due linee solum in potentia rōnales. Et non tū in potentia coicantes. sed et in longitudine coicant vt sunt latera duaz. sup̄ficierum quadratarū quarū vna sit. 15. pedū & alia trium pedū. que cū sint sicut duo numeri quadrati. 4. 16. & 9. 36. p̄ prima prem. 2. latera sunt cōmensurabilia in longitudine. que latera dicuntur vulgariter p̄. 12. & p̄. 3. q̄nt. p̄. 3. est medietas de p̄. 12. & p̄ consequens quarta p̄ quadrati. de p̄. 12. vt. 3. I dem dicitur de illis decimacoīhane sequentis.

C Cum quadratum linee. a. b. rōnales se debeat habere ad quadratum linee inueniende sicut numerus. d. e. ad numez. d. f. hoc est sicut numerus quadratus ad numez. quadratum linea. a. b. & linea inuenienda erunt coicantes in longitudine ex secunda prem. 7. huius. Et erit p̄portio eaz. sicut lateris numeri quadrati. d. e. & lateris numeri quadrati. d. f. cum numero quadrato. d. e. & d. f. sit duplicata suoz correlatiuo. latz p̄. 12. octani ac et distaz lineaz quadrata p̄. 18. sexti sunt suoz correlatiuo. latz in duplicata p̄portione que est similis illi latz dictoz numero. Et curi dicti numeri ponantur quadrati. 5. 9. & 4. 16. latera erunt. 3. & 2. inter q̄ ponatur vnitas. vt supra i. 5. huius apparet. Modo q̄cumq̄ fuerit illa linea inuenienda erit coicans linee. a. b. posite. vt dictum ē. Et eaz cois mensura erit in. a. b. toties quoties vnitas in. 3. & i illa inuenienda erit. vt vni ear in. 2. Et sic illa mēsurabit. a. b. secundū numez. 3. & illam inueniendā secundū numez. 2. ergo diuisa. a. b. in tot p̄tes eq̄les. quod sunt vnitates. i. 3. due ex illis erit linea inuenienda ad cuius quadratum se hēbit quadratum linee. a. b. sicut numerus. d. e. ad numez. d. f. rōnibus adactis. quam posita i dicto semicirculo. vt p̄mittitur coaptabis centra sicut plana intuebiti sic. Sed ponendo. a. b. in. 12. p̄tes f. d. f. 64. dēretur. a. b. in. 12. p̄tes f. d. f. 64.

C Linea inuenienda facilliter habetur per. 12. huius.

¶ **Propositio .18.**

Plas lineas in potentia tantum rationales communicantes quarum longior plus possit breuiori quantū est quadratum linee sibi incommensurabilis in longitudine inuenire.

In hac quoq̄ remanet eadē dispositio eadēq̄ ypotheser que in premissa hoc solū mutato p̄portio numeri. d. e. ad neutrum duoz numerorum. d. f. & e. sit sicut numeri quadrati ad numerum quadratum hoc autē facile fiet posito. d. e. quolibet numero quadrato diuiso in duos numeros non quadratos vt si. d. e. sit. 9. & d. f. 6. & f. e. 3. argumentando ut prius hoc dantaxat excepto q̄. a. b. & a. o. sint in cōmensurabiles in longitudine per vltimam partem. 7. ¶ Et sciendum q̄ due linee quales hēc & premissa docent inuenire componunt binōmiū & minori earum abscisa de maiori que reliqua est dicitur residuū. Nota etiam q̄ lineae tantum potentia rationales communicantes possunt esse vna rationalis & alia irrationalis sicut latera tetragonica duarum superficierum quarum vna sit. 25. pedum & alia. 24. sunt rationalia potentia tantum communicantia: latus enim prime superficiei est. 5. latus vero se. cōnde non numeratur & possunt esse ambe irrationales vt latera tetragonica duarum superficierum quarum vna sit. 4. pedum & alia. 3. neutrius enim numeratur latus suntq̄ i longitudine incoīmensurabilia ex vltima parte septime. ¶ Quod si libeat et inuenire plures lineas duabus potentia tantum rōnales communicantes quarum vna sit potentior qualibet aliarum in quadrato linee secum non communicantis in longitudine sumatur talis numerus qui possit pluries sic diuidi q̄ ipse ad nullam suarum partium nec alicuius ad aliquam aliarum sit p̄portio vt numeri

quadrati ad numerum quadratum vt. 15. potest diuidi in. 3. §. 13. Item in
5. §. 10. & rursus in. 7. §. 18. Et sit processus idem que fuit in premissa.

Castigator.

¶ Vt in premissa per quintam huius sed facilius per. 11. huius inueniatur
linea ad cuius quadratum se habeat quadratum linee. a. b. sicut numerus
d. e. scilicet. 9. ad numerum. d. f. scilicet. 6. §. quia numerus. d. e. ponitur
quadratus cuius latus erit notum. f. eius radix que in casu est. 3. rationalis in
longitudine. §. latus numeri. d. f. 6. ē irrationale. §. dicitur radix surda. Itaq;
int. d. 3. §. 6. ponatur vnitas. Tunc per quintam vt. 11. diuidatur linea
a. b. in tot partes quoties vnitas in. 3. §. vna illarum erit eius mensura que
in linea inuenienda erit totiens quoties vnitas in. 6. Et sic linea inueni-
enda erit. 6. §. linea. a. b. erit in casu. 3. eius quadratum. 9. Et quadratum
linee inueniente. a. c. erit. 6. I deo per tertiam partem. 7. incommensurabi-
le in longitudine. ¶ Sed ponendo lineam. a. b. a. numerus. d. e. debet
esse. 4. §. d. f. 96. §. f. e. 48. tunc arguendo per eandem propor. concludi-
tur ut in precedenti.

Propositio. 19.



¶ Si superficies quam continet due linee poten-
tialiter tantum rationales cōcantes est irrationalis di-
citurq; superficies medialis eiusq; latus tetragonum
cum scilicet quod in eam potest ē irrationale dicitur
q; linea medialis.

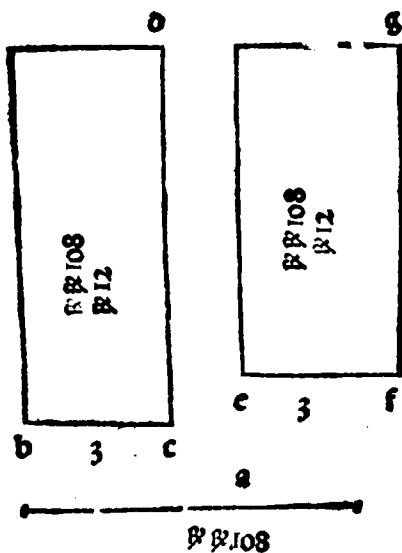
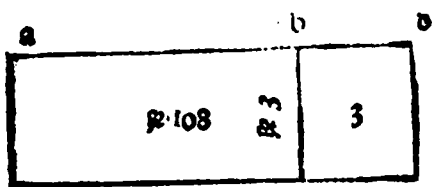
¶ Siue due linee. a. b. b. c. cōtinentes superficiem. a. c. rationales
potētia tñ cōcantes que scilicet repiatur ex premissa. §. a. n. pmissa. manife-
stum ē dīco superficies. a. c. ē irrationalem. Sit. n. c. d. quadratum. b. c. eritq; ra-
tionale p. ypothesim 10. q. linea. b. c. ē rationalis potētia. §. q. ex prima sex. a.
quad. d. scilicet. a. b. ad. b. d. non cōcatur a. b. cū. b. d. q. ex ypothesi non
cōcatur cum sua equali que ē. b. c. sequitur p. secundā prem. 10. at ē. a. c. non
cōcatur cū. c. d. q. ex p. diffinitionem superficies. a. c. est irrationalis. ideoq; §.
sui latus tetragonum est ē irrationale. Dicitur autē hec superficies medialis qm̄
ipsa est medio loco pportionalis inter duas superficies rationales videlicet in-
ter qdrata duarū linearū ipsam continentiu §. linea potēs in ipsam dicitur
medialis. qm̄ ipsa quoq; ē medio loco pportionalis inter duas lineas po-
tētia tñ rationales communicantes §. he due linee sunt latera dicte super-
ficiei. Et hoc est q. volumus.

Propositio. 20.



¶ Si adiecta fuerit linee in longitudine rationali
superficies equalis quadrato linee medialis latus
eius secundum potētia tantum erit rationale
laterisq; primo in longitudine incommensurable.

¶ Hec ē quasi conuersa pmissa. Sit. a. linea medialis. suq;
linea. b. c. rationalis in longitudine cui adiungatur superficies
b. d. eq̄lis quadrato linee. a. q. hoc mō fieri subiungat duabus lineis. b. c. §.
a. linea. c. d. in continua proportionalitate vt docet. 10. sexti. eritq; super-
ficies ex. b. c. d. eq̄lis quadrato linee. a. p. 10. eiusdē dico latus eiusq;
q. d. est. d. c. ē rationale in potētia tñ incommensurable in longitudine la-
teri. b. c. ¶ Eritq; ex pmissa p. diffinitionē linee medialis vt linea. a. possit
in aliquā superficie contenta a duabus lineis potētia tñ rationalibus cōmuni-
cantes q. sit superficies. e. g. cuius latera. e. f. §. f. g. eruntq; due superficies
b. d. §. e. g. p. primā prem. 13. sexti latera. m. n. o. p. p. hocq; ipso sunt eq̄-
les §. rectangule pportio ergo. b. c. ad. c. d. ē sicut. f. g. ad. c. d. quare p. 10.
cum. b. c. cōcetur in potētia cū. e. f. eo q. quadrata vtriusq; earū sunt ratio-
nalia ex ypothesi. f. g. cōcabit in potētia cū. c. d. Cum igit qdratum. f. g.
sit rationale p. ypothesim eritq; quoq; quadratum. c. d. rationale p. diffinitionem
at q. superficies. b. d. est irrationalis sicut sua equalis. e. g. p. premissam se-
quitur vt quadratum linee. c. d. nō cōcetur cū superficie. b. d. Et q. qdratum linee. c.
d. ad superficiē. b. d. p. primā sexti sicut. c. d. ad. c. b. erit p. secundā partē. 10. ut
c. d. nō cōcetur cū. b. c. q. cū. b. c. sit rationalis in longitudine ex ypothesi erit. c. d.
d. irrationalis in longitudine §. potētia tñ rationalis patet ergo pposita cōclusio.



Propositio .21.



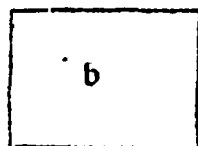
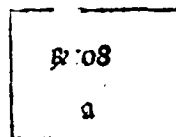
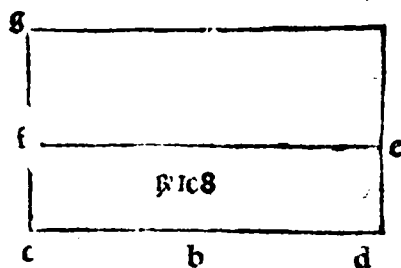
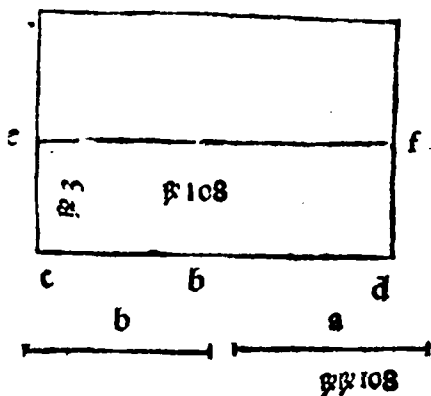
An linea comunicans mediali est medialis.

¶ Sit linea .a. medialis cui ponatur linea .b. esse cōicans siue in longitudine siue in potentia tñ: dico q̄ etiā linea .b. est medialis. Sit enim linea .c. d. rōnalis in lōgitudine cui adiungatur superficies .c. f. equalis quadrato linee .a. ¶ Item superficies .c. g. equalis quadrato linee .b. hoc autē qualiter fiat in premissa demonstratiōe dictum est. Eritq̄ per premissam linea .d. f. rōnalis in potentia tñ ¶ incōmensurabilis linee .c. d. ¶ quia p̄ primam sexti .e. g. ad .c. f. sicut .f. g. ad .d. f. cōicat autem .e. g. cum .c. f. eo q̄ quadratum .b. comunicat cū quadrato .a. per ypothesim quibus quadratis dicte superficies posite sunt equaliter sequitur per primam partem .10. vt linea .f. g. comunicet cum linea .d. f. quare .f. g. est rōnalis in potentia tantum sicut est .d. f. ¶ incōmensurabilis in longitudine linee .c. f. cum linea .d. f. sibi cōicans sit incōmensurabilis eidem .c. f. eo q̄ siue equalis hoc enim probatum est in .8. q̄ si fuerint due quantitates cōicantes cuiusq̄ vna earum non cōicat nec reliqua itaq̄ per .19. erit superficies .e. g. medialis ¶ eiur latus tetragonum quod est .b. mediale quod est propositum. ¶ Similiter quoq̄ omnis superficies cōicans superfici ei mediali medialis esse conuincitur. Sit enim superficies .a. medialis cui ponatur superficies .b. esse cōicans dico superficiem .b. esse medialem quod sic constabit. Sit linea .c. d. rōnalis in longitudine adiungatur ei superficies .c. e. que sit equalis superficie .a. quod hoc modo fiet. Inueniatur linea .c. f. ad quam sic se habeat vnum ex lateribus superfici .a. sicut linea .c. d. se habet ad reliquum hec autem linea qualiter reperiatur in .10. sexti dictum ē. Eritq̄ ex .15. eiusdem superficies .d. f. equalis .a. ¶ Itemq̄ eodem modo ad lineam .e. f. adiungat superficies .e. g. q̄ sit equalis .b. erit itaq̄ p̄ .10. linea .c. f. potētia tñ rōnalis: erit quoq̄ linee .c. d. in lōgitudine incōmensurabilis. Et q̄a .a. ¶ b. erant cōmunicantes ex ypothesi erunt quoq̄ .c. e. ¶ e. g. eis equaliter cōicantes: itaq̄ per primam sexti ¶ per primam partem .10. huius erunt due linee .c. f. ¶ f. g. cōicantes in longitudine. ¶ Est igitur linea .f. g. rōnalis in potētia rātum ¶ linee .c. f. incōmensurabilis in longitudine: quare per .19. superficies .e. g. erit medialis cum linea .e. f. sit rātoalis in longitudine sicut .c. d. sibi equalis. ¶ Cum sit ergo .b. equalis .e. g. erit quoq̄ .b. medialis: quod est p̄ positum. ¶ Et nota q̄ omnes superficies mediales cōmunicantes componunt superficiem medialem. Vnde tota .d. g. est medialis: quia cum due linee .e. f. ¶ f. g. sint rātoales in potentia tñ ¶ non cōmunicantes in longitudine sequitur vt tota .c. g. sit rātoalis in potentia tantum ¶ non cōmunicans .c. d. in longitudine: itaq̄ per .19. .d. g. ē medialis. Eodemq̄ modo si sint plures.

Castigator.

¶ **Q**uia per nonam compositum ex .c. f. ¶ f. g. quod est .c. g. cōmunicat vtriq̄ .c. f. ¶ f. g. tunc per octauam cum .f. g. non cōicet in longitudine cum .e. f. nec etiā .c. g. cōicabit ipsi .a. f. cum .c. g. per .9. cōmunicet ipsi .f. g. ¶ ideo per octauam cuiusq̄ non cōicat vnum nec reliquum cōmunicabit ¶ c. ¶ ideo due linee .c. g. ¶ c. d. cum sint rātoales potētia tñ cōmunicantes continent superficiem .d. g. totam medialem p̄ .19. ¶ c.

¶ **S**i vis scire an due linee seu quantitates irrationales sint cōmunicantes siue cōmensurabiles. primo videas vtrum sint equaliter: si sic semper cōmunicant cum non sit maior cōmunicantia equalitate. si non sunt equaliter: tunc vide que pars aut partes sit minor maioris ¶ redigendo eas ad vltimam earum depressiōem per viam fracti schisando: vt vulgo dicitur ¶ si earum vltima depressiō habeat radicem discretam erunt cōmunicantes si non: non erunt: vt si sint .p̄ .90. ¶ p̄ .40. earum vltima depressiō erit $\frac{p}{q}$ cuius radix est $\frac{p}{q}$ hoc est .p̄ .40. est due tertie .p̄ .90. ergo se hñt sicut duo ad tria .s. sicut numerus ad numerum. ideo per sextam huius sint cōmunicantes ¶ c.



Propositio .22.



Panis differentia qua habūdat mediale a media li: irrationalis esse probatur.

Sit vtraq. duarum superficies. a. b. f. a. medialis: dico q. superficies. b. que est earum differentia est irrationalis. **S**it enim linea. c. d. rationalis in longitudine cui adiungatur superficies. d. e. equalis superfici. a. f. superficies. d. f. equalis totali superfici. a. b. Hoc autem equaliter fiat i premisa docuimus. quia ergo. d. f. est equalis. a. b. f. d. e. equalis. a. erit per cōceptio nem. g. f. equalis. b. Si itaq. superficies. b. non est irrationalis sed rationalis: erit f. f. g. sua equalis rationalis. At cum linea. e. g. sit rationalis in longitudine sicut sua equalis. c. d. erit per. 16. linea. e. f. rationalis in longitudine f. communicans linee. e. g. Per. 20. autem est vtraq. duarum linearum. c. e. f. c. f. potentialiter tantum rationalis f. linee. c. d. incommensurabilis in longitudine: itaq. e. f. linea est incommensurabilis linee. c. e. in longitudine. **E**t quia per primam sexti quadratum linee. e. f. ad superficiem: que fit ex. e. f. in. c. e. est sicut. e. f. ad. c. e. sequitur per secundā partem. 10. vt quadratum linee. c. f. sit incommensurabile superfici. f. f. ex. e. f. in. c. e. quare f. ipsum quadratum erit incommensurabile duplo ^b superfici. ex. e. f. in. c. e. Quadratum vero. c. e. cum sit rationale est communicans quadrato e. f. Totum igitur ex ambobus compositum erit per. 9. comunicans quadrato. e. f. f. ideo incommensurabile duplo superfici. ex. e. f. in. c. e. **E**t quia per quartam secundi quadratū linee. c. f. est equale duobus quadratis duarum linearum. c. e. f. e. f. duplo superfici. ex. c. e. in. e. f. **E**t duplum superfici. c. e. in. e. f. est incommensurabile aggregato ex duobus quadratis duarum linearum. c. e. f. e. f. sequitur per ea que addita sunt in. 9. vt quadratum. c. f. sit incommensurabile aggregato ex duobus quadratis duarum ^a linearum. c. e. f. e. f. At cum aggregatum ex his quadratis sit rationale: sequitur quadratum linee. c. f. non esse rationale: ideo linea. c. f. non est rationalis in potentia: f. idcirco non erit superficies. d. f. medialis neq. a. b. sibi equalis quod est inconueniens cum sit cōtrarium positum: relinquatur igitur q. superficies. b. est irrationalis: quod est propositum.

Castigator.

Quia oē mediale est irrationale qd non e conuerso. ut supra. 19. huius. **S**cilicet si quantitates sunt incommunicantes totum quoq. ex eis confectum seu compositum vtriq. earum erit incommunicans. f. quia quadratum linee. c. f. est confectum. ex duobus quadratis. e. f. f. c. e. f. duplo superfici. ex. c. e. in. e. f. sequitur per nonam tota. a. b. f. 19.

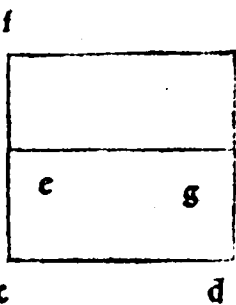
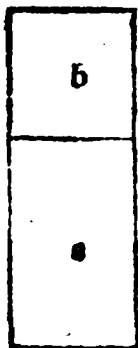
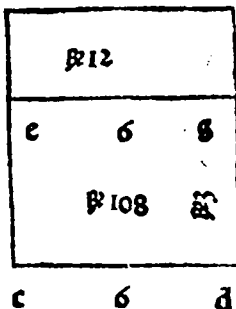
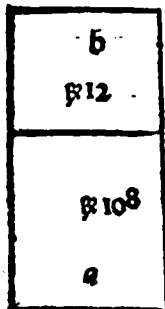
Cum sub duplum sit pars proprie dicta dupli.

Propositio .23.



Panis superficies quam continent due linee mediales potentialiter tantum communicantes: aut rationalis est aut medialis.

Sint due linee. a. b. f. b. c. mediales potentia tantum communicantes: dico q. superficies. a. c. ab eis cōtenta aut est rationalis aut medialis. **S**int enim. d. c. quadratum linee. b. c. f. a. e. quadratum linee. a. b. eruntq. ex ypothesi hec duo quadrata communicantia: f. erit per primam sexti superficies. a. c. medialis medio loco proportionalis inter ipsa quadrata. Sumatur igitur linea. f. g. q. sit rationalis in longitudine: cui adiungatur superficies. f. h. equalis quadrato. a. e. f. h. k. equalis superfici. a. c. f. k. l. equalis quadrato. d. c. eruntq. hee tres superficies. f. h. h. k. f. k. l. continue proportionales: sicut sunt sue equales. a. e. a. c. f. d. c. quare per primam sexti erunt etiam tres linee. g. h. b. m. f. m. l. que sunt bases earum continue proportionales. **E**t cum superficies. f. h. f. k. l. sint cōmunicantes sicut duo quadrata. a. e. f. c. d. eis equalia: sequitur per primam sexti f. 10. huius vt linea. g. b. su communicans est



m.l. vtraq; autem earum est rationalis in potentia per.10. huius. Igitur superficies vnius earum in alteram est rationalis: omnis enim superficies quam continent due linee rationales in potentia: comunicantes in longitudine necessario est rationalis vt patet ex prima sexti & prima pte. 10. huius & ex diffinitione superficies rationalium. ¶ Et quia ex prima pte. 16. sexti quadratum linee. b. m. ē equale superficiei ex. g. b. in. m. l. erit quadratum linee. b. m. rationale. ¶ Si ergo linea. b. m. est rationalis in longitudine sue cōicans linee. k. m. que est equalis linee. f. g. erit per. 15. superficies. b. k. rationalis. ideoq; & sua equalis. a. c. Si autem linea. b. m. sit irrationalis in longitudine sue in cōmensurabilis linee. k. m. que est equalis linee. f. g. cum ipsa sit rationalis saltē in potētia: eo qd suū qdratū ē rōnale erit ex. 19. superficies. b. k. medialis: quare & sua equalis. a. c. cōstat ergo ppositum. ¶ Et nota qd si due linee. a. b. & b. c. essent mediales in longitudine cōmunicantes: esset superficies. a. c. medialis tm̄. Esset enim superficies a. c. cōmunicans vtriq; duorum quadratorum. a. e. & c. d. per primā sexti & per presētē ypothesim & per. 10. huius: & ideo superficies. b. k. sibi equalis. a. c. esset cōmunicans vtriq; superficiei. f. h. & k. l. Igitur per primam sexti & 10. huius linea. b. m. esset cōmunicans vtriq; duarū linearum. g. h. & l. m. & quia hee ambe sunt rationales in potentia tantum: non cōcantes in longitudine linee. f. g. esset quoq; b. m. rationalis in potentia tm̄ non cōmunicans in longitudine linee. f. g. & ideo nec cōmunicans linee. b. p. quare per. 19. erit superficies. b. k. medialis tantum. & ideo etiā a. c. sibi equalis. ¶ Si autem due linee. a. b. & b. c. essent mediales neq; in longitudine neq; in potentia cōmunicantes: superficies. a. c. non esset rationalis neq; medialis. Si enim sic eēt scilicet qd due linee. a. b. & b. c. essent mediales neq; in longitudine. neq; in potentia cōmunicantes: essent duo quadrata. a. e. & c. d. incommunicantia. itaq; & due superficies. f. h. & k. l. eis equales quoq; essent incommunicantes: quare & due linee. g. h. & m. l. essent incommensurabiles per primam sexti & per secundam partem. 10. Et quia vtraq; earum est rationalis tantum in potentia per. 10. esset superficies. vnius earum in alterā medialis per. 19. Cum ergo quadratum linee b. m. sit equale dicte superficiei que sit ex. g. b. in. m. l. per primam partem 16. sexti esset per. 19. linea. b. m. linea medialis. Per. 15. ergo non esset superficies. b. k. rationalis. nec etiā p. 20. medialis: quare nec sua equalis. a. c.

Castigator.

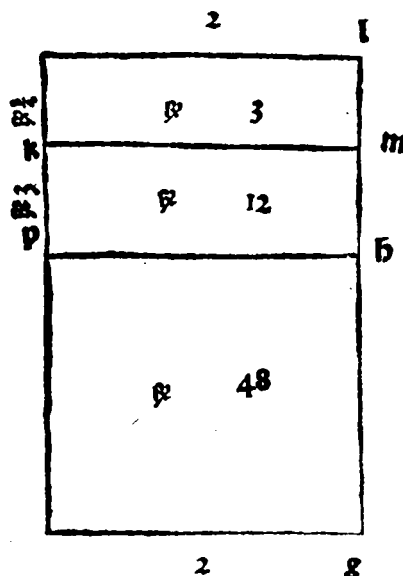
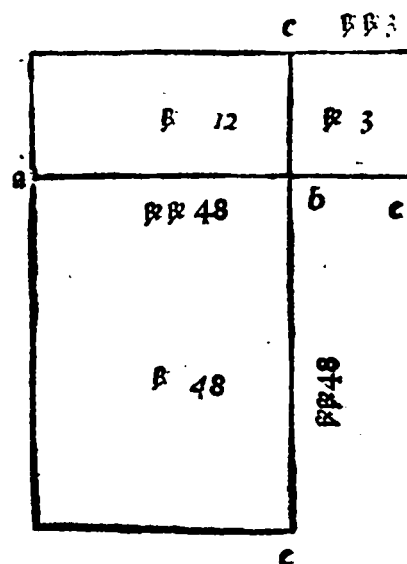
¶ Qualiter fiat in tribus precedentibus dictum est. Videlicet per. 10. sexti positis tribus lineis quartam inuenire ad quam tertia se habeat sicut prima ad secundam: hoc autem totum sit vt deueniatur ad secundam partem. 13. sexti & arguatur superficies illas equales cum sint mutuiorum laterū & vnus angulus immo omnes vnius equetur angulo alterius &c. quarum trium linearum due sunt latera superficiei qdrate. a. s. secūda & tertia altera est linea. f. g. quarta inuenta est. g. h. tunc reliqua pateat per decimam quintam sexti. Tunc erunt quatuor linee proportionales. prima. f. g. secūda vnum latus superficiei quadrate. a. tertia reliquum latus dicte superficiei quadrate. a. quarta erit linea inuenta per. 10. sexti. s. g. h. ita de reliquis. ¶ Scilicet qd nullo modo posset esse rationalis sed tantum medialis.

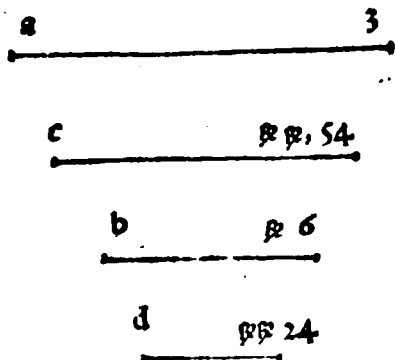
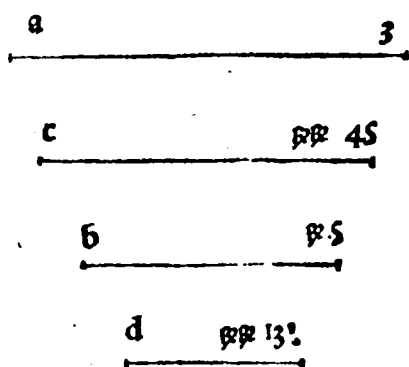
Propositio. 24.



¶ **S**as líneas mediales potentia tantum comunicantes superficiesq; rationalem cōtinentes quarum longior sit potentior: brevior: augmento quadrati linee comunicatis eidem longiori in longitudine inuenire.

¶ Cum omnes due linee mediales potentia tantum cōmunicantes cōtineant superficiem rōalem aut mediale ut ex premisa patet





docet innuere eas duas que continent superficiem rationalem & eas que medialem. Vnde propositum est inuenire duas lineas mediales potentia tantum comunicantes quarum longior possit amplius breuiori in quadrato alicuius linee sibi communicantes in longitudine que contineant superficiem rationalem. ¶ Ad hoc fm doctrinam. 17. Sumo duas lineas a. & b. potentia tantum rationales communicantes quarum longior que sit. a. possit amplius breuiori que sit. b. in quadrato alicuius linee secum comunicantes in longitudine. Et ponam lineam. c. secundū doctrinam. 9. fexti medio loco proportionalem inter a. & b. & ponam vt sit proportio a. ad. b. sicut. c. ad. d. q. qualiter fiat in 10. fexti dictum est. Dico tūc duas lineas. c. & d. esse quas querimus. patet enim ex. 19. q. superficies quam continent due linee. a. & b. est medialis & quia per primam partem. 16. fexti q. dratum linee. c. est dicte superficiē equale erit igitur per. 19. linea. c. medialis. Cum autem sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. & b. communicat cum. a. in potentia tantum ex hypothesi: quia tam. a. q. b. rationalis est in potentia sequitur per. 10. q. c. quoq. communicet cum. d. in potentia tantum. itaq. per. 21. cum. c. sit linea medialis: erit etiam. d. medialis: & per primam partem. 16. erit linea. c. potentior linea. d. in quadrato linee sibi comunicantis in longitudine. Si ergo due linee. c. & d. contineant superficiem rationalem ipse sunt quales inquirimus. Eas autem continere superficiem rationalem sic habeto: cum sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit permutatim a. ad. c. sicut. b. ad. d. sed erat. a. ad. c. sicut. c. ad. b. igitur & c. ad. b. sicut. b. ad. d. itaq. p. primam partem. 16. fexti superficies quam continent due linee. c. & d. est equalis quadrato. b. est autem quadratum. b. rationale per hypothesi. cum ipsa sit rationalis in potentia: superficies ergo quam continent due linee c. & d. est rationalis: quare constat propositum.

¶ Castigator.

¶ Nota q. ista consequētia valet sic arguendo iste linee sunt rationales in longitudine ergo comunicant in longitudine & in potentia sed non econuerſo. s. iste sunt rationales in potentia seu comunicantes in potentia ergo in longitudine quia. p. 2. & p. 3. sunt rationales in potētia & non in longitudine quā in vtraq. communicent & p. 2. & p. 6. comunicant in potentia & non in longitudine cum quadratorum suorum non sit proportio sicut numerorum quadratorum. ¶ In lineis medialibus non agitur de irrationalitate cum semp. sint irrationales quia sunt latera tetragonica superficialium irrationalium vt in. 19. dicitur sed solum de eis dicitur comunicantia & cōmensurabilitas vt patet. n. ¶ Scilicet tribus lineis propositis quantū inuenire ad quam. 3. se habeat sicut prima ad secundam & in casu prima & linea. a. scda linea. b. tertia linea. c. & quarta inuenta est linea. d. vt ibi dī.

Propositio .25.



Eas lineas mediales potentia tantum comunicantes superficiemq. rationalem continentes: quantū longior sit potētiō: breuiori quadrato linee eidem longiori in longitudine incommensurabilis inuenire.

¶ Positis duabus lineis. a. & b. rationalibus potētia incommensurabilibus quā longior possit amplius breuiori quadrato linee secum non cōcantis in longitudine: que quidem reperiuntur fm doctrinā. 18. ceterisq. positionibus manētibus sicut in pmissa argumentādo mō cōsimili patebit duas lineas. c. & d. et quales querimus. Et nota q. due linee q. hec & pmissa docent inuenire cōponunt bimediale pnum. & minori earum absca de maiori que reliqua est dī residuum mediale pnum.

Propositio .26.



Eas lineas mediales potentia tantum comunicantes superficiemq. medialem continentes: quantū longior: breuiore tanto amplius possit quantū est quadratum alicuius linee incommensurabilis ipse longiori in longitudine inuenire.

¶ Cum docuerit inuenire duas lineas mediales potentia tantum cōmunicantes superficiemq; rationalem continentes; quarum longior plus possit breuiori in quadrato linee secum communicantis in longitudine & se cum incommensurabilis in longitudine. Nunc docet inuenire duas lineas mediales potentia tñ communicantes superficiemq; medialem continentes quarum longior sit potentior breuiori in quadrato linee non secū cōdicantis in longitudine; sed solum sibi incommensurabilis in longitudine. Illud enim facile habet ex isto. ¶ Sint itaq; tres lineae sumpte fm doctrinam. 18. a. b. c. potētia tantum rationales & in ea solum cōmunicātes. Sitq; a. potentior. b. & c. quadrato linee sibi incōmensurabilis in longitudine; & ponatur. d. medio loco proportionalis inter. a. & b. vt docet. 9. sexti & sit. d. ad. e. sicut. a. ad. c. dico duas lineas. d. & e. esse quales inquirimus. Cum sit enim quadratum linee. d. equale superficiem que cōtinetur sub. a. & b. per primam partem. 16. sexti. Sitq; superficies contenta sub. a. & b. medialis ex. 19. cum. a. & b. sint potentia tantum rationales communicātes erit ex eadem linea. d. medialis. Quia. a. ad. c. sicut. d. ad. e. communicat autem. a. cum. c. in potentia tantum ex ypothesi. Sequitur ex. 10. vt. e. quoq; cōmunicet cū. d. in potentia tñ. Itaq; per. 11. erit. e. linea medialis. Et etiam quia. a. est potentior. c. quadrato linee sibi incōmensurabilis in longitudine erit quoq; per. 11. d. potentior. e. quadrato linee sibi incommensurabilis in longitudine. ¶ Si igitur duae lineae. d. & e. contineant superficiem medialem constat eas esse quales inquirimus. ¶ Eas autem continere superficiem medialem sic habetur. Cum sit ex ypothesi. a. ad. c. sicut. d. ad. e. erit permutatum. a. ad. d. sicut. c. ad. e. & d. a. ad. d. est sicut. d. ad. b. p ypothesim; itaq; d. ad. b. sicut. c. ad. e. igitur per primam partem. 15. sexti; superficies quam continent. d. & e. est equalis ei quam continent. c. & b. sed. b. & c. continent superficiem medialem per. 19. cum ipse sint rationales i potentia tantum communicantes ex ypothesi; itaq; d. & e. continent superficiem medialem. quod est propositum. ¶ Si autē cura esset inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiemq; medialem continentes; quarum longior esset potentior breuiori quadrato linee secum communicantis in longitudine. Sumeremus tres lineas fm doctrinam. 17. a. b. c. potentia tantum rationales & in ea solum communicātes & poneremus lineam. a. esse potentiores linea. c. quadrato alicuius linee sibi communicantis in longitudine; cetera vero manerent vt prius & argumentatione consimili concluderemus duas lineas. d. & e. esse quales proponitur inquirere. ¶ Et nota q; due lineae quas hec. 16. docet inueniret componunt bimediale secundum & minori earum abscissa de maiori que reliqua est dicitur residuum mediale secundum.

¶ Castigator.

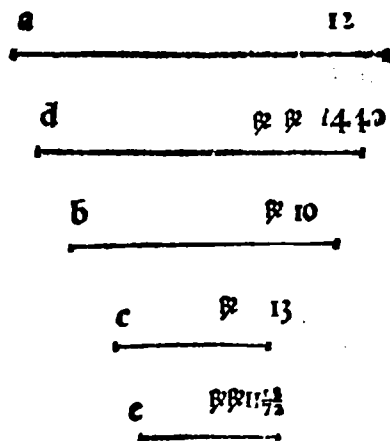
o ¶ Potentia linee. e. medialis ad potentiam linee. d. medialis est vt. 13. ad. 144. numerorum qui communicant; quoniam quadrati. 13. quod est 169. ad quadratum numeri. 144. quod est. 20736. est sicut numerorū quadratorum. Ideo per secundam partem. 7. huius latera. 13. & 144. communicāt in longitudine & potētia. a. ad. b. est velut. 21. ad. 5. p. ¶ Propter hoc dixit supra i. 17. 18. si libeat plures lineas inuenire potentia tñ rationales cōmunicantes vt posset tres quatuor & c. lineas mediales inuenire & c.

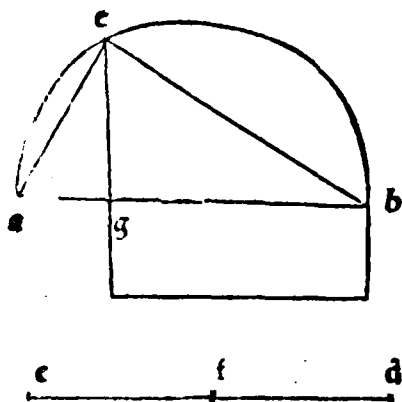
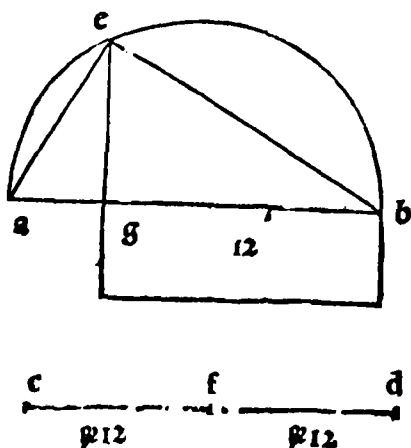
Propositio .27.



¶ Has lineas potentialiter incōmensurabiles superficiemq; medialem continentes quarum quadrata ambo pariter accepta sint rationale inuenire.

¶ Propositum est inuenire duas lineas incommensurabiles tam in potentia q̄ in longitudine que contineant superficiem medialem & quadrata ambarum pariter accepta sa





clant superficiem rationalem. Ad hec autem sumo p. 18. duas lineas. a. b. & c. d. potentia tantum rationales communicantes quantum longior que sit. a. b. sit potentior. c. d. quadrato alicuius linee secum incommensurabilis in longitudine. Et super lineam. a. b. describo semicirculum. a. b. & diuido lineam. c. d. per equalia ad punctum. f. & diuido lineam. a. b. ad punctum. g. ita q. linea. c. f. cadat in medio loco proportionalis inter. a. g. & g. b. & qualiter hoc fiat in. 13. dictum est. Et pono q. superficies. b. h. fiat ex. a. g. in. g. b. Eritq. ex prima parte. 16. sexti quadratum. c. f. equale superfici. b. h. & quia quadratum. c. f. est equale quarte parti quadrati. c. d. ex quarta secundi. Et quia superficies. b. h. deest ad complendum lineam a. b. superficies quadrata. Cum. a. g. sit equalis. g. b. Et quia linea. a. b. potentior est linea. c. d. quadrato linee sibi incommensurabilis in longitudine ex ypothesi erit ex secunda parte. 14. linea. a. g. incommensurabilis linee g. b. Educo igitur a puncto. g. perpendicularem super lineam. a. b. vsq. ad circumferentiam semicirculi que sit. g. e. Et protraho lineas. a. & e. b. quas dico esse quales querimus. Erit enim. e. g. equalis. c. f. eo q. vtraq. cadit in medio loco proportionalis inter. a. g. & g. b. prima quidem per primam partem coroll. 8. sexti. secunda vero per ypothesim: propter quod quadratum vtriusq. eorum per primam partem. 16. sexti est equale superfici. b. h. in. g. b. que est b. h. ipse igitur sunt equalis. At quia per quartam sexti proportio. a. e. ad. e. b. & sicut. a. g. ad. g. e. sunt aut. a. g. & g. e. & g. b. continue proportionales erit. a. e. ad. e. b. duplicata: sicut. a. g. ad. g. b. Quare per. 18. sexti erit quadratū linee. a. e. ad quadratū linee. e. b. sicut. a. g. ad. g. b. Cum sit igitur. a. g. incommensurabilis. g. b. erit per secundam partem. 10. quadratū. a. e. incommensurabile quadrato. e. b. quare due linee. a. e. & e. b. sunt incommensurabiles in potentia. ¶ Et q. per penultimā primi quadratū. a. b. est equale quadratis duarum linearū. a. e. & e. b. pariter acceptis: quadratū aut. a. b. est rationale cum a. b. sit rationale in potentia p. ypoth. erit quoq. quadratū duarū linearū. a. e. & e. b. pariter accepta rationale. ¶ Si vero he due linee continent superficiem medietatis habitum est propositū. Erat aut. c. d. rationale in potentia & in ea tantum commensurabilis linee. a. b. quare & c. f. & ideo et. g. e. sibi equalis erit potentia rationale & tñ in eadē commensurabilis cum. a. b. itaq. per. 19. superficies ex. a. b. in. g. e. est medietas. Quia igit per quartam sexti & per primā partem. 15. eiusdē superficies. a. e. in. e. b. est sibi. s. superficies. a. b. in. g. e. equalis. constat duas lineas. a. e. & e. b. esse quales volumus. ¶ Et nota q. due linee quas docet hec. 17. inuenire componunt lineam maiorem & minori earum abscissa que reliqua est dicitur linea minor.

Propositio .28.



Potentialiter incommensurabiles superficies rationale continentes quaz ambo quadrata pariter accepta sint medietate inuenire.

¶ Sit hic prorsus eadem dispositio que prius in premissa. Sint autem due linee. a. b. & c. d. quales pponit. 15. eritq. simili argumentatione pmissis due linee. a. e. & e. b. quales hec. 18. proponit. Cum sit enim. a. b. linea medietas erit eius quadratum medietas per. 19. & ideo quadrata duarum linearū. a. e. & e. b. sunt medietas per penultimā primi: quia. a. b. & c. d. continent superficiem rationalem. sequitur etiam vt. a. b. in. c. f. & ideo in. g. e. sibi equalis contineat superficiem rationalem: itaq. & a. e. in. e. b. patet ergo quod queritur. ¶ Vnde due linee quas hec. 18. docet inuenire componunt lineam potentem in rationale & medietate & minori earum abscissa de maiori que reliqua est dicitur linea que iuncta cum rationali componit totum medietate.

Castigator.

¶ In istis tribus. s. 17. 18. 19. vbi adducitur. 4. sexti. Imaginantur semper tres trianguli: vnus totalis ex. a. e. b. & duo partiales. s. a. e. g. & g. e. b. qui

oēs adinuicem sunt similes per. B. sexti: & ideo latus. a. e. magni respiciens angulū. b. eiusdē magni ad latus. g. e. parui. respiciens eūdē angulū. b. rōne parui trianguli. g. e. b. est sicut lateris. a. b. magni respiciētis angulū. e. rectū ipsius magni ad latus. e. b. parui. s. g. e. b. respiciens angulū. g. rectū eiusdem parui: & quia omnes anguli recti sunt equales per petitionem & b. priorum laterum: est idem vtrobiq; respectu diuersorum.

Propositio .29.



Eas lineas potencialiter incommensurabiles superficies mediam continentes quaz quadrata ambo pariter accepta sint mediale duplo superfici vnius in alteram incommensurabile inuenire.

Huius quoq; dispositio a duarum premissarum dispositione non sit in quoquam diuersa. Sint autem lineae

due. a. b. & c. d. quales. 16. proponit enimq; premissa argumentatione due lineae. a. e. & e. b. quas inquiremus. Cum enim. a. b. sit linea medialis erūt quadrata duarum linearum. a. e. & e. b. pariter accepta mediale. **A**t cum. a. b. & c. d. contineant superficiem medialem. sequitur vt. a. b. in. c. f. & ideo i. e. g. sibi equalem contineat quoq; superficiem medialem: oīs. n. superficies mediali communicans medialis esse conuincitur: quēadmodū in. 11. monstratum est. **S**uperficies igitur. a. e. in. e. b. medialis est cum ipsa sit equalis superfici. a. b. in. g. e. **Q**uia vero linea. a. b. est incommensurabilis lineae. c. d. erit etiam incommensurabilis lineae. c. f. quare & lineae. e. g. quare per primam sexti & secundam partem. 10. huius superficies a. b. in. e. g. que est equalis superfici. a. e. in. e. b. erit incommensurabilis quadrato lineae. a. b. itaq; & quadratis duarum linearum. a. e. & e. b. pariter acceptis. **Q**uod cum ita sit sequitur quoq; vt duplum superfici. a. e. in. e. b. sit incommensurabile quadratis predictis duarum linearum. a. e. & e. b. piter acceptis: hoc erat monstrandum. **D**ue lineae quas. hec. 19. docet inuenire componunt lineam potentem in duo mediale & minori earum abscissa de maiori que reliqua est dicitur linea que iuncta cum mediali facit totum mediale.

Castigator

Propter hoc q; multiplicia & submultiplicia eiusdē sunt generis. Vt si sine quinte diffinitionis quinti libri dictum fuit. Et ideo partes proprie semper sunt de ratione totius. & sic. c. f. cum sit medietas. c. d. etiam per. 9. & 8. huius & rectius concluditur propositum.

Propositio .30.

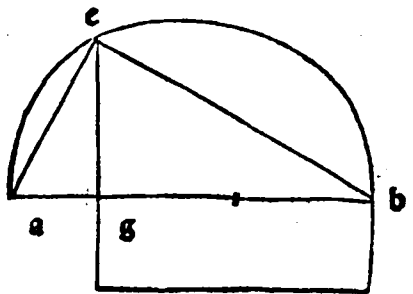


Ine lineae potencialiter tantū rōnales cōcantes in longū directumq; cōiungant: tota linea ex his cōposita erit irrationalis: diciturq; binomium.

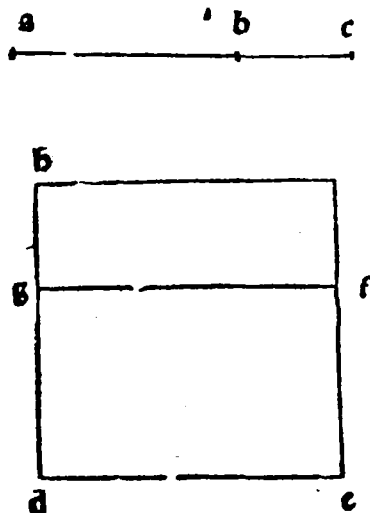
Sint due lineae. a. b. & b. c. in continuū. directumq; con iuncte rationales in potentia tm cōcantes: quas p. 17. & 18. reperies: dico totam lineā. a. c. ex eis cōpositam esse irrationalem & ipse vocatur binomilū. Est enim p quartam secundi quadratum. a. c. equale quadratis duarū linearū. a. b. & b. c. & duplo superfici vnius earum in alterā: quadrata aut ambarum faciunt superficiē rationalem ex ypothesi: duplū verō superfici. vnius earum in alterā facit superficiem mediale ex. 19. itaq; quadrata ambarum pariter accepta faciūt superficiem incommensurabilem duplo superfici. vnius earū in alterā. erit igit ex. 9. quadratū. a. c. incommensurabile duobus qdratis duarū linearū. a. b. & b. c. piter acceptis quare irrationale p diffinitionē cum duo illa qdrata faciant superficiem rationalem. ideoq; suū latus tetragonica quod est. a. c. irrationale quoq; p diffinitionem: constat ergo propositum.

Castigator

Hec irrationalitas facit infra ad. 67. huius. Et sicut in ista. 30. probatur linea binomialis esse irrationalis per. 4. secundi. ita infra. 68. huius probatur idem de residuo q; sit linea irrationalis mediante. 7. eiusdem.



secundi. §. 9. huius.



Propositio .31.

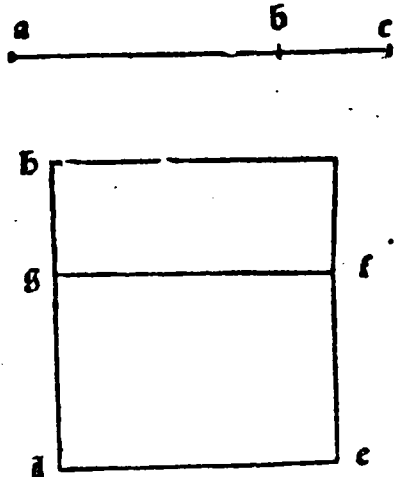


Siue linee mediales potentia tantum cōicantes superficiemq; rationalem continentes directe cōiungantur tota linea ex his composita erit irrationalis diceturq; bimediale primum:

Sint due linee. a. b. §. b. c. in continuum directumq; cōiuncte quales pponuntur quas. p. 14. §. 15. reperies dico totam lineam. a. c. ēē irrationalem & ipsa vocatur bimediale primum. Est. n. duplum superficiē. a. b. in. b. c. rōnale per ypothe. duoq; que quadrata dñarum lineaz. a. b. §. b. c. pariter accepta faciunt mediale. cum vtrumq; quadratum sit mediale p ypothesim & vnum eorum cōicans alii: duplum igitur superficiē vnius earum in alterā est incōicans duobus qdratis piter acceptis: totum ergo aggregatum ex duplo superficiē & duobus quadratis & ipsum est quadratum totius. a. c. p quartam secundi est incommensurable duplo superficiē vnius earū in alteram p. 9. huius. cum itaq; duplū superficiē sit rationale erit quadratū. a. c. irrōnale. ideoq; & linea. a. c. qd est ppositum. **S**i dē aliter: sit linea. d. e. rōnalis in longitudine cui adiungatur superficies. d. f. equalis duobus quadratis duarū linearum. a. b. §. b. c. eritq; superficies hec. d. f. medialis cū vtrumq; quadratū sit mediale p ypothe. & vnum eorū cōicans alii quare p. 20. linea. d. g. est rōnalis in potentia tñ non cōicans in longitudine lineē. d. e. Rursus ad lineam. f. g. que est equalis. d. e. adiungatur superficies. f. h. equalis duplo superficiē. a. b. in. b. c. eritq; f. h. rōnalis p ypothesim. quare per. 16. linea. g. h. erit rōnalis in longitudine. Due itaq; lineē. d. g. §. g. h. sunt potentialiter rōnales & in ea tñ cōicantes: ergo p. 30. tota linea ex eis cōposita que est. d. h. est binominū & irrōnalis: quare p. 16. a destructione consequētis superficies. e. b. ē irrōnalis. At qā p quartam secūdi latus. ius tetragonū est linea. a. c. ipsa erit irrationalis per diffinitionem quod oportuit demonstrari.

Castigator

Si statum linearum aliquando longior est potetior breuiore in quadrato lineē maiori communicantis. vt in. 24. aliquando non communicantis. 25. huius.



Propositio .32.



Siue linee mediales potēialiter tantū cōicantes superficiēq; mediale continentes directe cōiungantur tota linea erit irrōnalis diceturq; bimediale p̄m.

Sint due linee. a. b. §. b. c. mediales i contiū directūq; coniuncte vt proponitur quas per. 26. contingit reperiri. Dico totam. a. c. ex. eis cōpositam ēē irrationalem & ipsa vocatur bimediale secūdam. **E**sto enim linea. d. e. rōnalis in longitudine cui adiungatur superficies. d. f. equalis duobus quadratis duarum linearum. a. b. §. b. c. piter acceptis & qā ex ypothesi duo illa qdrata sunt cōicantia: vt vtrumq; mediale: erit superficies. d. f. medialis quare per. 20. linea. d. g. que est eius latus secundum est rationalis in potentia tantū: & lineē. d. e. incommensurabilis in longitudine. **R**ursus adiungatur ad lineam. g. f. que est equalis lineē. d. e. superficies. f. h. equalis duplo superficiē. a. b. in. b. c. eritq; etiam superficies. f. h. medialis: erat enim per ypothesim superficies. a. b. in. b. c. medialis. ergo duplum eius cui est equalis. f. h. erit mediale. Per. 20. igitur linea. g. h. rationalis in potētia tantum & incommensurabilis in longitudine lineē. g. f. **Q**uia vero. a. b. §. b. c. sunt potentialiter tantum communicantes erit per primam sexti & p secundam partem. 10. huius superficies vnius in alteram incommensurabilis quadrato vtriusq;. **A**t quia quadrata earum communicant per ypothesim erit dicta superficies quare & duplum eius incommensurabilis duobus qua-

dratis earum pariter acceptis. Due ergo superficies. d. f. & f. h. sunt in communicantes per primam itaq; sexti & secundam partem. 10. huius erit linea. d. g. incommensurabilis linee g. h. que cum sint rationales in potentia: erit per. 30. tota linea. d. h. binomium & irrationalis: ergo per. 16. a destructione consequentis erit superficies. e. h. irrationalis. Et quia latus eius tetragonum per quartam secundi est linea. a. c. sequitur per definitionem q; linea. a. c. sit irrationalis: quod propositum erat ostendere.

¶ Castigator.

¶ Quia p primam sexti superficiem. a. c. ad utrumq; quadratum est sicut basis. a. b. ad basim. b. c. que sunt ex ypothesi due linee non comunicantes in longitudine sed solum in potentia. Et ideo p secundam partem decime huius superficies. a. c. etiam non comunicat cum aliquo duorum quadratorum illarum duarum linearum. a. b. & b. c. Quis superficies illa & dicta quadrata sint irrationalia quia medialia sunt irrationalia non communicant nisi se habeant sicut numeri per quintam huius.

¶ Quia dato opposito huius consequentis sequitur lineam. d. h. esse rationalem per. 16. que non est. Et ideo irrationalis superficies. e. h. que si non esset rationalis & tunc per. 16. ut dictum est.

Propositio .33.



¶ Si coniuncte fuerint due linee potentialiter incommensurabiles superficiesq; medialem continentes quarum ambo quadrata pariter accepta sunt rationale: tota linea erit irrationalis diciturq; linea maior.

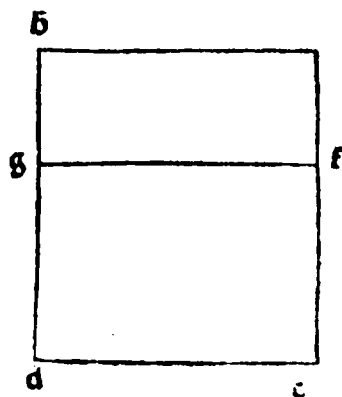
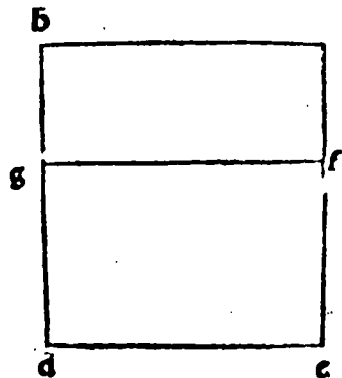
¶ Sint due linee. a. b. & b. c. sibi in continuum directasq; coniuncte sicut proponitur quas contingit ex. 17. reperiri dico. a. c. ex eis compositam esse lineam irrationalem & ipsa vocatur linea maior. Cum enim ambo quadrata pariter accepta sint rationale superficies vero alterius in alteram quare & eius duplum medialis per ypothesim: erit totum ex duobus quadratis pariter acceptis incommunicans duplo superficiem unius in alteram. itaq; totum aggregatum ex duobus quadratis & duplo superficiem & ipsum est equale quadrato. a. c. p quartam scilicet erit per. 9. huius incommensurable duobus quadratis. duarum linearum. a. b. & b. c. pariter acceptis: per definitionem ergo est quadratum linee. a. c. irrationale & linea. a. c. irrationalis quod est propositum. ¶ Idem aliter si cut in premissis ad lineam. d. e. que sit rationalis in longitudine adiungatur superficies. d. f. que sit equalis duobus quadratis duarum linearum. a. b. & b. c. pariter acceptis eritq; rationalis per ypothesim quare p. 16. latus eius secundum quod est. d. g. erit etiam rationale in longitudine & communis linee. d. e. ¶ Rursum ad lineam. f. g. adiungatur superficies. f. h. equalis duplo superficiem. a. b. in. b. c. eritq; medialis per ypothesim: quare per. 10. linea. g. h. que est eius latus secundum est rationalis in potentia tantum per. 30. igitur est linea. d. h. binomium & irrationalis: ideoq; p. 16. a destructione consequentis superficies. e. h. est irrationalis quare latus eius tetragonum quod per quartam secundi est. a. c. est irrationale per definitionem. quod volumus ostendere.

Propositio .34.



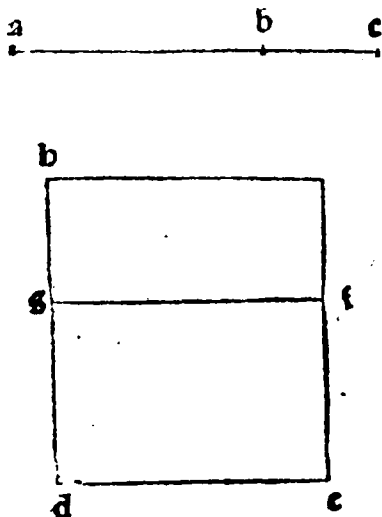
¶ Si coniuncte fuerint due linee potentialiter incommensurabiles superficiesq; rationalem continentes quarum ambo quadrata pariter accepta sunt mediale: tota linea erit irrationalis diciturq; potens in rationale & mediale.

¶ Sint ut in premissis due linee. a. b. & b. c. in continuum directasq; coniuncte quales proponitur & ipse sunt ex. 18. sumende dico q; tota linea. a. c. ex eis composita erit irrationalis & illa vocatur linea potens in rationale & mediale. Cum sit enim superficies. a. b. in. b. c. rationalis p ypothesim. ideoq; & duplum eius ac ambo quadrata pariter accepta



sint medial e sequitur p quartam secundi & 9. huius quemadmodum in premissis q quadratum totius .a.c. sit incōicans duplo superficie .a.b.in.b.c. per diffinitionem igitur ipsum est irrationale & linea .a.c. irrationalis qd est ppositum. ¶ I dem aliter sit ut in premissis linea .d.e. rōnalis in longitudine superficies .d.f. sibi adiuncta equalis duobus qdratis piter acceptis duarū lineaz .a.b. & .b.c. eritq; medialis p ypothesim p. 20. igitur erit linea .d.g. rationalis in potentia tantum non communicans in longitudine linee .d.e. Sitq; superficies .f.h. adiuncta ad lineam .g.f. equalis duplo superficie ex .a.b.in.b.c. eritq; rationalis per ypothē. & ideo per. 16. latus eius secundum quod est .g.h. rationale in longitudine quare per. 30. linea .d.h. est binomium & irrationalis : & superficies .e.h. per .16. a destructione consequentis est irrationalis. Cum itaq; linea .a.c. sit eius latus tetragonum per quartam secundi sequitur ut .a.c. sit irrationalis per diffinitionem : constat ergo propositum.

Propositio .35.



¶ Si iuncte fuerint due linee potēcialiter incōmensurabiles superficies mediale continētes quaz quadrata ambo pariter accepta sit mediale duplo superficie vnus in alteram incōmensurable tota linea erit irrationis diceturq; potens in duo medialia.

¶ Sint quoq; due linee hic .a.b. & .b.c. in continuū directumq; cōiuncte ut pponit que ex. 19. sumende sunt dico q linea .a.c. ex eis cōposita est irōnalis & ipsa dicit potens in duo medialia. Ad iungatur n. ad lineā .d.e. que sit rōnalis in longitudine superficies .d.f. eq̄lis duobus qdratis duarū lineaz .a.b. & .b.c. piter acceptis : eritq; medialis p ypothesim quare p. 20. linea .d.g. erit rōnalis in potētia tñ & incōmensurabilis .d.e. linee rōnali in longitudine. ¶ Rursus ad lineam .g.f. que est equalis .d.e. adiungatur superficies .f.h. que sit equalis duplo superficie vnus in alterā erit et ex ypothesi medialis quare p. 20. linea .g.h. erit rōnalis in potentia tñ. ¶ Atq; per ypothesim ambo quadrata pariter accepta sunt incōmensurable duplo superficie vnus in alterā sequit ut .d.f. sit incōmensurabilis .f.h. quare p primam sexti & secundam partem. 10. huius linea .d.g. ē incōmensurabilis .g.h. p. 30. igitur est linea .d.h. binomium & irōnalis. I taq; superficies .e.h. est irōnalis & eius latus tetragonum quod est .a.c. ut in premissis quare constat ppositum. ¶ Si aut duplum superficie .a.b.in.b.c. non esset incōmensurable ambobus quadratis pariter acceptis esset linea .a.c. medialis Esset enim .d.f. communicans .f.h. ideoq; linea .d.g. linee .g.h. tota igitur .d.h. esset rationalis in potentia tantum & incommensurabilis in longitudine linee .d.e. per. 19. igitur esset superficies .e.h. medialis eiusq; latus tetragonum quod est .a.c. linea medialis. Ut autem facillior fiat doctrina sequentium premonstranda arbitramur hoc loco duo quorum primum est.

Castigator.

¶ Quia tota superficies .e.f. tunc esset medialis per. 11. & 9. huius possea per. 20. linea .d.h. que est latus secundum dictē superficie .e.h. est solum in potentia rationalis lateriq; primo .d.e. in longitudine incommensurabilis. Et ideo per. 19. latus tetragonum superficie .e.h. est linea medialis quod est per. 4. secundi linea .a.c. ut premititur. ¶ Vel sic & medius per. 9. huius. Si autem duplum superficie .a.b.in.b.c. non esset incommensurable seu incommunicans ambobus quadratis pariter acceptis. tunc esset eisdem commensurable siue communicans quare per. 9. totum ex eis scilicet .d.f. & .f.h. confectum. scilicet superficies .e.h. esset communicans vtriq; superficie scilicet .d.f. & .f.h. quare per. 21. huius .e.h. tota esset etiā medialis superficies. Et ideo per. 20. secundum latus eius quod est tota .d.h. est solum in potentia rationale & sic per. 19. linea .a.c. que per. 4. secundi est eius latus tetragonum esset linea mere medialis &c.

¶ Si aliqua linea per duo inequalia diuidatur quadrata amborum sectionum pariter accepta: tanto amplius sunt duplo superficiei vnius earum in alteram quantum est quadratum eius linee quae maior excedit minorem.

¶ Sit enim linea .a. b. diuisa per duo inequalia in puncto .c. sitq. maior portio .c. b. de qua sumatur .c. d. equalis .a. c. dico q. quadrata duarum linearum .a. c. & c. b. sunt amplius duplo superficiei vnius in alteram in quadrato linee .d. b. ¶ Nam quod fit ex .a. c. in .c. b. bis cum quadratis duarum linearum .a. c. & c. b. est equale ei quod fit ex .a. c. in .c. b. quater cum quadrato .d. b. Eo q. vtraq. hec equalia sunt quadrato linee .a. b. primum quidem per quartam secundi. Secundum vero per .8. eiusdem. Demptis itaq. vtrinq. equalibus videlicet eo quod fit ex .a. c. in .c. b. bis erunt residua quae sunt de primo quidem quadrata duarum linearum .a. c. & c. b. ¶ De secundo vero quod fit ex .a. c. in .c. b. bis cum quadrato .d. b. equalia. Quare constat propositum. ¶ Ex hoc ergo manifestum est q. si aliqua linea p. duo inequalia diuidatur quadrato amborum partium pariter accepta plus sunt duplo superficiei vnius earum in alteram. Et hoc est pp. quod istud premisimus.

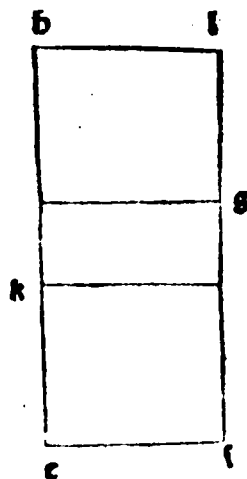
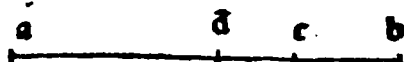
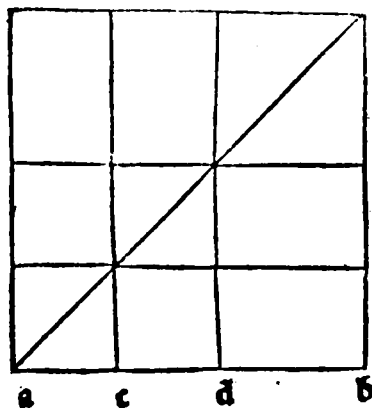
¶ Si aliqua linea per duo inequalia itemq. alia duo inequalia diuidatur quadrata magis inequalium pariter accepta tanto sunt amplius quadratis minus inequalium pariter acceptis quantum est duplum quadrati illius linee quae inter vtrasq. est sectiones & quadruplum eius quod fit ex eadem linea in eam quae est inter punctum sectionis minus inequalium & punctum quod diuidit totam lineam per equalia.

¶ Sit linea .a. b. diuisa per duo inequalia in puncto .c. itemq. per alia minus inequalia in puncto .d. rursus per equalia in .e. dico q. quadrata duarum partium magis inequalium quae sunt .a. c. & c. b. tantum sunt amplius duobus quadratis duarum linearum minus inequalium quae sunt .a. d. & d. b. quantum est duplum quadrati linee .c. d. & quadruplum eius quod fit ex .c. d. in .d. e. ¶ Sunt enim per .9. secundi quadrata duarum linearum .a. c. & c. b. pariter accepta dupla quadratis duarum linearum .b. e. & e. c. pariter acceptis. at per eandem .9. secundi quadrata duarum linearum .a. d. & d. b. pariter accepta dupla sunt quadratis duarum linearum .b. e. & e. c. pariter acceptis. ¶ I itaq. quadrata duarum linearum .a. c. & c. b. pariter accepta excedunt quadrata duarum linearum .a. d. & d. b. pariter accepta in eo quo duplum quadrati linee .c. e. excedit duplum quadrati linee .d. e. hoc autem per quartam secundi est duplum quadrati linee .c. d. & quadruplum eius quod fit ex .c. d. in .d. e. quare constat propositum. Ex hoc manifestum est q. quanto fuerint sectiones alicuius linee magis inequales tanto erunt earum quadrata pariter accepta maior a. ¶ hoc est propter quod istud premisimus. Propositio .36.



¶ Si alias duas lineas sub eorum termino ex quibus coniunctum & nominatum est binomium diuidi impossibile est.

¶ Sit linea .a. b. binomium eritq. ex .30. composita ex duabus lineis in potentia tantum rationalibus communicantibus quae sunt .a. c. & c. b. dico q. impossibile est eam diuidi in alias duas lineas sub hac diffinitione videlicet q. ipse sint potentia tantum rationales communicantes. ¶ Si enim potest diuidatur in .a. d. & d. b. quae sunt potentia rationales tm communicantes. Esto quoq. linea .e. f. rationalis in longitudine cui adiungatur superficies .b. e. g. quae sit equalis quadratis duarum linearum .a. c. & c. b. pariter acceptis & superficies .f. h. quae sit equalis quadrato linee .a. b. eritq. superficies .e. g. rationalis eo q. vtrinq. quadratorum linearum .a. c. & c. b. pariter acceptis est rationale per ypothesim & superficies .g. b. medialis per .19. qm ipsa est equalis duplo superficiei .a. c. in .c. b. per quartam secundi. Sit igitur rursus superficies .f. h. equalis quadratis duarum linearum .a. d. & d. b. pariter acceptis



que cum sint diuersa a duabus lineis. a. c. & c. b. erit per secundum predemum stratorum antecedentium superficies. f. k. diuersa a superficie. e. g. Earum ergo differentia sit. k. g. eritq; per quartam secundi excessus superficiei. f. h. super. f. k. qui sit. k. l. equalis duplo eius quod sit ex. a. d. in. d. b. & propter hoc erit etiam superficies. f. k. rationalis & superficies. k. l. medialis itaq; superficies. k. g. cum ipsa sit differentia duarum superficierum rationalium que sunt. e. g. & f. k. erit rationalis. Non enim differentiale a rationali nisi in rationali & hoc dico diffinitione & 9. huius hoc confirmabitur. Eadem quoq; cum ipsa sit differentia duarum superficierum mediarum que sunt. g. h. & k. l. erit irrationalis per. 22. quod est impossibile.

Castigator.

b ¶ Ista adiunctio superficierum ad lineam rationalem in longitudine equalium aliis superficiebus sit ubiq; in sequentibus & precedentibus: ut visum est: quemadmodum dictum est supra in vigesima & vigesima prima & vigesima secunda & vigesima tertia huius. ideo ibi recurras: quia actor cum semel diligenter docuerit sufficit ei & nobis. c ¶ Ex istis sex sequentibus diuisionibus linearum compositarum in suas componentest ut patet: apparet illa philosophantium maxime videlicet omnis res per quasq; causas componitur per easdem. resolui necesse est. d ¶ Cum utraq; diuisio sit per inequalia scilicet in. c. & in. d. quoniam linee componentest binomium semper sunt inequales per. 17. & 18. huius quia longior potentior brevior est.

Propositio 37.



¶ Mediali primo terminum suum in duas lineas mediales diuisor sub earum termino in alias duas lineas mediales idem diuidi est impossibile.

¶ Sit quoq; hic linea. a. b. bimedicale primum diuisa in duas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiemq; rationalem continentest ex quibus. 31. asserit eam componi que sint. a. c. & c. b. dico q; impossibile est eam diuidi in alias duas lineas sub earum diffinitione. Quod si possibile fuerit diuidat eam in puncto. d. assumptaq; linea rationali. e. f. adiungatur ei. e. g. equalis duobus quadratis duarum linearum. a. c. & c. b. & superficies. f. h. equalis quadrato. a. b. & superficies. f. k. equalis quadratis duarum linearum. a. d. & d. b. eritq; per quartam secundi. g. h. equalis duplo superficiei. a. c. in c. b. & per eandem erit. k. l. equalis duplo superficiei a. d. in. d. b. propter hypothese quoq; erit utraq; duarum superficierum. e. g. & k. f. medialis & utraq; duarum. g. h. & k. l. rationalis. hoc autem impossibile esset enim per primum superficies. k. g. irrationalis ex. 22. per secundum autem eadem esset rationalis ex diffinitione & 9. quod est incommensurabile.

Propositio 38.



¶ Mediale secundum nisi in duas lineas tantum sub termino suo diuidi non potest.

¶ Sit ut prius linea. a. b. bimedicale secundum diuisa in duas lineas. a. c. & c. b. mediales potentia tantum communicantes superficiemq; medialem continentest ex quibus. 32. proponit eam componi: dico q; impossibile est eam diuidi sub earum diffinitione in alias duas. Sin autem diuidat in. d. sint q; ut prius superficies. e. g. f. h. & f. k. adiuncte ad lineam rationalem. e. f. eruntq; per presentes hypotheses utraq; superficies. e. g. & g. h. mediales: quare per. 10. utraq; duarum linearum. f. g. & g. l. erit rationalis in potentia tantum non communicans in longitudine lineae. c. f. At quia due linee. a. c. & c. b. erunt incommensurabiles in longitudine: sequitur per primam sextam & per secundam partem. 10. huius q; utraq; quadratorum linearum a. c. & c. b. sit incommensurable superficiei prius in alteram: atq; dicta quadrata communicent: ex hypothesis sequitur utambo quadrata pariter

accepta sint incommensurabile superficies vnus in alteram ideoq. $\&$ eius duplos quare superficies. $e.g.$ incommensurabilis est superficies. $g.h.$ $\&$ linea $g.f.$ linee. $g.l.$ per primam sexti $\&$ secundam partem. $10.$ huius itaq. per. $30.$ linea. $f.l.$ est binomium diuisa fm suum terminum in puncto. $g.$ ¶ Eo demq. modo probabitur ipsam binomium esse mediantibus superficie bus. $e.m.f.m.h.$ diuisam secundum suum terminum in puncto. $m.$ quod est impossibile per. $36.$ Non enim potest dici q. linea. $f.l.$ diuisa sit ad pun cta. $g.f.m.$ in partes consimiles. sic enim esset linea. $f.m.$ equalis. $g.l.$ sed ipsa est maior linea. $m.l.$ vt patet ex primo premisorum antecedentium huius: $\&$ prima sexti $am.e.m.$ superficies sit maior. $h.m.$ superficie. Hu ius autem demonstrationis modus potest esse communis. $37.$ ceterisque eam sequentibus.

Propositio .39



Inea maior nisi in duas lineas tantum ex quibus constat sub earum termino diuidi nō potest.

¶ Sit quoq. hec linea maior. $a.b.$ diuisa ad punctum. $c.$ in duas lineas potentialiter incommensurabiles superfi ciemq. medialem continentes quarum ambo quadrata pariter accepta sint rationales ex talibus enim componi tur vt affirmat. $33.$ dico q. impossibile est ad alium punctum in alias du as lineas sub hac diffinitione ipsam diuidi q. si potest sit hic ad. $d.$ mane ant sub his eadem figura eademq. ypothefes que prius $\&$ argue quemad modum in. $36.$ superficiem. $g.k.$ esse rationalem $\&$ irrationalem: quod est impossibile.

Propositio .40.



Inea potes in rationale $\&$ mediale nisi in suas du as lineas tantum sub termino suo non diuiditur.

¶ Hec quoq. $40.$ manentibus prioribus figura $\&$ positio nibus exceptoq. ipsa linea. $a.b.$ diuidatur in punctum. $c.$ in illas duas lineas ex quibus. $34.$ dicit eam componi pro babitur quemadmodum. $37.$ Si autem aliter fuerit q. pro ponat erit superficies. $k.g.$ rationalis $\&$ irrationalis quod esse non potest.

Propositio .41.

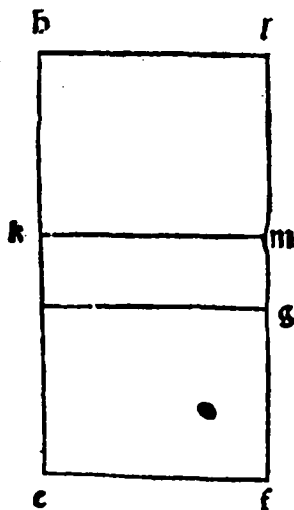


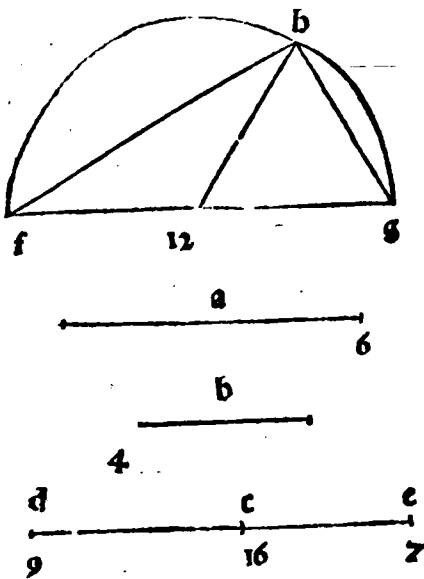
Inea potens in duo medialia nequit diuidi in ali as duas sub termino earum ex quibus coniuncta est: sed in suas tantum duas ex quibus componi tur est diuisibilis.

¶ Hec enim. $41.$ diuisa linea. $a.b.$ ad punctum. $c.$ in eas ex quibus. $35.$ aserit eam componi ceterisq. vt supra tam figu ra q. positionibus manentibus probatur sicut. $38.$ nam dato opposito pro positi. Sequitur oppositum. $36.$ quod. est impossibile.

¶ Si fuerit binomij longior portio breuiore potentior augmen to quadrati linee communicantis eidem longiori in longitudine fueritq. eadem longior linee posite rationali communicans ip sum: vocabitur binomium primum. Si vero breuiore posite ratio nali communicet dicitur binomium secundum. Quod si neutra portionum eius posite rationali communicet appellabitur bino mium tertium. Item si longior breuiore tanto amplius possit quantum est quadratum alicuius linee ipsi longiori incommen surabilis in longitudine fueritq. longior portionum posite linee rationali communicans in longitudine ipsum nuncupabitur bi nomium quartum. Si vero breuiore posite rationali communi cet in longitudine quintum nominabitur. Si autem neutra por tionum eius posite rationali communicet in longitudine erit bi nomium sextum.

Propositio .42.





Binomium primum inuenire.

¶ Sit .a. linea rationalis posita: sumanturq. duo nume-
ri quadrati .b. & .c. quorum .c. sit diuisibilis in quadratum
qui sit .d. & in nō quadratum qui sit .c. ponaturq. propor-
tio quadrati linee .a. ad quadratum linee .f. g. sicut nume-
ri .b. ad numerum .c. eritq. ex secunda parte .z. linea .f. g.
communicans linee .a. rationali posite in longitudine. Super eam igitur
lineetur .f. g. h. semicirculus: sitq. proportio quadrati linee .f. g. ad quadra-
tum linee .f. h. sicut .c. ad .d. & ducatur linea .g. h. Dico ergo duas líneas .f.
g. & .g. h. directe coniunctas componere binomium primum. Est enim
linea .f. g. que est longior potentior linea .g. h. que est breuior in quadrato
linee .f. h. per .30. tertii & penultimam primi: communicat autem linea .f.
h. linee .f. g. in longitudine per secundam partem. z. cum proportio qua-
dratorum ipsarum .f. g. & .f. h. sit sicut numerorum quadratorum qui sunt
c. & .d. Linea vero .g. h. conuincitur esse rationalis in potētia tantum: nō
communicans linee .f. g. in longitudine. Ideoq. neq. linee .a. rationali po-
site. Cum sit enim quadratum linee .f. g. ad quadratum linee .f. h. sicut nu-
merus .c. ad numerum .d. erit per euerſam proportionalitatem quadratum
linee .f. g. ad quadratum linee .g. h. sicut numerus .c. ad numerum .e. Cum
itaq. c. sit numerus quadratus .e. vero non quadratus: sequitur per vltimā
partem. z. vt linea .g. h. sit incommensurabilis linee .f. g. in longitudine.
Relinquitur igitur ipsam .g. h. esse rationalem in potētia tantum & a dif-
finitione linee .f. g. & .g. h. componere binomium primum: quod erat
inueniendum.

Castigator.

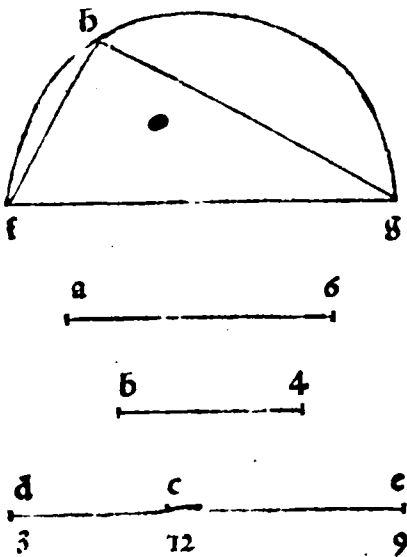
a ¶ Que .f. g. reperitur vt in .17. bulus. sed ponendo numerum .b. mino-
rem numero .c. s. b. 4. & c. 16. necessario linea .f. g. erit longior linea .a. &
quia numerorum quadratorum proportio laterum suorum est dupli-
cata per vndecimam octauī ac etiam dictarum linearum quadrata per
18. sexti. sunt suorum correlatiuorum laterum in duplicata proportio-
ne que est similis illi laterum dictorum numerorum: & cum dicti nume-
ri ponantur quadrati scilicet. 4. & 16. eorum latera erunt .2. & 4. inter que
ponat vnitas: vt supra in quinta huius & .11. apparet. Modo quecumq. fue-
rit illa linea inuenienda erit communicans linee .a. posite: vt dictum est
& earum communis mensura erit in .a. totiens & cetera. vt ibi di-
ctum est in .17. postea inuenitur alia .f. h. simili modo ad cuius quadra-
tum se habeat quadratum linee .f. g. sicut .c. numeri ad .d. numerum peni-
tus sicut inuenimus .f. g. & procedendo semper similiter habebis propositū
& ideo supra in .17. docuit inuenire plures huiusmodi líneas & c. etiam di-
cendo si .16. dat .9. quid dabit .144.

Propositio. 43.

Binomium secundum reperire.



¶ Sit vt prius .a. rationalis linea posita. b. vero numerus
quadratus .c. vero sit numerus non quadratus diuisibilis
in .d. non quadratum & .e. quadratum. Ita tamen q. pro-
portio totius .c. qui est non quadratus ad .d. qui est etiam
non quadratus sit sicut numerorum quadratorum: talis
autem numerus est .n. & .48. diuisibilis enim est .n. in .9. quadratum nu-
merus & .3. non quadratum: restq. proportio .n. ad .3. sicut .16. ad .4. quo-
rum vterq. quadratus eodem modo. 48. diuisibilis est in .36. & .12. Tales
autem numerus sic reperies. Sit .a. numerus quadratus .b. quoq. sit vnitas
te minor. cuius quadratū sit .c. At vero .d. pueniat ex .b. in .a. eritq. ex pri-
ma incidētū noni .b. d. fia. d. ad .c. Ducatur idē .a. in .c. & pueniat .e. eritq.
e. quadratus ex prima parte correl. secūde noni eo q. vterq. numerus .2. &
c. est qdratus p. ypothesis. Fiat rursus .f. ex .a. in .d. eritq. .f. quale qimus.
Est .n. ex vltima pte p. dicti correl. numerus .f. nō qdratus eo q. d. nūcūq.



fit non quadratus. Si, n. d. numerus esset quadratus esset quoq. b. quadratus. ex. 2. pte eiusdem correl. 3. noni ¶ ex. 22. octauis: ¶ quia a. est quadratus esset p. 16. eiusdem: tertius continue proportionalis inter a. ¶ b. quod est impossibile cum sint sola vnitate distantes. Non est igitur d. quadratus quare nec f. Est enim f. equalis d. ¶ e. qm cum b. sit differentia d. ad c. vt patet ex premissis: erit p. primam incidentium noni quod fit ex a. in d. equum his que sunt ex a. in b. ¶ in c. ¶ Et quia ex a. in b. fit d. ¶ in c. fit e. sequitur vt d. sit differentia f. ad e. Et quia per. 18. septimi est f. ad e. si cut d. ad c. erit permutarim f. ad d. sicut e. ad c. Cūq. vterq. duor. numeroz. e. ¶ c. sit quadratus manifestum est numeroz. f. ¶ e. ¶ e. quale volumus. Est enim non quadratus diuisibilis in d. non quadratum ¶ e. quadratum: cuius portio ad d. est sicut quadrati ad qdratum videlicet e. ad c. cetera oia sint vt prius. ¶ Dico q. linee. f. g. ¶ g. h. componunt binomium secundū Cum n. sit qdratum, a. ad quadratum f. g. sicut b. ad c. rursusq. quadratū f. g. ad quadratum g. h. sicut c. ad e. erit p. equam pportionalitatem qdratum a. ad quadratum g. h. sicut b. ad e. cū igit vterq. duor. numeroz. b. ¶ e. sit quadratus erit p. secundam prem. 7. ¶ linea g. h. cōicans in longitudine linee a. rationali posite de linea vero f. g. cōstat q. ipsa sit rationalis in potentia tñ non cōicans linee a. rationali posite in longitudine p. vltimam partem. 7. que cū sit potentior linee g. h. in qdrato linee f. h. p. 30. tertii ¶ penultimam primi cōicet aut linea f. h. linee f. g. in longitudine per secundam partem 7. eo q. eorum quadrata sunt in pportione numeroz. c. ¶ d. quorum est proportio sicut numerorum quadratorum p. ypothefim: constat propositum. ¶ Aliter quoq. idem esto linea g. h. commulcans a. rationali posite in longitudine quam facile est inuenire. Sitq. c. numerus quadratus diuisibilis in quadratum d. ¶ non quadratū e. sitq. proportio quadrati linee g. h. ad quadratum linee f. g. sicut numerus e. ad numerum c. eritq. f. g. incommensurabilis linee g. h. in longitudine per vltimam partem. 7. ¶ potentior ea in quadrato linee f. h. cui communicat in longitudine primo per conuersam b. deinde per euerfam proportionalitytem: ¶ per secundam partem. 7. ex diffinitione igitur linee f. g. ¶ g. h. componunt binomium secundum.

