

Notes du mont Royal

www.notesdumontroyal.com

Cette œuvre est hébergée sur « *Notes du mont Royal* » dans le cadre d'un exposé gratuit sur la littérature.

SOURCE DES IMAGES
Google Livres

EVCLIDIS OPERA

MATHEMATICA

A

FRATRE LVCA DE BURGO=
S. Sepulchi, cognomento Paciolo
ILLVSTRATA



VENETIIS

~~PATENT~~

M. D. IX. ~~XXXX~~

Per Paganinum de Paganinis

1910 211 104

1. 1711 104

A

1. 1711 104

1. 1711 104

1. 1711 104

1. 1711 104

1. 1711 104

¶ Magnifico & clarissimo danieli Rainerio patricio Veneto Auocatori maturi
mo & liberatissimo Danielis Caietani Cremonensis Epistola.



Xistimaui me Daniel Clarissime nefas cōmittere si fidelissimā Eu
clidis castigatōem p̄minētissimū sacre theologiæ ac phiædocto
rē atq; in arithmeticiis penetralibus p̄tissimum viz Magistꝝ Lu
pacioli seraphicæ ac minoritanæ familiæ ornamentum singulare
nuper euigilatā laudibus p̄sequi distulissēm. Tu q̄a sanæ doctrinæ
sanctorū assessor cōcelebraris indeq; has meas laudes tui maturi
iudicii felito libramēto p̄pēdēs facile cognoueris non ab assentatiōe aliq̄ sed
mero v̄itatis fonte effluxisse q̄ & hōiem intus nosti & scripta illius modulatus in
spexisti q̄tumq; cū ille ingenio valeat atq; doctrina. Te v̄o nullo mō decipi posse
q̄ semp tui similitudinis es cōp̄ntit examinātū tuū iudiciū quod oib; in rebus excu
tiēdis circūcisum rotodū p̄fectum semp inuentum ē ob id te vel æquari vel posse
rī n̄i fructibus votis nūc alitꝝ vt Catonē alitꝝ vt hortensium nūc statua siliceat
cōsecrēt nūc imāgē q̄ te vel cōsente vel dicēte informant istumq; ætatis n̄æ
viri doctissimi i medio ætatis sinu Nō temere Maḡ Lucas te Elegit cui suas in
Euclidē lucubratiōes dedicaret q̄ sū studiis maximis polleas ea & i aliis ēt nūina
cōplecteris sed ex hoc ipso cōsumatissima tibi gloria reponderat. Nā satis eminet
ingeniū p̄p̄riis meritis q̄ fuerit fauor Alieni. Vē in p̄nti remotis gradibus dignita
tū p̄ q̄s merito virtutū n̄æ ab aliis discerni soles nobilitatis n̄æ posth̄c solū
erit iudiciū scripta eruditorū te cognitorē habuisse vel potius numē æternū. Sed
q̄nī cōueniēs est obsecro te dedicatiōem hāc vel nūcupatiōē cōstimmari. Cui si mī
nus gloriæ apud posteros attribuatū auctoris sui lima q̄ tui nōis auspiciatū. Est &
Lu. pacioli. Careat assentiōe v̄bū meū. vir sanæ raræ exq̄sitæq; doctriæ Sep̄e
paucillulum sacre theologiæ assiduā lectiōem. Cōtinuas cōtiōes seu manus omī
liar q̄s in celeberrimis Italiæ & extra Italiā Ciuitatibus frequētissimo theatro ha
buit in gbus inclitus omīlīsta mō corda terrificat mō p̄mūcet & quoquo vult du
cit. Lege viz fidei catholicæ amplificatorē viz in p̄b̄ia in theologia in mathesi
incōparabilem; quē te laudare nō studeo ita ipse laudari plurimū vetat cōtentus
se ipso id quod est veri p̄b̄i p̄p̄rium ornāmētum. Nāq; moris ē sapiētibus mūda
næ laudis crumata sub iānari & de se ipsis sumpta ab aliis præconia deridere q̄m
iuxta illud Symmachianū vt n̄a laus ornat ita falsa castigat. Sic & ipse facit q̄ dū
vult suā sciētiam exercere nō veret illis esse impedimēto q̄ illius ampliudinē suis
dictis cōmendare præsumūt. Ceterū ego quauis loqui p̄hibeor tacere tū nō pos
sum hoc quod mensura & numerus Euclidis siue p̄ressor in curia siue tralatoꝝ p̄
cursu ita cōfusi ita lacere ita præposere legebat vt q̄ arē ipsam callerent aut nō in
telligerēt aut alienæ culpæ fugillatiōem in ipm Euclidē impudētē retorquerēt.
Nūc v̄o vbi lyncea Lucæ pacioli acies in has symplegadas ac reciprocas tot er
roꝝ charybdes se p̄etrauit iā facta ē plana via p̄curus trāsitus liber di/cursus per
obscuras an cōualles & redditus ē Euclides v̄us obuius oib; plāus atq; expositus
solertissimo ingenio castigatissima emēdatiōe cōstantissimo iudicio Magistꝝ
Lucæ n̄rī quē vt poetā dicēdo itelligimus & t̄e y i r homeꝝ vt oratorē demo
sthenē vt phum Aristotē itelligimus. p̄i mō arithmetici cōfessēdo fratrē intelli
gere totus orbis italus fas bēti de quo illud asū i & a atq; absolutissima artis arith
meticæ cognitiōe quod aiunt de Cicerōe q̄ in actiōibus ceteris ceteros in aulo
cluetio ipse se superauit & de. M. frontōe qui cū extra reliquos excelleret oratores i
pelopēn se sibi prætulit hoc docet arrip̄sa quā in p̄peculatu atq; cōiectu recōditā
hic lucas solus e multis nō praticā fecit tot corporibus i varias atq; multiplices figu
ras deductis sed impitissimo cuiq; exponēdo facillimā q̄si sub ipsis oculis p̄posuit.
Ec quis hoc ausus vnq; anis sup̄ioribus nobilissimū icēptū aggredi? certe nemo ne
sciētissimus quidē mathematicus præterq; Lucas pacioli vir in arithmetica arte
rarissimi exēplī ac p̄penullius. Sed q̄a tāri viri laudū maria mihi trājmittere diffi
cillimū ē Daniel Generosissime hoc q̄si stagnū p̄naugemus nō posse tot narrari
I laudē scia hōis q̄n illud africanū adagium semp vberius relinq̄tur. At caueant
Moneo a p̄palato volumine vituperones & p̄cant quæso in p̄enitēda maledicta
suas linguas acuminare. R̄petātq; obsecro & nomen dedicātis & excellentiam il
lius cui dedicetur. Vale ex patauio I dibus Maius. M. D. LV I I I.



Anto sum studio semp complexus (vt ipse scis) mathematicas disciplinas mi Iacobe Cocce amicorum amicissimae: vt admodum trahar cogarq; ad illos amados: qui in huiusmodi studiis versantur ac profitentur: quādo quidem illas ad philosophiæ necessitatem accedere non ignoro: Nec te fugit in pluribus Platonem Aristotelem huiusmodi exempla proponere & fere semper mathematice demonstrare: quom eo tempore essent in luce enim uero reserunt Athenis in Accademia Platonis inscriptum esse neminem intro se recipere: qui prius non mathematicas obcalluerit scientias. Quin etiam illas verissimas esse facile cognosco ob id Aueroys in primo certitudinis gradu collocauit. Verum illæ ipsæ disciplinæ iam plures annos sub tenebris iacent: aut per q̄ paucis fuerunt perceptæ: præsertim liber Elementorum Euclidis: qui nec integer nec ab omni labe alienus iam diu latitauit: adeo vt ne ipse Euclides agnosceretur. Sed tamē hac nostra ætate multo labore industria ac diligentia Magister Lucas Pacioli Sacre Theologiæ professor non solum castigauit verum etiam multa ad expositionem adiunxit egregie quidem inuenta. hoc enim modo cum redegit ad verum sensum idq; proculdubio putandum est. Nam hoc tempore ipse Magister præceteris polletet (vt verius dicam) sola Phoenix. Nolo modo quot insunt homini virtutes: quantum ingenium: quātaue memoria: & rerum exuberantia: & doctrinam altissima cognitio ex amissum cōmemorare: propterea q̄ satis insignem reddunt sua volumina: testanturq; etiam lectiones: quibus ambo interfuius. ob id itaq; non immerito ab omnibus Pontificibus: ab omnibus supremi ordinis Antistitibus: summiq; Principibus totius Italiæ summo amore & charitate fuit semper complexatus. Quamobrem te etiam summo opere preor: vt huiusmodi disciplinas precipue Euclidem velis omni studio amplecti. Nam hæc quo ad studia philosophiæ tibi profutura sunt: eo magis quia ipse Euclides a predicto Magistro Luca fidiissimo interprete fuit emunctus ac emendatus: qui vir cumulate laudandus de bonisq; disciplinis benemeritus haud quempiam omisit locum: quem omni studio cura ac diligentia ad cōmunem vsum non optime exposuerit: scio ego q̄ cōmunis Præceptoris sis studiosus immo potius suæ multiplicis scientiæ contemplator: quom moris sit tui omnes litterarum professores amore prosequi: hunc præceteris aliis tanq̄ peritissimum ac ante alios sapientissimum amare obseruare & venerari videris haud equidem sum dubius: quem si sequaris inceptum sis insignem virum euasurus tuamq; domum illustraturus. Ad hanc spem me erigit et in perspicax ingenium: & pene diuinum: tua etiam eruditio tanta in ista adulescentia q̄ta vix in vlllo senerac p hoc merito te quadam admiratione intuemur. Me quoq; excitant suauitas: modestia: grauitas: & tui optimi mores: cuius nulla in toto corpore menda fedet. Quæ omnia ipsa ætas auget. Non enim tuus animus nisi in litterarum studiis: in liberalibus artibus: in ipsa deniq; vera sapientia versatur: ad quæ omnia te prouum ac propensum video: quid tu aliud tuæ Reipub. polliceris? nisi vt te optimo senatore administrante foelix Respub. foeliciores vndiq; fulgear: tuq; rectissime magistratibus defunctus posteritati nomen conferes. Sed quæ de te sunt plura dicenda in aliud reiciam tempus. Verum modo ad Euclidem animum intenderet vt amaris ama Vale.

PLATO

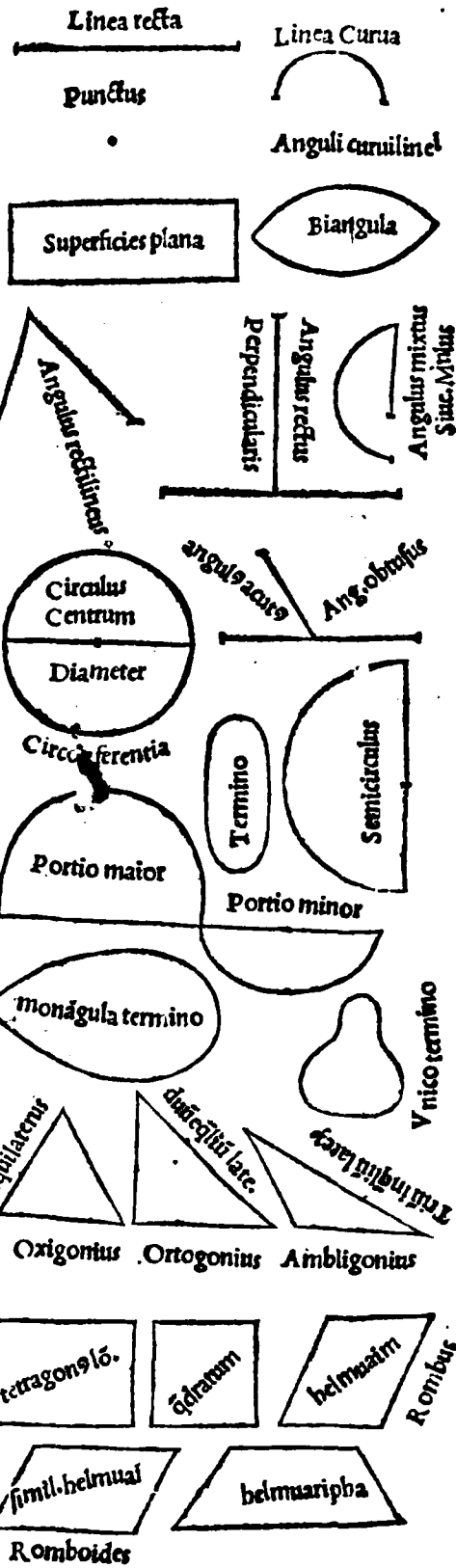
Nulla dies sit sine linea.

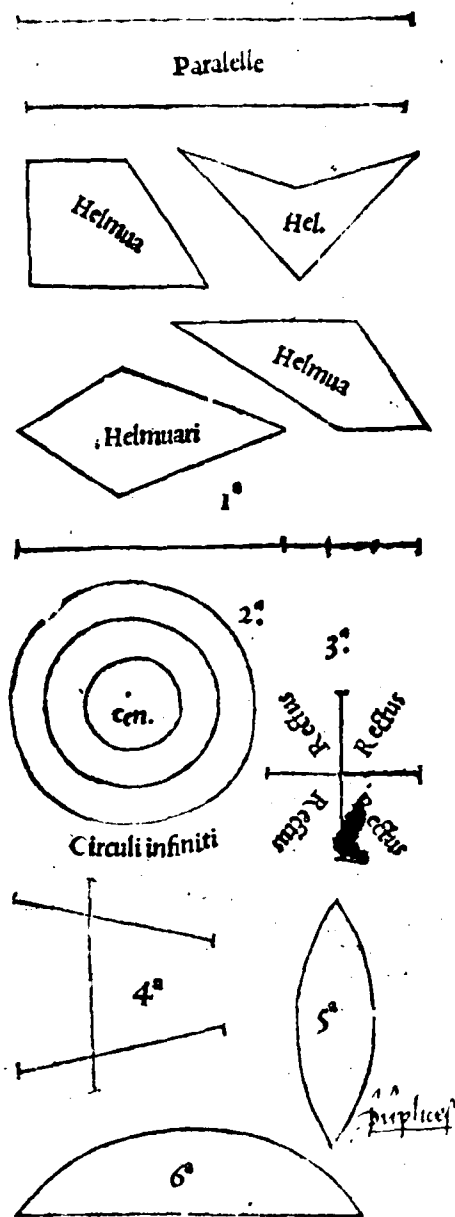
Acutissimi philosophi ac perspicacissimi Mathematici. Euclidis megarensis primus elementorum liber: ex optima. Campani traductione Reuerendo Sacre theologie professore Mathematicae discipline disertissimo. Magistro Lucapaciolo de burgo Sancti sepulchri Ordinis Minorum Castigatore accuratissimo feliciter Incipit. Diffinitionibus seu descriptionibus principiorum per se notorum praemissis.



Punctus est cuius pars non est. 2. **L**inea est longitudo sine latitudine cuius quidem extremitates sunt duo puncta. 3. **L**inea recta est ab uno puncto ad alium brevissima extensio in extremitates suas utrunque eorum recipiens. 4. **S**uperficies est quae longitudinem et latitudinem tantum habet. cuius termini quidem sunt lineae. 5. **S**uperficies plana est ab una linea ad aliam extensione in extremitates suas recipiens.

6. **A**ngulus planus est duarum linearum alternus contactus. quarum expansio est super superficiem applicationis non directa. 7. **Q**uando autem angulum continent duae lineae recte rectilineus angulus nominatur. 8. **Q**uando recta linea super rectam steterit duosque anguli utrobique fuerint aequales. eorum uterque rectus erit. 9. **L**ineaeque lineae superstantes ei cui superstat perpendicularis vocatur. 10. **A**ngulus vero qui recto maior est obtusus dicitur. 11. **A**ngulus vero minor recto acutus appellatur. 12. **T**erminus est quod uniuscuiusque finis est. 13. **F**igura est quae termino vel terminis continetur. 14. **C**irculus est figura plana una quidem linea contenta. quae circumferentia nominatur. in cuius medio punctus est. a quo omnes lineae recte ad circumferentiam exeuntes sibi invicem sunt aequales. Et hic quidem punctus circuli dicitur. 15. **D**iameter circuli est linea recta quae super eius centrum transiens extremitatesque suas circumferentiae applicans. circulum in duo media diuidit. 16. **S**emicirculus est figura plana diametro circuli et medietate circumferentiae contenta. 17. **P**ortio circuli est figura plana recta linea et parte circumferentiae contenta. semicirculo quidem aut maior aut minor. 18. **R**ectilineae figurae sunt quae rectis lineis continentur quarum quaedam trilaterae quae tribus rectis lineis. quaedam quadrilaterae quae quatuor rectis lineis continentur. 19. **F**igurarum trilaterarum. alia est triangulus habens tria latera equalia. Alia triangulus duo habens equalia latera. Alia triangulus trium inequalium laterum. Harum iterum alia est orthogonium. unum. scilicet rectum angulum habens. Alia est obliquonium aliquem obtusum angulum habens. Alia est oxigonium. in qua tres anguli sunt acuti. 20. **F**igurarum autem quadrilaterarum. Alia est quadratum quod est





equilaterum atq; rectangulum. Alia est tetragonis longus. q̄ est figura rectangula. sed eglatera non est. Alia est helmua. que est equilatera. sed rectangula non est. 21. ¶ Alia est similis helmua. que opposita latera habet equalia. atq; oppositos angulos equales. idem tamen nec rectis angulis nec equis lateribus cōtinetur. Præter has autem omnes quadrilateræ figuræ helmuariphe nominatur. 22. ¶ Equidistantes linee sunt q̄ in eadem superficie collocatæ atq; in alterutram partem protracte non conueniunt. etiam si in infinitum protrahantur.

Castigator.

¶ Ad diffinitionem superficiæ superius posita excipitur circularis que postea specialiter inferius ponitur que non continetur terminis: & ideo eius termini non sunt linee sed linea & etiam monangula excipitur & c. quibus multe curuilinee perice conuexe concaue & plane lineis contineantur quibus posset diffinitio illa applicari ut patet intuenti.



Etitiones sunt quinq; .1. ¶ A quolibet puncto in quolibet punctum rectam lineam ducere atq; lineam definitam in cōtinuum rectumq; quantum libet protrahere. 2. ¶ Super centrum quodlibet quantumlibet occupando spaciū circulum designare. 3. ¶ Omnes rectos angulos sibi inuicem esse equales. 4. ¶ Si linea recta super duas lineas rectas ceciderit duosq; anguli ex vna parte duobus rectis angulis minores fuerint istas duas lineas in eandem partem protractas proculdubio coniunguntur. 5. ¶ Duas lineas rectas sufficiens nullam cōcludere.



¶ Communes animi cōceptiones sunt hec. 1. ¶ Quæ vni & eidem sunt equalia & sibi inuicem sunt equalia. 2. ¶ Et si equalibus equalia addantur tota quoq; fient equalia. 3. ¶ Et si ab equalibus equalia auferantur que relinquuntur erunt equalia. 4. ¶ Et si ab inequalibus equalia demas que relinquuntur erunt inequalia. 5. ¶ Et si inequalibus equalia addas ipsa quoq; fient inequalia. 6. ¶ Si fuerint due res vni equales ipse sibi inuicem erunt equales. 7. ¶ Si fuerint due res quarum vtraq; vnius eiusdem fuerit dimidium vtraq; erit equalis alteri. 8. ¶ Si aliqua res alicui supponatur appliceturq; ei nec excedat altera alteram. ille sibi inuicem erunt equales. 9. ¶ Omne totum est maius sua parte.

Castigator.

¶ Ista que vni & eidem & c. quam Euclides hic acomodat quantitatibus infra in .ii. q̄nti libri acomodat proportionibus ut ibi. ¶ Prima & sexta differunt tanq̄ inclusum & exclusum vel sicut abstractum & concretum vel sicut mensura & mensuratum vel sicut prima & secunda intentio siue res & speciei rei.

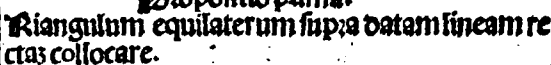
Verba Campani.



¶ Sciendum est autem q̄ præter has animi conceptiones siue communes scientias multas alias que numero sunt & comprehensibiles prætermisit Euclides quoniam hec est vna. ¶ Si due quantitates equalis ad quamlibet tertiam eiusdem generis cōparentur simul erunt ambe illa tertia aut equalis maioribus aut equalis minoribus aut simul equalis. ¶ Itē alia quanta est aliq̄ quantitas ad quamlibet aliam eiusdem generis tantā esse quamlibet tertiam ad

[illegible]

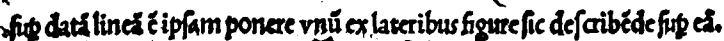
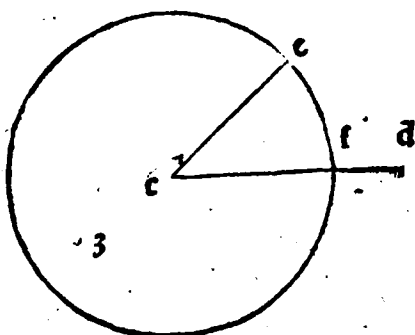
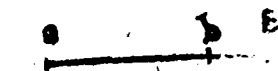
Propositio prima.



A geometric diagram featuring a large circle with several internal arcs and lines. The diagram is labeled with letters: 'a' and 'b' are on the horizontal axis; 'c' is at the bottom; 'd' is near the top center; 'e' is at the very bottom; 'f' is on the left; 'g' is at the top; 'h' is on the right; 'i' is near the top right; and 'k' is at the far right. The diagram illustrates the construction of a circle segment, likely related to the text's discussion of the area of a circular segment.

Castigator.

3 Y



A Si .a. punctus datus .f. b. c. linea data volo a puncto .a. du
cere lineā vnā equalem lineae .b. c. in quācūq. ptem cōtin
gati cōiungā ergo punctū .a. cū altera extremitate lineae .b
c. cum q̄ voluero .f. cōiungā ipsum .a. cū extremitate .c. p li
neam .a. c. sup quā cōstitū triāgulum eglateꝝ fm doctrinā pcedētis q̄ sit
a. c. d. f. in illa extremitate lineae date cū qua cūiunxi punctū datū .f. in ex
tremitate .c. pōnā pedē circini immobile f. describā sup ipsum circulū fm
q̄ritatē ipsius date liq. q̄ sit circulus .e. b. f. latus triāguli eglatē qd̄ opposit
puncto dato .f. latus .d. c. p̄traham p centꝝ circuli descripti vsq. ad eius cir
cūferentiam f. sit tota linea sic protracta .d. c. e. fm cuius quantitatem li
neabo circulū positū cētro in .d. q̄ sit circulus .e. f. f. postea p̄traham latus
d. a. vsq. ad circūferentiam huius vltimi circuli f. occurrat circūferētiē ip
sius in puncto .f. dico igit q̄ a. f. est eq̄lis .b. c. nam .b. c. f. c. e. sunt eq̄les quia
exēūt a centro circuli .e. b. ad eius circūferētiā. Similiter quoq. d. f. f. d. c.
sunt equales quia exēūt a centro circuli .e. f. ad circūferētiā. sed .d. a. f. d. c.
sunt equales quia sunt latera triāguli equilatē ergo si .d. a. f. d. c. deman
tur de .d. e. f. d. f. q̄ sunt equales: erūt residua q̄ sunt .a. f. f. c. e. equalia quia
ergo vtrāq. duarū linearum .a. f. f. c. b. ē equalis .c. e. ipse sunt eq̄les inter sei
quare a puncto .a. protraximus lineam .a. f. equalem .b. c. qd̄ est ppositum.

Sint due linee .a. b. f. c. d. f. sit .a. b. minor volo ex .c. d. abscondere vnā que sit equalis .a. b. duco primo a puncto c. vnā lineā eqlem .a. b. fm qđ docuit precedens: que sit .c. e. posito ergo centro in pūcto .c. describam circulum fm quantitatem .c. e. qui secabit lineam .c. d. Sit ergo vt fecit eam in puncto f. critq. lineā .c. f. equalis lineē .c. e. quia ambo exeunt a centro eiusdem circuli ad circumferentiam f. quia vtraq. duarum linearum .a. b. f. f. c. est eq. lis .c. e. ipse sunt inter se equales: quod est propositum.

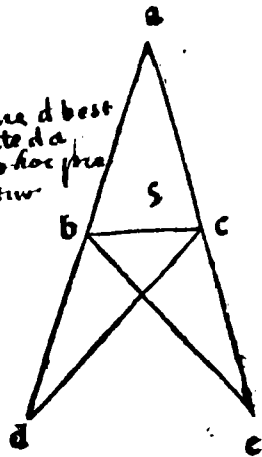
ac totus triangulus toti triangulo equalis.

¶ Siht duo trianguli. a. b. c. d. e. f. sitq. latus. a. b. equale lateri. d. e. & latus a. c. eqle lateri. d. f. & angulus. a. equalis angulo. d. tunc dico q. basis. b. c. est equalis basi. e. f. & angulus. b. equalis angulo. e. Item angulus. c. equalis angulo. f. quod probatur. Supponam triangulum. a. b. c. triangulo. d. e. f. ita q. angulus. a. cadat super angulum. d. & latus. a. b. super latus. d. e. & latus. c. super latus. d. f. & patet per conversionem penultime conceptionis q. nec anguli nec latera sese excedent eo q. angulus. a. est equalis angulo. d. & latera superposita his quibus superponuntur per ypothesim. Puncta ergo. b. c. cadent super puncta. e. f. si ergo linea. b. c. cadit super lineam. e. f. patet p. positum; quia cum linea. b. c. superposita lineae. e. f. non excedat eam nec excedatur ab ea est ei equalis per penultimam conceptionem; eadem ratione erit angulus. b. equalis angulo. e. & angulus. c. equalis angulo. f. Si autem linea. b. c. non cadit super lineam. e. f. sed cadit intra triangulum si cut linea. e. g. f. aut extra sicut linea. e. h. f. tunc due linee recte concluduntur superficiem quod est contra ultimam petitionem.

Castigator

Hec. 5. vocatur fuga miserorum qm̄ m̄ri ingeniū cū ad eam pueniūt fugā aripiunt sed ne fuge det occasio oñdam eam breuiter & leui oñsione q̄ sufficiat addj cēti. Sit. n. triangulus. a. b. c. diuidam eum p̄ lineam. c. d. p̄ perpendicularē in duos triangulos partiales. a. d. c. & b. d. c. eritq̄ angulus. a. d. c. primi trianguli eq̄lis angulo. b. d. c. secundi quia vterq̄ rectus & latera illos continentia sunt equalia quia. d. b. est equale. d. a. & c. d. est latus cōe quare per premissam erūt residui anguli equales puta angulus. a. & angulus. b. & hoc ē p̄positū. ¶ Quod ē duo anguli sub basi sunt equales patet qm̄ duo āguli q̄ sunt apud. a. eq̄les duobus rectis sunt p̄ diffinitionē li nec stātis sup̄ aliam q̄a facit duos angulos equales semper duobus rectis vt infra. 13. probabit. Similiter duo āguli q̄ sunt apud. b. Igitur demptis superioribus qui sunt equales vt probatum est q̄ sunt inferius relinquentur eq̄les per cōem sciam & ex ista demonstratiōe patet q̄ triāgulus eq̄lateralis est eq̄angulus q̄a equalitas quorumlibet duorum laterum concludit equalitatem angulorum correspondentium &c.

quare d. best
eq̄le d. a
p̄ hoc p̄
batur



Propositio 5.

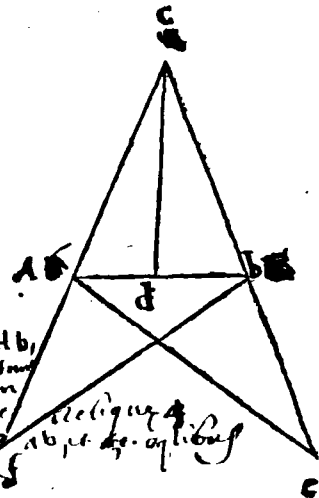


Prius trianguli duum equalium laterum angulos qui supra basim sunt equales esse necesse est: q̄ si eius duo equalia latera directe protrahantur fient quocq̄ sub basi duo anguli inuicem equales.

Sit triangulus. a. b. c. cuius latus. a. b. sit equale lateri. a. c. dico q̄ angulus. a. b. c. est equalis angulo. a. c. b. q̄ si protrahantur. a. b. & a. c. v̄q̄ ad. d. & e. fiet angulus. d. b. c. equalis angulo. e. c. b. quod sic probatur. ¶ Tractis. a. b. & a. c. ponam per tertiam lineam. a. d. equalem lineae. a. e. & protraham lineas. e. b. d. c. & intelligam duos triangulos. a. b. e. & a. c. d. quos p̄babo esse equales & equilateros & eq̄angulos. Sunt. n. duo latera. a. b. & a. c. trianguli. a. b. e. equalia duobus lateribus. a. c. & a. d. trianguli. a. c. d. & angulus. a. e. cōis vtriq̄ ergo p̄ premissam basis. b. e. c. est equalis basi. c. d. & angulus. e. c. b. est equalis angulo. d. & angulus. a. b. e. equalis angulo. a. c. d. I tem intelligo duos triangulos. d. b. c. & e. c. b. quos similiter probabo esse equilateros & equiangulos. Nā duo latera. d. b. & e. c. & angulus. d. e. c. sunt equalia duobus lateribus. e. c. & e. b. trianguli e. b. c. & angulus. d. e. c. est equalis angulo. e. c. b. ergo per premissam: basis basis & reliqui anguli reliquis angulis ergo angulus. d. b. c. est equalis angulo. e. c. b. & hoc est scādum propositum. ¶ q̄ anguli sub basi equales sunt: & angulus. b. c. d. est equalis angulo. e. b. c. sed totus. a. b. e. est equalis. a. c. d. vt probatum fuit supra. ergo angulus. a. b. c. residuus est equalis angulo. a. c. b. residuo quorum vterq̄ est super basim: quod primum propositum.

q̄
v̄ q̄

quare d. b.
e. c. b. sunt
eq̄les
p̄ hoc p̄
batur



Castigator

Nota quando dicit angulum. a. b. c. intelligit angulum. b. qui designatur per litteram mediam & tali modo semper vtitur in triangulis &c. & si diceret angulum. b. a. c. intelligeretur angulus. a. & dicendo. a. c. b. vel. b. c. a. intelligitur angulus. c. sed cōmuniter in proferendo seruatur ordo alphabeti videlicet iterarum. a. b. c. d. &c.

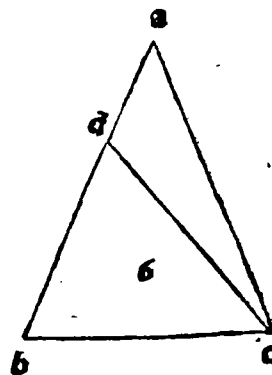
Et quilibet illorum qui sunt supra basim. est minor recto vt dicitur in expositione septime sexti & per consequens quilibet illorum qui sunt sub basi est maior vt potest facilliter colligi per decimam tertiam huius.

Propositio 6.



Si duo anguli alicuius trianguli eq̄les fuerint duoq̄ latera angulos illos respicientia equalia erunt.

Hec est conuersa premissae quantum ad primam eius partem. Sit enim triāgulus. a. b. c. cuius duo anguli. b. & c. sunt equales dico q̄ latus. a. b. est equale lateri. a. c. Si enim nō sunt equalia erit alterum altero maius. sit. a. b. maius q̄



refecetur ad equalitatem. a. c. p. tertiam propositionem vt superfluum sit a parte. a. & rejecetur in puncto. d. sitq. b. d. equalis. a. c. & ducatur linea. d. c. Intelligo ergo duos triangulos. a. b. c. & d. b. c. quos probabo esse equilateros & equiangulos. Sunt enim duo latera. d. b. & b. c. trianguli. d. b. c. equalia duobus lateribus. a. c. & b. c. trianguli. a. b. c. & angulus. b. equalis angulo. c. totali per ypotefim ergo basi. d. c. & equalis basi. b. a. & angulus d. c. b. equalis angulo. a. c. b. pars videlicet toti quod est impossibile.

Propositio .7.



In duobus punctis aliquam lineam terminantibus due linee ad punctum vnum concurrentes exierint ab eisdem punctis alias lineas singulas suis conterminalibus equales que ad alium concurrant punctum in eandem partem duci est impossibile.

Si linea. a. b. a cuius extremitatibus protrahantur due linee in partem vnam que concurrant in eodem puncto. v. sint. a. c. & b. c. que concurrant in puncto. c. dico q. in eandem partem non protrahentur alie due ab eisdem extremitatibus que concurrant ad aliud punctum ita q. illa que egreditur a puncto. a. sit equalis linee. a. c. & que egreditur a puncto. b. sit equalis linee. b. c. Quod si fuerit possibile protrahant alie due linee in eandem partem que concurrant in puncto. d. & sit linea. a. d. equalis linee. a. c. & linea. b. d. equalis. b. c. aut ergo punctus. d. cadet intra triangulum aut extra: nam in alio laterum. a. c. & b. c. non cadet quia tunc pars esset equalis suo toti. Si autem cadat extra aut altera linearum. a. d. & b. d. secabit alteram linearum a. c. & b. c. aut neutra neutram: & secet primo altera alteram & protrahatur linea. c. d. Quia ergo trianguli. a. c. d. duo latera. a. c. & a. d. sunt equalia erit angulus. a. c. d. equalis angulo. a. d. c. per s. Similiter quia in triangulo. b. c. d. duo latera. b. c. & b. d. sunt equalia erunt anguli. b. c. d. & b. d. c. Similiter equales per eadem: & quia angulus b. d. c. est maior angulo. a. d. c. sequitur angulum. b. c. d. esse maiorem angulo. a. c. d. partem. f. toto quod est impossibile. Si autem. d. cadit extra triangulum. a. b. c. ita q. linee non se fecerit protraham lineam. d. c. & producam. b. d. & b. c. sub basi v. q. ad. f. & ad. c. & quia linee. a. d. & a. c. sunt equales erunt anguli a. c. d. & a. d. c. eqles per s. Similiter qa. b. c. & b. d. sunt equales erunt anguli sub basi qui sunt. e. d. f. & d. c. e. equales per secundam partem eiusdem. Quia ergo angulus. e. c. d. minor est angulo. a. c. d. sequitur angulum. f. d. c. esse minorem angulo. a. d. c. quod est impossibile. Et eodem modo deducetur aduersarius ad inconueniens: si. d. punctus cadat intra triangulum. a. b. c. & c.

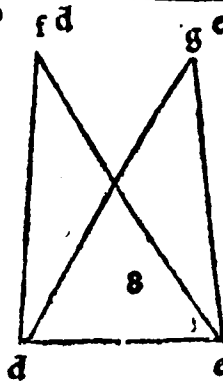
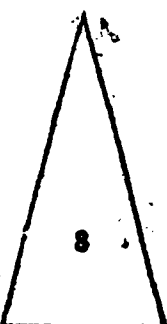
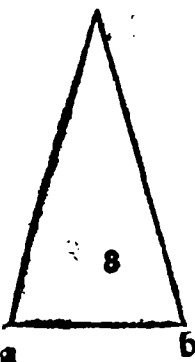
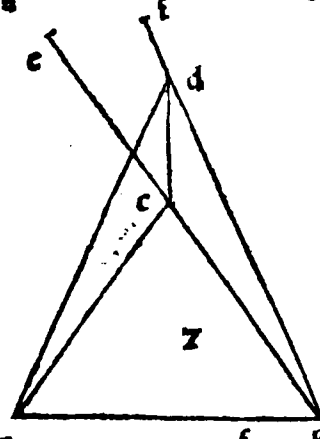
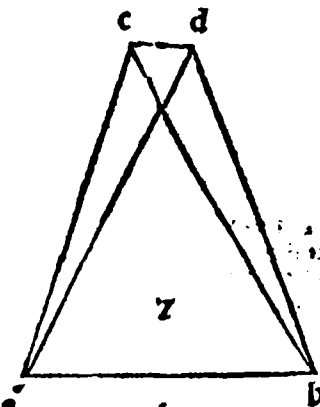
Propositio .8.



Dnum duorum triangulorum quorum duo latera vnius duobus lateribus alterius fuerint equalia: basi q. vnius basi alterius equalis: duos angulos equis lateribus contentos: equales esse necessesse est.

Sint duo trianguli. a. b. c. d. e. f. sitq. a. c. equalis. d. f. & b. c. equalis. e. f. & a. b. equalis. d. e. dico q. angulus. c. est equalis angulo. f. & angulus. a. angulo. d. & angulus. b. angulo. e. Superpōam basim. a. b. basi d. e. que cum sint equales neutra excedet alteram per conuersionem penultime conceptionis: aut ergo punctus. c. cadet super punctum. f. aut nō. Si sic tunc quia angulus. c. superpositus erit angulo. f. & neuter eorum excedit alterum: ipsi sunt equales per conceptionem predictam. Similiter argue reliquos angulos esse equales: si autem punctus. c. non cadit super f. sed super quemlibet alium qui sit punctus. g. quia. e. g. est equalis. b. c. i. mo eadem itemq. d. g. equalis. a. c. erit. e. g. equalis. e. f. & d. g. equalis. d. f. quod est impossibile per precedentem.

qd ipse addi
fuerit p. g.
has n. p. a. d.
sed conueni
in 4^a



Propositio .9.

Tum angulum per equalia secare.



Sit datus angulus quem oportet diuidere: angulus. a. b. c. lineae ipsum continentes quae sunt. a. b. & b. c. ponam equales per tertiam & producam lineam. a. c. super quam constituam triangulum equilaterum. a. d. c. & protraham lineam. b. d. dico q̄ ipsa diuidit datum angulum per equalia. Intelligo duos triangulos. a. b. d. & c. b. d. & quia duo latera. a. b. & b. d. trianguli. a. b. d. sunt equalia duobus lateribus. c. b. & b. d. trianguli. c. b. d. & basis. a. d. basi. c. d. ergo per precedentem angulus. a. b. d. est equalis angulo. c. b. d. quod est propositum facere.

Castigator.

Datum angulum rectum p̄ tria equalia secare. **Q**uamuis Euclides in hoc libro nullibi doceat angulum in tria equalia diuidere cum difficultis sit scientia. Et non ita de facili posset de omni verificari. tamen de angulo recto pulcherrime hoc ostenditur ista. 9. & 32. huius medianibus 23. addita. quod sic apparet. Ponatur trigonus equilaterus. a. b. c. certum est quēlibet angulorum eius duabus tertiis vnius recti equari cū omnes tres duobus rectis angulis sint equalēs per 32. huius. Igitur vno illorum in duo equalia diuiso per 9. istam vtp̄ta angulo. b. a. c. totali in duos partes. b. a. d. & d. a. c. per lineam. a. d. erit quilibet eorum tertia vnius recti hoc peracto detur rectus quicunq̄. vtp̄ta. e. f. g. a lineis. e. f. & g. f. contentus supra terminum vnius earum. f. constituam angulum. e. f. h. seu angulum. g. f. k. per 23. equalem angulo. b. a. d. vel. c. a. d. q̄ erit tertia vnius recti postea residuum dicti recti qui est due tertiē recti vt deduximus diuisam per equalia per dictam. 9. s. angulum. g. f. h. per lineam. f. k. vel angulum. e. f. k. per lineam. f. h. & erit vnusquisq̄ duorum angulorum. b. f. k. & k. f. g. tertia vnius recti. & sic totalis angulus rectus. e. f. g. est diuisus in tres equalēs partiales videlicet. e. f. h. h. f. k. & k. f. g. quod est propositum.

Propositio .10.

Proposita recta linea eam per equalia diuidere.



Sit proposita linea quam oportet diuidere per equalia. linea. a. b. super ipsam constituam triangulum equilaterum. a. b. c. & angulum. c. diuido per equalia secundū doctrinam precedentis per lineam. c. d. dico q̄ linea. c. d. diuidit datam lineam. a. b. per equalia. Intelligo. n. duos triangulos. a. c. d. & b. c. d. & arguo sic. Duo latera. a. c. & c. d. trianguli. a. c. d. sunt equalia duobus lateribus. b. c. & c. d. trianguli. b. c. d. & angulus. c. vnius angulo. c. alterius ergo per quartam basis. a. d. basi. d. b. q̄ est propositum.

Propositio .11.

Ita linea recta a puncto in ea signato perpendicularē extrahere duobus quidem angulis equalibus ac rectis vtrinq̄ subnixam.

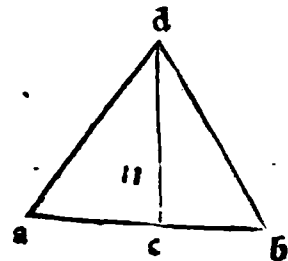
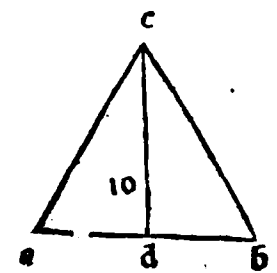
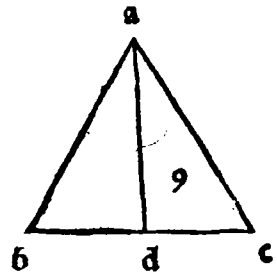
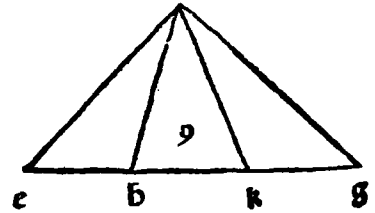
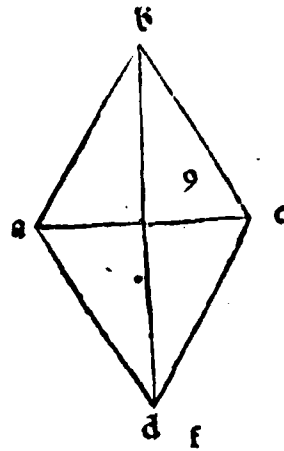


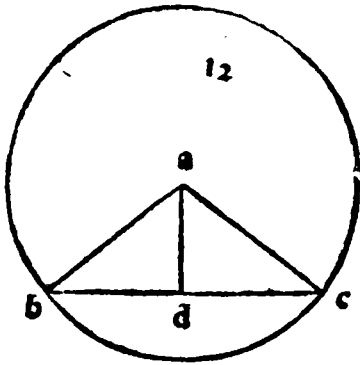
Sit data linea. a. b. in qua sit datus punctus. c. a quo oportet perpendicularē extrahere. Faciam ergo per tertiam a lineam. b. c. equalem lineae. a. c. & super totam. a. b. constituo triangulum equilaterum. a. b. d. & traho lineam. c. d. de q̄ dico q̄ ipsa est perpendicularis super lineam. a. b. Intelligo duos triangulos. a. c. d. & b. c. d. & quia duo latera. a. c. & b. c. trianguli. a. c. d. sunt equalia duobus lateribus. c. b. & c. d. trianguli. c. b. d. & basis. a. d. basi. b. d. erit per 8. angulus. a. c. d. equalis angulo. b. c. d. quare vterq̄ eorum erit rectus per diffinitionem anguli recti: & linea. c. d. perpendicularis super lineam. a. b. per diffinitionem lineae perpendicularis: quod est propositum.

Castigator.

Vel per petitionem augendo alterutram eaz̄ ad equalitatem alterius.

Propositio .12.





Puncto extra signato ad datam lineam indefini
re quantitatis perpendicularem deducere.

Sit. a. punctus signatus extra lineam. b. c. a quo ad ipsam
oportet deducere perpendicularem. Protrahā ergo lineam. b.
c. in utraq. prem. q̄tum libuerit & sup. p̄ctū. a. describā cir
culū. b. c. sic vt fecer lineam datam in p̄ctis. b. c. & p̄trahā li
neas. a. b. & a. c. & diuidā angulū. b. a. c. p̄ eq̄lia p̄ lineā. a. d. p̄. 9. dico q̄. a. d.
ē perpendicularis sup. lineā. b. c. Intellico duos triāgulos. a. b. d. & a. c. d. &
q̄a duo latera. a. b. & a. d. triāguli. a. b. d. sunt equalia duobus lateribus. a.
c. & a. d. triāguli. a. c. d. & angulus. a. vnus equalis angulo. a. alterius erit
p̄. 4. basis. b. d. eq̄lis basi. d. c. & angulus. a. d. b. equalis angulo. a. d. c. qua
re vterq. eorū rectus & lineam. a. d. perpendicularis super lineam. b. c. per dif
finitionem anguli recti & lineae perpendicularis: quod est propositum.

Propositio .13.



Anis recte lineae sup. rectā lineā stantis duo vtro
bq. anguli aut sunt recti aut duobus rectis eq̄les.

Sit vt lineam. a. b. sup. stet lineam. c. d. q̄ si fuerit sup. eā pp̄di
cularis faciet duos angulos rectos p̄ cōuersionē diffinitionis.
Si āt n̄ fuerit s̄r eā pp̄dicularis a p̄cto. b. ducat. b. e. pp̄di
cularis sup. e. d. p̄ vndecimā: erūtq. duo anguli. e. b. c. & e. b.
d. recti p̄ cōuersionē diffinitionis: q̄a ergo duo anguli. d. b. a. & a. b. e. ade
quant angulo. d. b. e. ipse cū angulo. c. b. e. erūt eq̄les duobus rectis: q̄re tres
anguli q̄ sūt. d. b. a. b. e. & c. b. e. sūt eq̄les duobus rectis: sed angulus. c. b.
a. ē eq̄lis duobus angulis. c. b. e. & e. b. a. ergo duo anguli. c. b. a. & a. b. d.
sūt eq̄les duobus rectis: q̄d ē p̄positū. Ex quo patet q̄ totū spaciū q̄d in q̄lt
bet superficie plana p̄ctū quodlibet circūstāt q̄tuor rectis angulis ēē eq̄le.

Castigator

a Per cōuersionē diffinitionis. f. lineae sup. rectā lineā stantis qm̄ linea recta
sup. rectā stās & duos angulos inuicē eq̄les cāns ē pp̄dicularis. cōuersio hu
ius ē q̄ ois pp̄dicularis ē linea cāns sup. aliā duos angulos inuicē eq̄les & p̄
cōsequēs rectos. ¶ Hec & sequēs faciūt ad vndecim. vndecimi & .13. dicti.

Propositio .14.



Sine lineae a p̄cto vni⁹ lineae i diuersas partes exi
erint duosq. circa se angulos rectos aut duobus re
ctis eq̄les fecerit: ille due lineae sibi directe cōiuncte
sunt ⁊ linea vna.

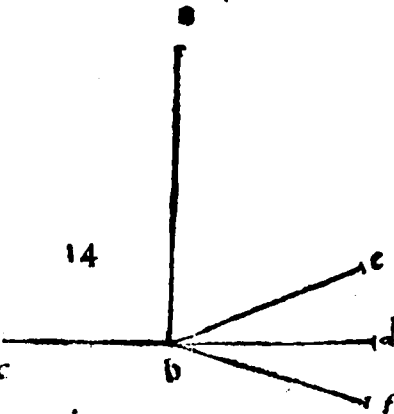
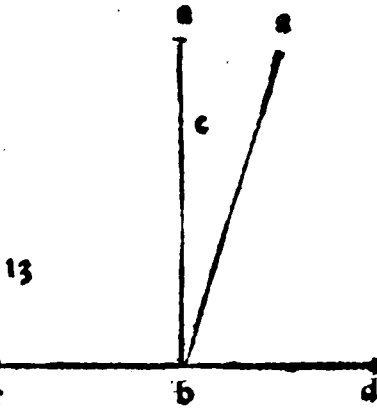
Sit vt a p̄cto. b. liee. a. b. exeat due
lineae i oppositas p̄tes q̄ sint. b. c. & b. d. & faciāt duos angu
los q̄ sūt. c. b. a. & d. b. a. eq̄les duobus rectis: nūc dico q̄ due
lineae. c. b. & d. b. sūt sibi inuicē directe cōiuncte & linea vna: & hec ē q̄ si cō
uersa p̄oris: q̄ si nō fuerit linea vna nūc p̄trahā. c. b. incōtinuū & directū
q̄ q̄a nō ē linea vna cū. d. b. trāsibit sup. eā vt. b. e. aut infra eā vt. b. f. q̄a. er
go sup. lineā rectā q̄ ē. c. b. e. cadit liea. a. b. erūt anguli. c. b. a. & e. b. a. eq̄les
duobus rectis p̄ p̄cedētē & q̄a oēs recti sūt adiuicē eq̄les: p̄. 3. p̄titiōem an
guli quoq. c. b. a. & d. b. a. sūt eq̄les duobus angulis rectis p̄ ypothesim erūt
duo anguli. c. b. a. & e. b. a. equales duobus angulis. c. b. a. & d. b. a. ergo
dēpto cōi angulo. c. b. a. erit angulus. e. b. a. equalis angulo. d. b. a. p̄s totis
q̄d ē impossibile. Silz. lineā. c. b. p̄tractā p̄babis angulū. d. b. a. ē equalē an
gulo. f. b. a. si forte diceret aduersarius lineā. c. b. p̄tractā cadere infra. b. d.

Propositio .15.



Anium duarū lineaz se inuicem secātium: oēs an
guli contra se positi sunt eq̄les: vnde manifestum ē
q̄ cum due lineae recte se inuicem secant quatuor
qui sunt anguli quatuor rectis esse equales.

Sint due lineae. a. b. & c. d. se inuicē secātes in p̄cto. e. di
co q̄ angulus. d. e. b. ē eq̄lis angulo. a. e. c. & angulus. b. e. c. ē
eq̄lis angulo. a. e. d. Erūt. n. p̄. 13. duo anguli. a. e. c. & c. e. b. eq̄les duobus re
ctis: itēq. duo anguli. c. e. b. & d. e. c. eq̄les duobus rectis p̄ eādē: q̄re duo p̄



mi sūt eq̄les duobus postremis eo q̄ oēs recti sūt adhuic eq̄les p.3. petitiō
nēi dēpto ergo cōi angulo q̄ ē. c. e. b. erit angulus. a. c. c. eq̄lis āgulo. d. e. b.
Eodē mō p̄babit angulū. c. e. b. esse eq̄lem angulo. a. c. d. q̄ ē p̄positū.

Propositio .16.



Quodlibet laterum triāguli directe protrahatur
faciet angulū extrinsecū vtroq̄ angulo trian-
guli sibi intrinsecus opposito maiorem.

Sit vt triāguli. a. b. c. latus. a. b. p̄trahatur vsq̄ ad. d.
dico q̄ angulus. d. b. c. maior est vtroq̄ duoz̄ anguloz̄ in-
trinsecoz̄ sibi oppositoz̄ q̄ sunt. b. a. c. f. b. c. a. Diuidā. n.
p. 10. lineam. c. b. p̄ eq̄lia in puncto. e. f. p̄traham. a. e. vsq̄ ad. f. ita vt. e. f.
fiat eq̄lis. a. e. f. p̄traham lineā. f. b. Intelligo duos triāgulos. c. e. a. f. b.
e. f. f. quia duo latera. a. e. f. e. c. triāguli. a. e. c. sunt eq̄lia duobus lateribus
f. e. f. e. b. triāguli. f. e. b. f. angulus. e. vnus est eq̄lis angulo. e. alterius p̄
p̄missam quia sunt anguli cōtrapositi erit p. 4. angulus. e. c. a. eq̄lis angu-
lo. e. b. f. f. iō angulus. e. b. d. maior erit āgulo. b. c. a. Silf quoq̄ p̄babitur
q̄ est maior angulo. c. a. b. Nam diuidam. a. b. per equalia in puncto. g. p̄
10. f. p̄traham lineam. g. h. eq̄lem lineē. c. g. p. 3. postea p̄traham. h. b. k
eruntq̄ duorum triāguloz̄ q̄ sunt. a. g. c. f. b. g. h. duo latera. a. g. f. g. c. p̄
mi eq̄lia duobus lateribus. b. g. f. g. h. c. d. i. f. angulus. g. vnus angulo. g.
alterius per. 5. ergo p. 4. angulus. g. a. c. eff. equalis angulo. g. b. h. quare p̄
15. f. angulo. k. b. d. f. quia angulus. c. b. d. est maior angulo. k. b. d. erit etiā
maior angulo. b. a. c. quod est p̄positum.

Propositio .17.



Inis triāguli duo quilibet anguli duobus rectis
sunt minores.

Sit triāgulus. a. b. c. dico q̄ duo qlibet eius anguli duo
bus rectis sunt minores: p̄trahat. n. vnū latus eius vt. b. c.
vsq̄ ad. d. eritq̄ p̄cedētem angulus e. extrinsecus maior
a. f. maior. b. f. d. c. extrinsecus cū. c. intrinsecus ē eq̄lis duo
bus rectis per. 13. ergo anguli. b. f. c. intrinseci siue anguli. a. f. c. intrinseci
sunt minores duobus rectis. Similiter si p̄trahatur latus. b. a. probabitur
q̄ duo anguli. a. f. b. sunt minores duobus rectis: quod est p̄positum.

Propositio .18.



Inis triāguli longus latus maiori angulo op-
positum est.

Sit vt in triāgulo. a. b. c. angulus. a. sit maior angulo. c. dī
coq̄ latus. c. b. maius erit latere. a. b. Si. n. sit eq̄le erit per. 5.
āgulus. a. eq̄lis angulo. c. quod ē cōtra ypothēym. Si āt
a. b. sit maius refecetur ad equalitatē. c. b. p. 3. sitq̄. d. b. eq̄
le. c. b. erit ergo p. 5. angulus. d. c. b. eq̄lis angulo. b. d. c. sed. b. d. c. est maior
angulo. b. a. c. p. 16. ergo. b. c. d. ē maior. b. a. c. quare multo fortius maior
a. c. b. p̄s toto: q̄ ē ip̄ossibile. **Propositio .19.**



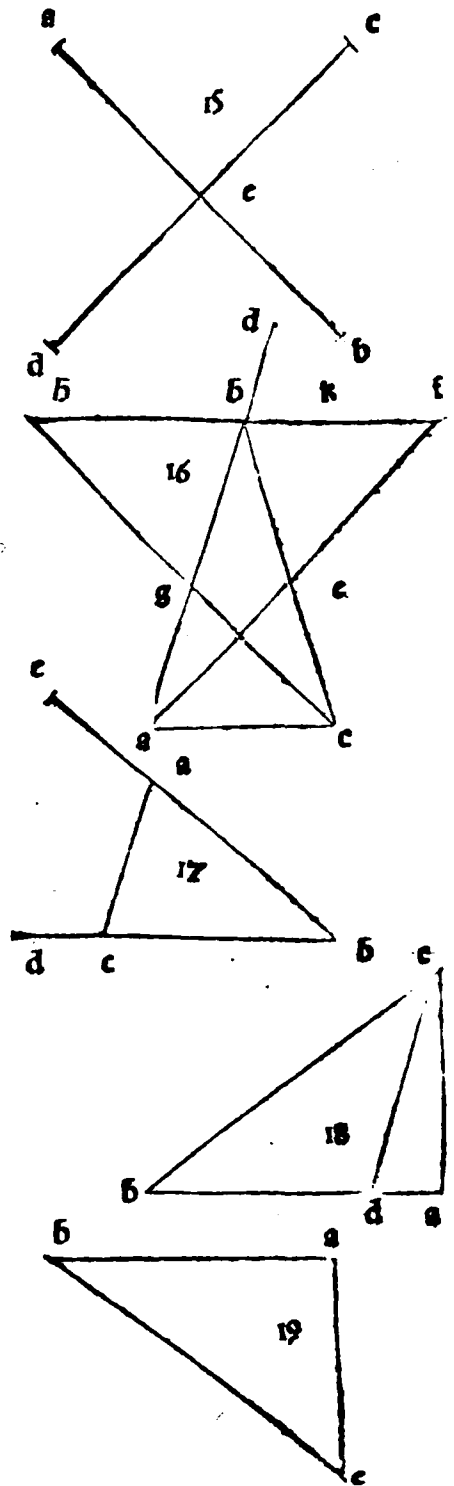
Inis triāguli maior angulus longiori lateri op-
positus est.

Sit vt in triāgulo. a. b. c. latus. b. c. sit maius latere. a. b. dī
co q̄ angulus. a. erit maior angulo. c. f. est conuersa p̄ce-
dentis. Si. n. sit equalis tunc per. 6. latus. a. b. est equale late-
ri. b. c. quod est contra ypothēym. Si autem. c. sit maior
tunc per p̄cedentem latus. a. b. est maius latere. b. c. quod est contra ypo-
thesym quare astringit p̄positū. **Propositio .20.**



Inis triāguli duo quilibet latera simul iuncta
reliquo sunt longiora.

Sit triāgulus. a. b. c. dico q̄ duo latera. a. b. f. a. c. sunt
longiora latere. b. c. Protrahatur lineā. b. a. vsq̄ ad. d. ita
vt. a. d. sit equalis. a. c. f. p̄trahatur. c. d. p. 5. erit angulus. a.
c. d. eq̄lis angulo. d. q̄re angulus. b. c. d. est maior angulo. d.



ergo per. 18. latus. b. d. est maius latere. b. c. sed. b. d. est equalis. a. b. & a. c. q̄
re. b. a. & a. c. simul iuncta sunt maiora. b. c.

Propositio .21.



I de duobus punctis terminalibus vnus lateris
trianguli due linee exeuntes intra triangulum ip-
sum ad punctum vnum cōueniant eadem duabus
quidem reliquis trianguli lineis breuiores erunt &
maiores angulum continebunt.

Sit vt in triāgulo. a. b. c. ab extremitatibus lateris. b. c.
concurrant due linee. b. d. & c. d. ad punctum. d. intra triangulum. a. b. c.
dico q̄ ipse simul iuncte sunt breuiores duabus lineis. a. b. & a. c. simul iun-
ctis & q̄ angulus. d. est maior angulo. a. Protraham enim. b. d. v̄sq̄ quo se-
cet latus. a. c. in puncto. e. eruntq̄. per. 20. b. a. & a. e. simul iuncte maiores
b. c. ergo. b. a. & a. c. sunt maiores. b. e. & e. c. At vero. d. e. & e. c. simul iun-
cte per eandē sunt maiores. d. c. quare. b. e. & e. c. sunt maiores. b. d. & d. c.
quia. b. a. & a. c. sunt maiores. b. e. & e. c. vt pbat̄ ē prius eūit multo for-
tius maiores. b. d. & d. c. q̄d est primū ppositum. At qm̄ angulus. b. d. c. est
maior angulo. d. e. c. p. 16. & angulus. d. e. c. est maior angulo. e. a. b. p̄ ean-
dem; erit angulus. b. d. c. multo fortius maior angulo. b. a. c. q̄d est scdm̄
propositum.

Propositio .22.



Tribus lineis rectis propositis quaz̄ due quelibet
simul iuncte reliqua sint longiores de tribus aliis
lineis sibi equalibus triangulum constitutere.

Sint tres linee recte propositae. a. b. c. & sint quelibet due
simul iuncte longiores reliqua. aliter. n. ex illis tribus equa-
libus triangulus non posset constitui per. 20. Cum igit̄ ex
illis tribus predictis vultero cōstituire triangulum; sumo lineam rectam
quesit. d. e. cui non pono a. p̄e. e. determinatum finem; de qua sumo per
3. d. f. equalem. a. & f. g. equalem. b. & g. h. equalem. c. factōq̄ puncto. f. cē-
tro describo fm̄ q̄tatem lineae. f. d. circuli. d. k. Itemq̄ factō. g. cētro de-
scribo fm̄ q̄tatem lineae. g. h. k. h. qui circuli interfecabunt se in duobus
punctis quorum vnum sit. k. alioquin sequeretur vnam dictarum linearū
esse equalem aliis duabus iunctis aut maiorem eis; quod est contrarium
positi; Duco ergo lineam. k. f. & k. g. eritq̄ triangulus. k. f. g. constitutus
ex tribus lineis equalibus lineis. a. b. c. datis; sunt enim. f. d. & f. k. equales
qm̄ sunt a cētro ad circūferētiā quare. f. k. est equalis. a. Similiterq̄. g.
b. & g. k. sunt equales; quia exeūt a cētro ad circūferētiā; quare. g. k. ē
equalis. c. & quia. g. f. sumpta sunt equalis. b. patet ppositum manifeste.

Castigator

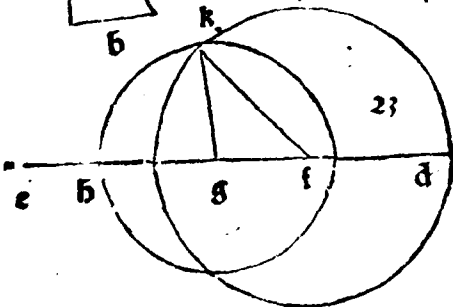
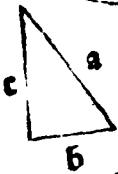
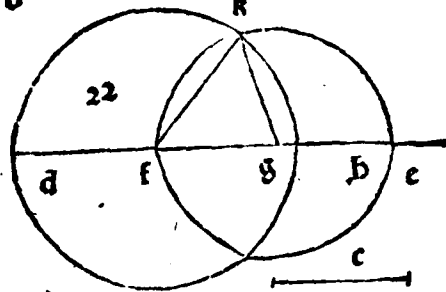
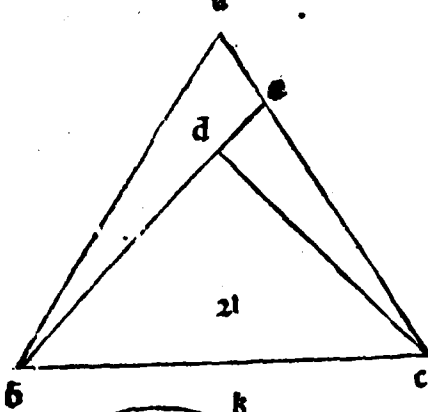
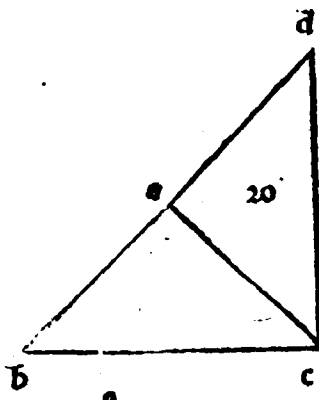
Quia. d. f. per ypothesim equatur lineae. a. & eidem. d. f. per diffinitio-
nē circuli seu centri equatur. f. k. & ideo per concep. sextam si fuerit due res
vni equales & c. f. k. equatur. a.

Propositio .23.



Ita recta linea super terminum eius cuiuslibet an-
gulo propositō equum angulum designare.

Sit data linea. f. e. que est in superiori figura; & sint lineae
b. a. continentes angulum datum cui subtrendam basim
cū super punctum. f. lineae. e. f. iuberem facere equalem an-
gulum angulo dato. Ad lineam. e. f. adiungo. f. d. equalē
lineae. a. & ex. f. e. sumo. f. g. equalem. b. & ex. g. e. sumo. g. h. equalem. c.
& super puncta. f. & g. describo duos circulos. d. k. & k. h. fm̄ quantitatem
duarum linearum. f. d. & g. h. & interfecantes se in puncto. k. sicut docuit p̄
cedens; ductisq̄ lineis. k. f. & k. g. erunt equalia duo latera. k. f. & f. g. tri-
anguli. k. f. g. duobus lateribus. a. & b. trianguli. a. b. c. & basi. g. k. equalis
basi. c. ergo per. 8. angulus. k. f. g. equalis erit angulo contento. ab. a. & a.
b. quod est propositum.



Propositio .24.



Annum duorum triangulorum quorum duo latera vnus duobus lateribus alterius fuerint equalia: si fuerit angulorum sub illis equis lateribus contentorum alter altero maior: basis quoque eiusdem basi alterius maior erit.

Sint duo trianguli. $a.b.c.$ & $d.e.f.$ sintque duo latera. $a.b.$ & $d.e.$ equalia duobus lateribus. $b.c.$ & $e.f.$ vnūquodque suo correlatio dextro. $f.$ dextro sinistro. $q.$ sinistro. Sitque angulus. $a.$ maior angulo. $d.$ dato. Dico quod basis. $b.c.$ maior erit basi. $e.f.$ Faciā. $n.$ iuxta doctrinam precedentis angulū $c.d.$ g. e. q. lem angulo. $a.$ eritque angulus $e.d.f.$ p. s. eius. Et ponā. $d.g.$ e. q. lem. $a.c.$ Eratrahā. $c.g.$ q. aut trāsbīt supra. $e.f.$ vt fecerit lineam. $d.f.$ aut super. $e.f.$ vt sit secum linea vnā aut infra. Trāseat ergo pmo sup. Et q. $a.b.$ & $d.e.$ latera trianguli. $a.b.c.$ sunt equalia. $e.d.f.$ & $d.g.$ lateribus trianguli. $e.d.g.$ & angulus. $a.$ angulo. $d.$ totali. erit p. 4. basis. $b.c.$ equalis basi. $e.g.$ At nō quia. $d.g.$ & $d.f.$ sunt e. q. les: nam vtraque equalis. $a.c.$ erit p. 5. angulus. $d.f.g.$ equalis angulo. $d.g.f.$ Quare. $d.f.g.$ maior erit. $f.g.e.$ ergo. $e.f.g.$ multo fortius maior ē eodem. $f.g.e.$ ergo p. 18. latus. $e.g.$ maius ē latere. $e.f.$ quare $f.b.c.$ maior ē. $e.f.$ quod ē ppositū. Si nō. $e.g.$ trāsfat sup. $e.f.$ sit scū linea vnā tūc $e.f.$ erit p. s. $e.g.$ p. vltimā ergo cōceptōes p. ppositū. Si nō. $e.g.$ trāseat infra. $e.f.$ p. trābant due linee. $d.f.$ & $d.g.$ q. sunt e. q. les vt pbatū ē vsq. ad. $k.$ & ad. $h.$ sitq. per scām partē q. nte sub basi. $f.g.$ anguli. $k.f.g.$ & $f.g.h.$ equales: quare angulus. $e.f.g.$ maior erit angulo. $f.g.e.$ ergo per. 18. latus. $e.g.$ maius est latere. $e.f.$ q. $b.c.$ maior ē. $e.f.$ quod est ppositum. Istud vltimum mēbz posset ēt pbari per. 24. p ipsam. $n.$ erūt in dispositiōe tertia due linee. $d.g.$ & $e.g.$ maiores duabus lineis. $d.f.$ & $f.e.$ & $q.d.g.$ ē e. q. lis. $d.f.$ ppter hoc q. ambe sunt equalēs. $a.c.$ Erit. $e.g.$ maior. $e.f.$ quare $f.b.c.$ maior: qd ē ppositū. melius tñ est demonstrare priori. mō vt in oī dispositiōe arguat p. q. ntrā.

Propositio .25.



Annum duorum triangulorum quorum duo latera vnus duobus lateribus alterius fuerit equalia: basis vō vnus basi alterius fuerit maior: erit quoque angulus trianguli maioris illis equis lateribus contentus angulo alterius se respiciēte maior.

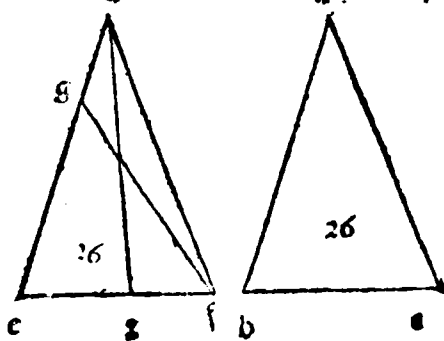
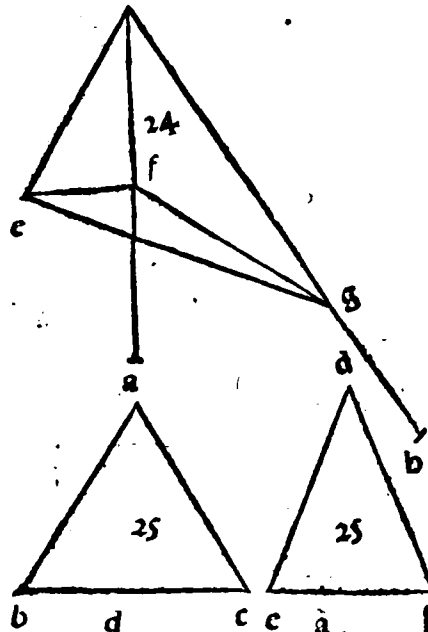
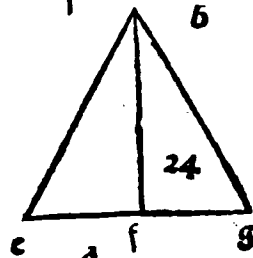
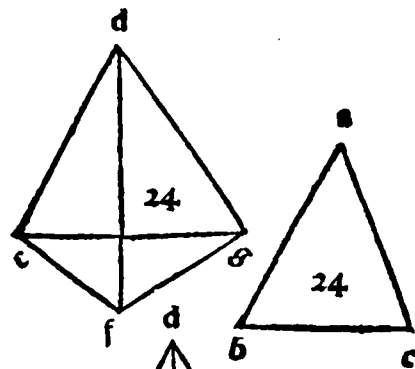
Sint duo trianguli. $a.b.c.$ & $d.e.f.$ sintque duo latera. $a.b.$ & $d.e.$ primi equalia duobus lateribus. $b.c.$ & $e.f.$ secundū vnūquodque suo correlatio sitque basis. $b.c.$ maior basi. $e.f.$ dico quod angulus. $a.$ maior erit angulo. $d.$ hec est conuersa precedentis. Equalis quidem non erit: sic. $n.$ esset per. 4. basis. $b.c.$ equalis basi. $e.f.$ quod ē cōtra ypothesim: sed nec minor quia sic esset. $d.$ maior: ita per precedentem basis. $e.$ erit maior basi. $b.c.$ quod est contrarium propositioni quare maior erit sicq. ppositum asstuitur.

Propositio .26.



Annum duorum triangulorum quorum duo anguli vnus duobus angulis alterius & vterque se respicienti equalēs fuerint latus quoque vnus lateri alterius equalis: fuerintque latus illud inter duos angulos equalēs aut vni eorum oppositū: erunt quoque duo vnus reliqua latera duobus reliquis alterius trianguli lateribus vnūquodque se respicienti equalia: angulusque reliquus vnus angulo reliquo alterius equalis.

Sint duo trianguli. $a.b.c.$ & $d.e.f.$ sitque angulus. $b.$ equalis angulo. $e.$ & angulus. $c.$ equalis angulo. $f.$ sitque latus. $b.c.$ equalis lateri. $e.f.$ aut alterum duorum laterum. $a.b.$ & $d.e.$ equalis alteri duorum laterum. $d.e.$ & $f.$ ita q. $a.b.$ sit equalis. $d.e.$ aut. $a.c.$ & $d.f.$ dico quod reliqua duo latera vnus erunt equalia reliquis duobus lateribus alterius & reliquus angulus reliquo angulo equalis: angulus videlicet. $a.$ angulo. $d.$ Ponam ergo primo vt latus. $b.c.$ super quod iacent anguli. $b.c.$ sit equalis lateri. $e.f.$ super quod iacent anguli.



li e.f. qui positi sunt equales angulis. b.c. tunc dico qd latus. a.b. est equale lateri. d.e. & latus. a.c. lateri. d.f. & angulus. a. angulo. d. Si. n. latus. a. b. nō sit equale lateri. d.e. alterum erit maius: sit ergo maius. d.e. quod refecabo ad equalitatem. a.b. sitq. g.e. equale. a. b. & producam lineam. g.f. eritq. per. 4. angulus. g.f.e. equalis angulo. a.c.b. quare & angulo. d.f.e. c. pars totī quod est impossibile: erit ergo. d.e. equale. a.b. ergo per. 4. d.f. equale. a.c. & angulus. d. equalis angulo. a. quod est primum membrum diuisionis ppositite. Sint rursus vt prius duo anguli. b. & c. equales duobus angulis. e. & f. sitq. latus. a.b. quod opponitur angulo. c. equale lateri. d.e. quod opponit angulo. f. cui positus est equalis angulus. c. dico qd latus. b.c. erit equale lateri. e.f. & latus. a.c. lateri. d.f. & angulus. a. angulo. d. Si. n. latus. e.f. nō fuerit equale lateri. b.c. erit alterum maius: sit ergo. e.f. maius: ponatur itaq. e.g. equale. b.c. & producam lineam. d.g. eritq. per. 4. angulus. d.g.e. equalis angulo. a.c.b. quare & angulo. d.f.e. extrinsecus videlicet intrinseco qd est impossibile: p. 16. Erit ergo. e.f. equale. b.c. ergo per. 4. latus. d.f. equale lateri. a.c. & angulus. d. totalis angulo. a. quod est secundum membrum diuisionis ppositite: quare totum manifeste patet.

Propositio .27.



¶ Recta linea super duas lineas rectas ceciderit duosq. angulos coalternos sibi inuicem equales fecerit ille due linee erunt equidistantes.

¶ Sit vt linea. a.b. cadat super duas lineas. c.d. & e.f. & fecerit lineam. c.d. in puncto. g. & lineam. e.f. in puncto. h. sitq. angulus. d.g.h. equalis angulo. e.h.g. dico qd linee. c.d. & e.f. sunt equidistantes. Si. n. non concurrant aut ad partem. c.e. super punctum. k aut a parte. d.f. super punctum. l. & qualitercunq. fuerit acciderit possibile per. 16. videlicet angulum extrinsecum esse equalem intrinseco. Nā vnus dictorum anguloꝝ coalternorū qui positi sunt equales erit extrinsecus & reliquus intrinsecus. Quia igit impossibile est eas concurrere i alterutra partem tractas ipse p diffinitionem erūt equidistantes: quod est propositum.

Propositio .28.



¶ Linea recta duabus lineis rectis superuenerit fueritq. angulus eius intrinsecus angulo extrinseco sibi opposito equalis aut duo anguli intrinseci ex vna parte duobus angulis rectis equales ille due linee equidistantes erunt.

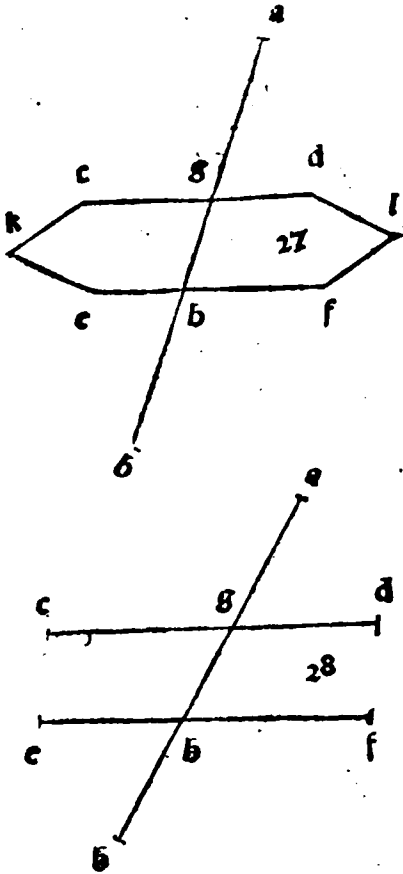
¶ Sit vt linea. a.b. fecerit duas lineas. c.d. & e.f. in puncto. g. & h. sitq. angulus. g. extrinsecus equalis angulo. h. intrinseco ex eadem parte sumpto: aut duo anguli. g. & h. intrinseci ex eadem parte sumpti sunt equalis duobus angulis rectis. Dico qd due linee. c.d. & e.f. sunt equidistantes. ¶ Sit ergo primo angulus. d.g.a. equalis angulo. f.h.g. eritq. per. 5. angulus. c.g.h. equalis eidem angulo. f.h.g. qre per premissam. c.d. & e.f. sunt equidistantes. Sint rursus duo anguli. d.g.h. & f.h.g. equales duobus rectis. Et quia per. 13. duo anguli. d.g.h. & c.g.h. sunt similiter equales duobus rectis erit angulus. c.g.h. equalis angulo. f.h.g. quare per premissam. c.d. & e.f. erunt equidistantes: quod est propositum.

Propositio .29.



¶ Duabus lineis equidistantibus linea superuenerit duo anguli coalterni equales erunt: angulusq. extrinsecus angulo intrinseco sibi opposito equalis. Itemq. duo anguli intrinseci ex alterutra parte coalterni duobus rectis angulis equales.

¶ Sint due linee. a.b. & c.d. equidistantes super quas cadat linea. e.f. secans eas in punctis. g. & h. dico qd anguli. g. & h. coalterni sunt equales: & qd angulus. g. extrinsecus est equalis angulo. h. intrinseco sibi opposito ex eadem parte sumpto: & qd anguli. g. & h. intrinseci ex eadem par-



te sumpti sunt equeles duobus rectis: & hec est conuersa duarum precedētis.
Primum sic patet. Si enim angulus. b. g. b. non est equalis angulo. c. b. g.
alter eorum erit maior. sit ergo maior angulus. c. b. g. & quia duo anguli.
c. b. g. & g. h. d. sunt equales duobus rectis per. 13. erūt duo anguli. b. g. b. &
d. h. g. minores duobus rectis ergo per quartam petitiōem due linee. a. b.
& c. d. si protrahantur cōcurrent in parte. b. f. d. ad punctū aliquem vt ad
k. non ergo sunt equidistantes per diffinitionem quod est contra hypothe-
sim: & quia hoc est impossibile. erunt igitur duo anguli coalterni. b. g. h.
& c. b. g. equales quod est primum propositum. Ex hoc patet secundum
est. n. per. 15. angulus. b. g. h. equalis angulo. a. g. e. ergo angulus. a. g. e. erit
equalis angulo. c. b. g. extrinsecus videlicet intrinseco quod est secundum
propositum. Ex hoc rursus patet tertium: Sunt enim per. 13. duo anguli. a.
g. e. & a. g. b. equales duobus rectis. ergo duo anguli. a. g. b. & c. b. g. erunt
etiam equales duobus rectis qui sunt duo intrinseci ex eadem parte sum-
pti quod est tertium propositum.

Propositio 30.

Ifuerint due linee vni equidistantes eadem sibi in-
uicem equidistantes erunt.



Sint due linee. a. b. & c. d. quarum vtraque equidistet li-
nee. e. f. dico illas duas videlicet. a. b. & c. d. esse equidi-
stantes. hoc autē est vniuersaliter verum siue due linee. a.
b. & c. d. sint in vna superficie cum linea. e. f. siue non hic
tamen non intelligitur nisi secundum q̄ omnes sint in superficie vna. se-
cundum. n. q̄ sint in diuersis superficiebus probatur in nona. libri. 11. q̄
sint equidistantes. Sint ergo omnes in superficie vna. protraham autem li-
neam. g. h. secantem lineas. a. b. e. f. & c. d. in punctis. k. l. m. & quia. a. b.
equidistat. e. f. erit angulus. b. k. l. equalis angulo. e. l. k. per primam per-
tem precedētis cum illi sint coalterni. atq̄. c. d. equidistat. e. f. erit angulus
k. l. e. extrinsecus equalis angulo. l. m. c. intrinseco per secundam partem p-
cedētis ergo angulus. b. k. l. est equalis angulo. c. m. l. qui cum sint coal-
terni erunt per. 17. linee. a. b. & c. d. equidistantes. quod est propositum.

Similem habes in. 16. n.

Propositio 31.

Puncto extra lineam dato linee propoſite equidi-
stantem ducere.



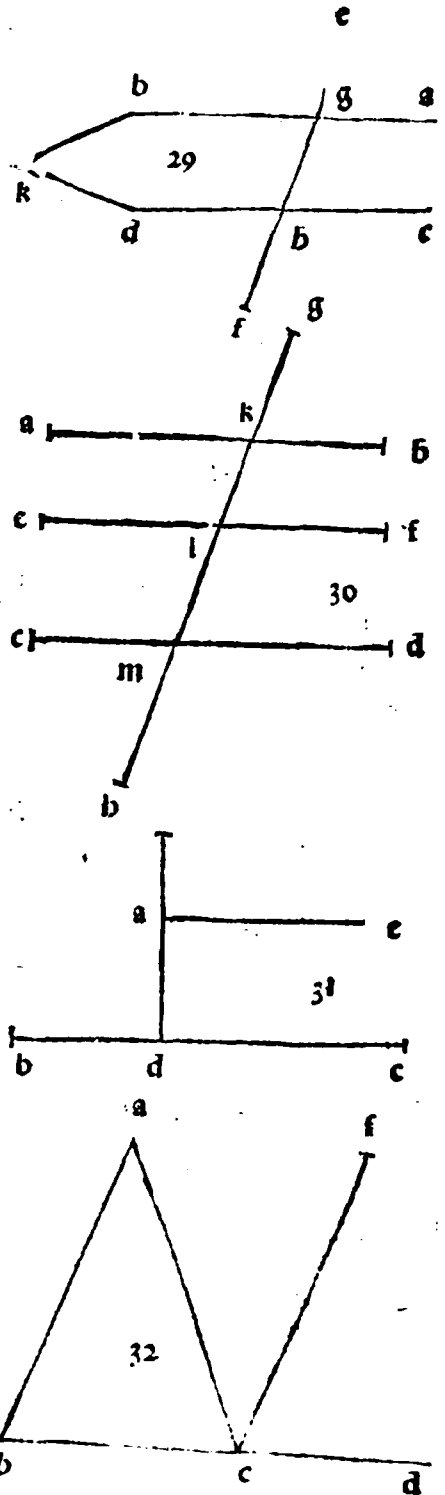
Punctus extra lineam datus intelligitur cum linea vtri-
q̄ protrahatur per ipsam non transit. Sit ergo punctus. a.
datus extra lineam. b. c. a quo oportet protrahere lineam
equidistantem. b. c. protraho lineam. a. d. qualitercumq̄
contingat & super punctum. a. qui est extremitas linee. a. d. consitimo angu-
lum. e. a. d. per doctrinam. 23. equalem angulo. b. d. a. sibi coalterni. eritq̄
a. e. equidistans. b. c. per. 27. quod est propositum.

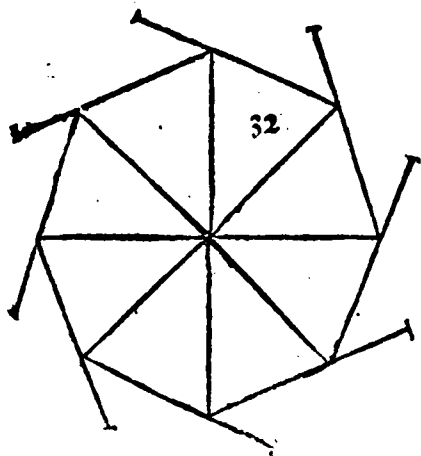
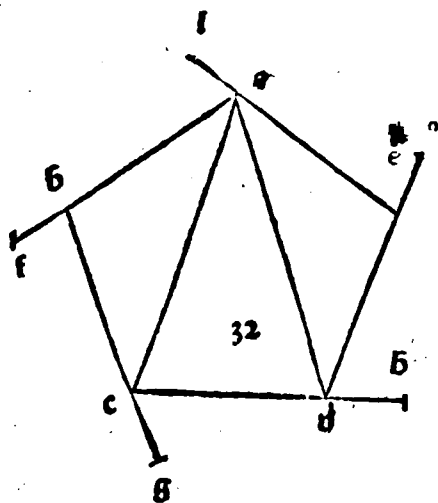
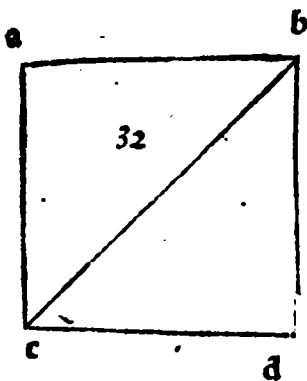
Propositio 32.

Inis trianguli angulus extrinsecus duobus in-
trinsecis sibi oppositis est equalis: Omnes autem
tres angulos eius duobus rectis angulis equos
esse necesse est.



Sit triangulus. a. b. c. cuius latus. b. c. protrahatur vsq̄
ad. d. dico q̄ angulus. c. extrinsecus est equalis duobus an-
gulis. a. & b. intrinsecis sibi oppositis simul iunctis. & q̄ tres anguli trian-
guli. a. b. c. simul iuncti sunt equales duobus rectis. A puncto. c. protrahā
e. f. equidistantē. a. b. fm doctrinā pcedētis. eritq̄ angulus. f. c. a. eq̄lis angulo.
a. q̄ a sunt coalterni p p̄mā p̄tē. 29. & angulus. f. c. d. extrinsecus eq̄lis angulo.
b. intrinseco p scđam p̄tē eius dē. q̄re totus. a. c. d. extrinsecus ē eq̄lis duobus
angulis. a. & b. intrinsecis sibi oppositis. qd ē p̄mū. & q̄a duo anguli. a. c. b. &
a. c. d. sunt equeles duobus rectis p. 13. erunt tres anguli. a. b. c. intrinseci eq̄





les duobus rectis: quod est fm̄ propositum. ¶ Ex hac aut̄ patet q̄ oīs figure polygonicę oēs anguli simul sumpti tot rectis angulis sunt equales quous est numerus quo a prima defiterit duplicatus: verbi gr̄a. Polygoniarum figurarum est triangula prima: quia si esset duarū linearum: cum figura sit clausio lineaz: tunc due linee recte includerēt superficiem quod est impossibile per ultimam petitionem. Quadrilatera secunda: pentagona: similiter aut̄ q̄libet tota erit in ordine quous erit numerus laterum aut angulorum eius inde dempto binario. Dico ergo q̄ triangule q̄ ē prima oēs anguli sunt eq̄les duobus rectis. Quadrilaterę q̄ est secunda erunt equales quatuor rectis: pentagonę q̄ est tertia erūt equales sex rectis. Hoc aut̄ inde manifestum est qm̄ cum quelibet talis figura sit in tot triangulos resolvable quota ipsa fuerit a prima ductis rectilineis a quouis angulo: eius ad oēs angulos oppositos: sunt, oēs anguli oīs trianguli duobus rectis equales erunt oēs laterate figure oēs anguli bis tot rectis equales quota ipsa fuerit a prima: quod est propositum. Sit. n. exempli gr̄a. Pentagonus a. b. c. d. e. a cuius angulo. a. ducam lineas ad angulos. c. d. sibi oppositos: eritq. totus p̄tagonus resolutus in triangulos. a. b. c. a. c. d. f. a. d. e. quoz cū cuiuslibet sint anguli equales duobus rectis: erūt pentagoni anguli equales sex rectis: quod est duplum eius numeri quo a prima distat siue duplū numeri angulorum aut laterum eius inde dempto binario. ¶ Possumus quoq. b̄ sic idem proponere dicētes q̄ oīs figure polygonicę oēs anguli pariter accepti sunt tot rectis angulis equales q̄tus ē numerus quē eius anguli duplicāt inde demptis: quatuor p̄cto. n. quolibet itra figuram signato: ab eo ad singulos angulos lineis p̄tractis erit ipsa figura i tot triangulos resoluta quāti fuerint eius anguli: idq. oēs anguli oīm illoz trianguloz p̄ter accepti tot rectis angulis erūt equales q̄tus est numerus quē duplicāt anguli p̄posite figure: cū itaq. sint oēs anguli trianguloz in quos ipsa resoluta est p̄ctum mediū circūstantes quatuor rectis equales p. 13. manifestum cōstat p̄positum. ¶ Similiter quoq. patet q̄ oīs figure polygonicę anguli oēs extrinseci q̄tuor rectis angulis sunt equales: sunt. n. intrinseci & extrinseci bis tot rectis equales quot hūerint angulos per. 13. Intrinseci at̄ sunt bis tot rectis equales quot hūerint angulos: demptis inde quatuor: ergo extrinseci sunt quatuor rectis equales: quod est p̄positum. Exēpli gr̄a: p̄positi pentagoni latera p̄trahantur vt fiant anguli extrinseci. a. b. q̄dem p̄trahatur vsq. ad. f. b. c. vsq. ad. g. c. d. vsq. ad. h. d. e. vsq. ad. k. e. a. vsq. ad. l. erūtq. per. 13. duo anguli. a. intrinsecus & a. extrinsecus equales duobus rectis: eadem autem ratione duo anguli. b. intrinsecus & b. extrinsecus sic & ceteri quare. a. b. c. d. e. anguli intrinseci & extrinseci decē rectis. demptis igitur intrinsecis q̄ sunt eq̄les sex rectis erūt extrinseci. v3. b. a. l. c. b. f. d. c. g. e. d. h. & a. c. k. eq̄les quatuor rectis. ¶ Patet et̄ q̄ oīs p̄thagoni cuius vnūquodq. latus duo secat ex reliq. h3. s. angulos duobus rectis equales. sit qualis proponit p̄tagonus. a. b. c. d. e. & fecet latus. a. c. latus. b. e. in p̄cto. g. & latus a. d. idem latus. b. e. in p̄cto. f. eritq. angulus. a. f. g. equalis duobus angulis. b. f. d. cū sit extrinsecus ad ipsos in triangulo. f. d. b. Itēq. angulus. f. g. a. erit equalis duobus angulis. c. f. e. cū sit extrinsecus ad ipsos in triangulo. g. c. e. sed duo anguli. a. f. g. & f. g. a. cū angulo. a. sunt eq̄les duobus rectis: ergo q̄tuor anguli. b. d. f. c. e. sunt cū angulo. a. eq̄les duobus rectis: q̄d ē p̄positū.

Castigator.

a ¶ .f. multiangule nā grece poly. multū gonia vō angulū significat et̄ si gure pluriū anguloz dicere possumus. b ¶ Possumus quoq. & sic idem p̄ponere & c. Ista regula aducitur infra in. 2. libri. n. & multū facit ad illā & sequētes vt patet. c ¶ Ista vocat̄ figura egrediētium anguloz & ē. i. in ordine q̄a nec trianguli nec quadrāguli latera p̄tracta in cōtinuū & directū cōcurrēt vt patet intuitū quia tunc due linee recte clauderēt superficiem cōtra ultimam petitionem. De tetragono patet quia si latera sunt equidistantia non concurrent sed si non sunt equidistantia habebit angulos acutos & obtusos igitur ex vna parte latera cōcurrent ex alia vero

minime. Et sic non erit figura huius ordinis: sed latera pentagoni bina & bina continent angulos obtusos. ergo utrinque, pertracta concurrent & sic est prima talium. **Propositio .33.**



Quoniam in summitatibus duarum linearum equidistantium & equalis quantitatis alie due linee coniungantur ipse quoque equalis & equidistantes erunt.

Sint due linee. a. b. & c. d. equalis & equidistantes quarum extremitates coniungam per lineas. a. c. & b. d. quas dico esse equalis & equidistantes. **P**rotrahā. n. lineam. a. d. & quia linee. a. b. & c. d. sunt equidistantes erit angulus. b. a. d. equalis angulo. a. d. c. per primam partem. 29. ergo erunt duo latera. a. b. & a. d. trianguli. a. b. d. equalia duobus lateribus. d. c. & d. a. trianguli. d. c. a. & angulus a. primi equalis angulo. d. secundi. ergo per 4. basis. b. d. primi est equalis basi a. c. secundi. & angulus. a. d. b. primi equalis angulo. d. a. c. secundi. At quia ipsi sunt coalterni erunt linee. b. d. & a. c. equidistantes. per. 27. & quia prius probatum est ipsas esse equalis patet propositum utrumque. **Propositio .34.**



Superficies equidistantibus contenta lateribus lineas atque angulos ex aduerso collocatos habet equalis diametro diuidente eam per medium.

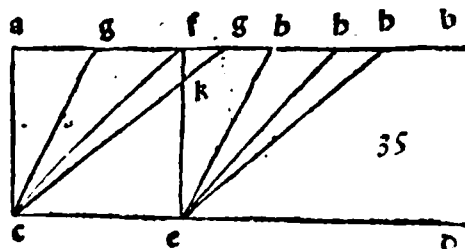
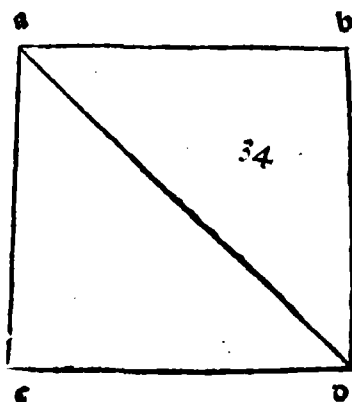
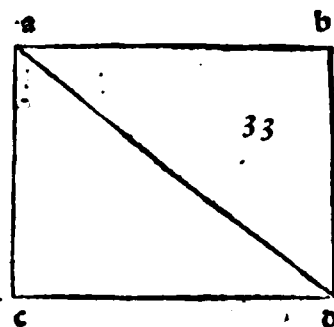
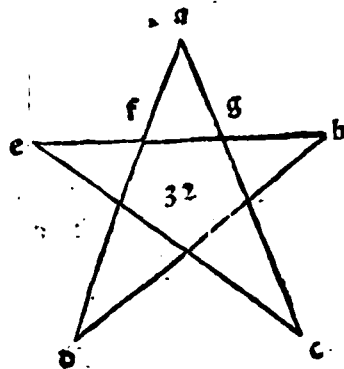
Sit superficies. a. b. c. d. equidistantium laterum ita quod linea. a. b. equidistat. c. d. & a. c. b. d. dico duas lineas. a. b. & c. d. item duas lineas. a. c. & b. d. esse equalis. Similiter & dico angulum. a. c. e. equalis angulo. d. & angulum. b. angulo. c. **P**rotrahā diametrum. a. d. que etiam diuidet superficiem illam per medium. cum. a. b. & c. d. sint equidistantes: erunt anguli. b. a. d. & c. d. a. qui sunt coalterni equalis per. 29. At quia et. a. c. & b. d. sunt equidistantes: erunt anguli. c. a. d. & b. d. a. qui sunt coalterni equalis per eandem. Intelligo. n. duos triangulos. a. d. b. & a. d. c. & quia duo anguli. a. & d. trianguli. a. d. b. sunt equalis duobus angulis. d. & a. trianguli. d. a. c. & latus. a. d. super quod iacent illi anguli in utroque triangulo est cōiunctus per 26. latus. a. b. equalis lateri. c. d. & latus. a. c. lateri. b. d. & angulus. b. angulo. c. & quia angulum. a. totalem patet esse equalis angulo. d. totali per secundam conceptionem totum propositum cum correlario liquet.

Propositio .35.



Dues superficies equidistantium laterum super unam basim atque in eisdem alternis lineis constitutae equalis esse probantur.

