# Notes du mont Royal

www.notesdumontroyal.com

Cette œuvre est hébergée sur « *Notes du mont Royal* » dans le cadre d'un exposé gratuit sur la littérature.

SOURCE DES IMAGES

Bibliothèque électronique suisse

E

Euclides Stag 3. nº 12.

# Euclidis megarensis philosophi acutissimi mathematicorumq; omnium sine controuersia principis opa a Gam pano interpretefidissimo tralata Que cum antea librariorum detestanda culpa mēdis fediss imis adeo deformia eēnt: vt vix Euclidem ipsum agnosceremus. Lucas pacius theologus insignis: altissima Mathematicaz disciplinarum scientia rarissimus iudicio castigatissimo detersit: emendauit. Figuras cētum t vndetriginta que in alijs codicibus inuerse t deformāte erant: adreliam symmetriam concinauit: t multas necessarias addidit. Vndē quoq; plurimis locis intellectu difficilem cōmentariolis tame lucuentis t eruditis. aperuit: enarrauit: illustrauit. Adhec vt elimatioz eriret Scipio vergius mediol. vir vtraq; ligua: arte medica: sublimioribusq; studijs clarissimus diligētiam: t censurā suā prestitit.

Euenus Paniza Mania de Cimellis Nicia

Mag 2

N 2

A. Paganius Paganinus Characteribus elegantissimis accuratissime imprimebat.

Mors oia aequat

¶ Reuerendissimo Domino suo in omnibus precipuo. D. Francisco de soderinis. Tituli sanctæ susanne presbitero Cardinali Volaterrano. Frater Lucas paciolus de burgo Sancti Sepulchri ex minoritana familia perpetuam. S. D.

CVm mecū ipse patris, tui viri clarissimi: cum fratris florentini populi principis Illustrissimi Petri Soderini: cum tuorum omnium quibus ipse debere plurimum velim. Cum tua deniq; beneficia mecum repeto: repeto aūt frequentissime: vel quod huiusmodi p se recordatio viro probo iucundissima esse solet: vel quod intenui fortuna nihil est reliquum aliud: Tantum metuis: Tantum fratri clarissimo principi: Tantum tibi debere sentio: vt oratione consequi non possim: ajo vix capiā. Neq; n. solum vestræ erga me familiæ beneficia hmōi sunt quæ vno loco vel tpe consentiā: sed ea quæ cum per seoīum maxima sint: Cuncta fere testet Italia: vt quocunq; me recipiam: vestigia nō leuiter impressa videam vestro; erga nos merito; Siue. n. Romæ: Siue Mediolāi: Siue florentiæ in qua ciuitate cū vestra semp honestissima familia floruerit. Nūc tandem frater oī laude maior primus nra tempestate ppetuus princeps ē dictus: tot & tanta occurrēs vobis quæ superiorum meritorum multitudo: quā tñ cōtra magnitudo beneficio; labētem reuocet. Quo pacto n. (vt omitā ingentia alia) vestri possum obliuiscī q effecistis restituta ab inferis vita: studio: cura: ope deniq; vestra quos aduersa valitudine pene adierāt vt cōiuncta sit rō vitæ nostræ & vestræ bñficētiæ: sed & fratrum meo; dum: Iuniperi. S. & Ambrosii: sacræ theologiæ pfesso; recordatio: quos ob excellentem eo; virtutem & libentissime repeto: & ob religionis coniunctionē ardentissime diligo: tangq cōsectaneos in minoritana familia nāt: magnos stimulos affert: ad gratum erga vos oium exhibendū: quos ita semper fouisti: vt dubitare possim plus ne ipse amare viderer affectus an vos maximis in illos meritis colere. Quæ oia facile ame impetrarūt: vt q̄ & profortuna mea parpari rependere non possum: & tu nihil aliud pro amplitudine tua requiris q̄ amari. Partum tibi meum recentē ex mathematicis disciplinis paratum tradere voluerim. Eūq; ita. Reuerendissimæ. D. Tuæ nūcuparet dicaret: tāquam benefactori meo precipuo: & viventi in terris augustissimo numini. Nam si diuos. Ideo colimus: quod saluti nrām laborantes ab his exposcimus. Impetremusq; nō video quo pacto se numinis cuiusdam loco habeamus q vitam ab re vno post immortalem deum acceperim. Quod tn studio & si semper atteneris ita assuetus fuerim: vt nihil aliud egerim ab incunabulis: vel natura optima magistra: vel assiduo vsu: nescio tñ quo pacto elaboratum hoc tempore tantum a nobis est: quantum & maturior ætas maioris afferre iudicii potuit ad iudicandum & industria ad expoliendum opus & ingenium ad inueniēdam rem afferre potuit. Euclidē igitur ex megaricis philosophis facile principem post multa in studiis mathematicis nro marte annos ab hinc non paucos edita formis æneis subiecit: qui multum sane ab aliis distabit: & quod charaterum elegantiorum formam delegit: & quod accuratius oīa digessit: & multa quoq; mea addidit: quæ vel Euclidis: vel Cāpani loca quæda obscuriora illustrēt. Qualis ātsit studio; hmōi fructus: quæ ve eo; excellētia: & q̄ta hac tēpestate raritas: ipse q lōge excellis in his facile cognoscet. Atq; vtinā & alii cognoscere vellēt nō oblectare aut ea q̄ nescīūt veluti fumū vēditare nō conarent. Quitāto grauius peccāt q̄to hæc cū certiora sint: & sibi plane cōiunctissima: nō possumus sic offendere in vna alteraue re: q oīs plane totius mathematicæ disciplinæ rō non concidat & ruat. Tu vero & hæc leges: & corriges: cum his q̄ rationem oēm huiusmodi facultatis complectunt. Quo; ptem vrbinati Duci vltimo: ptem Ludouico Sforciæ clarissimo quondam Mediolanensi pncipi dicata sint ame. Et qñ maximis a micorum pcibus ipulsus: & tuorum precipue familiarium quorum mihi carissimus Leonardus vincius accessit

vt ederem. Leges quas soles frontis serenitate vernacula liingua perme donatum Euclidem: vt quod opus ad vtilitatem nostrum omnium conscriptum est maximaq; humano generi vtilitates parit: Ita omnibus obuium sit: vt cum lingua patria nostra & in his disciplinis locupletetur. Habeant & aliteris alieni: quam vel linguam admirentur: vel auctorem sequantur: quo nullus vnquam prestantior: vel Platonis summi phyloso phi testimonio vixit valeat ad vota. Reuerendissima. D. Tua fidelis seruii sui non Immemor. Venetiis. V. Idus Iunii. M.D.VIIII.

Danielis Caietani Cremonensis Epigrāma.

Redditus infernis Euclides mœstus ab vmbris.
Pallidus: Informis: conditus ora situ.
Hospicium a multis miseranda Voce popos̄cit.
Per fora per regum limina perq; scholas.
Accipitur nulli nisi qui se nosse putabant.
Sed male quod fuerat cognitus: Emicuit.
Extremaq; diu mundi spaciatus ad oras
Si qua sibi misero dextera ferret opem.
Inuenit tandem qualem felicia dudum.
Patronum Votis fata tulere suis.
Frater Is est a quo nitidas formosus & ille.
Redditur antiquo tempore qualis erat.

Magnifico & clarissimo danieli Rainerio patricio Veneto Auocatori maturri mo & liberatissimo Danielis Caietani Cremonensis Epistola.

XIstimaui me Daniel Clarissime nefas cõmittere si fidelissimã Euclidis castigatõem p eminẽtissimũ sacræ theologiæ ac phiædoctorẽ atq; in arithmeticis penetralibus pitissimum viz. Magistr. Lucapaciolũ seraphicæ ac minoritanæ familiæ ornamentum singulare nuper euigilatã laudibus psequi distulissem. Tu qa sanæ doctrinæ fautor assertor cõcelebraris indefessus has meas laudes tui maturrimi iudicii solito libramẽto ppẽdẽs facile cognoueris non ab assentatiõe aliq̃ sed mero ꝛitatis fonte effluxisse q & hoiem intus nosti & scripta illius medulitus inspexisti q̃tumq; ẽt ille ingenio valeat atq; doctrina. Te ꝛo nullo mõ decipi posse q̃ semp tui similimus es cõsentit examinatũ tuũ iudiciũ quod oĩbus in rebus excutiẽdis circũcisum rotõdũ pfectum semp inuentum ẽ ob id te vel æquæuiv el posse tri nñi feruẽtibus votis nũc alterꝛ vt Catonẽ alterꝛ vt hortẽsium nũc statua si liceat cõsecrẽt nũc imagie qd̃ te vel cẽsente vel dicẽte informant ĩstituntq; ætatis nr̃æ viri doctissimi ĩ medio ætatis sinu. Nõ temere Magr̃ Lucas te Elegit cui suas in Euclidẽ lucubratiões dedicaret q cũ studiis maximis polleas ea & ĩ aliis ẽt nũina cõplecteris sed ex hoc ipso cõsumatissima tibi gloria reponderaf. Nã satis eminet ingenii ppri ~~meritis q fecit fautor alieni. vꝛo impñit remotis~~ gradibus dignitatũ p q̃s merito virtutũ tuaꝛ ab aliis discerni soles nobilitatis tuæ posthac solũ erit iudiciũ scripta eruditorũ te cognitorẽ habuisse vel potius numẽ æternũ. Sed q̃ti cõueniẽs est obsecro te dedicatiõem hãc vel nũcupationẽ æstimari. Cui ñ minus gloriæ apud posteros attribuatur auctoris sui lima q̃ tui nõis auspicatu. Est ãt Lu. paciolus. Careat assentiõe ꝛbũ meũ. vir sanæ raræ exq̃sitæq; doctrinæ Sepõe pauxillulum sacræ theologiæ assiduã lectiõem. Cõtinuas cõtiões seu mauis omilias q̃s in celeberrimis Italiæ & extra Italiã Ciuitatibus frequẽtissimo theatro habuit in q̃bus inclytus omilista mõ corda terrificat mõ pmulcet & quoquo vult ducit. Lege viz. fidei catholicæ amplificatorẽ: viz. in phya in theologia in matheſi incõparabilem: quẽ vt laudare nõ studeo ita ipse laudari plurimũ vetat cõtentus se ipse: id quod est veri phy pprium ornamẽtum. Nãq; moris ẽ sapiẽtibus mũdanæ laudis crusmata subsanare & de seipsis sumpta ab aliis præconia deridere qñ iuxta illud Symmachianũ vt ꝛa laus ornat ita falsa castigat. Sic & ipse facit q̃ dũ vult suã sciẽtiam exercere nõ vereꝰ illis esse impedimẽto q illius amplitudinẽ suis dictis cõmendare præsumũt: Cæterꝛ ego quãuis loqui phibeor tacere tñ nõ possum hoc quod mensura & numerus Euclidis siue preſſoꝛ in curia siue tralatoꝛ p ~~tmsfi ita cõfuse ita lacere ita præposterе legebat. vt q aliẽ ipsam~~ callerent aut nõ intelligerẽt aut alienæ culpæ fugillatiõem in ipm Euclidẽ impudẽter retorquerẽt. Nũc ꝛo vbi lyncea Lucæ pacioli acies in has symplegadas ac reciprocas tot erꝛoꝛ charybdes seſe pẽetrauit tiã facta ẽ plana via securus trãsitus liber dijcursus per obscuras añ cõualles & redditus ẽ Euclides ꝛus obuius oĩbus plãus atq; expositus solertissimo ingenio castigatissima emẽdatiõe cõstantissimo iudicio Magistrẽ Lucæ nr̃i quẽ vt poetã dicẽdo intelligimus κατεξοχὴν homeꝛ vt oratorẽ demosthenẽ vt pbum Aristotelẽ intelligimus. pi mõ arithmeticũ efferẽdo fratrẽ intelligere totus orbis italus fas hẽti de quo illud asiũ ĩ ꝛa atq; absolutissima artis arithmeticæ cognitiõe quod aiunt de Ciceroẽ q in actiõibus cæteris cæteros in aulo cluẽtio ipse se supauit & de. M. frontõe qui cũ extra reliquos excelleret oratores ĩ pelopem se sibi prætulit hoc docet ars ipsa quã in speculatu atq; cõiectu recõditã hic lucas solus e multis nõ pratica fecit tot corporibus ĩ varias atq; multiplices figuras deductis sed impitissimo cuiq; exponẽdo facilimã q̃si sub ipsis oculis ꝓposuit. Ec quis hoc ausus vnq̃ ãnis supioribus nobilissimũ ĩceptũ aggredi? certe nemo ne sciẽtissimus quidẽ mathematicus præterq̃ Lucas paciolus vir in arithmetica arte rarissimi exẽpli ac ꝓpe nullius. Sed qa tãti viri laudũ maria mihi trãsmittere difficillimũ ẽ Daniel Generosissime hoc q̃si stagnũ pnauigemus: nõ posse tot narrari laudẽ sciæ hoĩs qn illud africanũ adagium semp vberius relinq̃tur. At caueant Moneo a ꝓpalato volumine vituperones & ꝓcant quæso in pœnitẽda maledicta suas linguas acuminaret Repetãtq; obsecro & nomen dedicãtis & excellentiam illius cui dedicetur. Vale ex patauio Idibus Maius. M. D. VIIII.

Franciscus Massarius Venetus Iacobo Cocco. P. V. suo salutem.

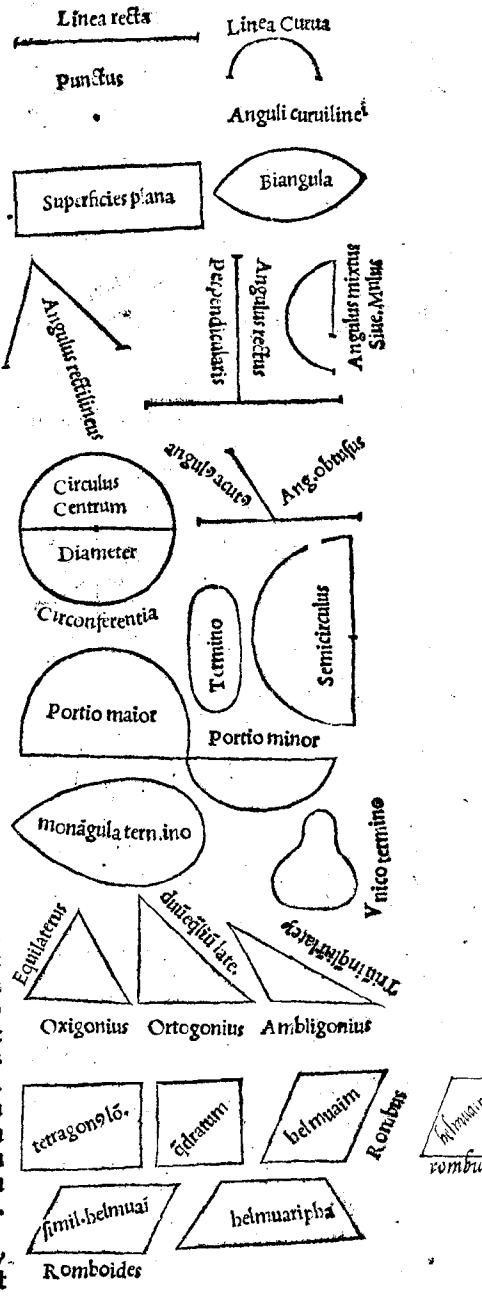
ANto sum studio semp complexus (vti ipse scis) mathematicas disciplinas mi Iacobe Cocce amicorum amicissime: vt admodum trahar cogarq; ad illos amādos: qui in huiusce modi studiis versantur ac profitentur: quādo quidem illas ad philosophiæ necessitatem accedere non ignoro: Nec te fugit in pluribus Platonem Aristotelem huiusmodi exempla proponere & fere semper mathematice demonstrare: quom eo tempore essent in luce enimuero referunt Athenis in Accademia Platonis inscriptum esse neminem intro se reciperet: qui prius non mathematicas obcalluerit scientias. Quin etiam illas verissimas esse facile cognosco ob id Auerroys in primo certitudinis gradu collocauit. Verum illæ ipsæ disciplinæ iam plures annos sub tenebris iacuerunt: aut perq; paucis fuerunt perceptæ: præsertim liber Elementorum Euclidis: qui nec integer nec ab omni labe alienus iamdiu latitauit: adeo vene ipse Euclides agnosceretur. Sed tamē hac nostra ætate multo labore industria ac diligentia Magister Lucas Paciolus Sacræ Theologiæ professor non solum castigauit verum etiam multa ad expositionem adiunxit egregie quidem inuenta. hoc enim modo eum redegit ad verum sensum idq; proculdubio putandum est. Nam hoc tempore ipse Magister præcæteris pollet: & (vt verius dicam) sola Phœnix. Nolo modo quot insunt homini virtutes: qtum ingenium: qtaue memoria: & rerum exuberātia: & doctrinarum altissima cognitio ex amussim cōmemorare: propterea q; satis insignem reddunt sua volumina: testanturq; etiam lectiones: quibus ambo interfuimus. ob id itaq; non immerito ab omnibus Pontificibus: ab omnibus supremi ordinis Antistitibus: summisq; Principibus totius Italiæ summo amore & charitate fuit semper complexatus. Quamobrem te etiam summopere precor: vt huiuscemodi disciplias precipue Euclidem velis omni studio amplecti. Nam hæc quo ad studia philosophiæ tibi profutura sunt: eo magis quia ipse Euclides a predicto Magistro Luca fidissimo interprete fuit emunctus ac emendatus: qui vir cumulate laudādus de bōisq; disciplinis benemeritus haud quempiam omisit locum: quem in omni studio cura ac diligentia ad cōmunem vsum non optime exposuerit sci: ego q; cōmunis Præceptoris sis studiosus immo potius suæ multiplicis scientiæ contēplator: quom moris sit tui omnes litterarum professores amore prosequi: hunc præteris aliis tanq; peritissimum ac ante alios sapientissimum amare obseruare & venerari videris haud equidem sum dubius: quem si sequaris in coeptum sis insummum virum enasurus tuamq; domum illustraturus. Ad hanc spem me erigit tuum perspicax ingenium: & pene diuinum: tua etiam eruditio tanta in ista adulescentia qta vix in vllo senet ac p hoc merito te quadam admiratione intuemur. Me quoq; excitant suauitas: modestia: grauitas: & tui optimi mores: cuius nulla in toto corpore menda sedet. Quæ omnia ipsa ætas auget. Non enim tuus animus nisi in litterarum studiis: in liberalibus artibus: in ipsa denique vera sapientia versatur: ad quæ omnia te pronum ac propensum video: quid tu aliud tuæ Reipub. polliceris: nisi vt te optimo senatore administrante foelix Respub. fœlicior indies: vndiq; fulgeat: tuq; rectissime magistratibus defunctus posteritati nomen consecres. Sed quæ de te sunt plura dicenda in aliud reiiciam tempus. Verum modo ad Euclidem animum intendet & vt ameris ama Vale.

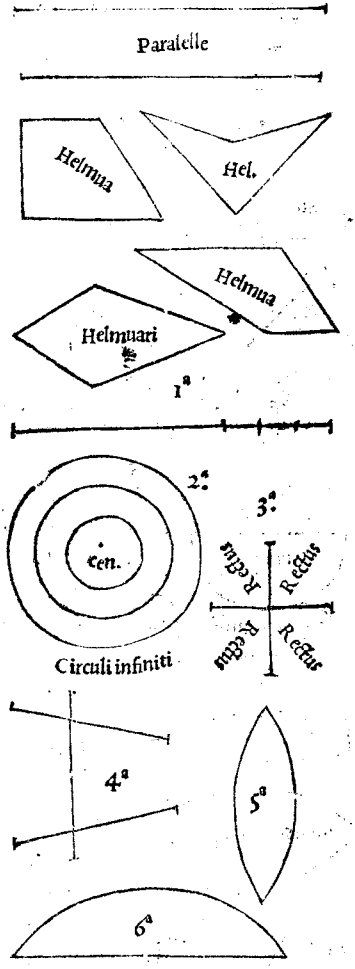
PLATO
Nulla dies sit sine linea.

¶ Acutissimi phylosophi ac perspicacissimi Mathematici. Euclidis megarensis primus elementorum liber: ex optima. Campani traductione Reverendo Sacre theolog.e profesſo re Mathematice discipline disertissimo. Magistro Lucapa ciolo de burgo Sancti sepulchri Ordinis Minorum Cast ga toze accuratissimo feliciter Incipit. Diffinitionibus seu descri ptionibus principiorum per se notorum premissis.

Unctus est cuius pars non est. 2. ¶ Linea est longitudo sine la titudine cuius quidem extremi tates sunt duo puncta. 3. ¶ Li nea recta est ab vno pucto ad alte um breuissima extensio. in extre mitates suas vtrunq; eozum recti piens. 4. ¶ Superficies est quę longitudinem & latitudinem tan tum habet. cuius termini qdem sunt linee. 5. ¶ Superficies pla na est ab vna linea ad aliam extē sio in extremitates suas recipie ens. 6. ¶ Angulus planus est duarum linearum alterius cō factus. quarum expansio est super superficiem applicatioq; non directa. 7. ¶ Quando autem angulum continent due li nee recte rectilineus angulus nominat. 8. ¶ Quando recta li nea super rectam steterit duoq; anguli vtrobiq; fuerint eqles eozum vteroq; rectus erit. 9. ¶ Lineaq; linee superstans ei cui superstat perpendicularis vocatur. 10. ¶ Angulus vero qui re cto maior est obtusus dicitur. 11. ¶ Angulus vero minor recto acutus appellatur. 12. ¶ Terminus ē quod vniuscuiusq; finis est. 13. ¶ Figura est que termino vel terminis continetur. 14. ¶ Circulus est figura plana vna quidem linea contenta. que circūferentia nominatur. in cuius medio punctus est. a quo omnes linee recte ad circūferentiam exeūtes sibiinuicem sunt eqles. & hic quidem punctus circuli dr. 15. ¶ Diameter circu li est linea recta q̄ super eius centrum transiens extrem. tatesq; suas circumferentie applicans. circulum in duo media diuidit. 16. ¶ Semicirculus est figura plana diametro circuli & medie tate circumferentie contenta. 17. ¶ Portio circuli est figura plana recta linea & parte circumferentie contenta. semicirculo quidem aut maioz aut minoz. 18. ¶ Rectilinee figure sunt que rectis lineis cōtinentur quarum quedam trilatere que tribus rectis lineis. quedam quadrilatere que quatuoz rectis lineis. quedam multilatere que pluribus q̄s quatuoz rectis lineis con tinentur. 19. ¶ Figurarum trilaterarum. alia est triangulus ha bens tria latera equalia. Alia triangulus duo habens equalia latera. Alia triangulus trium inequalium laterum. Harum iterum alia est orthogonium. vnum. l. rectum angulum habēs. Alia est ambligonium aliquem obtusum angulum habens. Alia est oxigonium. in qua tres anguli sunt acuti. 20. ¶ Figu rarum autem quadrilaterarum. Alia est quadratum quod est








equilaterum atq; rectangulum. Alia est tetragonus longus. q̃ est figura rectangula. sed eglatera non est. Alia est helmuaym. que est equilatera. sed rectangula non est. 21. ¶ Alia est similis helmuaym que oppositalatera habet equalia. atq; oppositos angulos equales. idem tamen nec rectis angulis nec equis lateribus cõtinetur. Preter has autem omnes quadrilatere figure helmuariphe nominãtur. 22. ¶ Equidistantes linee sunt q̃ in eadem superficie collocate atq; in alterutram partem protracte nõi conueniunt. etiam si in infinitum protrabãtur.

Castigator.

¶ A diffinitione superficiei superius posita excipitur circularis que postea specialiter inferius ponitur que non continetur terminis & ideo eius termini non sunt linee sed linea & etiam monangula excipitur &c q̃is multe curuilinee: sperice conuexe concaue & plane lineis contineantur quibus posset diffinitio illa aplicari vt patet intuenti.

Petitiones sunt quinq;. 1. ¶ A quolibet puncto in quemlibet punctum rectam lineam ducere atq; lineam definitam in cõtinuum rectumq; quantũlibet protrahere. 2. ¶ Super centrum quodlibet quantumlibet occupando spacium circulum designare. 3. ¶ Omnes rectos angulos sibiinuicem esse equales. 4. ¶ Si linea recta super duas lineas rectas ceciderit duoq; anguli ex vna parte duobus rectis angulis minores fuerint istas duas lineas in eandem ptem protractas procul dubio coniunctimita. 5. ¶ Duas lineas rectas superficiem nullam cõcludere.

Communes animi cõceptiões sunt hec. 1. ¶ Que vni & eidem sunt equalia & sibiinuicem sunt equalia. 2. ¶ Et si equalibus equalia addant̃ tota quoq; sient equalia. 3. ¶ Et si ab equalibus equalia auferantur que relinquuntur erunt equalia. 4. ¶ Et si ab inequalibus equalia demas que relinquuntur erunt inequalia. 5. ¶ Et si inequalibus equalia addas ipsa quoq; sient inequalia. 6. ¶ Si fuerint due res vni equales ipse sibiinuicem erunt equales. 7. ¶ Si fuerint due res quarum vtraq; vnius eiusdem fuerit dimidium vtraq; erit equalis alteri. 8. ¶ Si aliqua res alicui supponatur appliceturq; ei nec excedat altera alteram. ille sibiinuicem erunt equales. 9. ¶ Omne totum est maius sua parte.

Castigator.

¶ Ista que vni & eidem &c. quam Euclides hic acomodat quantitatibus infra in. vii. libri acomodat proportionibus vt ibi. ¶ Prima & secunda differunt tanq; inclusum & exclusum vel sicut abstractum & concretum vel sicut mensura & mensuratum vel sicut prima & secunda intentio siue res & species rei.

Verba Campani.

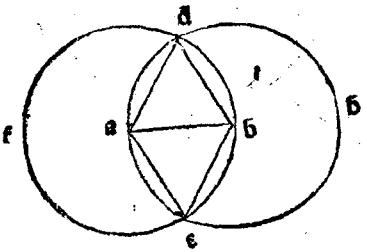
Sciendum est autem q; preter has animi conceptiones: siue communes scientias multas alias que numero sunt i comprehẽsibiles pretermisit Euclides q̃rum hec est vna. ¶ Si due quantitates equales ad quamlibet tertiam eiusdem generis cõparent̃ simul erunt ambe illa tertia aut eq̃ maiores aut eq̃ minores aut simul eq̃les. ¶ Itẽ alia Q uãta est aliq̃ ꝙtitas ad qualibet aliã eiusdẽ generis tanta esse, qualibet tertiã ad

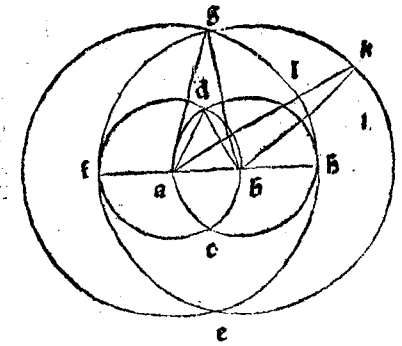
aliquam quartam eiusdem generis in quãtitatibus cõtinuis hoc vniuer saliter verum est siue ãtes maiores fuerint cõsequentibus siue minores. magnitudo. n. decrescit in infinitũ. in nũeris aũt non sic sed si fuerit primus submultiplex secundi erit quilibet tertius eque submultiplex alicuius q̃rti quãm numerus crescit in infinitum sicut magnitudo in infinitum minuit.

## Propositio prima.

TRiangulum equilaterum supra datam lineam rectas collocare.

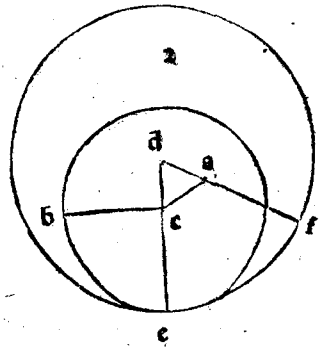
¶ Esto data linea recta. a. b. volo super ipsam triangulũ eqlaterum cõstituere. Super alteram eius extremitatẽ. s. in puncto. a. ponam pedem circini immobilem & alterum pedem mobilem extendam vsq; ad. b. & describam ſm quantitatem ipsius linee date per secundam petitionem circulum c. b. d. f. rursus alterã eius extremitatem. s. pũctum. b. faciam centrum & p eandem petitiõem & ſm eiusdem q̃titatem lineabo circulum. c. a. d. b. q circuli intersecabũt se in duobus punctis q̃ sint. c. d. & alteram duarum sectionum sicut sectionem. d. cõtinuabo cum ambabus extremitatibus date linee per tria lineis. d. a. d. b p primam petitionem. Quia ergo a pũcto. a. q̃ est centrum circuli. c. b. d. ptracte sunt linee. a. d. & a. b. vsq; ad eius circũferentiam ipse erunt equales per diffinitionem circuli. Similiter quoq; a puncto. b. quod est centrum circuli. c. a. d. ptracte sunt linee. b. a. & b. d. vsq; ad eius circumferẽtiam ipse erũt & equales. q̃a ergo vtraq; duarum linearum. a. d. b. d. eq̃lis est linee. a. b. vt pbatum est ipse erũt equales inter se p primã cõceptionem. ergo sup datam lineam collocauimus triãgulum equilaterum quod & ppositum. ¶ Si aũt sup eandem lineam libeat collocare reliqs duas triangulos spes. s. triãgulum duum eqlium laterum & triãgulum trium eqlium laterum. ptrahat linea. a. b. in vtraq; ptem vsq; quo occuret circũferẽtie amborum circulorum sup duo puncta. f. & b. & posito cẽtro in puncto. a. lineet circulus. e. b. g. ſm q̃titatem linee. a. h. Itemq; posito centro in puncto. b. lineetur circulus. e. f. g. ſm q̃titatem linee. b. f. Hę aũt circuli intersecabunt se in duobus punctis q sint. e. g. & cõiungant igitur extremitates date linee cũ altera dictarum sectionum p duas lineas rectas q̃ sint. a. g. b. g. & q̃a hee linee. a. b. & a. f. exeunt a centro circuli. c. d. f. ad eius circũferẽtiam ipse erũt equales. Silr quoq; a. b. & b. b. q exeũt a centro circuli. c. a. d. b. vsq; ad ipsius circũferentiam ipse erũt equales. Quia ergo vtraq; duarum linearum. a. f & b. b. equalis est linee. a. b. ipse erunt inter se eqles. ergo posita. a. b. cõ erit. b. f. equalis. a. h. sed. b. f. est equalis. b. g. quia ambo exeunt a centro circuli. e. f. g. ad eius circũferentiam. Silr quoq; a. h. est equalis. a. g. & vtraq; earum est maior. a. b. eo q vtraq; duarum linearum. b. f. & a. b. maior est a b. quare sup datam lineam collocauimus triangulum duorum equaliũ laterum. ¶ Triangulum & trium inequalium laterum sup eandem lineam collocabimus. si aliquod pũctum exns in circumferẽtia alterutrius duorum maiorum circulorum quod nõ sit in altera duarum sectionum & cui non obuiet. f. b. cum in vtrãlibet ptem ptracta fuerit in cõtinuum & directum cõiunxerimus p duas lineas rectas cum ambabus extremitatibus date linee. Sit. n. pũctus. k. signatus in circũferentia circuli. e. f. g. & non sit in altera sectionum nec occurat ei. f. b. cũ ptraberetur in cõtinuum & directum vsq; ad eius circũferentiam. Protrahã ergo lineas. a. k. & b. k. & secabit linea. a. k. circũferentiam circuli. e. b. g. secet ergo in puncto. l. eritq; b. k. equalis. a. l. quia. b. k. est equalis. b. g. & a. l. equalis. a. g. quare. a. k. est maior. b. k. sed & b. k. est maior. a. b. triãgulus ergo. a. b. k. est trium inequalium laterum. Sic igitur super datam lineam oẽs triangulorum species collocauimus.

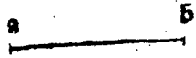


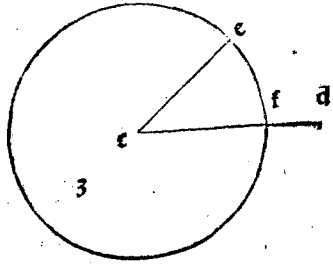



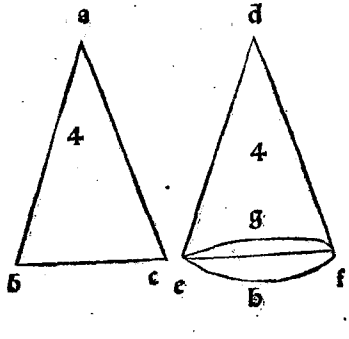

## Castigator.

a ¶ Circinus & c. rectius accõuenientius sextus dr cum sextam ptem semp capiat aut sit eius sexta circuli quẽ facit in q̃cũq; dispõne repiatur stricte latera &c. b ¶ Describere circulũ ſm q̃titatem linee date est ipsam facere ſmi diametri circuli describẽdi. c Cõstituere siue formare figuram aliquã




sup datā lineā ē ipsam ponere vnū ex lateribus figure sic describēde sup eā.

## Propositio .2.

Dato puncto cuilibet linee recte proposite equas rectam lineam ducere.

Sit.a.pūctus datus ē.b.c.linea data volo a pūcto.a.ducere lineā vnā equalem linee.b.c.in quācūq; pteꝛm cōtingat;cōiungā ergo punctū.a.cū altera extremitate linee.b.c.cum q̄ voluero.ē cōiungā ipsum.a.cū extremitate.c.p lineam.a.c.sup quā cōstituā triāgulum eglaterꝫ ſm doctrinā ꝓcedētis q̄ sit a.c.d.ē in illa extremitate linee date cū qua cūiunxi punctū datū.ſ.in extremitate.c.ponā pedē circini īmobilē ē describā sup ipsum circulū ſm ḡtitatē ipsius date liee q̄ sit circulus.e.b.ē latus triāguli eglateri q̄d oppōit pūcto dato.ſ.latus.d.c.ꝓtraham p centꝫ circuli descripti vſq; ad eius circūferentiam;ē sit tota linea sic protracta.d.c.e.ſm cuius quantitatem lineabo circulū posito cētro in.d.q̄ sit circulus.e.f.ē postea ꝓtraham latus d.a.vſq; ad circūferentiam huius vltimi circuli ē occurrat circūferētie ipsius in pūcto.f.dico igit q̄ a.f.est eālis.b.c.nam.b.c.ē.c.e.sunt eāles;quia exeūt a centro circuli.e.b.ad eius circūferētiā. Similiter quoq;.d.f.ē.d.e. sunt equales quia exeūt a centro circuli.e.f.ad circūferētiā.sed.d.a.ē.d.c. sunt equales quia sunt latera trianguli equilateri ergo ſi.d.a.ē.d.c.demantur de.d.e.ē.d.f.q̄ sunt equales erūt reſidua q̄ sunt.a.f.ē.c.e.equalia quia ergo vtraq; duaꝝ linearum.a.f.ē.c.b.ē equalis.c.e.ipse sunt eāles inter se;quare a pūcto.a.protraximus lineam.a.f.equalem.b.c.q̄d est ꝓpositum.

## Propositio .3.

Ropositis duabus lineis inequalibus de longioꝛi earum breniori equalem abscindere.

Sint due linee.a.b.ē.c.d.ē sit.a.b.minor volo ex.c.d. abscindere vnā que sit equalis.a.b.duco primo a puncto c.vnā lineā eālem,a.b.ſm q̄d docuit precedens;que sit.c.e.posito ergo centro in pūcto.c.describam circulum ſm quantitatem.c.e.qui secabit lineam.c.d.Sit ergo vt secet eam in puncto f.eritq; linea.c.f.equalis linee.c.e.quia ambo exeunt a centro eiusdem circuli ad circumferentiam ē quia vtraq; duarum linearum.a.b.ē.f.c.est eālis,c.e.ipse sunt inter se equales;quod est propositum.

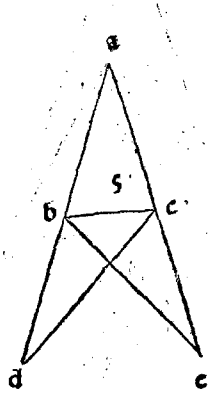
## Propositio .4.

Omnium duoꝝm triangulorum quoꝝm duo latera vnius duobus lateribus alterius equalia fuerint;duoq; anguli eoꝝm illis equilateribus conteti equales fuerint alter alteri;latera quoq; illoꝝ reliqua sese respicientia equalia;reliqui vero anguli vnius reliquis angulis alterius equales erunt; ac totus triangulus toti triangulo equalis.

Sint duo trianguli,a.b.c,d.e.f.sitq; latus,a.b.equale lateri.d.e.ē latus a.c.eālē lateri.d.f.ē angulus.a.equalis angulo.d.tūc dico q̄ basis.b.c.est equalis basi.e.f.ē angulus.b.equalis angulo.e.Item angulus.c.equalis anguio.f.quod probatur. Supponam triangulum.a.b.c.triangulo.d.e.f.ita q̄ angulus.a.cadat super angulum.d.ē latus.a b.super latus.d.e.ē latus.a c.super latus.d.f.ē paret per conuersionem penultime conceptiōis q̄ nec anguli nec latera sese excedent eo q̄ angulus.a.est equalis angulo.d.ē latera superposita his quibus superponuntur per ypothesim. Puncta ergo.b.c.cadent super puncta.e.f.si ergo linea.b.c.cadit super lineam.e.f.patet ꝓpositum;quia cuni linea.b.c.superposita linee.e.f.non excedat eam nec excedatur ab ea est ei equalis per penultimam conceptionem;eadem ratione erit angulus.b.equalis angulo.e.ē angulus.c.equalis angulo.f. Si autem linea.b.c.non cadit super lineam.e.f.sed cadit intra triangulum sicut linea.e.g.f.aut extra sicut linea.e.h.f.tunc due lince recte concludunt superficiem quod est contra vltimam petitionem.

Castigator

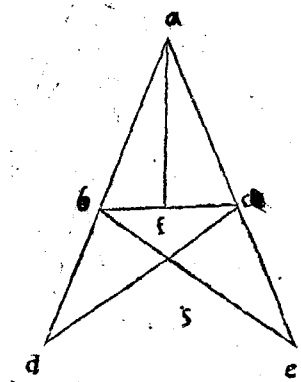
¶ Hec.s. vocatur fuga miserorum qñ miseri ingenii cū ad eam pueniūt fugā arripiunt, sed ne fuge det occasio oñdam eam breuiter ꝛ leui oñsione ꝙ sufficiet adiscēti. Sit.n. triangulus.a.b.c. diuidam eum ꝑ lineam.c.d.ꝑ pendicularē in duos triangulos partiales.a.d.c. ꝛ b.d.c. eritq; angulus.a.d .c. primi trianguli eqlis angulo.b.d.c. secundi quia vterq; rectus ꝛ latera illos continentia sunt equalia quia.d.b. est equale.d.a. ꝛ c.d. est latus cōe quare per premissam erūt residui anguli equales puta angulus.a. ꝛ angulus.b. ꝛ hoc ē ꝓpositū. ¶ Quod ēt duo anguli sub basi sunt equales patet qñ duo āguli ꝙ sunt sunt apud.a. eqles duobus rectis, sunt ꝑ diffinitionē libre stātis sup aliam qa facit duos angulos equales semper duobus rectis, vt infra.13. probabit. Similiter duo āguli q sunt apud.b. igitur demptis supe rioribus qui sunt equales vt probatum est ꝙ sunt inferius relinquentur eq les per cōem sciam ꝛ ex ista demonstratiōe patet ꝙ triāgulus eglaterus est equangulus qa equalitas quorumlibet duorum laterum concludit equalita tem angulorum conrespondentium ꝛc.




Propositio .5.

Omnis triangulorum equalium laterum angulos qui supra basim sunt equales esse necesse est: ꝙ si eius duo equalia latera directe protrahantur fient quoq; sub basi duo anguli inuicem equales.

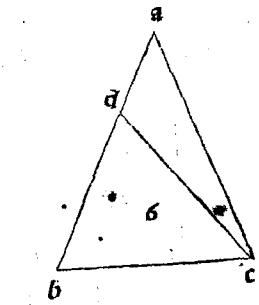
¶ Sit triangulus.a.b.c. cuius latus.a.b. sit equale lateri.a c. dico ꝙ angulus.a.b.c. est equalis angulo.a.c.b. ꝙ si pro trahantur.a.b. ꝛ.a.c. vsq; ad.d. ꝛ.e. fiet angulus.d.b.c. equalis angulo.e.c b. quod sic probatur. Protractis.a.b. ꝛ.a.c. ponam per tertiam lineam.a.d. equalem linee.a.e. ꝛ protraham lineas.e.b.d.c. ꝛ intelligam duos trian gulos.a.b.e. ꝛ.a.c.d. quos ꝓbabo esse equales ꝛ equilateros ꝛ equangulos. Sunt.n. duo latera.a.b. ꝛ.a.e. trianguli.a.b. equalia duobus lateribus.a. e. ꝛ.a.d. trianguli.a.c.d. ꝛ angulus.a. est cōis vtriq; ergo ꝑ premissam ba sis.b.e. est equalis basi.c.d. ꝛ angulus.e. est equalis angulo.d. ꝛ angulus.a. b.e. equalis angulo.a.c.d. Item intelligo duos triangulos.d.b.c. ꝛ.e.c.b. quo similiter probabo esse equilateros ꝛ equiangulos. Nā duo latera.d. b. ꝛ.d.c. trianguli.b.d.c. sunt equalia duobus lateribus.e.c. ꝛ.e.b. trianguli e.b.c. ꝛ angulus.d. est equalis angulo.e. ergo per premissam: basis basi ꝛ reliqui anguli reliquis angulis quibus equalia latera subtenduntur. Ergo angulus.b.c. est equalis angulo.e.c. b. ꝛ hoc est secūdum propositum. ſ. ꝙ anguli sub basi equales sunt: ꝛ angu lus.b.c.d. est equalis angulo.e.b.c. sed totus.a.b.e. est equalis.a.c.d. vt pro batum fuit supra. ergo angulus.a.b.c. residuus est equalis angulo.a.c.b. re siduo quorum vterq; est super basim: quod primum propositum.




Castigator.

¶ Nota quando dicit angulum.a.b.c. intelligit angulum.b. qui designa tur per litteram mediam ꝛ tali modo semper vtitur in triangulis ꝛc. ꝛ si diceret angulum.b.a.c. intelligeretur angulus.a. ꝛ dicendo.a.c.b. vel.b.c a. intelligitur angulus.c. sed cōmuniter in proferendo seruatur ordo alpha beti videlicet iterarum.a.b.c.d. ꝛc.

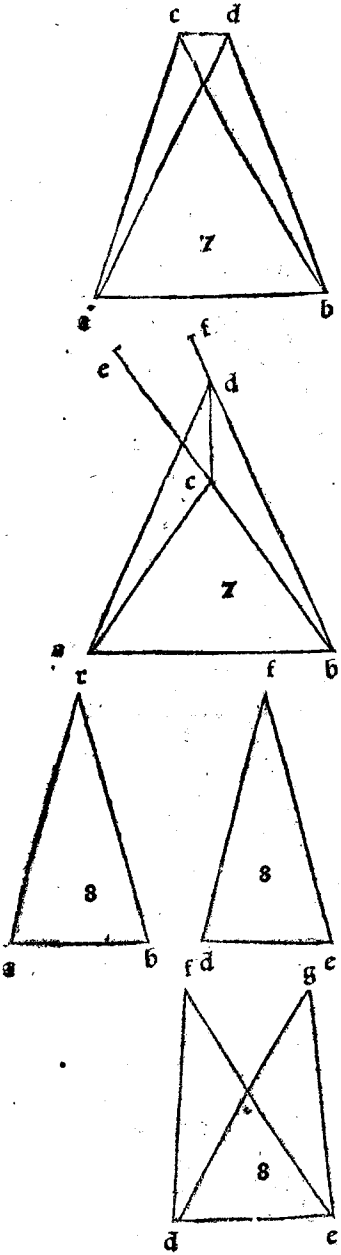
¶ Et quilibet illorum qui sunt supra basim. est minor recto vt dicitur in expositione septime sexti ꝛ per consequens quilibet illorum qui sunt sub basi est maior vt potest faciliter colligi per decimam tertiam huius.




Propositio .6.

Si duo anguli alicuius trianguli eqles fuerint duoq; latera angulos illos respicientia equalia erunt.

¶ Hec est conuersa premisse quantum ad primam eius ꝑ tem. Sit enim triāgulus.a.b.c. cuius duo anguli.b. ꝛ.c. sint equales dico ꝙ latus.a.b. est equale lateri.a.c. Si enim nō sunt equalia erit alterum altero maius. sitq; a.b. maius ꝙ




resecetur ad equalitatem .a.c. ꝑ tertiam propositionem vt superfluum sit a parte .a. ℭ resecetur in puncto .d. sitq; .b d. equalis .a.c. ℭ ducatur linea .d. c. Intelligo ergo duos triangulos .a.b.c. ℭ .d.b.c. quos probabo esse equilateros ℭ equiangulos. Sunt enim duo latera .d.b. ℭ .b.c. trianguli .d.b.c. equalia duobus lateribus .a.c. ℭ .b.c. trianguli .a.b.c. ℭ angulis .b. equalis angulo .c. totali per ypotesim ergo basis .d.c. ē equalis basi .b.a. ℭ angulus .d.c.b. equalis angulo .a.c.b. pars videlicet toti quod est impossibile.

## Propositio .7.

Ja duobus punctis aliquam lineam terminantibus due linee ad punctum vnum cōcurrentes exierint ab eisdem punctis alias lineas singulas suis conterminalibus equales que ad alium cōcurrāt punctum in eandem partem duci est impossibile.

Sit linea .a.b. ja cuius extremitatibus protrahantur due linee in partem vnam que concurrant in eodem puncto v: sint .a.c. ℭ .b.c. que concurrant in puncto .c. dico ꝙ in eandem partem non protrahentur alie due ab eisdem extremitatibus que concurrant ad aliud punctum ita ꝙ illa que egredietur a puncto .a. sit equalis linee .a.c. ℭ que egredietur a puncto .b. sit equalis linee .b.c. Quod si fuerit possibile protrahant alie due linee in eandem partem que concurrant in puncto .d. ℭ sit linea .a.d. equalis linee .a.c. ℭ linea .b.d. equalis .b.c. aut ergo punctus .d. cadet intra triangulum aut extra nam in alio latere .a.c. ℭ .b.c. non cadet quia tūc pars esset equalis suo toti. Si autem cadat extra aut altera linearum .a.d. ℭ .b.d. secabit alteram linearum .a.c. ℭ .b.c. aut neutra neutram ℭ secet primo altera alteram ℭ protrahatur linea .c.d. Quia ergo triāguli .a.c.d. duo latera .a.c. ℭ .a.d. sunt equalia erit angulus .a.c.d. equalis angulo .a.d.c. per 5. Similiter quia in triangulo .b.c.d. duo latera .b.c. ℭ .b.d. sunt equalia erunt anguli .b.c.d. ℭ .b.d.c. Similiter equales per eādem ℭ quia angulus .b.d.c. est maior angulo .a.d.c. sequitur angulum .b.c.d. esse maiorem angulo .a.c.d. partem .s. toto quod est impossibile. Si autem .d. cadit extra triangulum .a.b.c. ita ꝙ linee non se secent protraham lineam .d.c. ℭ producam .b.d. ℭ .b.c. sub basi vsq; ad .f. ℭ ad .e. ℭ quia linee .a.d. ℭ .a.c. sunt equales erūt anguli .a.c.d. ℭ .a.d.c. eqles per .5. Similiter qa .b.c. ℭ .b.d. sunt equales erūt anguli sub basi qui sunt .c.d.f. ℭ .d.c.e. equales per secundam partem eiusdem. Quia ergo angulus .e.d. minor est āgulo .a.c.d. sequitur angulum .f.d.c. esse minorem angulo .a.d.c. quod est impossibile. Et eodem modo deducetur aduersarius ad inconueniēs: si .d. punctus cadat intra triangulum .a.b.c. ℭ.

## Propositio .8.

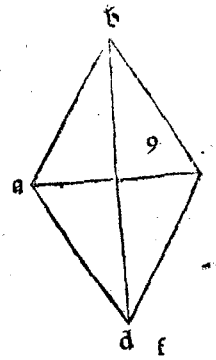
Omnium duorum trianguloꝝ quoꝝ duo latera vnius duobus lateribus alterius fuerint equalia: basisq; vnius basi alterius equalis: duos angulos equis lateribus contentos: equales esse necesse est.

Sint duo trianguli .a.b.c. .d.e.f. sitq; .a.c. equalis .d.f. ℭ .b.c. equalis .e.f. ℭ .a.b. equalis .d.e. dico ꝙ angulus .c. est equalis angulo .f. ℭ angulus .a. angulo .d. ℭ angulus .b. angulo .e. Superpōam basim .a.b. basi .d.e. que cum sint equales neutra excedet alteram per conuersionem penultime conceptionis: aut ergo punctus .c. cadet super punctum .f. aut nō. Si sic: tunc quia angulus .c. superpositus erit angulo .f. ℭ neuter eorum excedit alterum: ipsi sunt equales per conceptionem predictam. Similiter argue reliquos angulos esse equales: si autem punctus .c. non cadit super .f. sed super quemlibet alium qui sit punctus .g. quia .e.g. est equalis .b.c. imo eadem: iterumq; .d.g. equalis .a.c. erit .e.g. equalis .e.f. ℭ .d.g. equalis .d.f. quod est impossibile per precedentem.

## Propositio .9.

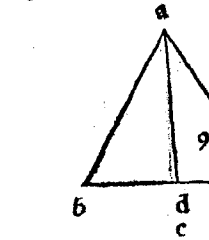
Datum angulum per equalia secare.

¶ Sit datus angulus quem oportet diuidere angulus .a. b.c. lineas ipsum continentes que sint .a.b. & .b.c. ponam equales per tertiam & producam lineam .a.c. super quam constituam triangulum equilaterum .a.d.c. & protraham lineam .b , d . dico q ipsa diuidit datum angulum per equalia. Intelligo duos triangulos .a.b.d. & .c, b.d. & quia duo latera .a, b. & .b.d. trianguli .a.b.d. sunt equalia duobus lateribus .c.b. & .b.d. trianguli .c.b.d. & .basis .a.d. basi .c.d. ergo per precedentem angulus .a.b.d. est equalis angulo .c.b.d. quod est propositum facere.




### Castigator.

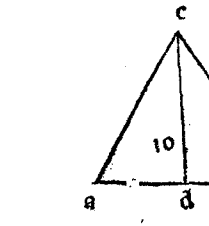
¶ Datum angulum rectum p tria equalia secare. ¶ Quamuis Euclides in hoc libro nullibi doceat angulum in tria equalia diuidere cum difficilis sit scientia. Et non ita de facili posset de omni verificari. tamen de angulo recto pulcherrime hoc ostenditur ista .9. & .32 . huius mediantibus 23. addita. quod sic apparet. Ponatur trigonus equilaterus .a.b.c. certum est quelibet angulorum eius duabus tertiis vnius recti equari cū omnes tres duobus rectis anguli sint equales per .32. huius. Igitur vno illorum in duo equa diuiso per .9. istam vtputa angulo .b.a.c. totaliin duos partiales, b.a.d. & .d.a.c. per lineam .a.d. erit quilibet eorum tertia vnius recti hoc peracto detur rectus quicunq . vtputa . e.f.g. a lineis .e.f. & .g.f. contentus supra terminum vnius earum .f. constituam angulum .e.f.b. seu angulum .g.f.k. per .23. equalem angulo .b.a.d. vel .c.a.d. q erit tertia vnius recti postea residuum dicti recti qui est due tertie recti vt deduximus diuidam per equalia per dictam .9.s. angulum .g.f.b. per lineam .f.k. vel angulum .e.f.k. per lineam .f.h. & erit vnusquisq . duorum angulorum .h.f.k. & .k.f.g. tertia vnius recti. & sic totalis angulus rectus .e.f.g. est diuisus in tres equales partiales videlicet .e.f.h. h.f.k. & .k.f.g. quod est propositum.




## Propositio .10.

Propositā rectā linea eam per equalia diuidere.

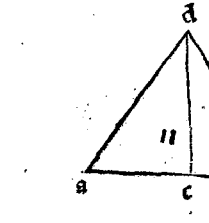
¶ Sit proposita linea quam oportet diuidere per equalia. linea .a. b. super ipsam constituam triangulum equilaterum .a.b.c. & angulum .c. diuido per equalia secundū doctrinam precedentis per lineam .c.d. dico q linea .c.d. diuidit datam lineam per equalia. Intelligo .n. duos triangulos .a.c.d. & .b.c.d. & arguo sic . Duo latera .a.c & .c.d. trianguli .a.c.d. sunt equalia duobus lateribus .b.c. & .c.d. trianguli .b.c.d. & angulus .c. vnius angulo .c. alterius ergo per quartam basis .a.d. basi .d.b. q̄d est propositum.




## Propositio .11.

Data linea recta a puncto in ea signato perpendicularem extrahere duobus quidem angulis equalibus ac rectis vtrinq; subnixam.

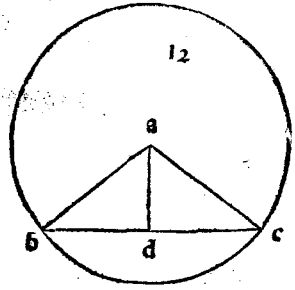
¶ Sit data linea .a.b. in qua sit datus punctus .c. a quo oportet perpendicularem extrahere. Faciam ergo per tertiam [a] lineam .b.c. equalem linee .a.c. & super totam .a.b. constituo triangulum eqlaterum .a.b.d. & protraho lineam .c.d. de q̄ dico q ipsa est perpendicularis super lineam .a.b. Intelligo duos triangulos .a.c. d. & .b c.d. & quia duo latera .a.c. & .c.d. trianguli .a.c.d. sunt equalia duobus lateribus .c.b. & .c.d. trianguli .c.b.d. & basis .a.d. basi .b.d. erit per .8. angulus .a.c.d. equalis angulo .b.c.d. quare vterq; eorum erit rectus per diffinitionem anguli recti & linea .c.d. perpendicularis super lineam .a. b. per diffinitionem linee perpendicularis: quod est propositum.




### Castigator.

a ¶ Vel per petitiōem augendo alterutram earū ad equalitatem alterius.

## Propositio .12.




Puncto extra signato ad datam lineam indefinite quantitatis perpendicularem deducere.

¶ Sit.a.punctus signatus extra lineā.b.c.a quo ad ipsam oportet deducere ꝓpendicularem. Protrahā ergo lineā.b.c.in vtrāq; ptem q̄tum libuerit & sup̄ pūctū.a.describā circulū.b.c.sic vt secet lineā datam in pūctis.b.c.& ptrahā lineas.a.b.&.a.c.& diuidā angulū.b.a.c.ꝓ eqlia ꝓ lineā.a.d.ꝓ.9.dico q.a.d ē ꝓpendicularis sup̄ lineā.b.c. Intelligo duos triāgulos.a.b.d.&.a.c.d.& qa duo latera.a.b.&.a.d.triāguli.a.b.d.sunt equalia duobus lateribus.a.c.&.a.d.trianguli a.c.d.& angulus.a.vnius equalis angulo.a.alterius erit ꝓ.4.basis.b.d.eqlis basi.d.c.& angulus a.d.b.equalis angulo.a.d.c.quare vterq; eorū rectus & linea.a.d.perpendicularis sup̄ lineam b.c.per diffinitionem anguli recti & linee perpendicularis: quod est propositum.

## Propositio .13.

Omnis recte linee sup̄ rectā lineā stantis duo vtrobiq; anguli aut sunt recti aut duobus rectis eqles.

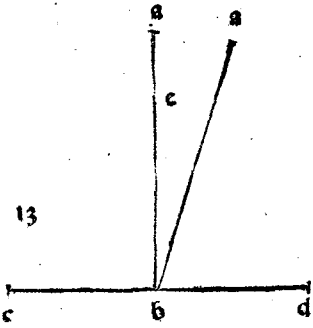
¶ Sit vt linea.a.b.sup̄stet linee.c.d.q̄ si fuerit sup̄ eā ꝑpēdicularis faciēt duos angulos rectos ꝓ cōuersionē diffiniōis. Si ātē nō fuerit sit eā ꝑpēdicularis a pūcto.b.ducat.b.e.ꝑpēdicularis sup̄.c.d ꝓ vndecimā: erūtq; duo anguli.e.b.c.& e.b.d.recti ꝓ cōuersionē diffinitiōis: qa ergo duo anguli.d.b.a.& a.b.e.adquant̄ angulo.d.b.e.ipse cū āgulo.c.b.e.erūt eqles duobus rectis: q̄re tres anguli q sūt.d.b.a.a.b.e.& c.b.e.sūt eqles duobus rectis: sed angulus.c.b.a.ē eqlis duobus angulis.c.b.e.& e.b.a.ergo duo anguli.c.b.a.& a.b.d. sūt eqles duob⁹ rectis: qd ē ꝓpositū. Ex quo patet q; totū spaciū qd̄ intelligit̄ bet sup̄ficie plana pūctū quodlibet circūstat q̄tuor rectis angulis eē eqle.

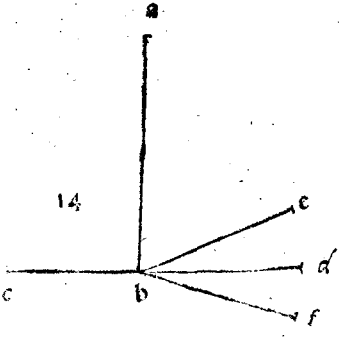
### Castigator

a ¶ Per cōuersionē diffinitiōis. Si linee sup̄ rectā lineā stātis qm̄libet recta sup̄ rectā stās & duos angulos inuicē eqles cāns ē ꝓpēdicularis. cōuersio huius ē q; oīs ꝓpēdicularis ē linea cāns sup̄ aliā duos angulos inuicē eqles & ꝓ cōsequēs rectos. ¶ Hec & sequēs faciūt ad vndecim. vndecimi & .13.dicti.

## Propositio. .14.

Si due linee a pūcto vnius linee i diuersas partes exierint duosq; circa se angulos rectos aut duobus rectis eq̄les fecerit: ille due linee sibi directe coniūcte sunt & linea vna. ¶ Sit vt a pūcto.b.linee.a.b.exeāt due linee i oppositas ptes q̄ sint.b.c.& b.d.& faciāt duos angulos q sūt.c.b.a.& d.b.a.eqles duob⁹ rectis: tūc dico q; due linee.c.b.& d.b.sūt sibi inuicē directe cōiūcte & linea vna: hec ē q̄si cōuersa ꝓpositi: q; si nō fuerit linea vna tūc ptrahat̄ c.b.in cōtinuū & directū q̄ qa nō ē linea vna cū.d.b.trāsibit sup̄ eā vt.b.e.aut infra eā vt.b.f.qa ergo sup̄ lineā rectā q̄ & c.b.e.cadit linea.a.b.erūt anguli.c.b.a.& e.b.a.eqles duobus rectis ꝓ ꝑcedēti & qa oēs recti sūt adinicē eqles: ꝑ.3.petitiōem anguli quoq; c.b.a.& d.b.a.sūt eqles duobus āgulis rectis ꝓ ypothesym erūt duo anguli.c.b.a.& e.b.a.equales duobus angulis.c.b.a.& d.b.a.ergo dēpto cōi angulo.c.b.a.erit angulus.e.b.a.equalis angulo.d.b.a.ps totit qd̄ ē impossibile. Silr lineā.c.b.ptractā ꝓbabis angulū.d.b.a.ee equalē angulo.f.b.a.si forte diceret aduersarius lineā.c.b.ptractā cadere infra.b.d.




## Propositio .15.

Omnium duarū linearū se inuicem secātium: oēs anguli contra se positi sunt eqles: vnde manifestum ē q; cum due linee recte se inuicem secant quatuor qui sunt anguli quatuor rectis esse equales.

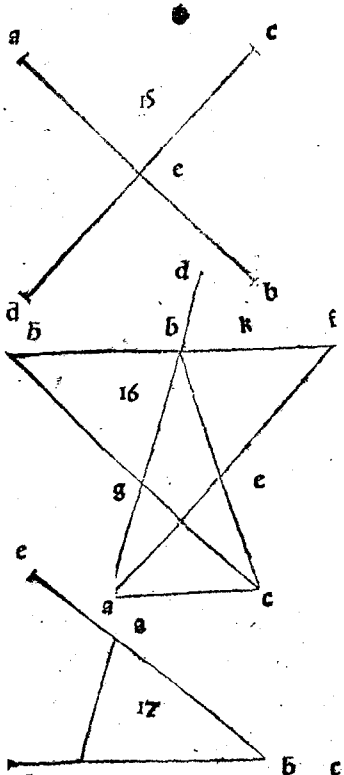
¶ Sint due linee.a.b.& c.d.se inuicē secātes in pūcto.e.dico q; āgulus.d.e.b.ē eqlis angulo.a.e.c.& angulus.b.e.c.ē eqlis angulo.a.e.d. Erūt.n.ꝑ.13.duo anguli.a.e.c.& c.e.b.eqles duobus rectis: itēq; duo anguli.c.e.b.& d.e.b.eqles duobus rectis ꝓ eādē q̄re duo ꝓ

ni sũt eẽles duobus postremis eo q̃ oẽs recti sũt ãdiuicẽ eẽles p̃.3. petitio nẽ; dẽpto ergo cõi angulo q̃ ẽ.c.e.b. erit angulus, a.e.c. eẽlis ãgulo.d.e.b. Eodẽ mõ ꝓbabit angulum.c.e.b. esse eẽlem angulo.a.e.d, q̃d ẽ ꝓpositũ.

## Propositio .16.

Si quodlibet laterum triãguli directe protrahatur faciet angulum extrinsecum vtroq; angulo trianguli sibi intrinsecus opposito maiorem.

¶ Sit vt triãguli, a.b.c. latus.a.b. ꝓtrahatur vsq; ad.d. dico q̃ angulus.d.b.c. maior est vtroq; duoꝝ angulorũ intrinsecorũ sibi oppositorũ q̃ sunt.b.a.c. ẽt.b.c.a. Diuidã.n. p̃.10. lineam.c.b. p̃ eẽlia in puncto.e. ẽt ꝓtraham.a.e. vsq; ad.f. ita vt.e.f. fiat eẽlis, a.e. ẽt protraham lineã.f.b. Intelligo duos triãgulos, c.e.a. ẽt.b.e.f. ẽt quia duo latera.a.e. ẽt.e.c, triãguli, a.e.c. sunt eẽlia duobus lateribus f.e. ẽt, e.b. trianguli, f.e.b. ẽt angulus, e. vnius est eẽlis angulo.e, alterius p̃ pmissam quia sunt anguli cõtraposĩti erit p̃.4. angulus.e.c.a. eẽlis angulo.e.b.f. ẽt iõ angulus.e.b.d. maior erit ãgulo.b.c.a. Silr quoq; ꝓbabitur q̃ est maior angulo.c.a.b. Nam diuidam.a.b. per equalia in puncto.g. p̃ 10. ẽt protraham lineam.g.b. eẽlem linee.c.g. p̃.3. postea ꝓtraham.b.k. erunt q; duorum triangulorum, q̃ sunt.g.e.b. et.g.b.c. duo latera.a.g. ẽt.g.c. cõ mi eẽlia duobus lateribus.b.g. ẽt.g.h. scdũ ẽt angulus.g. vnius angulo.g. alterius per.15. ergo p̃.4. angulus.g.a.c. est equalis angulo.g.b.h. quare p̃ 15. ẽt angulo.k.b.d. ẽt quia angulus.c.b.d. est maior angulo.k.b.d. erit etiã maior angulo.b.a.c. quod est propositum.




## Propositio .17.

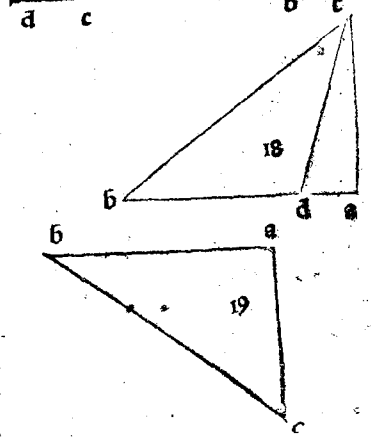
Omnis trianguli duo quilibet anguli duobus rectis sunt minores.

¶ Sit triangulus.a.b.c. dico q̃ duo qlibet eius anguli duobus rectis sunt minores; ꝓtrahat.n. vnũ latus eius vt.b.c. vsq; ad.d. eritq; p̃ precedẽtem angulus.c. extrinsecus maior a. ẽt maior.b, sed.c. extrinsecus cũ.c. intrinseco ẽ eẽlis duobus rectis per.13. ergo anguli.b. ẽt.c. intrinseci siue anguli, a, ẽt, c. intrinseci sunt minores duobus rectis. Similiter si protrahatur latus.b.a. probabitur q̃ duo anguli.a. ẽt.b. sunt minores duobus rectis; quod est propositum.

## Propositio .18.

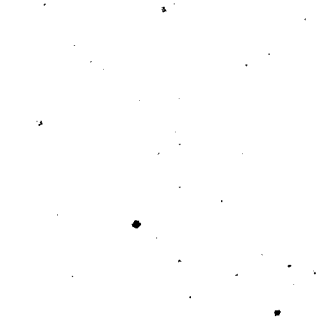
Omnis trianguli longius latus maiori angulo oppositum est.

Sit vt in triãgulo.a.b.c. angulus.a. sit maior angulo.c, dico q̃ latus.c.b. maius erit latere.a.b. Si.n. sit eẽle erit per.5. ãgulus.a, eẽlis angulo.c. quod ẽ cõtra ypothesym. Si ãt a.b. sit maius resecetur ad equalitatẽ, c.b. p̃.3. sitq; d.b. eẽle.c.b, erit ergo p̃.5. angulus.d.c.b. eẽlis angulo.b.d.c. sed.b.d.c. est maior angulo.b.a.c. p̃.16. ergo.b.c.d, ẽ maior.b.a.c. quare multo fortius maior a.c.b. ps totoi q̃d ẽ impossibile. Propositio .19.



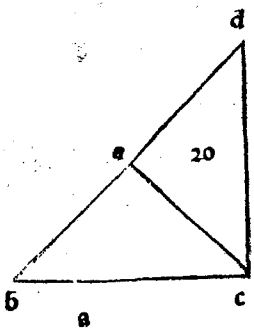
Omnis trianguli maior angulus longiori lateri oppositus est.

¶ Sit vt i triãgulo.a.b.c. latus.b.c. sit maius latere, a.b. dico q̃ angulus.a. erit maior angulo.c. ẽt est conuersa precedentis. Si.n. sit equalis tunc per.6. latus.a.b. est equale lateri.b.c. quod est contra ypothesym. Si autem.c. sit maior tunc per precedentem latus.a.b. est maius latere, b.c. quod est contra ypotesym quare astruit ꝓpositũ. Propositio .20.



Omnis trianguli duo quelibet latera simul iuncta reliquo sunt longiora.

¶ Sit triangulus.a.b.c. dico q̃ duo latera.a.b. ẽt.a.c. sunt longiora latere.b.c. Protrahatur linea.b.a. vsq; ad.d, ita vt.a.d. sit equalis.a.c. ẽt protrahatur.c.d. p̃.5. erit angulus.a.c.d, eẽlis angulo.d. ẽt angulus, b.c.d. est maior angulo.d

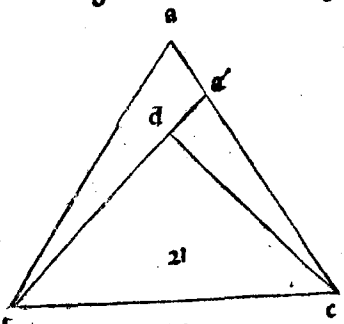



ergo per.18.latus.b.d.est maius latere.b.c.sed.b.d.est equale.a.b.ℓ.a.c.q̄re.b.a.ℓ.a.c.simul iuncta sint maiora.b.c.

## Propositio .21.

De duobus punctis terminalibus vnius lateris trianguli due linee exeuntes intra triangulum ipsum ad punctum vnum cōueniant eedem duabus quidem reliquis triangulilineis breuiores erunt ℣ maiorem angulum continebunt.

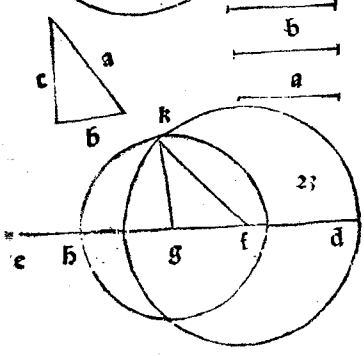
¶ Sit vt in triāgulo.a.b.c.ab extremitatibus lateris.b.c. concurrant due linee.b.d.ℓ.c.d.ad punctum.d.intra triangulum.a.b.c. dico q̄ ipse simul iuncte sint breuiores duabus lineis.a.b.ℓ.a.c.simul iunctis ℓ q̄ angulus.d.est maior angulo.a.Protraham enim.b.d.v/q.quo secet latus.a.c.in puncto.e.eruntq̄ per.20.b.a.ℓ.a.e. simul iuncte maiores b.e.ergo.b.a.ℓ.a.c.sunt maiores.b.e.ℓ.e.c. At vero.d.e.ℓ.e.c.simul iuncte per eandē sunt maiores.d.c.quare.b.e.ℓ.e.c.sunt maiores.b.d.ℓ.d.c. ℓ quia.b.a.ℓ.a.c.sunt maiores.b.e.ℓ.e.c.vt ꝓbatū ē prius erūt multo fortius maiores.b.d.ℓ.d.c.q̄ est primū ꝓpositum. At q̄m angulus.b.d.c.est maior angulo.d.e.c.p.16.ℓ angulus.d.e.c.est maior angulo.c.a.b.ꝓ eandem erit angulus.b.d.c.multo fortius maior angulo.b.a.c.q̄ est ſcm propositum.




## Propositio .22.

Tribus lineis rectis propositis quaꝝ due quelibet simul iuncte reliqua sint longiores de tribus aliis lineis sibi equalibus triangulum constituere.

¶ Sint tres liee recte proposite.a.b.c.ℓ sint quelibet due simul iūcte longiores reiiqua.aliter.n.ex illis tribus equalibus triangulus non posset constitui per.20. Cum igit ex illis tribus predictis voluero cōstituere triangulum ſ sumo lineam rectam que sit.d.e.cui non pono a ꝑte.e.determinatum finem:de qua sumo per 3.d.f.equalem.a.ℓ.f g.equalem.b.ℓ.g.b.equalem.c.factoq̄ puncto.f.cētro describo ſm q̄titatem linee.f.d.circulū.d.k. Itemq̄ facto.g.cētro describo ſm q̄titatem linee.g.h.k.h.qui circuli intersecabunt ſe in duobus punctis quorum vnum sit.k.alioquin ſequeretur vnam dictarum linearum esse equalem aliis duabus iunctis aut maiorem eis:quod est contrarium positi ſ Duco ergo lineam.k.f.ℓ.k.g.eritq̄ triangulus.k.f.g. constitutus ex tribus lineis equalibus lineis.a.b.c.datis:sunt enim.f.d.ℓ.f.k.equales q̄m sunt a cētro ad circūferētiam quare.f.k.est equalis.a.[a] Similiterq̄.g b.ℓ.g.k.sunt equales:quia exeūt a centro ad circūferētiam:quare.g.k.ē equalis.c.ℓ quia.g.f.sumpta fuit equalis.b.patet ꝓpositum manifeſte.




### Caſtigator

a ¶ Quia.d.f.per ypothesim equatur linee.a.ℓ eidem.d.f.per diffinitio nē circuli seu centri equatur.f.k.ℓ ideo per concep.ſextam ſi fuerit due res vni equales ℓc.f.k.equatur.a.

## Propositio .23.

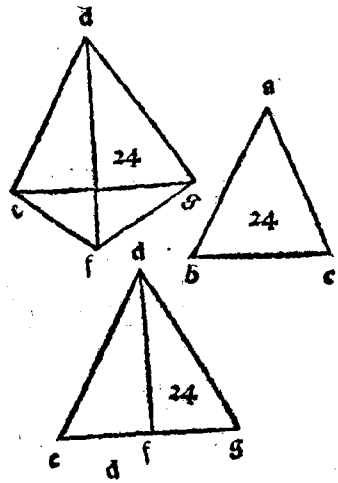
Data recta linea ſuper terminum eius cuilibet angulo proposito equum angulum designare.

Sit data linea.f.e.que est in ſuperiori figura:ℓ sint linee b.a.continentes angulum datum cui ſubtendam baſim c.ſuper punctum.f.linee.e.f.iuberem facere equalem angulum angulo dato. Ad lineam.e.f.adiungo.f.d.equalē linee.a.ℓ ex.f.e.ſumo.f.g.equalem.b.ℓ ex.g.e.ſumo.g.h.equalem.c. ℓ ſuper puncta.f.ℓ.g.describo duos circulos.d.k.ℓ.k.h.ſm quantitatem duarum linearum.f.d.ℓ.g.h.ℓ intersecantes ſe in puncto.k.ſicut docuit p̄cedens:ductiſq̄ lineis.k.f.ℓ.k.g.erunt equalia duo latera.k.f.ℓ.f.g.trianguli.k.f.g.duobus lateribus.a.ℓ.b.trianguli.a.b.c.ℓ.baſis.g.k.equalis baſi.c.ergo per.8.angulus.k.f.g.equalis erit angulo contento.ab.a.ℓ a b.quod est propositum.

## Propositio .24.

Omnium duorum triangulorum quorum duo latera vnius duobus lateribus alterius fuerint equalia: si fuerit angulorum sub illis equis lateribus cõtentorum alter altero maior: basis quoq; eiusdem basi alterius maior erit.

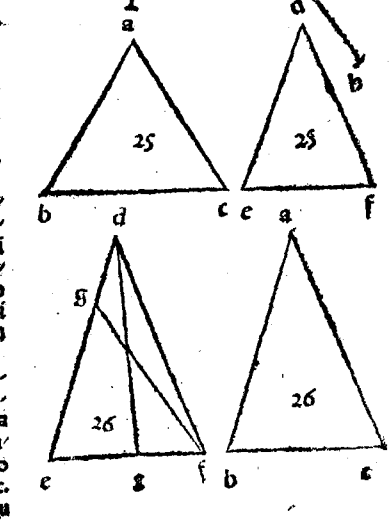
¶ Sint duo triãguli a.b.c. & d.e.f. sintq; duo latera a.b. & a.c. eqlia duobus lateribus d.e. & d.f. & vnũquodq; suo correlatiuo dextro. s. dextro siniſtro q; siniſtro. Sit q; angulus a. maior angulo d. dato. Dico q; basis b.c. maior erit basi e.f. Faciã. n. iuxta doctrinam pcedẽtis angulũ e. sub g. eqlem angulo a. eritq; angulus e.d.f. pr eius. Et ponã. d.g. eqlem a.c. Et ptraham. e.g. q̃ aut tráſibit supra e.f. vt secet lineam d.f. aut super. e.f. vt sit secum linea vna: aut infra. Tráſeat ergo pmo ſuꝑ. Erga. a.b. & a.c latera triãguli. a.b.c. sunt equalia. e.d. & d.g. lateribus triãguli. e.d.g. & angulus. a. ãgulo. d. totali: erit p. 4. basis. b.c. equalis basi. e.g. At vo quia. d.g. & d.f. sunt eqles: nam v traq; é equalis. a.c. erit p. 5. angulus. d.f.g. equalis angulo. d.g.f. Quare. d.f.g. maior erit. f.g.e. ergo. e.f.g. multo fortius maior é eodem. f.g.e. ergo fm. lam. e.g. maius é latere. e.f. quare & b.c. maior é. e.f. quod é ꝓpositũ. Si vo. e.g. tráſeat ſuꝑ. e.f. & ſit secta linea vna tũc e.f. erit pr. e.g.p vltimã ergo cõceptões pz ꝓpositũ. Si vo. e.g. tráſeat iſta. e.f. ptrahant due liee. d.f. & d.g. q̃ sunt eqles vt ꝓbatũ ev sq. ad. k. & ad. h. fiẽtq; per ſcdam partẽ gnte sub basi. f.g. anguli. k.f.g. & f.g.h. equales: quare angulus. e.f.g. maior erit angulo. f.g.e. ergo per. 18. latus. e.g. maius eſt latere. e.f. q̃re. b.c. maior é. e.f. quod eſt ꝓpositum. Iſtud vltimum mẽbꝝ posſet ẽt ꝓbari per. 21. ꝓ ipſam. n. erũt in diſpositiõe tertia due linee. d.g. & e.g. maiores duabus lineis. d.f. & f.e. & ga. d.g. é eqlis. d.f. ꝓpter hoc q; am be sunt equales. a.c. Erit. g.e. maior. e.f. quare & b.c. maior: qd̃ é ꝓpositũ. melius tñ eſt demonſtrare priori. mõ vt in oi diſpositione arguat ꝑ gntã.




## Propositio .25.

Omnium duorum triangulorum quorum duo latera vnius duobus lateribus alterius fuerit equalia: basis vo vnius basi alterius fuerit maior: erit quoq; angulus trianguli maioris illis equis lateribus cõtentus angulo alterius: se respicière maior.

¶ Sint duo trianguli. a.b.c. d. e.f. sintq; duo latera [illegible] vnũquodq; suo correlatiuo: sitq; basis. b.c. maior basi. e.f. dico q; angulus. a. maior erit angulo d. hec eſt conuerſa precedentis. Equalis quidem non erit: ſic. n. eſſet per 4. basis. b.c. equalis basi. e.f. quod é cõtra ypothesim: ſed nec minor quia ſic eſſet. d. maior: & ita per precedentem basis. e. erit maior basi. b.c. quod eſt contrarium propositioni quare maior erit ſicq; propositum aſtruitur.

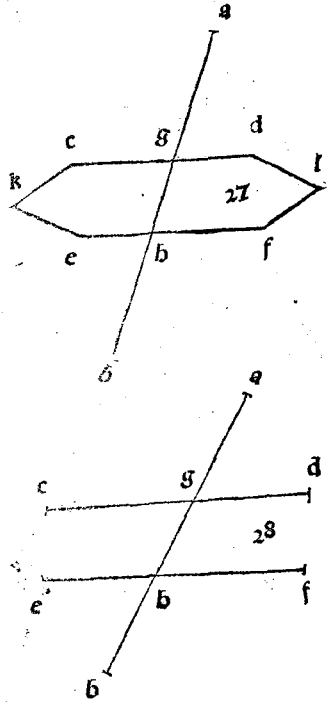



## Propositio .26.

Omnium duorum triangulorum quorum duo anguli vnius duobus angulis alterius & vterq; se respicienti equales fuerint latus quoq; vnius lateri alterius equale: fueritq; latus illud inter duos angulos equales aut vni eorum oppoſitũ: erunt quoq; duo vnius reliqua latera duobus reliquis alterius triangulilateribus vnum quodq; se reſpicienti equalia: angulusq; reliquus vnius angulo reliquo alterius equalis.

¶ Sint duo trianguli. a.b.c. d.e.f. ſitq; angulus. b. equalis angulo. e. & angulus. c. equalis angulo. f. ſitq; latus. b.c. equale lateri. e.f. aut alterum duorum laterum. a.b. & a.c. equale alteri duorum laterum. d.e. & d.f. ita q; a b. ſit equale. d.e. aut. a.c. d.f. dico q; reliqua duo latera vnius erunt equalia reliquis duobus lateribus alterius & reliquus angulus reliquo angulo equalis: angulus videlicet. a. angulo. d. Ponam ergo primo vt latus. b c. ſuper quod iacent anguli. b.c ſit equale lateri. e.f. ſuper quod iacent angu

li e.f.qui positi sunt equales angulis.b.c.tunc dico q̄ latus.a.b.est equale lateri.d.e.& latus.a.c.lateri.d.f.& angulus.a.angulo.d. Si.n.latus.a.b.nō sit equale lateri.d.e.alterum erit maius:sit ergo maius.d.e.quod resecabo ad equalitatem.a.b.sitq; g.e.equale.a.b.& producam lineam.g.f.eritq; per.4.angulus.g.f.e.equalis angulo.a.c.b.quare & āgulo.d.f.e.c.pars toti quod est impossibile:erit ergo.d.e.equale.a.b.ergo p.4.d.f equale.a.c.& angulus.d.equalis angulo.a.quod est primum membrum diuisionis ppo site. Sint rursus vt prius duo anguli.b.& c.equales duobus angulis.e.& f. sitq; latus.a.b.quod opponitur angulo.c.equale lateri.d.e.quod opponit angulo.f.cui positus est equalis angulus.c.dico q̄ latus.b.c.erit equale lateri.e.f.& latus.a.c.lateri.d.f.& angulus.a.angulo.d. Si.n.latus.e.f.nō fuerit equale lateri.b.c.erit alterum maius:sit ergo.e.f.maius:ponatur itaq; e.g.equale.b.c.& producam lineam.d.g.eritq; per.4.angulus.d.g.e.equalis angulo.a.c.b.quare & angulo.d.f.e.extrinsecus videlicet intrinseco q̄d est impossibile:p.16. Erit ergo.e.f.equale.b.c.ergo per.4.latus.d.f.equale lateri.a.c.& angulus.d.totalis angulo.a.quod est secundum membrum diuisionis proposite:quare totum manifeste patet.




## Propositio .27.

Si recta linea super duas lineas rectas ceciderit duosq; angulos coalternos sibi inuicem equales fecerit ille due linee erunt equidistantes.

¶ Sit vt linea.a.b.cadat super duas lineas.c.d.& e.f.& faciat cum linea.c.d.in pūcto.g.& lineam.e.f.in puncto.h.sitq; angulus.d.g.h.equalis angulo.e.h.g.dico q̄ linee.c.d.& e.f.sunt equidistantes. Si.n.non concurrant aut ad partem.c.e.super punctum.k aut a parte.d.f.super punctum.l.& qualitercunq; fuerit accidet impossibile per.16, videlicet angulum extrinsecum esse equalem intrinseco. Nā vnus dictorum angulo⁹ coalterno⁹ qui positi sunt equales erit extrinsecus & reliquus intrinsecus. Quia igit ipossibile est eas cōcurrere alterutrā ptem ꝓtracta:ipse p diffinitionem erūt eq̄distātes:quod est propositum.

## Propontio .28.

Si linea recta duabus lineis rectis superuenerit fueritq; angulus eius intrinsecus angulo extrinseco sibi opposito eōdis aut duo anguli intrinseci ex vna parte duobus angulis rectis equales ille due linee equidistantes erunt.

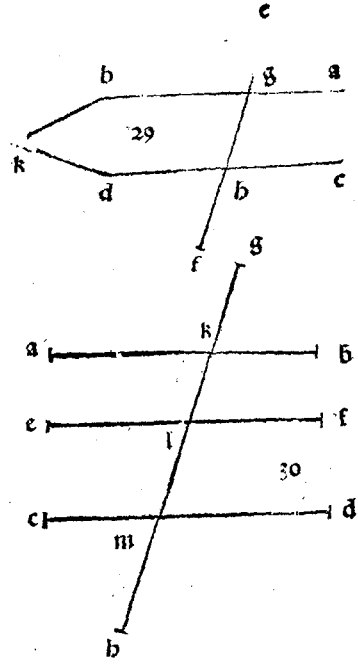
¶ Sit vt linea.a.b.secet duas lineas.c.d.& e.f.in pūcto.g. & h.sitq; angulus.g.extrinsecus equalis angulo.h.intrinseco ex eadem parte sumpto:aut duo anguli.g.& h.intrinseci ex eadem parte sumpti sint equales duobus angulis rectis. Dico q̄ due linee.c.d.& e.f.sunt equidistantes. ¶ Si ergo primo angulus.d.g.a.equalis angulo.f.h.g.eritq; per.15.angulus.c.g.h.equalis eidem angulo.f.h.g.ergo per premissam.c.d.& e.f.sunt equidistātes. Sint rursus duo anguli.d.g.h.& f.h.g.equales duobus rectis. Et quia per.13.duo anguli.d.g.h.& c.g.h.sunt similiter equales duobus rectis erit angulus.c.g.h.equalis angulo.f.h.g.quare per premissam.c.d.& e.f.erunt equidistantes:quod est propositum.

## Propositio .29.

Si duabus lineis equidistantibus linea superuenerit duo anguli coalterni equales erunt:angulusq; extrinsecus angulo intrinseco sibi opposito equalis. Itemq; duo anguli intrinseci ex alterutra parte constituti duobus rectis anguli⁹ equales.

¶ Sint due linee.a.b.& c.d.equidistātes super quas cadat linea.e.f.secans eas in punctis.g.& h.dico q̄ anguli.g.& h.coalterni sunt equales:& q̄ angulus.g.extrinsecus est equalis angulo.h.intrinseco sibi opposito ex eadem parte sumpto:& q̄ anguli.g.& h.intrinseci ex eadem par

te sumpti sint ecqles duobus rectis ℭ hec est conuersa duarum precedētiū. Primum sic patet. Si enim angulus.b.g.h.non est equalis angulo.c.h.g. alter eorum erit maior.sit ergo maior angulus.c.h.g.ℭ quia duo anguli. c.h.g.ℭ.g.h.d.sunt equales duobus rectis per.13.erūt duo anguli.b.g.h.ℭ d.h.g.minores duobus rectis ergo per quartam petitiōem due linee.a.b. ℭ.c.d.si protrahantur cōcurrent in parte.b.ℭ.d.ad punctū aliquem vt ad k.non ergo sunt equidistantes per diffinitionem quod est contra ypothesim ℭ quia hoc est impossibile.erunt igitur duo anguli coalterni.b.g.h. ℭ.c.h.g.equales quod est primum propositum. Ex hoc patet secundum est.n.per.15.angulus.b.g.h.equalis angulo.a.g.e.ergo angulus.a.g.e.erit equalis angulo.c.h.g.extrinsecus videlicet intrinseco:quod est secundum propositum. Ex hoc rursus patet tertium: Sunt enim per.13.duo anguli.a. g.e.ℭ.a.g.h.equales duobus rectis.ergo duo anguli.a.g.h.ℭ.c.h.g.erunt etiam equales duobus rectis qui sunt duo intrinseci ex eadem parte sumpti:quod est tertium propositum.




## Propositio 30.

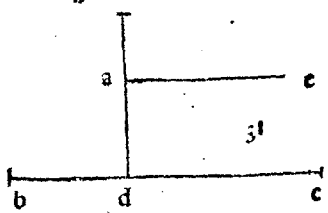
IF fuerint due liee vni equidistantes eedem sibinicem equidistantes erunt.

℄ Sint due linee.a.b.ℭ.c.d.quarum vtraq; equidistet linee.e.f.dico illas duas videlicet.a.b.ℭ.c.d.esse equidistantes.hoc aūt est vniuersaliter verum siue due linee.a. b.ℭ.c.d.sint in vna superficie cum linea.e.f.siue non:hic tamen non intelligitur nisi secundum q; omnes sunt in superficie vna.secundum.n.q; sint equidistātes. Sint ergo omnes in superficie vna.protraham autem lineam.g.h.secantem lineas.a.b.e.f.ℭ.c.d.in punctis.k.l.m.ℭ. quia.a.b. equidistat.e.f.erit angulus.b.k.l. equalis angulo.e.l.k. per primam pertem precedētis cum illi sint coalterni.atq;.c.d.equidistat.e.f.erit angulus k.l.e.extrinsecus equalis angulo.l.m.c.intrinseco per secundam partem p̄cedentis ergo angulus.b.k.l.est equalis angulo.c.m.l.qui cum sint coalterni erunt per.27.linee.a.b.ℭ.c.d.equidistantes.quod est propositum.

℄ Similem habes in.16.u.

## Propositio .31.

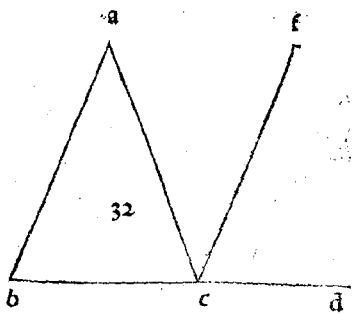
PUncto extra lineam dato linee propposite equidistantem ducere.



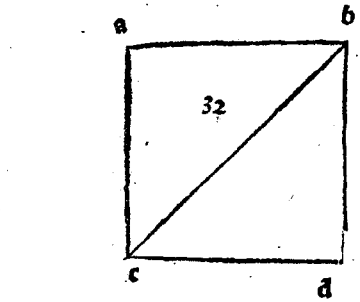

℄ Occurrit cum linea vtriq; protrahatur per ipsum non transit. Sit ergo punctus.a. datus extra lineam.b.c.a quo oportet protrahere lineam equidistantem .b.c. protraho lineam.a.d. qualitercunq; constituo aū ℭ super punctum.a.qui est extremitas linee.a.d.constituo angulum.e.a.d. per doctrinam.23.equalem angulo.b.d.a.sibi coalterno.eritq; a.e.equidistans.b.c.per.27.quod est propositum.

## Propositio .32.

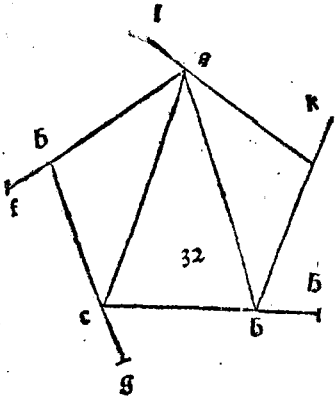
OMnis trianguli angulus extrinsecus duobus intrinsecis sibi oppositis est equalis: Omnes autes tres angulos eius duobus rectis angulis equos esse necesse est.

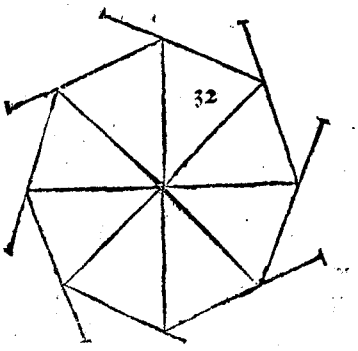



℄ Sit triangulus.a.b.c.cuius latus.b.c.protrahatur vsq; ad.d.dico q; angulus.c.extrinsecus est equalis duobus angulis.a.ℭ.b.intrinsecis sibi oppositis simul iunctis.ℭ q; tres anguli trianguli.a.b.c.simul iuncti sunt equales duobus rectis. A puncto.c.protrahā c.f.eqdistantē.a.b.ſm doctrinā p̄cedentis. eritq; angulus.f.c.a.eqlis angulo.a.qa sunt coalterni p̄ p̄mā p̄tē.29.ℭ angulus.f.c.d.extrisecus eqlis angulo.b.itrisecō p̄ secḋam p̄tē eiusḋē.q̄re totus.a.c.d.extrisecus ē eqlis duobus anguli:s.a.ℭ.b.intrisecis sibi oppositis.qđ ē p̄mū.ℭ qa duo anguli.a.c.b.ℭ a.c.d.sunt eqles duobus rectis p̄.13.erunt tres anguli.a.b.ℭ.c.intrinseci eq




les duobus rectis: quod est ꝓpositum. ¶ Ex hac aũt patet q̄ oĩs figure poligonie .4ª oēs anguli simul sumpti tot rectis angulis sunt equales quotus est numerus quo a prima desiterit duplicatus: verbi gratia. Poligoniarum figurarum est triangula prima: quia si esset dua3 linearum: cum figura sit clausio linea3: tunc due linee recte includerēt superficiem quod est impossibile per vltimam petitiōem. Quadrilatera secunda: pentagona3.ª similiter aũt q̄libet tota erit in ordine quotus erit numerus laterum aut angulorum eius: inde dempto binario. Dico ergo q̄ triangule q̄ ē prima oēs anguli sunt eq̄les duobus rectis. Quadrilatere q̄ est secunda erunt equales quatuor rectis ℈ penthagōe q̄ est tertia erũt equales sex rectis. Hoc aũt inde manifestum est qm̄ cum quelibet talis figura sit in tot triagulos resolubilis quota ipsa fuerit a prima ductis rectilineis a quouis angulo3 eius ad oēs angulos oppositos: sint3 oēs anguli oĩs triāguli duobus rectis equales erunt oēs laterate figure oēs anguli bis tot rectis equales quota ipsa fuerit a prima: quod est ꝓpositum. Sit.n. exempli grā: Penthagonus a.b.c.d.e.a cuius angulo.a. ducam lineas ad angulos.c.d. sibi oppositos: erit3 totus pētagonus resolutus in triāgulos.a.b.c.a.c.d.℈.a.d.e. quor3 cū cuiuslibet sint anguli equales duobus rectis erũt penthagoni anguli equales sex rectis: quod est duplum eius numeri quo a prima distat siue duplū numeri angulorum aut laterum eius ide dempto binario. ¶ Possumus quoq.ᵇ ℈ sic idem proponere dicētes q̄ oĩs figure poligonie oēs anguli pariter accepti sunt tot rectis angulis equales q̄tus ē numerus quē eius anguli duplicāt inde demptis quatuor pūcto.n. quolibet intra figuram signato ℈ ab eo ad singulos angulos lineis ꝓtractis in ipsa figura: tot triāgulos resoluta quāti fuerint eius anguli: itēq̄ oēs anguli oĩum illo3 triāgulo3 piter accepti tot rectis angulis erũt equales q̄tus est numerus quē duplicāt anguli ꝓpositę figure: cū itaq̄ sint oēs anguli triāgulo3 in quos ipsa resoluta est pūctum mediū circūstantes quatuor rectis equales p.13. manifestum cōstat ꝓpositum. ¶ Similiter quoq; patet q̄ oĩs figure poligonie anguli oēs extrinseci q̄uor rectis angulis sunt equales: sunt.n. intrinseci ℈ extrinseci bis tot rectis equales quot hũerint angulos per.13. Intrinseci aũt sunt bis tot rectis equales quot hũerit angulos: dēptis inde quatuor: ergo extrinseci sunt quatuor rectis equales: quod est ꝓpositum. Exēpli grā: ꝓpositi pentagoni latera ꝓtrahantur vt fiant anguli extrinseci.a.b.g. dem ꝓtrahatur v̄sq̄ ad.f. b.c. v̄sq̄ ad.g.c.d. v̄sq̄ ad.h.d.e. v̄sq̄ ad.k.e.a. v̄sq̄ ad.l. erũt per.13. duo anguli.a. intrinsecus ℈.a. extrinsecus equales duobus rectis. Eadem autem ratione duo anguli.b. intrinsecus. ℈. b. extrinsecus: sic ℈ quare.a.b.c.d.e. anguli intrinseci ℈ extrinseci decē rectis. demptis igitur intrinsecis q̄ sunt eq̄les sex rectis [illegible] a.e.k. eq̄les q̄uatuor rectis. ¶ Patet ēt q̄ oĩs pēthagoni cuius vnūquodq; latus duo secat ex reliq̄s h3.5. angulos duobus rectis equales. sit quilz ꝓponit pētagonus.a.b.c.d.e. ℈ secet latus.a.c. latus.b.e. in pūcto.g. ℈ latus a.d. idem latus.b.e. in pūcto.f. eritq; angulus.a.f.g. equalis duobus angulis.b. ℈.d. cū sit extrinsecus ad ipsos in triāgulo.f.d.b. Itēq; angulus.f.g.e. erit equalis duobus angulis.c. ℈.e. cū sit extrinsecus ad ipsos in trāgulo.g.e. sed duo āguli.a.f.g. ℈.f.g.a. cū angulo.a. sunt eq̄les duobus rectis: ergo q̄tuor anguli.b.d. ℈.c.e. sunt cū angulo.a. eq̄les duobus rectis: q̄d ēppositū.




## Castigator.

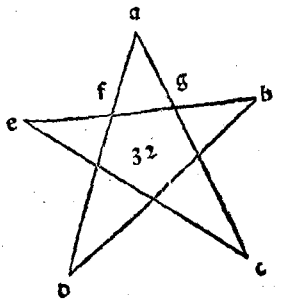
a ¶. s. multiangule nā grece poly. multū gonia vo angulū significat: ꝺ figure pluriū angulo3 dicere possumus. b ℣ Possumus quoq; ℈ sic idem ꝓponere ℈c. Ista regula aducitur infra in .11. libri. 11. ℈ multū [illegible] sequētes vt patet. c ℣ Ista vocaī figura egrediēdum angulo3 ℈ ē. 1. in ordine q̄ nec triangli nec quadrāguli latera ꝓtracta in cōtinuū ℈ directū cōcurrēt vt patet intuēti quia tunc due linee recte clauderent superficiem cōtra vltimam petitionem. De tetragono patet quia si latera sint equidistantia non concurrent sed si non sint equidistantia habebit angulos acutos ℈ obtusos: igitur ex vna parte latera concurrent ex alia vero

minime. Et sic non erit figura huius ordinis: sed latera pentagoni bina ℰ bina continent angulos obtusos ergo utrinq; ptracta cōcurrent ℰ sic ē prima talium.

## Propositio .33.

Si in summitatibus duarum linearum equidistantium tequalis quantitatis alie due linee coniungātur ipse quoq; equales t equedistantes erunt.

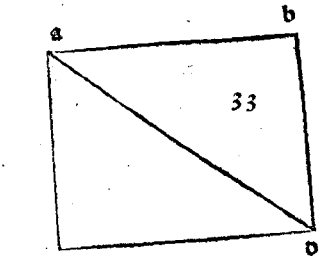
¶ Sint due linee. a. b. ℰ. c. d. equales ℰ equedistātes quarum extremitates coniungam p lineas. a. c. ℰ. b. d. quas dico esse equales ℰ equidistantes. ℣ Protrahā. n. lineam. a. d. ℰ quia linee. a. b. ℰ. c. d. sunt equidistātes erit angulus. b. a. d. equalis angulo. a. d. c. p primam partem. 29. ergo erunt duo latera. a. b. ℰ. a. d. trianguli. a. b. d. equalia duobus lateribus. d. c ℰ. d. a. trianguli. d. c. a. ℰ angulus a. primi equalis angulo. d. secundi. ergo p. 4. basis. b. d. primi est equalis basi a. c. secundi. ℰ angulus. a. d. b. primi equalis angulo. d. a. c. secundi. At quia ipsi sunt coalterni erunt linee. b. d. ℰ. a. c. equidistātes per. 27. ℰ quia prius probatum est ipsas esse equales: patet propositum utrinq;.

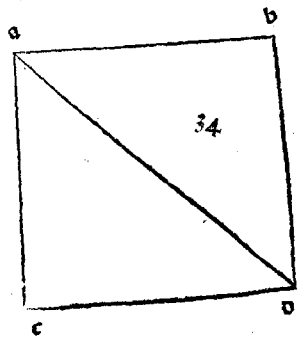



## Propositio .34.

Huius superficies equidistantibus contenta lateribus lineas atq; angulos ex aduerso collocatos habet equales diametro diuidente eam per medium.

¶ Sit superficies. a. b. c. d. equidistantium laterum: ita q; linea. a. b. equidistet. c. d. ℰ. a. c. b. d. dico duas lineas. a. b. ℰ. c. d. item duas lineas. a. c. ℰ. b. d. esse equales. Similiter ℰ dico angulum. a. eē equalem angulo. d. ℰ angulum. b. angulo. c. ℣ Protrahā diametrum. a. d. que etiam diuidet superficiem illam p medium. cum. a. b. ℰ. c. d. sint equidistantes: erunt anguli. b. a. d. ℰ. c. d. a. qui sunt coalterni equales per. 29. At quia ēt. a. c. ℰ. d. b. sunt equidistantes: erunt anguli. c. a. d. ℰ. b. d. a. qui sunt coalterni equales p eandem. Intelligo. n. duos triāgulos. a. d. b. ℰ. d. a. c. ℰ quia duo anguli. a. ℰ. d. trianguli. a. d. b. sunt equales duobus angulis. d. ℰ. a. trianguli. d. a. c. ℰ latus. a. d. super quod iacent illi anguli in utroq; triangulo est cōe: erit p 26. latus. a. b. equale lateri. c. d. ℰ latus. a. c. lateri. b. d. ℰ angulus. b. angulo. c. ℰ quia angulum. a. totalem patet esse equalem angulo. d. totali per secundam conceptionem totum propositum cū correlario liquet.

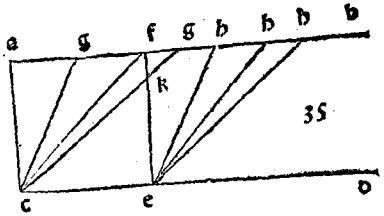


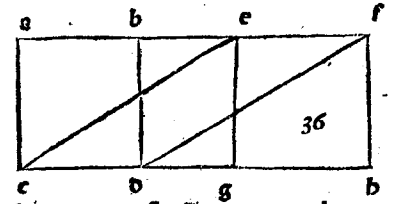

## Propositio .35.

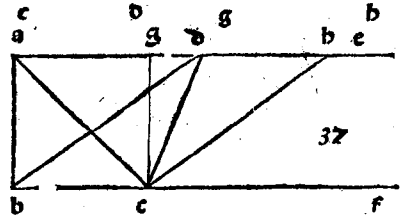
Omnes superficies equidistantium laterum super vnam basim atq; in eisdem alternis lineis constitute equales esse probantur.

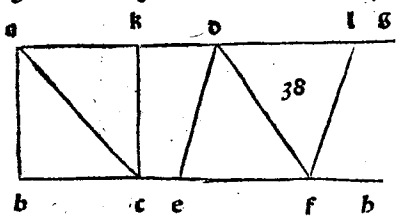
¶ Sint due linee. a. b. ℰ. c. d. equidistātes inter quas fiat a. c. f. e. superficies equidistantium laterum super basim. c e. ℰ super eandem basim ℰ inter easdem lineas fiat alia superficies. g. c. h. e. similiter equidistantium latez dico duas predictas superficies esse equales quod sic probatur. ℣ Aut. n. linea. c. g. secabit lineā. a. b. in aliquo puncto linee. a. f. aut in pūcto. f. aut in aliquo puncto linee b. f. secet ergo primo in aliquo puncto linee. a. f. ut in prima figuratione apparet. ℰ quia utraq; duarum linearum. a. f. ℰ. g. h. est equalis linee. c. e. per precedentem una earum erit equalis alteri dempta ergo linea. f. g. cōi remanebit. a. g. equalis. f. h. Quia per precedētem ite; est. a. c. equalis. f. e. ℰ angulus. h. f. e. angulo. g. a. c. per secundam partem. 29. uidelicet extrinsecus intrinseco erit per. 4. triangulus. a. c. g. equalis triangulo f. e. h. ergo irregulari figura quadrilatera que ē. g. c. f. e. addita utriq; erit superficies. a. c. f. e. equalis superficiei. g. c. h. e. quod est propositū. ℣ Secet ergo modo linea. c. g. lineam. a. b. in puncto. f. ut in secunda figuratione apparet. eruntq; simili argumentatione priori duo trianguli. a. c. f. ℰ. f. c. h. equales quare utrobiq; addito' triangulo. f. c. e. patet propositum. ℣ Secet tertio modo linea. c. g. lineā. a. b. inter duo puncta. f. b. ut in tertia figuratione apparet: secabitq; lineam. f. e. sic ut in puncto. k. ℰ

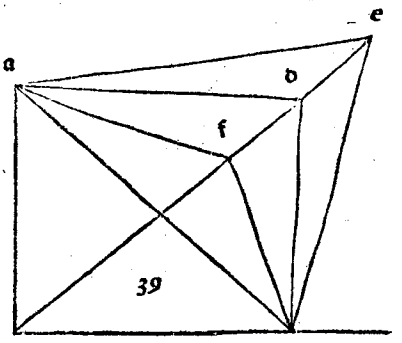


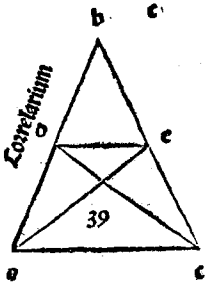

b




quia ſimili argumentatione priori linea.a.f.ē equalis linee.g.h.facta cō/muni linea.g.f.erit a.g.equalis.f.h.ꝫ triangulus.a.g.c.equalis triangulo f.c.h.adito ergo utriq; triangulo.c.k.e.ꝫ detracto ab utroq; triangulo.f. k.g.erit ſuperficies.a.c.f.e.equalis ſuperficiei.g.c.h.e.quod eſt ꝓpoſitum.

## Propoſitio .36.

Omnia paralellograma in baſibus equalibus atq; in eiſdem lineis conſtituta equalia eſſe neceſſe eſt.

¶ Paralellogramum dicitur ſuperficies equidiſtantium laterum. Sint due ſuperficies.a.b.c.d.ꝫ.e.f.g.h.equidiſtā/tium laterum conſtitute inter duas lineas equidiſtantes q̄ ſint.a.f.ꝫ.c.h.ꝫ ſuper equales baſes que ſint.c.d.ꝫ.g.h.di co eas eſſe equales. Nam protraham duas lineas.c.e.ꝫ.d.f.eritq; per.33.ſu perficies.c.d.e.f.equidiſtantium laterum propter hoc q̄.e.f.eſt, equalis ꝫ equidiſtans.c.d.nam utraq; earum eſt equalis.g.h. Q uia ergo per premiſ ſam utraq; duarum ſuperficierum.a.b.c.d.ꝫ.e.f.g.h.eſt equalis ſuperficiei c.d.e.f.ipſe erunt ſibi inuicem equales: quod eſt propoſitum.

## Propoſitio .37.

Quales ſunt ſibi cuncti trianguli qui ſuper eandez baſim atq; inter duas lineas equidiſtantes ſunt cō ſtituti.

¶ Sint duo triāguli.a.b.c.ꝫ.d.b.c.conſtituti ſuper baſim b.c.inter duas lineas.a.e.ꝫ.b.f.que ſint equidiſtantes: di co eos eſſe equales. Protraham enim.c.g.equiſtantem.a. b.ꝫ.c.h.equidiſtantem.d.b.per.31.eruntq; due ſuperficies.a.b.c.g.ꝫ.d.b. c.h. equales per.35.ꝫ quia dicti trianguli ſunt earum dimidia per corre/larium.34.ipſi erūt equales per cōem sciam que eſt quoꝫ tota ſunt eq̄lia ꝫ dimidia: ſicq; patet propoſitum. 37

## Propoſitio .38.

Duo trianguli ſuper baſes equales atq; inter duas lineas equidiſtantes ceciderint equales eos eſſe neceſſe eſt.

¶ Sint duo trianguli.a.b.c.ꝫ.d.e.f.conſtituti ſuper baſes b.c.ꝫ.e.f.equales ꝫ iter lineas.a.g.ꝫ.b.h.equidiſtantes: di co eos eſſe eq̄les. ℣ Protraham enim.c.k.equidiſtātem.a. b.ꝫ.f.l.equidiſtantem.e.d.eruntq; due ſuperficies.a.b.c.k.ꝫ.d.e.f.l.equa les per.36.ꝫ quia dicti trianguli ſunt eaꝝ dimidia ꝑ correlarium.34.ipſi erunt eq̄les ꝑ antedictam cōem sciam. 38

## Propoſitio .39.

Omnes duo trianguli equales ſi in eandem baſim et ex eadem parte ceciderint inter duas lineas equi diſtantes erunt.

¶ Sint duo triāguli.a.b.c.ꝫ.d.b.c.cōſtituti ſuper baſim b.c.ex una eademq; parte ſintq; equales: dico eos eſſe inter lineas equidiſtantes ꝫ hec eſt cōuerſa.37. ℣ A puncto.a.ꝑ traham lineam equidiſtantem linee.b.c.que ſi pertranſierit per punctum d.liquet propoſitum. Si autem ptranſierit ſupra aut infra: tranſeat primo ſupra ꝫ ſit.a.e.producāq;.b.d.usquequo ſecet lineā.a.e.in puncto.e.ꝫ pro traham lineam.e.c.ꝫ quia triāgulus c.b.e.eſt eq̄lis triāgulo.a.b.c.ꝑ.37. ꝫ triangulus.d.b.c.poſitus eſt eq̄lis triāgulo a.b.c.erit triāgulus.d.b.c. eq̄lis triangulo e. b.c.ps toti quod eſt impoſſibile. Nō igitur ptranſibit li nea q̄ a puncto.a.ducitur eq distanter.b c.ſupra.d.trāſeat.ergo infra.ꝫ ſit a.f.ſecās lineam .d.b.in pūcto.f.ptraham ergo lineam.f.c.ꝫ quia ꝑ.37. triāgulus.f.b.c.eſt eq̄lis triāgulo.a.b.c.ipſe ēt erit equalis triāgulo.d.b. c.ps toti quod eſt impoſſibile. Q uia ergo linea a puncto.a.equidiſtāter b.c.non trāſit niſi ꝑ punctum.d.patet propoſitum. ¶ Ex hac aūt ꝫ pre/miſſa nota q̄ ſi aliqua linea recta duo alicuius trianguli latera ꝑ eā ſecet uel ſecuerit ipſa erit tertio equidiſtās quod ſic ꝓbatur. Sit triāgulus.a.b.c. cuius duo latera q̄ ſunt a.b.ꝫ.b.c.ſecet linea.d.e.ꝑ equalia.a.b.quidem in pūcto.d.ꝫ.b.c.in puncto.e.dico q̄ linea.d.e.ē equidiſtās.a.c.Protraham

38 enī in q̄drilatero.a.c.e.d.diametros.a.e.ℭ.d.c.eritq; p.38.triāgulus.a.e.d equalis triangulo.d.e.b.propter id q̄ linea.a.d.posita est equalis linee.d. b. Itemq; per eandem triangulus.c.e.d.erit equalis eidem triangulo.d. e.b.propter id q̄ linea.c.e.posita est equalis linee.e.b.quia triangulus.a. e.d.est equalis triangulo.c.e.d.quia ergo ipsi sunt constituti super eandē
39 basim.uidelicet lineam.e.d.ℭ ex eadem parte ipsi,erunt p̄ hanc.39.inter li neas equidistantes ergo linea.d.e.est equidistans linee.a.c.quod quidē propositum ad quintam quarti tibi ual ebit.

¶ Castigator

a ¶ Iste concursus p̄batur per tertiam partem.29.per eam enim ℭ per aduersarium'duo anguli intrinseci totales.a.ℭ.b.sunt equales duobus rectis sed linea.b d.latus secundi trianguli diuidit angulum intrinsecum in duos ptiales.Et quia super lineas.a.e.ℭ.b d.cadit linea.a b.que ex parte.e.ℭ d.facit duos angulos minores duobus rectis scilicet.a b d.ℭ.e a b.quare per.4.petitionē due linee.a e.ℭ.b d.in eandem partem protracte concurrent. ¶ Vel sic per.30.si non concurrant.a e.ℭ.b d.per aduersarium.ipse per diffinitionem erunt equidistantes ℭ quia ēt ex ypothe.b c.equidistat a e.ideo'per.30.b d.ℭ.b c.erunt equidistantes cum utraq; equidistet.a e. ℭ sic.b d.cum.b c.non cāsarent angulū d.b.c.qđ est contra ypothesim. ¶ Potest etiam propositum huius.39.,concludi ostensiue sic per conuersionem.35.sic deducendo uidelicet ducam a puncto.e.per.31. equidistantem lateri.a b.q̄ sit.c e.quam ponam per.3.equalem ipsi.a b.ℭ coniūgam extremitates.a.ℭ.e.per lineam.a e.per primam petitionem q̄ erit equalis ℭ equidistans basi.b c.per.33.deinde ab eodem puncto.c.p eandē 31.erigam equidistantem lateri.b d.que sit.c.f.quam similiter ponam per.3.equalem ipsi.b d.demum per rectam coniungam extremitates.d f per eandem petitionem que similiter erit equalis ℭ equidistans ipsi basi b c.per eandem.33.ℭ sic sunt due superficies equidistantium laterum.equales quia dicti trianguli sunt earum dimidia ℭ sunt equales per ypothesim ergo ipse sunt equales per conceptionem quoꝝ dimidia sunt equalia tota quoq; sunt equalia ℭ sunt super eandem basim.b,c.ergo p̄ conuersionem 35.ipse sunt inter duas lineas equidistantes que sunt.a f.ℭ.b c.ℭ sic earū dimidia que sunt ipsi trianguli. ¶ Ista facit ad secundam.11.ℭ ad primam.14.ℭ.6.ℭ.7.8.17.

## Ꝓpositio .40.

**Si duo trianguli equales super equales bases unius eiusdemq; linee ex eadem parte fuerint constituti eos inter duas lineas equidistantes necesse est contineri.**

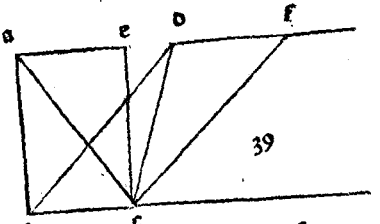
¶ Sint duo trianguli.a.b.c.d.e.f.eq̄les cōstituti sup̄ duas bases q̄ sunt.b.c.ℭ.e.f.ℭ ex eadem pte dico eos esse inter duas lineas equidistantes.ℭ hec est cōuersa.38.,ℭ p̄batur,per ipsam sicut pce
38 dens p.37.V A puncto.a.ducatur linea,equidistās linee.b.f.q̄ si transierit
37 p̄ punctum.d.patet ꝓpositum,sin aūt ptransierit supra ut.a.g.ℭ pducatur
38 e.d.usq; ad ipsam q̄ sit.e.g.ℭ ducatur linea.g.f.eritq; p.38.triangulus.a.b. c.equalis triangulo.g.e.f.quare ℭ triangulus.d.e.f.erit equalis triāgulo. g.e.f.ps toti quod est impossibile.Non ergo trāsibit supra Trāseat ergo in
38 fra.ℭ secet lineam.d.e.i puncto.h.ℭ ducatur linea.f.h.eritq; p.38.triangulus.h.e.f.equalis triangulo.a.b.c.quare ℭ triangulus.d.e.f.ps toti quod ē impossibile.quia ergo non transibit nisi per punctum.d.patet ꝓpositum.

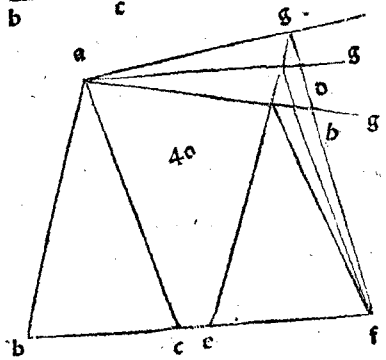
## Ꝓpositio .41.

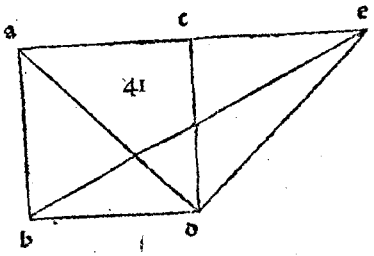
**Si paralellogrammum triangulusq; in eadem basi atq; in eisdem alternis lineis fuerint constituta paralellogrammum triangulo duplum esse conueniet.**

¶ Sit palellogramū.a.b.c.d.ℭ triāgulus.e.b.d sup̄ basim b.d.ℭ inter lineas a.e.ℭ.b.d.q̄ sint eqdistantes: dico palellogramū duplū eē triāgulo ptrahā in palellogrāo diame tr̄.a.d.eritq; triāgulus.a.b.d.dimidiū palellogrami p̄ corr̄.34.ℭ quia

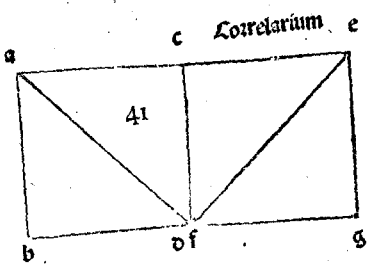




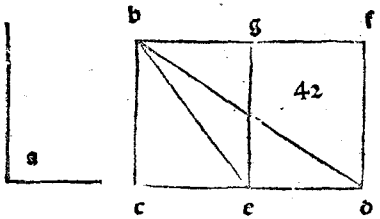




Correlarium



triangulus.e.b.d.eſt equalis triangulo.a.b.d.per.37.patet triãgulum e.b.d.eſe dimidium palellogrami.a.b.c.d.quod ẽ propoſitum. Similiter quoq; poteſt probari q; ſi palellogramum triangulusq; in equalibus baſibus,atq; inter lineas equidiſtantes fuerint conſtituta palellogramum duplum erit triãgulo:quod ideo non poſuit Euclides:quia leuiter patet ex hac precedente correlarium, ꝛ.38.diuiſo palellogramo per diametrũ in duos triangulos, uel ſuper baſim palellogrami inter easdem lineas eq diſtantes triangulo conſtituto ad quem duplum erit paralellogramum per hanc precedentem ꝛ ipſe equalis alteri triãgulo per.38.

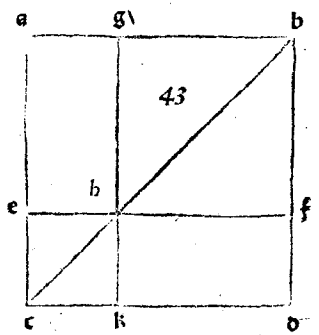



## Propoſitio .42.

Quidiſtantium laterum ſuperficiem deſignare cuius angulus ſit angulo aſſignato equalis.ipſa vero ſuperficies triangulo aſſignato equalis.

¶ Sit aſſignatus angulus,a,ꝛ aſſignatus triangulus,b,c,d,uolo deſcribere ſuperficiem equidiſtantium laterum eq lem triangulo,b,c,d. cuius uterq; duorum angulorum contra ſe poſito2 ſit equalis,a,/ Diuido baſim,c,d,per dimidiũ in punꝯto.e,ꝛ protrabo lineam,b,e,ꝛ a puncto,b,duco,b,f,equidiſtantem c,d,eritq; per.38.triangulus,b,e,d,equalis triangulo,b,e,c,quare triangulus.b,e,d,eſt dimidium totalis triãguli,b,c,d.igitur ſuper punctum e,linee,d,c,cõſtituo angulum,d,e,g,equalem angulo,a,ꝛ perficio paralellogramum,g,e,d,f,quod quia per precedentem eſt duplum ad triãgulum,b,e,d,erit etiam equale triangulo,b,c,d,per hanc cõem scientiam:quorum dimidia ſunt equalia,ipſa quoq; ſunt eqlia.eſt enim triangulus.b.c.d.utriusq;dimidium quare deſcripſimus paralellogramum,g,e,d,f,equale triangulo,b,c,d,cuius uterq; duorum angulorum,g,e,d, ꝛ,d,f,g,cõtra ſe poſitorum eſt equalis angulo,a,quod fuit propoſitum.

## Propoſitio .43.




Omnis paralellogrami ſpacij eorum que circa diametrum ſunt paralellogramorum ſupplementa eq ſibi inuicem eſſe neceſſe eſt.

¶ Sit paralellogramum,a,b,c,d.in quo protraham diametrum,b,c,ꝛ protraham,e,f,equidiſtãtem utriq; duorum laterum,a,b,ꝛ,c,d,que ſecet diametrum in puncto h,a quo ducam,k,g,equidiſtantem utriq; duorum laterum,a,c,ꝛ.b,d,ꝛ ꝓducam eã quousq; ſecet utrumq; latus,a,b,ꝛ,c,d,ſitq; tota,g,h,k, erit totum paralellogramum,a,b,c,d.diuiſum in quatuor paralellogrãma quorum duo ſcilicet,e,c,k,h,ꝛ,g,h,b,f,dicuntur conſiſtere circa,c,b, quia diametrum trãſit per mediũ eorum ꝛ ideo ſunt circa diametrum:i reliqua duo ſcilicet,a,e,g,h,ꝛ,k,h,f,d,dicuntur ſupplementa hec duo ſupplementa dicuntur eſſe equalia,ſunt enim duo trianguli,a,b,c,ꝛ, d,b,equales per correl.34.ſimiliter quoq; duo trianguli,g,h,b,ꝛ,f,h, b,ſunt equales per idem correl.34. At duo trianguli,c,e,h,ꝛ,k,h,c,ſimiliter equales per idem correlarium demptis igitur duobus triangulis b,g,h,ꝛ,h,e,c,de totali triangulo,a,b,c,ac duobus triangulis reliquis b,f,h,ꝛ,k,c,b,de totali triãgulo reliquo,c,d,b,erunt per communem sciam reſidua:que ſunt duo dicta ſupplemẽta equalia:quod eſt ꝓpoſitũ.

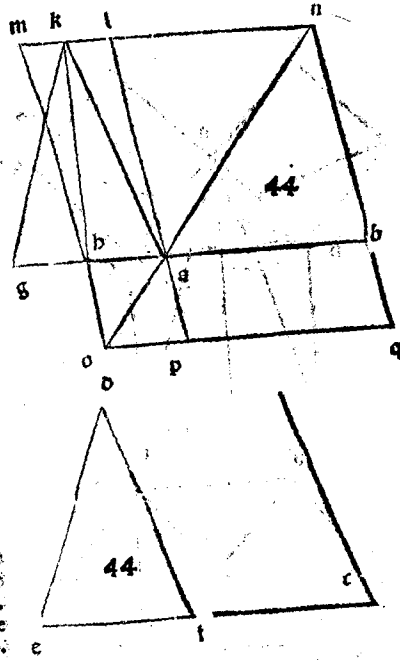
## Propoſitio .44.

Roposita linea recta ſuper eam ſuperficiem equidiſtantium laterum cuius angulus ſit angulo aſſignato equalis ipſa vero ſuperficies triangulo aſſignato equalis deſignare.

¶ Deſignare ſuperficiem equidiſtantium laterum ſuper lineam aliquam eſt lineam ipſam facere latus unum ipſius ſuperficiei. Sit ergo data linea,a,b,ꝛ datus angulus,c,ꝛ datus triangulus d,e,f,ſuper lineam,a,b,uolo deſignare ſuperficiem unam equidiſtantium laterum itaq; linea,a,b,ſit unũ ex lateribus eius cuius uterq; duorum

gulorum eōm se positorum sit equalis angulo .c. ℣ ipsa totalis superficies
42 sit eq̄lis triangulo .d.e.f. differt aūt hec a .42. quia hic Datur latus unius
superficiei describēde scilicet linea .a b. ibi aūt nullum . Cum ergo uo
luero facere aliquo lineam .a g. lineę .a b. sm rectitudinem quam po
no equalem linee .e f. ibi ℣ trianguli dati super quam constituo triangulū
illum .e i. equalem ℣ equilaterum. quod hoc modo facio. Constituo an
gulum .g.k. equalem angulo .e. ℣ angulum .g.a.k. equalem angulo .f. p
23 ℣ cum .g.a. posita fuerat equalis .e. fiet per .26. triangulus .g.a.k. eq̄
li. ℣ equilaterus triangulo .c.f.d. diuidam ergo .g.a. per equalia in pūcto
23 b. ℣ protrahamus .k.b. ℣ producam a pūcto .k. lineam .m.k.n. equidistan
26 tem linee .g b. eritq̄ per .38. triangulus .a b.k. equalis triangulo .g b.k. tūc
38 super punctum .a. lineę .g a. faciam angulum .g.a.l. per .23. equalem an
23 gulo .e. dato ℣ complebo super basim .a.k. ℣ inter lineas .g b. ℣ .m.n. equi
distantes superficiem equidistantium laterum .m.l.b.a. que per .41. du
41 pla erit ad triangulum .k b.a. quare equalis ℣ toti trianguli .k.g.a. quare
℣ triangulo .d.e.f. Proposito protraham ergo .b m. equidistantem .a l. ℣
producam diametrum .n g. quam protrahā sm quod, concurrat cum .m
b. in puncto .o. ℣ complebo superficiem equidistantium laterum .m.o.n
a ℣ protrahā .m.l.a. usq; ad .p. eritq; per precedentem supplementum .a.b
p.q. equale supplemento .m.l.b.a. quare ℣ triangulo .d.e.f. ℣ quia per .15.
15 angulus .l.a.b. est equalis angulo .b.a.p. ℣ ideo angulus .b.a.p. est equa
lis angulo .c. patet super datam lineam .a b. describi posse superficiem
equidistantium laterum .a b.p.q. equalem dato triangulo .d.e.f. cuius uter
℣ duorum angulorum contra se positorum qui sunt .a. ℣ .q. est equalis da
to angulo .c. quod fuit propositum. ¶ Castigatio.

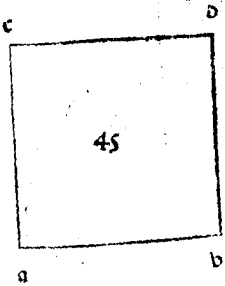
a ¶ Concursus ille non probatur ab auctore sed sic dicitur nam a l n. est
triangulus ℣ .p.17. huius duo anguli .l.n. sunt minores duobus rectis ℣ per
scundam partem .29. huius angulus .l. extrinsecus equatur angulo .m.
intrinseco ergo duo anguli .m n. sunt minores duobus rectis quare per pe
nultimam petitionem .m b. ℣ .n a. concurret ad ptem illam in pūcto .o.



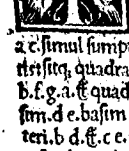

## Propositio .45.

Data linea quadratum describere.

11 ¶ Sit data linea .a b. ex ℣ quolo ℣ dratū describere. A pū
cto .a. ℣ .b. ducte .a b. educo per .11. lineas .a c. ℣ .b.d. perpen
28 diculares ad lineam .a b. quarum equidistantes per ultimam partem .29. ℣ ponō unāq; earum in eidem .a b. per ter
33 tiam equalem ℣ protrahō lineam .c d. eritq; ipsa equalis
29 ℣ equidistans linee .a b. per .33. ℣ quia uterq; duorum angulorum .a. ℣ .b.
est rectus. erit uterq; duorum .c. ℣ .d. rectus per ultimam partem .29. ergo
11 per diffinitionem .a b.c.d. est quadratum quod est propositū. ℣ Idem al
31 ter sit .a.c. perpendicularis super lineam .a b. per .11. ℣ sit ei equalis ut prius
℣ a puncto .c. per .31. ducatur .c.d. equidistans .a.b. ℣ ponatur equalis ei ℣
33 ducatur linea .d.b. que per .33. erit equalis ℣ equidistans .a.c. ℣ omnes an
29 guli recti per ultimam ptem .29. ere per diffinitionem habemus ppositū.

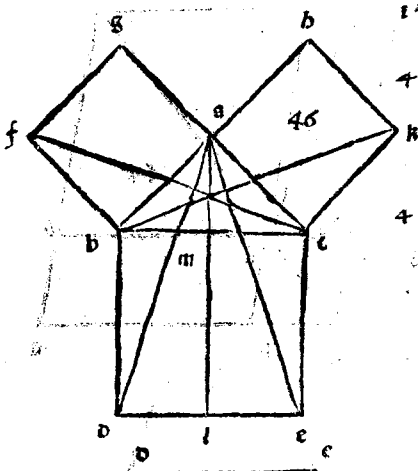


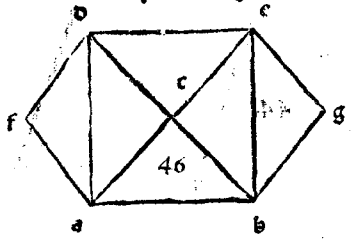

## Propositio .46.

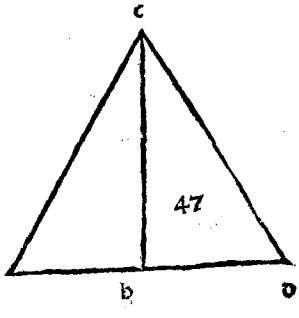


In omni triangulo rectangulo quadratum quod a latere recto angulo opposito in semetipso ducto describitur equum est duobus quadratis que ex duo bus reliquis lateribus conscribuntur.

¶ Sit triangulus .a b.c. cuius angulus .a. sit rectus dico q
quadratum lateris .b c. equum ē quadrato .a b. ℣ quadrato
a c. simul sumptis. ℣ Quadrabo ergo hec tria latera sm doctrinā precedē
tis sitq; quadratum .b c. superficies .b.c.d.e. ℣ quadratum .b a. superficies
.b.f.g.a. ℣ quadratū .a c. superficies .a.c.h.k. ab angulo .a. recto ducam ad ba
sim .d e. basim maxitni quadrati tres lineas .s.a.l. equidistantem utriq; la
teri .b d. ℣ c e. que secet .b c. in puncto .m. ℣ ypothemisas .a d. ℣ a e. Itemq;
a duobus reliquis angulis trianguli qui sunt .b. ℣ .c. ducam ad duos angu




los duorum quadratorum minoꝝ duas lineas se intersecantes intra ipsum triangulum que sunt. b.k. & c.f. & quia uterq; duorum angulorum. b.a.c. & b.a.g. est rectus per 14. erit. g.c. linea una: eadem ratione erit. b.h. linea una. ga uterq; duorum angulorū. 6. 4. b. & c. a. h. est rectus: quia ergo super basim. b.f. & inter duas lineas equidistantes que sunt. c.g. & b.f. constituta sunt paralellogramum. b.f.g.a. & triangulus. b.f.c. erit per. 41. paralellogramum. b.f.g.a. duplum triangulo. b.f.c. sed triangulus. b.f.c. est equalis triangulo. b.a.d. per. 4. quia. f.b. & b.c. latera primi sunt equalia. a.b. & b.d. lateribus postremi. & angulus. b. primi est equalis angulo. b. postremi eo q; uterq; constat ex angulo recto & angulo. a.b.c. comuni. ergo paralelogramum. b.f.g.a. est duplum ad triangulum. a.b.d. sed palellogrāmū. b.d.l.m. est duplum ad eundem triangulum. per. 41. quia constituti sunt super eandem basim scilicet. b.d. & inter lineas equidistantes que sunt. b.d. & a.l. ergo per cōem scientiam quadratum. a.b.f.g. & paralellogramū. b.d.l.m. sunt equalia. quia eorum dimidia uidelicet predicti triangui sunt equalia. Eodem modo & per easdem propositiones mediantibus triangulis. k.b.c. & a.e.c. probabimus quadratum. a.c.h.k. esse equale paralellogramo. c.e.l.m. quare patet propositū. ¶ Castigator.

¶ Et correlarie potest addi ex quo patet q; quadratum diametri ad quadratum coste est duplum quo applicato conclusio probatur in lateribus quadrati & diametri que faciunt ysochelem quia ad specialiter tenderet conclusio ut patet per applicationem in corelario. sed tam sit igitur huius modi ysocheles. a.b.c. & sint. a.c. & b.c. continentia angulum. c. rectum. c. quia & a.b. sit maximum latus quod opponitur angulo recto. c. dico q; quadratum huius maximi lateris est equale duobus quadratis reliquorum laterum scilicet quadrato. a.c. d.f. quod est quadratum lateris. a.c. & quadrato. b.c. e.g. quod est quadratum lateris. b.c. Est enim quadratum. a.b.e.d. diuisum in quatuor triangulos equales per duas diametros e.a. & b.d. quorum duo sunt medietates maiorum duorum quadratorū scilicet triangulus. a.c.d. & b.c.e. sicut uides sed triangulꝰ principalis. s.a. b.c. & triangulus ei oppositus puta. c.d.e. sunt equales. aliis medietatibus duabus quadratorum minorum que sunt extra quadratum maximum quoniam omnes isti in. 6. triangulos equales diuisi sunt sicut patet expredictis igitur quadratū lateris. a.b. est equale duobus quadratis reliquoꝝ laterū ut dicit prima ps theorematis & p cōsequens. a.d. qd ad. est duplum ad quadratum alterius lateris & ita quadratum diametri erit duplum ad quadratū coste ut dicit corelarium. quia latus maioris quadrati est diameter minoris & latus minoris est semidiameter maioris ergo. &c.

## Propositio .47.

SI quod ab vno trianguli latere in seipsum ducto, producitur equus fuerit duobus quadratis que a duobus reliquis lateribus describuntur. rectus est angulus cui latus illud opponitur.

¶ Lineam in seipsam ducere est eius quadratum describere. ¶ Sit triangulus. a.b.c. sitq; quadratum lateris. a.c. & quale quadratis duorum laterum. a.b. & b.c. simul iūctis. dico angulum b. cui latus. a.c. opponitur esse rectum: & hec est conuersa prioris. ¶ A puncto. b. extraho lineam. b.d. per. 11. perpendicularem super lineam. b.c. quam pono equalem. a.b. & produco lineam. d.c. erit. q; precedētem quadratū. d.c. equale duobus quadratis duarum linearum. d.b. & b.c. & quia. b.d. posita est equalis. b.a. erunt per communem scientiam que est linearum equaliū equalia esse quadrata: quadrata duarum linearum. a.b. & b.d. equalia: qua propter erit quadratum. d.c. equale quadrato. a.c. ergo per aliā cōmunem scientiam q; est conuersa prioris scilicet lineas quaꝝ quadrata sunt equalia esse equales: erit. d.c. equalis. a.c. quare per. 8. angulus. b. triāguli. a.b.c. est rectus quod est propositum.

## Propositio .48.

Propositio quibuscunq; quadratis alteri illoꝝ gnomonem reliquo equalem describere.

¶ Proponatur ergo duo quadrata scilicet. a.b.ꝯ.c.d.ꝯ sit propositum producere gnomonem circa. a.b. equalem. c.d. quadrato. ¶ Protrahatur in quantum latus quadrati. a.b ad equalitatem unius lateris quadrati. c.d. in continuum ꝯ sit. b.e. ita q̄. f.e. sit ecqle uni lateri quadrati. c.d. ꝯ. e. ducatur in eum recta ad. a. fo ergo rectangulus orthogonius qui sit angulus rectus ar guat ergo ꝑmi penultimam primi sicia quadratū. c.a. est tm quantum quadra tum. e.f. ꝯ tantum ꝯ sed quadratū. c.f. est ecqle quadrato. c.d. ꝯ quadra tum. f.a. ecquale quadrato. a.b. ergo quadratum. a.e. ecquale quadratis. a.b. ꝯ c.d. rectū. e.f.a. ē triangulus ergo. e.f. ꝯ. f.a. latera sunt ꝛogiora. a.e. latere. ꝑmi 20. primi sed. f.a. ē ecqle. a.b. rō quadratiue. ergo. e.f. ꝯ. f.b. sunt ꝛogiora. a.e. ergo illa totalis linea scilicet. e.b. ē maior. a.e. resecetur ergo. b.e. ad equa 20 p. litatem. a.e. ad punctum. e. sic q̄. b.c. sit equale. a.e. ergo quadratum. b.e. est equale quadrato. a.e. sed quadratum. a.e. ut prius probatum fuit est ecquale quadratis. a.b. ꝯ. c.d. ergo quadratum. b.e. est ecquale eisdem sed quadratum. b.c. est ipse quadratum alteri illoꝝ duorum illum igitur mu des ergo gnomo ille est quadrato. c.f. equalis. q̄ erat probandum.

¶ Ista ultima membrum me reprimente in antiquissimis libris penultima se cundi ꝯ nullo mō est huius ꝑmi cum de gnomone nihil sit dictū adhuc. Explicit liber primus Incipit liber secundus.

¶ Liber secundus. Euclidis de potētia linee recte et illoꝝ par tium ex optima Campani interpretatione Magistro Luca pa ciolo de burgo. Sancti Sepulcri. Ordinorum. Caligatore diligentissimo ꝯ felicissime Incipit.

Omne paralellogramum rectangulum sub duabus lineis angulum rectū ābientibus dr̄ ꝯtineri.

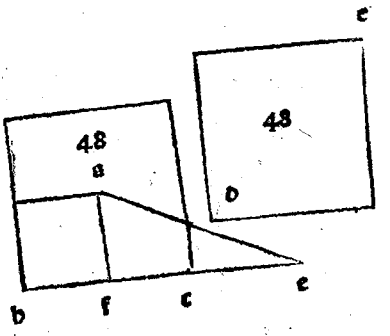
¶ Paralellogramum est superficies eq distantium laterum.

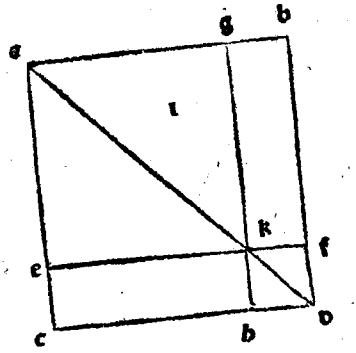
¶ Paralellogramū rectāgulum ē hūs ōs angulos rectos. ꝯ ducitur ex uno duorum laterum ambientium unū ex illis angulis in reliquum. ꝯ ideo sub illis dicitur contineri.

¶ Oīs palellogrami spacij eaꝝ dem q̄ diameter secat ꝑ medium palellograma circa eādes diametrum consistere dicuntur. Eorum vero paralellogramoꝝ que circa eandem diametrum consistunt quodlibet unum cum supplementis duobus gnomon nominatur.

¶ Quas palellograma dicunt cōsistere circa diametros. ꝯ ꝯ sunt supplemēti expositum est supra in demonstratione. 43. ꝑmi. ¶ Sit. n. palellogra 43 p mum. a.b. cuius diametros. a.d. diuidant due linee. e.f. ꝯ. g.h. ducte equi distāter lateribus oppositis dicti palellogrami. secātes se sup diametr. a.d in puncto. k. erit. ipsum paralellogramum diuisum in. 4. paralellogra 4 ma ꝯ inūquo dē duorum paralellogramorum que sunt. a.g.e.k. ꝯ. k.f. h.d. que diameter secat ꝑ medium dicit consistere circa diametrum. Re liqua duo q̄ diameter non secat dicuntur supplementa q̄ duo supplemen ta cum altero dictorum palellogramorum consistentium circa diame trum componit figuram quādam q̄ gnomo appellat cui deest ad cōple mētum palellogrami palellogramum unum reliquum circa diametrum consistentis quod si addat supra diametrum totalis compositi cōsistet. erit



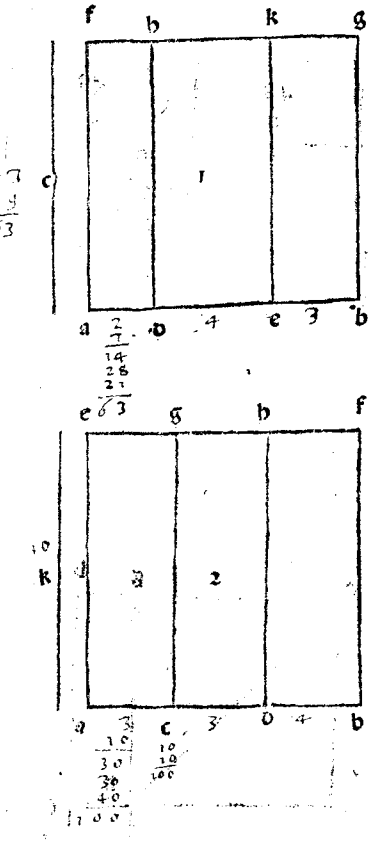


q̄ simile totali. Vnde parallelogramū addito gnomone quāuis crescat minime tñ alteratur. quemadmodum dixit Aristoteles in predicamentis.

Caligator

a ¶ Ex quo hec pulchra sequūtur uidelicet primū q̄ quis minuat superficies parallelogrami non pp hoc minuitur lateralis circumferentia quia ex ipsa dempto uno dictorum parallelogrammorum circa diametrum consistentiū residuum quod erit figura gnomonis tantundem circuet. Et secundum consequitur q̄ licet gnomoni augeatur superficies addito sibi parallelogramo prius dempto non pp hoc augetur eius circūferentia lateralis. Tertium sequitur q̄ oīs superficies rectangula plana est parallelogrammum sed non econtra cum oīs talis sit de necessitate equidistantium laterum ¶ non possit reperiri in pluribus nec paucioribus quatuor laterum ad hoc q̄ oēs eius anguli sint recti. Ideo aplicando aduerte. F Productum. Quod fit ex ductu unius in alterum. Superficies rectangula. Rectangulum. Multiplicatio. Parallelogrammum rectangulum. Nomina sinonima.




## Propositio .1.

SI fuerint due linee quarum una in quotlibet partes diuidatur illud q̄ ex ductu alterius in alteram fiet equum erit his que ex ductu linee indiuise in unā quāq; partem linee particulatim diuise rectangula producentur.

¶ Lineam in aliam lineā ducere ē supra terminos unius earum duas lineas orthogonaliter alii eqles erigere. ¶ superficiem equidistātium laterum rectāgulam complere q̄ sub illis duabus lineis p diffinitionem dicitur contineri. ¶ Sit due linee. a b. ¶. c. quarū una scilicet a b. in quotlibet pter diuidatur q̄ sint. a d. ¶. d e. ¶. e b. dico q̄ illud quod fit ex ductu c. in totam. a b. equum est illis palellogramis rectangulis simul iūctis q̄ fiūt ex. c. in. a d. ¶ in. d e. ¶ in. e b. F Sup pūcta. a b. erigā lineas. a. ¶. b. g. ppendiculares sup lineam. a b. quarum utraq; sit eqlis linee. c. ¶ cōplebo rectāgulam superficiem. a f. b. g. ducta linea. f g. q̄ per diffinitionem pducitur ex. c. in. a b. ¶ sub illis dicitur cōtineri. p tertiam quoq; a punctis d. ¶. e. lineas. d h. ¶. e k equidistātes lateribus. a f. ¶. b g. eritq; utraq; earum eqlis c. p. 34. pmi utraq; earū est eqlis. a. f. p diffinitionem igitur rectangulum. a. d. f. h. pducitur ex. c. in. a. d. ¶ sub illis dr cōtinent ¶ rectāgulū. d. b. e. k. ex. c. i. d e. ¶ rectāgulū e. k. b. g. ex. c. in. e b. ¶ quia hec rectangula simul iuncta sunt eqlia totali rectangulo. a. f. b. g. patet uerū esse propositū.

## Propositio .2.

SI fuerit linea in partes diuisa illud quod ex ductu totius linee in seipsam fit equum erit his que ex ductu eiusdem in oēs suas partes.

¶ Sit linea. a b. diuisa in. a c. ¶. c d. ¶. d b. dico q̄ illud q̄ fit ex ductu totius. a b. in se quod sit. a e. b f. equum est his que fiunt ex ipsa tota in unamquamq; dictarum partium quod palā patebit. ducitur. q̄ g. ¶. d h. equidistāter. a e. ¶. b f. F Aliter sumatur. k. eqlis. a b. eritq; p pmissam quod fit ex ductu. k. in totā. a b. equi ei q̄d fit ex ductu. k. in oēs ptes. a b. ¶ quia ex. k. in. a b. tm fit quātum ex. a b. in se. ¶ ex. k. in oēs partes. a b. quantum ex. a b. in omnes partes eiusdem propter id quia k. ¶. a b. sunt equales patet uerum esse propositum.

## Propositio .3.

SI fuerit linea in duas partes diuisa illud quod fiet ex ductu totius in alterutram partem equum erit his que ex ductu eiusdem partis in seipsam ⁊ alterius in alteram.

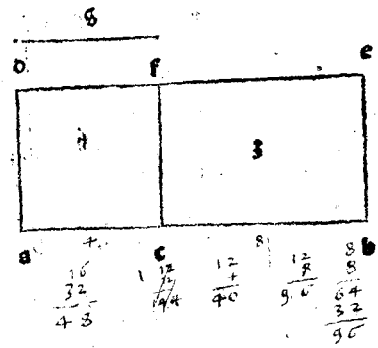
¶ Sit linea. a b. diuisa in. a c. ¶. c b. dico q̄ illud quod fit ex tota. a b. in eius partem. a c. equum est quadrato eiusdē a c. partis. ¶ ei quod fit ex eadem parte. a c. in. b c. fiat quadratum linee. a. c. q̄ sit. a. c. d. f. ¶ pficiatur superficies. a. b. d. e. patebitq; propositum. F Ali

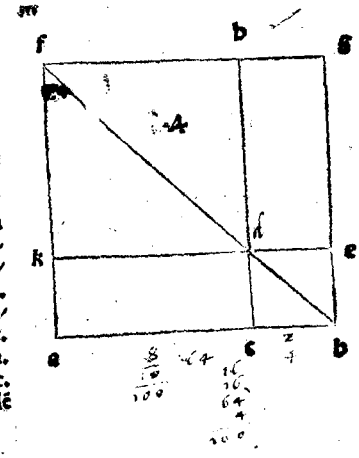
ter sumaꝫ .g. equalis .a c. ℈ quia .b a. in .a c. tm̃ est quantum .a c. in .a b. ecõ uerso ℈ .a c. in .a b. ℈ in .c b. ℈ in seipsam quantum .g. in eandem. At .g. in totam .a b. quatum in .a c. ℈ in .c b. per primam huius patet propositum. scilicet q̃ tantum erit .a c. in .a b. quantum in se ℈ in .c b. quare econuerso .a b. in .a c. quantum .a c. in se. ℈ in .c b. quod uolumus demonstrare.

## Propositio .4.

SI fuerit linea in duas partes diuisa illud quod ex ducta totius in seipsam sit æquus est his que ex ductu utriusq; partis in seipsam & alterius in alteras bis. Ex hoc maĩfestum est q̃ in omni quadrato due superficies quas diameter secat per medium sunt ambe quadrate.

¶ Sit linea .a b. diuisa in .a c. ℈ .b c. dico q̃ quadratum totius .a b. equum ẽ duobus quadratis duarum linearum .a c. ℈ .b c. ℈ duplo eius quod fit ex ductu unius earũ in alteram. ℣ Describam q̃dratum alterius partialium sit q̃ .c d. b e. quadratum linee .c b. cui adiũgam gnomonem ſm ductum directiũ linee alterius scilicet .a c. quod faciam hoc mõ. In quadrato descripto protrahatur diametrum .b d. ℈ a puncto .a. educam perpẽdicularẽ super lineam .a b. que sit .a k. quam .a k. ℈ diametrum .b d. producam usq; quo concurrant in puncto .f. ℈ a puncto .f. producam .f h. equidistantem linee .a b. quam .f h ℈ .b e. producam usq; quo concurrãt in puncto .g. ℈ producam .c d. usq; ad .h. ℈ .e d. usq; ad .k. Et quia duo latera .d e. ℈ .e b. trianguli .d e b. sunt equalia 5 p. 32 erũt p. 5. ſmi duo anguli .e d b. ℈ .e b d. equales ℈ quia angulus .e. est rectus erit p. 32. primi uterq; eorum medietas recti. Eadem rõne uterq; duoꝝ angulorum .c d b. ℈ .c b d. erit medietas recti. quare per secundam ptem. 29 p. primi erit unusquisq; quatuor angulorũ qui sunt .h f d. ℈ .b d f. ℈ .k f d. ℈ .k d f. medietas recti ergo p. 6 p. primi .f g. ℈ .g b. sunt equales. similiter quoq; .f a. ℈ .a b. pari rõe .f h. ℈ .h d. Item q̃ f k. ℈ .k d. quare utraq; duarum superficierum .a b g f. ℈ .k d h f. est quadrata ℈ quia totale quadratum .a b f g. q̃ est quadratum linee .a b. constat ex duobus quadratis quę consistunt circa diametrum q̃ sunt quadrata duarum linearum .a c. ℈ .c b. ℈ ex duobus supplementis quorum unũquodq; pducitur ex .a c. in .b c. patet propositum nostrum. ¶ Aliter sit linea .a b. ut prius diuisa in .a c. ℈ .c b. erit q̃ p. 2. huius quod fit ex tota .a b. in se equum ẽt quod fit ex ipsa in .a c. ℈ .c b. sed ex ipsa in .a c. tm̃ fit quantum ex .a c. in se ℈ ex .a c. in .b c. per 3 huius. Itẽq; ex ipsa .a b. tota in .b c. tm̃ fit q̃tum ex .c b. in se ℈ ex .c b. in .a c. per eandẽ. ergo qđ fit ex tota .a b. in se equum est ei quod fit ex .a c. in se ℈ in .c b. ℈ ex .c b. in se. ℈ in .a c. quod est propositum. Sed hac uia nõ patet correlarium. sicut uia precedẽti patet. unde prima est auctori magistri consona.



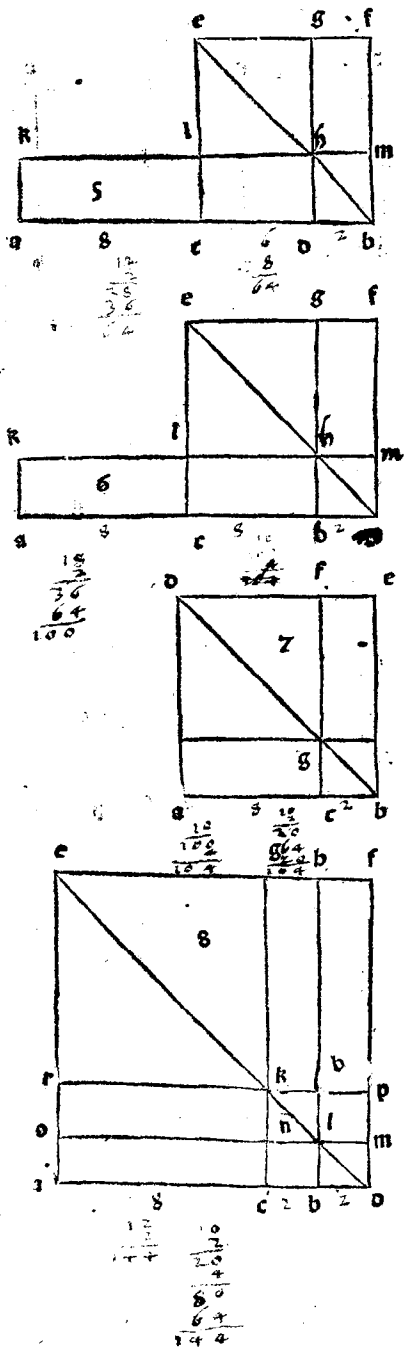




### ¶ Castigator

¶ Nota q̃ numq̃ poterit linea aliqua taliter diuidi partibus existentibus inequalibus. quin quadrata partium inequalium simul iuncta sint maiora duplo superficiei unius partis in alteram ut cõstat ex ꝓmo duorum añcedentium pre demonstratorum super .35. decimi ut ibi apte declarat quod est nota dignum in praticis operationibus ꝓpter radicum subtractionem unius ab altera cum semper duplum superficiei unius in alteram oportet detrahi a summa quadratorum partium inequalium ℈ radix remanẽtis erit residuum que operatio ex ista .4. secundi. elicitur ℈ per eam probatur ℈ earum additio ut super .35. decimi.

## Propositio .5.

SI linea recta per duo equalia duoꝝ inequalia secetur quod sub inequalibus totius sectionis rectangulum cõtinetur cum eo quadrato quod ab ea que inter utrasq; est sectiones describitur equum est ei quadrato quod a dimidio totius linee in se ducto describitur.




¶ Sit linea.a.b.diuisa per equalia in pũcto.c.& p̃ inequalia in pũcto.d. dico quadratũ.c.b.esse equale ei quod fit ex.a.d.in.d.b.& quadrato.c.d. ℣ Describã quadratum.c.b.g.& sit.c.b.f.e.i quo protraham diametrum.e b.& ducam.d.g.equidistantem.b.f.que secet diametrum.e.b.in pũcto. h.& a.pũcto.h.educam eqdistãtem linee.a.b.q̃ sit.h.k.secãs lineã.b.f.i.pũcto.m.& lineam.c.e.in pũcto.l.& protraham.a.k.equidistantem.c.e. eritq̃ per correlarium premisse utraq̃ duarum superficierum.l.g.& l.m.quadrata.& per.43.primi duo supplementa.c.h.& h.f.equalia. ergo addito qdãdrato.d.m.utriq̃ erit palellogramum.c.m. equale parallelogramo.d.f.& quia.a.l.est equale.c.m.p.36.ꝑmi erit.a.h.equale gnomoni qui circunstat quadrato.l.g.ergo addito utriq̃ quadrato .l.g.erit.a.b. cum quadrato.l.g.equale quadrato.c.f.quod est propositum.

## Propositio .6.

SI recta linea in duo equalia diuidatur.alia vero ei linea in longum addatur.quod ex ductu totius iã compositi in eam que iam adiecta est cum eo quod ex ductu dimidie in seipsam:equum est ei quadrato quod ab ea que constat ex adiecta & dimidia in seipsam ducta describitur.

¶ Sit linea.a.b.diuisa per equalia in pũcto.c.ciq̃ addatur linea.b.d.dico ꝙ quadratum.c.d.quod sit.c.d.e f.equale ẽ ei quod fit ex tota.a.d.in b.d.& quadrato.c.b. ℣ Producam in quadrato predicto diametrum.d. e.& ducam lineam.b.g.equidistantem.d.f.que secet diametrum.d.e.in pũcto.h.a.quo h.Producam equidistantem linee a.b.que sit.h.k.secans d.f.in pũcto.m.& c.e.in pũcto.l.& Producam.a.k.equidistantem.c.l. eritq̃ per.36.primi.a.l.equale.c.b. At.c.b.erit equale.h.f.per.43.primi. quare.a.l.est equale.h.f.ergo addito.c.m. utrobiq̃ erit.a.m. equalis toti gnomoni circunstanti.l.g.quare.l.g.addito utrobiq̃.erit.a.m.cum.l.g. equale.toti quadrato.c.f.& quia utraq̃ duarum superficierum.l.g.& b.m. est quadrata:per correlarium.4.huius patet propositum.

## Propositio .7.

SI linea in duas partes diuidatur. quod fit ex ductu totius in seipsam cum eo quod est ex ductu alterius partis in seipsam.equum est eis que ex ductu totius linee in eandem partem bis & ex ductu alterius partis in seipsam.

¶ Sit linea.a.b. diuisa in duas partes in pũcto.c.dico ꝙ quadratum totius.a.b.cum quadrato.b.c.equum est ei quod fit ex.a.b.in.b.c.bis cum quadrato.a.c.describatur quadratum totius quod sit.a b.d.e.& ducatur diameter.b.d.& e.f.equidistans.b.e.secans diametrũ in pũcto.g.& ducatur.k.g.h.equidistans a.b.& quia quadratum.a.e.& quadrato.c.h.tantum sunt quantum quadratum.k.f.cum duabus superficiebus.a.h.& c.e.patet propositum.

¶ Hec facit ad.68.decimi.& .69.decimi.& .70.& .71.& .72.& .73.& .74.& 76.& .92.

## Propositio .8.

SI linea in duas partes diuidatur:eiqs in longũ alia equalis vni diuidentium adiungatur: quod ex ductu totius iam composite i seipsam fiet.equum erit bis q̃ ex ductu prioris linee in eas adiectam quater & ei quod ex ductu alterius diuidentis in seipsas.

¶ Sit linea.a.b.diuisa in pũcto.c.qlitercũq̃ cõtingat:cui addatur.b.d.equalis.c.b.dico ꝙ quadratum totius.a.d.quod sit.a.d.e. f.est equale ei quod fit ex.a.b.& b.d.quater cum quadrato.a.c.hoc autem patebit ducta diametro.d.e.& lineis.c.g.& b.h.equidistantibus li

uee.d.f.& secantibus diametrum in punctis.k.l.per que puncta ducantur p.q.k.r.& p.s.l.o.equidistantes.a.d.erit enim per correlarium.4.huius r.g.n.q.& b.m. quadrata: & quia.c.b.posita est unaquq; superficierum equalis.b.d.erit utraq; superficierum.c.l.& l.p.quadrata. Eruntq.4.quadrata diuidentia.quadratum.c.p.equalia & quia totus gnomo circumstans quadrato.r.g.est quadruplus ei quod fit ex.a.b.in.b.d.quia quadruplus ad superficiem.a.l.patet propositum.

## Propositio .9.

Si linea in duo equalia duoq; inequalia diuidatur que fiunt ex ductu inequalium sectionem in seipsa pariter accepta: duplum sunt vtriusq; pariter acceptis: que quidem ex dimidia. eaq; que vtriusq; sectionum interiacet quadratis describuntur.

Sit linea.a.b.diuisa per equalia.in.c.& per inequalia in.d.Dico q; quadratum.a.d.& quadratum.d.b.simul iuncta: dupla sunt quadrato.a.c.& quadrato .c. d. simul iunctis. Super lineam: a.b. ergo lineam.c.e. perpendicularem & equalem utriq; earum linearum. a.c.& c.b. & produco.e.a. & e.b. erit(a) per.32. primi uterq; angulorum. a.& b. & uterq; angulorum partialium qui sunt ad.e. medietas recti. totusq; e. rectus. & produco.d.f.equidistantem.c.e. & perpendicularem super lineam.a.b. eritq; uterq; angulorum.d.f.b. medietas recti per.32. primi: siue per secundam partem.29.primi: quare per 6.primi.d.f.& d.b. sunt equalia a puncto.f. duco.f.g.equidistantem.a.b. erit(a) per secundam partem.29 primi: uterq; angulorum.g. rectus. & anguli.e.f.g. medietas recti quare per sextam eiusdem latera.e.g.& g.f. sunt equalia: & quia per p enultimã eiusdem quadratũ.e.f. est equale quadrato e.g.& quadrato.g.f. ipsum erit duplum ad quadratum.g.f. quare ad quadratum.c.d. Item eq; per eandem quadratum.e.a. est equale quadrato a.c.& quadrato.c.e. ipsum erit duplum ad quadratum.a.c.& quia quadratum.a.f. est equale quadrato.e.f.& a.e. per eandem ipsum erit duplum ad quadratum.a.c.& ad quadratum.c.d. sed quadratum.a.f. est iterum equale per eandem quadrato.a.d.& quadrato.d.f. ergo quadratum.a.d.& quadratum.d.f. dupla sunt ad quadratum.a.c.& ad quadratum.c.d. & quia quadratum.d.f. est equale quadrato.d.b. erunt quadrata duarum linearum a.d.& d.b. dupla quadratis duarum linearum que sunt.a.c.& c.d. quod est propositum.

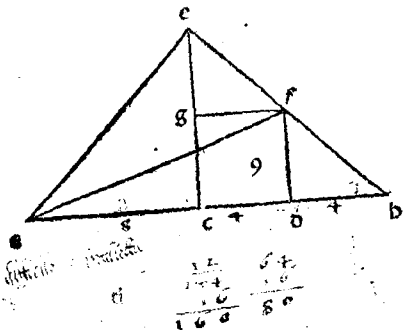
a 32 p. 29 6 29

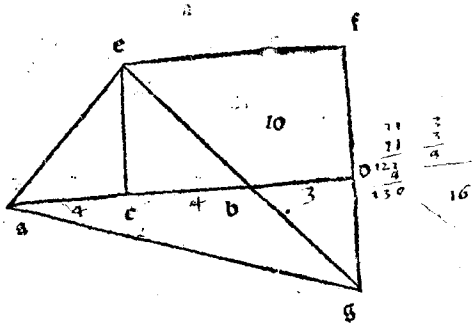
### Castigatio

a Illi triãguli sunt similes. s.a.d.f.& a.c.p.& ideo laterum proportiõalium per.4. sexti. quia angulus.d. maioris & angulus.c. minoris sunt recti & angulus.a. unius est idem cum angulo.a. alterius sequitur per.32. primi angulos.p. parui & f. magni esse equales & sic latera illos continentia sunt proportionalia per dictam.4. sexti. & ideo ponendo.a.d.9.& d.f.3. erit. 9.p.2.p.g.a.p. 40. quia.a.c.6.& p.f. 10. cetera sunt clara & pratice dicitur uulgariter se.a.d. basa del grande mida. d.f. catecto che mida ra.a.c. basa del picolo. cioe se.9. mida.3. che midara.6. operando babebis uiam diximus.

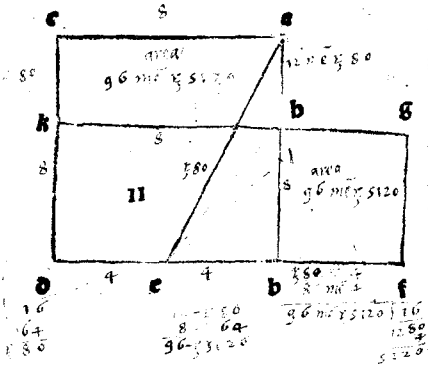
## Propositio .10.

Si linea in duo equalia diuidatur eiq; in lõgum alia addatur: quadratum quod describitur a tota cum addita: quadratum quod ab ea que addita est. vtraq; quadrata pariter accepta. ei quadrato quod a dimidia. eiq; quod ab ea producitur que ex dimidia adiectaq; consistit. vtriusq; quadratis pariter acceptis dupla esse necesse est.



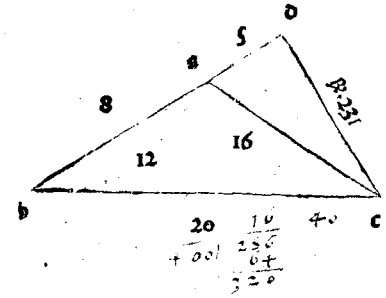
¶ Sit linea.a.b. diuisa per equalia in.c. & addita sibi linea.b d. dico q duo quadrata duaꝝ linearum.a.d. & .b.d pariter accepta dupla sunt duobus quadratis duarum linearum.a.c. & .c.d. pariter acceptis. ℣ Erigo.c.e. perpēdiculare sup lineam.a.b. & eēlem utriq; linearuꝫ.a.c. & .c.b. & ꝓficio triangulum.a.e.b. ductis lineis.a e. & .e.b. eritq; ut in premissa uterq; angulorum.a. & .b. & uterq; eorum qui sunt ad.e. medietas recti per.32.primi totusq;.e. est rectus A puncto.e. produco.e.f. equalem & equidistātem.c d. & produco.f d. & .e b. quousq; concurrunt in puncto.g. & produco lineam a g. eritq; per ultimam partem.29.primi angulus.c.e.f. rectus sed angulus.c.e.b. est medietas recti. ergo angulus.b.e.f. est similiter medietas recti & quia per.33.eiusdem.f d. est equidistās.c e. erit per.34.eiusdē angulus.f. rectus. ergo per.32.eiusdem. erit angulus.e.g.f. medietas recti. Itēq; per eādem angulus.d.b.g. similiter medietas recti propter id quod angulus.b.d.g. est rectus ergo per.6.eiusdem duo latera.e.f. & .f.g. sunt equalia. Itemq; duo latera.d b. & .d g. sunt equalia ergo per penultimam eiusdem quadratum.e g. duplum est ad quadratum.e f. quare ad quadratū.c. d. ℣ Itemq; ꝑ eādem q̄dratum .a.e. duplū ē ad q̄dratū .a.c. & quia q̄dratum a g. est ꝑ eādem eēle q̄drato .a e. & .e g. similiter quoq; & q̄drato .a d. & .d g. At quia q̄dratum.d g. est equale quadrato.b d. erunt duo quadrata duarum linearum.a d. & .b d. pariter accepta dupla duobus quadratis duarū linearum.a c. & .c d. pariter acceptis quod ē propositum. Hec autem & omnes premisse ueritatem habent in numeris sicut in lineis.



## Propositio .11.

DAta tam lineam sic secare.a e. vt quod sub tota & una portione rectangulum continetur: equum sit ei quod fit ex reliqua sectione quadratum.

¶ Sit linea data.ab. quā uolumus sic diuidere: ut quod ex tota & eius minore portione producitur equum sit quadrato maioris. ℣ Describo quadratum ipsius quod sit.a.b.c. d. & latus.b d. diuido per equalia in.e & produco.a e. & .e b. produco usq; ad.f. ita quod.e f. sit equalis.a e. & ex.b f. portione extrinsecā describo q̄dratum quod ex latere.a b. resecāt portionem equalem.b f. que sit.b h. & quadratum descriptum sit.b.f.h.g. Dico q.a b. sic est diuisa in puncto.h. quod illud quod fit ex tota.a b. in eius portionem.h a. est equale quadrato.h b. Produco.g h. usq; ad.k. que erit equidistans.a c. Quia ergo linea d b. diuisa est per equalia in.e. & est sibi addita linea.b f. erit per.6.huius quod fit ex.d f. in.b f. cum quadrato.e b. equale quadrato.e f. Quare & q̄drato.e a. Quare per penultimam primi: quadratis duarum linearum.e b. & .b a. Ergo dempto ab utrisq; quadrato linee.e b. erit quod fit ex.d f. in.b f. & ipsum est superficies.d g. equale quadrato linee.a b. Ergo dempto ab utrisq; palellogramo.h d. erit quadratum.h f. equale paralellogramo.h c. Et quia quadratum.h f. est quadratum linee h b. Et paralellogramum.h c. producitur ex.c a. que est equalis.a b. in.a h. patet factum esse propositum. ℣ Ad hoc autem faciendum in numeris non laboresi quia impossibile est numerum sic diuidi: ut hec undecima proponit sicut scies sexti.29.te docente.



## Propositio .12.

IN his triangulis qui obtusum habent angulum: tanto ea que obtusum subtēdit angulum: ambobus reliquis lateribus que obtusum continent angulus amplius potest. quantum est quod continetur bis sub uno eorum: atq; ea que sibi ortogonaliter iuncta ad obtusum angulum a perpendiculari extra deprehenditur.

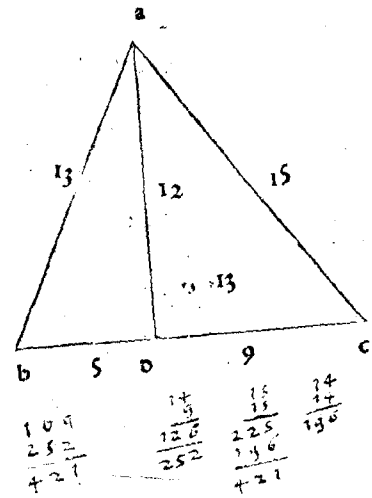
¶ Sit triāgulus.a.b.c. habens angulum.a. obtusum. A puncto.c. ducat linea ꝑpendicularis ad lineā.b a. q̄ necessario cadet extra triāgulum.a.b.c. aliogn angulus obtusus esset rectus aut minor recto ꝑ.16.ꝑmi. Sit ergo.c d

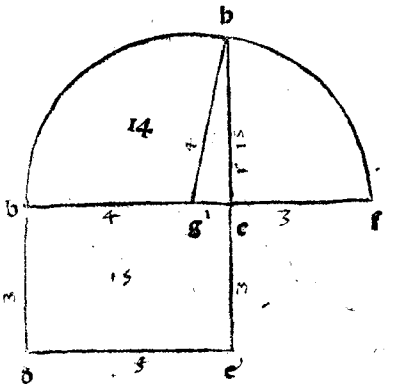
perpendicularis ſuper lineam.a.b.productam usq; ad.d. Dico q̄ quadratum lateris.b.c.quod ſubtenditur angulo obtuſo tanto maius eſt duobus quadratis duarum linearum.a.b.&.a.c.ambientibus ipſum angulum obtuſum, quantum eſt illud quod fit ex,b.a.in.a.d.bis. Potentia enim linee respectu quadrati ſui eſt, unde tantum dicitur poſſe linea quelibet
4. quantum in ſe ducta producitur. Erit enim per.4.huius quadratum.b.d equale duobus quadratis duaꝝ linearum.b.a.&.a.d.& duplo eius quod
6 fit ex.b.a.in.a.d. Et quia quadratum.b.c.per penultimam primi ẽ equa
p. le quadrato.b.d.& quadrato.d.c.ipſum erit equale quadratis trium linearum.b a.a d.&.d c.& duplo eius quod fit ex.b a.in.a d. Sed per eandem quadratum.a.c.eſt equale quadratis.a.d.&.d.c. Ergo quadratum.b.c.eſt equale quadratis duarum linearum.b a.&.c a.& duplo eius quod fit.ex b a.in.a d. Quare.b.c.tanto amplius poteſt duabus lineis.b a.a c.quantum eſt duplum eius.quod fit ex.b a.in.a d. Iam enim diximus q̄ tantum dicitur poſſe linea quelibet quantum in ſeducta producitur quod eſt propoſitum.

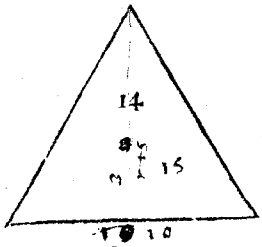
## Propoſitio .13.

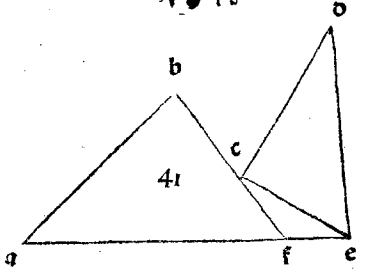
Omnis oxigonij tanto ea que acutum reſpicit angulum ambobus lateribus angulum acutum continentibus minus poteſt: quantum eſt quod bis cõtinetur ſub vno eorum cui perpendicularis intra ſuperſtat: eaq; ſui parte: que perpendiculari angulo q̄ acuto interiacet.

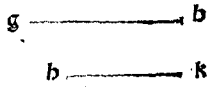
¶ Quod hic proponitur de latere ſubtenſo alicui angulo acuto in triangulo oxigonio ueritatem habet de latere ſubtenſo cuilibet angulo acuto in omni triãgulo ſiue fiat orthogonius ſiue ambligonius ſiue oxigonius.
¶ Sit ergo in triangulo.a.b.c.quicunq; triangulus fuerit.angulus.c.acutus qui ſi fuerit oxigonius ducatur perpendicularis ab alterutro angulo
a. a.uel.b.ad utranq; baſim.b c.uel.a c.quia cũ ſic fuerit ſemper cadet perpendicularis intra triangulum. Si autem ſit ambligonius aut orthogonius ab angulo obtuſo uel recto ducatur perpendicularis ad latus oppoſitum quã manifeſtum eſt cadere intra triangulum: & ut ſimpliciter dicam cum in omni triangulo ſint duo acuti anguli neceſſario erit alter reliquorum angulorum.qui ſint.a.&.b.acutus. Ducam igitur perpendicularem ad lineam illam que duobus acutis interiacet. Sit ergo ut trianguli.a.b.c.angulus.b.etiam ſit acutus: ducam.ergo ad.b c.perpendicularem que ſit.a.d.que ut dictum eſt cadet intra triangulum.dico itaq; q̄ quadratum.a.b.quod ſubtenditur angulo acuto.c.tanto minus eſt duobus quadratis duarum linearum.a c.&.c b.quantum duplum eius quod fit ex.b c.i.d c.
¶ Vel dico q̄ quadratum.a c.quod etiam ſubtenditur angulo.b.quem poſuimus acutum quicquid fuerit de angulo.a.tanto minus eſt duobus
7 quadratis duarum linearum.a.b.&.b.c.quantum eſt duplum eius quod fit ex.c b.in.b d. Erit enim per.7.huius quadratum.b c.cum quadrato.d c.equale ei quod fit ex.b c.in.d c.bis & quadrato alterius partis ſcilicet. b d. quare addito utriq; quadrato.a d.erit quadratum.b c.cum quadra-
4 6 tis duarum linearum.a.d.&.d.c.equale quadratis duarum linearum.a.
p. d.&.d b.& duplo eius quod fit ex.c b.in.c d. At quia per penultimam primi quadratum.a c.eſt equale quadratis duarum linearum.a d.&.d c.erit quadratum.b c.cum quadrato.a c.equale quadratis duarum linearum a d.&.b d.& duplo eius quod fit ex.b c.in.c d.ſed p̄ eandem penultimam primi quadratum.a b.equum eſt quadratis duarum linearum.a d.&.b. d.ergo quadratum.b c.cũ quadrato.a c.equum eſt quadrato.a b & duplo eius quod fit ex.b c.in.c d.quare tanto minus poteſt.a b.duobus lateribus.b c.&.a c.quantum eſt duplum eius quod fit ex.b c.in.c d.quod eſt propoſitum. Simili modo probabis latus.a c.quod ſubtenditur angulo b.acuto poſſe tanto minus duobus lateribus.a b.&.b c.quantum eſt duplum eius: quod fit ex.c b.in.b d. ¶ Notandum autem per hanc & precedentem & penultimam primi: q̄ cognitis lateribus omnis triangul'

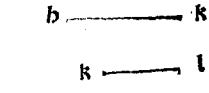


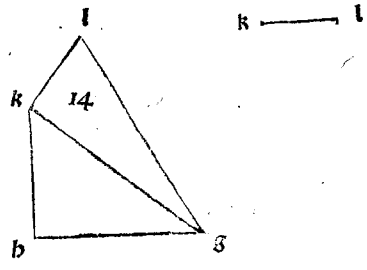



cognoscitur area ipsius ℭ auxiliantibus tabulis de corda ℭ arcu cognoscitur omnis eius angulus.

## Castigator

a ¶ Alioquin angulus.c.uel.b.qui sint acuti ex ypothesi esset maior recto uel rectus p.16.p.ideo.

## Propositio .14.

DAto trigono equum quadratum describere.

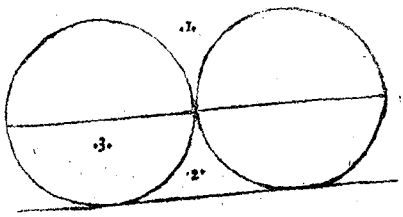
¶ Sit datus trigonus.a.cui nos uolumus equum q̄dratū describere. ℣ Designabo superficiem equidistantium lateri ℭ rectorum angulorum equalem trigono dato ſm quod docet .42.p̄mi:sitq; superficies illa.b.c.d.e.cuius si latera fuerint equalia habemus quod querimus. Ipsa enim erit quadrata.per diffinitionem. Si autem latera sint inequalia tunc adiungam minus ipsorum laterum maiori secundum rectitudinem.sitq; linea.e.f. eq̄lis minori duo⁹ late⁹ quod est.c.e.adiūcta maiori q̄ est.b.c.ſm rectitudinem. Totā.b.f.diuidam p eq̄lia in puncto.g.ℭ facto.g.cētro sup lineā.b.f.ſm q̄ntitatem linee.g.b.describā semicirculū.b.h.f.ℭ latus.e.c.pducam usquequo secēt circumferentiam in puncto.h. Dico q̄ quadratum linee.c.h.est equale trigono dato. ℣ Producā lineam.g.h.ℭ quia linea.b.f.diuisa est per equalia in.g.ℭ per inequalia in.c.erit per.5.huius quod fit ex ductu.b.c.in.c.f.cum quadrato.c.g.equale quadrato.g.f.quare ℭ quadrato.g.h.quare per penultimam primi ℭ duobus quadratis duarum linearum.g.c.ℭ.c.h.Ergo dempto utrinq; quadrato.c.g.erit quod fit ex.b.c.in.c.f.quod est equale superficiei.b.e.eo q̄.e.f.est eq̄le.c.e. Equalequadrato linee.c.h.quare quadratum linee.c.h.est equale trigono.a. quod est propositum. ℣ Et nota q̄ per hoc inuenitur latus tetragonicum cuiuslibet altera parte longioris ℭ simpliciter omnis figure rectis lineis cōtēte quecunq; fuerit. Quoniam omnem figuram talem in triangulos resoluemus ℭ cuiuslibet illorum triangulorum inueniemus tetragonicum latus ſm doctrinam istius ℭ inueniemus per penultimam primi. lineam unam que posit in omnia latera tetragonica inuenta. Verbi gratia,uolo nunc inuenire latus tetragonicum rectilinee figure irregularis.a.b.c.d.e.f.R esoluo eam in.3.triangulos qui sunt.a b f.c d.e.ℭ.c f e. Inuenio quoq; ſm doctrinam istius tria latera tetragonica istorum trium triangulorum que sunt.g h.h k.ℭ.k l.ℭ erigo.h.k.perpendiculariter super.g.h.ℭ produco.g.k. eritq; per penultimam primi quadratum.g.k.equale quadratis duarum linearum.g.h.ℭ.h.k.ℭ tertium latus.k.l.erigo perpēdiculariter super lineam.g.k.ℭ produco.lineam.g.l.eritq; per penultimam primi.g.l.latus tetragonicum totius figure rectilinee proposite. ℣ Explicit liber secundus.

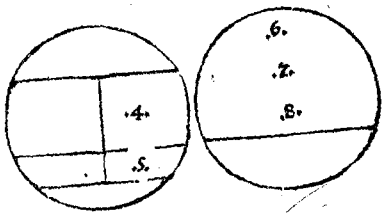
## Castigator

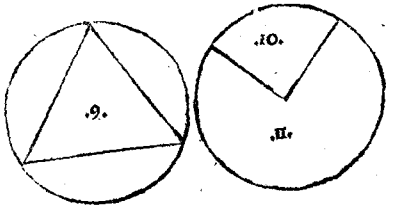
a ¶ Etiam dato quadrato equum ei trigonum describere ut in.18.sexti habebis ℭ in.41.p̄.apparet si ei diligēs intellectus extiterit. Et non solum quadrato sed cuicūq; figure ℭ superficiei multilateꝛ seu poligonie his mediantibus possumus semper equum,triāgulum designare q̄m oēs tales resoluemus in triāgulos ℭ unicuiq; triāgulo p̄ hanc assignabimus equum q̄dratum siue palellogramum quodcūq;. De hinc ex oībus illis unum cōficiemus per hanc ℭ.25. sexti equale illis oībus postea sup duplum basis huius maximi faciemus triangulum equalis, altitudinis ℭ ipse erit equalis illi poligonie proposite.

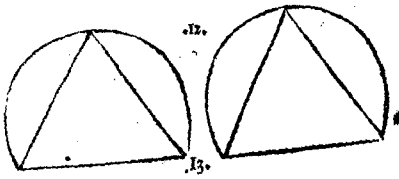
¶ Euclidis de circulis ⁊ eoꝝ portiõibus liber tertius ſm optimã. Campani traductiõem. Magiſtro Luca pacioło de burgo. S. S. Or. mino. Caſtigatoꝝ acuratiſſimo feliciter. Incipit.

Uorum diametri ſunt eq̃les. ipſos circulos eq̃les eẽ. Maiores aũt quorum maiores ⁊ minores quoꝝ minores. 1. ¶ Circulum linea, ꝓtingere dr̃. q̃ cum circulus tangat in vtrãq; ptem ejecta, circulum nõ ſecat. 2. ¶ Circuli ſeſe ꝓtingere dicunt̃ qui tangẽtes ſe inuicem non ſecãt. 3. ¶ Recte linee ĩ circulo eq̃liter diſtare dicũtur a centro, cum a cẽtro ad ipas ducte ꝑpendiculares fuerint eq̃les. 4. ¶ Plus vo diſtare a cẽtro dr̃. in quã ꝑpendicularis lõgior cadit. 5. ¶ Recta linea poſitiões circuli ꝓtinẽs corda noiat̃. 6. ¶ Portio vo circũferentie arcus nũcupat̃. 7. ¶ Angulus aũt portiõis dr̃ q̃'a corda ⁊ arcu ꝓtinet̃. 8. ¶ Supra arcũ angulus ꝓſiſtere dr̃. q̃ a quolibet pũcto arcus ad corde termios duabus rectis lineis exeũtibus cõtinet̃. 9. ¶ Sector circuli eſt figura q̃ ſub duabus a centro ductis lineis ⁊ ſub arcu q̃ ab eis comprehendit̃ ꝓtinet̃. 10. ¶ Angulus aũt q̃ ab eis lineis ambitur ſupra cẽtrum ꝓſiſtere dr̃. 11. ¶ Similes circulorum poriões dicunt̃ in qbus qui ſupra arcum ꝓſiſtunt anguli ſibi inuicem ſunt eq̃les. 12. ¶ Arcus quo q̃ſimiles ſunt qui equos angulos ꝑdicto modo ſuſcipiũt. 13.



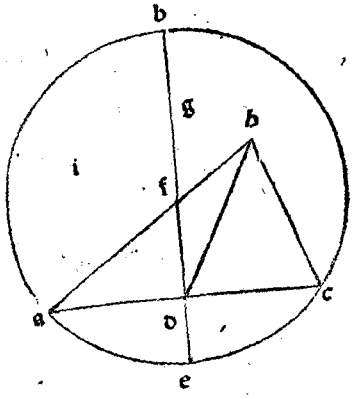

Caſtigatoꝝ

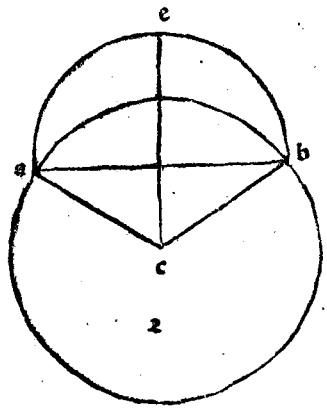
a ¶ Circularis figura inter alias optinet principatum quia multe conditiones ſibi competunt̃ q̃ nulli alii figurarum. ꝙ optimetrarum nam ipſa [illegible] ¶ pulchriſſima omniũ ꝙ perimetrarum ¶ pulchriſſima oĩum ut conſtat ex electione ſummi opifis ¶ ſic addere potes ipſa q̃ eſt, maxie apta motui. ut inde phyſico auditu dixit az. Et ſi queratur quare Euclides prius de ipſa uerba non fecerit dicitur eo quia inuenit multa de ipſa que minime concludi poterant niſi ex concluſionibus rectilinearum figurarum ¶ ideo ſibi fuit neceſſe ſciam de circulis preposterare quemadmodum fecit preponendo geometriam arithmetice cum illa ſit prior cunctis teſtante Diuino philoſopho ¶ Boetio in ſua arithmetica.

## Propoſitio .1.

Circuli propoſiti centrum innenire. vnde manifeſtum eſt q̃ duabus rectis lineis in eodem circulo apud circũferentiam terminatis neutra illarum alterum per equalia orthogonaliter ſecat niſi ipſa ſuper centrum tranſierit.

¶ Sit circulus propoſitus. a. b. c. cuius uolumus centrum inuenire. ℣ Duco in ipſo circulo lineã. a c. qualitercunq; contingat quam diuido per equalia in puncto. d. a quo duco perpendicularem ad lineam a c. quam applico circũferẽtie ex utraq; parte. ſitq;. e. d. b. quam rurſus diuido ꝑ eq̃lia in pũcto. f. qué dico eẽ centr̃ circuli. ℣ Si enĩ nõ ẽt erit aũt alibi aut in linea. e b. aut extra. In linea. e b. nõ ſit. n. ſi erit ĩ ea ut ĩ pũcto. g. erit liea. e f. maior linea. e g. ꝑs uidelicet toto qd̃ ẽ iposſibile. Quod ſi fuerit extra lieã. e b. ut ĩ pũcto. h. ducãt̃ linee. h. a. h. d h. c. ẽ eglatera. h. d. ẽ






d a.trianguli.b.d.a sunt equalia lateribus.b d.℔.d c.trianguli.b d.c.℔ basis.b a.basi.b c.erit per.8.primi angulus.a.d.b.equalis angulo.c.d.b. quare uterq; rectus ℔ quia angulus.a.d.b.fuit etiam rectus erit.a.d.b.equalis.a.d.b.p.3.petitiõe primi pars.uidelicet toti quod est impossibile. Nõ est ergo centrum dati circuli alicubi quam in puncto.f.quod est ꝓpositũ.

## Propositio .2.

Si per circuli circumferentiam duobus punctis signatis.lineam rectam ductam ab alt̃o ad alterũ. circulum secare necesse est.

¶ Sit ut in circũferentia circuli.a b.cuius centrum sit.c. signata sint duo pũcta que sunt.a.℔.b.dico q̃ linea recta coniungens unũ cum altero secabit circulum. Alioquin cadet extra circulum: sitq; a.e.b.linea recta si possibile est: producam lineas.c a.℔.c b.eruntq; p.5.primi: angulus.c.a.b.℔.c.b.a.equales: protraham item lineam.c.e.que secet circumferentiam in puncto.d.eritq; p 16.primi: angulus.a.e.c.maior angulo.c.b.e.quare maior angulo.c.a.e.quare per.18.eiusdem latus.a c.maius latere.c e.℔ quia.c d.est equalis.c a.erit.c d.maior.c e.pars toto quod est impossibile: Quia ergo linea coniungens duo puncta.a b.non transibit extra circulum secabit ipsum quod est ꝓpositum.

## Propositio .3.

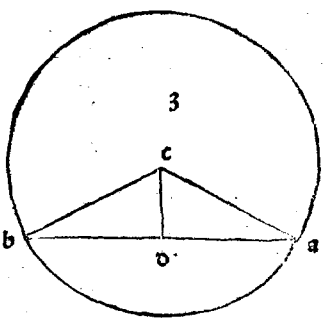
Si lineam intra circulum preter centrum collocatã. alia a centro veniens per equa secet.orthogonaliter super eam insistere.& si in eam orthogonaliter stetẽrit.eam per equalia diuidere necesse est.

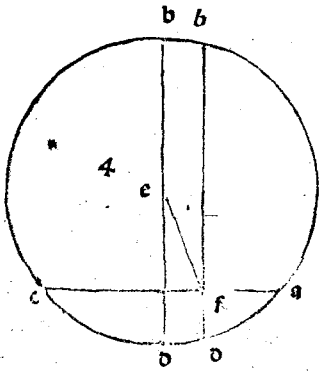
¶ Sit ut lineam.a.b.collocatam intra circulum.a b.cuius centrum sit.c.linea.c.d.ueniens a centro diuidat per equalia: dico q̃ diuidit eam orthogonaliter.℔ econuerso uidelicet si diuidit eam orthogonaliter diuidit eam per equalia. ¶ Producã lineas.c. a.℔.c b.℔ ponam primo q̃ diuidat eam per equalia: erunt ergo duo latera.c d.℔.d.a.trianguli.c d.a.equalia duobus lateribus.c d.℔.d b.trianguli.c.d.b.℔ basis.c.a basi.c.b.ergo per.8.primi: angulus.d.unius est equalis angulo.d.alterius quare uterq; rectus: quare.c d.est perpendicularis super.a b.quod est propositum. ¶ Ponam iterum q̃.c d.sit perpendicularis super.a b.℔ ostendam q̃ ipsa diuidit.a b.per equalia Erit enim propter hanc positionem uterq; angulo2 qui sunt ad.d.rectus quare unus equalis alteri. At quia per.5.primi angulus.c.a.d.est equalis angulo.c.b.d.℔ latus.c.a.equale lateri.c.b.per.26.primi: eiusdem erit linea.a.d.equalis linee.d.b.quod est propositum.

## Propositio .4.

Si intra circulum due linee se inuicem secẽt.& super centrum non transeant.non per equalia eas secari necesse est.

¶ Sit ut in circulo.a.b.c.d.cuius centrum sit.e.due linee a.c.℔.b.d.secent se in puncto.f.℔ utraq; earum uel altera non transeat per centrum.dico q̃ ipse non diuidũt sese per equalia: ita q̃ utraq; p equalia diuidatur ab altera. ¶ Quod si fuerit hoc possibile: ponatur ℔ sit primo ut neutra transeat per centrum a centro.e. producam lineam.e.f.eritq; per primam partem premisse unusquisq; 4. angulorum: qui sunt.a.f.e.e f c.℔.c f d.rectus quod est impossibile: sic enim rectus eẽt minor recto. ¶ Sit igitur ut altera earum transeat per centrum ℔ altera non: sitq; b.d.transiens per centrum adhuc dico q̃ non diuidunt sese per equalia quod si sic, tunc per primam partem premisse cũ b.d.ducta a centro diuidat.a.c.per equalia diuidat eam orthogonaliter quare etiã.a.c.diuidet.b.d.orthogonaliter: ℔ quia diuidit.a.c.ipsam b.d.per equalia ut ponit aduersarius: ipsa transibit per centrum per corelarium prime huius: quare ambe transeunt per centrum quod est contra ypothesim.

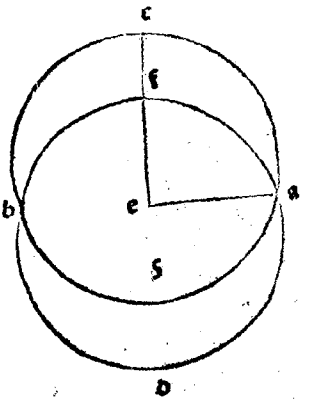


## Propositio .5.

Circulorum se invicem secantium cētra diuersa esse.

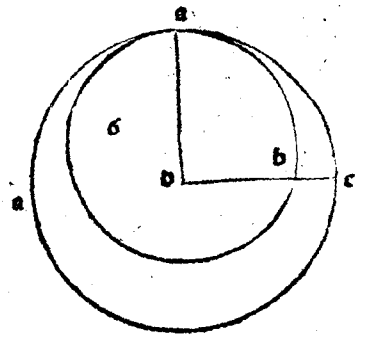
¶ Sint duo circuli.a.c.b.a.d.b, secantes se super duo puncta.a.&.b. Dico q eorum sunt diuersa centra. ¶ Si enim haberent idem centrum ipsum erit p diffinitiōem in portione utriq circulo cōmuni: sitq illud.e.& ducantur linee e.a.&.e.f.c.erunteq per diffinitionem due linee.e.a.&.e.f.eq̄les: ¶ Itemq per diffinitionem due linee.c.a.&.e.c.equales quare.e.f.est equalis.e.c.cum utraq earum sit equalis.e.a.pars uidelicet toti quod est impossibile.




## Propositio .6.

Circulorum se se contingentium nō idem centrum esse necesse est.

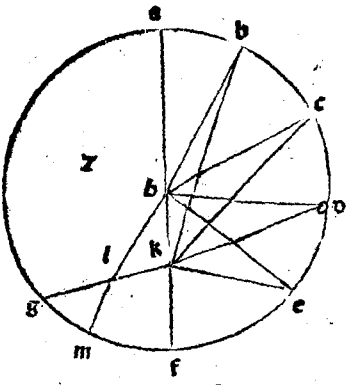
¶ Sint duo circuli.a.b.&.a.c.contingentes se in puncto.a. Dico q eorum sint diuersa centra. Si enim habuerint idē centrum erit per diffinitionem inter minorem eorum cū minor positus fuerit intra maiorē: sitq ipsum.d.& ducant linee.d.a.&.d.b.c.eritq per diffinitionem utraq duarum linearum.d.b.&.d.c.equalis.a.d.quod est impossibile. ¶ De circulis aūt se contingentibus extra quorum scilicet unus est extra alterum: manifestum est p diffinitionem centri quod ipsi non habent idem centrum.



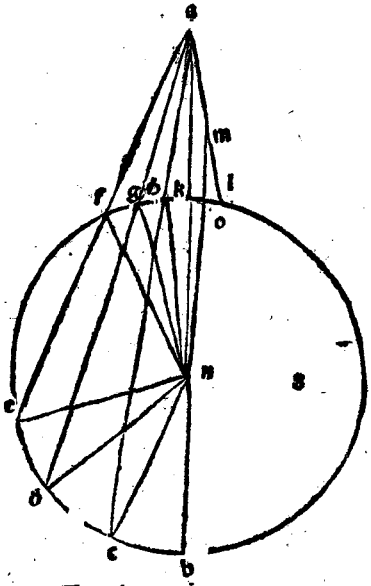

## Propositio .7.

Si in diametro circuli punctus preter centrum signetur. tab eo ad circumferentiam linee plurime ducantur que super centrum transierit omnium erit longissima. que vero diametrum perficiet omnium erit breuissima. que autem centro .prime ceteris longiores. ¶ Quanto vero a centro remotiores tāto breuiores esse conueniet. ¶ Duas quoq equidistantes lineas breuissime collaterales equales esse necesse est.

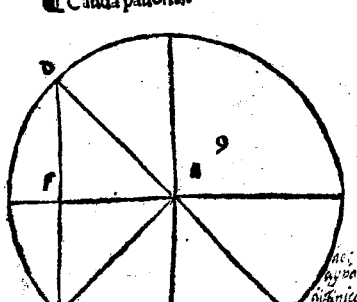
¶ Sit ut in diametro.a.f.circuli.a.b.c.cuius centrum sit.h.sit signatus punctus.k.preter centrum.a quo ducantur plurime linee que sunt.k.a.k.b.k.g.k.d.k.e.k.f.k.g.ad circumferentiam.& transeat.a.k.per centrum.h.&.k.f.sit complementum dyametri: sitq ut.k.e.&.k.g.equidistent.a.k.f. hoc [illegible] longissima.&.k.h.omnium breuissima: alie uero tanto longiores quāto centro propinquiores. ut.k.b.est longior.k.c.&.k.c. est longior.k.d.&.k.d.longior.k.e.&.k.e.&.k.g.sunt equales: quia enim in triangulo.b.k.h. duo latera.b.h.&.h.k.per.20.primi: sunt maiora latere.b.k.& ipsa sunt equalia linee.a.k.erit.a.k.maior.b.k.& eadem ratione maior omnibus aliis & hoc est primum. ¶ Itemq quia in triangulo.e.h.k.duo latera.h.k.&.k.e.per eandem sunt maiora latere.h.e.quod est equale linee.h.f.ipsa erunt maiora linea.h.f.ergo dempta communi linea que est.h.k.remanebit.k.e.maior.k.f.eademratione quelibet aliarum erit maior ipsa.& ita est secundum. ¶ Itemq quia duo latera.b.h.&.h.k.trianguli.b.h.k.sunt equalia duobus lateribus.c.h.&.h.k.triāguli.c.h.k.& angulus.b.h.k.ē maior angulo.c.h.k.per.24.primi.basis.b.k.maior basi.k.c.eadem rōne k.c.maior erit.k.d.&.k.d.maior.k.e.& hoc est tertium. ¶ Quod si due linee.k.g.&.k.e.non sunt equales erit altera maior: sitq.k.g.de qua sumā k.l.equalem.k.e.& producam.h.l.quousq̄ secet circumferentiam in puncto.m.& quia per ypothesim angulus.g.k.f.est equalis angulo.f.k.e.erit per.13.primi.angulus.l.k.h.equalis angulo.c.k.h.& duo latera.l.k.&.k.h. trianguli.l.k.h.sunt equalia duobus lateribus.e.k.&.k.h.trianguli.e.k.h. ergo per.4.primi basis.h.l.est ebualis basi.h.e.& quia.h.m.ē equalis.h.e erit.h.m.equalis.h.l.quod est impossibile. sunt ergo due linee.k.g.&.k.e.equales quod est nostrum propositum.quartum.

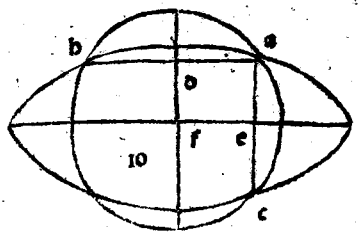



¶ Pes anseris




¶ Cauda pauonis.




## Propositio .8.

Si extra circulum puncto signato ab eo ad circumferentiam linee plurime ducantur circulum secando. que super centrum transierit omnium erit longissima. ¶ Centro autem propinquiores ceteris remotioribus longiores. ¶ Linee vero partiales ad circumferentiam extrinsecus applicate: ea quidem que diametro in directum adiacet omnium est minima: ceteri; p̄ propinquiores remotioribus breviores. ¶ Due vero que linee brevissime vtrinq; eque propinquant equales sunt.