Castigator.

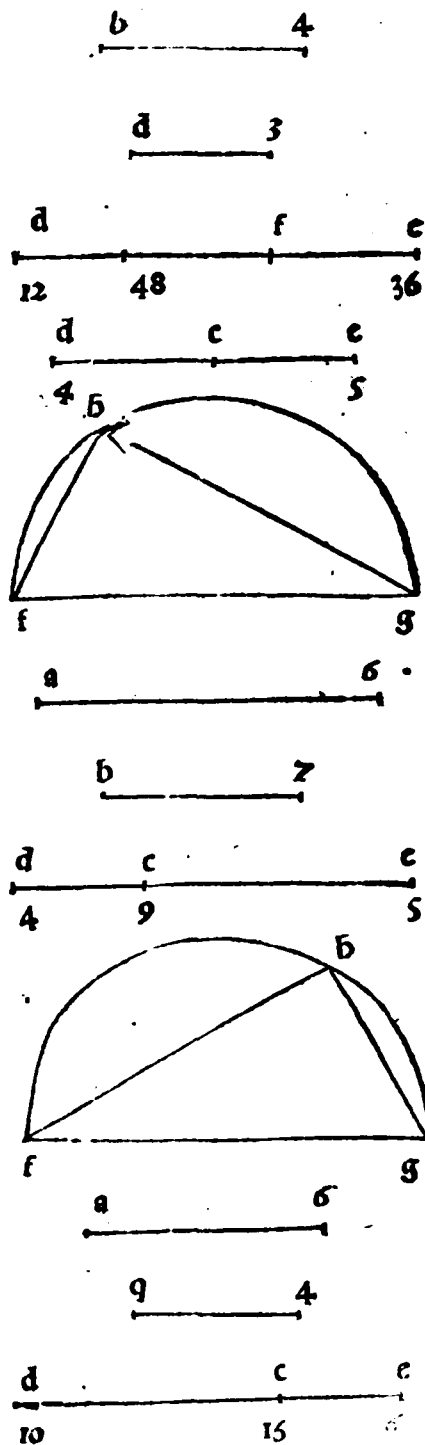
b ¶ Quia cum quadratum linee g. h. sit ad quadratum linee f. g. sicut numerus e. non quadratus ad numerum c. quadratum ex ypothe. I deo per conuersam proportionalitatem quadratum f. g. ad quadratum g. h. sicut numeri c. ad numerum e. ¶ quoniam quadratum f. g. equalit duobus quadratis g. h. ¶ f. h. per. 30. tertii ¶ penultimam primi sicut numerus c. equalit duobus numeris e. ¶ d. Igitur per euerfam proportionalitytem quadratum f. g. ad quadratum f. h. sicut numeri c. quadrati ad numerum d. quadratum tunc per secundam partem. 7. linee f. g. communicat linee f. h. in longitudine ¶ c.

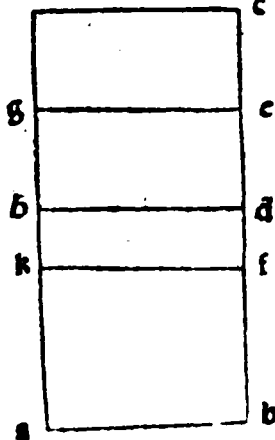
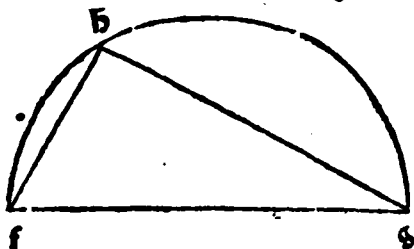
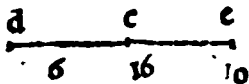
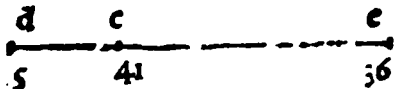
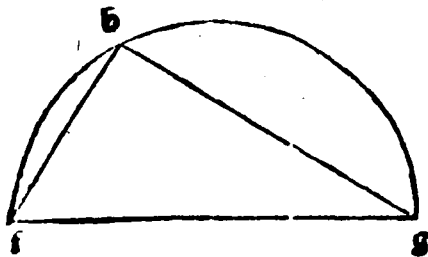
Propositio .44.

Inominum tertium inuestigare.



¶ Binomium quoq. tertū sic reperitur posita vt prius linea a. rationali in longitudine sit b. nūerus primus c. vero quadratus diuisibilis in quadratum d. ¶ non quadratum e. cetera omnia sint vt prius: dico q. due linee f. g. ¶ g. h. componunt binomium tertium: neutra enim earum ē commensurabilis in longitudine linee a. rationali posite sed vtraq. incommensurabilis f. g. quidem per vltimam partem. 7. b. g. vero per equā proportionalitatem ¶ vltimam partem. 7. Est enim per equam proportionalitatem quadratum linee a. ad quadratum linee g. h. sicut numerus b. ad numerum e. mediantibus: hinc quidem quadrato linee f. g. inde vero numero c. numeri autem b. ¶ e. non sunt in proportionē aliquorum quadratorum: cum b. sit numerus primus. si enim essent in proportionē numerorum quadratorum: necesse esset per. 16. octauis





et octavam eiusdem tertium eis in continua proportionalitate interesse
erit igitur per .17. eiusdem numerus .b. superficialis quod est impossibile cum
sit primus per ypothe. incommensurabilis est itaq. linea .g. h. linee .a. rationali po
site ex ultima parte. 7. Quia ergo linea .f. g. potentior est linea .g. h. in q.
drato linee .f. h. ex .30. tertii et penul. primi que communicat ei in longitu
dine ex scda pre. 7. et eversa pportionalitate ex diffinitione binomii tertii
patet nostra intentio.

Propositio .45.



Inomium quartum scrutari.

In inuentione binomii quarti eodem modo procedendum
est sicut in inuentione primi. excepto q. quadratus nume
rus .c. diuidatur in duos non quadratos qui sint .d. f. e. ce
tera omnia negocianda sunt hic ex diffinitione binomii
quarti sicut ibi ex diffinitione binomii primi.

Propositio .46.

Inomium quintum querere.



Huius inuentione sic est sicut binomii secundi et excepto q.
numerus .c. non quadratus diuidetur in .d. non quadratu
f. e. quadratu. ita tñ q. proportio .c. ad .d. non sit sicut nu
meri quadrati ad numerum quadratum. Cetera oia sunt
hic pquirenda ex diffinitione binomii quinti sicut ibi q.
ta sunt ex diffinitione binomii scdi. Vel pone q. linea .g. h. sit cõicãs linee
a. rationali posite in longitudine et pone numerum .c. quadratu diuisum
in duos non qdratos q. sint .d. f. e. pone itaq. pportione qdrati linee .g. h.
ad qdratum .f. g. sicut numeri .c. ad numerum .c. deinde astrue propositu
ex ultima parte. 7. et pñibus ypothesibus et conuersa et eversa proportio
nalitatibus et iterum ex ultima parte. 7. ex diffinitione binomii quinti.

Propositio .47.

Binomio sexto demum oportet insistere.



Binomium sextu sicut tertiu scrutadu est et tñ erit hic
numerus qdratus .c. diuisus in duos non quadratos .d. f.
e. cetera ut ibi erit ex diffinitione binomii .6. linea quã
cõponunt .f. g. f. g. h. sibi inuicem directe cõiuncte bino
mium sextum quod est propositum inuenire.

Propositio .48.



Si fuerit superficies binomio prio lineaq. rationali
contenta: latus qd super ea pt binomiu eẽ necesse e.

Sit superficies .a. c. contenta linea rationali .a. b. et binomio
prio q. sit .b. c. dico q. latus tetragonici superficie .a. c. e bino
mii primi .b. c. cuius maior portio sit .b. d. eritq. rationalis in
longitudine ex diffinitione et cõmensurabilis linee .a. b. rationali posite. Dini
das ite minor portio q. est .d. c. p. eqlia ad punctu .e. lineaq. .d. b. diuidatur
sub ea cõditione ad punctu .f. qd inter ptes eius q. sint .b. f. f. d. cadat .d. e.
medio loco proportionalis itaq. qliter fiat in .n. dñ est. Ducant at linee
c. g. d. h. f. k. eadistantes linee .a. b. et q. ex diffinitione binomii primi li
nea .d. b. e potetior linea .d. c. in qdrato linee sibi cõicantis in longitudie
sq. ex scda pre. 13. et q. due linee .b. f. f. d. sint cõicantes p. 9. igit e vtraq. eaz
cõicans toti linee .b. d. qre p diffinitione ambe sunt rãnales i lãgitudine
ideoq. p. 15. vtraq. duaz superficie .a. f. f. f. h. e. rãnalis. Describat itaq. qua
dratu .l. m. cuius latus .l. r. egle superficie .a. f. cui circũponat gnomon recta
dyagonali .l. m. n. ad eam qũtatẽ q. ipsius gnomonis qdratu itaq. sit .m. n.
sit egle superficie .f. h. duoz eius supplementa sint .p. m. f. m. q. q. necesse est
esse equalia duabus superficiebus .d. g. f. g. c. quod sic collige. Cum enim
sit linea .d. e. medio loco proportionalis inter lineas .b. f. f. f. d. erit superfi
cies .d. g. ex prima sexti medio loco pportionalis inter superficies .a. f. et .f. h.
quare et inter quadrata .l. m. f. m. n. Et quia supplementu .p. m. est et me
dio loco pportionale inter qdrata dicta ex prima sexti sequit vt .p. m. sit

equalis. d. g. ideoq. m. q. g. c. Igitur linea. l. p. est latus tetragonici sup-
ficiet. a. c. hanc lineam dico et binomium. Cum sint. n. ambo quadrata
l. m. f. m. n. rationalia erunt ex diffinitione due linee. l. r. f. r. p. potentia
liter rōnales. Est autem per primam sexti. a. f. ad. d. g. sicut. b. f. ad. d. e. Sed
b. f. est incommensurabilis. d. e. f. quia. b. f. est rationalis simpliciter vt p
batur. d. e. vero quia cōicat in longitudine. d. e. rōnali in potētia tñ.
Eritq. ipsa rōnalis in potētia tñ per. 18. quod ex premissis ypothesibus
manifestum ē. Itaq. p secundam ptem. 10. superficies. a. f. ē incommēsur-
abilis supficiet. d. g. igit. f. qdratum. l. m. supplemento. p. m. quare p primā
forti. f. secundā ptem. 20. linea. l. p. est incommensurabilis linee. r. p. Ex. 30.
igitur constat lineam. l. p. esse binomium quod erat monstrandum.

Propositio. 49.



Si fuerit superficies linea rōnali binomioq. secūdo
pōtētiatus eius tetragonici erit bimediale primum.
¶ Sit eadem figura eademq. ypothesis que in premissa
eritq. ex diffinitione binomii secundi linea. d. c. rationalis
in longitudine quare per. 15. vtrq. duarum superficier
rum. d. g. f. g. c. ideoq. f. duo supplementa. p. m. m. q. erūt
rationalia linea vero. b. d. erit rationalis in potētia tantum f. diuisa
in duas lineas communicantes. f. d. f. b. f. ex diffinitione binomii secundi
f. premissis ypothesibus f. secunda parte. 13. per. 19. igitur erit vtrq. duarū
superficierum. a. f. f. h. ideoq. f. vtrūq. quadratorum. l. m. f. m. n. me-
diale itaq. ambe linee. l. r. f. r. p. sunt mediales in potētia quoq. cōicantes
nam cū linea. b. f. cōicet linee. f. d. sequitur ut. a. f. cōicet. f. h. quare qdratum
b. m. qdrato. m. n. ideoq. f. linea. l. r. linee. r. p. i potētia in longitudine at
non cōicant qm vna earū ad alterā ē sicut. l. m. ad. m. p. Cū igit. l. m. nō
cōicet. m. p. eo q. altera medialis videlicet. l. m. altera rōnalis videlicet
m. p. sequitur vt. l. r. non cōmunicet in longitudine. r. p. quia igitur ipse
continent superficiem rationalem que est. m. p. constat lineam. l. p. ex
31. huius esse bimediale primum.

Propositio. 50.

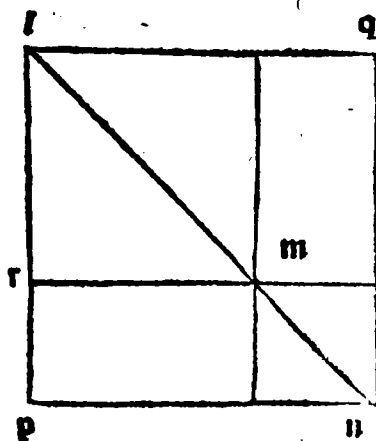
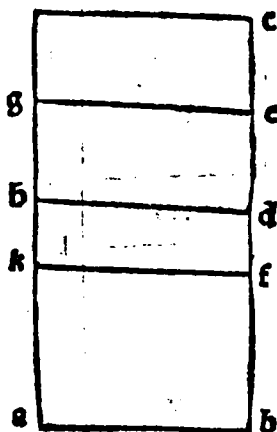
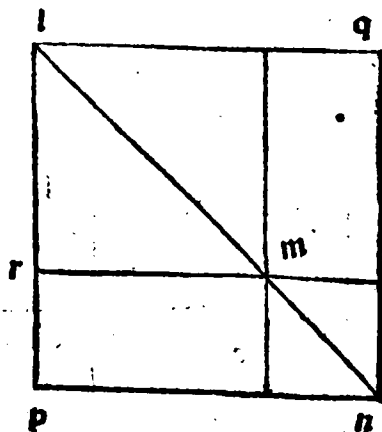


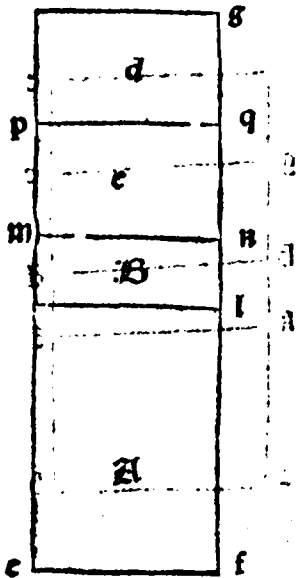
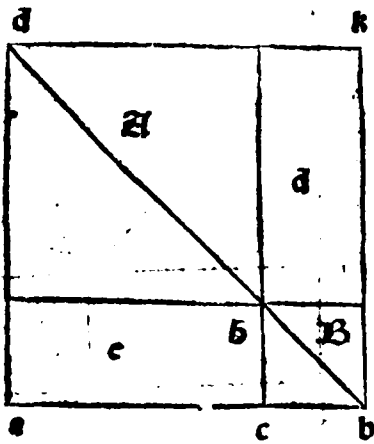
Si binomio tertio ac linea rōnali superficies pōti-
neatur linea in eam potens erit bimediale secundus.
¶ Dispositio f. ypothesis maneat vt supra. Eritq. ex his
ypothesibus f. diffinitione binomii tertii f. 19. vnaqueq.
quatuor superficierum in quas diuisa ē supetficies. a. c. me-
dialis quare vtrūq. duorū qdratorū. l. m. m. n. f. vtrūq.
duorū supplementorū. p. m. f. m. q. erit ex mediale vtrq. igit. duarū linea
rum. l. r. f. r. p. erit medialis. f. cum due superficies. a. f. f. h. sint commu-
nicantes eo q. duae linee. b. f. f. d. sunt communicantes per secundam par-
tem. 13. erunt due linee. l. r. f. r. p. communicantes in potētia in longitu-
dine vero non. quia superficies. l. m. non communicat cum superficie. m.
p. eo q. neq. a. f. communicat cum. d. g. Nam linea. b. f. non communi-
cat cum. d. e. cum igitur ipse contineant superficiem medialem que ē. p.
m. constat ex. 32. lineam. l. p. esse bimidiale secundum qd est propositum.

Propositio. 51.



Si linea rationali binomioq. quarto superficies pōti-
neatur que i eam superficiem potest ē linea maior.
¶ Cumctis vt in premissis manētibz erit ex ypothe. f.
diffinitione binomii quarti f. 19. vtrq. duarum superfi-
cierum. d. g. f. g. c. quare f. vtrq. duarum. p. m. f. m. q.
medialis duorū quadrata. l. m. f. m. n. pariter accepta ra-
tionalis eo q. superficies. a. d. est rationalis per diffinitionem binomii
quarti. f. 15. Et quia. d. b. diuiditur in puncto. f. in duo incommunicantia
per secundam partem. 14. erit superficies. a. f. incommensurabilis superfi-
cie. f. h. I deoq. f. quadratum. l. m. quadrato. m. n. due igitur linee. l. r. f.
r. p. sunt incommensurabiles in potētia que cum contineat superficiem





medialem. p. m. & earum quadrata ambo pariter accepta sint rationale constet per. 33. lineam. l. p. esse lineam maiorem quod erat monstrandum.

Propositio. 52.



If fuerit superficies linea rationali atq; binomio qn to contenta quaecumq; in eam linea pot potens in rationale & mediale esse ex necessitate convincitur.

Hic in hac quoq; est aliquid ex priorum dispositione & positionibus mutandum. i. eis enim manentibus erit ex his que posita sunt diffinitione binomii quanti. s. s. vtraq; duarum superficierum. d. g. & g. c. quare vtraq; duarum. p. m. & m. q. rationalis. Totaq; a. d. quare quo quadrata. l. m. & m. n. pariter accepta medialis ex. 19. cumq; ex secunda parte. 14. sit linea. f. b. incommensurabilis linee. f. d. ideoq; superficies. a. f. superficiei. f. h. & quadratum. l. m. quadrato. m. n. erit linea. l. r. incommensurabilis in potentia linee. r. p. at qua ipse continet superficiem rationalem. p. m. & earum quadrata ambo pariter accepta sunt mediale concludere ex. 34. lineam. l. p. esse potentem in rationale & mediale quod promissum est.

Propositio. 53.



In binomio sexto lineaq; rationali superficies contenta linea que in eam potest in duo medialia potens esse probatur.

Hecq; adducere sublinetociaria pingendo figurare contenta enim est premissis dispositione & positionibus. Quibus stantibus necesse est ex ipsis positis & dispositione i. diffinitione binomii postremi & 19. quilibet ex superficieribus. a. d. & d. g. & g. c. propter quod & ambo quadrata. l. m. & m. n. pariter accepta & p. m. & m. q. esse medialem. Cumq; b. f. & f. d. propter quod. a. f. & f. h. ideoq; q. l. m. & m. n. sunt incommensurabiles erunt due linee. l. r. & r. p. incommensurabiles in potentia. at qua ipse continent superficiem medialem. p. m. earumq; ambo quadrata pariter accepta sunt mediale quod est. duplo superficiei vnius in alteram incommensurabiles quod ex eo probatur q; superficiei. b. h. est incommensurabilis superficiei. h. e. propter hoc q; linea. d. b. est incommensurabilis linee. d. c. sequitur ex. 35. lineam. l. p. esse que potest in duo medialia.

Propositio. 54.



In linea rationali equis quadrato binomii rectangulum adiungat latus eius secundum binomium primum esse conveniet.

Hec ex sequentes converse sunt ex precedentium per ordinem. Huius autem est hec intentio. Sit linea. a. b. binomium divisa ad punctum. c. in duas lineas. a. c. & c. b. fm suam diffinitionem aut terminum eorum. a. b. quadratum sit. b. d. sitq; linea. e. f. rationalis in longitudine cui adiungatur superficies. e. g. equalis quadrato. b. d. **P**ro. Dico q; latus secundum hanc superficiem quod est linea. f. g. est binomium primum. Dividatur enim quadratum. b. d. in duo quadrata. b. h. & h. d. que sunt quadrata duarum portionum binomii & in duo supplementa. a. b. & b. k. quorum vtrumq; continetur sub duabus portionibus binomii: eritq; ex diffinitione binomii que habetur per. 30. vtrumq; istorum quadratorum rationale. & per. 19. vtrumq; supplementorum mediale. Ex superficie igitur. e. g. abscondatur superficies. e. l. equalis quadrato. d. h. & l. m. equalis quadrato. b. h. & n. p. equalis vni duorum supplementorum. a. b. vel. h. k. Eruntq; p. g. residua equalis reliquo supplemento. Quare per primam sexti lineam. n. q. est equalis linee. a. g. & f. ex premissis.

autem manifestum est q. vtraq. duarum superficies. e. l. f. l. m. f. ideo tota superficies. e. n. est rationalis. Et vtraq. duarum equalium. n. p. f. p. g. ideo tota. m. g. medialis quare per 36. vtraq. duarum linearum f. l. f. l. n. f. tota linea. f. n. rationalis in longitudine: f. linee. e. f. rationali posite commensurabilis: per 10. vtraq. duarum. n. q. f. q. g. f. tota. n. g. rationalis in potentia tantum incommensurabilis linee. n. n. f. ideo linee. e. f. sibi equali f. per consequens f. linee. f. n. in longitudine. Si igitur linea f. n. que est maior linea. n. g. vt ex primo duorum antecedentium. 35. demonstrationi subiectorum f. prima sexti apparet fuerit potentior linea. n. g. minori in quadrato linee secum communicantis in longitudine. tunc ex diffinitione binomii primi manifestum est lineam. f. g. esse binomium primum. Hoc autem ita esse sic habeto. Cum inter duo quadrata. d. h. b. f. b. sit q. prima sexti superficies. a. h. medio loco proportionalis: determinatur ex prioribus ypothesibus superficies. m. q. esse inter superficies. e. l. f. l. m. medio loco proportionalis. Quare per primam sexti lineam. n. q. que est medietas linee. n. g. est in medio loco proportionalis inter duas lineas f. l. f. l. n. quod igitur sit ex f. l. in l. n. est quantum quod ex n. q. in se p. 16. sexti ideoq. per 4. secundi quantum quarta pars quadrati linee. n. g. itaq. per primam partem. 13. quia linea. f. n. diuidatur a superficie sibi adiuncta equali quarte parti quadrati brevioris linee. n. g. itaq. ad complendam totam lineam. f. n. desu superficies quadrata in quo communicantia ad punctum. l. erit. f. n. potentior. n. g. in quadrato linee sibi communicantis in longitudine: constat ergo propositum.

Propositio. 35.



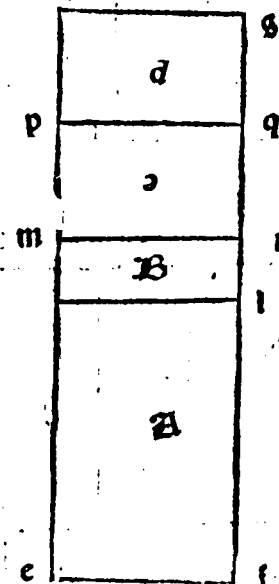
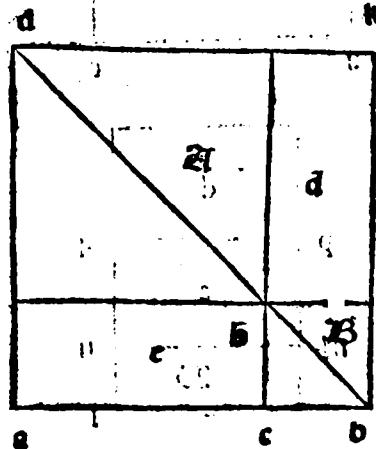
Si linea a. b. bimedialis primum diuisa ad punctum c. secundum suum terminum. Cetera autem sint vt prius dico lineam. f. g. esse binomium secundum etiam primum superficies

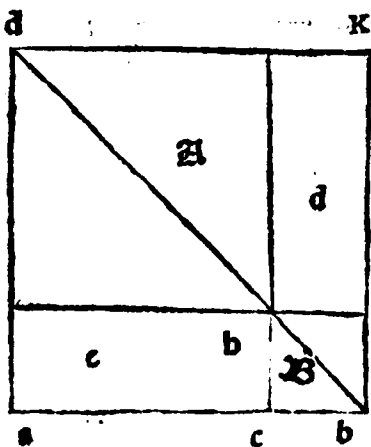
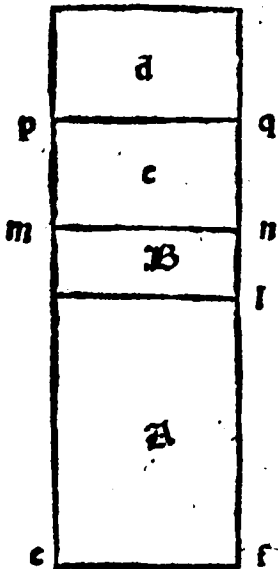
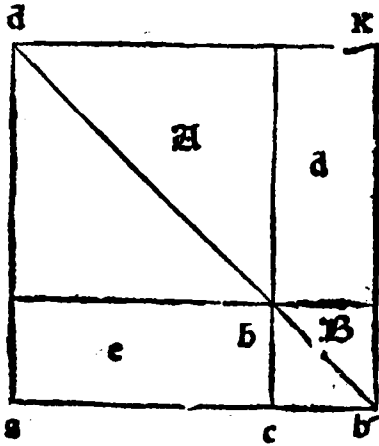
m. g. rationalis eo q. partes bimedialis primi continent superficies rationalem f. superficies tres. e. l. l. m. f. tota. e. n. mediales communicantes eo q. portiones bimedialis primi sunt linee mediales potentia tantum communicantes ex 31. per 16. igitur erit linea. n. g. rationalis in longitudine commensurabilis linee. e. f. rationali posite. f. p. 10. linea. f. n. rationalis in potentia tantum que cum sit maior linea. n. g. ex primo duorum antecedentium demonstrationi. 35. adiectorum f. prima. 6. eaq. potentior quadrato linee communicantis secum in longitudine ex prima parte. 13. erit a diffinitione linea. f. g. binomium secundum quod est propositum.

Castigator.

Nota q. non valet dicere praeice. p. 430. plus p. 18. q. est bimedialis secundum quantum dicere p. v. p. 648. plus p. 360. scilicet radix vniuersalis totius compositi f. vult dicere q. accepta radice de. 360. Et illa posita super radicem de. 648. f. huius aggregati sumit rem radicem, quod probatur in quadrando eas. f. vna quaeq. facit. p. 648. plus p. 360. vt patet operando f. cetera.

Quia ex primo duorum antecedentium cum linea a. b. diuidatur per inequalia in puncto. c. quoniam due linee componentes bimedialis primum vna est maior altera ex 35. huius. Et ideo duo quadrata earum sunt amplius duplo superficiei vnius in altera quare superficies. e. n. maior est superficie. m. g. cum. e. n. equatur duobus quadratis duarum linearum. a. c. f. c. b. f. m. g. duobus supplementis. Et ideo per primam sexti. n. f. maior est. m. g. reliqua sequuntur f. c.





Propositio 56.



Si adiuncta fuerit linee i longitudine rōnali super-
ficies rectāgula eq̄lis quadrato bimēdialis secūdi
latus eius fm binomiū tertū esse necesse est.

¶ Si fuerit linea. a. b. bimēdiale fm diuisa p terminū suū
ad punctū. c. reliqua vero oīa fuerint vt prius: erit linea
f. g. binomiū tertū. Erit. n. ex. 32. ¶ Nostris positiōibus vtra
q. superficies. e. n. f. m. g. medialis itē p. 30. vtraq. duar. lineaz. f. n. f. n. g.
erit rōnalis in potētia tūat q. bimēdialis secūdi partes sunt cōcantes
in potētia tū erit superficies. e. l. cōicans superficies. l. m. ¶ Ideo linea. f. l. li-
nec. l. n. potētiōr ergo est p primā partē. 13. f. n. q. sit. n. g. in quadrato linee
sibi cōcantis in longitudine. Cūq. sint superficies. a. b. f. quadratū. h. b. in-
cōmensurabilia eo q. linee. a. c. f. c. b. incōmensurabiles: ideoq. f. ambo
q. data pariter accepta ambobus supplemētis pariter acceptis: eo q. q. dra-
ta sibi inuicē cōcant ex ypothesi supplemēta quoq. cū sibi inuicē sint eq̄-
lia: sequit vt superficies. e. n. sit incōmensurabilis superficie. l. m. g. ¶ Ideo linea
f. n. linee. n. g. p diffinitionē igit ē linea. f. g. binomiū tertū: q. d. ppositū.

Propositio 57.



Si linee rōnali rectangulum equū quadrato linee
maioris adiungatur alterum se continentium late-
rum erit binomium quartum.

¶ Si hec quoq. fuerit linea. a. b. linea maior diuisa fm
terminū suū ad punctū. c. cūq. reliqua non fuerint ali-
ter q. prius: erit linea. f. g. binomiū quartū. Cū enim sint
ambo quadrata portionū linee maioris piter accepta rōale erit superficies
e. n. rōnalis: ideoq. p. 16. linea. f. n. rōnalis in longitudine cōicans linee. e. f.
rōnali potētiōr superficies vero. m. g. erit medialis pp illud q. d. portioes linee
maioris continēt superficie mediale itaq. per. 20. linea. n. g. est i potētia ra-
tionalis tū: f. quia ēt portiones præfate linee. a. b. sunt potētiōliter incō-
mēsurabiles superficies. e. l. incōmensurabilis erit. l. m. ideoq. linea. f. l. li-
nec. l. n. igitur p primā partē. 14. linea. f. n. est potētiōr linea. n. g. in
quadrato linee sibi incōmensurabilis: ex diffinitione igitur est linea. f.
g. binomium quartum: quod erat ppositum.

Propositio 58.



Si linee rōnali q. drato linee potētiōis supra rōnale
et mediale eq̄lis: parte altera lōgiōr forma adiungat
alterū latus eius binomiū quintum cē necesse est.

¶ Proposita linea. a. b. ea que pōt supra mediale f. rōna-
le diuisa fm eius diffinitionē ad punctū. c. nihil immutet de
reliquis: sequiturq. linea. f. g. esse binomiū quintū. Cū enim
partes huius linee. a. b. cōcineant rōnalem superficiem necesse est vt super-
ficies. g. m. ideoq. p. 16. linea. n. g. sit rationalis. Cumq. ambo quadrata p-
tium huius linee pariter accepta sint mediale erit superficies. e. n. media-
lis: f. per. 20. linea. f. n. rōnalis in potētia tū: at quia portiones predictē li-
nec sunt incōmensurabiles in potētiā erit superficies. e. l. incōmensurabilis
superficie. m. l. ideoq. f. linea. f. l. linee. l. n. potētiōr igitur est per primā
partē. 14. linea. f. n. linea. n. g. in quadrato linee sibi incōmensurabilis: p
diffinitionem itaq. binomii quinti concludē ppositum.

Propositio 59.



Si totiens adiuncta fuerit linee rationali superfic-
ies rectangula equalis quadrato linee potētiōis in
duo medialia eiusdes superficie latus fm binomiū
unū sextum esse conuincitur.

¶ In hac. 59. sit linea. a. b. linea potēns supra duo media-
lia: que autē præter hec sunt sicut supra maneat f. erit tūc
linea. f. g. binomium sextum quod ignorare nō poteris si premissoy eius
q. quod. 35. pponit in memorā nō fueris: f. sic patet in hac nostra intentio.

Propositio 60.



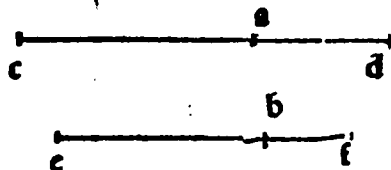
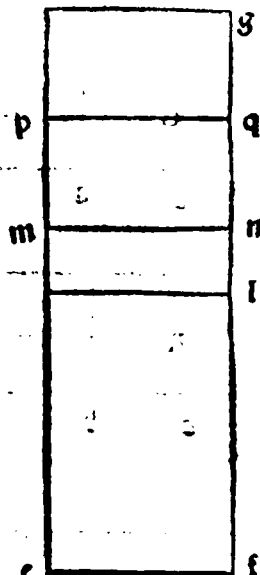
Per hanc lineam quilibet binomiorum communicans sub eadem specie binomium esse probatur.

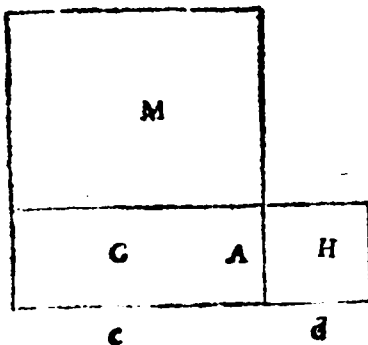
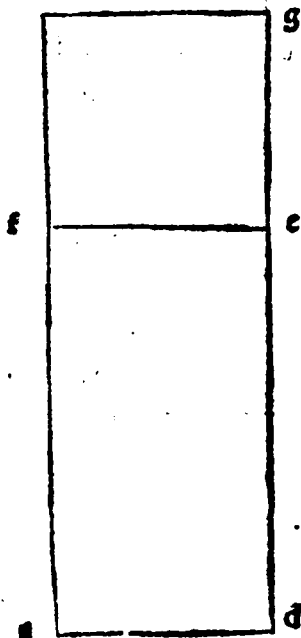
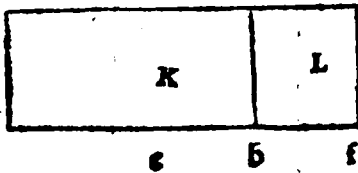
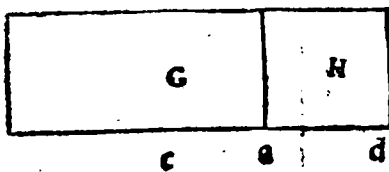
Si linea a. binomium cuius vis species sit, linea b. sibi cōicans in longitudine dico lineam b. ēē binomii eiusdē speciei cuius a. Sūt enim binomiales portiones a. c. f. d. etiamque ambe rationales in potentia tantū communicantes per 30. linea vero b. diuidatur per n. sexti fin. p. portionem c. ad d. in e. f. et itaq. p. conuenientiam et euerfam et permutatā proportionalitatem c. ad e. f. d. ad. f. sicut a. ad b. cum sint igitur a. f. b. cōicantes erit etiam per primam partem 30. c. f. e. itaq. d. f. f. cōicantes. Si igitur fuerit c. rationalis in potentia tantum erit f. e. si autem in longitudine f. e. Eodemq. modo si d. est rationalis in potentia tū vel etiam in longitudine erit quoq. f. f. similiter. Et ex a. si potentior est c. d. quadrato linee sibi cōmensurabilis in longitudine vel si forte incōmensurabilis erit. f. e. potentior d. in quadrato linee sibi cōmensurabilis vel etiam incōmensurabilis necesse est ex diffinitionibus et speciebus binomiorum vt eiusdem speciei binomii sint a. f. b. Si autem linea b. cōicet binomio a. in potentia tū erit etiam f. f. linea b. binomium autē eiusdē speciei non est necessarium imo impossibile est vt ambo simul cadāt sub prima specie binomiorum. vel sub secunda quarta vel quinta sed necesse est vt ambo cadāt sub primis tribus aut ambo sub tribus postremis vnum enim eorum ēē i. alia qua ex tribus primis speciebus f. aliud in aliqua ex tribus postremis est impossibile. Cum enim a. cōmunicet cum b. in potentia tantum c. quoq. cum e. f. d. cum f. cōicabit tū in potentia ex 30. Si igitur alterutra duarū linearum c. f. d. fuerit rationalis in longitudine non erit sua compar ex lineis e. f. f. rationalis in longitudine. Non est itaq. possibile vt a. f. b. cadāt simul sub aliqua ex illis speciebus binomiorum in quibus altera duarum portionum binomii est rationalis in longitudine. hec autem speciei sunt prima et secunda quarta et quinta. At vero quia per n. due linee c. f. e. simul potentiores sunt duabus lineis d. f. f. in quadratis duarū linearum sibi in longitudine cōmunicantium aut cōicantium necesse est vt ambo binomia a. f. b. simul cadāt sub primis tribus speciebus binomiorum aut simul sub tribus postremis ex diffinitione ip. anū specierum. Lineam autem b. quid dubitas esse binomium cum sint enim c. f. e. cōmunicantes in potentia tantum similiter quoq. d. f. f. sint autem c. f. d. rationales in potentia tantum conuincitur c. f. f. esse rationales in potentia tantum: que quia nō cōicant in longitudine sicut nec eis proportionales c. f. d. ipse componunt indubitanter binomium per 30. huius.

Castigator.

Sub eadem specie. f. principali. Quia binomiorum due sunt speciei principales vt supra. 41. huius posite sunt prime speciei lōgiores binomiorum portiones potēiores sunt breuioribus in quadrato linee ei dē lōgioribus cōicatis et secunde speciei lōgiores potēiores sunt breuioribus in quadrato linee eiusdē lōgioribus incōmensurabilis in lōgitudine et vtraq. ista habet tres spēs prias habet binomii p. mū scdm et tertiū. et secunda quartū quintū et sextū. b. Et ideo si duo binomia cōicāt solū in potētia nō est possibile vt ambo cadāt sub eadē spē particulari primi secūdi quarti et quinti. hoc est alteri illo. hñtium alterā portionū rōnalem: quia cōpares portiones eorum nō cōrēspōderent in rationalitate vel irrationalitate: sed erunt ambo sub tertia principalis prime aut sub tertia principalis secunde. hoc est tertium aut sextum binomii. Sed qñ duo binomia cōicarent in longitudine et eorum portiones essent in longitudine cōmensurabiles tūc bñ possunt ēē sub eadē specie particulari: hoc est ambo sub prima ex primis tribus vel secunda vel tertia: et sic sub eadem specie aliqua ex tribus postremis vt patet arguendo ex adductis coniuncta euerfa et permutata proportionalitatibus: quia tunc semper eorum compares portiones con-

m





responderet in rōnalitate irrationalitate cōcatōe vel cōmēsurabilitate.

Propositio .61.



Divis linea alterutri bimedialium commensurabilis sub eadem specie bimedialis esse ex necessitate continetur.

Veritatem habet quod dicitur siue in longitudine siue etiam in potentia tñ cōmunicet aliqua linea alterutri bimedialium. Sint enim due linee cōcantes. a. b. quoniam duorum modo: predictorum. sitq. a. bimediale primum vel secundum. dico q. etiā. b. est bimediale primum vel secundum: prout fuerit. a. Divisa enim. a. bimediali in suas bimediales portiones ex quibus componitur p. 31. f. 32. que sint. c. f. d. b. quoq. diuisa in. e. f. f. fm proportionem. c. ad d. vt docet. 21. f. 22. postea. g. superficie contenta sub. c. f. d. f. k. sub. e. f. f. Et posito. b. quadrato. d. f. l. f. erit per cōiunctam cōuersam f. permixta tam proportionalitatem quemadmodum in premis. a. c. ad e. f. d. ad. f. sicut. a. ad. b. Sicut igitur ex positione. a. f. b. sint cōcantes: siue hoc sit in longitudine siue in potentia sic. c. f. e. itē. d. f. f. similiter erunt cōcantes. At quia. c. f. d. sunt mediales potētia tantum cōcantes: sequitur ex. 10. vt e. f. f. sint etiam mediales f. ex. 10. potētia tñ cōcantes: cum ipse per ypothesin sint proportionales. c. f. d. cūq. sit per primum. f. 21. g. ad. h. sicut. c. ad. d. f. k. ad. l. sicut. e. ad. f. erit. g. ad. h. sicut. k. ad. l. f. permixtam. g. ad. k. sicut. h. ad. l. quia igitur. h. est cōmunicans. l. eo q. duo eorum latera que sunt. d. f. f. cōcāt in longitudine vel in potētia fm q. a. f. b. in alterutro eorum cōmunicāt. sequitur ex. 10. vt. g. f. k. quoq. sibi inuicem cōcēt. Erat igitur. k. rationalis aut medialis: prout fuerit. g. ex diffinitōe superficiei rationalis aut. 21. In hoc enim tñ differt bimediale primum a bimediali secundo q. portiones bimedialis primi in quas fm suum terminum diuiditur continent superficiem rōnalem: bimedialis autem secundi medietem. Si igitur. a. fuerit bimediale primum erit superficies. g. rōnalis quare f. k. f. ideo. b. bimediale primum per. 31. Quod si. a. fuerit bimediale secundum erit superficies. g. medialis ob hoc etiam. f. k. b. itaq. p. 32. erit bimediale secundum quare constat propositum. ¶ Idem aliter ad lineā rōnalem. c. d. posita. a. alterutro bimedialiū f. b. sibi in longitudine vel potētia cōcantes adiungatur superficies. c. e. equalis quadrato. a. f. f. g. equalis quadrato. b. eruntq. superficies. c. e. f. f. g. cōmunicantes eo q. quadrata eis equalia que sunt quadrata linearum. a. f. b. sunt cōmunicantia ex ypothesi. ex prima igitur f. 21. huius necesse est duas lineas. d. e. f. e. g. cōmunicantes: f. quia si. a. fuerit bimediale primum linea. d. e. erit binomium secundum p. 55. ideoq. e. g. etiam binomium secundum per premisam. ¶ Quare latus tetragonum superficiei. f. g. f. ipsum est. b. bimediale primum per. 49. At vero si. a. fuerit bimediale secundum linea. d. e. erit binomium tertium per. 56. ideo. e. g. est binomium tertium per premisam quare f. latus tetragonum superficiei. f. g. f. ipsum est. b. bimediale secundum per. 50. Manifestum est igitur verum esse quod proponitur.

Propositio .62.



Divis linea cōcans linee maiori: est linea maior.

Et hec quoq. veritatem habet. si vtrilibet modo cōcans fuerit aliqua linea linee maiori. Esto enim. a. linea maior. b. vero quouis sibi cōcans modo: erit. b. linea maior. Diuisa namq. a. in eas portiones ex quibus constat p. 33. que sint. c. f. d. f. b. fm earum proportionem in. e. f. f. postea. g. g. sit superficies contenta sub. c. f. d. f. k. sub. e. f. f. m. f. h. sint q. drata. c. f. d. at. n. f. l. e. f. f. erit. m. ad. h. sicut. n. ad. l. per secundam partē 18. f. 21. cōiunctim. m. f. h. ad. h. sicut. n. f. l. ad. l. f. permixtam. m. f. b. ad. n. f. l. sicut. h. ad. l. quia ergo. h. cōcāt cum. l. eo q. d. cōcāt cum. f. aut in longitudine aut in potētia: prout. a. cōmunicat cum. b. sequitur vt ambo quadrata. m. f. b. pariter accepta cōmunicent cum ambobus qua-

trans. ut si. h. pariter acceptis cum itaq. duo prima pariter accepta sint rationale per. 33. erunt quoq. & duo postrema rationale per diffinitionem. At quia superficiem. h. necesse est esse medialem sicut. g. ex. u. lineasq. e. & h. esse incommensurabiles in potentia sicut. c. & f. ex. 10. concluditur per. 33. lineam. b. esse lineam que dicitur maior quod est propositum. ¶ I de aliter. cum sit. a. linea maior cui. b. communicat siue hoc fuerit in longit. quidne sit in potentia sumpta linea rationali que sit. c. d. adiungatur superficies. ei. c. e. equalis quadrato lineę. a. deinde. f. g. equalis quadrato lineę. b. cum igitur quadrata duarum linearum. a. & b. sint communicantes ex ypothesi. erit superficies. c. e. communicans superfici ei. f. g. ideoq. per primam sexti & primam partem. 10. huius linea. d. e. lineę. e. g. in longit. at quia ex. 52. linea. d. e. est binomium quantum erit quoq. per. 60. linea. e. g. binomium quantum igitur ex. 52. linea. b. potens in superficiem. f. g. est linea maior.

Propositio .63.

¶ Quia linea lineę potenti in rationale & mediale communicet ipsa in rationale & mediale potens esse comprobatur.



¶ Vnum quoq. est q. qualitercunq. linea aliqua sit communicans potenti in rationale & mediale siue in longit. dine siue in potentia tantum ipsa etiam est potens in rationale & mediale quod sicut prius duplici modo probatur: necesse est autem quantum ad primum modum vt sicut due lineę. c. & f. d. sint in potentia incommensurabiles ita sint etiam. c. & f. per. 10. Et quemadmodum. g. est superficies rationalis nam tale continet portiones lineę potens in rationale & mediale ita etiam per diffinitionem sit. h. rationalis & quemadmodum duo quadrata. m. & h. pariter accepta sunt mediale: sic etiam per. 10. duo quadrata. n. & l. pariter accepta erunt mediale igitur ex. 54. b. est potens in rationale & mediale. ¶ Quantum autem ad secundum modum necesse est. ex. 58. vt linea. d. e. sit binomium quantum. ideoq. & per. 60. linea. e. g. est binomium quantum. quare per. 51. latus tetragonum superfici ei. f. g. quod est. b. erit linea potens in rationale & mediale quod est propositum.

Calligato.

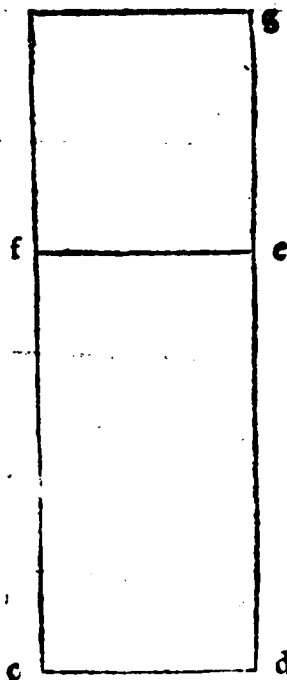
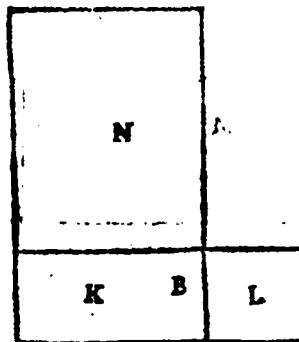
¶ Quia p. i. ferti. g. ad. h. sicut. e. ad. d. Ergo per. 10. quinti. sicut. e. ad. f. & sicut. h. ad. l. ergo permutatim g. ad. h. sicut. h. ad. l. & per primam partem. 10. huius. g. communicat cum. h. quia. h. prima communicat cum. l. scđda & ideo per. 10. h. communicat esse medialis & c. & hac via per diffinitionem. h. in. 63. conuincitur esse rationalis quemadmodum i. 61. per. 10. medialis.

Propositio .64.

¶ Una linea communicans potenti in duo media lia ipsa quoq. potens est in duo media lia.



¶ Hec quoq. manentibus eisdem dispositione & positionibus eo duplici modo quo premissa probabatur vera est siue in longitudine siue in potentia communicet linea b. cum linea. a. potens in duo media lia. Quantum enim ad primum agumentationis modum erit per. 35. superficies. g. medialis. ideoq. & h. per. 10. cum communicet ei: duo quoq. quadrata. m. & h. pariter accepta erunt ex eadem. 35. mediale: ideoq. duo. m. & l. pariter accepta per. 10. at quia duo quadrata. m. & h. pariter accepta ex predicta. 35. sunt incommensurabiles duplo superfici ei. g. sequitur. p. 10. & nostras positiones vt duo quoq. l. & n. pariter accepta sunt incommensurabile duplo superfici ei. k. cum itaq. sint. e. & f. incommensurabiles in potentia quemadmodum. c. & d. erit ex. 35. linea. b. potens in duo media lia. Quam autem ad secundum solite argumentationis modum erit. p. 59. d. e. binomium sextum. ideoq. & p. 60. linea. e. g.



erit binomium sextum quare per .5. latus tetragonum superficiei .g. qd
est .b. erit potens in duo medialia quod est propositum.

Propositio .65.



Sive superficies quare altera rationalis altera vero
medialis diungantur linea potens in tota superficie
inde compositam aliqua erit quatuor irrationalium li-
nearum videlicet aut binomium aut bimediale primum
aut linea maior aut potens in rationale et mediale.

¶ Vt si .a. sit rationalis superficies .f. b. medialis erit linea po-
tens in totam .a. b. aliqua premissa .y. quatuor .8. it. n. linea .c. d. rationalis
cui adiungat superficies .c. e. equalis .a. f. .g. equalis .b. eritq. ex .26. linea .
d. e. rationalis in longitudine comensurabilis lineae .c. d. rationali posite .f. ex .20. linea
e. g. rationalis in potentia tunc .f. ex .30. linea .d. g. binomium cuius cum altera
ra binomialium portionum qd est .d. e. sit rationalis in longitudine comensurabilis linea
rationali posite qd .c. d. ipsum erit ex diffinitione speciei binomii aut bino-
mii primum aut secundum aut quartum huiusmodi ut aut .f. non erit ex diffi-
nitione .24. q. ex .28. 49. 52. 53. linea potens in totam .c. g. que est equalis dua-
bus simul .a. f. b. erit aut binomium aut bimediale primum aut linea maior
aut potens in rationale et mediale quod est propositum. **¶** Bimediale vero se-
cundum aut potens in duo medialia non erit : quia si esset bimediale pri-
mum ex .56. linea .d. g. binomium tertium qd si esset potens in duo medialia
esset ex .59. linea .d. g. binomium sextum .sed neque erit ut patet nostra intentio.

Propositio .66.



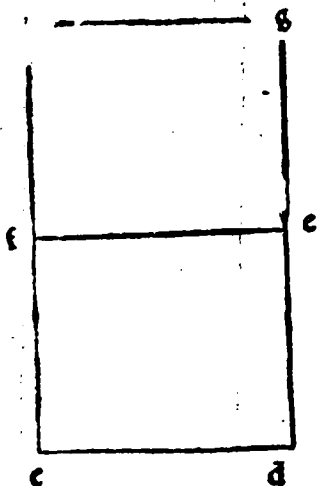
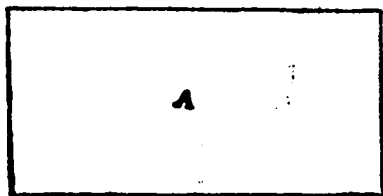
Sive diuncte fuerint due superficies mediales in-
comensurabiles linea potens in totam superficiem
alterutra erit quare irrationalium linearum videlicet aut
bimediale secundum aut potens in duo medialia.

¶ Vt si .a. f. b. sint due superficies mediales incomensura-
biles .si .n. erit incomensurabiles esse composita ex eis medialis
ex .9. f. .u. qd .f. linea potens in ea medialis .ex .19. dico qd linea potens in co-
posita ex ambabus erit aut bimediale secundum aut potens in duo medialia .Sic .q.
dem linea .c. d. rationalis superficies .f. o sibi adiuncta .c. e. equalis .a. f. superficies
f. g. equalis .b. eritq. ex .20. linea .d. e. similiter quoque linea .e. g. rationalis in po-
tentia tantum utriusque superficies .c. e. f. g. sint incomensurabiles sicut .a. f. b.
eis equalis .ideoque lineae .d. e. f. g. ex .20. bini. erit ex .30. linea
d. g. binomium cuius cum utraque binomialium portionum que sunt .d.
e. f. e. g. sit incomensurabilis lineae rationali posite que est .c. d. ipsum erit ex
diffinitione binomium tertium aut sextum linea ergo potens in totam
c. g. equalem composita ex .a. f. b. erit ex .50. f. .3. aut bimediale secundum
aut potens in duo medialia quod est propositum.

Castigator.

¶ Qualiter autem lineae in longitudine rationalis .c. d. posite adiungan-
tur superficies equalis superficiebus .a. f. b. f. qualiter habeatur noticia cer-
ta theoreice et practice virtute .10. sexti ut supra .54. huius recte percipies hoc
prius addito qd cuiuslibet dictarum superficierum invenies tetragonum
latus per ultimam secundi quo inuento semper ponet illud secundam li-
neam et primam .c. d. rationalem deinde per dictam .10. sexti eis subiu-
ges tertiam sub continua proportionalitate que ex noticia superficierum
et lineae .c. d. rationalis posite etiam tertia .d. e. f. a. g. erunt notae .ut si in
66. a. superficies esset .p. .15. f. c. d. 6. tunc .d. e. esset .p. .5. f. si superficies .b.
esset .p. .10. linea .f. e. etiam .6. sicut c. d. sua equalis .e. g. secundum latus esset
p. .5. Et sic apparet qd ex positione lineae .c. d. rationalis maiori vel minori
et oritur maior vel minor eius secundum latus .d. e. f. e. g. ut si .c. d. po-
natur .5. d. e. erit practice p. .3. f. e. g. p. .8. f. si .c. d. sit .8. erit .d. e. p. .15. f. e. g.
p. .3. f. per regulam trium dicendo si .6. dant .p. .15. qd dabit .p. .3. f.

Propositio .67.





¶ Si posita fuerit linea binomialis ceterisq; irrationalibus sequentes eam: non erit earum aliqua sub termino alterius.

¶ Vult q; si linea aliqua vt. a. fuerit ex sex prehabitis lineis irrationalibus que sunt binomium & eius quinque comites ipse non erit aliqua aliarum: Si enim quadrato eius equalis superficies adiungatur ad lineam rationalem. b. c. que sit. b. d. si quidem a. fuerit binomium. erit ex. 54. linea. c. d. binomium primum: que si fuerit binomiale primum: erit. c. d. ex. 55. binomium secundum: si aut binomiale secundum: erit. c. d. ex. 56. binomium tertium. Et si linea maior erit. c. d. ex. 57. binomium quartum. At si potens in rationale & mediale. aut si potens in duo mediale: erit ex. 58. c. d. binomium quintum: aut ex. 59. binomium sextum. Et quia impossibile est. c. d. esse simul sub diuersis speciebus binomiorum a diffinitione est impossibile. a. esse simul sub diuersis speciebus sex prehabitarum linearum irrationalium. ¶ De linea aut mediale constat q; ipsa quoque non sit aliqua sex sequentium videlicet neq; binomium neq; aliqua ex ipsius comitibus. Cum enim superficies equalis quadrato linee medialis adiungitur ad lineam rationalem: latus eius secundum est rationale in potentia ex. 20. cum aut superficies equalis quadrato binomii aut alicuius suarum comitum: latus eius secundum est binomium aut primum aut secundum & sic de ceteris per. 54. & 5. eam sequentes quare ipsum est irrationale & in longitudine & in potentia per. 30. ¶ Cum igitur sit impossibile eandem lineam esse rationalem in potentia & irrationalem tam in longitudine q; in potentia. nimirum impossibile lineam medialem esse binomial em aut aliquam ex quinque suis comitibus.

Castigator.

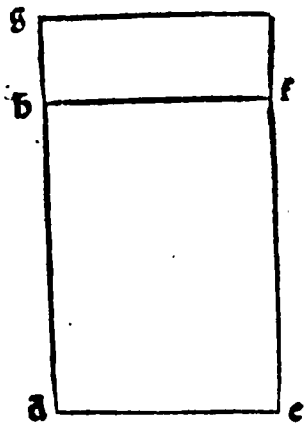
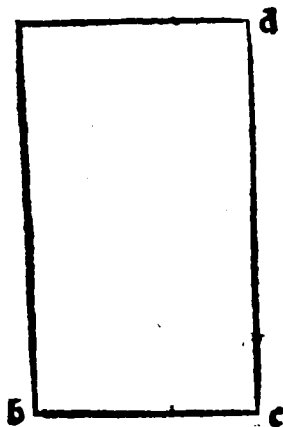
¶ Ibi. n. probatum est q; quadratum cuiuslibet binomii est incommensurable duobus quadratis duarum linearum componentium binomium p. 9. huius. & 4. secundi que quadrata semper sunt rationalia eo q; linee ille in potentia sunt rationales coincantes p. 17. & 18. huius. Et ideo p diffinitionem huius. 10. quadratum ipsum est irrationale cum non coincet rationali. Sicq; patet binomium tam in longitudine q; in potentia esse irrationale. per. 30. huius.

Propositio .68



¶ Linea de linea obsecundatur fuerintq; ambe potentialiter tantum rationales coincantes: reliqua linea erit irrationalis diciturq; residuum.

¶ Sit linea. b. c. abscissa ex. a. b. sintq; ambe rationales tantum potentia coincantes quales docuit inuenire. 17. & 18. & hee sunt que componunt binomium. ¶ Dico q; a. c. reliqua est irrationalis & ipsa vocatur residuum. Constat enim ex. 7. secundi q; quadrata duarum linearum. a. b. & b. c. pariter accepta que componunt superficiem rationalem ex ypothesi & diffinitione rationalis superficiiei & 9. huius tantum sunt quintum duplum superficiiei. a. b. in. b. c. cum quadrato. a. c. Unq; ex. 19. superficies. a. b. in. b. c. sit medialis. ideoq; & duplum eius & mediale per. 11. & ideo. irrationale per. 19. sequitur vt ambo quadrata duarum linearum. a. b. & b. c. pariter accepta sint incommensurable duplo superficiiei vnius earum in alteram: quare per. 9. & quadrato linee. a. c. ex diffinitione igitur quadratum linee. a. c. est irrationale cum ipsum sit incommensurable rationali videlicet duobus quadratis duarum linearum. a. b. & b. c. pariter acceptis. I taq; etiam ex diffinitione linea. a. c. est irrationalis quod est propositum. ¶ Exemplariter in figura esto superficies. e. g. equalis duobus quadratis duarum linearum. a. b. & b. c. pariter acceptis. Eritq; rationalis. ¶ I temq; sit superficies. d. f. equalis duplo superficiiei vnius in alteram: eritq; ex. 19. medialis & erit ex. 7. secundi superficies. f. g. equalis quadrato linee. a. c. cum superficies. e. g. sit incommensurable superficiiei d. f. eadem erit ex. 9. incommensurable. f. g. quare. f. g. irrationalis & eius tetragonum latus. a. c.



Propositio .69.



Si fuerit linea de linea abscisa fuerintque ambe mediales potentialiter tantum communicantes superficiesque rationalem continentes reliqua linea erit irrationalis diciturque residuum mediale primum.

¶ Sit linea. b. c. abscisa ex linea. a. b. sintque ambe quales proponitur quas ex. 14. & 15. reperies & hec sunt que componunt bimediale primum dico quod reliqua linea. a. c. erit irrationalis & ipsa dicitur residuum mediale primum. Erunt enim ambo earum quadrata pariter accepta mediale: duplum vero superficiesque unius in alteram rationale. itaque ambo quadrata pariter accepta, incommensurable sunt duplo superficiesque unius in alteram quia itaque ambo quadrata pariter accepta componuntur ex duplo superficiesque unius in alteram & quadrato linee. a. c. sequitur per. 9. ut quadratum linee. a. c. sit incommensurable duplo superficiesque unius in alteram quare tam ipsum quadratum quam latus eius. a. c. est irrationale per diffinitionem constat ergo propositum. Quod quoadmodum in premissa si libet potes declarare exemplariter in figura. ¶ Aliter idem scilicet sit linea. d. e. rationalis in longitudine cui adiungat superficies. d. f. equalis duplo superficiesque unius in alteram & superficies. g. e. equalis ambobus quadratis pariter acceptis, eritque per. 7. secundi superficies. f. g. equalis quadrato linee. a. c. cum itaque. p. ypothesim sit superficies. e. g. medialis erit p. 10. linea. d. g. rationalis in potentia terminum. Cum vero sit superficies. e. h. rationalis per ypothesim erit ex. 16. linea. d. h. rationalis in longitudine itaque p. 68. linea. g. h. est residuum & irrationalis ideoque per. 16. a. destructione consequentis superficies. f. g. est irrationalis & eius latus tetragonum quod est. a. c. est irrationale. Et sic patet propositum.

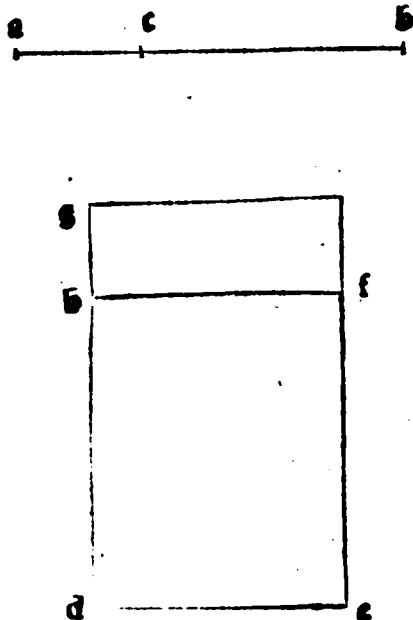
Propositio .70.



Si linea de linea secetur fuerintque ambe mediales potentialiter tantum communicantes continentesque mediale: reliqua linea erit irrationalis diciturque residuum mediale secundum.

¶ Sit hic quoque linea. b. c. abscisa ex linea. a. b. utraque autem a. b. & b. c. sint ut propositum & ipse per. 16. reperiuntur & sunt que componunt bimediale secundum: dico quod linea reliqua que est. a. c. est irrationalis & ipsa dicitur residuum mediale secundum. Sunt enim ex ypothesi & 11. ambo quadrata duarum linearum. a. b. & b. c. pariter accepta mediale. similiter quoque duplum superficiesque unius in alteram est mediale. Cum itaque ex 11. mediale non deferat a mediali nisi in irrationali: erit quadratum linee. a. c. in quo per. 7. secundi duo quadrata linearum. a. b. & b. c. pariter accepta excedunt duplum superficiesque unius in alteram irrationale quare & linea. a. c. irrationalis. ¶ Figurali quoque exemplo patefieri potest istud ut prius. Si enim sit. e. g. equalis ambobus quadratis. a. b. & b. c. simul & d. f. duplo superficiesque unius in alteram erit. f. g. p. 7. secundi equalis quadrato. a. c. que cum sit dicta superficiesque unius medialis. e. g. ad superficiem medialem. d. f. ipsa est irrationalis p. 11. & eius tetragonum latus. a. c. irrationale. ¶ Idem aliter. Sit linea. d. e. rationalis cui adiungat superficies. d. f. equalis duplo superficiesque unius in alteram. & e. g. equalis ambobus quadratis pariter acceptis, eritque p. 7. secundi. f. g. equalis quadrato. a. c. quia 70. e. g. est medialis erit ex. 10. linea. d. g. in potentia terminum rationalis. Similiter quoque cum. e. h. sit medialis erit ex eadem linea. d. h. rationalis, similiter in potentia terminum. Et quoniam. a. b. & b. c. sunt incommensurabiles in longitudine ideoque quadratum utriusque earum superficiesque unius in alteram: per hoc ambo quadrata pariter accepta cum ipsa ex ypothesi coincident, sunt quoque incommensurable duplo superficiesque unius in alteram sequitur ut. e. g. sit incommensurabilis. h. e. quia propter linea. d. g. linee. d. h. igitur ex. 68. linea. g. h. est residuum & irrationalis ideoque per. 16. a. destructione consequentis superficies. f. g. irrationalis & eius latus tetragonum. a. c. irrationale.

Propositio .71.





I linea de linea detrahatur fuerintq; ambe potentialiter incōmensurabiles continentesq; mediale quadrataq; earum ambo pariter accepta rationalis: reliqua linea erit irrationalis vocabitq; minor.
¶ Si sint a. b. c. b. c. quales pponitur que p. 27. reperiunt & cōponit lineam maiorem erit linea a. c. irrationalis: & ipsa est que dicitur linea minor. Quod qui premissa firmiter tenuerit positio neq; diligenter attenderit duplici modo vt antecedentes facile probabit.

Propositio 72.



I linea de linea deniat fuerintq; ambe potentialiter incōmensurabiles superficiemq; rōnalem continentes quadrataq; earum ambo pariter accepta mediale: linea reliqua erit irrationalis diceturq; iuncta cum rōnali componēs totum mediale.
¶ Et hoc quoq; nescire nō pōt q; priora nouerit nisi a memoria exciderint: quoniam positis lineis a. b. c. b. c. vt pponitur que p. 28. reperiuntur lineam potentem in rationale & mediale componunt sit a. c. reliqua rōnalis ipsa dicit que iuncta cū rōnali cōponit totū mediale.

Propositio 73.



I linea a linea detrahatur fuerintq; ambe potentialiter incōmensurabiles superficieq; mediale continētes quadrataq; earum ambo pariter accepta mediale duplo superficie alterius in alterā incōmensurable: reliqua linea erit irrationalis diceturq; iuncta cus mediali faciens totum mediale.

¶ Sint ēt hic a. b. c. b. c. quales pponitur que per 29. reperiuntur & ipse sunt que componunt lineam potentem in duo medialia eritq; a. c. reliqua irrationalis dicta que iuncta cum mediali componit totum mediale quod vt facile premissa duplici argumentatione concludas procesum 20. moneo diligenter attendas. Est autem premitēdum hic antecedens necessarium ad demonstrationes sequentium quod est propositum.

¶ Si fuerint quatuor quantitates differentia prime quarum ad secundam sit sicut tertie ad quartam: erit permutatum differentia prime ad tertiam sicut secunde ad quartam.

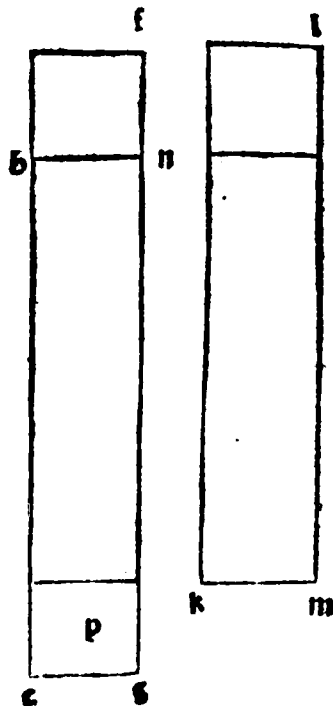
¶ Intelligendum ē hoc de quantitatibus eodem mō relatis vt cum prima maior fuerit secunda sic quoq; tertia maior quarta. cū vero minor & minor. Exempli grā sit dñia a. ad b. sicut c. ad d. dico q; erit a. ad c. sic b. ad d. est enim per hanc cōem animi conceptionem. **¶** Differentia extremorū est composita ex differentiis ipsorum ad media differentia a. ad c. composita est ex ea que est a. ad b. & ea que est b. ad c. at ea que est b. ad d. per eandem conceptionem componitur ex ea que est b. ad c. & ea que est c. ad d. & quia ex ypothesi est differentia a. ad b. sicut c. ad d. ea vero que est b. ad c. est communis sequitur per communem scientiam vt sit a. ad c. sicut b. ad d. quod est propositum.

Castigator.

¶ Geometrice non arithmetice. i. sicut a. excedit b. in .4. ipsius a. vel in .2. ipsius b. q; etiam c. excedat d. in .4. ipsius c. vel in .2. ipsius d. & si a. minuit a. b. tantūdem minuat c. ad d. quoniam arithmetice esset falsum quod dicitur. nam. 2. prima differt a. 8. secunda per quatuor vnitates. & 6. tertia a. 4. quarta per duas vnitates vnde excessus arithmetice non est idem sed geometricæ.

¶ Et ex hoc sequitur commune dictum. s. quod proportio extremorum componitur ex pportionibus mediorum quod probatur proposita ista veritate videlicet quanta est aliqua quātitas ad aliam: tanta ēt denominatur proportio eius ad ipsam. Et istud inductiue patet. Quoiā si fuerit vna equalis alteri. erit equa proportio inter illas. & si dupla fuerit

m iiii



linea erit proportio dupla & si fuerit incommensurabiliter correspondens in longitudine & potentia erit & proportio irrationalis consimilis erit quia semper proportionum denominatio conformis est habitudini terminorum. Et hinc est argumentum quod nulla quantitas excedit aliam proportionabiliter quous una excedat aliam incommensurabiliter &c. ¶ Unde hoc stante apparet comune dictum prepositum esse verum videlicet quod proportio extremorum componitur ex proportionibus mediorum. Et accipio duas lineas. a. & c. duplam & subduplam. Tunc quod proportio a. ad c. componitur ex proportionibus medii vel mediorum sumptorum inter a. & c. Et tunc amplius quantum excedit b. medium. Igitur a. excedit c. secundum proportionem duorum excessuum sumptorum. Igitur excessus iste continet excessus istos quorum habitudo continet habitudines & proportio proportionum. Et hoc voco proportionem componi ex proportionibus. Consimiliter quoque si fuerint plura media tunc n. ex omnibus proportionibus illorum inter se & ad extrema componitur proportio extremorum. Et inde est quod omnis proportio multipliciter resolui potest in proportionem exemplum in proportione dupla que resolui potest in duas proportionem similes. & iste sunt irrationales potest et resolui in duas proportionem rationales sed non similes. verbi gratia in sexquialteram & sexquiterciam sic enim quaternarius excedit binarium. puta proportionem sexquialtera que est ternarius ad binarium & secundum sexquiterciam que est quaternarius ad ternarium. Si autem accipias duplam proportionem secundum senarium. & ternarium inuenies plura media & proportionem plures. Et sic semper ascendendo ad maiores numeros &c. ¶ Etiam proportio extremorum arithmetice componitur ex omnibus differentiis inter mediis quod per ea que dicta sunt super definitione. n. quinti & i opere nostro magno ipso ad cartas. 44. de numeris equaliter siue inequaliter se excedentibus colligere poter.

Propositio 74.



Nulla linea nisi una tantum residuo coniungi potest ut sint ambe sub termino earum que erant ante separationem.

¶ Sit linea a. c. residuum que fuerit reliqua abscissa. b. c. ex a. b. eruntque a. b. & b. c. rationales tantum potentia communicantes ex. 68. dico quod ipsa a. c. nulli alii linee quam b. c. poterit componi sub hac definitione neque maiori. b. c. neque minori. b. c. Si autem potest componatur cum. c. d. indifferenter maiori aut minori quam b. c. eruntque ob hoc ambe linee. a. d. & d. c. rationales in potentia tantum communicantes. Quia ergo ex. 7. secundi quadrata ambarum linearum a. b. & b. c. pariter accepta excedunt duplum superficiem unius earum in alteram in quadrato. a. c. ¶ Similiter quoque quadrata duarum linearum a. d. & d. c. pariter accepta excedunt duplum superficiem unius ipsarum in alteram in quadrato eiusdem. a. c. ¶ Sequitur ex premisse antecedente ut differentia duorum quadratorum duarum linearum. a. b. & b. c. pariter accepta ad duo quadrata duarum linearum. a. d. & d. c. pariter accepta sit sicut differentia dupli superficiem a. b. in. b. c. ad duplum superficiem a. d. in. d. c. ¶ Cum autem sint duo quadrata utriusque sectionis pariter accepta rationale ex hypothesis duplum vero superficiem unius in alteram portionum utriusque sectionis mediale per hypothesis. 19. ¶ Erit una & eadem differentia duarum superficialium rationalium & duarum medialium hoc autem est impossibile. Rationales enim superficies non differunt nisi in rationali superficie ut patet per definitionem rationalis superficies & per. 9. Medialis autem non differt a mediali nisi in irrationali superficie per. 22. ¶ Hoc autem sit manifestius in figura sic. Sit enim superficies. e. f. adiuncta ad lineam. e. g. equalis ambobus quadratis duarum linearum a. b. & b. c. pariter acceptis. At. g. h. sit equalis duplo superficiem unius in alteram eruntque. f. h. equalis quadrato linee a. c. ex. 7. secundi ¶ Similiter quoque sit. k. l. adiuncta ad lineam. k. m. equalis duobus quadratis

duarum linearum a. d. & d. c. pariter acceptis & m. n. sit equalis duplo si-
perficie vnus in alteram scripto. ex. 7. secundi. n. l. equalis quadrato linee
a. c. ideoq. etiam equalis. b. f. est itaq. differentia. e. f. ad. g. b. sicut. k. l. ad
m. n. quare per antecedens premissum erit permutatum differentia. c. f. ad
k. l. & ipsa sit. p. sicut. g. h. ad. m. n. Et quia vtraq. duarum superficierum. e.
f. & k. l. est rationalis vtraq. vero duarum superficierum. g. h. & m. n. me-
dialis sequit impossibile videlicet superficiem. p. esse rationalem & irrationalem.

Propositio .75.



Nulla linea nisi vna tantum residuo mediali primo
coniungitur potest vt sint ambe sub termino earum
que erant ante separationem.

Hec quoq. probabitur simili mo. Sint enim in vtraq.
seccione ambo quadrata ariter accepta mediale & dupli
vno superficiei vnus in alteram rationale & quia vt pri-
us eadem e differentia qdrato p vnus seccionis ad quadrata alterius que e
dupli superficiei vnus ad duplum superficiei alterius erit vna & eade supra-
ficies differentia duarum mediarum & duarum rationalium quod est
impossibile.

Propositio .76.



Nulla linea residuo mediali secundo coniungibilis
est vt sub termino earum fiant nisi tantum que ab
ea ante separata erat.

Sit enim. a. c. residuum mediale secundum que fuit re-
sidua abscisa. b. c. ex. a. b. c. m. n. q. ex. 70. due linee. a. b. &
b. c. mediales potentia tm cōcantes mediale continentes
dico q. ipsa. a. c. nulli linee alii q. c. b. sub hac diffinitione coniungat pōt.
Sin autem coniungatur linee. c. d. sit. linea. e. f. rationalis in longitudine
ad quam coniungatur superficies. e. h. equalis quadratis duarum linearū
a. b. & b. c. pariter acceptis & e. h. equalis quadratis linearum. a. d. & d. c.
pariter acceptis a qua abscinditur e. g. equalis quadrato linee a. b. eritq.
per. 7. secundi superficies. l. h. equalis duplo superficiei. a. b. in. b. c. & l. k. p.
eandem sit equalis duplo superficiei. a. d. i. d. c. qui ergo quadrata amba-
rum partium prime seccionis sunt mediale & duplum etiam superficiei
mediale incommensurabile duobus quadratis pariter acceptis que nesci-
re diligens geometra non poterit qui positiones diligenter seruauerit erit
superficies. e. h. medialis eum ipsa sit equalis duobus quadratis pariter acce-
ptis & superficies. l. h. medialis cum ipsa sit equalis duplo superficiei vnus
in alteram: per. 10. igitur est vtraq. duarum linearum. f. h. & g. b. rationalis
in potentia tantum. & quia vna est incommensurabilis alii eo q. superfi-
cies. e. h. est incommensurabilis superficiei. b. l. sicut duo quadrata duplo
superficiei erit ex. 68. linea. f. g. residuum quare linea. f. g. que est residuum
componitur linee. g. h. vt sint ambe sub termino earum que erant ante se-
parationem. Similiter quoq. probabis eandem. f. g. cum linea. g. k. com-
poni eadem conditione mediantibus superficibus. e. k. & k. l. quarum
prima est equalis quadratis duarum linearum. a. d. & d. c. pariter acceptis
& secunda duplo superficiei vnus in alteram: quod est impossibile p. 74.
& hic modus demonstrationis potest esse communis. 75. ceterisq. qua-
tuor sequentibus eam.

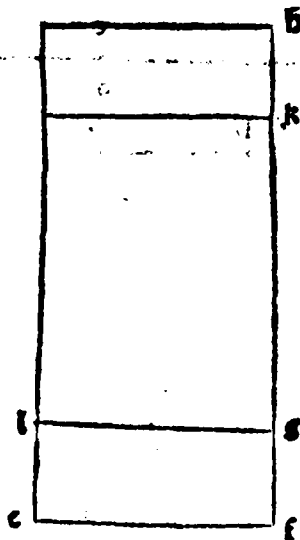
Propositio .77.

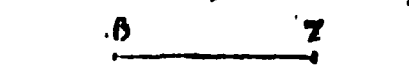
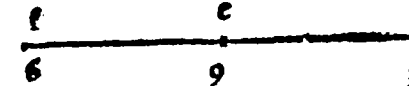
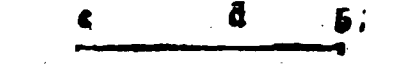
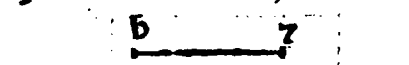
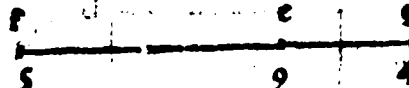
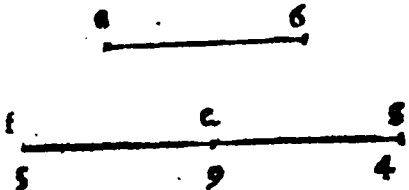
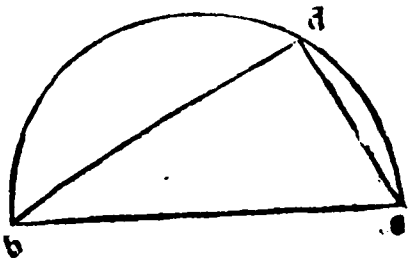


Nulla linea minor coniungibilis est vt sub termino
suo fiat nisi tantum que ante sibi abscissionem con-
iungebatur.

Intellige quid sit linea minor quod si oblitus es con-
sule. 11. & sine obiectione concludes propositum. Si quem
admodū in. 74. pcesseris poteris, si libuerit quēadmodū in. 76. pcedere.

Propositio .78.





Inea que coniuncta cum rationali facit totum mediale nisi una tantum componi non potest ut sub earum termino fiant.



Quid sit linea que proponitur ex. 72. didicisti. cum ergo de ea volueris quod per hanc. 73. dicitur demonstrare a processu. 75. in quoq non deuias. sed sicut in. 76. si te delectauerit ingenio duce poteris procedere.

Propositio 29.



Inea que iuncta cum mediāli facit totum mediale nisi una linea tantum iungi nequit ut sub earum termino fiant que erant ante separationem.



Huius linee que iuncta cum mediāli componit totum mediale magistra est. 73. de qua quod hec. 79. enunciat sic concludere cogeris sicut de residuo mediāli secundo quod per. 76. enunciatum est conclusisti.

Positis duabus lineis altera rationali altera vero residuo adiecta ipsi residuo linea aliqua secundum eius terminum si fuerit totum inde compositum potentius linea adiecta in qua drato linee ipsi toti communicantis in longitudine fueritque idē totum posite rationali linee in longitudine commensurabile quod posuit erat dicitur residuum primum. **S**i vero linea adiecta posite rationali communicet in longitudine dicitur residuum secundum. **Q**uod si fuerit utraq rationali posite in longitudine incommensurabilis vocabitur residuum tertium. **S**i fuerit tota linea potentior adiecta augmento quadrati linee ipsi toti incommensurabilis eadem tota posite rationali communicet in longitudine nuncupabitur residuum quartum. **S**i vero linea adiecta posite rationali coeiet in longitudine vocabitur residuum quintum. **Q**uod si fuerit utraq posite rationali in longitudine incommensurabilis appellabitur residuum sextum.

Propositio 30.



Residuum primum investigare.

Ab inuentione omnium specierum residui facile non absoluit inuētio per ordinem omnium specierum binomii. Nam in qualibet specie binomiorum si minor portio abscindatur de maiori linea reliqua erit residuum similis speciei ut patet ex diffinitionibus tam binomiorum quam residuorum propriis tamen inuentionibus residuorum insistentes sic inquiramus primum. Sit linea. a. rationalis posita cui commensurabilis in longitudine sumatur. b. c. sitq. e. numerus quadratus diuisus in. f. non quadratum **E**t in quadratum. g. sitq. proportio quadrati linee. b. c. ad quadratum linee. c. d. sicut. e. ad. f. eritq. per vltimam partem. c. d. rationalis in potentia tantum. **C**um itaq. sit. c. b. potentior. c. d. in quadrato linee sibi communicantis in longitudine quod patet sicut in explanatione binomii primi eo fiat ex diffinitione lineam. b. d. esse residuum primum.

Propositio 31.



Residuum secundum patefacere.

Ad habendum residuum secundum sit. a. linea rationalis posita eiq. communicans in longitudine. c. d. **E**t sit quadratum. c. d. ad quadratum. b. c. sicut. f. ad. e. eritq. b. d. residuum secundum ex diffinitione si dubitas aut positas non seruas ypothesas aut binomii secundi repetitione indiges.

Propositio 32.

**Residuum tertium perscrutari.**

EResiduum tertium sic habetur: posita ut prius. a. rationali numero. q. e. quadrato diuiso in. f. non quadratum. & g. qdratū assumptū. h. numero primo ac qdratū lice. a. ad quadratum linee. b. c. sicut. h. ad. e. sit quadratum linee. b. c. ad quadratum linee. c. d. sicut. e. ad. f. eritq. ex diffinitione ne de quo si hesitas consule binomium tertium: linea. d. b. residuū tertium.