Sint due linee. a. b. & c. d. equidistantes inter quas fiat a. c. & f. e. superficies equidistantium laterum super basim. c. e. & super eandem basim & inter eandem lineas fiat alia superficies. g. c. h. e. similiter equidistantium laterum: dico duas predictas superficies esse equalis quod sic probatur. **A**ut. n. linea. a. g. secabit lineā. a. b. in aliquo puncto linee. a. f. aut in puncto. f. aut in aliquo puncto linee b. f. secet ergo primo in aliquo puncto linee. a. f. ut in primafiguratione apparet. & quia utraq. duarum linearum. a. f. & g. h. est equalis linee. c. e. per precedentem una eandem erit equalis alteri dempta ergo linea. f. g. cōi remanebit. a. g. equalis. f. h. **Q**uia per precedentem item est. a. c. equalis. f. e. & angulus. h. f. e. angulo. g. a. c. per secundam partem. 29. uidelicet extrinsecus. intrinseco erit per. 4. triangulus. a. c. g. equalis triangulo f. e. h. ergo irregularis figura quadrilatera que ē. g. c. f. e. addita utriusque erit superficies. a. c. f. e. equalis superficiē. g. c. h. e. quod est propositum. **S**ecundum ergo modo linea. a. c. g. lineam. a. b. in puncto. f. ut in secundafiguratione apparet. eruntque simili argumentatione priori duo trianguli. a. c. f. & f. c. h. equalis quare utrobique addito triangulo. f. c. e. patet propositum. **S**ecundum tertio modo linea. a. c. g. lineā. a. b. inter duo puncta. f. b. ut in tertiafiguratione apparet: secabitque lineam. f. e. sic ut in puncto. k. &



quia simili argumentatione priori linea. a. f. ē equalis lineae. g. h. facta cōmuni linea. g. f. erit a. g. equalis. f. h. ¶ triangulus. a. g. c. equalis triangulo f. c. h. adito ergo utriq. triangulo. c. k. e. ¶ detracto ab utroq. triangulo. f. k. g. erit superficies. a. c. f. e. equalis superficiei. g. c. h. e. quod est ppositum.

Propositio 36.



Ania parallelogramma in basibus equalibus in eisdem lineis constituta equalia esse necesse est.

¶ Parallelogramum dicitur superficies equidistantium laterum. Sint due superficies. a. b. c. d. f. e. f. g. h. equidistantium laterum constitute inter duas lineas equidistantes q̄ sunt. a. f. f. c. h. ¶ super equales bases que sunt. c. d. f. g. b. dico eas esse equales. Nam protraham duas lineas. c. e. f. d. f. eritq. per. 33. superficies. c. d. e. f. equidistantium laterum propter hoc q̄. e. f. est equalis f. equidistans. c. d. nam utraq. eorum est equalis. g. h. Quia ergo per premisam utraq. duarum superficierum. a. b. c. d. f. e. f. g. h. est equalis superficiei c. d. e. f. ipse erunt sibi inuicem equales quod est propositum.

Propositio 37.



Similes sunt sibi cuncti trianguli qui super eandem basim atq. inter duas lineas equidistantes sunt cōstituti.

¶ Sint duotrianguli. a. b. c. f. d. b. c. constituti super basim b. c. inter duas lineas. a. e. f. b. f. que sint equidistantes dico eos esse equales. Protraham enim. c. g. equidistantem. a. b. f. c. h. equidistantem. d. b. per. 31. eruntq. due superficies. a. b. c. g. f. d. b. c. h. equales per. 35. ¶ quia dicti trianguli sunt eorum dimidia per correlarium. 34. ipsi erūt equales per eōdem sciam que est quoz. tota sint eq̄lia ¶ dimidia: sicq. patet propositum.

Propositio 38.



Si duo trianguli super bases equales atq. inter duas lineas equidistantes ceciderint equales eos esse necesse est.

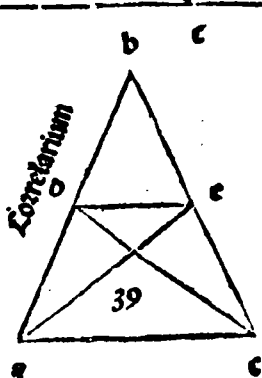
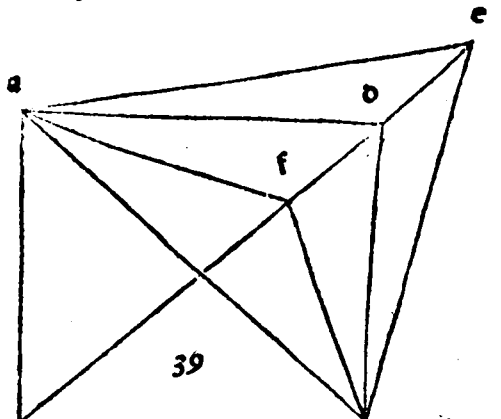
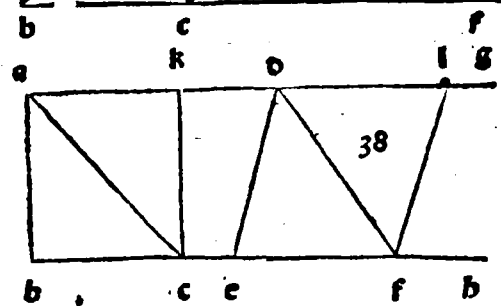
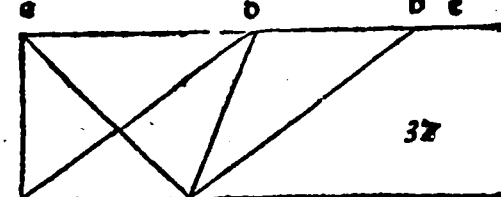
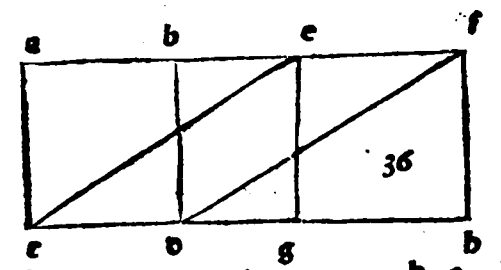
¶ Sint duotrianguli. a. b. c. f. d. e. f. constituti super bases b. c. f. c. f. equales ¶ inter lineas. a. g. f. b. h. equidistantes dico eos esse eq̄les. ¶ Protraham enim. c. k. equidistantem. a. b. f. f. l. equidistantem. e. d. eruntq. due superficies. a. b. c. k. f. d. e. f. l. equales per. 36. ¶ quia dicti trianguli sunt eaz. dimidia p correlarium. 34. ipsi erunt eq̄les p antedictam cōem sciam.

Propositio 39.



Duos duo trianguli equales si in eandem basim ex eadem parte ceciderint inter duas lineas equidistantes erunt.

¶ Sint duo triaguli. a. b. c. f. d. b. c. ¶ cōstituti super basim b. c. ex una eademq. parte sintq. equales dico eos esse inter lineas equidistantes ¶ hec est cōuersa. 37. ¶ A puncto. a. p traham lineam equidistantem lineae. b. c. que si pertransierit per punctum d. liquet propositum. Si autem ptransierit supra aut infra transcat primo supra ¶ sit. a. e. producāq. b. d. usquequo secet lineā. a. e. in puncto. e. ¶ pro traham lineam. e. c. ¶ quia triagulus c. b. e. est eq̄lis triagulo. a. b. c. p. 37. ¶ triagulus. d. b. c. positus est eq̄lis triagulo a. b. c. erit triagulus. d. b. c. eq̄lis triagulo e. b. c. p̄s toti quod est impossibile. Nō igitur ptransibit linea q̄ a puncto. a. ducitur eq̄ distans. b. c. supra. d. trāseat. ergo infra. ¶ sit a. f. secās lineam. d. b. in pūcto. f. ¶ traham ergo lineam. f. c. ¶ quia p. 37. triagulus. f. b. c. est eq̄lis triagulo. a. b. c. ipse ēt erit equalis triagulo. d. b. c. p̄s toti quod est impossibile. Quia ergo linea a puncto. a. equidistat b. c. non trāsit nisi p punctum. d. patet propositum. ¶ Ex hac autē ¶ premisa nota q̄ si aliqua linea recta duo alicuius trianguli latera p eq̄ secet uel secuerit ipsa erit tertio equidistās quod sic p̄batur. Sit triagulus. a. b. c. cuius duo latera q̄ sunt a. b. f. b. c. secet linea. d. e. p equalia. a. b. quidem in pūcto. d. f. b. c. in puncto. e. dico q̄ linea. d. e. ē equidistās. a. c. Protraham



- 38 enī in q̄drilatero a.c.e.d. diametros a.e. & d.c. eritq̄ p. 38. triāgulus a.e.d. equalis triangulo d.e.b. propter id q̄ linea a.d. posita est equalis lineae d.b. Itemq̄ per eandem triangulus c.e.d. erit equalis eidem triangulo d.e.b. propter id q̄ linea c.e. posita est equalis lineae e.b. quia triangulus a.e.d. est equalis triangulo c.e.d. quia ergo ipsi sunt constituti super eandē basim uidelicet lineam e.d. & ex eadem parte ipsi erunt p̄ hanc 39. inter lineas equidistantes ergo linea d.e. est equidistans lineae a.c. quod quidē propositum ad quintam quarti tibi ualebit.

Castigator

a. Iste concursus pbatur per tertiam 39. per eam enim & per aduersarium duo anguli intrinseci totales a.f.b. sunt equales duobus rectis sed linea b.d. latus secundi trianguli diuidit angulum intrinsecum in duos priales. Et quia super lineas a.e. & b.d. cadit linea a.b. que ex parte e. & d. facit duos angulos minores duobus rectis scilicet a.b.d. & e.a.b. quare per 4. petitione due lineae a.e. & b.d. in eandem partem protracte concurrunt. Vel sic per 30. si non concurrant a.e. & b.d. per aduersarium ipse per diffinitionem erunt equidistantes & quia et ex ypothe. b.c. equidistat a.e. ideo per 30. b.d. & b.c. erunt equidistantes cum utraq̄ equidistat a.e. sic b.d. cum b.c. non cāserent angulū d.b.c. q̄ est contra ypothesim. Potest etiam propositum huius 39. concludi ostensue sic per conuersionem 35. sic deducendo uidelicet ducam a puncto e. per 31. equidistantem lateri a.b. q̄ sit e.e. quam ponam per 3. equalem ipsi a.b. & coniungam extremitates a.f. & e.c. per lineam a.e. per primam petitionem q̄ erit equalis & equidistans basi b.c. per 33. deinde ab eodem puncto c. p̄ eandē 31. erigam equidistantem lateri b.d. que sit c.f. quam similiter ponam per 3. equalem ipsi b.d. demum per rectam coniungam extremitates d.f. per eandem petitionem que similiter erit equalis & equidistans ipsi basi b.c. per eandem 33. & sic sunt due superficies equidistantium laterum. equales quia dicti trianguli sunt earum dimidia & sunt equales per ypothesim ergo ipse sunt equales per conceptionem quoy dimidia sunt equalia tota quoq̄ sunt equalia & sunt super eandem basim b.c. ergo p̄ conuersionem 35. ipse sunt inter duas lineas equidistantes que sunt a.f. & b.c. & sic earū dimidia que sunt ipsi trianguli. Ista facit ad secundam. n. & ad primam 14. & 6. & 7. 8. 17.

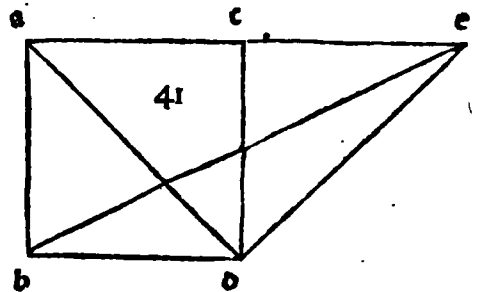
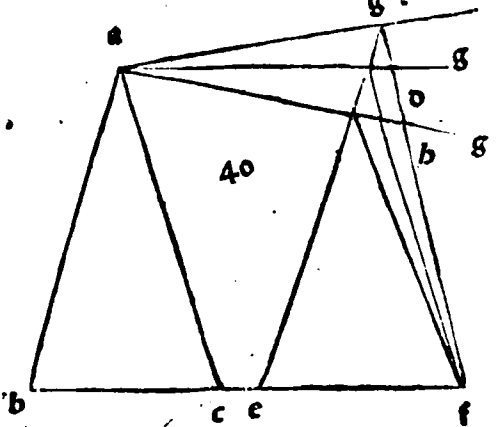
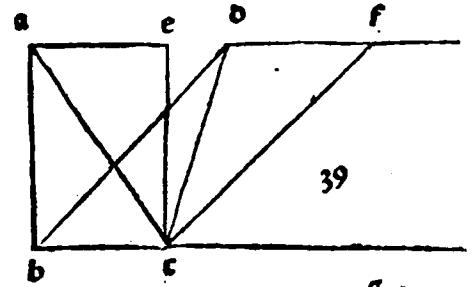
Propositio 40.

I duo trianguli equales super equales bases vnius eiusdemq̄ lineae ex eadem parte fuerint constituti eos inter duas lineas equidistantes necesse est contineri.

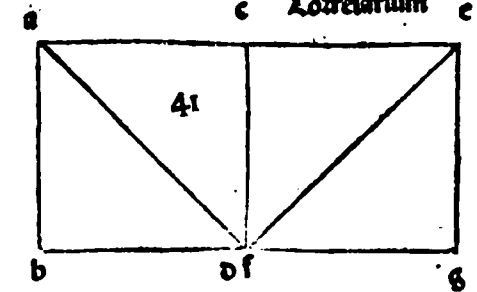
Sint duo trianguli a.b.c. d.e.f. eq̄les constituti sup̄ duas bases q̄ sunt b.c. & e.f. & ex eadem pte dico eos esse inter duas lineas equidistantes. & hec est cōuersa 38. & pbatur per ipsam sicut p̄cedens p. 37. A puncto a. ducatur linea equidistans lineae b.f. q̄ si transierit p̄ punctum d. patet ppositum. sin aut̄ p̄transierit supra ut a.g. & pducatur e.d. usq̄ ad ipsam q̄ sit e.g. & ducatur linea g.f. eritq̄ p. 38. triāgulus a.b.c. equalis triangulo g.e.f. quare & triāgulus d.e.f. erit equalis triāgulo g.e.f. p̄ toti quod est impossibile. Non ergo trāsbibit supra Trāseat ergo in fra. & fecit lineam d.e. i puncto b. & ducatur linea f.b. eritq̄ p. 38. triāgulus h.e.f. equalis triangulo a.b.c. quare & triāgulo d.e.f. p̄ toti quod est impossibile. quia ergo non trāsbibit nisi per punctum d. patet ppositum.

Propositio 41.

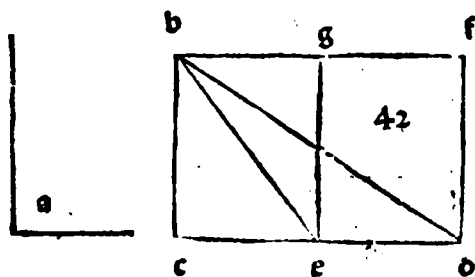
I parallelogramum triangulosq̄ in eadem basi atq̄ in eisdem alternis lineis fuerint constituta parallelogramum triangulo duplum esse conueniet. Sit palellogramū a.b.c.d. & triāgulus e.b.d. sup̄ basim b.d. & inter lineas a.e. & f.b. d. q̄ sunt eq̄distantes dico palellogramū duplū ē triāgulo p̄trahā in palellogrāo diame



Correlarium



triangulus, e, b, d, est equalis triangulo, a, b, d, per. 37. patet triangulum e, b, d, esse dimidium parallelogrami, a, b, c, d, quod est propositum. Similiter quoque potest probari, si parallelogramum triangulusque, in equalibus basibus atque inter lineas equidistantes fuerint constituta parallelogramum duplum erit triangulo, quod ideo non posuit Euclides, quia lenius patet ex hac precedente correlarium. ff. 38. diuiso parallelogramo per diametrum in duos triangulos, uel super basim parallelogrami inter eadem lineas equidistantes triangulo constituto ad quem duplum erit parallelogramum per hanc precedentem ff. ipse equalis alteri triangulo per. 38.



Propositio 42.



Quidistantium laterum superficiem designare cuius angulus sit angulo assignato equalis ipsa vero superficies triangulo assignato equalis.

¶ Sit assignatus angulus, a, ff assignatus triangulus, b, c, d, uolo describere superficiem equidistantium laterum equalium triangulo, b, c, d, cuius uterque duorum angulorum contra se posito sit equalis, a, ff. Diuido basim, c, d, per dimidium in puncto, e, ff. protraho lineam, b, e, ff. a puncto, b, duco, b, f, equidistantem c, d, eritque per. 38. triangulus, b, e, d, equalis triangulo, b, e, c, quare triangulus, b, e, d, est dimidium totalis trianguli, b, c, d, igitur super punctum e, linee, d, c, constituo angulum, d, e, g, equalem angulo, a, ff. perficio parallelogramum, g, e, d, f, quod quia per precedentem est duplum ad triangulum, b, e, d, erit etiam equale triangulo, b, c, d, per hanc cōemscientiam quorum dimidia sunt equalia, ipsa quoque sunt equalia, est enim triangulus, b, c, d, utriusque dimidium quare descripsimus parallelogramum, g, e, d, f, equale triangulo, b, c, d, cuius uterque duorum angulorum, g, e, d, ff. d, f, g, cōtra se positorum est equalis angulo, a, quod fuit propositum.

28

Propositio 43.



Quis parallelogrami spaciorum que circa diametrum sunt parallelogramorum supplementa equali inuicem esse necesse est.

¶ Sit parallelogramum, a, b, c, d, in quo protraham diametrum, b, c, ff. protraham, e, f, equidistantem utrique duorum laterum, a, b, ff. c, d, que fecit diametrum in puncto h, a quo ducam, k, g, equidistantem utrique duorum laterum, a, c, ff. b, d, ff. producam eā quousque fecit utrumque latus, a, b, ff. c, d, super tota, g, h, k, eritque totum parallelogramum, a, b, c, d, diuisum in quatuor parallelogramia quorum duo scilicet, e, c, k, h, ff. g, h, b, f, dicuntur consistere circa, c, b, quia diametrum transiit per medium eorum ff. ideo sunt circa diametrum reliqua duo scilicet, a, e, g, q, ff. k, h, f, d, dicuntur supplementa hec duo supplementa dicuntur esse equalia, sunt enim duo trianguli, a, b, e, ff. c, d, b, equales per correl. 34. similiter quoque duo trianguli, g, h, b, ff. f, h, b, sunt equales per idem correl. 34. At duo trianguli, c, e, h, ff. k, h, c, similiter equales per idem correlarium demptis igitur duobus triangulis, b, g, h, ff. h, e, c, de totali triangulo, a, b, c, ac duobus triangulis reliquis b, f, h, ff. k, c, h, de totali triangulo reliquo, c, d, b, erunt per communem sciam residua que sunt duo dicta supplementa equalia quod est propositum.

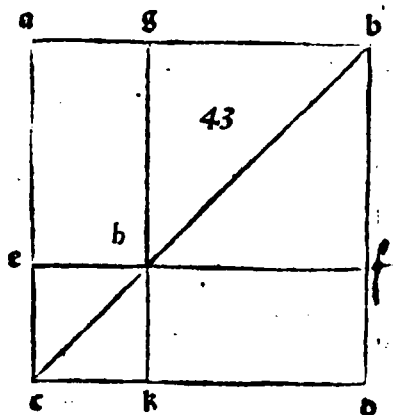
34

Propositio 44.



Proposita linea recta super eam superficiem equidistantium laterum cuius angulus sit angulo assignato equalis ipsa vero superficies triangulo assignato equalis designare.

¶ Designare superficiem equidistantium laterum super lineam aliquam est lineam ipsam facere latus unum ipsius superfici. Sit ergo data linea, a, b, ff. datus angulus, c, ff. datus triangulus d, e, f, super lineam, a, b, uolo designare superficiem unam equidistantium laterum itaque linea, a, b, sit unum ex lateribus eius cuius uterque duorum



42

23

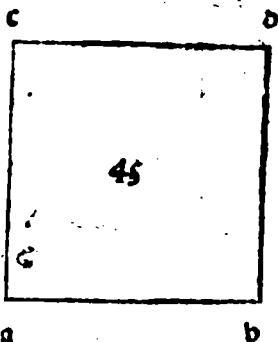
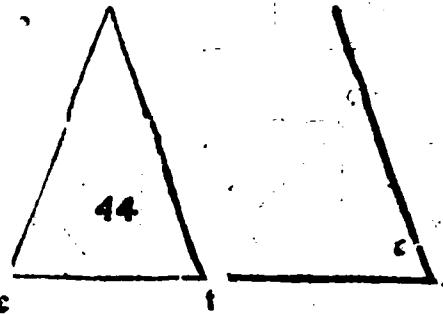
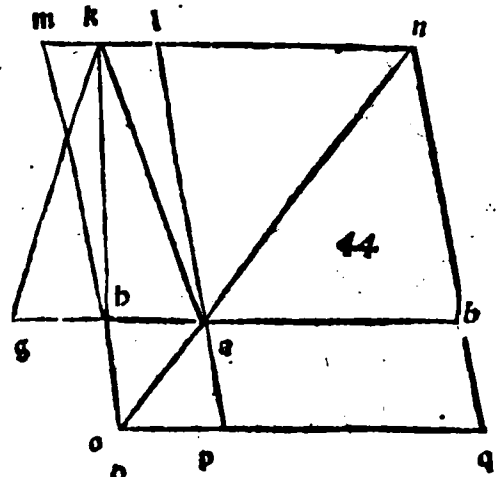
26

38

23

41

15



quorum contra se positorum sit equalis angulo. e. & ipsa totalis superficies sit eqlis triangulo. d. e. f. differt aut hec a. 42. quia hic Datur latus unius superficiē describēde scilicet linea. a. b. ibi autē nullum. Cum ergo uoluerō facere adiungo lineam. a. g. lineae. a. b. fm rectitudinem quam pono equalem lineae. e. f. basi trianguli dati super quam constituo triangulū eūdem ei equalem & equilaterum. quod hoc modo facio. Constituo autē ad latus. a. g. k. equalem angulo. e. f. angulum. g. a. k. equalem angulo. f. p. 23. & quia. g. a. posita fuerat equalis. e. f. erit per. 26. triangulus. g. a. k. eqlis & equilaterus triangulo. e. f. d. diuidam ergo. g. a. per equalia in pūcto. h. & protraham. k. h. & producam a pūcto. k. lineam. m. k. n. equidistantem lineae. g. b. eritq. per. 38. triangulus. a. b. k. equalis triangulo. g. b. k. autē super pūctum. a. lineae. g. a. faciam angulum. g. a. l. per. 23. equalem angulo. c. dato: & complebo super basim. a. b. & inter lineas. g. b. & m. n. equidistantes superficiem equidistantium laterum. m. d. h. a. que per. 41. dicitur erit ad triangulum. k. h. a. quare equalis totali triangulo. k. g. a. quare & triangulo. d. e. f. Proposito: protraham ergo. b. n. equidistantem. a. l. & producam diametrum. n. a. quam protraham quousq. concurrat cum. m. b. in pūcto. o. & complebo superficiem equidistantium laterum. m. o. n. q. & protraham. l. a. usq. ad. p. eritq. per precedentem supplementum. a. b. p. q. equalis supplemento. m. l. b. a. quare & triangulo. d. e. f. & quia per. 15. angulus. l. a. b. est equalis angulo. b. a. p. & ideo angulus. b. a. p. est equalis angulo. c. patet super datam lineam. a. b. descriptam esse superficiem equidistantium laterum. a. b. p. q. equalēm dato triangulo. d. e. f. cuius uterq. duorum angulorum contra se positorum qui sunt. a. & q. est equalis dato angulo. c. quod fuit propositum. **Castigator.**

Concursus ille non probatur ab auctore sed sic elicitur nam a l n est triangulus & p. r. huius duo anguli. l. n. sunt minores duobus rectis & per secundam partem. 29. huius angulus. l. extrinsecus equatur angulo. m. intrinsecus ergo duo anguli. m. n. sunt minores duobus rectis quare per penultimam petitionem. m. b. & n. a. concurrēt ad ptem illam in pūcto. o.

Propositio 45.

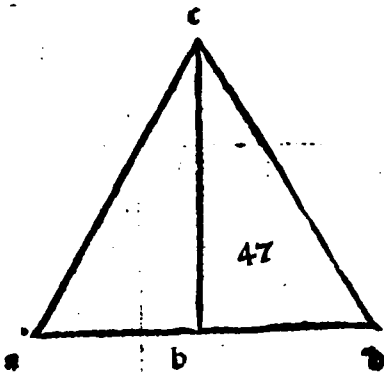
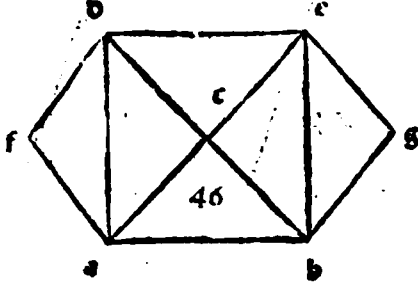
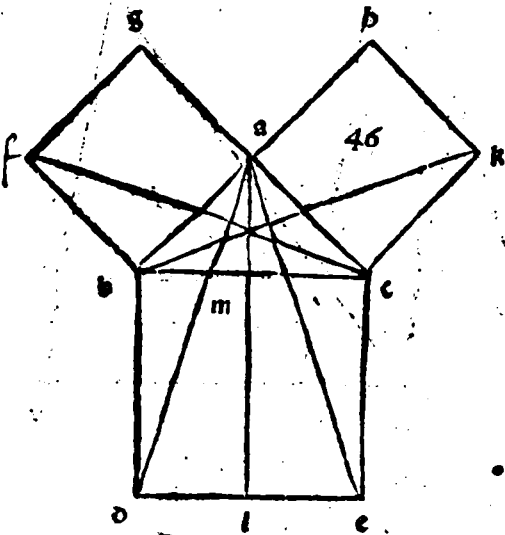
Ex data linea quadratum describere.

Sit data linea. a. b. ex qua uolo qdratū describere: A pūctis. a. & b. lineae a. b. educo p. i. i. lineas. a. c. & b. d. perpendiculares ad lineam. a. b. que erunt equidistantes per ultimam partem. 28. & pono utraq. earum eidem. a. b. per tertiam equalem. & protraho lineam. c. d. eritq. ipsa equalis & equidistans lineae. a. b. per. 33. & quia itaq. duorum angulorum. a. & b. est rectus. erit uterq. duorum. c. & d. rectus per ultimam partem. 29. ergo per diffinitionem. a. b. c. d. est quadratum quod est propositū. **I**dem aliter sit. a. c. perpendicularis super lineam. a. b. per. 1. & sit ei equalis ut prius & a pūcto. c. per. 3. ducatur. e. d. equidistans. a. b. & ponatur equalis ei & ducatur linea. d. b. que per. 3. erit equalis & equidistans. a. c. & omnes anguli recti per ultimam ptem. 29. qre per diffinitionem habemus ppositū.

Propositio 46.

A omni triangulo rectangulo quadratum quod a laterē recto angulo opposito in semetipso ducto describitur equum est duobus quadratis que ex duobus reliquis lateribus conscribuntur.

Sit triangulus. a. b. c. cuius angulus. a. sit rectus dico q. quadratum lateris. b. c. equum ē quadrato. a. b. & quadrato a. c. simul sumptis. **Q**uadrabo ergo hec tria latera fm doctrinā precedentē. scilicet. quadratum. b. c. superficies. b. c. d. e. & quadratum. b. a. superficies. b. f. g. a. & quadratum. a. c. superficies. a. c. h. k. ab angulo. a. recto ducam ad basim. d. e. basim maximi quadrati tres lineas. s. a. l. equidistantem utriq. lateri. b. d. & c. e. que fecit. b. c. in pūcto. m. & hypothesas. a. d. & a. e. Itemq. a duobus reliquis angulis trianguli qui sunt. b. & c. ducam ad duos angu



los duorum quadratorum minor; duas lineas se interfecantes intra ipsum
triangulum que sunt. b. k. f. c. f. quia uterq. duorum angulorum. b. a. c.
f. b. a. g. est rectus per. 14. erit. g. c. linea una eadem ratione erit. b. h. linea
una. ga uterq. duorum angulorum. c. a. b. f. c. a. h. est rectus: quia ergo super
basim. b. f. f. inter duas lineas equidistantes que sunt. c. g. f. b. f. constituta
sunt parallelogramum. b. f. g. a. f. triangulus. b. f. c. erit per. 41. parallelogra-
mum. b. f. g. a. duplum triangulo. b. f. c. sed triangulus. b. f. c. est equalis tri-
angulo. b. a. d. per. 4. quia. f. b. f. b. c. latera primi sunt equalia. a. b. f. b.
d. lateribus postremi. f. angulus. b. primi est equalis angulo. b. postremi
eo q. uterq. constat ex angulo recto f. angulo. a. b. c. comuni. ergo paralel-
logramum. b. f. g. a. est duplum ad triangulum. a. b. d. sed paleliogramu
b. d. l. m. est duplum ad eundem triangulum. per. 41. quia constanti sunt
super eandem basim scilicet. b. d. f. inter lineas equidistantes. que sunt. b.
d. f. a. l. ergo per eodem scientiam quadratum. a. b. f. g. f. parallelogramu
b. d. l. m. sunt equalia. quia eorum dimidia uidelicet predicti trianguli
sunt equalia Eodem modo f. per eadem propositiones medianibus tri-
angulis. k. b. c. f. a. e. c. probabimus quadratum. a. c. h. k. esse equale para-
llogramo. c. e. l. m. quare patet ppositu. **Castigator**

**Et correlarie potest addi ex quo patet q. quadratum diametri ad qua-
dratum cosse est duplum quo applicato conclusio probatur in lateribus
quadrati f. diametri que faciunt ysochelem quia ad specialiter. tenderet
conclusio ut patet per applicationem in correlario factam sit igitur huius
modi ysocheles. a. b. c. f. sint. a. c. f. b. c. continentia angulum. c. rectum et
qualia f. a. b. sit maximum latus quod opponitur angulo recto. c. dico
q. quadratum huius maximi lateris est equale duobus quadratis reliquis
rum laterum scilicet. quadrato. a. c. d. f. quod est quadratum lateris. a. c.
f. quadrato. b. c. e. g. quod est quadratum lateris. b. c. Est enim quadra-
tum. a. b. c. d. diuisum in quatuor triangulos equales per duas diagonos
e. a. f. b. d. quorum duo sunt medietates maiorum duorum quadratorum
scilicet triangulus. a. c. d. f. b. c. e. sicut uidet sed triangulus principalis. s. a.
b. c. f. triangulus ei oppositus puta. c. d. e. f. sunt equales. aliis medietaribus
duobus quadratorum minorum que sunt extra quadratum maximum
quoniam omnes isti in. 6. triangulos equales diuisi sunt sicut patet ex pre-
dictis igitur quadrati lateris. a. b. est equale duobus quadratis reliquorum
laterum ut dicit prima p. theorematum f. p. consequens. a. d. qd atq. est duplum
ad quadratum alterius lateris f. ita quadratum diametri erit duplum ad
quadrati cosse ut dicit correlarium. quia latus maioris quadrati est dia-
meter minoris f. latus minoris est semidiameter maioris ergo. f. c.**

Propositio 47.



**Quod ab uno trianguli latere in seipsum ducto p-
ducitur æquis fuerit duobus quadratis que a duo-
bus reliquis lateribus describuntur. rectus est angu-
lus cui latus illud opponitur.**

**Lineam in seipsum ducere est eius quadratum descri-
bere.** Sit triangulus. a. b. c. sitq. quadratum lateris. a. c. e
quale quadratis duorum laterum. a. b. f. b. c. simul iunctis. dico angulum
b. cui latus. a. c. opponitur esse rectum: hec est conuersa prioris. **A p-
sto. b. extraho lineam. b. d. per. u. perpendicularem super lineam. b. c. qua
pono equalem. a. b. f. produco lineam. d. c. eritq. p. precedentem quadrati
d. c. equale duobus quadratis duarum linearum. d. b. f. b. c. f. quia. b. d.
posita est equalis. b. a. erunt per communem scientiam que est linearum
equalium equalia esse quadrata: quadrata duarum linearum. a. b. f. b. d. equa-
lia: qua propter erit quadratum. d. c. equale. quadrato. a. c. ergo per alia
eodem scientiam q. est conuersa prioris scilicet lineas quaz. quadrata
sunt equalia esse equales: erit. d. c. equalis. a. c. quare. per. 8. angulus. b.
trianguli. a. b. c. est rectus quod est propositum.**

Propositio 48.



Propositis quibuscumque quadratis alteri illoꝝ gnomonem reliquo equalem describere.

Item si sit $a.b.c.d$ quadratum scilicet. $a.b.c.d$ sit
propositum producere gnomonem circa. $a.b.$ equalem. $c.d.$
quadrato. ¶ Probat hatur itaq. unum latus quadrati. $a.b.$
ad equalitatem unius lateris quadrati. $c.d.$ in continuum
ductum sit. $e.c.$ ita q. $e.c.$ sit eqle uni latere quadrati. $c.d.$ ¶ $e.c.$ ducam
lineam recta ad $a.$ sit ergo triangulus orthogoni⁹ $q.a.f.$ angulus rectus
quat ergo fm penultimam primi sict quadratū. $c.a.$ est tm qntum quadra-
tum. $e.f.$ qdratum. $a.f.$ sed quadratū. $e.f.$ est eqle quadrato. $c.d.$ ¶ quadra-
tum. $f.a.$ ē quale qdrato. $a.b.$ ergo qdratum. $a.f.$ ē equale quadratis. $a.b.$ ¶
 $e.d.$ Itē. $e.f.a.$ ē triangulus ergo. $c.f.$ ¶ $f.a.$ latera sunt lōgiora. $a.e.$ latere. fm
ao. primi sed. $f.a.$ ē eqle. $a.b.$ rōc qdrature. ergo. $c.f.$ ¶ $f.b.$ sunt lōgiora. $a.e.$
ergo illa totalis linea scilicet. $e.b.$ ē maior. $a.e.$ refectur ergo. $b.c.$ ad equa-
litem. $a.e.$ ad punctum. $c.$ ita q. $b.c.$ sit equale. $a.e.$ ergo quadratum. $b.c.$
est equale quadrato. $a.e.$ sed quadratum. $a.e.$ ut prius probatum fuit est
equale quadratis. $a.b.$ ¶ $c.d.$ ergo quadratum. $b.c.$ est equale eisdem sed
quadratum. $b.c.$ addit super quadratum. $a.b.$ gnomonem illum quem ui-
des. ergo gnomo ille est quadrato. $c.d.$ equalis. quod erat probandum.
¶ Ista ultima memini me repisime in antiqsimis libris penultimā se-
cūdisi nullo mō est huius pmi cum de gnōtione nihil sit dictū. adhuc.
Explicit liber primus Incipit liber secundus.

Liber secundus. Euclidis de potetia linee recte eiusq; par
tium ex optima Campani interpretatiōe Magistro Luca pa
ciolo de burgo. Sancti Septulcri R. minorum. Castigatore
diligentissimo q̄ felicissime Incipit.



Hec parallelogramum rectan-
gulum sub duabus lineis angu-
lū rectū abientibus dēstineri.

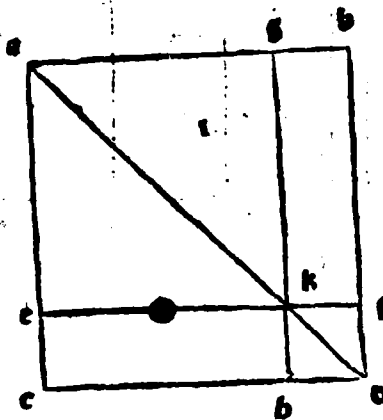
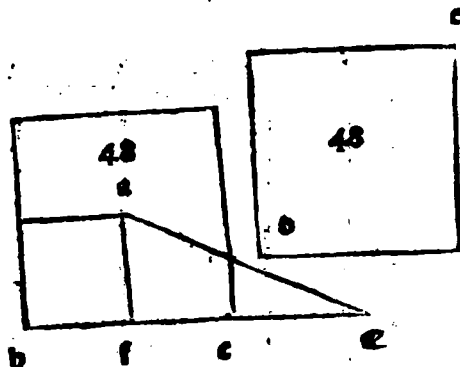
● Parallelogramum est superficies eorum
distantium laterum.

¶ Parallelogramū rectāgulum ē hñs
oēs angulos rectos & pducitur ex uno
duorum laterū eius ambiētium unū ex
suis angulis in reliquum. & ideo sub il
lis dicitur contineri.

Des patelelogrami spacij ea q
dem q diameter secat p mediu
patelelograma circa ca des diame

trum consistere dicuntur. Eorum vero parallelogramoz que circa eandem diametrum consistunt quodlibet unum cuius sup-
plementis duobus quoniam nominatur.

¶ Q^{ue} palellograma dicunt consistere circa diametru. ¶ q^{ui} sunt suppleme^{nta} expositum est supra in demonstratione. 43. p^{ri}mi. ¶ Sit. n. palellogramum. a. b. c. d. cuius diametru. a. d. diuidant du. linee. c. f. g. b. ducte equi distāter lateribus oppositis dicti palellogrami. secātes f. sup diametru. a. d. in puncto. f. erit ipsum palellogramum diuisum in. 4. palellogra^{ma} f. h. i. n. q^{uod}q^{ue} duorum palellogramorum quod fiant. a. g. c. k. e. k. f. b. d. que diametru fecat p. medium dicit consistere circa diametrum. R^{est} liqua duo q^{ui} diametru non fecat dicuntur supplemēta q^{ui} duo supplemen^{ta} tum alterutro dictorum palellogramorum consistētium circa diame^{trum} componūt figuram quādam q^{uod} gnomo appellat cui deest ad cōple^{mentum} palellogrami palellogramum unum reliquam circa diametrum consistens; quod si addat supra diametrum totalis compositi consistet. erit



q. simile totali. Vnde palellogramū addito gnomōe quāuis crescat mi-
nime in alteratur. quemadmodum dixit Aristoteles in predicamentis.

Castigator

a ¶ Ex quo hec pulchra sequitur uidelicet pmi q. q.uis minuat superficies
palellogrami non pp hoc minuitur lateralis circumfrentia quia ex ipsa
dempto uno distorum palellogramonum circa diametrum consistentiū
residuum quod erit figura gnomonis tantundem circuet. Et secundum q.
sequitur q. licet gnomoni augeatur superficies. addito sibi palellogramo
prius dempto non pp hoc augeatur eius circumfrentia lateralis. Tercium se-
quitur q. ois superficies rectangula plana est palellogramum sed non eō-
tra cum ois talis sit de necessitate equidistantiū laterum ff n possit repē-
ri in pluribus nec paucioribus quatuor laterum ad hoc q. ois eius anguli
sint recti. Ideo aplicando aduerte. ¶ Productum. Quod sit ex ductu un-
us in alterum. Superficies rectangula. Rectangulum. Multiplicatio. Pa-
ralellogramum rectangulum. Nomina sinonima.

Propositio .1.



¶ Si fuerint due linee quarum una in quotlibet partes
diuidatur illud q. ex ductu alterius in alteram fiet
equum erit bis que ex ductu linee in diuise in una
quāq. partem linee particulatim diuise rectangula
producentur.

¶ Lineam in aliam lineā ducere ē supra terminos utrius
earum duas lineas orthogonaliter alii egleis erigere. ff. superficie. equidist-
antiū laterum rectangulam complere q. sub illis duabus lineis p. diffini-
tionem dicitur contineri. ¶ Sit due linee. a. b. ff. c. quāz. una scilicet. a. b.
in quotlibet ptes diuidatur q. sunt. a. d. ff. d. e. ff. e. b. dico. q. illud quod sit
ex ductu. c. in totam. a. b. equum est illis palellogramis rectangulis simul
iunctis q. sunt. ex. c. in. a. d. ff. in. d. c. ff. in. e. b. ¶ Sup. pūcta. a. b. erigā lineas. a.
f. ff. b. g. ppendiculares sup. lineam. a. b. quarum utraq. sit egleis linee. c. ff. cō-
plebo rectangulam superficie. a. f. b. g. ducta linea. f. g. q. per diffinitionem
pducitur ex. c. in. a. b. ff. sub illis dicitur contineri. p. traham quoq. a punctis
d. ff. e. lineas. d. h. ff. e. k. equidistantes lateribus. a. f. ff. b. g. erig. utraq. earum
equalisc. p. 34. pmi utraq. eaz. est egleis. a. f. p. diffinitionem igitur rectan-
gulum. a. d. f. h. pducitur ex. c. in. a. d. ff. sub illis dicitur contineri ff. rectangulū. d.
h. e. k. ex. c. i. d. e. ff. rectangulū. e. k. b. g. ex. c. in. e. b. ff. quia hec rectangula si-
mul iuncta sunt egleia totali rectangulo. a. f. b. g. patet uerū esse propositū.

Propositio .2.



¶ Si fuerit linea in partes diuisa illud quod ex ductu
totius linee in seipsam sit equum erit bis que ex du-
ctu eiusdem in oēs suas partes.

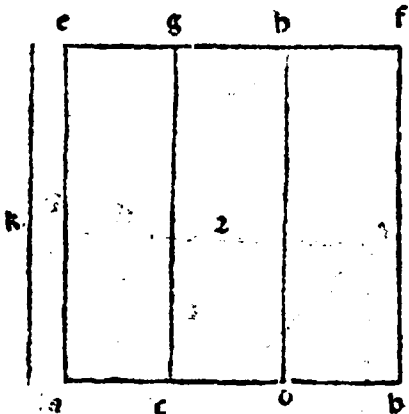
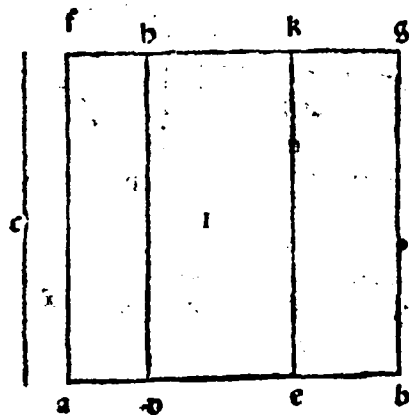
¶ Sit linea. a. b. diuisa in. a. c. ff. c. d. ff. d. b. dico q. illud q. d.
sit ex ductu totius. a. b. in se quod sit. a. e. b. sequum est his
que sunt ex ipsa tota in unamquāq. distarum partium
quod patē patebit. ductis. c. g. ff. d. h. equidistantes. a. e. ff. b. f. ¶ Aliter sumā-
tur. k. egleis. a. b. erig. p. pmissam quod sit ex ductu. k. in totā. a. b. equū est
q. d. sit ex ductu. k. in oēs ptes. a. b. ff. quia ex. k. in. a. b. unū sit quātum ex. a. b.
in se. ff. ex. k. in oēs partes. a. b. quantum ex. a. b. in omnes partes eiusdem.
propter id quia k. ff. a. b. sunt equales patet uerū esse propositū.

Propositio .3.



¶ Si fuerit linea in duas partes diuisa illud quod fiet
ex ductu totius in alterutram partem equum erit
bis que ex ductu eiusdem partis in seipsam et alte-
rius in alteram.

¶ Sit linea. a. b. diuisa in. a. c. ff. b. c. dico q. illud quod sit
ex tota. a. b. in eius partem. a. c. equum est quadrato eiusdē
a. c. partis. ff. ei quod sit ex eadem parte. a. c. in. b. c. fiat quadratum linee. a. c.
c. q. sit. a. c. d. f. ff. p. fiat superficies. a. b. d. e. patebit. propositū. ¶ Ali



Sit linea a. b. diuisa per equalia in puncto c. & p. inequalia in puncto d. dico quadratum c. b. esse equale ei quod fit ex a. d. in d. b. & quadrato c. d. **P**roponitur. Describa quadratum c. b. g. sit c. b. f. e. i quo protraham diametrum e. b. & ducam d. g. equidistantem b. f. que secet diametrum e. b. in puncto h. f. a. puncto h. adducam equidistantem i. n. o. c. a. b. q. sit. h. b. secans lineam b. f. i. puncto m. & lineam c. e. in puncto l. & protraham a. k. equidistantem c. e. erit per correlarium premisse utraq. duarum superficierum l. g. & d. m. quadrata, & per 43. primi duo supplementa c. b. & h. b. f. equalia. ergo addito quadrato l. m. utriq. erit parallelogrammum c. m. i. equale parallelogrammo d. f. f. quia a. d. est equale c. m. p. 36. p. m. ita a. b. i. equale gnomoni qui circumstat quadrato l. g. ergo addito utriq. quadrato l. g. erit a. b. cum quadrato l. g. equale quadrato c. f. quod est propositum.

Propositio .6.



Sit linea in duo equalia diuidatur. alia vero ei linea in longum addatur. quod ex ductu totius est compositum eam que iam adiecta est cum eo quod ex ductu dimidii in seipsam equum est ei quadrato quod ab ea que constat ex adiecta & dimidiis in seipsam ducta describitur.

Sit linea a. b. diuisa per equalia in puncto c. e. i. addatur linea b. d. dico q. quadratum c. d. quod fit c. d. e. f. equale ei quod fit ex tota a. d. in b. d. & quadrato c. b. **P**roducatur in quadrato predicto diametrum d. e. f. ducam lineam b. g. equidistantem d. f. que secet diametrum d. e. in puncto h. a. quo b. f. Producam equidistantem lineam a. b. que sit h. k. secans d. f. in puncto m. & c. e. in puncto l. & Producam a. k. equidistantem c. l. erit per 36. primi a. l. equale c. b. At c. h. erit equale h. f. per 43. primi, quare a. l. est equale h. f. ergo addito c. m. utrobq. erit a. m. equalis toti gnomoni circumstanti l. g. quare l. g. addito utrobq. erit a. m. cum l. g. equale toti quadrato c. f. & quia utraq. duarum superficierum l. g. & b. m. est quadrata per correlarium. 4. huius patet propositum.

Propositio .7.



Sit linea in duas partes diuidatur. quod fit ex ductu totius in seipsam cum eo quod est ex ductu alterius partis in seipsam equum est eis que ex ductu totius in eam in eandem partem bis & ex ductu alterius partis in seipsam.

Sit linea a. b. diuisa in duas partes in puncto c. dico q. quadratum totius a. b. cum quadrato b. c. equum est ei quod fit ex a. a. b. in b. c. bis cum quadrato a. c. describatur quadratum totius quod fit a. b. d. e. & ducatur diametrum b. d. f. c. f. equidistantem b. e. secans diametrum in puncto g. & ducatur k. g. h. equidistantem a. b. & quia quadratum a. c. c. quadrato c. h. tantum sunt quantum quadratum k. f. eam duabus superficieribus a. h. & c. e. patet propositum.

Hoc facit ad 68. decim. & 69. decim. 6. 70. & 71. & 72. & 73. & 74. & 75. & 76. & 77.

Propositio .8.



Sit linea in duas partes diuidatur. et in longum alia equalis vni diuidentium adiungatur. quod ex ductu totius iam compositum in seipsam fiet. equum erit bis q. ex ductu prioris lineae in eadem diuidentem & ei quod ex ductu alterius diuidentis in seipsam.

Sit linea a. b. diuisa in puncto c. q. uterq. contingat ut addatur b. d. equalis c. b. dico q. quadratum totius a. d. quod fit a. d. e. f. est equale ei quod fit ex a. b. & b. d. quater cum quadrato a. c. hoc autem patebit ducta diametro d. e. & lineis c. g. & b. h. equidistantibus l.

4 nec. d. f. f. & canibus diametrum in punctis. f. l. per quos puncta duocantur
 4 p. q. k. r. f. m. n. l. o. equidistantes. a. d. erit enim per correlarium. 4. huius
 unaqueq. superficiem. z. g. n. q. f. b. m. quadrata: & quia. c. b. posita est
 equalis. b. d. erit utraq. superficiem. c. l. f. l. p. quadrata. Eruntq. 4. qua-
 drata quiddam quadratum: o. p. equalia. & quia totus gnomon circum-
 stans quadrato. r. g. est quadruplus ei quod sit ut a. b. in. b. d. quia quadru-
 plus ad superficiem. a. l. patet propositum.

Propositio .9.



3 linea in duo equalia diuidatur. & in equalia diuidatur
 que sunt ex duobus inequalium sectionum in seipsa
 pariter accepta: duplum sunt vtriusq. pariter acce-
 ptis: que quidem ex dimidia. eaq. que vtriusq. sectio-
 num interiacet quadratis describuntur.

32 **S**it linea. a. b. diuisa per equalia. in. c. f. per inequalia
 29 p. in. d. Dico q. quadratum. a. d. f. quadratum. d. b. simul iuncta dupla sunt
 29 p. quadrato. a. c. f. quadrato. e. d. simul iunctis. **¶** Super lineam. a. b.
 erigo lineam. c. e. perpendicularem. & equalem utraq. earum linearum.
 a. c. f. e. b. f. produco. e. a. f. a. b. eritq. per. 31. primi utraq. angulorum.
 a. f. b. f. utraq. angulorum partialium qui sunt ad. c. medietas recti: to-
 29 p. nusq. e. rectus. f. produco. d. f. equidistantem. c. e. f. perpendicularem su-
 per lineam. a. b. eritq. utraq. angulorum. d. rectus. f. angulus. d. f. b. me-
 dietas recti per. 31. primi siue per secundam partem. 29. primi quare per
 32 p. 6. primi. d. f. f. d. b. sunt equalia a puncto. f. duco. f. g. equidistantem. a. b.
 29 p. q. utq. per secundam partem. 29. primi utraq. angulorum. g. rectus. f. angu-
 29 p. lus. e. f. g. medietas recti quare per tertiam eisdem latera. e. g. f. g. f. sunt e-
 29 p. qualia: & quia per penultimam eisdem quadratum. e. f. est equalis quadrato
 a. g. f. quadrato. g. f. ipsum erit duplum ad quadratum. g. f. quare ad qua-
 dratum. c. d. **¶** Itemq. per eandem quadratum. e. a. est equalis quadrato
 a. c. f. quadrato. c. e. ipsum erit duplum ad quadratum. a. c. f. quia quadra-
 tum. a. f. est equalis quadrato. e. f. f. a. e. per eandem ipsum erit duplum ad
 quadratum. a. c. f. ad quadratum. c. d. sed quadratum. a. f. est iterum equa-
 le per eandem quadrato. a. d. f. quadrato. d. f. ergo quadratum. a. d. f. q. d.
 ratum. d. f. dupla sunt ad quadratum. a. c. f. ad quadratum. c. d. f. quia
 quadratum. d. f. est equalis quadrato. d. b. erunt quadrata duarum linea-
 rum. a. d. f. d. b. dupla quadratis duarum linearum que sunt. a. c. f. c. d. quod
 est propositum.

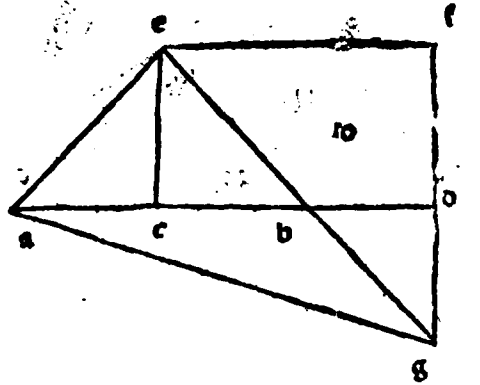
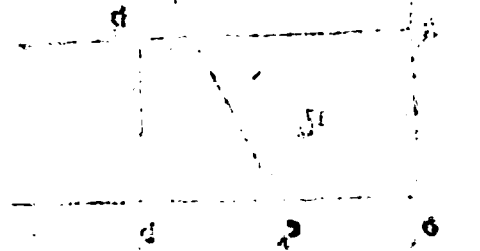
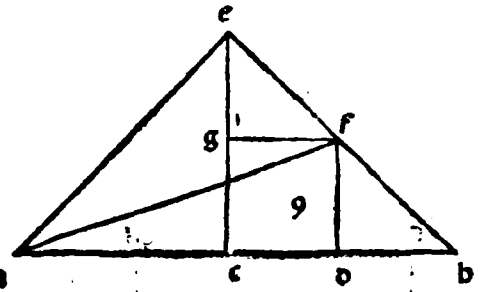
Castigatio

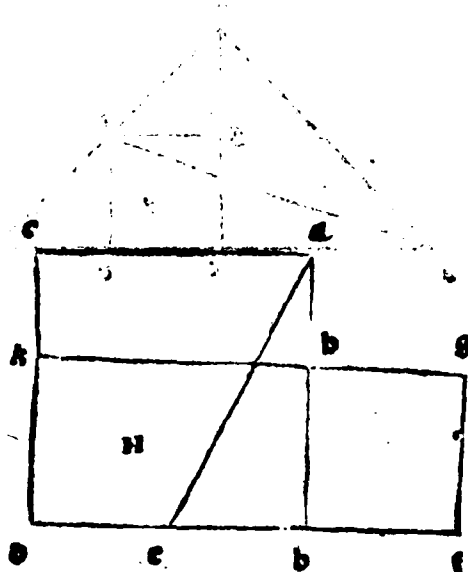
a **I**lli trianguli sunt similes. i. a. d. f. f. a. c. p. f. ideo laterum proportio-
 lium per. 4. sexti. quia angulus. d. maioris f. angulus. c. minoris sunt recti
 f. angulus. a. unus est idem cum angulo. a. alterius sequitur per. 31. primi
 angulos. p. parui f. f. magni esse equales f. sic latera illos continentia sunt
 proportionalia: per dictam. 4. sexti. f. ideo ponendo. a. d. 9. f. d. f. 3. erit
 c. p. 12. p. g. 4. a. p. p. 40. quia. a. 12. 6. f. p. f. p. 10. cetera sunt clara f. prae-
 ceptum dicimus mulgare. f. a. d. basa del grande mida. d. f. e. recto che mida-
 ra. a. c. basa del piccolo. cioe f. 9. mida. 3. che mida. 6. operando habebis
 ut iam diximus.

Propositio .10.



3 linea in duo equalia diuidatur. & in longum
 alia addatur. quadratum quod describitur a to-
 ta cum addita: quadratum quod ab ea que ad-
 dita est. vtriusq. quadrata pariter accepta. ei qua-
 drato quod a dimidia. eius quod ab ea produci-
 tur que ex dimidia adiecta consistit vtriusq.
 quadratis pariter acceptis dupla esse necesse est.





Sit linea. a. b. diuisa per equalia in. c. f. addita sibi linea. b. d. dico quod duo quadrata duarum linearum. a. d. f. b. d. pariter accepta dupla sunt duobus quadratis duarum linearum. a. c. f. c. d. pariter acceptis. ¶ Erigo. c. e. perpendiculari sup lineam. a. b. f. equelem utriq. lineam. a. c. f. c. b. f. phio. triangulum. a. c. b. ductis lineis. a. e. f. e. b. eritq. ut in premisa interq. angulorum. a. f. b. f. uterq. eorum qui sunt ad. e. medietas recti per. 32. pmi totusq. e. est rectus. A puncto. e. produco. e. f. equalem f. equidistantem. c. d. f. produco. f. d. f. e. b. quousq. concurrunt in puncto. g. f. produco lineam a. g. eritq. per ultimam partem. 29. primi angulus. c. e. f. rectus sed angulus. c. e. b. est medietas recti. ergo angulus. b. e. f. est similiter medietas recti f. quia per. 33. eiusdem. f. d. est equidistans. c. e. erit per. 34. eiusdem angulus. f. rectus. ergo per. 32. eiusdem. erit angulus. e. g. f. medietas recti. Itē q. per eadem angulus. d. b. g. similiter medietas recti propter id quod angulus. b. d. g. est rectus ergo per. 6. eiusdem duo latera. e. f. f. g. sunt equalia. Itēq. duo latera. d. b. f. d. g. sunt equalia ergo per penultimam eadem quadratum. e. g. duplum est ad quadratum. e. f. quare ad quadratum. c. d. f. Itēq. p. eadem quadratum. a. c. duplū ē ad quadratum. a. e. f. quia quadratum. a. g. est p. eadem eque quadrato. a. e. f. e. g. similiter quoq. f. quadrato. a. d. f. d. g. At quia quadratum. d. g. est equalis quadrato. b. d. erunt duo quadrata duarum linearum. a. d. f. b. d. pariter accepta dupla duobus quadratis duarum linearum. a. c. f. c. d. pariter acceptis quod ē propositum. Hec autem f. omnes premisse ueritatem habent in numeris sicut in lineis.

Propositio 11.



Item lineam sic se. are. ut quod sub tota z una portione rectangulum continetur: equum sit ei quod sit ex reliqua sectione quadratum.

Sit linea data. ab. quā uolumus sic diuidere ut quod ex tota f. eius minore portione produciat equum sit quadrato maioris. ¶ Describo quadratum ipsius quod sit a. b. c. d. f. latus. b. d. diuido per equalia in. e. f. produco a. c. e. b. produco usq. ad. f. ita quod. e. f. sit equalis. a. e. f. ex. b. f. portione extrinsecas describo. q. dratum quod ex latere. a. b. refecat portionem equalem. b. f. que sit. b. h. f. quadratum descriptum sit. b. f. h. g. Dico q. a. b. sic est diuisa in puncto. h. quod illud quod sit ex tota. a. b. in eius portione. h. a. est equalis quadrato. h. b. p. produco. g. h. usq. ad. h. que erit equidistans. a. c. Quia ergo. linea. d. b. diuisa est per equalia in. e. f. est sibi addita linea. b. f. erit per. 6. huius quod sit ex. d. f. in. b. f. cum quadrato. e. b. equalis quadrato. e. f. Quare f. q. drato. e. a. Quare per penultimam primi quadratis duarum linearum. e. b. f. b. a. Ergo dempto ab utrisq. quadrato linee. a. b. erit quod sit ex. d. f. in. b. f. f. ipsum est superficies. d. g. equalis quadrato linee. a. b. Ergo dempto ab utrisq. parallelogramo. h. d. erit quadratum. h. f. equalis parallelogramo. h. c. Et quia quadratum. h. f. est quadratum linee. h. b. Et parallelogramum. h. c. produciat ex. c. a. que est equalis. a. b. in. a. b. patet factum esse p. positum. ¶ Ad hoc autem faciendum in numeris non labores quia: impossibile est numerum sic diuidi ut hec undecima proponit sicut scies. 29. te docente.

Propositio 12.



In his triangulis qui obtusissimi habent angulum: tanto ea que obtusum subredit angulum: ambobus reliquis lateribus que obtusum continent angulum amplius potest. quantum est quod continetur bis sub uno eorum: atq. ea que sibi duce iuncta ad obtusum angulum a perpendiculari extra deprehenditur.

Sit triangulus. a. b. c. habens angulum. a. obtusum. A puncto. c. ducat lineam perpendicularis ad lineam. b. a. q. necessario cadet extra triangulum. a. b. c. aliq. angulus obtusus erit rectus aut minor recto p. 16. pmi. Sit ergo. e. q.

perpendicularis super lineam .a.b. productam usq. ad .d. Dico q. quadratum lateris .b.c. quod subtenditur angulo obtuso tanto maius est duobus quadratis duarum linearum .a.b. & .a.c. ambientibus ipsum angulum obtusum. quantum est illud quod fit ex .b.a. in .a.d. bis. Potentia enim linee respectu quadrati sui est. unde tantum dicitur posse linea quelibet quantum in se ducta producit. Erit enim per .4. huius quadratum .b.d. equale duobus quadratis duarum linearum .b.a. & .a.d. & duplo eius quod fit ex .b.a. in .a.d. Et quia quadratum .b.c. per penultimam primi est equale quadrato .b.d. & quadrato .d.c. ipsum erit equale quadratis trium linearum .b.a. & .a.d. & .d.c. & duplo eius quod fit ex .b.a. in .a.d. Sed per eandem quadratum .a.c. est equale quadratis .a.d. & .d.c. Ergo quadratum .b.c. est equale quadratis duarum linearum .b.a. & .a.c. & duplo eius quod fit ex .b.a. in .a.d. Quare .b.c. tanto amplius potest duabus lineis .b.a. & .a.c. quantum est duplum eius quod fit ex .b.a. in .a.d. Iam enim diximus q. tantum dicitur posse linea quelibet quantum in se ducta producit quod est propositum. **Propositio .13.**

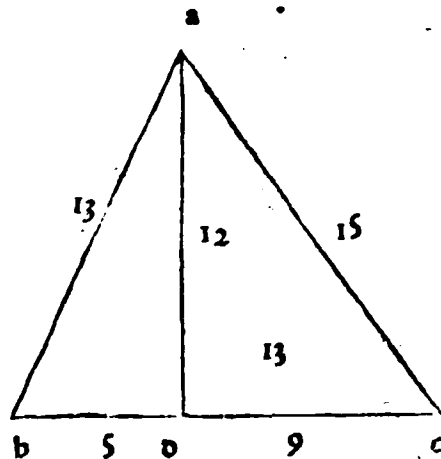


Per oxigonij tanto ea que acutum respicit angulum ambobus lateribus angulum acutum continens minus potest: quantum est quod bis continetur sub vno eorum cui perpendicularis intra superstat: eaq. sui parte: que perpendiculari anguloq. acuto interiacet.

¶ Quod hic proponitur de latere si btenso alicui angulo acuto in triangulo oxigonio veritatem habet de latere subtenso cuilibet angulo acuto in omni triangulo siue fiat orthogonius siue ambliogonius siue oxigonius.

¶ Sit ergo in triangulo .a.b.c. quicumq. triangulus fuerit. angulus .c. acutus qui si fuerit oxigonius ducatur perpendicularis ab alterutro angulo .a. uel .b. ad utranq. basim .b.c. uel .a.c. quia cu sic fuerit semper cadet perpendicularis intra triangulum. Si autem sit ambliogonius aut orthogonius ab angulo obtuso uel recto ducatur perpendicularis ad latus oppositum qua manifestum est cadere intra triangulum: ut simpliciter dicam cum in omni triangulo sint duo acuti anguli necessario erit alter reliquorum angulorum. qui sunt .a. & .b. acutus. Ducam igitur perpendicularem ad lineam illam que duobus acutis interiacet. Sit ergo ut trianguli .a.b.c. angulus .b. etiam sit acutus: ducam ergo ad .b.c. perpendicularem que sit .a.d. que ut dictum est cadet intra triangulum. dico itaq. q. quadratum .a.b. quod subtenditur angulo acuto .c. tanto minus est duobus quadratis duarum linearum .a.c. & .c.b. quantum duplum eius quod fit ex .b.c. in .d.c.

¶ Vel dico q. quadratum .a.c. quod etiam subtenditur angulo .b. quoniam possumus acutum quicquid fuerit de angulo .a. tanto minus est duobus quadratis duarum linearum .a.b. & .b.c. quantum est duplum eius quod fit ex .c.b. in .b.d. Erit enim per .7. huius quadratum .b.c. cum quadrato .d.c. equale ei quod fit ex .b.c. in .d.c. bis & quadrato alterius partis scilicet .b.d. quare addito utriq. quadrato .a.d. erit quadratum .b.c. cum quadratis duarum linearum .a.d. & .d.c. equale quadratis duarum linearum .a.d. & .d.c. & duplo eius quod fit ex .c.b. in .c.d. At quia per penultimam primi quadratum .a.c. est equale quadratis duarum linearum .a.d. & .d.c. erit quadratum .b.c. cum quadrato .a.c. equale quadratis duarum linearum .a.d. & .d.c. & duplo eius quod fit ex .b.c. in .c.d. sed per eandem penultimam primi quadratum .a.b. equum est quadratis duarum linearum .a.d. & .d.c. ergo quadratum .b.c. cu quadrato .a.c. equum est quadrato .a.b. & duplo eius quod fit ex .b.c. in .c.d. quare tanto minus potest .a.b. duobus lateribus .b.c. & .a.c. quantum est duplum eius quod fit ex .b.c. in .c.d. quod est propositum. Simili modo probabis latus .a.c. quod subtenditur angulo .b. acuto posse tanto minus duobus lateribus .a.b. & .b.c. quantum est duplum eius: quod fit ex .c.b. in .b.d. **¶** Notandum autem per hanc & precedentem & penultimam primi q. cognitis lateribus omnis triangul-



cognoscitur area ipsius & auxiliantibus tabulis de corda & arcu cognosci
tur omnis eius angulus.

Castigator

a ¶ Alioquin angulus. c. uel. b. qui sunt acuti ex hypothesi esset maior re-
cto uel rectus p. 16. p. ideo.

Propositio .14.

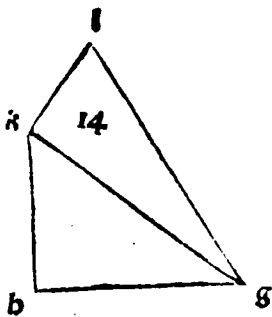
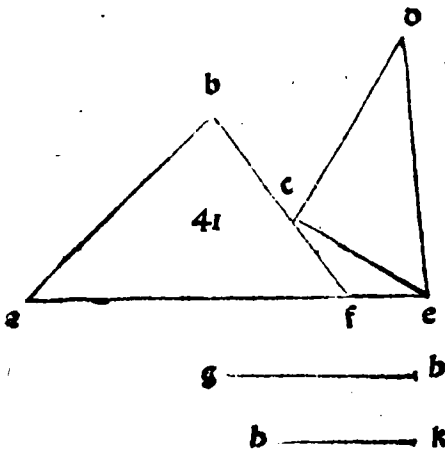
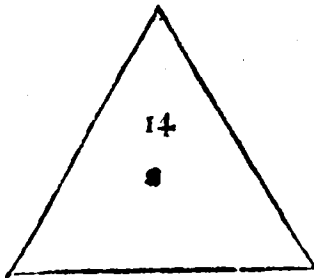
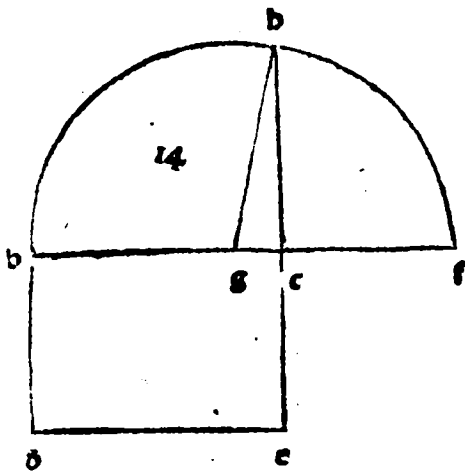


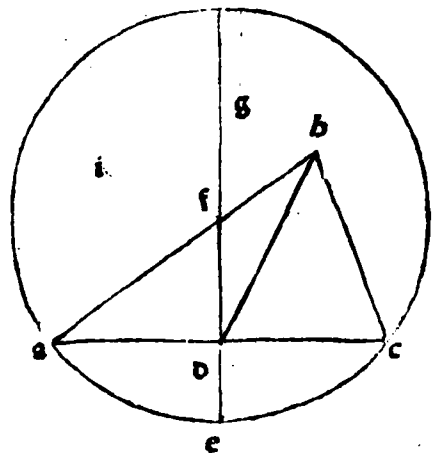
¶ Ato trigono equum quadratum describere.

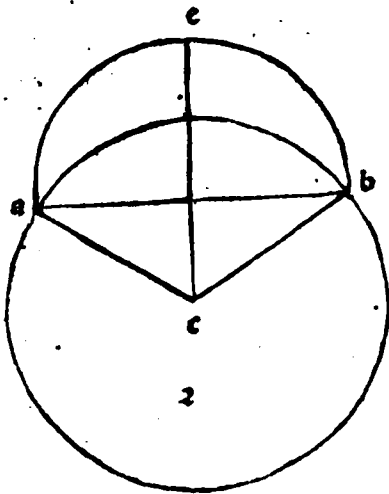
¶ Sit datus trigonus. a. cui nos uolumus equum qdratū
describere. ¶ Designabo superficiem equidistantium laterū
& rectorum angulorum equalem trigono dato fm quod
docet. 41. p. misitq. superficies illa. b. c. d. e. cuius si latera fue-
rint equalia habemus quod querimus. Ipsa enim erit qua-
drata. per diffinitionem. Si autem latera sint inequalia tunc adiungam
minus ipsorum laterum maiori secundum rectitudinem. sitq. linea. e. f.
eq̄lis minori duob. latez quod est. c. e. adiūcta maiori qd̄ est. b. c. fm recti-
tudinem. Totā. b. f. diuidam p̄ eq̄lia in puncto. g. & facto. g. cētro sup̄ line-
ā. b. f. fm q̄ntitatem lineę. g. b. describā semicirculū. b. h. f. & latus. e. c. pda-
cam usquequo fecet circumferentiam in puncto. h. Dico q. quadratum
lineę. c. h. est equale trigono dato. ¶ Producā lineam. g. h. q̄ia linea. b.
f. diuisa est per equalia in. g. & per inequalia in. c. erit per. s. huius quod sit
ex ductu. b. c. in. c. f. cum quadrato. c. g. equale quadrato. g. f. quare & qua-
drato. g. h. quare per penultimam primi & duobus quadratis duarum li-
nearum. g. c. & c. h. Ergo dempto utriq. quadrato. c. g. erit quod sit ex. b.
c. in. c. f. quod est equale superficiē. b. c. e. q. e. f. est eq̄le. c. e. Equale qua-
drato lineę. c. h. quare quadratum lineę. c. h. est equale trigono. a. quod
est propositum. ¶ Et nota q. per hoc inuenitur latus tetragonici cuius-
libet altera parte longioris & simpliciter omnis figure rectis lineis contē-
te quecūq. fuerit. Quoniam omnem figuram talem in triangulos resol-
uimus & cuiuslibet illorum triangulorum inueniemus tetragonicum la-
tus fm doctrinam istius. & inueniemus per penultimam primi. lineam
unam que possit in omnia latera tetragonica inuenta. Verbi gratia. uolo
nunc inuenire latus tetragonici rectilineę figure irregularis. a. b. c. d. e.
f. Resoluo eam in. 3. triangulos qui sunt. a. b. f. c. d. a. & c. f. e. Inuenio quo-
q. fm doctrinam istius tria latera tetragonica istorum trium triangulo-
rum que sunt. g. h. b. k. & k. l. & erigo. h. k. perpendiculariter super. g. h. & pro-
duco. g. k. eritq. per penultimam primi quadratum. g. k. equale quadra-
tis duarum linearum. g. h. & b. k. & tertium latus. k. l. erigo perpendiculari-
ter super lineam. g. k. & produco. lineam. g. l. eritq. per penultimam. pri-
mi. g. l. latus tetragonici totius figure rectilineę propositę. ¶ Expli-
cit liber secundus.

Castigator

a ¶ Etiam dato quadrato equum ei trigonum describere ut in. 18. sexti
habebis & in. 41. p. apparet si ei diligēs intellectus extiterit. Et non solum
quadrato sed cuiusq. figure & superficiē multilaterē seu polygonie his medi-
antibus possumus semper equum, triangulum designare qm̄ oēs tales resol-
uimus in triangulos & unicuiq. triangulo p̄ hanc assignabimus equum qdra-
tum sue parallelogramum quodcūq. De hinc ex oib. illis unum cōficiē-
mus per hanc. 15. sexti equale illis oib. postea sup̄ duplum basis huius
maximi faciemus triangulum equalis, altitudinis & ipse erit equalis il-
li polygonie propositę.







d a. trianguli. h. d. a sunt equalia lateribus. h. d. f. d. e. trianguli. h. d. c. f. basis. h. a. b. a. c. erit per. 8. primi angulus. a. d. h. equalis angulo. c. d. h. quare uterq. rectus & quia angulus. a. d. b. fuit etiam rectus erit. a. d. h. equalis. a. d. b. p. 3. petitiōe primi pars. uidelicet toti quod est impossibile. Nō est ergo centrum dati circuli alicubi quam in puncto. f. quod est ppositum.

Propositio .2.



Super circuli circumferentiam duobus punctis signatis. lineam rectam ductam ab altero ad alterū. circulum secare necesse est.

Sit ut in circūferentia circuli. a. b. cuius centrum sit. c. signata sint duo pūcta que sunt. a. f. b. dico q. linea recta coniungens unū cum altero secabit circulum. Alioquin cadet extra circulum: sitq. a. e. b. linea recta si possibile est: producam lineas. c. a. f. c. b. eruntq. p. 5. primi: angulus. c. a. b. f. c. b. a. equalis: p. 16. p. mti: angulus. a. e. c. maior angulo. c. b. e. quare maior angulo. c. a. e. quare per. 18. eiusdem latus. a. c. maius latere. c. e. f. quia. c. d. est equalis. c. a. crit. c. d. maior. c. e. pars toto quod est impossibile: Quia ergo linea coniungens duo pūcta. a. b. non transibit extra circulum secabit ipsum quod est ppositum.

Propositio .3.



Sineam intra circulum præter centrum collocatā. alia a centro ueniens per equa secet. orthogonaliter super eam insistere. & si in eam orthogonaliter steterit. eam per equalia dividere necesse est.

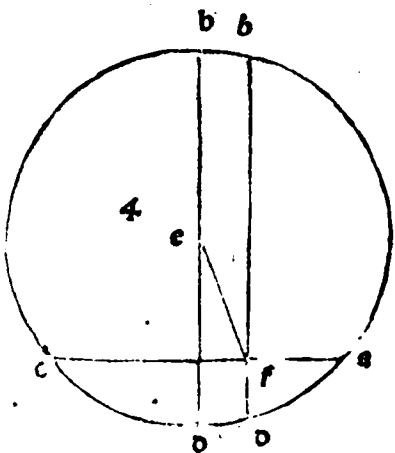
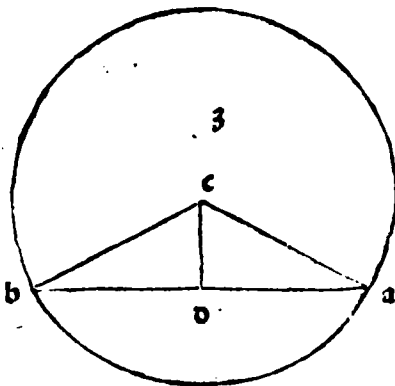
Sit ut lineam. a. b. collocatam intra circulum. a. b. cuius centrum sit. c. linea. c. d. ueniens a centro diuidat per equalia: dico q. diuidit eam orthogonaliter. & e converso uidelicet si diuidit eam orthogonaliter diuidit eam per equalia. **P**roducā lineas. c. a. f. c. b. f. ponam. primo q. diuidat eam per equalia: erunt ergo duo latera. c. d. f. d. a. trianguli. c. d. a. equalia duobus lateribus. c. d. f. d. b. trianguli. c. d. b. f. basis. c. a. b. ergo per. 8. primi: angulus. d. iunius est equalis angulo. d. alterius quare uterq. rectus: quare. c. d. est perpendicularis super. a. b. quod est ppositum. **P**onam iterum q. c. d. sit perpendicularis si: per. a. b. f. ostendam q. ipsa diuidit. a. b. per equalia. Erit enim propter hanc positionem uterq. angulo: qui sunt ad. d. rectus quare unus equalis alteri. At quia per. 5. primi angulus. c. a. d. est equalis angulo. c. b. d. f. latus. c. a. equalis lateri. c. b. per. 26. primi: eiusdem crit linea. a. d. equalis lineæ. d. b. quod est ppositum.

Propositio .4.



Sineam intra circulum due lineæ se inuicem secēt. & super centrum non transeant. non per equalia eas secari necesse est.

Sit ut in circulo. a. b. c. d. cuius centrum sit. e. due lineæ a. c. f. b. d. secent se in puncto. f. f. utraq. earum uel altera non transeat per centrum. dico q. ipse non diuidit sese per equalia: ita q. utraq. p. equalia diuidatur ab altera. **Q**uod si fuerit hoc possibile: ponatur f. sit primo ut neutra transeat per centrum a centro. e. producam lineam. e. f. eritq. per primam partem premisse unusquisq. 4. angulorum: qui sunt. a. f. e. e. f. c. f. c. d. rectus quod est impossibile: sic enim rectus eēt minor recto. **S**it igitur ut altera earum transeat per centrum f. altera non: sitq. b. d. transiens per centrum adhuc dico q. non diuidunt sese per equalia quod si sic. tunc per primam partem premisse. cū b. d. ducta a centro diuidat. a. c. per equalia diuidat eam orthogonaliter quare etiā. a. c. diuidet. b. d. orthogonaliter: & quia diuidit. a. c. ipsam b. d. per equalia ut ponit aduersarius: ipsa transibit per centrum per correctarium prime huius: quare ambe transeunt per centrum quod est contra ppositum.



Propositio .5.



In circulis se invicem secantibus cetera diversa esse. ¶ Sint duo circuli .a. e. b. a. d. b. secantes se super duo puncta .a. a. f. b. Dico q. eorum sunt diversa centra. ¶ Si enim haberent idem centrum ipsum erit p. diffinitionem in portione utriq. circulo communis; itq. illud .e. f. ducantur linee e. a. f. e. f. c. eruntq. per diffinitionem due linee .e. a. f. e. f. e. q. les. ¶ Itemq. per diffinitionem due linee .e. a. f. e. c. equales quare .e. f. est equalis .e. c. cum utraq. earum sit equalis .e. a. pars videlicet toti quod est impossibile.

Propositio .6.



In circulis se se contingentibus no idem centrum esse necesse est.

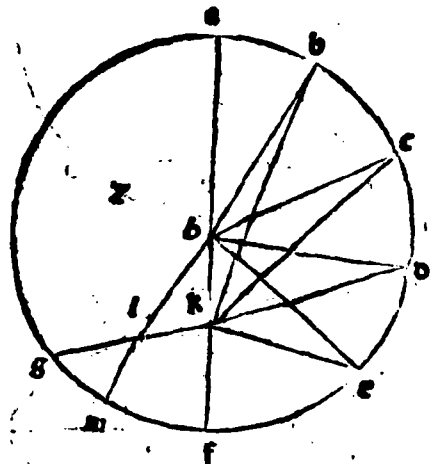
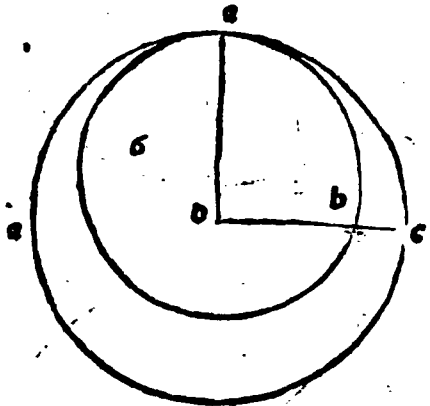
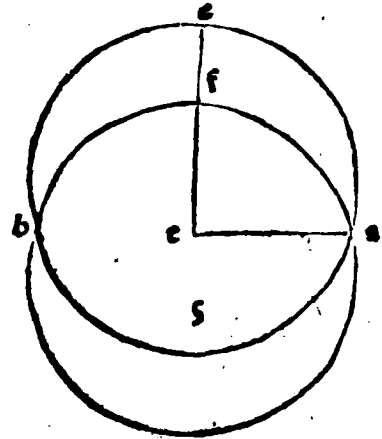
¶ Sint duo circuli .a. b. f. a. e. contingentes se in puncto .a. Dico q. eorum sunt diversa centra. Si enim habuerint idē centrum erit per diffinitionem inter minorem eorum cū minor positis fuerit intra maiore; itq. ipsi .d. f. ducant linee .d. a. f. d. b. c. eruntq. per diffinitionem utraq. duarum linearum .d. b. f. d. c. equalis .a. d. quod est impossibile. ¶ De circulis aut se contingentibus extra quorum scilicet unus est extra alterum; manifestum est p. diffinitionem centri quod ipsi non habent idem centrum.

Propositio .7.



In diametro circuli punctus preter centrum si gnetur. ab eo ad circumferentiam linee plurime ducantur que super centrum transierit omnium erit longissima. que vero diametrum perficiet omnium erit brevissima. que autem centro prime ceteris longiores. ¶ Quanto vero a centro remotiores tato breviores esse conveniet. ¶ Duas quoq. equidistantes linee brevissime collaterales equales esse necesse est.

¶ Sit ut in diametro .a. f. circuli .a. b. c. cuius centrum sit .h. sit signatus punctus .k. preter centrum a quo ducantur plurime linee que sunt .k. a. k. b. k. c. k. d. k. e. k. f. k. g. ad circumferentiam: f. transeat .a. k. per centrum .h. f. k. f. sit complementum dyametri; itq. ut .k. e. f. k. g. equidistant .a. k. f. hoc est dicere ut angulus .e. k. f. sit equalis angulo .f. k. g. dico q. .k. a. est omnis longissima. f. k. f. omnium brevissima: alie vero tanto longiores quanto centro propinquiores. ut .k. b. est longior .k. c. f. k. c. est longior .k. d. f. k. d. longior .k. e. f. k. e. f. k. g. sunt equales: quia enim in triangulo .b. k. h. duo latera .b. h. f. h. k. per .20. primi: sunt maiora latere .b. k. f. ipsa sunt equalia linee .a. k. erit .a. k. maior .b. k. f. eadem ratione maior omnibus aliis f. hoc est primum. ¶ Itemq. quia in triangulo .c. h. k. duo latera .b. k. f. k. e. per eandem sunt maiora latere .h. e. quod est equale linee .h. f. ipsa erunt maiora linea .h. f. ergo dempta communi linea que est .h. k. remanebit .k. e. maior .k. f. eadem ratione quolibet aliarum erit maior ipsa f. h. est secundum. ¶ Itemq. quia duo latera .b. h. f. h. k. trianguli .b. h. k. sunt equalia duobus lateribus .c. h. f. h. k. trianguli .c. h. k. f. angulus .b. h. k. e. maior angulo .c. b. k. erit per .24. primi: basis .b. k. maior basi .k. c. eadem ratione .k. c. maior erit .k. d. f. k. d. maior .k. e. f. hoc est tertium. ¶ Quod si due linee .k. g. f. k. e. non sunt equales erit altera maiore; itq. .k. g. de qua sumā .k. l. equalē .k. e. f. producam .h. l. quousq. fecer circumferentiam in puncto .m. f. quia per ypothesim angulus .g. k. f. est equalis angulo .f. k. e. erit per .13. pmi. angulus .l. k. h. equalis angulo .c. h. f. f. duo latera .l. k. f. k. h. trianguli .l. k. h. sunt equalia duobus lateribus .c. k. f. k. h. trianguli .c. k. h. ergo per .4. primi basis .h. l. est equalis basi .h. e. f. quia .b. m. e. equalis .b. e. erit .b. m. equalis .h. l. quod est impossibile. sunt ergo due linee .k. g. f. k. e. equalis quod est inpropositum quartum.



Descriptis

Propositio .8.



Extra circulum puncto signato extra ad circumferentiam lineæ plurime ducantur circulum secando. que super centrum transierit omnium erit longissima. Centro autem propinquiores ceteris remotioribus longiores. Lineæ vero partiales ad circumferentiam extrinsecus applicatæ: ea quidam que diametro in directum adiacet omnium est minima. eiq; propinquiores remotioribus breviores. Due vero que lineæ brevissime utrinque equè propinquant equales sunt.

Sicut a puncto. a. assignato extra circuli. b. c. d. cuius centrū sit. n. ducant plurime lineæ ad circumferentiam secando circulum que sūt. a. k. n. b. a. b. c. a. g. d. f. a. f. e. Dico q. a. b. transiens per centrum omnium erit longissima. f. g. a. c. f. maior. a. d. f. a. d. maior. a. c. f. g. a. k. est brevissima oīum extrinsecarū. f. g. a. h. est minor. a. g. f. a. g. minor. a. f. f. dico q. si ducat. a. l. ita q. ipsa f. a. h. equilater distent ab. a. k. hoc est q. angulus. f. a. h. sit equilater angulo. f. a. k. ipse erunt equales. Producam. n. a. centro. n. lineas. n. e. n. d. n. c. n. f. n. g. f. n. b. eruntq. p. 20. pmi duo latera. a. n. f. n. c. trianguli. a. n. c. maiora. a. c. f. ga ipsa sunt equalia lineæ. a. b. erit. a. b. maior. a. c. eadem rōe erit maior oībus aliis quod est p. m. Et quia duo latera. a. n. f. n. c. trianguli. a. n. c. sunt equalia duobus lateribus. a. n. f. n. d. trianguli. a. n. d. f. angulus. a. n. c. ē maior angulo. a. n. d. erit p. 24. pmi: basis. a. c. maior basi. a. d. f. eadem rōe erit. a. d. maior. a. c. qd ē p. m. Itē quia in triāgulo. a. n. b. duo latera. a. b. f. n. h. sunt maiora. a. n. per. 20. pmi. f. b. n. est equalis. n. k. erit p. eōdem sciām. a. h. maior. a. k. eadem rōne quibet extrinsecus applicatarū maior erit. a. k. quod ē tertium. Item quia p. 21. pmi: due lineæ. a. h. f. b. n. sunt minores duabus lineis. a. g. f. g. n. f. b. n. ē equalis. g. n. erit p. eōdem sciām. a. g. maior. a. h. eadem rōne erit. a. f. maior. a. g. qd ē quartum. Quod si. a. l. non sit equalis. a. h. cū ipse sint equaliter distantes ab. a. k. erit altera maiori. sūq. a. l. ponā ergo. a. m. equalent a. h. f. producā. n. o. m. q. ergo duo latera. m. a. f. a. n. triāguli. m. a. n. sunt equalia duobus lateribus. h. a. f. a. n. triāguli. h. a. n. f. angulus. m. a. n. ē equalis angulo. h. a. n. erit p. 4. pmi: basis. m. n. equalis basi. n. h. f. q. a. n. o. ē equalis. n. b. erit. n. o. equalis. n. m. p. uidelicet toti quod est impossibile f. hoc est quintum.

Propositio .9.



Intra circulum puncto signato. ab eo plures q. due lineæ ducte ad circumferentiam fuerint equalles. punctum illud centrum circuli esse necesse est.

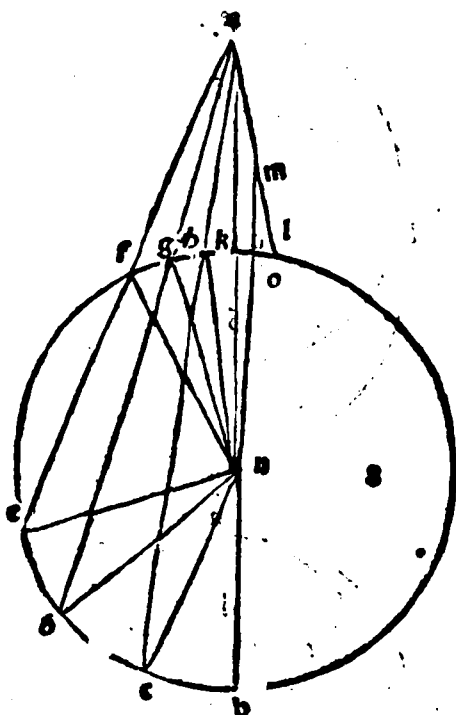
Sicut a puncto. a. signato intra circuli. b. c. d. ducte sint 3. lineæ. a. b. a. c. f. a. d. ad circumferentiam q. pono eē equalles dico punctum. a. esse cent. circuli. Producā. n. duas lineas. c. b. f. d. c. f. diuidā utraq. eaz. p. equalia. c. b. qdem in puncto. e. f. d. c. in puncto. f. f. pducā. e. a. f. f. a. quas applico circumferentie. ex utraq. pte. eritq. p. 8. pmi uterq. anguloz. q. sunt ad. e. equalis alteri. igr p. 13. p. uterq. erit rectus. Si ut quoq. p. eadem uterq. anguloz. q. sunt ad. f. rectus. ergo per correlarium p. me huius. quia. a. c. diuidit. c. b. per equalia f. orthogonaliter ipsa transit p. centrum. similiter quoq. a. f. transit p. cent. quia diuidit d. c. p. equalia f. orthogonaliter. quare. a. est cent. qd est ppositum.

Propositio .10.

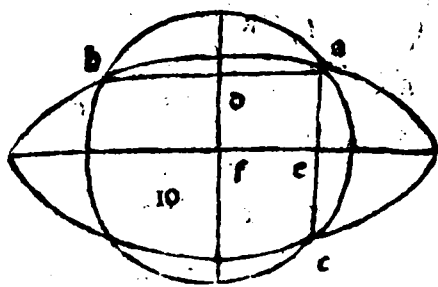
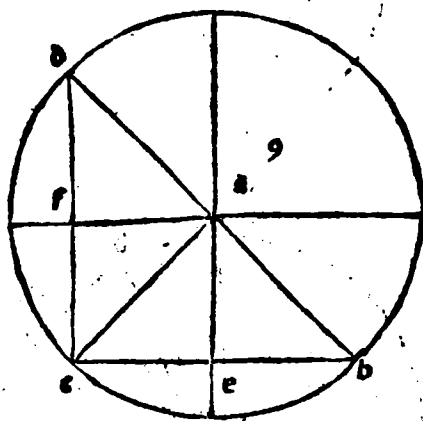


3 circulus circulum secet. in duobus tantum locis secare necesse est.

Sint si possibile ē duo circuli secantes se in pluribus q. in duobus locis sup. 3. puncta. a. b. c. Producā. lineas. a. b. f. a. c. quas diuidā p. equalia in punctis. d. f. e. f. producā a puncto. e. lineam. e. f. p. p. dicularem sup. lineam. a. c. f. a puncto. d. lineam. d. f. p. p. dicularem super lineam. a. b. f. secant se due lineæ. e. f. f. d. f. in puncto. f. eritq. per correlarium prime huius punctum



Cauda pavonis.



§ f. centrum circuli utriusque quod est impossibile per §. huius.

Propositio .11.



Circulus circulum contingat. lineas per centra eorum transeat. ad punctum contactus eorum applicari necesse est.

¶ Si enim linea transiens per centra duorum circulorum c.e. f.d.e. sese contingunt intra uel extra. non uadit ad locum contactus sed et circumferentiam utriusque. siq. a. e. centrum circuli. e.d. f. b. centrum circuli. e.c. f. ducatur linea recta. a. b. c. d. se can. circumferentiam utriusque. f. ducantur linee a. puncto. e. qui sit locus contactus ad centra que sunt. e. a. d. e. b. etiam in contactu interiori. per hoc. primi due linee. e. b. f. b. a. longiores. e. a. quare longiores. a. d. e. enim a. centrum circuli. e.d. f. quoniam. b. c. est equalis. e. b. quoniam. b. c. est centrum circuli. e. c. erit. c. a. longior. a. d. quod est impossibile. ¶ In contactu uero exteriori erant due linee. a. e. f. e. b. longiores. a. b. quare. a. d. f. c. b. maior erunt q. tota. a. b. quod est falsum.

Propositio .12.



Circulus circulum contingat siue intrinsecus siue extrinsecus. in uno tantum loco contingere necesse est.

¶ Si enim fuerit possibile. ut circulus circulum contingat in duobus locis intra uel extra contingat circulum. a. b. c. d. circulus. a. b. e. iterius in duobus punctis. a. b. uel exteriori circulus. c. d. f. in duobus punctis. c. d. Cum ergo ducemus lineam rectam ab. a. ad. b. si ipsa cadat extra circulum. a. b. e. interiori accidet contrarium secunde huius. Quod si ipsa cadat intra ipsum. cum diuiserimus ipsam per equalia f. eduxerimus a puncto diuisionis perpendiculararem ad ipsam. fueritq. applicata circumferentie ex utraque parte ipsa transibit per centra amboꝝ circuloꝝ que accidet contrariū pmissis. ¶ In circulo uero contingente exteriori in punctis. c. d. si ducamus lineam rectam a puncto e. ad punctum. d. necesse est accidere contrariū se huius. que utraque impossibile.

Castigatio.

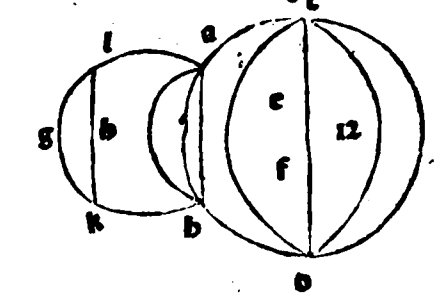
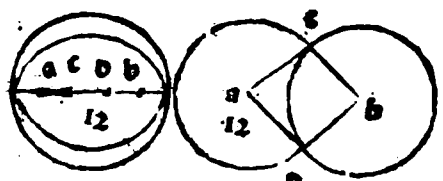
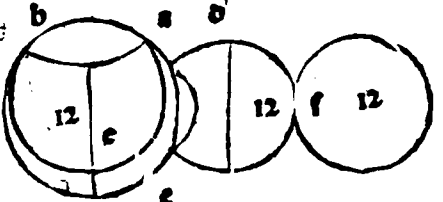
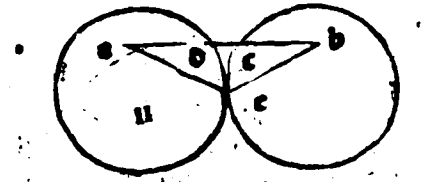
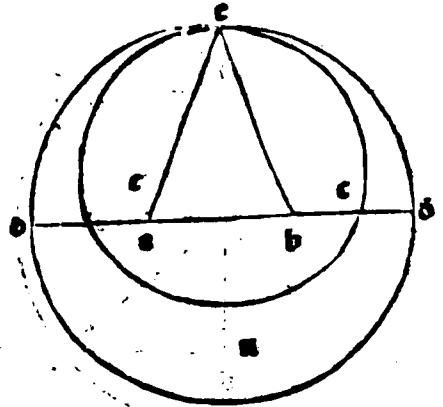
¶ Verbi gratia. Quod si fuerit possibile. ut sese in duobus aut pluribus contingant locis circulus ergo. c. d. circulum. a. b. in duobus locis interiori contingat super duo puncta. c. f. d. Si itq. centrum circuli. a. b. punctum. e. f. centrum circuli. c. d. punctum. f. linea. ergo que coniungit punctum. e. puncto. f. f. pertrahitur ad circumferentiam cadit in loco ubi duo circuli sese contingunt per premisam. Coniungam itaq. e. cum. f. f. pertraham lineam. e. f. ad duo puncta in quibus duo circuli sese contingunt. c. f. d. centrum uero circuli. a. b. est. e. linea. ergo. e. c. linea. c. d. est equalis sed linea. e. d. linea. d. f. longior existit. ergo linea. e. c. longior est linea. f. d. sed linea. c. f. linea. c. e. fortior inuenitur linea. c. f. multo longior existit linea f. d. Et est quia centrum circuli. c. d. est punctum. f. erit linea. f. d. linee. f. e. equalis. Sed iam fuit offensum. q. linea. c. f. linea. f. d. multo longior existit. hoc autem contrarium f. impossibile non ergo contingit. c. d. circulum. a. b. nisi tñ in loco uno. Contingant ergo se exteriori in duobus locis si f. possibile fm similitudine qua circulus. g. h. circuli. a. b. contingit linea ergo q. pertrahit a puncto. a. ad punctum. b. cadit ita circuli. a. b. f. cadit extra circuli. g. h. f. h. at contrariū f. impossibile est. qñ si q. libet duo puncta. a. d. fuerit sup arcu circuli linea unum eoz. alteri coniungit ita circuli cadit p. huius nō ergo contingit circuli nisi in loco uno exteriori. neq. iterius. Et f. h. quod demonstrare uoluimus.