¶ Sit ut a p̄ncto. a. assignato extra circulū. b. c. d. cuius cētrū sit. n. ducant plurime linee ad circumferentiam secando circulum que sint. a. k. n. b. a. h. c. a. g. d. ℰ. a. f. e. Dico q̄. a. b. transiens per centrum omnium erit longissima. ℰ q̄. a. c. ē maior. a. d. ℰ. a. d. maior. a. e. ℰ q̄. a. k. est brevissima oīum extrinseca: ℰ q̄. a. h. est minor. a. g. ℰ. a. g. minor. a. f. ℰ dico q̄ si ducat. a. l. ita q̄ ipsa ℰ. a. b. eq̄liter distent ab. a. k. hoc est q̄. angulus. k. a. b. sit eq̄lis angulo. l. a. k. ipse erunt equales. ¶ Producam. n. a centro. n. lineas. n. e. n. d. n. c. n. f. n. g. ℰ. n. h. et intq̄ p̄. 20. p̄mi duo latera. a. n. ℰ. n. c. trianguli. a. n. c. maiora. a. c. ℰ qa ipsa sunt equalia linee. a. b. erit. a. b. maior. a. c. eadem rōe erit maior oībus aliis quod est p̄mum. Et quia duo latera. a. n. ℰ. n. c. trianguli. a. n. c. sunt equalia duobus lateribus. a. n. ℰ. n. d. trianguli. a. n. d. ℰ angulus. a. n. c. ē maior angulo. a. n. d. erit p̄. 24. p̄mi: basis. a. c. maior basi. a. d. ℰ eadem rōe erit. a. d. maior. a. e. q̄ ē p̄m. ¶ Itēq; quia in triāgulo. a. n. h. duo latera. a. h. ℰ n. h. sunt maiora. a. n. per. 20. primi. ℰ. h. n. est equalis. n. k. erit p̄ cōem sciam. a. h. maior. a. k. eadem rōne q̄libet extrinsecus applicata: maior erit. a. k. quod ē tertium. ¶ Item quia p̄. 21. p̄mi due linee. a. h. ℰ. h. n. sunt minores duabus lineis. a. g. ℰ. g. n. ℰ. h. n. ē equalis. g. n. erit p̄ cōem scientiam. a. g. maior. a. h. eadem rōne erit. a. f. maior. a. g. q̄ est quartum. ¶ Quod si. a. l. non sit equalis. a. h. cū ipse sint equaliter distantes ab. a. k. erit altera maior: sit q̄. a. l. ponā ergo. a. m. equalem a. h. ℰ producam. n. o. m. qa ergo duo latera. m. a. ℰ. a. n. triāguli. m. a. n. sunt equalia duobus lateribus. h. a. ℰ. a. n. triāguli. h. a. n. ℰ angulus. m. a. n. ē eq̄lis angulo. h. a. n. erit p̄. 4. p̄mi basis. m. n. eq̄lis basi. n. h ℰ qa. n. o. ē eq̄lis. n. h. erit. n. o. equalis. n. m. ps uidelicet toti quod est impossibile ℰ hoc est quintum.

## Propositio .9.

Si intra circulum puncto signato ab eo plures q̄ due linee ducte ad circumferentiam fuerint equales. punctum illud centrum circuli esse necesse est.

¶ Sit ut a p̄ncto. a. signato intra circulū. b. c. d. ducte sint. 3. linee. a. b. a. c. ℰ. a. d. ad circūferētiam q̄s pono ee equales dico punctum. a. esse centr; circuli. Producam. n. duas lineas. c. b. ℰ. d. c. ℰ diuidā utrāq; ea: p̄ eq̄lia. c. b. qdem in p̄ncto. e. ℰ. d. c. in puncto. f. ℰ pducam. e. a. ℰ. f. a. quas applico circūferentie ex utraq; p̄te. erit q̄. 8. p̄mi uterq; angulo: q̄ sint ad. e. eq̄lis alteri. igr̄ p̄. 13 p̄. uterq; erit rect⁹. Silr quoq; p̄ eadem uterq; angulo: q̄ sunt ad. f. rectus: ergo per correlarium 5me huius. quia. a. e diuidit. c. b. per equalia ℰ orthogonaliter ipsa transit p̄ centrum. similiter quoq; a. f. transit p̄ centr; quia diuidit d. c. p̄ equalia ℰ orthogonaliter. quare. a est centr; qd est ꝓpositum.

## Propositio. .10.

Si circulus circulum secet. in duobus tantum locis secare necesse est.

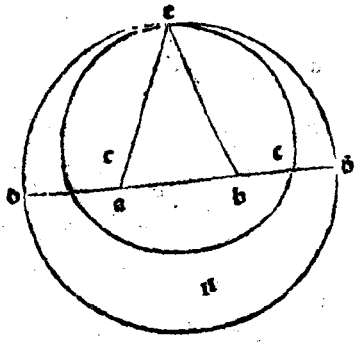
¶ Sint si possibile ē duo circuli secantes se in pluribus q̄n duobus locis sup. 3. puncta. a. b. c. Producam lineas. a. b. ℰ a. c. quas diuidam p̄ eq̄lia in punctis. d. ℰ. e. ℰ producam a puncto. e lineam. e. f. ꝓpēdicularem sup lineam. a. c. ℰ a puncto. d. lineam. d. f. perpendicularem super lineam. a. b. ℰ secent se due linee. e. f. ℰ. d. f. in puncto. f. erit q̄ per correlarium prime huius punctum

f. centrum circuli utriusq; quod eſt impoſsibile per .5. huius.

## Propoſitio .11.

Si circulus circulum contingat. lineaq; per centra eorum tranſeat. ad punctum contactus eorum applicari neceſſe eſt.

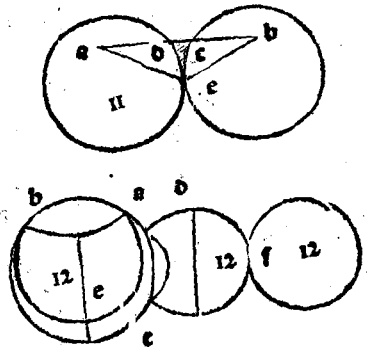
¶ Si enim linea tranſiens p centra duorum circulorum c.e.f.g. d.e. ſeſe cõtingentium intra uel extra. non uadit ad locum contactus ſecet circumferentiam utriusq; iſtq; a. cẽtrum circuli. e.d.f.g. b. centrum circuli. e.c.f ducatur linea recta. a.b.c.d. ſecans circumferentiam utriusq; f ducantur linee a puncto. e. qui ſit locus contactus ad centra que ſint. e.a.c.e.b. eruntq; in contactu interiori. per 20. primi due linee. e.b. f.g.b.a. longiores. e.a. quare longiores. a.d. ẽ enim a. centrum circuli. e.d.f quoniam. b.c. eſt equalis. e.b. quoniam .b. eſt cẽtrum circuli. e.c. erit. c.a. longior. a.d. quod eſt impoſsibile. ¶ In contactu uero exteriori erunt due linee. a.e.f.g.e.b. longiores. a.b. quare .a.d. f.g.b. maius erunt q̃ tota. a.b. quod eſt falſum.




## Propoſitio .12.

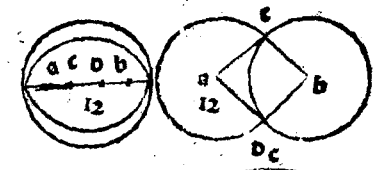
Si circulus circulum contingat ſiue intrinſecus ſiue extrinſecus. in uno tantum loco ꝓtingere ſe neceſſe ẽ.

¶ Si enim fuerit poſsibile. ut circulus circulum cõtingat in duobus locis intra uel extra contingat circulum. a.b.c.d. circulus. a.b.e. iterius in duobus pũctis. a.b. uel exterius circulus. c.d.f. in duobus punctis. c.d. Cum ergo ducemus lineam rectam ab. a.ad. b. ſi ipſa cadat extra circulum. a.b.e. interiorem accidet contrarium ſecũde huius. Quod ſi ipſa cadat intra ipſumt cum diuiſerimus ipſam per equalia f eduxerimus a puncto diuiſionis perpendicularem ad ipſam. fueritq; applicata circumferẽtie ex utraq; parte ipſa trãſibit p centrũ amboꝝ circuloꝝ ꝙre accidet cõtrariũ ꝓmiſſe. ¶ In circulo uero cõtingẽte exteriꝰ in pũctis. c.d. ſi ducamus lineã rectã a pũcto e. ad punctũ. d. neceſſe ẽ accidere cõtrariũ ſe huius. ꝙre utrunq; iposſibile.



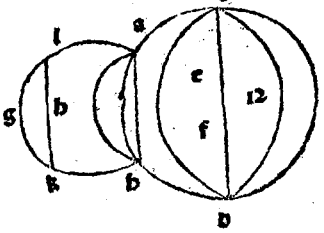

### Caſtigatoꝝ.

¶ Verbi gratia. Quod ſi fuerit poſsibile. ut ſeſe in duobus aut pluribus cõtingant locis circulus ergo. c.d. circulum. a.b. in duobus locis interius cõtingat ſuper duo puncta. c. f .d. Sit q̃ centrum circuli. a. b. punctum. e. f centrum circuli. e.d. punctum. f. linea. ergo que coniungit punctum. e. puncto. f. f producitur ad circumferentiam cadit in loco ubi duo circuli ſeſe contingunt per premiſſam. Coniungam itaq;. e. cum. f. f ptraham lineam. e.f. ad duo puncta in quibus duo circuli ſeſe contingunt. c.f.d. centrum uero circuli. a.b. eſt. e. linea ergo. c.e. linee. e.d. eſt equalis ſed linea. e.d. linea. d.f. lõgior exiſſit. ergo linea. c.e. longior ẽ linea. f.d. ſed linea. e.f. linea. c.e. fortior inuenitur linea. c.f. multo longior exiſſit linea f.d. Et ẽt quia centrum circuli. c.d. eſt punctum. f. erit linea. f.d. linee. f.e. equalis. Sed iam fuit oſtenſum. q̃ linea. e.f. linea. f.d. multo longior exiſſit. hoc autem contrarium f impoſsibile non ergo contingit. c.d. circulum. a.b. niſi cũ i loco uno. Cõtingant ergo ſe exterius in duobus locis ſi ẽ poſsibile ſm ſimilitudinẽ qua circulus. g.h. circulũ a.b. cõtingit linea ergo ꝺ trahit a pũcto. a. ad punctũ. b. cadit itra circulũ. a.b. f. cadit extra circulũ. g.b.h. at cõtrariũ f ipoſsibile ẽ. quñ ſi quidem duo puncta. cadẽtia fuerit ſup arcũ circuli linea unum eoꝝ alteri cõtingit itra circulũ cadit p .2. huius nõ ergo cõtingit circulũ niſi i loco uno exterius. neq; iterius. Et h ẽ quod demõſtrare uolumus.





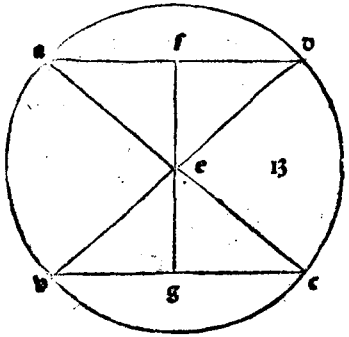





## Propoſitio .13.

Recte linee in circulo ſi fuerint equales eas a centro eqdiſtare. ⁊ ſi a cẽtro eqdiſtiterit eqles eẽ neceſſe ẽ.

¶ Sit ut in circulo. a.b.c.d. cuius centrum ſit. e. due linee a.d. f.c.b. ſint eqles. dico q ipſe equidiſtant a cẽtro f eco uerſo. Producãtur. n. a. cẽtro. e. linee. e.f. f.e.g. ppẽdiculares ad. a.d. f.b.c. eritq; p. 2. ptem tertie huius. a. d. diuiſa p eqlia. in. f. f.b.c.i

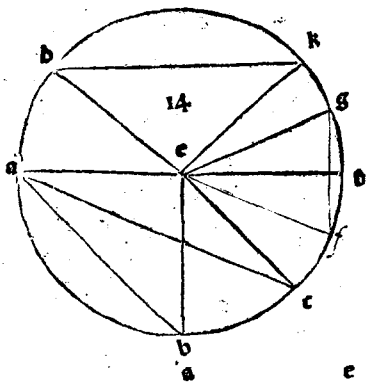


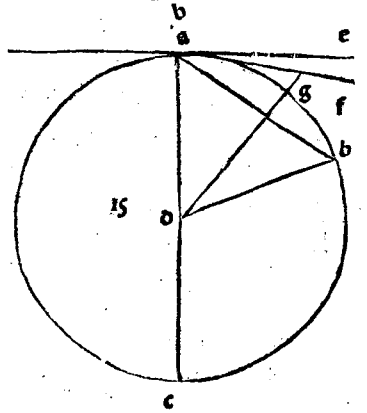

g. quia ergo duo latera .e. d. & .d .a. trianguli .e.d.a. sunt equalia duobus lateribus .e.c. & .c.b. trianguli .e.c.b. & basis .e.a. basi .c.b. erit per .8. primi angulus .d. equalis angulo .c. & quia duo latera .e.d. & d.f. trianguli .e. d.f. sunt equalia duobus lateribus .e.c. & .c. g. trianguli .e. c. g. Nam d.f. est equalis .c.g. eo q tota .a.d. posita est equalis .b.c. & angulus .d. est equalis angulo .c. erit per .4. primi basis .e.f. equalis basi .e.g. & quia iste sunt perpendiculares uenientes ad eas a centro patet per diffinitionem 4. huius ipsas equaliter distare a centro. ¶ Aliter idem. Quadratum enim .e.d. per penultimam primi ualet quadrata duarum linearum .e.f. & .f.d. & quadratum .e.c. quadrata duarum linearum que sunt .e.g. & .c.g. & quia quadratum .d.e. est equale quadrato .e.c. & quadratum .d.f. quadrato .g.c. erit quadratum .e.f. equale quadrato .e.g. quare .e.f. est equale .e.g. sicq patet idem. ¶ Sit ergo .e.f. equalis .e.g. quod est eas equaliter distare a centro. dico tunc q .a.d. est equalis .b.c. de quadratis enim duarum linearum .e.d. & .e.c. equalibus demptis quadratis duarum linearum .e.f. & .e.g. equalibus remanent per penultimam primi quadrata duarum linearum .f.d. & .g.c. que per communem scientiam necesse ē esse equalia quare .f.d. est equalis .g.c. ergo duplum .f.d. quod est .a.d. ē equale duplo .g.c. quod est .b.c. & hec est secunda pars propositi.

## Propositio .14.

In tra circulum plurime recte linee ceciderint diametrum eius omnium longissimam. eiq; propinquiores remotioribus longiores esse necesse est.

¶ Sit ut in circulo .a.b.c. cuius centrum .e. cadat plurime linee que sint .a.b a.c.a.d f.g. h.k. sitq; .a.e.d. diameter. dico ipsam esse longissimam & alias tanto maiores quanto sunt ipsi propinquiores. ducantur enim a centro .e. linee ad extremitates omnium que sint .e.b. e.e. e.f. e.g. e.h. & .e.k. eruntq; per .20. primi duo latera .e.f. & .e.g. trianguli .e.f.g. longiora .f.g. & quia ipsa sunt equalia .a.d. erit .a.d. maior .f.g. eadem ratione maior erit q̄ .a.c. quia .a.e. & .e.c. sunt maiora .a.c. & equalia .a.d. ergo .a.d. maior est .a.c. sic quoq; est maior .h.k. & maior etiam q̄ .a.b. quod autem .f.g. sit maior .h.k. & .a.c. a.b. patet. quia per .24. primi cum duo latera .f.e. & .e.g. trianguli .f.e.g. sint equalia duobus lateribus .h.e. & .e.k. trianguli .h.e.k. & angulus .f.e.g. maior angulo .h.e.k. erit basis .f.g. maior basi .h.k. Similiter quoq; qa. .a.e. & .e.c. sunt equalia .a.e. & .e.b. & angulus .a.e.c. maior angulo .a.e.b. erit basis .a.c. maior basi .a.b. & sic est propositum.




## Propositio. 15.

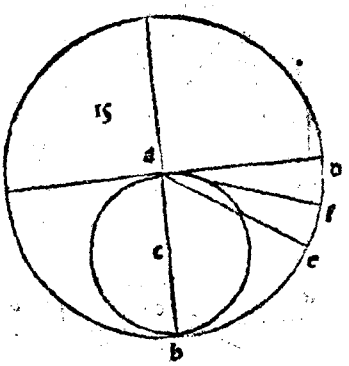
Ab altero terminorum diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter linea recta ducatur. extra circulum eam cadere necesse est. ¶ Atq; inter illam & circulum aliam lineam rectam capi impossibile est. ¶ Angulum autem ab illa & circūferentia contentum. omnium acutorum angulorum ē angustissimum. ¶ Angulum vero intrinsecum a diametro & circumferentia contentum omnium angulorum acutorum esse ampliſſimum necesse est. ¶ Unde etiam manifestum est omnem lineam rectam à termino diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter ductam circulum ipsum contingere.

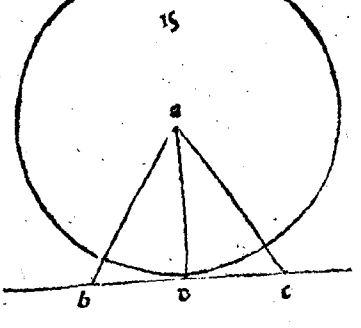
¶ Sit ut .a. termino a diametri .a.c. circuli .a.b.c. cuius centrum .d. ducatur linea orthogonaliter: dico q ipsa cadit extra circulū. & q inter lineā illam & circūferentiam nulla alia recta linea intercipitur: & q angulus quem ipsa & circumferentia continet est minor omni angulo rectilineo qui uidelicet a duabus rectis lineis continetur. & quod angulus contentus a diametro & circumferētia est maior omni angulo rectilineo acuto.

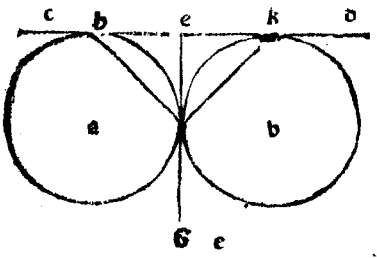
dere in ſra circulum. ſit illa linea a.b. & ducatur linea d.b. erit q̄ per 5. primi angulus d.a.b. equalis angulo d.b.a. & quia angulus d.a.b. eſt rectus per ypotheſim, habebit triāgulus a.b.d. duos angulos rectos quod eſt impoſſibile. per 32. primi. ¶ Cadet ergo extra ſitq; a.e. q̄ ſi inter ipſam & circumferentiam poteſt linea recta intercipi ſit illa a.f. ad quam ducatur perpendicularis d.g. & quia angulus d.g.a. eſt rectus, erit per 18. primi linea a.d. longior linea d.g. quod eſt impoſſibile, quia re inter ipſam & circūferentiam nulla linea recta intercipietur. ¶ Propter quod patet q̄ angulus cōtentus ab e.a. & circūferentia qui dr̄ angulus contingentie eſt minor oī angulo a duabus rectis lineis contento. Si enim aliquis rectilineus angulus eſſet angulo cōtingentie equalis aut eo minor cū oīs talis p̄ oſſit pere q̄lia diuidi ſm doctrinam 9. primi inter lineam a.e. & circūferentiā poſſet linea recta intercipi q̄ monſtrauimus eſſe nō poſſe. Per q̄d patet angulū cōtentum a diametro & circūferentia oīum acutorum rectilineorum eſſe maiorem. quia non differt a recto niſi in angulo contingentie quem mō tranſimur eſſe minorem oī rectilineo. ¶ Correlarium patet p̄ primam p̄tem. Cum enim linea a.a. in utranq; p̄tem recta non ſecet circulum & tāgat ipſum in puncto a. ipſa eſt contingēs p̄ diffinitionem. ¶ Ex hoc notandum q̄ nō ualet iſta argumentatio. hoc trāſit a minori ad maius. & p̄ oīa media. ergo p̄ equale. Nec iſta contingit reperire maius hoc & minus eodem ergo cōtingit repire equale. Hoc aūt ſic patet. Sit circulus a.b. ſup centrū c. cuius diameter a.c.b. & ducatur ab eius termino a. linea a.d. orthogonaliter erit q̄ cōtingens circulum p̄ correlarium huius. Describatur etiā ſup p̄ūctum a. ſm quantitatem diametri a.b. circulus b.e.d. & imaginetur linea a.b. moueri ſup punctum a. per circūferentiam arcus b.e.d. ita q̄ punctum b. numeret oīa puncta arcus b.e.d. quousq; perueniat ad lineam a.d. & cooperiat ipſam. & quia angulus b.a.d. eſt rectus erit ut nō ſit ſumere aliquem angulum acutum cui eq̄lem non fecerit linea a.b. cū diametro a.c.b. minoris circuli. quia tranſiuit ad angulum rectum diuinerans ſitum oīum angulorum acutorum quorum manifeſtum eſt quosdam eſſe minores angulo ſemicirculi cōtento a ſemicircūferentia a.b. & diametro a.c.b. & angulum rectum māifeſtum eſt eſſe maiorem eodem. Dico q̄ nullus in tranſitu ab acutis minoribus ad rectū maiorem interme dius fuit ei equalis. Si enim fuerit aliquis ſit ut illum fecerit linea a.b. cū p̄ūctus b. fuit in puncto e. arcus b.e.d. quia ergo angulus e.a.b. eſt eq̄lis angulo ſemicirculi predicto. & angulus aūt ſemicirculi eſt amplisſimus oīum acutorū. & ultimā p̄tem huius erit angulus e.a.b. amplisſimus oīum acutorum. diuidatur ergo angulus e.a.d. ſicut ꝓpoſuit 9. primi p̄ equalia ducta linea a.f. erit q̄ per conceptionem angulus f.a.b. amplior angulo e.a.b. quare erit aliquid amplius amplisſimo quod & impoſſibile. ¶ Vel ſic cum angulus e.a.b. ſit equalis angulo ſemicirculi ſicut ponitur. At angulus ſemicirculi cum angulo contingentie eſt equalis uni recto. Similiter quoq; angulus e.a.b. cum angulo e.a.d. eſt equalis uni recto. & erit angulus e.a.d. equalis angulo contingentie & quia angulus contingentie & anguſtiſſimus omnium acutorum p̄. 5. p̄tem huius. erit ſimiliter angulus e.a.d. ſibi equalis anguſtiſſimus oīum acutorū. ſed angulus e.a.f. eſt eo anguſtior p̄ conceptionē. erit ergo aliquid anguſtius anguſtiſſimo q̄d & impoſſibile. ¶ Non ergo erit angulus rectilineus equalis angulo ſemicirculi & quia tranſitur a minori ad maius & non per equale. Item quia eſt reperire minorem eo & maiorem patet inſtantia contra utranq; argumētationem predictam. Vnde p̄ interemptionem ad illud eſt rēdendum.

¶ Caſtigatio.

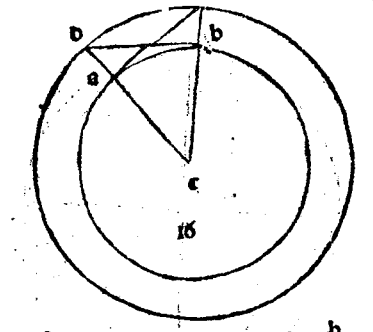
¶ Si circulum linea recta contingat tantum in puncto contingere neceſſe eſt. ſi enim ſm lineam contingat ducam ad terminos linee ſecundum quam contingit que ſit. b.c. a centro circuli quod ſit. a. lineas. a.b. & a.c. & ducam lineam a.d. in medium linee b.c. & erūt duo trianguli. a.b.d. & a.d.c. tūc arguo ſic, Aut linea a.d. incidit orthogonaliter ſuper. b.c. aut nō.






Si sic erit in omni triangulo angulus apud.d.rectus ℭ per consequens in illis triãgulis erunt latera.a.b.ℭ.a.c.longiora latere.a.d.p.18.primi.quia maiori angulo opponitur quodlibet illorum laterum suo in illis triangulis. Si uero non inciderit orthogonaliter erit unus angulus quem facit obtusus ℭ ei in suo triangulo maius latus opponitur per eandem.18.ex quo sequitur q̃ tres lineę uenientes a centro.a.usq; ad puncta.b.c.d.non sunt equales sed ista tria puncta sunt puncta circumferentie igitur lineę uenientes a centro ad circumferentiam non sunt equales quod est contra diffinitionem circuli. Sequitur etiam a centro ad contactum linea ducta esse perpendicularem super contingentem ut infra per.17.huius demostratur.



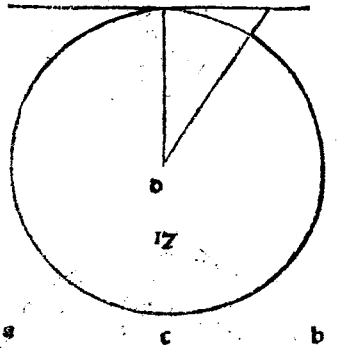

Oset probari, quod angulus cõtingentie est diuisibilis secundum lineam rectam ut constat per figurationem hic a latere positam. Certum est q̃ angulus, qui causatur ex contactu duo⁹ circulo⁹ uel spa⁹ est angulus contingentie ℭ talis diuidatur per lineam.e.g.quia hic habetur triangul⁹ h.g.k.cuius basis.h.k.diuidatur per equalia in puncto.e.ℭ protrahatur uersus.g.cõtactum ℭ arguitur per.4.primi.deinde per.16.huius ℭ patet propositum. ℭ Castigator

a ℭ Nihil hoc ad rombum Euclidis. quia ipse intelligit a recta ℭ curua causatus.

## Propositio .16.

Dato puncto ad datum circulum lineam contingentem ducere.

ℭ Sit circulus datus.a.b.cuius centrum.c.punctusq; datus d.uolo ergo a puncto.d.ducere lineam contigẽtem circulum.a.b. ℭ Produco lineã.d.c.secantem circumferentiam circuli.a.b.in puncto.a.super quam describo circulum.d.e.secundum quantitatem linee.d.c.concentricum circulo.a.b.ℭ a puncto a.Produco lineam.a.e.perpendicularem ad lineam.d.c.que secet circumferentiam circuli.d.e.in pũcto.e.ℭ produco lineam.e.c.secantem circumferentiam circuli.a.b.in puncto.b.deinde produco lineam.d.b.que erit contingens circulum.a.b.Quia enim duo latera.a.c.ℭ.c.e.trianguli.a.c.e.sunt equalia duobus lateribus.b.c.ℭ.c.d.trianguli.b.c.d.ℭ angulus.c.ẽ communis utriq; erit per.4.primi angulus.e.a.c.equalis angulo.d.b.c.angulus autem.e.a.c.est rectus quare angulus.d.b.c.est rectus per correlarium ergo precedentis erit linea.d.b.contingens circulum.a.b.quod est ꝓ positum.

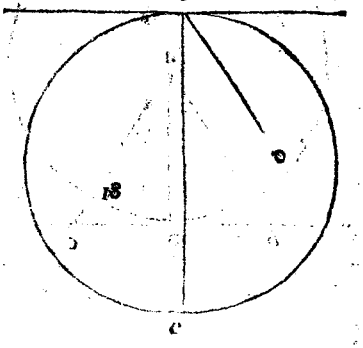



## Propositio .17.

Si circulum linea recta cõtingat a contactu vero ad centrum linea recta ducatur. necesse est eam super lineam contingentem esse perpendicularem.

ℭ Sit linea.a.b.contingens circulum.c.e.cuius centrum sit.d.in puncto.c.qui iungatur cum cẽtro per lineam.c.d. dico hanc esse perpendicularem super lineam contingentem. Si enim non est perpẽdicularis ad ipsam. sit ergo.d.f.perpẽdicularis ad eandem que secet circumferentiam circuli in puncto.e.erit q; uterq; angulorum qui sunt ad.f.rectus igitur per.8.primi linea.c.d.est maior linea.d.f.quod est impossibile. ℭ Constat itaq; d.c.esse perpendicularem super.a.b.quod est propositum.

a ℭ Quia sic pars esset maior suo toto.quod est contra cõceptionem cũ d.c.sit equalis.d.e.per diffinitionem circuli.




## Propositio .18.

Si circulum linea recta cõtingat: a contactu in circulum linea quedam orthogonaliter ducatur. in ea dem centrum esse necesse est.

ℭ Sit ut prius linea.a.b.contingens circulum.c.e.in puncto.c.ℭ a contactu ducatur intra circulum.c.e.linea perpendicularis ad lineam.a.b.dico q; cẽtrum circuli est in linea.c.e.ℭ est conuersa prioris. Si enim non fuerit centrum in linea.c.e.sit

alibi ubicunq; contingat. sitq; d.e producatur linea.d.e.eritq; d.c.per p̄missam perpendicularis ad lineam.a.b.quod est impossibile cum.e.c. posita sit perpendicularis ad ipsam: quare patet propositum.

## Propositio .19.

Si intra circulum angulus supra centrum cōsistat alius vero angulus supra circumferentiam consistens eandem basim habeat inferior superiorem duplus erit.

¶ Sit ut in circulo.a.b.c.cuius centr̄. d. fiat angul9.a.d.c. super cētrum & angulus.a.b.c.super circumferentiam.sitq; utriusq; anguli eadem basis que sit arcus.a.c.dico angulum.a.d.c duplū esse ad angulum.a.b.c. ¶ Quod sic probatur. Aut enim due linee.a.b. & .b.c. includunt duas lineas .a.d.& d.c. aut altera earum sit linea una qualtera reliquarum.aut etiam altera prima2 secat alteram postremarū

¶ Sit ergo primo.ut includant eas ut in prima figuratione apparet.& producatur linea.b.d.e.erit̄ per.xv. primi: angulus.a.d.e.extrinsecus equalis duobus interiorib9 qui sunt.d.a.b.& d.c.a.b.d.eritq; angul9.a.b.d.& quia ipsi sunt equales per eiusdem erit angulus.a.d.e.duplus ad angulum.a.b.d. similiter quoq; erit angulus.e.d.c.duplus ad angulum.d.b.c.quare totus angulus.a.d.c.duplus est ad totum angulum.a.b.c.quod est ꝓpositum.

¶ Quod si altera duarum linearum.a.b.& b.c, fiat linea una cum altera duarum linearum que sunt.a.d.& d.c.ut in secunda figuratione apparet,per easdem per quas prius: & simili mō liquet ꝓpositum. ¶ Quod si altera duarum primarum,secet alteram duarum postremarum.ut in.3.figuratione apparet.ubi linea.a.b.secat lineam.d.c.producatur linea.b.d.e.eritq; per easdem quas prius assumptas & simili modo angulus.e.d.a.duplus ad angulū.d.b.a.& totus angulus.e.d.c.duplus ad totū angulū d.b.c.quare angulus.a.d.c.duplus est ad angulū.a.b.c.qđ est ꝓpositum.

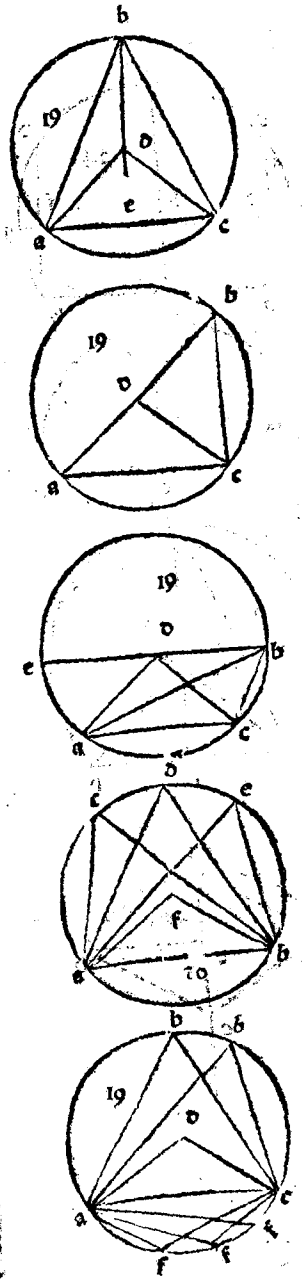
¶ Castigator

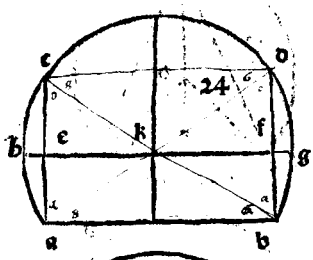
¶ Ista.19.indiget limitatiōe aliter pateret ista tiam ut patebit nā si angulus fuerit supra arcū portionis minoris veluti in arcu.a.f.c.in puncto.f.tūc manifestū apparet eādem basim hīre cum angulo supra centr̄ qa eadē corda a.c.est basis utriusq; tñ non ut̄ concludi angulus.d.esse duplus ad angulū,& ideo limitāda ut̄ cōclusio sic uidelicet. A lius ꝙo angulus supra circumferentiam portionis maioris cōsistens eādem basim circularem hēat inferior ipso duplus. ¶ Vigesima cōclusio uera tātē hōc sed nō pbabit.d. angulis consistentibus in portione.a.f.b.per premissam sū ipsa sit portio minor ut.de.19.diximus sed bene indifferēter concludet ꝓpositum p̄ sequentem.21.de quadrilatero circulo inscripto sic uidelicet. quilibet angulus.b.cum eodem angulo.f. equant duobus rectis ergo anguli.b.sibi inuicem sunt equales cum.a.b.c.f.sit q̄drilaterum & similr de angulis.f.in minori portiōe consistentibus per eādem.21.probabit eos esse equales sic uidelicet quilibet angulus.f.cum eodem angulo.b.equiualent duobus rectis igitur omnes anguli.f.sibi inuicem sunt equales quia sunt duo anguli l q̄drilatero.a.b.c.f.ex aduerso collocati ut patet intuēti & eēlitas angulo2 sup circūferentiam maioris portionis ꝓbat p unicū angulum sup circūferentiā minoris portionis & econuerso equalitas eo2 qui sunt super arcum minoris cōcluditur per unicum illo2 qui sunt in portiōe maiore.

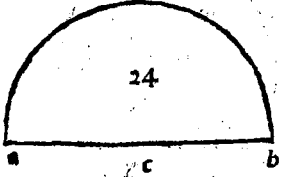
## Propositio .20.

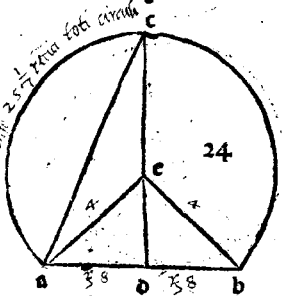
In yna circuli portione anguli super arcum consistant angulos quoslibet esse equales necesse est.

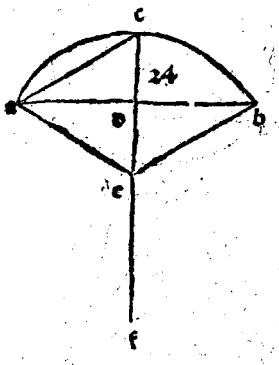
¶ Sit ut in portione.a.d.b.circuli.a.d.b.cuius cētrum.f. consistant quotlibet anguli super arcum.a.d.b.qui sunt.c.d.e.dico eos esse equales. ꝑ Protrahat.n.corda.a.b.& ab eius extremitatibus ducantur in centrum linee.a.f.& .b.f. eritq; per premissam angulus.f.consistens super centrum ad unumquēq; eorum duplus: quare ipsi sunt equales: quod est propositum.






## Propositio .21.

Si intra circulum quadrilaterus discribatur. quoslibet eius duos angulos ex aduerso collocatos duobus rectis angulis equos esse necesse est.

¶ Sit quadrilaterum .a.b c. d. inscriptum circulo .a.b.c.d dico quod quoslibet duos eius angulos ex aduerso collocatos esse equales duobus rectis. ¶ Ptiabant.n. in quadrilatero diametri a.c.b.d.eritq; p pmissam angulus .c.b.d. equali angulo .c.a. d. & angulus a.b.d. angulo .a.c.d. quare totus .a.b.c. erit equalis duobus angulis q sunt a.c.d. & .c.a.d. & qa ipsi cū angulo .a.d.c. sunt eqles duobus rectis .p .32. pmitterūt duo anguli .b. totalis. & .d. totalis eqles duobus rectis quod ē ppositum. Similiter quoq; pbabit angulos .a. & .c. totales eē eqles duob⁹ rectis.

*hec ultima* ¶ Castigator. *superflua dicit cū in circulis*

¶ Ex ista excludantur elmuaym. *siue* rombus. & *similis* elmuayn. *siue* romboides. quia nō pñt circulo *inscribi* cū .2. anguli oppositi *sint* obtusi.

## Propositio .22.

Duas circuli similes portiones inequales sup vnā rectam lineam assignatam. ex eadem parte eadere impossibile est.

¶ Sit linea recta .a.b. *sup* quam fiat portio circuli .a.c.b. dico q; *super* eandem lineam ex pte eadem non fiet alia portio que sit similis huic. & ea maior aut minor. ¶ Quod si fuerit hoc possibile fiat ergo portio .a.d.b. maior ea que tñ sit similis ei. fiat ergo angulus .a.c.b. in portione minori. & angulus .a.d.b. *in* maiori. erit ergo ut linee .a.d. & .d.b. includant lineas .a.c. & .c.b. ut patet in figuratione ptima. Aut ut altera primarum fiat eadem cum altera porsienia⁹. ut in secunda aut ut altera secet alteram ut in tertia. ¶ Quod si fuerit primo modo erit per .v. primi angulus .c. maior angulo .d. non ergo sunt portiones similes per diffinitionem. Quod si secūdo modo erit adhuc angulus .c. maior angulo .d per .16. eiusdem. nec sic igitur erūt portiones similes. Si aūt tertio modo sit ut linea .a.d. secet lineam .c.b. & secet circūferentiam portionis minoris in puncto .e. & ducatur linea .e.b. eritq; p eandē .16. primi angulus .a.e.b. cōsistens in portione .a.c.b. maior angulo .d. sed .e. & .d. sūt eqles p .20. huius q̄re .e. & maior .d. q̄re nullo mō similes. ¶ Similiq; modo pbabur⁹ sup lineam .a.b. nomen ē portio similis portioni .a.c.b. minor .e. a posito .c. in loco .d. & .d. in loco .c. ut figuratio nibus pdictis erit enim per premissas scilicet p .21. & .16. primi & premisso mō angulus .d. omnium figurationum maior angulo .c. quare portiones non erunt similes. ¶ Et nota q; licet ponatur super lineam unam nō posse fieri portiones similes ineqles ex eadem pte. ueꝝ est tamē q; nec ex diuersis quod licet pbare *minori* q̄ ē ex una pte suppositā maiori q̄ ē ex alia. necesse enim erit p cōem sciam ip sam a maiori excedi nō ergo sunt similes p hanc.

## Propositio .23.

Si circulorum similes portiones super lineas equas fuerint. ipsas portiones equales esse necesse est.

¶ Sint due linee .a.b. & .c.d. equales sup quas sint due portiones circulorum .a.e.b. c.f.d. que sint similes. dico q; ipse sint equales. Si .n. nō sint equales altera earum suppositā alteri excedet maior minorem. sed linea .a.b. non excedet lineā .c.d. nec excedetur ab ea. cum sint equales. quare accidit contrariū premisse quod est impossibile. erunt enim .a.b. & .c.d. linea una.

## Propositio .24.

Datī semicirculi. siue semicirculo maioris minorisue portionis circulum perficere.

¶ Intentum p hanc conclusionem est ex omni arcu dato siue ex omni circuli portione data perficere circulum. Sit ergo .a.b. quilibet arcus ex quo uolo perficere circulum pro

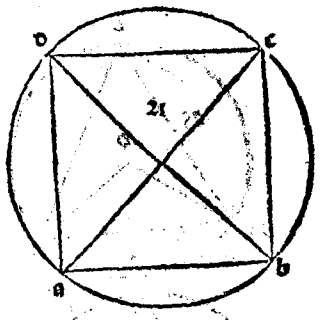
traham in eo duas lineas qualitercunq; contingat que sint a.c. & .b. d. quas diuidam per equalia a.c. quidem in puncto .e. & .b. d. in puncto .f. & protrahan .e.g. perpendicularem ad .a.c. & .f.h. perpendicularem ad .b.d. que secent se in puncto .k. erit q; per correlarium prime huius centrum circuli in utraq; linearum .e.g. & .f.h. quare centrum est punctum .k. Si aũt .e.g. nõ secat .f.h. sed sint linee una quemadmodum erit si dicte linee a.f. & .b.d. sint equidistantes tunc ipsa applicabitur circũferentie dati arcus in utraq; parte ipsa igitur diuisa p̃ medium in puncto .k. erit ibi centrum circuli p̃ idẽ correlariũ. Equidistantes aũt nõ erũt .e.g. & .f.h. quacũ in utraq; sit centr̃ circuli p̃ dictũ correlariũ. essent eius dẽ circuli duo cẽtra. Sic pt de oi arcu siue de oi portiõe cõiter demõstrari q̃liter inde circulus pficiat ¶ Quia tñ auctor ur̃ hãc cõclusionẽ uariar̃ pm diuersas spẽs arcuũ oium portionũ enumerãdo spẽs demõstrabibus diuisim p̃spẽs q̃liter ex oi portione data circulus pficiatur. Sit ergo primum .a.b. portio data semicir culus. erit q; p̃ diffinitionem semicirculi. linea .a. b. diameter. ea igitur diuisa per medium in puncto .c. erit̃ c. centrum circuli. ¶ Sit rursus portio .a.c.b. minor quam sit .a.b. cuius corda sit .a.b. quã diuido p̃ equalia in puncto .d. a quo duco .d.c. ppendicularem ad ipsam que transibit per cẽtrum p̃ correlarium prime huius & p̃ducto lineam .a.c. & quia linea a.b. est minor diametro cum sit .a.c.b. portio maior semicirculo. erit .a. d. minor semidiametro. sed .d.c. est maior semidiametro. ergo .d.c. ẽ ma ior q̃ .a.d. ergo per .19. primi. angulus .c.a.d. ẽ maior ãgulo .a.c.d. fiat itaq; per .23. primi angulus .c.a.e. equalis angulo .a.c.d. p̃ducta linea .a.e. que secet lineam .c.d. in puncto .e. erit̃ per .6. primi linea .a.e. equalis linee .e.c. p̃ducatur igitur linea .e.b. erit̃ per .4. primi linea .e.b. equalis linee .a.e. quare tres linee .e.a. .e.b. .e.c. sunt equales ergo per .9. huius .e. est centrum circuli. ¶ Sit iterum .a.c.b. portio minor semicirculo cuius corda sit .a. b. quã dimido p̃ equalia in puncto .d. a quo p̃duco lineam .c.d. e. perpen dicularem ad lineam .a.b. que secet circũferentiam in puncto .c. hãc ma nifestum est transire per cẽtrum p̃ correlarium prime huius. p̃duco iterũ lineam .a.e. erit̃ q; angulus .a.c.d. maior angulo .c.a.d. si est eq̃lis erit per tio .a. cui sit circulus & si minor erit maior semicirculo. positũ est aũt q; sit minor. p̃duco igitur lineã .a.b. que cũ linea .a.c. faciat angulũ equa lem angulo .c.a. & secet lineam .c.d. in puncto .e. & manifestum ẽ q; punctũ .e. de [illegible] portionem. a quo p̃duco lineam .e.b. & quia angulus .a.c.d. est equalis angulo .c.a.e. per .6. primi linea .e.a. eq̃lis linee .e.c. & quia p̃ quartam primi linea .e.b. est equalis linee .e.a. erit per .9. huius punctum .e. centrum circuli quare patet propositum pm omnes species portionum circuli. ¶ Casligator

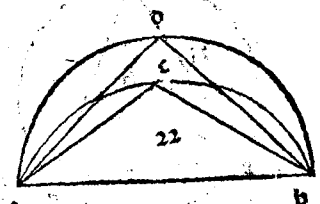
a ¶ Quia oẽs linee recte i circulo sunt minores diametro eius dẽ circuli p̃.14. huius & ideo corda cuiuslibet portiõis eius dẽ ẽ breuior diametro sed si augulus .a.c.d. eẽt eq̃lis ãgulo .c.a.d. erit dicta portio semicirculus p̃.6. pmi. Et si minor erit maior semicirculo qm̃ tũc linea .c.d. eẽt lõgior .a.d. uel .b.d. per .8. pmi. & cũ in eadẽ sit centr̃ circuli p̃ correlariũ pme hui9 & tãto ẽ in pũcto .d. ut dictũ ẽ quia eẽt cõtra ypotesim si gitur q; sit supra d. ita .d. & .c. p̃ aduersariũ & p̃ cons corda .a.b. eẽt infra centr̃ & sic efficeret corda portiõis maioris .a.c.b. & iõ cõtra ypotesim. b ∨ Vel sic tũc angulus .c.a.d. eẽt maior angulo .a.c.d. si mõ fiat angulus .c.a.e. p̃.23. pmi eq̃lis an gulo .a.c.d. ut in portione maiori tũc secretur dicta portiõ & eẽ maior & cum punctus .e. per .9. huius sit centrũ. ut in secunda dispositione portio nis maioris sicq; cõtra ypotesim. qm̃ positũ ẽ q; sit portio minor. iõ. &c.

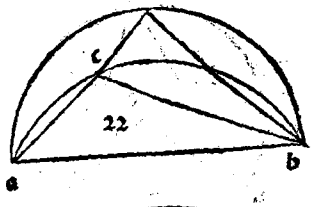
## Propositio .25.

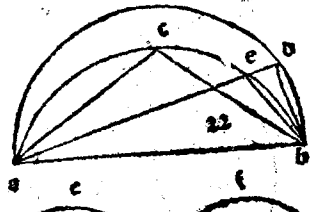
In equis circulis seu super centra. seu super circũferẽtias equales anguli ꝯsistant. super equos arcus eos cadere necesse est.

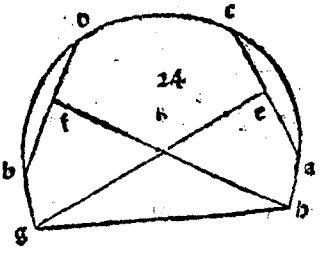
¶ Sint duo circuli equales .a.b.c. cuius centrum .d. & .e.f. g. cuius centrum .b. & fiant supra centra eorum duo angu

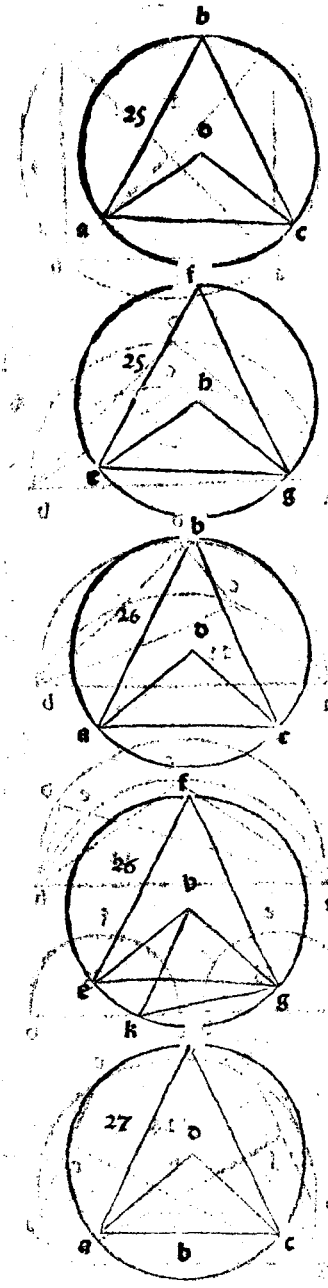







ſit.a.d.c.ℰ.e.h.g.qui ponantur equales.dico duos arcus.a.b.c.ℰ.e.f.g.eſſe equales. ℣ Protrahãtur due linee.a.c.ℰ.e.g.ℰ fiant duo anguli in circũferentiis ipſorum conſiſtens ſupra predictos arcus qui ſint angulus.a.b.c.ℰ angulus.e.f.g.quia ergo circuli ſunt equales.erunt per diffinitionem [a] eq̃llium circulorum ſemidiametri equales: ℰ quia duo anguli.d.ℰ.h.ſunt eq̃les erit per.4.primi linea.a.c.equalis linee.e.g.ℰ per.19.huius erit angulus.b.equalis angulo.f.cum.d.[b] angulus ſit equalis angulo.h.ergo ℣ diffinitionem ſimilium portionum due portiones.a.b.c.ℰ.e.f.g.ſunt ſimiles: ℰ quia ipſe ſunt ſuper lineas.a.c.ℰ.e.g.equales.ipſe erunt equales per .23.huius quare arcus.a.b.c.ℰ.e.f.g.ſunt equales Quod ſi anguli.b.ℰ.f.q ſunt in circumferentia ponantur equales.erunt per diffinitionem portiones ſimiles ℰ anguli.d.ℰ.h.equales per.19.huius ℰ quia circuli ſunt equales per poſitionem erunt per.4.primi due linee.a.c.ℰ.e.g. equales quare ut prius portiones equales per.23.huius cum ſint ſimiles ℰ ſuper equales lineas.igitur ℰ arcus equales.quod eſt ꝓpoſitum.

¶ Caſtigator

a ¶ Immo per conuerſionem diffinitionis. b ¶ Quia uterq; duplus ad illos.

## Propoſitio 26.

SI in equis circulis equi ſumãtur arcus.infra illos formatos angulos.qui ſupra centra eorum ſeu ſupra circumferentias conſtituantur equos eſſe neceſſe eſt.

¶ Sint ut prius duo circuli.a.b.c.cuius centrum.d.ℰ.e.f.g cuius centrum.h.ſintq; duo arcus.a.b.c.ℰ.e.f.g equales ſi anteq; ſuper ipſos arcus duo anguli in centro qui ſint.d.ℰ.h.ductis.a.d.c.d.e.b.g.h. Itemq; ſuper eosdem arcus fiant duo alii anguli in circũferentia qui ſint.b.ℰ.f.ductis lineis.a.b.c.b.e.f.ℰ.g.f.dico duos angulos.d.ℰ h.adinuicem eſſe equales. Itemq; duos.b.ℰ.f.adinuicem eſſe equales ℰ ẽ hec converſa prioris. ℣ Si enim non ſint.d.ℰ.h.anguli adinuicem equales: ſit ergo.h.maior.a quo abſcidatur [a] angulus.k.h.g.qui ſit equalis angulo.d.eritq; per premiſſam arcus.k.e.f.g.eq̃lis arcui.a.b.c.ſed duo arcus a.b.c.ℰ.e.f.g.poſiti ſunt equales: accidet ergo partem eſſe equalem toti quod eſt impoſſibile.quare anguli.d.ℰ.h.totales ſunt equales. ¶ Similiq; quoq; modo probabis angulo.b.ℰ.f.eſſe equales.uel ſi mauis probato q̃ anguli.d.ℰ.h.ſunt equales.ſequitur.b.ℰ.f.eſſe equales per.19.huius ℰ econuerſo.

¶ Caſtigator

a ¶ V[illegible]er punctum.h.fiet angulus .k.h.g. per.23.primi.equalis angulo.d.

## Propoſitio 27.

SI in circulis equalibus eque linee arcus reſecent. arcus quoq; equos eſſe ſi autem linee inequales fuerint arcus quoq; inequales. ℣ a maiore linea maiorem [a] arcum.a minore vero minorem abſcindi neceſſarium eſt.

¶ Sint duo circuli equales.a.b.c.cuius centrũ.d.ℰ.e.f.g. huius centrũ.h.ſintq; corda.a.c.equalis corde.e.g. dico duos arcus.a.b.c.ℰ e.f.g.quos predicte corde ex predictis circulis reſecant eſſe equales. Quod ſi corda.e.g.ponat maior corda.a.c.dico arcũ.e.f.g.eſſe maiorẽ arcu.a.b.c. Primũ quidẽ ſic ꝓbat. ducant a cẽtris linee ad extremitates cordarũ ſint d.a.d.c.h.e.h.ℰ quia circuli poſiti ſunt fore eq̃les.erũt hee [a] ſemidiametri eq̃les. ℰ quia linea.a.c.poſita eſt eq̃lis linee.e.g.erit per.8.primi angulus.d.equalis angulo.h totaliter quare per.25.huius erit arcus [b] .a.b.c.eq̃lis arcui.e.f.g.ſicq; patet primũ. Secundum ſic ſit.e.g.maior.a.c.eritq; per.25. primi angulus.h.maior angulo.d.fiat ergo angulus.f.h.g.equalis angulo

a 8 p.
b 25

d.erit q̄ per 8. huius ar cōis f.g. equalis arcui a.b.c. q̄re arcus e.f.g. est maior arcu a.b.c. quod est secundum propositum.

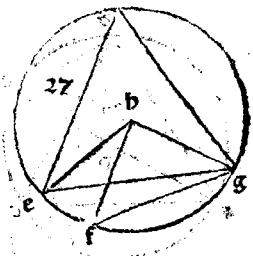
¶ Cassigatoz

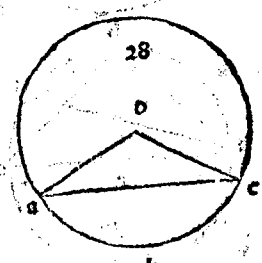
a ¶ Per cōuersionem diffinitionis equalium circulo3. b ¶ Arcus insistentes eos cōcludunt eq̄les quia sup iores sunt eq̄les p. 29. huius q bus a tonis circūferētijs remotis remanētes sunt eq̄les. ¶ Aliquādiū nō a minore linea maiorē arcū ꝯ utrūq; pōt stare sed diuersimode cōsideratum q̄n q̄ dā a maiore linea maiorem arcū intelligit in portione minore ꝯ q̄n dā a minore linea intelligitur de portione maiore quia in portione maiori maior linea minorem arcū abscindit q̄n ipsa magis appropinquat dyametro ꝯ sic minuit arcum portionis maioris sed secus in minori.

## Propositio 28.

Circulorum equalium equos arcus equas cordas habere necesse est.

¶ Sint duo circuli eq̄les a.b.c. cuius centz. d. ꝯ e.f.g. quoz centz. h. sit q; arcus a.b.c. equalis arcui e.f.g. dico q; corda a.c. est eq̄lis corde e.g. ꝯ est hec conuersa pme partis premisse. ¶ Ducantur linee d.a. d.c. h.e. h.g. erūtq; p. 26. huius anguli d. ꝯ h. equales 26 quare per q̄tam pmi erit a.c. eq̄lis e.g. qđ est propositum. ou ecūq; aūt pbate sunt passiones de diuersis circulis eq̄libus intelligē multo fortius ueras eē de eodē.

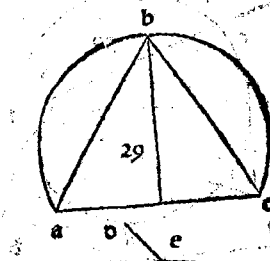



## Propositio 29.

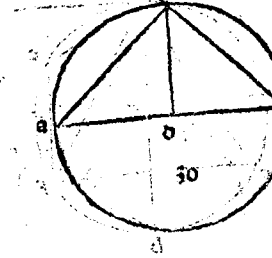
Datum arcum per equalia diuidere.

¶ Sit datus arcz. a.b.c. cui subtēdat corda. a.c. q̄ diuidat p equalia in puncto. d. a quo ducat ꝑpendicularis ad ipsam q̄ sit. d.b. secās circūferētiam dati arcus in puncto. b. quē dico diuidere datū arcum p equalia. ducāt. n. linee. b a. b.c. q̄ erūt eq̄les p. 4. pmi q̄re p. pmā ptem. 27. huius arcz 4 27 a.b. erit eq̄lis arcui. b.c. quod ē ꝓpositū.

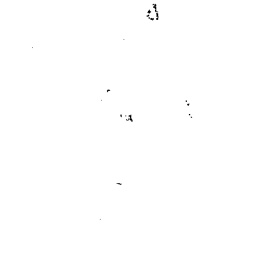


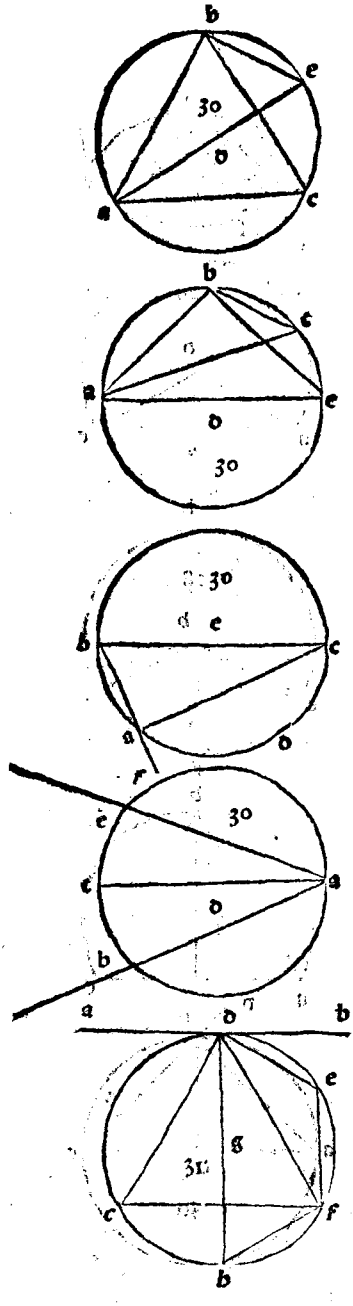

## Propositio 30.

Rectilineus angulus in semicirculo supra arcum constituatur rectus est. Si uero in portione semicirculo minoꝛ recto maior. Si autem in portione semicirculo maior recto minoꝛ. Item quoꝝ omnis portiōis angulus semicirculo maioꝛis recto maioꝛ. minoꝛis uero recto minoꝛ de necessitate erit.




¶ Sit ut in circulo. a.b.c. cuius centz. d. ꝯ diameter. a.d.c. semicirculo. a. b.c. in cuius semicirculi circūferētia sint anguli. a.b.c. ductis lineis. a.b. ꝯ b.c. dico illū angulū eē rectum. ptrahat ab ipso angulo in centz. linea. b. d. erit q; p quintā pmi 5 anguli. a.b.d. eq̄lis angulo. b.a. ꝯ angulus. d.b.c. eq̄lis angulo. c. ꝯ ga angulus c.d.b. eq̄lis duobus angulis. d.b.a. ꝯ. a. p. 32. pmi ipse est duplus ad angulū. d.b.a. eadem tōne angulus. a.d.b. duplus erit ad angulū. d.b.c. ergo duo anguli. c.d.b. ꝯ. a.d.b. dupli sunt ad totalē angulū. a.b.c. sed dicti sunt eq̄les duobus rectis. p. 13. pmi erit igr angulus. a. 42 b.c. totalis medietas duoz rectoz. q̄re rectus quod est pmum ꝓpositum. ¶ Idē aliter ptrahat. b.c. usq; ad. e. erit q; p. 32. pmi angulus. a.b.c. equalis 13 duobus angulis. a. ꝯ. c. ꝯ qa angulus. a. est equalis angulo. a.b.d. ꝯ angulus c. angulo. c.b.d. erit angulus. a.b.e. eq̄lis totali angulo. a.b.c. ergo uterq; eoz. ē rectus p diffinitionem. ¶ Tertiū sic patet. sit in circulo. a.b.c. cuius centz. d. portio a.b.c. cuius corda. a.c. maior semicirculo. ꝯ fiat sup eius circūferentiā angulus. a.b.c. ductis lineis. b.a. ꝯ. b.c. dico illū angulū eē minoꝛ recto. ducat enim diameter. a.d.e. ꝯ linea. e.b. erit q; per pmam partem huius. b. totalis rectus. quare angulus. a.b.c. erit minoꝛ recto per cōem sciam cum sit pars eius sicq; patet tertiū. ¶ Secūdū sic. Sit rursus in circulo. a.b.






c.cuius centr⁹.d.portio.a.b.c.cuius corda.a.c.ꝙ sit semicirculo minor ꝙ ſi at ſup ei⁹ circūferentiā angulus.a.b.c.ductis lineis.b.a.ꝙ.b.c.dico hūc an gulum eſſe maiorem recto.producatur enim diameter.a.d.e.ꝙ linea.b.e. eritq; per primam partem huius angulus.a.b.e.rectus.quare angulus.a.b. c.erit maior recto quod eſt ſecundum propoſitum. ¶ Quantum ꝙ quin tum ſic. Sint in circulo.a.b.c.d.cuius centrum.e.portio.a.b.c.cuius corda a.c.maior ſemicirculo ꝙ portio.a.d.c.cuius eadem corda.a.c.minor ſemi circulo dico angulum cōtentum ab arcu.b.a.ꝙ corda.a.c.eſſe maiorem re cto ꝙ angulum cōtentum ab arcu.d.a.ꝙ corda.a.c.eſſe minorem recto.p ducatur diameter.c.e.b.ꝙ linea.b.a.usq; ad.f.eritq; per primam partem huius angulus.b.a.c.rectus quare per.13.primi angulus.f.a.c.eſt ſimiliter rectus.Quia igitur angulus rectus eſt primi pars ꝙ ſecundus pars recti eui denter patet utrūq; quare tota liquet hec pēthamembris concluſio. ¶ Ex iſtis autem duabus ultimis partibus nota ēt inſtātiam contra illas duas argumētationes ad quas tulimus inſtātiam.in.15.huius.trāſitur enim ab angulo portionis ſemicirculo minoris q eſt minor recto per ultimam p tem huius ad angulum portionis ſemicirculo maioris qui eſt maior re cto per penultimam partem huius non tn per equale.Cum.n.omnis por tio circuli ſit ſemicirculus aut minor ſemicirculo aut maior ſit aūt tn an gulus ſemicirculi per primam partem.15.quam angulus portionis mino ris per ultimam ptem huius minor recto.portionis uero maioris ſit ma ior recto.ꝙ tn non erit alicuius portionis angulus.nec ſimpliciter aliquis cōtentus a circumferentia.ꝙ linea recta nec rectus nec eqlis recto.Quod ut clarius pateat ſit in circulo.a.b.c.cuius centr⁹.d.linea.a.b.cui non ſit de terminatus finis ex parte.b.ſecās ex ipſo portionē ſemicirculo minorem. eritq; per ultimam ptem huius minor recto.huius circuli ſit diameter.a. d.c.ꝙ imāginet linea.a.b.moueri ad partem.c.ſup punctum.a.q quamdiu fuerit citra.c.uel in ipſo.c.oopiens diametr⁹.a.d.c.faciet cum arcu angu lum minorem recto.In oī aūt puncto ultra.c.uelut in.e.faciet p penultimā ptem h⁹ angulum maiorem recto.trāſit ergo a minori ad maius nō p tn le.ꝙ ſicut in rectilineis angulis eſt repire maiorem angulo ſemicirculi ꝙ minorē.nō tn eqlem ut mōſtratū ē.i.15.huius ſic in angulis portionū eſt repire maiorē recto ꝙ minorem nō tn eqlem ut patet ex iſta demōſtratōe.

## Propoſitio xxxi.

Si circulum linea recta contingat.et a cōtactu in cir culum quedam circulum ſecans recta linea pater centr⁹ ducatur quaſcunq; duos angulos cū cōtin gente facit duobus angulis qui in alternis circuli ſuper arcus conſiſtunt portionibus equales.

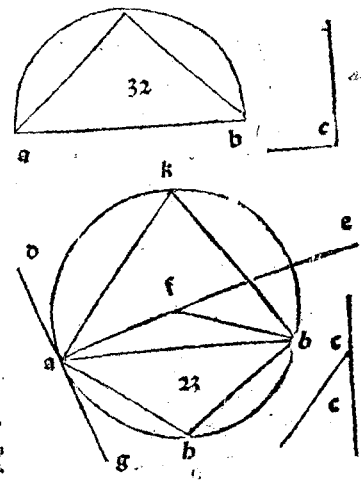
¶ Sit recta linea.a.b contingens circulum.c.d.e.f.cui centr⁹.g.in puncto.d.a quo.d.ducatur in circulum preter centrum linea d.f.ſecans ipſum.fiantq; anguli.d.e.f.conſiſtens ſup arcum portionis d.e.f.ductis lineis.c.d.ꝙ.e.f.ꝙ anguli.d.e.f.cōſiſtens ſuper arcum portio nis d.c.f.ductis lineis.d.ꝙ.e.f.dico angulum.c.eſſe equalem angulo.b. d.f.ꝙ angulū.e.angulo.a.d.f.ducatur.n.diameter.d.g.h.ꝙ linea.f.h.eritq; p.17.huius.d.h.ppendicularis ſup.a.b.ꝙ p primam ptem primi ſe anguli.d. fih.rectus.quare duo anguli.a.d.h.ꝙ.d.f.h.ſint eqles poſito ergo cōmu ni angulo.h.d.f.erit angulus.a.d.f.equalis duobus anguli qui ſunt.d.f. h.ꝙ.h.d.f.ſed hi duo cum angulo.b.ſunt equales duobus rectis per.32. primi.ergo angulus.a.d.f.cum angulo.b.ſunt equales duobus rectis.ſed an gulus.c.d.f.cum angulo.b.d.f.equiuales duobus rectis per.13.primi.ergo angulus.b.d.f.eſt equalis angulo.h.ergo ꝙ angulo.c.per.20.huius ꝙ hoc eſt primum.Et quia duo anguli.c.ꝙ.e.ſunt equales duobus rectis per.13. huius erit angulus.e.equalis angulo.a.d.f.quod eſt ſecundum.Vel iſtud ſecundum ſic ſi angulus.a.d.f.cum angulo.h.equiualet duobus rectis.ut premonſtratum eſt.ſed anguli.e.cum angulo.h.equiualent duobus rectis per.13.huius.ergo angulus.e.eſt equalis angulo.a.d.f.quod eſt ꝓpoſitū.

## Propositio 32.

Et per datam lineam, circuli portionem describere capientem angulum, dato angulo equalem, seu rectum, seu maiorem, seu minorem recto.

¶ Sit a.b. linea data, & c. datus angulus super lineam a.b. uolo describere unam circuli portionem recipiẽtem in circũferẽtia rectilineum angulum equalem angulo. c. Si igitur fuerit angulus .c. rectus diuisa .a.b. per medium describam super eam semicirculum. factumq; erit propositum per primam partem 30. huius.

¶ Si autem sit obtusus ducã lineam .d.a. cũ linea .b.a. cõtinentem equalẽ angulum angulo .c. & a puncto .a. ducam lineam .a.e. perpẽdicularem super lineam .a.d. & super punctum .b. faciam angulum p. 23. primi equalem angulo .e.a.b. in quo obtusus excedit rectum ducta linea .b.f. usq; ad perpendicularem .a.e. eruntq; per .6. primi linee .f.a. & f.b. equales. facto itaq; puncto .f. centro circuli describam ſm quantitatem linee .f.a. circulum .a.k.b. eritq; per correlarium .15. huius linea .a.d. contingens circulũ quare per premiſſam angulus qui fit in portione .a.h.b. est equalis angulo .d.a.b. quare & angulo .c. quod est propositum. ¶ Si autem angulus .c. sit acutus. producam lineam .a.g. continentem cum linea .a.b. angulũ equalem angulo .c. & a puncto .a. ducam .a.e. perpendicularem ad lineã .a.g. & super punctum .b. faciam angulum equalem angulo .e.a.b. in quo rectus excedit acutum. ducta linea .b.f. usq; ad ꝓpendicularem .a.e. erũtq; per .6 primi lineæ .f.a. & f.b. equales facto itaq; puncto .f. centro circuli. describam ſm quantitatem linee .f.a. circulum .a.k.b. eritq; per correlarium .15. huius linea .a.g. contingens circulum. quare per premiſſam angulus qui fit in portione .a.k.b. est equalis angulo .g.a.b. quare & angulo .c. quod est propositum.




## Propositio 33.

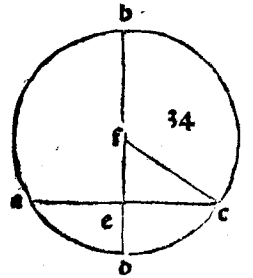
Dato circulo: dato angulo. equum angulum capiẽtem portionem abscindere.

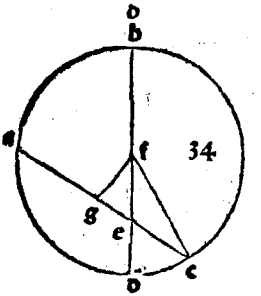
¶ Sit .a.b. datus circulus. & c. datus angulus. uolo ergo a circulo .a.b. abscindere portionem unam capiẽtem equalem angulum angulo .c. produco lineam .d.a.e. contingẽtem datum circulum in puncto .a. a quo duco in circulum lineam .a.b. continentem cum linea .a.e. angulum equalem angulo .c. eritq; per 32. huius portio .a.b. existens a parte linee .a.d. recipiens angulum equalem angulo .c. quod est propositum

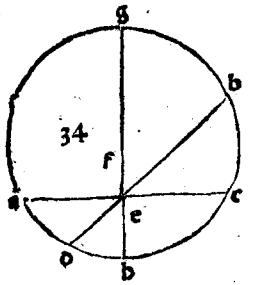
## Propositio 34.

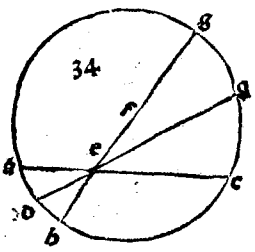
Si intra circulum due recte linee sese inuicem secẽt. q; sub duabus partibus vnius earum, pcedit. equũ est ei rectãgulo quod sub duabus alterius linee partibus continetur.

¶ Sint due linee .a.c. & b.d. secantes se in circulo .a.b.c.d. super punctum .e. dico q; illud rectangulum quod fit ex .a.e. in .e.c. equum ẽ ei quod fit ex .b.e. in .e.d. ℣ Aut enim ambe linee .a.c. & b.d. transibunt per centrum circuli aut altera tantum aut neutra. q; si ambe transeãt per centrum erit .e. centrum circuli. omnesq; .4. linee equales: quare liquet propositum. ¶ Quod si altera earum tantum transit per centrum sit illa .b.d. cẽtrumq; circuli sit .f. aut ergo .b.d. secabit .a.c. per equalia aut per inequalia. secet ergo primo per equalia eritq; per primam partem .3. huius secãs eam orthogonaliter. ducatur itaq; linea .f.c. eritq; p. 5. secundi quod fit ex .b.e. in .e.d. cum quadrato .e.f. equale quadrato linee .f.d. quare & quadrato linee .f.c. ergo per penultimam primi & quadratis duarum linearum .f.e. & .e.c. dempto ergo utrinq; quadrato .e.f. erit quod fit ex .b.e. in .e.d. equale quadrato linee .e.c. & quia .e.c. est equalis .a.e. patet propositum. ¶ Quod si .b.d. transiens per centrum secat .a.c. per inequalia a centro .f. ducatur .f.g. perpendicularis ad .a.c. eritq; per secũdam




partem tertie huius.a.g.equalis.g.c.ꝫ ducatur linea.f.e.eritq; per.5.ſecũdi quod fit ex.b.e.in.e.d.cum quadrato.e.f.ꝫ ideo per penultimam primi cum quadratis duarum linearum.f.g.ꝫ.g.e. propter id quod angulus.f. g.e.eſt rectus equale q̃ drato linee.d.f.ꝫ ideo linee.f.c.ꝑpterꝑ quod penultimam primi ꝫ quadratis duarum linearũ.f.g.ꝫ.g.c.dempto ergo utriq; quadrato linee.f.g.erit quod fit ex.b.e.in.e.d. cum quadrato linee.g.e. equale quadrato linee.g.c.ſed per.5.ſcundi quod fit ex.a.e.in.e.c. cum quadrato linee.g.e.eſt equale quadrato linee.g.c.dempto igitur utriq; quadrato linee.g.e.erit quod fit ex.b.e.in e.d.equale ei quod fit ex.a.e. in.e.c.quod eſt propoſitum. ¶ Quod ſi neutra earum tranſit per centrũ ſiue altera diuidat alteram per equalia ſiue per inequalia producam lineam.g.f.e.h.diametrum circuli tranſeuntem per punctum ſectionis earum. Et ſi altera diuidat alteram ꝑ equalia .ut.b.d.a.c. tunc .g.h.diuidit etiam.a.c.per equalia.ergo orthogonaliter per tertiam huius.ergo per ſecundum modum huius concluſionis quod fit.ex .g.e.in.e.h. equum eſt ei quod fit ex.a.e.in.e.c.ꝫ per tertium modum huius quod fit ex.g.e. in e.h.equum eſt ei quod fit ex.b.e.in.e.d.ergo quod fit ex.a.e.in.e.c.equũ eſt ei quod fit ex.b.e.in.e.d.quod eſt propoſitum. ¶ At ſi neutra diuidit alteram per equalia erit per tertium modum huius concluſionis quod fit ex.g.e.in.e.h.equale utriq; eorum que fiunt ex.a.e.in.e.c.ꝫ.b.e.in.e.d. quare unum eorum erit equale alteri quod eſt propoſitum.

¶ Caſtigator.

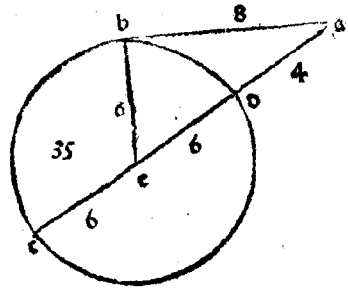
¶ Quod ſecent ſeſe per equalia extra centrum ẽ iposſibile per .9. huius. qa ſemper ab eodem puncto ſectionis eſſent plures q̃ due linee equales ſi ambe linee ad inuicem fuerint equales. Si uero fuerint inequales .tunc per hanc eſt impoſſibile.qa ut deducitur rectangulum duarum partium unius ſemper eſt equale alteri rectangulo aliarum partium alterius ꝫ ſic ꝑ conceptionẽ eſſet iposſibile.

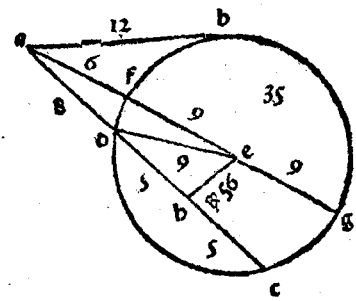
## Propoſitio .35.

Si extra circulum punctus ſignetur.ab eo autes ad circulum alia linea ſecans.alia contingens due recte linee ducantur quod ſub tota ſecante.atq; parte ſui extrinſeca continetur equum eſt ei quadrato qđ ex contingente linea deſcribitur.

¶ Sit.a.punctus ſignatus extra circulum.b.c.d.cuius centrum.e.a quo ducantur ad circulum due linee.a.b. contingens.ꝫ.a.d.c. ſecans.dico q; illud quod fit ex.a.c.in.d a.equum eſt quadrato linee.a.b. ℣ Aut enim.a d.c.tranſit per centrum aut non tranſeat:ergo primo per centrum quod eſt.e.ꝫ ducatur linea.e .b.que per .17.huius perpendicularis erit ſuper lineam.a.b.ꝫ quia linea.d.c.diuiſa eſt per equalia in puncto e.ꝫ eſt ei addita linea.d.a.erit per ſextam ſecundi quod fit ex .c.a. ꝫ .a.d. cum quadrato linee.e d.ꝫ ideo cum quadrato linee.e.b equale quadrato linee.e.a.ꝫ ideo per penultimam primi equale quadratis duarum linearum:e.b.ꝫ.b.a. propter id quod angulus.b.eſt rectus. dempto ergo utriq; quadrato . e . b . erit quod fit ex .c..a. in..a.d equale quadrato linee a.b.quod eſt propoſitum. ¶ Quod ſi linea a.d.c. non tranſit per centrum ſumatur.a.f.e.g.tranſiens per centrum ꝫ ducantur linee.e.d.ꝫ.e. b.ꝫ ſit.e.b.perpendicularis ad.a.d.c.eritq; ꝑ.3.huius.d.h. equalis .h.c. qa ergo linea.d.c. diuiſa eſt per equalia in puncto.h.ꝫ addita ſibi linea.a.d. erit per.6.ſecundi quod fit ex . c . a . in .a. d. cum quadrato.d h. equale quadrato linee a h:ergo addito utriq; quadrato.h.e.erit quod fit ex.c.a. in.a d.cum quadratis duarum linearum.d.h.ꝫ.h.e.ꝫ ideo ꝑ penultimã primi cum quadrato d.e.propter id quod angulus.h.eſt rectus.ꝫ ideo cũ quadrato .e.f.propter id quod e.d. ꝫ .e.f.ſunt equales. equale quadratis duarum linearꝫ.a.b.ꝫ.h.e.ꝫ ideo per penultimã ꝑmi quadrato linee.a.e. ſed quia per ſextam ſecundi quod fit ex.g.a.in.a.f.cum quadrato.f.e.eq̃ le eſt quadrato linee.a.e.quia ergo utriq; eorum que fiunt ex.c.a. in.a.d. ꝫ ex.g.a.in.a.f.cum quadrato linee.f.e.ẽ equale quadrato linee.a.e.ipſa

erunt inter se a equalia. Dempto ergo utrinq; quadrato linee.e.f.erit qđ fit ex.c.a.in.a.d.equale ei quod fit ex.g.a.in.a.f.sed id quod fit ex.g.a.in a.f.est equale quadrato linee.a.b.p ꝑmissum modū huius ergo qđ fit ex.c a.in.a.d.ē equale quadrato linee.a.b. quod est ꝓpositū. ¶ Et ex hac no ta q; puncto extra circulum signato si ab ipso ad circulum quotlibet secā tes linee ducant rectangula q̄ continent sub totis.ꝫ earum portiōibus ex trinsecis adinuicem sint equalia.qm̄ oīa sunt equalia quadrato linee.q̄ tingentis. ¶ Nota ēt q; si a quolibet pūcto extra circulum signato due li riee cōtingentes ad circulum ipsum ducant.ipse erūt adinuicem equales. erit.n.quadratum utriusq; ea equale ei qđ fit ex linea secāte ab ipso pun cto ducta in circulum.in ꝑtem eius extrinsecam.Hoc aūt euidentius pa ter ꝑ penultimam ꝑmi. ¶ Sit.a.pūctus signatus extra circulum.b.c.d.cu ius centꝝ.e.ꝫ ab ipso ducant due linee.a.b.ꝫ a.d.cōtingētes circulum in punctis.b.d.dico ipsas.ē eq̄les. Producam.n.lineas.e.a.e.b.ꝫ.e.d.eritq; ꝑ.17.huius uterq; angulo.b.ꝫ.d.rectus.quare ꝑ penultimam ꝑmi qua dratum.a.e.erit equale duobus quadratis duaꝝ linearum.a.b.ꝫ.b.e. Si militer quoq; ꝫ duobus duaꝝ.a.d.ꝫ.d.e.quare quadrata duaꝝ linearum.a b.ꝫ.b.e.sunt equalia quadratis duaꝝ.a.d.ꝫ.d.e.ꝫ quia quadrata duaꝝ q̄ sunt.b.e.ꝫ.e.d.sunt b equalia erunt quadrata duarum q̄ sunt.a.b.ꝫ a.d equalia: ergo.a.b.est c equalis.a.d.quod est ꝓpositum. ¶ Aliter ēt duca tur linea.b.d.eritq; ꝑ quintam primi angulus.e.b d.equalis angulo.e.d. b.ꝓpter id quod linea.e.b.est equalis linee.e.d.ꝫ quia uterq; duoꝝ an gulorum.b.ꝫ.d.ē rectus.erit ꝑ cōem sciam angulus.a.b d.residuus equalis angulo.a.d.b.residuo.ꝑ sextam.ergo ꝑmi est linea.a.b.equalis linee.a.d. a ¶ Per cōcep.si due res fuerit uni eq̄les ipse sibi. b ¶ Per cōem sciam q̄ est quoꝝ latera sint equalia quadra.quoꝝ equalia esse. c ¶ Per cōem sciam cōuersam precedentis quaꝝ quadrata sunt eq̄lia lineas eq̄les esse.

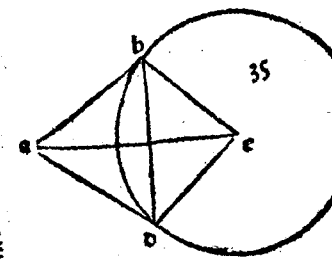



## Ꝓpositio 36.

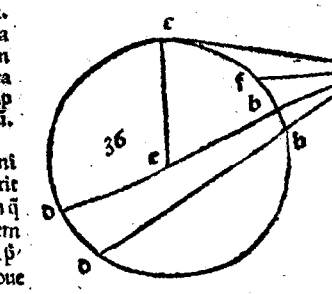
I fuerit pūctus ex̄ circulū signatus a quo due linee ad circūferētiā ducātur.altera secās altera circū fe rētie applicata fuerit qꝺ ex ductu totius secātis i ꝑtē sue extrinsecā equū ei qꝺ ex ductu applicate i seip sam fit:erit linea applicata ex necessitate circulū ꝯti.

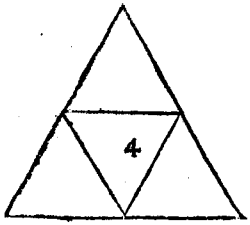
¶ Sit.a.pūctus signatꝰ extra circulū.b.c.d.cuiꝰ cēt.e.a quo ducāt ad circulū linea.a.b.d.secās ipsum ꝫ linea.a.c.applicata circūfe rentie [illegible] ꝫ.a.b.sit eq̄le q̄drato.a.c.dico lineā.a.c.eē cō tingētem ꝫ ē hec cōuersa ꝑoris.Si.n.nō est contingēs.sit ergo cōtingēs linea.a.f.eritq; ꝑ ꝑmissam qđ fit ex.d.a.in.a.b.equale q̄drato linee.a.f. ꝫre quadratum linee.a.f.ē a equale q̄drato liee.a.c.ergo.a.c.ē b eq̄lis.a.f. qđ ē c iposſibile.p.8.huⁱ erit ergo.a.c.cōtingēs qđ est ꝓpositū. ¶ Idē ostē siue ꝓbabit maneat prior dispositio ꝫ ypotesis.ꝫ si linea.a.b.d.trāsit ꝑ cēt. ducat linea.c.e.eritq; ꝑ.6.secundi qđ fit ex.d.a.in.a.b.cū q̄drato.e.b ꝫ ideo cū q̄drato.e.c.equale q̄drato.a.e.sed qđ fit ex.d.a.in.a.b.positū ē equale q̄drato.a.c.ergo. q̄dratum.a.c.cū q̄drato.c.e.ē equale q̄drato.a. e.ergo ꝑ d ultimā ꝑmi angulus.c.ē rectus.ergo ꝑ correlariū.ꝛ.huiꝰ linea a.c.est cōtingens circulū qđ est ꝓpositum. ¶ Si aūt.a.b.d.nō trāsit ꝑ cen trum ducat a puncto.a.linea trāsiens ꝑ centꝝ.ꝫ quia qđ fit ex hac tota in eius partem extrinsecam ē eq̄le ei quod fit ex.d.a.in.a.b.ꝑmissam ip sum erit equale q̄drato linee.e.a.c.ꝫre ut prius.a.c.erit contingēs circulū.

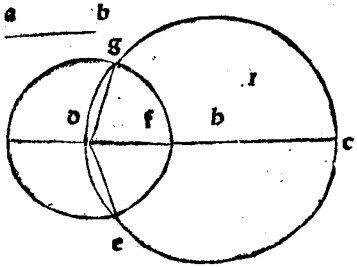


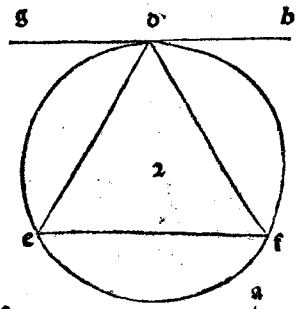

¶ Castigatoꝛ

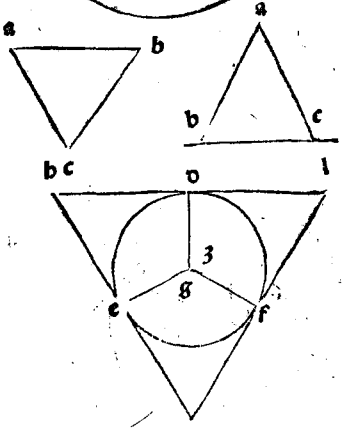
a ¶ Prosuponit.n.punctus.c.non posse altius sub circumferētiam poni uel si in inferiore ꝑte circuli signet nō posse infimius ꝫ tūc semꝑ.a.f.erit minor.a.c.ꝫ ideo ꝑ.8.huius sequit impossibile. b ¶ Per cōem sciam q̄ est quaꝝ quadrata sunt equalia lineas quoq; equales esse. c ¶ Per cōem sciam si fuerint due res uni equales ipse eedem. d ¶ Nimiꝝ si ultima ꝑmi huic ultime tertii suffragēt cū alie eiusdem primi aliis ubilibet subue nerint. e ¶ Per cōem scientiam duorum equalium cui equatur.unum eidem eq̄tur ꝫ reliquū. Explicit liber tertius.






¶ De figurarum vnius alteri inscriptione ⁊ circumscriptione Liber quartus. Euclidis ex suprema Campani interpretatione. Magistro Luca paciolo de burgo Sancti Sepulcri Ordinis minorum castigatore feruentissimo. Incipit.

Figura intra figuram dicit̃ inscribi quãdo ea que inscribitur eius in qua inscribit̃. latera vno quoq; suorum angulorum ab interiore parte contingit. ¶ Circumscribi vero figura figure perhibet̃ quotiens ea quidem figura eius cui circumscribit̃ suis lateribus omnibus omnes angulos cõtingit.

## Propositio .1.

Intra datum circulum date linee recte que diametro minime maior existat equam rectam lineam coaptare.

¶ Sit linea data. a. b. circulusq; datus. c. d. e. cui⁹ diameter c. d. qua non est maior linea. a. b. uolo intra datum circulum coaptare lineam equalem. a. b. q̃ si fuerit equalis diametro constat propositum. ℣ Si ãt minor ex diametro sumatur. d. f. sibi equalis ℭ super punctum. d. ſm quantitatem linee. d. f. describatur circulus. f. e. g. secans datum circulum in punctis. g. ℭ. e. ad alterq; quorum ducatur linea a puncto. d. ut. d. e. uel. d. g. eritq; utraliber earum equalis linee a. b. eo q̃ utraq; earum est equalis linee. d. f. per diffinitionem circuli: quare habemus propositum.

## Propositio .2.

Intra assignatum circulum triangulum triangulo assignato equiangulum collocare.

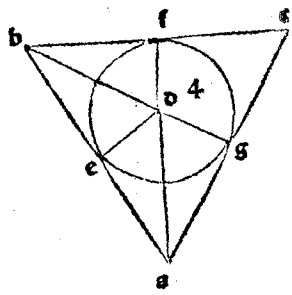
¶ Sit assignatus triangulus. a. b. c. assignatusq; circulus. d. e. f. uolo intra hunc circulum collocare unum triãgulum equiangulum triangulo. a. b. c. equilaterum enim non est necessarium esse sed est possibile. ℣ Produco. g. d. h. cõtingentem circulum in puncto. d. super quem facio angulum. h. d. f. ductã linea. d. f. equalem angulo. c. ℭ angulum. g. d. e. ducta linea. d. e. equalem angulo. b. ℭ protraho lineam. e. f. eritq; per. 32. tertii angulus. e. equalis angulo. c. quia uterq; est equalis angulo. h. d. f. c. quidem per positionem. e. uero per. 32. tertii eadem ratione erit angulus. f. equalis angulo. b. quare p̃ 2. primi. d. tertius erit equalis. a. tertio. quare habemus propositum.

## Propositio. .3.

Circa assignatum circulum assignato triangulo triangulum equiangulum describere

¶ Sint ut prius assignatus triangulus. a. b. c. assignatusq; circulus. d. e. f. cuius centrum. g. circa hunc circulum uolo describere unum triangulum equangulum triangulo. a. b. c. equilaterum enim non est necessarium sed ē possibile. Producam basim. b. c. in utranq; ptem. ut fiant duo anguli extrinseci. ℭ a centro. g. Producam lineam. g. d. ad circumferentiam. ℭ constituam angulum. d. g. e. ducta linea. g. e. equalē angulo. b. extrinseco. ℭ. d. g. f. ducta linea. g. f. equalē. c. extrinseco. ℭ a punctis. d. e. f. producam in utranq; partē lineas orthogonaliter que per corrolarium. 15. tertii erũt contingentes cir

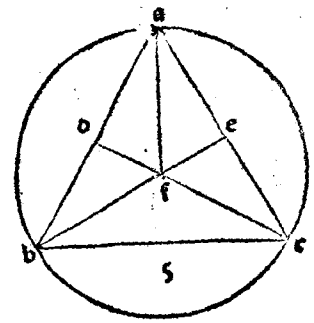
lum quas contingentes. Protraham quousq; concurrãt in punctis.h.k. necesse est enim ipsas concurrere. cum enim uterq; angulorum qui sunt d.d.& uterq; eorum qui sunt ad.e.sit rectus si intelligatur protrahi linea .e.erũt duo anguli qui sunt ad partem.h.minores duobus rectis.quare penultimam petitionem in partem illam protracte concurrent linee.l. l.h.k.e.h.eadem ratione concurrent due linee.h.d.l.k.f.l.cum uterq; an gulorum qui sunt.ad.f.sit etiam rectus. Quia ergo in quadrilatero,h.d. .g.duo anguli.d.& e.sunt recti.erunt duo anguli.g & h.equales duob⁹ rectis.cuiuslibet enim quadrilateri quatuor anguli sunt equales quatuor rectis.ut monstratum est supra.32.primi:& quia duo anguli.b intrinsecus & extrinsecus sunt similiter equales duobus rectis.per.13.primi:at uero.b. extrinsecus positus ẽ equalis.d.g.erit intrinsecus.b.equalis.h. Simili quoq; ratione erit.c.intrinsecus equalis.l.& quia duo anguli.b.& c.intrinseci sunt minores duobus rectis per.32.primi: erũt similiter duo anguli.h.& l.mi nores duobus rectis.quare per penultimam petitionem due linee.h.e.& l. f.protracte concurrent in puncto.k.fiet q; triangulus.h.k.l.& quia angul⁹ b.est equalis angulo.b.intrinseco.& angulus.l.angulo.c.intrinseco.erit per 32.primi.angulus.k.equalis angulo.a.quare habemus propositum.




## Propositio .4.

INtra datum triangulum circulum describere.

¶ Sit assignatus triãgulus.a.b.c.uolo intra ipsum circulũ describere.hec est quasi cõuersa secunde. ℣ Diuido.n. du os eius angulos.a.& b.per eãlia.a.quidem ducta linea.a. d.b uero.ducta linea.b.d q̃ cõcurrant in puncto.d.a quo ducam ꝓpendiculares ad tria latera ipsius.d.e.quidem ad a.b.d.f.ad.b.c.&.d.g.ad.a.c.& quia duo⁹ triangulo⁹.e.a.d & g.a.d.an gulus.a unius est eãlis angulo.a.alterius.& uterq; angulo⁹.e.& g.rectus & latus.a.d.cõe.erit per.26.primi linea.d.e.equalis linee.d.g. Eadem rõne cum duorum triangulorum.e.b.d.& f.b.d.angul⁹.b.unius sit equalis an gulo.b.alterius & uterq; angulorum.e.& f.rectus:latus quoq;.d.b.cõe erit per eãdem.linea.e.d.equalis linee.d.f.quare tres linee.d.e.d.f.d.g.sunt equales.posito ergo centro in.d.& descripto circulo secundum quantita tem unius earum transibit per.9.tertii per reliquarum duarum extremita tes.& quia per correlarium.15.tertii unaqueq; linearum.a.b.b.c.& c.a.erit [illegible] circulum. patet propositum.

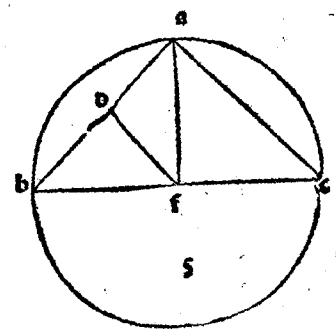


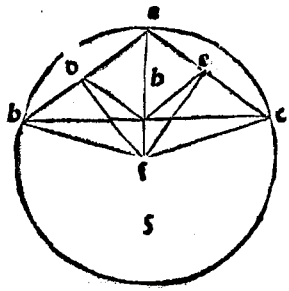

## Propositio .5.

CIrca trigonum assignatum siue illud sit orthogoni um siue ambligonium siue oxigonium circulum describere.

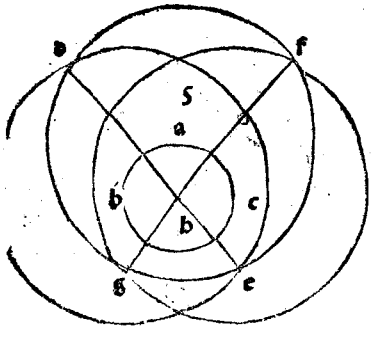
¶ Sit trigonus assignatus.a.b.c.uolo circa ipsum describere circulũ hec est quasi cõuersa tertie. ℣ Diuido duo eius latera.a.b.& a.c.per equalia.a.b.quidem in pũcto.d.& a. c.in puncto.e.a quibus punctis produco perpendiculares ad lineas.a.b.& a.c.& protraho quousq; concurrant in puncto.f.sintq; d.f.& e.f. cõcurrẽt enim quia cum uterq; angulorum.d.& e.sit rectus si intelligatur ptrahi li nea.d.e.fient duo anguli ad partem in quam ptrahuntur minores duob⁹ rectis.quare concurrent ꝑ penultimam petitionem. Igitur a puncto.f.q est punctis concursus quem dico esse centrum circuli quesiti. Protrabo li neas ad singulos angulos que sunt.f.a.f.b.f.c.& quia in triangulo.a.d.f. duo latera.a.d.& d.f.sunt equalia duobus lateribus.b.d.& d.f.triãguli.b d.f.& angulus.d.uni⁹ angulo.d.alterius:quia uterq; rectus:erit per quar tam primi.f.a.equalis.f.b.eadẽ rõe erit.f.a. equalis.f.c.cõpatis lateribus & angulis duo⁹ triãgulo⁹.a.e.f.& c.e.f.ergo per.9.tertii punctum.f.erit centr⁹ circuli quesiti.hec est uniuersalis demõstratio ad oẽs spẽs trigoni.

¶ Quia tñ auctor uidet uelle medium uariare disiungendo inter ortho gonium ambligonium & oxigonium.de quolibet eorum sigillatim est demonstrãdum. ¶ Sit ergo trigonus propositus orthogonius siq; angu






lus.a.rectus:latus.b.c.respiciens hunc angulum rectum diuido per equa/lia in.f.a quo puncto quem dico esse centz circuli ad medium punctum alterius duoz reliquoz laterum qui sit.d. duco lineam.f.d.& quia linea f.d.diuidit duo latera.a.b.&.b.c, trianguli.a.b.c.per equalia:ipsa erit eq distans tertio.uidelicet linee.a.c.hoc enim demonstratum est supra.39. primi:& quia angulus.a.positus est rectus.erit per secundam partem.& per tertiam.29.primi:uterq; angulorum qui sunt ad.d.rectus ducatur igit li/nea.f.a.critq; p quartam primi:linea.a.f.eqlis linee.b.f.comparatis adin uicem lateribus & angulis triangulorz.a.d.f.b.d.f.& quia linea.b.f.est eqlis linee.c.f.erūt.3.linee.b.f.a.f.c.f.adinuicem equales.quare per.9.tertii erit f.centrum circuli quesiti. ¶ Sit rursus trigonus.a.b.c.ambligonius. sitq; angulus.a.obtusus:latus.b.c.respiciens hunc angulum obtusum.diuido p equalia in punco.b.a quo ad media puncta duorum reliquorum laterū que sunt.d.& e.duco lineas.b.d.&.b.e.eritq.d.b.equidistās.a.c.&.e.b.eq distans.a.b.propter id quod demonstratum est supra.39.primi:uidelicet q linea secans duo latera alicuius trianguli per equalia.tertio est equidi/stans:quare per secundam partem.29.primi erit uterq; duorum angulorz b.d.b.&.c.e.b.equalis angulo.a.& ideo uterq; obtusus.Ductis igitur per/pendicularibus.d.f.ad lineam.a.b.&.e.f.ad lineam.a.c.quousq; concur/rant in pūcto.f.quem dico esse centz circuli.Manifestum est enim eas cō currere propter causam prius dictam.secabit utraq; earum lineam b.c.q respicit obtusum & concurret extra [a] triangulum.a.b.c.igitur a puncto.f. qui est punctus concursus earum:Produco lineas.f.a.f.b.f.c.que per quar tam primi bis assumptam erunt equales comparatis p̄mo lateribus & an gulis duorum triangulorum.a.d.f.b.d.f.deinde aliorum duorum.a.e.f. c.e.f.quare per.9.tertii.f.est centrum circuli quesiti. ¶ Esto iterum ut tri/gonus.a.b.c.sit oxigonius:diuisis omnibus eius lateribus per equalia:tui/delicet latus.a.b in puncto.d.& latus.a.c.in puncto.e.&.b.c.in puncto.h. Protrahe lineas.d.e.d.h.&.e.h.eritq; d.h. equidistans.a.c.&.e.h.a.b.pro pter id quod demonstratum est super.39.primi:quare per secundam parte 29.primi:uterq; angulorum.b.d.h.c.e.h.erit equalis angulo.a.& ideo acu tus:ductis igitur perpēdicularibus.d.f.ad lineam.a.b.&.e.f.ad lineam.a. c.manifestum est eas concurrere intra [b] triangulum.a.b.c.sitq; punctus cō cursus.f.quem dico esse centrū circuli. ¶ Produco enim lineas.f.a.f.b.f. c.que per quartam primi:bis assumptam ut prius erunt equales:et quare p 9.tertii erit.f.centrum circuli quesiti. ¶ Per predicta patet q; si triangulus fuerit orthogonius centrum circuli circumscribendi cadet in medio late ris quod opponitur angulo recto.Si fuerit ambligonius centrum cadet extra triangulum. Si autem fuerit oxigonius cadet intra triangulum.




¶ Castigatoz

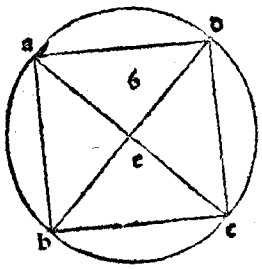
a ¶ Per conuersionem secunde partis.30.tertii & per cōuersionem tertie partis eiusdem. ¶ Aliter enim rectus eet equalis obtuso uel maior obtu so:ideo extra de necessitate ad hoc facit correlarium.39.primi.&.a.6.

b ¶ Aliter enim rectus eqretur acuto uel esset eo minor. ¶ Ex ista quin ta elicitur modus coniungendi tria puncta ubicunq; fuerint posita in ea/dem circumferentia hoc est inueniendi centrum eis commune describen do circulos super unumquodq; eorum & a punctis intersectionum ipsoz protractis duabus lineis & ubi ille se intersecabunt illic erit centrum quem admodum habes in ludis nostris de uiribus quantitatis. Et hic sint illa puncta.a.b.c.dummodo non sint sumpta in linea una quia tunc esset impossibile in curuo suscipere rectum.Fiat prius unus circulus super tria punctorum coprehēdens omnia puncta illa intra se & postea describan/tur duo alii circuli super alia duo puncta.& a punctis intersectionum istō rum uelud.f.g.&.d.e.ducantur linee & punctus intersectionis istarū erit centrum commune illis tribus ut hic.

## Propositio .6.

### Intra datum circulum quadratum describere.

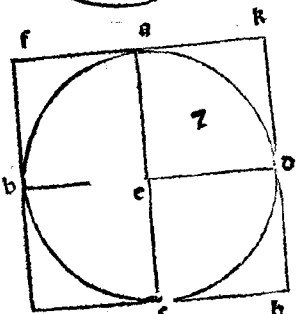
¶ Sit datus circulus.a.b.c.d.cuius centrum.e. uolo intra ipsum describere quadratum. ¶ Protraho in ipso duas diametros.a.c.& b.d.secantes se orthogonaliter supra cẽtrum e.quarum extremitates coniungo protractis lineis.a.b.b.c.c.d.& d.a.quas dico continere quadratum quesitum. Quoniã enim erum equales adinuicem per quartam primi ter assumptam propter id quod quatuor linee e.a.e.b.e.c.& e.d sunt equales.& quatuor anguli qui sunt a.e.recti.& unusquisq; quatuor angulorum .a.b.c & d. ẽ rectus per primam partem.30.tertii: propter id quod quilibet eorum ẽ in semicirculo erit igitur.a.b.c.d.quadratum per diffinitionem quod est propositum.




## Propositio .7.

### Circa propositum circulum quadratum describere.

¶ Sit propositus circulus.a.b.c.d.cuius centrum.e uolo circa ipsum describere quadratum. ¶ Protraho in ipso duas diametros.a.c.& b.d.secantes se orthogonaliter sup centrum.e.a quarum extremitatibus duco in utranq; partem lineas orthogonaliter quousq; ꝙlibet earum cõcurrant cũ duabus lateralibus sintq; pũcta cõcursus ea⁹.f.g.h.k. eritq; p correlarium 15.tertii uterq; ª angulo⁹ qui sunt ad unũquẽq; quatuor puncto⁹.a.b.c d rectus: quia ergo in q̃drilatero.a.f.b.e.tres anguli.a.b.& e.sunt recti: erit quartus angulus qui est.f rectus: habet.n.quodlibet quadrilaterum quatuor angulos eqles q̃tuor rectis: ut demonstratum est supra.32.primi: eadẽ rõne quilibet angulorum.g.h.& k. erit rectus: ergo p secundam ptem.28 primi due linee.f.g.& k.h. Itemq; due.f.k.& g.h.sunt eq distantes. ergo p 34.primi.f.k.est equalis.g.h.& f.g.k.h.& quia p eandem.f.k.est equalis b.d.& f.g.a.c. At uero.b.d.est equalis.a.c.erunt quatuor linee.f.k.g.h.f g.& k.h.equales: sed & q̃tuor anguli.f.g.k.h.sunt recti: ut probatum est sup us. ergo.f.g.k.h.est quadratum per diffinitionem quod est propositum.




¶ Castigator.

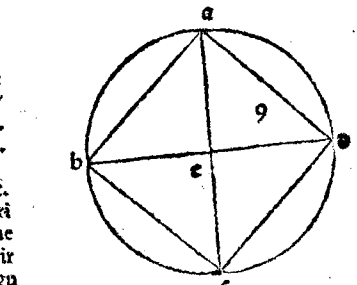
a ¶ Videtur potius per illud correlarium.15.tertii uelle in nuere q̃tuor lineas.f.g.g.h.h.k.& k.f.esse cõtingentes circulũ cũ ppositum sit ei circũscribere quadratũ q̃ quanguli illi q̃tuor ad dicta q̃tuor pũcta esse rectos. quemadmodum hoc ex ypothesi ex protractione linearum orthogonaliter ab [illegible] est manifestum.

## Propositio .8.

### Intra quadratum assignatum circulum describere.

¶ Sit quadratum assignatũ.a.b.c.d.uolo intra ipsum describere circulũ hoc ẽ ãssi cõuersa.6.diuido unũquodq; latus eius p eqlia.a.d.q̃dem in puncto.f.b.a.in puncto.g.c.b. in puncto..h.& d.c.in puncto.e.& pduco lineas.e.g.& f.h secãtes se in pũcto k.quẽ dico eẽ centrũ circuli. Erit.n.f.h. equidistãs & eqlis a.b.per.33.primi pp id quod.a.f.& b.h.sunt eqles & equidistãtes. Similiter p eãdem & d.c.a.b.& quia ª oẽs medietates q̃tuor laterum ipsius quadrati sunt adinuicem equales erunt p.34.primi quatuor linee.k.a.& k.h.k.g.& k.h.equales ergo p.9.tertii.k.est cẽtrum circuli ꝙsiti.

a ¶ Per cõem sciam quorum tota sunt equalia dimidia quoq; eqlia ee.

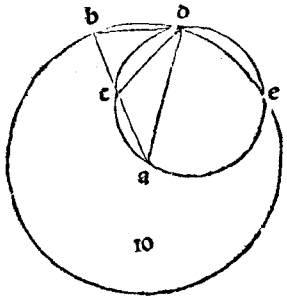



## Propositio .9.

### Circa assignatum quadratum circulum describere.

¶ Sit q̃dratum.a.b.c.d.uolo circa ipsum circulum describere.hec est ãssi cõuersa.7. ¶ Protraho in ipso duas diametros.a.c.& b.d.secãtes se in puncto.e.quẽ dico eẽ centrũ circuli. Cum.n.linee.a.d.& a.b.sint eqles erũt p.5.primi ãguli.a.d.b.& a.b.d.eqles.& qa angulus.a.totalis ẽ rectus.erit

a p.32.primi uterq; eo⁹ medietas ª recti. ¶ Simili quoq; mõ ppabit quẽlibet ptialium angulorum a predictis diametris & lateribus q̃drati ppositi




contentorum esse medietatem recti quia igitur angulus.e.a.d.est equalis angulo.e.d.a.erit per.6.primi.linea.e.a.equalis linee.e.d.eadem ratione.erit.e.a.equalis.e.b.& e.c.equalis.e.d.quare quia quatuor linee.e.a.e.b.e.c.c.d.sunt equales.erit per.9.tertii.e.centrum circuli qsiti.qd est ꝓpositum.

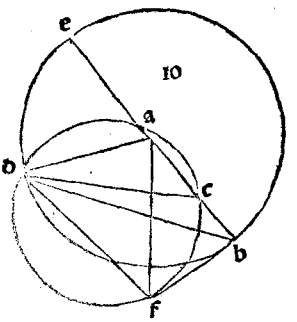
¶ Castigator

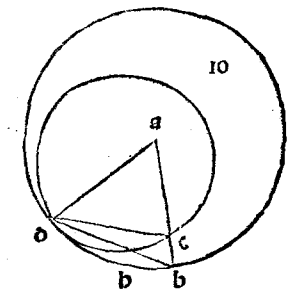
a ¶ Per conceptionem si fuerint due res quarum utraq; unius eiusdem fuerit dimidium. Potius per istā si due res equales uni tertie fuerint equales utraq; illus tertie erit dimidium. ¶ Ista habet ortum ex.9.tertii decimi & ibi clarius formatur huiusmodi triangulus.

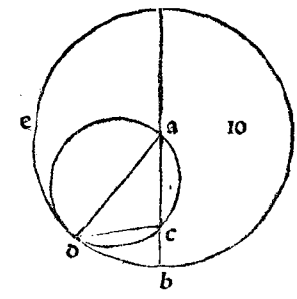
## Propositio .10.

Vnum equalium laterum triangulum designare.cuius uterq; duorum angulorum quos basis optinet reliquo duplus existat.

¶ Intentio est describere unū triangulum duum equalium laterum & tertii inequalis cuius uterq; angulorum q̄ super latus quod est reliquis inequale existunt ad tertium duplus existat. Ad hoc aūt faciendum sumat linea qlibet que sit.a.b.que diuidatur ꝑm ꝙ * docet.ii.secundi in puncto.c.ita ꝙ illud quod fit ex.a.b.in.b.c.sit equale quadrato.a.c. factoq; puncto.a.centro ꝑm ipsius quantitatē describatur circulus.b.d.e.intra quem per ꝑmam huius coaptetur linea.b.d.qualis linee.a.c. & ꝓducantur due linee.d.a.d.c.dico triangulum.a.b.d.esse qlis ꝓponitur. ¶ Circūscribat circulus qui sit.d.c.a.per.5.huius triāgulo.d.c.a. Quia ergo linea.d.b.est equalis.linee.a.c.erit quod fit ex a.b.in.b.c.equale quadrato liuee.b.d.quare per ultimam tertii.b.d.linea est cōtingens circulum.d.c.a.& per.32.eiusdem angulus.c.d.b.est equalis angulo.c.a.d. ¶ Posito ergo cōi angulo.c.d.a.erit totus angulus.b.d.a. equalis duobus angulis.c a.d.c.d.a.sed per.32.primi angulus.b.c.d.est equalis eisdem quia extrinsecus ad ipsos.ergo angulus.b.d a.est equalis angulo.b.c.d.& quia angulus.a.d.b.est equalis angulo.a.b.d.per.5.primi eo ꝙ latera.a.d.& a.b.sunt equalia.erit angulus.b.c.d.equalis angulo.c.b.d. ergo per.6.primi.linea.c.d.est equalis linee.b.d.quare & linee.c.a.ergo per.5.primi.angulus.c.a.d.est equalis angulo.c.d.a. Quia ergo uterq; angulorum.c.d.b.& c.d.a.est equalis angulo.c.a.d.erit totus angulus.b.d.a.duplus ad angulum.d.a.b.& ideo angulus.a.b.d.sibi equalis.duplus est & ad angulum.b.a.d.quod est ꝓpositum. ¶ Forsan dicet aduersarius circulum.d.c.a.circūscriptum trigono partiali secare circulum.b.d.e. in alio quo puncto arcus.b.d.ita ꝙ simul secabit lineam.b.d.unde ipsa non erit circulo applicata.sicut in demonstratione supponitur.sed ipsum secans. Sit ergo si possibile & ut ponit aduersarius & a puncto.b.ducatur ad ipsum circulum minorem contingens.b.f.& ducantur linee.f.a.f.d.eritq; per penultimam tertii quod fit ex.a.b.in.b.c.equale quadrato.b.f.ergo.b.f.est equalis.b.d.quare per.5.primi angulus.b.f.d.est equalis angulo.b.d.f. quia per.32.tertii angulus.b.f.a.est equalis angulo.a.d.f.erit angulus.b.d.f.maior angulo.a.d.f.quod est impossibile.cum ipse sit pars eius. ¶ Aliter posſumus istud refellere & ostēdere ꝙ ille minor circulus nullo modo secabit lineam.b.d.forsan enim diceret ꝙ secaret eam non secando arcū d.b.maioris circuli. Si enim possibile est ꝙ fecet eam.sit hoc in pūcto.h. eritq; quod fit ex.a.b.in.b.c.equale ei quod fit ex.d.b.in.b.h. Monstratum est enim supra penultimam tertii ꝙ si ab aliquo puncto extra circulum signato quotlibet linee secantes ad circulum ducantur que sub totis & earum portionibus extrinsecis continentur.equalia sunt adinuicem & quia quod fit ex.a.b.in.b.c.est equale quadrato.b.d.erit qd fit ex.d.b.in.b.h. equale quadrato.d.b.quod est impossibile per secundam secundi. quare constat propositum. ¶ Et nota ꝙ minor circulus necessario secabit maiorem & abscindet ab eo arcum unum equalem arcui.b.d.& maior abscindet similiter ab eodem unum arcum equalem arcui.d.c. Quod sic probatur,si enim minor non secat maiorem.contingit ergo ipsum in puncto



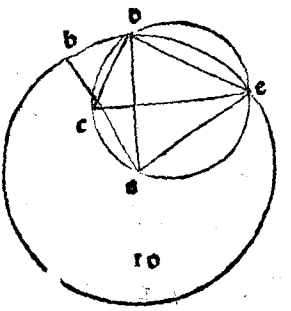



d.& quia per.11.tertii circulorum se cõtingentium centra.& punctus cõ tactus sunt in linea una.erit cẽtrum minoris circuli in linea.a.d.propter hoc q̃ in ea est centrum maioris & punctus contactus.ergo per.17.tertii angulus.a.d.b.est rectus quare similiter & angulus.a.b.d.sibi equalis est rectus quod est impossibile.per.32.primi.a Secet ergo ipsum in pũctis.e. d.dico arcum.e.d.maioris esse equalem arcui.d.b.& arcum.e.d.minoris esse equalem arcui.d.c.pduco lineas.d.e.c.e.e.& a.d.a c,& a.d.c.equalis ali ppter id qđ duo arcus.d.c.& e.a.b sunt equales.per.27.eiusdem quare to talis angulus.a.e.d.duplus est ad angulum.b.a.d.& ideo equalis utriq; angulorum.a.b.d.& a.d.b.& quia angulus.a e.d.est equalis angulo.a.d. e.per.5.primi;propter id quod.a.e.& a.d.sunt equales a centro ad circũferentiam.erunt duo anguli.e.d.trianguli.a.e,d.equales duobus angulis.d.& b.trianguli.a.d.b.ergo per.32.primi;reliquus angulus.a.c unius est equalis reliquo angulo.a.alterius:ergo per.15.tertii arcus.e.d.maioris est equalis arcui.d.b.& per eandem arcus.e.d.minoris est equalis arcui.d c.& hoc est quod proposuimus.

¶ Castigator

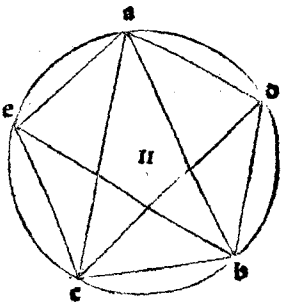
a ¶ Quia ut ibi omnium est quod fit ex tota secante in partem sui extri secam equale est quadrato linee contengentis & cum b.f.modo sit contingens per aduersarium ideo &c. Et quoniam rectangulum a.b.in.b.c. ex ypothesi est equale quadrato linee.a.c.quia sic fuit diuisa linea.a.b. ex.11.secundi erit.b.f.equalis.a.c.per communem scientiam que est quadratorum equalium latera esse equalia & per consequens.b.f.etiam est eq̃lis.b.d.quom b.d.locata fuerit in circulo maiori ad equalitatẽ,a.c.ex p̃ma ypothesi ex quibus cuncta sequentia manifeste patent. ▽ Facilius formatur iste triãgulus.10.huius secũdum mõm habitum in.9.tertii decimi uidelicet duobus lateribus exagoni & basi que sit latus decagoni uno & eodem circulo in scriptorum tunc quilibet angulus ad basim duplus erit ad reliquum ut ibi declaratur. b ¶ Quia per primam dispositionem huius.d.c.fuit inuẽta equalis.d,b,que quidem.d.b.posita fuit eqlis.a.c. & ideo.d.c.& c.a.sunt eqles & iõ concluditur per primam partem.27.tertii arcus esse equales. ▽ Cũ angulus.b.f.d.totalis sit maior ipso.a,d.f.sequitur angulum.b.d.f.sibi equalem esse maiorem eodem.a.d.f.ideo impossibile quoniam.b.d.si est pars ipsius.a.d.f. ▽ Quia triãgulus haberet duos angulos equales recta quod est impossibile per dictam.32.primi. c ¶ Per communem sciam que est quorum dupla ser quorum tota sunt equalia sub dupla quoq; seu tota sunt equalia.

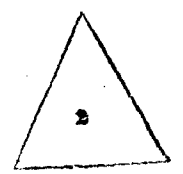



## Propositio .11.

Intra datum circulum equilaterum atq; equiangulum penthagonum describere.

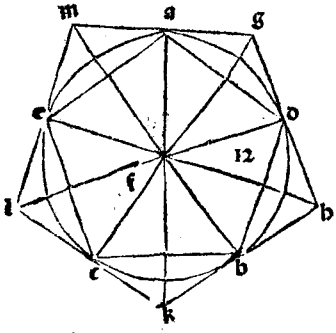
¶ Sit datus circulus.a.b.c.uolo intra ipsum describere pẽthagonum unum equilaterum atq; equiangulum. ▽ Designo triangulum unum qualem premisa ppõit.qui sit.2. cui alium equiangulum intra datum circulum describo.
a sicut docet secunda huius:qui sit.a.b.c.sitq; uterq; angulorum.a.b.c.& a. c.b.duplus ad angulum.c.a.b.utrũq; eorum diuido per a equalia ductis lineis.b.e.& c.d.eruntq; per.25.tertii.5.arcus in quos.5.puncta.a.d.b.c.e.di
b uidunt circulum adinuicem equales.propter id quod quinq; anguli qui in dictos arcus cadunt sunt adinuicem equales. ▽ Continuatis igitur illis quinq; punctis per lineas rectas que sunt.a.d.d.b.b.c.c.e.& e.a.erit pẽthagonus.a.d.b.c.e.inscriptus dato circulo qualis proponitur. ▽ Est enĩ equilaterus per.28.tertii cum.5.arcus quorum eius quinq; latera sunt eorde:sint adinuicem equales & etiam equiangulus per.26. eiusdem eo q̃ quinq; arcus.d.a.e.a.e.c.e.c.b.c.b.d.& b.d.a.in quos anguli ipsius pẽthagoni cadũt sunt adinuicem equales:b sicq; constat propositum.



¶ Castigator.

a ¶ Per cõmunem sciẽtiam si equalibus equalia addas cũ arcus. a. d. sit equalis arcui. e. c. per. 3. s. addito utriq; arcu. a. e. erit arcus. d. a. e. equalis arcui. a. e. c. ℭ sic de reliquis. b ¶ Pari modo potest deduci per quartã primi angulos duos qui sunt ad. f. esse equales. Nam duo latera. a. f. ℭ. a. g. trianguli. a. f. g. equantur duobus lateribus d. f ℭ. d. g. trianguli. d. f. g. ut delicet latus. a. f. primi lateri. d. f. secundi per diffinitiõem circuli ℭ centri. Et latus. a. g. eiusdem primi lateri. d. g. secundi per penultimam tertii ℭ angulus. f. a. g. primi angulo. f. d. g. secundi. qm̃ uterq; rectus ex ypothesi. ergo reliqui anguli unius reliquis angulis alterius. unusquisq; suo relatiuo. s. ãgulo. a. f. g. angulo d. f. g. ℭ angulo. a. g. f. ãgulo. d. g. f. igit ℭc.




## Propositio .12.

Circa propositum circulum penthagonum equilaterum atq; equiangulum delignare.

¶ Sit propositus circulus. a. b. c. cuius cẽtrum. f. nolo circa ipsum delignare penthagonum equilaterum atq; equiangulum. ℣ Supra circumferentiam ipsius circuli quasi ꝑm doctrinam premisse sibi inscripsissem pẽthagonum quinq; puncta angularia notabo. que sunt. a. d. b. c. e. ad que a centro ducam lineas. f. a. f. d. f. b. f. c. f. e. ℭ ab eisdem punctis educam perpendiculares ad ipsas lineas in utranq; partem quousq; concurrant in punctis. g. h. k. l. m. eruntq; hee linee contingentes circulum per correlarium. 15. tertii ℭ ad ista puncta concursus ducam a centro lineas. f. g. f. h. f. k. f. l. f. m. Et quia monstratum est super penultimam tertii: q; si ab aliquo puncto extra circulum signato due linee contingentes ad ipsum circulũ ducantur q; ipse erunt equales. erit linea. g. a. equalis linee. g. d. ℭ. h. d. h. b. ℭ sic de ceteris. At quoniam quinq; arcus in quos quinq; puncta. a. d. b. c. e. diuidunt circulum. sunt adinuicem equales. erunt per. 26. tertii quinq; anguli. a. f. d. d. f. h. b. f. c. c. f. e. e. f. a. consistentes superhos arcus in cẽtro. f. sibi inuicem equales. Sunt autem duo latera. a. g. ℭ. f. a. trianguli. f. g. a. eq̃lia duobus lateribus. d. g. ℭ. f. d. trianguli. f. g. d. ℭ latus. g. f. cõmune. ergo per. 8. primi[a] duo anguli eorum qui sunt. ad. f. Item̃ duo anguli q; sunt ad. g. sunt adinuicẽm equales. eadem ratione duo anguli qui sunt ad. f. in triangulis. d. f. b. ℭ. b. f. b. Item̃ duo qui sunt. ad. b. sunt adinuicem equales. Similiter quoq; singuli trium reliquorum angulorum q; sunt. b. f. c. c. f. e. e. f. a. ℭ singuli trium qui sunt. k. l. m. diuidantur ꝑ equalia. primi quidem per lineam. f. k. secũdi per lineam. f. l. tertii uero per lineam f. m. ℭ quia hii tres anguli qui sunt. b. f. c. c. f. e e. f. a. sunt sibi inuicem equales ℭ aliis duobus qui sunt. a. f. d. ℭ. d. f. b. equales erunt eorum dimidia que sunt decem anguli facti in centro. f. adinuicem equales. Quia igitur duo anguli. a. ℭ. f. trianguli. g. a. f. sunt equales duob[us] angulis. a. ℭ. f. trianguli. m. a. f. ℭ latus. a. f. cõmune erit per. 26. primi angulus. g. uniꝰ equalis angulo. m. alterius ℭ latus. g. a. eq̃le lateri. a. m. ℭ ℣ Eadem ratione erit angulus. g. in triangulo. g. f. d. equalis angulo. h. in triãgulo. d. f. b. ℭ latus. g. d. equale lateri. d. h. quare quia. g. a. est dimidium g. m. ℭ. g. d. dimidium. g. b. ℭ. g. a. ℭ. g. d. sunt equalia: erunt per cõmunem scientiam[b]. g. m. ℭ. g. h. eorum dupla equalia. Similiter quoq; probabimus. g. m. esse equale. m. l. ℭ. m. l. l. k. ℭ. l. k. k. h. quare pẽthagonus. g. h k. l. m. est equilaterus. ℣ Sed ℭ equiãgulus: cũ enim duo anguli qui sunt ad. g. sint adinuicem equales. ℭ duo qui sunt ad. m. similiter adinuicem equales ℭ. g. partialis. sit equalis. m. partiali. utrunq; enim probatũ est prius. erit per eandem cõmunem scientiam. g. totalis equalis. m. totali. ℭ eadem ratione probabis equalitatem in ceteris angulis: quare est equiangulus. sicq; constat propositum.

¶ Castigator.

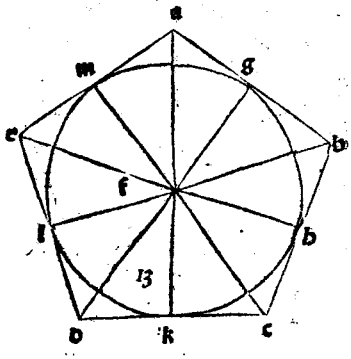
a ¶ Per cõem sciam quoꝝ tot' sũt eq̃lia: dimidia quoq; eq̃lia eẽ necesse est. b ¶ Quoꝝ dimidia sunt eq̃lia tota quoq; eq̃lia eẽ necesse est.

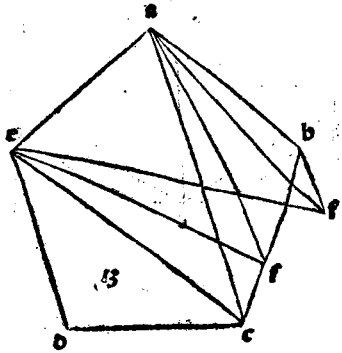
## Propositio .13.

IN tra equilaterum atq; equiangulum penthagonum assignatum circulum describere.

¶ Sit assignatus penthagonus equilaterus atq; equiangulus quia de aliis non est necessarium hoc esse possibile. a. b. c. d. e. uolo sibi inscribere circulum. hec est quasi conuersa. 11. duos eius ꝑpinquos angulos qui sunt. a. ℭ. e. diuido per equalia ductis lineis. a. f. ℭ. e. f. donec concurrant in puncto. f. intra ipsum penthagonum quem dico esse centrum circuli. ∇ Cõcurrent enim propter id quod dimidium, totalis anguli. a. a ℭ similiter totalis anguli. e minus est angulo recto. ¶ Si enim intra penthagonum non concurrent aut extra ipsum penthagonum aut in latere penthagoni. aut in eius angulo qui utriq; angulorum diuisorum opponitur. ∇ Concurrant ergo ꝑmo extra in puncto. f. ℭ ducatur linea. b. f. ℭ quia duo latera. c. a. ℭ. a. f. trianguli. e. a. f. sunt equalia duobus lateribus. b. a. ℭ. a. f. trianguli. b. a. f. ℭ angulus. a. uniꝰ anguloꝰ a. alterius erit per. 4. primi basis. e. f. equalis basi. f. b. ℭ quia angulus. a. partialis est equalis angulo. e. partiali. propter id quod. a. totalis. e. totali erit per. 6. sunt. f. a. equalis. f. e. ℭ quare. f. a. ẽ equalis. f. b. ergo per. 5. primi duo anguli. b. totalis. ℭ. a. partialis sunt equales quare. a. partialis est equalis uel maior. a. totali quod est impossibile. ∇ Concurrant ergo in puncto. f. super latus. b. c. eritq; arguendo per premissas ℭ premisso modo angulus. a. partialis equalis angulo. a. totali qđ est impossibile. ¶ Quod si forsan cõcurrant in angulo. c. erit per easdem ℭ eodem modo. c. b. equalis. c. a. ℭ ideo adhucut prius angulus. a. partialis equalis angulo. a. totali. Quod quia hoc esse non potest. Sit ergo punctus concursus qui est. f. intra penthagonum a quo duco. 5. perpendiculares ad eius. 5. latera, que sint. f. g. f. h. f. k. f. l. f. m. ℭ ad duos eius angulos ꝑ pinquos altrisecus angulis per equalia diuisis qui sunt. b. ℭ. d. duco lineas f. b. f. d. ℭ quia duo anguli. a. ℭ. m. trianguli. a. f. m. sunt equales duobus angulis. a. ℭ. g. trianguli. a. f. g. ℭ latus. a. f. commune erit per. 26. primi. f. m. equalis. f. g. ∇ Per eandem quoq; probabis. f. l. equalem. f. m sumptis duobus triangulis, e. f. m. ℭ. e. f. l. ∇ Quia iterum duo latera. a. f. ℭ. a. b. triãguli. a. f. b. sunt equalia duobus lateribus. a. f. ℭ. a. e. triãguli. a. f. e. ℭ angulus a. uniꝰ. angulo. a. alterius erit per. 4. primi angulus. b. partialis equalis anguluo. e. partiali. ℭ quia. b. totalis equalis ẽ. e. totali. ℭ. e. totalis diuisus est per equalia erit etiam. b. totalis diuisus per equalia. ¶ Eodem modo probabis. d. totalem diuisum per equalia propter equalitatem. d. partialis ℭ. a. partialis sumptis triangulis, e. a. f. ℭ. e. d. f. quia ergo duo anguli. g. ℭ. b. trianguli. g. f. b. sunt equales duobus angulis. h. ℭ. b. trianguli. h. f. b. ℭ latus. f. b. commune erit per. 26. primi. f. h. equalis. f. g. ¶ Eodem modo probabis. f. k. equalem. f. l. sumptis triangulis. l. f. d. k. f. d. quoniam igitur 5. linee. f. g. f. h. f. k. f. l. ℭ. f. m. sunt equales. erit. f. centrũ circuli. per. 9. tertii. quem describemus sm quantitatem unius earum ℭ tanget omnia latera penthagoni. propter equalitatem linearum. ℭ nullum eorum secabit per primã partem. 5. tertii. sicq; cõstat ꝓpositũ. ¶ Caſſigator.

a ¶ Hoc eni probatum est supra. 32. primi ubi ostensum est omnes. 5. angulos penthagoni. 6. rectis equiualere scilicet unusquisq; ualet unum rectum ℭ quintam unius recti. ℭ ideo dimidium totalis anguli. a. ℭ similiter. e. minus est angulo recto ℭ ideo ex illa parte concurret per pẽultimã petitiõem. b ∇ per aduersarium. c ∇ Etiam per aduersarium. d. ∇ Quia angulus. b. pẽthagoni ex ypotesi ẽ eqlis angulo totali ipsius pẽthagoni ℭ ideo cũ angulus. b. totalis sit maior angulo. b. pẽthagoni ẽ maior angulo a. totali ℭ iõ cũ angulus. a. ptialis equet ipsi. b. seqt ipsum. a. ptiale eẽ maiorẽ. a. totali sine ei eqlem qđ ẽ impossibile ℭ. p ꝑmam dispositionẽ nõ seqt angulũ. a. ptialem eẽ eqlem. a. totali sed ipso maiorẽ ℭ in duabus posteremis dispositionibus seqtur totali eẽ eqlem semper. s. qñ per aduersariũ concurrerent in latere uel in angulo illis opposito.

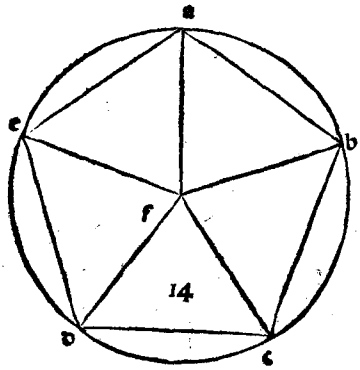


## Propositio .14.

Circa datum penthagonum quod sit equilaterum atq; equiangulum circulum describere.

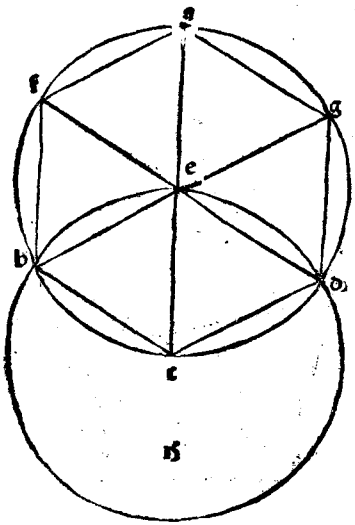
¶ Sit ut prius datus penthagonus ,equilaterus atq; equiangulus .quia de aliis non est necessarium hoc esse possibile a.b.c.d.e.uolo circa ipsum describere circulum.hoc est q̄ si cōuersa.12. Duos ei⁹ ppinquos āgulos q sunt a,& e.diuidoper equalia ductis lineis.a.f.& f.e.quousq; concurrāt intra ipsum penthagonum in puncto.f.& Concurrent.n.& intra penthagonum ut probatum est in premissa. Et a puncto concursus duco ad reliquos angulos lineas que sunt.f.b.f.c.f.d.& quia duo latera.a.f.& a.b.trianguli.a.f.b.sunt equalia duobus lateribus.a.f.& a.e.trianguli.a.f.e.& angulus.a.unius angulo a.alterius erit per.4.primi.f.b.equalis.f.e.& angulus.b.partialis angulo e.partiali. Et quia,b.totalis est equalis.a.totali.& e.totalis diuisus est per equalia.erit similiter.b.totalis diuisus p equalia.& hoc quoq; modo probabis utrūq; angulo⁹.c.& d.diuisum eē p equalia & 5.lineas.f.a.f.b.f.c.f.d f.e.esse equales.quare p.9.tertii.f.erit centrum circuli.sicq; patet propositū.




## Propositio .15.

Intra propositum circulum exagonus equilaterū atq; equiangulum describere. ¶ Ex hoc itaq; manifestum est q̄ latus exagoni equum est dimidio diametri circuli cui inscribitur.

¶ Sit propositus circul⁹.a.b.c.d.cuius centrū .e.uolo sibi inscribere exagonum equilaterum atq; equiāgulum.produco diametrum.a.e.c.& fm quantitatem semidiametri.e.c.facto centro puncto.c.describo circulum.e.b.d.secantem priorem in duobus punctis b.d.a quibus produco duas diametros in circulo primo que sint.b.e g.d.e.f.trium ergo diametrorum extremitates cōiungo.6.lineis que sunt a.f.f.b.b.c.c.d.d.g.& g.a.quas dico continere exagonum quesitum. Etit enim ut demonstrat prima primi uterq; triangulorum.b.e.c.c.e.d.equilaterus.quare & equiangulus per.5.eiusdem ergo p.32.primi duo anguli. b.e.c.& c.e.d.cum uno equali uni eorum sunt equales duobus rectis. Propter id quod quilibet eorum est tertia duorum rectorum sed ipsi per.13.eiusdem cum angulo.d.e.g.sunt equales duobus rectis.ergo angulus.d.e.g.& equalis utrique eorum quare p.15.eiusdem.5.anguli.qui sunt ad.e.sunt adinuicem equales.ergo p.25.tertii arcus in quos cadunt sint equales.quare & eorum corde per.28.eiusdem que sunt latera ipsius exagoni. Equilaterus igitur est sed & equiangulus p.26.tertii propter id quod sex arcus in quos angularia puncta exagoni diuidunt circulum bini & bini sumpti sunt adinuicem equales.ut arcus.a.f.b.arcui.f.b.c.& ideo angulus.f.qui consistit in primo est equalis angulo.b.qui consistit in secundo.idem in ceteris.quare constat propositum. ¶ Correlarium ex hoc patet q̄ dimidium diametri & latus exagoni sunt latera eiusdem trianguli equilateri, ut.e.c.& e.b.& c.b. ¶ Et nota q̄ non proponitur circa propositum circulum exagonū equilaterū atq; equiāgulū designare. Nec intra talē exagonū circa talē circulum describere.quēadmodūfecit de triangulo q̄drato ipē thagono.non quia nō sit necessarium hoc esse possibile.sed quia hec tria per eadem precepta fiunt in penthagono equilatero & equiangulo.& in omni figura equilatera.atq; equiangula quecūq; fuerit. Vnde quamcūq; figuram equilateram & equiangulam scimus circulo inscribere eandem circulo extra.& circulum sibi intra & extra bisdem mediis per.q̄ hec in penthagono fecimus describemus. ¶ Nota etiam q̄ omnis figura equilatera circulo inscripta.aut circumscripta est etiam necessario equiangula.* de inscripta patet per.27.& 26.tertii sumptis arcubus circuli.quibus.latera inscripte figure corde sint binis & binis. In hos enim arcus ipsius figure anguli cadūt. De circūscripta autem ductis a circuli centro lineis ad oēs eius angulos. & ad loca contactus facile probabis.si plene intellecte



demonſtrationi .13. huius diligens intellectus accederit. erit enim ut oēs ipſius figure angulos linee a centro venientes per equalia diuidant. ſumptis itaq; quibuſlibet duobus eius proximis lateribus cum linea ad angulum ab eis contentum. ℭ cum duabus ad eorum extremitates a centro venientibus duos triangulos ab eis contentos equiangulos adinuicem per 4. primi eſſe probabis. Sicq; faciendo de omnibus patebit eos eſſe equiangulos. p hāc cōem ſciam quoꝝ dimidia ſunt equalia. tota quoq; ē eqlia.

ℭ Caſtigator.

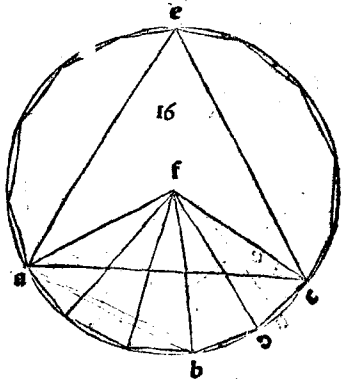
a ℭ No. diligenter. quia ad praticam multum facit tale perſpoſitū ut apparebit.

## Propoſitio .16.

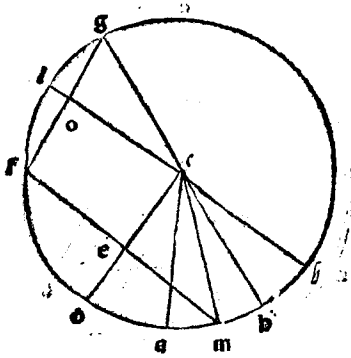
Data datum circulum quindecagonum equilaterum atq; equiangulum deſignare. ℭ Deinde circa quēlibet circulum aſſignatum quindecagonus equilaterum atq; equiangulum atq; intra datum quindecagonum circulum deſcribere.

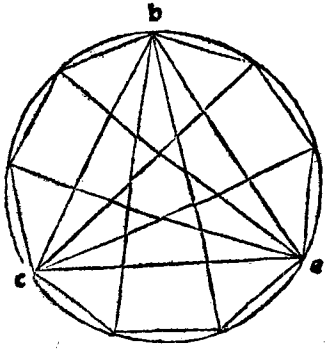
ℭ Sit datus circulus. a. b. cuoꝝ ſibi inſcribere qndecagonū equilaterū. ℭ equiangulum. deinde etiam circūſcribere atq; intra talē quindecagonum propoſitum circulum deſcribere. Non proponit autē circa talem quindecagonum circulum deſcribere. quia hoc ſatis dat intelligere per alia que proponit. Iſtud datus circulus iuxta doctrinā ſecundē huius. protrahō latus trianguli equilateri a q; ſit. a. c. ℭ iuxta doctrinā a .n. latus penthagoni equilateri atq; equianguli quod ſit. a. b. Et quia arcus. a. c. eſt totius circumferentia tertia. cuius arcus. a. b. eſt. quinta. erit ſuperfluum inter eos quod eſt arcus. b. c. duę tertie arcus. a. b. uel due quinte arcus. a. q. ſiue due quinte decime totius circumferentie. Nam in omni toto excedit tertia quintā in duabus tertiis ipſius quinte. uel in duabus quintis ipſius tertie. ſiue in duabus quintis decimis totius. hoc enim patet in quinta ℭ tertia primi numeri habentis quintam ℭ tertiam qui eſt 15. cuius enim tertia que eſt 5. excedit eius quintam. que eſt tria in duabus unitatibus. que ſunt due tertie ipſius ternarii qui ē quinta. uel due quinte ipſius quinarii qui eſt tertia ſiue due quintedecime ipſius 15. qui eſt totum. ℣ Diuiſo igitur arcu. b. c. per equalia. in. d. patet utrunq; duorū arcuum. c. d. ℭ. d. b. eſſe tertiam arcus. a. b. uel quintam arcus. a. c. ſiue quintam decimam totius circumferentie. ℣ Subtēſis igitur eis cordis. c. d. ℭ. d. b. coaptatisq; cōtinue intra datum circulum ſibi equalibus per primam huius. complebitur figura propoſita. ℭ Ceterum uero duo que proponit cum tertio q; dat intelligere uidelicet quindecagonum circulo circūſcribere ac circulum quindecagono inſcribere ac etiam circumſcribere ex 12. 13. ℭ. 14. huius plene intellectis facile perficies. ℭ Et nota q; quamcūq; figuram equilateram circulo ſcimus inſcribere duplo plurium laterū circulo ſcimus inſcribere ℭ circūſcribere. ℭ ipſi circulum. ℣ Diuiſis .c. n. arcubus quibus latera eius que ſcitur inſcribi ſubtenduntur. per equalia ℭ a punctis mediis ad extremitates laterum ipſius figure ductis lineis fiet intra circulum figura duplo plurium laterum que erit equilatera per 28. tertii. ergo ℭ equiangula. hoc enim demonſtratum eſt ſupra. 15. huius. q; omnis figura equilatera circulo inſcripta eſt etiā equiangula. Et quia hanc circulo ſcimus inſcribere ſciemus ceteras tria per .11. 13. ℭ. 14. huius.

ℭ Quia igitur ſcimus inſcribere triangulum equilaterum ſciemus per hoc ℭ exagonum ℭ per exagonum duodecagonum. ac per duodecagonum figuram. 24. laterum ℭ ſic in infinitum duplando. Et licet p triangulum poſſit ut diximus inſcribi exagonus. poſuit tamen huius ppriam demonſtrationem ex quia ſequitur potiſſimū per utile. Et ſimiliter quia ſcimus ℭ inſcribere quadratum ſciemus per hoc inſcribere omnem figuram cuius laterum numerus eſt pariter par. per pēthagonum quoq; ſcimus decagonum ℭ figuram. 20. laterum. ſicq; continue duplando. idem quoq; intellige de quindecagono. per ipſum enim ſcientur figure. 30. ℭ 60. ℭ omnium continue duplatorum latetum. ℭ Ceterarum autem ſi



gurarum de quibus ista non docet. uel que per has non habentur difficilis est scienita. ℭ parum utilis. ut sunt eptagona nonagona undecagona. Quod si sciremus triangulum duum equalium laterum designare. cuius uterq; angulorum ad basim triplus esset ad reliquum scieremus eptagonū ut supra penthagonum circulo inscribere. q; si uterq; quadruplus esset ad reliquum sciremus nōagonum. ℭ si quinquplus undecagonum. Idemq; in ceteris figuris imparium laterum. posito utroq; angulorum ad basim multiplici ad reliquum. per eum numerum qui est medietas. maximi paris sub impari numero laterum ipsius figure contenti.




ℭ Castigator.

a ℭ Quia si illa secunda prosuponit triangulum assignatum equilaterum ℭ sic inscribendo circulo unum ei equiangulum. Orietur pariter equilaterus ad instar propositi ⁊ quis maior ℭ minor secundum quantitatem propositi circuli. Similiter dicitur de penthagono. per. u. huius. b ℭ Per. 29 tertii. c ℭ Per. 28. tertii cum omnis illi arcus sint sibi inuicem equales quoniam quisq; est. 15. pars totius circumferentie. d ℭ Verba campani traductoris immo utilissima extra uirtutis circa difficile uersetur testa. Aggr. quia facile malimus.

Datum angulum in tria equa diuidere. Sit angulus datus a.c.b. uolo ipsum diuidere in tres equales angulos quod sic facio. pono primo. c. centrum circuli describendo circulum qualitercunq; contingat. ℭ protraho latera continētia datum angulum usq; quo secent circumferentiam in punctis a. ℭ. b. tunc a puncto. c. quod est centrum circuli duco lineam. c. d. perpēdiculariter ad lineam. c. b. ℭ in linea. c. d. assigno. punctū e. a quo duco lineam ad equalitatem. e. b. usq; quo fecet circumferentiam circuli in puncto. f. ℭ producto. e. usq; ad. g. deinde protraho lineam. g. h. equidistantem. f. a. que scilicet. g. h. transeat per centrum. ℭ duco lineam. f. g. equidistantem linee. e. c. ℭ protraho lineam. c. b. in continuum ℭ directū usq; ad. l. que secat lineam. f. g. orthogonaliter in puncto. o. ℭ per equalia dico ergo q; arcus. l. g. est equalis arcui. b. b. propter hoc q; angulus. l. c. g. est equalis angulo. h. c. b. cum sint contra se positi. Cum igitur arcus. f. g. sit duplus arcui. l. g. erit etiam duplus arcui. h. b. sed arcus. f. g. est equalis arcui a. h. cum sint inter duas lineas equidistantes que sunt. f. a. ℭ. g. h. ergo arcꝰ b. a. est duplus arcui. h. b. ergo ℭ angulus. a. c. h. est duplus angulo. h. c. b. diuidam ergo angulum. a. c. h. per equalia per lineam. c. m. ℭ patet propositū.

ℭ Castigator.

a ℭ Ista de diuisione anguli in tres partes equales est limitanda quoniam non est de omni. Eius limitatio erit ista. datum angulum minorem recto in tria equa diuidere nā de obtuso non posset illis mediis concludi quia tunc linea. d. c. caderet inter lineas. a. c. ℭ. b. c. ℭ tunc demonstratio non tendit ut per te deducendo percipere potes. ideo. discursis tibi relinquitur ℭc. Et talis limitatio datur intelligi per constitutionem ipsius nonagoni in circulo ob cuius rationem prius pariter illa posita uidetur ubi prius inscribit triangulum circulo equilaterum ℭ per consequens equiangulum cuius quisq; angulorum minor est recto ex. 32. primi ut euidenter apparet.

Ntra datum circulum nonangulum equilaterum atq; equiangulum. designare q̄ sic fieri pōt iuxta doctrinā secūde huius. inscribam circulo assignato triangulum equilaterum atq; equiangulum qui sit a. b. c. ℭ unumquenq; angulorum eius diuidam per tria equalia ℭ protrahan lineas diuidentes angulos usq; ad circumferentiam ℭ tunc quia nouem anguli locati in circulo sunt equales de necessitate arcus suppositi ipsis ⁊gulis sunt equales. Protraham enim cordas subtractas singulis arcubus ℭ habebo intentum.

ℭ Explicit Liber quartus.

SErmo habitus per Reuerendum patrē. M. LVC AM Pa
ciolum de burgo Sancti Sepulchri. Or. minor. In eccle
sia Sancti Bartholomei. Venetiis. 1508. Die. xi. auguſti
in quintū Euclidis. Spiritus ſancti gratia illuminet ſen
ſus & corda noſtra. Amen. ¶ Arduarum difficiliumq; re
rū omnium. Reuerēdi dñi uenerandi patres: excellētiſ
mi Doctores: Magnifici uiri: Acutiſſimi cuiuscunq; facultatis ſtudēteſ
nonq; ceteri preſtantiſſimi ciues: difficillima eſt proportio. Hæc eſt illa
quæ ſola intima aliſſimæ diuinę trinitatis penetrat: & ſacris theo
logis ſolertiſſime inueſtigatur. Hæc enim eſt quæ ſæpius in eorum uolu
minibus relatio dicitur aliquando reſpectus: nōnunq; habitudo. Inter
dum intellectualis diſcurſus: & nomine alio comparatio nūcupatur. Hu
ius notitiam diuini philoſophi ſummopere cupierunt: dum Metaphyſi
cen opera in lucem prodere curarent. Hanc pro uiribus naturales proſe
qui ſuntur Socrates: Plato: Ariſtoteles: cæteriq; omnes. Cum de re
rum uniuerſiq; natura agerent. Non enim aliud in rebus uniuerſis ſupe
rioribus: ſcilicet & inferioribus q̄ debita earum adinuicem proportio
ſeu habitudo queritur. Nunq; enim ſacris litteris incumbentes: proceſſio
nem ſancti ſpiritus a patre & filio ex eorum reciproco amore cauſatam
lingua calamoq; explicare potuiſſent: niſi prius relationem inter eos pa
tris ad filium: & econtra percepiſſent. Hanc preoculis ſummus opifex in
cæleſtium terreſtriumq; rerum diſpoſitione ſemper habuit. Dum orbiū
motus curſusq; ſyderum & planetarum omnium ordinatiſſime diſpone
ret. Hæc quando æthera firmabat ſurſumq; & appendebat fundamēta ter
ræ: & librabat fontes aquarum & mari terminum ſuum circundabat: le
gemq; ponens aquis: ne tranſirent fines ſuos: cum eo erat cuncta cōpo
nens. Quę nam eſſet humano generi delectatio ſi ex tanta rerum diuer
ſitate ꝓportio non oriretur? Cum ſepe dicatur: uarietas eſt que delectat.
Quo pacto inſuper in inuiſibilium raperetur amorem niſi habitudinē
quandam creaturæ ad creatorem cerneret. Et quāuis finiti ad infinitum
proportio nulla eſſe predicetur: attingentie tamen inter ea proportio a
ſacris non negatur doctoribus. Naturales aūt & ipſi: ut paulo ante dixi
mus: ꝑſedulo rerum naturalium proportiones quæſiuere: prout in eorū
codicibus paſſim habetur. Preſertim Ariſtotelis: cuius opera prealiis aſſi
due prematūbus habētur. Nam inde phyſico auditu proportionē motu
um inter ſe ſubtiliſſime perſcrutatur. Et ex decem predicamentis quo nu
mero denario oēs ꝑbi contenti extitere: unū relatiōis ſeu ad aliqd huic
tā ſublimi indagatrici ꝓportioni. s. ſpāliter addicauit. ¶ Omitto loca
alia pene innumerabilia: ubi de ꝓportionibus & ꝓportionalitatibus ſæ
piſſime diſſeritur. Quę omnia (ut de naturalibus concludam:) medicis
ꝑſertim peritiſſimis: (quibꝰ omnium cura cōmiſſa eſt) nota ſunt & eē de
neceſſitate debent. Nō. n. calidi & frigidi: hūidi & ſicci in medelis diſpo
nendis rectā rōnem habebūt: niſi gradū cuiuſlibet predictaꝝ noterint.
quem poſtea ex multis ꝓportionādo qualitatibus: unā efficiunt egrotā
ti corpori debite exhibēdā. ¶ Quo ēt Aſtronomi ꝓportiōe relicta age
rent: nōne uelut amentes ceci q̄ diſcurrerent. Narrēt hii qui ſentiūt: dicāt
egyptii: ut Ptolomeus: Ali. Albategni. Alfagranus. Geber. Albuma
ſar: & cetera oēs qui ꝓportiōe preuia pitiſſimi euaſere. ¶ Qualiter coro
graphi cosmographiā. Marinus quē ſepe Ptolomeus ipugnat Strabo &
alii qui totius orbis ſuū nobis tabulis quibuſdam accuratiſſime tradide
runt: tot & tanta ſimul unico libello complecti potuiſſent niſi matrem
oīum obſeruaſſent proportionem. ¶ Ditant queſo architecti omnes &
diuerſarum machinarum inuentores priſci & preſentes: Pythius qui pri
mus ædē minerue nobiliter architectatus ē. Dinocrates: Archimedes:
Vitruuius: Frōtinus: Vegetius: & alii ꝑplures q; ī ædificioꝝ ſtructuris ſū
me excelluerunt: quoꝝ memoriā ꝑfuſe ruinæ adhuc nobis afferūt quo
medio talia ederint? Certe proportione duce ſe oia ꝑfeciſſe reſpōdebūt.

¶ Quomodo pictores celeberimi. Appelles Miron Policletus & cæteri quos historiæ nominant aliquid laude dignum prospectuo aspectu suis posteris reliquisent. Si in eorum figuris liniamenta distantiaq; debitas altitudines & latitudines proprtionaliter non seruassent; ¶ Lapicidæ quoq; seu lapidum sculptores Phidias: Praxiteles. Appollonius Nestor & reliqui industria tali prediti: non ne eandem diligentissime proportionem marmoreis æneisq; statuis accomodarunt: prout indies frustis talium hinc inde repertis facile datur intelligi. ¶ Pariter & Musici nil aliud in eorum melodiis armoniisq; querunt nisi modum debitum uocum & sonorum: hoc est: Sesquialtera sesquitertia. Diapente: Diapason: & aliis huiusmodi proportionibus (teste Boetio) proportionatum. ut in auditorum auribus dulcius ac suauius resonent. & summam illis delectationem ingerant: quæ sine proportione & proportionalitate minime Causari potest. Quem morem imitando poetæ Carmina sua (eisdem fere mediis) Datilo: Iambo: Spondeo: Trocheo: Anapesto: Tribraco. Proceleumatico. Ceterisq; proportionis loco utendo pedibus. Componunt. ¶ Nec non & rethores (ad istorum instar) Orationum suarum partes debitis ac congruis numeris assignant. ¶ Hoc idem origo & fundamentum omnium liberalium artium grammatica obseruare uidetur: dum normam recte loquendi recteq; scribendi. discere incipientibus tradit. graui: acuto: circumflexoq; accentibus termiatam. ¶ Quas et uia æquissimæ sanctiones. Iustiniana scilicet & canonica suas recteforma rent sententias: si iustitiam utranq; commutatiuam scilicet & destributiua non supponerent. Quarum altera uidelicet distributiua penes geometricam tantum proportionem attendi comprobatur (ut in ethicis Aristoteles: & plato inde legibus & republica testantur) iuxta quam iustus iudex uiuorum & mortuorum olim humano generi retribuet merita ac demerita omnium adinuicem proportionando ut ex sacris aperte elicitur litteris. ¶ Hanc assidue & commutatiuam obseruant rerum publicarum fautores dignissimi huius seculi negociatores res pecunia uendendo. emendoq; seu quouis alio modo pertractando. ¶ Aliarum quoq; unaquæq; mecanicarum industria suas debitas habet proportiones ipsam moderantes: experientia teste. ¶ Sed dum talia percurimus quid de arithmeticis geometrisq; nostris dicemus: qui precipui inter alios semper habiti sunt ut Pitagoras & Nicomacus: qui primi inuentorum apud græcos inuentores fuisse perhibentur quis apud latinos Boetius & Apuleius habeantur. Non ne hi ceteris diligentiur proportionem seruant: quam (teste Euclide) rationalem uocant. ¶ Geometre uero utriq; indifferenter rationali scilicet & irrationali curam adhibent. ¶ Hec deniq; proportio infinitus thesaurus est hominibus quo qui usi sunt pticipes facti sunt amicitie dei propter disciplinæ dona Commendati. ¶ Hanc ego proposse sine fictione didici & capientibus sine inuidia comunico uirtutem eius apertissime ostendendo. ¶ Hanc igitur proportionum & proportionalitatum Euclides necessariam cernens obseruantiam ut omnium que dixerit fructus uberior habeatur. De his ipsis disertissime hoc in quinto egit. Diffinitiones earundem premittens ac deinceps more suo conclusiones triginta quatuor numero. (quibus iste totus complectitur liber) exarando. Et contra aduersarium eas firmissime atq; irrefragabiliter concludit. ¶ Quà propter siquis ad speculationem aliquam quacunq; in facultate scientia: arteq; aspirat ad hunc properet fontem a quo aquæ uitæ semper flumina fluunt. Et super astra eius extolletur ingenium. ¶ Sed ut iam ad litteram ueniamus res expostulat. Que sic incipit uidelicet. pars est.

Mnes hi sunt qui interfuere. In diui Bartholomei ede cū ego Lucas Paciolus Burgensis Sancti Sepulchri Exmino ritana Francisci familia Quintum Euclidis profiteri so liciter cepi prælectionis hac prius habita. M.D.xii. Au gusti. die. xi. Et in primis..

¶ Clarissimus Vir Ioānes Lascares ad senatum Venetū christianissimi francoꝝ Regis Orator. ¶ Vir clarissimus Philippus Se rerius Barchinonensis Catholici Hispaniarum Regis ad eundem Sena tum Orator. ¶ Reuerendus Apostolorum preful Isidorus Bagnolus Se renissimi Principis Cancellarius. ¶ .R. Ioannes Baptista Egnatius Vir omni litterarū genere præstans. ¶ .R. Vincentius Dulcius.

¶ Reuerendi Sacre Theologie Professores.

¶ Magister Gabriel Venetus Eremitarū Familie ternitatis prouinciæ præses. ¶ .M. Gabriel Brinus Venetus Minoritanæ Familiæ Romaniæ Prouinciæ Minister. ¶ .M. Petrus Lucignanensis eiusdem familie. ¶ .M. Iacobus Fuentinus eiusdem familiæ. ¶ .M. Ioannes Andreas de ciuitali. ¶ .M. Petrus de cruce Hispanus. ¶ .M. Antonius Forolu lienſis. ¶ .M. Germanus Guardianus. ¶ .M. Nicolaus Mutinensis. ¶ .M. Angelus Venetus. ¶ .M. Simon Venetus Regens. ¶ Sacre Theo. bacalarius formatus. Frater Petrus terrenouanensis. ¶ .S. Theo. Bacalarius Frater Bartholomeus montalcinas. ¶ Frater Iocundus Veronensis Antiquarius. Omnes prelibati Eiusdem Minoritanæ Fa miliæ. ¶ Hieronimus Riginus Mantuanus Eremita. ¶ Sebastianus Leonardus Cosmographus.

¶ Magnificus Vir Bernardus Bembus Doctor & æques. ℣ .M.V. Mari nus Georgius Doctor. ℣ .M.V. Sebastianus foscarenus Philosophie p fessor Clarissimus. ℣ .M.V. Gabriel Maurus æques. ℣ .M.V. Franci scus donatus æques. ℣ .M.V. Vincentius Quirinus Doctor. ℣ .M.V. Petrus pascalicus Doctor & æques. ℣ M.V. Nicolaus Teupulꝰ Doctor ℣ .M.V. Daniel Rainerius aduocator comunis. ℣ Excellens Vir Joan nes Baptista Brocardus.

Medici Illustres.

℣ Benedictus Thedaldus. ℣ Marinus Brocardus. ℣ Franciscus Valen tinus. ℣ Alexander Veronensis. ℣ Ambrosius Leo Nolanus. ℣ Ro dulfus Camertes. ℣ Matheus Feltrensis. ℣ Cæsar Optatus. ℣ Ascanius Esinus. ℣ Excellens studiorum humanitatis professor Hieronimus Ma serius Forolivienſis. ¶ .M.V. Hieronimus Sauorgnanus. ℣ .M.V. Frā ciscus Duodus. ℣ .M.V. Vincentius Grimanus. ℣ .M.V. Franciscus & Iacobus fratres Cornelii. ℣ .M.V. Thomas Iustinianus. ℣ .M.V. Mar cantonius Cornerius. ℣ .M.V. Federicus Molinus. ℣ .M.V. Petrus Do natus. ℣ .M.V. Petrꝰ Contarenꝰ. ℣ .M.V. Donatꝰ Legius. ℣ .M.V. Lau rentius Bragadenus. ℣ .M.V. Marinus Sanutus. ℣ .M.V. Angelus Pi saurius. ℣ .M.V. Petrus Mocenicus. ℣ .M.V. Sanctus Tronus. ℣ .M. V. Laurētius Memmus. ℣ .M.V. Carolus Contarenus. ℣ .M.V. Domi nicus priolus. ℣ .M.V. Ioannes Bembus. ¶ Flaminius poeta calenus ℣ Aldus Manutius Romanus. ℣ Palladius Soranus poeta. ¶ Leonar dus Augustini pratensis. ℣ Petrus Zianus. ℣ Iacobus draganus. ℣ Ma theus Cinus Florentinus. ℣ Bartholomeus. Franciscus & Paulus fratres Rompiasii. ℣ Nicolaus Sapa. ℣ Lucas Carolus. ℣ Bartholomeus Pe dretus. ℣ Laurentius Papiensis Musicus. ℣ Franciscus massarius. ℣ Ia cobus Coccus. ℣ Marcus Antonius Bragadenus. Hi tres adolescētes sum me indolis. ℣ Petrus Priolus. ℣ Sebastianus Priolus. ¶ Bernardus rocellaius & Ioānes eius filius Florentini. ℣ Iacobus Georgius Mathema ticæ Sectator. ¶ Georgius Tragurinus eiusq; filius Marcus. ℣ Alexius Bergomensis. ℣ Ioānes Marcus Canotius Patauinus. ℣ Petrus Lom bardus. Hi quatuor prefati Architectonica Clari. ¶ Bernardinus Pe nitus Vrbinas. ℣ Alexander francius & Vanotius Pauli Senenses. ℣ Ot

tanus forosemproniensis. ¶ Joānes franciscus puteolanus. ¶ Nicolaus corbolus florentinus. ¶ Franciscus rosellus florentinus Cosmographus. ¶ Aliiq; plurimi quorum nomina sigillatim referre ad quingentos & amplius operosum nimis foret floretii tantum hominum decerpsi.

¶ Isidorus Bagiolus Apostolorum præsul & Serenissimi Principis Cancellarius Natali Regie diui Iacobi præsul & Veneto Canonico. S.P.D.

Electatus nuper nonnullos superiore Anno præceptione quadam Euclidis Mathematicorum omnium facile Principis in quintum eius Librum. quam LVCAS Paciolus de Burgo Sācti Sepulchri Minoritanæ Familiæ addictus omnium nostra tempestate hisce disciplinis instructissimus habuit. Non potui frater optime tecum non luctari in incredibilem quam caperam non cōmunicare: tum quod te etiam ardenter, etiam arcteq; Tum quod ipse tei Digna mihi semper est uisa que tibi quoq; cognita perpetua foret. Noras tu stio. LVCAM. nostrum Noras hominis ingenium. Noras hominis famam. Verum eius scripta fortasse non attigeras ut pro ingenii tui Fælicitate & candore melius de tota re sententiā ferres. Ego uero qui tibi semper gratificari studui curaui. Vt qui audire prælegentem LVCAM. per publicas occupatiōes non potuissi præsens habeas absens in quo te quandoq; oblectes fructūq; maximum capias. Leges igitur tu istam prælectionem. Leges & post illa quintum Euclidis librum qui sane is est ut quanto Euclides ipse omnes alios scriptores antecellit tanto quintus hic scripta ab eo alia præstet. Sunt q̄dem plena ingenii: plena acuminis: plena diuinitatis: in hoc gnto omnia. Nihil constat quintum te in mathematicis credes. Nisi quintum non solum quod aiunt a limine salutes sed accurate introspicias. Quare non dubito quin pro rei præstantia & auctoris singulari ac prope diuina scientia id legas & quod te plurimum delectari possit & aliis etiam atq; etiam prodesse. Cætera interim mathematica uel Euclidis nunc tādem emēdatissima uel que Lucas ipse suo marte peperit q̄n in dies cudūtur felix expecta. Bene uale Venetiis ex ædibus nostris. M.D. viiii. Martii. xii.

¶ Castigator.

Vtant non nulli optime lector huiusmodi mathematice discipline ignari proportionem quantitatem esse quod minime uerum est sed est mera quantitatū adinuicem habitudo. cum eiusdem fuerint generis quantecunq; fuerint ut in sequentibus apertissime. Euclides ipse diffinit. Et talis habitudo ad minus exigit duo extrema seu duos terminos. Proportionalitatē autem nō sic intelligas habitudinem esse quātitatum sed solum proportionum similitudinem & nomine alio quidam eam proportionum proportionem appellant. Ad cuius constitutionem ad minus due proportiones requirunt. cum similitudo ad minus exigat duo extrema hoc est duas proportiones ut infra in isto quinto loco suo habebis & due proportiōes ad minus exigunt tres terminos si fuerit continue. ut. 2. 4. 8. tō. dicuntur proportionales & sic 3. 9. 27. 81. sunt. 4. primi proportionales in dupla: postremi uero in tripla & dicit continua. Item alio modo dicuntur proportionalia in continue ut. sunt. 2. 4. 10. 20. 7. 14. & ista uocatur proportionalitas dupla incontinua &c. Et ppea ne tu cum reliquis in foueam cadas uolui te cautum reddere ne in sequentibus tibi eg uocabo occurrant quoniam scribimus Indoctis &c.

¶ Necessarius ac vtilissimus Euclidis Liber quintus de ꝓportionibus ⁊ proportionalitatibus ex perfecta Campani traductiõe. Magistro Luca Paciolo de burgo. Sancti Sepulcri ꝑdilecto. Minorum Cathigatore optimo. Incipit feliciter.

Diffinitio .1.

PArs est qtitas quantitatis mi noz maioris cum minor maiorem numerat.

¶ Pars quandoq; sumitur ꝓprie: ⁊ hec est q̃ aliquotiens sumpta sui totũ ꝓcise cõstituit: sine diminutiõe vel aug mento: ⁊ dicitur suum totum numera re per illum numerum ꝑm quem sumi tur ad ipsius totius constitutionem: ta lem aliꝰ partem quam multiplicatiua dicimus hic diffinit. ¶ Quandoq; sumitur cõuer ⁊ hec est quelibet quantitas minor que quotiescũq; sumpta sui toto minus aut nullus constituit. qua aggregatiuam dicimus: eo q̃ cum alia quantitate diuersa totum suum cõstituat: per se autem quotiens cunq; sumpta fuerit non producat.

Diffinitio .2.

MVltiplex est maioz minoris qñ eam minoz metitur.

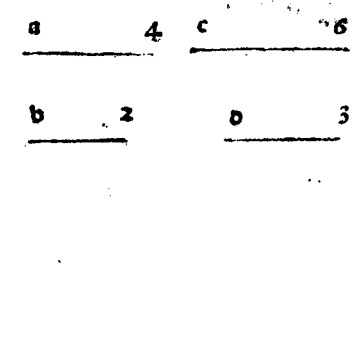
¶ Pars relatiue dicitur ad totum: ⁊ in istis duobus extremis consistit totum adinuicem relatio: ⁊ ideo diffinito minori extremo diffinit hic maius: vocat aũt ipsum multiplex propter hoc q̃ minus ipsum aliquotiens sumptum constituat: erunt igitur relatiue dicta adinuicem: pars ⁊ multiplex. Nam omnis pars submultiplex: ut patet per eius diffinitionẽ.

Diffinitio .3.

PRoportio est duarum quantecunq; sint eiusdes generis quãtitatus certa alterius ad alteram habitudo.

¶ Proportio est habitudo duarum rerum eiusdem generis adinuicem in eo q̃ earum altera maior aut minor est relicta vel sibi equalis: V. Non enim solum in quantitatibus reperit proportio. sed in ponderibus: potentijs ⁊ sonis. In ponderibus quidem ⁊ potentijs vult plato in thimeo eẽ proportionẽ: vbi elementorum numeꝰ ondit in sonis autem esse proportionem liqt ex musica. Nam vt vult Boecius in quarto si quilibet nerous in duas inequales ptes diuidat. erit ipsaꝝ ptium suorũq; sonoꝝ eadem cõuenio mõ ꝓportio. Sed in quibuscunq; ꝓportio reperitur: ea ꝑticipant naturam ꝓpetatẽq; quãtitatis: non. n. repitur in aliqbus rebus duabus nisi in eo q̃ earũ una est reliqua maior aut minor aut sibi eqlis. ¶ Quantitatis aũt ꝓprium est sui ipsam eqle vel inequale dici. vt vult Aristo. in ꝑdicamẽtis. vñ liqt ꝓportionem primo in quantitate repiri. ⁊ ꝑ ipsam in omnibus alijs. Nec ẽ in aliqbus rebus ꝓportionem cui similis non sit in aliqbus quãtitatibꝰ ꝓp q̃d bene dixit Euclides ꝓportiõem simplr ẽ in quãtitate cum eã diffiniuit ꝑ habitudinem duaꝝ quãtitatũ eiusdem generis adinuicẽ. ¶ Cuius diffinitionis intellectus ẽt q̃ ꝓportio ẽ habitudo duaꝝ quãtitatũ adinuicem q̃ attẽdit in eo q̃ una earũ ẽ maior aut minor alia vel sibi eqlis: ꝑ qđ patet q̃ oportet eas eẽ eiusdẽ generis: ut duos nũeros: aut duas lineas aut duas superficies: aut duo corpa: aut duo locaꝝ aut duo tpa. Non n. põt dici linea maior aut minor superficie. aut corpe nec tps loco. sed liẽa ⁊ superficies superficie. Sola. n. vniuoca ad cõparabilia sunt. ¶ Quod aũt dicit certa habitudo. Nõ sic intelligas q̃si nota vel scita. sed quasi determinata: ut sit sensus. Proportio ẽ determinata habitudo duaꝝ quãtitatũ: ita inquã determi

nata q̄ hec ℭ non alia. Non enim ℭ necessarium ut oīs habitudo duaꝝ quātitatum sit scita a nobis nec ℭt a natura. ℭ Nam proportio quedam ℭ discretorum ut numeroꝝ. q̄dam aūt continuoꝝ. In numeris autē minor ℭ pars [b] aut partes maioris ut demonstratur in septimo quare ℭ in eis omnibus ℭ habitudo certa ℭ nota. ℭ At uero in continuis ℭ proportio magis larga ℭ enim in eis ubi minor quātitas ℭ pars ℭ aut ptes maioris ℭ talium olim mediantibus numeris ℭ proportio notata ℭ rōnalis dicitur. Dicunturq; omnes tales quantitates cōmunicantes ℭ quia eas una ℭ eadem necessario metitur. unde ℭ omnes numeri sunt cōmunicantes. omnes enim ipsos metitur unitas. ℭ Est etiā ubi minor nō ℭ pars aut partes [d] maioris ℭ in talibus nō ℭ nota proportio. nec nobis nec nature. Diciturq; hec proportio irrōnalis ℭ hee quantitates incōmunicantes unde fit ut quecunq; proportio reperitur in numeris reperiat in omni genere continuorum ut in lineis superficiebus corporibus ℭ temporibus. non autem econuerso. infinite enim sunt proportiones in continuis reperte quas numerorum natura non suffiheret. Sed quecunq; proportio reperitur in uno genere cōtinuorum eadem reperit in omnibus aliis. Nō qualitercunq; ℭ habet aliqua linea ad quamlibet aliam sic ℭ habet quelibet superficies ad aliquā aliam ℭ quodlibet corpus ad aliquod aliud. sic uniliter ℭ tempus. sed non sic quilibet numerus ad aliquem alium unde magis ℭ larga proportio in continuis. q̄ in discretis. Exquo manifestum ℭ proportionem geometricam esse maioris abstractionis q̄ proportionem arithmeticā. omnis enim proportio circa quam arithmeticauersat. rōnalis ℭ. geometria uero rōnales ℭ irrationales equaliter considerat.




## ℭ Castigatoꝝ

a ℭ Vniuoca ℭ quorum nomen cōmune ℭ ratio substantie eadem ut hoc nomen homo ℭ significat sor. ℭ pla. quoniam eadem ratione sor. ℭ homo qua. pla. ℭc. Equiuoca uero quorum nomen cōmune ℭ ratio substantie diuersa ut hoc nomen canis ℭ significat latrabilem piscem ℭ stellam sed alia ℭ alia ratione ℭc. etiā hoc nomē sanum dicitur de urina ℭ cibo in genere latent equiuocationes. b ℭ Quando minor ℭ pars ut 4. respectu. 12. quando minor ℭ partes ut. 8. respectu. 12. ℭ sic in ceteris.

c ℭ Vt linea bipedalis linee quadripedalis quando pars ut linea octopedalis linee. 12. qñ ptes. d ℭ Vel. p. 10. respectu. 12. uel. p. 5. respectu. p. 12.

## Diffinitio .4.

Roportionalitas ℭ similitudo proportionum.

ℭ Vt si dicamus q̄ que ℭ proportio. a. ad. b. ea ℭ etiam c. ad. d. proportio que ℭ inter. a. ℭ. b. similis ℭ illi que ℭ inter. c. ℭ. d. Hec autem similitudo que ex iſtis proportionibus resultat dicitur proportionalitas.

## ℭ Castigatoꝝ

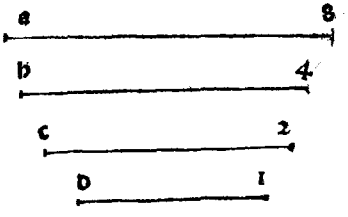
ℭ Amica ℭ enim similitudo. dissimilitudo uero odiosa aut contraria. Boetius in primo musice capitulo primo ℭ. 31. Proportiones autem principaliter in numeris cōsiderātur. Boetius primo capitulo quarti musices. ℭ Iſta proportionalitas potest dici dupla tripla quadrupla sexquialtera sexquitertia ℭc. aut fuerint q̄titates proportionate continue.

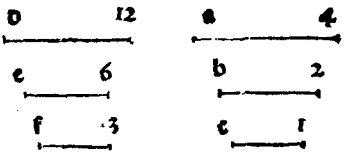
## Diffinitio .5.

Uantitates que dicuntur cōtinuam habere proportionalitatem: sunt quarum eque multiplicia: aut eq̄ sunt: aut eque sibi sine interruptione addunt aut minuunt.

ℭ Supposita diuisione proportionalitatis p̄ continuam ℭ discontinuam diffinit membra dividentia. ℭ primo cōtinuam ímo ut uerius dicam: supposita diuisione proportionalium p̄ continue proportionalia ℭ incontinue: diffinit non continuam proportionalitatem: nec incontinuam: sed cōtinue proportionalia ℭ incontinue. Diffinitio autem continue proportiōalitatis ℭ incontinue satis patet p̄

diffinitionem continue ꝓportionalium ꝫ continue. ¶ Continua aũt proportionalitas est cum quodlibet quantitatum eiusdem generis i qua proportione prima antecedit secundam in eadem quelibet aliarum antecedit proximo cõsequentem: ut cum dicimus sicut se habet. a. ad. b. ita b. ad. c. ꝫ c. ad. d. erit; quelibet earum antecedens ꝫ consequens excepta prima que est solũ antecedens: ꝫ ultima que est tantũ consequens. ℣ Et in hac proportionalitate necesse est omnes quantitates esse eiusdem generis propter continuationem proportionum eo q̃ non sit proportio in tres quantitates genere diuersorum ꝫ hec erit ad minus in tribus termis. constituta. ¶ In continua autem est cum quatuor quantitatum siue oẽs fuerint eiusdem generis siue due prime unius ꝫ due postreme alterius in qua proportione prima antecedit secundam in eadẽ tertia antecedit q̃rtam: ut cum dicimus sicut se habet. a. ad. b. ita. c. ad. d. erit ea rum quelibet tantum antecedens aut cõsequens: nec est necesse ut sint oẽs nec quatuor eiusdem generis sicut erat in proportionalitate continua eo q̃ consequens prime proportionis non continuatur antecedenti: secũdet sed possibile ẽ ut sint eiusdem generis: ꝫ possibile est ut sint diuersorum. Sicut n. continguit lineam reperiri duplã ad lineã aut triplam: ita superficiem ad superficiem: ꝫ corpus ad corpus: ꝫ tempus ad tẽpus: ꝫ numerus ad numerum. ¶ Viso quid sit continua proportionalitas. ꝫ quid in continua explanemus diffinitionem continue proportionalium ꝓmissam. ℣ Quantitates inquit proportionales continue sunt quarũ eque multiplicia aut sibi sunt equalia aut eque sibi sine interruptione addunt aut minuunt uerbi gratia. Sint tres quantitates eiusdem generis. a. b. c. ad quas sumantur. d. e. f. eque multiplicia ut sicut. d. est multiplex ad. a. ita. e. sit multiplex ad. b. ꝫ. f. ad. c. eruntq; omnes in eodem genere. Multiplicia n. ꝫ submultiplicia in eodem sunt genere: sitq; ut. d. e. f. aut sint equalia adiuicem: aut similiter se habeant in addendo aut minuendo: ita q̃ sicut. d. addit super. e. aut minuit ab ipso: ita. e. addat super. f. aut minuat ab ipso. Cũ hec inquam multiplicia sic se habuerint erunt tres quantitates. a. b. c. continue proportionales. ℣ Multiplicia aũt nõ intelligas similiter sic se habere in addendo aut minuendo quantũ ad quantitatẽ excessus[a]: sed q̃ tum ad ꝓportionẽ aliter. n. diffinitio eẽt falsa. Nam quarũlibet quãtitatum eiusdem generis equis se differentiis excedentium eque multiplicia sumpta equis etiam differentiis se excedunt: uñ similiter se habẽt in addẽdo ꝫ minuendo quantum ad quantitatem excessus. Nec tñ priores quantitates sunt continue proportionales: imo minor est semper maior proportio. ℣ Hoc aũt ideo euenit qñ eaꝝ multiplicia non similiter se excedũt quantũ ad proportionẽ: sed solum quãtũ ad quãtitatẽ excessus: est. n. ꝫ ibi in minoribus multiplicibus maior ꝓportio. ℣ Verbi gr̃a sumãtur tres numeri: quis differẽtiis se excedentes: i mediate[b] uidelicet arithmetice ut. 2. 3. 4. horũ triũ eque multiplices equaliter se excedũt. dupli quidẽ bina rio: tripli ternario. ꝫ sic de ceteris: non tamen sunt. 2. 3. 4. cõtinue ꝓportionalia: imo minorum[c] est maior proportio: est enim ipsorum ꝓportio sexqualtera: ꝫ maiorum sexquitertia. ℣ Quia ergo inter eos nõ ẽ similitudo ꝓportionum. Non erit inter eos ꝓportionalitas ꝫ ideo neq; continua neq; incõtinua. ℣ Patet ergo similitudinẽ illã additionis aut diminutionis nõ intelligi quantũ ad quãtitatẽ excessus: sed quãtũ ad ꝓportionẽ. ℣ Erit itaq; sensus diffinitionis premisse. Cõtinua ꝓportionalia sunt q̃rũ oĩa multiplicia equalia sunt cõtinue ꝓportionalia. ℣ Sed noluit ipsã diffinitionẽ ꝓponere sub hac forma: quia tunc diffiniret idem per idem: a parte tñ rei est illud cũ sua diffinitione conuertibile. Tres aũt quantitates. a. b. c. oportet esse eiusdem generis ad hoc ut earum multiplicia sibi inuicẽ equalia sint aut similiter se habeant in addendo aut minuendo. Si. n. a. ꝫ. b esent diuersorum generum essent etiam. d. ꝫ. e. ipsaꝝ. a. ꝫ. b. multiplicia eorũdem diuersorum generum: propter hoc q̃ multiplicia ꝫ submultiplicia eiusdẽ sunt generis: quare. d. nõ eẽt eẽlis. e. nec ea maior




[a] habere in addendo aut minuendo quantũ ad quantitatẽ excessus: sed q̃ tum ad ꝓportionẽ aliter. n. diffinitio eẽt falsa.

[b] tres numeri: quis differẽtiis se excedentes: i mediate

[c] tionalia: imo minorum

aut minor. Nā ꝗtates diuersoꝝ generꝝ nō sunt adinuicē comparabiles.

¶ Castigatoꝝ.

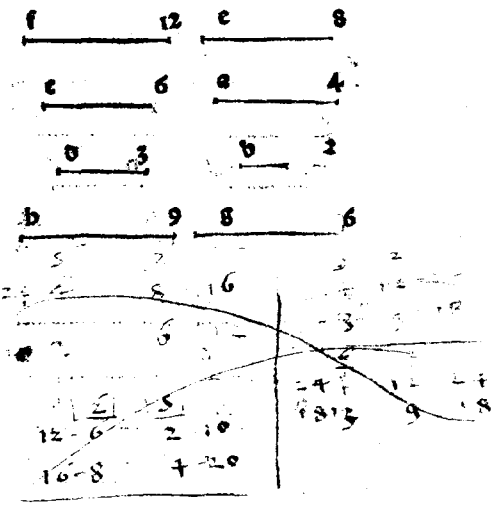
a ¶ Maxime geometre interest de ꝓportionibus ꝯ natura ipsarum tota liter diſerere. Nam arithmeticus nō inuenit in oībus numeris ꝓportiōis modos qm̄ infinite sunt ꝓportiones quas natura numeroꝝ non patit̄ ut in isto per Campanum dicitur. ¶ Q m̄ aūt ipsa ꝓportionis cōsideratio extensa est ꝯ lata ꝯ applicatur sive omnibus adinuicem comparabilibus ſm magis ꝯ minus. Jdeo ſm hanc conceptum cōem potest sic diffiniri. ℣ Proportio est aliquorum adinuicem cōparabilium unius ad alterum certa habitudo. uerbi gratia. ut numeri ad numerū magnitudinis ad magnitudinem ſon ad ſonum temporis ad tempus motus ad motum humoris ad humorem ſaporis ad ſaporem coloris ad colorem ⁊c. Geometer aūt trahit intentiōem ꝓportionis ad magnitudinem ꝯ habet eam sic diffinire, proportio est duaꝝ quātitatum eiusdem generis unius ad alteram certa habitudo. Dico aūt eiusdem generis quia ſola talia comparabilia ſunt. ℣ Diuiditur autem proportio in duas ſpēs que accipiūtur in comparatione ad quantitates. Nam quantitatum quedam ſunt cōmunicātes ſiue cōmenſurabiles. quedam dicuntur incōicantes ſiue incōmēſurabiles. cōicantes dicuntur ille quibus est una quantitas cōmunis eas numerans. Dicitur aūt una quantitas numerare aliam. que ſm aliquem numerum accepta ꝓducit ipsam. ut linea pedalis bipedalem uel tripedalē lineam. Sunt igitur quantitates cōmunicātes sicut linea bipedalis ꝯ tripedalis quas pedalis linea ſm binarium ꝯ ternarium numerat. Quātitates uero quibus non est una cōmunis quantitas eas numerās dicūtur incōmenſurabiles. cuiusmodi ſunt diameter quadrati ꝯ eius latus. ſunt igr̄ ſm hoc due ꝓportionum ſpēs. s. rōnalis ꝯ irrōnalis. ꝓportio rōnalis debetur quātitatibus cōicantibus ipā quoq; est que numeris ſola debetur. Irrōnalis aūt ꝓportio quātitatibus incōmenſurabilibus debet̄ numeris uero neq; q̄ cōpetit. ℣ Vñ manifestū ē q ad geometrā ptinet ꝓportiōis cōſideratio q a oīs ꝓportio est magnitudis sed ñ oīs ꝓportio ē nūeralis. Proportio igr̄ rōnalis denoſatur imediate ab aliquo nūero cū. n. ꝗtatū cōicātiū oportet q ſm aliquē numerū minor uel aliquā ꝑs minoris maioris rēnūeret. ꝓp quod dixit Eucliides infra in. 5. decimi. Oium duaꝝ ꝗtatū cōicantium est ꝓportio alterius ad alterā tanq̄ ꝓportio nūeri ad numeꝝ. Diuidit aūt hec ſpēs ſm oēm modum ſm quē diuiſa ē ꝓportio arithmetica nā alia est eqlitatis alia inequalitatis ꝯ ꝓportio iequalitatis ſubdiuidit alia maioris alia minoris inequalitatis ꝯ utraq; accipit inter eosdē terminos nō eodē ordie. Prima. n. ē habitudo maioris termini ad minorē. ſecūda minoris ad maiorē ecōuerſo. Et utraq; ſm quinq; ſpēs ſubdiuidit. qm̄ maioris inequalitatis ſpēs ſunt ꝓportio multiplex proportio ſuper particularis ꝓportio ſuperpartiens. Item proportio multiplex ſupparticularis ꝯ proportio multiplex ſuperpartiens. Totidēq; ſpēs habet proportio inequalitatis minoris ꝯ eisdē ſignanē noibus addita prepoſitione ſub. ꝯ de iſtoꝝ diuiſiōibus dicit arithmetica non oportet plus inſiſtere. ℣ Proportio aūt irrōnalis non noīatur ſic immediate ab aliquo numero ab alia ꝓportione numerali qm̄ nō ē poſsibile ut ſm aliquē numerum ꝑs aliqua minoris maioꝝ numeret. Cōtingit tm̄ mediate denoīare irrōnalē a numero ut q ꝓportio diametri ad coſtā ē medietas ꝓportionis duple. ꝯ ita capiunt alie ſpēs ꝓportionis huius denoīationē a numero. Diuidit aūt hec ꝓportio in duas ſpēs q̄ accipiunt penes cōparationem ad quātitates mēſurabiles ꝯ ad modos diuerſificatiōis in eis ut lineaꝝ quedā ſunt incōmenſurabiles in longitudine tm̄ quedā ſunt icōmenſurabiles in lōgitudine ſimul ꝯ in potētia. Incōmēſurabiles in lōgitudine ſunt linee quarū lōgitudines nō cōicant. Si aūt ſuperficies quadrate in quas poſsunt cōicent. tūc ſunt icōmenſurabiles in lōgitudine tm̄ cōicantes aūt in potētia. Et hec ſpēs prima ut latus quadrati ꝯ diametri eiusdē nō cōicant quadrata aūt eorum cōicāt ſm ꝓportionē duplā. Si uero ſuperficies quadrate in quas poſsunt

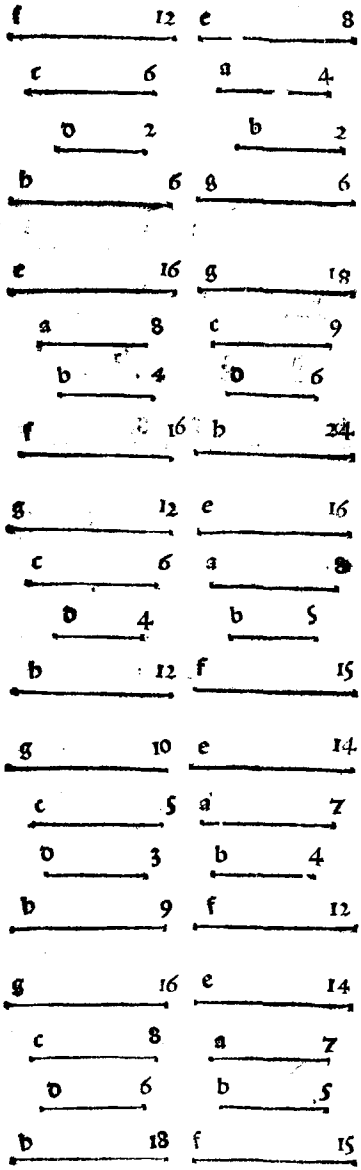
due linee incõmẽsurabiles in longitudine sint in quã superficies incõtẽ
tent: tunc ille linee dicerent incõmẽsurabiles in longitudine ꝫ in potẽtia.
Et hec spẽs est secunda. exemplum est: accipiat linea medio loco propor
tionalis inter diametrum ꝫ costam sm q̃ docet .9. sexti inferius. Ibi. n.
latus quadrati ex illa linea media inuenta sunt incommensurabiles in
longitudine: sicut constat: quia cum extrema fuerint incõmẽsurabilia in
ter se erunt ꝫ incõmunicantia cũ medio quod est sm cõtinuam ꝓportio
nalitatem inter ista sunt due eedem linee incõmensurabiles in potentia:
qm̃ quadrata earum non cõicant. Nã ex decima septima sexti oĩum triũ
linearũ continue ꝓportionaliũ quanta ẽ prima ad tertiã tm̃ erit ꝫ qua
dratum primi ad quadratũ secũde. P̃nt aũt hec spẽs utraq; subdiuidi in
tot spẽs quot modis accidit lineas uel sic esse incommensurabiles. Nam
nõ solũ linee possunt eẽ incõmensurabiles in lõgitudine tm̃ dum se hñt
sicut diameter ꝫ costa: sed aliis modis se hñtibus forte i infinitũ. similiter
dico de lineis incõmẽsurabilibus i lõgitudine ꝫ potẽtia. qa ñ solũ sũt ta
les q̃ medie sunt iter costã ꝫ diametrũ sed alie ꝛc. Diffinitio. 6.

Quantitates que dicũtur eẽ sm ꝓportionẽ vnã pri
ma ad secundã ⁊ tertia ad quartã sunt quarũ ꝑme
⁊ tertie multiplices equales multiplicibus secũde
⁊ q̃rte equalibus fuerint similes vel additione vel
diminutiõe vel equalitate eodẽ ordine sumpte.

Posita superius diffinitione quãtitatũ cõtinue ꝓportio
naliũ. hic ponit diffinitionẽ incõtinue ꝓportionaliũ ꝫ est q; quarũlibet
4. quãtitatũ quarũ prime ꝫ tertie eque multiplicia sũpta fuerint. I tẽq; se
cũde ꝫ q̃rte eque multiplicia: fuerit q; multiplex prime sic se hñs ad multi
plex secũde q̃tũ ad additionẽ aut diminutionẽ aut equalitatẽ: sicut multi
plex tertie ad multiplex q̃rte: erit ꝓportio prime earũ ad secũdã sicut ter
tie ad q̃rtã. uerbi gra. Sint q̃tuor quãtitates. a. b. c. d. sumaṫ q; ad primã ꝫ
ad tertiã que sunt. a. ꝫ. c. eque multiplicia ut pote dupla: q̃ sint. e. ꝫ. f. I tẽq;
ad secũdã ꝫ q̃rtã q̃ sunt. b. ꝫ. d. sumaṫ alia eq̃ multiplicia: utpote tripla: q̃
sint. g. ꝫ. h. sitq; ut hec. 4. multiplicia sic sũpta cõparata adinuicẽ sm ordi
nẽ primarũ q̃tuor q̃titatum: tita uidelicet q; .e. cõparet ad .g. ꝫ. f. ad. h. non
aũte. ad. f. aut. g. ad. h. sint similia in additione diminutiõe ꝫ eqlitate: ui
delicet q; si. e. addit supra. g. ꝫ similiter. f. addat supra. h. aut si. e. minuit. a.
g. ꝫ similiter minuat ab. h. aut si. e. ẽ eqlis. g. ꝫ similiter. f. sit eqlis. h. tunc
ꝓportio. a. ad. b ẽ sicut. c. ad. d. ⁊ similiter aũt in addẽdo aut diminuẽ
do intelligat hic sicut in diffinitiõe continue ꝓportionaliũ: uidelicet nõ
quantũ ad quãtitatẽ excessus: sed quãtũ ad ꝓportionẽ. Q d aũt dicit
eodẽ ordine sumpte itelligat sicut expositũ ẽ: uidelicet ut multiplicia nõ
referant adinuicẽ sm ordinẽ eaꝝ q̃titatũ: qbus eque multiplicia assumũ
tur: ut multiplex prime nõ referat ad multiplex tertie aut multiplex secũ
de ad multiplex quarte: sed referat sm primũ ordinẽ ipsaꝝ .4. quãtitatũ
uidelicet multiplex ꝑme ad multiplex secũde ꝫ multiplex tertie ad mul
tiplex quarte. Ericitaq; sensus istius diffinitiõis. Incõtinue ꝓportiona
les sunt quatuor quãtitates ꝫ ꝓportio prime ad secũdã ẽ sicut tertie ad q̃r
tã. cũ sumptis equemultiplicibus ad primã ꝫ tertiã. I tẽq; eque multiplici
bus ad secundam ꝫ q̃rtã: erit ꝓportio multiplicis prime ad multiplex secũde: si
cut multiplicis tertie ad multiplex quarte: sed nõ diffinuit sub hac forma
ꝓpõ cãm predictã licet a parte rei idẽ sit. Nõ ẽ aũt necessariũ ut quatuor q̃
titates. a. b. c. d. sint eiusdẽ generis: ita q; b. non continuat in ꝓportione
cũ. c. sed ꝑnt eẽ due prime unius generis: ꝫ due sequẽtes alterius. ℣ Per q;
patet q; necesse ẽ referri multiplex prime ad multiplex secũde ꝫ multiplex
tertie ad multiplex q̃rte: non aũt multiplex prime ad multiplex tertie aut
multiplex secũde ad multiplex quarte: quia nõ semp sunt eiusdẽ generis,
multiplex ꝑme ꝫ tertie: nec multiplex secũde ꝫ q̃rte. ℣ Fuit aũt necesse sme
re eque multiplices ad primã ꝫ tertiã. itẽq; eque multiplices ad secundã ꝫ
quartã: ꝫ nõ eque multiplices ad primã ꝫ secundã: ꝫ itẽ non eque ad ter

a
b






tiā ꝫ quartā quia niſi ꝓ multiplicīū ſūptionē cōtinuant termini prime ꝓ portiōis cū termis ſecūde, nō erit ꝓ qd ſit ꝓportio, a, ad, b, ſicut, c, ad, d.

¶ Caſtigator.

a ¶ Nam ſi a. ponatur. 6. ꝫ b. 4. c. u ero. 5. ꝫ d. 3. ꝫ ſumant multiplicia eſ liter utputa dupla ad primam ꝫ tertiam erit. 10. ꝫ. e. 12 Item, ad ſecundā ꝫ quartam ēt dupla erunt. b. 6. ꝫ. g. 8. que multiplicia in ordine ſuarum quātitatum adinuicem cōparata arithmetice eodem modo ſe hñt in addendo equando ꝫ minuendo nam dupla ꝓ quaternarium ut patet ꝫ tri pla ꝓ ſenarium ꝫ ſic in ceteris ꝫ tñ prime ad ſecūdam nō eſt ſicut tertie ad quartam nā illa eſt ſexqualtera ꝫ alia ſuꝑbipartiens tertias ꝫ ideo geo metrice debēt intelligi. ¶ Infra. 4. qnti clare apebit multiplicia taliter ſe lata adinuicem ꝓpoſitum cōcludere ēt in. 8. ſexti. Idem. b ¶ Exemplū qñ non ſunt ꝓportiōales. 5. ꝫ. 3. pro. c. d. ꝫ. 6. 4. ꝓ. a. b. multiplicia nō ſe hñt eodem mō. 10. 6. 12. 8. ¶ Idē non arithmetice ſed geometrice. c ¶ Boe tius. 2. muſice capitulo. 12. ſed inter has tres medietates ꝓportionalitas qdē ꝑprie ꝫ maxime geometrica nuncupat locuto qñ eas ꝓportionibus to ta contexitur. Sed tñ eodem utemur ꝓmiſcue vocabulo ꝓportiōalitatē ēt ceteras nūcupantes uidelicet arithmeticam ꝫ armonicam. d ¶ Sicut numeri caput eſt unitas ſta ꝓportionū eqlitatem ē ꝓncipium. Boetius. 3. muſice capitulo. 15. ibidem oſtendit qualiter duobus modis proportiona litas arithmetica procreatur exemplis optimis in numeris.

Diffinitio .7.

Quantitates quarum ꝓportio eſt vna ꝓportio nales nominantur.

¶ Poſtquam diffinuit quantitates continue ꝓportio nales ꝫ bicontinue diffinit quantitates ꝓportionales ſimpliciter ꝫ patet diffinitio.

Diffinitio .8.

Si fuerint p. m. z tertie eque multiplices. Itēq; ſecunde z quarte eque multiplices. addetq; multi plex prime ſuper multiplicem ſecunde. Non ad det autem multiplex tertie ſuper multiplices quar te dicetur prima maioris ꝓportionis ad ſecundā ꝫ tertia ad quartam.