Propositio. 83.**Residuum quartum inuenire.**

Hic sicut in inuentione residui primi sit linea. b. c. communicans linee. a. rationali posset numerus autem. e. quadratus sit diuisus in. f. & g. quorum sit uterq. non quadratus sitq. quadratum linee. b. c. ad quadratum linee. d. c. sicut. e. ad. f. & scies ex diffinitione lineam. d. b. esse residuum quartum. si eorum que in inuentione binomii quarti didiceras obliquus non fueris.

Propositio. 84.**Residuum quintum demonstrare.**

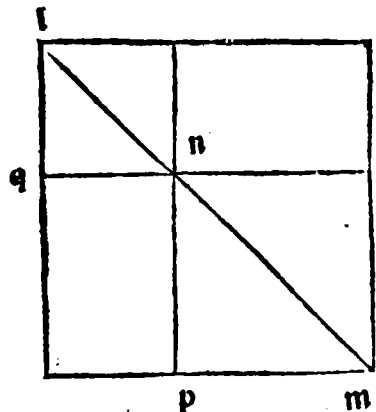
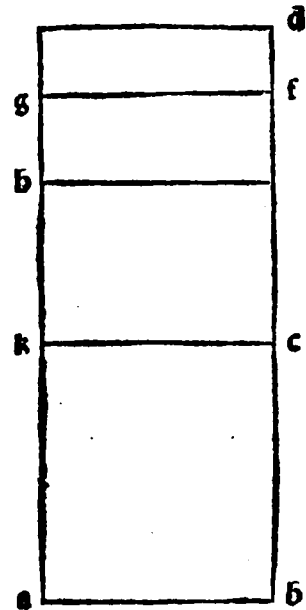
Cum residuum quintum inuenire libuerit erit linea. c. d. communicans linee. a. rationali posite in longitudine sicut erat in inquisitione secundi: & erit quadratus numerus e. diuisus in. f. & g. quoz neuter quadratus sicut in premissa & erit quadratum linee. c. d. ad quadratum. b. c. sicut. f. ad e. ex quibus a diffinitione concludere licet: habita sufficienti noticia binomii quinti: lineam. d. b. esse residuum quintum.

Propositio. 85.**Residuum sextum demumpresto sit reperire.**

EResiduum sextum sic reperitur. erit ut prius linea. a. rationalis posita & e. numerus quadratus diuisus in. f. & g. non quadratus & erit. h. numerus primus & quadratū linee a. ad quadratum linee. c. b. sicut. h. ad. e. At vero quadratū b. c. ad quadratum. c. d. ut. e. ad. f. eritq. ex diffinitione. linea. d. b. residuum sextum. cui si non plene animus tuus assenserit exerce te conuenit in inuentione binomii sexti.

Propositio. 86.**Si fuerit superficies linea rationali atq. residuo primo contenta latus eius tetragonum necesse est esse residuum.**

Sit superficies. a. c. contenta linea rationali. a. b. & residuo primo. b. c. dico latus tetragonum superfici. a. c. esse residuum. ¶ Ad iungatur enim ad lineam. b. c. linea. c. d. sitq. illa cuius detractione. b. c. fuit residuum primum. Eritq. ex diffinitione b. d. rationalis ex longitudine & c. d. in potentia tantum. b. d. quoq. erit potentior. d. c. in quadrato linee secum communicantis in longitudine. Dinidatur igitur. d. c. per equalia in. e. & tota. b. d. dinidatur ea cōditione in. f. q. inter. b. f. & f. d. sit. e. d. medio loco proportionalis: eritq. ex secunda parte. g. b. f. cōmunicans in longitudine. f. d. per. g. igitur utraq. earum communicat cum tota linea. b. d. quare per diffinitionem ambe sunt rationales in longitudine. Ducantur itaq. linee. f. g. e. h. & c. k. equidistantes a. b. eritq. per. i. utraq. duaz. superficialium. a. f. & g. d. rationalis. Sit quadratum ergo. l. m. equale superfici. a. f. eritq. rationale & latus eius rationale in potentia. Intra illud quadratū peracta diagonali linea. l. m. describatur quadratum. l. n. equale superfici. g. d. eritq. ipsum rationale & eius latus rationale in potentia protrahatur aut due linee. n. p. q. n. equidistantes lateribus totalis quadrati. ¶ Dico ergo quadratum. p. r. esse equale superfici. a. c. & eius latus quod est. n. p. est residuum. Cum enim linea. d. e. sit ex ypotbesi medio loco proportionalis inter. b. f. & f. d.



erit ex prima sexti superficies. d. b. medio loco proportionalis inter duas superficies. a. f. g. d. ideoq. f. inter duo quadrata. l. m. f. n. j. Cūq. ex prima sexti sit superficies. l. p. medio loco proportionalis inter eadem duo quadrata erit. l. p. equalis. d. b. et etiam h. c. f. quia quadratum. l. n. est equale g. d. erit. t. r. equale b. g. e. totus itaq. gnomio circumscriptus quadrato. m. n. est eq. l. s. c. g. f. q. a. l. m. erat equale. a. f. relinquit. m. n. equale. a. c. g. aut n. p. latus qdrati. m. n. sit residuum sic collige. Est. n. vtraq. duar. linear. p. r. f. t. n. rōnalis in potētia eo q. vtrūq. qdrati. l. m. f. n. l. ē rōnale vnaq. earū est incōmensurable alii p. primam sexti f. i. p. huius eo q. quadratum l. m. est incōmensurable. l. r. superficiēi sicut superficies. a. f. superficiēi. b. d. de quibus manifestum est q. ipse sunt incōmensurabiles: est enim p. primam sexti vna ear. ad alterā sicut linea. b. f. que est rōnalis in lōgitudine ad lineam. d. e. que est rōnalis in potētia tantum. Ex. 68. igitur linea. p. n. que pōt in superficiem. a. c. est residuum: f. hoc est quod intendimus.

Castigator.

a ¶ Quia cum ille due superficies sint rōnales: erunt quadrata illis equalia rōnalia. Ideo q. quid fuerit de lateribus eor. tetragonis illa in potētia erūt rōnalia: f. p. hoc nō negat quin dicta latera possint ēē rōnalia i. longitudine: sed nō est necessariū. Et ideo nō errat ponēdo illa rōnalia i. potētia f. c. b. ¶ Per si ab equalibus equalia demas f. c. Nā cū l. p. sit equalis. d. b. si ab ipsa. l. p. dematur quadratū. l. n. remanebit supplemētū. p. q. qd ē equale supplemētō. t. r. f. si de superficie. d. b. demat. g. d. q. posita est eq. l. s. ipsi quadrato. l. n. remanebit superficie. e. g. Et quia remota sunt eq. l. a remanentia erunt equalia p. dictā cōm. sciam: f. ideo. t. r. sequit equari ipsi superficie. e. g. vt dicif. c. ¶ Aliud quoq. est hic notandū videlicet q. a dictur illa. 36. q. latus tetragonici superficie. a. c. erit residuum ab eius diff. s. p. n. f. nos hēmus q. dicta superficie. a. c. est. 14. m. p. 152. que habet ex ductu 4. m. p. 7. residui primi p. diff. ipsius in. a. b. s. in. 6. cuius tetragonicum latus est vna radix ligata seu vniuersalis videlicet. p. v. 14. m. p. 152. f. hoc ē p. ipsum. c. n. residuum cuiusvis spēi. s. primi secūdi tertii quarti quinti vel sexti. f. p. 68. ad cōstitutionē residui cuiuslibet regit q. due linee ineq. uales p. 12. f. 18. huius sunt t. n. potētia rōales cōcantes: f. tūc de maiori abscisa minor reliqua de residuum f. c. modo ista linea p. r. ad sensum illius. 68. non erit residuum. s. p. v. 14. m. p. 152. quia. m. p. 152. est. p. p. f. 14. ē simplex f. mera radix. s. p. 14. tūc potētia eius est. 14. f. potētia. m. p. 152. est. p. 152. ecce rationale f. irrationales quoniam. p. p. est linea medialis f. latus tetragonicum superficie irrationalis per. 19. huius. Et ideo. p. v. 14. m. p. 152. non erit residuum a diffinitione f. c. Ad hoc dicendum q. cum dicitur duas lineas potentialiter tantum rationales communicantes nō dicitur magis de potētia simplici scilicet de primaria multiplicatione in se q. de duplici vel triplici potētia hoc est in se bis vel ter f. quater f. c. cum omnes tales appellatione potētie omnes veniant f. c. Et ideo quamuis in prima earum multiplicatione in se ex qua oritur. 14. f. m. p. 152. quod est quadratum radice vniuersalis illius: f. illa duplex. p. effecta est vnica scilicet. p. 152. f. non communicat cum. 14. rationali: f. ideo secūdario ducta in se qualibet erit vna. 576. f. alia. 152. que communicant f. c. f. ideo intelligendum est de potētia vnica duplicata triplicata quaduplicata: f. quotiensuis multiplicata: quoniā omnes potētie nuncupantur: quod notandum tibi multis in locis deficiet: p. r. t. n. in isto decimo vbi agitur de lineis compositis f. earum residuis seu recisus f. c. de quibus et hoc notādo clarius alias dicemus vt patebit f. c. ¶ Item aliud mirabile ē scilicet q. cum quadratum. l. m. equatur superficie. a. f. que in casu est. 21. cuius latus tetragonicum est. p. 21. f. l. t. seu. l. q. vel. t. n. est. p. 3. sequitur. p. m. seu. p. n. vel. n. r. est latus tetragonicum quadrati. p. r. quod est. p. 21. m. p. 3. pro residuo proposito quo in seduci facit. 14. m. p. 152. etiam dictum latus est. p. v. 14. m. p. 152. quod ratione quadrature p. batur illi equari scilicet. p. 21. m. p. 3. quod est nō dignisimum.



Si superficies aliqua linea rationali residuoq; secūdo contineatur linea in eandem potens erit residuum mediale primum.

In hac quoq; argue sicut in premisa ex diffinitione residui secūdi & secūda pre. 13. & nona & decimanona & 15. & 69.

Propositio. 88.



Si linea rationali residuoq; tertio superficies contineatur erit linea super eam potens residuum mediale secundum.

Priori demonstrationi insiste & facile concludes propositum ex diffinitione residui tertii & secūda parte. 13. & 9. & 19. & 70.

Propositio. 89.



Si fuerit superficies linea rationali residuoq; quarto contenta linea super eam potens erit linea minor.

In hac quoq; non aliter procedas q̄ prius. facile enim erit tibi propositum concludere. si premisam non despicis ex diffinitione residui quarti & secūda parte. 14. & 9. & 19. & 15. & 71. & sic patebit propositum.

Propositio. 90.



Si fuerit linea rationali residuoq; quinto superficies contenta latus eius tetragonici erit cum rationali componens mediale.

Nitere premisae argumentatione ex diffinitione residui quinti & secūda parte. 14. & 9. & 19. & 15. & 72. quod propositum est concludere.

Propositio. 91.



Si linea rationali residuoq; sexto superficies contenta latus tetragonici quod super eam potest cum mediale constituens totum mediale esse comprobatur.

Nunc quoq; ultimo quod per hanc dicit premisso modo satage concludere ex diffinitione residui sexti & secūda parte. 14. & 9. & 19. & 13. in his autē oib; p̄sum tuū nihil

offendere poteris si primam eaz; & p̄fecte didiceris & memoriter tenueris & quid quoq; supponat soletter attenderis. Quod si forsan de aliquo in quadrato. l. m. te dubitare contigerit ad suum equale in superficie. a. d. tibi recurrendum erit & patebunt tuo ingenio.

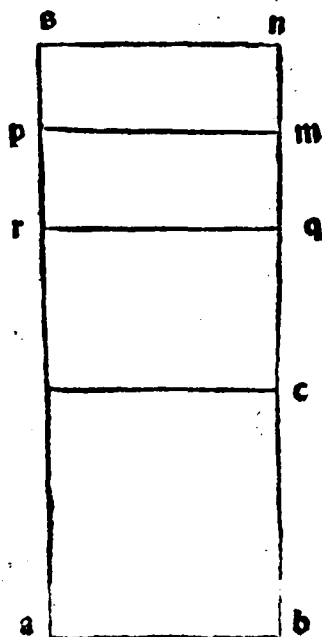
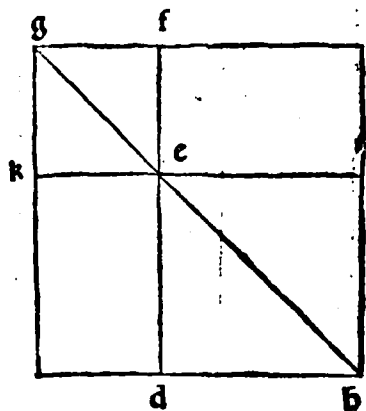
Propositio. 92.



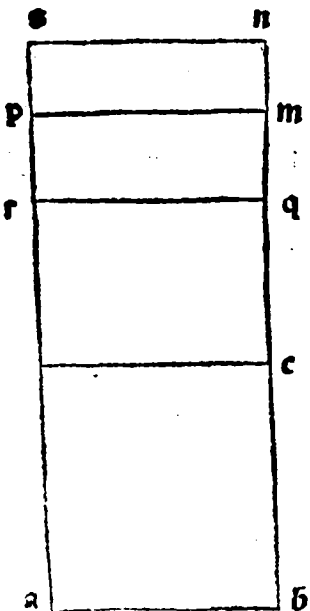
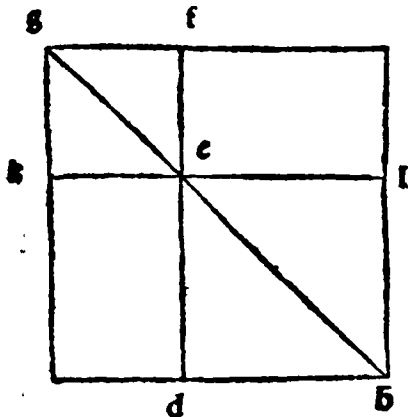
Si ad lineam rationales superficies equalis quadrato residui applicetur alterum latus residuum primum esse necesse est.

Hec sex sequentes sunt conuersae sex precedentium per ordinem. huius autē prime hec est intentio q̄ si sit superficies a. c. adiuncta ad lineā rōnalem. a. b. equalis quadrato resi-

dui quod sit. d. e. erit eius latus secundum quod est. b. c. necessario residui primi. Adiciantur. n. lineae. d. e. que proponitur esse residui; linea p. cuius abscissione ipsa fuerit residuis sitq; ei adiuncta. e. f. eritq; ex. 68. utraq; duarum lineaz; d. f. & f. e. rōnalis in potētia & vna eaz; in cōmensurabilis aliis describat ergo quadratū lineae. f. e. quod sit. e. g. & q̄dratū. d. e. que posita est esse residuum quod sit. e. h. & adiiciantur supplementa. d. k. & f. l. eritq; q̄dratū. g. h. tanq̄ quadratū lineae. d. f. & quadratū. e. h. erit sicut superficies a. c. Erat ēt vtrūq; quadratoz; g. h. & g. e. rōnale. Sit igit superficies. a. m. adiuncta ad lineā. a. b. equalis q̄drato. g. h. eritq; ob hoc rōnalis. quare p. 16. linea. m. b. est rōnalis in longitudine. Supficies vero. p. n. sit eq̄lis q̄drato e. g. que ēt p̄ hoc erit rōnalis & p. 16. linea. m. n. rōnalis i lōgitudine. itaq; tota linea. b. n. est rōnalis p. 9. Diuidat autē. c. n. p. equalia. in. q. & ducatur q. r. eq̄ distant. a. b. eritq; ex prima sexti. c. r. equalis. r. n. Manifestum vero ē



¶ cum tota superficies .a.n. sit equalis duobus quadratis .g. h. & e.g. partiter acceptis que sunt quadrata duarum linearum .d. f. & .f. e. & superficies .a. c. sit equalis quadrato linee .d. e. & .e. h. erit p. z. & superficies residua ex .a. n. que est .c. f. equalis duplo superficiem ex .d. f. in .f. e. Quare & horum dimidia que sunt .r. n. & .d. g. necesse est esse equalia. ¶ Cum igitur ex prima sexti sit superficies .d. g. medio loco proportionalis inter duo quadrata .g. h. & .g. e. erit superficies .r. n. medio loco proportionalis inter duas superficies .a. m. & .p. n. ideoque per primam sexti erit et linea .q. n. medio loco proportionalis inter duas lineas .b. m. & .m. n. cum sit .q. n. dimidium linee .n. c. & linea .b. n. diuisa per punctum .m. in duo communicantia inter que cadit .q. n. medio loco proportionalis sequitur ex prima parte .13. q. linea .b. n. sit potentior linea .n. c. in quadrato linee scilicet cōcantis in longitudine. quare ergo superficies .d. g. & medialis ex .19. ex yppothesi autem superficies .c. r. sibi equalis medialis & linea .c. q. rationalis in potentia tñ p. 10. ideoque & duplus eius quod est linea .n. c. est rationalis tñ in potentia quare ergo .b. n. est rationalis in longitudine comunicans linee .a. b. posuerat rationali & potentior .n. c. in quadrato linee sibi communicantis in longitudine: sequitur ex diffinitione lineam .b. c. esse residuum primum: quod est propositum.



Propositio 93.



¶ Si adiuncta fuerit superficies equalis quadrato residui medialis primi ad lineam rationalem alterum latus eius erit residuum secundum.

¶ Hic erit linea .d. e. residui medialis primum & linea .e. f. erit linea illa p cuius abscissionem .d. e. fuerat residuum mediale primum dico q. b. c. erit residuum secundum quod nescire nō poteris si demonstrationem premisse quousque am plectaris habitu insisteris & quales lineas oporteat esse .d. f. & .f. e. vigilanter attenderis: de quo si dubitas .69. requirenda erit.

Propositio 94.



¶ Si superficies equalis quadrato residui medialis secundum applicata fuerit ad lineam rationalem alterum latus eius residuum tertium esse conueniet.

¶ Hic etiam erit .d. e. residuum mediale secundum & sequetur ut sit .c. b. residuum tertium: quod ut facile concludas prime demonstrationi insistas & quales lineas conueniat esse .d. f. & .f. e. ex .20. collige.

Propositio 95.



¶ Si adiuncta fuerit linee rationali superficies equalis quadrato linee minoris latus eius secundum erit residuum quartum.

¶ Si fuerit .d. e. linea minor asserit hoc .95. q. b. c. erit residuum quartum: est autem sumendum ex .21. quales lineas esse necesse sit .d. f. & .f. e. cum .d. e. fuerit linea minor: est autem sumendum propositum premisso modo: excepto q. in hac & duabus sequentibus necesse est lineam .b. n. diuidi ad punctum .m. in duo incommensurabilia que in tribus premissis diuidebatur necessario: in duo cōmensurabilia nam in tribus premissis fuerant due lineae .d. f. & .f. e. cōcantes in potentia tñ & ideo earum quadrata cōcantes: pp quod & superficies .a. m. & .p. n. quadratis earum equalis cōcantes. Quapropter et & due lineae .b. m. & .m. n. ideoque fuit in tribus premissis linea .b. n. potentior linea .n. c. in quadrato linee secum cōcantis in longitudine ex prima parte .13. In hac autem & duabus sequentibus sunt due lineae .d. f. & .f. e. incommensurabiles in potentia: ut apparet ex .71. & .72. & .73. & ideo earum quadrata ppter quod & superficies .a. m. & .p. n. incommensurabiles propter quod & due lineae .b. m. & .m. n. incommensurabiles ideoque per primam partem .14. tam in hac q. in duabus sequentibus necesse est lineam .b. n. esse potentiorē linea .n. c. in quadrato linee sibi incommensurabilis in longitudine: cetera perquire ut prius.

Castigator.

¶ Quia inter eas cadit medio loco pportionalis linea. q. n. p. primam sexti d. e. r. Et ideo. r. n. sit medio loco pportionalis inter duas superficies a. m. f. p. n. sicut sua equalis. d. g. inter duo quadrata. g. h. f. g. e. illis duabus superficibus. a. m. f. p. n. equalia ex ypothefi.

Propositio .96.



¶ Ad lineam rationalem quadrato lineae cum rationali constitutientis mediale equalis superficies adiungatur: latus eius secundum erit residuum quintus.

¶ Pone similiter hic lineam. d. e. et illam coniuncta cum rationali componat totum mediale et attende ex. 72. quales lineas oporteat esse. d. f. f. f. e. et concludes sine offendiculo si prius habite demonstrationi oportune insliteris lineam. b. c. esse residuum quidam.

Propositio .97.



¶ Ad lineam rationalem superficies equalis quadrato lineae cum mediāli componētis mediale adiungatur: latus eius alterum erit residuum sextum.

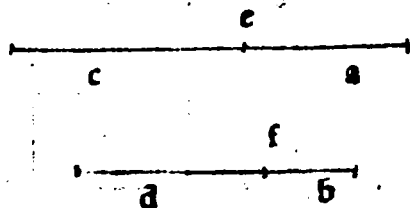
¶ Nunc ultimo conuenit lineam. d. e. et illam que iuncta cum mediāli componit totum mediale cui adiuncta linea. e. f. que videlicet sit illa per cuius abscisionem linea. d. e. fuerat que pponitur si quales lineas. d. f. f. e. esse oporteat ex. 73. didiceris priorem argumētationē firma mēte teneris sine obice quoque lineam. b. c. et residuum sextum concludere poteris. si aut fortassis in aliquo te hesitare contigerit quicquid illud fuerit de quadrato. g. h. ad sibi equalem superficiem. a. n. cōferendum erit et sic patebit propositum nostrum.

Propositio .98.



¶ Nis linea residuo communisurabilis ipsa quoque in termino et ordine est idem residuum.

¶ Quod 60. et quatuor. ea sequentes de binomio eiusque comitibus quinque pposuerunt hec. 98. et quatuor. ea sequentes de residuo suisque quinque comitibus vix esse pponunt: quibus qui usque ad solitum habitum insliterit has ignorare non poterit. Quicquid autem in illis de cōcantia in longitudine et potentia tantum dictum est in is quoque idem oportet intelligi. nam omnis linea residuo communicans in longitudine siue in potentia tantum ipsa etiam est residuum. sed si communicat in longitudine non solum est ipsa residuum. sed etiam eiusdem speciei residuum. Verbi gratia: linea communicans in longitudine residuo primo est residuum primum et secundum communicans est secundum. sic quoque in ceteris. Cum autem linea communicat residuo in potentia tantum ipsam quoque necesse est et residuum sed non eiusdem speciei: immo impossibile est ut linea communicans in potentia tantum residuo primo aut secundo aut tertio aut quarto aut quinto cadat simul cum eo sub eadem specie sed necesse est ut ambo cadant simul sub tribus primis speciebus aut ambo simul sub tribus postremis. Sit itaque exempli gratia. a. residuum cui communicat. b. in longitudine et dico quod. b. erit residuum eiusdem speciei cum. a. Ad iungatur enim linea. c. ad lineam. a. et illa sit per cuius abscisionem. a. fuit residuum: et ad. b. adiungatur alia que sit. d. ad quam sic se habeat. b. sicut. a. ad. c. sitque composita ex. a. et. c. e. composita vero ex. b. et. d. sit. f. eritque ex permutata proportionalitate. a. ad. b. sicut. e. ad. d. et per. 13. quinti erit. e. ad. f. sicut. a. ad. b. vel sicut. c. ad. d. Cum itaque. a. communicet cum. b. erit per. 10. communicans cum. d. et. e. quoque communicans cum. f. et quia etiam est necesse ex permutata proportionalitate. e. ad. c. sicut. f. ad. d. sequitur per. 11. ut si fuerit. e. potentior. c. in quadrato lineae sibi communicantis in longitudine vel si forte incommensurabilis sit sinu. latus. f. potentior. d. at quoniam omnis linea communicans in longitudi-



ne linee rationali est similiter illi rationalis: similiter dico q̄a ambe erūt
rationales in longitudine vel ambe in potentia tñ sequitur ex diffinitio
nibus residuorum vt. b. sit residuum eiusdem speciei cum. a. Si aut. b. cōi
cat in potentia tantum cum. a. ipsa quoq. erit residuum non tamen eius
dem speciei necessario. sed quemadmodum dictum est cuius demonstra
tio ex his que in. 60. de binomiis dicta sunt colligenda est.

Propositio. 99.

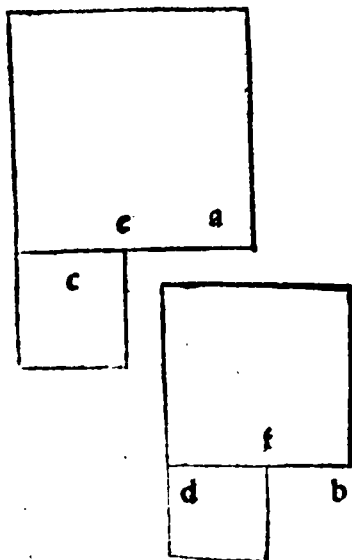
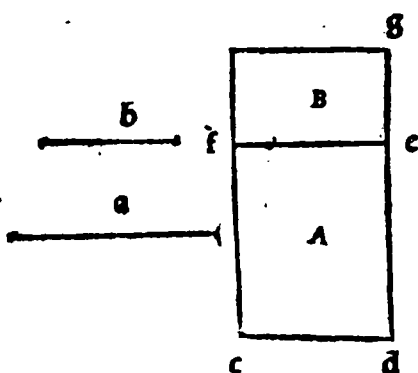
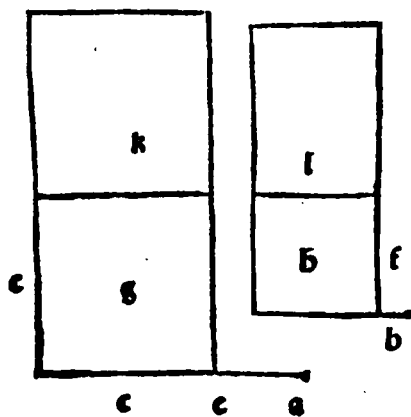


Per his linea vtrilibet residuo mediali cōmunicā
est sub ipsius termino z ordine residuū mediale.
¶ Verum ē quod dicitur sue cōicet linea cum vtrolibet
residuo mediali in longitudine sue in potentia. Sit. n. a.
vtrilibet residuū mediale cui. b. cōicet in longitudine vel
potentia dico q. b. est etiam residuum mediale quale sue
rit. a. ¶ Adiungatur enim linea. c. ad lineam. a. ff sit. a. per cuius abscisio
nem. a. fuit residuum mediale: ff ad. b. adiungatur alia q̄ sit. d. sitq. b. ad
d. sicut. a. ad. c. totiq. cōposita ex. a. ff. c. sit. c. ff. ex. b. d. sit. f. describatur igit
quadrata. c. ff. d. que sint. g. ff. b. ff. superficies. c. in. c. sit. k. ff. f. in. d. sit. l. Et
quia ē vt prius. c. ad. f. ff. c. ad. d. sicut. a. ad. b. sunt aut. c. ff. c. mediales po
tia tñ cōicantes. ex. 69. ff. 70. sequit ex. 71. vt. f. ff. d. eis cōmunicantes. sint
etiam mediales potentia tñ cōmunicantes: constat aut ex prima sexti q
sit. k. ad. g. sicut. e. ad. c. ff. l. ad. h. sicut. f. ad. d. ff. quia est. e. ad. c. sicut. f. ad
d. sequitur vt sit. k. ad. g. sicut. l. ad. h. Et permutatim. k. ad. l. sicut. g. ad. h.
¶ Cum ergo. g. cōmunicet cum. b. sequit vt. k. cōicet. cum. l. Si igitur. k. est
rationale quod est in residuo mediali primo erit etiam per diffinitionem
l. rōnalis quare per. 69. b. etiam est residuum mediale primum. Si aut. k.
sit medialis quod est in residuo mediali scū dōerit per. 71. etiam. l. media
lis. ideoq. b. p. 70. residuū mediale secundum quare tconstat propositum.
¶ Idem aliter Si linea. b. cōicet cum linea. a. que est vtrilibet residuū me
diale in longitudine vel in potentia sit superficies. c. e. adiffista ad lineam
rationalem. c. d. equalis quadrato. a. ff. f. g. equalis quadrato. b. erūtq. ob
hoc. c. e. ff. f. g. cōicantes quēadmodū ff. quadrata lineaz. a. ff. b. eis equa
lia. ideoq. p. primam sexti ff. 10. huius. d. e. ff. e. g. sunt cōicantes in longi
tudine: ff. quia si. a. est residuum mediale primum ff. linea. d. e. est residuum
secundum per. 93. ff. si. a. est residuum mediale scdm linea. d. e. est residuū
tertiu per. 94. at cum. d. e. est residuum secundum linea. e. g. est etiam re
siduum secundum ff. cum illa est tertiu. similiter ff. hec est tertium per. 98.
¶ Sequitur itaq. ex. 87. ff. 88. vt. b. sit residuum mediale primum aut scū
dum prout fuerit. a. ff. sic patet quod intendimus.

Propositio. 100.



I linea aliqua linee minori communicet ipsa quo
q. et it linea minor.
¶ Facile est hanc probare duplici modo sicut premiffam
sue cōicet linea aliq. cū linea minori in lōgiudine sue in
potentia hoc adit apposito quantum ad primum modum
q. cum sit. f. ad. d. sicut. e. ad. c. erit ex scda parte. 8. sexti qua
dratum. f. ad quadratum. d. sicut quadratum. e. ad quadratum. c. ff. cōm
mū quadrata duarum linearum. f. ff. d. ad quadratum. d. sicut quadrata
duaz lineaz. e. ff. c. ad quadratum. c. ff. pmutatim quadrata duaz lineaz
f. ff. d. ad qdrata duaz lineaz. e. ff. c. sicut quadratum. d. ad qdratum. c. cōi
cat aut quadratū. d. ad quadratū. c. ergo duo quadrata duaz lineaz. f. ff.
d. piter accepta cōicant cū duobus qdratis duaz lineaz. e. ff. c. piter acce
ptis ff. q. ex. 71. qdrata duaz lineaz. e. ff. c. piter accepta sunt rōales: erit aut
p. diffinitionē ff. duo quadrata duaz lineaz. f. ff. d. piter accepta rōnale.
Cū sit superficies. k. medialis erit et. l. sibi cōicans medialis: igit ex. 71. b. ē
nea minor. quāntum autem ad secundum modum erit per. 95. linea. d.
e. residuum quantum ideoq. per. 98. ff. linea. e. g. erit etiam residuum qua
rum. ideoq. etiam per. 89. linea. b. est linea minor.





Propositio .101.

Phis linea cōicans linee cū rōnali cōponenti me
diale est cum rationali componens mediale.

Hanc quoq, duplici predicto modo non est difficile p
bare: sue de cōicantia in longitudine sue de cōicantia in
potētia tñ intelligat: sed quantū ad primum modū erunt
duo quadrata duarum linearum. f. f. d. pariter accepta mediale p. u. quē
admodum sint duo quadrata duarum lineaz. e. f. c. piter accepta ex. 72.
quibus ipsa cōmunicant f. superficies. l. erit rationalis: per diffinitionem
quemadmodum est superficies. k. ex. 72. cum ipsa cōmunicans. ¶ Igitur
ex. 72. b. est cum rationali componens mediale. quantum ad secundum
modum: erit. d. e. residuum quintum ex. 69. ideoq, f. e. g. ex. 98. quare. b.
est cum rationali componens mediale. per. 90.

Propositio .102.



Phis linea cōmensurabilis linee cū mediali cōsti
tuenti mediale est cū mediali cōstitucns mediale.

Hic quoq, pone lineam aliquam cōicare cū ea que cū
mediali componit mediale indifferenter in longitudine
vel potentia tñ put volueris: f. duplici modo premissio
sine difficultate concludes eam quoq, cum mediali com
ponere mediale. erit etiam quantum ad primum modum superficies. l.
medialis quemadmodum f. k. f. duo quoq, quadrata duaz lineaz. f. f.
d. pariter accepta mediale sicut f. duo quadrata duaz lineaz. e. f. c. f. q
duo quoq, duarum linearum. e. f. c. ad. k. sicut duo duarum. f. f. d. ad. l. cū
duo prima non communicent cum duplo. k. ex. 73. neq, duo secunda cō
municabunt cum duplo. l. ex. 10. igitur ex. 73. b. est cum mediali cōponens
mediale. Quātum aut ad scdum modum erit. d. e. residuum sextū ex. 92.
ideoq, f. e. g. ex. 98. quare. b. est cū mediali cōponens mediale ex. 91.

Propositio .103.



Ide superficie rōnali superficies medialis abscindat
linea in reliquam supficiem: potens erit alterutra
duaz irrationalium aut residuū aut linea minor.

Sit enim tota superficies constans ex. a. f. b. rationalis
a qua detrahatur. b. que sit medialis: dico q, linea potens
in. a. residuum aut est residuum aut linea minor. Esto nāq,
linea. c. d. rationalis superficiesq, c. e. sibi adiuncta sit tanq, a. f. f. g. tanq, b.
f. tota. c. g. sicut tota. a. b. eritq, c. g. rationalis. ideoq, per. 16. linea. d. g. ra
tionalis in longitudine f. f. g. erit medialis. ideoq, per. 10. e. g. rationalis
in potentia tantum: est igitur ex diffinitione linea. d. e. residuum pri
mum aut quartum: ergo per. 86. f. 89. linea potens in superficiem. c. e. f.
ideo in superficiem. a. sibi equalem est residuum aut linea minor: quod
est propositum.

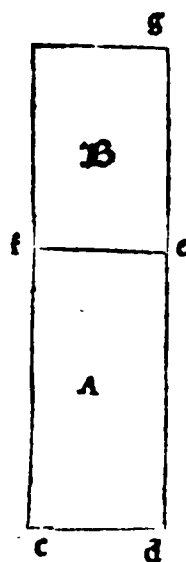
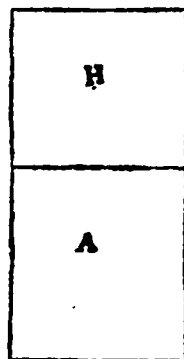
Propositio .104.

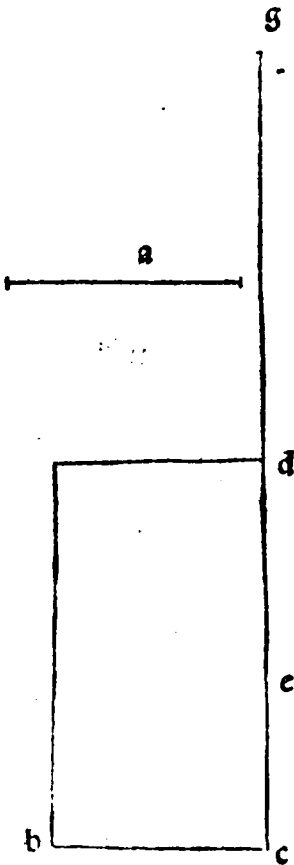


Ide superficie mediali superficies rationalis de
trahatur linea in reliquam superficiem potens erit
alterutra duarum irrationalium linearum aut re
siduum: mediale primum aut cum rationali com
ponens mediale.

Hec quoq, sicut premissa probatur. Erit enim tota. a. b.
medial is. b. autem rationalis: f. tunc dico quod in .a. residuum pōt aut ē
residuū mediale primum aut cum rationali componens mediale. Cum
enim. c. g. equalis sit. a. b. erit per. 10. linea. d. g. rationalis in potentia tan
tum: f. cū sit. f. g. equalis. b. erit per. 16. linea. e. g. rationalis in longitudine
ergo a diffinitione erit linea. d. e. residuum secundum aut quintum quare
per. 87. f. 90. latus tetragonum superfici. c. e. f. ideo superfici. a. est re
siduum mediale primum aut cum rationali componens mediale: quod
est propositum nostrum.

Propositio .105.





Superficies medialis a superficie mediali detrahatur fueritque reliqua toti incommensurabilis que ipsam reliquam potest alterutra erit duarum irrationabilium videlicet aut residuum mediale secundum aut cum mediali componens mediale.

Si a duarum premissarum demonstratione non deuias concludas sine difficultate propositum. Sint enim tota a . b . c . mediales et sit a . reliqua incommensurabilis toti. (Aliter enim esset a . medialis ex. 21. et eius latus tetragonum mediale ex. 19.) tunc dico quod linea potens in a . est residuum mediale secundum aut cum mediali componens mediale. Nam cum sit c . g . equalis a . b . erit p . 20. linea d . g . rationalis in potentia tantum per eandem quoque cum sit f . g . equalis b . erit etiam e . g . rationalis in potentia tantum et cum sit a . incommensurabilis toti a . b . erit f . g . incommensurabilis c . g . ideoque per primam sexti. et. 10. huius erit etiam e . g . incommensurabilis d . g . igitur a diffinitione linea d . e . erit residuum tertium aut sextum: quare p . 88. et. 91. latus tetragonum superficiem c . e . et ideo superficies a . est residuum mediale secundum aut cum mediali componens mediale.

Propositio .106.



Linearum irrationalium que sunt residuum et post ipsas subsecute ullam alium terminum et ordine subesse impossibile est residuo quoque binomii terminum vel ordinem puenire non est possibile.

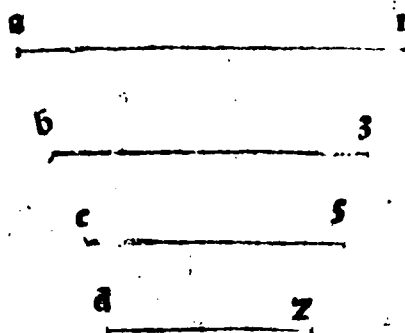
Vult autem per hanc. 106. quod residuum et alie quinq. linee irrationales eam sequentes differant specie et diffinitione ab invicem et nulla linea una potest esse sub duabus neque sub pluribus speciebus harum sex linearum irrationalium que sunt residuum et eius quinq. coherentes et quod omnes species residui differunt ab omnibus speciebus binomii nec est possibile lineam unam simul esse residuum et binomium cuiuscunque speciei residui vel binomii. Pars prima sic constat: quoniam superficies equalis quadratis residui et suarum quinq. comitum cum adiungantur ad lineam rationalem habent secunda latera necessario diuersa ab invicem ex. 92. et quinq. eam sequentibus sunt autem secunda latera residuum primum et secundum et deinceps usque ad sextum. Pars secunda constat hoc modo: si eadem linea potest esse simul residuum et binomium sit a . cuius quadrato equalis superficies adiungatur ad rationalem lineam b . c . sitque b . d . et. 54. linea c . d . binomium primum et ex. 92. residuum primum. In quantum ergo binomium primum dividatur in suas binomiales portiones ad punctum e . sitque maior portio c . e . que erit rationalis in longitudine per diffinitionem: inquantum autem est residuum primum adiungatur ei d . g . per cuius abscissionem fuerat residuum primum: eritque et ex diffinitione c . g . rationalis in longitudine. Cum itaque sit utraque duarum linearum c . g . et c . e . rationalis in longitudine erit et per. 9. linea e . g . rationalis in longitudine: atque linea d . e . est rationalis in potentia tamen cum ipsa sit per hypoth. minor portio binomii primi erit per. 68. linea d . g . residuum et quia ipsa erat rationalis in potentia tamen cum per eius abscissionem esset linea c . d . residuum primum sequitur impossibile per. 68. Quod ut clarius pateat esto superficies b . d . adiuncta ad lineam rationalem b . c . equalis quadrato lineae d . g . cum itaque linea d . g . sit rationalis in potentia erit per. 16. linea c . d . rationalis in longitudine. at cum etiam linea d . g . sit residuum erit ex. 92. linea c . d . residuum primum quod esse non potest cum linea que dicitur residuum sit irrationalis per. 68.

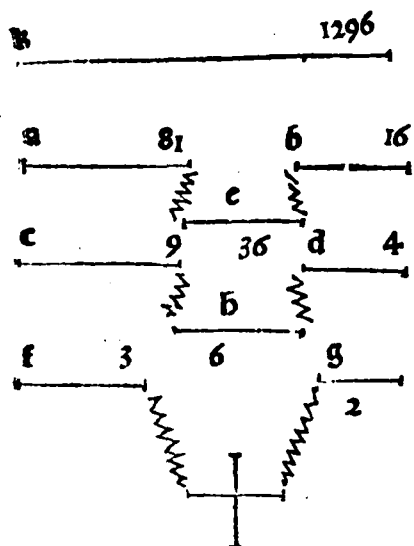
Propositio .107.



Linea que residuum dicitur vlla ve irrationalium que post eam sunt nequit esse sub termino binomii aut sub termino et ordine ullius ceterarum linearum irrationalium que binomium subsequuntur: cum autem possibile sit linearum irrationalium seriem in infinitum produci non est possibile ullam earum cum ea que precesserit in termino et ordine conuenire

¶ Vult per hanc vltimam libri .10. q. .13. irracionales linee de quibus in hoc decimo demonstratum est & ipse sunt linea medialis binomii & eius quinque comites residuum & eius quinque comites sint abinuicem singule a singulis specie differentes & q. nulla linea vna potest esse simul sub duabus aut pluribus speciebus earum: & q. species linearum irrationalium possunt in infinitum produci quia nulla cum alia convenit in diffinitione & ordine: Quod autem hec .13. linee videlicet medialis binomium & eius .5. comites residuum & eius .5. comites sint irracionales demonstratum esse superius meminitur de mediali quidem ex .19. de binomio autem & eius quinque comitibus ex .30. & quinque eam sequentibus: at vero de residuo suisque quinque comitibus ex .68. & quinque eam sequentibus. Nullam autem harum .13. linearum irrationalium posse convenire in specie cum aliqua aliarum linearum sic collige. ¶ Esto enim ut ad vnam eandemque lineam rationalem in longitudine adiungatur superficies equalis quadratis predictarum .13. linearum irrationalium secundum quod ordine se invicem sequuntur: eruntque ex .20. secundum latus prime istarum .13. superficiem rationalem in potentia tantum. ¶ Secunda autem latera secunde istarum .13. superficies & quinque eam sequentium erunt omnes species binomiorum per ordinem videlicet binomium primum secundum & deinceps usque ad sextum ex .54. & quinque eam sequentibus demonstratum esse meminitur. ¶ Secunda vero latera tertie superficiem & quinque eam sequentium sunt species residuorum in ordine videlicet residuum primum & residuum secundum & deinceps usque ad sextum quod ex .91. & quinque eam sequentibus didicisti. Cum igitur ipsa linea rationalis in potentia tantum non conveniat cum aliqua specie binomiorum aut cum aliqua residuorum quoniam omne binomium per .30. & omne residuum per .68. est linea irrationalis & in longitudine & in potentia. Et cum nulla species residuorum conveniat cum aliqua specie binomiorum ex secunda parte penultime huius decimi sequitur ut omnia secunda latera harum .13. superficiem sint adinuicem diversa: ideoque per primam sexti & ipse .13. superficies sunt diverse cum earum omnium altitudo sit una quare etiam hec .13. linee irracionales propositae sunt singule a singulis diverse. ¶ Possunt autem harum .13. linearum irrationalium species in infinitum produci. infinite enim sunt species linearum mediarum. infinite quoque binomiorum & sic de singulis. Quod hoc modo constat. Esto linea .a. medialis. sumaturque unitas & quolibet numeri primi ut .3. .5. & .7. & sint totidem linee .b. .c. .d. quot sunt sumpti numeri primi. sintque quadrata istarum linearum .b. .c. .d. ad quadratum .a. sicut numeri primi ad unitatem. eruntque linee .b. .c. .d. mediales ex .11. quoniam ipse communicant in potentia cum linea .a. mediali. omnes autem erunt diverse in longitudine ab .a. & a se invicem per vltimam partem .2. quoniam nullius istorum numerorum ad unitatem nec alicuius eorum ad alterum per .16. & .8. & correlarium secunde octavi & preteritis ypothesis est proportio sicut numeri quadrati ad numerum quadratum. ¶ Erit ergo .a. & omnes sibi communicantes in longitudine sub prima specie linearum mediarum. .b. vero & omnes sibi communicantes in longitudine sub secunda. .c. autem & omnes eidem communicantes vel commensurabiles sub tertia. .d. quoque & omnes sibi communicantes in longitudine sub quarta: & quia numeri primi sunt infiniti ut ex .11. non didicisti. necesse est species linearum mediarum esse infinitas. ¶ Quod autem est dictum de linea mediali intellige de binomio suisque .5. comitibus: & residuum suisque quinque comitibus: nam sicut omnis linea communicans mediali est medialis siue communicet ei in longitudine siue in potentia ut probatum est in .11. ita etiam omnis linea communicans binomio aut alicui suarum quinque comitum vel etiam residuo aut alicui suarum quinque comitum in longitudine vel in potentia est secum sub eadem specie ut probatum est in .60. & quatuor eam sequentibus & 98. & quatuor eam sequentibus. ¶ Sunt igitur species harum .13. linearum irrationalium infinite quarum nulla conveniet cum precedenti in ordine vel diffinitione. ¶ Convenit quoque deinde aliter species linearum irrationalium esse infinitas



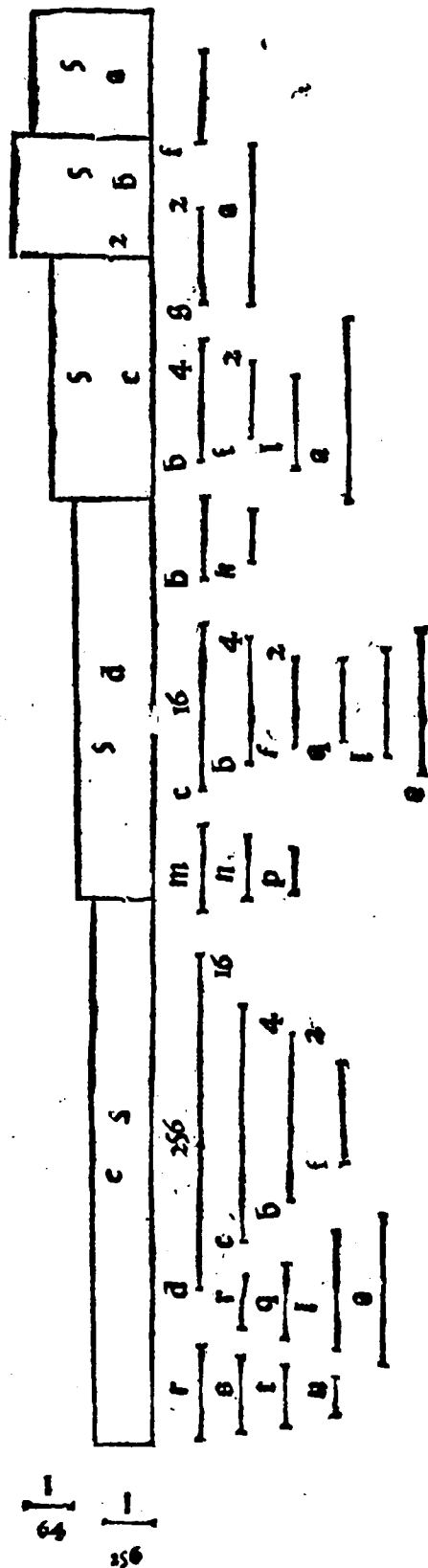


nam omne latus tetragonicum superficiei dictæ a numero non quadrato est irrationale per ultimam partem. 7. & per diffinitionem. cum itaq. tales numeri sunt infiniti: erunt etiam species harum linearum irrationalium infinite. ¶ Tertio modo contingit secundam partem huius ultime conclusionis libri decimi sic exponi: ut dicamus ab vnaquaq. linea rōnali in potentia tantum infinitas linearum irrationalium species p̄duci quarum nullam cum aliqua earum que ipsam preceserint: possibile est in diffinitione & ordine conuenire. ¶ Verbi gratia. Sumatur aliqua superficiei rationalis dicta a numero non quadrato ut quinq. eritq. latus eius tetragonicum irrationale in longitudine quoniam ipsum ē incommensurable lateri tetragonico superficiei rationalis dictæ a numero quadrato ex vltima parte. 7. Dico ergo q. huius lateris latus. iteq. scđi lateris latus & rursus huius tertii lateris latus & sic in infinitum: sunt linee irrōnales tam in longitudine q̄ in potentia: & q. nulla earum conuenit diffinitione vel specie cum aliqua que eam preceserit in ordine. estq. latus tetragoniciu premisse superficiei quecumq. dicta fuerit a numero nō quadrato earum omnium sicut radix & principium & quelibet ipsarum est principium omnium ipsam sequentium: & quecumq. ab aliquo tetragonico latere cuiusq. talis superficiei proficiūtur diuerse sunt in longitudine & potentia ab omnibus que a quoquam alio tetragonico latere talis superficiei generantur & hoc dico cum ipsarum superficierum non fuerit proportio sicut numerorum quadratorum. hec autem ut possumus firma demonstratione colligere antecedens ad ipsa premittere oportet. sitq. istud.

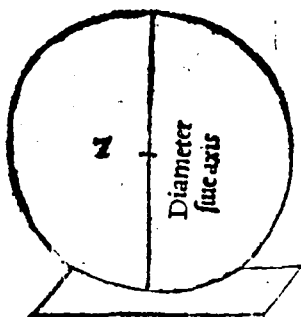
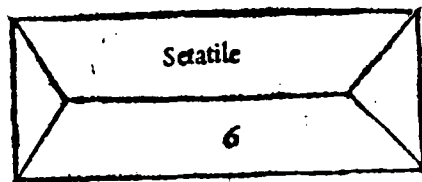
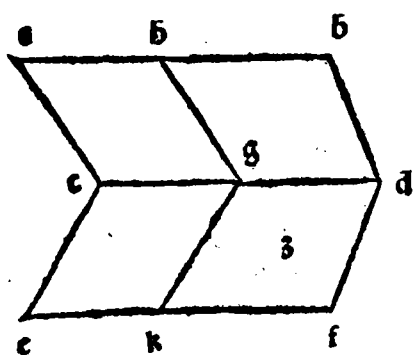
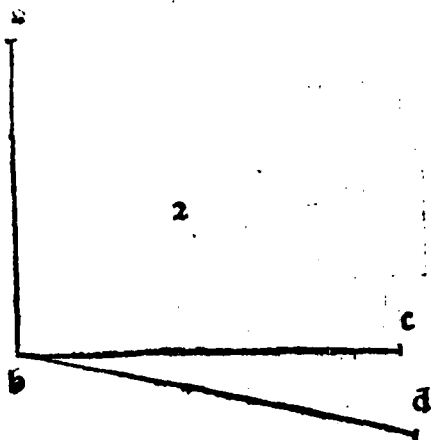
¶ Quilibet duobus inuicē ductis si quid licet p̄ducatur quota latera tetragonica duorum precedentium inuicem duces totum tetragonicum latus ipsius producti produces.

¶ Verbi gratia sit ut ex. a. in. b. sit. k. at. c. & d. sunt latera tetragonica. a. & b. fiat autem. e. ex. c. in. d. sintq. iterum. f. & g. latera tetragonica. c. & d. & fiat. h. ex. f. in. g. dico q. h. est latus tetragonicum. e. & q. e. rursus est latus tetragonici. k. Cum enim ex. f. i. se & in. g. fiant. c. & h. erit. c. ad. h. sicut. f. ad. g. sed & sic. h. ad. d. sicut. f. ad. g. eo q. ex. g. in. f. & in. f. sunt. h. & d. Sunt igitur. c. h. d. continue proportionales itaq. ex. h. in. f. quantum ex. c. in. d. quare. h. est latus tetragonicum. e. Eadem quoq. rōne cum ex. c. in. f. sit. a. i. d. sit. e. & ex. d. in. f. sit. b. erunt. ē. a. c. b. continue proportionales in proportionē. c. ad. d. Cum igitur ex. a. in. b. sit. k. sequitur etiam ut ex. e. in. f. sit. k. quare. e. ē latus tetragonicum. k. constat itaq. quod dicitur. R est itaq. de monstrare quod propositum est. Sit igitur superficies. d. rationalis dicta a numero non quadrato. ut. 5. sitq. linea. a. eius tetragonicum latus & sumantur quotlibet linee rationales in longitudine que sunt. b. c. d. e. Sintq. dictæ a numeris quoz quisq. precedens sit tetragonicum latus proximo sequentis ut si. b. sit. 2. c. 4. d. 16. e. vero. 36. ad has autē lineas rōnales in longitudine adiungatur superficies equalis. a. eruntq. secunda latera singularum rōnalia in longitudine per. 16. ut secundum latus. b. 2. & dimidium: secundū c. vnum & quartas: secundum vero. d. vna quarta & vna. 16. at vero superficiei. e. secundum latus erit vna. 64. & vna. 36. Sit ergo. f. tetragonicum latus. b. g. vero sit tetragonicum latus secundi lateris superficiei. b. eritq. per premisum antecedens ut ex. f. i. g. sit. a. Rursus sit. h. tetragonicum latus secundi lateris. c. k. quoq. sit tetragonici latus. h. eritq. per predictum antecedens ut ex. b. in. h. sit. a. & ex. f. in. k. sit tetragonicum latus. a. quod sit. l. ¶ Sit iterum. m. tetragonicum latus. scđi lateris superficiei. d. sed cū. n. sit tetragonici latus. m. & p. tetragonicum. n. eritq. p. predictum añs ut ex. c. in. m. fiat. a. & ex. b. in. n. i. & ex. f. in. p. tetragonici latus. l. quod sit. q. Amplius autem sit. r. tetragonicum latus lateris secundi superficiei. e. sit quoq. s. tetragonicum. r. & t. s. sit. u. tetragonicum. t. ¶ Sequiturq. per dictum antecedens ut ex. d. in. r. fiat. a. & ex. c. in. s. i. & ex. b. in. t. sit. q. & etiam ex f. in. u. tetragonicum latus. q. quod sit. x. & sic in infinitum. Dico ergo has lineas. a. l. q. x. quarum. a. ē tanquam radicale principium ēē irrationales

a. quidem in longitudine tantum scilicet in longitudine & in potētia. Et dico q̄ nulla earum conuenit cum alia in diffinitione vel ordine. ¶ Cum enim ex f. in. g. & k. fiat a. & l. erit a. ad l. sicut g. ad k. & quia ut patet ex dictis ypothesibus g. & k. sunt incommensurabiles in longitudine & in potētia. sequitur et. vt. a. & l. sint incommensurabiles in longitudine & in potētia. Eadem ratione a. & q. ē enim a. ad q. sicut g. ad p. & p̄ eandem cām et. a. & x. cum sint sicut g. & u. Et hac via quoq̄, necesse est vt. l. & q. sint similiter incommensurabiles tam in longitudine q̄ in potētia. cum enim ex f. in. k. & p. fiat l. & q. erit l. ad q. vt k. ad p. at k. & p. nec cōmensurabiles sunt in longitudine nec in potētia. Si enim sint erūt b. & n. cōmensurabiles. sed non sunt. at vero l. & x. oportet esse vtroq̄ mō incommensurabiles ē enim l. ad x. sicut k. ad u. eo q̄ ex f. in. k. & u. sunt. l. & x. Sicut autē k. & u. vtroq̄ mō incommensurabiles. Sicut autē accidit d. & b. esse cōmensurabiles quod est inconueniens. q. vero & x. q̄ sunt quoq̄ in cōmensurabiles potētia & longitudine ex eo patet q̄ est q. ad x. sicut p. ad u. constat autem q̄ p. & n. sunt incommensurabiles. nā si non erunt. n. & c. cōmensurabiles. ideoq̄ m. & s. sed non sunt. ¶ Manifestum est itaq̄ infinitas lineas irrationales esse in longitudine & in potētia incommensurabiles: & ideo diffinitione & specie differentes produci ex linea a. rationali in potētia tantum. ¶ Restat autē nunc ostendere q̄ quęcūq̄ irrationales linee ab aliqua linea rationali in potētia tantum hac via generantur diuerse sunt ab omnibus tam in longitudine q̄ in potētia quę a qualibet alia linea rationali in potētia tantum quadratum cuius ad quadratum prioris non sit sicut numeri quadrati ad numerum quadratū hac eadem via egrediuntur hoc quoq̄ sic constat. ¶ Sint a. & b. rationales in potētia tantum siue tetragonica latera duarum superficierum distarum a numeris non quadratis. sitq̄ vt illi numeri non sint in proportionē aliquorum numerorum quadratorum: linee quoq̄ quę procedunt hac via ab a. sint c. d. e. & f. a. b. procedant f. g. b. dico q̄ nulla ex lineis c. d. e. communicat in longitudine vel potētia cum aliqua ex lineis f. g. b. Cū n. sint c. & f. tetragonica latera a. & b. at d. & g. tetragonica latera c. & f. & e. & h. tetragonica d. & g. nō ē possibile vt aliq̄ ex c. d. e. cōicet cū sua cōpari ex f. g. h. vel longitudine vel potētia. Si n. alterutro mō cōicet e. cum h. sequitur vt d. communicet cum g. & c. cum f. quare & a. cū b. etiam in longitudine quod est contra ypothesim. Vniuersaliter autē verum est dicere quamlibet harum esse vtroq̄ modo incommensurabile cūlibetq̄ starum. Dato namq̄ q̄ d. communicet cum b. etiam in potētia tantum sequitur vt e. quoq̄ communicet cum g. & a. cum f. quod non est possibile. ¶ Attendere autē oportet q̄ cum dico latus lateris nihil aliud intelligo q̄ latus superficiei denominate a latere priori. vnde tetragonici latus lineę a. voco lineam illam quę potest in superficiem dictam a linea a. talis autē superficies est quam continet linea a. & linea rationalis in longitudine dicta ab vno. Si ergo libet inuenire tetragonicum latus cuius libet lineę. Sit linea a. cuius tetragonicum latus volo inuenire. b. vero sit linea rationalis in longitudine dicta ab vnitatē & ipsa ē minima omniū linearum rationalium numeratarum ab integris. Medio loco proportio nalis inter eas sit c. est igitur p. 16. sexti. c. tetragonici latus a. I dem enim sit ex a. in b. & ex c. in f. At vero ex a. in b. sit superficies dicta ab a. Quicquid enim a quolibet in vnum ducto producit ab eo qd̄ vnum multiplicat denominat. Et nota q̄ cum c. fuerit latus tetragonici lineę a. indifferenter contingit lineam c. esse maiorem lineę a. & minorem prout b. etiam fuerit maior aut minor.



Liber undecimus Euclidis de corporibus in genere et specie
iuxta optimam Campani translationem. Magistro Luca
paciolo de burgo Sancti Sepulchri Ordinis minorum. Ca-
ligatore diligentissimo feliciter Incipit.



Superficies est quod longitudinem et latitudinem et altitudinem habet cuius termini sunt superficies. Linea erecta supra superficiem est que cum singulis sibi coterminantibus lineis in ea superficie expansis angulos rectos facit. Linea autem hec supra eam superficiem perpendicularis esse et ad eandem orthogonaliter insistere dicitur.

Intelligatur enim linea a.b. exurgere supra planum; ita q. punctus a. imaginetur in aere f. b. in plano. Et a puncto b. ducantur plures linee in eodem plano ut b.c. b.d. et quotlibet alie. Si igitur ita fuerit q. linea a.b. cum linea b.c. et cum linea b.d. et cum quolibet alia linea protracta a puncto b. in plano illo angulum rectum contineat ipsa dicitur esse perpendicularis ad illam superficiem in qua protracte sunt hee linee videlicet b.c. et b.d. et alie cum quibus ipsa ponitur continere angulum rectum.

Superficies autem erecta super superficiem est quotiens puncto uno eodem linee que est cōis terminus illarum superficierum due perpendiculares conterminales superstant que rectum continentes angulum in eisdem superficiebus site sunt.

Verbi grā saginemur superficie a.b.c.d. exurgere superficie p.o.c.d.e.f. ia cere et intelligamus lineam c.d. eē cōm terminū ambay. Ea itaq. signet punctus g. a quo ad lineam c.d. extrahant due linee ppediculares una videlicet i superficie c.d.e.f. q. sit g.k. et alia i superficie a.b.c.d. q. sit g.h. si igit angulus que cōtinent hee due linee ppediculares videlicet g.h.g.k. erit rectus superficies a.b.c.d. dī orthogonaliter erecta super superficie c.d.e.f.

Superficies equidistantes sunt que in vtrālibet partem protracte non concurrent et si in infinitum producantur.

Intellectum est quod dicitur. Scire tamen debes q. omnes plane superficies aut sunt equidistantes ab inuicem aut in omnem partem protracte concurrent alicubi et super rectam lineam se fecabunt. Lineas autem rectas non est necessarium vel esse equidistantes vel in vtrāq. partem protractas concurrere. quippe que in eadem superficie non sunt nec equidistant ab inuicem nec tamen quantumlibet protracte concurrent.

Equa corpora sunt atq. similia quorū terminales superficies numero ac q. tate eōles vnius creatōis sunt atq. similes. Similia corpora sunt q. similibus superficiebus numero equalibus continent.

Si has duas diffinitiones de corporibus equalibus et similibus non intelligis ad diffinitionem similitudinū superficie posita in principio sexti recurre.

Corpus leratile dicitur quod quinq. superficiebus quarum tres parallelograme sunt due vero triangule continetur.

Domui quatuor parietes equidistantes habenti tectum vñico fastigio supremis duarum parietum lateribus equali et equidistanti superpositum leratilis corporis expressam similitudinem gerit.

Sphera est transitus arcus circūferentie dimidii circuli quotiens sumpto vel supremo semicirculo lineaq. diametri fixa donec ad locum suum redeat arcus ipse circumducitur.

Super quamlibet lineam semicirculo descripto si linea illa fixa semicirculus tota resolutione circumducatur corpus quod describitur sphaera no

minatur cuius centrum constat esse centrum semicirculi circumscribit.

Piramis laterata est figura corporea quæ continent superficies ab una quæ relique sunt ad unum oppositum punctum sursum erecte.

In omni laterata piramide cuncte superficies ipsam ambientes ab ipsius basi ad unum punctum subleuantur qui conus piramidis dicitur sumq; oēs hec laterales superficies triangules basis vero frequenter non est triagula.

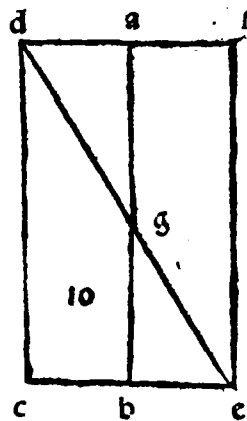
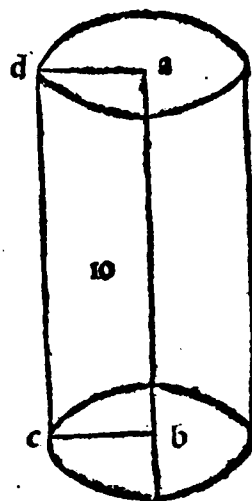
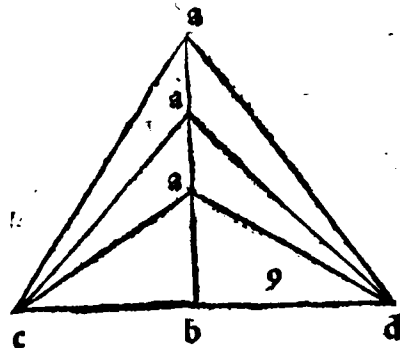
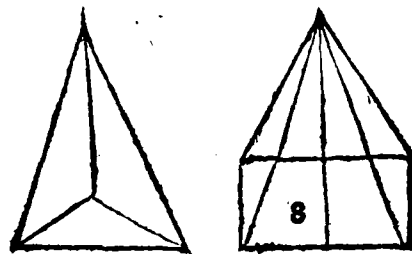
Piramis rotunda est figura solida: estq; transitus trianguli rectanguli alterutro suorum laterum rectum angulum continetium fixo & donec ipsa ad locum unde moueri cepit redeat triangulo ipso circumducto. **S**i autem latus fixum lateri circumducto fuerit equale erit figura rectangula. **S**i vero longius acutiangula. **S**i vero brevius obtusiangula erit. **A**xis autem ipsius figure est latus fixum. **B**asisq; sua circulus. **D**icitur autem figura hec piramis columnæ rotundæ.

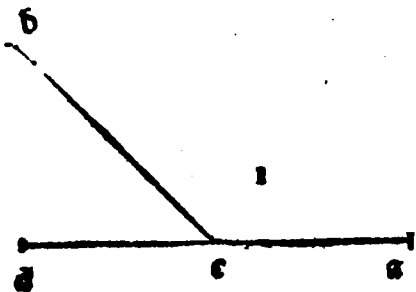
Sit trigonus. a, b, c rectum angulum habens qui sit b . figuræq; alterutrum duorum laterum ambicium rectum angulum b sitq; latus quod figuræ a, b . quo fixo circumducatur trigonus quousq; ad locum unde moueri cepit redeat corporea ergo figura que huius trigoni motu describitur rotunda piramis appellatur cuius tres sunt differentie. Alia enim est rectangula alia acutiangula. Tertia obtusiangula. Et prima quidem est quando latus a, b . lateri b, c fuerit equale. Est enim ut linea b, c cum rotata trigoni peruenit ad situm lineæ b, d . ita q; punctus c cadat super punctum d . fiatq; linea una. hoc est ut ipsa tunc coniungatur sicut a quo moueri cepit secundum rectitudinem eritq; linea hic quasi b, c, d . & quia ex 31. primi & 5. eiusdem angulus c, a, b est medietas recti erit angulus c, a, d rectus idq; piramis hec dicitur rectangula. **S**i aut latus a, b sit longius latere b, c erit acutiangula erit. n. nunc ex 31. primi & 19. eiusdem angulus c, a, b minor medietate recti ideoq; totus angulus c, a, d est minor recto & acutus quare piramis acutiangula. **Q**uod si latus a, b fuerit brevius latere b, c erit angulus c, a, b maior medietate recti ex 31. primi & 19. eiusdem & totus c, a, d q; est duplus ad ipsum c, a, b maior recto & obtusus. igit & piramis conuenienter tunc dicitur obtusiangula. **A**xis autem huius piramidis dicitur linea a, b . **B**asis vero eius circulus quem describit linea c . super centrum b . dicitur quoq; hec piramis columnæ rotundæ illius ut dicitur quam motu suo describeret parallelogramum proteniciens ex a, b, c . b, c latere a, b manente fixo.

Figura corporea rotunda cuius bases sunt circuli duo plani extremitatibus & crassitudine id est altitudine equales est transitus parallelogrami rectanguli latere rectum angulum continete fixo ipsaq; superficies donec ad locum suum redeat circumducta diciturq; hec figura columna rotunda. **C**olumnæ itaq; rotundæ atq; spheræ circuliq; unum atq; idem est centrum.

Sit parallelogramum rectangulum a, b, c, d . figuræq; latus a, b . & eo fixo totum palellogramum quousq; ad locum suum cadat vel redeat circumducatur corporea ergo figura huius parallelogrami motu descripta rotunda columna nominatur cuius bases sunt duo circuli centrum est punctus b . alter vero est quem motu suo designat linea d, a . & eius centrum est punctus a . **A**xis autem huius columnæ dicitur linea a, b . que manet fixa in motu palellogrami. **Q**uod si imaginari fuerimus parallelogramum a, b, c, d . cum peruenit rotatu suo ad situm a, b, c, f . coniungi sicut a quo moueri cepit secundum continuitatem superficiæ planæ ut scilicet totum sit unum parallelogramum d, c, e, f . & protraximus in eo diametrum d, e . erit quoq; diameter d, e . diameter columnæ. **Q**uod autem dicitur columnæ & spheræ & circuli idem esse centrum intelligi debet cum horum una est eadēq; diameter. Verbi gratia diximus enim q; d, e est diameter istius colūne. Spherā igit atq; circulum quoq; diameter est linea d, e . necesse est idē cent; hēre cū centro pposite colūne. Sit. n. ut linea d, e . fecerit lineæ

n. iiii





¶ Angulus corporeus siue solidus est quem continet anguli plani plures q̄ duo qui non in vna superficie siti ad vnum punctum angularem conveniunt.

¶ Duo anguli plani angulum solidum perficere nequeunt sicut nec due rectę lineę nequeit superficiem claudere. Angulos quoq. planos solidum angulum continentes in eadem superficie non convenit esse sitos sed in diversis quemadmodum duas rectas lineas planum perficientes angulum non convenit sibi inuicem secundum situm rectitudinis applicari.

¶ Similes sunt figure corporeę rotundę siue sint colūne siue eaz. pyramides quaz. axes diametris siue basi sunt proportionales.

¶ Propositis enim duabus pyramidibus rotundis aut duabus columnis rotundis si fuerit pportio axis vnius earum ad diametrum siue basis sicut axis alterius ad diametrum siue basis ille due columnę aut pyramides similes adinuicem esse dicuntur.

Castigator.

¶ Ista diffinitio equalium atq. similium corporum &c. pponit quedam corpora esse equalia & non similia & sunt illa quorum terminales superficies numero & quantitate vniusq. creationis. sed nō similes vt sunt superficies equidistantium laterum & rectorum angulorum in solido parallelogramo cuius lineę angulares sunt supra superficiem orthogonaliter erectę & in illo cuius lineę angulares non sunt orthogonaliter erectę que dam sunt eiusdem altitudinis sunt equalia si in equis. basibus vt dicitur infra .31. & .32. libris. Et tamen non sunt similia a diffi. similium superficie rum in principio sexti posita. Quedam sunt similia & non equalia vt in eisdem parallelogramis inequalis altitudinis. Et sic dicendum est de aliis infinitis. quę edā sunt equalia & similia simul vt ex te dicere poter &c.

Propositio .1.



pars similiter sit in plano. & pars similiter i sublimi cum de lineis hoc sit i possibile per premisam erit quoq; impossibile de triangulo. itaq; totus triangulus. e. f. g. est in superficie vna. Ex hac igitur secunda parte & premisa constat prima pars huius secunde propositionis.

Propositio .3.



Sumum duarum superficierum seinuicem secantium communis sectio est linea recta.

¶ De planis superficiebus intellige & verum erit quod dicitur. Sint itaq; due superficies plane. a. b. & c. d. seinuicē secantes dico quod earum communis sectio erit linea recta. Esto enim duo puncta. e. & f. termini communis sectionis earum que continuētur per lineam rectam quesit. e. f. si igitur linea. e. f. est in vtraq; duarum superficierum. a. b. & c. d. constat propositū. at vero si in neutra aut si non in altera cum ambo puncta. e. & f. sint in vtraq; superficierum. a. b. & c. d. in ea superficie in qua ipsa non fuerit protrahatur linea recta que sit. c. h. & erunt igitur due recte linee. e. f. & c. h. f. habentes duos terminos communes quod est impossibile. sic enim due recte linee includerent superficiē quod ē cōtra petitionē vltimā pmi libri.

Propositio .4.



Si fuerit linea orthogonaliter ab incisione duarum linearum erecta intersecantium se ipsa ad earundē superficiem perpendicularis erit.

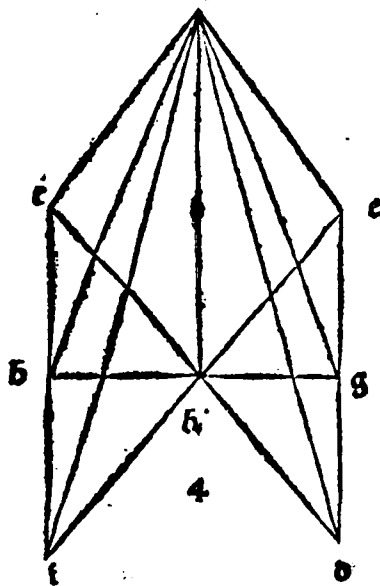
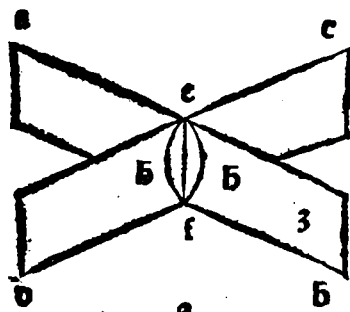
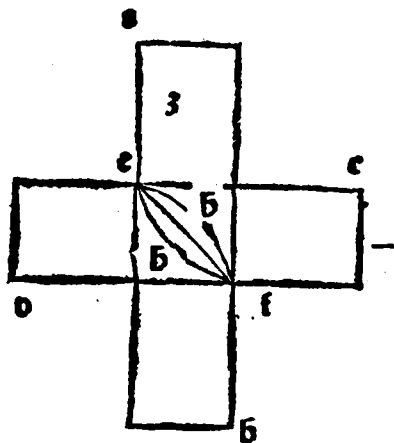
¶ Sit linea. a. b. orthogonaliter erecta super incisionem duarum linearum. c. d. & e. f. secantiū se in puncto. b. de quibus constat p̄ an̄ premisam q̄ ipse sit in vna superficie dico q̄ linea. a. b. p̄pendicularis ē ad ipsas superficies. Sint. n. c. b. & f. b. d. equales at vero. f. b. & b. e. equales & p̄trahantur linee. c. d. & e. f. que erūt equales p. 4. primi & equidistantes p. 17. eiusdē. Signato itaq; puncto aliquo i linea. e. d. qui sit. g. ducatur linea. g. b. h. eritq; ex. 16. primi. e. g. equalis. f. h. igitur a puncto. a. vel quouis puncto linee. a. b. demittatur ypothemisaliter linee a. c. a. d. a. e. a. f. a. g. a. b. eritq; ex. 4. primi. a. c. equalis. a. d. & a. e. equalis. a. f. I tem p. 8. eiusdē erit angulus. a. e. d. equalis angulo. a. f. c. ergo p. 4. ipsius erit. a. g. equalis. a. h. & ideoq; p. 8. eiusdē erit angulus. a. b. g. equalis angulo. a. b. h. quare ex diffinitione vterq; est rectus & linea. a. b. p̄pendicularis ad lineam. g. b. ¶ Simili quoq; mō p̄babis eādē esse p̄pendicularē ad oēs lineas protractas a puncto. b. in superficie duarum linearum c. d. & e. f. igitur ex diffinitione constat lineam. a. b. ē p̄pendicularē ad superficiem in qua site sunt due line. c. d. & e. f. seinuicē secantes q̄ est p̄positū.

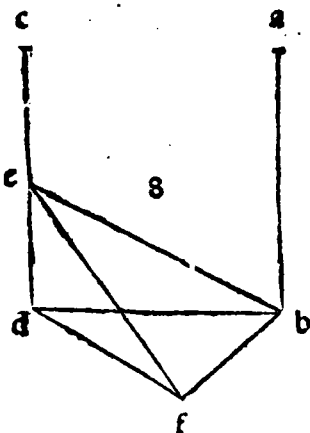
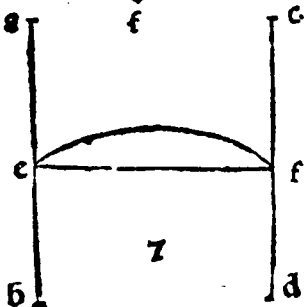
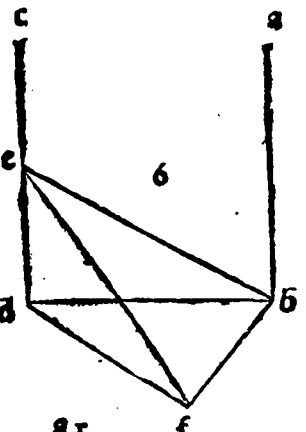
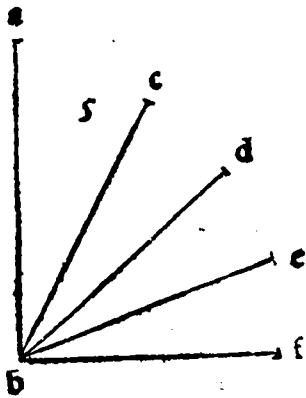
Propositio .5.



Si super tres lineas conterminales cōi earum termino erecta linea quedam orthogonaliter insistat eedem tres linee in vna superficie site erunt.

¶ Sit linea. a. b. orthogonaliter erecta super cōm terminum trium linearum. b. c. b. d. b. e. angulariter se cōtingentiū in puncto. b. quaz; nulla aliā directe applicetur quod idē est ac seinuicem secēt in puncto. b. p̄tracte. n. se secabunt dico q̄ tres linee. b. c. b. d. b. e. sunt in vna superficie site. ¶ Cōstat autē de quibusq; eaz; duabus q̄ ipse sunt in vna superficie site p̄ scdm huius vel p̄ primam ptem. 1. huius. si igitur linea. b. d. nō fuerit in superficie duarum linearum. b. c. & b. e. sed ille due in plano: hec autē in sublimiterit vt hec superficies i qua site sunt due linee. a. b. & b. d. si p̄trahatur & illud quod notum est super quartā secet illam in qua site sunt. b. c. & b. e. eritq; p. 3. huius cōmuni earum sectio linea recta & ipsa sit. b. f. Quia igitur ex premisa linea. a. b. ē p̄pendicularis ad superficiem duarum linearum. b. c. & b. e. sequitur ex diffinitione vt ipsa sit perpendicularis ad lineam. b. f. quare angulus. a. b. f. est rectus atq; etiam angulus. a. b. d. sit rectus ex ypothesi. sequitur impossibile videlicet partem suo toti esse equalem.





Propositio .6.



Si fuerint due linee super vnam superficiem perpendiculariter esse equidistantes esse necesse est.

¶ Sint due linee. a. b. c. d. perpendiculariter ad vnam superficiem dico eas esse equidistantes. ¶ Protrahatur. n. linea. b. d. eruntq. ex diffinitione duo anguli. a. b. d. c. d. b. recti. ¶ Si igitur due linee. a. b. c. d. sunt i superficie vna ipse sunt equidistantes per secundam partem. 28. primi. I pas autem esse in superficie vna sic collige. a. puncto. b. super lineam. b. d. in plano cui perpendiculariter insistit. a. b. c. d. protrahere orthogonaliter lineam. b. f. ex linea. c. d. sume. d. e. equalē. b. f. c. p. trabe lineas. e. b. c. f. c. d. f. erunt igit duo latera. e. d. c. f. d. b. trianguli. e. d. b. equalia duobus lateribus. f. b. c. d. b. trianguli. f. d. b. c. angulus. e. d. b. equalis angulo. f. b. d. cū vterq. sit rectus. Itaq. per quartam primi lineam. b. e. est equalis lineam. d. f. iteq. cū duo latera. e. b. c. f. b. f. trianguli. e. b. f. sint equalia duobus lateribus. f. d. c. d. e. trianguli. f. d. e. c. f. basis. e. f. communis erit per. 8. primi angulus. e. b. f. equalis angulo. f. d. e. cū vterq. sit rectus. Quia igitur angulus. f. d. e. est rectus a diffinitione erit etiam angulus. e. b. f. rectus itaq. linea. f. b. perpendiculariter est erecta super communem terminum trium linearum. b. a. b. d. b. e. f. contingit angularem in pūcto. b. quare per premisam ipse sunt in superficie vna. Cum igitur ex prima parte huius secunde linea c. d. sit in eadem superficie. cum vtraq. linearum. e. b. c. b. d. sequitur. a. b. c. d. esse in superficie vna: constat ergo propositum.

Propositio .7.



Si in duabus lineis equidistantibus duobus punctis signatis ab altero ad alterum recta linea ducatur: in qua superficie ille due linee site sunt eas quoq. in eandem sitam esse necessario comprobatur.

¶ Sint due linee. a. b. c. d. equidistantes de quibus constat per diffinitionem q. ipse sunt in superficie vna. In ea autem signentur duo puncta. e. f. c. f. producat lineam rectam. e. f. dico itaq. lineam. e. f. esse sitam in superficie linearum. a. b. c. d. ¶ Si autem sit. e. f. in alia superficie vt in sublimi dependens que superficies si protrahatur scabit necessario superficiem i qua site sunt due linee. a. b. c. d. eritq. per. 3. huius cōis sectio earum linea recta eisdem punctis terminata quod est impossibile sic enim due recte linee conducerent superficiem.

Propositio .8.



Si in idem planum due recte linee equidistantes erigatur altera vero earum orthogonaliter sistat reliquam quoq. ad idem planum perpendiculari rem esse conueniet.

¶ Hec est quasi conuersa sexte. Sint enim due linee. a. b. c. d. equidistantes c. sit earum altera vt. c. d. erecta perpendiculariter super superficiem quamlibet dico reliquam earum que ē. a. b. esse perpendicularem ad eandem superficiem. ¶ Fiat enim prorsus eadē dispositio que in sexta ē. eritq. vt ibi vterq. duorum angulorum. e. d. b. c. f. b. e. rectus: primus quidem per positionem. secundus autem per. 8. primi quare per. 4. huius linea. f. b. est perpendiculariter erecta super superficiem in qua sunt due linee. b. d. c. b. e. cūq. per premisam due linee. a. b. c. d. sint in eadem superficie cum duabus lineis. b. d. c. b. e. sequitur lineam. f. b. esse perpendiculariter erectam supra superficiem in qua est linea. b. a. a diffinitione igitur erit angulus. f. b. a. rectus c. quia etiam angulus. d. b. a. est rectus per vltimam partem. 29. primi: sequitur per quartam huius lineam. a. b. esse perpendicularem ad superficiem in qua site sunt due linee. b. d. c. b. e. quare constat propositum.

Propositio .9.



Si duellinee vni non in vna superficie equidistant eas quoq; sibi inuicem equidistare necesse est.

Sit vtraq; duarum linearum .a. b. & .c. d. equidistans lineae .e. f. nec sunt omnes in superficie vna. dico q; eedem quoq; sibi inuicem sunt equidistantes; de his quidem que sunt omnes in superficie vna probatum ē per .30. primi. at vero de his que in vna superficie non sunt vt est hic. e. f. que intelligitur sursum erecta in sublimi. restat hoc loco probandum. Signetur itaq; in ea punctus .g. a quo educantur due perpendicularares ad duas lineas .a. b. & .c. d. que sunt .g. h. & .g. k. critq; per .4. huius linea .e. f. perpendicularis ad superficiem videlicet illam in qua sunt site due linee .g. h. & .g. k. itaq; p̄missam bis assumpta vtraq; illarū duarū linearū .a. b. & .c. d. perpendicularis ē ad eandē superficiē videlicet ad illā in qua site sunt diste due linee .g. h. & .g. k. Per sextā huius igitur ipse sunt sibi inuicē equidistantes qd ē p̄positū.