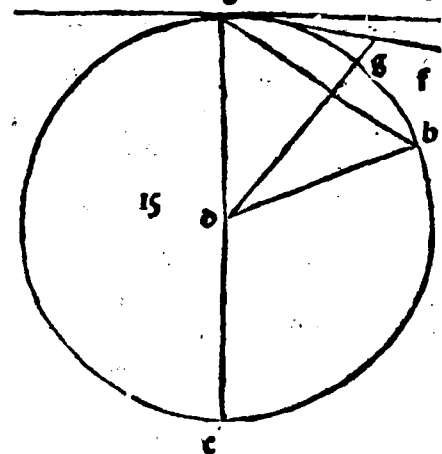
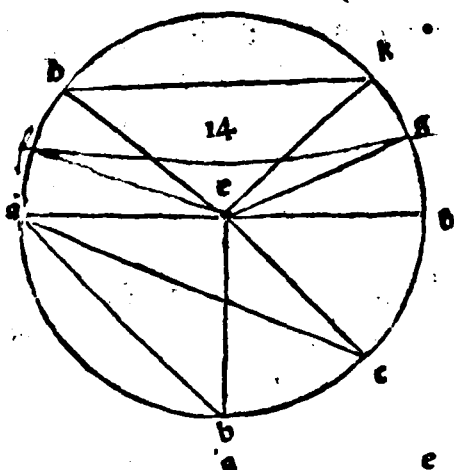
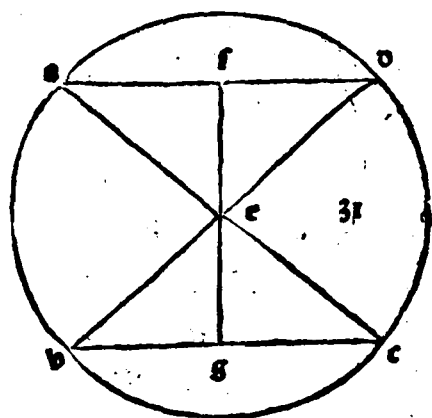
Propositio .13.



Ecce linee in circulo si fuerint equales cas a centro egdistare. z si a cetro egdistiterit eqles ee necesse est.

¶ Sit ut in circulo. a. b. c. d. cuius centrum sit. e. due linee a. d. f. c. b. sint eqles. dico q. ipse equidistant a cetro f. eco uerso. Producatur. n. a. cetro. e. linee. e. f. f. e. g. p. p. d. i. c. a. d. a. d. f. b. c. eritq. p. 2. p. tem tertie huius. a. d. diuisa p. eq. lia. in. f. f. b. c. i





g. quia ergo duo latera .e. d. f. d. a. trianguli .e. d. a. sunt equalia duobus lateribus .e. c. f. c. b. trianguli .e. c. b. f. basis .e. a. basi .a. b. erit per .8. primi angulus .d. equalis angulo .c. f. quia duo latera .e. d. f. d. f. trianguli .e. d. f. sunt equalia duobus lateribus .e. c. f. c. g. trianguli .e. c. g. Nam d. f. est equalis .c. g. eo q. tota .a. d. posita est equalis .b. c. f. angulus .d. est equalis angulo .c. erit per .4. primi basis .e. f. equalis basi .e. g. f. quia iste sunt perpendiculares uenientes ad eas a centro patet per definitionem .4. huius ipsas equaliter distare a centro. ¶ Aliter idem. Quadratum enim .e. d. per penultimam primi ualeat quadrata duarum linearum .e. f. f. d. f. quadratum .e. c. quadrata duarum linearum que sunt .a. g. f. c. g. f. quia quadratum .d. e. est e quale quadrato .e. c. f. quadratum .d. f. quoq. quadrato .g. c. erit quadratum .e. f. e quale quadrato .e. g. quare .e. f. est equalis .e. g. f. patet idem. ¶ Sit ergo .e. f. equalis .e. g. quod est eas equaliter distare a centro. dico tunc q. a. d. est equalis .b. c. de quadratis enim duarum linearum .e. d. f. c. c. equalibus demptis quadratis duarum linearum .e. f. f. e. g. equalibus remanent per penultimam primi quadrata duarum linearum .f. d. f. g. c. que per communem scientiam necesse est esse equalias quare .f. d. est equalis .g. c. ergo duplum .f. d. quod est a. d. e. e quale duplo .g. c. quod est .b. c. f. hoc est secunda pars propositi.

Propositio .14.



Intra circulum plurime recte linee ceciderint diametrum eius omnium longissimam. ciq. propinquoze remotioribus longiores esse necesse est.

¶ Sit ut in circulo .a. b. c. cuius centrum .e. cadat plurime linee que sint .a. b. a. c. d. f. g. h. k. sitq. a. e. d. diameter. dico ipsam esse longissimam f. alias tanto maiores quanto sunt ipsi propinquoze. ducantur enim a centro .e. linee ad extremitates omnium que sint .e. b. e. c. e. f. e. g. e. h. f. e. k. eruntq. per .20. primi duo latera .e. f. f. c. g. trianguli .e. f. g. longiora .f. g. f. quia ipsa sunt equalia .a. d. erit .a. d. maior .f. g. eadem ratione maior erit q. a. c. quia .a. e. f. e. c. sunt maiora .a. c. f. equalia .a. d. ergo .a. d. maior est .a. c. sic quoq. est maior .h. k. f. maior etiam q. a. b. quod autem .f. g. sit maior .h. k. f. a. c. a. b. patet quia per .24. primi cum duo latera .f. e. f. e. g. trianguli .f. e. g. sint equalia duobus lateribus .h. e. f. c. k. trianguli .h. e. k. f. angulus .f. e. g. maior angulo .h. e. k. erit basis .f. g. maior basi .h. k. Similiter quoq. q. a. e. f. e. c. sunt equalia .a. e. f. e. b. f. angulus .a. e. c. maior angulo .a. e. b. erit basis .a. c. maior basi .a. b. f. sic est propositum.

Propositio .15.



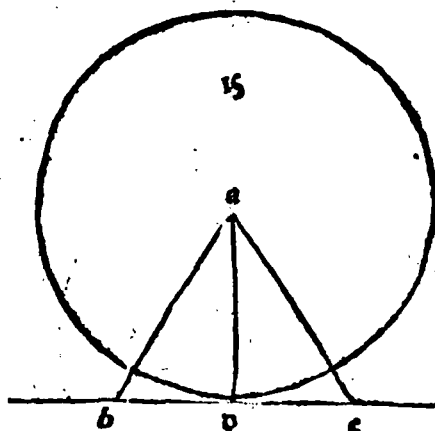
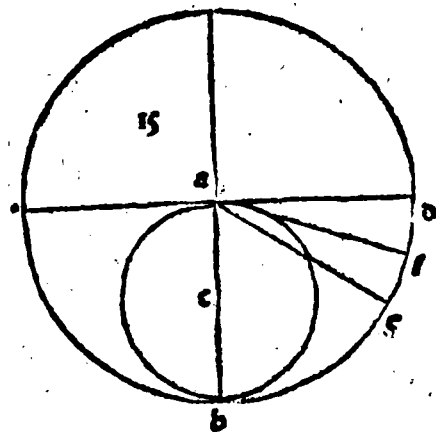
Ab altero terminorum diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter linea recta ducatur. extra circulum eam cadere necesse est. ¶ Atq. inter illam z circulum aliam lineam rectam capi impossibile est. ¶ Angulum autem ab illa z circumferentia contentum omnium acutorum angulorum esse angustissimum. ¶ Angulum vero intrinsecum a diametro z circumferentia contentum omnium angulorum acutorum esse amplissimum necesse est. ¶ Unde etiam manifestum est omnem lineam rectam a termino diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter ductam circulum ipsum contingere.

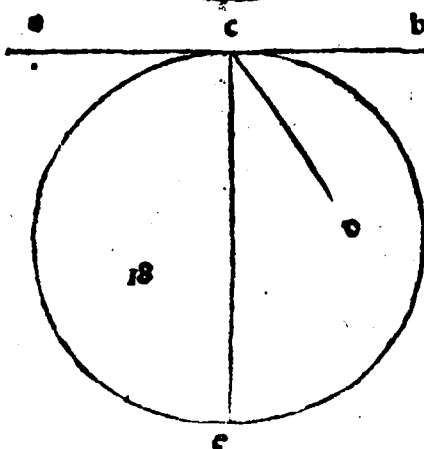
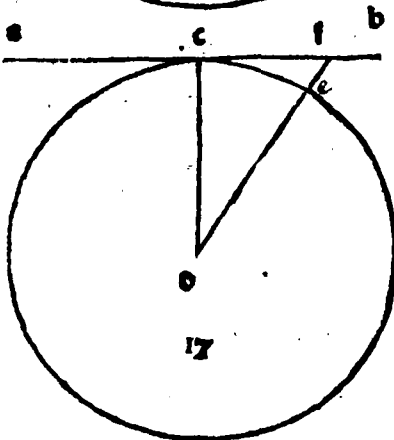
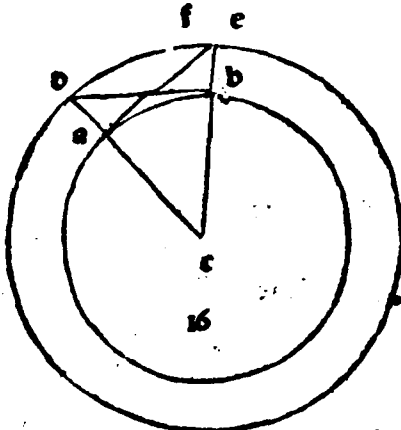
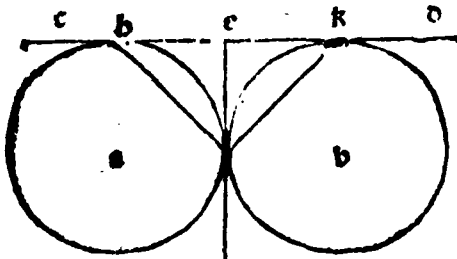
¶ Sit ut a termino a diametri .a. c. circuli .a. b. c. cuius centrum .d. ducatur linea orthogonaliter dico q. ipsa cadit extra circulum. f. q. inter lineam illam f. circumferentiam nulla alia recta linea intercipitur. f. q. angulus quem ipsa f. circumferentia continet est minor omni angulo rectilineo qui uidelicet a duabus rectis lineis continetur. f. quod angulus contentus a diametro f. circumferentia est maior omni angulo rectilineo acuto.

- 5 p **a**tere infra circulum. sit illa linea. a. b. & ducatur linea. d. b. eritq. per. 5. p. r. mi angulus. d. a. b. equalis angulo. d. b. a. & quia angulus. d. a. b. est rectus per ypothesim. habebit triangulus. a. b. d. duos angulos rectos quod est impossibile. per. 32. primi. ¶ Cader ergo extra sitq. a. e. q. si inter ipsam & circumferentiam potest linea recta intercipi sit illa. a. f. ad quam ducatur perpendicularis. d. g. & quia angulus. d. g. a. est rectus. erit. per. 18. primi linea a. d. longior linea. d. g. quod est impossibile. quare inter ipsam & circumferentiam nulla linea recta intercipitur. ¶ Propter quod patet q. angulus cōtenuus. ab. e. a. & circumferentia qui d. r. angulus contingente est minor oī angulo a duobus rectis lineis contento. Si enim aliquis rectilineus angulus esset angulo cōtingente equalis. aut eo minor cū oī talis possit perē
- 9 **l**ia diuidi fm doctrinam. 9. primi inter lineam. a. e. & circumferentiā posset linea recta intercipi q. monstratur esse nō posse. Per qd patet angulū cōtenuū a diametro & circumferentiā oīum acutorum rectilicorum esse maiorem. quia non differat recto nisi in angulo contingente quem nō stramus esse minorem oī rectilineo. ¶ Corollarium patet p. primam p. tem. Cum enim linea. a. e. in utraq. prem erecta non fecit circulum & tāt gat ipsum in puncto. a. ipsa est cōtingēs p. diffinitionem. ¶ Ex hoc notandum q. nō ualet ista argumentatio. hoc trāsīt a minori ad maius. & p. oīa media. ergo p. equale. Nec ista contingit reperire maius hoc & minus eodem ergo cōtingit reperire equale. Hoc aut sic patet. Sit circulus. a. b. sup centz. c. cuius diameter. a. c. b. & ducatur ab eius termino. a. linea. a. d. orthogonaliter eritq. cōtingens circulum & corollarium huius. Describat iteq. sup pōctum. a. fm quantitatem diametri. a. b. circulus. b. e. d. & imaginetur linea. a. b. moueri sup punctum. a. per circumferentiā arcus. b. e. d. ita q. punctum. b. numeret oīa puncta arcus. b. e. d. quousq. perueniat ad lineam. a. d. & cooperiat ipsam. & quia angulus. b. a. d. est rectus. erit ut nō sit sumere aliquem angulum acutum cui eglem non fecerit linea. a. b. cū diametro. a. c. b. minoris circuli. quia transiuit ad angulum rectum diu merans situm oīum angulorum acutorum quorum manifestum est quosdam esse minores angulo semicirculi cōtento a semicircūferentiā. a. b. & diametro. a. c. b. & angulum rectum manifestum est esse maiorem eodem. Dico. q. nullus in transitu ab acutis minoribus ad rectū maiorem intermedius fuit ei equalis. Si enim fuerit aliquis. sit ut illum fecerit linea. a. b. cū punctus. b. fuit in puncto. e. arcus. b. e. d. quia ergo angulus. e. a. b. est equalis angulo semicirculi predicto : angulus aut semicirculi est amplissimus oīum acutoz p. ultimā prem. huius. erit angulus. e. a. b. amplissimus oīum acutorum diuidatur ergo angulus. e. a. d. sicut pposuit. 9. primi p. equalia ducta linea. a. f. eritq. per conceptionem angulus. f. a. b. amplior angulo e. a. b. quare erit aliquid amplius amplissimo quod ē impossibile. ¶ Vel sic cum angulus. e. a. b. sit equalis angulo semicirculi sicut ponitur. At angulus semicirculi cum angulo contingente est equalis uni recto. Similiter quoq. angulus. e. a. b. cum angulo. e. a. d. est equalis uni recto : erit angulus. e. a. d. equalis angulo contingente & quia angulus contingente ē angustissimus omnium acutoz. p. 3. prem huius. erit similiter angulus. e. a. d. sibi equalis angustissimus oīum acutoz sed angulus. e. a. f. est eo angustior p. conceptionē erit ergo aliquid angustius angustissimo qd ē impossibile. ¶ Non ergo erit angulus rectilineus equalis angulo semicirculi & quia transitur a minori ad maius & non per equale. Item quia est reperire minorem eo & maiorem pates instantia contra utraq. argumentationem predictam. Unde per interceptionem ad illud est respondendum.

Castigator

¶ Si circulum linea recta contingat tantum in puncto contingere necesse est. si enim fm lineam coningat ducam ad terminos linee secundum quam contingit que sit. b. e. a centro circuli quod sit a. lineas. a. b. & a. c. & ducam lineam. a. d. in medium linee. b. e. & erūt duo trianguli. a. b. d. & a. d. c. sic arguo sic. Aut linea. a. d. incidit orthogonaliter super. b. c. aut nō.





Si sic erit in omni triangulo angulus apud .d. rectus & per consequens in illis triangulis erunt latera .a. b. & .a. c. longiora latere .a. d. p. 18. primi. quia maiori angulo opponitur quodlibet illorum laterum suo in illis triangulis. Si uero non incidit orthogonaliter erit unus angulus quem facit obtusus & ei in suo triangulo maior latus opponitur per eandem. 18. ex quo sequitur qd tres linee uenientes a centro .a. usq. ad puncta .b. c. d. non sunt equales sed ista tria puncta sunt puncta circumferentie igitur linee uenientes a centro ad circumferentiam non sunt equales quod est contra definitionem circuli. Sequitur etiam a centro ad contactum linea ducta esse perpendicularem super contingentem ut infra per. 17. huius demonstratur.



Osset probari, quod angulus contingente est dimisibilis secundum lineam rectam ut constat perfigurationem hic a latere positam. Certum est qd angulus, qui causatur ex contactu duorum circuloꝝ uel spaꝝ est angulus contingente & talis dimidatur per lineam .e. g. quia hic habetur triangulus .b. h. k. cuius basis .b. k. dimidatur per equalia in puncto .e. & protrahatur uersus .g. contactum & arguitur per. 4. primi. deinde per. 16. huius & patet propositum.

Castigator
a. Nihil hoc ad rombum Euclidis. quia ipse intelligit a recta & curua causatus.

Propositio .16.

Dato puncto ad datum circum lineam contingentem ducere.



Sit circulus datus .a. b. cuius centrum .c. punctusq. datus .d. uolo ergo a puncto .d. ducere lineam contingentem circuli .a. b. ¶ Produco lineam .d. c. secantem circumferentiam circuli .a. b. in puncto .a. super quam describo circum .d. e. secundum quantitatem linee .d. c. concentricum circulo .a. b. & a puncto .a. Produco lineam .a. e. perpendicularem ad lineam .d. c. que fecit circumferentiam circuli .d. e. in puncto .e. & produco lineam .e. c. secantem circumferentiam circuli .a. b. in puncto .b. deinde produco lineam .d. b. que erit contingens circum .a. b. Quia enim duo latera .a. c. & .e. c. trianguli .a. c. e. sunt equalia duobus lateribus .b. e. & .c. d. trianguli .b. c. d. & angulus .c. e. communis utriq. erit per. 4. primi angulus .e. a. c. equalis angulo .d. b. c. angulus autem .e. a. c. est rectus quare angulus .d. b. c. est rectus per correlariū ergo precedentis erit linea .d. b. contingens circum .a. b. quod est p. positum.

Propositio .17.



¶ Circulum linea recta contingat a contactu uero ad centrum linea recta ducatur. necesse est eam super lineam contingentem esse perpendicularem.

Sit linea .a. b. contingens circum .c. e. cuius centrum sit .d. in puncto .c. qui iungatur cum cetro per lineam .c. d. dico hanc esse perpendicularem super lineam contingentem. Si enim non est perpendicularis ad ipsam. sit ergo .d. f. perpendicularis ad eandem que fecit circumferentiam circuli in puncto .e. eritq. uterq. angulorum qui sunt .ad. f. rectus igitur per. 18. primi linea .c. d. est maior linea .d. f. quod est impossibile. ¶ Constat itaq. d. c. esse perpendicularem super .a. b. quod est propositum.

a. ¶ Quia sic pars esset maior suo toto. quod est contra conceptionem cui d. c. sit equalis .d. e. per definitionem circuli.

Propositio .18.



¶ Circulum linea recta contingat & a contactu in circum lineam quedam orthogonaliter ducatur. in eadem centrum esse necesse est.

Sicut prius linea .a. b. contingens circum .c. e. in puncto .c. & a. contactu ducatur intra circum .c. e. linea perpendicularis ad lineam .a. b. dico qd cetro circuli est in linea .c. e. & est conuersa prioris. Si enim non fuerit centrum in linea .c. e. se

4 b
26

4

18
a

alibi ubi amq. contingat. sitq. d. f. producatur linea. d. e. eritq. d. c. per p. misam perpendicularis ad lineam. a. b. quod est impossibile cum. e. c. posita sit perpendicularis ad ipsam: quare patet propositum.

Propositio 19.



Sintra circulum angulus supra centrum consistat alius vero angulus supra circumferentiam consistens eandem basim habeat inferiori superiori duplus erit.

Sit ut in circulo. a. b. c. cuius centrum. d. fiat angulus. a. d. c. super centrum & angulus. a. b. c. super circumferentiam. sitq. utriusq. anguli eadem basis que sit arcus. a. c. dico angulum. a. d. c. duplum esse ad angulum. a. b. c. **Q**uod sic probatur. Aut enim due linee. a. b. c. b. c. includunt duas lineas. a. d. f. d. c. aut altera earum sit linea una & altera reliquarum. aut etiam altera primay. secat alteram postremam.

Sit ergo primo. ut includant eas ut in primafiguratione. apparet. & producatur linea. b. d. e. eritq. per 31. primus angulus. a. d. e. extrinsecus equalis duobus internis qui sunt. b. a. d. f. a. b. d. trianguli. a. b. d. & quia ipsi sunt. equales per 3. eisdem erit angulus. a. d. c. duplus ad angulum. a. b. d. similiter quoq. erit angulus. e. d. c. duplus ad angulum. d. b. c. quare totus angulus. a. d. c. duplus est ad totum angulum. a. b. c. quod est propositum.

Quod si altera duarum linearum. a. b. f. b. c. fiat linea una cum altera duarum linearum que sunt. a. d. f. d. c. ut in secundafiguratione apparet. per eandem per quas prius & simili modo liquet propositum. **Q**uod si altera duarum primarum. secet alteram duarum postremarum. ut in 3.figuratione apparet. ubi linea. a. b. secat lineam. d. c. producatur linea. b. d. e. eritq. per easdem quas prius assumimus & simili modo angulus. e. d. a. duplus ad angulum. d. b. a. & totus angulus. e. d. c. duplus ad totum angulum. d. b. c. quare angulus. a. d. c. duplus est ad angulum. a. b. c. qd est propositum.

Castigator

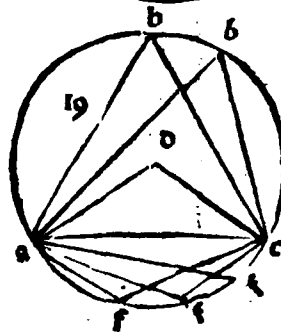
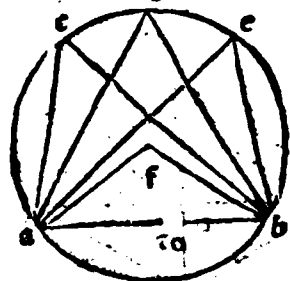
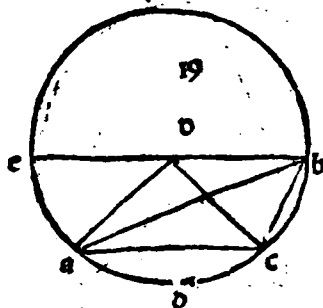
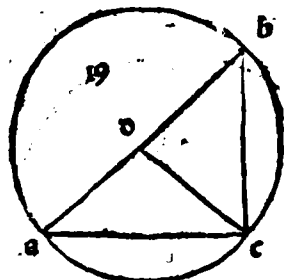
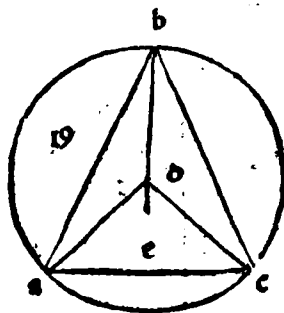
Ista 19. indiget limitatione aliter pateret istatiam ut patebit na stangulus fuerit sup. arcu portionis minoris veluti in arcu. a. f. c. in puncto. f. tunc manifeste apparet eadem basim hanc cum angulo supra centrum. qd eadem corda. a. c. est basis utriusq. in non ut concludit angulus. d. esse duplus ad angulum. f. & ideo limitanda ut conclusio sic videlicet. Alius vero angulus sup. circuli. fruentiam portionis maioris consistens eadem basim circumalem habeat inferiori superiori duplus erit. **V**igesima conclusio veritate habet sed non probabit. d. angulus consistens in portione. a. b. b. per premisam cu ipsa sit portio minor ut. de. 19. diximus sed bene indifferenter concludet propositum p se quaterm. x. de quadrilatero circulo inscripto sic videlicet. quilibet angulus. b. cum eodem angulo. f. equant duobus rectis ergo anguli. b. sibi inuicem sunt equales cum a. b. c. f. sit qdrilaterum & similis de angulis. f. in reliqui. portioe consistentibus per eadem. x. probabit eos esse equales sic videlicet quilibet angulus. f. cum eodem angulo. b. equivalent duobus rectis igitur omnes anguli. f. sibi inuicem sunt equales quia sunt duo anguli i qdrilatero. a. b. c. f. ex aduerso collocati ut patet inuicem & equalitas anguloy sup. circumferentiam maioris portiois pbat p unicum angulum sup. circumferentiam minoris portiois & conuerso equalitas eoy qui sunt super arcum minoris concluditur per unicum illoz qui sunt in portioe maiore.

Propositio 20.



Sin vna circuli portione anguli super arcum consistent angulos quoslibet esse equales necesse est.

Sit ut in portione. a. d. b. circuli. a. d. b. cuius centrum. f. consistent quoslibet anguli super arcum. a. d. b. qui sunt. c. d. e. dico eos esse equales. **P**rotrahat. n. corda. a. b. f. ab eius extremitatibus: ducantur in centrum linee. a. f. f. b. f. eritq. per premisam angulus. f. consistens super centrum ad unumquemq. eorum. duplus: quare ipsi sunt equales: quod est propositum.



Propositio 21.



Intra circulum quadrilaterus describitur. quousque bet eius duos angulos ex aduerso collocatos duo bus rectis angulis equos esse necesse est.

Sit quadrilaterum .a. b. c. d. inscriptum circulo .a. b. c. d. dico quosque duos eius angulos ex aduerso collocatos esse equales duobus rectis. **P**robatur. In quadrilatero diametri a. c. b. d. erunt per primam angulus .c. b. d. equalis angulo .c. a. d. et angulus a. b. d. angulo .a. c. d. quare totus .a. b. c. erit equalis duobus angulis q. sunt a. c. d. et .c. a. d. et q. ipsi cum angulo .a. d. c. sunt equeles duobus rectis .p. 32. primum erunt duo anguli .b. totalis .c. d. totalis equeles duobus rectis quod est positum. Similiter quoque probabitur angulos .a. et .c. totales esse equeles duobus rectis.

Castigator.

Ex ista excluduntur elumaym. siue rombus. et similis elumaym. siue rhomboides. quia non possunt circulo inscribi cum anguli oppositi sint obtusi.

Propositio 22.



Ex circuli similes portiones inaequales super una rectam lineam assignatam ex eadem parte eadere impossibile est.

Sit linea recta assignata .a. b. super quam fiat portio circuli .a. c. b. dico q. super eandem lineam ex parte eadem non fiet alia portio que sit similis huic. scilicet .a. maior aut minor.

Quod si fuerit hoc possibile fiat ergo portio .a. d. b. maior ea que est similis ei fiat ergo angulus .a. c. b. in portione minori. et angulus .a. d. b. in maiori. erit ergo ut lineae .a. d. et .f. d. b. includant lineas .a. c. et .c. b. ut patet in figuratione prima. Aut ut altera primarum fiat eadem cum altera posterio. ut in secunda aut ut altera secet alteram ut in tertia. **Q**uod si fuerit primo modo erit per .11. primi angulus .c. maior angulo .d. non ergo sunt portiones similes per definitionem. **Q**uod si secundo modo erit adhuc angulus .c. maior angulo .d. per .16. eiusdem. nec sic igitur erunt portiones similes. Si autem tertio modo fit ut linea .a. d. secet lineam .c. b. et secet circumferentiam portionis minoris in puncto .e. et ducatur linea .a. e. b. erit per eandem .16. primi angulus .a. c. b. consistens in portione .a. c. b. maior angulo .d. sed .e. et .c. b. sunt per .10. huius. quare .e. et .c. b. maior .d. quare nullo modo similes. **S**imiliter quoque modo probabitur q. super lineam .a. b. non fiet portio similis portioni .a. c. b. minor .c. a. posito .c. in loco .d. et .f. d. in loco .c. in figurationibus predictis erit enim per premisas scilicet per .11. et .16. primi et per .10. angulus .d. omnium figurationum maior angulo .c. quare portiones non erunt similes. **E**t nota q. licet proponatur super lineam unam non posse fieri portiones similes inaequales ex eadem parte. neque est tamen q. nec ex duobus; quod licet probare minori q. est ex una parte supposita maiori q. est ex alia. necesse enim erit per eandem sciari ipsam a maiori excedi non ergo sunt similes per hanc .11.

Propositio 23.



In circulo similes portiones super lineas equas fuerint. ipsas portiones equales esse necesse est.

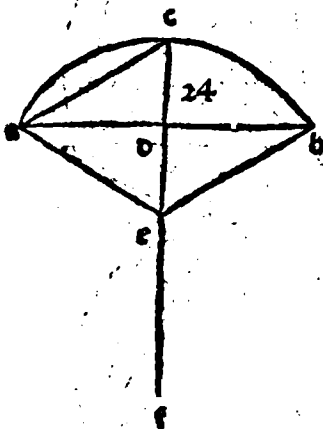
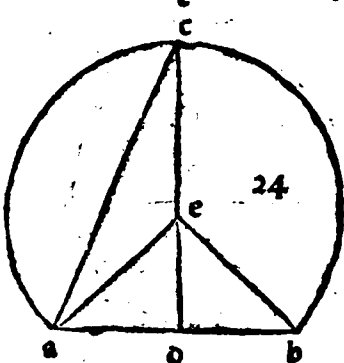
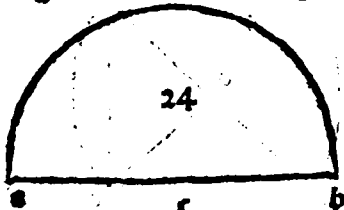
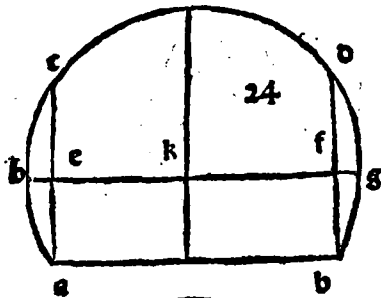
Sint due lineae .a. b. et .c. d. equales super quas sint due portiones circulo. a. e. b. c. f. d. que sint similes. dico q. ipse sunt equales. Si .n. non sunt equales altera earum supposita alteri excedet maior minorem. sed linea .a. b. non excedet lineam .c. d. ne excedatur ab ea cum sint equales. quare accidit contrarium premisse quod est impossibile. erunt enim .a. b. et .c. d. lineae una.

Propositio 24.



Atque semicirculi. siue semicirculo maioris minoris siue portionis circuli perficere.

Intentum per hanc conclusionem est ex omni arcu dato siue ex omni circuli portione data perficere circulum. Sit ergo .a. b. quilibet arcus ex quo uolo perficere circulum pro



traham in eo duas lineas qualitercumq; contingat quæ sint. a. c. f. b. d. quas diuidam per equalia. a. c. quidem in puncto. e. f. b. d. in puncto f. g. protraham. e. g. perpendiculararem ad a. c. f. h. perpendiculararem ad b. d. quæ fecerit in puncto. k. eritq; per correlarium prime huius centrum circuli in utraq; lineam. e. g. f. h. quare centrum est punctum. k. Si aut. e. g. nō fecerit. f. h. sed sint linea una. quæ admodum erit si due linee a. c. f. b. d. sint equidistantes tunc ipsa applicabitur circūferentiæ dati arcus ex utraq; parte ipsa igitur diuisa p̄ medium in puncto. k. erit ibi centrum circuli p̄ idē correlariū. Equidistantes s̄t nō erūt. e. g. f. h. q̄a cū in utraq; sit centz circuli p̄ dictā correlariū. essent eiusdē circuli duo cētra. Sic p̄ de oī arcus sine de oī portōe cōiter demonstrari q̄liter inde circulus p̄ficiat

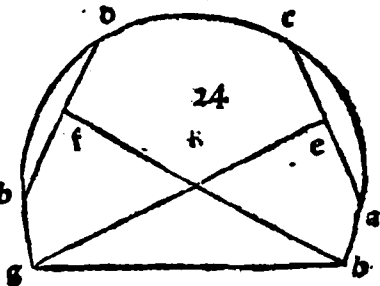
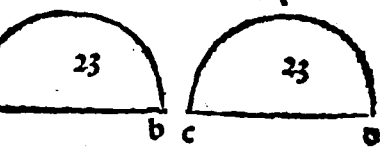
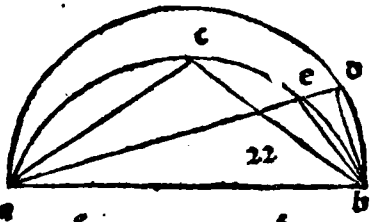
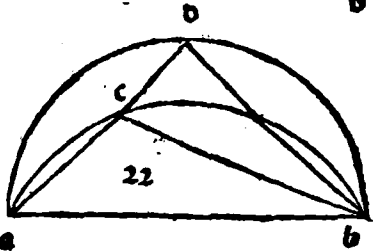
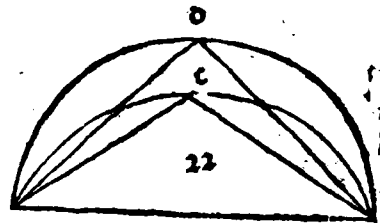
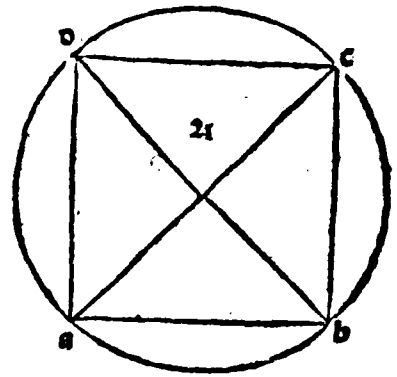
¶ Quia tñ auctor urb̄c cōclusionē variat fm̄ diuersas sp̄s arcuū oīum portionū enumerādo sp̄s demonstrābilibus diuisim p̄ sp̄s q̄liter ex oī portione data circulus p̄ficiatur. Sic ergo primum. a. b. portio data semicirculus. eritq; p̄ diffinitionem semicirculi. linea. a. b. diameter. ea igitur diuisa per medium in puncto. c. erit. c. centrum circuli. ¶ Sit rursus portio. a. c. b. semicirculo maior cuius corda sit. a. b. quā diuido p̄ eq̄lia in puncto. d. a. quo duco. d. c. p̄pendicularem ad ipsam que transibit per cētrum p̄ correlarium prime huius. f. g. protraho lineam. a. c. f. quia linea a. b. est minor diametro cum sit. a. c. b. portio maior semicirculo: erit. a. d. minor semidiametro. sed. d. c. est maior semidiametro. ergo. d. c. ē maior q̄a. d. ergo. p̄. 19. primi. angulus. c. a. d. ē maior angulo. a. c. d. fiat itaq; per. 23. primi. angulus. c. a. e. equalis angulo. a. c. d. p̄ducta linea. a. e. que fecerit lineam. c. d. in puncto. e. eritq; p̄. 6. primi. linea. a. e. equalis lineæ. c. c. p̄dicatur igitur linea. e. b. eritq; per. 4. primi. linea. e. b. equalis lineæ. a. e. quare tres lineæ. e. a. e. b. e. c. sunt equales ergo per. 9. huius. e. est centrum circuli. ¶ Sit iterum. a. c. b. portio minor semicirculo cuius corda sit. a. b. quā diuido p̄ equalia in puncto. d. a. quo p̄duco lineam. c. d. e. perpendiculararem ad lineam. a. b. que fecerit circūferentiam in puncto. c. hāc manifestum est transire per cētrum p̄ correlarium prime huius. p̄duco iterū lineam. a. c. eritq; angulus. a. c. d. maior angulo. c. a. d. si est eq̄lis erit portio. a. c. b. semicirculus. f. si minor erit maior semicirculo. positiū est at q̄ sit minor p̄duco igitur lineā. a. e. que cū lineā. a. c. faciat angulū equalem angulo. c. f. fecerit lineam. c. f. in puncto. e. f. manifestum ē q̄ punctū e. cadat extra datam portionem. f. produco lineam. e. b. f. quia angulus. a. totalis est equalis angulo. c. erit per. 6. primi. linea. c. a. eq̄lis lineæ. e. c. f. quia p̄ quartam primi linea. e. b. est equalis lineæ. e. a. erit per. 9. huius. punctum. e. centrum circuli quare patet p̄positum fm̄ omnes species portionum circuli.

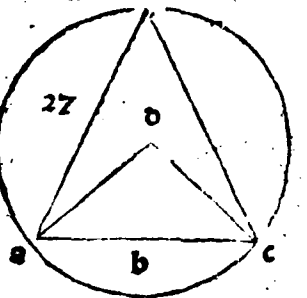
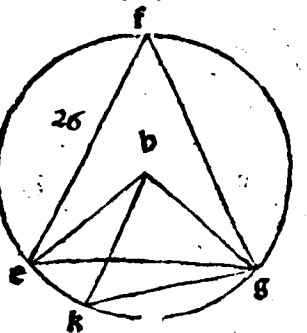
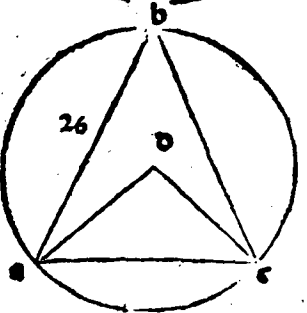
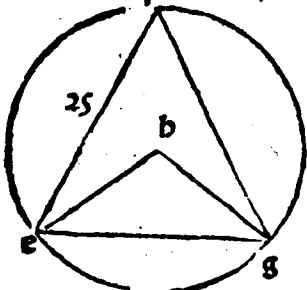
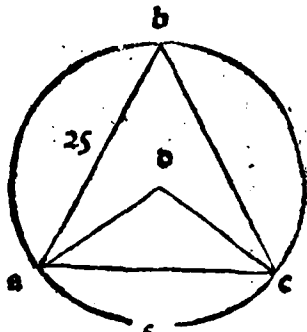
¶ Castigator
¶ Quia oēs lineæ recte ī circulo sint minores diametro eiusdē circuli p̄. 14. huius. f. ideo corda cuiuslibet portionis eiusdē ē breuior diametro sed si angulus. a. c. d. est eq̄lis angulo. c. a. d. erit dicta portio semicirculus p̄. 26. p̄mi. Et si minor erit maior semicirculo qm̄ tñ linea. c. d. est longior a. d. uel. b. d. p̄. 18. p̄mi. f. cū in eadē sit cētr. circuli p̄ correlariū p̄me huius f. iā nō ē in p̄cto. d. ut dictū ē quia est cōtra ypotēsīm sequitur. q̄ sit supra d. iter. d. f. c. p̄ aduersariū. f. p̄ cōis corda. a. b. est infra centz. f. sic efficeret corda portōis maioris. a. c. b. f. iō cōtra ypotēsīm. b. ¶ Vel sic tñc angulus. c. a. d. est maior angulo. a. c. d. si mō fiat angulus. c. a. e. p̄. 23. p̄mi. eq̄lis angulo. a. c. d. ut in portione maiori tñc sequetur dictā portionē et maiore cum punctus. e. per. 9. huius. sit centrū. ut in secunda dispositione. portio nis maioris sicq; cōtra ypotēsīm. qm̄ positiū ē q̄ sit portio minor. iō. f. c.

Proposito 25.

¶ In equis circulis seu super centra. seu super circū ferētias equales anguli p̄sistant. super equos arcus eos cadere necesse est.

¶ Sint duo circuli equales. a. b. c. cuius centrum. d. f. e. f. g. cuius centrum. b. f. fiant supra centra eorum duo angu





si. a. d. c. e. h. g. qui ponantur equales. dico duos arcus. a. b. c. e. f. g. esse equales. ¶ Protrahatur due linee. a. c. e. g. et fiant duo anguli in circulo. scilicet ipforum consistens supra predictos arcus qui sint angulus. a. b. c. e. angulus. e. f. g. quia ergo circuli sunt equales. erunt per diffinitionem. equalium circulorum semidiametri equales. et quia duo anguli. d. f. h. sunt equaliter erit per. 4. primi. linea. a. c. equalis linee. e. g. et per. 19. huius erit angulus. b. equalis angulo. f. cum. d. angulus sit equalis angulo. h. ergo per diffinitionem similium portionum due portiones. a. b. c. e. f. g. sunt similes. et quia ipse sunt super lineas. a. c. e. g. equales ipse erunt equales per. 23. huius quare arcus. a. b. c. e. f. g. sunt equales. Quod si anguli. b. f. h. sunt in circumferentia ponantur equales. erunt per diffinitionem portiones similes et anguli. d. f. h. equales per. 19. huius et quia circuli sunt equales per positionem erunt per. 4. primi. due linee. a. c. e. g. equales quare ut prius portiones equales per. 23. huius cum sint similes et super equales lineas. igitur et arcus equales. quod est propositum.

Castigator

a ¶ Immo per conversionem diffinitionis. b ¶ Quia utem. duplus ad illos.

Propositio 26.



In equis circulis equi sumatur arcus. infra illos formatos angulos. qui supra centra eorum seu supra circumferentias constituentur. equos esse necesse est.

¶ Sint ut prius duo circuli. a. b. c. cuius centrum. d. e. f. g. cuius centrum. h. sintque duo arcus. a. b. c. e. f. g. equales si antea super ipso arcus duo anguli in centro qui sint. d. f. h. ductis. a. d. c. d. e. h. g. b. Itemque super eisdem arcus fiant duo alii anguli in circumferentia qui sint. b. f. f. ductis lineis. a. b. c. b. e. f. g. f. dico duos angulos. d. f. h. adinuicem esse equales. Itemque duos. b. f. f. adinuicem esse equales. Et hec conuersa prioris. ¶ Si enim non sunt. d. f. h. anguli adinuicem equales sit ergo. b. maior a quo abscidatur angulus. k. h. g. qui sit equalis angulo. d. eritque per premisam arcus. k. e. f. g. equalis arcui. a. b. c. sed duo arcus. a. b. c. e. f. g. positi sunt equales. accidet ergo partem esse equalem toti. quod est impossibile. quare anguli. d. f. h. totales sunt equales. ¶ Simili quoque modo probabis angulos. b. f. f. esse equales. uel si maius probato angulo. d. f. h. sint equales. sequitur. b. f. f. esse equales per. 19. huius et conuerso.

Castigator

a ¶ Vel super punctum. h. fiet angulus. k. h. g. per. 23. primi. equalis angulo. d.

Propositio 27.



In circulis equalibus eque linee arcus resecant. arcus quoque equos esse si autem linee inequales fuerint arcus quoque inequales. et a maiore linea maiorem arcum. a minima vero minorem abscindi necessarium est.

¶ Sint duo circuli equales. a. b. c. cuius centrum. d. e. f. g. cuius centrum. h. sintque corda. a. c. equalis corde. e. g. dico duos arcus. a. b. c. e. f. g. quos predictae corde ex predictis circulis resecant esse equales. Quod si corda. e. g. ponatur maiora corda. a. c. dico arcum. e. f. g. esse maiorem arcui. a. b. c. Primum quidem sic probatur ducant a centrīs lineae ad extremitates cordarum. et sint. d. a. d. c. h. e. h. et quia circuli positi sunt fore equaliter erit hec semidiametri equaliter. et quia linea. a. c. posita est equalis linee. e. g. erit per. 8. primi. angulus. d. equalis angulo. h. totaliter quare per. 25. huius erit arcus. a. b. c. equalis arcui. e. f. g. sicque patet primum. Secundum sic sit. e. g. maior. a. c. eritque per. 25. primi. angulus. h. maior angulo. d. fiat ergo angulus. f. h. g. equalis angulo

a
8 p.
b 52
25

25 d. eritq. per 25. huius arcus. f. g. equalis arcui. a. b. c. qre arcus. e. f. g. est maior arcu. a. b. c. quod est secundum. propositum.

¶ Castrigator

a ¶ Per conversionem diffinitionis equalium circuloꝝ. b ¶ Arcus inferiores ideo cōcludunt eqles quia supiores sunt eqles p. 25. huius qbus a totis circūferētiis remotis remanētes sunt eqles. ¶ Aliqui hnt a minore linea maiore arcū ff utriq. pōt stare sed diversimode cōsideratum qm qn dē a maiore linea maiorem arcū intelligit in portione minore ff qn dē a minore linea intelligitur de portione maiore quia in portione maiori maior linea minorem arcū abscondit qm ipsa magis appropinquat dya metro ff. sic minuit arcum portionis maioris sed jecus in minori.

Propositio .28.

In circuloꝝ equalium equos arcus. equas cordas habere necesse est.

¶ Sint duo circuli eqles. a. b. c. cuius centꝝ. d. ff. e. f. g. cui⁹ centꝝ. h. sitq. arcus. a. b. c. equalis arcui. e. f. g. dico q. corda a. c. est eqles corde. e. g. ff est hec conuersa pme partis premisse. ¶ Ducantur linee. d. a. d. c. h. e. b. g. erūtq. p. 26. hui⁹ anguli. d. f. h. equales quare per qtam pmi erit. a. c. eqles. e. g. qd est propositum. ou etiā aut pbate sunt passionēs de diuersis circulis eqlibus intellige multo fortius ueras ēē de eodē.

Propositio .29.

Et tum arcum per equalia diuidere.

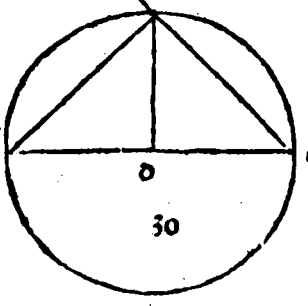
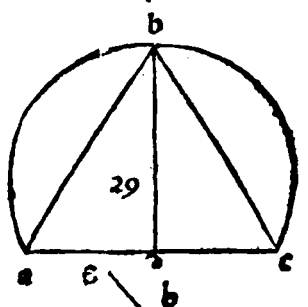
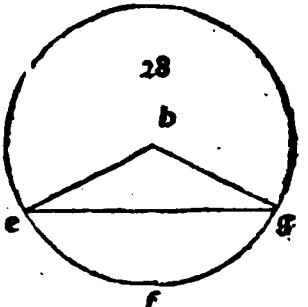
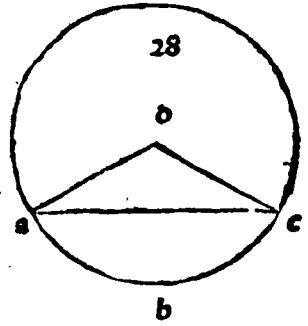
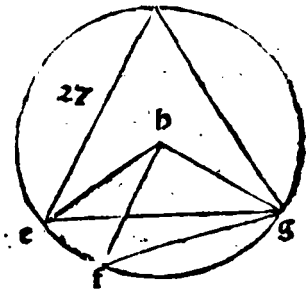
¶ Sit datus arc⁹. a. b. c. cui subtrēat corda. a. c. q. diuidat p equalia in puncto. d. a. quo ducat ppendicularis ad ipē sam. q. sit. d. b. fecās circūferētiā dati arcus in puncto. b. quē dico diuidere datū arcum p equalia. ducat. n. linee. b. a. b. c. q. erūt eqles p. 4. pmi qre p pma ptem. 27. hui⁹ arc⁹ a. b. erit eqles arcui. b. c. quod ē ppositū.

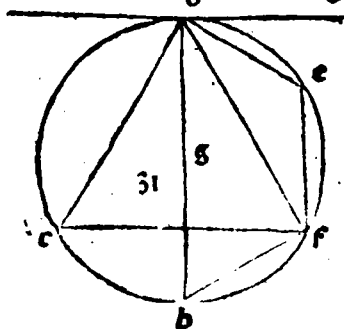
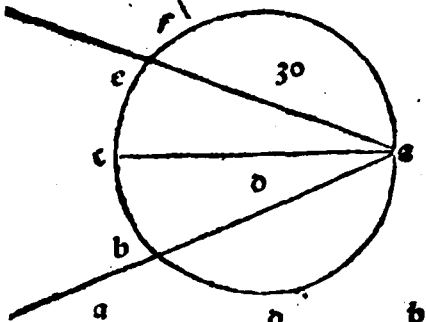
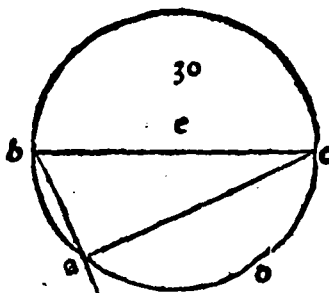
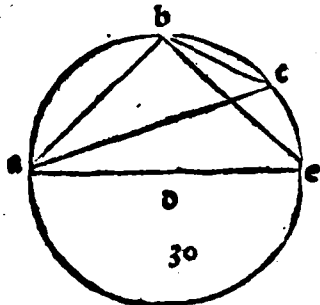
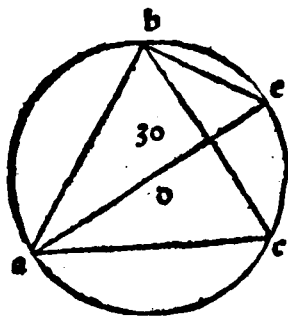
Propositio .30.

¶ Rectilineus angulus in semicirculo supra arcum consistat. rectus est. Si vero in portione semicirculo minore recto maior. Si autem in portione semicirculo maiore recto minor. ¶ Itemq. omnis portiois angulus semicirculo maioris recto maior. minoris vero recto minor de necessitate erit.

¶ Sit ut in circulo. a. b. c. cuius centꝝ. d. ff. diameter. a. d. c. semicircul⁹. a. b. c. in cui⁹ semicirculi circūferētiā fiat angulus. a. b. c. ductis lineis. a. b. ff. b. c. dico illū angulū ēē rectum. ptabat ab ipso angulo in centꝝ. linea. b. d. eritq. p quinta pmi: angulus. a. b. d. eqles angulo. a. ff. angulus. d. b. c. eqlis angulo. c. ff. q. angulus. c. d. b. ē eqles duobus angulis. d. b. a. ff. a. p. 32. pmi: ipse erit duplus ad angulū. d. b. a. eadem rōne angulus. a. d. b. duplus erit ad angulū. d. b. c. ergo duo anguli. c. d. b. ff. a. d. b. dupli sunt ad totalē angulū. a. b. c. sed ipsi sunt eqles duobus rectis. p. 13. pmi: erit igr angulus. a. b. c. totalis medietas duoz rectoz: qre rectus quod est psum ppositum.

¶ Idē aliter ptabat. b. c. usq. ad. e. eritq. p. 32. pmi: angulus. a. b. c. equalis duobus angulis. a. f. c. ff. q. angulus. a. est equalis angulo. a. b. d. ff. angul⁹ c. angulo. c. b. d. erit āgul⁹. a. b. c. eqlis totali āgulo. a. b. c. ergo utraq. eoz ē rectus p diffinitionem. ¶ Tertiū sic patet sit in circulo. a. b. c. cui⁹ centꝝ. d. portio. a. b. c. cui⁹ corda. a. c. maior semicirculo: ff. fiat sup eius circūferētiā angulus. a. b. c. ductis lineis. b. a. ff. b. c. dico illū angulū ēē minore recto. ducat enim diamiter. a. d. e. ff. linea. e. b. eritq. per pnam partem huius. b. totalis rectus. quare angulus. a. b. c. erit minor recto per cōm sciam cum sit pars eius: sicq. patet tertiū. ¶ Secūdu sic. Sit nrsus in circulo. a. b.





c. cuius centz. d. porti o. a. b. c. cuius corda. a. c. q̄ sit femicirculo minor & si
at sup eis circūferentiā angulus. a. b. c. ductis lineis. b. a. & b. c. dico hūc an-
gulum esse maiorem recto. producatz enim diameter a. d. e. & linea. b. e.
eritq; per primam partem huius angulus. a. b. c. rectus. quare angulus. a. b.
c. erit maior recto quod est secundum propositum. ¶ Quartum & quin-
tum sic. Sint in circulo. a. b. c. d. cuius centrum. e. portio. a. b. c. cuius corda
a. c. maior femicirculo & portio. a. d. c. cuius eadem corda. a. c. minor femi-
circulo dico angulum cōtentum ab arcu. b. a. & corda. a. c. esse maiorem re-
cto & angulum cōtentum ab arcu. d. a. & corda. a. c. esse minorem recto. p-
ducatur diameter. c. e. b. & linea. b. a. usq; ad. f. eritq; per primam partem
huius angulus. b. a. c. rectus quare per. 13. primi angulus. f. a. c. est similiter
rectus. Quia igitur angulus rectus est primi pars & secundus pars recti cui
denter patet utrūq; quare tota liquet hec p̄thamembris conclusio. ¶ Ex
istis autem duabus ultimis partibus nota ēt instātiā contra illas duas
argumētationes ad quas tulimus instātiā. in. 15. huius. trāsitur enim ab
angulo portionis femicirculo minoris q̄ est minor recto per ultimam p-
tem huius ad angulum portionis femicirculo maioris qui est maior re-
cto per penultimam partem huius. non tñ per equale. Cum. n. omnis por-
tio circuli sit femicirculus aut minor femicirculo. aut maior sit aut tā an-
gulus femicirculi per primam partem. 15. quam angulus portionis mino-
ris per ultimam ptem huius minor recto. portiois uero maioris sit ma-
ior recto. & tñ non erit alicuius. portionis angulus. nec simpliciter aliquis
cōtentus a circūferentiā. & linea recta nec rectus nec eq̄lis recto. Quod
ut clarius pateat sit in circulo. a. b. c. cuius centz. d. linea. a. b. cui non sit de-
terminatus finis ex parte. b. secās ex ipso portione femicirculo minorem.
eritq; per ultimam ptem huius minor recto. huius circuli sit diameter. a.
d. c. & imagine lineā. a. b. moueri ad partem. c. sup p̄ctum. a q̄ quamdiu
fuerit citra. c. uel in ipso. c. cooperiens diameter. a. d. c. faciet cum arcu angu-
lum minorem recto. In oī aut p̄cto ultra. c. uel in. e. faciet p̄ p̄ultimā
ptem h̄s angulum maiorem recto. trāsīt ergo a minori ad maius nō p̄ eq̄-
le. & sicut in rectilineis angulis est repire maiorem angulo femicirculi &
minore. nō tñ eq̄lem ut mōstratū ē. i. 15. huius. sic in angulis portionū est
repire maiore recto & minorem n̄ tñ eq̄lem: ut patet ex ista demōstratōe.

13

15

15

15

Propositio 31.



I circulum linea recta contingat & a cōtactu in cir-
culum quedam circulum secans recta linea preter
centz ducatur quoscunq; duos angulos cū contin-
gente facit. duobus angulis qui in alternatis circuli
super arcus consistunt. portionibus: equales.

¶ Sit recta linea. a. b. contingens circulum. c. d. e. f. cuius
centz. g. in puncto. d. a quo. d. ducatur in circulum preter centrum lineā
d. f. secans ipsum. fiantq; angulus. d. c. f. consistens sup arcum. portionis
d. e. f. ductis lineis. c. d. & c. f. & angulus. d. e. f. cōsistens super arcum portio-
nis d. c. f. ductis lineis. e. d. & e. f. dico angulum. c. esse equalem angulo. b.
d. f. & angulū. e. angulo. a. d. f. ducat. n. diameter. d. g. h. & linea. f. h. eritq;
p. 17. huius. d. h. ppendicularis sup. a. b. & p̄ primam ptem p̄misit angul. n. d.
f. h. rectus. quare duo anguli. a. d. h. & d. f. h. sunt eq̄les. posito ergo cōmu-
ni angulo. h. d. f. erit angulus. a. d. f. equalis duobus angulis qui sunt. d. f.
h. & h. d. f. sed hi duo cum angulo. h. sunt equales duobus rectis per. 31. pri-
mi: ergo angulus. a. d. f. cum angulo. h. sunt equales duobus rectis. sed an-
gulus. a. d. f. cum angulo. b. d. f. equialet duobus rectis per. 13. primi ergo
angulus. b. d. f. est equalis angulo. h. ergo & angulo. c. per. 20. huius & hoc
est primum. Et quia duo anguli. c. & e. sunt equales duobus rectis per. 11.
huius erit angulus. e. equalis angulo. a. d. f. quod est secundum. Vel istud
secundum sic si angulus. a. d. f. cum angulo. h. equialet duobus rectis. ut
p̄monstratum est. sed angulus. e. cum angulo. h. equialet duobus rectis
per. 11. huius. ergo angulus. e. est equalis angulo. a. d. f. quod est p̄positū.

17

32

13

20

21

Propositio 32.



Super datam lineam. circuli portionem describere capientem angulum. dato angulo equalem. seu rectum. seu maiorem seu minorem recto.

¶ Sit a. b. linea data. c. datus angulus super lineam a. b. uolo describere unam circuli portionem recipiētem in circuli frētia recti lineam angulum equalem angulo. c. Si igitur fuerit angulus. c. rectus diuisa. a. b. per medium describam super eam

semicirculum. factumq. erit propositum. per primam partem. 30. huius.

¶ Si autem sit obtusus duci lineam. d. a. cū linea. b. a. continentem equalem angulum angulo. c. & a puncto. a. ducam lineam. a. e. perpendicularē

super lineam. a. d. & super punctum. b. faciam angulum p. 23. primi equalem angulo. e. a. b. in quo obtusus excedit rectum ducta linea. b. f. usq. ad

perpendicularē. a. e. eruntq. per. 6. primi lineę. f. a. & f. b. equales. facto itaq. puncto. f. centro circuli describam fm quantitatem lineę. f. a. circulum.

a. h. b. eritq. per correlarium. 15. huius lineę. a. d. contingens circulum quare per premisam angulus qui fit in portione. a. h. b. est equalis angulo. d. a. b. quare & angulo. c. quod est propositum.

¶ Si autem angulus. c. sit acutus. producam lineam. a. g. continentem cum linea. a. b. angulum equalem angulo. c. & a puncto. a. ducam. a. e. perpendicularē ad lineam a. g. & super punctum. b. faciam angulum equalem angulo. e. a. b. in quo

rectus excedit acutum. ducta linea. b. f. usq. ad perpendicularē. a. e. eruntq. per. 6. primi lineę. f. a. & f. b. equales. facto itaq. puncto. f. centro circuli.

describam fm quantitatem lineę. f. a. circulum. a. k. b. eritq. per correlarium. 15. huius lineę. a. g. contingens circulum. quare per premisam angulus qui fit in portione. a. k. b. est equalis angulo. g. a. b. quare & angulo. c. quod est propositum.

¶ Si autem angulus. c. sit rectus. producam lineam. a. g. perpendicularē ad lineam a. b. & super punctum. b. faciam angulum equalem angulo. e. a. b. in quo rectus excedit acutum. ducta linea. b. f. usq. ad perpendicularē. a. e. eruntq. per. 6. primi lineę. f. a. & f. b. equales. facto itaq. puncto. f. centro circuli.

describam fm quantitatem lineę. f. a. circulum. a. k. b. eritq. per correlarium. 15. huius lineę. a. g. contingens circulum. quare per premisam angulus qui fit in portione. a. k. b. est equalis angulo. g. a. b. quare & angulo. c. quod est propositum.

Propositio 33.



Dato circulo. dato angulo. equum angulum capientem portionem abscindere.

¶ Sit. a. b. datus circulus. c. datus angulus uolo ergo a circulo. a. b. abscindere portionem unam capientem equalem angulum angulo. c. produco lineam. d. a. e. contingētem datum circulum in puncto. a. a quo duco in circulum

lineam. a. b. continentem cum linea. a. e. angulum equalem angulo. c. eritq. per. 31. huius portio. a. b. existens a parte lineę. a. d. recipiens angulum equalem angulo. c. quod est propositum

¶ Si autem angulus. c. sit obtusus. producam lineam. a. g. perpendicularē ad lineam a. e. & super punctum. b. faciam angulum equalem angulo. e. a. b. in quo rectus excedit obtusum. ducta linea. b. f. usq. ad perpendicularē. a. e. eruntq. per. 6. primi lineę. f. a. & f. b. equales. facto itaq. puncto. f. centro circuli.

describam fm quantitatem lineę. f. a. circulum. a. k. b. eritq. per correlarium. 15. huius lineę. a. g. contingens circulum. quare per premisam angulus qui fit in portione. a. k. b. est equalis angulo. g. a. b. quare & angulo. c. quod est propositum.

Propositio 34.

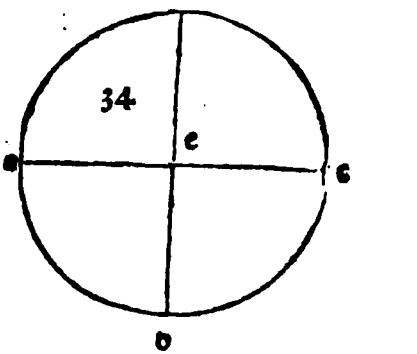
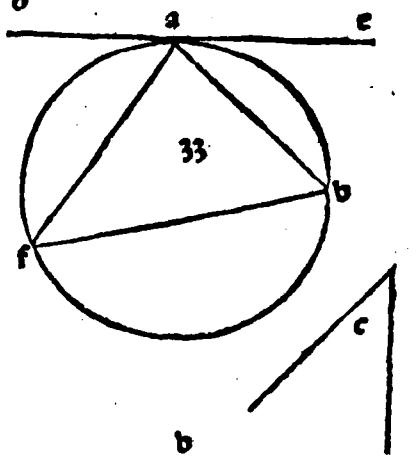
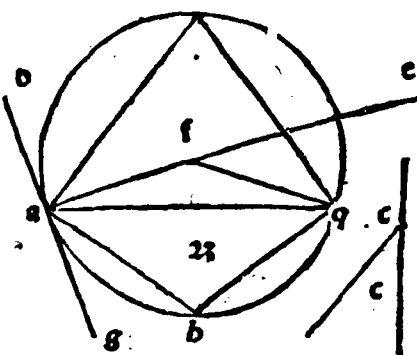
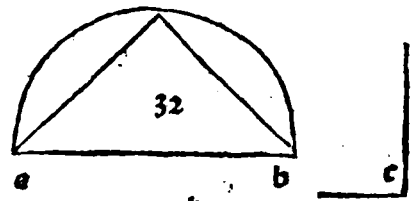


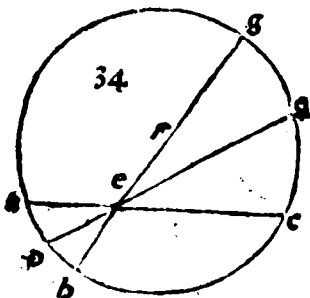
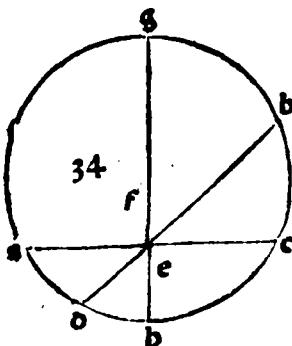
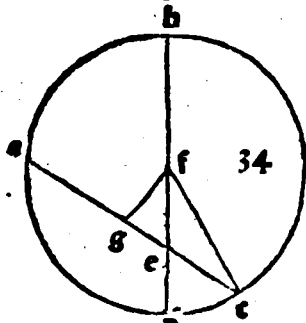
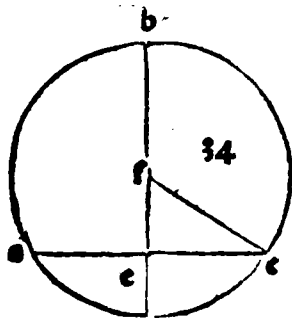
Intra circulum due recte lineę sese inuicem secēt. q. sub duabus partibus vnius earum pcedit. equū est ei rectāgulo quod sub duabus alterius lineę partibus continetur.

¶ Sint due lineę. a. c. & b. d. secantes se in circulo a. b. c. d. super punctum e. dico q. illud rectangulum quod fit ex. a. e. in c. e. equū ē ei quod fit ex b. e. in c. d. ¶ Aut enim ambe lineę. a. c. & b. d. transibunt per centrum circuli aut altera tantum aut neutra. q. si ambe transiāt per centrum erit. e. centrum circuli. omnesq. 4. lineę equales. quare liquet propositum.

¶ Quod si altera earum tantum transiāt per centrum sit illa. b. d. cētrumq. circuli sit. f. aut ergo. b. d. secabit a. c. per equalia aut per inequalia. secet ergo primo per equalia eritq. per primam partem. 3. huius secās eam orthogonaliter. ducantur itaq. lineę. f. c. eritq. p. 5. secūdi quod fit ex. b. e. in c. d. cum quadrato. e. f. equale quadrato lineę. f. d. quare & quadrato lineę. f. c. ergo per penultimam primi & quadratis duarum linearum. f. e. & f. c. dempto ergo utrinq. quadrato. e. f. erit quod fit ex. b. e. in c. d. equale quadrato lineę. e. c. & quia e. c. est equalis. a. e. patet propositum.

¶ Quod si b. d. transiens per centrum secat. a. c. per inequalia a centro. f. ducantur. f. g. perpendicularis ad. a. e. eritq. per secundam





partem tertię huius. a. g. equalis. g. c. ¶ ducatur linea. f. c. eritq. per. 5. secūdi quod fit ex. b. e. in. e. d. cum quadrato. e. f. ¶ ideo per penultimam primi cum quadratis duarum linearum. f. g. ¶ g. e. propter id quod angulus. f. g. e. est rectus equalē q̄ drato linee. d. f. ¶ ideo linee. f. c. ppter p̄ quod penultimam primi ¶ quadratis duarum linearū. f. g. ¶ g. c. dempto ergo utriq. quadrato linee. f. g. erit quod fit ex. b. e. in. e. d. cum quadrato linee. g. e. equalē quadrato linee. g. c. sed per. 5. secūdi quod fit ex. a. e. in. e. c. cum quadrato linee. g. e. est equalē quadrato linee. g. c. dempto igitur utriq. quadrato linee. g. e. erit quod fit ex. b. e. in. e. d. equalē ei quod fit ex. a. e. in. e. c. quod est propositum. ¶ Quod si neutra earum transir per centrū siue altera diuidat alteram per equalia siue per inequalia producam lineam. g. f. e. h. diametrum circuli transiuntem per punctum sectionis earum. Et si altera diuidat alteram p equalia. ut. b. d. a. c. tunc. g. h. diuidit etiam. a. c. per equalia. ergo orthogonaliter per tertiā huius. ergo per secundum modum huius conclusionis quod fit. ex. g. e. in. e. h. equum est ei quod fit ex. a. e. in. e. c. ¶ per tertium modum huius quod fit ex. g. e. in. e. h. equum est ei quod fit ex. b. e. in. e. d. ergo quod fit ex. a. e. in. e. c. equū est ei quod fit ex. b. e. in. e. d. quod est propositum. ¶ At si neutra diuidat alteram per equalia erit per tertium modum huius conclusionis quod fit ex. g. e. in. e. h. equalē utriq. eorum que sunt ex. a. e. in. e. c. ¶ b. e. in. e. d. quare unum eorum erit equalē alteri quod est propositum.

¶ Castigator.

¶ Quod fecerit se per equalia extra centrum ē impossibile per. 9. huius. q̄a semper ab eodem puncto sectionis erunt plures q̄ due linee equalēs si ambe linee ad inuicem fuerint equalēs. Si uero fuerint inequalēs. tunc per hanc est impossibile. q̄a ut deducitur rectangulum duarum partium unius semper est equalē alteri rectangulo aliarum partium alterius ¶ sic p̄ conceptionē erit impossibile.

Propositio 35.



Extra circulum punctus figetur. ab eo autē ad circulum alia linea secans. alia contingens due recte linee ducantur. quod sub tota secante. atq. parte sui extrinseca continetur equum est ei quadrato q̄o ex contingentē linea describitur.

¶ Sit. a. punctus signatus extra circulum. b. c. d. autē centrum. e. a quo ducantur ad circulum due linee. a. b. contingens. ¶ a. d. c. secans. dico q̄ illud quod fit ex. a. c. in. d. a. equum est quadrato linee. a. b. ¶ Aut enim. a. d. c. transir per centrum aut non transir ergo primo per centrum quod est. e. ¶ ducatur linea. e. b. que per. 17. huius perpendicularis erit super lineam. a. b. ¶ quia linea. d. c. diuisa est per equalia in puncto. e. ¶ est ei addita linea. d. a. erit per sextam secūdi quod fit ex. c. a. ¶ a. d. cum quadrato linee. e. d. ¶ ideo cum quadrato linee. e. b. equalē quadrato linee. e. a. ¶ ideo per penultimam primi equalē quadratis duarum linearum. e. b. ¶ b. a. propter id quod. angulus. b. est rectus. dempto ergo utriq. quadrato. e. b. erit. quod fit ex. c. a. in. a. d. equalē quadrato linee. a. b. quod est propositum. ¶ Quod si linea. a. d. e. non transir per centrum sumatur. a. f. e. g. transiens per centrum ¶ ducantur linee. e. d. ¶ e. h. ¶ sit. e. h. perpendicularis ad. a. d. c. eritq. p. 3. huius. d. h. equalis. h. c. q̄a ergo linea. d. c. diuisa est per equalia in puncto. h. ¶ addita sibi linea. a. d. erit per. 6. secūdi quod fit ex. c. a. in. a. d. cum quadrato. d. h. equalē quadrato linee. a. h. ergo addito utriq. quadrato. h. e. erit quod fit ex. c. a. in. a. d. cum quadratis duarum linearum. d. h. ¶ h. e. ¶ ideo p̄ penultimā primi cum quadrato d. e. propter id quod angulus. h. est rectus. ¶ ideo cū quadrato. e. f. propter id quod e. d. ¶ e. f. sunt equalēs. equalē quadratis duarum linearū. a. h. ¶ h. e. ¶ ideo per penultimā p̄mi quadrato linee. a. e. sed quia per sextam secūdi quod fit ex. g. a. in. a. f. cum quadrato. f. e. equalē est quadrato linee. a. e. quia ergo utriq. eorum que sunt ex. c. a. in. a. d. ¶ ex. g. a. in. a. f. cum quadrato linee. f. e. ¶ e. equalē quadrato linee. a. e. ipsa

erunt inter se equalia. Dempto ergo utrinque quadrato linee e.f. erit qđ
fit ex c.a. in a.d. equale ei quod fit ex g.a. in a.f. id id quod fit ex g.a. in
a.f. est equale quadrato linee a.b. p̄missum modū huius ergo qđ fit ex c.
a. in a.d. ē equale quadrato linee a.b. quod est p̄positū. ¶ Et ex hac no-
ta q̄ puncto extra circulum signato si ab ipso ad circulum quolibet secā-
tes linee ducantur rectangula q̄ continentur sub totis. ē earum portioibz ex
intrinsicis ad invicem sunt equalia, qm̄ oia sunt equalia quadrato linee exō-
tingentis. ¶ Nota ē qđ si a quolibet p̄cto extra circulum signato due li-
nee cōtingentes ad circulum ipsum ducantur, ipse erit ad invicem equalis.
erit a. quadratum utriusq; earū. ¶ Equale ei qđ fit ex linea secāte ab ipso pun-
cto ducta in circulum in p̄mētus extrinsecam. Hoc autē evidētius pa-
ter p̄ penultimam p̄mi. ¶ Si a. p̄ctus signatus extra circulum. b. c. d. cu-
ius centz. e. ē ab ipso ducantur linee a. b. ē a. d. cōtingētes circulum in
p̄mētis. b. d. dico ipsas ēē eq̄les. Producam. n. lineas. e. a. e. b. ē. c. d. eritq;
p. 17. huius utriusq; anguloz. b. ē. d. rectus. quare p̄ penultimam p̄mi qua-
dratum. a. e. erit equale duobz quadratis duaz; linearum. a. b. ē. b. e. Si-
militer quoq; ē duobz duaz; a. d. ē. d. e. quare quadrata duaz; lineaz;. a.
b. ē. b. e. sunt equalia quadratis duaz; a. d. ē. d. e. quia quadrata duaz;
q̄ sunt. b. e. ē. d. ē. sunt equalia erunt quadrata duarum q̄ sunt. a. b. ē. a. d.
equaliat ergo. a. b. ē. ē equalis a. d. quod est p̄positum. ¶ Aliter ēt ducā-
tur linea. b. d. eritq; p̄ quintam primi angulus. e. b. d. equalis angulo. e. d.
b. p̄pter id quod linea. e. b. ē equalis linee. e. d. ē quia utriusq; duoꝝ an-
guloz. b. ē. d. ē rectus. erit p̄ cōm sciam angulus. a. b. d. residuus equalis
angulo. a. d. b. residuo. p̄ sextam. ergo p̄mi est linea. a. b. equalis linee. a. d.
a. ¶ Per cōcep. si due res fuerit uni eq̄les ipse sibi. b. ¶ Per cōm sciam
qđ est quoꝝ latera sunt equalia quadra. quoq; equalia esse. c. ¶ Per cōm
sciam cōversam precedentis quaz; quadrata sunt eq̄lia lineas eq̄les esse.

Propositio 36.

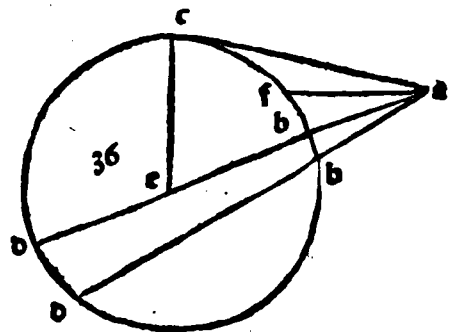
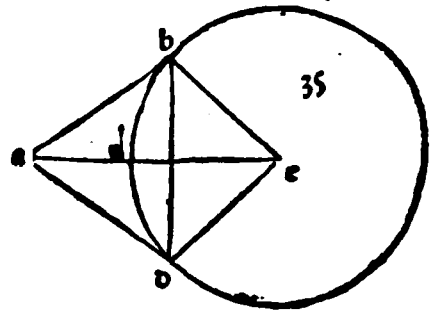
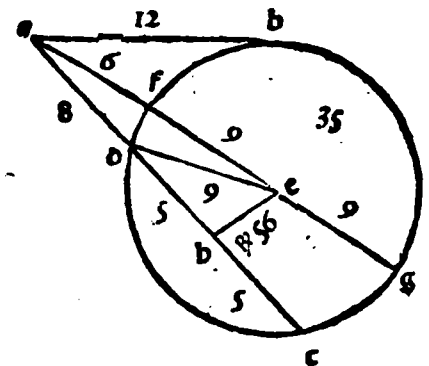
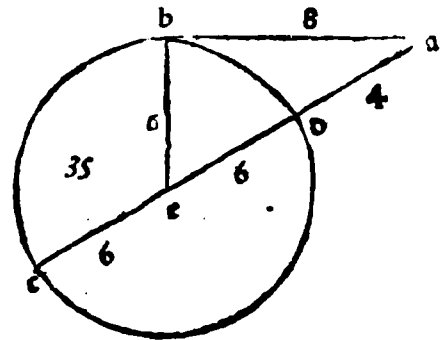


¶ Si fuerit p̄ctus ex circulū signatus a quo due linee
ad circūferētiā ducantur. altera secās altera circūfe-
rētiē applicata fuerit qđ ex ductu totius secantis i
p̄te sui extrinsecā equū ei qđ ex ductu applicate i seip-
sam fit. erit linea applicata ex necessitate circulū p̄ti.

¶ Si a. p̄ctus signatus extra circulū. b. c. d. cuius centz. e. a
quo ducāt ad circulū linea. a. b. d. secās ipsum ē linea. a. c. applicata circūfe-
rētiē. ē esto ut qđ fit ex. d. a. i. a. b. sit eq̄le qđrato. a. c. dico linea. a. c. ē cō-
tingētē ē ē hec cōversa p̄oris. Si. n. nō est. contingēs. sit ergo cōtingēs
linea. a. f. eritq; p̄missam qđ fit ex. d. a. in. a. b. equale qđrato linee. a. f.
q̄re quadratum linee. a. f. ē equale qđrato linee. a. c. ergo. a. c. ē ē eq̄lis. a. f.
qđ ē ē impossibile. p. 8. huius erit ergo. a. c. cōtingēs qđ est p̄positū. ¶ Idē ostē
sue p̄babū maneat prior dispositio ē ypotesis. ē si linea. a. b. d. trāsīt p̄
cētrū. ducat linea. c. e. eritq; p. 6. secūdi qđ fit ex. d. a. in. a. b. cū qđrato. e. b.
ē ideo cū qđrato. e. c. equale qđrato. a. c. sed qđ fit ex. d. a. in. a. b. positū ē
equale qđrato. a. c. ergo. qđratum. a. c. cū qđrato. c. e. ē equale qđrato. a.
c. ergo p̄ ultimā p̄mi angulus. c. ē rectus. ergo p̄ correlariū. 15. huius linea
a. c. est cōtingēs circulū qđ est p̄positum. ¶ Si autē a. b. d. nō trāsīt p̄ cen-
trum ducat a puncto. a. linea trāsīens p̄ centz. ē quia qđ fit ex hac tota
in eius partem extrinsecam ē eq̄le ei quod fit ex. d. a. in. a. b. p̄missam ip-
sum erit equale qđrato linee. a. c. q̄re ut prius. a. c. erit cōtingēs circulū.

Castigator

a ¶ P̄supponit. n. p̄ctus. c. non posse altius sup̄ circūferētiā poni
uel si in inferiore p̄te circuli signet nō posse infimius ē tūc semp. a. f. erit
minor. a. c. ē ideo p. 8. huius sequit impossibile. b. ¶ Per cōm sciam qđ
est quaz; quadrata sunt equalia lineas quoq; equalis esse. c. ¶ Per cōm
sciam si fuerint due res uni equalis ipse eadem. d. ¶ Nimirū si ultima p̄-
mi huius ultime tertiū suffraget cū alie eiusdem primi aliis ubilibet subue-
nerint. e. ¶ Per cōm scientiam duorum equalium cui equatur. unum
eodem eq̄tur ē reliquū. Explicit liber tertius.



De figurarum vnus alteri inscriptione & circumscriptione Liber quartus. Euclidis ex suprema Campani interpretatio ne. Magistro Luca pacio de burgo. Sancti Sepulcri Ordinis minorum castigatore feruentissimo. Incipit.

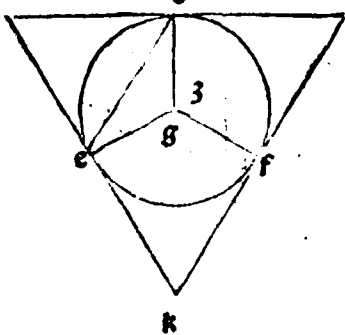
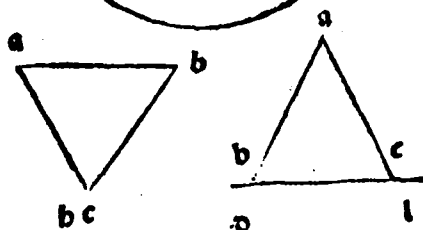
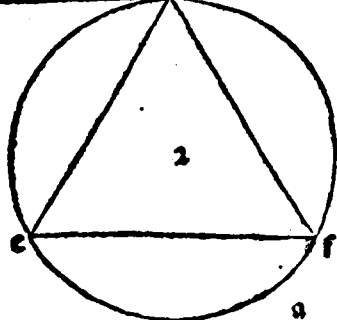
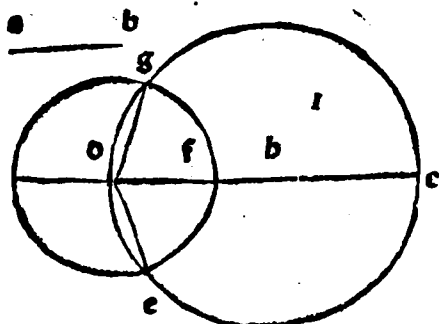
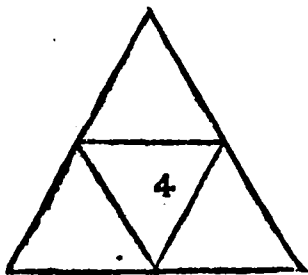


Figura intra figuram dicitur inscribi quādo ea que inscribitur eius in quo inscribitur. latera quoque suorum angulorum ab interiore parte contingit. **C**ircumscribi vero figura figure perhibet quatiens ea quidem figura eius cui circumscribitur suis lateribus omnibus omnes angulos cōtingit.

Propositio .1.

Intra datum circulus date lineę recte que diametro minime maior existat equam rectam lineam coaptare.

Sit linea data. *a. b.* circulusq. *datus. c. d. e.* cuius diameter *c. d.* qua non est maior linea. *a. b.* uolo intra datum circulum coaptare lineam equalem. *a. b.* si fuerit equalis diametro constat propositum. **S**i aut minor ex diametro sumatur. *d. f.* sibi equalis sit super punctum. *d.* fin quantitate lineę. *d. f.* describatur circulus. *f. e. g.* secans datum circulum in punctis. *g. f. e.* ad alterę quorum ducatur linea a puncto. *d.* ut. *d. e.* uel. *d. g.* eritq. utralibet earum equalis lineę *a. b.* eo q. utraq. earum est equalis lineę. *d. f.* per diffinitionem circuli: quare habemus propositum.

Propositio .2.

Intra assignatum circulum assignato triangulo triangulo assignato equiangulum collocare.

Sit assignatus triangulus. *a. b. c.* assignatusq. circulus. *d. e. f.* uolo intra hunc circulum collocare unum triangulum equiangulum triangulo. *a. b. c.* equilaterum enim non est necessarium esse sed est possibile. **P**roduco. *g. d. h.* continuentem circulum in puncto. *d.* super quem facio angulum. *h. d. f.* ducta lineę. *d. f.* equalem angulo. *c. f.* angulum. *g. d. e.* ducta lineę. *d. e.* equalem angulo. *b. f.* protraho lineam. *e. f.* eritq. per. *31.* tertii angulus. *e.* equalis angulo. *c.* quia utraq. est equalis angulo. *h. d. f. c.* quidem per positionem. *e.* uero per. *31.* tertii eadem ratione erit angulus. *f.* equalis angulo. *b.* quare per. *31.* primi. *d.* tertius erit equalis. *a.* tertio. quare habemus propositum.

31

31

32

Propositio .3.

Intra assignatum circulum assignato triangulo triangulum equiangulum describere

Sint ut prius assignatus triangulus. *a. b. c.* assignatusq. circulus. *d. e. f.* cuius centrum. *g.* circa hunc circulum uolo describere unum triangulum equiangulum triangulo. *a. b. c.* equilaterum enim non est necessarium sed est possibile. **P**roducam basim. *b. c.* in utranq. partem. ut fiant duo anguli extrinseci. *f.* a centro. *g.* Producam lineam. *g. d.* ad circumferentiam. *f.* constituam angulum. *d. g. e.* ducta lineę. *g. e.* equalē angulo. *b.* extrinseci. *f.* *d. g. f.* ducta lineę. *g. f.* equalē. *c.* extrinseci. *f.* a punctis. *d. e. f.* producam in utranq. partē lineas orthogonaliter que per correlarium. *15.* tertii erūt contingentes cir

15

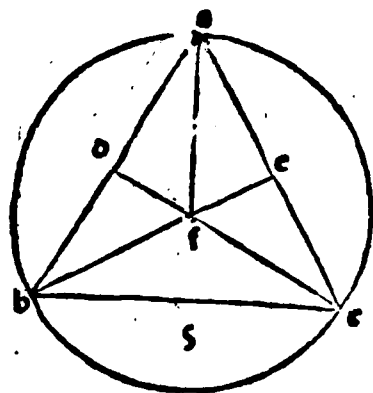
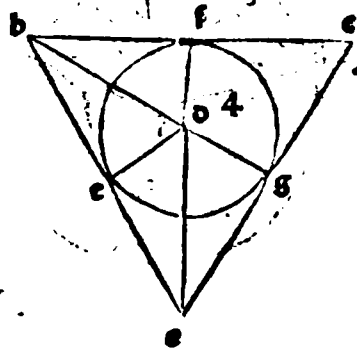
adum quas contingentes. Protraham quousq. concurrat in punctis. h. k. l. necesse est enim ipsas concurrere. cum enim uterq. angulorum qui sunt ad. d. f. uterq. eorum qui sunt ad. e. sit rectus si intelligatur protrahi linea d. e. erit duo anguli. qui sunt ad partem. h. minores duobus rectis. quare per penultimam petitionem in partem illam protrahere concurrentes linee. l. d. b. k. c. b. eadem ratione concurrent due linee. h. d. l. k. f. l. cum. uterq. angulorum qui sunt. ad. f. sit etiam rectus. Quia ergo in quadrilatero. h. d. e. g. duo anguli. d. f. e. sunt recti. erunt duo anguli. g. f. h. equales duobus rectis. cuiuslibet enim quadrilateri quatuor anguli sunt equales quatuor rectis. ut monstratum est supra. 31. primi. f. quia duo anguli. b. intrinsecus & extrinsecus sunt similiter equales duobus rectis. per. 13. primitat. uero. b. extrinsecus posuit e. equalis. d. g. erit intrinsecus. b. equalis. h. Simili quoque ratione erit. c. intrinsecus equalis. l. f. quia duo anguli. b. f. c. intrinseci sunt minores duobus rectis per. 32. primi. erit similiter duo anguli. b. f. l. minores duobus rectis. quare per penultimam petitionem due linee. b. c. f. h. protrahere concurrent in puncto. k. fietq. triangulus. h. k. l. f. quia angulus. h. est equalis angulo. b. intrinseci. f. angulus. l. angulo. c. intrinseci. erit per 32. primi. angulus. k. equalis angulo. a. quare habemus propositum.

Propositio 4.

Intra datum triangulum circulum describere.



¶ Sit assignatus triangulus. a. b. c. uolo intra ipsum circulum describere. hec est quasi conuersa secundae. ¶ Diuido. n. duos eius angulos. a. f. b. per. e. q. l. a. a. quidem ducta linea. a. d. b. uero. ducta linea. b. d. q. concurrant in puncto. d. a. quod ducam perpendiculariter ad tria latera ipsius. d. e. quidem ad a. b. d. f. ad. b. c. f. d. g. ad. a. c. f. quia duobus triangulis. e. a. d. f. g. a. d. angulus. a. unius est e. q. l. angulo. a. alterius. f. uterq. angulus. e. f. g. rectus f. latus. a. d. c. o. e. erit per. 16. primit. linea. d. e. equalis linee. d. g. Eadem rone cum duorum triangulorum. e. b. d. f. f. b. d. angulus. b. unius sit equalis angulo. b. alterius f. uterq. angulorum. e. f. f. rectus latus quoq. d. b. c. o. e. erit per eadem linea. e. d. equalis linee. d. f. quare tres linee. d. e. d. f. d. g. sunt equales. posito ergo centro in. d. f. descripto circulo secundum quantitatem unius earum transibit per. 9. tertii per reliquarum duarum extremitates. f. quia per correlarium. 15. tertii unaqueq. linearum. a. b. b. c. c. a. erit contingens circulum. patet perfectum esse propositum.

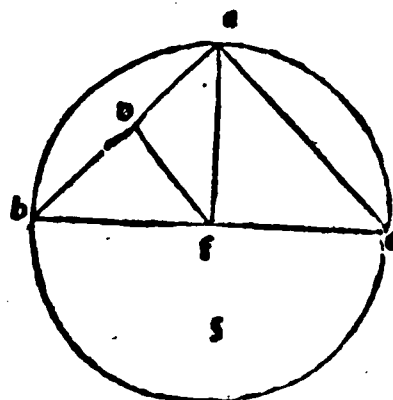


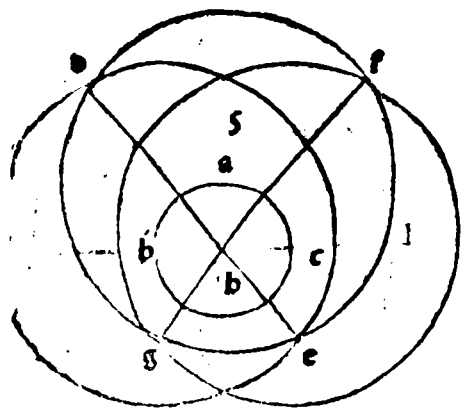
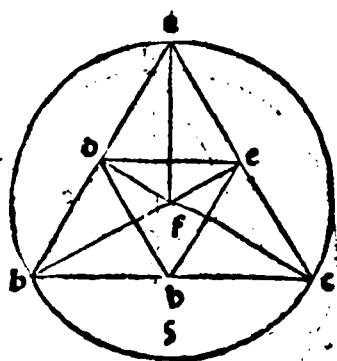
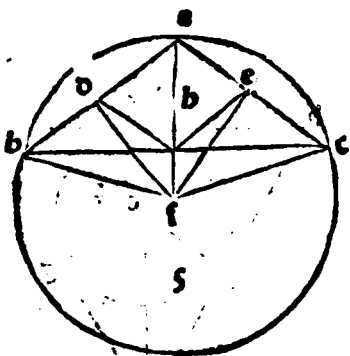
Propositio 5.

Intra trigonum assignatum siue illud sit orthogonum siue ambigonium siue oxigonum circulum describere.



¶ Sit trigonum assignatum. a. b. c. uolo circa ipsum describere circulum hec est quasi conuersa tertiae. ¶ Diuido duo eius latera. a. b. f. a. c. per equalia. a. b. quidem in puncto. d. f. a. c. in puncto. e. a. quibus punctis produco perpendiculares ad lineas. a. b. f. a. c. q. protraho quousq. concurrant in puncto. f. sintq. d. f. f. e. f. concurrerit enim qui cum uterq. angulorum. d. f. e. sit rectus si intelligatur protrahi linea. d. e. f. erit duo anguli ad partem in quam protrahuntur minores duobus rectis. quare concurrent per penultimam petitionem. Igitur a puncto. f. q. est punctus conuersus quem dico esse centrum circuli quesiti. Protraho lineas ad singulos angulos que sunt. f. a. f. b. f. c. f. quia in triangulo. a. d. f. duo latera. a. d. f. d. f. sunt equalia duobus lateribus. b. d. f. d. f. trianguli. b. d. f. f. angulus. d. unius angulo. d. alterius quia uterq. rectus erit per quartam primi. f. a. equalis. f. b. eadem rone erit. f. a. equalis. f. c. c. o. p. a. t. i. s. lateribus f. angulis duobus triangulis. a. e. f. f. c. e. f. ergo per. 9. tertii punctum. f. erit centrum circuli quesiti. hec est uniuersalis demonstratio ad oēs species trigoni. ¶ Quia tñ auctor uidet uelle medium uariare disungendo inter orthogonium ambigonium & oxigonum. de quolibet eorum sigillatim est demonstrandum. ¶ Sit ergo trigonum propositum orthogonium suq. angu





lus. a. rectus latus. b. c. respiciens hunc angulum rectum diuiso per equalia in. f. a quo puncto quem dico esse centz. circuli ad medium punctum alterius duoz reliquoz laterum qui sit. d. ducō lineas. f. d. f. quia linea. f. d. diuidit duo latera. a. b. f. b. f. trianguli. a. b. c. per equalia ipsa erit rē distans tertio uidelicet linee. a. e. hoc enim demonstratum est supra 39. primi f. quia angulus. a. positus est rectus. erit per secundam partem f. per tertiam. 29. primi interq. angulorum qui sunt ad. d. rectus. ducatur igit. linea. f. a. eritq. p. quartam primi linea. a. f. e. q. l. s. comparatis adinuicem lateribus f. angulis trianguloz. a. d. f. b. d. f. f. quia linea. b. c. est e. q. l. s. linee. c. f. erit. 3. linee. b. f. a. f. c. f. adinuicem equales. quare per. 9. tertii erit f. centrum circuli quesiti. ¶ Sit rursus trigonus. a. b. c. ambliogonius. sitq. angulus. a. obtusus latus. b. c. respiciens hunc angulum obtusum. diuido p. equalia in puncto. h. a quo ad media puncta duorum reliquorum laterum que sunt. d. f. e. ducō lineas. h. d. f. h. e. eritq. d. h. equidistans. a. c. f. e. h. q. distans. a. b. propter id quod demonstratum est supra 39. primi uidelicet q. linea secans duo latera alicuius trianguli per equalia. tertio est equidistans quare per secundam partem. 29. primi erit utraq. duorum anguloz. b. d. h. f. e. e. h. equalis angulo. a. f. ideo utraq. obtusus. Ductis igitur perpendicularibus. d. f. ad lineam. a. b. f. e. f. ad lineam. a. c. quousq. concurrant in puncto. f. quem dico esse centz. circuli. Manifestum est enim eas concurrere propter causam prius dictam. secabit utraq. earum lineam. b. c. q. respicit obtusum f. concurrēt extra triangulum. a. b. c. igitur a puncto. f. qui est punctus concursus earum. Produco lineas. f. a. f. b. f. c. que per quartam primi bis assumptam erunt equales comparatis primo lateribus f. angulis duorum triangulorum. a. d. f. b. d. f. d. e. f. deinde aliorum duorum. a. e. f. c. e. f. quare per. 9. tertii. f. est centrum circuli quesiti. ¶ Esto iterum ut trigonus. a. b. c. sit oxigoniū diuisis omnibus eius lateribus per equalia uidelicet latus. a. b. in puncto. d. f. latus. a. c. in puncto. e. f. b. c. in puncto. h. Protraho lineas. d. e. d. h. f. e. h. eritq. d. h. equidistans. a. c. f. e. h. a. b. propter id quod demonstratum est super. 39. primi quare per secundam partem. 29. primi interq. angulorum. b. d. h. e. e. h. erit equalis angulo. a. f. ideo acutis ductis igitur perpendicularibus. d. f. ad lineam. a. b. f. e. f. ad lineam. a. c. manifestum est eas concurrere intra triangulum. a. b. c. sitq. punctus concursus. f. quem dico esse centri circuli. ¶ Produco enim lineas. f. a. f. b. f. c. que per quartam primi bis assumptam ut prius erunt equales. quare p. 9. tertii erit. f. centrum circuli quesiti. ¶ Per predicta patet q. si triangulus fuerit orthogonius centrum circuli circumscribendi cadet in medio lateris quod opponitur angulo recto. Si fuerit ambliogonius centrum cadet extra triangulum. Si autem fuerit oxigoniū cadet intra triangulum.

Castigator

a. ¶ Per conuersionem secunde partis. 30. tertii f. per conuersionem tertie partis eiusdem. ¶ Aliter enim rectus e. q. l. s. obtuso. uel maior obtuso ideo extra de necessitate ad hoc facti correlarium. 39. primi. f. 26. b. ¶ Aliter enim rectus e. q. l. s. acuto. uel esse eo minor. ¶ Ex ista quinta elicitur modus coniungendi tria puncta ubicumq. fuerint posita in eadem circumferentia hoc est inueniendi centrum eis commune describendi circulos super unumquodq. eorum f. a punctis intersectionis. a. i. p. p. protrahitis duabus lineis f. ubi ille se intersectabunt illic erit centrum quem admodum habes in ludis nostris de aribus quantitas. Et hic sunt illa puncta. a. b. c. dummodo non sint situata in linea una quia tunc esset impossibile in circulo suscipere rectum. Erit prius unus circulus super unum punctorum comprehensens omnia puncta illa intra se f. postea describatur duo alii circuli super alia duo puncta. f. a punctis intersectionis istorum uelud. f. g. f. d. e. ducantur lineae f. punctus intersectionis istarū erit centrum commune illis tribus ut hic.