¶ Diffinitis quātitatibus ꝓportionalibus diffinit quātitates in ꝓpor tionales. Sunt aūt inꝓportionales inter quas eſt diſſimilitudo ꝓportio num quod cōtingit dupliciter aut ꝙa maior eſt ꝓportio ꝑme ad ſecundā ꝙ tertie ad ꝙrtā aut ꝙa minor ꝫ iō eius ſunt due ſpēs. Pria qñ maior eſt ꝓ portio ꝑmi ad ſcām ꝙ tertii ad quartum ꝫ dicit hec maior inꝓportio nalitas. ¶ Secunda uero qñ minor eſt ꝓportio primi ad ſcām ꝙ tertii ad quartum ꝫ dicitur minor inꝓportionalitas. ¶ Diffinit ergo eas in ter quas eſt maior ꝓportio prime ad ſecundam ꝙ tertie ad ꝙrtam ꝙ eſt maior inꝓportionalitas diffinitionem aūt eaꝝ inter quas ē minor ꝓportio prime ad ſecundam ꝙ tertie ad quartam non potuit quia ipſa pa tet ex alia. ¶ Cū igit fuerint. 4. quantitates ad quas ꝑmam ꝫ tertia ſum pta ſint eque multiplicia. ꝫ ad ſcām ꝫ quartam eq multiplicia ꝫ multi plicia ꝑme ꝫ ſcē relata adinuicē non ſe habebūt ſimiliter multiplicibus tertie ꝫ quarte relatis adinuicem in additione diminutione ꝫ eqlitate ille. 4. quantitates erunt inꝓportionales. ¶ Quod ſi ita fuerit ꝙ mul tiplex ꝑme ſit equale multiplici ſcē. multiplex uero tertie ſit minus mul tiplici quarte. Aut ꝙ multiplex ꝑme ſit maius multiplici ſcē. multiplex aūt tertie ſit eqle. aut minus multiplici ꝙrte. Aut ꝙ multiplex ꝑme ſit ma ius multiplici ſcē ꝫ ſimiliter multiplex tertie multiplici ꝙrte uerumtñ plus excedit quātum ad ꝓportionem non quātum ad quātitatē excessus multiplex ꝑme multiplex ſcē ꝙ multiplex tertie multiplex ꝙrte. Aut ꝙ multiplex ꝑme ſit minus multiplici ſcē. ꝫ ſil multiplex tertie multipli ci ꝙrte uerumtñ minus minuit quātum ad ꝓportionem nō quātū ad quā

itatē excessus: multiplex ꝓme a multiplici ſcde. ꝙ multiplex tertia multiplici quarte: erit quolibet iſtoꝝ .4. modoꝝ maior ꝓportio ꝓme ad ſcam ꝙ tertie ad quartam ⁊ maior aūt modis iſtis oppoſitis erit minor proportio ꝓme ad ſcam ꝙ tertie ad quartā. Exēpla aūt iſtoꝝ oīum cuidēter ſumētur ex numeris. ¶ Additio ergo illa multiplicis ꝓme ſup multiplex ſcde. Non aūt multiplicis tertie ſup multiplex ⁊tē de q̄ loquitur auctor i diffinitiōe latitudine hēt ad iſtos .4. modos dictos ⁊ ipſos cōprehēdit. vñ ſenſus iſtius diffinitionis ē cū ſumptis ſic multiplicibus ut proponit ſit ꝙ erit maior ꝓportio multiplicis ꝓme ad multiplex ſcde ꝙ multiplicis tertie ad multiplex ⁊tē: erit ratione ꝓportionis ꝓme ad ſcam ꝙ tertie ad q̄rtā diffiniuit aūt ſub hac forma ꝓp cōem tam ſuā dictā. Vel poſſumus dicere ꝙ additio multiplicis ꝓme ſup multiplex ſcde ⁊ non multiplicis tertie ſup multiplex ⁊tē de qua loquitur in ſua diffinitione maioris in proportionalitatis proprie accipitur prout ſub diffinitionis ſonat ⁊ non ſecundum ad ſcdm quos dictos modos. Videre cuilibet quolibet illorum q̄tuor modoꝝ ſit maior proportio ꝓme ad ſcam ꝙ tertie ad q̄rtā. vñ ſenſus illius diffinitionis ſecū ſumptis ſic multiplicibus ut proponit ſi multiplicis ꝓme ⁊tē ſit maior multiplicis ſcde: ñ ſu n̄ cariū ꝙ multiplex tertie ſit maius multiplici q̄rte tūc erit maior ꝓportio ꝓme ad ſcam ꝙ tertie ad q̄rtam. pp hoc aūt non poſuit reliquos tres additiōis modos in ſcdicta diffinitione quia iſte eſt illis oibus magis planus ⁊ ad dictam diffinitiōem ſufficiēs. Nūq̄ enim eſt maior proportio prime .4. quantitatum ad ſecundam ꝙ tertie ad quartam quin contingat aliquota eque multiplicia ad ꝓmam ⁊ tertiā ſcdm. Que cum relata fuerint ad aliqua eque multiplicia ſecunde ⁊ quarte inueniuntur multiplex prime aliquem ſuper multiplex ſecunde non aūt multiplex tertie ſuper multiplex quarte. Nec uſq̄ cōtingit hoc reperiri qn̄ ſit maior ꝓportio ꝓme ad ſcdam ꝙ tertie ad quartam ut demōſtrabimus infra ſupra decimā huius. ¶ Poſſunt aūt eſſe hec q̄titates improportionales diuerſorum generum ſicut ⁊ q̄titates inconti nue proportionales ſi inter eas fuerit incontinua improportionalitas ut ſi dicatur maior eſt proportio .a. ad .b. ꝙ .c. ad .d. Si autem fuerit cōtinua improportionalitas erunt oēs eiuſdem generis neceſſario ſicut ſunt in cōtinua proportionalitate ut ſi dicatur maior cō ꝓportio .a. ad .b. ꝙ .b. ad .c.

¶ Caſtigator.

a ¶ Sufficiēcia huius diffinitionis habetur ex .8. huius .5. at in fine dicte .8. dicitur. b ¶ Diſſimilitudo uero oppoſitorum contraria. Dicitur in primo metheore capitulo primo. ¶ Amica eſt enim ſimilitudo.

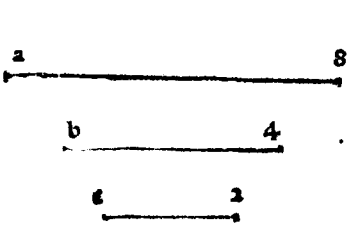
## Diffinitio .9.

### Sit autem proportionalitas ad minus inter tres terminos conſtituta.

¶ Poſtq̄ auctor diffiniuit ꝓportionem ꝓportionalitatē ⁊ q̄ntitates ꝓportionales ⁊ improportiōales, oēndit q̄s ſit minimus nūerus terminoꝝ inter quos ꝓportionalitas pōt cōſtituere maximū aūt nō ponit qa illū nō cōtingit ſumi: nec potest. ut proportio q̄libet continuari in terminis infinitis ſiue fuerit rationalis a proportio ſiue b irrationalis. ¶ Ad proportionalitatem aūt exigunt ur ad minus due ꝓportiones ſimiles: eo ꝙ ꝓportionalitas ſit ſimilitudo ꝓportionum. Quelibet aūt proportio hēt añs ⁊ conſequēs: ergo q̄libet ꝓportionalitas hēt ad minus duo añtia ⁊ duo conſequētia: hoc ē impoſſibile fieri i pauciboribus ⁊ tribus terminis in q̄bus medius vocatur hēt añs ⁊ conſequēs ⁊ ita ꝓportionalitas non erit ad minus niſi in quatuor terminis ad minus erit continua proportionalitas conſtituta. Incontinua autem nō erit in pauciboribus q̄ in .4. eo q̄n ipſa quilibet terminus eſt tantum ante cedens aut tantum conſequens ſic dem intellige de minori numero terminorum improportionalitatis. Si enim fuerit continua erit ad minus inter tres terminos. Si incontinua ad minus inter quatuor.

¶ Caſtigator.

a ¶ Que ab aliquo numero denominatur immediate. b ¶ Que ab aliquo numero nō denoiatur immediate tñ dyameter ad costā eius ḡdrati.

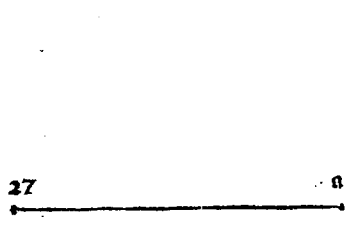



## Diffinitio

SI fuerint tres quantitates continue proportionales dicetur proportio prime ad tertiam proportio prime ad secundam duplicata.

¶ Diffinit proportionem q̄ est inter extremos terminos continue proportionalitatis in tribus terminis constitute & dicit q̄ si fuerit proportio primi ad secundum sicut secundi ad tertium erit proportio primi ad tertium sicut primi ad secundum duplicata: hoc est ex duabus talibus composita. ¶ Sine quod idem est erit ꝓportio primi ad tertium sicut primi ad scām duplicata: hoc est in se multiplicata. verbi gra. in numeris. Sint 3 numeri continue proportionales sintq; cōtinue dupli ut. 2. 4. 8 proportio primi ad tertium erit sicut proportio primi ad scām i. si multiplicata proportio aūt primi ad secundum e dupla dupla ueto in se multiplicata producit quadruplam: unde proportio extremoꝝ est quadruplaria dicet duplam duplicatam. secundū priorem expositionem proportio extremorum est sicut proportio primi ad secundum duplicata: quia quadrupla constat ex duabus duplis.

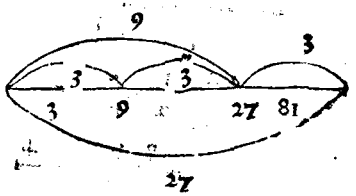
## Diffinitio

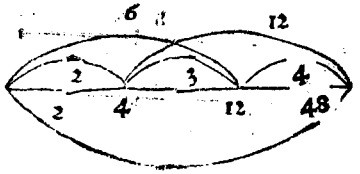



CUm fuerint quatuor quātitates continue proportionales proportio prime ad quartam dicetur proportio prime ad secundam triplicata.

¶ Diffinit proportionem q̄ est inter extremos terminos continue proportionalitatis in. 4. terminis cōstitute & dicit q̄ si fuerit. 4. quantitates cōtinue ꝓportionales erit ꝓportio ꝓme ad ūltam sicut ꝓportio ꝓme ad scām triplicata. ¶ Hoc est ex tribus talibus cōpositum. q̄ntales numeri ūltur in ea siue quod idem est erit ꝓportio ꝓme ad quartam sicut ꝓme ad secundam triplicata. hoc e in se. postea in productum multiplicata. Verbi gra in numeris. Sint quatuor numeri continue proportionales: sintq; continue tripli ut sunt. 1. 3. 9. 27. proportio primi ad quartum erit sicut proportio primi ad secundum i se postea in productum multiplicata: proportio aūt primi ad secundum e tripla tripla. vo in se multiplicata producit nouplam & tripla in nouplā producit uigēcuplam septuplam erit ita q; proportio extremoꝝ uigēcuplā septupla. quod est triplum tripli. Vel sm priorem positionem proportio extremoꝝ est sicut proportio primi ad scām tripli cata q; uigēcuplā septupla constat ex tribus triplis. Non diffinit aūt proportionem extremoꝝ cōtinue ꝓportōalitatis inter plures & ꝑ quot terminos cōstitutas: di mensiones in rebus naturalibus ꝛepte non excedunt tertiam. ¶ Denominatio aūt ꝓportionis duaꝝ quātitatum quibus nullum interponitur medium hēt naturam linee. Eaꝝ uero quibus interponit unū medium cōtinua ꝓportionalitate hēt naturam ſupficiei eo q̄d ex multiplicatione denotationis duaꝝ primarum in se. Oē aūt quod ex multiplicatione ducit in aliquam producit naturā hēs ſupficiei. ſi in se ipsum quadratū ſi no in alterum. Plate altera non dicit. Sed proportionis ea quantitatum de quarum denotationibus cōtinua proportionalitate duo media interponuntur naturam hēt ſolidi: quia prouenit ex multiplicatione denotationis duaꝝ p̄marum. Primo in ſe. ex qua multiplicatione producitur ſupficies: deinde in productum ex q̄ multiplicatione prouenit ſolidum ſiue corpus of. & in q̄d ex multiplicatione linee in ſupficiem producit. crescit in ſolidum. ¶ Est ergo ac ſi diceret proportio duarum quātitatum eſt ſimplex inter ullum & hīs naturam ſimplicis dimēſionis ut linee: proportionalitatem trium eſt duplex inter ullum & hīs naturam duplicis dimenſionis. ut ſupficiei: proportionalitas aūt quatuor eſt triplex inter ullum & hīs naturam trine dimenſionis ut ſolidi. Et quia dimenſiones ultenius non procedunt: ideo non diffinuit proportionem contentam inter extremos

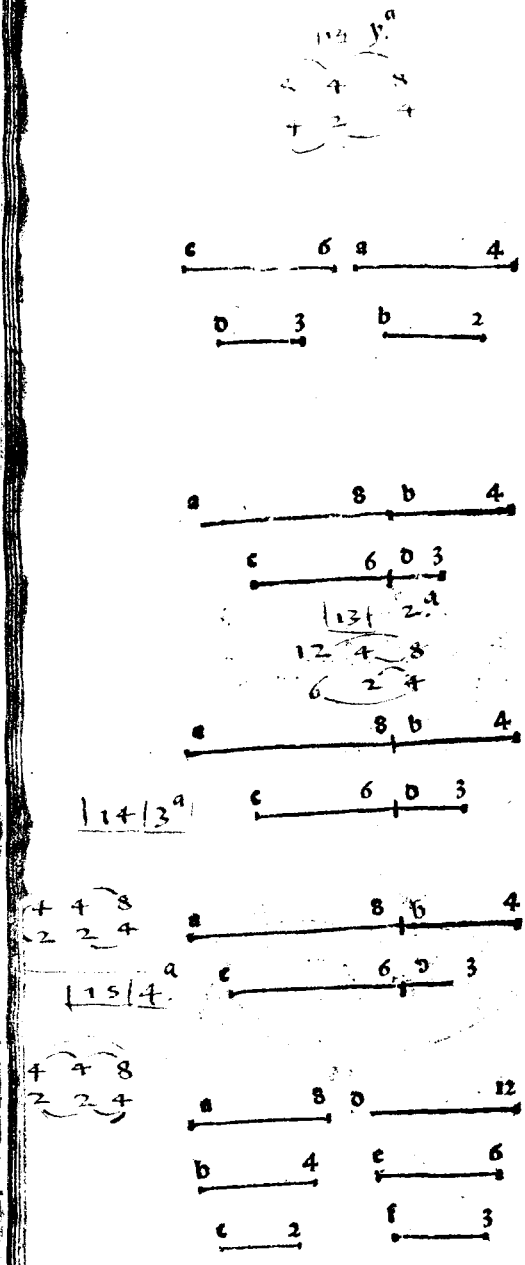
portionalitatis in quinq; terminis aut pluribus constitute. ¶ Vel non diffiniuit proportionem in his quia earum proportio hr ex predictis diffinitionibus. Si.n. in tribus terminis proportio extremorum consfat ex proportione ꝑmorum duplicata ꝫ in ꝙuor terminis cõsfat ex eadem tripli cata; in 5 terminis consfat ex eadẽ quadruplicata ꝫ in sex ex eadem quin cuplicata. ¶ Vnde quemadmodum in tribus terminis cõtinue proportiõalibus proportio extremorum continet proportionẽ ꝑmorum bis ꝫ in 4. terminis ter, sic in 5 terminis cõtinebit ꝙter ꝫ in sex quinquies ꝫ ita deinceps, ut semꝑ proportio extremorum in terminis cõtinue proportionalibus tociens contineat proportionẽ ꝑmorum quot sunt oẽs termini minus uno. ¶ Similiter quoq; si proportio extremorum continue proportionalitatis in tribus terminis constitute est ea que producit ex proportione ꝑmorum in se semel multiplicata ꝫ in. 4. in se bis multiplicata; in quinq; terminis ea que producitur ex proportione ꝑmorum in se ter multiplicata ꝫ in. 6. terminis, quater ꝫ sic semꝑ ut terminꝰ fuerint duobus plures multiplicationibus; sine ut multiplicationes sint eqles mediis extremis interpositis. Et nota q; ꝫ in ꝓportionalitate continua extremorum proportio producitur ex oibus proportionibus intermediis. ¶ Ex ꝓdictis appret q; proportio extremorum continue proportionalitatis in tribus terminis cõstitute denoiatur a quadrato in ꝙuor ꝛo terminis cõstitute denoiatur a cubo: quorum quidem quadrati ꝫ cubi latus est denominatio proportiõis ꝑmi ad secũdum uerbi grã in numeris. Sint quatuor numeri continue proportionales qui sint continue tripli. 3. 9. 27. 81. proportio primi ad secũdum denominatur a ternario, est enim tripla: ꝑmi ꝛo ad tertium a nonario qui ẽ quadratus ternarii, nam ipsa est nocupla. At ꝛo proportio ꝑmi ad quartum denominatur a 27. qui ẽ cubus denominationis proportionis ꝑmi ad secundum uidelicet ternarii. ipsa.n. est uicincuplaseptupla. ¶ Et proportio extremorum in proportionalitatis cõtinue in tribus terminis constitute denominatur a superficiali non quadrato: cuius latera sunt denominationes ipsarum proportionum in quatuor uero terminis constitute denominatur a solido non cubo. cuius tria latera sunt denoiationes trium proportionum. quod ꝫ patet in numeris, Sint quatuor numeri continue ꝓportionales: qui sunt. 2. 4. 12. 48. in quibus ꝓportio ꝑmi ad secundum est dupla; seũdi ad tertium tripla; ꝫ ideo ꝑmi ad tertium sexcuplatertii uero ad ꝙrtum ꝙdrupla: ꝫ 16 ꝑmi ad ꝙrtum uicincupla ꝙdrupla. Senarius ergo qui ẽ denoiatio proportionis ꝑmi ad tertium est superficialis; cuius latera sunt duo ꝫ tria qui sunt denominatiões duarum primarum ꝓportionum. 24 uero q; est denominatio proportionis ꝑmi ad quartum est solidus cuius latera sunt. 2. 3. ꝫ. 4. q; sunt denominationes trium proportionum inter illos ꝙuor terminos entiũ.




## ¶ Cassiodor.

¶ Et quecunq; dicte sunt passiones de proportionalitate indifferenter intellige scilicet arithmetice ꝫ geometrice quoniam utroq; modo possunt assignari quantitates uidelicet proportionales geometrice ꝫ proportionales arithmetice ꝫ utreq; continue ꝫ discontinue respectu eorundem generum ꝫ diuersorum ut dictũ est. quia cõtinue semꝑ sunt ejusdẽ generis sine geometrice sine arithmetice ꝫ in continue possunt esse diuersorum ꝫ eiusdem indifferenter. Sed illa geometrica habet attendi penes proportionem quo ad equalitatem diminutionem ꝫ additionem ꝫ illa arithmetica solum penes differentias sui excessus. Et sic intelligas de proportionalitate utriusq; majori ꝫ minori continua ꝫ incontinua ꝫ ut per te ꝫ ciliter deduces cuius ingenii non diffido ideo ꝛc. etiam quo ad compositionem proportionis extremorum in tribus ꝫ in quatuor terminis continue; quia sicut geometrica in tribus terminis primi ad tertium conflat ex primi ad secundum duplicata quo ad proportionem etiam arithmetica quo ad differentias ex illa duplicata ꝫ in 4. triplicata ꝫ sic in ceteris arguas.



Diffinitio .12.

Quantitates que sunt in ꝓportione vna antecedēs ad consequētem z antecedens ad consequentem. dicetur econtrario sicut consequens ad antecedentem. sic consequens ad antecedentem. ¶ Quantitates permutatim sicut antecedens ad antecedentem sic etiam consequens ad consequentem.

¶ Diffinit species proportionalitatis que sunt .6. videlicet conuersa. permutata. disiuncta. coniuncta euersa ⁊ equa. ¶ Sunt aut hec species ipsi quidam modi arguendi: diffinit ergo primo conuersam proportionalitatem ⁊ permutatam: in quibus manent antecedentia ⁊ consequentia eadem ſm substantiam: quod non est in disiuncta: coniuncta aut euersa ⁊ in quibus nihil extra sumitur ut in equa: uocat aut antecedens primū extremum proportionis: consequens uero uocat secundum. ¶ Vult itaq; per hanc diffinitionem: si fuerit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ⁊ ex ego concludam ergo. b. ad. a. sicut. d. ad. c. uidelicet ut faciam de antecedentibus: consequentia ⁊ de consequentibus antecedentia: quod iste modus arguendi uocetur proportionalitas econtrario sive econuersa. ¶ Si aut sic arguam. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ergo. a. ad. c. sicut. b. ad. d. uidelicet ut ambo extrema primē proportionis: fiant antecedentia: ⁊ ambo extrema secunde consequentia: tunc q; iste modus arguendi uocetur proportionalitas permutata: ⁊ in isto modo arguendi fit antecedens secunde proportionis consequens: ⁊ consequens prime antecedens.

Diffinitio .13.

Coniuncta vero proportionalitas dicitur quotiens sicut antecedens cum consequente ad consequens sic etiam antecedens cum consequēte ad ipsum. ¶ Diffinit coniunctam disiunctam ⁊ euersam: in quibus etiam nihil extra sumitur sed termini non manent in ipsis. idem ſm substantiam ⁊ tunc q; si ita fuerit. ut sit. a. ad b. sicut. c. ad. d. ⁊ ego ex hoc concludā. ergo totius. a. b. ad. b. sicut totius c. d. ad. d. q; iste modus arguendi dicatur proportionalitas coniuncta.

Diffinitio .14.

Disiuncta vero proportionalitas dicitur augmentorum antecedentium supra consequentia equa comparatio. ¶ Vult q; si fuerit proportio totius. a. b. ad. b sicut totius c. d. ad. d. ⁊ ex hoc ego concludam. ergo. a. ad. b. sicut. c. ad. d. q; iste modus arguendi uocetur disiucta proportionalitas.

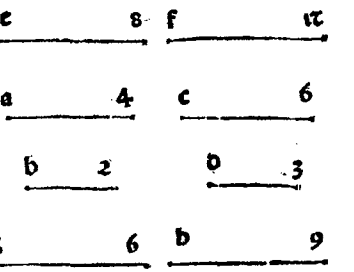
Diffinitio .15.

Euersa proportionalitas dicitur quorumlibet antecedentium ad augmenta sui supra cōsequentia sua similitudo proportionum. ¶ Vult q; si fuerit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. ⁊ ex hoc ego concludam ergo. a. b. ad. a. sicut. c. d. ad. c. q; iste modus arguendi dicatur euersa proportionalitas.

Diffinitio .16.

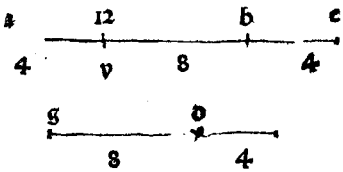
Vna proportionalitas dicitur quantitatibus plurimis propositis alijsq; secundum eundem numerum in vna proportione applicatis mediorum eo li numero remoto vtrorumq; extremorum similitudo proportionum. ¶ Diffinit equam ꝓportionalitatem que ad probandū propositum ad extra sumit. ⁊ tunc q; si sumantur quotliber quantitates ut. a. b. c. itemq; totidem alie sue sint eiusdem generis cum primis: sive alterius. ut. d. e. f. fuerintq; secunde in proportione primarum sive eodem ordine. ut si dicatur. a. ad. b. sicut. d. ad. e. ⁊ b. ad. c. sicut. e.

ad.f. Siue ordine cõuerso ut si dicatur.a.ad.b.sicut.e.ad.f.et.b.adec.si cut.d.ad.e.et.ex hoc concludatur.ergo.a.ad.c.sicut.d.ad.f.q̃ iste mo dus arguendi uocet equa ꝓportionalitas. ¶ Hoꝝ aũt.6.modorum argu endi qui dicũtur species ꝓportionalitatis quatuor ꝓbat auctor in ifra in isto.5. Permutatam quidem ꝓportionalitatem ꝓbat in.16.huius diuisũctam uero in.17.coniũctam in.18.equam uero ꝓportiõalitatem de monstrat.in.21.et.23. Sed in.22.cũ ẽntitate duoꝝ ordinũ eo dẽ ordine sint ꝓportõales in.23.cũ hoc sint ꝓportiõales ordine cõuerso. Cõuersam hoc ꝙ portiõalitatẽ aũt euersam ñ demõstrat eo ꝙ cõuersa patet ex diffinitiõe ẽntitatum in cõtinue ꝓportiõaliũ. Euersa aũt patet ex ꝓmutata adinuicẽ 19.ut sup eãdem.19.sumus dicturi.qlr aũt cõuersa ꝓportõalitas ex dione q̃ titatum incõtinue ꝓportionaliũ mãifesta sit demõstremus nũc. ¶ Sit e. go ꝓportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.uolo ergo demõstrare qđ erit.b.ad.a.si cut.d.ad.c. Sumat.e.ad.a.et.f.ad.c.eq̃ multiplicia. Silr quoq; g.ad.b.et h.ad.d.eq̃ multiplicia eritq; ꝓ cõuersionem diffinitiõis ẽntitatum incon tinue ꝓportionalium.ut.e.et.g.item q.f.et.h.similiter se habeãt in additio ne diminutione et equalitate. Intelligo nũc.b.ꝓmum.a.secũdum.d.tertii um.c.ẽtum. Sũptaq; sint ad ꝓmum et tertium.g.et.h.eq̃ multiplicia. Itẽq; ad secũm et ẽrtum.e.et.f.eque multiplicia. Et ga multiplicia ꝓmi et secũdi q̃ sunt.g.et.e.similiter se hñt multiplicibus tertii et ẽrti q̃ sunt.h.et.f.adinuicẽ additiõe diminutiõe et eq̃litate. erit ꝓ dictam diffinitiõem ꝓportio b.ꝓmi.ad.a.secũdum sicut.d.tertii ad.c.ẽrtum qđ est ꝓpositum. Constat itaq; modus arguẽdi qđ cõuersa ꝓportionalitas. ¶ Huius aũt gnti libri ꝙncipia plurimis difficilima esse ũre equibus dã conclusiõibus quas ex ipsi demonstrat magis ab intellectus distãtia. Nihil.n.uũ intellectui ime diacius adherere.q̃ ꝙ duaꝝ quarumlibet ẽntitatum equalium sit ad terti am quãlibet una ꝓportio quod tñ huius quinti.septima demonstrat ex diffinitione incontinue ꝓportionalitatis q̃ ab intellectu ꝓmio uũ q̃ pluri mum esse remota. quis.n. non facilius duaꝝ quãtitatum eq̃lium ad ali quam tertiam eãdem esse ꝓportionem cõcedat.q̃.4.quãtitatum si multi plicia ꝓme et tertie eq̃liter sumpta multiplicibus secũde et ẽrte eq̃liter sum ptis similiter se habuerint in additione diminutiõe et eq̃litate esse ꝓpor tionem ꝓme ad secũdam sicut tertie ad ẽrtam. Vez si subtiliter intuemur liquido constabit nõ posse uniri intellectui ꝙ ꝓportio duaꝝ quantitatũ equalium ad tertiam sit una nisi ꝙ quid est esse ꝓportionem uniam. Si.n. quis ignoret quid est esse ꝓportionem unam eãdem ꝓportionem alteri quis cognoscet duaꝝ ẽntitatum eq̃lium esse eãdem ꝓportiõem ad tertiã. ¶ Indiget igitur paulo dubio intellectus ante q̃ illam q̃ uidebatur cõcepti bilis ꝓpositio apprehendat huius rei que ꝑ ipsius diffinitionẽ habebitur cognitiõe. possimodum ut ꝙ ea diffinitio duabus quãtitatibus equalibus ad tertiam cõparatis cõueniat ꝑ tractatiõe. quod si diffinitio inuẽta fuerit illis quãtitatibus cõuenire eõcludet ꝓpositũ. Sin aũt oppositũ. Nõ ẽ igit ímediata propositio quã superficialis apprehensio ímediatam iudicauit. ¶ Similiter quoq; ímediacius iudicat prima apphensio adherere intelle ctui ꝙ duarum quãtitatum ineq̃lium maior est ꝓportio maioris eaꝝ ad aliam q̃ minoris ad eãdem. quam demonstrat.8.huius q̃ quod.4.quan titatum sit maior ꝓportio ꝓme ad secundam q̃ tertie ad quartam.cũ mul tiplicibus ad ꝓmam et tertiam equaliter sumptis. Itemq; aliis ad secundã et quartam et equaliter multiplex prime addit super multiplex secũde. et multiplex tertie nõ addit sup multiplex quarte. ex quo quę ꝑdicta est pro positio demõstratur. sed similiter nec ipsa potest intelligi nisi ꝙ quid ẽ eẽ ꝓportionem maiorẽ. ¶ Igitur oportuit euclidem q̃ quantitates dicũtur ꝓportionales et q̃ improportionales diffinire. Proportionales aũt sunt q̃ rum ꝓportio una est. et Improportionales quaꝝ ꝓportiones diuerse. Itaq; dif finiuit quantitates quaꝝ proportio una. et eas in quibus cõnectuntur ex trema nõ dissociatis mediis quas uocauit continue proportionales. et di xit hanc ꝓportionalitatem in tribus terminis ad minus existere. ꝓp hoc



ꝙ unum saltem bis sumẽdum ẽ medium. ¶ Et eas in quibus accidit hꝰ
uptio mediorũ ℭ hec sunt incõtinue ꝓportionales ℭ hec ꝓportionalitas
ad minus exigit q̃tuor terminos ꝓp alterius medii sumptionẽ. ¶ Et dif
finiuit ẽt quãtitates q̃ sunt improportionales. quaꝝ est maior una ꝓpor
tio quã sit alia. Et si eẽt oĩs proportio scita siue rõalis. tũc facile eẽt intel
lectui cognoscere q̃ proportiones eẽnt una ℭ q̃ diuerse. ℭ Que. n. haberent
unam denominationem eẽnt una. q̃ aũt diuersas diuerse. hec aũt fa
cilitas manifesta est ex arithmetica qm̃ omnium numerorum proportio
scita ℭ rõalis est. Vñ Iordanus in 2do arithmetice sue diffiniẽs q̃ propor
tiones sunt eedem ℭ q̃ diuerse. dicit easdem eẽ que eãdem denominatio
nem recipiunt. Maiorem ꝝo q̃ maiorẽ ℭ minorem q̃ minorem. Sedinfi
nite sunt ꝓportiones. irrõales q̃um denoiatio scibilis nõ ẽ. ¶ Quare cũ
Euclides consideret in hoc libro suo proportionalia cõiter non contra
hẽdo ad rõales uel irrõales qm̃ considerat proportionem reptam in con
tinuis q̃ oĩs ẽ ad istas. Non potuit diffinire idemptitatem proportionũ
ꝓ idẽptitatem denominatiõum. sicut arithmeticus eo ꝙ multarum pro
portionum ut deñ est sunt denominationes simpliciter ignote. diffini
tionẽ aũt oportet fieri ex notis uñ malicia proportionum irrationaliũ
cõegit Euclidem tales diffinitiones ponere. ¶ Q uia ergo non potuit ut
patet ex pmissis diffinire proportionalitatem siue idemptitatem propor
tionum. ꝓ idemptitatem habitudinum. siue denominationum ipsorum
terminorum ꝓp irrationalitatẽ habitudinũ ℭ inconuenientiam termi
norum coactus est refugere ad terminorum multiplicia. ut ex illorum
habitudinibus quãtum ad excessum ℭ eqlitatẽ consideratis equis nume
rositatibus sumptoꝝ ꝓ qđ ad naturam irrationalitatis reducũtur propoſi
tam diffinitionem uenet. ¶ Nihil. n. in quocunq; ineqlitatis genere ter
minis magis idem q̃ eorum multiplicia. nec terminorum habitudini
bus. q̃ multipliciũ habitudo. ℭ Et quia proportio ẽ duarũ quãtitatum
eiusdẽ generis certa habitudo. considerata in eo ꝙ sunt eqles aut ꝙ alte
ra maior. ideo idemptitas proportionũ entium inter ꝑmam. 4. quãtita
tum ad scdam ℭ tertiam ad q̃rtam ẽ similis eqlitas ꝑme ad secũdam. ℭ
tertie ad q̃rtam. aut similis maioritas. aut similis minoritas. hec aũt simi
lis eqlitas. aut similis maioritas. aut similis minoritas. ũe ẽ inter q̃tuor
q̃slibet quantitates cum est inter oẽs earum. eqliter multiplices. ℭ Q đ
ergo dicit in quinta. d ffinitione. quantitates que dicunt continuam pro
portionalitatem hr ℭ ceteraꝝ ac si diceret. oẽs illas quantitates uoco con
tinue proportionales. quod est eas similiter esse equales continue ℭ simi
liter continue esse maiores. ℭ similter continue esse minores quarum om
nes eque multiplices. aut sibiinuicem sunt. similiter cõtinue equales. uel
similiter continue maiores. uel similiter continue minores quod est eti
am ipsas multiplices esse continue proportionales. quod si hoc alicubi
in multiplicibus disonat eas dico non esse continue proportionales.
ℭ Quod autem dicit in sexta diffinitione. Quantitates que dicuntur
esse ſm ꝓportionem unam prima ad scdam ℭ tertia ad quartam. ℭ cete
raꝝ ac si diceret oẽs. 4. quantitates uoco incontinue proportionales. ℭ se
habere primam ad secundam sicut tertia se habet ad quartam. quod est
ꝑmam ad secũdam. ℭ tertiam ad quartam similiter se habere. inequan
do aut addendo aut minuendo. quarum omnes eque multiplices prime
ℭ tertie ad omnes eque multiplices secunde ℭ quarte. similiter se habent
aut inequando. aũt addẽdo aut minuendo quod est etiam multiplices
prime in eadem proportione se habere ad multiplices secunde. in qua
multiplices tertie se habent ad multiplices quarte. quod si hoc alicubi
disonat in multiplicibus. dico non eẽ proportiõem prime ad secundam
sicut tertie ad q̃rtam. ℭ Q đ aũt dicit in. 8. diffinitiõe ẽ ac si diceret ma
iorem ꝓportionem uoco. 4. quãtitatum ꝑme ad scdam q̃ tertie ad q̃rtã
qđ ẽ ꝑmam magis excedere scdam q̃ tertia excedat q̃rtam. quarũ alĩ ex
multiplicibus prime addit sup aliquã ex multiplicibus scde alĩ ex multi

plicibus tertie sumpta secundum numerationem multiplicis ꝓme nō ad
dēte sup aliquē ex multiplicibus ꝗrte sumpta ſm numerationē multipli
cis ſcde. qđ est esse maiorem ꝓportionem multiplicis ꝓme ad multiplicē
ſcde. q̄ multiplicis tertie ad multiplicem ꝗrte. ¶ Diffinitiones aūt iſtas
mixi sunt aliquid demonſtrate. quorū Ametus filius Ioſeph tētauit eas de
monſtrare in epiſtola ſua quā de ꝓportione ⁊ proportionalitate compo
ſuit. ⁊ accepit ea ꝓ modū poſitionis tāq̄ ꝓncipia q̄ dicit eē ꝑ ſe nota ⁊ ꝑ
batione non indigere. ¶ Quorū ꝓmum ē qđ ſi fuerint .4. quantitates. q̄
rū ſit ꝓportio ꝓme ad ſcdam ſicut tertie ad ꝗrtā. erit ecōuerſo ꝓportio ſcde
ad ꝓmam ſicut ꝗrte ad tertiā. ⁊ hic ē modus arguēdi quē uocauit ſupius
Euclides cōuerſam ꝓportionalitatē. ⁊ errauit qm̄ dixit ꝓpoſitionem eē ꝑ
ſe notā. cuius añs ⁊ conſequēs ſunt ignota. Ignotū ē. n. qđ ſit eē ꝓportio
nem ꝓme quātitatis ad ſecūdam ſicut tertie ad ꝗrtam. ⁊re hoc ignoto po
ſito ꝓpoſibile eſt intelligere quid exipſo ſequat. ¶ Similiter quoq; quia
cōſequens ē ignotū. impoſſibile ē intelligere quid ad ipſum añdat. ¶ Se
cūdum ꝓncipium eius fuit tq̄ ſi fuerint .4. quātitates quarum ſit propor
tio ꝓme ad ſcdam ſicut tertie ad ꝗrtam. ſi ꝓma ſit maior ſcda: erit tertia
maior ꝗrta: ⁊ ſi minor minor. ⁊ ſi eqlis eqlis. ¶ Tertium fuit q; ſi fuerint
.4. quātitates q̄rum ſit ꝓportio ꝓme ad ſecūdam ſicut tertie ad ꝗrtam. erit
ꝓme ad quodlibet multiplex ſecundet ſicut tertie ad aliquod eque multi
plex ex multiplicibus ꝗrte. ⁊ accidit ſibi in iſtis duobus ꝓncipiis idē pcm
quod accidebat in ꝓmo. Accepit. n. ī oībus ignota ſimiliter tāq̄ nota. ⁊re
non demonſtrauit. ¶ Peccauit ēt in ſecūda demonſtratione ⁊ in tertia ⁊
in quinta. in q̄nto qualibet arguit ex .8. uel ex .10. huius q̄ probātur ex dif
finitione in continue proportionalitatis. ¶ Arguit. n. ſic ſi proportiō .a
b. ad .c. ē maior q̄. g. ad .d. ſit ergo .u. b. ptis .g. b. ad .e. ſicut .g. ad .d. ꝑ quod
patet ipſum ſupponere ⁊ diuiſum quātitatum .a. b. ⁊ .u. b. ineqlium rela
tarū ad .c. e. maiorem maiorem ⁊ minor minorē ad ipſam optinet ꝓportionē
uel q̄ quātitas q̄ad .c. hēbit minorē proportionem q̄ habeat .a. b. erit mi
nor .a. b. quorū ꝓmū demonſtrat .8. huius. ⁊ ſcm. io Nā cū uolueris ſim
mere quātitatem q̄ ſe habeat ad .c. in ꝓportione .g. ad .d. dabo tibi maio
rem aut minorem aut equalem .a. b. indifferenter ſicut uoluero. quare aūt
non demonſtrat aut accidit ſibi circulus ⁊ principia eſſe ignota ꝛa cō clu
ſionibus. ¶ Supponenda ſunt igitur cum Euclide ꝓncipia tāq̄ nota. ⁊
non ipſa ex concluſionibus. ſed concluſiones ex ipſis demonſtrande ſunt.




## ¶ Caſtigator.

a ¶ Ex quo ꝓportionalitas ē ſimilitudo ꝓportionum ſequit q̄ ꝓportio
nes ſimiles ſunt q̄rum eadē ē denominatio ut dupla. Et dupla tripla ⁊ tripla
⁊c. medietas triple ⁊ medietas triple igr ꝓportionum rōalium. Tales aūt
due ꝓportiōes aut cōicant in uno termio aut nō ex primo fit ꝓportionali
tas cōtinua ⁊ illa q̄ ad minus ē ī tribus terminis cōſtituta. ubi ꝫo media
ſunt diuerſa ſicut .a. ad .b. ita .c. ad .d. ¶ Cōtigit aūt in eisdē terminis unā
ꝓportionem inferri ex alia multis modis cū fuerit ꝓportionalitas qua ꝓ
Euclides ponit. 6. mōs ſiue ſpēs ⁊ ut ibi dr ſunt quidā modi arguēdi quo
rum ꝓmus dr cōuerſa: ſcds ꝑ mutata: tertius cōiūcta: qrtus diſiūcta: qui
ntus euerſa: ſextus eſt. Et iſte modus arguēdi requrit ad minus duas ꝓporti
onalitates ſicut ⁊ ꝓportionalitas requirit duas ꝓportiones quia una añs alia
ꝫo q̄ inſertur uocatur conſequens ⁊ q̄q; ipſi termini añcedētia ⁊ cōſequen
tia ⁊ q̄ ꝓr. ē in proportione uocatur añs. poſterior ꝫo in q̄libet ꝓportio
ne uocatur cōſequēs: ⁊ ſic accipiēs noia in deſcriptionibus ſequntibus. nō
cōuerſa ꝓportionalitas ſō aliis ꝫbis ē cum ex añcedētibus fiūt cōſequētia
⁊ econuerſo ordine cōuerſo ut ſic arguēdo ſicut .a. ad .b. ita .c. ad .d. igr eō
uerſo ſicut .d. ad .c. ita .b. ad .a. hīc. n. a. ⁊ .d. ſunt ꝓmo añcedentia ⁊ poſtea
conſequētia ⁊ econtra eſt de .b. ⁊ .d. iſtud idē patet in numeris accipiēdo
6. ⁊ 4. 3. ⁊ 2. ⁊ idē ō in magnitudinibus ſiue ſint cōmēſurabiles ſiue non
cōmēſurabiles. n. ſe hīnt mō nūero. ī cōmenſurabiles patet ſi intelligas ꝑ

q̃drati pui p.c.eius diametꝝ p.b.latus magni q̃drati.p.a.eius diametri uꝫ ẽ sicut.a.ad.b.ita.c.ad.d.ꝫ ex ħ sequit q̄ sicut.d.ad.c.ita.b.ad a.ꝫc.

¶ Permutata ꝓportio dr̃ cũ ex añcedẽte secũde ꝓportionis fit cõsequens prie ꝫ ex cõsequẽte ꝓme añs scde ita.s.arguẽdo sicut.a.ad.b.ita.c.ad.d.igr̃ ꝑmutatim sicut.a.ad.c.añs.ad añs ita.b.ad.d.cõsequens ad cõsequẽs ꝫ ꝛc net consequẽtia sue p has lr̃as intelligas numeros siue magnitudines cõmẽsurabiles siue incõmẽsurabiles. A summit aũt iste modus arguendi in aliis scientis ꝫ ad diuersas materias trahit sed quomodo in alia materia ualet ꝫ qũo nõ difficultatem hẽt ꝫ alibi uideri dẽt in isto scdo modo arguẽdi ꝓportionalitas composita ex ꝓportiõibus irrõnalibus põt instrui ex ꝓportionalitate cõposita ex ꝓportionibus rõalibus ꝫ econuerso quia sequitur sicut costa maior ad suam dyametꝝ sic costa mior ad suam diametꝝ. igr̃ sicut costa ad costã ita dyameter ad diametꝝ sed possibile ẽ q costa sit dupla ad costã ꝫ tũc sequitur q dyameter sit dupla dyametri: hoc aũt nõ accidit in ꝑmo mõ ꝫ cã est quia si añs ẽ in isto ex ꝓportiõe maioris inequalitatis cõsequens erit ex proportione minoris inequalitatis ꝫ econuerso semꝑ aũt in eisdem terminis cũ ꝓportiõe maioris inequalitatis irrõalis ẽt erit ꝓportio rõnalis minoris inequalitatis ꝫ ecõuerso nota.n.non differunt nisi ꝑ hanc ꝓpositionem.sb.ꝫc. Sequitur tertia.s.coniũcta ꝓportionalitas sub aliis ℞bis. Coniũcta ꝓportionalitas dr̃ quotiẽs a diuisis arguitur ad coniũctiones si enim ut.a.ad.b.ita.c.ad.d.igitur cõiungẽdo terminos tenet sicut.a.b.ad.b.ita.c.d.ad.d.eodẽ ordine ſuato. ¶ Quarta sub aliis ℞bis. Disiũcta uero est cum econuerso.s.a cõiunctis terminis ad eosdem diuisos arguitur ut sicut.a.b.ad.b.ita.c.d.ad.d.igitur sicut.a.ad.b.ita.c. ad.d.ꝫ in istis seruatur idem ordo in terminis i quibus fiat illatio ut añs ꝫ suũ cõsequẽs cõiũgant.ꝫc. ¶ Sequitur euersa sub aliis ℞bis euersa ꝓportio ẽ a diuisis uel simplicibus terminis ad cõiũctos siue cõpositos nõ eodẽ ordine sed cõuerso fit illatio ut sicut arguebat.a.ad.b.ita.c.ad.d.igr̃.sicut.d.c ad.c.ita.b.a.ad.a.ꝫ differt a cõiũcta qa i illa arguebat ad cõsequẽtia i ista ad añtia. Et iõ uocat euersa ꝫ ꝑt eẽ duplex uel euersa cõiũcta uel euersa diuiſucta ꝑmiscẽdo eã cũ duabꝰ ꝑdictis. Et pñt multi alii modi arguẽdi ex ꝑmistione hꝫ regulaꝝ formari uel fieri ꝛc. ¶ Eq̃ ꝓportionalitas sub aliis ℞bis ẽ duabus multitudinibus q̃titatũ ꝓpositis ꝫ sibi in similitudine ꝓportionum correspondentibus subtractis mediis prima ꝫ ad ultimas in bitudine ꝓportionis similitudo sic arguẽdo sicut.a.ꝫ.b.ꝫ.c.iter se ita.d.ꝫ.e.ꝫ.f.inter se igitur sicut.a.ad.c.ita.d.ad.f. Et isti sunt modi arguẽdi utiles i oi q̃titate ꝫ i oibꝰ ꝓportiõibus potes facere oẽs has cõsequẽtias ꝑ ter ultimã q̃ admodus sex terminos regrit uñ si fuerit q̃tuor q̃titates ꝓportionales cõuersim erũt ꝓportionales ꝫ ꝑmutatim ꝫ cõiũctim ꝫ euersim ꝫ rursus diuisim seu disiũctim ħ dico q diuersa oportet ꝓcedr̃ cõiũctim ut patet ex descriptiõe. Gñalis aũt forma arguẽdi in oibus istis ſpt eẽ talis uidelicet sicut p℣ ad.2℣ ita.3℣ ad.4℣ igr̃ sicut.4℣ ad.3℣ ita.2℣ ad p℣ ut sic i cõuersa uel sic igr̃ sicut p℣ ad.3℣ ita.2℣ ad.4℣ ut sic in ꝑmutata ꝫ sicꝫ aliis.ꝫ tũc sub istri sed ꝑmi ad.3℣ ẽ ꝓportio talis uel talis igr̃ scdi ad.4℣ est ꝓportio consimilis ibi arguit in ꝑmutata ꝫ ita suo modo est in aliis arguẽdũ A ꝑ.tri in tertio topicoꝝ utit tali mõ arguẽdi in ꝓportione ꝑmutata uidelicet sicut p℣ ad scdm ita tertiũ ad q̃rtum igr̃ ꝑmutatim sicut primum ad.3℣ ita.2℣ ad.4℣ sed p℣ ſupat plus.3℣ q̃.3℣ 4℣ ſupat igr̃.2℣ plus ſupat.4℣ q̃ idẽ.3℣ ſupat.4℣ Ex℣ ſummatur isti numeri.6.ꝫ.4.3.ꝫ.2.ꝫ arguatur sic sicut.6.ad.4.ita.3.ad.2.quia utrobiq; est propotio sexquialtera igitur sicut.6.ad.3.ita.4.ad.2.quia utrobiq; est ꝓportio dupla sed sic se hẽt 6.ad.3.q ſupat plus q̃.3.ſupant.2.qa ſupatio.6.ad.3.ẽ ſm ꝓportionẽ duplã sed.3.ad.2.ſm ꝓportionem sexquialteram,proportio autẽm dupla maior ẽ ꝓportione sexqualtera igr̃ sic se hñt.4.ad.2.q ſupant.2.plus q̃.3 ſupant.2. ut prius. Tenet aũt ista forma ꝑ hoc q proportio primi ad.3℣ ꝫ ꝓportio secundi ad.4℣ sunt equales sicut concluditur per generalem formam arguendi igitur quecunq; proportio est altera maior ꝫ altera ꝛc.

## Propositio .1.

Si fuerit quotlibet quantitates alias totides equemultiplices aut singule singulis equales necesse ē quemadmodum vna illarum ad vnā comparetur totum quoq; ex his aggregatum ad omnes illas pariter acceptas similiter se habere.

Sint quotlibet quātitates q̄ sint a.b.c. aliarum totidē que sint d.e.f. eque multiplices vnaquēq; ad suā comparē. aut singule sint singulis equales. ita videlicet q̄ sicut ē multiplex d. ita b. est multiplex. e. & c. multiplex. f. vel si a. ē equalis. d. q̄ similiter. b. sit equle. e. & c. equlis. f. dico q̄ sicut se habet a. ad d. ita se habet aggregatum ex oībus quē sunt a.b.c. ad aggregatum ex oībus quē sunt d.e.f. Quod si singule singulis sint equles patet ppositum per hanc cōem sciam si equlibus equalia addantur tota quoq; erunt equalia. Si aut sint oēs suis oībus eque multiplices diuisis eis fm quātitatem suarum submultiplicium erit aggregatum ex ꝓma pte. a. ē prima. b. ē pria. c. equle aggregato ex. d.e.f. p predictā cōem sciam adhuc hac. que eidem sunt equalia inter se sunt equalia. Si similiter quodq; aggregatum ē secundus ptibus quantitatum. a.b.c. erit equle aggregato ex. d.e.f. sicq; de ceteris. Quia hoc poterit toties fieri quotiens. d. continet in se. a. tot erit equle aggregatum ex. d.e.f. toties continetur in aggregato ex. a.b.c. quotiēs. d. cōtinet in se. a. Quia ergo quotiēs. d. numerat a. totiēs aggregatū ex. d.e.f. numerat aggregatū ex. a.b.c. patet q̄ sicut. a. ē multiplex ad. d. ita aggregatū ex. a.b.c. aggregati ex. d.e.f. quē ꝓpositū.

Casus.

Quia oportet oēs partes alicuius multiplex ꝑbare prius adinuicē ee equles p illam q̄ unicuiq; eē. cui. equlis est illarum eqtur sue submultiplici & tūc p aliam cōem sciam si equalibus. &c. cōponēdo eas in ordine multiplicium.

## Propositio .2.

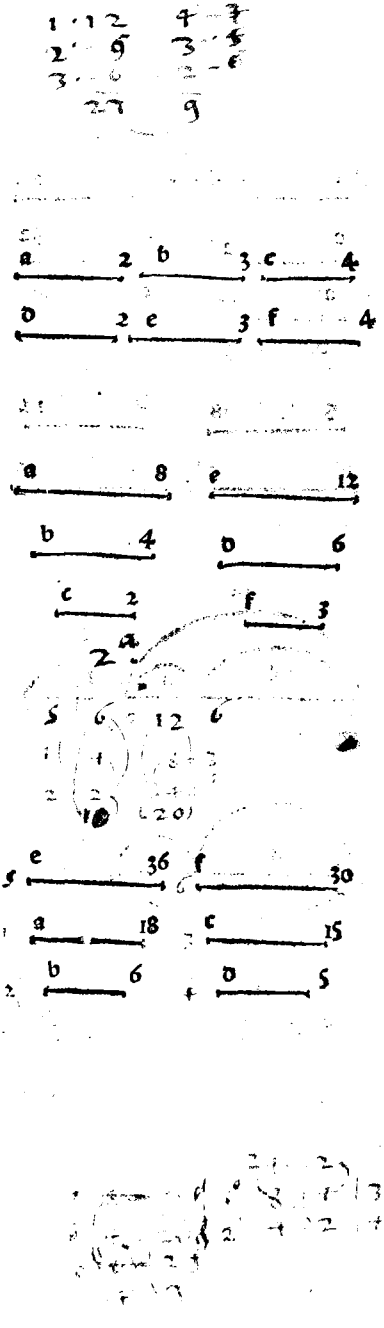
Si fuerint sex quātitates. quarum prima ad secōam atq; tertia ad quartam eque multiples. quinta vero ad secundam atq; sexta ad quartam eque multiplices: totum primē & quinte ad secōam. totumq; tertie & sexte ad quartā eque multiplicia esse oportet.

Sint sex quantitates a. prima. b. secūda. c. tertia. d. quarta. e. quinta. f. sexta. Sitq; a. ē equle multiplici. ad. b. & c. ad d. itēq; e. & f. sint equle multiplices ad easdem duo q̄ sicut totū aggregatū ex. a. & e. & c. multiplex ad quātitatem. b. ita totū aggregati ex. c. & f. erit multiplex ad quantitatem. d. Nām quia numerus fm quē. b. continet in. a. est equlis numero fm quem. d. cōtinetur in. e. Similiter quoq; numerus fm quē. b. cōtinet in. e. est equalis numero fm quē. d. continet in. f. erit p cōem sciam que est si equalibus equalia addant & cetera. numerus fm quem. b. continet in aggregato ex. a. & e. equlis numero fm quē. d. cōtinet in aggregato ex. c. & f. hoc sicut aggregatū ex. a. & e. & c. multiplex ad. b. ita aggregatum ex. c. & f. & c. multiplex ad. d. quē ꝓpositū.

## Propositio .3.

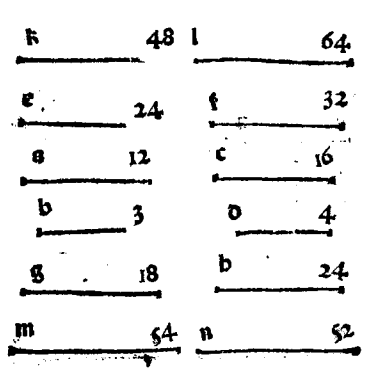
Si fuerint primi secūdi & tertium quarti eque multiplicia. ad primum vero & tertium multiplices sumantur equales erit multiplex primi ad secūdum eq̄multiplex tertij ad quartum eque multiplicia.

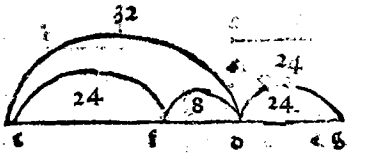
Sint sex quātitates. a. ꝓma. b. secūda. c. tertia. d. quarta. e. quinta. f. sexta. Sitq; a. ad. b. & c. ad. d. itēq; e. ad. a. & f. ad. c. est multiplices. dico q̄ sic. e. & multiplex ad. b. ita f. ad. d. Diuidat n. e. fm quātitatē a. sit submultiplicis & f. fm quātitatem. c. erit q̄ pp equalitatem primi. e. ad. a. sic primus. f. ad. e. ita quelibet primus. e. sit ita multiplex ad. b. sicut quilibet primus. f. ad. d. Quia ergo sicut prima ps. e. est multiplex ad. b. ita prima ps. f. ē multiplex ad. d. Itemq; sicut scda pars. e. est multiplex ad. b. ita secūda. f. ad. d. ergo erit ꝓ premissam aggregati ex duabus ꝑmis ptibus. i. e. ita multiplex ad. b. sicut aggregatum ex duabus ꝑmis ptibus

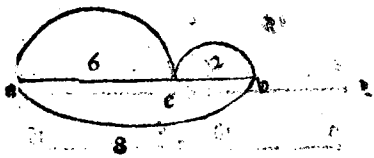


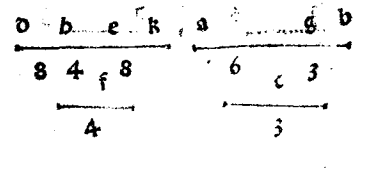
f. ad. d. ℭ quia rursus tertia pars, e. ℭ sit aliqua tertia pars: ℭ ita multiplex ad. b. sicut tertia. f. ad. d. erit p eãdem ut totũ aggregatũ ex tribus primis partibus. c. sit ita multiplex ad. b. sicut totum aggregatũ ex tribus primis partibus. f. ad. d. ℭ Sicq; si plures fuerint partes. e. ℭ. f. cõponendo semp sequentem cũ aggregato ex prioribus concludens q; sicut. e. est multiplex ad. b. ita. f. ad. d. per premissam totiens sumptam: quot fuerint partes in e; aut in. f. minus una: sicq; patet propositum. ℭ Castigator.

a ℭ Quia tunc prima pars. e. tenet locum prime ℭ prima pars. f. tenet locum tertie. ℭ secũda. e. tenet locum quinte. ℭ secunda. f. tenet locũ sexte. ℭ ideo per premissam concluditur totius. e. ad. b. sicut totius. f. ad. d. ℭ eodem modo ulterius ad alias partes si que forent, b ℭ Quoniam semper aggregatum ex partibus. e. habebit locum prime ℭ semper sequens pars. e. habebit locum quinte. ℭ aggregatum ex partibus. f. tenebit locum tertie. ℭ semper pars succedens. f. tenebit locum sexte, ℭ ideo per premissam totiens repetitam quotiẽs fuerint ptes, e. minus una: aut f. ℭ ꝛc.




## Propositio. 4.

Si fuerit proportio primi ad secundum: sicut tertii ad quartum: ad primum autẽ ꝛ tertius eque multiplicia assignentur. Itemq; ad secundum ꝛ quartum multiplices equales erũt assignate multiplices eodem ordine ꝓportionales.

ℭ Sit proportio. a. primi ad. b. secundi. sicut. c. tertii ad d. ꝗrtum. Sumantur. e. ad. a. ℭ. f. ad. c. eque multiplicia. Itemq; g. ad b. ℭ. h. ad. d. eque multiplicia; dico q; proportiõ. e. ad. g. est sicut. f. ad h. ℣ Sumã. k. ad. e. ℭ. l. ad. f. eque multiplicia. itẽq; m. ad. g. ℭ. n. ad. h. eque multiplicia, ℭ quia. e. ℭ. f. sunt eque multiplicia ad. a. ℭ. c, itẽq; k. ℭ. l. eque multiplicia ad. e. ℭ. f. erũt p premissam, k. ℭ. l. eque multiplicia ad. a. ℭ. c. ℣ Per eãdem quoq; erũt. m. ℭ. n. eque multiplicia ad. b. ℭ. d, quare per conuersionem diffinitionis incõtinue ꝓportionalitatis. k, ad m. ℭ. l. ad. n. similiter se habebunt in addendo diminuendo ℭ equãdo: quia ergo. k. ℭ. l. sunt eque multiplicia ad. e. ℭ. f. item q; m. ℭ. n. eq̃ multiplicia ad. g. ℭ. h. erit per diffinitionẽ incontinue ꝓportionalitatis proportio. e. ad. g. sicut. f. ad. h. quod est propositum.

## Propositio. 5.

Si fuerint due quantitates: quarũ una sit pars alterius minuatur q; ab utraq; ipsarum ipa pars erit reliquum: reliquo atq; totum toti eque multiplex.

ℭ Vel sic si aliquota erit reliqui, reliqui tota ꝑs erit quota totũ totius. Sit quantitas. a. b. tota pars quãtitatis. c. d. quota. e. b. ipsius. a. b. minuatur. a. b. ex quantitate c. d. ℭ sit residuum. f. c. erit q. f. d. equalis. a. b. Similiter quoq; minuatur e. b. ex quantitate. a. b. sitq; residuũ. e. a. dico q; quota ꝑs est gtitas. a. b. quãtitatis. c. d. tota est quãtitas. a. e. quãtitatis. c. f. ℣ Cũ. n. f. d. sit eq̃lis a. b. erit. f. d. ita multiplex. e. b. sicut. c. d. ẽ multiplex. a. b. ponãtur q; d. g. ita multiplicem. a. e. sicut. f. d. est multiplex. e. b. erit ex ꝓma huius q̃ titas. f. g. ita multiplex. a. b. sicut. f. d. est multiplex. e. b. ℭ q; sicut erit multiplex. a. b. sicut. f. d. fuit multiplex. e. b. erit utraq; dha. q̃tatũ. c. d. f. g. eque multiplex quãtitatis. a. b. qre p coem sciam. c. d. ℭ. f. g. sunt eq̃les adinuicẽ: dempta igr ab utraq; ea. q; quãtitate. f. d. erit. c. f. eq̃lis. d. g. ℭ quia. d. g. fuit ita multiplex. a. e. sicut. f. d. e. b. ℭ ita sicut. a. b. e. b. qre ℭ sicut. c. d. a. b. erit. c. f. ita multiplex. a. e. sicut tota. c. d. totius. a. b. qd est ꝓpositum.

## Propositio. 6.

Si fuerint due quantitates ad alias duas eque multiplices: duoq; minores a duabus maioribus utraq; a sua multiplice subtrahantur. erunt duo reliq̃ earundẽ partiũ eque multiplicia: aut eis equalia.

ℭ Sint quãtitates. a. b. ad. c. ℭ. d. e. ad. f. eque multiplices

fabrabãtur.c.ex.a.b.ꝛ.f.ex.d.e.ꝛ.sint residua ex.a.b.quidẽ.a.g.ex.d.e.d.h.erit.q; g.b.eqlis.c.ꝛ.b.e eqlis.f.ideo q; duo residua.a.g.ꝛ.d.h. sunt equalia duabus quãtitatibus.c.ꝛ.f.aut eis eque multiplicia. ℣ Sit ergo primo.a.g.eqlis.c.dico q; d.h.est equalis.f. Sumã.n. quantitatẽ.l.k. eqlẽ.f.erit q; p premissas ypotheses ut totiẽs.f.sit in.h.k. quotiẽs.c.in.a.b. ẽre sicut.a.b.est multiplex.c.ita.h.k.ẽ multiplex.f. sed sic erat ẽt.d.e.multiplex eius dẽ.f.erit igr̃ per cõem sciam.h.k.eqlis.d.e.dempta igr̃ cõi.ẽ quantitate.h.e.erit.d.h.equalis.e.k.ẽre equalis.f. qđ ẽ ppositũ. ¶ Si aũt.a.g.sit multiplex.c. ponã.ut.e.k.sit eque multiplex.f. erit; ut prius ut totiens.f.sit in.h.k. quotiẽs.c.in.a.b. sed totiẽs erat ẽt in. d.e. erit igr̃ ut prius.d.e.equalis.h.k.ꝛ.d.h.e.k.ẽre sicut.a.g.est multiplex.c. ita.d.h. est multiplex.f. q; est ppositũ. Aliter idẽ. ℣ Cũ sm eũdem numer; cõtineat ãtitas.a.b. quantitatem.c. sm quẽ ãtitas.d.e. quãtitatẽ.f. demptaq; ab utriq; unitate remaneat unitas uel nũerus sm quẽ.a.g. cõtinet.c.ꝛ sm quẽ d.h. cõtinet.f. patet quãtitates.a.g.ꝛ.d.h. eẽ eqles aut eq multiplices quãtitatibus.c.ꝛ.f. ¶ Castigator.

a ¶ Cũ.a.g. posita sit eqlis.c. sequit q; c. bis ẽ in.a.b. ꝛ similiter.f. bis ẽ in b.k.

## Propositio 7.

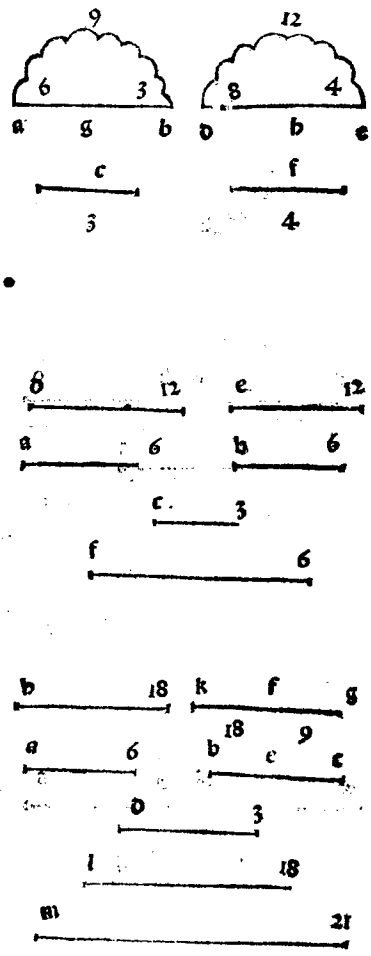
SI due quantitates eqles ad qlibet cõparentur earum ad illam erit vna proportio. itemq; ad illas. proportio illius vna est.

¶ Sint due quãtitates.a.b. equales. que cõparent ad quãlibet tertiã ut ad.c. dico q; eadẽ est ꝓportio.a. ad.c. ꝛ.b. ad.c. ℣ Itẽ. eadẽ.c. ad.a. ꝛ.c. ad.b. Primũ sic ꝓbat. cũm. c. sit cõsequens ad.a. primã ꝛ ad.b. tertiã ipsa erit in rõne secunde ꝛ ãrte. Sumã igr̃.d. ad.a. primã ꝛ.e. ad.b. tertiã eque multiplices ꝛ sumã.f. quãlibet ex multiplicibus.c. que ẽ secũda ꝛ quarta ꝛ quia.a. ꝛ.b. quaꝫ sũt eq multiplices.d. ꝛ.e. ponite sint eqles erit utr̃ sũ.d. diuidatur sm quantitatẽ. a. ꝛ.e. sm quãtitatẽ.b. q; ꝓtes utrobiq; sint numero ꝛ quãtitate eqles: t numero quidẽ ꝓ ypothesim ꝓp equalitatem multiplicatiõis utrobiq; quãtitate aũt ꝓ hãc cõem sciam quotiens oportuerit repetitam: que ẽdẽ sunt equalia sibiinuicẽ sunt equalia: quia igr̃ prima ex ꝓtibus.d. est equalis ꝑme ex ꝓtibus.e. ꝛ fucunda secũdet ꝛ cetere ceteris. Suntq; tot partes in.d. quot sunt in.e. erit per primã huius.d. equalis.e. ẽre ꝓ cõem sciam: si. due quãtitates equales cõparẽtur ad aliã tertiã utrum ambe quãtitates. d. ꝛ.e. sunt similiter maiores ꝛ.aut similiter minores aut sibi equales igr̃ ex diffinitione incõtinue ꝓportionalitatis q; est ꝓportio.a. prime ad.c. secũdã: eadẽ est.b. tertie ad.c. quartã qđ est ppositum. ¶ Secundũ eodẽ modo ꝓbabis ordine conuerso: ut.c ponatur prima ꝛ tertia.a. uero secunda.b. ẽre ta. Cũ uero quãtitas.f. q; est eq multiplex ꝑme ꝛ tertie sit aut similiter maior quãtitatibus.d. ꝛ.e. que sunt eque multiplices secũde ꝛ quarte: aut similiter minor aut eis equalis erit ꝓ eandẽ diffinitionẽ proportio.c. ꝑme ad.a. secũdã: sicut.c. tertie ad.b. quartã: quod est propositum secundum.

## Propositio 8.

SI due quantitates inequales ad vnam quantitatẽ proportionentur. maior quidem maiorem. minor uero minorem obtinebit proportiones. illius uero ad illas ad minorem uero proportio maior. ad maiorem uero minor erit.

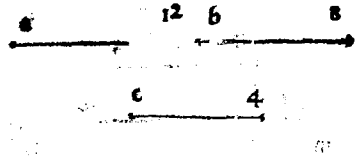
¶ Sint due quantitates inequales.a. ꝛ.b.c. sitq; maior.b. c. ꝛ ꝓportionẽtur ad eandẽ quantitatẽ que sit.d. dico q; maior ẽ ꝓportio b.c. ad.d. q; a. ad.d. ꝛ q; ecõtrario maior ẽ ratio.d. ad.a. q; d. ad b.c. Primũ sic ꝓbat: ponã.e.b. equalẽ.a. ꝛ multiplicabo totiens.e.c. q; pueniat quantitas maior.d. sitq; f.g. ẽ summã.k.f. ita multiplicẽ.b.c. ꝛ similiter.b. ita multiplicẽ. a. sicut.f.g. ẽ multiplex e.c. eritq; ꝑ primã huius.h. ita multiplex.a. sicut.k.g. ẽ multiplex.b.c. erit ẽt.h. equalis.k.f. ꝓp hoc q; ea; submultipliceꝫ que sunt.a. ꝛ.b.e. posite sunt eqles. ℣ Ponam quoq; q; h. nõ sit minor



d. sed equalis: aut maior totiens. m. multiplicabo unamquãq; trium quãtitatũ. e. c. b. e. ℭ. a. equaliter: q. f. g. multiplex. e. c. proueniat maior. d. ℭ q. h. multiplex. a. non proueniat minor eadem. ¶ Deinde totiẽs multiplicabo. d. quod proueniat quantitas maior. h. sitq. m. prima quantitas multipliciũ. d. que sit maior. h. Sub qua sumam maximã multiplicẽ. d. aut sibi equalem: si. m. est prima in ordine multiplicium. d. que sit. l. erit q. ut. l. non sit maior. h. ℭ constabit. m. ex. d. ℭ. l. propter id quod omne multiplex constat ex proximo precedenti multiplicis ℭ simplo: ut triplũ ex duplo ℭ simplo, excepto primo multiplici quod cõstat ex bis simplo. ¶ Quia ergo. h. est equalis. k. f. non erit. k. f. minor. l. itaq. k. f. ℭ. d. non efficient minus q̃. l. ℭ. d. quare non efficient minus q̃. m. ℭ. quia. f. g. ẽ maior. d. erit. k. g. maior q̃. m. ¶ Intelligo igitur quantitatẽ. b. c. primã. d. secundam. a. tertiam. d. quartam. ℭ quia ad primã ℭ tertiam sumpta sũt eque multiplicia: uidelicet. k. g. ℭ. h. Similiter quoq; ad secundã ℭ quartam eque multiplicia: imo idem in rõne duorum quod est. m. ℭ addit. k. g. multiplex prime super. m. multiplex secunde non addit aũt. h. multiplex tertie super. m. multiplex quarte: erit per diffinitionem maioris inproportionalitatis maior proportio. b. c. prime ad. d. secundam q̃. a. tertie ad. d. quartam quod est primũ. ¶ Secundũ pbabis per eandem diffinitionem cõuerso ordine: ut. d. sit prima ℭ tertia. a. secunda. b. c. quarta: addit enim. m. multiplex prime super. h. multiplicem secunde. Nõ addit autem. m. multiplex tertie super. k. g. multiplicem quarte: quare maior ẽ proportio. d. ad. a. q̃. d. ad. b. c. quod est secũdum. ¶ Ex huius aũt demõstrationis modo patet sufficientia diffinitionis maioris inproportionalitatis: quã posuit auctor in principio huius quinti. Nusquã. n. est maior proportio prime quatuor quantitatum ad secundam q̃ tertie ad quartã: quin contingat aliquia eque multiplicia ad primam ℭ tertiam reperiri: cum relata fuerint ad aliqua eque multiplicia secunde ℭ quarte: inueniet multiplex prime addere super multiplex secunde. Non autem multiplex tertie super multiplex quarte. hec autem multiplicia sic reperiemus: sicut demonstrabimus in fra supra. n. huius.

¶ Castigator.

a ¶ Quia. k. g. per primam huius est ita multiplex. b. c. sicut. k. f. b. e. ℭ io sicut. h. a. cum. k. f. sit equalis. h. rõne submultiplicium: ut ibi dr ℭ. b ¶ Primum multiplex est duplum ℭ hora appellat Boetius unitatẽ in secundo libro suę musice. cap. 12. ℭ tale semper constat ex bis simplo. Simplum aũt intelligitur subduplũ: ut. a. respectu. 4. ℭ. 6. respectu. 12. ℭ. cõstat alia multiplicia cõstant ex proximo precedente multiplici ℭ simplo ut triplũ ex duplo. 2. ℭ simplo. 1.



**Propositio .9.**

*Si fuerit aliquarum quantitatum ad vnam quantitatem proportio vna ipsas cẽ equales. Si vero vnius ad eas, proportio vna ipsas equales cẽ necesse ẽ.*

¶ Sit duarum quantitatum. a. ℭ. b. proportio una ad. c. dicoq; eas ẽ equales. ℭ si eadem fuerit rãdem proportio. c. ad utranq; earum: adhuc dico eas ẽ equales. hoc est conuersa. 1. Primum sic patet. si enim nõ sunt equales: sed altera earũ maior. utpote. a. erit p primã patet. premisse maior proportio. a. ad. c. q̃. b. ad. c. quod ẽ cõtra ypothesim. Secundũ quoq; patet. quia si. a. est maior. b. erit per secundam partem premisse maior proportio. c. ad. b. q̃. ad. a. quod est etiam cõtra ypothesim.

**Propositio .10.**

*Si fuerit vnius ad quantitatem vnas aliquam proportio maior quantitatem maiorem esse. Si vero vnius ad eandem proportio maior minorem ẽ necesse est.*

¶ Quod si fuerit maior proportio. a. ad. c. q̃. b. ad. c. dico a. esse maiorẽ. b. ℭ si fuerit maior. c. ad. b. q̃. c. ad. a. adhuc

dico.a.esse maiorem.b.hec.est conuersa.8.Primū patet ꝑ primam partē 7.ª ℭ per primam.8.nam per primam partem ſeptime: nō erit.a.equalis b.nec etiam minor per primam octaue. Secundum uero patet ex ſecūdis partibus earundem.

¶ Caſtigator.

a. ¶ Per primam ſeptime.a.non eſt equalis.b. ℭ per primam partē octaue.a.non eſt minor.b.quia tunc utrunq; eſſet contra ypoth. uidelicet ꝙ ſit maior proportio.a.ad.c.q̄.b.ad.c.ℭ ſic etiam ſecunda pars ꝑ.ſecūdas partes predictarum ét eſſet contra ypothe.ut patet ℭc.

## Propoſitio .11.

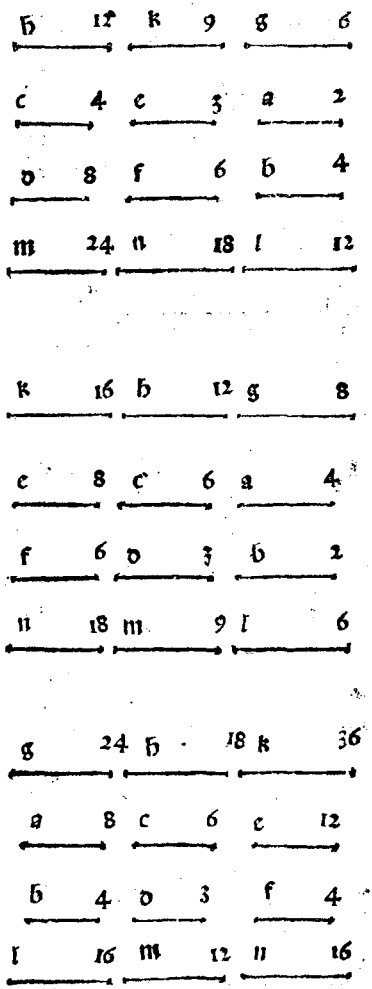
SI fuerint quantitatum proportiões alicui uni equales ipſas quoq; proportiones ſibi inuicem equales eſſe neceſſe eſt.

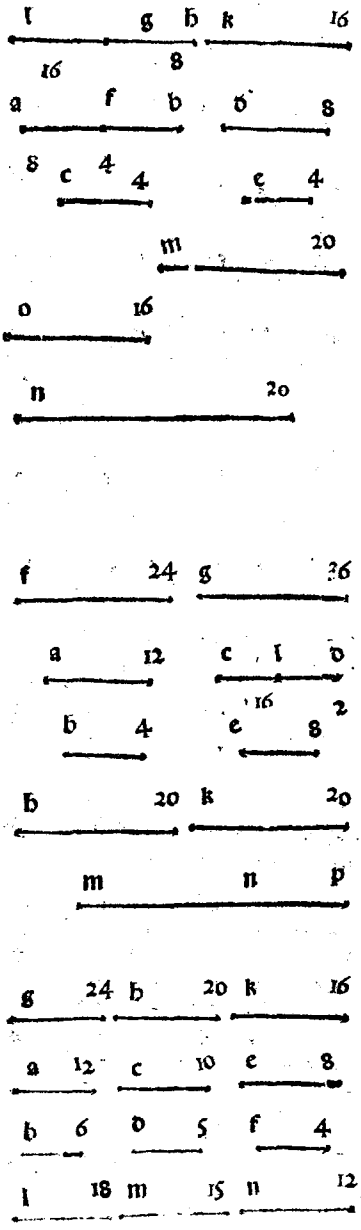
¶ Propoſitionem hanc quā Euclides in principio primi annumerauit inter cōmunes animi conceptiones: que ei dem ſunt equalia ſibi quoq; ſunt equalia: prout de quantitatibus intelligitur hic demonſtrat prout proportionibus accomodatur. Sit ergo utraq; duarum proportionum que ſunt.a.ad.b.ℭ.c.ad.d. equalis proportioni que eſt.e.ad.f. dico proportiones que ſunt.a.ad. b.ℭ.c. ad.d.ſibi inuicem eē equales. ℣ Sumam enim.g.ad.a.ℭ.h.ad.c.ℭ.k. ad.e.eque multiplices. Item q̄.l.ad.b.ℭ.m.ad.d.ℭ.n.ad.f. eque multiplices: ℭ quia per ypotheſim proportio.e.ad.f.eſt ſicut.a.ad.b.ℭ ſimiliter ſicut.c.ad.d.erit per conuerſionem diffinitionis incontinue proportionalitatis bis ſumptam ſi.k.addit ſuper.n.ꝙ.g.addit ſuper. l.ℭ.h.ſup m.ℭ ſi.k.minuit ab.n.ꝙ.g.minuat ab l.ℭ.h.ab.m.ℭ ſi.k.ē equalis.n. ꝙ.g.ſit equalis.l.ℭ.h.equalis.m.quia igitur.g.ad.l.ℭ.h.ad.m.ſimiliter ſe habent in addendo diminuendo ℭ equando.mediantibus.k.ℭ. n.erit per diffinitionem incontinue proportionalitatis. a.ad.b.ſicut. c.ad.d. quod eſt propoſitum.

## Propoſitio .12.

SI fuerit proportio primi ad ſecūdum ſicut tertij ad quartum: tertij uero ad quartum maior cꝫ quinti ad ſextum erit proportio primi ad ſecūdum maior cꝫ quinti ad ſextum.

¶ Sicut i precedēti ꝙ hic demōſtrat in proportionalibus conceptibile eſt quantitatibus: uidelicet ꝙ ſi due quantitates fuerint ſibi inuicem equales quacunq; fuerit una earum maior eadē maior erit ℭ reliqua. ¶ In proportionibus tñ hoc demonſtratur: ut ſi ſit proportio.a.ad.b.ſicut.c.ad.d.c.uero ad.d.ſit maior q̄.e.ad.f.erit quoq; a.ad.b.maior q̄.e.ad.f. ℣ Sumā enim.g.ad a.ℭ.h.ad.c ℭ.k. ad.e. eque multiplices. Item q̄.l.ad.b.ℭ.m.ad.d.ℭ.n.ad.f. eque multiplices: ℭ qa per ypotheſim proportio.c.ad.d.eſt ſicut.a.ad.b.ℭ maior q̄.e. ad. f. erit per conuerſionem diffinitionis incontinue proportionalitatis ſi.h.addit ſuper.m.ℭ.g.addat ſuper.l.ℭ per conuerſionem diffinitionis maiotis im proportionalitatis ꝙ nō ſit neceſſe.k.addere ª ſuper.n. ℣ Quia igitur mediantibus.h.ℭ.m.ſi g.addit ſuper.l.nō eſt neceſſe.k.addere.ſuper.n.erit per diffinitionem maioris improportionalitatis maior proportio. a.ad b.q̄.e.ad.f.quod eſt propoſitum. ¶ Simili quoq; modo probabis ꝙ ſi ſit a.ad.b.ſicut.c.ad.d.ℭ.quod.d.minor q̄.e.ad.f. erit.a. ad.b. minor. q̄. e. ad.f. ℣ Cū enim ſit.c.ad.d.minor q̄.e.ad.f.erit.e.ad.f.maior q̄.c. ad.d. per cōuerſionem igitur diffinitionis maioris improportionalitatis ſi. k. addit ſuper.n.non eſt neceſſe ꝙ.h.addat ſuper.m.ſed ſi.h.non addit ſuper m.g.non addit ſuper.l. ℣ Ergo ſi.k.addit ſuper.n.non ē neceſſe ut.g.ª ad dat ſuper.l. ℣ Per diffinitionem igitur maioris improportionalitatis maior erit proportio.e.ad.f.q̄.a.ad.b. ergo econuerſo minor erit.a. ad. b. q̄ e.ad. f. quod eſt propoſitum. ¶ Ex modo autem demonſtrationis octaue huius ℭ hac fiet manifeſtum ꝙ ſi fuerit prime quatuor quātitatum ad






secundam maior proportio q̄ tertie ad quartam cōtinget reperire aliqua eque multiplicia prime ℔ tertie: que cum comparabūtur ad aliqua eque multiplicia secūde ℔ quarte inuenietur multiplex prime addere sup̄ multiplex secunde: non autem multiplex tertie super multiplex quarte: quod sic patet. Sit enim maior proportio, a.b. ad. c.q̄.d. ad. e. ponam ergo ut sit proportio. a.f. ad. c. sicut. d. ad. e. eritq; per hanc. n. ℔ per. 10. a. f. minor a, b. ℔ sit minor in qnantitate. f. b. quam multiplicabo totiens q̄ proueniat quantitas maior. c, que sit. g. h. hac conditione. ut. d. totiens multipli cata producat quantitatem non minorem. e. que sit. k. ℣ Tūc ponam ut l. g sit ita multiplex, a. f, sicut. g. h. est multiplex. f. b. aut. k. d. eritq; per primam huius. l. h. ita multiplex. a. b. sicut. k. d. Deinde ponam q̄, m. sit prima quantitas multiplex. e. que sit maior. k. ℔ ponam. n. ita multiplicem c. sicut. m. est multiplex. e. eritq; per premissas ypotheses ℔ conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis: quantitas. n. prima multiplicium^e. c. que erit maior. l. g. nec erit. l. g. minor. c. ℣ Sumam ergo sub n, maximam multiplicium. c. aut sibi equalem si forsan, n, sit prima multiplicium eius que sit. o, constabit, q̄. n. ex. o. ℔. e. ℣ Quia ergo. l. g. non est minor. o. ℔. g. h. est maior. c. erit. l. h, maior. n, quare cum. k. sit minor. m. patet propositū. ¶ Conuersam quoq; huius demonstrare posumus. uidelicet q̄ si contingit reperire aliqua eque multiplicia prime ℔ tertie quarum multiplex prime addat super aliquod multiplex secunde ℔ multiplex tertie non addat super multiplex quarte: maior erit proportio prime ad secundam q̄ tertie ad quartam: quod sic probatur. ℣ Sint quatuor quantitates. a. prima. b. secunda. c. d. tertia. e. quarta. sintq; f. ad. a. ℔ g. ad. c. d. eque multiplicia. Similiter. h. ad b. ℔. k. ad. e. eque multiplicia. ℔ addat. f. super. h. non addat autem. g super. k. dico q̄ maior est ꝓportio a. ad. b. q̄. c. d. ad. e. Si enim equalis per conuersionem diffinitionis incōtinue proportionalitatis addet. g. super. k. quod est contra ypothe. Si aūt minor sit. c. l. ad. c. sicut. a. ad. b. eritq; per huius. 10. c. l. minor. c. d. ℔ sit minor in quantitate. l. d. Ponam igitur ut. m. n. sit ita multiplex. c. l. ℔. n. p. multiplex. l. d sicut. f. est multiplex. a. eritq; per primā huius. m. p. ita multiplex. c. d. sicut. f. est multiplex. a. utraq; igitur duarum quātitatum. m. p. ℔. g. est eque multiplex quantitatis. c. d. ergo ipse sunt equales. Nam hec illatio demonstrata est in. 7. huius ℔ quia. g. non est maior. k. non erit. m. p. maior eadem: sed per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis. m. n. est maior. k. eo q̄. f. est maior. h. ergo. m. n. ē maior. m. p. quod est impossibile quare relinquitur propositum.

¶ Castigator.

a ¶ Quia stat q̄. k. addat super. n. etiam: sed nō tm̄ ſm ꝓportionē quātū h. super. m. ut in quarto modo maioris ꝑproportiōalitatis habuisti. 8. diffini. huius quinti: sed hoc non est necesse sed possibile solum. b ¶ Quoniam totiens multiplicabo unāquāq; trium quantitatum. f. b. d. a. f. q̄. k. non proueniat minor e, ℔ q̄. l. g. non efficiatur minor. c, sed equalis aut maior. c ¶ Cum hoc q̄. c. ℔. e. totiens eque multiplicentur q̄. m. proueniat maior. k. ℔. n. maior. l. g.

## Propositio .13.

Si fuerit quodlibet quantitatum ad totidem alias proportio vna erit quoq; que proportio vnius ad vnam. eadem proportio harum omniū pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas.

¶ Quod primo propositum fuit de multiplicibus: hic proponit de omnibus proportionibus: unde hec est cōmunior illa: eo q̄ omnis multiplicitas est proportio: non aūt econuerso. ℣ Sit igitur. a. ad. b. ℔. c. ad. d. ℔. e. ad. f. una proportio: dico q̄ que ē proportio. a. ad. b, eadem est compositi ex. a. c. e. ad compositum ex. b. d. f. Sumam. g. ad. a. ℔. h. ad. c. ℔. k. ad. e. eque multiplicia. Itemq; l. ad. b. ℔. m. ad. d. ℔. n. ad. f. eque multiplicia: eritq; per primam huius compositum ex. g. h. k.

ita multiplex cõpositi ex.a.c.e. sicut.g. est multiplex.a. Similiter per eã dem compositum ex.l.m.n. erit ita multiplex compositi ex.b.d.f. sicut.l. est multiplex.b. ℭ per conuersionẽ diffinitionis incontinue proportiõ litatis. bis sumptam si.g. addit super.l.h. addit super.m. ℭ. k. super.n. ℭ si minuit minuit: ℭ si equat equat: ergo per cõmunem [a] scientiam si.g. addit super.l. compositum ex.g.h.k. addit super compositum ex.l.m.n. ℭ si minuit minuit: ℭ si equat equat: ergo per diffinitiõem [b] incontinue p portionalitatis proportio.a.ad.b. est sicut cõpositi ex.a.c.e. ad compositum ex.b.d.f. quod est propositum.

ℭ Castigator.

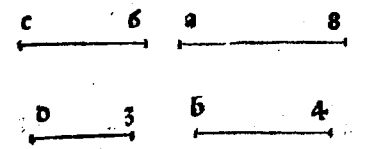
a ℭ Si equalibus equalia addast uel si inequalibus equalia addast ℭc.

b ℭ Quia.a. tenet locum prime compositi ex.a.c.e. tertie.b. secunde cõpositum ex.b.d.f. quarte.

## Propositio. 14.

SI fuerint quatuor quantitates proportionales. fuerit q̃ maior prima tertia: necesse est secũdam. quartã eẽ maiorem. Quod si minor. t minorem. Si vero equalis t equalem esse.

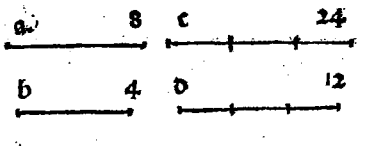
ℭ Sit proportio.a.ad.b. sicut.c.ad.d. dico q̃ si.a. est maior.c.b. erit maior.d. ℭ si minor minor ℭ si equalis equalis. Si enim.a. sit maior.c. erit per primam partem.8. huius maior proportio.a.ad.d. q̃.c.ad.d. quare maior erit.a.ad.d. q̃ ad.b. ergo per secundam partem.10. huius.b. erit maior.d. quod est propositum. ℣ Quod si.a. sit minor.c. erit per primam partem.8. minor proportio.a.ad.d. q̃.c.ad.d. q̃ re maior erit.a.ad.b. q̃ ad.d. per secundam ergo partem.10.b. erit minor d. Si autem.a. sit equalis.c. erit per primã partem.7. a. ad.d. sicut.c.ad.d. quare.a.ad.d. sicut ad.b. itaq̃ per secundam partem.9.b. erit equalis.d. sic q̃ patet propositum.




## Propositio. 15.

SI fuerint aliquibus quantitatibus eque multiplices assignate. erit ipsarum multiplicium atq̃ submultiplicium vna proportio.

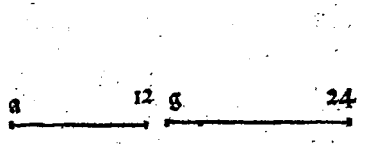
ℭ Sint.c ad.a. ℭ.d. ad.b. eque multiplices. dico q̃ que ẽ proportio.a.ad.b. eadẽ est.c.ad.d. dividatur.c. ſm quantitatem.a. ℭ.d. ſm quantitatẽ.b. sintq̃ tot partes. e. quot d. ℭ quia. q̃libet pars.e. ad q̃libet partem.d. habet sicut.a.ad.b. erit per.13. huius.c.ad.d. sicut.a.ad.b. quod est propositum.




## Propositio. 16.

SI fuerint quatuor quantitates proportionales. permutatim quoq̃ proportionales erunt.

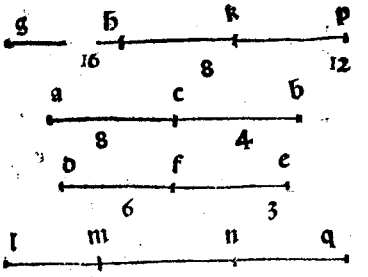
ℭ Sit proportio.a.ad.b. sicut.c.ad.d. dico q̃ erit.a.ad.c. sicut.b.ad.d. ℭ iste est modus arguendi qui dicitur proportionalitas permutata. cuius demonstratio sic patet. Sumam.e.ad.a. ℭ.f.ad.b. eque multiplices. itemq̃.g.ad.c. ℭ h.ad.d. eque multiplices: eritq̃ per premissam.e.ad.f. sicut.g.ad.h. quare per.14. ſi.e. addit supra.g. ℭ.f. addit super.h. ℭ si minuit minuit: ℭ si eq̃t equat: per diffinitionem igitur incontinue proportionalitatis erit.a. ad c. sicut.b.ad.d. quod est propositum. Necesse est aũt ut in permutata proportionalitate sint omnes quatuor quantitates eiusdem generis.



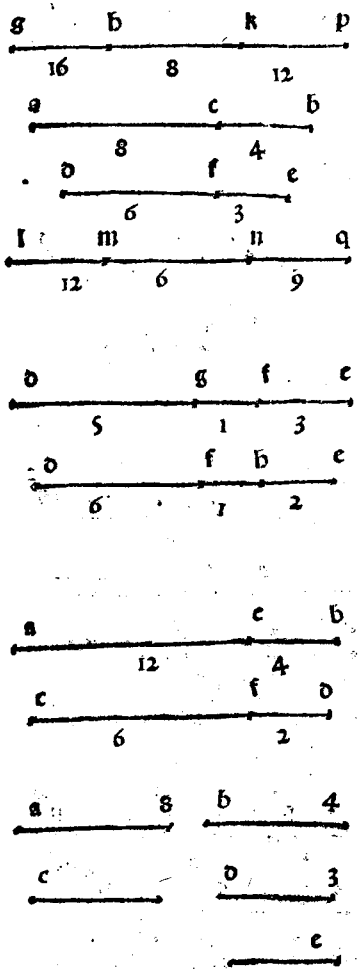

## Propositio. 17.

SI fuerint quantitates cõiunctim proportionales: easdem diuiunctim quoq̃ proportionales esse.

ℭ Demõstrato mõ arguendi qui dr̃ pportionalitas pmutata demõstrat illũ q dr̃ pportiõalitas disiuncta. ℣ Sit ita q̃ pportio.a.b.ad.b.c. sicut.d.e.ad.e.f. dico q̃ erit.a.c. ad c.b. sicut.d.f.ad.f.e. Sumã enĩ.g.h.ad.a.c. ℭ.h.k.ad.c.b. itemq̃.l.m.ad.d. ℭ.m.n.ad.f.e. eque multiplices. eritq̃ p primã huius.g.k. ita multiplex



a.b.ſicut.g.h.eſt multiplex.a.c.l.n.ita multiplex.d.e.ſicut.l.n.ẽ multiplex.d.f.ℭ ideo per premiſſas ypotheſes.g.k.ẽ ita multiplex.a.b. ſicut eſt.l.n.d.e.℣ Ponam iterum.k.p.ad.c.b.ℭ.n.q.ad.f.e.eque multiplicesſint.q.ſecundã.h.p.ad.c.b.ℭ.m.q.ad.f.e.eque multiplices.℣ Per conuerſionem igitur diffinitionis incontinue proportionalitatis.ſug.k. addit ſuper.h.p.l.n.addit ſup.m.q.ℭ ſi minuit minuit:ℭ ſi equat equat: demptis itaq; communibus.h.k.ℭ.m.n.erit per cõmunem ſcientiam ut ſi.g.h.addit ſup.k.p.q.l.m.addit ſup.n.q.ℭ ſi minuit minuit:ℭ ſi equat equat.ergo per diffinitionem incontinue proportionalitatis proportio a.c.ad.c.b.eſt ſicut.d.f.ad.f.e.quod eſt propoſitum.




## Caſtigator.

a ℭ Q m̃.b.k.tenet locum prime.ℭ.c.b.locum ſecunde.m.n.locum tertie.f.e.locum quarte.k.p.locum quinte.n.q.locum ſexte. I deo per ſecundam huius.h.p.ad.c.b.ſicut.m.q.ad.f.e.

## Propoſitio .18.

SI fuerint quantitates diſiunctim proportionales coniunctim quoq; proportionales erunt.

ℭ Demonſtrat modum arguendi qui dicitur proportionalitas coniuncta ℭ eſt modus conuerſus prioris. Ad cuius demonſtrationem reſumat diſpoſitio premiſſe ℭ maneat oẽs eius ypotheſes excepto q ponat eẽ ꝓportio.a.c. ad.c.b.ſicut.d.f.ad.f.e. dico q erit ꝓportio.a.b.ad.b.c.ſicut.d e.ad.f.e. ℣ Segt.n. ex hac hypotheſi ℭ aliis hypotheſibus ꝑmiſſe de multiplicibus *equaliter ſumptis per conuerſionem diffinitionis incontinue proportionalitatis ſi.g.h.addit ſuper.k.p.q.l.m.addat ſuper.n.q. ℭ ſi minuit minuat:ℭ ſi equat equat:* ergo poſitis communibus.h.k.ℭ. m.n. ſequitur q cõmunem ſcientiam ſi.g. k. addit ſuper.h.p.q.l. n.addat ſuper. m.q.ℭ ſi minuit minuat:ℭ ſi equat equat: quare per diffinitionem incontinue proportionalitatis erit proportio.a.b.ad.b.c.ſicut.d.e.ad.e.f.quod eſt ꝓpoſitum.℣ Aliter idem indirecte ſic. Cum ſit proportio.a.c.ad.c.b.ſicut d.f.ad.f.e.non ẽ.a.b.ad.b.c.ſicut.d.e.ad.e.f.ſit ergo proportio. d.e. ad aliquam aliam quantitatem ſicut.a.b.ad.b.c. que aut erit maior.e. f.aut minor.ſi enim eſſet ei equalis conſtaret propoſitum. Sit itaq; primo maior ℭ ſit.e.g.eritq; per premiſſam.a.c.ad.c .b.ſicut. d.g.ad.g. e.ℭre ꝓ.n.d. g.ad.g.e. eſt: ſicut.d.f.ad.f.e. Sequitur igitur per 14.q; cum.d.g.prima ſit minor.d.f.tertia erit.g.e. ſecunda minor.e.f. quarta: ſed erat poſitum q eſſet maior. Sit ergo proportio.d.c.ad minorem.e.f.que ſit. e.h. ſicut.a. b.ad.b.c.eritq; per premiſſam.a.c.ad.c.b.ſicut.d.h.ad.h.e.quare.per n. d.h.ad.h.e.ſicut.d.f.ad.f.e.ℭ quia.d.h. prima ẽ maior. d. f. tertia erit ꝓ 14.e.h. ſecũda maior.e.f.ℭrta q quia eſt impoſſibile: ſequitur ꝓpoſitũ.

## Propoſitio .19.

*SI a duobus totis due portiones abſcindantur. fuerintq; totum ad totum quantum abſciſum ad abſciſum: erit reliquum ad reliquum quantum totus ad totum.*

ℭ Quod quinta proponit de multiplicibus. hec propoſit uniuerſaliter de omnibus proportionibus. unde eſt illa tanto cõmunior quanto multiplicitate proportio. Sint igitur due quãtitates.a.b.ℭ.c.d. a quibus abſcindantur due que ſint.b.e.ℭ.d.f. ſitq; proportio totius.a.b.ad.totam.c.d, ſicut. b.e. abſciſe ad.d.f. abſciſam. dico q eadem erit.a.e. reſidui ad.c.f. reſiduum que eſt totius.a.b.ad totam.c. d.℣ Cum enim ſit.a.b.ad.c.d.ſicut.b.e.ad.d.f. erit permutati. a.b.ad b.e.ſicut.c.d.ad.d.f.ℭ diſiunctim.a.e.ad.e.b.ſicut.c.f. ad.f.d. ℭ iterum permutatim.a.e.ad.c f.ſicut.e.b.ad.f d.ℭ quia ſic erat.a. b.ad.c.d.patet propoſitum. ℭ Ex hac aũt.19.ℭ permutata proportionalitate demonſtratur modus arguendi qui dicitur proportionalitas euerſa: ut ſi ſit.a.b.

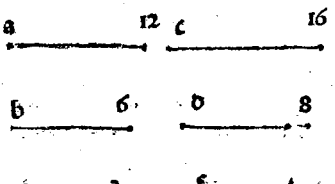
ad.b.e.ſicut.c.d.ad d.f.dico q̄ erit.b.a.ad.a.e.ſicut.c.d.ad.c.f.quia cū ſit a.b.ad.b.e.ſicut.c.d.ad.d.fuerit permutatim.a.b.ad.c.d.ſicut.b.e.ad.d.f.quare per hanc.19.b.a.ad.d.c.ſicut.a.e.ad.c.f.igitur permutatim.b.a. ad.a.e.ſicut.c.d.ad.c.f.quod eſt propoſitum. ¶ Cōuerſa quoq; proportionalitas quā ex diffinitione incontinue proportionalitatis demōſtrauimus in exponendo principia huius quinti: poteſt hic quoq; demonſtrari indirecte ex permutata ꝓportionalitate ē.9.huius ut ſi ſit proportio.a. ad.b.ſicut.c.ad.d.dico q̄ erit.b.ad.a.ſicut.d.ad.c.ſinautem ſit.d.ad.e. ſicut.b.ad.a.ē quia.a.ad.b.eſt ſicut.c.ad.d.erit permutatim.a.ad.c.ſicut b.ad.d.ē quia iterū.b.ad.a.ſicut.d.ad.e.erit quoq; permutatim.b.ad d.ſicut.a.ad.e.quare erit.a.ad.e.ſicut.a.ad.c.ſi igitur.e.non ſit equale.c. accidet impoſſibile ē contrarium ſecunde partis.9.ſi autem equalis erit b.ad.a.ſicut.d.ad.c.quod eſt propoſitum.

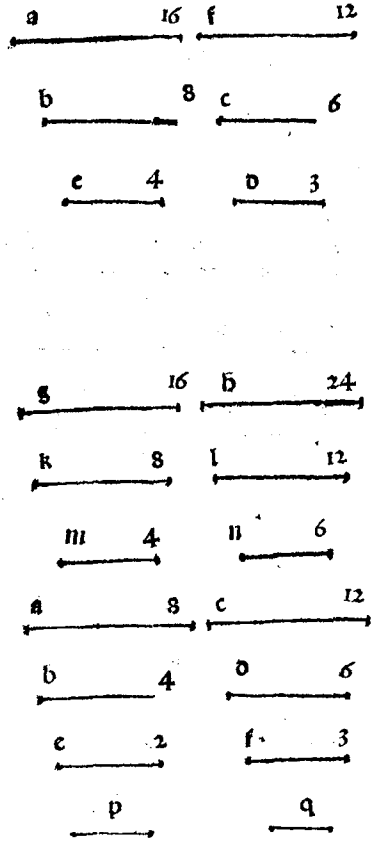
## Propoſitio .20.

Si fuerint quotlibet quātitates alieq; ſm earū numerum quarū quieq; due ꝓxiorum ſm ꝓportionem duarum poſtremarum neceſſe eſt in proportionalitate quidē equalitatis vt ſi fuerit prima ꝓximorū vltima maior.z poſteriorum prima vltima cē maiorem. Quod ſi minor z minorem. Si vero equalis z equalem.

¶ Demonſtraturus Euclides modum arguēdi qui dr̄ equa proportionalitas ſiue quātitates duorum ordinū directe ſiue peruerſim proportionent premittit duo antecedentia ad demonſtrandū ꝓpoſitum neceſſaria per quorū primū demonſtratur equa ꝓportionalitas cū quantitates duorum ordinum directe ꝓportionantur: per ſm aūt cum proportionantur puer ſim: proponit aūt hec duo antecedentia de quantitatibus duoꝝ ordinū numero equalibus quecūq; fuerint. Vniuerſaliter enim ſumptis utrobiq; quantitatibus ſm quemcūq; numerum ueritatem habentibus non eſt autem neceſſe ut demonſtremus ea niſi ſolum in tribus: hoc enim omnino ſufficiens eſt ad propoſitum: de pluribus aūt quibusq; patebit ꝑ equā proportionalitatē cū ipſa demonſtrata fuerit. ¶ Sint igitur tres quantitates.a. b.e. ſumanturq; tres alie q̄ ſint.c.d.f.ē ſit proportio.a.ad.b.ſicut.c.ad.d. ē.b.ad.e.ſicut.d.ad.f.dico q̄ ſi.a.eſt maior.e.c. erit maior.f. ē ſi minor minor.ē ſi equalis equalis. ▽ Si enim eſt maior erit per primā partē 8.maior proportio.a.ad.b.q̄.e.ad.b.quare per 10.maior erit.c.ad.d.q̄ e.ad.b.ē quia per conuerſam proportionalitatem.e.ad.b.eſt ſicut.f.ad d.erit.c.ad.d.maior q̄.f.ad.d.itaq; per primā partē.10.c.eſt maior.f.qđ eſt propoſitum. Quod ſi.a. ſit minor.e. per easdē ē eodem modo probabitur.c.eē minorem.f.erit enim minor proportio.a.ad.b.q̄.e.ad. b. per primam ꝓtem.8.ē ideo ꝑ.12.ª ē per conuerſam proportionalitatem minor erit.c.ad.d.q̄.f.ad.d.ē ideo per primā ꝓtem.10.erit.c.minor.f. quod ē ꝓpoſitū. Si aūt.a.ſit equale.e.erit ꝑ primā partē.7.ꝓportio.a.ad b.ſicut.e.ad.b.ē io per undecimā ē cōuerſam ꝓportionalitatē erit.c.ad d.ſicut.f.ad.d.quare per primā partē.9.c. eſt equalis.f. quod ē ꝓpoſitū. ¶ Quidā aūt hanc cōcluſionē demonſtrauerūt eā ꝑ ꝓportionalitatē permutatim hoc modo, proportio.a.ad.b.eſt ſicut.c.ad.d.ergo ꝓmutatim a.ad.c.ſicut.b.ad.d.ē quia rurſus. b.ad.e. ſicut.d.ad. f. erit ꝓmutatim b.ad.d.ſicut.e.ad.f.ſed erat.b.ad.d.ſicut.a.ad.c.ergo per.11.erit.a.ad c.ſicut.e.ad.f.itaq; ꝑ.14.ſi.a.prima eſt maior.e.tertia erit.c.ſecunda.maior.f.quarta.ē ſi minor minor.ē ſi equalis equalis qđ ē ꝓpoſitū. ¶ Iſti aūt errauerunt in ſua demonſtratione: quia ſi eēt intentio Euclidis ſic demonſtrare nō oporteret ipſum premittere hanc cōcluſionē ꝑ antecedente ad equā ꝓportionalitatē: ſi enim rurſus fiat una ꝓmutatio proportionalitatis ad quā deuentū eſt: que eſt eſſe.a.ad.c.ſicut.e.ad.f.ſequitur q̄ ſit.a. ad.e.ſicut.c.ad.f.ē hoc eſt equa proportionalitas. ▽ Preterea eoꝝ cōcluſio non ſequitur niſi oēs quantitates amboꝝ ordinū fuerint generis uni-








us. Si enim.a.b.e.sint linee.ꝫ.c.d.f.superficies: aut corpora tant tpa: non erit tunc ꝑmutare proportiones: peccant igr̄ uniuersaliter dictum ꝑticulariter demonstrantes. ¶ Castigator.

a ¶ Quia.c.d.tenent locū ꝑmi ꝫ secūdi ꝫ.a.b.tertii. ꝫ q̄rti ꝫ.e.b.quinti ꝫ.sexti. ꝫ ideo ꝑ duodecimam concludit postea facta cōuersa.f.ꝫ.d. tenent locum ꝑmi ꝫ secundi ꝫ.e.ꝫ.b.tertii ꝫ q̄rti ꝫ.a.ꝫ.b.quinti ꝫ.sexti.

## Propositio .21.

Si fuerint quotlibet quātitates alieꝝ secundum earum numerum quarum queꝝ due ex priozibus quibusꝝ duabus ex posteriozibus peruerse sumpte secundum proportionem earum fuerint. necesse quoꝝ est vt si fuerint in proportionalitate eq̄litatis priozum prima vltima maioz. z posteriozum prima vltima esse maiozem. si autem minoz z minozes. Si vero equalis z equalem.

¶ Secūdum añs sint tres quātitates.a.b.e.sumant̄q; alie tres q̄ sint.f.c.d. ꝫ sit ꝓportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.ꝫ.b.ad.e.sicut.f.ad.c.dico ꝙ si.a.ꝫ maior.e.f.erit maior.d.ꝫ si minor minor ꝫ si equalis equalis. ¶ Hec aūt ꝓbatur ꝑ eandem ꝫ eodem mō quo ꝓcedens: si.n.a.sit maior.e.erit.maior ꝓportio.a.ad.b.q̄.e.ad.b.q̄re maior.c.ad.d.q̄.e.ad.b. ꝫ ideo maior q̄.c. ad.f.maior igit.f.q̄.d.ꝑ secūdam ꝑtem.10.qđ est ꝓpositum. ¶ Quod si.a sit minor.e.erit tādem minor.c.ad.d.q̄.ad.f.q̄re ꝑ eādem ꝑtem eiusdem f.erit minor.d. ¶ Si aūt.a.sit eq̄lis.e.sequit ut sit ꝓportio.c.ad.d.sicut.c.ad f.igitur per secundam partem.9.erit.f.equalis.d.quod est propositum.

## Propositio .22.

Si fuerint quotlibet quantitates alieꝝ secundum earum numerum quarum queꝝ due secundum proportionem duarum ex primis in equa proportionalitate proportionales erunt.

¶ Domonstratis añtibus ad equā ꝓportionalitatem hic demōstrat eam: ꝫ ꝓmo cum quātitates duoꝝ ordinū sint directe ꝓportiōales. Nō est aūt necesse ut demonstret nisi cū in utroq; duorum ordinū sint tm̄ tres quātitates. Per hoc.n.euidenter ſegtur cū i utroq; ordie fuerint q̄tuor quātitates ꝫ deinceps: ꝫ ideo ét nō oportuit eius añs demonstrari nisi solum cū in utroq; ordine sint ét tres quātitates. ¶ Sint igit tres quātitates.a.b.e.sumanturq; tres alie q̄ sint.c.d.f.ꝫ sit ꝓportio.a. ad.b.sicut.c.ad.d.ꝫ.b.ad.e.sicut.d.ad.f.dico ꝙ erit.a.ad.e.sicut.c.ad.f. ¶ Sumam.n.g.ad.a.ꝫ.b.ad.c.eq̄ multiplicia. Itēq; k.ad.b.ꝫ.l.ad.d.cōſ ꝫ rursus.m.ad.e.ꝫ.n.ad.f.eque.eritq; ꝑ.4.g.ad.k.sicut.h.ad.l.ꝫ.k.ad.m.ſi cut.l.ad.n.q̄re ꝑ.20.ſi.g.est maior.m.erit.h.maior.n.ꝫ si minor minor ꝫ si equalis eq̄lis. ¶ Igitur ꝑ diffinitionem incōtinue ꝓportionalitatis ꝓportio.a.ad.e.est sicut.c.ad.f.qđ est ꝓpositum. ¶ Pōt quoq; hoc demonstrari.p.15.huius sumptis.g.k.m.ad.a.b.e.ꝫ.b.l.n.ad.c.d.f. eq̄ multiplicibus erit.n.p.15.g.ad.k.sicut.h.ad.l.ꝫ.k.ad.m.sicut.l.ad.n.cetera ꝓtracta ut ꝓus. ¶ Q đ si fuerint quantitates plures tribus in utroq; ordine vtrobique quatuor additis.p.ꝫ.q.ita ꝙ sit.e.ad.p.sicut.f.ad.q.erit iterum.a.ad.p. sicut.c.ad.q.erit enim.a.ad.e.sicut.c.ad.f.hoc enim demonstratum est. ſublatis igitur.b.ꝫ.d.erunt tres quātitates.a.e.p.ꝫ alie tres.c.f.q.ut proponitur: q̄re.a.ad.p.sicut.c.ad.q.sicꝫ demōſtrat de.4.per tres ſublato uno medio. Eodem modo demonstrabis de.5.per.4.ſublatis duobus mediis ꝫ de.6.per.5.ſublatis tribus: ꝫ ſic de ceteris.

## Propositio .23.

Si fuerint quotlibet quantitates alieꝝ ſecūdum earum numerum quarum queꝝ due ſecundum proportionem duarum ex priozibus indirecte proportionate in equa proportionalitate proportionales erunt.

¶ Demonſtrat equam proportionalitatem in quãtitatibus duorum ordinum indirecte ſiue peruerſim proportionatis. Neceſſe neceſſe q demonſtretur niſi cum in utroq duorum ordinum ſint tantum tres quantitates: per hoc enim euidenter ſequitur quecunq ponantur in utroq ordine ſicut in premiſſa de directe proportionatis demonſtratum eſt. Sint igitur tres quantitates a.b.e. ſumanturq alie tres que ſint. f.c.d. ¶ ſit proportio. a. ad b. ſicut c. ad d. ¶ b. ad e. ſicut f. ad c. dico q erit a. ad e. ſicut f. ad d. ℣ Sumã enim. g. ad a. ¶ h. ad c. ¶ k. ad f. eque multiplicia. I tẽq. l. ad b. ¶ m. ad e. ¶ n. ad d. eque multiplicia: eritq p ẽrtã. g. ad l. ſicut h. ad n. ¶ p. 15. l. ad m. ſicut k. ad h. quare per. 11 ſi. g. addit ſuper. m. ¶ k. addit ſup. n. ¶ ſi minuit minuit: ¶ ſi equat equat. ergo per diffinitionem incontinue proportionalitatis proportio. a. ad. e. ẽ ſicut. f. ad. d. quod eſt ꝓpoſitũ. ¶ Poteſt quoq ¶ hoc demõſtrari per. 15. huius ſumptis. g. l. m. ad. a. b. e. ¶. k. h. n. ad. f. c. d. eque multiplicibus. ℣ Erit enim per. 15. g. ad. l. ſicut. h. ad. n. ¶ l. ad. m. ſicut. k. ad h. cetera pertracta ut prius. Conuenientius tñ demonſtrantur hec ¶ premiſſa ſm primum modũ. ¶ Quod ſi plures tribus fuerint quantitates in utroq ordine: utpote quatuor additis. p. ¶. q. ita q ſit a. ad. b. ſicut. d. ad. q. ¶. b. ad. e. ſicut. c. ad. d. ¶. e. ad. p. ſicut. f. ad. c. erit ita q a. ad. p. ſicut. f. ad. q. ℣ Erit enim per predemonſtrata. a. ad. e. ſicut. c. ad. q. Sublatis igitur. b. ¶. d. erunt tres quantitates. a. e. p. ¶ alle tres. f. c. q. ut proponitur: quare. a. ad. p. ſicut. f. ad. q. Sic igitur demõſtratur de. 4. per tres ſublato uno medio. Eodẽ mõ demõſtrabis de. 5. per quatuor ſublatis duobus mediis. ¶ de. 6. per. 5. ſublatis tribus ¶ ſic in ceteris.

¶ Caſtigator.

a ¶ Nota cum in iſtis inducit diffinitio incõtinue ꝓpor. illa maioritas minoritas ¶ equalitas multipliciũ adinuicem. s. primi ad ſecũdũ: ¶ tertii ad q̃rtũ intelligũtur ſemper geometrice ¶ non arithmetice uidelicet q in tñ quantũ multiplex primũ excedit equat aut minuit multiplex ſecundi tãtũdẽ multiplex tertii ſm ꝓpor. excedat equet multiplex tertii multiplex quarti ſicut dcm̃ fuit ſupra in diffinitione q̃nta huius quinti lib. uñ nõ ſufficit dicere multiplex ꝑmi excedet multiplex ſecũdi: ¶ ſimiliter multiplex tertii excedit multiplex q̃rti ergo q̃uor quãtitates ſunt ꝓpor. ¶ ꝓportio ꝑme ad ſecũdã eſt ſicut tertie ad q̃rtã: ſed oportet addere q tantũdẽ ſe excedant equẽt aut minuãt ¶c.

## Propoſitio .24.

Si fuerit proportio primi ad ſecundum tanquã tertij ad quartum: proportio vero quinti ad ſecundũ tanq̃ ſexti ad quartum erit proportio primi z quinti pariter acceptorum ad ſecundum tanquã ſexti z tertij pariter acceptorum ad quartum.

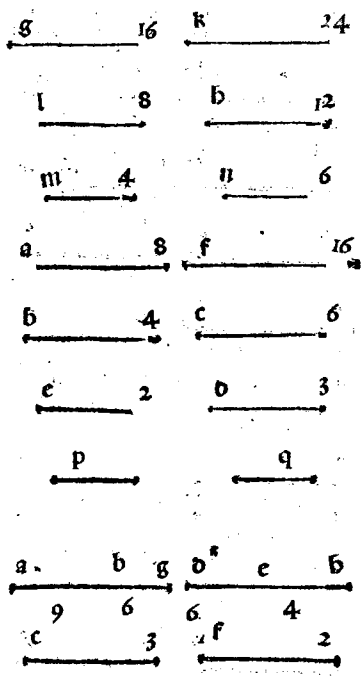
¶ Quod ſecunda propoſuit de multiplicibus hec proponit uniuerſaliter de omnibus proportionibus: unde eſt illa tanto cõmunior quanto multiplicitate proportio ¶ ſe habet ad illã: quẽadmodũ. 13. ad primã. ℣ Sit igitur ꝓportio. a. b. ad. c. ẽ ſicut. d. e. ad. f. ¶ itẽ. b. g. ad. c. ſicut. e. h. ad. f. dico q ꝓportio. a. g. ad. c. ſicut. d. h. ad. f. ℣ Erit enim per cõuerſam proportionalitatem. c. ad. b. g. ſicut. f. ad. e. h. quare per. 22. erit in equa proportionalitate. a. b. ad. b. g. ſicut. e. d. ad. e. h. ergo coniunctim ꝓ 18. a. g. ad. g. b. ſicut. d. h. ad. h. e. itaq per. 22. erit in equa proportionalitate. a. g. ad. c. ſicut. d. h. ad. f. quod eſt propoſitum.

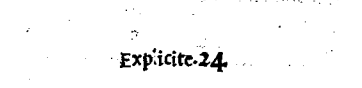
## Propoſitio .25.

Si ſint quatuor quantitates ꝓportionales: ſuperitq prima earum maxima: z vltima minima primam z vltimam pariter acceptas ceteris duabus maius cẽ neceſſario comprobatur.

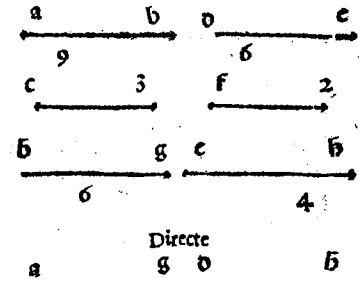
¶ Quod hic proponitur non habet locum niſi cum oẽs quatuor quãtitates ſint eiusdẽ generis. ℣ Sint igr q̃uor q̃tatũ eiusdẽ generis ꝓportio. a. b. ad. c. d. ſicut. e. ad. f. ſitq. a. b. maxima nec oportet ponere q. f. ſit minima: ga ipm̃ ex hoc ſequit q. a. b. ẽ poſita



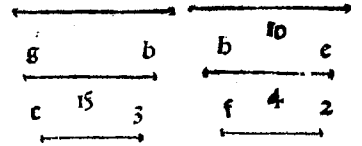


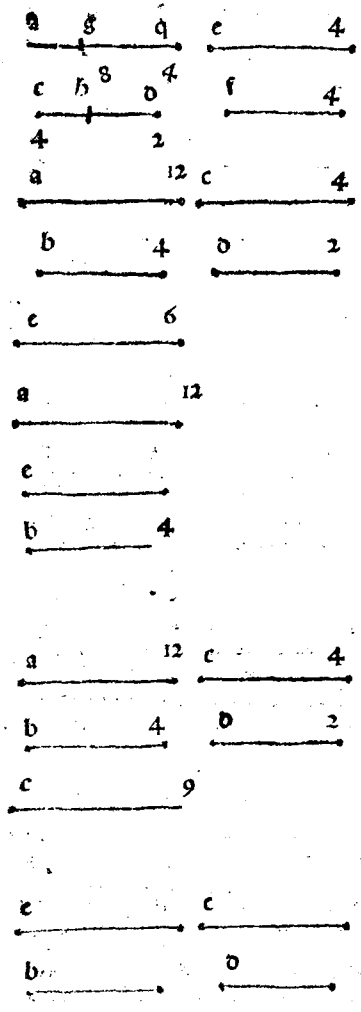




Expl'icite.24




Directe






est maximatuñ non posuit hoc auctor in cõclusione tanq̃ positionẽ: sed potius tanq̃ ꝓcedentis positiõis cõclusionẽ. ℣ Dico ꝙ cũ ita fuerit maius erit aggregatũ ex.a.b.ℭ.f.q̃ ex.c.d.ℭ.e. Cũ enim.a.b.sit maior.e. abscindã ex.b.a.g.b.equalẽ.e. ¶ Similiter quoq; qa.c.d. est maior.f. abscindã ex.c.d.h.d.equalẽ.f. eritq; ꝓp yptohesim a b.ad.c.d. sicut.g.b.ad.b.d. q̃re ꝑ.19.a.g. residuũ ad.c.h. residuũ sicut tota.a.b.ad totum.c.d.s.a.b.ad c.d. Cũ ergo.a.g. sit habet ad.c.h. sicut.a.b.ad.c.d. sed.a.b. est maior.c.d. quare.a.g. maior est.c.h. additis igitur utriq; duabus quantitatibus. g.b. ℭ.h.d. erit per cõem scientiam[a] aggregatũ ex.a.b.ℭ.h.d. maius aggregato ex.c.d.ℭ.g.b.ℭ quia.d.h. posita est equalis.f.ℭ.g.b.e. maius erit aggregatum ex.a.b.ℭ.f.q̃ aggregatum ex.c.d.ℭ.e, quod est propositum.

¶ Castigator

a ¶ Quia primũ aggregatũ cõstat ex.a.g.ℭ.g.b.ℭ.h.d. ℭ secũdũ constat ex.c.h.ℭ.h.d.ℭ.g.b.ℭ quia per.19.a.g. est maior.c.h.ℭ utriq;.s.a.g.ℭ.c.h. addite sunt ille due q̃titates.g.b.ℭ.h.d. ideo primũ ℭ maius secundo ℭc.

## Propositio .26.

SI fuerit quatuor quantitatum proportio prime ad secundam maior q̃s tertie ad quartam: erit conuersim econtrario proportio secunde ad primam minor q̃s quarte ad tertiam.

¶ Sit ꝓportio.a.ad.b. maior q̃.c.ad.d dico ꝙ erit econuerso mõ contrario minor proportio.b.ad.a.q̃.d.ad.c. ℣ Si enim est ead̃ē.b.ad.a. que ē.d.ad.c. erit ecõuerso.a.ad.b. ut.c.ad.d. sed nõ ēẽ maior. At uero si ē.b.ad.a. maior q̃.d.ad.c. sit.e.ad.a. ut.d.ad.c. eritq; ex.11.e.ad.a. minor q̃.b.ad.a. q̃re ex prima ꝑte.10.e. est minor b. Ideoq; ex scda ꝑte.8. maior erit proportio.a.ad.e. q̃.a.ad b. ℭ quia per cõuersam proportionalitatẽ.a.ad.e. sicut.c.ad.d. erit ex.11. proportio.c.ad.d. maior q̃.a.ad.b. sed erat minor. relinquit ergo ꝓpositum. ¶ Possumus quoq; si libet astruere ꝓpositũ ostẽsiue. ℣ Manifestũ enim ē ex prima ꝑte.10. ꝙ illa q̃titas cuius ad.b. est eadẽ ꝓportio que est.c.ad.d. ē minor.a. eo ꝙ ponitur maior ꝓportio.a.ad.b. q̃.c.ad.d. ℣ Illa ergo quantitas sit e cũ sit igit ꝓportio.e.ad.b. ut.c.ad.d. erit ecõuerso.b.ad.e. ut.d.ad.c. Cõstat autem ex secũda parte.8. ꝙ ꝓportio.b.ad.a. minor est q̃ proportio.b. ad.e. itaq; per.11. proportio[a].b. ad.a. est minor q̃.d.ad.c, quod uoluimus.

¶ Castigator.

a ¶ Et cõuersam ꝓpor. quia primo est.b.ad.e. sicut.d.ad.c. postea per.11. b.ad.a. minor q̃.d.ad.c.

## Propositio .27.

SI fuerit quatuor quantitatum maior proportio prime ad secundam q̃s tertie ad quartam. erit permutatim maior proportio prime ad tertiam q̃s secunde ad quartam.

¶ Sit hic quoq; ꝓportio.a.ad.b. maior q̃.c.ad.d. dico ꝙ erit ꝓmutatim maior proportio.a.ad.c. q̃ b.ad.d. ℣ Ead̃ē enim nõ erit qa tũc quoq; eẽt ꝓmutatim.a.ad.b. sicut[a].c.ad.d. ℣ Neq; minor. Nã si hoc ponatur: sit itaq; e.ad.c. ut.b.ad.d. eritq; ex.11. maior ꝓportio.e.ad.c. q̃.a.ad.c. quare ex prima parte.10.e. maior ia. Itaq; ꝑ primã ꝑtem.8. proportio.e.ad.b. ē maior q̃.a.ad.b. ℭ quia positũ ē ut sit.e.ad.c. sicut.b.ad.d. erit ꝓmutatim.e.ad.b. sicut.c.ad.d. ex.11. igitur maior erit ꝓportio.c.ad.d. q̃.a.ad.b. sed positum erat oppositum. uerũ est ergo ꝓpositũ. ¶ Ostẽsiue quoq; idẽ quēadmodũ in prmissa: sumpta enim ē.e.ad.b ut.c.ad.d. erit ex prima ꝑte.10.e. minor.a. quare ex prima parte.8. maior erit.a.ad.c. q̃.e.ad.c sed ex permutata proportionalitate est.e.ad.c. ut.b. ad.d. igit ex.11.a.ad.c. est maior q̃.b.ad.d. quod est propositum.

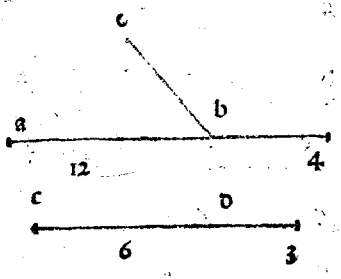
¶ Castigator.

a ¶ Per conuersam propor. quia sumpta fuit.e.ad.c. sicut.b.ad.d. ℭ ideo dicitur sumpta ad.b.

## Propositio .28.

SI fuerint quatuor quantitates quaꝝ ꝑme ad secundã fit maior ꝓportio ꝙs tertie ad quartã. erit quoꝙ coniunctim maior ꝓportio ꝑme ꝛ secũde ad secundam ꝙs tertie ꝛ quarte ad quartam.

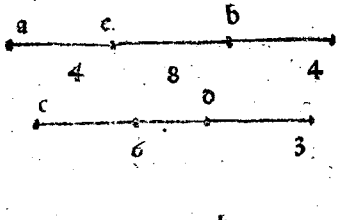
¶ Sit maior ꝓportio.a.ad.b.q̃.c.ad.d.dico ꝙ maior erit totus.a,b.ad.b.q̃ totus.c.d.ad.d. ℣ Quia ipsa neq; erit eq̃lis neq; minor. Si enim eq̃lis tũc erit disiũctim.a.ad.b.ut.c.ad.d.cõtra ypothe. Si aũt ẽ minor sit.e.b.ad.b.ut.c.d.ad.d.eritq; ex.n. maiꝛ ꝓportio.e.b.ad.b.q̃.a.b.ad.b.itaq; ex prima ꝑte.10.e.b. ẽ maiꝛ q̃.a.b. ꝫ ꝑ cõceptionem.e.maior q̃.a.quare ex prima parte.8.maior est proportio. e. ad b.q̃.a.ad.b.sed.e.ad.b.est ut.c.ad.d.per disiunctam ꝓportionalitatem eo ꝙ erat.e.b.ad.b.ut.c.d.ad.d.ergo per.11.c.ad.d.ẽ maiꝛ q̃.a.ad.b. hoc aũ tẽ est cõtra ypothe. ¶ Idem ẽt ostensiue ; cum enim propositũ sit ꝙ maior sit ꝓportio.a.ad.b.q̃.c.ad.d.sit proportio.e.ad.b.ut.c.ad.d.eritq; ex ꝑma parte decime.e.minor.a. Ideoq; ex cõmuni scientia.e.b.erit minor q̃ a.b.quare ex prima parte.8.maior erit ꝓportio.a.b.ad.b.q̃.e. b.ad. b. At uero proportio.e.b.ad.b.est per coniunctam proportionalitatem sicut.c. d.ad.d.positum enim est ut sit.e.ad.b.tanq̃.c.ad. d.igitur ex.11. maior est a.b.ad.b.q̃.c.d.ad.d.quod est propositum.




## Propositio .29.

SI fuerint quatuor quantitates quaꝝ ꝑme ꝛ secunde ad secundã sit maior ꝓportio ꝙs tertie ꝛ quarte ad quartam. erit quoꝙ disiunctim ꝓportio ꝑme ad secundam maiꝛ ꝙs tertie ad quartã.

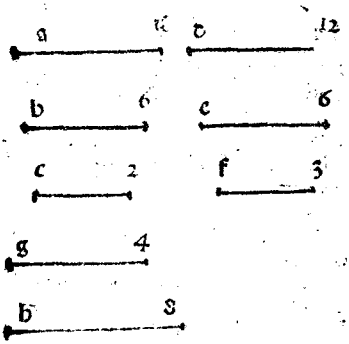
¶ Sit proportio.a.b.ad.b.maior q̃.c.d.ad.d. dico ꝙ erit disiunctim ꝓportio.a.ad.b.maior q̃.c.ad. d. ℣ Alioquin erit eq̃lis uel minor; qđ si eq̃lis erit ꝑ cõiunctã ꝓportionalitatẽ.a. b.ad.b. ut.c.d.ad.d.qđ ẽ cõtra ypothe.si aũt minor erit maior.c.ad.d. q̃.a.ad. b. ergo ꝑ premissam maior erit.c.d.ad.d.q̃.a,b.ad.b. quod est incõueniens quia positum est ꝙ minor uerum est ergo quod dicitur. ℣ Quod ẽt ostẽ sue astruemus hoc mõ. ℣ Ponemus enim ut proportio.e.b.ad.b. sit tanq̃ ꝓportio.c.d.ad.d.eritq; ex ꝑma ꝑte.10.e.b.minor q̃.a. b. quare ex cõmuni scientia.e.est minor q̃.a. ℣ Minor igitur est ex prima ꝑte.8 ꝓportio.e. ad.b.q̃ sit.a.ad. b.sed proportio.e.ad.b.est sicut.c.ad.d.ex disiuncta ꝓportionalitate.itaq; ex.a. proportio.a.ad.b.est maiꝛ q̃ sit.c.ad.d. quod ẽ ꝓpositum.




## Propositio .30.

SI fuerint quatuor quãtitates quaꝝ ꝑme ꝛ secũde ad secundã sit maior ꝓportio ꝙs tertie ꝛ quarte ad quartã. erit euersim minor ꝓportio ꝑme ꝛ secũde ad ꝑmam ꝙs tertie ꝛ quarte ad tertiam.

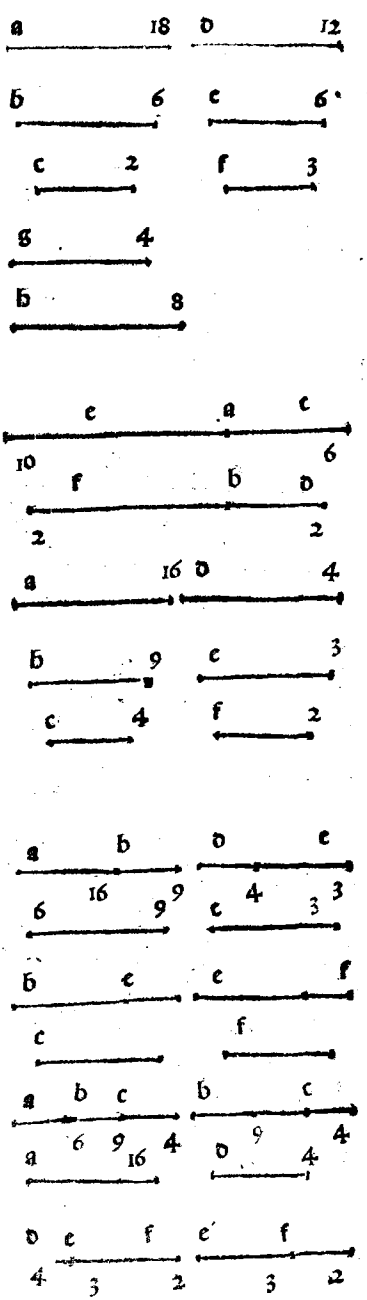
¶ Sit maior ꝓportio.a.b.ad.b.q̃.c.ad. d.dico ꝙ euersim minor erit ꝓportio.a.b.ad.a.q̃.c.d.ad.c. ℣ Erit enim disiũctim ex premissa maior proportio.a.ad.b.q̃.c.ad.d. Itaq; per.26. erit ecõuerso minor.b.ad.a.q̃.d.ad.c. quare per ante premissam coniunctim minor erit.b.a.ad.a.q̃.d.c.ad.c.quod est propositum.




## Propositio .31.

SI fuerint tres quãtitates in uno ordine. itẽq; tres in alio fueritq; prime priorum ad secundã maior ꝓportio ꝙs prime posteriorum ad secundam. itẽ ꝙs secunde ꝑ orum ad tertiam maior ꝙs secũde posteriorum ad tertiam. erit quoꝙ ꝑme priorum ad tertiã maior ꝓportio ꝙs ꝑme posterioꝛ ad tertiã.

¶ Sint tres quantitates.a.b.c.itemq; alie tres.d.e.f.sitq; maior proportio a.ad.b.q̃.d.ad.e.itemq; maior.b.ad.c.q̃.e.ad.f.dico ꝙ maior erit proportio.a.ad c.q̃.d.ad.f. ℣ Sit enim.g.ad.c.ut.e.ad.f.eritq; ex prima parte.10. g.minor.b. quare ex secunda parte.8.proportio.a.ad.g. est maior q̃. a.ad




b.multo maior ergo est proportio.a.ad.g.q̄.d.ad.e.∇ Sit itaq; b.ad.q̄.ut d.ad.e.erit q; ex prima parte.10.a.maior.b.quare ex prima parte.8. ꝓportio.a.ad.c.maior est q̄ proportio.b.ad.c. At uero proportio.b.ad.c. est ꝙ equam proportionalitatem; sicut.d.ad.f.est enim.b.ad.g.ut.d.ad.e.ꝝ.g. ad.c.ut.e.ad.f.igitur ex.11. ꝓportio.a.ad.c.est maior q̄.d.ad.f.quare con stat propositum.

## Propositio .32.

Si fuerint tres quantitates in vno ordine.itemq; tres in alio fueritq; proportio secunde priorum ad tertiam maior ꝗs prime posteriorum ad secundam. Itemq; prime priorum ad secundam maior ꝗs secunde posteriorum ad tertiam:erit maior proportio prime priorum ad tertiam ꝗs prime posteriorum ad tertiam.

¶ Sint enim tres quantitates in uno ordine.a.b.c. Itemq; tres in alio.d. e.f.quemadmodum in premissa.sitq; maior proportio.b.ad.c.q̄.d.ad.e. ꝝ maior.a.ad.b.q̄.e.ad.f.dico ꝙ maior erit.a.ad.c.q̄.d.ad.f.∇ Sit enim g.ad.c.ut.d.ad.e.erit q; g.minor.b.per primam partem.10. quare maior erit proportio.a.ad.g.q̄.ad.b.per secūdam partem.8.∇ Igitur multo ma ior ē.a.ad.g.q̄.e.ad.f.∇ Sit itaq;.b.ad.g.ut.e.ad.f.erit q;.a.maior.b.ex pri ma parte.10.quare proportio.a.ad.c.maior est q̄.b. ad. c. ex prima parte 8. At uero ex.23.proportio.h.ad.c.est tanquā.d.ad.f.eo quod est.g.ad.c. ut.d.ad.e.ꝝ.h.ad.g.ut.e.ad.f.igitur ex.11. maior est proportio.a. ad.c.q̄ d.ad.f.quod est propositum.

## Propositio .33.

Si fuerit proportio totius ad totum maior ꝗs ablati ad ablatum erit residui ad residuum maior proportio ꝗs totius ad totum.

¶ Sint due quantitates.a.ꝝ.b.a quibus abscindantur.c.ꝝ d.ꝝ residua sint.e.ꝝ.f.sitq; maior proportio. a. ad.b.q̄. c. ad.d.dico ꝙ maior erit proportio.e.ad.f.q̄.a.ad.b.∇ Erit enim ex.17.permutatim maior proportio.a.ad.c.q̄.b.ad.d.quare ex.30, erit euersim minor proportio.a.ad.c.q̄.b.ad.f.igitur rursus ex.17.permu tatim.b.ad. a.maior q̄.f.ad.e. quare ex.26, minor erit.a.ad.b.q̄.e.ad.f. quod est propositum.

## Propositio .34.

Si quotlibet quantitates ad totidem alias comparentur. fueritq; cuiuslibet precedentis ad suam relatiuam maior proportio ꝗs alicuius subsequentis ad suam.erit omnium harum pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas maior proportio ꝗs alicuius subsequētium ad suam comparem aut etiam ꝗs omnium pariter acceptarum ad omnes pariter acceptas:minor autem ꝗs prime ad primam.

¶ Sint tres quantitates.a.b.c.relate ad totidem alias que sint. d.e.f.sitq; maior proportio.a.ad.d.q̄.b.ad.e.ꝝ.b.ad.e.sit maior q̄.c.ad.f.dico ꝙ ꝓ portio.a.b.c.pariter acceptarum ad.d.e.f.pariter acceptas est maior q̄.b. ad.e.uel maior q̄.c.ad.f. ꝝ etiam maior q̄. b. ꝝ.c. pariter acceptarum ad e.ꝝ.f.pariter acceptas ꝝ ꝙ ipsa est minor q̄.a ad.d.∇ Cum sit enim.a.ad d.maior q̄ b.ad.e.erit permutatim.a.ad.b.maior q̄.d.ad.e.ꝝ coniūctim a.b.ad.b.maior q̄.d.e.ad.e.ꝝ iterum permutatim .a.b.ad. d.e.maior q̄ b.ad.e.quare per premissam.a.ad.d.est maior q̄.a.b.ad.d.e. ∇ Eodem modo probatur maiorem esse. b.ad.e.q̄.b.c.ad.e.f.∇ Item; maior proportio est a.ad.d.q̄.b.c.ad.e.f. quare permutatim maior est. a.ad.b.c.q̄ d.ad.e.f.ꝝ coniunctim maior.a.b.c.ad.b.c.q̄.d.e.f.ad.e.f. ꝝ iterum per mutatim maior.a.b.c.ad.d.e.f.q̄.c.b.ad. e.f.quare per premissam ma ior est.a.ad.d.q̄.a.b.c.ad.d.e.f.quod est propositum.

¶ Explicit liber quintus.

¶ Liber sextus Euclidis de superficiebus similibus ꝛ earum ad invicem proportionibus exactissima Campani interpretatione. Magistro LVCA Paciolo de Burgo Sancti Sepulcri Ordinis Minor. Castigatore acuratissimo Incipit.

SUperficies similes dicuntur quarum anguli vnius angulis alterius equales lateraq; equos angulos continentia proportionalia.

¶ Vt sit trigonus.a.b.c. fuerit equiangulus trigono.d.e.f. fueritq; angulus.a. equalis angulo.d.ꝫ angulus.b. equalis angulo.e.ꝫ angulus.c. angulo.f.ꝫ proportio.a.b.ad.d.e. sicut.a.c.ad.d.f.ꝫ.b.c.ad.e.f. ipsi erunt similes.

SUperficies mutuorum laterum sunt inter quarum latera in continua proportionalitas retrafitiue habetur.

¶ Vt si duorum quadrilaterum.a.b.c.d.e.f. proportio.a.b. lateris primi ad.d.e. lateris secundi fuerit sicut proportio.e.f. lateris secundi.ad.b.c. lateris primi: illa duo quadrilatera dicuntur mutuorum laterū siue mutekesia.

¶ Linea dicitur diuidi secundum proportionem habentem medium ꝫ duo extrema quando eadem est proportio totius ad maiorem sui sectionem que est maioris ad minorem.

## Propositio .1.

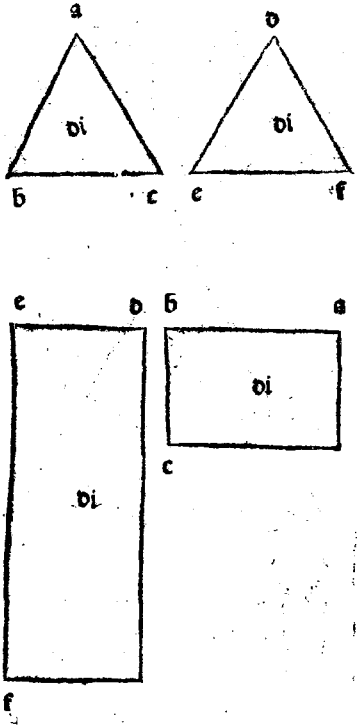
IJ duarum rectilinearum superficierum equidistantium laterum siue triangulorum fuerit altitudo vna tanta erit alterutra earum ad alteram. quanta sua basis ad basim alterius.

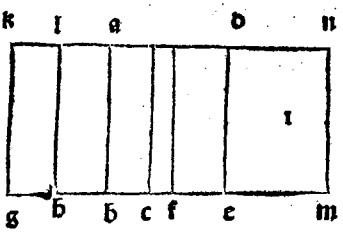
¶ Sint duo paralellograma.a.b.c.d.e.f. equalis altitudinis.dico eē proportionē eoꝝ: sicut.b.c.ad.e.f. Ponā illa duo palellograma sup lineam unam que sit.g.m. eruntq; hoc q; sunt eqlis altitudinis inter lineas equidistātes quarum sit altera.k.n. deinde ex linea g.m. sumā.g.c. multiplicē sm quēcunq; numeꝝ uoluero.ad.b.c.ꝫ diuidam eā in ptes eqles.b.c. in punctis.b.ꝫ.b.a qbus ꝫ puncto.g. ducam equidistātes linee.a.b.q. sunt.g.k.ꝫ.b.l.ꝫ cōplebo superficies equidistātium latez.k.h.ꝫ.l.b. eritq; unaqueq; eaꝝ p.36.pmi eqlis.a.c.qre sicut linea.g.c. ē multiplex linee.b.c. ita superficies.c.k. superficiei.a.c, ℣ Similiter quoq; ad lineam.e.f. sumā ex linea.g.m. lineā.f.m. multiplicem sm quēcūq; numeꝝ uoluero.e,ꝫ.f.ꝫ cōplebo superficiem equidistātium latez ducta linea.m.n. equidistanter linee.d.e. eritq; superficies.n.f. ita multiplex superficiei.d.f. sicut linea.m.f. linee.e.f.ꝫ quia per.36.primi si linea.g.c. est maior linea.f.m. superficies.k.c. est maior superficie.n.f.ꝫ si minor minor.ꝫ si equalis eqlis erit per diffinitionem incontinue proportionalitatis eadem proportio basis.b.c. ad basim.e.f. que est superficiei.a.c. ad superficiem.d.f. quod est propositum. ¶ De triāgulis equalis altitudinis idem probabis ꝫ eodem modo per.38.primi ductis lineis ab extremitatibus earum quas ad bases sumes multiplices ad uertices triangulorum.

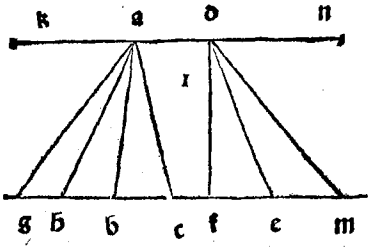
## Propositio .2.

IJ linea recta duo trianguli latera secās reliquo fuerit equidistans: eaꝝ duo illa latera proportionaliter secare. Si uero proportionaliter secet eam reliquo lateri equidistare necesse est.

¶ Sit triangulus.a.b.c. cuius duo latera: a.b.ꝫ.a.c. seco



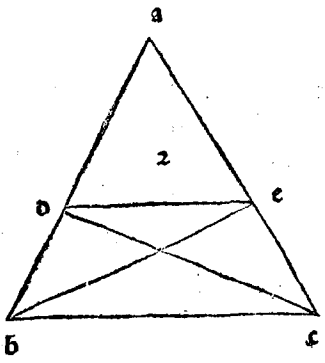





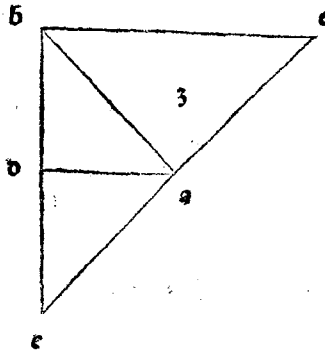

linea.d.e.equidistanter tertio lateri: quod est.b.c.dico q; erit proportio a.d.ad.d.b.sicut.a.e.ad.e.c.ℭ econuerso si fuerit proportio.a.d.ad.d.b.sicut. a.e.ad.e.c. linea.d.e.erit equidistans linee.b.c. ℣ Protraham enim duas lineas.e.b.ℭ.d.c.eritq; per.37.primi triangulus.e.d.b.equalis triangulo.d.e.c.propter id quod ipsi sunt ambo super lineam.d.e.inter lineas equidistantes.itaq; per secundam partem.7. quinti: proportio trianguli.a.d.e.ad utrunq; illorum erit una.℣ Sed proportio eius p premissam ad triangulum.e.d.b.est sicut linee.a.d.ad lineam.d.b.ℭ ad triangulum.d.e.c.sicut linee.a.e.ad lineam.e.c. Nam ipse cum utroq; illorum est equalis altitudinis: quare erit proportio.a. d. ad.d. b. sicut.a.e. ad.e.c.quod est primum. ℂ Et si hoc fuerit erit per premissam ipsius.a. d.e.ad utrunq; illorum proportio una: quare per secundam partem. 9. quinti ipsi sunt adinuicem equales: ℭ quia ipsi sunt super eandem basim. uidelicet lineam.d.e.ℭ ex eadem parte erit per.39.primi linea.d.e.equidistans linee.b.c.quod est secundum.

## Propositio .3.

IN ab aliquo angulorum trianguli linea recta ad basim ducta angulum illum per equalia secet: duas partes ipsius basis reliquis eiusdem trianguli lateribus proportionales esse. Si vero due partes basis quas linea ab angulo ducta distinguit reliquis trianguli lateribus proportionales fuerint lineam illam angulum per equalia diuidere necessario comprobatur.




ℂ Sit trigonus.a.b.c.cuius angulum.a. diuidat linea.a.d. per equalia: dico q; proportio.b.d.ad.d.c.est sicut.b.a.ad.a.c.ℭ econuerso. ℣ Protraham enim.b.e.equidistantem.a.d.ℭ producam.c.a.quousq; concurrat cum.b.e.in puncto.e.eritq; per primam partem.29.primi angulus.e.b.a. equalis angulo.b.a.d.ℭ per secundam partem eiusdem angulus. e. angulo.d.a.c.quare angulus.e.est equalis angulo.e.b.a.ergo per.6.primi.e.a. est equalis.a.b.ℭ ideo per primam partem.7.quinti proportio.e.a ad.a. c. est sicut. b.a.ad.a.c.sed per premissam.e.a.ad.a.c.est sicut.b.d.ad.d.c.ergo.b.a.ad.a.c.sicut.b.d.ad.d.c.quod est primum. ℂ Secūda pars que est conuersa prime partis probabitur conuerso modo. ℣ Manente enim eadem dispositione si fuerit proportio.b.a.ad. a.c.sicut.b. d. ad.d.c. quare per premissam.e.a.ad.a.c.est sicut.b.d.ad.d.c.erit eadem proportio.e. a. ad.a.c.que est.b.a.ad.a.c.ergo per primam partem. 9. quinti.e. a.ℭ.a.b. sunt equales: quare per.5.primi duo anguli.e.ℭ.e.b.a.sunt equales. igitur per primam ℭ secundam partem.29.primi angulus.b.a.d.est equalis angulo.d.a.c.quod est secundum.




### ℂ Castigator.

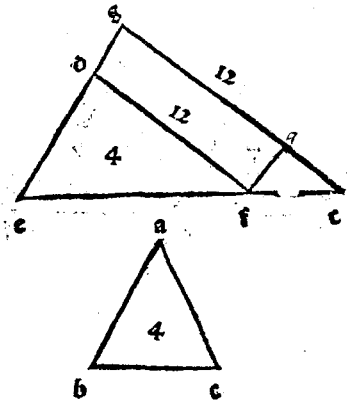
a ℂ Concursus iste probatur per lineam. b. c. cadentem super duas lineas.b.e.ℭ.c.a.per quartam petitionem primi. Nam ipsa primo cadit super duas equidistantes.b.e.ℭ.d.a.ℭ per secundam partem. 29. primi.a. d. c.extrinsecus equatur angulo.e.b. c.totali intrinseco: ℭ quia per.17. primi duo anguli.a.d.c.ℭ.a.c.d.triāguli.a.c.d. sunt minores duobus rectis: ℭ ideo duo anguli.a.c.d.ℭ.e.b. c.totalis etiam sunt minores duobus rectis cum loco anguli a.d.c.extrinseci ponatur.e.b.c.intrinsecus sibi equalis: ℭ sic per predictam petitionem due linee.b.e.ℭ. c.a. in eandem partē protracte concurrent in puncto.e.ℭc.

## Propositio .4.

OMnium duorum triangulorū quorū anguli vnius angulis alterius sunt equales:latera equos angulos respicientia sunt proportionalia.

ℂ Sint duo triāguli.a.b.c.d.e.f.equiāguli. sitq; angulus a.eq̄lis angulo.d.ℭ angulus.b.angulo.e.ℭ angulus.c.angulo.f.dico q; proportio.d.e.ad.a.b.ℭ.d.f.ad.a.c.ē sicut.e.f.ad.b.c.℣ Ponā

enim ambos triangulos sup lineam una que sit.e.c.ita q duo anguli uni⁹ qui erunt super hanc lineam sint equales duobus alterius qui erunt sup eandem, non quidem medius medio aut extremus extremo: sed medius unius extremo alterius: & ponam duos eorum medios angulos in eode punctο coire.sitq.a.f.c.ipse idem triangulus qui erat.a.b.c.& quia angulus.a.f.c.est equalis angulo.e.& angulus.d.f.e.angulo.c. per ypothesim: erit per primam partem.28.primi linea.a.f.equidistans.d.e.& d.f.equidistans.a.c. ¶ Complebo igitur superficiem equidistantium laterum que sit g.f.eritq; per.34.primi.g.a.equalis.d.f.& g.d.equalis.a.f. ¶ Quia ergo per secundam huius.g.a.est ad.a.c.sicut.e.f.ad.f.c.& per eandem.e.f.ad f.c.sicut.e.d.ad.d.g.erit per.7.quinti.d.f.ad.a.c.& per eandem.e.d.ad f.a.sicut.e.f.ad.f.c.quod est propositum.




## Propositio.5.

OMnium duorum triangulorum quorum cuncto rum laterum sese respicientium est proportio una anguli lateribus proportionalibus contenti equi simi⁹ inuicem esse probatur.

¶ Hec est conuersa prionis nec fecit ex ea.& premissa una conclusionem sicut fecit in secūda & tertia huius: quia nec eadem figuratione nec eisdem mediis demonstratur quibus precedens. ¶ Sint itaq; duo triāguli.a.b.c.d.e.f.sitq; proportio.a.b.ad.d.e.& a.c.ad d.f.sicut.b.c.ad.e.f.dico q; angulus.a.est equalis angulo.d.& angulus.b. angulo.e.& angulus.c.angulo.f. ¶ Constituam super lineam.e.f.in oppo sita parte trianguli.d.e.f.angulum.f.e.g.equalem angulo.b.& angulum *e.f.g.equalem angulo.c.eritq; per.32.primi: angulus.g.equalis angulo.a. ergo per premissam proportio.a.b.ad.e.g.& a.c.ad.f.g. sicut.b.c.ad. e.f.* ¶ Quare, a.b.ad.d.e.sicut ad.e.g.& a.c.ad.d.f. sicut ad.f.g. ¶ Igitur per secundam partem none quinti.d.e.est equalis.e.g.& per eandē. d.f.equalis.f.g.quare per.8.primi: duo trianguli.d.e.f.& g.e.f. sunt equiangulit quare ergo triangulus.d.e.f.est etiam equiangulus triangulo.a.b.c.con stat propositum.

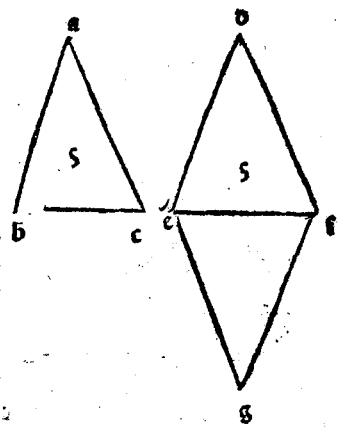
### Castigator.

a ¶ Per cōem sciam q̄ uni & eidē: siue qñ due res uni equales.

## Propositio.6.

DUes duo trianguli quorum vnus angulus vni us vni angulo alterius equalis: latera aut circa equos angulos continentia proportionalia habent in ter se inuicem equianguli.

¶ Maneat prior dispositio: & sit solum angulus.b. equa lis angulo.d.e.f.& proportio.a.b.ad.d.e. sicut.b.c.ad.e.f. dico adhuc duos triangulos.a.b.c.d.e.f.esse equiangulos. ¶ Cum enim sit per.4.huius propter ypotheses premisse conclusiōis.a.b.ad.e.g.sicut.b. c.ad.e.f.erit.a.b.ad.d.e.sicut.a.b.ad.e.g.quare per secundam partem no ne quinti.d.e.est equalis.e.g. ¶ Quia ergo duo latera.d.e.& e.f. trigoni d.e.f.sunt equalia duobus lateribus.e.g.& e.f.trigoni.g.e.f.& angulus.e. uniꝰ angulo.e.alteriusꝰ quia uterq; ē equalis angulo.b. ipsi erūt p quārta primi equianguli.& quia.e.g.f.est et equiangulus.a.b.c. patet propositū.

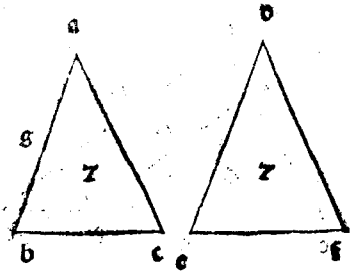



### Castigator.

a ¶ Videlicet unus p ypotesim angulus.d.e.f.& alius p.23.primi.

## Propositio. 7.

SI fuerint duo triāguli quorum vnus angulus vni us vni angulo alterius equalis: duoq; suorum reli quorum angulorum lateribus proportionalibus cō tenti: duorum vero demum reliquorum vterq; aut neuter recto angulo minor necesse est illos duos triangulos omnibus suis angulis inter se uni cem equiangulos esse.




¶ Sint duo trianguli.a.b.c.d.e.f.sitq; angulus.a.equalis angulo.d. & proportio.a.c.ad.d.f.sicut.c.b.ad.f.e. & uterq; duorum angulorũ. b.&.e. aut neuter sit minor recto: dico eos esse equiangulos. ¶ Si enim angulus.c. unius est equalis angulo.f.alterius: patet propositũ per premissam. ¶ Sin autem sit.c.maior: fiatq; angulus.a.c.g.equalis eidem: eritq; per.32. primi triangulus.a.g.c.equiangulus triangulo.d.e.f. quare per quartam huius proportio.a.c.ad.d.f.sicut.g.c.ad.e.f.sed sic fuit.b.c.ad.e.f.ergo per.9.quinti.g.c.&.b.c.sunt equales. ¶ Ergo p quintam primi angulus.b.est equalis angulo.b.g.c. ¶ Si ergo neuter duorum angulorum.b.&.e.fuerit minor recto: accidet duos angulos unius trianguli non esse minores duobus rectis: quod eē non pōt p.32.&.17.primi. ¶ Quod si uterq; fuerit minor recto: erit angulus.a.g.c.maior recto per.13.primi: quare & angulus. e. sibi equalis est etiam recto maior: quod est contra yptohe. ¶ Quare destructo opposito remanet propositũ. ¶ Oportet aũt utrunq; angulorum reliquorum aut neutrum esse minorem recto. ¶ Possibile enim est in eodē triangulo ut in triangulo.a.b.c.lineam.g.c.esse equalem.b.c.& ideo erit a.c.ad.utrãq; earum una proportio per.7.quinti. Nec tñ erunt trianguli a.g.c.&.a.b.c.equianguli: quis unus angulus unius sit equalis uni angulo alterius: immo idem ut angulus.a.& proportio linee.a c.put est latus magni ad.a.c.prout est latus parui sicut.b.c.latus magni ad. g.c. latus parui: utraq; enim equalis. ¶ Et hoc est pp hoc q; angulus.g. minoris est maior recto: & angulus.b.maioris minor. Nam in omni triangulo duum equalium laterum uterq; angulorum qui sunt ad basim est minor recto.

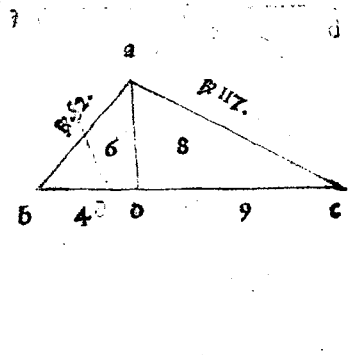
¶ Castigator.

a ¶ Quamuis ibi dicatur possibile enim est in eodem triãgulo &c. Imaginatur primo formatus triangulus duũ equalium laterum.b.c.g.Demũ protracto latere.b.g.quantum libuerit.ut ad.a.deinde protracta linea.a. c.a pũcto ad punctum. Imaginantur duo trianguli unus magnus. a.b.c. & alius paruus.a.g.c.qui suprapositus magno imaginatur & ab eo abscindit triãgulum illum duum equaliũ laterum.s.b.c.g.prout in illis duobus explicite positis apparet &c. Et hec pro septima huius dicta sint.

## Propositio.8.

Ab orthogonij angulo recto ad basim linea perpẽdicularis ducatur. fient duo trianguli partiales toti triangulo & sibimuicem similes. Unde etiã manifestum est q; in omni triangulo rectangulo si ab eius angulo recto ad absim perpendicularis ducatur erit ipsa perpendicularis inter duas sectiones ipsius basis proportionalis. Itemq; uterq; latus inter totam basim atq; sibi conterminalem basis portionem.

¶ Sit trigonus.a.b.c.orthogonius eiusq; angulus.a. rectus a quo ducat a.d.perpendicularis ad basim.dico q; uterq; duorum triangulorum partialium qui sunt.a.b.d.a.d.c.similis est totali triangulo.a.b. c.& unus eorum alteri. ¶ Est enim uterq; ipsorũ equiangulus totali per.32.primi.eo q; uterq; est orthogonius & in uno angulo cõmunicant cum totali: quare & sibimuicem sunt equianguli. ¶ Ita q; angulus.b.est equalis angulo. d.a. c.& angulus.b.a.d.angulo.c.& duo anguli qui sunt ad.d.sibimicẽ & angulo.a.totali equales: quare per.4.huius latera equos eorum angulos respicientia sunt proportionalia: ergo per diffinitionem sunt similes: qd est propositum. ¶ Vtrunq; correla.ex his euidenter apparet.




¶ Castigator.

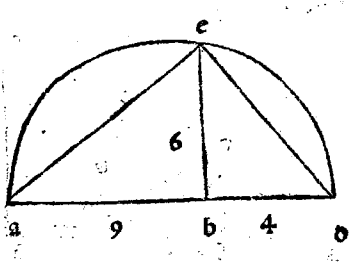
a ¶ Nota propter dictum superius in fine expositionis octaue huius.ubi per.4.concludunt latera illoꝝ triangulorum equos angulos respicientia esse proportionalia. Et ex hoc per diffinitionem similium superficierum illos triangulos esse similes &c. Diffinitio illa nõ dicit q; latera equos angulos respicientia sunt proportionalia: sed q; latera equos angulos continentia sunt proportionalia: ut ibi patet: & sic uidetur indebite concludi

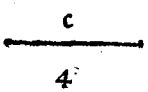
intentum. ℣ Quapropter aduerte q̄ idem est in triangulis dicere latera equos angulos respicientia esse proportionalia: & equos angulos cōtinentia esse proportionalia: quod in istis duobus triangulis apparet: uidelicet a.b.c. & d.e.f. dato q̄ sint equanguli: uidelicet q̄ angulus.a. equetur angulo.d. & b. angulo .e. & c. angulo.f. nam latus.d.e. ad.a.b. quę respicit̄ angulos.c. & f. sunt in pportione latere.d.f. ad.a.c. que etiā respiciunt equos angulos.b. & e. per consequens istamet latera sunt continētia equos angulos: uidelicet.a. & d. & sic arguas de reliquis &c. Et ideo postea per diffinitionem &c.

## Propositio .9.

Data linea proposita tertiam inter eas sub proportionalitate continua collocare.

¶ Sint due linee proposite.a.b. & c. iter quas uolo unam lineam in proportionalitate continua collocare. A diungam uuam earum alteri sitq; tota ex eis cōposita.a.d. ita q̄ b.d. sit equale.c. & super totam describo semicirculum a.e.d. & produco.e.b. usq; ad circunferentiam perpendicularem ad lineā a.d. dico lineam.b.e. esse quam querimus. ℣ Produco enim lineas. e.a. & e.d. eritq; per.30. tertii angulus.e. totalis rectus: quare per primā partem correl. premisse pportio.a.b. ad.b.e. sicut.b.e. ad.b.d. quod est ꝓpositum.



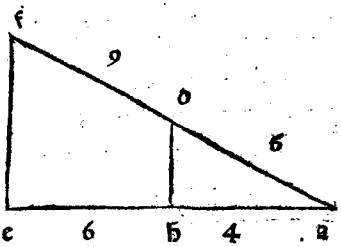

## Propositio .10.

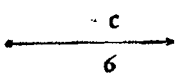
Data linea tertiam eis in continua pportionalitate subiungere

¶ Sint due linee proposite.a.b. & c. quibus uolo tertiam in continua proportionalitate subiungere: coniungo lineam.c. angulariter ut contingit cum linea.a.b. sitq; a.d. sibi equalis: & produco lineam.a.b. usq; ad.e. donec fiat b.e. equalis.a.d. & protracta linea.b.d. a puncto.e. duco lineam sibi equidistātem quā lineam.a.d. produco quousq; concurrant in puncto[a] .f. dico igitur lineam.d.f. esse quam querimus. ℣ Est enim per secundam huius proportio.a.b. ad.b.e. sicut.a.d. ad.d.f. sed a.b. ad.b.e. est sicut.a. b. ad a.d. per.2. partem.7. quinti: quare.a.b. ad.a. d. sicut.a.d. ad.d.f. quod est propositum. ℣ Quod si propositis[b] tribus lineis uelimus inuenire quartam ad quam sit proportio tertie sicut prime ad secundam: ex prima & secunda fiat linea una & toti composite tertia angulariter adiūgatur & a cōmuni termino prime & secunde ducatur linea ad extremitatem tertie: & ab altero termino secunde ducatur huic linee equidistans: quousq; cōcurrat cum tertia in continuum rectum: protracta eritq; per secundam huius linea quā hec equidistans abscindet que queritur: quēadmodum si in hac figura fuerit prima.a.b. secunda.b.e. tertia.a.d. erit quarta.d.f.

¶ Castigator.

a ¶ Cōcurrent. n. per rationes supra in tertia huius adductas. b ¶ Quā uis non dicat sub continua proportio. subiūgeret tñ indifferenter habet locum ad infinitas: quia inuenta quarta ad tertiam: tunc prima dimissa inuenitur quinta ad quartam & sexta ad quintam &c. dimittēdo semper priorem. tres subsequentes retinendo. & tunc operando per.10. sequitur intentum. patet.

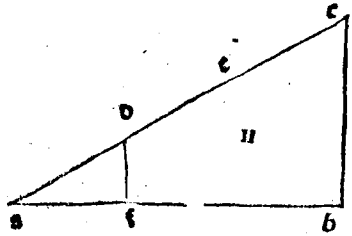



## Propositio .11.

Data linea quotamcunq; iubearis partem abscindere.

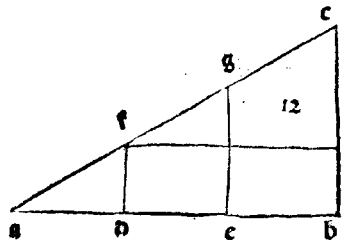
¶ Sit.a.b. linea assignata ab ea uolo aliquotam partem utpote tertiam abscindere. ℣ Coniungo ei angulariter: ut contingit lineam indefinite quantitatis que sit.a.c. a qua resecco tres equas portiones. que sint.a.d.d.e.e.c. & produco lineas.c.b. & d.f. sibi equidistantes: dico.a.f. esse tertiam.a.b. est enim per secundam huius proportio.c.d. ad.d.a. sicut.b.f. ad.f.a. quare coniunctim.c.a. ad.d.a. sicut.b.a. ad.f.a. cum igitur.c.a. sit tripla. ad.d.a. patet.a.f. esse tertiam.a.b. quod est propositum.




## Propositio .12.

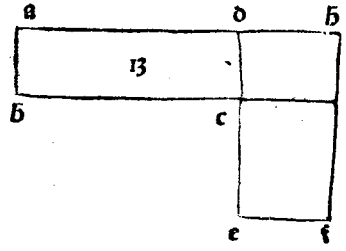
Data duabus lineis propositis altera indiuisa altera per partes diuisa: in diuisam quidem ad modum diuise diuidere.

¶ Sint due linee quas angulariter ut contingit coniungam, a.b. & a.c. sitq; a.b. diuisa in tres uel qualescūq; portiones signatis in ea punctis. d. & e. uolo secundum easdē portiones diuidere lineam a.c. ℣ Cum igitur ipsas angulariter coniunxero. protraham lineam. b.c. & equidistāres ei. d. f. & e. 'g. dico istas equidistantes diuidere lineam. a.c. in partes proportionales partibus. a.b. ℣ Protraham enim. f.h. equidistantem. a.b. que secet. e. g. in puncto. k. eritq; p secundam huius proportio. g.f. ad. f.a, sicut. e.d. ad. d.a. & c.g. ad. g.f. sicut b.k. ad. k.f. quare & sicut. b.e. ad. e.d. per. 34. primi. & secundam partem. 7. quinti: quod est propositum. Oportet autem secundam huius totiens repetere quot erunt partes linee. a.b. minus una. At uero. 34. primi & septimam quinti minus duabus.




## Propositio .13.

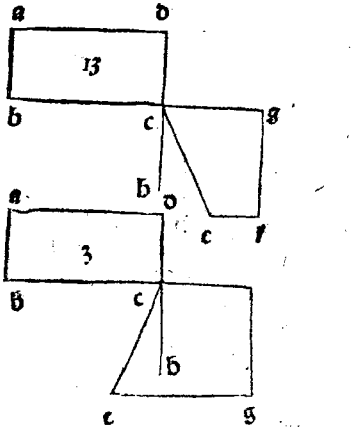
Due superficies equidistantium laterum quarū vnus angulus vnius vni angulo alterius equalis: equales fuerint latera duos equos angulos continētia mutekesia esse. Si vero latera duos equos angulos continētia mutekesia fuerint duas superficies equales esse necesse est.




¶ Sint due superficies. a.b.c.d. &, c.e.f.g. equidistantium laterū & equales. sitq; angulus. c. unius equalis angulo. c. alterius. dico proportiōem. b.c. ad. c.g. esse. sicut. e.c. ad. c.d. & si proportio. b.c. ad. c.g. fuerit sicut. e.c. ad c.d. & predicti anguli fuerint adhuc equales: dico illas duas superficies equidistantium laterum esse equales. ℣ Coniungam enim eas angulariter ut delicet angulum. c. unius cum angulo. c alterius. ita q; duo latera earum que sunt. b.c. &, c.g. fiant linea una: eruntq; similiter duo reliqua latera. d.c. & c.e. linea una. Calioquin sequeretur per presentem ypothe. que est angulum. c. unius esse equalem angulo. c. alterius. & per. 15. primi[a] parte esse equalem toti) t complebo itaq; superficiem equidistantium laterum productis lineis, a.d. & f.g. quousq; concurrant[b] in. h. eritq; per primam partem. 7. quinti utriusq; superficiei. a.c. & c.f. ad superficiem. c.h. proportio una: & quia per primam huius proportiō superficiei. a.c. ad superficiē. c.h. sicut linee. b.c. ad lineam. c.g. & superficiei. c.f. ad eandem superficiem c.h. sicut. e.c. ad. c.d. manifesta est prima pars proposite conclusionis. ℣ Secunda pars sic patet: per primam. n. huius est pportio. b.c. ad. c.g. sicut. a.c. ad. c.b. &, e.c. ad. c.d. sicut. c.f. ad eandem. c.h. & quia positum est q; proportio. b.c. est ad. c.g. sicut. e.c. ad. c.d. erit utriusq; duaꝝ superficierum. a.c. & e.g. ad superficiem. c.h. una proportio: ergo per primam partem. 9. quinti. a.c. est equalis. c.f. sicq; patet secunda pars.

¶ Castigator.

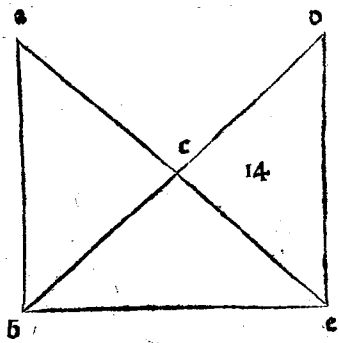
a ¶ Quia si, d.c. & c.e. non sunt linea una: tunc continuabo. d.c. usq; ad h. in utraq; dispositione aduersarii & semper per. 15. primi in qualibet anguli cōtra se positi erūt equales. s. angulus. c. utriusq; & p ypothe. & dictus angulus maior aut minor cōtra eposito equat angulo. c. superficiei. a.b.c.d. & ideo ps toti quod & ipossibile p cōceptionē. b ¶ Cōcurrēt. n. quia si imaginatur protrahi linea. d.g. fient duo anguli ex parte. h. minores duobus rectis. & ideo per. 4. petitionem concurrent & in. h.




## Propositio .14.

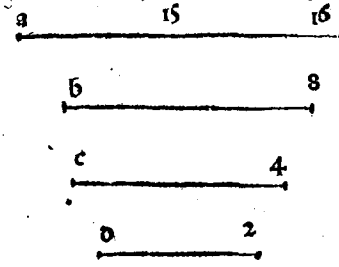
Duo trianguli quoꝝ vnus angulus vnius vni angulo alterius equalis equales fuerint: latera duos angulos equos cōtinētia erūt mutekesia. Si vero latera duos equos angulos cōtinentia fuerint mutekesia duo trianguli equales esse comprobantur.

¶ Sint duo trianguli.a.b.c.c.d.e.equales:ſitq; angulus.c.unius equalis angulo.c.alterius:dico proportionem.a.c.ad.c.e.eſſe ſicut.d.c.ad.c.b.¶ ſi fuerit proportio.a.c.ad.c.e.ſicut.d.c.ad.c.b.¶ pdicti anguli fuerint ad huc equales:dico illos duos triangulos eſſe equales. ¶ Coniũgam enim eos angulariter ita q̃ latera.a.c.¶.c.e.fiant linea una.eruntq; ſimiliter.b.c ¶.c.d.linea una.aliter ſequeretur partem eſſe equalem toti.per.15.primi ¶ protraham lineam.b.e.eritq; per primam partem.7.quinti utriuſq; dictorum triangulorum ad triangulum.c.b.e.proportio una:¶ quia per primam huius primi eorum ad ipſum eſt ſicut a.c.ad.c.e.¶ ſecundi eorum ad eundem ſicut.d.c.ad.c.b.manifeſta eſt prima pars propoſite concluſionis. ¶ Secunda pars econuerſo probatur.quia.a.c ad.c.e.eſt ſicut primi trianguli ad triangulum.b.c.e.¶.d.c.ad.c.b.ſicut ſecundi ad eundem per primam huius:¶ quia poſitum eſt ut ſit.a.c.ad.c.e.ſicut.d.c.ad c.b.erit utriuſq; dictorum triangulorum ad triangulum.b.c.e.una ꝓportio:quare per primam partem.9.quinti ipſi ſunt equales.ſicq; patet ſecunda pars.




## Propoſitio .15.

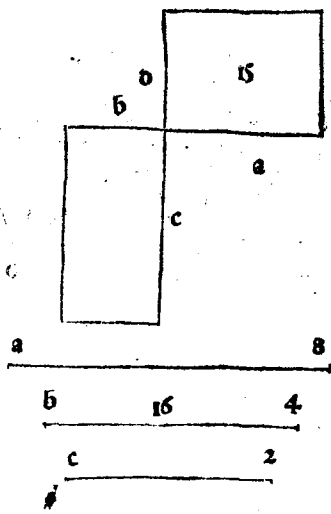
SI fuerint quatuor linee proportionales quod ſub prima z vltima rectangulum continetur:equum erit ei quod ſub duabus reliquis. Si vero quod ſub prima z vltima continetur equum fuerit ei q̃ ſub duabus reliquis continetur rectangulum:quatuor lineas proportionales eſſe conuenit.




¶ Sint quatuor linee.a.b.c.d.proportionales:¶ Sitq; proportio.a.ad.b. ſicut.c.ad.d.dico q̃ ſuperficies contenta ſub.a.¶.d.equalis eſt ſuperficiei contente ſub.b.¶.c. ¶ Et ſi ſuperficies contenta ſub.a.¶.d.eſt equalis ſuperficiei contente ſub.b.¶.c.dico q̃ proportio.a.ad.b.eſt ſicut.c.ad.d. ¶ Fiant enim ſuperficies contenta ſub.a.¶.d.¶ ſuperficies contenta ſub b.¶.c. Si ergo eſt proportio.a.ad.b.ſicut.c.ad.d.latera illarum ſuperficierum erunt mutekeſia:ſed.¶ anguli ab eis cõtenti equales:¶ quia utraq; eſt rectorum angulorum:quare per ſecundam partem.13.huius ipſe ſunt equales quod eſt primum. ¶ Secundum patet per primam partem eiusdem:ſi enim ipſe ſunt equales,quia omnes anguli earum ſunt rectis:latera earum erunt mutekeſia quare proportio.a.ad.b.ſicut.c.ad.d.quod eſt ſecundum.

## Propoſitio .16.

SI fuerint tres linee proportionales quod ſub prima z tertia rectangulum continetur: equum erit ei quod a ſecunda quadrato deſcribitur. Si vero quod ſub prima z tertia continetur equum eſt ei quadrato quod a ſecũda producitur:ipſe tres linee proportionales erunt.



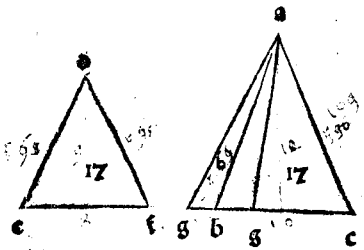

¶ Sit proportio linee.a.ad lineam.b.ſicut linee.b.ad lineam.c.dico q̃ ſuperficies contenta ſub.a.¶.c.equalis eſt quadrato.b.¶ ſi ſuperficies contenta ſub.a.¶.c.eſt equalis quadrato.b.dico q̃ proportio.a.ad.b.eſt ſicut b.ad.c. ¶ Hoc autem eſt euidens per precedentem poſita alia linea que ſit equalis.b.ita q̃.b.ſit in ratione ſecunde¶ tertie.

## Propoſitio .17.

SI fuerint duo trianguli ſimiles proportio alterius ad alterum eſt tanta proportio cuiuſlibet ſui lateris ad ſuum relatiuum latus alterius duplicata. ꝛba manifeſtum etiam ex hoc quia omnium trium linearum continue proportionalium quanta eſt prima ad tertiam tanta erit ſuperficies conſtituta ſuper

primam ad superficiem constitutam super secundam: cuius fuerit ei similis inclinatione & creatione.

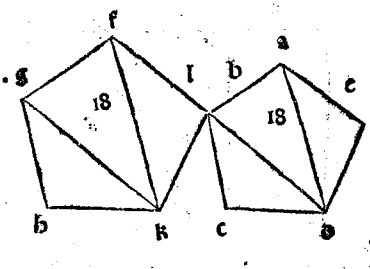
¶ Sint duo triangli. a.b.c. & .d.e.f. similes eruntq; per diffinitionem equanguli & laterum proportionalium. Sit ergo angulus. a. equalis angulo d. & angulus. b. angulo. e. & angulus. c. angulo. f. ℣ Eritq; proportio. a.b. ad. d.e. & a.c. ad. d.f. sicut. b.c. ad. e.f. ℣ Dico q; proportio trianguli. a.b.c. ad triangulum. d.e.f. est sicut proportio. b.c. ad. e.f. duplicata. ℣ Subiungatur enim fm doctrinam. 10. huius duabus lineis. b.c. & .e.f. tertia in continua proportionalitate que sit. c.g. protracta aut resecata. c.b. si. c.g. fuerit ea maior aut minor. ℣ Et producatur linea. g.a. eritq; per secundā partem. 14. huius triangulus. a.g.c. equalis triangulo. d. e.f. propter id quod proportio. a.c. ad. d.f. est sicut. e.f. ad. c.g. & angulus. c. equalis angulo. f. q̄re per secundam partem. 7. quinti trianguli. a.b.c. ad utrunq; illorum erit una proportio. ℣ Sed per primam huius proportio trianguli. a.b.c. ad triangulum. a.g.c. est sicut. b.c. ad. g.c. At uero proportio. b c. ad. c.g. sicut. b. c. ad. e.f. duplicata per. 10. descriptionem quinti: ergo proportio trianguli. a.b.c. ad triangulum. d.e.f. est sicut proportio. b.c. ad. e.f. duplicata: qd est propositum. ℣ Si autem. c.g. sit equalis. b. c. erit per secundam partem 14. huius triangulus. a.b c. equalis triangulo. d.e.f. equalis autem proportio componitur ex equali duplicata uel triplicata uel quotienscunq; sumpta. ℣ Istam eandem passionem possemus eodem modo & per eadē media demonstrare de superficiebus equidistantium laterum similibus sumpta solum. 13. presentis loci. 14. Non demonstrat autem eam: quia per sequentem demōstratur uniuersaliter de omnibus superficiebus similibus. *Quare per correl. q; uniuersaliter proponitur de omnibus superficiebus similibus nondum patet nisi de triangulis: sed demonstrata sequente patēs erit de omnibus.* Posuit autem ipsum hic & non in sequente quia est correl. huius: non autem sequentis: ex modo enim demonstrationis huius sua ueritas manifestata est non ex modo illius.




## Propositio .18.

Omnes due superficies similes multiangule sunt diuisibiles in triangulos similes atq; numero eōles. Esteq; proportio alterius earum ad alteram sicut cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuū latus alterius proportio duplicata.

¶ Sint gratia exempli duo penthagoni. a.c.d.f.b.k. similes. dico q; ipsi sunt diuisibiles in triangulos similes numero equales: & q̄d proportio alterius eorum ad alterum est sicut. a.b. ad. f.g. proportio duplicata. ℣ Ducantur enim linee due. a.c. & .a.d. itemq; .f.b. & .f.k. eritq; per presentem ypothe. & per. 6. huius triangulus. a.b.c. equiangulus triangulo. f. g.b. & triangulus. a.e.d. triangulo. f.l.k. ℣ Similiter quoq; per hanc communem scientiam. Si ab equalibus equalia demas que remanent equa sunt: erit triangulus. a.c.d. equiangulus triangulo. f.b.k. Nam ipsi penthagoni positi sunt equianguli & laterum proportionalium. ¶ Et quia trianguli in quos diuiduntur sunt adinuicem equianguli ut probatum est: eruntq; etiā & similes per. 4. huius & diffinitionem similium superficierum: quare cū ipsi sint numero equales patet primum. ¶ Secundum sic protrahatur. b. d. que secet. a.c. in puncto. m. & g.k. que secet. f.b. in puncto. n. eritq; triangulus. b.c.d. equiangulus triangulo. g.b.k. per. 6. huius & presentem ypothe. quare & triangulus. a.b.m. triangulo. f.g.n. & a.m.d. & .f.n.k. ergo p. 4. huius proportio. b.m. ad. g.n. est sicut a.m. ad. f.n. & .a.m. ad. f.n. sicut. m. d. ad. n. k. quare per. 11. quinti. b.m. ad. g.n. sicut. m. d. ad. n. k. ergo permutatim. b.m. ad. m. d. sicut. g. n. ad. n. k. sed per primam huius. a.b. m. ad. a.m. d. & .b.c. m. ad. c.m. d. sicut. b.m. ad. m. d. ¶ Et per eandem. f.g. n. ad. f.n. k. & g.n. b. ad. b.n.k. sicut. g.n. ad. n.k. ergo per. 11. quinti. a. b. c.

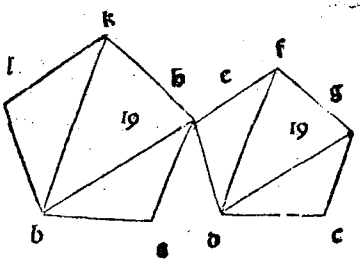


ad.a.c.d.sicut.f.g.h.ad.f.h.k.quare permutatim.a.b.c.ad.f.g.h.sicut.a.c.d. ad.f.h.k. ¶ Eadem ratione probabis q; ℭ sicut.a.e.d.ad.f.l.k.ergo per.13 quinti totius penthagoni ad totum penthagonum: sicut.a.b.c.ad.f.g.h. ¶ Per premissam igr est pportio penthagoni.a.c.d.ad penthagonum.f. b.k.sicut proportio.a.b.ad.f.g.duplicata: quod est ꝓpositum. ¶ Ex quo rursus patet correl.precedentis. ¶ Aliter potest demonstrari secundum. ¶ Cum enim triangiuli in quos penthagoni diuiduntur sint adinuicem similes: erit per precedentem proportio.a.b.c.ad.f.g.h, sicut.b.c.ad.g.h. duplicata. ¶ Et.a.c.d.ad.f.h.k.sicut.c.d.ad.h.k.duplicata. ¶ Et.a.e.d. ad.f.l.k.sicut.d.e.ad.k.l.duplicata. ¶ Quia igitur omnes hee proportiones duplicate sunt equales propter hoc quod positum est simplas ee equales erit per.13.quinti totius penthagoni ad totum penthagonum sicut lateris unius ad suum relatiuum.latus alterius proportio duplicata.

## ¶ Castigator.

a ¶ Quia positi sunt penthagoni similes: ℭ ideo equianguli per diffinitionem similium superficierum: ℭ sic trianguli.a.b.c. ℭ.f.g.h.sunt equianguli per.6.huius: quoniam angulus.b.unius est equalis angulo.g.alterius cum sint anguli propositorum penthagonorum integrorum: ut patet: ℭ latera illos continentia sunt inter se proportionalia: per ypothe. penthagonorum similium ℭc. Et ideo per.6 huius ℭc. ¶ Ex ista ℭ prima huius notatur mirabile ujsu: uidelicet quocunq; quadrilatero dato protractis in eo duabus diametris: reſoluetur in quatuor triangulos adinuicem proportionales: ut in duobus quadrilateris propositorum penthagonorum apparet: uidelicet.a,b.c.d. ℭ.f.g.h.k. Nam triangulus.a.b.m.ad triangulum.a m.d.est sicut basis.b.m.ad.basim.m.d.per primam huius: ℭ.b.c.m.ad.c.m.d.etiam ut.b.m.ad.m.d.ℭ ideo proportiõales. Item a.b.m.ad.b.c.m.sicut.a.m.ad.m.c.per eandem etiam.c.d.m.ad.a.m.d. sicut.c.m.ad.m.a. ℭ econuersa: ℭ sic quocunq; uoluantur semper sunt proportionales: quoniam bases semper hee dem eodem modo dicetur de triangulis quadrilateri.f.g.h.k. ℭ omnium aliorum ℭc. ¶ Sed in his uocibus que nulla inequalitate discordant: nulla omnino consonantia est ℭ enim consonantia est dissimilium inter se uocum in unum redacta cõcordia: hec Boe.tertio capitum primi musice ℭ.3.

## Propositio .19.




Data data linea date superficiei similem superficiem describere.

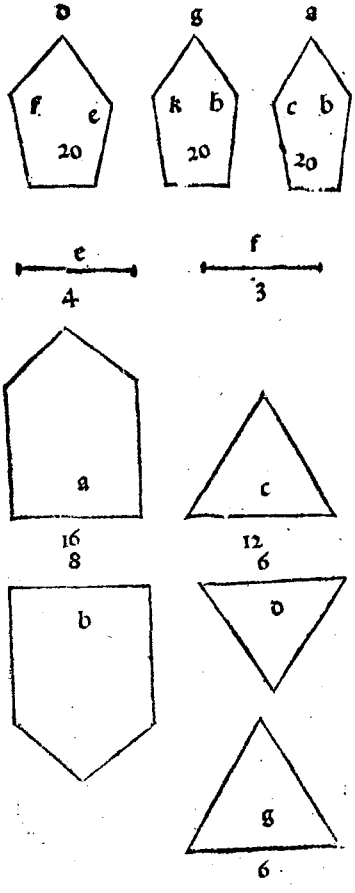
¶ Sit data linea.a.b. supra quam uolo constituere superficiem similem date superficiei que sit penthagona: ℭ sit.c.d.e.f.g. ℣ Diuido hunc penthagonum in triangulos ductis lineis.d.f. ℭ.d.g. ℭ super punctum.a. constituo angulum equalem angulo.c.ducta linea.a.h. ℭ super punctum.b. constituo alium angulum: qui sit.a.b.h. equalem angulo.c.d.g. protracta linea.b.h. quousq; concurrat cum.a.h. in puncto.h. eritq; per.32. primi angulus.a.h.b.equalis angulo.c.g.d. ℭ ideo per.4. huius latera duorum triangulorum.g.c.d. ℭ.h.a.b.proportionalia. ℣ Facio quoq; angulum. b.b.k.ducta linea.b.k.equalẽ angulo.g.d.f. ℭ angulũ.k.b.l.ducta linea b.l.equalem angulo.f.d.e. ℭ angulum.b b.k.ducta linea.h. k.equalem angulo.d.g.f. ℭ angulum.b.k.l.ducta linea.k.l. equalem angulo. d. f.e. eritq; perfectus penthagonus qui constituendus erat super lineam.a. b. ℣ Est.n. equiangulus dato penthagono propter equalitatẽ angulorũ triangulorum in quos est uterq; diuisus. ℣ Sed ℭ laterum proportionaliũ propter proportionalitatem laterum ipsorum triangulorum que ex quarta huius euidenter apparent: quare per diffinitionem similium superficie

rum penthagonus constitutus super lineam.a.b. est similis penthagono dato quod est propositum.

## Propositio .20.

SI fuerint vni superficiei similes quaslibet superficies sibi inuicem similes esse necesse est.

¶ Sit utero penthagonorum.a.b.c.d.e.f. similis penthagono.g.h.k. dico eos esse similes sibi inuicem. ℣ Est enim uteriq; eorum equiangulus penthagono.g h.k. per cõuersionem diffinitiõis similium superficierum: quare sunt eq anguli adinuicem. ℣ Similiter quoq; per conuersionem eiusdem diffinitionis proportio.a.b.ad.g.h.sicut.a.c.ad.g.k. ℣ Et.g.h.ad.d.e.sicut. g.k, ad.d.f. ℣ Ergo per equam proportionalitatem.a. b.ad. d.e sicut.a. c.ad d.f. ℣ Eodem modo probabis reliqua latera pẽthagonorum. a.b.c.ℭ. d. e.f.continentia equos angulos esse proportionaliat per diffinitionẽ itaq; similium superficierum ipsi sunt similes adinuicem: quod est propositũ.




## Propositio .21.

SI fuerint quotlibet linee proportiõales atq; super binas ℣ binas similes superficies designentur: ipse quoq; superficies erunt proportionales. Si vero super binas ℣ binas similes superficies costitute fuerint proportionales: ipsas quoq; lineas, proportionales esse necesse est.

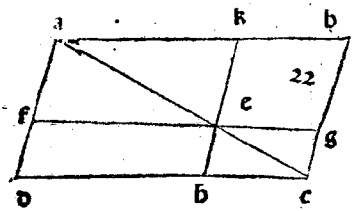
¶ *Sint quatuor linee proportionales.a.b.c.d. sitq; proportio. a. ad.b. sicut.c.ad.d. dico q; si fuperficies similes constituãtur super.a.ℭ.b. utpote duo* penthagoni similes ℭ alie similes constituantur super.c.ℭ.d. utpote duo triãguli similes: erit proportio penthagonorum sicut triãguloꝝ. ℣ Q d si fuerint penthagoni similes ℭ similiter etiam triangli similes: fuerit; proportio penthagoni ad penthagonum: sicut trianguli ad triangulum; dico q; erit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d. ℣ Subiungatur enim lineis.a. ℭ.b.e.ℭ *lineis.c.ℭ.d.f. in continua proportionalitate: sicut docet. 10. huius. erit*q; *per.22. quinti ℭ per equam proportionalitatem.a. ad.e. sicut. c. ad.f.* ℣ Quia ergo per correl.17.huius proportio penthagonorum: est sicut.a.ad.e.ℭ triangulorum sicut.c.ad.f: erit proportio penthagonorum sicut triangulorum: ℭ hoc est primum. ¶ Secundum sic patet. Sint duo penthagoni similes: ℭ duo trianguli similes: sitq; proportio penthagonorum sicut triangulorum: dico q; proportio.a.ad.b. est sicut.c.ad.d. ℣ Sit enim.c.ad.g. sicut.a.ad.b. (hoc enim qualiter fiat dictum est supra. 10 huius). ℭ super.g. fiat sicut docet.19.huius. superficies similis illi que est constituta super lineam.c. eritq; per premissam similis ei que constituta est super lineam d. ℣ *Eritq; etiam per primam partem huius. 21. que proportio penthagoni.a.ad penthagonum.b. eadem triangli.c.ad triangulum* g. sed eadem erat etiam trianguli.c.ad triangulum. d. ergo per secundam partem.9. quinti triangulus.d. est equalis triangulo.g. Et quia sunt similes: erit linea.g. equalis lineę.d. per primam partem. 17. huius cum super lineas.c.d.ℭ.g. sint trianguli uel per secũdam partem.18.cum fuerint quelibet alie figure multiangule: equalitas enim non producitur ex aliqua proportione duplicata uel triplicata uel quotiẽslibet sumpta nisi ex equali, erititaq; c.ad.d. sicut.a.ad.b. quod est propositum.

## Propositio.22.

CIrcule superficies equidistantium laterum que circa diametrum consistũt toti parallelogramo atq; sibiinuicem sunt similes.

¶ Sit ut in parallelogramo.b.d. cuius diameter.a.c. consistant superficies: g.h.ℭ.k. equidistantium laterum circa

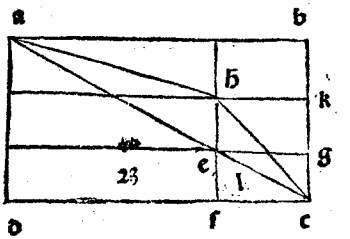
diametrum.dico eas esse similes toti parallelogramo & sibiinuicē. ¶ Est enim per secundam huius.b.g.ad.g.c,&.d.h.ad.h.c.sicut.a.c.ad.e.c. ergo coniunctim.b.c.ad.c.g.&.d.c.ad.c.h.sicut.a.c.ad.c.e.quare per.u. gti.b.c.ad.c.g,sicut.d.c.ad.c.h.¶ Sed etiam sicut.a.b.ad.e.g.cum.a.b.sit equalis d.c.&.e.g.h.c.¶ Eodem modo erit.a.d.ad d.h.sicut.a.b.ad.e.g. &.d.c.ad.h.c.¶ Quia ergo ista parallelograma sunt equiangula constat per diffinitionem similium superficierum.g.h.esse simile.b.d. ¶ Simili quoq; modo probatur.f.k.esse simile eidem propter hoc q; .b.a. ad.a.k. &.d.a.ad.a.f.est sicut.c.a.ad.a.e.per secundam huius & coniunctam proportionalitatem quare per.10.huius.f.k.est etiam simile.g.h.sicq; patet totum.




## Propositio .23.

SI in suo spacio parallelogramum partiale distinctum toti parallelogramo simile.atq; secundū suū illius esse fuerit:circa eiusdem diametrum cōsistit.

¶ Sit ut in parallelogramo.b.d.sit distinctum parallelogrammum.f.g.quod sit sibi simile & secundum suum cē.i. participans cum eo in angulo.c.dico q; parallelogramum.f.g. consistit circa diametrum parallelogrami.b. d. & est hec conuersa precedentis.¶ Producam enim.a. e. c. que si fuerit diameter parallelogrami
a b.d.constat propositum.Si autem sit.a.h.c.diameter eius.& ducatur.h. k.equidistans.f.c.eritq; per premissam parallelogramum.f. k. simile parallelogramo.b.d.ergo per conuersionem diffinitionis similium superficierum proportio.b.c.ad.k.c.est sicut.d.c ad.f.c.¶ Sed per eandem conuersionem dicte diffinitionis proportio.b.c.ad.g.c.est sicut.d.c.ad.f.c.p pter id quod parallelogramum.f.g.positum est simile parallelogramo. b.d.ergo per.a 1.quinti proportio.b.c.ad.g.c.est sicut. b.c. ad.k.c.utraq; enim est sicut.d.c.ad.f.c.quare per secundam partem none quinti. g.c.ē equalis.k.c.pars uidelicet toti quod est impossibile. Erit igitur.a.e.c.diameter parallelogrami.b.d.quod est propositum.



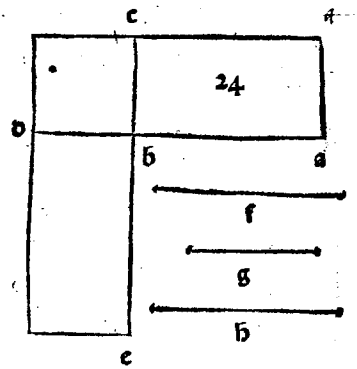

### ¶ Castigator.

a ¶ Poterat etiam aduersarius dicere q; esset.a.l.c.uidelicet infra punctū. e. Et idem ut prius accideret impossibile:sed hac positione.g.c. esset maior.k.c.ut patet.

## Propositio .24.

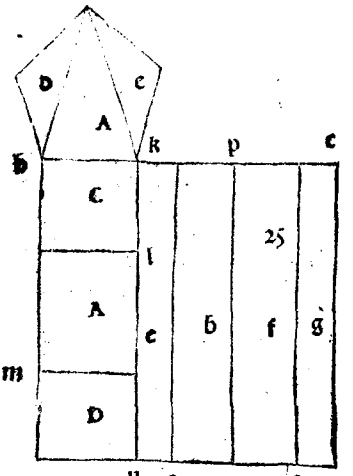
OMnium duarum superficierum equidistantium laterum quarum unus angulus unius uni angulo alterius equalis proportio,alterius ad alteram est que producitur ex duabus proportionibus suorum laterum duos equos angulos continentium.

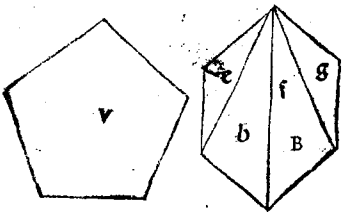
¶ Sint due superficies equidistātium laterum.a.c.&.e.d.sitq; angulus.b. unius equalis angulo.b.alterius:dico q; proportio unius ad alteram producta est ex proportione.a. b.ad.b.d.&.c. b. ad.b.e. ¶ Disponam enim
b has duas superficies penitus sicut dispositū est in.13.huius:adiūcto ad utrā q; parallelogramo.c.d. ¶ Et ponam ut proportio linee.f. ad lineam.g. sit sicut.a.b.ad.b.d.&.g.ad.h.sicut.c.b.ad.b.e.Qualiter enim hoc fiat. dictum est supra.10.huius:eritq; per primam huius&.11.quinti.a. c.ad.c. c d.sicut.f.ad.g.&.c.d.ad.d.e.sicut.g ad.h.quare per.22. quinti erit in equa proportionalitate.a.c.ad.d.e.sicut.f.ad.h.&.quia.f.ad.h.producitur ex.f. ad.g.&.g.ad.h.ut dictum est in fine expositionis.11.diffinitionis quinti. erit ut.a.c.ad.d.e,producatur ex eisdem quare constat propositum.

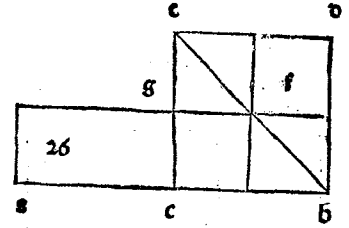


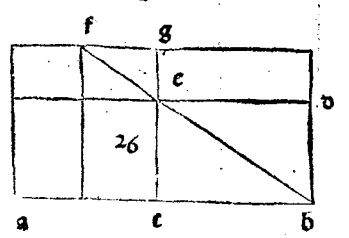

### ¶ Castigator.

b. ¶ .d.a.&.c.e.erunt linea una propter ypothe.in angulis & cām in.13. superius adducta per.15.primi.& ista facit ad.2.duodecimi. ¶ Nota qua
b liter.10.huius applicetur huic.24. Nam ibi dicitur q; si tribus lineis propositis uelimus quartam inuenire ad quam tertia se habeat sicut prima ad secundam &c,Et ideo in ista dispositione habes tres lineas.primam.f.ad




g. secundā g. ad h. tertiā sicut c. b. ad b. e. que quidem h. sic p. 10. inuenta est. qm̄ habes tres alias lineas: uidelicet. c. b. primā ad. e. b. secundam: & g. tertiā cui. g. tertie inuenta est. h. quarta ad quā ipsa. g. tertia se habet in proportione: sicut. c. b. prima ad. e. b. secundam: ut patet in ista figura ad modū decime predicte dispositā.

## Propositio .25.

Zte superficiei similem alicȝ proposite equalem designare.

¶ Sint pposite due supficies rectilinee. A. penthagona. B. exagona. uolo facere unam superficiem similem. a. & equalem. b. ℣ Vtranq; propositarū superficierū resoluo in triangulos. ℣. A. quidem in triāgulos. c. a. d. ℣. B. uero in triāgulos. e. b. f. g. & super basim supficiei. a. que sit. h k. constituo ſm doctrinā 44. primi superficiem equidistantium laterum rectangulam equalem. c. que sit. h. l. & l. m. equalem. a. & m. n. equalem. d. ut sit tota superficies eq̄distantium laterum. h. n. constituta super basim. h. k. equalis pēthagono. a. ℣ Eodem modo super lineam k n. que est ſm latus huius superficiei cōstituo aliam superficiem rectangulā equalem exagono. b. quia facto. k. o. equalem. e. & o, p. equalem. b. & p. q. equalē. f. & q. r. equalem. g. ut sit tota rectangula superficies. n. r. equalis exagono. b. ℣ Et pono per. 9. huius lineam. s. t. pportionalem inter lineam. h. k. & lineam. k. r. & super eā ſm doctrinam. 19. huius constituo supficiem. u. similē supficiei. a. dico ipsam esse quā querimus & equalem supficiei. b. ℣ Cum enim tres linee. h. k. s. t. & k. r. sint continue proportionales. & super primā & secūdam sint cōstitute supficies similes uidelicet. a. & u. erit per correla. 17. huius. a. ad. u. sicut. h. k. ad. k. r. quare per primam huius sicut. h. n. ad. n. r. ℣ Et ideo p primam partem septime quinti sicut. a. ad. n. r. ℣ Et pp hoc per secūdam partem eiusdem sicut. a. ad. b. itaq; p secundam partem. 9. quinti. u. est equalis. b. quod ē ppositū. ¶ Quod etiam posſumus ex permutata pportionalitate facile ꝓbare: quia cum sit. a. ad. u. sicut. h. n. ad. n. r. erit permutatim a. ad. h. n. sicut. u. ad. n. r. ℣ Et quia. a. est equalis. h. n. erit. u. equalis. n. r. q̄re. u. est etiam equalis. b. per hanc cōmunem scientiam: quecunq; uni & eidem sunt equalia inter se sunt equalia. ℣ Nō est aūt necessarium ut superficies. h. l. l. m. & m. n. equidistantium latez equales triangulis. c. a. d. aut supficies. k. o. o. p. p. q. & q. r. equales triāgulis. e. b. f. g. sint rectangule sed ut angulus extrinsecus superficiei. l. m. sit, equalis angulo intrinseco supficiei l. h. & extrinsecus, m. n. intrinseco. m. l. ¶ Similiter quoq; ut extrinsecus superficiei. k. o. sit equalis intrinseco supficiei. h. n. & extrinsecus. o. p. intrinseco, k. o. sicq; de ceteris. ¶ Cum enim sic fuerit erit una quaq; linearū. k. n. & sibi opposita. b. m. itemq; h. r. & sibi opposita. n. q. linea una per ultimam partem. 29. primi & per. 14. eiusdem quotiens oportuerit equalitas repetitas. ¶ Propterid q̄ oēs supficies. h. l. l. m. & m. n. Item q. k. o. o. p. p. q. & q. r. sunt equidistantiū laterum & angulus extrinsecus cuiusq; sequalis est equalis intrinseco eā ꝓcedentis: quare due supficies. h. n. & n. r. erūt equidistātiū laterū & inter lineas equidistantes & equālis altitudinis. Cetera ergo argue ut prius.