Propositio .10.



Si duellinee se angulariter contingentes duabus aliis se contingētib; eis oppositis equidistantes fuerint non aut in superficie vna qui ab eis sunt duo anguli equi sibi inuicem esse comprobantur.

Sint due linee .a. b. & .a. c. se angulariter contingentes in puncto .a. equidistantes aliis duabus que sunt .d. e. & .d. f. se quoq; angulariter contingētib; in puncto .d. nec sunt cum eis in superficie vna dico angulum .a. ēē equalem angulo .d. ¶ Est enim linea .d. e. equalis lineae .a. b. cui ipsa posita ē esse equidistans. & .d. f. equalis .a. c. cui ē ipsa equidistans ponit. Et ducantur linee .d. a. & .e. b. & .f. c. critq; ex .33. primi bis assumpta vtraq; duarū linearū .b. e. & .c. f. equalis & equidistans lineae .a. d. Per cōceptionem igitur & p̄missam eedē sunt equales & equidistantes sibi inuicem. & itaq; p. 33. primi denuo repetitā due linee .b. e. & .c. f. sunt etiam equales & equidistantes igitur p. 8. primi cōstat p̄positum.

Propositio .11.



Sincto in aere assignato ab eo ad datam superficiem perpendicularē ducere.

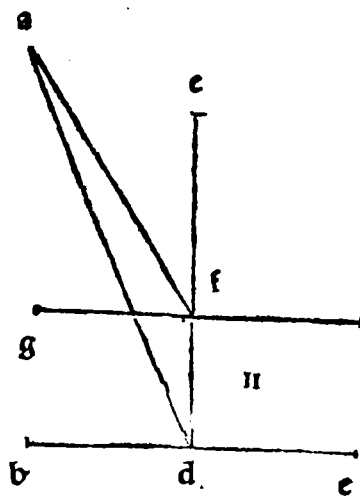
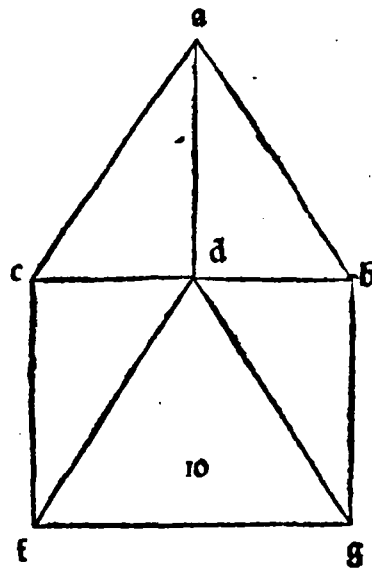
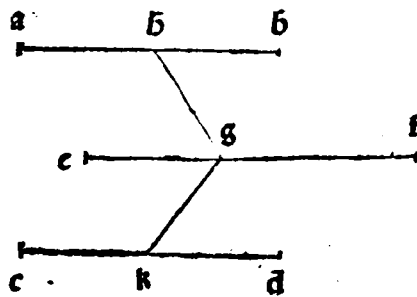
Sit punctus .a. sursum in aere a quo volumus ad superficiem subiacentem perpendicularē ducere; ducatur igitur in plano illo linea .b. c. vtrinq; contingērit ad quā ab ipso puncto .a. ducatur perpendicularis .a. d. scdm doctrinam .n. primi. Rursusq; a puncto .d. i plano illo ad quod ducenda est perpendicularis a puncto .a. extrahatur linea .d. e. que sit perpendicularis ad lineam .b. c. vt docet .n. primi. Ad hanc quoq; lineā .d. e. ducatur alia linea perpendicularis a puncto .a. que sit .a. f. hanc dico esse eam quam intendimus. ¶ Sit enim linea .f. g. equidistans lineae .b. c. & quia vterq; duorū angulorum .b. d. a. & .b. d. f. est rectus erit ex quarta huius linea .b. d. perpendicularis ad superficiem in qua est triangulus .a. d. f. ideoq; etiam per .8. huius erit linea .g. f. perpendicularis ad eandem superficiem. Igitur a definitione erit angulus .g. f. a. rectus cumq; etiam angulus .d. f. a. sit rectus sequitur ex quarta huius lineam .a. f. esse perpendicularē ad superficiem in qua sunt due linee .d. f. & .f. g. quod est p̄positum.

Propositio .12.

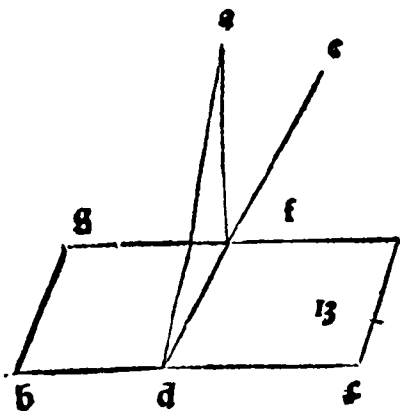


Superficie p̄posita punctoq; i ea assignato ab eo puncto ad datā superficiē linea orthogonaliter erigere.

Cum a puncto quolibet i superficie p̄posita assignata perpendicularē educere libuerit a quolibet puncto sursum in aere ad libitum posito ad eandem superficiem perpendicularē quēadmodum p̄missa docuit demittere que si in assignatum punctum ceciderit ipsa est quam queris. Sinaut ab ipso assignato puncto ad demissam perpendicularē equidistantem ducitur itaq; per .8. huius probabitur esse eam quam queris.



Propositio .13.



Sas lineas super punctum vni ad superficiē vnas orthogonaliter insistere est impossibile

¶ Si enim possibile est vt due linee vni eidēq. superficiei super punctum vnum perpendiculariter insistāt superficies in qua ipse perpendicularares, sit sunt intelligatur produci quousq. fecer superficiem cui dicte linee perpendiculariter insistant eritq. per .3. huius communis earum sectio linea recta: & quia ex diffinitione vtrāq. illarum duarum perpendicularium cum cōmuni sectione continet angulum rectum sequitur vt angulus rectus sit pars anguli recti quod est impossibile. ¶ Quenadmodum autē demonstratum ē im- possibile esse ab vno eodem puncto extra superficiem duas lineas super punctum vnum ad eandem superficiem esse perpendicularares ita etiam de monstrabimus impossibile esse duas lineas ab vno eodēq. puncto extra superficiem signato ad eandem superficiem protractas ad ipsam esse per- perpendicularares. ¶ Si enim hoc fuerit ipse erunt equidistantes ex .6. huius qd est impossibile ex diffinitione linearum equidistantium. ¶ Constat igitur ex hac q. si aliqua superficies plana aliam planam superficiem orthogonaliter secet & ab aliquo puncto secantis superficiei ad superficiem sectam per perpendicularis ducatur: in communi earum sectione eam cadere necesse ē. Alioquin ab eodem puncto secantis superficiei ad communem earum sectionem perpendicularis protrahatur vt docet .12. primi & a puncto in quo incidit cum cōmuni sectione alia perpendicularis ad eandem cōmuni sectionem in superficie secta educatur vt docet .11. primi. Eritq. ex diffinitione superficiei super aliam superficiem orthogonaliter erecte angulus quem continet hee due linee perpendicularares rectus, quare per quartā huius prima harum duarum perpendicularium etiam est perpendicularis ad superficiem sectā, ergo ab vno puncto protracte sunt due linee perpendicularares ad eandem superficiem qd est impossibile: relinquitur itaq. ppositum nostrum.

Propositio .14.



Si linea vna super duas superficies assignatas orthogonaliter insistat: ille due superficies si etiam in infinitum: in quācūq. partem protrahantur nunquam concurrent.

¶ Posita enim linea vna duabus superficibus orthogonaliter insistere si possibile est superficies illas concurrere.

¶ In earum cōi sectione que per .1. huius erit linea recta pūctusq. quocūq. modo signetur a quo due linee in illis duabus superficibus ad lineā illā que ipsis perpendiculariter supstat ptabantur: eritq. cōstitutus triangulus ex his duabus lineis & perpendiculari. ¶ Huius itaq. trianguli vterq. duorum angulorum qui super perpendicularem consistunt est rectus vt patet ex diffinitione linee supra superficiem perpendiculariter stantis hoc autē est impossibile per .31. primi.

¶ E conuerso quoq. videlicet si super duas superficies equidistantes linea recta ceciderit que ad alteram earum perpendicularis sit ipsa quoq. perpendicularis erit ad reliquam.

¶ Positis enim duabus superficibus equidistantibus intelligatur linea recta ambas penetrans que alteri earum perpendiculariter superstat: dico q. eadem linea relique superficiei perpendiculariter superstat. ¶ Sit enim superficies vna secans positas superficies equidistantes super lineam eas penetrantem eritq. comunis sectio huius superficiei secantis & alterius sectarum videlicet illius cui linea penetrans ponitur perpendiculariter insistere continens angulum rectum cum ipsa linea penetrante ex diffinitione linee perpendicularis ad superficiem. ¶ Si igitur alia communis sectio ipsius superficiei secantis & reliqua duarum sectarum cum eadem linea penetrante non contineat angulum rectum erit ex vltima p-
atione primi vt ille due communes sectiones in alteram partem pro-

esse necesse fatis concurrant quare & superficies que posite sint equidistantes necesse concurrant. Et quia hoc est impossibile erit ille angulus re-
ctus. Eodemq; modo erit de qualibet alia superficie eadem superficies eq-
uidistantes secante super eadem lineam; igitur ex quarta huius & ex ista. 14.
constat verum esse quod diximus.

Propositio .15.



Si fuerint due linee se contingentes angulariter eq-
uidistantes aliis duabus se angulariter contingentibus non autem in superficie vna ab eisdem lineis
extente due superficies in nulla parte quantumcumq;
producantur possunt concurrere.

Sint due linee. a. b. & a. c. se angulariter contingentes
in puncto. a. equidistantes duabus lineis. d. e. & d. f. se angulariter contigē-
tibus in puncto. d. & nō sint in superficie vna dico earum superficies i qua-
cumq; ptem & quantumcumq; ptebantur nūq; concurrere. Protrahatur & n.
a puncto. d. per dōcet. 9. huius perpendicularis ad superficiem duarum li-
nearum. a. b. & a. c. sitq; d. g. & a puncto. g. ducatur & h. equidistans a. b. &
g. k. equidistans a. c. eritq; ex diffinitione vtriusq; duorum angulorum. d. g. b.
d. g. k. rectus & per. 9. erit linea. d. f. equidistans lineis g. k. & linea. d. e. equi-
distans lineis g. h. quare per vltimam partem. 19. primi vtriusq; duorum an-
gulorum. e. d. g. f. d. g. erit rectus indeq; per quartā huius linea. d. g. erit p-
perpendicularis ad superficiem duarum linearum. d. e. & d. f. cumq; ipsa eadē
sit etiam ex ypothesi perpendicularis ad superficiem duarum linearum. a.
b. & a. c. igitur ex premissa liquet quod est propositum.

Propositio .16.



Si duas superficies equidistantes vna superficies
secet cōes earū sectiones equidistantes erunt.

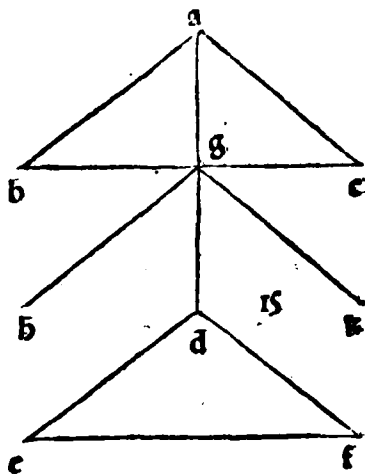
Constat equidem ex tertia q; vna superficie quasq;
duas superficies equidistantes secante cōmunes earū sectio-
nes erunt due linee recte & que cū sint ambe site in superficie
secante. si ipse non fuerint equidistantes ponatur ad quod-
libet vnum punctum concurrere erit itaq; vt vnus atq; idem punctus sit
in vtraq; illarum duarū sectionum cōmuniū cūq; vna illarū cōmuniū
sectionum sit in vna duarum superficierū sectarū & reliqua in altera. sequi-
tur superficies illas que posite sunt esse equidistantes concurrere. hoc autē
impossibile est. Erant igitur cōes earum sectiones equidistantes quod est
propositum. **E**x hac & premissa potes elicere conclusionem vnā simi-
lem. 30. primi videlicet istam. Si fuerint due superficies vni equidistan-
tes ipse quoq; erunt adinuicem equidistantes. Positis enim tribus superfi-
ciebus quarum vtraq; duarum extremarum equidistet medie dico q; ne-
cesse est ipsas extremas equidistare adinuicem. Secentur omnes ille tres su-
perficies duabus superficieribus se quoq; inuicem secantibus; eruntq; ex hac
16. cōes sectiones duarum extremarū superficierū equidistantes sectionibus
medie square ex. 30. primi ipse etiam sectiones duarum extremarum sup-
ficturum erunt equidistantes adinuicem. Et quia ipse contingunt se in cō-
muni sectione duarum superficierum tres positas superficies secantium ex
premissa euidenter constat quod diximus.

Propositio .17.



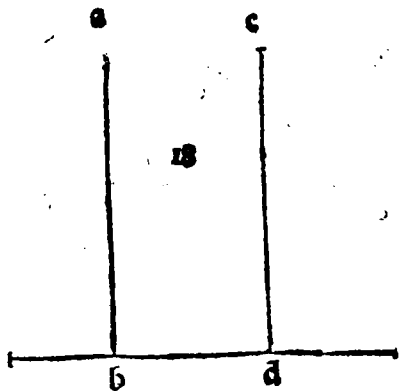
Si superficies tres vel plures equidistantes duas
rectas lineas seinuicem contingentes vel equidi-
stantes secent illarum linearum portiones propo-
tionales esse probantur.

Intelligantur enim due recte linee penetrantes quali-
teramq; contigerit tres superficies equidistantes aut etiam
plures tribus. dico itaq; duas portiones illarum linearum inter quaslibet
duas superficies interceptas proportionales esse quibusque duabus inter-
alias duas ex illis equidistantibus superficieribus interceptis. Coniungant



tur enim due extremitates illarum duarum linearum ducta inter eas linea una diagonaliter: eritq. hec diagonalis cum utraq. illarum duarum penetrantium superficies propositas in superficie una illas equidistantes superficies positas secante. si ergo harum superficierum communes sectiones que premissam erunt equistantes cogitatione protraxeris ex prima parte scilicet de sexti constabit propositum.

Propositio 18.



In superficie assignata orthogonaliter steterit linea: ois superficies q. linea illa quozlibet ducta ad eadem assignata superficie erit orthogonaliter erecta.

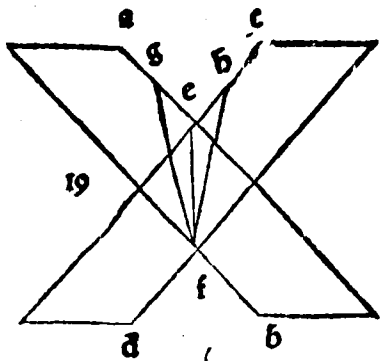
Sit enim linea .a. b. erecta perpendiculariter super assignatam superficiem & a linea .a. b. producatu superficies quorsum libuerit quam dico super propositam superficiem esse perpendiculariter erectam. ¶ Cum enim ipsa .a. b. facit superficiem assignatam: erit earum communis sectio linea recta ex .3. huius. sitq. b. d. in hac ergo ois sectione signato puncto quolibet qui sit d. extrahatur ab eo. in superficie que producta est a linea .a. b. linea quedam perpendicularis ad lineam .b. d. que sit .c. d. eritq. ex secunda parte .18. primi linea .c. d. equidistans lineae .a. b. idcoq. ex .8. huius linea .c. d. est et perpendicularis ad superficiem propositam. ¶ Quia ergo hoc modo quilibet linea protracta orthogonaliter a quolibet puncto lineae .b. d. ad ipsam lineam .b. d. in ipsa superficie que producta est a linea .a. b. est perpendicularis ad propositam superficiem ex diffinitione superficiem supra superficiem orthogonaliter erecte: constat verum esse quod propositum est.

Propositio 19.



Due superficies se inuicem secantes supra unam superficiem erecte fuerint orthogonaliter ois earum sectio ad eandem superficiem perpendicularis erit.

Sint hic superficies .a. b. & .c. d. se inuicem secantes erecte orthogonaliter super assignatam superficiem: sitq. ois earum sectio linea recta .e. f. hanc dico esse perpendicularem ad assignatam superficiem. Alioquin a puncto .f. qui est communis terminus sectionum duarum superficierum se inuicem secantium. tertiae superficies secte producatu una linea recta que sit .f. g. in superficie .a. b. perpendicularis ad superficiem assignatam. Item ab eodem puncto ducatur alia perpendicularis ad eandem superficiem que sita sit in superficie .c. d. & ipsa sit .f. h. Erunt & due linee .f. g. & .f. h. orthogonaliter insisteres si per punctum unum ad superficiem assignatam: hoc autem impossibile per .13. huius. ¶ Tales autem lineae posse protrahi a puncto .f. in utraq. duarum superficierum .a. b. & .c. d. cum .a. f. non fuerit perpendicularis ad assignatam superficiem dubitare non conuenit. ¶ Intelligatur quidem linea .f. b. ois sectio superficierum .a. b. & superficierum assignate. Et linea .f. d. superficierum .c. d. & superficierum assignate. Si igitur linea .e. f. fuerit perpendicularis ad utraq. duarum linearum .f. b. & .f. d. ipsa etiam erit perpendicularis ad superficiem assignatam ex quarta huius. Si autem ad neutram sit .f. g. perpendicularis ad .f. b. & .f. h. perpendicularis ad .f. d. deinde a puncto .f. protrahe in superficie assignata unam lineam perpendicularem ad lineam .f. b. que ex diffinitione superficierum supra per aliam superficiem orthogonaliter erecte cum linea .f. g. continebit angulum rectum: per quartam igitur huius erit linea .f. g. perpendicularis ad superficiem assignatam. ¶ Eodem quoq. modo protracta alia linea a puncto .f. in superficie assignata que sit perpendicularis ad lineam .f. d. sequetur ex diffinitione predicta & ex quarta huius lineam .f. h. esse perpendicularem ad superficiem assignatam quod est impossibile per .13. huius. ¶ Quod si confitere lineam .e. f. esse perpendicularem ad lineam .f. b. sed non ad lineam .f. d. sequetur modo consimili duas lineas .e. f. & .f. h. esse perpendiculares ad superficiem assignatam: quod nihil minus est impossibile.



Propositio .20.



Itres anguli superficiales solidi angulus contineat illoz trium angulorum quoz duo pariter accepti reliquo sunt maiores.

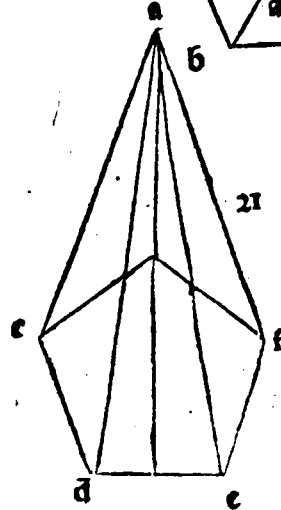
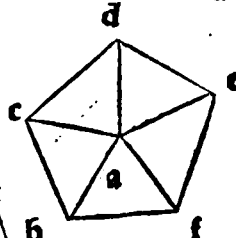
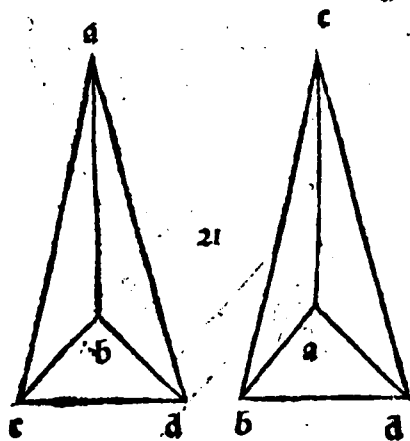
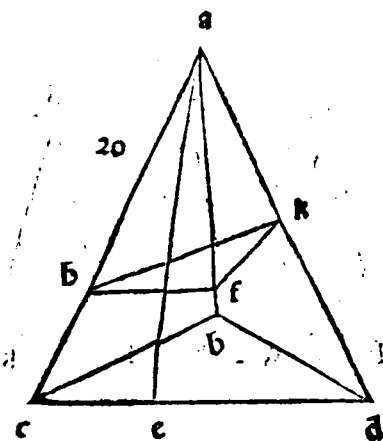
Sint tres linee a. b. a. c. a. d. pyramidaliter erecte supra superficiem. b. c. d. continentes tres superficiales angulos ex quibus solidus perficitur angulus in puncto. a. dico quoslibet duos ex ipsis superficialibus angulis solidum angulum in puncto. a. constituentibus pariter acceptos tertio esse maiores. ¶ Si enim hi tres anguli superficiales fuerint sibi inuicem equalitatem si duo tantum equalitatem tertio existente minore utrolibet duorum equalium constat per eodem scientiam verum esse quod dicitur. ¶ Quod si tota una utrolibet duorum reliquorum maior fuerit sue illi duo ponantur equalitatem sue non equalitatem adhuc constat illum maiorem cum utrolibet duorum reliquorum pariter acceptorum tertio esse maiorem. Sed et illos duos minores pariter acceptos habet tertio qui maior utrolibet ponitur esse maioris sic collige. ¶ Effo. n. trium propositorum angulorum superficialium angulus a. c. d. maior utrolibet reliquorum duorum. Ex ipso ergo abscindam angulum. e. a. d. equalitatem angulo. b. a. d. protracta linea. a. e. Et sumatur ex hac linea. a. e. linea a. g. f. ex linea. a. b. lineam. a. f. quas ponam esse equalitatem. Et protractam lineam a puncto. g. qualitercumque contingat in superficie duarum linearum a. c. f. a. d. quousque fecerit. a. c. in puncto. h. f. a. d. in puncto. k. f. ipsa sit. b. g. k. Et producam lineas. f. h. f. k. Cuius igitur a. f. equalitatem a. g. posita a. k. tota erit per quantam primi. a. k. equalitatem k. g. Et quia ex eo. prima duarum linearum b. f. f. k. sunt maiores linea. b. k. erit per conceptionem. b. f. maior. b. g. idcirco per primi cum sit linea. a. f. equalitatem linea. a. g. erit angulus. f. a. h. maior angulo. b. a. g. per conceptionem igitur constat duos angulos. b. a. f. f. a. k. pariter acceptos esse maiores angulo. b. a. k. quod erat demonstrandum.

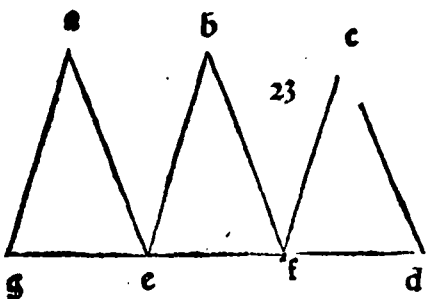
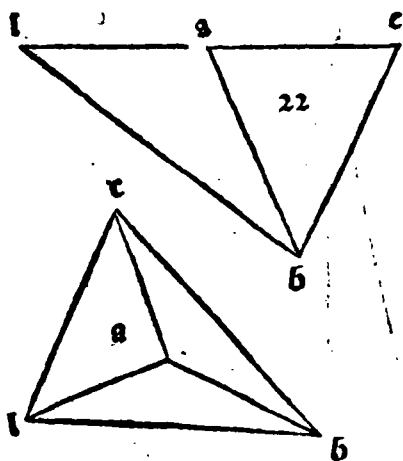
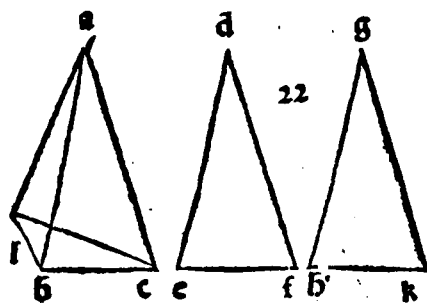
Propositio .21.



Angulus solidus quatuor rectis angulis minor esse probatur.

Anguli solidi quantitas ex angulorum superficialium ipsum solidum continentium quantitate determinatur hec ergo. n. proportionaliter proponitur quoque quoslibet superficiales angulos solidum quilibet continentes pariter acceptos quatuor rectis angulis esse minores. ¶ Sit enim triangula pyramis. a. b. c. d. cuius supremus angulus cum possit esse quilibet suorum angulorum hic tñ sit. a. De quo dico quod tres superficiales anguli ipsum. a. continentur sunt minores quatuor rectis. ¶ Constat enim ex. 32. primi. 9. angulos trium triangulorum hanc pyramidem circumstantium et ipsi sunt. a. b. c. a. e. d. a. d. b. esse equalitatem sex angulis rectis de tribus autem angulis basis eius quod est triangulus. b. c. d. constat quoque per eadem quod ipsi sunt equalitatem duobus rectis. ¶ Cum igitur sex anguli trium triangulorum predictorum hanc nostram pyramidem de cuius supremo angulo disputamus circumdantur qui in quatuor sex anguli cum tribus angulis basis reliquos tres angulos solidos pyramidis continentur sunt ex premissa ter assumpta maiores tribus angulis basis sequitur ipsos sex angulos esse maiores duobus rectis. Ex noue. igitur angulis trium triangulorum pyramidem circumdantium his sex angulis demptis erunt ex cōi scia reliqui tres et ipsi sunt qui constituunt solidum angulum. a. minores. 4. rectis. ¶ Si autem angulus. a. supremus in assumpta pyramide pluribus angulis superficialibus quā tribus contineat quod erit per multitudinem angulorum sue basis cum igitur omnes anguli omnium triangulorum ipsam pyramidem circumdantium per accepti sint ex. 32. primi tot rectis angulis equalitatem quā est numerus angulorum sue basis duplicatus eo quod tot necesse est esse triangulos pyramidem circumdantes quot fuerint anguli sue basis. Cumque omnes anguli sue basis sint tot rectis angulis equalitatem quā est numerus angulorum suorum duplicatus demptis inde. 4. ut in. 32. primi demonstratum est. Cumque igitur omnes an-





guli triangulorum piramidem circūdantium qui super latera basis ipsius piramidis consiſſunt pariter accepti ſunt maiores omnibus angulis basis pariter acceptis vt euidenter conſtat ex premiſſa totiens quot angulos baſis habuerit repetita adhuc neceſſario ſequitur ex cōmuni ſcientia ſuperſiciales angulos ſolidum angulum .a. continentes pariter acceptos eſſe minores quatuor rectis; eo inquam minores quo omnes anguli trigonorū piramidem circūdantium qui ſuper latera basis ſtatue piramidis conſiſtunt excedunt omnes angulos basis pariter acceptos.

Propoſitio .22.



Stres anguli ſuperſiciales quorum quicq; duo pariter accepti tertio ſunt maiores cūctis ſibi inuicē equis lineis contineantur de tribus baſibus angulos illos ab ipſarum linearum equalium terminis ſubtendentibus triangulum ſubſtitui vel conſtitui poſſibile eſt.

Sint tres ſuperſiciales anguli .b.a.c.e.d.f.b.g.k. vt proponitur: tales videlicet vt quicq; duo eorum tertio ſint maiores. ¶ Sintq; ſex latera eos continentia equalia que ſunt .a.b.a.c.d.e.d.f.g.h.g.k. ¶ Subtendantur eis tres baſes que ſunt .b.c.e.f.h.k. ¶ Ex his ergo tribus baſibus triangulum aio conſtitui poſſe. ¶ Eſto enim angulus .b.a.l. equalis angulo .d.f. lineæ .a.l. lineæ .d.e. ¶ Protrahantur .l.b.l.c. eritq; ex .4. primi lineæ .l.b. equalis lineæ .e.f. Ex hypotheſi vero conſtat totalem angulum .a. eſſe maiorem angulo .g. erant .n. quicq; duo ex tribus angulis .b.a.c.d.f.g. tertio maiores. Igitur ex .14. primi lineæ .l.c. lineæ .h.k. eſt maior. Cumq; ſint ex .10. primi due lineæ .l.b.f.b.c. maiores lineæ .l.c. ſequitur duas lineas .l.b.f.b.c. eſſe multo fortius maiores lineæ .h.k. ¶ Quia igitur .l.b. eſt equalis .e.f. erunt due lineæ .b.c.f.e.f. maiores lineæ .h.k. Conſtat itaq; hoc modo quaq; duas lineas ex tribus lineis .b.c.e.f.h.k. eſſe longiores tertia. Igitur ex .22. primi coſtat verum eſſe quod dicitur. Hoc dūtaxat addito q; ſi duo anguli .b.a.f.c.d. pariter accepti ſint equalis duobus rectis erūt due lineæ .l.a.f.a.c. ex .14. primi lineæ vnaque eum ſit equalis ex hypotheſi duabus lineis .g.h.f.g.k. que ex .10. primi longiores ſunt lineæ .h.k. cumq; ex eadē lineæ due .l.b.f.b.c. ſint longiores lineæ .l.c. ſequitur vt prius .b.c.f.e.f. pariter acceptas eſſe longiores .h.k. At nō ſi duo p̄dicti anguli ſint maiores duobus rectis erūt ex .11. p̄mi due lineæ .a.l.f.a.c. idēq; ¶ due .g.h.f.g.k. breuiorē duabus que ſunt .l.b.f.b.c. quare vt prius .b.c.f.e.f. pariter acceptas ſint longiores lineæ .h.k.

Propoſitio .23.



Tribus angulis ſuperſicialibus propoſitis quorum quicq; duo pariter accepti tertio ſint maiores oēs aut tres ſimul quatuor rectis angulis minores; ex tribus illis equalibus qualeſcunq; ſint ſolidum conſtituere.

Sint propoſiti tres anguli ſuperſiciales qui ſunt .a.b.c. de tribus illis equalibus volumus vnum ſolidum angulum conſtituere. ¶ Oportet igitur ex .10. huius vt quicq; duo eorum pariter accepti tertio ſint maiores ¶ ex .11. huius vt omnes pariter accepti quatuor rectis angulis ſint minores ex ipſis itaq; ſint hec poſita: latera vero eos continentia cū ſta ad inuicem ſint equalia eiſq; ſubtendantur tres baſes ¶ ipſe ſint .d.e.e.f.f.f.d. eritq; ex p̄miſſa poſſibile de tribus lineis his baſibus equalibus triangulum conſtitui ¶ Si igitur ex eis conſtitutus ſecundum doctrinam .22. primi triangulus .d.e.f. cui ſicut docuit quinta quarti circūſcribatur circulus .d.e.f. ſupra centz .g. ¶ Protrahantur .g.d.g.e.g.f. ¶ cum ſint ad inuicem equalis ex diffinitione circuli lateraq; tres p̄poſitos angulos ambiētia eā lia ex hypotheſi neceſſe eſt vt earum quolibet quolibet illorum laterum ſit minor equalē autem aut maiorem eſſe eſt impoſſibile. Si enim lineæ exiens a centro .g. ad circūferētiā circuli .d.e.f. eſſet equalis alicui lateri .

a. d. a. e. b. e. b. f. c. f. c. d. sequeretur propterea que posita sunt annuente. 8. primi tres angulos. a. b. c. ppositos et equales tribus angulis. d. g. e. e. g. f. f. g. d. cum hi tres sint equales quatuor rectis angulis ut facile patet ex. 13. protracta paulisper vna linearum exientium a centro ad circumsferentiam in continuum et directum essent et tres anguli. a. b. c. equales et quatuor rectis quod est contra posita. ¶ Quod si esset maior superpositis tribus tri angulis quorum sunt anguli. a. b. c. tribus triangulis diuidentibus triangulum. d. e. f. vnoquoque illi cum quo communicat in basi ita quod bases superponantur basibus equales videlicet equalibus et anguli. a. b. c. cadant ad partem puncti. g. sequeretur ex. 11. primi tres angulos. a. b. c. et maiores tribus qui sunt. d. g. e. g. f. f. g. d. essent itaque maiores quatuor rectis quod est amplius contrarium positum. ¶ Reliquitur itaque vnum quoddam ex sex lateribus tres propositos angulos ambientibus maius esse linea egrediente a centro. g. ad circumsferentiam. d. e. f. ideoque et potentius. ¶ Sit igitur potentius in linea. g. h. que sit secundum. n. huius orthogonaliter erecta super superficiem trianguli vel circuli. d. e. f. Demittanturque tres ypothemise. h. d. h. e. h. f. quas dico continere angulos tres superficiales equales tribus ppositis constituentes angulum solidum in puncto. h. Cum enim quadratum linee. a. d. sit equale duobus quadratis duarum linearum. d. g. et g. h. ex ypothesi. At quadratum linee. d. h. sit eque eidem ex penultima primi necesse est linea. a. d. esse equali linee. d. h. Eodemque modo linea. a. e. linee. e. b. igitur ex. 8. primi cum bases et sint eque erit angulus. a. equalis angulo. d. h. e. Similiter quoque erit angulus. b. equalis angulo. e. h. f. et angulus. c. equalis angulo. f. b. d. quare constat factum et quod facere disposuimus.

Castigator.

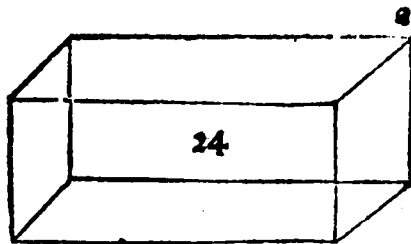
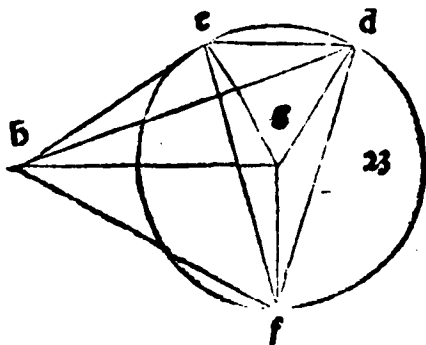
a ¶ Quia cum triangulus. d. e. f. sit constitutus ex tribus lineis equalibus illis tribus basibus presupponitur lateri. e. d. huius trianguli. d. e. f. et equali illi basi. d. c. subtenere angulo. a. Et ideo p. 8. primi concludit de angulis.

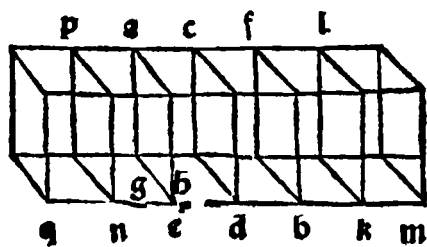
Propositio 24.



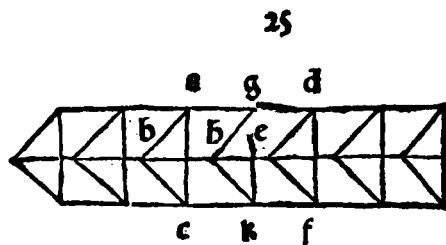
In superficiebus equidistantibus solidus continetur eius opposite superficies sibi inuicem equales sunt et equidistantium laterum.

¶ Quicquid dicant alii solidum equidistantibus superficiebus contentum superficiebus paribus necesse est contineri que sicut esse non possunt pauciores sex ita possunt esse in omni numero pari senarium excedere. ¶ Constat enim columnam exagonam posse. 8. superficiebus que bine et bine opposite sibi inuicem equidistant contineri: sic quoque octogonam. 10. et decagonam. 12. et ad istarum similitudinem in infinitum. ¶ Sed horum omnium solidorum equidistantibus superficiebus contentorum que infinita esse pronuntiatio solum illud dicitur parallelogramum cuius omnes superficies ipsum ambiens parallelograme sunt et istud sex superficiebus duntaxat necesse est ambiri. De tali itaque quod sex tantum superficiebus ambitur dico debere intelligi quod hec. 24. proponit. Sit igitur tale solidum corpus. a. b. cuius omnino superficies: sic ut solido habitu mente comprehendat: patebitque tibi vnaquamque earum quatuor ex reliquis secare. Cuius quatuor latera cum sunt communes sectiones ipsius secantis et quatuor sectarum. Sint autem ille quatuor secte bine et bine secundum quod ad inuicem opponuntur equidistantes ex ypothesi: sequitur ex. 16. bis assumpta ut quatuor latera huius superficiei secantis et quatuor sectarum sint ad inuicem bina et bina equidistantia. Constat itaque secundum. ¶ At vero ex. 34. primi manifestum est omnia latera opposita istarum sex superficierum esse equalia. ¶ Enunt igitur bina latera angulum planum continentia cuiusque earum equalia binis lateribus angulum planum in superficie sibi opposita continentibus. Anguli quoque ab illis binis et binis lateribus contenti eque p. 10. huius igitur ex conuersa penultime corollarie scie in primo libro posite necesse est quas duas superficies in solido. a. b. oppositas et sibi inuicem equales quod est ppositum.

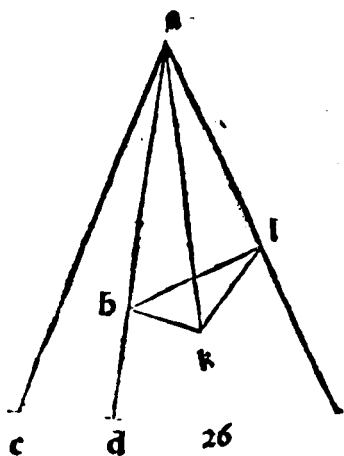




25



25



26

Propositio .25.



Superficies quedam secet solidum parallelogramum equidistanter duabus ipsius solidi superficieribus oppositis duo partialia corpora que ad illam secantem superficiem velint ad communem terminum copulantur suis basibus sunt proportionalia.

¶ Sit corpus a.b. solidum parallelogramum & secet ipsum superficies c.d. equidistanter duabus eius oppositis superficieribus que sunt a.e. & f.b. & sit superficies g.b. basis ipsius solidi a.b. de qua constat p premissam q ipsa sit equidistantium laterum. Et sit communis sectio duarum superficierum c.d. & g.b. linea h.d. de qua constat per .3. huius q ipsa sit linea recta & per .16. huius q ipsa sit equidistans g.c. ideoq. sunt due superficies g.d. & f.b. equidistantium laterum & ipse sunt bases duorum partialium corporum in que superficies c.d. diuidit solidum a.b. Dico itaq. q proportio solidi a.d. ad solidum b.c. sicut basis g.d. ad basim h.b. Protrahantur enim vtrinq. quantum libuerit. quatuor linee penetrantes superficiem c.d. super eius angulos & ipse sunt a.f. & c.b. cum duabus reliquis sibi equidistantibus. Sumanturq. ex eis omnibus portiones ex parte puncti b. quot libuerit que ponantur singule equales linee b.d. & ex parte puncti e. alie similiter quot libuerit que ponantur equales linee e.d. super quas vtrinq. constituentur solida parallelogramata secundum suarum longitudinem exigentium. Sintq. ex pte puncti b. solida f.k. & l.m. & ex parte puncti e. solida a.n. & q.p. Eritq. ex diffinitione corporum equalium atq. similium vnum quoddam solidum f.k. & l.m. equale solido e.b. & vnu quoddam a.n. & q.p. est equale a.d. Fiat igitur argumentum quemadmodum in prima sexti. Est enim solidum c.m. ita multiplex solidi b.c. sic basis h.m. basis h.b. & solidum q.c. ita multiplex solidi a.d. sic basis q.b. basis g.d. & si basis h.m. est equalis basi q.b. solidum e.m. est equale solido q.c. ex diffinitione corporum equalium atq. similium & si basis est minor basi & solidum est minus solido & si maior maius quod patet ex diffinitione eadem rescata maiori basi ad equalitatem minoris & descripto super eam solido parallelogramo. itaq. ex diffinitione incotinue proportionalitatis proportio solidi a.d. ad solidum c.b. sicut basis g.d. ad basim h.b. quod est propositum. ¶ Quod si superficies aliqua secet corpus seratile equidistanter duabus eius triangularibus superficieribus oppositis duo partialia corpora que ad illam secantem superficiem velint ad eodem terminum copulantur suis basibus erunt proportionalia. ¶ Sit enim a.f. corpus seratile cuius sint due trigone superficies a.b.c.d.e.f. Constat igitur ex diffinitione seratilis vnāquāq. trium superficierum que sunt a.b.d. e.b.c.e.f.a.c.d.f. esse parallelogramum. Secet igitur superficies g.h.k. istud seratile equidistanter duabus eius oppositis superficieribus que sunt a.b.c.d.e.f. dico q. proportio seratilis a.k. ad seratile g.f. est sicut basis a.k. ad basim g.f. quod sicut de solidis parallelogramis probatur. Protractis enim in vtrāq. partem lineis a.d. b.e.c.f. factisq. inter eas ex parte puncti e. seratilibus equalibus seratili g.f. & ex parte puncti b. aliis equalibus seratili a.k. vtrinq. quouis numero ex diffinitione incotinue proportionalitatis. si cū ista vigili mente perlustreris non erit tibi difficile cōcludere qd diximus.

Propositio .26.



Super datum punctum date linee angulo solido proposito equalem angulum solidum constituere.

¶ Solidus angulus propositus sit a. qui contineat tribus lineis a.b.a.c.a.d. tres superficiales angulos ipsum solidum perficientes continentibus cui super punctum e. linee e.f. propositae que ad libitū pponentis iaceat aut in sublimi confurgat iubemur equalē angulū solidū constituere qualiscūq. sit situs lineae e.f. a puncto g. vbiq. volueris signato: productio lineae g.e. erunt q. ex ista huius due linee e.f. & g.e. in superficie vna. In hac itaq. superficie

super punctum. e. datum in assignata linea secundum consilium 33. p^{mo} constituitur angulum e^qlem angulo. b. a. c. & ipse sit. f. e. g. dehinc ex linea. a. d. absconde linea. a. b. sicut volueris & a puncto. h. productio perpendiculararem. b. k. ad superficiem in qua sunt due linee. a. b. & a. c. quod qualiter faciendum sit. u. huius docuit. Nec sit igitur tibi cura de puncto. k. Nihil enim refert ut perpendicularis. b. k. occurrat superfici in qua sunt due linee. a. b. & a. c. inter ipsas lineas aut extra aut in eaz. altera ducto in lineam. a. k. positoq. puncto. l. in linea. a. b. vbiq. volueris pertrahere lineas. k. l. & l. h. & pone angulum. f. e. m. in superficie lineaz. e. f. & e. g. equalem angulo. b. a. k. & lineam. e. m. equalem linee. a. k. & ex linea. e. f. sume lineam. e. p. equalem lineae. a. l. & a puncto. m. educ lineam. m. n. perpendiculararem ad superficiem in qua sunt due linee. e. f. & e. g. & pone eam equalem. b. k. & protrahe lineas. e. n. n. p. & p. m. dico igitur tres lineas. e. f. e. g. e. n. continere angulum solidum in puncto. e. equalem angulo. a. pposito. Cum sint enim ex hypothesi duo latera. a. k. & k. h. trianguli. a. k. h. equalia duobus lateribus e. m. & m. n. trianguli. e. m. n. & anguli qui sunt ad. k. & ad. m. recti ex diffinitione linee perpendiculariter erecte supra superficiem. Erunt ex quarta primi due linee. a. h. & e. n. equales. Per eandem quoq. erunt due linee k. l. & m. p. equales. Ideoq. & p. eandem. h. l. & n. p. equales cum sint. h. k. & k. l. equales. m. n. & m. p. & anguli. b. k. l. & n. m. p. recti p. s. igitur primi erit angulus. n. e. p. equalis angulo. b. a. l. Simili quoq. modo probabis angulum. g. e. n. esse equalem angulo. c. a. d. Constat itaq. nos effecisse quod volumus. Huic si studiosus insisteris quotcuq. lateribus. a. solidus angulus ppositus contineatur quod a te petis sine offendiculo perficere poteris.

Castigator.

a ¶ Non mireris de puncto. g. si ad libitum ponatur & linea. g. e. pertrahatur hoc. n. sit ut habeatur superficies ex secunda huius in qua angulus superficialis sinetur & c. etiam per primam huius si punctus. g. directe obuiaret puncto. e. tunc fieret linea vna q. tota eet in eode plano sive i eade superficie.

Propositio 27



¶ Per assignatam lineam dato solido equidistantium superficialium simile solidum constituere.

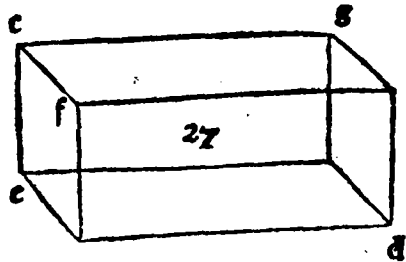
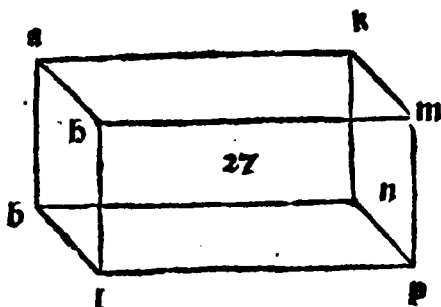
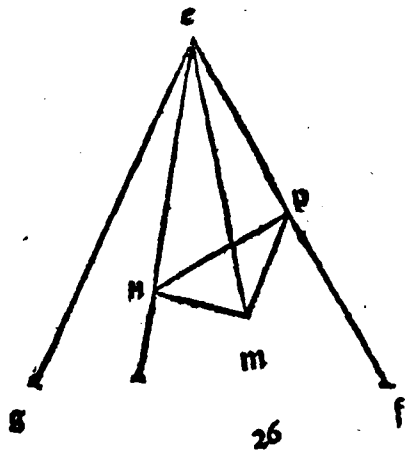
¶ Sit assignata linea. a. b. de cuius situ utrum in plano iaceat vel sursum exurgat nihil curetur; sitq. assignatum parallelogramum solidum corpus. c. d. cui super lineam a. b. iubeatur simile solidum fabricare. Sint igitur tres linee continentes superficiales angulos ex quibus componitur solidus angulus. c. inscripte litteris. c. e. c. f. c. g. At secundum precepta premisse super punctum. a. lineae. a. b. constituitur angulus solidus equalis. c. quem contineant tres linee. a. b. a. b. a. k. & auxilio. 10. sexti sit proportio. c. e. ad. a. b. & c. f. ad. a. b. & c. g. ad. a. k. proportio vna. Dehinc a tribus punctis. b. b. k. protrahantur sex linee. h. l. equidistans lineae. a. b. & h. m. equidistans lineae. a. k. iterum. b. l. equidistans lineae. a. b. & b. n. equidistans lineae. a. k. Rursus quoq. k. n. equidistans. a. b. & k. m. equidistans. a. b. Amplius autem protrahantur. m. p. equidistans. h. l. & p. l. equidistans. h. m. protrahatur quoq. & linea. p. n. eritq. completum solidum parallelogramum a. p. quod dico esse simile solido. c. d. Hoc autem ex diffinitione similium superficialium & diffinitione similium corporum si earum memineris facile concludes.

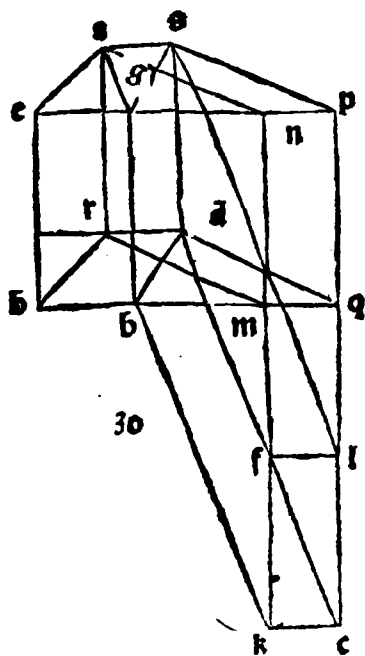
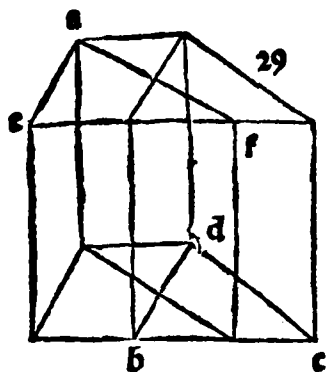
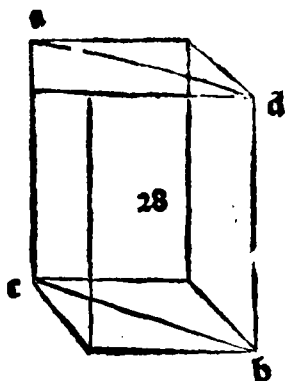
Propositio 28.



¶ Superficies aliqua solidum parallelogramum super duas quolibet oppositas superficies eius terminales & super earum duas diametros secet eadem superficie corpus illud per equalia secare necesse est.

¶ Sit corpus. a. b. solidum parallelogramum de quo sit positum q. superficies. a. b. c. d. secet ipsum super diametros duarum superficialium oppositarum solidum ipsum terminantium que sunt. a. d. & c. b. dico





¶ ipsa diuidit istud solidum propositum per equalia. Cōstat enim q̄ ipsa diuidit illud solidum in duo seratilia quorum superficies quadrilateras binas & binas adinuicem relatas secundum q̄ ipse sunt opposita latera solidi propositi manifestum est ex. 24. huius est equalis cum solidum de quo loquimur positum sit esse parallelogramum. Ex eadem quoq; ff. 41. p̄mi constat trilateras superficies dictorum seratiliū esse equalis. ¶ Igitur a diffinitione solidorum equalium liquet quod propositum est.

Castigator.

¶ Quia triangulus formatur sup̄ vnum lat̄ superficiē oppositarum & super idem formatur eadē superficies opposita. Et ideo per. 41. sunt eq̄ les dicti trianguli quoniam sunt medietates illarum superficialium per communem scientiam. 7. in primo libro.

Propositio. 29.



¶ Incta solida equidistantium superficialium eque alta atq; in eadem basi super vnam lineam constituta probantur esse equalia.

¶ Vnum est q̄ solida equidistantium laterum eque alta siue inter superficies equidistantes super vnam & eandem basim constituta si ne adinuicē eq̄lia sicut de superficiebus equidistantium latez sup̄ vnam basim & inter lineas equidistantes constitutis vt in. 35. primi demonstratum est. Sed talium solidorum quedam dicuntur constitui super lineam vnam & sunt illa quoz̄ sup̄remaz sup̄ficierum duo opposita latera sunt p̄m rectitudinem protracta linea vna & de talibus hec. 29. proponit demonstrandum ipsa omnia esse equalia adinuicem. Sunt aut̄ eoꝝ alia que non dicuntur constituta sup̄ lineam vnam & sunt illa quoz̄ sup̄remaz sup̄ficiez duo latera opposita quecūq; sumantur p̄m rectitudinem p̄tracta nō sunt linea vna & de talibus sequēs demonstrandum p̄ponet ipsa quoq; oia esse adinuicem equalia. ¶ Sint itaq; duo solida parallelograma eque alta siue inter superficies equidistantes. a. b. f. a. c. constituta super vnam basim que sit. a. d. quoz̄ sup̄reme superficies sint. e. b. f. & f. c. Sintq; hāz sup̄remarum superficies duo latera opposita cum secundum rectitudinem protrahantur linea vna & ipsa sint. e. f. f. b. c. dico itaq; q̄ solida. a. b. f. a. c. sunt equalia: hoc aut̄ si figuram eius secundum q̄ oportet actu vel cogitatione fabricaueris & quemadmodū in. 35. primi b̄ processeris idem faciens hic de seratilibus quod ibi de triangulis facile concludere poteris occurruntq; tibi hic eadem diuersitates in solidis que ibi in superficiebus occurrunt se nouisti.

Castigator.

¶ Quoniam seratilia hic in que resoluitur ista duo solida parallelograma sunt omnia adinuicem equalia per diffi. corpoꝝ equalium atq; similitum & tunc per eōm scientiam quoz̄ dimidia sunt equalia tota quoq; equalia esse. quia illa seratilia semper sunt dimidia illorum parallelogramorum. Ideo & cetera.

Propositio. 30.



¶ Incta solida equidistantium superficialium eque alta que in eadem basi non autem super lineam vnam fuerint constituta probantur esse equalia.

¶ Sint nunc duo solida parallelograma eque alta siue inter superficies equidistantes sintq; super vnam & eandem basim sed non super lineam vnam constitutas dico itez̄ ea est equalia. ¶ Esto enim duo solida parallelograma. a. b. f. a. c. eque alta siue inter superficies equidistantes constituta super vnam basim que sit. a. d. sed nō sup̄ vna lineā sintq; eoꝝ sup̄reme superficies. e. b. f. f. c. quaz̄ opposita latera p̄m rectitudinē p̄tracta non erūt linea vna. Cūq; ipsa ex ypothesi sint in vna superficie eo q̄ solida p̄posita sunt inter superficies equidistantes: necesse est vt duo latera vnius earum p̄tracta secundum rectitudinem fecerit duo alterius eaz̄ p̄tracta p̄m rectitudinē p̄trahant itaq; duo

opposita latera superfici. e. b. que sint. e. g. f. h. b. f. duo opposita superficies. e. c. que sint. k. l. f. c. l. f. fecerit se super quatuor puncta. m. n. p. q. eritq. superficies. m. n. p. q. equidistantium laterum equalis vnicuique trium superficierum quaz. vna est basis ppositis solidis cōis f. ipsa ē. a. d. f. dū relique sunt super preme superficies corūde solidoz. f. ipse sunt. e. b. f. c. f. ductis itaq. lineis a quatuor punctis. m. n. p. q. ad quatuor angulos basis. a. d. sibi fm directā habitudinē relatos que sint. n. a. m. r. p. s. q. d. pfectū erit solidū palellogramum. a. q. in eadē basi cū vtroq. duoz. priorz. f. eque altū f. sup lineā vnā cū vtroq. ipsoz. p. premisam igit vtrūlibet duoz. solidoz. pposito. que sunt. a. b. f. c. a. c. est equale solido. a. q. p. conceptionē ergo ē solidū. a. b. eque solido. a. c. qre constat ppositum. ¶ Potes quoq. cōuersas huius f. p. misse pbare si libet ducendo ad impossibile. Pones. n. quelibet duo solida palellogama ēē eqlia f. cōstituta sup eandē basim egdistancia f. demōstrabis ea ēē eque alia. Erūq. hec f. premisae tue demonstrationis mediū impossibile aut ad qd ducet erit ptem suo totū ēē eqlens qd euidenter patebit si de illo solido qd altius ēē mentit aduersarius cū tñ ambo posita sint equalia f. sup eandē basim cōstituta vnū solidū palellogramū eque altū demissiori absideris. hoc aut absisum equale ēē demissiori cōuincet ex hac f. premissa. ideoq. f. totū illi a quo ipsum absideris ex cōi. scientia.

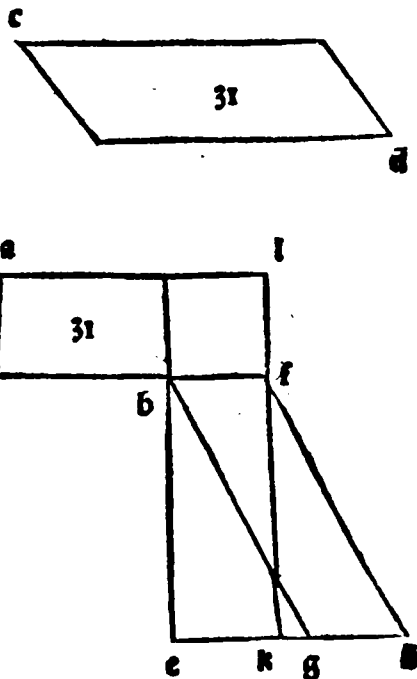
Propositio .31.



Psolida egdistantiū superficierz in basibus equis cōstituta si fuerit eque alta lineaz eoz. angulares supra bases orthogonaliter steterint erunt equalia.

¶ Et hoc quoq. vez. ē q. oia solida palellograma i equis basibus atq. inter superficies egdistantes siue eque alta cōstituta sunt adinuicē eqlia sicut de superficiebus egdistantium

latez. super euales bases f. inter lineas egdistantes cōstitutis in .36. primū probatum est. A taliū solidoz. alia sunt quoz. angulares linee super suas bases orthogonaliter erigunt de qbus hec. 31. pponit demonstrandū ea ēē equalia. Alia vero sunt quorum angulares linee super suas bases nō sunt orthogonaliter erecte de qbus sequēs demonstrandū pponit ea ēē equalia. Intelligant itaq. super duas bases. a. b. f. c. d. que sint euales f. egdistantium latez. nō tñ vnus creatōis. sed sit. a. b. tetragonus longus. f. c. d. simili helmuaym duo solida egdistantium latez. cōstituta eque alta sintq. linee erecte sup angulos ppositaz. basim perpendiculares ad ipsas dico hec duo solida adinuicē ēē equalia. Protrahant itaq. duo latera basis. a. b. f. sint illa que cōtinent angulū. b. v. s. q. ad. f. f. e. f. siar angulus. f. b. g. equalis angulo. c. basis. c. d. f. sumant duē lineas. b. f. f. b. g. euales duobus lateribus basis. c. d. q. cōtinent angulū. c. f. perficiat superficies egdistantium latez. b. h. que erit equalis f. similis basi. c. d. Dehinc ptrahatur. h. e. equidistans. b. f. f. k. equidistans. b. e. eritq. quadrilatera superficies. b. k. equidistantiam latez. equalis. b. h. ex. 35. primit cūq. b. h. sit equalis. c. d. erit per cōceptionem. b. k. equalis. a. b. Compleatur itaq. superficies equidistantiū latez. b. l. ptracta linea. k. f. quousq. cōcurrat cū vno ex lateribus cōtinentibus angulū. a. in puncto. l. Age ergo vt super tres superficies equidistantium latez. que sunt. b. h. b. k. b. l. cōstituantur eque alta solida solido cōstituto super basim. a. b. sintq. lineas oīum solidoz. istoz. erecte super bases perpendiculares ad ipsas f. appellentur bases f. solida super eas cōstituta eisdem nominibus. ¶ Manifestum est ergo ex diffinitione solidorum equalium atq. similium q. duo solida. b. b. f. c. d. equalia atq. similia sunt. ¶ De solidis autem. b. h. f. b. k. constat ex. 29. q. ipsa sunt equalia sunt. enim eque alta f. cōstituta super vnā f. eandē basim f. ipsa est superficies erecta super lineam. b. f. f. super lineam vnā est autem per. 25. proportio. a. solidi. a. b. ad solidum. b. l. sicut basis. a. b. ad basim. b. l. f. p. eandē solidi. b. k. ad solidum. b. l. sicut basis. b. k. ad basim. b. l. cumq. sit vtriusq. duarum basim. a. b. f. b. k. ad basim. b. l. vna proportio ex prima parte. 7. quinti erit vtriusq. duorum solidorum. a. b. f. b. k. ad



solidum. b. l. proportio vna igitur ex prima parte none quinti erunt duo solida. a. b. f. b. k. equalia: at quia solidum. b. k. est equale solido. b. h. solidum. b. h. solido. c. d. sequitur ex communi scientia solidum. a. b. esse equale solido. c. d. quod est propositum.

Castigator.

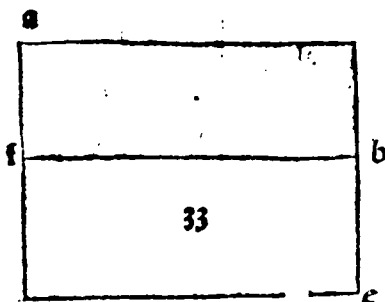
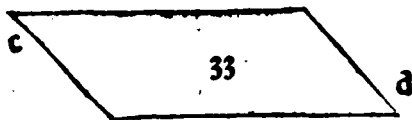
a ¶ Quia imaginatur super totam basim. a. f. vel. e. l. parallelogrammū solidum constitutum & superficies erecta super lineam. b. f. equidistanter basibus oppositis ipsum secare.

Propositio .32.



¶ Solida equidistantium superficierum in equis basibus constituta eque alta fuerint linee autem angulares supra bases orthogonaliter non steterit ipsa esse equalia necesse est.

¶ Fabricatis duobus corporibus vt proponitur videlicet que sint equidistantium terminorum & eque alta & sup bases equas non autem super bases suas perpendiculariter erecta sed ambo super eas inclinata. Si autem a quatuor angulis supremarum superficierum ipsorum ad bases suas perpendicularares ducantur que ex. 6. erunt singulares equidistantes & etiam ex ypothesi singule singulis equales ipse enim solidorum propositorum altitudinem diffiniunt: & si inter eas solida equidistantium laterum perficiantur constabit ex premissa hec duo solida ultimo constituta esse ad inuicem equalia. Cūq. duorum priorum & duorum posteriorum sint eadem bases videlicet eorum superficies superpremet constat ex. 29. vel. 30. & hac communi scientia: quęcūq. equalibus sunt equalia sibi inuicem sunt equalia verum esse quod propositum est. ¶ Ex his potes conuersas huius & premisse eisdem mediantibus indirecte demonstrare si libet eodem modo & ad idem inconueniens sicut in conuersis duarum istas antecedentium deducendo. Pones enim duo solida parallelogramata esse equalia & super equales bases & conuincas ea esse eque alta vel pones ea esse eque alta & equalia & conuincas ea sup bases eqles.



Propositio .33.



¶ Omnia solida equidistantium superficierum eque alta suis basibus sunt proportionalia.

¶ Sint duo solida equidistantium superficierum eque alta constituta super duas bases. a. b. f. c. d. dico q. proportio illorum duorum solidorum vnus ad alterum est sicut proportio suarum basium que sunt. a. b. f. c. d. vnus ad alteram. Constat quidem ex. 24. vtrāq. harum duarum basium esse equidistantium laterum. ¶ Duo igitur latera opposita & equidistantia in superficie. a. b. protrahantur & inter ea fiat superficies equidistantium laterum que sit. f. e. equalis. c. d. Deinceps supra superficiem. f. e. compleatur solidum parallelogrammum eque altum ei quod constitutum est super basim a. b. sitq. amborum communis terminus illa superficies que exurgit super lineam. b. f. hec autem solida & sue bases eisdem nūcupentur nominibus. ¶ Quia igitur basis. f. e. est equalis basi. c. d. erit ex. 31. vel. 32. solidum. f. e. equale solido. c. d. At quia totale solidum. a. e. secat superficies exurgens super lineam. b. f. equidistanter duobus lateribus oppositis erit ex. 25. proportio solidi. f. e. ad solidum. a. b. sicut basis. f. e. ad basim. a. b. Cūq. sint c. d. f. e. tam bases q. solida equalia: bases quidem ex ypothesi solida autē ex. 31. vel. 32. Sequit ex. 7. quinti bis assumpta semel p basibus & semel p solidis q. solido. a. b. f. c. d. basium. a. b. f. c. d. sit proportio vna qd demonstrare volumus. ¶ Huius quoq. conuersam eadē ipsa mediāte demonstrare quē admodū conuersas precedentium nō ē difficile. pones enim duo solida para-

llograma esse satis habebat proportionalia & conuincet ea esse eque alta abscisq; ab eo q; altius mentiet aduersarius vno solido palellogramo eque alto demissiori erunt abscisum & dimissus suis basibus proportionalia ex ypothesi & ex hac. 33. cumq; et eent totale altius a quo partiale abscidi si ipsum demissius eisdē basibus proportionalia ex ypothesi sequitur ex prima pte. 9. qnti totale q; aduersarius dicit altius & priale qd ab eo abscidi si esse equalia.

Propositio 34.



Si duo solida equidistantium superficierum lineis altitudinum super bases orthogonaliter erectis fuerint equalia eorum bases eandem altitudinibus mutuas ee. Si vero fuerint due bases suis altitudinibus mutue ipsa solida sibi inuice equalia esse necesse est.

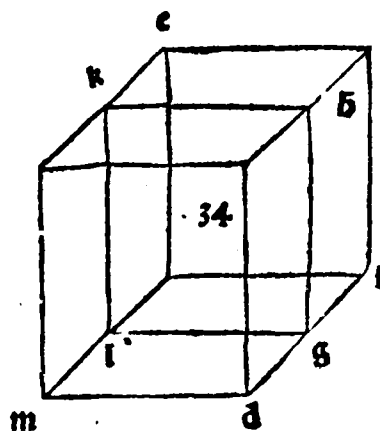
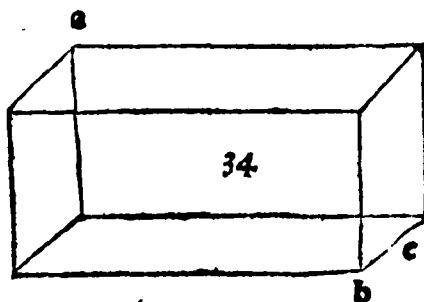
¶ Quocumq; sunt duo solida equidistantium superficies equalia eorum bases & altitudines necesse est ee mutue scias & conuerso quemadmodum de superficiebus equidistantium laterum equiangulis. 33. sexti proposuit. At tamen hac. 34. istud demonstrandum pponitur de illis solidis palellogramis in quibus linee altitudinum suis basibus palellogramis orthogonaliter insunt. Ea vero que sequitur proponit idem de ceteris. Sint ergo nunc duo solida palellograma. a. b. f. c. d. equalia quorum bases sint. a. e. f. c. f. lineeq; altitudinū ipsoz sunt super has bases orthogonaliter erecte & sit altitudo solidi. a. b. linea. e. b. & solidi. c. d. linea. f. d. si igitur fuerint due line. e. b. & f. d. determinantes ipsoz solidoz altitudines equales adinuice cum ipsa quoq; solida sint ex ypothesi equalia. erunt ex conuersa. 33. bases eoq; que sunt. a. e. f. c. f. equalis. ideoq; bases & altitudines. erunt mutue sicq; constabit propositi prima pars. & conuerso constabit secunda vt si altitudines & bases sint mutue ponantur altitudines equalis erunt quoq; bases equalis. ideoq; per. 33. & solida equalia & sic constat secunda pars. At & si line. e. b. & f. d. non fuerint equalis sit. f. d. maior & ex ea refectur. f. g. ad equalitatem. e. b. tribusq; ceteris lineis que sunt altitudines solidi. c. d. ad eandem mensuram in punctis. h. k. l. reiectis perficiatur solidum palellogramum. c. g. eque altū solido. a. b. eritq; ex premisa. a. b. ad. c. g. sicut a. e. ad. c. f. Cum itaq; c. d. sit equalis. a. b. erit ex prima parte. 7. quinti. c. d. ad. c. g. sicut. a. e. ad. c. f. per premisam autē ē proportio. c. d. ad. c. g. sicut m. f. ad. f. l. qd patet si vna ex lateralibus superficiebus solidi. c. d. & ipsa sit. f. m. intelligat basis ipsius. At p prima sexti. f. m. ad. f. l. sicut. d. f. ad. f. g. ideoq; p. 7. qnti. sicut. d. f. ad. b. e. igit. a. e. ad. c. f. sicut. d. f. ad. b. e. constat itaq; priap. Scdam prem cū sit conuersa pte conuerso mō pbabit. sit. n. eadē dispositione manente proportio. a. e. ad. c. f. sicut. d. f. ad. e. b. dico nūc solida. a. b. & c. d. ee equalia. erit. n. ex. 7. qnti. d. f. ad. f. g. sicut. a. e. ad. c. f. sed ex premisa est a. b. ad. c. g. sicut. a. e. ad. c. f. igit ē. a. b. ad. c. g. sicut. d. f. ad. f. g. ex prima at sexti ē. d. f. ad. f. g. sicut. m. f. ad. f. l. & ex pmisa. c. d. ad. c. g. sicut. m. f. ad. f. l. itaq; c. d. ad. c. g. sicut. a. b. ad. c. g. igitur ex. 9. 5. a. b. & c. d. sunt equalia quod est ppositum.

Propositio 35.



Si duo solida equidistantium terminorum fuerint equalia eorum bases eandem altitudinibus erunt mutue. Si vero bases sue altitudinibus suis mutue fuerit quolibet duo corpora equidistantium superficierum probantur esse equalia.

¶ Quod pmisa pposuit de solidis palellogramis quoq; linee altitudinū sup bases suas orthogonaliter exurgunt. hec. 35. pponit in distincte de omnibus. Demonstrare autē cōuenit hanc ex premisa que ad modum demonstrauimus. 33. & 33. Fabricatis enim duobus solidis equidistantium laterum quibuscumq; si linee altitudinum suis basibus orthogonaliter insunt; constat vtz esse quod dē ex premisa. ¶ Sinaut a quāmor angularibus punctis supremaz superficiez in vtroq; solido quaterne



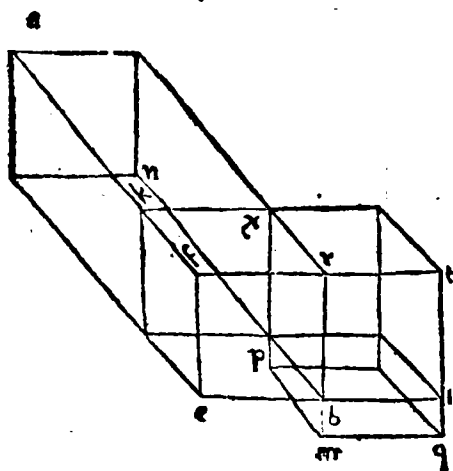
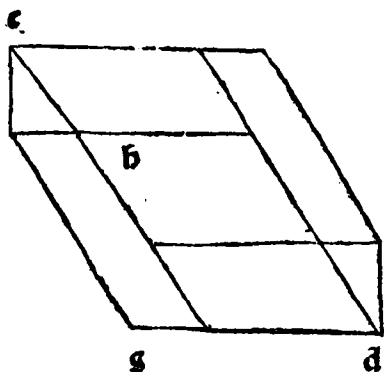
linee demittantur perpendiculariter ad bases vel a punctis angularibus in
summarum superficierum quatenus erigantur inter quas duo solida para-
llograma perficiantur eque alta solidis prioribus. eruntq. ex. 29. & 30. hec
duo solida duobus prioribus solidis equalia. cum igitur horum & eorum
sint eadem bases & eadem altitudines: sit autem ex premissa de posterioribus
verum quod hec. 35. proponit verum erit idem etiam de prioribus.

Propositio 36.



Sino solida equidistantium superficierum fue-
rint similia proportio erit utriusq. ad alterum ta-
q. cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus
alterius proportio triplicata.

¶ Sint enim duo solida. a. b. & c. d. parallelograma & si-
milis: dico q. p. portio vnius eor. ad alter. est sicut vnius
lateris eius ad vnum latus alterius quod sibi refertur proportio triplicata
quemadmodum duarum superficierum similium proportio est sicut suo-
rum relatiuum laterum proportio duplicata vt in. 28. sexti demonstra-
tum est. ¶ Nam si solida. a. b. & c. d. fuerint equalia cum ipsa ponantur si-
milis erunt ex diffinitionibus similium corporum & similium superfie-
rum cuncta latera vnius equalia suis relatiuis lateribus alterius ideoq. cum
duarum quantitarum equalium proportio triplicata aut quotienslibet
sumpta non efficiat nisi equalitatis proportionem: constat in hoc casu ve-
rum esse quo proponitur. ¶ Si autem inequalia sit. a. b. maius cuius lon-
gitudo sit. b. e. latitudo. e. f. altitudo. f. a. basis. e. r. & suprema superficies. a.
n. Solidi vero. c. d. sit longitudo. d. g. latitudo. g. h. altitudo. h. c. constar
itaq. ex diffinitione similium corporum & ex diffinitione similium sup-
ficerum & presenti ypothesi q. proportio. a. f. ad. r. b. & f. e. ad. h. g. & e. b.
ad. g. d. sit p. portio vna. Sumatur igitur ex linea. a. f. quam manifestum
est esse maiorem. c. b. linea. f. k. equalis. h. c. ceteraq. tres determinantes alti-
tudinem solidi. a. b. refecerunt ad equalitatem eius & inter eas complea-
tur solidum parallelogramum. k. b. eque altum solido. c. d. & protrahan-
tur due linee basis. e. b. vsq. ad. l. & r. b. vsq. ad. m. sitq. b. l. equalis. g. d. &
b. m. equalis. h. g. & perficiatur superficies equidistantium laterum. m. l.
que erit equalis & similis. h. d. Super eam igitur erigatur solidum parallelo-
gramum. p. q. secundum altitudinem presciscam ex altitudine solidi. a. b.
eritq. p. q. equale & simile solido. c. d. rursusq. inter lineas. r. b. & b. l. perfici-
atur superficies equidistantium laterum. b. t. super quam quoq. erigatur
solidum parallelogramum. x. l. eque altum vtriq. duorum solidorum. k. b.
& e. p. q. replendo alterutrum duorum angularum entium inter ea.
¶ Cum autem duo solida. a. b. p. q. sint similia eo q. ambo posita sint simi-
lia solido. c. d. corpora vero vni & eidem corpori similia inter se sunt simi-
lia vt patet ex diffinitione similium corporum & 30. sexti. Manifestum
est ex. 25. ter assumpta q. inter duo solida. a. b. & p. q. secundum continuam
proportionalitatem cadunt duo solida. k. b. & x. l. opportune ergo consti-
tuta vel constructa figurat ypothesibusq. memorie firme commendatis
ex prima sexti facile concluder propositum. ¶ Excute torporem & dilige-
ter attende sciesq. ex. 25. huius proportionem solidi. a. b. ad solidum. k. b.
esse sicut superficiei. a. r. ad superficiei. k. r. ideoq. ex prima sexti sicut linee
a. f. ad lineam. k. f. Et proportionem solidi. k. b. ad solidum. x. l. sicut su-
perficiei. k. r. ad superficiei. x. t. ideoq. sicut linee. f. r. ad lineam. r. t. Et p.
portionem solidi. x. l. ad solidum. p. q. sicut superficiei. r. l. ad superficiei
l. m. ideoq. sicut linee. r. b. ad lineam. b. m. ¶ Ex ypothesi vero liquet q.
proportio linee. f. r. ad lineam. r. t. & linee. r. b. ad lineam. b. m. est sicut li-
nee. a. f. ad lineam. k. f. itaq. ex diffinitione proportionis triplicate posita
in probemio quinti: constat q. proportio solidi. a. b. ad solidum. p. q.
ideoq. etiam ad solidum. c. d. est sicut linee. a. f. ad lineam. k. f. triplicata &
quia linea. k. f. posita est equalis linee. c. b. patet verum esse quod dicitur.
¶ Scire autem oportet q. quicquid per hanc. 36. & per. 7. eam continu-



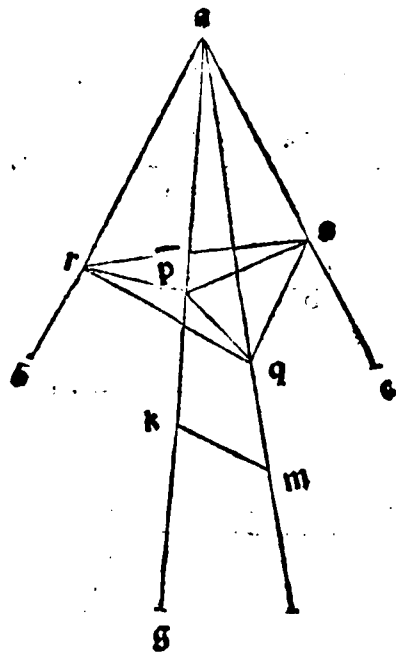
precedentes demonstratum est de solidis parallelogramis idem quoque verum est de seratilibus quorum bases communiter sunt trigone aut communiter tetragone. hoc autem ex. 28. & hac. 36. & 7. eam continue precedere tibus constabit ingenioso inspectori. ¶ Si enim fuerint seratilia quolibet eque alta super eadem basim vel super bases equales cōiter tamen trigonas aut communiter tetragonas cum ipsa sint dimidia solidorum parallelogramorum suarum altitudinum ex. 28. ipse etiam equalia ex. 29. & tribus eam sequentibus ex his enim constat solida parallelograma ipsis seratilibus dupla esse equalia. ¶ Similiter quoque si fuerint duo seratilia super bases communiter trigonas aut communiter tetragonas eque alta ipsa erunt suis basibus proportionalia quemadmodum de solidis parallelogramis ex. 25. habetur ipsa enim sunt ex. 28. dimidia solidorum parallelogramorum sue altitudinis solidorum autem parallelogramorum sue altitudinis eorūque basium est una proportio ex. 33. cum itaque sit solidorum parallelogramorum proportio sicut seratiliū quia sicut simplicium ad simplicium sic duplum ad duplum ex. 15. quinti atque basium solidorum parallelogramorum est proportio sicut basium seratiliū. aut enim eadem erunt bases seratiliū & solidorum parallelogramorum: & hoc quidem erit cum bases seratiliū fuerint tetragone tunc enim ex seratilibus super easdem bases erunt solida parallelograma complenda. Aut bases seratiliū erunt subdupla ad bases solidorum parallelogramorum: & hoc quidem erit cum bases seratiliū fuerint cōiter trigone tunc. n. erūt ex seratilibus solida parallelograma complenda adiunctis ad bases seratiliū superficiebus trigonis ut fiant bases seratiliū cum trigonis adiunctis superficiebus: superficies equidistantiū in laterum sequitur ut sit proportio seratiliū sicut suarū basium. ¶ Eodēque modo si seratilia fuerint equalia fuerintque communiter super bases trigonas vel communiter super bases tetragonas bases eorum altitudinibus ipsorum mutue erunt. Quod si bases eorum suis altitudinibus fuerint mutue ipsa seratilia erunt equalia quemadmodum de solidis parallelogramis. 34. & 35. proponunt. Hoc autē facile patet ex his que dicta sunt in. 35. Si vero seratilia fuerint ad inuicem similia: erit proportio vnius ad alteram. sicut proportio lateris vnius ad suum reliquum latus alterius triplicata quemadmodum de solidis parallelogramis. 36. proponit quod ex eadem. 36. facile tibi patebit ex illis seratilibus similibus solidis parallelogramis completis. solida ipsa probaueris esse similia: quod ex diffinitione similium corporum & similium superficieum & ex hoc quod seratilia ponuntur ad inuicem similia ex. 34. primi leue est negociari.

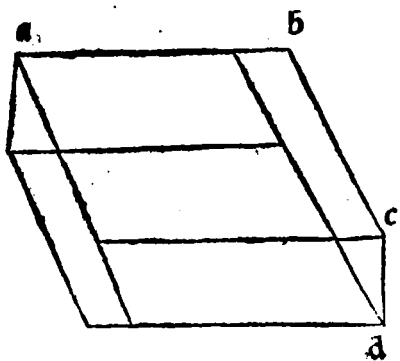
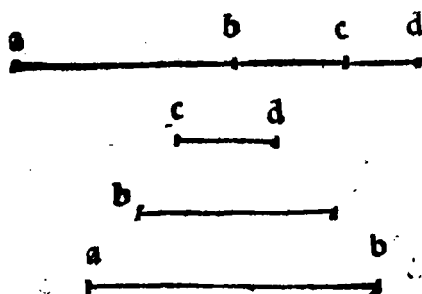
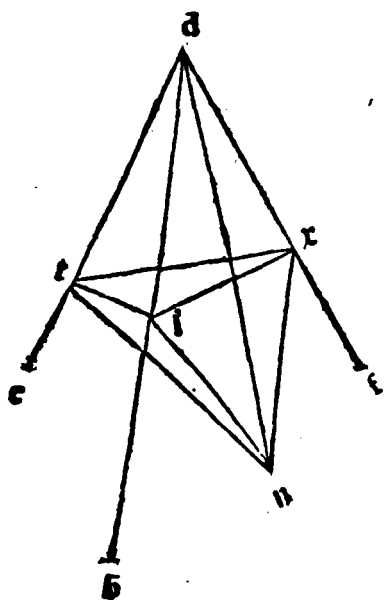
Propositio. 37.



Ifuerit duo anguli plani equales super quos due ypothemise in aere stantur cum lateribus angulorum subiacentium singulos singulis equos angulos cōtinentes atque in illis ypothemisis duo puncta signentur a quibus punctis due perpendiculares ad superficies angulorum propositorum demittantur a punctis autem super que perpendiculares ceciderint ad eosdem duos angulos planos due recte linee ducantur duo anguli qui ab illis duabus lineis atque duabus ypothemisis continentur equi sibi inuicem esse probantur.