Propositio 6.



Intra datum circulum quadratum describere.
 ¶ Sit datus circulus .a. b. c. d. cuius centrum .e. uolo intra ipsum describere quadratum. ¶ Protraho in ipso duas diametros .a. c. & b. d. secantes se orthogonaliter supra centrum .e. quarum extremitates coniungo protrahis lineis .a. b. b. c. c. d. & d. a. quas dico continere quadratum questum.
 ¶ Ipse enim erunt equales adinuicem per quartam primi ter assumptam propter id quod quatuor lineę .a. e. e. b. c. c. d. sunt equales. & quatuor anguli qui sunt .d. e. recti. & unusquisque quatuor angulorum .a. b. c. d. est rectus per primam partem 30. tertii propter id quod quilibet eorum est in semicirculo erit igitur .a. b. c. d. quadratum per diffinitionem quod est propositum.

Propositio 7.



Intra propositum circulum quadratum describere.
 ¶ Sit propositus circulus .a. b. c. d. cuius centrum .e. uolo circa ipsum describere quadratum. ¶ Protraho in ipso duas diametros .a. c. & b. d. secantes se orthogonaliter supra centrum .e. a quarum extremitatibus dico in utraque partem lineas orthogonaliter quousque quilibet earum concurrant cum quibus lateralibus sunt puncta concurrentes earum .f. g. h. k. erunt per correlarium 15. tertii uterque angulus qui sunt ad unumquemque quatuor punctorum .a. b. c. d. rectus: quia ergo in quadrilatero .a. f. b. e. tres anguli .a. b. e. & c. sunt recti: erit quartus angulus qui est .f. rectus: habet enim quodlibet quadrilaterum quatuor angulorum equales quatuor rectis: ut demonstratum est supra 33. primi. eadem ratio quilibet angulorum .g. b. f. k. erit rectus: ergo per secundam partem 33. primi. due lineę .f. g. & k. h. itemque due .f. k. & g. h. sunt equidistantes. ergo per 34. primi. f. k. est equalis .g. h. & f. g. & k. h. & quia per eandem .f. k. est equalis b. d. & f. g. a. c. At uero b. d. est equalis .a. c. erunt quatuor lineę .f. k. g. h. f. g. & k. h. equales: sed & quatuor anguli .f. g. k. h. sunt recti ut probatum est supra. ergo .f. g. k. h. est quadratum per diffinitionem quod est propositum.

Castigator.

Videtur potius per illud correlarium 15. tertii uelle in nuere quatuor lineas .f. g. g. h. h. k. k. f. esse concurrentes circuli cum propositum sit ei circulum scribere quadratum quod anguli illi quatuor ad dicta quatuor puncta esse rectos. quoniam hoc ex ypotese ex protrahitione linearum orthogonaliter ab extremitatibus diametrorum est manifestum.

Propositio 8.

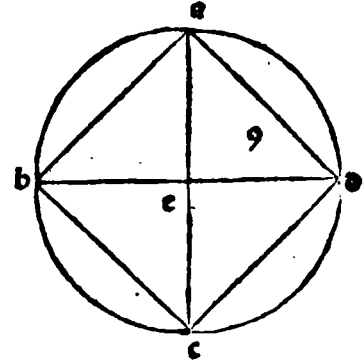
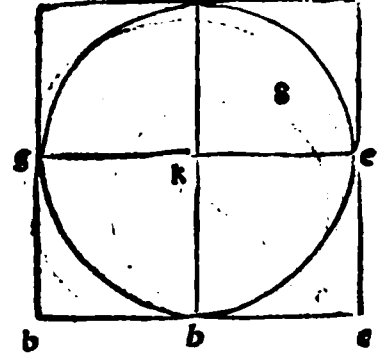
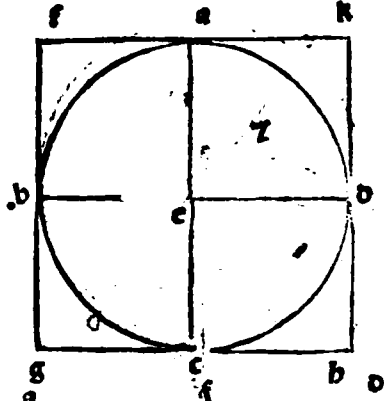
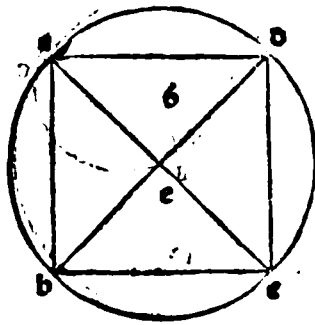


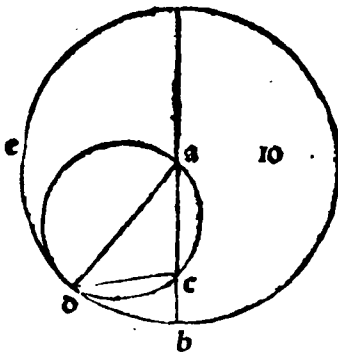
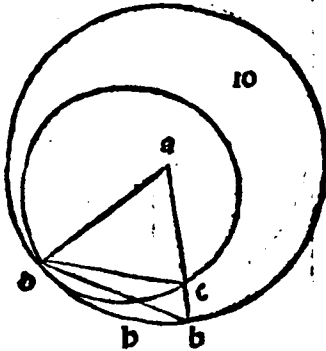
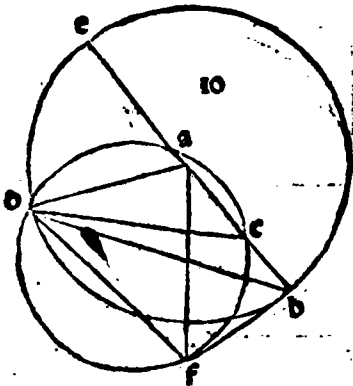
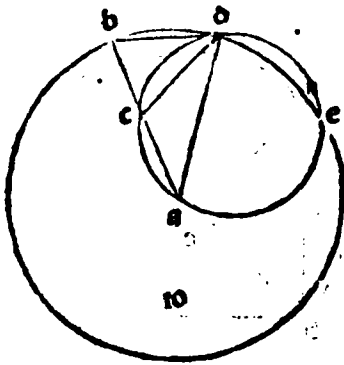
Intra quadratum assignatum circulum describere.
 ¶ Sit quadratum assignatum .a. b. c. d. uolo intra ipsum describere circulum hec est quasi conuersa. 6. diuido unumquodque latus eius per equidistantiam .a. d. quidem in puncto .f. b. a. in puncto .g. c. b. in puncto .h. & d. c. in puncto .e. & produco lineas .e. g. & f. h. secantes se in puncto .k. que dico esse centrum circuli. Erit .n. f. h. equidistantes & equidistantes .a. b. per 33. primi: propter id quod .a. f. & b. h. sunt equales & equidistantes. Similiter per eandem & d. c. a. b. & quia omnes medietates quatuor laterum ipsius quadrati sunt adinuicem equales erunt per 34. primi: quatuor lineę .k. e. k. f. k. g. & k. h. equales ergo per 9. tertii. k. est centrum circuli quasi.
 ¶ Per communem sciam quorum tota sunt equalia dimidia quoque equidistantes.

Propositio 9.



Intra assignatum quadratum circulum describere.
 ¶ Sit quadratum .a. b. c. d. uolo circa ipsum circulum describere. hec est quasi conuersa. 7. ¶ Protraho in ipso duas diametros .a. c. & b. d. secantes se in puncto .e. que dico esse centrum circuli. Cum enim lineę .a. d. & b. a. sint equales erunt per 5. primi anguli .a. d. b. & a. b. d. equales & quia angulus .a. totalis est rectus. erit per 31. primi uterque eorum medietas rectus. ¶ Similiter quoque modo probabitur quilibet per alterum angulorum a predictis diametris & lateribus quadrati propositi





contentorum esse medietatem recti quia igitur angulus. e. a. d. est equalis angulo. e. d. a. erit per. 6. primi linea. e. a. equalis linee. e. d. eadem ratione. erit. e. a. equalis. e. b. & e. c. equalis. e. d. quare quia quatuor linee. e. a. e. b. e. c. e. d. sunt equaliter. erit per. 9. tertii. e. centy. circuli qd est ppositum.

Castigator

a ¶ Per conceptionem si fuerint due res quarum utraq. unius eiusdem fuerit dimidium. Porius per ista si due res equaliter tertia fuerint equaliter utraq. illas tertia erit dimidium. ¶ Ista habet ortum ex. 9. tertii decimi. & ibi clarius formatur huiusmodi triangulus.

Propositio .10.



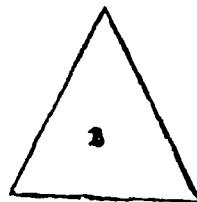
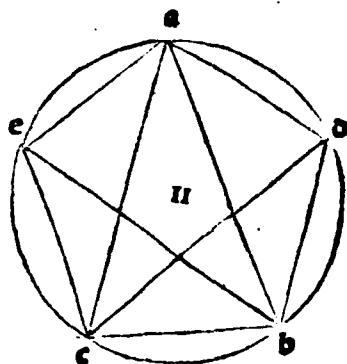
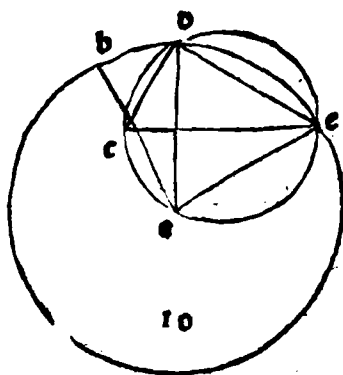
¶ Cum equalium laterum triangulus designare. cuius uterq. duorum angulorum quos basis optinet reliquo duplus existat.

¶ Intentio est describere unum triangulum duum equalium laterum & tertium inequalis cuius uterq. angulus q. super latere quod est reliquis inequale existant ad tertium duplus existat. Ad hoc autem faciendum sumat. linea quibet que sit. a. b. que dividatur fm q. docet. ii. secundi in puncto. c. ita q. illud quod sit ex. a. b. in. b. e. sit equale quadrato. a. c. factoque puncto. a. centro fm ipsius quantitate describatur circulus. b. d. e. intra quem per pnam huius coaptetur linea. b. d. qualis linee. a. c. & pducantur due linee. d. a. d. c. dico triangulum. a. b. d. esse q. l. pponitur. ¶ Circumscribat circulus qui sit. d. c. a. per. s. huius triangulo. d. c. a. Quia ergo linea. d. b. est equalis. linee. a. c. erit quod. sit ex. a. b. in. b. c. equale quadrato linee. b. d. quare per ultimam tertii. b. d. linea est contingens circulum. d. c. a. & per. 31. eiusdem angulus. c. d. b. est equalis angulo. c. a. d. ¶ Posito ergo cot. angulo. e. d. a. erit totus angulus. b. d. a. equalis duobus angulis. c. a. d. c. d. a. sed per. 31. primi angulus. b. c. d. est equalis eiusdem quia extrinsecus ad ipsos. ergo angulus. b. d. a. est equalis angulo. b. c. d. & quia angulus. a. d. b. est equalis angulo. a. b. d. per. s. primito q. latera. a. d. f. a. b. sunt equalia. erit angulus. b. c. d. equalis angulo. c. b. d. ergo per. 6. primi linea. c. d. est equalis linee. b. d. quare & linee. c. a. ergo per. s. primi angulus. c. a. d. est equalis angulo. c. d. a. Quia ergo uterq. angulorum. c. d. b. & c. d. a. est equalis angulo. c. a. d. erit totus angulus. b. d. a. duplus ad angulum. d. a. b. & ideo angulus. a. b. d. sibi equalis. duplus est et ad angulum. b. a. d. quod est ppositum. ¶ Forsan dicet aduersarius circulum. d. c. a. circumscriptum trigono partiali secare circulum. b. d. e. in aliquo puncto arcus. b. d. ita q. simul secabit lineam. b. d. unde ipsa non erit circulo applicata. sicut in demonstratione supponitur. sed ipsum secant. Sit ergo si possibile e. ut ponit aduersarius & a puncto. b. ducatur ad ipsum circulum minorem contingens. b. f. & ducantur linee. f. a. f. d. eritq. per penultimam tertii quod sit ex. a. b. in. b. c. equale quadrato. b. f. ergo. b. f. est equalis. b. d. quare per. s. primi angulus. b. f. d. est equalis angulo. b. d. f. & quia per. 31. tertii angulus. b. f. a. est equalis angulo. a. d. f. erit angulus. b. d. f. maior angulo. a. d. f. quod est impossibile. cum ipse sit pars eius. ¶ Aliter possumus istud refellere & ostendere q. ille minor circulus nullo modo secabit lineam. b. d. forsan enim diceret q. secaret eam non secando arcum. d. b. maioris circuli. Si enim possibile est q. secet eam. sit hoc in puncto. h. eritq. quod sit ex. a. b. in. b. c. equale ei quod sit ex. d. b. in. b. h. Monstratum est enim supra penultimam tertii q. si ab aliquo puncto extra circulum signato quotlibet linee secantes q. circulum ducantur que sub totis & earum portionibus extrinsecis continentur. equalia sunt adinuicem & quia quod sit ex. a. b. in. b. c. est equale quadrato. b. d. erit q. sit ex. d. b. in. b. h. equale quadrato. d. b. quod est impossibile per secundam secundi. quare constat propositum. ¶ Et nota q. minor circulus necessario secabit maiorem & abscedet ab eo arcum unum. equalem arcui. b. d. & maior abscedet similiter ab eodem unum arcum equalem arcui. d. c. Quod sic probatur. si enim minor non secat maiorem. contingit ergo ipsum in puncto.

d. ¶ quia per. 1. r. tertiū circuloꝝ se contingentiū centra. ¶ punctus co-
tactus sunt in linea una. erit cētrum minoris circuli in linea. a. d. propter
hoc q in ea est centrum maioris ¶ punctus contactus. ergo per. 17. tertiū
angulus. a. d. b. est rectus quare similiter ¶ angulus. a. b. d. sibi equalis est
a rectus quod est impossibile. per. 32. primi. Secet ergo ipsum in punctis. e.
d. di. co arcum. e. d. maioris esse equalem arcui. d. b. ¶ arcum. e. d. minoris
esse equalem arcui. d. c. p. duco lineas. d. e. c. e. ¶ a. c. ¶ per. 16. tertiū unus
quisq. quatuor angulorum qui sunt. d. e. c. e. a. d. a. c. ¶ a. d. c. equalis ali
b ppter id qd duo arcus. d. c. ¶ e. a. b. sunt equales. per. 27. eiusdem quare to-
talis angulus. a. e. d. duplus est ad angulum. b. a. d. ¶ ideo equalis utriq.
angulorum. a. b. d. ¶ a. d. b. ¶ quia angulus. a. e. d. est equalis angulo. a. d.
c. per. 5. primi. propter id quod. a. e. ¶ a. d. sunt equales a centro ad circū-
ferentiam. erunt duo anguli. e. d. trianguli. a. e. d. equales duobus angu-
c lis. d. ¶ b. trianguli. a. d. b. ergo per. 32. primi. reliquus angulus. a. ¶ unus
est equalis reliquo angulo. a. alterius. ergo per. 25. tertiū arcus. e. d. maioris
est equalis arcui. d. b. ¶ per eandem arcus. e. d. minoris est equalis arcui. d.
c. ¶ hoc est quod proposuimus.

Castigator

¶ Quia tibi omnium est quod sit ex tota secante in partem sui exte-
riorem equalis est quadrato linee contingentis ¶ cum b. f. modo sit con-
tingens per aduersarium ideo ¶ c. Et quoniam rectangulum a. b. in. b. c.
ex hypothesi est equalis quadrato linee. a. c. quia sic fuit diuisa linea. a. b.
ex. 11. secundi erit. b. f. equalis. a. c. per communem scientiam que est qua-
dratorum equalium latera esse equalia ¶ per consequens. b. f. etiam est eq-
lis. b. d. quom b. d. locata fuerit in circulo maiori ad equalitatem. a. c. ex p-
ma hypothesi ex quibus cuncta sequentia manifeste patent. ¶ Facilius for-
matur iste triagulus. 10. huius secundum mōm habitum in. 9. tertiū decimi
videlicet duobus lateribus exagoni ¶ basi que sit latus decagoni uno ¶
eodem circulo in scriptorum tunc quilibet angulus ad basim duplus erit
ad reliquum ut ibi declaratur. b ¶ Quia per primam dispositionem
huius. d. c. fuit inuenta equalis. d. b. que quidem. d. b. posita fuit eq-
lis. a. c. ¶ ideo. d. c. ¶ e. a. sunt eq-
lis ¶ iō concluditur per primam partem. 27. tertiū
arcus esse eq-
lis. ¶ Cū angulus. b. f. d. totalis sit maior ipso. a. d. f. sequi-
tur angulum. b. d. f. sibi equalem esse maiorem eodem. a. d. f. ideo impos-
sibile quoniam. b. d. f. est pars ipsius. a. d. f. ¶ Quia triagulus haberet duos
angulos rectos actu quod est impossibile per dictam. 32. primi. c ¶ Per
communem sciētiā que est quorum dupla seu quorum tota sunt equalia
sub dupla quoq. sui tota sunt equalia.



Propositio .ii.

Intra datum circulum equilaterum atq. equian-
gulum pentagonum describere.



¶ Sit datus circulus. a. b. c. uolo intra ipsum describere pē-
thagonum unum. equilaterum atq. equiangulum. ¶ Desi-
gro triangulum unum qualem premissa p-
pōit. qui sit. 2. cui aliūm equiangulum intra datum circulum describo.
a sicut docet secunda huius qui sit. a. b. c. sitq. uterq. angulorum. a. b. c. ¶ a.
c. b. duplus ad angulum. c. a. b. utriq. eorum diuido per 4 equalia ductis li-
neis. b. e. ¶ c. d. eruntq. per. 25. tertiū. 5. arcus in quos. 5. puncta. a. d. b. c. e. di-
uidunt circulum adinuicem equales. propter id quod quinq. anguli qui
in dictos arcus cadunt sunt adinuicem equales. ¶ Continuatis igitur illis
quinq. punctis per lineas rectas que sunt. a. d. d. b. b. e. c. e. ¶ e. a. erit pen-
thagonus. a. d. b. c. e. inscriptus dato circulo qualis proponitur. ¶ Est enī
equilaterus per. 28. tertiū cum. 5. arcus quorum eius quinq. latera sunt cor-
de sint adinuicem equales ¶ etiam equiangulus per. 26. eiusdem eo q
b quinq. arcus. d. a. e. a. e. c. c. b. c. b. d. ¶ b. d. a. in quos anguli ipsius pētha-
goni cadūt sunt adinuicem equaliter ¶ sicq. constat propositum.

Castigator.

a ¶ Per communem sciētiā si equalibus equalia addas cū arcus. a. d. sic equalis arcui. e. c. per. r. addito utriq. arcu. a. e. erit arcus. d. a. e. equalis arcui. a. e. c. ¶ sic de reliquis. b ¶ Pari modo potest deduci per quartā primū angulos duos qui sunt ad. f. esse equales. Nam duo latera. a. f. ¶ a. g. trianguli. a. f. g. equantur duobus lateribus d. f. ¶ d. g. trianguli. d. f. g. ad delictet latus. a. f. primi lateri. d. f. secundi per diffinitionem circuli ¶ centri. Et latus. a. g. eiusdem primi lateri. d. g. secundi per penultimam tertii ¶ angulus. f. a. g. primi angulo. f. d. g. secundi. quoniam utq. rectus ex ypothēsi. ergo reliqui anguli unius reliquis angulis alterius unusquisq. mo relativo. s. angulo. a. f. g. angulo d. f. g. ¶ angulo. a. g. f. angulo. d. g. f. ¶ igitur ¶.

Propositio .12.

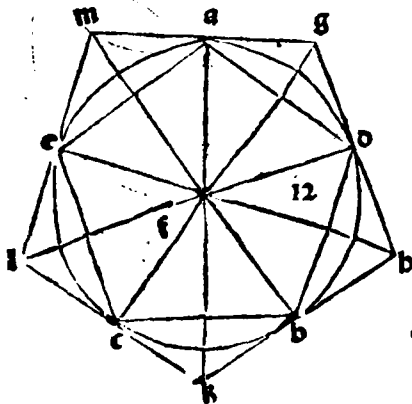


¶ Ista propositum circulum pentagonum equilaterum atq. equiangularum designare.

¶ Sit propositus circulus. a. b. c. cuius cētrum. f. uolo circa ipsum designare pentagonum equilaterum atq. equiangularum. ¶ Supra circumferentiam ipsius circuli quasi sūm doctrinam premisse sibi inscripsissem pēthagonum quinq. puncta angularia notabo. que sunt. a. d. b. c. e. ad que a centro ducam lineas. f. a. f. d. f. b. f. c. f. e. ¶ ab eisdem punctis educam perpendicularares ad istas lineas in utraq. partem quousq. concurrant in punctis. g. b. k. l. m. eruntq. hee linee contingentes circulum per correlarium. r. s. tertii ¶ ad ista puncta concursus ducam a centro lineas. f. g. f. h. f. k. f. l. f. m. Et quia monstratum est super penultimam tertii ¶ q. si ab aliquo puncto extra circulum signato due linee contingentes ad ipsum circulum ducantur q. ipse erunt equales. erit. linea. g. a. equalis linee. g. d. ¶ h. d. b. b. ¶ sic de ceteris. At quoniam quinq. arcus in quos quinq. puncta. a. d. b. c. e. dividunt circulum. sunt adinvicem equales. erunt per. s. 6. tertii quinq. anguli. a. f. d. d. f. b. b. f. c. c. f. e. e. f. a. consistentes super hos arcus in cētro. f. sibi inuicem equales. Sunt autem duo latera. a. g. ¶ f. a. trianguli. f. g. a. equalia duobus lateribus. d. g. ¶ d. f. trianguli. f. g. d. ¶ latus. g. f. cōmune. ergo per. 8. primi duo anguli eorum qui sunt. ad. f. ¶ itemq. duo anguli q. sunt ad. g. sunt adinvicem equales. eadem ratione duo anguli qui sunt ad. f. in triangulis. d. f. h. ¶ h. f. b. ¶ itemq. duo qui sunt. ad. b. sunt adinvicem equales. Similiter quoq. singuli trium reliquorum angulorum ¶ sunt. b. f. c. c. f. e. e. f. a. ¶ singuli trium. qui sunt. k. l. m. dividantur per equalia. primi quidem per lineam. f. k. secūdi per lineam. f. l. tertii uero per lineam. f. m. ¶ quia hii tres anguli qui sunt. b. f. c. c. f. e. e. f. a. sunt sibi inuicem equales ¶ aliis duobus qui sunt. a. f. d. ¶ d. f. b. equales erunt eorum dimidia que sunt decem anguli facti in centro. f. adinvicem equaliter. Quia igitur duo anguli. a. f. ¶ f. trianguli. g. a. f. sunt equales duobus angulis. a. f. ¶ f. trianguli. m. a. f. ¶ latus. a. f. cōmune erit per. s. 6. primi angulus. g. unius equalis angulo. m. alterius ¶ latus. g. a. equaliter lateri. a. m. ¶ Eadem ratione erit angulus. g. in triangulo. g. f. d. equalis angulo. h. in triangulo. d. f. h. ¶ latus. g. d. equaliter lateri. d. h. quare quia. g. a. est dimidium. g. m. ¶ g. d. dimidium. g. h. ¶ g. a. ¶ g. d. sunt equalia ¶ erunt per cōmunem scientiam. g. m. ¶ g. h. eorum dupla equalia. Similiter quoq. probabimus. g. m. esse equaliter. m. l. ¶ m. l. l. k. ¶ l. k. k. h. quare pēthagonus. g. h. k. l. m. est equilateralus. ¶ Sed ¶ equiangulari cū enim duo anguli qui sunt ad. g. sunt adinvicem equales. ¶ duo qui sunt ad. m. similiter adinvicem equales ¶ g. partialis. sit equalis. m. partiali. utrumq. enim probatū est prius. erit per eandem cōmunem scientiam. g. totalis equalis. m. totali. ¶ eadem ratione probabis equalitatem in ceteris angulis ¶ quare est equiangularus. sicq. constat propositum.

Castigator.

a ¶ Per cōm sciā quoz tota sūt eq̃lia dimidia quoq. eq̃lia ēē necesse est. b ¶ Quoz dimidia sunt eq̃lia tota quoq. eq̃lia ēē necesse est.



Propositio .13.



Intra equilaterum atq; equiangulum pentagonum assignatum. circulum describere.

¶ Si assignatus pentagonus equilateralis atq; equiangulus quia de aliis non est necessarium hoc esse possibile. a. b. c. d. e. nolo sibi inscribere circulum. hec est quasi conuer-

sa. i. duos eius ppinquos angulos qui sunt. a. f. e. diuido

per equalia ductis lineis. a. f. e. f. donec concurrant in puncto. f. intra ipsum pentagonum quem dico esse centrum circuli. ¶ Cōcurrent enim propter id quod dimidium. totalis anguli. a. f. similiter totalis anguli. e. minus est angulo recto. ¶ Si enim intra pentagonum non concurrent aut extra ipsum pentagonum aut in latere pentagoni. aut in eius angulo: qui utriq; angulorum diuisorum opponitur. ¶ Concurrant ergo pmo extra in puncto. f. ¶ Ducatur linea. b. f. ¶ quia duo latera. a. a. f. tri-

anguli. e. a. f. sunt equalia duobus lateribus. b. a. f. a. f. trianguli. b. a. f. ¶ an-

gulus. a. unius angulo. a. alterius erit per. 4. primi. basis. e. f. equalis basi.

f. b. ¶ quia angulus. a. partialis est equalis angulo. e. partiali. propter id quod. a. totalis. e. totali erit per. 6. pmi. f. a. equalis. f. e. ¶ quare. f. a. e. equa-

lis. f. b. ergo per. 5. primi duo anguli. b. totalis. f. a. partialis sunt equales quare. a. partialis est equalis uel maior. a. totali d quod est impossibile.

¶ Concurrant ergo in puncto. f. super latere. b. c. eritq; arguendo per pre-

missas ¶ premisso modo angulus. a. partialis equalis angulo. a. totali qd est impossibile. ¶ Quod si forsan cōcurrant in angulo. c. erit per eandem ¶ eodem modo. c. b. equalis. c. a. ¶ ideo adhuc prius angulus. a. partialis equalis angulo. a. totali. Quod quia hoc esse non potest. Sit ergo pun-

ctus concursus qui est. f. intra pentagonum a quo duco. s. perpendicular-

es ad eius. s. latera. que sunt. f. g. f. h. f. i. f. l. f. m. ¶ ad duos eius angulos p-

pinquos alitsecus angulis per equalia diuisis. qui sunt. b. f. d. duco lineas f. b. f. d. ¶ quia duo anguli. a. f. m. trianguli. a. f. m. sunt equales duobus an-

gulis. a. f. g. trianguli. a. f. g. ¶ latus. a. f. commune erit per. 26. primi. f. m. equalis. f. g. ¶ Per eandem quoq; probabis. f. l. equalem. f. m. sumptis duo-

bus triangulis. e. f. m. ¶ e. f. l. ¶ Quia iterum duo latera. a. f. ¶ a. b. triangu-

li. a. f. b. sunt equalia duobus lateribus. a. f. ¶ a. c. trianguli. a. f. c. ¶ angulus. a. unius. angulo. a. alterius erit per. 4. primi angulus. b. partialis equalis angulo. e. partiali. ¶ quia. b. totalis equalis e. e. totali. ¶ e. e. totalis diuisus est per equalia erit etiam. b. totalis diuisus per equalia. ¶ Eodem modo probabis. d. totalem diuisum per equalia propter equalitatem. d. partia-

lis f. a. partialis sumptis triangulis. e. a. f. ¶ e. d. f. quia ergo duo anguli. g. ¶ b. trianguli. g. f. b. sunt equales duobus angulis. b. f. b. trianguli. b. f. b. ¶ latus. f. b. commune erit per. 26. primi. f. h. equalis. f. g. ¶ Eodem modo probabis. f. k. equalem. f. l. sumptis triangulis. l. f. d. k. f. d. quoniam igitur s. linee. f. g. f. h. f. i. f. l. ¶ f. m. sunt equales. erit. f. centrum circuli. per. 9. tertii. quem describemus fm quantitatem unius earum ¶ tanget omnia latera pentagoni. propter equalitatem linearum. ¶ nullum eorum secabit per primā partem. s. tertii. sicq; constat ppositū. ¶ Castigator.

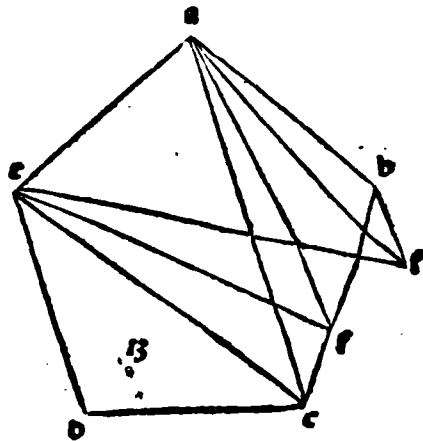
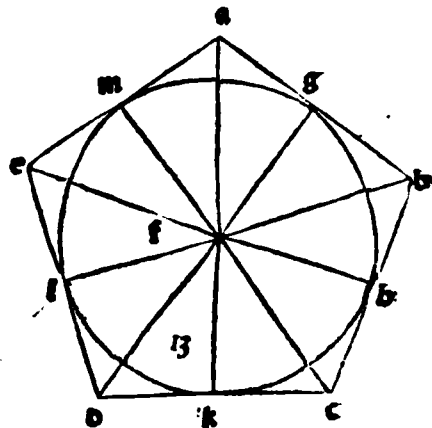
a ¶ Hoc enī probatum est supra. 31. primi ubi offensum est omnes. s. an-

gulos pentagoni. 6. rectis equivalere scilicet unusquisq; ualet unum re-

ctum ¶ quintam unius recti. ¶ ideo dimidium totalis anguli. a. ¶ simili-

ter. e. minus est angulo recto ¶ ideo ex illa parte concurrēt per pūltimā petitiōem. b ¶ per aduersarium. c ¶ Etiam per aduersarium. d ¶ Quia angulus. b. pēthagoni ex ypotesi est eq̄lis angulo totali ipsius pēthagoni ¶ ideo cū angulus. b. totalis sit maior angulo. b. pēthagoni ¶ maior angulo a. totali ¶ iō cū angulus. a. pēthagoni equet ipsi. b. seq̄t ipsum. a. pēthagoni ¶ maior. a. totali siue ei eq̄lem qd est impossibile ¶ it. p p̄mam dispositionē nō seq̄t angulū. a. pēthagoni ¶ et eq̄lem. a. totali sed ipso maiore ¶ in duabus po-

stremis dispositionibus seq̄tur totali ¶ et eq̄lem semper. s. qñ per aduersariū concurrerent in latere uel in angulo illis opposito.



Propositio .14.



Intra datum pentagonum quod sit equilaterum. atq; equiangularum circulum describere.

Sit ut prius datus pentagonus, equilaterus atq; equiangularus. quia de aliis non est necessarium hoc esse possibile a. b. c. d. e. uolo circa ipsum describere circulum. hec est q; si cōuersa. n. Duos ei⁹ p̄p̄inuos angulos q; sunt a. f. e. diuis

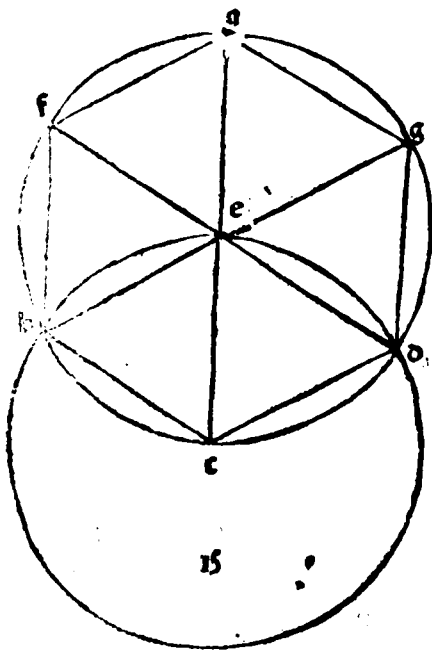
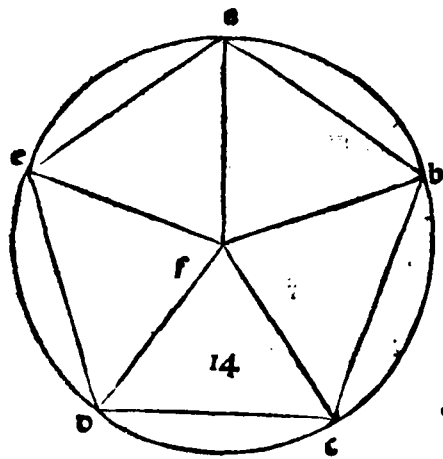
doper equalia ductis lineis. a. f. f. e. quousq; concurrāt intra ipsum pentagonum in puncto. f. ¶ Concurrent. n. f. intra pentagonum ut probatum est in premissa. Et a puncto concursus duco ad reliquos angulos lineas que sint. f. b. f. c. f. d. f. quia duo latera. a. f. f. a. b. trianguli. a. f. b. sunt equalia duobus lateribus. a. f. f. a. c. trianguli. a. f. c. f. angulus. a. unius angulo. a. alterius erit per. 4. primi. f. b. equalis. f. e. f. angulus. b. partialis angulo. e. partiali. Ea quia. b. totalis est equalis. a. totali. f. e. totalis diuisus est per equalia. erit similiter. b. totalis diuisus p̄ equalia. f. hoc quoq; modo p̄bis utriq; angulo. p. c. f. d. diuisum est p̄ equalia f. 5 lineas. f. a. f. b. f. c. f. d. f. e. esse equales. quare p. 9. terti. f. erit centrum circuli. siq; patet p̄positū.

Propositio .15.



Intra propositum circulum exagonus equilaterus atq; equiangularus describere. ¶ Ex hoc itaq; manifestum est q; latus exagoni equum est dimidio diametri circuli cui inscribitur.

Sit propositus circulus. a. b. c. d. cuius centrū. e. uolo sibi inscribere exagonum equilaterum atq; equiangularum. pro. duco di. umetrum. a. e. c. f. p̄m quantitatem semidiametri. e. c. facto centro puncto. c. describo circulum. e. b. d. secantem priorem in duobus punctis. b. d. a quibus produco duas diametros in circulo primo que sint. b. g. g. d. e. f. trium ergo diametrorum extremitates cōiungo. 6. lineis que sint. a. f. f. b. b. c. c. d. d. g. g. a. quas dico continere exagonum quesitum. Erat enim ut demonstrat prima primi uterq; triangulorum. b. e. c. c. e. d. equilaterus. quare f. equiangularus per. 5. eiusdem ergo p. 31. primi duo anguli. b. e. c. f. c. e. d. cum uno equali uni eorum sunt equales duobus rectis. Propter id quod quisq; eorum est tertia duorum rectorum sed ipsi per. 13. eiusdem cum angulo. d. e. g. sunt equales duobus rectis. ergo angulus. d. e. g. est equalis utriq; eorum quare p. 15. eiusdem. s. anguli. qui sunt. ad. e. sunt ad. inuicem equales. ergo p. 15. terti. arcus in quos cadunt sunt equales. quare f. eorum corde per. 18. eiusdem que sunt latera ipsius exagoni. Equilaterus igitur est sed f. equiangularus p. 16. terti. propter id quod sex arcus in quos angularia puncta exagoni diuidunt circulum bini f. bini sumpti sunt ad inuicem equales. ut arcus. a. f. b. arcus. f. b. c. f. ideo angulus. f. qui consistit in primo est equalis angulo. b. qui consistit in secundo. idem in ceteris. quare constat propositum. ¶ Correlarium ex hoc patet q; dimidium diametri f. latus exagoni sunt latera eiusdem trianguli equilateri. ut. e. c. f. e. b. f. c. b. ¶ Et nota q; non proponitur circa propositum circulum exagonū equilaterū atq; equiangularū designare. Nec intra talē exagonū circa talē circulum describere. quē admodū fecit de triangulo q̄drato f. p̄pentagono. non quia nō sit necessarium hoc esse possibile. sed quia hec tria per eadem precepta sunt in pentagono equilatero f. equiangularo. f. in omni figura equilatera. atq; equiangulara quēcūq; fuerit. Vnde quācūq; figuram equilateram f. equiangularam scimus circulo inscriberet eandem circulo extra. f. circulum sibi intra f. extra. hisdem mediis per q; hec in pentagono fecimus describemus. ¶ Nota etiam q; omnis figura equilatera circulo inscripta. aut circumscripta est etiam necessario equiangulara. de inscripta patet per. 17. f. 16. terti. sumptis arcibus circuli. quibus latera inscripte figure corde sunt binis f. binis. In hos enim arcus ipsius figure anguli cadūt. De circūscripta autem ductis a circuli centro lineis ad oēs eius angulos. f. ad loca contactus facile probabis. si plene intellectu



Demonstrationi. 3. huius diligens intellectus accesserit. erit enim ut oēs ipsius figure angulos linee a centro venientes per equalia diuidant. sumptis itaq. quibuslibet duobus eius proximis lateribus cum linea ad angulum ab eis contentum. & cum duabus ad eorum extremitates a centro venientibus duos triangulos ab eis contentos equiangulos adinuicem per 4. primi esse probabis. Sicq. faciendo de omnibus patebit eos esse equiangulos p. hac cōm. sciam quoq. dimidia sunt equalia. tota quoq. ē equalia.

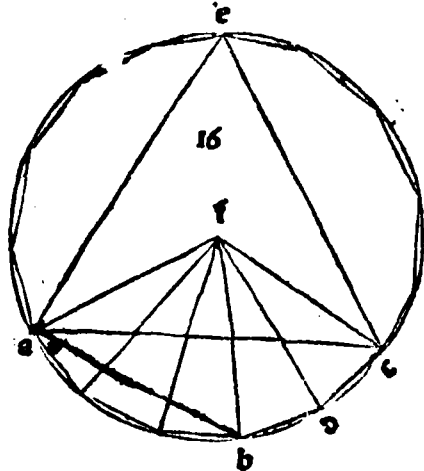
Castigator.

a **No.** diligenter quia ad praticam multum facit tale persuppositū ut apparebit.

Propositio .16.



Atra datum circulum. quindecagonum equilaterum atq. equiangulum designare. **Deinde** circa quolibet circulum assignatum quindecagonum equilaterum atq. equiangulum atq. intra datum quindecagonum circulum describere.



Sit datus circulus. a. b. c. uolo sibi inscribere quindecagonum equilaterum & equiangulum. deinde etiam circūscribere atq. intra tale quindecagonum propositum circulum describere. Non proponit autē circa talem quindecagonum circulum describere. quia hoc satis dat intelligere per a. l. i. que proponit. In dato circulo iuxta doctrinā secundē huius. protrabo latus trianguli equilateri a. q. sit. a. c. & iuxta doctrinā a. latus pentagoni equilateri atq. equianguli quod sit. a. b. Et quia arcus. a. c. est totius circumferentię tertia: cuius arcus. a. b. est. quinta: erit superfluum inter eos quod est arcus. b. c. / due tertię: arcus. a. b. uel due quintę arcus. a. c. siue due quintędecime totius circumferentię. Nam in omni toto excedit tertia quintā in duabus tertiis ipsius quintę. uel in duabus quintis ipsius tertię. siue in duabus quintis decimis totius. hoc enim patet in quinta & tertia primi numeri habentis quintam & tertiam qui est 15. eius enim tertia que est 5. excedit eius quintam que est tria in duabus unitatibus que sunt due tertię ipsius ternarii qui ē quinta. uel due quintę ipsius quinarīi qui est tertia siue due quintędecime ipsius. 15. qui est totum. **Diuiso** igitur arcu. b. c. per equalia. in. d. patet utrumq. duorū arcuum. c. d. & d. b. esse tertiam arcus. a. b. uel quintam arcus. a. c. siue quindecimam totius circumferentię. **Subtrē** igitur eis cordis. c. d. & d. b. coaptatisq. cōtinue intra datum circulum sibi equalibus per primam huius complebitur figura proposita. **Cetera** uero duo que proponit cum tertio q. dat intelligere uidelicet quindecagonum circulo circūscribere ac circulum quindecagono inscribere ac etiam circūscribere ex 13. & 14. huius plene intellectus facile perficies. **Et nota** q. quamcūq. figuram equilateram circulo scimus inscribere duplo plurimū laterū circulo scimus inscribere & circūscribere. & ipsi circulum. **Diuisis** c. n. arcibus quibus latera eius que sciuntur inscribi subduntur. per equalia & a punctis medijs ad extremitates laterum ipsius figure ductis lineis fiet intra circulum figura duplo plurimū laterum que erit equilatera per 13. tertię. ergo & equiangula. hoc enim demonstratum est supra. 15. huius q. omnis figura equilatera circulo inscripta est etiā equiangula. Et quia hanc circulo scimus inscribere sciemus cetera tria per 13. & 14. huius. **Quia** igitur sciimus inscribere triangulum equilaterum sciimus per hoc & exagonum & per exagonum duodecagonum ac per duodecagonum figuram. 24. laterum. & sic in infinitum duplando. Et licet p. triangulum possit ut diximus inscribi exagonus. possit tamen huiusppriam demonstrationem ex qua sequitur potissimū per utile. Et similiter quia sciimus & inscribere quadratum sciimus per hoc inscribere omnem figuram cuius laterum numerus est pariter par. per pēthagonum quoq. sciimus decagonum. & figuram. 20. laterum. sicq. continue duplando. idem quoq. intellige de quindecagono. per ipsum enim sciuntur figure. 30. & 60. & omnium continue duplatorum laterum. **Ceterarum** autem fir-

*15 q. 5 eq. p. 15 q. 5. 7.
q. 15 est eq. p. 15 q. 5. 7.
circu.*

gurarum de quibus ista non docet. uel que per has non habentur diffi-
lis est sciencia. & parum utilis. ^a ut sunt eptagona nonagona undecagona.
Quod si sciremus triangulum duum equalium laterum designare. cuius
uterq; angulorum ad basim triplus esset ad reliquum sciens eptagonu
ut supra pentagonum circulo inscribere. q; si uterq; quadruplus esset ad
reliquum sciens nonagonum. & si quincuplus undecagonum. Idemq;
in ceteris figuris imparium laterum. posito utroq; angulorum ad basim
multiplici ad reliquum. per eum numerum qui est medietas. maximi pa-
ris sub impari numero laterum ipsius figure contenti.

Castigator.

a Quia si illa secunda proponit triangulum assignatum equilaterum
& sic in scribendo circulo unum ei equiangulum. Orietur pariter equila-
terus ad instar propositi quis maior & minor secundum quantitatem pro-
positi circuli. Similiter dicitur de pentagono. per. x. huius. **b** Per. x.
terti. **c** Per. x. tertii cum omnis illi arcus sint sibi inuicem equales
quoniam quisq; est. x. pars totius circumferentie. **d** Verba campani
tradactoris immo utilissima cum uirtus circa difficile uersetur teste. Ag-
quia facile malum.



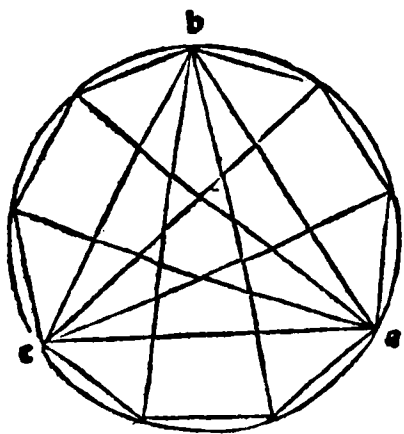
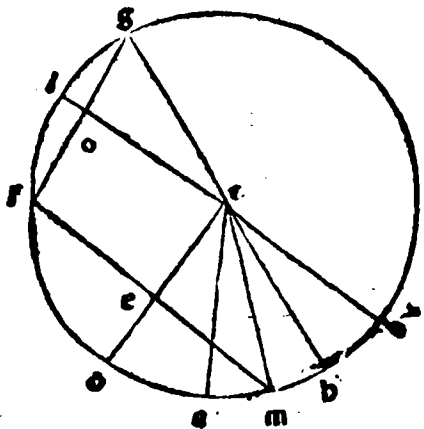
Latum angulum in tria equa diuidere. ^a Sit angulus datus
c. nolo ipsum diuidere in tres equales angulos quod sic fa-
cio. pono primo. c. centrum circuli describendo circulum
qualitercumq; contingat. & protrabo latera continetia da-
tum angulum usq; quod fecerit circumferentiam in punctis
e. & b. tunc a puncto. c. quod est centrum circuli duco li-
neam. c. d. perpendiculariter ad lineam. c. b. & in lineam. c. d. asigno. punctu
e. a quo duco lineam ad equalitatem. c. b. usq; quo fecerit circumferentiam
circuli in puncto. f. & produco. e. usq; a. deinde protrabo lineam. g. h. equi-
distantem. f. a. que scilicet. g. h. transeat per centrum. & duco lineam. f. g.
equidistantem linee. e. c. & protrabo lineam. c. b. incontinuum & directu
usq; ad. l. que fecat lineam. f. g. orthogonaliter in puncto. o. & per equalia
dico ergo q; arcus. l. g. est equalis arcui. h. b. propter hoc. q; angulus. l. c. g.
est equalis angulo. h. c. b. cum sint contra se positi. Et igitur arcus. f. g. sit
duplus arcui. l. g. erit etiam duplus arcui. h. b. sed arcus. f. g. est equalis arcui
a. h. cum sint inter duas lineas equidistantes que sunt. f. a. & g. h. ergo arc-
h. a. est duplus arcui. h. b. ergo off. angulus. a. c. h. est duplus angulo. h. c. b. di-
uidam ergo angulum. a. c. h. per equalia per lineam. c. m. & patet ppositu.

Castigator.

a Ista de diuisione anguli in tres partes equales est limitanda quoni-
am non est de omni. Eius limitatio erit ista datum angulum minorem
recto in tria equa diuidere na de obuso non posset illis mediis concludi
quia tunc linea. d. c. caderet inter lineas. a. c. & b. c. & tunc demonstratio
non tendit ut per te deducendo percipere poter. ideo discursus tibi relin-
quitur & c. Et talis limitatio datur intelligi per constitutionem ipsius no-
nagoni in circulo ob cuius rationem principaliter illa posita uidetur ubi
prius inscribit triangulum circulo equilaterum & per consequens equian-
gulum cuius quisq; angulorum minor est recto ex. 32. primus euidenter
apparet.



Lata datum circulum nonangulum equilaterum atq; eq-
angulum designare qd sic fieri pot iuxta doctrina secunde
huius. inscribam circulo assignato triangulum equilate-
rum atq; equiangulum qui sit a. b. c. & unumquemq; angu-
lorum eius diuidam per tria equalia & protrabam lineas
diuidentes angulos usq; ad circumferentiam & tunc quia
nouem anguli locati in circulo sunt equales de necessitate arcus suppositi
ipsis angulis sunt equales. Protrabam enim cordas subtractas singulis arcu-
bus & habebo intentum. **Explicet Liber quartus.**





Sermo habetur per R. euerendum patrē. M. LVCAM Pa-
ciolum de burgo Sancti Sepulchri. Or. minor. In eccle-
sia Sancti Bartholomei. Venetijs. 1508. Die. xi. augusti
in quintū Euclidis. Spiritus sancti gratia illuminet sen-
sus & corda nostra. Amen. ¶ Arduum difficultumq; re-
rū omnium. R. euerēdi dñi: uenerandi patres: excellētissi-
mi Doctores: Magnifici uiri: Acutissimi cuiusq; facultatis studētēs
nosq; ceteri p̄stantissimi ciues: difficillima est proportio. Hęc est illa
quę sola intima altissime iduidentq; trinitatis penetrat & a sacris theo-
logis solertissime inuestigatur. Hęc enim est quę sæpius in eorum. uolu-
minibus relatio dicitur: aliquando respectus nōnquā habitudo. Inter-
dum intellectus discursus: & nomine alio comparatio nūcupatur. Hu-
ius notitiam diuini philosophi summopere cupierunt dum Metaphysi-
cē opera in lucem prodere curarent. Hanc pro uiribus naturales profe-
qui sumunt Socrates: Plato: Aristoteles: ceteriq; omnes. Cum dere-
rum uniuersiq; natura agerent. Non enim aliud in rebus uniuersis supe-
rioribus: scilicet & inferioribus q̄ debita earum adinuicem proportio:
seu habitudo quęritur. Nunq̄ enim sacris litteris incumbentes: processio-
nem sancti spiritus a patre & filio ex eorum reciproco amore causatam
lingua calamoq; explicare potuissent: nisi prius relationem inter eos p a-
tris ad filium: & contra percepissent. Hanc pro oculis summus opifex in
creatum terrestriumq; seriem dispositione semper habuit. Dum orbū
motus cursusq; syderum & planetarum omnium ordinatissime dispone-
ret. Hęc quando æthera firmabat sursum: & appendebat fundamēta ter-
rę: & librabat fontes aquarum: & mari terminum suum circumdabat le-
gemq; ponens aquis: ne transirent fines suos: cum eo erat cuncta cōpo-
nens. Quę nam esset humano generi delectatio si ex tanta rerum diuer-
sitate pportio non oriretur? Cum sepe dicatur: uarietas est quę delectat.
Quo pacto insuper in inuisibilem raperetur amorē nisi habitudinē
quandam creaturę ad creatorem cerneret. Et quāuis finiti ad infinitum
proportio nulla esse predicetur: attingentię. tamen inter ea proportio a
sacris non negatur doctoribus. Naturales autē & ipsi (ut paulo ante dixi-
mus) p̄fūdulo rerum naturalium proportionēs quęsuere: prout in eorū
codicibus passim habetur. P̄sertim Aristotelis cuius opera p̄ aliis aspi-
due p̄manibus habentur. Nam inde physico auditu proportionē motu
um inter se subtilissime perscrutatur. Et ex decem predicamentis quo nu-
mero denarioq; p̄phi contexti extiteruntū relatiōis seu ad aliqd huius-
mōdi sublimi indagatrici pportioni. s. sp̄aliter addicauit. ¶ Omitto loca
alia pene innumerable ubi de pportionibus & pportionalitatibus sa-
pissime disferunt. Quę omnia (ut de naturalibus concludam) medicis
p̄sertim peritisimis: (quib⁹ omnium cura cōmissa est) nota sunt & de
necessitate debent. Nō. n. calidi & frigidi: hūidi & siccī in medelis dispo-
nendis rectā rōnem habebūt: nisi gradū cuiuslibet predictarū nouerint.
quem postea ex multis pportionado qualitatibus unā efficiunt egrotā-
ti corpori debite exhibendā. ¶ Quo ē Astronomi pportioe relicta age-
rent: nōne uelut amētes ceci q̄ discurrerent. Narrēt hii qui sentiūt: dicās
egyptiū Ptolomeū: Ali. Albategni. Alfagranus. Geber. Albuma-
sar: & ceteri oēs qui pportioe preuia ptisimi euasere. ¶ Qualiter coro-
graphi cosmographiq;. Marinus quē sepe Ptolomeus ipugnat Strabo &
alii qui totius orbis sitū nobis tabulis quibusdam accuratissime tradide-
runt: tot & tanta simul unico libello complecti potuissent: nisi matrem
oīum obseruassent proportionem. ¶ Dicant quęso architecti omnes &
diuersarum machinarum inuētores prisci & p̄sentes: Pythius qui pri-
mus adē minere nobiliter architectatus ē. Dinocrates: Archimedes:
Vitruuius: Frōtinus: Vegetius: & alii q̄ plures q̄ i edificioꝝ structuris sū-
me excelluerunt: quorū memoriā p̄fusa ruinę adhuc nobis asserūt quo
medio talia ederint? Certe pportione duce se oīa p̄fice se respōdebūt.

¶ Quomodo pictores celeberrimi. Appelles Miron Polidetus & ceteri quos historie nominant aliquid laude dignum prospectu aspectu su-
 is posteris reliquisse. Si in eorum figuris liniamenta distantiasq; debi-
 tas altitudines & latitudines proportionaliter non seruassent. **¶** Lapi-
 de quoq; seu lapidum sculptores Phidias Praxitles. Apollonius. Nestor
 & reliqui industria tali prediti, non necandem diligentissime propor-
 tionem marmoris & ceterisq; statuis accomodarunt. prout indies frustis
 talium hinc inde repertis facile datur intelligi. **¶** Pariter & Musici
 nil aliud in eorum melodiis & armoniisq; querunt nisi modum debitum
 uocum & sonorum: hoc est: Sesquiaktera sesquitercia. Diapente: Diaphe-
 son: & aliis huiusmodi proportionibus (teste Boetio) proportionatum.
 ut in auditorum auribus dulcius ac suauius resonent. & summam illis de
 lectionem ingerant: que sine proportionem & proportionalitate mini-
 me Causari potest. Quem morem imitando poete Carmina sua (eis-
 dem fere medijs) Datilo: Iambo: Spondeo: Trocheo: Anapesto: Tri-
 braco. Proceleumatico. Ceterisq; proportionis loco utendo pedibus.
 Componunt. **¶** Nec non & rethores (ad istorum instar) Orationum
 suarum partes debitis ac congruis numeris assignant. **¶** Hoc idem origo
 & fundamentum omnium liberalium artium grammatica obseruare ui-
 detur: dum normam recte loquendi recteq; scribendi. discere incipienti-
 bus tradit. graui acuto: circumflexoq; acutibus terminatam. **¶** Qua et
 ma equisime sanctiones. Iustiniana scilicet & canonica suas recteforma-
 rent sententias: si iustitiam utranq; commutatiuam scilicet & distributiuam
 non supponerent. Quarum altera uidelicet distributiuam petitis geome-
 tricam tantum proportionem attendi comprobatur (ut in ethicis Ari-
 stoteles: & plato inde legibus & republica testantur) iuxta quam iustus in-
 dex uiuorum & mortuorum olim humano generi retribueret merita ac de-
 merita omnium adinuicem proportionando ut ex sacris aperte dicitur
 litteris. **¶** Hanc assidue & commutatiuam obseruant rerum publicarum
 fautores dignissimi huius seculi negotiatores res pecunia uendendo. emen-
 doq; seu quouis alio modo pertractando. **¶** Aliarum quoq; unaqueq;
 mechanicarum industria suas debitas habet proportionem ipsam mode-
 rantes: experientia teste. **¶** Sed dum talia percurimus quid de arithme-
 tica geometriaq; nostris dicemus: qui precipui inter alios semper habiti
 sunt ut Pitagoras & Nicomachus qui primi numerorum apud grecos in-
 uentores fuisse perhibentur: quis apud latinos Boetius & Apuleius habe-
 antur. Non ne hi ceteris diligentius proportionem seruant: quam (teste
 Euclide) rationalem uocant. **¶** Geometre uero utriq; indifferenter ra-
 tionali: scilicet & irrationali curam adhibent. **¶** Hec deniq; proportio
 infinitus thesaurus est hominibus quo qui usi sunt principes facti sunt ami-
 citie dei propter discipline dona Commendati. **¶** Hanc ego proposse
 sine fictione didici & cupientibus fore inuidia comunio uirtutem eius
 apertissime ostendendo. **¶** Hanc igitur proportionum & proportionalita-
 tum Euclides necessariam cernens obseruantiam ut omnium que dixerit
 fructus uberior habeatur. De his ipsis disertissime hoc in quinto egit. Dis-
 tinctiones earundem premitens ac deinceps more suo conclusiones tri-
 ginta quatuor numero. (quibus iste totus complectitur liber) exarandos:
 Et contra aduersarij eas firmissime atq; inrefragabiliter concludit.
¶ Qua propter si quis ad speculationem aliquam quacunq; in facultate
 scientia: arteq; aspirat ad hunc properet fontem: a quo aque uiue semper
 flumina fluunt. Et super astra eius extolletur ingenium. **¶** Sed ut iam ad
 litteram ueniamus res exposular. Que sic incipit uidelicet: pars est.



Miles hi sunt qui interfuerunt. In diu Bartholomei Zeder
ego Lucas Paciolor Burgensis Sancti Sepulchri Ex mine
ritana Francisci familia Quintum Euclidis profiteri solē
niter cepi praefatione hac prius habita. M.D.viii. Au
gusti. die. xi. Et in primis..

¶ Clarissimus Vir. Ioannes Lascaris ad senatum Venetū
christianissimi francoꝝ Regis Orator. ¶ Vir clarissimus Philippus fer
rerius Barchinonensis Catholici Hispaniarum Regis ad. eundem Sena
tum Orator. ¶ Reuerendus Apostolorum praefat Isidorus bagnolus Se
renissimi Principis Cancellarius. ¶ Ioannes Baptista Egnatius Vir
omni litterarū genere praestans. ¶ Vincentius Dulcius.

¶ Reuerendi Sacre Theologie Profesores.

¶ Magister Gabriel Venetus Eremitae Familie tenuisinae provinciae
praefat. ¶ M. Gabriel Bruns Venetus Minoritanae Familiae Romaniae
Provinciae Minister. ¶ M. Petrus Lucignanensis eiusdem familie.
¶ M. Iacobus fauennus eiusdem familie. ¶ M. Ioannes Andreas
de ciuiali. ¶ M. Petrus de cruce Hispanus. ¶ M. Antonius feroiu
hensis. ¶ M. Germanus Guardianus. ¶ M. Nicolaus Mutinensis.
¶ M. Angelus Venetus. ¶ M. Simon Venetus Regens. ¶ Sacre
Theo. baccalarius formatus. Frater Petrus terrenotamentis. ¶ S. Theod.
Baccalarius Frater Bartholomeus montekinas. ¶ Frater Iocundus
Veronensis Antiquarius. Omnes prelibari Eiusdem Minoritanae Fa
milie. ¶ Hieronimus Reginus Mantuanus Eremita. ¶ Sebastianus
Leonardus Cosmographus.

¶ Magnificus Vir Bernardus Bembus Doctor & aequus. ¶ M. V. Mari
nus Georgius Doctor. ¶ M. V. Sebastianus foscarenus Philosophie p
fessor Clarissimus. ¶ M. V. Gabriel Maurus aequus. ¶ M. V. Franci
scus donatus aequus. ¶ M. V. Vincentius Quirinus Doctor. ¶ M. V.
Petrus pascalicus Doctor & aequus. ¶ M. V. Nicolaus Tempul⁹ Doctor
¶ M. V. Daniel Rainerius aduocator communis. ¶ Excellens Vir Ioan
nes Baptista Brocardus.

Medici Illustres.

¶ Benedictus Thedaldus. ¶ Marinus Brocardus. ¶ Franciscus Valen
tinus. ¶ Alexander Veronensis. ¶ Ambrosius Leo Nolanus. ¶ Ro
dulfus Cameter. ¶ Mathens Feltrensis. ¶ Caesar Optatus. ¶ Ascarius
Esinus. ¶ Excellens studiorum humanitatis professor Hieronimus Ma
ferius Forolimensis. ¶ M. V. Hieronimus Sauognanus. ¶ M. V. Fra
ciscus Ducodus. ¶ M. V. Vincentius Grimanus. ¶ M. V. Franciscus &
Iacobus fratres Cornelii. ¶ M. V. Thomas Iustinianus. ¶ M. V. Mar
cantonijs Comerius. ¶ M. V. Federicus Molinus. ¶ M. V. Petrus Do
natus. ¶ M. V. Petr⁹ Contaren⁹. ¶ M. V. Donat⁹ Legius. ¶ M. V. Lau
rentius Bragadenus. ¶ M. V. Marinus Sanutus. ¶ M. V. Angelus Pi
saurius. ¶ M. V. Petrus Mocenicus. ¶ M. V. Sanctus Tronius. ¶ M.
V. Lauretius Memmus. ¶ M. V. Carolus Contarenus. ¶ M. V. Domi
nicus priolus. ¶ M. V. Ioannes Bembus. ¶ Flaminius poeta calenus
¶ Aldus Manutius Romanus. ¶ Palladius Soranus poeta. ¶ Leonar
dus Augustini pratenfis. ¶ Petrus Zianus. ¶ Iacobus draganus. ¶ Ma
theus Cirijs Florentinus. ¶ Bartholomeus. Franciscus & Paulus fratres
Romplasti. ¶ Nicolaus Sapa. ¶ Lucas Carolus. ¶ Bartholomeus Pe
dretus. ¶ Laurentius Papiensis Musicus. ¶ Franciscus masarius. ¶ Ia
cobus Cecus. ¶ Marcus Antonius Bragadenus. Hi tres adoleſcentes sum
me indolis. ¶ Petrus Priolus. ¶ Sebastianus Priolus. ¶ Bernardus
roccaius & Ioannes eius filius Florentini. ¶ Iacobus Georgius Mathema
tice Sectator. ¶ Georgius Tragurinus eiusq. filius Marcus. ¶ Alexius
Bergomensis. ¶ Ioannes Marcus Canotius Pataninus. ¶ Petrus Lom
bardus. Hi quatuor praefati Architectonica Clari. ¶ Bernardinus Pe
mus Vrbinas. ¶ Alexander francius & Vanotius Pauli Senenses. ¶ Ot

tantis foris empronensis. ¶ Uodnes franciscus puteolanus. ¶ Nicolaus
corbohi florentinus. ¶ Franciscus rostellus florentinus Cosmographus.
¶ Alii plurimi quorum nomina sigillatim referre ad quingentos &
amplius operosum nimis foret florem tantum hominum decerpere.

¶ I sidoms Bagnolis Apostolorum presul & Serenissimi Principis C^{es}
cellarius Natali Regie diui Jacobi presuli & Veneto Canonico. S. P. D.



Electatus Mirum Immodum Superiore Anno prelectio
ne quadam Euclidis Mathematicorum omnium facila
Principis in quatuordecim Librum quam L. V. C. A. S. Pa
ciolus de Burgo Sancti Sepulchri Minoritane Familie
addictus omnium nostra tempestate hęc disciplinis in
structissimus habuit. Non potui fratres optime tecum vo
luptatem incredibilem quam ceptam non commutare. Nam quod te
etiam atque etiam amemus. Tam quod ipsa res Digna mihi semper est nunc
que tibi quoque cognita tempestatque forma. Noceat tu scio. V. C. A. M. no
strum Notas hominis ingenium. Notas hominis famam. Virtutem eius
scripta fortasse non attigeras ut pro ingenio tui Felicitate & cardore me
tur de tota re sententia ferres. Ego vero qui tibi semper gratificari studui
curam. Vt qui audire prelegendem L. V. C. A. M. per publicas occupationes
non potuisti presens habere absens in quo te quandoque oblectes fructusque
maximum capias. Lege igitur et istam prelectionem. Lege si post illam
quintum Euclidis librum qui sane is est ut quando Euclides ipse omnes
alios scriptores antecellit tanto quinquies ista scripta ab equalia presens.
Sunt quidem plena ingenio plena acuminis plena claritatis in hoc qua
to omnia. Nihil consequitur te in mathematicis credere. Nisi quintum
non solum quod a iuncta lumine saltem sed accurate introspectas. Quare
non dubito quin pro rei prestantia & auctoris singulari ac prope diuina
scientia id legas & quod te plurimum delectari possit & aliis etiam atque
etiam prodesse. Cetera interim mathematica uel Euclidis nunc tandem
emendatis summa uel que Lucas ipse suo Marte peperit quoniam in dies cudentur se
lix expecta. Bene vale. Venetis onedibus nostris. M. D. viii. Martii. xij.

Castigator.



Vt ante non nulli optime lector huiusmodi mathematicę
discipline ignari proportionem quantitatem esse quod
minime uerum est sed est mera quantitatum adinuicem bi
tudo cum eiusdem fuerint generis quantesque fuerint
ut in sequentibus apertissime. Euclides ipse diffinit. Et
talis habitudo ad minus exigit duo extrema seu duos ter
minos. Proportionalitate autem non sic intelligas habitudinem esse quę
quantitatum sed solum proportionum similitudinem & nomine alio quidam
eam proportionum proportionem appellant. Ad cuius constitutionem
ad minus due proportionem requiruntur cum similitudo ad minus exigit
duo extrema hoc est duas proportionem ut infra in isto quinto loco suo
habebis & due proportiones ad minus exigit tres terminos si fuerint consi
tue. ut. 1. 4. 8. 16. dicuntur proportionales & sic. 3. 9. 27. 81. sunt 11. primi pro
portionales in dupla postremi uero in tripla & diat continua. Item alio
modo dicuntur proportionalia in continue ut sunt. 4. 6. 9. 12. 16. &
ista uocatur proportionalitas duplex in continua &c. Et ppea ne tu cum re
liquis in foueam cadas uolui te eandem rem idcirco ne in sequentibus ubi eg
uocatio occurrat quoniam scribimus Iudocis &c.

Necessarius ac vetustissimus Euclidis Liber quintus de p
portionibus & proportionalitatibus ex perfecta Campani tra
ductioe Magistro Luca Pacioli de burgo. Sancti Sepul
cri Radinis. Adinorum Castigatoris optimo. Incipit feliciter:

Diffinitio .1.



Pars est quantitas quantitatis mi
nor maioris cum minor maiorem
numeret.

Pars quandoq; sumitur proprie: &
hec est q; aliquotiens sumpta suū totū
p̄cise cōstituit sine diminutiōe uel aug
mento: & dicitur suū totum numera
re per illum numerum s̄m quem sumi
tur ad ipsius totius constitutionem: ta
lem aut partem quam multiplicatiua
dicimus hic diffinit. **Q**uandoq; su
mitur cōiter & hec est quelibet quanti
tas minor que quotiescūq; sumpta suo
toto minus aut maius constituit. quā
aggregatiuam dicimus: eo q; cum alia quantitate diuersa totum suū cō
stituatur: per se autem quotiens cūq; sumpta fuerit non producat.

Diffinitio .2.



Multiplex est maior minoris qm̄ eam minor metitur.

Pars relative dicitur ad totum: & in istis duobus extre
mis consistit eorum adinuicem relatio: & ideo diffinitio
minori extremo diffinit hic maior: uocat aut ipsum mul
tiplex propter hoc q; minus ipsum aliquotiens sumptum
constituatur: erunt igitur relative dicta adinuicem: pars &
multiplex. Nam omnis pars submultiplex: ut patet per eius diffinitionē.

Diffinitio .3.



Proportio est duarum quantecūq; sint eiusdem ge
neris quantitas certa alterius ad alterā habundō.

Proportio est habitudo duarum rerum eiusdem gene
ris adinuicem in eo q; earum altera maior aut minor est
reliqua uel sibi equalis. **N**on enim solum in quantitatib;
bus reperit proportio. sed in ponderibus: potētis & sonis.
In ponderibus quidem & potētis multo plato in thimēo ēē proportionē
ubi elementorum numez. p̄ndit: in sonis autem esse proportionem liq̄e
ex musica. Nam ut uult Boetius in quarto si quilibet nentis in duas ine
quales ptes diuidat. erit ipsa p̄m suūq; sonoz eadem cōyegētiā p
portio. Sed in quibuscūq; pportio reperitur: ea p̄cipiant naturā p̄p
tateq; quantitatib; non. n̄ cepit in aliquibus rebus duabus nisi in eo q; eaz
una est reliqua maior aut minor aut sibi equalis. **Q**uantitatis aut p̄p̄ū
est s̄m ipsam egle uel inaequale dici. ut uult Aristot. in p̄dicamentis. un liq̄
pportionem primo in quantitate repiri. & p̄ ipsam in omnibus aliis. Nec
ēē in aliquibus rebus pportionem cui similis non sit in aliquibus quantitatib;
p̄ q; & bene dixit Euclides pportioem simplr ēē in quantitate cum ea diffi
nitur p̄ habundinem duaz quantitatū eiusdem generis adinuicē. **C**ūq;
diffinitionis intellectus ēē pportio ē habitudo duaz quantitatū adinuicē
q; attēdit in eo q; una eaz ē maior aut minor alia uel sibi equalis: p̄ q;
aut q; oportet eas ēē eiusdē generis: ut duos n̄tros: aut duas lineas aut
duas superficies: aut duo corpa: aut duo loca: aut duo tpa. Non n̄. p̄r dici
linea maior aut minor superficie. aut corpe nec tps loco. sed licet linea & su
p̄ficies superficies. Sola n̄. uniuoca ē cōpabilia sunt. **Q**uod aut dicit cer
ta habitudo. Nō sic intelligas q̄si nota uel scita. sed quasideterminata: ut se
nsus. Proportio ē determinata bitudo duaz quantitatū: ita in quā determi

nata q̄ hec & non alia. Non enim est necessarium ut ois habitudo duarū
quantitatum sit scita a nobis nec ē a natura. ¶ Nam proportio quedam
est discretorum ut numerorū. q̄dam autē continuorū. In numeris autē mi
nor est pars b aut partes maioris ut demonstratur in septimo square & in
eis omnibus est habitudo certa & nota. ¶ At uero in continuis est pro
portio magis largat est enim in eis ubi minor quantitas est pars c aut ptes
maioris & talium oīum mediantibus numeris est proportio notat q̄ rō
nalis dicitur. Dicunturq; omnes tales quantitates cōmunicantes: quia
eas una & eadem necessario metitur. unde & omnes numeri sunt cōmuni
cantes. omnes enim ipsos metitur unitas. ¶ Est etiā ubi minor nō est ps
aut partes d maioris & in talibus nō est nota proportio. nec nobis nec na
ture. Diciturq; hec proportio irrationalis: & hec quantitates incōmunican
tes: unde fit ut quecumq; proportio reperitur in numeris reperiat in om
ni genere continuorum: ut in lineis superficiebus corporibus & temporib
us: non autem econuerso: infinite enim sunt proportionēs in continuis
reperite: quas numerorum natura non suffinet. Sed quecumq; proportio
reperitur in uno genere cōtinuorum eadem reperit in omnibus aliis. Nā
qualitercumq; se habet aliqua linea ad quamlibet aliam: sic se habet que
libet superficies ad aliquā aliam. & quodlibet corpus ad aliquod aliud: si
militer & tempus. sed non sic quilibet numerus ad aliquem alium: unde
magis est larga proportio in continuis. q̄ in discretis. Ex quo manifestum
est proportionem geometricam esse maioris abstractionis: q̄ proportio
nem arithmetica: omnis enim proportio circa quam arithmetica uersat.
rōnalis est: geometria uero rōnates & irrationales equaliter considerat.

Castigator

a ¶ Vniuoca sunt quorum nomen cōmune est & ratio substantie eadem
ut hoc nomen homo significat sor. & pla. quoniam eadem ratione sor.
est homo qua. pla. &c. Equiuoca uero quorum nomen cōmune est & ra
tio substantie diuersa ut hoc nomen canis significat latrabilem piscem &
stellam sed alia & alia ratione &c. etiā hoc nomen sanum dicitur de urina
& cibo in genere latent equiuocationes. b ¶ Quando minor est pars ut
4. respectu. n. quando minor est partes ut 8. respectu. n. & sic in ceteris.
c ¶ Ut linea bipedalis linee quadripedalis quando pars ut linea octo
pedalis linee. n. q̄n ptes. d ¶ Vel 8. 10. respectu. n. uel p. s. respectu. p. n.

Diffinitio 4.

Proportionalitas est similitudo proportionum.

¶ Ut si dicamus q̄ que est proportio. a. ad. b. ea est etiam
c. ad. d. proportio que ē inter. a. & b. similis ē illi que est in
ter. c. & d. Hec autem similitudo que ex istis proportionib
us resultat dicitur proportionalitas.

Castigator

¶ Amica est enim similitudo. dissimilitudo uero odiosa at contraria.
Boetius in primo musice capitulo primo & 31. Proportiones autem prin
cipaliter in numeris cōsiderantur. Boetius primo capitulo quarti musicer.

¶ Ista proportionalitas potest dici dupla tripla quadrupla sexquialtera
sexquitercia &c. put fuerint q̄titates proportionare continue.

Diffinitio 5.

Quantitates que dicuntur cōtinuam habere propor
tionalitatem: sunt quarum eque multiplicia: atireq;
sunt: aut eque sibi sine interruptione addunt aut
minuunt.

¶ Supposita diuisioni proportionalitatis p̄ continuam
& discontinuam diffinit membra diuidentia. & primo cō
tinuam imo ut uerius dicam: supposita diuisione proportionalium p̄ con
tinue proportionalia & incontinue: diffinit non continuam proportio
nalitatem nec incontinuum: sed cōtinue proportionalia & incontinue.
Diffinitio autem continue proportionalitatis & incontinue satis patet p̄

a 4 c 6

b 2 d 3

a 8

b 4

c 2

d 1

[The page contains dense handwritten Latin text, likely from a manuscript. The text is written in a cursive script and covers most of the page area.]

[The page contains dense handwritten text in cursive script, which is largely illegible due to extreme fading and bleed-through from the reverse side.]

[The page contains dense handwritten notes in cursive script, which are mostly illegible due to extreme contrast and blurring.]

comparatione ad quantitates, non quantita-
 tes, quaedam sunt communicabiles, et communica-
 biles, quaedam dicuntur incommunicabiles,
 sed incommensurabiles, communicabiles dicitur illi
 quibus est una quantitas communis, ut numerus, et
 dicitur aut una quantitas numerare aliam
 si 1^a aliquo numero accepta, producit ipsa duo
 lineas pedales, bipedales, vel tripedales lineam.
 Sicut ergo quantitates communicabiles dicitur lineae tri-
 pedales, et tripedales, quas pedales lineae 2^a
 binariis, et ternariis, numeros quantitates
 ut quibus non est una communis quantitas capias
 merant, dicuntur incommensurabiles, huius
 sunt diametri, et ceterae, sunt igitur hoc 3^o pro-
 portionum species, Rationalis, et irrationalis, propter
 hoc irrationalis debetur quantitatibus communi-
 cabilibus, ipsae quoque, et numeri, sola debent, et ratio-
 nales autem quae quantitatibus incommensurabilibus
 debent, nullius est nequaquam comparatio, unum man-
 nifestum est, quod ad geometriae positiones propor-
 tionis consideratione, quae disproportionis est magis
 multitudinis, ad ad huius species est numerale pro-
 portio igitur rationalis denominatur immediate
 ab aliquo numero, eundem quantitates commu-
 nicantium oportet, quod 2^a aliquem numerum
 minor, vel aliquem minoris, maiore nume-
 res, ut quod dixit Euclides infra in 5^o 10. omni
 duarum quantitarum communicantium est portio
 alterius ad alteram, tamquam portio numeri ad
 numerum dividitur, ante hoc species 4^a ad mor-
 du 2^a quem diuisa est portio arithmetica, quae
 alia est aequalitatis, alia est inequalitatis, et
 proportio inequalitatis subdividitur, alia ma-
 ioris, alia minoris inequalitatis, et utra-
 que accipitur inter eos terminos, ad eod-
 ordine, 5^a est habitudo maioris termini
 ad minorem, et minoris ad maiorem est conu-
 lta, et utraque 6^a species subdividitur, quod
 maioris inequalitatis species sunt portio
 multiplex, portio simpliciter particularis, portio super
 partem, item proportio multiplex super
 partem, et portio super partem, totidem
 species habet portio inequalitatis minoris, et
 et cum signantur omnibus addita propor-
 tionalibus, et de istarum diuisionibus, dicit

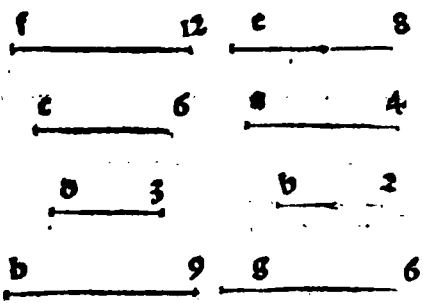
Arithmetica, Debet plus insistere, Proportio
autem irrationalis, non nominatur sic, quoniam
dicitur ab aliquo numero, et aliqua parte
numerali, quoniam non est possibile, hoc fieri ali-
que numero, partem aliquam minus, maius
vel numeris, contingit tamen immediate
denominare irrationalem a numero, ut
quod per se diametri ad costas est medietas per
portionis duplas, et ita capiunt alij spec-
es proportionum huius denominationis a
numero, dicitur autem respectu in duas
species, quod accipiuntur per se comparatione
ad quantitates mensurabiles, et ad modum
multiplicationis in eis, ut lineam quadam
sunt incommensurabiles in longitudine, et
quidam sunt incommensurabiles in longi-
tudine simul, et in potentia, incommen-
surabiles in longitudine sunt lineae qua-
rum longitudines non communicant, si autem
superficies quadrate in quas possunt co-
municare, tunc sunt incommensurabiles
in longitudine tamen, communicantes autem
in potentia, et hec species per se, ut latus $\square$,
et diametri non communicant quod quadrata
autem autem simul communicant per propor-
tionem duplicatam, si autem superficies $\square$ et in quas
possunt due lineae

due linee incommensurabiles in longitudine sunt in qua superficies incoicā:
tes: tunc ille linee dicuntur incommensurabiles in longitudine & in potētia.
Et hec spēs est secunda. exemplum est: accipiat linea medio loco propor
tionalis inter diametrum & costam fm q̄ docet .9. sexti inferius. Ibi n.
lanus quadrati ex illa linea media inuenta sunt incommensurabiles in
longitudine: sicut constat quia cū extrema fuerint incommensurabilia in
ter se erunt & incommensurabilia cū medio quod est fm cōtinuam pportio
nalitatem inter ista sunt due eadem linee incommensurabiles in potētiā
qm̄ quadrata earum non cōcant. Nā ex decima septima sexti oīum triū
linearū continue proportionaliū quanta ē prima ad tertiā tū erit & qua
dratum prime ad quadratū secūde. Pñt aut̄ hec spēs utraq; subdividi in
tot spēs quot modis accidit lineas uel sic cō incommensurabiles. Nam
nō solum linee possunt ēē incommensurabiles in lōgitudine tñdum se hñt
sicut diameter & costā: sed aliis modis se hñtibz forte ī finitū. similiter
dico de lineis incommensurabilibus ī lōgitudine & potētiā. qā n̄ solum sūt ta
les q̄ medie sunt inter costā & diametrum sed alie &c. **Diffinitio. 6.**



Quantitates que dicuntur ēē fm pportione vñā pri
ma ad secundā & tertiā ad quartā sunt quarū pme
& tertie multiplices euales multiplices secūde
& q̄te equalibus fuerint similes vel additione vel
diminutione vel equalitate eodē ordine sumpte.

Posita superius diffinitione quātitatū cōtinue pportio
naliū. hic ponit diffinitionē incōtinue pportionalitū: & est q̄ quarūlibet
4. quātitatū quarū prime & tertie eque multiplica sūpta fuerint. Itēq; se
cūde & q̄te eque multiplica fuerint; multiplex prime sic se hñt ad multi
plex secūde q̄tū ad additionē aut diminutionē aut equalitatē: sicut multi
plex tertie ad multiplex q̄te: erit pportio prime earū ad secūdā sicut ter
tie ad q̄tā. uerbi grā. Sint quor quātitates. a. b. c. d. sumantq; ad primā &
ad tertiā que sunt. a. & c. eque multiplica utpote dupla: q̄ sint. e. & f. I tēq;
ad secūdā & q̄tā q̄ sunt. b. & d. sumant alia eq̄ multiplica: utpote tripla: q̄
sint. g. & h. itēq; ut hec. 4. multiplica sic sūpta cōparata adinuicē fm ordi
nē pmarū quor quātitatum: ita uidelicet q̄. & cōparet ad. g. & f. ad. h. non
aut̄. e. ad. f. aut̄. g. ad. h. sint similia in additione diminutione & equalitate: ut
delicet q̄ si. e. addit supra. g. & similiter. f. addit supra. h. aut̄ si. e. minuit. a.
g. & f. similiter minuat ab. h. aut̄ si. e. ē eq̄lis. g. & f. similiter. f. sit eq̄le. h. tunc
pportio. a. ad. b. ē sicut. c. ad. d. ¶ Similitudo aut̄ in addēdo aut̄ diminūē
do intelligat hic sicut in diffinitione continue pportionalitū: uidelicet nō
quāntū ad quātitatē excessus: sed quāntū ad pportione. ¶ **Q** d̄ aut̄ dictū
eodē ordine sumpte intelligat sicut exposuī ē uidelicet ut multiplica nō
referant adinuicē fm ordinē earū quātitatū: q̄bus eque multiplica a sumū
antur multiplex prime nō referat ad multiplex tertie: aut multiplex secū
de ad multiplex quartē: sed referat fm primū ordinē ipsarū. 4. quātitatū
uidelicet multiplex prime ad multiplex secūde & multiplex tertie ad multi
plex quartē. ¶ Erit itaq; sensus istius diffinitionis. Incōtinue pportiona
les sunt quatuor quātitates & pportio prime ad secūdā ē sicut tertie ad q̄
tā cū sumptis eque multiplicibus ad primā & tertiā. I tēq; eque multiplici
bus ad secūdā & q̄tā erit pportio multiplex prime ad multiplex secūde: si
cut multiplex tertie ad multiplex quartē: sed nō diffiniuit sub hac forma
pp̄ cām predictā licet a parte rei idē sit. Nō ē aut̄ necessariū ut quatuor quā
titates. a. b. c. d. sint eiusdē generis: eo q̄. b. non continuabit pportione
cū. c. sed pñt ēē due prime unius generis & due sequētes alterius. ¶ Per q̄
patet q̄ necesse ē referri multiplex prime ad multiplex secūde & multiplex
tertie ad multiplex q̄te: non aut̄ multiplex prime ad multiplex tertie aut̄
multiplex secūde ad multiplex quarto: quia nō semp̄ sunt eiusdē generis.
multiplex prime & tertie nec multiplex secūde & q̄te. ¶ Fuit at̄ necesse sumo
re eque multiplices ad primā & tertiā. itēq; eque multiplices ad secūdā &
quartā: & nō eque multiplices ad primā & secūdā: & itē non eque ad ter



f	12	e	8
c	6	a	4
d	2	b	2
b	6	g	6
e	16	g	18
a	8	c	9
b	4	d	6
f	16	b	24
g	12	e	16
c	6	a	8
d	4	b	5
b	12	f	15
g	10	e	14
c	5	a	7
d	3	b	4
b	9	f	12
g	16	e	14
c	8	a	7
d	6	b	5
b	18	f	15

tiā & quartā quia nisi p multipliciū sūptionē cōtinuant termini prime p portiois cū terminis secūde, nō erit p ad se pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d.

Colligatur

a. ¶ Nam si a. ponatur. 6. b. 4. c. 3. & sumant multiplicia eque
liter ut puta dupla ad primam sicut a. m. 10. c. 3. Item q. ad secundā
& quartā ēt dupla erunt. b. 6. c. 8. que multiplicia in ordine suarum
quātitatum adinuicem cōparata arithmetice eodem modo sēbnt in ad
dendo equando & minuendo in namidupla p quartā autem ut patet & tri
pla p senariam & sic in ceteris & in prime ad secundā nō est sicut tertie ad
quartā nā illa est sexgaltera & alia supbipartiens tertias & ideo geo
metrice debēt intelligi. ¶ Infra. 4. qnti clare apēbit multiplicia taliter re
lata adinuicem ppositum cōcludere ēt in. 1. sexti. Idem. b. ¶ Exemplū
qñ non sunt pportioales. s. 3. 2. p. 1. c. d. f. 6. 4. p. a. b. multiplicia nō sēbnt
eodem mō. 10. 6. 11. 8. ¶ Id est non arithmetice sed geometricē. c. ¶ Boe
tius. 2. musice capitulo. 15. sed inter has tres medietates pportionalitas qdē
pprie & maxime geometrica nūcupat iccirco qm egs pportioibus to
ta contextitur. Sed in eodem uerbum pmissioe uocabulo pportioalitates
ēt ceteras nūcupantes uidelicet arithmetica & armonicā. d. ¶ Sicut
numeri caput est unitas ita pportioū eqūlitate ēt pncipium. Boetius. 2.
musice capitulo. 15. ibidem ostendit qualiter duobus modis pportiona
litas arithmetica procreatur exemplis optimis in numeris.

Diffinitio 7.



Quantitates quarum proportio est una proportio
nales nominantur.

¶ Postquam diffiniuit quantitates continue proportio
nales & incontinue diffinit quantitates proportionales
simpliciter & patet diffinitio.

Diffinitio 8.



Et si fuerint prime & tertie eque multiplices. Itēq
secunde & quarte eque multiplices. additōs multi
plex prime super multiplicem secunde. Non ad
det autem multiplex tertie super multiplices quar
te dicitur prima maioris proportionis ad secunda
q̄ tertia ad quartā.

¶ Diffinitis quātitatibus pportionalibus diffinit quātitates in propor
tionales. Sunt autē improporcionales inter quas est dissimilitudo pportio
num quod cōiungit dupliciter aut q̄a maior est pportio p̄me ad secunda
q̄ tertie ad q̄rtā aut q̄a minor & iō eius sunt dī spēs. P̄ia qñ maior est p
portio p̄mi ad scdm q̄ tertii ad quartū & dicitur hec maior impropor
tionalitas. ¶ Secunda uero qñ minor est pportio p̄mi ad scdm q̄ tertii
ad quartū & dicitur minor improporționalitas. ¶ Diffinit ergo eas in
ter quas est maior pportio prime ad secundā q̄ tertie ad q̄rtā q̄ est
maior improporționalitas diffinitionem aut earum inter quas ē minor
pportio prime ad secundā q̄ tertie ad quartā non ponit quia ipsa pa
tet ex alia. ¶ Cū igit fuerint. 4. quantitates ad quas p̄mam & tertiam sum
pta sunt eque multiplicia. & ad scdm & quartā egs multiplicia & multi
plicia p̄me & scde relata adinuicē non sēbnt similitē multiplicibus
tertie & quarte relatis adinuicē in additione diminutione & equalitate
ille. 4. quantitates erunt improporcionales. ¶ Quod si ita fuerit q̄ mul
tiplex p̄me sit equale multiplici scde. multiplex uero tertie sit minus mul
tiplici quarte. Aut q̄ multiplex p̄me sit maior multiplici scde. multiplex
aut tertie sit eqle. aut minus multiplici q̄rte. Aut q̄ multiplex p̄me sit ma
ius multiplici scde & similiter multiplex tertie multiplici q̄rte uerumt
plus excedit quātum ad pportionem non quātum ad quātitatē excessus
multiplex p̄me multiplex scde q̄ multiplex tertie multiplex q̄rte. Aut q̄
multiplex p̄me sit minus multiplici scde. & sūl multiplex tertie multipli
ci q̄rte. uerumtā minus minuit quātum ad pportionem nō quātm ad quā

Propositio .1.



Ifuerit quotlibet quantitates aliar totides eque multiplices aut singule singulis equales necesse e quemadmodum una illarum ad sui comparem. totum quoq ex his aggregatum ad omnes illas pariter acceptas similiter se habere.

Sint quotlibet quantitates. q sint. a. b. c. aliarum totides que sint. d. e. f. eque multiplices unaqueq. ad sui comparem. aut singule sint singulis eque. ita videlicet q sicut e multiplex. d. ita. b. est multiplex. e. f. c. multiplex. f. uel si. a. e. eque. d. q similiter. b. sit eque. e. f. c. eque. f. dico q sicut se habet. a. ad. d. ita se habet aggregatum ex oibus que sint. a. b. c. ad aggregatum ex oibus que sint. d. e. f. **Q**uod si singule singulis sint eque. les patet ppositum per hanc eodem sciamus si oibus equalia addantur tota quoq erunt equalia. **S**icut sunt oes suis compibus. eque multiplices diuisis eis fm quantitatem suam submultiplicium erit aggregatum ex pma pte. a. f. prima. b. f. pma. c. eque aggregato ex. d. e. f. p predicta eodem sciam admate. hac. que eidem sunt equalia inter se sunt equalia. **S**i nmliter quoq aggregatum f secudis pibus quantitatum. a. b. c. erit equal aggregato ex. d. e. f. q. de ceteris. f quia hoc poterit toties fieri quotiens. d. continet in. a. erit ut eque aggregati ex. d. e. f. toties continueatur in aggregato ex. a. b. c. quoties. d. continet in. a. quia ergo quoties. d. numerat a. toties aggregati ex. d. e. f. numerat aggregati ex. a. b. c. patet q sicut. a. e. multiplex ad. d. ita aggregati ex. a. b. c. aggregati ex. d. e. f. qd e ppositu.

Castigator.

Quia oportet oes partes cuiuslibet multiplicis pbare prius adinuicem e eque p illam q uni eidem f. qm. qlibet illarum equatur sue submultiplici ei f tuc p aliam eodem sciam si equalibus. f. coponendo eas in ordine multiplicium.

Propositio .2.



Ifuerint sex quantitates. quarum prima ad scdam atqz tertia ad quartam eque multiplices. quinta ad secundam atqz sexta ad quartam eque multiplices. totum prime z quinte ad scdam. totumqz tertie z sexte ad qrtam eque multiplicia esse pueniet.

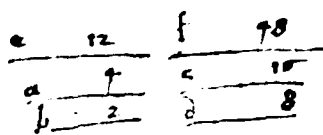
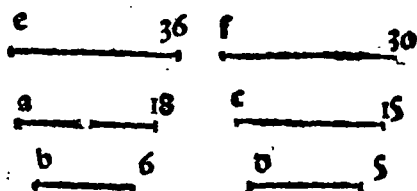
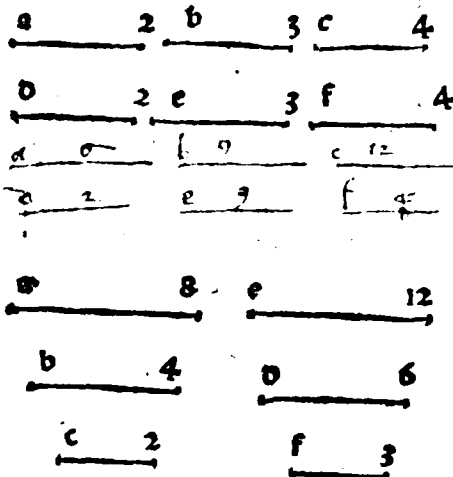
Sint sex quantitates. a. prima. b. secuda. c. tertia. d. qrtam. e. quinta. f. sexta. **S**itq. a. f. c. eque multiplices ad. b. f. d. iteq. e. f. f. sint eque multiplices ad eandem. dico q sicut totu aggregati ex. a. f. e. e. multiplex ad quantitates. b. ita totu aggregati ex. c. f. f. est multiplex ad quantitates. d. Nam quia numerus fm que. b. continet in. a. est. eque numero fm quem. d. continetur in. c. Similiter quoq numerus fm que. b. continet in. e. est equalis numero fm que. d. continet in. f. erit p eodem sciam que est si equalibus equalia addant f cetera. numerus fm quem. b. continet in aggregato ex. a. f. e. eque numero fm que. d. continet in aggregato ex. c. f. f. qre sicut aggregati ex. a. f. e. e. multiplex ad. b. ita aggregatum ex. c. f. f. e. multiplex ad. d. qd e ppositu.

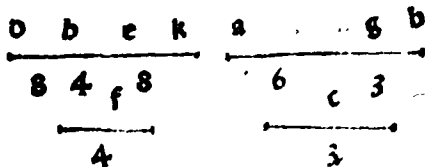
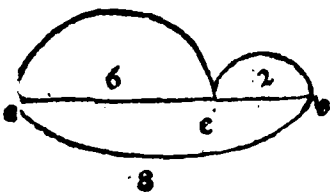
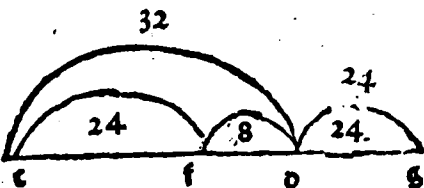
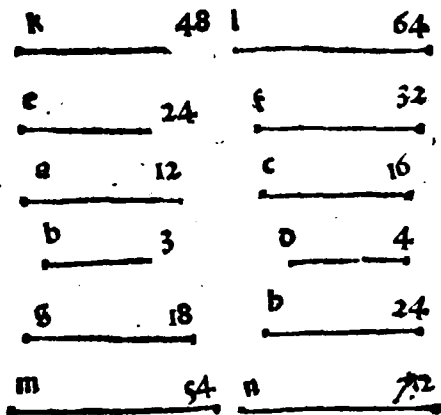
Propositio .3.



Ifuerint primum scdi z tertium quarti eque multiplicia. ad primum vero z tertium multiplices sumantur equales erut multiplex primi ad secundus atqz multiplex terti ad quartus eque multiplicia.

Sint sex quantitates. a. pma. b. secuda. c. tertia. d. quarta. e. quinta. f. sexta. **S**itq. a. ad. b. f. c. ad. d. iteq. e. ad. a. f. f. ad. c. eque multiplices. dico q sic. e. e. multiplex ad. b. ita. f. ad. d. Diuidat. n. e. fm qntitate. a. sui submultiplicis. f. f. fm quantitate. c. eritq. pp equalitatem primum. e. ad. a. f. primum. f. ad. c. ut quelibet primum. e. sit ita multiplex ad. b. sicut qlibet primum. f. ad. d. **Q**uia ergo sicut prima pr. e. est multiplex ad. b. ita prima pr. f. e. multiplex ad. d. Itemq. sicut scda pars. e. est multiplex ad. b. ita secuda. f. ad. d. ergo erit p premisam aggregatum. ex duabus p mis pibus. e. ita multiplex ad. b. sicut aggregatum ex duabus p mis pibus





f. ad. d. ¶ quia rursus tertia pars. e. si sit aliqua tertia pars. e. ita multiplex ad. b. sicut tertia. f. ad. d. erit p eadem ut totum aggregatum ex tribus primis partibus. e. sit ita multiplex ad. b. sicut totum aggregatum ex tribus primis partibus. f. ad. d. ¶ Sicq. si plures fuerint partes. e. f. f. componendo semper sequentem cu aggregato ex prioribus concludens q sicut. e. est multiplex ad. b. ita. f. ad. d. per premisam totiens sumptam quot fuerint partes in e. aut^b in. f. minus una: sicq. patet popositum.

Castigator.
a ¶ Quia tunc prima pars. e. tenet locum prime ¶ prima pars. f. tenet locum tertie. ¶ secunda. e. tenet locum quinte. ¶ secunda. f. tenet locum sexte. ¶ ideo per premisam concluditur totius. e. ad. b. sicut totius. f. ad. d. ¶ eodem modo ulterius ad alias partes si que forent. b ¶ Quoniam semper aggregatum ex partibus. e. habebit locum prime ¶ semper sequens pars. e. habebit locum quinte. ¶ aggregatum ex partibus. f. tenebit locum tertie ¶ semper pars succedens. f. tenebit locum sexte. ¶ ideo per premisam totiens repetitam quoties fuerint ptes. e. minus una: aut i. f. ¶ Co.