## Propositio .26.

Sd per dimidiū date linee paralellogramū designatū maius ē eo palellogramo cui date linee applicato deest ad cōplectionē linee simile z super diametrum cōsistens super dimidium collocati.

¶ Sit data linea. a. b. sup cuius dimidiū. c. b. cōstituat paralellogramū. c. d. cuius diameter. b. e. & ad lineā. a. b. applicet paralellogramū. a. f. cuius unū latus secet. e. c. in pūcto. g. ita q̄ ad cōplementū totius linee. a. b. desit supficies. f. b. que sit similis supficiei. c. d. & consistēs circa diametrū eius, dico tūc q̄ paralellogramū. c. d. ē maius paralellogramo. a. f. ¶ Est enim ꝓ primā huius. a. g. equale. g. b. & per. 43. ꝓmi. c. f. equale. f. d. ergo ꝓ hāc cōem scientiā: si equalibus eqlia addas &c.

erit gnomo cõstans ex tribus paralellogramis q̃ue sunt.c.f.f.b.ꝫ.f.d.eq̃lis paralellogramo.a.f.quare paralellogramũ.c.d. ẽ maius paralellogramo.a.f.in paralellogramo.e.f.qđ̃ est propositũ. ¶ I dẽ etiã esset si superficies.a.f.fieret altior superficie.c.d.ut uidere potes in secunda figura in q̃ etiam per primam huius.a.g. est equale.g.b. demptis itaq; utriq; duobus supplementis superficiei.f.h. excedet paralellogramum.c.d. paralellogramum.a.f.in paralellogramo.f.e.

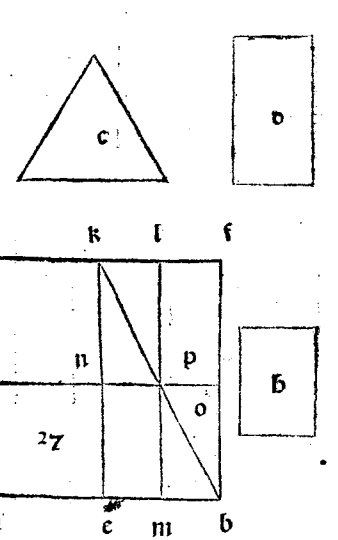
¶ Castigator.

a ¶ Tunc eẽt econuerso quia paralellogramo.a.f.linee.a.b. applicato deest ad cõplectionem totius linee paralellogramum f.b.quod quidẽ ẽ maius.c.d.super dimidium collocato:ꝫ sunt similia ex.22.huius.qđ̃.f.b.non consistit super diametrũ collocati super dimidiũ:uidelicet.c.d. imo ipsũ c.d.consistit super diametrũ illius.f.b.quod ad cõplementũ linee deest: ut patet. Et ideo cõclusio ista.26.uidet sub distinctione intelligi.s.cui date linee applicato ad complectionem linee deest simile paralelogramũ consistens super diametrum super dimidium collocati uel super cuius diametrũ cõsistit illud sub dimidiũ collocatũ ut in illa scda figura euidẽter apparet in qua.c.d.cõsistit super diametrũ.f.b.ꝫc.qđ̃ ẽ cõuerso mõ.

## Propositio .27.

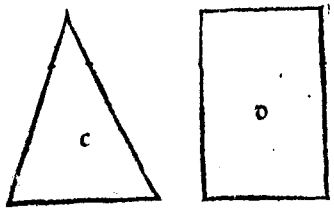
Dilatera superficie proposita equum ei super quã libet assignatã lineã paralellogramũ designare cui desit ad complẽdam lineam alij superficiei proposite simile paralellogramum quod sm eiusdẽs suã cẽ paralellogramo super dimidium date linee collocato minime maius existat.

¶ Sit assignata linea.a.b.ꝫ propositus triangulus.c.propositumq; paralellogramum.d.uolo super lineã.a.b.designare paralellogramum equale triangulo.c.ita q̃ desit ad complendam lineam.a.b.paralellogramum simile.d.ꝫ sit ita conditionatum.q̃ triangulus.c non sit maior paralellogramo simili.d.collocato super dimidium linee.a.b.alioquin a ad impossibile laboraretur per premissam. ¶ Diuido igitur lineam.a. b. per equalia in puncto.e.ꝫ sm doctrinam.19.huius: super eius medietatem e.b.constituo paralellogramum.e.f.simile.d.ꝫ complebo super totam lineam.a.b.paralellogramum.b.g. ¶ Quia igitur.c. non est maior paralellogramo.e.f.sed equalis ei aut minor sicut positum est. ¶ Si fuerit ei equalis erit paralellogramum.e.g. quale intenditur b per.36. primi coadiuuante prima pte:9. quinti:ꝫ per diffinitionẽ similium superficierum ꝫ 10. huius. ¶ Si autem minor sit minor in superficie aliqua cui equalis ꝫ similis.d.fiat sm doctrinam.25.huius que sit.h.eritq; h. similis.e.f. per 10.huius.quare per conuersionem diffinitionis equiangula sibi ꝫ proportionalium laterum. ¶ Protraham igitur in paralellogramo.e.f. diametrum.b.k.ꝫ reſcabo latera.k.f.ꝫ.e.k. superficiei.e. f.ad mensuram laterum superficiei.h.protractis lineis.l.m.ꝫ. n.o. equidistantibus lateribus superficiei.e.f.secantibus se in puncto. p.ut superficies.k.p. sit equalis ꝫ similis superficiei.h. ¶ Eritq; per.23. huius punctum.p. in diametro. k. b. ¶ Protracta itaq; o.n.usq; ad.a. g.dico paralellogramum. a.p. eẽ quale proponitur. ¶ Deest enim sibi ad complementum linee.a.b. paralellogramũ.p.b.qđ̃ per.22.ꝫ.10. huius est simile paralellogramo. d. Sed ipm etiam paralellogrammum.a.p.est equale triangulo.c. Est enim per primã huius.a.n.equale.n.b.ergo per.43.primi:ꝫ hanc communem scientiam si equalibus equalia addas ꝫc.paralellogramum.a.p.est equale gnomoni.n.b.l.ꝫ quia isste gnomo est equalis triangulo.c.propter id quod paralellogramum.e.f.positum fuit eẽ maius triãgulo.c. in paralellogramo b.quod est equale paralellogramo.k.p. patet propositum.

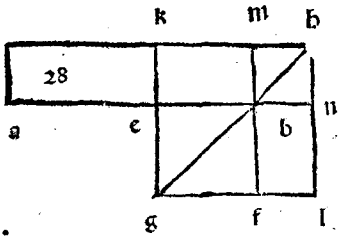



¶ Castigator.

a ¶ Quia premissa oñdit omne palellogramum collocatum super dimidium date linee esse maius eo cui date linee applicato deesset ad com



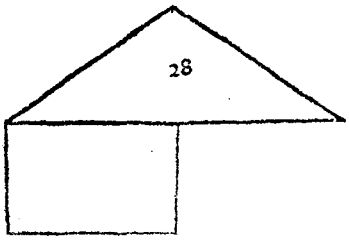

plectionem totius linee unum palellogramum simile illi sup dimidium collocato consistens super diametrū eiusdem. ℭ ideo in casu si triangulus esset maior parallelogramo simili. d. collocato sup dimidium date linee esset impossibile designare unum parallelogramum equale trigono. c. cui applicato date linee deesset unum parallelogramum simile. d. quādo parallelogramū deficiens ad complēdam lineam esset super diametrum collocatū: qm̄ oē tale est maius illo: ℭ sic ad impossibile laboraretur. ut patet qm̄ semper oportet q̄ parallelogramū date linee applicatū sit minus illo super dimidium collocato ℭ non maius ℭc. b. ¶ Quia p. 36. primi. e. g equatur. e. f. ℭ per ypothe. ēt triangulus. c. equatur eidem. e. f. cum dicitur si fuerit ei equalis: ℭ ideo per primam partem, 9. quinti. e. g. ad. e. f. sicut trianguli. c. ad idem e. f. quia utriusq; proportio equalitatis. Et ideo cum utriusq; ad idem sit una proportio per dictam, 9. illa duo sunt equalia: ut delicet. e. g. ℭ triangulus, c. cetera sequuntur per diffinitionē ℭ. 20. huius.




## Propositio 28.

Si per data linea; data superficiei trilatere equū parallelogramum cōstituere. quod addat super cōplectiōem date linee superficiem equidistātium laterum date superficiei equidistātium latez similez.

¶ Sit ut prius data linea. a. b. ℭ datus triangulus. c. datūq; parallelogramum. d. uolo super lineam. a. b. cōstituere parallelogramum equale triangulo. c. quod addat super totam lineam. a. b. parallelogramum simile. d. ℣ Diuido lineam. a. b. per equalia in puncto. e. ℭ super eius medietatem. e. b. facio. e. f. similem. d. ſm quod docet 19. huius. ℣ Et ſm doctrinam. 25. huius. facio. k. l. cuius diametrum. g. h. similem. d. ℭ equalem duabus superficiebus. e. f. ℭ. c. ℣ Eritq; per. 20. huius. k. l. similis. e. f. ℣ Superposita igitur superficie. k. l. superficiei. e. f. ita q̄ ambe cōmunicent in angulo. g. erit per. 23. huius superficies. e. f. consistens circa diametrum superficiei. k. l. quare punctum. b. est in diametro. g. h. ℣ Gōplebo igitur parallelogramum a. h. quod dico esse quale proponitur. ℣ Quod constat ꝓtractis linea. f. b. usq; ad. m. ℭ linea. e. b. usq; ad. n. ℣ Est enim per primam ℭ. 36. ꝑmi huius. a. k. equale. k. b. ℭ ideo per. 43. primi est etiam equale. n. f. addito ergo utriq; e. h. erit per communem scientiam. a. h. equale gnomoni. e. h. f. ℣ Sed iste gnomo est equalis triāgulo. c. quia parallelogramum. k. l. positum fuit equale duabus superficiebus. c. ℭ. e. f. ergo parallelogramū. a. h. est equale. c. ℭ addit ad complemētum linee. a. b. parallelogramum. m. n. q̄ per. 22. ℭ. 20. huius est simile parallelogramo. d. quare constat perfectum ēse quod uolumus. Possimus autem ad lineam datam adiungere parallelogramum equale non solum trilatere superficiei posite. sed ℭ cuilibet rectilinee figure proposite quecūq; ipsa fuerit cui desit ad complendam lineam datam superficies similis superficiei equidistantium laterum proposite: sicut docet premissa. obseruata conditione eius ne laboretur ad ipossibile per ante premissam. ℣ Vel q̄ addat ad complendam lineam superficiem equidistantium laterum similem superficiei proposite: sicut proponit conclusio presens. ℣ Propositam enim superficiem cui equale parallelogramum debet ad lineam datam adiungi. quod addat aut diminuat ad complectionem linee parallelogramum simile parallelogramo dato: resoluemus in triangulos. ℭ ipsis mediantibus describemus superficiem equidistantium laterum toti superficiei proposite equalem. ℣ Hoc autem qualiter fiat: ℭ si scire uoleris. require. 25. huius. ℣ Cehinc super duplum basis eius equalis altitudinis triangulum constituemus quem si. 44. primi diligenter inspexeris parallelogramo prius designato inuenies esse equalem: quare ℭ superficiei proposite. ℣ Huic ergo triangulo si equale parallelogramum ad lineam datam adiunxeris quod addat ad complementum linee aut minuat parallelogramum simile parallelogramo dato secundum q̄ docet hec ℭ premissa; quod propositum erat te perfecisse non dubites.

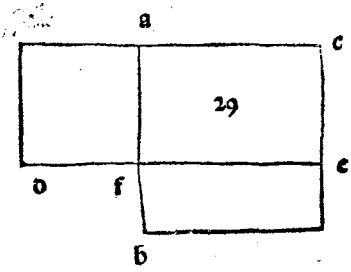


## Propositio. 29.

Dan libet lineam propositam secūdum proportionem habentem medium. duoq; extrema secare.

¶ Sit proposita linea. a. b. q̄ uolo diuidere secundum proportionem habentem medium & duo extrema. ℣ Ex ipsa describo quadratū. b. c. & ad eius latus. a. c. adiungo sm quod docet premissa paralellogramum. c. d. equale quadrato. b. c. q̄ addat ad complementum linee. a. c. paralellogramum. a. d q̄ sit simile. b. e. ℣ Sitq; latus paralellogrami. c. d. quod equidistat. a. c. d. e. & secet lineam. a. b. in puncto. f. dico lineam. a. b. esse diuisam in pūcto f. sicut proponitur. ℣ Est enim. a. d. quadratum propter id quod est simile. b. c. ℣ Quare. a. f. est equale. f. d. ℣ Sed & f. e. est equalis. a. b. propter id quod est equalis. a. c. per. 34. primi. ℣ Et quia. c. d. est equale. b. c. dempto utrinq; c. f. erit. a. d. equale. e. b. & angulus. f. uniꝰ angulo. f. alterius ergo p. 13. huius latera sunt mutekesia. ℣ Ergo. e. f. ad. f. d. sicut. a. f. ad. f. b. ¶ Et quia. e. f. est equalis. a. b. & f. d. a. f. erit. a. b. ad. a. f. sicut. a. f. ad. f. b. ¶ Ergo per diffinitionem secundam duarum proponitur. ¶ Idem etiam potest demonstrari ex. 17. secundi. ¶ Diuidatur enim. a. b. in puncto. f. sm quod docet. 11. secundi situq; el b. quod continetur sub tota. a. b. & eius pte. f b. ita q̄. f. e. sit equalis. a. b. & a. d. sit quadratum. a. f. ¶ Est itaq; per predictam. 11. secundi. e. b. equale. a. d. ¶ Quod restat arguere ut prius per. 13. huius. ¶ Vel sic cum. a. b. sit diuisa in puncto. f. secundum quod docet. 11. secundi. quod fit ex. a. b. prima in. f. b. tertiam est equale quadrato. a. f. secunde. ergo per secundam partem. 16. huius proportio. a. b. prime ad. a. f. secundam est sicut. a. f. secunde ad. f. b. tertiam per diffinitionem itaq; diuisa est. a. b. ut proponitur. ¶ Castigatori.

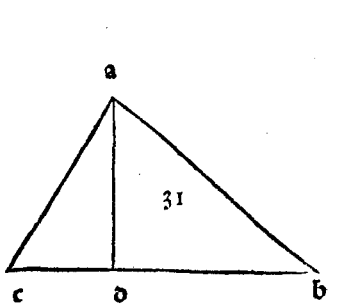
¶ Idem ostendit. 11. secundi sub aliis uerbis. & unum ex corelariis. 16. noni in numeris. & 6. tertii decimi indifferenter in linea & numero & in. 10. quarti decimi ualde ab omnibus philosophis cōmendatur talis diuisio.




## Propositio 30.

Si fuerint duo trianguli super unum angulum constituti quorum duo latera angulum illum continētia duobus aliis eorum lateribus equidistent. fuerintq; illa quatuor latera secundum equidistātiam relata proportionalia. illos duos triangulos super unam lineam rectam constitutos esse necesse est.

¶ Sint duo trianguli. a. b. c. d. c. e. constituti sup angulum. a. c. d. sitq;. a. c. equidistans. d. e. & d. c. a. b. & sit proportio. a. c. ad. d. e. sicut. a. b. ad. d. c. dico q̄ due baſes eorum. b. c. & c. e. sunt linea una. ¶ Est enim angulus. a. equalis angulo. d. quia uterq; eorum est equalis angulo. a. c. d. per primā partem. 29. primi ¶ Igitur per presentem ypothe. & 6. huius ipsi trianguli sunt equianguli. & angulus. b. est equalis angulo. d. c. e. & angulus. a. c. b angulo. e. quare per. 32. primi: tres anguli qui sunt. ad. c. sunt equales duobus rectis: ipsi enim equantur tribus angulis utriuslibet duorum triangulorum. ¶ Ergo per. 14. primi. b. e. est linea una: quod est propositum.

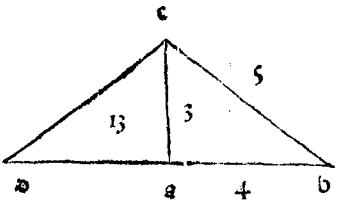



## Propositio. 31.

In omni triangulo rectangulo superficies lateris q̄ subtenditur angulo recto equalis est superficiebus duorum laterum angulum rectum continentium pariter acceptis. cum fuerint similes ei linea tione & creatione.

¶ Quod ꝓponit penultia p̄mi de superficiebus q̄dratis ꝓponit hec penultima sexti de omnibus superficiebus similibus. unde hec est illa tanto uniuersalior quanto superficies laterata q̄drato. ¶ Sit itaq; triangulus rectangulus. a. b. c. cuius angulus. a. sit rectus: dico q̄ superficies constituta sup latus. b. c. est equalis duabus superficiebus constitutis super. a. b. & a. c. cum omnes tres superficies fuerint [a] similes in figura & situ.

¶ Ducam perpendicularem a d ad lineam b.c. eritq; per secundam partem correl. 8. huius proportio. b.c. ad. c.a. sicut. c.a. ad. d.c. ℔ c.b. ad. b.a. sicut. b a. ad. d.b. ¶ Si itaq; super quamlibet trium linearum. b, c, a. ℔ a b. fiat superficies similis aliis i figura ℔ situ. erit per correl. 17. huius proportio superficiei constitute super. b. c. primam ad constitutam super. c.a. ℔ cundam sicut. b.c. prime ad. d.c. tertiam. ℔ item eiusdem superficiei constitute super. b. c. primam ad constitutam super. a. b. secundam sicut. b.c. prime ad. d.b. tertiam per idem correl. ¶ Quare per conuersam proportionalitatem superficiei. a.c. ad superficiem. c.b. sicut. c.d. ad. c.b. ¶ Et similiter superficiei. a. b. ad superficiem. b c. sicut. b. d. ad. b.c. ¶ Et ponatur a.c. prima ℔ c. b. secunda ℔ quarta ℔ c. d. superficies tertia. ℔ a. b. superficies quinta. ℔ b. d. superficies sexta. ℔ arguatur per. 24. quinti quod proportio superficiei constitute super. b.c. ad duas superficies constitutas super. c.a. ℔ a.b. simul est sicut. b.c. ad. c.d. ℔ d.b. simul. ¶ Quia igitur. b, c. est equalis duabus lineis. c. d. ℔ d.b. simul sumptis, erit superficies constituta super. b, c. equalis duabus superficiebus constitutis super. c. a. ℔ a. b. simul sumptis: quod est propositum. ¶ Conuersam quoq; huius possumus facile demonstrare per modum demonstrationis ultime primi. ¶ Sit enim triangulus. a. b. c. sitq; superficies constituta super. b. c. equalis duabus superficiebus constitutis super duas lineas. a. b. ℔ a. c. sibi similibus. dico q; angulus. a. est rectus. ¶ Ponam enim angulum. c. a. d. rectum, ℔ lineam a. d. equalem. a. b. ℔ claudo superficiem ducta linea. d. c. eritq; per hāc. 31. superficies constituta super. c. d. equalis duabus constitutis super duas lineas. c. a. ℔ a. d. sibi similibus. quare etiam constitute super. b. c. sibi simili, hec enim posita est equalis duabus constitutis super a. b. ℔ a. c. sibi similibus. erit ergo linea. b. c. equalis. c. d. quare per. 8. primi angulus. a. est rectus quod est propositum.



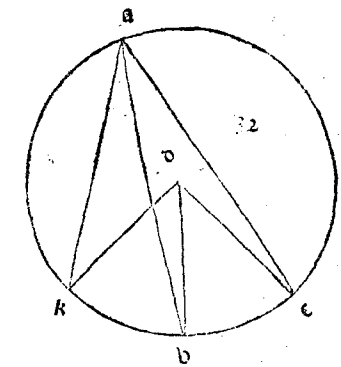

## Propositio .32.

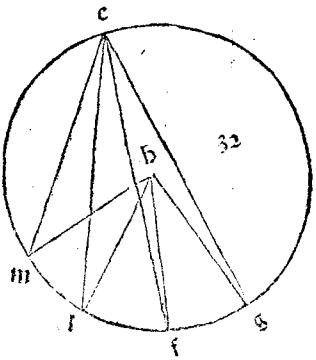
In circulis equalibus supra centrum siue supra circunferentiā anguli cōsistāt, erit angulorū proportio tā cōproportio arcuum illos angulos suscipientium.

¶ Sint circuli. a. b. c. cuius centrum. d. ℔ e. f. g. cuius centrū. h. eēles: sup quoꝝ cētra fiāt duo anguli. b. d. c. ℔ f. h. g. ¶ Et super eorum circunferentias alii duo qui sint. b. a. c. ℔ f. e. g. dicoq; proportio angulorum tam eorum qui sunt super centra q̄ eorum q̄ super circunferentias: est sicut arcus. b. c. ad. arcū. f. g. ¶ Cōtinuabo. n. illis duobus arcubus alios aquales: siue scām eundem numerum siue scām diuersos. ¶ Sitq; arcus. k. b. eālis. b. c. ℔ utrq; duoꝝ arcuū. l. m. ℔ f. l. eālis. f. g. ¶ Et pducam lineas. k. d. d. k. a. m. h. l. h. mje. ℔ l. e. ¶ Erūtq; p. 26. tertii anguli q̄ sunt ad. d. adiuicē eāles. ¶ Similiter quoq; ℔ qui sunt ad. h. adiuicē eāles. Idē ēt de his q̄ sunt ad. a. ℔ de his q̄ sunt ad. e. ¶ Sicut igitur arcus. k. c. est multiplex arcus. b c. ita angulus. k. d. c. anguli. b. d. c. ¶ Et angulus. k. a. c. anguli. b. a. c. Similiter sicut arcus. m. g. ē multiplex arcus. f. g. ita angulus m. h. g. anguli. f. h. g. ℔ angulus. m. e. g. anguli. f. e. g. ∇ Sed si arcus. k. c. est eālis arcui. m. g. angulus. k. d. c. est eālis angulo. m. h. g. ℔ angulus. k. a. c. angulo. m. e. g. ℔ si maior maiores. ℔ si minor minores p̄ a. 26. tertii. ∇ Per diffinitiōem itaq; incōtinue pportionalitatis ppor tio arcus. b. c. ad arcū. f. g. est sicut anguli. b. d. c. ad angulū. f. h. g. ℔ sicut anguli. b. a. c. ad angulum. f. e. g. qd̄ est ppositū. Idē intellige in eodē circulo.

¶ Castigatio.

a ¶ Hoc nō dicit explicite sed sequitur ad illā pbata eālitate quēad modum diximus supra in prima huius de. 36. primi adducta ita accidit in. 26. tertii sunt. n. q̄ quatuor quātitates angulus. b. d. c. p̄ma angulus. f. h. g. scda arcus b. c. tertia arcus. f. g. quarta ℔ a. d. p̄mam ℔ tertiā sumpta sunt eōrum multiplicia uidelicet dupla. s. angulus. k. d. c. ℔ arcus. k. c. ℔ ad. scdam angulus m. h. g. triplus ad angulū. f. h. g. ℔ arcus. m. g. triplus ad arcū. f. g. ūrtam ergo per dictam diffinitionem in cōtinue ppor. ℔ sic de aliis angulis ad. a. ℔ c. ℔ arcubus eorundem.




¶ Explicit liber sextus.

¶Septimus Euclidis liber de numeris ⁊ eorum adinuicem proportionibus ⁊ proportionalitatibus, ex optima Campani traductione. ¶Magistro Luca paciolo de Burgo Sancti Sepulcri Ordinis ¶Minorum Castigatore accuratissimo. Incipit

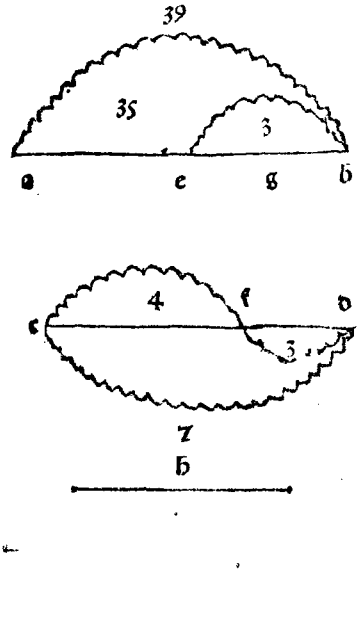
Vnitas ē qua vna quęq; res vna dicitur. 2. ¶Numerus est multitudo ex vnitatibus composita. 3. ¶Naturalis series numerorum dicitur in q̄ secūdum vnitatis additionem fit ipsorum computatio. 4. ¶Differentia numerorum appellatur numerus quo maior habundat a minore. 5. ¶Numerus primus dicitur q̄ sola vnitate metitur. 6. ¶Numerus compositus dicitur quē alius numerus metit. 7. ¶Numeri contra se primi dicuntur q̄ nullo numero excepta solavnitate numerantur. 8. ¶Numeri adinuicem compositi siue cōmunicantes dicuntur quos alius numerus q̄ vnitas metitur nullusq; eorum est ad aliū primus. 9. ¶Numerus per aliū multiplicari dicitur q̄ totiēs sibi coaceruatur quotiens in multiplicante est vnitas. 10. ¶Productus vero dicitur qui ex eorum multiplicatiōe crescit. 11. ¶Numerus aliū numerare dr̄ q̄ scōm aliquem multiplicatus illum ꝓducit. 12. ¶Pars est numerus numeri minor maioris cum minor maiorem numerat. Et qui numeratur numerātis multiplex appellatur. 13. ¶Denominās est numerus secūdum quem pars sumitur in suo toto. 14. ¶Similes dicuntur partes quę ab eodem numero denominantur. 15. ¶Prima simpla numeri ps est vnitas. 16. ¶Si duo numeri ptes habuerint tōtidē tot partes maioris dicetur esse minor. quotiens eadem pars fuerit in minore. totes vero quotiens ipsa fuerit in maiore. 17. ¶Numeri ad numerū dicitur proportio minoris quidem ad maiorem in eo quod est maioris pars vel partes. ¶Maioris vero ad minorem secundū q̄ eum continet ⁊ eius partem vel partes. 18. ¶Cum fuerint quotlibet numeri continue proportionales dicetur proportio ꝑmi ad tertium sicut ꝑmi ad scōm duplicata. ad quartum vero triplicata. 19. ¶Cum continuate fuerint eedem vel diuerse proportiones dicetur ꝓportio ꝑmi ad vltimum ex oībus ꝓposita. 20. ¶Denominatio dr̄ proportionis minoris q̄dem numeri ad maiorem pars vel partes ipsius minoris. que in maiore sūt. ¶Maioris autem ad minorem totum. vel totum ⁊ pars vel partes. prout maior superfluit. 21. ¶Similes siue vna alij eadem dicunt proportiones q̄ eandem denotationem recipiūt. ¶Maior ꝙ q̄ maiore. ¶Minor aūt q̄ minorem. 22. ¶Numeri ꝙ quoꝝ proportio vna. ꝓportionales appellant. 23. ¶Termini siue radices dicunt q̄bus in eadem ꝓportiōe minores sūt ipossibile ē.

1. ¶Petitiones sunt quatuor. ¶Cuilibet numero quotlibet posse sumi equales prout libet. vel multiplices. 2. ¶Quotlibet

numero aliquē quātūlibet sumere posse maiorē.3. ¶ Seriē numerorū in infinitum posse procedere.4. ¶ Nullū numerū in infinitum posse diminui.1. ¶ Cōmunes animi conceptiones sunt decē.1. ¶ Omnis pars minor est suo toto.2. ¶ Quicūq; eiusdē sive equaliū fuerint eque multiplices. ipsi quoq; erūt eq̄les.3. ¶ Quibus idē numerus eque multiplex fuerit. sive quorum eque multiplices fuerint equales. ꝛ ipsi etiam erūt equales.4. ¶ Omnis numeri pars est vnitas ab ipo denominata.5. ¶ Omnis pars est minor q̄ maiorem hs denominationem. maior vero que minorem.6. ¶ Quilibet numerus totus ē ab vnitate.quota pars ipsius est vnitas.7. ¶ Quicūq; numerus in vnitatē ducitur. seipsum producit. Vnitas quoq; in quēcunq; ducta, producit eundē.8. ¶ Quicunq; numerus numerat duos. numerat quoq; cōpositū ex illis.9. ¶ Quicūq; numerus numerat aliquē numerat oēm numerū ab illo.10. ¶ Quicūq; numerus numerat totū ꝛ detractum. numerat residuum.

¶ Lastigator.

a ¶ Species ille propor. maioris inequalitatis ꝯ p̄ conseq̄s econuerso. minoris iequalitatis que numero sunt quinq; uidelicet multiplex superparticularis suppartiens. Multiplex superparticularis ꝯ multiplex suppartiens ex ista diffi.10. sumpserunt denoiationē. Nā cū maioris numeri ad minorē dicatur totū intelligit multiplex per diffi.2. quinti. Et ideo p̄ma *species dicta multiplex ꝯ cum ēt maioris ad minorem dicatur totum* ꝯ pars intelligitur totū semel ꝯ pars unica ꝯ tūc secunda spēs dicta suppartis cularis cū sexqui. ꝯ ēt totū ꝯ ptes ꝯ tūc tertia spēs dicta suppartiens ꝯ intelligit totū pluries ꝯ pars unica ꝯ tūc q̄rta species dicta multiplex superparticularis cū sexqui. ꝯ etiā totum pluries ꝯ ptes ꝯ tūc quinta spēs dicta multiplex suppartiēs quibus denominationibus preposita li. sub. dicēdo *submultiplex sub superparticularis sub suppartiens* ꝛc. *tot species minoris inequalitatis numero habebis quot maioris.b* ¶ *Iste cōceptiōes in.10. libro respectu q̄titatū in genere quasi ad instar quinti t de quibus in illo* agitur. allegātur p̄ similes istis ut dicēdo p̄ similē antepenultimē. p̄ similē penultime ꝛc. ut patet in expositione.9. eiusdē ꝯ secūda. c ¶ Proportio dicitur cōponi ex duabus pportionibus q̄n denominatio illius pportionis pducit ex ductu denominationū illaꝝ pportionū unius in alterā Vitellio in sua pspectiua.d ¶ Boe.2. musice. cap.9. dicit unitatē numerum cū dicit maiores uero sunt numeri tres ꝯ q̄tuor minores binarius ꝯ unitas in maioribus igitur minori ꝯ i minoribus maior pportio cōtinet ꝛc. pportiōes aūt p̄ncipaliter in numeris cōsiderant. I dē in.4. musice. cap.1. e ¶ *Oium exēplat diffi.ut.1.2.3.4.5.6.* ꝛc. *ut.1. respectu senarii* ꝯ q̄ternarii. *ut.3.5.7.11.13.17.* ꝛc. *semp sunt ipares ut.4.6.8.12.14.* ꝛc. *et ipares ut.15.21.33.39.* ꝛc. V. 1. 2. ꝛ. 3. V. 2. ꝛ. 5. V. 2. ꝛ. 9. ꝛc. 2. ꝛ. 7. V. 2. ꝛ. 63. V. 2. ꝛ. 34. V. 4. ꝛ. 8. V. 2. ꝛ. 16. 15. 2. 33. ꝛ. 15. 2. 4. 30. 63. ¶ Contra se primi ꝯ adinuicē primi. idē iportat ut infra uigesima secūda huius apparet. ¶ Quoꝝ stat q̄ aliquis sit cōpositis ꝯ alter nō. ꝯ q̄ uterq; sit p̄mus ut ex 24. infra apparet. ꝯ q̄ ambo sint cōpositi sed nō adinuicē ut. 20. ꝯ. 63. ¶ Cōicantes aliqñ oēs impares. 15. 21. 33. ēt oēs pares. 12. 18. 30. ꝯ pares ꝯ ipares. 15. 24. 33. 36. 63.




¶ Propositio.

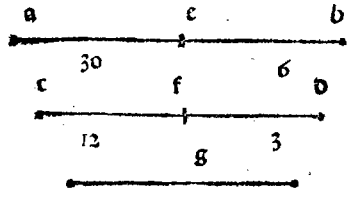
Ja maioꝛe duoꝝū numeꝛoꝝū minoꝛ detrahatur, donec minus eo supersit. Ille deide dē minoꝛe ip̄m reliquū donec minus eo relinq̄tur. Itēq; a reliquo primo reliquū ꝑm quotiēs minus eo superfuerit: atq; in huiusmodi cōtinua detractōe unius fuerit reliquus: qui ante relictū numeret vsq; ad vnitatem: eos duos numeros contra se primos esse necesse est.

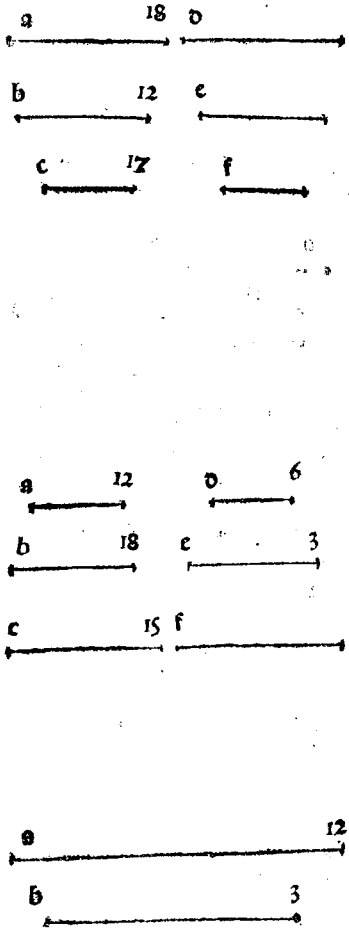
¶ Sint duo numeri. a. b. ¶. c. d. c. d. minor detrahaturq. c. d. ex. a. b. quotiens poteſt: ¶ ſit reſiduum. e. b. qui erit minor. c. d. alioquin poſſet ex ipſo adhuc detrahi. c. d. detrahatur ¶ ipſe. e. b. ex. c. d. quotiens poteſt. ſitq. reſiduum. f. d. ſed ¶. f. d. detrahatur ex. e. b. quotiens poteſt: ¶ ſit reſiduum. g. b. q. ſit unitas. dico tunc duos numeros. a. b. ¶. c. d. eſſe contra ſe primos. Si enim ſint compoſiti. numerabit eos communiter per diffinitionē aliquis numerus preter unitatem qui ſit. b. ¶ Et quia. b. numerat. c. d. numerabit. a. e. per penultimam conceptionem: ¶ quia idem numerat. a. b. numerabit etiam. e. b. per ultimam conceptiōem. ergo ¶. c. f. per penultimā. quare ¶. f. d. per ultimam. ergo ¶. g. e. per penultimam. ergo ¶. g. b. per ultimam. ¶ quia. g. b. eſt unitas: ſequitur numerum eſſe partem unitatis vel ſibi equalem quod eſt impoſſibile. ¶ Erunt igitur. a. b. ¶. c. d. contra ſe primi quod eſt propoſitum. ¶ Quod ſi duo numeri. a. b. ¶. c. d. ſint contra ſe primi. nō erit in hac mutua detractione ſtatus antequam ad unitatem perueniatur. Et eſt iſtud converſum eius quod auctor proponit. ¶ Si autem in hac mutua detractione fuerit ſtatus anteq̄ perueniatur ad unitatē: ſit vt. g. b. ſit numerus qui detrahatur ab. f. d. ¶ nihil ſit reſiduum. igitur. g. b. numerat. f. d. ergo per penultimam cōceptionem numerat ¶. e. g. ¶ ga etiam numerat ſeipſum numerabit per antepenultimam cōceptionē totum. e. b. ergo per penultimam numerat. c. f. ſed oſtenſum eſt prius q̄ numerat. f. d. ergo per antepenultimam numerat totum. c. d. quare p̄ penultimam numerat. a. e. ¶ quia oſtēſum eſt prius q̄ etiam numerat. e. b. ſequitur per antepenultimam ut etiam numeret. a. b. quia igitur numerus. g. b. numerat utrūq. duorum numerorum. a. b. ¶. c. d. numeri. a. b. ¶. c. d. ſunt compoſiti: non igitur contra ſe primi quod eſt cōtra ypothe. ¶ Per hāc ergo viam propoſitis quibuſq. duobus numeris inueſtigamus utrum ipſi ſint contra ſe primi. ſi enim tali facta mutua detractione perueniatur ad unitatem: ipſi ſunt contra ſe primi. Si autem ſit ſtatus anteq̄ perueniatur ad unitatem ipſi ſunt compoſiti.

## Propoſitio. .2.

PRopoſitis duobus numeris adinuicem compoſitis maximum numerum cōmunem eos numerātem inuenire. Vnde manifeſtum eſt q̄ omnis numerus duos numeros numerās numerat numerum maximum ambos numerantem.

¶ Sint duo numeri compoſiti. a. b. ¶. c. d. minor. c. d. ¶ Quia ergo numerat eos communiter aliquis numerus per diffinitionem. uolo inuenire maximum numerum eos communiter numerantē. Secundum modum ¶ ſimilitudinem prioris: minuo minorem de maiori quoad poſſum. uidelicet. c. d. de. a. b. ¶ ſit reſiduum. e. b. ¶ Itemq. e. b. de. c. d. quoad poſſum: ¶ ſit reſiduum. f. d. ¶ quia huius diminutio nō poteſt fieri infinities per ultimam petitionem: nec poteſt etiam ad unitatē peruenire in propoſito per precedentem: ¶ quia tunc eſſent numeri ꝓpoſiti contra ſe primi. ꝛ quod eſt contra ypothe. ¶ Sit ut cum detraxero. f. d. ex. e. b. quoad potero q̄ nihil ſit reſiduum. dico tunc. f. d. eſſe maximum numerum numerantem. a. b. ¶. c. d. ¶ Quod enim numeret eos patet per penultimam ¶ antepenultimam cōceptionem alternatim quotiēs oporterit repetitas ſicut in demonſtratione conuerſē precedentis. ¶ Numerat enim. f. d. e. b. quia cum ab ipſo detrahitur quoad poteſt nihil fit reſiduū ergo ¶. c. f. per penultimam conceptionem ergo ¶. c. d. per antepenultimam: quare ¶. a. e. per penultimā igitur ¶ a. b. per antepenultimā. ¶ Q d autem nullus maior. f. d. numeret. a. b. ¶. c. d. ſic patet. ¶ Si enim fieri poteſt: ſit numerus. g. maior. f. d. numerās utrumq. duorum numerorum. a. b. ¶ c. d. ¶ Quia igitur. g. numerat. c. d. numerabit per penul. concep. a. e. ¶ quia numerat. a. b. numerabit per ultimam. e. b. ergo per penul. numerat c. f. ¶ quia etiam numerat. c. d. numerabit per ultimam. f. d. maior videlicet minorem: quod eſt impoſſibile. ¶ Ex hoc ſecūdo ꝓceſſu liquet corol.






## Propositio .3.

Propositis tribus numeris adinuicem compositis maximum numerorum eos communiter numerantium inuenire.

¶ Priusq̃ hanc tertiam conclusionem demonstremus demonstrandum arbitramur ipsius aĩs: uidelicet propositis tribus numeris q̃liter poterimus certificari an ipsi sint adinuicem compositi. ¶ Sint itaq; tres numeri. a.b.c. de quibus uolo uidere utrum ipsi sint adinuicem compositi. ¶ Per primam igitur inquiro an duo primi qui sint. a. ℔. b. sint adinuicẽ primi: quod si sic non erũt a.b.c. adinuicem compositi. per diffinitiõem. ¶ Si autem. a. ℔. b. sint adinuicem compositi: sit per precedentem. d. maximus numerus eos numerans: qui si numerat. c. erunt per diffinitionem. a. b. c. adinuicem compositi. ¶ Si autem non numerat ipsum. sed ipsi. c. ℔. d. quidem sunt contra primi. non erunt. a. b. c. adinuicem compositi. Nã quicũq; numeraret eos numeraret ℔. d. per correl. precedẽtis. sicq; esset. d. ℔. c. compositi quod est contra ypothe. ¶ Si autem. c. ℔. d. sunt compositi erunt etiam. a. b. c. adiuicem compositi. ¶ Sit enim per premissam. e. maximus numerãs c. ℔. d. qui etiam ꝑ penul. concep. numerabit. a. ℔. b. quare per diffinitionem. a. b. c. sunt adinuicem compositi. ¶ Simili quoq; modo scietur ꝑpositis quotlibet pluribus q̃ tribus an omnes sint adinuicem compositi.

¶ Propositis itaq; tribus qui sint adinuicem compositi. qui etiam sint. a. b. c. uolo inuenire maximum numerum numerantem omnes.

¶ Sumo ꝑm doctrinam premisse. d. maximum numerantem. a. ℔. b. qui si numerat. c. ipse est quem querimus. alioquin per correl. precedentis sequeretur maiorem numerare minorem. ¶ Si autem non numerat. c. erunt tamen. b. c. ℔. d. adinuicem compositi per ypothe. ℔ correl. precedentis ℔ diffinitionem. ¶ Sit igitur maximus eos numerans. e. dico. e. esse maximum numerantem. a. b. c. ℣ Quod enim eos numeret patet per hanc ult. ypothe. que est ipsum esse maximum numerantem. c. ℔. d. ℔ per pẽult. concep. ¶ Et ꝙ nullus eo maior numeret eos sic patet. ¶ Sit enim si potest fieri. f. maior. e. qui numeret. a. b. c. qui cum numeret. a. ℔. b. numerabit per correl. premisse. d. ℔ quia etiam numerat. c. numerabit per idem correl. e. maior uidelicet minorem quod est impossibile. ¶ Non erit igitur numerus aliquis maior. e. numerãs. a. b. c. quod est propositum. ¶ Simili quoq; modo inueniẽtur maximus numerus numerãs quotlibet plures tribus adinuicem compositos: unde non oportuit Euclidem de pluribus tribus hoc doceret quia idem est modus ℔ ars in tribus ℔ pluribus.

¶ Ex ultimo aũt huius demõstrationis ꝓcessu posumus ĕt istud correl. huic tertie conclusioni adiicere. ¶ Vñ manifestum est ꝙ oĩs numerus numerans quotlibet adinuicem compositos: numerat maximum numerantem eos omnes. ℔ etiã maximos numerantes binos ℔ binos eorum.

¶ Castigator

a ¶ Per penultimam conceptionem quia quicũq; numerus numeraret c. ℔. d. numeraret ĕt. a. ℔. b. qm̃. d. iam numerat. a. ℔. b. ergo ꝑ penultimã a.b.c. essent adinuicem compositi. b ¶ Quia cũ sint. a. b. c. adinuicem compositi erit aliqs numerus eos cõiter numerãs ℔ cũ. d. sit maximus numerans. a. ℔. b. sequitur q̃lle numerus cõiter numerãs illos tres ꝙ numeret etiam. d. per correl. precedentis ℔ per consequẽs. d. ℔. c. sint etiam adinuicem cõpositi.

## Propositio .4.

Omnium duorum numerorum inequalium minor maioris aut pars est: aut partes.

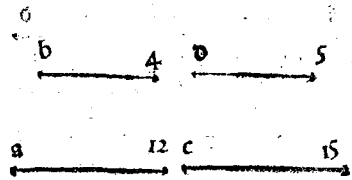
¶ Sint duo numeri. a. ℔. b. b. minor. dico ꝙ. b. est pars uel ptes. a. Aut n. b. numerat. a. aut non. ¶ Si numerat pars eius est ꝑ diffinitionem. Si non numerat ipsum. aut ergo sunt adinuicem primi aut non: si nõ sunt adinuicẽ primi habebunt per diffinitionem partem cõem: que quotiens fuerit in. b. tot

partes.a.dicetur esse.b.p diffinitionē. ¶ Si autem sint adinuicem primi quia tñ ois numeri p̄s est unitas ab ipso denominata.patet idē p unitatem.

## Propositio 5.

Si fuerint quatuor numeri quor̄ primus tota pars secundi quota tertius quarti: erunt primus & tertius pariter accepti tota pars secundi & quarti pariter acceptorum quota primus secundi.

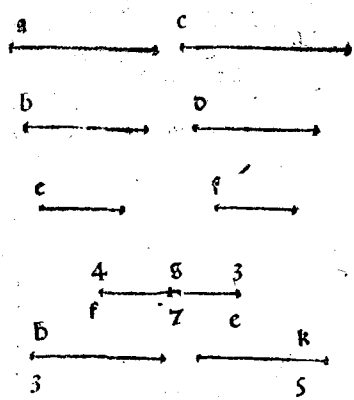
¶ Volens Euclides hos libros de numeris aliquo precedentium nō indigere sed per se ipsos stare: partem eius q̄ proposuit per primam quinti de quantitatibus in genere: proponit p hāc quitam huius septimi de numeris. ¶ Sint igitur.4.numeri.a.b.c.d.sitq; b.tota pars.a.quota.d.q dico q.b.ℇ.d.pariter accepti sunt tota pars.a.ℇ c.pariter acceptor̄: quota.b. est.a. ¶ Diuisis enim.a.ℇ.c.secundum quantitatem.b.ℇ.d.argumentare sicut in prima quinti. ¶ Erit enim.ut totidem sunt partes.a.quot.c.per positionem. ¶ Et ut aggregatum ex prima parte.a.ℇ prima.c.sit equale aggregato ex.b.ℇ.d. ¶ Similiter quoq; ℇ aggregatū ex secunda parte.a.ℇ secunda.c. ¶ Et quia hec aggregatio totiēs potest fieri quotiens continetur.b.in.a. sequitur ut numerus equalis aggregato ex.b.ℇ.d.totiens continetur in aggregato ex.a.ℇ.c.quotiens.b continetur in.a.quare constat propositum.

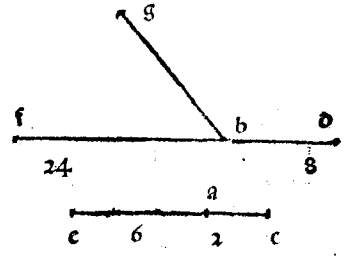



## Propositio 6.

Si fuerit quatuor numeri quorum primus tote partes secundi quote tertius quarti: erunt primus & tertius pariter accepti tote partes secundi & quarti pariter acceptorum, quote primus secundi

¶ Quod proposuit premissa de parte proponit ista de partibus. ¶ Sint itaq; ut prius quatuor numeri.a,b.c.d.sitq; ut.b.sit tot ℇ tote ptes.a.quot ℇ quote.d.est.c.dico q.b.ℇ.d.pariter accepti,erunt tot ℇ tote partes.a.ℇ.c.pariter acceptorum: quot ℇ quote.b.ℇ.a. ¶ Dico autem tot ℇ totas: quia partium pluralitas duobus numeris diffinitur: quorum alter numerator dicitur alter denominator: ut cum dicimus tres quintes: ternarius numerat: quinarius denominat. ¶ Quia igitur.b.ℇ partes.a.sit ut sint partes eius numerate ab.h.ℇ denominate a.k. eritq; similiter per positionem.d.partes.c.numerate ab.l.ℇ denominate a.k. Vna itaq; partium.b.sit.e.ℇ una partium.d.sit.f. erit per ypothe.e. pars.b.denominata ab.h.ℇ pars.f.denominata a.k. ¶ Similiter quoq; ℇ.f. erit pars.d.secundum.h.ℇ pars.c.secundum.k. ¶ Compositus igitur ex.e.ℇ f.sit.g.eritq; per premissam.g. pars.b.ℇ.d. pariter acceptorum secundum.h. ¶ Itemq; per eandem, erit pars.a.ℇ. c.pariter acceptorum secundum.k. ¶ Quare per.16.diffinitionem erunt.b.ℇ.d. pariter accepti partes.a.ℇ.c pariter acceptorum numerate ab.h.ℇ. denominate a.k. eō q; eorum communis pars est.g. minoris secundū.h. ℇ maioris.s.m.k. ℇ qa sic erat.b.a.constat propositum. ¶ Potes autem ℇ per hanc ℇ premissam quod proponit de quatuor numeris ad quotlibet numeros ampliare: q; si quotlibet numeri minores ad totidē maiores cōparētur fuerintq; singuli singulos: tota pars aut partes: quota uel quote primus secundi erūt quoq; omnes pariter accepti tota pars aut partes omnium pariter acceptorum quota uel quote primus secundi: quod facile probatur per hanc ℇ premissam: quotiens oportuerit repetitas. ¶ Et si crederemus esse intentionem Euclidis assumere ex prius demonstratis aliqua ad demonstrationem eorum que hic proponit ex.13.quinti: facile demōstrassemus hanc sextam. Nunc autem quia uidetur oppositum: alias enim superuacue proposuisset multa de numeris que demonstrata sunt in quinto de quantitatibus in genere. Necesse habuimus propriis uti demonstrationibus tanquam ex prioribus nihil sumentes: solis huius septimi contenti principiis: propter quod ℇ petitiones ℇ communes animi conceptiones propositi proprias non inconuenienter huius septimi principio apposuimus.






## Propositio .7.

Si fuerint duo numeri quorum vnus alterius pars detrahatur quis ab ambobus ipsa pars: erit reliquus tota pars reliqui quota totus totius.

¶ Quod proponit hic Euclides de numeris propositis superius in quinta quinti. de quantitatibus in genere. ¶ Sit itaq; ut quota pars est totus a. totius b. ℣ Totus sit c. detractus ab a. d. detracti a. b. dico q; tota erit e. residuus a. f. residui b. quota est totus a. totius b. ℣ Et hec est quasi conuersa quinte. ℣ Sit enim ppositiõem e. tota pars g. quota c. est d. ℣ Eritq; per 5. tota pars a, compositus ex g. ℔ d quota est c. d. quare ℔ quota est a. b. ℣ Igitur per secundam conceptionem compositus ex g. ℔ d. est equalis b. ℣ Dempto itaq; abutroq; numero d. erit g. equalis f. quare erit e. tota pars f. quota est a. b. tota pars erat c. g. qđ est propositum.

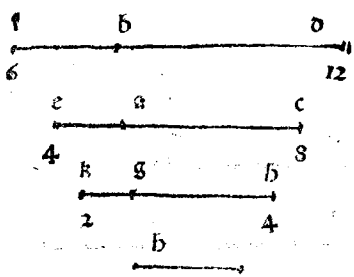
## Propositio .8.

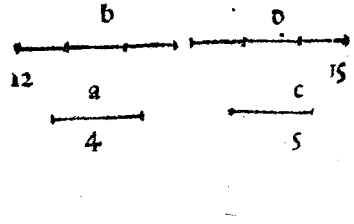
Si a duobus numeris quorum alter alterius partes proprias partes aliquas subtrahantur: erit reliquus reliqui eedem partes qui est totus totius.

¶ Hec est quasi conuersa sexte. ℣ Vt si sit quot ℔ quotes ẽ totus a. totius b. tot ℔ tote c. detractus ab a. d. detracti a. b. erit e. residuus a, tot ℔ tote ptes f. residui b. quot quote est a. b. ℣ Sit enim g. una ptium a. ℣ Et h. una ptium c. eritq; per ypoth. g. tota pars a. quota h. c. ℔ tota b. quota h. d. ℣ Detrahatur igitur h. de g. ℔ remaneat k. eritq; k. per premissam tota pars e. quota g. a. ℔ tota f. per eandem quota g. b. ℣ Quia igitur e. ℔ f. habent partem eãdem que est k. erit per 16. diffinitionem e. partes f. tot quidem quota pars est k. e. ℔ tote quota est k. f. ℔, quia tot ℔ tote erat a. b. patet ppositum.

¶ Cassigator.

¶ Quoniam in casu isto a. fuit posita due tertie ipsius b. ℔ cum g. sit una partium a. ipse erit una tertia ipsius b. ℔ erit una medietas ipsius a. eadem ratione h. erit medietas c. ℔ tertia totius d. nunc sunt duo numeri g. minor. b. maior. g. est pars b. sicut h. d. per premissam k. residuus g. est tota pars f. residui b. quota g. totus totius b. 5. tertia que quidem tertia denominatur a ternario ℔ iterum g. est medietas ipsius a. ℔ h. detractus g. est medietas c. detracti ab a. sequitur per eandem premissam ut k. residuus g. sit medietas e. residui a. que quidem medietas denominatur a binario ℔ sic k. est pars communis f. ℔ e. ergo per 16. diffinitionẽ tot tres e. est totius f. quotiens k. continetur in e. ℔ tote quotiens k. continetur in f. maiore sed in f. continetur ter ℔ in e. bis ergo sunt due tertie ℔ concluditur in fine ℔ quia tot ℔ tote erat a. b. patet propositum quia propositum fuit q; a. esset due tertie totius b. ℔ c. Primo do sequeretur si posset fiiisset tres quarte uel quatuor quinte ipsius b. ℔ c.




## Propositio .9.

Si fuerint quatuor numeri quorum primus secundi tota pars quota tertius quarti: erit permutatim tota pars aut partes primus tertij quota pars aut partes secundus quarti.

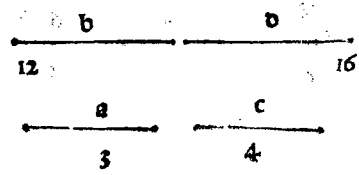
¶ Sit a. primus tota pars b. secundi quota c. tertius d. quarti, sintq; a ℔ b. minores. c. ℔ d. ¶ Aliter enim esset conuerso ei quod proponit. ¶ Dico q; quota pars uel partes est, a. c tota uel tote est b. d. ¶ Diuidantur enim b. quidem in quantitatem a. d. uero in c. eruntq; per presentem ypoth. tot partes b. quot d. ¶ Et quia unaqueq; partium b. est equalis, a. ℔ unaqueq; d. c. ¶ Est autem a. c pars aut partes per presentem ypoth. ℔ per quartam. ¶ Erit unaqueq; partium b. sue comparis ex partibus d. ut prima prime. ¶ Secunda secunde sicq; de ceteris. ¶ Tota pars aut partes quota uel quote est a. c. ¶ Per 5. igitur uel 6. sub disiunctione quotiens oportuerit repetitam erit tota pars aut

partes.b.d.quota uel quote est.a.c.quod est propositum.

## Propositio .10.

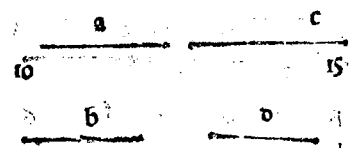
SI fuerint quatuor numeri: quorū primus tote ptes secundi quote tertius quarti: erit permutatim primus tota pars aut partes tertij quota vel quote secundus quarti.

¶ Sint quatuor numeri ut prius quorū similiter minores sint.a.ℰ.b.sitq; a. tote partes.b. quote.c. est. d. dico q quota pars aut partes est.a.c.tota uel tote est.b.d. ℣ Diuidatur enim minores in partes illas qui sint. a.ℰ.c. erunt per presentem hypothe. tot ptes.a. quot.c. ℣ Et quia unaqueq; ex partibus.a.ℰ tota pars.b. quota quelibet ex partibus.c. est.d. ℣ Hoc enim habemus ex nostra ypothe. erit permutatim per premissam ut quota pars aut partes ℰ.b.d. tota uel tote sit una queq; ex partibus.a. sue comparis ex partibus.c ℣ Per quintam igit uel sextam sibi disiunctione quotiens oportuerit repetita: erit tota pars aut partes.b.d. quota uel quote est.a.d. quod est propositum.




## Propositio

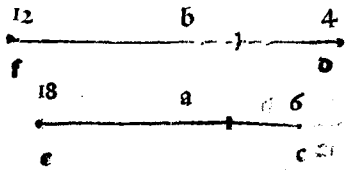
SI fuerint quatuor numeri proportionales quorum primus secundo ℰ tertius quarto sit maior: erit secundus tota pars: aut partes primi quota vel quote ℰ tertius tertij. Quod si secundus fuerit tota pars aut partes primi quota vel quote quartus tertij ℰ eiusdem numeros proportionales esse conuenient.




¶ Sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.sitq; a.ℰ.c.maiores: dico q quota pars aut partes est.b.a.tota uel tote est.d.c.ℰ conuertatur. ¶ Erit enim p conuersionem diffinitionis similium proportionum ut quotiens.b.in.a. totiens sit.d.in.c.ℰ si qua pars aut partes.b. superfluit in.a. tota pars aut partes.d.sic superfluant in.c si itaq; continetur.b.in.a.sine superfluitate partis: quia totiens sine superfluitate continetur.d.in.c.erit per diffinitionē similiū partium: quota pars.b.a.tota: dic.q; si quotiens libet cōtinetur.b. in.a.cum superfluitate partis: quia totiens continetur. d. in.c.cum superfluitate similis partis distincto.a.fm.b. ut superfluat.e.itaq; ō fm.d. ut superfluat.f. erit tota pars.e.b. quota.f.d. ℣ Et quia totiens continet.b. in differentia. a.ad.e. quotiens.d. in differentia.c.ad.f. per communem sciam totiens.e.in.a. quotiens.f.in.c. ℣ Quia igitur.a.ℰ .b. habeant.d. partem communem similiter.e.ℰ.d. si scilicet.e.in.b. quotiens.f.in.d.item q; e. in. a. quotiens: f.in.c. erit per.16. diffinitionem.b.tot ℰ tote partes.a. quot ℰ quote.d.c. ℣ Si autem.b. quotiens libet continetur in.a cum superfluitate quotilibet partium: quia totiens cōtinetur.d.in.c.cum superfluitate totidem ℰ similium partium distincto a.fm.b.ut superfluat.e.similiter.c.fm.d. ut superfluat.f. erit.e. tot ℰ tote partes.b.quot ℰ quote.f.d. ℣ Sumpta itaq; una ex ipsis argumentādum ut prius sicq; patet primum. ¶ Secundum sic sit.b.a.tota pars aut partes quota vel quote.d.c. dico q erit pportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d. ℣ Si enim est tota pars constat propositum. ℣ Si autem tote partes diuisis eis fm ptes illas patebit totiens esse.b.in.a. quotiens.d.in.c. ℰ totam partem aut partes.b. superfluere in.a. quotā aut quote.d. superfluunt in.c. per diffinitionem itaq; est proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.sicq; liquet totum.

¶ Castigatoꝛ.

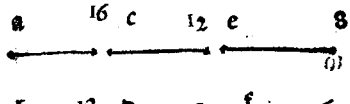
a ¶ Scilicet per secundam quicunq; eiusdem sūt equalium ℰc. Quia cum.e.ℰ.f. sint partes similes.b.ℰ.d. per diffinitionem.14. ab eodem numero denominantur: ℰ per consequens numerus fm quem.e. cōtinetur in.b. est equalis numero fm quem.f. continetur in. d. tunc per communem sciam dictam. differentia.a.ad.e ℰ differentia.c.ad. c. cum sint equalium eque multiplices, hoc est illorum numerorum denominantium partes illas: sequitur.e.totiens contineri in.a. quotiens.f.in.c.

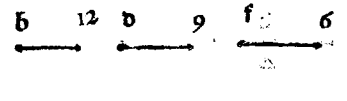



## Propositio .12.

Si a duobus numeris fm suas proportiones duo numeri detrahantur: erit proportio reliqui ad reliquum tanꝯ proportio totius ad totum.

¶ Quod proponit Euclides in .19. quinti de quantitatibus in genere: ꝓponit hic de nūeris. ¶ Vt si sit ꝓportio totius .a. ad totū .b. sicut .c. detracti .ab .a. ad .d. detractū .a. b. erit residui .a. ad .f. residuum .d. sicut .a. ad .b. ℣ Si n. a. sit minor .b. erit ꝑ presentem ꝓpositionem conuersionem diffinitionis .c. tota ꝑs aut ꝑtes .d. quota uel quote est .a. b. per .7. igitur uel .8. erit .e. tota pars aut partes .f. quota uel quote est .a. b. per diffinitionem igitur erit ꝓportio una: qđ est propositum. ℣ Q đ si .a. sit maior .b. erit ꝑ primam ptem premisse quota ꝑs aut ꝑtes .b. a. tota uel tote .d. c. ſire ꝑ .7. uel .8. tota uel tote erit .f. e. itaq; ꝑ secūdam ptem premisse .e. ad .f. sicut .a. ad .b. quare cōstat ꝓpositum. ℣ Cedūt aūt huic .7. & .8. hec enim sola quambe illi continent. ℣ Volunt aūt quidam eadem partem huius ꝓpositionis quātitatiue .b. hoc intendere Euclides: cum ista ꝓponat ꝑticulariter qđ illa uniuersaliter uane illa demonstrata in quinto ꝓpositionis hāc hic in septimo. Et quia nec ista demonstrāt eam simpliciter .19. quinti. Ar uero nec modum demōstrationis illius possunt attingere ad demōstrationem huius: cum illa demonstret in quātitatiuis in genere: ꝑ ꝓportionalitatem permutatam q̄ ista demonstrat in numeris. Existimo aūt rōabiliter conuenire ut Euclides quē multum demōstratoris arithmetici gra decimi in quo sine numero aliqua precognitio ꝑ tractum non poterat constat assumere. ¶ Adicit ꝑplurima eoꝝ que in quinto de quantitatibus in genere demonstrauit: hic repetere demonstranda de numeris: quia ꝑ alia principia propria uidelicet numeroꝝ: q̄ magis nota sunt intellectui q̄ ea per que processit in quinto ipsa demonstrare intendit: principia enim quinti propter malitiam quātitatum in cōmunicantium: difficilia sunt: principia uero numerorum magis uicina intellectui applicanti faciliusq; q̄ illa. Egent enim illa intellectu magis disposito.

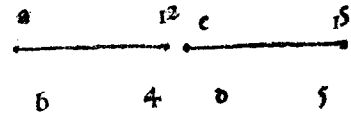


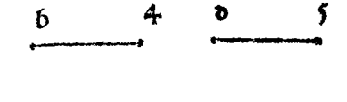




## Propositio .13.

Si fuerint quotlibet numeri proportionales quantus cunq; antecedens ad suum consequentem: tanti erunt oēs antecedētes pariter accepti ad omnes consequentes pariter acceptos.

¶ Quod ꝓponit Euclides .19. quinti de quantitatibus in genere ꝓponit ꝑ hanc de numeris. ¶ Vt si sint .a. b. ſic .c. d. ſ. e. f. ꝓportionales dico q; que ē ꝓportio .a. ad .b. ea est q̄ .a. c. e. pariter acceptorum ad .b. d. f. pariter acceptos. ¶ Si enim .a. c. e. sint minores .b. d. f. erit ꝑ conuersionem diffinitionis quota ꝑs aut partes .a. b. tota uel tote .c. d. ſ. e. f. ¶ Per .5. ergo uel per .6. quotiens oportuerit repetitas erit quota pars uel partes .a. b. tota uel tote .a. c. e. pariter accepti .b. d. f. pariter acceptorum: quare per diffinitionem ꝓportionum. ¶ Si aūt .a. c. e. sint maiores .b. d. f. erit ꝑ primam partem .11. quota pars uel partes .b. a. tota uel tote .d. c. ſ. e. ¶ Per .5. ergo uel .6. quotiens oportuerit repetitas erit quota pare uel partes .b. a. tota uel tote .b. d. f. piter accepti .a. c. e. pariter acceptorum. itaq; per secundam partem .11. proportio .a. ad .b. sicut .a. c. e. pariter acceptorum ad .b. d. f. pariter acceptos: quod est propositum.



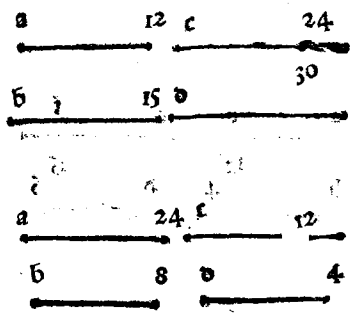




## Propositio .14.

Si fuerint quatuor numeri proportionales: permutatim quoq; proportionales erunt.

℣ Modum arguendi qui dicitur proportionalitas permutata quam demonstrauit Euclides per .16. quinti in quantitatibus in genere et ꝓponit hic demonstrādū in numeris. ¶ Vt si sit proportio .a. ad .b. sicut .c. ad .d. erit permutatim .a. ad .c. sicut .b. ad .d. ¶ Erit enim .a. maior .b. aut minor: similiter quoq; ſ maior .c. aut minor. ¶ Sit itaq; ꝑmo minor utroq;: erit ergo ꝑ presentē

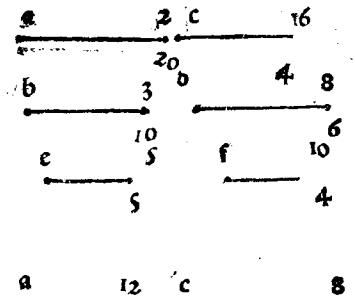
ypothe. ¶ conuersionem diffinitionis. a. tota pars aut partes. b. quota uel quote. c. d. per. 9. itaq; uel. 10. erit permutatim. a. tota pars aut partes. c. quota uel quote. b. d. quare per diffinitionem proportionalia. ¶ Si igitur a. maior utroq; erit, per primam partem a. tota pars aut partes. e. f. tota uel tote erit. d. c. quare per. 9. uel 10. tota pars aut partes erit. d. b. quota uel quote. e. a. igitur per secundam partem. b. erit. a. ad. c. sicut. b. ad. d. ¶ Sit tertio. a. maior. b. & minor. c. erit, per primam partem. a. tota pars aut partes. b. a. quota uel quote. d. c. quare per. 9. uel 10. tota uel tote. a. c. tota uel tote erit. b. d. per diffinitionem igitur proportionalia. ¶ Vltimo quoq; sint a. minor. b. maior q; c. erit. b. tota pars aut partes. f. c. d. quota uel quote est. a. b. per. 9. itaq; uel. 10. erit tota uel tote d. b. quota uel quote. c. a. que per secundam partem. b. ad. d. sicut. a. ad. c. sicq; cõstat propositum. ¶ Huic autem cedit. 9. & 10. quig hec sola quod ambe ille apponit.




**Propositio**

Si fuerint quotlibet numeri alijs secundum eorum numerum numeris duobus et pluribus secundum proportionem omnium quorum ex posteriorib⁹ in proportione equalitatis proportionales sunt.

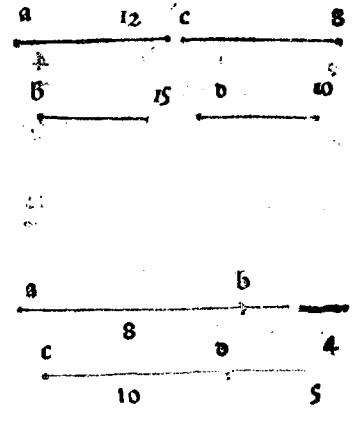
¶ Modum arguendi qui dicitur equa proportionalitas quam demonstrauit Euclides per. 22. quinti de quantitatibus in genere proponit. hic demonstrandum in numeris directe proportionalitatis. ¶ Equam autem proportionalitatem quam demonstrauit per. 23. quinti de quantitatibus indirecte proportionalitatis non proponit demonstrandam in numeris: sed eam demonstrabimus infra sup. 19. huius. ¶ Nec est necessarium ut pdemonstremus in numeris quod demonstratum est p. 22. quinti de quantitatibus in genere uidelicet si quotlibet proportiones in numeris fuerint uni equales uel eedem ipsas ẽ sibi equales uel easdem. ¶ Hoc enim manifestum est p diffinitionem ut si. a. ad. c. ẽ. e. ad. f. sit sicut. b. ad. d. erit tam. a. c. q̃. e. f. tota ps aut partes quota uel quote. b. d. ¶ Aut totiens continebit. a. c. ẽ. e. f. quotiens. b. d. ¶ Et tota pars aut partes superfluent. c. in. a. ẽ. f. in. e. quota uel quote. d. in. b. ¶ Quia ergo quota pars aut partes est. a. c. tota uel tote est. e. f. ¶ Aut quotiẽs. a. continet. c. totiens. e. f. ¶ Et quota pars aut partes. c. superfluunt. in. a. tota uel tote. f. in. e. ¶ Erit per diffinitionem. a. ad. c. sicut e. ad. f. ¶ Si igitur ut proponitur numeri. a. b. et alij totidem. c. d. f. sitq; a. ad. b. sicut. e. ad. d. ẽ. b. ad. e. sicut d. ad f. ¶ Dico q; erit in equa proportionalitate. a. ad. e. sicut. c. ad f. ¶ Erit etiam per premissam. a. ad. c. sicut. b. ad. d. sed ẽ. b. ad. d. sicut d. ad. f. quare. a. ad. c. sicut. e. ad. f. ¶ Igitur per eandem. a. ad. e. sicut. c. ad f. ¶ Idem erit si amplius pluribus. ¶ Sicq; constat propositum. ¶ Quoniam autem Euclidis ceteras quatuor species proportionalitatis que sunt conuersa: conuncta: diuincta: euersa: nõ proponit demonstrandas in numeris: conuenit arbitrantur eas quas auctor tanq̃ facile demonstrabiles prætermisit demonstrare. ¶ Primum itaq; demonstrabimus conuersam ut si. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico q; erit conuerso. b. ad. a. sicut. d. ad. c. ¶ Si enim fuerit. a. minor. b. tũc eiusdem erit. c. minor. d. & tota pars aut partes. a. b. quota uel quote. c. d. quare per secundam partem. a. erit. b. ad. a. sicut. d. ad. c. ¶ Si autem fuerit. a. maior. b. erit quoq; ẽ. c. maior. d. ẽ per primam partem. a. b. tota pars aut partes. a. quota uel quote. d. c. per diffinitionem igitur. b. ad. a. sicut. d. ad. c. ¶ Diuisim autem proportionalitatem ostendere.

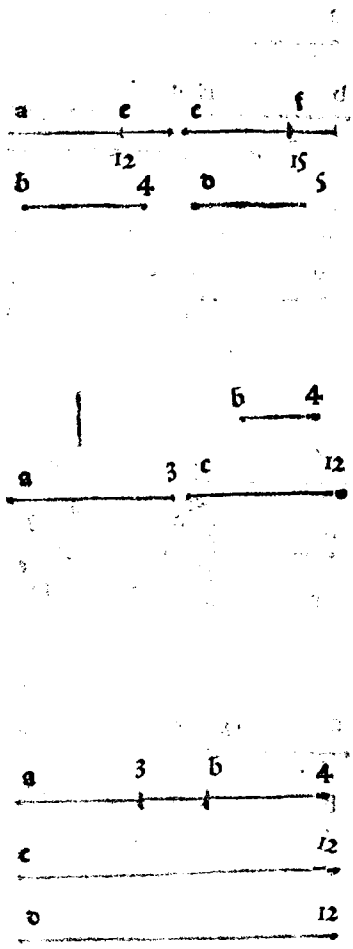



¶ Vt si sit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. erit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ¶ Erit enim permutatim. a. b. ad. c. d. sicut. b. ad. d. ¶ Et per. 17. sicut. a. ad. c. ¶ Quia ergo. a. ad. ã sicut. b. ad. d. erit permutatim. a. ad. b sicut. c. ad. d.

¶ Coniuncte proportionalitati demonstrationem afferre.

¶ Vt si sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. ¶ Erit enim permutatim. a. ad. c. sicut. b. ad. d. quare per. 17. a. b. ad. e. d. sicut. b. ad. d. permutatim igitur erit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d.






¶ Quersam proportionalitatem restat in numeris stabilire.
¶ Vt si sint a.b ad.b.sicut.c.d.ad.d.erit.a.b.ad.a.sicut.c.d.ad.c.¶ Erit.n. permutatim.a.b.ad c.d.sicut.b.ad.d.quare per.n.sicut.a.ad.c.permutatim igitur erit.a.b.ad.a.sicut.c.d.ad.c.¶ Patet itaq; totum.¶ Ex hiis quo q; deue est demonstrare in numeris q; Euclides proponit per.14.quinti de quantitatibus in genere uidelicet q. ¶ Si proportio primi ad secundum fuerit sicut tertij ad quartum quinti quoq; ad secundum sicut sexti ad quartum erit proportio primi & quinti pariter acceptorum ad secundum sicut tertij & sexti ad quartum.
¶ Vt si sit.a.ad b.sicut.c.ad.d.item q; e.ad b.sicut.f.ad.d.erunt.a.¶.e.pariter accepti ad.b.sicut.c.¶.f.pariter accepti ad.d.¶ Erit enim per conuersam proportionalitatem.b.ad.e.sicut.d.ad.f.quare per equam proportionalitatem.a.ad.e.sicut.c.ad.f.ergo coniunctim.a.¶.e.ad.e.sicut.c.¶.f.ad f.¶ Itaq; per equam proportionalitatem.a.¶.e.ad b.sicut.c.¶.f.ad.d.q̃ est propositum.¶ Eodem q; modo probabis econuerso.¶ Si sit.b.ad.a.sicut.d.ad.c.item q; b.ad.e.sicut.d.ad.f.¶ Erit b.ad.a.¶.e.sicut.d.ad. c.¶ f.¶ Erit enim per conuersam proportionalitatem.a.ad.b.sicut.c.ad.d. ¶ Quare per equam.a.q̃d.e.sicut.c.ad.f.¶ Et coniunctim.a.¶.e.ad.e.sicut.c.¶.f.ad.f.igitur econuerso.e.ad.a.¶.e.sicut.f.ad.c.¶.f.¶ Per quam itaq; proportionalitatem erit.b.ad.a.¶.e.sicut.d.ad.c.¶.f.quod erat propositum.¶ Ex hoc quoq; manifestum est q; si fuerit proportio quotlibet numeroꝝ ad primum sicut totidem aliorꝝ ad secundū erit aggregati ex oibus antecedentibus ad primum ad primum sicut aggregati ex oibus antecedentibus ad secundum ad secundū.¶ Item q; econuerso si fuerit proportio primi ad quotlibet numeros sicut secundi ad totidē alios erit primi ad aggregatum ex omnibus consequentibus ad ipsum sicut secundi ad aggregatū ex omnibus consequentibus ad ipsum.

¶ Castigatio.

a ¶ Et hoc quia semper habentur.6.numeri.quoꝝ primus ad secundum sicut tertius ad quartū & quintus ad secūdum sicut sextus ad quartū & sic primus & quintus dicuntur antecedentes ad secundum & tertius & sextus antecedētes ad quartū & sic & dīr eoꝝ cōsequentes. & iō aggregatū ex primo & quinto fit unus numerus & aggregatū ex tertio & sexto fit alius & ultius accipit unus alius numerus p quinto ad primū & illud aggregatū hr̄ p primo ad secundū & unus alius pro tertio ad quartum & illud aggregatū habet pro sexto & sic in infinitum & econuerso &c. & patet correlarium.

## Propositio .16.

Si numeret vnitas aliquem numerum quoticns quilibet tertius aliquem quartum: erit quoq; permutatim vt quoties vnitas numerat tertium toties secundus numeret quartum.

¶ Vt si sit unitas ad.a.sicut.b.ad.c.erit p̄mutatim unitas ad.b.sicut.a.ad.c. ¶ Nō suppfluit aūt hec demonstrata p̄ mutata proportione: nō enim ex illa pōt cōcludi quod hic ꝓponitur. Nam illa demonstrata est de.4.numeris ꝓportionalibus: unitas uero nō est numerus per diffinitionē. ¶ Hoc ergo mō pateat propositum. ¶ Dividat a.p unitates &.c.sm quantitatē.b.eruntq; per presentē ypothe. tot partes a.quot c. ¶ Et quia unaqueq; partiū.a.est unitas & unaqq; ptium.c.ē eq̄lis.b.erit ut quotiens unitas in.b.totiēs unaqueq; ptiū.a. in sua cōpari ex ptibus.c. ¶ Per modū itaq; demōstrationis.5.sequet totiēs esse.a.i.c.quotiens unitas in.b.quod est ꝓpositum.

## Propositio .17.

Si duorum numerorum vterq; ducatur in alterū: qui inde producentur erunt equales.

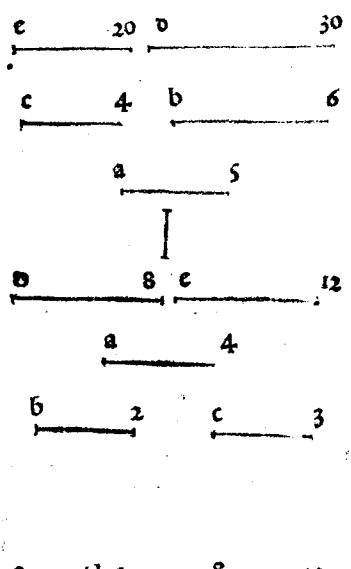
¶ Sicut si ex.a.in.b.ueniat.c.& ex. b.in. a.ueniat. d. erunt c.& d.equales. ¶ Cū enim.b.multiplicatus per.a. pducat.c.erit p cōuersionem diffinitionis.b.in.c quoties

unitas in.a. ergo per premissam erit.a.in.c. quotiēs unitas in.b. ℣ Et ꝙ totiens est.a. etiā in.d. quia ex.b.in.a. fit.d. sequitur ut totiens sit. a. in.c. quotiēs in.d. ℣ Per concep. igitur. c. ℔. d. sunt similes. ℣ Posumus quo ꝙ hanc conclusionē alio modo ꝓponere. ℣ Si duo ꝝ numeroꝝ uterq; ducatur in alterꝝ idem numerus utrobiq; ꝓueniet. ℣ Vt si ex.a.in.b. ꝓueniat c. idem ℰt ex.b.in.a. ꝓueniet. ℣ Quia enim ex.a.in.b. fit.c. erit ut prius ꝑ cōuersionē diffinitionis.b.in.c. quotiens unitas in.a. Et permutatim per ꝓmissam.a.in.c. quotiēs unitās in.b. ℣ Quia igitur.a. totiēs sibi coaceruatur in.c. quotiēs in.b. est unitas sequit ꝑ diffinitionē ꝙ ex.b.in.a. fit.c.

## Propositio .18.

Si vnus numerus in duos ducatur: tātus erit duorum inde ꝓductorum alter ad alterum: quantus duorum multiplicatorum alter ad alterum.

¶ Multiplicet.a. utrumq; duoꝝ numeroꝝ.b. ℔.c. ℔ proueniāt.d. ℔.e. dico ꝙ erit ꝓportio.d.ad.e. sicut.b.ad.c. ℣ Sequitur enim ꝑ cōuersionē diffinitionis eius qđ est multiplicari ut.b.in.d. ℔.c.in.e. sit quotiēs unitas in.a. quare ꝑ diffinitionē ꝓportio.d.ad.b. est sicut.e.ad.c. ℣ Equaliter enim eos cōtinēt quia quotiens.a. unitatē. ℣ Ergo ꝓmutatim.d.ad.e. sicut.b.ad.c. ꝙđ ℔ ꝓpositum.




## Propositio .19.

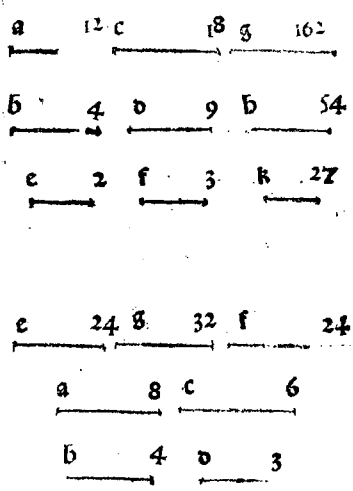
Si duo numeri vnū multiplicent: erit ꝓportio duorū inde ꝓductorum tanq̄s duorum multiplicātiū.

¶ Ex conuersione antecedentis premisse cōcluditur hec eadē ꝑsio que in premissa. ℣ Vt si uterq; duorum numerorum.b. ℔.c. multiplicet.a. ℔ ꝓueniāt. d. ℔.e. erit.d.ad.e. sicut.b.ad.c. ℣ Erit enī ꝑ ante premissam. ut ex.a.i.b. ℔.c. fiant.d. ℔.e. quare ꝑ premissam.d.ad.e. sicut.b. ad.c. quod est ꝓpositū.

¶ Potes aūt qđ ꝓponit ꝑ hāc ℔ premissam de duobus numeris ad quot libet numeros ampliare. ℣ Quod si unus multiplicet quotlibet erit ꝓductorū ℔ multiplicatoꝝ una ꝓportio. ℣ Similiter quoq; si quotlibet multiplicent unū. erit ꝓductorum ℔ multiplicātiū una ꝓportio. ℣ Quod ꝑ hāc ℔ premissam quotiens oportuerit repetitas facile ꝓbabis. ℣ Hic aūt ut supra polliciti sumus demonstrare uolumus equā ꝓportionalitatē in quotlibet numeris duorū ordinum indirecte ꝓportionalitatis quam demonstrat Euclides ꝓ.23. quintū in quantitatibus in genere dicimus igitur qm̄.

¶ Si quotlibet numeri totidē aliꝰ fuerint indirecte ꝓportionales extremi quoq; in eadē ꝓportione ꝓportionales erunt.

¶ Vt si sit.a.ad.b. sicut.d.ad.f. ℣ Et.b.ad.e. sicut.c.ad.d. ℣ Erit.a.ad.e. sicut.c.ad.f. ℣ Ducatur enim.c.in.d. ℔.f. ℣ Et ꝓueniant.g. ℔.h. ℣ Eritq; ꝑ premissam.g.ad.h. sicut.d.ad.f. ℣ Quare ℔ sicut.a.ad.b. ℣ Ducatur itē.f. in.d. et ꝓueniat.k. ℣ Eritq; ꝑ hanc.19.g.ad.k. sicut.c.ad f. ℣ Et quia ex f.in.d. fit.k. fiet idē ecōuerso ꝓ.17. ex.d.in.f. ℣ Quia igitur ex.c. ℔.d.in.f. fiunt.h. ℔.k. ℣ Erit ꝑ hāc.19.h.ad.k. sicut.c.ad.d. ℣ Quare sicut.b.ad. e. ℣ Et quia iam ostensum est ꝙ ē.g.ad.h. sicut.a.ad.b. erit ꝓ.15, a.ad.e. sicut g.ad.k. ℣ Sed sic erat etiam.c.ad.f. ℣ Est igitur.a.ad.e. sicut.c.ad.f. quod est ꝓpositum. Eadem probabis si fuerint in utroq; ordine numeri plures tribus quēadmodū ꝓbat in.23. quinti de ℔titatibus pluribus tribus.





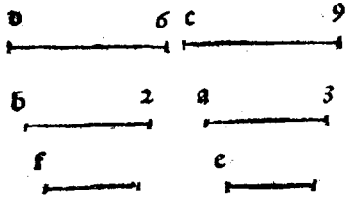


## Propositio .20.

Si fuerint quatuor numeri ꝓportionales quod ex ductu primi in vltimū ꝓducetur equū erit ei quod ex ductu secūdi in tertiū. Si vero quod ex primo in vltimū ꝓducetur equū est ei quod ex secūdo in tertiū illi ℔tuor numeri sunt ꝓportionales.

¶ Quod proposuit Euclides ꝑ.15. sexti de quatuor lineis proportionalibus: proponit hic de quatuor numeris proportiōalibus uerbi gratia. ℣ Sit proportio.a.ad.b. sicut. c. ad. d. fiatq; ex.a. in. d. e. ℔ ex.b.in. c. f. dico ꝙ.e. ℔.f. sunt equales: ℔ econuerso. ℣ Ducatur enim

a.in. b.ꝫ fiat. g. ∇ Eritq; per.18, g,ad.e.ſicut.b.ad.d. ∇ Et quia per.17. ex.b. in. a. fit.g. ꝫ ex eodem. b. in.c.f. erit per.18. g.ad.f.ſicut.a. ad. c. ∇ Sed p.14.ẽ.a.ad.c.ſicut.b.ad.d ergo erit.g.ad.f.ſicut.g.ad.e ∇ Equales igit̃ ſunt.f.ꝫ.e.quod eſt ꝓmum. ∇ Nec oportet ꝓdemonſtrare ſi vnius numeri ad duos ſit vna proportio q̃ ipſi ſint eq̃les: aut ſi ipſi ſunt equales q̃ vnius ad ipſos ſit vna proportio. ∇ Si enim eſt vna proportio.g.ad.e.ꝫ ad.f. aut ipſe erit tota pars vel partes, e.quota vel quote idem eſt.f.ꝫ tunc per cõceptionem patet.e.ꝫ.f. eſſe eq̃les. ∇ Aut totiẽs.g.continebit, e.quotiens.f. ∇ Et ſupfluent in eo tota pars vel ptes, e.quota vel quote in eodẽ ſuperfluent. f.ꝫ tunc ét per conceptionem patet eos eſſe equales. ∇ Quod ſi ipſi fuerint equales patet per conceptionem q̃ aut.g. erit tota pars vel ptes.e.quota vel quote.f.ꝫ tunc per diffinitionem erit ipſius.g.ad vtrunq; eorum proportio vna. ∇ Aut equaliter continebit vtrunq; cum ſuperfluitate ſimilium ꝫ tot numero partium: ꝫ tũc etiã per diffinitionẽ erit eius ad vtrunq; proportio vna. ¶ Secũdum ſic patet: ſit, e. productus ex .a. in d. equalis.f. producto ex.b. in.c. dico q̃ ꝓportio.a.ad.b. eſt ſicut.c.ad.d. ∇ Et eſt hec converſa prime partis. ∇ Sit enim vt prius.g. qui ſit ex.a. i.b. ꝫ quia.e.ꝫ.f. ſunt equales. erit.g.ad vtrunq; eorum proportio vna: ꝫ quia vt prius per.18, g.ad.f.ſicut.a.ad.c ꝫ ad.e. ſicut.b.ad.d.erit. a.ad. c. ſicut b.ad.d.quare permutatim.a,ad.b.ſicut.c.ad.d. ∇ Non proponit autẽ Euclides de tribus numeris cõtinue proportionalibus q̃ ille qui ex ductu primi in tertium producitur ſit equalis quadrato medii. Et ſi ille qui ex primo in tertium producitur ſi erit equalis quadrato medii tũ q̃ illi tres numeri ſint continue proportionales ſicut proponit in. 16. ſexti de tribus lineis. ∇ Hoc enim facile demonſtratur per hãc.20. medio illorum trium numerorum equali aſſumpto: quemadmodum in ſexto de tribus lineis probatur per quatuor aſſumpta quarta equali medie.



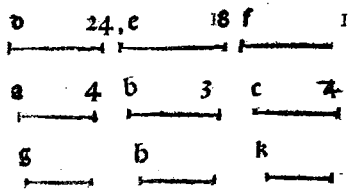

## Propoſitio .21.

Numeri ſecundum quamlibet proportionem minimi: numerãt quoſlibet in eadem ꝓportione minor minorem z maior maiorem equaliter.

¶ *Sint.a.ꝫ.b. minimi numeri in ſua proportione: ſitq; c.ad.d, ſicut.a.ad.b. dico q̃.a.numerat.c.ꝫ.b.d.equaliter.* ∇ Cum ſit enim.a.ad.b. ſicut.c, ad.d. erit permutatim.a. ad.c.ſicut.b.ad.d, ∇ Erit igitur.a.c. tota pars vel partes quota vel quote b.d. ∇ Si itaq; fuerit pars conſtat propoſitum. ∇ At ſi partes ſit. e. vna partium a.ꝫ.f.una partium, b.ꝫ quia tota pars eſt. e.c. per ypothe. quota. f. d. erit per diffinitionem proportio.e.ad.c,ſicut.f.ad. d. ∇ Quare permutatim.e.ad.f.ſicut.c.ad.d. ∇ Quare etiã ſicut.a.ad.b.nõ ſunt itaq;. a.ꝫ. b. minimi ſue proportionis: quod eſt contrarium poſitis. Similiter quoq;.

¶ *Quotlibet numeri ſiue in eadem proportione ſiue in diuerſis minimi numerant omnes in eadem proportione quiſq; ſuum correlatiuum equaliter.*

¶ Vt ſi ſint.a.b.c. mĩnimi in eadem proportione vel in diuerſis. ∇ Sint q̃ in eadem uel eisdem.d.e.f. ita q̃ ſit.d.ad.e. vt.a.ad. b.ꝫ.e. ad.f, vt.b, ad.c, dico q̃.a numerat.d.ꝫ.b.e.ꝫ.c.f.equaliter. ¶ Quia enim eſt.a.ad b. vt.d.ad.e.erit permutatim.a.ad.d, vt. b.ad.e.ꝫ quia.b.ad.c.vt.e.ad.f, erit etiam permutatim.b.ad,e.vt.c.ad.f.quare. b,ad.e. ꝫ.c.ad.f. ſicut.a, ad.d. ∇ Et quia.a.b.c.ſunt minores,d.e.f.erit.b.e.ꝫ.c.f.tota pars aut partes.quota eſt,a.d. ∇ Si itaq; pars conſtat propoſitum. ∇ At ſi partes ſit.g. vna partium. a.ꝫ.h. vna partium.b.ꝫ k. vna. c. ∇ Eritq; per preſentem ypothe. tota pars.h. e.ꝫ.k.f. quota.g.d. ∇ Quare per diffinitionem, b, ad e.ꝫ.k.ad.f.ſicut.g.ad. d. ∇ Permutatim igitur erit. g.ad.h, vt.d,ad e.ꝫ.h.ad.k.vt.e.ad.f. ∇ Quare.g.ad.h.vt.a.ad.b.ꝫ.h.ad.k.vt. b.ad.c, ∇ Quia ergo. g.h.k.ſunt minores.a.b. c.ꝫ in eadem proportione ſequitur contrarium poſiti.



## Propositio .22.

Si fuerint duo numeri ſm ſuam proportionem minimi: ipſi erunt adinuicem primi.

¶ Sint duo numeri. a. ℔. b. ſm ſuam proportionem minimi. dico q ipſi ſunt contra ſe primi. ℣ Si enī non. ℣ Numeret eos. c. ſm. d. ℔. e. ℣ Eritq per. 18. d. ad. e. ſicut. a. ad. b. ℣ ℔ quia. d. ℔. e. ſunt minores. a. ℔. b. ſequitur. a. ℔. b. nō eē ſue ꝓportiōis minimos: qđ eſt contrariū poſitioni. ℣ Similiter quoq.

¶ Si fuerint quotlibet numeri in continuatiõe ſuarum proportionū ſiue eadem ſiue diuerſe fuerint minimi. nullus numerus numerabit omnes.

¶ Vt ſi ſint. a. b. c. minimi in continuatione ſuarum proportionum: dico q nullus numerabit omnes. ℣ Sinautē numeret eos. d. a. quidem ſm e. b. uero ſm. f. ℔. c. ſm g. eritq per. 18. e. ad. f. ſicut. a. ad. b. ℔. f. ad. g. ſicut b. ad. c. ℣ Quia ergo. e. f. g. ſunt minores. a. b. c. ℔ ſm proportionem eorum non erunt. a. b. c. quales poſiti ſunt: quod eſt inconueniens. ¶ Quāquam autem nullus numeret. a. b. c. ſi fuerint minimi: poteſt tamen eſſe ut quoſlibet duos ex eis numeret unus. ℣ Ducto etenim quolibet numero in aliquem ad ſe primum ac utroq eorum in aliquem tertium ad utrū q primum: prouenient ttes numeri quorum quiq duo erunt compoſiti. Nullus tamen numerabit omnes. ℣ Sint enim. a. b. c. tres numeri quorū quisq ſit primus ad alios: ducaturq. a. in. b. ℔. c. ℔ proueniat. d. ℔. c. itemq b. in. c. ℔ proueniat. f. dico quosq duos ex. d. e. f. eſſe adinuicem compoſitos: tamen nullus numerabit omnes. ℣ Duos quosq patet eſſe compoſitos. ℣ A. enim numerat. d. ℔. e. ℣ B. uero. d. ℔. f. ℔. c. c. ℔. f. Quod autem nullus numeret omnes: patebit prius demonſtrato q. a. eſt maximus numerās. d. ℔. e. ℣ B. quoq. maximus numerans. d. ℔. f. ℣ Et. c. maximus numerās. d. ℔. f. ℣ Hoc autem ſic conſtat. ℣ Si enim. a. non eſt maximus numerans. d. ℔. e. ſit itaq. g. numeretq. d. ſm. h. ℔. e. ſm. k. ℣ Eritq per ſecundam partem. 20. a. ad. g. ſicut. h. ad. b. ℣ Item q per eandem. a. ad. g. ſicut k. ad. c. ℣ Quia ergo. a. eſt minor. g. erit. h. minor. b. ℔. k. minor. c. ℣ Et quia. h. ad. k. ſicut. b. ad. c. ℣ Vtraq enim eſt ſicut. d. ad. e. per. 18. bis aſſumptam. ¶ Sunt autem. h. ℔. k. minores. b. ℔. c. ℣ Erit per immediate ſequētem ℔ per hāc ypothe. q. b. ℔. c. ſint contra ſe primi reperiter minimis minores: qđ quia eſt impoſſibile. ℣ Erit. a. maximus numerans. d. ℔. e. ℣ Eodēq modo probabitur q. b. ſit maximus numerans. d. ℔. f. ℔. c. maximus numerās. e. ℔. f. ℣ Si quis ergo numerat. d. e. f. per correl. ſecundē ter aſſumptum ipſe numerabit. a. b. c. ſed quisq eoꝝ primus erat ad reliquos. ℣ Accidit igitur impoſſibile. ℣ Similiter quoq.

¶ Quotlibet numeri quos vnus non numerat ſm continuationem ſuarum proportionum ſunt minimi.

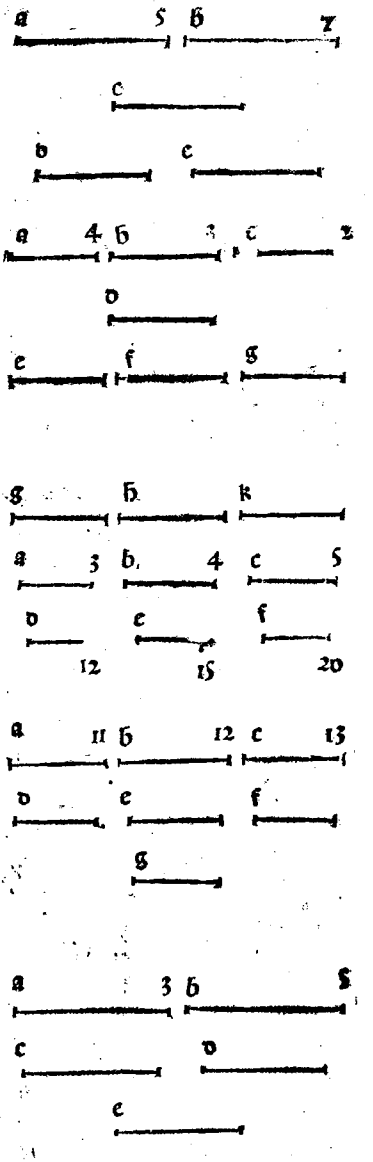
¶ Vt ſi ſint. a. b. c. quilibet numeri quos omnes nullus numerat. dico q ipſi ſunt in continuatione ſuarum proportionum minimi. ℣ Alioquin ſint minimi. d. e. f. qui per. 11. numerabunt. a. b. c. quisq ſuum relatiuū eōrum. ℣ Sit ergo ut ſm. g. eritq per. 17. ut uiceuerſa ginumeret. a. b. c. ſm d. e. f. quia uel dicit contrarium poſitioni.

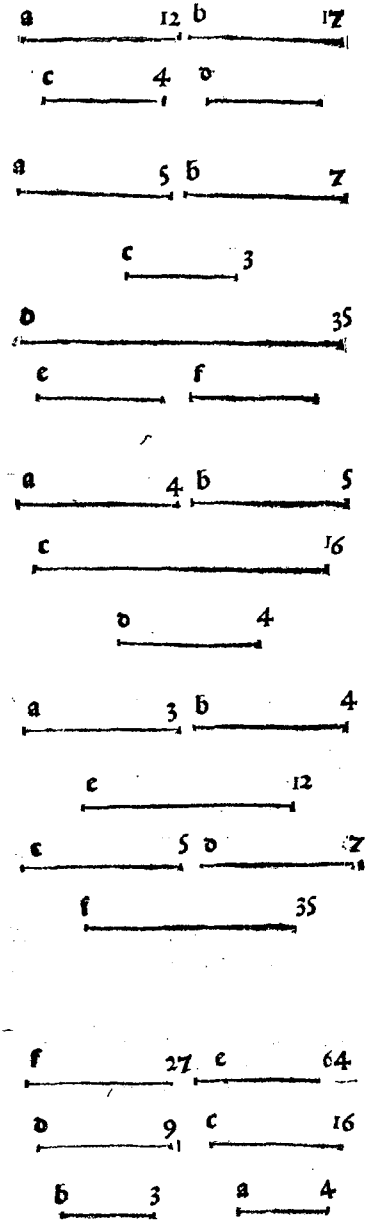
## Propositio .23.

Quilibet numeri contra ſe primi ſunt ſm ſuam proportionem minimi.

¶ Hec eſt conuerſa premiſſe. ℣ Vt ſi duo numeri ſint. a. ℔. b. cōtra ſe primi: ipſi erūt ſm ſuā ꝓportionē minimi. Sin aūt minimi i eadē ꝓportiōe ſi poſſibile eſſ. c. ℔. d. ℣ Cōſtat itaq per. 21. q. c. numerat. a. ℔. d. b. equaliter ſit igitur ut ſm. e. erit per. 17. ut uiceuerſa. e. numerat. a. ℔. b. a. quidem ſecundum. c. ℔. b. ſm. d. non ſunt igitur. a. ℔. b. contra ſe primi: quod eſt contra ypoth.








## Propositio .24.

Si fuerint duo numeri contra se primi. si quis vnus eorum numeret ad alterum esse primus necessario comprobatur.

¶ Sint.a.ℭ.b.contra se primi.c.vero numeret.a.dico q̄ c.primus est ad.b.℣ Alioquin numeret eos.d.qui penultimam conceptionem numerabit etiam.a.non sunt ergo.a.ℭ.b.contra se primi.d.enim numerat ambos.

## Propositio .25.

Si fuerint duo numeri ad alium quemlibet primi qui ex ductu vnius in alterum producetur. ad eūdem erit primus.

¶ Sit vterq; duorum numerorum.a.ℭ.b.primus ad.c.ℭ ex.a.in.b.sit.d.dico q̄.d.est primus ad.c.℣ Aliter enī numeraret eos.e.d. quidem ſm.f.eritq; per secundam partem.10.a.ad.e.sicut.f.ad.b.℣ Et quia.a.ℭ.c.sunt primi ℭ.e.numerat c.ipse erit per.24.primus ad.a.quare per.23.a.ℭ.e.sunt ſm suam proportionem minimi sequitur ergo per.21.vt.e.numeret.b.℣ Et quia positum est q̄ ipse numeret.c.non erunt.b.ℭ.c.cōtra se orimi: qđ est contra ypothe.

## Propositio .26.

Si fuerint duo numeri contra se primi qui ex vno eorum in seipsum ꝓducitur ad reliquū ē primus.

¶ Sint cōtra se primi.a.ℭ.b.ℭ ex.a.in se fiat.c.dico q̄.c.primus est ad.b.℣ Sit enim.d.equalis.a.eritq; d.primus ad.b.ℭ ex.a.in.d.fiet.c.per premissam igitur patet.c.primum esse ad.b.quod proposuimus.

## Propositio .27.

Si duobus numeris ad alios duos cōparatis vterq; ad vtrunq; fuerit primus qui ex duobus priorib⁹ ad eum qui ex duobus posterioribus producetur erit primus.

¶ Sint.a.ℭ.b.priores.c.ℭ.d.posteriores: sitq; uterq; duorum.a.ℭ.b.primus ad utrunq; duorum.c.ℭ.d.℣ Et ex.a.in.b.sit.e.ℭ ex.c.in.d.f.dico q̄.e.primus est ad.f.℣ Hoc autē.25.ter assumpta euidenter concludit.℣ Cum enim sit.e.ex.a.in.b.quorum uterq; primus est ad.c.ℭ ad.d.℣ Erit per ipsam.e.primus ad.c.ℭ item per ipsam ꝑmus ad.d.℣ Quia item.f.sit ex.c.in.d. quorum vterq; primus est ad.e. erit rursus per ipsam.f.primus ad.e.quod est propositum.

## Propositio .28.

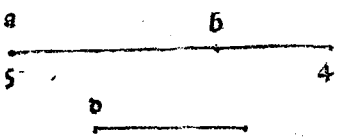
Si fuerint duo numeri contra se primi ducatur q̄ eorum vterq; in seipsum: erunt inde producti contra se primi. Itemq; si in vtrunq; productorum suum ducatur principium: erunt quoq; producti contra se primi.

¶ Sint.a.ℭ.b.contra se primi ducaturq; vterq; in ſet ℭ ueniant ex.a.quidem.c.ex.b.vero.d.℣ Itemq; ducatur.a.in.c.ℭ proueniat.e.℣ Et.b.in.d.proueniat.f.dico.c.ℭ.d.esse contra se primos.℣ Itē q̄.e.ℭ.f.contra se primos.℣ Est enim per.26.c.primus ad.b.℣ Per eandē igitur erit.d.primus ad.a.ℭ ad.c.sicq; constat primum quod est.c.ℭ.d. esse contra se primos.¶ Reliquum sic: est enim vterq; duorum numerorum.a.ℭ.c.primus ad vtrunq; duorum.b.ℭ.d.℣ Itaq; per.27.erit.e.primus ad.f.quod est reliquum.℣ Non solum autem erit.e.primus ad.f.sed etiam per.25.ad.b.ℭ ad.d.℣ Itemq; per eandem.f.ad.a.ℭ.c.sicq; si infinities duceretur vtrunq; productorum in suum principium essent omnes producti contra se primi ℭ non solum hoc sed quilibet eductus ab.a.ad quemlibet eductum a.b.

## Propositio .29.

Si fuerint duo numeri contra se primi qui ex amborum coacernatur ad vtrunq; eorum erit primus. Si vero ex amborum coacernatus ad vtrunq; eorum fuerit primus: duo quoq; numeri adinuices erunt primi.

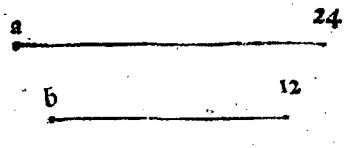
¶ Sint.a.&.b. contra se primi: dico q; ex eis compositus.a;b.ad vtrunq; eorum erit primus & econuerso. ℣ Nam si.d.numerat totum.a.b.& alterum eorum numerabit per eōem scientiam & reliquum quare non erunt contra se primi: sed hoc positū fuerat: patet ergo primū. ℣ Secundū sic: sit.a.b.primus ad vtrunq; suorum componentium q sunt a.&.b.dico q.a.&.b.sunt cōtra se primi. ℣ Posito enī q.d.numeret vtrumq; duorum numerorum.a.&.b.sequitur per eōem scientiam q; etiam numeret.a.b.ex eis compositum: quare ad neutrum duorum numerorum a.&.b.erit.a.b.primus: sed positum erat q; esset ad vtrunq; Accidit igitur impossibile. ℣ Eodē quoq; mō si coaceruatus ex duobus primus fuerit ad alterū primus quoq; erit ad reliquū: ideoq; & coaceruati inter se. ℣ Sit.n. cōpositus ex.a.&.b.primus ad.a.dico q; erit et primus ad.b.alioqn numeret eos.d.qui p cōceptionē numerabit &.a.cū numeret totū & detractum hoc aūt inconueniens erat enim compositus ex.a.&.b.primus ad.a.




## Propositio .30.

Omnis numerus compositus ab aliquo primo numeratur.

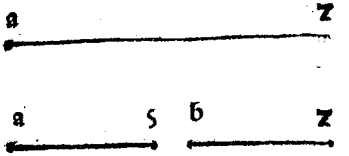
¶ Sit.a.quilibet numerus cōpositus: dico q; aliquis primus numerat ipsum. ℣ Quia enim est cōpositus numerabitur ab aliquo numero qui sit.b.qui si fuerit primus verum erit quod dicitur: si aūt compositus sit.c. qui numerat eum: qui etiam per eōem sciētiam numerabit.a.si ergo ipse fuerit primus constat quod dicitur. At si compositus necessario numerabit eum. alius qui sit.d.qui etiam per communem sciētiam numerabit.a. de quo rōcinare ut prius. ℣ Quia ergo quotiens occurrit compositus necesse est minorem assumere qui compositum occurrentem numeret sequitur ut tandem deueniatur ad aliquem primum: alioquin accidet impossibile & contrarium petitioni numerum in infinitum decrescere.




## Propositio .31.

Omnis nūerus aut ē primus aut a primo nūerat.

¶ Sit.a.quilibet numerus: dico ipm ēe primū vel numerari a primo. ℣ Quia si nō ē primus erit cōpositus: quilibet aūt talis ab aliquo pmo numerat p premissam.a. igitur vel primus est vel a pmo numerat: quod pponitur.




## Propositio .32.

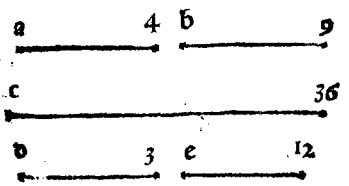
Omnis numerus primus ad omnem quem non numerat est primus.

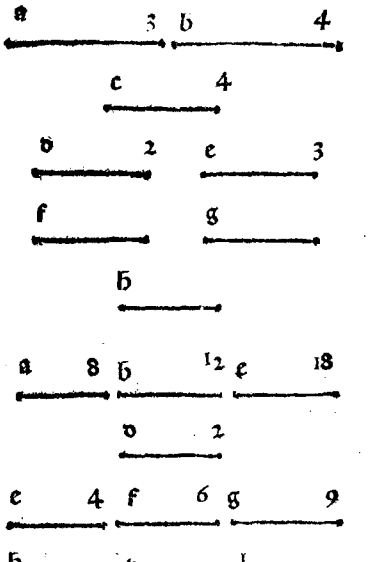
¶ Sit.a.numerus primus non numerans.b. dico q; a.& b.sunt contra se primi. ℣ Si enim.c. numerat eos non est verum q; a.sit primus.

## Propositio .33.

Si numerus ex duobus productus ab aliquo primo numeretur necesse est eundem primum alterum illorum duorum numerare.

¶ Sit.c.productus ex.a.in.b.& sit.d.numerus primus q ponat numerare.c.dico q; d.numerat.a.vel.b. ℣ Numeret enī.c.fm.e.si ergo nō numerat.a.erit primus ad ipm p premissam & ió erūt fm suā pportionē minimi p.33. ℣ Et qa.a.ad.d.sicut.e. ad.b.p secūdam pte.20.sequit ut.d.numeret.b.per.11.q; est propositum. Vnde manifestum est q; si aliquis numerus numerat productus ex duobus vel si eidem fuerit cōmensurabilis: commensurabilisquoq; erit alteri eorum.






¶ Propositio .34.

Numeros ſm proportionem numerorum aſſignatorum minimos inuenire. ¶ Unde manifeſtū eſt maximum numerum duos cōmuniter numerātē ſm minimos illius ꝓportionis eos numerare.

¶ Sint, a.ē.b. numeri propoſiti ſm quorum proportionem volumus inuenire minimos. ℣ Si ergo fuerit contra ſe primi ſunt quales inquirimus per.23. ℣ Si aūt compoſiti ſumatur vt docet ſecunda maximus eos cōiter numerās qui ſit.c. ℣ Numeretq; eos ſm.d.ē.e. erūtq; in eadem ꝓportione per.18. ℣ Quos dico eſſe quales q̄rimus. ℣ Si nautē ſint.f.ē.g. que per.21. numerabunt.a.ē. b. equaliter ſi igitur vt ſm.h. eritq; p ſcām ptem.20.c.ad.h. ſicut.f.ad.d vel ſicut.g.ad e. ℣ Quare.c. eſt minor.h. ℣ Itaq; cū.h. nūeret.a.ē.b nō ſuit.c. maximus eos numerās ſed erat poſitū q; ſic ergo ēc. Similiter quoq; poſſumus.

¶ Numeros ſm continuitatem ꝓportionum numerorū aſſignatorum minimos reperire. Unde etiam manifeſtum eſt maximum numerum quotlibet cōmuniter numerantem ſm minimos ꝓportionum eorum eos numerare.

¶ Vt ſi ſint.a.b.c. ſm quorum proportiones volumus minimos inuenire ſiue fuerint in eadem ꝓportione ſiue in diuerſis. ℣ Si nullus numerat eos omnes ipſi ſunt quos querimus per.23. hoc enim ibi demonſtratum eſt. ℣ Si autem vnus numerat omnes ſumatur vt docet tertia maximus eos communiter numerans qui ſit.d. ℣ Numeretq; eos ſm.e.f.g. qui erunt in eadem proportione per.18. ℣ Dico eos eſſe quos querimus. ℣ Alioquin ſint.h.k.l. qui per.21. numerabunt. a. b.c. equaliter ſicut ſm.m. ℣ Eritq; per ſecundam partem.20.d.ad.m. vt.h.ad. e. vel. k.ad f. vel.l.ad.g. Minor eſt igitur.d.q̄.m. quare cum. m. numeret a. b.c. non fuit.d. maximus eos numerans quare ſequitur impoſſibile fuit enim.d. maximus numerans.a.b.c.

¶ Propositio .35.

Similiter duo numeri minimos numeros ſue proportionis maior minorem ꝛ minor maiorem multiplicantes minimum ab ipſis numeratus producunt. Unde manifeſtum eſt minimus quē duo numerant quemlibet ab eis numeratum numerare.

¶ Sint duo numeri.a.ē.b. minimiq; in eorū proportione.c.ē.d. eritq; per primam partem.20. vt ex.a. in.d.ē.b. in.c. fiat idem numerus qui ſit.e. ℣ Quē dico eē minimum numeratum ab.a.ē.b. ℣ Alioquin enim ſit.f. quem numeret.a.ē.b. ſm.g.ē.h. eritq; per ſecundam partem 20.h.ad.g. ſicut.a.ad.b.ē ſicut.c.ad.d.ē per.18. erit.c.ad.h. ſicut.e.ad.f. cum itaq; per.21.c. numeret.h.e. numerabit.f. maior minorem: quia ergo hoc eſt impoſſibile conſtat verum eſſe quod dicitur.

¶ Propositio. .36.

Propoſitis quotlibet numeris minimus ab eis numeratum reperire. ¶ Manifeſtum etiam ex hoc eſt minimum numerum quem quotlibet numerantem quemlibet ab eis numeratum numerare.

¶ Sint ꝓpoſiti numeri.a.b.c.d. volo inuenire minimum numeꝝ numeratū ab eis. I nuenio itaq; primo minimū numeratū ab.a.ē.b. q; ſi.a. numerat.b. nō erit alius q̄.b. ℣ Si aūt non numerat eū nec ecōuerſo: ſi ipſi ſunt cōtra ſe primi q; ex uno in alterū ꝓueniet minimus p.23. ē ꝓmiſſam. ℣ Q d̄ ſi ſint cōicantes ſumant minimos eoꝝ ꝓportiōe: ut docet.34. ē maiore i minorē eoꝝ multiplicato quem e. q; erit minimus nūeratus ab eis p ꝓmiſſam. ℣ Simili quoq; mō inuenies minimus nūeratus ab.e.ē.c. q; ſit.f. eritq; f. minimus numeratus ab.a.b.c. ℣ Sed ē minimus quē numerant.f.ē.d. ſit.g. eritq; g. minimus quē numerāt numeri ꝓpoſiti. ℣ Quod enī oēs ipſum numerēt patet p cōceptionē. ℣ Sed ſi non eſt minimus ponatur ergo.h. quem ga numerāt.a.ē.b.nu

merabit etiam ipsum per correl. premisse: c. ℣ Per idem quoq; correl. numerabit ipsum. f. sed ℔. g. ℣ Maior itaq; numerat minorem quod est impossibile. ℣ Hec ℔ premissa proponuntur in alio loco sub tribus conclusionibus quaꝝ prima equivalet premisse secūdā cōponit ex correlariis ambobus: tertia apponit de tribus qđ hec de quotlibet numeris. Est itaq; prima.

¶ Datis duobus numeris minimus ab eis numeratū inuenire.

¶ Dati numeri sint. a. ℔. b. quorum minor si numerat maiorem est maior quem primus. ℣ Alioquin maior eoꝝ numeraret minorē se. ℣ Si ãt neuter neutrum numeret, si ipsi sunt cōtra se primi. erit qui ex. a. in. b. puenit qui sit. c. minimus oium quem numerãt. a. ℔. b. ℣ Nam si minorem eo numerauerint esto. d. quē numerēt prim. e. ℔. f. ℣ Eritq; p secūdam partem. 20. a. ad. b. sicut. f. ad. e. ℣ Et quia. a. ℔. b. sunt sue proportōis minimi per. 23. numerabit. a. f. per. 21. ℣ Et quia per. 18. est. c. ad. d. sicut. a. ad. f. Nã ex. b. in. a. ℔. f. fiunt. c. ℔. d. ℣ Sequit. c. numerare. d. ℣ Sed erat. d; minor c, quare impossibile. ℣ Si autem. a. ℔. b. sint cōcantes: negociare ppositum vt in. 35. ℣ Secūda trium cōclusionum ex ambobus correl. ē cōfecta.

¶ Si plures numeri numerum vnum numerent: necesse est vt minimus quem numerant eundem numerum numeret.

¶ Vt si sit quilibet numerus quem numerãt. a. ℔. b. d, minimusq; ab eisdem numeratus. c. erit vt. c. numeret. d. ℣ Cum. n. sit. d. maior. c. si. c. nō numerat ipsum. numerabit tñ aliquid eius. ℣ Sitq; plurimum quod nūerat. e. ℔ residuum sit. f. eritq;, f. minus. c. ℣ Quia igitur. a. ℔. b. numerãt. c. numerabunt per cōem sciam ℔. e. sed numerabant. d. itaq; p aliam cōmunem scientiam numerabunt. f. inconueniens ergo sequitur q. c. non fuit minimus quem numerant. a. ℔. b. ¶ Idem cōuinces ℔ eodem modo de quotlibet numerato a quotlibet pluribus. s, q. minimus ab illis quotlibet pluribus numeratus eūdem numeret: vltima trium conclusionum est.

¶ Propositis tribus numeris: minimum numerorum ab eis numeratorum inuenire.

¶ Tres numeri ppositi sint. a, b. c. minimusq; quē numerant. a. ℔. b. sit. d. qui sumetur vt prima trium conclusionum docet. ℣ Si igitur, c. numerat d. scito. d. esse. quem querimus. ℣ Si. n. a. b. c. minorem eo numerãt. sit. n. e. quem per premissam conclusionem numerabit. d, quod est ipossibile. ℣ Si aũt. c. non numerat. d. sumatur. e. minimus numeratus ab eis. ℣ Q đ ãt. e. numeretur ab. a. b. c. patet quia. c. numerat ipsum ℔. d. similiter ergo ℔. a. b. q; numerãt. d. ℣ Quare. e. numerabit. ab. a. b. c. eritq;. e. minimus quem numerãt. a. b. c. ℣ Sinaũt sit. f. quem p premissam cōclusionem numerabit. d. sed. c. numerat. f. quia. a. b. c. numerãt eum: quare. c. d. numerabũt eũ: quare e p premissam. e. numerabit eũ ℔ est maior eo. ℣ Sed ℔. e. maior minorem quod non esse potest. Idem inuenies ℔ eodem mõ quotlibet propositis.

## Propositio 37.

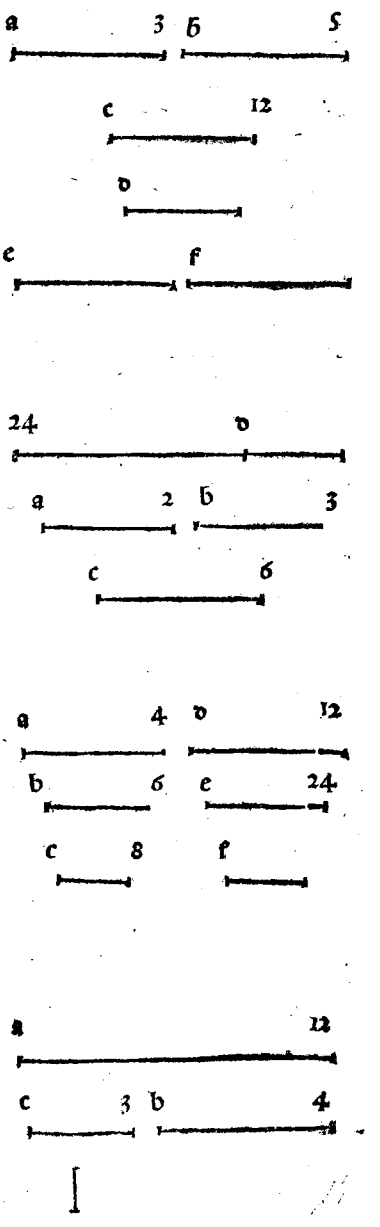
Si numerus aliquis alius numeret: erit is numerato pars a numerante denominata.

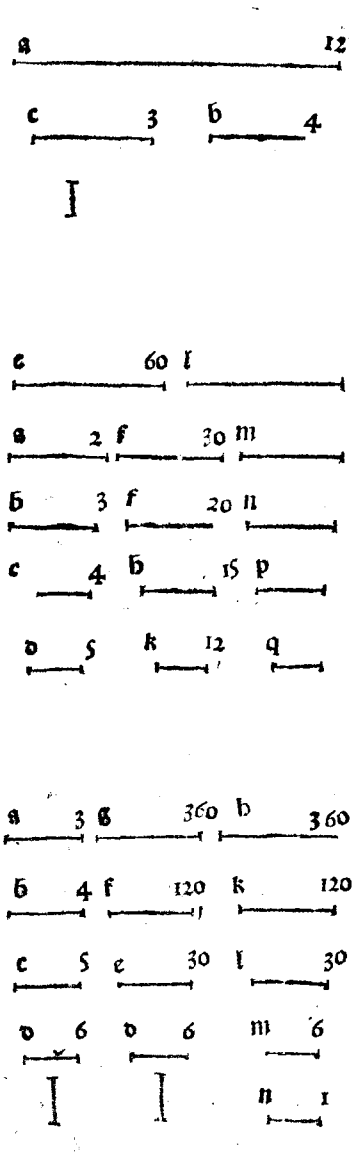
¶ Huius sensus ē q. ois numerus numeratus a ternario hēt tertiam ℔ numeratus a quario hēt quintã. sicq; de ceteris. ℣ Vt si. b. numeret. a. erit is. a. ps denoiata a, b. ℣ Numeret. n. ipsum quotiens vnitas in. c. eritq;, per. 16. vt. c. quoq; totiens numeret. a. quotiens vnitas in. b. quare tota pars. est. c. a. quota vnitas. b. ℣ Et quia vnitas est pars ois numeri ab ipso denominata per cōmunem scientiam erit. c. pars. a. denominata a, b. quod est propositum.

## Propositio 38.

Si numerus aliquis partem quotãcūq; habeat numerabit ipsum numerus ad illam ptes dictus.

¶ Hec est conuersa premisse cuius est intentio q. ois numerus hñs tertiã nũerat a ternario ℔ hñs qntã a quario sicq; de ceteris. ℣ Vt si. b. sit. ps. a. denoiata. a. c. seqt vt. c. numeret. a. ℣ Quia enim. b. est pars. a. denominata a. c. sed ℔ unitas ē ps






c. denominata ab ipso per concep. sequitur ut quotiens unitas numerat. c. totiens. b. numerat. a. ℣ Itaq; per. 16. quotiens unitas. b. totiẽs. c. numerat a. quare constat propositum. ¶ Aliter idem: cum sit. b. pars. a. si tota unitas. c. eritq; per hanc cõmunem scientiam unitatem eẽ partem omnis numeri ab ipso denominatam, c. denominans. b. in. a. ℔ quia ẽ. b. in. a. quotiens unitas in. c. euidenter sequitur propositum per. 16.

## Propositio .39.

Numerum minimũ propositarum denominationum habentem partes inuenire. Ex quo manifestũ est q; minimus numerus numeratus a quotlibet ẽ minimus habẽs partes denoiatas ab ipsis.

¶ Sint. a. b. c. d. denominantes partes propositas. ℔ e. minimus numeratus ab eis sumptũ fm. 36. ipsum. e. dico esse quem querimus. ℣ Sint enim fm quos numerant ipsum. f. g. h. k. eritq; p 16. ℔ hanc cõmunem scientiam: unitas est pars omnis numeri ab ipso dictatut uiceuersa. f. g. h. k. numerent. e. fm. a. b. c. d. quare sunt partes eius ab illis dicte. ¶ Est igitur. e. habens partes propositarum denominationum. ℣ Minimus etiam qm̃ si alter fuerit ut. l. sint partes. l. dicte ab eis. m. n. p. q. eruntq; per. 16. ℔ predictam cõem scientiam. a. b. c. d. uiceuersa partes. l. dicte ab. m. n. p. q. quare non erat. e. minimus quem numerat. a. b. c. d. quod est inconueniens. ¶ Habito minimo: si cura est habere secũdũ aut quotũcũquelibet: q; si secũdum sume duplum minimi: si tertiũ triplũ ℔ ad hunc modũ in aliis. ℣ Cum enim omnis multiplex. e. numeret ab a. b. c. d. per hanc cõem scientiam. Omnis numerus numerans alium numerat omnem numeratum ab illo. ℣ Necesse est per. 37. ut omnis multiplex. e. habeat partes denominatas ab. a. b. c. d. ℣ Si itaq; duplus. e. nõ fuerit secundus habens partes ꝓpositarum denoiationum: erit alius quem sicut sequitur esse maiorem. e. sic sequitur eẽ minorem duplo: ℔ quia illum numerant. a. b. c. d. per. 38. sequitur per correl. 36. q; p. e. numeret eundẽ quod est impossibile. ℣ Cum enim numeret se. numeraret ꝑ hanc cõmunẽ scientiam omnis numerus numerans totum ℔ detractum: numerat residuum differẽtiam illius ad se. que cum sit minor se: maior numerus numeratus minorem quod esse non potest: sequitur itaq; duplum. e. esse fm numerũ habentem propositarum denominationum partes. ¶ Similiter quoq; argues duplum. e. esse tertium probato duplo esse secundum: alioquin quia esset triplo minor: ℔ duplo maior: sequeretur. e. numerare aliquem inter ipsius duplum ℔ triplum: quod ut prius patet esse impossibile. ℣ Probato autem triplo esse tertium ad huius similitudinem probabis quadruplum esse quartum: ℔ sic in ceteris.

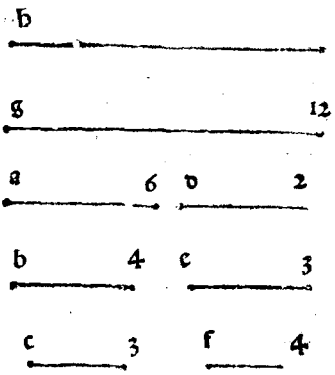
## ¶ Minimum numerum habentem partes propositarum denominationum sumptarum continue reperire.

¶ Vt minimum numerum habentem tertiam quę tertia habeat quartã que etiam quartã habeat quintam aut septimam aut qualitercunq; cõtingat eas ab eisdem uel diuersis denominari. ℣ Multiplicari oportet denominatorem prime partis in denominatorem secunde: ℔ ex eis productũ in denominatorem tertie: productum quoq; in denominatorem quarte: sicq; de ceteris usq; ad ultimam a prima. ℣ Vel usq; ad primam ab ultima ℔ qui prouenerit erit qui inquiritur: ut in propositio. 60. uel. 84. ¶ Hoc autem ita esse demonstratiue sic habeto. ℣ Sint numeri partes propositas denominantes. a. b. c. d. uolumus inuenire minimum numerum qui habeat partem denominatam ab. a. ita q; illa pars habeat partem denominatam a, b. ℔ illa aliam denominatam a. c. sed ℔ hec aliam dictam a. d. ℣ Ducatur itaq; d. in. c. ℔ proueniat. e. ℔. e. in. b. ℔ proueniat. f. f. quod ducatur in. a. ℔ proueniat. g. quem dico esse quem inquirimus. ℣ Cum enim ipse. g. proueniat etiam ex. a. in. f. per. 17. erit. f. pars. g. dicta ab. a. At quia. f. prouenit per eandem ex. b. in. e. erit. e. pars. f. dicta a. b. sed ℔ propter hoc erit. d. pars. e. dicta a. c. ℔ qua unitas est pars. d. dicta ab ipso

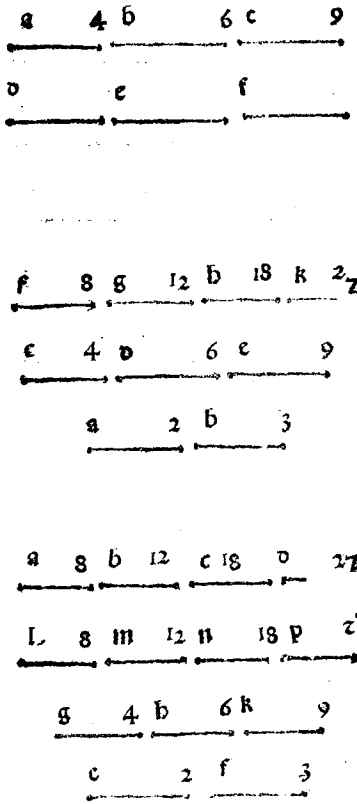
d.patet. g. habere partes ut proponitur. ¶ Si ergo non fuerit minimus sit. h. sitq; k. pars eius dicta ab. a. ℔. l. pars. k. dicta a. b. ℔. m. pars. l. dicta a. c. n. quoq; pars. m. dicta. a. d. ¶ Erit q. p. 18. ℔. 14. g. ad. f. ut. h. ad. k. ℔. f. ad. e. ut. k. ad. l. ℔. c. ad. d. ut. l. ad. m. sed ℔. d. ad unitatem ut. m. ad. n. ¶ Ergo per. 13. erit in proportione equalitatis. g. ad unitatem ut. h. ad. n. ergo permutatim erit g. ad h. ut unitas ad. n. ¶ Quare cum h. sit minor g. erit. n. minor unitate. sequitur igitur impossibile partē numeri minorem eē unitate. ¶ Erit itaq; g. minimus habēs ptes ut pponit. Quo inuento si cura fuerit hīc scīm aūt quotūquelibet p minimi multiplices ut prius dcm̄ est sumēdi trūt hec aūt. 39. pponitur in alio ſm hunc modum.

¶ Propositis partibus quotiscumquelibet minimum numerum eas continentem inuenire.

¶ Vt si partes propositę sint. a. b. c. sintq; eas denominantes. d. e. f. ℔ sumatur minimus quem numerant. d. e. f. qui sit. g. hunc dico esse quem quęrimus. Erunt enim in eo propositę partes per. 37. ¶ Quod si nō fuerit minimus eas continens sit ergo. h. quē numerabunt. d. e. f. per. 38. igitur nō erit g. minimus numeratus ab eis quod est incōueniēs quia erat. Intelligo uero partes. a. b. c. indeterminate poni ℔ nō sub quantitate certa: aliter enim non eēt necessarium ut minimus numerus quem numerāt. d. e. f. esset minimus continens partes ppositas. Plurimas enim cōtingit partes reperire quas numerus numeratus ab eaꝫ denominatoribus non continet. Verbi gratia. Tres numeri q sunt. 10. 90. ℔. 72. sunt eiusdē numeri ptes. primus quidē tertia. secūdus uero q̄rta. ℔ tertius quinta: nec tñ minimus quē numerāt denoiatores eoꝫ qui ē. 60. partes issas cōtinet. In standū igitur est si ptes sub certa quātitate ponant prime cōsequentie huius demonstrationis. Nō enim sequitur ut arguit p. 37. si ternarius hūc numerat ergo hic numerus positus est eius tertia. Sed ergo hēt tertiam. Quapp idem est qđ pponitur ſm utrūq; modum sed ſm primū cōuenientius uidet qđ intenditur pponi. Attēdere aūt oportet q cū oīs ps habeat q̄titatē in ea contingit ponere quotlibet ℔ quaslibet ptes ſm quātitatē ℔ inquirere q minimus eas cōtinet ℔ sub quibus denominationibus. Minimū aūt eas cōtinētē cōstat eē minimū numeratū ab eis. Secūdum quos uero numerant sunt qui illos in illo denoiant. Contingit iteꝫ ponere quotlibet ℔ quaslibet denominationes. ℔ inquirere in quo minimo hes denominationes repiuntur ℔ ſm quas q̄titates. Minimū quoq; cōstat eē minimum numeratū ab illis. Secūdū quos uero numerant sunt qui q̄titates determinant. Vtrobiq; aūt idcirco inquirit minimus quia infiniti sunt hinc quidē qui has ptes cōtinent. Inde uero in q̄bus hee denoiationes repiuntur. Contingit rursus ponere quotlibet ptes ℔ totidē denoiationes. Vel quotlibet denoiationes ℔ totidem partes. Nō aūt quaslibet cū quibuslibet: sed certas cū certis. Si enim ponam ptes tres quatuor quinq; ℔ denoiationes ea. 2. 6. 7. 8. ℔ inquiram quis nūerus cōtinet has ptes sub istis denoiationibus: similis ero inquisitori uanoq̄renti impossibile. ¶ Certas igitur conuenit ponere ptes cū denoiationibus certis ℔ nō ut contingit ℔ inquirere quis numerus positas ptes sub positis denominationibus continet: nō aūt quos. Minimus unicus enim est nam siue pposita fuerit una pars ℔ una denoiatio siue plures ℔ plures: non erit sumere plures numeros quod pposituū erit continētes. Solus enī est cuius ternarius est quinta nō plures. Solus quoq; cuius ternarius octaua ℔ senarius quarta non plures. ¶ Ideoq; pponentem partes ℔ denoiationes ipsarū in toto non est querere quis minimus continet has ptes sub istis denoiationibus: sed quis unus cōtinet. Proponētē aūt ptes tñ. Cōtingit querere quis minimus eas continet ℔ a quibus in eo denoiantur. Solas quoq; pponentē denoiationes conuenit querere q̄ partes ab illis dicte ℔ in quo minimo repiunt. Conueniētius aūt ur partes p denoiationes inquireret q̄ deniationes p partes: diuersitatē quidē denoiationū nō partiū comitatur ꝓportionū diuersitas. Explicit liber septimus.



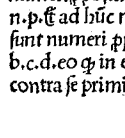
¶ Liber octauus Euclidis de numeris similibus ac eorum ad instar continue ꝓportionalitatis denominationibus et ꝓportionum ad inuicem proportionibus ex optima Campani interpretatione Magistro Luca paciolo de Burgo Sancti Sepulcri Geometrie studiosissimo Minorum Castigatore diligentissimo. Incipit.



Tertia numerorum dicunt quorum multiplicatione numeri producũt. 1. ¶ Superficialis appellatur numerus q ex duobus lateribus continet. 2. ¶ Solidus vo q sub tribus ex quorum cõtinua multiplicatione hs procreari. 3. ¶ Quadratus est numerus superficialis equalibus lateribus cõsistens. 4. ¶ Cubus est solidus equalibus cõsistens lateribus. 5. ¶ Similes dicuntur numeri superficiales siue solidi quorum latera sunt proportionalia. Propositio. 1.

Si numerorum quotlibet continue ꝓportionalitatis duo extremi fuerint contra se primi: eos oẽs secundum suam ꝓportionem minimos esse necesse est. ¶ *Sint cõtinue ꝓportionales. a. b. c. duoq; extremi q sint a. c. sint cõtra se ꝑmi. dico q in eadem proportione non reperientur totidẽ minores.* Si aũt cõtingit sint. d. e. f. erit q per .15. septimi. a. ad. c. sicut. d. ad. f. ꝫ quia. a ꝫ c. sunt minimi in sua proportione ꝑ. 23. eiusdem sequitur ꝑ. 21. ut. a. numeret. d. ꝫ. c. f. maiores. s. minores quod esse non potest. Propositio .2.

Numeros quotlibet continue ꝓportionalitatis ꝑm proportiõem datam minimos inuenire. vnde manifestum erit: q si fuerint tres numeri continue ꝓportionalitatis ꝑm eam minimi duo extremi erũt quadrati. q si fuerint qtuor erũt extremi cubi. ¶ *Sint date ꝓportionis minimi. a. ꝫ. b. ducanturq; a. in se ꝫ fiat. c. ꝫ. in. b. ꝫ fiat. d. b. quoq; in se. ꝫ pueniat. e. erunt q. c. d. e. continue ꝓportionales in proportiõe. a. ad. b. ꝑ. 18. ꝫ. 19. septimi. ꝫ quia. c. ꝫ. e. sunt contra se ꝑmi ꝑ 28. eiusdem erunt. c. d. e. ꝑm datam proportionem minimi ꝑ premissam.* ∇ Ducatur iterum. a. in oẽs illos. ꝫ pueniãt. f. g. h. ꝫ. k. in. c. ꝫ pueniat. k. erũt ẽt. f. g. h. k. *cõtinue ꝓportionales in proportiõe a. ad b. ꝑ. 18. ꝫ. 19. septimi: minimi quoq; ꝑ. 28. eiusdem ꝫ ꝑmissam hac uia ꝫ* rone inueniẽt. 5. uel. 6. *uel quotlibet.* Propositio .3.



Si numeri quotlibet cõtinue proportionales secundum suam ꝓportionem fuerint minimi: duos eoꝝ extremos ꝫ se primos esse necessario cõprobatur. ¶ *Hec tertia est conuersa prime. Sint. n. a. b. c. d. continue ꝓportionales ꝫ ꝑm suam ꝓportionem minimi. dico q. a. ꝫ. d. extremi erũt adinuicem ꝑmi.* ∇ *Mimi. n. in ꝓportiõe a. ad. b. sint. e. ꝫ. f. eruntq; ꝑ. 22. septimi cõtra se ꝑmi ꝑ hos ergo duos ꝑm definitionem ꝑmisse inueniant totidẽ cõtinue ꝓportiõales ꝫ mimi quot sunt numeri ꝓpositi.* ∇ *Primo eidem tres q sunt. g. h. k. deinde qtuor q sint. l. m. n. p. ꝫ ad hũc modum cõtinue ꝑ additionem unius quousq; fiat tot quot sunt numeri ꝓpositi ut sunt hic. l. m. n. p. sequit ergo. l. m. n. p. esse ꝫ. a. b. c. d. eo q in eadem ꝓportiõe sunt utrinq; minimi.* ∇ *Et quia. l. ꝫ. p. sunt contra se primi ꝑ. 28. septimi: erunt quoq; a. ꝫ. d. illis equales contra se pri*

nit quod est propositum.

## Propositio .4.

Similitudinem assignatarum proportionum in minimis numeris sm ipsas proportiones continuantium proportionalibus inuenire.

¶ Assignate ꝓportiões in minimis termís inueniant ut docet.34.septimi. Sintq; ꝫma inter.a.ℇ.b.scda inter.c.ℇ.d tertia inter.e.ℇ.f. sic quoq; de pluribus si fuerint plures. uolo has ꝓportiones in quot; minimis numeris cõtinuare. Sumo ergo.g. minimum quem numerant.b.ℇ.c.ℇ quotiens.b numerat ipsum.g.totiés a.numerat.h.d.quoq; totiens numeret.k.quotiés.c.g.itaq; si.e.numerat.k sit ut.f.totiés, numeret.l.erũtq; .h.g.k.l.quos q̃rimus. ℣ Cõstat.n.p.18.septimi.q.sit.h.ad.g.sicut.a.ad.b.ℇ.g.ad.k.sicut.c.ad.d.at.k.ad.l.sicut.e.ad f. ℣ Minimi quoq; nã si alii sint minimi ut.n.p.m.q.oportebit ꝑ.21.septimi bis assumptã ut uterq; duoꝝ.b.ℇ.c.numeret.p.q̃re ℇ.g.numerabit eũdem.ꝑ correl.35.sep.quod est inconueniens. ℣ Sunt igr.h.g.k.l.minimi. ℣ Aperte igr ostenditur.h.sit.m.minimus numerans.duas.ꝛ.ℇ.k. quem.m.quotiens numerat.k.totiens.h numeret.m.ℇ.g.totiens.Verũtq; per.18.septimi.n.p.minimi ꝓportionẽ.h.g.k. quare.n.ad.p.ut.a.ad.b.ℇ.p. ad.m.ut.c.ad.d sed quotiens.e.numerat.m totiens.f.numeret.q.ℇ erit ꝑ eandem.m.ad.q.sicut.e.ad.f. ℣ Manifestum est igitur ꝙ assignate ꝓportiones cõtinuate sint in quatuor numeris qui sunt, n.p.m.q. ℣ Q ui si nõ fuerint minimi.sint si possibile est alii qui sint.r.s.t.x.qui a itaq; per.21.septimi bis assumptam uterq; duoꝝ numerorum.b.ℇ.c.numerat.s.sequitur ꝑ correl.35.sep.ut.g.numeret eundem quare et.f.numerabit.t.at qa ꝑ.21 septimi.e.numerat eundem.t.nõ erit.m.minimus quem numerant.k.ℇ.e hac rõe q̃rã illis ℇ quotlibet alias sine oi offendiculo cõtinuare poteris.

## Propositio .5.

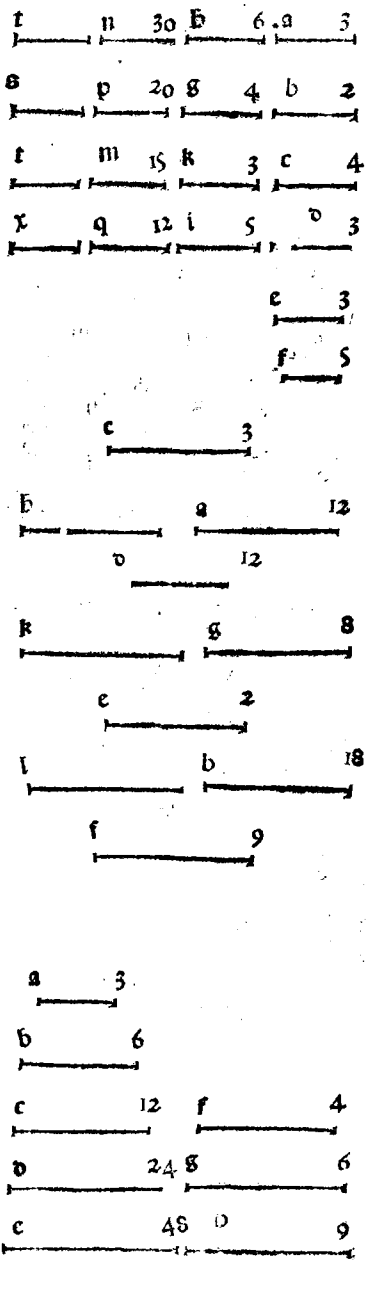
Omnium duorum numerorum compositorum ꝓportio vnius ad alterum est ex laterum suorum ꝓducta proportionibus.

¶ Quod proponit.24.sexti de superficiebus equidistantium laterum proponit hec de numeris compositis. Sint duo numeri cõpositi.a.b.latera a.sint.c.ℇ.d.latera.b.sint e.ℇ.f. dico itaq; ꝙ proportio.a.ad.b.constat ex ea que est.c.ad.e.ℇ ea que est d.ad.f. ℣ Sit enim ut ex.d.in.e.fiat.g.quia ergo ex.d.in.c.fit.a.ℇ ex f.in.e.fit.b.per.conuersionem diffinitionis laterum erit per.18.septimi.a. ad.g.sicut.c.ad.e.ℇ.per.19.eiusdem.g.ad.b.sicut.d.ad.f.quare per diffinitionem proportio.a.ad.b.composita est ex ea que est.c.ad.e.ℇ.ea que ẽ d.ad.f.quod erat propositum. ℣ Nec est necessarium ut continuemus proportiones laterum uidelicet eam que est.c.ad.e.ℇ.eam que est.d ad.f.in minimis numeris repertis sm doctrinam precedentis ut docent quidam hoc enim est proposito preter necessarium. ¶ Arguunt enim posito ꝙ illi minimi sint.h.k.l.ita ꝙ sit.h.ad.k.sicut.c.ad.e.ℇ.k.ad.l.sicut.d.ad f. proportionem.h.ad.l.esse compositam ex propositorum laterum ꝓportionibus. ℣ Sumptoq; g.fieri ex.d.in.e.arguunt.a.ad.g.ut.h.ad.k.quia ut.c.ad.e.ℇ.g.ad.b.ut.k.ad.l.quia ut.d.ad.f.ideoq; sm equam propoℇ.a ad.b.ut.h.ad.l.concludunt igitur.a.ad.b.componi ex quibus.h.ℇ.l.uez quidem sed non necessario assumpto.

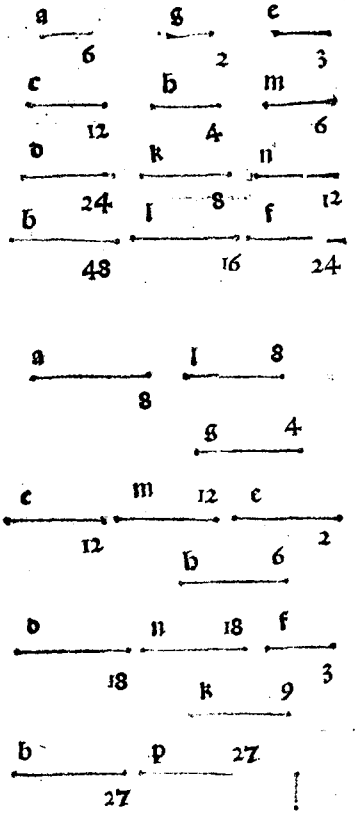
## Propositio .6.

Si numerorum quotlibet continue proportionalium primus secundum non numeret: nullus eorum numerabit vltimum.

¶ Sint.a.b.c.d.e.continue proportionales.dico ꝙ si.a. non numeret.b.nullus eorum numerabit.e. Manifestum aũt est ꝙ si ipsum numeret oẽs numerabũt, e.ℇ simpliciter



quilibet precedens quēlibet sequentē. ℣ Si autem nō numerat ipm pate
q̄.d.non numerabit.e.nec simpliciter aliquis eorum proximo sequētem
quia sunt positi continue ꝓportionales. ℣ Sed q̄ nullus aliorum ut.c. numeret ipsum sic constat. ¶ Sumantur ſm doctrinam ſecūde huius tot eidem minimi continue ꝓportionales in ꝓportione eadē quot sunt ipsi.c. ℔ et sequentes qui sunt.f.g.h.eruntq; p.3.huius.f.℔.h.contra se primi ℔ quam ꝓportionalitatem.c.ad.e.ut.f.ad.h. cum.f.non numeret.h. nec numerabit.e.eodē mō nec aliquis alioꝝ: quare liquet q̄d ꝓpositum est.




## Propositio .7.

Si numerorum continue ꝓportionalium primus vltimū numeret: idem ipse z secundū numerabit.

¶ Sint qui prius continue ꝓportionales. dico ſi.a.numerat.e. ipse numerabit.b. alioquin ex premiſſa nō numeret.e.quod est contrarium ℔ impoſsibile. Non ſolum autē numerabit.b.ſed ℔ oēs ℔ quisq; eoꝝ quēlibet ipm ſequētē.

## Propositio .8.

Si inter duos numeros numeri quotlibet in continua proportionalitate ceciderint: totides inter omnes duos in eadē ꝓportione relatos cadere necesse est.

Sint.a.℔.b.inter quos cadunt.c.℔.d. in cōtinua ꝓportione habentes se in ꝓportione.e.ad.f. dico q̄ totidē cadūt inter e.℔.f.℔ in eadem ꝓportione quot inter.a.℔.b. Sint enim.g.h.k.l. totidē minimi quot sunt.a.℔.b.℔ qui inter eos cadunt sumpti: quēadmodū docet ſecunda huius cōtinue ꝓportionales in eadē ꝓportione erunt.q̄.p.3.g.℔.l.cōtra se primi ℔ per equā ꝓpor.erit.g. ad l.ſicut.a.ad.b. ideoq; ℔ ſicut e.ad.f.℔ quia ipſi sunt in ſua ꝓportione minimi per.21. ſeptimi ſequitur per.21.eius dē ut.g.numeret.e.℔.l.f. equaliter: totiēs igit numeret. h.m.℔ k.n, positis q̄.m.℔.n.inter.e.℔.f. constat per.18. ſeptimi.e.m.n.f. eē continue ꝓportionales: quēadmodum sunt.g.h.k.l.℔ ideo quēadmodum. a. c.d.b.quare patet quod dictū est. ¶ Ex hac constat nullā ſupticularem poſse per equalia diuidi: ſi enim hoc eēt oporteret inter duos numeros ſola unitate diſtātes numerum cadere mediū quod eē non poteſt: ideo tonus in muſica quē ſexquioctaua cōtinet ꝓportio in duo uera ſemitonia diuidi non pōt: ſed neceſsario diuiditur in minus ſemitonium ℔ maius.

## Propositio .9.

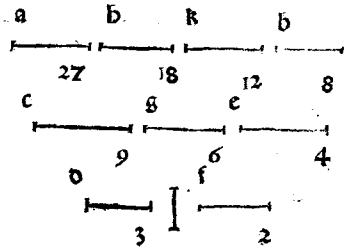
Si inter duos numeros contra ſe primos numeros quotlibet continua proportionalitate ceciderint: inter vtrunq; eorum z vnitatem totidem continua proportionalitate cadere necesse est.

¶ Sint.a.℔.b. cōtra ſe primi. inter quos cadat in cōtinua ꝓpor.c.℔.d. dico q̄ totidē erunt continue ꝓportionales inter.a.℔ unitatē: itemq; totidē inter.b.℔ unitatē. Sint enim in illa ꝓportione minimi.e.℔.f. ſumpti ut docet.34.ſeptimi: ex quibus ſumant tot continue proportionales ℔ minimi in eorum ꝓportione: ut docet ſecunda huius qui ſint.g.h.k. deinde quatuor qui ſint.l.m.n.p.℔ hoc totiēs at usquequo ſic ſumpti fiant totidem quot ſunt numeri propoſiti: ut ſint hic.l.m.n.p. Conſtat itaq; cum ſint.a.c.d. b. in ſua ꝓportione minimi q̄ primam huius: ſintq;.l.m.n.p.totidem ℔ minimi in eadem. Non ſit autē poſsibile eē aliquid minus minimo q̄ numeri.l.m.n.p.equales erūt numeris.a.c.d.b. quisq; ſuo relatiuo ē igitur.l.equalis.a.℔.p.b. Manifeſtum autem ex ſecunda huius q̄ ex.f.in ſe fit.k.℔ ex eodem in.k. p. per diffinitionē igitur eius quod eſt multiplicari: erit.f.in.k.k. quoq; in. p. quotiēs unitas est in.f. itaq; unitas.f.k.p. ſunt continue proportionales. Similiter autem ℔ unitas.e.g.l. ſumptis ergo.a.℔.b. loco.l ℔.p. ſibi equalium erunt inter.a.℔ unitatem.g.℔.e.℔ inter.b.℔ unitatem.k ℔.f. continue proportionales totidem quot ſunt inter.a.℔.b. quod eſt propoſitum.

## Propositio .10.

INter vtrunq; eorum z vnitatem quotlibet numeri continua proportionalitate ceciderint ambobus numeris totidem continua proportionalitate interesse necesse est.

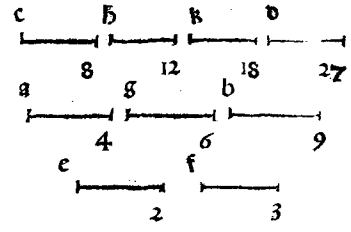
¶ Sint duo numeri.a.℔.b.sintq;.c.℔.d.inter.a.℔ vnitatem.e.quoq;℔.f.inter.b.℔ vnitatem continue proportionales.dico totidem esse inter.a.℔.b.continue proportionales:hec est conuersa prioris excepto q; ad subiectum premisse appositum erat.a.℔.b.esse contra se primos quod non apponitur hic ad passionem:qua propter vniuersalior est passio huius subiecto illius. ℣ Quia igitur quotiens vnitas in.d.totiens est.d.in.c.℔ totiens.c.in.a.constat quod ex.d.in se fit.c.℔ ex eodem.d.in.c a: Similiter quoq; ex.f.in se.℔ in.e.fient.e.℔.b. ℣ Ducat itaq;.d.in.f.℔ productus sit.g.itemq; idem.d.ducatur.in.g.℔.e.℔ sint producti.h.℔.k. Constat igitur ex.18.septimi q;.c.ad.g.vt.d.ad.f.℔ ex.19.q; g.ad.e.vt.d.ad.f.quare.c.g.e. sunt continue proportionales in proportione.d.ad.f.item per.18 iterum sunt.a.ad.h.sicut.c.ad.g.℔.h.ad.k.sicut g.ad.e.℔ per.19.k.ad.h.sicut.d.ad.f.igitur sunt.a.h.k.b.continue proportionales:quare constat propositum.




## Propositio .11.

SI fuerint ambo quadrati erit proportio vnius ad alterum tanq; fui lateris ad latus illius proportio duplicata. Si uero ambo fuerint cubi:erit proportio alterius ad alterum tanq; fui lateris ad latus alterius proportio triplicata.

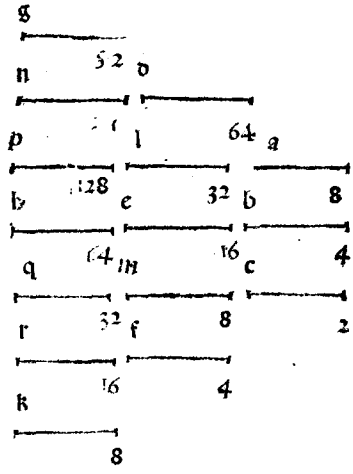
¶ Sint duo quadrati.a.℔.b.℔ duo cubi.c.℔.d.latera tã quadratorum q; cuborum sint.e.quidem.a.℔.c.f.vero.b.℔.d.dico q; proportio.a.ad.b.erit sicut.e.ad.f.duplicata.c.vero ad.d.sicut eadem triplicata. Manifestum enim est q; ex.e.in se fit.a.℔ ex ipso.e.in.a.c.sic quoq; ex.f.in se fit.b.℔ ex ipso in.b.d.ducatur igitur.e.in.f.℔ prouenit.g.℔ in g.℔.b.℔ proueniant.h.℔.k.eritq; per.18.septimi.a.ad.g.sicut.e.ad.f.℔ per 19.g.ad.b.sicut.e.ad.f.igitur ex diffinitione.a.ad.b.sicut.e.ad.f.duplicata quod est primum. ℣ Secundum eodem modo constat. sunt enim per 18.iterum.c.ad.h.sicut.a.ad.g.℔.h.ad.k.sicut.g.ad.b.℔ per.19.k.ad.d.sicut.e.ad.f.quare.c.h.e.d. sunt etiam continue proportionales in proportione.e.ad.f.per diffinitionem igitur erit.c.ad.d.sicut.e.ad.f.triplicata quod est secundum.

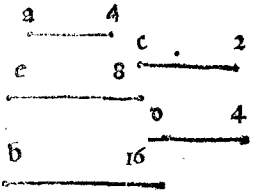



## Propositio .12.

IN numerorum continue proportionalitatis quilibet in seipsum ducatur:qui inde producentur sub continua proportionalitate esse. Quod si item in ipsos productos principia sua ducantur inde quoq; producti continue proportionalitatis ee necesse est. idemq; in omnibus hoc modo productis extremitatibus.

¶ Sint.a.b.c.continue proportionales quorum quisq; in se ducatur℔ proueniant ex.a.quidem.d.ex.b.vero.e.℔ ex.c.f.dico q;.d.e.f.sunt cõtinue proportionales:si q; item.a.ducatur in.d.℔ proueniat.g.b.quoq; in.e.℔ proueniat.h.℔.c.in f.proueniat.k.dico etiam q;.g.h k.erunt continue proportionales. ℣ Sit enim ex.a.in.b.l.℔ ex.c.in eundem.m. eruntq; per 18.℔.19.septimi.d.l.e.m.f.cõtinue ꝓportionales in ꝓportione.a.b.c.itaq; per equam proportiõalitatem argue.d.ad.e.sicut.e.ad.f.quod est primum. ℣ Reliquum sic.ducatur.a.in.l.℔.e.℔ proueniat.n.℔.p.c.quoq; ducatur in.e.℔.m.℔ proueniant.q.℔.r.eruntq; per easdem.g.n.p.h.q.r.k.continue quoq; proportionales in proportione primorum:per equam igitur propotionalitatem conclude.g.ad.h.sicut.h.ad.k.quod est reliquum. Eadem erit ratio quotienscunq; primi in productos ducantur.






## Propositio .13.

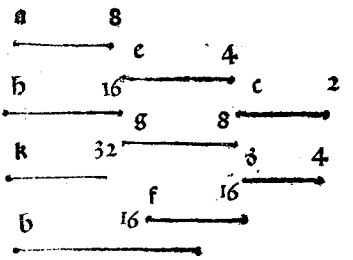
Si quis quadratus numerus alium quadratum numeret latus quoq; suum latus illius numerare probatur. Si vero latus suum latus illius numeret quadratus numerat quadratum.

¶ Sint duo numeri .a.et.b. quadrati: lateraq; eorum .c.et.d. dico q; si .a. numerat .b. .c. quoq; numerabit .d. et econuerso. ℣ Constat enim q; ex .c. in se fit .a. ex .d. quoq; in se .b. fiat igit. .e. ex .c. in .d. eruntq; per .18. et .19. septimi .a.e.b. continue proportionales in proportione .c.ad.d. ℣ Si igitur .a. numerat .b. idem ipse per .7. huius numerabit .e. quare et .c.d. quod est primum. ℣ Conuersa sic patet. si .c. numerat .d. a numerabit .e. propter id quod proportio .a.ad.e. sicut .c.ad.d. et si numerat .e. ipse numerabit .b. propter hoc q; sunt continue proportionales.

## Propositio .14.

Si cubus alium cubum numeret: latus quoq; suus latus alterius numerabit. Si vero latus suus latus alterius numeret: cubus numerabit cubum.

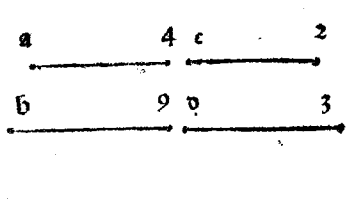
¶ Sint duo numeri .a.et.b. cubi lateraq; eorum .c.et.d. dico q; si .a. numerat .b. .c. quoq; numerabit .d. et econuerso. ℣ Ducatur enim .c. in se. et fiat .e. d. quoq; in se fiat .f. constat igitur q; ex .c. in .e. fit .a. et ex .d. in .f. b. fiat itaq; .g. ex .c. in .d. eruntq; per .18. et .19. septimi .e.g.f. continue proportionales in proportione .c.ad.d. sed .e.et.f. habent proportionem ex .c. in .g. et .f. ℣ Per easdem igitur erunt .a.h.k.b. continue quoq; proportionales in eadem proportione. ℣ Itaq; si .a. numerat .b. idem per .7. huius numerabit .b. quare et .c.d. est .c. ad .d. sicut .a. ad .h. constat igitur prima pars. Conuersa patet: sicut conuersa prioris. Nam si .c. numerat .d. a. quoq; numerabit .b. quem si numerat necesse est ut numeret .b.




## Propositio .15.

Si numerus quadratus quendam alium quadratum non numeret: nec latus suum latus illius numerabit. Si vero latus suum latus illius non numeret: quadratus is quadratum illum nō numerare ex necessitate conuincitur.

¶ Hec .15. proponit negationes conuerti: que affirmationibus quas .13. huius conuerti proposuit opponuntur: ut si sint duo numeri quadrati .a.et.b. quorum latera .c.et.d. si .a. non numerat .b. .c. quoq; non numerabit .d. econuerso etiam si .c. non numerat .d. nec .a. b. ℣ Sit enim primo ut .a. non numeret .b. si itaq; .c. numerat .d. per secundā partem .13. huius. et .a. numerabit .b. quod est contrarium positioni: sicq; patet primū. ℣ Secundum quoq; sic: sit ut .c. non numeret .d. itaq; si .a. numeret .b. p primam partem .13. necesse est ut .c. numeret .d. necesse ē igitur ut numeret ipsum cum nō numerat ipsum: quod est impossibile. ℣ Quemadmodum aūt necesse est conuerti negationes oppositas affirmationibus quas .13. demonstrauit conuerti: sic quoq; necesse est eas negationes que opponūtur illis affirmationibus quas premissa conuerti demonstrauit conuertantur. unde si cubus non numerat cubū nec latus eius numerabit latus illius econuerso quoq; si latus unius non numerat latus alterius nec ipse cubus numerabit alterum cubum: demonstratur autem hoc per premissam a destructione consequentis: sicut quod propositum est per .13. ideoq; hoc auctor non proposuit: sed per id quod propositum est ipsum dedit intelligi.

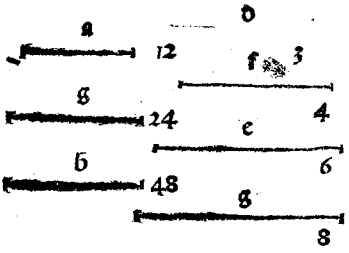



## Propositio .16.

Si duo numeri superficiales fuerint similes necesse est tertium numerum sm proportionalitatē continuam eis interesse: eritq; proportio vnius numeri ad alterū sibi similes velut vnius latei is sui ad latus alterius se respiciens proportio duplicata.

¶ Sint duo numeri .a.et.b. superficiales et similes: dico

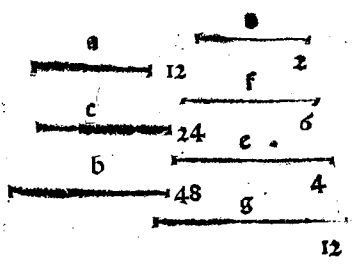
q̄ inter ipſos cadet unus numerus in continua ꝓportione: latera enim .a. ſint .c. ℰ .d. b. uero latera ſint .e. ℰ .f. eruntq; ex conuerſione diffinitiõis numerorum ſimilium .c. ad .e. ſicut .d. ad .f. conſtat aũt q̄ ex .c. in .d. fiat .a. ℰ ex .e. in .f. b. fiat itaq; .g. ex .e. in .d. eritq; per .19. ſeptimi .a. ad .g. ſicut .c. ad .e. ℰ per .18. eiusdẽ .g. ad .b. ſicut .d. ad .f. quare .a. ad .g. ſicut .g. ad .b. eſt itaq; .g. ontinua proportionalitate medius inter .a. ℰ .b. quod eſt propoſitum. ℣ Correl. autem patet cum ſit .a. ab .b per diffinitionem ſicut .a. ad .g. duplicata que eadem eſt illi que eſt .c. ad .e.




## Propoſitio .17.

SIm continuam proportionalitatem tertius numerus duobus numeris inter ſit: illi duo numeri ſuperficiales ſunt ⁊ ſimiles.

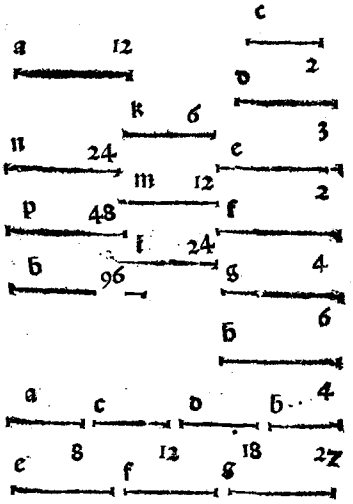
¶ Hec eſt conuerſa premiſſe ut ſi inter .a. ℰ .b. ſit .c. ſub cõtinua proportionalitate conſtitutus .a. ℰ .b. erunt ſuperficiales ℰ ſimiles. ℣ Sint enim .d. ℰ .e. minimi in proportiõe qua continuantur .a, c. b, qui per .21. ſeptimi numerabunt .a. ℰ .c. equaliter ⁊ ſitq; ut ſm .f. ℰ per eandem .c. ℰ .b. equaliter: ℰ ſit ut ſm .g. erunt igitur per diffinitionem .a. ℰ .b. ſuperficiales: ℰ erunt etiam per diffinitionem .d. ℰ f. latera numeri .a. e. quoq; ℰ .g. latera numeri .b. ℣ Quod autem ipſi ſint ſimiles ſic habeto. ℣ Cum enim ex .d. in .g. ſit, c. ℰ ex .e. in .f. ſit idem .c. erit per ſecundam partem .20. ſeptimi, d, ad .e. ſicut .f. ad .g. per diffinitionẽ igitur .a. ℰ .b. ſunt ſimiles: quod eſt propoſitum. ℣ Hoc autem ultimũ quod eſt .a. ℰ .b. eſſe ſimiles: poteſt etiam haberi per .19. ℰ .18. ſeptimi: ℰ per has ypothe. q̄ .a. c. b. ſunt cõtinue proportionales in proportione .d. ad .e. minimorum numerantium .a. ℰ .c. ſm .f. ℰ .c. ℰ .b. ſm .g.




## Propoſitio .18.

SI fuerint duo numeri ſolidi ſimiles: neceſſe ẽ eis duos numeros ſm continuam proportionalitatẽ intereſſe. eritq; proportio vnius ſolidi ad alterũ ſibi ſimilẽ. velut cuiuſlibet ſui lateris ad latus alterius reſpiciens ſe ꝓportionaliter ꝓportio triplicata.

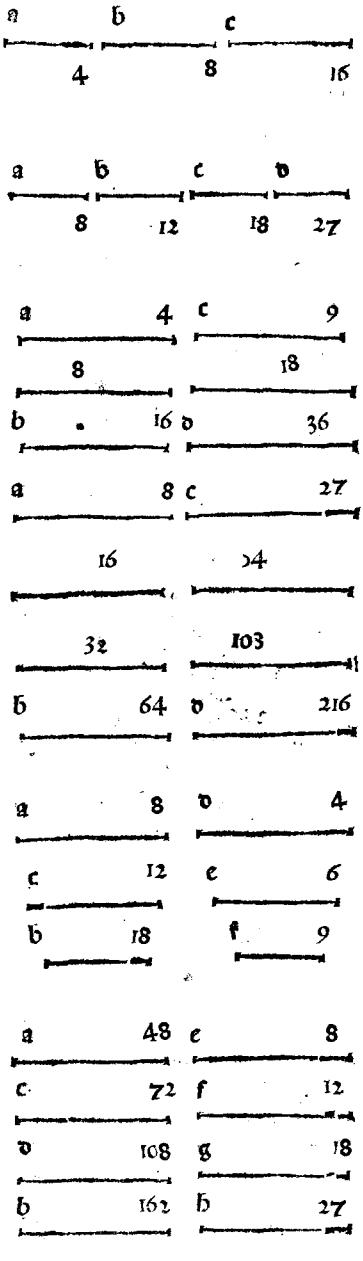
¶ Sint duo numeri .a. ℰ .b. ſolidi ſimiles: dico q̄ inter ipſos cadent duo numeri in continua proportione. Sint enim latera numeri .a, c, d, e. latera uero .b. ſint .f, g, h. eruntq; ex conuerſione diffinitiõis numerorum ſimiliũm .c. ad .f. ℰ .d. ad .g. ſicut .e. ad .h. Sit igitur ex .c. in .d. k. ℰ ex .f. in .g. l. erũtq; ex diffinitione .k. ℰ .l. ſuperficiales ℰ ſimiles. quare ꝑ 26. huius tmus numerus cadet inter eos medius ſm proportionem, c. ad f. qui ſit .m. Manifeſtum autem eſt q̄ ex .e. in .k. fit .a. ℰ ex .h. in .l. b. ſi igit ex .e. in .m. ℰ .l. fiant .n. ℰ .p. erũt per .18. ſeptimi .a. ad .n. ſicut .k. ad .m. ℰ .n. ad .p. ſicut .m. ad .l. quare .a. n. p. ſunt continue ꝓportionales in ꝓportione c. ad .f. ℣ Et quia per .19. eiusdem .p. ad .b. ſicut .e. ad .h. ℰ ideo ſicut .c. ad .f. ſequitur ut quatuor numeri .a. n. p, b. ſint continue ꝓportionales ſm proportionem .c. ad .f. ℣ Sunt itaq; inter .a. ℰ .b. duo numeri .n. ℰ .p. medii in continua proportionalitate ſuorum laterum interpoſiti: quod eſt propoſitum. ℣ Correl. autem patet cum proportio .a ad b. ſit per diffinitiõem ſicut .a. ad .n. triplicata que eſt eadem illi: que eſt .c. ad .f.




## Propoſitio .19.

SI eis ſm cõtinuam ꝓportionalitatẽ duo nũeri interiacẽt quilibet duo nũeri ſolidi ſunt atq; ſimiles.

¶ Hec eſt cõuerſa ꝑmiſſe ut ſi inter .a. ℰ .b. ſint duo numeri .c. ℰ .d. medii in cõtinua ꝓportione: erũt .a. ℰ .b. ſolidi ℰ ſimiles. ℣ Sumãtur enī tres minimi in eadẽ ꝓportione cõtinue ꝓportiõales q̄ ſint .e. f. g. erũtq; ꝑ .17. e. ℰ .g. ſuperficiales ℰ ſimiles. ℣ Sint ergo .h. ℰ .k. latera .e. at .l. ℰ .m. latera .g. eritq; ꝑ corre. 16. huius .e. ad .f. ſicut .h. ad .l. aut ſicut .k. ad .m. manifeſtũ aũt eſt ex tertia q̄ .e. ℰ .g. ſunt cõtra ſe primi: ideoq; ꝑ .23. ſeptimi in ſua proportione minimi: ℰ quia ꝑ equã ꝓportionalitatem ſunt .a. ad .d. ℰ .c. ad .b. ſicut .e. ad .g.




ſequitur per.21.ſeptimi ut ipſi numerent.a.㊥.d. equaliter quod ſit ſm. n. ㊥ item.c.㊥.b.equaliter qđ ſit ſm.p.Quia igitur ex.b.in.k.fit.a.㊥ ex.e.in n.fit.a.ſequitur p diffinitionem ut.a.ſit ſolidus eiusq; latera.b.k.ſimili ter quia ex.l.in.m.fit.g.㊥ ex.g.in.p.b.ſequitur ㊥ ut.b.ſit ſolidus ㊥ eius la tera.l.m.p.∇ Ipſos aũt eſſe ſimiles ſic conſtabit cum ex.g.in.n.fiat.d.㊥ ex eodẽ i.p.b.erit p.18.ſeptimi.n.ad.p.ſicut.d.ad.b.㊥ quia ſic erãt.h.ad.l. ㊥.k.ad.m.p diffinitionẽ manifeſtũ eſt.a.㊥.b.eẽ ſimiles qđ ẽ ꝓpoſitum.

## Propoſitio .20.

Si triũ numeroꝝ continue ꝓportionaliũ primus fuerit quadratus tertiũ quoq; quadratum eẽ.

¶ Sint tres numeri continue ꝓportionales.a.b.c.ſitq; a. quadratus dico q;.c.eſt etiam quadratus. ¶ Sunt enim p.17.a.㊥.c.ſuperficiales ㊥ ſimiles cũ igitur.a. ſit quadratus ꝑ ypothe.erit.c.q̃dratus.

## Propoſitio.21.

Si quatuoꝝ numeroꝝ continue ꝓportionalium primus fuerit cubus: quartus cubum eẽ neceſſe ẽ.

¶ Sint q̃tuor numeri cõtinue ꝓportionales.a.b.c.d.ſit q;.a.cubus: dico q;.d.eſt ẽt cubus. ∇ Cõſtat enim p.19.q; a.㊥.d.ſunt ſolidi ſimiles: ㊥ quia.a.eſt cubus p ypothe.erit etiam.d.cubus.

## Propoſitio.22.

Si duoꝝ numeroꝝ quoruꝝ ꝓportio ſicut q̃drati ad quadratum fuerit vnus quadratus: alterum quoq; quadratum eẽ.

¶ Sint duo numeri.a.㊥.b.in ꝓportione duorũ quadra torũ qui ſint.c.㊥.d.ſitq; a. uel.b.quadratus: dico reliquũ eẽ quadratũ. *Cum enim.c.㊥.d. ſint quadrati ſequitur eos* eẽ ſuperficiales ſimiles: ideoq; per.16.cadet unus medius inter eos in conti nua ꝓportione: quare ꝑ.8.㊥ inter.a.㊥.b.per.10 igitur conſtat ꝓpoſitum.

## Propoſitio .23.

Si duoꝝ numeroꝝ quoruꝝ ꝓportio ad alterum ſit ſicut cubi ad cubum alteruter fuerit cubus & alterum cubicum eẽ.

¶ *Sint duo numeri.a.㊥. b. in proportione duorum cu* borum qui ſint.c.㊥.d.ſitq; a uel.b.cubus: dico reliquum eſſe cubum. ∇ Neceſſe ẽ enim q;.c.㊥.d.ſint ſolidi ſimiles quippe oẽs cubi ſunt ſimiles ㊥ ſolidi: itaq; per.18.inter ipſos cadent duo medii in cõtinua proportione totidem igitur per.8.cadent inter.a.㊥.b. itaq; per.21.manifeſtum eſt quod dicitur.

## Propoſitio .24.

Si meroꝝ ſuperficialium ſimiliũ eſt ꝓportio vnius ad alterum ſicut ꝓportio quadrati ad q̃dratũ.

¶ *Sint.a.㊥.b.ſuperficiales ſimiles: dico q; unius ad alte rum ẽ proportio ſicut quadrati ad quadratum.* ∇ *Erit.n. per.16.inter eos unus numerus medius in continua* ꝓpor tione qui ſit.c. ∇ Sumptis itaq; tribus minimis in ꝓpor tione eoꝝ: qui ſint.d.e.f.erunt ꝑ correl.a.d.㊥.f.quadrati: ㊥ quia ꝑ.equa.ꝑ portionalitatem eſt.a.ad.b.ſicut.d. ad.f. conſtat uerum eẽ qđ ꝓponitur.

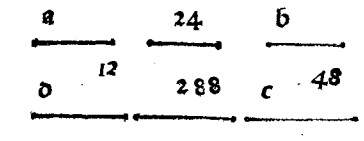
## Propoſitio .25.

Si triũ duoꝝ ſolidoꝝ ſimiliũ eſt proportio vnius ad alterum ſicut alicuius cubi ad aliquem cubũ.

¶ Sint.a.㊥.b.ſolidi ſimiles: dico q; ꝓportio unius ad al terum eſt ſicut cubus ad aliquem alium cubũ. ∇ Sunt qui dem per.18.inter eos duo numeri medii ſm continuam proportionem qui ſint.c.㊥.d. in eorum proportiõe ſint minimi: quatuor.e.f.g.h.quorum.e.㊥.h.erunt cubi per correlarium ſecũ det quia igitur per equam proportionalitatem eſt.a.ad.b.ſicut.e.ad.h. ſi quet propoſitum. Explicit liber Octauus.

¶ Liber nonus Euclidis de quinq; numerorū precipuis speciebus. z de perfecto habūdante ac diminuto fm Campani optimā traductionem. Magistro Luca paciolo de burgo sancti Sepulchri Ordinis minorum Castigatore optimo Incipit.

TAr numerus est qui pōt i duo equalia diuidi. 2. ¶ Impar numerus est qui in duo equalia diuidi non potest. additoq; supra parem vnitatem. 3. ¶ Pariter par est quē cuncti pares eū numerātes paribus vicibus numerant. 4. ¶ Pariter impar est quem cuncti pares eū numerātes paribus vicibus numerāt. 5. ¶ Pariter par z impariter est quem pares eum numerantes quidam paribus quidā imparibus vicibus numerant. 6. ¶ Impariter impar quem cuncti impares eum numerantes imparibus vicibus numerant. 7. ¶ Perfectus numerus appellatur qui omnibus partibus suis gbus numeratur est equalis. 8. ¶ Habundans dicitur q oibus suis ptibus minor est. 9. ¶ Diminutus vero q maior.




¶ Castigator.

¶ Diffinitiones iste respectiue sunt parium ℈ imparium. 1. ℣ Vt. 4. 6. 8. 10. ℈ similes. 2. ℣ Vt 3. 5. 7. 9. ℈ similes. 3. ℣ Vt. 8. 16. 32. 64. ℈ similes. 4. ℣ Vt 6. 10. 14. 18. 26. 30. 42. 54. ℈ similes. 5. ℣ Vt. 12. 24. 36. 48. 60. ℈ similes. 6. ℣ Vt. 18. 21. 27. 33. 35. ℈ similes. 7. ℣ Vt. 6. 28. 496. ℈ similes. 8. ℣ Vt. 12. 24. 36. ℈ similes. 9. ℣ Vt. 8. 16. 16. ℈ similes.

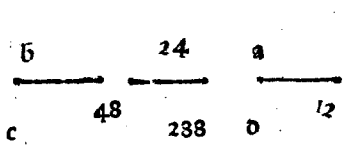
Propositio .1.

SI fuerint duo numeri superficiales similes qui ex ductu alterius in alterum producetur numerꝰ quadratum ēē necesse est.

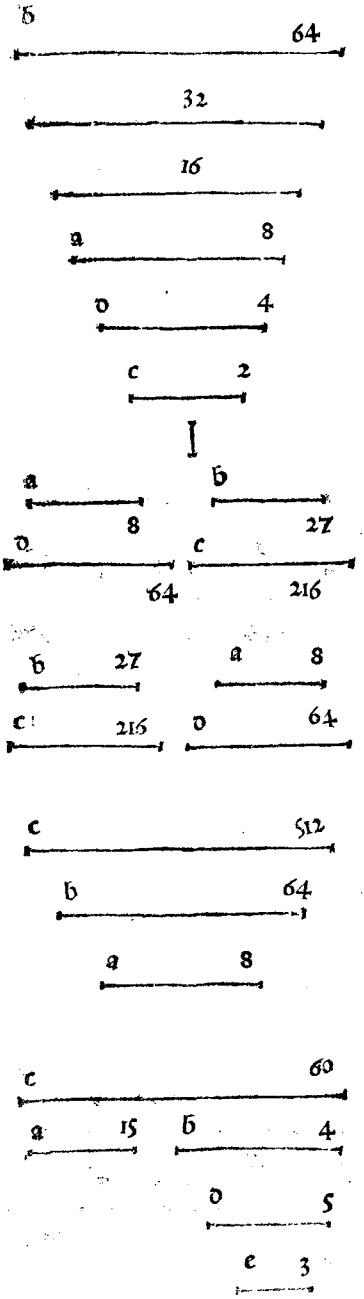
¶ Sint. a. ℈. b. superficiales similes ex quorum multiplicatione proueniat. c. dico. c. eē quadratum. fiat enim. d. ex. a. in se. eritq; per. 18. septimi. d. ad. c. sicut. a. ad. b. ℈ quia inter. a. ℈. b. cadit unus medius fm continuam ꝓportionalitatem per. 16. octaui. sequitur per. 8. eiusdem ut unus quoq; cadat inter. d. ℈. c. itaq; cum d. sit quadratus erit per. 20. eiusdem. c. quoq; quadratus quod ē ꝓpositum.

Propositio .2.

SI ex ductu alterius in alterum tetragonus procreatur. duo quilibet numeri sunt superficiales similes. 1. ¶ Ex his itaq; patens est: quia si tetragonus in tetragonū ducatur qui ex eis producet tetragonū eē. 2. ¶ Si vero ex ductu tetragoni in numerꝰ aliquem tetragonus producat illū numerum aliquem eē tetragonū. 3. ¶ Itemq; si ex ductu tetragoni in numerum aliquem non tetragonus producatur eum numerus aliquem non tetragonum eē. 4. ¶ Si vero tetragonus in numerum aliquem non tetragonum ducatur qui inde producetur nō tetragonum eē necesse est.




¶ Hec est conuersa prioris: ut si ex. a. in. b. fiat. c. fueritq; c. quadratus erūt a. ℈ b. superficiales similes sit enim. d. ex. a. in se. eritq; per. 18. septimi. d. ad




c.ſicut.a.ad.b.per.16.autem octaui cum.d.ſit.c.ſint ſuperficiales ſimiles: eo q; ſunt ambo quadrati: erit iter eos unus numerus medius ſm 5ōtinuam propor. per.8. itaq; eiusdem erit etiam unus inter.a.ℭ.b. igitur per.17. eiusdem.a.ℭ.b ſunt ſuperficiales ſimiles: quod eſt propoſitum. Prima ꝑs correl. patet per premiſſam: ſunt enim omnes tetragoni ſuperficiales ſimiles. Secunda patet ex hac cum ſit ſolus tetragonus ſimilis tetragono. Tertia ꝑs patet ex prima ipſius correl. parte a deſtructione conſequentis. Quarta ꝑro patet ex eiusdem parte ſecunda a deſtructione etiam conſequentis.

## Propoſitio .3.

Si numerus cubus in ſeipſum ducatur qui inde ꝓducetur erit cubus.

℔ Sit.a.cubus ex quo in ſe ducto fiat.b. dico.b.eſſe cubū. ℣ Sit enim.c.latus cubicum.a.ex.c.uero in ſe fiat.d.patet itaq; q; ex.c.in.d.ſit.a.ſunt igitur unitas. c.d. a. continue proportionales: quod ex. 18'. ſeptimi ℭ preſentibus ypotheſibus manifeſtū eſt. ℣ Et qa eſt.a.ad.b.ſicut unitas ad.a.eo q; quotiens vnitas eſt in.a.totiēs.a.in.b. erit inter.a.ℭ.b duo numeri medii ſm proportionalitatem continuam per.8. octaui. ℣ Cum igitur ex ypotheſi ſit a.cubus erit per.11.eiusdem.b.quoq; cubus: qđ oportebat demonſtrare.

## Propoſitio .4.

Si cubus in alium cubum ducatur: qui inde produ cetur erit cubus.

℔ Sint:a.ℭ.b.cubi: fiatq; c.ex.a.in.b.dico.c.eſſe cubum. ℣ Fiat enim.d.ex.a.in ſe: erit q; per premiſſam.d. cubus: ℭ quia per.18.ſeptimi.eſt.a.ad.b.ſicut.d.ad.c.conſtat ex 23.octaui.c.eſſe cubum: quod eſt propoſitum.

## Propoſitio .5.

Si numerus cubus in numerum alium ducatur: fuerit q; productus cubus in quem ductus eſt numerum cubum eē neceſſe eſt: vnde z manifeſtum eſt: q; ex ductu cubi in non cubum producitur nō cubus. Ductoq; cubo in numerū aliquem ſi fuerit qui inde producitur non cubus in quem ille ductus fuerit neceſſe eſt eē non cubum.

℔ Sit enim ex.a.cubo in.b.numerum productus.c.cubus dico.b.eſſe cubum: fiat enim.d.ex.a.in ſe qui ꝑ ante premiſſam erit cubus: qa igitur ē per.18.ſeptimi.a.ad.b.ſicut.d.ad.c.eſt q; .a.cubus: ſed ℭ.d.ℭ.c.cubi erit per 23.octaui.b.cubus: quod eſt propoſitum. Prima pars correl. patet ex hac quinta a deſtructione conſequentis. ſecunda per premiſſam ſimiliter a deſtructione conſequentis.

## Propoſitio .6.

Si ex ductu cuiuſcū numeri in ſeipſum cubus ꝓducatur eum eē cubum neceſſario comprobatur.

℔ Sit ut ex.a.in ſe fiat.b.ſit q; .b.cubus: dico ergo .a.eſſe cubum: fiat enim.c ex.a.in.b.erit q; ex diffinitione .c. cubus. ℭ quoniam conſtat ex. 18. ſeptimi q; ſit.a.ad. b. ſicut b.ad.c.cum ſint.b.ℭ.c. cubi: ſequitur ex .23.octaui.a. eſſe cubum: quod eſt propoſitum.

## Propoſitio .7.

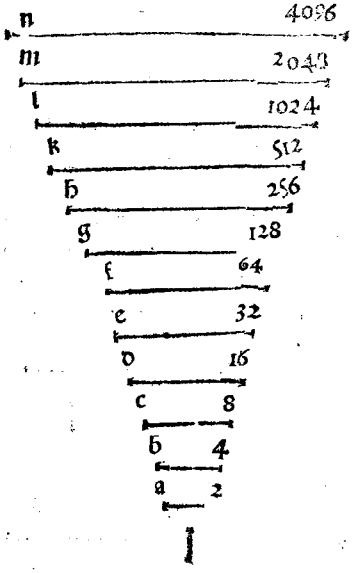
Si numerus compoſitus in numerum quemlibet ducatur: qui inde producetur erit ſolidus.

℔ Sit.a.numerus compoſitus: qui ducatur in.b. ℭ proueniat.c.dico.c.eſſe numerum ſolidum. Cum enim.a.ſit cōpoſitus numeratur ab aliquo numero qui ſit.d. numeret q; eum ſm.e.quia igitur ex.e.in.d.fit.a.ℭ ex.a.in.b.c.erit ex diffinitione ſolidorum.c.ſolidus eiusq; latera.e.d. b.qđ eſt ꝓpoſitum.

## Propositio .8.

SI fuerint numeri ab vnitate continue proportiõales: tertius ab vnitate erit quadratus: ac deinceps vno semper intermisso. Quartus vero ab vnitate cubus: ac deinceps duobus semper intermissis. Itemq; septimus ab vnitate est quadratus cubi: eius: ac deinceps: quinq; semper intermissis quadratus cubicus continuo sequitur.

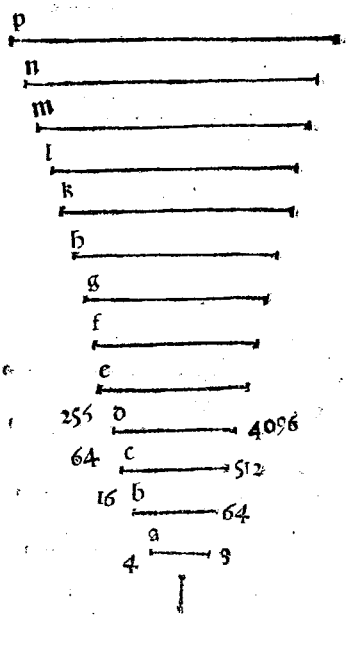
¶ Sint continue proportionales vnitas.a.b.c.d.e.f.g.h.k.l.m. n. dico b. esse quadratum ℭ. d. omisso. c. ℭ sic alios vno semper omisso. vnde simpliciter omnes existentes in locis imparibus sunt quadrati: vt sunt tertius quintus ℭ septimus. ℣ Dico item. c. esse cubum ℭ. f. duobus omissis: ℭ sic in ceteris. ℣ Omnisq; simpliciter est cubus cuius ab vnitate locus addit super ternarium vel quemlibet multiplicem ipsius ternarii vnitatem: vt sunt quartus septimus decimus tertius decimus ℭ sextus decimus. in his vero conueniunt omnes qui duos transmittunt. ℣ Itemq; dico. f. ab vnitate septimum esse quadratum cubicum ℭ similiter enim quinq; numeris intermissis idẽq; in ceteris. ℣ Simpliciter aũt dico cuius locus ab vnitate addit super senariũ vel quẽlibet multiplicẽ ipsius vnitatẽ: vt sunt septimus tertius decimus decimus nonus ℭ vigesimus quintus: illum esse quadratũ cubicum: quadratum quidem quoniam eius locus impar: cubum autem quoniam super multiplicem ternarii addit vnitatem. quippe senarii multiplices cunctos ternarii necesse est eẽ multiplices. ℣ Quæ autem proposita sunt sic constant. ℣ Est enim ex ypothesi. a. in. b. quotiens vnitas in a. itaq; b. ex diffinitione quadratus, quia igitur. b. c. d. sunt continue proportionales cum. b. sit quadratus: patet ex. 17. vel. 20. octaui. d. esse quadratũ. Eadem ratione ℭ. f. quia. d. e. f. sunt continue proportionales: ℭ. d. ẽ quadratus: idem in ceteris vno intermisso: constat itaq; primum. ℣ Secundũ sic cum sit. b. in. c. quotiens. a. in. b. ex ypothe. sequitur a diffinitione vt ex. a. in. b. fuum quadratum fiat. c. igitur ex diffinitione cubi. c. est cubus. At quia. c. d. e. f. sunt continue proportionales: sed ℭ. f. g. h. k. est autem. c. cubus: necesse ẽ per. 19. vel. 21. octaui. vt. f. quoq; sit cubus. idẽ oq; ℭ. k. idẽ q; in ceteris duobus transmissis: quare liquet secundum. ℣ Quoniam autem in. f. septimo ℭ in. n. tertiodecimo: ceteriq; quinq; medios omittentibus simpliciter vero ℭ in omnibus quorum locus super quemlibet multiplicem senarii addit vnitatem terminantur quadratorum ℭ cuborum computationes: in his quidem vnius: in illis autem duorum omissione sequitur ipsos esse quadratos ex huius prima parte ℭ cubicos ex secunda: quare quadrati cubici: constat ergo totum quod dicitur.

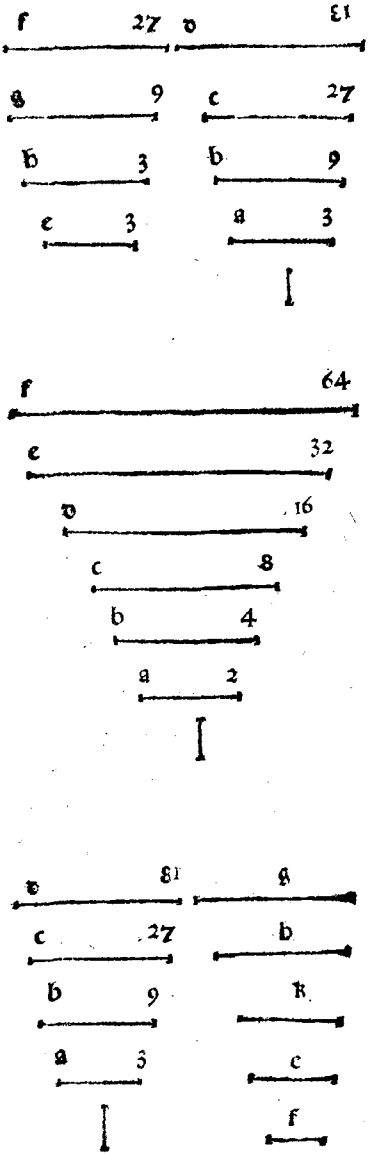



## Propositio .9.

SI numeris quotlibet ab vnitate continua proportionalitate dispositis vnitatem sequens quadratus fuerit: ceteri quoq; omnes erunt quadrati. Si vero qui vnitatem sequitur fuerit cubus: ceteri quoq; omnes erunt cubi.

¶ Sint qui prius continue proportionales ab vnitate sit q. a. quadratus: dico omnes esse quadratos: aut sit idem cubus: tunc quoq; dico omnes esse cubos. b. enim constat esse quadratum per premissam: quia ergo. a. ad b. sicut. b. ad. c. ex. 20. octaui sequitur. c. esse quadratum. idem quoq; ex eiusdem. 17. vel. 20. potes arguere: de sequentibus autem idem eodemq; modo probabis: quare patet primum. ℣ Secundum autem sic: cum. b. fiat ex. a. in se si fuerit. a. cubus erit per. 23. ipse quoq; cubus. c. vero constat esse cubum per premissam. itaq; per. 23. octaui. d. omnesq; sequentes cubicos esse probabis: est enim. a. ad. b. sicut. c. ad. d. Idem quoq; arguere potes ex. 19. vel. 21. eiusdem: sunt enim. a. b. c. d. sed ℭ. b. c. d. e. singuli quatuor continue sumpti continue proportionales.






## Propositio .10.

In numeris quotlibet ab vnitate continua proportionalitate dispositis vnitatē sequēs nō quadratus fuerit: nō erit alioꝝ quisq̄ quadratus exceptis ab vnitate: tertio ex his qui deinceps vno semper intermisso reperiunt tetragoni. Si vero secundus ab vnitate non fuerit cubus: nullus ceterorum erit cubus exceptis ab vnitate quarto: & deinceps his qui duorū semper intermissione formantur cubici.

¶ Hec ex opposito subiecti premisse infert partem oppositi passionis; dico autem partem qm̄ ex .8. constat omnes impares esse quadratos: omnesq; quoꝝ locus super ternarium uel quemlibet ipsius multiplicē addit unitatem esse cubos. ℣ Sint itaq; qui prius ab unitate continue ꝓportiōales non sit autem .a. quadratus sed nec cubus. dico nullum ex omnibus eē quadratum aut cubicum nisi quos octaua proponit. ℣ Si enim quis alius ponatur quadratus: sequitur per .22. octaui .a. esse quadratum. Quod si cubus sequitur per .23. eiusdem .a. esse cubum quorum utrumq; contrarium est ypothe. Constat ergo propositum.

## Propositio .11.

In numeris quotlibet ab vnitate continua proportionalitate dispositis aliquis numerus primus vltimum numeret: eum quoq; qui vnitatem sequitur numerare necesse est.

¶ Sint usq; ad .d. continue proportionales ab unitate: sitq; .e. numerus primus de quo ponat ipsum numerare. d. dico q; idem numerabit .a. Nam si non erit ad ipsum primus ꝑ .32. sep. & quia ex .a. in se fit .b. sequitur ex .26. eiusdem ut ipse quoq; sit primus ad .b. sed & ad .c. & ad .d. sequitur ipsum eē primum per .25. eiusdem: eo q; ex .a. in .b. fit .c. & ex eodem in .c. d. non ergo numerat .d. cum sit primus ad ipm quare accidit contrarium ypothe. ℣ Idem aliter cum sit .e. primus si non numerat .a. primus erit ad ipsum per .32. sep. itaq; per .23. eiusdem erunt minimi in sua proportione: quia autem .e. ex ypothe numerat .d. sit ut fm .f. constat uero q; ex .a. in .c. fiat .d. ergo ꝑ scdam partē .20. sep. erit .a. ad .e. sicut .f. ad .c. quare ꝑ .21. eiusdem .e. numerabit .c. & sit ut fm .g. & quia ex .a. in .b. fit .c. sequitur quoq; per easdem & eodē modo ut .e. numeret .b. esto ergo q; fm .h. & qm̄ rursus ex .a. in se fit .b. necesse est iterum ꝑ easdē ut .e. numeret .a. sed positum erat non numerare: ergo accidit impossibile.

## Propositio .12.

In numeris ab vnitate continue proportiōalibus minor maiorem numerat fm aliquem in illa proportionalitate dispositum.

¶ Sint ab unitate usq; ad .f. cōtinue proportiōales: dico nullū ipsoꝝ numerare .f. nisi fm aliquē alioꝝ: cōstat .n. q; .e. numerat ipm .f. fm .a. est enī .e. ad .f. ut unitas ad .a. sed & .d. numerat eūdē .f. fm .b. est nāq; ꝑ equā ꝓportionalitatē .d. ad .f. ut unitas ad .b. De .c. quoq; patet eodē modo q; fm seipsum numeret eū. Ecōuerso quoq; .a. numerat eū fm .e. eo q; sicut unitas ad .c. ita .a. ad .f. b. uero fm .d. est enī ut unitas ad .d. ita .b. ad .f. ueꝝ igit est q& ꝓponit. Quippe quotus q; q; ꝓponit ultimū numerare fuerit sub ultimo fm totū supra' unitatē numerare ipm conuincit ꝑ equā ꝓportionalitatem & diffinitionem.

## Propositio .13.

Quotlibet numeris ab vnitate continue proportionalibus si qui vnitatē sequit̄ fuerit: numerus primus maximus eoꝝ nisi de numeris in illa proportionalitate dispositis nullus numerabit.

¶ Sint ut prius usq; ad .d. continue proportiōales ab unitate: sitq; .a. numerus primus: dico q; nullus numerabit ultimum nec sim

pliciter aliquem eoꝝ, niſi aliquis eorũ qui antecedit ultimũ vel eũ qui ponitur numerari. Sit enim ſi poſſibile eſt. e. diuerſus ab eis qui numeret. d. qui ſi fuerit primus per. a. numerabit. a. nõ igitur eſt. a. primus quod ẽ cõtra ypothe. ℣ Si. autẽ ipſe fuerit cõpoſitus neceſſe eſt p. 30. ſeptimi ut aliqs primus numeret eũ qui non erit niſi. a. Nam ſi eſt alius ab. a. ut. f. eũ neceſſe ſit ipſum numerare. d. arguatur ẽt eundẽ numerare. a. p. n. ſic quoq; a. nõ erit primus. Eſt igit. a. primus numerans. e. qm̃ autẽ. e. numerat. d. ſit ut ſm̃ g. erit. q; p ſecũdã partẽ. 20. ſep. a. ad. e. ſicut. g. ad. c. ſit enim. d. ex. a. in. f. qre cũ. a. numeret. e. ẽt. g. numerabit. c. ſitq; q̃ſm̃. h. ſequitur. ut. a. numeret g. ſicut ſequebatur ut numeraret. e. alioquin ſi. g. quidẽ eſt primus cum numeret. c. ſequitur p. n. ipm̃ numerare. a. Si autẽ cõpoſitus p eãdem ſequitur numerꝫ primũ numerantẽ. g. numerare. a. qd̃ eſt inconueniens: itaq; a. numerat eũ ſequitur ergo p ſecũdã partẽ. 20. ſeptimi ut. h. numeret quoq; b. eo q; tã ex. a. in. b. q̃ ex. g. in. h. conſtat. pduci. c. ℣ Numeret. h. itaq; ipſum k. Conſtat autẽ ut prius de. g. q; a. numeret. h. Nã ſi non non erit. a. primus itaq; p ſecundã partẽ. 20. ſep. ſequitur ut. k. numeret. a. ſit enim tã ex. a. in ſe q̃ ex. m. in. k. p. Manifeſtũ eſt autẽ. k. nõ eẽ. a. nullus enim numeroꝝ. g. h. k. eſt aliquis ex. a. b. c. d. i. enim. g. eẽt aliquis ex eis cũ ipe numeret. d. ſm̃. e. eẽt per premiſſam. e. quoq; aliquis ex eis: ſed non erat nec igitur. g. ℣ Similiter cũ. h. numeret. c. ſm̃. g. non erit. h. aliquis ex. a. b. c. Nã eẽt p̃miſſam ẽt. g. oſtenſum eſt autẽ q; non. ℣ Nec igit. h. eadẽ rõne nec. k. ℣ Cũ. n. ipe numeret. b. ſm̃. h. ſi ipe eẽt. a. conuinceret p premiſſam. h. quoq; eẽt. a. At non erat. ℣ Nec igitur. b. erit. a. ℣ Numeret autẽ ipſum. Nõ eſt itaq; a. primus quod eſt impoſſibile. ¶ Aliter idem ſi. e. diuerſus ab. a. b. c. d. numerat. d. ſit ut ſm̃. f. ẽt quia. a. numerus primus numerat. d. pductum ex. e. in. f. ſequitur ex. 33. ſep. q; ipſe numeret. e. uel. f. numeret ergo. e. ℣ Quia igitur tã ex. a. in. c. q̃ ex. e. in. f. fit. d. erit per rẽdam partem. 20. ſeptimi. a. ad. e. ſicut. f. ad. c. nũerat itaq; b. c. ſit ut cũ. g. eritq; per. 33. ſeptimi ut. a. quoq; numeret. f. uel. g. ſitq; ut. f. ſequitur q; per ſecundam partem. 20. eiusdem: ut. g. numeret. b. ſitq; ut ſecundum. h. ut prius igitur. a. numerabit. g. uel. h. ẽt ſit ut numeret. g. h. ergo per ſecundam partem dicte. 20. numerabit. a. ſi itaq; h. non eſt equalis. a. non erit. a. primus: quod eſt contra ypothe. Si autẽ equalis erit unus quisq; numerorum. g. f. e. aliquis ex. a. b. c. d. p̃miſſam quotiens oportet aſſumptam. Non eſt igitur. e. diuerſus ab eis: qd̃ eſt etiam contra ypothe. itaq; conſtat uez eſſe quod proponitur.