¶ Sint duo anguli plani .a. & .d. cōtinenti lineis .a. b. & .a. c. & .d. e. & .d. f. & super eos erigantur due linee ypotheticaliter .a. g. & .d. h. sitque angulus .g. a. c. equalis angulo .h. d. f. & angulus .g. a. b. equalis angulo .h. d. e. atque in duabus ypothemisis .a. g. & .d. h. signentur quomodolibet duo puncta .k. & .l. a quibus secundum precepta. ii. huius demittantur ad superficies angulorum .a. & .d. due perpendiculares que sunt .k. m. & .l. n. & protrahantur due linee .a. m. & .d. n. ¶ Dico igitur angulum .g. a. m. esse equalem angulo .h. d. n. Si linea .a. k. est equalis .d. l. bene quidem. Sin autem ex linea .a. g. sumatur .a. p. equalis .d. l. at a puncto .p. demittatur linea p





perpendicularis ad superficiem anguli a. que sit p. q. manifestum est igitur q. punctum. q. est in linea a. m. quod ex 6. huius & diffinitione linearum equidistantium quas necesse est esse in superficie vna facile constat studiose intuenti. De hinc a puncto. q. ducatur perpendicularis due vna ad lineam a. b. que sit q. r. & alia ad lineam a. c. que sit q. s. similiter quoque a puncto. n. ducantur due alie perpendicularis vna ad lineam d. e. que sit n. t. & alia ad lineam d. f. que sit n. x. & protrahantur n. s. & t. x. itaque a punctis p. & l. demittantur ypothemise p. q. p. r. p. s. & l. n. l. t. x. His itaq. positis figuris prudenter disposita demonstrationem propositi sic collige. Comstat ex penultima primi q. quadratum linee a. p. est equale quadratis duarum linearum a. q. & p. q. ac ex eadem q. quadratum a. q. est equale quadratis duarum linearum a. s. & s. q. itaq. quadratum a. p. est equale quadratis trium linearum a. s. s. q. & q. p. Sed ex eadem quadratum s. p. est equale quadratis duarum linearum s. q. & p. q. ergo quadratum a. p. est equale quadratis duarum linearum a. s. & s. p. idcoq. ex vltima primi angulus a. s. p. est rectus similique modo probabis vniqueq. trium angulorum d. x. l. a. r. p. d. t. l. esse rectum. ¶ Cum igitur ex ypothesi sit angulus s. a. p. equalis angulo x. d. l. linea a. p. linee d. l. erit ex 16. primi linea d. x. equalis a. s. & x. l. equalis s. p. Eodem quoque modo cum ex ypothesi sit angulus r. a. p. equalis angulo e. d. l. erit ex eadem linea a. r. equalis d. t. & r. p. equalis t. l. quare per quartam primi linea r. s. erit equalis linee t. x. & angulus a. r. s. equalis angulo d. t. x. & angulus a. s. r. angulo d. x. t. est enim ex ypothesi angulus a. equalis angulo d. a conceptione igitur erit angulus s. r. q. equalis angulo x. t. n. & angulus r. s. q. angulo t. x. n. Summe enim residui duorum rectorum demptis equalibus. Necesse est itaq. ex 16. primi vt linea r. q. sit equalis t. n. & q. s. equalis n. x. Cumq. ex penultima primi quadratum linee r. p. sit equale quadratis duarum linearum r. q. & q. p. & quadratum linee t. l. equalis quadratis duarum linearum t. n. & l. n. sunt autem due linee r. p. & t. l. equales; due quoque que sunt t. q. & t. n. equalcs; sequitur ex communi scientia duas que sunt p. q. & l. n. esse equalcs. ¶ Eodem modo cum quadratum linee a. p. sit equale quadratis duarum linearum que sunt a. q. & q. p. similiter quadratum linee d. l. quadratis duarum linearum que sunt d. n. & n. l. sit autem a. p. equalis d. l. & p. q. equalis l. n. sequitur ex communi scientia a. q. esse equalcm d. n. ex 8. igitur primi concludo propositum. Videlicet angulum p. a. m. esse equalcm angulo l. n. d.

Propositio 38.



Solidum tribus lineis proportionalibus contentum equum erit solido quod a medie linee equis lateribus continetur. si anguli sui amborum sibi inuicem equales fuerint.

¶ De solidis parallelogramis intelligatur; de his enim qualiacumq. sint dñtamen equiangula verum est q. contentum a tribus lineis proportionalibus equale est ei quod a media earum continetur quemadmodum de superficiebus rectoribus probatum est in 16. sexti & de non rectoribus elicitur euidenter ex secunda parte 13. eiusdem. Sint igitur tres linee a. b. b. c. & c. d. continue proportionales fiatq. ex eis vnus angulus solidus ad libitum & perficiatur solidum equidistantium laterum cuius linea a. b. sit longitudo. b. c. vero altitudo. f. d. c. d. latitudo & ipsum solidum dicatur a. d. sumpta quoque alia linea quelibet equali b. c. que etiam vocetur b. c. super ipsius extremitate que est b. constituatur angulus solidus equalis angulo solido a. secundum quod docet 16. lineeque cetere solidum angulum b. continentes refecentur ad equalitatem linee b. c. & perficiatur solidum equidistantium superficiem cuius longitudo latitudo & altitudo sit linea b. c. & ipsum appelletur b. c. ¶ Dico itaq. duo solida a. d. & b. c. esse equalia

¶ Manifestum est enim qd cuncte superficies vnus sunt equiangule suis re-
latiuis superficiebus alterius quod ex .34. primi patere potest. nam cum
solidus angulus .b. ponatur equalis solido angulo .a. necesse est vt vnus
angulus vnus cuiusq. superficiei solidi .a. d. sit equalis vni angulo sue rela-
tiue superficiei in solido .b. c. itaq. per .34. primi eorum oppositi erunt
equales. At quia vnus cuiusq. superficiei quadrilateri omnes anguli sunt
equales quatuor rectis ex .32. primi : necesse est duos reliquos vnus esse
equales duobus reliquis sue relative. cumq. ipsi duo reliqui in qualibet sint
etiam ad inuicem equales conuincitur necesseario vt vnusqueq. ex superfi-
ciebus solidi .a. d. sit equiangula sue relative in solido .b. c. quare ex secun-
da parte .13. sexti bases duorum solidorum propositorum erunt equales.
Sunt enim equiangule & laterum mutuum. Si itaq. linee altitudinum
super bases ipsorum orthogonaliter insistant constat ex .31. ipsa esse equa-
lia. cum enim hec linee sint equales & ipse determinant altitudinem soli-
dorum erunt solida eque alta. At si linee altitudinum ipsorum non in-
sistant suis basibus orthogonaliter ab ipsarum summitatibus ad bases
perpendicularibus demissis erunt ex premissa hec perpendiculares ad in-
uicem equales. Ipse enim erunt sicut erant & in premisse demonstratio-
nis figura due linee .p. q. & .l. n. quas demonstrauimus oportere esse equa-
les. Quia igitur omnium solidorum altitudo ex perpendicularibus a sum-
mitatibus ipsorum ad suas bases descendentes diffinitur erunt ex .32.
duo solida .a. d. & .c. b. equalia. ¶ Conuersa quoq. huius possumus si dele-
ctat conuerso modo probare. ¶ Vt si parallelogramum corpus .a. d. sit
equale & equiangulum corpori parallelogramo .b. c. & corpus .b. c. conti-
neat a media triu lineaz cōtinentiū corporis .a. d. erūt tres linee cōtinētes
corpus .a. b. cōtinētes pportioales. Cū .n. duo solida parallelograma .a. d. & .c.
b. sint equalia & eque alta ex ypothesi ipsa erūt sup bases equales per con-
uersas .31. & .32. & quia ipse bases eorum sunt equiangule sequitur ex prima
parte .13. sexti qd ipse sunt mutuum laterum itaq. proportio .a. b. ad .b. c.
sicut .b. c. ad .c. d. quare constat propositum.

Castigator.

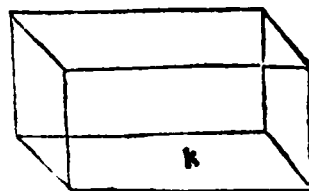
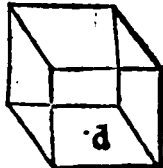
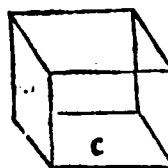
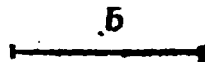
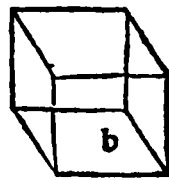
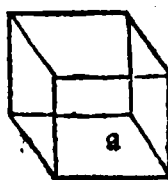
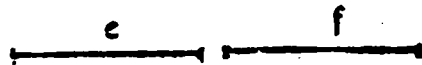
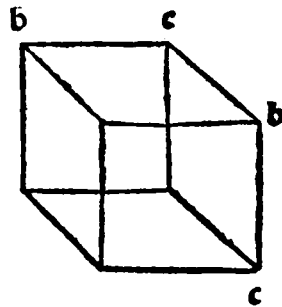
¶ Per conuersam .31. 32. huius quoniam bases sunt equales ex prima .13.
sexti : ideo eque alta.

Propositio .39.



¶ Si fuerint quotlibet linee pportionales solida quo-
q. sua equidistantium atq. similium vnus cuiusq.
creationis superficierum erunt proportionalia. si
vero solida equidistantium atq. similium vnus
cuiusq. creationis superficierum fuerint propor-
tionalia linee quoq. a quibus ipsa solida continen-
tur erunt pportionales. Simile pponit vigesimaprima sexti
de superficiebus.

¶ Sint enim .4. linee .a. b. & .c. d. proportionales & super has fabricentur
quatuor solida parallelograma eisdem nominibus dicta que sint expres-
se similia. duobus enim ad libitum fabricatis super duas lineas .a. & .c. cete-
ra secundum preceptum .17. constituenda erunt dico hec .4. solida esse pro-
portionalia & conuerso. Subiugantur enim duabus lineis .a. & .b. in con-
tinua proportionem due : que sint .e. f. quemadmodum docet .10. sexti &
duabus lineis .c. & .d. alie due que sint .g. & .h. constat igitur ex .36. & ex
diffinitione proportionis triplicate que posita est in principio quinti &
ex hac ypothesi qd solida .a. & .b. sibi inuicem & solida .c. & .d. sibi ad inuicem
sunt expresse similia qd proportio solidi .a. ad solidum .b. est sicut
proportio linee .a. ad lineam .f. & solidi quoq. .c. ad solidum .d. sicut li-
nee .c. ad lineam .h. & quia per .22. quinti proportio linee .a. ad lineam
f. est sicut linee .c. ad lineam .h. erit ex .11. quinti solidum .a. ad solidum
b. sicut solidum .c. ad solidum .d. Constat igitur prima pars. ¶ Secunda sit



sint duo solida. a. f. b. sibi ad inuicem similia duo que sint. c. f. d. sibi ad inuicem expresse similia. Sintq. cuncta parallelo rama f. ponantur ppor-
tionalia. dico q. linee. a. b. f. c. d. super quas sunt constituta sunt propor-
tionales. Sit .n. ex. 10. sexti sicut linea. a. ad lineam. b. ita linea. c. ad lineam
k. f. fiat fm. 12. huius super lineam. k. solidū expresse simile solido. d. q. f. et
dicatur. k. eritq. ex diffinitionibus similitum corporum f. similitum super-
ficie. f. 20. sexti corpus. k. expresse simile corpori. c. ideoq. per primā partē
huius. 39. iam pbatam erit pportio solidi. a. ad solidum. b. sicut solidi. c. ad
solidum. k. f. quia eadem erat solidi. c. ad. solidum. d. erit ex secunda par-
te none. quinti solidum. k. egle solido. d. cuiq. eet sibi expresse simile seq-
tur lineam. k. ee equalem linee. d. Equalitas enim non producit ex ali
qua proportione triplicata vel quotieslibet sumpta nisi ex equali igitur
ex secunda parte. 7. quinti constat et hmoi pars secūda. Deciperis aut si ar-
bitraris oportere vnu quodq. quatuor solidos. a. b. c. d. ee simile cuilibet
alio. necesse ē. n. duo solida. a. f. b. sibi adinuicē. iteq. duo. c. f. d. sibi ad
inuicē ee similia. solida aut. c. f. d. solidis. a. f. b. ee similia cōtingens este
necessariū aut nō. ¶ I dē ex hac. 39. de similibus facile poteris cōcludere.

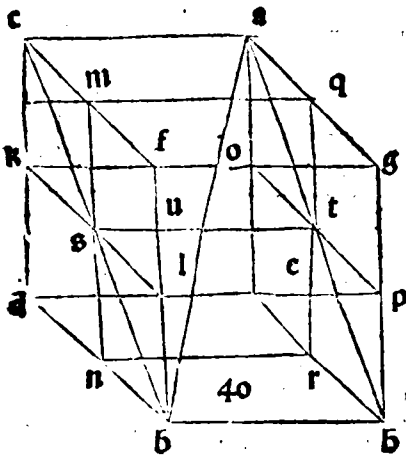
Propositio 40.



3 In scila fuerint latera duarum oppositarū super-
ficiū cubi vnu quodq. i duo media exierintq.
a punctis sectionum due superficies se vicissim se-
cantes 7 cubum communem earum sectionem
diametrum cubi per equalia secare 7 ab ipsa dia-
metro versauice per equalia secare necesse est.

¶ Statue cubum qui sit. a. b. de quo constat per diffinitionem q. om-
nes linee ipsum continentes sunt equales f. eius superficies rectangule tale
enī m corpus cubum dicamus. Huius igitur basis sit superficies. a. c. d. e. su-
perficies vero eius suprema. b. f. g. h. dextra vero eius superficies sit. a. e.
g. h. sinistra at superficies sit. b. f. c. d. ceterior quoq. sit. d. e. b. h. sed vterior
a. c. g. f. eiusq. diameter sit. a. b. Diuidatur itaq. omnia latera duarum qua-
rumlibet superficierum oppositarum eius per equalia. f. sint nunc superfi-
cies quarum latera diuidantur dextra atq. sinistra. Diuidantur inquam
quatuor latera: dextre quidem super quatuor puncta que sunt. o. p. q. r.
Sinistre vero super quatuor que sint. k. l. m. n. f. coniungantur puncta in
his superficiebus opposita ductis lineis. o. p. f. q. r. que fecerit se in puncto
t. I teq. k. l. f. m. n. que fecerit se in puncto. s. f. perficiantur due superficies
secantes se inuicem f. cubum: protractis itē lineis. o. k. f. p. l. q. m. f. n. sitq.
harum duarum superficierum communis sectio linea. s. t. dico igitur q.
linea. s. t. diuidit diametrum. a. b. f. diuiditur ab eadem diametro
per equalia: quod patet vtraq. enim earum transit per centrum cubi.

¶ Aliter vero conuenit quod propositum est demonstrare. Producan-
tur enim due linee. t. a. f. t. h. f. item due. s. c. s. b. eritq. ex. 4. primi. a. t.
equalis. t. h. f. s. c. equalis. s. b. constat autem ex prima parte. 39. pri-
mi: q. angulus. p. t. q. est equalis angulo. a. q. t. Et ex. 4. primi angulus. b.
t. p. est equalis angulo. t. a. q. I taq. ex. 31. primi totus angulus. b. t. q. cum
angulo. q. t. a. valet duos rectos: Quare ex. 14. pmi linea. a. b. erit linea vna.
Similiter quoq. linea. a. b. erit linea vna. At q. ex. 9. huius linea. a. c. ē eq-
distans linee. b. h. Vtraq. enim est equidistans linee. d. e. amq. ipse sint eq-
les quia latera cubi. Sequitur ex. 33. primi duas lineas. a. b. f. c. b. ee egua-
les f. equidistantes I deoq. per cōceptionem earum medietates que sunt
a. t. f. b. s. enunt equales. Ex. 7. autem huius manifestum est quod linea. s.
c. est in superficie duarum linearum. a. b. f. b. c. f. ex eadē linea. a. b. que
est diameter cubi. est etiam diameter superficiei parallelograme. a. c. b.
b. itaq. linea. s. t. secat diametrum. a. b. Secet ergo ipsam in puncto. u. Dico
ergo linea. s. u. ee equalē linee. u. t. Et linea ē. a. u. linee. u. b. Intelligantur
duo trianguli. a. t. u. b. s. u. quoq. anguli q. sunt ad. t. f. s. sunt equales ad in-
uicem. Similiter anguli eorūdem q. sunt ad. a. f. b. egle adinuicē ex pri-



parte. 35. primi: propter id q. linea. a. t. equidistat linee. s. b. Et quia etiā ipse sunt adinuicem equaliter: sequitur ex. 36. primi quod propositum est. ¶ I dem quoq. eodem modo concludatur q. si solidum. a. b. nō sit cubus sed solidum corpus parallelogramum siue equalibus lineis siue non equalibus contentum fuerit siue quoq. super basim orthogonaliter erectum siue etiam q. super ipsam inclinatum. Vnde ampliatur in hac. 40. figuratio cui bi ad omnes figuras parallelogramas solidas.

Propositio .41.

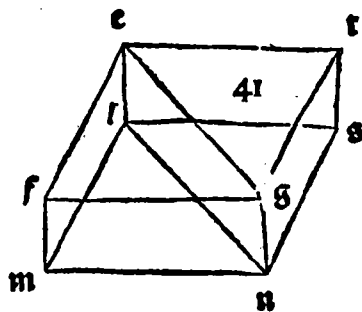
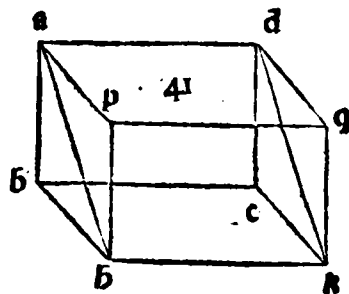


S duo corpora seratilia quorum alterum basim triangulā alterum vero basim habeat equidistantiū laterum ipsi basi triangule duplam eque alta fuerint illa duo corpora necesse est esse equalia.

¶ Sit superficies. a. b. c. d. equidistantium laterum dupla trilatera superficies. e. f. g. ¶ Super as duas superficies fiant duo corpora seratilia eque alta: sitq. seratile quod est supra basim quadrangulam. a. b. h. d. c. k. cuius basis est superficies equidistantium laterum proposita. a. b. c. d. alia eius superficies equidistantium laterum est. a. h. d. k. tertia vero est. b. h. c. k. due autem eius triangulares superficies sunt altera quidem triangulus. a. b. h. reliqua vero triangulus. d. c. k. seratile autē quod est super basim triangulam. e. f. g. sit e. f. g. l. m. n. cuius altera duarū trilaterarum superficierum est basis predicta: reliqua vero triangulus. l. m. n. trium autem superficierum eius equidistantium laterum: prima quidem est. e. f. l. m. secunda vero. e. g. l. n. tertia vero. f. g. m. n. Dico itaq. hec duo seratilia proposita esse adinuicem equalia. Perficiantur enim duo solida parallelograma adiungendo vtriq. duorum propositorum seratiliū aliud seratile sibi equale. Primo quidem seratili super eadem basim sitq. adiunctum seratile. a. p. b. d. q. k. Cuius due trilatera superficies sunt. a. p. b. d. q. k. Tres autem quadrilatera: prima quidem. a. b. d. k. que est terminus communis sibi ¶ et ei cui adiungit. Secunda vero. a. d. p. q. Tertia quoq. p. q. b. k. ¶ Secundo autem seratili adiungatur aliud seratile sibi equale hoc modo. Adiungatur primo triangulo. e. f. g. alius triangulus equalis qui sit. e. g. r. ita q. rota superficies. e. f. g. r. sit equidistantium laterum ¶ super hunc triangulum fiat seratile. e. g. l. r. n. s. quod cum illo cui adiungit perficiat corpus parallelogramum. Huius seratilis adiuncti: due trilatera superficies sunt. e. g. r. l. n. s. Tres autem parallelograme sunt: prima quidem e. l. r. s. Secunda. e. l. g. n. ¶ ipsa est communis terminus sibi ¶ et ei cui adiungitur. Tertia vero. g. r. n. s. ¶ Manifestum ē igitur ex diffinitione solidorum equalium atq. similium q. duo seratilia parallelogramum componentia solidum. a. k. sibi inuicem. itēq. duo componentia solidum parallelogramum. e. n. sibi adinuicē sunt equalia. At vero ex. 31. vel ex. 32. huius duo solida. a. k. ¶ et. e. n. sunt sibi inuicem equalia. quia ergo horum solidorum medietates sunt seratilia proposita per comunem scientiam constat ea ēē equalia: quęcumq. enim fuerint equalia eorum medietates necesse est ēē equaliter: liquet itaq. quod propositum est.

Castigator.

¶ Appellat hic inferius multiangulas quas in principio primi dixit multilateras ¶ sunt a quadrilateris vsq. i infinitum semper tñ rectilineę.



¶ Duodecimus liber. Euclidis de multangularum seu multilateralum superficierum similium, circulis inscriptarum alterius ad alteram proportionibus ex optima Campani interpretatione. Magistro Luca paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minorum. Castigatore accuratissimo. Incipit.

Propositio .1.

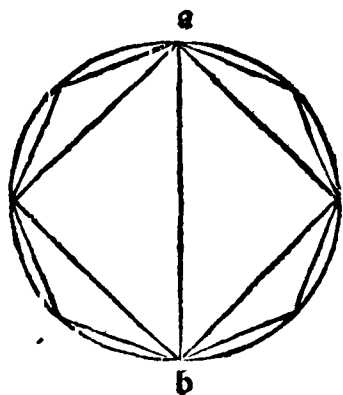
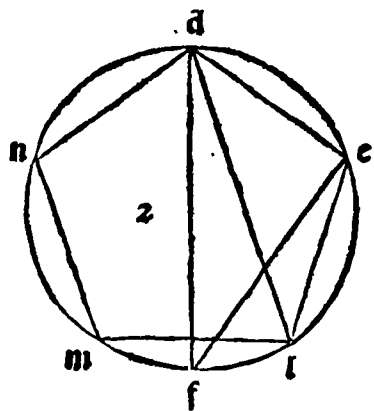
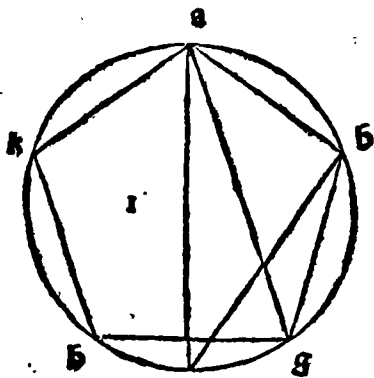
¶ Annum duarum superficierum similium multangularum inter duos circulos descriptarum est proportio alterius ad alteram tamquam proportio quadratorum que ex diametris circulorum eas circumscribentium proueniunt.

¶ Sint duo circuli. a. b. c. d. e. f. quibus inscribantur due quelibet figure poligonie que ponantur ad inuicem similes sintque nunc pentagone inscripte ut docet. n. quarti et ipse sint. a. b. g. h. k. aliud pentagonum. d. e. l. m. n. diametri quoque circulorum sunt. a. c. e. d. f. dico itaque quod proportio pentagoni. a. b. g. h. k. ad pentagonum d. e. l. m. n. est sicut quadratum diametri. a. c. ad quadratum diametri. d. e. f. protraherentur enim in utroque circulo due linee ab extremitate diametri ad extremitatem unius lateris pentagoni diametro non contentis se inuicem cancellantes intra ipsum pentagonum in hoc quidem a. g. e. c. b. in illo autem d. l. e. f. e. eritque ex. 6. sexti triangulus. a. b. g. equiangulus triangulo. d. e. l. nam cum pentagoni ponantur ad inuicem similes erunt ex diffinitione similium superficierum angulus. b. equalis angulo. e. f. latera ipsos continentia proportionalia videlicet proportio. a. b. ad. d. e. sicut. b. g. ad. e. l. cum sint autem ex. 20. tertii duo anguli. f. e. l. sibi inuicem equales. Iteque duo alii. c. e. g. sibi inuicem equales erunt qui sunt. c. e. f. ad inuicem equales ex. hac communi scientia que equalibus sunt equalia sibi quoque equalia esse necesse est. Et quia ex prima parte. 30. tertii uterque duorum angulorum. a. b. c. d. e. f. est rectus sequitur ex. 32. primi duos triangulos. a. b. c. d. e. f. esse equiangulos quare per quartam sexti proportio diametri. a. c. ad diametrum. d. e. f. est sicut lateris. a. b. ad latus. d. e. cum itaque ex. 34. preterea sexti proportio duorum pentagonorum sit sicut proportio lateris. a. b. ad latus. d. e. proportio duplicata est per eadem proportionem quadrati diametri. a. c. ad quadratum diametri. d. e. sit sicut diametri. a. c. ad diametrum. d. e. duplicata per hanc communem scientiam quorum dimidia sunt equalia ipsa quoque ad inuicem esse equalia manifestum est quod propositum est.

Propositio .2.

¶ Annum duorum circulorum est proportio alterius ad alterum tamquam proportio quadrati sue diametri ad quadratum diametri alterius.

¶ Sint duo circuli. a. b. c. d. quorum diametri quoque dicantur. a. b. e. c. d. dico itaque quod proportio circuli. a. b. ad circulum c. d. est sicut quadrati. a. b. ad quadratum diametri. c. d. Manifestum enim est ex hac communem scientia quanta est quelibet magnitudo ad aliquam secundam tantam necesse est esse quamlibet tertiam ad aliquam quartam quod proportio quadrati diametri. a. b. ad quadratum diametri. c. d. est sicut circuli. a. b. ad superficiem aliquam que sit. e. cuiuscunque figure aut forme ponatur hanc autem impossibile est maiorem esse aut minorem circulo. c. d. Si enim est possibile ipsam esse minorem circulo. c. d. sit itaque minor in superficie. f. itaque circulus. c. d. sit equalis duabus superficieribus. e. f. pariter acceptis constat igitur ex prima. 10. quod totiens possit ex circulo. c. d. suisque residuis subtrahi maius dimidio quousque relinquatur quantitas aliqua minor. f. inscribatur ergo sibi



vt docet. 6. quarti quadratū. c. d. g. h. de quo cōstat q̄ ipsum sit maius me-
ditate circuli. quadratum enim quod est duplum ad ipsum est circulū
circūscribens vt patet ex penultima primi. 7. quarti. Si igitur portiones
circuli existentes super latera quadrati pariter accepte fuerint minus sup-
ficie. f. sufficit. Sint aut quatuor arcus existentes super dicta latera p̄ equa-
lia diuidantur & puncta ipsos arcus diuidentia cum extremitatibus late-
rum continuantur per lineas rectas. verbi gratia arcus. c. g. diuidatur per
equalia in puncto. k. & protrahantur lineae. k. c. k. g. sicq; de ceteris. Erit
q̄ quilibet triangulorum descriptorum super latera quadrati maior me-
ditate portione in qua existit eo q̄ oīs triangulus ysocheles est medie-
tas parallelogrami sue basis per. 41. primi. Sint itaq; portiones existentes
super latera octogonii inscripti pariter accepte minus superficie. f. si enim
nondum hoc esset nō cessarem diuidere arcus quoz; latera vltime descri-
pte figure sunt corde per equalia: & iscribere figuram equilateram duplo
plurium laterum prime semper subtrahendo ab ipsis circuli portionibus
maius dimidio quousq; per primā. 10. portiones super latera aliquius talis
figure circulo inscripte existentes pariter accepte erunt minus superficie. f.
Sint ergo nunc que dicte sunt: eritq; ex conceptione octogonum. c. d. ma-
ius superficie. e. In circulo igitur. a. b. eadem via inscribatur simile octo-
gonum: quod dicatur. a. b. sitq; ex premissa proportio octogoni. a. b. ad
octogonum. c. d. sicut quadrati diametri. a. b. ad quadratum diametri. c.
d. ideoq; per. 11. quinti sicut proportio circuli. a. b. ad superficiem. e. itaq; p̄-
mutatim polygonii. a. b. ad circulum. a. b. sicut polygonii. c. d. ad superfi-
ciem. e. cumq; sit polygonium. c. d. maius superficie. e. erit polygonium. a.
b. maius circulo. a. b. hoc aut impossibile non est ergo superficies. e. minor
circulo. c. d. Sed nec maior. Est enim si possibile sit: cum igitur sit ppor-
tio quadrati diametri. a. b. ad quadratum diametri. c. d. sicut circuli. a. b. ad
superficiem. e. erit eoduerso quadrati diametri. c. d. ad quadratū diametri. a. b. sicut
superficiem. e. ad circulū. a. b. & cōstat ex cōi scia i principio huius demonstratio-
nis posita q̄ eadē ē circuli. c. d. ad aliquā superficiē q̄ sit. f. eritq; ex. 14. q̄nti su-
p̄ficiem. f. minor circulo. a. b. itaq; proportio quadrati diametri. c. d. ad q̄-
dratum diametri. a. b. erit sicut circuli. c. d. ad superficiem. f. minorem cir-
culo. a. b. Sed ex hoc demonstrauimus paulo ante sequi impossibile ē vt
dalicet polygoniū inscriptū circulo maius esse circulo: sicut ergo superficies
e. non pōt ēē minor circulo. c. d. ita nec maior: erit ergo necessario cōlis
quare per secundam partē. 7. quinti liquet quod propositum est.

Castigator.

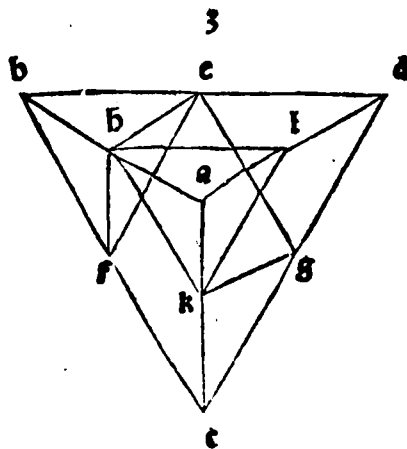
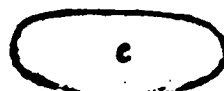
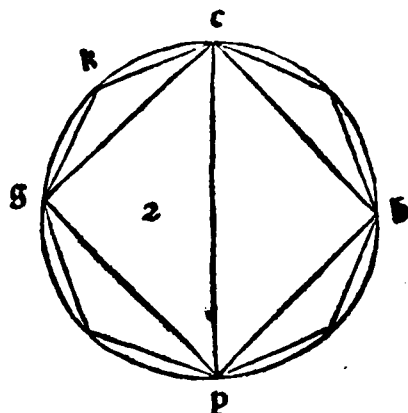
¶ Quia tūc sequeretur polygonii. c. d. ad circulū. c. d. ēē sicut circuli. a.
b. ad quantitatem. f. sic polygoniū. c. d. ēēt maius circulo. c. d. quod ē im-
possibile cum sit pars eius vt paulo ante concludisti polygonium. a. b.
esse maius circulo. a. b. & c.

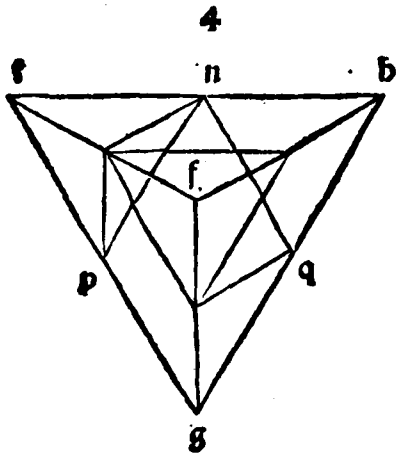
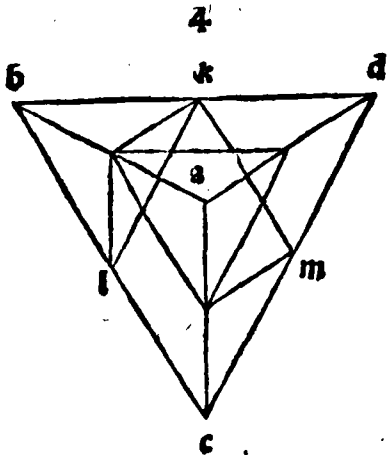
Propositio .3.



¶ Anis piramis cuius basis triangula scindi pōt i
duas equas piramides sibi inuicē totiq; piramidū
similes vnq; in duo seratilia q̄ ambo pariter acce-
pta dimidio totius piramidis necesse ē ēē maiora.

¶ Sit piramis. a. b. c. d. super basim triangulam. b. c. d.
eiusq; vertex solidus angulus. a. a quo demittantur tres
ypothemise. a. b. a. c. a. d. ad tres angulos basis: & diuidantur omnia late-
ra basis per equalia in tribus punctis. e. f. g. tres quoq; ypothemise per
equalia in tribus punctis. h. k. l. & protrahantur in basi due lineae. e. f. & e.
g. eritq; basis eius diuisa in tres superficies quarum due sunt duo triangu-
li. b. e. f. e. g. d. quos ex secunda parte secunde sexti ex diffinitione simi-
lium superficialium constat esse similes sibi inuicem & toti basi equa-
les ad inuicem ex. 8. primi tertia est tetragona: parallelograma & ipsa
est. e. f. g. c. quam constat esse duplam ad triangulum. e. g. d. ex. 40. ¶
41. primi demittant ergo rursus a puncto. h. due ypothefime. h. e. f. h. e. a.





puncto.k. ypothemisa .k.g. & protrahantur linee.b.k.k.l.& l.b. diuisa & itaq. tota pyramis.a.b.c.d.in duas pyramides que sunt.b.b.e.f.& a.b.k.l. & duo fratilia quorum vnum est.e.b.f.g.k.c.& est super basim quadrangulam.c.f.g.e.& aliud est.e.g.d.b.k.l.& est super basim triangulam.e.g.d.de duabus aut pyramidibus.b.b.e.f.a.b.k.l.& ipse si ne equales adi. nec sibi q. toti pyramidi.a.b.c.d.similes:constat ex diffinitione corp. c. rum equalium & similem & ex.10.u. libri & ex secunda parte.2. sexti. D. duobus aut fratilibus q. ipsa sunt eq. lia constat ex vltima.u. libri. Quod vero ambo fratilia pariter accepta sunt maius medietate totius pyrami. dist. ex hoc manifestum est q. vtrunq. illorum diuissibile est in duas pyra. mides quarum altera triangula equalis vni duarum in quas & fratilia totalis pyramis diuiditur.altera vero quadrangula que dupla est ad reli. quam quare patet ambo fratilia pariter accepta tres quartas esse totalis pyramidis diuise hanc proportionem si scire desideras. sentam huius .u. libri consule. sed sufficit tibi scire quantum ad propositum illa duo frati. lia pariter accepta duas partiales pyramides i quas & fratilia totalis diui. ditur pariter acceptas quantalibet quantitate excedere.

Propositio .4.



I due pyramides eque alte quarum bases trian. gule singule in binas pyramides equates sibi inui. cem ac toti similes binasq. fratilia equalia diuida. tur erit proportio basis vnus ad basim alterius tanq. proportio duorum fratiliu suo. um ad duo fratilia alterius. eritq. palas oia fratilia que fue. rint in vtralibet illarum pyramidum pariter accepta ad cuncta fratilia que in altera pyramide fuerint eandem habere propor. tionem q. basis eius pyramidis ad basim alterius pyramidis.

Sint due pyramides quarum bases triangule eque alte hec quidem.a.a.b.c.d. cuius conus punctus a. basis triangulus. b.c.d. ypothemise. a.b.a.c. a.d. illa vero .e.f.g.h. cuius conus punctus. e. basis triangulus. f.g.h. ypo. themise. e.f.e.g.e.b. hec aut due pyramides diuidantur sicut in premisa. Sintq. bases earum diuise hec quidem protractis lineis latera basis ipsius per equalia diuidentibus que sunt.k.l.& k.m. illa vero protractis lineis que sunt.n.p.n.q. dico ergo q. proportio basis. b.c.d. ad basim .f.g.h. est sicut duorum fratiliu pyramidis. a. pariter acceptorum ad duo fratilia pyramidis. e. pariter accepta. Manifestum est aut ex.18. sexti pte secunda q. pportio trianguli. b.c.d. ad triangulum. k.m.d. est sicut linee b.d. ad li. neam.k.d. duplicata p eandem quoq. est proportio trianguli. f.g.h. ad triagulu. n.q.h. sicut linee. f.h. ad linea. n.h. duplicata. Cuiq. sit linea. b.d. ad linea. k.d. sicut linea. f.h. ad linea. n.h. vtrubiq. n. e. dupla pportio erit triangulus. b.c.d. ad triangulum. k.m.d. sicut triangulus. f.g.h. ad trian. gulum. n.q.h. & pmutatim triangulus. b.c.d. ad triangulu. f.g.h. sicut tria. gulus. k.m.d. ad triagulu. n.q.h. triangulus aut. k.m.d. ad triangulu. n.q. h. e. sicut fratilis exns sup ipm ad fratilis exns sup illu p.33. vndecimi huius quoq. fratilis ad illud e. sicut amboq. fratiliu pyramidis. a. piter accepto rum ad ambo fratilia pyramidis. e. piter accepta ex.15. qnti necesse est. n. vt sit duplum ad duplum quemadmodu simplum ad simplum. itaq. con. clude ex. u. quinti quod propositum est. Dormitas aut si dubitas fratilia vnus harum pyramidum eque alte esse fratilibus pyramidis alterius. cu. n. sint pyramides eque alte: sit quoq. vtraq. eaz. diuisa i duas pyramides eq. les sibi toti q. similes & in duo fratilia eq. lia & sint due partiales pyramides eque alte eo q. similes & equales quod facile patebit demissis a verticibus partialium pyramidum perpendicularibus ad bases ipsarum: de quibus p. pendicularibus ex.32. vndecimi constat esse equales. Cuiq. altitudines harum partialium pyramidum pariter. accepte componant altitudi. nem totalis pyramidis diuise. Sintq. ambo fratilia eque alte vni partia. lium pyramidum ei videlicet que superpartialem triangulum basis tota

gulas pyramides distictas quas ex premiffa bis assumpta facile constat esse
equales. Quoniam autem Euclides nihil demonstrandum proponit de
pyramidibus lateribus exceptis solidis his: quoniam sunt bases triangule ut
omnium cognitionem ex elementis que per se sufficienter et clare possi-
mus: quedam arbitramur non inutile demonstrationibus his positis ad-
tangere: solidum enim elementis continetur Euclides multa pretermissis que
quamuis ex eis consequantur non tamen sine difficultate patet studentibus
bonum primum est hoc.

¶ Si duo solida quorum alterum seratile alterum vero pyra-
mis cuius basis triangula super eandem basim aut super equa-
les trigonas aut seratile super quadrangulam: pyramis vero su-
per trigonam que quadrangule basis seratilis sit dimidium. Plurima
fuerint eque alta seratile pyramidi triplum esse conueniet.

¶ Si seratile propositum fuerit super basim trigonam aut ex pyramide
proposita super propriam basim perficiatur seratile pyramidis: proposita
eque altum. Si vero seratile fuerit super basim quadrangulam: tunc basi
pyramidis adiciatur triangulus ex quo est basi pyramidis: perficiatur super-
ficies equidistantium laterum super quam ex ipsa pyramide compleatur
seratile pyramidi eque altum. Quia igitur istud seratile seratili priori est
eque altum et utrorumque bases sunt equales ex ypothesi: sequitur ipsa esse
equalia. hoc enim demonstratum est in .36. vndecimi: at quoniam ex
6. huius libri seratile secundum triplum est ad pyramidem propositam
nam ipsa est vna ex tribus pyramidibus in quas ipsum seratile diuiditur.
Erit quoque per communem scientiam propositum seratile triplum ad
propositam pyramidem.

¶ Si quolibet pyramides quarum bases triangule super eas-
dem basim siue super equales constitute fuerint: eque alte
eas esse adinuicem equales necesse est.

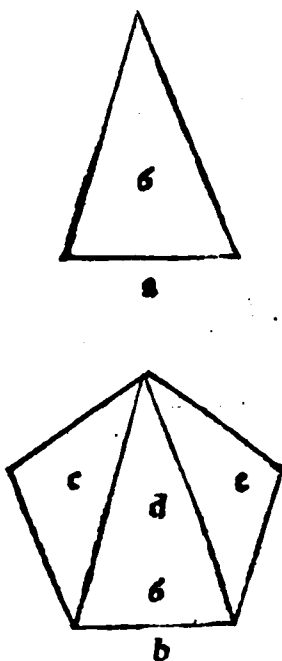
¶ Fabricato enim vno seratili eque alto pyramidibus propositis super
basim triangulam: equalem basibus propositarum pyramidum aut super
basim quadrangulam duplam basibus earundem erit ipsum seratile tri-
plum ad pyramides singulas. hoc enim constat ex premiffa addita siue
interposita igitur ex communis scientia amicti proposita pyramides sunt
ut diximus adinuicem equales.

¶ Omnes pyramides quarum bases triangule: eque alte suis
basibus sunt proportionales.

¶ Fiant super bases propositarum pyramidum aut super alias trigonas
equales aut super parallelogramas duplas seratilia ipsis pyramidibus eque
alta eruntque ob hoc seratilia sibi inuicem eque alta et quia seratilia suis ba-
sibus sunt proportionalia ut probatum est in .36. vndecimi. .33. ipsis
mediante. Cumque ex prima harum additarum manifestum sit hec seratilia
tripla esse ad propositas pyramides vtrumqueque videlicet ad suam rela-
tiuam basem: ipsorum equales aut duplas esse basibus ipsarum sit aut ex .15.
quinti ut triplum ad triplum ita simplex ad simplex erit quodque pro-
posita pyramides suis basibus proportionales.

¶ Si fuerint due quolibet pyramides eque alte fuerintque alteri
basis trigona: relique autem tetragona aut plurilatera: pyrami-
des ipsas suis basibus proportionales esse conueniet.

¶ Exempli gratia. Intelligantur due pyramides eque alte super duas ba-
ses. a. et b. sitque basis a triangula. b. vero pentagona. Et dicantur hec pyra-
mides a. et b. itaque dico proportionem pyramidum a. et b. esse sicut basium
a. et b. distinguat quidem pentagonum b. in tres triangulos. c. d. e. eritque tota
pyramis b. distincta in tres pyramides eque altas quarum bases sunt trian-
guli c. d. e. que etiam dicantur nominibus suarum basium. quia igitur
ex premiffa interposita proportio pyramidis c. ad pyramidem a. est sicut
trigoni c. ad trigonum a. et pyramidis d. a. pyramidem a. sicut trigoni d.



ad trigonum .a. iteq. piramis .e. ad piramidem .a. sicut trigonum .b. ad trigonum .a. ex .14. quinti .bis assumpta sequitur qd si proportio aggregati ex omnibus piramidibus .c. d. e. f. g. h. i. k. l. m. n. o. p. q. r. s. t. u. v. w. x. y. z. ad piramidem .a. sicut aggregati ex omnibus trigonis .c. d. e. f. g. h. i. k. l. m. n. o. p. q. r. s. t. u. v. w. x. y. z. ad trigonum .a. constat igitur quod volumus.

¶ Omnes laterales piramides eque alte suis basibus proportionales esse probantur.

¶ Si altera earum fuerit super basim triangulam expressa interposita constat quod dicitur. Si autem basim vtriusq. fuerit polygonam vtrahibet ipsarum basium resoluta in triangulos & ipsa piramide in piramides triangulares uere expressa interposita proportionum utriusque harum triangularium piramidum inter quas altera propositarum diuiditur ad reliqua si cuiusue basim ad basim alterius .itaq. per .14. quinti quoties oportet assu ptam constat verum esse quod diximus.

Propositio

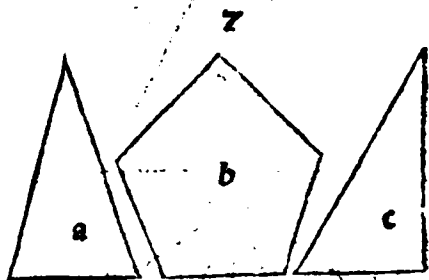
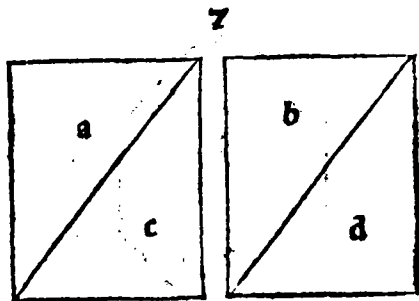


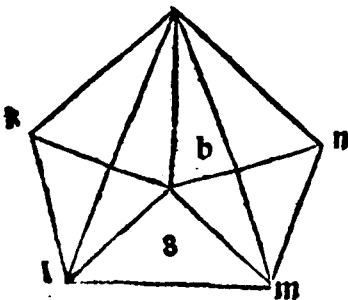
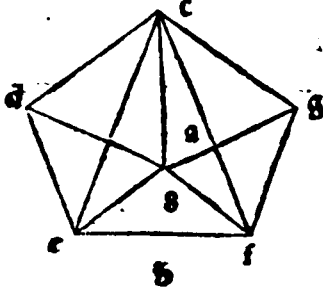
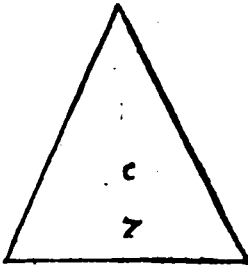
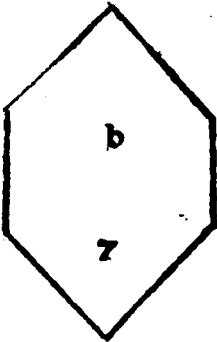
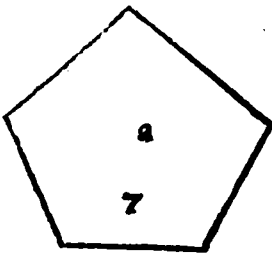
Piramide triangularum basium fuerint equeales earum bases eandem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases & altitudines fuerint mutue eandem piramides sibi inuicem esse equeales necesse est.

¶ Quod trigesima quarta & trigesima quinta vndecimi proposuerunt de solidis parallelogramis & nos in .36. eiusdem demon strauimus de frustibus hec septima .xi. proponit de piramidibus habentibus bases triangulas. **¶** Intelligentur enim due piramides equeales super duos trigonos vel triangulos .a. & .b. que dicantur .a. & .b. dico itaq. qd proportio basim .a. ad basim .b. est sicut proportio altitudinis piramidis .a. ad altitudinem piramidis .b. si hoc fuerit alio piramidis .a. & .b. esse equeales. Adhibeantur quidem duobus trigonis .a. & .b. duobus alti qui sint .c. & .d. ut fiant ambe superficies .a. c. & .b. d. equidistantia laterum & ex ipsis piramidibus super bases .a. c. & .b. d. compleantur solida parallelograma piramidibus propositis eque alta que similiter dicantur .a. c. & .b. d. Manifestum igitur est ex sexta huius .xi. qd piramis .a. est sexta pars solidi .a. c. & piramis .b. sexta solidi .b. d. itaq. ex .35. vndecimi argue propositum primam quidem partem ex prima secundam autem ex secunda.

¶ Quod si due quilibet piramides laterales fuerint equeales earum bases eandem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases earum altitudinibus ipsarum mutue fuerint eandem piramides equeales esse oportet.

¶ Si bases vtriusque fuerint triangule demonstratum est verum esse quod diximus. Si sit altera tantum igitur .a. basim alterius piramidis sit .b. & sumatur trigonus .c. equalis polygonio .b. fiatq. super .c. piramis eque alta piramidi que est super .b. & sint .a. b. c. equiuoca nomina piramidis & basium. quia igitur ex ypothesi due piramides .a. & .b. sunt equeales & ex vltima interpositarum ad sextam huius duarum piramidum .b. & .c. sunt equeales erunt ex communi scientia due piramides .a. & .c. equeales igitur bases earum sunt mutue ad altitudines earum ex prima parte .xi. huius. Cumq. bases .b. & .c. sint equeales altitudines quoque piramidum .b. & .c. equeales. Erunt ex prima parte & secunda .xi. quinti bases .a. & .b. mutue altitudinibus piramidum .a. & .b. **¶** Secunda pars conuerso modo probatur. nam si fuerit basim .a. ad basim .b. ut altitudo piramidis .b. ad altitudinem piramidis .a. est ex .1. pte & pte .xi. quinti basim .a. ad basim .b. sicut altitudo piramidis .b. ad altitudinem piramidis .a. itaq. ex secunda pte huius .xi. due piramides .a. & .b. sunt equeales quare per communem scientiam due quoque piramides .a. & .b. sunt equeales. **¶** Si vero neutra propositarum piramidum fuerit





trigona sed vtraq; polygonia. Verbi gratia altera pentagona altera exago-
na que adhuc dicantur. a. f. b. sumatur similiter trianguli. c. equalis exa-
gono. b. super quem fiat piramis eque alta piramidi. b. eruntque dua pira-
mides. b. f. c. equales. ideoque due que sunt a. f. c. etiam per conceptionem
equales quare basis. a. ad basim. c. sicut altitudo piramidis. c. ad altitudi-
nem piramidis. a. hoc enim nuper demonstratum est. Est ergo ex septima
quinti basis. a. ad basim. b. sicut altitudo piramidis. b. ad altitudinem pi-
ramidis. a. Conuersa conuerso modo patet si enim basi. a. ad basim. b. fue-
rit vt altitudo piramidis. b. ad altitudinem piramidis. a. erit quoque ex se-
ptima quinti basis. a. ad basim. c. vt altitudo piramidis. c. ad altitudinem
piramidis. a. ideoque vt patet ex prioribus erunt due piramides. a. f. c. equa-
les quare etiam ex communi scientia f. due que sunt. a. f. b. erunt etiam
equales. Et hoc est propositum.

Propositio 8.



Per hanc duarum piramidum similitudinem quatuor
bases triangule e proportion alterius ad alteram tanquam la-
teris ad latera eius relatiuum proportion triplicata.

Proponitur duabus piramidibus bases triangulas habet-
ibus similibus ex ipsis per se duo solida parallelograma
quemadmodum dictum est in demonstratione premis-
se eruntque hec duo solida parallelograma similia eo quod piramides ponun-
tur similes ad inuicem. nam duo solida anguli qui sunt communes pira-
midibus et solidis parallelogramis superficialibus angulis numero et quan-
titate equalibus continentur. et latera quoque illos angulos superficiales co-
tinentia sunt proportionalia quare ex 34. primi tres superficies solidorum
parallelogramorum communes angulos solidos constituentes sunt equi-
angule et laterum proportionalium. ideoque similes ex diffinitione simi-
lium superficialium quare ex 24. et 3. quinti erunt et sex superficies horum
duorum solidorum parallelogramorum sunt similes ad inuicem. igitur
a diffinitione corporum similitudinis erunt ipsa solida similia quare eum-
portio solidorum et piramidum sive vna ex 18. quinti. nam solida sunt sex-
cupla piramidibus. ex sexta huius. cumque sit proportio solidorum. vna si-
cut suorum relatiuorum laterum triplicata ex 36. undecimi libri.
Sint autem latera solidorum eadem quoque latera piramidum erit quoque
ex 11. quinti proportio propositarum piramidum sicut suorum relatiuo-
rum laterum proportio triplicata quod est propositum.

Quod si fuerit due quelibet piramides laterate similes et it
proportio alterius ad alteram sicut sui lateris ad sibi relatiuum
lateris alterius proportio triplicata.

Sint due laterate piramides quarum coni. a. f. b. similes suntque sup ba-
ses pentagonas que sunt. c. d. e. f. g. h. k. l. m. n. dico quod proportio earum est
sicut suorum relatiuorum laterum triplicata. Constat enim ex diffinitione
eius similitudinis superficialium et corporum pentagoni qui sunt bases pro-
positarum piramidum sibi ad inuicem cunctisque reliquis triangulis ipsas
ambientes sibi inuicem sunt similes. Diuidantur itaque bases ambiarum in
triangulos similes et numero equales prout 18. sexti proponitur esse possibi-
le protrahitur in hac quidem littera. c. e. f. c. in illa vero. b. l. f. h. m. Di-
co igitur istas piramides esse diuisas in piramides triangulas similes et nu-
mero equales. Conferantur enim ad inuicem due piramides. a. c. d. e. b.
h. k. l. quarum coni sunt. a. f. b. constat autem ex ypothesi triangulum. e.
a. d. esse similem triangulo. b. h. k. et triangulum. d. a. e. triangulo. k. b. l.
et quia etiam ex ypothesi angulus. d. est equalis angulo. k. et latera. c.
d. f. d. e. continentia angulum. d. sunt proportionalia lateribus. b. k. et
k. l. continentibus angulum. k. erunt ex 6. sexti duo trianguli. c. d. e. f. b.
h. k. equianguli. ideoque per 4. sexti erit proportio. c. d. ad. a. d. b. k. sicut. c. e.
ad. b. l. cumque ex ypothesi sit proportio. c. a. ad. b. b. f. etiam. a. e. ad. b. l. sicut

Et ad. ad. b. k. erit ex. quinti. c. a. ad. h. b. f. & a. ad. b. l. sicut. c. e. ad. b. l. igitur ex. 5. sciti & diffinitione similium superficiem triangulus. t. a. e. erit si milis triangulo. h. b. l. manifestum est itaq; ex diffinitione similium cor porum q; piramis. a. c. d. e. est similis piramidi. b. h. k. l. similiter quoq; co stat piramidem. a. c. e. f. esse similem piramidi. b. h. l. m. & piramidem. a. c. f. g. piramidi. b. h. m. n. Quia ergo ex hac. 8. proportio piramidis. a. c. d. e. ad piramidem. b. h. k. l. est sicut lateris. c. d. ad later. h. k. triplicata & etiam piramidis. a. c. e. f. ad piramidem. b. h. l. m. sicut. e. f. ad. l. m. triplicata. ac etiam piramidis. q. c. f. g. ad piramidem. b. h. m. n. sicut. c. g. ad. h. n. triplicata cum sit ex ypothesi proportio. e. f. ad. l. m. & c. g. ad. h. n. sicut. c. d. ad. h. k. sequitur ex. 13. quinti vt proportio totalium piramidū a. f. b. sit sicut vnus harum partialium ad aliam vnā. igitur ex hac. 8. & vndecima quinti constat verum esse quod diximus.

¶ Omnes columnę laterate eque alte suis basibus sunt pro portionales.

¶ Verum est quod dicitur super qualescūq; bases polygonias sint colom ne. Columnas autem lateratas vocamus solida corpora laterata quorū bases & superficies suppreme sunt similes & equales. cūctę vero relięue su perficies ipsa solida circumstantes sunt equidistantiā laterum Talium autem solidorum prima species est sciatile cum super vna suarū trilaterarum superficiem intelligitur esse statum. Secunda vero species est columna cuius basis sit quadrilatera quam ex duobus scratilibus necesse est esse compositam: & tertia est cuius basis ē pentagona & ipsa ex tribus scratilibus perficitur. Simpliciter autē dico q; omnis laterata columna in tot corpora scratilia potest distingui in quorū triangulos sua basis. In telligantur itaq; due columnę laterate. a. f. b. constitutę super duas bases a. f. b. eque alte. dico q; proportio columnarū. a. f. b. est sicut basium. a. f. b. Distinguantur nāq; hee bases in triangulos & hee columnę in scra tilia: basis quidem. a. que ponatur esse quadrangula in duos trigonos s. c. f. d. & columna. a. in duo scratilia c. f. d. basis vero. b. que sit penta gona distinguatur in tres trigonos. e. f. g. & columna. b. in tria scratilia que similiter vocentur. e. f. g. ¶ Manifestum est igitur ex his que in. 36. vñ decim dicta sunt q; proportio scratilis. c. ad scratile. e. est sicut basis. c. ad basim. e. & iterum scratilis. d. ad scratile. e. sicut basis. d. ad basim. e. quare per. 24. quinti erit columnę. a. ad scratile. e. sicut basis. a. ad basim. e. eadē ratione erit columna. a. ad scratile. f. sicut basis. a. ad basim. f. at rursus columnę. a. ad scratile. g. sicut basis. a. ad basim. g. Igitur ex. 24. quinti quotiens necesse fuerit assumpta facile concludes propositum constare itaq; ex hoc q;

¶ Omnes columnę laterate super eandem basim vel super equales constitutę si fuerint eque alte erunt equales.

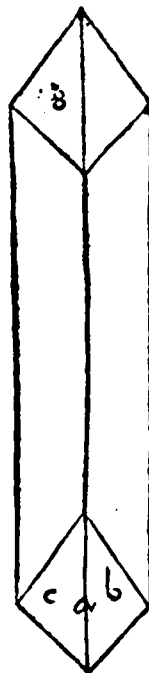
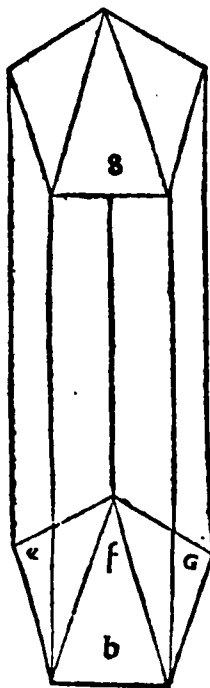
¶ Cum enim vt proximo probatum est eque alte columnę laterate sint suis basibus proportionales. ponantur autem bases esse aut easdem aut equales necesse est ex. 24. quinti vt etiam columnę sint equales constar quoq; q;

¶ Si fuerint quelibet solida parallelograma scratilia & late rate columnę eque alta ipsa quoq; suis basibus proportionalia esse necessariō comprobantur.

¶ Omnia enim hee species sunt lateratarum columnarum de quibus paulo ante vniuersaliter probatum est verum esse quod dicitur.

¶ Omnis laterata columna tripla est ad suam piramidem.

¶ Distinguantur bases columnę in triangulos & secundum numerum triangulorum illorum distinguatur columna in scratilia & piramis colū ne in piramides habentes bases triangulas que videlicet sunt bases scra tilium. constar itaq; vnumquodq; scratile ad eam piramidem que super eandem basim cum ipso scratili consistit triplum esse hoc enim demon stratum est in sexta huius duodecimi libri igitur ex. 13. quinti omnia



seratilia pariter accepta ad omnes pyramides pariter acceptas. Necesse est esse triplum cumq; ex omnibus seratilibus pariter acceptis columna & ex omnibus pyramidibus pariter acceptis pyramis columnae perficiantur constat veram esse hanc nostram propositionem.

¶ Si fuerint due quolibet columnae laterate equales earum bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases earum & altitudines mutue fuerint: easdem columnas equales esse necesse est.

¶ Si enim columnae sint equales earum pyramides erunt equales eo quod omnis laterata columna est tripla ad suam pyramidem. si autem pyramides fuerint equales suae bases suis altitudinibus mutue erunt quemadmodum demonstratum est in septima huius. Quia igitur columnarum suarumq; pyramidum eadem sunt bases & altitudines sunt eadem. constat prima pars propositi. Si igitur bases & altitudines propositarum columnarum lateratarum mutue: dico quod columnae erunt equales cum enim eadem sint bases eademq; altitudines columnarum suarumq; pyramidum: erunt bases & altitudines pyramidum propositarum columnarum mutue. si hoc ut possumus est verum fuerit de columnis erunt itaq; pyramides equales prout in septima huius demonstratum est igitur & columnae equales cum ipse triplae sint ad suas pyramides: quare patet secunda pars cuius quo propositum est.

¶ Omnium duarum columnarum lateratarum similium est proportio alterius ad alteram tanquam lateris ad suum & relatum latius proportio triplicata.

¶ Si columnae fuerint similes erunt ex diffinitione similium corporum bases earum ceteraeq; superficies eas ambientes similes. Diuidantur itaq; bases earum in triangulos similes & numero equales quemadmodum. sexti proponit esse possibile: & ipse columnae diuidantur in seratilia super hos triangulos existentia. stude igitur probare seratilia vnius suis relatis seratilibus alterius esse similia: quod facile probabis ex ypothesi & sexta & quarta & quinta sexti: & diffinitione similium superficierum & diffinitione similium corporum hoc autem probato erit ex 36. vndecimi proportio vnius cuiusq; seratilis vnius ad suum relatum seratile alterius sicut sui lateris ad latius illius proportio triplicata: Et quia omnium laterum est proportio vna cum cuncta seratilia vnius sint similia suis relatis seratilibus alterius. sequitur ex vndecima quinti ut cunctorum seratiliuum vnius ad sua relatiua seratilia alterius sit proportio vna: quare per 35. quinti quae est proportio vnius seratilis ad suum seratile relatum alterius eadem est omnium pariter acceptorum ad omnia pariter accepta & quia utrobique omnia seratilia pariter accepta componunt columnas & relatiua latera seratiliuum sunt relatiua latera columnarum necesse est ex vndecima quinti ut proportio columnarum sit sicut suorum relatorum laterum proportio triplicata quod est propositum.

Propositio 9.



Anis columna rotunda pyramidi siue triplex esse comprobatur.

¶ Supra circulum .a. intelligatur vna columna & vna pyramis secundum eandem suam altitudinem erectae dicanturq; equivoce ipsa pyramis & columna & circulus nomine vno scilicet .a. dico itaq; quod columna .a. est tripla ad pyramidem .a. cuius probatio est quia neq; maior neq; minor potest esse quam tripla. Sit enim primum si possibile est maior quam tripla quantitate corporis b. ita quod si b. corpus dematur de columna .a. erit residuum eius triplum ad pyramidem .a. Inscribebatur ergo quadratum circulo .a. super quod erigatur duo seratilia aequae alta columnae .a. de quibus duobus seratilibus pars

ter acceptis constat q̄ ipsa sunt plus medietate columnne. a. quemadmodum
 dum ipsum quadratum constat esse plus medietate circuli. a. Si enim ex
 ipsis scratilibus perficiantur solida parallelograma quorum ipsa sunt me-
 dietates: erit ipsa columna pars ipsorum duorum solidorum pariter acce-
 ptorum. ¶ Deinde super latera quadrati inscripti perficiantur quatuor trian-
 gulo: duum equalium laterum in portionibus circuli quarum portionu
 latera quadrati sunt corde diuisis arcibus illarum portionum per equa-
 lita ¶ sunt illi trianguli. c. d. e. f. super quos etiam erige scratilia ad altitudi-
 nem columnne. a. ¶ manifestum est q̄ hec scratilia sunt maius medietate
 portionum columnne super portiones circuli consistentium quemadmo-
 dum ¶ ipsi trianguli sunt maius medietate portionum circuli. Fiat autē
 hoc totiens quousq̄ per primam. 10. cogatur aduersarius confiteri portio-
 ner columnne pariter acceptas esse minus corpore. b. ¶ Erit igitur colum-
 na laterata octogona quam componunt omnia scratilia pariter accepta
 quorum bases sunt trianguli diuisentes polygonum inscriptum circulo
 a. maius triplo pyramidis rotunde. a. ¶ quia ipsa laterata columna est
 tripla ad suam pyramidem sicut demonstratum est in eis que premissa
 sunt. sequitur ex secunda parte. 10. quinti libri vt rotunda pyramis. a. sit
 minor laterata pyramide laterate columnne cuius basis est inscriptum po-
 lagonum basi rotunde pyramidis. a. quod est impossibile. Est enim pi-
 ramis laterata pars ipsius pyramidis rotunde inon est igitur pyramis. a.
 minus tertia parte sue columnne. sed nec plus tertia. Si enim possibile est
 sit pyramis. a. plus tertia parte columnne. a. quantitate corporis. b. ita q̄ de-
 tracto corpore. b. de pyramide. a. sit residuum ipsius pyramidis tertia pars
 columnne. a. igitur quemadmodum prius ex pyramide. a. intelligatur de-
 trahi pyramis laterata sibi eque alta cuius basis sit quadratum circulo. a.
 inscriptum quam lateratam pyramidem constat esse plus dimidio pira-
 midis rotunde. Item de residuo pyramidis. a. rursus intelligantur detra-
 hi pyramides eque alte statue super triangulos. c. d. e. f. qui sunt in portio-
 nibus basis ¶ hoc totiens fiat vt ex prima decimi relinquatur ex pyrami-
 de. a. minus corpore. b. Erit itaq̄ pyramis laterata inscripto polygonio su-
 perstant quam componunt laterate pyramides ex rotunda pyramide de-
 tracte maius tertia parte rotunde columnne. a. ¶ quia vt probatum est i pre-
 cedentibus hec pyramis laterata est tertia pars sue columnne laterate. a. se-
 quitur denno ex secunda parte. 10. quinti libri columnnam rotundam. a. esse
 minorem columnna laterata eiusdem altitudinis cuius basis ē polygonu
 basi rotunde pyramidis inscriptum hoc autem impossibilem nec col-
 lumnā laterata pars est columnne rotunde. Cum igitur columna rotunda
 non possit esse minus triplo sue pyramidis neq̄ maius: erit necessaria tri-
 pla ad eam quod demonstrare volumus.

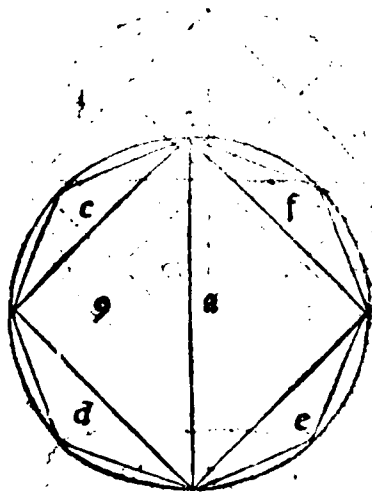
Castigator.

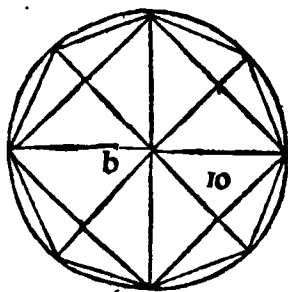
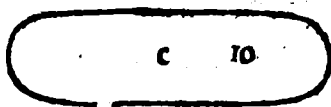
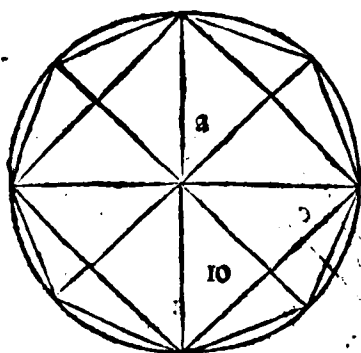
a ¶ Quia minus deficit ad complendam totam columnnam q̄ triplo
 eni deficit corpus. b. q̄d maius est portionibus columnne p̄ter acceptis.
 b ¶ Cum quilibet tertia pars huius sit maior tertia parte illius rotun-
 de. Ideo tota totali.

Propositio .10.



¶ Primum duarum rotundarum pyramidū simi-
 lium columnnarum ve rotundarum similitudinem est
 p̄portio alterius ad alterā tanq̄ diametri sue ba-
 sis ad diamet̄r basis alterius p̄portio triplicata.
 ¶ Sint duo circuli. a. ¶ b. super quos constituatur due
 rotunde pyramides similes duę columnne rotunde simi-
 les ¶ dicantur circuli ¶ pyramides ¶ columnne ¶ diametri circulorum
 his nobis. a. ¶ b. equinoce: dico itaq̄ q̄ proportio duarum pyramidum
 a. ¶ b. duarum columnnarum. a. ¶ b. est sicut duarum diametrorum.





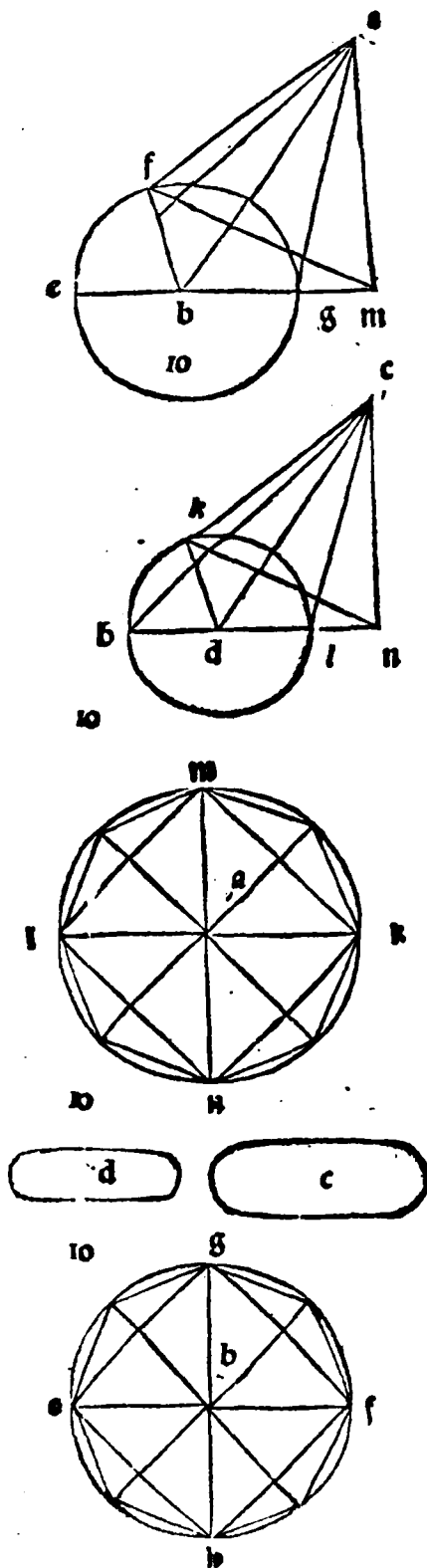
a. f. b. pportio triplicata; hoc autem si de pyramidibus confiteris: de columnis autem constabit ex. 15. quinti cum omnis columna rotunda sit ex premissa tripla ad suam pyramidem: de pyramidibus autem constabit hoc demonstratione ducente ad impossibile. Est enim per communem scientiam positam in principio secundae demonstrationis huius. 12. libris: quae proportio diametri a. ad diametrum b. triplicata: eadem pyramidis a. ad aliquod corpus. Illud igitur corpus sit c. de quo dico qd ipsum non potest esse minus neq. maius pyramide b. Sit primo minus si fuerit possibile quantitate corporis d. ita qd duo corpora c. f. d. pariter accepta sint quantum pyramis b. itaq. quemadmodum in secunda parte premissae ex pyramide b. detrahatur laterata pyramis sibi eque alta cuius basis sit quadratum inscriptum circulo b. f. ex residuo eius detrahatur pyramides eiusdem altitudinis consistentes super trigonos portionum circuli b. fiat itaq. hoc totiens quousq. cogente primo. sit residuum pyramidis b. minus corpore d. erit ex communi scientia laterata pyramis detracta quam componunt partiales pyramides detractae minus corpore c. Inscrubatur itaq. circulo a. polygonum simile illi quod est basis lateratae pyramidis detractae a pyramide b. f. ad angulos huius polygoni inscripti circulo a. demitte lineas a cono pyramidis a. perficiens super illud polygonum lateratam pyramidem eque altam rotunde pyramidi a. hanc igitur studeas demonstrare esse similem lateratae pyramidi detractae a rotunda pyramide b. quod hoc modo facies. In utraq. pyramide erige axem ipsum qui erit ex diffinitione linea continuans verticem pyramidis cum centro basis f. erit perpendicularis ad basim. Dehinc a centr. basium proahas in utroq. circulo semidiametros ad omnes angulos. utriusq. polygoni inscripti cuiusq. ex diffinitione a. similium pyramidum rotundarum sit pportio axis vnus ad axem alterius sicut diametri basis vnus ad diametrum basis alterius. ideoq. etiam ex. 15. quinti f. equa proportionalitate sicut semidiametri ad semidiametrum. sunt autem utrobique omnes anguli quos axer cum semidiametris continent recti: necesse est ex sexta ppositione fore libris f. quarta eiusde f. diffinitione similium superficies f. similium corporum diffinitione vel lateratae pyramidis a. sit similis lateratae pyramidi b. qre per additam ad. 8. hinc pportio lateratae pyramidis a. ad lateratam b. est sicut lateris vnus ad suum relatum lateris alterius. pportio triplicata. ideoq. f. sicut diametri a. ad diametrum b. triplicata: igitur quoq. sicut rotunde pyramidis a. ad corpus c. ex. 12. quinti quare permutatum pportio lateratae pyramidis a. ad rotundam pyramidem a. sicut lateratae pyramidis b. ad corpus c. Et quia laterata pyramis b. maior est corpore c. erit laterata pyramis a. maior rotunda pyramide a. quod est impossibile cum sit pars eius. Non est ergo corpus c. minus rotunda pyramide b. Resat itaq. probandum qd nec maius. Si enim aduersarius dicat ipsum esse maius tunc arguantur ex conuersa proportionalitate pportionem diametri b. ad diametrum a. triplicatam esse sicut corporis r. ad rotundam pyramidem a. sed ex conceptione eadem est rotunda pyramidis b. ad aliquod corpus aliud quod sit d. f. quia ex ypothesi corpus c. maius est rotunda pyramide b. sequitur ex. 14. quinti qd rotunda pyramis a. sit maior corpore d. itaq. pportio rotunde pyramidis b. ad corpus quod est minus rotunda pyramide a. videlicet ad d. est sicut suae diametri b. ad diametrum alterius pportio triplicata. hoc autem est impossibile. na. ex hoc demonstrauimus sequi qd pars sit maior suo toto. cum ergo corpus c. non possit minus esse neq. maius rotunda pyramide b. erit necessario sibi equale. ideoq. ex secunda parte. 7. quinti constat propositum. Non lateat autem nos huius demonstrationis processum ad eas dumtaxat columnas f. pyramides rotundas coartari quarum axes suis basibus perpendiculariter insunt: tales enim diffinitae fuerunt in principio vnde tamen cum tamen passio hic demonstrata communiter conueniat omnibus columnis rotundis similibus pyramidibus rotundis similibus suae ea-

nam axes super bases suas fuerint orthogonaliter erecte siue si per eas fuerint inclinate: & appellentur differentie causa hec rotunde columnne & pyramides quarum basibus axes orthogonaliter superstant erecte: & relique vero dicantur inclinate: & quia in principio .n. non sunt diffinitae columnne aut pyramides rotunde nisi ille tantum quas erectas vocamus. hec quidem per motum parallelogrami rectanguli ille vero per motum trigoni rectanguli. ideo conueniens arbitramur diffinire columnas rotundas & pyramides diffinitionibus communiter & vniuoce conuenientibus erectis & inclinatis columnis & pyramidibus rotundis. Cum igitur extra superficiem alicuius circuli descripti signatur punctus qui cum circumferentia ipsius circuli per lineam rectam continuatur si linea ipsa signato puncto manente fixo descripto circulo quousque ad locum vnde moueri inceperit. circumducatur: corpus quod a curua superficie quam motu suo describit hec linea & ab ipso circulo cui circumducitur continetur voco pyramidem rotundam. & circulum cui linea hec circumducitur voco basim ipsius pyramidis. fixum autem punctum extra circuli superficiem signatum voco eorum pyramidis: lineamque rectam continuantem centrum basis cum cono pyramidis appello axem seu sagittam pyramidis. Cumque hec sagitta fuerit perpendicularis ad basim dico pyramidem esse erectam. cum vero inclinata dico etiam pyramidem inclinatam. Cum autem fuerint duo circuli equales descripti in superficiebus equidistantibus quos vna plana superficies per eorum centra transiens secuerit fuerintque continueate per lineam rectam due relative sectiones duarum circumferentiarum ipsorum circulorum. Si linea hec in circumferentiis ipsorum circulorum equidistanter situi a quo moueri inceperit quousque ad locum suum redeat circumducatur: corpus quod a curua superficie quam motu suo describit hec linea & a duobus propositis circulis continetur: voco columnnam rotundam. cuius axis siue sagitta est linea recta centra duorum circulorum continuans. Et cum hec sagitta fuerit perpendicularis ad superficiem vtriusque duorum circulorum: dico columnnam esse rectam. Cum vero fuerit super basim inclinata dico columnnam esse inclinatam. Cumque fuerint due rotunde pyramides aut columnne a quarum axibus egrediantur due superficies super bases earum orthogonaliter erecte fuerintque anguli quos axes & communes sectiones harum superficialium & basium continent adinuicem equales: & fuerit proportio axis vnius ad axem alterius sicut semidiametri basis vnius ad semidiametrum basis alterius: tunc illas duas pyramides adinuicem aut illas duas columnas adinuicem dico similes esse. His diffinitionibus positis demonstrandum est quod omnium duarum rotundarum pyramidum similium columnarum vtriusque duarum similium siue erecte siue inclinate fuerint est proportio vnius ad alteram sicut diametri basis vnius ad diametrum basis alterius: proportio triplicata quod de solis erectis demonstratum est ad hoc autem premitimus antecedens necessarium.

Castigator.

a. Diffinitio non dicit hoc sed ex permutata proportio. eliditur. Quoniam si proportio axis vnius ad diametrum siue basis est sicut axis alterius ad diametrum siue basis. Ergo permutatim axis vnius ad axem alterius sicut diametri vnius ad diametrum alterius &c.

Si fuerint due rotunde pyramides adinuicem similes vtriusque quarum due plane superficies super axem secant fuerintque harum duarum superficialium altera in vtraque pyramide super basim eius orthogonaliter erecta at arcus basium inter illas duas superficies contenti similes: erunt anguli quos axes & due communes sectiones basium & earum superficialium que super



bases non ponuntur orthogonaliter erecte continent a diametris equales.

¶ Sint due rotunde pyramides .a.b.f.c.d. quarum bases sunt circuli .e.f. g.h.k.l. & axes due linee .a.b.f.c.d. & diametri basium .e.g.f.h.l. cetera basium sunt duo puncta .b.f.d. conijungantur .a.f.c. similes adinueniuntur ab earum conis ad superficiem basium protrahantur ut docet .u. vndecimi libri due perpendiculares que sunt .a.m.f.c.n. & continentur puncta .m.f.n. cum centris basium protractis lineis .b.m.f.d.n. eritque ex istis vndecimi superficies .a.b.m. que egreditur ab axe .a.b. erecta super basium pyramidis .a.b. orthogonaliter. Eodem modo superficies .c.d.n. que egreditur ab axe .c.d. erit erecta super basium pyramidis .c.d. orthogonaliter. Sint itaque duo arcus .f.g.f.h.k.l. similes & intelligatur due superficies .a.b.f.c.d.k. egredi ab axibus & secare pyramides .a.b.f.c.d. similes.

¶ Dico igitur duos angulos .a.b.f.c.d.k. esse adinueniuntur equales. Protrahantur .n. due linee .f.m.f.k.n. quia igitur due pyramides .a.b.f.c.d. sunt similes & due superficies .a.b.m.c.d.n. stantes orthogonaliter super bases egrediuntur ab earum axibus erit ex diffinitione similium pyramidum angulus .a.b.m. equalis angulo .c.d.n. & quia ex diffinitione linee supra superficiem perpendiculariter erecte uterque duorum angulorum .a.m.b.c.n.d. est rectus erunt ex 3a primi .f.g.f.h.k.l. sexti duo primi trianguli .a.b.m.f.c.d.n. laterum proportionalium ut proportio linee .a.b. ad lineam .c.d. sicut .b.m. ad .d.n. & sicut .a.m. ad .c.n. Et quia ex diffinitione similium pyramidum proportio axis .a.b. ad axem .c.d. est sicut semidiametri .b.f. ad semidiametrum .d.k. erit ex .u. quinti .b.f. ad .d.k. sicut .b.m. ad .d.n. Cumque sint duo anguli .f.b.m.f.k.d.n. equales eo quod duo arcus .f.g.f.h.k.l. sunt similes ex ypothesi erit ex sexta & quarta sexti proportio .f.m. ad .k.n. sicut .b.m. ad .d.n. ideoque sicut .a.m. ad .c.n. & quia iterum ex diffinitione linee super superficiem perpendiculariter erecte uterque duorum angulorum .a.m.f.c.n.k. est rectus erit ex sexta & quarta sexti proportio .a.f. ad .c.k. sicut .a.m. ad .c.n. ideoque per .u. quinti sicut .a.b. ad .c.d. & sicut .b.f. ad .d.k. igitur ex quinta sexti duo anguli .a.b.f.c.d.k. sunt adinueniuntur equales quod est propositum.

¶ Idem probabis leuiter de rotundis columnis similibus hoc itaque demonstrato dico quod omnium duarum rotundarum pyramidum similium quacumque fuerint siue erecte siue inclinate est proportio vnius earum ad alteram sicut diametri siue basis ad diametrum alterius basis proportio triplicata. Sint enim ut prius due rotunde pyramides .a.f.b. quarum bases sunt circuli .a.f.b. & horum circularum diametri sunt etiam .a.f.b. suntque proportio pyramidis .a. ad corpus .c. sicut diametri .a. ad diametrum .b. proportio triplicata non erit igitur corpus .c. minus neque maius rotunda pyramide .b. Sit enim primo si possibile est minus quantitate corporis .d. ita quod duo corpora .c.f.d. pariter accepta sint quantum rotunda pyramis .b. ab axe igitur pyramidis .b. prodeat superficies que sit orthogonaliter erecta super circulum .b. Sitque communis sectio huius superficies & circuli .b. linea .e.f. transiens per centrum .b. que erit diameter circuli .b. & protrahatur intra circulum .b. alia diameter secans hanc orthogonaliter que sit .g.h. Sicque inscribatur circulo .b. quadratum .e.g.f.h. & a rotunda pyramide .b. intelligatur detrahi laterata pyramis cuius basis est quadratum circuli .b. inscriptum que ut probatum est supra maius erit dimidio rotunde pyramidis. Et ex residuo eius detrahantur pyramides eiusdem altitudinis consistentes super trigonos portionum circuli .b. fiatque hoc toties quouque residuum sit rotunde pyramidis .b. minus corpore .d. ex priora decimi. Eritque ex conceptione laterata pyramis detrahta quae componunt laterata pyramides detrahte maius corpore .c. tunc ergo prodeat ex axe pyramidis .a. superficies alia que sit orthogonaliter erecta super circulum .a. & sit communis sectio huius superficies & circuli .a. linea

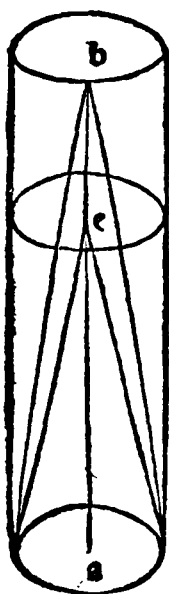
R. l. que ob hoc erit diameter circuli. a. protrahatur autem in circulo. a. alia diameter secans hanc orthogonaliter que sit. m. n. sicq. inscribatur in circulo. a. quadratum. k. m. l. n. & diuidendo arcus portionum circuli. a. per equalia perficiatur in circulo. a. polygonum simile illi quod est inscriptum circulo. b. & ad singulos angulos huius polygoni demitte lineas rectas a cono pyramidis. a. perficiēs super illud polygonum lateratam pyramidem eque altam pyramidi. a. hanc autem lateratam pyramidem probabis esse similem laterate pyramidi detracte. a. rotunda pyramide. b. quod hoc modo facies prodices atq. cogitatione vel actu vtriusq. in vrisq. pyramidibus. a. & b. & a. centris basium protrahas lineas rectas ad omnes angulos inscriptorum polygonorum. Eruntq. ex premisso antecedente omnes anguli quos continet axis pyramidis. a. cum singulis lineis ductis a centro circuli. a. ad angulos polygoni sibi inscripti equaliter suis relatiuis angulis quos continet axis pyramidis. b. cum singulis lineis ductis a centro circuli. b. ad angulos polygoni sibi inscripti. Et quia ex diffinitione rotundarum pyramidum similiarum proportio axis pyramidis. a. ad axem pyramidis. b. ē sicut semidiametri circuli. a. ad semidiametrum circuli. b. sequitur ex sexta & quarta sexti & diffinitionibus similiarum superficierum & similiarum corporum q. due laterate pyramides. a. & b. sint similes. Cetera argue sicut prius in decima. constat itaq. de omnibus rotundis pyramidibus similibus quod proportio earum sit sicut diametrorum suarum basium triplicata. & quia omnis columna rotunda est tripla ad suam pyramidem. hoc enim sufficenter est demonstratum siue columnne & siue pyramides fuerint erecte siue inclinate sequitur ex. v. quinet ut etiam quarumlibet columnnarum rotundarum similiarum sit proportio sicut suarum diametrorum triplicata.