Propositio. 4.



¶ Si fuerit pportio primi ad secundum: sicut tertii ad quartum: ad primum autē z tertius eque multiplicia assignentur. Itemq. ad secundum z quartum multiplices eque exerūt assignate multiplices eodem ordine pportionales.

¶ Sit proportio. a. primi ad. b. secundū. sicut. c. tertii ad. d. quartum. Sumanturq. e. ad. a. f. f. ad. c. eque multiplicia. Itemq. g. ad. b. f. h. ad. d. eque multiplicia: dico q proportio. e. ad. g. est sicut. f. ad. h. ¶ Sumā. k ad. e. f. l. ad. f. eque multiplicia. iteq. m. ad. g. f. n. ad. h. eque multiplicia. ¶ quia. e. f. f. sunt eque multiplicia ad. a. f. c. iteq. k. f. l. eque multiplicia ad. c. f. f. erūt p premisam. k. f. l. eque multiplicia ad. a. f. c. ¶ Per eadem quoq. erūt. m. f. n. eque multiplicia ad. b. f. d. quare per conversionem diffinitionis incōtinue pportionalitatis. k. ad. m. f. l. ad. n. similiter se habebunt in addendo diminuendo ¶ Equales quia ergo. k. f. l. sunt eque multiplicia ad. e. f. f. iteq. m. f. n. eq. multiplica ad. g. f. h. erit per diffinitionē incōtinue pportionalitatis proportio. e. ad. g. sicut. f. ad. h. quod est propositum.

Propositio. 5.



¶ Si fuerint due quantitates: quarū una sit pars alterius minuaturq. ab utraq. ipsarum ipsa pars erit reliquū reliquo atq. totum toti eque multiplex.

¶ Vel sic si aliquota erit reliquū reliqui tota p. erit quota totū totius. Sit quantitas. a. b. tota pars quātītatis. c. d. quota. e. b. ipsius. a. b. minuatq. a. b. ex quantitate c. d. ¶ sit residuum. f. c. eritq. f. d. equalis. a. b. Similiter quoq. minuat e. b. ex quantitate. a. b. sitq. residuū. e. a. dico q quota p. est q. itas. a. b. quātītatis. c. d. tota est. quātītatis. a. e. quātītatis. c. f. ¶ Cū. n. f. d. si eq. lis a. b. erit. f. d. ita multiplex. e. b. sicut. c. d. ¶ e multiplex. a. b. ponā itaq. d. g. ita multiplicem. a. e. sicut. f. d. est multiplex. e. b. eritq. ex pma huius q. itas. f. g. ita multiplex. a. b. sicut. f. d. est multiplex. e. b. ¶ q. sic fuit. c. d. multiplex. a. b. sicut. f. d. fuit multiplex. e. b. erit utraq. duar. q. itatū. c. d. f. g. eque multiplex quātītatis. a. b. ¶ q. p eodem sciam. c. d. f. f. g. sunt eq. les adinuicē: dempta igr ab utraq. ear. quātītate. f. d. erit. c. f. eq. lis. d. g. ¶ quia. d. g. fuit ita multiplex. a. e. sicut. f. d. e. b. ¶ iō sicut. a. b. e. b. ¶ q. re ¶ sicut. c. d. a. b. erit. c. f. ita multiplex. a. e. sicut. tota. c. d. totius. a. b. q. d. est

propositum.

Propositio. 6.



¶ Si fuerint due quantitates ad alias duas eque multiplices: oneq. minores a duabus maioribus utraq. a sua multiplice subtrahantur. erūt duo reliq. ea rum dē partiū eque multiplicia. aut eis equalia.

¶ Sint quātītates. a. b. ad. c. f. d. e. ad. f. eque multiplices

dico. a. esse maiorem. b. hec. est conuersa. 8. Primum patet per primam partem 2. et per primam. 8. nam per primam partem septime; non erit. a. equalis b. nec etiam minor per primam octaua. Secundum uero patet ex secundis partibus earundem.

Castigator.

a. Per primam septime. a. non est equalis. b. et per primam partem octauae. a. non est minor. b. quia tunc utrumque esset contra ypoth. uidelicet quod sit maior proportio. a. ad. c. q. b. ad. c. et sic etiam secunda pars per secundas partes predictarum et esset contra ypoth. ut patet etc.

Propositio .11.



Si fuerint quantitatum proportionēs alicui uel equalēs ipsas quoque proportionēs sibi inuicem equalēs esse necesse est.

Propositionem hanc quam Euclides in principio primi annumerauit inter communes animi conceptiones; que eadem sunt equalia sibi quoque sunt equalia; prout de quantitatibus intelligitur hic demonstrat prout proportionibus accomodatur. Sit ergo utraque duarum proportionum que sunt. a. ad. b. et c. ad. d. equalis proportioni que est. e. ad. f. dico proportionēs que sunt. a. ad. b. et c. ad. d. sibi inuicem esse equalēs. Summam enim. g. ad. a. et h. ad. c. et k. ad. e. eque multiplices. Item q. l. ad. b. et m. ad. d. et n. ad. f. eque multiplices; et quia per ypothesim proportio. e. ad. f. est sicut. a. ad. b. et similiter sicut. c. ad. d. erit per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis bis sumptam si. k. addit super. n. q. g. addit super. l. et h. super. m. et si. k. minuit ab. n. q. g. minuat ab. l. et h. ab. m. et si. k. est equalis. n. q. g. sit equalis. l. et h. equalis. m. quia igitur. g. ad. l. et h. ad. m. similiter se habent in addendo et minuendo et quando mediantibus. k. et n. erit per diffinitionem incontinue proportionalitatis. a. ad. b. sicut. c. ad. d. quod est propositum.

Propositio .12.



Si fuerit proportio primi ad secundum sicut tertij ad quartum; tertij uero ad quartum maior quam quinti ad sextum erit proportio primi ad secundum maior quam quinti ad sextum.

Sicut i precedenti et hic demonstrat in proportionalibus conceptibile est in quantitatibus uidelicet quod si due quantitates fuerint sibi inuicem equalēs quacumque fuerit una earum maior eadem maior erit et reliqua. In proportionibus tamen hoc demonstratur ut si sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. uero ad. d. sit maior quam e. ad. f. erit quoque a. ad. b. maior quam e. ad. f. Summa enim. g. ad. a. et h. ad. c. et k. ad. e. eque multiplices. Item q. l. ad. b. et m. ad. d. et n. ad. f. eque multiplices; et quia per ypothesim proportio. c. ad. d. est sicut. a. ad. b. et maior quam e. ad. f. erit per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis si. h. addit super. m. et g. addit super. l. et per conuersionem diffinitionis maioris in proportionalitatis quod non sit necesse. k. addere super. n. Quia igitur mediantibus. h. et m. si g. addit super. l. non est necesse. k. addere super. n. erit per diffinitionem maioris impropotionalitatis maior proportio. a. ad. b. quam e. ad. f. quod est propositum. Simili quoque modo probabis quod si sit a. ad. b. sicut. c. ad. d. et c. ad. d. minor quam e. ad. f. erit. a. ad. b. minor. q. e. ad. f. Cum enim sit. c. ad. d. minor quam e. ad. f. erit. e. ad. f. maior quam c. ad. d. per conuersionem igitur diffinitionis maioris impropotionalitatis si. k. addit super. n. non est necesse quod h. addat super. m. sed si. h. non addit super. m. g. non addit super. l. Ergo si. k. addit super. n. non est necesse ut g. addat super. l. Per diffinitionem igitur maioris impropotionalitatis maior erit proportio. e. ad. f. quam a. ad. b. ergo e conuerso; minor erit. a. ad. b. quam e. ad. f. quod est propositum. Ex modo autem demonstrationis octauae huius et hac fiet manifestum quod si fuerit prime quatuor quantitarum ad

b 12 k 9 g 6

c 4 c 3 a 2

d 8 f 6 b 4

m 24 n 18 l 12

k 16 h 12 g 8

c 8 c 6 a 4

f 6 d 3 b 2

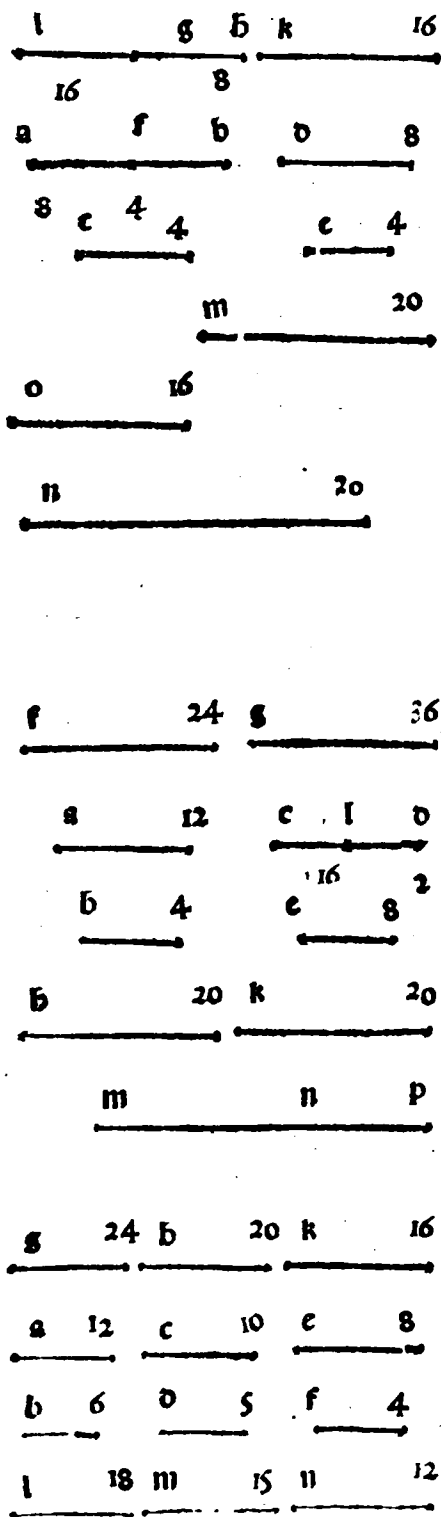
n 18 m 9 l 6

g 24 h 18 k 36

a 8 c 6 e 12

b 4 d 3 f 4

l 16 m 12 n 16



secundam maior proportio q̄ tertie ad quartam cōtinget reperire aliqua eque multiplicia prime & tertie: que cum comparabūtur ad aliqua eque multiplicia secūde & quarte inuenietur multiplex prime addere sup̄ multiplex secūde: non autem multiplex tertie super multiplex quarte: quod sic patet. Sit enim maior proportio. a. b. ad. c. q̄. d. ad. e. ponam ergo ut sit proportio. a. f. ad. c. sicut. d. ad. e. eritq; per hanc. n. & per. ro. a. f. minor a. b. & sit minor in quantitate. f. b. quam multiplicabo totiens q̄ proueniat at quantitas maior. c. que sit. g. b. hac conditione. ut. d. totiens multiplicata producat quantitatem non minorem. e. que sit. k. ¶ Tūc ponam ut l. g. sit ita multiplex. a. f. sicut. g. h. est multiplex. f. b. aut. k. d. eritq; per primam huius. l. h. ita multiplex. a. b. sicut. k. d. Deinde ponam q̄. m. sit prima quantitas multiplex. e. que sit maior. k. & ponam. n. ita multiplicem c. sicut. m. est multiplex. e. eritq; per premisas ypothesas & conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis: quantitas. n. prima multiplicium. e. que erit maior. l. g. nec erit. l. g. minor. e. b. Sumam ergo sub n. maximam multipliciam. c. aut sibi equalem si forsan. n. sit prima multiplicium eius que sit. o. constabitq; n. ex. o. & c. ¶ Quia ergo. l. g. non est minor. o. & g. h. est maior. c. erit. l. h. maior. n. quare cum. k. sit minor. m. patet propositū. ¶ Conuersam quoq; huius demonstrare possumus. uidelicet q̄ si contingit reperire aliqua eque multiplicia prime & tertie quarum multiplex prime addat super aliquod multiplex secūde & multiplex tertie non addat super multiplex quarte: maior erit proportio prime ad secundam q̄ tertie ad quartam: quod sic probatur. ¶ Sint quatuor quantitates. a. prima. b. secūda. c. d. tertie. e. quarta. sintq; f. ad. a. & g. ad. c. eque multiplicia. Similiter. h. ad. b. & k. ad. e. eque multiplicia. & addat. f. super. h. non addat autem. g. super. k. dico q̄ maior est proportio a. ad. b. q̄. c. d. ad. e. Si enim equalis per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis addet. g. super. k. quod est contra ypothe. Si autē minor sit. c. l. ad. c. sicut. a. ad. b. eritq; per huius. ro. c. l. minor. c. d. & sit minor in quantitate. l. d. Ponam igitur ut. m. n. sit ita multiplex. c. l. & n. p. multiplex. l. d. sicut. f. est multiplex. a. eritq; per primā huius. m. p. ita multiplex. c. d. sicut. f. est multiplex. a. utraq; igitur duarum quantitatū. m. p. & g. est eque multiplex quantitatū. c. d. ergo ipse sunt equales. Nam hec illatio demonstrata est in. 7. huius: & quia. g. non est maior. k. non erit. m. p. maior eadem sed per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis. m. n. est maior. k. eo q̄. f. est maior. h. ergo. m. n. ē maior. m. p. quod est impossibile quare relinquitur propositum.

Castigator.

a ¶ Quia stat q̄. k. addat super. n. etiam sed nō tñ fm̄ proportionē quātū h. super. m. ut in quarto modo maioris i proportionitatis habuisti. s. diffini. huius quinti: sed hoc non est necesse sed possibile solum. b ¶ Quoniam totiens multiplicabo unāquāq; trium quantitatū. f. b. d. a. f. g. k. non proueniat minor. e. & g. l. g. non efficiatur minor. c. sed equalis aut maior. c. ¶ Cum hoc q̄. c. & e. totiens eque multiplicentur q̄. m. proueniat maior. k. & n. maior. l. g.

Propositio .13.



si fuerit quodlibet quantitatū ad totidem alias proportio una erit quoq; que proportio vnius ad vnam. eadem proportio harum omnium pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas.

¶ Quod primo proposuit de multiplicibus: hic proponit de omnibus proportionibus: unde hec est cōmuniō illa: eo q̄ omnis multiplicitas est proportio: non autē e conuerso. ¶ Sit igitur. a. ad. b. & c. ad. d. & e. ad. f. una proportio: dico q̄ que ē proportio. a. ad. b. eadem est compositi ex. a. c. e. ad compositum ex. b. d. f. Sumam. g. ad. a. & h. ad. c. & i. ad. e. eque multiplicia. Itemq; l. ad. b. & m. ad. d. & n. ad. f. eque multiplicia: eritq; per primam huius compositum ex. g. h. k.

ita multiplex compositi ex.a.c.e.sicut.g.est multiplex.a. Similiter per ead^m compositum ex.l.m.n.crit ita multiplex compositi ex.b.d.f.sicut.l. est multiplex.b. & per conversione diffinitionis in continue proportioⁿ litatis.bis sumptam si.g.addit super.l.b.addit super.m.& k.super.n. & si minuit minuit & si equat equat ergo per comune^m scientiam si.g.ad^dit super.l.compositum ex.g.h.k.addit super compositum ex.l.m.n. & si minuit minuit & si equat equat ergo per diffinitionem^b in continue p^rportionalitatis proportio.a.ad.b.esset sicut compositi ex.a.c.e.ad compositum ex.b.d.f.quod est propositum.

Castigator.

a **¶** Si equalibus equalia addant uel si inequalibus equalia addant &c.
b **¶** Quia.a.tenet locum prime compositi ex.a.c.e. tertie.b.seconde compositum ex.b.d.f.quarte.

Propositio. 14.

Si fuerint quatuor quantitates proportionales. siue ritqz maior prima tertia: necesse est secundam quarta esse maiorem. Quod si minor & minorem. Si vero equalis & equalem esse.

¶ Sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.dico qz si.a.est maior.c.b.erit maior.d. & si minor minori: & si equalis equalis. Si enim.a.sit maior.c.erit per primam partem.8. huius maior proportio.a.ad.d.q.c.ad.d. quare maior erit.a.ad.d.q.ad.b. ergo per secundam partem.10. huius.b.erit maior.d. quod est propositum. **¶** Quod si.a. sit minor.c.erit per primam partem.8. minor proportio.a.ad.d.q.c.ad.d.q.re maior erit.a.ad.b.q.ad.d. per secundam ergo partem.10.b.erit minor.d. Si autem.a.sit equalis.c.erit per primam partem.7.a.ad.d.sicut.c.ad.d. quare.a.ad.d.sicut.ad.b.itaqz per secundam partem.9.b.erit equalis.d. sic qz patet propositum.

Propositio. 15.

Si fuerint aliquibus quantitatibus eque multiplic^{es} assignate. erit ipsarum multiplicium atqz submultiplicium una proportio.

¶ Sint.c.ad.a.& d.ad.b.eque multiplices. dico qz que est proportio.a.ad.b.eade est.c.ad.d. diuidatur.c. fm quantitatem.a.& d. fm quantitatem.b. sumqz tot partes. c. quot per.13. huius.c.ad.d.sicut.a.ad.b. quod est propositum.

Propositio. 16.

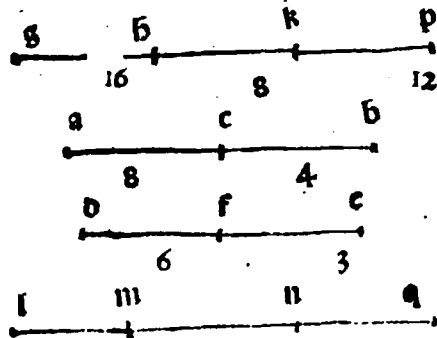
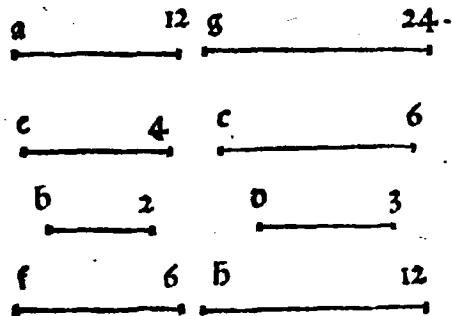
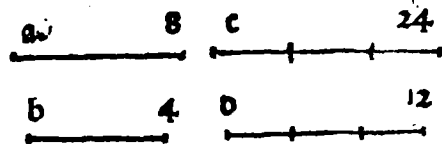
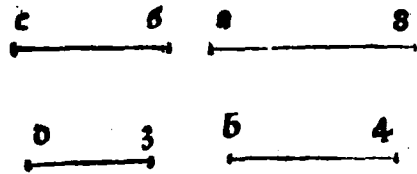
Si fuerint quatuor quantitates p^rportionales. p^rmutatim quoqz p^rportionales erunt.

¶ Sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d. dico qz erit.a.ad.c. sicut.b.ad.d. & iste est modus arguendi qui dicitur proportionalitas permutata. cuius demonstratio sic patet. Summam.e.ad.a.& f.ad.b.eque multiplices itemqz.g.ad.c. & b.ad.d.eque multiplices: eritqz per premisam.e.ad.f. sicut.g.ad.h. quare per.14. si.e.ad.dit supra.g.& f.addit super.b. & si minuit minuit & si equat equat per diffinitionem igitur in continue proportionalitatis erit.a. ad.c.sicut.b.ad.d. quod est propositum. Necesse est aut ut in permutata p^rportionalitate sint omnes quatuor quantitates eadem generis.

Propositio. 17.

Si fuerint quantitates coniunctim proportionales: easdem disiunctim quoqz p^rportionales esse.

¶ Demonstrato mo^do arguendi qui dicitur proportionalitas p^rmutata demonstrat illud qd dicitur p^rportionalitas disiuncta. **¶** Sit itaqz p^rportio.a.b.ad.b.c.sicut.d.e.ad.e.f. dico qz erit.a.c. ad.e.b.sicut.d.f.ad.f.e. Summa eni.g.h.ad.a.c.& h.k.ad.c.b.itemqz.l.m.ad.d.& f.g.m.n.ad.f.e.eque multiplices. eritqz p^rima huius.g.h. ita multiplex



a. b. sicut. g. h. est multiplex. a. c. l. n. ita multiplex. d. e. sicut. l. m. est multiplex. d. f. ideo per premisas ypotheser. g. k. est ita multiplex. a. b. sicut est. l. n. d. e. ¶ Ponam iterum. k. p. ad. c. b. f. n. q. ad. f. e. eque multipli ces: eruntq. p. secunda. h. p. ad. c. b. f. m. q. ad. f. e. eque multiplices. ¶ Per conuersionem igitur diffinitionis incontinue proportionalitatis. si. g. k. addit super. h. p. l. n. addit sup. m. q. f. si minuit minuit: f. si equat equat: demptis itaq. communibus. h. k. f. m. n. erit per comunem scientiam: ut si. g. b. addit sup. k. p. q. l. m. addit sup. n. q. f. si minuit minuit: f. si equat equat. ergo per diffinitionem incontinue proportionalitatis proportio a. c. ad. c. b. est sicut. d. f. ad. f. e. quod est propositum.

Castigator.

a. ¶ Q. m. b. k. tenet locum prime. f. c. b. locum secunde. m. n. locum ter- tie. f. c. locum quarte. k. p. locum quinte. n. q. locum sexte. Ideo per secun- mad huius. b. p. ad. c. b. sicut. m. q. ad. f. e.

Propositio .18.

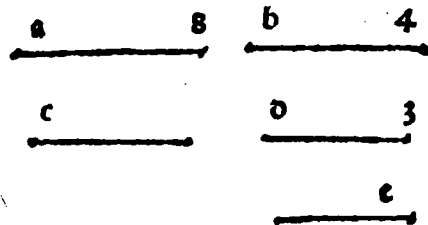
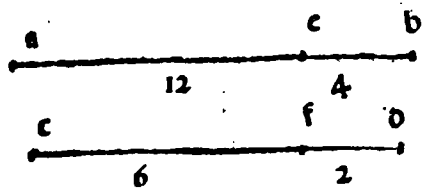
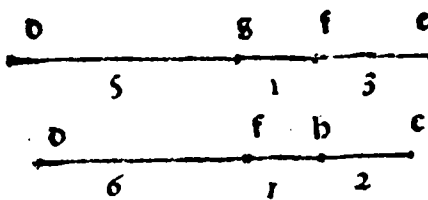
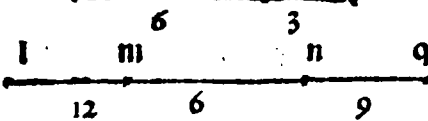
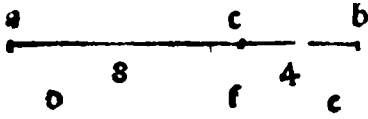
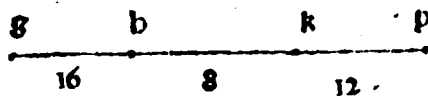
I fuerint quantitates disiunctim proportionales coniunctim quoq. proportionales erunt.

Demonstrat modum arguendi qui dicitur proportio- nalitas coniuncta f. est modus conuersus prioris. Ad cu- ius demonstrationem resumat dispositio premisse f. ma- neat oēs eius ypotheser excepto q. ponat ee pportio. a. c. ad. c. b. sicut. d. f. ad. f. e. dico q. erit pportio. a. b. ad. b. c. sicut. d. e. ad. f. e. ¶ Seq. n. ex hac ypothesi f. aliis ypothesibus pmissis de multiplicibus equaliter sumptis per conuersionem diffinitionis incontinue proportio- nalitatis si. g. h. addit super. k. p. q. l. m. addat super. n. q. f. si minuit mi- nuat: f. si equat equat: ergo positis communibus. h. k. f. m. n. sequitur p comunem scientiam si. g. k. addit super. h. p. q. l. n. addat super. m. q. f. si minuit minuat: f. si equat equat: quare per diffinitionem incontinue proportionalitatis erit proportio. a. b. ad. b. c. sicut. d. e. ad. e. f. quod est p- positum. ¶ Aliter idem indirecte sic. Cum sit proportio. a. c. ad. c. b. sicut. d. f. ad. f. e. non ē. a. b. ad. b. c. sicut. d. e. ad. e. f. sit ergo proportio. d. e. ad. aliquam aliam quantitatem sicut. a. b. ad. b. c. que aut erit maior. e. f. aut minor. si enim eset ei equalis constaret propositum. Sit itaq. primo ma- ior f. sit. e. g. eritq. per pmissam. a. c. ad. c. b. sicut. d. g. ad. g. e. q. re p. n. d. g. ad. g. e. est. sicut. d. f. ad. f. e. Sequitur igitur per .14. q. cum. d. g. prima sit. minor. d. f. tertia erit. g. e. secunda minor. e. f. quarta: sed erat possum q. eset maior. Sit ergo proportio. d. e. ad. minorem. e. f. que sit. e. b. sicut. a. b. ad. b. c. eritq. per premisam. a. c. ad. c. b. sicut. d. h. ad. h. e. quare. per .11. d. h. ad. h. e. sicut. d. f. ad. f. e. ¶ quia. d. h. prima ē maior. d. f. tertia erit p .14. e. b. secunda maior. e. f. quarta: quia est impossibile: sequitur ppositū.

Propositio .19.

I a duobus totis due portiones abscondantur. fueritq. totum ad totum quantum abscondum ad ab- scisum: erit reliquum ad reliquum quantum totus ad totum.

Quod quinta proponit de multiplicibus. hec propo- nit uniuersaliter de omnibus proportionibus. unde est il- la tanto comunior quanto multiplicitate proportio. Sint igitur due qua- titates. a. b. f. c. d. a quibus abscondantur due que sunt. b. e. f. d. f. sitq. pro- portio totius. a. b. ad. totam. c. d. sicut. b. e. abscond. ad. f. abscond. dico q. eadem erit. a. e. residui ad. c. f. residuum que est totius. a. b. ad. totam. c. d. ¶ Cum enim sit. a. b. ad. c. d. sicut. b. e. ad. d. f. erit permutati. a. b. ad. b. e. sicut. c. d. ad. d. f. f. disiunctim. a. e. ad. e. b. sicut. c. f. ad. f. d. f. iterum permutati. a. e. ad. c. f. sicut. e. b. ad. f. d. ¶ quia sic erat. a. b. ad. c. d. pa- ter propositum. ¶ Ex hac aut. 19. f. permutata proportionalitate demon- stratur modus arguendi qui dicitur proportionalitas euerfa: ut si sit. a. b.

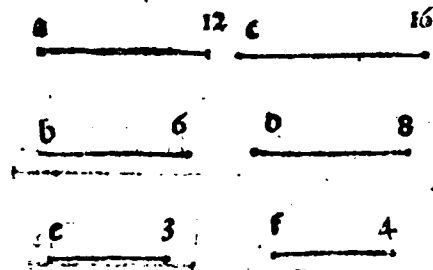


ad. b. e. sicut. c. d. ad. d. f. dico q. erit. b. a. ad. a. e. sicut. e. d. ad. c. f. quia cū sit a. b. ad. b. e. sicut. c. d. ad. d. fuerit permutatim. a. b. ad. c. d. sicut. b. e. ad. d. f. quare per hanc. 19. b. a. ad. d. c. sicut. a. e. ad. c. f. igitur permutatim. b. a. ad. a. e. sicut. c. d. ad. c. f. quod est propositum. ¶ Cōuersa quoq. proportionalitas quā ex diffinitione incontinēte proportionalitatis demonstrauimus in exponendo principia huius quinti: potest hic quoq. demonstrari indirecte ex permutata pportionalitate: ff. 9. huius ut si sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico q. erit. b. ad. a. sicut. d. ad. c. sin autem sit. d. ad. e. sicut. b. ad. a. ff. quia a. ad. b. est sicut. c. ad. d. erit permutatim. a. ad. c. sicut. b. ad. d. ff. quia iterū. b. ad. a. sicut. d. ad. e. erit quoq. permutatim. b. ad. d. sicut. a. ad. e. quare erit. a. ad. e. sicut. a. ad. c. si igitur. e. non sit equale. g. accidet impossibile ff. contrarium secunde partis. 9. si autem equalis erit b. ad. a. sicut. d. ad. c. quod est propositum.

Propositio .20.



Si fuerint quotlibet quātitates alieq. fm earū numerum quaz quoq. due priorū fm pportionem duarū postremiarū necesse est improporionalitate quidē equalitatis vt si fuerit prima priorū vltima maior. 2. posteriorū primā vltima cē maiorē. Quod si minor 2. minorem. Si vero equalis 2. equalē.



¶ Demonstraturus Euclides modum arguēdi qui dī equa proportionalitas siue quātitates duorum ordinū directe siue peruersim proportionent premitit duo antecedentia ad demonstrandū ppositum necessaria per quorū primū demonstratur equa pportionalitas cū quantitates duorum ordinū directe pportionantur: per fm aut cū proportionantur peruersim: proponit aut hec duo antecedentia de quantitatibus duoz ordinū numero equalibus quēcūq. fuerint. Vniuersaliter enim sumptis utrobiz quantitatibus fm quemcūq. numerum ueritatem habent: non est autem necesse ut demonstremus ea nisi solum in tribus: hoc enim omnino sufficiens est ad propositum: de pluribus aut quibusq. patebit p equā proportionalitatē cū ipsa demonstrata fuerit. ¶ Sint igitur tres quantitates. a. b. e. simanturq. tres alie q. sint. c. d. f. ff. sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ff. b. ad. e. sicut. d. ad. f. dico q. si. a. est maior. e. c. erit maior. f. ff. si minor minori ff. si equalis equalis. ¶ Si enim est maior erit per primā partē b. maior proportio. a. ad. b. q. c. ad. b. quare per. n. maior erit. c. ad. d. q. e. ad. b. ff. quia per conuersam proportionalitatem. c. ad. b. est sicut. f. ad. d. erit. c. ad. d. maior q. f. ad. d. itaq. per primā partē. 10. c. est maior. f. q. d. est propositum. Quod si. a. sit minor. e. per easdē ff. eodem modō probabitur. c. cē minorem. f. erit enim minor proportio. a. ad. b. q. e. ad. b. per primā ptem. 8. ff. ideo p. n. ff. per conuersam proportionalitatem minor erit. c. ad. d. q. f. ad. d. ff. ideo per primā ptem. 10. erit. c. minor. f. quod ē ppositū. Si aut. a. sit equale. e. erit p primā partē. 7. pportio. a. ad. b. sicut. e. ad. b. ff. iō per undecimā ff. cōuersam pportionalitatē erit. c. ad. d. sicut. f. ad. d. quare per primā partē. 9. c. est equalis. f. quod ē ppositū. ¶ Quidā aut hanc cōclusionē demonstrauerūt eā p pportionalitatē permutatim hoc modo. proportio. a. ad. b. est sicut. c. ad. d. ergo pmutatim a. ad. c. sicut. b. ad. d. ff. quia rursus. b. ad. e. sicut. d. ad. f. erit pmutatim b. ad. d. sicut. e. ad. f. sed erat. b. ad. d. sicut. a. ad. c. ergo per. n. erit. a. ad. c. sicut. e. ad. f. itaq. p. 14. si. a. prima est maior. e. tertia erit. c. secunda. maior. f. quarta. ff. si minor minori ff. si equalis equalis: qd ē ppositū. ¶ Isti aut errauerunt in sua demonstratione: quia si cēt intentio Euclidis sic demonstrare nō oporteret ipsum premittere hanc cōclusionē p antecedente ad equā pportionalitatē: si enim rursus fiat una pmutatio proportionalitatis ad quā deuentū est: que est esse. a. ad. c. sicut. e. ad. f. sequitur q. sit. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ff. hoc est equa proportionalitas. ¶ Preterea eoz cōclusio non sequitur nisi oēs quantitates amboz ordinū fuerint generis uni-

ur. Si enim a. b. e. sint lineae. f. c. d. f. superficies aut corpora aut ipa non erit tunc pmutare proportionem: peccant igitur uniuersaliter dictum pncipula riter demonstrantes.

Castigator.

a ¶ Quia. c. d. tenent locū pmi & scādi f. a. b. terti. f. qrti f. e. b. quini f. sexti. f. ideo p duodecimam concludit postea facta cōuerſa. f. f. d. tenent loquū pmi & scādi f. e. f. b. terti f. qrti f. a. f. b. qnti f. sexti.

Propositio .21.

Ifuerint quotlibet quātitates alicqꝫ secundum earum numerum quarum quēqꝫ due ex prioribus quibusqꝫ duabus ex posterioribus peruerſim comparate secundum proportionem earum fuerint. neceſſe quoqꝫ eſt vt ſi fuerint improporſionalitate eqꝫ litatis priorum prima vltima maior ⁊ poſterioruꝫ prima vltima eſſe maiorem. ſi autem minora ⁊ minores. Si vero equalis ⁊ equalē.

¶ Secundum autē ſint tres quātitates. a. b. e. ſumantqꝫ alię tres q̄ ſunt. f. c. d. f. ſit pportio. a. ad. b. ſicut. c. ad. d. f. b. ad. e. ſicut. f. ad. f. dico qꝫ ſi a. e. maior. e. f. erit maior. d. f. ſi minor. minor ſi equalis equalis. ¶ Hec autē p batur p eandem ⁊ eodem mō quo pcedenti ſi. n. a. ſit maior. e. erit. maior pportio. a. ad. b. q̄. e. ad. b. q̄. re maior. c. ad. d. q̄. e. ad. b. f. ideo maior q̄. c. ad. f. maior igit. f. q̄. d. p ſecundam ptem. 10. qd̄ eſt ppoſitum. ¶ Quod ſi a. ſit minor. e. erit tādē minor. c. ad. d. q̄. ad. f. q̄. re p eādē ptem eiꝫdem f. erit minor. d. ¶ Si autē a. ſit eqꝫ lis. e. ſequit. ut ſit pportio. c. ad. d. ſicut. c. ad. f. igitur per ſecundam partem. 9. erit. f. equalis. d. quod eſt ppoſitum.

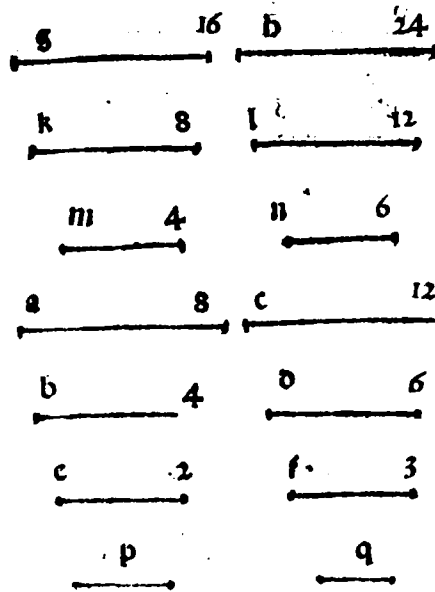
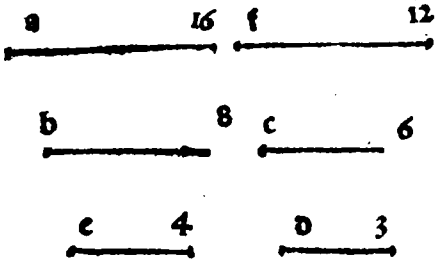
Propositio .22.

Ifuerint quotlibet quātitates alicqꝫ ſecundum earum numerum quarum quēqꝫ due ſecundum proportionem duarum ex primis in equa proporſionalitate proporſionales erunt.

¶ Demonſtratis autētibꝫ ad equā pportionalitatem hic demonſtrat eam: f. pmo cum quātitates duoz ordinū ſunt directē pportioāles. Nō eſt autē neceſſe ut demonſtreſ niſi cū in utroqꝫ duoz ordinū ſint tri tres quātitates. Per hoc. n. euidenter ſequit. cū in utroqꝫ ordie fuerint q̄uor quātitates ⁊ deinceps: f. ideo etnō oportuit eiꝫ aſſe demonſtrari niſi ſolum cū in utroqꝫ ordine ſunt et tres quātitates ¶ Sint igit tres quātitates. a. b. e. ſumanturqꝫ tres alię q̄ ſunt. c. d. f. ſit pportio. a. ad. b. ſicut. c. ad. d. f. b. ad. e. ſicut. d. ad. f. dico qꝫ erit. a. ad. e. ſicut. c. ad. f. ¶ Sumam. n. g. ad. a. f. h. ad. c. eqꝫ multiplicata. Itēqꝫ. R. ad. b. f. l. ad. d. c. q̄. rufus. m. ad. e. f. n. ad. f. eque. eritqꝫ. p. 4. g. ad. k. ſicut. h. ad. l. f. R. ad. m. ſicut. l. ad. n. q̄. re p. 20. ſi. g. eſt maior. m. erit. h. maior. n. f. ſi minor. minor f. ſi equalis eqꝫ lis. ¶ Igitur p diſſimitionem incōtinuē pportionalitatis p portio. a. ad. e. eſt ſicut. c. ad. f. qd̄ eſt ppoſitum. ¶ Pōr quoqꝫ hoc demonſtrari. p. x. huiꝫ ſumptis. g. k. m. ad. a. b. e. f. h. l. n. ad. c. d. f. eqꝫ multiplicet buꝫ erit. n. p. 15. g. ad. k. ſicut. h. ad. l. f. k. ad. m. ſicut. l. ad. n. cetera ptracta ut pūis. ¶ Qd̄ ſi fuerint quātitates plures tribꝫ in utroqꝫ ordine: ut po te quatuor additis. p. f. q. ita qꝫ ſit. e. ad. p. ſicut. f. ad. q. erit iterum. a. ad. p. ſicut. c. ad. q. erit enim. a. ad. e. ſicut. c. ad. f. hoc enim demonſtratum eſt. ſublatis igitur. b. f. d. erunt tres quātitates. a. e. p. f. alię tres. c. f. q. ut propo nitur q̄. re. a. ad. p. ſicut. c. ad. q. ſicqꝫ demonſtrat de. 4. per tres ſublato uno medio. Eodem modo demonſtrabis de. 5. per. 4. ſublatis duobꝫ mediꝫ ſi de. 6. per. 5. ſublatis tribꝫ: f. ſic de ceteris.

Propositio .23.

Ifuerint quotlibet quātitates alicqꝫ ſecūdm earum numerum quarum quēqꝫ due ſecūdm pro portionem duarum ex prioribus indirec te proporſionalitate proporſionales erunt.



Demonstrat equam proportionalitatem in quantitatibus duorum ordinum indirecte siue peruersim proportionatis. Nec est necesse qd demonstretur nisi cum in utroq. duorum ordinum sint tantum tres quantitates: per hoc enim euidenter sequitur quecumq. ponantur in utroq. ordine sicut in premissa de directe proportionatis demonstratum est. Sint igitur tres quantitates a. b. c. sumanturq. alie tres que sint. f. e. d. et sit proportio a. ad b. sicut. c. ad d. et b. ad c. sicut. f. ad e. dico qd erit a. ad c. sicut. f. ad d. **S**umma enim. g. ad a. et f. h. ad c. et k. ad f. eque multiplicia. Item. l. ad b. et m. ad e. et n. ad d. eque multiplicia: eritq. p. q. r. s. g. ad i. sicut. h. ad n. et p. r. s. h. ad m. sicut. k. ad l. quare per. u. si. g. addit super. m. et k. addit sup. n. et si minuit minuit et si equat equat. ergo per diffinitionem incontinue proportionalitatis proportio. a. ad c. e. sicut. f. ad d. quod est ppositum. **P**otest quoq. et hoc demonstrari per. s. huius sumptis. g. l. m. ad a. b. c. et k. h. n. ad f. e. d. eque multiplicibus. **E**rit enim per. s. g. ad l. sicut. h. ad n. et l. ad m. sicut. k. ad h. cetera pertracta ut prius. Conuenientius tñ demonstrantur hec et premissa sñm primum modū. **Q**uod si plures tribus siue sint quantitates in utroq. ordine utpote quatuor additis. p. q. r. ita qd sit a. ad b. sicut. d. ad q. et b. ad c. sicut. e. ad d. et c. ad p. sicut. f. ad e. erit iteq. a. ad p. sicut. f. ad q. **E**rit enim per predemonstrata. a. ad c. sicut. e. ad q. Sublatis igitur. b. f. d. erunt tres quantitates. a. e. p. et alie tres. f. c. q. ut proponitur: quare a. ad p. sicut. f. ad q. Sic igitur demonstratur de. 4. per tres sublato uno medio. Eodē mō demonstrabis de. 5. per quatuor sublatis duobus mediis. et de. 6. per. s. sublatis tribus et sic in ceteris.

Castigator.

Nota cum in istis inducit diffinitio incontinue ppor. illa maioritas minoritas et equalitas multipliciū adinuicem. s. primi ad secundū: et tertii ad quartū intelliguntur semper geometricæ et non arithmetice uidelicet qd in tñ quantū multiplex primū excedit equat aut minuit multiplex secundi tantūde multiplex tertii sñm ppor. excedat equet multiplex tertii multiplex quarti sicut deñ fuit supra in diffinitione qnta huius quinti lib. un nō sufficit dicere multiplex pmi excedet multiplex secūdi: et similiter multiplex tertii excedit multiplex qrti ergo quatuor quantitates sunt ppor. et proportio pme ad secūda est sicut tertie ad quartā: sed oportet addere qd tantūde se excedant equet aut minuat etc.

Propositio .24.



Ifuerit proportio primi ad secundum tanquā tertij ad quartum: proportio uero quinti ad secundū tanq̄s sexti ad quartum erit proportio primi et quinti pariter acceptorum ad secundum tanquā sexti et tertij pariter acceptorum ad quartum.

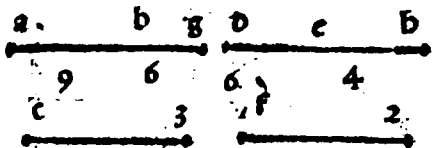
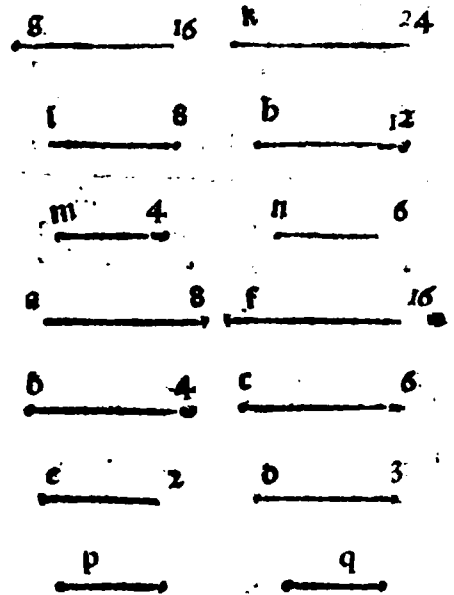
Quod secunda proposuit de multiplicibus hec proponit uniuersaliter de omnibus proportionibus unde est illa tanto cōmunior quanto multiplicitate proportio et se habet ad illā quēadmodū. g. ad primā. **S**it igitur pportio. a. b. ad c. et sicut. d. e. ad f. et itē. b. g. ad c. sicut. e. h. ad f. dico qd pportio. a. g. ad c. sicut. d. h. ad f. **E**rit enim per cōuersam proportionalitatem. c. ad b. g. sicut. f. ad e. h. quare per. 22. erit in equa proportionalitate. a. b. ad b. g. sicut. e. d. ad e. h. ergo cōiunctim p. 23. a. g. ad g. b. sicut. d. h. ad h. e. itaq. per. 22. erit in equa proportionalitate. a. g. ad c. sicut. d. h. ad f. quod est ppositum.

Propositio .25.

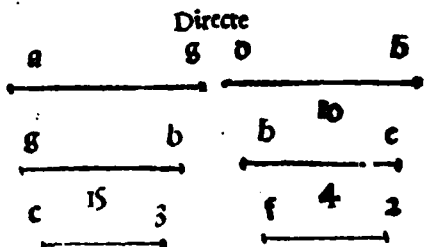
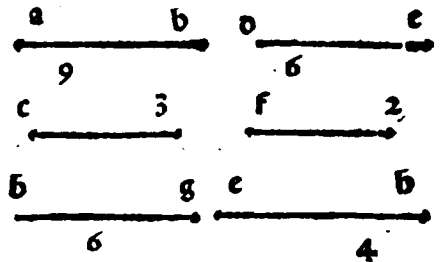


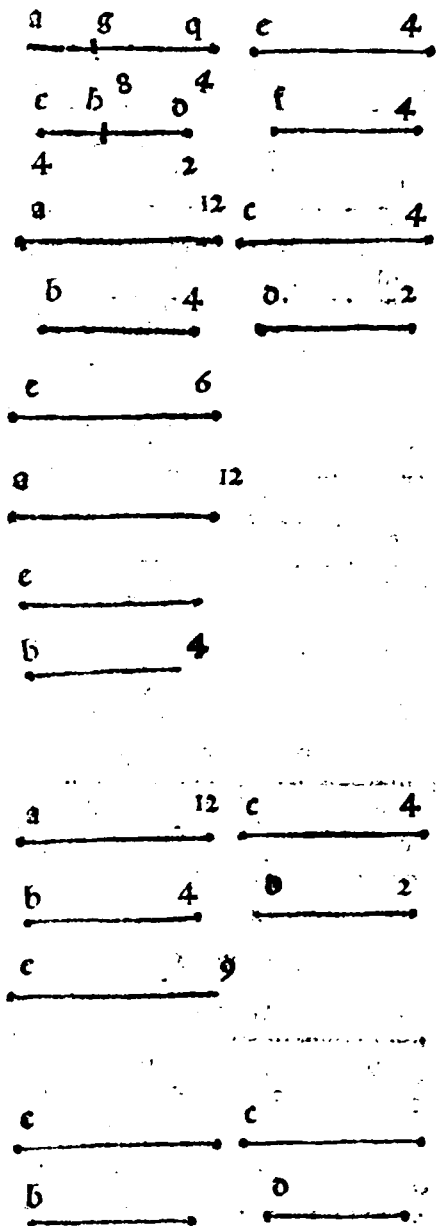
Ifuerint quatuor quantitates pportionales: fueritq. prima earum maxima: et vltima minima: pmi et vltimam pariter acceptas ceteris duabus maius eē necessario comprobatur.

Quod hic proponitur non habet locum nisi cum oēs quatuor quantitates sint eiusdē generis. **S**int igr quorū q̄ sitaū eiusdē generis pportio. a. b. ad c. d. sicut. e. ad f. sitq. a. b. maxima neq. oportet ponere qd sit minima: ga ipm ex hoc sequit qd. a. b. et posita



Explicite. 24.





est maximatum non posuit hoc auctor in cōclusionē tanq̃ positionē sed potius tanq̃ pcedentis positionis cōclusionē. ¶ Dico q̃ cū ita fuerit maius erit aggregatū ex a. b. f. g. ex c. d. f. e. Cū enim a. b. sit maior. e. abscondā ex b. a. g. b. equalē e. ¶ Similiter quoq̃ g. a. c. d. est maior. f. abscondā ex c. d. h. d. equalē f. eritq̃ pp̃ yptohesim a. b. ad c. d. sicut g. b. ad b. d. q̃ rep̃. 19. a. g. residuū ad c. b. residuū sicut tota a. b. ad totum c. d. s. a. b. ad c. d. Cū ergo a. g. f. habet ad c. h. sicut a. b. ad c. d. sed a. b. est maior. c. d. quare a. g. maior est. c. h. additis igitur utriq̃ duabus quantitatibus. g. b. f. h. d. erit per cōmensurantiā aggregatū ex a. b. f. h. d. maius aggregatū ex c. d. f. g. b. f. quia d. h. posita est equalis f. f. g. b. e. maius erit aggregatū ex a. b. f. g. aggregatū ex c. d. f. e. quod est propositum.

Castigator

a ¶ Quia primū aggregatū cōstat ex a. g. f. g. b. f. h. d. f. secundū cōstat ex c. h. f. h. d. f. g. b. f. quia per 19. a. g. est maior. c. h. f. utriq̃ s. a. g. f. c. h. addite sunt ille due q̃titates. g. b. f. h. d. adeo primū f. maius secundo f. c.

Propositio .26.



¶ Si fuerit quatuor quantitatum proportio prime ad secundam maior q̃ tertie ad quartam erit conuersa contrario proportio secundę ad primam minor q̃ quartę ad tertiam.

¶ Sit p̃portio a. ad b. maior q̃ c. ad d. dico q̃ erit conuerso mō contrario minor proportio b. ad a. q̃ d. ad c. ¶ Si enim esset ad c. b. ad a. que ē. d. ad c. erit cōuerso a. ad b. ut c. ad d. sed nō ē imo maior. At uero si ē. b. ad a. maior q̃ d. ad c. sit e. ad a. ut d. ad c. eritq̃ ex n. e. ad a. minor q̃ b. ad a. q̃ re ex prima pte. 10. e. est minor b. Ideoq̃ ex scda pte. 8. maior erit proportio a. ad c. q̃ a. ad b. f. quia per cōuersam proportionalitātē a. ad c. sicut c. ad d. erit ex n. proportio c. ad d. maior q̃ a. ad b. sed erat minor relinquit ergo ppositum. ¶ Possumus quoq̃ si libet asserere ppositū ostēdē. ¶ Manifestū enim ē ex p̃ma pte. 10. q̃ illa q̃titas cuius ad b. est eadē p̃portio que est c. ad d. ē minor a. eo q̃ ponitur maior p̃portio a. ad b. q̃ c. ad d. ¶ Illa ergo quantitas sit e cū sit igit p̃portio e. ad b. ut c. ad d. erit cōuerso b. ad c. ut d. ad c. Cōstat autem ex secūda pte. 8. q̃ p̃portio b. ad a. minor est q̃ p̃portio b. ad c. itaq̃ per n. p̃portio a. b. ad a. est minor q̃ d. ad c. quod uolumus.

Castigator

a ¶ Et cōuersam p̃por. quia primo est b. ad c. sicut d. ad c. postea per n. b. ad a. minor q̃ d. ad c.

Propositio .27.



¶ Si fuerit quatuor quantitatum maior proportio prime ad secundam q̃ tertie ad quartam erit permutata maior proportio prime ad tertiam q̃ secundę ad quartam.

¶ Sit hic quoq̃ p̃portio a. ad b. maior q̃ c. ad d. dico q̃ erit p̃mutata maior proportio a. ad c. q̃ b. ad d. ¶ Eadē enim nō erit q̃a tūc quoq̃ eēt p̃mutata a. ad b. sicut c. ad d. ¶ Neq̃ minor. Nā si hoc ponatur sit itaq̃ e. ad c. ut b. ad d. eritq̃ ex n. maior p̃portio e. ad c. q̃ a. ad c. quare ex prima pte. 10. e. ē maior a. I taq̃ p̃ primā ptem. 8. proportio e. ad b. ē maior q̃ a. ad b. f. quia posuit ē ut sit e. ad c. sicut b. ad d. erit p̃mutata e. ad b. sicut c. ad d. ex n. igitur maior erit p̃portio c. ad d. q̃ a. ad b. sed posuit erat oppositum. uerū est ergo ppositū. ¶ Ostēdē quoq̃ idē quē admodū in p̃misasumpta enim ē. e. ad b. ut c. ad d. erit ex prima pte. 10. e. minor a. quare ex prima pte. 8. maior erit a. ad c. q̃ e. ad c. sed ex permutata proportionalitate est e. ad c. ut b. ad d. igit ex n. a. ad c. est maior q̃ b. ad d. quod est propositum.

Castigator

a ¶ Per cōuersam p̃por. quia sumpta fuit e. ad c. sicut b. ad d. f. ideo dicitur sumpta ad b.

Propositio .28.

Si fuerint quatuor quantitates quar pme ad secundā sit maior pportio q̄s tertie ad quartā. erit quoq̄s coniunctim maior pportio pme z secūde ad secundā q̄s tertie z quarte ad quartā.

¶ Sit maior pportio. a. ad. b. q̄. c. ad. d. dico q̄ maior erit totius. a. b. ad. b. q̄ totius. c. d. ad. d. ¶ Quia ipsa neq̄ erit eq̄lis neq̄ minor. Si enim eq̄lis: tūc erit disiunctim. a. ad. b. ut. c. ad. d. cōtra ypothe. Si autē ē minor: sit. e. b. ad. b. ut. c. d. ad. d. eritq̄. ex. n. maior pportio. e. b. ad. b. q̄. a. b. ad. b. itaq̄ ex prima pte. io. e. b. ē maior q̄. a. b. ff p cōceptionem. e. maior q̄. a. quare ex prima parte. 8. maior est proportio. c. ad. b. q̄. a. ad. b. sed. e. ad. b. est ut. c. ad. d. per disiunctam proportionalitatem eq̄ erat. e. b. ad. b. ut. c. d. ad. d. ergo per. n. c. ad. d. ē maior q̄. a. ad. b. hoc autē est cōtra ypothe. ¶ Idem ē ostensue: cum enim propositū sit q̄ maior sit pportio. a. ad. b. q̄. c. ad. d. sit proportio. e. ad. b. ut. c. ad. d. eritq̄. ex pma parte decime. e. minor. a. Ideoq̄ ex cōmuni scientia. e. b. erit minor q̄. a. b. quare ex prima parte. 8. maior erit pportio. a. b. ad. b. q̄. e. b. ad. b. At uero proportio. e. b. ad. b. est per coniunctam proportionalitatem sicut. c. d. ad. d. positum enim est ut sit. e. ad. b. tanq̄. c. ad. d. igitur ex. n. maior est a. b. ad. b. q̄. c. d. ad. d. quod est propositum.

Propositio .29.

Si fuerint quor quantitates quar pme z secūde ad secundā sit maior pportio q̄s tertie z quarte ad quartā. erit quoq̄s disiunctim pportio pme ad secundā maior q̄s tertie ad quartā.

¶ Sit proportio. a. b. ad. b. maior q̄. c. d. ad. d. dico q̄ erit disiunctim pportio. a. ad. b. maior q̄. c. ad. d. ¶ Alioquin erit eq̄lis uel minor: q̄ si eq̄lis erit p cōiunctā proportionalitātē. a. b. ad. b. ut. c. d. ad. d. q̄ ē cōtra ypothe. si autē minor erit maior. c. ad. d. q̄. a. ad. b. ergo p premisam maior erit. c. d. ad. d. q̄. a. b. ad. b. quod est incōueniens quia positum est q̄ minor uerum est ergo quod dicitur. ¶ Quod ē ostē suē asseruimus hoc mō. ¶ Ponemus enim ut proportio. e. b. ad. b. sit tanq̄ pportio. c. d. ad. d. eritq̄ ex pma pte. io. e. b. minor q̄. a. b. quare ex cōmuni scientia. e. est minor q̄. a. ¶ Minor igitur est ex prima pte. 8. pportio. e. ad. b. q̄ sit. a. ad. b. sed proportio. e. ad. b. est sicut. c. ad. d. ex disiuncta pportionalitate itaq̄. ex. n. proportio. a. ad. b. est maior q̄ sit. c. ad. d. quod ē ppositum.

Propositio .30.

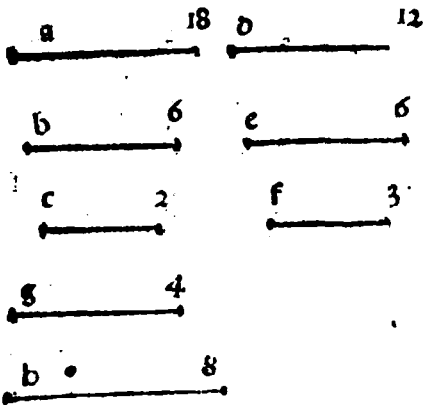
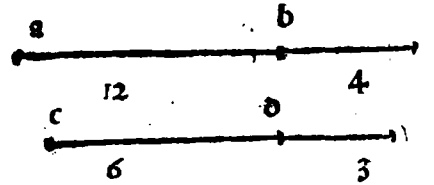
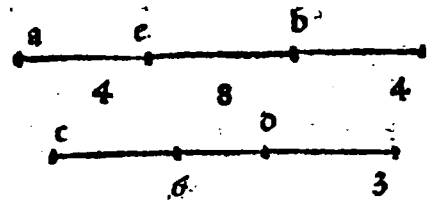
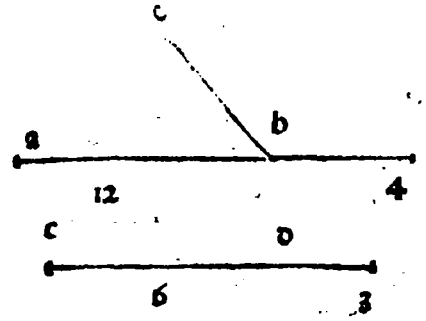
Si fuerint quatuor quantitates quar pme z secūde ad secundā sit maior pportio q̄s tertie z quarte ad quartā: erit euerfim minor pportio pme z secūde ad pnam q̄s tertie z quarte ad tertiam.

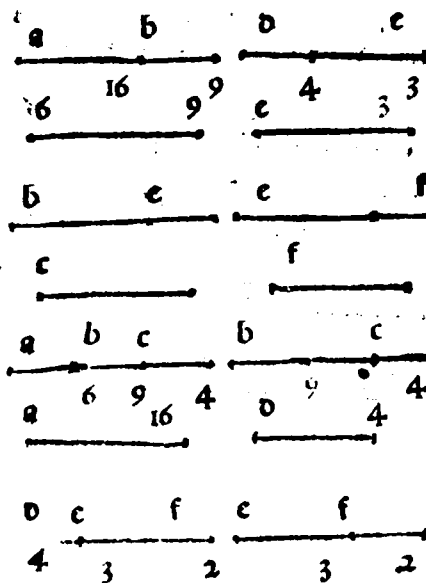
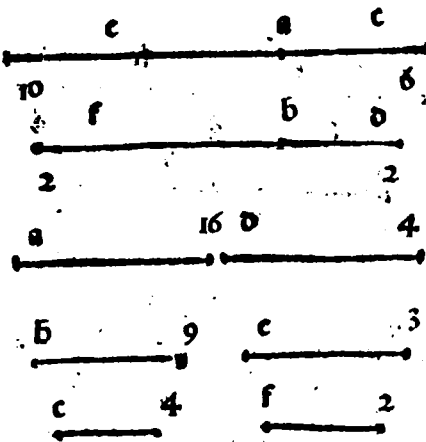
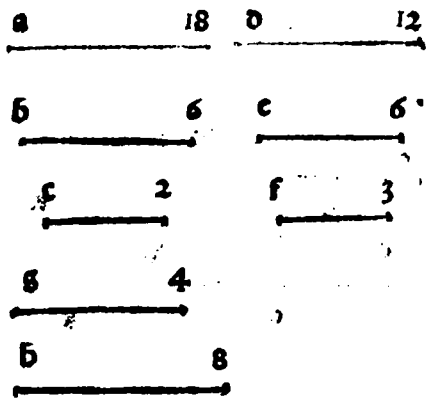
¶ Sit maior pportio. a. b. ad. b. q̄. c. ad. d. dico q̄ euerfim minor erit pportio. a. b. ad. a. q̄. c. d. ad. c. ¶ Erit enim disiunctim ex premisā maior pportio. a. ad. b. q̄. c. ad. d. Itaq̄. per. 26. erit eō uerso minor. b. ad. a. q̄. d. ad. c. quare per ante premisam coniunctim minor erit. b. a. ad. a. q̄. d. c. ad. c. quod est propositum.

Propositio .31.

Si fuerint tres quantitates in vno ordine. itēq̄s tres in alio fueritq̄s prime priorum ad secundā maior pportio q̄s prime posteriorum ad secundā. itēq̄s secūde priorum ad tertiam maior q̄s secūde posteriorum ad tertiam. erit quoq̄s pme priorum ad tertiam maior pportio q̄s pme posteriorum ad tertiam.

¶ Sint tres quantitates. a. b. c. itēq̄s alie tres. d. e. f. sitq̄ maior proportio a. ad. b. q̄. d. ad. e. itēq̄s maior. b. ad. c. q̄. e. ad. f. dico q̄ maior erit proportio. a. ad. c. q̄. d. ad. f. ¶ Sit enim. g. ad. c. ut. e. ad. f. eritq̄. ex prima parte. io. g. minor. b. quare ex secūda parte. 8. proportio. a. ad. g. est maior q̄. a. ad.





b. multo maior ergo est proportio. a. a. g. q. d. ad. e. ¶ Sit itaq. h. ad. q. ut d. ad. e. eritq. ex prima parte. 10. a. maior. h. quare ex prima parte. 8. p. portio. a. ad. c. maior est q. proportio. h. ad. c. At uero proportio. h. ad. c. est p. equam proportionalitatem: sicut. d. ad. f. est enim. h. ad. g. ut d. ad. e. ¶ g. ad. c. ut. e. ad. f. igitur ex. n. p. portio. a. ad. c. est maior q. d. ad. f. quare con. stat propositum.

Propositio 32.



¶ Si fuerint tres quantitates in uno ordine: itemq. tres in alio fueritq. proportio secunde priorum ad tertiam maior q. prime posteriorum ad secundam. Itemq. prime priorum ad secundam maior q. secunde posteriorum ad tertiam: erit maior propor. tio prime priorum ad tertiam q. prime postero.

rum ad tertiam. ¶ Sint enim tres quantitates in uno ordine. a. b. c. Itemq. tres in alio. d. e. f. quemadmodum in premisa. sitq. maior proportio. b. ad. c. q. d. ad. e. ¶ Si maior. a. ad. b. q. e. ad. f. dico q. maior erit. a. ad. c. q. d. ad. f. ¶ Sit enim g. ad. c. ut. d. ad. e. eritq. g. minor. b. per primam partem. 10. quare maior erit proportio. a. ad. g. q. ad. b. per secundam partem. 8. ¶ Igitur multo ma. ior e. a. ad. g. q. e. ad. f. ¶ Sit itaq. h. ad. g. ut. e. ad. f. eritq. a. maior. h. ex pri. ma parte. 10. quare proportio. a. ad. c. maior est q. h. ad. c. ex prima parte. 8. At uero ex. 13. proportio. h. ad. c. est tanqua. d. ad. f. eo quod est. g. ad. c. sit. d. ad. e. ¶ h. ad. g. ut. e. ad. f. igitur ex. n. maior est proportio. a. ad. c. q. d. ad. f. quod est propositum.

Propositio 33.



¶ Si fuerit proportio totius ad totum maior q. absci. si ad abscisum erit residui ad residuum maior pro. portio q. totius ad totum.

¶ Sint due quantitates. a. b. a quibus abscondantur. c. ¶ d. ¶ residua sunt. e. f. sitq. maior proportio. a. ad. b. q. c. ad. d. dico q. maior erit proportio. e. ad. f. q. a. ad. b. ¶ Erit enim ex. 17. permutatim maior proportio. a. ad. c. q. b. ad. d. quare ex. 30. erit c. uersum minor proportio. a. ad. c. q. b. ad. f. igitur rursus ex. 17. perma. tatim. b. ad. a. maior q. f. ad. e. quare ex. 16. minor erit. a. ad. b. q. e. ad. f. quod est propositum.

Propositio 34.



¶ Si quotlibet quantitates ad totidem alias compa. rentur. fueritq. cuiuslibet precedentis ad suam re. latiuam maior proportio q. alicuius subsequentis ad suam. erit omnium harum pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas maior proportio q. alicuius subsequentium ad suam comparem aut etiam q. omnium pariter acceptarum ad omnes pariter acce. ptas: minor autem q. prime ad primam.

¶ Sint tres quantitates. a. b. c. relate ad totidem alias que sint. d. e. f. sitq. maior proportio. a. ad. d. q. b. ad. e. ¶ b. ad. c. sit maior q. c. ad. f. dico q. p. portio. a. b. c. pariter acceptarum ad. d. e. f. pariter acceptas est maior q. b. ad. e. uel maior q. c. ad. f. ¶ Etiam maior q. b. ¶ c. c. pariter acceptarum ad. e. ¶ f. f. pariter acceptas ¶ q. ipsa est minor q. a. ad. d. ¶ Cum sit enim. a. ad. d. maior q. b. ad. e. erit permutatim. a. ad. b. maior q. d. ad. e. ¶ coniunctim a. b. ad. b. maior q. d. e. ad. e. ¶ iterum permutatim. a. b. ad. d. e. maior q. b. ad. e. quare per premisam a. ad. d. est maior q. a. b. ad. d. e. ¶ Eodemq. modo probatur maiorem esse. b. ad. e. q. b. c. ad. e. f. ¶ Itaq. maior pro. portio est a. ad. d. q. b. c. ad. e. f. quare permutatim maior est. a. ad. b. c. q. d. ad. e. f. ¶ coniunctim maior a. b. c. ad. b. c. q. d. e. f. ad. e. f. ¶ iterum per. mutatim maior. a. b. c. ad. d. e. f. q. b. ad. e. f. quare per premisam ma. ior est. a. ad. d. q. a. b. c. ad. d. e. f. quod est propositum.

¶ Explicit liber quintus.

Liber sextus Euclidis de superficiebus similibus et earum ad inuicem proportionibus ex perfectissima Campani interpretatione. Magistro **LUCI** Paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Padinis **Binoy**. Castigator et acuratissimo Incip.



Superficies similes dicuntur quarum anguli unusquisque alteri usque equalis lateraque equos angulos continentia proportionalia.

¶ Ut sit rigonus. a. b. c. fuerit equiangularis trigono. d. e. f. fueritque angulus. a. equalis angulo. d. et angulus. b. equalis angulo. e. et angulus. c. angulo. f. et proportio. a. b. ad. d. e. sicut. a. c. ad. d. f. et b. c. ad. e. f. ipsi erunt similes.



Superficies mutuarum laterum sunt inter quarum latera in continua proportio

nionalitas retrahitue habetur.

¶ Ut si duorum quadrilaterum. a. b. c. d. e. f. proportio. a. b. lateris primi ad. d. e. lateris secundi fuerit sicut proportio. e. f. lateris secundi ad. b. c. lateris primi illa duo quadrilatera dicuntur mutuarum laterum siue muretesia.

¶ Linea dicitur diuidi secundum proportionem habentem medium et duo extrema quando eadem est proportio totius ad maiorem sui sectiorem que est maioris ad minorem.

Propositio .1.



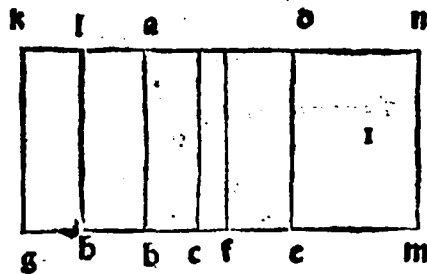
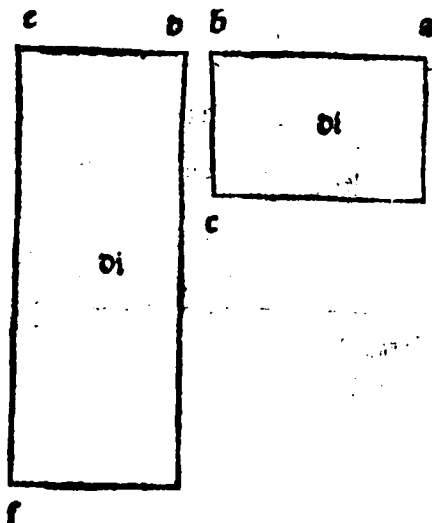
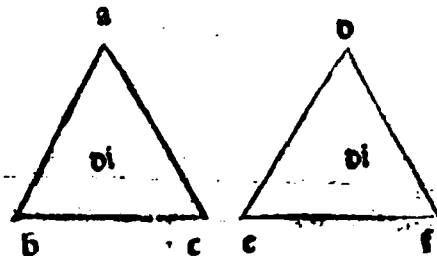
Sinarum rectilinearum superficierum equidistantium laterum siue triangulorum fuerit altitudo una tanta erit alterutra earum ad alteram. quanta sua basis ad basim alterius.

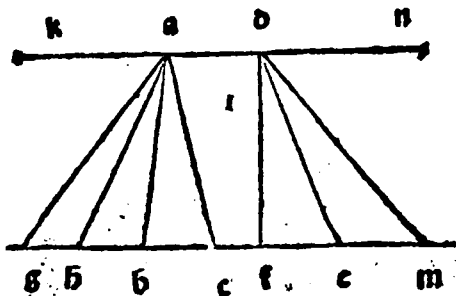
¶ Sint duo parallelograma. a. b. c. d. e. f. equalis altitudinis. dico et proportionem eorum sicut. b. c. ad. e. f. Ponam illa duo parallelograma super lineam unam que sit. g. m. eruntque per hoc et sicut equalis altitudinis inter lineas equidistantes quarum sit altera. k. n. deinde ex linea. g. m. sumam. g. c. multiplicem secundum quicquam. nuncup. uolucro. ad. b. c. et diuidam eam in partes equalis. b. c. in punctis. h. et. b. a. quibus et puncto. g. ducam equidistantes lineas. a. b. q. sunt. g. k. et. h. l. et complebo superficies equidistantium laterum. k. h. et. l. b. eruntque unaquaeque earum per. 36. primi equalis. a. c. que sicut linea. g. c. et multiplex lineae. b. c. ita superficies. c. k. superficierum. a. c. et Similiter quoque ad lineam. e. f. sumam ex linea. g. m. lineam. f. m. multiplicem secundum quicquam. nuncup. uolucro. e. f. et complebo superficiem equidistantium laterum ducta linea. m. n. equidistantem lineae. d. e. eruntque superficies. n. f. ita multiplex superficierum. d. f. sicut linea. m. f. lineae. e. f. et quia per. 36. primi si linea. g. c. est maior linea. f. m. superficies. k. c. est maior superficierum. n. f. et si minor minor. et si equalis equalis erit per diffinitionem incontinue proportionalitatis eadem proportio basis. b. c. ad basim. e. f. que est superficierum. a. c. ad superficierum. d. f. quod est propositum. **¶** De triangulis equalis altitudinis idem probabis. et eodem modo per. 38. primi ductis lineis ab extremitatibus earum quas ad bases fines multiplices ad uertices triangulorum.



Silinea recta duo trianguli latera secans reliquo fuerit equidistantis eas duo illa latera proportionaliter secare. Si uero proportionaliter secet eam reliquo lateri equidistare necesse est.

¶ Sit triangulus. a. b. c. cuius duo latera. a. b. et. a. c. fecer





linea. d. e. equidistanter tertio lateri: quod est. b. e. dico qd erit proportio
a. d. ad. d. b. sicut. a. e. ad. e. c. & conuerso si fuerit proportio. a. d. ad. d.
b. sicut. a. e. ad. e. c. linea. d. e. erit equidistans linee. b. c. ¶ Protraham
enim duas lineas. e. b. f. d. c. eritq. per. 37. primi triangulus. e. d. b. equa-
lis triangulo. d. e. c. propter id quod ipsi sunt ambo super lineam. d. e. in-
ter lineas equidistantes. itaq. per secundam partem. 7. quinti: proportio
trianguli. a. d. e. ad utrumq. illorum erit una. ¶ Sed proportio eius p pre-
missam ad triangulum. e. d. b. est sicut linee. a. d. ad lineam. d. b. & ad tri-
angulum. d. e. c. sicut linee. a. e. ad lineam. e. c. Nam ipse cum utroq. illo-
rum est equalis altitudinis: quare erit proportio. a. d. ad. d. b. sicut. a. e.
ad. e. c. quod est primum. ¶ Et si hoc fuerit erit per premissam ipsius. a.
d. e. ad utrumq. illorum proportio una: quare per secundam partem. 9. qn-
ti ipsi sunt adinuicem equaliter: & quia ipsi sunt super eandem basim. uide-
licet lineam. d. e. & ex eadem parte erit per. 39. primi linea. d. e. equidistans
linee. b. c. quod est secundum.

Propositio 3.



Ab aliquo angulorum trianguli linea recta ad ba-
sim ducta angulum illum per equalia secet: duas
partes ipsius basis reliquis eiusdem trianguli late-
ribus pportiones esse. Si vero due partes basis
quas linea ab angulo ducta distinguit reliquis tria-
guli lateribus pportiones fuerint lineam illam
angulum per equalia diuidere necessario comprobatur.

¶ Sit trigonus. a. b. c. cuius angulum. a. diuidat linea. a. d. per equalia
dico qd proportio. b. d. ad. d. c. est sicut. b. a. ad. a. c. & conuerso, ¶ Protra-
ham enim. b. e. equidistantem. a. d. & producam. c. a. quousq. concurrat
cum. b. e. in puncto. e. eritq. per primam partem. 29. primi angulus. e. b. a.
equalis angulo. b. a. d. & per secundam partem eiusdem angulus. e. angu-
lo. d. a. c. quare angulus. e. est equalis angulo. e. b. a. ergo per. 6. primi. c. a.
est equalis. a. b. & ideo per primam partem. 7. quinti proportio. e. a. ad. a.
c. est sicut. b. a. ad. a. c. sed per premissam. e. a. ad. a. c. est sicut. b. d. ad. d. c. et
ergo. b. a. ad. a. c. sicut. b. d. ad. d. c. quod est primum. ¶ Secunda pars que est
conuersa prime partis probabitur conuerso modo. ¶ Manente enim ea-
dem dispositione si fuerit proportio. b. a. ad. a. c. sicut. b. d. ad. d. c. quare
per premissam. e. a. ad. a. c. est sicut. b. d. ad. d. c. erit eadem proportio. e. a.
ad. a. c. que est. b. a. ad. a. c. ergo per primam partem. 9. quinti. c. a. f. a. b.
sunt equaliter: quare per. 5. primi duo anguli. e. f. e. b. a. sunt equaliter. igitur
per primam & secundam partem. 29. primi angulus. b. a. d. est equalis an-
gulo. d. a. c. quod est secundum.

Castigator.

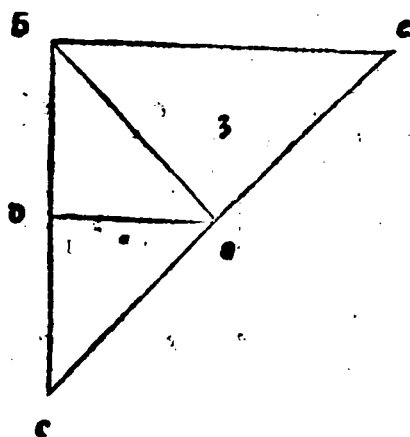
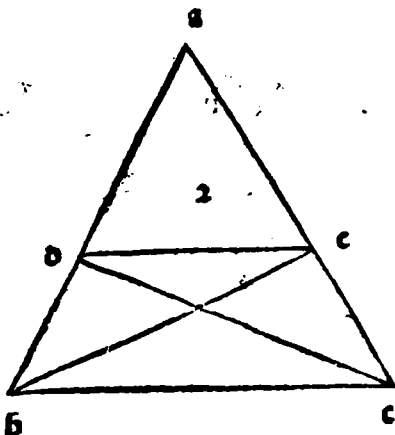
¶ Conuersus iste probatur per lineam. b. c. cadentem super duas line-
as. b. e. f. e. a. per quartam petitionem primi. Nam ipsa primo cadit su-
per duas equidistantes. b. e. f. d. a. & per secundam partem. 29. primi. a. d.
c. extrinsecus equatur angulo. e. b. c. totali intrinsecus: & quia per. 17. pri-
mi duo anguli. a. d. c. f. a. c. d. trianguli. a. c. d. sunt minores duobus rectis
& ideo duo anguli. a. e. d. f. e. b. c. totalis etiam sunt minores duobus re-
ctis cum loco anguli a. d. c. extrinseci ponatur. e. b. c. intrinsecus sibi equa-
lis: & sic per predictam petitionem due linee. b. e. f. c. a. in eandem parte
protracte concurrent in puncto. e. f. c.

Propositio 4.



Quoniam duorum triangulorum quorum anguli uni-
us angulis alterius sunt equaliter: latera equos an-
gulos respicientia sunt proportionalia

¶ Sint duo trianguli. a. b. c. d. e. f. equianguli. sitq. angulus
a. equalis angulo. d. & angulus. b. angulo. e. & angulus. c. an-
gulo. f. dico qd proportio. d. e. ad. a. b. f. d. f. ad. a. c. est sicut. e. f. ad. b. c. ¶ Ponā



enim ambos triangulos sup lineam una que sit. e. e. ita q duo anguli unus qui erunt super hanc lineam sint equales duobus alterius qui erunt super eandem. non quidem medius medio aut extremus extremo: sed medius unius extremo alterius: & ponam duos eorum medios angulos in eodem puncto coire. sitq. a. f. c. ipse idem triangulus qui erat. a. b. c. & quia angulus a. f. c. est equalis angulo. e. f. c. angulus. d. f. c. angulo. c. per ypothesin erit per primam partem. 18. primi linea. a. f. equidistans. d. e. f. d. f. equidistans. a. c. ¶ Complebo igitur superficiem equidistantium laterum que sit g. f. eritq. per. 34. primi. g. a. equalis. d. f. & g. d. equalis. a. f. ¶ Quia ergo per secundam huius. g. a. est ad. a. c. sicut. e. f. ad. f. c. & per eandem. e. f. ad. f. c. sicut. e. d. ad. d. g. erit per. 7. quinti. d. f. ad. a. c. & per eandem. e. d. ad. f. a. sicut. e. f. ad. f. c. quod est propositum.

Propositio. 5.



Primum duorum triangulorum quorum cuncto rum laterum sese respicientium est proportio una anguli lateribus proportionalibus contenti equi sibi inuicem esse probatur.

Hec est conuersa prioris nec fecit ex ea & premissa una conclusionem sicut fecit in secunda & tertia huius: quia nec eadem figuratione nec eisdem mediis demonstratur quibus precedens. ¶ Sint itaq. duo trianguli. a. b. c. d. e. f. sitq. proportio. a. b. ad. d. e. f. a. c. ad. d. f. sicut. b. c. ad. e. f. dico q angulus. a. est equalis angulo. d. & angulus. b. angulo. e. & angulus. c. angulo. f. ¶ Constatiam super lineam. e. f. in opposita parte trianguli. d. e. f. angulum. f. e. g. equalem angulo. b. & angulum. e. f. g. equalem angulo. c. eritq. per. 31. primi angulus. g. equalis angulo. a. ergo per premissam proportio. a. b. ad. e. g. & a. c. ad. f. g. sicut. b. c. ad. e. f. ¶ Quare. a. b. ad. d. e. sicut. ad. e. g. & a. c. ad. d. f. sicut. ad. f. g. ¶ Igitur per secundam partem notie quinti. d. e. f. est equalis. e. g. & per eandem. d. f. equalis. f. g. quare per. 8. primi duo trianguli. d. e. f. & g. e. f. sunt equianguli quare ergo triangulus. d. e. f. est etiam equiangulus triangulo. a. b. c. constat propositum.

Castigator.

¶ Per cōem sciam q uni & eidē siue qñ due recti equales.

Propositio. 6.



Primus duo trianguli quorum unus angulus unus uni angulo alterius equalis. latera q illos duos equos angulos continentia proportionalia sunt inter se inuicem equianguli.

¶ Maneat prior dispositio: & sit solum angulus. b. equalis angulo. d. e. f. & proportio. a. b. ad. d. e. sicut. b. c. ad. e. f. dico adhuc duos triangulos. a. b. c. d. e. f. esse equiangulos. ¶ Cum enim sit per. 4. huius propter ypothesin premisse conclusionis. a. b. ad. e. g. sicut. b. c. ad. e. f. erit. a. b. ad. d. e. sicut. a. b. ad. e. g. quare per secundam partem notie quinti. d. e. f. est equalis. e. g. ¶ Quia ergo duo latera. d. e. f. & e. f. trigoni. d. e. f. sunt equalia duobus lateribus. e. g. & e. f. trigoni. g. e. f. & angulus. e. unius angulo. e. alterius: quia uterq. est equalis angulo. b. ipsi erunt p quartā primi equianguli. & quia. e. g. f. est et equiangulus. a. b. c. patet propositum.

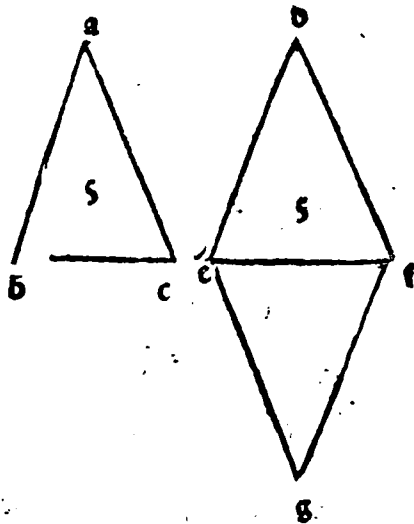
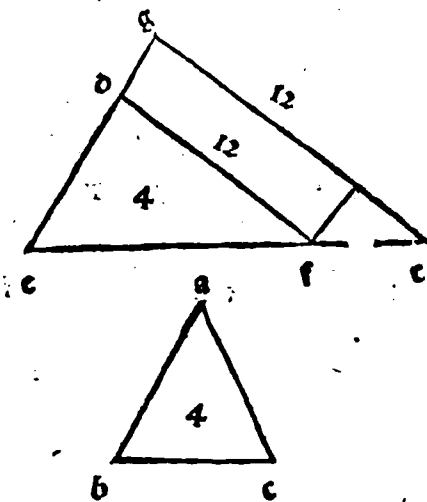
Castigator.

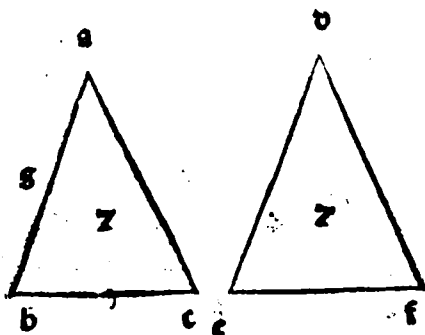
¶ Videlicet unus p ypoth. s. angulus. d. e. f. & alius p. 23. primi.

Propositio. 7.



Ifuerint duo trianguli quorum unus angulus unus uni angulo alterius equalis: duosq. suorum reliquorum angulorum lateribus proportionalibus contenti: duorum vero demum reliquorum uterq. aut neuter recto angulo minor necesse est illos duos triangulos omnibus suis angulis inter se inuicem equiangulos esse.





Sint duo trianguli. a. b. c. d. e. f. sitq. angulus. a. equalis angulo. d. & p. portio. a. c. ad. d. f. sicut. c. b. ad. f. e. & uterq. duorum anguloru. b. & e. aut neuter sit minor recto: dico eos esse equiangulos. ¶ Si enim angulus. c. unius est equalis angulo. f. alterius: patet propositu per premis. ¶ Sin autem sit. c. maior fiatq. angulus. a. g. equalis eidem: eritq. per. 32. primi triangulus. a. g. c. equiangulus triangulo. d. e. f. quare per quartam huius proportio. a. c. ad. d. f. sicut. g. c. ad. e. f. sed sic fuit. b. c. ad. e. f. ergo per. 9. q. ti. g. c. & b. c. sunt equales. ¶ Ergo p. quintam primi angulus. b. est equalis angulo. b. g. c. ¶ Si ergo neuter duorum angulorum. b. & e. fuerit minor recto: accidet duos angulos unius trianguli non esse minores duobus rectis: quod eē non pōt p. 32. & 17. primi. ¶ Quod si uterq. fuerit minor recto: erit angulus. a. g. c. maior recto per. 13. primi: quare & angulus. e. sibi equalis est etiam recto maiori: quod est contra yptothē. ¶ Quare destructo opposito remanet propositu. ¶ Oportet aut utrunq. angulorum reliquorum aut neutrum esse minorem recto. ¶ Possibile enim est in eodē triangulo ut in triangulo. a. b. c. lineam. g. c. esse equalem. b. c. & ideo erit a. c. ad. utraq. earum una proportio per. 7. quinti. Nec tñ erunt trianguli a. g. c. & a. b. c. equianguli: quia unus angulus unius sit equalis uni angulo alterius: immo idem ut angulus. a. & proportio lineae. a. c. put est latus magni ad. a. c. prout est latus parvi sicut. b. c. latus magni ad. g. c. latus parvi utraq. enim equalis. ¶ Et hoc est pp hoc q. angulus. g. minoris est maior recto: & angulus. b. maioris minor. Nam in omni triangulo duum equalium laterum uterq. angulorum qui sunt ad basim est minor recto.

Castigator.

Quamvis ibi dicatur possibile enim est in eodem triángulo & c. Imaginatur primo formatus triangulus duū equalium laterum. b. c. g. Demū protracto latere. b. g. quantum libuerit. ut ad. a. deinde protracta linea. a. c. a pūcto ad punctum. Imaginantur duo trianguli unus magnus. a. b. c. & alius parvus. a. g. c. qui suprapositus magno imaginatur & ab eo abscindit triángulam illum duum equalium laterum. s. b. c. g. prout in illis duobus explicite positus apparet & c. Et hec pro septima huius dicta sunt.

Propositio. 8.

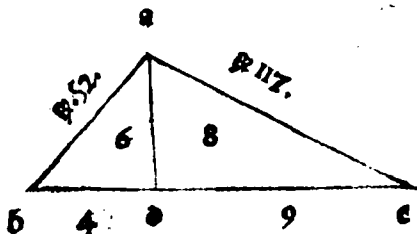


In orthogoni angulo recto ad basim linea perpendicularis ducatur. fient duo trianguli partiales toti triangulo & sibi invicem similes. Unde etiā manifestum est q. in omni triangulo rectangulo si ab eius angulo recto ad absim perpendicularis ducatur erit ipsa perpendicularis inter duas sectiones ipsius basis proportionalis. Itemq. utrunq. latus inter totam basim atq. sibi conterminalem basis portionem.

Sit trigonus. a. b. c. orthogonus eiusq. angulus. a. rectus a quo ducatur. a. d. perpendicularis ad basim. dico q. uterq. duorum triangulorum partialium qui sunt. a. b. d. a. d. c. similis est totali triangulo. a. b. c. & unus eorum alteri. ¶ Est enim uterq. ipsoru equiangulus totali per. 32. primi. eo q. uterq. est orthogonus & in uno angulo comunicant cum totali: quare & sibi invicem sunt equianguli. ¶ Ita q. angulus. b. est equalis angulo. d. a. c. & angulus. b. a. d. angulo. c. & duo anguli qui sunt ad. d. sibi invicē & angulo. a. totali equaliter: quare per. 4. huius latera equos eorum angulos respicientia sunt proportionalia: ergo per diffinitionem sunt similes: qd est propositum. ¶ Vtrumq. correla. ex his evidenter apparet.

Castigator.

Nota propter dictum superius in fine expositionis octave huius. ubi per. 4. concluduntur latera illoꝝ triangulorum equos angulos respicientia esse proportionalia. Et ex hoc per diffinitionem similitudinis superficiez illos triangulos esse similes & c. Diffinitio illa nō dicit q. latera equos angulos respicientia sunt proportionalia: sed q. latera equos angulos continentia sunt proportionalia: ut ibi patet: & sic videtur indebite concludi



Intentum. ¶ Quapropter aduerte q̄ idem est in triangulis dicere latera equos angulos respicientia esse proportionalia: & equos angulos continētia esse proportionalia: quod in istis duobus triangulis apparet. uidelicet a. b. c. f. d. e. f. dato q̄ sint eq̄ anguli. uidelicet q̄ angulus. a. equetur angulo. d. f. b. angulo. e. f. c. angulo. f. nam latus. d. e. ad. a. b. que respiciūt angulos. c. f. f. sunt in p̄porione laterū. d. f. ad. a. c. que etiā respiciunt equos angulos. b. f. e. f. per consequens istamet latera sunt continētia equos angulos: uidelicet. a. f. d. f. sic arguas de reliquis &c. Et ideo postea per definitionem &c.

Propositio .9.



Elabns lineis propositis tertiam inter eas sub p̄portionalitate continua collocare.

¶ Sint due linee propositae. a. b. f. c. iter quas uolo unam lineam in p̄portionalitate continua collocare. Ad unam uiam earum alteri sitq̄ tota ex eis cōposita. a. d. ita q̄. b. d. sit equale. c. f. super totam describo semicirculum a. e. d. f. produco. e. b. usq̄ ad circumscriptionem perpendicularē ad lineā a. d. dico lineam. b. e. esse quam querimus. ¶ Produco enim lineas. e. a. f. c. d. eritq̄ per. 30. tertii angulus. e. totalis reclus: quare per primā partem. correl. premisse p̄portio. a. b. ad. b. e. sicut. b. e. ad. b. d. quod est p̄positum.

Propositio .10.



Elabns lineis datis tertiam eis in continua p̄portionalitate subiungere

¶ Sint due linee propositae. a. b. f. c. quibus uolo tertiam in continua p̄portionalitate subiungere: coniungo lineam. c. angulariter ut contingit cum lineā. a. b. sitq̄. a. d. sibi equalis: & produco lineam. a. b. usq̄ ad. e. donec fiat b. e. rqualis. a. d. & protracta lineā. b. d. a puncto. e. ducō lineam sibi equidistantē quā lineam. a. d. produco quousq̄ concurrant in puncto. f. dico igitur lineam. d. f. esse quam querimus. ¶ Est enim per secundam huius p̄portio. a. b. ad. b. e. sicut. a. d. ad. d. f. sed a. b. ad. b. e. est sicut. a. b. ad. a. d. per. 1. partem. 7. quinti: quare. a. b. ad. a. d. sicut. a. d. ad. d. f. quod est p̄positum. ¶ Quod si propositi. b. tribus lineis uelimus inuenire quartam: ad quam sit p̄portio tertie sicut prime ad secundam: ex prima & secunda fiat lineā una & toti cōposite tertie: angulariter adiūgatur & a cōmuni termino prime & secunde ducatur lineā ad extremitatem tertie: & ab altero termino secunde ducatur huic linee equidistant: quousq̄ cōcurrat cum tertia in continuum rectūq̄ protracta: eritq̄ per secundam huius lineā quā hec equidistant abscindet que queritur: quēadmodum si in hac figura fuerit prima. a. b. secunda. b. e. tertie. a. d. erit. quarta. d. f.

Castigator.

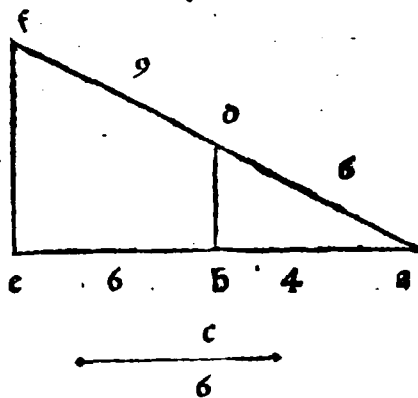
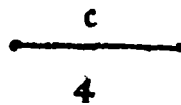
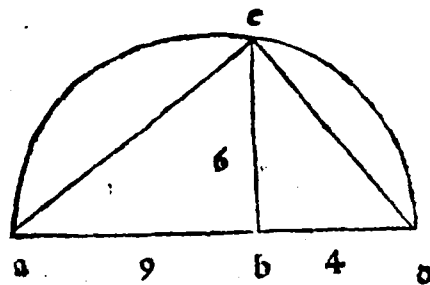
a ¶ Cōcurrent. n. per rationes supra in tertia huius adductas. b ¶ Quis non dicat sub continua p̄portio. subiūgeret tñ indifferenter habet locum ad infinitas: quia inuenta quarta ad tertiam: tunc prima dimissa inuenitur quinta ad quartam & sexta ad quintam &c. dimittēdo semper priorem tres subsequentes retinendo. & tunc operando per. 10. sequitur intentum: ut patet.

Propositio .11.



Assignata lineā quotamcūq̄ libearis partem abscindere.

¶ Sit. a. b. lineā assignata ab ea uolo aliquotam partem utpote tertiam abscindere. ¶ Coniungo ei angulariter ut contingit lineam indefinite quantitatis que sit. a. c. a qua refeco tres equas portiones. que sint. a. d. d. e. f. e. c. & produco lineas. c. b. f. d. f. sibi equidistantes. dico. a. f. esse tertiam. a. b. est enim per secundam huius p̄portio. c. d. ad. d. a. sicut. b. f. ad. f. a. quare coniunctim. c. a. ad. d. a. sicut. b. a. ad. f. a. cum igitur. c. a. sit tripla. ad. d. a. patet. a. f. esse tertiam. a. b. quod est p̄positum.



Propositio .12.

Elabur lineis propositis altera indiuisa altera per partes diuisa: indiuisam quidem ad modum diuisi se dividere.



¶ Sint due linee quas angulariter ut continget coniungam. a. b. & a. c. sitq. a. b. diuisa in tres uel qualescūq. portiones signatis in ea punctis. d. f. e. uolo secundum easde portiones diuidere lineam. a. c. ¶ Cum igitur ipsas angulariter coniunxerō. protraham lineam. b. c. & equidistantes ei. d. f. e. g. dico istas equidistantes diuidere lineam. a. c. in partes proportionales partibus. a. b. ¶ Protraham enim. f. h. equidistantem. a. b. que fecit. e. g. in puncto. k. eritq. p secundam huius proportio. g. f. ad f. a. sicut. e. d. ad. d. a. & c. g. ad. g. f. sicut. h. k. ad. k. f. quare & sicut. b. e. ad. e. d. per. 34. primi. & secundam partem. 7. quinti: quod est propositum. Oportet autem secundam huius totiens repetere quot erunt partes lineae. a. b. minus una. At uero. 34. primi & septimam quinti minus duabus.

Propositio .13.



¶ Si due superficies equidistantium laterum quarū unus angulus unius unī angulo alterius e qualis: equales fuerint latera duos equos angulos continētia mutekesia esse. Si uero latera duos equos angulos continētia mutekesia fuerint duas superficies equales esse necesse est.

¶ Sint due superficies. a. b. c. d. & c. e. f. g. equidistantium laterū & equales. sitq. angulus. c. unius equalis angulo. c. alterius. dico proportiōem. b. c. ad. c. g. esse. sicut. e. c. ad. c. d. & si proportio. b. c. ad. c. g. fuerit sicut. e. c. ad. c. d. & predicti anguli fuerint adhuc equales dico illas duas superficies equidistantium laterum esse equales. ¶ Coniungam enim eas angulariter uidelicet angulum. c. unius cum angulo. c. alterius. ita q. duo latera earum que sunt. b. c. & c. g. fiant linea una: eruntq. similiter duo reliqua latera. d. c. & c. e. linea una. (alioquin sequeretur per presentem ypothe. que est angulum. c. unius esse equalem angulo. c. alterius. & per. 15. primi: pars esse equalem toti) complebo itaq. superficiem equidistantium laterum productis lineis. a. d. & f. g. quousq. concurrant in. h. eritq. per primam partem. 7. quinti utriusq. superficiē. a. c. & c. f. ad superficiem. c. h. proportio una: & quia per primam huius proportio superficiē. a. c. ad. superficiē. c. h. sicut. lineae. b. c. ad. lineam. c. g. & superficiē. c. f. ad eandem superficiem. c. h. sicut. e. c. ad. c. d. manifesta est prima pars propositae conclusionis. ¶ Secunda pars sic patet: per primam. n. huius est proportio. b. c. ad. c. g. sicut. a. c. ad. c. h. & e. c. ad. c. d. sicut. c. f. ad eandem. c. h. & quia positum est q. proportio. b. c. est ad. c. g. sicut. e. c. ad. c. d. erit utriusq. duarū superficiētum. a. c. & c. g. ad superficiem. c. h. una proportio: ergo per primam partem. 9. quinti. a. c. est equalis. c. f. sitq. patet secunda pars.