## Propoſitio .14.

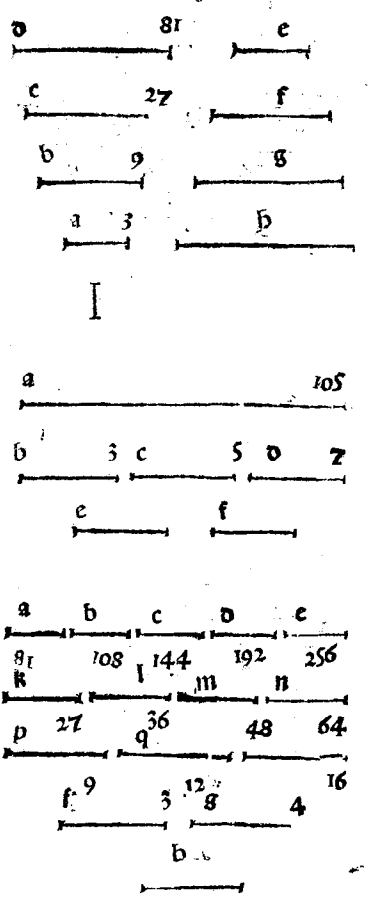
SI propoſitus fuerit numerus minimus quem numerant primi aſſignati nõ numerabit eũ aliquis numerus primus preter illos aſſignatos.

¶ Sit. a. minimus numerus numeratus a numeris primis q̃ ſunt. b. c. d. dico q; alius primus preter eos non numerabit. a. Si autem ſit. e. primus numerans eum ſm̃. f. quia ergo quilibet numerorum. b. c. d. numerat. a. productum ex. e. in. f. eſt autem quilibet eorum primus ſequitur ex. 33. ſeptimi ut quilibet eorum numeret. e. uel. f. ſed. e. nullus numerat cum ſit primus: quilibet ergo eorum numerat. f. cum itaq; ſit. f. minor. a. utpote qui numerat eum ſm̃. e. nõ erit a. minimus numeratus ab illis quod eſt inconueniens.

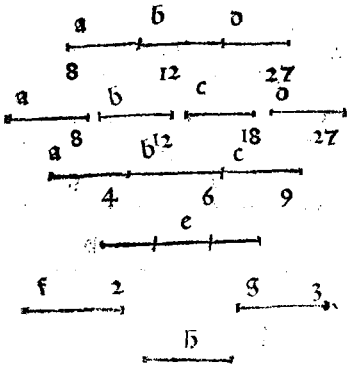
## Propoſitio .15.

SI quotlibet numeri continue proportionales ſm̃ ſuam proportionem fuerint minimi: quicunq; aliquem illorum numerat alteri terminorum illius proportionis erit commenſurabilis.

¶ Sint. a. b. c. d. e. continue proportionales ẽt minimi ſm̃ proportionem. f. ad. g. qui ſint in ſua proportione minimi: ẽt ponatur. h. numerare. c. dico q; h. eſt cõmẽſurabilis. f. uel. g. ℣ Sumantur enim in eadem proportione quatuor minimi qui ſint. k. l. m. n. conſtat autem ex ſecunda octaui q; ex. f. in. m. fit. c. alioquin contingeret



esse minus minimo quod esse non potest: itaq; per correl. 33. septimi erit h. cōmensurabilis. f. vel. m. q; si. f. constat propositum: si autem. m. sumantur in eadē proportiōe tres minimi qui sint. p, q. r. eritq, ex secunda octauj vt. m. fiat ex. f. in. r. ne minus minimo aliquid esse cogamur concedere: quare per predictum correl. h, est commensurabilis. f. vel. r. sed nō erat f. sic enim constabat propositum: commensurabilis igitur est. r. qui tum ex secunda octaui fiat ex. g. in se sequitur ex dicto correl. vt. h. sit commensurabilis. g. quod est propositum.




## Propositio 16.

Si fuerint duo numeri quotlibet continue proportionales in sua proportione minimi quilibet eorū ad compositum ex reliquis primus esse necessario comprobatur.

¶ Sint. a. b. c. d. continue proportionales ꝛ minimi: dico compositum ex. a. b. c. primum esse ad. d. Si enim nō numerabit aliquis numerus qui sit. e. compositum ex. a. b. c. ꝛ. d. per premissam igitur erit. e. communicans alteri terminorum illius proportionis qui sint. f. ꝛ. g. erit itaq, numerus aliquis numerans. e. ꝛ alterum duorum f. g. qui sit. h. quia ergo. h. numerat. e. numerabit. d. ꝛ compositum ex. a. b. c. ꝛ quia numerat. f. vel. g. quorum vterq, numerat vtrum q; mediorum ꝛ simpliciter omnes si plures duobus sint: ex secunda octaui sequitur vt ipse numeret. b. ꝛ. c. ergo ꝛ. a. quia numerat totum. a. b. c. non sunt igitur a. ꝛ. d. contra se primi quod est inconueniens per. 3. octaui. Similiter quo q; constabit compositum ex. a. b. d. primum esse ad. c. si enim vt prius. e. numerat ambos sequitur per premissam vt aliquis numerus qui etiam sit h. numeret. e. ꝛ alterū duorum. f. g. itaq, h. numerat. c. ꝛ totū. a. b. d. sed ꝛ. b. cū vtrūq; radicū numeret oēs medios igitur ꝛ cōpositū ex. a. ꝛ. d. quia necessario numerat alterū duorum. a. d. cū numeret alterū duorum. f. g. numerabit ꝛ reliquum. Non sunt igitur. a. ꝛ. d. contra se primi ꝛ ita idem vt prius.

¶ Demonstrant autem idem aliter de tribus continue pportionalibus ꝛ minimis sine adminiculo premisse probant enim ex quibusq; duobus compositum primum eē ad reliquum: sint itaq, 3. continue proportionales ꝛ minimi. a. b. c. quorum termini. d. ꝛ. e. dico tunc compositum ex. a. ꝛ. b. primū eē ad. c. ꝛ compositum ex. b. ꝛ. c. ad. a. itemq, ex. a. ꝛ. c. ad. b. manifestū enim est ex secunda octaui qā ex. d. in se fit. a. ꝛ in. e. fit. b. ꝛ ex e. in se. c. ꝛ ex. 12. septimi: quod. d. ꝛ. e. sunt contra se primi: itaq, ex prima parte. 19. eiusdem erit totus. d. ē. primus ad vtrumq, eoꝝ quia igitur vterq, duoꝝ numeroꝝ. d. ꝛ. d, e. primus est ad. e. erit per. 15. eiusdem qui ex. d. in. d. e. producitur ꝛ ipse est compositus ex. a. ꝛ. b. primus ad. e. sequitur ergo per. 16. eiusdem vt etiam compositus ex. a. ꝛ. b. sit primus ad. c. fit enim. e. ex. e. in se. ¶ Simili quoq, demonstratiōe ꝓbabis cōpositum ex. b. ꝛ. c. primum eē ad. a. At vero cōpositum ex. a. ꝛ. c. primum eē ad. b. sic habeto: cū sit enim vterq, duoꝝ. d. ꝛ. e. primus ad totum. d. e. erit p. 15. septimi q ex. d. in. e. producitur ꝛ ipse est. b. primus ad. d. e. itaq, p. 16. eiusdem qui ex d. e. in se puenit: ꝛ ipse est qui componitur ex. a. ꝛ. c. ꝛ duplo. b. primus eē ad. b, sequitur ergo compositum ex. a. ꝛ. c. primum eē ad. b. necesse enim ē vt ex duobus compositus cū primus fuerit ad vnum eorum ex qbus componitur: sit primus ad reliquum. Demonstratum autem est hoc supra. 19. septimi. Oportet aūt stabilire ad robur istius demonstrationis compositum ex. a. ꝛ. b. produci ex. d. in compositum ex. d. ꝛ. e. supposito q; ex. d. in se fit. a. ꝛ ex eodem in. e. b. itemq, q; ex. d. e. in se producatur compositum ex. a. ꝛ. c. ꝛ duplo. b. supposito eo quod prius ꝛ q; ex. e. in se sit. c. huius itaq, gratia proponimus hec demonstranda.

¶ Quod fit ex ductu vnius numeri in quotlibet tantum ē: quātum quod ex ductu eiusdem in compositum ex illis.

¶ Idem ꝓponit prima secundi de lineis. Sit enim vt ex. a. in. b. ꝛ in. c. ꝛ in. d, proueniant. e. ꝛ. f. ꝛ. g. dico q; ex. a. in cōpositū ex. b. ꝛ. c. ꝛ. d. proueni

compositū ex.a.ꝛ.f.ꝛ.g.sequitur enim ex conuersione diffinitionis eius qđ multiplicat vt tota pars sit.b.ꝛ.totā.c.f. sed ꝛ.d.tota.g.quota est vnitas.a.per quintā itaq; septimi tota quoq; pars erit cōpositus ex.b.ꝛ.c.ꝛ.d. compositi ex.e.ꝛ.f.ꝛ.g.quota est vnitas.a. ergo per diffinitionem ex.a. in cōpositū ex.b.ꝛ.c.ꝛ.d. fit cōpositus ex.e.ꝛ.f.ꝛ.g. qđ est propositum.

¶ Quod fit ex ductu quotlibet numerorum in vnum equum est ei quod fit ex composito eorum in eundem.

¶ Hoc est conuersum eius quod modo demōstratum est: vt si ex.b.ꝛ.c.ꝛ.d. in.a. fiant.e.ꝛ.f.ꝛ.g. fiet quoq; compositus ex composito in eundem qđ ex.17. septimi ꝛ predemonstrato facile concluditur.

¶ Quod fit ex ductu quotlibet numerorum in quotlibet alios equū ē ei quod fit ex cōposito horū in cōpositū illorum.

¶ Vt si.a.b.c. multiplicent.d.e.f. quilibet quēlibet; iungātq; producta dico aggregatū ex productis esse quale producto ex composito ex.a.ꝛ.b.ꝛ.c. in compositum ex.d.ꝛ.e.ꝛ.f. Est enim p premissam quod fit ex cōposito ex.a.b.c. in.d. quātum quod ex singulis in illum. d. sic ꝛ in. e. ꝛ in. f. ex composito autem horum.a.b.c. in quemlibet illorum.d.e.f. p̄ premissam fit quantū ex cōposito in cōpositū; itaq; constat propositum.

¶ Numero in quotlibet partes diuiso: tantū est quod fit ex toto eo in se: quantum quod ex eo in omnes suas partes.

¶ Idem apponit secūda secundi de lineis: vt si.a. diuidatur in.b.ꝛ.c.ꝛ.d. dico q; tm̄ fit ex.a. in se quātū in oēs illos. b.c.d. Posito enim.e. equali.a. constat ex prima hāc incidentium tm̄ fieri ex.e. in.a. quantū in oēs ptes a. sed per cōcep. ex.e. in.a. fit quantū ex.a. in se ꝛ ex.e. in partes.a. quantū ex.a. in easdem. Manifestum ergo est verum esse quod dicitur.

¶ Numero in duo diuiso quod fit ex toto in alterum diuidētiū tantum est quantum quod ex eodem in se ꝛ in alterum.

¶ Idem proponit tertia secūdi de lineis. Sit enim.a. diuisus in.b.ꝛ.c. dico tm̄ fieri ex.a. in.c. q̄tum ex.c. in se, ꝛ in.b. Nā qđ ex.a. in.c. est q̄tum qđ ex.c. in.a. p.17. septimi. sumpto itaq; d. equali.c. erit.a. in.c. quantū. d. i. a. At p primā hāc.d. in.a. est quantum in.b.ꝛ.c. ga ergo.d. in.a. ꝛ in.b.ꝛ i. c. est quantū.c. in.a.ꝛ in.b.ꝛ i se pp equalitatem.c. ꝛ.d. cōstat pp̄ositum.

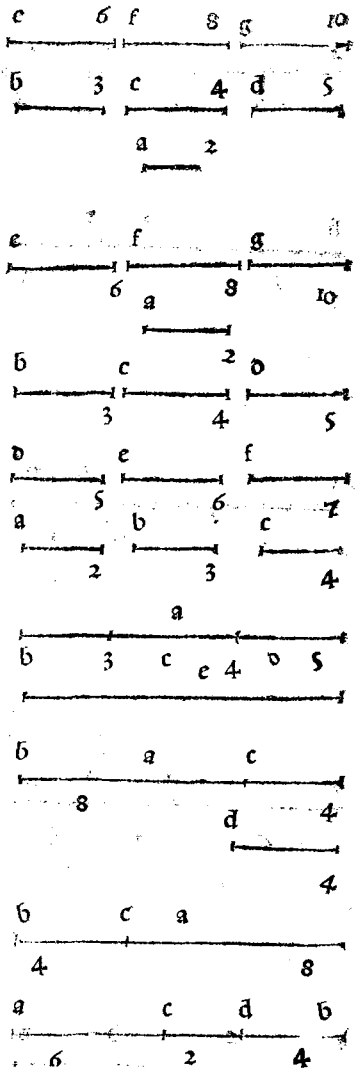
¶ Numero in duo diuiso quod ex ductu totius in se: est quantum quod ex ductu vtriusq; diuidentium in se ꝛ alterius eorum bis in alterum.

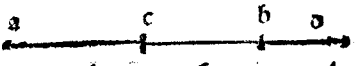
¶ Idem proponit quarta secundi de lineis: vt si.a. diuidatur in.b.ꝛ.c. dico tantum fieri ex.a. in se q̄tum ex.b. in se. ꝛ.c. in se ꝛ bis ex.b. bis in.c. est enim per quartam harum q; ex.a. in se quantum quod ex eo in.b. ꝛ in.c. ex eo aūt in.b. per premissam est quantum ex.b. in se ꝛ in.c. at ex.a. in.c. per eandem est quantum ex.c. in se ꝛ in.b.ꝛ quia ex.c. in.b. tm̄ est quantum ex.b. in.c. per.17. septimi liquet verum esse quod proponitur.

¶ Numero per duo equalia duoq; inequalia diuiso quod fit ex maiori inequalium in minorem cū quadrato intermedij equus est quadrato medietatis totius.

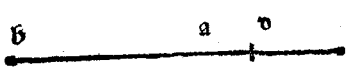
¶ Idem proponit de lineis quinta secundi vt si.a.b. diuidatur in duos numeros equales qui sint.a.c.ꝛ.c.b. itēmq; in duos inequales quorum sit maior.a.d.ꝛ minor.d.b. dico q; illud quod fit ex toto.a.d. in.d.b. cum quadrato.c.d. equale est quadrato.c.b. per premissam enim quadratum c.b. ē equale quadrato.c.d.ꝛ quadrato.d.b. ꝛ ei quod fit ex.b.d. in.c.d. bis: sed ex.b.d. in se ꝛ in.c.d. tantum fit quantum in.c.b. per primam harum ꝛ ideo quantum in.a.c. itaq; ex.b.d. in se ꝛ in.c.d. bis quātum ex ipso.b.d. in.a.d. per eandem igitur quadratum.c.b. superat id quod fit ex.b.d. in.a.d. in quadrato.c.d. constat ergo propositum.

¶ Cum fuerit numerus in duo equalia diuisus eiq; alius numerus adiunctus: quod fit ex ductu totius compositi in adiunctum cum quadrato medietatis equum est quadrato compositi ex dimidio ꝛ adiuncto.






¶ Idem ꝓponit sexta secundi de lineis. Sit enim .a.b. diuisus in duos eq̄les numeros q̄ sint .a.c. & .c.b. addaturq; ei numerus .b.d. dico illud q̄d fit ex toto .a.d. in .d.b. cum quadrato .c.b. esse equale quadrato .c.d. est enim ex sexta harum quadratum .c.d. equale quadrato .d.b. & quadrato .b.c. & ei quod fit ex .d.b. in .b.c. bis, sed per primam harum ex .b.d. in se & in .b.c. bis est quantū ex .b.d. in .d.a. Sunt enim .a.c. & .c.b. equales: itaq; quadratū .c.d. superat id q̄d fit ex .b.d. in .d.a. in quadrato .c.b. quod est ꝓpositū.

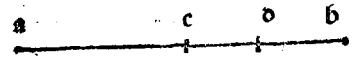



¶ *Cum numerus in duo diuiditur quod fit ex toto in se cum eo quod ex altero diuidentium in se: est equum ei quod ex toto in eundem bis cum eo quod ex altero in se.*

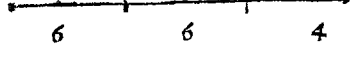
¶ Idem ꝓponit septima secundi de lineis. Sit enim numerus .a. diuisus in .b. & .d. dico quadratum .a. cum quadrato .d. tm̄ esse quantum quod fit ex .a. in .d. bis cum quadrato .b. constat quidem ex sexta harum q̄ quadratū .a. tantum est quantum quadratum .d. & quadratum .b. & quod fit ex .d. in .b. bis: itaq; quadratū .a. cū quadrato .d. tm̄ est quantum quod ex .d. bis in se & bis in .b. cum quadrato .b. sed ex .d. bis in se & bis in .b. fit quantum ex .d. bis in .a. per primam harum ergo quod fit ex .d. bis in .a. cum quadrato .b. est quantum quadratum .a. cum quadrato .d. quare patet ꝓpositum.

¶ *Cum fuerit numerus in duo diuisus eiq; equalis vni diuidentium additus: quadratus totius cōpositi equum est quadruplo eius quod fit ex primo in additum cum quadrato alterius.*

¶ Idem ꝓponit octaua secundi de lineis. Sit numerus .a.b. diuisus in .a. c. & .c.b. cui addatur .b.d. qui ponatur equalis .c.b. dico quadratum .a.d. tantum esse quantum est id quod fit ex .a.b. in .b.d. quater cum quadrato .a.c. est nāq; per sextam harū quadratum .a.d. equum quadrato .a.b. & quadrato .b.d. & ei quod fit ex .a.b. in .b.d. bis: & quia quadratum .b.d. est eq̄le q̄drato .c.b. erit q̄dratū .a.d. eq̄le q̄drato .a.b. & q̄drato .c.b. & ei q̄d fit ex .a.b. in .b.d. bis: per premissam autem est quadratum .a.b. cum quadrato .c.b. quantum quadratum .a.c. cum eo quod fit ex .a.b. in .b.c. bis: itaq; quadratum .a.d. tantum est quantum quod ex .a.b. in .b.d. bis & ex .a.b. in .b.c. bis cum quadrato .a.c. & quia ex .a.b. in .b.c. tantum fit quantum in .b.d. constat verum esse quod propositum est.




¶ *Cum fuerit numerus in duo equalia duoq; inequalia diuisus: quadrata amborum inequalium pariter accepta duplus sunt quadrato medietatis & quadrato eius quo inequalis portio excedit equalem pariter acceptis.* ¶ Idem ꝓponit nona secundi de lineis. Sit enim .a.b. diuisus ꝑ duos equales q̄ sint .a.c. & .c.b. & ꝑ duos inequales q̄ sint .a.d. & .d.b. dico q̄ quadrata duoꝝ numeroꝝ .a.d. & .b.d. pariter accepta sunt duplū duobus q̄dratis duoꝝ numeroꝝ .a.c. & .c.d. pariter acceptis. Est enim ꝑ sextā haꝝ quadratū .a.d. quantū q̄dratū .a.c. & quadratū .c.d. & duplū eius q̄d fit ex .a.c. in .c.d. qā aūt .a.c. est equalis .c.b. erit q̄dratū .a.d. ātum q̄dratū .b.c. & q̄dratū .c.d. & duplū eius q̄d fit ex .b.c. in .c.d. itaq; q̄dratū .a.d. cū q̄drato .b.d. sunt ātum q̄dratū .b.c. & quadratum .c.d. & duplū eius q̄d fit ex .b.c. in .c.d. & cū quadrato .b.d. est equale q̄drato .b.c. & quadrato .c.d. ꝑ 9. harū dego quadrata duoꝝ numeroꝝ .a.d. & .d.b. sunt quantū quadrata duorū numeroꝝ .b.c. & .c.d. duplicata: & quia .b.c. & .c.a. sunt equales. patet ꝓpositū.

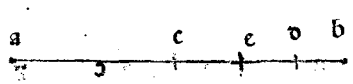


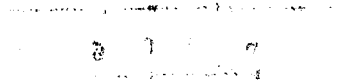

¶ *Cum fuerit numerus in duo equa diuisus aliusq; ei adiūctus: quadratum totius cōpositi cū quadrato adiuncti duplum sunt ad quadratus medietatis ipsius cū quadrato cōpositi ex medietate & adiuncto.* ¶ Idem ꝓponit. 10. secundi de lineis. Sit enim numerus .a.b. diuisus in duos equales .a.c. & .c.b. sitq; sibi adiunctus numerus .b.d. dico quadratum .a.d. cum quadrato .b.d. duplum esse ad quadratum .a.c. cum quadrato .c.d. cum sit enim numerus .c.d. in duo diuisus sibiq; sit .a.c. equalis vni diuidentium additus erit per. 10. harum quadratum .a.d. quantum quod fit ex .c.d. in .c.a. quater cum quadrato .b.d. quia uero .a.c. est equalis .c.b. erit q̄dratū .a.d. quantū q̄d fit ex .d.c. in .c.b. & ter cū qua

drato.b.d.itaq; quadratum.a.d.cum quadrato.d.b.erit quantum quod fit ex.d.c.in.c.b.quater cum duplo quadrati.b.d. hoc autem per .9. harū duplum est ad quadratum.c.d.cum quadrato.c.b. cum igitur sit quadratum.c.b.equale quadrato.a.c.constat propositum.

¶ Numerus aliquē ita diuidere vt quod ex toto & vna eius portione continetur equum sit quadrato alterius est impossibile.

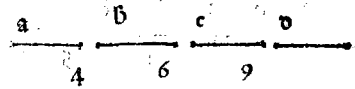
¶ Quod .11. secundi proponit faciendum in lineis, demonstrat hoc impossibile esse in numeris. Sit enim quilibet numerus.a.b. dico impossibile ee ipsum sic diuidi vt proponitur sic enim diuideretur sm pportionē habentem medium & duo extrema t vt patet ex diffinitione &. 19. sexti. Si autem potest diuidatur in.c. sitq; a.B.ad.b.c.sicut.b.c.ad.c.a. erit itaq; a.c minor.c.b. detrahatur igitur.ab eo equalis sibi qui sit.c.d. quia igitur est proportio totius.a.b.ad totum.b.c.sicut.b.c.detracti ab.a.b. ad.c.d. detractum ab.b.c.erit eadem.a.c.residui.a.B.ad.b.d.residuum.b.c.quare.b.c.ad.c.d.sicut.c.d.ad.d.b.erit igitur.c.d.maior.d.b. detracto ita q.d.e.de.c.d.vt sit.d.e.equalis.d.b.erit etiā proportio.b.c.ad.c.d.sicut c.d.ad.d.e.quare sicut.d.b.residui.e.b.ad.a.c.residuum.c.d. potest igitur c.e.detrahi ab.e.d. non erit itaq; finis istius detractionis quod est impossibile. Nunc ad propositum reuertamur.




## Propositio .17.

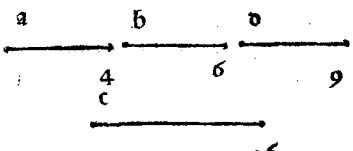
Si fuerint duo numeri contra se primi quantus est primus eorum ad secundum: tantum ee secundus ad tertium quemcūq; impossibile est.




¶ Sint.a.&.b.contra se primi: dico impossibile ee aliquē eis in continua proportionalitate adiūgi. Si enim potest sit.c.quia igitur.a.ad.b.sicut.b. ad.c. sunt autem.a.&.b. in sua proportione minimi per.23. septimi sequit per.21. eiusdem ut.a. numeret.b.qui cum & numeret se nō erūt.a.&.b.cōtra se primi: quod & cō trarium positioni.

## Propositio .18.

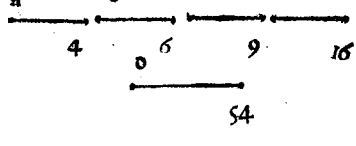
Si quotlibet numerorum continue proportionaliū duo extremi fuerint contra se primi quantus est primus ad secundum tantum ee vltimum ad aliquem alium est impossibile.




¶ Sint.a.b.c.continue proportionales. sintq; a.&.c. contra se primi dico quod eadem proportione nō pōt eis adiungi alius siquidem potest sit.d. quia igitur est.a.ad.b.sicut.c.ad.d. erit permutatim.a.ad.c.sicut.b.ad.d. sunt aūt.a.&.c.in sua proportione minimi p.23. septimi: itaq; p.21. eiusdem.a.numerat.b.quare & numerat.c. numero.p.n. continue proportionaliū: si primus numerat secundū: ipse numerat oēs: & simpliciter quilibet precedēs quēlibet sequētē tat qa & numerat se: nō erūt.a.&.c. cōtra se primi: q̄d est inconueniēs.

## Propositio .19.

Propositis duobus numeris an sit eis tertius cōtinue proportionalis perscrutari.

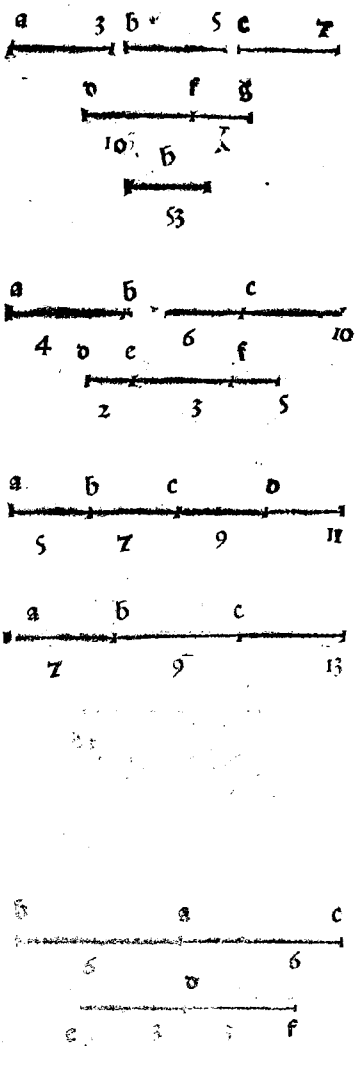



¶ Sint.a.&.b. duo numeri propositi: uolo inquirere an eis possit tertius sub continua proportionalitate adiūgi. Igit si ipsi sunt cōtra se primi impossibile & per.21. ¶ Si uero com positi ducat.b.in se. & prueniat. c. quē si.a. numerat erit. ¶ Si uero nō nūerat nō erit. ¶ Nūeret.n.eū sm.d. q erit quē q̄rimus p. 2. ptē.20. septimi. ¶ Sit ergo ut nō numeret eū: & tū ut.a.ad.b. sicut.b.ad.d. itaq; qa ex.b.in se fit.c. sequit p primā ptē.10. septimi. ut ex.a. in.d. sit idē. igitur.a.numerat.c.sm.d. sed erat positū q; nō: quare sequitur impossibile.

## Propositio .20.

Altis tribus numeris cōtinue proportionalibus an sit aliquis q̄rtus eis cōtinue proportionalis inquirere.

¶ Sint continue proportionales.a.b.c. uolo inquirere an alius eis sub continua proportiōalitate possit adiūgi. ¶ I gitur si.a.&.c. sunt contra se primi .impossibile est per. 18. si




compositi sit.d.qui prouenit ex.b.in.c.quem si numerat.a.erit.si uero nõ numerat non erit. ℣ Numeret enim eum fm.e. qui erit quem querimus per secundam partem.10.septimi. ℣ Sit ergo ut non numeret eum: est tñ ut.a.ad.b.sicut.c.ad.e.itaq; quia ex.b.in.c.fit.d.sequitur per primã partẽ 20 septimi ut ex.a.in.e.sit idem. ℣ Ergo.a.numerat.d.fm.e. sed positum erat q̃ non. ℣ Idem potes perscrutari quotlibet continue proportionalibus propositis. si enim duo extremi sint contra se primi finem habet intentio per.18.si autem compositi ducto secũdo in ultimum si productum numeret primus: is secundum quẽ eũ numerat est quem querimus p secũdã partem.20.sep. ℣ Si autem primus productum non numerat nullus erit: quolibet enim posito per primam partem eiusdem fm ipsum positum numerabit primus productum: quod positum erat non numerare.

## Propositio .21.

Atis quotlibet numeris primis aliquem primum ab eis diuersum eẽ necesse est.

¶ Nihil aliud intenditur nisi q̃ numeri primi sint infiniti demonstrare. Sint enim.a.b.c.numeri primi.dico: esse aliquem primum diuersum ab eis sit quidẽ.d.f minimus quẽ numerant cui addita unitate fiat.d.g. qui est primus aut compositus. si primus constat ꝓpositum. ℣ Si compositus numerat eũ aliquis primus qui sit.b.quẽ non est possibile eẽ aliquẽ ex primis ꝓpositis. si enim eẽt aliquis eorũ cũ quilibet ipsorũ numeret.d.f. ipse quoq; numeraret eundẽ: at quia numerat.d.g. oporteret ipsum numerare.f.g. qui ẽ unitas: qd est impossibile. ℣ Idẽ sequitur posito.d.f.quolibet nũero quẽ numerat.a.b.c. quare constat ꝓpositum.

## Propositio .22.

Si coaceruent quotlibet numeri pares: totus quoq; ab eis coaceruatus erit par.

¶ Sit quisq; numerorum a.b.c.par dico ex eis compositum eẽ parem. ℣ Habet enim ex conuersione diffinitionis quisq; eorum medietatem. ℣ Sint ergo eorũ medietates.d.e.f. quia igitur sicut.a.ad.d.sic.b.ad.e.ẽt.c.ad.f.erit ex.13.septimi sicut.a.ad.d.itaq; totus.a.b.c.ad totum.d.e.f. itaq; d.e.f. est medietas.a.b.c. ergo per diffinitionem.a.b.c. ẽ par quod ẽ propositum.

## Propositio .23.

Si numeri impares numero pares coaceruentur totus quoq; ex eis coaceruatus erit par.

¶ Sit quilibet numerorũ.a.b.c.d.impari dico ex eis cõpositum eẽ parem. ℣ Dempta enim a quolibet unitate cõstat residuos eẽ pares: ẽt quia ille unitates dempte componunt parẽ: cũ sint numero pares: constat propositũ per premissam.

## Propositio .24.

Si numeri impares numero impares coaceruentur totum quoq; ex eis coaceruatum imparem eẽ.

¶ Sit quilibet numerorũ.a.b.c.impari dico totũ ex eis cõpositum eẽ imparem. ℣ Erit.n.p premissam compositus ex a.ẽt.b.pari: ẽt quia.c.dempta unitate ẽ pari erit p ante premissam totus.a.b.c.dempta unitate pari: per diffinitionẽ ita q̃ constat totum eẽ imparẽ.

## Propositio .25.

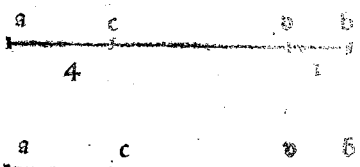
Si a numero pari numerus par detrahat: reliquus erit par.

¶ Sit totus.a.par a quo detrahatur.b. qui quoq; sit par: ẽt residuus sit.c.dico.c.eẽ parẽ. ℣ Sit enim.d.medietas.a. e.quoq; sit medietas.b detractoq;.e.de.d. sit reliquus.f. erit per.13.septimi.c.ad.f.sicut.a. ad.d.quare.f.ẽ medietas c.itaq;.c.est par: quod est propositum.

## Propositio .26.

Si a numero ipari detrahat ipar relinquus erit par.

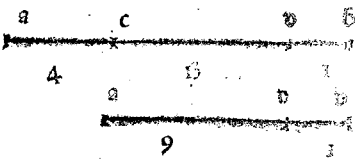
¶ Sit .a. b. numerus impar a quo detrahatur .b.c. qui et sit impar: dico reliquum qui est .a.c. esse parem. ℣ Detrahatur enim ab utroq; duo⁹ numero⁹ .a.b. et .b.c. unitas que sit .b.d. erit q; uterq; duo⁹ residuo⁹ q; sunt .a.d. et .d.c. par per premissam itaq; constat .a.c. esse parē: quod est propositum.




Propositio .27.

Si a numero impari numerum parem subtrahas qui relinquitur impar est.

¶ Sit .a. b. impar: a quo detrahatur .a.c. qui sit par dico .c.b. residuum esse impare. ℣ Sit enim .b.d. unitas erit q; .a.d. par. et quia .a.c. est par erit per .25. .c.d. par. cum itaq; sit .d.b. unitas erit .c.b. impar: quod est propositum.



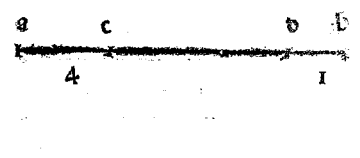




Propositio .28.

Si de numero pari imparem tollas qui relinquit impar est.

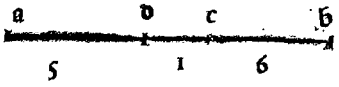
¶ Sit .a. b. par a quo tollatur .a.c. qui sit impar: dico .c.b. residuum esse imparem. ℣ Subtrahatur enim ab .a. .c. unitas que sit .c.d. erit q; .a.d. par itaq; per .25. .d.b. quoq; erit par: quia igitur .d.c. est unitas, sequitur .c.b. esse imparem: quod est propositum.




Propositio .29.

Si numerus impar in numerū parem ducatur q; inde producetur erit par.

¶ Ex .23. manifestum est quod dicitur.




Propositio .30.

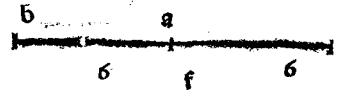
Si in imparē ducat impar qui producet erit impar.

¶ Hec quoq; ex .24. manifesta est.

Propositio .31.

Si numerus impar numerū pares numeret: numerus et o pari eum numerabit.

¶ Si enim numero impari eum numeraret ex impari in imparem fieret par: quod est inconueniens per premissam.




Propositio .32.

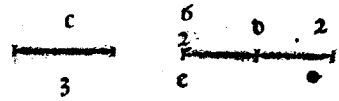
Si impar imparē numeret impariter eum numerat.

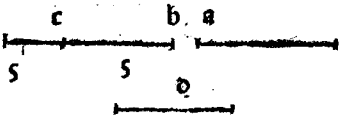
¶ Si enim pariter eum numeraret ex numero ipari in numerum parem fieret impar quod est inconueniens per .29.

Propositio .33.

Si numerus impar numerū parem metiatur eius dē quoq; dimidium ipsum metiri necesse est.

¶ Sit .a. numerus par cuius dimidium .b. itaq; .c. numerus impar qui numeret .a. dico q; .c. numerabit .b. ℣ Numeret enim .a. fm .d. erit q; per .31. .d. numerus par. Esto igitur eius dimidium .e. ducaturq; .c. in .e. et proueniat .f. erit q; per .18. sep. .a. ad .f. sicut .d. ad .e. et quia etiam est .a. ad .b. sicut .d. ad .e. sequitur .b. et .f. esse equales cum itaq; .c. numeret .f. idem numerabit .b. quod est propositum.

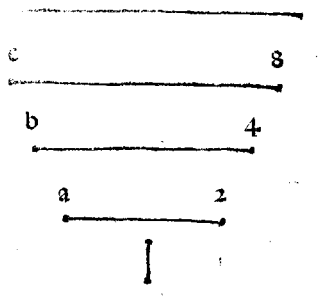



Propositio .34.

Si numerus impar ad aliquē fuerit primus: idē ad eiusdem duplum erit primus.

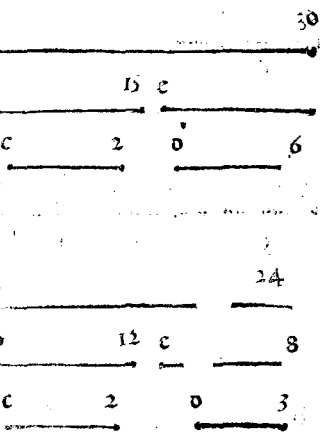
¶ Sit .a. numerus impar primus ad .b. cuius duplum sit .c. dico q; .a. est primus ad .c. ℣ Si autem numeret eos .d. cū q; .a. sit impar sequitur .d. esse imparem: quicunq; enim impar numerat impar est. ℣ Per premissam itaq; .d. numerabit .b. non sunt igitur .a. et .b. contra se primi: quod est contra suppositum.




## Propositio .35.

Numeri a duobus dupli sunt pariter pares tãtus.

Sint vnitas, a.b.c.d. cõtinue proportionales, sitq; a. binarius: dico oẽs eos esse pariter pares eisq; ſm hãc ꝓportionem in infinitum auctis nullum alium eẽ pariter parem. De his q̃dem constat ꝑ diffinitionem cũ ꝑ.12. quilibet ꝓcedens numeret quemlibet sequẽtem ꝑ aliquem eorum. quos oẽs oportet esse pares: & nullus alius numeret aliquem eorum per 13 eo q̃, a. qui est binarius vnitatem sequens ẽ primus. Quod autem nullus alius ab his sit pariter par constat sic. Posito enim aliquo diuidatur in duas medietates eiusq; medietas in duas: & hoc totiẽs fiat quousq; numerus aut vnitas diuisionem impediat quod est necesse euenire per vltimam petionem. si vero numerus hanc prohibeat ipse erit impar qui cum numeret pariter parem positum non erat pariter par que positus ẽ pariter par. si autem vnitas non erit. 13. vel. 15. alius a continue duplis ab vnitate.




## Propositio .36.

Numerus cuius medietas ẽ impar ẽ pariter ipar.

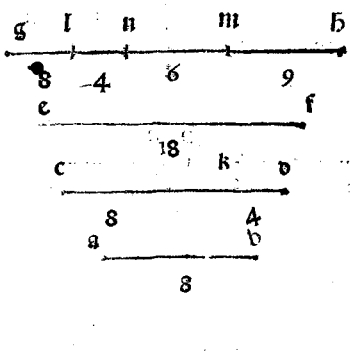
Sit. a. numerus cuius medietas que sit. b. sit impar dico. a. esse pariter imparẽ. Sit enim. c. binarius manifestum est itaq; qm̃ ex. c. in. b. fit a. sit aũt. d. quilibet numerus par numerãs. a. q̃ numeret eũ scd̃m. e. erit q̃ ꝑ scdam ꝓtem. 20. septimi. e. ad. b. sicut. c. ad. d. igit. e. numerat. b. ná q̃ a. c. numerat. d. erit itaq;. e. numerus impar. erat enim ẽ. b. ꝑ diffinitionem igitur a. est pariter impar.




## Propositio .37.

Omnis numerus a duobus non duplus cuius medietas est par est pariter par & impariter.

Sit numerus. a. non duplus a duobus cuius medietas q̃ sit. b. ponatur par: dico ipsum esse pariter parem & impariter. Sit enim. c. binarius de quo manifestum est q̃ ipse numerat. a. ſm. b. quia uero a. nõ est duplus a duobus: necesse est si eius medietas que est. b. in alias duas medietates diuidatur: medietatis q̃ medietas in alias duas ut tandem occurrat numerus impediens diuisionem qui propter hoc q̃ diuisionem non recipit erit impar. Sit q̃ in quo sistit diuisio. d. in numero quippe necesse est stari q̃a si usq; ad unitatem perueniret diuisio esset. a. de numeris duplis a binario de quibus nõ est: de. d. uero manifestum est q̃ ipse numerat. a. per hanc cõem scientiam oĩs numerus numerans alium numerat oẽ in numerantem ab illo. Numeret ergo eum ſm. e. erit q̃. e. par. Alioquin. cum. d. sit numerus impar sequetur per 30. a. esse imparem: quia igitur. b. numerus par numerat. a. ſm. c. q̃ quoq; ẽ par ẽ eni binarius. At uero. e. numerus par numerat eũdem ſm. d. qui est impar. constat ex diffinitione numerum. a. esse pariter parem & impariter: q̃d est propositũ.




## Propositio .38.

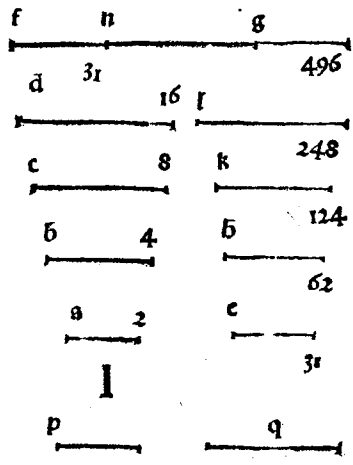
Si de secundo atq; vltimo numerorum cõtinue ꝓportionalium equale primo demat̃ quantum ẽ reliquum secundi ad primum tantum esse reliquũ vltimi ad coacernatum ex cunctis precedentibus necessario comprobatur.

Sint cõtinue ꝓportionales. a.b c.d.e.f.g.h. demat̃q; de c.d. eq̃lis. a.b. qui sit. c.k. & de. g.h. qui sit. g.l. dico tũc q; ꝓportio. k.d. ad. a.b. est sicut. l.h. ad cõpositum ex. e.f.c.d. & a.b. Sumat ex. g.h. eq̃lis. e.f. q̃ sit. g.m. & eq̃lis. c.d. qui sit. g.n. erit q̃. l.n. eq̃lis. k.d. Maĩfestum aũt est ꝑ n. sep. q; cum sit. g.h. ad. g.m. sicut. g.m. ad. g.n. erit. h.m. residuum ad. n.m. residuum sicut. g.h. ad. g.m. Ideoq; sicut. e.f. ad. c.d. Simili quoq; modo erit. m.n. ad. l.n. sicut. c.d. ad. a.b. permutatim igitur erit. b.m. ad. e.f. & m.n. ad. c.d. sicut. n.l. ad. a.b. itaq; coniunctim per. 13. sep. erit. l.h. compositus ex. b.m.m.n. & l.n. ad compositum ex. e.f.c.d. & a.b. sicut. l.n. ad. a.b. ideoq; sicut. k.d. ad. a.b. quod est propositum.

## Propositio 39.

Cum coaptati fuerint numeri ab vnitate continue dupli qui coniuncti faciant numerum primum ex tremus eorum in aggregatum ex eis ductus producit numerum perfectum.

¶ Sint ab vnitate continue dupli a.b.c.d.ex eis autem & vnitate coaceruatus sit.e.qui ponatur esse numerus primus in quem.e.multiplicet.d.& proueniat.f.g.dico.f.g.esse numerum perfectum. Sumatur igitur.h.k.l.continue dupli ad.e.ut tot sint.e.h.k.l.quot sint continue dupli ad vnitatem simpti.eritq; per equam proportionalitatem.l.ad.e.sicut.d.ad.a.quare per primam partem.20.sep.ex.a.in.l.puenit.f.g.Nam ipse.f.g.prouenit ex.d.in.e.& quia.a.est binarius est.f.g. duplus ad.l.sunt igitur.e.h.k.l.& f.g.continue proportionales.dematur igitur ex.h.equalis.e.qui sit.m.h.& residuus.h.n.qui erit etiam equalis.e. itemq; ex.f.g.dematur eidem equalis qui sit.f.n.eritq; per premissam.n. g.quantum aggregatum ex.e.& b.& k.& l.sed & f.n.cum sit equalis.e est quantum aggregatum ex.a.& b.& c.& d.& vnitate.ideoq; totus.f.g.est quantus aggregatus ex oibus his scilicet.a.b.c.d.& vnitate & illis.e.h.k.l. de quibus omnibus manifestum est q; numerat eum scilicet.f.g.c. quidē sm.h.& b.sm.k.quod ex prima parte.20.sep.coniungitur adiunate equa proportionalitate siculi opus fuerit. Est enim vt.d.ad.c.sic.h.ad.e.& vt d.ad.b.sic.k.ad.e.per equam[b] proportionalitatem: quare & ex.c.in.b.& ex.b.in.k.necesse est prouenire.f.g.quem dudum produxerat.d.in.e.si igitur nullus alius ab his numerat.f.g.ipse erit per diffinitionem numerus perfectus. ¶ Quod autem nullus alius eum nūeret sic patet si enim hoc possibile est sit.p.qui numeret eum sm.q.eritq; per.33.sep.vt.e.numeret alterum eorum ponaturq; & q.numret.p.& quia per secundam partem.20.sep. est.q.ad.d.sicut.e.ad.p.sequitur vt.q.numeret.d.quare cum.a.qui sequitur vnitatem sit primus est enim binarius erit.q.per.13.huius aut.a.aut.b aut.c.quicūq; autem horū fuerit erit p.aut[d].l.aut.k.aut.b.si enim.q.fuerit.a.constat q.p.erit.l.quod si fuerit.b.p.erit.k.si autem.c.p.quoq; erit.h non est igitur.p.diuersus ab illis vt fuerat positum: relinquitur ergo q.f. g.sit numerus perfectus quod erat demonstrandum.




### Calligator.

2 ¶ Ex hac habetur esse perfectorum primus senarius secūdus.28.tertius 496.ac.deinceps alternatim terminādo in octonarios & senarios in infinitum & non poterit esse perfectus nisi terminetur in altero dictorum.

b ¶ Quia in vtroq; ordine sunt numeri in dupla proportione dispositi & ideo p equā ppor. siue puersim siue directe sunt.d.b.& k.e.ꝓportiōales.

¶ Et iste sunt omnes partes eius quibus numeratur ille quidem sm.l.k.h e.& iste sm.d.c.b.a.& vnitas sm se totum per concep. quia omnis numeri pars est vnitas ab ipso dicta.

c ¶ Et si poneret aduersarius.e.numerare.q.tūc quia est per primam partem.20.septimi.q.ad.d.sicut.e.ad.p.erit permutatim per.16.quinti.p.ad d.sicut.e.ad.q.sed.q.numeratur.ab.e.per aduersariū ergo d.numeratur etiam.ab.p.& tunc per.13.erit.p.aliquis illorum.a.b.c.d.& sic vicuersa q.eritaliquis illorum.l.k.h.e.quemadmodum dictum est de.p.ideo &c.

d ¶ Cum quilibet eorum numeret.f.g.sm illos.s.l.k.h.& ideo.q.si fuerit.a.p.esset.l.cum.a.numeret.f.g.sm.l.q; si.q.esset.b.p. esset.k.cum.b, numeret eundem.f.g.sm.k.& si.q.esset.c.p. esset.h.quia.c.numeret.f.g. sm.b.& ideo semper.p.esset aliquis illorum cum.q.numeret eundem.f.g. sm.p.&c. ¶ Latius in his que de proportione & proportionalitate posita sunt in calce.5.diffinitione li.5.& circa diffinitiones.11.13.14.15.16.eius dem ibi clare habes qualiter quantitates cōmunicantes & cōmensurabiles se habeant in longitudine & potentia. Explicit liber Nonus.

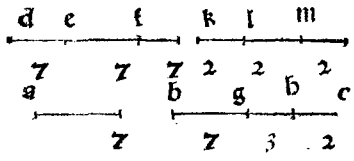
¶ Decimus prealijs difficilimus Euclidis liber de tresdecis irrationalibus lineis. Ex campani optima interpretatione. Magistro Luca paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minorum. Castigatore acuratissimo. Incipit.

Quantitates quibus fuerit vna quantitas cōis eas numerans. dicent cōicantes. quibus vero nō fuerit vna cōis quātitas eas numerans dicent incōmensurabiles. 2 ¶ Linee i potētia cōicantes dicūtur quaꝝ supficies quadratas vna cōis supficies nūerat. 3 ¶ Linee incōmēsurabiles i potentia dicuntur quaꝝ supficies. quadratas non nūerat vna cōis superficies. que cum ita sint manifestum est qꝛ omni linee posite multe alie sunt incōmensurabiles. quedam in longitudine tm. quedam in longitudine z potentia. 4 ¶ Dis aūt linea cum qua rōcinantur posita vocetur rōnalis. 5 ¶ Lineeq; ei cōicantes dicūtur rōnales. 6 ¶ Eidem aūt incōicantes dicuntur irrōales siue surde. 7 ¶ Dis vo qua drata supficies de qua ꝓ ꝓpotesim rōc namur dicitur rōnalis. 8 ¶ Supficies vero ei cōicantes dicūtur rōnales. 9 ¶ Eidem aūt incōmensurabiles supficies dicunt irrationales siue surde. 10 ¶ Latera vero que in illas quadratas possunt dicūtur irrōnalia. 11. ¶ Quālibet quātitatem totiens posse multiplicari vt quālibet eiusdem generis quantitatem positam excedat.

## Ꝓpositio .1.

Ja duabus quantitatibus inequalibus ꝓpositis maius dimidio a maiori detrabatur. itēq; de reliquo maius dimidio dematur deinceps quoq; eodem modo: necesse est vt tandem minore positarum minor quantitas relinquatur.

¶ Sint due quātitates ineq̄les. a. ē. b. c. b. c. maior. dico q; totiēs pōt maius dimidio detrahi a. b. c. uel eius residuo q; necesse erit reling quantitatem minorē. a. multiplicetur. n. a. quotiens excedat. b. c. sit eius multiplex. d. e. f. maius. b. c. detrabatur itaq; a. b. c. maius dimidio q; sit. b. g. itēq; ex residuo quod est. g. e. maius dimidio quod sit. g. h. hoc quoq; totiens fiat quousq;. b. c. diuisa fuerint in tot ptes quotiens. a. continetur in. d. e. f. ¶ Dico tūc q; ultimum residuum ut est hic. h. c. est minus. a. multiplicetur namq;. h. c. quotiens est multiplicata. a. in. d. e. f. sitq; eius multiplex. k. l. m. ¶ Quia igitur unaqueq; quantitatum. k. l. m. est equalis. h. c. sequit ut ē. k. sit minor. b. g. sed ē. l. minor. g. h. at quia. m. est equalis. h. c. erit ꝓ conceptionem. k. l. m. minor. b. c. quare minor. d. e. f. cū sit ergo. d. e. f. ad. a. sicut. k. l. m. ad. h. c. sitq;. d. e. f. maior. k. l. m. sequit ꝓ. 14. quinti q; a. sit maior. h. c. quod est ꝓpositum. I dēq; sequit si de maiori dimidium dematur. itēq; de reliquo dimidium: sicq; totiens quousq; maior diuidat in tot partes quotiens continet minor in quolibet suo multiplice. maiorē positaꝝ quātūlibet excedente. ¶ Attendere aūt oportet q; huic uidet. 16. tertii contradicere ꝓponens angulum contingentie. minorem fore quolibet angulo a duabus lineis rectis contento posito. n. angulo quolibet rectilineo. si ab ipso maius dimidio demat. itēq; de residuo maius dimidio. necesse uidetur hoc totiens. posse fieri quousq; angulus

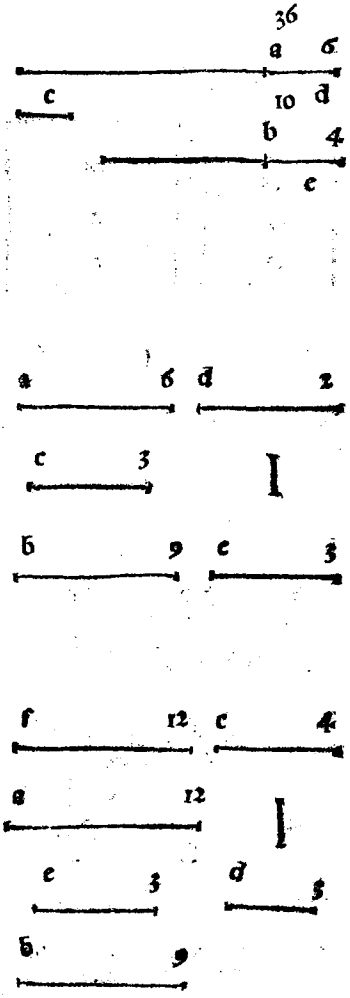


rectilineus minor angulo contingentie relinquatur: cuius oppositum .15. tertii syllogizat: sed hi non sunt uniuoce anguli: non enim eiusdem sunt generis simpliciter curuum & rectum. At uero nec angulum contingentie totiens contingit sumi ut qualemcūq; rectilineum excedat: quod necessarium est ut ex prehabita demonstratione pateat: ad hoc ut consequens ex antecedēte sequat. planū ergo est & quēlibet angulū rectilineū infinitis angulis cōtingentie esse maiorē.

## Propositio .2.

SI fuerint due quantitates inequales detrahatur q; a maiori equale minori donec minus eo superfit ac deinde a minori ipsius reliqui equale demat donec minus eo relinquatur deinuo quoq; a reliquo primo equale reliqui secundi donec minus eo superfit auferat: & in huiusmodi cōtinua detractione nullum reliquum quod ante relictum numeret: inueniatur & eas duas quantitates incōmensurabiles esse necesse est.

¶ Simile huic proposuit prima septimi in numeris. Sint due quantitates inequales .a.& .b. maior .a. a quibus si fiat reciproca. quoad pōt detractio non occurrat: & si infinities fiat aliqua quantitas detractionem impediēs siue ante relictum numerās. dico eas incōmensurabiles esse. ¶ Sinaūt sit cōis ea; mensura .c. detrahatur igitur .b. ex .a. quotiens pōt. sitq; residuum .d. quod residuum detrahatur ex .b. quotiens pōt sit residuum .e. Fiatq; totiens ista detractio quousq; ex alterutra duaꝝ quantitatum .a.& .b. remanet minus .c. hoc enim necesse est esse possibile per precedentem. Sitq; hic .e. minus .c. cum igitur .c. mensuret .b. detractam ab .a.& etiam .a. mensurabit per conceptionē .d. residuum. idcoq; cū mensuret .d. detractum a .b.& etiam ipsum .b. mensurabit .e. residuum. sed erat .e. minus .c. maior ergo quantitas mensurat minorem quod est impossibile.




## Propositio .3.

IMpositis duabus quātitatibus inequalibus cōicantibus maximam quātitatem cōiter eas numerantem inuenire. Ex hoc itaq; manifestum ē: que duas metitur quantitates maximam quoq; communiter ambas metientem metiri.

¶ Huius demonstrationem si secundā septimi non ignoras non potes ignorare: processus enim ytrobiq; idem.

## Propositio .4.

IMpositis tribus quantitatibus cōmunicantibus maximam eas cōmuniter numerantem inuenire.

¶ Hec ex tertia septimi sic patet sicut premissa ex secunda septimi.

## Propositio .5.

OMnium duarum quantitatum cōmunicantium. est proportio tanq; numeri ad numerum.

¶ Sint due quantitates .a.& .b. cōmunicantes: dico q; earū proportio ē sicut alicuius numeri ad aliū numerū. ¶ Sit .n. maxima q̄titas cōiter mēsurās .a.& .b. repta vt docet .3. huius: que mensuret .a. fm numerū .d.& .b. fm numerū .c. eritq; .a. ad .c. vt .d. ad vnitatē. eo q; sicut .a. ē multiplex .c. ita .d. est multiplex vnitatis. ac .c. ad .b. vt vnitas ad .e. qm sicut .c. ē submultiplex .b. ita vnitas est submultiplex .e. igit̄ p equam proportionalitatem .a. ad .b. ut .d. ad .e. quod est propositum.

## Propositio .6.

SI fuerint due quantitates quaꝝ sit proportio vnius ad alteram tanq; numeri ad numerum: eas duas cōmunicantes esse necesse est.

¶ Hec est conuersa prioris ut si sit .a. ad .b. sicut numerus .c. ad numerū .d. erūt due q̄ntitates .a.& .b. cōmunicātes. ¶ Sit enim .e. totiēs mēsurans .b. quotiēs ē vnitas in .d.& totiens

mensurans. f.ꝙquotiens unitas in.c. Cum sit igitur.f.ad.e.ut.c.ad unitatē ac.e.ad.b.ut unitas ad.d.erit ꝓ equam ꝓportionalitatem .f.ad.b.ut.c. ad d. quare ēt ut.a.ad.b.igitur ꝓ primam ꝑtem.9.quinti.f.est equalis.a cum itaq; .e. mensuret.f. per conceptionem mensurabit.a. igitur.a. ℭ.b. cōcantes mensurabat enim ℭ.b. quod est propositum.

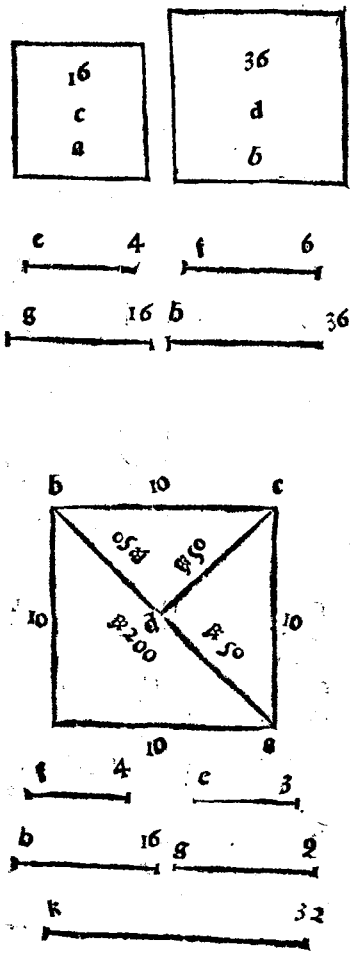
## Propositio .7.

Omnium duarum superficierꝫ quadratarꝫ quarus latera in longitudine cōmunicant ē ꝓportio vnius ad alteram tanquā numeri quadrati ad numerus quadratum. Si vero fuerit ꝓportio superficiei quadrate ad superficiem quadratam: tanquā ꝓportio numeri quadrati ad numerum quadratum: erunt latera eaꝝ in longitudine cōmunicantia. Quod si fuerit ꝓportio superficiei quadrate ad superficiem quadratā non velut numeri quadrati ad numerum quadratus: latera earum erunt in longitudine incōmensurabilia.

¶ Sint a. ℭ. b. duelineę quadrate quaꝝ quadrata sint. c. ℭ. d. dico q; si. a. ℭ. b. cōmunicant in longitudine erit ꝓportio. c. ad. d. sicut numeri quadrati ad numeꝝ quadratū ℭ ecōuerso. ∇ Si aūt ꝓportio. c. ad. d, nō sit sicut numeri quadrati ad numeꝝ quadratum. a. ℭ. b. erunt incōmensurabiles in longitudine ℭ econuerso. Verūtn istud argumētum quartū nō ꝓponit. ∇ Primum patet sic, si. a. ℭ. b. cōmunicant in longitudine ipse p. 5. erunt in ꝓportione duoꝝ numeroꝝ q sint. e. ℭ. f. quoꝝ quadrati sint. g. ℭ. b. Quia ergo est. c. ad. d, sicut. a. ad. b. duplicata per. 18. sexti; sequit ut sit ēt. c. ad. d. sicut. e. ad. f. duplicata. ∇ Sed ēt ꝑ. 11. octaui. g. ad. h. ut. e. ad. f. duplicata ergo. c. ad. d. sicut. g. ad. h, quod est primum. ∇ Secundum sic; sit. c. ad. d, sicut. g. nūerus q̄dratus ad. h. numeꝝ. q̄dratū dico q. a. ℭ. b. erūt ī longitudine cōicantes. Cum enim sit. c. ad. d. ut. a. ad. b. duplicata ꝑ. 18. sexti. ℭ. g. ad. h. ꝑ. 11. octaui ut. e. ad. f. duplicata; quare ℭ simpla. a. ad. b. sicut simpla. e. ad. f. ꝑ. 6. igitur sunt. a. ℭ. b. cōicantes quod est secundum. ∇ Tertium uero patet ex primo a destructione consequentis. ∇ Similiter quartum patet ex secundo a destructione consequentis. ¶ Ex tertia parte huius nota diametꝝ eē incōmensurabilē costę. [a] Cum n. sit quadratū diametri duplū quadrato costę: dupla uero ꝓportio non sit sicut numeroꝝ quadratorum sequit diametꝝ eē incōmensurabilem costę in longitudine. Alioquin cū quaternarius sit numerus quadratus ēt numeꝝ pariter pares quadrati ℭ etiā alii infiniti q nō sunt q̄drati. ¶ Ducit aūt Aꝝ. prio prioꝝ. ad ipsum incōueniens si diameter ponatur cōmensurabilis costę q; impar numerus erit equalis pari: quod sic patet. Sit enim diameter. a. b. commensurabilis lateri. a. c. eritq; per. 5. a. b. ad. a. c, sicut aliquis nūerus ad alium. Sint ergo hii numeri. e. ℭ. f. qui sint minimi ī sua ꝓportione. eritq; ob hoc alter eorum impar. Si enim uterq; par non erūt minimi quadrati quoq; eoꝝ sint. g. ℭ h. si ergo. e. est impar. erit quoq; ex. 30. noni. g. impar sit itaq; .k. duplus ad. h. eritq; .k. ex diffinitione par. ∇ Quia igitur, a. b. ad. a. c. ut e. ad. f. erit per. 18. sexti ℭ. 11. octaui quadratum. a. b. ad quadratum. a. c. ut. g. ad. h. est itaq; .g. duplus ad. h. sic enim est quadratū. a. b ad quadratum. a. c. ꝑ penultimam primi ℭ quia etiam .k. est duplus ad. h. sequitur ꝑ 9. quinti ut. g. nūerus impar sit equalis .k. nūero pari. ∇ Quod si. e. sit par ℭ. f. impar. erit ꝓportio. f. ad dimidiū. e. q̄ sit. l. sicut. a. c. ad dimidiū. a. b. q̄ sit. a. d. ℭ ideo erit ꝓportio q̄drati. a. c. ad quadratū. a. d. sicut ꝓportio numeri. h, qui est impar per. 30. noni ad quadratum numeri. l. qui sit .m. cui .k. ponatur esse duplus. eritq; .k. per diffinitionem par. At quia q̄dratū a. c. est duplum ad quadratum. a. d. per penultimam primi erit .h. duplus ad. m. cūq; .k. sit etiam duplus ad. m. erit. per. 9. quinti numerus impar. h. equalis. k. numero pari quod est propositum.

¶ Castigatoz.

a ¶ Videlicet quātum ad ꝓportionem aritmethicam nō aūt quātum ad



ꝓportionem geometricam. quia ſemper inter diametrum ℭ coſtam. collocabit tertia ſubcõtinua ꝓportionalitate per.9. ſexti. ℭ ſic prima ℭ tertia cõmunicabunt medie. per conſequens. prima que eſt diameter. communicabit. tertie que eſt coſta. ℭc. geometrice.

## Poꝛpoſitio .8.

Si fuerint due quantitates vni quantitati cõicantes ipſas quoq; inuicem cõmenſurabiles eẽ neceſſe.

℔ Sit vtraq; duaꝝ quantitatum. a. ℭ b. cõicantis quantitati. c. dico. a. ℭ. b. eſſe cõmenſurabiles. ℣ Eſt enim. per. 8. a. ad. c. ſicut numerus ad numerum: ſimiliter quõq; per eandem. c. ad. b. ſicut numerus ad numerum. Sit itaq; numerus. d. ad numerum. e. ſicut. a. ad. c. numerusq; .f. ad numerum .g. ſicut. c. ad. b. At proꝓtiones que ſunt. d. ad. e. ℭ. f. ad. g. continuẽtur in tribus terminis qui ſint. h. k. l. ut docet. 4. octaui: eritq; perequã proportionalitatem. a. ad. b. ſicut. h. numerus ad. l. numerum. ℣ Per. 6. igitur ſint. a. ℭ. b. cõicantes qd ẽ propoſitũ. ℔ Ex hac quoq; ſegtur q; ſi fuerint due ꝙntitates ſibi inuicem cõicantes. earumq; vna earum cõmunicat ℭ reliquã ℭ cuncq; vna non cõmunicat nec reliqua. ℣ Sint enim due quantitates. a. ℭ b. cõmunicantes: ponaturq; quelibet quantitas ꝓpe ſit. c. cum qua cõmunicet. a. dico q; b. cõmunicabit cum eadem: quod ex hac octaua patet cũ vtraq; earum cõmunicet cũ. a. ex ypotheſi. ℣ Quod ſi iterum. a. ℭ. b. ſint cõmunicantes vt prius: ponatur. c. quelibet quantitas cum qua non communicet. a. dico q; b. non communicabit cum eadem. Si enim. c. cõmunicaret cum. b. cum. a. quoq; per ypoth. communicet cum eodem. b. eſſent per hanc octauam. a. ℭ. c. communicantes. ſed poſitum erant q; non eſſent quare conſtat quod diximus.

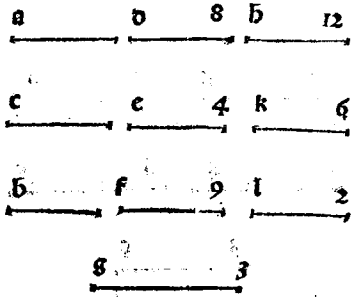
## ℭ Caſtigator

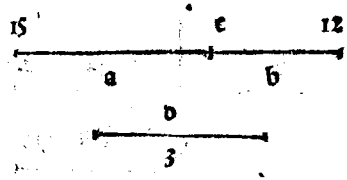
a ℔ Communicãtia proprie dicitur numeroꝝ. ut in ſeptimo ℭ octauo ℭ nono libris apparet. ſed commenſurabilitas proprie competit quantitati continue. Et ideo nimirum ſi auctor indifferẽter aliquando vtitur vno ℭ alio termino ut in iſta octaua apparet.

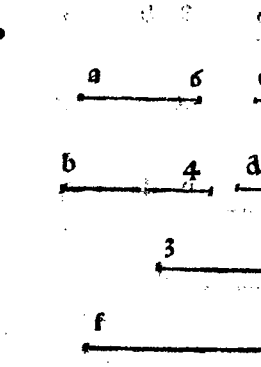
## Poꝛpoſitio .9.

Si fuerint due quantitates cõicantes: totum quoq; ex eis confectum vtriq; earum erit cõmunicans. Si vero fuerit totum vtriq; commenſurabile erũt ambe commenſurabiles.

℔ Sint due qantitates. a. ℭ. b. commmenſurabiles: dico totum ex eis cõpoſitum quod ſit. c. vtriq; earum ẽ commenſurabile ℭ econuerſo. Adhuc quoq; ſi totum ex eis compoſitum vni earum communicet dico q; communicabit alteri: ℭ ipſe ſimiliter iter ſe. Idem quoq; in cõtrario. ſi enim. a. ℭ. b. ſint incõicantes: dico q; c. vtriq; earum erit incõmunicans ℭ ecõuerſo: ac ſi. c. alteri earum ſit incommunicans: erit quoq; incõmunicans ℭ alteri: ℭ ipſe etiam inter ſe. Sint itaq; primum. a. ℭ. b. communicantes: ſitq; earum cõis menſura. d. qui cum vtriq; eaꝝ numeret ꝓ conceptionem ſimilẽ antepenultime numerabit. ℭ c. quare ꝙ diffinitiõem. 4. c. cõicabit vtriq; eaꝝ: ſcilicet. a. ℭ. b. Econuerſo quoq; ſi. c. communicet vtriq; eaꝝ. ſit oim cõis menſura. d. cõſtat itaq; ꝑ diffinitionem. a. ℭ. b. cõicantes eſſe. Sed cõmunicet. c. cũ altera eaꝝ que ſit. a. dico q; cõicabit cũ. b. ℭ. a. ℭ. b. communicabũt adinuicẽ. Sit. n. d. communiter menſurans. c. ℭ. a. qa igitur. d. menſurat totum ℭ detractum per conceptionem ipſa menſurabit reſiduum videlicet. b. ꝙ diffinitionem ergo ℭ. c. cõicat cũ. b. ℭ. a. communicat quoq; cum. b. ℣ Si alit. a. ℭ. b. ſint incommunicantes erit. c. incommunicans vtriq; eaꝝ: ſi enim cũ vtraq; ſeu ℭt cum altera eaꝝ communicaret ℭ ipſe communicaret adinuicem. quod eſt contra ypotheſim. ℣ Similiter quoq; econuerſo ſi. c. ẽ incõicans vtriq; eaꝝ ſeu etiam alteri eaꝝ erit quoq; incommunicans reliquet ℭ ipſe inter ſe: quod palam eſt ex predemonſtratis a deſtructione conſequentis.






## Propositio .10.

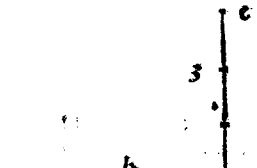
Omnium quatuor quantitatum proportionalium si fuerit prima cōmunicans secunde: tertia quoq; erit cōicans quarte. Si vero prima incommensurabilis fuerit secundę: tertia quoq; incommensurabilis erit quarte:

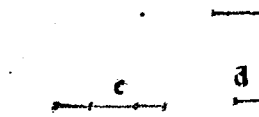
¶ Sint quatuor quantitates proportionales, a.b.c.d. dico q; si.a. cōmunicat cum.b.c. quoq; cōmunicabit cum.d.q; si.a. est incōmensurabilis.b.c. quoq; erit incōmensurabilis.d. Et si.a. cōicat cum.b. in potentia tm̄.c. quoq; cōmunicabit cum.d. in potentia tantum. Verūm illud non proponit auctor quia facile patet ex demonstratione priorum. ℣ Si enim.a. cōicat cū.b. erit per.5.a.ad.b. sicut numerus ad numez. Sit ergo sicut.e.ad.f. At quia est per ypothesim.a.ad.b. sicut.c.ad.d. erit.c.ad. d. sicut numerus.e.ad numez.f. Per.6. igitur est.c. cōicans cum.d. quod est primum. ℣ Secundum patet ex primo a destructione consequentis. Si enim.a. est incommensurabilis.b. oportet.c. eē incōmensurabilem.d. nam si esset ei cōmensurabilis cum sit.a. cōmunicans cum.b. per ypothesim erit ꝑ primam ptem.a. cōmunicans cum.b. sed non erat quare constat totū quod proponit auctor. ℣ Quod aūt adiūximus videlicet q; si.a. cōicat cum.b. in potentia tm̄.c. cōmunicat cū.d. in potentia tm̄. sic patet. ℣ Cū enim.a. non cōicet cum.b. in longitudine: nec.c. quoq; ex parte secunda huius cōicabit cum.d. in longitudine. At vero cum quadratum.a. cōicet cum quadrato.b. ex ypothesi erit per.5. quadratum linee.a.ad quadratū linee.b. sicut numerus ad numez qui sint.e.ē.f. Et quia quadratum.c. ad quadratum.d. est sicut q̄dratum.a. ad q̄dratum.b. erit cū quadratū.c. ad quadratum.d. sicut numerus.e. ad numez.f. per.6. igitur.c.ē.d. cōicant i potentia: ē quia non communicant in longitudine: constat ꝓpositum.

## Propositio .11.

Proposita qualibet recta linea duas ei incommensurabiles alteram in longitudine tantum alteram in longitudine ⁊ potentia rectas lineas inuenire.

¶ Sit linea.a. proposita: volo duas lineas reperire quarum una communicet cum.a. in potentia tm̄: altera vero sit incōmensurabilis ei in longitudine ē in potentia. Sumo itaq; duos numeros nequaq; se habentes in ꝓportione aliquoz numerorum quadratoz. sintq; hii.b.ē.c. quos facile est sumere cū q̄libet q̄dratus numerus ad quēlibet non quadratū ea habeat ꝓportionē quā nequaq; habent aliqui numeri quadrati cōfirmante hec.21. octauij duobus talibus numeris sumptis inuenio lineā.d. ad cuius quadratū se hēat quadratū linee.a. sicut nūerus.b. ad numez.c. Hanc aūt lineā ita repio diuido lineā.a. in tot ptes equales quot sunt vnitates in numero.b. quod facile facio adiuuante .u. vel .n. sexti: deinde sup extremitatē linee.a. erigo lineā.e. ppendicularem in qua totiēs cōtineat vna ex ptibus.a. quotiens vnitas est in.c. Quia igit ex prima sexti ꝓportio quadrati linee.a. ad superficiē que fit ex a in.e. est sicut a. ad.e. ē. ideo sicut numerus.b. ad numez.c. Si ponatur.d. in medio loco proportionalis inter.a.ē.e. est sicut docet.9. sexti qr tunc per primam partem.20. eiusdem quadratū.d. erit equale superficiei producte ex a in.e. ē erit proportio quadrati linee.a. ad. quadratum linee.d. sicut numeri.b. ad numerum.c. quare.a.ē.d. sunt commensurabiles in potentia ex diffinitione ē per vltimam ptem.7. ipse sunt incōmensurabiles in longitudine. Reperta est itaq; d. prima linea quam propositum erat inquirere. ¶ Alteram sic reperio interpono ut docet.9. sexti lineam.f. medio loco proportionalem inter.a.ē.d. erit q; per corel.17. sexti quadratum.a. ad quadratum.f. sicut.a. ad.d. ℣ Itaq; per secundam partem.10. quadratum a est incommensurabile quadrato.f. igitur linea.f. est incommensurabilis linee.a. in potentia quare ē in longitudine a est itaq; f. secunda linea quā propositum erat reperire. Et sic patet propositum.



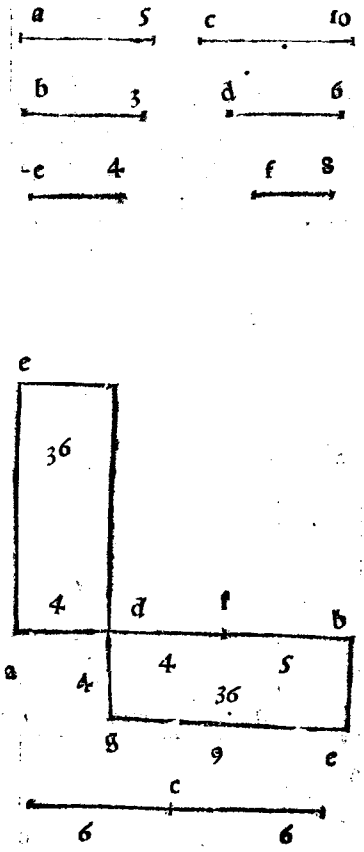
¶ Castigator.

¶ Quia quadratū .a.ad q̄dratū .f. nō ē sicut nūer⁹ q̄drati ad numer⁹ quadratum nec simpliciter sicut alicuius numeri ad aliquem numer⁹. qm̄ si sic eēt. Tunc p̄ sexta huius cōuersam. 5. eēnt quadratū .f. ℔ q̄dratū .a. cōcantia Et commensurabilia quod non sunt. cum sint sicut .a. ad .d. vt dictum est. Et ideo per tertiam partem sep. huius .a. ℔ .f. latera dict⁹ quadratorum i longitudine sunt incommensurabilia. vt dicit ibi ℔c. quare linee .a. ℔ .f. sunt in longitudine ℔ potentia incommensurabiles. vt queritur.

## Propositio .12.

Omnium quatuor linearū p̄portionalium si prima tanto amplius possit secunda quantū ē quadratū alicuius linee cōcantis sibi in longitudine. necesse est tertiam quoq; tanto amplius posse quarta quantum est quadratū alicuius linee cōcantis sibi in longitudine: q̄ si fuerit prima potentior secunda quadrato alicuius linee incōmensurabilis sibi i longitudine. erit quoq; tertia potentior quarta quadrato alicuius linee sibi incōmensurabilis in longitudine.

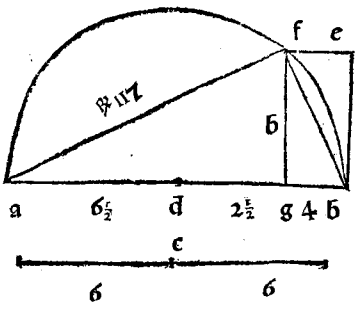
¶ Sint quatuor linee p̄portionales. a. b. c. d. sitq; .a. maior .b. ℔ .c. maior .d. Sit quoq; .a. potentior .b. quadrato linee .e. ℔ .c. potentior .d. quadrato linee .f. dico q; si a cōicet .e. in longitudine .c. quoq; cōicabit .f. in longitudine q; si .a. nō cōicat .e. in longitudine nec .c. cōicabit .f. in longitudine. Quod ℔ si .a. cōicat .e. in potētia tm̄ .c. quoq; cōicabit .f. in potētia tm̄. Vez̄ tm̄ illud vltimū nō ponit auctor q̄ facile patet ex prio⁹ demonstratiōe. Cū sit. n. p̄portio .a. ad .b. sicut .c. ad .d. erit q̄drati .a. ad quadratū .b. sicut quadrati .c. ad quadratū .d. ℔ quia quadratū .a. est equale quadratis duar⁹ linear⁹ .b. ℔ .e. similiter quadratum .c. quadratis duar⁹ linearum .d. ℔ .f. erit p̄portio quadratoz⁹ duarū linear⁹ .b. ℔ .e. ad q̄dratū .e. sicut quadratorū .d. ℔ .f. ad quadratū .f. ergo disiūctim erit quadratū .b. ad quadratum .e. sicut quadratū .d. ad quadratū .f. ergo .b. ad .e. sicut .d. ad .f. Item p̄ equam p̄portionalitatē erit .a. ad .e. sicut .c. ad .f. ergo p̄ primā ptē decime cōstat pria p̄s huius ℔ p̄ 5am̄ p̄a. ℔ p̄ tertiā ibi adiūcta tertia hic adiūcta.

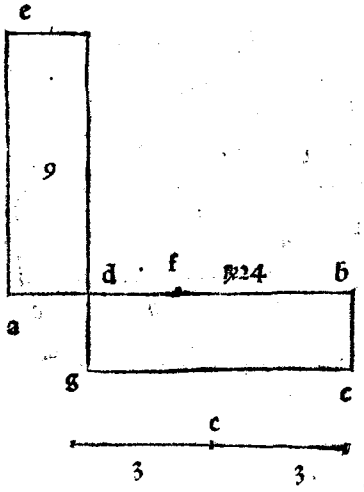



## Propositio .13.

Si fuerint tres linee inequales quarum longiorem in duo cōcantia diuidat superficies sibi adiuncta eq̄lis quarte parti quadrati breuioris linee cui adiuncte superficiei defit ad complendam totam lineam superficies quadrata necesse est ipsam lineam longiorem linea breuiori tanto amplius posse quantū est quadratū alicuius linee cōcantis eidem longiori in longitudine. Si vero fuerit longior potentior breuiori augmento quadrati linee cōcantis sibi in longitudine adiungaturq; ei superficies equalis quarte parti quadrati breuioris linee cui desit quadrata superficies superficiem sibi adiunctā eandem lineam longiorem in duas portiones commensurabiles diuidere necesse ē.

¶ Sint due linee .a. b. ℔ .c. maior .a. b. ℔ adiungat ad lineā .a. b. superficies eq̄lis q̄rte p̄ti q̄drati linee .c. ita q; desit ad cōplēdā lineā .a. b. superficies q̄drata: hoc enim est possibile. per .27. sexti quod facile fiet hoc modo. ℣ Diuidatur .a. b. in duas lineas .a. d. ℔ .d. b. ita q; inter eas cadat medietas linee .c. continue proportionalis. ℣ Hoc autem qualiter fiat in fine demonstrationis huius docebitur: Eritq; ex .26. sexti superficies .a. d. in .d. b. que sit .d. e. equalis quadrato medietatis linee .c quare ex .4. secundi erit eadem sub quadrupla quadrati linee .c. ℣ Deest quoq; ad complēdam lineam .a. b. superficies quadrata: cū ℔ .a. d. sit equalis .d. g. ℔ .d. b. equalis .g. e. Dico itaq; q; si superficies .d. e. diuidat lineam .a. b. in duo cōcātia erit linea .a. b. potē




tior linea.c.in quadrato alicuius linee ſecũm tõmunicantis in longitudine ℔ econuerſo. ¶ Cũ aũt ſit linea.a.b.maior linea.c.non erit.a.d. equalis.d.b.ſic enim eſſet ſuperficies.d.e.quadrata ℔ quia ipſa eſt equalis quadrato medietatis linee.c.eſſet.a.d.equalis medietati.c.℔ tota.a.b. toti.c. quod eſt contra ypoth. Non eſt igit.a.d.equalis.d.b. Itaq; de maiori earũ que ſit.d.b.abſcindatur.d.f.equalis.a.d.eritq; per.8.ſecũdi quadratum totius.a.b.equale bis que ſunt ex.d.b.in.d.a.quater ℔ quadrato.f.b.Quare linea.a.b.erit potẽtior linea.c.in.quadrato linee.f. b. Q uã neceſſe eſt cõicari toti.a.b.ſi linea.a.d.eſt cõicans linee.d. b. Si enim hoc fuerit erit d.b.cõicans.d.f.ſue equali quare p.9.b. f.cõicat cum.f. d. ℔ ideo toti. b. d.℔ pp hoc cũ tota.a.f.igit℔ cũ tota.a.b.ſicq; patet primũ. ¶ Cõuerſum huius ſic patet; ſit.a.b. potentior.c.i linea.f.b.que cõicet ſecum in lõgitudine.dico tũc q; ſupficies equalis quarte parti quadrati linee.c. addita ad lineam.a.b.ita q; deſit ſuperficies quadrata diuidet lineam.a b. in duo cõmunicantia. Diuidatur enim.f.a.per equalia in.d.℔ fiat ſuperficies. d.e. ex.d.b.in. d.a.℔ deerit ad complendam lineam.a. b. ſuperficies quadrata eritq; per.8.ſecundi quadruplum ſuperficiei. d.e. et quadrato.f.b.igitur quadruplum ſuperficiei. d. e. eſt equale quadrato c.quare ſuperficies.d.e.ſit equalis quarte parti quadrati.c. dico igit q; d. b.eſt cõicans cũ.a.d.cũ ſit.f.b.communicãs cum.a.b. Si enim hoc fuerit vt q; f.b.ſit communicãs cũ.a.b.erit ℔ communicans cũ.a.f.p.9.quare ℔ cum.a.d.ſed ℔ cũ.d.f.ſibi equali itaq; ℔.d.b. eſt communicans cum. a.d. q; eſt ſecundũ. Nunc aũt monſtrandũ eſt qualiter linea.a.b.cũ ipſa poſita fuerit maior linea.c. poſſit ſic diuidi vt inter ptes eius cadat medietas linee.c.continue proportionalis. ¶ Cũ enim ſic fuerit diuiſa; ſupficies q; fit ex vna in alterã erit equalis quadrato medietatis linee.c, ℔ ipſa erit ſupficies equalis quarte parti quadrati linee.c. adiuncta ad lineam.a.b.ita q; deſit ſupficies q̃drata. Hoc enim ſic fiet diuiſa.a.b. per equalia in.d. lineet ſuper eã ſemicirculus.a.f.b. ℔ ſimiliter.b.e. ppendicularis ad.a.b. q; ponat equalis medietati linee.c. ℔ ducatur.e.f. equidiſtans ad.a.b. vsq; quo ſecet circũferentiã ſemicirculi in puncto.f. neceſſe eſt enim vt ſecet eã cũ linea.a.b. ſit maior linea.c. ¶ Et ducat. f.g. ppendicularis ad.a.b. q; cũ per 34.primi ſit equalis linee. e.b. erit quoq; equalis medietati linee.c. ¶ Ducant itaq; linee.f.a.f.b. eritq; per primam partẽ.30.tertii angulus.a.f.b. rectus ℔ ideo p primam partẽ octaui.a.f. erit linea. f.g. medio loco proportionalis inter.a.g. ℔.g.b. quare medietas linee.c. que ℔ ſibi equalis erit etiam proportionalis inter easdem quod eſt noſtrum propoſitum.

## Propoſitio .14.

Si fuerint due linee inequales quarum longiorem diuidat in duas partes incommẽſurabiles ſuperficies equalis quarte parti quadrati breuioris ſibi adiuncta ita q; deſit ad eius complectionẽ; ſuperficies quadrata erit longior potentior breuiori augmento quadrati linee incommẽſurabilis ipſi longiori in longitudine. Si vo longior potẽtior fuerit breuiori q̃drato linee incommenſurabilis ſibi longiori in longitudine adiungatur q; ei ſuperficies equalis parti quarte quadrati breuioris defueritq; longiori ſuperficies quadrata neceſſe eſt vt ipſa ſuperficies ſibi adiuncta eandem longiorem lineam in duas portiones incommenſurabiles diuidat.

¶ Hec.14. ex contrario antecedentis premiſſe infert contrariũ conſequentis ꝓmiſſe ℔ non differt eius diſpoſitio a diſpoſitione illius. ſed ℔ modus argumentãdi vtrobiq; idẽ. Si enim.a.d.nõ cõicet cũ.d.b.nec.d.f. ſibi ad eq̃lis cõicabit cũ eadẽ.d.b.itaq; ꝓ.9.d.f. nõ cõicabit cũ.f.b. ℩re neq; a.f. ſunt enim.a.f. ℔.d.f. cõicantes tanq̃ numerans ℔ numeratũ; ideo neq; a.b. cõmunicabit cũ linea.f.b. ¶ Q.d ſi hoc fuerit videlicet ſi.a.b. non cõicet cũ f.b. non cõicabit cũ.a.f. quare neq; cũ.a.d. aut.d.f. Neq; igit. a.b. cũ.d.a.

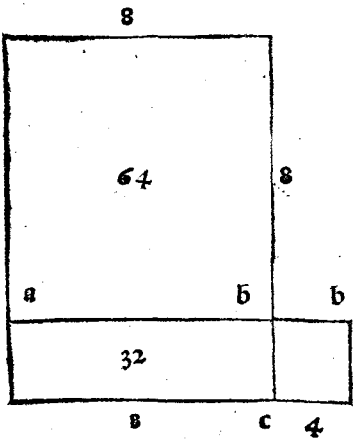
Poteſt quoq; hec.14. demonſtrari per premiſſam. ꝑma pars huius ex ſecũda illius ℔ ſecunda ex prima a deſtructione conſequentis. ſi enim.a.d.℔.d b.non cõicent nec etiam.a.b.℔.f.b.cõicabũt: nam ſi.a.b.℔.b.f.cõicarent oporteret per ſecundam partem premiſſe vt.a.d.cõicaret cum.d.b. ſed poſitum.eſt q; non. Eodem modo de ſecũda ꝑte. ſi enim.b.a.℔.b.f.non cõmunicant nec.a.d.℔.d.b.communicabunt.nam ſi ſic ſequitur per primã ꝑtem premiſſe vt.a.b.℔.b.f.cõicent q̃ ñ cõicant: quare patet ꝓpoſitum.

¶ Caſtigator.

¶ Diuidere ī duas portiones incõmenſurabiles ℔ diuidere in duo incõmunicãtia conuertunt̃ vt patet ex ſecũda ꝑte huius decimequarte ℔ quinquageſima prima huius decimi infra vbi linea.d.b.rõalis diuidit in puncto.f.in duo icõicantia ex quo patet q; q̃is rationale cõicet rationali tñ ratiõale poteſt diuidi in duas ꝑtes tales ꝑtes q; neutra illaꝝ cõmunicabit alteri vt ſi diuidat.10.in tales duas q; ꝓductum vnius in alteram ſit.20. vna ꝑs etit.5.plus.℞.5.℔ altera.5.minus.℞.5.q̃rum vtraq; ē incommẽſura bilis alteri ℔ ℔ toti.10.ideo.℔c. ℙropoſitio .15.

Omnis ſuperficies rectãgula quam continẽt due linee in longitudine rõnales rõnalis ℔ ꝓbatur.

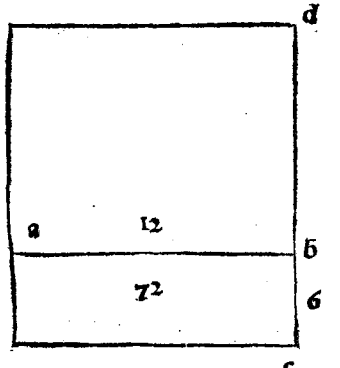
¶ Sint due linee.a.b.℔.b.c. continentes ſuperficiem rectangula.a.c. rationales in longitudie: dico ſupficiem.a.c. eſſe rationalem. ▽ Deſcripto enim quadrato cuius vis earum.vt.c.d.linee.b.c.erit per primam ſexti.c.d.ad.a.c.ſicut.b.d.ad a.b.quia igitur.b.d.cõmunicat in longitudine cũ.a.b.ex ypotheſi eo q;.b.c.ſua equalis communicat cum ipſa erit per primam partem 10.c.d.communicans.a.c.cum ſit itaq; c.d.rationalis per diffinitionem erit ℔.a.c.rationalis quod eſt propoſitum.




ℙropoſitio .16.

Sm ad iũcta fuerit linee in longitudine ratiõali ſuperficies rationalis rectangula latus eius ſecundum erit in longitudine rationale latericq; primo ī longitudine commenſurabile.

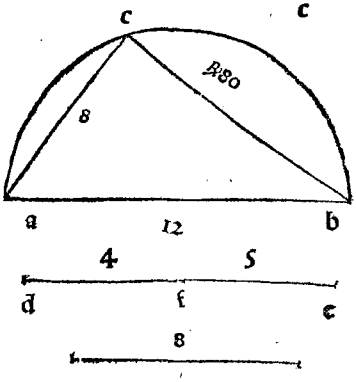
¶ Hec eſt quaſi conuerſa prioris vt ſi ſuperficies.a.c.adiũcta ad lineam.a.b. rationalem in longitudine fuerit rationalis: dico q; latus eius ſecundum quod eſt.b.c.erit etiam rationale in longitudine eſt cõmunicans latere primo ſuperficiei.a.d. quadratum.a.b. erit q; rationale ex diffinitione ℔ propter hoc erit cõmunicans cum ſuperficie.a.c.rationali: quia igitur ꝑ ꝑmam ſexti ſicut.a.d.ad.a.c.ita eſt ℔. d.b.ad.b.c.cõicat aũt.d.a.cũ.a.c.erit ꝑ primam partem.10.b.d.cõmunicãs cum.b.c.ergo cum.b.a.ſua equali ſed.b.a.rationalis eſt quare per diffinitionem ℔.b.c.conſtat itaq; propoſitum.

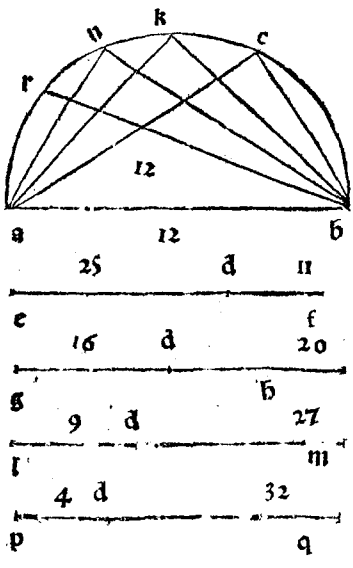



ℙropoſitio .17.

Das lineas inuenire potentia tantum rationales commenſurabiles quarum longior plus poſſit breuiori quadrato linee ſibi commenſurabilis in longitudine.

¶ Propoſitum eſt inuenire duas lineas rationales potentia tantum communicantes quarum longior ſit potentior breuiori quadrato linee ſibi communicantis in longitudine. Sumo itaq; aliquam lineam rationalem que ſit.a.b. ſuper quam deſcribo ſemicirculum.a.c.b.℔ ſumpto aliquo numero vt.d.e.diuido ipſum ī duos numeros.d.f.℔.f.e. ita q; ſit proportio.d.e.ad.d.f. ſicut numeri quadrati ad numerum quadratum non ſit autem proportio.d.e.ad.f.e. vt numeri q̃drati ad numerum quadratum. talis autem numerus eſt quilibet quadratus diuiſibilis in quadratum ℔ non quadratum. vt.9. qui diuiditur in.4. ℔.5. ℔ oēs hoꝝ eque multiplices: ℔ inuenio lineam ad cuius quadratum ſe hẽat q̃dratũ linee.a.b. ſicut numerus.d.e.ad numerꝝ.d.f. q̃liter ãt ipſa reperiatur in demonſtratione.5.℔.u. dictum eſt: hanc lineam inuentam q̃






neceſſario eſt minor .a.b. coapto ꝓ primam quarti intra ſemicirculum .a. c.b. ſitq; .a.c. ꝑ ſubtendã lineã .e.b dico duas lineas .a.b. ꝑ .c.b. eẽ quas querimus. Erit igit ꝓ primã ptẽ .30. tertii angulus .c. rectus. ꝑ iõ ꝓ penultimã primi quadratũ .a.b. equale eſt q̃dratis duaꝝ linearũ .a.c. ꝑ .c.b. ꝑ qa ꝓportio q̃drati linee .a.b. ad q̃dratũ linee .a.c. ẽ ſicut .d. e. ad .d.f. ꝓ ypothi. erit ꝓ euerſam ꝓportionalitatẽ ꝓportio q̃drati linee .a.b. ad q̃dratũ linee .c.b. ſicut .d.e. ad .f.e. ergo q̃dratum .c.b. cõicat cũ quadrato .a.b. ꝓ .6. huius. Erit igit q̃dratũ .c.b. rõnale ꝓ diffinitionẽ cũ cõicet rõnali ſuperficiei. Et qa .c. b. ꝑ .a.b. ſunt incommẽſurabiles ꝓ vltimã ptem .z. conſtat duas lineas .a. b. ꝑ .c.b. eẽ rõnales potẽtia tm̃ cõicantes. ¶ At qa linea .a.b. ẽ potentior linea .c.b. in quadrato linee .a.c. que ꝓ ſecũdam ptem .z. cõicat ſecũ i longitudine conſtat habitũ eẽ ꝓpoſitum. ¶ Si aũt libeat plures duabus potẽtia tm̃ rõnales cõicantes quaꝝ vna potentior ſit qualibet aliaꝝ in quadrato alicuius linee ſecũ cõicantis in longitudine repire, ſit vt ꝓpoſitum linea .a.b. rõnalis in longitudine ſuꝑ quã deſcribat ſemicirculus .a.c.b. ſumaturq; nũerus .d. q̃dratus qui ſit diuiſibilis i multos q̃dratos ꝑ non q̃dratos quoꝝ non q̃dratoꝝ nũerus ſit ꝓportio ſicut aliquoꝝ numeroꝝ q̃dratoꝝ, tales aũt nũeri vltro ſe offerunt vt .36. qui ẽ diuiſibilis in .25. ꝑ .11. itẽq; i .16. ꝑ .20. rurſusq; in .9. ꝑ .27. ac iteꝝ in .4. ꝑ .32. iſtoꝝ ꝛo non q̃dratoꝝ q ſunt 11.20.27.32. ad inuicẽ non ẽ ꝓportio ſicut alicuius numeri q̃drati ad aliũ. ꝛ Eſto igit vt numerus .d. q̃dratus diuidat in .e. q̃dratũ ꝑ .f. non q̃dratũ ſitq; q̃dratũ linee .a.b. ad q̃dratũ linee .a.c. ſicut nũerus .d. ad numeꝝ .e. ꝑ ducatur linea .c.b. ꝑ conſtat ꝓpoſitum vt prius demonſtratũ ẽ .a.b. ꝑ .b.c. eẽ duas tales lineas quas ingrimus. ¶ Similiter quoq; diuidã .d. in .g. q̃dratum ꝑ .b. non quadratũ ſitq; quadratũ linee .a.b. ad quadratũ linee .a. k. ſicut .d. ad .g. ꝑ ducatur linea .k.b. erũtq; vt prius due linee .a.b. ꝑ .b.k. q̃les ingrimus. ꝛ Eodẽ mõ ſi rurſus diuidatur .d.i.l. quadratũ ꝑ .i.m. non q̃dratũ ꝑ ponatur ꝓportio quadrati linee .a.b. ad quadratũ linee .a.n. ſicut .d. ad .l. ꝑ ducatur .n.b. erũt due linee .a.b. ꝑ .b.n. quales ingrimus. Quod ſi rurſus diuidatur .d.in .p. quadratũ ꝑ in .q. non quadratũ ꝑ fuerit ꝓportio quadrati linee .a.b. ad quadratũ linee .a.r. ſicut .d. ad .p. ẽ ꝓtracta ſuper linea .r.b. erũt ẽt due linee .a.b. ꝑ .b.r. quales inquirimus. ꝛ Sunt itaq; linee .a.b.c.b.k, b.n.b.r. potentia tm̃ rationales ꝑ in ea cõicantes quaꝝ vna videlicet .a.b. ẽ potentior q̃libet aliaꝝ in quadrato linee ſecũ cõicantis in longitudine. Si igitur quatuor linearũ .a.b.c.b.k.b.n.b.r. nulla cõicat alii in longitudine conſtat ꝓpoſitũ. Iſtud aũt ſic ꝓbatur. Patet .n. ex premiſſis q; quadratũ linee .b.c. ad quadratũ linee .a.b. ẽ ſicut nũerus .f. ad numeꝝ .d. ꝑ quadratũ linee .a.b. ad quadratũ linee .b.k. eſt ſicut numerus .d. ad numeꝝ .h. ergo ꝓ equam ꝓportionalitatem quadratum linee .b.c. ad quadratum linee .b.k. eſt ſicut numerus .f. ad numerum .h. ſed nullus quatuor numerorum .f.h.m.q. ſe habet ex ypotheſi ad alium ſicut numerus quadratus ad numerum quadratum. quare per .3. partem .z. due lineę .b.c. b. .k. ſunt incommenſurabiles in longitudine. ꝛ Eadem ratione quelibet due ex illis quatuor ſunt incommenſurabiles in longitudine z liquet ergo quod volumus.

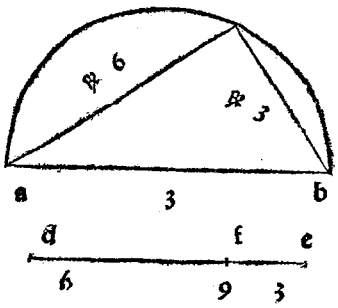
¶ Caſtigatoꝛ

b ¶ In iſta infra vbi dicitur. Si igitur quatuor linearũ .a.b.c.b.k.b.n. ꝑ b.r. nulla communicat alii ꝑ c. ꝛ Nam ſi vna communicaret alteri vtputa .b. c. cum .b.k. ſequeretur q; linea .a.b. communicaret cum eadem. quia ſi communicant in longitudine earum quadrata ſe haberent ſicut duo numeri quadrati per primam partem .z. huius. ꝑ tunc quadratum vnius earum ad quadratum linee .a.b. etiam eſſet ſicut numeri quadrati ad numerum quadratum. ꝑ tunc per ſecundam partem .z. huius eſſent eorum latera ſcilicet linee .a.b. ꝑ .b.k. ſeu .b.c. in longitudine commenſurabilia quod eſt falſum. Vt prius concluſum fuit oppoſitum. ꝛ Et ſic de quacunq; alia ꝑc. ꝛ Et ideo Euclides probat eas eſſe ad inuicem incommenſurabiles vt ibi patet ꝑc.

¶ Castigator.

c ¶ De necessitate oportuit ponere duas lineas equales ad hoc vt eent in longitudine incõicantes & solum in potentia cõicantes rõnales. quia possunt esse due linee solum in potentia rõnales. Et non tñ in potentia cõicantes. sed & in longitudine cõicant vt sint latera duaꝝ superficierum quadratarũ quarũ vna sit .12. pedũ & alia trium pedũ que cũ sint sicut duo numeri quadrati. 4. 16. & 9. 36. p prima ptem. 7. latera sunt cõmensurabilia in longitudine. que latera dicuntur vulgariter ℞.12. & ℞.3. qm. ℞.3. est medietas de ℞.12. & p consequens quarta ps quadrati de ℞.12. vt 3. Idem dicitur de illis decimeoctaue sequentis.

d ¶ Cum quadratum linee. a. b. rõnales se debeat habere ad quadratum linee inueniende sicut numerus. d. e. ad numeꝝ. d. f. hoc est sicut numerus quadratus ad numeꝝ quadratum linea. a. b. & linea inuenienda erunt cõicantes in longitudine ex secunda pte. 7. huius. Et erit pportio eaꝝ. sicut lateris numeri quadrati. d. e. & lateris numeri quadrati. d. f. cum numeroꝝ quadratoꝝ. d. e. & d. f. sit duplicata suoꝝ correlatiuoꝝ latereꝝ p. 11. octaui ac ex dictis vnea quadrata 9. 18. semi sunt suoꝝ correlatiuoꝝ latereꝝ in duplicata pportione que est similis illi latereꝝ dictoꝝ numeroꝝ Et cum dicti numeri ponantur quadrati 9. & 4. eoꝝ latera erunt 3. & 2. inter q ponatur vnitas. vt supra i 5. huius apparet. Modo q̃cunq; fuerit illa linea. inuenienda erit cõicans linee. a. b. posite. vt dictum ẽ. Et eaꝝ cõis mensura erit in. a. b. totiẽs quotiẽs vnitas in 3. & i illa inuenienda erit. vt vnitas in 12. Et sic illa mẽsurabit. a. b. secundũ numeꝝ. 3. & illam inuenienda secundũ numeꝝ. 2. ergo diuisa. a. b. in tot ptes eq̃les. quod sunt vnitates i 3. due ex illis erit linea inuenienda ad cuius quadratum se hẽbit quadratum linee. a. b. sicut numerus. d. e. ad numeꝝ. d. f. cõnibus adductis quam postea i dicto semicirculo vt pmittitur coaptabis cetera sunt plana intuẽti &c. Sed ponendo. a. b. 12. numerus. d. e. deret eẽ. 144. eius ℞. é. 12. & diuideretur. a. b. in 12. ptes & d. f. 64.

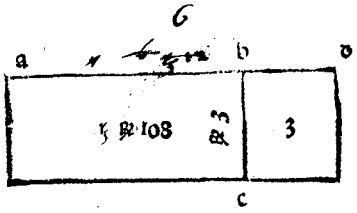



e ¶ Linea inuenienda faciliter habetur per. 11. huius.

## Propositio .18.

Duas lineas in potentia tantum rationales communicantes quarum longioꝝ plus possit breuioꝝ quam illa est quadratum linee sibi incommensurabilis in longitudine inuenire.

¶ In hac quoq; remaneat eadẽ dispositio eedẽq; ypothese que in premissa hoc solũ mutato q̃ pportio numeri. d. e. ad neutrũ duoꝝ numerorum. d. f. & f. e. sit sicut numeri quadrati ad numerum quadratum hoc autẽ facile fiet posito. d. e. quolibet numero quadrato diuiso in duos numeros non quadratos vt si. d. e. sit. 9. & d. f. 6. & f. e. 3. argumentando ut prius hoc duntaxat excepto q̃. a. b. & a. c. sint incõmensurabiles in longitudine per vltimam partem. 7. ¶ Et sciendum q̃ due linee quales hec & premissa docent inuenire componunt binomiũ & minori earum abscisa. de maiori que reliqua est dicitur residuũ. Nota etiam q̃ linee tantum potentia rationales communicantes possint esse vna rationalis & alia irrationalis sicut latera tetragonica duarum superficierum quarum vna sit .25. pedum & alia .24. sunt rationalia potentia tantum communicantia latus enim prime superficiei est .5. latus vero secunde non numeratur & possint esse ambe irrationales vt latera tetragonica duarum superficierum quarum vna sit .24. pedum & alia .23. neutrius enim numeratur latus. simtq; i longitudine incõmensurabilia ex vltima parte septime. ¶ Quod si libeat & inuenire plures lineas duabus potentia tantum rõnales communicantes quarum vna sit potentior qualibet aliarum in quadrato linee secum non communicantis in longitudine sumatur talis numerus qui possit pluries sic diuidi q̃ ipsius ad nullam suarum partium nec alicuius ad aliquam aliarum sit proportio vt numeri




quadrati ad numerum quadratum vt.25. poteſt diuidi in.2. ℔.13. item in 5. ℔.20. ℔ rurſus in.7. ℔.18. Et ſit proceſſus idem que fuit in premiſſa.

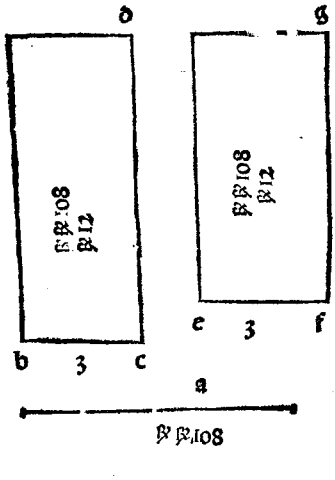
¶ Caſtigator.

℔ ¶ Vt in premiſſa per quintam huius ſed facilius per.11. huius inueniatur linea ad cuius quadratum ſe habeat quadratum linee.a.b. ſicut numerus d.e. ſcilicet.9. ad numerum.d.f. ſcilicet.6. ℔ quia numerus.d.e. ponitur quadratus eius latus erit notū. ſ. eius radix que in caſu eſt.3. rationalis in longitudine. ℔ latus numeri.d.f.5.6. ẽ irrõnale. ℔ dicit radix ſurda. Item inter.3. ℔ ℟.6. ponatur vnitas. Tunc per quintam vel.11. diuidatur linea a.b. in tot partes quotiẽs vnitas in.3. ℔ vna illarum erit eius menſura que in linea inueniẽda erit totiens quotiẽs vnitas in ℟.6. Et ſic linea inueniẽda erit. ℟.6. ℔ linea. a.b. erit ī caſu.3. eius quadratum .9. Et quadratum linee inuente .a.c. erit .6. I deo per tertiam partem .7. incommenſurabiles in longitudine. ¶ Sed ponendo lineam.a.b.12. numerus.d.c. deberet eſſe.144. ℔.d.f.96. ℔.f.e.48. tunc arguendo per euerſam propor. concluditur ut in precedenti.

## Propoſitio .19.

Omnis ſuperficies quam cõtinet due linee potentialiter tantum rõnales cõicantes eſt irrõnalis dicitur℞ ſuperficies medialis eius℞ latus tetragoni cum ſcilicet quod in eam poteſt ẽ irrationale dicitur℞ linea medialis.

¶ Sint due linee.a.b.b.c. cõtinẽtes ſupficiem.a.c. rõnales potẽtia tm̃ cõicantes: que ℞liter repiãtur ex premiſſa. ℔ a ñ p̃miſſa manifeſtum ẽ dico ſupficiẽ.a.c eẽ irrõnalem. Sit.n.c.d. quadratum.b.c. eritq; rõnale p̃ ypotheſim eo q̃ linea.b.c. ẽ rõnalis ī potẽtia. ℔ qa ex prima ſexti.a.c. ad.c.d. ſicut.a.b. ad.b.d. non cõicat aũt.a.b. cũ.b.d. qa ex ypotheſi non cõicat cum ſua equali que ẽ.b.c. ſequtur p̃ ſecundã p̃tem.10. ut ẽt.a.c. non cõicet cũ.c.d. q̃re p̃ diffinitionem ſupficies.a.c. eſt. irrationalis. ideoq; ℔ ſuũ latus tretagonicũ eſt ẽt irraõnale. Dicit aũt hec ſupficies medialis qm̃ ipſa eſt medio loco p̃portionalis inter duas ſupficies rõnales videlicet inter q̃drata duar℞ linear℞ ipſam continentiũ ℔ lineã potẽs in ipſam dicitur medialis. qm̃ ipſa quoq; ẽ medio loco p̃portionalis inter duas lineas potẽtia tm̃ rationales communicantes ℔ he due linee ſunt latera dicte ſuperficiei. Et hoc eſt q̃ volumus.




## Propoſitio .20.

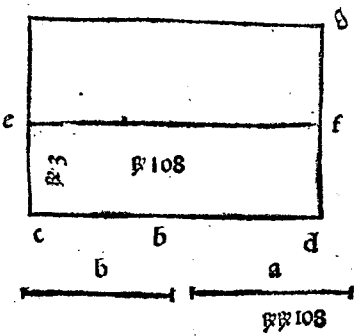
Cum adiuncta fuerit linee in longitudine rationali ſuperficies equalis quadrato linee medialis latus eius ſecundum potẽtia tm̃ erit rationale latericq; primo in longitudine incommenſurabile.

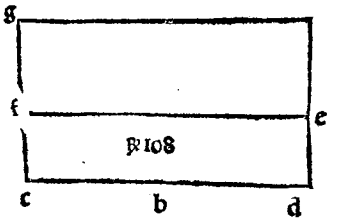
¶ Hec ẽ quaſi conuerſa p̃miſſe. Sit.a. linea medialis. ſitq; linea.b.c. rõnalis in longitudine cui adiungatur ſupficies b.d. eq̃lis quadrato linee.a. q̃ hoc mõ fiet: ſubiungat℞ duabus lineis.b.c. ℔ a. linea.c.d. in continua proportionalitate: vt docet.10. ſexti: eritq; ſuperficies ex.b.c.ī.c.d. eq̃lis quadrato linee.a. p̃.16. eiusdẽ dico latus eius p̃ma q̃ eſt.d.c. eſſe rõnale in potẽtia tm̃ ℔ incõmenſurabile in longitudine lateri.b.c. ¶ Eritq; ex p̃miſſa p̃ diffinitionẽ linee medialis vt linea.a. poſſit in aliquã ſupficiẽ contẽtã a duabus lineis potentia tm̃ rõnalibus cõmunicantibus q̃ ſit ſupficies.e.g. cuius latera.e.f. ℔.f.g. eruntq; due ſuperficies b.d. ℔.e.g. p̃ primam p̃tem.13. ſexti: latera mutuo℞ pp̃ hoc q̃ ipſe ſunt eq̃les ℔ rectangule: p̃portio ergo.b.c.ad.e.f. eſt ſicut.f.g.ad.c.d. quare p̃.10. cum.b.c. cõicet in potentia cũ.e.f. eo q̃ quadrata vtriuſq; ea℞ ſunt rationalia ex ypotheſi.f.g. cõicabit in potentia cũ.c.d. Cum igit̃ q̃dratum.f.g. ſit rõnale p̃ ypotheſim: eritq; quoq; quadratũ.c.d. rõnale p̃ diffinitionem at qa ſuperficies.b.d. eſt irrationalis ſicut ſua equalis.e.g. p̃ premiſſam ſequtur vt quadratũ linee.c.d. nõ cõicet cũ ſuperficie.b.d. Et qa q̃dratũ linee.c.d. ad ſuperficiẽ.b.d. ẽ p̃ primã ſexti: ſicut.c.d. ad.c.b. erit p̃ ſecũdã partẽ.10. ut c.d. nõ cõicet cũ.b.c. q̃re cũ.b.c. ſit rõnalis ī longitudie ex ypotheſi erit.c.d. irrõnalis ī longitudie ℔ potẽtia tm̃ rõnalis. patet ergo p̃posita cõclusio.

## Propositio .21.

**Omnis linea cõmunicans medialiest medialis.**

¶ Sit linea.a.medialis cui ponatur linea.b. esse cõicans siue in longitudine siue in potentia tm̃: dico q̃ etiã linea b.est medialis. Sit enim linea.c.d. rõnalis in lõgitudine cui adiungatur superficies.c.f. equalis quadrato linee. a. ℭ item superficies.e.g. equalis quadrato linee. b. hoc aũt qualiter fiat in premissa demonstratiõe dictum est. Eritq̃ per premissam linea.d.f.rõnalis in potentia tm̃ ℭ incõmensurabilis linee.c. d.ℭ quia p primam sexti.e.g,ad.c.f.sicut.f.g.ad.d.f.cõicat autem.e.g.cum.c.f,eo q̃ quadratum.b.cõmunicat cũ quadrato.a.per ypotheſim: quibus quadratis dicte superficies posite sunt equales: sequitur per primam partem.10. vt linea.f.g.cõmunicet cum linea.d.f.quare.f.g.est rõnalis in potentia tantum sicut est.d.f.ℭ incõmensurabilis in longitudine linee.e.f. cum linea d.f.sibi cõicans sit incõmensurabilis eidem.e.f.eo q̃ sue equalitoc enim probatum est in.8. qđ si fuerint due quantitates cõicantes cuicunq̃ vna earum non cõicat nec reliquatitaq̃ per.10. erit superficies.e.g.medialis ℭ eius latus tetragonicum quod est.b.mediale quod est propositum. ¶ Similiter quoq̃ omnis superficies cõicans superficiei mediali medialis esse conuincitur. Sit enim superficies.a.medialis cui ponatur superficies. b. eẽ cõicans dico superficiem.b.esse medialem quod sic constabit. Sit linea.c. d.rõnalis in longitudine:adiungaturq̃ ei superficies.c.e.que sit equalis superficiei.a.quod hoc modo fiet. I nueniatur linea.c. f. ad quam sic se habeat vtum ex lateribus superficiei.a.sicut linea.c.d.se habet ad reliquum hec aũtem linea qualiter reperiatur in.10.sexti dictum ẽ. Eritq̃ ex.15. eiusdem superficies.d.f.equalis.a. I temq̃ eodem modo ad lineam.e. f.adiũgat̃ superficies.e.g.q̃ sit eq̃lis.b.erit itaq̃ p.20.linea.c. f. potẽtia tm̃ rõnalis: erit quoq̃ linee.c.d.in lõgitudine incõmensurabilis. Et q̃a.a.ℭ.b.erant cõmunicantes ex ypotheſi: erunt quoq̃.c.e.ℭ.e.g.eis equales cõicantes: ita q̃ per primam sexti ℭ per primam partem.10.huius erunt due linee. c.f. ℭ f.g.cõicantes in longitudine. ¶ Est igitur linea.f.g. rõnalis in potẽtia tã tum ℭ linee.e.f.incõmensurabilis in longitudine: quare per. 19. supficies e.g.erit medialis: cum linea.e.f.sit ratiõalis in longitudine sicut. c.d. sibi equalis. ℣ Cum sit ergo.b.equalis.e.g.erit quoq̃.b.medialis: quod est p positum. ¶ Et nota q̃ omnes superficies mediales cõmunicantes componunt superficiem medialem. Vnde tota.d.g.est medialis: quia cum due linee.e.f.ℭ.f.g.sint rationales in potentia tm̃ ℭ non cõmunicantes in longitudine sequitur vt tota.c.g.sit rationalis in potentia tantum ℭ non cõmunicans.c.d.in longitudine: itaq̃ per.19. d.g.ẽ medialis. Eodemq̃ modo si sint plures.

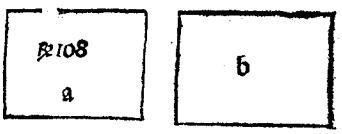



### ¶ Castigator.

g ¶ Quia pernonam compositum ex.c.f.ℭ.f.g, quod est.c.g. cõmunicat vtriq̃.c.f.ℭ.f.g,tunc per octauam cum.f.g.non cõicet in longitudine cum.e.f.nec etiam.c.g.cõicabit ipsi.e.f.cum.c.g.per.9.cõmunicet ipsi.f.g.ℭ ideo per octauam cuicunq̃ non cõicat vnum nec reliquum cõmunicabit ℭc.ℭ ideo due linee.c.g.ℭ.c.d.cum sint rationales potẽtia tm̃ cõmunicantes continent superficiem.d.g.totam medialem p.19.ℭc.

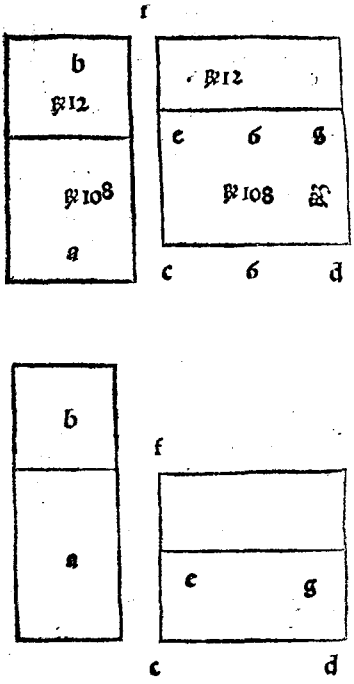
h ¶ Si vis scire an due linee seu quantitates irrationales sint communicantes siue commensurabiles.primo videas vtrum sint equales: si sic semper cõmunicant cum non sit maior cõmunicantia equalitate. si non sint equales : tunc vide que pars aut partes sit minor maioris redigendo eas ad vltimam earum depressionem per viam fracti schisando : vt vulgo dicitur: ℭ si earum vltima depressio habeat radicem discretam erunt cõmunicantes: si non:non erunt: vt si sint.ℵ.90.ℭ.ℵ.40.earum vltima depressio erit ℵ $\frac{4}{9}$ cuius radix est $\frac{2}{3}$ hoc est.ℵ.40.est due tertie.ℵ.90.ergo se hñt sicut duo ad tria.s.sicut numerus ad numerum.ideo per sextam huius sunt communicantes ℭc.



## Propositio .22.

Omnis differentia qua habitudat mediale a media li: irrationalis esse probatur.

¶ Sit vtraq; duarum superficierum.a b.ℭ.a.medialis: dico q; superficies.b.que est earum differentia est irrationalis. ℣ Sit enim linea.c.d.rationalis in lōgitudine cui adiungatur superficies.d.e.equalis superficiei.a.ℭ superficies d,f.equalis totali superficiei.a.b. Hoc autem equaliter fiat ī premissa docuimus, Quia ergo.d,f.est equalis.a.b.ℭ d,e.equalis.a.erit per cōceptionem.g.f.equalis.b, Si itaq; superficies.b. non est irrationalis sed rationalis: erit ℭ.f.g.sua equalis rationalis. At cum linea.e.g.sit rationalis in lōgitudine sicut sua equalis.c,d, erit per.16.linea.e.f.rationalis in longitudine ℭ communicans linee.e.g. Per.20.autem est vtraq; duarum linearum c.e.ℭ.c.f.potentialiter tantum rationalis ℭ linee.c.d.incōmensurabilis in longitudine: itaq;.e.f.linea est incommensurabilis linee.c.e.in longitudine. ℣ Et quia per primam sexti quadratum linee.e.f.ad superficiem: que fit ex.e.f.in.c.e.est sicut.e.f.ad.g.c.sequitur per secundā partem.10. vt quadratum linee.c.f.sit incommensurabile superficiei facte ex.e.f.in.c.e.quare ℭ ipsum quadratum erit incommensurabile duplo [b] superficiei ex.e.f.in c,e, Quadratum vero.c.e.cum sit rationale est communicans quadrato e.f. Totum igitur ex ambobus compositum erit per. 9. cōmunicans quadrato.e.f, ℭ ideo incommēsurabile duplo superficiei ex.e.f.in.c.e.℣ Et quia per quartam secundi quadratū linee.c.f.est equale duobus quadratis duarum linearum.c.e.ℭ.e.f.ℭ duplo superficiei ex.c.e.in.e.f. Et duplum superficiei.c.e.in.e.f.est incōmensurabile aggregato ex duobus quadratis duarum linearum.c.e.ℭ.e.f.sequitur per ea que addita sunt in, 9. vt quadratum.c.f.sit incōmensurabile aggregato ex duobus quadratis duarum [a] linearum.c.e.ℭ.e.f. At cum aggregatum ex his quadratis sit rationale: sequitur quadratum linee.c.f.non esse rationale: ℭ ideo linea.c.f.non est rationalis in potentia: ℭ idcirco non erit superficies.d.f.medialis: neq;.a.b.sibi equalis quod est inconveniens cum sit cōtrarium positis: relinquitur igitur q; superficies.b.est irrationalis: quod est propositum.




### ¶ Castigator.

¶ Quia oē mediale est irrationale sed non econverso.ut supra.19.huius.

a ¶ Scilicet si quātitates sint incommunicantes totum quoq; ex eis confectum seu compositum vtriq; earum erit incommunicans.ℭ quia quadratum linee.c.f.est confectum.ex duobus quadratis.e.f.ℭ.c.e.ℭ duplo superficiei ex.c.e.in.e.f.sequitur per nonam tota.a.b.ℵ.192.

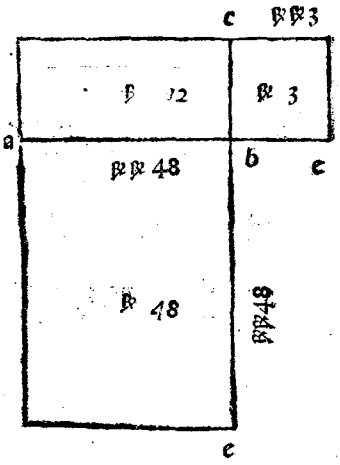
b ¶ Cum sub duplum sit pars proprie dicta dupli.

## Propositio .23.

Omnis superficies quam continent due linee mediales potentialiter tantum communicantes: aut rationalis est aut medialis.

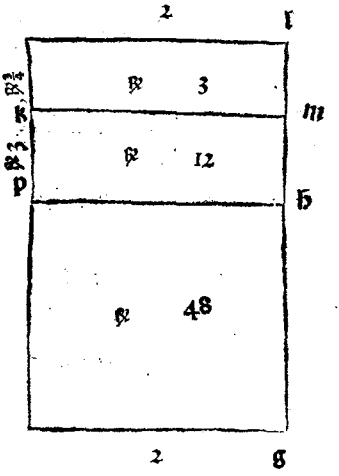
¶ Sint due linee.a.b.ℭ.b.c.mediales potentia tantum communicantes: dico q; superficies.a.c.ab eis cōtenta aut est rationalis aut medialis. Sint enim.d.c. quadratum linee.b.c.ℭ.a,e.quadratum linee.a.b.eruntq; ex ypothesi hec duo quadrata communicantia: ℭ erit per primam sexti superficies.a,c. medialis medio loco proportionalis inter ipsa quadrata. Sumatur igitur linea.f. g,q sit rationalis in longitudine: cui adiungatur superficies.f.h. equalis quadrato[k].a.e.ℭ.h.k.equalis superficiei.a.c.ℭ.k,l.equalis quadrato.d.c.erunt hee tres superficies.f.h.h.k. ℭ.k. l. continue proportionales sicut sunt sue equales.a.e.a.c, ℭ.d.c.quare per primam sexti erunt etiam tres linee. g.h. h.m.ℭ.m.l.que sunt baſes earum continue proportionales. Et cum superficies.f.h.ℭ.k.l.sint cōmunicantes sicut duo quadrata.a,e.ℭ.c.d,ei equalia: sequitur per primam sexti ℭ.10.huius vt linea.g.h.sit communicās cū

m.l. vtraq; autem earum est rationalis in potentia per.10. huius. Igitur superficies vnius earum in alteram est rationalis: omnis enim superficies quam continent due lineę rationales in potentia cōmunicantes in longitudine necessario est rationalis vt patet ex prima sexti ℭ prima pte. 10. huius ℭ ex diffinitione supficierum rationalium. ℣ Et quia ex prima pte. 16. sexti quadratum linee. h.m. ē equale superficiei ex. g.h. in. m.l. erit quadratum linee. h.m. rationale. ℣ Si ergo linea. h.m. est rationalis in longitudine siue cōicans linee. k.m. que est equalis linee. f.g. erit per. 15. superficies. h.k. rationalis. ideoq; ℭ sua equalis. a.c. Si autem linea. h.m. sit irrationalis in longitudine siue incōmensurabilis linee. k.m. que est equalis linee. f.g. cum ipsa sit rationalis saltē in potētia eo q; suū q̄dratū ē rōnale erit ex. 19. supficies. h.k. medialis. quare ℭ sua equalis. a.c. cōstat ergo ꝓ positum. ℭ Et nota q; si due linee. a.b. ℭ. b.c. essent mediales in longitudine cōmunicantes ese set supficies. a.c. medialis tm̄. Esset enim supficies a.c. cōmunicans vtriq; duorum quadratorum. a.e. ℭ. c.d. per primā sexti ℭ per presentē ypothesim ℭ per. 10. huius ℭ ideo superficies. h.k. sibi equalis. a.c. esset communicans vtriq; superficiei. h.k. ℭ. k.l. Igitur per primam sexti ℭ. 10. huius linea. h.m. esset cōmunicans vtriq; duaꝝ linearum. g.h. ℭ. l.m. ℭ quia hee ambe sunt rationales in potentia tantum: non cōicantes in longitudine linee. f.g. esset quoq; h.m. rationalis in potentia tm̄ non communicans in longitudine linee. f.g. ℭ ideo nec communicans linee. h.p. quare per. 19. erit superficies. h.k. medialis tantum. ℭ ideo etiā a.c. sibi equalis. ℣ Si autem due linee. a.b. ℭ. b.c. essent mediales neq; in longitudine neq; in potentia cōmunicantes: superficies. a.c. non esset rationalis neq; medialis. Si enim sic eēt scilicet q; due linee. a.b. ℭ. b.c. eēnt mediales neq; in longitudine. neq; in potentia communicantes: essent duo quadrata. a.e. ℭ. c.d. incommunicantia. itaq; ℭ due superficies. f.h. ℭ k.l. eis equales quoq; essent incommunicantes: quare ℭ due linee. g.h. ℭ m.l. essent incommesurabiles per primam sexti ℭ per secūdam partem. 10. Et quia vtraq; earum est rationalis tantum in potentia per. 10. esset supficies. vnius earum in alterā medialis per. 19. Cum ergo quadratum linee h.m. sit equale dicte superficiei que fit ex. g.h. in. m.l. per primam partem 16. sexti esset per. 19. linea. h.m. linea medialis. Per. 15. ergo non esset superficies. h.k. rationalis. nec etiam ꝑ. 20. medialis: quare nec sua equalis. a.c.




## ℭ Castigator.

k ℭ Qualiter fiat in tribus precedentibus dictum est. Videlicet per. 10. sexti positis tribus lineis quartam inuenire ad quam tertia se habeat sicut prima ad secūdam: hoc autem totum fit vt deueniatur ad secundam partem. 13. sexti ℭ arguatur superficies illas equales cum sint mutuorum laterū ℭ vnus angulus immo omnes vnius equetur angulo alterius ℭc. quarum trium linearum due sunt latera superficiei q̄drate. a.s. secūda ℭ tertia altera est linea. f.g. quarta inuenta est. g.h. tunc reliqua patent per decimāquintam sexti. Tunc erunt quatuor linee proportionales. prima. f. g. secunda vnum latus superficiei quadrate. a. tertia reliquum latus dicte superficiei quadrate. a. quarta erit linea inuenta per. 10. sexti. s. g. h. ita de reliquis. o ℭ Scilicet q; nullo nodo posset esse rationalis sed tantum medialis.




## Propositio. 24.

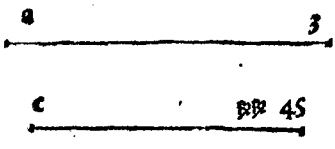
Vas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiem ꝟ rationalem cōtinentes quarum longior sit potentior breuitate: augmento quadrati linee communicātis eidem longiori in longitudine inuenire.

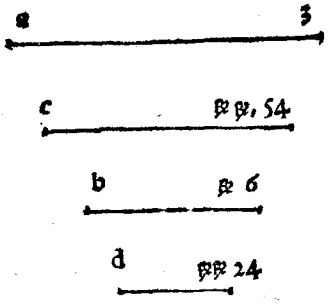
ℭ Cum omnes due linee mediales potentia tantum cōmunicantes cōtineant supficiem rōalem aut medialē ut ex premissa patet

docet inuenire eas duas que continent superficiem rationalem ℭ eas que medialem. Vnde propositum est inuenire duas lineas mediales potentia tantum cōmunicantes: quarum longior possit amplius breuiori in quadrato alicuius linee sibi communicantes in longitudine que contineant superficiem rationalem. ¶ Ad hoc ꝑm doctrinam .17. Sumo duas lineas a.ℭ.b. potentia tantum rationales communicantes quarum longior que sit.a. possit amplius breuiori que sit.b. in quadrato alicuius linee secum cō municantes in longitudine. Et ponam lineam.c. secundū doctrinam.4. sexti medio loco proportionalem inter.a.ℭ.b.ℭ ponam vt sit proportio a.ad.b. sicut.c.ad.d.ꝙ qualiter fiat in .10. sexti dictum est. Dico tūc duas lineas.c.ℭ.d. esse quas querimus. patet enim ex.19.ꝙ superficies quam cō tinent due linee.a.ℭ.b. est medialis: ℭ quia per primam partem.26. sexti q̄ dratum linee.c. est dicte superficiei equale erit igitur per.19. linea.c. medi alis. Cum autem sit.a.ad.b. sicut.c.ad.d.ℭ.b. communicat cum.a. in po tentia tantum ex ypothesi: quia tam.a.q̄.b. rationalis est in potentia se quitur per.10.ꝙ.c. quoq; communicet cum.d. in potentia tantum. itaq; per.11. cum.c. sit linea medialis erit etiam.d. medialis: ℭ per primam par tem.12. erit linea.c. potentior linea.d. in quadrato linee sibi communicā tis in longitudine. Si ergo due linee.c.ℭ.d. contineant superficiem ratio nalem ipse sint quales inquirimus. Eas autem continere superficiem ratio nalem sic habeto: cum sit.a.ad.b. sicut.c.ad.d. erit permutatim a.ad.c. si cut.b.ad.d. sed erat.a.ad.c. sicut.c.ad.b. igitur ē.c.ad.b. sicut.b.ad.d. itaq; ꝑ primam partem.16. sexti superficies quam cōtinent due linee.c.ℭ.d. est equalis quadrato.b. est autem quadratum.b. rationale per ypothe. cum ipsa sit rationalis in potentia: superficies ergo quam continent due linee *c.ℭ.d. est rationalis: quare constat propositum.*

¶ *Caſtigator.*

¶ Nota ꝙ ista cōsequētia valet sic arguendo iste linee sunt ratiōales in lō gitudine ergo cōmunicant in longitudine ℭ in potentia sed non econuer so. s. iste sunt rationales in potentia seu cōmunicantes in potentia ergo in longitudine quia .ꝟ. 12. ℭ .ꝟ. 3. sunt rationales in potētia ℭ non in longitu dine q̄uis *in vtraq; communicent* ℭ .ꝟ. 12. ℭ .ꝟ. 6. cōmunicant in potentia ℭ *non in longitudine cum quadratorum suorum non sit proportio* sicut numerorum quadratorum. ¶ In lineis *medialibus non agitur de irra* tionalitate cum semp̄ sint irrationales quia sunt latera tetragonica superfi cierum irrationalium vt in.19. dicitur sed solum de eis dicitur cōmunican tia ℭ cōmēsurabilitas vt patet. n ¶ Scilicet tribus lineis propositis quartā inuenire ad quam.3. se habeat sicut prima ad secundam ℭ in casu prima ℭ linea.a. 2da linea.b. tertia linea.c. ℭ quarta inuenta est linea.d. vt ibi dr.




## Propositio .25.

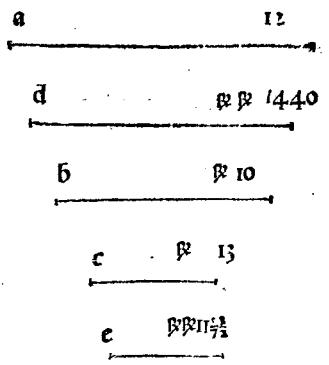
*Duas lineas mediales potentia tantum cōmunicā tes superficiem ꝙ rationalem continentes: quarū longior fit potētior breuiori quadrato linee eidem longiori in longitudine incōmensurabilis inuenire.*

¶ Positis duabus lineis.a.ℭ.b. rōalibus potētia tm̄ cōmunicā tibus quaꝝ longior possit amplius breuiori q̄drato linee secum non cōicantis in longitudine: que quidem reperiuntur ꝑm doctri nā .18. ceteris ꝙ positionibus manētibus sicut in ꝑmissa argumentādo mō cōsimili patebit duas lineas.c.ℭ.d. eē quales querimus. Et nota ꝙ due linee q̄s hec ℭ premissa docent inuenire cōponunt bimediale ꝑmum. ℭ mino ri earum abscisa de maiori que reliqua est dr residuum mediale ꝑmum

## Propositio .26.

*Duas lineas mediales potentia tantum cōmuni cantes superficiem ꝙ medialem continentes quā rum longior breuiore tanto amplius possit quantū est quadratum alicuius linee incōmensurabilis ip si longiori in longitudine inuenire.*

¶ Cum docuerit inuenire duas lineas mediales potentia tantum cõmunicantes superficiemq; rationalem continentes: quarum lõgior plus possit breuiori in quadrato linee secum communicantis in longitudine ℔ secum incommensurabilis in longitudine. Nunc docet inuenire duas lineas mediales potentia tm̃ communicantes superficiemq; medialem continentes quarum longior sit potentior breuiori in quadrato linee non secũ cõicantis in longitudine: sed solum sibi incommensurabilis in longitudine. Illud enim facile habeť ex isto. ℣ Sint itaq; tres linee sumpte ſm doctrinam .18. a, b. c. potẽtia tantum rationales ℔ in ea solum cõmunicãtes. Sitq; a. potentior. b. ℔. c. quadrato linee sibi incõmensurabilis in longitudine: ℔ ponatur. d. medio loco proportiõalis inter. a. ℔. b. vt docet. 9. sexti: ℔ sit. d. ad. e. sicut. a. ad. c. dico duas lineas. d. ℔. e. esse quales inquirimus. Cum sit enim quadratum linee. d. equale superficiei que cõtinetur sub. a. ℔. b. per primam partem. 16. sexti. Sitq; superficies contenta sub. a. ℔. b. medialis ex. 19. cum. a. ℔. b. sint potentia tantum rationales communicãtes: erit ex eadem linea. d. medialis. Quia. a. ad. c. sicut. d. ad. e. communicat autem. a. cum. e. in potentia tantum ex ypothesi: Sequitur ex. 10. vt. e. quoq; cõmunicet cũ. d. in potentia tm̃. Itaq; per. 11. erit. e. linea medialis. Et etiam quia. a. est potentior. c. quadrato linee sibi incõmensurabilis in longitudine erit quoq; per. 12. d. potentior. e. quadrato linee sibi incommensurabilis in longitudine. ℣ Si igitur due linee. d. ℔. e. contineant superficiem medialem constat eas esse quales inquirimus. ℣ Eas autem continere superficiem medialem. sic habetur. Cum sit ex ypothesi. a. ad. c. sicut. d. ad. e. erit permutatim. a. ad. d. sicut. c. ad. e. sed. a. ad. d. est sicut. d. ad. b. p ypothesim: itaq; d. ad. b. sicut. c. ad. e. igitur per primam partem. 15. sexti: superficies quam continent. d. ℔. e. est equalis ei quam continent. c. ℔. b. sed. b. ℔. c. continent superficiem medialem per. 19. cum ipse sint rationales ſ potentia tantum communicantes ex ypothesi: itaq;o. d. ℔. e. continent superficiem medialem. quod est propositum. ¶ Si autẽ cura esset inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiẽq; medialem continentes: quarum longior esset potentior breuiori quadrato linee secum communicãntis in longitudine. Sumeremus tres lineas ſm doctrinam. 17. a. b. c. potentia tantum rationales ℔ in ea solum communicãtes: ℔ poneremus lineam. a. esse potentiorem linea. c. quadrato alicuius linee sibi communicantis in longitudine: ceteta vero manerent vt prius ℔ argumentatione consimili concluderemus duas lineas d. ℔. e. esse quales proponitur inquirere. ℣ Et nota q; due linee quas hec. 26. docet inuenire componunt bimediale secundum ℔ minori earum abscisa de maiori que reliqua est dicitur residuum mediale secundum.



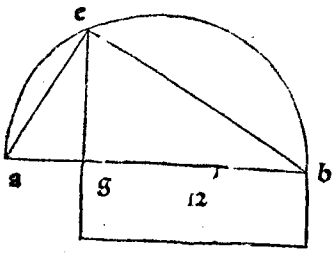

¶ Castigator.

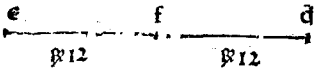
o ¶ Potentia linee. e. medialis ad potentiam linee. d medialis est vt. 13. ad. 144. numerorum qui communicant: quoniam quadrati. 13. quod est 169. ad quadratum numeri. 144. quod est. 20736. est sicut numerorũ quadratorum. Ideo per secundam partem. 7. huius latera. 13. ℔. 144. communicãt in longitudine ℔ potẽtie. a. ad. b. est velut. 72. ad. 5. p. ¶ Propter hoc dixit supra. 17. 18. si libeat plures lineas inuenire potentia tm̃ ratiõales cõmunicantes: vt posset trés quatuor ℭc. lineas mediales inuenire ℭc.

## Propositio .27.

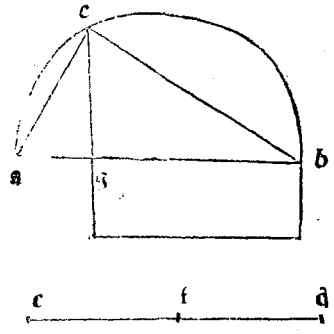
Duas lineas potentialiter incõmẽsurabiles superficiemq; medialem continentes quarum quadrata ambo pariter accepta sint rationale inuenire.

¶ Propositum est inuenire duas lineas incommensurabiles tam in potentia q̃ in longitudine que contineant superficiem medialem ℔ quadrata ambarum pariter accepta sa-




etiant superficiem rationalem. Ad hec autem sumo p. 18. duas lineas. g. b. & c. d. potentia tantum rationales communicantes quarum longior que sit. a. b. sit potentior. c. d. quadrato alicuius linee secum incommensurabilis in longitudine. Et super lineam. a. b. describo semicirculum. a. e. b. & diuido lineam. c. d. per equalia ad punctum. f. & diuido lineam. a. b. ad punctum. g. ita q; linea. c. f. cadat in medio loco proportionalis inter. a. g. & g. b. & qualiter hoc fiat in. 13. dictum est. Et pono q; superficies. b. h. fiat ex. a. g. in. g. b. Eritq; ex prima parte. 16. sexti quadratum. c. f. equale superficiei. b. h. & quia quadratum. c. f. est equale quarte parti quadrati. c. d. ex quarta secundi. Et quia superficiei. b. h. deest ad complendum lineam. a. b. superficies quadrata. Cum. a. g. sit equalis. g. b. Et quia linea. a. b. potentior est linea. c. d. quadrato linee sibi incommensurabilis in longitudine ex ypothesi: erit ex secunda parte. 14. linea. a. g. incommensurabilis linee g. b. Educo igitur a puncto. g. perpendicularem super lineam a. b. vsq; ad circunferentiam semicirculi que sit. g. e. Et protraho lineas. a. & e. b. quas dico esse quales querimus. Erit enim. e. g. equalis. c. f. eo q; vtraq; cadit medio loco proportionalis inter. a. g. & g. b. prima quidem per primam partem correl. 8. sexti. secunda vero per ypothesim: propter quod quadratum vtriusq; earum per primam partem. 16. sexti est equale superficiei ex. a. g. in. g. b. que est. b. h. ipse igitur sunt equales. At quia per quartam sexti proportio. a. e. ad. e. b. & sicut. a. g. ad. g. e. sunt aũt. a. g. & g. e. & g. b. continue proportionales erit. a. e. ad. e. b. duplicata: sicut. a. g. ad. g. b. Quare per. 18. sexti erit quadratũ linee. a. e. ad quadratum linee. e. b. sicut. a. g. ad. g. b. Cum sit igitur. a. g. incõicans. g. b. erit per secũdam partẽ. 10. quadratũ. a. e. incõicans q̃drato. e. b. quare due linee. a. e. & e. b. sunt incõmensurabiles in potẽtia. ¶ Et qa per penultimã primi quadratũ. a. b. est equale q̃dratis duarum linearũ. a. e. & e. b. pariter acceptis: quadratũ aũt. a. b. est rõnale: cum a. b. sit rõnalis in potentia p ypothe. erũt quoq; quadrata duarũ linearũ. a. e. & e. b. pariter accepta rõnale. ¶ Si vero he due linee continent superficiẽ medialẽ habitum est propositũ. Erat aũt. c. d rõnalis in potentia & in ea tantum cõicans linee. a. b. quare & c. f. & ideo ẽt. g. e. sibi equalis erit potẽtia rõnalis & tm̃ in eadẽ cõicans cum. a. b. itaq; per. 19. superficies ex. a. b. in g. e. est medialis. Quia igit per quartam sexti & per primã ptem. 15. eius dẽ superficies. a. e. in. e. b. est sibi. s. superficiei. a. b. in. g. e. equalis constat duas lineas. a. e. & e. b. esse quales volumus. ¶ Et nota q; due linee quas docet hec. 27. inuenire componunt lineam maiorem & minori earum. abscisa que reliqua est dicitur linea minor.




## Propositio .28.

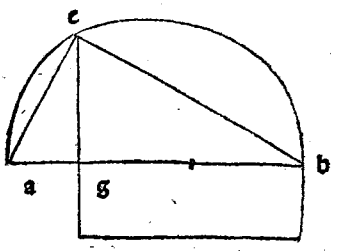
**Duas linas pontẽtialiter incommensurabiles superficiẽq; rõnalem continentes quaz ambo quadrata pariter accepta sint mediale inuenire.**

¶ Sit hic prorsus eadem dispositio que prius in premissa. Sint autem due linee. a. b. & c. d. quales ꝓponit. 25. erũtq; simili argumẽtatione prmisse due linee. a. e. & e. b. quales hec. 28. proponit. Cum sit enim. a. b. linea medialis erit eius quadratum mediale per. 19. & ideo quadrata duarum linearũ. a. e. & e. b. sunt mediale per penultimam primi: & quia. a. b. & c. d. continent superficiẽ rationalẽ. sequitur etiam vt. a. b. in. c. f. & ideo in. g. e. sibi equalem contineat superficiem rationalem: itaq; & a. e. in. e. b. patet ergo quod queritur. ¶ Vnde due linee quas hec. 28. docet inuenire componunt lineam potentẽ in rõnale & mediale & minori earum abscisa de maiori que reliqua est dicitur linea que iuncta cum rationali componit totum mediale.

## ¶ Casligator.

¶ In istis tribus. s. 27. 28. 29. vbi adducitur. 4. sexti. Imaginantur semper tres trianguli: vnus totalis ex. a. e. b. & duo partiales. s. a. e. g. & g. e. b. qui

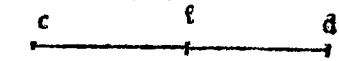
oēs adinuicem sunt similes per.8. sexti: & ideo latus.a.e. magni respicientis angulū.b. eiusdē magni ad latus.g.e. parui respiciēs eūdē angulū.b. rōne parui trianguli.g.e.b. est sicut lateris.a.b. magni respiciētis angulū.e. rectū ipsius magni ad latus.e.b. parui.s.g.e.b. respiciens angulū.g. rectū eiusdem parui & quia omnes anguli recti sunt equales per petitionem & b. priorum laterum: est idem vtrobiq; respectu diuersorum.




## Propositio .29.

Duas lineas potētialiter incōmensurabiles superficiemq; medialem continentes quaq; quadrata ambo pariter accepta sint mediale duplo superficiei vnius in alteram incommēsurabile inuenire.

¶ *Huius quoq; dispositio a duarum premissarum dispositione non sit in quoquam diuersa.* Sint autem linee *due.a.b.& c.d. quales.26. proponit enimq; premissa* argumentatione due *linee.a.e.& e.b. quas inquirimus. Cum enim.a.b. sit linea medialis erūt quadrata duarum linearum.a.e.& e.b. pariter accepta mediale.* ¶ *Atcum.a.b.& c.d. contineant superficiem medialem. sequitur vt.a.b in.c.f.& ideo i.e.g. sibi equalem contineāt quoq; superficiem medialē: is.n. superficies mediali communicans medialis esse conuincitur: quēadmodū in.21. monstratum est.* ¶ *Superficies igitur.a.e. in.e.b. medialis est cum ipsa sit equalis superficiei.a.b.in.g.e.* ¶ *Quia vero linea.a.b. est incommensurabilis linee.c.d. erit etiam incomensurabilis linee.c.f.* quare & linee.e.g. quare per primam sexti & secundam partem.10. huius: superficies a.b.in.e.g. que est equalis superficiei.a.e.in.e.b. erit incommensurabilis quadrato linee.a.b. itaq; & quadratis duarum linearum.a.e.& e.b. pariter acceptis. ¶ *Quod cum ita sit sequitur quoq; vt duplum superficiei.a.e.in e.b. sit incommensurabile quadratis predictis duarum linearū.a.e.& e.b. piter acceptis & hoc erat monstrandum.* ¶ Due linee quas.hec.29. docet inuenire componunt lineam potentem in duo medialia & minori earum abscisa de maiori que reliqua est dicitur linea que iuncta cum mediali facit totum mediale.




### ¶ Castigator

a ¶ *Propter hoc q; multiplicia & submultiplicia eius dē sunt generis. Vt* i fine quinte diffinitionis quinti libri dictum fuit. Et ideo partes proprie semper sunt de ratione totius, & sic.c.f. cum sit medietas.c.d. etiam per.9. & 8. huius & rectius concluditur propositum.

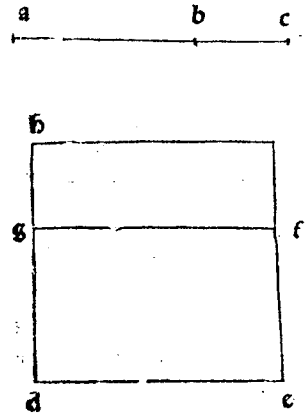
## Propositio .30.

Si due linee potentialiter tantū rōnales cōicantes in longū directumq; cōiungant: tota linea ex his cōposita erit irrationalis: dicturq; binominum.

¶ *Sint due linee.a.b.& b.c. in continuū. directumq; coniuncte rationales in potentia tm cōicantes: quas p.17.& 18. reperies: dico totam lineā.a.c. ex eis compositam esse* irrationalem & *ipse vocatur binomiū. Est enim p quartam secundi quadratum.a.c. equale quadratis duarū linearū.a.b.& b.c.& duplo superficiei vnius earum in alterā: quadrata aūt ambarum faciunt superficiē rationalem ex ypothesi: duplū vero superficiei vnius earum in alterā facit superficiem medialē ex.19. itaq; quadrata ambarum pariter accepta faciūt superficiem incommensurabilē duplo superficiei vnius earū in alterā. erit igit ex.9. quadratū.a.c. incōmensurabile duobus q̄dratis duarū linearū.a.b.& b.c. piter acceptis quare irrationale p diffinitionē cum duo illa q̄drata faciant superficiem rationalem. ideoq; sūm latus tetragonicum quod est.a.c. irrationale quoq; p diffinitionem: constat ergo propositum.

### ¶ Castigator

r ¶ *Hec irrationalitas facit infra ad .67. huius. Et sicut in ista.30. probatur linea binomialis esse irrationalis per.4. secundi. ita infra.68. huius probatur idem de residuo q; sit linea irrationalis mediante.7. eiusdem.*




secundi.ꝯ.9.huius.

## Propositio .31.

SI due linee mediales potentia tantum cõicantes superficiemq; rationalem continentes directe cõiungantur tota linea ex his composita erit irrationalis diceturq; bimediale primum:

¶ Sint due linee, a.b.ꝯ.b.c. in continuum directumq; cõiunctę quales ꝓponuntur quas .p.24.ꝯ.25. reperies: dico totam lineam.a.c.eẽ irrationalem ꝯ ipsa vocatur bimediale primũ. Est.n. duplum superficiei.a.b.in.b.c.rõnale per ypothe.duoq; que quadrata duarum linearum.a.b.ꝯ.b.c. pariter accepta faciunt mediale. cum vtrumq; quadratum sit mediale ꝑ ypothesim ꝯ vnum eorum cõicans alii: duplum igitur superficiei vnius earum in alteram est incõicans duobus q̃dratis piter acceptis: totum ergo aggregatum ex duplo superficiei ꝯ duobus quadratis ꝯ ipsum est quadratum totius.a.c.ꝑ quartam secundi est incommensurabile duplo superficiei vnius earũ in alteram ꝑ .9.huius cum itaq; duplũ superficiei sit rationale erit quadratũ.a.c.irrõnale. ideoq; ꝯ linea.a.c. qꝫ est ꝓpositum. ¶ I dẽ aliter: sit linea.d.e.rõnalis in longitudine cui adiũgatur superficies.d.f.equalis duobus quadratis duarũ linearum .a.b.ꝯ.b. c.eritq; superficies hec.d.f.medialis cũ vtrumq; quadratũ sit mediale ꝑ ypothe.ꝯ vnum eorũ cõicans alii quare ꝑ.10.linea.d.g.est rõnalis in potentia tm̃ non cõicans in longitudine linee.d.e. Rursus ad lineam.f.g. que est equalis.d.e. adiungatur superficies.f.h. equalis duplo superficiei .a.b. in.b.c.eritq; .f.h.rõnalis ꝑ ypothesim.quare per.16.linea.g.h.erit rõnalis in longitudine. Due itaq; linee.d.g.ꝯ.g.h. sunt potentialiter rõnales ꝯ in ea tm̃ cõicantes: ergo ꝑ.30.tota linea ex eis cõposita que est.d.h. est binomiũ ꝯ irrõnalis: quare ꝑ.16.a destructione consequẽtis suppficies.e.h.ẽ irrõnalis. At qa ꝑ quartam secũdi latus ius tetragonicũ est linea.a.c.ipsa erit irrationalis per diffinitionem quod oportuit demostrari.

## Castigator

5 ¶ Istarum linearum aliquando longior est potentior breuiore in quadrato linee maiori communicantis. vt in.24.aliquando non communicantis.25.huius.

## Propositio .32.

SI due linee mediales potẽtialiter tantũ cõicantes superficiẽq; medialẽ cõtinentes directe cõiungantur tota linea erit irrõnalis dicetq; bimediale ſm.

¶ Sint due linee.a.b.ꝯ.b.c. mediales i contiuũ directũq; coniunctę vt proponitur quas per .26. contingit reperiri. Dico totam.a.c.ex.eis cõpositam eẽ irrationalem ꝯ ipsa vocatur bimediale secũdum. ℣ Esto enim linea.d.e. rõnalis in longitudine cui adiungatur superficies.d.f.equalis duobus quadratis duarum linearum, a.b.ꝯ.b.c.piter acceptis ꝯ qa ex ypothesi duo illa q̃drata sunt cõicãtia: vt vtrumq; mediale: erit superficies.d.f. medialis quare per .20. linea d.g. que est eius latus secundum est rationalis in potentia tantũ: ꝯ linee d.e. incommensurabilis in longitudine. ℣ Rursus adiungatur ad lineam g.f. que est equalis linee.d.e. superficies.f.h. equalis duplo superficiei.a.b. in .b.c. eritq; etiam superficies .f. h. medialis: erat enim per ypothesim superficies.a.b.in.b.c.medialis. ergo duplum eius cui est equalis.f.h. erit mediale. Per.20. igitur linea.g.h. rationalis in potẽtia tantum ꝯ incommensurabilis in longitudine linee.g.f. ℣ Quia vero.a.b.ꝯ.b.c. sunt potentialiter tantum communicantes erit per primam sexti ꝯ ꝑ secundam partem.t. .10. huius superficies vnius in alteram incommensurabilis quadrato vtriusq;. ℣ At quia quadrata earum communicant per ypothesim erit dicta superficies quare ꝯ duplum eius incommunicans duobus qua-

dratis earum pariter acceptis. Due ergo superficies. d. f. & f. h. sunt incommunicantes per primam itaq; sexti & secundam partem. 10. huius erit linea. d. g. incommensurabilis linee g. h. quecum sint rationales in potentia: erit per. 30. tota linea. d. h. binomium & irrationalis: ergo per. 16. a destructione u consequentis erit superficies. e. h. irrationalis. Et quia latus eius tetragonicum per quartam secundi est linea. a. c. sequitur per diffinitionem q linea. a. c. sit irrationalis: quod proposita erat ostendere.

¶ Castigator.

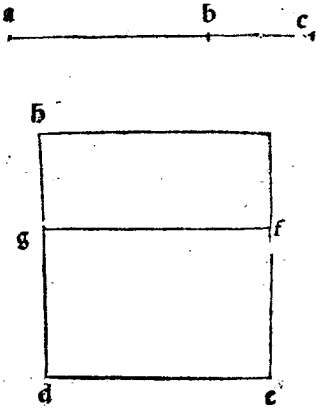
t ¶ Quia p primam sexti superficiei. a. c. ad vtrunq; quadratum est sicut basis. a. b. ad basim. b. c. que sunt ex ypothesi due linee non cõmunicãtes in longitudine sed solum in potentia. Et ideo p secundã partem decime huius superficies. a. c. etiam non cõmunicat cum aliquo duorum quadratorum illarum duarum linearum. a. b. & b. c. quis superficies illa & dicta quadrata sint irrationalia quia medialia seu irrationalia non communicant nisi se habeant sicut numeri per quintam huius.

u ¶ Quia dato opposito huius consequentis sequitur lineam. d. h. esse rationalem per. 16. que non est. Et ideo irrationalis superficies. e. h. que si nõ esset rationalis & tunc per. 16. vt dictum est.

## Propositio .33.

Si coniuncte fuerint due linee potentialiter incõmensurabiles superficiem q medialem ptinentes quarũ ambo q̃drata pariter accepta sunt rõnalez tota linea erit irrõnalis dicturq; linea maior.

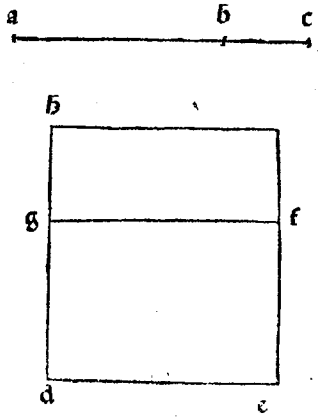
¶ Sint due linee. a. b. & b. c. sibi in continuum directũq; coniuncte sicut proponitur: quas contingit ex. 27. reperire: dico. a. c. ex eis compositam esse lineam irrationalem & ipsa vocatur linea maior. Cum enim ambo quadrata pariter accepta sint rationale superficies vero alterius in alteram quare & eius duplum medialis per ypothesim erit totum ex duobus quadratis pariter accepsis incommunicans duplo superficiei vnius in alteram. itaq; totum aggregatum ex duobus q̃dratis & duplo superficiei & ipsum est equale quadrato. a. c. p quartam scõi erit per. 9. huius incõmensurabile duobus quadratis. duarum linearum a. b. & b. c. pariter acceptis: per diffinitionem ergo est quadratum linee. a. c. irrationale & linea. a. c. irrationalis quod est propositum. ¶ Idem aliter sicut in premissis ad lineam. d. e. que sit rationalis in longitudine adiungatur superficies. d. f. que sit equalis duobus quadratis duarum linearum. a. b. & b. c. pariter acceptis eritq; rationalis per ypothesim quare p. 16. latus eius secundum quod est. d. g. erit etiam rationale in longitudine & communicans linee. d. e. ¶ Rursus ad lineam. f. g. adiungatur superficies. f. h. equalis duplo superficiei. a. b. in. b. c. eritq; medialis per ypothesim: quare per. 20. linea. g. h. que est eius latus secundum est rationalis in potentia tantum per. 30. igitur est linea. d. h. binomium & irrationalis: ideoq; p. 16. a destructione consequentis superficies. e. h. est irrationalis quare latus eius tetragonicum quod per quartam secundi est. a. c. est irrationale per diffinitionem. quod voluimus ostendere.



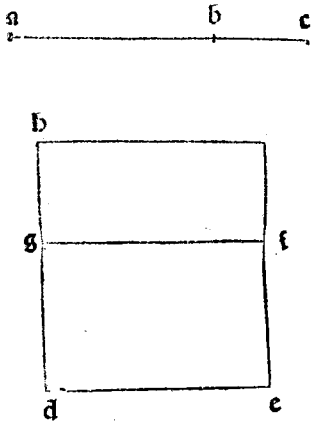

## Propositio .34.

Si coniuncte fuerint due linee potẽtialiter incõmensurabiles superficiem q rationalem continentes quarum ambo quadrata pariter accepta sint mediale: tota linea erit irrationalis dicturq; potens in rationale z mediale.

¶ Sint vt in premissis due linee. a. b. & b. c. in continuũ directumq; coniuncte quales proponitur & ipse sint ex. 28. sumendo: dico q tota linea. a. c. ex eis composita erit irrationalis & illa vocatur linea potens in rationale & mediale. Cum sit enim superficies. a. b. in. b. c. rationalis p ypothesim. ideoq; & duplum eius ac ambo quadrata pariter accepta



sint mediale: sequitur ꝑ quartam secundi ℭ 9. huius quemadmodū in premissis ꝙ quadratum totius .a.c. sit incōicans duplo superficiei .a.b.in.b.c. per diffinitionem igitur ipsum est irrationale ℭ linea.a.c. irrationalis qđ est ꝓpositum. ¶ Idem aliter: sit vt in premissis linea.d.e. rōnalis in longitudine superficies ꝙ.d.f. sibi adiuncta equalis duobus q̄dratis piter acceptis duaꝝ linearum.a.b. ℭ b.c. eritq; medialis ꝑ ypothesim: ꝑ.10. igit̄ erit linea .d.g. rationalis in potentia tantum non communicans in longitudine linee .d.e. Sitq; superficies .f.h. adiuncta ad lineam .g.f. equalis duplo superficiei ex .a.b.in.b.c. eritq; rationalis per ypothe. ℭ ideo per.16. latus eius secundum quod est .g.h. rationale in longitudine quare per.30. linea .d.h. est binomium ℭ irrationalis: ℭ superficies .e.h. per .16. a destructione consequentis est irrationalis. Cum itaq; linea .a.c. sit eius latus tetragonicum per quartam secundi sequitur vt .a.c. sit irrationalis per diffinitionem: constat ergo propositum.




## Propositio .35.

Cum iuncte fuerint due linee potētialiter incōmēsurabiles superficiēs medialē cōtinētes quarū quadrata ambo pariter accepta sit mediale duplo superficiei vnius in alteram incōmensurabile tota linea erit irrōnalis diceturq; potens in duo medialia.

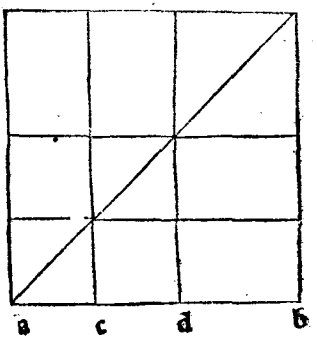
¶ Sint quoq; due linee hic .a.b. ℭ .b.c. in continuū directumq; cōiuncte vt ꝓponit que ex .19. sumende sunt: dico ꝙ linea .a.c. ex eis cōposita est irrōnalis ℭ ipsa dicit potens in duo medialia. Adiungatur n. ad lineā .d.e. que sit rōnalis in longitudine superficies .d.f. eēlis duobus q̄dratis duarū linearum .a.b. ℭ b.c. piter acceptis: eritq; medialis ꝑ ypothesim quare ꝑ. 20. linea .d.g. erit rōnalis in potētia tm̄ ℭ incōmensurabilis .d.e. linee rōnali in longitudine. ¶ Rursus ad lineam .g.f. que est equalis .d.e. adiungatur superficies .f.h. que sit equalis duplo superficiei vnius in alterā erit ēt ex ypothesi medialis quare ꝑ.10. linea .g.h. erit rōnalis in potentia tm̄. ℣ Atqa per ypothesim ambo quadrata pariter accepta sunt incōmensurabile duplo superficiei vnius in alterā sequit̄ vt .d.f. sit incōmēsurabilis .f.h. quare ꝑ primam sexti ℭ secundam partem .10. huius linea .d.g. ē incōmensurabilis .g.h. ꝑ.30. igitur est linea .d.h. binomium ℭ irrōnalis. Itaq; superficies .e.h. est irrōnalis ℭ eius latus tetragonicum quod est .a.c. vt in premissis: quare constat ꝓpositum. ℣ Si aūt duplum superficiei .a.b.i.b.c. non esset incōmensurabile ambobus quadratis pariter acceptis esset linea a.c. medialis. Esset enim .d.f. communicans .f.h. ideoq; linea .d.g. linee g.h. tota igtiur .d.h. esset rationalis in potentia tantum ℭ incommensurabilis in longitudine linee .d.e. per .19. igitur esset superficies .e.h. medialis eiusq; latus tetragonicum quod est .a.c. linea medialis. Vt autem facilior fiat doctrina sequentium premonstranda arbitramur hoc loco duo quorum primum est.

### ¶ Lastigator.

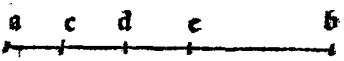
a ¶ Quia tota superficies .e.f. tunc esset medialis per .21. ℭ .9. huius postea per .20. linea .d.h. que est latus secundum dicte superficiei .e.h. est solum in potentia rationalis lateriq; primo .d.e. in longitudine incommensurabilis. Et ideo per .19. latus tetragonicum superficiei .e.h. est linea medialis quod est per .4. secundi linea .a.c. vt premittitur. ℣ Vel sic ℭ melius per .9. huius. Si autem duplum superficiei .a.b.in.b.c. non esset incommensurabile seu incommunicans ambobus quadratis pariter acceptis. tunc esset eisdem commensurabile siue communicans quare per .9. totum ex eis scilicet .d.f. ℭ .f.h. confectum. scilicet superficies .e.h. esset communicans vtriq; superficiei. scilicet .d.f. ℭ .f.h. quare per .21. huius .e.h. tota esset etiā medialis superficies. Et ideo per .20. secundum latus eius quod est tota .d.h. est solum in potentia rationale ℭ sic per .19. linea .a.c. que per .4. secundi est eius latus tetragonicum esset linea mere medialis ℭc.

¶ Si aliqua linea per duo inequalia diuidatur quadrata ambarum sectionum pariter accepta: tanto amplius sunt duplo superficiei vnius earum in alteram quātum est quadratum eius linee qua maior excedit minorem.

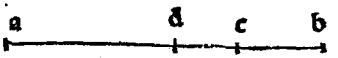
¶ Sit enim linea .a.b. diuisa per duo inequalia in puncto .c. sitq; maior portio .c.b. de qua sumatur .c.d. equalis .a.c. dico q̄ quadrata duarum linearum .a.c. & c b. sunt amplius duplo superficiei vnius in alteram in quadrato linee .d.b. ℣ Nam quod fit ex .a.c. in .c.b. bis cum quadratis duarū linearum .a.c. & .c b. est equale ei quod fit ex .a.c in .c.b. quater cum quadrato .d.b. Eo q̄ vtraq; hec equalia sunt quadrato linee .a.b. primum quidem per quartam secundi. Secundum vero per .8. eiusdem. Demptis itaq; vtrīnq; equalibus videlicet eo quod fit ex .a.c. in .c.b. bis erunt residua que sunt de primo quidem quadrata duarum linearum .a.c. & .c.b. ℣ De secundo vero quod fit ex .a.c. in .c.b. bis cum quadrato .d.b. equalia. Quare cō stat ꝓpositum. ℣ Ex hoc ergo manifestū ē q̄ si aliqua linea ꝑ duo inequalia diuidatur quadrato ambarum partium pariter accepta plus sunt duplo superficiei vnius earum in alteram. Et hoc est ꝓp quod istud premisimus.




¶ Si aliqua linea per duo inequalia. Item eiꝰ alia duo inequalia diuidatur quadrata magis inequalia pariter accepta tanto sunt amplius quadratis minus inequalium pariter acceptis quantū est duplum quadrati illius linee que inter vtrasq; est sectiones & quadruplum eius quod fit ex eadem linea in eam que est inter punctum sectionis minus inequalium & punctum quod diuidit totam lineam per equalia.

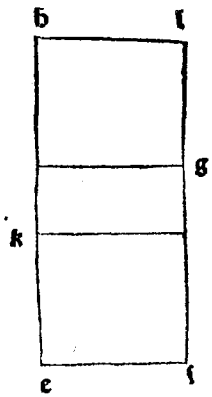



¶ Sit linea .a.b. diuisa per duo inequalia in puncto .c. itemq; per alia minus inequalia in puncto .d. rursus per equalia in .e. dico q̄ quadrata duarum partium magis inequalium que sunt .a.c. & .c.b. tantum sunt amplius duobus quadratis duarum linearum minus inequalium que sunt .a.d. & d.b. quantum est duplum quadrati linee .c.d. & quadruplum eius quod fit ex .c.d. in .d.e. ℣ Sunt enim per .9. secundi quadrata duarum linearum .a.c. & .c.b. pariter accepta dupla quadratis duarum linearum .b.e. & e.c. pariter acceptis. at per eandem .9. secundi quadrata duarum linearum .a.d. & .d.b. pariter accepta dupla sunt quadratis duarum linearū .b.e. & .e.d. pariter acceptis. ℣ Itaq; quadrata duarum linearum .a.c. & .c.b. pariter accepta excedunt quadrata duarum linearum .a.d. & .d.b. pariter accepta in eo quo duplum quadrati linee .c.e. excedit duplum quadrati linee .d.e. hoc autem per quartam secundi est duplum quadrati linee .c.d. & quadruplum eius quod fit ex .c.d. in .d.e. quare constat propositum. Ex hoc manifestum est q̄ quanto fuerint sectiones alicuius linee magis inequales tanto erunt earum quadrata pariter accepta maior a: & hoc est propter quod istud premisimus.




## Ꝓpositio .36.

Alias duas lineas sub earum termino ex quibus coniunctum & nominatum est binomium diuidi impossibile est.

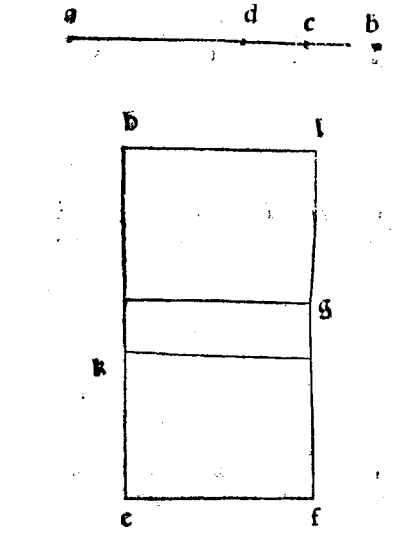



¶ Sit linea .a.b. binomium eritq; ex .30. composita ex duabus lineis in potentia tantum rationalibus communicantibus quibus sint .a.c. & .c.b. dico q̄ impossibile est eam diuidi in alias duas lineas sub hac diffinitiōe videlicet q̄ ipse sint potētia tantum rationales communicantes. ℣ Si enim potest diuidatur in .a.d. & .d.b. que sint potentia rationales tm̄ communicantes. Esto quoq; linea .e.f. rationalis in longitudine cui adiungatur superficies .b.e.g. que sit eq̄lis quadratis duarum linearum .a.c. & .c.b. pariter acceptis & superficies .f.h. que sit equalis quadrato linee .a.b. eritq; superficies .e.g. rationalis eo q̄ vtrunq; quadratorum linearum .a.c. & .c.b. pariter acceptis est rationale per ypothesim & superficies .g.h. medialis per .19. qm̄ ipsa est equalis duplo superficiei .a.c.in.c.b. per quartam secundi. Sit igitur rursus superficies .f.k. equalis quadratis duarum linearum .a.d. & .d.b. pariter acceptis

que cum sint diuerse a duabus lineis.a.c.¶.c.b.erit per secundū predemō-
stratorum antecedentium superficies.f.k.diuersa [d] a superficie.e.g. Earū
ergo differentia sit.k.g.eritq; per quartam secundi excessus superficiei.f.h.
super.f.k.qui sit.k.l.equalis duplo eius quod fit ex. a.d.in.d.b. ¶ propter
hoc erit etiam superficies.f.k.rationalis ¶ superficies.k.l. medialis: itaq;
superficies.k.g.cum ipsa sit differētia duarum superficierum rationalium
que sunt.e.g.¶.f.k.erit rationalis. Non enim differt rationale a rationa-
li nisi in ratiōali ¶ hoc dico diffinitione ¶.9.huius hoc confirmātibus.
Eadem quoq; cum ipsa sit differentia duarum superficierum medialium
que sunt.g.h.¶.k.l.erit irrationalis per.22.quod est impossibile.

¶ Castigator.

b ¶ Ista adiunctio superficierum ad lineam rationalem in longitudine
equalium aliis superficiebus fit vbiq; in sequentibus ¶ precedentibus: vt
visum est: quemadmodum dictum est supra in vigesima: vigesima
prima: vigesimasecūda: ¶ vigesimatertia huius. ideo ibi recurras: quia au
ctor cum semel diligenter docuerit sufficit ei ¶ nobis. c ¶ Ex istis sex se-
quentibus diuisionibus linearum compositarum in suas componentes.
vt patet: apparet illa philosophantium maxima: videlicet omnis res per
quas cunq; causas componitur per easdem resolui necesse est. d ¶ Cum
vtraq; diuisio sit per inequalia scilicet in.c.¶.in.d. quoniam linee compo-
nentes binomium semper sunt inequales per.17.¶.18.huius quia longior
potentior breuiore ¶c.




## Propositio .37.

*Imediali primo fm terminum suum in duas lineas mediales diuiso: sub earū termino in alias duas lineas mediales idem diuidi est ipossibile.*

¶ Sit quoq; hic linea.a. b. bimediale primum diuisa in duas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiemq; rationalem continentes: ex quibus .31. asserit eam componi que sint.a.c.¶.c.b.dico q; impossibile est eam diuidi in alias duas lineas sub earum diffinitione. Quod si possibile fuerit diuidā eam in puncto.d.assumptaq; linea rationali.e.f.adiungatur ei.e. g.equalis duobus quadratis duarum linearum.a.c.¶.c.b.¶ superficies.f.h. equalis quadrato.a.b.¶ superficies.f.k.equalis quadratis duarum linearum.a.d.¶.d.b.eritq; per quartam secundi.g.h.equalis duplo superficiei. a.c. in c.b.¶ per eandem erit.k.l. equalis duplo superficiei a.d.in. d. b. propter ypothesim quoq; erit vtraq; duarum superficierum.e.g.¶.k.f. medialis ¶ vtraq; duarum.g.h.¶.k.l.rationalis. hoc autem impossibile: esset enim per primum superficies.k.g.irrationalis ex.22. per secundum autem eadē esset rationalis ex diffinitione ¶.9. quod est inconueniens.

## Propositio .38.

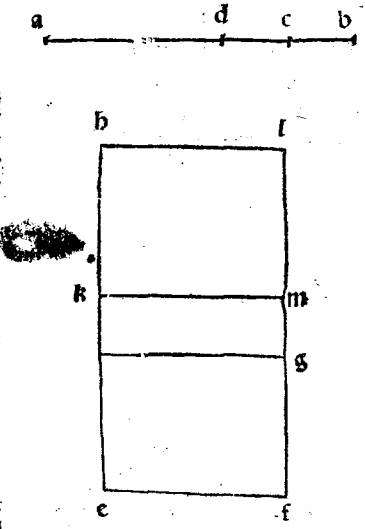
*Imediale secundum nisi in duas lineas tantū sub termino suo diuidi non potest.*

¶ Sit vt prius linea. a. b. bimediale secundum duisa in duas lineas.a.c.¶.c.b.mediales: potentia tantum cōmunicantes: superficiemq; medialem continentes: ex quibus 32.proponit eam componi: dico q; impossibile est eam diuidi sub earum diffinitione in alias duas. Sin autem diuidat in. d. sint q; vt prius superficies.e.g.f.h. ¶.f.k. adiuncte ad lineam rationalem. e. f. eruntq; per presentes ypotheses vtreq; superficies.e.g.¶.g.h.mediales: quare per.20.vtraq; duarum linearum.f.g.¶.g.l.erit rationalis in potentia tā tum non communicans in longitudine linee.e.f. At quia due linee.a. c ¶.c.b.erunt incommensurabiles in longitudine: sequitur per primam sexti: ¶ per secundam partem. 10. huius q; vtrunq; quadratorum linearum a.c.¶.c.b.sit incommensurabile superficiei vnius in alteram: cunq; dicta quadrata communicent. ex ypothesi sequitur vt ambo quadrata pariter

accepta sint incommensurabile superficiei vtraq; in alteram. ideoq; ℭ eius duplum: quare superficies. e. g. in commensurabilis est superficiei. g. h. ℭ linea g. f. linee. g. l. per primam sexti ℭ secundam partem. 10. huius: itaq; per 30. linea. f. l. est binomium diuisa sm suum terminum in puncto. g. ℭ Eodemq; modo probabitur ipsam binomium esse mediantibus superficiebus. e. m. ℭ. m. h. diuisam secundum suum terminum in pūcto. m. quod est impossibile per. 36. Non enim potest dici q; linea. f. l. diuisa sit ad puncta. g. ℭ. m. in partes consimiles. sic enim esset linea. f. m. equalis. g. l. sed ipsa est maior linea. m. l. vt patet ex primo premissorum antecedentium huius ℭ prima sexti cum. e. m. superficies sit maior. h. m. superficie. Huius autem demonstrationis modus potest esse communis. 37. ceterisque eam sequentibus.

## Propositio .39

*Linea maior nisi in duas lineas tantum ex quibus constat: sub earum termino diuidi nō potest.*




ℭ Sit quoq; linea maior. a. b. diuisa ad punctum. c. in duas lineas ex quibus aliter vtraq; incommensurabiles superficiem; mediatam continentes quarum ambo quadrata partes accepta sint rationales: ex talibus enim componitur vt affirmat. 33. dico q; impossibile est ad alium punctum in alias duas lineas sub hac diffinitione ipsam diuidi q; si potest: sit hic ad. d. manentibus sub his eadem figura eademq; ypotheses que prius ℭ argue quemadmodum in. 36. superficiem. g. k. esse rationalem ℭ irrationalem: quod est impossibile.

## Propositio .40.

*Linea potes in rationale & mediale nisi in suas duas lineas tantum sub termino sito non diuiditur.*

ℭ Hec quoq; 40. manentibus prioribus figura ℭ positionibus exceptoq; ipsa linea. a. b. diuidatur in punctum. c. in illas duas lineas ex quibus. 34. dicit eam componi probabitur quemadmodum. 37. Si autem aliter fuerit q; ponatur erit superficies. k. g. rationalis ℭ irrationalis quod esse non potest.

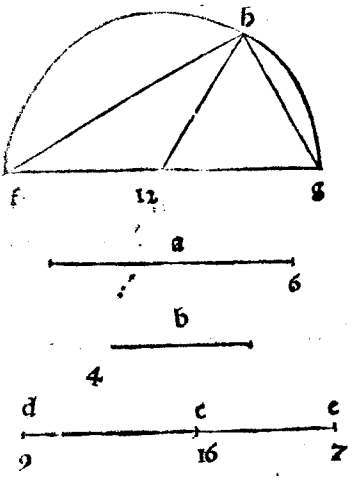
## Propositio .41.

*Linea potens in duo medialia nequit diuidi in alias duas sub termino earum ex quibus coniuncta est: sed in suas tantum duas ex quibus componitur est diuisibilis.*

ℭ Hec enim. 41. diuisa linea. a. b. ad punctum. c. in eas ex quibus. 35. asserit eam componi ceteriq; vt supra tam figura q; positionibus manentibus probatur sicut. 38. nam dato opposito proposito. Sequitur oppositum. 36. quod. est impossibile.

ℭ Si fuerit binomij longior portio breuiore potentior augmento quadratilinee communicantis eidem longiori in longitudine fueritq; eadem longior linee posite rationali communicans ipsum: vocabitur binomium primum. Si vero breuior posite rationali communicet dicetur binomium secūdum. Quod si neutra portionum eius posite rationali communicet appellabitur binomium tertium. Item si longior breuiore tanto amplius possit quantum est quadratum alicuius linee ipsi longiori incommensurabilis in longitudine fueritq; longior portionum posite linee rationali communicans in longitudine ipsum nuncupabitur binomium quartum. Si vero breuior posite rationali communicet in longitudine quintum nominabitur. Si autem neutra portionum eius posite rationali communicet in longitudine erit binomium sextum.

## Propositio .42.

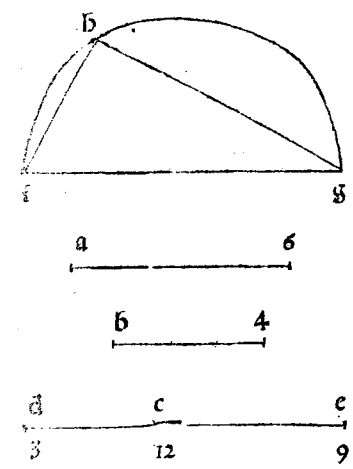



## Inomium primum inuenire.

¶ Sit .a. linea rationalis posita: sumanturq; duo numeri quadrati .b. & .c. quorum .c. sit diuisibilis in quadratum qui sit .d. & in nō quadratum qui sit .c. ponaturq; proportio quadrati linee .a. ad quadratum linee .f.g. sicut numeri .b. ad numerum .c. eritq; ex secunda parte .7. linea .f.g. communicans linee .a. rationali posite in longitudine. Super eam igitur linee tur .f.g.h. semicirculus: sitq; proportio quadrati linee .f.g. ad quadratum linee .f.h. sicut .c. ad .d. & ducatur linea .g.h. Dico ergo duas lineas .f.g. & .g.h. directe coniunctas componere binomium primum. Est enim linea .f.g. que est longior potentior linea .g.h. que est breuior in quadrato linee .f.h. per .30. tertii & penultimam primi: communicat autem linea .f.h. linee .f.g. in longitudine per secundam partem .7. cum proportio quadratorum ipsarum .f.g. & .f.h. sit sicut numerorum quadratorum qui sunt .c. & .d. Linea vero .g.h. conuincitur esse rationali in potētia tantum: nō communicans linee .f.g. in longitudine. Ideoq; neq; linee .a. rationali posite. Cum sit enim quadratum linee .f.g. ad quadratum linee .f.h. sicut numerus .c. ad numerum .d. erit per euersam proportionalitatem quadratum linee .f.g. ad quadratum linee .g.h. sicut numerus .c. ad numerum .e. Cum itaq; .c. sit numerus quadratus .e. vero non quadratus: sequitur per vltimā partem .7. vt linea .g.h. sit incommensurabilis linee .f.g. in longitudine. Relinquitur igitur ipsam .g.h. esse rationalem in potētia tantum & a diffinitione lineas .f.g. & .g.h. componere binomium primum: quod erat inueniendum.

## Castigator.

a ¶ Que .f.g. reperitur vt in .17. huius. sed ponendo numerum .b. minorem numero .c. s. .b. 4. & .c. 16. necessario linea .f.g. erit longior linea .a. & quia numerorum quadratorum proportio laterum suorum est duplicata per vndecimam octaui ac etiam dictarum linearum quadrata per 18. sexti. sunt suorum correlatiuorum laterum in duplicata proportione que est similis illi laterum dictorum numerorum & cum dicti numeri ponantur quadrati scilicet .4. & .16. eorum latera erunt .2. & .4. inter que ponat vnitas: vt supra in quinta huius & .11. apparet. Modo quecunq; fuerit illa linea inuenienda erit communicans linee .a. posite: vt dictum est & earum communis mensura erit in .a. totiens & cetera: vt ibi dictum est in .17. postea inuenitur alia .f.h. simili modo ad cuius quadratum se habeat quadratum linee .f.g. sicut .c. numeri ad .d. numerum peniti: sicut inuenimus .f.g. & procedendo semper similiter habebis propositū & ideo supra in .17. docuit inuenire plures huiusmodi lineas &c. etiam dicendo si .16. dat .9. quid dabit .144.




## Propositio. 43.

## Inomium secundum reperire.

¶ Sit vt prius .a. rationalis linea posita, .b. vero numerus quadratus, .c. vero sit numerus non quadratus diuisibilis in .d. non quadratum & .e. quadratum: tantamen q; proportio totius .c. qui est non quadratus ad .d. qui est etiam non quadratus sit sicut numerorum quadratorum: talis autem numerus est .12. & .48. diuisibilis enim est .12. in .9. quadratum numerum & .3. non quadratum: estq; proportio .12. ad .3. sicut .16. ad .4. quorum vterq; quadratus eodem modo .48. diuisibilis est in .36. & .12. Tales autem numeros sic reperies. Sit .a. numerus quadratus, .b. quoq; sit vnitate minor, cuius quadratū sit .c. At vero .d. pueniat ex .b. in .a. eritq; ex prima incidētiū noni .b. dria, .d. ad .c. Ducatur idē .a. in .c. & pueniat .e. eritq; .e. quadratus ex prima parte correl. secūde noni eo q; vterq; numerorū .a. & .c. est q̄dratus p ypothesim. Fiat rursus .f. ex .a. in .d. eritq; .f. qualē q̄mus. Est .n. ex vltima pte p̄dicti correl. numerus .f. nō q̄dratus eo q; d. nūerus

sit non quadratus. Si. n. d. numerus esset quadratus: esset quoq; b. quadratus. ex. 2. pte eiusdem correl. 9. noni ℈ ex. 21. octaui ℈ quia. a. est quadratus esset p. 16. eiusdem: tertius continue proportionalis inter. a. ℈. b. quod est impossibile cum sint sola vnitate distantes. Non est igitur. d. quadratus quare nec. f. Est enim. f. equalis. d. ℈. e. qui cum. b. sit differentia. d. ad. c. vt patet ex premissis erit p primam incidentium. non. quod fit ex. a. in. d. equum his que fiunt ex. a. in. b. ℈ in. c. ℈ Et quia ex. a. in. b. fit. d. ℈ in. c. fit e. sequitur vt. d. sit differentia. f. ad. e. Et quia per. 18. septimi est. f. ad. e. sicut. d. ad. c. erit permutatim. f. ad. d. sicut. e. ad. c. Cum igit vterq; duoꝝ numeroꝝ. e. ℈ c. sit quadratus manifestum est numeros fieri quales volumus. Est enim non quadratus diuisibilis in. d. non quadratum ℈ e. quadratum: cuius pportio ad. d. est sicut quadrati ad qdratum videlicet. e. ad. c. cetera oia sint vt prius. ℣ Dico q linee. f. g. ℈. g. h. cōponunt binomium secūdū Cum. n. sit qdratum. a. ad quadratum. f. g. sicut. b. ad. c. rursusq; quadratū f. g. ad quadratum. g. h. sicut. c. ad. e. erit p equam pportionalitatem qdratum. a. ad quadratum. g. h. sicut. b. ad. e. cū igit vterq; duoꝝ numeroꝝ. b. ℈ e. sit quadratus erit p secūdam pten. 17. linea. g. h. cōicans in longitudine linee. a. rationali posite: linea vero. f. g. cōstat q ipsa sit rationalis in potentia tm̄ non cōicans linee. a. rationali posite in longitudine p vltimam partem. 7. que cū sit potentior linea. g. h. in qdrato linee. f. h. p. 30. tertii ℈ penultimam primi cōicet aūt linea. f. h. linee. f. g. in longitudine per secundam partem. 7. eo q eorum quadrata sunt in pportione numerorum. c. ℈. d. quorum est proportio sicut numerorum quadratorum p ypothesim constat propositum. ¶ Aliter quoq; idem esto linea. g. h. communicans. a. rationali posite in longitudine quam facile est inuenire. Sitq; c. numerus quadratus diuisibilis in quadratum. d. ℈ non quadratū. e. sitq; proportio quadrati linee. g. h. ad quadratum linee. f. g. sicut numerus. e. ad numerum. c. erit q. f. g. incommensurabilis linee. g. h. in longitudine per vltimam partem. 7. potentior ea in quadrato linee. f. h. cui communicat in longitudine. primo per conuersam[b] deinde per euersam proportionalitatem ℈ per secundam partem. 7. ex diffinitione igitur linee. f. g. ℈. g. h. componunt binomium secundum.

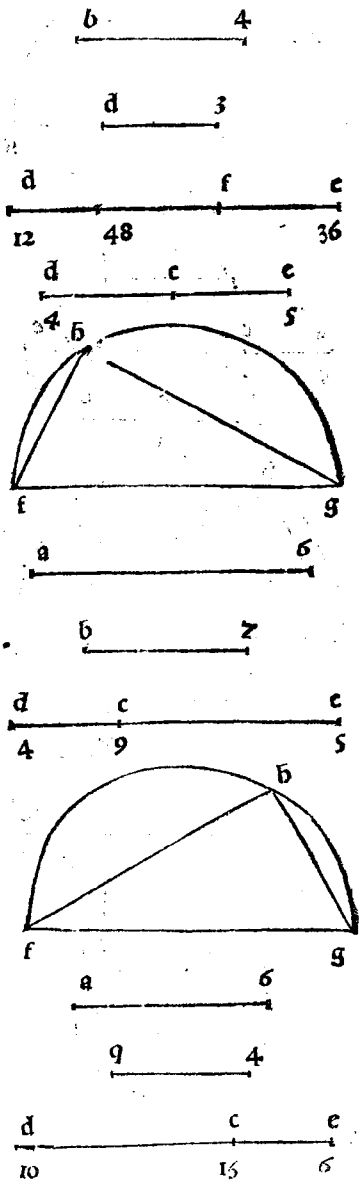
¶ Castigator.

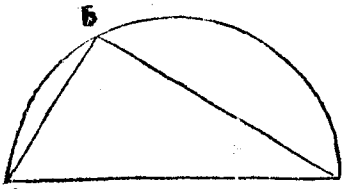
b ¶ Quia cum quadratum linee. g. h. sit ad quadratum linee. f. g. sicut numerus. c. non quadratus ad numerum. c. quadratum ex ypothe. Ideo per conuersam proportionalitatem quadratum. f. g. ad quadratum. g. h. sicut numeri. c. ad numerum. e. ℈ quoniam quadratum. f. g. equalet duobus quadratis. g. h. ℈. f. h. per. 30. tertii. ℈ penultimam primi sicut numerus. c. equinalet duobus numeris. e. ℈. d. Igitur per euersam proportionalitatem quadratum. f. g. ad quadratum. f. h. sicut numeri. c. quadrati ad numerum. d. quadratum tunc per secundam partem. 7. linee. f. g. communicat linee. f. h. in longitudine ℈c.

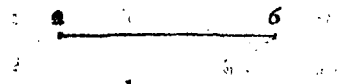
## Propositio .44.

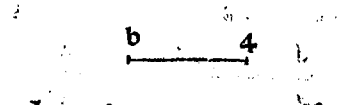
### Inominum tertium inuestigare.

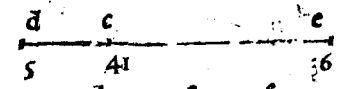
¶ Binomium quoq; tertiū sic reperitur posita vt prius linea. a. rationali in longitudine sit. b. nūerus primus. c. vero quadratus diuisibilis in quadratum. d. ℈ non quadratum. e. cetera omnia sint vt prius: dico q due linee. f. g. ℈ g. h. cōponunt binomium tertium neutra enim earum ℈ commensurabilis in longitudine linee a. rationali posite sed vtraq; incommensurabilis. f. g. quidem per vltimam partem. 7. h. g. vero per equā proportionalitatem ℈ vltimam partem. 7. Est enim per equam proportionalitatem quadratum linee. a. ad quadratum linee. g. h. sicut numerus. b. ad numerum. e. mediantibus hinc quidem quadrato linee. f. g. inde vero numero. c. numeri autem. b. ℈. e. non sunt in proportione aliquorum quadratorum: cum. b. sit numerus primus. si enim essent in proportione numerorum qnadratorum: necesse esset per. 16. octaui

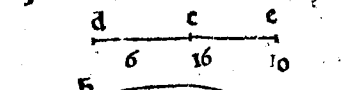


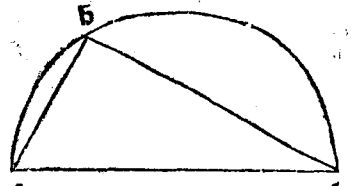


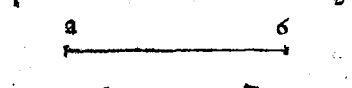



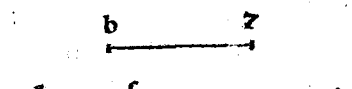



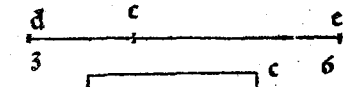



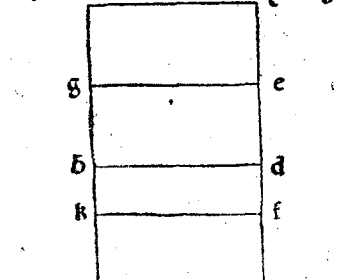




ctauam eiusdem tertium eis in continua proportionalitate intereſſe eſſet igitur per .17. eiusdem numerus .b. ſuperficialis quod ē impoſibile cū ſit primus ꝑ ypothe. incōmenſurabilis ē itaq; linea .g.h. linee .a. rōnali poſite ex vltima parte .7. Quia ergo linea .f.g. pontentior eſt linea .g.h. in q̄drato linee .f.h. ex .30. tertii. ꝫ penul. primi que communicat ei in longitudine ex ſcda pte .7. ꝫ euerſa ꝓportionalitate ex diffinitione binomii tertii patet noſtra intentio.

## Propoſitio .45.

### Inomium quartum ſcrutari.

In inuentione binomii quarti eodem mō ꝓcedendum eſt ſicut in inuentione primi. excepto q̄ quadratus numerus .c. diuidatur in duos non quadratos qui ſint .d.ꝫ.e. cetera omnia negocianda ſunt hic ex diffinitione binomii quarti ſicut ibi ex diffinitione binomii primi.

## Propoſitio .46.

### Inomium quintum querere.

Huius inuentio ſic eſt ſicut binomii ſecūdi : excepto q̄ numerus .a. non quadratus diuidetur in .d. non quadratū ꝫ. e. quadratū. ita tñ q̄ ꝓportio .a. ad .d. non ſit ſicut numeri quadrati ad numerum quadratum. Cetera oīa ſunt hic ꝓquirenda ex diffinitione binomii quinti ſicut ibi q̄ſita ſunt ex diffinitione binomii ſcdi. Vel pone q̄ linea .g.h. ſit cōcās linee .a. rationali poſite in longitudine: ꝫ pone numerum .c. quadratū diuiſum in duos non q̄dratos q̄ ſint .d.ꝫ.e. pone itaq; ꝓportionē q̄drati linee .g.h. ad q̄dratum .f.g. ſicut numeri .c. ad numerum .e. deinde aſſtrue propoſitū ex vltima parte .7. ꝫ pūctibus ypotheſibus ꝫ conuerſa ꝫ euerſa proportionalitatibus ꝫ iterum ex vltima parte .7. ex diffinitione binomii quinti.

## Propoſitio .47.

### A binomio ſexto demum oportet inſiſtere.

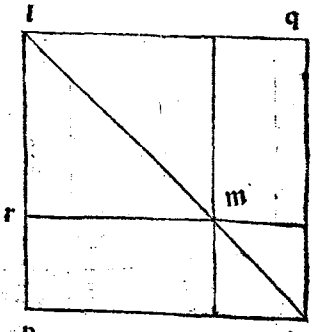
Binomium ſextū ſicut tertiū. ſcrutādū eſt ꝫ tñ erit hic numerus q̄dratus .c. diuiſus in duos non quadratos .d.ꝫ.e. cetera vt ibi erit q̄ ex diffinitione binomii .6. linea quā cōponunt .f.g.ꝫ.g.h. ſibi inuicem directe cōiuncte binomium ſextum: quod eſt propoſitum inuenire.

## Propoſitio .48.

### Si fuerit ſuperficies binomio ꝓmo lineaq; rōnali poſita: latus qō ſuper eā ſit binomiū cē neceſſe ē.

Sit ſuperficies .a.c. cōtenta linea rōnali .a.b. ꝫ binomio ꝓmo q̄ ſit .b.c. dico q̄ latus tetragonicū ſuperficiei .a.c. ē binomiū. Sit .n. pūctus .d. cōis terminus duaꝝ portionū binomii primi .b.c. cuius maior portio ſit .b.d. eritq; rōnalis in longitudine ex diffinitiōe: ꝫ cōmenſurabilis linee .a.b. rōnali poſite. Diuidat itē minor portio q̄ eſt .d.c. ꝓ eāſlia ad pūctū .e. lineaq; .d.b. diuidatur ſub ea cōditione ad pūctū .f. q̄ inter ꝓtes eius q̄ ſunt .b.f. ꝫ .f.d. cadat .d.e. medio loco proportionalis: q̄ d q̄liter fiat in .13. dcm eſt. Ducant ät linee .c.g. .d.h. .f.k. eq̄diſtantes linee .a.b. ꝫ ga ex diffinitione binomii primi linea .d.b. ē potētior linea .d.c. in q̄drato linee ſibi cōcantis in longitudine ſeq̄t ex ſcda pte .13. ꝫ ꝙ due linee .b.f. .f.d. ſunt cōcātes: ꝓ .9. igit ē vtraq; eaꝝ cōicans toti linee .b.d. q̄re ꝓ diffinitionē ambe ſunt rōnales i lōgitudine ideoq; ꝓ .15. vtraq; duaꝝ ſuperficieꝝ .a.f. ꝫ .f.h. ē rōnalis. Describat itaq; quadratū .l.m. cuius latus .l.r. eq̄le ſupficiei .a.f. cui circūponat gnomo ptracta dyagonali .l.m. n. ad eam q̄titatē q̄ ipſius gnomonis q̄dratū .t. q̄ ſit .m.n. ſit eq̄le ſupficiei .f.h. duoq; eius ſuppleméta ſint .p.m. ꝫ .m.q. q̄ neceſſe eſſe equalia duabus ſuperficiebus .d.g. ꝫ .g.c. quod ſic collige. Cum enim ſit linea .d.e. medio loco proportionalis inter lineas .b.f. ꝫ .f.d. erit ſuperficies .d.g. ex prima ſexti medio loco ꝓportionalis inter ſupficies .a.f. ꝫ .f.h. quare ꝫ inter quadrata .l.m. ꝫ .m.n. Et quia ſupplementū .p.m. eſt ꝫ medio loco ꝓportionale inter q̄drata dicta ex prima ſexti: ſequit vt .p.m. ſit

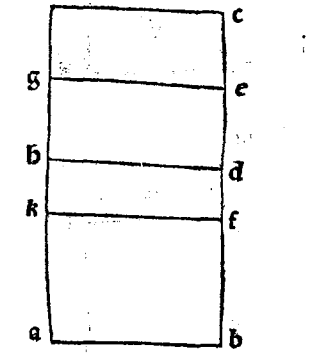
equalis d.g.ideoq; m.q.g.c. Igitur linea l.p. est latus tetragonicum superficiei a.c. hanc lineam dico esse binomium. Cum sint n. ambo quadrata l.m. & m.n. rationalia erunt ex diffinitione due linee l.r. & r.p. potentia liter rõnales. Est autem per primam sexti a.f. ad d.g. sicut b.f. ad d.e. Sed b.f. est incommensurabilis d.e. ꝙ quia b.f. est rationalis simpliciter vt p batum est. d.e. vero quia cõicat in longitudine d.e. rõnali in potẽtia tm. Eritq; ipsa rõnalis in potentia tm per .18. quod ex premissis ypothesibus manifestum e. Itaq; p secundam ptem .10. superficies a.f. e incommẽsurabilis superficiei d.g. igit & qdratum l.m. supplemento p.m. quare p primã sexti & secundã ptem .10. linea l.r. est incommensurabilis linee r.p. Ex .30. igitur constat lineam l.p. esse binomium quod erat monstrandum.