Propositio .ii.

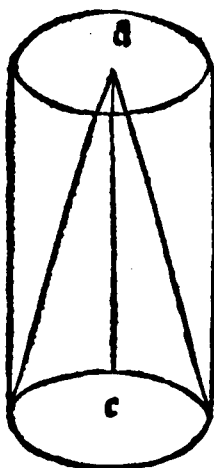


Pnes duas rotundas pyramides siue columnas eque altas suis basibus pportionales ēē necesse ē.

¶ Supra duos circulos. a. & b. statuantur vt prius due rotunde pyramides eque alte que dicantur similiter. a. & b. & due rotunde columne eque alte eisdem litteris ascripte a. & b. dico itaq. q. proportio duarum pyramidum. a. & b. duarumq. columnarum. a. & b. est sicut duorum circulorum. a. & b. quod de columnis manifestum erit si hoc prius de pyramidibus demonstrabit omnis enim rotunda columna tripla est ad suam pyramidem de pyramidibus autem constabit indirecta demonstratione hoc modo. Est enim ex communi scientia proportio rotunde pyramidis. a. ad aliquod corpus sicut circuli. a. ad circulum. b. illud corpus sit. c. dico itaq. q. corpus. c. non potest esse maius neq. minus rotunda pyramide. b. sit enim primo minus quantitate corporis. d. igitur circulo. b. inscribatur quadratum & detrabatur a rotunda pyramide. b. pyramis. laterata cuius sit basis quadratum circulo. b. inscriptum & ex portionibus pyramidis detrahantur pyramides super trigonos portionum circuli consistentes fiatq. hoc totiens quotusq. sit ex pyramide. b. residuum minus corpore. d. eritq. laterata pyramis detracta quam componunt partiales pyramides detracte maior corpore c. Inscribatur ergo circulo. a. polygonum simile illi polygonio quod ē basis laterate pyramidis. b. & perficiatur super ipsum pyramis laterata ductis lineis a vertice pyramidis laterate. a. ad angulos polygoni inscripti. Eruntq. due laterate pyramides. a. & b. eque alte. hoc. n. est. ppositū de rotundis q. pportio laterate pyramidis. a. ad lateratā pyramidē. b. est sicut basis eius ad basim illius videlicet sicut polygoni. a. ad polygonū. b. hoc n. demonstratum est in sexta bulas. At vero polygoni. a. ad polygonū.



12



b. est sicut circuli. a. ad circulum. b. quod manifestum est ex prius & secunda huius: itaq; laterate pyramidis. a. ad lateratam pyramidem. b. sicut rotunde pyramidis. a. ad corpus. c. quare permutatim laterate pyramidis. a. ad rotundam pyramidem. a. sicut laterate pyramidis. b. ad corpus. c. cumq; sit laterata pyramidis. b. maior corpore. c. sequitur lateratam pyramidem. a. esse maiorem rotunda pyramidem. a. hoc autem impossibile est enim pars eius non erit ergo corpus. c. minus rotunda pyramidem. b. ¶ Si vero ponat aduersarius q; sit maius demonstrabimus. rursus idem impossibile consequetur enim per conuersam proportionalitatem proportio corporis. c. ad rotundam pyramidem. a. sicut circuli. b. ad circulum. a. sit quoq; eadem rotunde pyramidis. b. ad aliquod corpus quod sit. d. Cum igitur corpus c. sit maius rotunda pyramidem. b. per ypothesim: erit ex. 14. quinti rotunda pyramidis. a. maior corpore. d. itaq; proportio circuli. b. ad circulum. a. erit sicut rotunde pyramidis. b. ad quoddam corpus minus rotunda pyramidem. a. Sed hoc demonstratum est prius esse impossibile. sic enim sequitur q; pars sit maior suo toto. non est igitur corpus. c. neq; minus neq; maius rotunda pyramidem. b. sed tantum equale. itaq; ex secunda parte septime quinti concludere propositum. Vt autem facilius inconcussiusq; demonstraretur quod sequitur: ad ipsam est antecedens uile premitendum quod est.

¶ Si superficies quedam rotundam columnam equidistatiter basi eius secuerit: erunt duo partialia corpora que ad illam secatam superficiem terminantur portionibus axis columnę proportionalia.

¶ Simile est hoc ei quod proposuit. 15. vndecimi libri de solidis parallelogramis nec solum verum est hoc de columnis rotundis. Immo simpliciter de omnibus columnis siue laterate fuerint siue rotunde. Quod qui argumentationem prime sexti vel. 15. vndecimi firmiter tenuerit facile demonstrare poterit: hic enim non aliter q; ibi ex diffinitione incōtinue proportionalitatis que posita est in probemio. quinti libri arguendum est. propositum. ¶ Attendere autem oportet q; quecumq; superficies secat columnam equidistatiter basi ipsius secat etiam eam equidistatiter superficie basi eius opposite. nam quecumq; superficies vni superficie sunt eque distantes ipse quoq; sunt equidistantes adinuicem vt ex his que dicta sunt ex decimasexta vndecimi libri didicisti: quare manifestum est q; omnes rotunde columnę quarum sunt bases equales altitudinibus suis: sunt proportionales. Idem quoq; de lateratis. idem quoq; de pyramidibus rotundis & etiam de lateratis quod de pyramidibus constabit si prius de columnis probetur. Est enim omnis columna triplex ad suam pyramidem. Rotunda quidem ex nona huius: laterata vero ex his que supra in octaua demonstrata sunt.

Propositio 12.



Si due pyramides rotunde siue columnę fuerint equales siue bases & altitudines erunt mutue. Si vero siue bases & altitudines mutue fuerint ipsas pyramides siue columnas equales esse necesse est.

¶ Altitudinem pyramidum determinant linee a conis ad bases perpendiculariter descendentes: columnarum autem a supremis earum superficiebus ad bases. ¶ Sint itaq; due rotunde pyramides. a. b. & c. d. equales: dueq; rotunde columnę. a. b. & c. d. equales sintq; communes bases tam pyramidum q; columnarum duo circuli. a. & c. communes quoq; altitudines tam pyramidum q; columnarum determinate per lineas. a. b. & c. d. dico q; proportio circuli. c. ad circulum. a. est sicut altitudinis. a. b. ad altitudinem. c. d. & conuerso. Hoc autem si de columnis probatum fuerit de pyramidibus certum erit: quoniam omnis columna rotunda tripla est ad suam pyramidem. Si itaq; due altitudines

lineam .g.p. perpendiculararem ad lineam .m.n. que fecit lineam .h.k. in pñ-
cto .q. & protrahe lineas .g.m. g.n. g.k. g.h. & duobus arcibus .n.k. & .m.
h. subtrahende duas cordas que etiam dicantur .n.k. & .m. h. eruntq. ex .28. ter-
tii hec corde equales .n.k. & .m. h. eo q. arcus equales. Et per secundam p-
tem tertie eiusdem tertii erit linea .n.p. equalis linee .m.p. cū igitur utiq.
duorum angulorum qui sunt ad .p. sit rectus ex diffinitione perpendicu-
laris erit ex quarta primi angulus .n. g. p. equalis angulo .p. g. m. At pñ-
ter .8. primi angulus .k. g. n. est equalis angulo .h. g. m. itaq. per commu-
nem scientiam que est si equalibus equalia addas tota erunt equalia erit
angulus .k. g. q. equalis angulo .q. g. h. ideoq. per quartam primi linea .k.
q. erit equalis linee .q. h. quare per primam partem tertie terti linea .g. o.
q. erit perpendicularis ad lineam .k. h. igitur ex prima parte .28. primi duo
linee .n. m. & .k. h. sunt equidistantes & hoc est quod dubitare conque-
sus es. ¶ Hoc enim idem aliter demonstrare est possibile ducatur enim li-
nea .n. h. eritq. ex vltima sexti angulus .h. m. equalis angulo .n. h. k. eo
q. arcus .h. m. est equalis arcui .n. k. ideo ex .17. primi linea .m. n. erit equi-
distans linee .h. k. Conuersam quoq. si libuerit conuerso modo probabis
si enim linea .m. n. est equidistans linee .h. k. erit arcus .n. k. equalis arcui
m. h. erunt enim ex prima parte .29. primi duo anguli .h. n. m. & .n. h. k. æ-
les ideoq. ex vltima sexti duo arcus .n. k. & .m. h. erunt etiam equales.

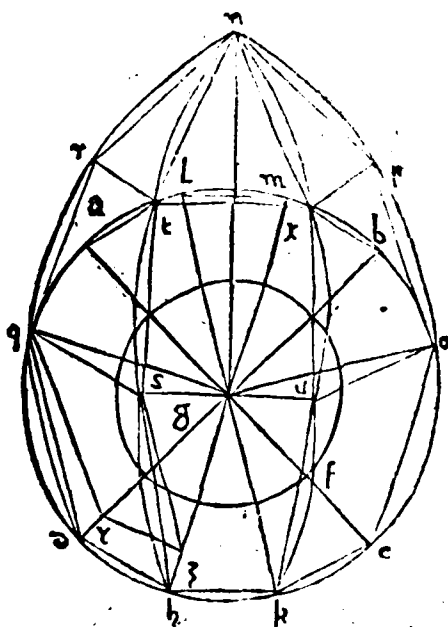
Propositio .14.

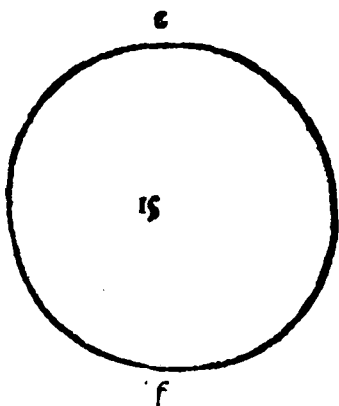
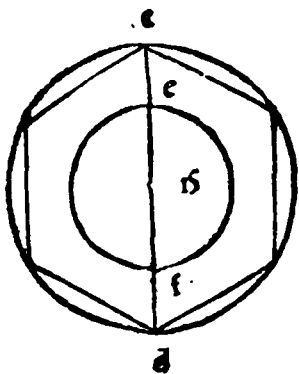
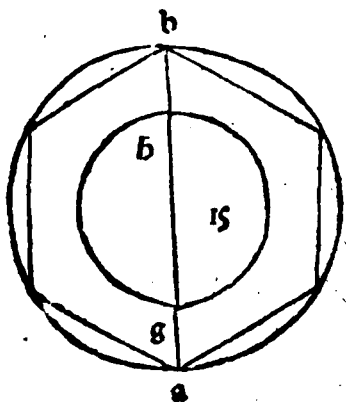


Elabns speris vnum centrum habentibus pro-
positis intra maiorem earum solidum multarum
basium superficiem minoris sphere minime tan-
gentium figuratiter consistunt. ¶ No consistunt
si in minori sphere sive in qualibet alia sphere si-
mile corpus intelligibiliter constituatur erit por-
tio corporis multarum basium intra maiorem spheram co-
stituti ad corpus multarum basium intra maiorem spheram vel
aliam constitutum sicut diametri maioris sphere ad diametrum
minoris vel alterius sphere proportio triplicata.

¶ Sint propositæ due sphere .a. b. c. d. & .e. f. vnum atq. idem centrum
quod sit .g. habentes & sit maior earum spera .a. b. c. d. minor vero spher-
a .e. f. volumus autem intra maiorem earum vnum corpus multarum basium
constituere de quibus non intendimus q. ipse basium sint equales aut simi-
les sed q. nulla earum tangat superficiem minoris sphere. Cum igitur hoc volue-
rimus facere secabimus simul vtrinq. propositarum spherarum vna pla-
na superficie per commune centrum earum transcurrente eruntq. ex diffi-
nitione sphere & diffinitione circuli communes sectiones huius sectionis sur-
perficiæ & superficierum spherarum propositarum sive continentēs cir-
culos sint itaq. duo circuli .a. b. c. d. & .e. f. quorum centrum est centrum
sphere de quo propositum est quod ipsum sit .g. Quædrabimus igitur
hos duos circulos duabus diametris se supra commune centrum eorum
orthogonaliter secantibus que sint .a. c. & .d. b. postea maiori circulo reser-
uata precepta premisse inscribemus vnum polygonum equilaterum nullo
fuerit laterum tangens minorem circulum. Et sufficiat exempli causa
inscripsisse duodecagonum equilaterum ita q. in quadante ipsius maioris
circuli q. e. c. d. sint tria latera huius duodecagoni que sint cordes .d. h. h. k.
& .k. e. que cum sint equales erunt quoq. ex prima parte .17. tertii arcus du-
rum equales. Dehinc a duobus punctis .h. & .k. que sunt extremitates me-
die corde producemus duas diametros que sint .h. m. & .k. l. & super cen-
trum .g. erigemus lineam .g. n. perpendiculararem ad superficiem circuli.
a. b. c. d. quam producemus quousq. obducet superficiem spheræ maioris
super punctum .n. ¶ Deinde intelligam quatuor superficies secantes

sphaeras propositas: quarum vnaqueq. fecit eas super lineam. g.n. sed prima earum supra lineam. g.n. & diametrum. d.b. secunda super lineam g.n. & diametrum. h.m. tertia vero super lineam. g.n. & diametrum. k.l. quarta autem super lineam. g.n. & diametrum. c.a. Eruntq. ex diffinitionibus sphere & circuli communes sectiones harum superficierum & superficii sphere maioris lineae continentes circulos & erunt portiones inscriptae ut inter punctum. n. & quatuor puncta que sunt. d.b. k.c. quadrantes horum circulorum qui quadrantes sunt. d.n. b.n. & k.n. & c.n. hoc autem ideo evenit eo qd oēs anguli quos continet linea. g.n. cū vnaquaq. diametronum protrahatur in superficie circuli. a.b.c.d. sunt recti ex diffinitione lineae perpendicularis ad superficiem. Recti vero anguli in cetro quarte circumferentie subdistantur. quod ex vltima sexti euidenter apparet. Ex diffinitione autem circulorum equalium manifestum est qd unusquisq. horum quatuor circulorum est equalis circulo. a.b.c.d. Nam diameter quum ipsoz ē diameter sphere maioris. igit per. 3. anguli quadrantes eorum sunt. equales: quare quinq. arcus qui sunt. d.n. h.n. k.n. c.n. & d.c. sunt equales. In vnoquoq. ergo quatuor quadrantium circulorum erecto rum coaptentur hypothemiales chorde quarum quilibet sit equalis chorde circuli prostrati que sunt latera polygonii sibi inscripti & est vna eaz. corda. d.b. sintq. in primo quidem. d.q. q.r. & r.n. in secundo vero. h.s. s. & t. n. in tertio autem. k.u. u.x. & x.n. & in quarto sunt. c.o. o.p. & p.n. & protrahantur corausta coniungentes capita hypothemisalium chordanū que sunt. q.s. s.u. u.o. & r.t. t.x. x.p. Vides igitur quarte parti superioris hemisperii maioris sphere que quidem quarta pars est. d.n. c. inscriptum ē corpus. a. basium quarum tres. que coeunt in puncto. n. sunt triangule. ceterae autem sunt quadrangule. suntq. harum quadrangularum superficierum hypothemisalia latera equalia. sed non equidistantia. Corausti autē inter quosq. duos circulos intercepti sunt equidistantes adinuicē & chorde circuli prostrati sed non sunt adinuicē equales. ¶ Hoc autem scies si perpendicularares a coraustorum extremitatibus ad superficiem circuli iacentis demiseris. de quibus constat qd ipse cadet super diametros circulorum quos corausti continent quod ex demonstratis in. 13. u. facile deprehendes. Verbi gratia. Sint a duobus terminis corausti. q.s. demisse due perpendicularares. q.y. & s. cadentes in diametris. d.b. & h.m. & protrahantur lineae. q.d. s.b. & y.3. eruntq. ex quarta sexti duo trianguli. q.y. d. & s. b. similes quare proportio duarum perpendicularium. q.y. & s. s. erit sicut duarum cordarum. q.d. & s. b. amq. sunt corde equales erunt etiam & perpendicularares equalēs. At ipse sunt equidistantes ex sexta. u. ergo ex. 33. primi coraustus. q.s. est equalis & equidistans lineae. y. s. & quia ex secunda parte secunde sexti linea. y. s. est equidistans corde. d.b. & ideo minore ea sequitur ex. 9. vndecimi ut coraustus. q.s. sit etiam equidistans corde. d.b. & minore ea ex conceptione. Cum itaq. corde que sunt latera polygonii inscripti circulo iacenti & ipse sunt omnes equales corde. d.b. non tangeant sphaeram minorem: necesse est ut nullum latus harum basium corporis inscripti siue quadrangule siue trigone tangat eandem minorem sphaeram cum omnia hec latera sint ipsius cordis equalia aut miōra. Simpliciter autē dico qd nulla etiam harum basium de quibus omnibus manifestum est ex secunda parte secunde. u. qd ipse sunt tote in superficie vna pōt aliquo sui puncto contingere minorem sphaeram eo qd omnis linea recta ducta super quemlibet punctum aduorsq. earum equidistans corausto minor est necessarii corda prostrati circuli. Si igitur connexitates aliarum quarum maioris sphere tam superioris hemisperii qd inferioris ad eius sunt longitudinem quadrilateris trilaterisq. superficieribus subtexantur erunt maioris sphere corpus. 2. basium superficiem minoris sphere minime tangentium quodamodū ppositum fuerat inscriptū. Dico insup qd si alia qd





liber sphaera simile corpus statuatur erit proportio vnius ad alterum sicut
diametri vnius sphaera ad diametrum alterius triplicata. Erant enim. vi.
bases vniusq. corporis bases totidem lateratarum pyramidum. quarum
omnium vertices erant in centrīs ipsarum sphaerarum. has autem pyra-
mides perficies. si a singulis angulis inscriptorum corporum qui sunt extre-
mitates cordarum. & coraussionum lineas ad centra sphaerarum produxe-
ris. Stude itaq. ex diffinitione similitam corporum probare cunctas pyra-
mides vnius esse similes suis relatiuis pyramidibus alterius. Quo proba-
to erit ex. 8. huius proportio vnius cuiusq. earum ad suam relatiuam alte-
rius sicut proportio semidiametrorum sphaerarum ipsarum triplicata. sunt
enim semidiametri sphaerarum latera cunctarum pyramidum. At quia se-
midiametrorum & diametrorum est ex. 15. quanti vna proportio ex. 15.
eiusdem facile concludes propositum.

Castigator.

Cum polygonum descriptum secundum quantitatem lineae. y. s. sit
pars polygoni descripti secundum quantitatem lineae seu cordae. d. h. v. partes
intuenti. quoniam diametri suorum circulorum quibus imaginantur
scribi sunt inequales &c.

Propositio 15.



Primum duarum sphaerarum est proportio alterius
ad alteram tanquam siue diametri ad diametrum
alterius proportio triplicata.

Sint due sphaerae. a. b. & c. d. quarum diametri sunt. a. b.
& c. d. dico q. proportio earum est sicut suarum diametro-
rum proportio triplicata. Cuius demonstratio est quo-
niam neq. ad minorem sphaeram q. sit sphaera. c. d. neq. ad maiorem est
proportio sphaerae. a. b. sicut diametri. a. b. ad diametrum. c. d. triplicata.
Esto quidem proportio sphaerae. a. b. ad sphaeram. e. f. sicut diametri. a. b. sphaerae
a. b. ad diametrum. c. d. triplicata. demonstrabo itaq. q. sphaera. e. f. non
potest esse minor neq. maior q. sphaera. c. d. Si enim affirmet aduer-
sarius eam esse minorem imaginabor ea includi a sphaera. c. d. & circūda-
ei ab eodem centro & inscribam sphaerae. a. b. corpus multarum basium
sphaeram. e. f. minime tangentium quoddam d'catur. c. d. & inscribam.
a. b. corpus multarum basium simile corpori multarum basium. c. d. qd. est noie siue
sphaerae dicat. a. b. Et sphaera. c. d. aliud huic simile qd. erit dicat noie siue sphae-
rae. c. d. v. in pmissa offensum est. constat itaq. ex scda parte premisse. q. u.
quanti q. proportio sphaerae. a. b. ad sphaeram. e. f. est sicut corporis multa-
rum basium quod est. a. b. ad corpus multarum basium. c. d. quod est. c. d.
v. itaq. enim est sicut diametri. a. b. ad diametrum. c. d. triplicata. hec autē
ex vpothe. illa vero ex secunda parte premisse. quare permutatim propor-
tio sphaerae. a. b. ad corpus multarum basium. a. b. est sicut sphaera. e. f. ad
corpus multarum basium. c. d. Cum igitur sphaera. a. b. sit maior corpore
multarum basium. a. b. erit etiam sphaera. e. f. maior corpore multarum
basium. c. d. hoc autem est impossibile. nā ipsa est pars eius in d. ergo sphae-
ra. e. f. minor sphaera. c. d. Si autem dicat aduersarius esse maiorem con-
futabimus ipsum hoc modo. erit enim per conuersam proportionalita-
tem sphaera. e. f. ad sphaeram. a. b. sicut diametri. c. d. ad diametrum. a. b. triplica-
ta. sit itaq. eadē sphaera. e. c. d. ad sphaeram. g. h. eritq. ex. 14. quanti sphaera. g. h.
minor sphaera. a. b. eo q. sphaera. c. d. posita ē minor sphaera. e. f. q. re. propor-
tio sphaerae. c. d. ad aliquā sphaeram minorem sphaera. a. b. ē sicut diametri. c. d.
ad diametrum. a. b. triplicata. At hoc est impossibile. nam ex hoc sequitur q.
pars sit maior suo toto vt demonstratū est prius. itaq. sphaera. e. f. non est
maior neq. minor q. sphaera. c. d. igitur ex. 15. quanti concludē propositū
conclusionem que imponit finem libro duodecimo.

Explicit liber duodecimus.

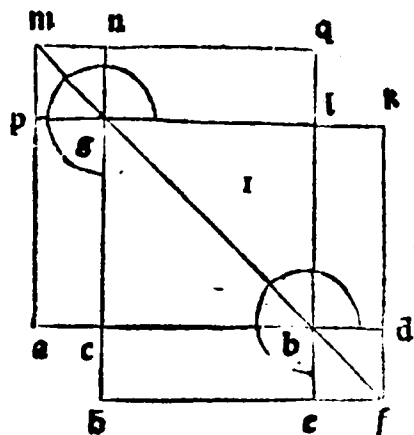
Liber tertiusdecimus Euclidis de admiranda vi lineae secundum proportionem habentem medium duosque extrema diuise & quinq; corporum regularium formatione ex perfecta Campani translatione. Magistro Luca Paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minorum castigatore optimo Incipit.

Propositio .1.



Em diuisa fuerit linea secundum proportionem habentem medium duosque extrema: si maiori portioni linea in longum addatur equalis dimidio ipsius lineae proportio-
naliter diuise: quadratum lineae ex eis duabus compositae quadrati medietatis eiusdem lineae diuise quincuplum esse necesse est.

Si linea, a. b. diuisa in puncto. c. p. ut docet. 19. sexti. & sit maior portio eius linea. b. c. cui. b. c. directe adiungatur linea. b. d. quae sit equalis medietati totius a. b. dico q. quadratum lineae. c. d. erit quincuplum ad quadratum lineae. b. d. Quadrabo enim lineam. b. d. & sit eius quadratum. d. e. & circumponam huic quadrato gnomonem secundum quantitatem lineae. b. c. protracta diametro. f. b. g. sitq. circumpositus gnomon. e. g. d. e. itq. ex. 12. sexti superficies inde composita quae sit. h. k. tanq. quadratum lineae. c. d. Dico igitur quadratum. h. k. quincuplum esse ad quadratum. d. e. Sit igitur. e. l. quadratum circumpositi gnomonis sibi q. circumponatur alius gnomon ad quantitatem lineae. a. c. protracta diametro. f. b. vsq. ad. m. sitq. hic gnomon. c. m. l. & protrahantur lineae. c. n. & p. l. equidistantes lateribus oppositis secantes se super diametrum. f. m. in puncto. g. Manifestum est autem ex. 12. sexti q. compositum ex hoc secundo gnomone & quadrato. c. l. & ipsum quadratum sit. a. q. est quadratum lineae. a. b. quod ex quarta secundi necesse est esse quadruplum ad quadratum. d. e. eo q. linea. b. d. est medietas lineae. a. b. cumq. sit ex prima parte. 16. sexti superficies. a. n. ideoq. per. 43. primi superficies. m. l. equalis quadrato. c. l. prouenit enim. a. n. ideoq. & m. l. ex. b. a. in. a. c. & c. l. prouenit ex. c. b. in se & cum ex prima sexti sit. a. l. dupla ad. l. d. ideoq. equalis. l. d. & c. e. pariter acceptis ex. 43. primi erit ex hac communi scientia si equalibus equalia addas tota fient equalia: quadratum. a. q. equale gnomoni. e. g. d. hic ergo gnomon quadruplus est ad quadratum. d. e. quemadmodum erat quadratum. a. q. itaq. totum quadratum. h. k. cum ipsum constet ex simplo & quadruplo erit ex communi scientia quincuplum ad idem quod est propositum. Idem aliter ex quarta secundi constat q. quadratum lineae a. b. est quadruplum ad quadratum lineae. b. d. At per secundam eiusdem quod sit ex. a. b. i. b. c. & in. a. c. est equale quadrato. a. b. quod autem ex. a. b. in. b. c. equum est ei quod ex. b. d. bis in. b. c. quod ex prima secundi manifestum est cum. a. b. sit dupla ad. b. d. At vero quod ex. a. b. in. a. c. est ex prima parte. 16. sexti equale quadrato. b. c. itaq. per communem scientiam quod sit ex. b. d. bis in. b. c. & quod ex. b. c. in se est eqle quadrato. a. b. & ideo est quadruplum ad quadratum. b. d. quare superaddito quadrato. b. d. erit totum aggregatum quincuplum ad quadratum. b. d. videlicet illud quod sit ex. b. d. bis in. b. c. cum quadrato. b. c. & quadrato. b. d. at quia ex quarta secundi hoc totum est equale quadrato. c. d. constat verum esse quod diximus.



Propositio .2.



I cunctis lineis bipartite cuius quadratum quadratum alterutrum suarum portionum sit quincuplum in longum sibi linea addatur donec eidem portioni reliqua portio cum addita linea fiat duplex: eadem duplex linea secundum proportionem habentem medietatem quoque extrema diuisa erit maioris portio eius erit linea media.

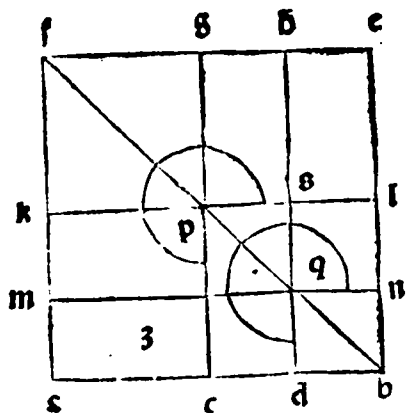
Hec est conuersa premissa duplici quoque modo sicut illa demonstrabitur via retrograda eadem prius manente dispoſitione. Verbi gratia. sit quadratum. $h.k.$ quincuplum ad quadratum. $d.e.$ linea. $a.b.$ dupla ad lineam. $b.d.$ dico quod linea. $a.b.$ diuisa est in puncto. $c.$ secundum proportionem habentem medium et duo extrema et maior portio eius est linea media ut est. $c.b.$ Constat autem ex. 4. secundi quod quadratum. $a.q.$ quadruplum est ad quadratum. $d.e.$ itaque. $g.d.$ e. equalis est quadrato. $a.q.$ quare duo supplementa. $l.d.$ et. $c.e.$ pariter accepta sunt quantum gnomoni. $c.m.l.$ Atque eadem supplementa pariter accepta sunt ex prima sexti quantum. $a.l.$ ideoque quantum. $c.q.$ sequitur quod. $c.q.$ sit equalis gnomoni. $c.m.l.$ dempta igitur ab utroque superficie. $l.n.$ erit quadratum. $c.l.$ equale superficie. $a.n.$ cum igitur fiat superficies. $a.n.$ ex. $a.b.$ in. $a.c.$ sit autem quadratum. $c.l.$ quadratum linee. $c.b.$ erit ex secunda parte. 16. sexti proportio. $a.b.$ ad. $b.c.$ sicut. $b.c.$ ad. $c.a.$ ex diffinitione ergo linee secundum proportionem habentem medium et duo extrema diuisa positam in principio sexti libri concluditur propositum. **I**tem aliter cum quadratum. $c.d.$ sit ex hypothesi quincuplum ad quadratum. $b.d.$ quadratum vero. $a.b.$ sit ex quarta secundi quadruplum ad idem. at quadratum. $c.d.$ sit ex eadem equale quadrato. $c.b.$ et quadrato. $b.d.$ et quod sit ex. $b.d.$ bis in. $c.b.$ sequitur ut illud quod sit ex. $b.d.$ bis in. $c.b.$ cum quadrato. $c.b.$ sit equale quadrato. $a.b.$ sed ex. $b.d.$ bis in. $c.b.$ non est quantum quod ex. $a.b.$ in. $b.c.$ eo quod. $a.b.$ dupla est ad. $b.d.$ ergo quod sit ex. $a.b.$ in. $b.c.$ cum quadrato. $b.c.$ sit equale quadrato. $a.b.$ et quia ex secunda secundi quod sit ex. $a.b.$ in. $b.c.$ sit in. $a.d.$ est equale quadrato. $a.b.$ sequitur ex eadem scientia ut quadratum linee. $b.c.$ sit equale ei quod sit ex. $a.b.$ in. $a.c.$ igitur ex secunda parte. 16. sexti et diffinitione constat propositum.

Propositio 3.



Si diuisa fuerit linea secundum proportionem habentem medium et duo extrema si minori portioni tantum dimidium maioris directe innagatur erit ut quadratum linee inde compositae quincuplum sit quadrati quod ex ipsa maioris medietate portionis describitur.

Sit linea. $a.b.$ diuisa in puncto. $c.$ secundum proportionem habentem medium et duo extrema. sitque eius maior portio linea. $c.b.$ et diuisa per equalia in. $d.$ dico quod quadratum linee. $a.d.$ est quincuplum ad quadratum linee. $c.d.$ describatur enim quadratum. $a.b.$ quod sit. $a.e.$ in quo protrahatur diameter. $b.f.$ et linee. $g.c.$ et. $d.h.$ itemque. $k.l.$ et. $m.n.$ equidistantes lateribus oppositis secantes se inuicem super diametrum in duobus punctis. $p.$ et. $q.$ et extra diametrum in duobus aliis locis. $r.$ et. $s.$ manifestum igitur est ex. 22. sexti vel ex correlario quarte secundi quod omnes superficies existentes in quadrato. $a.e.$ quas diameter diuidit per medium sunt quadrata et quatuor autem superficies que sunt. $a.r.$ $m.p.$ $p.h.$ et. $s.e.$ constat ex. 43. primi et prima sexti esse adinuicem equales. nam due postremae. $p.h.$ et. $s.e.$ sunt adinuicem equales ex prima sexti quoniam igitur ex prima hypothesi et diffinitione linee secundum proportionem diuise et prima parte. 16. sexti quadratum. $c.l.$ est equale superficie. $a.g.$ ideoque et gnomoni. $r.f.$ propter id quod superficies. $a.r.$ est equalis superficie. $p.h.$ et quoniam ex quarta secundi quadratum. $c.l.$ est quadruplum ad quadratum. $r.s.$ quod est tantum quadratum linee. $c.d.$ sequitur ex eadem scientia quod quadratum. $m.b.$ sit quincuplum quadrati. $r.s.$ constat enim ex gnomone quadruplo. et. $r.s.$ simplo. hoc autem est propositum. **I**dem aliter cum sit linea. $b.c.$ diuisa per equalia in puncto. $d.$ et addita est ei linea. $a.c.$ erit ex. 6. secundi quod sit ex



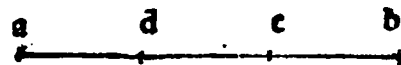
a.b.in.a.c.cum quadrato.c.d.interiacentis equale quadrato.a.d.at quia quod fit ex.a.b.in.a.c.equale est quadrato.c.b.ex prima parte.16. sextis hoc autem est quadruplum ad quadratum.c.d.manifeste patet veritas eius quod dicitur. Potes quoque si libet et duplici modo ex consequente huius facti ante concludere processu retrogrado. Sit.n.eadem dispositione manente quadratum.m.h. quincuplum ad quadratum.r.s. eritque gnomon.r.f.s. equale quadrato c.l. Vtrumque.n. est quadruplum ad quadratum.r.s. at quia superficies.a.g. est equalis gnomoni predicto necesse est ut superficies eade sit equalis quadrato predicto. Quod ex secunda parte.16. sextis est diffinitione linea.a.b. est diuisa in puncto.c. secundum proportionem habentem medium et duo extrema: et maior portio eius est linea.c.b. ¶ Idem aliter cum sit ex hypothesi quadratum linee.a.d. quincuplum ad quadratum linee.c.d. et ex.6. secunda idem ipsum quadratum sit equalis ei quod fit ex.a.b.in.a.c. cum quadrato.c.d. sequitur ut id quod fit ex.a.b.in.a.c. cum quadrato.c.d. sit quincuplum ad idem quadratum.c.d. ideoque eo demprobitur residuum videlicet quod fit ex.a.b.l.a.c. quadruplum ad ipsum et quia est quarta secundum quadratum linee.c.b. est quadruplum ad idem necesse est ut quod fit ex.a.b.in.a.c. sit equalis quadrato.c.b. quare itaque ex secunda parte.16. sextis est diffinitione linea.a.b. est diuisa secundum proportionem habentem medium et duo extrema in puncto.c. et maior eius portio est linea.c.b.

Propositio .4.



¶ Secundum proportionem habentem medium et duo extrema quolibet linea fuerit diuisa eique in longum directe tangens maior sectio adiciatur erit tota linea inde compositam secundum proportionem habentem medium et duo extrema diuisam esse et erit eius maior portio linea prima.

¶ Sit linea.a.b. diuisa qua supponitur proportionem in puncto.c. et sit eius maior portio.c.b. totaque.a.b. adiciatur directe linea.b.d. quod sit equalis.c.b. dico quod tota.a.d. eade proportionem diuisa est in puncto.b. et maior eius portio est linea.a.b. quod sit linea prima. Est.n. ex diffinitione.a.b.ad.b.c. sicut.b.c.ad.c.a. at quia ex prima quinti.a.b.ad.b.d. sicut.ad.b.c. igitur ex vndecima eiusdem.a.b.ad.b.d. sicut.b.c.ad.c.a. Quare per conuersam proportionem aliter.b.d.ad.b.a. sicut.a.c.ad.c.b. et coniunctim.d.a.ad.a.b. sicut.a.b.ad.b.c. Cumque sit ex septima quinti.a.b.ad.b.c. sicut.ad.b.d. erit ex vndecima eiusdem.d.a.ad.a.b. sicut.a.b.ad.b.d. Itaque ex diffinitione linea.a.d. diuisa est in puncto.b. secundum proportionem habentem medium et duo extrema et maior portio eius est linea.a.b. quod est propositum. Eodem quoque modo si ex maiori portione cuiuslibet linee secundum predictam proportionem diuise tangens minor portio detrahatur erit ipsa maior portio secundum eandem proportionem diuisa. eritque maior portio eius linea detracta. verbi gratia. Sit linea.a.b. si aut proponitur in puncto.c. diuisa sitque maior portio.a.c. a qua detrahatur c.d. equalis.c.b. dico quod a.c. est diuisa secundum proportionem eandem in puncto.d. et quod maior portio eius est linea.d.c. Cum enim sit ex diffinitione.b.a.ad.a.c. sicut.a.c.ad.c.b. At ex septima quinti.a.c.ad.c.b. sicut.ad.c.d. erit ex vndecima eiusdem.b.a.ad.a.c. sicut.a.c.ad.c.d. ideoque per.19. quinti sit sicut.c.b. residuum ad.d.a. residuum. Sed ex septima eiusdem.c.b.ad.d.a. sicut.c.d.ad.d.a. itaque.a.c.ad.c.d. sicut.c.d.ad.d.a. ex diffinitione ergo constat quod diximus. Nec igitur ea quam auctor proponit additio nec ea quam ex opposito proponimus detractio quantumcumque vtralibet in prolixum tendat a proprietate diuisionis linee primitiue discordat.



Propositio .5.



¶ Secundum proportionem habentem medium et duo extrema quolibet linea fuerit diuisa quod ex tota linea quodque ex minori portione producitur ambo quadrata pariter accepta triplum sunt eius quod ex maiore portione quadratum describitur.

¶ Sit linea .a.b. diuisa per sepe dictam proportionem in puncto .c. suq. maior portio eius linea .c.b. dico q. quadrata duarum linearum .a.b. & .c. a. pariter accepta triplum sunt ad quadratum linee .c.b. Hec enim duo quadrata pariter accepta sunt ex septima secundi quantum quadratum .c. b. & .c. duplum eius quod sit ex .a.b. in .a.c. Itemq. quia quod sit ex .a.b. in .a.c. est equale quadrato .c.b. ex diffinitione & prima parte .16. sexti: manifestum est propositum.

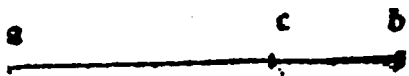
Propositio .6.



¶ Omnis rationalis linea secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuise utranq. portionem residuum esse necesse est.

¶ Sit linea .a.b. secundum solitam proportionem diuisa in puncto .c. rationalis. dico q. utraq. portio eius est residuum. Sit enim maior eius portio .a.c. cui directe adiu-

ciatur .a.d. equalis dimidio totius .a.b. eritq. etiam .d.a. rationalis ex .6. decimi libri & diffinitione. Constat autem ex prima huius q. quadratum linee .d.c. quincuplum est ad quadratum linee .d.a. igitur linea .d.c. est communicans linee .d.a. in potentia ex diffinitione. sed non in longitudine ex vltima parte .7. decimi quare per .68. decimi linea .a.c. est residuum cum due linee .c.d. & .d.a. sint ambe rationales potentialiter tantum communicantes. & quia iterum si ad lineam rationalem .a.b. adiungatur superficies equalis quadrato linee .a.c. que est residuum erit latus eius secundum linea .c.b. ex prima parte .16. sexti necesse est ex .91. decimi vt linea .c.b. sit residuum primum. quare constat propositum. Amplius autem si linee sic diuise vt proponitur maior portio fuerit rationalis: erit minor residuum verbi gratia. sit vt prius .a.b. diuisa in .c. secundum dictam proportionem & maior portio eius que est .a.c. sit rationalis que diuidatur per equalia in .d. eritq. ex tertia huius quadratum .d.b. quincuplum ad quadratum .d.c. at quia .d.c. est rationalis cum ipsa sit dimidium .a.c. sequitur vt due linee .d.b. & .d.c. sint rationales potentialiter tantum communicantes quare vt prius linea .c.b. est residuum. at vero si linea rationalis in potentia tantum secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuidatur adhuc necesse est vt utraq. portio eius sit residuum. Sit enim .a.b. rationalis in potentia tantum diuisa sicut proponitur in puncto .c. & si naturaliqua rationalis in longitudine que sit .d.e. que etiam diuidatur in .f. secundum predictam proportionem. Manifestum est igitur ex secunda .14. libri que sine adminiculo alicuius eorum que sequuntur incoarsa demonstratione roborat q. portio .a.b. ad .d.e. est sicut .a.c. ad .d.f. & sicut .c.b. ad .f.e. Cum ergo .a.b. coicet cu .d.e. in potentia sequit ex pma pte .10. decimi q. .a.c. coicet cu .d.f. & .c.b. cu .f.e. in potentia. Et q. utraq. portio linee .d.e. est residuum vt patet ex predictis sequitur ex .98. decimi vt utraq. portio linee .a.b. sit et residuum sed no eiusdem speciei vt ibidem demonstratum est. Quare constat q. ois linea rationalis in longitudine vel in potentia tñ secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuise utraq. portio est residuum. Et nota q. prima pars pñtis demonstrationis qua demonstrat q. maior portio linee diuise secundum proportionem habentem medium & duo extrema sit residuum si tota linea sit rationalis pcedit ex sufficientibus siue tota linea ponatur rationalis in longitudine siue in potentia tñ. Secda vero pars qua demonstrat hoc de minori portione q. ipsa quoq. sit residuum si tota est rationalis non pcedit ex sufficientibus nisi tota sit rationalis in longitudine. Tertia autem pars q. probatur q. minor portio est residuum sufficienter pcedit siue maior portio sit rationalis in longitudine siue in potentia tñ. Ad concludendum igitur de maiori portione linee predicto modo diuise q. ipsa sit residuum sufficit ponere totam lineam diuisam esse rationalem in potentia tñ. sed ad cōcludendum quoq. hoc de minori portione mediante maiore sufficit ponere portionē maiorem. similiter rationalem in potentia tñ. sed ad cōcludendum hoc de minori portione mediante tota necesse est ponere totā lineam esse rationalem in longitudine aut vtendum est secunda .14. libri quodamodū dñm ē.



Propositio .7.



Quis pentagonus tres equos angulos habens fuerit equilaterus equiangularis quoque idem pentagonus esse probatur.

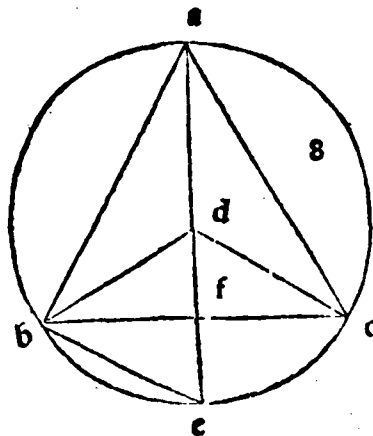
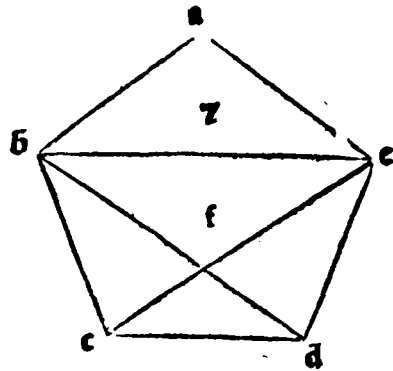
Q Sit pentagonus. $a.b.c.d.e$. equilaterus. sintque libet tres eius anguli siue continue siue incontinue sumantur adinuicem equales et sint prius incontinue sumpti. sintque anguli. $a.c.d.$: illi tres qui ponuntur adinuicem equales dico totum pentagonum esse equiangularum. His angulis subtrahantur chordae. $b.e.b.d.f.e$. c. et totus pentagonus diuidatur in trigonum et quadrilaterum cuius due diagonales sint chordae duorum proximorum equium angulorum secantes se intra quadrilaterum ipsum in puncto. f . eritque per quartam primi basis. $b.e.$ equalis basi. $b.d.$ et angulus. $a.e.b.$ equalis angulo. $c.d.b.$ Cumque per quintam primi angulus. $b.e.d.$ sit equalis angulo. $b.d.e.$ eo quod duo latera. $b.e.f.b.d.$ sunt equalia. erit ex communi scilicet totalis angulus. e equalis totali angulo. d . Si vero probabis totale angulum. b esse equaliter angulo totali. c . Est enim per quartam primi basis. $b.e.$ equalis basi. $c.e.$ et angulus. $a.b.e.$ equalis angulo. $d.c.e.$ per quintam autem eiusdem. f . primi est angulus. $e.b.c.$ equalis angulo. $e.c.b.$ igitur ex communi scilicet totalis angulus. b est equalis totali angulo. c . Sint itaque tres anguli. $b.c.d.$ continue sumpti equaliter sic quoque erit pentagonus equiangularis: erit enim ex. 4. primi basis. $b.d.$ equalis basi. $c.e.$ et angulus. $c.d.b.$ angulo. $d.e.c.$ et angulus. $b.d.c.$ angulo. $e.c.d.$ quare per sextam primi due linee. $c.f.f.d.$ erunt equaliter cum duo anguli trianguli. $f.c.d.$ qui sunt ad basin. $c.d.$ sint equaliter. Igitur ex hac communi scilicet ab equalibus erit linea. $f.b.$ equalis lineae. $f.c.$ erat enim tota. $b.d.$ equalis toti. $c.d.$ ideoque per quintam primi erit angulus. $f.b.e.$ equalis angulo. $f.c.b.$ per eadem autem est angulus. $a.b.e.$ equalis angulo. $a.e.b.$ Itaque per eandem scilicet angulum. b totalis est equalis angulo. e totali tres enim partiales anguli componentes unum sunt equaliter tribus partialibus componemibus alium unumque suo relativo. Manifestum est igitur quod tres anguli. $e.b.c.$ non continue sumpti in proposito pentagono sunt equaliter. Cum autem sic demonstratum est totum pentagonum esse equiangulariter in quolibet ergo modo constaret propositum.

Propositio .8.



Quis trianguli equilateri quod a latere suo quadratum describitur triplum est quadrato dimidii diametri circuli a quo triangulus ipse circumscribitur.

Q Sit triangulus. $a.b.c.$ equilaterus cui circumscribatur circulus. $a.b.c.$ supra centrum. d . quemadmodum docet quintam quarti libri et protrahatur in eo diameter. $a.d.$ dico ergo quod quadratum lineae. $a.b.$ triplum est ad quadratum semidiametri. $a.d.$ Ducatur enim. $n.$ duellum. $b.d.$ et. $d.e.$ et arcui. $b.e.$ subtrahatur chorda. $b.e.$ eritque ex octava primi angulus. $b.a.d.$ equalis angulo. $c.a.d.$ quare per ultimam sexti arcus. $b.e.$ est equalis arcui. $e.c.$ Et quia ex. 27. tertii tres arcus. $a.b.b.c.c.e.$ sunt adinuicem equaliter eo quod eorum chordae sunt latera trigoni sunt equaliter ex hypothesis. Erit arcus. $b.e.$ sexti pars circumferentie. ideoque chorda. $b.e.$ erit latus exagoni equilateri ipsi circulo inscripti. quare per correl. 15. quarti linea. $b.e.$ est equalis semidiametro. $a.d.$ Manifestum est autem ex prima parte. 30. tertii quod angulus. $a.b.e.$ est rectus. ideoque quadratum lineae. $a.e.$ est equale quadrato eius duarum linearum. $a.b.f.b.e.$ pariter acceptis ex penultima primi. At vero quadratum. $a.e.$ quadruplum ad quadratum. $b.e.$ ex quarta secundi cum linea. $a.e.$ sit dupla. $b.e.$ Relinquitur ergo quadratum. $a.b.$ triplum esse ad quadratum. $b.e.$ ideoque ad quadratum. $a.d.$ quod est propositum. Non lateat autem nos quod linea. $b.c.$ que est latus trigoni diuidit semidiametrum. $d.e.$ per equaliter. Etsi quidem punctus diuisionis. $f.$ constat igitur ex quarta primi quod. $b.f.$ est equalis. $f.c.$ ideoque per primam partem tertii omnes anguli qui sunt ad. $f.$ sunt recti. Quare ex penultima primi quadratum. $b.d.$ est equale quadrato duarum linearum. $d.f.f.b.$ Quadratum vero. $b.e.$ equaliter quadrato eius duarum linearum que sunt. $b.f.f.c.$ Et quia. $b.d.$ est equalis. $b.e.$ erit



Castigator.

Propositio 9.

¶ Iatus exagoni equilateri latiusq; decagoni equila-
teri quos ambos vnus idemq; circulus circumscri-
bit sibi inuicem in longum directumq; contingan-
tur totalinea ex eis composita fm proportionem
habentem medium z duo extrema diuisa erit ma-
iorq; eius portio latus exagoni.

¶ Sit circulus. a. b. c. cuius cent. d. & diameter. a. d. c. sitq. arcus. c. b. quinta pars arcus semicirculi. a. b. c. cui subtrahatur chorda. c. b. quam constat esse lat. decagoni equilateri pposito circulo inscripti. A diuigaturq. linee. c. b. incotinuū & directum linea. b. e. que ponatur esse eq̄lis lateri exagoni eq̄ lateri predicto circulo inscripti. Dico totam lineā. c. e. diuisam esse. in p̄fecto. b. fm̄ p̄portionē h̄ntem medium & duo extrema & maiore eius portione dico esse lineā. b. e. q̄ est lat. exagoni. Ducant. n. in cent. d. per lineā. c. b. d. eritq. angulus. e. equalis angulo. b. d. c. ex. s. primi pp̄ hoc q. linea. c. b. est eq̄lis lineē. b. d. ex correl. x. quarti angulus quoq. d. b. c. est eq̄lis angulo. c. ex. s. primi quare ex. 32. primi angulus. a. d. b. erit duplus ad angulum. d. b. c. & quia p̄ eādē angulus. d. b. c. est duplus ad angulum. e. sequitur vt angulus. a. d. b. sit quadruplus ad angulum. e. Est. n. ex cōi scia q̄druplum acquid fuerit duplū dupli. Cūq. sit et idē angulus. a. d. b. quadruplus ad angulū. b. d. c. ex vltima sexti eo q. arcus. a. b. est q̄druplus ad arcum. b. c. necesse est ex cōi scia vt āgulus. e. sit equalis angulo. b. d. c. Sē igit̄ intelligant duo trianguli. d. e. c. totalis. & b. d. c. ptialis cū angulus. e. totalis sit eq̄lis angulo. b. d. c. partialis & angulus. c. sit cōis vtriusq. necesse est ex. 32. primi vt ipsi sint equianguli. quare p̄ q̄rtam sexti p̄portio duoz. later. e. c. & c. d. cōtinentium angulum. c. in totali triangulo ē sicut duoz. later. d. c. & c. b. cōtinentium eūdē angulū in ptiali triangulo q̄a ergo p̄portio. e. c. ad. c. d. ē sicut ad. e. b. ex scda pte. 7. quinti. & d. c. ad. c. b. ē sicut e. b. ad. eādē ex p̄ma pte eiusdē. Sequit̄ ex. 12. quinti vt sit p̄portio. c. e. ad. e. b. sicut. e. b. ad. b. c. Igit̄ a dione cōcludē p̄positum lineam. e. c. esse diuisam fm̄ p̄portionem h̄ntem mediū & duo extrema & maiorem portione eius ē lat. exagoni q. oportuit nos demonstrare. Conuersam quoq. de mōstrare cōuenit q̄d facile fiet viā retrograda. Eā n. assumit Ptolomeus capitulo. 9. prime dictōis almagesti ad demōstrandū q̄ntitatem chordaz. arcū circuli. Dico itaq. q. si lica q̄libet fm̄ p̄portionē h̄ntem mediū & duo extrā diuidat cuius circuli maior portio fuerit lat. exagoni eiusdem minor erit lat. decagoni. At nō cuius minor erit lat. decagoni eiusdem maior erit lat. exagoni. Sit. n. priori dispositiōe manēte lineā. e. c. diuisa in puncto. b. fm̄ predictā p̄portionē & maior eius portio sit. e. b. dico q. cuiuscūq. circuli lineā. e. b. est lat. exagoni eiusdē ē lineā. b. c. lat. decagoni. & cuiuscūq. circuli lineā. b. c. est lat. decagoni eiusdē est lineā. e. b. lat. exagoni. Intelligo aut̄ hoc de exagonis & decagōis equilateris. Si. n. sit. e. b. lat. exagoni circulo. a. b. c. inscripti. erit per correl. x. quarti. e. b. equalis. d. c. & quia p̄portio. c. e. ad. e. b. est sicut. e. b. ad. b. c. ex ypothesi erit ex. 7. quinti. c. e. ad. d. c. sicut. d. c. ad. c. b. igit̄ ex. 6. sexti duo triāguli. e. d. c. & d. c. b. sunt equianguli. Angulus ergo. e. est equalis angulo. b. d. c. ipsi enim latera proportionalia respiciunt. cumq. sit angulus

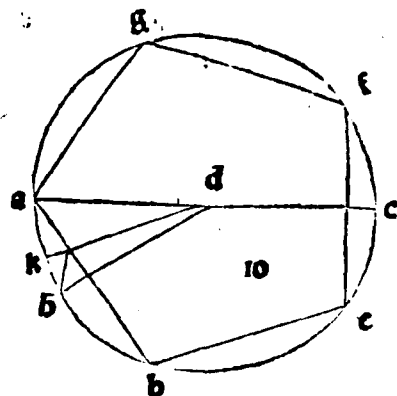
a. d. b. quadruplus ad angulum. c. ex. 31. primi bis assumpta. & quinta eius dem bis sequit vt et idē angulus. a. d. b. sit quadruplus ad angulum. b. d. c. Ideoq. ex vltima sexti arcus. a. b. quadruplus est ad arcum. b. c. Linea igitur. b. c. est latus decagoni circulo. a. b. c. inscripti. Qd si linea. b. c. fuerit latus decagoni circuli. f. eritq. ex predictis. b. c. latus decagoni eiusdem. Intelligantur igitur inscripti et decagoni equilateri duobus circulis. a. b. c. & f. quoz oia latera erunt equalia linee. b. c. & quia ois figura equilatera circulo inscripta est equiangula vt probatum est in. 15. quarti libri sequitur vtrozq. decagonos et equiangulos. Cumq. ois anguli vnus piter accepti sint equalis oibus angulis alterius pariter acceptis sicut euidenter apparet ex demonstratis in. 31. primi necesse est ex hac cōsclā quorūlibet equalium decimas aut quota sibi pter eiusdē denotatiōis et equalis vt vnus boz decagonoz sit equiangulus alii. ideoq. similis ex dione similiū suppositum. & quia si due figure similes duobus circulis inscribantur erit proportio duoz relatiōz latez illaz figurarum sicut duaz diametroz illoz circuloz vt apparet ex correl. 13. sexti libri & prima. n. cum latera decagonorum similia inscriptoz duobus circulis. a. b. c. & f. sint equalia sequitur vt diametri eoz sint equalis. ideoq. & semediametri et equalis. Sūt aut semediametri & latus exagoni equalia ex correlario decime quate quarti. Erit ergo linea. c. b. latus exagoni circulo. a. b. c. inscripti sicut ipsa est latus exagoni circuli. f. sibi equalis. Hoc aut est quod demonstrare voluimus. Ex hac autem nōa buius. 13. libri noueris exortam esse decimam q̄r ti libri que duum equalium laterum proponit trigonum describendum cuius vterq. duorum angulorum quos basis obtinet ad tertium duplus existat. Talis enim est vterq. triangulorum. c. d. e. & d. c. b. & simpliciter omnis cuius duo latera sunt equalia maiori portioni alicuius linee diuise fm proportionem habentem medium duoz extrema & tertium quod est basis est equalis minori portioni linee eiusdem. Vel cuius duo latera sunt equalia lateri exagoni equilateri alicui circulo inscripti basis vero est equalis lateri decagoni equilateri eidem circulo inscripti quod est propositum.

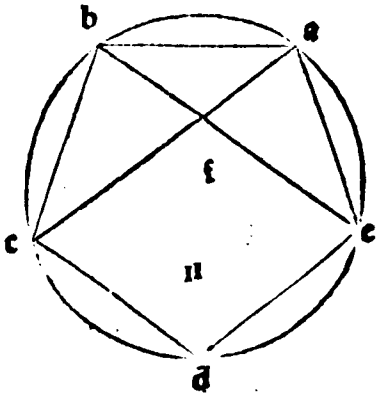
Propositio 10.



Pene latus pentagoni equilateri tanto potentius est latere exagoni equilateri quantum potest latus decagoni equilateri si sint in eodē circulo ambo inscripti.

Si circuli. a. b. c. eius centrum. d. & diameter. a. d. c. inscribaturq. ei pentagonus equilaterus qui sit. a. b. c. f. g. & a centro. d. protrahatur perpendicularis ad latus. a. b. que producantur vsq. quo obuiet circumferentie in puncto. h. sitq. d. h. & protrahatur due chorde. a. h. & h. b. que erunt equalis adinuicē ex secunda parte. 3. tertii & quarta primi. ideoq. et duo arcus. a. h. & h. b. equalis adinuicem ex. 27. tertii. Est igitur vtraq. duarum chordarum. a. h. & h. b. latus decagoni equilateri proposito circulo inscripti. Dico itaq. q. quadratum linee. a. b. que est latus pentagoni ē quale duobus quadratis duaz lineaz. b. d. & a. h. piter acceptis quaz prima est equalis lateri exagoni ex correl. 15. quarti & scda ē latus decagoni p̄trahat. n. a centro. d. p̄pendicularis ad lineā a. h. q̄ est latus decagoni q̄ producat vsq. ad circumferētiā sitq. d. k. q̄ scet lineam a. b. q̄ est latus pentagoni in puncto. l. & Protrahat linea b. l. Cōstat aut ex scda pte tertii tertii & 4. primi. 27. tertii q. linea. d. k. q̄ est p̄pendicularis ad chordam. a. h. simul diuidit p̄ equalia chordam & arcū. Ideoq. arcus. a. k. est eq̄lis arcui. k. h. Quare ex vltima sexti angulus. a. d. l. est eq̄lis angulo. l. d. h. Ideoq. ex q̄rta primi basis. a. l. basi. l. h. Igr ex q̄rta primi angulus. l. a. h. eq̄lis est angulo. l. h. a. Cūq. et sit ex eadē angulus. h. a. b. eq̄lis angulo. h. b. a. sequit vt angulus. l. h. a. sit equalis angulo. h. b. a. Ergo ex. 31. primi duo triaguli. b. a. h. & a. b. l. sunt eq̄anguli. Est. n. angulus. b. maioris eq̄lis angulo.





lo. b. minori $\angle$ angulus. a. c. is est vtriq. Itaq; per quartam sexti proportio
b. a. ad. a. b. $\hat{=}$ sicut. a. b. ad. l. a. Quare ex prima parte. 26. sexti quod proue
nit ex. b. a. in. a. l. est equale quadrato linee. a. b. $\hat{=}$ est latus decagoni. Cū sit
aut̃ semicirculus. a. e. c. equalis semicirculo. a. f. c. $\hat{=}$ arcus. a. e. arcus. a. f. erit
arcus. e. c. residuus equalis arcui. f. c. residuo. Quare arcus. e. c. est medietas
arcus. e. f. ideoq; equalis arcui. a. b. $\hat{=}$ duplus ad arcum. b. k. Et quia arcus
e. b. $\hat{=}$ duplus ad arcum. b. h. erit ex. 13. quinti totus arcus. c. a. b. duplus ad
totum arcum. b. b. k. ideoq; ex vltima sexti angulus. e. d. b. $\hat{=}$ duplus ad an
gulum. b. d. l. cūq; $\hat{=}$ angulus. e. d. b. duplus sit ad angulum. b. a. d. ex. 32. $\hat{=}$
quinta primi. sunt. n. duo latera. d. a. $\hat{=}$ d. b. equalia erit angulus. b. d. l. $\hat{=}$
lis angulo. b. a. d. itaq; per. 32. primi erit triangulus. b. d. l. equiangulus trian
gulo. b. a. d. Est. n. angulus. d. minoris eq̃lis angulo. a. maioris $\hat{=}$ angulus. b
est cōis vtriq. Ergo per quartam sexti proportio. a. b. ad. b. d. est sicut. b. d
ad. l. b. quare per primam partem. 26. sexti quod prouenit ex. a. b. in. l. $\hat{=}$
equale quadrato. d. b. at vero probatum est prius q̃ illud quod prouenit
ex. a. b. in. l. a. est equale quadrato. a. b. Itaq; quod prouenit ex. a.
b. in. a. l. $\hat{=}$ in. l. b. est equale duobus quadratis duarum linearum. a. b.
f. b. d. $\hat{=}$ quia ex secunda secundi quod prouenit ex. a. b. in. l. a. $\hat{=}$ in. l. b. $\hat{=}$
equale quadrato linee. a. b. Est autem linea. a. b. latus pentagoni equilate
ri proposito circulo inscripti. Linea vero. a. h. est latus decagoni equilate
ri. $\hat{=}$ linea. b. d. est ex correlario. 15. quarti equalis lateri exagoni equilateri
proposito circulo inscriptum inconcussa demonstratioē astruit. r. hoc
quod dicitur.

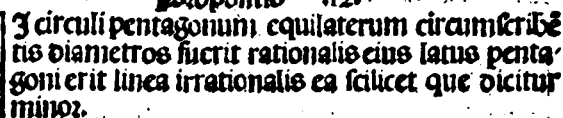
Propositio .11.



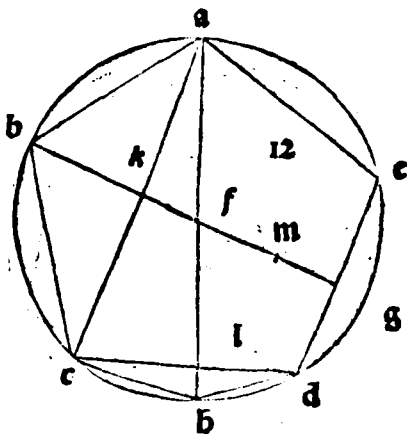
S duobus propinquis angulis pentagoni equila
teri intra circulum descripti a terminis suis omni la
terus due recte linee sustendantur vtrāq; alteram
secundum proportionem habentem medium duo
q; extrema secabit maiorq; ipsius portio lateri ipsi
us pentagoni equalis erit.

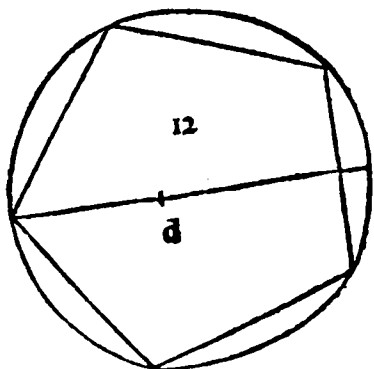
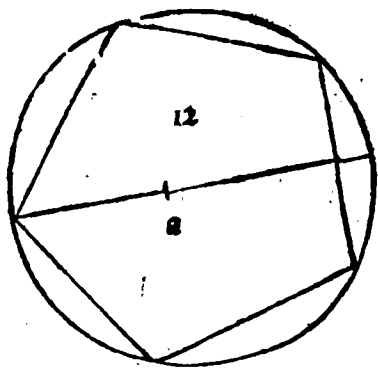
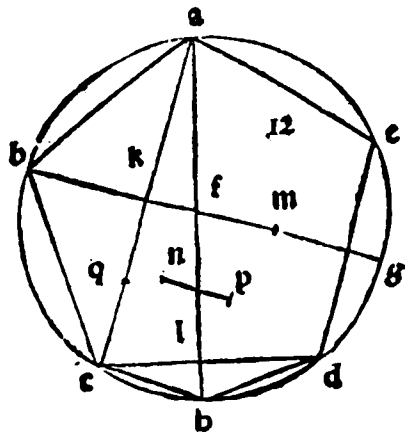
Sit pentagonus equilaterus. a. b. c. d. e. inscriptus circulo eisdem literis
signato $\hat{=}$ duobus eius propinquis anguli: qui sunt. a. f. b. subtedantur due
recte linee. a. c. $\hat{=}$ b. e. secantes se inuicem in puncto. f. Dico itaq; vtrāq; ba
ram esse diuisam in puncto. f. s̃m proportionem hātem medium duorū
extrema: $\hat{=}$ q̃ maior portio vtriusq; est equalis lateri pentagoni. Mani
festum est enim ex. 27. tertii q̃ quinq; arcus circuli pentagonum propositū
circumscribentis quorum latera ipsius pentagoni sunt chordae sunt ad in
uicem equales. I deoq; ex vltima sexti quatuor anguli. a. e. b. a. b. e. b. a. c.
f. b. c. a. sunt ad inuicem equales. Nam arcus. a. b. a. e. f. b. c. sunt ad inuicē
equales. Cūq; sit arcus. c. d. e. duplus ad arcum. b. c. erit quoq; ex vltima
sexti angulus. c. a. e. duplus ad angulum. c. a. b. at vero ex. 31. primi angulus
a. f. e. duplus est ad angulum. f. a. b. igitur angulus. a. f. e. est equalis ang
lo. f. a. c. Quare per sextam primi linea. a. c. est equalis linee. f. e. Sunt aut̃
duo trianguli. a. b. e. f. a. f. b. equianguli per ea quae dicta sunt $\hat{=}$ per. 32. pri
mi. Est enim angulus. e. maioris equalis angulo. a. minoris $\hat{=}$ angulus. b.
communis vtriq; Igitur per quartam sexti proportio. e. b. ad. b. a. sicut. b.
a. ad. f. b. cūq; sit. c. f. equalis. a. b. eo q̃ ipsa vt probatum est equalis. a. e. Se
quitur ex. 7. quinti: vt sit proportio. b. e. ad. c. f. sicut. e. f. ad. f. b. Quare p
diffinitionem linea. e. b. est diuisa s̃m proportionem habentem medium
duorū extrema $\hat{=}$ eius maior portio est equalis lateri ipsius pentagoni. Si
autem hoc est verum de linea. e. b. erit quoq; ex. 7. quinti $\hat{=}$ quinta eiusdē
 $\hat{=}$ diffinitione idem verum de linea. a. c. Nam tota. b. e. est equalis toti. a.
c. ex quarta primi $\hat{=}$ portiones portionibus ex sexta primi $\hat{=}$ commu
ni scientia: portiones enim. a. f. f. b. f. sunt equales ex sexta primi. ideo. f. e.
f. f. c. residue erunt ad inuicem equales ex conceptione. Vel potes si libet
 $\hat{=}$ facilius de linea. a. c. demonstrare propositum negotiando circa ipsum
vt prius circa lineam. e. b.

.12.



Sit pentagonus aequilaterus, a. b. c. d. e. inscriptus circulo a. dem litteris a. scripto circuli centrum. f. ff. due diamet. tri. b. g. ff. a. h. sitq. vtraq. h. az. diametroz. linea ronalis in longitudine. d. go tunc q. latus pentagoni inscripti erit linea irrationalis illa videlicet q. dicitur minor. Protrahatur. n. linea. a. c. q. fecit diamet. b. g. in puncto k. Eritq. ex vltima sexti ff quarta primi linea. a. c. diuisa a diametro. b. g. orthogonaler ff per eqila in puncto. k. ga cum femicirculus. b. a. g. sit eq. lis femicirculo. b. e. g. ff arcus. b. c. arcui. b. a. sicut constat ex 17 tertii erit ap. sus. a. g. residui equalis arcui. c. g. residuo. I oq. ex vltima sexti angulus. b. g. equalis et angulo. c. b. g. Cum itaq. duo latera. a. b. ff. b. k. trianguli. a. b. k. sint eqila duobus lateribus. c. b. ff. b. k. trianguli. c. b. k. ff angulus. b. ynius angulo. b. alterius erit ex quarta primi basis. a. k. equalis basi. k. c. ff oes anguli qui sunt ad k. sunt recti ex prima parte tertie tertii. Diameter aut. a. h. fecit latus pentagoni. c. d. in puncto. l. Eritq. similiter linea. c. d. diuisa a diametro. a. h. orthogonaler ff per equalia in puncto. l. Cu. n. sint duo arcus. a. d. h. ff. a. c. h. equalis ff arcus. a. c. sit eqilis arcui. a. d. erunt duo residui femicirculoz qui sunt. c. h. ff. d. b. eqles. Quibus si subtrahantur due chorde que sunt. c. h. ff. d. b. ipse quoq. ex. 18. tertii erunt equales ff ga arcus. a. c. est equalis arcui. a. d. erit ex vltima sexti angulus. c. b. l. eqilis an. gulo. d. h. l. I deoq. p quartam primi basis. c. l. est equalis basi. d. l. ff oes an. guli qui sunt ad l. recti ex prima pte tertie tertii. Itaq. duo triaguli. a. c. l. ff. a. f. k. sunt equianguli ex. 31. pmi. Est. n. angulus. l. maioris eqilis angulo. k. minoris eo q. vterq. est rectus ff angulus. a. est cois vtriq. quare ex quar. ta sexti proportio. l. c. ad. c. a. est sicut. k. f. ad. f. a. Sumatur igi ex diamet. b. g. linea. f. m. equalis quartae parti femidia. metri. eritq. per equam propor. tionalitatem proportio. c. l. ad quartam partem linee. a. c. q. sit. c. q. sicut. k. f. ad quartam partem linee. f. a. que est. f. m. ff ga per. 15. quinti proportio. c. d. ad. c. k. est sicut. c. l. ad. c. q. Sic enim est duplum ad duplum sicut i m. plum ad i m. plum. Erit per. u. quinti. d. c. ad. c. k. sicut. k. f. ad. f. m. ff con. iunctina linee constantis ex. d. c. ff. c. k. ad. c. k. sicut. k. m. ad. m. f. ff i o per primam partem. 12. sexti proportio quadrati linee coposite ex. d. c. ff. c. k. ad quadratum liee. c. k. sicut quadrati linee. k. m. ad quadratum linee. m. f. C obstat aut ex premissa q. si linea. a. c. diuidatur fm proportionem hn. tem medium duog. extrema maior portio eius erit equalis linee. d. c. igi linea constans ex. d. c. ff. c. k. coponitur ex maiori portioe linee diuise fm proportionem hntem mediu duog. extrema ff ex medietate totius linee sic diuise. Est. n. c. k. medietas. a. c. Itaq. p prima istius. 13. libri quadratum linee composite ex. d. c. ff. c. k. quincuplum quoq. est ad quadratum linee. c. k. I deoq. quadratum linee. k. m. quincuplum quoq. est ad quadratum li. nee. m. f. Cum sit ho. quadratoz ff illoz. vna proportio est aut linea. b. m. quincupla ad lieam. m. f. Erat. n. m. f. q. tra pars femidia. metri ppositi cir. culi. ergo qdrati linee. k. m. ad qdrati hee. m. f. e sicut linee b. m. ad linea m. f. ff ga ex secunda parte. 13. sexti quadratum linee. k. m. ad quadratu linee. m. f. est sicut linee. k. m. ad lineam. m. f. duplicata. Erit ex vndecima quiti linea. b. m. ad lieam. m. f. sicut linea. k. m. ad linea. m. f. duplicata. Igitur linea. k. m. est medio loco proportionalis inter duas linee. b. m. ff. m. f. quod sic constat. Sit enim linea. n. p. medio loco proportionalis inter eas sumpta secundum doctrinam none sexti eritq. ex diffinitione pro. portionis duplicate que posita est in principio quinti proportio b. m. ad m. f. sicut b. m. ad n. p. duplicata ff quia. b. m. ad n. p. sicut n. p. ad m. f. erit etiam ex. 11. quinti proportio. b. m. ad. m. f. sicut. n. p. ad m. f. duplica. ta. Igitur ex prima parte. 9. quinti due linee. k. m. ff. n. p. sunt equales. I oq.





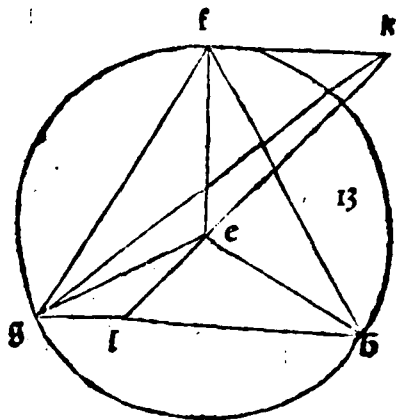
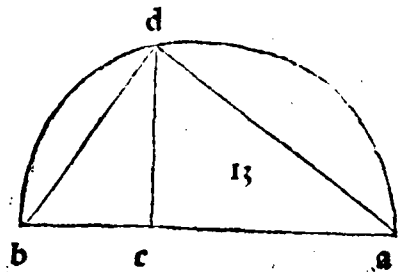
ex prima parte. 7. quinti & ex secunda parte eiusdem linea k. m. est me-
dio loco proportionalis inter. b. m. & m. f. Quare ex correl. 17. sexti pro-
portio quadrati linee. b. m. ad quadratum linee. m. k. est sicut est linee. b.
m. ad lineam. m. f. & quia linea. b. m. est quincupla ad lineam. m. f. erit q-
dratum linee. b. m. quincuplum ad quadratum linee. m. k. linea at b. m.
est rationalis in longitudine. Ergo per ultimam ptem. 7. decimi linea. m. k.
est rationalis in potentia tñ & quia linea. b. m. est potentior linea. m. k. in q-
drato linee sibi incōmensurabilis in longitudine vt continuo probabitur
erit linea. b. k. residuum quartum ex diffinitione residui quarti. Quod se
probandum assumptum sic patet. Sit numerus. r. quincuplus ad nume-
r. s. sintq. r. & s. quantum. r. ac si esset. r. quinq. s. vnum. t. quatuor. Et sit li-
nea. b. m. potentior linea. m. k. in quadrato linee. x. Cū igitur sit qdratū
linee. b. m. ad quadratū linee. m. k. sicut numerus. r. ad nume-
r. s. erit puer-
sam proportionalitatem quadratum linee. b. m. ad quadratū linee. x. sicut
numerus. r. ad nume-
r. t. Quare per ultimam ptem. 7. decimi linea. x. est
incōmensurabilis linee. b. m. in longitudine. Nō est ergo dubium quin. b.
k. sit residuum quartum. Manifestum vero est ex. 34. tertii qd illud quod
fit ex. b. k. in. k. g. est equale ei quod fit ex. a. k. in. k. c. Ideo qd et ipsum idē
est equale quadrato. k. c. eo qd a. k. est equalis. k. c. ergo quadrato. b. k. ad-
dito vtriq. erit ex penultima primi quod fit ex. b. k. in. k. & in. k. g. equale
quadrato. b. c. Et quia ex prima secundi quod fit ex. b. k. in. k. & in. k. g. ē
equale ei qd fit ex. b. k. in. g. b. Erit linea. b. c. latus tetragonum sufficiens
contente a duabus lineis. g. b. & k. b. & quia linea. g. b. est rationalis linea ve-
ro. b. k. est residuum quartū. & quia linea potens in superficie linea rationalis
residuoq. quadrato cōtentam est linea minor vt constat. ex. 89. decimi li-
bri necesse est lineam. b. c. que est latus pentagoni equilateri proposito cir-
culo inscripti esse lineam minorem. quod erat ex principio demonstan-
dum. Hoc ergo modo sequitur qd latus pentagoni equilateri circulo inscri-
pti sit linea minor. si diameter circuli cui inscribatur fuerit rationalis in
longitudine. At vero si diameter circuli fuerit rationalis in potētia tñ adhuc
necesse est vt latus pentagoni equilateri sibi inscripti sit linea minor. Esto
enim linea. a. rationalis in potentia tñ supra quam describatur circulus ei q-
descripto inscribatur pentagonus equilaterus cuius vnum latus sit. b. c. di-
canturq. pentagonus & circulus. a. dico qd linea. b. c. est linea minor. Suma-
tur enim aliqua linea rationalis in longitudine que sit d. & super eam lineē
tur circulus cui inscribatur pentagonus equilaterus & sit vnum latus ipsi-
us linea. e. f. dicanturq. pentagonus & circulus. d. constat igitur ex hac. 11.
q. e. f. est linea minor cum diameter. d. sit rationalis in longitudine. Qm p-
portio pentagoni. a. ad pentagonum. d. est sicut quadrati linee. b. c. ad
quadratum linee. e. f. vtraq. enim est ex secunda parte. 18. sexti sicut linee
b. c. ad lineam. e. f. duplicata. Pentagoni autem. a. ad pentagonum. d. est
sicut quadrati diametri. a. ad quadratum diametri. d. ex prima. 11. erit ex
11. quinti quadratum linee. c. b. ad quadratum linee. e. f. sicut quadratum
diametri. a. ad quadratum diametri. d. cumq. quadrata duarū diametrorū
a. & d. sint cōciantia quia ambo sunt rationalia ex ypothesi erunt quoq. ex
prima parte. 10. decimi quadrata duarum linearum. b. c. & e. f. cōciantia.
Ergo linea. b. c. cōicat in potentia cum linea. e. f. & qd linea. e. f. est minor
sequitur ex. 100. decimi qd ē. b. c. sit linea minor quod est propositum. Si
ue ergo diameter alicuius circuli sit rationalis in longitudine siue in potē-
tia tñ necesse est vt latus pentagoni equilateri sibi inscripti sit linea minor.

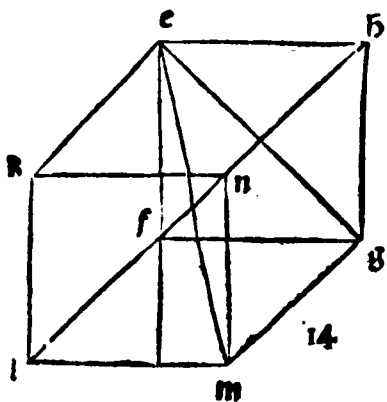
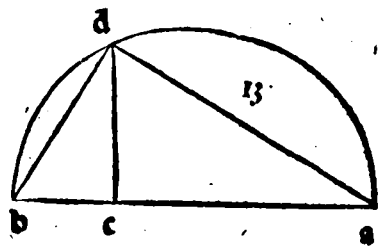
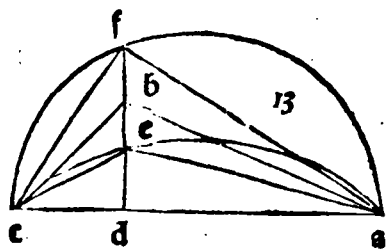
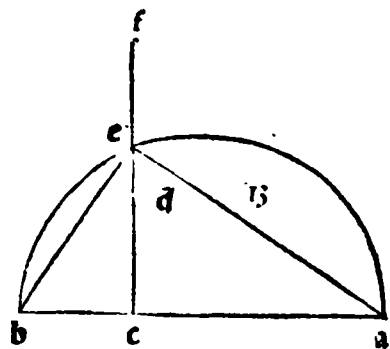


Propositio 12.

Pyramidem quatuorbasium triangulariū & equilate-
rarum ab assignata sphaera circumscripibile fabrica-
re huius ergo sphaere diametros ad latus ipsius pi-
ramidis sexquialteram proportionem potentiali-
ter habere probatur.