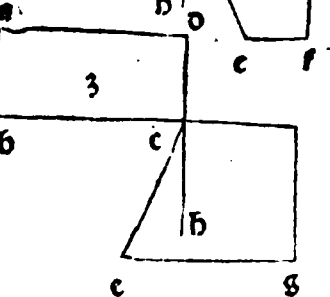
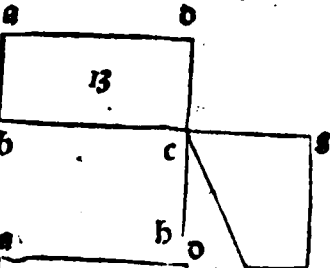
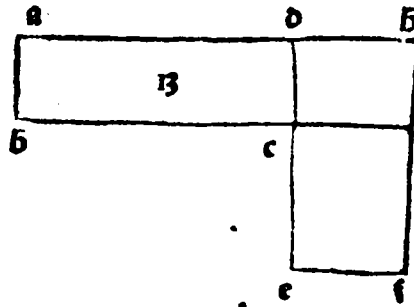
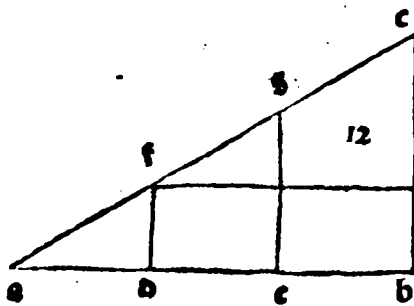
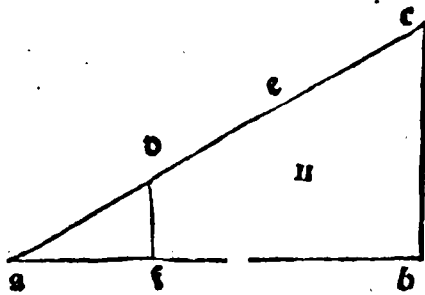
Castigator.

a ¶ Quia si. d. c. & c. e. non sunt linea una: tunc continuabo. d. c. usq. ad. h. in utraq. dispositione aduersarii: & semper per. 15. primi in qualibet anguli cōtra se positi erūt equales. s. angulus. c. utriusq. & p ypothe. et dictus angulus maior aut minor cōtra se posito equal angulo. c. superficiē. a. b. c. d. & ideo p. toti quod ē impossibile p cōceptionē. b ¶ Cōcurrēt. n. quia si imaginatur p. trahi linea. d. g. fient duo anguli ex parte. b. minores duobus rectis. & ideo per. 4. petitionem concurrent & in. h.

Propositio .14.



¶ Si duo trianguli quorū unus angulus unius unī angulo alterius equalis fuerint: latera duos angulos equos cōtinētia erūt mutekesia. Si uero latera duos equos angulos cōtinētia fuerint mutekesia duo trianguli equales esse comprobantur.



¶ Sint duo trianguli. a. b. c. d. e. equales: sitq. angulus. c. unius equalis angulo. c. alterius dico proportionem. a. c. ad. c. e. esse sicut. d. c. ad. c. b. ¶ Si fuerit proportio. a. c. ad. c. e. sicut. d. c. ad. c. b. ¶ Si dicti anguli fuerint ad huc equales dico illos duos triangulos esse equales. ¶ Coniungam enim eos angulariter ita q. latera. a. c. ¶ c. e. fiant linea una. eruntq. similiter. b. c. ¶ c. d. linea una. Aliter sequeretur partem esse equalem toti. per. 15. pmi) ¶ Et probabam lineam. b. e. eritq. per primam partem. 7. quinti utriusq. dictorum triangulorum ad triangulum. c. b. e. proportio una: ¶ Et quia per primam huius primi eorum ad ipsum est sicut a. c. ad. c. e. ¶ Et secundi eorum ad eundem sicut. d. c. ad. c. b. manifesta est prima pars propostite conclusionis. ¶ Secunda pars e converso probatur. quia. a. c. ad. c. e. est sicut primi trianguli ad triangulum. b. c. e. ¶ Et d. c. ad. c. b. sicut secundi ad eundem per primam huius: ¶ Et quia positum est ut sit. a. c. ad. c. e. sicut. d. c. ad. c. b. erit utriusq. dictorum triangulorum ad triangulum. b. c. e. una proportio: quare per primam partem. 9. quinti ipsi sunt equales. sitq. patet secundum da part.

Propositio .15.



¶ Si fuerint quatuor linee proportionales quod sub prima et ultima rectangulum continetur: equum erit ei quod sub duabus reliquis. Si vero quod sub prima et ultima continetur equum fuerit ei quod sub duabus reliquis continetur rectangulum: quatuor lineas proportionales esse convenit.

¶ Sint quatuor linee. a. b. c. d. proportionales: Sitq. proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico q. superficies contenta sub. a. ¶ c. d. equalis est superficiem contente sub. b. ¶ c. ¶ Et si superficies contenta sub. a. ¶ c. d. est equalis superficie contente sub. b. ¶ c. dico q. proportio. a. ad. b. est sicut. c. ad. d.

¶ Fiant enim superficies contenta sub. a. ¶ c. d. ¶ Et superficies contenta sub. b. ¶ c. Si ergo est proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. latera illarum superficierum erunt mutuelesia: sed ¶ anguli ab eis contenti equales: quia utraq. est rectorum angulorum: quare per secundam partem. 13. huius ipse sunt equales quod est primum. ¶ Secundum patet per primam partem eiusdem. si enim ipse sunt equales. quia omnes anguli earum sunt recti: latera earum erunt mutuelesia: quare proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. quod est secundum.

Propositio .16.



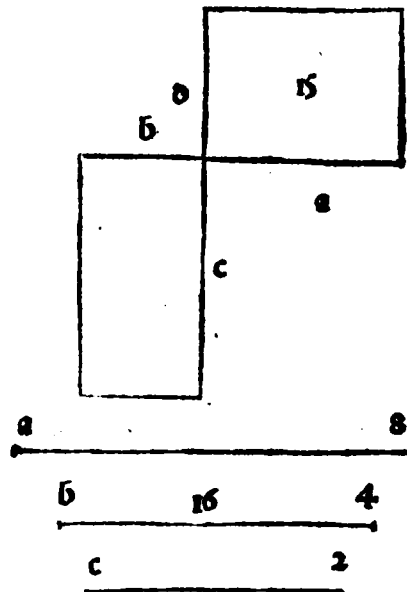
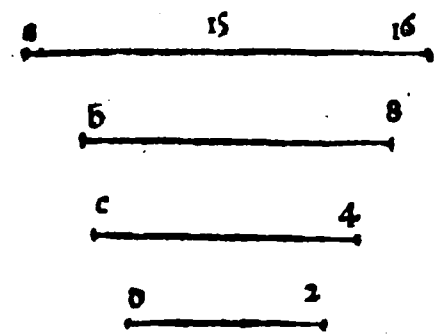
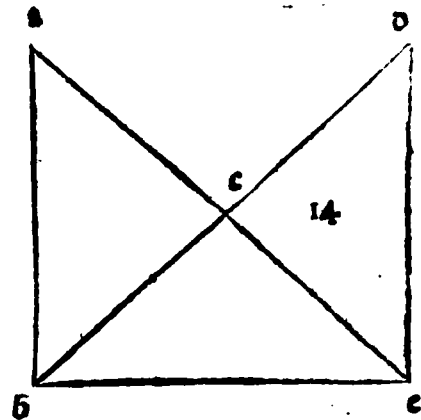
¶ Si fuerint tres linee proportionales quod sub prima et tertia rectangulum continetur: equum erit ei quod a secunda quadrato describitur. Si vero quod sub prima et tertia continetur equum est ei quadrato quod a secunda producit: ipse tres linee proportionales erunt.

¶ Sit proportio linee. a. ad lineam. b. sicut linee. b. ad lineam. c. dico q. superficies contenta sub. a. ¶ c. equalis est quadrato. b. ¶ Et si superficies contenta sub. a. ¶ c. est equalis quadrato. b. dico q. proportio. a. ad. b. est sicut b. ad. c. ¶ Hoc autem est evidens per precedentem posita alia linea. que sit equalis. b. ita q. b. sit in ratione secunde ¶ et tertiae.

Propositio .17.



¶ Si fuerint duo trianguli similes proportio alterius ad alterum est tanq. proportio cuiuslibet sui lateris ad summi relatiuium lateris alterius duplicata. Et manifestum etiam ex hoc quia omnium trium linearum continue proportionalium quanta est prima ad tertiam tanta erit superficies constituta super



primam ad superficiem constitutam super secundam: cui fuerit ei similis in lincatione et creatione.

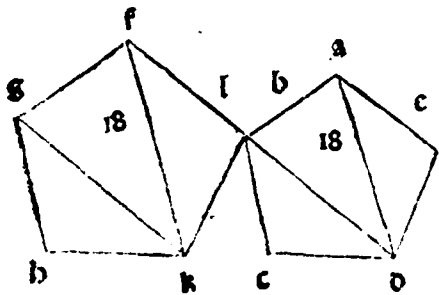
¶ Sint duo trianguli. a. b. c. f. d. e. f. similes eruntq; per diffinitionem equalitatis anguli et laterum proportionalium. Sit ergo angulus. a. equalis angulo d. et angulus. b. angulo. e. et angulus. c. angulo. f. ¶ Eritq; proportio. a. b. ad. d. e. et a. c. ad. d. f. sicut. b. c. ad. e. f. ¶ Dico q; proportio trianguli. a. b. c. ad triangulum. d. e. f. est sicut proportio. b. c. ad. e. f. duplicata. ¶ Subiungatur enim secundum doctrinam. 10. huius duabus lineis. b. c. et e. f. tertia in continua proportionalitate que sit. c. g. protracta aut resecata. c. b. si. c. g. fuerit ea maior aut minor. ¶ Et producat lineam. g. a. eritq; per secundam partem. 14. huius triangulus. a. g. c. equalis triangulo. d. e. f. propter id quod proportio. a. c. ad. d. f. est sicut. e. f. ad. c. g. et angulus. c. equalis angulo. f. ¶ re per secundam partem. et quinti trianguli. a. b. c. ad utrumq; illorum erit una proportio. ¶ Sed per primam huius proportio trianguli. a. b. c. ad triangulum. a. g. c. est sicut. b. c. ad. g. c. At uero proportio. b. c. ad. c. g. sicut. b. c. ad. e. f. duplicata per. 10. descriptionem quinti: ergo proportio trianguli. a. b. c. ad triangulum. d. e. f. est sicut proportio. b. c. ad. e. f. duplicata: quod est propositum. ¶ Si autem. c. g. sit equalis. b. c. erit per secundam partem. 14. huius triangulus. a. b. c. equalis triangulo. d. e. f. equalis autem proportio componitur ex equali duplicata uel triplicata uel quotienscunq; sumpta. ¶ Istam eandem passionem possemus eodem modo et per eadem media demonstrare de superficiebus equidistantium laterum similibus sumpta solum. 13. presentis loco. 14. Non demonstrat autem eam: quia per sequentem demonstratur uniuersaliter de omnibus superficiebus similibus. Quare per correl. q; uniuersaliter proponitur de omnibus superficiebus similibus nondum patet nisi de triangulis: sed demonstrata sequente patet erit de omnibus. Posuit autem ipsum hic et non in sequente quia est correl. huius: non autem sequentis: ex modo enim demonstrationis huius sua ueritas manifestata est non ex modo illius.

Propositio .18.



Pentagonae due superficies similes multiangule sunt diuisibiles in triangulos similes atq; numero equalitatis. Etq; proportio alterius earum ad alteram sicut cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius proportio duplicata.

¶ Sint gratia exempli duo pentagoni. a. c. d. f. h. k. similes. dico q; ipsi sunt diuisibiles in triangulos similes numero equalitatis: etq; proportio alterius eorum ad alterum est sicut. a. b. ad. f. g. proportio duplicata. ¶ Ducantur enim linee due. a. c. et a. d. itemq; f. h. et f. k. eritq; per presentem ypothesin. et per. 6. huius triangulus. a. b. c. equiangulus triangulo. f. g. h. et triangulus. a. e. d. triangulo. f. i. k. ¶ Similiter quoq; per hanc communem scientiam. Si ab equalibus equalia demas que re. equalia sunt: erit triangulus. a. c. d. equiangulus triangulo. f. h. k. Nam ipsi pentagoni positi sunt equianguli et laterum proportionalium. ¶ Et quia trianguli in quos diuiduntur sunt adinuicem equianguli: ut probatum est: erunt etiam et similes per. 4. huius et diffinitionem similium superficieum: quare cum ipsi sint numero equalitatis patet primum. ¶ Secundum sic protrahantur. b. d. que fecerit. a. c. in puncto. m. et f. g. k. que fecerit. f. h. in puncto. n. eritq; triangulus. b. c. d. equiangulus triangulo. g. h. k. per. 6. huius et presentem ypothesin. quare et triangulus. a. b. m. triangulo. f. g. n. et a. m. d. f. n. k. ergo per. 4. huius proportio. b. m. ad. g. n. est sicut. a. m. ad. f. n. et a. m. ad. f. n. sicut. m. d. ad. n. k. quare per. 11. quinti. b. m. ad. g. n. sicut. m. d. ad. n. k. ergo per mutatum. b. m. ad. m. d. sicut. g. n. ad. n. k. sed per primam huius. a. b. m. ad. a. m. d. et b. c. m. ad. c. m. d. sicut. b. m. ad. m. d. ¶ Et per eandem. f. g. n. ad. f. n. k. et g. n. h. ad. h. n. k. sicut. g. n. ad. n. k. ergo per. 13. quinti. a. b. c.



ad.a.c.d.ficut.f.g.h.ad.f.h.k.quare pmutatim.a.b.c.ad.f.g.h.ficut.a.c.d.
ad.f.h.k. ¶ Eadem ratione probabis qd ficut.a.e.d.ad.f.l.k.ergo per.13
quinti totius pentagoni ad totum pentagonum:ficut.a.b.c.ad.f.g.h.
¶ Per premiffam igr est pportio pentagoni.a.c.d.ad pentagonum.f.
h.k.ficut proportio.a.b.ad.f.g.duplicata:quod est ppositum. ¶ Ex quo
nurfus patet correl.precedentis. ¶ Aliter potest demonstrari fecundum.
¶ Cum enim trianguli in quos pentagoni diuiduntur fint adinuicem
similes:erit per precedentem proportio.a.b.c.ad.f.g.h.ficut.b.c.ad.g.h.
duplicata. ¶ Et.a.c.d.ad.f.h.k.ficut.c.d.ad.h.k.duplicata. ¶ Et.a.e.d.
ad.f.l.k.ficut.d.e.ad.k.l.duplicata. ¶ Quia igitur omnes hee proportio
nes duplicate sunt equales propter hoc quod positum est simplas ee equa
les erit per.13. quinti totius pentagoni ad totum pentagonum ficut la
teris iunius ad fuum relatiuum.latus alterius proportio duplicata.

¶ Castigator.

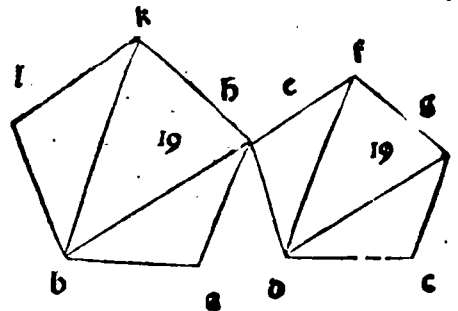
a ¶ Quia positi sunt pentagoni similes: ¶ ideo equianguli per diffini
tionem similium superficierum: ¶ sic trianguli.a.b.c.f.f.g.h.funt equian
guli per.6.huius: quoniam angulus.b.unius est equalis angulo.g.alteri
us cum fint anguli propositorum pentagonorum integrorum:ut patet
¶ latera illos continentia sunt inter fe proportionalia: per ypothe. pen
tagonorum similium ¶ Et ideo per.6 huius ¶ Ex ista ¶ prima
huius notatur mirabile nifus uidelicet quocunq. quadrilatero dato pro
tractis in eo duabus diametris resoluetur in quatuor triangulos adinu
icem proportionales:ur in duobus quadrilateris propositorum pentago
norum apparet uidelicet.a.b.c.d.f.f.g.h.k. Nam triangulus.a.b.m.ad
triangulum.a.m.d.est ficut basis.b.m.ad.basim.m.d.per primam huius
¶ b.c.m.ad.c.m.d.etiam ut.b.m.ad.m.d. ¶ ideo proportionales. Item
a.b.m.ad.b.c.m.ficut.a.m.ad.m.c.per eandem etiam.c.d.m.ad.a.m.d.
ficut.c.m.ad.m.a. ¶ e conuerfa: ¶ sic quocunq. uoluantur femper sunt pro
portionales: quoniam bases femper heedem eodem modo dicetur de tri
angulis quadrilateri.f.g.h.k. ¶ omnium aliorum ¶ Sed in his uo
cibus que nulla in equalitate discordant: nulla omnino consonantia est
¶ enim consonantia est difsimilium inter fe uocum in unum redacta co
cordia: hec Boe.tertio capitu. primi mufice ¶ 31.

Propositio .19.



¶ Pra datam lineam date superficiei similem su
perficiem describere.

¶ Sit data linea.a.b. supra quam uolo conftituere super
perficiem similem date superficiei que fit pentagona: ¶
fit.c.d.e.f.g. ¶ Diuido hunc pentagonum in triangulos
ductis lineis.d.f.f.d.g. ¶ super punctum.a. conftituo an
gulum equalem angulo.c. ducta linea. a. h. ¶ super punctum. b. confti
tuo alium angulum: qui fit. a.b.h. equalem angulo.c.d.g. protracta li
nea. b. h. quousq. concitat cum. a. h. in puncto. h. eritq. per. 31. primi
angulus.a.h.b.equalis angulo.c.g.d. ¶ ideo per. 4. huius latera duorum
triangulorum.g.c.d.f.f.h.a.b.proportionalia. ¶ Facio quoq. angulum.
h.b.k. ducta linea.b.k.equalis angulo.g.d.f. ¶ angulu.k.b.l. ducta linea
b.l.equalis angulo.f.d.c. ¶ angulum.b.h.k. ducta linea.b.k.equalis
angulo.d.g.f. ¶ angulum.b.k.l. ducta linea.k.l.equalis angulo. d. f.e.
eritq. perfectus pentagonus qui conftituendus erat fi per lineam.a. b.
¶ Est.n equiangulus dato pentagono propter equalitate anguloru tria
gulorum in quos est uterq. diuifus. ¶ Sed ¶ laterum proportionaliu pro
pter proportionalitatem laterum ipforum triangulorum que ex quar
ta huius euidenter apparent: quare per diffinitionem similium superficie



nim pentagonus constituitur super lineam. a. b. est similis pentagono dato quod est propositum.

Propositio .20.



Si fuerint vni superficiē similēs quālibet super ficiēs sibi inuicem similēs esse necesse est.

Sit uterq. pentagonorum. a. b. c. d. e. f. similis pentagono. g. h. k. dico eos esse similes sibi inuicem. ¶ Est enī uterq. eorum equiangularis pentagono. g. h. k. per cōuersionem diffinitionis similium superficialium: quare sunt equi anguli adinuicem. ¶ Similiter quoq. per conuersionem eiusdem diffinitionis proportio. a. b. ad. g. h. sicut. a. c. ad. g. k. ¶ Et. g. h. ad. d. e. sicut. g. k. ad. d. f. ¶ Ergo per equam proportionalitatem. a. b. ad. d. e. sicut. a. c. ad. d. f. ¶ Eodem modo probabis reliqua latera pentagonorum. a. b. c. d. e. f. continētia equos angulos esse proportionalia: per diffinitionē itaq. similium superficialium ipsi sunt similes adinuicem: quod est propositū.

Propositio .21.



Si fuerint quotlibet linee proportionales atq. super binas z binas similes super ficiēs designentur: ipse quoq. superficies erunt proportionales. Si vero super binas z binas similes superficies constitutę fuerint proportionales: ipsas quoq. lineas proportionales esse necesse est.

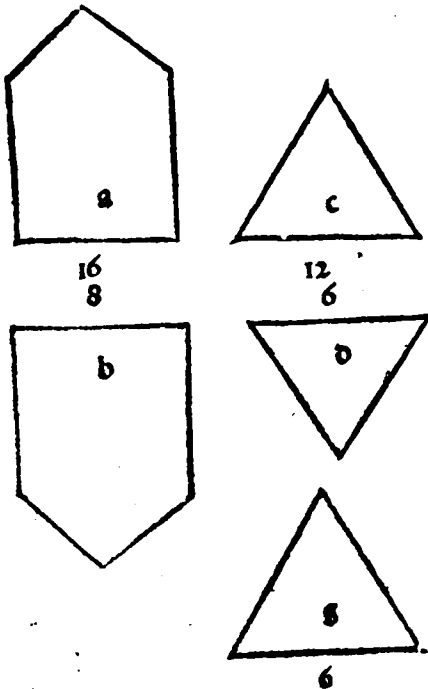
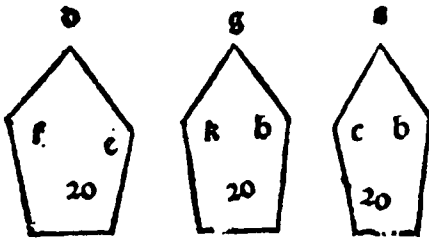
Sint quatuor linee proportionales. a. b. c. d. sitq. proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico q. si superficies similes constituantur super. a. b. utpote duo pentagoni similes & alie similes constituantur super. c. d. utpote duo trianguli similes: erit proportio pentagonorum sicut triangulorum. ¶ Q. d. si fuerint pentagoni similes & similiter etiam trianguli similes: fuerintq. proportio pentagoni ad pentagonum: sicut trianguli ad triangulum: dico q. erit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ¶ Subiungatur enim lineis. a. b. c. d. lineis. e. f. d. f. in continua proportionalitate: sicut docet. 10. huius. eritq. per. 11. quinti & per equam proportionalitatem. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ¶ Quia ergo per correl. 12. huius proportio pentagonorum: est sicut. a. ad. e. & triangulorum sicut. c. ad. f. erit proportio pentagonorum sicut triangulorum: & hoc est primum. ¶ Secundum sic patet. Sint duo pentagoni similes & duo trianguli similes: sitq. proportio pentagonorum sicut triangulorum: dico q. proportio. a. ad. b. est sicut. c. ad. d. ¶ Sit enim. c. ad. g. sicut. a. ad. b. (hoc enim qualiter fiat dictum est supra. to. huius). & super. g. fiat sicut docet. 19. huius. superficies similis illi que est constituta super lineam. c. eritq. per premisam similis ei que constituta est super lineam d. ¶ Eritq. etiam per primam partem huius. 11. que proportio pentagoni. a. ad. pentagonum. b. eadem trianguli. c. ad. triangulum. g. sed eadem erat etiam trianguli. c. ad. triangulum. d. ergo per secundam partem. 9. quinti triangulus. d. est equalis triangulo. g. Et quia sunt similes: erit linea. g. equalis lineę. d. per primam partem. 12. huius cum super lineas. c. d. f. g. sint trianguli: uel per secundam partem. 18. cum fuerint que libet alie figure multiangule: equalitas enim non producit ex aliqua proportionē duplicata uel triplicata uel quotieslibet sumpta nisi ex equali. erit itaq. c. ad. d. sicut. a. ad. b. quod est propositum.

Propositio .22.



An te superficies equidistantium laterum que circa diametrum consistūt toti parallelogramo atq. sibi inuicem sunt similes.

Sicut in parallelogramo. b. d. cuius diameter. a. c. consistant superficies. g. h. f. k. equidistantium laterū circa



diametrum. dico eas esse similes toti parallelogramo. Et sibi invicem. ¶ Est enim per secundam huius. $b.g.ad.g.c.f.d.b.ad.b.c.$ sicut $a.e.ad.c.c.c.$ ergo coniunctim $b.c.ad.c.g.f.d.ad.c.h.$ sicut $a.c.ad.c.e.$ quare per. ii. qu. $a.b.c.ad.c.g.$ sicut $d.c.ad.c.h.$ ¶ Sed etiam sicut $a.b.ad.e.g.$ cum $a.b.$ sit equalis $d.c.f.e.g.b.c.$ ¶ Eodem modo erit $a.d.ad.d.b.$ sicut $a.h.ad.e.g.f.d.c.ad.h.c.$ ¶ Quia ergo ista parallelogramina sunt equiangula constat per definitionem similium superficierum. $g.h.$ esse simile $b.d.$ ¶ Similit quoque modo probatur. $f.k.$ esse simile eidem: propter hoc quod $b.a.$ ad $a.k.f.d.a.$ ad $a.f.$ est sicut $c.a.$ ad $a.e.$ per secundam huius et coniunctam proportionem: quare per. 20. huius. $f.k.$ est etiam simile $g.h.$ sicut patet totum.

Propositio .23.



In suo spacio parallelogramum partiale distinctum toti parallelogramo simile. atque secundum suum illius esse fuerit: circa eundem diametrum consistit.

¶ Sit ut in parallelogramo. $b.d.$ sit distinctum parallelogramum. $f.g.$ quod sit sibi simile et secundum suam etiam principans cum eo in angulo. c. dico quod parallelogramum. $f.g.$ consistit circa diametrum parallelogrami. $b.d.$ et est hoc conuersa precedentis. ¶ Producam enim. $a.e.c.$ que si fuerit diameter parallelogrami $b.d.$ constat propositum. Sin autem sit $a.h.c.$ diameter eius. et ducatur. $b.k.$ equidistans. $f.c.$ eritque per premissam parallelogramum. $f.k.$ simile parallelogramo. $b.d.$ ergo per conuersionem definitionis similium superficierum proportio. $b.c.ad.k.c.$ est sicut $d.c.ad.f.c.$ ¶ Sed per eandem conuersionem dicte definitionis proportio. $b.c.ad.g.c.$ est sicut $d.c.ad.f.c.$ propter id quod parallelogramum. $f.g.$ positum est simile parallelogramo. $b.d.$ ergo per. 11. quinti. proportio. $b.c.ad.g.c.$ est sicut $b.c.ad.k.c.$ utraque enim est sicut $d.c.ad.f.c.$ quare per secundam partem. nonne quinti. $g.c.$ est equalis. $k.c.$ pars uidelicet toti quod est impossibile. Erit igitur. $a.e.c.$ diameter parallelogrami. $b.d.$ quod est propositum.

Castigator.

a ¶ Poterat etiam aduersarius dicere quod esset. $a.l.c.$ uidelicet infra punctum. e. Et idem ut prius accideret impossibile: sed hac positione. $g.c.$ esset maior. $k.c.$ ut patet.



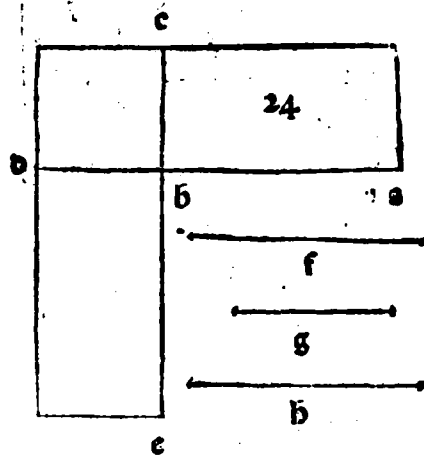
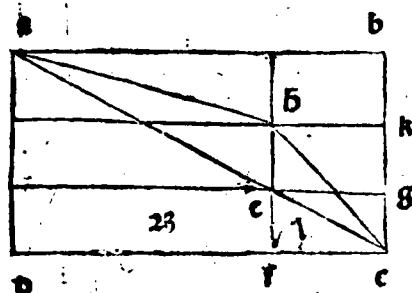
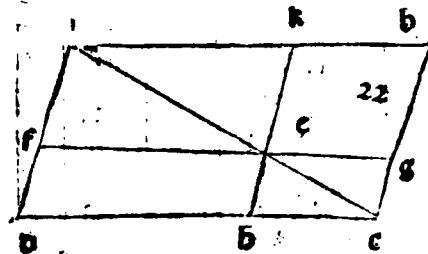
Propositio .24.

Quoniam duarum superficierum equidistantium laterum quarum unus angulus unus uni angulo alterius equalis proportio alterius ad alteram est que producit ex duabus proportionibus suorum laterum duos equos angulos continentium.

¶ Sint due superficies equidistantium laterum. $a.c.f.e.d.$ sitque angulus. $b.$ unius equalis angulo. $b.$ alterius: dico quod proportio unius ad alteram producta est ex proportionibus. $a.b.ad.b.d.f.c.b.$ ad $b.e.$ ¶ Disponam enim has duas superficies penitus sicut disposui eas in. 13. huius adiecto ad utramque parallelogramo. $c.d.$ ¶ Et ponam ut proportio linee. $f.$ ad lineam. $g.$ sit sicut $a.b.ad.b.d.f.g.ad.h.$ sicut $c.b.ad.b.e.$ (qualiter enim hoc fiat. dictum est supra. 10. huius): eritque per primam huius. $f.e.$ quinti. $a.c.ad.c.d.$ sicut $f.ad.g.f.c.d.ad.d.e.$ sicut $g.ad.h.$ quare per. 22. quinti. erit in eadem proportionalitate. $a.c.ad.d.e.$ sicut $f.ad.h.$ et quia. $f.ad.h.$ producit ex. $f.ad.g.f.g.ad.h.$ ut dictum est in fine expositionis. n. definitionis quinti. erit ut. $a.c.ad.d.e.$ producat ex eisdem: quare constat propositum.

Castigator.

b. ¶ $d.a.f.c.e.$ erunt linea una propter hypothesin in angulis et cum in. 13. superius adducta per. 15. primi. et ista facit ad. 7. duodecimi. ¶ Nota qualiter. 10. huius applicetur huic. 24. Nam ibi dicitur quod si tribus lineis propositis uelimus quartam inuenire ad quam tertia se habeat sicut prima ad secundam et c. Et ideo in ista dispositione habes tres lineas. primam. $f.$ ad



g. secunda g. ad h. tertia sicut e. b. ad b. e. que quidem h. sic p. 10. inuenta est. qm habes tres alias lineas uidelicet c. b. prima ad e. b. secundam; e. g. tertia; cu. g. tertia inuenta est. h. quarta ad qua ipsa g. tertia se habet in p. portione; sicut c. b. prima ad e. b. secundam ut patet in ista figura ad mo. di decime predicte disposita.

Propositio 25.



Alte superfici finilem aliq. propositae equalem designare.

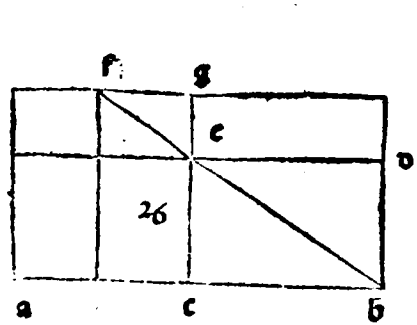
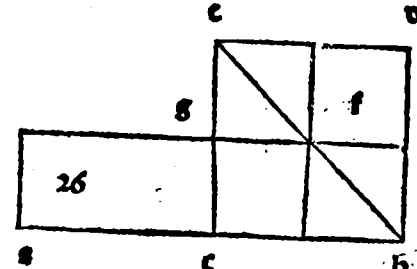
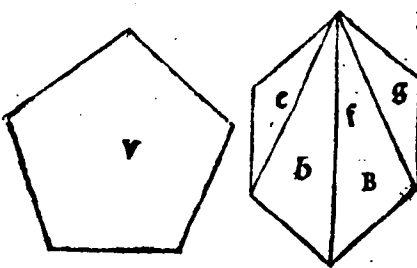
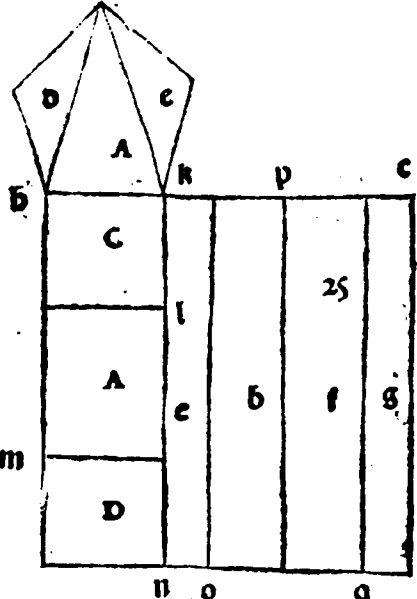
Sint pposite due superficies rectilinee. A. pentagona. B. exagona. uolo facere unam superficiem similem. a. & equalem. b. ¶ Vtranq. propositarū superficiū resoluo in triangulos. ¶ A. quidem in triangulos. c. a. d. ¶ B. uero in triangulos. e. b. f. g. ¶ super basim superfici. a. que sit. h. k. constituo fm doctrinā 44. primi superficiem equidistantium laterum rectangulam equalem. c. que sit. h. l. ¶ l. m. equalem. a. ¶ m. n. equalem. d. ut sit tota superficies eq. distantium laterum. h. n. constituta super basim. h. k. e. qualis pthagono. a. ¶ Eodem modo super lineam. k. n. que est fm latus huius superfici ad stituo uitam superficiem rectangulam equalem exagono. b. quia facio. k. o. equalem. e. ¶ o. p. equalem. b. ¶ p. q. equalē. f. ¶ q. r. equalem. g. ut sit tota rectangula superficies. n. r. equalis exagono. b. ¶ Et pono per. 9. huius lineam. s. t. pportionalē inter lineam. h. k. ¶ lineam. k. r. ¶ super ea fm doctrinā. 19. huius constituo superficiem. u. similem superfici. a. dico ipsam esse quā querimus ¶ equalem superfici. b. ¶ Cum enim tres linee. h. k. s. t. ¶ k. r. sint continue proportionales. ¶ super primā ¶ secundam sint cōst. que superficies similes uidelicet. a. ¶ u. erit per correlat. 17. huius. a. ad u. ¶ ut. h. k. ad. k. r. quare per primam huius sicut. h. n. ad. n. r. ¶ Et ideo p. primam partem septime quinti sicut. a. ad. n. r. ¶ Et pp hoc per secundam partem eiusdem sicut. a. ad. b. itaq. p. secundam partem. 9. quinti. u. est equalis. b. quod eppositū. ¶ Quod etiam possumus ex permixta pportionalitate facile pbare; quia cum sit. a. ad. u. sicut. h. n. ad. n. r. erit permixtā a. ad. h. n. sicut. u. ad. n. r. ¶ Et quia. a. est equalis. h. n. erit. u. equalis. n. r. ¶ re. u. est etiam equalis. b. per hanc cōmūnem scientiam: quęcumq. unū ¶ e. dem. sunt equalia inēter se sunt equalia. ¶ Nō est autē necessarium ut superficies. b. l. l. m. ¶ m. n. equidistantium laterū ¶ equales triangulis. c. a. d. aut superficies. k. o. o. p. p. q. ¶ q. r. equales triangulis. e. b. f. g. sint rectangule; sed ut angulus extrinsecus superfici. l. m. sit. equalis angulo intrinseco superfici. l. b. ¶ extrinsecus. m. n. intrinseco. m. l. ¶ Similiter quoq. ut extrinsecus superfici. k. o. sit equalis intrinseco superfici. h. n. ¶ extrinsecus. o. p. intrinseco. k. o. siq. de ceteris. ¶ Cum enim sic fuerit erit unaquaq. linearū. k. n. ¶ sibi opposita. h. m. itemq. h. r. ¶ sibi opposita. n. q. ¶ linea una per ultimam partem. 19. primi ¶ per. 14. eiusdem quotiens oportuerit equaliter ceptitas. ¶ Propter id qd oēs superficies. h. l. l. m. ¶ m. n. itemq. k. o. o. p. p. q. ¶ q. r. sunt equidistantiū laterum ¶ angulus extrinsecus cuiusq. sequētis est equalis intrinseco eā pcedentis; quare due superficies. b. n. ¶ n. r. erūt equidistantiū laterū ¶ inter lineas equidistantes ¶ equalis altitudinis. Cetera ergo arguent prius.

Propositio 26.



El per dimidiū datelinee parallelogramū designatū maius ē eo parallelogramo cui datelinee applicato deest ad cōplectionē lineę simile z super diametrum cōsistens super dimidium collocati.

Sit data linea. a. b. sup cuius dimidiū. c. b. cōstituat parallelogramū. c. d. cuius diameter. b. e. ¶ ad lineā. a. b. applicet parallelogramū. a. f. cuius unū latus fecit. e. c. in pūcto. g. ita q. ad cōplectenti totius lineę. a. b. desit superficies. f. b. que sit similis superfici. c. d. ¶ cōsistēs circa diametrum eius. dico nūc q. parallelogramū. c. d. ē maius parallelogramo. a. f. ¶ Est enim p. primā huius a. g. equale. g. b. ¶ per. 43. p. mi. c. f. equale. f. d. ergo p. hāc cōmū scientiā: si equalibus cōlia addas ¶ c.



erit gnomio constans ex tribus parallelogramis que sunt. c. f. b. & f. d. equis parallelogramo. a. f. quare parallelogramum. c. d. e maius parallelogramo. a. f. in parallelogramo. e. f. qd est propositum. ¶ I de etiā eset si superficies. a. f. heret altior superficie. c. d. ut uidere potes in secunda figura in q etiam per primam huius. a. g. est equale. g. b. demptis itaq utriq duobus supplementis superficie. f. b. excedet parallelogramum. c. d. parallelogramum. a. f. in parallelogramo. f. e.

Castigator.

a ¶ Tunc eet conuerso quia parallelogramo. a. f. linee. a. b. applicato de est ad complectionem totius linee parallelogramum f. b. quod quidē e maius. c. d. super dimidium collocato i sunt similia ex. 22. huius. qd. f. b. non consistit super diametrum collocati super dimidium uidelicet. c. d. imo ipsū. c. d. consistit super diametrum illius. f. b. quod ad complementū linee deest ut patet. Et ideo conclusio ista. 26. uidet sub distinctione intelligi. s. cui date linee applicato ad complectionem linee deest simile parallelogramum consistens super diametrum super dimidium collocati uel super cuius diametrum consistit illud sup dimidium collocati ut in illa scda figura euidenter apparet in qua. c. d. consistit super diametrum. f. b. & c. qd e conuerso mo.

Propositio 27.

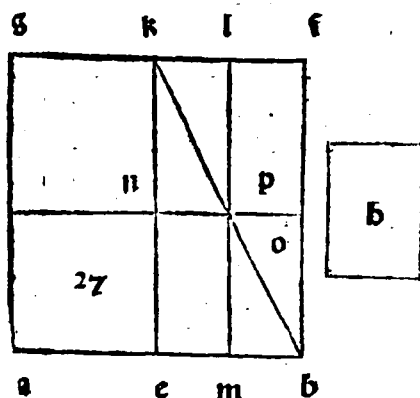
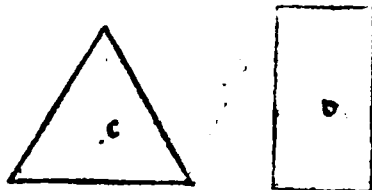


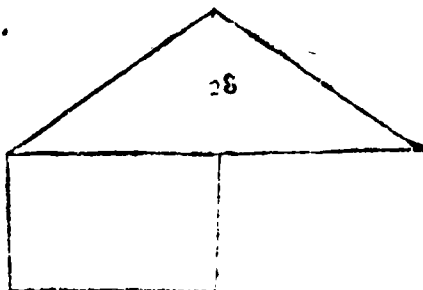
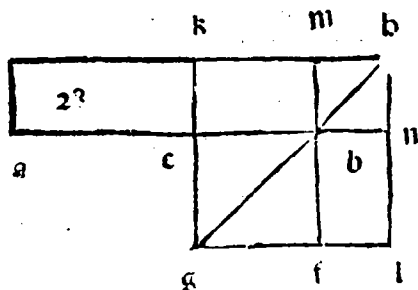
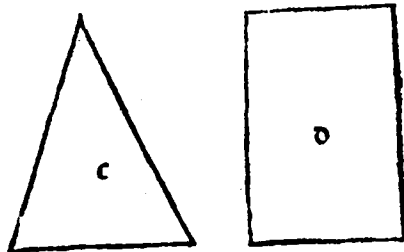
¶ Relata super ficie proposita equum ei super qua libet assignata linea parallelogramum designare cui deest ad completam lineam alij superficie propositae simile parallelogramum quod fm eiusdes fuit ee parallelogramo super dimidium date linee collocato minime maius existat.

¶ Sit assignata linea. a. b. & propositus triangulus. c. propositumq parallelogramum. d. uolo super linea. a. b. designare parallelogramum equale triangulo. c. ita q deest ad completam lineam. a. b. parallelogramum simile. d. & sit ita conditionatum. q triangulus. c. non sit maior parallelogramo simili. d. collocato super dimidium linee. a. b. alioquin ad impossibile laboraretur per premisum. ¶ Diuido igitur lineam. a. b. per equalia in puncto. e. & fm doctrinam. 19. huius super eius medietatem e. b. confituo parallelogramum. e. f. simile. d. & complebo super totam lineam. a. b. parallelogramum. b. g. ¶ Quia igitur. c. non est maior parallelogramo. e. f. sed equalis ei aut minor sicut positum est. ¶ Si fuerit equalis erit parallelogramum. e. g. quale intenditur per. 36. primi coadimante prima pre. 9. quintis & per diffinitionē similitum superficialium & 20. huius ¶ Si autem minori sit minor in superficie aliqua cui equalis & similis. d. fiat fm doctrinam. 25. huius que sit. h. eritq. h. similis. e. f. per 20. huius. quare per conuersionem diffinitionis equiangulari sibi & proportionalium laterum. ¶ Protraham igitur in parallelogramo. e. f. diametrum. b. k. & refecabo latera. k. f. & e. k. superficie. e. f. ad mensuram laterum superficie. h. protractis lineis. i. m. & n. o. equidistantibus lateribus superficie. e. f. secantibus se in puncto. p. ut superficie. k. p. sit equalis & similis superficie. h. ¶ Eratq. per. 23. huius punctum. p. in diametro. k. b. ¶ Protracta itaq. o. n. usq. ad. a. g. dico parallelogramum. a. p. ee quale proponitur. ¶ Deest enim sibi ad complementum linee. a. b. parallelogramum. p. b. qd per. 22. & 20. huius est simile parallelogramo. d. Sed ipm etiam parallelogramum. a. p. est equale triangulo. c. Est enim per primā huius. a. n. equale. n. b. ergo per. 43. primi & hanc communem scientiam si equalibus equalia addas & c. parallelogramum. a. p. est equale gnomoni. n. b. l. & quia iste gnomio est equalis triangulo. c. propter id quod parallelogramum. e. f. positum fuit ee maius triangulo. c. in parallelogramo h. quod est equale parallelogramo. k. p. patet propositum.

Castigator.

a ¶ Quia premissa ofndit omne palellogramum collocatum super dimidium date linee esse maius eo cui date linee applicato deest ad com





plectionem totius lineæ unum parallelogramum simile illi sup dimidium collocato consistens super diametrum eiusdem. Et ideo in casu si triangulus esset maior parallelogramo simili. d. collocato sup dimidium date lineæ esset impossibile designare unum parallelogramum equale trigono. c. cui applicato date lineæ deesset unum parallelogramum simile. d. quando parallelogramum deficiens ad completam lineam esset super diametrum collocatum quoniam oportet tale est maius illo. Et sic ad impossibile laboraretur. ut patet quoniam semper oportet quod parallelogramum date lineæ applicatum sit minus illo super dimidium collocato. Et non maius sit. b. ¶ Quia p. 36. primi. e. g. equatur. e. f. Et per hypothesin. et triangulus. c. equatur eidem. e. f. cum dicitur si fuerit ei equalis. Et ideo per primam partem. 9. quinti. e. g. ad. e. f. sicut trianguli. c. ad idem. e. f. quia utriusque proportio equalitatis. Et ideo cum utriusque ad idem sit una proportio per dictam. 9. illa duo sunt equalitatis delictet. e. g. Et triangulus. c. cetera sequuntur per diffinitionem. 10. huius.

Propositio 28.



Super datam lineam date superficiei trilatere equæ parallelogramum constituere. quod addat super complementum date lineæ superficiem equidistantium laterum date superficiei equidistantium laterum similis. ¶ Sicut prius data linea. a. b. Et datus triangulus. c. datuque parallelogramum. d. uolo super lineam. a. b. constituere parallelogramum equale triangulo. c. quod addat super totam lineam. a. b. parallelogramum simile. d. ¶ Divido lineam. a. b. per equalia in puncto. e. Et super eius medietatem. e. b. facio. e. f. similem. d. secundum quod docet 19. huius. ¶ Et secundum doctrinam. 25. huius. facio. k. l. cuius diametrum. g. h. similem. d. Et equalem duabus superficieribus. e. f. Et c. ¶ Erunt per. 30. huius. k. l. similis. e. f. ¶ Superposita igitur superficiei. k. l. superficiei. e. f. ita quod ambe communicent in angulo. g. erit per. 23. huius superficiei. e. f. consistens circa diametrum superficiei. k. l. quare punctum. b. est in diametro. g. h. ¶ Complebo igitur parallelogramum. a. h. quod dico esse quale proponitur. ¶ Quod constat pertractis lineam. f. b. usque ad. m. Et lineam. e. b. usque ad. n. ¶ Est enim per primam. 36. primi huius. a. k. equale. k. b. Et ideo per. 43. primi est etiam equale. n. f. addito ergo utriusque. e. h. erit per communem scientiam. a. b. equale gnomoni. e. h. ¶ Sed iste gnomon est equalis triangulo. c. quia parallelogramum. k. l. positum fuit equale duabus superficieribus. c. Et e. f. ergo parallelogramum. a. h. est equale. c. Et addit ad complementum lineæ. a. b. parallelogramum. m. n. quod per. 22. 30. huius est simile parallelogramo. d. quare constat perfectum esse quod volumus. Possumus autem ad lineam datam adiungere parallelogramum equale non solum trilatere superficiei posite. sed et cuilibet rectilinee figure propositæ quæcumque ipsa fuerit cui desit ad complendam lineam datam superficies similis superficiei equidistantium laterum propositæ sicut docet præmissa observata conditione eius ne laboretur ad impossibile per ante præmissam. ¶ Vel quod addat ad complendam lineam superficiem equidistantium laterum similem superficiei propositæ sicut proponit conclusio præsens. ¶ Propositam enim superficiem cui equale parallelogramum debet ad lineam datam adiungi quod addat aut diminuat ad complectionem lineæ parallelogramum simile parallelogramo dato: resolvemus in triangulos. Et ipsis medianibus describemus superficiem equidistantium laterum totam superficiei propositæ equalem. ¶ Hoc autem qualiter fiat. Et si scire volueris. require. 25. huius. ¶ Dehinc super duplum basis eius equalis altitudinis triangulum constituemus quem si. 44. primi diligenter inspexeris parallelogramo prius designato inuenies esse equalem: quare Et superficiei propositæ. ¶ Huic ergo triangulo si equale parallelogramum ad lineam datam adiunxeris quod addat ad complementum lineæ aut minuat parallelogramum simile parallelogramo dato secundum quod docet hec Et præmissa: quod propositum erat te perficisse non dubites.

Propositio. 29.



Qualibet lineam propositam secundum proportionem habentem medium duosque extrema secare.

Est proposita linea. a. b. quolo diuidere secundum proportionem habentem medium & duo extrema. Ex ipsa describo quadratum. b. c. & ad eius latus. a. c. adiungo secundum quod docet premissa parallelogramum. e. d. equale quadrato. b. c. & addat ad complementum linee. a. c. parallelogramum. a. d. & sit simile. b. c. Sitque latus parallelogrami. c. d. quod equidistat. a. c. d. & fecer lineam. a. b. in puncto. f. dico lineam. a. b. esse diuisam in puncto f. sicut proponitur. Est enim. a. d. quadratum propter id quod est simile. b. c. Quare. a. f. est equale. f. d. Sed & f. e. est equalis. a. b. propter id quod est equalis. a. c. per. 34. primi. Et quia. c. d. est equale. b. c. dempto utrinque. c. f. erit. a. d. equale. e. b. & angulus. f. unius angulo. f. alterius ergo p. 13. huius latera sunt mixta. Ergo. e. f. ad. f. d. sicut. a. f. ad. f. b. Et quia. e. f. est equalis. a. b. & f. d. a. f. erit. a. b. ad. a. f. sicut. a. f. ad. f. b. Ergo per diffinitionem est diuisa ut proponitur. Idem etiam potest demonstrari ex. 2. secundi. Diuidatur enim. a. b. in puncto. f. secundum quod docet. n. secundum siq. e. b. quod continetur sub rota. a. b. & eius pte. f. b. ita q. f. e. sit equalis. a. b. & f. a. d. sit quadratum. a. f. Est itaq. per predictam. 2. secundi. e. b. equale. a. d. Quod restat arguere ut prius per. 13. huius. Vel sic cum. a. b. sit diuisa in puncto. f. secundum quod docet. n. secundi. quod sit ex. a. b. prima in. f. b. tertiam est equale quadrato. a. f. secundum de. ergo per secundam partem. 16. huius proportio. a. b. prime ad. a. f. secundam est sicut. a. f. secundam ad. f. b. tertiam per diffinitionem itaq. diuisa est. a. b. ut proponitur. Castigator.

Idem ostendit. 2. secundi sub aliis uerbis. & unum ex corelariis. 16. noni in numeris & 6. tertii decimi indifferenter in linea & numero & in. 10. quarti decimi ualde ab omnibus philosophis commendatur talis diuisio.

Propositio 30.



Si fuerint duo trianguli super unum angulum constituti quorum duo latera angulum illum continentia duobus alijs eorum lateribus equidistant. fuerintque illa quatuor latera secundum equidistantiam relata proportionalia. illos duos triangulos super unam lineam rectam constitutos esse necesse est.

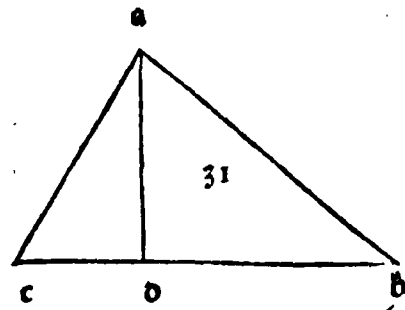
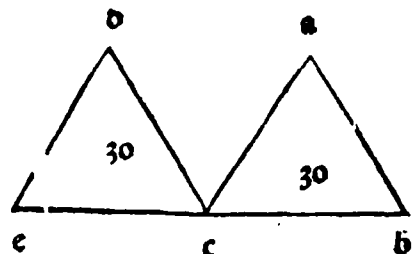
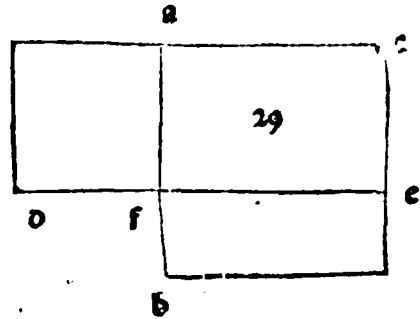
Sint duo trianguli. a. b. c. d. c. e. constituti super angulum. a. c. d. siq. a. c. equidistans. d. e. & d. c. a. b. & sit proportio. a. c. ad. d. e. sicut. a. b. ad. d. c. dico q. due bases eorum. b. c. & e. c. sunt linea una. Est enim angulus. a. equalis angulo. d. quia uterq. eorum est equalis angulo. a. c. d. per primam partem. 29. primi. Igitur per presentem ypoth. & 6. huius ipsi trianguli sunt equianguli. & angulus. b. est equalis angulo. d. c. e. & angulus. a. c. b. angulo. e. quare per. 31. primi tres anguli qui sunt. ad. c. sunt equales duobus rectis ipsi enim equantur tribus angulis utriuslibet duorum triangulorum. Ergo per. 14. primi. b. c. est. linea una: quod est propositum.

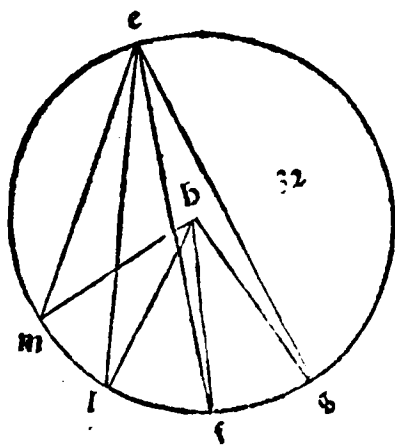
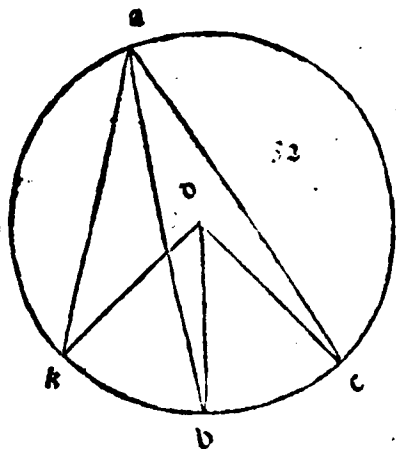
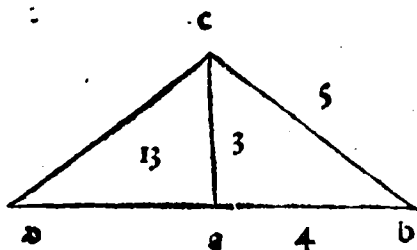
Propositio. 31.



In omni triangulo rectangulo superficies lateris quod subtenditur angulo recto equalis est superficies duorum laterum angulum rectum continentium pariter acceptis. cum fuerint similes ei lineae ratione & creatione.

Quod pponit penultima pmi de superficiebus qdratis pponit hec penultima sexti de omnibus superficiebus similibus. unde hec est illa tanto uniuersalior quanto superficies laterata qdrato. Sit itaq. triangulus rectangulus. a. b. c. cuius angulus. a. sit rectus dico q. superficies constituta super latus. b. c. est equalis duabus superficiebus constitutis super. a. b. & a. c. cum omnes tres superficies fuerint similes in figura & situ.





¶ Ducam perpendicularem. a. d. ad lineam. b. c. eritq. per secundam partem cor. 8. huius proportio. b. c. ad. c. a. sicut. c. a. ad. d. c. f. c. b. ad. b. a. sicut. b. a. ad. d. b. ¶ Si itaq. super quamlibet trium linearum. b. c. c. a. f. a. b. fiat superficies similis aliis i figura & situ. erit per cor. 17. huius proportio superficiei constitute super. b. c. primam. ad constitutam super. c. a. secundam sicut. b. c. prime ad. d. c. tertiam & item eiusdem superficiei constitute super. b. c. primam ad constitutam si per. a. b. secundam sicut. b. c. prime ad. d. b. tertiam per idem cor. ¶ Quare per conuersam proportionalitatem superficiei. a. c. ad superficiem. c. b. sicut. c. d. ad. c. b. ¶ Etsi militer superficies. a. b. ad. superficiem. b. c. sicut. b. d. ad. b. c. ¶ Et ponatur a. c. prima f. c. b. secunda f. quarta f. c. d. superficies tertia. f. a. b. superficies quinta. f. b. d. superficies sexta. f. arguatur per. 24. quinti quod proportio superficiei constitute super. b. c. ad duas superficies constitutas super. c. a. f. a. b. simul est sicut. b. c. ad. c. d. f. d. b. simul. ¶ Quia igitur. b. c. est equalis duabus lineis. c. d. f. d. b. simul sumptis. erit superficies constituta super. b. c. equalis duabus superficiibus constitutis super. c. a. f. a. b. simul sumptis quod est propositum. ¶ Conuersam quoq. huius possumus facile demonstrare per modum demonstrationis ultime primi. ¶ Sit enim triangulus. a. b. c. sitq. superficies constituta super. b. c. equalis duabus superficiibus constitutis super duas lineas. a. b. f. a. c. sibi similibus. dico q. angulus. a. est rectus. ¶ Ponam enim angulum. c. a. d. rectum. & lineam a. d. equalem. a. b. & claudo superficiem ducta linea. d. c. eritq. per hac. 36. superficies constituta super. c. d. equalis duabus constitutis super duas lineas. c. a. f. a. d. sibi similibus. quare etiam constitute super. b. c. sibi similibus. hec enim posita est equalis duabus constitutis super a. b. f. a. c. sibi similibus. erit ergo linea. b. c. equalis. c. d. quare per. 8. primi angulus. a. est rectus quod est propositum. ¶ **Propositio 32.**



In circulis equalibus supra cetrum siue supra circumferentiā anguli consistat. erit angulor. pportio tā q. proportio arcuum illos angulos suscipientium.

¶ Sint circuli. a. b. c. cuius centrum. d. f. e. f. g. cuius centrum. h. e. q. si p. quoz. cētra hāt duo anguli. b. d. c. f. h. g. ¶ Etsi per eorum circumferentias aliū duo qui sint. b. a. c. f. f. e. g. dicoq. proportio angulorum tam eorum qui sunt super centra q. eorum q. super circumferentias est sicut arcus. b. c. ad. arcū. f. g. ¶ Cōtinuabo. n. illis duobus arcibus alios arcus eqles. siue scdm eandem numer. siue scdm diuersos. ¶ Sitq. arcus. k. b. eqlis. b. c. ¶ Uterq. duoz. arcū. l. m. f. i. l. eqlis. f. g. ¶ Et pducam lineas. k. d. k. a. m. h. l. h. m. e. f. l. e. ¶ Erūntq. p. 26. tertii anguli q. sunt ad. d. adiuicē eqles. ¶ Similiter quoq. f. qui sunt ad. h. adiuicē eqles. Idē ēt de his q. sunt ad. a. f. de his q. sunt ad. e. ¶ Sicut igitur arcus. k. c. est multiplex arcus. b. c. ita angulus. k. d. c. anguli. b. d. c. ¶ Et angulus. k. a. c. anguli. b. a. c. Similiter sicut arcus. m. g. ē multiplex arcus. f. g. ita angulus. m. h. g. anguli. f. h. g. f. angulus. m. e. g. anguli. f. e. g. ¶ Sed si arcus. k. c. est eqlis arcui. m. g. angulus. k. d. c. est eqlis angulo. m. h. g. f. angulus. k. a. c. angulo. m. e. g. f. si maior maiores. f. si minor minores p. 26. tertii. ¶ Per diffinitionem itaq. in cōtinue pportionalitatis pportio arcus. b. c. ad arcū. f. g. est sicut anguli. b. d. c. ad angulū. f. h. g. f. sicut anguli. b. a. c. ad angulum. f. e. g. q. d. est ppositū. Idē intellige in eodē circulo.

Castigator.

¶ Hoc nō dicit explicite sed sequitur ad illā pbata eqllitate quē ad modum diximus supra in prima huiusde. 36. primi adducta ita accidit in. 26. tertii sunt. n. quatuor quatitates angulus. b. d. c. pma angulus. f. h. g. scda arcus b. c. tertia arcus. f. g. quarta f. a. d. pma & tertia sumpta sunt eq. multiplia uidelicet dupla. s. angulus. k. d. c. f. arcus. k. c. f. ad. scdm angulus. m. h. g. triplis ad angulū. f. h. g. f. arcus. m. g. triplis ad arcū. f. g. qrtam ergo per dictam diffinitionem in cōtinue ppor. f. sic de aliis angulis ad. a. f. e. f. arcus eorundem.

¶ Explicit liber sextus.

Septimius Eucidis liber de numeris et eorum adinuicem proportionibus et proportionalitatibus. ex optima Campani traductione. Magistro Luca Paciolo de Burgo Sancti Sepulcri Ordinis Minorum Castigatore accuratissimo. Incipit.



Vritas est qua una quæque res una dicitur. 2. **N**umerus est multitudo ex unitatibus composita. 3. **N**aturalis series numerorum dicitur in qua secundum unitatis additionem fit ipsorum computatio. 4. **D**ifferentia numerorum appellatur numerus quo maior habundat a minore. 5. **N**umerus primus dicitur qui sola unitate metitur. 6. **N**umerus compositus dicitur quem alius numerus metitur. 7. **N**umeri contra se primi dicuntur qui nullo numero excepta sola unitate numerantur. 8. **N**umeri adinuicem compositi siue communicantes dicuntur quos alius numerus communitas metitur nullusque eorum est ad alium primus. 9. **N**umerus per alium multiplicari dicitur qui toties sibi coaceruatur quotiens in multiplicante est unitas. 10. **P**roductus vero dicitur qui ex eorum multiplicatione crescit. 11. **N**umerus alium numerare dicitur qui secundum aliquem multiplicatus illum producit. 12. **P**ars est numerus numeri minor maioris cum minor maiorem numerat. Et qui numeratur numerantis multiplex appellatur. 13. **D**enominans est numerus secundum quem pars sumitur in suo toto. 14. **S**imiles dicuntur partes que ab eodem numero denominantur. 15. **P**rima simplis numeri pars est unitas. 16. **S**i duo numeri partes habuerint eam tot partes maioris dicetur esse minor quotiens eadem pars fuerit in minore. tota vero quotiens ipsa fuerit in maiore. 17. **N**umeri ad numerum dicitur proportio minoris quidem ad maiorem in eo quod est maioris pars vel partes. Maioris vero ad minorem secundum quod eum continet et eius partem vel partes. 18. **C**um fuerint quotlibet numeri continue proportionales dicetur proportio primi ad tertium sicut primi ad secundum duplicata. ad quartum vero triplicata. 19. **C**um continue fuerint eadem vel diverse proportionales dicetur proportio primi ad ultimum ex omnibus composita. 20. **D**enominatio dicitur proportionis minoris quidem numeri ad maiorem pars vel partes ipsius minoris que in maiore sunt. Maioris autem ad minorem totum vel totum et pars vel partes prout maior superfluit. 21. **S**imiles siue una alij eadem dicuntur proportionales que eandem denominationem recipiunt. Maior vero que maior. Minor autem que minorem. 22. **N**umeri vero quorum proportio una proportionalis appellantur. 23. **T**ermini siue radices dicuntur quibus in eadem proportionem minores sunt impossibile est. 24. **P**etitiones sunt quatuor. **C**uiuslibet numero quotlibet posse sumi equales prout libet vel multiplices. 2. **Q**uotlibet

numero aliquē quātūlibet sumere posse maiorē. 3. **T** Serē mī
merozū in infinitum posse procedere. 4. **N**ullū numerū in
infinitum posse diminui. 1. **C**ōmunes animi conceptiones
sunt decē. 1. **O**mnis pars minor est suo toto. 2. **Q**uicūq;
eiusdē siue equaliū fuerint eque multiplices. ipsi quoq; erūt eq
les. 3. **Q**uibus idē numerus eque multiplex fuerit. siue quo
rum eque multiplices fuerint equales. 2 ipsi etiam erūt equa
les. 4. **O**mnis numeri pars est vnitas ab ipso denominata.
5. **O**mnis pars est minor q̄ maiorem h̄s denominationem.
maior vero que minorem. 6. **Q**uilibet numerus totus ē ab
vnitate. quota pars ipsius est vnitas. 7. **Q**uicūq; numerus
in vnitate ducitur. seipsum producit. Vnitas quoq; in quēcum
q; ducta, pducit eundē. 8. **Q**uicūq; numerus numerat du
os. numerat quoq; cōpositū ex illis. 9. **Q**uicūq; numeri
numerat aliquē. numerat oēm numeratū ab illo. 10. **Q**uicū
q; numerus numerat totū 2 detractum. numerat residuum.

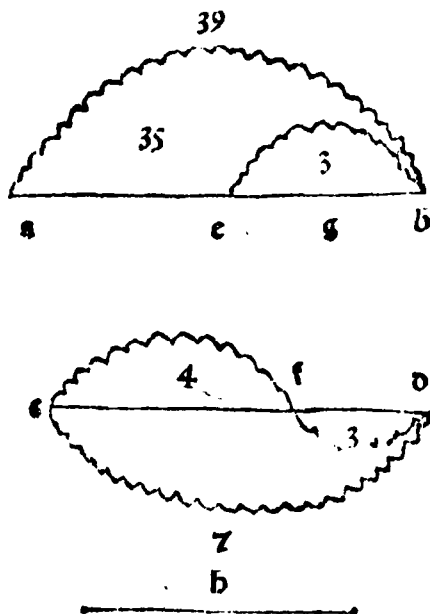
Castigator.

2 **S**pecies ille propor. maioris inequalitatis: **E**t p consequēs econuēso
s. minoris inequalitatis que numero sunt quinq; uidelicet multiplex super
particularis superpartiens. Multiplex superparticularis **E**t multiplex superpar
tiens ex ista diffi. 10. sumptum denotationē. Nā cū maioris numeri ad
minore dicatur totū intelligit multiplex per diffi. 2. quinti. Et ideo p̄ma
species dicta multiplex: **E**t cum ēt maioris ad minorem dicatur totum **E**t
pars intelligitur totū semel **E**t pars unica: **E**t tūc secunda spēs dicta superparti
cularis cū sexqui. **E**t ēt totū **E**t ptes: **E**t tūc tertia spēs dicta superpartiens **E**t in
telligit totū pluries **E**t pars unica: **E**t tūc q̄rta species dicta multiplex super
particularis cū sexqui. **E**t etiā totum pluries **E**t ptes: **E**t tūc quinta spēs dicta
multiplex superpartiens quibus denominationibus preposita li. sub. dicēdo
submultiplex sub superparticularis sub superpartiens **E**t. tot species minoris
inequalitatis numero habebis quot maioris. b **I**ste cōceptiōes in. 10.
libro respectu q̄titatū in genere quasi ad instar quinti: de quibus in illo
agitur. allegātur p̄ similes istis ut dicēdo p̄ simile antepenultime: p̄ simile
penultime **E**t. ut patet in expositione. 9. eiusdē **E**t secūda. c **P**roportio
dicitur cōponi ex duabus p̄portionibus q̄n denominatio illius p̄portio
nis pducit ex ductu denominationū illaz. p̄portionū unius in alterā Vi
tello in sua p̄spectiua. d **B**oe. 2. musice. cap. 9. dicit unitatē numerum
cū dicitur maiores uero sunt numeri tres **E**t quatuor maiores binarius **E**t uni
tas in maioribus igitur minor: **E**t i minoribus maior p̄portio cōtinēt **E**t.
p̄portiōes aut p̄ncipaliter in numeris cōsiderant. I dē in. 4. musice. cap. 2.
e **O**ium exēpla: diffi. ut. 1. 2. 3. 4. 5. 6. **E**t. ut. 2. respectu sc̄nari **E**t q̄temari.
ut. 3. 5. 7. 11. 13. 17. **E**t. semp sunt ipares: ut. 4. 6. 8. 12. 14. **E**t. et ipares: ut. 15. 21. 33.
39. **E**t. Vi. n. **E**t. 13. **E**t. 17. **E**t. 19. **E**t. c. u. **E**t. 7. **E**t. 10. **E**t. 63. **E**t. 21. 34. **E**t. Vi. 4. **E**t. 8. **E**t. 12. **E**t.
16. 15. 21. 33. **E**t. 15. 24. 30. 63. **C**ontra se primi **E**t adinuicē primi idē iportat
ut infra uigēsimā secūda huius apparet. **Q**uoq; stat q̄ aliquis sit cōposi
tus **E**t alter nō. **E**t q̄ uterq; sit p̄mus: ut ex. 24. infra apparet: **E**t q̄ ambo sine
cōpositi sed nō adinuicē: ut. 10. **E**t. 63. **C**ōicantes aliqui oēs impares. 15.
21. 33. **E**t oēs pares. 12. 18. 30. **E**t pares **E**t ipares. 15. 24. 33. 36. 63.

Propositio .1.



3 a maiore duozū numerozū minor detrahatur:
donec minus eo superfit. **E**t cōdecide de minore ip
sm reliquū donec minus eo relinq̄tur. Itēq; a re
liquo primo reliquū fm quousq; minus eo super
fit: atq; in huiuscemodi cōtinua detractōe nullus
superfit reliquus: qui ante relictū numeret vsq; ad
vnitatem: eos duos numeros contra se p̄mios esse necesse est.



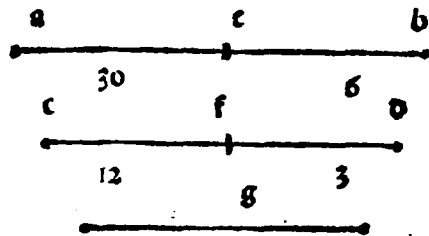
¶ Sint duo numeri. a. b. f. c. d. minor detrahatur. e. d. ex a. b. quotiens potest f. sit residuum. e. b. qui erit minor. c. d. alioquin posset ex ipso adhuc detrahi. c. d. detrahatur f. ipse. e. b. ex c. d. quotiens potest. sitq. residuum. f. d. sed f. d. detrahatur ex. e. b. quotiens potest f. sit residuum g. b. q. sit unitas. dico tunc duos numeros. a. b. f. c. d. esse contra se primos. Si enim sunt compositi numerabit eos communiter per diffinitionem aliquis numerus preter unitatem qui sit. h. ¶ Et quia. b. numerat. c. d. numerabit. a. e. per penultimam conceptionem f. quia idem numerat. a. b. numerabit etiam. e. b. per ultimam conceptionem. ergo f. c. f. per penultimam quare f. f. d. per ultimam. ergo f. g. e. per penultimam. ergo f. g. b. per ultimam. f. quia. g. b. est unitas sequitur numerum esse partem unitatis uel sibi equalem quod est impossibile. ¶ Erunt igitur. a. b. f. c. d. contra se primi quod est propositum. ¶ Quod si duo numeri. a. b. f. c. d. sint contra se primi. non erit in hac mutua detractione status antequam ad unitatem perueniatur. Et est istud conuersum eius quod auctor proponit. ¶ Si autem in hac mutua detractione fuerit status anteq. perueniatur ad unitatem sit ut. g. b. sit numerus qui detrahatur ab. f. d. f. nihil sit residuum. igitur. g. b. numerat. f. d. ergo per penultimam conceptionem numerat f. e. g. f. q. a. etiam numerat seipsum numerabit per antepenultimam conceptionem totum. e. b. ergo per penultimam numerat. c. f. sed ostensum est prius q. numerat. f. d. ergo per antepenultimam numerat totum. c. d. quare p. penultimam numerat. a. e. f. quia ostensum est prius q. etiam numerat. e. b. sequitur per antepenultimam ut etiam numeret. a. b. quia igitur numerus. g. b. numerat utrumq. duorum numerorum. a. b. f. c. d. numeri. a. b. f. c. d. sunt compositi non igitur contra se primi quod est contra hypothesin. ¶ Per hac ergo uiam propositis quibusq. duobus numeris inuestigamus utrum ipsi sint contra se primi. si enim tali facta mutua detractione perueniatur ad unitatem ipsi sunt contra se primi. Si autem sit status anteq. perueniatur ad unitatem ipsi sunt compositi.

Propositio. .2.



Propositis duobus numeris adinuicem compositis maximum numerum communem eos numerantem inuenire. Unde manifestum est quomnis numerus duos numeros numerans numerat numerum maximum ambos numerantem.

¶ Sint duo numeri compositi. a. b. f. c. d. minor. c. d. ¶ Quia ergo numerat eos communiter aliquis numerus per diffinitionem. uolo inuenire maximum numerum eos communiter numerantem. Secundum modum f. similitudinem prioris. minuo minorem de maiori quoad possum. uidelicet. c. d. de a. b. f. sit residuum. e. b. ¶ Itemq. e. b. de. c. d. quoad possum f. sit residuum. f. d. f. quia huius diminutio non potest fieri infinities per ultimam petitionem nec potest etiam ad unitatem peruenire in proposito per precedentem quia tunc essent numeri propositi contra se primi quod est contra hypothesin. ¶ Sit ut cum detraxero. f. d. ex. e. b. quoad potero q. nihil sit residuum. dico tunc. f. d. esse maximum numerum numerantem. a. b. f. c. d. ¶ Quod enim numeret eos patet per penultimam f. antepenultimam conceptionem alternatim quotiens oportuerit repetitas sicut in demonstratione conuersae precedentis. ¶ Numerat enim. f. d. e. b. quia cum ab ipso detrahatur quoad potest nihil sit residuum ergo f. c. f. per penultimam conceptionem ergo f. c. d. per antepenultimam quare f. a. e. per penultimam igitur f. a. b. per antepenultimam. ¶ Quod autem nullus maior. f. d. numeret a. b. f. c. d. sic patet. ¶ Si enim fieri potest sit numerus. g. maior. f. d. numerans utrumq. duorum numerorum. a. b. f. c. d. ¶ Quia igitur. g. numerat. c. d. numerabit per penul. concep. a. e. f. quia numerat. a. b. numerabit per ultimam. e. b. ergo per penul. numerat c. f. f. quia etiam numerat. c. d. numerabit per ultimam. f. d. maior uidelicet minorem quod est impossibile. ¶ Ex hoc secundo processitque coroll.



Propositio .3.



Propositis tribus numeris adinuicem compositis maximum numerorum eos communiter numerantium inuenire.

¶ Priusq̃ hanc tertiam conclusionem demonstramus demonstrandum arbitramur ipsius añs uidelicet propositis tribus numeris q̃liter poterimus certificari an ipsi sint adinuicem compositi. ¶ Sint itaq̃ tres numeri. a. b. c. de quibus uolo uidere utrum ipsi sint adinuicem compositi. ¶ Per primam igitur inquiror an duo primi qui sunt a. b. sint adinuicē primi quod si sic non erūt a. b. c. adinuicem compositi. per diffinitionem. ¶ Si autem a. b. sint adinuicem compositi sit per precedentem. d. maximus numerus eos numerans qui si numerat. c. erunt per diffinitionem. a. b. c. adinuicem compositi. ¶ Si autem non numerat ipsum. sed ipsi. c. d. quidem sunt contra se primi. non erunt. a. b. c. adinuicem compositi. Nā quicūq̃ numeraret eos numeraret et. d. per correl. precedentis. sicq̃ essent. d. c. c. compositi quod est contra ypothe. ¶ Si autem c. d. sint compositi erunt etiam. a. b. c. adinuicem compositi. ¶ Sit enim per premisam. e. maximus numeras c. d. qui etiam p̃ penul. concep. numerabit. a. b. quare per diffinitionem. a. b. c. sint adinuicem compositi. ¶ Simili quoq̃ modo sciatur p̃positis quotlibet pluribus q̃ tribus an omnes sint adinuicem compositi. ¶ Propositis itaq̃ tribus qui sint adinuicem compositi. qui etiam sint. a. b. c. uolo inuenire maximum numerum numerantem omnes.

¶ Sumo fm doctrinam premisse. d. maximus numerantem. a. b. qui si numerat. c. ipse est quem querimus. alioquin per correl. precedentis seq̃tetur maiorem numerare minorem. ¶ Si autem non numerat. c. erunt tamen. b. c. d. adinuicem compositi per ypothe. ¶ correl. precedentis & diffinitionem. ¶ Sit igitur maximus eos numerans. e. dico. e. esse maximum numerantem. a. b. c. ¶ Quod enim eos numeret patet per hanc ult. ypothe. que est ipsum esse maximum numerantem. c. d. & per p̃cūlt. concep. ¶ Et q̃ nullus eo maior numeret eos sic patet. ¶ Sit enim si potest fieri. f. maior. e. qui numeret. a. b. c. qui cum numeret. a. b. numerabit per correl. premisse. d. & quia etiam numerat. c. numerabit per idem correl. e. maior uidelicet minorem quod est impossibile. ¶ Non erit igitur numerus aliquis maior. e. numeras. a. b. c. quod est propositum. ¶ Simili quoq̃ modo inuenietur maximus numerus numeras quotlibet plures tribus adinuicem compositos; unde non oportuit Euclidem de pluribus tribus hoc docere; quia idem est modus & ars in tribus & pluribus.

¶ Ex ultimo aut̃ huius demonstrationis p̃cesu; possumus et̃ istud correl. huic tertie conclusioni adicere. ¶ Vñ manifestum est q̃ ois numerus numerans quotlibet adinuicem compositos; numerat maximum numerantem eos omnes. & etiā maximos numerantes binos & binos eorum.

Castigator

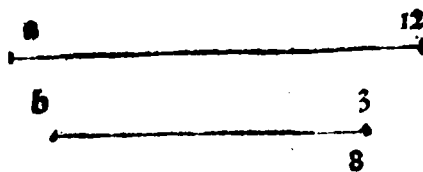
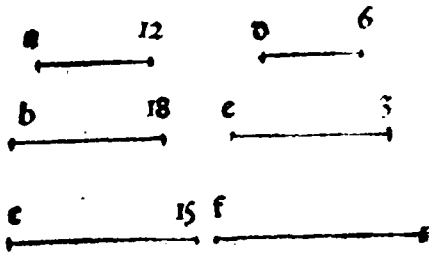
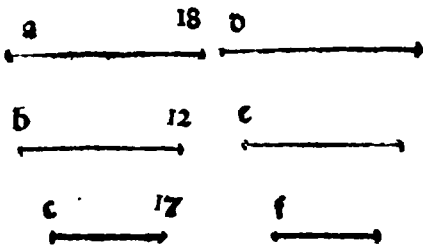
a ¶ Per penultimam conceptionem quia quicūq̃ numerus numeraret c. d. numeraret et̃. a. b. qm̃ d. iam numerat. a. b. ergo p̃ penultimā a. b. c. essent adinuicem compositi. b ¶ Quia cū sint. a. b. c. adinuicem compositi erit aliquis numerus eos cōiter numeras & cū. d. sit maximus numerans. a. b. c. sequitur q̃ ille numeras cōiter numeras illos tres q̃ numeret etiam. d. per correl. precedentis & per consequēs. d. c. c. sint etiam adinuicem cōpositi.

Propositio .4.



Prius duoarum numerorum inequalium minor maioris aut pars est; aut partes.

¶ Sint duo numeri. a. b. minor. dico q̃. b. est pars uel p̃tes. a. Aut. n. b. numerat. a. aut non. ¶ Si numerat pars eius est p̃ diffinitionem. Si non numerat ipsum. aut ergo sunt adinuicem primi aut non; si nō sint adinuicē primi habebunt per diffinitionem partem cōm; que quotiens fuerit in. b. tot



partes. a. dicetur esse. b. p. diffinitionē. ¶ Si autem sint adinuicem primi quia tñ oīs numeri p. s. unitas ab ipso denominata. patet idē p. unitates.

Propositio .5.



Ifuerint quatuor numeri quoz primus tota pars secundi quota tertius quarti: erunt primus et tertius pariter accepti tota pars secundi et quarti pariter accepti unī quota primus secundi.

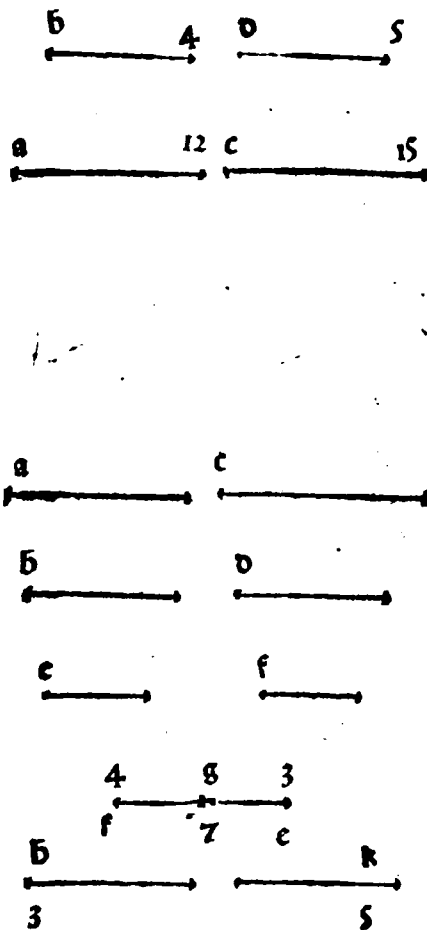
¶ Volens Euclides hos libros de numeris aliquo precedentium nō indigere sed per se ipsos stare: partem eius qd proposuit per primam quinti de quantitatibus in genere: proponit p. hāc quitam huius septimi de numeris. ¶ Sint igitur. 4. numeri. a. b. c. d. sitq. b. tota pars. a. quota. d. c. dico q. b. f. d. pariter accepti sunt tota pars. a. f. c. pariter acceptoz: quota. b. f. a. ¶ Diuisis enim. a. f. c. secundum quantitatem. b. f. d. argumentare sicut in prima quinti. ¶ Erit enim. ut totidem sint partes. a. quot. c. per positionem. ¶ Et ut aggregatum ex prima parte. a. f. prima. c. sit equale aggregato ex. b. f. d. ¶ Similiter quoq. aggregatū ex secunda parte. a. f. secunda. c. ¶ Et quia hec aggregatio toties potest fieri quotiens continetur. b. in. a. sequitur ut numerus equalis aggregato ex. b. f. d. totiens contineatur in aggregato ex. a. f. c. quotiens. b. continetur in. a. quare constat propositum.

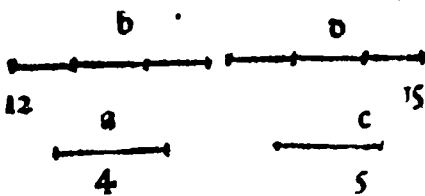
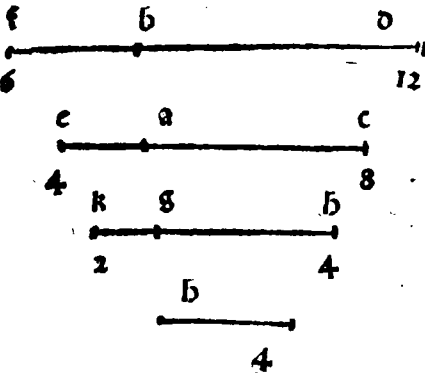
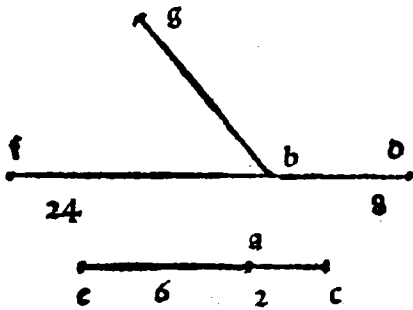
Propositio .6.



Ifuerit quatuor numeri quoz primus tote partes secūdi quote tertius quarti: erunt primus et tertius pariter accepti tote partes secūdi et quarti pariter acceptorum. quote primus secundi

¶ Quod proposuit premisa de parte: proponit ista de p. tibus. ¶ Sint itaq. ut prius quatuor numeri. a. b. c. d. sitq. ut. b. sit tot f. tote ptes. a. quot f. quote. d. est. c. dico q. b. f. d. pariter accepti erunt tot f. tote partes. a. f. c. pariter acceptorum: quot f. quote. b. f. a. ¶ Dico autem tot f. totas: quia partium pluralitas duobus numeris diffinitur: quorum alter numerator dicitur alter denominator: ut cum dici mus tres quintes: ternarius numerat: quinaris denominat. ¶ Quia igitur. b. ē pars. a. sit ut sint partes eius numerate ab. h. f. denominata a. k. eritq. similiter per positionem. d. partes. c. numerate ab. h. f. denominata a. k. Vna itaq. partium. b. sit. e. f. una partium. d. sit. f. eritq. per ypothe. e. pars. b. denominata ab. h. f. pars. a. denominata a. k. ¶ Similiter quoq. f. f. erit pars. d. secundum. h. f. pars. c. secundum. k. ¶ Compositus igitur ex. e. f. f. sit. g. eritq. per premisam. g. pars. b. f. d. pariter acceptorum secundum. h. f. Itemq. per eandem erit pars. a. f. c. pariter acceptorum secundum. k. ¶ Quare per. 16. diffinitionem erunt. b. f. d. pariter accepti partes. a. f. c. pariter acceptorum numerate ab. h. f. denominata a. k. eo q. eorum communis pars est. g. minoris scūdū. h. f. maioris fm. k. f. q. sic erat. b. a. constat propositum. ¶ Potes autem f. per hanc f. premisam quod proponit de quatuor numeris ad quotlibet numeros ampliari: qsi quotlibet numeri minores ad todidē maiores cōparētur fuerintq. singuli singuloz tota pars aut ptes: quota uel quote primus secundis erūt quoq. omnes pariter accepti tota pars aut partes omnium pariter acceptorum quota uel quote primus secundi. quod facile probatur per hanc f. premisam: quotiens oportuerit repetitas. ¶ Et si crederemus esse intentionem Euclidis assumere ex prius demonstratis aliqua ad demonstrationem eorum que hic proponit ex. 13. quinti: facile demonstrassemus hanc sextam. Nunc autem quia uidetur oppositum aliter enim superuacue proposuisset multa de numeris que demonstrata sunt in quinto de quantitatibus in genere. Necesse habuimus propriis uti demonstrationibus tanquam ex prioribus nihil sumentes: solis huius septimi contenti principis: propter quod f. petitiones f. communes animi conceptiones propositi proprias non inconuenienter huius septimi principio apposuiimus.





Propositio .7.



Si fuerint duo numeri quorum unus alterius pars detrahaturque ab ambobus ipsa pars: erit reliquus tota pars reliqui quota totus totius.

¶ Quod proponit hic Euclides de numeris proposuit superius in quinta quinti. de quantitativis in genere. ¶ Sit itaque ut quota pars est totus. a. totius. b. ¶ Totus sit. c. detractus ab. a. d. detractus a. b. dico quod tota erit. e. residuus. a. f. residui. b. quota est totus. a. totius. b. ¶ Et hec est quasi conuersa quinte. ¶ Sit enim per partitionem. e. tota pars. g. quota. c. est. d. ¶ Eritque per. s. tota pars. a. compositi ex. g. f. d. quota est. c. d. quare et quota est. a. b. ¶ Igitur per secundam conceptionem compositus. ex. g. f. d. est equalis. b. ¶ Dempto itaque ab utroque numero. d. erit. g. equalis. f. quare erit. e. tota pars. f. quota est. a. b. tota. n. erat. e. g. quod est propositum.

Propositio .8.



Si a duobus numeris quorum alter alterius partes propositis partes ille subtrahantur: erit reliquus reliqui eadem partes qui est totus totius.

¶ Hec est quasi conuersa sexte. ¶ Vt si sit quotus quotus est totus. a. totius. b. totus f. tote. c. detractus ab. a. d. detractus f. a. b. erit. e. residuus. a. totus f. tote partes. f. residui. b. quotus quotus est. a. b. ¶ Sit enim. g. una partium. a. ¶ Et. h. una partium. c. eritque propter ypoth. g. tota pars. a. quota. h. c. f. tota. b. quota. h. d. ¶ Detrahatur igitur. h. de. g. f. remaneat. k. eritque. k. per premissam tota pars. e. quota. g. a. f. tota. f. per eandem quota. g. b. ¶ Quia igitur. e. f. f. habent partem eandem que est. k. erit per. 16. diffinitionem. e. partes. f. tot quidem quota pars est. k. e. f. tote quota est. k. f. f. quia totus f. tote erat. a. b. patet propositum.

Castigator.

¶ Quoniam in casu isto. a. fuit posita due tertie ipsius. b. f. cum. g. sit una partium. a. ipse erit una tertia ipsius. b. f. erit una medietas ipsius. a. eadem ratione. b. erit medietas. c. f. tertia totius. d. nunc sunt duo numeri. g. minor. b. maior. g. est pars. b. sicut. h. d. per premissam. k. residuus. g. est tota pars. f. residui. b. quota. g. totus totius. b. s. tertia que quidem tertia de nominatur a ternario f. iterum. g. est medietas ipsius. a. f. b. detractus. a. g. est medietas. c. detractus. ab. a. sequitur per eandem premissam ut. k. residuus. g. sit medietas. e. residui. a. que quidem medietas denominatur a binario f. sic. k. est pars communis. f. f. e. ergo. per. 16. diffinitionem totus partes. e. est totius. f. quotiens. k. continetur in. e. f. tote quotiens. k. continetur in. f. maiore sed in. f. continetur tere. f. in. e. bis ergo sunt due tertie f. id concluditur in fine f. quia totus f. tote erat. a. b. patet propositum quia posuit fuit g. a. eset due tertie totius. b. f. c. Parimodo sequeretur si posuit fuisset tres quarte uel. quatuor quinte ipsius. b. f. c.

Propositio .9.



Si fuerint quatuor numeri quorum primus secundum tota pars quota tertius quarti: erit permutati tota pars aut partes primus tertij quota pars aut partes secundus quarti.

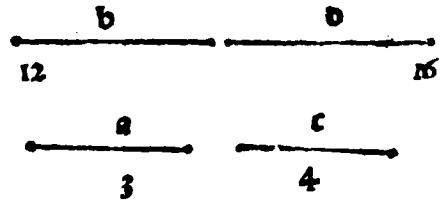
¶ Sit. a. primus tota pars. b. secundus quota. c. tertius. d. quartus. sintque a. f. b. minores. c. f. d. ¶ Aliter enim esset conuerso ei quod proponit. ¶ Dico quod quota pars uel partes est. a. c. tota uel tote est. b. d. ¶ Diuidantur enim. b. quidem secundum quantitatem. a. d. uero secundum. c. eruntque per presentem ypoth. tot partes. b. quot. d. ¶ Et quia unaqueque partium. b. est equalis. a. f. unaqueque. d. c. ¶ Est autem. a. c. pars aut partes per presentem ypoth. f. per quartam. ¶ Erit unaqueque partium. b. sue comparis ex partibus. d. ut prima prime. ¶ Secunda secundae sicque de ceteris. ¶ Tota pars aut partes quota uel quote est. a. c. ¶ Per. 5. igitur uel. 6. sub disunctione quotiens oportuerit repetitas erit tota pars aut

partes. b. d. quota uel quote est. a. c. quod est propositum.

Propositio .10.

Si fuerint quatuor numeri: quorum primus tote partes secundi quote tertius quartus: erit permutatum primus tota pars aut partes tertij quota vel quote secundus quartus.

Sint quatuor numeri ut prius quorum similiter minores sint. a. f. b. sitq. a. tote partes. b. quote. c. est. d. dico q. quota pars aut partes est. a. c. tota uel tote est. b. d. **P**roportio enim minoris in partes illas qui sunt. a. f. c. eruntq. per presentem hypothe. tot partes. a. quot. c. **E**t quia unaqueq. ex partibus. a. f. tota pars. b. quota que libet ex partibus. c. est. d. **H**oc enim habemus ex nostra hypothe. erit permutatum per premisam: ut quota pars aut partes e. b. d. tota uel tote sit una queq. ex partibus. a. sue comparis ex partibus. c. **P**er quintam igitur uel sextam sub disunctione quotiens oportuerit repetitas: erit tota pars aut partes. b. d. quota uel quote est. a. c. quod est propositum.



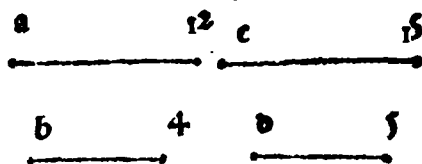
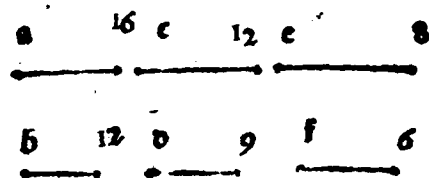
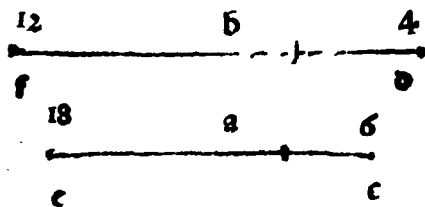
Propositio .11.

Si fuerint quattuor numeri proportionales quorum primus secundo et tertius quarto sit maior: erit secundus tota pars: aut partes primi quota vel quote quartus tertij. Quod si secundus fuerit tota pars aut partes primi quota vel quote quartus tertij quattuor numeros proportionales esse conueniet.

Sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. sitq. a. f. c. maiores: dico q. quotta pars aut partes est. b. a. tota uel tote est. d. c. **E** conuerso. **E**rit enim per conuersionem diffinitionis similium proportionum ut quotiens. b. in. a. totiens sit. d. in. c. **E**t si qua pars aut partes. b. superfluit in. a. tota pars aut partes. d. superfluant in. c. si itaq. contineatur. b. in. a. sine superfluitate partem: quia totiens sine superfluitate continetur. d. in. c. erit per diffinitionem similium partium: quota pars. b. a. tota. d. c. **E**t si quotienslibet continetur. b. in. a. cum superfluitate partem: quia totiens continetur. d. in. c. cum superfluitate similis partis distincto. a. fm. b. ut superfluat. e. atq. c. fm. d. ut superfluat. f. erit tota pars. e. b. quota. f. d. **A**t quia totiens continetur. b. in. differentia. a. ad. e. quotiens. d. in. differentia. c. ad. f. erit per communem scientiam totiens. e. in. a. quotiens. f. in. c. **C**um igitur. a. f. b. habeant. e. partem communem: similiter. c. f. d. f. sit itaq. e. in. b. quotiens. f. in. d. itemq. e. in. a. quotiens. f. in. c. erit per. 16. diffinitionem. b. tot f. tote partes. a. quot f. quote. d. c. **S**i autem. b. quotienslibet continetur in. a. cum superfluitate quotlibet partium: quia totiens continetur. d. in. c. cum superfluitate totidem f. similium partium: distincto a. fm. b. ut superfluat. e. similiter. c. fm. d. ut superfluat. f. erit. e. tot f. tote partes. b. quot f. quote. f. d. **S**umpta itaq. una ex ipsis argumentadum: ut prius: sic patet primum. **S**ecundum sic sit. b. a. tota pars aut partes quota uel quote. d. c. dico q. erit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. **S**i enim est tota pars constat propositum. **S**i autem tote partes diuisis eis fm. partes illas patebit totiens esse. b. in. a. quotiens. d. in. c. **E**t totam partem aut partes. b. superfluit in. a. quota aut quote. d. superfluant in. c. per diffinitionem itaq. est proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. sicq. liquet totum.