## Propositio .49.

Si fuerit superficies linea rõnali binomio secũdo ptẽta: latus eius tetragonicũ erit bimediale primũ.

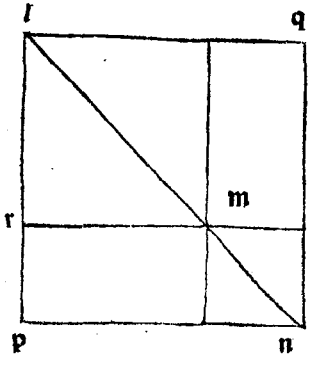
Sit eadem figura eademq; ypotheses que in premissa eritq; ex diffinitione binomii secundi linea d.c. rationalis in longitudine quare per .15. vtraq; duarum superficierum d.g. & g.c. ideoq; & duo supplementa p.m. in m.q. erit rationalia: linea vero b.d. erit rationalis in potentia tantum: & diuisa in duas lineas communicantes f.d. & b.f. ex diffinitione binomii secundi & premissis ypothesibus & secunda parte .13. per .19. igitur erit vtraq; duarum superficierum a.f. & f.b. ideoq; & vtrumq; quadratorum l.m. & m.n. mediale. itaq; ambe linee l.r. & r.p. sunt mediales in potẽtia quoq; cõicantes nam cũ linea b.f. cõicet lineę f.d. sequitur ut a.f. cõicet f.h. quare qdratum l.m. qdrato m.n. ideoq; & linea l.r. linee r.p. i potẽtia: in longitudine ãt non cõicant: qm vna earũ ad alterã e sicut l.m. ad m.p. Cũ igit l.m. nõ cõicet m.p. eo ꝙ altera medialis videlicet l.m. altera vo rõnalis videliet m.p. sequitur vt l.r. non cõmunicet in longitudine r.p. quia igitur ipse continent superficiem rationalem que est m.p. constat lineam l.p. ex 31. huius esse bimediale primum.




## Propositio .50.

Si binomio tertio ac linea rõnali superficies ꝓtineatur linea in eam potens erit bimediale secũdus.

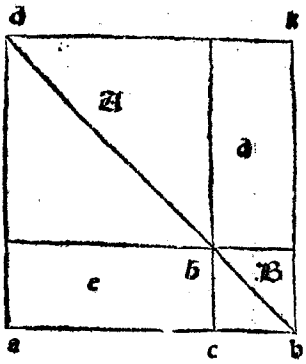
Dispositio & ypotheses maneãt vt supra. Eritq; ex his ypothesibus & diffinitione binomii tertii & .19. vtraq; quatuor superficierum in quas diuisa e superficies a.c. me dialis: quare vtrunq; duorũ qdratorũ l.m. m.n. & vtrũq; duorũ supplemẽtorũ p.m. & m.q. erit & mediale vtraq; igit duarũ linearum l.r. & r.p. erit medialis & cum due superficies a.f. & f.b. sint communicantes eo ꝙ due linee b.f. & f.d. sunt communicantes per secundam partem .13. erunt due linee l.r. & r.p. communicantes in potentia in longitudine vero non. quia superficies l.m. non communicat cum superficie m.p. eo ꝙ neq; a.f. communicat cum d.g. Nam linea .b.f. non communicat cum d.e. cum igitur ipse contineant superficiem: medialem que e p. m. constat ex .32. lineam l.p. esse bimidiale secundum qd est propositum.

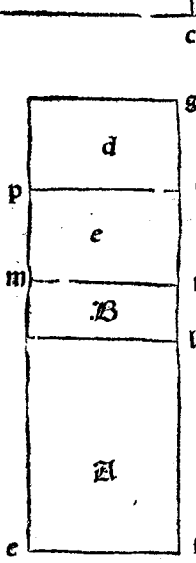



## Propositio .51.

Si linea rationali binomio ꝙrto superficies ꝓtineatur que ei eam superficiem potest: linea maior.

Cunctis vt in premissis manẽtibus erit ex ypothe & diffinitione binomii quarti & .19. vtraq; duarum superficierum d.g. & g.c. quare & vtraq; duarum p.m. & m.q. medialis duoq; quadrata l.m. & m.n. pariter accepta rationale eo ꝙ superficies a.d. est rationalis per diffinitionem binomii quarti & .15. Et quia d.b. diuiditur in puncto f. in duo incommunicantia per secundam partem .14. erit superficies a.f. incommensurabilis superficiei f.h. Ideoq; & quadratum l.m. quadrato m.n. due igitur linee l.r. & r.p. sunt incommensurabiles in potentia que cum contineãt superficiem




medialem.p.m.ꝛ earum quadrata ambo pariter accepta sint rationale conflat per.33.lineam.l.p.esse lineam maiorem quod erat monstrandū.

## Propositio. 52

Si fuerit superficies linea rōnali atq; binomio quarto ꝺtenta quecunq; in eam linea pōt potens irrationale z mediale esse ex necessitate conuincitur.

¶Hic in hac quoq; est aliquid ex priorum dispositionū positionibus mutandum,t,eis enim manentibus etiā ex his que posita sunt i diffinitione binomii quinti ꝛ.19. vtraq; duarum superficierum.d.g.ꝛ.g.c.quare vtraq; duarum.p.m.ꝛ.m.q.rationalis.Totaq;.a.d.quare ꝛ quo quadrata.l.m.ꝛ.m.n.pariter accepta medialis ex.19.cuncq; ex secunda parte.14.sit linea.f.b.incommensurabilis linee.f.d.ideoq; superficies.a.f.superficiei.f.b. ꝛ quadratum.l.m. quadrato.m.n.erit linea.l.r.incommensurabilis in potentia linee.r.p.at quia ipse continēt superficiem rationalem.p.m.ꝛ earum quadrata ambo pariter accepta sunt mediale conclude ex.24.linea.l.p.esse potentem irrationale ꝛ medialet quod promissum est.

## Propositio. 53.

Si binomio sexto linearū rationali superficies contineatur linea que in eam potest:in duo medialia potens esse probatur.

¶Hec.53.adhuc te subsistinet ociari a pingendo figuras contenta enim est premissis dispositione ꝛ positionibus. Quibus stantibus necesse est ex ipsis positis ꝛ dispositione i.diffinitione binomii postremi ꝛ.19.qualibet ex superficiebus.a.d.ꝛ.d.g.ꝛ.g.c.propter quod ꝛ ambo quadrata.l.m.ꝛ.m.n.pariter accepta ꝛ.p.m.ꝛ.m.q.esse medialem.Cunq;.b.f.ꝛ.f.d.propter quod.a.f.ꝛ.f.b. ideo q;.l.m.ꝛ.m.n.sint incommensurabiles erunt due linee.l.r.ꝛ.r.p.incommensurabiles in potentia.at quia ipse continent superficiem medialem. p.m.earūq; ambo quadrata pariter accepta sunt mediale quod est. duplo superficiei vni⁹ in alteram incommensurabilē quod ex eo probatur q; superficies.b.h.est incommensurabilis superficiei.h.c.propter hoc q; linea.d.b.est incommensurabilis linee.d.c.sequitur ex.35.lineam.l.p. esse que potest in duo medialia.

## Propositio .54.

Si linee rationali equus quadrato binomii rectangulum adiungat:latus eius secundū binomium primū esse conueniet.

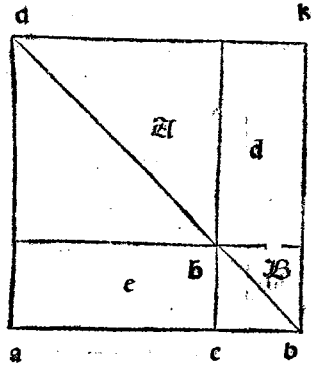
¶Hee sex sequentes conuerse sunt sex precedentium per ordinem.Huius aūt ē hec intētio. Sit linea.a.b.binomiū diuisa ad punctum.c.in duas lineas.a.c.ꝛ.c.b. fm suam diffinitionem aut terminum eiusq; a.b.quadratum sit .b.d.sitq; linea.e. f.rationalis in longitudine cui adiungatur superficies .e.g. equalis quadrato.b.d.Dico q; latus secundum huius superficiei quod est linea.f. g.est binomium primum.Diuidatur enim quadratum.b.d.in duo quadrata.b.h.ꝛ.h.d.que sunt quadrata duaꝝ portionum binomii ꝛ in duo supplementa.a.h.ꝛ.h.k.quorum vtrunq; continetur sub duabus portionibus binomii eritq; ex diffinitione binomii que habetur per.30. vtrūq; istorum quadratorum rationale.ꝛ per.19. vtrumq; supplementorum mediale.Ex superficie igitur.e.g.abscindatur superficies.e.l. equalis quadrato.d.h.ꝛ.l.m.equalis ꝺquadrato.b.h.ꝛ.n.p.equalis vni duorum supplementorum.a.h.vel.h.k.Eritq; p.g.residua equalis reliquo supplemento. Quare per primam sexti linea.n.q.est equalis linee.q.g.Ex premissis

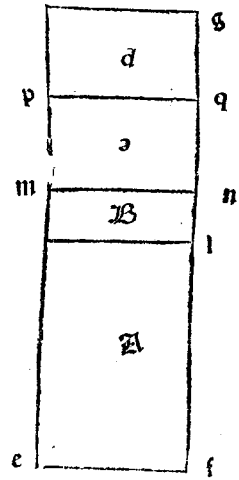
autem manifestum est q̄ vtraq; duarum superficierum. e.l. ℭ l.m. ℭ ideo tota superficies. e.n. est rationalis. Et vtraq; duarum equalium .n.p. ℭ p.g. ideo tota. m.g. medialis. quare per .16. vtraq; duarum linearum f.l. ℭ l.n. ℭ tota linea. f.n. rationalis in longitudine: ℭ linee. e.f. rationali posite commensurabilis: ℭ per .10. vtraq; duarum .n.q. ℭ q.g. ℭ tota .n.g. rōnalis in potentia tantum incōmensurabilis linee. m.n. ℭ ideo linee. e.f. sibi equali ℭ per consequens ℭ linee. f.n. in longitudine. ℣ Si igitur linea. f.n. que est maior linea. n.g. vt ex primo duorum antecedentium demonstrationi subiūctorum ℭ prima sexti appareti fuerit potentior linea. n.g. minori in quadrato linee secum cōmunicantis in longitudine. tunc ex diffinitione binomii primi manifestum est lineam. f.g. esse binomium primum. ℣ Hoc autem ita esse sic habeto. Cum inter duo quadrata. d.h. ℭ h.b. sit ꝑ prima sexti superficies. a.h. medio loco proportionalis: conuincitur ex prioribus ypothesibus superficiem. m.q. esse inter superficies. e.l. ℭ l.m. medio loco proportionalis. Quare per primam sexti linea. n.q. que est medietas linee. n.g. est in medio loco ꝓportionalis inter duas lineas f.l. ℭ l.n. quod igitur fit ex f.l. in l.n. est quantum quod ex n.q. quin se p. 16. sexti: ideoq; per .4. secundi quantum quarta pars quadrati linee. n.g. Itaq; per primam partem .13. cum linea. f.n. diuidatur a superficie sibi adiuncta equali quarte parti quadrati breuioris linee .n.g. ita q̄ ad complendam totam lineam. f.n. desit superficies quadrata in duo communicantia ad punctum. l. erit. f.n. potentior. n.g. in quadrato linee sibi communicantis in longitudine: constat ergo propositum.

## Propositio .55.

*Si linee rationali equa superficies quadrato bimedialis primi adiungatur latus eius reliquum binomium secūdum esse oportebit.*

℄ Sit linea. a.b. bimediale primum diuisa ad punctum c, secundum suum terminū. Cetera aūt sint vt prius: dico lineam. f.g. esse binomium secūdum erit enim superficies m.g, rationalis eo q̄ partes bimedialis primi continent superficiem rōnalem ℭ superficies tres. e.l. l.m. ℭ tota. e.n. mediales communicantes eo q̄ portiones bimedialis primi sunt linee mediales potentia tantum communicantes ex .31. per .16. igitur erit linea. n.g. rationalis in longitudine cōmensurabilis linee. e.f. rōnali posite. ℭ ꝑ .10. linea. f.n. rōalis i potentia tm̄ que cum sit maior linea. n.g. ex primo duorum antecedentium demonstrationi .35. adiunctorum ℭ prima, 6. eaq; potentior quadrato linee communicantis secum in longitudine ex prima parte, 13. erit a diffinitione linea. f.g. binomium secundum quod est propositum.

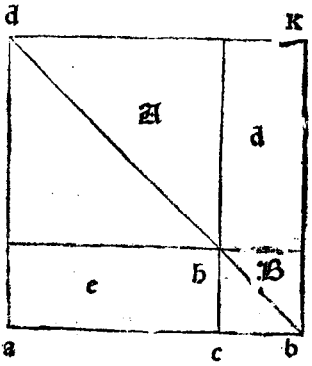



## ℭ Castigator.

b ℭ Nota q̄ tm̄ valet dicere pratice. ℞. 450. plus ℞. 18. q̄ est bimediale secūdū quantum dicere ℞. v. ℞. 648. plus ℞. 360. scilicet radix vniuersalis totius compositi ℭ vult dicere ꝙ accepta radice de. 360. Et illa posita super radicem de. 648. ℭ huius aggregati summere radicem, quod probatur in quadrando eas. ℭ vna queq; facit. ℞. 648. plus ℞. 360. vt patet operando ℭ cetera.

c ℭ Quia ex primo duorum antecedentium cum linea. a.b. diuidatur per inequalia in puncto. c. quoniam due linee componentes bimediale primum vna est maior altera ex .25. huius. Et ideo duo quadrata earum sunt amplius duplo superficiei vnius in alteram quare superficies. e, n. maior est superficie. m.g. cum. e.n. equatur duobus quadratis duarum linearum. a.c. ℭ. c.b. ℭ. m.g. duobus supplementis. Et ideo per primam sexti. n.f. maior est. m.g. reliqua sequuntur ℭc.




## Propositio .56.

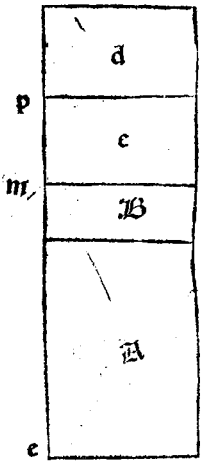
Cum adiuncta fuerit linee rōnali superficies rectāgula eqlis quadrato bimedialis secū dē latus eius fm binomiū tertiū esse necesse est.

¶ Si fuerit linea.a.b.bimediale fm diuisā p terminū suū ad punctū.c.reliqua vero oīa fuerint vt prius: erit linea f.g.binomiū tertiū. Erit.n.ex.32.ē nostris positōibus vtraq; superficiez.e.n.ē.m.g.medialis: ārē p.20.vtraq; duaz lineaz.f.n.ē.m.g. erit rōnalis in potētia trīm at qa bimedialis secundi partes sunt cōicantes in potētia trīm erit superficies.e.l.cōicans superficiei.l.m. ē ideo linea.f.l.linee.l.n.potētior ergo est p primā partē.13.f.n.q̄ sit.n.g. in quadato lineę sibi cōicantis in longitudine. Cūq; sint superficies.a.h.ē quadratū. h.b.incōmensurabilia eo q; linee.a,c.ē.c.b. incōmensurabiles: ideoq; ē ambo q̄drata pariter accepta ambobus supplemētis pariter acceptis: eo q; q̄drata sibi inuicē cōicant ex ypothesi supplemēta quoq; cū sibi inuicē sint eq̄lia sequit vt superficies.e.n.sit incōmēsurabilis superficiei.m.g. ē ideo linea f.n.linee.n.g.p diffinitionē igit ē linea.f.g.binomiū tertiū qđ ē ppositū.

## Propositio .57.

Si linee rōnali rectangulum equū quadrato linee maioris adiungatur alterum se continentium latorum erit binomium quartum.

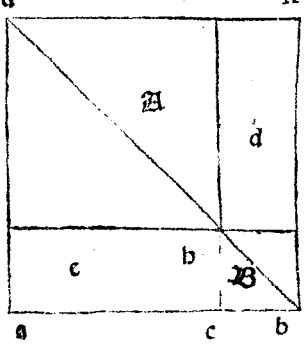
¶ Si hec quoq; fuerit linea.a.b.linea maior diuisa fm terminū suū ad punctū.c.cūctaq; reliqua non fuerint alter q̄ prius: erit linea.f.g.binomiū quartū. Cū enim sint ambo quadrata portionū linee maioris p̄ter accepta rōale erit superficies e.n.rōnalis: ideoq; p.16.linea.f.n.rōnalis in longitudine cōicans linee.e.f. rōnali posite: superficies vero.m.g.erit medialis pp illud qđ portiōes linee maioris continēt superficiē medialē: itaq; per.20.linea.n.g.est i potētia rationalis tm: ē quia ēt portiones præfate linee.a.b. sunt potētialiter incōmēsurabiles superficies.e.l.incommensurabilis erit.l.m.ideoq; linea.f.l.linee.l.n.igitur p primam partem.14.linea.f.n.est potentior linea.n.g.in quadrato linee sibi incommensurabilis: ex diffinitione igitur est linea.f.g.binomium quartum: quod erat propositum.




## Propositio .58.

Si linee rōnali q̄drato linee potentis supra rōnale z mediale eqlis: parte altera lōgior fozma adiūgat alterū latus eius binomiū quintum ē necesse est.

¶ Proposita linea.a.b.ea que pōt supra mediale ē rōnale diuisa fm eius diffinitionē ad pūctū.c.nihil īmutē de reliq; sequiturq; lineā.f.g.esse binomiū quintū. Cū enim partes huius lineæ.a.b.cōtineant rōnalem superficiem necesse est vt superficies.g.m.ideoq; p.16.linea.n.g.sit rationalis. Cumq; ambo quadrata p̄tium huius linee pariter accepta sint mediale erit superficies. e.n. medialis: ē per.20.linea.f.n.rōnalis in potētia trīm at quia portiones predicte linee sunt incōmēsurabiles in potētia: erit superficies.e.l. incōmensurabilis superficiei.m.l.ideoq; ē linea.f.l.linee.l.n. potentior igitur est per primā partem.14.linea.f.n.linea.n.g.in quadrato linee sibi incōmensurabilis: p̄ diffinitionem itaq; binomii quinti concludē propositum.




## Propositio .59.

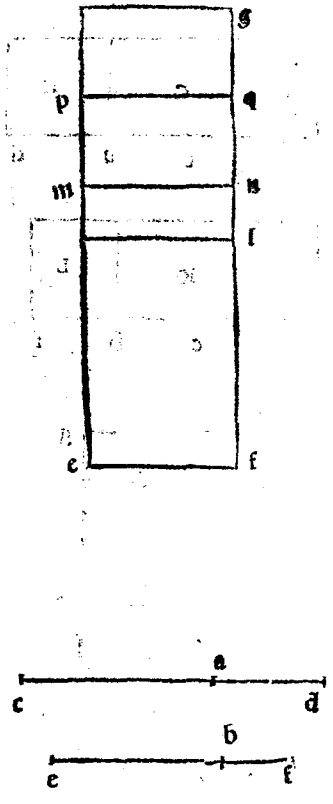
Totiens adiuncta fuerit linee rationali superficies rectangula equalis quadrato linee potentis in duo medialia eiusdē superficiei latus fm binomium sextum esse conuincitur.

¶ In hac.59.sit linea.a.b.linea potens supra duo medialia que aūt preter hec sunt sicut supra maneant ē erit tūc linea.f.g.binomium sextum quod ignorare nō poteris si premissoz eius q; quod.35.ponit īmemor nō fueris: ē sic patet in hac nostra intentio.

## Propositio .60.

Omnis linea cuilibet binomiorum cõmunicans sub eadem specie binomium esse probatur.

Sit linea.a.binomium cuius vis speciei sitq; linea.b. sibi cõicans in longitudine: et dico lineam.b. ee binomiũ eiusdẽ speciei cuius.a. Sint enim binomiales portiones a.c.et.d: eritq; ambe rationales in potentia tantũ communicantes: p.30. linea vero.b. diuidatur per.n. sexti fm ꝓportionem.c. ad.d.in.e.et.f: eritq; p coniunctam et euersam et permutatã proportionalitatem.c.ad.e.et.d.ad.f. sicut.n.ad.b. cum sint igitur.a.et.b.cõicantes: erit etiam per primam partem.10. c.et.d: itẽq; d.et.f.cõicantes. Si igitur fuerit c.rationalis in potentia tantum erit et.e. si autem in longitudine et.e. Eodemq; modo si.d.est rationalis in potentia tñ: vel etiam in longitudine. erit quoq; et.f. similiter. et ex.n. si potentior est.c.d. quadrato linee sibi cõmensurabilis in longitudine: vel si forte incõmensurabilis erit. et.e. potentior.f. in quadrato linee sibi cõmensurabilis: vel etiam incõmensurabilis: necesse est ex diffinitionibus sex specierum binomiorum: vt eiusdem speciei binomii sint.a.et.b. Si autem linea.b. cõicet binomio.a. in potentia tm: erit etiam et si linea.b. binomium: aute eiusdẽ speciei non est necessarium imo impossibile est vt ambo simul cadãt sub prima specie binomiorum. vel sub secunda quarta vel quinta: sed necesse est vt ambo cadãt sub primis tribus aut ambo sub tribus postremis: vnum enim eorum ee in aliqua ex tribus primis speciebus et aliud in aliqua ex tribus postremis est impossibile. Cum enim.a. cõunicet cum.b. in potẽtia tantum. c. quoq; cum.e, et.d. cum.f. cõicabit tm in potentia ex.10. Si igitur alterutra duarũ linearum.c.et.d. fuerit rationalis in longitudine non erit ita: compar ex lineis.e.et.f. rationalis in longitudine. Non est itaq; possibile vt.a.et.b. cadant simul sub aliqua ex illis speciebus binomiorum in quibus altera duarum portionum binomii est rationalis in longitudine. hee autem species sunt: prima et secunda quarta et quinta. At vero quia per.n. due linee.c. et.e. simul potentiores sunt duabus lineis.d.et.f. in quadratis duarũ linearum sibi in longitudine cõmunicantium aut incõicantium: necesse est vt ambo binomia.a.et.b. simul cadant sub primis tribus speciebus binomiorum aut simul sub tribus postremis ex diffinitione ipsarum specierum. Licuerit autem.b. quid dubitas esse binomium cum sint enim.c.et.e. communicantes in potentia tantum: similiter quoq; d.et.f. sint tantum.c.et.d. rationales in potentia tantum: conuincitur. e.et.f. esse rationales in potẽtia tantum: que quia nõ cõicant in longitudine sicut nec eis proportionales.c.et.d. ipse componunt indubitanter binomium per.30. huius.

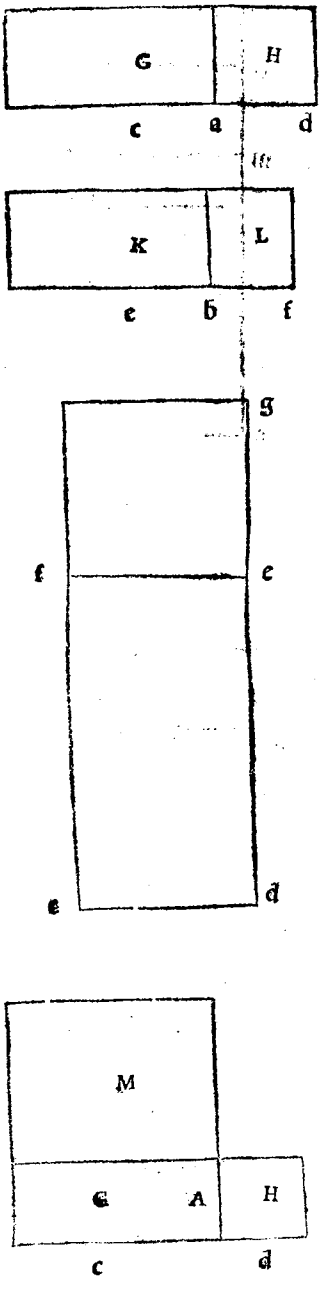






### Castigator.

a Sub eadem specie. s. principali. Quia binomiorum due sunt species principales: vt supra. 4. huius posite sunt prime speciei lõgiores binomium portiões potẽtiores sunt breuioribus in quadrato linee ei sdẽ lõgioribus cõicãtis et secũde speciei lõgiores potẽtiores sunt breuioribus in quadrato linee eisdẽ lõgioribus incõmẽsurabilis in lõgitudine et vtraq; ista habet tres spẽs: prima habet binomiũ pmũ scdm et tertiũ. et scda quartũ et quintũ et sextũ. b. Et ideo si duo binomia cõicãt solũ in potẽtia nõ est possibile vt ambo cadãt sub eadẽ spẽ particulari primi secũdi quarti et quinti. hoc est alteri illoꝝ hñtium alterã portionũ rõnalem: qa cõpares portiões eoꝝ nõ coresp̃derent in rationalitate vel irrationalitate: sed erunt ambo sub tertia principalis prime. aut sub tertia principalis secũde. hoc est tertium aut sextum binomiũ. Sed qñ duo binomia cõicarent in longitudine et eorum portiones essent in longitudine cõmensurabiles: tũc bñ possunt eẽ sub eadẽ specie particulari: hoc est ambo: sub prima ex primis tribus vel secunda vel tertia: et sic sub eadem specie aliqua ex tribus postremis: vt patet arguendo ex adductis coniuncta euersa et permutata proportionalitatibus: quia tunc semper eorum compares portiones con-




responderet in rõnalitate irrationalitate cõficatiõe vel cõmẽsurabilitate.

## Propositio 61.

Omnis linea alterutri bimedialium commensurabilis: sub eadem specie bimedialis esse ex necessitate coniungitur.

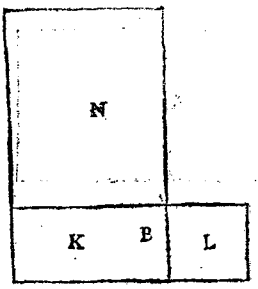
Veritatem habet quod dicitur siue in longitudine siue etiam in potentia tm̃ cõmunicet aliqua lr̃ea alterutri bimedialium. Sint enim due lineę cõicantes. a. & b. quoruꝫ duorum modoꝫ predictorum. sitq; a. bimediale primum vel secundum, dico ꝙ etiã. b. est bimediale primum vel secundum; prout fuerit. a. Diuisa enim. a. bimediali in suas bimediales portiones ex quibus componitur p. 73. & 32. que sint. c. & d. b. quoq; diuisa in. e. & f. ſm proportionem. c. ad d. vt docet. 11. sexti positaq; g. superficie contenta sub. c. & d. & k. sub. e. & f. Et posito. h. quadrato. d. & l. f. erit per coniunctam & euersam & permutatam proportionalitatem quemadmodum in premissa. c. ad. e. & d. ad. f. sicut a. ad. b. Sicut igitur ex positione. a. & b. sunt cõicantes i sue hoc sit in longitudine siue in potentia sic. c. & e. ideo. d. & f. similiter eiusdem cõicantes. At quia. c. & d. sunt mediales potẽtia tantum cõicantes sequitur ex 11. et 6. & sunt etiam mediales & ex 10. potentia tm̃ cõicantes dum ipse per ypothesim sint proportionales. c. & d. cũq; sit per primam sexti. g. ad. h. sicut. c. ad. d. & k. ad. l. sicut. e. ad. f. erit. g. ad. h. sicut. k. ad. l. & permutatim. g. ad. k. sicut. h. ad. l. quia igitur. h. est cõmunicans. l. eo ꝙ duo eorum latera que sunt. d. & f. cõicant in longitudine vel in potẽtia ſm ꝙ. a. & b. in alterutro eorum cõmunicat. sequitur ex. 10. vt. g. & k. quoq; sibi inuicem cõicẽt. Erit igitur. k. rationalis aut medialis prout fuerit. g. ex diffinitiõe superficiei rationalis aut. 21. *In hoc enim tm̃ differt bimediale primum a bimediali secundo ꝙ portiones bimedialis primi in quas ſm̃ suum terminum diuiditur continent superficiem rõnalem. bimedialis autem secundi superficiem mediam.* Si igitur. a. fuerit bimediale primum erit superficies. g. rõnalis quare & k. & ideo. b. bimediale primum per 21. Q uod si. a. fuerit bimediale secundum erit superficies. g. medialis ob hoc etiam & k. & b. itaq; p. 22. erit bimediale secundum quare constat propositum. V I dem aliter ad lineã rõnalem. c. d. posita. a. alterutro bimedialiũ & b. sibi in longitudine vel potentia cõicante adiũgatur superficies. c. e. equalis quadrato. a. & f. g. equalis quadrato. b. eamq; superficies. c. e. & f. g. cõmunicantes eo ꝙ quadrata eis equalia que sunt quadrata linearum. a. & b. sunt cõmunicantia ex ypothesi. ex prima igitur sexti & 10. huius necesse est duas lineas. d. e. & e. g. esse cõmunicantes: & quia si. a. fuerit bimediale primum linea. d. e. erit binomium secundum p. 55. ideoq;. e. g. etiam binomium secundum per premissam. V Q uare latus tetragonicum superficiei. f. g. & ipsum est. b. bimediale primum per. 49. At vero si. a. fuerit bimediale secundum linea. d. e. erit *binomium tertium per. 56. ideo. e. g. est binomium tertiũ per premissam quare & latus tetragonicum supficiei. f. g. & ipsum c. b. bimediale secũdũ per. 50. Manifestum est igitur verum esse quod proponitur.*

## Propositio 62.

Omnis linea cõicans linee maiori: est linea maior.

Et hec quoq; veritatem habet. si vtrolibet modo cõicans fuerit aliqua linea linee maiori. Esto enim. a. linea maior. b. vero quouis sibi cõicans modo erit. b. linea maior. Diuisa nanq;. a. in eas portiones ex quibus constat p. 73. que sint. c. & d. & e. & f. ſm earum proportionem in. e. & f. b. positoq; ꝙ. g. sit superficies contẽta sub. c. & d. & k. sub. e. & f. & m. & h. subducta. c. & d. at. n. & l. e. & f. erit. m. ad. b. sicut. n. ad. l. per secundam partẽ 18. sexti & coniunctim. n. & b. ad. b. sicut. n. & l. ad. l. & permutatim & h. ad. n. & l. sicut. b. ad. l. quia ergo. b. cõicat cum. l. eo ꝙ. d. cõicat cum. f. aut in longitudine aut in potẽtia; prout. a. cõmunicat cum. b. sequitur vt ambo quadrata. m. & h. pariter accepta cõmunicent cum ambobus qua-

dratis.n.ℭ.l.pariter acceptis.cum itaq; duo prima pariter accepta ſint ratio-
tionale per.33.erunt quoq; ℭ duo poſtrema rationale per diffinitionem
At quia ſuperficiem.K.neceſſe.ℭ eſſe medialem ſicut.g.ex.11.linea q; .e.ℭ
freſſe incommenſurabiles in potentia ſicut.d.ℭ.d.ex.10. concluditur per
33.lineam.b.eſſe lineam que dicitur maior quod eſt propoſitum. ℭ Idē
aliter .cum ſit a.linea maior cui.b.communicat ſue hoc ſit cum in longi
tudine ſue in potentia ſumpta linea rationali que ſit.c.d. adiungatur ſu
perficiei.e.e.equalis quadrato linee.a. deinde.f.g.equalis quadrato li
nee.b.cum igitur quadrata duarum linearum.a.ℭ.b. ſint communican
tia ex ypotheſi. erit ſuperficies.c.e. communicans ſuperficiei.f.g. ideoq;
per primam ſexti ℭ primam partem.10.huius linea.d.e.linee.e.g. in lon
gitudine.at quia ex.57. linea .d. .e. eſt binomium quartum erit quoq;
per.60. linea .e.g. binomium quartum igitur ex.51. linea.b. potens in
ſuperficiem.f.g.eſt linea maior.




## Propoſitio .63.

Si qua linea linee potenti in rationale & mediale communicet ipſa in rationale & mediale potens eſſe comprobatur.

ℭ Verum quoq; eſt q; qualitercunq; linea aliqua ſit communicans potenti in rationale ℭ mediale ſiue in longitudine ſiue in potentia tantum ipſa etiam eſt potens in rationale ℭ mediale: quod ſicut prius duplici modo probatur: neceſſe eſt autem quantum ad primum modum vt ſicut due linee.c.ℭ.d. ſint in potentia incommenſurabiles. ita ſint cum.e.ℭ.f per.10. Et quemadmodum.g.eſt ſuperficies rationalis nam tale continent portiones linee poten-
a tis in rationale ℭ mediale. ita etiam per diffinitionem ſic.k. rationalis ℭ quemadmodum duo quadrata mi. ℭ.h. pariter accepta ſunt mediale: ſic etiam per.11. duo quadrata.n.ℭ.l. pariter accepta erunt mediale: igitur ex 34.b.eſt potens in rationale ℭ mediale. ℭ Quantum autem ad ſecundū modum neceſſe eſt ex.58. vt linea.d .e. ſit binomium quintum. ideoq; ℭ per.60. linea.e.g. eſt binomium quintum quare per.52. latus tetragoni cum ſuperficiei.f.g. quod eſt.b. erit linea potens in rationale ℭ mediale: quod eſt propoſitum.

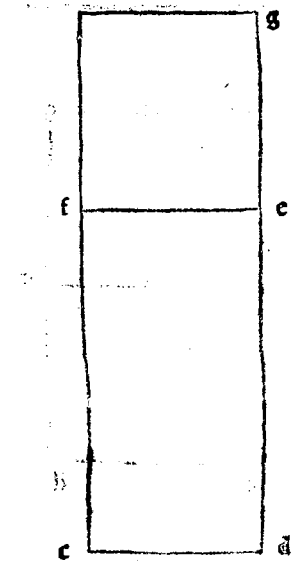
ℭ Caſtigator.

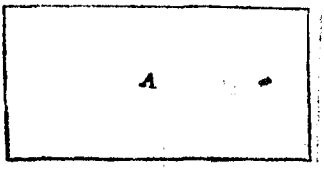
a ℭ Quia p. .n. ſexti. g. ad .b. ſicut .c. ad .d. Ergo per .v. quinti. ſicut .e. ad .f. ℭ ſicut .k. ad .l. ergo permutatim .g. ad .k. ſicut .b. ad .l. ℭ per primam partem 10. huius .g. communicat cum .k. quia .b. prima communicat cum .l. ſecunda ℭ ideo per .xi. k. continetur eſſe medialis ℭc. .ℭ hac via per diffinitionem .k. in .63. conuincitur eſſe rationalis quemadmodum 1.62. per xi. medialis.

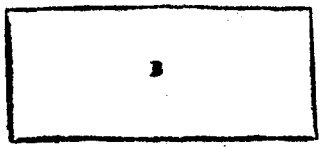
## Propoſitio .64.

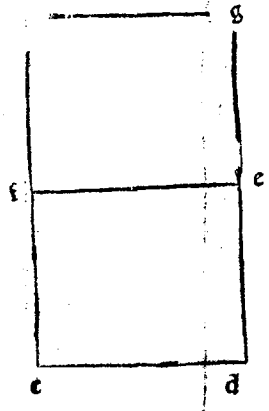
Si linea communicans potenti in duo media lia: ipſa quoq; potens eſt in duo medialia.

ℭ Hec quoq; manentibus eisdem diſpoſitione ℭ poſitionibus eo duplici modo quo premiſſet probabitur vera ℭ ſiue in longitudine ſiue in potentia communicet linea b. cum linea .a. potenti in duo medialia. Quātum enim ad primum argumentationis modum erit per.35. ſuperficies .g. medialis. ideoq; ℭ.k. per.xi. cum communicet ei duo quoq; quadrata .n. ℭ.h. pariter accepta erunt ex eadem.35. mediale. ideoq; duo .n. ℭ.l. pariter accepta per .xi. at quia duo quadrata .m. ℭ .h. pariter accepta ex predicta.35. ſunt incommenſurabile duplo ſuperficiei .g. ſequitur .p. 10. ℭ noſtras poſitiones vt duo quoq; .l. ℭ .n. piter accepta ſint incōmenſurabile duplo ſuperficiei .k. cum itaq; ſint .e. ℭ .f. incōmenſurabiles in potentia quēadmodū .c. ℭ .d. erit ex .35. linea .b. potens in duo medialia. Quantum aūt ad ſecundū ſolite argumentatiōis modū erit .p. 59. d. e. binomiū .ſextū. ideoq; ēt p .co. linea .e. g.






erit binomium sextum quare per .53. latus tetragonicum superficiei .f.g. q̄d est .b. erit potens in duo medialia quod est propositum.

## Propositio .65.

Si due superficies quarū altera rōnalis altera vero medialis ꝯiungant̄ linea potēs in totā superficiē inde cōpositam aliqua erit quatuor irrōnalium linearū videlz aut binomium aut bimediale primum aut linea maior aut potens in rationale z. mediale.

Vt si .a. sit rōnalis superficies .b. medialis erit linea potens in totam .a.b. aliqua premissa quatuor. Sit .n. linea .c.d. rationalis cui adiungat superficies .c.e. equalis .a. .f.g. equalis .b. erit q̄ ex .16. linea .d.e. rōnalis in longitudine cōicans lineę .d.d. rōnali posite ex .10. linea .e.g. rōnalis in potentia tm̄ ex .30. linea .d.g. binomium cuius cum altera binomialiū portionū q̄ est .d.e. sit rōnalis in longitudine cōicans lineę rōnali posite q̄ ē .c.d. ipsum erit ex diffinitiōe speciei binomii aut binomiū primū aut tertium aut quartū aut quintū tertiū .it. aut sextū nō erit ex diffinitione .13.14.15.16.17. Et .18. linea tota .a.g. que est equalis duabus simul .a. .f. .b. erit aut binomiū aut bimediale primū aut linea maior aut potens in rōnale .f. mediale quod est ꝓpositum. Bimediale vero secundum aut potens in duo medialia non erit : q̄m si esset bimediale ꝑm erit ex .56. linea .d.g. binomium tertium q̄d si erit potens in duo medialia erit ex .59. linea .d.g. binomiū sextū sed neutra erat vñ patet nostra intētio.

## Propositio .66.

Si ꝯiuncte fuerint due superficies mediales incōmensurabiles linea potens in totam superficiem alterutra erit duarū irrōnalium linearū videlz aut bimediale secundum aut potens in duo medialia.

Vt si .a. .f. .b. sint due superficies mediales incōmensurabiles si .n. erunt incōmensurabiles erit cōposita ex eis medialis ex .9. .f. .11. q̄re .f. linea potēs in eā medialis ex .19. dicit̄ linea potēs incōpositā ex ambabus erit aut bimediale ꝑm aut potēs i duo medialia. Sit .q. dem linea .c.d. rōnalis superficies ꝙ sibi adiūcta .c.e. eqlis .a. .f. superficies .f.g. equalis .b. erit̄ ex .10. linea .d.e. similiter quoq; linea .e.g. rōnalis in potentia tantum cuius superficies .c.e. .f.g. sint incōmensurabiles sicut .a. .f. .b. eis equales. ideoq; linee .d.e. .f. .e.g. ex pria sexti .f. .10. huius erit ex .30. linea .d.g. binomium cuius cum vtraq; binomialium portionum que sunt .d.e. .f. .e.g. sit incōmensurabilis linee rōnali posite que est .c.d. ipsum erit ex diffinitione binomium tertium aut sextum : linea ergo potens in totam .c.g. equalem composite ex .a. .f. .b. erit ex .50. .f. .53. aut bimediale secundum aut potens in duo medialia : quod est propositum.

Castigator.

a Qualiter autem linee in longitudine rationali .c.d. posite adiungantur superficies equales superficiebus .a. .f. .b. .f. qualiter habeatur noticia certa theorice .f. pratice virtute .10. sexti vt supra .54. huius recte percipies hoc prius addito q̄ cuiuslibet dictarum superficierum inuenies tetragonicum latus per vltimam secundi quo inuento semper pones illud secundam lineam .f. primam .c.d. rationalem deinde per dictam .10. sexti eis subiunges tertiam sub continua proportionalitate que ex noticia superficiei .f. linę .c. .d. rationalis posite etiam tertia .d.e. .f. .e.g. erunt note : vt si in .66. .a. superficies esset .ℙ. .15. .f. .c.d. .6. tunc .d.e. esset .ℙ. $\frac{5}{25}$. .f. si superficies .b. esset .ℙ. .180. linea .f.e. etiam .6. sicut .c.d. sua equalis .e.g. secundum latus erit .ℙ. $\frac{5}{5}$. Et sic apparet q̄ ex positione linee .c.d. rationalis maiori vel breviori oritur maius vel minus eius secundum latus .d.e. .f. .e.g. vt si .c.d. ponatur .5. .d.e. erit pratice .ℙ. $\frac{3}{5}$. .f. .e.g. .ℙ. .8. .f. si .c.d. sit .8. erit .d.e. .ℙ. $\frac{15}{40}$. .f. .e.g. .ℙ. $3\frac{1}{3}$. .f. &c. per regulam trium dicendo si .6. dant .ℙ. .15. q̄d dabit .ℙ. .15. .f. &c.

## Propositio .67.

Cum posita fuerit linea binomialis cetereq; irrationales sequentes eam: non erit earum aliqua sub termino alterius.

¶ Vult q; si linea aliqua vt. a. fuerit ex sex p̄habitis lineis irrationalibus que sunt binomium & eius quinq; comites ipse non erit aliqua aliarum. Si enim quadrato eius equalis superficies adiungatur ad lineam rōnalem. b. c. que sit. b. d. si quidem a. fuerit binomiū. erit ex. 54. linea. c. d. binomium primū que si fuerit bimediale primum: erit. c. d. ex. 55. binomium secundum: si aūt bimediale secundum: erit. c. d. ex. 56. binomium tertium. Et si linea maior erit. c. d. ex 57. binomium quartum. At si potens in rationale & mediale. aut si potens in duo medialia: erit ex. 58. c. d. binomium quintū aut ex. 59. binomium sextum. Et quia impossibile est. c. d. esse simul sub diuersis speciebus binomiorum a diffinitione est impossibile. a. esse simul sub diuersis speciebus sex prehabitarum linearū irrationalium. ¶ De linea aūt mediali constat q; ipsa quoq; non sit aliqua sex sequentium videlicet neq; binomium neq; aliqua ex ipsius comitibus. Cum enim superficies equalis quadrato linee medialis adiungitur ad lineam rationalem: latus eius secundum est rationale in potētia ex. 20. cum aūt superficies equalis quadrato binomii aut alicuius suarum comitum: latus eius secundum est binomium aut primum aut secundū & sic de ceteris per. 54. &. 5. eam sequentes quare ipsum a est irrōnale & in longitudine & in potentia per. 30. Cum igitur sit impossibile eandem lineam esse rationalem in potentia & irrōnalem tam in longitudine q̄ in potentia. nimirum impossibile lineam medialem esse binomial em aut aliquam ex quinq; suis comitibus.

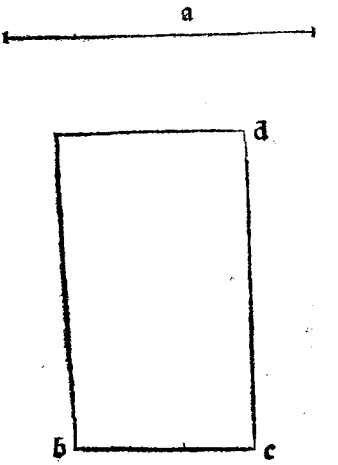
¶ Castigator.

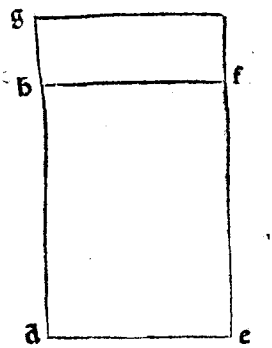
¶ Ibi. n. probatum est q; quadratum cuiuslibet binomii est incōmensurabile duobus q̄dratis duarū linearū cōponentiū binomium p. 9. huius. & 4. secundi que q̄drata semp sunt rōnalia eo q; linee ille in potentia sunt rōnales cōicantes p. 17. &. 18. huius. Et ideo p diffinitionem huius. 10. q̄dratū ipsum ē irrōnale cum nō cōicet rationali. Sic q; patet binomiū tā in longitudine q̄ in potentia esse irrationale. per. 30. huius.

## Propositio .68

Si linea de linea abscindatur fuerint q; ambe potentialiter tantum rōnales cōicantes: reliqua linea erit irrationalis dicetur q; residuum.

¶ Sit linea. b. c. abscisa ex. a. b. sint q; ambe rationales tantum potentia cōicantes: quales docuit inuenire. 17. &. 18. & hee sunt que componunt binomium. ¶ Dico q; a. c. reliqua ē irrationalis & ipsa vocatur residuum. Constat enim ex. 7. secundi q; quadrata duarum linearum. a. b. &. b. c. pariter accepta que componunt superficiem rationalem ex ypothesi & diffinitione rationalis superficiei &. 9. huius tantum sunt quintum duplum superficiei. a. b. in. b. c. cum quadrato. a. c. Cum q; ex. 19. superficies. a. b. in. b. c. sit medialis. ideoq; & duplū eius & mediale per. 21. & ideo. irrationale per. 19. sequitur vt ambo quadrata duarum linearum. a. b. & b. c. pariter accepta sint incommensurabile duplo superficiei vnius earum in alteram: quare per. 9. & quadrato linee. a. c. ex diffinitone igitur quadratum linee. a. c. est irrationale cum ipsum sit incommensurabile rōnali videlicet duobus quadratis duarū linearum. a. b. &. b. c. pariter acceptis. I taq; etiam ex diffinitione linea. a. c. ē irrationalis quod est propositum. ¶ Exemplariter in figura esto superficies. e. g. equalis duobus quadratis duarum linearum. a. b. & b. c. pariter acceptis. Erit q; rationalis. ¶ I temq; sit superficies. d. f. equalis duplo superficiei vnius in alteram: erit q; ex. 19. medialis & erit ex. 7. secundi superficies. f. g. equalis quadrato linee. a. c. cui; superficies. e. g. sit incommensurabilis superficiei d. f. eadem erit ex. 9. incommensurabilis. f. g. quare. f. g. irrationalis & eius tetragonicum latus. a. c.

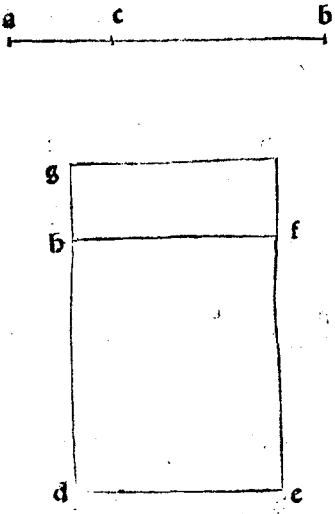




## Propositio .69.

Si fuerit linea de linea abscisa fuerintq; ambe mediales potentialiter tantum communicantes superficiemq; rationalem continentes reliqua linea erit irrationalis dicenturq; residuum mediale primum.

¶ Sit linea.b.c.abscisa ex linea.a.b.sintq; ambe quales proponitur quas ex.24.ē.25.reperies ē hee sunt que componunt bimediale primum dico q; reliqua linea .a.c. erit irrationalis ē ipsa dicitur residuum mediale primum. Erūt enim ambo earum quadrata pariter accepta mediale: duplum vero superficiei vnius in alteram rationale. itaq; ambo quadrata pariter accepta, incommensurabile sunt duplo superficiei vnius in alteram quia itaq; ambo quadrata pariter accepta componuntur ex duplo superficiei vnius in alteram ē quadrato linee .a.c. sequitur per.9. vt quadratum linee.a c.sit incommensurabile duplo superficiei vnius in alteram quare tam ipsum quadratum q̄ latus eius. a.c.est irrationale p̄ diffinitionem constat ergo ppositum. quod quēadmodum in premissa ſi libet potes declarare exēpliter in figura. ¶ Aliter idē sic. sit linea.d.e.rationalis in longitudine: cui adiungat superficies .d.f.equalis duplo superficiei vnius in alteram ē superficies.g.e. equalis ambobus quadratis pariter acceptis, eritq; per.7. secundi superficies, f.g. equalis quadrato linee.a.c.cū itaq;, p. ypothesim sit superficies.e.g.medialis erit p.20. linea.d.g.rationalis in potentia tm̄. Cum vero sit superficies.e.b. rationalis per ypothesim erit ex.16.linea.d.b.rationalis in lōgitudine: itaq; p.68. linea.g. b.est residuum ē irrationalis ideoq; per.16.a. destructione consequentis superficies.f.g. est irrationalis ē eius latus tetragonicum quod est.a.c.est irrationale. Et sic patet propositum.




## Propositio .70.

Si linea de linea secetur fuerintq; ambe mediales potentialiter tantum communicantes continentesq; mediale: reliqua linea erit irrationalis dicenturq; residuum mediale secundum

¶ Sit hic quoq; linea.b.c.abscisa ex linea.a.b. vtraq; ait a.b. ē.b.c.sint vt propōitur ē ipse per.26.reperiunt ē sunt que componunt bimediale secundum: dico q; linea reliqua que est .a.c. est irrōnalis ē ipsa dicitur residuum mediale sedm. Sunt.n. ex ypothesi ē 21.ambo quadrata duaꝝ linearū.a.b.ē.b.c. pariter accepta mediale. similiter quoq; duplum superficiei vnius in alteram est mediale. Cum itaq; ex 21.mediale nō defferat a mediali nisi in irrōali: erit q̄dratum linee.a.c.in quo per.7.secundi duo q̄drata linearū.a.b.ē.b.c. pariter accepta excedunt duplum superficiei vnius in alteram irrōnale quare ē linea.a.c.irrōnalis. ¶ Figurali quoq; exemplo patefieri potest istud vt prius. Si enim sit .e.g. equalis ambobus quadratis.a.b.ē.b.c.simul ē.d.f. duplo superficiei vnius in alterā erit.f.g.p.7.scdi.equalis quadrato.a.c.que cū sit dria superficiei vnius medialis.e.g.ad superficiē medialē.d.f.ipsa est irrōnalis p .22. ē eius tetragonicū latus.a.c.irrōnale. ¶ Idē aliter. Sit linea.d.e.rōnalis cui adiungat superficies.d.f.eqlis duplo superficiei vnius i alterā.ē.e.g.eqlis ambobus q̄dratis piter acceptis.eritq; p.7.scdi.f.g.equalis quadrato.a.c. qa ꝙ e.g.est medialis erit ex.20.linea.d.g.i potētia tm̄ rōnalis. Similiter quoq; cū.e.h.sit medialis erit ex eadē linea.d.h.rōnalis.similiter in potētia tm̄. Et qm̄.a.b.ē.b.c.sunt incōmensurabiles in longitudine ideoq; q̄dratum vtriusq; earū superficiei vnius i alterā: ē pp hoc ambo quadrata pariter acceptā cū ipsa ex ypothesi cōicent. sunt quoq; incōmensurabile duplo superficiei vnius in alteram sequitur vt.e.g.sit incommensurabilis.h.e.qua propter linea.d.g.linee.d.h.igitur ex.68.linea.g.h.est residuum ē irrationalis.ideoq; per.16.a destructione consequentis superficies.f.g.irrationalis ē eius latus tetragonicum.a.c.irrationale.

## Propositio .71.

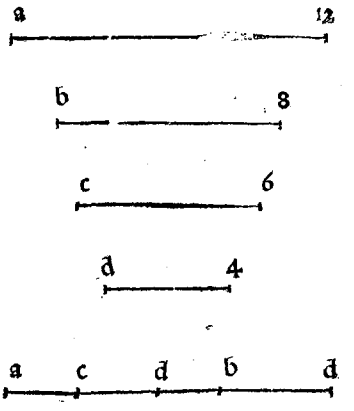
Si linea de linea detrahatur fuerintq; ambe potentialiter incōmensurabiles continentesq; mediale quadrataq; earum ambo pariter accepta rationale: reliqua linea erit irrationalis vocabitq; minor.

¶ Si sint.a.b.㊣.b.c.quales ꝓponitur que p.27.reperiunt ㊣ cōponūt lineam maiorem.erit linea.a.c.irrōalis ㊣ ipsa est que dicitur linea minor. Quod qui premissa firmiter tenuerit positione; diligenter attenderit duplici modo vt antecedentes facile probabit.

## Propositio .72.

Si linea de linea demat fuerintq; ambe potentialiter incōmensurabiles superficiemq; rōnalem continentes quadrataq; earum ambo pariter accepta mediale: linea reliqua erit irrōnalis diceturq; iuncta cum rōnali componēs totum mediale.

¶ Et hoc quoq; nescire nō pōt q; prior a nouerit nisi a memoria exciderint; quoniam positis lineis.a.b.㊣.b.c. vt ꝓponitur que ㊣ p 28. reperiuntur lineam potentem in rationale ㊣ mediale componunt: sit a.c.reliqua rōnalis ipsa dicit que iuncta cū rōnali cōponit totū mediale.




## Propositio .73.

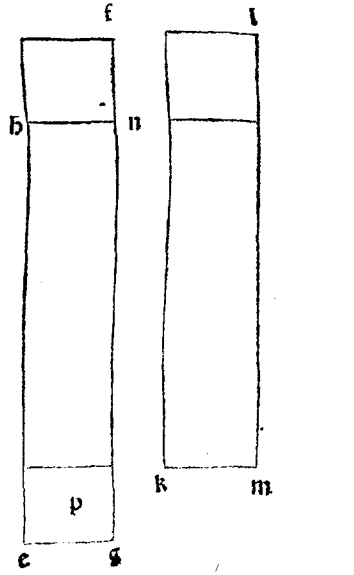
Si linea a linea detrahatur fuerintq; ambe potentialiter incōmensurabiles superficiēq; mediale cōtinētes quadrataq; earū ambo pariter accepta mediale duplo superficiei alterius in alterā incōmensurabile: reliqua linea erit irrationalis dicturq; iuncta cum mediali faciens totum mediale.

¶ Sint ēt hic.a.b.㊣.b.c. quales ꝓponitur que per .29. reperiuntur ㊣ ipse sunt que componunt lineam potentem in duo medialia eritq; a.c.reliqua irrationalis dicta que iuncta cum mediali componit totum mediale quod vt facile premissa duplici argumentatione concludas processum 70.moneo diligenter attendas. Est autem premittēdum hic antecedens necessarium ad demonstrationes sequentium quod est propositum.




¶ Si fuerint quatuor quantitates differentia prime quarum ad secundam sit sicut tertie ad quartam: erit permutatim differētia prime ad tertiam sicut secunde ad quartam.

¶ Intelligendum ē hoc de quantitatibus eodem mō relatis vt cum prima maior fuerit secunda sic quoq; tertia maior quarta.cū vero minor ㊣ mior. Exempli gra sit dria a.a.ad.b.sicut.c.ad.d.dico q; erit.a.ad.c.sic.b. ad.d.est enim per hanc cōem animi conceptionem. ¶ Differentia extremor est composita ex differentiis ipsorum ad media differentia.a.ad.c. composita est ex ea que est.a.ad.b.㊣ ea que est.b.ad.c.at ea que est.b.ad d.per eandem conceptionem componitur ex ea que est.b.ad.c.㊣ ea que est.c.ad.d.㊣ quia ex ypothesi est differentia.a.ad.b.sicut.c.ad.d.ea vero que est.b.ad.c.est communis sequitur per communem scientiam vt sit a.ad.c.sicut.b.ad.d.quod est propositum.




¶ Calligator.

a ¶ Geometrice non aritmethice. ſ. sicut.a.excedit.b.in.½.ipsius.a.vel in.⅓.ipsius.b.q; etiam.c.excedat.d.in.⅓.ipsius.c.vel in.½. ipsius.d.㊣ si.a. minuit.a.b.tantūdem minuat.c.ad.d. quoniā aritmethice esset falsum quod dicitur.nam.12. prima differt a.8.secunda per quatuor vnitates.㊣ 6.tertia a.4.quarta per duas vnitates vnde excessus aritmethice non est idem sed geometrice.

¶ Et ex hoc sequitur commune dictum.ſ.quod proportio extremorum componitur ex ꝓportionibus mediorum quod probatur prosuppositā ista veritate videlicet quanta est aliqua quātitas ad aliam tanta ēt denominatur proportio eius ad ipsam. Et istud inductiue patet. Quoniam si fuerit vna equalis alteri.erit equa proportio inter illas.㊣ si dupla fuerit

linea erit proportio dupla ℭ si fuerit incommensurabiliter correspondens in longitudine ℭ potentia erit ℭ proportio irrationalis consimilis erit quia semp ꝓportionum denominatio cōformis ē habitudini terminoꝝ. Et hinc est argumentum q̄ nulla quantitas excedit aliam ꝓportionabiliter q̄is vna excedat aliam incōmensurabiliter ℭc. ℣ Vnde hoc stante apparet comune dictum prepositum esse verum videlicet q̄ proportio extremorum componitur ex ꝓportionibus mediorum. Et accipio duas lineas. a. ℭ. c. duplam ℭ subduplam Tunc q̄ proportio. a. ad. c. componitur ex proportione medii vel mediorum sumptorum inter. a. ℭ. c. Et tanti amplius quantum excedit. b. medium. I gitur. a. excedit. c. secundum proportionem duorum excessuum sumptorum. I gitur excessus iste continet excessus istos quorum habitudo cōtinet habitudines ℭ proportio proportiones. Et hoc voco proportionem componi ex proportionibus. Consimiliter quoq; si fuerint plura media tunc. n. ex omnibus ꝓportionibus illorum inter se. ℭ ad extrema componitur ꝓportio extremorum. Et inde est q̄ omnis proportio multipliciter resolui potest in proportiones exemplum in ꝓportione dupla que resolui pōt in duas proportiones similes. ℭ iste sint irrōnales potest ēt resoluiin duas proportiones rōnales sed non similes. verbi gratia in sexquialteram ℭ sexquitertiam sic enim quaternarius excedit binarium. puta proportione sexquialtera que est ternarii ad binarium ℭ secundum sexquitertiam que est quaternarii ad ternariū. Si aūt accipias duplam proportionem secundum senarium. ℭ ternarium inuenies plura media ℭ proportiones plures. Et sic semper ascendēdo ad maiores numeros ℭc. ℣ Etiā ꝓportio extremoꝝ aritmethice componitur ex omnibus differentiis inter mediis q̄ per ea que dicta sunt super diffinitione. 11. quinti ℭ i opere nostro magno ipresso ad cartas. 44. de numeris equaliter siue inequaliter se excedentibus colligere potes.

## Propositio .74.

Nulla linea nisi vna tantum residuo coniungi potest vt sint ambe sub termino earum que erant ante separationem.

℣ Sit linea .a.c. residuū que fuerit reliqua abscisa. b.c. ex a.b. eruntq; a.b. ℭ .b.c. rationales tantum potentia communicantes ex. 68. dico q̄ ipsa. a.c. nulli alii linee q̄ .b.c. poterit componi sub hac diffinitione neq; maiori. b.c neq; minori .b.c. Si autem potest componatur cum .c.d. indifferenter maiori aut minori q̄. c.b. eruntq; ob hoc ambe linee. a.d. ℭ .d.c. rationales in potentia tantū communicantes. Quia ergo ex. 7. secundi quadrata ambarum linearum a.b. ℭ .b.c. pariter accepta excedunt duplum superficiei vnius earum in alteram in quadrato. a.c. ℣ Similiter quoq; quadrata duarum linearum a.d. ℭ .d.c. pariter accepta excedunt duplum superficiei vnius ipsarum in alteram in quadrato eiusdem. a.c. ℣ Sequitur ex premisse antecedente vt differentia duorum quadratorum duarum linearum, a.b. ℭ .b.c. pariter accepta ad duo quadrata duarum linearum. a.d. ℭ .d.c. pariter accepta sit sicut differentia dupli superficiei. a.b. in. b.c. ad duplum superficiei. a.d. in. d.c. ℣ Cum autem sint duo quadrata vtriusq; sectionis pariter accepta rationale ex ypothesi duplum vero superficiei vnius in alteram portionum vtriusq; sectionis mediale per ypothe. ℭ. 19. ℣ Erit vna ℭ eadem differentia duarum superficierum rationalium ℭ duarum medialium hoc autem est impossibile. Rationales enim superficies non differunt nisi in rationali superficie vt patet per diffinitionem rationalis superficiei ℭ per. 9. Medialis autem non differt a mediali nisi i irrationali superficie per. 22. ℣ Hoc autem fit manifestius in figura sic. Sit enim superficies. e.f. adiuncta ad lineam. e.g. equalis ambobus quadratis duarum linearum a.b. ℭ .b.c. pariter acceptis. At. g.h. sit equalis duplo superficiei vnius in alteram erit q̄. f.h. equalis quadrato linee .a.c. ex .7. secundi ℣ Similiter quoq; sit .k.l. adiuncta ad lineam .k.m. equalis duobus quadratis

duarum linearum.a.d.&.d.c pariter acceptis &.m.n.sit equalis duplo superficiei vnius in alteram;eritq; ex.7.secundi.n.l.equalis quadrato linee a.c.ideoq; etiam equalis.b.f.est itaq; differentia.e.f.ad.g.h.sicut.k.l.ad m.n.quare per antecedens permutatim erit permutatim differentia.e.f.ad k.l.& ipsa sit.p.sicut.g.h.ad.m.n.Eoquia vtraq; duarum superficierum.e.f.&.k.l.est rationalis vtraq;,vero duarum superficierum.g.h.&.m.n.medialis sequit impossibile videlicet superficiem.p.ecrōnalem,&irrōnalem.

## Propositio .75.

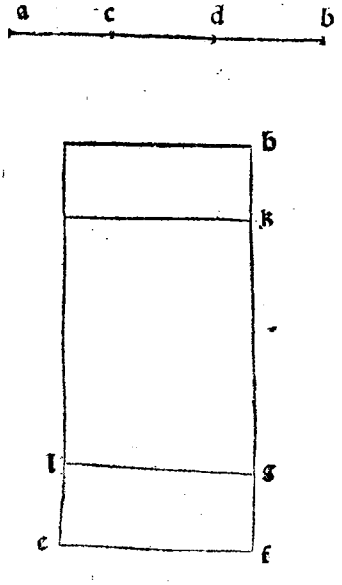
Illa linea nisi vna tantum residuo *mediali primo* coniungi potest vt sint ambe *sub termino* earum que erant ante separationem.

¶ *Hec quoq; probabitur similimō*.Sint enim in vtraq; *sectione* ambo quadrata ;aliter accepta ;medialē ;duplū *vero superficiei vnius* in alteram rationale & quia *vt prius eadem* est differentia quadratorū vniussectionis ad quadrata alterius que est dupli superficiei vnius ad duplum superficiei alterius erit vna & eadē superficies differentia duarum medialium & duarum rationalium quod est impossibile.

## Propositio .76.

Illa linea residuo mediali secundo coniungibilis est vt sub termino earum fiant nisi tantum que ab ea ante separata erat.

¶ Sit enim.a.c.residuum mediale secundum que fuit resectum abscisa.b.c.ex.a.b.eruntq; ex.70.due linee.a.b.& b.c.mediales potentiā tm coēntes mediale continentem dico q; ipsa.a.c.nulli linee alii q̄ b.sub hac diffinitione coniungi pōt. Si autem coniungatur linee.a.d.sit;linea.e.f.rationalis in longitudine ad quam coniungatur superficies.e.h.equalis quadratis duarum linearū .a.b.&.b.c.pariter acceptis &.e.k.equalis quadratis linearum.a.d.&.d.c. pariter acceptis a qua abscindatur e.g.equalis quadrato linee ta.c.eritq; per.7.secundi superficies.l.h.equalis duplo superficiei.a.b.in.b.c.& l.k.p eandem sit equalis duplo superficiei.a.d.l.d.e.qui ergo quadrata ambarum partium prime sectionis sunt mediale & duplum etiam superficiei mediale incommensurabile duobus quadratis pariter acceptis que nescire diligens geometra non poterit qui posticales diligenter frequentierit erit superficies ergo medialis cum ipsa sit equalis duobus quadratis pariter acceptis & superficies.l.h.medialis cum ipsa sit equalis duplo superficiei vnius in alteram per.20.igitur est vtraq; duarum linearum.f.h.&.g.h.rationalis in potentia tantum.& quia vna est incommensurabilis alii; eo q; superficies.e.h.est incommensurabilis superficiei.h.l.sicut duo quadrata duplo superficiei erit ex.68.linea.f.g.residuum quare linea.f.g.que est residuum componitur linee.g.h.vt sint ambe sub termino earum que erant ante separationem.Similiter quoq; probabis eandem.f.g.cum linea.g.k.componi eadem conditione mediantibus superficiebus.e.k.& .k.l. quarum prima est equalis quadratis duarum linearum.a.d.&.d.c.pariter acceptis & secunda duplo superficiei vnius in alteram:quod est impossibile p .74. & hic modus demonstrationis potest esse communis .75. ceterisq; quatuor sequentibus eam.

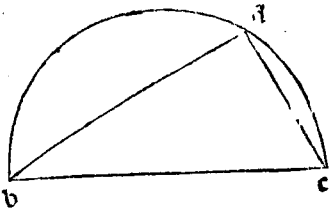


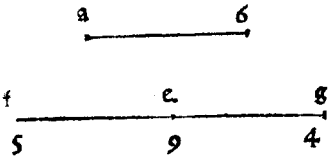

## Propositio .77.

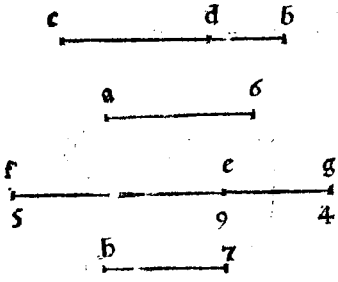
Illa linea minori coniungibilis est vt sub termino suo fiat nisi tantum que ante sibi abscisionem coniungebatur.

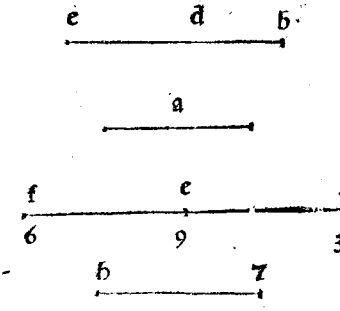
¶ *Intellige quid sit linea minor* quod si oblitus es consule .21.& *sine obiectione* concludes *propositum*. *Si quem admodū* in.74.processeris poterisq; si libuerit quēadmodū in.76.procedere.

## Propositio .78.




Linea que coniuncta cum rationali facit totum mediale nisi vni tantum componi non potest vt sub earum termino fiant.

¶ Quid sit linea que proponitur ex .72. didicisti. cum ergo de ea volueris quod per hanc .73. dicitur demonstrare a processu .75. in quoq; non desinas. sed sicut in .76. si te defecerit ingenio duce poteris procedere.

## Propositio .79.

Linee que iuncta cum mediali facit totum mediale nisi vna linea tantum iungi nequit vt sub earum termino fiant que erant ante separationem.

¶ Huius linee que iuncta cum mediali componit totum medialé magistra est .73. de qua quod hec .79. enunciat sic concludere cogeris sicut de residuo mediali secundo quod per .76. enunciatum est concluseris.

¶ Positis duabus lineis altera rationali altera vero residuo adiectaq; ipsi residuo linea aliqua secundum eius terminum si fuerit totum inde compositum potentius linea adiecta in quadrato linee ipsi toti communicantis in longitudine: fieritq; idé totum posite rationali linee in longitudine commensurabile quod positum erat dictum residuum primum. ¶ Si vero linea adiecta posite rationali cómunicet in longitudine dicetur residuum secundum. ¶ Quod si fuerit vtraq; rationali posite in longitudine incommensurabilis vocabitur residuum tertium. ¶ Si fuerit tota linea potentior adiecta augmento quadrati linee ipsi toti incommensurabilis eadéq; tota posite rationali communicet in longitudine nuncupabitur residuum quartum. ¶ Si vero linea adiecta posite rationali cóicet in longitudine vocabitur residuum quintum. ¶ Quod si fuerit vtraq; posite rationali in longitudine incommensurabilis appellabitur residuum sextum.

## Propositio .80.

Residuum primum inuestigare.

¶ Ab inuentione omnium specierum residui facile nos absoluit inuétio per ordinem omnium specierum binomii. Nam in qualibet specie binomiorum si minor portio abscindatur de maiori linea reliqua erit residuum similis speciei vt patet ex diffinitiónibus tam binomiorum q̄ residuorum: propriis tamen inuentionibus residuorum insistétes sic inquiramus primum. Sit linea .a. rationalis posita cui commensurabilis in longitudine sumatur .b.c. sitq; .e. numerus quadratus diuisus in .f. non quadratum & in quadratum .g. sitq; proportio quadrati linee .b.c. ad quadratum linee c.d. sicut .e. ad .f. eritq; per vltimam partem .c.d. rationalis in potentia tantum. ¶ Cum itaq; sit .c.b. potentior .c.d. in quadrato linee sibi communicantis in longitudine quod patet sicut in explanatione binomii primi cōstat ex diffinitione lineam .b.d. esse residuum primum.

## Propositio .81.

Residuum secundum patefacere.

¶ Ad habendum residuum secundum sit .a. linea rationalis posita: eiq; communicans in longitudine .c.d. & sit quadratum .c.d. ad quadrātum .b.c. sicut .f. ad .e. eritq; .b.d. residuum secundum ex diffinitione: si dubitas aut posita non seruas ypotheses aut binomii secundi repetitione indiges.

## Propositio .82.

## Esiduum tertium perscrutari.

¶ Residuum tertium sic habetur posita vt prius .a. rationali numeroq; .e. quadrato diuiso in .f. non quadratum; & g. q̄dratū assumptoq; .b. numero primo ac q̄dratū liee .a. ad quadratum linee .b.c. sicut .b. ad .e. sit quadratum linee .b.c ad quadratum linee .c.d. sicut .e. ad .f. eritq; ex diffinitione; de quo si hesitas consule binomium tertium linea .d.b. residuū tertiū.

## Propositio. 83.

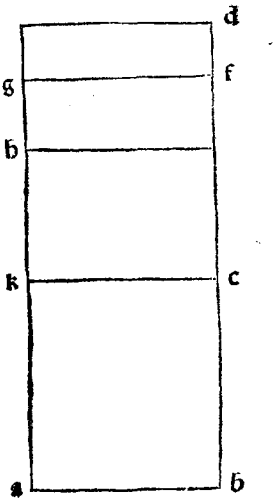
## Esiduum quartum inuenire.

¶ Hic sicut i inuentione residui primi sit linea .b.c. communicans linee .a. rationali posite; numerus autem .e. quadratus sit diuisus in .f. & .g. quorum sit vterq; non quadratus: sitq; quadratum linee .b.c. ad quadratum linee .d.c. sicut .e. ad .f. & scies ex diffinitione lineam .d.b. esse residuum quartum. si eorum que in inuentione binomii quarti didiceras oblitus non fueris.

## Propositio 84.

## Esiduum quintum demonstrare.

¶ Cum residuum quintum inuenire libuerit erit linea .c.d. communicans linee .a. rationali posite in longitudine sicut erat i inquisitione secundi & erit quadratus numerus .e. diuisus in .f. & .g. quoz neuter quadratus sicut in premissa & erit quadratum linee .e.d. ad quadratum .b.c. sicut .f. ad .e. ex quibus a diffinitione concludere liceti habita sufficienti noticia binomii quinti lineam .d.b. esse residuum quintum.




## Propositio .85.

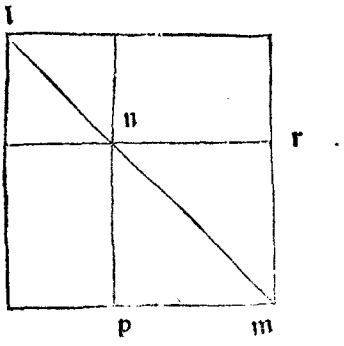
## Esiduum sextum oem̄ pr̄esto sit reperire.

¶ Residuum sextum sic reperitur. erit vt prius linea .a. rationalis posita & .e. numerus quadratus diuisus in .f. & .g. non quadratos & erit .b. numerus primus & quadratū linee .a. ad quadratum linee .c.b. sicut .b. ad .e. At vero quadratū .b.c. ad quadratum .c.d. vt .e. ad .f. eritq; ex diffinitione. linea .d.b. residuum sextum. cui si non plene animus tuus assenserit exercere te conuenit in inuentione binomii sexti.

## Propositio .86.

## Si fuerit superficies linea rationali atq; residuo primo contenta latus eius tetragonicum necesse est esse residuum.

¶ Sit superficies .a.c. cōtenta linea rationali .a.b. & residuo primo .b.c. dico latus tetragonicum superficiei .a.c. esse residuum. V Adiungatur enim ad lineam .b.c. linea .c.d. sitq; illa cuius detractione .b.c. fuit residuum primum. Eritq; ex diffinitione .b.d. rationalis ex longitudine &, .c.d. in potentia tantum .b.d. quoq; erit potentior .d.c. in quadrato linee secum communicantis in longitudine. Diuidatur igitur .d.c. per equalia in .e. & tota .b.d. diuidatur ea cōditione in .f. q; inter .b.f. & .f.d. sit .e.d. medio loco proportionalis: eritq; ex secunda parte .b.f. communicans in longitudine .f.d. per .9. igitur vtraq; earum communicat cum tota linea .b.d. quare per diffinitionem ambe sunt rationales in longitudine. Ducantur itaq; linee .f.g. e.h. & .c.k. equidistantes .a.b. eritq; per .15. vtraq; duaz superficierum .a.f. & .g.d. rationalis. Sit quadratum ergo .l.m. equale superficiei .a.f. eritq; rationale & latus eius rationale [a] in potentia. Intra illud quadratū ptracta diagonali linea .l.m. describatur quadratum .l.n. equale superficiei .g.d. eritq; ipsum rationale & eius latus rationale in potentia protrahātur aūt due linee .n.p. q.n. equidistanter lateribus totalis quadrati. V Dico ergo quadratum .p.r. esse equale superficiei .a.c. & eius latus quod est .n.p. est residuum. Cum enim linea .d.e. sit ex ypothesi medio loco proportionalis inter .b.f. & .f.d.



erit ex prima sexti superficies.d.h. medio loco proportionalis inter duas superficies.a.f.&.g.d. ideoq; & inter duo quadrata.l.m.&.n.l. Cuq; ex prima sexti sit superficies.l.p. medio loco proportionalis inter eadem duo quadrata erit.l.p. equalis.d.h. et etiam.h.c.& quia quadratum.l.n. est equale g.d. erit.t.r. equale b g.e. totus itaq; gnomo circunscriptus quadrato.m.n. est eqlis.c.g.&.q.a.l.m. erat equale.a.f. relinquit.m.n. equale.a.c.q; ait n.p. latus qdrati.m.n. sit residuū sic collige. Est.n. vtraq; duaꝝ linea ꝝ.p.t. &.t.n. rōnalis in potētia eo q; vtrūq; qdratū.l.m.&.n.l. ē rōnale vnaq; earū est incōmensurabilis alii p primam sexti &.10. huius: eo q; quadratum l.m. est incōmensurabile.l.r. superficiei sicut superficies.a.f. superficiei.h.d. de quibus manifestum est q; ipse sunt incōmēsurabiles: est enim p ꝑmam sexti vna eaꝝ ad alterā sicut linea.b.f. que est rōnalis in lōgitudine ad lineam.d.e. que est rōnalis in potētia tantum. Ex. 68. igitur linea. p.n. que pōt in superficiem.a.c. est residuum: & hoc est quod intendimus.

## Cassigato.

a Quia cum ille due superficies sint rōnales: erunt quadrata illis equalia rōnalia. Ideo q; quū fuerint de lateribus eoꝝ tetragonicis illa in potētia erūt rōnalia: & pp hoc nō negat quin dicta latera possint eē rōnalia in longitudine: sed nō est necessariū. Et ideo nō errat ponēdo illa rōnalia in potētia &c. b Per si ab equalibus equalia demas &c. Nā cū l.p. sit equalis.d.h. si ab ipsa.l.p. dematur quadratū.l.n. remanebit supplemētū. p. q. qđ ē equale supplemēto.t.r. & si de superficie.d.h. demat.g.d. q̄ posita est eqlis ipsi quadrato.l.n. remanebit superficies.e.g. Et quia remota sunt eqlia remanentia erunt equalia p dictā cōem sciam: & ideo.t.r. sequit. equari ipsi superficiei.e.g. vt dicit. c Aliud quoq; est hic notandū videlicet qđ dicitur i illa. 86. q; latus tetragonicū superficiei.a.c. erit residuū ab eius diff. s.p.n. & nos hēmus q; dicta superficies.a.c. est.24.m̄.ꝝ.252. que habet ex ductu 4.m̄.ꝝ.7. residui primi p diffi. ipsius in.a.b.s.in.6. cuius tetragonicum latus est vna radix ligata seu vniuersalis videlicet.ꝝ.v.24.m̄.ꝝ.252. & hoc ē p ipsum. è u. residuū cuiusuis spēi. s. primi secūdi tertii quarti quīti vel sexti. & p. 68. ad cōstitutionē residui cuiuslibet reqrit q; due linee inequales p 17. & 18. huius sint tm̄ potētia rōales cōicantes: & tūc de maiori abscisa minori reliqua dr residuum &c. modo ista linea pratice ad sensum illius. 68. non erit residuū. s. ꝝ.v.24.m̄.ꝝ.252. quia.m̄.ꝝ.252. est.ꝝꝝ.& 24. ē simplex & mera radix. s.ꝝ.24. tūc potētia eius est.24. & potentia.m̄.ꝝꝝ.252. est.ꝝ. 252. ecce rationale & irrationale: quoniam. ꝝꝝ. est linea medialis & latus tetragonicum superficiei irrationalis per.19. huius. Et ideo. ꝝ.V.24.m̄. ꝝ.252. non erit residuum a diffinitione &c. Ad hoc dicendum q; cum dicitur duas lineas potentialiter tantum rationales communicantes nō dicitur magis de potētia simplici scilicet de primaria multiplicatiōe in se q̄ de duplici vel triplici potentia hoc est in se bis vel ter & quater &c. cum omnes tales appellatione potentie omnes veniant &c. Et ideo quamuis in prima earum multiplicatione in se ex qua oritur.24. & m̄.ꝝ.252. quod est quadratum radicis vniuersalis illius: & illa duplex.ꝝ. effecta est vnica scilicet.ꝝ.252. & non communicat cum.24. rationali: & ideo secundario ducta in se qualibet erit vna.576. & alia.252. que communicant &c. & ideo intelligendum est de potentia vnica duplicata triplicata quadruplicata: & quotiensuis multiplicata: quoniā omnes potentie nuncupantur: quod notandum tibi multis in locis deseruiet: presertim in isto decimo vbi agitur de lineis compositis & earum residuis seu recisis &c. de quibus et hoc notādo clarius alias dicemus vt patebit &c. C Item aliud mirabile ē scilicet q; cum quadratum.l.m. equatur superficiei.a.f. que in casu est.21. cuius latus tetragonicum est.ꝝ.21. & l.r. seu. l.q. vel.t.n. est.ꝝ.3. sequitur. p. m. seu. p.n. vel.n.r. esse latus tetragonicum quadrati.p.r. quod est.ꝝ.21.m̄. ꝝ.3. pro residuo proposito quo in seqduci facit.24.m̄.ꝝ.252. etiam dictum latus est.ꝝ.V.24.m̄.ꝝ.252. quod ratione quadrature pbatur illi equari scilicet.ꝝ.21.m̄.ꝝ.3. quod est no. dignissimum.

Si superficies aliqua linea rationali residuoꝝ secũdo contineatur: linea in eandem potens erit residuum mediale primum.

¶ In hac quoq; argue sicut in premissa ex diffinitione residui secũdi. ℭ secũda pte. 13. ℭ nona ℭ decimanona ℭ. 15. ℭ. 69.

## Propositio. 88.

Si linea rationali residuoꝝ tertio superficies contineatur erit linea super eam potens residuum mediale secundum.

¶ Priori demonstrationi insiste ℭ facile concludes propositum ex diffinitione residui tertii ℭ secunda parte. 13. ℭ. 9. ℭ. 19. ℭ. 70.

## Propositio. 89.

Si fuerit superficies linea rationali residuoꝝ quarto: tenta linea super eam potens erit linea minor.

¶ In hac quoq; non aliter procedas q̃ prius. facile enim erit ipsi propositum concludere. premissam non despicias ex diffinitione residui quarti ℭ secunda parte. 14. ℭ. 9. ℭ. 19. ℭ. 5. ℭ. 71. ℭ sic patebit propositum.

## Propositio. 90.

Si fuerit linea rationali residuoꝝ quinto superficies contenta latus eius tetragonicum erit cum rationali componens mediale.

¶ Nitere premisse argumentatione ex diffinitione residui quinti ℭ secunda parte. 14. ℭ. 9. ℭ. 19. ℭ. 15. ℭ. 72. quod propositum est concludere.

## Propositio. 91.

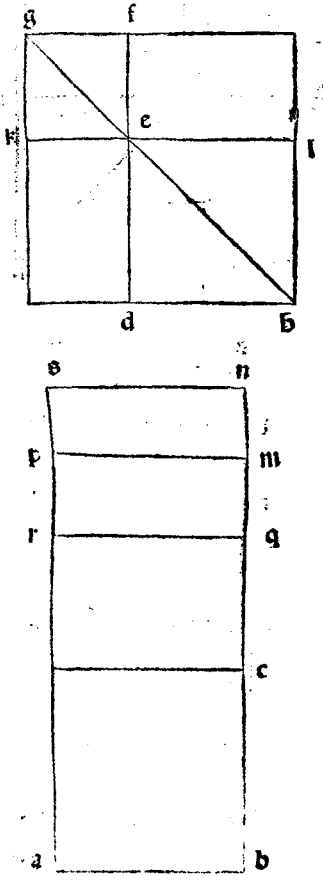
Si linea rõnali residuoꝝ sexto superficies ꝓtineat latus tetragonicum quod super eam põt cum mediali ꝓstituens totum mediale esse comprobatur.

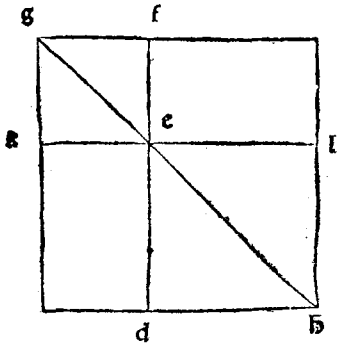
¶ Nunc quoq; vltimo quod perbane dicit premisso mõstrage concludere ex diffinitione residui sexti ℭ secunda parte. 14. ℭ. 9. ℭ. 19. ℭ. 73. in his aũt obiectionibus ꝓcessum tuũ nihil offenderet poterit si primam eaꝝ ℭ ꝓfecte didiceris ℭ memoriter teneris ℭ quid quoq; supponas solerter attenderis. Quod si forsan de aliquo in quadrato l.m. te dubitare contigerit ad suum equale in superficie a.d. tibi recurrendum erit ℭ patebunt tuo ingenio.

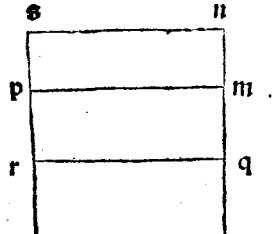
## Propositio. 92.

Si ad lineam rationalem superficies equalis quadrato residui applicetur: alterum latus residuum primum esse necesse est.

¶ *Hec sex sequentes sunt conuerse sex precedentium per ordinem. huius aũt prime hec est intentio q̃ si sit superficies a.c. adiuncta ad lineã rõnalem. a.b. equalis quadrato residui quod sit. d.e. erit eius latus secundum quod est. b.c. necessario residuũ primũ. Adiiciatur n. linee. d.e. que proponitur esse residuũ: linea p cuius abscisionẽ ipsa fuerit residuũ sit q̃, ei adiuncta a.e. f. erit q̃, ex. 68. vtraq; duarum linearum. d.f. ℭ. f.e. rõnalis in potẽtia ℭ vna eaꝝ incõmensurabilis alii describat ergo quadratũ linee. f.e. quod sit. e.g. ℭ q̃dratũ. d.e. que posita est esse residuum quod sit. e.b. ℭ adiiciantur supplementa. d.k. ℭ. f.l. erit q̃dratũ. g.b. tanq̃ quadratũ linee. d.f. ℭ quadratũ. e.b. erit sicut superficies a.c. Erit ẽt vtriq; quadratoꝝ. g.b. ℭ. g.e. rõnale. Sit igit superficies. a.m. adiuncta ad lineã. a.b. equalis q̃drato. g.b. erit q̃, ob hoc rõnalis. quare p. 16. linea. m.b. est rõnalis in longitudine. Superficies vero. p.n. sit eq̃lis q̃drato e.g. que ẽt pp hoc erit rõnalis ℭ p. 16. linea. m.n. rõnalis i lõgitudine. itaq; tota linea. b.n. est rõnalis p. 9. Diuidat aũt. c.n. p equalia. in. q. ℭ ducatur q.r. eq̃distans. a.b. erit q̃ ex prima sexti. c.r. equalis. r.n. Manifestum vero ẽ*






q cum tota ſupficies.a.n.ſit equalis duobus quadratis.g.h.ℓ.e.g.partiter acceptis que ſunt quadrata duarum linearum. d.f.ℓ.f.e.ℓ ſuperficies a.c.ſit eqlis qdrato linee.d.e.q ē.e.b.erit p.2.ſcđi ſupficies reſidua ex.a.n. que eſt.c.f.equalis duplo ſupficiei ex.d.f.in.f.e.Quare ℓ horum dimidia que ſunt.r.n.ℓ.d.g. neceſſe eſt eſſe equalia. ¶ Cūq igitur ex prima ſexti ſit ſupficies.d.g.medio loco proportionalis inter duo quadrata.g.h.ℓ.g.e.erit q, ſuperficies.r.n. medio loco proportionalis inter duas ſupficies.a.m.ℓ.p.n.ideoq, per primā ſexti erit ℓ linea.q.n.medio loco pportionalis inter duas lineas.b.m.ℓ.m n.cūm ſit.q.n.dimidium linee n.c.ℓ linea.b.n.diuiſa per punctum.m.in duo cōmunicantia inter que cadit.q.n.medio loco pportionalis ſequtur ex prima pte.13.q, linea.b.n. ſit potentior linea.n.c.in quadrato linee ſecū cōicantis in longitudine.q. ergo ſupficies.d.g.ē medialis ex.19.ex ypotheſi aūt ſupficies.c.r.ſibi equalis medialis ℓ linea.c.q.rōnalis in potentia tm p.20.ideoq, ℓ duplū eius quod ē linea.n.c eſt rōnalis tm in potētia:qa ergo.b.n.eſt rōnalis in longitudine cōmunicans linee.a.b.poſite rationali ℓ potentior.n.c.in quadrato linee ſibi communicans in longitudine ſequitur ex diffinitione lineam.b.c.eſſe residuum primum:quod eſt propoſitum.

## Propoſitio 93.

Im adiuncta fuerit ſuperficies equalis quadrato reſidui medialis primi ad lineam rationalem alterum latus eius erit reſiduum ſecundum.

¶ Hic erit linea.d.ē reſiduū mediale primum ℓ linea.e.f.erit linea illa p cuius abſciſionem.d.eſſuerat reſiduum mediale primum:dico q, b.c.erit reſiduum ſecundum qđ *neſcire nō poteris ſi demonſtrationem premiſſe quoniā eam ſolido amplectaris habitu inſtiteris ℓ quales lineas oporteat eſſe.d.f.ℓ.f.e. vigilanter attenderis:* de quo ſi dubitas.69.requirenda erit.

## Propoſitio 94.

Si ſuperficies equalis quadrato reſidui medialis ſecundi applicata fuerit ad lineam rōnalem:alterum latus eius reſiduum tertium eſſe continget.

¶ *Hic etiam erit.d.e.reſiduum mediale ſecundum ℓ ſequetur vt ſit.e.b.reſiduum tertium:quod vt facile conſtet duas prime demonſtrationi inſitas ℓ quales lineas conuenire oportet eſſe.d.f.ℓ.f.e.ex.78.collige*

## Propoſitio 95.

Im adiuncta fuerit linee rationali ſupficies equalis quadrato linee minoris latus eius ſecundum erit reſiduum quartum.

¶ Si fuerit.d.e.linea minor *aſſumpta hec.95.q.hec erit reſiduum quartum:eſt aūt ſumendum ex.71.quales lineas eē neceſſe ſit.d.f.ℓ.f.e.cū.d.e.ſiterit linea minor ℓ eſſt a fine dum propoſitum premiſſo modo excepto q, in hac ℓ duabus ſequētibus* neceſſe eſt lineam.b.n.diuidi ad punctum.m.in duo incommenſurabilia que in tribus premiſſis diuidebatur neceſſario in duo cōmenſurabilia. nam in tribus premiſſis fuerant due linee.d.f.ℓ.f.e.cōicantes in potētia tm ℓ ideo ea, quadrata cōicantia pp quod ℓ ſupficies.a.m.ℓ.p.n. quadratis earum equales cōicantes. Quapropter ēt ℓ due linee.b.m.ℓ.m.n. ideoq, fuit i tribus premiſſis linea.b.n.potētior linea.n.c.in qđrato linee ſecum cōicantis in longitudine ex prima parte.13. In hac aūt ℓ duabus ſequentibus ſunt due linee.d.f.ℓ.f.e.incommenſurabiles in potentia vt apparet ex.71.ℓ.72.ℓ.73.ℓ ideo earum quadrata ppter quod ℓ ſupficies a.m.ℓ.p.n.incommenſurabiles propter quod ℓ due linee.b.m.ℓ.m.n.a incommenſurabiles ideoq, per primam partem.14. tam in hac q, in duabus ſequētibus neceſſe ē linea.b.n.ee potentiorē linea.n.c.in quadrato linee ſibi incommenſurabilis in longitudine:cetera perquire vt prius.

¶ Castigatio.

¶ Quid inter eas cadit medio loco ꝓportionalis linea, q. n. p primam sexti cū. c. r. Et ideo. n. n. sit medio loco ꝓportionalis inter duas superficies a. m. & p. n, sicut sua equalis. d. g. inter duo quadrata. g. h. & . g. e. illis duabus superficiebus, a. m. & . p. n. equalia ex ypothesi.

## Propositio .96.

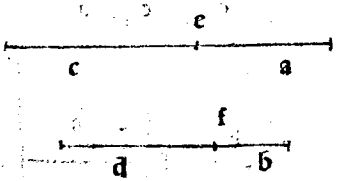
Si adlineam rationalem cui quadrato linee cum rationali constituentis mediale equalis superficies adiungatur: latus eius secundū erit residuū quintus.

¶ Pone similiter ibi lineam. d. e. cē illā disiuncta cū rōnali cōponāt totū mediale & attende ex. 73. quales lineas oporteat ēsse. d. f. & . f. e. & concludes sine offendiculo si prius habite demonstrationi oportune insisteris lineam . b. c . esse residuum quintum.

## Propositio .97.

Si adlineā rōnalem superficies equalis quadrato linee cū mediali cōponētis mediale adiungatur: latus eius alterum erit residuum sextum.

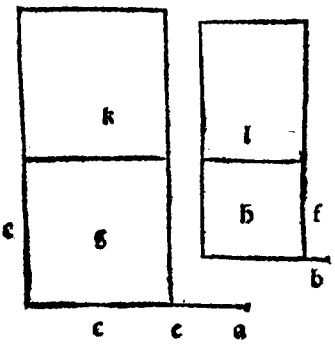
¶ Nunc vltimo conuenit lineā. d. e. cē illā que iūcta cū mediali cōponit totū mediale cui adiuncta linea. e. f. que videlicet sit illa per cuius abscisionē linea. d. e. fuerat que ꝓponitur si quales lineas. d. f. & . f. e. esse oporteat ex. 73. didiceris priorem argumentationē firma mēte tenueris sine obice quoq; lineā. b. c. cē residuū sextum concludere poteris. suasit fortassis in aliquo te hesitare contigerit quicquid illud fuerit de quadrato. g. h. ad sibi equalem superficiem. a. n. cōferendum erit & sic patebit propositum nostrum.

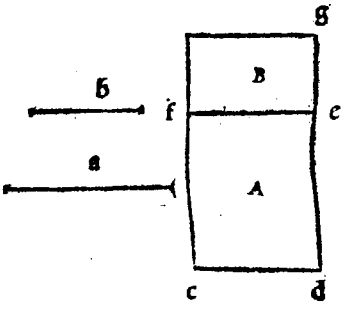


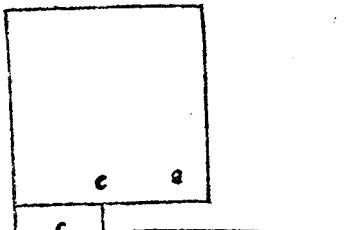

## Propositio .98.

Cui linee residuo commensurabilis ipsa quoq; in termino z ordine est idem residuum.

¶ Quod 60. & quatuor. eā sequentes de binomio eiusq; comitibus quinq; ꝓposuerunt hec. 98. & quatuor. eā sequentes de residuo suisq; ānq; comitibus vez esse ꝓponunt quibus qui. vsq. ad solitum habitum insisterit has ignorare non poterit. Quicquid autem in illis de cōicantia in longitudine & potentia tantum dictum ē in is quoq; idem oportet intelligi. nam omnis linea residuo cōmunicans in longitudine sue in potentia tantum ipsa etiam est residuum. sed si communicat in longitudine non solum est ipsa residuum. sed etiam eiusdem speciei residuum. Verbi gratia: linea communicans in longitudine residuo primo est residuum primum & secundo communicans est secundum. sic quoq; in ceteris. Cum autem linea communicat residuo in potentia tantum: ipsam quoq; necesse est cē residuum sed non eiusdem speciei: immo impossibile est vt linea communicans in potentia tantum residuo primo aut secundo aut tertio aut quarto aut quinto cadat simul cum eo sub eadem specie sed necesse est vt ambo cadant simul sub tribus primis speciebus aut ambo simul sub tribus postremis. Si vnica exempli gratia. a. residuum cui communicet. b. in longitudine: dico q. b. erit residuum eiusdem speciei cuius. a. Adiungatur enim linea. c. ad lineam. a. & illa sit per cuius abscisionem. a. fuit residuum: & ad. b. adiungatur alia que sit. d. ad quam sic se habeat. b. sicut. a. ad. c. sitq; composita ex. a. & . c. e. composita vero ex. b. & . d. sit. f. erit q; ex permutata ꝓportionalitate. a. ad. b. sicut. c. ad. d. & per. 13. quinti erit. e. ad. f. sicut. a. ad. b. vel sicut. c. ad. d. ¶ Cum itaq; a. communicet cum. b. erit per. 10. c. communicans. cum. d. & . e. quoq; communicans cū f. & quia etiam est necessario ex permutata ꝓportionalitate. e. ad. d. sicut. f. ad. d. sequitur per. 11. vt si fuerit. e. potentior. c. in quadrato linee sibi communicantis in longitudine vel si forte incommensurabilis sit similiter. f. potentior. d. at quoniam omnis linea communicās in longitudi




ne linee rationali est similiter illi rationali: similiter dico ꝙ ambe erũt rationales in longitudine vel ambe in potentia tm̃: sequitur ex diffinitionibus residuorum vt. b. sit residuum eiusdem speciei cum. a. Si aũt. b. cõicat in potentia tantum cum. a. ipsa quoq; erit residuum non tamen eiusdem speciei necessario. sed quemadmodum dictum est: cuius demonstratio ex his que in. 60. de binomiis dicta sunt colligenda est.

## Propositio. 99.

Omnis linea vtrilibet residuo mediali cõmunicans est sub ipsius termino .x. ordine residuũ mediale.

Verum ẽ quod dicitur siue cõcet linea cum vtrolibet residuo mediali in longitudine siue in potentia. Sit n. vtrũlibet residuũ mediale cui. b. cõcet in longitudine vel potentia dico ꝙ. b. est etiam residuum mediale quare fit. a. ✓ Adiungatur enim linea. c. ad lineam. a. ℔ sit. c. per cuius abscisionem. a. fiat residuum mediale ℔ ad. b. adiungatur alia q̃ sit. d. sitq; .b. a d. sicut. a. ad. c. totaq; cõposita ex. a. ℔. c. sit. e. ℔ ex. b. d. sit. f. describãtur igitur quadrata. c. ℔. d. que sint. g. ℔. h. ℔ superficies. e. in. c. sit. k. ℔ f. in. d. sit. l. quia ẽ vt prius. e. ad. f. ℔. c. ad. d. sicut. a. ad. b. sunt aũt. e. ℔ f. mediales potentia tm̃ cõicantes. ex. 69. ℔. 70. sequit ex. 11. vt. f. ℔. d. ẽs cõmunicantes, sunt etiam mediales potentia tm̃ cõmunicantes: constat aũt ex prima sexti sit. k. ad. g. sicut. e. ad. c. ℔. l. ad. h. sicut. f. ad. d. ℔ quia est. e. ad. c. sicut. f. ad. d. sequitur vt sit. k. ad. g. sicut. l. ad. h. Et permutatim. k. ad. l. sicut. g. ad. h.

✓ Cum ergo. g. cõmunicet cum. h. sequitur vt. k. cõicet. cum. l. Si igitur k. fuerit rationale quod est in residuo mediali primo erit etiam per diffinitionem. l. rõnalis quare per. 69. b. etiam est residuum mediale primum: Si aũt. l. sit medialis quod est in residuo mediali secũdo: erit per. 71. etiam l. mediale. ideoq; per. 70. residuũ mediale secundum quare constat propositum.

✓ Idem aliter Si linea. b. cõicat cum linea. a. que est vtrũlibet residuũ mediale in longitudine vel in potentia sit superficies. c. e. adiuncta ad lineam rationalem. c. d. equalis quadrato. a. ℔. f. g. equalis quadrato. b. etiãq; hoc. c. e. ℔. f. g. cõicantes quẽadmodũ ℔ quadrata linearum. a. ℔. b. eis equalia. ideoq; p primam sexti ℔. 10. huius. d. e. ℔. e. g. sunt cõicantes in longitudine ℔ quia si. a. est residuum mediale primũ ℔ linea. d. e. est residuum secundum per. 93. ℔ si. a. est residuum mediale scõm lineam. d. e. est residuum tertium per. 94. at cum. d. e. est residuum secundum linea. e. g. est etiam residuum secundum ℔ cum illa est tertiũ: similiter ℔ hec est tertium per. 9

✓ Sequitur itaq; ex. 87. ℔. 88. vt. b. sit residuum mediale primum aut secundum prout fuerit. a. ℔ sic patet quod intendimus.

## Propositio .100.

Si linea aliqua linee minori communicet ipsa quoq; erit linea minor.

Facile est hanc probare duplici modo sicut premissa. Sint cõicet linea alicui cũ linea minori in longitudine siue in potentia hoc aũt apposito quantum ad primum modum ꝙ cum sit. f. ad. d. sicut. e. ad. c. erit ex. 9ª parte. 18. sexti quadratum. f. ad quadratum. d. sicut quadratum. e. ad quadratum. c. ℔ cõmutim quadrata duarum linearum. f. ℔. d. ad quadratum. d. sicut quadratum duarum linearum. e. ℔. c. ad quadratum. c. ℔ pmutatim quadrata duarum linearum. f. ℔. d. ad q̃drata duarum linearum. e. ℔. c. sicut quadratum. d. ad q̃dratum. c. cõicat aũt quadratũ. d. ad quadratũ. c: ergo duo quadrata duarum linearum. f. d. piter accepta cõicant cũ duobus q̃dratis duarum linearum. e. ℔. c. piter accepti ℔ qa ex. 11. q̃drata duarum linearum. e. ℔. c. piter accepta sint rõalia erit a. p diffinitionẽ ℔ duo quadrata duarum linearum. f. ℔. d. piter accepta rõnalia. Cũq; sit superficies. k. medialis erit ẽt. l. sibi cõicans medialis: igit ex. 71. linea minor. Quantum autem ad secundum modum erit per. 95. linea. c. residuum quartum ideoq; per. 98. ℔ linea. e. g. erit etiam residuum quartum. ideoq; etiam per. 89. linea. b. est linea minor.

## Propositio 101.

Omnis linea coicans linee cū rōnali cōponenti mediale est cum rationali componens mediale.

¶ Hanc quoq; duplici predicto modo non est difficile probare; siue de cōicantia in longitudine siue de cōicantia in potētia tm̄ intelligat; sed quantū ad primum modū erunt duo quadrata duarum linearum .f.g.d. pariter accepta mediale p. 21. quę admodum sunt duo quadrata duarum linearū .a.e. g.c. piter accepta ex 72. quibus ipsa cōmunicant g superficies .l. erit rationalis per diffinitionem quemadmodum est superficies .k. ex 72. cum ipsa cōmunicans. ¶ Igitur ex 72. b. est cum rationali componens mediale. quantum ad secundum modum erit .d.e. residuum quintum ex 69. ideoq; g. e. g. ex 98. quare .b. est cum rationali componēs mediale per 90.

## Propositio 102.

Omnis linea cōmensurabilis linee cū mediali constituenti mediale est cū mediali constituens mediale.

¶ Hec quoq; ponelineam aliquam cōicare cū ea que cū mediali componit mediale indifferenter in longitudine vel potentia tm̄ put volueris; g duplici modo premisso sine difficultate concludes eam quoq; cum mediali componere mediale. erit etiam quantum ad primum modum superficies .l. medialis quem admodum g. k. g duo quoq; quadrata duarū linearū .f.g. d. pariter accepta mediale sicut g duo quadrata duarū linearū .e. g. c. g quadruoq; duarum linearum .e.g. c. ad .k. sicut duo duarum .f.g. d. ad .l. cū duo prima non communicent cum duplo .k. ex 73. neq; duo secunda cōmunicabunt cum duplo .l. ex 10. igitur ex 73. b. est cum mediali cōponēs mediale. Quātum aut ad scm̄ modum erit .d.e. residuum sextū ex 97. ideoq; g. e. g. ex 98. quare .b. est cū mediali cōponens mediale ex 91.

## Propositio 103.

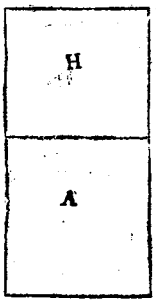
Si de superficie rōnali superficies medialis abscindat linea in reliquam superficiem potens erit alterutra duarū irrationalium aut residuū aut linea minor.

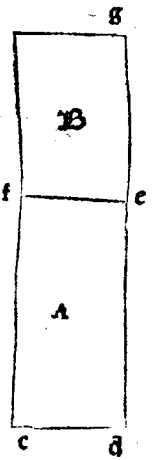
¶ Sit enim tota superficies constans ex .a. g. b. rationalis a qua detrahatur .b. que sit medialis; dico q; linea potens in .a. residuum aut est residuum aut linea minor. Esto nāq; linea .c.d. rationalis superficies q. c. e. sibi adiuncta sit tanq; .a. g. f. g. tanq; .b. g tota .c.g. sicut tota .a.b. erit q; .c.g. rationalis. ideoq; per 16. linea .d.g. rationalis in longitudine g. f. g. erit medialis. ideoq; per 20. e. g. rationalis in potentia tantum: est igitur ex diffinitione linea .d.e. residuum primum aut quartum: ergo per 86. g. 89. linea potens in superficiem .c.e. g ideo in superficiem .a. sibi equalem est residuum aut linea minor: quod est propositum.

## Propositio 104.

Si de superficie mediali superficies rationalis detrahatur linea in reliquam superficiem potens erit alterutra duarum irrationalium linearum aut residuum mediale primum aut cum rationali componens mediale.

¶ Hec quoq; sicut premissa probatur. Erit enim tota .a. b. medialis .b. autem rationalis: g tm̄ dico quod in .a. residuum pōt aut g residuū mediale primum aut g rationali componens mediale. Cum enim .c.g. equalis sit .a.b. erit per 21. linea .d.g. rationalis in potentia tantum: g cū sit .f.g. equalis .b. erit per 16. linea .e.g. rationalis in longitudine ergo a diffinitione erit linea .d.e. residuum secundum aut quintum: quare per 87. g. 90. latus tetragonicum superficiei .c.e. g ideo superficiei .a. est residuum mediale primum aut cum rationali componens mediale: quod est propositum nostrum.

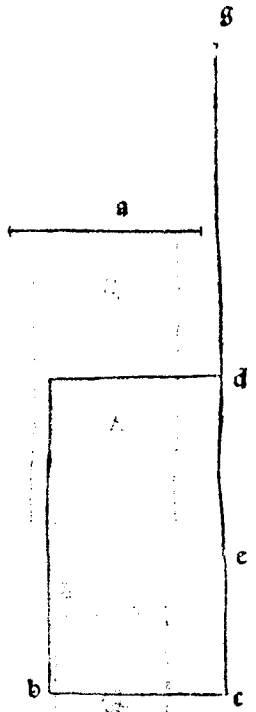



## Propositio 105.

Si superficies medialis a superficie mediali detrahatur siue relinquatur reliqua tota incōmensurabilis que cum ipsam reliquam pōt: alterutra erit duarū irrōalium videlicet aut residuum mediale secundum aut cum mediali componens mediale.

¶ Via duarum premissarum demōstratione non deuiat concludes sine difficultate propositum. Sint enim tota.a.b.¶.b.mediales ¶ sit.a.reliqua incōmensurabilis toti. (Aliter enim esset.a.medialis ex.21. ¶ eius latus tetragonicum mediale ex.19.) tunc dico q; linea potens in.a. est residuum mediale secundum aut cum mediali componens mediale. ℣ Nam cum sit.c.g.equalis.a.b.erit p.20.linea.d.g.rationalis in potentia tantum per eandem quoq; cum sit.f.g.equalis.b.erit etiam.e.g.rationalis in potentia tantum ¶ cum sit.a.incōmensurabilis toti.a.b.erit.f.g. incōmensurabilis.c.g.ideoq; per primam sexti.¶.10.huius erit etiam.e.g. incōmensurabilis.d.g.igitur a diffinitione linee.d.e.erit residuum. tertiū aut sextum eorum p.88.¶ & latus tetragonicum superficiei.c.e.¶ ideo superficiei.a.b residuum mediale secundum aut cū mediali componens mediale.




## Propositio .106.

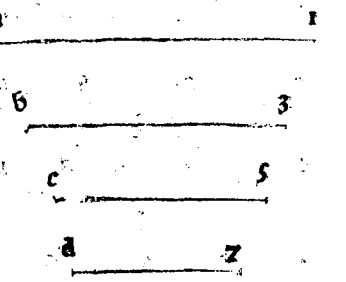
Linearū irrōalium que sunt residuum z post ipsam subsecute vllam alii termino z ordine subesse impossibile est residuo quoq; binomii terminum vel ordinem obuenire non est possibile.

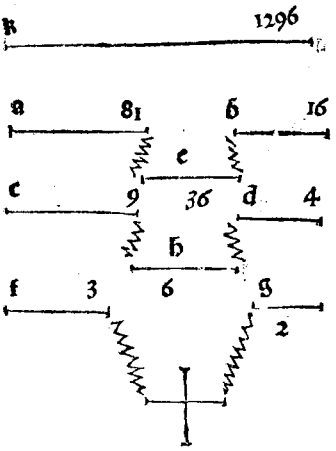
¶ Vult aūt per hanc.106.q; residuum ¶ alte quinq; linee irrationales eam sequentes differant specie ¶ diffinitione abinuicem ¶ nulla linea vna potest esse sub duabus neq; sub pluribus speciebus harum sex linearū irrationaliū que sunt residuum ¶ eius quinq; cōites ¶ q; omnes species residui differūt ab omnibus speciebus binomii nec est possibile lineam vnam simul esse residuum ¶ binomiū cuiuscūq; speciei residui vel binomii. ℣ Pars prima sic constat: qm superficies equalis quadratis residui ¶ suarum quinq; comitum: cū adiungantur ad lineā rōnalem habent secūdas latera necessario diuersa: abinuicē ex.92. ¶ quinq; eam sequentibus: sunt aūt secunda latera residuum primum ¶ secundum ¶ deinceps vsq; ad sextum. ℣ Secunda pars constat hoc modo: si eadem linea potest esse simul residuum ¶ binomium sit.a. cuius quadrato equalis superficies adiungatur ad rationalem lineā.b.efficiet.b.d.erit ex.54.linea c.d.binomium primum ¶ ex.92.residuum primū. ℣ Inquantum ergo binomiū primū diuidat in suas binomiales portiones ad pūctum.e.sit; maior portio.c.e.que erit rōnalis in longitudine p diffinitionem: inquantū aūt est residuum primum adiungatur ei.d.g.per cuius abscisionem fuerat residuū primum: erit; et ex diffinitione.c.g.rōnalis in longitudine. ¶ utraq; sit vtraq; duarum linearū.c.g.¶.c.e.rōnalis in longitudine erit et p.9.linea.e.g.rationalis in longitudine: at qa linea.d.e.est rōnalis in potentia tm cū ipsa sit p ypoth. minor portio binomii primi erit p.68.linea.d.g.residuum ¶ quia ipsa erat rōnalis in potentia tm cum p.eius abscisionē erit linea.c.d.residuū primū sequit impossibile p.68. Quod vberius pateat esto superficies.b.d.adiuncta ad lineam rōnalem.b.c. equalis quadrato linee.d.g.cum itaq; linea.d.g.sit rationalis in potentia erit p.16.linea.c.d. rationalis in longitudine. at cum etiam linea.d.g.sit residuum erit ex.92. linea.c.d.residuum primum quod est non potest eam linea que dicitur residuum sit irrationalis per.68.

## Propositio .107.

Linea que residuum dicitur vna ve irrationalium que post eam sunt nequit esse sub termino binomii aut sub termino z ordine vllius ceterarū linearū irrōalium q; binomiū subsequunt: cū aūt possibile sit linearum irrationalium seriem in infinitum p̄duci non est possibile vllam earum cum ea que p̄cesserit in termino z ordine conuenire

¶ Vult per hanc vltimam libri .10. q̄ .13. irrationales lineæ de quibus in hoc decimo demonstratum est q̄ ipse sunt lineæ medialis binomiū ¶ eius quinq̄ comites residuum ¶ eius quinq̄ comites sint a inuicem singule a singulis specie differentes ¶ q̄ nulla linea vna pōt esse simul sub duabus aut pluribus speciebus earū ¶ q̄ species linearum irrōnalium possunt in infinitum produci quarū nulla cum alia conuenit in diffinitione ¶ ordine. qui od aūt hec .13. lineæ videlicet medialis binomium ¶ eius .5. comites residuum ¶ eius .5. comites sint irrōnales demonstratum esse superius memineris de mediali quidem ex .19. de binomio aūt ¶ eius quinq̄ comitibus ex 30. ¶ quinq̄ eam sequentibus: at vero de residuo suisq̄ quinq̄ comitibus ex .68. ¶ quinq̄ eā sequentibus. Nullam aūt harum .13. linearū irrationaliū posse conuenire in specie cum aliqua aliarum linearū sic collige. ℣ Esto enim vt ad vnam eandēq̄ lineam rōnalem in longitudine adiungātur superficies equales quadratis predictarum .13. linearum irrōnalium sin q̄ ordine se inuicem sequūtur erūtq̄ ex .20. secundum latus prime istarum .13. superficierum rationale in potentia tantum. ℣ Secunda aūt latera secūdē istarum .13. superficierū ¶ quinq̄ eam sequentium erunt ōes species binomiorum per ordinem videlicet binomium primum secundū ¶ deinceps vsq̄ ad sextum ex .54. ¶ quinq̄ eam sequentibus demonstratum esse meminerit. ℣ Secunda vero latera tertie superficiei ¶ quinq̄ eam sequentiū sunt species residuorum in ordine videlicet residuum primum ¶ residuum secundū ¶ deinceps vsq̄ ad sextum quod ex .92. ¶ quinq̄ eam sequentibus didicisti. Cum igitur ipsa linea rationalis in potentia tantum non conueniat cum aliqua specie binomiorum aut cū aliqua residuorum quoniam omne binomium per .30. ¶ oē residuum per .68. est linea irrationalis ¶ in longitudine ¶ in potentia. Et cum nulla species residuorum conueniat cū aliqua specie binomiorum ex secunda parte penul. huius decimi sequitur vt oīa secunda latera harum .13. superficierum sint adinuicē diuersa ideoq̄ per primam sexti ¶ ipse .13. superficies sunt diuerse cum earum omnium altitudo sit vna quare etiam hee .13. lineæ irrationales proposite sunt singule a singulis diuerse. ¶ Possunt aūt ha .13. lineæ irrationalium species in infinitum produci. infinite enim sunt species linearum medialium. infinite quoq̄ binomiorum ¶ sic de singulis. Quod hoc modo constat. Esto linea .a. medialis. sumaturq̄ vnitas ¶ quelibet numeri primi vt .3.5. ¶ .7. ¶ sint totidem lineæ .b.c.d. quot sunt huiusmodi numeri primi. sintq̄ quadrata istarum linearum .b.c.d. ad quadratum .a. sicut numeri primi ad vnitatem. erūtq̄ lineæ .b.c.d. mediales ex .21. q̄m ipse communicant in potentia cum linea
2 .a. mediali. omnes aūt erunt diuerse in longitudine ab .a. ¶ a se inuicem p vltimā partem .2. quoniam nullius istorum numerorum ad vnitatem nec alicuius eorum ad alterum per .16. .8. ¶ corelarium secunde octaui ¶ presentis ypothesis est proportio sicut numeri quadrati ad numerum quadratum. ℣ Erit ergo .a. ¶ omnes sibi cōmunicantes in longitudine sub prima specie linearum medialium. .b. vero ¶ omnes sibi communicantes in longitudine sub secunda. .c. aūt ¶ omnes eidem communicantes vel commēsurabiles sub tertia. .d. quoq̄ ¶ omnes sibi communicantes in longitudine sub quarta ¶ quia numeri primi sunt infiniti vt ex .21. noni didicisti. necesse est species linearum medialium esse infinitas. ℣ Quod autem est dictum de linea mediali intellige de binomio suisq̄ .5. comitibus ¶ residuo suisq̄ quinq̄ comitibus: nam sicut omnis linea communicans mediali est mediales siue communicet ei in longitudine siue in potentia vt probatum est in .21. ita etiam omnis linea communicans binomio aut alicui suarum quinq̄ comitum vel etiam residuo aut alicui suarum quinq̄ comitum in longitudine vel in potentia est secum sub eadem specie vt probatum est .in .60. ¶ quatuor eam sequentibus ¶ 98. ¶ quatuor eam sequentibus. ℣ Sunt igitur species harum .13. linearum irrōnaliū infinite quarum nulla conueniet cum precedēti in ordine vel diffinitione. ℣ Conuenit quoq̄ dīe aliter species linearū irrōnalium esse infinitas



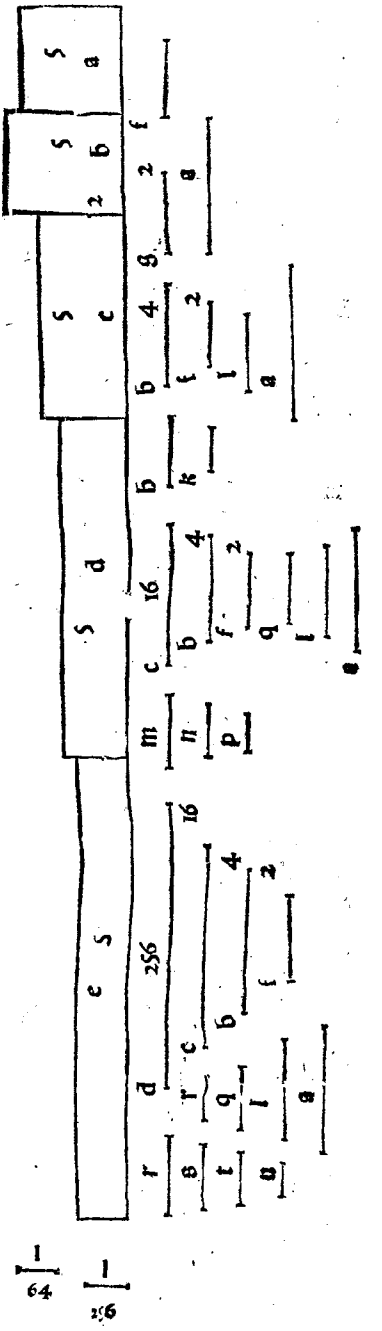


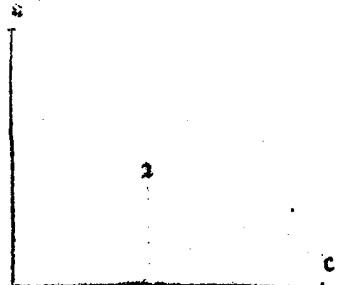

num omne latus tetragonicum superficiei dicte a numero non quadrato est irrationale per vltimam partem .7. ℔ per diffinitionem cum itaq; tales numeri sint infiniti: erunt etiam ſpecies harum linearum irrationalium infinite. ℣ Tertio modo contingit ſecundam partem huius vltime conclusionis libri decimi ſic exponi: vt dicamus ab vnaquaq; linea rōnali in pontentia tantum infinitas linearum irrationalium ſpecies pduci quarum nullam cum aliqua earum que ipſam precesſerint poſſibile eſt in diffinitione ℔ ordine conuenire. ℣ Verbi gratia. Sumatur aliqua ſuperficies rationalis dicta a numero non quadrato vt quinq; eritq; latus eius tetragonicum irrationale in longitudine quoniam ipſum ℔ incommēſurabile lateri tetragonico ſuperficiei rationalis dicte a numero quadrato ex vltima parte .7. Dico ergo q; huius lateris latus: itēq; ſcdi lateris latus ℔ rurſus huius tertii lateris latus ℔ ſic in infinitum: ſunt linee irrōnales tam in longitudine q̄ in potentia ℔ q; nulla earum conuenit diffinitione vel ſpecie cum aliqua que eam precesſerit in ordine eſtq; latus tetragonicū premiſſe ſuperficiei quecunq; dicta fuerit a numero nō quadrato earum omnium ſicut radix ℔ principium ℔ quelibet ipſarum eſt principium omnium ipſam ſequentium: ℔ quecunq; ab aliquo tetragonico latere cuius q; talis ſuperficiei proficiſcuntur diuerſe ſunt in longitudine ℔ potentia ab omnibus que a quoquam alio tetragonico latere talis ſuperficei generantur ℔ hoc dico cum ipſarum ſuperficierum non fuerit proportio ſicut numerorum quadratorum. hec autem vt poſſumus firma demonſtratione colligere antecedens ad ipſa premittere oportet. ſitq; iſtud.

¶ Quibuſlibet duobus inuicē ductis ſi quid licet pducatur quota latera tetragonica duorum precedentium inuicem ductorum totum tetragonicum latus ipſius producti produces.

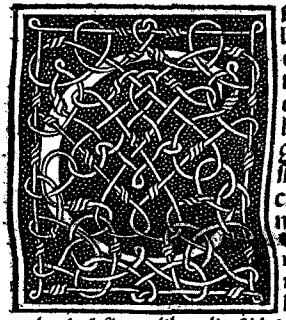
¶ Verbi gratia ſit vt ex .a. in .b. ſit .k. at .c. ℔ .d. ſint latera tetragonica. a. ℔ b. fiat autem .e. ex .c. in .d. ſintq; iterum .f. ℔ .g. latera tetragonica. c. ℔ .d. ℔ fiat .h. ex .f. in .g. dico q; .b. eſt latus tetragonicum .e. ℔ q; .e. rurſus eſt latus tetragonicū .k. Cum enim ex .f. ſi ſe ℔ in .g. fiant .c. ℔ .h. erit .c. ad .h. ſicut .f. ad .g. ſed ℔ ſic .h. ad .d. ſicut .f. ad .g. eo q; ex .g. in .f. ℔ in ſe fiunt .h. ℔ .d. Sunt igitur .c. .h. .d. continue proportionales itaq; ex .h. in ſe quantum ex .c. in .d. quare .h. eſt latus tetragonicum .e. Eadem quoq; rōne cum ex .c. in ſe ſit .a. ℔ .d. fit .e. ℔ ex .d. in ſe ſit .b. erunt ēt .a. .c. .b. continue proportionales in proportione .c. ad .d. Cum igitur ex .a. in .b. ſit .k. ſequitur etiam vt ex .e. in ſe ſit .k. quare .e. ē latus tetragonicum .k. conſtat itaq; quod dicitur. Reſtat itaq; demonſtrare quod propoſitum eſt. Sit igitur ſuperficies .a. rationalis dicta a numero non quadrato. vt .5. ſitq; linea .a. eius tetragonicum latus ℔ ſumantur quotlibet linee rationales in longitudine que ſint .b. .c. .d. .e. Sintq; dicte a numeris quoz quisq; precedens ſit tetragonicum latus proximo ſequentis vt ſi .b. ſit .1. .c. .4. .d. .16. .e. vero .256. ad has aūt lineas rōnales in longitudine adiungatur ſuperficies equalis .a. eruntq; ſecunda latera ſingularum rōnalia in longitudine per .16. vt ſecundum latus .b. i. ℔ dimidium: ſecundū .c. vnum ℔ quarta: ſecundum vero .d. vna quarta ℔ vna .16. at vero ſuperficiei .e. ſecundum latus erit vna .64. ℔ vna .256. Sit ergo .f. tetragonicum latus .b. .g. vero ſit tetragonicum latus ſecundi lateris ſuperficiei .b. eritq; per premiſſum antecedens vt ex .f. i .g. ſit .a. Rurſus ſit .h. tetragonicum latus ſecundi lateris .c. .k. quoq; ſit tetragonicū latus .h. eritq; per predictum antecedens vt ex .b. in .h. ſit .a. ℔ ex .f. in .k. ſit tetragonicum latus .a. quod ſit .l. ℣ Sit iterum .m. tetragonicum latus .ſcdi lateris ſuperficiei .d. ſed cū .n. ſit tetragonicū latus .m. ℔ .p. tetragonicum .n. eritq; p predictum añs vt ex .c. in .m. fiat .a. ℔ ex .b. in .n. .l. ℔ ex .f. in .p. tetragonicū latus .l. quod ſit .q. Amplius autem ſit .r. tetragonicum latus lateris ſecundi ſuperficiei .e. ſit quoq; .ſ. tetragonicum .r. ℔ .t. ſ. ſit ℔ .u. tetragonicum .t. ℣ Sequiturq; per dictum antecedens vt ex .d. in .r. fiat .a. ℔ ex .c. in .ſ. .l. ℔ ex .b. in .t. ſit .q. ℔ etiam ex .f. in .u. tetragonicum latus .q. quod ſit .x. ℔ ſic in infinitum. Dico ergo has lineas .a. .l. .q. .x. quarum .a. ē tanquam radicale principium eē irrationales

a.quidem in longitudine tantum: cetere vero in longitudine ℭ in potẽtia. Et dico q̃ nulla earum conuenit cum alia in diffinitione vel ordine. ℣ Cum enim ex.f.in.g.ℭ.k.fiant.a.ℭ.l.erit.a.ad.l.ſicut.g.ad.k.ℭ quia vt patet ex dictis ypotheſibus.g.ℭ.k.ſunt incommenſurabiles in longitudine ℭ in potẽtia.ſequtur ẽt.vt.a.ℭ.l.ſint incõmenſurabiles in longitudine ℭ in potentia. Eadem ratione.a.ℭ.q.ẽ enim.a.ad.q.ſicut.g.ad.p.ℭ pp̃ eandem cãm ẽt.a.ℭ.x.cum ſint ſicut.g.ℭ.u. Et hac via quoq; neceſſe eſt vt.l.ℭ.q.ſint ſimiliter incommenſurabiles tam in longitudine q̃ in potentia.cum enim ex.f.in.k.ℭ.p.fiant.l.ℭ.q.erit.l.ad.q.vt.k.ad.p.at.k.ℭ.p. nec cõmenſurabiles ſunt in longitudine nec in potentia. Si enim ſint erũt h.ℭ.n.cõmenſurabiles.ſed non ſunt.at vero.l.ℭ.x.oportet eſſe vtroq; mõ incõmenſurabiles: ẽ enim.l.ad.x.ſicut.k.ad.u.eo q̃ ex.f. in.k.ℭ.u. fiunt. l.ℭ.x. Sunt autẽ.k.ℭ.u.vtroq; mõ incõmenſurabiles. Sinautẽ accidet.d.ℭ h.eſſe cõmenſurabiles quod eſt inconueniens.q. vero ℭ.x.q̃ ſunt quoq; in cõmenſurabiles potentia ℭ longitudine ex eo patet q̃ eſt.q.ad.x.ſicut.p. ad.u.conſtat autem q̃.p.ℭ.u.ſunt incommenſurabiles. nã ſi non; erunt. n.ℭ.c.commenſurabiles.ideoq;.m;.ℭ.s.ſed non ſunt. ¶ Manifeſtum eſt itaq; infinitas lineas irrationales eſſe in longitudine ℭ in potentia incommenſurabile: ℭ ideo diffinitione ℭ ſpecie differentes produci ex linea.a. rationali in potentia tantum ℣ Reſtat autem nunc oſtendere q̃ quecũq; irrationales linee ab aliqua linea rationali in potentia tantum hac via generantur: diuerſe ſunt ab omnibus tam in longitudine q̃ in potentia que a qualibet alia linea rationali in potentia tantum quadratum cuius ad quadratum prioris non ſit ſicut numeri quadrati ad numerum quadratũ hac eadem via egrediuntur: hoc quoq; ſic conſtat. ℣ Sint.a.ℭ.b. rationales in potentia tantum ſiue tetragonica latera duarum ſuperficierum dictarum.a numeris non quadratis.ſitq; vt illi numeri non ſint in proportione aliquorum numerorum quadratorum: linee quoq; que procedunt hac via ab.a.ſint.c.d.e.ℭ.a.b.procedant.f.g.h. dico q̃ nulla ex lineis.c. d.e.communicat in longitudine vel potentia cum aliqua ex lineis.f.g.h. Cũ.n.ſint.c.ℭ.f.tetragonica latera.a.ℭ.b.at.d.ℭ.g.tetragonica latera.c. ℭ.f.ℭ.e.ℭ.h. tetragonica.d. ℭ.g.nõ ẽ poſſibile vt aliq̃ ex.c.d.e.cõicet cũ ſua cõpari ex.f.g.h. vel longitudine vel potentia. Si.n.alterutro mõ cõicet.e.cum.h.ſequitur vt.d.communicet.cum.g.ℭ.c.cum.f. quare ℭ.a.cũ b.etiam in longitudine quod eſt contra ypotheſim. Vtiuerſaliter autem verum eſt dicere quamlibet harum eſſe vtroq; modo incommenſurabilẽ cuilibet iſtarum. Dato nanq; q̃.d.communicet cum h.etiam in potentia tantum ſequitur vt.c.quoq; communicet cum.g.ℭ.a.cum.f.quod non eſt poſſibile. ℣ Attendere autem oportet q̃ cum dico latus lateris nihil aliud intelligo q̃ latus ſuperficiei denominate a latere priori. vnde, tetragonicũ latus linee.a. voco lineam illam que poteſt in ſuperficiem dictam a linea a. talis autem ſuperficies eſt quam continet linea.a. ℭ linea rationalis, in longitudine dicta ab vno. Si ergo libet inuẽire tetragonicum latus cuius libet linee. Sit linea.a.cuius tetragonicum latus volo inuenire.b. vero ſit linea rationalis in longitudine dicta ab vnitate ℭ ipſa ẽ minima omniũ linearum rationalium numerataruꝫ ab integris. Medio loco proportionalis inter eas ſit.c.eſt igitur p.16.ſexti.c.tetragonicũ latus.a. Idem enim fit ex.a.in.b. ℭ ex.c. in ſe. At vero ex.a.in.b. fit ſuperficies dicta ab.a. Quicquid enim a quolibet in vnum ducto producitur ab eo qđ vnum multiplicat denominat. Et nota q̃ cum.c. fuerit latus tetragonicũ linee a.indifferenter contingit lineam.c. eſſe maiorem linea.a. ℭ minorem prout.b.etiam fuerit maior aut minor.






¶ Liber vndecimus Euclidis de corporibus in genere ⁊ specie iuxta optimam Campani traductionem. Magistro Luca paciolo de burgo Sancti Sepulchri Ordinis minorum. Cathigatore diligentissimo. feliciter Incipit.



Corpus est quod longitudinem ⁊ latitudinem ⁊ altitudinem habet cuius termini sunt superficies. Linea erecta supra superficiem ē que cum singulis sibi cōterminalibus lineis in ea superficie expansis angulos rectos facit. linea autem hec supra eam superficiem perpendicularis esse ⁊ ad eādem orthogonaliter insistere dicitur.

¶ Intelligamus enim linea.a.b. exurgere supra planum: ita ꝙ punctus .a. imaginetur in aere ⁊ .b. in plano ⁊ a puncto b. ducantur plures linee i eodem plano vt.b.c.b.d.⁊ quotlibet alie. Si igitur ita fuerit ꝙ linea.a.b.cum linea.b.c.⁊ cum linea.b.d.⁊ cū q̄libet alia linea protracta a puncto.b. in plano illo angulum rectum contineat ipsa dicetur esse perpēdicularis ad illam superficiem in qua protracte sunt hee linee videlicet .b.c. ⁊ .b.d. ⁊ alie cum quibus ipsa ponitur continere angulum rectum.

¶ Superficies aūt erecta super superficiē est quotiens puncto vno eodem linee que est cōis terminus illarum superficierum due perpendiculares conterminales superstant que rectum continentes angulum in eisdem superficiebus site sunt.

¶ Verbi gra imaginemur supficiē.a.b.c.d. exurgere supficiē no.c.d.e.f. iacere: ⁊ intelligamus lineā.c.d. eē cēm terminū ambaꝝ i ea itaq; signet pūctus.g.a quo ad lineā.c.d. extrahant due linee ꝓpēdiculares vna videlicet i supficie.c.d.e.f. q̄ sit.g.k. ⁊ alia i supficie.a.b.c.d. q̄ sit.g.b. si igit angulus quē cōtinent hee due linee ꝓpēdiculares videlicet.g.b. ⁊.g.k. erit rectus supficies.a.b.c.d. dr̄ orthogonaliter erecta super supficiem.c.d.e.f.

¶ Superficies equidistantes sunt que in vtramlibet partem protracte non concurrent ⁊ si in infinitum producantur.

¶ Intellectum est quod dicitur. Scire tamen debes ꝙ omnes plane superficies aut sunt equidistantes ab inuicem aut in omnem partem protracte concurrent alicubi ⁊ super rectam lineam se secabunt. Lineas autem rectas non est necessarium vel esse equidistantes vel in vtranꝙ partem protractas concurrere. quippe que in eadem superficie non sint nec equidistant ab inuicem nec tamen quantumlibet protracte concurrent.

¶ Equa corpora sunt atq; similia quoꝝ termiales supficies numero ac q̄titate eq̄les vnius creatois sint atq; similes. Similia corpora sunt q̄ similibus supficiebus numero eq̄libus ptinent.

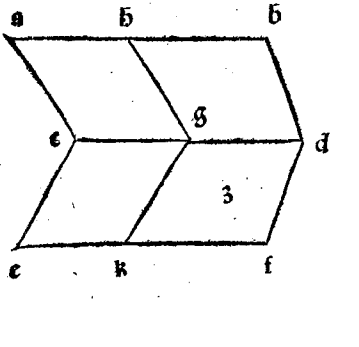
¶ Si has duas diffinitiones de corporibus equalibus ⁊ similibus non intelligis ad diffinitionē similiū supficieꝝ positam i principio sexti recurre.

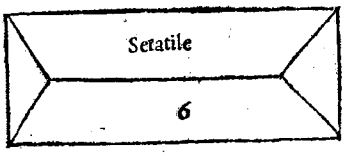
¶ Corpus seratile dicitur quod quinq; superficiebus quarum tres paralellograme sunt due vero triangule continetur.

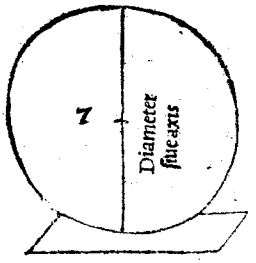
¶ Domui quatuor parietes equidistantes habenti tectum vnico fastigio supremis duarum parietum lateribus equali ⁊ equidistanti superpositum seratilis corporis expressam similitudinem gerit.

¶ Sphera est transitus arcus circūferentie dimidii circuli quotiens sumpto vel supremo semicirculo lineaq; diametri fixa donec ad locum suum redeat arcus ipse circumducitur.

¶ Super quamlibet lineam semicirculo descripto si linea illa fixa semicirculus tota reuolutione circūducatur corpus quod describitur sphera no



minatur cuius centrum constat esse centrum semicirculi circũducti.

¶ Piramis laterata ẽ figura corporea quã ptinent superficies ab vna quarũ reliquæ sunt ad vnũ oppositũ punctũ surſũ erecte.

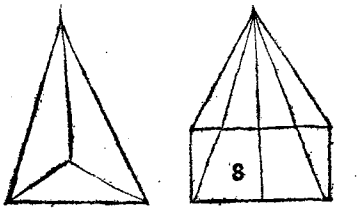
¶ In omni laterata piramide cũcte ſupficies ipſam ambientes ab ipſius baſi ad vnum punctum ſubleuantur qui conus piramidis dicitur ſuntq; oẽs hee laterales ſuperficies triangule: baſis vero frequẽter nõ ẽ triãgula.

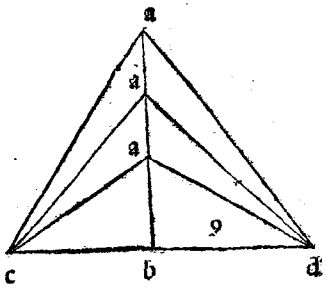
¶ Piramis rotunda eſt figura ſolida: eſtq; tranſitus trianguli rectanguli alterutro ſuorum laterum rectum angulum cõtinẽtium fixo z donec vſq; ad locum vnde moueri cepit redeat triangulo ipſo circumducto. ¶ Si autem latus fixum lateri circũducto fuerit equale erit figura rectangula. Si vero longius acutiangula. ¶ Si vero breuius obtuſiangula erit. ¶ Axis autem ipſius figure eſt latus fixum. ¶ Baſisq; ſua circulus. Dicitur autem figura hec piramis columne rotunde.

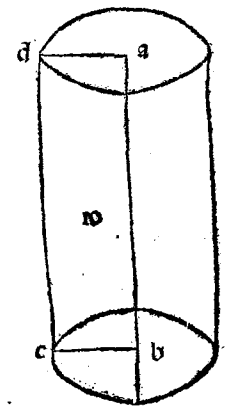
¶ Sit trigonus. a.b.c. rectum angulum habens qui ſit. b. figaturq; alterũ duorum laterum ambiẽtium rectum angulum. b. ſitq; latus quod figitur a.b. quo fixo circũducatur trigonus quousq; ad locum vnde moueri cepit redeat: corporea ergo figura que huius trigoni motu describitur rotunda piramis appellatur: cuius tres ſunt differentie. Alia enim eſt rectangula alia acutiangula. Tertia obtuſiangula. Et prima quidem eſt quãdo latus. a.b. lateri. b.c. fuerit equale. Eſto enim vt linea. b.c. cũ rotatu trigoni peruenerit ad ſitum linee. b.d. ita q; punctus. c. cadat ſuper punctum. d. fiatq; linea vna. hoc eſt vt ipſa tunc coniungatur ſitui a quo moueri cepit ſecundum rectitudinem: eritq; linea hic quaſi. b.c.d. ¶ quia ex. 32. pmi ¶. 5. eius dẽ angulus. c.a.b. eſt medietas recti erit angulus. c.a.d. rectus iõq; piramis hec dicitur rectangula. ¶ Si aũt latus. a.b. ſit longius latere. b.c. erit acutiangula: erit. n. tunc ex. 32. primi ¶. 19. eiusdem angulus. c.a.b. minor medietate recti ideoq; totus angulus. c.a.d. eſt minor recto ¶ acutus quare piramis acutiangula. ¶ Quod ſi latus. a.b. fuerit breuius latere. b.c. erit angulus. c.a.b. maior medietate recti ex. 32. primi ¶. 19. eiusdem ¶ totus. c.a.d.g. eſt duplus ad ipſum. c.a.b. maior recto ¶ obtuſus. igit ¶ piramis conuenienter tunc dicitur obtuſiangula. ¶ Axis autem huius piramidis dicitur linea. a.b. ¶ Baſis vero eius circulus quem describit linea. c.b. ſuper centrum. b. dicitur quoq; hec piramis columne rotunde illius videlicet quam motu ſuo describeret paralellogramum prouenies ex. a.b. ¶. b.c. latere. a.b. manente fixo.

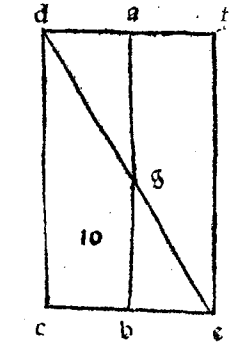
¶ Figura corporea rotunda cuius baſes ſunt circuli duo plani extremitatibus z craſſitudine idest altitudine equales eſt tranſitus paralellogrami rectanguli latere rectum angulum continẽte fixo ipſaq; ſuperficies donec ad locum ſuum redeat circũducta dicitur; hec figura columna rotunda. Columne itaq; rotũde atq; ſephere circuliq; vnum atq; idem eſt centrum.

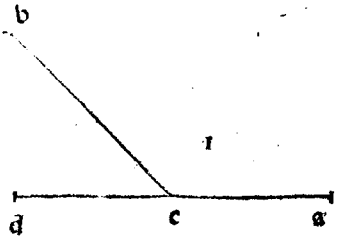
¶ Sit paralellogramum rectangulum. a.b.c.d. figaturq; latus. a.b. ¶ eo fixo totũ paralellogramũ quousq; ad locum ſuum cadat vel redeat circũducatur: corporea ergo figura huius paralellogrami motu descripta rotunda columna nominatur cuius baſes ſunt duo circuli: centrum eſt punctus b. alter vero eſt quem motu ſuo deſignat linea. d.a. ¶ eius centrum eſt punctus. a. Axis autem huius columne dicitur linea. a.b. quẽ manet fixa in motu paralelogrami. Quod ſi imaginati fuerimus paralellogramum a.b c.d. cum peruenerit rotatu ſuo ad ſitum. a.b.e.f. coniungi ſitui a quo moueri cepit ſecundum continuitatem ſuperficiei plane: vt ſcilicet totũ ſit vnum paralellogramum. d.c.e.f. ¶ protraximus in eo diametrum. d.e. erit quoq; diameter. d.e. diameter columne. ¶ Quod autem dicitur columne ¶ ſphere ¶ circuli idem eſſe centrum: intelligi debet cum horum vna eſt eadẽq; diameter. Verbi gratia diximus enim q; d.e. eſt diameter iſtius colũne. Spherã igit atq; circulũ quoꝝ diameter ẽ linea. d.e. neceſſe eſt idẽ centꝝ hẽre cũ centro ꝓpoſite colũne. Sit. n. vt linea. d.e. ſecet lineã






a.b.in puncto.g.eritq; g.centrum colũne: diuidit enim axem columne p equalia ⁊ diametrum columne per equalia quod patet per .16. primi nã anguli qui sunt ad .g. sunt equales ex .15. primi ⁊ anguli qui sunt ad .a. ⁊ b.recti ex ypothesi: linea quoq; .a.d. est equalis linee.b.e. itaq; .d.g. ⁊ equalis .e.g. ⁊ .a.g. equalis .g.b. cumq; anguli .c. ⁊ .f. sint recti si super punctum .g. secundum spaciũ .d.g. ac sup lineã .d.e. circulus describat trãsibit ex cõuersa prime ptis .30. tertii p puncta .c. ⁊ .f. itaq; punctum .g. est centr; circuli cuius diameter est diameter colũne. ideoq; ⁊ spheret quare mãifestum est omni paralellogramo rectangulo circulum omniq; columne rotunde spheram esse circũscriptibiles. Sicq; patet q; voluit istud theoreuma.

**¶ Angulus corporeus siue solidus est quem continent anguli plani plures q̃ duo qui non in vna superficie siti ad vnum punctum angularem conueniunt.**

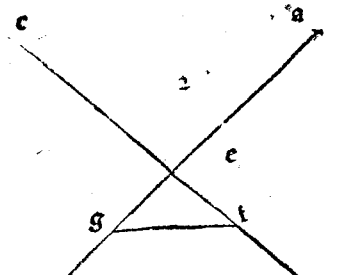
¶ Duo anguli plani angulum solidum perficere nequeunt sicut nec due recte linee nequeũt superficiem claudere. Angulos quoq; planos solidum angulum continentes in eadem superficie non conuenit esse sitos sed in diuersis quemadmodum duas rectas lineas planum perficientes angulum non conuenit sibi inuicem secundum situm rectitudinis applicari.

**¶ Similes sunt figure corporee rotũde siue sint colũne siue eaꝝ piramides quaꝝ axes diametris suaꝝ basiũ sunt ꝓportionales.**

¶ Propositis enim duabus piramidibus rotundis aut duabus columnis rotundis si fuerit ꝓportio axis vnius earum ad diametrum sue basis sicut axis alterius ad diametrum sue basis ille due columne aut piramides simile adinuicem esse dicuntur.

¶ Castigator.

a ¶ Ista diffinitio equalium atq; similium corporum ⁊c. ꝓponit quedam corpora esse equalia ⁊ non similia ⁊ sunt illa quorum terminales superficies numero ⁊ quantitate vniusq; creationis. sed nõ similes vt sunt superficies equidistantium laterum ⁊ rectorum angulorum in solido paralellogramo cuius linee angulares sunt supra superficiem orthogonaliter erecte ⁊ in illo cuius linee angulares non sunt orthogonaliter erecte quedam sunt eiusdem altitudinis sunt equalia si in equis basibus vt dicitur infra. 31. ⁊. 32. huius Et tamen non sunt similia a diffi. similium superficierum in principio sexti posita. Quedam sunt similia ⁊ non equalia vt in eisdem paralellogramis inequalis altitudinis. Et sic dicendum est de aliis infinitis. quedã sunt equalia ⁊ similia simul vt ex te elicere potes ⁊c.




## Propositio .1:

**Linee recte partem esse in plano ⁊ partem in sublimi est impossibile.**

¶ Sit linea .a.b. recta dico quod non est possibile vt pars eius sit in plano ⁊ pars sursum elevata. si enim est possibile sit pars eius que est .a.c. sita in plano ⁊ pars eius que est .c.b. in sublimi posita ⁊ protrahatur directe .a.c. i plano in quo ipsa sita est vsq; ad .d. eritq; vt vni eidemq; linee que ⁊ linea .a.c. due linee penitus diuerse quę sunt linee .c.b. ⁊ .c.d. ex eadem parte directe adiiciantur quod est impossibile ex .13. primi.

## Propositio .2.

**Omnes linee due quarum altera alteram secat in vna superficie site sunt omnisq; triangulus in vna superficie totus consistit.**

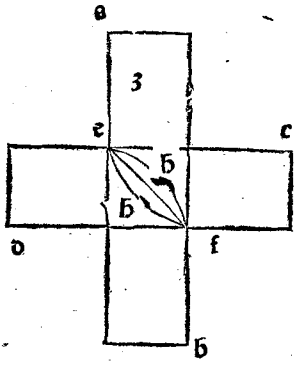
¶ Sint due linee recte .a.b. ⁊ .c.d. se inuicem secantes in puncto .e. dico eas esse in superficie vna, ⁊ omnem triangulum dico esse i superficie vna totum. ℣ Signetur enim punctus .f. in linea .c.d. ⁊ punctum .g. in linea .a.b. ⁊ ducatur linea .f.g. Quia igitur impossibile est partem trianguli .e.f.g. esse in plano ⁊ partẽ in sublimi quin etiam suarum terminalium linearum vnius aut plurium

pars similiter sit in plano. & pars similiter ī sublimi cum de lineis hoc sit ī possibile per premissam erit quoq; impossibile de triangulo. itaq; totus triangulus. e.f.g. est in superficie vna. Ex hac igitur secunda parte & premissa constat prima pars huius secunde propositionis.

## Propositio .3.

Duarum duarum superficierum se inuicem secantium communis sectio est linea recta.

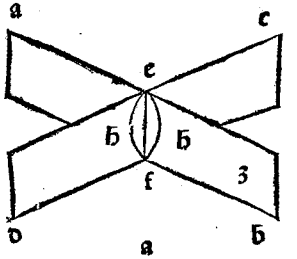
¶ De planis superficiebus intellige & verum erit quod dicitur. Sint itaq; due superficies plane. a.b. & .c.d. seinuicē sectantes dico quod earum communis sectio erit linea recta. Esto enim duo puncta .e. & .f. termini communis sectionis earum que continuētur per lineam rectam que sit .e.f. si igitur linea .e.f. est in vtraq; duarum superficierum .a.b. & .c.d. cōstat propositū. at vero si in neutra aut si non in altera cum ambo puncta .e. & .f. sint in vtraq; superficierum .a.b. & .c.d. in ea superficie in qua ipsa non fuerit protrahatur linea recta que sit .e.h.f. erunt igitur due recte linee .e.f. & .e.h.f. habentes duos terminos communes quod est impossibile. sic enim due recte linee includerent superficiē quod ē cōtra petitionē vltimā pmi libri.




## Propositio .4.

Si fuerit linea orthogonaliter ab inscisione duarum linearum erecta intersecantium se ipsa ad earūdē superficiem perpendicularis erit.

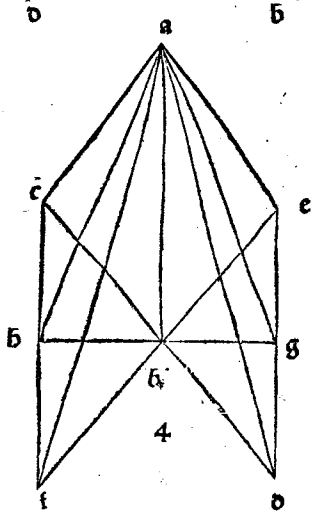
¶ Sit linea .a.b. orthogonaliter erecta super inscisionem duaꝝ linearum .c.d. & .e.f. secantiū se in puncto .b. de quibus cōstat p̄ premissam q; ipse sunt site in vna superficie dico q; linea .a.b. ppendicularis ē ad ipsaꝝ superficiem. Sint. n. c.b. & .b.d. equales & protrahant linee .e.d. & .c.f. que erūt equales p̄. 4. primi & equidistātes p̄. 27. eius dē. Signato itaq; puncto aliquo ī linea .e.d. qui sit .g. ducat linea .g.b.b. erit; ex .26. primi .e.g. equalis .f.b. igitur a puncto .a. vel quouis puncto linee .a.b. demittātur ypothemisaliter linee .a.c. a.d. a.e. a.f. a.g. a.b. erit; ex .4. primi .a.c. equalis .a.d. & .a.e. equalis .a.f. Item p̄. 8. eiusdem erit angulus .a.e.d. equalis angulo .a.f.c. ergo p̄. 4. ipsius etit .a.g. equalis .a.b. & ideoq; p̄. 8. eiusdem erit angulus .a.b.g. equalis angulo .a.b.b. quare ex diffinitione vterq; est rectus & linea .a.b. perpēdicularis ad lineam .g.b.f. Similit quoq; mō pbabis eādem esse ppēdicularem ad oēs lineas protractas a puncto .b. in superficie duarum linearum .c.d. & .e.f. igitur ex diffinitione cōstat lineam .a.b. eē ppēdicularem ad superficiem in qua site sunt due line .c.d. & .e.f. seinuicē secantes qđ est ꝓpositū.

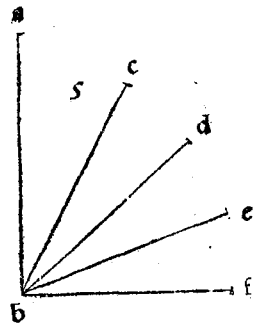



## Propositio .5.

Si super tres lineas conterminales cōi earum termino erecta linea quedam orthogonaliter insistat eedem tres linee in vna superficie site erunt.

¶ Sit linea .a.b. orthogonaliter erecta super cōem terminum trium lineaꝝ .b.c. b.d. b.e. angulariter se cōtingentiū in puncto .b. quaꝝ nulla alii directe applicetur quod idē est ac seinuicem secēt in puncto .b. ptracte. n. se secabunt dico q; tres linee .b.c. b.d. b.e. sunt in vna superficie site. ℣ Cōstat aūt de quibusq; eaꝝ duabus q; ipse sunt in vna superficie site p̄ scām huius vel p̄ primam ptem .2. huius. si igit linea .b.d. nō fuerit in supficie duaꝝ linearum .b.c. & .b.e. sed ille due in plano hec aūt in sublimi erit vt hec superficies ī qua site sunt due linee .a.b. & .b.d. si ptrahatur & p illud quod notum est super quartā secet illam in qua site sunt .b.c. & .b.e. erit; p̄. 3. huius cōmunis earum sectio linea recta & ipsa sit .b.f. Quia igitur ex premissa linea .a.b. ē ppendicularis ad superficiem duarum linearum .b.c. & .b.e. sequitur ex diffinitiōe vt ipsa sit perpendicularis ad lineam .b.f. quare angulus .a.b.f. est rectus cumq; etiam angulus .a.b.d. sit rectus ex ypothesi. sequitur ipossibile videlicet partem suo toti esse equalem.

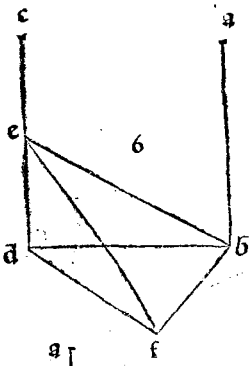





## Propositio .6.

SI fuerint due linee super vnam superficiem perpendiculares eas equidistantes esse necesse est.

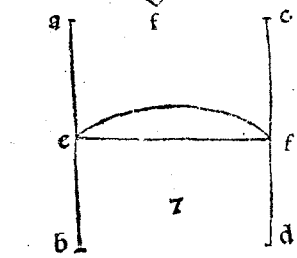
¶ Sint due linee.a,b.ℰ.c,d. perpendiculares ad vnam superficiem dico eas esse equidistantes. ℣ Protrahatur.n. linea.b.d.eruntq; ex diffinitione duo anguli.a.b.d. ℰ.c. d.b.recti. ℣ Si igitur due linee.a,b.ℰ.c.d. sint ī superficie vna ipse sunt equidistantes per secundam partem.28.primi. Ipsas autem esse in superficie vna sic collige.a.puncto.b. super lineam.b.d. in plano cui perpendiculariter insistūt.a.b.ℰ.c.d.protrahe orthogonaliter lineam b.f.ℰ ex linea.c.d.sume.d.e, equalē.b.f.ℰ ptrahe lineas.e.b.ℰ.e.f. ℰ.d.f. erūt igit duo latera.e.d.ℰ.d.b.triāguli.e.d.b.equalia duobus lateribus.f. b.ℰ.d.b.trianguli.f.d.b.ℰ angulus.e.d.b.equalis angulo.f.b.d.cū vterq; sit rectus. Itaq; per quartam primi linea.b.e.est equalis linee.d.f.itēq; cū duo latera.e.b.ℰ.b.f.trianguli.e.b.f.sint equalia duobus lateribus.f.d.ℰ d.e.trianguli.f.d.e.ℰ basis.e.f.communis erit per.8.primi angulus.e.b.f. equalis angulo.f.d.e.cū vterq; sit rectus. Quia igitur angulus.f.d.e.est rectus a diffinitione erit etiam angulus.e.b.f.rectus: itaq; linea.f.b.perpendiculariter est erecta super communem terminum trium linearum.b.a. b.d.b.e.se contingentium angulariter in pūcto.b. quare per premissam ipse sunt in superficie vna. Cum igitur ex prima parte huius secunde linea c.d.sit in eadem superficie.cum vtraq; linearum.e.b.ℰ.b.d. sequitur.a.b. ℰ.c.d.esse in superficie vna: constat ergo propositum.




## Propositio .7.

SI in duabus lineis equidistantibus duobus punctis signatis ab altero ad alterum recta linea ducatur: in qua superficie ille due linee site sunt eas quoq; in eandem sitam esse necessario cōprobat.

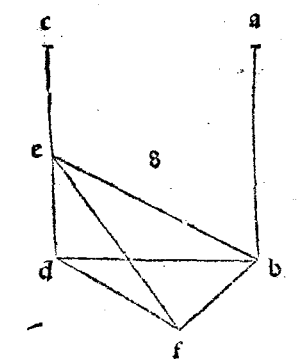
¶ Sint due linee.a.b.ℰ.c.d.equidistantes de quibus cōstat per diffinitionem q; ipse sunt in superficie vna. In eis autem signentur duo puncta.e. ℰ.f. ℰ producatur linea recta. e. f. dico itaq; lineam.e.f.esse sitam in superficie linearum.a.b.ℰ.c.d. ℣ Si autem sit.e.f.in alia superficie vt in sublimi dependens que superficies si protrahatur secabit necessario superficiem ī qua site sunt due linee.a.b.ℰ.c.d. eritq; per.3.huius cōis sectio earum linea recta eisdem punctis terminata quod est impossibile sic enim due recte linee concluderent superficiem.




## Propositio .8.

SI in idem planum due recte linee equidistanter erigātur altera vero earum orthogonaliter sistat reliquam quoq; ad idem planum perpendiculārem esse conueniet.

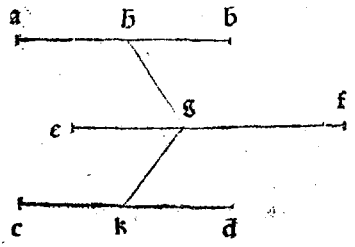
¶ Hec est quasi conuersa sexte. Sint enim due linee.a.b. ℰ.c.d.equidistātes ℰ sit earum altera vt.c,d.erecta perpēdiculariter super superficiem quamlibet dico reliquam earum que ē.a.b. esse perpendicularem ad eandem superficiem. ℣ Fiat enim prorsus eadē dispositio que in sexta: eritq; vt ibi vterq; duorum angulorum . e .d.b. ℰ.f.b.e.rectus: primus quidem per positionem .secūdus autem per.8. ꝑmi quare per.4.huius linea.f.b.est perpendiculariter erecta super superficiem in qua sunt due linee.b.d.ℰ.b.e.cūq; per premissam due linee.a.b.ℰ.c.d. sint in eadem superficie cum duabus lineis.b.d. ℰ.b.e. sequitur lineam.f. b.esse perpendiculariter erectam supra superficiem in qua est linea.b.a. a diffinitione igitur erit angulus.f.b.a.rectus ℰ quia etiam angulus .d.b. a. est rectus per vltimam partem.29.primi: sequitur per quartam huius lineam .a.b. esse perpendicularem ad superficiem in qua site sunt due linee.b.d.ℰ.b.f.quare constat propositum.




## Propositio. .9.

SI due linee vni non in vna superficie equidistant eas quoq; sibi inuicem equidistare necesse est.

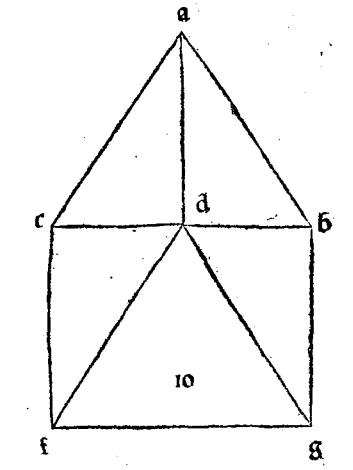
¶ Sit vtraq; duarum linearum.a.b. & .c.d. equidistans linee.e.f. nec sint omnes in superficie vna. dico q; eedem quoq; sibi inuicem sunt equidistãtes. de his quidem que sunt omnes in superficie vna probatum ẽ per .30. primi. at vero de his que in vna superficie non sunt vt est hic.e.f. que intelligatur sursum erecta in sublimi, restat hoc loco probandum. Signetur itaq; in ea punctus.g.a quo educantur due perpendiculares ad duas lineas.a.b.& .c.d. que sunt.g.h.& .g.k. eritq; per .4. huius linea.e.f. perpendicularis ad supficiem videlicet illam in qua sunt site due linee.g.h.& g.k. itaq; p̃ pmissam bis assumptã vtraq; illaꝝ duaꝝ linearum.a.b.& .c.d. ppendicularis ẽ ad eandẽ supficiẽ videlicet ad illã i qua site sunt dicte due linee.g.h. & g.k. Per sextã huius igitur ipse sunt sibi inuicẽ equidistantes q̃d ẽ ꝓpositũ.




## Propositio .10.

SI due linee se angulariter contingentes duabus aliis se contingentibus eis oppositis equidistantes fuerint: non aũt in superficie vna qui ab eis fiunt duo anguli equi sibi inuicem esse comprobantur.

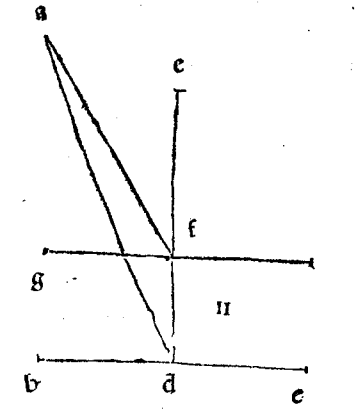
¶ Sint due linee.a.b.& .a.c. se angulariter contingentes in puncto.a. equidistantes aliis duabus que sunt.d.e.& .d.f. se quoq; angulariter contingentibus in puncto.d. nec sint cum eis in superficie vna dico angulum.a.eẽ equalem angulo.d. ¶ Esto enim linea d.e. equalis linee.a.b. cui ipsa posita ẽ esse equidistans.& .d.f. equalis.a.c. cui ẽt ipsa equidistare ponit. Et ducant linee.d.a.& .e.b.& .f.c. eritq; ex .33. primi bis assumpta vtraq; duaꝝ linearum.b.e.& .c.f. equalis & equidistãs linee.a.d. Per cõceptionem igitur & premissam eedẽ sunt equales & equidistantes sibi inuicem. & itaq; p̃ .33. primi denuo repetitã due linee.b.c.& .e.f. sunt etiam equales & equidistantes: igitur p̃ .8. primi cõstat ꝓpositum.




## Propositio .11.

PUncto in aere assignato ab eo ad datam superficiem perpendicularem ducere.

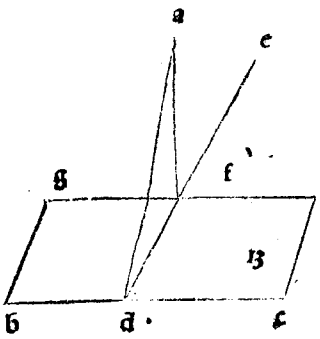
¶ Sit punctus.a. sursum in aere a quo volumus ad superficiem subiacentem perpendicularem ducere: ducatur igitur in plano illo: linea.b.c. vtcunq; contingerit. ad quã ab ipso puncto.a. ducatur ꝑpendicularis.a.d. scõm doctrinam.12. primi. Rursusq; a puncto.d. i plano illo ad quod ducenda est perpendicularis a puncto.a. extrahatur linea.d.e. que sit ꝑpendicularis ad lineam.b.c. vt docet.12. primi. Ad hanc quoq; lineã.d.e. ducatur alia linea ꝑpendicularis a puncto.a. que sit.a.f. hanc dico esse eam quam intendimus. ¶ Sit enim linea.f.g. equidistans linee.b.c.& quia vterq; duoꝝ angulorum.b.d.a.& .b.d.f. est rectus: erit ex quarta huius linea.b.d. perpendicularis ad superficiem in qua est triangulus.a.d.f. ideoq; etiam per .8. huius erit linea.g.f. perpendicularis ad eandem superficiem. I gitur a diffinitione erit angulus.g.f.a. rectus: cunq; etiam angulus.d.f.a. sit rectus: sequitur ex quarta huius lineam.a.f. esse perpendicularem ad superficiem in qua sunt due linee.d.f.& .f.g. quod est propositum.




## Propositio .12.

SUperficie ꝓposita pũctoq; i ea assignato ab eo pũcto ad datã superficiẽ lineã ortbogonaliter erigere.

¶ Cum a puncto quolibet i superficie proposita assignato perpendicularem educere libuerit a quolibet puncto sursum in aere ad libitum posito ad eandem superficiem perpendicularem quẽadmodum premissa docuit demitte que si in assignatum punctum ceciderit ipsa est quam queris. Sinaũt ab ipso assignato puncto ad demissam perpendicularem equidistantem ducito: eãq; per .8. huius probabis esse quam quæris.




## Propositio .13.

Duas lineas super punctum vnū ad superficiem vnā orthogonaliter insistere est impossibile

¶ Si enim possibile est vt due linee vni eidēq; superficiei super punctum vnum perpēdiculariter insistāt superficies in qua ipse perpendiculares, site sint, intelligatur produci quousq; secet superficiem cui dicte linee perpendiculariter insistunt eritq; per.3. huius communis earum sectio linea recta: & quia ex diffinitione vtraq; illarum duarum perpēdicularium cum cōmuni sectiōne continet angulum rectum sequitur vt angulus rectus sit pars anguli recti quod est impossibile. ¶ Quemadmodum aūt demonstratum ē impossibile esse ab vno eodem puncto extra superficiem duas lineas super punctum vnum ad eandem superficiem esse perpendiculares ita etiam demonstrabimus impossibile esse duas lineas ab vno eodēq; puncto extra superficiem signato ad eandem superficiem protractas ad ipsam esse perpendiculares. ¶ Si enim due fuerint ipse erunt equidistantes ex .6. huius q̄ est impossibile ex diffinitione linearum equidistantium. ¶ Constat igit ex hac q̄ si aliqua superficies plana aliam planam superficiem orthogonaliter secet & ab aliquo puncto secantis superficiei ad superficiem sectam perpendicularis ducatur: in communi earum sectione eam cadere necesse ē. Alioquin ab eodem puncto secantis superficiei ad communem earum sectionem perpendicularis, protrahatur vt docet .12. primi & a puncto in quo incidit cum cōmuni sectione alia perpendicularis ad eandem cōmunem sectionem in superficie secta educatur vt docet.11. primi. Eritq; ex diffinitione superficiei super aliam superficiem orthogonaliter erecte angulus quem continēt hee due linee perpendiculares rectus. quare per quartā huius prima harum duarum perpēdicularium etiam est perpēdicularis ad supficiem sectā. ergo ab vno pūcto ptracte sunt due linee perpēdiculares ad eādem supficiem q̄ est ipossibile: relinquitur itaq; ppositum nostrum.

## Propositio .14.

Si linea vna super duas superficies assignatas orthogonaliter insistat: ille due superficies si etiam in infinitum in quācunq; partem protrahantur nunquam concurrent.

¶ Posita enim linea vna duabus superficiebus orthogonaliter insistere si possibile est superficies illas concurrere. ¶ In earum cōi sectione que per.2. huius erit linea recta pūctusq; quocūq; modo signetur a quo due linee in illis duabus superficiebus ad lineā illā que ipsis perpēdiculariter supstat ptrahantur: eritq; cōstitutus triangulus ex his duabus lineis & perpendiculari. ¶ Huius itaq; trianguli vterq; duorum angulorum qui super perpendicularem consistunt est rectus vt patet ex diffinitione linee supra superficiem perpendiculariter stantis hoc autē est impossibile per.32. primi.

¶ Econuerso quoq; videlicet si super duas superficies equidistantes linea recta ceciderit que ad alteram earum perpendicularis sit ipsa quoq; perpendicularis erit ad reliquam.

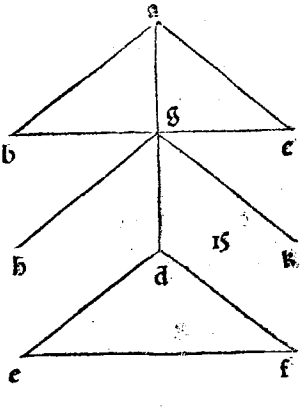
¶ Positis enim duabus superficiebus equidistantibus intelligatur linea recta ambas penetrans que alteri earum perpendiculariter superstat: dico q̄ eadem linea reliquę superficiei perpendiculariter superstat. ¶ Sit enim superficies vna secans positas superficies equidistantes super lineam eas penetrantem eritq; comunis sectio huius superficiei secantis & alterius sectarum videlicet illius cui linea penetrans ponitur perpendiculariter insistere continens angulum rectum cum ipsa linea penetrante ex diffinitione linee perpendicularis ad superficiem. ¶ Si igitur alia communis sectio ipsius superficiei secantis & reliqua duarum sectarum cum eadem linea penetrante non contineat angulum rectum erit ex vltima petitione primi vt ille due communes sectiones in alterutrā partem pro-

tracte necessario concurrant quare & superficies que posite sunt equidistantes necessario concurrent. Et quia hoc est impossibile erit ille angulus rectus. Bodeing, modo erit de qualibet alia superficie eas dem superficies equidistantes secante super eadem lineam: igitur ex quarta huius & ex ista 14. constat verum esse quod diximus.

## Propositio .15.

Si fuerint due linee se contingentes angulariter equidistantes aliis duabus se angulariter contigentibus: non autem in superficie vna ab eisdem lineis ducte due superficies in nulla parte quantucunq; producantur possunt concurrere.

¶ Sint due linee .a. b. & .a. c. se angulariter contingentes in puncto .a. equidistantes duabus lineis .d. e. & .d. f. se angulariter contigẽtibus in puncto .d. & nõ sint in superficie vna: dico earum superficies in quã cunq; ptem & quantucunq; protrahantur nunq̃ concurrere. Protrahatur & .n. a puncto .d. put docet .5. huius perpendicularis ad superficiem duarum linearum .b. & .a. c. sitq; .d. g. & a puncto .g. ducantur .g. h. equidistans .a. b. & .g. k. equidistans .a. c. eritq; ex diffinitione vterq; duorum angulorum .d. g. h. d. g. k. rectus & per .9. erit linea .d. f. equidistãs linee .g. k. & linea .d. e. equidistans linee .g. h: quare per vltimam partem .29. primi vterq; duorũ angulorum .e. d. g. & .f. d. g. erit rectus: ideoq; per quartã huius linea .d. g. erit perpendicularis ad superficiem duarum linearum .d. e. & .d. f. cunq; ipsa eadem sit etiam ex ypothesi perpendicularis ad superficiem duarum linearum .a. b. & .a. c. igitur ex premissa liquet quod est propositum.




## Propositio .16.

Si duas superficies equidistantes vna superficies secet cões earũ sectiones equidistantes erunt.

¶ Constat equidem ex tertia q̃ vna superficie quascunq; duas superficies equidistantes secante cõmunes earũ sectiones erunt due linee recte: que cũ sint ambe site in superficie secante, si ipse non fuerint equidistantes ponãtur ad quodlibet vnum punctum concurrere erit itaq; vt vnus atq; idem punctus sit in vtraq; illarum duarũ sectionum cõmunium cũ q̃ vna illarũ cõmunium sectionum sit in vna duarum superficierũ secta rũ & reliqua in altera. sequitur superficies illas que posite sunt esse equidistantes concurrere: hoc autẽ impossibile est. Erunt igitur cões earum sectiones equidistantes quod est propositum. ¶ Ex hac & premissa potes elicere conclusionem vnam similem .30. primi videlicet istam. Si fuerint due superficies vni equidistantes ipse quoq; erunt adinuicem equidistantes. Positis enim tribus superficiebus quarum vtraq; duarum extremarum equidisset medie dico q̃ necesse est ipsas extremas equidistare adinuicem. Secentur omnes ille tres superficies duabus superficiebus se quoq; innicem secantibus erunt q; ex hac .16. cões sectiones duarum extremarũ superficierũ equidistantes sectionibus medie: quare ex .30. primi ipse etiam sectiones duarum extremarum superficierum erunt equidistantes adinuicem. Et quia ipse continguntur se in cõmuni sectione duarum superficierum tres positas superficies secantium ex premissa euidenter constat quod diximus.

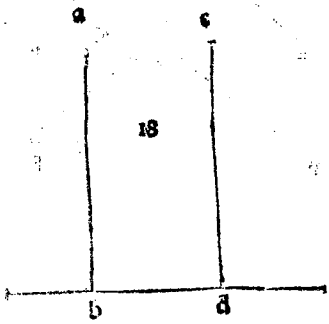
## Propositio .17.

Si superficies tres vel plures equidistantes duas rectas lineas seinuicem contingentes vel equidistantes secent illarum linearum portiones proportionales esse probantur.

¶ Intelligantur enim due recte linee penetrantes qualitercunq; contigerit tres superficies equidistantes aut etiam plures tribus: dico itaq; duas portiones illarum linearum inter quaslibet duas superficies interceptas proportionales esse quibusque duabus inter alias duas ex illis equidistantibus superficiebus interceptis. Contingan-

tur enim due extremitates illarum duarum linearum ducta inter eas linea vna diagonaliter: eritq; hec diagonalis cum vtraq; illarum duarū penetrantium ſupficies propoſitas in ſuperficie vna illas equidiſtantes ſupficies poſitas ſecante. ſi ergo harum ſuperficierum cōmunes ſectiones que premiſſam erunt equiſtantes cogitatione protraxeris ex prima parte ſecā de ſexti conſtabit propoſitum.

## Propoſitio .18.



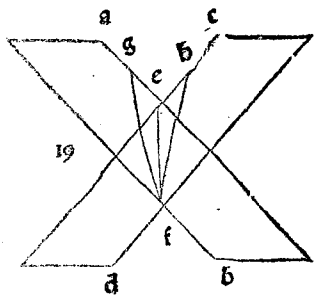

Si in ſuperficie aſſignata orthogonaliter ſteterit linea: oīs ſupficies a linea illa quozūlibet ducta ad eādē aſſignatā ſupficiē erit orthogonaliter erecta.

¶ Sit enim linea .a. b. erecta perpendiculariter ſuper aſſignatam ſuperficiem & a linea .a.b. producatur ſuperficies quorſum libuerit: quam dico ſuper propoſitam ſuperficiē eſſe perpendiculariter erectam. ℣ Cum enim ipſa ſecet ſuperficiem aſſignatam erit earum communis ſectio linea recta ex .3. huius. ſit q. .b . d. in hac ergo cōi ſectione ſignato puncto quolibet qui ſit .d. erigatur ab eo. in ſuperficie que producta eſt a linea .a.b. linea quedam perpēdicularis ad lineam .b.d. que ſit .d. c. eritq; ex ſecunda parte .18. primi linea .c.d. equidiſtans. linee .a.b. ideoq; ex .8. huius linea .c.d. eſt & perpēdicularis ad ſupficiem propoſitam. ℣ Quia ergo hoc modo quelibet linea protracta orthogonaliter a quolibet puncto linee .b.d. ad ipſam lineam .b.d. in ipſa ſuperficie que producta eſt a linea .a.b. eſt perpendicularis ad propoſitam ſuperficiem ex diffinitione ſuperficiei ſupra ſupetficiem orthogonaliter erecte: conſtat verum eſſe quod propoſitum eſt.

## Propoſitio .19.

Si due ſuperficies ſe inuicem ſecantes ſuper vnam ſuperficiem erecte fuerint orthogonaliter cōis earū ſectio ad eandem ſuperficies perpendicularis erit

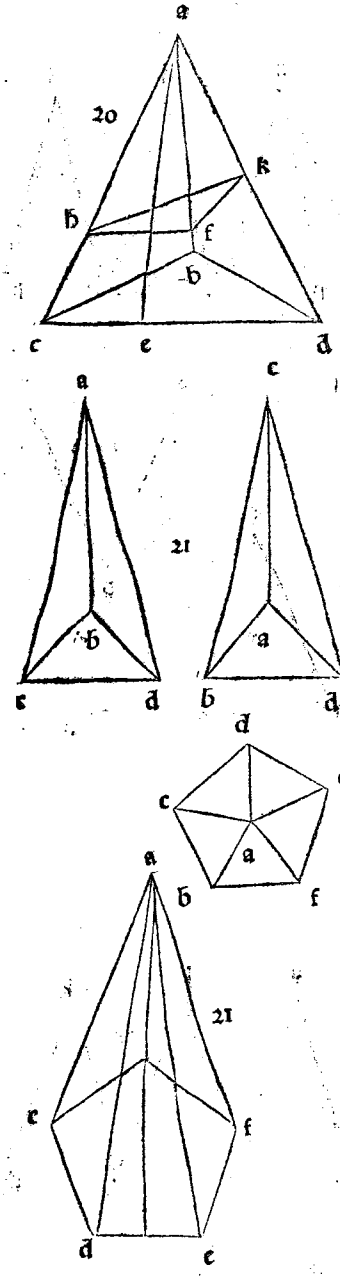
¶ Sint due ſuperficies .a.b. & .c.d. ſe inuicem ſecantes erecte orthogonaliter ſuper aſſignatam ſuperficiem: ſitq; cōis earum ſectio linea recta .e.f. hanc dico eſſe perpēdicularem ad aſſignatam ſuperficiem. Alioquin a puncto .f. qui eſt communis terminus ſectionum duarum ſuperficiez ſe inuicem ſecātium & tertie ſupficiei ſecte ꝓducatur vna linea recta que ſit .f.g. in ſuperficie .a.b. perpēdicularis ad ſuperficiem aſſignatam. Itēq; ab eodem pūcto ducatur alia perpēdicularis ad eādem ſuperficiem que ſita ſit in ſuperficie .c.d. & ipſa ſit .f.h. Erit q; due linee .f.g. & .f.h. orthogonaliter inſiſtētes ſuper pūctum vnum ad ſuperficiem aſſignatam: hoc autem impoſſibile per .13. huius. ℣ Tales aſſe lineas poſſe protrahi a cūcto .f. in vtraq; duarum ſuperficierum .a.b. & .c.d. cum .e.f. nō fuerit perpēdicularis ad aſſignatam ſuperficiem dubitare nō cōuenit. ℣ Intelligatur quidem linea .f.b. cōis ſectio ſuperficiei .a.b. & ſuperficiei aſſignate. Et linea .f.d. ſuperficiei .c.d. & ſuperficiei aſſignate. Si igitur linea .e.f. fuerit perpendicularis ad vtranq; duarum linearum .f.b. & .f.d. ipſa etiam erit perpēdicularis ad ſuperficiem aſſignatam ex quarta huius. Si autem ad neutram ſit .f.g. perpēdicularis ad .f.b. & .f.b. perpēdicularis ad .f.d. deinde a puncto .f. protrahe in ſuperficie aſſignata vnā lineam perpēdicularem ad lineam .f.b. que ex diffinitione ſuperficiei ſuper aliam ſuperficiem orthogonaliter erecte cum linea .f.g. continebit angulum rectum: per quartam igitur huius erit linea .f.g. perpēdicularis ad ſuperficiem aſſignatam. ℣ Eodem quoq; modo protracta alia linea a puncto .f. in ſuperficie aſſignata que ſit perpendicularis ad lineam .f.d. ſequetur ex diffinitione predicta & ex quarta huius lineam .f.b. eſſe perpēdicularem ad ſuperficiem aſſignatam quod eſt impoſſibile per .13. huius. ℣ Quod ſi confiteare lineam .e.f. eſſe perpēdicularem ad lineam .f.b. ſed non ad lineam .f.d. ſequetur modo conſimili duas lineas .e.f. & .f.h. eē perpendiculares ad ſuperficiem aſſignatam: quod nihil minus eſt impoſſibile.



## Propositio .20.

Si tres anguli superficiales solidū angulum ōtineāt illorum trium angulorum quicqs duo pariter accepti reliquo sunt maiores.

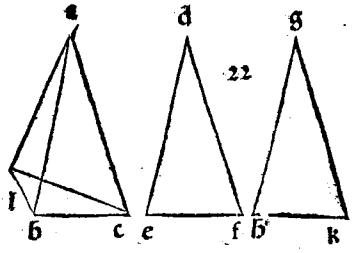
¶ Sint tres lineę .a.b.a.c.a.d. piramidaliter erectę supra superficiem .b.c.d. continentes tres superficiales angulos ex quibus solidus perficit angulus in puncto .a. dico quoslibet duos ex ipsis superficialibus angulis solidum angulum in puncto .a. constituentibus pariter acceptos tertio esse maiores. ℣ Si enim hi tres anguli superficiales fuerint sibi inuicem equales aut si duo tantum equales tertio existente minore vtrolibet duoꝝ equalium: constat ꝑ cōem scientiam. verum esse quod dicitur. ℣ Quod si eoꝝ vnus vtrolibet duorum reliquorum maior fuerit siue illi duo ponantur equales siue non equales adhuc cōstat illum maiorem cum vtrolibet duorum reliquorum pariter acceptorum tertio esse maiorē. Sed ¶ illos duos minores pariter acceptos. hoc tertio qui maior vtrolibet ponitur esse maiores sic colliges. ℣ Esto .p. trium propositorum angulorum superficialium angulis .c.a.d. maior vtrolibet reliquorum duorum. Ex ipso ergo abscindam angulum .e.a.d. equalem angulo .b.a.d. protracta linea .a.e. Et sumatur ex hac linea .a.e. linea .a.g. ¶ ex linea .a.b. lineam .a.f. quas ponam ēsse equales. Et protrahamus lineam a puncto .g. qualitercūq; contingat in superficie duarum linearum .a.c. ¶ .a.d. quousq; secet .a.c. in puncto .h. ¶ .a.d. in puncto .k. ¶ ipsa sit .h.g.k. Et producam lineas .f.h. ¶ .f.k. cū sit igitur .a.f. equalis .a.g. posita .a.k. cōi erit per quartam primi .f.k. equalis .k.g. Et quia ex .20. primi due linee .h.f. ¶ .f.k. sunt maiores linea .h.k. erit per conceptionem .h.f. maior .h.g. ideoq; ℣ .25. primi cū sit linea .a.f. equalis lineę .a.g. erit angulus .f.a.h. maior angulo .h.a.g. ℣ conceptionem igitur constat duos angulos .h.a.f. ¶ .a.k. pariter acceptos ēe maiores angulo .b.a.k. quod erat demonstrandum.




## Propositio .21.

Omnis angulus solidus quatuor rectis angulis minor esse probatur.

¶ Anguli solidi quantitas ex angulorum superficialium ipsum solidum continentium quantitate determinatur: hec ergo .21. proportionaliter proponitur quoꝝ quoslibet superficiales angulos solidum quēlibet cōtinentes pariter acceptos quatuor rectis angulis esse minores. ℣ Sit enim triangula piramis .a.b.c.d. cuius supremus angulus cum possit esse quilibet suoꝝ angulorum hic tñ sit .a. De quo dico ꝙ tres superficiales anguli ipsum .a. continentes sunt minores quatuor rectis. ℣ Constat enim ex .32. primi .9. angulos trium triangulorum hanc piramidem circūstantium ¶ ipsi sint .a.b.c. ¶ .c.d.a. ¶ .d.b. esse equales sex angulis rectis: de tribus aūt angulis basis eius ꝙ est triangulus .b.c.d. constat quoꝝ per eādem ꝙ ipsi sunt equales duobus rectis. ℣ Cum igit sex anguli trium triangulorum predictorum hanc nostrā piramidē de cuius supremo angulo disputamus circundantiūt qui inq̄ sex anguli cū tribus angulis basis reliquos tres angulos solidos piramidis continent: sunt ex ꝓmissa ter assumpta maiores tribus angulis basis sequitur ipsos sex angulos eē maiores duobus rectis. Ex nonē igit anguli triū triangulorum piramidem circūdantium his sex angulis demptis erunt ex cōi scia reliqui tres ¶ ipsi sint qui constituūt solidum angulū .a. minores .4. rectis. ℣ Si aūt angulus .a. supremus in assumpta piramidē pluribus angulis superficialibus quā tribus cōtineat q̄ erit ꝓ multitudinē angulorum sue basis: cū igit oēs anguli oium triangulorum ipsam piramidē circūdātiū piter accepti sint ex .32. primi tot rectis angulis equales quātus est numerus angulorum sue basis duplicatus: eo ꝙ tot necesse est esse triangulos piramidē circūdantes quot fuerint anguli sue basis. Cūq; omnes anguli sue basis sint tot rectis angulis equales quantus est numerus angulorum suorum duplicatus: demptis inde .4. vt in .32. primi demonstratum est. Cuncq; igitur omnes an-

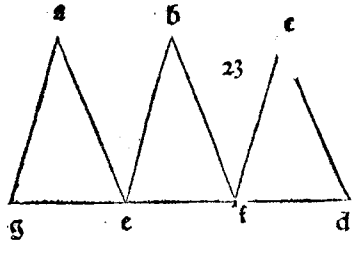



guli triangulorum piramidem circũdantũm qui ſuper latera baſis ipſius piramidis conſiſtunt pariter accepti ſint maiores omnibus angulis baſis pariter acceptis vt euidenter conſtat ex premiſſa totiens quot angulos baſis habuerit repetita adhuc neceſſario ſequitur ex cõmuni ſcientia ſuperficiales angulos ſolidum angulum .a. continenter pariter acceptos eſſe minores quatuor rectis: eoinquam minores quo omnes anguli trigonorũ piramidem circundantium qui ſuper latera baſis ſtatute piramidis conſiſtunt excedunt omnes angulos baſis pariter acceptos.

## Propoſitio .22.

Si tres anguli ſuperficiales quorum quiꝫ duo pariter accepti tertio ſint maiores cũctis ſibi inuicẽ equis lineis contineantur de tribus baſibus angulos illos ab ipſarum linearum equalium terminis ſubtendentibus triangulum ſubſtitui vel conſtitui poſſibile eſt.

¶ Sint tres ſuperficiales anguli .b.a.c.e.d.f.b.g.k. vt proponitur: tales videlicet vt quiꝫ duo eorum tertio ſint maiores. ℣ Sintq; ſex latera eorũ continentia equalia que ſint .a.b.a.c.d.e.d.f.g.b.g.k. ℣ ſubtendantur eis tres baſes que ſint .b.c.e.f. b .k. ℣ Ex his ergo tribus baſibus triangulum aio conſtitui poſſe. ℣ Eſto enim angulus .b.a.l. equalis angulo .d. ℣ linea .a.l. linee .d.e. ℣ protrahantur .l.b.l.c. eritq; ex .4. primi linea .l.b. equalis linee .e.f. Ex ypotheſi vero conſtat totalem angulum .a. eſſe maiorem angulo .g. erant .n. quiꝫ duo ex tribus angulis .b.a.c.d. ℣ .e.g. tertio maiores. Igitur ex .24. primi linea .l.c. linea .b.k. eſt maior. Cunq; ſint ex 20. primi due linee .l.b. ℣ .b.c. maiores linea .l.c. ſequitur duas lineas .l.b. ℣ .b.c. eſſe multo fortius maiores linea .b.k. ℣ Quia igitur .l.b. eſt equalis .e.f. erunt due linee .b.c. ℣ .e.f. maiores linea .b.k. Conſtat itaq; hoc modo quasq; duas lineas ex tribus lineis .b.c.e.f.b.k. eſſe longiores tertia. Igitur ex .22. primi cõſtat verum eſſe quod dicitur. Hoc dũtaxat addito q; ſi duo anguli .b.a. ℣ .c.d. pariter accepti ſint equales duobus rectis erũt due linee .l.a. ℣ .a.c. ex .14. primi linea vna: atque cum ſit equalis ex ypotheſi duabus lineis .g.b. ℣ .g.k. que ex .20. primi longiores ſunt linea .b.k. cuiꝫ ex eadẽ linee due .l.b. ℣ .b.c. ſint longiores linea .l.c. ſequitur vt prius .b.a. ℣ .c.d. pariter acceptas eſſe longiores .b.k. At ſi duo ꝓdicti anguli ſunt maiores duobus rectis erũt ex .13. primi due linee .a.l. ℣ .a.c. videcq; ℣ due .g.b. ℣ .g.k. breuiores duabus que ſunt .l.b. ℣ .b.c. quare vt prius .b.c. ℣ .e.f. pariter accepte ſunt longiores linea .b.k.



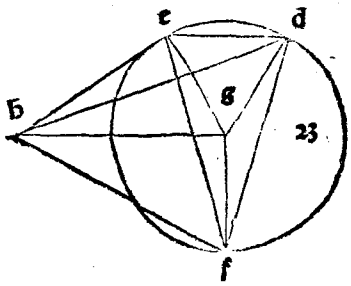

## Propoſitio .23.

Ribus angulis ſuperficialibus propoſitis quorũ quiꝫ duo pariter accepti tertio ſint maiores ꝑs aũt tres ſimul quatuor rectis angulis minores ex tribus illis equalibus qualeſcunq; ſint ſolidum angulum conſtituere.

¶ Sint propoſiti tres anguli ſuperficiales qui ſunt .a.b.c. de tribus illis equalibus volumus vnum ſolidum angulum conſtituere. ℣ Oportet igitur ex .20. huius vt quiꝫ duo eorum pariter accepti tertio ſint maiores ℣ ex .21. huius vt omnes pariter accepti quatuor rectis angulis ſint minores ex ipſis itaq; ſint hec poſita: latera vero eos continentia cũcta ad inuicem ſint equalia eisq; ſubtendantur tres baſes ℣ ipſe ſint .d.e.f. ℣ .f.d. eritq; ex premiſſa poſſibile de tribus lineis his baſibus equalibus triangulum conſtitui. ℣ Sit igitur ex eis conſtitutus ſecundum doctrinam .21. primi triangulus .d.e.f. cui ſicut docuit quinta quarti circũſcribatur circulus .d.e.f. ſupra centꝝ .g. ℣ protrahãtur .g.d. .g.e. .g.f. ℣ cum ſint adinuicem equales ex diffinitione circuli lateraq; tres ꝓpoſitos angulos ambiẽtia eꝫ lia ex ypotheſi neceſſe eſt vt earum quelibet quolibet illorum laterum ſit minor equalem autem aut maiorem eſſe ẽ impoſſibile. Si enim linea exiens a centro .g. ad circũferẽtiam circuli .d.e.f. eſſet equalis alicui late-

a.d.a.e.b.e.b.f.c.f.c.d.sequeretur propterea que posita sunt annuente.8. primi tres angulos.a.b.c.pposītos eē equales tribus angulis .d.g.e. e.g.f. f.g.d.cūq; hi tres sint equales quatuor rectis angulis vt facile patet ex.15. protracta paulisper vna linearum exientium a centro ad circūfrentiam in continuum ℭ directum t essent ēt tres anguli.a.b.c.equales ēt quatuor rectis quod est contra posita. ℣ Quod si esset maior superpositis tribus tri angulis quorum sunt anguli.a.b.c.tribus triangulis dividentibus trian gulum .d.e.f. vnoquoq; illi cum quo cōmunicat in basi ita q; bases sup ponantur basibus equales videlicet equalibus ℭ anguli.a.b.c. cadant ad partem puncti.g.sequeretur ex.21.primi tres angulos.a.b.c.eē maiores tri bus qui sunt.d.g.e.e.g.f.f.g.d.essent itaq; maiores quatuor rectis quod ē amplius contrarium positis. ℣ Relīquitur itaq; vnum quodq; ex sex late ribus tres propositos angulos ambientibus maius e; se linea egrediente a centro.g.ad circūfrentiam.d.e.f.ideoq; ēt potentius. ℣ Sit igitur poten tius in linea.g.h.que sit secundum .11.huius orthogonaliter erecta super superficiem trianguli.d.e.f.circulariter.s.in centro tres ypothemise.h. d.h.e.h.f.quas dico continere angulos tres superficiales equales tribus p positis constituentes angulum solidum in pūcto.h. Cum enim quadratū linee.a.d.sit equale duobus quadratis duarum linearum.d.g. ℭ .g.h.ex ypothesi. At quadratum linee.d.h.sit eīle eisdem ex penultima primi ne cesse ē lineā.a.d.eē equalem linee.d.h. Eodēq; mō ℭ lineā.a.e.linee.e.h. igit ex.8.pmi[a] cū bases ēt sint eīles erit angulus.a.eīlis angulo.d.h.e. Si militer quoq; erit angulus.b. equalis angulo.e.h.f. ℭ angulus.c. equalis angulo.f.h.d. quare constat factum eē quod facere disposuimus.

a



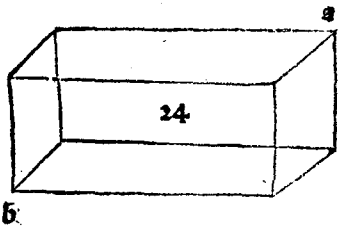

¶ Lastigator.

*a ¶ Quia cum triangulus.d.e.f. sit constitutus ex tribus lineis equalibus illis tribus basibus prosupponitur latus.e.d.huius trianguli.d.e.f.eē equa le illi basi.d.e.subtense angulo.a. Et ideo p.8.primi concludit de angulis.*

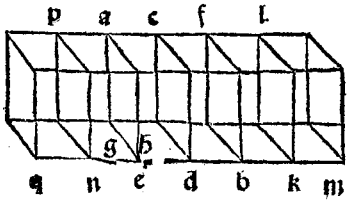
## Propositio .24.

**Si superficiebus equidistantibus solidus continea tur eius opposite superficies sibi invices equales sunt ℭ equidistantium laterum.**

¶ Quicquid dicant alii solidum equidistantibus super ficiebus contentum superficiebus paribus necesse est con tineri que sint ese non possunt panciores sex ita possunt esse in omni numero pari senarium excedēte. ℣ Constat enim columnā exagonam posse.8. superficiebus que bine ℭ bine oppositi sibi invicem equidistant contineri; sic quoq; octogonam .10. ℭ decagonam .12.ℭ ad istarum similitudinem in infinitum. ℣ Sed horum omnium solidorum equidistantibus superficiebus contentorum que infinita esse pronuncio solum illud dicitur paralellogramum cuius omnes superficies ipsum am bientes paralellograme sint ℭ istud sex supficiebus duntaxat necesse est ambiri. De tali itaq; quod sex tantum superficiebus ambitur dico debere intelligi q; hec.24.proponit. Sit igitur tale solidum corpus .a.b. cuius omnino superficies fac vt solido habita mente comprehendas: patebitq; tibi vnāquāq; earū quatuor ex reliquis secare. Cuius quatuor latera cum sint communes sectiones ipsius secantis ℭ quatuor sectarum. Sint autem ille quatuor secte bine ℭ bine secundum q; ad invicem opponuntur equi distates ex ypothesi sequitur ex.16.bis assumpta vt quatuor latera huius superficiei secantis ℭ quatuor sectarum sint adinvicem bina ℭ bina equi distantia. Constat itaq; secundum'. ℣ At vero ex.34. primi 'manifestum est omnia latera oppositi istarum sex superficierum esse equalia. ℣ Erunt igitur bina latera angulum planum continentia cuiusq; earum equalia binis lateribus angulum planum in superficie sibi opposita cōtinentibus. Anguli quoq; ab illis binis ℭ binis lateribus cōtenti eīles p 10. huius igit ex cōuersa penultime cōis scie in .9mo libro posite necesse ē quasq; duas supficies i solido.a.b.oppositas eē sibi invicē equales quod est ppositum.*




o



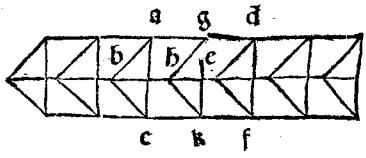

25

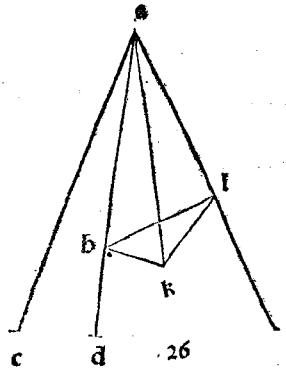
## Propositio .25.

Si superficies quedam secet solidum parallelogrammum equidistanter duabus ipsius solidi superficiebus oppositis duo partialia corpora que ad illā secantem superficiem velut ad cōmunem terminum copulantur suis basibus sunt ꝓportionalia.