¶ Sit linea a.b. diameter assignate spere que diuidatur in puncto. c. ita
 q. a.c. sit dupla ad b.c. & lineetur super eam semicirculus. a.d.b. & produ-
 catur linea. c.d. orthogonaliter super lineam. a.b. & producantur linee. b.
 d. & d.a. Postea fiat circulus. f.g.h. super centrum. e. cuius semidiamiter sit
 equalis linee. c.d. cui ex secunda quarti libri inscribatur triangulus equila-
 terus qui sit. f.g.h. ad cuius angulos protrahantur a centro linee. e.f. e.g. e.
 h. Deinde super centrum. e. erigatur secundum q. docet. n. vndecimi linea
 e.k. que ponatur equalis. a.c. perpendicularis ad superficiem circuli. f.g.h.
 Et demittantur a puncto. k. ypothemije. k.f. k.g. k.h. Eritq. cōpicta pira-
 mis quatuor basium triangularium & equilaterarum quam dico eē ab af-
 signata spere circumscriptibilem. Et dico quadratum diametri propo-
 sitae sexquialterum esse ad quadratum lateris fabricate pyramidis. Con-
 fiat enim ex prima parte correlarij. s. sexti q. linea. c.d. est medio loco pro-
 portionalis inter. a.c. & c.b. quare ex correl. 17. eiusdem quadratum linee
 a.c. ad quadratum linee. c.d. est sicut a.c. ad c.b. Ergo cōiunctim quadra-
 tum. a.c. & quadratum. c.d. ad quadratum. c.d. sicut. a.b. ad b.c. Ideoq. ex
 penult. primi quadratum. a.d. ad quadratum. d.c. sicut. a.b. ad b.c. Cum
 ergo linea. a.b. sit tripla ad b.c. (erat n. a.c. dupla ad eā) erit quoq. quadra-
 tum. a.d. triplū ad quadratum. d.c. ē aut ex. s. huius q. d. quadratum. f.g. triplū ad
 quadratum. e.f. Quare cum ex ypothesi. d.c. sit equalis. e.f. erit ex cōi. scia. a.
 d. equalis. f.g. & quia ex diffinitione linee perpendicularis ad superficiem
 linea. e.k. cōtinet cū singulis lineis. e.f. e.g. e.h. angulos rectos: quaz
 que libet est equalis linee. c.d. & q. ipsa eadem est eq. linee. a.c. & angulus. c.
 ē rectus: erit p. quartam primi vnaqueq. trium lineaz. k.f. k.g. k.h. eq. li-
 nee. a.d. Manifestum ē igitur fabricatam pyramidem eē quatuor basium
 triangularium equilateraz. Ipsam aut eē circumscriptibilem ab assignata
 spere sic habeto. Linee. e.k. intelligatur adiici fm rectitudinem linea. e.l.
 eq. linee. c.b. vt tota. k.l. sit eq. a.b. q. est diameter assignate spere. Hāc
 aut lineam inquam. e.l. imaginis esse sub circulo. f.g.h. perpendicularē
 quoq. ad ipsius superficiem ex pte inferiori sicut est. e.k. ex parte superiori
 eritq. vnaqueq. triū linearum. e.f. e.g. e.h. & simpliciter q. libet semidiamē-
 tri circuli. f.g.h. medio loco pportionalis inter. k.e. & e.l. quēadmodum
 ē d.c. inter a.c. & c.b. nam hec sunt equales illis vnaquaq. sue relatiue. St
 igit. super lineam. l.k. describatur semicirculus circūducaturq. quousq. ad lo-
 cū vnde moueri ceperat redeat erit ex diffinitione speraz. equaliū spere de-
 scripta motu huius semicirculi eq. spere assignate. Sunt n. spere equales
 q. sunt eq. diametri quēadmodū de circulis in pncipio tertij dictū ē. Se-
 micirculum hunc vero necesse est trāsire p. tria puncta. f.g.h. que sunt an-
 guli solide pyramidis fabricate. Similiter aut dico q. semicirculus hic quā
 sup. lineam. k.l. fuerit descriptus si circūducatur quousq. ad locū redeat nō
 moueri cept. contingeret circulum. f.g.h. super oia puncta circūferentie ip-
 sius. Quod ex hac vetustate probatur. St linea recta super lineam re-
 ctam perpendiculariter steterit que inter ptes eius cū supstat vel circūstat
 medio loco proportionalis ponatur. fueritq. super eam lineam cui perpē-
 dicularis supstat semicirculus descriptus circumferentia ipsius per extre-
 mitatem linee medio loco pportionalis posite perpendiculariter necessa-
 rio transibit. Cum igitur cuncte semidiametri circuli. f.g.h. sint perpēdi-
 culares ad lineam. k.l. & medio loco proportionales inter partes ipsius q.
 sunt. k.e. & e.l. sequitur vt semicirculus descriptus super. k.l. si circūducatur
 transeat per oia puncta circumferentie. f.g.h. & per oēs solidos angulos pi-
 ramidis fabricate. Itaq. a diffinitione eius quod est figuram inscribi fi-
 gure pyramis fabricata est inscriptibilis illi spere quam semicirculus super
 lineam. k.l. lineatus motu suo describit. Et quia hec spere descripta est as-
 signate spere equalis per diffinitionem equalium speraz. sequitur ex com-
 muni scia vt hec pyramis fabricata sit ab assignata spa circūscriptibilis q.
 est propositum. Correlariū aut patet sic. Cū n. a.b. sit tripla ad b.c. p. euer-
 sam pportionalitatem erit. a.b. sexquialtera ad a.c. Idq. ex scda pte correla-





rit. s. sexti & correlario. 17. eiusdē quadratū lineae. a. b. erit et sexquialter ad quadratum lineae. a. d. & q̄a linea. a. d. ē ej̄lis lateri fabricate pyramidis. at 70. a. b. est diameter spere cōstatveq̄ esse quod per correlariū dī. Ne autē quemq̄ de vetusta veritate proposita hesitare cōtingat eā volumus hoc mō demonstratione firmare. Sit igitur sup̄ lineam. a. b. linea. c. d. perpendi-
cularis q̄ ponatur medio loco p̄portionalis inter partes lineae. a. b. q̄ sint. a. c. & c. b. ita q̄ proportio. a. c. ad. c. d. sit sicut. c. d. ad. c. b. Et super lineā. a. b. describatur semicirculus. a. e. b. Dico q̄ huius semicirculi circūferentia trā-
sibit per punctū. d. q̄ est extremitas perpendicularis. Sinaut aut secabit li-
neam. c. d. aut supertrāsibit eā totam ipsam trāsienē & includēs & nō cōtin-
gēs. Secet ergo primo eā in p̄cto. e. & ducātur lineae. e. b. & c. a. eritq̄ ex pri-
ma parte. 30. tertii totalis angulus. a. e. b. rectus. Itaq̄ ex prima parte cor-
rel. s. sexti proportio. a. c. ad. c. e. ē sicut. c. e. ad. c. b. At 70 ex secūda parte
8. gnti proportio. a. c. ad. c. e. ē maior q̄. a. c. ad. c. d. eo q̄ c. e. ē minor. q̄. c. d.
Cū igitur sit. c. e. ad. c. b. sicut. a. c. ad. c. e. & c. d. ad. c. b. sicut. a. c. ad. c. d.
erit per. 12. gnti. e. c. ad. c. b. maior q̄. c. d. ad. c. b. Ideoq̄ per primam partē
10. quinti. e. c. est. maior q̄. d. c. pars videlicet q̄ suū totum quod est impos-
sibile. Non ergo secabit circūferentia semicirculi lineam. c. d. ¶ Supertrā-
seat igitur & producat. c. d. vsq̄ ad circūferentiā sitq̄ tota. c. e. & protra-
hatur lineae. e. b. & c. a. sequeturq̄ vt prius lineam. c. d. esse maiore q̄ sit linea
c. e. Quod est ē impossibile. cōstat ergo propositū. Silē aut dicimus q̄ si
fuerit aliq̄s angulus rectus cui basīs subtrēdatur super quā semicirculus lineae
turi ipsius circūferentiā per angulum rectum trāsire necesse ē. Cōuersum
70 huius proponit prima pars. 30. tertii. Quod aut dicimus sic cōstat.
¶ Sit. n. angulus. a. b. c. rectus cui subtrēdatur basīs. a. c. & super eā lineatur
semicirculus dico q̄ ipsius circūferentia trāsibit per p̄ctū. b. in quo co-
eunt lineae cōtinentes angulum rectū cuius demonstratio est q̄ neq̄ trāsibit
supra neq̄ infra. Si aut transeat primo infra suq̄. a. e. c. & ab angulo. b.
producat. lineam. b. d. perpendicularis ad basim. a. c. q̄ secet circūferentiā se-
micirculi in p̄cto. e. & protrahantur lineae. e. a. & c. e. c. Erutq̄ angulus. a. e. c.
rectus ex prima parte. 30. tertii. at ipse est maior angulo. a. b. c. per. 24. pri-
mi hoc aut est impossibile ex tertia petitione cū utraq̄ sit rectus. Hic qui-
dem ex ypotēsille 70 ex prima parte. 30. tertii. Nō ergo trāsibit circū-
ferentia semicirculi infra angulum. b. transeat itaq̄ supra & sit. a. f. c. produ-
catur autem perpendicularis. d. b. quousq̄ obuiet circūferentiā semicir-
culi. a. f. e. in p̄cto. f. & producantur lineae. f. a. & f. e. eritq̄ ex prima parte
30. tertii angulus. a. f. c. rectus. Cumq̄ ēt esset ex ypothēs angulus. a. b. c. re-
ctus sequitur impossibile per. 11. primi sicut in principio. Reliquitur ergo
quod diximus. Hoc aut necessarium est ad cognitionem totiq̄ sequitur.

Propositio 14.



Assignata sphaera circūscriptibilem cubum cōsti-
tuere eiusdem aut spere diametrum lateri ipsius
cubi potentialiter triplicem ē manifestum erit.

¶ Assignate spere diameter sit. a. b. super quā lineatur se-
micirculus. a. d. b. diuidaturq̄ diameter in p̄cto. c. pro-
fus secundum conditionem premisse videlicet vt linea. a.
c. sit dupla ad lineam. c. b. & producat. c. d. perpendicularis ad. a. b. & pro-
trahantur. d. b. & d. a. postea fiat vnum q̄dratum cuius omnia latera sint
equalia lineae. b. d. sitq̄. e. f. g. h. super cuius quatuor angulos erigantur vt
docet. n. vndecimi quatuor lineae perpendiculares ad superficiē ipsius q̄dra-
ti quaz̄ qlibet ponatur ēt equalis lineae. b. d. sitq̄. e. k. f. l. g. m. h. n. erutq̄
haec quatuor penpendiculares singule singulis eq̄distantes ex sexta vndeci-
mi & anguli quos continent cum lateribus quadrati recti ex diffinitione
lineae perpendicularis ad superficiē deinde cōiungātur extremitates istarū
perpendicularium protractis lineis. k. l. l. m. m. n. n. k. eritq̄ cōpletus cubus
sex superficiebus q̄dratis cōtēntus. Cōstat. n. ex. 33. 34. primi q̄ quatuor superficies
ipsum ambientes & ipse sunt quaz̄ opposita latera sunt quatuor perpendi-

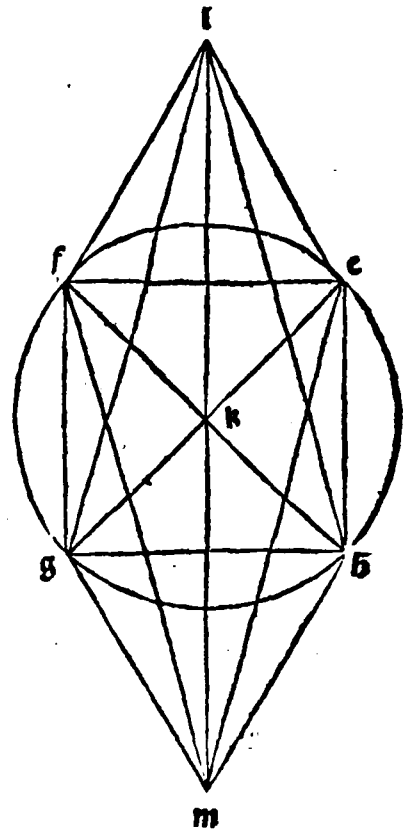
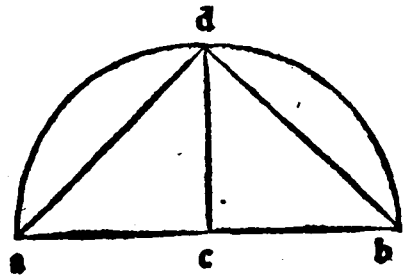
culares sunt oēs quadrates de basi aut hoc positum est. at θo de suprema eius superficie q̄ est. k.l.m.n. q̄ ipsa quoq̄ sit quadrata. cōstat ex. 33. primi & 30. vndecimi. ideoq̄ ex quarta vndecimi manifestum ē singula latera eiusdem cubi duabus ipsius oppositis superficiebus orthogonaliter insistere. Vt aut cubum hūc ab assignata spera circūscriptibilem esse demonstramus: in vna sua superficie p̄trahat diagonalis. Verbi gr̄a in basi eius sitq̄. e.g. & ab huius diagonalis altera extremitate p̄trahatur diameter cubi. e.m. eritq̄ ex penultima p̄mi q̄dratum. e.g. duplum ad q̄dratum. f.g. Iōq̄ & ad quadratum. g.m. eo q̄. g.m. ē equalis. f.g. Sūt. n. oīa latera cubi adiuncta equalia. & quā rursus ex penultima primi quadratum. e.m. est equale quadratis duarū linearū. e.g. & g.m. p̄ hoc q̄ angulus. e.g. m. est rectus ex diffinitione linee p̄pendicularis ad superficiem. Erit quadratum. e.m. triplum ad quadratum. m.g. Constat. n. ex duplo & simplo. cūq̄ ex f̄cunda p̄te correlarii. 8. sexti & ex correlario. 17. eiusdem q̄dratum quoq̄ a. b. sit triplum ad q̄dratum. b.d. eo q̄ linea. a. b. tripla ē ad lineam. b. c. sit aut. b. d. equalis. e.g. sequit̄ ex cōi sciā vt. e.m. q̄ est diameter cubi sit equalis. a. b. q̄ est diameter speræ. Itaq̄ si sup̄. e.m. lineet̄ semicirculus circūducaturq̄ quousq̄ ad locum vñ fuit initium motus redeat spera descripta: erit ex diffinitione sperarum equaliū eq̄lis speræ assignate. At θo q̄a hic semicirculus trāsitus faciet p̄ punctum. g. eo q̄ angulus. e.g. m. est rectus eadēq̄ rōne p̄ ceteros singulos rectos angulos cubi q̄d ex ante ante hanc. 14. lineate p̄missio manifestum est. Cōstat cōstitutum cubum ab assignata spera eo q̄ a sua equali circūscriptibilem esse quod demonstrare oportebat. correlarii θo demonstratio in istius demonstrationis processu prepatuit.

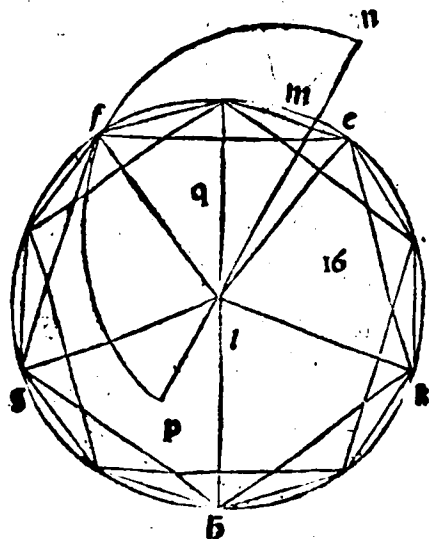
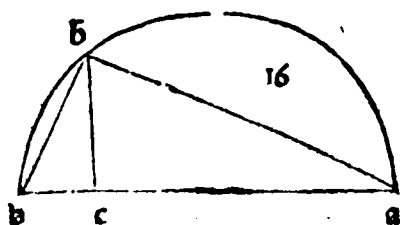
Propositio 15.



Corpus octo basium triangulariū & equilaterarū a spera proposita circūscriptibile cōponere. erit q̄ palam eiusdem speræ diametru lateri ipsius corporis duplicem esse potentialiter.

C Diameter speræ propositæ sit. a. b. que diuidatur p̄ equalia in puncto. c. & sup̄ eam lineet̄ semicirculus. a. d. b. & p̄da cat. c. d. p̄pendicularis. ad. a. b. & iungat̄ punctus. d. cum. a. & cum. b. Describaturq̄ vnum quadratum cuius singula latera sunt equalia linee. b. d. sitq̄ quadratum. hoc. e. f. g. h. in quo p̄trahant̄ diametri due. e. g. & f. h. f̄cantes se inuicem in puncto. k. Cōstat igitur ex. 4. primi q̄ vtrāq̄ istarū diametrorū sit equalis linee. a. b. que est diameter speræ cum angulus. d. sit rectus ex prima p̄te. 30. tertii & singuli quoq̄ anguli. e. f. g. h. recti ex diffinitione q̄drati. Cōstat rursus q̄ eadem due diametri. e. g. & f. h. diuidūt se inuicem p̄ equalia in puncto. k. si aut̄ ex. 5. primi & 32. & sexta eiusdem facile est elicere. Erigat̄ itaq̄ super punctum. k. linea. k. l. p̄pendicularis ad superficiem q̄drati q̄ ponatur equalis medietati diametri. e.g. vel. f. h. & de mittant̄ ypothemise. l. e. l. f. l. g. l. h. eruntq̄ ex his q̄ posita sunt & penultima primi quotiens oportuerit repetita singule harū ypothemise equalēs sibi inuicem & equalēs lateribus quadrati. Habet ergo pyramidem quatuor equilaterarum triangulariūq̄ basium super quadratum constitutam. Hinc itaq̄ sub ipso quadrato similē pyramidē hoc mō appōe lineā. l. k. producas p̄forando quadratum vsq̄ ad. m. ita q̄. k. m. erit sub quadrato sit equalis. l. k. existenti supra: & iunge punctum. m. cum singulis angulis q̄drati p̄ducendo. 4. alias ypothemise que sunt. m. e. m. f. m. g. m. h. de quibus quoq̄ manifestum est ex penultima primi quemadmodum de aliis q̄ sunt in superiori p̄te q̄ ipse sint equalēs ad inuicem & lateribus quadrati. Cōpleuimus igitur corpus. g. basium triangulariū & equilaterarū. Hoc aut̄ ab assignata spera circūscriptibile esse sic habeto. Cōstat. n. q̄ linea. l. m. est equalis diametro assignate speræ: nam vtrāq̄ earum est equalis diametro quadrati. igitur si super. l. m. lineetur semicirculus qui circumuoluetur quousq̄ ad locum suum redeat: spera quam motu suo describet erit eq̄lis assignate speræ vt ex diffinitione sperarum equalium colligitur. Hic





vero semicirculus transibit per quatuor angulos quadrati & simpliciter per
omnia puncta circūferentie circuli circūscribetis quadratū, eo q̄ semidiamete
ter quadrati vt linea .f. k. & portiones linee .l. m. q̄ sunt .l. k. & .k. m. sunt ad
inuicem equales, quare ex diffinitione eius quod ē figuram vnā alii figu
re inscribi fabricatum corpus inscripibile ē sperere motu huius semicirculi
descripte. Itaq̄ & sperere assignate ex cōcept. cū ipse sunt adiuicē eq̄les ex dif
finitione. Corol. Nō manifeste cōstāt sunt .n. due linee. d. b. f. d. a. equales
ē. 4. p̄mi: ideoq̄ quadratū. a. b. dupli est ad quadratū. b. d. ex p̄ul. p̄mi:
latus aut fabricati corporis est equale linee. b. d. vez est ergo correlariū.

Propositio .16.



Opus viginti basium triangularium atq3 equila-
terarum a data sphaera diametrum rationalem ha-
bere circumscribibile fabricare. eritq3 palam latus
eiusdem corporis esse lineam irrationalem cani sci-
licet quod dicitur minus.

¶ Si hic quoque diameter assignare speres. a. b. que ponat
 esset rationalis: siue in longitudine siue in potentia tñs: & diuidatur in pñcto
 c. ita q. a. c. sit quadrupla ad. c. b. & lineetur super eam semicirculus. a. d. b.
 & pducatur. c. d. ppendicularis ad. a. b. & pstrahatur linea. d. b. deinde sm q.
 nitare linee. d. b. lineetur circulus. e. f. g. h. k. supra. a. centz. l. cui inscribat p.
 ragonus equilaterus ei. dem lñis annotatus: ad cuius angulos a. centro. l.
 ducantur linee. l. c. l. f. l. g. l. h. l. k. Rursus in eodem circulo inscribatur de
 cagonus eqlaterus: & diuidantur. n. cuncti arcus quoz chordę sunt latera pe
 tagoni p equalia: & a punctis mediis ad extremitates cunctoz latez. inscri
 pti pentagoni linee rectę dirigantur. Itęq. super singulos angulo. pentago
 ni erigatur cathetus sm q. docet. n. vñdecimi quozum quilibet sit et equa
 lis linee. b. d. & cōtinuent extremitates hoz. quinq. cathetoz. quinq. corau
 sis. Eruntq. ex. s. vñdecimi quinq. catheti recti adinuicem equidistan
 tes. Cūq. ipsi sint equales erunt quoz. ex. 33. p. inñ. quinq. corauisti eo: ū
 extremitates iungentes equales lateribus pentagoni. Demitte igit a sum
 mitatibus singulis singuloz cathetoz. bina. & bina. ypotenūsas ad duos
 circūstantes angulos inscripti decagoni. & harum decem ypothemisaz. a
 quinq. extremitatibus cathetoz. ad. 5. puncta que sunt singuli anguli me
 dii inscripti decagoni descendētum extremitates continualium penta
 gonum rursus ipsi circulo inscribēdo qui quoq. erit eqlaterus ex. 23. tertii.
 Cūm hoc itaq. feceris videbis te perfecisse decem t. i. angulos quoz latera
 sunt decem ypothemisaz. & quinq. corauisti & s. latera huius scđdi pentago
 ni inscripti. Hos ergo decē triangulos: eqlateros ē sic collige. Cum. n. tā
 semidiāmeter descripti circuli q. libet. rectorum cathetorum sit equalis
 linee. b. d. ex pñctis: erit ex correlario. 15. quarti quilibet cathetoz equa
 lis lateri exagoni eqlateri circulo cuius semidiāmeter est equalis linee
 b. d. inscripti. Quia 70 ex penul. primi vnaqueq. 10. ypothemisarum tā
 to est potentior catheto quantum potest latus decagoni. At vero ex. 10.
 huius latus quoq. ptagoni ē tanto potentius eodem quātm pōt idē la
 tus decagoni. Erit ex cōi scia vnaqueq. haz. ypothemisaz. equalis lateri
 pentagoni. De corauissis aut iam patuit q. ipsi sint equales lateribus penta
 gonī. Itaq. cūcta latera horum decem trianguloz sunt latera penta
 gonī eqlateri scđda vice circulo inscripti aut illis equalia sunt igitur epla
 teri trianguli. Amplius aut super centz. circuli qđ est pñctum. l. erige aliū
 cathetū equalē pñctibus q. sit. l. m. cui q. superiorē extremitatē q. est pñctus
 m. iūge cū singulis extremitatibus pñoz. per quinq. corauissos eritq. ex sex
 ta vñdecimi hic centralis cathetus singulis cathetorum angularium equi
 distans. Ideoq. ex. 33. primi hē quinq. corauisti erunt semidiāmetro circuli
 equales ē ex correl. 15. quarti quilibet eorum tanquam latus exagoni. cen
 trali ergo catheto ex vtraq. parte adiciatur linea vna equalis lateri deca
 gonī. Supra quidem adiciatur ei. m. n. deorsum autem sub circulo adii
 ciatur sibi a centro circuli. l. p. postea demittantur puncto. n. s. ypothemise

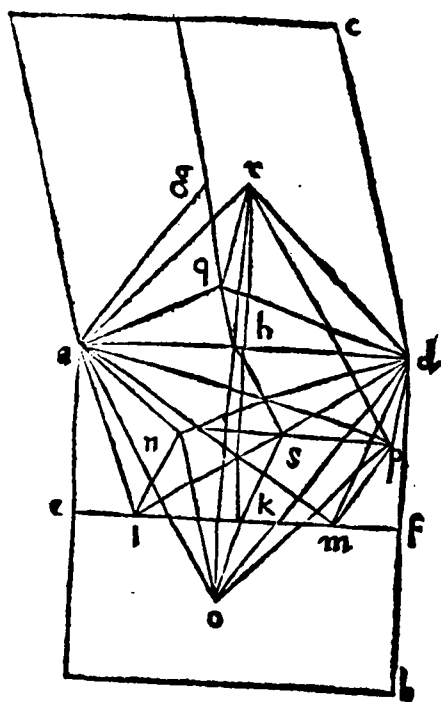
ad. s. superiores angulos decem triangulorum qui sunt in circuitu. $\&$ a puncto. p. alie. s. ad alios quinque inferiores. Eruntque hec decem ypothemise equales adinuicem lateribus inscripti pentagoni ex penultima primi $\&$. ro. huius quemadmodum de aliis decem prius demonstratum est. Habes ergo corpus. 20. basium triangularium atque equilateralium cuius cuncta latera sunt equalia lateribus pentagoni. Eius vero diameter est linea. n. p. Horum autem. 20. triangulorum decem consistunt in circuitu supra circulum. quique autem consurgunt sursum ad punctum. n. concurrentes. At quinque reliqui deorsum emergunt super punctum. p. coeuntes. Hoc autem yco cedrum corpus a data sphaera circumscriptibile esse sic erit manifestum. Cum linea. l. m. sit equalis lateri exagoni $\&$. m. n. lateri decagoni equilateralium quos circulus. e. f. g. circumscribit tota. l. n. erit ex nona partis libri diuisa secundum proportionem. h. m. $\&$. d. extre. i puncto. m. $\&$ maior portio eius erit linea. l. m. Diuidatur itaque. l. m. per equilateralium in. q. Eritque ex cōi scia. p. q. equilateralium. q. n. Nā. p. l. posita est equilateralis lateri decagoni quemadmodum. m. n. quare. q. n. est medietas. n. p. quemadmodum est. q. m. medietas. m. l. Cū ergo quadratum. n. q. sit ex 3. huius quincuplum ad quadratum. q. m. erit quoque ex. 8. quātū quadratum. p. n. quincuplum ad quadratum. l. m. Est. n. ex quarta secundi quadratum. p. m. quadruplum ad quadratum. q. n. Quadratum quoque. l. m. quadruplum ad quadratum. q. m. ex eadem. Quadruplum autem ad quadruplum est ut simplicum ad simplicum teste 8. quātū at 20 quadratum. a. b. quincuplum est ad quadratum. b. d. ex secunda parte correlarii. s. sexti $\&$ ex correlario. 17. eiusdem est et. a. b. quincupla ad. b. c. eo quod. a. c. sit ad eandem quadrupla. Quia ergo. l. m. est ex ypothesi equilateralis. b. d. erit ex cōi scia. a. b. equalis. n. p. Itaque si super lineam. n. p. semicirculus describatur qui tādū quod locū primum repetat circūuoluatur sphaera ipsius motu descripta erit a diffinitione sphaerae equalium equalis sphaerae ppositite. $\&$ quā lī nea. l. m. est medio loco proportionalis inter. l. n. $\&$. n. m. ideoque inter. l. n. $\&$. p. l. erit quoque quilibet semidiameter circuli medio loco proportionalis inter. l. n. $\&$. l. p. $\&$ cum. l. m. sit equalis semidiametro circuli itaque semicirculus super. p. n. descriptus transibit per omnia puncta circumferentie circuli. e. f. g. Ideoque $\&$ per singulos angulos solidi fabricati in illa circumferentia consistentes $\&$ quia eadē rōe singuli corausti cōtinuantes extremitates angularium cathe torum cū extremitate centralis sunt medio loco proportionales inter. p. m. $\&$. m. n. eo quod quilibet eorum est equilateralis. l. m. sequitur ut idem semicirculus transeat et per reliquos angulos figure yco cedre statute. est igitur corpus hoc inscriptibile sphaere cuius diameter. p. n. Ideoque $\&$ sphaere cuius diameter. a. b. Latus autem huius solide figure dico esse lineam minorem. Cōstat. n. q. linea. b. d. est rationalis in potentia cū eius quadratum sit subquincuplum ad quadratum lineae. a. b. quā posita est rationalis siue in longitudine siue in potentia tū. Itaque semidiameter atque semidiameter circuli. e. f. g. est et rationalis in potentia. Nam eius semidiameter est equilateralis. b. d. Igitur ex. 12. huius latus pentagoni equilateri huius circulo inscripti est linea minor. at vero sicut in huius demonstrationis processu patuit latus huius figure est quātum latus pentagoni ergo latus huius figure. 20. alchaidanum est linea minor quemadmodum proponit.

Propositio .17.



Corpus duodecim basium pentagonarum equilateralium atque equiangularium ab assignata sphaera diametrum rationalem habente circumscriptibile cōstitueret. eritque palam latus eiusdem corporis irrationale esse id quod residuum dicitur.

$\&$ Eiat cubus secundum quod docet. 14. huius circumscriptibile ab assignata sphaera sintque huius cubi duae superficies. a. b. $\&$. a. c. imaginemur at nūc quod. a. b. sit suprema superficies cubi $\&$. a. c. sit una ex lateralibus sitque linea. a. d. cōi istis duabus superficiibus. diuidantur itaque in superficie. a. b. duo opposita latera per equilateralis videlicet. d. b. i puncto. f. $\&$ lateri oppositū i. e. $\&$ puncta diuisionis cōtinuent per lineam. e. f. latus quoque. a. d. $\&$ illud quod sibi oppositū i superficie a. c. diuidatur per equilateralis $\&$ puncta diuisionis cōtinuetur linea recta cuius medietas sit



g. h. Sitq. pñctus. h. medius pñctus lineæ. a. d. similiter lineæ. e. f. diuidat
p equalia in. k. & protrahatur. h. k. quilibet igitur trium lineaz. e. k. k. f. & g
b. diuide fm proportionem ha. me & du. ext. in tribus pñctis. l. m. q. sint
q. maiores portiones eaz. l. k. k. m. & g. q. Quas manifestum est esse equa
les cū tote lineæ diuise sint equales videlicet quilibet eaz. medietati lateris
cubi. Deinde a duobus pñctis. l. & m. erige perpendiculares vt docet. n. vn
decimi ad superficiem. a. b. quaz. vtrāq. ponas equalē lineæ. k. l. sintq. l. n
& m. p. si militer a pñcto. q. erige perpendiculariter. q. r. ad superficiem. a. c.
quam ponas equalē. g. q. ptrahe itaq. lineas. a. l. a. n. a. m. a. p. d. m. d. p. d.
l. d. n. a. r. a. q. d. r. d. q. Manifestum est igitur ex quinta huius q. duē lineæ
k. e. & e. l. potēcialiter sint triplū ad lineā. k. l. ideoq. et ad lineam. l. n. cū
k. l. & l. n. sint equales. At 70. k. e. ē equalis. e. a. igitur due lineæ. a. e. & e. l.
sint potētia triplū ad lineā. l. n. quare ex penul. primi. a. l. ē potētia tripla
ad l. n. ideoq. p eadem. a. n. ē potētia quadrupla ad l. n. Cūq. oīs lineæ sit
potētia quadrupla ad medietatem sui sequit ex cōi scia q. a. n. sit dupla in
longitudine ad l. n. & q. a. l. m. dupla est ad l. k. At. k. l. & l. n. sint equales
erit. a. n. equalis l. m. sint. n. eaz. dimidia equalia. Et q. ex. 33. primi l. m.
est equalis. n. p. erit. a. n. equalis. n. p. Eodē mō pbabis tres lineas. p. d. d. r.
& r. a. ē equalis sibi inuicem & duabus predictis. Habemus itaq. ex his qn
q. lineis pentagonū equilatē. q. est. a. n. p. d. r. Sed fortasse dices ipsum nō
esse pentagonum q. nec forsan ē totus in superficie vna. q. d. esset necessariū
ad hoc vt esset pētagonus. quod ergo sit totus in superficie vna sic habeto.
pdeat eadem a pñcto. k. lineæ. k. s. perpendicularis ad superficiem. a. b. q. sit eq
lis. l. k. eritq. ob hoc equalis vtriq. duaz. lineaz. l. n. & m. p. cūq. ipsa sit eq
distans vtriq. eaz. ex sexta vndecimi. ideoq. cum amabus in eadem super
ficie ex dione lineaz. equidistantium necesse est vt pñctus. s. sit in lineā. n
p. & q. diuidat eā p equalia. prahant igitur due lineæ. r. h. & h. s. sint itaq.
duo trianguli. k. s. h. & q. r. h. sup vnū angulū videlicet. k. h. q. cōstituti &
est pportio. k. h. ad. q. r. sicut. k. s. ad. q. h. nā vt. g. h. ad. q. r. sicut. k. h. ad. q.
r. ex. 7. quinti. & vt. r. q. ad. q. h. sicut. k. s. ad. q. h. ex eadē. & d. g. h. ad. q. r. vt
q. r. ad. q. h. eo q. q. r. est equalis. g. q. ergo p. 30. sexti lineæ. r. h. s. est lineā
vna. Quare ex secunda vndecimi totus pentagonus de quo disputamus
est in superficie vna. Ipsum quoq. dico esse equiangulum. cū. n. e. k. sit di
uisa fm proportionem habentem medium duoz. extrema. & k. m. sit eq
lis maiori portioni eius: erit quoq. ex. 4. presentis tota. e. m. diuisa fm p
portionem habentem medium duoz. extrema: maior quoq. portio eius
lineæ. e. k. I deoq. per. 5. duce lineæ. e. m. & m. k. I deoq. due. e. m. & m. p.
Nam m. p. est equalis. m. k. sunt potentia triplum ad lineam. e. k. I deoq.
& ad lineam. a. e. nam. a. e. est equalis. e. k. I taq. tres lineæ. a. e. e. m. & m. p
sunt potentia quadruplum ad lineam. a. e. Constat aut per penultimam
primi bis assumptam q. lineā. a. p. est potentia equalis tribus lineis. a. e. &
e. m. & m. p. I taq. a. p. est potentia quadrupla ad lineam. a. e. Latus vero
cubi cum sit duplum ad lineam. a. e. est potentia quoq. quadruplum ad ip
sam ex. 4. secundi. igitur ex cōi scientia. a. p. est lateri cubi equalis. Cūq.
a. d. sit vnum ex lateribus cubi erit. a. p. equalis a. d. I deoq. ex. 8. primi an
gulus. a. r. d. est equalis angulo. a. n. p. Eodem mō pbabis angulum. d. p.
n. esse equalem angulo. d. r. a. quia pbabis lineam. d. n. esse potentialiter
quadruplū ad medietatem lateris cubi. Cum igitur ex his pentagonus sit
eqilateralis & habeat tres angulos equales ipse erit eqangulus ex septima pñ
tis libri. Si itaq. hac via rōeq. cōsumili sup vnūquodq. reliquoz. latez. cu
bi pentagonum equilatē. & equiāgulum fabricemus pficiet solidum. n.
superficiebus pentagonis eqilateralis & equiangularis cōtentum. Cubus. n. hēt
n. latera. R. eliquum aut est demonstrare solidum hoc esse a data spera
circūscripiibile. prahant igit a lineā. f. k. due superficies secantes cubū quaz.
vna fecit ipsum n sup lineā. h. k. & alia sup lineā. e. f. eritq. ex. 40. vndecimi
vt cōi sectio haz. duaz. superficiez. fecit diamet. cubi & fecit vicinēsa ab
ipsa diāctro p equalia. sit ergo cōi sectio eaz. v. q. ad diāct. cubi lineā. k. o.

¶ Ita q. o. sit centrum cubi. Et ducantur linee. o. a. o. n. o. p. o. d. o. r. Cōstat aut q. vtraq. duarum lineaz. o. a. & o. d. est semidiameter cubi. I dō equalis. De linea. autem. o. k. constat ex. 40. vndecimi q. ipsa est equalis e. k. videlicet medietati lateris cubi. Et quia. k. f. ē equalis. k. m. Erit. o. f. diuisa in puncto. k. fm proportionem habentem medium duosq. extrema & maior portio eius erit linea. o. k. q. est equalis. e. k. Itaq. p. s. huius erunt due linee. o. f. & k. I dō. o. f. & p. Eo q. j. p. ad quas hec demōstratio non credidur est equalis. k. f. triplum in potētia ad lineā. o. k. Et id ad medietatem lateris cubi quare p. penul. primi. linea. o. p. ē potētia tripla ad medietatem lateris cubi. Ex cor. aut. 14. huius cōstat q. semidiameter sperę tripla est in potētia ad medietatem lateris cubi quem circūscribit eadem spera. Itaq. o. p. est quanta semidiameter sperę circūscribentis cubum p. positum. Eadem ratione cunctę linee ductę a puncto o. ad angulos singulos pętagonoꝝ oīum superlatera cubi descriptorum ad singulos angulos in q. qui proprii sunt pętagonis non aut cōes eis ē superficiebus cubi. s. p. prii quales sunt in pętagono statim tres anguli. n. p. r. De illis aut lineis q. veniunt a puncto. o. ad angulos singulos pętagonoꝝ qui sunt cōes pętagonis ē superficiebus cubi quales sunt in pętagono pñti duo anguli. a. & d. cōstat q. ipse sunt equalis semidiametro sperę circūscribentis cubum. I p. n. sunt semidiametri cubi ex. 40. vndecimi. At vero semidiameter cubi est tanq. semidiameter sperę ipsum circūscribētis quemadmodum ex rōcatione. 14. appet. I q. oēs linee ductę a pñcto. o. ad singulos angulos duodecedri sunt eqles aduicē & semidiametro sperę. Semicirculus itaq. super totam diametrum sperę vel cubi lineatus si circūducatur transibit p. oēs angulos eius quare per diffinitionem ipsum est ab assignata spera circūscriptibile. Dico itē q. latus huius figure est linea irrōnalis ista vid. li cēt q. residuū dī si diameter sperę ipsum circūscribentis fuerit rōnalis in lōgitudine vel in potētia. Cum. n. diameter sperę sit ex. 14. huius tripla in potētia ad latus cubi erit latus cubi rōnale in potētia si diameter sperę fuerit rōnalis in longitudine vel in potētia. Cōstat aut ex n. q. linea r. p. diuidit lineam. a. d. q. est latus cubi fm proportionē hntem mediū duosq. extrema & q. portio eius maior equalis ē lateri pętagoni. Et quia maior portio eius est residuum ex sexta huius manifestum est latus figure duodecedron ē residuum quod demonstrare volumus. Fabricata sunt igitur p. 13. & quatuor eam sequētes quinq. corpora equilatera atq. equiangulara quorum vnūquodq. ē circūscriptibile ab assignata spera. Sūt aut hec solida p. mum qdem quatuor basium triangularium & dī tetracedron. Secundum ē sex basium quadrata & dī cubus sive exacedron. Tertium octobasium triangularium & dī octocedron. Quartum aut ē solidum yccedron & est vīginti basium triangularium. Quintum vero ex. n. basibus pętagonis cōstitit dīq. duodecedron. Hec at quinq. solida regularia dicuntur qm ipsa equiangulara sunt atq. eqlatera & a spera atq. ab inuicem circūscriptibilia. plura vero his quinq. eqlatera q. sint & equiangulara ē est impossibile. Ad cōstitutionem cuiuslibet anguli solidi necesse est ad minus tres superficiales angulos cōcurrere. Ex duobus enim solis superficialibus nequit solidus angulus cōpleri: q. ergo tres anguli cuiuslibet exagoni equilateri & equiangulari sunt equalis quatuor angulis rectis. At vero eptagoni & cuiuslibet plurium laterum figure equilatere atq. equiangularē tres anguli sunt maiores quatuor angulis rectis quemadmodum ex. 32. primi euidenter elicitur: omnis autem angulus solidus quatuor rectis angulis minor est teste. 11. vndecimi impossibile est tres angulos exagoni atq. eptagoni: & simpliciter omnis plurilaterē figure equilatere tamen atq. equiangularē solidum angulum cōstituire. ideo nulla solida figura equilatera atq. equiangulara potest ex superficiebus exagonalibus aut plurium laterum cōstitui. Si enim tres anguli exagoni equilateri atq. equiangulari quemq. solidum angulum excedunt quatuor & plures multo fortius eundem excedunt. Tres autem angulos pętagoni equilateri atq. equiangulari minores esse quatuor rectis angulis. ma

niffum est & quatuor esse maiores: quare ex tribus angulis pentagoni equilateri atq; equianguli possibile est solidum angulum constitui ex quatuor autem aut ex pluribus impossibile. ideoq; vnum duntaxat solidum ex pentagonis equilateralis atq; equiangulis constitutum est illud videlicet quod duodecedron dicitur in quo anguli pentagonorum terni & terni solidos angulos perficiunt. Eadem quoq; est ratio in quadrilateris figuris equilateralis & equiangulis q; in pentagonis: ois enim quadrilatera figura si equilatera equiangulaq; fuerit ipsa erit quadrata a diffinitione. Nam omnes eius anguli erunt recti per. 32. primi. Ex tribus igitur angulis talis superficialis figure possibile est solidum angulum constitui: ex quatuor autem aut ex pluribus impossibile est: propter quod ex talibus figuris superficialibus que cum quadrilatero ipse sint equilatero atq; equi angulo vnicum solidum quod cubum dicimus fabricatum est. Triangulorum autem equilaterorum sex anguli sunt equales quatuor rectis ex 32. primi. pauciores ergo minores & plures maiores: igitur ex sex angulis talium trigonorum aut ex pluribus impossibile est angulum solidum fieri: ex quinque & ex quatuor & ex tribus possibile. Cum itaq; tres anguli trigoni equilateri efficiunt angulum solidum: perficitur ex triangulis equilateralis corpus quatuor basium triangularium atq; equilaterarum. Cum vero quatuor consurgunt corpus octo basium quod octocedron diximus. At vero si quinque triangulorum equilaterorum anguli solidum angulum contineant fiet corpus ycocedron viginti basium triangularium & equilaterarum. Quare ergo tot & talia sunt solida regularia & quare plura his non sunt dictum est.

Castigator.

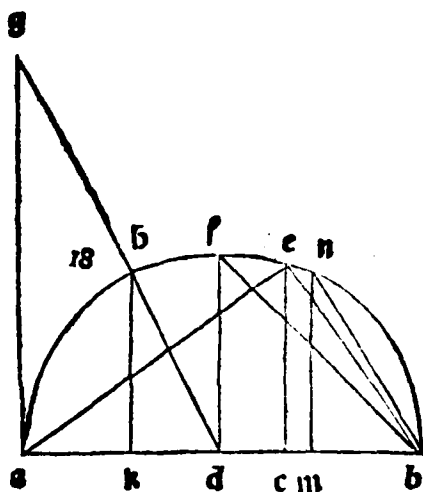
a ¶ Quia sicut totum ad totum ita dimidium ad dimidium. Nam vt ibi dicitur dyameter spere tripla est in potentia ad latus cubi ideo & semidyameter similiter est potentia triplex ad medietatem lateris cubi ac si dyameter esset .6. eius potentia .36. & latus cubi esset 2. cuius potentia est .4. semidyameter .3. potentia eius .9. medietas lateris cubi esset 1. cuius potentia .3. que est subtripla ad potentiam .3. hoc est ad potentiam medietatis dyametri spere & cetera.

Propositio .18.



Altera quinque corporum premissorum ab eadem spere circumscriptibilium cuius spere sola dyametros nobis proposita fuerit per ipsam propositas dyametrum innenire.

¶ Sit .a.b. dyameter alicuius spere nobis proposita. ex qua iubemur latera quinque premissorum corporum dicere. ¶ Diuidamus igitur hanc dyametrum in .c. ita q; .a.c. sit dupla ad .c.b. Et per equalia .in.d. Et lineemus super eam semicirculum .a.f.b. ad cuius circumferentiam protrahantur due linee perpendiculares ad lineam .a.b. que sint .c.e. & .d.f. Et iungamus .e.cum.a. & .cum.b. & .f.cum.b. Manifestum ergo est ex demonstratione .13. q; .a.c. est latus figure quatuor basium triangularium & equilaterarum. Et ex demonstratione .14. q; .c.b. est latus cubi. Et ex demonstratione .15. q; .f.b. est latus figure octo basium triangularium & equilaterarum. Prodeat itaq; a puncto .a. linea .a.g. perpendicularis ad .a.b. & equalis eidem .a.b. & iungatur .g.cum.d. Sitq; .b. punctus in quo .g.d. secat circumferentiam semicirculi. Et ducatur .b.k. perpendicularis ad .a.b. & quia .g.a. est dupla ad .a.d. erit ex quarta sexagesimi .b.k. dupla ad .k.d. Sunt enim duo trianguli .g.a.d. & .b.k.d. equianguli ex 32. primi eo q; angulus .a. maioris est equalis angulo .k. minoris namq; uterq; rectus & angulus .d. est communis utriusq;. Igitur ex quarta secundi .b.k. est potentia quadrupla ad .k.d. ergo ex penultima .primi .b.



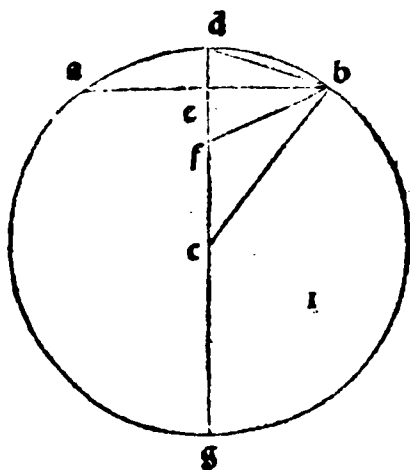
d. est potentia quincupla ad. k. d. cumq. d. b. sit equalis. b. d. est enim. d. centrum semicirculi. erit quoq. d. b. potentia quincupla ad. k. d. At vero cum tota. a. b. sit dupla ad totam. b. d. quemadmodum. a. c. detracta ex prima. a. b. est dupla ad. c. b. detractam ex secunda. b. d. eritq. ex. 19. quinti b. c. residua primei dupla ad. c. d. residuam secunde. I deoq. tota. b. d. est tripla ad. d. c. Igitur quadratum. b. d. est nonecuplum ad quadratum. d. c. quia ipsum erat quincuplum tantum ad quadratum. k. d. erit ex secunda parte decime quinti. quadratum. d. c. minus quadrato. k. d. I deoq. d. c. minor. k. d. Sit igitur. d. m. equalis. k. d. et prodeat. m. n. v. q. ad circumferentiam que sit perpendicularis ad. a. b. et iungatur. n. cum. b. Cum igitur. d. k. et. d. m. sint equalis erunt ex diffinitione eius quod est aliis quas lineas a. centro equidistare due linee. b. k. et. m. n. equaliter distantes a centro. I deoq. equalis adinuicem ex secunda parte. 13. tertii et ex secunda parte tertie eiusdem. I taq. m. n. est equalis. m. k. Nam. b. k. erat equalis ei. At quia. a. b. dupla est ad. b. d. et. k. m. dupla est ad. d. k. et quadratum. b. d. quincuplum ad quadratum. d. k. erit ex. 15. quinti quadratum. a. b. similiter quincuplum ad quadratum. k. m. est enim quadratum dupli ad quadratum dupli sicut quadratum simpli ad quadratum simpli. Ex demonstratione enim. 16. manifestum est q. diameter spere est potentialiter quincupla tam ad latus exagoni circuli figure. 10. basium. q. ad k. m. est equalis lateri exagoni circuli figure. 10. basium. Nam diameter spere que est. a. b. e. potentialiter quincupla tam ad latus exagoni circuli illius figure q. ad. k. m. Rursumq. ex demonstratione eiusdem manifestum est q. diameter spere constat ex latere exagoni et duplici lateri decagoni circuli figure. 10. basium. Cum ergo. k. m. sit tanq. latus exagoni. At vero. a. k. sit equalis. m. b. Nam ipsa sunt residua equalium demptis equalibus. Erit. m. b. tanq. latus decagoni. Quia igitur. m. n. est tanq. latus exagoni. nam ipsa est equalis. k. m. erit ex penultima primi et. 10. huius n. b. tanq. latus pentagoni figure circuli. 10. basium. Et q. ex demonstratione. 16. apparet q. latus pentagoni circuli figure. 10. basium est latus eiusdem figure. 10. basium. Constat lineam. n. b. esse latus istius figure. Diuidatur itaq. e. b. que est latus cubi ab assignata spere circumscriptibilis secundum proportionem habententem medium duoq. extrema in puncto. p. Sitq. maior portio eius. p. b. Constat igitur ex demonstratione premisse q. p. b. est latus figure. 12. basium. Inuenta ergo sunt latera. 5. premissorum corporum ex diametro spere nobis propoita. Est enim latus. a. c. pyramidis. 4. basium. e. b. latus cubi. f. b. latus octocedri. At vero. n. b. latus ycocedri. Linea autem. p. b. latus duodecedri. Que autem horum laterum sunt maiora aliis sic habentur. Constat enim q. a. e. est maior. f. b. nam arcus. a. e. est maior arcu. f. b. Itemq. f. b. est maior. e. b. Et. e. b. maior q. n. b. At vero. n. b. dico etiam esse maiorem q. p. b. Cum enim sit. a. c. dupla ad. c. b. erit ex quarta secundi quadratum. a. c. quadruplum ad quadratum. c. b. Constat autem ex secunda parte correlarii. 8. sexti et ex correlario. 17. eiusde q. qdratu. a. b. triplu e ad qdratu. b. e. sed. p. n. sexti qdratum. a. b. ad quadratum. b. e. est. sicut qdratum. b. e. ad qdratum. c. b. ex eo q. proportio. a. b. ad. b. e. est sicut. b. e. ad. b. c. ex secunda pte correlarii. 8. sexti. itaq. p. n. quinti quadratum. b. e. triplum est ad qdratu. c. b. et quia quadratum. a. c. quadruplum est ad idem quadratum ut ostendit sum est erit ex prima parte. 10. quinti quadratum. a. c. minus quadrato. b. e. I deoq. linea. a. c. maior est linea. b. e. I deoq. a. m. multo maior. b. e. Manifestum vero est ex. 9. huius q. si linea. a. m. diuisa fuerit fm proportionem hntem medium duoq. extrema erit maior portio eius linea. k. m. q. est equalis m. n. At po cum. b. e. diuiditur fm eandem pportionem ut delict hntem mediu. duoq. extrea maior eius portio e linea. p. b. cu itaq. tota. a. m. sit maior tota. b. e. erit. m. n. que est equalis maiori portioni. a. m. maior q. p. b. que est maior portio. b. e. Hoc autem manifestum est ex secunda. 14. libri que sine auxilio alicuius eorum que sequuntur firma de-

monstratione solidatur. Ergo p. 19. primi a fortiori. n. b. maior est q. p. b. Quare patet latera horum. 5. corporum premissorum fere eo ordine quo corpora se inuicem sequuntur se inuicem excedere. In cubo enim diuinitur lat. & octocedro habet hic instantias. Nam latus octocedri excedit latus cubi quibus cubus antecedit octocedrum. Cubum autem premitunt idcirco octocedros quia eadem diuisione diametri assignate speræ latus piramidis. 4. basæ triangularis habentis & latus cubi inuenitur. Est igitur. a. c. latus pyramidis maius lateribus ceterorum corporum. Post ipsum autem est f. b. latus octocedri maius sequentium corporum lateribus. Tertio ordine sequitur in magnitudine. e. b. latus cubi. Quarto vero loco c. n. b. latus ycoedron. Minimum autem est omnium. p. b. latus duodecedron vel duodecedri.

¶ Explicit liber Tertiusdecimus.

Quartusdecimus liber Euclidis de habitudinibus trianguli pentagoni exagoni decagoni q; adinuicem respectu lineæ. Secu- dum proportionem habentem medium unoq; extrema di- uise 2 corporum regularium adinuicem proportionibus ex opti- ma Campani interpretatione. Magistro Luca Paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minorum Castigatore acurattissimo feliciter. Incipit.

Propositio .I.



Linis perpendicularis a centro
circuli ducta ad latus pentagoni
intra circulum ipsum descripti.
Dimidio lateris decagoni atq; di
midio lateris exagoni intra circ
lum eundem descriptorum am
bibus dimidiis in longum dire
ctusq; coniunctis equalis esse pro
batur. ¶ Patet igitur q; perpē
dicularis ducta a cētro circuli ad
latus pētagoni est equalis perpē
diculari ducta a centro ad latus
trianguli dimidiōq; lateris decā
goni intra eundem circulum de

scripti directe coniunctis.

¶ Sit linea .a. b. latus p̄tagononi equilateri inscripti circulo cuius center .c.
 ¶ Ducatur a centro .c. perpendicularis ad lineam .a. b. que per secundam p̄
 tem tertie tertii diuidet ipsam per equalia ¶ arcum eius etiam per equalia
 ex quarta primi ¶ .17. tertii. Sitq. hec perpendicularis linea .c. d. fecans .a. b.
 in puncto .e. ¶ arcum eius in puncto .d. Est igitur vt diximus linea .a. e.
 equalis linee .c. b. ¶ arcus .a. d. arcui .d. b. Protrahaturq. linea .d. b. de qua cō
 fiat q. ipsa est latus decagoni equilateri p̄posito circulo inscripti cum ipsa
 subtendatur medietati quinte totius circumferentie. Dico itaq. q. linea .e.
 c. est equalis medietati linee .c. d. ¶ medietati linee .d. b. in longum dire
 ctumq. coniunctis. Compleatur quidem diameter .d. c. sitq. d. c. g. ¶ sit .e.
 f. equalis .e. d. ¶ protrahatur .b. f. Eritq. ex .4. primi .b. f. equalis .b. d. ideoq.
 p̄ .5. primi angulus .b. d. f. erit equalis angulo .b. f. d. Constat autē ex vltia
 fecti q. angulus .g. c. b. quadruplus est ad angulum .b. c. d. Eo q. arcus .g. b.
 quadruplus ē ad arcum .b. d. At vero angulus .g. c. b. per .31. primi duplus
 est ad angulum .b. d. c. Nam ipse est extrinsecus duobus qui sunt .b. d. c. ¶
 d. b. c. At ipsi sunt equales ex .5. primi. igitur angulus .b. d. c. duplus est ad
 angulum .b. c. d. Quare angulus quoq. .b. f. d. duplus ē ad angulum .b. c. f.
 Sed angulus .b. f. d. est equalis duobus intrinsecis qui sunt .b. c. f. ¶ c. b. f.
 per .31. primi. Itaq. duo anguli .b. c. f. ¶ c. b. f. sunt equales . Ideoq. per .6.

primi. c. f. est equalis. b. f. I deoq. etiam. c. f. est equalis. b. d. Nam. b. d. & b. f. sunt equales adinuicem. Quare dimidium. c. d. cum dimidio. b. d. est quantum dimidium. c. d. cum dimidio. c. f. at vero dimidium. c. d. cum dimidio. c. f. est quantum dimidium. c. f. bis cum dimidio. f. d. Dimidium autem. c. f. bis est quantum. c. f. Et dimidium. f. d. est quantum. c. f. I taq. c. e. est quantum dimidium. c. d. cum dimidio. d. b. quod est propositum. Correlarium autem sic constat manifestum est enim ex g. tredecimi libri q. perpendicularis ducta a centro circuli ad latus trianguli sibi inscripti est equalis dimidio linee ducte a centro ad circumferentiam. Hoc quidem ibi demonstratum est & quasi correlarium conclusum. Cum igitur ex hac prima istius. 14. libri pateat q. perpendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni sit equalis dimidio linee ducte a centro ad circumferentiam & dimidio lateris decagoni sequitur q. perpendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni sit equalis perpendiculari ducte a centro ad latus trianguli & dimidioq. lateris decagoni intra eundem circulum descripti & hoc est quod ex correlario proponitur. Nunc ergo explicandum est quod ait Aristotus in libro intitulato Expositio scientie. 5. corporum nec non & Apollonius in dono secundo in proportionalitate figure. 11. basium ad figuram. 10. basium dicens q. proportio superficiei figure habentis. 11. bases ad superficies figure habentis. 10. bases est tanq. proportio corporis. 11. basium ad corpus. 10. basium. Linea & enim ducta a centro circuli pentagoni figure. 11. basium duodecetri ad circumferentiam eius est quasi linea prodieris a centro circuli trianguli figure. 10. basium yocedri ad circumferentiam eius. Hec sunt ipsius magni apollonii verba. Intelligenda autem sunt de figura. 11. & figura. 10. basium ab vna eademq. sphaera circumscriptibili. Est enim proportio corporis duodecetri ad corpus yocedron cum ambo vna eademq. sphaera circumscribit. Sicut proportio omnium superficierum duodecetri pariter acceptarum ad omnes superficies yocedri pariter acceptas quemadmodum Apollonius premisorum verborum prima parte commemorat quod & decima huius. 14. libri solida demonstratione stabilitur. Et est circulus circumscribens pentagonum duodecetri equalis circulo circumscribenti trigonum yocedri cum duodecetri & yocedron eadem sphaera circumscribit quemadmodum ipse apollonius secunda parte premisorum verborum commemorat quod etiam in quinta huius libri demonstratione firmat. Premittenda sunt igitur antecedentia ad tantorum virorum eloquia inconcussa veritate corroboranda.

Castigator.

a ¶ At vero dimidium. c. d. cum dimidio. c. f. est quantum dimidium. c. f. bis cum dimidio. f. d. & cetera.

¶ Propter hoc est notandum q. omnium duarum quantitatum in equalium semper differentia maioris cum dimidio minoris est quantum dimidium minoris bis & dimidium differentie qua maior habundat. In maiori vbi gravior sit due linee ille in numeris. c. d. 11. f. c. 8. differentia. f. d. erit. 4. nam. c. d. est latus exagoni & c. f. latus decagoni ut dictum est & latus exagoni excedit latus decagoni in. f. d. dico q. medietas. c. d. que est. 6. cum dimidio. c. f. quod est. 4. que iuncta faciunt. 10. & sunt dimidia totalia equantur dimidio. c. f. bis. f. 8. & dimidio. f. d. quod est. 2. que iuncta similiter faciunt. 10. & hoc in omni genere verificatur & ideo isto medio ipse concludit dicens dimidium autem. c. f. bis est quantum. c. f. totum & dimidium. f. d. est quantum. c. f. medietas differentie. f. d. maioris ad minorem itaq. c. e. est quantum dimidium. c. d. cum dimidio. d. b. & cetera sine isto presupposito non conduceret ut patet.

Propositio. 2.



Elicquid accidit vni linee diuise secundum proportionem habentem medium et duo extrema omni linee similiter diuise probatur accidere etc.

Sit vtraque duarum linearum .a. b. et .d. e. diuise secundum proportionem habentem medium duosque extrema hec quidem in .c. illa vero in .f. sintque maiores portiones

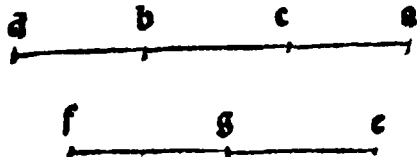
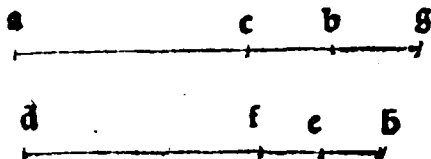
huius quidem .a. c. illius autem .d. f. Dico itaque quod ambarum ad sui maiores portiones est vna proportio. Itemque ambarum ad sui minores portiones est proportio vna atque quodque maiorum portionum ad minores vna. Et e contrario et permutatum et coniunctum et disiectum et euersum. Nihil enim aliud est quicquid vni earum accidit idem quoque alii accidere. Constat enim ex diffinitione linee secundum proportionem habentem medium duosque extrema diuise et ex prima parte .c. 16. sexti quod illud quod fit ex .a. b. in .b. c. est equale quadrato .a. c. Eodemque modo quod fit ex .d. e. in .e. f. est equale quadrato .d. f. Ideoque proportio eius quod fit ex .a. b. in .b. c. ad quadratum .a. c. est sicut eius quod fit ex .d. e. in .e. f. ad quadratum .d. f. Vtraque enim est proportio equalitatis. Igitur quadruplum eius quod fit ex .a. b. in .b. c. ad quadratum .a. c. sicut quadruplum eius quod fit ex .d. e. in .e. f. ad quadratum .d. f. Quod ex .15. quinti et permutata et equalitatis manifestum est. Quare coniunctum quadruplum eius quod fit ex .a. b. in .b. c. cum quadrato .a. c. ad quadratum .a. c. sit ut equalitatis quadruplum eius quod fit ex .d. e. in .e. f. cum quadrato .d. f. ad quadratum .d. f. Adiungatur autem secundum rectitudinem ad lineam .a. b. vna linea que sit equalis .b. c. que dicatur .b. g. Et ad .d. e. adiungatur equalis .e. f. que dicatur .e. h. Manifestum est igitur ex octaua secundi libri quod quadruplum eius quod fit ex .a. b. in .b. g. cum quadrato .a. c. est quale quadrato linee .a. g. At vero similiter quadruplum eius quod fit ex .d. e. in .e. h. cum quadrato .d. f. est equale quadrato .d. h. Ad vero ex communi scientia quadruplum eius quod fit ex .a. b. in .b. c. equum est quadruplo eius quod fit ex .a. b. in .b. g. Eo quod .b. c. et .b. g. sint equales. Similiter quoque quadruplum eius quod fit ex .d. e. in .e. f. equum est quadruplo eius quod fit ex .d. e. in .e. h. Eo quod .e. f. et .e. h. sint etiam equales. Igitur ex prima parte septime quinti et ex .11. eiusdem quadratum .a. g. ad quadratum .a. c. sicut quadratum .d. h. ad quadratum .d. f. Quare ex secunda parte .21. sexti proportio linee .a. g. ad lineam .a. c. est sicut linee .d. h. ad lineam .d. f. Et coniuncti .a. g. et .a. c. ad .a. c. sicut .d. h. et .d. f. ad .d. f. At vero .a. g. et .a. c. sunt tanquam duplum .a. b. et .d. h. cum .d. f. tanquam duplum .d. e. Quare duplum .a. b. ad .a. c. sicut duplum .d. e. ad .d. f. Et permutatum duplum .a. b. ad duplum .d. e. sicut .a. c. ad .d. f. Sed duplum .a. b. ad duplum .d. e. sicut .a. b. ad .d. e. ex .15. quinti. Igitur .a. b. ad .d. e. sicut .a. c. ad .d. f. Itaque permutatum et euersum et conuersum et disiectum et coniunctum quod oportebat ostendere.

Propositio



In isto latere exagoni secundum proportionem habentem medium duosque extrema maior eius portio erit latus decagoni circumscripti a circulo ipsum exagonum circumscribente.

Sit linea .a. b. latus exagoni alicuius circuli et diuise secundum proportionem habentem medium duosque extrema in puncto .c. sitque maior portio eius .b. c. Dico quod cuiusque circuli .a. b. est latus exagoni eiusdem .b. c. erit latus decagoni. Adiungatur enim ad lineam .a. b. linea .b. d. que sit latus decagoni illius circuli cuius .a. b. est latus exagoni. Erunt ex .9. linea .a. d. diuise secundum proportionem habentem medium duosque extrema et maior portio eius erit linea .a. b. Cum igitur vtraque duarum linearum .a. b. et .a. d. sit diuise secundum proportionem habentem medium duosque extrema. Igitur erit per premissam ambarum ipsarum ad sui maiores portiones vna proportio. Itaque .d. a. ad .a. b.



que est maior portio sicut a.b.ad.b.c.que est etiam eius maior portio. Sed d.a.ad.a.b.sicut a.b.ad.b.d.ex diffinitione linee diuise secundum proportionem habentem medium duosq. extrema & maior portio eius. Igitur ex vndecima quinti a.b.ad.b.d.sicut a.b.ad.b.c. Quare per secundam partem.9. quinti.b.d.&.b.c.sunt equales. Cum ergo.b.d.sit latus decagoni erit quoq. ex communi scientia.b.c.latus decagoni. Vel aliter ad lineam.a.b.adiungatur .b.d.equalis.b.c.eritq. ex.4. tredecimi tota.a.d. diuisa secundum proportionem habentem medium duosq. extrema & maior portio eius linea.a.b. Itaq. per conuersam.9. tredecimi quam continet post ipsam demonstrauimus cuius circuli linea.a.b.est latus exagoni eiusdem linea.b.d. Ideoq. linea.b.c.sibi equalis est latus decagoni. Possumus iterum idem alia via si libet demonstrare. Sit enim.e.f.equalis.a.b.que etiam diuidatur in .g. secundum proportionem habentem medium duosq. extrema.Et sit maior portio eius linea.f.g. Constat igitur ex premissa q. quemadmodum.a.b.est equalis.e.f.sic.a.c.est equalis e.g.&.c.b.equalis.g.f. Cumq. fuerit.b.d.adiuncta ad.a.b.latus decagoni illius circuli cuius.a.b.est latus exagoni erit sicut prius dictum est. ex.9. tredecimi tota.a.d. diuisa secundum proportionem habentem medium duosq. extrema.Et maior eius portio erit linea.a.b. Itaq. per premisam. a.b.ad.b.d.sicut f.g.ad.g.e. Quare per primam partem.15. sexti quod fit ex.a.b.in.g.e.equum est ei quod fit ex.b.d.in.f.g. Cumq. a.b.sit equalis e.f. Et erit quod fit ex.e.f.in.g.e.equum est ei quod fit ex.b.d.in.f.g. Sed quod fit ex.e.f.in.g.e.equum est quadrato.f.g. Ex diffinitione linee diuise secundum proportionem habentem medium duosq. extrema. Et ex prima parte.16. sexti. Igitur quod fit ex.b.d.in.f.g.est equale quadrato.f.g. Ideoq. ex prima sexti linea.b.d.est equalis.f.g. Et quia.f.g.est equalis.c.b.erit quoq. c.b.equalis.b.d.& latus decagoni quod oportebat ostendere.

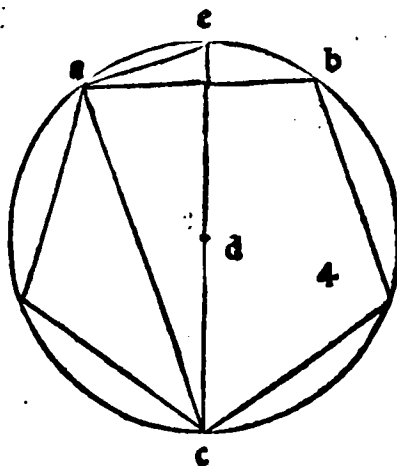
Propositio .4.



Quadratum lateris pentagoni intra circulum descripti quadratum os linee que illius pentagoni angulo subrenditur ambo hec quadrata pariter accepta quadrati medietatis diametri eiusdem circuli quincuplum esse pronuncio.

 **S**itin circulo. a. b. c. cuius centrum. d. inscriptus vnus pentagonus equilateralis cuius vnum latus sit. a. b. f. protrahatur diame- ter. c. d. e. diuidens lineam. a. b. f. eius arcum per equalia. Est igitur arcus. a. e. medietas quinte partis circumferentie illius circuli. Quare arcus. a. e. est due quinte totius circumferentie. Protrahantur itaq. due linee. a. e. f. a. c. Eritq. a. e. latus decagoni, equilateri. eo q. eius arcus est medietas quinte partis circumferentie. Linea vero. a. c. erit que subteniditur vni ex angulis pentagoni predicti. Eo q. arcus. a. c. est due quinte partis circum- ferentie circuli. Dico itaq. q. quadrata duarum linearum. a. b. f. a. c. par- ter accepta quincuplum sunt ad quadratum linee. d. e. Est enim ex quarta secundi quadratum linee. c. e. quadruplum ad quadratum linee. d. e. Cum autem angulus. c. a. e. sit rectus ex prima parte. 30. tertii. eruntq. ex penulti- ma primi quadrata duarum linearum. c. a. f. a. e. quadruplum ad qua- dratum. d. e. Igitur quadrata trium linearum. c. a. f. a. e. f. d. e. quincup- plum sunt ad quadratum linee. d. c. f. quia ex decima tredecimi libri qua- dratum. a. b. est equale quadratis duarum linearum. a. e. f. d. e. sequitur vt quadrata duarum linearum. a. b. f. c. a. sunt quincuplum ad quadratum d. e. quod est propositum.

¶ Demonstratum est ergo quod quadratum lateris cubi atque quadratum lateris figure duodecim basium cum cubum et figuras duodecim basium eadem sphaera circumscribit ambo quadrata pariter accepta quinquuplum sunt quadrati medietatis diametri circuli qui circumscribit pentagonum eiusdem figure duodecim basium.



drati. e. f. nam simplum est quindcuplū. I taq. quincuplum quadrati. c. f. est equale quincuplo quadrati. d. k. ideoq. per. s. quinti quadratum. c. f. est equale quadrato. d. k. Quare etiam linea. c. f. est equalis linee. d. k. Et go ex diffinitione circulorum equalium circulus circumscribens pentagonum. c. est. equalis circulo circumscribenti trigonum. d. quod erat ex principio demonstrandum. Nam semidiametri horum circulorum sunt. equaliter videlicet. c. f. & d. k.

Propositio .6.



Quadratum quoq. quod est trigincuplum tetragoni qui sub perpendiculari ducta a centro circuli circumscribentis pentagonum figure duodecim basium ad latus pentagoni atq. sub latere ipsius pentagoni continetur omnibus superficibus corporis duodecim basium pariter acceptis esse equale ex necessitate conuincitur.

Sit pētagonus. a. vna ex. n. basibus figure duodecēdri & vnum ex eius lateribus sit. b. c. sibiq. ex. 14. quarti circumscribatur circulus supra centrum. a. & protrahantur linee. a. b. & a. c. & a. d. perpendicularis ad. b. c. Dico ergo q. trigincuplum eius quod sit ex. a. d. in. b. c. est equale omnibus superficibus duodecēdri pariter acceptis. Constat enim pentagonum a. esse diuisibilem in quinq. triangulos equales triangulo. a. b. c. ex. 8. primi. itaq. omnes. n. pentagoni duodecēdri cum omnes sint equales & similes pentagono. a. diuisibiles sunt in. 60. triangulos quorum quisq. per. 8. primi est equalis triangulo. a. b. c. Quod autem sit ex. a. d. in. b. c. est duplum per. 41. primiti ad triangulum. a. b. c. ergo trigincuplum eius quod sit ex. a. d. in. b. c. est sexagincuplum ad triangulum. a. b. c. Nam vt simplum ad simplum sic duplum ad duplum. Cum itaq. omnes duodecēdri superficies pariter accepte sint etiam sexagincuplum ad triangulum. a. b. c. sequitur vt trigincuplum eius quod sit ex. a. d. in. b. c. sit equale omnibus superficibus duodecēdri pariter acceptis quod est propositum.

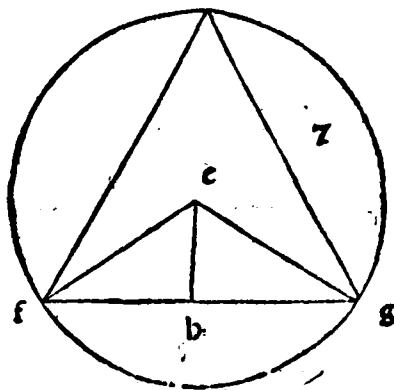
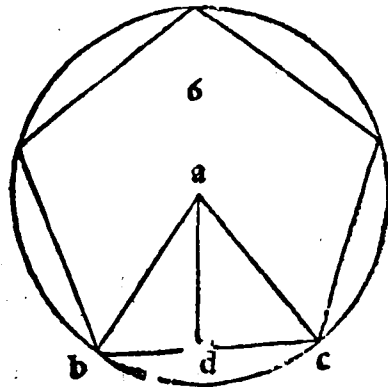
Propositio .7.



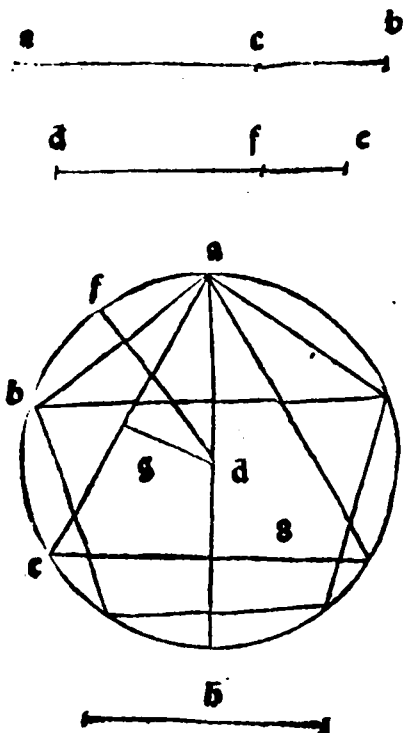
Quadratum quoq. quod est trigincuplum tetragoni qui sub perpendiculari ducta a centro circuli ad latus sibi inscripti trianguli figure viginti basium atq. sub ipso latere trianguli continetur equale est omnibus superficibus figure viginti basium pariter acceptis.

Esto enim hic trigonus. e. vna ex. 20. basibus figure ycocēdri & vnu ex eis lateribus sit. f. g. Sibiq. ex. 9. quarti circumscribatur circulus super centrum. e. & protrahantur linee. e. f. e. g. & e. h. perpendicularis ad. f. g. Dico igitur q. trigincuplum eius quod sit ex. e. h. in. f. g. est equale omnibus superficibus ycocēdri pariter acceptis. Constat enim trigonum. e. esse diuisibilem in tres trigonos quorum quilibet per octauam primi est equalis trigono. f. g. I taq. omnes. 20. trigoni ycocēdri pariter accepti cum cuncti sint equales similes trigono. e. sunt tanq. sexagincuplum trigoni. e. f. g. Et quia p. 41. primi quod sit ex. e. h. in. f. g. est duplum trigoni. e. f. g. I 6q. trigincuplum huius est equale sexagincuplo illius sequitur vt trigincuplum. e. h. in. f. g. sit equale omnibus superficibus ycocēdri pariter acceptis quod erat demonstrandum.

Manifestum igitur est q. proportio superficiens figure duodecim basium in aliqua sphaera contenta ad superficies figure viginti basium in eadem sphaera conclusa est tanq. proportio tetragoni contenti sub latere pētagoni ipsius figure duodecim basium & sub perpendiculari ducta a centro sui circuli ad ipsius latus pentagoni ad tetragonum contentum sub latere trianguli ipsius figure viginti basium & perpendiculari ducta a centro sui circuli ad ipsum latus trianguli corporis viginti albedarum.



¶ Quod per illud correlarium concluditur verū esse sue figura. n. basium & figura. 10. basium sunt ab eadem spera circumscribibilis vt proponitur siue etiam fuerint circumscribibilis a diuersis speris. Proponitur autem prout hec figure sunt circumscribibilis ab eadem spera quoniam hoc modo valet & sufficit ad propositum. Eius ergo communis veritas sic patet: Constat enim ex. 6. huius q. trigincuplum. a. d. in. b. c. equum est omnibus superficiebus duodecetri pariter acceptis cuius pentagonus. a. est. vna ex. 12. superficiebus. Et ex hac. 7. constat similiter q. trigincuplum. e. b. in. f. g. equum est omnibus superficiebus ycedri pariter acceptis cuius trigonus. e. est vna ex. 30. basibus. Siue illud duodecedron & istud ycedron eadem spera circumscribat. Siue diuerse. Itaq. proportio trigincupli. a. d. in. b. c. ad oēs superficies illius duodecedri piter acceptas est sicut trigincupli e. b. in. f. g. ad omnes superficies ycedri pariter acceptas. Vtrobique enim est proportio equalitatis. Quare permutatim trigincuplum. a. d. in. b. c. ad trigincuplum. e. b. in. f. g. sicut omnes superficies illius duodecedri ad omnes superficies huius ycedri & per. 5. quinti trigincupli ad trigincuplum est sicut simpli ad simplum. Constat igitur per. 11. quinti q. proportio omnium superficialium illius duodecedri ad omnes superficies huius ycedri est eius quod sit ex. a. d. in. b. c. ad id quod sit ex. e. b. in. f. g. Et hoc est quod ex correlario proponitur.



Propositio . 8.



Proportio cunctarum superficialium corporis duodecim basium pariter acceptarum ad cunctas superficies corporis viginti basium pariter acceptas que ab una spera ambo circumscribuntur est itaq. proportio lateris cubi quem circumscribit eadem spera ad latus trianguli ipsius corporis viginti basium.

¶ Vt ab huius. 8. demonstrationis libri. 14. processu ambiguitas omnis abscedat istud prescire oportet. Quod si aliqua linea secundi mproportionem habentem medium duos extrema fuerit diuisa & ex medietate eius tanq. dimidium sue maioris portionis detrahatur ipsa quoq. medietas secundum proportionem habentem medium duos extrema diuisa erit & eius maior portio est tanq. dimidium maioris sue duple. Vtbi gratia sit. a. b. diuisa secundum proportionem habentem medium duos extrema in. c. Et maior eius portio sit. a. c. & sit. d. e. tanq. dimidium a. b. Et d. f. tanq. dimidium a. c. Dico ergo q. d. e. diuisa est in. f. secundum proportionem habentem medium duos extrema & maior portio eius est. d. f. Constat enim ex. 15. quinti q. proportio a. b. ad a. c. est sicut. d. e. ad. d. f. Videlicet duplum ad duplum tanq. simplum ad simplum. Quare permutati. a. b. ad. d. e. sicut. a. c. ad. d. f. Igitur per. 19. quinti. c. b. ad f. e. sicut. a. b. ad. d. e. Est itaq. c. b. dupla ad f. e. sic enim est. a. b. ad. d. e. Cum igitur tota. a. b. sit dupla ad totam. d. e. & singule partes. a. b. ad singulas partes. d. e. quare ex. 15. quinti & u. eiusdem & diffinitione linee diuise secundum proportionem habentem medium duos extrema. Erit linea. d. e. diuisa in. f. quemadmodum proponitur. Nunc igitur demonstrationi eius quod propositum est insistamus. Ad cuius exemplum sit. a. b. c. circulus cuius centrum. d. circumscribens pentagonum duodecedri & trigonum ycedri que ambo pariter eadem spera circumscribit & concludit. Nam ex. 5. huius manifestum est q. idem circulus huius pentagonum & illius trigonum circumscribit. Sit autem linea. a. b. latus pentagoni & linea. a. c. trigoni. Sit q. linea. b. tanq. latus cubi ab eadem spera circumscripti. Dico itaq. q. proportio omnium superficialium duodecedri pariter acceptarum ad omnes superficies ycedri pariter acceptas est sicut linea. h. ad lineam. a. c. Producat quidem a centro. d. perpendicularis ad. a. b. q. transeat vsq. ad circumferentiam secans. a. b. in puncto. e. & arcum eius in puncto. f. Hanc aut. perpendicularem constat diuidere p. equalia tam lineam. a. b. q. eius arcum chorda q. dem. a. b. & secundum ptem tertie tertii arcu. 70. eius p. q. tra. pmi & 27. tertii. e.

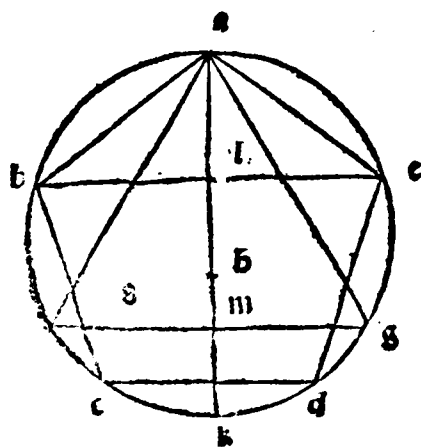
igitur arcus. f. a. decima pars circumferentie. Subtendatur itaq; sibi chor-
da. a. f. que erit latus decagoni equilateri eiusdem circuli. Erit igitur ex. 9.
tredecimi linea constans ex. d. f. f. a. diuisa secundum proportionem ha-
bentem medium duosq; extrema. Et maior portio eius erit linea. d. f. At
vero ex prima huius. d. e. est equalis dimidio. d. f. dimidioq; f. a. in lon-
gum directumq; coniunctis. Sit igitur. d. g. perpendicularis ad. a. c. eritq;
ex correlario. g. tredecimi. g. d. tanq; dimidium. d. f. Itaq; si a linea. d. e.
que est tanq; dimidium. d. f. a. cum. d. f. f. a. sit linea vna: detrahatur
equalis. d. g. que est tanq; dimidium. d. f. erit per illud quod ante hoc pro-
batum est linea. d. e. diuisa secundum proportionem habentem medium
duosq; extrema. Et maior portio erit tanq; g. d. Ex demonstratione autem
7. tredecimi constat q; si linea. h. que est latus cubi diuidaturq; secundum
proportionem habentem medium duosq; extrema maior portio eius erit
tanq; a. b. que est latus pentagoni figure. n. basium. Itaq; per secundam hu-
ius proportio. h. ad. a. b. est sicut. d. e. ad. g. d. Quare per primam partem
5. sexti quod prouenit ex. h. in. g. d. equum est ei quod sit ex. a. b. in. d. e.
Ex correlario autem premisse manifestum est q; proportio omnium su-
perficierum duodecetri cuius latus. a. b. pariter acceptatum ad omnes su-
perficies yccedri cuius latus. a. c. pariter acceptas est sicut eius quod sit ex
a. b. in. d. e. ad illud quod sit ex. a. c. in. g. d. Igitur ex prima parte. 7. quin-
ti si f. u. eiusdem proportio eius quod prouenit ex. b. in. g. d. ad illud quod
prouenit. ex. a. c. in. g. d. est. sicut omnium superficierum illius duodece-
tri ad omnes huius yccedri. At vero eius quod prouenit ex. b. in. g. d.
ad illud quod prouenit ex. a. c. in. g. d. est per primam sexti sicut. h. ad. a.
s. I taq; per. u. quinti. proportio omnium superficierum illius duodecetri
ad omnes huius yccedri est sicut. h. ad. a. c. quod est propositum. Hoc ip-
sum aliter probare poterimus. si ad ipsum huius antecedens necessarium
premisimus quod est.

¶ Si circulo cuilibet pentagonus equilateralis inscribatur re-
tangulum q; sub dodrante diametri ipsius circuli z. sub dextan-
te ipsius linee angulum ipsius pentagoni subtendentis contine-
tur eidem pentagono equum. esse ex necessitate oportet.

¶ Maiores nostri vnumquodq; integrum in. 12. partes equales intellecta
fractione diuiserunt omnesq; eas signis huiusmodi notum affixi; voca-
uerunt: vnde decem vero earum dixerunt denarii: decem autem dextantes
nouem dodrantes. octo ho bisse. at septem septuntem septate vel quincem.
sex autem semis quinq; quinquicem. quatuor trientem. tres autem qua-
drantem. duas ho sextantem. vnam autem appellauerunt vnciam ea q; p
ordinem talibus designauere figuris q; sepiissime inueniunt in antiq; libris.