Castigator.

Scilicet per secundam quicunq. eiusdem sue equalium f. c. Quia cum. e. f. f. sint partes similes. b. f. d. per diffinitionem. 14. ab eodem numero denominantur: f. per consequens numerus fm. quem. e. continetur in. b. est equalis numero fm. quem. f. continetur in. d. tunc per communem scientiam dictam. differentia. a. ad. e. f. differentia. f. ad. c. cum sint equalium eque multiplices. hoc est illorum numerorum denominantium partes illas: sequitur. e. totiens contineri in. a. quotiens. f. in. c.



Propositio .12.

Si a duobus numeris fm suas proportionales uno numeri detrahantur: erit proportio reliqui ad re-
quum tanq; proportio totius ad totum.

¶ Quod proposuit Euclides in .19. qnti. de quantitatibus i genere pponit hic de nūeris. ¶ Vt si sit pportio totius. a. ad totū. b. sicut. c. detracti. ab. a. ad. d. detractū. a. b. erit. e. residui. a. ad. f. residuum. d. sicut. a. ad. b. ¶ Si. n. a. sit minor. b. erit p presentem ypoth. ¶ p conuersionem diffinitionis. c. tota ps aut ptes. d. quora uel quote est. a. b. per. 7. igitur uel. 8. erit. e. tota pars aut partes. f. quora uel quote est. a. b. per diffinitionem igitur erit pportio una: qd est propositum. ¶ Qd si. a. sit maior. b. erit p primam ptem pmissae quora ps aut ptes. b. a. tota uel tote. d. c. qre p. 7. uel. 8. tota uel tote erit. f. e. itaq; p secundam ptem pmissae. e. ad. f. sicut. a. ad. b. quare cōstat ppositum. ¶ Cedit aut huic. 7. ¶ 8. hec enim sola q ambe ille continet. ¶ Volunt aut qdam scdm partem huius pbare p. 19. quinti: sed si hoc intenderet Euclides: cum ista pponat p particulariter qd illa uniuersaliter uane illa demonstrata in qnto pposuisset hāc hic in septimo. Et qd itez non demonstrat eam simplr p. 19. quinti. At uero nec modum demonstrationis illius posunt affirmare ad demonstrationem huius cum illa demonstrat in quantitatibus in genere. p pportionalitatem pmutatam q infra demonstrat in numeris. Existimo aut rōabiliter conuinci ut Euclidem quē uultum demonstratoris arithmetici grā decimi in quo sine numero: aliqua precognitiōe trāsire non poterat constare assumere. ¶ Idcirco plurima eoz que in quinto de quantitatibus in genere demonstrant. hic repetere demonstranda de numeris qm p alia pncipia propria uidelicet numero: q magis nota sunt intellectui q ea per que processit in quinto ipsa demonstrare intendit: pncipia enim quinti propter maliciam quantitatū incōmunicantium difficilia sunt pncipia uero numerorum magis ultro se intellectui applicant: facilius q illa. Egent enim illa intellectu magis disposito.

Propositio .13.



Si fuerint quotlibet numeri proportionales: quatuor uisus antecedens ad suum consequentem: tantum erunt oēs antecedentes pariter accepti ad omnes consequentes pariter acceptos.

¶ Quod pponit Euclides p. 13. quinti de quantitatibus in genere pponit p hanc de numeris. ¶ Vt si sint. a. b. c. d. e. f. g. h. i. proportionales dico q que ē pportio. a. ad. b. ea est q. a. c. e. pariter acceptorum ad. b. d. f. pariter acceptos. ¶ Si enim. a. c. e. sint minores. b. d. f. erit p conuersionem diffinitionis quora ps aut partes. a. b. tota uel tote. c. d. e. f. ¶ Per. 5. ergo uel per. 6. quotiens oportuerit repetitas: erit quora pars uel partes. a. b. tota uel tote. a. c. e. pariter accepti. b. d. f. pariter acceptorum: quare per diffinitionem pportio una. ¶ Si aut. a. c. e. sint maiores. b. d. f. erit p primam partem. 11. quora pars uel partes. b. a. tota uel tote. d. c. e. f. ¶ Per. 5. ergo uel. 6. quotiens oportuerit repetitas: erit quora pars uel partes. b. a. tota uel tote. b. d. f. piter accepti. a. c. e. pariter acceptorum. itaq; per secundam partem. 11. proportio. a. ad. b. sicut. a. c. e. pariter acceptorum ad. b. d. f. pariter acceptos: quod est propositum.

Propositio .14.



Si fuerint quatuor numeri proportionales: permutatim quoq; proportionales erunt.

¶ Modum arguendi qui dicitur proportionalitas permutatam quam demonstrauit Euclides per. 16. quinti in quantitatibus in genere pponit hic demonstrādū in numeris. ¶ Vt si sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit pmutatim a. ad. c. sicut. b. ad. d. ¶ Erit enim. a. maior. b. aut minor: similiter quoq; c. maior. c. aut minor. ¶ Sit itaq; pmo minor utroq; erit ergo p presentem

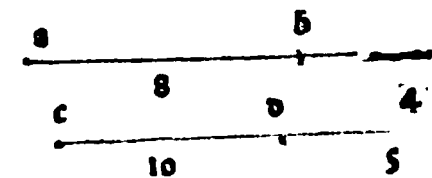
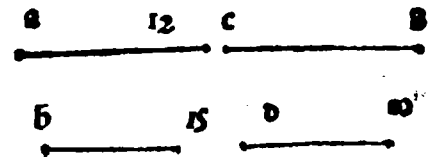
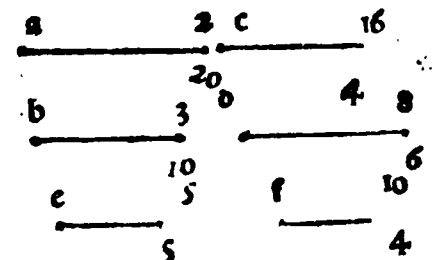
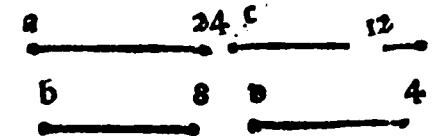
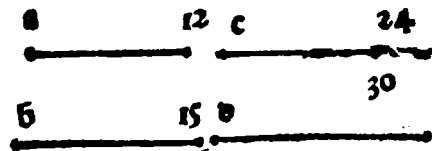
ypothe. ¶ conuersionem diffinitionis. a. tota pars aut partes. b. quota uel quote. c. d. per. 9. itaq. uel. 10. erit permutatim. a. tota pars aut partes. c. quota uel quote. b. d. quare per diffinitionem proportio una. ¶ Sit igitur. a. maior utroq. eritq. per primam partem. 11. ut quota pars aut partes est. b. a. tota uel tote sit. d. c. quare per. 9. uel. 10. tota pars aut partes erit. d. b. quota uel quote. e. a. igitur per secundam partem. 11. erit. a. ad. c. sicut. b. ad. d. ¶ Sit tertio. a. maior. b. ¶ minor. c. eritq. per primam partem. 11. tota pars aut partes. b. a. quota uel quote. d. c. quare per. 9. uel. 10. quota uel quote e. a. c. tota uel tote erit. b. d. per diffinitionem itaq. proportio una. ¶ Vltimo quoq. sit. a. minor. b. maiorq. c. eritq. ut tota pars aut partes sit. c. d. quota uel quote est. a. b. per. 9. itaq. uel. 10. erit tota uel tote. d. b. quota uel quote. c. a. ¶ qre per secundam partem. 11. b. ad. d. sicut. a. ad. c. sicq. constat propositum. ¶ Huic autem cedunt. 9. ¶ 10. quia hec sola quod ambe ille pponit.

Propositio 15.



¶ Si fuerint quotlibet numeri aliosq. secundum eorum numerum omnesq. duo ex prioribus secundum proportionem omnium duorum ex posterioribus in proportionem equalitatis proportionales erunt.

¶ Modum arguendi qui dicitur equa proportionalitas quam demonstrauit Euclides per. 12. quinti de quantitatibus in genere proponit hic demonstrandum in numeris directe proportionalitatis. ¶ Equam autem proportionalitatem quam demonstrauit per. 13. quinti de quantitatibus indirecte proportionalitatis non proponit demonstrandum in numeris sed eam demonstrabimus in fra sup. 19. huius. ¶ Nec est necessarium ut pdemonstremus in numeris quod demonstratum est per. 11. quinti de quantitatibus in genere uidelicet si quotlibet proportionales in numeris fuerint uni equales uel eadem ipsas sibi equales uel easdem. ¶ Hoc enim manifestum est p diffinitionem ut si. a. ad. c. ¶ e. ad. f. sit sicut. b. ad. d. erit tam. a. c. ¶ g. e. f. tota pars aut partes quota uel quote. b. d. ¶ Aut totiens continebit. a. c. ¶ e. f. quotiens. b. d. ¶ Et tota pars aut partes superfluent. c. in. a. ¶ f. in. e. quota uel quote. d. in. b. ¶ Quia ergo quota pars aut partes est. a. c. tota uel tote est. e. f. ¶ Aut quoties. a. continet. c. totiens. e. f. ¶ Et quota pars aut partes. c. superfluent. in. a. tota uel tote. f. in. e. ¶ Erit per diffinitionem. a. ad. c. sicut. e. ad. f. ¶ Sint igitur ut proponitur numeri. a. b. e. ¶ f. alii totidem. c. d. f. sitq. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ¶ f. b. ad. e. sicut. d. ad. f. ¶ Dico q. erit in equa proportionalitate. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ¶ Erit enim per premisam. a. ad. c. sicut. b. ad. d. sed ¶ b. ad. d. sicut. e. ad. f. quare. a. ad. c. sicut. e. ad. f. ¶ Igitur per eandem. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ¶ Idem erit sumptis pluribus. ¶ Sicq. constat propositum. ¶ Quoniam autem Euclides ceteras quatuor species proportionalitatis que sunt conuersa; coniuicta; disiuicta; euerfa; non proponit demonstrandas in numeris; conueniens arbitramur eas quas antea tanq. facile demonstrabiles pretermisit demonstrare. ¶ Primum itaq. demonstrabimus conuersam ut si sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico q. erit e conuerso. b. ad. a. sicut. d. ad. c. ¶ Si enim fuerit. a. minor. b. tunc quoq. erit c. minor. d. ¶ f. tota pars aut partes. a. b. quota uel quote. c. d. quare per secundam partem. 11. erit. b. ad. a. sicut. d. ad. c. ¶ Si autem fuerit. a. maior. b. erit quoq. ¶ c. maior. d. ¶ f. per primam partem. 11. b. tota pars aut partes. a. quota uel quote. d. c. per diffinitionem igitur. b. ad. a. sicut. d. ad. c. ¶ Disiuictam proportionalitatem ostendere. ¶ Ut si sit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. erit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ¶ Erit eni permutatim. a. b. ad. c. d. sicut. b. ad. d. ¶ Et per. 12. sicut. a. ad. c. ¶ Quia ergo. a. ad. c. sicut. b. ad. d. erit permutatim. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ¶ Coniuicta proportionalitati demonstrationem afferre. ¶ Ut si sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. ¶ Erit enim permutatim. a. ad. c. sicut. b. ad. d. quare per. 13. a. b. ad. c. d. sicut. b. ad. d. permutatim igitur erit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d.



¶ Euerfam proportionalitatem restat in numeris stabilire.

¶ Vt si sit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. erit. a. b. ad. a. sicut. c. d. ad. c. **¶** Er it. n. permutatim. a. b. ad. c. d. sicut. b. ad. d. quare per. b. sicut. a. ad. c. permutatim igitur erit. a. b. ad. a. sicut. c. d. ad. c. **¶** Patet itaq. totum. **¶** Ex his quoq. leue est demonstrare in numeris q. Euclides proponit per. 24. quinti de quantitibus in genere uidelicet q. **¶** Si proportio primi ad secundum fuerit sicut tertij ad quartum quinti quoq. ad secundum sicut sexti ad quartum: erit proportio primi z quinti pariter acceptorum ad secundum sicut tertij z sexti ad quartum.

¶ Vt si sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. itemq. e. ad. b. sicut. f. ad. d. erunt. a. e. pariter accepti ad. b. sicut. c. f. pariter accepti ad. d. **¶** Er it. enim per conuerfam proportionalitatem. b. ad. e. sicut. d. ad. f. quare per equam proportionalitatem. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ergo coniunctim. a. e. ad. c. sicut. c. f. ad. f. **¶** Itaq. per equam proportionalitatem. a. e. ad. b. sicut. c. f. ad. d. qd est propositum. **¶** Eodemq. modo probabis e conuerso. **¶** Si sit. b. ad. a. sicut. d. ad. c. itemq. b. ad. e. sicut. d. ad. f. **¶** Er it. b. ad. a. e. sicut. d. ad. c. f. **¶** Er it. enim per conuerfam proportionalitatem. a. ad. b. sicut. e. ad. d. **¶** Quare per equam. a. ad. e. sicut. c. ad. f. **¶** Et coniunctim. a. e. ad. c. sicut. c. f. ad. f. igitur e conuerso. e. ad. a. e. sicut. f. ad. c. f. **¶** Per equam itaq. proportionalitatem erit. b. ad. a. e. sicut. d. ad. c. f. quod erat propositum. **¶** Ex hoc quoq. manifestum est q. si fuerit proportio quotlibet numeroz ad primum sicut totidem alioz ad secundum. erit aggregati ex oibus antecedentibus ad primum ad primum: sicut aggregati ex oibus antecedentibus ad secundum: ad secundum. **¶** Iteq. e conuerso si fuerit proportio primi ad quotlibet numeros sicut secundi ad totide alios: erit primi ad aggregatum ex omnibus consequentibus ad ipsum: sicut secundi ad aggregatum ex omnibus consequentibus ad ipsum.

¶ Castigator.

a **¶** Et hoc quia semper habentur. 6. numeri. quoz primus ad secundum sicut tertius ad quartum et quintus ad secundum: sicut sextus ad quartum: et sic primus et quintus dicuntur antecedentes ad secundum: et tertius et sextus antecedentes ad quartum: et sic et dñr eoz consequentes. et io aggregatum ex primo et quinto fit unus numerus et aggregatum ex tertio et sexto fit alius et ulterius accipit unus alius numerus p quinto ad primum: et illud aggregatum hñ p primo ad secundum et unus alius pro tertio ad quartum: et illud aggregatum habet pro sexto et sic in infinitum et e conuerso et c. et patet correlarium.

Propositio .16.

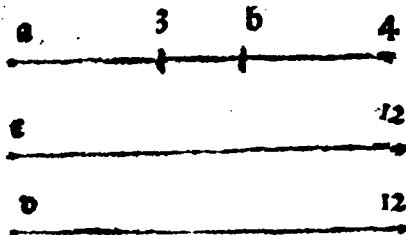
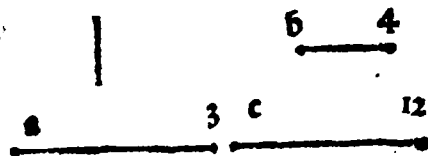
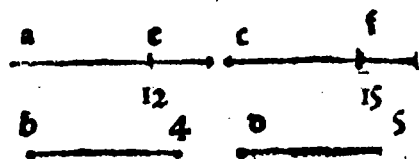
¶ Numeret unitas aliquem numerum quotiens quilibet tertius aliquem quartum: erit quoq. permutatim vt quotiens unitas numerat tertium totiens secundus numeret quartum.

¶ Vt si sit unitas ad. a. sicut. b. ad. c. erit pmutatim unitas ad. b. sicut. a. ad. c. **¶** Nō supfluit aut hec demonstrata pmutata pportione: nō enim ex illa pōt cōcludi quod hic pponitur. Nam illa demonstrata est de. 4. numeris pportionalibus: unitas uero nō est numerus per diffinitionē. **¶** Hoc ergo mō pateat propositum. **¶** Diuidat a. p unitates et c. fm quantitatem. b. eruntq. per presentē ypothe. tot partes a. quot c. **¶** Et quia unaqueq. partiu. a. est unitas et unaq. partiu. c. ē eq. lis. b. erit ut quotiens unitas in. b. toties unaqueq. partiu. a. in sua cōpari ex partibus. c. **¶** Per modū itaq. demonstrationis. s. sequet toties esse. a. i. c. quotiens unitas in. b. quod est ppositum.

Propositio .17.

¶ Duorum numerorum uterq. ducatur in alterius: qui inde producentur erunt equales.

¶ Sicut si ex. a. in. b. pueniat. c. et ex. b. in. a. pueniat. d. erunt c. et d. equales. **¶** Cū enim. b. multiplicatus per. a. pducatur. c. erit p cōuersionem diffinitionis. b. in. c. quoties



unitas in a. ergo per premisam erit. a. in c. quotiens unitas in b. ¶ Et quotiens est a. etiam in d. quia ex b. in a. fit d. sequitur ut totiens sit a. in c. quotiens in d. ¶ Per conceptum igitur c. f. d. sunt similes. ¶ Possumus quoque hanc conclusionem alio modo pponere. ¶ Si duorum numerorum utroque datur in altero idem numerus utrobique pueniet. ¶ Vt si ex a. in b. pueniat e. idem et ex b. in a. pueniet. ¶ Quia enim ex a. in b. fit c. erit ut prius per conuersionem diffinitionis b. in c. quotiens unitas in a. Et permutatim per premisam a. in c. quotiens unitas in b. ¶ Quia igitur a. totiens sibi coaceruatur in c. quotiens in b. est unitas sequitur per diffinitionem q. ex b. in a. fit c.

Propositio .18.



¶ Unus numerus in duos ducatur: totus erit duorum inde productorum alter ad alterum: quantum duorum multiplicatorum alter ad alterum.

¶ Multiplicet a. utrumque duorum numerorum b. f. c. ¶ Proueniat d. f. e. dico q. erit pportio d. ad e. sicut b. ad c. ¶ Sequitur enim per conuersionem diffinitionis eius qd est multiplicari ut b. in d. f. c. in e. fit quotiens unitas in a. quare per diffinitionem pportio d. ad b. est sicut e. ad c. ¶ Equaliter enim eorū continetur quia quotiens a. unitate ¶ Ergo permutatim d. ad e. sicut b. ad c. qd est propositum.

Propositio .19.



¶ Duo numeri unū multiplicentur: erit pportio duorum inde productorum tanquam duorum multiplicatorum.

¶ Ex conuersione antecedentis premisse concluditur hec eadem passio que in premissa. ¶ Vt si utrumque duorum numerorum b. f. c. multiplicet a. ¶ Pueniat d. f. e. erit d. ad e. sicut b. ad c. ¶ Erit enim per ante premisam ut ex a. i. b. f. c. fiant d. f. e. quare per premisam d. ad e. sicut b. ad c. quod est propositum.

¶ Potes autem qd pponit per hanc et premisam de duobus numeris ad quotlibet numeros ampliare. ¶ Quod si unus multiplicet quotlibet erit productorum et multiplicatorum una pportio. ¶ Similiter quoque si quotlibet multiplicent unū erit productorum et multiplicatorum una pportio. ¶ Quod per hanc et premisam quotiens oportuerit repetitas facile probabis. ¶ Hic autem ut supra polliciti sumus demonstrare uolumus equā pportionalitatem in quotlibet numeris duorum ordinum indirecte pportionalitatis quam demonstrat Euclides p. 13. quinti in quantitatibus in genere dicimus igitur quoniam.

¶ Si quotlibet numeri totidem alijs fuerint indirecte pportionales extremi quoque in eadem pportione pportionales erunt.

¶ Vt si sit a. ad b. sicut d. ad f. ¶ Et b. ad e. sicut c. ad d. ¶ Erit a. ad e. sicut c. ad f. ¶ Ducatur enim c. in d. f. f. ¶ Et pueniant g. f. h. ¶ Eritque per premisam g. ad h. sicut d. ad f. ¶ Quare et sicut a. ad b. ¶ Ducatur ite. f. in d. et proueniat k. ¶ Eritque per hanc g. ad k. sicut c. ad f. ¶ Et quia ex f. in d. fit k. fiet idē e conuerso p. 12. ex d. in f. ¶ Quia igitur ex c. f. d. in f. fiant h. f. k. ¶ Erit per hanc g. ad k. sicut c. ad d. ¶ Quare sicut b. ad e. ¶ Et quia iam ostensum est qd e. g. ad h. sicut a. ad b. erit p. 15. a. ad e. sicut g. ad k. ¶ Sed sic erat etiam c. ad f. ¶ Est igitur a. ad e. sicut c. ad f. quod est propositum. ¶ Idem probabis si fuerint in utroque ordine numeri plures tribus quemadmodum probat in 13. quinti de quantitatibus pluribus tribus.

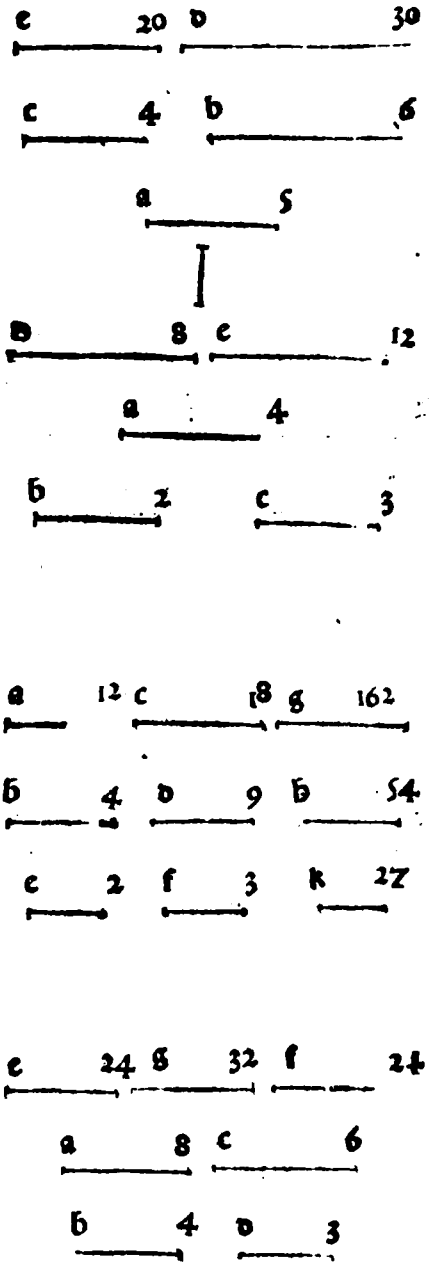
Propositio .20.



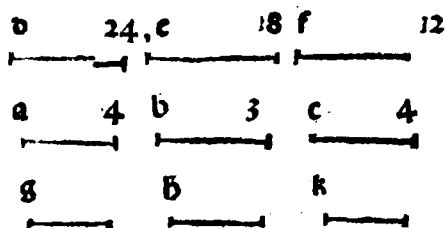
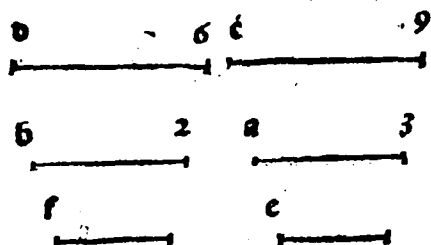
¶ Si fuerint quatuor numeri pportionales quod ex ductu primi in ultimum pducetur equū erit ei quod ex ductu secundi in tertium. Si vero quod ex primo in ultimum pducetur equū est ei quod ex secundo in tertium illi quatuor numeri sunt pportionales.

¶ Quod proposuit Euclides per 15. sexti de quatuor lineis proportionalibus: proponit hic de quatuor numeris proportionalibus uerbi gratia. ¶ Sit pportio a. ad b. sicut c. ad d. fiatque ex a. in d. e. ¶ Et ex b. in c. f. dico q. e. f. f. sunt equales et e conuerso. ¶ Ducatur enim

h. iii



a. in. b. f. fiat. g. ¶ Eritq. per. 18. g. ad. e. sicut. b. ad. d. ¶ Et quia per. 12. ex. b. in. a. fit. g. ¶ ex eodem. b. in. c. f. erit per. 18. g. ad. f. sicut. a. ad. c. ¶ Sed p. 14. e. a. ad. c. sicut. b. ad. d. ergo erit. g. ad. f. sicut. g. ad. e. ¶ Equales igit. sunt. f. f. e. quod est p. m. ¶ Nec oportet p. demonst. r. s. vnius numeri ad duos sit vna proportio q. ipsi sunt e. q. les: aut si ipsi sunt e. q. les q. vnius ad ipso sit vna proportio. ¶ Si enim est vna proportio. g. ad. e. f. ad. f. aut ipse erit tota pars vel partes. e. quota vel quote idem est. f. f. tunc per cōceptionem patet. e. f. e. s. e. q. les. ¶ Aut toties. g. continebit. e. quotiens. f. ¶ Et sup. fluent in eo tota pars vel pres. e. quota vel quote in eodē superfluent. f. f. tunc et per conceptionem patet eos e. s. e. q. les. ¶ Quod si ipsi fuerint e. q. les patet per conceptionem q. aut. g. erit tota pars vel p. tes. e. quota vel quote. f. f. tunc per diffinitionem erit ipsius. g. ad. vtrunq. eorum proportio vna. ¶ Aut equaliter continebit vtrunq. cum superfluitate similium f. tot numero partium f. tunc etiā per diffinitionem erit eius ad vtrunq. proportio vna. ¶ Secundum sic patet sit. e. productus ex. a. in d. equalis. f. productus ex. b. in. c. dico q. p. portio. a. ad. b. est sicut. c. ad. d. ¶ Et est hec conuersa prime partis. ¶ Sit enim vt prius. g. qui sit ex. a. i. b. f. quia. e. f. f. sunt e. q. les. erit. g. ad. vtrunq. eorum proportio vnā ¶ quia vt prius per. 18. g. ad. f. sicut. a. ad. c. f. ad. e. sicut. b. ad. d. erit. a. ad. c. sicut b. ad. d. quare permutatim. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ¶ Non proponit autē Euclides de tribus numeris cōtinue proportionalibus q. ille qui ex ductu primi in tertium produciatur sit equalis quadrato mediū. Et si ille qui ex primo in tertium produciatur sit equalis quadrato mediū q. illi tres numeri sint cōtinue proportionales sicut proponit in. 16. sexti de tribus lineis. ¶ Hoc enim facile demonstratur per hāc. 30. medio illorum trium numerorum equali assumpto: quemadmodum in sexto de tribus lineis probatur per quatuor assumpta quarta equali medie.



Propositio .21.



Minimi secundum quamlibet proportionem minimi numerant quoslibet in eadem p. portione numero minorem et maiorem equaliter.

¶ Sint. a. f. b. minimi numeri in sua p. portione sitq. cad. d. sicut. a. ad. b. dico q. a. numerat. c. f. b. d. equaliter. ¶ Cum sit enim. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit permutatim. a. ad. c. sicut. b. ad. d. ¶ Erit igitur. a. c. tota pars vel partes quota vel quote b. d. ¶ Si itaq. fuerit pars constat propositum. ¶ At si partes sit. e. vna partium. a. f. f. vna partium. b. f. quia tota pars est. e. c. per ypothe. quota. f. d. erit per diffinitionem proportio. e. ad. c. sicut. f. ad. d. ¶ Quare permutatim. e. ad. f. sicut. c. ad. d. ¶ Quare etiā sicut. a. ad. b. nō sunt itaq. a. f. b. minimi sue proportionis: quod est contrarium positis. Similiter quoq. ¶ Quotlibet numeri sue in eadem p. portione siue in diuersis minimi numerant omnes in eadem p. portione quicq. sunt correlatiuum equaliter.

¶ Vt si sint. a. b. c. minimi in eadem p. portione vel in diuersis. ¶ Sint q. in eadem vel eisdem. d. e. f. ita q. sit. d. ad. e. vt. a. ad. b. f. e. ad. f. vt. b. ad. c. dico q. a. numerat. d. f. b. e. f. c. f. equaliter. ¶ Quia enim est. a. ad. b. vt. d. ad. e. erit permutatim. a. ad. d. vt. b. ad. e. f. quia. b. ad. c. vt. e. ad. f. erit etiam permutatim. b. ad. e. vt. c. ad. f. quare. b. ad. e. f. c. ad. f. sicut. a. ad. d. ¶ Et quia. a. b. c. sunt minores. d. e. f. erit. b. e. f. c. f. tota pars aut partes. quota est. a. d. ¶ Si itaq. pars constat propositum. ¶ At si partes sit. g. vna partium. a. f. h. vna partium. b. f. k. vna. c. ¶ Eritq. per presentem ypothe. tota pars. b. e. f. k. f. quota. g. d. ¶ Quare per diffinitionem. h. ad. e. f. k. ad. f. sicut. g. ad. d. ¶ Permutatim igitur erit. g. ad. h. vt. d. ad e. f. h. ad. k. vt. e. ad. f. ¶ Quare. g. ad. h. vt. a. ad. b. f. h. ad. k. vt. b. ad. c. ¶ Quia ergo. g. h. k. sunt minores. a. b. c. f. in eadem p. portione sequitur contrarium positū.

Propositio .22.



Ifuerint duo numeri fm suam proportionem minimi: ipsi erunt adinuicem primi.

Sint duo numeri. a. b. fm suam proportionem minimi. dico q ipsi sunt contra se primi. **S**i eni non. **N**umeret eos. c. fm. d. e. **E**ritq. per. s. d. ad. e. sicut. a. ad. b. **E**t quia. d. e. sunt minores. a. b. sequitur a. e. b. nō esse pportōis minimos: qd est contrariū positioni. **S**imiliter quoq.

Si fuerint quotlibet numeri in continuatione suarum proportionum siue eadem siue diuerse fuerint minimi. nullus numerus numerabit omnes.

Vt si sint. a. b. c. minimi in continuatione suarum proportionum: dico q nullus numerabit omnes. **S**in autē numeret eos. d. a. quidem fm e. b. uero fm. f. e. c. fm. g. eritq. per. s. e. ad. f. sicut. a. ad. b. e. f. ad. g. sicut. b. ad. c. **Q**uia ergo. e. f. g. sunt minores. a. b. c. e fm proportionem eorum non erunt. a. b. c. quales positi sunt: quod est inconueniens. **Q**uāquam autem nullus numeret. a. b. c. si fuerint minimi: potest tamen esse ut quotlibet duos ex eis numeret unus. **D**ucto etenim quotlibet numero in aliquem ad se primum ac utroq. eorum in aliquem tertium ad utrūq. primum: prouenient tres numeri quorum quicq. duo erunt compositi. Nullus tamen numerabit omnes. **S**int enim. a. b. c. tres numeri quorū quisq. sit primus ad alios: ducaturq. a. in. b. e. c. e proueniat. d. e. c. itemq. b. in. c. e proueniat. f. dico quosq. duos ex. d. e. f. esse adinuicem compositos: tamen nullus numerabit omnes. **D**uos quosq. patet esse compositos. **A**. enim numerat. d. e. e. **B**. uero. d. e. f. e. c. e. **Q**uod autem nullus numeret omnes: patebit prius demonstrato q. a. est maximus numerans. d. e. e. **B**. quoq. maximus numerans. d. e. f. **E**t. c. maximus numerans. d. e. f. **H**oc autem sic constat. **S**i enim. a. non est maximus numerans. d. e. e. sit itaq. g. numeretq. d. fm. h. e. c. fm. k. **E**ritq. per secundam partem. s. d. a. ad. g. sicut. b. ad. b. **I**temq. per eandem. a. ad. g. sicut. k. ad. c. **Q**uia ergo. a. est minor. g. erit. h. minor. b. e. k. minor. c. **E**t quia. h. ad. k. sicut. b. ad. c. **V**traq. enim est sicut. d. ad. e. per. s. bis assumptam. **S**unt autem. h. e. k. minores. b. e. c. **E**rit per immediate sequentem e per hanc ypoth. q. b. e. c. sunt contra se primi reperire minimis minores: qd quia est impossibile. **E**rit. a. maximus numerans. d. e. e. **E**o dēq. modo probabitur q. b. sit maximus numerans. d. e. f. e. c. maximus numerans. e. e. f. **S**i quis ergo numerat. d. e. f. per correl. secundē tē assumptum ipse numerabit. a. b. c. sed quisq. eorum primus erat ad reliquos. **A**ccidit igitur impossibile. **S**imiliter quoq.

Quotlibet numeri quos unus non numerat fm continuationem suarum proportionum sunt minimi.

Vt si sint. a. b. c. quilibet numeri quos omnes nullus numerat. dico q ipsi sunt in continuatione suarum proportionum minimi. **A**ltoquin sint minimi. d. e. f. qui per. s. numerabunt. a. b. c. quisq. suam relatiuē equaliter. **S**it ergo ut fm. g. eritq. per. r. ut uicuersa. g. numeret. a. b. c. fm. d. e. f. quare accidit contrarium positioni.

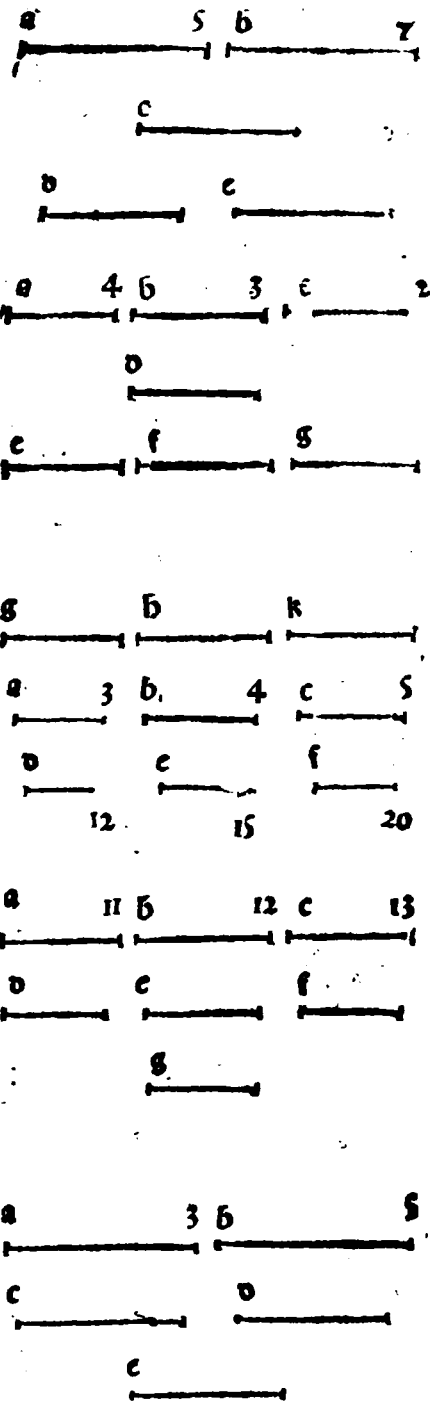
Propositio .23.

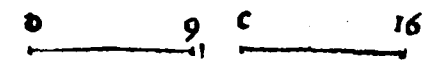
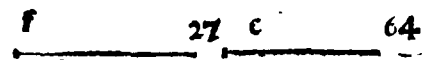
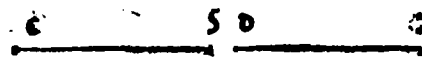
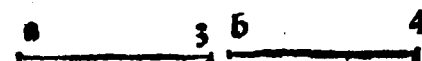
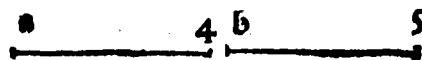
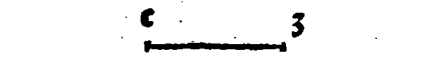
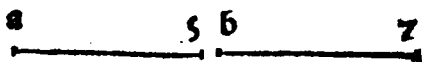
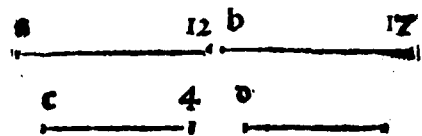


Quilibet numeri contra se primi sunt fm suam proportionem minimi.

Hec est conuersa premisse. **V**t si duo numeri sint. a. b. cōtra se primi: ipsi erūt fm suā pportione minimi. **S**in autē minimi i eadē pportioe si possibile est. c. e. d. **C**ōstat itaq. per. s. q. c. numerat. a. e. d. b. equaliter sic igitur ut fm. e. erit per. r. ut uicuersa. e. numerat. a. e. b. a. quidem secundum. c. e. b. fm. d. non sunt igitur. a. e. b. contra se primi: quod est contra ypoth.

b lili





Propositio .24.



Si fuerint duo numeri contra se primi. si quis vnus eorum numeret ad alterum esse primus necessario comprobatur.

¶ Sint. a. f. b. contra se primi. c. vero numeret. a. dico q. c. primus est ad. b. ¶ Alioquin numeret eos. d. qui per peultimam conceptionem numerabit etiam. a. non sunt ergo. a. f. b. contra se primi. d. enim numeratambos.

Propositio .25.



Si fuerint duo numeri ad alium quemlibet primi qui ex ductu vnus in alterum producet. ad eundem erit primus.

¶ Sit vterq. duorum numerorum. a. f. b. primus ad. c. ¶ Ex. a. in. b. fit. d. dico q. d. est primus ad. c. ¶ Aliiter eni numeraret eos. e. d. quidem fm. f. critq. per secundam partem. 20. a. ad. c. f. crit. f. ad. b. ¶ Et quia. a. f. c. sunt primi f. c. numerat c. ipse erit per. 14. primus ad. a. quare per. 13. a. f. c. sunt fm suam proportionem minimi sequitur ergo per. 21. vt. e. numeret. b. ¶ Et quia positum est q. ipse numeret. c. non erunt. b. f. c. cōtra se orimi t qd est contra ypothe.

Propositio .26.



Si fuerint duo numeri contra se primi qui ex vno eorum in seipsum pducitur ad reliquum ē primus.

¶ Sint cōtra se primi. a. f. b. ¶ Ex. a. in. f. fiat. c. dico q. c. primus est ad. b. ¶ Sit enim. d. equalis. a. critq. d. primus ad. b. ¶ Ex. a. in. d. fiet. c. per premisam igitur patet. c. primum esse ad. b. quod proposuimus.

Propositio .27.



Si duobus numeris ad alios duos cōparatis vterq. ad vtrumq. fuerit primus qui ex duobus prioribus ad eum qui ex duobus posterioribus producet erit primus.

¶ Sint. a. f. b. priores. c. f. d. posteriores. fitq. vterq. duorum. a. f. b. primus ad vtrumq. duorum. c. f. d. ¶ Et ex. a. in. b. fit. e. ¶ Ex. c. in. d. f. dico q. e. primus est ad. f. ¶ Hoc autē. 25. ter assumpta euidenter concludit. ¶ Cum enim fiat. e. ex. a. in. b. quorum vterq. primus est ad. c. f. ad. d. ¶ Erit per ipsam. e. primus ad. c. f. item per ipsam primus ad. d. ¶ Quia item. f. sit ex. c. in. d. quorum vterq. primus est ad. e. erit rursus per ipsam. f. primus ad. e. quod est propositum.

Propositio .28.



Si fuerint duo numeri contra se primi ducatur q. eorum vterq. in seipsum: erunt inde producti contra se primi. Itemq. si in vtrumq. productorum suum ducatur principium: erunt quoq. producti contra se primi.

¶ Sint. a. f. b. contra se primi ducaturq. vterq. in se f. pueniant ex. a. quidem. c. ex. b. vero. d. ¶ Itemq. ducatur. a. in. c. ¶ Proueniat. e. ¶ Et. b. in. d. ¶ Proueniat. f. dico. c. f. d. esse contra se primos. ¶ Itē q. c. f. contra se primos. ¶ Est enim per. 16. c. primus ad. b. ¶ Per eandē igitur erit. d. primus ad. a. ¶ Ad. c. sicq. constat primum quod est. c. f. d. esse contra se primos. ¶ Reliquum sic: est enim vterq. duorum numerorum. a. f. c. primus ad vtrumq. duorum. b. f. d. ¶ Itaq. per. 27. erit. e. primus ad. f. quod est reliquum. ¶ Non solum autem erit. e. primus ad. f. sed etiam per. 25. ad. b. ¶ Ad. d. ¶ Itemq. per eandē. f. ad. a. ¶ Sicq. si infinites duceretur vtrumq. productorum in suum principium essent omnes producti contra se primi: ¶ non solum hoc sed quilibet eductus ab. a. ad quemlibet eductum a. b.

Propositio .29.



Si fuerint duo numeri contra se primi qui ex ambobus coacervantur ad utrumque eorum erit primus. Si vero ex ambobus coacervatus ad utrumque eorum fuerit primus. duo quoque numeri adinvicem erunt primi.

Sint. a. & b. contra se primi dico q. ex eis compositus. a. b. ad utrumque eorum erit primus & conuerso. ¶ Nam si. d. numerat totum. a. b. & alterum eorum numerabit per eandem scientiam & reliquum quare non erunt contra se primi: sed hoc posuit fuerat: patet ergo primus. ¶ Secundū sic: sit. a. b. primus ad utrumque suorum componentium q. sunt a. & b. dico q. a. & b. sunt contra se primi. ¶ Posito enī q. d. numeret utrumque duorum numerorum. a. & b. sequitur per eandem scientiam q. etiam numeret. a. b. ex eis compositum: quare ad neutrum duorum numerorum a. & b. erit. a. b. primus: sed posuit erat q. esset ad utrumque. Accidit igitur impossibile. ¶ Eodē quoque modo si coacervatus ex duobus primis fuerit ad alterum primus quoque erit ad reliquum: ideoque & coacervati inter se. ¶ Sit. n. compositus ex. a. & b. primus ad. a. dico q. erit et primus ad. b. alioquin numeret eos. d. qui p. conceptione numerabit & a. cū numeret totū & detractum hoc autē inconueniens erat enim compositus ex. a. & b. primus ad. a.

Propositio .30.



Nis numerus compositus ab aliquo primo numeratur.

Sit. a. quilibet numerus compositus dico q. aliquis primus numerat ipsum. ¶ Quia enim est compositus numerabitur ab aliquo numero qui sit. b. qui si fuerit primus verum erit quod dicitur: si autē compositus sit. c. qui numerat eum: qui etiam per eandem scientiam numerabit. a. si ergo ipse fuerit primus constat quod dicitur. At si compositus necessario numerabit eum. alius qui sit. d. qui etiam per communem scientiam numerabit. a. de quo rōcinare ut prius. ¶ Quia ergo quotiens occurrit compositus necesse est minorem assumere qui compositum occurrentem numeret sequitur ut tandem deueniatur ad aliquem primum alioquin accideret impossibile & contrarium petitioni numerum in infinitum decrescere.

Propositio .31.



Nis numerus autē primus aut a primo numerat.

Sit. a. quilibet numerus dico ipsum ē primus vel numerari a primo. ¶ Quia si nō ē primus erit compositus: quilibet autē talis ab aliquo primo numerat p. premisam. a. igitur vel primus est vel a primo numerat: quod pponitur.

Propositio .32.



Nis numerus primus ad omnem quem non numerat est primus.

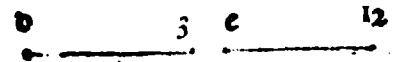
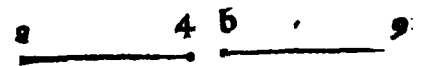
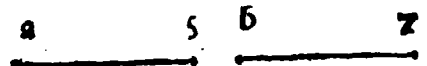
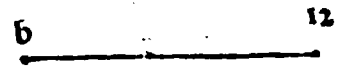
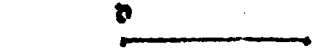
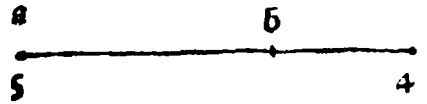
Sit. a. numerus primus non numerans. b. dico q. a. & b. sunt contra se primi. ¶ Si enim. c. numerat eos non est verum q. a. sit primus.

Propositio .33.



Numerus ex duobus productus ab aliquo primo numeretur necesse est eundem primum alterum illorum duorum numerare.

Sit. c. productus ex. a. in. b. & sit. d. numerus primus q. ponat numerare. c. dico q. d. numerat. a. vel. b. ¶ Numeret enī. c. fm. e. si ergo nō numerat. a. erit primus ad ipsum p. p. misam: & iō erit fm. suā p. portionē minimi p. 23. ¶ Et q. a. ad. d. sicut. e. ad. b. p. secundam pte. 20. sequit ut. d. numeret. b. per. 21. qd. est propositum. Unde manifestum est q. si aliquis numerus numerat productus ex duobus vel si eidem fuerit comensurabilis: comensurabilis quoque erit alteri eorum.



Propositio 34.



Ameros fm proportionem numerorum assignatorum minimos inuenire. **E**nde manifestum est maximum numerum duos cōmuniter numerantē fm minimos illius pportionis eos numerare.

Sint. a. f. b. numeri propositi fm quorum pportionem volumus inuenire minimos. **S**i ergo fuerit contra se primi sunt quales inquirimus per. 33. **S**i autē compositi sumantur vt docet secunda maximus eos cōiter numerat qui sit. c. **N**umeretq. eos fm. d. f. e. eritq. in eadem pportione per. 18. **Q**uos dico esse quales querimus. **S**i autē sint. f. g. que per. 12. numerabunt. a. f. b. equaliter sit igitur vt fm. h. eritq. p scđam ptem. 10. c. ad. h. sicut. f. ad. d. vel sicut. g. ad. e. **Q**uare. c. est minor. h. **I**taq. cū. h. nūeret. a. f. b. nō fuit. c. maximus eos numerat sed erat positiū q. f. c. ergo f. c. Similiter quoq. possumus.

Numeros fm continuitatem pportionum numerorū assignatorum minimos reperire. **E**nde etiam manifestum est maximum numerum quotlibet cōmuniter numerantem fm minimos pportionum eorum eos numerare.

Vt si sint. a. b. c. fm quorum pportiones volumus minimos inuenire sue fuerint in eadem pportione sue in diuersis. **S**i nullus numerus numerat eos omnes ipsi sunt quos querimus per. 33. hoc enim ibi demonstratum est. **S**i autem vnus numerat omnes sumatur vt docet tertia maximus eos communiter numerans qui sit. d. **N**umeretq. eos fm. e. f. g. qui erant in eadem pportione per. 18. **D**ico eos esse quos querimus. **A**lioquin sint. h. k. l. qui per. 12. numerabunt. a. b. c. equaliter sit vt fm. m. **E**ritq. per secundam partem. 10. d. ad. m. vt. h. ad. e. vel. k. ad. f. vel. l. ad. g. Minor est igitur. d. q. m. quare cum. m. numeret a. b. c. nō fuit. d. maximus eos numerans quare sequitur impossibile fuit enim. d. maximus numerans a. b. c.

Propositio 35.



Alibet duo numeri minimos numeros sue pportionis maiorē minorem et minorē maiorē multiplicantes minimum ab ipsis numeratus produciunt. **E**nde manifestum est minimum quē duo numerant quemlibet ab eis numeratum numerare.

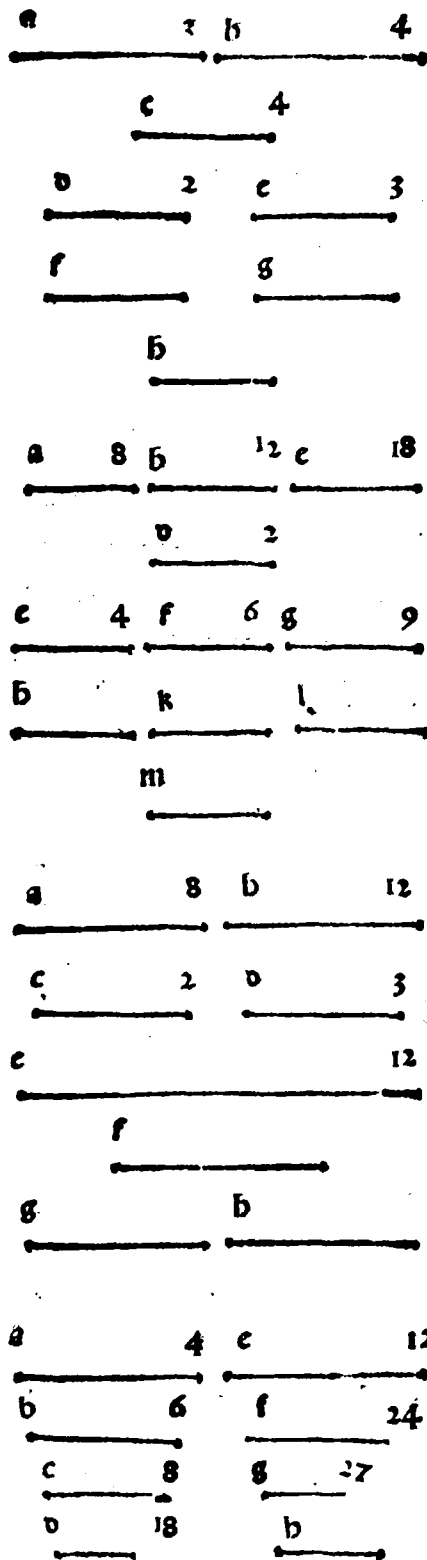
Sint duo numeri. a. f. b. minimiq. in eorū pportione. c. f. d. eritq. per primam partem. 10. vt ex. a. in. d. f. b. in. c. fiat idem numerus qui sit. e. **Q**uē dico eē minimum numeratum ab. a. f. b. **A**li ter enim sit. f. quem numeret. a. f. b. fm. g. f. h. eritq. per secundam partē 10. h. ad. g. sicut. a. ad. b. f. sicut. c. ad. d. f. per. 18. erit. c. ad. h. sicut. e. ad. f. cum itaq. per. 12. c. numeret. h. e. numerabit. f. maior minorem quia ergo hoc est impossibile constat verum esse quod dicitur.

Propositio 36.



Propositis quotlibet numeris minimus ab eis numeratum reperire. **M**anifestum etiam ex hoc est minimum numerum quem quotlibet numerant quemlibet ab eis numeratum numerare.

Sint ppositi numeri. a. b. c. d. volo inuenire minimum numerū numeratū ab eis. **I**nuenio itaq. primo minimum numeratū ab. a. f. b. q. si. a. numerat. b. nō erit alius q. b. **S**i autē non numerat eū nec eōuerso si ipsi sunt cōtra se primi q. ex uno in alio puenit erit minimus p. 33. f. pmissam. **Q**uod si sunt cōcantes sumant minimi i eorū pportioe ut docet. 34. f. maiore i minore eorū multiplicato pueniat e q. erit minimus nūeratus ab eis p pmissam. **S**imili quoq. mō inueniat minimus nūeratus ab. e. f. c. q. sit. f. eritq. f. minimus numeratus ab. a. b. c. **S**ed f. minimus quē numerant. f. f. d. sit. g. eritq. g. minimus quē numerat numeri ppositi. **Q**uod enī oēs ipsum numeret patet p cōceptionē. **S**ed si non est minimus ponatur ergo. h. quem ga numerat. a. f. b. m.



merabit etiam ipsum per correl. premisse. e. ¶ Per idem quoq. correl. in-
merabit ipsum. f. sed g. g. ¶ Maior itaq. numerat minorem quod est im-
possibile. ¶ Hec igitur premissa proponuntur in alio loco sub tribus conclu-
sionibus quas prima equivalet primis; secunda componit ex correlariis am-
bust; tertia pponit de tribus quod hec de quotlibet numeris. Est itaq. pma.

¶ Datis duobus numeris minimus ab eis numeratū inuenire.

**¶ Dati numeri sunt. a. f. b. quorum minor si numerat maiorem est ma-
ior quem q̄rimus. ¶ Alioquin maior eoz numerat minorem se. ¶ Si at
neuter neutrum numeret. si ipsi sunt cōtra se p̄mi. erit qui ex. a. in. b. que-
rit qui sit. c. minimus oīum quem numerat. a. f. b. ¶ Nam si minorem
eo numerauerint esset. d. quem numeret fm. e. f. f. ¶ Eritq. p̄ secūdam par-
tem. 10. a. ad. b. sicut. f. ad. e. ¶ Et quia. a. f. b. sunt sue proportōis minimi
per. 23. numerabit. a. f. per. 21. ¶ Et quia per. 28. est. c. ad. d. sicut. a. ad. f. Nā
ex. b. in. a. f. f. sunt. c. f. d. ¶ Sequit. c. numerare. d. ¶ Sed erat. d. minor
e. quare impossibile. ¶ Si autem. a. f. b. sint cōcantes negociare p̄posi-
tum vt in. 35. ¶ Secūda trium cōclusionum ex ambobus correl. ē cōfecta.**

**¶ Si plures numeri numerum vnum numerent. necesse est vt
minimus quem numerant eundem numerum numeret.**

**¶ Vt si sit quilibet numerus quem numerat. a. f. b. d. minimusq. ab eis
dem numeratus. c. erit vt. c. numeret. d. ¶ Cum. n. sit. d. maior. c. si. c. nō
numerat ipsum. numerabit tñ aliquid eius. ¶ Sitq. plurimum quod nūc
rat. e. f. residuum sit. f. eritq. f. minus. e. ¶ Quia igitur. a. f. b. numerat. c.
numerabunt per cōem sciam f. e. sed numerabant. d. itaq. p̄ aliam cōmū-
nem scientiam numerabunt. f. inconueniens ergo sequitur q. c. non fuit
minimus quem numerant. a. f. b. ¶ Idem cōuincet f. eodem modo de
quotlibet numerato a quotlibet pluribus. s. q. minimus ab illis quotlibet
pluribus numeratus eūdem numeret. vltima trium cōclusionum est.**

**¶ Propositis tribus numeris. minimum numerozū ab eis
numeratozū inuenire.**

**¶ Tres numeri p̄positi sunt. a. b. c. minimusq. que numerant. a. f. b. sit. d.
qui sumetur vt prima trium cōclusionum docet. ¶ Si igitur. c. numerat
d. scito. d. esse quem querimus. ¶ Si. n. a. b. c. minorem eo numerat. sit. n.
e. quem per premissam cōclusionem numerabit. d. quod est impossibile.
¶ Si aut. c. non numerat. d. sumatur. e. minimus numeratus ab eis. ¶ Qd
at. e. numeretur ab. a. b. c. patet quia. c. numerat ipsum f. d. similiter ergo
f. a. b. q. numerat. d. ¶ Quare. e. numerabit ab. a. b. c. eritq. e. minimus
quem numerat. a. b. c. ¶ Si aut sit. f. quem p̄missam cōclusionem nu-
merabit. d. sed. c. numerat. f. quia. a. b. c. numerat eum; quare. c. d. nume-
rabit eū quare p̄ premissam. e. numerabit eū f. est maior eo. ¶ Sed f. e.
maior minorem quod non esse potest. Idem inuenies f. eodem mō quot-
libet propositis.**

Propositio 37.



**¶ Numerus aliquis alius numez numeret. erit in
numerato pars a numerante denominata.**

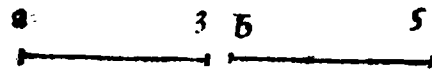
**¶ Huius sensus ē q. oīs numerus numeratus a ternario hēt
tertiā f. numeratus a gnario hēt quintā. sicq. de ceteris.
¶ Vt si. b. numeret. a. erit in. a. p̄s denoiata a. b. ¶ Nume-
ret. n. ipsum quotiens vnitas in. c. eritq. per. 26. vt. c. quoq.
totiens numeret. a. quotiens vnitas in. b. quare tota pars. est. c. a. quota
vnitas. b. ¶ Et quia vnitas est pars oīs numeri ab ipso denominata per cō-
mūnem scientiam. erit. c. pars. a. denominata a. b. quod est propositum.**



Propositio 38.

**¶ Numerus aliquis partem quotācūq. habeat nu-
merabit ipsum. numerus ad illam ptes dictus.**

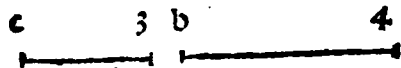
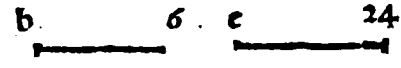
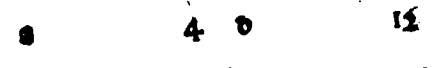
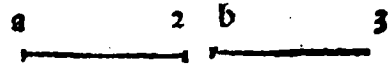
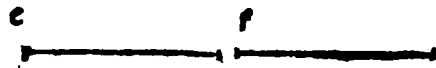
**¶ Hec est conuersa premisse cuius est intentio q. oīs nu-
merus hīs tertiā nūerat. a ternario; f. hīs qntā a gnario;
sicq. de ceteris. ¶ Vt si. b. sit. p̄s. a. denoiata. a. c. seqt vt. c.
numeret. a. ¶ Quia enim. b. est pars. a. denominata a. c. sed f. vnitas ē p̄s**



c 12



d



I

e. denominata ab ipso per concep. sequitur ut quotiens unitas numerat. x. totiens. b. numerat. a. ¶ Itaq. per. 16. quotiens unitas. b. totiens. c. numerat a. quare constat propositum. ¶ Aliter idem cum sit. b. pars. a. si tota unitas. c. eritq. per hanc communem scientiam unitatem eē partem omnis numeri ab ipso denominatam. c. denominans. b. in. a. ¶ quia ē. b. in. a. quotiens unitas in. c. euidenter sequitur propositum per. 16.

Propositio 39.

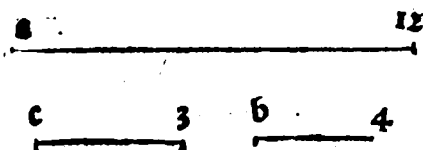


Amerum minimū propositarum denominationum habentem partes inuenire. Ex quo manifestū est q. minimus numerus numeratus a quoti bet ē minimus habēs partes denotatas ab ipsis.

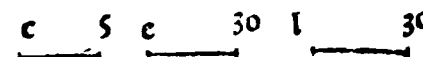
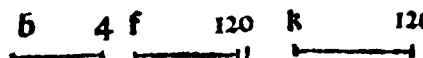
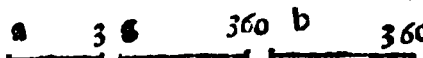
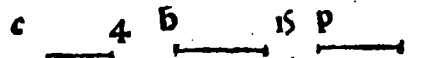
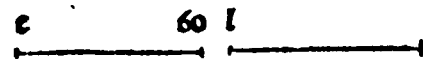
¶ Sint. a. b. c. d. denominantes partes propositas. ¶ e. minimus numeratus ab eis sumptū fm. 36. ipsum. e. dico esse quem querimus. ¶ Sint enim fm quos numerant ipsum. f. g. b. k. eritq. p. 16. ¶ hanc communem scientiam: unitas est pars omnis numeri ab ipso dicta: ut uiceuersa. f. g. b. k. numerent. e. fm. a. b. c. d. quare sint partes eius ab illis dicte. ¶ Est igitur. e. habens partes propositarum denominationum. ¶ Minimus etiam qm si alter fuerit ut. l. sint partes. l. dicte ab eis. m. n. p. q. eruntq. per. 16. ¶ predictam cōm scientiam. a. b. c. d. uiceuersa partes. l. dicte ab. m. n. p. q. quare non erat. e. minimus quem numerat. a. b. c. d. quod est inconueniens. ¶ Habito minimo: si cura est habere secundū aut quonūcūque libet: q. si secundum sume duplum minimi: si tertiū triplū ¶ ad hunc modū in aliis. ¶ Cum enim omnis multiplex. e. numeret ab a. b. c. d. per hanc cōm scientiam. Omnis numerus numerans alium numerat omnem numeratum ab illo. ¶ Necesse est per. 32. ut omnis multiplex. e. habeat partes denominatas ab. a. b. c. d. ¶ Si itaq. duplus. e. nō fuerit secundus habens partes ppositarum denominationum: erit alius quem si cut sequitur esse maiorem. e. sic sequitur eē minorem duplo: ¶ quia illum numerant. a. b. c. d. per. 38. sequitur per correl. 36. q. e. numeret eundē quod est impossibile. ¶ Cum enim numeret se. numeraret p hanc cōmū sciē etiam omnis numerus numerans totum ¶ detractum numerat residuum differētiā illius ad se. que cum sit minor se: maior numerus numeraret minorem quod esse non potest: sequitur itaq. duplum. e. esse fm numerū habentem propositarum denominationum partes. ¶ Similiter quoq. atq. ues duplum. e. esse tertium probato duplo esse secundum: alioquin quia esset triplo minor: ¶ duplo maiori sequeretur. e. numerare aliquem inter ipsius duplum ¶ triplum: quod ut prius patet esse impossibile. ¶ Probato autem triplo esse tertium ad huius similitudinem probabis quadruplum esse quartum: ¶ sic in ceteris.

¶ **M**inimum numerum habentem partes propositarum denominationum sumptarum continue reperire.

¶ **U**t minimum n. merum habentem tertiam que tertia habeat quartā que etiam quarta habeat quintam aut septimam aut qualitercumq. cōtinuat eas ab eisdem uel diuersis denominari. ¶ Multiplicari oportet denominatorem prime partis in denominatorem secunde: ¶ ex eis productū in denominatorem tertie: productum quoq. in denominatorem quarte sicq. de ceteris usq. ad ultimam a prima. ¶ Vel usq. ad primam ab ultima ¶ qui prouenerit erit qui inquiritur: ut in. proposito. 60. uel. 84. ¶ Hoc autem ita esse demonstratiue sic habeto. ¶ Sint numeri partes propositas denominantes. a. b. c. d. uolumus inuenire minimum numerum qui habeat partem denominatam ab. a. ita q. illa pars habeat partem denominatam ab. b. ¶ illa aliam denominatam a. c. sed ¶ hec aliam dictam a. d. ¶ Ducatur itaq. d. in. c. ¶ proueniat. e. ¶ e. in. b. ¶ proueniat. f. ¶ quorq. ducatur in. a. ¶ proueniat. g. quem dico esse quem inquirimus. ¶ Cum enim ipse. g. proueniat etiam ex. a. in. f. per. 17. erit. f. pars. g. dicta ab. a. At quia. f. prouenit per eandem ex. b. in. e. erit. e. pars. f. dicta ab. b. sed ¶ propter hoc erit. d. pars. c. dicta a. c. ¶ quia unitas est pars. d. dicta ab ipso



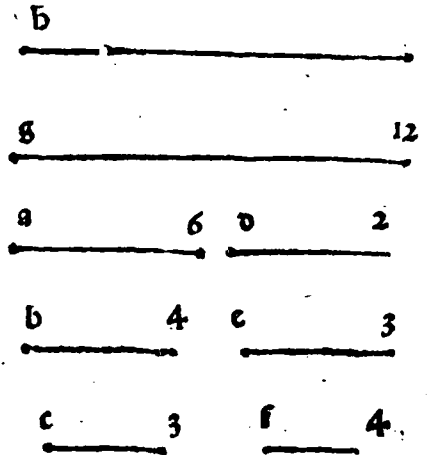
I



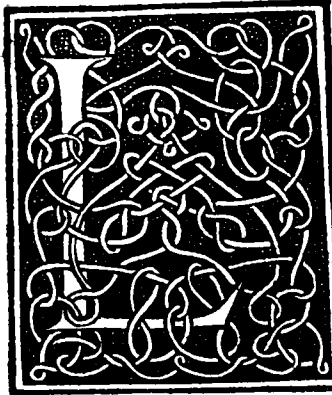
d. patet. g. habere partes ut proponitur. ¶ Si ergo non fuerit minimus sit. b. sitq. k. pars eius dicta ab. a. ¶ l. pars. k. dicta a. b. ¶ m. pars. l. dicta a. c. n. quoq. pars. m. dicta. a. d. ¶ Eritq. p. 18. ¶ 14. g. ad. f. ut. h. ad. k. ¶ f. ad. e. ut. k. ad. l. ¶ c. ad. d. ut. l. ad. m. sed ¶ d. ad unitatem ut. m. ad. n. ¶ Ergo per. 15. erit in proportionem equalitatis. g. ad unitatem ut. h. ad. n. ergo permutatum erit. g. ad. h. ut unitas ad. n. ¶ Quare cum. h. sit minor g. erit. n. minor unitate. sequitur igitur impossibile partem numeri minorem esse unitate. ¶ Erit itaq. g. minimus habens partes ut proponitur. Quo inueniatur si cura fuerit hęc scdm aut quotūque libet p minimi multiplices ut prius dñ est sumēdi erūt hec aut. 39. pponitur in alio fm hunc modum.

¶ Propositis partibus quotūque libet minimū numerum eas continentium inuenire.

¶ Ut si partes propoſite ſint. a. b. c. ſintq. eas denominantes. d. e. f. ¶ ſumatur minimus quem numerant. d. e. f. qui ſit. g. hunc dico eſſe quem querimus. ¶ Erit enim in eo propoſite partes per. 37. ¶ Qui ſi nō fuerit minimus eas continens ſit ergo. h. quem numerabunt. d. e. f. per. 38. igitur nō erit. g. minimus numeratus ab eis quod eſt incōueniēs quia erat. ¶ Intellico uero partes. a. b. c. indeterminate poni ¶ nō ſub quantitate certa: aliter enim nō eſt neceſſarium ut minimus numerus quem numerāt. d. e. f. eſſet minimus continens partes ppoſitas. ¶ Plurimas enim cōtingit partes reperire quas numerus numeratus ab eaz denominatoriſ non continet. ¶ Verbi gratia. Tres numeri q ſunt. 10. 90. ¶ 2. ſunt eiſdē numeri partes. primus quidē tertia. ſcđus uero q̄rta. ¶ tertius quinta: nec tñ minimus quem numerāt denoiatores eoz qui ē. 60. partes iſtas cōtinet. ¶ In ſtandū igitur eſt ſi partes ſub certa quantitate ponant prime cōſequentie huius demonstrationis. ¶ Nō enim ſequitur ut arguit p. 37. ſi ternarius hūc numerat ergo hic numerus poſitus eſt eiſ tertia. ¶ Sed ergo hēt tertiam. ¶ Quapp̄ idem eſt qđ pponitur fm utrūq. modum: ſed fm primū cōuenientius uidet qđ intenditur pponi. ¶ Attēdere aut oportet qđ cū oīs p̄s habeat q̄ntatē in ea cōtingit ponere quotlibet ¶ quaslibet partes fm quantitatē: ¶ inquirere q̄s minimus eas cōtinet ¶ ſub quibus denominationibus. ¶ Minimū aut eas cōtinetē cōſtat eē minimū numeratū ab eis. ¶ Scđum quos uero numerant ſunt qui illos in illo denoiant. ¶ Cōtingit itēz ponere quotlibet ¶ quaslibet denominationes: ¶ inquirere in quo minimo hee denominationes repiuntur ¶ fm quas q̄ntates. ¶ Minimū quoq. cōſtat eē minimū numeratū ab illis. ¶ Scđū quos uero numerant ſunt qui q̄ntates determinant. ¶ Vtrobīq. aut idcirco inquiri mini muſt quia inſiniti ſunt hinc quidē qui has partes cōtinent. Inde uero in quibus hee denoiationes repiuntur. ¶ Cōtingit rurfus ponere quotlibet partes ¶ totidē denoiationes. Vel quotlibet denoiationes ¶ totidem partes. ¶ Nō aut quaslibet cū quibuſlibet: ſed certas cū certis. ¶ Si enim ponam partes tres quatuor quinq. ¶ denoiationes eaz. 6. 7. 8. ¶ inquiram quis nūerus cōtinet has partes ſub iſtis denoiationibus ſimilis ero inquisitori uano q̄renti impoſſibile. ¶ Certas igitur conuenit ponere partes cū denoiationibus certis ¶ nō ut cōtingit ¶ inquirere quis numerus poſitus partes ſub poſitis denominationibus continet nō aut quos. ¶ Minimus unicus enim eſt nam ſue ppoſita fuerit una pars ¶ una denoiatio ſue plures ¶ plures: non erit ſumere plures numeros quod ppoſitū erit continētes. Solus enī eſt cuius ternarius eſt quinta nō plures. Solus quoq. cuius ternarius octauas ¶ ſenarius quarta non plures. ¶ Ideoq. pponentem partes ¶ denoiationes ipſarū in toto non eſt querere quis minimus continet has partes ſub iſtis denoiationibus: ſed quis unus cōtinet. ¶ Proponētē aut partes tñ. Cōtingit querere quis minimus eas continet ¶ a quibus in eo denoiantur. ¶ Solas quoq. pponentē denoiationes conuenit querere q̄ partes ab illis dicte ¶ in quo minimo repiunt. Conueniētius aut n̄r partes p denoiationes inquirere: q̄ denoiationes p partes: diuerſitatē quidē denoiationū nō partiū comitatur pportionū diuerſitas. Explicit liber ſeptimus.



Liber octauus Euclidis de numeris similibus ac eorum ad instar continue quantitatis denominationibus et ipsorum ad inuicem proportionibus ex optima Campani interpretatione Magistro Luca pacio de Burgo Sancti Sepulcri Ordinis Dinorum Castigatore diligentissimo. Incipit.



Atera numerorum dicuntur quorum multiplicatione numeri producantur. 1. **S**upficialis appellatur numerus qui ex duobus lateribus continetur. 2. **S**olidus vero qui sub tribus ex quorum continua multiplicatione habet procreari. 3. **Q**uadratus est numerus supficialis equalibus lateribus consistens. 4. **C**ubus est solidus equalibus consistens lateribus. 5. **S**imiles dicuntur numeri si per ficiales siue solidi quorum la

tera sunt proportionalia.

Propositio. 1.



In numeris quotlibet continue proportionalitatis duo extremi fuerint contra se primos oēs secuti dum suam proportionem minimos esse necesse est. **S**int continue proportionales. a. b. c. duoque extremi qui sunt a. c. sunt contra se primi. dico quod in eadem proportionem non reperientur totidem minores. Si autem contingit sint. d. e. f. eritque per 15. septimi. a. ad c. sicut. d. ad f. quia a. c. sunt minimi in sua proportionem. 23. eiusdem sequitur p. 21. ut a. numeret. d. e. c. f. maiores. 5. minores quod esse non potest.

Propositio. 2.



Emeros quotlibet continue proportionalitatis secundum proportionem datam minimos inuenire. unde manifestum erit quod si fuerint tres numeri in continue proportionalitatis secundum eam minimi duo extremi erunt quadrati. quod si fuerint quatuor erunt extremi cubi.

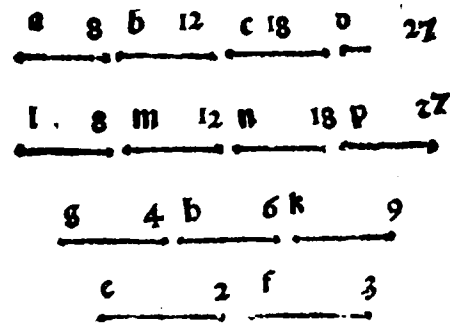
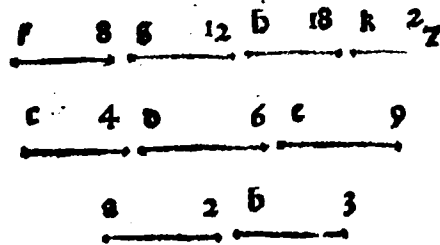
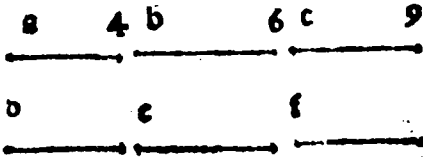
Sint datae proportionis minimi. a. b. ducaturque a. in se fiat. c. e. in. b. fiat. d. b. quoque in. e. f. pueniat. e. eruntque. c. d. e. continue proportionales in proportione a. ad b. p. 18. f. 19. septimi: quia. c. e. f. sunt contra se primi p. 28. eiusdem erunt. c. d. e. secundum datam proportionem minimi p. premisam. Ducatur iterum. a. in oēs illos. f. pueniat. f. g. b. e. b. in. c. f. pueniat. k. erunt et. f. g. h. k. continue proportionales in proportione a. ad b. p. 18. f. 19. septimi: minimi quoque. p. 28. eiusdem secundum premisam hac uia ratione ne inueniunt. 5. uel. 6. uel quotlibet.

Propositio. 3.



In numeri quotlibet continue proportionales secundum suam proportionem fuerint minimi: duos eorum extremos se primos esse necessario comprobatur.

Hec tertia est conuersa prime. Sint. n. a. b. c. d. continue proportionales secundum suam proportionem minimi. dico quod a. b. c. d. extremi erunt ad inuicem primi. **M**imi. n. in proportione a. ad b. sint. e. f. f. eruntque. p. 21. septimi contra se primi per hos ergo duos secundum doctrinam primis inueniant totidem continue proportionales et minimi quot sunt numeri propositi. **P**rimo quidem tres qui sunt. g. h. k. deinde quatuor qui sunt. l. m. n. p. ad hunc modum continue per additionem unius quousque fiat tot quot sunt numeri propositi ut sunt hic. l. m. n. p. sequitur ergo. l. m. n. p. equales esse a. b. c. d. eo quod in eadem proportione sunt utrinque minimi. **E**t quia. l. e. p. sunt contra se primi p. 28. septimi erunt quoque. a. b. d. illis equales contra se pri



mit quod est propositum.

Propositio 4.



Similitudinem assignatarum proportionum in minimis numeris fm ipsas proportionales continuatim proportionalibus inuenire.

¶ Assignate pportiones in minimis terminis inueniantur ut docet 34. septimi. Sintq; pma inter. a. f. b. scda inter. c. f. d. tertia inter. e. f. f. sic quoq; de pluribus si fuerint plures. uo

lo has pportiones in quatuor minimis numeris cotinuare. Sumo ergo. g. minimum quem numerat. b. f. c. f. quotiens. b. numerat ipsum. g. toties a. numerat. b. d. quoq; totiens numeret. k. quoties. c. g. itaq; si. e. numerat. k. fit ut. f. toties numeret. l. erunt. b. g. k. l. quos qrimus. ¶ Coflat. n. p. 18. septimi q; fit. h. ad. g. sicut. a. ad. b. f. g. ad. k. sicut. c. ad. d. at. k. ad. l. sicut. e. ad. f. ¶ Minimi quoq; na si alii sint minimi ut. n. p. m. q. oportebit p. x. septimi bis assumpta ut uterq; duor. b. f. c. numeret. p. qre f. g. numerabit eundem. p. correl. 35. sep. quod est inconueniens. ¶ Sunt igr. h. g. k. l. minimi. ¶ At uero si. e. non numerat. k. fit. m. minimus numeratus ab eis. s. e. f. k. quem. m. quotiens numerat. k. totiens. h. numeret. n. f. g. totiens. p. erunt. per. 18. septimi. n. p. m. in pportione. h. g. k. quare. n. ad. p. ut. a. ad. b. f. p. ad. m. ut. c. ad. d. sed quotiens. e. numerat. m. totiens. f. numeret. q. f. erit p. eandem. m. ad. q. sicut. e. ad. f. ¶ Manifestum est igitur q; assignate pportiones cotinuare sint in quatuor numeris qui sint. n. p. m. q. ¶ Qui si no fuerint minimi. sint si possibile est alii qui sint. r. s. t. x. quia itaq; per. 21. septimi bis assumptam uterq; duor. numerorum. b. f. c. numerat. s. sequitur p. correl. 35. sep. ut. g. numeret eundem quare et. k. numerabit. t. at q; p. x. septimi. e. numerat eundem. t. no erit. m. minimus quem numerant. k. f. c. hac rōe q; nā illis f. quotibet alias sine oī offendiculo cotinuare poteris.

Propositio 5.



Annum duorum numerorum compositorum p portio vnus ad alterum est ex laterum suorum p ducta proportionibus.

¶ Quod proponit. 24. sexti de superficiebus equidistantium laterum proponit hec de numeris compositis. Sint duo numeri copositi. a. b. latera. a. sint. c. f. d. latera. b. sint e. f. f. dico itaq; q; proportio. a. ad. b. constat ex ea que est. c. ad. e. f. ea que est d. ad. f. ¶ Sit enim ut ex. d. in. e. fiat. g. quia ergo ex. d. in. c. fit. a. f. ex f. in. e. fit. b. per. conuersionem diffinitionis laterum erit per. 18. septimi. a. ad. g. sicut. c. ad. e. f. per. 19. eiusdem. g. ad. b. sicut. d. ad. f. quare per diffinitionem proportio. a. ad. b. composita est ex ea que est. c. ad. e. f. ea que est d. ad. f. quod est propositum. ¶ Nec est necessarium ut continuemus proportionem laterum uidelicet eam que est. c. ad. e. f. eam que est. d. ad. f. in minimis numeris repertis fm doctrinam precedentis ut docent quidam hoc enim est propositio preter necessarium. ¶ Arguunt enim posito q; illi minimi sint. h. k. l. itaq; fit. h. ad. k. sicut. c. ad. e. f. k. ad. l. sicut. d. ad. f. proportionem. h. ad. l. esse compositam ex compositorum laterum pportionibus. ¶ Sumptoq; g. fieri ex. d. in. e. arguunt. a. ad. g. ut. h. ad. k. quia ut. c. ad. e. f. g. ad. b. ut. k. ad. l. quia ut. d. ad. f. ideoq; fm equam propo. f. a. ad. b. ut. h. ad. l. concludunt igitur. a. ad. b. componi ex quibus. h. f. l. uer. quidem sed non necessario assumpto.

Propositio 6.



3 numerorum quotlibet continue proportionalium primus secundum non numeret: nullus eorum numerabit ultimum.

¶ Sint. a. b. c. d. e. continue proportionales. dico q; si. a. non numeret. b. nullus eorum numerabit. e. Manifestum aut est q; si ipsum numeret oēs numerabūt. e. f. simpliciter

t n 30 b 6 a 3

8 p 20 g 4 b 2

t m 15 k 3 c 4

f q 12 l 5 d 3

e 3

f 5

c 3

b 8 12

d 12

k 6 8

c 2

l b 18

f 9

a 3

b 6

c 12 f 4

d 24 g 6

e 48 d 9

quilibet precedenti quilibet sequenti. ¶ Si autem nō numerat ipm pate-
q. d. non numerabit. e. nec simpliciter aliquis eorum proximo sequentem
quia sunt positi continue pportionales. ¶ Sed q. nullus alius ut. c. nume-
ret ipsum sic constat. ¶ Sumantur fm doctrinam secūde huius totidem
minimi continue pportionales in pportione eadē quot sunt ipse. c. ¶ oēs
sequentes qui sunt. f. g. h. eruntq. p. 3. huius. f. g. h. contra se primi: ¶ quia p
equam pportionalitatem. c. ad. e. ut. f. ad. h. cum. f. non numeret. h. nec. c.
numerabit. e. eodē mō nec aliq. alioz: quare liquet qd ppositum est.

Propositio .7.



¶ Si numerorum continue proportionalium primus
ultimū numeret: idem ipse 2 secundū numerabit.
¶ Sint qui prius continue pportionales. dico si. a. nume-
rat. e. ipse numerabit. b. alioquin ex premissa nō numera-
ret. e. quod est contrarium ¶ impossibile. Non solum autē
numerabit. b. sed ¶ oēs ¶ quisq. eoz quilibet ipm sequēte.

Propositio .8.



¶ Inter duos numeros numeri quotlibet in conti-
nua proportionalitate ceciderint: totides inter om-
nes duos in eadē pportione relatos cadere ne-
cesse est.

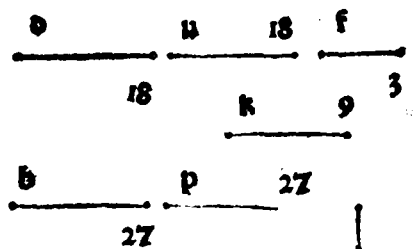
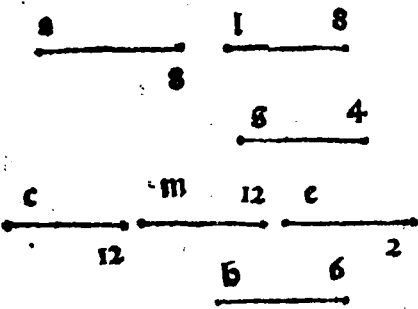
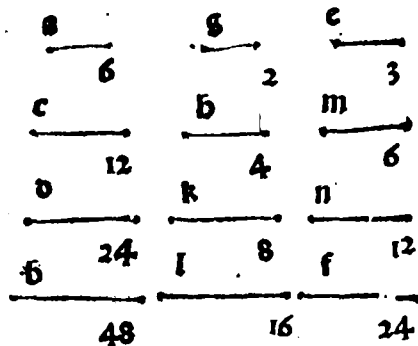
Sint. a. f. b. inter quos cadunt. c. f. d. in cōtinua pportioē
habentes se in pportione. e. ad. f. dico q. totidē cadūt inter
e. f. f. in eadem pportione quot inter. a. f. b. Sint enim. g. b. k. l. totidē
minimi quot sunt. a. f. b. ¶ qui inter eos cadunt sumpti: quēadmodū do-
cet secunda huius cōtinue pportionales in eadē pportione: eruntq. p. 3. g.
f. l. cōtra se primi: ¶ per equā ppor. erit. g. ad. l. sicut. a. ad. b. ideoq. ¶ sicut
e. ad. f. ¶ quia ipsi sunt in sua pportione minimi per. 11. septimi: sequitur
per. 11. eiusdē ut. g. numeret. e. f. l. f. equaliter: toties igit numeret. h. m. ¶
k. n. positisq. m. ¶ n. inter. e. f. f. constat per. 18. septimi. e. m. n. f. ¶ cōti-
nue pportionales: quēadmodum sunt. g. b. k. l. ¶ ideo quēadmodum. a.
c. d. b. quare patet quod dictū est. ¶ Ex hac constat nullā suplicularem
posse per equalia diuidi: si enim hoc eēt oporteret inter duos numeros
sola unitate distātes numerum cadere mediū quod eē non potest: ideoq.
tonus in musica quē sexquioctaua cōtinēt pportio 1 duo uera semitonium
diuidi non pōt: sed necessario diuiditur in minus semitonium ¶ mains.

Propositio .9.



¶ Inter duos numeros contra se primos numeri
quotlibet continua proportionalitate ceciderint: in-
ter utrumq. eorum 2 unitatem totidem continua
proportionalitate cadere necesse est.

¶ Sint. a. f. b. cōtra se primi. inter quos cadat in cōtinua
ppor. c. f. d. dico q. totidē erunt continue pportionales in
ter. a. f. unitatē: itēq. totidē inter. b. f. unitatē. Sint enim in illa ppor-
tione minimi. e. f. f. sumpti ut docet. 34. septimi: ex quibus sumant tres
continue proportionales ¶ minimi in eorum pportione: put docet secū-
da huius qui sunt. g. b. k. deinde quatuor qui sunt. l. m. n. p. ¶ hoc totiens si
at usquequo sic sumpti fiant totidem quot sunt numeri propositi: ut sunt
hic. l. m. n. p. Constat itaq. cum sunt. a. c. d. b. in sua pportione minimi p
primam huius: suntq. l. m. n. p. totidem ¶ minimi in eadem. Non sit autē
possibile eē aliquid minus minimo q. numeri. l. m. n. p. equales erūt nu-
meris. a. c. d. b. quisq. suo relatiuo ¶ igitur. l. equalis. a. f. p. b. Manifestum
autem ex secunda huius q. ex. f. in se sit. k. ¶ ex eodem in. k. p. per diffini-
tionē igitur eius quod est multiplicari: erit. f. in. k. k. quoq. in. p. quoties
unitas est in. f. itaq. unitas. f. k. p. sunt continue proportionales. Similiter
autem ¶ unitas. e. g. l. sumptis ergo. a. f. b. loco. l. ¶ p. sibi equalium erunt
inter. a. f. unitatem. g. f. e. ¶ inter. b. f. unitatem. k. f. f. continue propor-
tionales totidem quot sunt inter. a. f. b. quod est ppositum.



Propositio .10.



Sinter vtrunq; eorum & unitatem quotlibet numeri continua proportionalitate ceciderint ambo bus numeris totidem continua proportionalitate interesse necesse est.

Sint duo numeri. a. f. b. sintq; c. f. d. inter. a. f. unitatem. e. quoq; f. f. inter. b. f. unitatem continue proportionales. dico totidem esse inter. a. f. b. continue proportionales: hec est conuersa prioris excepto q; ad subiectum premise appositum erat. a. f. b. esse contra se primos quod non apponitur hic ad passionem: qua propter unitatior est passio huius subiecto illius. ¶ Quia igitur quotiens unitas in. d. totiens est. d. in c. f. totiens. c. in. a. constat quod ex. d. in. f. sit. c. f. ex eodem. d. in. c. a. Similiter quoq; ex. f. in. f. f. in. c. f. ient. c. f. b. ¶ Ducat itaq; d. in. f. f. productus sit. g. itemq; idem. d. ducatur. in. g. f. e. f. sint producti. b. f. k. Constat igitur ex. 18. septimi q; c. ad. g. vt. d. ad. f. f. ex. 19. q; g. ad. e. vt. d. ad. f. quare. c. g. e. sint continue proportionales in proportionem. d. ad. f. item per. 18. iterum sunt. a. ad. b. sicut. c. ad. g. f. h. ad. k. sicut g. ad. e. f. per. 19. k. ad. b. sicut. d. ad. f. igitur. sunt. a. b. k. b. continue proportionales: quare constat propositum.

Propositio .11.



S fuerintambo quadrati erit proportio vnus ad alterum tanq; suilateralis ad latus illius proportio duplicata. Si vero ambo fuerint cubi: erit proportio alterius ad alterum tanq; suilateralis ad latus alterius proportio triplicata.

Sint duo quadrati. a. f. b. f. duo cubi. c. f. d. latera t; quadratorum q; eorum sint. e. quidem. a. f. c. f. vero. b. f. d. dico q; p; portio. a. ad. b. erit sicut. e. ad. f. duplicata. c. vero ad. d. sicut eadem triplicata. Manifestum enim est q; ex. e. in. f. fit. a. f. ex ipso. c. in. a. c. sic quoq; ex. f. in. f. fit. b. f. ex ipso in. b. d. ducatur igitur. e. in. f. f. prouenit. g. f. in. g. f. b. f. proueniant. h. f. k. eritq; per. 18. septimi. a. ad. g. sicut. e. ad. f. f. p; 19. g. ad. b. sicut. e. ad. f. igitur ex diffinitione. a. ad. b. sicut. e. ad. f. duplicata quod est primum. ¶ Secundum eodem modo constat. sunt enim p; 18. iterum. c. ad. b. sicut. a. ad. g. f. h. ad. k. sicut. g. ad. b. f. per. 19. k. ad. d. sicut. e. ad. f. quare. c. h. k. d. sunt etiam continue proportionales in proportionem. e. ad. f. per diffinitionem igitur erit. c. ad. d. sicut. e. ad. f. triplicata: quod est secundum.

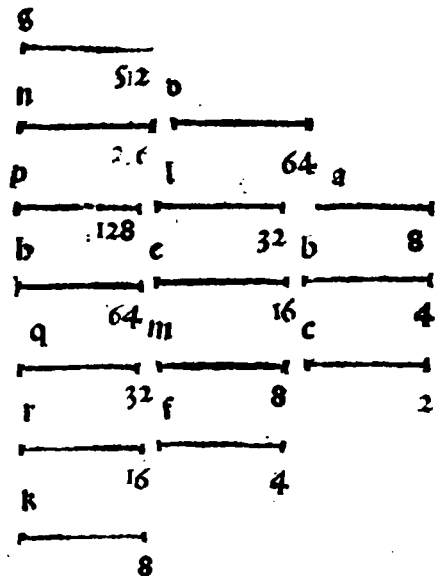
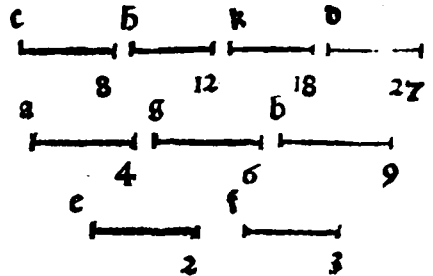
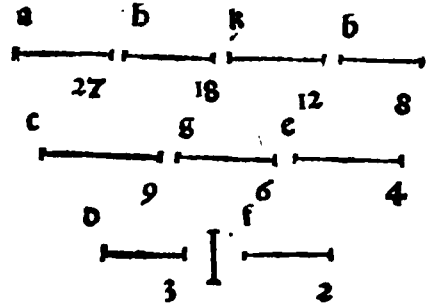
Propositio .12.

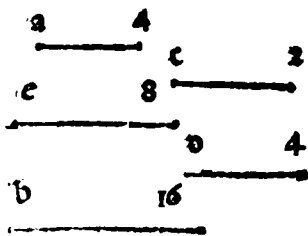


S numerorum continue proportionalitatis quisq; in seipsum ducatur: qui inde producentur sub continua proportionalitate esse. Quod si item in ipsos productos principia sua ducantur inde quoq; productos continue proportionalitatis esse necesse est. idemq; in omnibus hoc modo productis extre-

mitantibus.

Sint. a. b. c. continue proportionales quorum quisq; in se ducatur f; proueniant ex. a. quidem. d. ex. b. vero. e. f. ex. c. f. dico q; d. e. f. sunt continue proportionales: q; si item. a. ducatur in. d. f. proueniat. g. b. quoq; in. e. f. proueniat. h. f. c. in. f. proueniat. k. dico etiam q; g. h. k. erunt continue proportionales. ¶ Sit enim ex. a. in. b. l. f. ex. c. in. eundem. m. eruntq; p; 18. f. 19. septimi. d. l. e. m. f. continue p; portioales in p; portione. a. b. c. itaq; equam proportionalitatem argue. d. ad. e. sicut. e. ad. f. quod est primum. ¶ R eliquum sic ducatur. a. in. l. f. e. f. proueniat. n. f. p. c. quoq; ducatur in. e. f. m. f. proueniant. q. f. r. eruntq; per eadem. g. n. p. h. q. r. k. continue quoq; proportionales in proportionem primorum: per equam igitur proportionalitatem concludere. g. ad. h. sicut. h. ad. k. quod est reliquum. Eadem erit ratio quotienscumq; primi in productos ducantur.





Propositio .13.



Quis quadratus numerus alium quadratus numeret: latus quoque suum latus illius numeret. Si vero latus suum latus illius numeret: quadratus numerat quadratum.

Sint duo numeri. a. b. quadrati: latera quoque. c. d. dico quod si a. numerat. b. quoque numerabit. d. et conuerso. **C**onstat enim quod ex. c. in se fit. a. ex. d. quoque in se. b. fiat igitur. e. ex. c. in. d. eruntque per. 18. et 19. septimi. a. c. b. continue proportionales in proportione. c. ad. d. Si igitur a. numerat. b. idem ipse per. 7. huius numerabit. e. quare. e. c. d. quod est primum. **C**onuersa sic patet. si. c. numerat. d. a. numerabit. e. propter id quod proportio. a. ad. e. sicut. c. ad. d. et si numerat. e. ipse numerabit. b. propter hoc quod sunt continue proportionales.

Propositio .14.



Cubus alium cubum numeret: latus quoque suus latus alterius numerabit. Si vero latus suus latus alterius numeret: cubus numerabit cubum.

Sint duo numeri. a. b. cubi latera quoque. c. d. dico quod si a. numerat. b. quoque numerabit. d. et conuerso. **P**ropter uocem. r. primi. c. in se. e. fiat e. d. quoque in se. f. fiat. f. c. fiat igitur quod ex. c. in. e. fit. a. et ex. d. in. f. b. fiat itaque. g. ex. c. i. d. eruntque per. 18. et 19. septimi. e. g. f. continue proportionales in proportione. c. ad. d. et d. ad. f. b. et h. pueniant ex. c. in. g. et f. **P**er easdem igitur erunt. a. b. k. b. continue quoque proportionales in eadem proportione. **I**taque si a. numerat. b. idem ipse per. 7. huius numerabit. h. quare. e. c. d. est n. c. ad. d. sicut. a. ad. b. constat igitur prima pars. **C**onuersa patet. sicut conuersa prioris. Nam si. c. numerat. d. a. quoque numerabit. h. quem si numerat necesse est ut numeret. b.

Propositio .15.



In numerus quadratus quendam alium quadratum non numeret: nec latus suum latus illius numerabit. Si vero latus suum latus illius non numeret: quadratus is quadratum illud non numerare ex necessitate conuincitur.

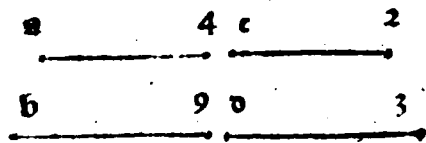
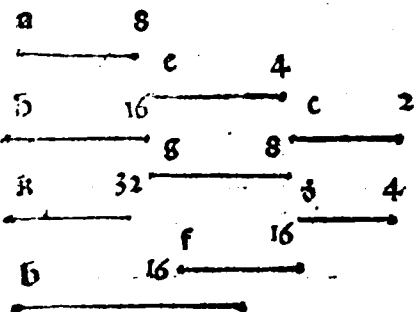
Hec. 15. proponit negationes conuerti que affirmatio nibus quas. 13. huius conuerti proposuit opponuntur: ut si sint duo numeri quadrati. a. b. quorum latera. c. d. si a. non numerat. b. c. quoque non numerabit. d. conuerso etiam si. c. non numerat. d. nec a. b. **S**it enim primo ut. a. non numeret. b. si itaque. c. numerat. d. per secundam partem. 13. huius. e. a. numerabit. b. quod est contrarium positioni: sic patet primum. **S**ecundum quoque sicut sit. c. non numeret. d. itaque si. a. numeret. b. per primam partem. 13. necesse est ut. c. numeret. d. necesse est igitur ut numeret ipsum cum non numerat ipsum: quod est impossibile. **Q**uemadmodum autem necesse est conuerti negationes oppositas affirmationibus quas. 13. demonstrauit conuerti: sic quoque necesse est eas negationes que opponuntur illis affirmationibus quas premissa conuerti demonstrauit conuerti: unde si cubus non numerat cubum nec latus eius numerabit latus illius e converso quoque si latus unius non numerat latus alterius: nec ipse cubus numerabit alterum cubum: demonstratur autem hoc per premissam a destructione consequentis: sicut quod propositum est per. 13. ideoque hoc auctor non proposuit: sed per id quod propositum est ipsum dedit intelligi.

Propositio .16.



Duo numeri superficiales fuerint similes: necesse est tertium numerum finem proportionalitatem continuam eis interesse: cuius proportio unius numeri ad alterum sibi similes velut unius lateris sui ad latus alterius se respiciens proportio duplicata.