¶ Sit corpus .a.b. solidum ꝑallellogramū & secet ipm superficies .c.d. equidistanter duabus eius oppositis superficiebus que sunt .a.e. & .f.b. & sit superficies .g.b. basis ipsius solidi .a.b. de qua constat ꝙ premissam ꝙ ipsa sit equidistantium laterum. Et sit cōmunis sectio duarum superficierum .c.d. & .g.b. linea .h.d. de qua constat per .3. huius ꝙ ipsa sit linea recta & per .16. huius ꝙ ipsa sit equidistans .g.e. ideoq; sunt due superficies .g.d. & .h.b. equidistantium laterum & ipse sunt bases duorum partium corporum in que superficies .c.d. diuidit solidum .a.b. Dico itaq; ꝙ proportio solidi .a.d. ad solidum .b.c. sicut basis .g.d. ad basim .h.b. Protrahantur enim vtrinq; quantum libuerit, quatuor linee penetrantes superficiem .c.d. super eius angulos & ipse sunt .a.f. & .e.b. cum duabus reliquis sibi equidistantibus. Sumanturq; ex eis omnibus portiones ex parte puncti .b. quot libuerit que ponantur singule equales linee .b.d. & ex parte puncti .e. alie similiter quot libuerit que ponantur equales linee .e.d. super quas vtrinq; constituantur solida paralelograma secundum suarum longitudinem exigentium. Sintq; ex pte puncti .b. solida .f.k. & .l.m. & ex parte puncti .e. solida .a.n. & .q.p. Eritq; ex diffinitione corporum equaliū atq; similium vnum quodq; solidorum .f.k. & .l.m. equale solido .e.b. & vnū quodq; .a.n. & .p.q. est equale .a.d. Fiat igitur argumentum quemadmodum in prima sexti. Est enim solidum .c.m. ita multiplex solidi .b.c. sic basis .h.m. basis .h.b. & solidum .q.c. ita multiplex solidi .a.d. sic basis .q.h. basis .g.d. & si basis .h.m. est equalis basi .q.h. solidum .e.m. est equale solido .q.c. ex diffinitione corporum equalium atq; similium & si basis est minor basi & solidum est minus solido & si maior maius quod patet ex diffinitione eadem resecata maiori basi ad equalitatem minoris & descripto super eam solido paralellogramo. itaq; ex diffinitione incotinue proportionalitatis proportio solidi .a.d.d. ad solidum .c.b. sicut basis .g.d. ad basim .h.b. quod est propositum. ¶ Quod si superficies aliqua secet corpus seratile equidistanter duabus eius triangularibus superficiebus oppositis duo partialia corpora que ad illam secantem superficiē velut ad cōem terminum copulantur suis basibus erunt proportionalia. ¶ Sit enim .a.f. corpus seratile cuius sint due trigone superficies .a.b.c.d.e.f. Constat igitur ex diffinitione seratilis vnāquāq; trium superficierum que sunt .a.b.d. e.b.c.e.f.a.c.d.f. esse palellogramū. Secet igitur supficies .g.h.k. istud seratile equidistanter duabus eius oppositis superficiebus que sunt .a.b.c.d.e.f. dico ꝙ proportio seratilis .a.k. ad seratile .g.f. est sicut basis .a.k. ad basim .g.f. quod sicut de solidis paralellogramis probatur. Protractis enim in vtrāq; partem lineis .a.d.b.e.c.f. factisq; inter eas ex parte puncti .e. seratilibus equalibus seratili .g.f. & ex parte puncti .b. aliis equalibus seratili .a.k. vtrinq; quouis numero ex diffinitione incōtinue ꝓportionalitatis. si cū ꝫta vigili mente perluſtres non erit tibi difficile cōcludere qđ diximus.

25




26

## Propositio .26.

Super datum punctum date linee angulo solido proposito equalem angulum solidum ꝯstituere.

¶ Solidus angulus propositus sit .a. qui contineat tribus lineis .a.b. .a.c. .a.d. tres superficiales angulos ipsum solidū perficientes continentibus cui super pūctum .e. linee .e.f. proposite que ad libitū ꝓponentis iaceat aut in sublimi consurgat iubemur equalē angulū solidū constituere qualiscūq; sit figura linee .e.f. a puncto .g. vbicūq; volueris ꝑsignato producto linea .g.e. erunt q; ex scda huius due linee .e.f. & .g.e. in supficie vna. In hac itaq; superficie

ſuper punctum.e.datum in aſſignata linea ſecundum conſilium .23. ꝑmi conſtitue angulum eqlem angulo.b,a.c.ꝛ ipſe ſit.f.e.g. dehinc ex linea.a.d.abſcinde lineã.a.h.ſicut volueris ꝛ a puncto.h.producito ꝑpendicularem.h.k.ad ſuperficiem in qua ſunt due linee.a.b.ꝛ.a.c, quod qualiter faciẽdum ſit.11.huius docuit. Nec ſit igitur tibi cura de pũcto.k. Nihil.n. refert vtꝝ ꝑpendicularis.h.k.occurrat ſuꝑficiei in qua ſunt due linee.a.b. ꝛ.a.c.inter ipſas lineas aut extra aut in eaꝝ altera ducito. tñ lineam.a,k, poſitoq; puncto.l.in linea.a.b.vbicũq; volueris ꝓtrahe lineas.k.l.ꝛ.l.b.ꝛ pone angulum.f.e.m.in ſuperficie linearũ.e.f.ꝛ.e.g.equalem angulo.b.a. k.ꝛ lineam.e.m.equalẽ linee.a.k.ꝛ.ex linea.e.f.ſume lineam.e.p.equalem linee.a.l.ꝛ a puncto.m.educ lineã.m.n.ꝑpendicularem ad ſuperficiem in qua ſunt due linee.e.f.ꝛ.e.g.ꝛ pone eam equalem.h.k.ꝛ protrahe lineas.e.n,n.p.ꝛ.p.m.dico igitur tres lineas.e.f.e.g.e.n.continere angulum ſolidũ in puncto.e.equalẽ angulo.a. ꝑpoſito. Cum ſint enim ex ypotheſi duo latera.a.k.ꝛ.k.h.trianguli.a.k.h.equalia duobus lateribus e.m.ꝛ.m.n.trianguli.e.m.n.ꝛ ambo ſint recti.quia ſunt ad.k.ꝛ ad.m. recti ex diffinitione linee ꝑpendiculariter erecte ſupra ſuperficiem. Erunt ex quarta primi due linee.a.h.ꝛ.e.n.equales. Per eandem quoq; erunt due linee k.l.ꝛ.m.p.equales. I deoq; ẽt ꝑ eandem.h.l.ꝛ.n.p.equales: cum ſint.h. k.ꝛ.k,l.equales, m.n.ꝛ.m.p.ꝛ anguli.h.k,l.ꝛ.n.m.p.recti ꝑ.8. igitur primi erit angulus.n.e.p.equalis angulo.h.a.l. ¶ Simili quoq; mõ probabis angulum.g.e.n.eſſe equalẽ angulo.c.a.d. Conſtat itaq; nos effeciſſe quod volumus. Huic ſi ſtudioſus inſtiteris quotcũq; lateribus.a. ſolidus angulus ꝑpoſitus cõtineatur quod a te petit ſine offendiculo perficere poteris.

¶ Caſtigator.

*a ¶ Non mireris de puncto.g.ſi ad libitum ponatur ꝛ linea.g.e.ꝓtrahatur hoc,n.fit vt habeatur ſuperficies ex ſecunda huius in qua angulus ſuperficialis ſituetur ꝛc.etiam per primam huius ſi pũctus.g. directe obuiaret pũcto.e.tũc fieret linea vna q̃ tota eẽt in eodẽ plano ſiue i eadẽ ſuꝑficie.*

## Propoſitio 27

Super aſſignatam lineam dato ſolido equidiſtantium ſuperficierum ſimile ſolidum conſtituere.

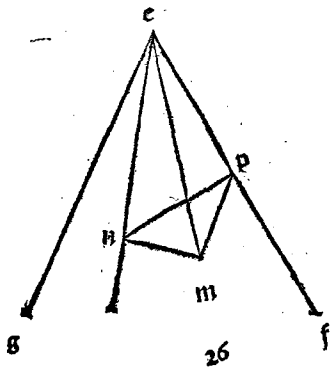
¶ Sit aſſignata linea.a.b.de cuius ſitu vtrum in plano iaceat vel ſurſum exurgat nihil curetur: ſitq; aſſignatum parallelogrammum ſolidum corpus.c.d. cui ſuper lineam a.b.inbemur ſimile ſolidum fabricare. Sint igitur tres linee continentes ſuperficiales angulos ex quibus componitur ſolidus angulus.c,in ſcripte litteris.c.e.c.f.c.g. At ſecundum precepta premiſſe ſuper punctum.a.linee,a.b.conſtituatur angulus ſolidus equalis.c.quem contineant tres linee.a.b,a.h.a.k.ꝛ auxilio.10.ſexti ſit proportio.c.e.ad.a.b: ꝛ.c.f.ad.a.h.ꝛ.g.c.ad.a.k.proportio vna. Dehinc a tribus punctis.b,h. k.protrahantur ſex linee.h.l.equidiſtans linee.a.b,ꝛ.h,m.equidiſtans linee.a.k, iterum.b.l.equidiſtans linee,a.h.ꝛ.b.n. equidiſtans linee.a,k. ¶ Rurſus quoq; k.n.equidiſtans.a.b.ꝛ.k.m.equidiſtans.a.h. Amplius autem protrahantur, m,p.equidiſtans.h.l.ꝛ.p.l. equidiſtans.h.m. protrahatur quoq; ꝛ linea.p.n.erit q; completum ſolidum paralellogramum a,p.quod dico eſſe ſimile ſolido.c.d. Hoc autem ex diffinitione ſimiliũ ſuperficierum ꝛ diffinitione ſimilium corporum ſi earum memineris facile concludes.

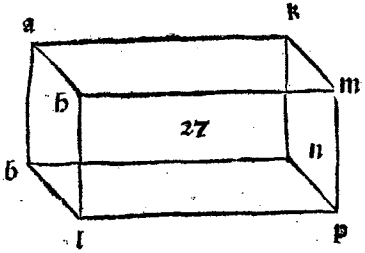
## Propoſitio 28.

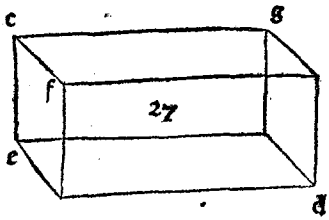
Si ſuperficies aliqua ſolidum paralellogramum ſuper duas quaſlibet oppoſitas ſuperficies eius terminales ⁊ ſuper earum duas diametros ſecet eãdem ſuꝑficiẽ, corpus illud ꝑ eã ſecare neceſſe eſt.

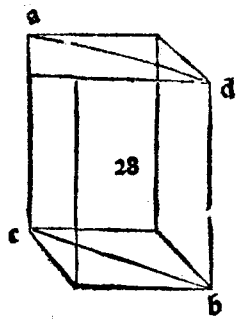
¶ Sit corpus.a.b, ſolidum paralellogramum de quo ſit poſitũ q; ſuꝑficies.a.b.c.d. ſecet ipſum ſuꝑ diametros duaꝝ ſuperficieꝝ oppoſitaꝝ ſolidum ipm terminantiũ que ſint,a.d.ꝛ.c.b.dico





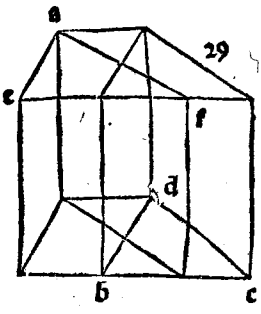



q ipsa diuidit istud solidum propositum per equalia. Cōstat enim q ipsa diuidit illud solidum in duo seratilia quorum superficies quadrilateras binas ℰ binas adinuicem relatas secundum q ipse sint opposita lateta soli di propositi manifestum est ex .24. huius eē equales cum solidum de quo loquimur positum sit esse parallelogramum. Ex eadem quoq; ℰ .41. primi constat trilateras superficies dictorum seratilium esse equales. ℣ Igitur a diffinitione solidorum equalium liquet quod propositum est.

¶ Castigator.

a ¶ Quia triangulus formatur sup vnum latus superficiey oppositarum ℰ super idem formatur eadē superficices opposita. Et ideo per .41. sunt eq̄les dicti trianguli quoniam sunt medietates illarum superficierum per communem scientiam .7. in primo libro.

## Propositio .29.



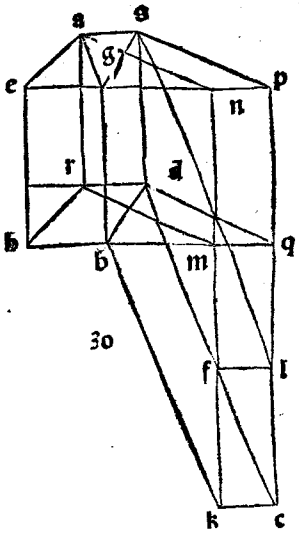

Uncta solida equidistantium superficierum eque alta atq; in eadem basi super vnam lineam consti

¶ Verum est q solida equidistātium laterum eque alta sue inter superficies eqdistantes super vnam ℰ eandem basim constituta sunt adinuicē eēlia sicut de supficiebus eqdistantium latey sup vnam basim ℰ inter lineas equidistantes constitutis vt in .35. primi demonstratum est. Sed talium solidorum quedam dicuntur constitui super lineam vnam ℰ sunt illa quoy suppremay supficierum duo opposita latera sunt fm rectitudinem protracta linea vna ℰ de talibus hec .29. proponit demonstrandum ipsa omnia esse equalia ad inuicem. Sunt aūt eoy alia que non dicuntur constituta sup lineam vnam ℰ sunt illa quoy suppremay supficiey duo latera opposita quecūq; sumantur fm rectitudinem ptracta nō sunt linea vna ℰ de talibus sequēs demonstrandum ꝓponet ipsa quoq; oia esse adinuicem equalia. ℣ Sint itaq; duo solida paralellograma eque alta sue inter superficies eqdistantes .a.b.ℰ.a.c. constituta super vnam basim que sit .a.d. quoy suppreme supficies sint .e.b.ℰ .f.c. Sintq; hay suppremarum supficiey duo latera opposita cum secundum rectitudinem protrahantur, linea vna ℰ ipsa sint .e.f.ℰ.b.c. dico itaq; q solida .a.b.ℰ.a.c. sunt equalia: hoc aūt si figuram eius secundum q oportet actu vel cogitatione fabricaueris ℰ quemadmodū in .35. primi b processeris idem faciens hic de seratelibus quod ibi de triangulis facile concludere poteris occurruntq; tibi hic eedem diuersitates in solidis que ibi in superficiebus occurrisse nouisti.

¶ Castigator.

b ¶ Quoniam seratilia hic in que resolnūtur ista duo solida paralellogramia sunt omnia adinuicem equalia per diffi. corpoy equalium atq; similium ℰ tunc per cōem scientiam quoy dimidia sunt equalia tota quoq; equalia esse: quia illa seratilia semper sunt dimidia illorum paralellogramorum. I deo ℰ cetera.

## Propositio .30.




Uncta solida equidistantium superficierum eque alta que in eadem basi non autem super lineam vnam fuerint constituta probantur esse equalia.

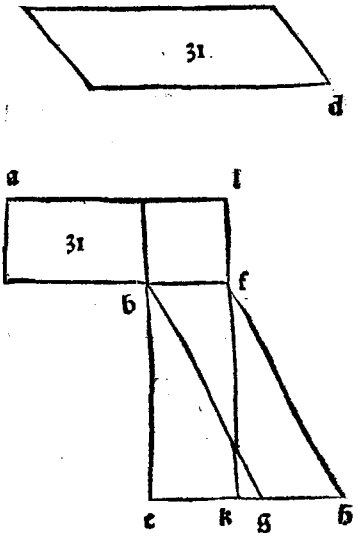
¶ Sint nunc duo solida paralellograma eque alta sue inter superficies equidistantes sintq; super vnam ℰ eandem basim sed non super lineam vnam constituta: dico itey ea eē equalia. ℣ Esto enim duo solida palelograma .a.b. ℰ .a.c. eque alta sue inter superficies equidistantes constituta super vnam basim que sit .a.d. sed nō sup vnā lineā: sintq; eoy suppreme supficies .e.b.ℰ.f.c. quay opposita latera fm rectitudinē ptracta non erūt linea vna. Cūq; ipsa ex ypothesi sint in vna supficie eo q solida ꝓposita sint inter superficies equidistantes: necesse est vt duo latera vnius earum ptracta secundum rectitudinem secent duo alterius eay ptracta fm rectitudinē: ptrabāturitaq; duo

oppoſita latera ſuperficiei .e.b. que ſint .e.g. & .h.b. & duo oppoſita ſuperficiei .f.c. que ſint .k.f. & .c.l. & ſecent ſe ſuper quatuor puncta .m.n.p.q. eritq; ſuperficies .m.n.p.q. equidiſtantiũ laterũ equalis vnicuiq; trium ſuperficierum quarũ vna eſt baſis ꝓpoſitis ſolidis cõis & ipſa ẽ .a.d. & due reliquæ ſunt ſuperpremę ſuperficies eorũdẽ ſolidorũ & ipſe ſunt .e.b. & .c.f. ductis itaq; lineis a quatuor punctis .m.n.p.q. ad quatuor angulos baſis .a.d. ſibi ſm directã habitudinẽ relatos que ſint .n.a. m.r. p.s. q.d. pfectũ erit ſolidũ palellogrammum .a.q. in eadẽ baſi cũ vtroq; duorũ priorũ & eque altũ & ſuperlineã vnã cũ vtroq; ipſorũ ꝓpremiſſam igitur vtrũlibet duorũ ſolidorũ ꝓpoſitorũ que ſunt .a.b. & .a.c. eſt equale ſolido .a.q. ꝓ conceptionẽ ergo ẽ ſolidũ .a.b. eẽle ſolido .a.c. ẽre conſtat ꝓpoſitum. ¶ Potes quoq; cõuerſas huius & premiſſe ꝓbare ſi libet ducendo ad ipoſſibile. Ponen. n. quelibet duo ſolida palellogama eẽ eẽlia & cõſtituta ſup eandẽ baſim eq diſtantia & demõſtrabis ea eẽ eque alta. Eritq; hec & premiſſa tue demonſtrationis mediũ in poſſibile aũt ad qđ duces erit ptem ſuo toti eẽ eẽlem: qđ euidenter patebit ſi de illo ſolido qđ altius eẽ mentã aduerſarius cũ triangulo poſita ſint equalia & ſup eandẽ baſim cõſtituta vnũ ſolidũ palellogrammũ eque altũ demiſſiori abſcideris: hoc aũt abſciſum equale eẽ demiſſiori cõiunces ex hac & premiſſa. ideoq; & toti illi a quo ipſum abſcinderis ex cõi ſcientia.

## Propoſitio .31.

Solida eqdiſtantiũ ſuperficierũ in baſibus equis cõſtituta ſi fuerit eque alta linearũ eorũ angulares ſuperna baſes orthogonaliter ſteterint erunt equalia.

¶ Et hoc quoq; verũ ẽ q; oĩa ſolida palellograma i equis baſibus atq; inter ſuperficies eqdiſtantes ſue eque alta cõſtituta ſunt adinuicẽ eẽlia ſicut de ſuperficiebus eqdiſtantium laterũ ſuper equales baſes & inter lineas eqdiſtantes cõſtitutis in .36. primi probatum eſt. Attaliũ ſolidorũ alia ſunt quorũ angulares linee ſuper ſuas baſes orthogonaliter erigunt de qbus hec .31. ꝓponit demonſtrãdum ea eẽ equalia. Alia vero ſunt quorum angulares linee ſuper ſuas baſes nõ ſunt orthogonaliter erecte de qbus ſequẽs demonſtrandũ ꝓponit ea eẽ equalia. Intelligant itaq; ſuper duas baſes .a.b. & .c.d. que ſint equales & eqdiſtantium laterũ nõ tñ vnius creationis. ſed ſit .a.b. tetragonus longus. & .c.d. ſimile helmuaym duo ſolida eqdiſtantium laterũ cõſtituta eque alta ſintq; linee erecte ſup angulos ꝓpoſitorũ baſium perpẽdiculares ad ipſas dico hec duo ſolida adinuicẽ eẽ equalia. Protrahant itaq; duo latera baſis .a.b. & ſint illa que cõtinent angulũ .b. vſq; ad .f. & .e. & fiat angulus .f.b.g. equalis angulo .c.baſis .c.d. & ſumant due linee .b.f. & .b.g. equales duobus lateribus baſis .c.d. q; cõtinent angulũ .c. & perficiat ſuperficies eqdiſtantium laterũ .b.h. que erit equalis & ſimilis baſi .c.d. Dehinc ꝓtrahatur .h.e. equidiſtans .b.f. & .f.k. equidiſtans .b.e. eritq; quadrilatera ſuperficies .b.k. equidiſtantium laterũ equalis .b.h. ex .35. primi: cũq; .b.h. ſit equalis .c.d. erit per cõceptionem .b.k. equalis .a.b. Compleatur itaq; ſuperficies equidiſtantiũ laterũ .b.l. ptracta linea .k.f. quousq; cõcurrat cũ vno ex lateribus cõtinentibus angulum .a. in puncto .l. Age ergo vt ſuper tres ſuperficies equidiſtantium laterũ que ſunt .b.h. .b.k. .b.l. cõſtituantur eque alta ſolida ſolido conſtituto ſuper baſim .a.b. ſintq; linee oĩum ſolidorũ iſtorũ erecte ſuper baſes perpendiculares ad ipſas & appellentur baſes & ſolida ſuper eas conſtituta eisdem nominibus. ¶ Manifeſtum eſt ergo ex diffinitione ſolidorum equalium atq; ſimilium q; duo ſolida .b.h. & .c.d. equalia atq; ſimilia ſint ¶ De ſolidis autem .b.h. & .b.k. conſtat ex .29. q; ipſa ſunt equalia: ſunt. enim eque alta & conſtituta ſuper vnam & eandem baſim & ipſa eſt ſuperficies erecta ſuper lineam .b.f. & ſuper lineam vnam: eſt autem per .25. proportio ſolidi .a.b. ad ſolidum .b.l. ſicut baſis .a.b. ad baſim .b.l. & p eandẽ ſolidi .b.k. ad ſolidum .b.l. ſicut baſis .b.k. ad baſim .b.l. cunq; ſit vtriuſq; duarum baſium .a.b. & .b.k. ad baſim .b.l. vna proportio ex prima parte .7. quinti erit vtriuſq; duorum ſolidorum .a.b. & .b.k. ad



solidum.b.l.proportio vna igitur ex prima parte nonę quinti erunt duo solida.a.b.ꝫ.b.k.equalia:at quia solidum.b.k.est equale solido.b.h. solidumq;.b.h.solido.c.d.sequitur ex communi scientia solidum.a.b.esse eq̄ le solido.c.d.quod est propositum.

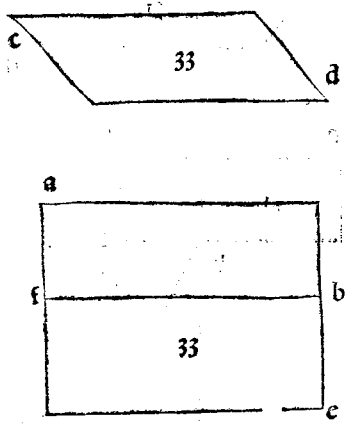
¶ Castigator.

a ¶ Quia imaginatur super totam basim.a.f. vel.e.l. paralellogramū solidum constitutum ꝫ superficies erecta super lineam.b.f. equidistanter basibus oppositis ipsum secare.

## Propositio .32.

Si solida equidistantium superficierum in equis basibus constituta eque alta fuerint linee autem angulares supra bases orthogonaliter non steterit ipsa esse equalia necesse est.

¶ Fabricatis duobus corporibus vt proponitur videlicet que sint equidistātium terminorum ꝫ eque alta ꝫ sup bases equas non autem super bases suas perpendiculariter erecta sed ambo super eas inclinata. Si autem a quatuor angulis suppremarum superficierum ipsorum ad bases suas perpendiculares ducantur que ex.6. erunt singulares equidistantes ꝫ etiam ex ypothesi singule singulis equales ipse enim solidorum propositorum altitudinem diffiniunt: ꝫ si inter eas solida equidistantium laterum perficiantur constabit ex premissa hec duo solida vltimo constituta esse ad inuicem equalia. Cunq; duorum priorum ꝫ duorum posteriorum sint eedem bases videlicet eorum superficies suppremet constat ex.29. vel 30. ꝫ hac communi scientia: quecūq; equalibus sunt equalia sibi inuicem sunt equalia verum esse quod propositum est. ¶ Ex his potes conuersas huius ꝫ premisse eisdem mediantibus indirecte demostrare si libet eodem modo ꝫ ad idem inconueniens sicut in conuersis duarum istas antecedentium deducendo. Pones enim duo solida paralellograma esse equalia ꝫ super equales bases ꝫ conuinces ea esse eque alta vel pones ea esse eque alta ꝫ equalia ꝫ conuinces ea sup bases eq̄les.




## Propositio .33.

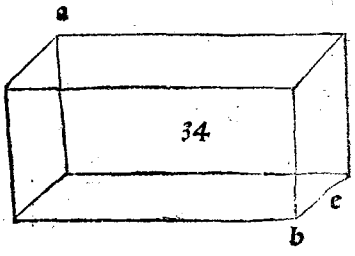
Omnia solida equidistantiū superficierꝫ eque alta suis basibus sunt proportionalia.

¶ Sint duo solida equidistantium superficierum eque alta constituta super duas bases.a.b.ꝫ.c.d.dico q̄ proportio illorum duorum solidorum vnius ad alterum est sicut proportio suarum basium que sint.a.b.ꝫ.c.d. vnius ad alteram. Constat quidem ex.24. vtranq; harum duarum basium esse equidistantium laterum. ¶ Duo igitur latera opposita ꝫ equidistantia in superficie.a.b.protrahantur ꝫ inter ea fiat superficies equidistantium laterum que sit.f.e.equalis.c.d. Deinc supra superficiem.f.e.compleatur solidum paralellogramum eque altum ei quod constitutum est super basim a.b.sitq; amborum communis terminus illa superficies que exurgit super lineam.b.f.hec autem solida ꝫ sue bases eisdem nūcupentur nominibus. ¶ Quia igitur basis.f.e.est equalis basi.c.d.erit ex.31. vel.32. solidum.f.e. equale solido.c.d. At quia totale solidum.a.e.secat superficies exurgens super lineam.b.f.equidistanter duobus lateribus oppositis: erit ex.25. proportio solidi.f.e.ad solidum.a.b.sicut basis.f.e.ad basim.a.b. Cunq; sint c.d.ꝫ.f.e.tam bases q̄ solida equalia: bases quidem ex ypothesi: solida aūt ex.31. vel.32. Sequit ex.7.quinti bis assumpta semel p̄ basibus ꝫ semel p̄ solidis q̄ solidoꝝ.a.b.ꝫ.c.d.basiūq;.a.b.ꝫ.c.d.sit pportio vna q̄ demōstrare voluimus. ¶ Huius quoq; cōuersam eadē ipsa mediāte demōstrare quē admodū cōuersas precedentiū nō ē difficile. pones enim duo solida para-

lellograma esse suis basibus ꝓportionalia & conuinces ea eē eque alta ab rcisoq; ab eo q; altius mentiet aduersarius vno solido palellogramo eque alto demissiori erunt abscisum & dimissus suis basibus proportionalia ex ypothesi & ex hac.33.cuiq; ēt eēnt totale altius a quo partiale abscidisti & ipsum demissus eis dē basibus ꝓportionalia ex ypothesi sequtur ex prima pte.9.qnti totale q; aduersarius dicit altius & ptiale q& ab eo abscidisti esse equalia.

## Propositio .34.

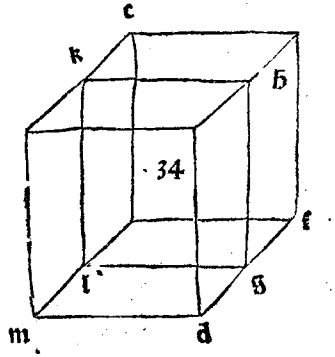
SI duo solida equidistātium superficierum lineis altitudinum super bases orthogonaliter erectis fuerint equalia eorum bases eozūdem altitudinibus mutuas eē. Si vero fuerint due bases suis altitudinibus mutue ipsa solida sibi inuicē equalia esse necesse est.




Quocunq; sunt duo solida eqdistantium superficiez equalia eorum bases & altitudines necesse est eē mutekesias & econuerso quemadmodum de superficiebus equidistantium latez equiangulis.13. sexti proposuit. At tamen hac.34. isto demonstrandi ꝓpositum de illis solidis paralelogrammis in quibus linee altitudinum suis basibus paralellogramis orthogonaliter insistunt. Ea vero que sequitur proponit idem de ceteris. Sint ergo nunc duo solida palellograma.a.b.&.c.d.equalia quorum bases sint.a.e.&.c.f.lineeq; altitudinū ipsoz sint super has bases orthogonaliter erecte & sit altitudo solidi.a.b.linea.e.b.& solidi.c.d.linea.f.d.sitigitur fuerint due line.e.b.&.f.d.determinantes ipsoz solidoz altitudines equales adinuicē cum ipsa quoq; solida sint ex ypothesi equalia. erunt ex conuersa.31. bases eoz que sunt.a.e.&.c.f. equales. ideoq; bases & altitudines erunt mutuet sicq; constabit propositi prima pars. & econuerso constabit secunda vt si altitudines & bases sint mutue ponantur altitudines equales erunt quoq; bases equales. ideoq; per.31.& solida equalia & sic cōstat secunda pars. At ꝯo si linee.e.b.&.f.d.non fuerint equales sit.f.d.maior & ex ea resecetur.f.g. ad equalitatem.e.b; tribusq; ceteris lineis que sunt altitudines solidi.c.d. ad eandem mensuram in punctis.h,k.l. resectis perficiatur solidum palellogramum.c.g.eque altū solido.a.b.eritq; ex premissa.a.b.ad.c.g.sicut a,e.ad.c.f. Cum itaq; c.d.sit equale.a.b.erit ex prima parte.7. quinti.c.d.ad.c.g.sicut.a.e.ad.c.f.per premissam aūt ē proportio.c.d.ad.c.g. sicut m.f.ad.f.l.q; patet si vna ex lateralibus superficiebus solidi.c.d.& ipsa sit.f.m.intelligat basis ipsius. At ꝑ prima sexti.f.m.ad.f.l.sicut.d.f.ad.f.g. iōq; p.7.qnti.sicut.d.f.ad.b.e. Igit.a.e.ad.c.f.sicut.d.f.ad.b.e.cōstat itaq; prius. Sedam ptem cū sit cōuersa prie cōuerso mō ꝓbabis: sit.n.eadē dispositione manēte ꝓportio.a.e.ad.c.f.sicut.d.f.ad.e,b.dico tūc solida.a.b.&.c.d.eē eēliaterit.n.ex.7.qnti.d.f.ad.f.g.sicut.a.e.ad.c.f.sed ex premissa est a.b.ad.c.g.sicut.a.e.ad.c.f.igit ē.a.b.ad.c.g.sicut.d.f.ad.f.g. ex prima āt sexti ē.d.f.ad.f.g.sicut.m.f.ad.f.l.& ex premissa.c.d.ad.c.g.sicut.m.f.ad.f.l.itaq; .c.d. ad .c.g. sicut.a,b. ad .c.g.igitur ex .9.5.a.b.&.c.d.sunt equalia: quod est ꝓpositum.

## Propositio .35.

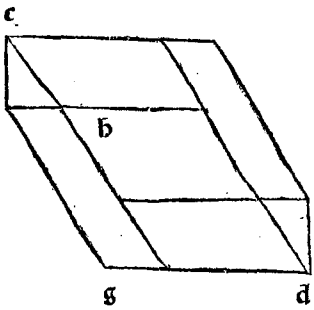
SI duo solida equidistantium terminorum fuerint equalia eorum bases eozūdem altitudinibus erūt mutue. Si vero bases sue altitudinibus suis mutue fuerit quelibet duo corpora equidistantium superficierum probantur esse equalia.




Quod ꝓmissa ꝓposuit de solidis palellogramis quoz linee altitudinū sup bases suas orthogonaliter exurgunt. hec.35. ponit in distincte de omnibus. Demonstrare aūt cōuenit hanc ex premissa quēad modum demonstrauimus.32.&.33. Fabricatis enim duobus solidis eqdistantium laterum quibuscunq; si linee altitudinum suis basibus orthogonaliter insistunt cōstat vez esse quod dr ex premissa. ⁊ Sinaūt a quatuor angularibus punctis suppremaz superficiez in vtroq; solido quaterne

linee demittantur perpendiculariter ad bases vel a punctis angularibus in
fimarum superficierum quatenus erigantur: inter quas duo solida para-
lellograma perficiãtur eque alta solidis prioribus. eruntq; ex.29.ℭ.30. hec
duo solida duobus prioribus solidis equalia. cum igitur horum ℭ eorum
sint eedem bases ℭ eedem altitudines: sit aũt ex premissa de posterioribus
verum quod hec. 35. proponit verum erit idem etiam de prioribus.

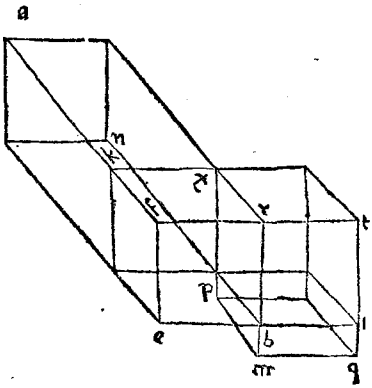
## Propositio .36.




Si duo solida equidistantium superficierum fuerint similia proportio erit vtriusq; ad alterum tã cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius proportio triplicata.

¶ *Sint enim duo solida.a.b.ℭ.c.d, paralellograma ℭ similia: dico q̃ ꝓportio vnius eo3 ad alte3 est sicut vnius lateris eius ad vnum latus alterius quod sibi refertur proportio triplicata quemadmodum duarum superficierum similium proportio est sicut suorum relatiuorum laterum proportio duplicata vt in.18. sexti demonstratum est.* ℣ *Nam si solida .a.b.ℭ.c.d. fuerint equalia eorũ ipsa ponantur similia erunt ex diffinitionibus similium corporum ℭ similium superficierum cuncta latera vnius equalia suis relatiuis lateribus alterius ideoq; cum duarum quantitatum equalium proportio triplicata aut quotienslibet sumpta non efficiat nisi equalitatis proportionem: constat in hoc casu verum esse quo proponitur.* ℣ *Si autem inequalia: sit .a, b. maius cuius longitudo sit.b.e. latitudo.e.f. altitudo.f.a. basis.e.r.ℭ suprema superficies. a. n. Solidi vero.c.d. sit longitudo.d.g. latitudo.g.h. altitudo .h.c. constat itaq; ex diffinitione similium corporum ℭ ex diffinitione similium superficierum ℭ presenti ypothesi q̃ proportio.a.f.ad.c.h .ℭ.f.e.ad.h.g.ℭ.e.b. ad.g.d. sit ꝓportio vna. Sumatur igitur ex linea.a.f. quam manifestum est esse maiorem.c.h. linea.f.k. equalis.h.c. ceteroq; tres determinãtes altitudinem solidi. a.b. resecentur ad equalitatem eius ℭ inter eas complea-
tur solidum paralellogramum.k.b. eque altum solido.c.d. ℭ protrahantur due linee basis. e.b. vsq; ad.l.ℭ.r.b. vsq; ad.m. sitq; b.l. equalis .g.d. ℭ b.m. equalis.h.g.ℭ perficiãtur superficies equidistantium laterum .m.l. que erit equalis ℭ similis.h.d. Super eam igitur erigatur solidũ paralellogramum.p.q. secundum altitudinem prescisam ex altitudine solidi.a.b. eritq;.p.q. equale ℭ simile solido.c.d. rursusq; inter lineas.r.b.ℭ.b.l. perficiatur superficies equidistantium laterum.b.t. super quam quoq; erigatur solidum paralellogramum.x.l. eque altum vtriq; duorum solidorum.k. b.ℭ. p .q. replendo alterutrum duorum angulorum entium inter ea.* ℣ *Cum autem duo solida.a.b.p.q. sint similia eo q̃ ambo posita sint similia solido.c.d. corpora vero vni ℭ eidem corpori similia inter se sunt similia vt patet ex diffinitione similium corporum ℭ .20. sexti. Manifestum est ex.25.ter assumpta q̃ inter duo solida.a.b.ℭ.p.q. secundum continuã proportionalitatem cadunt duo solida.k.b.ℭ.x.l. opportune ergo constituta vel constructa figura: ypothesibusq; memorie firme commendatis ex prima sexti facile concludes propositum.* ℣ *Excute torporem ℭ diligẽter attende sciesq; ex.25. huius proportionem solidi.a.b. ad solidum .k.b. esse sicut superficiei.a.r. ad superficiẽ.k.r. ideoq; ex prima sexti sicut linee a.f. ad lineam.k.f. Et proportionem solidi.k.b. ad solidum.x.l. sicut superficiei.k.r. ad superficiem.x.t. ideoq; sicut linee.f.r. ad lineam .r.t. Et ꝓportionem solidi.x.l. ad solidum.p.q. sicut superficiei.r.l. ad superficiẽ l.m. ideoq; sicut linee.r.b. ad lineam .b.m.* ℣ *Ex ypothesi vero liquet q̃ proportio linee.f.r. ad lineam.r.t. ℭ linee.r.b. ad lineam.b.m. est sicut linee.a.f. ad lineam k.f. itaq; ex diffinitione proportionis triplicate posita in probemio quinti: constat q̃ proportio solidi .a. b. ad solidum.p.q. ideoq; etiam ad solidum.c.d. est sicut linee.a.f. ad lineam.k.f. triplicata ℭ quia linea.k.f. posita est equalis linee.c.h. patet verum esse quod dicitur.*

¶ *Scire autem oportet q̃ quicquid per hanc.36.ℭ per.7. eam continue*

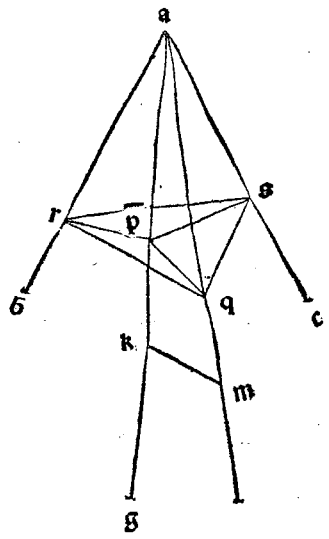


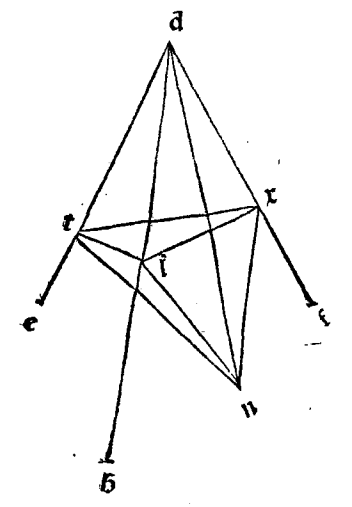
precedentes demonſtratum eſt de ſolidis paralellogramis. idem quoq; verum eſt de ſeratilibus quorum baſes communiter ſunt trigone aut communiter tetragone. hoc autem ex. 28. ℔ hac. 36. ℔. 7. eam continue precedentibus conſtabit ingenioſo inſpectori. ℣ Si enim fuerint ſeratilia quelibet eque alta ſuper eadem baſim vel ſuper baſes equales cõiter tamen trigonas aut communiter tetragonas cum ipſa ſint dimidia ſolidorum paralellogramorum ſuarum altitudinum ex. 28. ipſe erunt equalia ex. 29. ℔ tribus eam ſequentibus ex his enim conſtat ſolida paralellorama ipſis ſeratilibus dupla eſſe equalia. ℣ Similiter quoq; ſi fuerint duo ſeratilia ſuper baſes communiter trigonas aut communiter tetragonas eque alta ipſa erunt ſuis baſibus proportionalia quēadmodum de ſolidis paralellogramis ex. 33. habetur ipſa enim ſunt ex. 28. dimidia ſolidorum paralellogramorū ſue altitudinis: ſolidorum autem paralellogramorum ſue altitudinis eorūq; baſium eſt vna proportio ex. 33. cum itaq; ſit ſolidorum paralellogramorū pportio ſicut ſeratilium quia ſicut ſimplum ad ſimplum ſic duplum ad duplum ex. 15. quinti atq; baſium ſolidorum paralellogramorum eſt vna proportio ſicut baſium ſeratilium. aut enim eedem erunt baſes ſeratilium ℔ ſolidorum paralellogramorum: ℔ hoc quidem erit cum baſes ſeratilium fuerint tetragone tunc enim ex ſeratilibus ſuper easdem baſes erunt ſolida paralellograma complenda. Aut baſes ſeratilium erunt ſubduple ad baſes ſolidoꝝ palellogramoꝝ: ℔ hoc qdē erit cū baſes ſeratilium fuerint cōiter trigone: tūc. n. erūt ex ſeratilibus ſolida palellograma complenda adiunctis ad baſes ſeratilium ſuperficiebus trigonis vt fiant baſes ſeratilium cum trigonis adiunctis ſuperficiebus: ſuperficies equidiſtantium laterum ſequitur vt ſit proportio ſeratilium ſicut ſuaꝝ baſium. ℣ Eodēq; modo ſi ſeratilia fuerint equalia fuerintq; communiter ſuper baſes trigonas vel communiter ſuper baſes tetragonas: baſes eorum altitudinibus ipſorum mutue erunt. Quod ſi baſes eorum ſuis altitudinibus fuerint mutue ipſa ſeratilia erunt equalia quemadmodum de ſolidis paralellogramis. 34. ℔. 35. proponunt. Hoc autē facile patet ex his que dicta ſunt in. 35. Si vero ſeratilia fuerint ad inuicem ſimilia: erit pportio vnius ad alterum ſicut proportio lateris vnius ad ſuum reliquum latus alterius triplicata quemadmodum de ſolidis paralellogramis. 36. proponit quod ex eadem. 36. facile tibi patebit ex illis ſeratilibus ſimilibus ſolidis paralellogramis completis. ſolida ipſa probaueris eſſe ſimilia: quod ex diffinitione ſimilium corporum ℔ ſimilium ſuperficierum ℔ ex hoc q ſeratilia ponuntur adinuicem ſimilia ex. 34. primi leue eſt negociari.

## Propoſitio. 37.

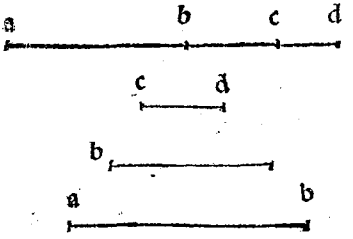
SI fuerīt duo anguli plani equales ſuper quos due ypothenuſe in aere ſtatuantur cum lateribus angulorum ſubiacentium ſingulos ſingulis equos angulos cōtinentes atq; in illis ypothenuſis duo puncta ſignentur a quibus punctis due perpendiculares ad ſuperficies angulorum propoſitorum demittantur a punctis autem ſuper que perpendiculares ceciderint ad eoſdem duos angulos planos due recte linee ducantur duo anguli qui ab illis duabus lineis atq; duabus ypothenuſis continentur equi ſibi inuicem eſſe probantur.

¶ Sint duo anguli plani. a. ℔. d. eāles contenti lineis. a. b. ℔. a. c. ℔. d. e. ℔. d. f. ℔ ſuper eos erigantur due linee ypotheſimaliter. a. g. ℔. d. h. ſitq; angulus. g. a. c. equalis angulo. h. d. f. ℔ angulus. g. a. b. equalis angulo. h. d. e. atq; in duabus ypothenuſis. a. g. ℔. d. h. ſignentur quomodolibet duo puncta. k. ℔. l. a quibus ſecundum precepta. n. huius demittantur ad ſuperficies angulorum. a. ℔. d. due perpendiculares que ſint. k. m. ℔. l. n. ℔ protrahantur due linee. a. m. ℔. d. n. ℣ Dico igitur angulum. g. a. m. eſſe equalem angulo. h. d. n. Si linea. a. k. eſt equalis. d. l. bene quidem. Si nautem ex linea. a. g. ſumatur. a. p. equalis. d. l. at a puncto. p. demittatur linea p.

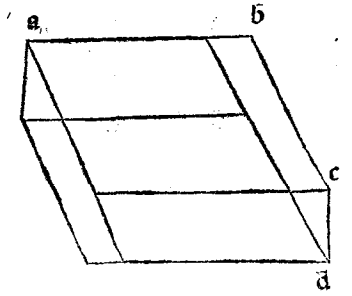





pendicularis ad superficiem anguli.a.que sit.p.q.manifestum est igitur q punctum.q.est in linea.a.m. quod ex.6. huius ꝯ diffinitione linearum equidistantium quas necesse est esse in superficie vna facile constat studioso intuenti. De hinc a puncto.q. ducãtur perpendiculares due vna ad lineam.a.b.que sit.q.r.ꝯ alia ad lineam.a.c.que sit.q.s.similiter quoq; a pũcto.n.ducantur due alie perpẽdiculares vna ad lineam.d.e.que sit.n.r.ꝯ alia ad lineam.d.f.que sit.n.x.ꝯ protrahantur.r.s.ꝯ.t.x.iterũq; a punctis p.ꝯ.l. demittantur ypothemise.p.q.p.r.p.s.ꝯ.l.n.l.t.l.x. His itaq; positis figuraq; prudenter dispositis demonstrationem propositi sic collige. Constat ex penultima primi q quadratum linee.a.p.est equale quadratis duarum linearum.a.q.ꝯ.p.q.ac ex eadem q quadratum.a.q.est equale quadratis duarum linearum.a.s.ꝯ.s.q.itaq; quadratum.a.p.ẽ equale quadratis trium linearum.a.s.s.q.ꝯ.q.p. Sed ex eadem quadratum.s.p.est equale quadratis duarum linearum.s.q.ꝯ.p.q.ergo quadratum.a.p. est equale quadratis duarum linearum.a.s.ꝯ.s.p.ideoq; ex vltima primi angulus.a.s.p.est rectus;similiq; modo probabis vnũquẽq; trium angulorum d.x.l.a.x.p.d.t.l.esse rectum. ¶ Cum igitur ex ypothesi sit angulus .s.a.p. equalis angulo.x.d.l.linea.a.p.linee.d.l.erit ex.26.primi linea .d.x.eq̃lis.a.s.ꝯ.x.l.equalis.s.p. Eodem quoq; modo cum ex ypothesi sit angulus.r.a.p.equalis angulo.e.d.l.erit ex eadem linea.a.r.equalis.d.t.ꝯ.r.p. equalis.t.l. quare per quartam primi linea.r.s.erit equalis linee.t.x.ꝯ angulus .a.r.s. equalis angulo.d.t.x.ꝯ angulus .a. s.r . angulo . d.x.t. est enim ex ypothesi angulus.a.equalis angulo .d. a conceptione igitur erit angulus.s.r.q.equalis angulo.x.t.n.ꝯ angulus.r.s.q.angulo.t.x.n. Sunt enim residui duo rectorum demptis equalibus. Necesse ẽ itaq; ex.26.primi vt linea.r.q.sit equalis .t.n. ꝯ.q.s. equalis.n.x. Cunq; ex penultima primi quadratum linee .r.p. sit equale quadratis duarum linearum.r.q. ꝯ.q.p.ꝯ quadratum linee.t.l.equale quadratis duarum linearum .t.n. ꝯ l.n.sunt autem due linee.r.p.ꝯ.t.l.equales: due quoq; que sunt.r.q.ꝯ.t.n. equales; sequitur ex communi scientia duas que sunt.p.q.ꝯ.l.n. esse equales. ¶ Eodem modo cum quadratum linee.a.p. sit equale quadratis duarum linearum que sunt .a.q.ꝯ.q.p.similiter quadratum linee.d.l.quadratis duarum linearum que sunt.d.n.ꝯ.n.l, sit autem.a.p.equalis.d.l. ꝯ.p. q.equalis.l.n.sequitur ex communi scientia.a.q.esse equalem.d.n.ex.8. igitur primi concludo propositum. Videlicet angulum.p.a.m. esse equalem angulo.l.n.d.




## Propositio .38.




Solidum tribus lineis proportionalibus contentum equum erit solido quod a medie linee equis lateribus continetur. si anguli sui amborum sibi inuicem equales fuerint.

¶ De solidis paralellogramis intelligatur: de his enim qualiacunq; sint dũtamen equiangula verum est q contẽtum a tribus lineis proportionalibus equale est ei quod a media earum continentur quemadmodum de superficiebus rectangulis probatum est in .16. sexti ꝯ de non rectangulis elicitur euidenter ex secunda parte .13. eiusdem. Sint igitur tres linee .a.b.b.c.ꝯ.c.d. continue proportionales fiatq; ex eis vnus angulus solidus ad libitum ꝯ perficiatur solidum equidistantium laterum cuius linea.a.b.sit longitudo.b.c. vero altitudo.sed.c.d.latitudo ꝯ ipsum solidum dicatur.a.d. sumpta quoq; alia linea quelibet equali.b.c.que etiam vocetur.b.c. super ipsius extremitatẽ que est.b.constituatur angulus solidus equalis angulo solido a.secundum quod docet.26.lineeq; cetere solidum angulum.b. continentes resecentur ad equalitatem linee.b.c.ꝯ perficiatur solidum equidistantium superficierum cuius longitudo latitudo ꝯ altitudo sit linea.b.c.ꝯ ipsum appelletur.b.c. ¶ Dico itaq; duo solida .a.d. ꝯ.b.c. esse equalia

¶ Manifestum est enim q; cuncte superficies vnius sunt equiangule suis re latiuis superficiebus alterius quod ex .34. primi patere potest. nam cum solidus angulus .b. ponatur equalis solido angulo .a. necesse est vt vnus angulus vniuscuiusq; superficiei solidi .a.d. sit equalis vni angulo sue rela tiue superficiei in solido .b.c. itaq; per .34. primi eorum oppositi erunt equales. At quia vniuscuiusq; superficiei quadrilatere omnes anguli sunt equales quatuor rectis ex .32. primi : necesse est duos reliquos vnius esse equales duobus reliquis sue relatiue. cumq; ipsi duo reliqui in qualibet sint etiam ad inuicem equales conuincitur necessario vt vnaqueq; ex superfi ciebus solidi .a.d. sit equiangula sue relatiue in solido. b.c quare ex secun da parte .13. sexti bases duorum solidorum propositorum erunt equales. Sunt enim equiangule & laterum mutuorum. Si itaq; linee altitudinum super bases ipsorum orthogonaliter insistunt constat ex .31. ipsa esse equa lia. cum enim hee linee sint equales & ipse determinent altitudinem soli dorum erunt solida eque alta. At si linee altitudinum ipsorum non in sistunt suis basibus orthogonaliter ab ipsorum summitatibus ad bases perpendicularibus demissis erunt ex premissa hee perpendiculares adin uicem equales. Ipse enim erunt sicut erant & in premisse demonstratio nis figura due linee .p.q. & l.n. quas demonstrauimus oportere esse equa les. Quia igitur omnium solidorum altitudo ex ppendicularibus a sum mitatibus ipsorum ad suas bases descendentibus diffinitur erunt ex .32. duo solida .a.d. & .c.b. equalia. ¶ Conuersa quoq; huius possumus si dele ctat conuerso modo probare. ¶ Vt si paralellogramum corpus .a.d. sit equale & equiangulum corpori paralellogramo .b.c. & corpus .b.c. conti neat a media triū linearū cōtinentiū corpus .a.d. erūt tres linee cōtinētes corpus .a.b. cōtinue ꝓportiōales. Cū .n. duo solida palellograma .a.d. & .c. b. sint equalia & eque alta ex ypothesi ipsa erūt sup bases equales per con uersas .31. & .32. & quia ipse bases eorum sunt equiangule sequitur ex prima parte .13. sexti q; ipse sunt mutuorum laterum itaq; proportio .a.b. ad .b.c. sicut .b.c. ad .c.d. quare constat propositum.

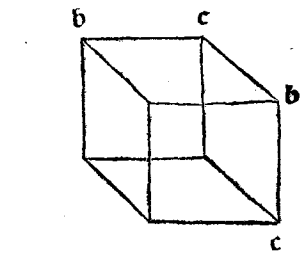
¶ Castigator.

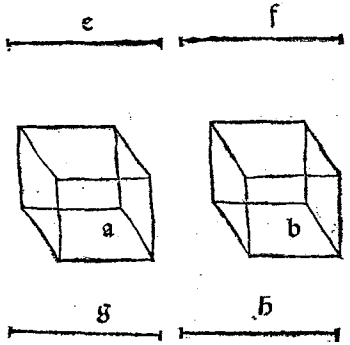
¶ Per conuersam .31. huius quoniam bases sunt equales ex prima .13. sexti. I deo eque alta.

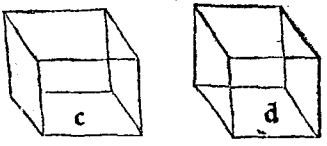
## Propositio .39.

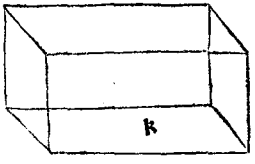
Si fuerint quotlibet linee ꝓportionales solida quo q; sua equidistantium atq; similium vniuscuiusq; creationis superficierum erunt proportionalia. si vero solida equidistantium atq; similium vniuscuiusq; creationis superficierum fuerint proportionalia linee quoq; a quibus ipsa solida continentur erunt proportionales. Simile ꝓponit vigesimaprima sexti de superficiebus.

¶ Sint enim .4. linee .a.b. & .c.d. proportionales & super has fabricentur quatuor solida paralellograma eisdem nominibus dicta que sint expres se similia. duobus enim ad libitum fabricatis super duas lineas .a. & .c. cete ra secundum precepta .17. constituenda erunt dico hec .4. solida esse pro portionalia & econuerso. Subingantur enim duabus lineis .a. & .b. in con tinua proportione due : que sint .e.f. quemadmodum docet .10. sexti & duabus lineis .c. & .d. alie due que sint .g. & .h. constat igitur ex .36. & ex diffinitione proportionis triplicate que posita est in principio quinti & ex hac ypothesi q; solida .a. & .b. sibi inuicem & solida .c. & .d. sibi adinui cem sunt expresse similia q; proportio solidi .a. ad solidum .b. est sicut proportio linee .a. ad lineam .f. ¶ Solidi quoq; .c.ad solidum .d. sicut li nee .c. ad lineam .h. & quia per .11. quinti proportio linee .a. ad lineam f. est sicut linee .c. ad lineam .h. erit ex .11. quinti solidum .a. ad solidum b. sicut solidum .c. ad solidum .d. Constat igitur prima pars. ¶ Secūda sic

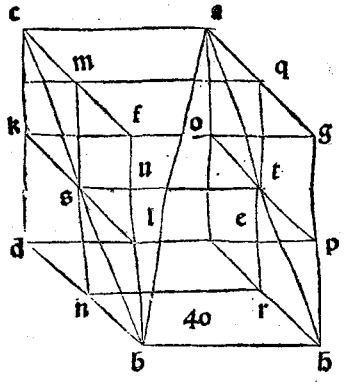


ſint duo ſol da.a.&.b.ſibi ad inuicem ſimilia duo que ſint.c.&.d. ſibi ad-
inuicem expreſſe ſimilia. Sintq; cuncta paralellorama & ponantur ꝓ-
portionalia. dico q; linee.a.b.&.c.d. ſuper quas ſunt conſtituta ſunt ꝓpor-
tionales. Sit .n.ex.10. ſexti ſicut linea.a.ad lineam.b. ita linea.c.ad linea
k.& fiat ſm.27. huius ſuper lineam.k. ſolidū exps ſe ſimile ſolido.d. q& &
dicatur.k. eritq; ex diffinitionibus ſimilium corporum & ſimilium ſuper-
ficiez. & .10. ſexti corpus.k. exps ſe ſimile corpori.c. ideoq; per primā partē
huius.39. iam ꝓbatam erit ꝓportio ſolidi.a.ad ſolidum.b. ſicut ſolidi.c.ad
ſolidum.k.& quia eadem erat ſolidi.c.ad.ſolidum.d. erit ex ſecunda par-
te none.quinti ſolidum.k. eq̄le ſolido.d. cūq; eēt ſibi expreſſe ſimile ſeq-
tur lineam.k. eē equalem linee.d. Equalitas enim non producitur ex ali
qua proportione triplicata vel quotieſlibet ſumpta niſi ex equali: igitur
ex ſecunda parte.7. quinti conſtat & hmōi pars ſecūda. Deciperis aūt ſi ar-
bitraris oportere vnū quodq; quatuor ſolidoz.a.b.c.d. eē ſimile cuilibet
alioz. neceſſe ē. n. duo ſolida.a.&.b. ſibi adinuicē. itēq; duo.c.&.d. ſibi ad
inuicē eē ſimilia. ſolida aūt.c.&.d. ſolidis.a.&.b. eē ſimilia cōtingens eſt
neceſſariū aūr nō. V Idē ex hac.39. de ſeratilibus facile poteris cōcludere.




## Propoſitio .40.

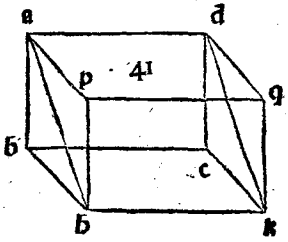
Si inſcisa fuerint latera duarum oppoſitarū ſuper-
ficierum cubi vnū quodq; i duo media extrinſecꝰ
a punctis ſectionum due ſuperficies ſe viciſſim ſe-
cantes & cubum communem earum ſectionem
diametrum cubi per equalia ſecare & ab ipſa dia-
metro verſa vice per equalia ſecare neceſſe eſt.

¶ Statue cubum qui ſit .a.b. de quo conſtat per diffinitionem .g. om-
nes linee ipſum continentes ſint equales & eius ſuperficies rectangule tale
enim corpus cubum dicimus. Huius igitur baſis ſit ſuperficies.a.c.d.e. ſu-
perficies vero eius ſupprema .b.f.g.h. dextra vero eius ſuperficies ſit.a.c.
g.h. ſiniſtra aūt ſuperficies ſit.b.f.c.d. citerior quoq; ſit.d.e.h.b. ſed vlterior
a.c.g.f. eiusq; diameter ſit.a.b. Diuidātur itaq; omnia latera duarum qua
rumlibet ſuperficierum oppoſitarum eius per equalia: & ſint nunc ſuperfi-
cies quarum latera diuidantur dextra atq; ſiniſtra. Diuidantur inquam
quatuor latera: dextre quidem ſuper quatuor puncta que ſint .o.p.q.r.
Siniſtre vero ſuper quatuor que ſint.k.l.m.n. & coniungantur puncta in
his ſuperficiebus oppoſita ductis lineis.o.p.&.q.r. que ſecent ſe in puncto
t. I tēq; .k.l.&.m.n. que ſecent ſe in pūcto.s. & perficiantur due ſuperficies
ſecātes ſe inuicem & cubum: protractis itē lineis.o.k.&.p.l. q; m.&.r.n ſitq;
harum duarum ſuperficierum communis ſectio linea .s.t. dico igitur q;
linea .s. t. diuidit diametrum .a, b .& diuiditur ab eadem diametro
per equalia: quod patet vtraq; enim earum tranſit per centrum cubi.

¶ Aliter vero conuenit quod propoſitum eſt demonſtrare. Producan-
tur enim due linee.t.a.&.t.b. & item due .s.c.s.b. eritq; ex .4. primi .a.t.
equalis .t.b. & .s.c. equalis .s.b. conſtat autem ex prima parte .29. pri-
mi q; angulus.p.t.q. eſt equalis angulo.a.q.t. Et ex .4. primi angulus.b.
t.p. eſt equalis angulo.t.a.q. I taq; ex .32. primi totus angulus .b.t.q. cum
āgulo.q.t.a. valet duos rectos Quare ex .14. primi linea.a.b. erit linea vna.
Similiter quoq; linea.a.b. erit linea vna. At qa ex .9. huius linea.a.c. & eq
diſtans linee.b.h. V traq; enim eſt equidiſtans linee.d.e. cuncq; ipſe ſint eq
les quia latera cubi. Sequitur ex .33. primi duas lineas.a.h. & .c.b. eē equa
les & equidiſtantes I deoq; per cōceptionem earum medietates que ſunt
a.t. & .t.b. s. erunt equales. Ex .7. autem huius manifeſtum eſt quod linea .s.
c. eſt in ſuperficie duarum linearum .a.h. & .b.c. & ex eadē linea .a.b. que
eſt diameter cubi. eſt etiam diameter ſuperficiei paralellograme .a.c.b.
h. itaq; linea .s.t. ſecat diametz. a.b. Secet ergo ipſam in puncto .u. Dico
ergo lineā .s.u. eē equalē linee .u.t. Et linea & t.a.u. linee .u.b. Intelligantur
duo trianguli .a.t.u. b.s.u. quoz. anguli q; ſunt ad .t. & .s. ſunt equales adin
uicem. Similiter anguli eorūdem q; ſunt ad .a. & .b. eq̄les adinuicē ex pria

parte.19.primi: propter id q̄ linea.a.t. equidiſſat lineę .s.b. Et quia etiã ipſe ſunt adinuicem equales: ſequitur ex.26. primi quod propoſitum eſt.

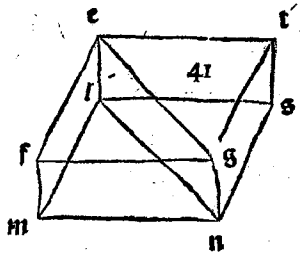
¶ Idem quoq; eodem modo concludatur ꝯ ſi ſolidum.a.b.nõ ſit cubus ſed ſolidum corpus paralellogramum ſiue equalibus lineis ſiue non equalibus contentum fuerit ſiue quoq; ſuper baſim ortogonaliter erectum ſiue etiam ꝯ ſuper ipſam inclinatum. Vnde ampliatur in hac.40. figuratio cubi ad omnes figuras paralellogramas ſolidas.




## Propoſitio .41.

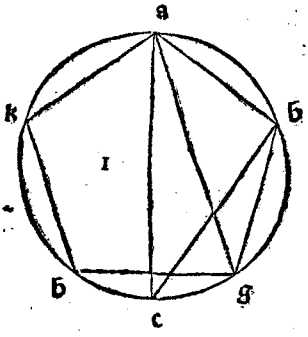
SI duo corpora ſeratilia quorum alterum baſim triangulã alterum vero baſim habeat equidiſtantiũ laterum ipſi baſi triangule duplam eque alta fuerint illa duo corpora neceſſe eſt eſſe equalia.

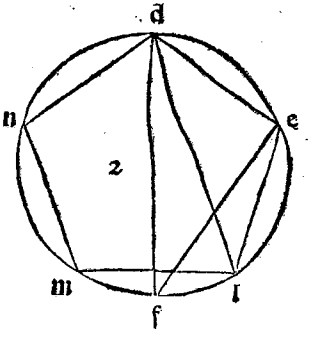
¶ Sit ſuperficies.a.b.c.d. equidiſtantium laterum dupla [illegible] ſunt duo corpora ſeratilia eque alta: ſitq; ſeratile quod eſt ſupra baſim quadrãgulam .a. b.h. d .c.k. cuius baſis eſt ſuperficies equidiſtantium laterum *propoſita.a.b.c.d.* alia eius ſuperficies equidiſtantium laterum eſt.a.b.d.k. tertia vero eſt.b.h.c.k. due autem eius triangulares ſuperficies ſunt altera quidem triangulus.a.b.h. reliqua vero triangulus.d.c.k. ſeratile autẽ quod eſt ſuper baſim triangulam.e.f.g. ſit e.f.g.l.m.n. cuius altera duarũ trilaterarum ſuperficierum eſt baſis predicta: reliqua vero triangulus .l. m.n. trium autem ſuperficierum eius equidiſtantium laterum: prima quidem eſt.e.f.l.m. ſecunda vero.e.g.l.n. tertia vero.f.g.m.n. Dico itaq; hec *duo ſeratilia propoſita eſſe adinuicem equalia. Perficiantur enim duo ſolida paralellograma adiungendo vtriq; duorum* propoſitorum ſeratiliũ aliud ſeratile ſibi equale. Primo quidem ſeratili ſuper eãdem baſim ſitq; adiunctum ſeratile.a.p.h.d.q.k. Cuius due trilatere ſuperficies ſunt .a.p. h.d.q.k. Tres autem quadrilateret prima quidem, a.h.d.k. que eſt terminus communis ſibi ꝯ ei cui adiungit. Secũda vero.a.d.p.q. Tertia quoq; p.q.h.k. ¶ Secundo autem ſeratili adiungatur aliud ſeratile ſibi equale hoc modo. Adiungatur primo triangulo.e.f.g. alius triangulus equalis quĩ ſit.e.g.r. ita q̄ tota ſuperficies.e.f.g.r. ſit equidiſtantium laterum ꝯ ſuper hunc triangulum fiat ſeratile.e.g.l.r.n.s. quod cum illo cui adiungit perficiat corpus paralellogramum. Huius ſeratilis adiuncti: due trilatere *ſuperficies ſunt.e.g.r.l.n.s.* Tres autem paralelograme ſunt: prima quidẽ e.l.r.s. Secunda.e.l.g.n. ꝯ ipſa eſt communis terminus ſibi ꝯ ei cui adiungitur. Tertia vero.g.r.n.s. ¶ Manifeſtum ẽ igitur ex diffinitione ſolidorũ equalium atq; ſimilium q̄ duo ſeratilia paralellogramum componentia *ſolidum.a.k. ſibi inuicem.itẽq; duo componentia ſolidum paralellogramum.e.n. ſibi adinuicẽ ſunt equalia. At vero ex.31. vel ex.32. huius duo ſolida.a.k. ꝯ.e.n. ſunt ſibi inuicem equalia. quia ergo horum ſolidorum* medietates ſunt ſeratilia propoſita per communem ſcientiam conſtat ea eẽ equalia: quecunq; enim fuerint equalia eorum medietates neceſſe eſt eẽ equales: liquet itaq; quod propoſitum eſt.

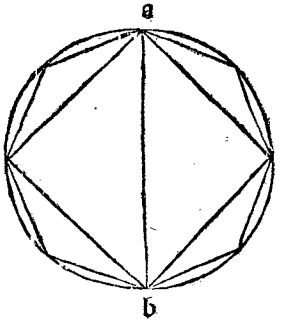



### Caſtigator.

a ¶ Appellat hic inferius multiangulas quas in principio primi dixit *multilateras ꝯ ſunt a quadrilateris vſq; ī infinitum ſemper tñ rectilinee.*




¶ Duodecimus liber Euclidis de multiangularum seu multilaterarum superficierum similium circulis inscriptarum alterius ad alteram proportionibus ex optima Campani interpretatione. Magistro Luca paciolo de Burgo Sancti Sepulchri ordinis Minorum. Castigatore accuratissimo. Incipit.

## Propositio .1.

Omnium duarum superficierum similium multiangularum inter duos circulos descriptarum est proportio alterius ad alteram tam quam proportio quadratorum que ex diametris circulorum eas circumscribentium proveniunt.

¶ Sint duo circuli a, b, c, d, e, f, quibus inscribantur due quelibet figure [illegible] ad invicem similes sintque nunc penthagone inscripte vt docet .11. quarti et ipse sint a, b, g, h, k, aliud penthagonum d, e, l, m, n, diametri quoque circulorum sint a, c et d, f, dico itaque quod proportio penthagoni a, b, g, h, k, ad penthagonum d, e, l, m, n, est sicut quadratum diametri a, c, ad quadratum diametri d, f, protrahantur enim in vtroque circulo due linee ab extremitate diametri ad extremitatem vnius lateris penthagoni diametro non contermi-nalis se invicem cancellanter intra ipsum penthagonum in hoc quidem a, g, et c, b, in illo autem, d, l, et f, e, erit que ex .6. sexti triangulus a, b, g, equiangulus triangulo d, e, l, nam eum penthagoni ponant ad invicem similes erunt ex diffinitione similium superficierum angulus b, equalis angulo e, et latera ipsos continentia proportionalia videlicet proportio a, b, ad d, e, sicut b, g, ad e, l, cum sint autem ex .20. tertii duo anguli f, et l, sibi invicem equales. Item quoque duo alii c, et g, sibi invicem equales erunt duo qui sunt, c, et f, adinvicem equales ex hac communi scientia quod equalibus sunt equalia sibi quoque equa ee necesse est. Et quia ex prima parte .30. tertii vterque duorum angulorum a, b, c, d, e, f, est rectus sequitur ex .32. primi duos triangulos a, b, c, d, e, f, ee equiangulos quare per quartam sexti proportio diametri a, c, ad diametrum d, f, est sicut lateris a, b, ad latus d, e, cum itaque ex sexta parte .18. sexti proportio duorum penthagonorum sit sicut proportio lateris a, b, ad latus d, e, proportio duplicata est per eandem proportio quadrati diametri a, c, ad quadratum diametri d, f, sit sicut diametri a, c, ad diametrum d, f, duplicata per hanc communem sciam quorum dimidia sunt equalia ipsa quoque adinvicem esse equalia manifestum est quod propositum est.

## Propositio .2.

Omnium duorum circulorum est proportio alterius ad alterum tanquam proportio quadrati sue diametri ad quadratum diametri alterius.

¶ Sint duo circuli a, b, et, c, d, quorum diametri quod dicatur a, b, et, c, d, dico itaque quod proportio circuli a, b, ad circulum c, d, est sicut quadrati a, b, ad quadratum diametri c, d, Manifestum enim est ex hac communi scientia quanta est quelibet magnitudo ad aliquam secundam tantam necesse est esse quamlibet tertiam ad aliquam quartam que proportio quadrati diametri a, b, ad quadratum diametri c, d, est sicut circuli a, b, ad superficiem aliquam que sit e, cuiuscunque figure aut forme ponatur : hanc autem impossibile est maiorem esse aut minorem circulo c, d, Si enim est possibile ipsam esse minorem circulo c, d, sit itaque minor in superficie f, itaque circulus c, d, sit equalis duabus superficiebus e, f, pariter acceptis constat igitur ex prima .10. que totiens possit ex circulo c, d, suisque residuis subtrahi maius dimidio quousque relinquatur quantitas aliqua minor f, inscribatur ergo sibi

vt docet. 6. quarti quadratū. c. d. g. h. de quo cōstat q ipsum sit maius medietate circuli. Quadratum enim quod est duplum ad ipsum est circulū circūscribens vt patet ex penultima primi ℔. 7. quarti. Si igitur portiones circuli existentes super latera quadrati pariter accepte fuerint minus superficie. f. sufficit. Sint aūt quatuor arcus existentes super dicta latera p equalia diuidantur ℔ puncta ipsos arcus diuidentia cum extremitatibus laterum continuentur per lineas rectas. verbi gratia arcus. c. g. diuidatur per equalia in puncto. k. ℔ protrahantur linee. k. c. k. g. sicq de ceteris. Erit q̄ quilibet triangulorum octo triptorum super latera quadrati maior medietate portionis in qua est. sit. e. q̄ ois triangulus ysocheles est medietas paralellogrami siue basis. ℔. 41. primi. Sint itaq portiones existentes super latera octogonii inscripti pariter accepte minus superficie. f. si enim nondum hoc esset nō cessarem diuidere arcus quoꝝ latera vltime descripte figure sunt corde per equalia. ℔ iscribere figuram equilateram duplo plurium laterum prime semper subtrahendo ab ipsis circuli portionibus minus diuidas quoniam per prima vo portiones super latera alicuius talis figure circulo inscripte existentes pariter accepte erunt minus superficie. f. Sint ergo nunc que dicte sunt erit q̄ ex conceptione octogonum. c. d. maius superficie. e. In circulo igitur. a. b. eadem via inscribatur simile octogonum: quod dicatur. a. b. sitq ex premissa proportio octogoni. a. b. ad octogonum. c. d. sicut quadrati diametri. a. b. ad quadratum diametri. c. d. ideoq per. 11. quinti sicut proportio circuli. a. b. ad superficiem. e. itaq p mutatim poligonii. a. b. ad circulum. a. b. sicut poligonii. c. d. ad superficiem. e. cuiq sit poligonum. c. d. maius superficie. e. erit poligonum. a. b. maius circulo. a. b. hoc aūt impossibile non est. ergo superficies. e. minor circulo. c. d. Sed nec maior. Esto enim fi possibile sit cum. igitur sit proportio quadrati diametri. a. b. ad q̄dratum diametri. c. d. sicut circuli. a. b. ad superficiē. e. erit ecōuerso q̄drati diametri. c. d. ad q̄dratū diametri. a. b. sicut superficiei. e. ad circulū. a. b. ℔ cōstat ex cōi scia i pncipio huius demōstrationis posita q eadē ē circuli. c. d. ad aliquā superficiē q̄ sit. f. eritq ex. 14. q̄nti superficies. f. minor circulo. a. b. itaq proportio quadrati diametri. c. d. ad q̄dratum diametri. a. b. erit sicut circuli. c. d. ad superficiem. f. minorem circulo. a. b. ℣ Sed ex hoc demonstrauimus paulo ante sequi impossibile videlicet poligoniū inscriptū circulo maius esse circulo: sicut ergo superficies. e. non pōt ēe minor circulo. c. d. ita nec maior: erit ergo necessario eqlis quare per secundam partē. 7. quinti liquet quod propositum est.

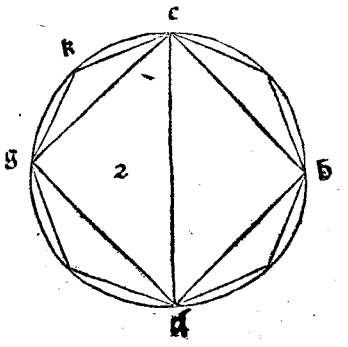
¶ Castigatio.

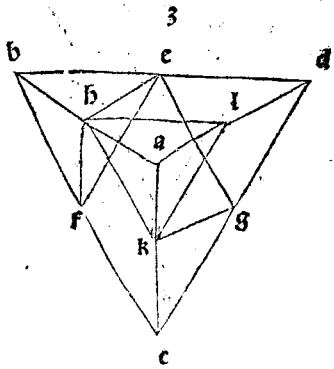
à ¶ Quia tūc sequeretur poligonii. c. d. ad circulū. c. d. ē sicut circuli. a. b. ad quātitatem. f. ℔ sic poligoniū. c. d. erit maius circulo. c. d. quod ē impossibile cum sit pars eius vt paulo ante concludisti poligonium. a. b. esse maius circulo. a. b. ℔c.

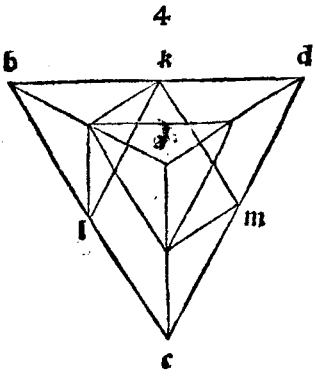
## Propositio .3.

Omnis piramis cuius basis triangula scindi pōt in duas equas piramides sibi inuicē totiq̄s piramidi similes vnaq; in duo seratilia q̄ ambo pariter accepta diminuto totius piramidis necesse ē ēē maiora.

¶ Sit piramis. a. b. c. d. super basim triangulam. b. c. d. eiusq; vertex solidus angulus. a. d. quo demittantur tres ypothemise. a. b. a. c. a. d. ad tres angulos basis. ℔ diuidantur omnia latera basis per equalia in tribus punctis. e. f. g. tres quoq; ypothemise per equalia in tribus punctis. h. k. l. ℔ protrahantur in basi due linee. e. f. ℔ c. g. eritq; basis eius diuisa in tres superficies quarum due sunt duo triangli. b. e. h. e. g. d. quos ex secunda parte 5 cunde sexti et diffinitione similium superficierum conflat esse similes sibi inuicem ℔ toti basi equales ad inuicem ex 38. primi tertia est tetragona + paralellograma ℔ ipsa est. e. f. g. c. quam constat esse duplam ad triangulum. e. g. d. ex. 40. ℔ 41. primi demittant ergo rursus a pūcto. h. due ypothesime. h. c. f. h. ℔ u





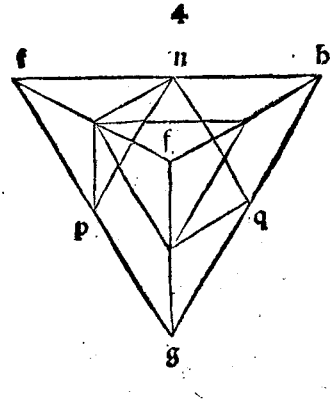



puncto.k. ypothemisa .k.g. ℰ protrahantur linee.b.k.k.l. ℰ.l.b. diuisa ℰ itaq; tota piramis.a.b.c.d.in duas piramides que sunt.b.b.e.f.ℰ.a.b.k.l. ℰ duo seratilia quorum vnum est.e.b.f.g.k.c.ℰ est super basim quadrangulam.c.f.g.e.ℰ aliud est.e.g.d.b.k.l.ℰ est super basim triangulam.e.g.d.de duabus aũt piramidibus.b.b.e.f.a.b.k.l.q; ipse sunt equales adinuicem sibiq; ℰ toti piramidi.a.b.c.d.similes constat ex diffinitione corum equalium ℰ similium ℰ ex.10.n. libri ℰ ex secunda parte.a. sexti. Qui duobus aũt seratilibus q; ipsa sint eqlia constat ex vltima.n. libri. Quod vero ambo seratilia pariter accepta sint maius medietate totius piramidis ex hoc manifestum est q; vtriuq; illorum diuisi sibi ℰ est in duas piramides quarum altera triangula equalis vni earum in quas ℰ seratilia totalis piramis diuiditur.altera vero quadrangula que dupla est ad reliquam quare patet ambo seratilia pariter accepta tres quartas esse totalis piramidis diuise: hanc proportionem si scire desideras. sextam huius .n. libri consule.sed sufficit tibi scire quantum ad propositum illa duo seratilia pariter accepta duas partiales piramides equales ℰ seratilia totalis diuiditur pariter acceptas quantalibet quantitate excedere.

## Propositio .4.

Si due piramides eque alte quarum bases triangule singule in binas piramides equales sibi inuicem ac toti similes binaq; seratilia equalia diuidatur erit proportio basis vnius ad basim alterius tanq; proportio duorum seratiliũ suorum ad duo seratilia alterius.eritq; palam oia seratilia que fuerint in vtralibet illarum piramidum pariter accepta ad cunctaseratilia que in altera piramide fuerint eandem habere proportionem q; basis eius piramidis ad basim alterius piramidis.

¶ Sint due piramides quarum bases triangule eque alte hec quidem.a.b.c.d.cuius conus punctus.a. basis triangulus.b.c.d. ypothemise.a.b.a.c.a.d.illa vero .e.f.g.h. cuius conus punctus.e. basis triangulus.f.g.h. ypothemise.e.f.e.g.e.h.hee aũt due piramides diuidantur.sicut in premissa. Sintq; bases earum diuise hec quidem protractis lineis latera basis ipsius per equalia diuidentibus que sint.k.l.ℰ.k.m.illa vero protractis lineis que sint.n.p.n.q.dico ergo q; proportio basis.b.c.d. ad basim .f.g.h. est sicut duorum seratilium piramidis.a. pariter acceptorum ad duo seratilia piramidis.e. pariter accepta. Manifestum est aũt ex.18. sexti pte secunda q; pportio trianguli.b.c.d.ad triangulum.k.m.d.est sicut linee.b.d. ad lineam.k.d.duplicata p eandem quoq; est proportio trianguli.f.g.h.ad triagulũ.n.q.h.sicut linee.f.h.ad lineã.n.h.duplicata. Cũq; sit linea.b.d. ad lineã.k.d.sicut linea.f.h.ad lineã.n.h.vtrobiq;.n.ℰ dupla pportio erit triangulus.b.c.d.ad triangulum.k.m.d.sicut triangulus.f.g.h. ad triangulum.n.q.h.ℰ pmutatim triangulus.b.c.d.ad triangulũ.f.g.h.sicut triagulus.k.m.d.ad triagulũ.n.q.h.triagulus aũt.k.m.d.ad triangulũ. n.q.h.ℰ sicut seratile exis sup ipm ad seratile exis sup illũ p.35. vndecimi huius quoq; seratilis ad illud ℰ sicut ambo seratilia piramidis .a. pariter accepto rum ad ambo seratilia piramidis .e. pariter accepta ex.15. quinti necesse est.n. vt sit duplum ad duplum quemadmodũ simplum ad simplum.itaq; conclude ex.11. quinti quod propositum est. Dormitas aũt si dubitas seratilia vnius harum piramidum eque alta esse seratilibus piramidis alterius.cũ n.sint piramides eque altesit quoq; vtraq; earũ diuisa i duas piramides eq̃les sibi totiq; similes ℰ in duo seratilia eqlia ℰ sint due partiales piramides eque alte eo q; similes ℰ equales quod facile patebit demissis a verticibus partialium piramidum perpendicularibus ad bases ipsarum.de quibus perpendicularibus ex.37. vndecimi constat esse equales. Cuiq; altitudines harum partialium piramidum pariter accepte componant altitudinem totalis piramidis diuise. Sintq; ambo seratilia eque alta vni partialium piramidum ei videlicet que superpartialem triangulum basis tota

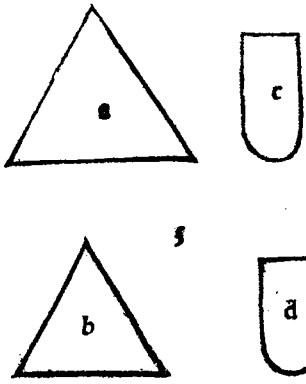


ſit piramidis componitur non eſt phas ambigere ſeratilia vnius earum piramidum eſſe eque alta ſeratilibus alterius earum. Correllarium vero ex eo maniſeſtū eſt q̄ ſimiliter baſes ptialiū piramidū ſic ſe habeāt adinuicem ſicut bina ſeratilia vnius ad bina ſeratilia alterius. ℭ quia baſes partialium ſic ſe habent adinuicem ſicut baſes totalium ex ſecunda parte. 18. ſexti ℭ permutata proportione conſtat ex. 13. quinti verum eſſe quod correllarium proponit.

## Propoſitio .5.

Omnes due piramides eque alte quaꝝ baſes triangule ſuis baſibus ſunt proportionales.

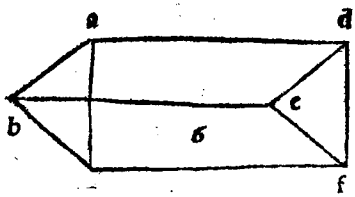
℣ Quod 33. vndecimi ꝓpoſuit de ſolidis paralellogrammis. ℭ in fine 36. vndecimi veꝝ eſſe demonſtrauimus de ſeratilibus. hec quinta. 12. proponit de piramidibus triangulis. Intelligātur enim due paramides eque alte quaꝝ baſes ſint due triangule. ſicut baſis .a. ad baſim .b. ita piramis .a. ad piramidem .b. eſt ſicut baſis .a. ad baſim .b. quod eodem demonſtrationis vel argumentationis genere demonſtrandum eſt quo ſecundam huius demonſtrauimus. ſit enim vt baſis .a. ad baſim .b. ita piramis .a. ad corpus .c. de quo dico q̄ ipſum non erit minus neq; maius piramide .b. nam ſi poſſibile eſt vt ſit minus eſto minus in ſolido .d. vt piramis .b. ſit equalis duobus corporibus .c. ℭ .d. pariter acceptis diuiſa itaq; piramide .b. vt ꝓponit .3. detrahantur ab ea duo ſeratilia que ex premiſſa ſunt maius medietate piramidis ipſius item q̄ ex vtraq; duarum partialium reſiduarum piramidum duo earum predicto modo diuiſarum ſeratilia demantur ℭ fiat hoc totiens quoūq; ex piramide .b. cogatur aduerſarius ꝓ primam 10. confiteri relinqui minus ſolido .d. eruntq; ex communi ſcientia ſeratilia detracta maius .c. fiat igitur a piramide .a. ſimilis ſeratilium detractio ℭ intelligamus tot ſeratilia detracta eſſe ex piramide .a. quot detraximus ex piramide .b. eritq; ex correllario premiſſe ſicut baſis .a. ad baſim .b. ita ſeratilia detracta a piramide .a. ad ſeratilia detracta a piramide .b. ſed ſicut erat piramis .a. ad corpus .c. ita q; ſeratilia piramidis .a. ad ſeratilia piramidis .b. ſicut piramis .a. ad corpus .c. ℭ ꝑmutati ſeratilia piramidis .a. ad piramidem .a. ſicut ſeratilia piramidis .b. ad corpus .c. Cumq; ſint ſeratilia piramidis .b. maiora corpore .c. erunt ſeratilia piramidis .a. maius piramide .a. Et quia hoc eſt impoſſibile non erit corpus .c. minus piramide .b. ſed nec maius. hoc enim poſito cum ſit proportio baſis .a. ad baſim .b. ſicut piramidis .a. ad corpus .c. erit cōuerſo baſis .b. ad baſim .a. ſicut corporis .c. ad piramidem .a. Eritq; eadem ex communi ſcientia piramidis .b. ad aliquod corpus quod ſit .d. ſequetur. ex .14. quinti q̄ corpus .d. ſit minus piramide .a. eo q̄ piramis .b. ponitur minor corpore .c. Erit igitur baſis .b. ad baſim .a. ſicut piramis .b. ad corpus minus piramide .a. Ex hoc autē demonſtratum eſt ſequi impoſſibile videlicet ſeratilia detracta ab aliq̄ piramide maius eſſe ea piramide a qua detrahuntur ideoq; relinquitur corpus .c. eſſe equale piramidi .b. cum nec minus ea poſſit eſſe nec maius ℭ ꝓportionem piramidis .a. ad piramidem .b. eſſe ſicut baſis .a. ad baſim .b. hoc erat autem demonſtrandum.




## Propoſitio .6.

Omne corpus ſeratile in tres piramides equales baſeſq; triangulas habentes eſt diuiſibile.

℣ Sit ſeratile .a.b.c.d.e.f. ipſum dico eē diuiſibile in tres piramides triangulas equales. Protrahatur enim in vna quaq; ſuarum trium ſuperficierum paralellogramarum linea diagonalis itaq; vna earum diagonalium ſit conterminalis reliquis duabus vt ſi protrahas lineas .b.d. .b.f. ℭ .f.a. quas ꝓter conſiſſionem protrahere contempſit eritq; totum ſeratile in tres trīs



gulas piramides diuisum quas ex premissa bis assumpta facile constat eē equales. Quoniam autem Euclides nihil demonstrandum proponit de piramidibus lateratis exceptis solidis his quarum sunt bases triangule vt omnium cognitionem ex elementis que ponit sufficienter elicere possimus: quedam arbitramur non inutile demonstrationibus his posse adiungere: solis enim elementis contentus Euclides multa pretermisitque quamuis ex eis consequantur non tamen sine difficultate patent studentibus: horum primum est hoc.

¶ Si duo solida quorum alterum sit ratile alterum vero piramis cuius basis triangula super eandem basim aut super equales trigonas aut ratile super quadrangulam: piramis vero super trigonam que quadrāgule basis ratilis sit dimidiū ꝯstituta fuerint eque alta ratile piramidi triplum esse conueniet.

¶ Si ratile propositum fuerit super basim trigonam tunc ex piramide proposita super propriam basim perficiatur ratile piramidi proposite eque altum. Si vero ratile fuerit super quadrangulam tunc basi piramidis adiiciatur triangulus ex quo ꝯ basi piramidis perficiatur superficies equidistantium laterum super quam ex ipsa piramide compleatur ratile piramidi eque altum. Quia igitur istud ratile ratili priori est eque altum ꝯ vtrorunq; bases sunt equales ex ypothesi. sequitur ipsa esse equalia hoc enim demonstratum est in .36. vndecimi. at quoniam ex 6. huius .12. libri ratile secundum triplum ē ad piramidem propositam: nam ipsa est vna ex tribus piramidibus in quas ipsum ratile diuiditur. Erit quoq; per communem scientiam propositum ratile triplum ad propositam piramidem.

¶ *Si quotlibet piramides quarum bases triangule super vnas eandēq; basim siue super equales constitute fuerint: eque alte eas esse ad inuicem equales necesse est.*

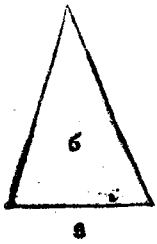
¶ Fabricato enim vno ratili eque alto piramidibus propositis super basim triangulam equalem basibus propositarum piramidum aut super basim quadrangulam duplam basibus earūdem: erit ipsum ratile triplum ad piramides singulas, hoc enim constat ex premissa addita siue interposita. igitur ex communi scientia cuncte proposite piramides sunt vt diximus adinuicem equales.

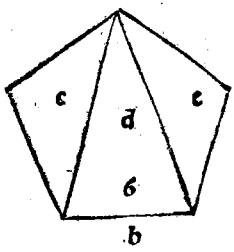
¶ Omnes piramides quarum bases triangule eque alte suis basibus sunt proportionales.

¶ Etiam super bases propositarum piramidum aut super alias trigonas equales aut super paralellogramas duplas ratilia ipsis piramidibus eque alta erunt, ob hoc ratilia sibi inuicem eque alta ꝯ quia ratilia suis basibus sunt proportionalia vt probatum est in .36. vndecimi .33. ipsius mediante. Cumq; ex prima harum additarum manifestū sit hec ratilia tripla esse ad propositas piramides vnumquodq; videlicet ad suam relatiuam basem, ipsorum equales aut duplas eē basibus ipsarum sit aūt ex .15. quinti vt triplum ad triplum ita simplum ad simplum erūt quoq; proposite piramides suis basibus proportionales.

¶ Si fuerint due quelibet piramides eque alte fueritq; alteri basis trigona: relique autem tetragona aut plurilatera: piramides ipsas suis basibus proportionales esse conueniet.

¶ Exempli gratia. Intelligantur due piramides eque alte super duas bases .a. ꝯ .b. sitq; basis .a triangula .b. vero penthagona. Et dicantur hec piramides .a. ꝯ .b. itaq; dico proportionem piramidum .a. ꝯ .b. esse sicut basis .a. ꝯ .b. distinguat q̄dem pēthagonus .b. in tres triāgulos .c. .d. .e. erit q; tota piramis .b. distincta in tres piramides eque altas quarum bases sunt triangule .c. .d. .e. que etiam dicantur nominibus suarum basium. quia igitur ex premissa interposita proportio piramidis .c. ad piramidem .a. efficit trigoni .c. ad trigonum .a. ꝯ piramidis .d. a. piramidem .a. sic trigoni .d.



ad trigonum .a. itēq; piramis .e. ad piramidem .a. sicut trigoni .e. ad trigonum .a. ex .24. quinti bis assumpta sequitur q; sit proportio aggregati ex omnibus piramidibus, c.d.e. ℔ ipsum est piramis .b. ad piramidem .a. sicut agregati ex omnibus trigonis, c.d.e. ℔ ipsum est penthagonus .b. ad trigonum .a. constat igitur quod volumus.

¶ Omnes laterate piramides eque alte suis basibus ꝓportionales esse probantur.

¶ Si altera earum fuerit super basim trigonam ex premissa interposita constat quod dicitur. Si autem basis vtriusq; fuerit poligonia vtralibet ipsarum basium resolutā in triangulos ℔ ipsa piramide in piramides triangulares erit ex premissa interposita ꝓportio vnius cuiusq; harum trangularium piramidum inter quas altera propositarum diuiditur ad reliquā sicut fue basis ad basim alterius .itaq; per .24. quinti quotiēs oportet assūptam constat verum esse quod diximus.

## Propositio .7.

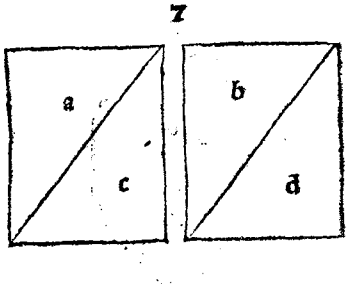
Due piramides triangularum basium fuerint equales earum bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases .7. altitudines fuerit mutue eisdem piramides sibi inuicem esse equales necesse est.

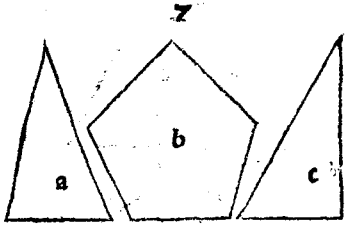
¶ Quod trigesima quarta ℔ trigesima quinta vndecimi proposuerunt de solidis paralellogramis ℔ nos in .36. eiusdem demōstrauimus de seratilibus hec septima .11. proponit de piramidibus habentibus bases triangulas. ℣ Intelligantur enim due piramides equales super duos trigonos, vel triangulos, .a. ℔ .b. que dicantur .a. ℔ .b. dico itaq; q; proportio basis .a. ad basim .b. est sicut proportio altitudinis piramidis .b. ad altitudinem piramidis .a. ℔ si hoc fuerit dico piramides .a. ℔ .b. esse equales. Adhibeantur quidem duobus trigonis .a. ℔ .b. duo alii qui sint .c. ℔ .d. vt fiant ambe superficies .a.c. ℔ .b.d. equidistantiū laterum ℔ ex ipsis piramidibus super bases .a.c ℔ .b.d. compleantur solida paralellograma piramidibus propositis eque alta que similiter dicantur .a.c. ℔ .b.d. Manifestū igitur ē ex sexta huius .11. q; piramis .a. est sexta pars solidi .a.c ℔ piramis .b. sexta solidi .b.d. itaq; ex .35. vndecimi, argue proposituꝫ primam quidem partem ex prima secundam autem ex secunda.

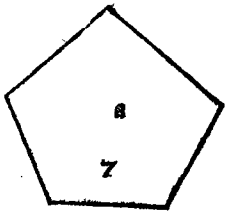
¶ Quod si due quelibet piramides laterate fuerint equales earum bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases earum altitudinibus ipsarum mutue fuerint eisdem piramides equales esse oportet.

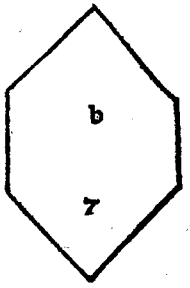
¶ Si bases vtrarunq; fuerint triangule demonstratum est, verum esse quod diximus. Si sit altera tantū igitur .a. basis q; alterius piramidis sit .b. ℔ sumatur trigonus .c. equalis poligonio .b. fiatq; super .c. piramis eque alta piramidi que est super .b. ℔ sint .a.b.c. equinoca nomina piramidū ℔ basium. cuia igitur ex ypothesi due piramides .a. ℔ .b. sint eēles ℔ ex vltima interpositarum ad sextam huius due q; piramides .b. ℔ .c. sunt eēles ℔ erunt ex communi scientia due piramides .a. ℔ .c. equales igitur bases earum sunt mutue ad altitudines earum ex prima parte .7. huius. Cunq; bases .b. ℔ .c. sint equales altitudines quoq; piramidum .b. ℔ .c. equales. Erunt ex prima parte ℔ secunda .7. quinti bases .a. ℔ .b. mutue altitudinibus piramidum .a. ℔ .b. ℣ Secunda pars cōuerso mō probatur. nam si fuerit basis .a. ad basim .b. vt altitudo piramidis .b. ad altitudinē piramidis .a. erit ex .a. pte ℔ pria .7. qnti basis .a. ad basim .c. sicut altitudo piramidis .b. ad altitudinē piramidis .a. itaq; ex scda pte huius .7. due piramides .a. ℔ .c. sunt equales quare p cōmunem sciam due quoq; piramides .a. ℔ .b. sunt equales. ℣ Si vero neutra propositarum piramidum fuerit

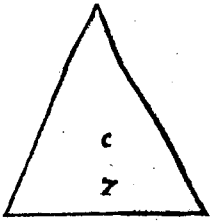


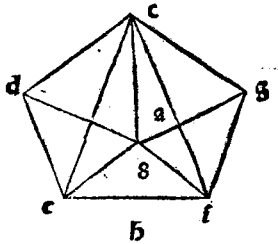


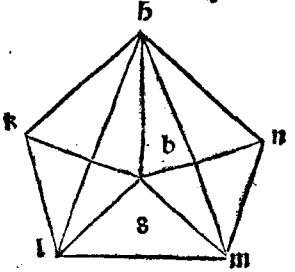






trigona ſed vtraq; poligonia. Verbi gratia altera pentagona altera exagona que adhuc dicantur. a. & .b. ſumatur ſimiliter triangulus. c. equalis exagono. b. ſuper quem fiat piramis eque alta piramidi. b. erunt; due piramides. b. & .c. equales. ideoq; due que ſunt. a. & .c. etiam per conceptionem equales quare baſis. a. ad baſim. c. ſicut altitudo piramidis. c. ad altitudinem piramidis .a. hoc enim ſuper demonſtratum eſt. Eſt ergo ex ſepta quinti baſis. a. ad baſim. b. ſicut altitudo piramidis. b. ad altitudinem piramidis .a. Conuerſa eōuerſo modo patet. ſi enim baſis. a. ad baſim. b. ſit vt altitudo piramidis. b. ad altitudinem piramidis .a. erit quoq; ex ſeptima quinti baſis. a. ad baſim. c. vt altitudo piramidis. c. ad altitudinē piramidis .a. ideoq; vt patet ex prioribus erunt due piramides .a. & .c. equales quare etiam ex communi ſcientia & due que ſunt .a. & .b. erunt etiam equales. Et hoc eſt propoſitum.

## Propoſitio .8.

Duarum piramidum ſimilium quarum baſes triangule ē pportio alteri⁹ ad altera tanq; latus ad latus eius) relatinum proportio triplicata.

Propoſitis duabus piramidibus baſes triangulas habē tibus ſimilibus ex ipſis perfice duo ſolida paralellograma quemadmodum dictum eſt in demonſtratione premiſſe erunt; hec duo ſolida paralellograma ſimilia eo q; piramides ponuntur ſimiles ad inuicem. nam duo ſolidi anguli qui ſunt communes piramidibus & ſolidis paralellogramis ſuperficialibus angulis numero & quantitate equalibus continentur & latera quoq; illos angulos ſuperficiales cōtinentia ſunt proportionalia quare ex .34. primi tres ſuperficies ſolidoꝝ parelellogramorum communes angulos ſolidos conſtituentes ſunt equiangule & laterum proportionalium. ideoq; ſimiles ex diffinitione ſimilium ſuperficierum quare ex .24. & .13. quinti cuncte ſex ſuperficies horum duorum ſolidorum paralellogramorum ſunt ſimiles ad inuicem. igitur a diffinitione corporum ſimilium erunt ipſa ſolida ſimilia. quare cum pportio ſolidorum & piramidum ſit vna ex .15. quinti. nam ſolida ſunt ſexcupla piramidibus ex ſexta huius. cunq; ſit proportio ſolidorum vna ſicut ſuorum relatiuorum laterum triplicata ex .33. undecimi libri. Sint autem latera ſolidorum eadem quoq; latera piramidū. erit quoq; ex .11. quinti proportio propoſitarum piramidum ſicut ſuorum relatiuorum laterum proportio triplicata. quod ē propoſitum.

Quod ſi fuerit due quelibet piramides laterate ſimiles erit proportio alterius ad alteram ſicut ſui lateris ad ſibi relatiuum latus alteri⁹ proporti⁹ triplicata.

Sint due laterate piramides quarum coni .a. & .b. ſimiles ſintq; ſup baſes penthagonas que ſunt .c. d. e. f. g. b. k. l. m. n. dico q; proportio earum ē ſicut ſuorum relatiuorum laterum triplicata. Conſtat enim ex diffinitione ſimilium ſuperficierum & corporum q; penthagoni qui ſunt baſes propoſitarum piramidum ſibi adinuicem cunctis, reliqui trianguli ipſas ambientes ſibi inuicem ſunt ſimiles. Diuidantur itaq; baſes ambarum in triangulos ſimiles & numero, equales prout .13. ſexti proponit eſſe poſſibile; protractis in hac quidem lineis .c. e. & .c. f. in illa vero .b. l. & .b. m. Dico igitur iſtas piramides eſſe diuiſas in piramides triangulas ſimiles & numero equales. Conſerantur enim adinuicem due piramides .a. c. d. e. b. b. k. l. quarum coni ſint .a. & .b. conſtat autem ex ypotheſi triangulum .c. a. d. eſſe ſimilem triangulo .b. b. k. & triangulum .d. a. e. triangulo .k. b. l. & quia etiam ex ypotheſi angulus .d. eſt equalis angulo .k. & latera .c. d. & .d. e. continentia angulum .d. ſunt proportionalia lateribus .b. k. & k. l. continentibus angulum .k. erunt ex .6. ſexti duo triangula .c. d. e. & .b. k. l. equianguli. ideoq; per .4. ſexti erit proportio .c. d. ad .b. k. ſicut .c. e. ad .b. l. cunq; ex ypotheſi ſit proporto .c. a. ad .b. b. & etiam .a. e. ad .b. l. ſicut

cd. ad. b. k. erit ex. 11. quinti. c. a. ad. b. i. b. & a. e. ad. b. l. ſicut. c. e. ad. b. l. igit ex. 5. ſexti & diffinitione ſimilium ſuperficierum triangulus c. a. e. erit ſimilis triangulo. b. l. manifeſtum eſt itaq; ex diffinitione ſimilium corporum q piramis. a. c. d. e. eſt ſimilis piramidi. b. h. k. l. ſimiliter quoq; conſtat piramidem. a. c. e. f. eſſe ſimilem piramidi. b. l. m. & piramidem. a. e. f. g. piramidi. b. m. n. Quia ergo ex hac. 8. pportio piramidis. a. c. d. e. ad piramidem. b. h. k. l. eſt ſicut later. c. d. ad latus. b. k. triplicata & etiam piramidis. a. c. e. f. ad piramidem. b. l. m. ſicut. e. f. ad. l. m. triplicata, ac etiam piramidis. a. e. f. g. ad piramidem. b. h. m. n. ſicut. e. g. ad. b. n. triplicata cum ſit ex hypotheſi proportio. e. f. ad. l. m. & e. g. ad. b. n. ſicut. c. d. ad. b. k. ſequitur ex. 13. quinti vt proportio totalium piramidū a. & b. ſit ſicut vnius harum partialium ad aliam vnam. igitur ex hac. 8. & vndecima quinti conſtat verum eſſe quod diximus.

**¶ Omnes columne laterate eque alte ſuis baſibus ſunt proportionales.**

¶ Verum eſt quod dictum ſuper quales cunq; baſes poligonias ſint columne. ¶ Columnas autem laterales vocamus ſolida corpora laterata quorū baſes & ſuperficies ſuppremo ſunt ſimiles & equales. cætere vero reliquæ ſuperficies ipſa ſolida circumſtantes ſunt equidiſtantium laterum. Talium autem ſolidorum prima ſpecies eſt ſeratile cum ſuper vna ſuarum trilaterarum ſuperficierum intelligitur eſſe ſtatutum. Secunda vero ſpecies eſt columna cuius baſis ſit quadrilatera quam ex duobus ſeratilibus neceſſe eſt eſſe compoſitam & tertia eſt cuius baſis pentagona & ipſe ex tribus ſeratilibus perficitur. Simpliciter autē dico q omnis laterata columna in tot corpora ſeratilia poteſt diſtingui in quot triangulos ſua baſis. Intelligantur itaq; due columne laterate. a. & b. conſtitute ſuper duas baſes ad. h. eque alte dico q proportio columnarum. a. & b. eſt ſicut baſium. a. & b. Diſtinguantur nanq; hee baſes in triangulos & hee columne in ſeratilia baſes quidem. a. ponatur eſſe quadrangula in duos trigonos. c. & d. & columna. a. in duo ſeratilia. c. & d. baſis vero. b. que ſit pentagona diſtinguatur in tres trigonos. e. f. g. & columna. b. in tria ſeratilia que ſimiliter vocentur. e. f. g. Manifeſtum eſt igitur ex his que in. 36. vndecimi dicta ſunt q proportio ſeratilis. c. ad ſeratile. e. eſt ſicut baſis. c. ad baſim. e. & iterum ſeratilis. d. ad ſeratile. e. ſicut baſis. d. ad baſim. e. quare per. 11. quinti erit columna. a. ad ſeratile. e. ſicut baſis. a. ad baſim. e. eadē ratione erit columna. a. ad ſeratile. f. ſicut baſis. a. ad baſim. f. atq; rurſus columna. a. ad ſeratile. g. ſicut baſis. a. ad baſim. g. Igitur ex. 14. quinti quotiens neceſſe fuerit aſſumpta facile concludet propoſitum conſtat itaq; ex hoc q.

**¶ Omnes columne laterate ſuper eandem baſim vel ſuper equales conſtitute ſi fuerint eque alte erunt equales.**

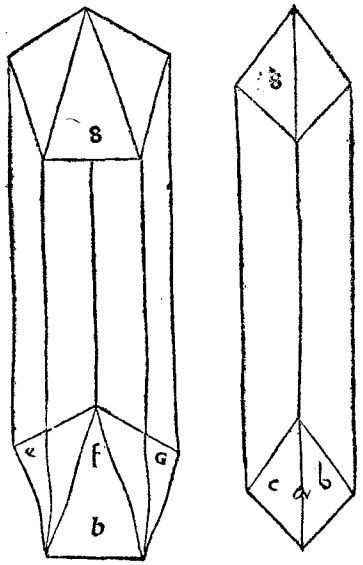
¶ Cum enim vt proximo probatum eſt eque alte columne laterate ſint ſuis baſibus proportionales. ponantur autem baſes eſſe eaſdem aut equales neceſſe eſt ex. 14. quinti vt etiam columne ſint equales conſtat quoq; q.

**¶ Si fuerint quelibet ſolida parallelograma ſeratilia & laterate columnie eque alta ipſa quoq; ſuis baſibus proportionalia eſſe neceſſario comprobantur.**

¶ Omnia enim hee ſpecies ſunt lateratarum columnarum de quibus paulo ante vniuerſaliter probatum eſt verum eſſe quod dicitur.

**¶ Omnis laterata columna tripla eſt ad ſuam piramidem.**

¶ Diſtinguatur baſis columne in triangulos & ſecundum numerum triangulorum illorum diſtinguatur columna in ſeratilia & piramis cōlūne in piramides habentes baſes triangulas que videlicet ſunt baſes ſeratilium. conſtat itaq; vnumquodq; ſeratile ad eam piramidem que ſuper eandem baſim cum ipſo ſeratili conſiſtit triplum eſſe hoc enim demonſtratum eſt in ſexta huius duodecimi libri igitur ex. 15. quinti omnia



feratilia pariter accepta ad omnes piramides pariter acceptas necesse est esse triplum cunq; ex omnibus feratilibus pariter acceptis columna & ex omnibus piramidibus pariter acceptis piramis columne perficiantur cõstat veram esse hanc nostram propositionem.

¶ Si fuerint due quelibet columne laterate equales: earum bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases earum & altitudines mutue fuerint: easdem columnas equales esse necesse est.

¶ Si enim columne sint equales earum piramides erunt equales eo q̃ omnis laterata columna est tripla ad suam piramidem. si autem piramides fuerint equales sue bases suis altitudinibus mutue erunt quemadmodum demonstratum est in septima huius. ▽ Quia igitur columnarum suarumq; piramidum eedem sunt bases & altitudines sunt eedem. constat prima pars propositi. ▽ Sint igit bases & altitudines propositarum columnarum lateratarum mutue: dico q̃ columne erunt equales. cum enim eedem sunt bases eedemq; altitudines columnarum suarumq; piramidum: erunt bases & altitudines piramidum propositarum columnarum mutue. si hoc vt positum est verum fuerit de columnis. erunt itaq; piramides equales prout in septima huius demonstratum est igitur & columne equales cum ipse triple sint ad suas piramides: quare patet secunda pars eius quo propositum est.

¶ Omnium duarum columnarum lateratarum similium est proportio alterius ad alteram tanq̃ lateris ad suum relatiuum latus proportio triplicata.

¶ Si columne fuerint similes erunt ex diffinitione similium corporum *bases earum cetereq; superficies eas ambientes similes. Diuidantur itaq; bases earum in triãgulos similes & numero equales, quemadmodum* 18. sexti proponit esse possibile: & ipse columne diuidantur in feratilia super hos triangulos existentia. Iude igitur probare feratilia vnius suis relatiuis feratilibus alterius esse similia: quod facile probabis ex ypothesi & sexta & quarta & quinta sexti: & diffinitione similium superficierum & diffinitione similium corporum hoc aũt probato erit ex 36. vndecimi proportio vnius cuiusq; feratilis vnius ad suum relatium feratile alterius sicut sui lateris ad latus illius proportio triplicata. Et quia omnium laterum est proportio vna cum cuncta feratilia vnius sunt similia suis relatiuis feratilibus alterius. sequitur ex vndecima quinti vt cunctorum feratilium vnius ad sua relatiua feratilia alterius sit ꝓportio vna: quare per. 12. quinti que est proportio vnius feratilis ad suum feratile relatiuum alterius eadem est omnium pariter acceptorum ad omnia pariter accepta & quia vtrobiq; omnia feratilia pariter accepta componunt columnas & relatiua latera feratilium sunt relatiua latera columnarum necesse est ex vndecima quinti vt proportio columnarum sit sicut suorum relatiuorum laterum proportio triplicata quod est propositum.

## Propositio .9.

Omnis columna rotunda piramidi sue triplex ẽ comprobatur.

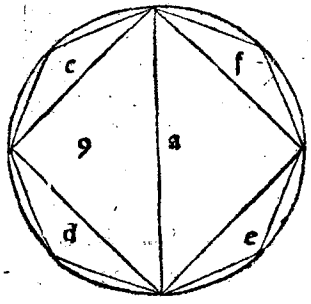
¶ Supra circulum .a. intelligãtur vna columna & vna piramis secundum eandem suam altitudinem erecte: dicanturq; equinoce ipsa piramis & columna & circulus nomine vno scilicet .a. dico itaq; q̃ columna .a. est tripla ad piramidem .a. cuius probatio est quia neq; maior neq; minor potest esse q̃ tripla. Sit enim primum si possibile ẽ maior q̃ tripla quãtitate corporis b. ita q̃ si .b. corpus demat̃ de columna .a. erit residuum eius triplum ad piramidem .a. Inscribatur ergo quadratum circulo .a. super quod erigantur duo feratilia eque alta columne .a. de quibus duobus feratilibus pari

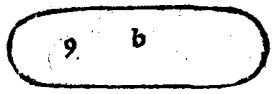
ter acceptis constat q̄ ipsa sunt plus medietate columne .a. quemadmodum ipsum quadratum constat esse plus medietate circuli .a. Si enim ex ipsis seratilibus perficiantur solida paralellograma quorum ipsa sunt medietates: erit ipsa columna pars ipsorum duorum solidorum pariter acceptorum. ¶ Deinde super latera quadrati inscripti perficiam quatuor triangulos duum equalium laterum in portionibus circuli quarum portionū latera quadrati sunt corde diuisis arcubus illarum portionum per equalia ℭ sint illi trianguli .c.d.e.f. super quos etiam erige seratilia ad altitudinem columne .a. ℭ manifestum est q̄ hec seratilia sunt maius medietate portionum columne super portiones circuli consistentium quemadmodum ℭ ipsi trianguli sunt maius medietate portionum circuli. Fiat autē hoc totiens quousq; per primam .10. cogatur aduersarius confiteri portiones columne pariter acceptas esse minus corpore .b. ¶ Erit igitur columna ſāterata octogona quam componunt omnia seratilia pariter accepta quorum bases sunt trianguli diuidentes poligonium inscriptum circulo
a maius triplo piramidis rotunde .a. ℭ quia ipsa laterata columna est tripla ad suam piramidem sicut demonstratum est in eis que premissa sunt. sequitur ex secunda parte .10. quinti libri vt rotunda piramis .a. sit minor laterata piramide laterate columne cuius basis est inscriptum poligonium basi rotunde piramidis .a. quod est impossibile. Est enim piramis laterata pars ipsius piramidis rotunde non est igitur piramis .a. minus tertia parte sue columne. sed nec plus tertia. Si enim possibile est: sit piramis .a. plus tertia parte columne .a. quantitate corporis .b. ita q̄ detracto corpore .b. de piramide .a. sit residuum ipsius piramidis tertia pars columne .a. igitur quemadmodum prius ex piramide .a. intelligatur detrahi piramis laterata sibi eque alta cuius basis sit quadratum circulo .a. inscriptum quam lateratam piramidem constat esse plus dimidio piramidis rotunde. Item de residuo piramidis .a. rursus intelligantur detrahi piramides eque alte statute super triangulos .c.d.e.f. qui sunt in portionibus basis ℭ hoc totiens fiat vt ex prima decimi relinquatur ex piramide .a. minus corpore .b. Erit itaq; piramis laterata inscripto poligonio superstans quam componunt laterate piramides ex rotunda piramide detracte maius tertia parte rotūde columne .a. ℭ quia vt probatum est in precedentibus hec piramis laterata est tertia pars sue columne laterate .a. sequitur denuo ex secunda parte .10. quinti libri columnam rotundam .a. esse minorem columna laterata eiusdem altitudinis cuius basis ē poligoniū basi rotunde piramidis inscriptum: hoc autem impossibile: nam hec columna laterata pars est columne rotunde. Cum igitur columna rotunda non possit esse minus triplo sue piramidis neq; maius: erit necessaria tripla ad eam quod demonstrare volumus.

¶ Castigator.

a ¶ Quia *minus deficit ad complendam totam columnam q̄ triplo cui deficit corpus .b. q̄ maius est portionibus columne piter acceptis.*

b ¶ Cum quelibet tertia pars *huius sit maior tertia parte illius rotunde. Ideo tota totali.*

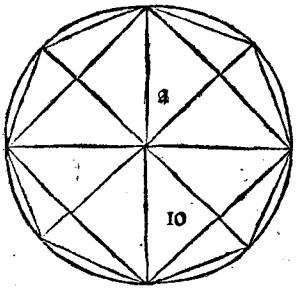


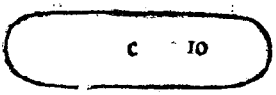



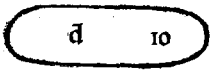

## Propositio .10.

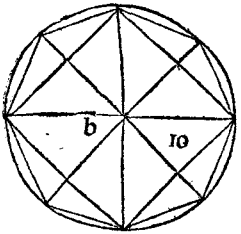
Omnium duarum rotundarum piramidū similium columnarum ve rotundarum similium est pportio alterius ad alterā tanq̄ diametri siue basis ad diametrz basis alterius pportio triplicata.

¶ Sint duo circuli .a. ℭ .b. super quos constituātur due rotunde piramides similes dueq; columne rotunde similes ℭ dicantur circuli ℭ piramides ℭ columne ℭ diametri circulorum his noīibus .a. ℭ .b. equiuoce: dico itaq; q̄ proportio duarum piramidum .a. ℭ .b. duarumq; columnarum .a. ℭ .b. est sicut duarum diametrorum




a.ꝫ.b.ꝓportio triplicata: hoc autem ſi de piramidibus conſiterit: de columnis autem conſtabit ex.15.quinti.cum omnis columna rotunda ſit ex premiſſa tripla ad ſuam piramidem: de piramidibus autem conſtabit hoc demonſtratione ducente ad impoſſibile. Eſt enim per communem ſcientiam poſitam in principio ſecunde demonſtrationis huius.12.libri que proportio diametri.a.ad diametrum.b. triplicata: eadem piramidis.a.ad aliquod corpus. Illud igitur corpus ſit.c. de quo dico ꝙ ipſum non poteſt eſſe minus neq; maius piramide.b. Sit primo minus ſi fieri poſſibile quantitate corporis.d. ita ꝙ duo corpora.c.ꝫ.d. pariter accepta ſint quantum piramis.b. itaq; quemadmodum in ſecunda parte premiſſe ex piramide.b, detrahatur laterata piramis ſibi eque alta cuius baſis ſit quadratum inſcriptum circulo.b.ꝫ ex reſiduo eius detrahantur piramides eiusdem altitudinis conſiſtentes ſuper trigonos portionum circuli.b. fiat itaq; hoc totiens quousq; cogente prima.10. ſit reſiduum piramidis.b. minus corpore.d. erit ex communi ſcientia laterata piramis detracta quam componunt partiales piramides detracte maius corpore c. Inſcribatur itaq; circulo.a. poligonium ſimile illi quod eſt baſis laterate piramidis detracte a piramide.b.ꝫ ad angulos huius poligonii inſcripti circulo.a. demitte lineas a cono piramidis.a. perficiens ſuper illud poligonium lateratam piramidem eque altam rotunde piramidi.a. hanc igitur ſtudeas demonſtrare eſſe ſimilem laterate piramidi detracte a rotunda piramide.b. quod hoc modo facies. In vtraq; piramide eriges axem ipſius qui erit ex diffinitione linea continuans verticem piramidis cum centro baſis ꝫ erit perpendicularis ad baſim. V De hinc a centris baſium protrahas in vtroq; circulo ſemidiametros ad omnes angulos vtriusq; poligonii inſcripti cunq; ex diffinitione a ſimilium piramidum rotundarum ſit ꝓportio axis vnius ad axem alterius ſicut diametri baſis vnius ad diametrum baſis alterius. ideoq; etiam ex.15. quinti ꝫ equa proportionalitate ſicut ſemidiametri ad ſemidiametrum ſunt autem vtrobiq; omnes anguli quos axes cum ſemidiametris continent recti neceſſe eſt ex ſexta ꝓpoſitiones ſexti libri ꝫ ꝗrta eius dē ꝫ diffinitiōe ſimiliū ſuꝑficiey ꝫ ſimiliū corpoꝝ diffinitiōe vt laterata piramis.a. ſit ſimilis laterate piramidi.b. ꝗre per additam ad.8. huius proportio laterate piramidis.a. ad lateratam.b. eſt ſicut lateris vnius ad ſuum relatiuum latus alterius. proportio triplicata. ideoq; ꝫ ſicut diametri.a. ad diametrum.b. triplicata. igitur quoq; ſicut rotunde piramidis.a. ad corpus.c. ex.11. quinti quare permutatim ꝓportio laterate piramidis.a. ad rotundam piramidem.a. ſicut laterate piramidis.b. ad corpus.c. Et quia laterata piramis.b. maior eſt corpore.c. erit laterata piramis.a. maior rotunda piramide.a. quod eſt impoſſibile cum ſit pars eius. Non eſt ergo corpus.c. minus rotunda piramide.b. Reſtat itaq; probandum ꝙ nec maius. Si enim aduerſarius dicat ipſum eſſe maius tunc arguatur ex conuerſa ꝓportionalitate proportionem diametri.b. ad diametrum.a. triplicatam eſſe ſicut corporis.c. ad rotundam piramidem.a. ſed ex conceptione eadem eſt rotunde piramidis. b. ad aliquod corpus aliud quod ſit.d. ꝫ quia ex ypotheſi corpus.c. maius eſt rotunda piramide.b. ſequitur.ex.14. quinti ꝙ rotunda piramis.a. ſit maior corpore.d. itaq; proportio rotunde piramidis.b. ad corpus quod ē minus rotunda piramide.a. videlicet ad.d. eſt ſicut ſue diametri.b. ad diametrum alterius proportio triplicata. hoc autem eſt impoſſibile. nā ex hoc demonſtrauimus ſequi ꝙ pars ſit maior ſuo toto. cum ergo corpus.c. non poſſit minus eſſe neq; maius rotunda piramide.b. erit neceſſario ſibi equale. ideoq; ex ſecunda parte.1. quinti cōſtat propoſitum. Non lateat autem nos huius demonſtrationis proceſſum ad eas dumtaxat columnas ꝫ piramides rotundas coartari quarum axes ſuis baſibus perpendiculariter inſiſtunt tales enim diffinite fuerunt in principio vnde cum tamen paſſio hic demonſtrata communiter conueniat omnibus columnis rotundis ſimilibus piramidibusq; rotundis ſimilibus ſiue ea-

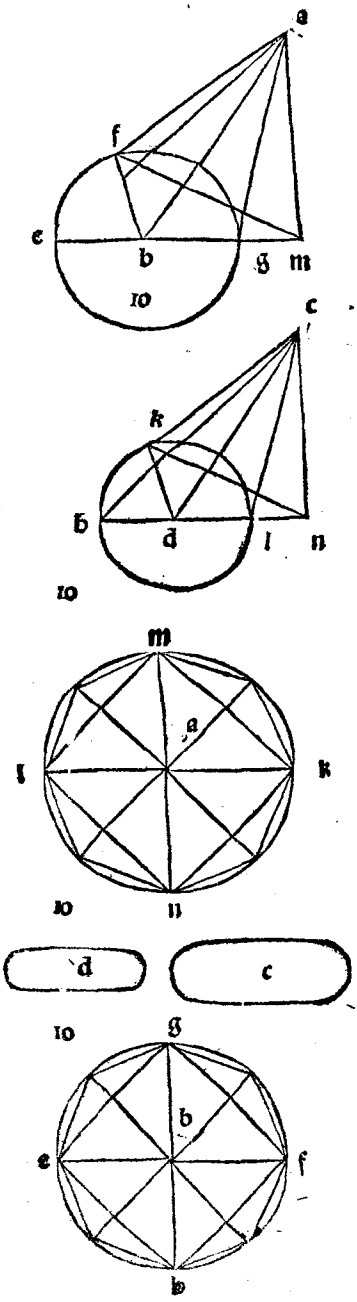
a

rum axes ſuper baſes ſuas fuerint orthogonaliter erecte ſiue ſup eas fuerint inclinate: & appellentur differentie cauſa hee rotunde columne & piramides quarum baſibus axes orthogonaliter ſuperſtant erecte: relique vero dicantur inclinate: & quia in principio .11. non ſunt diffinite columne aut piramides rotunde niſi ille tantum quas erectas vocamus. hee quidē per motum paralellogrami rectanguli ille vero per motum trigoni rectanguli. ideo conueniens arbitramur diffinire columnas rotundas & piramides diffinitionibus communiter & vniuoce conuenientibus erectis & inclinatis columnis & piramidibus rotundis. Cum igitur extra ſuperficiem alicuius circuli deſcripti ſignatur punctus qui cum circumferentia ipſius circuli per lineam rectam continuatur ſi linea ipſa ſignato puncto manente fixo deſcripto circulo quousq; ad locum vnde moueri inceperit. circumducatur corpus quod a cuiua ſuperficie quam motu ſuo deſcribit hec linea & ab ipſo circulo cui circumducitur continetur voco piramidem rotundam. & circulum cui linea hec circumducitur voco baſim ipſius piramidis. figurā autem puncti extra circuli ſuperficiem ſignatum voco conum piramidis: lineamq; rectam continuantem centrum baſis cum cono piramidis appello axem ſeu ſagittam piramidis. Cunq; hec ſagitta fuerit perpendicularis ad baſim dico piramidem eſſe erectā. cum vero inclinata dico etiam piramidem inclinatam. Cum autem fuerint duo circuli equales deſcripti in ſuperficiebus equidiſtantibus quos vna plana ſuperficies per eorum centra tranſiens ſecuerit fuerintq; continuate per lineam rectam due relatiue ſectiones duarum circumferentiarum ipſorum circulorum. Si linea hec in circumferentiis ipſorum circulorum equidiſtanter ſitui a quo moueri inceperit quousq; ad locum ſuum redeat circumducatur corpus quod a cuiua ſuperficie quam motu ſuo deſcribit hec linea & a duobus propoſitis circulis continetur: voco columnam rotundam. cuius axis ſiue ſagitta eſt linea recta centra duorum circulorum continuans. Et cum hec ſagitta fuerit perpendicularis ad ſuperficiem vtriuſq; duorum circulorum: dico columnam eſſe rectam. Cum vero fuerit ſuper baſim inclinata dico columnam eſſe inclinatam. Cūq; fuerint due rotunde piramides aut columne a quarum axibus egrediantur due ſuperficies ſuper baſes earum orthogonaliter erecte fuerintq; anguli quos axes & communes ſectiones harum ſuperficierum & baſium continent adinuicem equales: & fuerit proportio axis vnius ad axem alterius ſicut ſemidiametri baſis vnius ad ſemidiametrum baſis alterius: tunc illas duas piramides adinuicem aut illas duas columnas adinuicē dico ſimiles eſſe. His diffinitionibus poſitis demonſtrandum eſt q; omnium duarum rotundarum piramidum ſimilium columnarum verotūdarum ſimilium ſiue erecte ſiue inclinate fuerint eſt proportio vnius ad alteram ſicut diametri baſis vnius ad diametrum baſis alterius proportio triplicata quod de ſolis erectis demonſtratum eſt ad hoc autem premittimus antecedens neceſſarium.

## ¶ Caſtigator.

a' ¶ Diffinitio non dicit hoc ſed ex permutata proportio elicitur. Quoniam ſi proportio axis vnius ad diametrum ſiue baſis eſt ſicut axis alterius ad diametrum ſue baſis. Ergo permutatim axis vnius ad axem alterius ſicut diametri vnius ad diametrum alterius &c.

¶ Si fuerint due rotunde piramides adinuicem ſimiles vtrarūq; quarum due plane ſuperficies ſuper axem ſecent fuerintq; harum duarum ſuperficierum altera in vtraq; piramide ſuper baſim eius orthogonaliter erecta at arcus baſium inter illas duas ſuperficies contenti ſimiles: et ſūt anguli quos axes & due communes ſectiones baſium & earum ſuperficierum que ſuper




baſeos non ponuntur orthogonaliter erecte continent adinuicem equales.

¶ Sint due rotunde piramides.a.b.&.c.d.quarum baſes ſunt circuli.e.f.g.&.b.k.l.& axes due linee.a.b.&.c.d.& diametri baſium.e.g.&.b.l.centra baſium ſunt duo puncta.b.&.d.coni piramidum.a.&.c.ſimiles adinuicem:& ab earum conis ad ſuperficiem baſium protrahantur vt docet vndecimi libri.due perpendiculares que ſunt.a.m.&.c.n.& continuentur puncta.m.&.n.cum centris baſium protractis lineis.b.m.&.d.n.erit.q.ex 18.vndecimi ſuperficies.a.b.m.que egreditur ab axe.a.b.erecta ſup baſim piramidis.a.b.orthogonaliter.Eodem modo ſuperficies.c.d.n.que egreditur ab axe.c.d'.erit erecta ſuper baſim piramidis.c.d.orthogonaliter.Sint itaq; duo arcus.f.g.&.k.l.ſimiles & intelligatur due ſuperficies.a.b.f.c.d.k.egredi ab axibus & ſecare piramides.a.b.&.c.d.ſimiles.

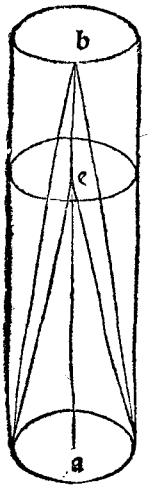
¶ Dico igitur duos angulos.a.b.f.c.d.k.eſſe adinuicem equales.Protrahantur.n.due linee.f.m.&.k.n.quia igit due piramides.a.b.&.c.d.ſunt ſimiles & due ſuperficies.a.b.m.c.d.n.ſtantes orthogonaliter ſup baſes egreduntur ab earum axibus:erit ex diffinitione ſimilium piramidum angulus.a.b.m.equalis angulo.c.d.n.& quia ex diffinitione linee ſupra ſuperficiem perpendiculariter erecte vterq; duorum angulorum.a.m.b.c.n.d.eſt rectus erunt ex.32.primi.&.4.ſexti duo primi trianguli.a.b.m.& c.d.n.laterum proportionalium vt proportio linee.a.b.ad lineã.c.d.ſicut.b.m.ad.d.n.& ſicut.a.m.ad.c.n.Et quia ex diffinitione ſimilium piramidum proportio axis.a.b.ad axem.c.d.eſt ſicut ſemidiametri.b.f.ad ſemidiametrum.d.k.erit ex.11.quinti.proportio.b.f.ad.d.k.ſicut.b.m.ad.d.n.Cunq; ſint duo anguli.f.b.m.&.k.d.n.equales eo q; duo arcus.f.g.&.k.l.ſunt ſimiles ex ypotheſi erit ex ſexta & quarta ſexti proportio.f.m.ad.k.n.ſicut.b.m.ad.d.n.ideoq; ſicut.a.m.ad.c.n.& quia iterum ex diffinitione linee ſuper ſuperficiem perpendiculariter erecte vterq; duo angulorum.a.m.f.c.n.k.eſt rectus:erit ex ſexta & quarta ſexti proportio.a.f.ad.c.k.ſicut.a.m.ad.c.n.ideoq; per.11.quinti ſicut.a.b.ad.c.d.& ſicut.b.f.ad.d.k.igitur ex quinta ſexti duo anguli.a.b.f.&.c.d.k.ſunt adinuicem equales quod eſt propoſitum. ¶ Idem probabis leuiter de rotundis columnis ſimilibus:hoc itaq; demonſtrato dico q; omnium duarum rotundarum piramidum ſimilium quecunq; fuerint ſiue erecte ſiue inclinate eſt proportio vnius earum ad alteram ſicut diametri ſue baſis ad diametrum alterius baſis proportio triplicata.Sint enim vt prius due rotunde piramides.a.&.b.quarum baſes ſunt circuli.a.&.b.& horum circulorum diametri ſint etiam.a.&.b.ſitq; proportio piramidis.a.ad corpus.c.ſicut diametri.a.ad diametrum.b.proportio triplicata.non erit igitur corpus.c.minus neq; maius rotunda piramide.b.Sit enim primo ſi poſſibile eſt minus quãtitate corporis.d.ita q; duo corpora.c.&.d.pariter accepta ſint quantum rotunda piramis.b.ab axe igitur piramidis.b.prodeat ſuperficies que ſit orthogonaliter erecta ſuper circulum.b.Sitq; cõmunis ſectio huius ſuperficiei & circuli.b.linea.e.f.tranſiens per centrum.b.que erit diameter circuli.b.& protrahatur intra circulum.b.alia diameter ſecans hanc orthogonaliter que ſit.g.h.Sicq; inſcribatur circulo.b.quadratum e.g.f.h.& rotũda piramide.b.intelligatur detrahi laterata piramis cuius baſis eſt quadratum circulo.b.inſcriptum:que vt probatum eſt ſupra maius erit dimidio rotunde piramidis.Et ex reſiduo eius detrahant piramides eius dẽ altitudinis conſiſtentes ſup trigonos portionũ circuli.b.& fiatq; hoc totiẽs quousq; reſiduũ ſit rotunde piramidis.b.minus corpore d.ex pria decimi.Eritq; ex conceptione laterata piramis detracta quã cõponunt laterate partiales piramides detracte maius corpore.c.tũc ergo p; deat ex axe piramidis.a.ſuperficies alia que ſit orthogonaliter erecta ſit per circulum.a.& ſit communis ſectio huius ſuperficiei & circuli.a.linea

k.l. que ob hoc erit diameter circuli .a. protrahatur autem in circulo .a. alia diameter secans hanc orthogonaliter que sit .m.n. sicq; inscribatur in circulo .a. quadratum .k.m.l.n. & diuidendo arcus portionum circuli .a. per equalia perficiatur in circulo .a. poligonium simile illi quod est inscriptum circulo .b. & ad singulos angulos huius poligonii demitte lineas rectas a cono piramidis .a. perficies super illud poligonium lateratam piramidem eque altam piramidi .a. hanc autem lateratam piramidem probabis esse similem laterate piramidi detracte .a. rotunda piramide .b. quod hoc modo facies produces axes cogitatione vel actu vtriusq; in vtrisq; piramidibus .a. & .b. & a centris basium protrahas lineas rectas ad omnes angulos inscriptorum poligoniorum. Eruntq; ex premisso antecedente omnes anguli quos continet axis piramidis .a. cum singulis lineis ductis a centro circuli .a. ad angulos poligonii sibi inscripti equales suis relatiuis angulis quos continet axis piramidis .b. cum singulis lineis ductis a centro circuli .b. ad angulos poligonii sibi inscripti. Et quia ex diffinitione totundarum piramidum similium proportio axis piramidis .a. ad axem piramidis .b. est sicut semidiametri circuli .a. ad semidiametrum circuli .b. sequitur ex sexta & quarta sexti & diffinitionibus similium superficierum & similium corporum q; due laterate piramides .a. & .b. sint similes. Cetera argue sicut prius in decima. constat itaq; de omnibus rotundis piramidibus similibus quod proportio earum sit sicut diametrorum suarum basium triplicata. & quia omnis columna rotunda est tripla ad suam piramidem. hoc enim sufficiebat esse demonstratum siue columne & siue piramides fuerint erecte siue inclinate sequitur ex .5. quinti vt etiam quarumlibet columnarum rotundarum similium sit proportio sicut suarum diametrorum triplicata.

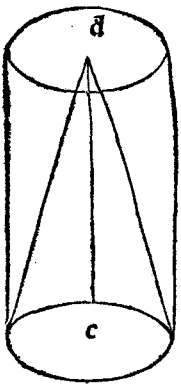
## Propositio .11.

OMnes duas rotundas piramides siue columnas eque altas suis basibus proportionales esse necesse est.

Supra duos circulos .a. & .b. statuantur vt prius due rotunde piramides eque alte que dicantur similiter .a. & .b. & due rotunde columne eque alte eisdem litteris ascripte .a. & .b. dico itaq; q; proportio duarum piramidum .a. & .b. duarumq; columnarum .a. & .b. est sicut duorum circulorum .a. & .b. quod de columnis manifestum erit si hoc prius de piramidibus demonstrabit omnis enim rotunda columna tripla est ad suam piramidem. de piramidibus autem constabit indirecta demonstratione hoc modo. Est enim ex communi scientia proportio rotunde piramidis .a. ad aliquod corpus sicut circuli .a. ad circulum .b. illud corpus sit .c. dico itaq; q; corpus .c. non potest esse maius neq; minus rotunda piramide .b. sit enim primo minus quantitate corporis .d. igitur circulo .b. inscribatur quadratum & detrahatur a rotunda piramide .b. piramis. laterata cuius sit basis quadratum circulo .b. inscriptum & ex portionibus piramidis detrahantur piramides super trigonos portionum circuli consistentes. fiatq; hoc totiens quotusq; sit ex piramide .b. residuum minus corpore .d. erit itaq; laterata piramis detracta quam componunt partiales piramides detracte maior corpore .c. Inscribatur ergo circulo .a. poligonium simile illi poligonio quod & basis laterate piramidis .b. & perficiatur super ipsum piramis laterata ductis lineis a vertice piramidis laterate .a. ad angulos poligonii inscripti. Eruntq; due laterate piramides .a. & .b. eque alte. hoc .n. est ppositū de rotundis tāre pportio laterate piramidis .a. ad laterată piramidē .b. est sicut basis eius ad basim illius videlicet sicut poligonii .a. ad poligoniū .b. hoc .n. demonstratum est in sexta huius. At vero poligonii .a. ad poligoniū.




12




b.est sicut circuli.a.ad circulum.b.quod manifestum est ex pria ẽ secũda huius:itaq; laterate piramidis.a.ad lateratam piramidem.b.sicut rotunde piramidis.a.ad corpus.c.quare permutatim laterate piramidis.a. ad rotundã piramidẽ.a.sicut laterate piramidis.b.ad corpus.c. cuncq; sit laterata piramis.b.maior corpore.c.sequitur lateratam piramidem.a.esse maiorem rotunda piramide.a.hoc autem impossibile est enim pars eius non erit ergo corpus.c.minus rotunda piramide.b. ¶ Si vero ponat aduersarius q̃ sit maius demonstrabimus rursum idem impossibile consequi erit enim per conuersam proportionalitatem proportio corporis.c. ad rotundam piramidem.a.sicut circuli.b.ad circulum.a.sit quoq; eadem rotunde piramidis.b.ad aliquod corpus quod sit.d. Cum igitur corpus c.sit maius rotunda piramide.b.per ypothesim erit ex.14.quinti rotunda piramis.a.maior corpore.d.itaq; proportio circuli.b.ad circulum.a. erit sicut rotunde piramidis.b.ad quoddam corpus minus rotunda piramide.a. Sed hoc demonstratum est prius esse impossibile.sic enim sequitur q̃ pars sit maior suo toto.non est igitur corpus.c.neq; minus neq; maius rotunda piramide.b.sed tantum equale.itaq; ex secunda parte septime quinti concludo propositum. Vt autem facilius inconcussum demonstraretur quod sequitur:ad ipsam est antecedens vtile premittendum quod est.

¶ Si superficies quedam rotundam columnam equidistater basi eius secuerit:erunt duo partialia corpora que ad illam secantem superficiem terminantur portionibus axis columne proportionalia.

¶ Simile est hoc ei quod ꝓposuit.25.vndecimi libri de solidis paralellogramis nec solum verum est hoc de columnis rotundis immo simpliciter de omnibus columnis siue laterate fuerint siue rotunde. Quod qui argumentationem prime sexti vel.25.vndecimi firmiter tenuerit facile demonstrare poterit:hic enim non aliter q̃ ibi ex diffinitione incõtinue proportionalitatis que posita est in prohemio quinti libri arguendum est,propositum. ¶ Attendere autem oportet q̃ quecunq; superficies secat columnam equidistanter basi ipsius secat etiam eam equidistanter superficiei basis eius oppositę.nam quecunq; superficies vni superficiei sunt eq̃ distantes ipse quoq; sunt equidistantes adinuicem vt ex his que dicta sunt ex decimasexta vndecimi libri didicisti quare manifestum est q̃ omnes rotunde columne quarum sunt bases equales altitudinibus suis sunt proportionales. Idem quoq; de lateratis.idem quoq; de piramidibus rotundis ẽ etiam de lateratis quod dẽ piramidibus constabit si prius de columnis probetur. Est enim omnis columna triplex ad suam piramidem. Rotunda quidem ex nona huius:laterata vero ex his que supra in octaua demonstrata sunt.

## Propositio .12.

Soue piramides rotunde siue columne fuerint equales siue bases ꝛ altitudines erunt mutue. Si vero fuerint bases ꝛ altitudines mutue fuerint ipsas piramides siue columnas equales ẽ necesse est.

¶ Altitudinem piramidum determinant linee a conis ad bases perpendiculariter descendentes:columnarum autem a suppremis earum superficiebus ad bases. Sint itaq; due rotunde piramides.a,b.ẽ.c,d.equales:dueq; rotũde columne.a.b.ẽ.c.d.equales sintq; communes bases tam pitamidum q̃ columnarum duo circuli.a.ẽ c.communes quoq; altitudines tam piramidum q̃ columnarum determinate per lineas.a.b.ẽ.c.d,dico q̃ proportio circuli.c.ad circulum.a.est sicut altitudinis.a.b.ad altitudinem.c.d.ẽ conuerso. Hoc autem si de columnis probatum fuerit de piramidibus certum erit:quoniam omnis columna rotunda tripla est ad suam piramidem. Si itaq; due altitudines

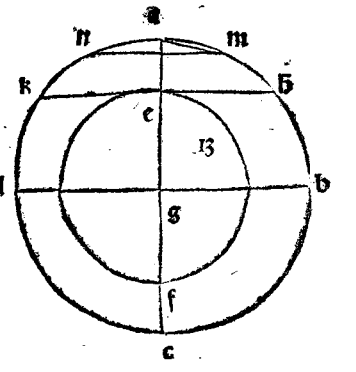
a.b.ꝫ.c.d. fuerint equales ex premissa constat propositum. Si aũt inequales sit. a.b. maior sumaturq; a.e. equalis. c.d. ꝫ secetur columna. a.b. a superficie. e. eq̃distãter basi eius. a. eritq; ex premisso antecedente columna. a.b. ad columnam. a.e. sicut altitudo. a.b. ad altitudinẽ. a.e. ideoq; ex pria pte 7. quinti columna. c.d. ad columnã. a.e. sicut altitudo. a.b. ad altitudinẽ a.e. quare p scdam ptem 7. quinti sicut altitudo. a.b. ad altitudinẽ. c.d. ex pmissa aũt ẽ columna. c.d. ad columnã. a.e. sicut circulus. c. ad circulũ a. itaq; p. 11. quinti est altitudo. a.b. ad altitudinem. c.d. sicut basis. c. ad basim. a. constat igit pria ps. ℣ scda conuerso mõ cõstabit eadẽ dispositione manẽte. Sit. n. vt basis. c. ad basim. a. sic altitudo. a.b. ad altitudinem. c.d. dico q; due columne. a.b. ꝫ. c.d. sunt equales. Erit enim ex secũda pte. 7. quinti altitudo. a.b. ad altitudinem. a.e. sicut basis. c. ad basim. a. ꝫ ga ex premissa columna. c.d. ad columnã. a.e. ẽ sicut basis. c. ad basim. a. ꝫ ex pmisso antecedente columna. a.b. ad columnã. a.e. sicut altitudo. a.b. ad altitudinẽ. a.e. seqtur ex. 11. quinti vt columna. c.d. ad columnam. a.e. sit sicut columna. a.b. ad eandem. a. ergo ex prima parte. 9. quinti due columne. a.b. ꝫ. c.d. sunt equales quare constat etam secunda pars.

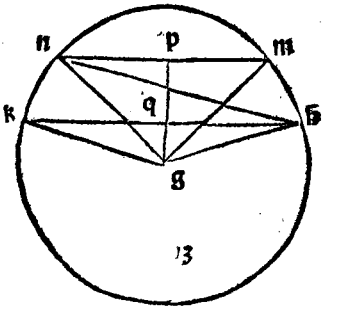
## Propositio .13.

Sim propositi fuerit duo circuli ab vno centro circũducti superficiem multiangulam equalium laterum circulum minorem minime tangentium intra circulum maiorem describere.

℣ Sint duo circuli. a.b. ꝫ. c.d. ꝫ. e.f. ab vno cõi centro qd sit. g. circũducti. dico q; intra maiorem. qui sit. a.b. ꝫ. c.d. possibile est vnum poligonium quod sit equilatez describi minorẽ circulũ q est. e.f. nullo suoꝝ latez tangens. quadrent. n. hi duo circuli duabus diametris sibi inuicem secantibus que sint. a.c. ꝫ. b.d. sitq; e.f. diameter minoris ps diametri. a.c. cui est diameter maioris. sicq; igitur a puncto. e. ducãt vtrinq; vsq; ad circũferentiam maioris linea orthogonaliter super diametrũ. e.f. que occurrat circũferentie maioris hinc qdem in puncto. h. inde vero in puncto. k. eritq; ex correlario. 15. tertii linea. h.c. k. cõtingens circulũ minorẽ. Postea vero quadrantẽ. a.b. maioris circuli diuide p equalia in puncto. l. ſm doctrinam 10. tertii: debinc rursus arcũ. a.l. p equalia ad punctũ. m. cui hoc pluries facto necessario tandem deueniet ad arcum qui minor erit arcu. a.h. sit hic. a.m. Hoc aũt idcirco necessarium est quia cum fuerint due quantitates inequales si a maiori earũ dematur eius dimidium. itẽq; a residuo dimidium possibile est hoc totiens fieri quousq; tandẽ minor minore ea relinquetur quem admodum in prima. 10. demonstratum est. Cum igit sic diuidendo ad arcum quantulumcũq; minorem. a.h. fuerit deuentum cuiusmodi ẽ arcus hic. a.m sumaꝫ arcus. a.n. eẽlis arcui. a.m. ducanturq; due linee. a.m ꝫ. n.m. Quia igit arcus. a.k. ẽ eẽlis arcui. a.h. qd ex scda p te tertie tertii ꝫ quarta primi ꝫ. 27. tertii manifestũ ẽ. Et ga arcus. a.n. ẽ eẽlis arcui. a.m. erit ex cõi scia arcus. n.k. eẽlis arcui. m.h. ergo due linee. m n. ꝫ. k.h. sunt eq̃distantes. Ergo linea. m.n. nõ poterit tãgere circulũ. e.f. ẽre multo fortius nec linea. a.m. ꝫt ipsum tãgere. ℣ Quoniã igit cõstat circulũ. a.b. c.d. dimisibilẽ ee p arcubus equales arcui. a.m. ideoq; p. 28. tertii simul cõstat intra ipsum circulũ posse chordulas eẽles chordule. a.m. cõtinue coaptari circulũ ipsum poligonie chordantes. manifestũ ẽ intra circulũ maiorẽ posse vnũ poligoniũ eqlatez cuius vnũ latus ẽ linea. a.m. Iscribi ꝫ ga linea. a.m. nõ cõtingit circulũ minorẽ patet ex pria pte. 13. tertii et diffinitione linearũ a centro circuli eẽliter eẽdistantium q inscriptum poligoniũ nullo latez suoꝝ tangit circulũ minore qd ẽ ꝓpositum.

℣ At qd dubitas duas lineas. m.n. ꝫ. k.h. ee. eq̃distantes cum sint due arcus. n.k. ꝫ. m.h. eẽles: hoc aũt incõcussam vitatẽ. sortitũ est q due linee circulũ vnũ nõ aũt se inuicẽ secantes: si ex circumferentia equales arcus hinc inde lineis ipsis intersint erunt eq̃distantes: due quidem a centro. g.



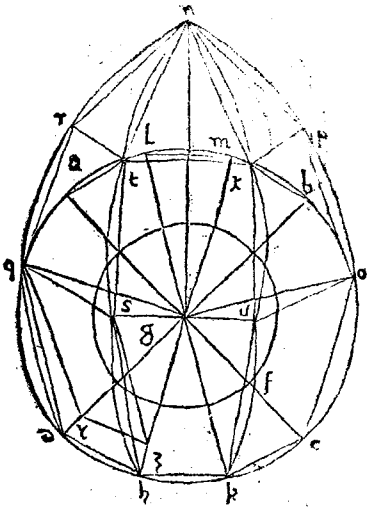
lineam .g.p. perpendicularem ad lineam .m.n. que fecet lineã .h.k. in pũcto .q. & protrahe lineas .g.m. g.n. g.k. g.h. & duobus arcubus .n.k. & .m.h. subtende duas cordas que etiam dicantur .n.k. & .m.h. erunt q; ex .28. tertii hee corde equales .n.k. & .m.h. eo q; arcus equales. Et per secundam partem tertie eiusdem tertii erit linea .n.p. equalis linee .m.p. cũ igitur vterq; duorum angulorum qui sunt ad .p. sit rectus ex diffinitione perpendicularis erit ex quarta primi angulus .n.g.p. equalis angulo .p.g.m. At vo per .8. primi angulus .k.g.n. est equalis angulo .h.g.m. itaq; per communem scientiam que est si equalibus equalia addas tota erunt equalia erit angulus .k.g.q. equalis angulo .q.g.h. ideoq; per quartam primi linea .k.q. erit equalis linee .q.h. quare per primam partem tertie tertii linea .g.q. erit perpẽdicularis ad lineam .k.h. igitur ex prima parte .28. primi due linee .n.m. & .k.h. sunt equidistantes & hoc est quod dubitare conquestus es. ¶ Hoc enim idem aliter demonstrare est possibile ducatur enim linea .n.b. erit q; ex vltima sexti angulus .b.n.m. equalis angulo .n.h.k. eo q; arcus .b.m. est equalis arcui .n.k. ideo ex .27. primi linea .m.n. erit equidistans linee .b.k. Conuersam quoq; si libuerit conuerso modo probabis si enim linea .m.n. est equidistans linee .b.k. erit arcus .n.k. equalis arcui .m.b. erunt enim ex prima parte .29. primi duo anguli .b.n.m. & .n.b.k. equales. ideoq; ex vltima sexti duo arcus .n.k. & .m.b. erunt etiam equales.

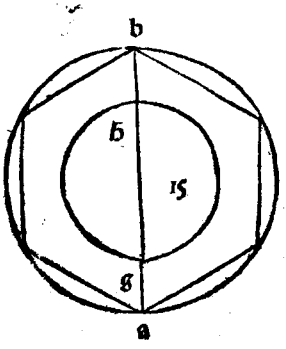
## Propositio .14.

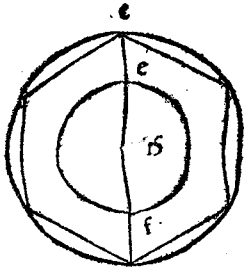
DUabus speris vnum centrum habentibus propositis intra maiorem earum solidum multarum basium superficiem minoris sphere minime tangentium figuraliter constituere. Quo constituto si in minori sphera siue in qualibet alia sphera simile corpus intelligibiliter constituatur erit proportio corporis multarum basium intra maiorem spheram cõstituti ad corpus multarum basium intra minorem sphẽram vel aliam constitutum sicut diametri maioris sphere ad diametrum minoris vel alterius sphere proportio triplicata.

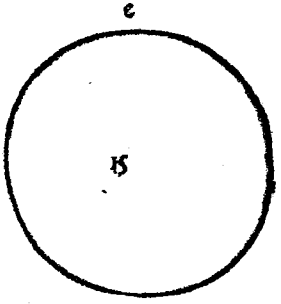
¶ Sint proposite due sphere .a.b.c.d. & .e.f. vnum atq; idem centrum quod sit .g. habentes & sit maior earum spera .a.b.c.d. minor vero sphera .e.f. volumus aũt intra maiorem earũ vnum corpus multarum basium constituere de quibus non intendimus q; ipse bases sint equales aut similes sed q; nulla earũ tãgat superficiẽ minoris sphere. Cum igitur hoc voluerimus facere secabimus simul vtranq; propositarum spherarum vna plana superficie per commune centrum earum transeunte et erunt q; ex diffinitione sphere & diffinitione circuli communes sectiones huius secantis superficiei & superficierum spherarum propositarum linee continentes circulos. sint itaq; duo circuli .a.b.c.d. & .e.f. quorum centrum est centrum sphere de quo propositum est quod ipsum sit .g. Quadrabimus igitur hos duos circulos duabus diametris se supra commune centrum eorum orthogonaliter secãtibus que sint .a.c. & .d.b. postea maiori circulo scilm precepta premisse inscribemus vnum poligonium equilaterum nullo siorum laterum tangens minorem circulum. Et sufficiat exempli causa inscripsisse duodecagonũ equilaterum ita q; in quadrante ipsius maioris circuli q; è .c.d. sint tria latera huius duodecagoni que sint corde .d.h.b.k. & .k.e. que cum sint equales erunt quoq; ex prima parte .27. tertii arcus earum equales. Deinde a duobus punctis .b. & .k. que sunt extremitates medie corde producemus duas diametros que sint .b.m. & .k.l. & super centrum .g. erigemus lineam .g.n. perpendicularem ad superficiem circuli .a.b.c.d. quam producemus quousq; obuiet superficiei spheremaioris super punctum .n. ¶ Deinde intelligam quatuor superficies secantes

spheras propositas: quarum vnaqueq; secet eas super lineam. g.n. sed prima earum supra lineam. g.n. & diametrum. d.b. secunda super lineam g.n. & diametrum. h.m. tertia vero super lineam. g.n. & diametrum. k.l. quarta autem super lineam. g.n. & diametrum. c.a. Eruntq; ex diffinitionibus sphere & circuli communes sectiones harum superficierum & superficiei spheremaioris linee continentes circulos & erunt portiones inscripte vt inter punctum. n. & quatuor puncta que sunt. d.h.k.c. quadrantes horum circulorum qui quadrantes sunt. d.n.h. h.n. & k.n. & c.n. hoc autē ideo euenit eo q; oēs anguli quos continet linea. g.n. cū vnaquaq; diametrorum protractarum in superficie circuli. a.b.c.d. sunt recti ex diffinitione linee perpendicularis ad superficiem. Recti vero anguli in cētro quarte circumferentie subtenduntur. quod ex vltima sexti euidenter apparet. Ex diffinitione autem circulorum equalium manifestum est q; vnus quisq; horum quatuor circulorum est equalis circulo. a.b.c.d. Nam diameter oīum ipsorū est diameter sphere maioris. igit̄ per. x. ḡnti quadrātes eorum sunt equales: quare quinq; arcus qui sunt. d.n. h.n. k.n. c.n. & d.c. sunt equales. In vnoquoq; ergo quatuor quadrātium circulorum erectorum coaptentur ypothemisales chorde quarum quelibet sit equalis chorde circuli prostrati que sunt latera poligonii sibi inscripti & est vna earū corda. d.h. sintq; in primo quidem. d.q.q.r. & r.n. in secundo vero. h.s.s.t. & t.n. in tertio autem. k.u.u.x. & x.n. & in quarto sint. c.o.o.p. & p.n. & protrahantur corausta coniungentes capita ypothemisalium chordarū que sint. q.s.s.u.u.o. & r.t.t.x.x.p. Vides igitur quarte parti superioris hemisperii maioris sphere que quidem quarta pars est. d.n.c. inscriptum eē corpus. 9. basium quarum tres que coeunt in puncto. n. sunt triangule. cetere autem sunt quadrangule. sunt q; harum quadrangularum superficies cum ypothemisalia latera equalia. sed non equidistantia. Corausti autē inter quosq; duos circulos intercepti sunt equidistantes. adinuicē & chorde circuli prostrati sed non sunt adinuicē equales. ¶ Hoc autem scies si pendiculares a corausorum extremitatibus ad superficiem circuli iacentis demiseris. de quibus constat q; ipse cadēt super diametros circulorum quos corausti cotinuant quod ex demonstratis in. 13. u. facile deprehendes. Verbi gratia. Sint a duobus terminis corausti. q.s. demisse due ppēdiculares. q.y. & s.s. cadentes in diametris. d.b. & h.m. & protrahantur linee. q.d.n.h. & y.s. eruntq; ex quarta sexti quo triangli. q.y.d. & s.s.h. similes quare proportio duarum perpendicularium. q.y. & s.s. erit sicut duarum cordarum. q.d. & s.h. cunq; sint corde equales erunt etiam & perpendiculares equales. At ipse sunt equidistantes ex. 6. 11. ergo ex. 33. primi corausus. q.s. est equalis & equidistans line. y.s. & quia ex secunda parte secunde sexti linea. y.s. est equidistans corde. d.h. & ideo minore ea sequitur ex. 9. vndecimi vt corausus. q.s. sit etiam eq̄distans corde. d.h. & minor ea ex 8 conceptione. Cum itaq; corde que sunt latera poligonii inscripti circulo iacenti & ipse sint omnes equales corde. d.h. non tangent spheram minorem: necesse est vt nullum latus harum basium corporis inscripti siue quadrangule sint siue trigone tangat eandem minorem spheram cum omnia hec latera sint ipsis cordis equalia aut miora. Simpliciter aūt dico q; nulla etiam harum basium de quibus omnibus manifestum est ex secunda parte secunde. u. q; ipse sunt tote in superficie vna pōt aliquo sui puncto contingere minorem spheram eo q; omnis linea recta ducta super quemlibet punctum cuiusq; earum equidistanter corausso minor est necesario corda prostrati circuli. Si igitur connexitates aliarum quarum maioris sphere tam superioris hemisperii q̄ inferioris ad eius similitudinem quadrilateris trilateriq; superficiebus subtexantur: eritq; maiori sphere corpus. 72. basium superficiem minoris sphere minime tangentium quēadmodū ꝓpositum fuerat inscriptū. Dico insup q; si i alia q̄






libet ſphera ſimile corpus ſtatuatur erit proportio vnius ad alterum ſicut diametri vnius ſphere ad diametrum alterius triplicata. Erunt enim .12. baſes vtriuſq; corporis, baſes totidem lateratarum piramidum quarum omnium vertices erunt in centris ipſarum ſpherarum has autem piramides perficies. ſi a ſingulis angulis inſcriptorum corporum qui ſunt extremitates cordarum & coranſtorum lineas ad centra ſpherarum produxeris. Stude itaq; ex diffinitione ſimilium corporum probare cunctas ſpiramides vnius eſſe ſimiles ſuis relatiuis piramidibus alterius. Quo probato erit ex .8. huius proportio vniuscuiusq; earum ad ſuam relatiuam alterius ſicut ꝓportio ſemidiametrorum ſpherarum ipſarum triplicata. ſunt enim ſemidiametri ſpherarum latera cunctarum piramidum. At quia ſemidiametrorum & diametrorum eſt ex .15. quinti vna proportio ex .15. eiusdem facile concludes propoſitum.

Caſtigator.

¶ Cum poligonium deſcriptum ſecundum quantitatem linee .y. ſit pars poligonii deſcripti ſecundum quantitatem linee .x. vtrobique diuiſa patet intuenti. quoniam diametri ſuorum circulorum quibus imaginatur inſcribi ſunt inequales &c.

## Propoſitio .15.

OMnium duarum ſperarum eſt ꝓportio alterius ad alteram tanquam ſue diametri ad diametrum alterius proportio triplicata.

¶ Sint due ſpere .a.b. & .c.d. quarum diametri ſint .a.b. & .c.d. dico q; proportio earum eſt ſicut ſuarum diametrorum proportio triplicata. Cuius demonſtratio eſt quoniam neq; ad minorem ſpheram q̄ ſit ſphera .c.d. neq; ad maiorem eſt proportio ſphere .a.b. ſicut diametri .a.b. ad diametrum .c.d. triplicata. Eſto quidē ꝓportio ſphere .a.b. ad ſpherā .e.f. ſicut diametri .a.b. ſphere .a.b. ad diametrum .c.d. triplicata: demonſtrabo itaq; q; ſphera .e.f. non poteſt eſſe minor neq; maior q̄ ſphera .c.d. Si enim affirmet aduerſarius eam eſſe minorem imaginabor eā includi a ſphera .c.d. & circūdici ab eodem centro & inſcribam ſphere .a.b. corpus multarum baſium ſpheram .e.f. minime tangentium quod iam dicatur .c.d. & inſcribam .a.b. corpus multarū baſiū ſimile corpori multarū baſiū .c.d. qđ & noīe ſue ſphere dicat .a.b. Et ſphere .c.d. aliud huic ſimile qđ & dicat noīe ſue ſphere .c.d. vt in ꝓmiſſa oſtenſum eſt. conſtat itaq; ex ſcda parte premiſſe & .a. quinti q; proportio ſphere .a.b. ad ſpheram .e.f. eſt ſicut corporis multarum baſium quod eſt .a.b. ad corpus multarum baſium: quod eſt .c.d. vtraq; enim eſt ſicut diameter .a.b. ad diametrum .e.d. triplicata: hec aūt ex ypothe. illa vero ex ſecunda parte premiſſet quare permutatim proportio ſphere .a.b. ad corpus multarum baſium .a.b. eſt ſicut ſphera .e.f. ad corpus multarum baſium .c.d. Cum igitur ſphera .a.b. ſit maior corpore multarum baſium .a.b. erit etiam ſphera .e.f. maior corpore multarum baſium .c.d. hoc aūtem eſt impoſſibile. nā ipſa eſt ps eius nō̄ē. ergo ſphera .e.f. minor ſphera .c.d. Si autem dicat aduerſarius eſſe maiorem conſtabimus ipſum hoc modo: erit enim per conuerſam proportionalitatem ſphera .e.f. ad ſpherā .a.b. ſicut diametri .c.d. ad diametr̄. .a.b. triplicata. ſit itaq; eadē ſphere .e.f. .c.d. ad ſpherā .g.h. erit q; ex .14. quinti ſphera .g.h. minor ſphera .a.b. eo q; ſphera .c.d. poſita e minor ſphera .e.f. & ꝑportio ſphere .c.d. ad aliquā ſpherā minorē ſphera .a.b. ē ſicut diametri .c.d. ad diametr̄. .a.b. triplicata. At hoc eſt impoſſibile: nam ex hoc ſequitur q; pars ſit maior ſuo toto vt demonſtratū eſt prius. itaq; ſphera .e.f. non eſt maior neq; minor q̄ ſphera .c.d. igitur ex .7. quinti concludo propoſitā concluſionem que imponit finem libro duodecimo.

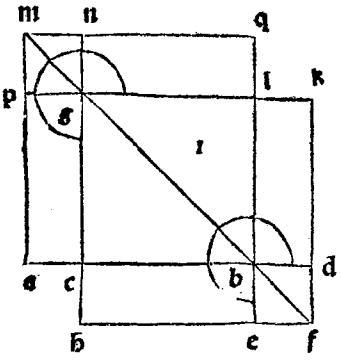
Explicit liber duodecimus.

¶ Liber tertiusdecimus Euclidis de admiranda vi linee secundum proportionem habentem medium duoꝝ extrema diuise z quinqꝫ coꝛporum regularium formatione ex perfecta Lampani traductione. Magistro Luca Paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minorum castigatore optimo Incipit.

## Propositio .1.

Si in diuisa fuerit linea secundum proportionem habentem medium duoꝝ extrema: si maiori portioni linea in longum addatur equalis dimidio ipsius linee proportionaliter diuise: quadratum linee ex eis duabus composite ꝙdrati medietatis eiusdem linee diuise quinquplum esse necesse est.

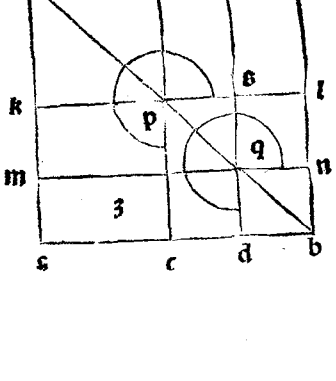
¶ Sit linea a.b. diuisa in puncto c. q̃ ut docet 11. sexti. ꝛ̃ sit maior portio eius linea a.b. et cui b.c. directe adiungatur linea b.d. que sit equalis medietati totius a.b. dico ꝙ quadratum linee c.d. erit quinquplum ad quadratum linee b.d. Quadrabo enim lineam b.d. ꝛ̃ sit eius quadratum d.e. ꝛ̃ circumponam huic quadrato gnomonem secundum quantitatem linee b.c. protracta diametro f.b.g. siq; circumpositus gnomo e.g.d. erit q̃ ex 22. sexti superficies inde composita que sit h.k. tanq̃ quadratum linee c.d. Dico igitur quadratum h.k. quinquplum esse ad quadratum d.e. Sit igitur e.l. quadratum circumpositi gnomonis sibi ꝛ̃ circumponatur alius gnomo ad quantitatem linee a.c. protracta diametro f.b. vsq; ad. m. siq; hic gnomo c.m.l. ꝛ̃ protrahantur latera c.n. ꝛ̃ p. equidistanter lateribus oppositis secantes se super diametrum f.m. in puncto .g. Manifestum est autem ex 22. sexti ꝙ compositum ex hoc secundo gnomone ꝛ̃ quadrato e.l. ꝛ̃ ipsum quadratum sit a.q. est quadratum linee a.b. quod ex quarta secũdi necesse est esse quadruplum ad quadratum d.e. ep g. linee b.d. est medietas linee a.b. cum sit ex prima parte 26. sexti superficies a.n. ideoq; per 43. primi superficies m.l. equalis quadrato c.l. prouenit enim a.n. ideoq; ꝛ̃ m.l. ex b.a. in a.c. ꝛ̃ c.l. prouenit ex c.b. in se ꝛ̃ cum ex prima sexti sit a.l. dupla ad l.d. ideoq; equalis l.d. ꝛ̃ c.e. pariter acceptis ex 43. primi erit ex hac cõmuni scientia si equalibus equalia addas tota fient equalia: quadratum a.q. equale gnomoni e.g.d. hic ergo gnomo quadruplus est ad quadratum d.e. quemadmodum erat quadratum a.q. itaq; totum quadratum h.k. cum ipsum consteat ex simplo ꝛ̃ quadruplo erit ex cõmuni scientia quinquplum ad idem quod est propositum. Idem aliter ex quarta secundi constat ꝙ quadratum linee a.b. est quadruplum ad quadratum linee b.d. At per secundam eiusdem quod fit ex a.b. in b.c. ꝛ̃ in a.c. est equale quadrato a.b. quod autem ex a.b. in b.c. equum est ei quod ex b.d. bis in b.c. quod ex prima secundi manifestum est cum a.b. sit dupla ad b.d. At vero quod ex a.b. in a.c. est ex prima parte 16. sexti equale quadrato b.c. itaq; per communem scientiam quod fit ex b.d. bis in b.c. ꝛ̃ quod ex b.c. in se est eq̃le quadrato a.b. ꝛ̃ ideo est quadruplum ad quadratum b.d. quare superaddito quadrato b.d. erit totum aggregatum quinquplum ad quadratum b.d. videlicet illud quod fit ex b.d. bis in b.c. cum quadrato b.c. ꝛ̃ quadrato b.d. at quia ex quarta secundi hoc totum est equale quadrato c.d. constat verum esse quod diximus.




## Propositio .2.

Si cuilibet linee bipartite cuius quadratū quadrati alterutrius suarum portionum sit quincuplum in longum sibi linea addatur donec eidem portioni reliqua portio cum addita linea fiat duplex: eadem duplex linea scōm proportionem habentem mediū ouoq; extrema diuisa erit maioq; portio eius erit linea media.

¶ Hec est conuersa premisse duplici quoq; modo sicut illa demonstrabilitat via retrograda eadem prius manente dispone. verbi gra. sit quadratum .h.k. quincuplum ad quadratum .d.e. ¶ linea .a.b. dupla ad lineam b.d. dico q; linea .a.b. diuisa est in puncto .c. scm proportionem habentem medium ¶ duo extrema ¶ maior portio eius est linea media vt est .c.b. Constat aūt ex .4. secundi q; quadratum .a.q. quadruplum est ad quadratum .d.e. it. q; gnomo .g.d.e. equalis est quadrato .a.q. quare duo supplementa .l.d. ¶ .c.e. pariter accepta sunt quantum gnomo .c.m.l. A tq; eadem suppl. entia partes accepta sunt ex prima scd; quantum .a.l. ideoq; quantum .c.q. sequitur q; .c.q. sit equalis gnomoni .c.m.l. dempta igit ab vtroq; superficie .l.n. erit quadratum .c.l. equale superficiei .a.n. cum igitur fiat superficies .a.n. ex .a.b. in .a.c. sit aūt quadratum .c.l. quadratū linee .c.b. erit ex scda parte .16. sexti proportio .a.b. ad .b.c sicut .b.c. ad .c.a. ex diffinitione ergo linee scm proportionem hītem medium ¶ duo extrema diuise posita in principio sexti libri cōclude pposītū. ¶ Item aliter cum quadratū .c.d. sit ex ypothesi quincuplū ad quadratum .b.d. quadratum vero .a.b. sit ex quarta secūdi quadruplū ad idem. at quadratū .c.d. sit ex eadem equale quadrato .a.b. ¶ quadrato .b.d. ¶ ei q; fit ex .b.d. bis in .c.b. sequitur vt illud q; fit ex .b.d. bis in .c.b. cum quadrato .c.b. sit equale quadrato .a.b. scilicet ex .b.d. bis in .c.b. tm̄ est quantum q; ex .a.b. in .b.c. eoq; .a.b. dupla est ad .b.d. ergo quod fit ex .a.b. in .b.c. cū quadrato .b.c. est equale quadrato .a.b. ¶ quia ex cōi sciencia vt quadratum linee .b.c. sit equale ei quod fit ex .b. in .a.c. igitur ex secunda parte .16. sexti ¶ diffinitione cōstat pposītum.




## Propositio

Cum diuisa fuerit linea secundum proportionem habentem medium ¶ duo extrema si minor portio tanq; dimidium maioris ducatur in se vt quadratum inde componatur quincuplum fit quadratum quod ex ipsa maioris medietate proportionis describitur.

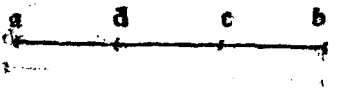
¶ Sit linea .a.b. diuisa in puncto .c. secundum pportionem hītem medium ¶ duo extrema sitq; eius maior portio linea .c.b. q; dimidiat p equalia in .d. dico q; quadratum linee .a.d. est quincuplum ad quadratum linee .d.b. describatur enim quadratum .a.b. quod sit .a.e. in quo protrahatur diameter .b.f. ¶ linee .g.c. ¶ .d.h. item q; .k.l. ¶ .m.n. equidistanter lateribus ad positis secantes se inuicem super diametrum in duobus punctis .p. ¶ .q. extra diametrū in duobus aliis locis .r. ¶ .s. manifestū igitur est ex .11. sexti vel ex corolario quarte secundi q; oēs superficies existentes in quadrato .a.e. quas diameter diuidit per medium sunt quadrate et quatuor autem superficies que sunt .a.r. .m.p. .p.b. ¶ .s.e. constat ex .43. primi ¶ prima sexti adinuicem eē les. nam due postreme .p.b. ¶ .s.e. sunt adinuicē equales per prima sexti quoniā igit ex pīti ypothesi ¶ diffinitione linee scm q; pportionem hītem medium ¶ duo extrema diuisa est linea .a.b. in .c. ¶ pma parte .16. sexti quadratum .c.l. est eē les superficiei .a.g. id est gnomoni .r.s.f. pp ad quod superficies .a.r. est equalis superficies .p.b. ¶ quadratum ex quarta secundi quadratum .c.l. est quadruplum ad quadratum .r.f. ergo est tanq; quadratum linee .c.d. sequitur ex cōi sciencia q; quadratum linee .d.b. sit quincuplum quadrati .r.f. cōstat enim ex gnomone quadruplo ¶ .f. simplo. hoc aūt est propositū. ¶ Idem aliter cum sit linea .b.c. diuisa equalia in pūcto .d. ¶ addita est ei linea .a.c. erit ex .6. secundi quod fit

a.b.in.a.c.cum quadrato.c.d.interiacentis equale quadrato.a.d.at quia quod fit ex.a.b.in.a.c.equale est quadrato.c.b.ex prima parte.16.sexti: hoc aũt est quadruplum ad quadratum.c.d.manifeste patet veritas eius quod dr. Potes quoq, si libet ẽt duplici modo ex consequente huius sũ iam concludere processu retrogrado. Sit.n.eadem dispositione manente quadratũ.m.b.qnquplũ ad quadratũ.r.s.erit q. gnomo.r.f.s.eqle ẽ quadrato c.l. Vtrũq, n.ẽ quadruplũ ad ẽdratũ, r.s.at ga superficies.a.g.ẽ equalis gnomoni predicto necesse est vt superficies eadẽ sit equalis quadrato predicto.q̃ re ex secũda parte.16.sexti ẽ diffinitione linea.a.b.ẽ diuisa in punctο.c.fm proportionem hñtem medium ẽ duo extrema: ẽ maior portio eius est linea c.b. ¶ Idẽ aliter cũ sit ex ypothesi quadratũ linee.a.d.quincuplũ ad quadratum linee.c.d.ẽ ex.6.secũdi. idem ipsum quadratum sit equale ei quod fit ex.a.b.in.a.c.cũ quadrato.c.d.sit quincuplum ad idem quadratũ.c.d. ideoq, eo dempto erit residuum videlicet quod fit ex.a.b.in.a.c.quadruplum ad ipsum ẽ ga ẽt ex quarta secundi quadratum linee.c.b.est dr̃a duplum ad idem necesse est vt quod fit ex.a.b.in.a.c.sit equale quadrato.c.b.quare ite, ex secũda pte.16.sexti ẽ diffinitione linea.a.b.est diuisa fm proportionẽ hñtem medium ẽ duo extrema in punctο.c.ẽ maior eius portio est linea.c.b.

## Propositio .4.

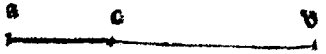
SI secundum proportionem habentem medium ẽ duo extrema quelibet linea fuerit diuisa eiqꝫ in lõgum dirẽcte tanqꝫ maior sectio adiiciatur: erit tota linea inde compositam fm proportionem habẽtem medium ẽ duo extrema diuisam esse, ẽ erit eius maior portio linea prima.

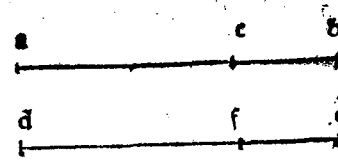
¶ Sit linea.a.b.diuisa qua fuppoñ proportionẽ in punctο.c.ẽ sit eius maior portio.r.b.totiq, a.b.adiiciat dirẽcte linea.b.d.ẽ sit equalis.c.b.dico q̃ tota.a.d.eadẽ proportiõe diuisa est in punctο.b.ẽ maior eius portio ẽ linea.a.b.q̃ est linea prima. Est.n.ex diffinitiõe.a.b.ad.b.c.sicut.b.c.ad.c.a. iam ga ex septima quinti.a.b.ad.b.d.sicut ad.b.c.igit ex vndecima eiusdẽ.a.b.ad.b.d.sicut.b.c.ad.c.a. Quare p cõuersam proportiõalitatẽ.b.d.ad.b.a.sicut.a.c.ad.c.b.ẽ cõiunctim.d.a.ad.a.b.sicut.a.b.ad.b.c. Cũq, sit ex septima quinti.a.b.ad.b.c.sicut ad.b.d.erit ex vndecima eiusdem.d.a.ad.a.b.sicut.a.b.ad.b.d. Itaq, ex diffinitione linearum diuisarum est in punctο.b. fm proportionem hñtem medium ẽ duo extrema ẽ maior portiõ eius ẽ linea.a.b.quod est propositum. Eodem quoq, modo si ex maiori portione cuiuslibet linee secundum predictam proportiõem diuise tanq̃ minor portio detrahatur: erit ipsa maior portio secundum eandem proportionẽ diuisa. eritq, maior portio eius linea detracta. verbi gra. Sit lia.a.b.si aut proponitur in punctο.c.diuisa sitq, maior portio.a.c.a qua detrahatur c.d.equalis.c.b.dico q.a.c.est diuisa fm proportionem eandem in punctο.d.ẽ q̃ maior portio eius est linea.d.c. Cũ enim sit ex diffinitione.b.a.ad.a.c.sicut.a.c.ad.c.b. At ex septima quinti.a.c.ad.c.b.sicut ad.c.d. erit ex vndecima eiusdem.b.a.ad.a.c.sicut.a.c.ad.c.d. ideoq, p.19. quinti sicut.c.b.residuum ad.d.a.residuum. Sed ex septima eiusdem.c.b.ad d.a.sicut.c.d.ad.d.a. itaq, a.c.ad.c.d.sicut.c.d.ad.d.a. ex diffinitione ergo constat quod diximus. Nec igitur ea quam auctor proponit additio nec ea quam ex opposito proponimus detractio quantumcunq, vtralibet in prolixum tendat a proprietate diuisionis linee primitiue discordat.




## Propositio .5.

SI secundum proportionem habentem medium ẽ duo extrema quelibet linea fuerit diuisa quod ex tota linea, quodqꝫ ex minori portione producitur ambo quadrata pariter accepta triplum sunt eius quod ex maiore portione quadratum describitur.






¶ Sit linea .a.b. diuisa per sepe dictam proportionem in puncto.c. sitq; maior portio eius linea.c.b. dico q̄ quadrata duarum linearum .a.b. ℈.c.a. pariter accepta triplum sunt ad quadratum linee.c.b. Hec enim duo quadrata pariter accepta sunt ex septima secundi quantum quadratum .c.b. ℈ duplum eius quod fit ex .a.b. in .a.c. Item q; quia quod fit ex .a.b. in .a.c. est equale quadrato .c.b. ex diffinitione ℈ prima parte .10. sexti: manifestum est propositum.

## Propositio .6.

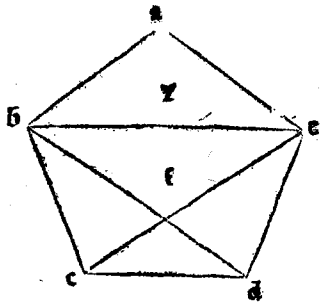
Omnis rationalis linee secūdum proportiones habentem medium ℈ duo extrema diuise vtrāq; portionem residuum esse necesse est.

¶ Sit linea .a.b. secundum solitam proportionem diuisam in puncto .c. rationalis. dico q̄ vtraq; portio eius est residuū. Sit enim maior eius portio .a.c. cui directe adiciatur .d.d. equalis dimidio totius .a.b. erit etiam .d.a. rationalis ex .6. decimi libri ℈ diffinitione. Constat autem ex prima huius q̄ quadratum linee .d.c. quinquies est ad quadratum linee .d.a. igitur linea .d.c. est communicans linee .d.a. in potentia ex diffinitione. sed non in longitudine ex vltima parte .7. decimi quare per .98. decimi linea .a.c. est residuū cum due linee .c.d. ℈ .d.a. sint ambe rationales potentialiter tantum communicantes. ℈ quia iterum si ad lineam rationalem .a.b adiungatur superficies equalis quadrato linee .a.c. que ē residuum erit latus eius secūdū linea .c.b. ex prima parte .16. sexti necesse est ex .92. decimi vt linea .c.b. sit residuum primum. quare constat propositum. Amplius autem si linee sic diuise vt proponitur maior portio fuerit rationalis: erit minor residuum verbi gratia. sit vt prius .a.b. diuisa in .c. secundum dictam proportionem ℈ maior portio eius que est .a.c. sit rationalis que diuidatur per equalia in .d. eritq; ex tertia huius quadratum .d.b. quinquplum ad quadratum .d.c. at quia .d.c. est rationalis cum ipsa sit dimidium .a.c. sequitur vt due linee .d.b. ℈ .d.c. sint rationales potentialiter tantum communicantes quare vt prius linea .c.b. est residuum. at vero si linea rationalis in potentia tantum secundum proportionem habentem medium ℈ duo extrema diuidatur adhuc necesse est vt vtraq; portio eius sit residuum. Sit enim .a.b. rationalis in potentia tantum diuisa sicut proponitur in puncto .c. ℈ sit maior aliqua rationalis in longitudine que sit .d.e. que etiam diuidatur in .f. secundum predictam proportionem. Manifestum est igitur ex secunda .14. libri que sine cuiuslibet alicuius eorum que sequuntur inconuenientia demōstratione roborat q̄ pportio .a.b. ad .d.e. est sicut .a.c. ad .d.f. ℈ sicut .c.b. ad .f.e. Cum ergo .a.b. cōstet cū .d.e. sit in potentia sequit ex prima pte .10. decimi q̄ .a.c. cōstet cū .d.f. ℈ .c.b. cū .f.e. in potentia. Et qa vtraq; portio linee .d.e. est residuum vt patet ex predictis sequitur ex .98. decimi vt vtraq; portio linee .a.b. sit et residuum sed nō eiusdem speciei vt ibidē demōstratum est. Quare cōstat q̄ omnis linee rōalis in lōgitudine vel in potentia tm̄ secundum pportionem hūtem medium ℈ duo extrema diuise vtraq; portio erit residuum. Et nota q̄ prima pars p̄tis demonstratiōis qua demonstrat q̄ maior portio linee diuise secūm pportiōem hūtem medium ℈ duo extrema sit residuū si tota linea sit rōalis procedit ex sufficientibus siue tota linea ponatur rōnalis in longitudine siue in potentia tm̄. Secunda vo pars qua demonstrat hoc de minori portione q̄ ipsa quoq; sit residuum si tota est rōalis non procedit ex sufficientibus nisi tota sit rōnalis in longitudine. Tertia aūt pars q̄ probatur q̄ minor portio est residuum sufficiēter procedit sine maior portio sit rōnalis in longitudine siue in potentia tm̄. Ad concludendum igr de maiori portiōe linee p̄dicto modo diuise q̄ ipsa sit residuū sufficit ponere totam lineam diuisam esse rōnalem in potentia tm̄. sed ad cōcludēdum quoq; hoc de minori portione mediante maiore sufficit ponere portionē maiorem similiter rōnalem in potentia tm̄. sed ad cōcludendum hoc de minori portione mediāte tota necesse est ponere totā lineam esse rōnalem in longitudine aut vtēdum est secunda .14. libri quēadmodū dcm̄ē.

## Propositio .7.

Si quis pentagonus tres equos angulos habens fuerit equilaterus equiangulus quoq; idem pentagonus esse probatur.

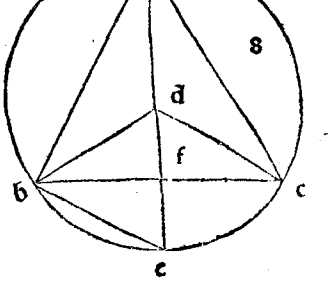
Sit pentagonus.a.b.c.d.e.equilaterus.sintq; alibet tres eius anguli siue continue siue incontinue:sumãtur adinuicem eqles & sint prius incõtinue sumpti.sintq; anguli.a.c.d. illi tres qui ponuntur adinuicẽ eqles dico totũ pentagonum eẽ equiangulum.His angulis subtendantur chorde.b.e.b.d.& e.c.& totus pentagonus diuidatur in trigonũ & quadrilaterũ cuius due diagonales sint chorde duorum proximorum eqlium angulorũ secantes se intra quadrilaterũ ipsum in puncto.f.eritq; p quartam primi basis.b.e.equalis basi.b.d.& angulus.a.e b.equalis angulo.c.d.b. Cũq; p quintã primi angulus.b.e.d sit equalis angulo.b.d.e.eo q; duo latera.b.e.& b.d sint equalia.erit ex cõi scia totalis angulus.e.eqlis totali angulo.d. Silr ꝓbabis totalẽ angulum.b.esse equalem angulo totali.c. Est n.per quartam primi basis.b.e.equalis basi.c.e. & angulus.a.b.e.equalis angulo.d.c.e.per quintam aũt eiusdẽ.s.primi est angulus.e.b.c.eqlis angulo.e.c.b.igit ex cõi scia totalis angulus.b.ẽ eqlis totali angulo.c. Sint itaq; tres anguli.b.c.d.cõtinue sumpti equales & sic quoq; erit pentagonus equiangulus:erit enim ex.4.primi basis.b.d.equalis basi.c.e.& angulus.c.d.b.angulo.d.e.c.& angulus.b.d.c angulo.e.c.d quare per sextam primi due linee.c.f.& f.d.erunt equales cum duo anguli trianguli f.c.d.qui sunt ad basim.c.d.sint equales. Igitur ex hac cõi scia si ab eqlibus erit linea.f.b.equalis linee.f.e.erat enim tota.b.d.equalis toti.c.e.ideoq; per quintã primi erit angulus.f.b.equalis angulo.f.e.b.ꝑ eãdem aũt est angulus.a.b.e.equalis angulo.a.e.b. Itaq; per cõem scíam angulus.b.totalis est equalis angulo.e.totali tres enim partiales anguli cõponentes vnũ sunt equales tribus ptialibus cõponentibus alium vnusq; sq; suo relatiuo. Manifestum est igitur q; tres anguli.e.b.c.non continue sumpti in proposito pentagono sunt equales. Cum aũt sic demõstratũ est totum pentagonum esse equiangulum vtrolibet ergo mõ cõstat ꝓpositum.




## Propositio .8.

Omnis trianguli equilateri quod a latere suo quadratum describitur triplum est quadrato dimidii diametri circuli a quo triãgulus ipse circũscribitur.

Sit triãgulus.a.b.c.equilaterus cui circumscribatur circulus.a.b.c.supra centrum.d.quemadmodum docet quinta quarti libri & protrahatur in eo diameter.a.d.e.dico ergo q; quadratũ linee.a.b.triplum est ad quadratum semidiametri.a.d. Ducãtur.n.due linee.b.d.& d.c.& arcui.b.e.subtendatur chorda b.e.eritq; ex octaua primi angulus.b.a.d.equalis angulo.c.a.d.quare per vltimam sexti arcus.b.e.ẽ eqlis arcui.e.c. Et quia ex.27.tertii tres arcus.a.b.c.& c.a.sunt adinuicẽ equales eo q; eoꝝ chorde que sunt latera trigoni sunt equales ex ypothesi. Erit arcus.b.e.sexta pars circumferentie.ideoq; chorda.b.e.erit latus exagoni equilateri ipsi circulo inscripti.quare per correl.15.quarti linea.b.e. est equalis semidiametro.a.d. Mãifestum est aũt ex prima parte.30.tertii q; angulus.a.b.e.est rectus.ideoq; quadratum linee.a.e est equale quadratis duaꝝ linearum.a.b.& b.e.pariter acceptis ex penultima primi. Atvero quadratum.a.e.quadruplum ad quadratum.b.e.ex quarta secũdi cum linea.e.sit dupla.b.e. Relinquitur ergo quadratum.a.b.triplum esse ad quadratum.b.e.& ideo ad quadratum.a.d quod est propositum. Non lateat aũt nos q; linea.b.c.que est latus trigoni diuidat semidiametrũ.d.e.per eqlia. Esto quidem punctus diuisionis.f.constat igitur ex quarta primi q; b f.est equalis.f.c.ideoq; per ꝑmam partem tertie tertii oẽs anguli qui sunt ad f.sunt recti. Quare ex penultima primi quadratum.b d.est equale quadratis duarum linearum.d.f.& f.b Quadratum vero b.e.equale quadratis duarum linearum que sunt.b.f.& f.e.Et quia.b.d.est equalis.b.e.erit



ex cõi scia duo quadrata duaꝝ linearꝝ. b.f. ℭ.f.d pariter accepta equalia duobus quadratis duaꝝ linearꝝ. b.f ℭ.f.e. pariter acceptis. Dempto igitur vtrinq; quadrato. b.f. erit ex cõi scia q̃dratum. f.d. residuum equale q̃drato. f.e. residuo quare ℭ linea. f.d. linee. f.e. ex hac cõi scia quaꝝ quadrata sunt equalia eas lineas esse equales. Ex hoc itaq; manifestum est q̃ hẽpẽdicularis ducta a centro circuli ad latus trigoni equilateri sibi inscripti cõlis est dimidio linee ducte a cẽtro eiusdem circuli ad ipsius circũferentiã.

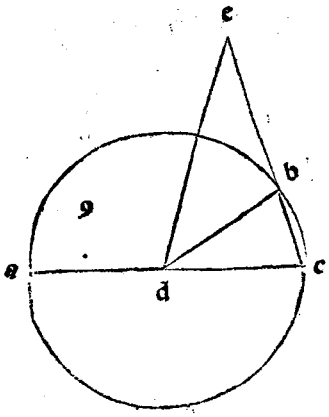
Castigator.

a ℭ Quia duo anguli ad. d. sunt equales adinuicem ℭ latera trianguloꝝ illos continẽtia eqlia. s. b.d. d. c. ℭ. d. f. cõe vtriq; triangulo.

## Propositio .9.

*Si latus exagoni equilateri latusq; decagoni equilateri quos ambos vnus idemq; circulus circumscribit sibi inuicem in longum directumq; coniungantur tota linea ex eis composita sm proportionem habentem medium z duo extrema diuisa erit maior eius portio latus exagoni.*

ℭ Sit circulus. a.b.c. cuius centꝝ. d. ℭ diameter. a.d.c. sitq; arcus. c.b. quinta ps arcus semicirculi. a.b.c. cui subtendatur chorda. c.b. quam cõstat esse latus decagoni equilateri ꝓposito circulo inscripti. Adiũgaturq; linee. c.b incõtinuũ ℭ directum linea. b.e. que ponatur esse eqlis lateri exagoni equilateri predicto circulo inscripti. Dico totam lineã. c.e. diuisam esse. in pũcto. b. sm ꝓportionẽ hñtem medium ℭ duo extrema ℭ maiorẽ eius portionem dico esse lineã. b.e. q̃ est latus exagoni. Ducant. n. in centꝝ due lĩnee. e.d. ℭ. b.d. critq; angulus. e. equalis angulo. b.d.e. ex. 5. primi ꝑ hoc q; linea. e.b. est eqlis linee. b d. ex correl. 15. quarti angulus quoq;. d.b.c. est eq*lis angulo. c. ex. 5. primi quare ex. 32. primi angulus. a.d.b. erit duplus ad angulum. d.b.c. ℭ quia ꝑ eãdem angulus. d.b.c. est duplus ad angulum. e.* sequitur vt angulus. a.d.b. sit quadruplus ad angulum. e. Est. n. ex cõi scia q̃druplum q̃cquid fuerit dupli dupli. Cũq; sit et idem angulus. a.d.b. quã druplus ad angulũ. b.d.c. ex vltima sexti eo q; arcus. a.b. est q̃druplus ad arcum. b.c necesse est ex cõi scia vt ãgulus. e. sit equalis angulo. b d.c. Si igr̃ intelligant duo trianguli. d.e.c. totalis. ℭ. b.d.c. ptialis cũ angulis. e. totalis sit eqlis angulo. b.d.c. partialis ℭ angulus. c. sit cõis vtriusq; necesse est ex. 32. primi vt ipsi sint equianguli: quare ꝑ ẽrtam sexti ꝓportio duoꝝ laterꝝ. e.c. ℭ. c.d. cõtinentium angulum. c. in totali triangulo ẽ sicut duoꝝ laterꝝ. d.c. ℭ. c.b cõtinentium eũdem angulũ in ptiali triangulo qã ergo ꝓportio re. c.ad. c.d. ẽ sicut ad. e.b. ex scda pte. z. quiti. ℭ. d.c.ad. c.b. ẽ sicut e.b.ad eãdem ex pma pte eiusdem. Sequit ex. 11. qntivt sit ꝓportio. c.e.ad e, b. sicut. e, b.ad. b.c. I gr̃a dione cõclude ꝓpositum lineam. e.c. esse diuisam sm ꝓportionem hñtem mediũ ℭ duo extrema ℭ maiorem portionẽ eius eẽ latus exagoni q; oportuit nos demonstrare, Conuersam quoq; de mõstrare cõuenit qđ facile fiet via retrograda. Eã n. assumit Ptolomeus capitulo. 9. prime dictõis almagesti ad demõstrandum q̃ntitatem chordaꝝ arcuũ circuli. Dico itaq; q; si lĩea q̃libet sm ꝓportionẽ hñtem mediũ ℭ duo extrẽa dividat cuius circuli maior portio fuerit latus exagoni eiusdem minor erit latus decagoni. At ꝑo cuius minor erit latus decagoni eiusdem maior erit latus exagoni, Sit. n. priori dispositiõe manẽte linea e.c. diuisa in puncto. b. sm predictã ꝓportionẽ ℭ maior eius portio sit. e. b. dico q; cuiuscũq; circuli linea. e, b. est latus exagoni eiusdẽ ẽ linea. b.c, latus decagoni. ℭ cuiuscũq; circuli linea. b.c. est latus decagoni eiusdẽ est linea. e.b. latus exagoni, Intelligo aũt hoc de exagonis ℭ decagõis equilateris. Si. n. sit. e.b. latus exagoni circulo. a, b.c. inscripti erit per correl. 15. quarti. e.b. equalis, d.c. ℭ quia ꝓportio. c.e.ad. e.b. est sicut. e.b, ad. b.c. ex ypothesi erit ex. 7. quinti. c.e.ad. d.c. sicut. d.c, ad. c, b. igit ex. 6 sexti duo triãguli. e.d.c. ℭ. d.c.b. sunt equianguli. Angulus ergo. e. est equalis angulo. b.d.c. ipsos enim latera proportionalia respiciunt, cumq; sit angulus

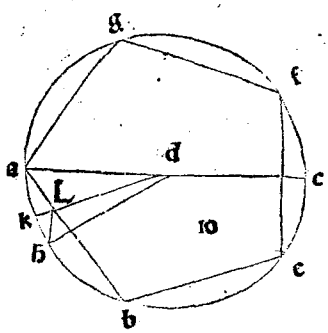


a.d.b.quadruplus ad angulum.e.ex.32.primi bis assumpta.& quinta eius dem.bis:sequit vt ēt idē angulus.a.d.b.sit quadruplus ad angulum.b.d.c.Ideoq; ex vltima sexti arcus.a.b.quadruplus est ad arcum.b.c.Linea igitur.b.c.est latus decagoni circulo.a.b.c.inscripti.Q d si linea b.e.fuerit latus decagoni circuli.a.b.c.erit.e.b.latus exagoni eiusdem.Sit.n.e.b. latus exagōi circuli.f.eritq; ex predictis.b.c.latus decagōi eiusdem.Intelligantur igitur inscripti eē decagoni equilateri duobus circulis.a.b.c.& f.quoz oia latera erunt equalia linee.b.c.& quia ois figura equilatera circulo inscripta est equiangula vt probatum est in.15.quarti libri sequitur vtrosq; decagonos eē equiangulos.Cunq; oēs anguli vnius piter accepti sint equales oibus angulis alterius pariter acceptis sicut euidēter apparet ex demonstratis in.32.primi:necesse est ex hac cōi scia quorūlibet equalium decimas aut quotaslibet ptes eiusdē denotatiōis eē equales vt vnius horz decagonorz sit equiangulus alii.ideoq; similis ex dīone similiū supra. Verum.& quia si due figure similes duobus circulis inscribant:erit proportio duorz relatiua laterz illarz figurarum sicut diametrorz illorz circulorz vt apparet ex correl.18.sexti libri & prima.12.cum latera decagonorum similium inscriptorz duobus circulis.a.b.c.& f sint equalia sequitur vt diametri eorz sint equales.ideoq; & semidiametri ēt equales.Sūt aūt semidiametri & latus exagoni equalia ex correlario decime quite quarti. Erit ergo linea.e.b.latus exagoni circulo.a.b.c.inscripti sicut ipsa est latus exagoni circuli.f.sibi equalis.Hoc aūt est quod demonstrare voluimus.Ex hac autem nōa huius.13.libri noueris exortam esse decimam q̄rti libri que duum equalium laterum proponit trigonum describendum cuius vterq; duorum angulorum quos basis obtinet ad tertium duplus existat.Talis enim est vterq; trianguloꝝ.e.d.c.& d.c.b.& simpliciter omnis cuius duo latera sunt equalia maiori portioni alicuius linee diuise fm proportionem habentem medium duoq; extrema & tertium quod est basis est equale minori portioni linee eiusdem.Vel cuius duo latera sunt eq̄ la lateri exagoni equilateri alicui circulo inscripti:basis vero est equalis lateri decagoni equilateri eidem circulo inscripti quod est propositum.

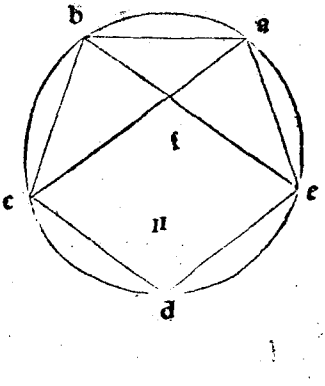
## Propositio .10.

Vne latus pentagoni equilateri tanto potentius est latere exagoni equilateri quantum potest latus decagoni equilateri si sint in eo dē circulo ambo inscripti.