As	Denar.	Sextans	Quadrans	Bisse	Septunx.
Semis	Triens	Quincunx	Sextans	Vncia	

¶ Vnciam quoq; quam duodecimam partem assis fore diximus in alias
rursus. 12. fractiones. Sed alia via diuiserunt. nam medietatem vncie dixe-
runt semivnciam. tertiam vero duellam. q;ta sicilicum. sextam sexculam.
octauam dragmam duodecimam semissidam. decimoctauam tremis-
sem. vigesimamquartam scrupulum. quadragessimaoctauam obulum.
septuagesimamsecundam bisilliquam. nonagesimamsextam ceracem.
Vltima vero que est centesima quadragesima quarta pars ipsius vncie fuit
quam nominauerunt. His autem. 12. fractionibus vncie posteriores adum-
bere calculum. Est autem calculus centesima nonagesima secunda pars vncies
cuius additionis causa fuit vt vsq; ad minimum extremum diatesseron Et
diapente symphoniarum tonorum semitonorumq; interual'lis distincta-
tum hanc fractionum denominatio conscenderet vel conscenderet Et



$L = \bar{v}_3 \bar{q}_4 C \tau \bar{K}_8 \psi T_2 Y_0$

55 24 2 ÷ 98 7 72 Z 90 5 144 2 15 1

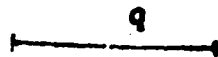
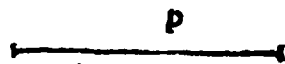
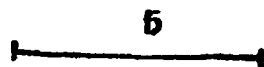
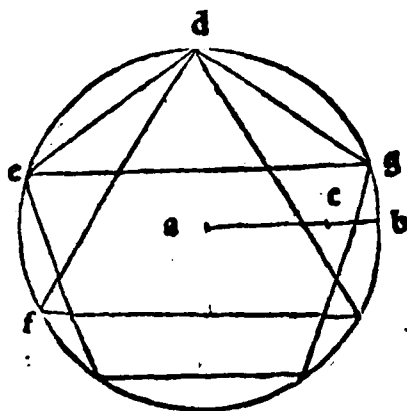
¶ Eius ergo quod dicitur: infus est: q̄ si in aliquo circulo pentagonus equilaterus inscribatur illud quod sit ex tribus quartis diametri circuli in quinque sextas linee subtendentis vnum ex angulis inscripti pentagoni equale est pentagono, verbi gratia: Sit circulus. a. b. c. si per centrum. d. et q̄. ex. n. quarti inscribatur pentagonus equilaterus cuius duo latera vnū ex suis angulis continentia sunt. a. b. f. b. c. Et angulo. b. subtendat linea. a. c. f. protrahatur diameter. b. d. e. secans lineam. a. c. per equalem puncto. g. Sitq̄. f. g. medietas. d. e. f. g. h. dupla ad. h. c. eritq̄. b. f. dodecima diametri: est enim tres quarte ipsius f. a. b. erit dextans. a. c. est enim. s. k. e. eius: protrahatur autem linea. a. d. Dico q̄ illud quod prouenit ex. b. f. in. a. b. est equale pentagono inscripto circulo. Cum enim. a. g. sit perpendicularis ad. b. d. erit ex. 41. primi illud quod prouenit ex. b. d. in. a. g. duplum ad triangulum. a. b. d. I deoq̄. quod prouenit ex. b. f. in. a. g. triplum erit ad eundem triangulum. f. quod prouenit ex. b. f. in. b. g. duplum f. ex. b. f. in totam. a. b. quincuplum. Cum itaq̄. totus pentagonus quincuplus sit ad eundem triangulum cōstat q̄ istud quod sit ex. b. f. in. a. b. est equale pentagono f. illud erat demonstrandum. Quod igitur ex principio propositum est nunc alia via sicut promissimus demonstramus. Sint itaq̄. circulo cuius centrum. b. inscripti pentagonus figure. n. basium. f. trigonus figure. 10. basium quas eadem spera circumscribit. Constat enim ex. 5. huius q̄ huius duodecetri pentagonus f. illius yocedri trigonus ab eodem circulo circumscribitur. Sitq̄. pentagonus. a. b. c. d. e. f. trigonus. a. f. g. f. angulo. a. pentagoni subtendatur linea. b. e. que. c. demonstratione. 17. tredecimi erit lateris cubi eadem spera concludit. Protrahatur itaq̄. diameter. a. h. k. secans orthogonaliter f. per. equa lia vtrinq̄. duarum linearum. b. e. f. f. g. Hanc quidem in puncto. l. illam vero in puncto. m. Dico ergo q̄ proportio omnium superficialium duodecetri ad omnes yocedri quoniam pentagonus f. trigonus propositi circulo sine inscripti est sicut linee. b. e. que est lateris cubi ab eadem spera concludit ad lineam. f. g. que est lateris trigoni yocedri. Constat enim ex corollario octane tredecimi q̄ linea. h. m. est dimidium lineae. a. b. i. d. b. q. a. m. erit doctans diametri. i. a. k. est enim eius tres quarte. Sit ergo. l. n. dupla ad. n. e. eritq̄. b. n. dextans. b. e. est enim quinq̄. eius sexte. I taq̄. per premisum antecedens quod prouenit ex. a. m. in. b. n. erit equale pentagono. a. b. c. d. e. Quod autem prouenit ex. a. m. in. m. f. est equale triangulo. a. f. g. Igitur ex prima sexti proportio pentagoni ad trigonum est sicut. b. n. ad. m. f. Quare duodecupli illius pentagoni ad vigincuplum istius trigoni sicut duodecupli linee. b. n. ad vigincuplum linee. m. f. qd. ex. 15. quinti f. equa proportionalitate manifestum est. Duodecuplum autem. b. n. est tanq̄. decuplum. b. e. nam. n. dextans coequat. x. asis hoc est. x. tota: vigincuplum vero. m. f. est tanq̄. decuplum. f. g. nam. f. g. est dupla ad. m. f. igitur duodecupli istius pentagoni ad vigincuplum istius trigoni est sicut decupli. b. e. ad decuplum. f. g. f. quia duodecuplum illius pentagoni est omnes superficies duodecetri: vigincuplum autem basium trigoni est omnes superficies yocedri f. quia per. 15. quinti decupli. b. e. ad decuplum. f. g. sicut. b. e. simple ad. f. g. simplam erit per. 11. quinti proportio omnium superficialium duodecetri pariter acceptarum ad omnes superficies yocedri pariter acceptas sicut. b. e. ad. f. g. f. hoc est quod oportuit nos demonstrare.

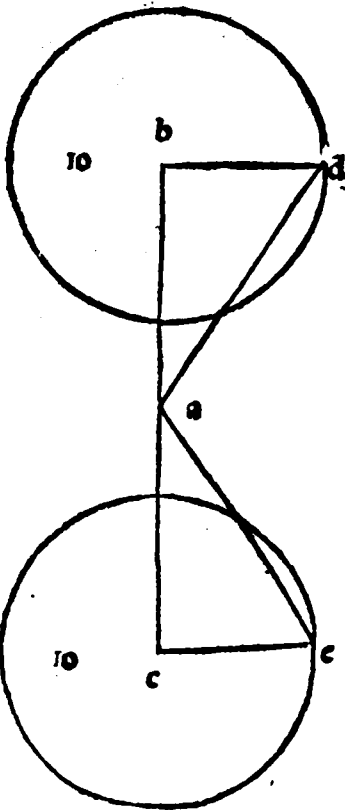
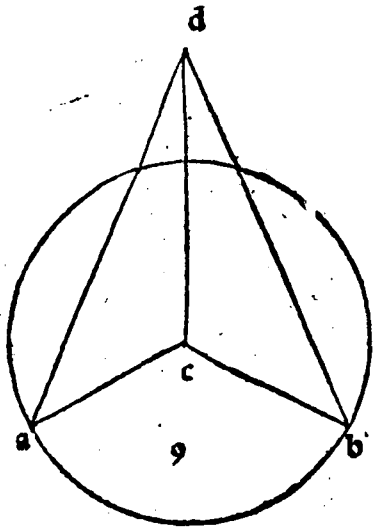
Propositio .9.



Iulsa qualibet linea scdm pportioem habetm me-
dium duosq extrema erit pportio linee potetis su-
pra totam lineam eiusq maiorem portionem ad
lineam potetm supra totam eiusdemq minorem
portionem tanq pportio lateris cubi ad latus tri-
anguli corporis viginti basium vna cum cubo ipso
in eadem spera contenti.

Sit linea .a.b. diuisa secundum proportionem habentem medium duo-
q extrema & maior portio eius sit linea .a.c. & super centrum .a. secundum
quantitatem lineae .a.b. describatur circulus .d.b.e. Etq inscribatur ex .n.
quarti pentagonus equilaterus cuius vnum latus sit .d.e. Et ex secunda
eiusdem triangulus equilaterus cuius vnum latus sit .d.f. Et vni ex angu-
lis pentagoni qui sit .d. subtendatur linea .e.g. Constat igitur ex .s. huius
q spera circumscribens duodecedron cuius pentagoni latus est .d.e. cir-
cumscribit simul ycoedron cuius trianguli latus est .d.f. Et ex demonstra-
tione .xv. tredecimi manifestum est q eadem spera circumscribit cubum
cuius latus est .e.g. Sumatur ergo linea .h. potens super totam .a.b. & eius
maiorem portionem .a.c. Et sumatur .k. potens super totam .a.b. & mino-
rem eius portionem .b.c. Dico itaq q proportio .e.g. ad .d. f. hoc est
lateris cubi ad latus trianguli ycoedri vna cum ipso cubo ab ipsa spe-
ra contenti : est sicut .b. ad .k. Constat quidem ex correlario .x. quar-
ti q .a.b. est tanq latus exagoni equilateri circulo .b.d.e. inscripti . Igitur
ex tertia huius .a.c. est tanq latus decagoni eiusdem circuli . Itaq per .x. .3.
d.e. potens est super totam .a.b. & eius maiore portionem .a.c. Quare .d.
e. est equalis .b. Nam quadratum vtriusq earum tantum est quantum
quadrata duarum linearum .a.b. & .a.c. pariter accepta . Patet autem ex oc-
taua .3. q .d.f. est tripla est potentialiter ad .a.b. At vero ex .s. eiusdem pa-
tet q .k. quoq tripla est potentialiter ad .a.c. ergo ex secunda parte .ii. sex-
ti proportio .d.f. ad .a.b. est sicut .k. ad .a.c. Quare permutatim .d.f. ad .k.
sicut .a.b. ad .a.c. Et quia ex demonstratione .xv. tredecimi manifestum
est q si .e.g. diuidatur secundum proportionem habentem medium duosq
extrema maior portio eius erit tanq .d.e. Erit per secundam huius propor-
tio .e.g. ad .d.e. sicut .a.b. ad .a.c. Quare per .ii. quinti erit quoq .e.g. ad .d.e.
sicut .d.f. ad .k. Et permutatim .e.g. ad .d.f. sicut .d.e. ad .k. Et quia per pri-
mam partem .v. quinti .d.e. ad .k. sicut .b. ad .k. Eo q .d.e. & .b. sunt equales
Erit per .ii. quinti .e.g. ad .d.f. sicut .h. ad .k. quod est propositum . Non so-
lum autem est proportio .e.g. lateris cubi ad .d.f. latus trianguli ycoedri
sicut .h. ad .k. immo simpliciter sicut quarumlibet duarum linearum vni-
us ad alteram quarum altera potest super totam quamlibet lineam diui-
sam secundum proportionem habentem medium duosq extrema & su-
per eius maiorem portionem . Altera vero super totam & eius minorem
portioem . Nam singulae lineae talium e pportio vna . Verbi gratia . Ma-
neant priores ypotheses circa lineas .a.b.h. & .k. Et sumatur quoq quelibet
alia linea que sit .l.m. diuisa secundum proportionem habentem me-
dium duosq extrema in .n. & portio maior sit .l.n. . Sitq linea .p. potens su-
per totam .l.m. & eius maiorem portionem .l.n. Et linea .q. sit potens su-
per totam .l.m. & eius minorem portionem .m.n. Dico ergo q propor-
tio .p. ad .q. est sicut .b. ad .k. Cōstat enim ex secunda huius q .b. a. ad .a.c.
est sicut .l.m. ad .l.n. Ergo per primam partem .ii. sexti quadrati .b.a. ad
quadratum .a.c. est sicut quadrati .m.l. ad quadratum .n.l. Quare conium-
tim quadrati .h. ad quadratum .a.c. sicut quadrati .p. ad quadratum
l.n. Et permutatim qdrati .h. ad quadratū .p. sicut quadrati .a.c. ad qdratum
l.n. Eodē argumentatōis genere sequit q pportio qdrati .k. ad qdratū .q.
est sicut quadrati .c.b. ad quadratum .n.m. Et quia ex secunda huius & ex
prima parte .ii. sexti quadratum .a.c. ad quadratum .l.n. sicut quadratum
c.b. ad quadratum .m.n. Erit .ex .ii. quinti quadratum .b. ad quadratum
p. sicut quadratum .k. ad quadratum .q. Quare per secundam partem .ii.





forti. b. ad. p. sicut. k. ad. q. Et permutatim. h. ad. k. sicut. p. ad. q. quod erat demonstrandum. Et ne quis dubitationis locus ea que demonstranda restant obfusces; premitenda adhuc arbitramur quedam quibus sequentia si. mo demonstrationis robore inconcussa permaneant.

¶ Si aliqua plana superficies speram quamlibet secet communis differentia plane superficiei secantis & curue superficiei sperae erit circumferentia continens circulum.

¶ Sit igitur aliqua plana superficies secans speram & sit linea. a. b. communis sectio superficiei secantis & superficiei spe. Dico q. linea. a. b. est. circumferentia circuli. Aut enim centrum spere est in plana superficie secante. aut extra. Quod si fuerit in ea ponatur vbiq. contigerit & sit. c. Quia ergo tota linea. a. b. est in superficie spere & quia omnes linee ducte a centro spere ad ipsius circumferentiam sunt equales quemadmodum constat ex diffinitione spere. sequitur vt omnes linee ducte a puncto. c. ad lineam. a. b. sint equales. Est igitur ex diffinitione circuli superficies quam continet linea. a. b. circulus & eius centrum est. c. videlicet idem q. centrum spere. Si autem centrum spere fuerit extra superficiem secantem; ponatur ergo vbiq. quod sit. d. a quo secundum doctrinam u. vndecimi ducatur linea. d. c. perpendicularis ad superficiem secantem. Et protrahantur ab eodem centro. d. due linee recte quomodocumq. contingat ad lineam. a. b. que sint. d. a. & d. b. Et iungatur. c. cum. a. & cum. b. Eruntq. due linee. d. a. & d. b. equales. Eo q. ipse sunt a centro spere ad superficiem eius. Ex diffinitione autem linee perpendicularis ad superficiem. Manifestum est q. anguli. d. e. a. & d. c. b. sunt recti. Ideoq. ex penultima primi & ista communi scientia & que equalibus sunt equalia inter se sunt equalia. Erunt quadrata duarum linearum. c. d. & c. a. pariter accepta equalia quadratis duarum linearum. d. c. & c. b. pariter acceptis. Dempto itaq. vtrinq. quadrato. d. c. Erit quadratum. c. a. equale quadrato. c. b. Quare & linea. c. a. lineae. c. b. Eodem argumentationis genere necesse est omnes lineas ductas a puncto. c. ad lineam. a. b. esse equales ergo ex diffinitione circuli superficies quam continet linea. a. b. est circulus & eius centrum est. c. quod est propositum.

¶ Ex hoc itaq. manifestum est q. cum superficies secat speram super centrum eius sector proueniens in superficie spere est linea continens circulum cuius centrum est centrum spere.

¶ Cum autem superficies secat speram non super centrum eius sector quoq. proueniens in superficie spere est linea continens circulum cuius centrum est punctus ille in quo incidit perpendicularis ducta a centro spere ad superficiem secantem.

¶ Amplius autem dico q.

¶ Si in spera aliqua fuerint circuli equales perpendiculares ducte a centro spere ad superficies illorum circulorum erunt ad inuicem equales.

¶ Sint i spera cuius centrum. a. signati duo circuli. b. & c. equales. Ad quorum superficies protrahantur a centro spere videlicet a puncto. a. perpendiculares secundum q. docet. u. vndecimi. Ad hunc quidem. a. b. Ad illum autem. a. c. Dico q. due linee. a. b. & a. c. sunt equales. Protrahantur enim a punctis. b. & c. singule linee recte ad circumferentias illorum circulorum proueliberit. In b. quidem. b. d. In illo autem. c. e. Et iungat a. cum. d. & cum. e. Eruntq. ex diffinitione linee supra superficiem perpendiculariter stantis vterq. duorum angulorum. a. b. d. a. c. e. rectus. At vero ex secunda parte premissi correlarii. Manifestum est q. duo puncta. b. & c. sunt centra circulorum. b. c. Ideoq. due linee. b. d. & c. e. sunt semidiametri eorum. qui circuli cum ponantur equales sequitur ex diffinitione equalium circulorum has semidiametros esse equales. Et quia due linee. a. d. & a. e. sunt equales quia sunt ducte a centro spere ad eius superficiem. Erunt ex penul. primi due perpendiculares. a. b. & a. c. equales.

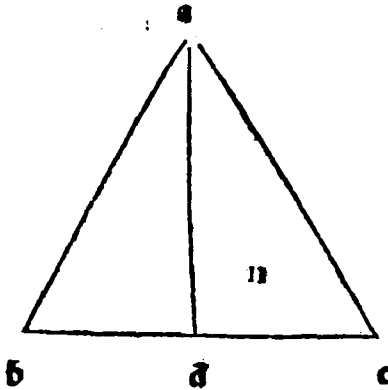
Quod oportebat demonstrare. Nunc igitur ad propositum redeamus.

Propositio. 10.



Proportio corporis duodecedri ad corpus ycocedri que ambo vna eademq; spera includit: ē sicut omnium superficierum eius pariter acceptarum ad omnes superficies illius pariter acceptas.

¶ Hoc est quod superius post demonstrationem prime huius auctoritate aristoteli & Apollonii commemorauimus cuius demonstratio ex his que premissa sunt euidenter elicitur. Ex quinta quidem huius manifestum est qd circuli quorum alter circumscribit pentagonum duodecedri reliquis vero trigonum ycocedri que ambo corpora spera vna cohercet sunt adinuicem equales. Itaq; erunt perpendiculares a centro sperae ad superficies omnium circulorum circumscribentium pentagonos huius duodecedri & trigonos illius ycocedri in eorum centra cadentes adinuicem equales sicut ex premissis manifestum est. Nam omnes hi circuli teste. s. huius sicut dictum est equales sunt sibi adinuicem. Pyramides igitur quarum sunt bases pentagoni duodecedri coni autem earum sunt centrum sperae. atq; pyramides quarum bases sunt trigoni ycocedri: & coni earum similiter centrum sperae sunt eque alae. Cunctarum quidem pyramidum altitudinem mensurant vel determinant a conis ad bases perpendiculares cadentes. Pyramides autem eque altas suis basibus proportionales esse oportet quemadmodum in. 6. duodecimi probatum est. Itaq; proportio pyramidis cuius basis pentagonus duodecedri ad pyramidem cuius basis trigoni ycocedri est sicut istius pentagoni ad hunc trigonum. Ideoq; per. 24. quinti proportio duodecupli illius pyramidis cuius basis pentagonus duodecedri. Ad pyramidem cuius basis trigonus ycocedri sicut duodecupli illius pentagoni ad hunc trigonum. Hec autem. n. pyramides quarum sunt bases. n. pentagoni duodecedri sunt tanq; totum corpus ipsius duodecedri. At. n. pentagoni tanq; omnes superficies eius. Itaq; proportio corporis duodecedri ad pyramidem cuius basis est trigonus ycocedri est sicut proportio omnium superficierum duodecedri ad trigonum ycocedri. Quare rursum ex. 24. quinti proportio corporis duodecedri ad vigincuplum illius pyramidis cuius basis est trigonus ycocedri est sicut omnium superficierum duodecedri ad vigincuplum trigoni ycocedri. Cum igitur vigincuplum huius pyramidis sit tanq; totum corpus ycocedri ad vigincuplum ipsius trigoni tanq; omnes superficies ipsius ycocedri erit proportio corporis duodecedri ad corpus ycocedri que ambo vna eademq; spera concludit sicut proportio omnium superficierum corporis duodecedri pariter acceptarum ad omnes superficies corporis ycocedri pariter acceptas. Hoc autem est predictorum philosophorum de proportione horum duorum corporum sententia fixa solidaq; demonstratione roborata. cui quoq; adiiciendum est hoc. Nam cum proportio lateris cubi ad latus trianguli corporis ycocedri vna cum ipso cubo ab eadem spera conclusi sit sicut proportio omnium superficierum corporis duodecedri pariter acceptarum ad omnes superficies ipsius ycocedri in eadem spera conclusi sicut ex. 8. huius demonstratum est: erit ex. n. quinti proportio corporis duodecedri ad corpus ycocedri que ambo spera vna circumsoluit tanq; proportio lateris cubi eidemq; sperae inscriptibilis ad latus ipsius trigoni ycocedri. Amplius autem quia diuisa qualibet linea secundum proportionem habentem medium duosq; extrema est proportio lineae potentis super totam & eius maiorem portionem ad lineam potentem super totam & eius maiorem portionem sicut lateris cubi alicui sperae inscripti ad latus trigoni corporis ycocedri ab eadem spera circūducti sicut ex. 9. huius demonstratum est: erit ex. n. quinti ut diuisa qualibet linea secundum proportionem habentem medium duosq; extrema sit proportio lineae potentis super totam & eius maiorem portionem ad lineam potentem super totam & eius maiorem portionem veluti proportio corporis



ris duodecetri ad corpus ycoedri que ambo vna atq; eadem spera circū scribit. Ex dictis igitur manifestum est q; proportio lateris cubi alicui spe re inscripti ad latus trigoni ycoedri ab eadem spera circumscripti. Itēq; proportio cunctarum superficierum duodecetri ad cunctas superficies ycoedri que ambo super eadem spera circumscribit. Et rursus proportio linee potentis super quamlibet lineam diuisam fm proportionem habē tem medium duorū, extrema ē super eius maiorem portionem ad lineā potentem super eandem ē super eius minorem portionem atq; iterum pportio corporis duodecetri ad corpus ycoedri que ambo vna eadēq; spera cohercet est proportio vna. Mirabilis itaq; est potentia linee fm p portionem habentem medium duorū, extrema diuise: cui cum plurima pholosophantium admiratione digna conueniant hoc principium vel precipuum ex superiorum principiorum inuariabili procedit natura vt tam diuersa solida tū magnitudine tū basium numero tū etiam figura ir rationali quadam symphonia rationabiliter conciliet. Quippe demon stratum est q; proportio duodecetri corporis ad ycoedron corpus que ambo spera vna coambit est quasi proportio linee potentis super quam libet lineam fm prefatam proportionem diuisam ē super eius maiorem partem ad quamlibet lineam potentem super eandem ē eius minorem partem. quoniam vero de tribus ceteris corporibus regularibus non ha bemus aliquid dictum studeamus de ipsis aliquid dicere.

Propositio .11.



In omni triangulo equilatero si ab vno angulo eius perpendicularis ad basim ducaur latus eius dem trianguli ad ipsam perpendicularem potētia liter sexquiertium esse conueniet

Sit enim triangulus equilaterus. a. b. c. ducaturq; ab an gulo. a. linea. a. d. perpendicularis ad b. sim: dico q; a. b. ē potentialiter sexquiertium ad a. d. Sumt quidem ex. 5. primi duo anguli b. f. c. equales. Et quia anguli ad . d. sunt recti erit per. 30. primi linea. b. c. diuisa per equalia in puncto. d. Itaq; ex quarta secundi quadratum b. c. quadruplum est ad quadratum. b. d. ideoq; etiam quadradratum. a. b. ē duplum est ad quadratum. b. d. Est enim triangulus equilaterus. Quare per penul. primi quadrata duarum linearum. a. d. f. b. d. pariter accepta q druplum sunt ad qdratum. b. d. itaq; quadratum. a. d. triplum est ad qdra tū. b. d. cōstat ergo ppositū.

Propositio .12.



In his trigonus equilaterus cuius est latus ratio nale super fies medialis esse probatur.

Sit vt prius triangulus. a. b. c. equilaterus ē sit latus eius a. b. rationale siue in longitudine siue in potentia tantum dico itaq; q; ipse triangulus est superficies medialis. Duca tur enim perpendicularis. a. d. ab angulo. a. ad basim. Erit q; ex premissa ē ex. 6. decimi ē diōne superficiei rationalis quadratum li nec. a. d. rationale ē linea. a. d. rationalis in potentia. Ipsa autem ex vlti ma parte. 7. decimi mediante premissa erit incōmensurabilis linee. a. b. ideoq; ē linee. b. d. que est tanq; eius dimidium. Sumt itaq; due linee. a. d. ē b. d. rationales potentialiter tantum cōmunicantes. Igitur ex. 19. decimi superficies vnus earum in alteram est medialis. Cūq; superficies vnus earū in alteram sit equalis trigono. a. b. c. cōstat vey esse quod diximus.

Propositio .13.



In hęc superficies vtriuslibet duorum solidorum quorum alterum est piramis quatuor basium triā gularium et equilaterarum reliquum vero est cor pus octobasium triangularem et equilaterarū pa riter accepte: si diameter spere ea circūscribens rōnalis fuerit componunt superficiem medialem.

Nam si diameter sphere alterum duorum propositorum corporum circumscribens fuerit rationalis siue in longitudine siue in potentia tunc erit ex correlario .13. trededimi libri latus piramidis rationale in potentia & ex correlario .15. eiusdem quoque corporis octo basium rationale in potentia. Quare per premisam trianguli qui sunt bases vtriuslibet corporis erunt superficies mediales. Et quia trianguli vtriuslibet eorum sibi adinuicem sunt equales erunt ex .22. decimi omnes superficies vtriuslibet eorum pariter accepte componentes superficiem medialem quem admodum proponitur &c.

Propositio .14.



I tetracedron & octocedron vna eademque sphaera circumscribat erit vna ex basibus tetracedri sexquitercia ad vnam ex basibus octocedri. Omnes autem bases octocedri pariter acceptas ad omnes bases tetracedri pariter acceptas sexquialteram proportionem habere necesse est.

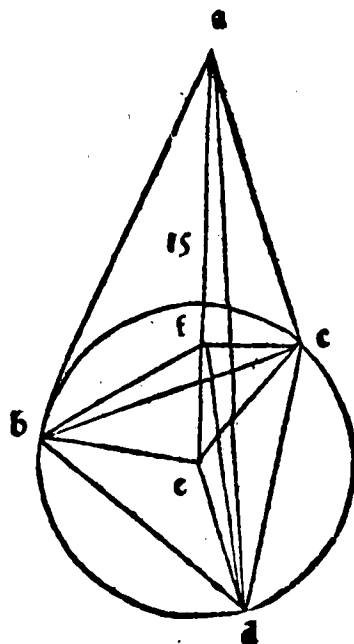
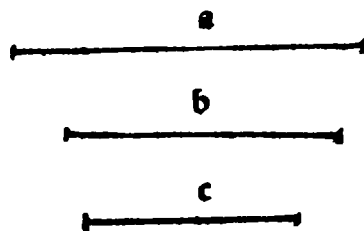
Sit aliqua sphaera cuius diameter .a. circumscribens pyramidem cuius latus .b. & octocedron cuius latus .c. Dico itaque quod triangulus equilateralis cuius latus .b. sexquitercius est ad triangulum equilaterum cuius latus .c. Et quod superficies quam componunt octo trianguli equilateri cuiusque quorum est latus .c. sexquialtera est ad superficiem quam componunt quatuor trianguli equilateri cuiusque quorum est latus .b. Constat enim ex correl. 13. trededimi quod quadratum .a. ad quadratum .b. sicut .6. ad .4. Igitur conuertito quadratum .b. ad quadratum .a. sicut .4. ad .6. Ex correlario vero .15. eiusdem manifestum est quod quadratum .a. ad quadratum .c. sicut .6. ad .3. Itaque per equam proportionalitatem quadratum .b. ad quadratum .c. sicut .4. ad .3. Quadratum autem .b. ad quadratum .c. est sicut trigonus equilateralis cuius latus .b. ad trigonum equilaterum cuius latus .c. Vtrobique enim est sicut .b. ad .c. proportio duplicata ex secunda parte .18. sexti. Igitur trigonus equilateralis cuius latus .b. ad trigonum equilaterum cuius latus .c. sicut .4. ad .3. Quare constat prima pars propositi. Ex quo euidenter elicitur secunda. Erit enim per conuersam proportionalitatem trigonus equilateralis cuius latus .c. ad trigonum equilaterum cuius latus .b. sicut tria ad quatuor. Ideoque octuplum trigoni equilateri cuius latus .c. ad quadruplum trigoni equilateri cuius latus .b. est sicut octuplum ternarii ad quadruplum quaternarii. hoc est sicut .12. ad .16. & quia octuplum trigoni equilateri cuius latus .c. est omnes bases octocedri cuius latus .c. & quadruplum trigoni equilateri cuius latus .b. est omnes bases piramidis cuius latus .b. Et quia proportio .12. ad .16. est sexquialtera sequitur ut superficies quam componunt omnes bases octocedri cuius latus .c. ad superficiem quam componunt omnes bases piramidis cuius latus .b. sexquialtera sicut diximus in proportionem respiciat.

Propositio .15.



Piramide quatuor basium triangularium atque equilateralium intra sphaeram quamlibet collocata si a quolibet angulorum eius per centrum sphaere recta linea ad basim ducatur in centrum circuli basium circumscribentis eam cadere atque eidem basi perpendiculariter insilire necessario comprobatur.

Sit piramis .a. b. c. d. basium triangularium atque equilateralium intra sphaeram aliquam cuius centrum sit .f. collocata. Et cum quilibet quatuor angulorum istius piramidis possit esse conus eius atque quilibet quatuor triangulorum basium .I. imaginemur nunc eius solidum angulum .a. esse conum & triangulum .b. c. d. imaginemur esse basim. Atque huic basi intelligamus circumscripsum esse circulum .b. c. d. Dehinc a puncto .a.



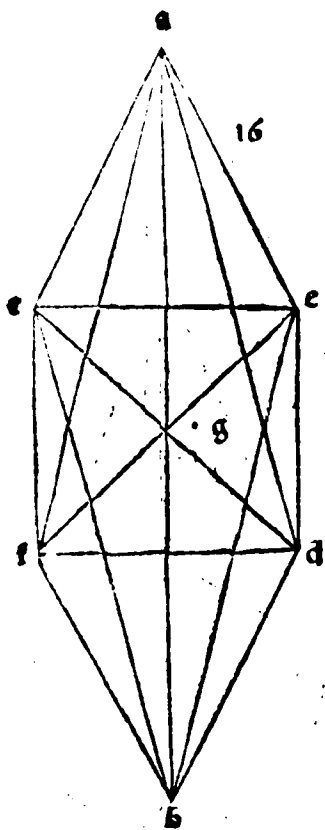
quem imaginati sumus conum pyramidis ducamus ad basim. b. c. d. lineam rectam transeuntē per punctum. f. qui est centrum sphere circum scribentis pyramidem de qua disputamus. Et occurrat hec linea superficiē. b. c. d. quam imaginati sumus basim pyramidis super punctum. e. Dico igitur q. punctum. e. est centrum circuli. b. c. d. & q. linea a. f. e. est perpendicularis ad superficiem. b. c. d. Producamus enim lineas. f. b. f. c. f. d. Et quia quatuor puncta. a. b. c. d. sunt in superficie sphere cuius cētrum f. propter hoc q. illam spheram positum est circumscribere hanc pyramidem. Erunt omnes quatuor linee. f. a. f. b. f. c. f. d. adinuicem equales sunt enim ducte a centro sphere ad eius superficiem. Ergo quia duo latera. a. f. & f. b. trianguli. a. f. b. sunt equalia duobus lateribus. a. f. & f. c. trianguli a. f. c. & basis. a. b. basi. a. e. ¶ Nam pyramis posita est equilatera. Erit ex octaua primi angulus. a. f. b. equalis angulo. a. f. c. Ideoq. per. 13. primi angulus quoq. b. f. e. erit equalis angulo. c. f. e. ¶ Eodem modo probabis angulum. d. f. e. esse equalem angulo. c. f. e. ¶ Necesse est enim ex octaua primi ut angulus. a. f. e. sit equalis angulo. a. f. d. quare per. 13. primi angulus quoq. c. f. e. erit equalis angulo. d. f. e. Sunt igitur tres anguli b. f. e. c. f. e. d. f. e. adinuicem equales. Protractis igitur lineis. e. b. e. c. & e. d. sequitur ex quarta primi bis assumpta eas esse adinuicem eqles. Ideoq. per. 9. tertii punctus. e. est centrum circuli. b. c. d. Et quia perpendicularis ducta a centro sphere ad superficiem cuiuslibet circuli eam secantis cadit super centrum eiusdem circuli sicut ex his que premissa sunt videlicet ex his que decimam huius immediate precedunt didicisti conuincitur lineam. a. f. e. esse perpendicularē ad superficiem circuli. a. b. c. quemadmodum proponitur. ¶ Sin autem erunt eiusdem circuli duo centra quod natura tanq. impossibile exhoruit.

Propositio .16.



Solidum octo basium triangularium atq. equilateralium quod ab aliqua sphaera circumscribitur diuisibile est in duas pyramides eque altas quarum altitudo equalis est semidiametro sphaere: basis autem utriusq. quadratum quod est sub duplum quadrato diametri sphaere.

¶ Est corpus octo basium triangularium atq. equilaterum cuius sex anguli sunt a. b. c. d. e. f. circumscriptum a sphaera cuius centrum. g. Cōstat itaq. q. sex puncta. a. b. c. d. e. f. sunt in superficie sphere cuius centrum. g. Si igitur centrum. g. iungatur cum quolibet horum sex punctorum erunt due linee iungen- ter ipsum eis ad inuicem equales cum ipse sint a centro sphere ad superficiem. Cum autem ex correl. 15. tredecimi sit diameter spere potentialiter dupla ad latus huius corporis erit ex quarta secundi latus huius corporis potentialiter duplum ad semidiametrum sphaere. Quadratum ergo e. f. duplum est ad quadratum. c. g. ideoq. equale duobus quadratis duarum linearum. c. g. & g. f. itaq. per penul. primi angulus. c. g. f. est rectus. eadē rōne quisq. triū anguloꝝ. f. g. d. d. g. e. & e. g. c. ē rectus q. re. 14. pmi c. g. d. & f. g. e. est linea vna igitur ex secunda. 11. quinq. puncta. e. f. d. e. g. sunt in superficie vna. Manifestum est autem ex quinta primi & 31. eiusdem q. quilibet quatuor angulorum. c. e. d. f. est rectus. igitur ex diffinitione quadrati superficies. c. e. d. f. est quadrata. & quia latus eius est latus propositi corporis. constat ex correlario. 15. tredecimi istud quadratum esse subduplum quadrato diametri sphaere. consimili quoq. ratiocinatione constat vtrāq. duarum linearum. a. g. & g. b. cum qualibet quatuor linearum. c. g. f. g. d. g. e. g. continere angulum rectum. ideoq. ex. 4. vni- decimi vtrāq. earum esse perpendicularē ad superficiem. c. e. d. f. & ambas scilicet. a. g. & g. b. per. 14. primi componere lineam vnam: diuisum est igitur propositum corpus in pyramidem. a. c. f. d. e. cuius basis



c.f.d.e. cuius basis quadratum .c. e.d.f. quod est subduplum quadrato diametri spere & etiam altitudo linee .a.g. que est semidiameter spere & in piramidem .b.c.f.d.e. cuius basis est predictum quadratum & eius altitudo linea .g.b. que est semidiameter spere & hoc est quod oportebat ostendere.

¶ Castigator.

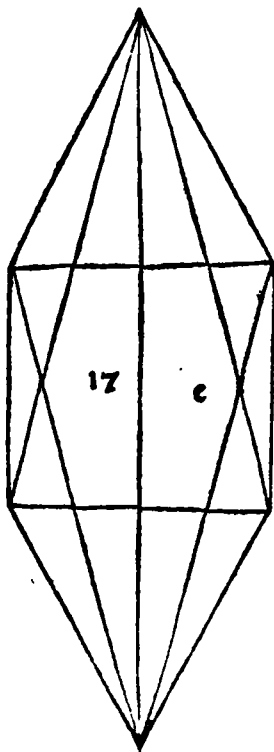
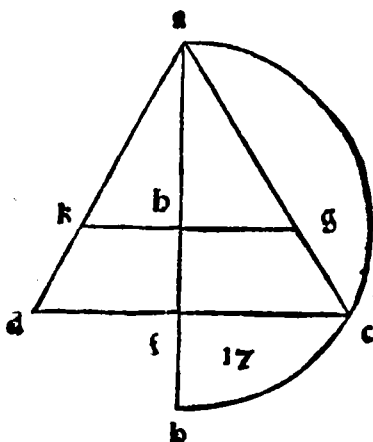
¶ Ista quarta scđi isto medio aducitur. Nam cū diameter spere diuidatur in duas partes equales ipsa diameter potentialiter est quadrupla ad sui medietatem. quia quadratum eius est equale duobus quadratis suarum duarum medietatum & duplo eius quod fit ex ductu vnius medietatis in alteram duplum autem illud sunt similiter duo alia quadrata eandem duarum medietatum. Et sic apparet q̄ diameter est potentia quadrupla ad eius medietatem. Nunc autem quod est si bduplum alicuius ipsum est duplum ad quartam illius dupli vt .8. est si bduplus ad .16. Et ideo .8. qui est subduplus. est duplus ad quartam partem .16. videlicet illius dupli ad subduplum. Ita in pposito latus .g. basium est potentia duplum ad medietatem diametri cum ipsum sit subduplum ad dia.

Propositio .17.



Piramidem quatuor basium triangularium atq; equilateralium sphaera aliqua circumscribente erit proportio tetragoni qui sub linea potentialiter sub sexquitercia ad dodrantem lateris ipsius piramidis & sub linea super quinq; ptiente vicesimas septimas eiusdem dodrantis continetur ad quadratum diametri spere sicut corporis ipsius piramidis ad corpus octo basium triangularium atq; equilateralium que ambo eadem sphaera circumducantur.

¶ Sit sphaera cuius diameter .a.b. & centrum .h. circumscribens piramidem quatuor basium triangularium atq; equilateralium .a.c.d. & corpus octo basium triangularium atq; equilateralium quod sit .e. Sitq; linea .l.m. potentialiter sub sexquitercia ad dodrantem linee .a.c. que est latus piramidis. Et linea .n.m. contineat dodrantem predictum & eius quinq; vicesimas septimas. Sitq; .p. quadratum diametri .a.b. Dico itaq; q̄ proportio piramidis .a.c.d. ad octoedron .e. ē sicut superficies .l.m. in .m. n. ad quadratum .p. Imaginemur enim solidum angulum .a. esse conum piramidis & basim piramidis cuius vnum latus est .d. c. & care diametrum sphaere in pūcto .f. Eritq; quemadmodum ex rationatione .13. tredecimi manifestum est .a. f. dupla ad .f. b. Cumq; etiam .a. b. sit dupla ad .b. b. erit ex .19. quinta .b. f. dupla ad .b. f. Ideoq; .a. f. quadrupla ad .f. b. Imaginemur igitur superficiem secantem piramidem .a. c. d. super centrum sphaere equidistantem basi ipsius. Sitq; linea .g. k. communis sectio huius superficiei & trianguli .a. c. d. Eritq; ex .17. vndecimi proportio .c. a. ad .a. g. sicut .f. a. ad .a. h. ¶ Igitur .c. a. ad .a. g. sicut .4. ad .3. Sic enim est ex eversa proportionalitate .f. a. ad .a. h. Constat etiam ex secunda parte .20. primi & .16. vndecimi & .10. eiusdem & prima parte secunde sexti & diffinitione similitum superficierum & similitum corporum q̄ piramis .a. g. k. est similis piramidi .a. c. d. Ideoq; ex .8. duodecimi proportio piramidis .a. c. d. ad piramidem .a. g. k. est sicut .c. a. ad .a. g. triplicata quare sicut .4. ad .3. triplicata. ¶ Constat autem ex secunda octaua q̄ proportio quatuor ad tres triplicata ē sicut .64. ad .27. itaq; proportio piramidis .a. c. d. ad piramidē .a. g. k. est sicut .64. ad .27. Fiat ergo triangulus equilaterus .q. r. s. ex linea equali .a. g. quam constat esse dodrantem linee .a. c. & pducatur linea .q. t. perpendicularis ad .r. s. eritq; ex .11. huius linea .q. t. potentialiter sub



sequitur ad lineam. q. r. Ideoq. equalis. l. m. Adiciat quoq. lineae. r. f. linea. f. x. ita q. p. portio. r. x. ad. r. s. sit sicut. 64. ad. 17. Diuidatq. r. x. p. equalia in. v. vt sit. r. v. 31. de partibus illis de quibus. r. s. est. 17. aut. r. x. 64. Eritq. r. u. equalis. m. n. ¶ Et ducantur lineae. q. u. f. q. x. Eritq. ex prima sexti proportio trianguli. q. r. x. ad triangulum. q. r. s. sicut. 64. ad. 17. Cuius per eandem triangulus. q. r. x. sit. duplus ad triangulum. q. r. u. At ex. 4. primi quod sit ex. q. t. in. r. u. duplum quoq. sit ad triangulum q. r. u. Erit quod sit ex. q. t. in. r. u. f. ipsum est equale superfici. l. n. equale triangulo. q. r. x. Quare proportio superfici. l. n. ad triangulum. q. r. s. est sicut. 64. ad. 17. Ideoq. sicut pyramidis. a. c. d. ad pyramidē. a. g. k. Manifestum est autem ex. 15. huius q. linea. a. f. est perpendicularis ad basim pyramidis. a. c. d. Ideoq. per. 19. vndecimi linea. a. b. est etiam perpendicularis ad basim pyramidis. a. g. k. ¶ Igitur altitudo. a. g. k. pyramidis est semidiameter sphere. Diuidatur itaq. octoedron. e. quemadmodum proponit premis. sit itaq. vtrq. earum pyramidum i quas ipsum. e. diuiditur eque alta pyramidi. a. g. k. nam singularum altitudo est semidiameter sphere. Quia igitur omnes laterate pyramides eque alte suis basibus sunt proportionales vt in. 6. duodecimi demonstratum est erit proportio pyramidis. a. g. k. ad vtrq. earum in quas diuiditur octoedron. e. sicut basis eius ad bases earum. quare per. 24. quinti proportio pyramidis. a. g. k. ad totum octoedron. e. est sicut sue basis quam constat esse equalem triangulo. q. r. s. ad bases ambarum pyramidum in quas diuiditur. e. pariter acceptas quas constat esse equales quadrato diametri sphere per premisam videlicet. p. Quoniam ergo proportio pyramidis. a. c. d. ad pyramidem. a. g. k. est sicut trigoni vel tetragoni. l. n. ad trigonum. q. r. s. videlicet. 64. ad. 17. f. pyramidis. a. g. k. ad octoedron. e. sicut trigoni. q. r. s. ad quadratum. p. Erit per equam proportionalitatem proportio pyramidis. a. c. d. ad octoedron. e. sicut tetragoni. l. n. ad quadratum. p. f. hoc erat demonstrandum.

Castigator.

¶ Cum. a. f. sit quadrupla ad. f. b. f. a. b. tripla ad eandem sequitur vt. 4. ad. 3. f. cetera.

¶ Et etiam. 17. ad. 8. f. 15. ad. 64. f. c. quia per. 11. diffi. quinti quatuor quantitatum continue proportionalium prime ad quartam sicut prime ad secundam triplicata f. per secundam octaua quatuor numerorum minorum secundum suam proportionem semper duo extremi scilicet primus f. vltimus cum fuerint continue proportionales erunt de necessitate cubi. Et ideo vnius ad alium semper proportio triplicata hoc est primi cubi. ad secundum numerum triplicata per dictam definitionem quinti. f. c. Et ideo quamuis ibi acceperit. 64. f. 17. qui sunt duo numeri cubi poterat accipere quoscunq. duos alios cubos indifferenter inaequales. cetera quoq. proseguendo vt dicitur. Idem euerties f. c. vt per te experiri poteris. Sed in casu isto cum per euerfam proportionalitatem fuit proportio lateris vnius ad latius sibi relatum alterius vt. 4. ad 3. triplicata fuit necesse sumere. 64. cubum. 4. f. 17. cubum ternarii arguendo vt dictum est per secundam octaua. sed fuisset lateris ad latius. 3. ad 1. triplicata per. 8. 12. tunc accepisset cubum ternarii. 17. f. cubum binarii 8. f. sic in ceteris f. c. erunt de. 4. f. 3. continue. 64. 48. 36. 17.

¶ Ex premis igitur manifestum est quod perpendicularis veniens a centro sphere pyramidem quatuor basium triangularium atq. equilateralum circumscribentis ad quamlibet basim ipsius pyramidis equalis est sexte parti diametri sphere.

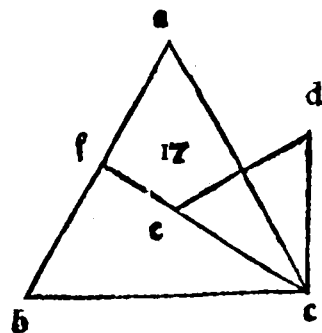
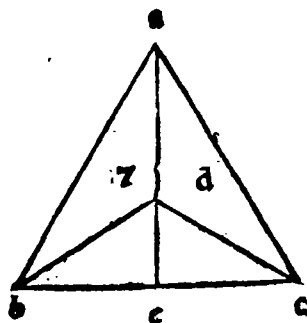
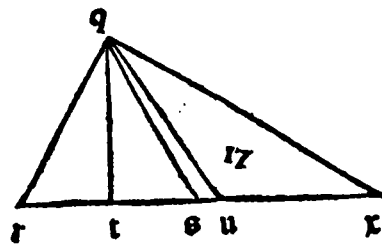
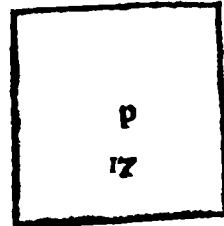
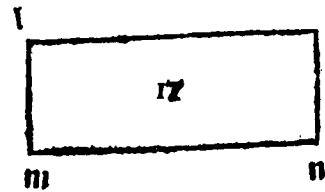
Cum enim cuncti trianguli pyramidem ambiētes sint similes & equales erunt quoque circuli ipsos circumscribentes equales. ideoque perpendiculares a centro sphere ad eosdem circulos in eorum centra erunt etiam equales. Perpendiculares autem cadentes ad circulos sunt perpendiculares ad bases pyramidis itaque perpendiculares ad bases sunt adinvicem equales. Linea autem .h. f. est perpendicularis ad basim pyramidis .a. c. d. quam .h. f. quia constat ex predictis esse sextam partem diametri .a. b. relinquatur ergo esse verū quod per correl. concluditur. ¶ Idem aliter demonstrare contingit si prius hoc antecedens fuerit stabili ratione firmatum.

In omni triangulo equilatero linea descendens ab uno angulo eius orthogonaliter supra basim tripla est ad perpendicularem que a centro circuli trigonum ipsum circumscribentis ad quolibet latus eius protrahitur.

Sit enim triangulus .a. b. c. equilateralis sitque .d. centrum circuli ipsum circumscribentis a quo ducantur linee ad singulos angulos quas manifestum est esse equales cum sint a centro circuli ad circumferentiam. Sint enim tria puncta .a. b. c. in circumferentia circuli ipsum trigonum circumscribentis. protrahatur autem .a. d. in continuum & directum quousque obuiet lateri .b. c. super punctum .e. constat igitur ex octava primi quod angulus .a. d. b. est equalis angulo .a. d. c. ideoque ex .13. primi angulus .b. d. e. est equalis angulo .c. d. e. quare per quartam primi .b. e. est equalis .e. c. & anguli qui sunt ad .s. recti. Itaque .d. e. perpendicularis est ad .b. c. veniens a centro circuli circumscribentis trigonum .a. b. c. & .a. e. perpendicularis est etiam ad .b. c. veniens ab uno angulorum predicti trigoni. Dico ergo quod .a. e. tripla est ad .c. d. Constat enim quod tetragonus qui fit ex .d. e. in .e. b. equalis est trigono .b. d. c. tetragonus quoque qui fit ex .a. e. in .e. b. equalis est trigono .a. b. c. At quia trigonus .a. b. c. triplus est ad trigonum .d. b. c. eritque tetragonus qui fit ex .a. e. in .e. b. triplus ad eum qui fit ex .d. e. in .e. b. Cui igitur ex prima sexti sit proportio tetragoni .a. e. in .e. b. ad tetragonum ex .d. e. in .e. b. sicut .a. e. ad .c. d. erit .a. e. tripla ad .c. d. quemadmodum proponitur.

Necesse est ergo ut perpendicularis cadens ab aliquo angulo alicuius trigoni equilateri super latus oppositum transeat per centrum circuli trigonum ipsum circumscribentis.

Nunc itaque quod promissimus absoluiamus ad hoc autē imaginemur pyramidem quatuor basium triangularium atque equilateralum cuius una ex quatuor basibus cuius sit trigonus .a. b. c. circumscripam esse a sphaera cuius centrum .d. & protrahatur linea .d. e. perpendicularis ad superficiē trianguli .a. b. c. quam constat cadere in centrum circuli dictum trigonum circumscribentis. Dico igitur lineam .d. e. esse sextam partem diametri sphere propositam pyramidem circumscribētis. Producam enim lineam .d. c. & lineam .c. f. perpendicularem ad lineam .a. b. quam .c. f. ex proximo correlario constat transire per punctum .e. & ex promisso antecedente triplam esse ad .e. f. Constat autem ex quarta secundi quod secundū quadratum diametri sphere cuius centrum .d. est .36. est quadratum semidiametri .d. c. 9. ex correl. autem .13. tredecimi est quadratum .b. c. 14. Et per .11. huius quadratum .c. f. 18. & per premissum antecedens quadratum .c. e. 8. Quia igitur ex penul. primi quadratum .d. c. est equale quadratis duarum linearum .d. e. & .e. c. est autem quadratum .d. c. 9. & quadratum .c. e. 8. prout quadratū diametri sphere est .36. relinquitur quadratū .d. e. vnum prout quadratum diametri sphere est .36. Itaque linea .e. d. est vnum prout diameter sphere est .6. quod oportebat probare. ¶ Eodem demonstrationis genere demonstrabitur nobis quod semidiameter sphere circumscribentis corpus .g. basium triangularium atque equilateralum tripla est in potentia ad perpendicularem a centro sphere circumscribentis ipsum ad quamlibet suarum basium descendentem. ¶ Constat quidem quemadmodum dictum est prius quod cum omnes bases huius corporis



sunt equales & similes cuius circuli ipsos circumscribentes equales ideoque perpendiculares a centro sphere in ipsorum circulorum centra cadentes erunt adinuicem equales. Cumque perpendiculares ad circulos basium sint quoque perpendiculares ad bases sequitur ut perpendiculares a centro sphere ad singulas bases adinuicem sint equales. Si ergo quod dicimus de perpendiculari ad unam suarum basium probetur & relinquetur verum esse quod proponitur. ¶ Sit itaque ut prius triangulus .a. b. c. una ex basibus octocedri circumscripti a sphere cuius centrum .d. & cetera quoque fiant ut prius. ¶ Cum igitur ex cor. 12. & 13. duodecimi diameter sphere sit potentia liter dupla ad latus octocedri sequitur ut latus octocedri sit potentialiter duplum ad semidiametrum sphere ideoque cum quadratum linee .b. c. est .n. erit quadratum linee .d. c. que est semidiameter sphere .6. ex .11. autem huius cum quadratum .b. c. est .12. quadratum .c. f. est .9. Ex premissis antecedente quadratum .c. e. est .4. itaque cum quadratum .d. c. que est semidiameter sphere est .6. quadratum .e. c. est .4. & quia ex penultima primi quadratum .d. c. est equale quadratis duarum linearum .c. e. & .e. d. sequitur ut quadratum .e. d. sit duo prout quadratum .d. e. est .6. constat ergo quod diximus.

Propositio .18.



¶ Plurimum quadrati quod ex diametro sphere cubum circumscribentis describitur equum est omnibus superficiebus ipsius cubi pariter acceptis perpendicularis quoque a centro sphere ad quolibet ex superficiebus cubi producit medietatem lateris cubi eiusdem equalis esse ex necessitate conuincitur.

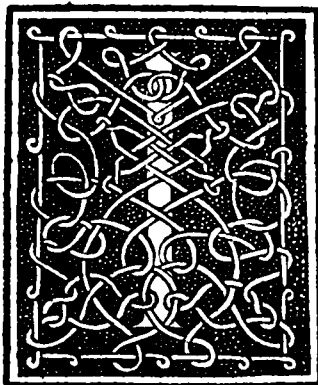
¶ Manifestum est enim ex correlario 14. duodecimi quod diameter sphere cubum includentis tripla est in potentia ad latus cubi cum igitur quadratum diametri sphere triplum sit ad quadratum lateris cubi & ita triplum duplum quadrati diametri sphere equum sit sexcuplo quadrati lateris cubi. Sunt autem omnes superficies cubi sex quadrata que ex latere cubi in se produuntur itaque duplum quadrati diametri sphere equum est omnibus superficiebus cubi. Constat igitur prima pars secundam autem partem ex .18. & 19. & 40. undecimi libri facile probabis.

¶ Ex his ergo euenire necesse est ut ex medietate lateris cubi bisse quadrati producti ex diametro sphere ipsi cubum ambientis cubi soliditas producat.

¶ Explicit liber decimusquartus.

¶ Quintusdecimus. Et ultimus Euclidis liber de quingularium corporum alterius in altero reciproca formatione & de eorundem difficillime figurationis omissione secundum optimam Campani translationem. Magistro Luca paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minorum Castigatore excellentissimo. Incipit quam feliciter.

Incipit Liber.xv. Propositio prima.



Intra propositum cubum corpus habens quatuor bases triangulas equalium laterum designare.

¶ Sit cubus cuius basis est quadratum a.b.c.d. suprema vero eius superficies quadratum e.f.g.h. Ipsum autem hac arte fabricare conveniet quadrato basis fm quamlibet lineam ex.45. primi descripto super singulos angulos eius ex.12. vndecimi cathetus secundum mensuram lateris ipsius quadrati erigatur quos ex 6. vndecimi constat esse equidistantes.

¶ Quidam ergo eorum bini & bini co-

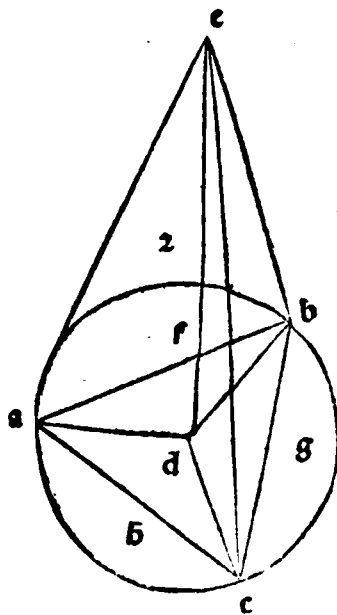
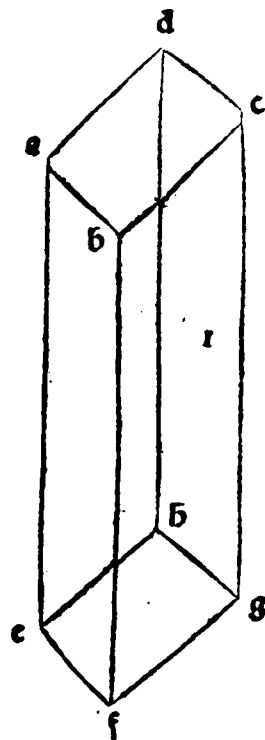
raussto eis imposito equidistat latera quadrati continentur. ¶ Constat igitur esse compositum cubum nam quatuor eius laterales superficies sunt quadrate ex.33. pmi & ex.34. eiusdem diffinitione quadrati. De suprema autem superficie, manifestum est quoque ipsa est quadrata ex.10. immo.24. vndecimi & hac communi scia que equalibus sunt equalia: sibi quoque sunt equalia: & ex diffinitione quadrati. ¶ Si itaque huic cubo libeat corpus quatuor basium triangularium & equilateralum inscriberetur basi & in eius superficie suprema protrahatur due diametri quarum una continet duas extremitates infimas duorum cathetorum & alia continet supremas aliorum duorum quas animo intelliges. f.a.c. & h.f. ¶ Deinde a duobus punctis .h. & .f. terminatibus diametrum superficiem suppreme demitte ypothemisaliter binas & binas diametros que quatuor laterales superficies diuidant quas imaginaberis esse ab.b. quidem a.h. & h.c. At vero ab.f.f.a. & f.c. Has autem diametros in hac plana figura protrahere contempsimus ne multitudo linearum confunderet intellectum. ¶ Si igitur figuram hanc ut oportet actu vel animo compleueris videbis ex sex diagonalibus lineis sex superficies ipsius cubi diuidentibus pyramidem quatuor basium triangularium esse perfectam quam cubo pposito ex diffinitione constat esse inscriptam. Huius autem pyramidis bases equilateras esse constat eo quod ex quarta primi omnes iste sex diagonales sunt ad adinurcem equales.

Propositio .2.



Intra datum corpus habes quatuor bases triangulas atque equilateras corpus octo basium triangularium equalium laterum distinguere.

¶ Si intra pyramidem quatuor basium triangularium & equilateralum octo cedron libeat inscribere prius conuenit pyramidem ipsam fabricare que ratione certa hoc modo componitur. ¶ Statuatur secundum cuiuslibet lineae quantitatem trigonum equilateralis qui sit a.b.c. cui circumscribatur circulus supra centrum d. Et exeat d.e. perpendicularis ad superficiem ipsius trigoni ex.12. vndecimi que ponatur dupla esse in potentia ad semidiametrum circuli circumscribentis trigonum a.b.c. Et a puncto .c. cadant tres ypothemise super tria puncta a.b.c. ¶ Est itaque completa pyramis quatuor basium trilataram & equilateralum. Protrahantur enim d.a.d.b.d.c. Cum igitur anguli quos continet linea e.d. cum singulis lineis d.a.d.b.d.c. sint recti ex diffinitione perpendicularis ad superficiem. cumque quadratum lineae e.d. sit ex ypothesi duplum ad quadratum semidiametri circuli a.b.c. erit ex penultima primi quadratum vnium cuiusque trium ypothemisarum lineaz. e.a.e.b.e.c. triplum ad quadratum semidiametri circuli a.b.c. sed ex octaua tredecimi quadratum quoque cuiusque trium laterum trianguli a.b.c. triplum est ad quadratum semidiametri eiusdem circuli. Igitur omnia latera stantur pyramidis



sint adinuicem equalia. Quare ipsa est equilaterarum basium. ¶ Cum itaq; sibi octocedron includere voluerimus diuidemus vnum quodq; sex laterum eius in duo media & equalia & continuabimus medium punctum cuiusq; lateris cum medijs punctis cunctorum reliquorum laterum cum quibus ipsum continet & angulum superficialem. Verbi gratia diam latera basium in punctis. f. g. h. & ypothemisas cadentes ab. e. in punctis. k. l. m. & continuabo punctum. f. cum puncto. g. & cum. h. & cum. k. & cū. l. punctūq; m. cū eisdem. g. h. k. l. & g. cū. h. & cū. l. & k. cū eisdē. h. & l. Ecce itaq; perfectum est corpus octo basium triangularium his duodecim lineis media puncta laterum fabricate pyramidis iungentibus contentum. ¶ Has autem octo bases ex quarta primi quorietis oportet re petita equilateras esse manifestum est ipsum quoq; corpus statute pyramidi ex diffinitione inscriptum quemadmodum iussi eramus efficere.

Castigator.

a. ¶ Ad inueniendum lineam in potentia duplam alteri modū habuisti in vltima secundi quando didicisti cuiuslibet figure rectis lineis contente lam tetragonum inuenire. Ad hoc ergo faciendum sufficit formare triangulum orthogonium cuius duo latera rectum angulum continentia sint equalia illi linee cui in potentia queris aliam duplam & tūc tertium latus erit linea quesita hoc est diametrum quadrati illius. Et sic triplam in potentia & quadriplam &c. iungendo semper inuentas orthogonally formato trigono semper tertium latus erit linea quesita per penultimam primi.

Propositio .3.



Pira cubum assignatum figuram octo basium triangularium equalium laterum constituere cubo intendimus inscribere octocedron.

¶ Qualiter autem cubum componere oporteat in priā huius sufficienter dictum est. Igitur fabricato cubo pyramis quatuor basium triangularium & equalium laterum in eo ex prima huius designetur. Ac intra ipsam pyramidem expremissa octocedron distingatur. Quo facto simul etiam factum erit quod voluimus. ¶ Constat enim ex ratiocinatione prime latera cuncta ipsius inscripte pyramidis esse diagonos basium cubi. Et ex ratiocinatione premisse liquet cunctos angulos octocedri in hac pyramide distincti esse in lateribus ipsius pyramidis. Quare manifestum est omnia angularia puncta huius octocedri esse in basibus assignati cubi. Igitur ex diffinitione habemus propositum. ¶ Aliter idem centris cunctarum basium cubi quē admodum in nona quarti sic repertis a centro supreme superficiē eius ad centra quatuor lateraliū superficialium quatuor ypothemisas demitte. Et a centro infime & ad eandem lateraliū superficialium centra quatuor alias ypothemisas eleua. Centra quoq; quatuor lateraliū quatuor rectis lineis continua ita videlicet q; centra earum tantum que se invicem secant continuas. Verbi gratia. iungas centrum anterioris cū centro dextre & cū cetro sinistre cent; quoq; vltie iunges cū eisdem. hoc est cū cetro dextre & cū cetro sinistre. ¶ Habes itaq; corpus octo basium triangularium huius. n. lineis q; cetra superficie cubi complexū cōtinuant. ¶ Si igit has bases equilateras esse probare volueris ta centris basium cubi ad cuncta ipsius latera perpendicularares protrahē quas necessarium est omnia latera ipsius cubi per equalia diuidere ex secunda parte tertie remanens quod planum est si unicuiq; basium cubi circulum circumscriptis atq; ideo binas & binas super idem punctum in lateribus basium cubi constat concurrere easq; ex secunda parte. 3. tertii patet adinuicem esse equalēs & equidistantes lateribus cubi ex scda pte. 18. primi & singularet eāles dimidiolateris cubi. Igitur ex. 20. vnde cū manifestum est binas & binas earum super idem latus cubi in medio eius puncto concurrentes rectum angulum continere iteo q; omnes superficies cubi sunt quadrate. ¶ Quare igitur ille. p. 11.

nee centra superficierum cubi continuantes & anguli quos hee linee super media puncta laterum cubi concurrentes bine & bine continent sub-
stantur ipse erunt ex quarta primi vel etiam si maius ex penultima pri-
mi adiuuicem equales. Ergo est in proposito cubo designatum corpus
octo basium triangularium & equilateralum. quod oportebat facere sic.

Proposito .4.



Intra datum corpus octo basium triangularium atq; equilateralum cubum figurare.

Non dubites quin corpus octo basium triangularium atq; equilateralum certo dogmate fabricabis hoc modo. Qualibet recta linea super aliquod planum fixum orthogonally erecta eam per equalia diuide & a puncto eius medio duas lineas hincinde perpendicularares extrahe que componant lineam vnam. Eruntq; hee due linee seinuicem secantes videlicet prima que super positum planum est orthogonally erecta & alia que ipsam super eius medium punctum orthogonally secat in eadem superficie site per primam partem secunde vndecimi. ¶ Ad superficiem igitur in qua ipse site sunt super comunem punctum sectionis earum quemadmodum n. docet vndecimi perpendiculararem erige quam facias eandem superficiem in vtrāq; partem penetrare. Et pone cunctas sex portiones harum trium linearum a puncto in quo seinuicem secant equales. Sic enim quelibet quamlibet per equia & orthogonally diuidet. Ita q; cum sint tres queq; due earum salustre crucis venerandum signum ad angulos rectos continerunt a supremo igitur erecte linee super positum planum puncto quatuor ypothemisas ad extremitates duarum linearum ipsam secantium demitte. Deinde ab infimo eiusdem erecte puncto quatuor alias ypothemisas ad easdem duarum secantium linearum extremitates eleua. Postremo quoq; harum ypothemisarum extremitates quatuor rectis lineis quadratum continentibus continua. ¶ Erunt enim hee duodecim linee videlicet quatuor ypothemise a supremo puncto erecte perpendicularares reliques quatuor que postreme ab eius infimo puncto sursum eleuate & relique quatuor linee harum ypothemisarum extremitates continuantes ex penul. primi siue iunctionis puncto pluries repetita adiuuicem equales. Quare constat corpus ab eisdem terminatum octo basibus triangularibus equilateralibusq; contineri. ¶ Si igitur huic corpori cubum inscribere delectat centra octo triangulorum ipsum ambientium inuenire ex quinta quarti labora eaq; reperta. n. lineis rectis hac lege continua vt centrum cuiusq; horum triangulorum cum centro cuiusq; triū ad ipsius latera terminatorum per rectam lineam copuletur. Non est autem huius rei idoneum figuram in plano depingere. ideoq; restat vt quod dicuntur mente concipias ipsumq; si placet actu & opere cōpleas videbis enim. n. lineas horum triangulorum centra posita lege continuantes cubum continere quem restat vt equilateralis rectangularisq; superficiebus demonstras eē conclusum. Non enim erit cubus nisi omnes eius superficies sint quadratę. Ducito ergo a quolibet angulo trigonorum superficierum octocedri perpendiculararem ad latus illi angulo oppositum. ¶ Has autem perpendicularares ex. n. 14. libri constat esse adiuuicem equales & diuidere latera quibus perpendiculariter insistant per equalia. Ideoq; binas & binas super idem punctum lateris cui superstant cōuenire easdēq; constat ex his que in. 17. quantidecimi demonstrata sunt transire per centra triangulorum. Ideoq; per extremitates laterum inclusi corporis transire ac earum portiones que intra centra trigonorum & latera ipso; que interceptantur ex his etiam que in eadem demonstrata sunt constat esse equales. Angulos quoq; ab his perpendicularibus binis & binis coeuntibus contentos ex. 8. primi patet esse equales. ¶ Et quia hee perpendicularares suęq; portiones inter centra & latera intercepte eisdem angulos ambiunt erunt quoq;

anguli quos linee a centris trigonorum ad latera perpendiculariter cadēter bine & bine continent ad inuicem equales. Cumq; latera illius corporis de quo disputamus hos angulos subtendant sequitur ex quarta primi frequenter sumpta corpus inclusum esse equilaterum at quoq; rectangulum. Protrahantur enim diagoni in singulis superficiebus. ¶ Hos diagonos ex quarta primi omnes ad inuicem equales esse conuincet mediantibus angulis a duabus perpendicularibus per ipsarum diagonorum extremitates transeuntibus contentis si prius hos angulos ex.8. primi equales sibi inuicem esse probauerit. Cum igitur diametri tetragonarum basium corporis huius sint ad inuicem equales: latera quoq; earundem basium equalia esse necesse est ex.8. primi multotiens repetita ipsas tetragonas bases esse equiangulas. Atq; ex.32. primi omnes anguli cuiusq; earum sunt equales quatuor rectis. Sequitur eas esse rectangulas. Itaq; ex diffinitione quadrati ipse sunt quadrate. Igitur inscriptum corpus manifestum esse esse cubum sicut intendimus.

Castigator.

¶ Nota de cubo tacitam descriptionem videlicet q; est corpus habens 6. superficies quadratas. 12. latera equalia octoq; angulos solidos. 24. angulis superficialibus contentos &c.

Propositio .5.



Piramidem quatuor basium triangularium atq; equilateralum assignato corpori octo basium triangularium quoq; atq; equilateralium inscribere.

¶ Assignato corpori octo basium inscribe secundum precepta premisse cubum cuboq; inscripto inscribe. ut docet prima huius pyramidem qualis proponitur cum igitur huius pyramidis anguli sint etiam anguli cubi quemadmodum ex demonstratione prime manifestum est. cuncti autem anguli cubi sunt ex premissa in superficiebus assignati octocedri: erunt quoq; cuncti anguli pyramidis huius in superficiebus corporis: octo basium cui eam iubemur inscribere: quare ex diffinitione manifestum est nos fecisse quod queritur.

Propositio .6.



Altra datum corpus viginti basium 2 equalium laterum corpus duodecim basium pentagonalium 3 equalium laterum atq; equalium angulorum figuratim componere.

¶ Corpus. 20. basium non docemus hic fabricare quonia ex. 16. tredecimi qua conueniunt arte hoc fieri satis euidentis est. Eo igitur ut ibi docetur composito. si sibi corpus. 12. basium pentagonalium atq; equilateralium includere delectat hac via procedendum est. ¶ Manifestum enim est. 20. triangulos. 60. superficiales angulos habere. ¶ quia ad constitutionem vniuscuiusq; solidi anguli corporis yocedri. quinq; superficiales conueniunt sicut ex demonstratione. 16. tredecimi colligitur. constat illud corpus duodecim solidis angulis compleri. Inuentis igitur ut in ante premissa centris cunctorum triangulorum totum yocedron terminantium ea. 30. rectis lineis continua ita q; cuiusq; centrum centris omnium circūiacentium cum quibus communicat in latere per rectas lineas iungas. Cum ergo hoc feceris videbis ex illi. 30. lineis duodecim pentagonos constitui. 12. angulis solidis dati yocedri oppositos. ¶ Hos itaq; pentagonos quemadmodum in ante premissa fecisti de basibus cubi equilateros esse probabis. ¶ Necesse est enim ut quorūlibet triangulorum duorum idem latus habentium centra eodem spatio distent. Restat ergo ut eos etiam equiangulos esse silogizes. ¶ Manifestum est autem ex ratiocinatione. 16. tredecimi datum corpus viginti basium ab eadem sphaera cuius diameter est tanq; diameter huius corporis videlicet lineam que duos eius angulos oppositos continuat esse circūscriptibile.

¶ Si igitur hec diameter per medium secetur punctus sectionis erit centz sphaere ipsum circumscribentis. Ab eo, itaq, ad superficies cunctorum pentagonorum perpendiculares ex. n. vndecimi ducito. Et a puncto in quo singulis pentagonis obuiauerint ad singulos eorum angulos rectas lineas dirigit. Deinde cētrum sphaere cum singulis angulis ipsorum pentagonorum continuator. Age ergo eos proba esse equiangulos hoc modo. ¶ Cum enim omnes circuli circumscribentes trigonos ycocedri sint equales erunt omnes perpendiculares a centro sphaere ad ipsos venientes & in eorum centra cadentes equales. Omnes ergo linee a cētro sphaere ad angulos cuiuslibet pentagoni venientes sunt equales. Nam anguli pentagonorum sunt centra circulorum trigonos ipsos ycocedri circumscribentium ex ypothēsi. Igitur ex penultima primi eodem argumentationis genere quo superius in. 14. silogizauimus sectorem prouenientem in superficie sphaere cum aliqua plana superficies sphaeram secat nō super centrum eius esse circumferentiam continentem circulum. ¶ Necesse est quinq, lineas venientes a concursu perpendiculariter ducte a centro sphaere ad superficies omnium pentagonorum ad quinq, angulos cuiusq, pentagoni esse adinuicem equales. Itaq, omnibus his duodecim pentagonis est circulus circumscribitilis cum igitur ipsi sint equilateri conuincitur eos esse etiā equiangulos quod oportebat ostendere.

Propositio. 7.



Itra datum corpus duodecim basium pentagonarum equilaterarum atq, equiangularum corpus viginti basium triangularium atq, equilaterarum fabricare.

¶ Qualiter corpus duodecim basium pentagonarum equilaterarum atq, equiangularum componere oporteat ex. 17. tredecimi require. Sed qualiter corpus viginti basium triangularium & equilaterarum sibi conueniat inscribi hic addisce. Suorum pentagonorum centris vt in. 14. quarti sit repertis ea adinuicem. 30. lineis hac lege continua vt vnus cuiusq, pentagoni centrum centro cuiusq, pentagoni secum in latere communicantis iungatur. Ita videlicet q, vnus cuiusq, pentagoni centrum centris quinq, pentagonorum terminantium vel circumiacentium continuetur. Cum igitur hoc feceris obulent tibi viginti trianguli ab his. 30. lineis centra pentagonorum continuantibus contenti. Enantq, hi viginti trianguli viginti solidis angulis ipsius duodecetri oppositi amplectentes corpus viginti basium triangularium quas equilateras esse demonstrabimus & erunt. 20. solidi anguli huius corporis. 20. basium in cētris. 12. pentagonorum corpus dati duodecetri terminantium. ¶ Hos itaq, 20. triangulos equilateros ee sic pba. A cētris pentagonoz, ducito perpendiculares ad latera eruntq, omnes perpendiculares equales binas ergo & binas probabis ex octaua primi equos angulos continere. Et q, linee continuantes centra pentagonorum his angulis a binis & binis per perpendicularibus contentis subtenduntur cum omnes perpendiculares sint equales erunt ex quarta primi omnes linee cōtinuantes centra pentagonorum equales quod est propositum. ¶ Perpendiculares autem binas & binas equales angulos continere & omnes eas adinuicem esse equales sic collige. ¶ Ex quinta primi & 26. eiusdem constat singulas earum diuidere latera pentagonorum super que cadunt per equalitateq, esse adinuicem equales ductis lineis a centris pentagonorum ad singulos angulos eorum quare bine & bine super idem latus cadentes in eodem ipsius lateris puncto coibunt eo q, vtraq, diuidit illud latus duobus pentagonis a quorum centris veniunt commune per equalia. ¶ Has igitur perpendiculares binas & binas vsq, ad angulos qbus cōmune latus in quo coeunt

oppositum per centra pentagonorum productio & eisdem angulis duas lineas subtendito quas ex demonstratione .17. tredecimi manifestum est esse tanq̃ latus cubi ab eadem sphaera cum proposito duodecedro circumscriptibili .ideoq; patet eas esse equales eo q̃ omnia latera cubi sunt equalia .easdeq; liquet ex nona vndecimi esse equidistantes propter hoc q̃ ambe equidistant communi lateri in quo bine & bine perpendiculares conueniunt. ¶ At vero ipsas easdem constat ex his perpendiculis per equalia diuidi .itaq; per .33. primi cuncte lineae cōtinuantes puncta in quibus bine & bine perpendiculares super has lineas quas tanq̃ cubi latera fore diximus concurrunt sunt adinuicem equales. ¶ Nam omnes sunt tanq̃ latus cubi. Igitur ex octaua primi anguli contenti a binis & binis perpendiculis sunt equales quare per quartam eiusdem lineae quoq; continuantes centra pentagonorum sunt sibi inuicem equales inscriptū ergo est proposito duodecedro corpus viginti basium triangularium & equalium laterum sicut iussi eramus.

Propositio .8.



Solido duodecim basium pentagonarum atq; equilaterarum proposito intra ipsum cubum distinguere.

¶ Cum duodecedron super cubi latera fabricetur vt constat ex .17. tredecimi minimum eo fabricato sibi conuenit cubum inscribi. ¶ Nam cum duodecim sint pentagoni s; vnus cuiusq; eorum vni angulo put cubi figuram videbis exigere chordam vnā subtenderis ex eis duodecim chordis sex equilateras rectangulasq; superficies cubi & corpus amplectentes perficies. ¶ Equilateras quidem eas eē cōstat ex quarta a primi. Rectangulas autem eodem argumentationis genere quo ad sexta huius bases duodecedri dato ycocedro inscripti demonstrauimus esse equiangulas. Constat quidem ex decima septima tredecimi propositum duodecedron sphaere esse inscripibile. Ergo a centro illius sphaere ad omnes has quadrilateras superficies perpendiculares vt docet vndecima vndecimi protrahere. Et a puncto concursus ad singulos angulos illarum quadrilaterarum superficierum rectas lineas dirige. ¶ A eisdem angulis quadrilaterarum superficierum cum centro sphaere iunge. Et unq; hee lineae centrum sphaere cum angulis quadrilaterarum superficierum continuantes semidiametri sphaere de quarū quadratis quia dempto quadrato perpendicularis remanent ex penultima primi quadrata linearum continuantium punctum concursus perpendicularium cum angulis quadrilaterarum superficierum. ¶ Necessē est omnibus his quadrilateri superficiebus circulos esse circumscriptibiles ideoq; necesse est eas esse equiangulas cum sint equilaterae. ¶ Et quia ex 33. primi anguli cuiusq; earum pariter accepti sunt equales quatuor rectis angulis sequitur eas esse rectangulas. Nihil ergo deest inscripto corpori de ratione cubi.

Castigator.

a ¶ Quoniam ex vnaqua; corda & duobus lateribus pentagoni constituitur triangulus duum equalium laterum habens vnum angulum pentagoni. Et ideo bini & bini accepti per .4. primi arguuntur corde ille equales vndiq; & cum eodem sint latera cubi tali duodecedro inscripti ex .17. 13. sequitur sex superficies cubum complectentes esse quadratas atq; equilateras prout cubus exigit quemadmodum dictum est supra in .11. huius & cetera.

Propositio .9.

Propositio .9.



Is to duodecedro sibi demū octocedron icindere.
Composito duodecedro vt in .17. tertii decimi sex la-
 tera suaz superficie; ea videlicet que cathetos sup sex li-
 near opposita latera superficie; cubi per equalia secantes.
 erectis tanq̃ eoꝝ corauffi iungunt p equalia diuide i eaq;
 bina & bina adinuicem cōposita cōtinua p tres lineas q;
 seuuicem super mediam punctū diametri cubi ex .40. vndecimi p equa-
 lia secabunt. Erantq; vt quoq; due earum trium seuuicem quoq; ad angu-
 los rectos diuidāt. ¶ Si igitur hāz trium lineaz extremitates p .12. lineas
 rectas cōtinuaueris pueniet tibi corpus octo basiū triangulariū & eq̃late-
 raz ex quarta pmi. vel si mauis ex penultima pmi: qđ oportebat oñdere.

Propositio .10.



Atta assignatum duodecedron piramidem qua-
 tuor basium triangularium atq; equilaterarum
 adhuc restat distinguere.

Assignato duodecedro inscribe cubum ex octaua
 huius cuboq; piramidē ex prima. Cum igitur anguli pi-
 ramidis sint in angulis cubi vt patet ex rōcinatione pme.
 Et anguli cubi i angulis duodecedri ex ratiocinatione octauae erūt quoq;
 anguli piramidis in angulis duodecedri. I taq; constat quod volumus.

Propositio .11.



Proposito ycocedro in eo cubum figurare.

Ycocedro inscribi duodecedron ex sexta. Ac duode-
 cedro cubum ex octaua. Constat aut ex demonstratione
 sexte q̃ omnes anguli duodecedri cadunt super centrum
 basium ycocedri. Et anguli cubi sunt in angulis duodece-
 dri. ¶ Itaq; anguli cubi sunt in centris basium ycocedri.
 habemus ergo propositum.

Propositio .12.



Cocedron datum piramidem quatuor basium tri-
 angularium atq; equilateraz sibi postulat inscribi.

Si in dato ycocedro ex premissa cubum inscripseris cu-
 boq; ex prima piramidē induferis quin postulationi yco-
 cedri satisfeceris hesitandum non erit. ¶ Scire autem opor-
 tet quod cum sint quinq; regularia corpora de quoz mu-
 tua ab inuicem inscriptione in hoc .15. libro determinatur si vnūquodq;
 eoꝝ cuilibet ceteroz esset inscriptibile. 10. eorū dē i scriptiones acciderēt.
 ¶ Quippe cuilibet eoꝝ quinq; cēt cetera quatuor inscriptibilia. Ideoq;
 quater quinq; inscriptiones quod est .10. necessario puenirent. At vero
 piramidi solum octocedron conueniens est inscribi. ¶ Non .n. sunt in
 piramide bases aut anguli aut latera in qbus anguli cubi aut ycocedri aut
 etiam duodecedri possint extrema ipsius piramidis contingere. ¶ Cubū
 quoq; solius piramidis & octocedri vt octocedron solius piramidis & cu-
 bi receptiōi sunt apta. Qualiter .n. in eoꝝ alterutro .2. angulos ycocedri.
 ¶ Aut .10. angulos duodecedri. ita vt singuli in eorum singulis cadant
 collocabis. Ycocedron aut cum cetera conuenienti ambitione possit cō-
 plecti solius octocedri nequit esse receptaculum. Nam octocedri sex an-
 guli semidiametrali seuuicem bini & bini opositione respiciunt lineaz
 eos continuantes sese per equalia orthogonaliter diuidunt. ¶ Itaq; illud
 gloriosum signum ad cuius intuitū cōsternantur demones sub rectis an-
 gulis triplicatum reddant. ¶ Hos itaq; triangulos neq; bases neq; anguli
 neq; latera ycocedri possunt sub suo situ recipere. Neq; .n. in eo repies sex
 bases aut sex angulos aut sex latera hac diametrali orthogonalitq; opposi-
 tione se continuantes. Duodecedron autem nulli ceteroz sue ambitionis
 denegauit hospiciū immo cūctorū receptator existit. Vnde non in
 cōuenienter duodecedri figurā antiqui Platonis discipuli vel ascripsere

celo quemadmodum pyramidis formam igni eo quod sursum sub pyramidalis figura euolet. ac octocedri aeri. ¶ Quippe sicut aer ignem motus paruitate sequitur sic octocedri forma pyramidis formam ad motum habilitate conmittat. ¶ Viginti vero basium figuram aque distauerunt. nam cum ipsa basium pluralitate plus ceteris circuletur in speram fluentis rei motui magis quam scandentis conuenire visa est. ¶ Cubon vere figuram quidam dedere terre. Quid. n. in figuris maiori ad motum violentia indiget quam thessera. ¶ At in elementis quid fixius constantiusque reperitur terra. Si igitur ex 20. inscriptionibus. 3. quas pyramis non substat binasque a quibus naturam cubi et octocedri aliena est. ¶ Rursusque unam cui repugnat yocedri figura reieceris erunt relique tantum. n. inscriptiones. Pyramidis quidem sola. Cubi vero octocedriaque bene. Yocedri autem tres. Duodecedri autem quatuor. De quibus omnibus ut arbitror sufficienter alias disputatum est.

Propositio 13.



Pabricato quoniam quinq; regularium corporum si bi spheram inscribere.

¶ Ex tertio decimo libro itaque manifestum est unumquodque quinq; horum corporum esse spheram inscriptibile. Nunc itaque constabit viceversa spheram unicuique ipsorum esse inscriptibilem. A circumscribentis enim sphere centro ad bases uniuersas cuiuslibet eorum perpendiculares exeant quas intra centra circulorum bases ipsas circumscribentium cadere necesse est. cumque omnes circulo eas circumscribentes sint equales eruntque hee perpendiculares equales. Itaque si secundum quantitatem unius earum circulum super centrum circumscribentis sphere descriperis eiusque semicirculum quousque ad locum unde moueri ceperit redeat circumduxeris. Quia ipsum per extremitates cunctarum perpendicularem necesse est transire conuincet ex correlario. 15. tertii speram ipsius semicirculi motu descriptam uniuersas bases assignati corporis in concursibus perpendicularem contingere. Non enim plus potest sphaera de basibus corporis contingere quam circumductus semicirculus dum mouebatur contingit. Quare assignato corpori constet nos spheram quemadmodum propositum erat inscripsisse.

LAVS DEO. FINIS.

¶ Euclidis megarensis philosophi perspicacissimi elementorum opus de duabus quantitibus discreta scilicet et continua. ac earundem proportionibus et proportionalitatibus ex optima Campani interpretatione Magistro Luca Paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minorum sacre theologie professore. Mathematicaeque discipline cultore feruentissimo die noctuque chalcographis assistente possillis suis oportunis plerisque in locis additis manu propria accuratissime castigatum finit.

¶ Venetiis impressum per probum Virum Paganinum de Paganinis de Brixia deceto tamen publico ut nullus ibidem totius dominio anno .xv. curriculo imprimat aut imprimere faciat. Et alibi impressum sub quouis colore in publicum ducat sub penis in dicto privilegio contentis Anno redemptionis nostrae. M.D.VIIII. Klen. xi. Iunii. Leonardo Lauretano Vc. Re. Pu. Gubernante. Pontificatus Iulii. II. Anno. VI.