Sit circulus.a.b.c.cuius centrum.d.& diameter.a.d.c. inscribaturq; ei pentagonus eqlaterus qui sit.a.b.e.f.g.& a centro.d.protrahatur perpendicularis ad latus.a.b.que producatur vsq; quo obuiet circumferentie in puncto.h.sitq; d.h.& protrahātur due chorde.a.h.& h.b.que erunt equales adinuicē ex secunda parte.3.tertii & quarta primi.ideoq; ēt duo arcus.a.h & h.b.equales adinuicem ex.27.tertii. Est igitur vtraq; duarum chordarum.a.h.& h.b.latus decagoni equilateri proposito circulo inscripti.Dico itaq; q quadratum linee.a.b.que est latus pētagoni ē equale duobus quadratis duarz linearz.h.d.& a.h.piter acceptis quarz prima est equalis lateri exagoni ex correl.15.quartii & secda ē latus decagoni ptrahat.n.a centro.d.ppendicularis ad linea.a.b.q̄ est latus decagoni q̄ producat vsq; ad circumferētiam:sitq; d.k.q̄ secet lineam a.b.q̄ est latus pētagoni in puncto.l.& Protrahat linea h.l.Cōstat aūt ex secda pte tertie & 4.primi.27.tertii q; linea.d.k.q̄ est ppendicularis ad chordam.a.h.simul diuidit p equalia chordam & arcū.Ideoq; arcus.a.k. est eqlis arcui.k.h.Quare ex vltima sexti angulus.a.d.l.est eqlis angulo.l d.h:Ideoq; ex q̄rta primi basis.a.l.basi.l.h.Igr ex qnta primi angulus.l.a h.eqlis est angulo.l.h.a.Cūq; ēt sit ex eadē angulus.h.a.b.eqlis angulo.h. b.a.sequit vt angulus.l.h.a.sit equalis angulo.h.b.a.Ergo ex.32.primi duo triāguli.b.a.h.& h.a.l.sint eqanguli.Est.n.angulus.b.maioris eqlis angu



lo.b.minoris ℭ angulus.a.cōis est vtriq;. Itaq; per quartam sexti ꝓportio b.a.ad.a.b.ē sicut.a.b.ad.l.a. Quare ex prima parte.16.sexti quod prouenit ex.b.a.in.a.l.est equale quadrato linee.a.b.q̄ est latus decagoni. Cū sit aūt semicirculus.a.e.c.equalis semicirculo.a.f.c.ℭ arcus.a.e.arcui.a.f.erit arcus.e.c.residuus equalis arcui.f.c.residuo. Quare arcus.e.c.est medietas arcus.e.f. ideoq; equalis arcui.a.b.ℭ duplus ad arcum.b.k. Et quia arcus.e.b.ē duplus ad arcum.b.b.erit ex.13.quinti totus arcus.c.e.b.duplus ad totum arcum.b.b.k. ideoq; ex vltima sexti angulus.c.d.b.ē duplus ad angulum.b.d.l.cūq; ēt angulus.c.d.b.duplus sit ad angulum.b.a.d.ex.32.ℭ quinta primi.sunt.n.duo latera.d.a.ℭ.d.b.equalia erit angulus.b.d.l.eq̄lis angulo.b.a.d.itaq; per.32.primi erit triangulus.b.d.l.equangulus [illegible] gulo.b.a.d. Est.n.angulus.d.minoris eq̄lis angulo.a.maioris.ℭ angulus.b est cōis vtriq;. Ergo per quartam sexti proportio.a.b.ad.b.d.est sicut.b.d ad.l.b.quare per primam partem.16.sexti quod prouenit ex.a.b.in.b.l.ē equale quadrato.d.b.at vero probatum est prius ꝙ illud quod prouenit ex.a.b.in.l.a.est equale quadrato.a.b. Itaq; quod prouenit.ex.a.b.in.a.l.ℭ in.l.b.est equale duobus quadratis duarum linearum.a.b.ℭ.b.d.ℭ quia ex secunda secundi quod prouenit ex.a.b.in.l.a.ℭ in.l.b.est equale quadrato linee.a.b. Est autem linea.a.b.latus pentagoni equilateri proposito circulo inscripti. Linea vero.a.b.est latus decagoni equilateri.ℭ linea.b.d.est ex correlario.15.quarti equalis lateri exagoni equilateri proposito circulo inscriptorum inconcussa demonstratiōe astruitur hoc quod dicitur.




## Propositio .11.

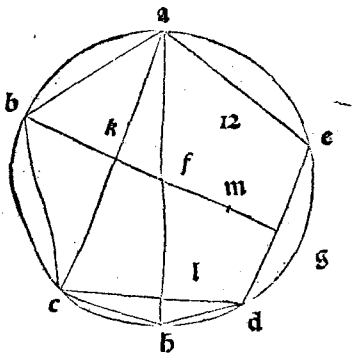
SI duobus propinquis angulis pentagoni equilateri intra circulum descripti a terminis suorum laterum duo recte linee subtendantur vtraq; alteram secundum proportionem habentem medium duo ꝙ extrema secabit maior ꝙ ipsius portio lateri ipsius pentagoni equalis erit.

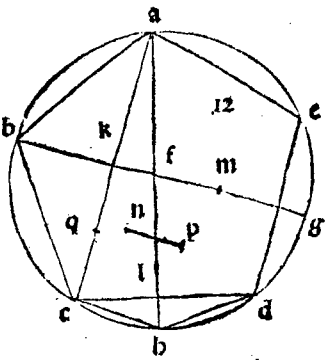
℔ Sit pentagonus equilaterus.a.b.c.d.e.inscriptus circulo eisdem literis signato ℭ duobus eius propinquis angulis qui sint.a.ℭ.b.subtēdātur due recte linee.a.c.ℭ.b.e.secantes se inuicem in puncto.f. Dico itaq; vtraq; harum esse diuisam in puncto.f.sm proportionem hñtem medium duo extrema.ℭ ꝙ maior portio vtriusq; est equalis lateri pentagoni. Manifestum est enim ex.17.tertii ꝙ quinq; arcus circuli pentagonum propositū circumscribentis quorum latera ipsius pentagoni sunt chordę sunt adinuicem equales. Ideoq; ex vltima sexti quatuor anguli.a.e.b.a.b.e.b.a.c.ℭ.b.c.a.sunt adinuicem equales. Nam arcus.a.b.ā.e.ℭ.b.c.sūt adinuicē equales. Cumq; sit arcus.c.d.e.duplus ad arcum.b.c.erit quoq; ex vltima sexti angulus.c.a.e.duplus ad angulum.c.a.b.at vero ex.32.primi angulus a.f.e.duplus est ad angulum.f.a.b.igitur angulus.a.f.e.est equalis angulo.f.a.e. Quare per sextam primi linea.a.e.est equalis linee.f.e. Sunt aūt duo trianguli.a.b.e.ℭ.a.f.b.equianguli per ea que dicta sunt ℭ per.32.primi. Est enim angulus.e.maioris equalis angulo.a.minoris ℭ angulus.b. communis vtriq;. Igitur per quartam sexti proportio.e.b.ad.b.a.sicut.b.a.ad.f.b.cunq; sit.c.f.equalis.a.b.eo ꝙ ipsa vt probatum est equalis.a.e. Sequitur ex.7.quinti: vt sit proportio.b.e.ad.e.f. sicut.e.f.ad.f.b. Quare ꝑ diffinitionem linea.e.b.est diuisa sm proportionem habentem medium duo extrema.ℭ eius maior portio est equalis lateri ipsius pentagoni. Si autem hoc est verum de linea.e.b.erit quoq; ex.7.quinti ℭ quinta eius dē ℭ diffinitione idem verum de linea.a.c. Nam tota.b.e.est equalis toti.a.c.ex quarta primi ℭ portiones portionibus ex sexta primi ℭ communi scientia: portiones enim.a.f.ℭ.b.f.sunt equales ex sexta primi.ideoq;.f.e.ℭ.f.c.residue erunt adinuicem equales ex conceptione. Vel potes si liber ℭ facilius de linea.a.c.demonstrare propositum negotiando circa ipsum vt prius circa lineam.e.b.

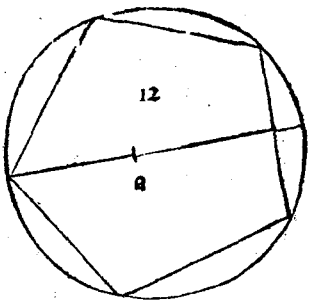
Propositio .12.

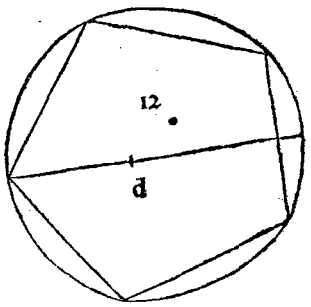
Si circuli pentagonum equilaterum circumscribẽtis diametros fuerit rationalis eius latus pentagoni erit linea irrationalis ea scilicet que dicitur minor.

¶ Sit pentagonus equilaterus, a b.c.d.e. inscriptus circulo eisdem litteris ascripto cuius centrum. f. & due diametri. b.g. & .a.h. sitq; vtraq; harum diametrorum linea rõnalis in longitudine dico tunc q; latus pentagoni inscripti erit linea irrationalis illa videlicet q̃ dicitur minor. Protrahatur. n. linea. a.c. q̃ secet diametrum. b.g. in puncto k. Eritq; ex vltima sexti & quarta primi linea. a.c. diuisa a dianetro. b.g. orthogonaliter & per eãlia in puncto. k. qa cum semicirculus. b.a.g. sit eãlis semicirculo. b.e.g. & arcus. b.c. arcui. b.a. sicut constat ex. 27 tertii erit arcus. a.g. residuus equalis arcui. c.g. residuo. I õq; ex vltima sexti angulus. a b.g. equalis & angulo. c b.g. Cum itaq; duo latera. a.b. & .b.k. trianguli. a. b.k. sint eãlia duobus lateribus. c.b. & .b.k. trianguli. c.b.k. & angulus. b. vnius anguli. b. alterius erit ex quarta primi basis. a.k. equalis basi. k.c. & oẽs anguli qui sunt ad. k. sunt recti ex prima parte tertie terrii. Diameter aũt. a.h. secet latus pentagoni. c.d. in puncto. l. Eritq; similiter linea. c.d. diuisa a diametro. a.h. orthogonaliter & per equalia in puncto. l. Cũ, n. sint duo arcus. a.d. h. & .a.c.h. equales & arcus. a.c. sit eãlis arcui. a.d. erunt duo residui semicirculo. quorum sunt. c.h. & .d.h. eãles. Quibus si subtendãtur due chorde que sunt. c.h. & .d.h. ipse quoq; ex. 28. tertii erunt equales & qa arcus. a.c. est equalis arcui. a.d. erit ex vltima sexti angulus. c.b.l. eãlis angulo. d.b.l. I deoq; p quartam primi basis. c.l. est equalis basi. d.l. & oẽs anguliqui. sunt ad. l. recti ex prima pte tertie tertii. Itaq; duo triãguli. a.c.l. & a.f.k. sunt equianguli ex. 32. primi. Est. n. angulus. l. maioris eãlis angulo. k minoris eo q; vterq; est rectus & angulus. a. est cõis vtriq; quare ex quarta sexti proportio. l.c. ad. c.a. est sicut. k. f. ad. f.a. Sumatur igr̃ ex diametro b.g. linea. f.m. equalis quarte parti semidiametri; eritq; per equam proportionalitatem proportio. c.l. ad quartam partem linee. a.c. q̃ sit. c.q. sicut. k f. ad quartam partem linee. f.a. que est. f.m. & qa per. 15. quinti proportio c.d. ad. c.k. est sicut. c.l. ad. c.q. Sic enim est duplum ad duplum sicut simplum ad simplum. Erit per. 11. quinti. d.c. ad. c.k. sicut. k. f. ad. f.m. & coniunctim linee constantis ex. d.c. & .c.k. ad. c.k. sicut. k.m. ad. m.f. & iõ per primam partem. 21. sexti proportio quadrati linee cõposite ex. d.c. & .c.k. ad quadratum lice. c.k. sicut quadrati linee. k.m. ad quadratum linee. m. f. Cõstat aũt ex premissa q; si linea. a.c. diuidatur ſm proportionem hñtem medium duoq; extrema maior portio eius erit equalis linee. d.c. igr̃ linea constans ex. d.c. & .c.k. cõponitur ex maiori portiõe linee diuise ſm proportionem hñtem mediũ duoq; extrema & ex medietate totius linee sic diuise. Est. n. c.k. medietas. a.c. Itaq; p primã istius. 13. libri quadratum linee composite ex. d.c. & .c.k. quincuplum quoq; est ad quadratum linee c.k. Ideoq; quadratum linee. k.m. quincuplum quoq; est ad quadratum linee. m.f. Cum sit horum quadratorum & illorum vna proportio est aũt linea. b. m quincupla ad lineam. m.f. Erat. n. m.f. q̃rta pars semidiametri ppositi circuli: ergo q̃dratũ linee. k.m. ad q̃dratũ linee. m.f. & sicut linee b.m. ad lineã m.f. & qa ex secunda parte. 18. sexti quadratum linee. k.m. ad quadratũ linee. m.f. est sicut linee. k.m. ad lineam. m.f. duplicata. Erit ex vndecima quinti linea. b.m. ad lineam. m.f. sicut linea. k.m. ad lineã. m.f. duplicata. Igitur linea. k.m. est medio loco proportionalis inter duas lineas. b.m. & .m.f. quod sic constat. Sit enim linea n.p. medio loco proportionalis inter eas sumpta secundum doctrinam none sexti eritq; ex diffinitiõe proportionis duplicate que posita est in principio quinti proportio. b.m. ad m.f. sicut. b.m. ad. n.p. duplicata & quia. b.m. ad. n. p. sicut. n.p. ad. m.f. erit eriam ex. n. quinti proportio. b.m. ad. m.f. sicut. n.p. ad m.f. duplicata. Igitur ex prima parte. 9. quinti due linee. k.m. & .n.p. sunt equales. Iõq;





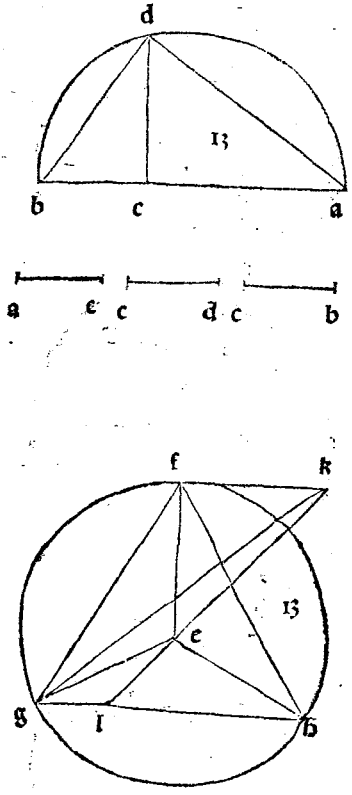



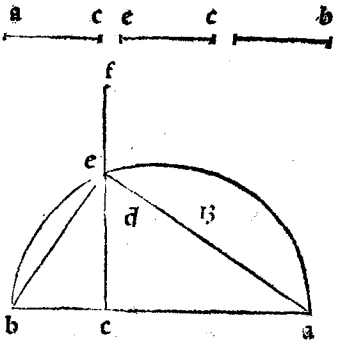

ex prima parte. 7. quinti ℔ ex ſecunda parte eiuſdem linea k.m. eſt medio loco proportionalis inter. b.m. ℔. n.f. Quare ex correl. 17. ſexti proportio quadrati linee. b.m. ad quadratum linee. m.k. eſt ſicut eſt linee. b.m. ad lineam. m.f. ℔ quia linea. b.m. eſt quincupla ad lineam. m.f. erit q̄ dratum linee. b.m. quincuplum ad quadratum linee. m.k. linea ät b.m. eſt rōnalis in longitudine. Ergo per vltimam ptem. 7. decimi linea. m.k. eſt rōnalis in potentia tm̄ ℔ quia linea. b.m. eſt potentior linea. m.k. in q̄ drato linee ſibi incōmenſurabilis in longitudine vt continuo probabitur erit linea. b.k. reſiduum quartum ex diffinitione reſidui quarti. Quod ät probandum aſſumpſimus ſic patet. Sit numerus. 1. quinquplus ad numerū. 5. ſint q̄. 1. ℔. 5. quantum. 1. ac ſi eſſet. 1. quinq̄. 5. vnum. 1. quatuor. Et ſit linea. b.m. potentior linea. m.k. in quadrato linee. x. Cū igitur ſit q̄dratū linee. b.m. ad quadratū linee. m.k. ſicut numerus. 1. ad numerū. 5. erit p̄ euersam proportionalitatē quadratum linee. b.m. ad quadratū linee. x. ſicut numerus. 1. ad numerū. 4. Quare per vltimam ptem. 7. decimi linea. x. eſt incōmenſurabilis linee. b.m. in longitudine. Nō eſt ergo dubium quin. b k. ſit reſiduum quartum. Manifeſtum vero eſt ex. 34. tertii: q̄ illud quod fit ex. b.k. in. k g. eſt equale ei quod fit ex. a.k. in. k.c. Ideoq; ēt ipſum idē eſt equale quadrato. k.c. eo q̄. a.k. eſt equalis. k.c. ergo quadrato. b.k. addito vtriq; erit ex penultima primi quod fit ex. b.k.m ſe ℔ in. k.g. equale quadrato. b.c. Et quia ex prima ſecundi quod fit ex. b.k. in ſe ℔ in. k.g. ē equale ei qđ fit ex. b.k. in. g.b. Erit linea. b.c. latus tetragonicum ſuperficiei contente a duabus lineis. g.b. ℔. k.b. ℔ quia linea. g.b. eſt rōnalis: linea vero. b.k. eſt reſiduum quartū. ℔ quia linea potens in ſuperficiem linea rōalis reſiduoq; quadrato cōtentam eſt linea minor vt conſtat ex. 89. decimi libri neceſſe eſt lineam. b.c. que eſt latus pentagoni equilateri propoſito circulo inſcripti eſſe lineam minorem. quod erat ex principio demonſtandum. *Hoc ergo modo ſequitur q̄ latus pentagoni equilateri circulo inſcripti ſit linea minor. ſi diameter circuli cui inſcribatur fuerit rationalis in longitudine. At vero ſi diameter circuli fuerit rōalis in potētia tm̄ adhuc neceſſe eſt vt latus pētagoni equilateri ſibi inſcripti ſit linea minor.* Eſto enim linea. a. rōnalis in potentia tm̄ ſupra quam deſcribatur circulus eiq; *deſcripto inſcribatur pentagonus equilaterus cuius vnum latus ſit. b.c. dicanturq; pentagonus ℔ circulus. a. dico q̄ linea. b.c. eſt linea minor. Sumatur* enim aliqua linea rōnalis in longitudine que ſit d. ℔ ſuper eam *linee* tur circulus cui inſcribatur pentagonus equilaterus ℔ ſit vnum latus ipſius linea. e.f. dicanturq; pentagonus ℔ circulus. d. conſtat igitur ex hac. 11. q̄. e.f. eſt linea minor cum diameter. d. ſit rōnalis in lōgitudine. Q̄m̄ro proportio pentagoni. a. ad pētagonum. d. eſt ſicut quadrati linee b.c. ad quadratum linee. e.f. vtraq; enim eſt ex ſecunda parte. 13. ſexti: ſicut linee b.c. ad lineam. e.f. duplicata. Pentagoni autem. a. ad pentagonum. d. eſt ſicut quadrati diametri. a. ad quadratum diametri. d. ex prima. 12. erit ex 11. quinti quadratum linee. c.b. ad *quadratum linee. e.f. ſicut quadratum diametri. a. ad quadratum diametri. d. cuiq; quadrata duaꝝ diametroꝝ* a. ℔. d. *ſint cōicantia: quia ambo ſunt* rōnalia ex ypotheſi erunt quoq; ex prima parte. 10. decimi quadrata duarum linearum. b c. ℔. e.f. cōicantia. Ergo linea. b.c. cōicat in potentia cum linea. e.f. ℔. q̄ linea. e.f. eſt minor ſequitur ex. 100. decimi: q̄ ēt. b.c. ſit linea minor quod eſt propoſitum. Si ue ergo diameter alicuius circuli ſit rationalis in longitudine ſiue in potētia tm̄ neceſſe eſt vt latus pētagoni eq̄lateri ſibi inſcripti ſit linea minor.

## Propoſitio .13.

Piramidem quatoꝛ baſium triangulariū ⁊ equilaterarum ab aſſignata ſpera circumſcriptibilē fabricare huius ergo ſpere diametros ad latus ipſius piramidis ſexqualteram proportionem potentialiter habere probatur.

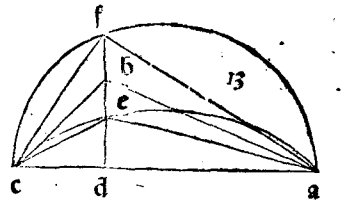
Sit linea.a.b.diameter assignate spere que diuidatur in puncto.c.ita q̄.a.c.sit dupla ad.b.c.& lineetur super eam semicirculus.a.d.b.& producatur linea.c.d.orthogonaliter super lineam.a.b.& producantur linee.b.d.& d.a. Postea fiat circulus.f.g.h.super centrum.e.cuius semidiameter sit equalis linee.c.d.cui ex secunda quarti libri inscribatur triangulus equilaterus qui sit.f.g.h.ad cuius angulos protrahantur a centro linee.c.f.e.g.e.h. Deinde super centrum.e.erigatur secūdum q̄ docet.11. vndecimi linea e.k.que ponatur equalis.a.c.perpendicularis ad superficiem circuli.f.g.h. Et demittantur a puncto.k.ypothenuse.k.f.k.g.k.h. Eritq; cōpleta piramis quatuor basium triangularium & equilaterarum quam dico eē ab assignata spera circumscriptibilem. Et dico quadratum diametri proposite spere sexquialterum esse ad quadratum lateris fabricate piramidis. Constat enim ex prima parte correlarii.8.sexti q̄ linea.c.d.est medio loco proportionalis inter.a.c.& c.b. quare ex correl.17. eiusdem quadratum linee a.c.ad quadratum linee.c.d.est sicut.a.c.ad.c.b. Ergo cōiunctim quadratum.a.c.& quadratum.c.d.ad quadratum.c.d.sicut.a.b.ad.b.c. Ideoq; ex penult. primi quadratum.a.d.ad quadratum.d.c.sicut.a.b.ad.b.c. Cum ergo linea.a.b.sit tripla ad.b.c.(erat.n.a.c.dupla ad eā) erit quoq; quadratū.a.d.triplū ad quadratum.d.c.& aūt ex.8.huius q̄dratum.f.g.triplū ad quadratū.e.f. Quare cum ex ypothesi.d.c.sit equalis.e.f.erit ex cōi scia.a.d.equalis.f.g.& quia ex diffinitione linee perpendicularis ad superficiem linea.e.k.cōtinet cū singulis lineis.e.f.e.g.e.h.angulos rectos: quare quelibet est equalis linee.c.d.& q̄a ipsa eadem est eēlis linee.a.c.& angulus.c.e rectus: erit p quartam primi vnaqueq; trium linearum.k.f.k.g.k.h.eēlis linee.a.d. Manifestum ē igitur fabricatam piramidem eē quatuor basium triangularium equilaterarum. Ipsam aūt eē circūscriptibilem ab assignata spera sic habeto. Linee.e.k.intelligatur adiici sm rectitudinem linea.e.l.eēlis linee.c b.vt tota.k.l sit eēlis.a.b.& est diameter assignate spere. Hāc aūt lineam inquam.e.l.imagineris esse sub circulo.f.g.h.perpendiculare quoq; ad ipsius superficiem ex pte inferiori sicut est.e.k.ex parte superiori eius. vnaqueq; triū linearum.e.f.e.g.e.h.& simpliciter qlibet semidiametri circuli.f.g.h.medio loco proportionalis inter.k.e.& e.l. quēadmodum e.d.c.inter.a.c.& c b. nam hee sunt equales illis vnaquaq; sue relatiue. Si igr super lineam.l.k.describatur semicirculus circūducaturq; quousq; ad locū vnde moueri ceperat redeat erit ex diffinitiōe spere equalium spera equalium spera de scripta motu huius semicirculi eēlis spere assignate. Sunt.n.spere equales q̄ sunt eēles diametri quēadmodū de circulis in pncipio tertii dictū ē. Semicirculum hunc vero necesse est trāsire p tria puncta.f.g.h.que sunt anguli solide piramidis fabricate. Similiter aūt dico q̄ semicirculus hic qui sup lineam.k.l.fuerit descriptus si circūducatur quousq; ad locū redeat vñ moueri cepat continget circulum.f g.h.super oīa puncta circūferentie ipsius. Quod ex hac vetusta veritate probatur. Si linea recta super lineam rectam perpendiculariter steterit que inter ptes eius cui supstat vel circūstat medio loco proportionalis ponatur. fueritq; super eam lineam cui perpē dicularis superstat semicirculus descriptus circumferentia ipsius per extremitatem linee medio loco pportionalis posite perpendiculariter necessario transibit. Cum igitur cuncte semidiametri circuli.f.g.h.sint perpendiculares ad lineam.k.l.& medio loco proportionales inter partes ipsius q̄ sunt.k.e.& e.l.sequitur vt semicirculus descriptus super.k.l.si circūducatur transeat per oīa puncta circumferentie.f.g.h.& per oēs solidos angulos piramidis fabricate. Itaq; a diffinitione eius quod est figuram inscribi figure piramis fabricata est inscriptibilis illi spere quam semicirculus super lineam.k.l.lineatus motu suo describit. Et quia hec spera descripta est assignate spere equalis per diffinitionem equalium sperarum sequitur ex communi scia vt hec piramis fabricata sit ab assignata spa circūscriptibilis q̄d est propositum. Correlariū aūt patet sic. Cū.n.a.b.sit tripla ad.b.c.p euersam pportionalitatem erit.a.b.sexqualtera ad.a.c. Ioq; ex sc̄a pte correla-

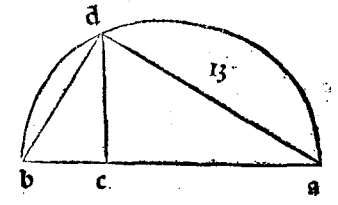





rii.8.sexti ℭ correlario.17.eius dē quadratū linee.a.b.erit ēt sexquialtez ad quadratum linee.a.d.ℭ ga linea.a.d.ē eēlis lateri fabricate piramidis. at ꝓo.a.b.est diameter spere cōstat vez esse quod per correlariū dr. Ne aūt quemq; de vetusta veritate proposita hesitare cōtingat eā volumus hoc mō demōstratione firmare. Sit igitur sup lineam.a.b.linea.c.d.perpendicularis q̄ ponatur medio loco ꝓportionalis iriter partes linee.a.b.q̄ sint.a.c.ℭ.c.b.ita q; proportio.a.c.ad.c,d.sit sicut.c.d.ad.c.b. Et super lineā.a.b describatur semicirculus.a.e.b. Dico q; huius semicirculi circūferentia trāsibit per punctū.d.q est extremitas perpendicularis. Sinaūt aut secabit lineam.c.d.aut supertrāsibit eā totam ipsam trāsiens ℭ includēs ℭ nō cōtingēs. Secet ergo primo eā in pūcto.e.ℭ ducātur linee.e.b.ℭ.e.a.eritq; ex prima parte,30.tertii totalis angulus.a.e.b.rectus. Itaq; ex prima parte correl.8.sexti proportio.a.c.ad.c.e ē sicut.c,e.ad.c.b. At ꝓo ex secūda parte 8.qnti proportio.a.c.ad.c.e.ē maior q̄.a.c.ad.c.d.eo q;.c.e.ē minor.q̄.c.d. Cū igitur sit.c.e.ad.c.b.sicut.a.c.ad.c.e. ℭ.c.d.ad.c.b. sicut a.c.ad.c.d. erit per.11.qnti.e.c.ad.c.b.maior q̄.c.d.ad.c.b. I decoq; per primam partē 10.quinti.e.c.est.maior q̄.d.c.pars videlicet q̄ sūm totum quod est impossibile. Non ergo secabit circūferentia semicirculi lineam.c.d. ¶ Supertrāseat igitur ℭ producatur.c.d.vsq; ad circūferētiam:sitq; tota.c.e.ℭ protrahātur linee.e.b.ℭ.e.a,sequeturq; vt prius licam.c.d.esse maiorē q̄ sit linea c.e.Quod est ēt impossibile.cōstat ergo propositū. Silr aūt dicimus q; si fuerit alius angulus rectus cui basis subtēdatur sūper quā semicirculus linee tur:ipsius circūferentiā per angulum rectum trāsire necesse ē. Conuersam ꝓo huius proponit prima pars,30.tertii. Quod aūt dicimus sic constat. ¶ Sit.n.angulus.a.b.c.rectus cui subtēdatur basis.a.c.ℭ super eā lineetur semicirculus dico q; ipsius circūferentia trāsibit per pūctum.b.in quo conuenient linee cōtinentes angulum rectū cuius demōstratio est q; neq; trāsibit supra neq; infra. Sin aūt transeat:primo infra sitq;.a.e.c.ℭ ab angulo.b. producatur linea.b.d.perpēdicularis ad basim.a.c q̄ secet circūferentia semicirculi in puncto.e.ℭ protrahantur linee.e.a.ℭ.e,c.Eritq; angulus.a.e.c.rectus ex prima parte,30.tertii.at ipse est maior angulo.a.b.c,per.11.primi hocaūt est impossibile ex tertia petitione cū vterq; sit rectus. Hic quidem ex ypothesi ille ꝓo ex prima parte.30.tertii. Nō ergo trāsibit circumferentia semicirculi infra angulum.b.transeat itaq; supra ℭ sit.a.f.c.producatur autem perpendicularis.d.b.quousq; obuiet circumfrentie semicirculi.a.f.e.in puncto.f.ℭ producantur linee.f.a.f.c.eritq; ex prima parte 30.tertii augulus.a.f.c.rectus. Cumq; ēt esset ex ypothesi angulus.a.b.c.rectus sequitur impossibile per.11.primi sicut in principio. Reliquitur ergo quod diximus. Hoc aūt necessarium est ad cognitionem eoz q̄ sequūtur.



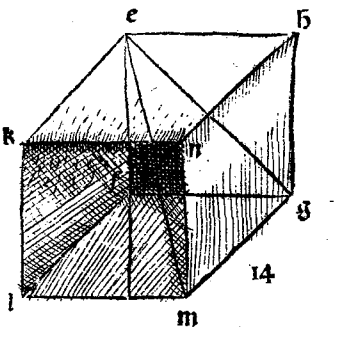




## Propositio .14.

A Ssignata spera circūscriptibilem cubum cōstituere eiusdem aūt spere diametrum lateri ipsius cubi potentialiter triplicem ee māifestum erit.

¶ Assignate spere diameter sit.a.b.super quā lineetur semicirculus.a.d.b.diuidaturq; diameter in puncto.c.prorsus secundum conditionem premisse videlicet vt linea.a.c.sit dupla ad lineam.c.b.ℭ producatur.c.d.perpendicularis ad.a.b.ℭ protrahantur.d.b.ℭ.d.a.postea fiat vnum q̄dratum cuius omnia latera sint equalia linee.b.d.sitq;.e.f.g.h.super cuius quatuor angulos erigantur vt docet.11.vndecimi quatuor linee perpēdiculares ad superficiē ipsius q̄drati quaz q̄libet ponatur ēt equalis linee.b.d.sintq;.e.k.f.l.g.m.h.n.eritq; hee quatuor perpendiculares singule singulis eqdistantes ex sexta vndecimi ℭ anguli quos continent cum lateribus quadrati recti ex diffinitione linee perpēdicularis ad superficiē:deinde, cōiungātur extremitates istarū perpendicularium protractis lineis.k.l.l.m.m.n.n.k.eritq; cōpletus cubus sex superficiebus q̄dratis cōtentus. Cōstat.n ex.33.34.primi q; quatuor superficies ipsum ambientes ℭ ipse sunt quaz opposita latera sunt quatuor perpendi-

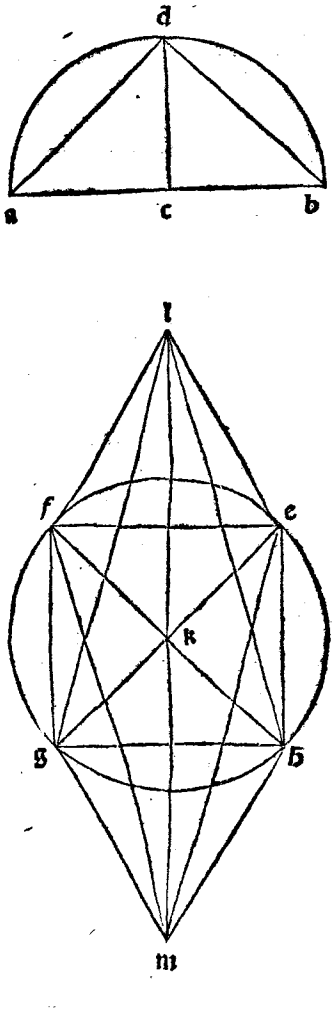


culares ſint oēs quadratet dē baſi aūt hoc poſitum eſt · at ꝯo de ſuppremа eius ſupficie q̄ eſt .k.l.m.n.q̄ ipſa quoq; ſit quadrata.cōſtat ex .33. primi ℔ io. vndecimi, ideoq; ex quarta vndecimi māifeſtum ē ſingula latera eius dem cubi duabus ipſius oppoſitis ſuperficiebus orthogonaliter inſiſtere, Vt aūt cubum hūc ab aſſignata ſpera circūſcriptibilem eſſe demonſtre remus: in vna ſuaꝝ ſupficierum ꝑtrahaī diagonalis. Verbi gra in baſi eius ſitq; .e.g.℔ ab huius diagonalis altera extremitate ꝑtrahatur diameter cū bi.e.m. eritq; ex penultima ꝑmi q̄dratum.e.g. duplum ad q̄dratum.f.g. Iōq; ℔ ad quadratum.g.m. eo.q̄.g.m.ē equalis.f.g. Sūt.n. oīa latera cū bi adinuicē equalia. ℔ qa rurſus ex penultima primi quadratum.e.m. eſt equale quadratis duaꝝ linearū.e.g.℔.g.m. ꝑp hoc q̄ angulus.e.g.m. eſt re ctus ex diffinitione linee ꝑpendicularis ad ſupficiem. Erit quadratum.e. m. triplum ad quadratum.m.g. Conſtat.n. ex duplo ℔ ſimplo. cūq; ex ſe cunda ꝑte correlarii .8. ſexti ℔ ex correlario .17. eiusdem q̄dratum quoq; a.b. ſit triplum ad q̄dratum.b.d. eo q̄ linea.a.b. tripla ē ad lineam.b.c. ſit aūt.b.d. equalis.e.g. ſequit ex ꝯo is cia vt.e.m. q̄ eſt diameter cubi ſit equa lis.a.b. q̄ eſt diameter ſpere. Itaq; ſi ſup.e.m. lineet ſemicirculus circūduca tur, quousq; ad locum vñ fuit initium motus redeat ſpera deſcripta: erit ex diffinitiōe ſperarum equaliū eēlis ſpere aſſignate. At ꝯo qa hic ſemi circulus trāſitum faciet ꝑ pūctum.g. eo q̄ angulus.e.g.m. eſt rectus eadēq; rōne ꝑ ceteros ſingulos rectos angulos cubi q̄ ex ante ante hanc .14. ime diate ꝓmiſſo manifeſtum eſt. Cōſtat cōſtitutum cubum ab aſſignata ſpa eo q̄ a ſua equali circumſcriptibilem eſſe quod demonſtrare oportebat. correlarii ꝯo demōſtratio in iſtius demonſtrationis proceſſu prepatuit.

## Propoſitio .15.

Cubus octo baſium triangulariū ℨ equilateraru; *a ſpera propoſita circumſcriptibile cōponere. erit q̄ palam eiuſdem ſpere diametrū lateri ipſius cu bi duplicem eſſe potentialiter.*

¶ Diameter ſpere propoſite ſit. a.b. que diuidatur ꝑ equa lia in pūcto.c. ℔ ſup eam lineet ſemicirculus.a.d.b. ℔ ꝓdu cat.c.d. ꝑpendicularis.ad.a.b. ℔ iungat̄ punctus.d. cum.a. ℔ cum.b. De ſcribaturq; vnum quadratum cuius ſingula latera ſint equalia linee.b.d. ſitq; quadratum, hoc.e.f.g.h. in quo ꝑtrahant̄ diametri due.e.g. ℔.f.h. ſe cantes ſe inuicem in puncto.k. Cōſtat igitur ex .4. primi q̄ vtraq; iſtarum diametroꝝ ſit equalis linee.a.b. que eſt diameter ſpere cum angulus.d. ſit rectus ex prima ꝑte .30. tertii ℔ ſinguli quoq; anguli.e.f.g.h. recti ex diffi nitione q̄drati. Cōſtat rurſus q̄ eedem due diametri.e.g. ℔.f.h. diuidūt ſe inuicem ꝑ equalia in puncto.k. h̄ aūt ex .5. primi ℔ .32. ℔ ſexta eiusdem fa cile eſt elicere. Erigat̄ itaq; ſuper punctum.k. linea.k.l. ꝑpendicularis ad ſu pficiem q̄drati q̄ ponatur equalis medietati diametri.e.g. vel.f.h. ℔ de mittant̄ ypothemiſe.l.e.l.f.l.g.l.h. eruntq; ex his q̄ poſita ſunt ℔ penulti ma ꝓmi quotiens oportuerit repetita ſingule baſ ypothemiſaꝝ equales ſibi inuicem ℔ equales lateribus quadrati, Habes ergo piramidem quatuor equilaterarum triangulariumq; baſium ſuper quadratum conſtitutam. Hinc itaq; ſub ipſo quadrato ſimilē piramidē hoc mō appōe lineā.l.k. pro ducas ꝑ forando quadratum vſq; ad.m. ita q̄ k.m. exīs ſub quadrato ſit equalis.l.k. exiſtenti ſupra: ℔ iunge punctum.m. cum ſingulis angulis q̄ drati ꝑducendo .4. alias ypothemiſas que ſunt.m.e.m.f.m.g.m.h. de qui bus quoq; manifeſtum eſt ex penultima primi. quemadmodum de aliis q̄ ſunt in ſuꝑiori ꝑte q̄ ipſe ſint equales ad inuicem ℔ lateribus quadrati. Cōpleuimus igitur corpus octo baſium triāgularium ℔ equilaterarum. Hoc aūt ab aſſignata ſpera circūſcriptibile eſſe ſic habeto. Cōſtat.n. q̄ linea.l. m. eſt equalis diametro aſſignate ſpere: nam vtraq; earum eſt equalis dia metro quadrati. igitur ſi ſuper.l.m. lineetur ſemicirculus qui circumuolua tur quousq; ad locum ſuum redeat: ſpera quam motu ſuo deſcribet erit eēlis aſſignate ſpere vt ex diffinitione ſperarum equalium colligitur, Hic

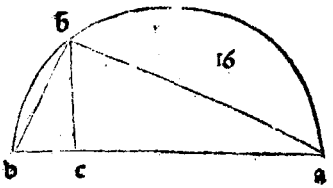


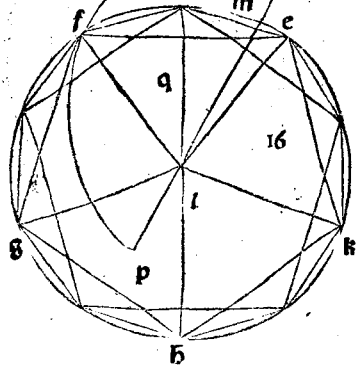
vero semicirculus transibit per quatuor angulos quadrati & simpliciter p oia puncta circūferentie circuli circūscribētis quadratū, eo q̄ semidiame ter quadrati vt linea. f. k. & portiones linee. l. m. q̄ sunt. l. k. & k. m. sunt ad inuicem equales. quare ex diffinitiōe eius quod ē figuram vnam alii figu re inscribi fabricatum corpus inscriptibile ē spere motu huius semicirculi descripte. Itaq; & spere assignate ex cōcept. cū ipse sint adiuicē eāles ex diffinitiōe. Correl. ¶o manifeste cōstat; sunt. n. due linee. d. b. & d. a. equales ex. 4. p̄mi tideoq; quadratū. a. b. duplū est ad quadratū. b. d. ex pēnb p̄mi latus aūt fabricati corporis est equale linee. b. d. ve. est ergo correlariū.

## Propositio .16.

Corpus viginti basium triangularium atq; equilaterarum a data spera diametrum rationalem habēte circumscriptibile fabricare. eritq; palam latus eiusdem corporis esse lineam irrationalem eam scilicet que dicitur minor.

Sit diameter quo; assignate spere. a. b. que ponat esse rōnalis siue in longitudine siue in potentia trin & diuidatur in punctō c. ita q̄. a. c. sit quadrupla ad. c. b. & linee tur super eam semicirculus. a. d. b. & producatur. c. d. ppendicularis ad. a. b. & ptrahatur linea. d. b. deinde p̄m q̄ titatē linee. d. b. lineetur circulus. e. f. g. h. k. supra cent. l. cui inscribat pē tagonus equilaterus eidem liīis annotatus: ad cuius angulos a centro. l. ducantur linee. l. e. l. f. l. g. l. h. l. k. Rursus in eodem circulo inscribatur de cagonus eqlaterus: diuidantur. n. cuncti arcus quo; chorde sunt latera pē tagoni p̄ equalia & a punctis mediis ad extremitates cuncto; latera; inscripti pentagoni linee recte dirigantur. Itēq; super singulos angulos pentago ni erigatur cathetus p̄m q̄ docet. n. vndecimi quorum quilibet sit & equalis linee. b. d. & cōtinuent extremitates hoz quinq; catheto; quinq; corau sis. Eruntq; ex. 6. vndecimi quinq; catheti erecti adinuicem equidistantes. Cunq; ipsi sint equales erunt quoq; ex. 33. primi quinq; corausi eorū extremitates iungentes equales lateribus pentagoni. Demitte igit a summitatibus singulis singulo; catheto; bina & binas ypothemisas ad duos circūstantes angulos inscripti decagoni. & harum decem ypothemisa; a quinq; extremitatibus catheto; ad. 5. puncta que sunt singuli anguli medii inscripti decagoni descendūt extremitates continualium pentagonum rursus ipsi circulo inscribēdo qui quoq; erit eqlaterus ex. 13. tertii. Cum hoc itaq; feceris videbis te perfecisse decem triāgulos quo; latera sunt decem ypothemise & quinq; corausi & .5. latera huius secūdi pentagoni inscripti. Hos ergo decē triangulos eqlateros eē sic collige. Cum. n. tā semidiameter descripti circuli q̄ qlibet erectorum cathetorum sit equalis linee. b. d. ex ypothesi erit ex correlario. 15. quarti quilibet cathetorū equalis lateri exagoni equilateri circulo cuius semidiameter est equalis linee b. d. inscripti. Quia ¶o ex penul. primi vnaqueq; io. ypothemisarum tā to est potentior catheto quantum potest latus decagoni. At vero ex. 10. huius latus quoq; pētagoni ē tanto potentius eodem quātum pōtidē latus decagoni. Erit ex cōi scia vnaqueq; ha; ypothemisa; equalis lateri pentagoni. De corausis aūt iam patuit q; ipsi sunt equales lateribus pentagoni. Itaq; cuncta latera horum decem triangulo; aut sunt latera pentagoni eqlateri secūda vice circulo inscripti aut illis equalia sunt igitur eqlateri trianguli. Amplius aūt super cent; circuli q̄ē est pūctum. l. erige aliū cathetū equalē poribus q; sit. l. m. eius q; superiorē extremitatē q̄ est pūctus m. iūge cū singulis extremitatibus prio; per quinq; corausios eritq; ex sexta vndecimi hic centralis cathetus singulis cathetorum angularium equidistans. Ideoq; ex. 33. primi hi quinq; corausi erunt semidiametro circuli equales & ex correl. 15. quarti quilibet eorum tanquam latus exagoni centrali ergo catheto ex vtraq; parte adiiciatur linea vna equalis lateri decagoni. Supra quidem adiiciatur ei. m. n. deorsum autem sub circulo adiiciatur sibi a centro circuli. l. p. postea demittatur a puncto. n. 5. ypothemise



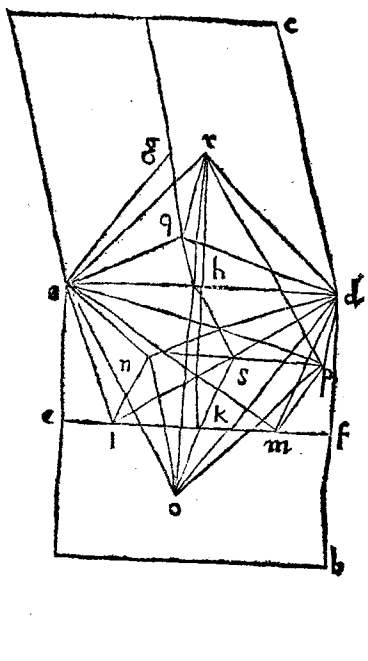



ad.5.superiores angulos decem triangulorum qui sunt in circuitu.ꝫ a punc
cto.p.alie.5.ad alios quinq; inferiores. Eruntq; hee decem ypothenuse eq̄
les adinuicem lateribus inscripti pentagoni ex penultima primi ꝫ.10.hu
ius quemadmodum de aliis decem prius demonstratum est. Habes ergo
corpus.20.basium triangularium atq; equilateraꝝ cuius cuncta latera sunt
equalia lateribus pentagoni. Eius vero diameter est linea. n. p. Horum
autem.20.triangulorum decem consistunt in circuitu supra circulum: quin
q; autem consurgunt sursum ad punctum. n. concurrentes. At quinq;
reliqui deorsum emergunt super punctum. p. coeuntes. Hoc autem yco
cedrum corpus a data spera circumscriptibile esse sic erit manifestum.
Cum linea. l. m. sit equalis lateri exagoni ꝫ. m. n. lateri decagoni equilate
rorum quos circulus. e. f. g. circumscribit tota. l. n. erit ex nona pñtis libri
diuisa ꝑm ꝓportionē. h. m. ꝫ. d. extre. i pūcto. m. ꝫ maior portio eius erit
linea. l. m. Diuidat itaq; l. m. per eqlia in. q. Eritq; ex cōi scia. p. q. eqlis. q.
n. Nā. p. l. posita ē eqlis lateri decagōi quēadmodum. m. n. qre. q. n. ē me
dieta. n. p. quēadmodū ē. q. m. medietas. m. l. cū ergo q̄dratū. n. q. sit ex
3. huius qncuplū ad q̄dratū. q. m. erit quoq; ex. 15. qnti q̄dratū. p. n. qncuplū
ad quadratum. l. m. Est. n. ex quarta secundi q̄dratum. p. m. q̄druplum ad
quadratum. q. n. Quadratum quoq; l. m. q̄druplum ad quadratum. q. m
ex eadem. Quadruplum aūt ad q̄druplum ē vt simplum ad simplū teste
15. qnti at ꝫo quadratum. a. b. quincuplum est ad q̄dratum. b. d. ex scda p
te correlarii. 8. sextiꝫ ex correlario. 17. eiusdem: est ēt. a. b qncupla ad. b. c.
ꝫo q. a. c. fuit ad eādem q̄drupla. Quia ergo. l. m. est ex ypothesi eqlis. b.
d. erit ex cōi scia. a. b. equalis. n. p. Itaq; si sup lineam. n. p. semicirculus de
scribat qui tādiu q; locū ꝑmum repetat circūuolnat spera ipsius motu de
scripta erit a diffinitione sperꝝ equalium equalis spere ꝓposite. ꝫ qm li
nea. l. m. est medio loco ꝓportionalis inter. l. n. ꝫ. n. m. ideoq; inter. l. n.
ꝫ. p. l. erit quoq; qlibet semidiameter circuli medio loco ꝓportionalis in
ter. l. n. ꝫ. l. p. ꝫ cum. l. m. sit equalis semidiametro circuli: itaq; semicircu
lus sup. p. n. descriptus transibit p oia puncta circumferentie circuli. e. f. g.
Ideoq; ꝫ p singulos angulos solidi fabricati in illa circūferentia consisten
tes ꝫ qa eadē rō. singuli corauſſi cōtinuātes extrēitates angulariū cathe
tor. cū extremitate cētralis sunt medio loco ꝓportiōales inter. p. m. ꝫ. m.
n. ēo q; quilibet eoꝝ est eqlis. l. m. sequitur. vt idem semicirculus trāseat ēt
p reliquos angulos figure ycocedre statute. ē igī corpus hoc inscriptibile
spere cuius diameter. p. n. Ideoq; ꝫ spere cuius diameter. a. b. Latus autē
huius solide figure dico esse lineam minorem. Cōstat. n. q; linea. b. d. est
rōnalis in potentia cū eius q̄dratum sit subqncuplum ad q̄dratum linee. a
b. q; posita est rōalis siue in lōgitudine siue in potētia tm̄. Itaq; semidia
meter atq; semidiameter i circuli. e. f. g. est ēt rōnalis in potentia. Nam eius
semidiameter ē eqlis. b. d. I gitē ex. n. huius latus pētagoni equilateri huic
circulo inscripti est linea minor. at vero sicut in huius demonstrationis
ꝓcessu patuit latus huius figure est quātum latus pētagoniꝝ ergo latus hu
ius figure ꝫo. alchaidarum est linea minor quemadmodum proponit.

## Propositio .17.

Quibus duodecim basium pentagonarum equila
terarum atq; equiangularium ab assignata spera
diametrum rōnalem habente circumscriptibile cō
stituere. eritq; palam latus eiusdem corporis irra
tionale esse: id quod residuum dicitur.

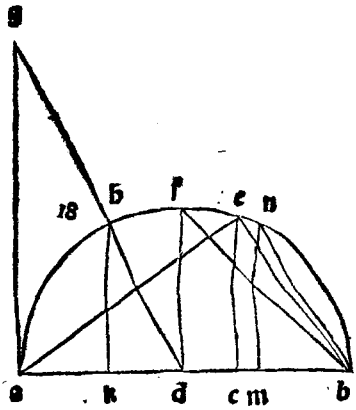
Fiat cubus ꝑm q; docet. 14. huius circūscriptibile ab assignata spera sint q; huius cubi due superficies. a. b. ꝫ. a. c. imaginemur aūt nūc
q; a. b. sit suprema superficies cubi ꝫ. a. c. sit vna ex lateralibus sitq; linea. a. d. cōis
ipsis duabus superficiebus. diuidatur itaq; in superficie. a. b. duo opposita
latera p eqlia videlicet. d. b. i pūcto. f. ꝫ latēi opposituꝫ i. e. ꝫ pūcta diuisi
onis cōtinuent p lineā. e. f. latus quoq; a. d. ꝫ illud q̄ sibi oppōit superficie
a. c. diuidat p eqlia ꝫ pūcta diuisiōis cōtinuēt linea recta cuius medietas sit




g.h. Sitq; punctus.h. medius punctus linee.a.d. similiter linea.e.f. diuidat p equalia in.k. ℭ protrahatur.h.k. qualibet igit trium linearum.e.k.k.f. ℭ.g h. diuidet fm proportionem ha.me ℭ.du.ext.in tribus punctis.l.m.q. sint q; maiores portiones earum.l.k.k.m. ℭ.g.q. Quas manifestum est esse equales cũ tote liee diuise sint equales videlicet quelibet earum medietati lateris cubi. Deinde a duobus punctis.l. ℭ.m. erige perpẽdiculares vt docet.xi. vndecimi ad superficiem.a.b.quarum vtraq; ponas equalẽ linee.k.l. sintq; l.n ℭ.m.p. similiter a puncto.q. erige ꝓpendiculariter.q.r. ad supficiem.a.e. quam ponas equalẽ.g.q. ꝓtrahe itaq; lineas.a.l.a.n.a.ni.a.p d.m.d.p.d. l.d.n.a.r.a.q d.r.d.q. Manifestum est igitur ex quinta huius q; due linee k.e. ℭ.e.l. potẽtialiter sunt triplũ ad lineã.k.l. ideoq; ẽt ad lineam.l.n. cũ k.l. ℭ.l.n. sint equales. At vo.k.e. ẽ equalis.e.a. igit due linee.a.e. ℭ.e.l. sunt potẽtia triplũ ad lineã.l.n. quare ex penul. primi.a.l. ẽ potẽtia tripla ad.l.n. ideoq; ꝓ eãdem.a.n. ẽ potẽtia quadrupla ad.l.n. Cũq; ois linea sit potẽtia quadrupla ad medietatem sui sequit ex cõi scia q; a.n. sit dupla in longitudine ad.l.n. ℭ.quã.m. dupla est ad.l.k. At.k.l. ℭ.l.n. sunt equales erit.a.n. equalis.l.m. sunt.n.ea; dimidia equalia. Et qa ex.33. primi.l.m. est equalis.n.p. erit.a.n. equalis.n.p. Eodẽ mõ ꝓbabis tres lineas.p.d.d.r. ℭ.r.a. cẽ equales sibi inuicem ℭ duabus predictis. Habemus itaq; ex his qn q; lineis pẽtagonũ equilatey q est.a.n.p.d.r. Sed fortasse dices ipsum nõ esse pentagonum ga nec forsan ẽ totus in supficie vna. q̃ esset necessariũ ad hoc vt esset pẽtagonus. quod ergo sit totus in supficie vna sic habeto. ꝓdeat eqdem a pũcto.k. linea.k.s. perpẽdicularis ad supficiem.a.b. q; sit eq lis.l.k. eritq; ob hoc equalis vtriq; duaru; linearum.l.n. ℭ.m.p. cũq; ipsa sit eq distans vtriq; earum ex sexta vndecimi. ideoq; cum ambabus in eadem supficie ex dione linearum equidistantium necesse est vt punctus.s. sit in linea.n p. ℭ q; diuidat eã p equalia. ꝓtrahant igitur due linee.r.h. ℭ.h.s. sint itaq; duo trianguli.k.s.h. ℭ.q.r.h. sup vnũ angulũ videlicet.k.h.q. cõstituti ℭ est ꝓportio.k.h. ad.q.r. sicut.k.s. ad.q.h. nã vt.g.h. ad.q.r. sic.k.h. ad.q.r. ex.z. quinti. ℭ vt.r.q. ad.q.h. sic.k.s. ad.q.h. ex eadẽ. sed.g.h. ad.q.r. vt q.r. ad.q.h. eo q; q.r. est equalis.g.q. ergo p.30. sexti linea.r.h.s. est linea vna. Quare ex secunda vndecimi totus pentagonus de quo disputamus est in superficie vna. Ipsum quoq; dico esse equiangulum. cũ.n.e.k. sit diuisa ꝑm proportionem habentem medium duoq; extrema. ℭ.k.m. sit eq lis maiori portioni eius. erit quoq; ex.4. presentis tota.e.m. diuisa ꝑm ꝓportionem habentem medium duoq; extrema. maior quoq; portio eius linea.e.k. Ideoq; per.5. duee linee.e.m. ℭ.m.k. Ideoq; due.e.m. ℭ.m. ꝙ. Nam.m.p. est equalis.m.k. sunt potentia triplum ad lineam.e.k. Ideoq; ℭ ad lineam.a.e. nam.a.e. est equalis.e.k. Itaq; tres linee.a.e.e.m. ℭ.m.p sunt potentia quadruplum ad lineam a.e. Constat aũt per penultimam primi bis assumptam q; linea.a.p. est potentia equalis tribus lineis.a.e. ℭ e.m. ℭ.m.p. Itaq; a.p. est potentia quadrupla ad lineam.a.e. Latus vero cubi eum sit duplum ad lineam.a.e. est potentia quoq; quadruplum ad ip sam ex.4. secundi. igitur ex cõi scientia.a.p. est lateri cubi equalis. Cunq; a.d. sit vnum ex lateribus cubi erit.a.p. equalis a.d. Ideoq; ex.8. primi an gulus.a.r.d. est equalis angulo.a.n.p. Eodem mõ ꝓbabis angulum.d.p. n. esse equalem angulo.d.r.a. quia ꝓbabis lineam.d.n. esse potentialiter quadruplũ ad medietatem lateris cubi. Cum igitur ex his pentagonus sit eqlaterus ℭ habeat tres angulos equales ipse erit eqangulus ex septima pñ tis libri. Si itaq; hac via rõe eq cõsimili sup vnũquodq; reliquoru; latey cu bi pentagonum equilatey ℭ equiangulum fabricemus pficiet solidum cõ supficiebus pentagonis eqlateris ℭ equiangulis cõtentum. Cubus.n. hẽ latera. Reliquum aũt est demonstrare solidum hoc esse a data ꝑ circũ criptibile. ꝓtrahant igit a linea.s.k. due supficies secates cubũ quaru; vna secet ipsum sup lineã.h.k. ℭ alia sup lineã.e.f. eritq; ex.40. vndecimi vt cõis sectio harum duaru; supficieru; secet diametrum cubi ℭ secet viceuersa ab ipsa diametro ꝙ eqlia. sit ergo cõis sectio earum v.q. ad diametrum cubi linea.k.o

Pl ta q. o. sit centrum cubi. Et ducantur linee. o. a. o. n. o. p. o. d. o. r. Cō
stat aūt q vtraq; duarum linearū. o. a. & o. d, est semidiameter cubi. Iōq;
equales. De linea autem. o. k. constat ex. 40. vndecimi q ipsa est equalis
e. k. videlicet medietati lateris cubi. Et quia. k. s. ē equalis. k. m. Erit. o. s.
diuisa in puncto. k. sm proportiōem habentem medium duoq; extrema
& maior portio eius erit linea. o. k q est equalis. e. k. Itaq; p. 5. huius erunt
due linee. o. s. & s. k. Iōq; o. s. & s. p. Eo q. s. p. ad quas hec demōratio non
extēditur est equalis. k. s. triplum in potētia ad lineā. o. k. Et iō ad medie
tatem lateris cubi quare p penul. primi. linea. o. p. ē potētia tripla ad me
dietatem lateris cubi. Ex correl. aūt. 14. huius cōstat q semidiameter spere
tripla est in potētia ad medietatem lateris cubi quem circūscribit eadem
spera. Itaq; o. p. est quanta semidiameter spere circūscribentis cubum p
positum. Eadem ratione cuncte linee ducte a puncto o. ad angulos singu
los pētagonoꝝ oium superlatera cubi descriptorum ad singulos angulos
inq; qui proprii sunt pentagonis non aūt cōes eis & superficiebus cubi. s. p
prii quales sunt in pentagono statuto tres anguli. n. p. r. De illis aūt lineis
q veniunt a puncto. o. ad angulos singulos pentagonoꝝ qui sunt cōes pē
tagonis & superficiebus cubi quales sunt in pentagono pñti duo anguli. a.
& d. cōstat q ipse sunt equales semidiametro spere circūscribentis cubum.
Ipse. n. sunt semidiametri cubi ex. 40. vndecimi. At vero semidiameter
cubi est tanq; semidiameter spere ipsum circūscribētis quemadmodum ex
rōcinatione. 14. appet. I gr oēs linee ducte a pūcto. o. ad singulos angulos
duodecedri sunt eq̄les adinuicē & semidiametro spere. Semicirculus itaq;
super totam diametrum spere vel cubi lineatus. si circū ducatur transibit p
oēs angulos eius quare per diffinitionem ipsum est ab assignata spera cir
cūscriptibile. Dico ite; q latus huius figure est linea irrōnalis ista videli
cet q̄ residuū dr si diameter spere ipsum circūscribentis fuerit rōalis in lō
gitudine vel in potentia. Cum. n. diameter spere sit ex. 14. huius tripla in
potentia ad latus cubi erit latus cubi rōnale in potentia si diameter spere
fuerit rōnalis in longitudine vel in potētia. Cōstat aūt ex. 11. q linea. r. p.
diuidit lineam. a. d. q̄ est latus cubi sm proportionē hñtem mediū duoq;
extrema & q portio eius maior equalis ē lateri pentagoni. Et quia maior
portio eius est residuum ex sexta huius manifestum est latus figure duode
cedron cē residuum quod demonstrare voluimus. Fabricata sunt igitur p
13. & quatuor eam sequētes quinq; cōpora equilatera atq; equiangula quo
rum vnūquodq; ē circūscriptibile ab assignata spera. Sūt aūt hec solida &
imm̄ idem quatuor basium triāgulariū & dr tetracedron. Secūdum ē
sex basium quadratarū & dr cubus siue exacedron. Tertium octo basiū trīā
gulariū & dr octocedron. Quartum aūt ē solidum ycocedron & est vi
ginti basium triāgulariū. Quintum vero ex. 12. basibus pentagonis cōsti
stit & dr duodecedron. Hec āt quinq; solida regularia dicūtur q̄m ipsa eq̄
angula sunt atq; eglatera & a spera atq; ab inuicem circūscriptibilia. plura
vero his quinq; eglatera q̄ sint & equiangula ee est impossibile. Ad cōsti
tutionem cuiuslibet anguli solidi necesse est ad minus tres superficiales an
gulos cōcurrere. Ex duobus enim solis superficialibus nequit solidus an
gulus cōstituta ergo tres anguli cuiuslibet exagoni equilateri & equianguli
sunt equales quatuor angulis rectis. At vero eptagoni & cuiuslibet pluriū
laterum figure equilatere atq; equiangule tres anguli sunt maiores quatu
or angulis rectis quemadmodum ex. 32. primi euidenter elicitur: omnis
autem angulus solidus quatuor rectis angulis minor est teste. 21. vndecimi
impossibile est tres angulos exagoni atq; eptagoni: & simpliciter omnis
plurilatere figure equilatere tamen atq; equiangule solidum angulum con
stituere. ideo nulla solida figura equilatera atq; equiangula potest ex super
ficiebus exagonalibus aut plurium laterum constitui. Si enim tres anguli
exagoni equilateri atq; equianguli quemq; solidum angulum excedunt
quatuor & plures multo fortius eundem excedunt. Tres autem angulos pē
tagoni equilateri atq; equianguli minores esse quatuor rectis angulis ma

nifestum est ℭ quatuor esse maiores: quare ex tribus angulis pentagoni equilateri atq; equianguli possibile est solidum angulum constitui. ex quatuor autem aut ex pluribus impossibile. ideoq; vnum duntaxat solidum ex pentagonis equilateris atq; equiangulis constitutum est illud videlicet quod duodecedron dicitur in quo anguli pentagonorum terni ℭ terni solidos angulos perficiunt. Eadem quoq; est ratio in quadrilateris figuris equilateris ℭ equangulis q̄ in pentagonis: ois enim quadrilatera figura si equilatera equiangulaq; fuerit ipsa erit quadrata a diffinitione. Nam omnes eius anguli erunt recti per.32.primi. Ex tribus igitur angulis talis superficialis figure possibile est solidum angulum constitui: ex quatuor autem aut ex pluribus impossibile est: propter quod ex talibus figuris superficialibus que cum quadrilatere ipse sint equilatere atq; equiangule vnicum solidum quod cubum dicimus: fabricatum est. Triangulorum autem equilaterorum sex anguli sunt equales quatuor rectis ex 32.primi: pauciores ergo minores ℭ plures maiores: igitur ex sex angulis talium trigonorum aut ex pluribus impossibile est angulum solidum fieri: ex quinq; ℭ ex quatuor ℭ ex tribus possibile. Cum itaq; tres anguli trigoni equilateri efficiunt angulum solidum: perficitur ex triangulis equilateris corpus quatuor basium triangularium atq; equilaterarū. Cum vero quatuor consurgunt corpus octo basium quod octocedron diximus. At vero si quinq; triangulorum equilaterorum anguli solidum angulum contineant fiet corpus ycocedron viginti basium triangularium ℭ equilaterarum. Quare ergo tot ℭ talia sunt solida regularia ℭ quare plura his non sint dictum est.




## ℭ Castigator.

a ℭ Quia sicut totum ad totum ita dimidium ad dimidium. *Nam vt ibi dicitur dyameter spere tripla est in potentia ad latus cubi ideo semidyameter similiter est potentia triplex ad medietatem lateris cubi ac si dyameter esset .6. eius potentia .36. ℭ latus cubi esset .ℜ.12. cuius potentia est.12.semidyameter.3. potentia eius .9. medietas lateris cubi esset ℜ.3.cuius potentia.3, que est subtripla ad potentiam .3. hoc est ad potentiam medietatis dyametri spere* ℭ cetera.

## Propositio .18.

Tatera quinq; corporum premissorum ab eadem spera circumscriptibilium cuius spere sola diametros nobis proposita fuerit per ipsam propositam diametrum inuenire.

ℭ Sit.a.b. diameter alicuius spere nobis proposita. ex qua iubemur latera quinq; premissorum corporum elicere. ℣ Diuidamus igitur hanc diametrum in.c.ita q̄.a.c.sit dupla ad.c.b. Et per equalia.in.d. Et lineemus *super eam semicirculum.a.f.b.ad cuius circumferentiam protrahantur due linee perpendiculares* ad lineam a.b.que *sint.c.e.*ℭ*.d.f.* Et iungamus.e.cum.a.ℭ.cum.b.ℭ.f.cum.b. Manifestum ergo est ex demonstratione [illegible] quod latus figure quatuor basium triangularium ℭ equilaterarum. Et ex demonstratione .14. q̄.c.b. est latus cubi. Et ex demonstratione.15. q̄.f.b. est latus figure octo basium triangularium ℭ equilaterarum. Prodeat itaq; a puncto.a.linea.a.g.perpendicularis ad.a.b.ℭ equalis eidem.a.b.ℭ iungatur.g.cum.d. Sitq; h.punctus in quo.g.d. secat circumferentiam semicirculi. Et ducatur.h.k. perpendicularis ad.a.b.ℭ quia.g.a.est dupla ad.a.d.erit ex quarta sexti.h.k. dupla ad.k.d. Sunt enim duo trianguli.g.a.d.ℭ.h.k.d.equianguli ex.32.primi eo q̄ angulus.a.maioris est equalis angulo.k. minoris namq; vterq; rectus ℭ angulus.d.est, communis vtriq;. Igitur ex *quarta secundi.b.k.est potentia quadrupla ad.k.d.* ergo ex penultima primi.b.

d. eſt potentia quincupla ad. k.d. cumq; d.b. ſit equalis. b.d. eſt enim d. centrum ſemicirculi. erit quoq; d.b. potentia quincupla ad. k.d. At vero cum tota. a.b. ſit dupla ad totam. b.d. quemadmodum. a.c. detracta ex prima. a.b. eſt dupla ad. c.b. detractam ex ſecunda. b.d. erit itq; ex. 19. quinti b.c. reſidua primæ dupla ad. c.d. reſiduam ſecundæ. Ideoq; tota. b.d. eſt tripla ad. d.c. Igitur quadratum. b.d. eſt nonecuplum ad quadratum. d.e. ℔ quia ipſum erat quincuplum tantum ad quadratum. k.d. erit ex ſe cũda parte decimæ quinti, quadratum. d.c. minus quadrato. k.d. Ideoq; d. c. minor. k.d. Sit igitur. d.m. equalis. k.d. ℔ prodeat. m.n. vſq; ad circumferentiam quæ ſit perpendicularis ad. a.b. ℔ iungatur. n.c. cum. b. Cum igitur. d. k. ℔. d. m. ſint equales erunt ex diffinitione eius quod eſt ab quas lineas a centro equidiſtare. duæ lineæ. h.k. ℔. m.n. equaliter diſtantes a centro. Ideoq; equales adinuicem ex ſecunda parte. 13. tertii ℔ ex ſecunda parte tertiæ eiusdem. Itaq; m.n. eſt equalis. m.k. Nam. h.k. erat equalis ei. At quia. a.b. dupla eſt ad. b.d. ℔. k.m. dupla eſt ad. d.k. ℔ quadratum. b.d. quincuplum ad quadratum. d.k. erit ex. 15. quinti quadratum. a.b. ſimiliter quincuplum ad quadratum. k.m. eſt enim quadratum dupli ad quadratum dupli ſicut quadratum ſimpli ad quadratum ſimpli. Ex demonſtratione enim. 16. manifeſtum eſt q; diameter ſpere eſt potentialiter quincupla tam ad latus exagoni circuli figuræ. 20. baſium. q; ad k.m. eſt equalis lateri exagoni circuli figuræ. 20. baſium. Nam diameter ſpere quæ eſt. a.b. ō potentialiter quincupla tam ad latus exagoni circuli illius figuræ q; ad. k.m. Rurſus q; ex demonſtratione eiusdem manifeſtum eſt q; diameter ſpere conſtat ex latere exagoni ℔ duplici lateri decagoni circuli figuræ. 20. baſium. Cum ergo. k.m. ſit tanq; latus exagoni. At vero. a.k. ſit equalis. m.b. Nam ipſa ſunt reſidua equalium demptis equalibus. Erit. m.b. tanq; latus decagoni. Quia igitur. m.n. eſt tanq; latus exagoni, nam ipſa eſt equalis. k.m. erit ex penultima primi ℔. 10. huius n.b. tanq; latus pentagoni figuræ circuli. 20. baſium. Et ꝫa ex demonſtratione. 16. apparet q; latus pentagoni circuli figuræ. 20. baſium eſt latus eiuſdem figuræ. 20. baſium. Conſtat lineam. n.b. eſſe latus iſtius figuræ. Diuidatur itaq; e.b. quæ eſt latus cubi ab aſſignata ſpera circumſcriptibilis ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema in puncto. p. Sitq; maior portio eius. p.b. Conſtat igitur ex demonſtratione premiſſæ q; p.b. eſt latus figuræ. 12. baſium. Inuenta ergo ſunt latera. 3. premiſſorum corporum ex diametro ſpere nobis propoſita. Eſt enim latus. a.e. piramidis. 4. baſium. e.b. latus cubi. f.b. latus octocedri. At vero. n.b. latus ycocedri. Linea autem. p.b. latus duodecedri. Quæ autem horum laterum ſint maiora aliis ſic habetur. Conſtat enim q; a.e. eſt maior. f.b. nam arcus. a.e. eſt maior arcu. f.b. Iterumq; f.b. eſt maior. e.b. Et. e.b. maior q; n.b. At vero. n.b. dico etiam eſſe maiorem q; p.b. Cum enim ſit. a.c. dupla ad. c.b. erit ex quarta ſecundi quadratum. a.c. quadruplum ad quadratum. c.b. Conſtat autem ex ſecunda parte correlarii. 8. ſexti ℔ ex correlario. 17. eius dē q; q̃dratū. a.b. triplū ē ad q̃dratū. b.e. ſed per. 8. ſexti q̃dratum. a.b. ad quadratum. b.e. eſt ſicut q̃dratum. b.e. ad q̃dratum. c.b. Ex eo q; proportio. a.b. ad. b.e. eſt ſicut. b.e. ad. b.c. ex ſecunda parte correlarii. 8. ſexti. itaq; per. 11. quinti quadratum. b.e. triplum eſt ad q̃dratū. c.b. ℔ quia quadratum. a.c. quadruplum eſt ad idem quadratum vt oſtenſum eſt erit ex prima parte. 10. quinti quadratum. a.c. minus quadrato. b.e. Ideoq; linea. a.c. maior eſt linea. b.e. Ideoq; a.m. multo maior. b.e. Manifeſtum vero eſt ex. 9. huius q; ſi linea. a.m. diuiſa fuerit ſm proportionem habitem medium duoq; extrema erit maior portio eius linea. k.m. q̃ eſt equalis m.n. At ꝫo cum. b.e. diuiditur ſm eandem ꝓportionem vt dictum eſt habitem medium duoq; extrema maior eius portio ē linea. p.b. cũ itaq; tota. a.m. ſit maior tota. b.e. erit. m.n. quæ eſt equalis maiori portioni. a. m. maior q̃. p.b. quæ eſt maior portio. b.e. Hoc autem manifeſtum eſt ex ſecunda. 14. libri quæ ſine auxilio alicuius earum quæ ſequuntur firma de-

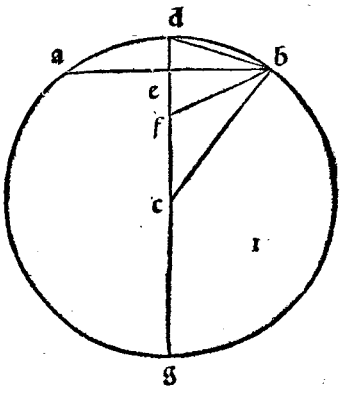
monſtratione ſolidatur. Ergo p.19.primi a fortiori.n.b.maior eſt q̄.p.b. Quare patet latera horum.5.corporum premiſſorum fere eo ordine quo corpora ſe inuicem ſequuntur ſe inuicem excedere. In cubo enim duntaxat & octocedro habet hic inſtantias. Nam latus octocedri excedit latus cubi q̄is cubus antecedat octocedrum. Cubum autem premittunt idcirco octocedro: quia eadem diuiſione diametri aſſignate ſpere latus piramidis.4.baſes triangulas habentis & latus cubi inuenitur. Eſt igitur.a.e. latus piramidis maius lateribus ceterorum corporum. Poſt ipſum aũt eſt f.b.latus octocedri maius ſequentium corporum lateribus. Tertio ordine ſequit *in magnitudine*.e.b.latus cubi. Quarto vero loco ẽ.n.b.latus ycocedron. *Minimum* autem eſt omnium.p.b.latus duodecedron vel duodecedri.

¶ *Explicit liber Tertiusdecimus.*

¶ *Quartusdecimus liber Euclidis de habitudinibus trianguli pentagoni exagoni decagoniq; adinuicem reſpectu linee. Secũdum proportionem habentem medium duoq; extrema diuiſe & corporum regularium adinuicem proportionibus ex optima Campani interpretatione. Magiſtro Luca Paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minorum Caſtigatore acuratiſſimo feliciter. Incipit.*

## Propoſitio .1.

Omnis perpẽdicularis a centro circuli ducta ad latus pentagoni intra circulum ipſum deſcripti. *Dimidio lateris decagõi atq; dimidio lateris exagoni intra* circulum eundem deſcriptorum. ambobus dimidiis in longum directũq; coniunctis equalis eſſe probatur. ¶ Patet igitur q̄ perpẽdicularis ducta a cẽtro circuli ad latus pẽtagoni eſt equalis perpẽdiculari ducte a centro ad latus trianguli dimidioq; lateris decagoni intra eundem circulum deſcripti directe coniunctis.




¶ Sit linea.a.b.latus pẽtagoni equilateri inſcripti circulo cuius centr̃.c. & ducatur a centro.c.perpendicularis ad lineam.a.b.que per ſecundam p̃tem tertie tertii diuidet ipſam per equalia & arcum eius etiam per equalia ex quarta primi & 27.tertii. Sitq; hec perpendicularis linea.c.d.ſecans.a.b in puncto.e.& arcum eius in puncto.d. Eſt igitur vt diximus linea.a.e. *equalis lꝛee.e.b.& arcus.a.d.arcui.d.b. Protrahaturq; linea.d.b.de qua cõſtat q̄ ipſa eſt latus decagoni eq̃lateri ꝓpoſito circulo inſcripti cum ipſa ſubtendatur medietati q̃inte totius circumferentie. Dico itaq; q̄ linea.e.* b.eſt equalis medietati linee.c.d.& medietati linee.d.b.in longum directumq; coniunctis. Compleatur quidem diameter.d.c.ſitq; d.c.g.& ſit.e. f.equalis.e.d.& protrahatur.b.f. Eritq; ex.4.primi.b.f.equalis.b.d.ideoq; p.5.primi angulus.b.d.f.erit equalis angulo.b.f.d. Conſtat aũt ex vltia ſexti q̄ angulus.g.c.b.quadruplus eſt ad angulum.b.c.d. Eo q̄ arcus.g.b. quadruplus ẽ ad arcum.b.d. At vero angulus.g.c.b.per.32.primi duplus eſt ad angulum.b.d.c. Nam ipſe eſt extrinſecus duobus qui ſunt.b.d.c.& d.b.c. Atiipſi ſunt equales ex.5.primi. igitur angulus.b.d.c.duplus eſt ad angulum.b.c.d. Quare angulus quoq; b.f.d.duplus ẽ ad angulum.b.c.f. Sed angulus.b.f.d.eſt equalis duobus intrinſecis qui ſunt.f.c.f.& c.b.f. per.32.primi. Itaq; duo anguli.b.c.f.& c.b.f.ſunt equales. Ideoq; per.6.

primi·c·f· est equalis·b,f· Idcoq, etiam·c·f·est equalis·b·d· Nam·b·d·& b·f· sunt equales adinuicem· Quare dimidium·c·d· cum dimidio·b·d· est quantum dimidium·cd·cum dimidio· c·f· at vero a dimidium·c·d· cum dimidio·c·f·est quantum dimidium·c·f·bis cum dimidio·f·d· Dimidium autem·c·f·bis est quantum·c·f· Et dimidium·f·d·est quantum·e·f· Itaq, c·e·est quantum dimidium·e·d·cum dimidio·d·b· quod est propositum· Correlarium autem sic constat manifestum· est enim ex 8·tredecimi libri q, perpendicularis ducta a centro circuli ad latus trianguli sibi inscripti est equalis dimidio linee ducte a centro ad circumferentiam· Hoc quidem ibi demonstratum est & quasi correlarium conclusum· Cum igitur ex hac prima istius·14· libri pateat q, perpendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni sit equalis dimidio linee ducte a centro ad circumferentiam & dimidio lateris decagoni sequitur q, perpendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni sit equalis perpendiculari ducte a centro ad latus trianguli : dimidioq, lateris decagoni intra eundem circulum descripti : & hoc est quod ex correlario proponitur· Nunc ergo explicandum est quod ait Aristeus·in libro intitulato *Expositio scientie ſ·corporum nec non* & *Appollonius in dono* secundo in proportionalitate figure·12· basium ad figuram ·20· basium dicens q, proportio superficierum figure habentis·12· bases ad superficies figure habentis·20· bases·est tanq̄ proportio corporis·12· basium ad corpus·20·basium· Linea & enim ducta a centro circuli pentagoni figure·12· basium duodecedri ad circumferentiam eius est quasi linea prodiens a centro circuli trianguli figure·20· basium ycocedri ad circumferentiam eius· Hec sunt ipsius magni appollonii verba· Intelligenda autem sunt de figura·12·& figura·20· basium ab vna eademq, spera circumscriptibili*um· Est enim proportio corporis duodecedri ad corpus ycocedron cum* ambo vna eademq, spera circumscribit· Sicut proportio omnium superficierum duodecedri pariter acceptarum ad omnes superficies ycocedri pariter acceptas quemadmodum Appollonius premissorum verborum prima parte commemorat quod & decima huius·14· libri solida demonstratione stabilitur· Et est circulus circumscribens pentagonum duodecedri equalis circulo circumscribenti trigonum ycocedri cum duodecedron & ycocedron eadem spera circumscribit quemadmodum ipse appollonius secunda parte premissorum verborum commemorat : quod etiam in quinta huius libri demonstratione firmatur premittenda sunt igitur antecedentia ad tantorum virorum eloquia inconcussa veritate corroboranda·

## ¶ Castigator·

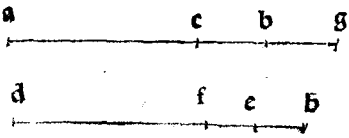
a ¶ *At vero dimidium·c·d·cum dimidio·c·f·est quantum dimidium c·f·bis cum dimidio·f·d·*& cetera·

¶ *Propter hoc est notandum q, omnium duarum quantitatum in equalium semper dimidium maioris cum dimidio minoris est quantum dimidium minoris bis* & dimidium differentie qua maior habundat a minore verbi gratia sint due linee ille in numeris·6·d·12·f·c·8· differentia·f·d·erit·4·nam·c·d·est latus exagoni & ·c·f· latus decagoni vt dictum est & latus exagoni excedit latus decagoni in·f·d·dico q, medietas·c·d·que est·5·cum dimidio·c·f·quod est ·4· que iuncta faciunt·10·& sunt dimidia totalia quarum dimidio·c·f·bis·8·& dimidio·f·d·quod est·2· que iuncta, similiter faciunt·10· & hoc in omni genere verificatur & dicto isto medio ipse concludit dicens dimidium autem·c·f·bis est quantum·c·f·totum & dimidium·f·d·est quantum·e·f·s·medietas differentie f·d·maioris ad minorem itaq, c·e· est quantum dimidium·c·d·cum dimidio·d·b·& cetera sine isto prosupposito non concluderet vt patet·

Propositio ·2·

Quicquid accidit vni linee diuise secundum proportionem habentem medium z duo extrema omni linee similiter diuise probatur accidere zc.

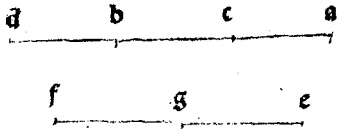
¶ Sit vtraq; duarum linearum a.b. & c.d.e. diuisa secundum proportionem habentem medium duoq; extrema hec quidem in.c. illa vero in.f. sintq; maiores portiones huius quidem a.c. illius autem d.f. Dico itaq; q; ambarum ad sui maiores portiones est vna proportio. Itemq; ambarum ad sui minores portiones est proportio vna ac quoq; maiorum portionum ad minores vna. Et econtrario & permutatim & coniunctim & disiunctim & euersim. Nihil enim aliud est quicquid vni earum accidit. idem quoq; alii accidere. Constat enim ex diffinitione linee secundum proportionem habentem medium duoq; extrema diuise & ex prima parte.16. sexti. q; illud quod fit ex.a.b. in.b.c. est equale quadrato.a.c. Eodemq; modo quod fit ex.d.e. in.e.f. est equale quadrato.d.f. Ideoq; proportio eius quod fit ex.a.b. in.b.c. ad quadratum.a.c. est sicut eius quod fit ex.d.e. in.e.f. ad quadratum.d.f. Vtraq; enim est proportio equalitatis. Igitur quadruplum eius quod fit ex.a.b. in.b.c. ad quadratū.a.c. sicut quadruplum eius quod fit ex.d.e. in.e.f. ad quadratum.d.f. Quod ex.5. quinti & permutata & equa proportionalitate manifestum est. Quare coniunctim quadruplum eius quod fit ex.a.b. in.b.c. cum quadrato.a.c. ad quadratum.a.c. sicut equa druplum eius quod fit ex.d.e. in.e.f. cum quadrato.d.f. ad quadratum.d.f. Adiungatur autem secundum rectitudinem ad lineam.a.b. vna linea que sit equalis.b.c. que dicatur.b.g. Et.ad.d.e. adiungatur equalis.e.f. que dicatur.e.b. Manifestum est igitur ex octaua secundi libri q; quadruplum eius quod fit ex.a.b. in.b.g. cum quadrato.a.c. est equale quadrato linee.a.g. Ac vero similiter quadruplum eius quod fit ex.d.e. in e.b. cum quadrato.d.f. est equale quadrato.d.b. Ad vero ex communi scientia quadruplum eius quod fit ex.a.b. in.b.c. equum est quadruplo eius quod fit.ex.a.b. in.b.g. Eo q; b.c. & b.g. sunt equales. Similiter quoq; quadruplum eius quod fit ex.d.e. in.e.f. equum est quadruplo eius quod fit ex.d.e. in.e.b. Eo q; e.f. & e.b. sunt etiam equales. Igitur ex prima parte septime gnti & ex.11.5. eiusdem quadratū.a.g. ad quadratū.a.c. sicut quadratum.d.b. ad quadratum.d.f. Quare ex secunda parte.11. sexti proportio linee.a.g. ad lineam.a.c. est sicut linee.d.b. ad lineam.d.f. Et cōiuncti.a.g. & a.c. ad.a.c. sicut.d.b. & d.f. ad.d.f. At vo.a.g. cū.a.c. sunt tanq̄ duplum.a.b. & d.b. cum.d.f. tanquam duplum.d.e. Quare duplū a b.ad.a.c. sicut duplum.d.e. ad.d.f. Et permutatim duplum.a.b. ad duplū.d.e. sicut.a c.ad.d.f. Sed duplū.a.b. ad duplū.d.e. sicut.a.b.ad.d.e. ex 15. quinti. Igitur.a.b.ad.d.e. sicut.a.c.ad.d.f. Itaq; permutatim & euersim & conuersim & disiunctim & coniunctim quod oportebat ostendere.



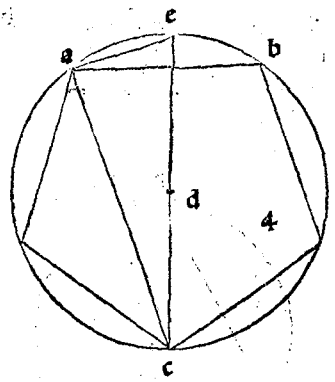

## Propositio .3.

Si fuerit latus exagoni secundum proportionem habentem medium duoq; extrema maior eius portio erit latus decagoni circumscripti a circulo ipsum exagonum circumscribente.

¶ Sit linea.a.b. latus exagoni alicuius circuli & diuisa secundum proportionem habentem medium duoq; extrema in puncto.c. sitq; maior portio eius, b.c. Dico q; cuiuscunq; circuli.a.b. est latus exagoni eiusdem, b.c. erit latus decagoni. Adiungatur enim ad lineam.a.b. linea.b.d. que sit latus decagoni illius circuli cuius.a.b. est latus exagoni. Eritq; ex nona.13. linea.a.d. diuisa secundum proportionē habentem medium duoq; extrema & maior portio eius erit linea.a.b. Cū igitur vtraq; duarum linearum.a.b. & a.d. sit diuisa secundum proportionem habentem medium duoq; extrema. Igitur erit per premissam ambarum ipsarum ad sui maiores portiones vna proportio. Itaq; d.a. ad.a.b.



que eſt eius maior portio ſicut.a.b.ad.b.c.que eſt etiam eius maior portio. Sed.d.a.ad.a.b.ſicut.a.b.ad.b.d.ex diffinitione linee diuiſe ſecundū proportionem habentem medium duoq; extrema ⁊ maior portio eius. Igitur ex vndecima quinti a b.ad.b.d.ſicut a.b.ad.b.c.Quare per ſecundam partem.9.quinti.b.d.⁊.b.c.ſunt equales. Cum ergo.b.d.ſit latus decagōi erit quoq; ex communi ſcientia.b.c.latus decagoni. Vel aliter ad lineam.a.b.adjungatur.b.d.equalis.b.c.eritq; ex.4.tredecimi tota.a.d. diuiſa ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema ⁊ maior portio eius linea.a.b.Itaq; per conuerſam.9.tredecimi quam continue poſt ipſam demonſtrauimus cuius circuli linea.a.b.eſt latus exagoni eiusdem linea.b.d.Ideoq; linea.b.c.ſibi equalis eſt latus decagoni. Poſſumus iterum idem alia via ſi libet demonſtrare. Sit enim.e.f.equalis.a.b.que etiam diuidatur in.g.ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema. Et ſit maior portio eius linea.f.g. Conſtat igitur ex premiſſa q; quemadmodum.a.b.eſt equalis.e.f.ſic.a.c.eſt equalis e.g.⁊.c.b.equalis.g.f. Cumq; fuerit.b.d.adiuncta ad.a.b.latus decagoni illius circuli cuius.a.b.eſt latus exagoni erit ſicut prius dictum eſt ex.9. tredecimi tota.a.d diuiſa ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema. Et maior eius portio erit linea.a.b. Itaq; per premiſſam. a.b.ad.b.d.ſicut f.g.ad.g.e. Quare per primam partem.15.ſexti quod fit ex.a.b.in.g.e.equum eſt ei quod fit ex.b.d.in.f.g. Cumq; a.b.ſit equalis e.f. Et erit quod fit ex.e.f.in.g.e.equum eſt ei quod fit ex.b.d.in.f.g. Sed quod fit ex.e.f.in.g.e.equum eſt quadrato.f.g. Ex diffinitione linee diuiſe ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema. Et ex prima parte.16.ſexti. Igitur quod fit ex.b.d.in.f.g.eſt equale quadrato.f.g. Ideoq; ex prima ſexti linea.b.d.eſt equalis.f.g. Et quia.f.g.eſt equalis.c. b.erit quoq;.c.b.equalis.b.d.⁊ latus decagoni quod oportebat oſtēdere.

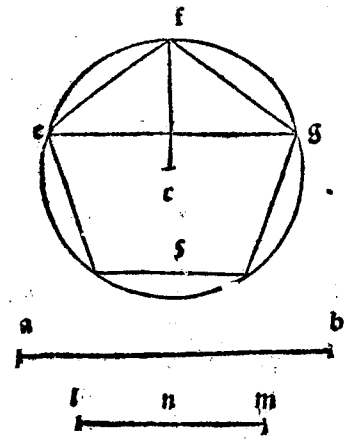


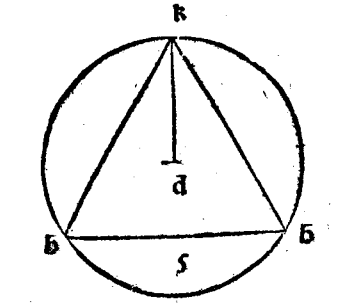

## Propoſitio .4.

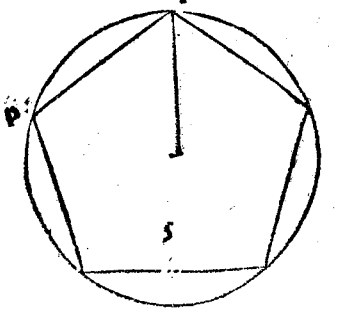
Quadratum lateris pentagoni intra circulum deſcripti quadratumq; linee que illius pentagoni angulo ſubtenditur ambo hec quadrata pariter accepta quadrati medietatis diametri eiuſdem ciculi quincuplum eſſe pronuncio.

¶ Sitin circulo.a.b.c.cuius centrum.d.inſcriptus vnus pentagonus equilaterus cuius vnum latus ſit.a.b.⁊.protrahatur diameter.c.d.e.diuidens lineam.a.b.⁊ eius arcum per equalia. Eſt igitur arcus. a.e.medietas quinte partis circumferentie illius circuli. Quare arcus.a. e.eſt due quinte totius circumferentie. Protrahantur itaq; due linee.a.e. ⁊.a.c. Eritq;.a.e.latus decagoni equilateri. eo q; eius arcus eſt medietas quinte partis circumferentie. Linea vero.a.c.erit que ſubtenditur vni ex angulis pentagoni predicti. Eo q; arcus.a.c.eſt due quinte partes circumferentie circuli. Dico itaq; q; quadrata duarum linearum.a.b.⁊.a.c.pariter accepta quincuplum ſunt ad quadratum linee.d.e. Eſt enim ex quarta ſecundi quadratum linee.c.e. quadruplum ad quadratum linee.d.e. Cum autem angulus.c.a.e.ſit rectus ex prima parte.30.tertii. eruntq; ex penultima primi quadrata duarum linearum.c.a.⁊.a.e. quadruplum ad quadratum.d.e. Igitur quadrata trium linearum.c.a.⁊.a.e.⁊.d.e.quincuplum ſunt ad quadratum linee.d.c.⁊ quia ex decima tredecimi libri quadratum.a.b.eſt equale quadratis duarum linearum.a.e.⁊.d.e.ſequitur vt quadrata duarum linearum.a.b.⁊.c.a.ſint quincuplum ad quadratum d.e.quod eſt propoſitum.

¶ Manifeſtum eſt ergo q; quadratum lateris cubi atq; quadratum lateris figure duodecim baſium cum cubum ⁊ figuras duodecim baſium eadem ſpera circumſcribit ambo quadrata pariter accepta quincuplum ſunt quadrati medietatis diametri circuli qui circumſcribit pentagonum eiuſdem figure duodecim baſium.




¶ Istud correlarium vere manifestum est: constat enim ex demonstratione. 17. tredecimi libri q̄ latus cubi subtenditur angulo pentagoni duodecedri cum cubum & duodecedron vna eademq; spera circumscribit: itaq; per hanc quartam sine obice constat correlarium. &c.

## Propositio .5.

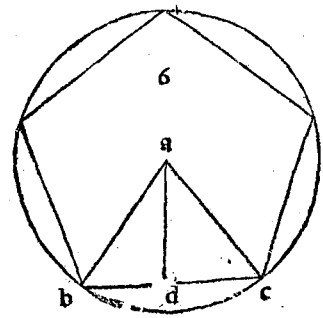
Pentagonus figure duodecim basium triangulus q̄ figure viginti basium quos eadem spera circumscribit vno eodemq; circulo circumscribuntur.

¶ Sit spera cuius diameter, a.b. circumscribens duas solidas figuras videlicet duodecedron cuius vnus ex duodecim pentagonis sit. c. & ycocedron cuius vnus ex .20. triangulis sit. d. Pentagono autem. c. Et trigono. d. super duo centra. d. & c. circumscribantur duo circuli huic, quidem. f. c. ex. 14. quarti illi vero. k. d. ex. 5. eiusdem. Dico itaq; q̄ hi duo circuli speram propositam quorum alter circumscribit pentagonum. c. Alter vero trigonum. d. sunt equales. Signentur enim duo latera pentagoni. c. vnum ex suis angulis continentia litteri. e. f. & f. g. & protrahatur linea. e. g. que subtendat angulum. f. Et semidiameter circuli que sit. c. f. Vnumquodq; ex lateribus trigoni. d. signetur litteris. k. b. Et protrahatur semidiameter sui circuli que sit. d. k. Deinc sumatur linea. l. m. ad quam sit linea. a. b. que est diameter spere assignate quincupla in potentia. Que quidem. l. m diuidatur in. n. secundum proportionem habentem medium duoq; extrema. Sitq; maior portio eius linea. l. n. Et secundum quantitatem totius. l. m. lineetur circulus. p. q. Itaq; semidiameter circuli. p. q. sit equali linee. l. m. Eritq; ex correlario. 15. quarti linea. l. m. tanq̄ latus exagoni equilateri circulo. p. q. inscripti. Ideoq; per tertiam huius linea. l. n. erit tanq̄ latus decagoni equilateri eidem circulo inscripti. igitur ex .11. quarti inscribatur pentagonus equilaterus circulo. p. q. cuius vnum latus sit. p. q. eritq; ex .10. tredecimi libri quadratum. p. q. equale quadratis duarum linearum. l. m. & l. n. pariter accepti. Cōstat autem ex demonstratione. 16. tredecimi q̄. b. k. est. equalis. p. q. ergo quadratum. b. k. est equale quadratis duarum linearum. l. m. & l. n pariter acceptis. At vero ex demonstratione. 17. tredecimi. manifestum est q̄. e. g. est latus cubi ab eadem spera circumscriptibilis. Quare per correlarium. 14. tredecimi. a. b. que est diameter spere potentialiter est tripla ad. e. g. que est latus cubi. Si autem. e. g. diuidatur secundum proportionem habentem medium duoq; extrema patet ex demonstratione. 17. tredecimi q̄. e. f. est tanq̄ maior portio eius. igitur ex secunda huius. e. g. ad. l. m. sicut. e. f. ad. l. n. Nam vt tota ad totam sic maior portio ad maiorem. itaq; per .11. sexti quadratum. e. g. ad quadratum. l. m. sicut quadratum. e. f. ad quadratum. l. n. Quare per 13. quinti quadrata duarum linearum. e. g. & e. f. pariter accepta ad quadrata duarum linearum. l. m. & l. n. pariter accepta sicut quadratum. e. g. ad quadratum. l. m. ergo per .5. quinti & permutatam proportionalitatem & equam triplum duorum quadratorum duarum linearum. e. g. & e. f. pariter acceptorum ad quadrata duarum linearum. l. m. & l. n. pariter accepta sicut triplum quadrati. e. g. ad quadratum. l. m. Triplum autem e. g. quadrati est tanq̄ quadratum. a. b. ex correlario. 14. tredecimi. At quadratum. a. b. est per ypotesim quincuplum ad quadratum. l. m. ergo triplum quadrati. e. g. quincuplum quoq; est quadrati. l. m. Quare etiam triplum quadratorum duarum linearum. e. g. & e. f. pariter acceptorum est quincuplum ad quadrata duarum linearum. l. m. & l. n. pariter accepta & quia probatum est q̄ quadratum. b. k. est equale quadratis duarum linearum. l. m. & l. n. pariter acceptis. Sequitur ex communi scientia vt triplum quadratorum. e. g. & e. f. sit quincuplum ad quadratum. b. k. Constat autem ex .8. tredecimi q̄ quincuplum quadrati. b. k. est quindecuplum ad quadratum. d. k. Nam simplum est triplum. Et ex quarta huius constat q̄ triplum quadratorum. e. g. & e. f. est quincuplum qua-

drati.e.f.nam ſimplum eſt quindecuplū. Itaq; quincuplum quadrati.c.f. eſt equale quincuplo quadrati.d.k.ideoq; per.15.quinti quadratum.c.f. eſt equale quadrato.d.k. Quare etiam linea.c.f. eſt equalis linee.d.k. Ergo ex diffinitione circulorum equalium circulus circumſcribens pentagonum.c.eſt.equalis circulo circumſcribenti trigonum.d. quod erat ex principio demonſtrandum. Nam ſemidiametri horum circulorum ſunt equales videlicet.c.f.&.d.k.

## Propoſitio .6.

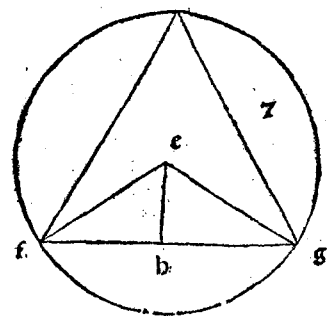
QUadratum quoq; quod eſt trigincuplum tetragoni qui ſub perpendiculari ducta a centro circuli circumſcribentis pentagonum figure duodecim baſium ad latus pentagoni atq; ſub latere ipſius pentagoni cōtinetur omnibus ſuperficiebus corporis duodecim baſium pariter acceptis eſſe equale ex neceſſitate conuincitur.




¶ Sit pentagonus.a. vna ex.12.baſibus figure duodeced i & vnum ex eius lateribus ſit.b.c. ſibiq; ex.14. quarti circumſcribatur circulus ſupra centrum.a.& protrahantur linee.a.b.&.a.c.&.a.d. perpendiculares ad.b.c. Dico ergo q trigincuplum eius quod fit ex.a.d.in.b.c.eſt equale omnibus ſuperficiebus duodecedri pariter acceptis. Conſtat enim pentagonum a.eſſe diuiſibilem in quinq; triangulos equales triangulo.a.b.c.ex.5.primi.itaq; omnes.12.pentagoni duodecedri cum omnes ſint equales & ſimiles pentagono a.diuiſibiles ſunt in.60.triangulos quorum quilibet per.8. primi eſt equalis triangulo.a.b.c. Quod autem fit ex.a.d.in.b.c.eſt duplum per.41.primi ad triangulum.a.b.c.ergo trigincuplum eius quod fit ex.a.d.in.b.c.eſt ſexagincuplum ad triangulum.a.b.c. Nam vt ſimplum ad ſimplum ſic duplum ad duplum. Cum itaq; omnes duodecedri ſuperficies pariter accepte ſint etiam ſexagincuplum ad triangulum.a.b.c.ſequitur vt trigincuplum eius quod fit ex.a.d.in.b.c.ſit equale omnibus ſuperficiebus duodecedri pariter acceptis quod eſt propoſitum.

## Propoſitio .7.

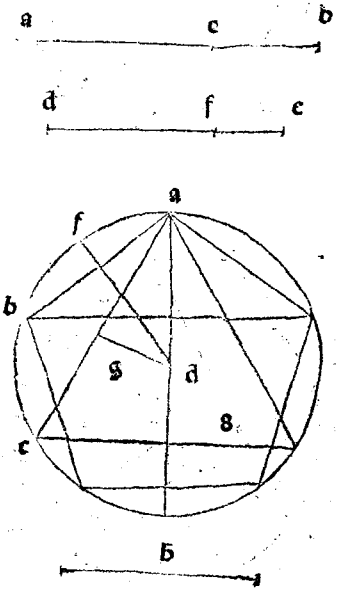
QUadratum quoq; quod eſt trigincuplum tetragoni qui ſub perpendiculari ducta a centro circuli ad latus ſibi inſcripti trianguli figure viginti baſium atq; ſub ipſo latere trianguli continetur equale eſt omnibus ſuperficiebus figure viginti baſium pariter acceptis.




¶ Eſto enim hic trigonus.e.vna ex.20.baſibus figure ycocedri & vnū ex eis lateribus ſit.f.g. Sibiq; ex.5.quarti circumſcribatur circulus ſuper cē trum.e.& protrahantur linee.e.f.e.g.&.e.h.perpendicularis ad.f.g. Dico igitur q trigincuplum eius quod fit ex.e.h.in.f.g.eſt equale omnibus ſuperficiebus ycocedri pariter acceptis. Conſtat enim trigonum.e.eſſe diuiſibilem in tres trigonos quorum quilibet per octauam primi eſt equalis trigono.f.g. Itaq; omnes.20.trigoni ycocedri pariter accepti cum cuncti ſint equales ſimiles trigono.e.ſunt tanq; ſexagincuplum trigoni.e.f.g. Et quia p.41.p̄mi.quod fit ex.e.h.in.f.g.eſt duplum trigoni.e.f.g. Iō q; trigincuplum huius eſt equale ſexagincuplo illius: ſequitur vt trigincuplum.e.h.in.f.g.ſit equale omnibus ſuperficiebus ycocedri pariter acceptis quod erat demonſtrandum.

¶ Manifeſtum igitur eſt q; proportio ſuperficierum figure duodecim baſium in aliqua ſpera contente ad ſuperficies figure viginti baſium in eadem ſpera concluſe: eſt tanq; proportio tetragoni contenti ſub latere pētagoni ipſius figure duodecim baſiū & ſub perpendiculari ducta a centro ſui circuli ad ipſius latus pentagoni: ad tetragonum contentum ſub latere trianguli ipſius figure viginti baſium & perpendiculari ducta a centro ſui circuli ad ipſum latus trianguli corporis viginti alchaidarum.

Quod per illud correlarium concluditur verū esse siue figura.11. basiū & figura.20. basium sint ab eadem spera circumscriptibiles vt proponitur siue etiam fuerint circumscriptibiles a diuersis speris. Proponitur autem prout hee figure sint circumscriptibiles ab eadem spera quoniam hoc modo valet & sufficit ad propositum. Eius ergo communis veritas sic patet. Constat enim ex.6. huius q trigincuplum.a.d.in.b.c.equum est omnibus superficiebus duodecedri pariter acceptis cuius pentagonus.a.est. vna ex.12. superficiebus. Et ex hac.7. constat similiter q trigincuplum.e.h.in.f.g.equum est omnibus superficiebus ycocedri pariter acceptis cuius trigonus.e.est vna ex.20. basibus. Siue illud duodecedron & istud ycocedron eadem spera circumscribat. Siue diuersè. Itaq proportio trigincupli.a.d.in.b.c.ad oēs superficies illius duodecedri pariter acceptas est sicut trigincupli e.h.in.f.g.ad omnes superficies ycocedri pariter acceptas. Vtrobiq enim est proportio equalitatis. Quare permutatim trigincuplum.a.d.in.b.c. ad trigincuplum.e.h.in.f g.sicut omnes superficies illius duodecedri ad omnes superficies huius ycocedri & per.15. quinti trigincupli ad trigincuplum est sicut simpli ad simplum. Constat igitur per.11. quinti q proportio omnium superficierum illius duodecedri ad omnes superficies huius ycocedri est eius quod fit ex.a.d.in.b.c.ad id quod fit ex.e.h.in.f.g. Et hoc est quod ex correlario proponitur.




## Propositio .8.

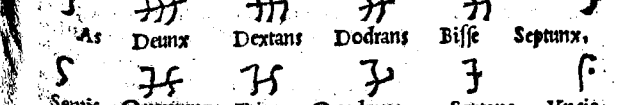
Proportio cunctarum superficierum corporis duodecim basium pariter acceptarum ad cunctas superficies corporis viginti basium pariter acceptarum ab vna spera ambo circumscribuntur est tanq proportio lateris cubi quem circumscribit eadem spera ad latus trianguli ipsius corporis vigiti basiū.

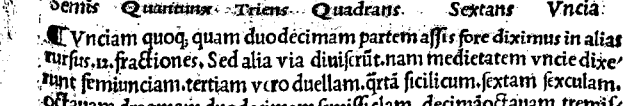
Vt ab huius.8. demonstrationis libri.14. processu ambiguitas omnis abscedat: istud prescire oportet. Quod si aliqua linea secundum proportionem habentem medium duoq extrema fuerit diuisa & ex medietate eius tanq dimidium fue maioris portionis detrahatur ipsa quoq medietas secundum proportionem habentem medium duoq extrema diuisa erit & eius maior portio est tanq dimidium maioris sue duple. Verbi gratia sit.a.b. diuisa secundum proportionem habentem medium duoq extrema in.c. Et maior eius portio sit.a.c.& sit.d.e.tanq dimidium.a.b. Et d.f.tanq dimidium.a.c. Dico ergo q.d.e.diuisa est in.f.secundum proportionem habentem medium duoq extrema & maior portio eius est.d.f. Constat enim ex.15. quiti q proportio.a.b.ad.a.c.est sicut.d.e.ad.d.f. Videlicet duplum ad duplū tanq simplum ad simplum. Quare permutati. a.b.ad.d.e.sicut.a.c.ad.d.f. Igitur per.19.quinti. c. b. ad.f.e. sicut.a.b. ad.d.e. Est itaq.c b.dupla ad f.e.sic enim est.a.b.ad.d e. Cum igitur tota.a.b.sit dupla ad totam.d.e.& singule partes.a.b.ad singulas partes.d.e. quare ex.15.quinti &.11. eiusdem & diffinitiōe linee diuise secundū proportionem habentem medium duoq extrema. Erit linea.d.e.diuisa in.f. quemadmodum proponitur. Nunc igitur demonstrationi eius quod p positum est insistamus. Ad cuius exemplum sit.a.b.c.circulus cuius centrum.d.circumscribens pentagonum duodecedri & trigonum ycocedri que ambo pariter eadē spera circumscribit & concludit. Nam ex.5. huius manifestum est q idem circulus huius pentagonum & illius trigonum circumscribit. Sit autem linea.a.b. latus pentagoni & linea.a.c.trigoni. Sit q linea.h.tanq latus cubi ab eadem spera circumscripti. Dico itaq q proportio omnium superficierum duodecedri pariter acceptarum ad omnes superficies ycocedri pariter acceptas est sicut linea.h.ad lineam.a.c. Producatur quidem a centro.d. perdendicularis ad.a.b.q̄ transeat vsq ad circūferētiam secans.a.b.in puncto.e.& arcum eius in puncto.f. Hāc aūt ppendicularem cōstat diuidere p eēlia tam lineam.a.b.q̄. eius arcum chordā q dem.a.b.p sectam ptem tertie tertii; arcū ?o eius p q̄rtā p̄mi & .17. tertii. e

igitur arcus.f.a. decima pars circumferentie. Subtendatur itaq; sibi chorda.a.f. que erit latus decagoni equilateri eiusdem circuli. Erit igitur ex.9. tredecimi linea constans ex.d.f.f.a. diuisa secundum proportionem habentem medium duoq; extrema, & maior portio eius erit linea.d.f. At vero ex prima huius.d.e. est equalis dimidio.d.f. dimidioq;.f.a. in longum directumq; coniunctis. Sit igitur.d.g. perpendicularis ad.a.c. eritq; ex correlario.8.tredecimi.g.d. tanq; dimidium.d.f. Itaq; si a linea.d.e. que est tanq; dimidium.d.f.a. cum.d.f. & f.a. sit linea vna: detrahatur equalis.d.g. que est tanq; dimidium.d.f. erit per illud quod ante hoc probatum est linea.d.e. diuisa secundum proportionem habentem medium duoq; extrema & maior portio erit tanq;.g.d. Ex demonstratione autem 17.tredecimi constat q; si linea.b. que est latus cubi diuidaturq; secundum proportionem habentem medium duoq; extrema maior portio eius erit tanq;.a.b. que est latus pentagoni figure.12. basium. Itaq; per secundam huius proportio.b.ad.a.b. est sicut.d.e. ad.g.d. Quare ex quinta parte 5. sexti quod prouenit ex.b.in.g.d. equum est ei quod fit ex.a.b.in.d.e. Ex correlario autem premisse manifestum est q; proportio omnium superficierum duodecedri cuius latus.a.b. pariter acceptarum ad omnes superficies ycocedri cuius latus.a.c. pariter acceptas est sicut eius quod fit ex a.b.in.d.e. ad illud quod fit ex.a.c.in.g.d. I gitur ex prima parte.7. quinti & 11. eiusdem proportio eius quod prouenit ex.b.in.g.d. ad illud quod prouenit.ex.a.c.in.g.d. est. sicut omnium superficierum illius duodecedri ad omnes huius ycocedri. At vero eius quod prouenit ex.b.in.g.d. ad illud quod prouenit ex.a.c.in.g.d. est per primam sexti sicut.b.ad.a.c. Itaq; per 11. quinti proportio omnium superficierum illius duodecedri ad omnes huius ycocedri est sicut.b.ad.a.c. quod est propositum. Hoc ipsum aliter probare poterimus. si ad ipsum huius antecedens necessarium premiserimus quod est.

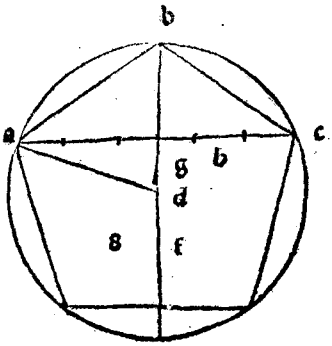
¶ Si circulo cuilibet pentagonus equilaterus inscribatur rectangulum q; sub dodrante diametri ipsius circuli 7 sub dextante ipsius linee angulum ipsius pentagoni subtendentis continetur eidem pentagono equum esse ex necessitate oportet.

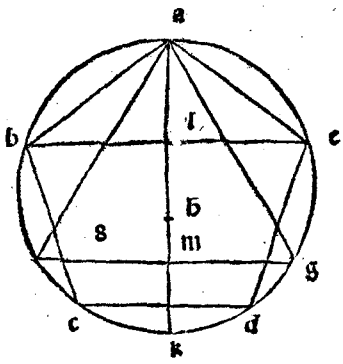
¶ Maiores nostri vnumquodq; integrum in.12. partes equales intellectu & ratione diuiserunt omnesq; eas simul hoc est ipsum totum assem: vocauerunt: vndecim vero earum dixerunt deuncē. decem autem dextantem nouem dodrantē. octo ꝺo bisse. at septem septuncem septātē vel ſquincem. sex autem semis: quinq; quinquincem. quatuor trientem. tres autem quadrantem. duas ꝺo sextantem. vnam autem appellauerūt vnciam easq; p ordinem talibus designauere figuris q̄ sepissime inueniunt in antigs libris.



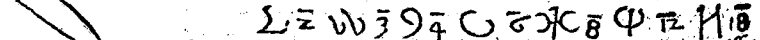

¶ Vnciam quoq; quam duodecimam partem assis fore diximus in alias rursus.12. fractiones. Sed alia via diuisērūt. nam medietatem vncie dixerunt semunciam. tertiam vero duellam. q̄rtā sicilicum. sextam sexculam. octauam dragmam duodecimam semissiclam. decimāoctauam tremissem. vigesimamquartam scrupulum. quadragesimamoctauam obulum. septuagesimamsecundam bissiliquam. nonagesimamsextam ceracem. Vltima vero que est centesima quadragesima quarta pars ipsius vncie siliquam nominauerunt. His autem.12. fractionibus vncie posteriores adiunxere calcum. Est autem calcus centesima nonagesimasecunda pars vncie: cuius additionis causa fuit vt vsq; ad minimum extremum diatesseron & diapente simphoniarum tonorum semitonorumq; interuallis distinctarum harum fractionum denominatio conscenderet vel contenderet &




ipſas omnes ſm ordinem talibus annotauere figuris.

Semiuncia Duella Sicilicus Sexcula Dragma Emiſſecla Tremiſſis



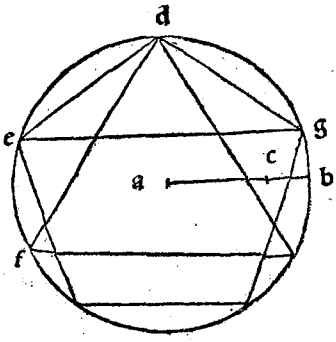
Scrupulus Obulus Biſſiliqua Cerates Siliqua Calcus

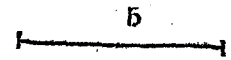
¶ Eius ergo quod dicitur ſenſus eſt: ꝙ ſi in aliquo circulo pentagonus equilaterus inſcribatur illud quod fit ex tribus quartis diametri circuli in quinq; ſextas linee ſubtendentis vnum ex angulis inſcripti pentagoni equale eſt pentagono, verbi gratia. Sit circulus.a.b.c.ſi per centrum.d. eiq; ex.u.quarti inſcribatur pentagonus equilaterus cuius duo latera vnū ex ſuis angulis continentia ſint.a.b.ℭ.b.c. Et angulo.b.ſubtendatur linea.a.c.ℭ protrahatur diameter.b.d.e. ſecans lineam.a.c.per equalia in puncto.g. Sitq; d f medietas.d.e.ℭ.g.h.dupla ad.h.c.eritq; b.f.dodrās diametri: eſt enim tres quarte ipſius ℭ.a.h.erit dextans.a.c.eſt enim.5.ſexte eius: protrahatur autem linea.a.d. Dico ꝙ illud quod prouenit ex.b.f.in.a.h.eſt equale pentagono inſcripto circulo. Cum enim.a.g.ſit perpendicularis ad.b.d.erit ex.41.primi illud quod prouenit ex b.d.in.a.g.duplum ad triangulum.a.b.d. Ideoq; quod prouenit ex.b.f.in.a.g.triplum erit ad eundem triangulum, ℭ quod prouenit ex.b.f.in.h.g. duplum ℭ ex.b f in totam.a h.quincuplum. Cum itaq; totus pentagonus quincuplus ſit ad eundem triangulum cōſtat ꝙ iſtud quod fit ex.b.f. in.a.h eſt equale pentagono ℭ illud erat demonſtrandum. Quod igitur ex principio propoſitum eſt nunc alia via ſicut promiſimus demonſtremus. Sint itaq; circulo cuius centrum.h.inſcripti pētagonus figure.x ba ſium ℭ trigonus figure.xo baſium quas eadem ſpera circumſcribit. Conſtat enim ex 5.huius ꝙ huius duodecedri pentagonus ℭ illius ycocedri trigonus ab eodem circulo circumducuntur. Sitq; pentagonus.a.b.c d.e. ℭ trigonus.a.f.g.ℭ.angulo.a.pentagoni ſubtendatur linea. b . e . que ex demonſtratione.xz tredecimi erit latus cubi quem eadem ſpera concludit. Protrahatur itaq; diameter.a.h.k. ſecans orthogonaliter ℭ per equalia vtranq; duarum linearum.b.e.ℭ.f.g. Hanc quidem in puncto.l. illam vero in puncto.m. Dico ergo ꝙ proportio omnium ſuperficierum duodecedri ad omnes ycocedri quorum pentagonus ℭ trigonus propoſito circulo ſint inſcripti eſt ſicut linee.b.e . que eſt latus cubi ab eadem ſpera concluſi ad lineam.f.g. que eſt latus trigoni ycocedri. Conſtat enim ex correlario octaue tredecimi ꝙ linea.h.m.eſt.dimidium linee.a.b. Ideoq; a.m.erit dodrans diametri.a.k.eſt enim eius tre. quarte. Sit ergo.l.n dupla ad.n.e.eritq; b.n dextans.b.e.eſt enim quinq; eius ſexte. Itaq; per premiſſum antecedens quod prouenit ex.a.m.in b.n. erit equale pentagono .a.b.c.d.e. Quod autem prouenit ex.a.m.in.m.f.eſt equale triangulo.a.f.g. Igitur ex prima ſexti proportio pentagoni ad trigonum eſt ſicut.b.n.ad.m.f. Quare duodecupli illius pentagoni ad vigincuplum iſtius trigoni ſicut duodecupli linee.b.n.ad vigincuplum linee.m.f.qđ ex.15.quinti ℭ equa proportionalitate manifeſtum eſt. Duodecuplum autem.b.n. eſt tanq; decuplum.b.e.nam.n.dextantes coequant.x.aſſes hoc eſt.x.tota: vigincuplum vero.m.f.eſt tanq; decuplum.f.g.nam.f.g. eſt dupla ad.m f.igitur duodecupli iſtius pentagoni ad vigincuplum iſtius trigoni eſt ſicut decupli b.e.ad decuplum.f.g. ℭ quia duodecuplum illius pentagoni eſt omne ſuperficies duodecedri: vigincuplum autem huius trigoni eſt omnes ſuperficies ycocedri ℭ quia per.15.quinti decupli b.e.ad decuplum.f.g.ſicut.b.e.ſimple ad.f.g.ſimplam erit per .11. quinti proportio omnium ſuperficierum duodecedri pariter acceptarum ad omnes ſuperficies ycocedri pariter acceptas ſicut.b.e.ad.f.g. ℭ hoc eſt quod oportuit nos demonſtrare.

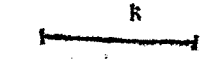
Propoſitio .9.

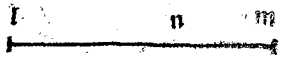
Iuisa qualibet linea ſcom̃ pportiõem habẽtem medium duoq; extrema erit, pportio linee potẽtis ſupra totam lineam eiusq; maiorem portionem ad lineam potẽtem ſupra totam eiuſdemq; minorem portionem tanq; proportio lateris cubi ad latus trianguli corporis viginti baſium vna cum cubo ipſo in eadem ſpera contenti.

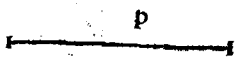
¶ Sit linea.a.b. diuiſa ſecundum proportionem habentem medium duo & extrema ꝯ maior portio eius ſit linea.a.c. ꝯ ſuper centrum.a. ſecundum quantitatem linee.a.b. describatur circulus.d.b.e. Eiq; inſcribatur ex.u. quarti pentagonus equilaterus cuius vnum latus ſit.d.e. Et ex ſecunda eiusdem triangulus equilaterus cuius vnum latus ſit.d.f. Et vni ex angulis pentagoni qui ſit.d. ſubtendatur linea.e.g. Conſtat igitur ex.5. huius q; ſpera circumſcribens duodecedron cuius pentagoni latus eſt.d.e. circumſcribit ſimul cocedron cuius trianguli latus eſt.d.f. Et ex demonſtratione.17. tredecimi manifeſtum eſt q; eadem ſpera circumſcribit cubum cuius latus eſt.e.g. Sumatur ergo linea.h. poteris ſuper totam.a.b. ꝯ eius maiorem portionem.a.c. Et ſumatur.k. potens ſuper totam.a.b. ꝯ minorem eius portionem.b.c. Dico itaq; q; proportio.e.g. ad.d.f. hoc eſt lateris cubi ad latus trianguli ycocedri vna cum ipſo cubo ab ipſa ſpera contenti: eſt ſicut.h. ad.k. Conſtat quidem ex corelario.15. quarti q; a.b. eſt tanq̃ latus exagoni equilateri circulo.b.d.e. inſcripti. Igitur ex tertia huius.a.c. eſt tanq̃ latus decagoni eiusdem circuli. Itaq; per.10.13.d.e. potens eſt ſuper totam.a.b. ꝯ eius maiorẽ portionem.a.c. Quare.d.e. eſt equalis.h. Nam quadratum vtriusq; earum tantum eſt quantum quadrata duarum linearum.a.b. ꝯ.a.c. pariter accepta. Patet autem ex octaua.13. q; d.f. eſt tripla eſt potentialiter ad.a.b. At vero ex.5. eiusdem patet q; k. quoq; tripla eſt potentialiter ad.a.c. ergo ex ſecunda parte.a. ſexti proportio.d.f. ad.a.b. eſt ſicut.k. ad.a.c. Quare permutatim.d.f. ad.k. ſicut.a.b. ad.a.c. Et quia ex demonſtratione.17. tredecimi manifeſtum eſt q; ſi.e.g. diuidatur ſecundum proportionem habẽtem medium duoq; extrema maior portio eius erit tanq̃.d.e. Erit per ſecundam huius proportio.e.g. ad.d.e. ſicut.a.b. ad.a.c. Quare per.u. quinti erit quoq; e.g. ad.d.e. ſicut.d.f. ad.k. Et permutatim e.g. ad d.f. ſicut d.e. ad k. Et quia per primam partem.5. quinti.d.e. ad.k. ſicut.b. ad.k. Eo q; d.e. ꝯ.h. ſunt equales Erit per.u. quinti.e.g. ad.d.f. ſicut.h. ad.k. quod eſt propoſitum. Non ſo lum autem eſt proportio.e.g. lateris cubi ad.d.f. latus trianguli ycocedri ſicut.h. ad.k. immo ſimpliciter ſicut quarumlibet duarum ſuperficierum vnius ad alteram: quarum altera poteſt ſuper totam quamlibet lineam diuiſam ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema ꝯ ſuper eius maiorem portionem. Altera vero ſuper totam ꝯ eius minorem portiõem. Nam ſingulaꝝ linearum talium ẽ pportio vna. Verbi gratia. Maneant priores ypotheſes circa lineas.a.b.h. ꝯ.k. Et ſumatur quoq; quelibet alia linea que ſit.l.m. diuiſa ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema in.n. ꝯ portio maior ſit.l.n. Sitq; linea.p. potens ſuper totam.l.m. ꝯ eius maiorem portionem.l.n. Et linea.q. ſit potens ſuper totam.l.m. ꝯ eius minorem portionem.n.m. Dico ergo q; proportio.p. ad.q. eſt ſicut.h. ad.k. Conſtat enim ex ſecunda huius q; b.a. ad.a.c. eſt ſicut.l.m. ad.l.n. Ergo per primam partem.u. ſexti quadrati.b.a. ad quadratum.a.c. eſt ſicut quadrati.m.l. ad quadratum.u.l. Quare eoniam ſicut quadrati.h. ad quadratum.a.c. ſicut quadrati.p. ad quadratum l.n. Et permutatim q̃drati.h. ad q̃dratũ.p. ſicut quadrati.a.c. a. q̃dratum l.n. Eodẽ argumentatiõis genere ſequit̃ q; pportio q̃drati.k. ad q̃dratũ.q. eſt ſicut quadrati.c.b. ad quadratum.n.m. Et quia ex ſecunda huius ꝯ ex prima parte.u. ſexti quadratum.a.c. ad quadratum.b.n. ſicut quadratum c.b. ad quadratum.m.n. Erit ex.u. quinti quadratum.h. ad quadratum p. ſicut quadratum.k. ad quadratum.q. Quare per ſecundam partem.u.

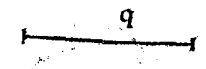


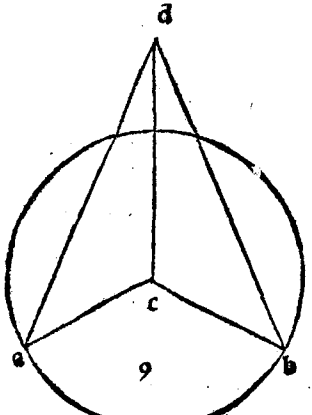



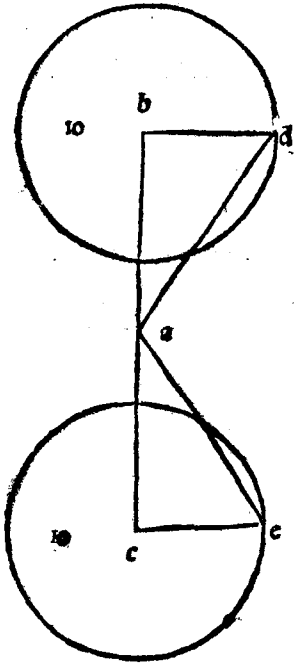






sexti.b.ad.p.sicut.k.ad.q.Et permutatim.b.ad.k.sicut.p.ad.q.quod erat demonstrandum. Et ne quis dubitationis locus ea que demonstranda restant obfuscet: premittenda adhuc arbitramur quedam quibus sequentia firmo demonstrationis robore inconcussa permaneant.

¶ Si aliqua plana superficies speram quamlibet secet communis differentia plane superficiei secantis et rursus superficiei spere erit circumferentia continens circulum.

¶ Sit igitur aliqua plana superficies secans speram et sit linea.a.b. communis sectio superficiei secantis et superficiei spe. Dico quod linea.a.b.est circumferentia circuli. Aut enim centrum spere est in plana superficie secante aut extra. Quod si fuerit in ea ponatur vbicunq; contigerit et sit.c. Quia ergo tota linea.a.b.est in superficie spere et quia omnes linee ducte a centro spere ad ipsius circumferentiam sunt equales quemadmodum constat ex diffinitione spere. sequitur vt omnes linee ducte a puncto.c.ad lineam.a.b.sint equales. Est igitur ex diffinitione circuli superficies quam continet linea.a.b.circulus et eius centrum est.c, videlicet idem quod centrum spere. Si autem centrum spere fuerit extra superficiem secantem ponatur ergo vbilibet quod sit.d. a quo secundum doctrinam .xi.vndecimi ducatur linea.d.c, perpendicularis ad superficiem secantem. Et protrahantur ab eodem centro .d. due linee recte quomodocunq; contingat ad lineam.a.b.que sint.d.a.et.d.b. Et iungatur.c.cum.a.et cum.b. Eruntq; due linee.d.a.et.d.b.equales. Eo quod ipse sunt a centro spere ad superficiem eius. Ex diffinitione autem linee perpendicularis ad superficiem, Manifestum est quod anguli.d.e.a.et.d.c.b. sunt recti. Ideoq; ex penultima primi et ista communi scientia: que equalibus sunt equalia inter se sunt equalia. Erunt quadrata duarum linearum.c.d.et.c.a. pariter accepta equalia quadratis duarum linearum.d.c.et.c.b. pariter acceptis Dempto itaq; vtrinq; quadrato.d.c. Erit quadratum.c.a. equale quadrato.c.b. Quare et linea.c.a.linee.c.b. Eodem argumentationis genere necesse est omnes lineas ductas a puncto c.ad lineam.a.b. esse equales ergo ex diffinitione circuli superficies quam continet linea.a.b.est circulus et eius centrum est.c.quod est propositum.

¶ Ex hoc itaq; manifestum est quod cum superficies secat speram super centrum eius sector proueniens in superficie spere est linea continens circulum cuius centrum est centrum spere.

¶ Cum autem superficies secat speram non super centrum eius sector quoq; proueniens in superficie spere est linea continens circulum cuius centrum est punctus ille in quo incidit perpendicularis ducta a centro spere ad superficiem secantem.

¶ Amplius autem dico quod

¶ Si in spera aliqua fuerint circuli equales perpendiculares ducte a centro spere ad superficies illorum circulorum erunt ad inuicem equales.

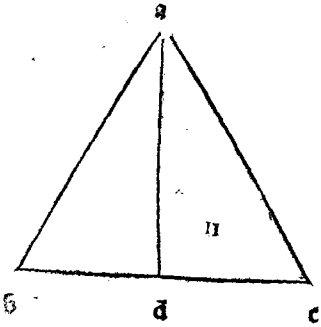
¶ Sint in spera aliqua circuli duo circuli.b.et.c.equales. Ad quorum superficies protrahantur a centro spere videlicet a puncto.a.perpendiculares secundum quod docet.xi.vndecimi. Ad hunc quidem.a.b. Ad illum autem.a.c. Dico quod due linee.a.b.et.a.c.sint equales. Protrahantur enim a punctis.b.et.c.singule linee recte ad circumferentias illorum circulorum prout libuerit. In b.quidem.b.d. In illo autem.c.e. Et iungatur a.cum.d.et.cum.e. Eritq; ex diffinitione linee supra superficiem perpendiculariter stantis vterq; duorum angulorum.a.b.d.a.c.e.rectus. At vero ex secunda parte premissi correlarii. Manifestum est quod duo puncta.b. et.c.sint centra circulorum.b.c. Ideoq; due linee.b.d.et.c.e.sint semidiametri eorum. Quia circuli cum ponantur equales sequitur ex diffinitione equalium circulorum has semidiametros esse equales. Et quia due sunt nec.a.d.et.a.e.sint equales quia sint ducte a centro spere ad eius superficiem. Erunt ex penul. primi due perpendiculares.a.b.et.a.c.equales.

Quod oportebat demonſtrare. Nunc igitur ad propoſitum redeamus.

Propoſitio. 10.

PRoportio corporis duodecedri ad corpus ycocedri que ambo vna eademq; ſpera includit: ē ſicut omnium ſuperficierum eius pariter acceptarum ad omnes ſuperficies illius pariter acceptas.

¶ Hoc eſt quod ſuperius poſt demonſtrationem prime huius auctoritate ariſtei ℭ Apollonii commemorauimus cuius demonſtratio ex his que premiſſa ſunt euidenter elicitur. Ex quibus quidem huius manifeſtum eſt q; circuli quorum alter circumſcribit pentagonum duodecedri: reliquus vero trigonum ycocedri que amba corpora ſpera vna cohercet ſunt adinuicem equales. Itaq; erunt perpendiculares a centro ſpere ad ſuperficies omnium circulorum circumſcribentium pentagonos huius duodecedri ℭ trigonos illius ycocedri in eorum centra cadentes adinuicem equales ſicut ex premiſſis manifeſtum eſt. Nam omnes hi circuli ſecundum proportionem habentem ſibi adinuicem ſunt equales. Piramides igitur quarum ſunt baſes pentagoni duodecedri coni autem earum ſunt centrum ſpere. atq; piramides quarum baſes ſunt trigoni ycocedri ℭ coni earum ſimiliter centrum ſpere ſunt eque alte. Cunctarum quidem piramidum altitudinem mensurant vel determinant a conis ad baſes perpendiculares cadentes. Piramides autem eque altas ſuis baſibus proportionales eſſe oportet quemadmodum in. 6. duodecimi probatum eſt. Itaq; proportio piramidis cuius baſis pentagonus duodecedri ad piramidem cuius baſis trigoni ycocedri eſt ſicut iſtius pentagoni ad hunc trigonum. Ideoq; per. 24. quinti proportio duodecupli illius piramidis cuius baſis pentagonus duodecedri. Ad piramidem cuius baſis trigonus ycocedri ſicut duodecupli illius pentagoni ad hunc trigonum. Hec autem. 12. piramides quarum ſunt baſes. 12. pentagoni duodecedri ſunt tanq̄ totum corpus ipſius duodecedri. At. 12. pentagoni tanq̄ omnes ſuperficies eius. Itaq; proportio corporis duodecedri ad piramidem cuius baſis eſt trigonus ycocedri eſt ſicut proportio omnium ſuperficierum duodecedri ad trigonum ycocedri. Quare tursus ex. 24. quinti proportio corporis duodecedri ad vigincuplum illius piramidis cuius baſis eſt trigonus ycocedri eſt ſicut omnium ſuperficierum duodecedri ad vigincuplum trigoni ycocedri. Cum igitur vigincuplum huius piramidis ſit tanq̄ totum corpus ycocedri ad vigincuplum iſtius trigoni tanq̄ omnes ſuperficies ipſius ycocedri erit proportio corporis duodecedri ad corpus ycocedri que ambo vna eademq; ſpera concludit ſicut proportio omnium ſuperficierum corporis duodecedri pariter acceptarum ad omnes ſuperficies corporis ycocedri pariter acceptas. Hoc autem eſt predictorum philoſophorum de proportiõe horum duorum corporum ſententia fixa ſolidaq; demonſtratione roborata, cui quoq; adiiciendum eſt hoc. Nam cum proportio lateris cubi ad latus trianguli coſporis ycocedri vna cum ipſo cubo ab eadem ſpera concluſi ſit ſicut proportio omnium ſuperficierum corporis duodecedri pariter acceptarum ad omnes ſuperficies corporis duodecedri pariter acceptas. Hoc autem eſt predictorum philoſophorum de proportiõe horum duorum corporum ſententia fixa ſolidaq; demonſtratione roborata, cui quoq; adiiciendum eſt hoc. Nam cum proportio lateris cubi ad latus trianguli coſporis ycocedri vna cum ipſo cubo ab eadem ſpera concluſi ſit ſicut proportio omnium ſuperficierum corporis duodecedri pariter acceptarum ad omnes ſuperficies ipſius ycocedri eiusdem ſpera concluſi ſicut ex. 8. huius demonſtratum eſt: erit ex. 11. quinti proportio corporis duodecedri ad corpus ycocedri que ambo ſpera vna circumuoluit tanq̄ proportio lateris cubi eidemq; ſpere inſcriptibilis ad latus ipſius trigoni ycocedri. Amplius autem quia diuiſa qualibet linea ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema eſt proportio linee potentis ſuper totam ℭ eius maiorem portionem ad lineam potentem ſuper totam ℭ eius minorem portionem ſicut lateris cubi alicui ſpere inſcripti ad latus trigoni corporis ycocedri ab eadem ſpera circũducti ſicut ex 9. huius demõſtratũ ē erit ℭ ex. 11. quinti vt diuiſa qualibet linea ſm̃ pportionē hñtem mediũ duoq; extrẽa ſit pportio linee potẽtis ſup totã ℭ eius maiorẽ portionẽ ad lineã portionem autem ſuper totam ℭ eius minorem portionem veluti proportio corpo




ris duodecedri ad corpus ycocedri que ambo vna atq; eadem spera circũ scribit. Ex dictis igitur manifestum est q; proportio lateris cubi alicui spere inscripti ad latus trigoni ycocedri ab eadem spera circumscripti. Itẽq; proportio cunctarum superficierum duodecedri ad cunctas superficies ycocedri que ambo super eadem spera circumscribit. Et rursus proportio linee potentis super quamlibet lineam diuisam ſm proportionem habentem medium duoq; extrema & super eius maiorem portionem ad lineã potentem super eandem & super eius minorem portionem atq; iterum ꝓportio corporis duodecedri ad corpus ycocedri que ambo vna eadẽq; spera cohercet est proportio vna. Mirabilis itaq; est potentia linee ſm ꝓportionem habentem medium duoq; extrema diuise: cui cum plurima pholosophantium admiratione digna conueniant hoc principium vel precipuum ex superiorum principiorum inuariabili procedit natura in tam diuersa solida tũ magnitudine tũ basium numero tũ etiam figura in rationali quadam simphonia rationabiliter concilietQuippe demonstratum est q; proportio duodecedri corporis ad ycocedron corpus que ambo spera vna coambit est quasi proportio linee potentis super quamlibet lineam ſm prefatam proportionem diuisam & super eius maiorem partem ad quamlibet lineam potentem super eandem & eius minorem partem: quoniam vero de tribus ceteris corporibus regularibus non habemus aliquid dictum studeamus de ipsis aliquid dicere.

## Propositio .11.

OMnis triangulo equilatero si ab vno angulorum eius perpendicularis ad basim ducatur latus eiusdem trianguli ad ipsam perpendicularem potẽtialiter sexquitertium esse conueniet.

C Sit enim triangulus equilaterus. a.b.c. ducaturq; ab angulo. a. linea recta perpendicularis. a.d. super basim. b.c. dico q; a.b. c potentialiter sexquitertium ad. a.d. Sunt quidem ex. 5 primi duo anguli b.& c. equales. Et quia anguli ad . d . sunt recti erit per. 26. primi linea. b. c. diuisa per equalia in puncto. d. Itaq; ex quarta secundi quadratum. b.c. quadruplum est ad quadratum. b.d. ideoq; etiam quadradratum. a.b.q̃ druplum est ad quadratum. b.d. Est enim triangulus equilaterus. Quare per penul. primi quadrata duarum linearum. a.d.& .b.d. pariter acceptaq̃ druplum sunt ad q̃dratum. b.d. itaq; quadratum. a.d. tripluꝫ est ad q̃dratũ. b.d. cõstat ergo ꝓpositũ.

## Propositio .12.

OMnis trigonus equilaterus cuius est latus rationale superficies medialis esse probatur.

C Sit vt ꝓius triangulus. a.b.c. equilaterus & sit latus eius a.b. rationale siue in longitudine siue in potentia tantum dico itaq; q; ipse triangulus est superficies medialis. Ducatur enim perpendicularis. a.d. ab angulo. a. ad basim. Erit. q; ex premissa & ex. 3. decimi & diffinitione. 5. communis quadratum linee. a.d. rationale & linea. a.d. rationalis in potentia. Ipsa autem ex vltima parte. 7. decimi mediante premissa erit incõmensurabilis linee. a.b. ideoq; & linee. b.d. que est tanꝫ eius dimidium. Sunt itaq; due linee. a.d. & b.d. rationales potentialiter tantum cõmunicantes. Igitur ex. 19. decimi superficies vnius earum in alteram est medialis . Cumq; superficies vnius eaꝝ in alteram sit equalis trigono. a.b.c. cõstat veꝝ esse quod diximus.

## Propositio .13.

SUncte superficies vtriuslibet duorum solidorum quorum alterum est piramis quatuor basium triangularium & equilaterarum reliquum vero est corpus octo basium triangularium & equilateraꝝ pariter accepte: si diameter spere ea circũscribentis rõnalis fuerit componunt superficiem medialem.

¶ Nam ſi diameter ſphere alterum duorum propoſitorum corporum circũſcribentis fuerit rationalis ſiue in longitudine ſiue in potentia tm̃ erit ex correlario .13. tredecimi libri latus piramidis rationale in potentia ℭ ex correllario .15. eius dẽ latus quoq; corporis octo baſium rationale in potentia. Quare per premiſſam trianguli qui ſunt baſes vtriuſlibet corporis erunt ſuperficies mediales. Et quia trianguli vtriuſlibet eorum ſibi adinuicem ſunt equales: erunt ex .21. decimi omnes ſuperficies vtriuslibet eorum pariter accepte componẽtes ſi. perficiem medialem quemadmodum proponitur ℭc.

## Propoſitio .14.

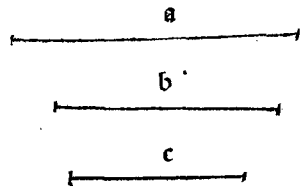
Si tetracedron & octocedron vna eadẽq; ſphera circumſcribat erit vna ex baſibus tetracedri ſexquitertia ad vnam ex baſibus octocedri. Omnes aũt baſes octocedri pariter acceptas ad omnes baſes tetracedri pariter acceptas ſexquiteram proportionem habere neceſſe eſt.

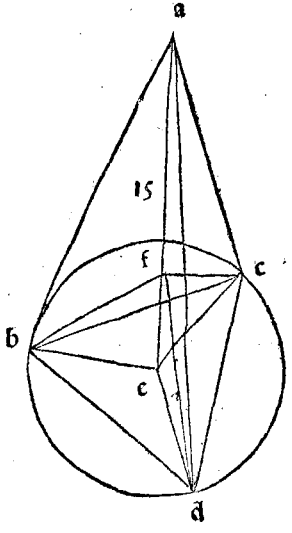
¶ Sit aliqua ſphera cuius diameter .a. circũſcribens piramidem cuius latus .b. ℭ octocedron cuius latus .c. Dico itaq; q; triangulus eqlaterus cuius latus .b. ſexquitertius eſt ad triangulum equilaterum cuius latus .c. Et q; ſuperficies quam componunt octo trianguli equilateri cuiusq; quorum eſt latus .c. ſexquialtera eſt ad ſuperficiem quam componunt quatuor triangulj equilateri cuiusq; quorum eſt latus .b. Conſtat enim ex correl .15. tredecimi q; quadratum .a. ad quadratum .b. ſicut .6. ad .4. Igitur conuer ſe quadratum .b. ad quadratum .a. ſicut .4. ad .6. & Ex correlario vero .15. eiusdem manifeſtum eſt q; quadratum .a. ad quadratum .c. ſicut .6. ad .3. Itaq; per equam proportionalitatem quadratum .b. ad quadratum .c. ſicut .4. ad .3. Quadratum aũt .b. ad quadratum .c. eſt ſicut trigonus equilaterus cuius latus .b. *ad trigonum equilaterum cuius latus .c.* Vtrobiq; enim eſt ſicut .b. ad .c. proportio duplicata ex ſecunda parte .18. ſexti. Igit trigonus equilaterus cuius latus .b. ad trigonum equilaterum cuius latus .c. ſicut .4. ad .3. Quare conſtat prima pars propoſiti. & Ex quo euidenter elicitur ſecunda. Erit enim per conuerſam proportionalitatem trigonus eqlaterus cuius latus .c. ad trigonum equilaterum cuius latus .b. ſicut tria ad quatuor. Ideoq; octuplum trigoni equilateri cuius latus .c. ad quadruplum trigoni equilateri cuius latus .b. eſt ſicut octuplum ternarii ad quadruplum quaternarii. hoc eſt ſicut .24. ad .16. ℭ quia octuplum trigoni equilateri cuius latus .c. eſt omnes baſes octocedri cuius latus .c. ℭ quadruplum trigoni equilateri cuius latus .b. ẽ omnes baſes piramidis cuius latus .b. Et quia proportio .24. ad .16. eſt ſexqualtera ſequitur vt ſuperficies quam componunt omnes baſes octocedri cuius latus .c. ad ſuperficiem quam componũt omnes baſes piramidis cuius latus .b. ſexqualtera ſicut diximus in proportione reſpiciat.

## Propoſitio .15.

Si piramidis quatuor baſium triangularium atq; eq̃ laterarum intra ſperam quamlibet collocata ſi a quolibet angulorum eius per cẽtrum ſpere recta linea ad baſim ducatur in centrum circuli baſim circumſcribentis eam cadere atq; eidem baſi perpendiculariter inſiſtere neceſſario comprobatur.

¶ Sit piramis .a.b.c.d. 4. baſium triangularium atq; equilaterarum intra ſpheram aliquam cuius centrum ſit .f. collocata. Et cum quilibet quatuor angulorum iſſius piramidis poſſit eſſe conus eius at quilibet quatuor triangulorum baſis. & Imaginemur nunc eius ſolidum angulum .a. eſſe conum ℭ triangulum .b.c.d. imaginemur eſſe baſim. Atq; huic baſi intelligamus circumſcriptum eſſe circulum .b.c.d. Dehinc a puncto .a.



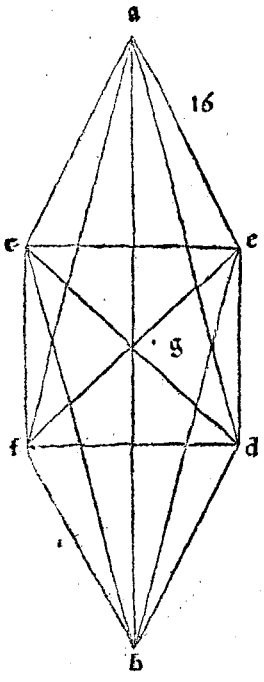



quem imaginati ſumus conum piramidis ducamus ad baſim .b.c.d. lineam rectam tranſeuntē per punctum.f.qui eſt centrum ſphere circum ſcribentis piramidem de qua diſputamus. Et occurrat hec linea ſuperficiei .b.c.d. quam imaginati ſumus baſem piramidis ſuper punctum .e. Dico igitur q̄ punctum .e. eſt centrum circuli .b.c.d.ℭ q̄ linea a.f.e. eſt perpendicularis ad ſuperficiem.b.c.d.Producam enim lineas .f.b.f.c.f. d. Et quia quatuor puncta.a,b,c.d ſunt in ſuperficie ſphere cuius centrum f.propter hoc q̄ illam ſpheram poſitum eſt circumſcribere hanc piramidem. Erunt omnes quatuor linee.f.a.f.b.f.c.f.d.adinuicem equales;ſunt enim ducte a centro ſphere ad eius ſuperficiem. Ergo quia duo latera,a. f.ℭ f.b.trianguli.a.f.b.ſunt equalia duobus lateribus.a.f. ℭ.f.c. trianguli a.f.c.ℭ baſis.a.b. baſi.a.e. ℣ Nam piramis poſita eſt equilatera. Erit ex octaua primi angulus.a.f.b.equalis angulo.a.f.c. Ideoq̄ per.13.primi angulus quoq̄ .b.f.e, erit equalis angulo.e.f.c. ℣ Eodem modo probabis angulum . d .f.e. eſſe equalem angulo .c.f.e. ℣ Neceſſe eſt enim ex octaua primi vt angulus.a.f.e.ſit equalis angulo.a.f.d.quare per.13.primi angulus quoq̄.c.f.e.erit equalis angulo.d.f e, Sunt igitur tres anguli b.f.e.c.f.e,d.f.e. adinuicem equales. Protractis igitur lineis.e.b.e,c.ℭ.e. d, ſequitur ex quarta primi bis aſumpta eas eſſe adinuicem eqles. Ideoq̄ per.9.tertii punctus.e, eſt centrum circuli.b.c.d. Et quia, perpendicularis ducta a centro ſphere ad ſuperficiem cuiuſlibet circuli eam ſecantis cadit ſuper centrum eiusdem circuli ſicut ex his que premiſſa ſunt videlicet ex his que decimam huius immediate precedunt didiciſti conuincitur lineam.a.f.e. eſſe perpendicularem ad ſuperficiem circuli.a.b.c. quemadmodum proponitur . ℣ Si autem erunt eiusdem circuli duo centra quod natura tanq̄ impoſſibile exhorruit.

## Propoſitio

SOlidum octo baſium triangularium atq̄ equilaterarum quod ab aliqua ſphera circumſcribitur diuiſibile eſt in duas piramides eque altas quarum altitudo equalis eſt ſemidiametro ſphere: baſis autem vtriuſq̄ quadratum quod eſt ſub duplum quadrato dianetri ſphere.

ESto corpus octo baſiū triāgulariū atq̄ eqlateraꝝ cuius ſex anguli ſunt a.b.c.d.e.f.circūſcriptum a ſpera cuius centrum.g. Cōſtat itaq̄ q̄ ſex puncta .a.b.c.d,e.f. ſunt in ſuperficie ſphere cuius centrum .g. Si igitur centrū g.iungatur cum quolibet horum ſex punctorum erunt due linee iungentes ipſum eis ad inuicem equales cum ipſe ſint a centro ſphere ad ſuperficiem. Cum autem ex correl.15.tredecimi ſit diameter ſpere potentialiter dupla ad latus huius corporis erit ex quarta a ſecundi latus huius corporis potentialiter duplum ad ſemidiametrum ſphere. Quadratum ergo e.f.duplum eſt ad quadratum e.g ideoq̄ equale duobus quadratis duarum linearum.g.ℭ.g.f.itaq̄ per penul. primi angulus .c.g.f. eſt rectus. eadēr̄one quisq̄ triū angulorꝝ.f.g.d.d.g.e.ℭ.e.g.c.ē rectꝰ ꝫre p.14. primi c.g.d.ℭ.f.g.c.eſt linea vna:igitur ex ſecunda.11.quinq̄ puncta .e.f.d.e.g. ſunt in ſuperficie vna. Manifeſtum eſt autem ex quinta primi ℭ.32. eiusdem q̄ quilibet quatuor angulorum.c.e.d.f.eſt rectus.igitur ex diffinitione quadrati ſuperficies.c.e.d.f.eſt quadrata.ℭ quia latus eius eſt latus propoſiti coporis: conſtat ex correlario.15. tredecimi iſtud quadratum eſſe ſubduplum quadrato diametri ſphere. conſimili quoq̄ ratiocinatione conſtat vtrāq̄ duarum linearum.a.g.ℭ.g.b. cum qualibet quatuor linearum.c.g.f,g.d.g.e.g, continere angulum rectum.ideoq̄ ex .4. vndecimi vtranq̄ earum eſſe perpendicularem ad ſuperficiem .c.e.d.f.ℭ ambas ſcilicet.a.g.ℭ.g.b. per.14.primi componere lineam vnam:diuiſum eſt igitur propoſitum corpus in piramidem .a.c.f.d.e. cuius baſis



c.f.d.e. cuius basis quadratum .c. e.d.f. quod est subduplum quadrato diametri spere ꝙ etiam altitudo linee.a.g. que est semidiameter spere ꝙ in piramidem.b.c.f.d.e. cuius basis est predictum quadratum ꝙ eius altitudo linea.g.b. que est semidiameter spere: ꝙ hoc est quod oportebat ostendere.

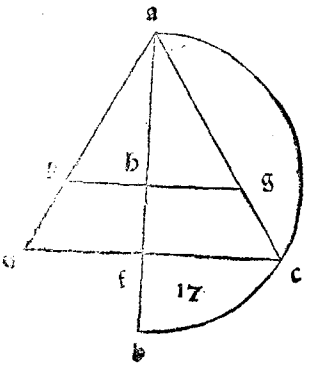
## ¶ Castigator.

¶ Ista quarta recti isto medio aducitur. Nam cū diameter spere diuidatur in duas partes equales ipsa diameter potentialiter est quadrupla ad sui medietatem. quia quadratum eius est equale duobus quadratis suarum duarum medietatum ꝙ duplo eius quod fit ex ductu vnius medietatis in alteram duplum autem illud sunt similiter duo alia quadrata earūdem duarum medietatum. Et sic apparet ꝙ diameter est potentia quadrupla ad eius medietatem. Nunc autem quod est subduplum alicui ipsum est duplum ad quartam vnius dupli vt.8. est subduplus ad.16. Et ideo .8. qui est subduplus. est duplus ad quartam partem.16. videlicet illius duplum ad subduplum. Ita in ꝓposito latus.g. basium. est potentia duplum ad medietatem diametri cum ipsum sit subduplum ad dia.

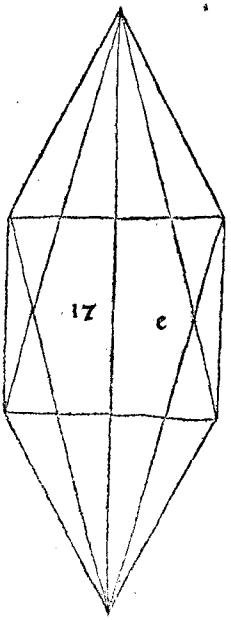
## ¶ Propositio .17.

PIramidem quatuor basium triāgularū atq; equilaterarum sphera aliqua circumscribente erit proportio tetragoni qui sub linea potentialiter sub sexquitertia ad dodrantem lateris ipsius piramidis ꝙ sub linea super quinq; ptiente vicesimas septimas eiusdem dodrantis continetur ad quadratū diametri sphere sicut corporis ipsius piramidis ad corpus octo basium triangularium atq; equilaterarum que ambo eadem sphera circumducantur.

¶ Sit sphera cuius diameter.a.b. ꝙ centrum.h. circumscribens piramidem quatuor basium triangularium atq; equilaterarum .a.c.d. ꝙ corpus octo basium triangularium atq; equilaterarum quod sit .e. Sitq; linea d.m. potentialiter sub sexquitertia ad dodrantem linee a.c. que est latus piramidis. Et linea.n.m. contineat dodrantem predictum ꝙ eius quinq; vicesimas septimas. Sitq; p. quadratum diametri.a.b. Dico itaq; ꝙ proportio piramidis .a.c.d. ad octocedron. e. ē sicut superficiei.l.m. in. m n. ad quadratum.p. Imaginemur enim solidum angulum .a. esse conum piramidis ꝙ basim piramidis cuius vnum latus est.d.c. secare diametrum sphere in puncto.f. Eritq; quemadmoduni ex ratiocinatione.13. tredecimi manifestum est.a.f. dupla ad.f.b. Cunq; etiam.a.b. sit dupla ad.b.h. erit ex.10. quinti. h.f. dupla ad.h.f. Ideoq;.a.f. quadrupla ad.f.h. Imaginemur igitur superficiem secantem piramidem.a.c.d. super centrum sphere equidistanter basi ipsius. Sitq; linea.g.k. communis sectio. huius superficiei ꝙ triangulum .a.c.d. vndecimi propositio.ci.a.d.a.g. sicut f.a. ad.a.h. Igitur.c.a.ad.a.g. sicut 4. ad 3. Sic enim est ex secunda proportionalitate.f.a.ad.a.h. Constat etiam ex secunda parte.19. primi ꝙ.16. vndecimi ꝙ.10. eiusdem ꝙ prima parte secunde sexti ꝙ diffinitione similium superficierum ꝙ similium corporum ꝙ piramis .a.g.k. est similis piramidi.a.c.d. Ideoq; ex.8. duodecimi proportio piramidis.a.c.d. ad piramidem.a.g.k. est sicut.c.a.ad.a.g. triplicata quare sicut.4.ad.3. triplicata. ꝙ Constat autem ex secunda octaui ꝙ proportio quatuor ad tres triplicata ē sicut.64.ad.27. Itaq; proportio piramidis.a.c.d. ad piramidē a.g.k. est sicut.64.ad.27. Fiat ergo triangulus equilaterus .q.r.s. ex linea equali.a.g. quam constat esse dodrantem linee.a.c. ꝙ educat linea .q.t. perpendicularis ad .r.s. eritq; ex .x. huius linea .q.t. potentialiter sub




sexquitertia ad lineam.q.r. Ideoq; equalis.l.m. Adiiciat quoq; linee.r.s. linea.s.x.ita q; proportio.r.x.ad.r.s.sit sicut.64.ad.27. Diuidatq; r.x.p; equalia in .v. vt sit.r.v .v.x. de partibus illis de quibus . r.s. est .27. aut .x.x. 64. Eritq; r.u. equalis.m.n. Et ducantur linee.q.u. & q.x. Eritq; ex prima sexti proportio trianguli.q.r.x.ad triangulum.q.r.s.sicut.64.ad.27. Cumq; per eandem triangulus .q.r.x.sit duplus ad triangulum .q.r.u. At ex.4.primi quod fit ex.q.r.in.r.u. duplum quoq; sit ad triangulum q.r.u. Erit quod fit ex.q.r.in.r.u. & ipsum est equale superficiei.l.n. equale triangulo.q.r.x. Quare proportio superficiei.l.n.ad triangulum.q.r.s. est sicut.64.ad.27. Ideoq; sicut piramidis .a.c.d. ad piramidē .a.g.k. Manifestum est autem ex .15. huius q; linea .a.f. est perpendicularis ad basim piramidis.a.c.d. Ideoq; per.19.vndecimi linea.a.h. est etiam perpendicularis ad basim piramidis.a.g.k. Igitur altitudo.a.g.k.piramidis est semidiameter sphere. Diuidatur itaq; octocedron .e. quemadmodum proponit premissa: erit itaq; vtraq; duarum piramidum in quas ipsum.e.diuiditur eque alta piramidi.a.g.k. nam singularum altitudo est semidiameter sphere. Quia igitur omnes laterate piramides eque alte suis basibus sunt proportionales vt in.6.duodecimi demōstratum est erit proportio piramidis.a.g.k.ad vtrāq; earum in quas diuiditur octocedron.e. sicut basis eius ad bases earum. quare per.24.quinti proportio piramidis.a.g.k.ad totum octocedron.e. est sicut sue basis quam cōstat esse equalem triangulo.q.r.s. ad bases ambarum piramidum in quas diuiditur.e. pariter acceptas quas constat esse equales quadrato diametri sphere per premissam videlicet.p. Quoniam ergo proportio piramidis.a.c.d.ad piramidem.a.g.k. est sicut trigoni vel tetragoni.l.n.ad trigonum.q.r.s. videlicet.64.ad.27. & piramidis.a.g.k.ad octocedron.e. sicut trigoni q.r.s. vel quadrati .p. ad ipsum. Ergo ex equali proportio piramidis .a.c.d. ad octocedron .e. sicut tetragoni .l.n . ad quadratum.p. & hoc erat demonstrandum.




## Castigator.

a Cum .a.f. sit quadrupla ad.f.h. & .a.h. tripla ad eandem sequitur vt.4.ad.3.& cetera.

b Et etiam.27.ad.8.& .125.ad.64.& quia per.11.diffi. quinti quatuor quantitatum cōtinue proportionalium prime ad quartam sicut prime ad secundam triplicata & per secundam octaui quatuor numerorum minimorum secundum suam proportionem semper duo extremi scilicet primus & vltimus cum fuerint continue proportionales erunt de necessitate cubi. Et ideo vnius ad alium semper proportio triplicata hoc est primi cubi ad secundum numerum triplicata per dictam diffinitionem quinti. &c. Et ideo quamuis ibi acceperit .64. & .27. qui sunt duo numeri cubi poterat accipere quoscunq; duos alios cubos, vt diffuse in inequalibus cetera quoq; prosequendo vt dicitur. Idem eueniet &c. vt per te experiri poteris. Sed in casu isto cum per eursam proportionalitatem fuit proportio lateris vnius ad latus sibi relatium alterius vt.4. ad 3. triplicata fuit necesse sumere.64. cubum.4. & .27. cubum ternarii arguendo vt dictum est per secundam octaui. sed fuisset lateris ad latus.3. ad 2. triplicata per.8.11. tunc accepisset cubum ternarii.27. & cubum binarii 8. & sic in ceteris &c. erunt de.4. & .3. continue .64.48.36.27.

Ex premissis igitur manifestum est quod perpendicularis veniens a centro sphere piramidem quatuor basium triangularium atq; equilaterarum circumscribentis .ad quamlibet basim ipsius piramidis equalis est sexte parti diametri spere.

¶ Cum enim cuncti trianguli piramidem ambiẽtes sint similes ⁊ equales erunt quoq; circuli ipsos circumscribentes equales. ideoq; perpendiculares a centro spere ad eosdem circulos in eorum centra erunt etiam eq̃les. Perpendiculares autem cadentes ad circulos sunt perpendiculares ad bases piramidis itaq; perpendiculares ad bases sunt adinuicem equales. Linea autem .h.f. est perpendicularis ad basim piramidis .a.c.d. quam .h. f. quia constat ex predictis esse sextam partem diametri .a b. relinquitur ergo esse verũ quod per correl. concluditur. ¶ Idem aliter demonstrare contingit si prius hoc antecedens fuerit stabili ratione firmatum.

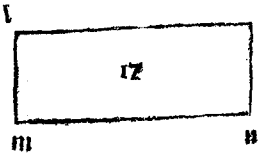
¶ In omni triangulo equilatero linea descendens ab vno angulorũ eius orthogonaliter supra basim tripla est ad perpendicularem que a centro circuli trigonum ipsum circumscribentis ad quodlibet latus eius protrahitur.

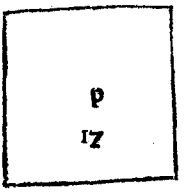
¶ Sit enim triangulus .a.b.c. equilaterus sitq; .d. centrum circuli ipsum circumscribentis a quo ducantur linee ad singulos angulos quas manifestum est esse equales cum sint a centro circuli ad circumferentiam. Sint enim tria puncta .a.b.c. in circumferentia circuli ipsum trigonum circũscribentis. protrahatur autem .a.d. in continuum ⁊ directum quousq; obuiet lateri .b.c. super punctum .e. cõstat igitur ex octaua primi q; angulus .a.d.b. est equalis angulo .a.d.c. ideoq; ex .13. primi angulus .b.d.e. est eq̃lis angulo .c.d.e. quare per quartam primi .b.e. est equalis .e.c. ⁊ anguli qui sunt ad .s. recti. Itaq; .d.e. perpendicularis est ad .b.c. veniens a centro circuli circumscribentis trigonum .a.b.c. ⁊ .a.e. perpendicularis est etiam ad .b.c. veniens ab vno angulorum predicti trigoni. Dico ergo q; .a.e. tripla est ad .c.d. Constat enim q; tetragonus qui fit ex .d.e. in .e.b. equalis est trigono .b.d.c. tetragonus quoq; qui fit ex .a.e. in .e.b. equalis est trigono .a.b.c. At quia trigonus .a.b.c. triplus est ad trigonum .d.b.c. eritq; tetragonus qui fit ex .a.e. in .e.b. triplus ad eum qui fit ex .d.e. in .e.b. Cũ igitur ex prima sexti sit proportio tetragoni .a.e. in .e.b. ad tetragonum ex .d.e. in .e.b. sicut .a.e. ad .e.d. erit .a.e. tripla ad .e.d. quemadmodum proponitur.

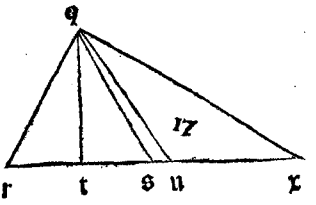
¶ Necesse est ergo vt perpendicularis cadens ab aliquo angulo alicuius trigoni equilateri super latus oppositum transeat p centrum circuli trigonum ipsum circumscribentis.

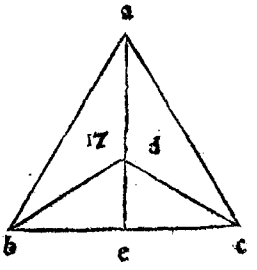
¶ Nunc itaq; quod promisimus absoluamus ad hoc autẽ imaginemur piramidem quatuor basium triangularium atq; equilaterarum cuius vna ex quatuor basibus cuius sit trigonus .a.b.c. circumscriptam esse a sphera cuius centrum .d. ⁊ protrahatur linea .d .e. perpendicularis ad superficiẽ trianguli .a.b.c. quam constat cadere in centrum circuli dictum trigonum circumscribentis. Dico igitur lineam .d.e. esse sextam partem diametri sphere propositam piramidem circumscribẽtis. Producam enim lineam .d.c. ⁊ lineam .c.f. perpendicularem ad lineam .a.b. quam .c.f. ex proximo correlario constat transire per punctum .e. ⁊ ex promisso antecedente triplam esse ad .e.f. Constat autem ex quarta secundi q; secunc ũ quadratum diametri sphere cuius centrum .d. est .36. est quadratum semidiametri .d.c. 9. ex correl. autem .13. tredecimi est quadratum .b.c. 24. Et per .u. huius quadratum .c.f. 18. ⁊ per premissum antecedens quadratum .c.e. 8. Quia igitur ex penul. primi quadratum .d.c. est equale quadratis duarum linearum .d.e. ⁊ .e.c. est autem quadratum .d.c. 9. ⁊ quadratum .c.e. 8. prout quadratũ diametri sphere est .36. relinqtur quadratũ .d.e. vnum prout quadratum diametri sphere est .36. Itaq; linea .e.d. est vnum prout diameter sphere est .6. quod oportebat probare. ¶ Eodem demonstrationis genere demonstrabitur nobis q; semidiameter sphere circumscribentis corpus .8. basium triangularium atq; equilaterarum tripla est in potentia ad perpendicularem a centro sphere circumscribentis ipsum ad quamlibet suarum basium descendentem. ¶ Constat quidem quemadmodum dictum est prius q; cum omnes bases huius corporis

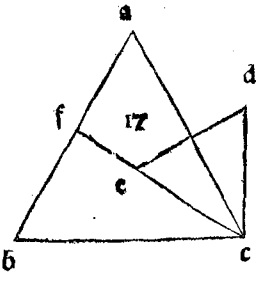




sint equales ℭ similes erunt circuli ipsas circumscribentes equales ideoq; perpendiculares a centro sphere in ipsorum circulorum centra cadentes erunt adinuicem equales. Cunq; perpendiculares ad circulos basium sint quoq; perpendiculares ad bases sequitur vt perpendiculares a centro sphere ad singulas bases adinuicem sint equales. Si ergo quod dicimus de perpendiculari ad vnam suarum basium probetur : relinquetur verum esse quod proponitur. ℣ Sit itaq; vt prius triangulus .a.b.c. vna ex basibus octocedri circumscripti a sphera cuius centrum .d. ℭ cetera quoq; fiant vt prius. ℣ Cum igitur ex co:rel.15.tredecimi diameter sphere sit potentialiter dupla ad latus octocedri. sequitur vt latus octocedri sit potentialiter duplum ad semidiametrum sphere. ideoq; cum quadratum linee.b.c. est 12. erit quadratum linee.d c.que est semidiameter sphere.6. ex .11. autem huius cum quadratum .b.c. est.12. quadratum .c.f. est.9. Ex premisso antecedente quadratum .c.e. est.4. itaq; cum quadratum .d.c. que est semidiameter sphere est.6. quadratum .c.e. est.4. ℭ quia ex penultima primi quadratum .d.c. est equale quadratis duarum linearum .c.e. ℭ .e.d. sequitur vt quadratum .e.d. sit duo prout quadratum .d.e. est .6. constat ergo quod diximus.

## Propositio .18.

Duplum quadrati quod ex diametro sphere circum circumscribentis describitur equum est omnibus superficiebus ipsius cubi pariter acceptis. perpendicularis quoq; que a centro sphere ad quālibet ex superficiebus cubi pducitur medietati lateris cubi eiusdem equalis esse ex necessitate cōmuincitur.

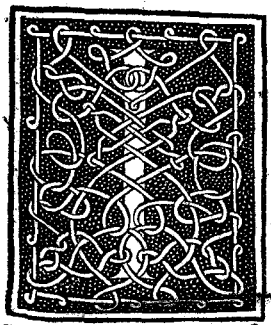
℣ Manifestum est enim ex corollario .17. decimi quod diameter sphere cubum includentis tripla est in potentia ad latus cubi cum igitur quadratum diametri sphere triplum sit ad quadratum lateris cubi ℭ ita triplum : duplum quadrati diametri sphere equum sit sexcuplo quadrati lateris cubi. Sunt autem omnes superficies cubi sex quadrata que ex latere cubi in se producuntur. itaq; duplum quadrati diametri sphere equū ē omnibus superficiebus cubi. Constat igitur prima pars secundam autem partē ex.18.ℭ.19.ℭ.40. vndecimi libri facile probabis.

℣ Ex his ergo euenire necesse est vt ex medietate lateris cubi in se bisse quadrati producti ex diametro sphere ipsum cubum ambientis cubi soliditas producatur.

℣ Explicit liber decimus quartus.

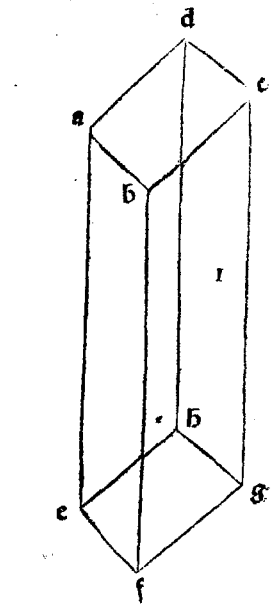
℣ Quintus decimus. Et vltimus Euclidis liber de quinq; regularium corporum alterius in altero reciproca formatione ℭ de eorūdem difficillime figurationis omissione secundum optimam Campani traductionem. Magistro Luca pacioli de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minorum Castigatore excellentissimo. Incipit quam feliciter.

Incipit Liber.xv. Propositio prima.



Intra propositum cubum corpus habens quatuor bases triangulas equalium laterum designare.

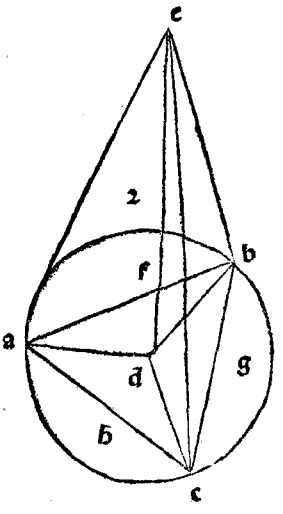
¶ Sit cubus cuius basis est quadratum a.b.c.d. suprema vero eius superficies quadratum.e.f.g.h. Ipsum autem hac arte fabricare conueniet quadrato basis ſm quamlibet lineam ex.45.primi descripto super singulos angulos eius ex.11. vndecimi cathetus secundum mensurā lateris ipsius quadrati erigatur quos ex 6.vndecimi constat esse equidistantes. ¶ Quinq; quadratis habitis ¶ bini coraustō eis impositō equidistāter lateri quadrati continuentur. ▽ Constat igitur esse compositum cubum: nam quatuor eius laterales superficies sunt quadrate ex.33.ſmi ¶ ex.34. eiusdē ¶ diffinitione quadrati. De suprema autem superficie, manifestum est quoq; q ipsa est quadrata ex.10.immo,24.vndecimi ¶ hac cōmuni scia que equalibus sunt equalia: sibi quoq; sunt equalia: ¶ ex diffinitione quadrati. ▽ Si itaq; huic cubo libeat corpus quatuor basium triangulariū ¶ equilaterarum inscribere: in basi ¶ in eius superficie suprema protrahātur due diametri quarum vna cōtinuet duas extremitates infimas duoꝝ catheterorum ¶ alia continet supremas aliorum duorum quas animo intelliges. ſ.a.c.¶.b.f. ▽ Dehinc a duobus punctis.b.¶.f. terminātibus diametrum superficiei suppreme demitte ypothenisaliter binas ¶ binas diametros que quatuor laterales superficies diuidant quas imaginaberis esse ab.b.quidem.a.b.¶ b.c. At vero ab.f.f.a.¶.f.c. Has autem diametros in hac plana figura protrahere contempsi ne multitudo linearum confunderet intellectum. ▽ Si igitur figuram hanc vt oportet actu vel animo compleueris videbis ex sex diagonalibus lineis sex superficies ipsius cubi diuidentibus piramidem quatuor basium triangularium esse perfectam quā cubo ꝓposito ex diffinitione constat esse inscriptam. Huius aūt piramidis bases equilateras esse constat eo q ex quarta primi omnes iste sex diagonales sunt ad adinuicem equales.




## Propositio .2.

Intra datum corpus habēs quatuor bases triangulas atq; equilateras corpus octo basium triangularium equalium laterum distinguere.

¶ Si intra piramidem quatuor basium triangularium ¶ equilaterarum octocedron libeat inscribere prius conuenit piramidem ipsam fabricare que ratione certa hoc modo componitur. ▽ Statuatur scdm cuiuslibet linee quantitatem trigonus equilaterus qui sit.a.b.c. cui circumscribatur circulus supra centrum. d. Et exeat.d.e.perpendicularis ad superficiem ipsius trigoni ex.12.vndecimitque ponatur dupla esse ꝙ in potentia ad semidiametrum circuli circū scribentis trigonum.a.b.c. Et a puncto.e. cadant tres ypothemise super tria puncta.a.b.c. ▽ Est itaq; completa piramis quatuor basium trilaterarum ¶ equilaterarum. Protrahantur enim.d.a.d.b.d.c. Cum igitur anguli quos continet linea.e.d. cum singulis lineis.d.a.d.b.d.c. sint recti ex diffinitione perpendicularis ad superficiem. cunq; quadratum linee.e.d. sit ex ypothesi duplum ad quadratum semidiametri circuli.a.b.c. erit ex penultima primi quadratum vniuscuiusq; trium ypothemisarum linearum.e.a.e.b.e.c. tripli ad quadratū semidiametri circuli.a.b.c. sed ex octaua tredecimi quadratū quoq; cuiusq; triū laterū triāguli.a.b.c. tripli ē ad ḡdratū semidiametri eiusdē circuli. Igit oia latera statute piramidis



sunt adinuicem equalia. Quare ipsa est equilaterarum basium. ℣ Cum itaq; sibi octocedron includere voluerimus diuidemus vnum quodq; sex laterum eius in duo media ℭ equalia ℭ continuabimus medium punctum cuiusq; lateris cum mediis punctis cunctorum reliquorum laterum cum quibus ipsum continet ℭ angulum superficialem. Verbi gratia diuidam latera basis in punctis. f. g. h. ℭ ypothemisas cadentes ab. e. in punctis, k. l. m. ℭ continuabo punctum. f. cum puncto. g. ℭ cum. h. ℭ cum. k. ℭ cū. l. punctūq;. m. cū eisdem. g. h. k. l. ℭ. g. cū. h. ℭ cū. l. ℭ. k. cū eisdē. h. ℭ. l. Ecce itaq; perfectum est corpus octo basium triangularium his duodecim lineis media puncta laterum fabricate piramidis iungentibus contentum. ℣ Has autem octo bases ex quarta primi quotiens oportet repetita equilateras esse manifestum est ipsum quoq; corpus statute piramidi ex diffinitione inscriptum quemadmodum iussi eramus efficere.

ℭ Castigator.

a ℭ Ad inueniendum lineam in potentia duplam alteri modū habuisti in vltima secundi quando didiciſti cuiuslibet figure rectis lineis contente latus tetragonicum inuenire. Ad hoc ergo faciendum sufficit formare triangulum orthogonium cuius duo latera rectum angulum continentia sint equalia illi linee cui in potentia queris aliam duplam ℭ tūc tertium latus erit linea quesita hoc est diametrum quadrati illius. Et sic triplam in potentia ℭ quadruplam ℭc. iungendo semper inuentas orthogonaliter formato trigono semper tertium latus erit linea quesita per penultimam primi.

## Propositio .3.

Intra cubum assignatum figuram octo basium triangularium equalium laterum constituere cubo intendimus inscribere octocedron.

ℭ Qualiter autem cubum componere oporteat in pria huius sufficienter dictum est. Igitur fabricato cubo piramis quatuor basium triangularium ℭ equalium laterum in eo ex prima huius designetur. Ac intra ipsam piramidē expremissa octocedron distinguatur. Quo facto simul etiam factum erit quod volumus. ℣ Constat enim ex ratiocinatione prime latera cuncta ipsius inscripte piramidis esse diagonos basium cubi. Et ex ratiocinatione premisse liquet cunctos angulos octocedri in hac piramide distincti esse in lateribus ipsius piramidis. Quare manifestum est omnia angularia puncta huius octocedri esse in basibus assignati cubi. Igitur ex diffinitione habemus propositum. ℣ Aliter idem centris cunctarum basium cubi quē admodum in nona quarti sic repertis a centro supreme superficiei eius ad centra quatuor lateralium superficierum quatuor ypothemisas demitte. Et a centro infime ℭ ad earumdem lateralium superficierum centra quatuor alias ypothemisas elena. Centra quoq; quatuor lateralium quatuor rectis lineis continua ita videlicet q; centra earum tantum que sibi inuicem secāt continuas. Verbi gratia. iungas centrum anterioris cū centro dextre ℭ cū cētro sinistre centr; quoq; vltie iunges cū eisdem. hoc est cū cētro dextre ℭ cū cētro sinistre. ℣ Habes itaq; corpus octo basiū triāgulariū his. 12. lineis q̄ cētra supficie; cubi cōplexū cōtinuant. ℣ Si igit bas bases equilateras esse probare volueris ta centris basium cubi ad cuncta ipsius latera perpendiculares protrahe quas necesarium est omnia latera ipsius cubi per equalia diuidere ex secunda parte tertie tertii quod planum est si vnicuiq; basium cubi circulum circumscripseris atq; ideo binas ℭ binas super idem punctum in lateribus basium cubi constat concurrere eas q; ex secunda parte. 13. tertii patet adinuicem esse equales ℭ eq̄distantes lateribus cubi ex 3cda pte. 28. pmi iōq; ēt singulas eē eq̄les dimidio lateris cubi. Igitur ex. 10. vndecimi manifestum est binas ℭ binas earum super idem latus cubi in medio eius puncto concurrentes rectum angulum continere. Ideo q; omnes superficies cubi sint quadrate. ℣ Quare igitur ille. 11. li-

nee centra superficierum cubi continuantes & anguli quos hee linee super media puncta laterum cubi concurrentes bine & bine continent subtenduntur ipse erunt ex quarta primi vel etiam si manis ex penultima primi adinuicem equales. Ergo est in proposito cubo designatum corpus octo basium triangularium & equilaterarum. quod oportebat facere &c.

## Propositio .4.

Intra datum corpus octo basium triangulariusq equilaterarum cubum figurare.

¶ Non dubites quin corpus octo basium triangularium atq equilaterarū certo dogmate fabricabis hoc modo. Qualibet recta linea super aliquod planum sursum orthogonaliter erecta eam per equalia diuide & a puncto eius medio duas lineas hincinde perpendiculares extrahe que componat lineam vnam. Eruntq, hee duo linee scilicet prima seinuicem secantes, quelibet super positum planum est orthogonaliter erecta & alia que ipsam sicut per eius medium punctum orthogonaliter secat in eadem superficie site per primam partem secunde vndecimi. ¶ Ad superficiem igitur in qua ipse site sunt super communem punctum sectionis earum quemadmodum .11. docet vndecimi perpendicularem erige quam facias eandem superficiē in vtrāq, partem penetrare. Et pone cunctas sex portiones harum trium linearum a puncto in quo seinuicem secant equales. Sic enim quelibet quamlibet per eōlia & orthogonaliter diuidet. Ita q, cum sint tres queq, due earum salutifere crucis venerandum signum ad angulos rectos constituent a supremo igitur erecte linee super positum planum pūcto quatuor ypothemisas ad extremitates duarum linearum ipsam secantium demitte. Deinde ab infimo eiusdem erecte puncto quatuor alias ypothemisas ad easdem duarum secantium linearum extremitates eleua. Postremo quoq, harum ypothemisarum extremitates quatuor rectis lineis quadratum continentibus continua. ¶ Erunt enim hee duodecim linee videlicet quatuor ypothemise a supremo puncto erecte perpendiculares descendentes: quatuor que postreme ab eius infimo puncto sursum eleuate & relique quatuor linee harum ypothemisarum extremitates cōtinuantes ex penul. primi sine iunctionis puncto pluries repetita adinuicem equales. Quare constat corpus ab eisdem terminatum octo basibus triangularibus equilateris q, contineri. ¶ Si igitur huic corpori cubum inscribere delectat centra octo triangulorum ipsum ambientium inuenire ex quinta quarti labora eaq, reperta. .11. lineis rectis hac lege continua vt centrum cuiusq, horum triangulorum cum centro cuiusq, triū ad ipsius latera terminatorum per rectam lineam copuletur. Non est autem huius rei idoneum figuram in plano depingere. ideoq, restat vt quod dicitur mente cōcipias ipsumq, si placet actu & opere cōpleas videbis enim .11. lineas horum triangulorum centra posita lege continuantes cubum continere quem restat vt equilateris rectangulisq, superficiebus demonstres eē conclusum. Non enim erit cubus nisi omnes eius superficies sint quadrate. Ducito ergo a quolibet angulo trigonorum superficierum octo cedri perpendicularem ad latus illi angulo oppositum. ¶ Has autem perpendiculares ex .11.14. libri cōstat esse adinuicem equales & diuidere latera quibus perpendiculariter insistunt per equalia. Ideoq, binas & binas super idem punctum lateris cui superstant cōuenire: easdēq, constat ex his que in .17. quartidecimi demonstrata sunt transire per centra triangulorum. Ideoq, per extremitates laterum inclusi corporis transire ac earum portiones que intra centra trigonorum & latera ipsoz, que intercipiuntur ex his etiam que in eadem demonstrata sunt constat esse equales. Angulos quoq, ab his perpendicularibus binis & binis coeuntibus contentos ex .8. primi patet esse equales. ¶ Et quia hee perpendiculares sueq, portiones inter centra & latera intercepte eosdem angulos ambiunt: erunt quoq,

anguli quos linee a centris trigonorum ad latera perpendiculariter cadentes bine ℈ bine continent ad inuicem equales. Cunq; latera illius corporis de quo disputamus hos angulos subtendant sequitur ex quarta primi frequenter sumpta corpus inclusum esse equilaterum at quoq; rectangulum. Protrahantur enim diagonij in singulis superficiebus. ℣ Hos diagonos ex quarta primi omnes adinuicem equales esse conuinces mediantibus angulis a duabus perpendicularibus per ipsarum diagonorum extremitates transeuntibus contentis si prius hos angulos ex.8. primi equales sibi inuicem esse probaueris. Cum igitur diametri tetragonarum basium corporis huius sint ad inuicem equales: latera quoq; earundem basium equalia esse necesse est ex.8.primi multotiens repetita ipsas tetragonas bases eē equiangulas. Atq; ex.32.primi omnes anguli cuiusq; earum sunt equales quatuor rectis. Sequitur eas eē rectangulas. Itaq; ex diffinitione quadrati ipse sunt quadrate. Igitur inscriptum corpus manifestum est esse cubum sicut intendimus.

## ¶ Castigator.

¶ Nota de cubo tacitam descriptionem videlicet q; est corpus habens 6.superficies quadratas .12. latera equalia octoq; angulos solidos.24. angulis superficialibus contentos ℈c.

## Propositio .5.

Piramidem quatuor basium triangularium atq; equilaterarum assignato corpori octo basium triangularium quoq; atq; equilaterarum inscribere.

¶ Assignato corpori octo basium inscribe secūdum precepta premisse cubum cuboq; inscripto iscribe. vt docet prima huius piramidem qualis proponitur cum igitur huius piramidis anguli sint etiam anguli cubi quēadmodum ex demonstratione prime manifestum est. cuncti autem anguli cubi sunt ex pmissa in superficiebus assignati octocedri erunt quoq; cuncti anguli piramidis huius in superficiebus corporis octo basium cui eam iubemur inscribere quare ex diffinitione manifestum est nos fecisse quod queritur.

## Propositio .6.

Intra datum corpus viginti basium ⁊ equalium laterum corpus duodecim basium pentagonaliū ⁊ equalium laterum atq; equalium angulorum figuraliter componere.

℣ Corpus.10. basium non docemus hic fabricare quoniā ex.16.tredecimi qua cōuenit arte hoc fieri satis euidens ē. Eo igitur vt ibi docetur composito. si sibi corpus.12. basium pentagonarum atq; equilaterarum includere delectat hac via procedendum est. ℣ Manifestum enim est.20.triangulos.60.superficiales angulos habere. ℈ quia ad constitutionem vniuscuiusq; solidi anguli corporis ycocedri quinq; superficiales contentum sicut ex demōstratione.16.tredecimi colligitur. constat illud corpus duodecim solidis angulis compleri. Inuenire igitur vt in ante premissa centris cunctorum triangulorum totum ycocedron terminantium ea.30.rectis lineis continua ita q; cuiusq; centrum centris omnium circūiacentium cum quibus communicat in latere per rectas lineas iungas. Cum ergo hoc feceris videbis ex illis.30.lineis duodecim pentagonos constitui.12.angulis solidis dati ycocedrit oppositos. ℣ Hos itaq; pentagonos quēadmodum in anī premissa fecisti de basibus cubi equilateros esse probabis. ℣ Necesse est enim vt quorūlibet triangulorum duorum idem latus habentium centra eodem spatio distent. Restat ergo vt eos etiam equiangulos esse silogizes. ℣ Manifestum est autem ex ratiocinatione.16.tredecimi datum corpus viginti basium ab eadem sphera cuius diameter est tanq̄ diameter huius corporis videlicet lineam que duos eius angulos oppositos continuat esse circūscriptibile.

¶ Si igitur hec diameter per medium secetur punctus sectionis erit centꝝ sphere ipsum circũscribentis. Ab eo, itaq; ad superficies cunctorum pentagonorum perpendiculares ex.11. vndecimi ducito. Et a puncto in quo singulis pentagonis obuiauerint ad singulos eorum angulos rectas lineas dirigito. Deinde cẽtrum sphere cum singulis angulis ipsorum pentagonorum continuator. Age ergo eos proba esse equiangulos hoc modo. ¶ Cum enim omnes circuli circum scribentes trigonos ycocedri sint equales erunt omnes perpendiculares a centro sphere ad ipsos venientes ℭ in eorum centra cadentes equales. Omnes ergo linee a cẽtro sphere ad angulos cuiuslibet pentagoni venientes sunt equales. Nam anguli pentagonorum sunt centra circulorum trigonos ipsos ycocedri circumscribẽtium ex ypothesi. Igitur ex penultima primi eodem argumentationis genere quo superius in.14. silogizauimus sectorem prouenientem in superficie sphere cum aliqua plana superficies sphera secat nõ super centrum eius esse circumferentiam continentem circulum. ¶ Necesse est quinq; lineas venientes a concursu perpendiculariter ducte a centro sphere ad superficies omnium pentagonorum ad quinq; angulos cuiusq; pentagoni esse adinuicem equales. Itaq; omnibus his duodecim pentagonis est circulus circumscriptibilis cum igitur ipsi sint equilateri conuincitur eos esse etiã equiangulos quod oportebat ostendere.

## Propositio. 17.

**Intra datum corpus duodecim basium pentagonarum equilaterarum atq; equiangularum corpus viginti basium triangularium atq; equilaterarum fabricare.**

¶ Qualiter corpus duodecim basium pentagonarum equilaterarum atq; equiangularum componere oporteat ex.17. tredecimi require. Sed qualiter corpus viginti basium triangulariũ ℭ equilaterarum sibi conueniat inscribi hic addisce. Suorum pentagonorum centris vt in.14. quarti fit repertis ea adinuicem.30. lineis hac lege continua vt vniuscuiusq; pentagoni centrum, centro cuiusq; pentagoni secum in latere communicantis iungatur. Ita videlicet ꝙ vniuscuiusq; pentagoni centrum centris quinq; pentagonorum terminantium vel circũiacentium continuetur. Cum igitur hoc feceris obuient tibi viginti trianguli ab his.30. lineis centra pẽtagonorum continuantibus contẽti. Eruntq; hi viginti trianguli viginti solidis angulis ipsius duodecedri oppositi amplectentes corpus viginti basium triangularium quas equilateras esse demonstrabimus ℭ erunt.12. solidi anguli huius corporis.20. basium in cẽtris.12. pentagonorum corpus dati duodecedri terminantiũ. ¶ Hos itaq;.20. triãgulos eqlateros eẽ sic pba. A cẽtris pẽtagonoꝝ ducito perpendiculares ad latera eruntq; omnes perpendiculares equales binas ergo ℭ binas probabis ex octaua primi equos angulos continere. Et ꝙ linee continuantes centra pentagonorum his angulis a binis ℭ binis perpendicularibus contentis subtenduntur: cum omnes perpendiculares sint equales: erunt ex quarta primi omnes linee cõtinuantes centra pentagonorum equales: quod est propositum. ¶ Perpendiculares autem binas ℭ binas equales angulos continere ℭ omnes eas adinuicem esse equales sic collige. ¶ Ex quinta primi ℭ.26. eiusdem constat singulas earum diuidere latera pentagonorum super que cadunt per equalia: easq; esse adinuicem equales ductis lineis a centris pentagonorum ad singulos angulos eorum: quare bine ℭ bine super idem latus cadentes in eodem ipsius lateris puncto coibunt eo ꝙ vtraq; diuidit illud latus duobus pentagonis a quorum centris veniunt commune per equalia. ¶ Has igitur perpendiculares binas ℭ binas vsq; ad angulos qbus cõmune latus in quo coeunt

oppositum per centra pentagonorum producito & eisdem angulis duas lineas subtendito quas ex demonstratione.17.tredecimi manifestum est esse tanq̃ latus cubi ab eadem sphera cum proposito duodecedro circumscriptibili.ideoq; patet eas esse equales eo q̃ omnia latera cubi sint equalia.easdéq; liquet ex nona vndecimi esse equidistantes propter hoc q̃ ambe equidistant communi lateri in quo bine & bine perpendiculares conueniunt. ¶ At vero ipsas easdem constat ex his perpendicularibus per equalia diuidi.itaq; per.33.primi cuncte linee cõtinuantes puncta in quibus bine & bine perpendiculares super has lineas quas tanq̃ cubi latera fore diximus concurrunt sunt adinuicem equales. ¶ Nam omnes sunt tanq̃ latus cubi. Igitur ex octaua primi anguli contenti a binis & binis perpendicularibus sunt equales: quare per quartam eiusdem linee quoq; continuantes centra pentagonorum sunt sibi inuicem equales: inscriptũ ergo est proposito duodecedro corpus viginti basium triangularium & equalium laterum sicut iussi eramus.

## Propositio .8.

Solido duodecim basium pentagonarum atq; equilaterarum proposito intra ipsum cubum distinguere.

¶ Cum duodecedron super cubi latera fabricetur vt constat ex.17.tredecimi minimum co fabricato sibi conueniet cubum iscribi. ¶ Nam cum duodecim sint pentagoni: vnius cuiusq; eorum vni angulo put cubi figuram videbis exigere chordam vnam subtenderis ex eis duodecim chordis sex equilateras rectangulasq; superficies cubi & corpus amplectentes perficies. ¶ Equilateras quidem eas ee constat ex quarta primi. Rectangulas autem eodem argumentationis genere quo id sexta huius baseis duodecedri dato ycocedro inscripti demõstrauimus esse equiangulas. Constat quidem ex decima septima tredecimi propositum duodecedron sphere esse inscriptibile: Ergo a centro illius sphere ad omnes has quadrilateras superficies perpendiculares: vt docet vndecima vndecimi protrahe. Et a puncto concursus ad singulos angulos illarum quadrilaterarum superficierum rectas lineas dirige. ¶ Ac eosdem angulos quadrilaterarum superficierum cum centro sphere iunge. Eruntq; hee linee centrum sphere cum angulis quadrilaterarum superficierum continuantes semidiametri sphere de quarũ quadratis quia dempto quadrato perpendicularis remanent ex penultima primi quadrata linearum continuantium punctum concursus perpẽdicularium cum angulis quadrilaterarum superficierum. ¶ Necesse est omnibus his quadrilateris superficiebus circulos esse circumscriptibiles ideoq; necesse est eas esse equiangulas cum sint equilatere. ¶ Et quia ex 32.primi anguli cuiusq; earum pariter accepti sunt equales quatuor rectis angulis. sequitur eas esse rectangulas. Nihil ergo deest inscripto corpori de ratione cubi.

## ¶ Castigator.

a ¶ Quoniam ex vnaquaq; corda & duobus lateribus pentagoni constatur triangulus duum equalium laterum habens vnum angulum pentagoni. Et ideo bini & bini accepti per .4. primi arguuntur corde ille equales vndiq; & cum eedem sint latera cubi tali duodecedro inscripti ex.17.13.sequitur sex superficies cubum complectentes esse quadratas atq; equilateras prout cubus exigit quemadmodum dictum est supra in isto 4.huius & cetera.

## Propositio .9.

## Propositio .9.

Ato duodecedro sibi demũ octocedron includere.

¶ Composito duodecedro vt in .17. tertii decimi ex latera suaꝝ superficiesꝝ ea videlicet que cathetos sup ex lineas opposita latera superficiesꝝ cubi per equalia secantes erectis tanq̃ eoꝝ corausti iungunt p equalia diuide: eaq̃ bina & bina adinuicem, cõposita cõtinua p tres lineas q̃ inuicem super medium punctũ diametri cubi ex .40. vndecimi p equalia secabunt. Eruntq̃ vt quoq̃ due earum trium seinuicem quoq̃ ad angulos rectos diuidãt. ¶ Si igitur haꝝ trium linearum extremitates p.12. lineas rectas cõtinuaueris pueniet tibi corpus octo basiũ triangulariũ & equilateraꝝ ex quarta pmi vel si mauis ex penultima pmi: qd oportebat ondere.

## Propositio .10.

Atra assignatum duodecedron piramidem quatuor basium triangularium atq; equilaterarum adhuc restat distinguere.

¶ Assignato duodecedro inscribe cubum ex octaua huius cuboq̃ piramidẽ ex prima. ¶ Cum igitur anguli piramidis sint in angulis cubi vt patet ex cõsinatione pme. Et anguli cubi i angulis duodecedri ex ratiocinatione octaue erũt quoq̃ anguli piramidis in angulis duodecedri. Itaq̃ constat quod volumus.

## Propositio .11.

Ropositoycocedro in eo cubum figurare.

¶ Ycocedro inscribi duodecedron ex sexta. Ac duodecedro cubum ex octaua. Constat aũt ex demonstratione sexte q̃ omnes anguli duodecedri cadunt super centrum basium ycocedri. Et anguli cubi sunt in angulis duodecedri. ¶ Itaq̃ anguli cubi sunt in centris basium ycocedri habemus ergo propositum.

## Propositio .12.

Cocedron datum piramidem quatuor basium triangulariũ atq; equilateraꝝ sibi postulat inscribi.

¶ Si in dato ycocedro ex premissa cubum inscripseris cuboq̃ ex prima piramidẽ incluseris quin possulationi ycocedri satisfeceris hesitandum non erit. ¶ Scire autem oportet quod cum sint quinq̃ regularia corpora de quoꝝ mutua ab inuicem inscriptione in hoc .15. libro determinatur si vnũquodq̃ eoꝝ cuilibet ceteroꝝ esset inscriptibile .20. eorũdẽ inscriptiones accideret. ¶ Quippe cuilibet eoꝝ quinq̃ erunt cetera quatuor inscriptibilia. Ideoq̃ quater quinq̃ inscriptiones quod est .20. necessario puenirent. At vero piramidi solum octocedron conueniens est inscribi. ¶ Non.n. sunt in piramide bases aut anguli aut latera in qbus anguli cubi aut ycocedri aut eciam duodecedri possint extrema ipsius piramidis contingere. ¶ Cubũ quoq̃ solius piramidis & octocedri vt octocedron solius piramidis & cubi receptiõ sunt apta. Qualiter.n. in eoꝝ alterutro .12. angulos ycocedri. Aut .20. angulos duodecedri. ita vt singuli in eorum singulis cadant collocabis. Ycocedron aũt cum cetera conuenienti ambitione possit cõplecti solius octocedri nequit esse receptaculum. Nam octocedri sex anguli semidiametrali seinuicem bini & bini oppositione respiciunt lineeq̃ eos continuantes sese per equalia orthogonaliter diuidunt. ¶ Itaq̃ illud gloriosum signum' ad cuius intuitũ cõsternantur demones sub rectis angulis triplicatum reddant. ¶ Hos itaq̃ triangulos neq̃ bases neq̃ anguli neq̃ latera ycocedri possunt sub suo situ recipere. Neq̃ .n. in eo repies sex bases aut sex angulos aut sex latera hac diametrali orthogonaliq̃ oppositione se continuantes. Duodecedron autem nulli ceteroꝝ sue ambitionis denegauit hospicium immo cunctorũ receptator exiſtit. Vnde non inconuenienter duodecedri figurã antiqui Platonis discipuli vel ascripsere

eclo quemadmodum piramidis formam igni eo q; sursum sub piramidali figura euolet. ac octocedri aeri. ¶ Quippe sicut aer ignem mobilitate sequitur sic octocedre forma piramidis formam ad motū habilitate comittat. ¶ Viginti vero basium figuram aque dicta tuentur. cum ipsa basium pluralitate plus ceteris circuletur in speram fluenti. rei motui magis q; scandentis cōstenire visa est. ¶ Cubon vere figuram dedere terre. Quid. n. in figuris maiori ad motum violētia indigeat. quā theissera. ¶ At in elementis quid fixius constantiusq; reperitur terra. Igitur ex. 20. inscriptionibus 3. quas piramis non subsistinet binasq; a quibus naturam cubi & octocedri aliena est. ¶ Rursusq; vnam cui repugnat ycocedri figura reieceris erunt relique tantum. 12. inscriptiones. Piramidis quidem sola. Cubi vero octocedriq; bine. Ycocedri autem tres. Duodecedri autem quatuor. De quibus omnibus vt arbitror sufficienter alias disputatum est.

## Propositio .13.

### Abricato quonis quinq; regularium corporum sibi speram inscribere.

¶ Ex tertiodecimo libro itaq; manifestum est vnūquodq; quinq; horum corporum esse sphere inscriptibile. Nūc itaq; constabit viceuersa speram vnicuiq; ipsorum esse inscriptibilem. A circumscribentis enim sphere cētro ad bases vniuersas cuiuslibet eorum perpendiculares exeant quas intra centra circulorum bases ipsas circumscribentium cadere necesse est. cunq; omnes circulo eas circumscribentes sint equales eruntq; hee perpendiculares equales. Itaq; si secundum quantitatem vnius earum circulum super centrum circumscribentis sphere descripseris eiusq; semicirculum quousq; ad locū vnde moueri ceperit redeat circumduxeris. Quia ipsum per extremitates cunctarū ꝓpendicularium necesse est trāsire colliges ex correlario. 15. tertii speram istius semicirculi motu descriptam vniuersas bases assignati corporis in concursibus perpendicularium cōtingere. Non enim plures potest sphera de basibus corporis contingere quam circumductus semicirculus dum mouebatur contingit. Quare assignato corpore constat nos speram quemadmodum propositum erat inscripsisse.

LAVS DEO. FINIS.

¶ Euclidis megarensis philosophi perspicacissimi elementorum opus de duabus quantitatibus discreta scilicet & continua. ac earūdem proportionibus & proportionalitatibus ex optima Campani interpretatione Magistro Luca paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minorum sacre theologie professore. Matematiceq; discipline cultore feruentissimo die noctuq; chalcographis assistente possillis suis oportunis plerisq; in locis additis manu propria accuratissime castigatum finit.

¶ Venetiis impressum per probum Virum Paganinum de Paganinis de Brixia decreto tamen publico vt nullus ibidem toto dominio audeat imprimere faciat. & alibi impressum .xv. curricul[illegible] sub quouis colore in publicū ducat sub penis in dicto priuilegio contentis. Anno redemptionis nostre. M.D.VIIII. Klen. xr. Iunii. Leonardo Lauretano Ve. Re. Pu. Gubernante. Pontificatus Iulii. II. Anno. VI.