Sint duo numeri. a. b. superficiales et similes: dico



¶ inter ipsos cadet unus numerus in continua pportione: latera enim. a. sunt. c. f. d. b. uero latera sunt. e. f. g. eruntq. ex conuersione diffinitionis numerorum similium. c. ad. e. sicut. d. ad. f. constat aut q. ex. c. in. d. fiat. a. f. ex. e. in. f. b. fiat itaq. g. ex. e. in. d. eritq. per. 19. septimi. a. ad. g. sicut. c. ad. e. f. per. 18. eiusdē. g. ad. b. sicut. d. ad. f. quare. a. ad. g. sicut. g. ad. b. est itaq. g. continua pportionalitate medius inter. a. f. b. quod est propositum. ¶ Correl. autem patet cum sit. a. ab. b. per diffinitionem: sicut. a. ad. g. duplicata: que eadem est illi que est. c. ad. e.

Propositio .17.



¶ Si in continuam pportionalitatem tertius numerus duobus numeris inter sit: illi duo numeri superficiales sunt: & similes.

¶ Hec est conuersa premisse: ut si inter. a. f. b. sit. c. si b. continua pportionalitate constitutus. a. f. b. erunt si pportionaliter f. similes. ¶ Sint enim. d. e. e. minimi in pportione qua continuantur. a. c. b. qui per. 21. septimi numerabunt. a. f. c. equaliter sitq. ut fm. f. f. per eandem. c. b. equaliter: f. sit ut fm. g. erunt igitur per diffinitionem. a. f. b. superficiales: f. erunt etiam per diffinitionem. d. f. f. latera numeri. a. e. quoq. f. g. latera numeri. b. ¶ Quod autem ipsi sint similes sic habeto. ¶ Cum enim ex. d. in. g. sit. c. f. ex. e. in. f. sit idem. c. erit per secundam partem. 10. septimi. d. ad. e. sicut. f. ad. g. per diffinitionem igitur. a. f. b. sunt similes: quod est propositum. ¶ Hoc autem ultimum quod est. a. f. b. esse similes: potest etiam haberi per. 19. f. 18. septimi: f. per has hypothe. g. a. c. b. sunt continue pportionales in pportione. d. ad. e. in numerorum numerantium. a. f. c. fm. f. f. c. f. b. fm. g.

Propositio .18.



¶ Si fuerint duo numeri solidi similes: necesse ē eis duos numeros fm continuam pportionalitatem interesse: eritq. pportio unus si ludi ad alter. f. bi simile. velut cuiuslibet sui lateris ad latius alterius respiciens se pportionaliter pportio triplicata.

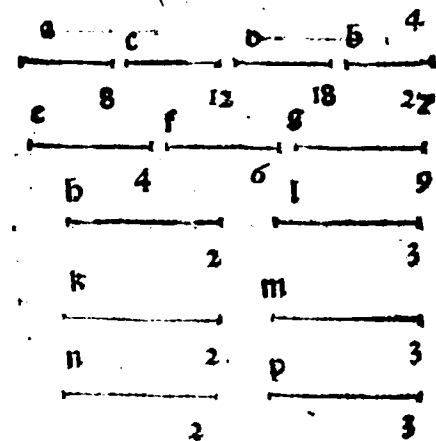
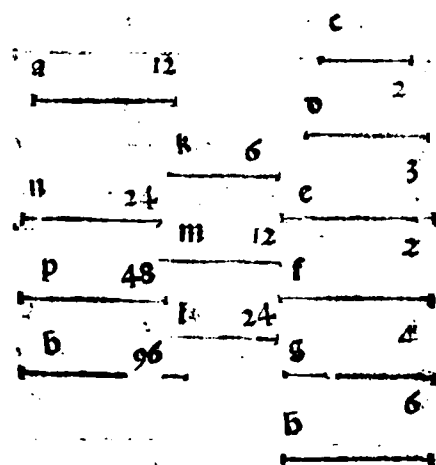
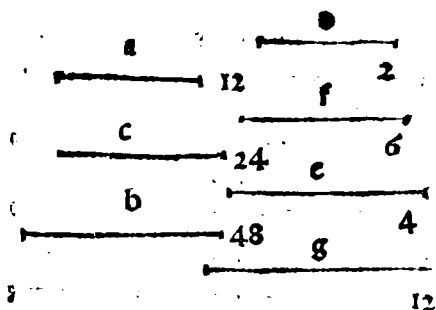
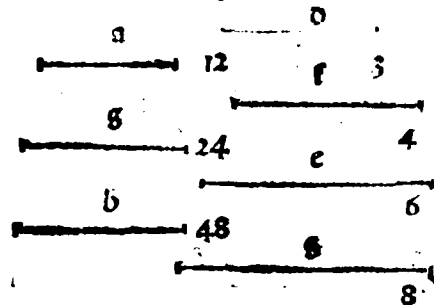
¶ Sint duo numeri. a. f. b. solidi similes dico q. inter ipsos cadent duo numeri in continua pportione. Sint enim latera numeri. a. c. d. e. latera uero. b. sint. f. g. h. eruntq. ex conuersione diffinitionis numerorum similium. c. ad. f. d. ad. g. sicut. e. ad. h. Sit igitur ex. c. in. d. k. f. ex. f. in. g. l. eruntq. ex diffinitione. k. f. l. superficiales f. similes. quare p. 16. huius unus numerus cadet inter eos medius fm pportionem. c. ad. f. qui sit. m. Manifestum autem est q. ex. e. in. k. sit. a. f. ex. h. in. l. b. si igitur ex. e. in. m. f. l. fiant. n. f. p. erunt per. 18. septimi. a. ad. n. sicut. k. ad. m. f. n. ad. p. sicut. m. ad. l. quare. a. n. p. sunt continue pportionales in pportione. c. ad. f. ¶ Et quia per. 19. eiusdem. p. ad. b. sicut. e. ad. h. f. ideo sicut. c. ad. f. sequitur ut quatuor numeri. a. n. p. b. sint continue pportionales fm pportionem. c. ad. f. ¶ Sunt itaq. inter. a. f. b. duo numeri. n. f. p. medii in continua pportionalitate suorum laterum interpositi: quod est propositum. ¶ Correl. autem patet cum pportio. a. ad. b. sit per diffinitionem sicut. a. ad. n. triplicata que est eadem illi que est. c. ad. f.

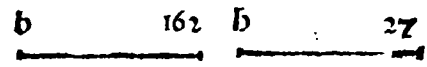
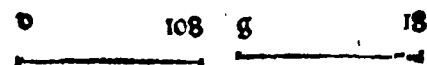
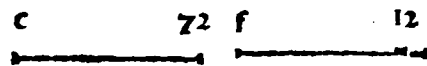
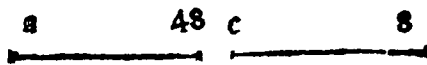
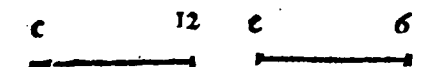
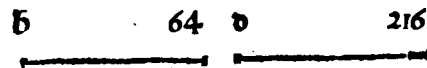
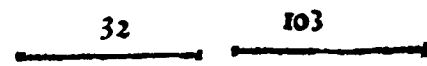
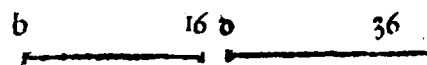
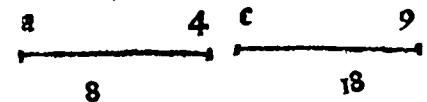
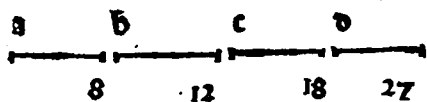
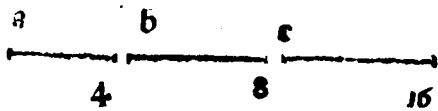
Propositio .19.



¶ Si eis fm continuam pportionalitatem duo numeri interiacet quilibet duo numeri solidi sunt atq. similes.

¶ Hec est conuersa premisse: ut si inter. a. f. b. sint duo numeri. c. f. d. medii in continua pportione: erunt. a. f. b. solidi f. similes. ¶ Sumatur enī tres minimi in eadē pportione continue pportionales q. sint. e. f. g. eruntq. p. 17. e. f. g. si pportionaliter f. similes. ¶ Sint ergo. h. f. k. latera. e. at. l. f. m. latera. g. eruntq. p. cor. 16. huius. e. ad. f. sicut. h. ad. l. aut sicut. k. ad. m. manifestū aut est ex tertia q. e. f. g. sunt cōtra se primi: ideoq. p. 23. septimi in sua pportione minimi: f. quia p. equā pportionalitatem sunt. a. ad. d. f. c. ad. b. sicut. e. ad. g.





sequitur per. 21. septimius ipsi numerent. a. f. d. equaliter quod sit fm. n. f. item. c. f. b. equaliter qd sit fm. p. Quia igitur ex. b. in. k. fit. e. f. ex. e. in. n. fit. a. sequitur p. diffinitionem ut. a. sit solidus eiusq. latera. b. k. n. simili ter quia ex. l. in. m. fit. g. f. ex. g. in. p. b. sequitur et ut. b. sit solidus f. eius la tera. l. m. p. ¶ Ipsos aut. esse similes sic constabit cum ex. g. in. n. fiat. d. f. ex eodē i. p. b. erit p. 18. septimi. n. ad. p. sicut. d. ad. b. f. quia sic erat. h. ad. l. f. k. ad. m. p. diffinitionē manifestū est. a. f. b. eē similes: qd ē ppositum.

Propositio .20.



S triū numeroꝝ continue pportionalius primus fuerit quadratus tertiu quoq. quadratum eē.

¶ Sint tres numeri continue pportionales. a. b. c. sitq. a. quadratus dico q. c. est etiam quadratus.

Propositio .21.



Quatuor numeroꝝ continue pportionalium. primus fuerit cubus: quartus cubum eē necesse ē.

¶ Sint qtuor numeri cōtinue pportionales. a. b. c. d. sit q. a. cubus: dico q. d. est et cubus. ¶ Cōstat enim p. 19. q. a. f. d. sunt solidi similes: f. quia. a. est cubus p. ypothe. erit etiam. d. cubus.

Propositio .22.



S duorum numeroꝝ quozum proportio sicut q. drati ad quadratum fuerit vnus quadratus: alte rum quoq. quadratum eē.

¶ Sint duo numeri. a. f. b. in pportione duorū quadra torū qui sint. c. f. d. sitq. a. uel. b. quadratus: dico reliquū eē quadratū. Cum enim. c. f. d. sint quadrati sequitur eos eē superficiales similes: ideoq. per. 16. cadet vnus medius inter eos in conti nua pportione: quare p. 8. f. inter. a. f. b. per. 10. igitur constat ppositum.

Propositio .23.



S duorum numeroꝝ quozum proportio ad al terum sit sicut cubi ad cubum alteruter fuerit cu bus ⁊ alterum cubicum eē.

¶ Sint duo numeri. a. f. b. in proportione duorum cu borum qui sint. c. f. d. sitq. a. uel. b. cubus: dico reliquū esse cubum. ¶ Necesse ē enim q. c. f. d. sint solidi similes: quippe oēs cubi sunt similes f. solidi: itaq. per. 18. inter ipsos cadent duo medii in cōtinua proportione totidem igitur per. 8. cadent inter. a. f. b. itaq. per. 21. manifestum est quod dicitur.

Propositio .24.



S interorū superficialium similitū est pportio vni us ad alterum sicut pportio quadrati ad qdratū.

¶ Sint. a. f. b. superficiales similes: dico q. vnus ad alte rum ē proportio sicut quadrati ad quadratum. ¶ Erit. n. per. 16. inter eos vnus numerus medius in continua ppor tione qui sit. c. ¶ Sumptis itaq. tribus minimis in ppor tione eoz: qui sint. d. e. f. erunt p. correl. 2. d. f. f. quadrati: f. quia p. equā p portionalitatem est. a. ad. b. sicut. d. ad. f. constat uerum eē qd pponitur.

Propositio .25.



S triū duoz solidoz similitū est proportio vnus ad alterum sicut alicuius cubi ad aliquem cubū.

¶ Sint. a. f. b. solidi similes: dico q. pportio vnus ad al terum est sicut cubus ad aliquem alium cubū. ¶ Sunt qui dem per. 18. inter eos duo numeri medii fm. continuam proportionem qui sint. c. f. d. in eorum proportioe sint minimi: quatuor. e. f. g. h. quorum. e. f. h. erunt cubi per correlarium secū dei quia igitur per equam proportionalitatem est. a. ad. b. sicut. e. ad. h. li quet ppositum. Explicit liber Octauus.

Liber nonus Euclidis de quinque numerosum precipuis speciebus, et de perfecto habundante ac diminuto secundum Campani optimam translationem. Magistro Luca Paciolo de burgo sancti Sepulchri Ordinis minorum Castigatore optimo Incipit.



Par numerus est qui potest in duo equalia diuidi. 2. **I**mpar numerus est, qui in duo equalia diuidi non potest. additque supra parem unitatem. 3. **P**ariter par est quem cuncti pares cum numerantes paribus vicibus numerant. 4. **P**ariter impar est quem cuncti pares cum numerantes imparibus vicibus numerant. 5. **P**ariter par et impariter est quem pares etiam numerantes quidam paribus quidam imparibus vicibus numerant. 6. **I**mpariter impar quem cuncti impares etiam numerantes imparibus vicibus numerant. 7. **P**erfectus numerus appellatur qui omnibus partibus suis quibus numeratur est equalis. 8. **H**abundans dicitur quod omnibus suis partibus minor est. 9. **D**iminutus vero quod maior.

Castigator.

Diffinitiones istae respectiue sunt parium et imparium. 1. **P**erfectus. 4. 6. 8. 10. et similes. 2. **I**mpar. 3. 5. 7. 9. et similes. 3. **P**ariter. 6. 32. 64. et similes. 4. **P**ariter. 6. 10. 14. 18. 26. 30. 42. 54. et similes. 5. **P**ariter. 12. 24. 36. 48. 60. et similes. 6. **P**ariter. 15. 21. 33. 35. et similes. 7. **P**ariter. 6. 18. 496. et similes. 8. **P**ariter. 14. 36. et similes. 9. **P**ariter. 8. 10. 16. et similes.

Propositio .1.



Si fuerint duo numeri superficiales similes qui ex ductu alterius in alterum producentur numerus quadratum esse necesse est.

Sint. a. et b. superficiales similes ex quorum multiplicatione proueniat. c. dico. c. esse quadratum. fiat enim. d. ex. a. in se. eritque per. 18. septimi. d. ad. c. sicut. a. ad. b. et quia inter. a. et b. cadit unus medius secundum continuam proportionalitatem per. 16. octauum. sequitur per. 8. eiusdem ut unus quoque cadat inter. d. et c. itaque cum d. sit quadratus erit per. 10. eiusdem. c. quoque quadratus quod est propositum.

Propositio .2.

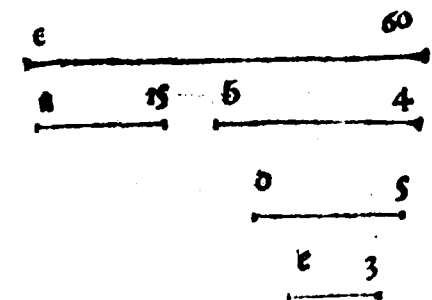
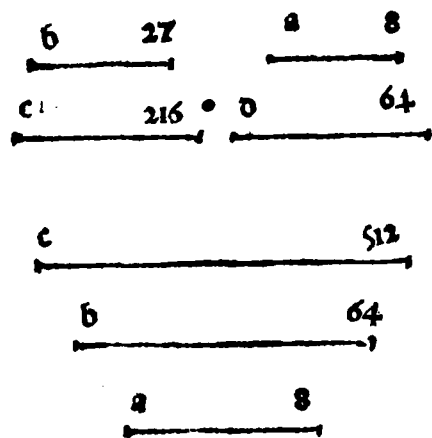
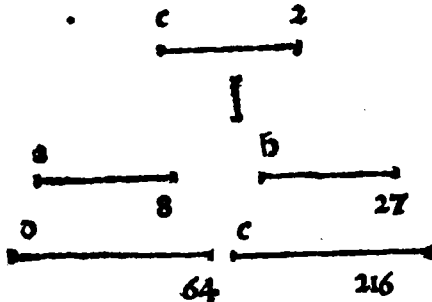
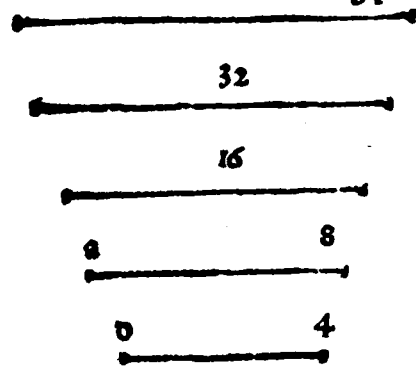


Ter ductu alterius in alterum tetragonus producat. duo quilibet numeri sunt superficiales similes. 1. **E**x his itaque patens est: quia si tetragonus in tetragonum ducatur qui ex eis producat tetragonum esse. 2. **S**i vero ex ductu tetragoni in numerum aliquem tetragonus producat illis numerum aliquem esse tetragonum. 3. **I**temque si ex ductu tetragoni in numerum aliquem non tetragonus producat eum numerum aliquem non tetragonum esse. 4. **S**i vero tetragonus in numerum aliquem non tetragonum ducatur qui inde producat non tetragonum esse necesse est.

Hec est conuersa prioris: ut si ex. a. in. b. fiat. c. fueritque. c. quadratus: erit a. et b. superficiales similes: sit enim. d. ex. a. in se. eritque per. 18. septimi. d. ad

a	24	b
12		
c	288	c
144		576

b	24	a
48		12
c	288	d
576		144



e. sicut a. ad. b. per. 16. autem octavi. cum. d. f. c. sint superficiales similes: eo q. sunt ambo quadrati: erit iter eos unus numerus medius fm. cōtinuam propor. per. 8. itaq. eiusdem erit etiam unus inter. a. f. b. igitur per. 17. eius dem. a. f. b. sunt superficiales similes: quod est propositum. Prima pars cor. rel. patet per premisam: sunt enim omnes tetragoni superficiales similes. Secunda patet ex hac cum sit solus tetragonus similis tetragono. Tertia pars patet ex prima ipsius cor. rel. parte a destructione consequentis. Quarta ite ro patet ex eiusdem parte secunda a destructione etiam consequentis.

Propositio .3.



I numerus cubus in seipsum ducatur qui inde p. ducetur erit cubus.

¶ Sit a. cubus ex quo in se ducto fiat. b. dico. b. esse cubū. **¶** Sit enim. c. latus cubicum. a. ex. c. uero in se fiat. d. patet itaq. q. ex. c. in. d. sit. a. sunt igitur unitas. c. d. a. continue proportionaliter: quod ex. 18. septimi & presentibus ypothesibus manifestū est. **¶** Et q. est a. ad. b. sicut unitas ad. a. eo q. quotiens unitas est in a. toties a. in. b. erūt inter. a. f. b. duo numeri medii fm. proportionalitatem continuam per. 8. octavi. **¶** Cum igitur ex ypothesi sit a. cubus erit per. 17. eiusdem. b. quoq. cubus: qd. oportebat demonstrare.

Propositio .4.



I cubus in alium cubum ducatur: q. l. inde produ- cetur erit cubus.

¶ Sint a. f. b. cubi: fiatq. c. ex. a. in. b. dico. c. esse cubum. **¶** Fiat enim. d. ex. a. in se eritq. per premisam. d. cubus: & quia per. 18. septimi est a. ad. b. sicut. d. ad. c. constat ex. 13. octavi. c. esse cubum: quod est propositum.

Propositio .5.



I numerus cubus in numerum alium ducatur: fueritq. productus cubus in quem ductus est nu- merum cubum eē necesse est: unde & manifestum est: q. ex ductu cubi in non cubum produci- tur nō cubus. Ductoq. cubo in numerus aliquem si fue- rit qui inde produci- tur non cubus in quem ille du- ctus fuerit necesse est eē non cubum.

¶ Sit enim ex. a. cubo in. b. numerum productus. c. cubus dico. b. esse cu- bum: fiat enim. d. ex. a. in se qui p. ante premisam erit cubus: q. igitur ē per. 18. septimi a. ad. b. sicut. d. ad. c. estq. a. cubus: sed & d. f. c. cubi erit per. 13. octavi. b. cubus: quod est propositum. Prima pars cor. rel. patet ex hac quinta a destructione consequentis. secunda per premisam similiter a de- structione consequentis.

Propositio .6.



I ex ductu cuiuslibet numeri in seipsum cubus pro- ducatur eum eē cubum necessario comprobatur.

¶ Sit ut ex. a. in se fiat. b. sitq. b. cubus: dico ergo. a. esse cubum: fiat enim. c. ex. a. in. b. eritq. ex diffinitione. c. cu- bus: & quoniam constat ex. 18. septimi q. sit a. ad. b. sicut b. ad. c. cum sint. b. f. c. cubi: sequitur ex. 13. octavi. a. esse cubum: quod est propositum.

Propositio .7.



I numerus compositus in numerum quemlibet ducatur: qui inde produci- tur erit solidus.

¶ Sit. a. numerus compositus: qui ducatur in. b. & proue- niat. c. dico. c. esse numerum solidum. Cum enim. a. sit cō- positus numeratur ab aliquo numero qui sit. d. numeret q. eum fm. e. quia igitur ex. e. in. d. sit. a. f. ex. a. in. b. c. erit ex diffinitione solidorum. c. solidus eiusq. latera. e. d. b. qd. est propositum.

Propositio .8.



Si fuerint numeri ab unitate continue proportio-
ales tertius ab unitate erit quadratus: ac deinceps
vno semper intermisso. Quartus vero ab unitate
cubus: ac deinceps duobus semper intermissis.
Itemque septimus ab unitate est quadratus cubi:
cubus: ac deinceps: quinque semper intermissis qua-
dratus cubicus continuo sequitur.

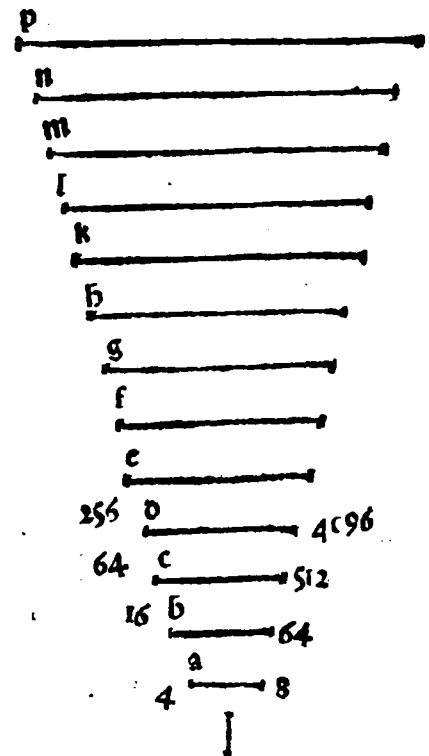
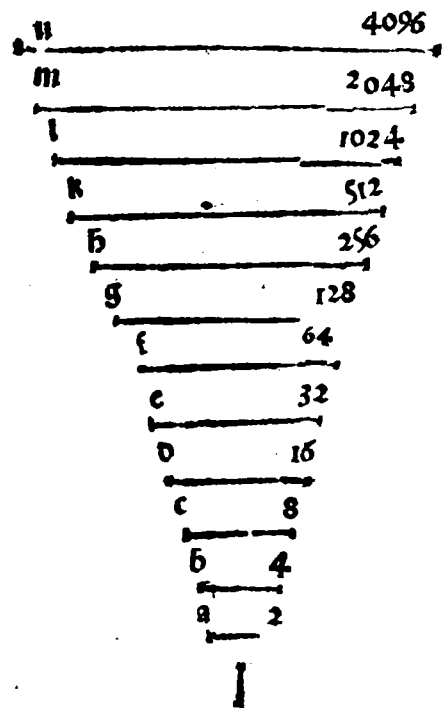
Sint continue proportionales unitas, a. b. c. d. e. f. g. h. k. l. m. n. dico
b. esse quadratum & d. omisso. c. & sic alios vno semper omisso. vnde sim-
pliciter omnes existentes in locis imparibus sunt quadrati: vt sunt tertius
quintus & septimus. ¶ Dico item. c. esse cubum & f. duobus omis-
sis: & sic
in ceteris. ¶ Omnisq; simpliciter est cubus cuius ab unitate locus addit su-
per ternarium: vel quolibet multiplicem ipsius ternarii unitatem: vt
sunt quartus septimusdecimus tertiusdecimus & fortusdecimus. in his. n.
conueniant omnes qui duos transmittunt. ¶ Itemq; dico. f. ab unitate se-
ptimum esse quadratum cubicum: & similiter enim quinque numeris inter-
missis: idēq; in ceteris. ¶ Simpliciter. alit̄ dico cuius locus ab unitate ad-
dit super senariū vel quēlibet multiplicē ipsius unitatē: vt sunt septimus
tertiusdecimus decimusnonus & vigesimusquintus: illam esse quadratū
cubicum: quadratum quidem quoniam eius locus impari cubum autem
quoniam super multiplicem ternarii addit unitatem. quippe senarii mul-
tiplices cunctos ternarii necesse est ēē multiplices. ¶ Que autem propo-
sita sunt sic constant. ¶ Est enim ex ypothesi. a. in. b. quotiens unitas in. a.
itaq; b. ex diffinitione quadratus. quia igitur. b. c. d. sunt continue ppor-
tionales cum. b. sit quadratus patet ex. 17. vel. 20. octauū. d. esse quadratū.
Eadem ratione & f. quia. d. e. f. sunt continue proportionales: & d. ē qua-
dratus: idem in ceteris vno intermisso: constat itaq; primum. ¶ Secundū
sic cum sit. b. in. c. quotiens. a. in. b. ex ypothe. sequitur a diffinitione: vt
ex. a. in. b. suum quadratum fiat. c. igitur ex diffinitione cubi. c. est cubus.
At quia. c. d. e. f. sunt continue proportionales: sed & f. g. h. k. est autem. c.
cubus: necesse ē per. 19. vel. 21. octauū. vt. f. quoq; sit cubus. ideoq; & k. idē
q; in ceteris duobus transmissis: quare liquet secundum. ¶ Quoniam au-
tem in. f. septimo & in. n. tertiodecimo: ceterisq; quinque medios omitten-
tibus simpliciter vero & in omnibus quorum locus super quolibet mul-
tiplicem senarii addit unitatem: terminantur quadratorum & cuborum
computationes: in his quidem vnius: in illis autem duorum omissione
sequitur ipsos esse quadratos: ex huius prima parte & cubicos ex secunda
quare quadrati cubici: constat ergo totum quod dicitur.

Propositio .9.



Si numeris quolibet ab unitate continua propo-
rtionalitate dispositis unitatem sequens quadra-
tus fuerit: ceteri quoque omnes erunt quadrati.
Si vero qui unitatem sequitur fuerit cubus: cete-
ri quoque omnes erunt cubi.

Sint qui prius continue proportionales ab unitate sit
q. a. quadratus: dico omnes esse quadratos: aut sit idem cubus: tunc quo-
q; dico omnes esse cubos. b. enim constat esse quadratum per premis-
sam: quia ergo. a. ad. b. sicut. b. ad. c. ex. 20. octauū sequitur. c. esse quadra-
tum. idem quoq; ex eiusdem. 17. vel. 20. potes arguere: de sequentibus au-
tem idem eodemq; modo probabis: quare patet primum. ¶ Secundum
autem sicut cum. b. fiat ex. a. in se si fuerit. a. cubus erit per. 3. ipse quoq; cu-
bus. c. vero constat esse cubum per premis. sam. itaq; per. 23. octauū. d. om-
nesq; sequentes cubicos esse probabis: est enim. a. ad. b. sicut. c. ad. d. idem
quoq; arguere potes ex. 19. vel. 21. eiusdem: sunt enim. a. b. c. d. sed & f. b. c.
d. e. singuliq; quatuor continue sumpti continue proportionales.



Propositio .10.



In numeris quolibet ab unitate continua proportionalitate dispositis unitate sequens non quadratus fuerit: non erit aliorum quicquam quadratus exceptis ab unitate: tertio ex his qui deinceps uno semper in termino reperiuntur tetragoni. Si vero secundus ab unitate non fuerit cubus: nullus ceterorum erit cubus exceptis ab unitate quarto: et deinceps his qui duos semper intermissione formantur cubi.

¶ Hec ex opposito subiecti premisse inferunt partem oppositi passionis: dico autem partem quoniam ex .8. constat omnes impares esse quadratos: omnes quoque loci super ternarium vel quemlibet ipsius multipliciter addit unitatem esse cubos. **¶** Sint itaque qui prius ab unitate continue proportionales non sit autem .a. quadratus sed nec cubus: dico nullam ex omnibus esse quadratum: aut cubicum nisi quos octava proponit. **¶** Si enim quis alius ponatur quadratus: sequitur per .11. octavi .a. esse quadratum. Quod si cubus sequitur per .13. eiusdem .a. esse cubum quorum utrumque contrarium est ypothe. Constat ergo propositum.

Propositio .11.



In numeris quolibet ab unitate continua proportionalitate dispositis aliquis numerus primus ultimum numeret: cum quoque qui unitatem sequitur numerare necesse est.

¶ Sint usque ad .d. continue proportionales ab unitate: sit .g. e. numerus primus de quo ponatur ipsum numerare. .d. dico quod idem numerabit .a. Nam si non erit ad ipsum primus .p. .32. sep. **¶** quia ex .a. in se fit .b. sequitur ex .16. eiusdem ut ipse quoque sit primus ad .b. sed fit ad .c. fit ad .d. sequitur ipsum esse primum per .15. eiusdem: eo quod ex .a. in .b. fit .c. fit ex eodem in .c. .d. non ergo numerat .d. cum sit primus ad ipsum: quare accidit contrarium ypothe. **¶** Idem aliter cum sit .e. primus si non numerat .a. primus erit ad ipsum per .32. sep. itaque per .13. eiusdem erunt minimi in sua proportionem: quia autem .e. ex ypothe. numerat .d. sit ut sit .f. constat vero quod ex .a. in .c. fiat .d. ergo per secundam partem .10. sep. erit .a. ad .e. si erit .f. ad .c. quare per .11. eiusdem .e. numerabit .c. fit ut sit .g. **¶** quia ex .a. in .b. fit .c. sequitur quoque per eandem et eodem modo ut .e. numeret .b. esset ergo quod sit .h. **¶** quoniam rursus ex .a. in se fit .b. necesse est iterum per eandem ut .e. numeret .a. sed possumus erat non numerare: ergo accidit impossibile.

Propositio .12.



In numeris ab unitate continue proportionalibus minor maiorem numerat secundum aliquem in illa proportionalitate dispositum.

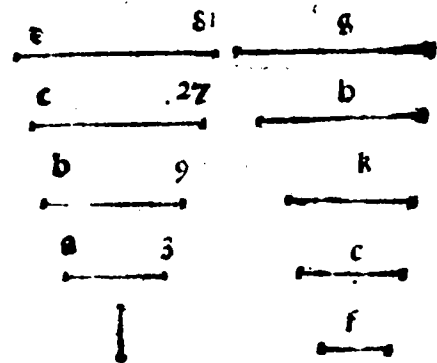
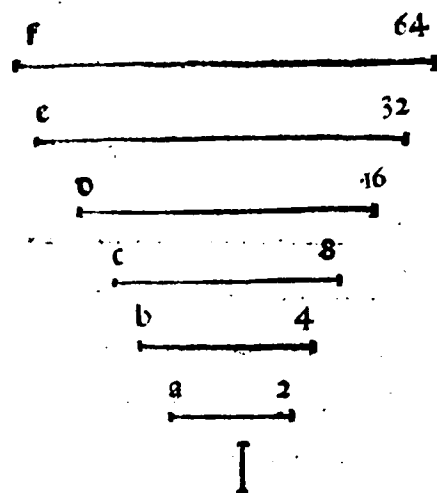
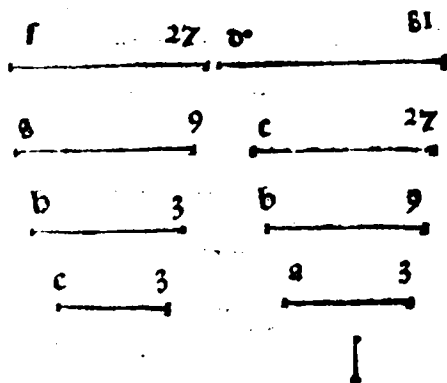
¶ Sint ab unitate usque ad .f. continue proportionales: dico nullum ipsum numerare. nisi secundum aliquem aliorum: constat .n. quod .e. numerat ipsum .f. secundum .a. est enim .c. ad .f. ut unitas ad .a. sed fit .d. numerat eundem .f. secundum .b. est namque per eandem proportionalitatem .d. ad .f. ut unitas ad .b. De .c. quoque patet eodem modo quod secundum seipsum numeret eundem. E converso quoque .a. numerat eundem secundum .e. eo quod sicut unitas ad .e. ita .a. ad .f. .b. vero secundum .d. est enim ut unitas ad .d. ita .b. ad .f. neque igitur est quod proponitur. Quippe quod quisque proponit ultimum numerare fuerit sub ultimo secundum totum supra unitatem numerare ipsum conuincit per eandem proportionalitatem et definitionem.

Propositio .13.



In quolibet numeris ab unitate continue proportionalibus si qui unitatem sequitur fuerit numerus primus maximus eorum nisi de numeris in illa proportionalitate dispositis nullus numerabit.

¶ Sint ut prius usque ad .d. continue proportionales ab unitate: sit .a. numerus primus: dico quod nullus numerabit ultimum nec secundum



placiter aliquem eorum nisi aliquis eorum qui antecedit ultimū vel eū qui po-
nitur numerari. Sit enim si possibile est. e. diuersus ab eis qui numeret. d.
qui si fuerit primus per a. numerabit. a. nō igitur est. a. primus quod ē co-
tra ypothe. ¶ Si autē ipse fuerit cōpositus necesse est p. 30. septimū ut aliq-
primus numeret eū qui non erit nisi. a. Nam si est alius ab. a. ut. f. cū neces-
se sit ipsum numerare. d. arguetur ex eundē numerare. a. p. n. sic quoq. a. nō
erit primus. Est igit. a. primus numerans. e. quā aut. e. numerat. d. sit ut fm
g. erit p. secundā partē. 30. sep. a. ad. e. sicut. g. ad. c. sit enim. d. ex. a. in. c. qre
cū. a. numeret. e. f. g. numerabit. c. sitq. ut fm. h. sequiturq. ut. a. numeret
g. sicut sequebatur ut numeraret e. alioquin si. g. quidē est primus cum nu-
meret. c. sequitur p. n. ipm numerare. a. Si aut cōpositus p. eadem sequitur
numerus primū numerantē. g. numerare. a. qd est inconueniens itaq. a. nu-
merat eū sequitur ergo p. secundā partē. 30. septimū ut. b. numeret quoq. b.
eo q. tā ex. a. in. b. q. ex. g. in. h. constat p. duci. c. ¶ Numeret. h. itaq. ipsum
k. Constat aut ut prius de. g. q. a. numeret. h. Nā si non non erit. a. p. mus
itaq. p. secundā partē. 30. sep. sequitur ut. k. numeret. a. sit enim tā ex. a. in. se
q. ex. h. in. k. b. Manifestū est aut. k. nō ē. a. x. nullus enim numero. g. h. k.
est aliquis ex. a. b. c. d. si enim. g. ē. tā aliquis ex eis cū ipse numeret. d. fm. e.
ē. per premisam. e. quoq. aliquis ex eis sed non erat nec igitur. g. ¶ Si
militer cū. h. numeret. c. fm. g. non erit. b. aliquis ex. a. b. c. Nā ē. p. p. mis-
sam f. g. ostensum est aut q. non. ¶ Nec igit. b. eadē rōne nec. k. ¶ Cū. n.
ipse numeret. b. fm. h. si ipse ē. a. conuincet p. premisam. b. quoq. ē. a.
At non erat. ¶ Nec igitur. h. erit. a. ¶ Numeret aut ipsum. Nō est itaq. a.
primus quod est impossibile. ¶ Alter idem si. e. diuersus ab. a. b. c. d. nu-
merat. d. sit ut fm. f. q. a. a. numerus primus numerat. d. p. ductum ex
e. in. f. sequitur. ex. 33. sep. q. ipse numeret. e. uel. f. numeret ergo. e. ¶ Quia
igitur tā ex. a. in. c. q. ex. e. in. f. sit. d. erit per scdā partē. 30. septimi. a. ad
e. sicut. f. ad. c. nūerat itaq. f. c. sit ut scdm. g. eritq. per. 33. septimi ut. a. quo-
q. numeret. f. uel. g. sitq. ut. f. sequiturq. per secundā partē. 30. eiusdem
ut. g. numeret. b. sitq. ut secundū. h. ut prius igitur. a. numerabit. g. uel. b.
f. sit ut numeret. g. h. ergo per secundā partē dicte. 30. numerabit. a. si
itaq. h. non est equalis. a. non erit. a. primus quod est contra ypothe. Si
autē equalis erit unusquisq. numerorum. g. f. c. aliquis ex. a. b. c. d. p. p. mis-
sam quotiens oportet assumptam. Non est igitur. e. diuersus ab eis qd est
etiam contra ypothe. itaq. constat uer. esse quod proponitur.

Propositio .14.



¶ Si propositus fuerit numerus minimus quem nu-
merant primi assignati nō numerabit eū aliquis
numerus primus preter illos assignatos.

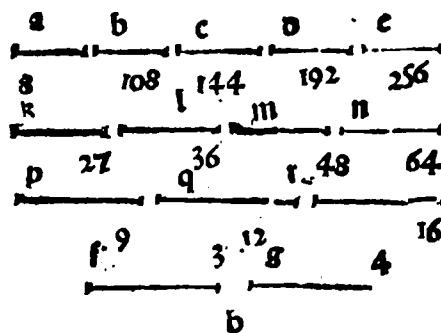
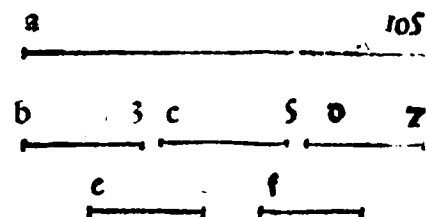
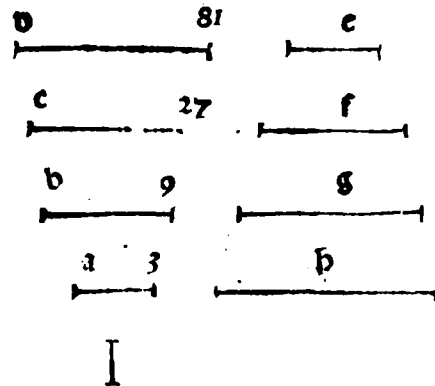
¶ Sit. a. minimus numerus numeratus a numeris primis
q. sunt. b. c. d. dico q. alius primus preter eos non numera-
bit. a. Sin autem sit. e. primus numerans eum fm. f. quia
ergo quilibet numerorum. b. c. d. numerat. a. productum ex. e. in. f. est an-
tem quilibet eorum primus sequitur ex. 33. septimi ut quilibet eorum nu-
meret. e. uel. f. sed. e. nullus numerat cum sit primus quilibet ergo eorum
numerat. f. cum itaq. sit. f. minor. a. utpote qui numerat eum fm. e. nō erit
a. minimus numeratus ab illis quod est inconueniens.

Propositio .15.



¶ Si quotlibet numeri continue proportionales fm
suam proportionem fuerint minimi quicunq. ali-
quem illorum numerat alteri terminorum illius
proportionis erit communisurabilis.

¶ Sint. a. b. c. d. e. continue proportionales f. minimi
fm proportionem. f. ad. g. qui sint in sua proportionē m-
nimit f. ponatur. b. numerare. c. dico q. h. est cōmēsurabilis. f. uel. g. ¶ Su-
mantur enim in eadem proportionē quatuor minimi qui sunt. k. l. m. n.
constat autem ex secunda octauī q. ex. f. in. m. sit. c. alioquin contingeret



esse minus minimo quod esse non potest itaq; per correl. 33. septimi erit h. commensurabilis. f. vel. m. q. s. f. constat propositum si autem. m. sumatur in eadē proportiōe tres minimi qui sunt. p. q. r. erit. ex secunda octaua ut vt. m. fiat ex. f. in. r. ne minus minimo aliquid esse cogamur concedere quare per predictum correl. h. est commensurabilis. f. vel. r. sed nō erat f. sic enim constabat propositum commensurabilis igitur est. r. qui cum ex secunda octaua fiat ex. g. in se sequitur ex dicto correl. vt. h. sit commensurabilis. g. quod est propositum.

Propositio .16.



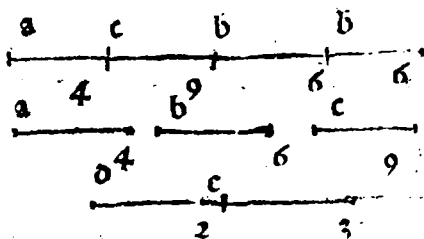
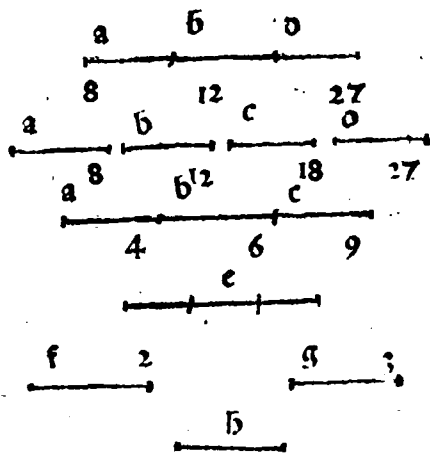
Si fuerint duo numeri quotlibet continue proportionales in sua proportiōe minimi quilibet compositum ex reliquis primus esse necessario comprobatur.

Sint. a. b. c. d. continue proportionales & minimi. dico compositum ex a. b. c. primum esse ad. d. Si enim nō numerabit aliquis numerus qui sit. c. compositum ex a. b. c. & d. per premisam igitur erit. c. comunicans alteri terminorum illius proportionis qui sunt. f. g. erit itaq; numerus aliquis numerans. c. & alterum dictorum f. g. qui sit. b. quia ergo. b. numerat. c. numerabit. d. & compositum ex. a. b. c. & quia numerat. f. vel. g. quoniam uterq; numerat vtrumq; mediorum & simpliciter omnes si plures duobus sint & ex secunda octaua sequitur vt ipse numerat. b. & c. ergo & a. quia numerat totum. a. b. c. nō sunt igitur a. & d. contra se primi quod est inconueniens per 3. octaua. Similiter quoq; constabit compositum ex a. b. d. primum esse ad. c. si enim. vt prius. c. numerat ambos sequitur per premisam vt aliquis numerus qui etiam sit b. numerat. c. & aliter duos. f. g. itaq; b. numerat. c. & totū. a. b. d. sed & b. cū vtraq; radicū numeret oēs mediorum igitur & cōpositū ex. a. & d. quia necesse est numerat aliter duos. a. d. cū numeret aliter duos. f. g. numerabit & reliquum. Non sunt igitur. a. & d. contra se primi & ita idem vt prius.

Demonstrant autem idem aliter de tribus continue proportionibus & minimis sine adminiculo premisset probant enim ex quibusq; duobus compositum primum ēē ad reliquum sunt itaq; 3. continue proportionales & minimi. a. b. c. quonum termini. d. & c. dico tunc compositum ex. a. & b. primum ēē ad. c. & compositum ex. b. & c. ad. a. itemq; ex. a. & c. ad. b. manifestū enim est ex secunda octaua qd ex. d. in se fit. a. & in. e. fit. b. & ex. e. in se. c. & ex. 15. septimi quod. d. & c. sunt contra se primi itaq; ex prima parte. 19. eiusdem erit totus. d. e. primus ad vtrumq; eorū quia igitur vterq; q. duos numeros. d. & d. e. primus est ad. e. erit per. 15. eiusdem qui ex. d. in. d. e. producit & ipse est compositus ex. a. & b. primus ad. e. sequitur ergo per. 16. eiusdem ut etiam compositus ex. a. & b. sit primus ad. c. sit enī c. ex. e. in se. **S**imili quoq; demonstratiōe p̄babit cōpositum ex. b. & c. primum ēē ad. a. At vero cōpositum ex. a. & c. primum ēē ad. b. sic habet: cū sit enim vterq; duos. d. & e. primus ad totum. d. e. erit p. 15. septimi q ex. d. in. e. producit & ipse est. b. primus ad. d. e. itaq; p. 16. eiusdem qui ex d. e. in se puenit & ipse est qui componitur ex. a. & c. & duplo. b. primus erit ad. b. sequitur ergo compositum ex. a. & c. primum ēē ad. b. necesse enim ē vt ex duobus compositus cū primus fuerit ad vnum eorum ex qbus componitur sit primus ad reliquum. Demonstratum autem est hoc supra. 19. septimi. Oportet autē stabilire ad robur istius demonstratiōis compositum ex. a. & b. produci ex. d. in compositum ex. d. & c. supposito q ex. d. in se fit. a. & ex eodem in. e. b. itemq; q ex. d. e. in se producat compositum ex. a. & c. & duplo. b. supposito eo quod prius & q ex. e. in se fit. c. huius itaq; gratia proponimus hec demonstranda.

Quod sit ex ductu vnius numeri in quotlibet tantum ē: quantum quod ex ductu eiusdem in compositum ex illis.

Idem pponit prima secundi de lineis. Sit enim vt ex. a. in. b. & in. c. & in. d. pueniant. e. f. f. g. dico q ex. a. in cōpositū ex. b. & c. & d. prouenit



compositi ex e. f. f. g. sequitur enim ex conversione definitionis: cuius qd multiplicat vt tota pars sit. b. e. f. tota. c. f. sed f. d. tota. g. quota est vnitas. a. per quintam itaq. septimi tota quoq. pars erit compositus ex. b. f. c. f. d. compositi ex. e. f. f. g. quota est vnitas. a. ergo per diffinitionem ex. a. in composito ex. b. f. c. f. d. sit compositus ex. e. f. f. g. qd est propositum.

¶ Quod sit ex ductu quotlibet numeror in vnum equum est ei quod sit ex composito eorum in eundem.

¶ Hoc est conuersum eius quod modo demonstratum est vt si ex. b. f. c. f. d. in. a. frant. e. f. f. g. sit quoq. compositus ex composito in eundem qd ex. r. septimi f. predemonstrato facile concluditur.

¶ Quod sit ex ductu quotlibet numerorum in quotlibet alios: equi ei quod sit ex composito hor in compositum illorum.

¶ Vt si. a. b. c. multiplicent. d. e. f. quilibet quilibet iungatur, producta deo aggregati ex productis esse quale productum ex composito ex. a. f. b. f. c. in compositum ex. d. f. c. f. d. ¶ Est enim p. premisam quod sit ex composito ex. a. b. c. in. d. quantum quod ex singulis in illam. d. sic f. in. e. ¶ In lex composito autem horum. a. b. c. in quolibet illorum. d. e. f. p. an premisam sit quantum ex composito in compositum itaq. constat propositum.

¶ Numero in quotlibet partes diuiso: tantum est quod sit ex toto eo in se: quantum quod ex eo in omnes suas partes.

¶ Idem pponit secunda secundi de lineis vt si. a. diuidatur in. b. f. c. f. d. dico q. tñ sit ex. a. in se quantum in oñs illos. b. c. d. Posito enim. e. equali. a. constat ex prima hay. incidentium tñ fieri ex. e. in. a. quantum in oñs ptes. a. sed per cocep. ex. e. in. a. sit quantum ex. a. in se. f. ex. e. in partes. a. quantum ex. a. in eadem. Manifestum ergo est verum esse quod dicitur.

¶ Numero in duo diuiso quod sit ex toto in alterum dimidietur tantum est quantum quod ex eodem in se 2 in alterum.

¶ Idem proponit tertia secundi de lineis. Sit enim. a. diuisus in. b. f. c. d. et co tñ fieri ex. a. in. c. quantum ex. c. in se. f. in. b. Na qd ex. a. in. c. est quantum qd ex. c. in. a. p. r. septimi sumpto itaq. d. equali. c. erit. a. in. c. quantum. d. i. a. At p. prima hay. d. in. a. est quantum in. b. f. c. ergo. d. in. a. f. in. b. f. i. c. est quantum. c. in. a. f. in. b. f. i. se pp. equalitatem. c. f. d. constat propositum.

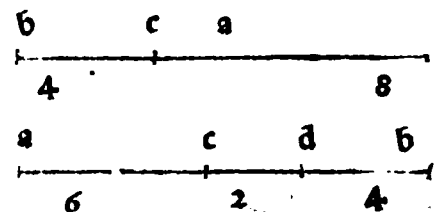
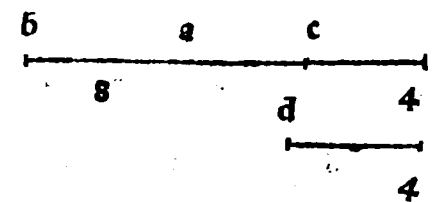
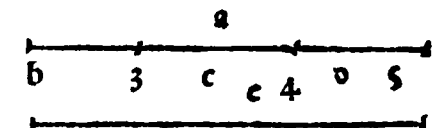
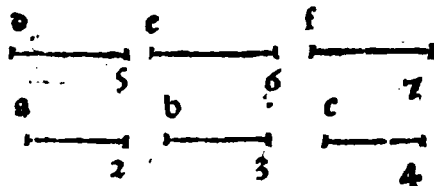
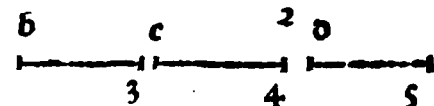
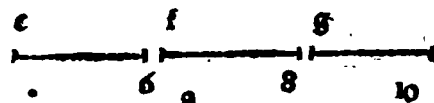
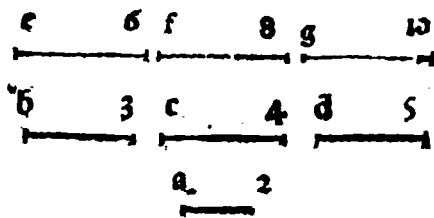
¶ Numero in duo diuiso quod ex ductu totius in se: est quantum quod ex ductu vtriusq. diuidentium in se 2 alterius eorum bis in alterum.

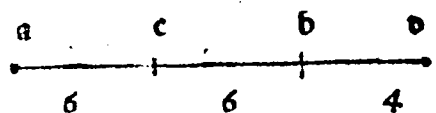
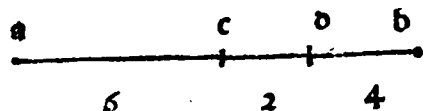
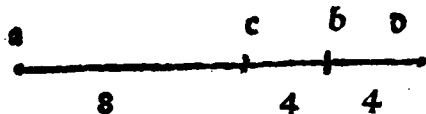
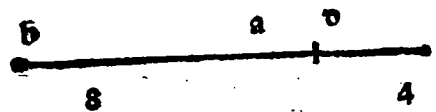
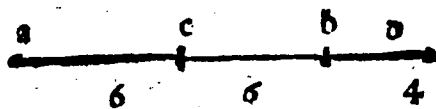
¶ Idem proponit quarta secundi de lineis vt si. a. diuidatur in. b. f. c. d. co tantum fieri ex. a. in se quantum ex. b. in se. f. c. in se f. ex. b. bis in. c. est enim per quartam hanc q. ex. a. in se quantum quod ex eo in. b. f. in. c. ex eo aut in. b. per premisam est quantum ex. b. in se f. in. c. at ex. a. in. c. per eandem est quantum ex. c. in se f. in. b. f. quia ex. c. in. b. tñ est quantum ex. b. in. c. per. r. septimi liquet verum esse quod proponitur.

¶ Numero per duo equalia duobz in equalia diuiso quod sit ex maiori in equalium in minorem cu quadrato intermedij equum est quadrato medietatis totius.

¶ Idem proponit quinta secundi: vt si. a. b. diuidatur in duos numeros equales qui sint. a. c. f. c. b. itemq. in duos inaequales quorum sit maior. a. d. f. minor. d. b. dico q. illud quod sit ex toto. a. d. in. d. b. cum quadrato. c. d. equale est quadrato. c. b. per premisam enim quadratum c. b. e. equale quadrato. c. d. f. quadrato. d. b. f. ei quod sit ex. b. d. in. c. d. bis: sed ex. b. d. in se f. in. c. d. tantum sit quantum in. c. b. per primam hanc: f. ideo quantum in. a. c. itaq. ex. b. d. in se f. in. c. d. bis quantum ex ipso. b. d. in. a. d. per eandem igitur quadratum. c. b. superat id quod sit ex. b. d. in. a. d. in quadrato. c. d. constat ergo propositum.

¶ Cum fuerit numerus in duo equalia diuisus: eiq. alius numerus adiunctus: quod sit ex ductu totius compositi in adiunctum cum quadrato medietatis equum est quadrato compositi ex dimidio 2 adiuncto.





¶ Idem pponit sexta secundi de lineis. Sit enim a. b. diuisus in duos
 les numeros q. sint. a. c. f. c. b. addaturq. ei numerus. b. d. dico illud qd fit
 ex toto. a. d. in. d. b. cum quadrato. c. b. esse equale quadrato. c. d. est enim
 ex sexta harum quadratum. c. d. equale quadrato. d. b. f. quadrato. b. c. f.
 ei quod fit ex. d. b. in. b. c. bis, sed per primam harum ex. b. d. in se f. in. b. c.
 bis est quantum ex. b. d. in. d. a. Sint enim. a. c. f. c. b. equales itaq. quadra-
 tum. c. d. superat id qd fit ex. b. d. in. d. a. in quadrato. c. b. quod est ppositu.
¶ Cum numerus in duo diuiditur quod fit ex toto in se eis eo
 quod ex altero diuidentium in se est equum ei quod ex toto i cu
 dem bis cum eo quod ex altero in se.

¶ Idem pponit septima secundi de lineis. Sit enim numerus. a. diuisus i
 b. f. d. dico quadratum. a. cum quadrato. d. tm esse quantum quod fit ex
 a. in d. bis cum quadrato. b. constat quidem ex sexta harum q. quadratu
 a. tantum est quantum quadratum. d. f. quadratum. b. f. quod fit ex. d. in
 b. bis itaq. quadratu a. cu quadrato. d. tm est quantum quod ex. d. bis in
 se. f. bis in. b. cum quadrato. b. sed ex. d. bis in se f. bis in. b. fit quantum ex
 d. bis in. a. per primam harum ergo quod fit ex. d. bis in. a. cum quadrato
 b. est quantum quadratum. a. cum quadrato. d. quare patet ppositum.

¶ Cum fuerit numerus in duo diuisus eius equalis vni diuide-
 tium additus: quadratus totius copositi equum est quadruplo
 eius quod fit ex priori in additum cum quadrato alterius.

¶ Idem pponit octaua secundi de lineis. Sit numerus. a. b. diuisus in. a.
 c. f. c. b. cui addatur. b. d. qui ponatur equalis. c. b. dico quadratum. a. d.
 tantum esse quantum est id quod fit ex. a. b. in. b. d. quater cum qua-
 drato. a. c. est naq. per sextam har. quadratum. a. d. equum quadrato. a. b.
 f. quadrato. b. d. f. ei quod fit ex. a. b. in. b. d. bis f. quia quadratum. b. d.
 est egle qdrato. c. b. erit qdratu. a. d. egle qdrato. a. b. f. qdrato. c. b. f. ei qd
 fit ex. a. b. in. b. d. bis per premisam autem est quadratum. a. b. cum qua-
 drato. c. b. quantum quadratum. a. c. cum eo quod fit ex. a. b. in. b. c. bis
 itaq. quadratum. a. d. tantum est quantum quod ex. a. b. in. b. d. bis f. ex
 a. b. in. b. c. bis cum quadrato. a. c. f. quia ex. a. b. in. b. c. tantum fit quan-
 tum in. b. d. constat verum esse quod ppositum est.

¶ Cum fuerit numerus in duo equalia duosq. inequalia diui-
 sus: quadrata ambozum equalium pariter accepta duplus sunt
 quadrato medietatis z quadrato eius quo iequalis portio exce-
 dit equalem pariter acceptis.

¶ Idem pponit nona secundi de lineis
 Sit enim. a. b. diuisus p duos equales q. sint. a. c. f. c. b. f. p duos inequales
 q. sint. a. d. f. d. b. dico q. quadrata duosq. numeroz. a. d. f. b. d. pariter ac-
 cepta sunt dupli duobus qdratis duosq. numeroz. a. c. f. c. d. pariter acce-
 ptis. Est enim p sexta har. quadratu. a. d. quantum qdratu. a. c. f. quadratu
 c. d. f. duplu eius qd fit ex. a. c. in. c. d. ga aut. a. c. est equalis. c. b. erit qdratu
 a. d. qum qdratu. b. c. f. qdratu. c. d. f. duplu eius qd fit ex. b. c. i. c. d. itaq. q
 dratu. a. d. cu qdrato. b. d. sunt qntum qdratu. b. c. f. quadratum. c. d. f. du-
 plu eius qd fit ex. b. c. in. c. d. f. qdratu. b. d. duplu aut eius qd fit ex. b. c. in
 c. d. cu quadrato. b. d. est equale qdrato. b. c. f. quadrato. c. d. p. g. haru. ex-
 go quadrata duosq. numeroz. a. d. f. b. d. sunt quantum quadrata duoru nu-
 meroz. b. c. f. b. d. duplicata: f. quia. b. c. f. c. a. sunt equales. patet ppositu.

¶ Cum fuerit numerus in duo equa diuisus aliusq. ei adiunctus
 quadratum totius copositi cu quadrato adiuncti duplum sunt
 ad quadratus medietatis ipsius cu quadrato copositi ex medie-
 tate z adiuncto.

¶ Idem pponit. 10. secundi de lineis. Sit enim nu-
 merus. a. b. diuisus in duos equales. a. c. f. c. b. fitq. sibi adiunctus numerus
 b. d. dico quadratum. a. d. cum quadrato. b. d. duplum est ad quadratum
 a. c. cum quadrato. c. d. cum sit enim numerus. c. d. in duo diuisus sibi q. sit
 a. c. equalis vni diuidentium additus erit per. 10. harum quadratum. a. d.
 quantum quod fit ex. c. d. in. c. a. quater cum quadrato. b. d. quia vero. a.
 c. est equalis. c. b. erit qdratu. a. d. quantum qd fit ex. d. c. in. c. b. qter cu qua

drato. b. d. itaq. quadratum. a. d. cum quadrato. d. b. erit quantum quod sit ex. d. c. in. c. b. quater cum duplo quadrati. b. d. hoc autem per. 9. harū duplum est ad quadratum. c. d. cum quadrato. c. b. cum igitur sit quadratum. c. b. equale quadrato. a. c. constat propositum.

¶ Numerus aliquē ita diuidere vt quod ex toto & vna eius portione continetur equum sit quadrato alterius est impossibile.

¶ Quod. 11. secundi proponit faciendum in lineis, demonstrat hoc impossibile esse in numeris. Sit enim quilibet numerus. a. b. dico impossibile eē ipsum sic diuidi vt proponitur: sic enim diuideretur fm pportione habentem medium & duo extrema: vt patet ex diffinitione ff. 29. sexti. Si autem potest diuidatur in. c. sitq. a. b. ad. b. c. sicut. b. c. ad. c. a. erit itaq. a. c. minor. c. b. detrahatur igitur ab eo equalis sibi qui sit. c. d. quia igitur est proportio totius. a. b. ad totum. b. c. sicut. b. c. detracti ab. a. b. ad. c. d. detractum ab. b. c. erit eadem. a. c. residui. a. b. ad. b. d. residuum. b. c. quare. b. c. ad. c. d. sicut. c. d. ad. d. b. erit igitur. c. d. maior. d. b. detractio itaq. d. e. de. c. d. vt sit. d. e. equalis. d. b. erit etiā proportio. b. c. ad. c. d. sicut. c. d. ad. d. e. quare sic. d. b. residui. c. b. ad. c. e. residuum. c. d. potest igitur c. e. detrahi ab. e. d. non erit itaq. finis istius detractionis quod est impossibile. Nunc ad propositum reuertamur.

Propositio .17.



I fuerint duo numeri contra se primi quantus est primus eorum ad secundum: tantum eē secundus ad tertium quemq. impossibile est.

¶ Sint. a. f. b. contra se primi: dico impossibile eē aliquē eis in continua proportionalitate adiungi. Si enim potest sit. c. quia igitur. a. ad. b. sicut. b. ad. c. sunt autem. a. f. b. in sua proportione minimi per. 23. septimi: sequit per. 21. eiusdem: ut. a. numeret. b. qui cum ēt numeret se nō erūt. a. f. b. cōtra se primi: quod ē cōtrarium positioni.

Propositio .18.



I quotlibet numerorum continue proportionali duo extremi fuerint contra se primi quantus est primus ad secundum tantum eē vltimum ad aliquem alium est impossibile.

¶ Sint. a. b. c. continue pportionales. sitq. a. f. c. contra se primi: dico q. in eadem pportione nō pōt eis adiungi alius: si enim potest sit. d. quia igitur est. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit pmutatum. a. ad. c. sicut. b. ad. d. sunt aut. a. f. c. in sua pportione minimi p. 23. septimi: itaq. p. 21. eiusdem. a. numerat. b. quare ēt numerat. c. numero. n. continue pportionaliū: si p. numerat scdm ipse numerat oēs: & simpliciter qlibet pcedēs quēlibet sequētē: itaq. ēt numerat se: nō erūt. a. f. c. cōtra se primi: qd est incōueniēs.

Propositio .19.



I ropositis duobus numeris an sit eis tertius cōtinue proportionalis perscrutari.

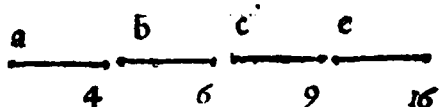
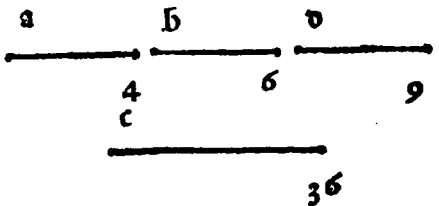
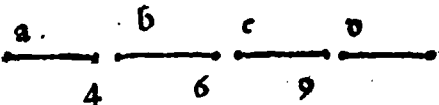
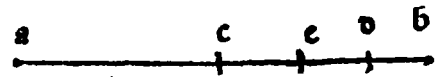
¶ Sint. a. f. b. duo numeri ppositi: uolo inquirere an eis possit tertius sub continua pportionalitate adiungi. Igit si ipsi sunt cōtra se primi impossibile ē per. 17. ¶ Si uero compositi duca. b. in se. & pueniat. c. quē si. a. numerat erit. ¶ Si uero nō nūerat nō erit. ¶ Nūeret. n. cū fm. d. q. erit quē qrimus p. 2. pte. 20. septimi. ¶ Sit ergo ut nō numeret cū: ē tñ ut. a. ad. b. sicut. b. ad. d. itaq. q. ex. b. in se sit. c. sequit p primā pte. 20. septimi. ut ex. a. in. d. sit idē. igitur. a. numerat. c. fm. d. sed erat positū q. nōt quare sequitur iposibile.

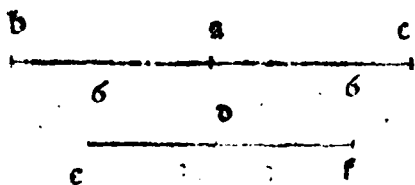
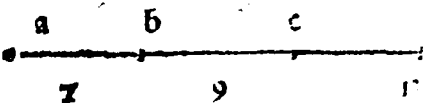
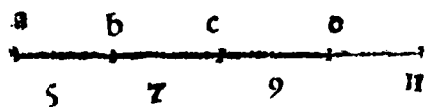
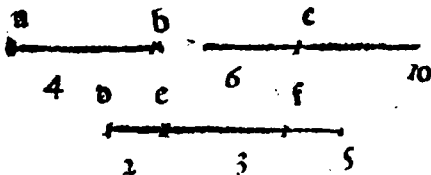
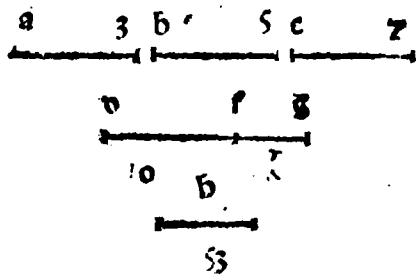
Propositio .20.



I tis tribus numeris cōtinue pportionalibus an sit aliquis qrtus eis cōtinue pportionalis inquirere.

¶ Sint continue pportionales. a. b. c. uolo inquirere an alius eis sub continua pportionalitate possit adiungi. ¶ Igitur si. a. f. c. sunt contra se primi. impossibile est per. 18. si





compositi sit. d. qui prouenit ex. b. in. c. quem si numerat. a. ad. si uero nō numerat non erit. ¶ Numeret enim cum fm. e. qui erit quem querimus per secundam partem. 10. septimi. ¶ Sit ergo ut non numeret eum: est ita ut. a. ad. b. sicut. c. ad. e. itaq. quia ex. b. in. c. sit. d. sequitur per primā partē 10. septimi: ut ex. a. in. e. sit idem ¶ Ergo. a. numerat. d. fm. e. sed posuim erat q. non. ¶ I dem potes perscrutari quotlibet continue proportionalibus propositis. si enim duo extremi sunt contra se primi finem habet intentio per. 18. si autem compositi ducto secūdo in ultimum si productum numeret primus: is secundum quē eū numerat est quem querimus p. secūda partem. 10. sep. ¶ Si autem primus productum non numerat nullus erit quotlibet enim posito per primam partem eiusdem fm ipsum posuimus numerabit primus productum quod posuimus erat non numerare.

Propositio .21.



Alis quotlibet numeris primis aliquem primum ab eis diuersum ēē necesse est.

¶ Nihil aliud intenditur nisi q. numeri primi sunt infiniti demonstrare. Sint enim. a. b. c. numeri primi. dico esse aliquem primum diuersum ab eis sit quidē. d. f. minimus quē numerant cui addita unitate fiat. d. g. qui est primus aut compositus. si primus constat ppositum. ¶ Si compositus numerat eū aliquis primus qui sit. h. quē non est possibile ēē aliquē ex primis ppositis. si enim ēēt aliquis eorū cū quilibet ipso numeret. d. f. ipse quoq. numeraret cundē: at quia numerat. d. g. oporteret ipsum numerare. f. g. qui ē unitas qd est impossibile. ¶ I dē sequitur posito. d. f. quotlibet nūero quē numerat. a. b. c. quare constat ppositum.

Propositio .22.



¶ Coaceruent quotlibet numeri pares: totus quoq. ab eis coacernatus erit par.

¶ Sit quisq. numerorum a. b. c. parti dico ex eis compositum ēē p. rem. ¶ Habet enim ex conuersione diffinitionis quisq. eorum medietatem. ¶ Sint ergo eorū medietates. d. e. f. quia igitur sicut. a. ad. d. sic. b. ad. e. ¶ c. ad. f. erit ex. 13. septimi sicut. a. ad. d. itaq. totus. a. b. c. ad totum. d. e. f. itaq. d. e. f. est medietas. a. b. c. ergo per diffinitionem. a. b. c. ē par quod ē propositum.

Propositio .23.



¶ Numeri impares numero pares coaceruentur totus quoq. ex eis coacernatus erit par.

¶ Sit quilibet numerorū. a. b. c. impari dico ex eis compositum ēē parem. ¶ Demptra enim a quolibet unitate cōstat residuos ēē pares: ¶ quia ille unitates dempte componunt parē: cū sint numero pares: constat propositū per premisam.

Propositio .24.



¶ Numeri imparcs numero impares coaceruentur totus quoq. ex eis coacernatus impari ēē.

¶ Sit quilibet numerorū. a. b. c. impari dico totū ex eis compositum ēē impari. ¶ Erit. n. p. p. misam compositus ex a. b. c. parē quia. c. depta unitate ē par erit p ante p. misam totus. a. b. c. dempta unitate par ē per diffinitionē itaq. constat totum ēē impari.

Propositio .25.



¶ A numero pari numerus par detrahatur reliquus erit par.

¶ Sit totus. a. par a quo detrahatur. b. qui quoq. sit par ¶ residuus sit. c. dico. c. ē parē. ¶ Sit enim. d. medietas. a. e. quoq. sit medietas b. detractō. e. de. d. sit reliquus. f. erit per. 13. septimi. c. ad. f. sicut. a. ad. d. quare. f. ē medietas c. itaq. c. est par: quod est propositum.

Propositio .26.



In numero impari detrahat' ipar reliquus erit par.
 ¶ Sit. a. b. numerus impar a quo detrahatur. b. c. qui et sit impar dico reliquum qui e. a. c. e. par. ¶ Detrahatur enim ab utroq. duoz. numeroz. a. b. f. b. c. unitas que sit. b. d. eritq. uterq. duoz. residuo. q. sunt. a. d. f. d. c. par per premisam itaq. constat. a. c. e. par. qd. e. ppositum.

Propositio .27.



In numero impari numerum parem subtrahas qui relinquitur impar est.

¶ Sit. a. b. imparia quo detrahatur. a. c. qui sit par dico c. b. residuum e. imparem. ¶ Sit enim. b. d. unitas eritq. a. d. par. f. quia. a. c. est par erit per. 25. c. d. par. cum itaq. sit. d. b. unitas erit. c. b. impar. quod est propositum.

Propositio .28.



In de numero pari imparem tollas qui relinquitur impar est.

¶ Sit. a. b. par a quo tollatur. a. c. qui sit impar dico. c. b. residuum e. imparem. ¶ Subtrahatur enim ab. a. c. unitas que sit. c. d. eritq. a. d. par itaq. per. 25. d. b. quoq. erit par quia igitur. d. c. est unitas. sequitur. c. b. e. imparem quod est propositum.

Propositio .29.



In numerus impar in numeru parem ducatur q. in de producet' erit par.

¶ Ex. 23. manifestum est quod dicitur.

Propositio .30.



In imparē ducat' impar qui pducet' erit impar.

¶ Hec quoq. ex. 24. manifesta est.

Propositio .31.



In numerus impar numez pares numeret: in numero pari cum numerabit.

¶ Si enim numero impari cum numeraret ex impari in impari fieret par: quod est inconueniens per premisam.

Propositio .32.



In impar imparē numeret impariter cum numerat.

¶ Si enim pariter cum numeraret ex numero impari in numerum parem fieret impar quod est inconueniens per. 29.

Propositio .33.



In numeris impar numez parem metiatur eius: de quoq. dimidium ipsum metiri necesse est.

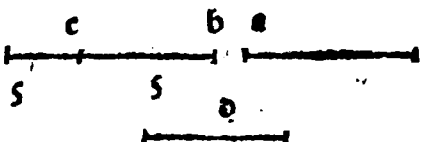
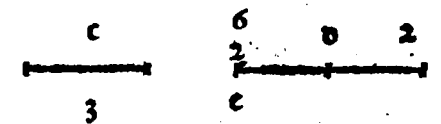
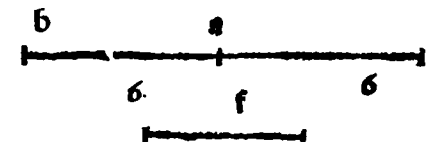
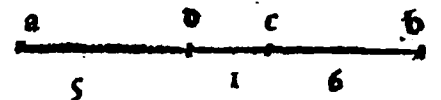
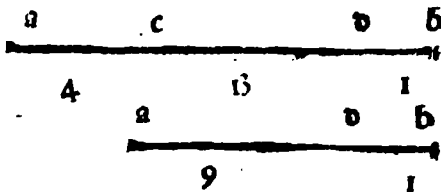
¶ Sit. a. numerus par cuius dimidium. b. sitq. c. numerus impar qui numeret. a. dico q. c. numerabit. b. ¶ Numeret enim. a. fm. d. eritq. per. 31. d. numerus par. Esto igitur eius dimidium. e. ducatur. c. in. e. f. proveniat. f. erit q. per. 18. sep. a. ad. f. sicut. d. ad. e. f. quia etiam est. a. ad. b. sicut. d. ad. e. sequitur. b. f. f. es se quales. cum itaq. c. numeret. f. idem numerabit. b. qd. est propositum.

Propositio .34.



In numerus impar ad aliquē fuerit primus: idē ad eiusdem duplum erit primus.

¶ Sit. a. numerus impar primus ad. b. cuius duplum sit. c. dico q. a. est primus ad. c. ¶ Sin autem numeret eos. d. cū q. a. sit impar sequitur. d. e. imparem quicunq. enim imparē numerat impar est. ¶ Per premisam itaq. d. numerus a. b. non sunt igitur. a. f. b. contra se primi: qd. est contra ypothesim.



Propositio .35.

¶ Meri a duobus dupli sunt pariter pares tantus.



¶ Sint vnitas, a. b. c. d. continue proportionales. sitq. a. binarius: dico oēs eos esse pariter pares eisq. fm hac pportio nem in infinitum auctis nullum alium eē pariter parem.

¶ De his qdem constat p diffinitionem cū p. n. quilibet pcedens numeret quemlibet sequētem p aliquem eorum. quos oēs oportet esse pares: & nullus alius numeret aliquem eorum per. 13. eo q. a. qui est binarius vnitatem sequens ē primus. **¶** Quod autem nullus alius ab his sit pariter par constat: sic. **¶** Posito enim aliquo diuidatur in duas medietates eiusq. medietas in duas: & hoc toties fiat quousq. numerus aut vnitas diuisionem impediāt quod est necesse euenire per vltimam petitionem. si verō numerus hanc prohibeat ipse erit impar qui cum numeret pariter parem positum non erat pariter par que positus ē pariter par. si autem vnitas non erit. 13. vel. 15. alius a continue duplis ab vnitate.

Propositio .36.

¶ Numerus cuius medietas ē impar ē pariter impar.



¶ Sit. a. numerus cuius medietas que sit. b. sit impar dico. a. esse pariter imparē. **¶** Sit enim. c. binarius manifestum est itaq. qm ex. c. in. b. sit. a. sit aut. d. quilibet numerus par numerat. a. q. numeret eū scdm. e. eritq. p scdm prem. 10. septimi. e. ad. b. sicut. c. ad. d. igit. e. numerat. b. nā q. a. c. numerat. d. erit itaq. e. numerus impar. erat enim. b. p diffinitionem igitur a. est pariter impar.

Propositio .37.

¶ Numerus a duobus non duplus cuius medietas est par est pariter par & impariter.



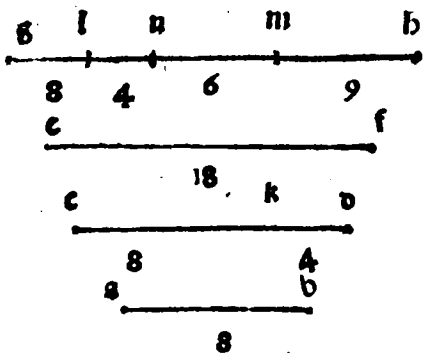
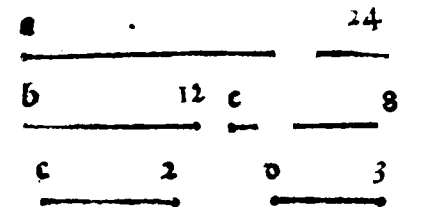
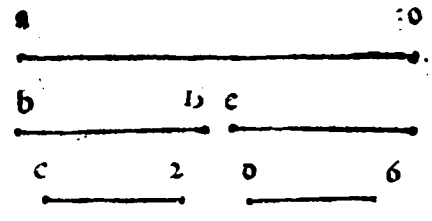
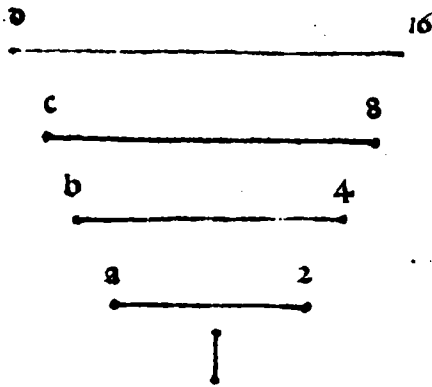
¶ Sit numerus. a. non duplus a duobus cuius medietas q sit. b. ponatur par. dico ipsum esse pariter parem & impariter. **¶** Sit enim. c. binarius de quo manifestum est q ipse numerat. a. fm. b. quia uero. a. nō est duplus a duobus: necesse est si eius medietas que est. b. in alias duas medietates diuidatur: medietatisq. medietas in alias duas ut tandem occurrat numerus impediens diuisionem qui propter hoc q diuisionem non recipit erit impar. **¶** Sitq. is in quo sistit diuifio. d. in numero quippe necesse est stari qā si usq. ad unitatem perueniret diuifio esset. a. de numeris duplis a binario de quibus nō est: de. d. uero manifestum est q ipse numerat. a. per hanc cōem scientiam oīs numerus numerans alium numerat oēm numeratum ab illo. Numeret ergo eum fm. e. eritq. e. par. Alioquin. cum. d. sit numerus impar sequetur per. 30. a. esse imparem: quia igitur. b. numerus par numerat. a. fm. c. q. quocq. ē par ē enī binarius. At uero. e. numerus par numerat eūdem fm. d. qui est impar. constat ex diffinitione numerum. a. esse pariter parem & impariter: qd est propositū.

Propositio .38.

¶ De secundo atq. vltimo numerorum continue pportionalium equale primo dematur quantum ē reliquum secundi ad primum tantum esse reliquū vltimi ad cōsecratum ex cunctis precedentibus necessario comprobatur.



¶ Sint continue pportionales. a. b. c. d. e. f. g. h. dematq. de c. d. eq̄lis. a. b. qui sit. c. k. & de. g. h. qui sit. g. l. dico tūc q. pportio. k. d. ad. a. b. est sicut. l. h. ad cōpositum ex. e. f. c. d. & a. b. **¶** Sumat ex. g. h. eq̄lis. e. f. q sit. g. m. & eq̄lis. c. d. qui sit. g. n. eritq. l. n. eq̄lis. k. d. **¶** Manifestum autē est p. n. sep. q. cum sit. g. h. ad. g. m. sicut. g. m. ad. g. n. erit. h. m. residuum ad. m. n. residuum sicut. g. h. ad. g. m. **¶** Ideoq. sicut. e. f. ad. c. d. **¶** Simili quocq. modo erit. m. n. ad. l. n. sicut. c. d. ad. a. b. permutatim igitur erit. h. m. ad. e. f. & m. n. ad. c. d. sicut. n. l. ad. a. b. itaq. coniunctim per. 13. sep. erit. l. h. cōpositus ex. h. m. m. n. & l. n. ad cōpositum ex. e. f. c. d. & a. b. sicut. l. n. ad. a. b. ideoq. sicut. k. d. ad. a. b. quod est propositum.

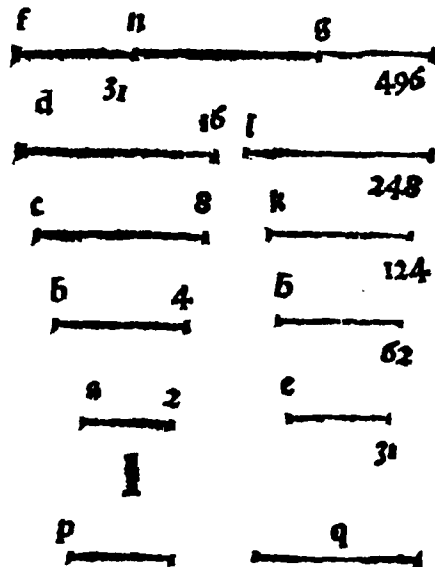


Propositio 39.



Si coaptati fuerint numeri ab unitate continue dupli qui coniuncti faciant numerum primum extremus eorum in aggregatum ex eis ductus producit numerum perfectum.

- S**int ab unitate continue dupli. a. b. c. d. ex eis autem **E** unitate coaceruatus sit. e. qui ponatur esse numerus primus in quem. e. multiplicet. d. **E** proveniat. f. g. dico. f. g. esse numerum perfectum. Sumatur igitur. h. k. l. continue dupli ad. e. ut tot sint. e. h. k. l. quot sint continue dupli ad unitatem sumpti. eritque per equam proportionalitatem. l. ad. e. sicut. d. ad. a. quare per primam partem. 10. sep. ex. a. in. l. p. uenit. f. g. Nam ipse. f. g. provenit ex. d. in. e. **E** quia. a. est binarius est. f. g. duplus ad. l. sunt igitur. e. h. k. l. **E** f. g. continue proportionales. dematur igitur ex. b. equalis. e. qui sit. m. b. **E** residuus. h. n. qui erit etiam equalis. e. itemque. ex. f. g. dematur eidem equalis qui sit. f. n. eritque per premisam. n. g. quantum aggregatum ex. e. **E** h. **E** k. **E** l. **E** d. **E** f. n. cum sit equalis. e. est quantum aggregatum ex. a. **E** b. **E** c. **E** d. **E** unitate. itemque. totus. f. g. est quantus aggregatus ex oibus his scilicet. a. b. c. d. **E** unitate **E** illis. e. h. k. l. de quibus omnibus manifestum est quod numerat eum scilicet. f. g. e. quidem fm. h. **E** b. fm. k. quod ex prima parte. 10. sep. conuincitur adiuvante equa proportionalitate scilicet opus fuerit. Est enim vt. d. ad. c. sic. h. ad. e. **E** vt. d. ad. b. sic. k. ad. e. per equam proportionalitatem quare **E** ex. c. in. b. **E** ex. b. in. k. necesse est provenire. f. g. quem dudum produxerat. d. in. e. si igitur nullus alius ab his numerat. f. g. ipse erit per diffinitionem numerus perfectus. **Q**uod autem nullus alius eum nueret sic patet si enim hoc possibile est sit. p. qui numeret eum fm. q. eritque. per. 33. fp. vt. e. numeret alterum eorum ponaturque **E** q. numeret. p. **E** quia per secundam partem. 10. sep. est. q. ad. d. sicut. e. ad. p. sequitur vt. q. numeret. d. quare cum. a. qui sequitur unitatem sit primus est enim binarius erit. q. per. 13. huius aut. a. aut. b. aut. c. quicunque autem horum fuerit erit. p. aut. d. l. aut. k. aut. h. si enim. q. fuerit. a. constat quod. p. erit. l. quod si fuerit. b. p. erit. k. si autem. c. p. quoque. erit. h. non est igitur. p. diuersus ab illis vt fuerat positum relinquitur ergo quod. f. g. sit numerus perfectus quod erat demonstrandum.



Castigator.

- a** Ex hac habetur esse perfectorum primus senarius secundus. 18. tertius 496. ac deinceps alternatim terminando in octonarios **E** senarios in infinitum **E** non poterit esse perfectus nisi terminetur in altero dictorum.
- b** Quia in utroque ordine sunt numeri in dupla proportionem dispositi **E** ideo per equam proportionem. siue puerim siue directe sunt. d. b. **E** k. e. proportionales. **E** Et iste sunt omnes partes eius quibus numeratur ille quidem fm. l. k. h. e. **E** iste fm. d. c. b. a. **E** unitas fm. se totum per concep. quia omnis numerus pars est unitas ab ipso dicta.
- c** Et si poneret aduersarius. e. numerare. q. tunc quia est per primam partem. 10. septimi. q. ad. d. sicut. e. ad. p. erit permutatim per. 16. quinti. p. ad. d. sicut. e. ad. q. sed. q. numeratur. ab. e. per aduersarium ergo. d. numeratur etiam. ab. p. **E** tunc per. 13. erit. p. aliquis illorum. a. b. c. d. **E** sic vicversa q. erit aliquis illorum. l. k. h. e. quemadmodum dictum est de. p. ideo **E** c.
- d** Cum quilibet eorum numeret. f. g. fm. illos. s. l. k. h. **E** ideo. q. si fuerit. a. p. erit. l. cum. a. numeret. f. g. fm. l. **E** si. q. erit. b. p. erit. k. cum. b. numeret eundem. f. g. fm. k. **E** si. q. erit. c. p. erit. h. quia. c. numeret. f. g. fm. h. **E** ideo semper. p. erit aliquis illorum cum. q. numeret eundem. f. g. fm. p. **E** c.
- E** Latius in his que de proportionem **E** proportionalitate posita sunt in calce. s. diffinitione li. 5. **E** circa diffinitiones. 12. 13. 14. 15. 16. eiusdem ibi dare habes qualiter quantitates communicantes **E** commensurabiles se habeant in longitudine **E** potentia.

Explicit liber Nonus.

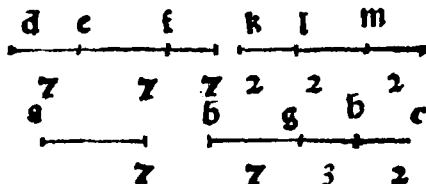
¶ Scimus prealtius difficilissimus Eudidis liber de trededis
irrationalibus lineis. Ex campani optima interpretatione.
Magistro Luca paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis
S. Vini. Castigatore acuratissimo. Incipit.



Quantitates quibus fuerit una
quantitas cōis eas numerans.
dicent' cōicantes. quibus vero
nō fuerit una cōis quātitas eas
numerans dicent' incōmensura
biles. 2 ¶ Linee i potētia cōican
tes dicūtur quaz supficies qua
dratas una cōis supficies nūerat
3 ¶ Linee incōmēsurabiles i po
tentia dicuntur quaz supficies.
quadratas non nūerat una cōis
superficies. que cum ita sint ma

nifestum est qz omni linee posite multe alie sunt incōmensura-
biles. quedam in longitudine tm. quedam in longitudine z po-
tentia. 4 ¶ **O**is aut linea cum qua rōcinamur posita vocetur
rōnalis. 5 ¶ **L**ineę ei cōicantes dicūtur rōnales. 6 ¶ **E**idem
aut in cōicantes dicuntur irrōales siue surde. 7 ¶ **O**is vō qua
drata sup̄ficies de qua p̄ypotesim rōcinamur dicitur rōnalis.
8 ¶ **S**up̄ficies vero ei cōicantes dicūtur rōnales. 9 ¶ **E**idem
aut incōmensurabiles sup̄ficies dicunt irrationales siue surde.
10 ¶ **L**atera vero que in illas quadratas possunt dicūtur irrō-
nalia. 11. ¶ **Q**uālibet quātitatē totiēns posse multiplicari vt
quālibet eiusdem generis quātitatē positā excedat.

Propositio .1.



Ta duabus quantitatibus inequalibus propositis
maius dimidio a maiori detrahatur. iteq; de reli-
quo maius dimidio veniat deinceps quocq; eo-
dem modo. necesse est vt tandem minore posita
rum minor quantitas relinquatur.

Sint due quantitates ineq̄les. a. f. b. c. b. c. maior. dico q̄ toties p̄t̄ maior dimidio detrahi. a. b. c. uel eius residuo q̄ necesse erit re linq̄ quantitatem minorē. a. multiplicetur. n. a. quotiens excedat. b. c. sitq̄ eius multiplex. d. e. f. maior. b. c. detrahatur itaq̄. a. b. c. maior dimidio q̄ sit. b. g. itēq̄ ex residuo quod est. g. e. maior dimidio quod sit. g. b. hoc quoq̄ totiens fiat quousq̄. b. c. diuisa fuerint in tot ptes quotiens. a. conti netur in. d. e. f. ¶ Dico tūc q̄ ultimum residuum ut est hic. b. c. est minus. a. multiplicetur namq̄. b. c. quotiens est multiplicata. a. in. d. e. f. sitq̄ eius multiplex. k. l. m. ¶ Q̄uia igitur unaqueq̄ quantitatum. k. l. m. est equa/ lis. h. c. sequit̄ ut f. k. sit minor. b. g. sed f. l. minor. g. b. at quia. m. est equa lis. h. c. erit p̄ conceptionem. k. l. m. minor. b. c. quare minor. d. e. f. cū sit ergo. d. e. f. ad. a. sicut. k. l. m. ad. b. c. sitq̄. d. e. f. maior. k. l. m. sequit̄ p̄. 14. quinti q̄. sit maior. h. c. quod est p̄positum. I dēq̄ sequit̄ si de maiori di midium dematur. itēq̄ de reliquo dimidium; sicq̄ totiens quousq̄ maior diuidat̄ in tot partes quotiens continet̄ minor in quolibet suo multipli ce. maiorē posita; quantūlibet excedente. ¶ Attendere aut̄ oportet q̄ huic uidet̄. 15. tertiū contradicere p̄ponens angulum contingentie. mino rem fore quolibet angulo a duabus lineis rectis contento posito. n. angu lo quolibet rectilineo. si ab ipso maior dimidio demat̄. itēq̄ de residuo maior dimidio. necesse uidetur hoc totiens posse fieri quousq̄ angulus

rectilineus minor angulo contingente relinquantur: cuius oppositum. et
tertiū syllogizati: sed hi non sunt uniuoce anguli: non enim eiusdem sunt
generis simpliciter curuum & rectum. At uero nec angulum contingentie
totiens contingit sumi ut qualem cūq; rectilineum excedat: quod neces-
sarium est ut ex prehabita demonstratione patet: ad hoc ut consequens ex
antecedente sequat. planū ergo est et quilibet angulū rectilineū infinitis
angulis cōtingentie esse maiore.

Propositio .2.



Quod si fuerint due quantitates inequales detrahatur
q̄ a maiori equale minori donec minus eo superfit
ac deinde a minori ipsius reliqui equale demat̄
donec minus eo relinquantur denuo quoq; a reli-
quo primo equale reliqui secundi donec minus eo
superfit auferat̄: et in huiusmodi cōtinua detractio

ne nullum reliquum quod ante relictum numeretur inueniatur: et
eas duas quantitates incōmensurabiles esse necesse est.

¶ Simile huic p̄positū prima septimi in numeris. Sint due quantitates
inequales. a. & b. maior. a. a quibus si fiat reciproca quoad pōt detractio
non occurrat et si infinites fiat aliqua quantitas detractioem impediēs
sine ante relictum numerās dico eas incōmensurabiles esse. **¶** Sinaut sit
cōis earū mensura. c. detrahatur igitur. b. ex a. quotiens pōt. sitq; residuum
d. quod residuum detrahatur ex. b. quotiens pōt sit residuum. e. Fiatq; to-
tiens ista detractio quousq; ex alterutra duarū quantitarum. a. & b. rema-
neat minus. c. hoc enim necesse est esse possibile per precedentem. Sitq;
hic. e. minus. c. cum igitur. c. mensuret. b. detractam ab. a. & etiam. a. men-
surabit per conceptionē. d. residuum. ideoq; cū mensuret. d. detractum a
b. & etiam ipsum. b. mensurabit. e. residuum. sed erat. e. minus. c. maior er-
go quantitas mensurat minore quod est impossibile.

Propositio .3.



Repositis duabus quantitatibus inequalibus cōi-
cantibus maximam quantitatē cōiter eas nume-
rantem inuenire. Ex hoc itaq; manifestum ē: que
duas metitur quantitates maximam quoq; com-
muniter ambas meti entem metiri.

¶ Huius demonstrationem si secundā septimi non igno-
ras non poteris ignorare: processus enim utrobiz idem.

Propositio .4.



Repositis tribus quantitatibus cōmunicantibus
maximam eas cōmuniter numerantem inuenire.

¶ Hec ex tertia septimi sic patet sicut premissa ex secunda
septimi.

Propositio .5.



Anium duarum quantitarum cōmunicantium
est proportio tanq̄ numeri ad numerum.

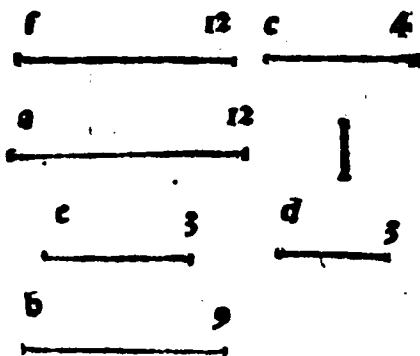
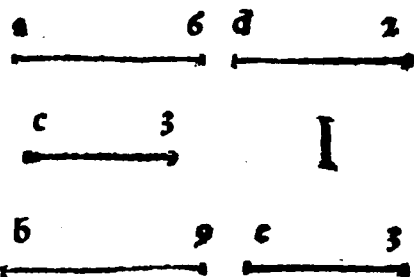
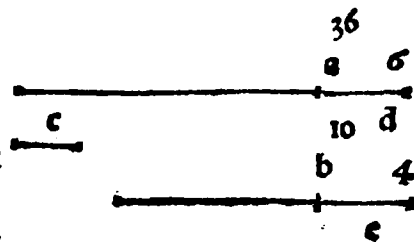
¶ Sint due quantitates. a. & b. cōmunicantes dico q̄ earū
pportio ē sicut alicuius numeri ad aliū numerū. **¶** Sit. n. c.
maxia q̄ntas cōiter mēsurās. a. & b. repta ut docet. 3. huius
que mensuret. a. fm numerū. d. & b. fm numerū. c. eritq; .a.
ad. c. ut. d. ad vnitatē. eo q̄ sicut. a. ē multiplex. c. ita. d. est multiplex vni-
tatis. ac. c. ad. b. ut vnitas ad. e. qm̄ sicut. c. ē submultiplex. b. ita vnitas est
submultiplex. e. igit p̄ equam p̄portionalitatem. a. ad. b. ut. d. ad. e. quod
est propositum.

Propositio .6.



Si fuerint due quantitates quāz sit p̄portio vnus
ad alteram tanq̄ numeri ad numerum: eas duas
cōmunicantes esse necesse est.

¶ Hec est conuersa prioris ut si sit. a. ad. b. sicut numerus. c.
ad numerū. d. erūt due q̄ntitates. a. & b. cōmunicantes. **¶** Sit
enim. e. toties mēsurans. b. quoties ē vnitas in. d. & totiens



mensurans. f. quotiens unitas in. c. Cum sit igitur. f. ad. e. ut. c. ad unitatē ac. e. ad. b. ut unitas ad. d. erit p. equam p. portionalitatem. f. ad. b. ut. c. ad. d. quare et ut. a. ad. b. igitur p. primam p. tem. 9. quinti. f. est equalis. a. cum itaq. e. mensuret. f. per conceptionem mensurabit. a. igitur. a. f. b. cōican ter mensurabat enim f. b. quod est propositum.

Propositio .7.

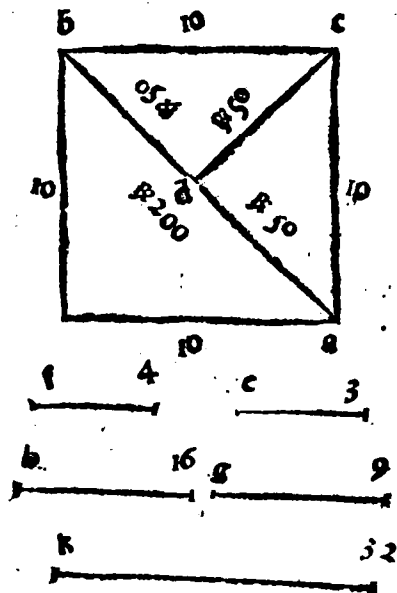
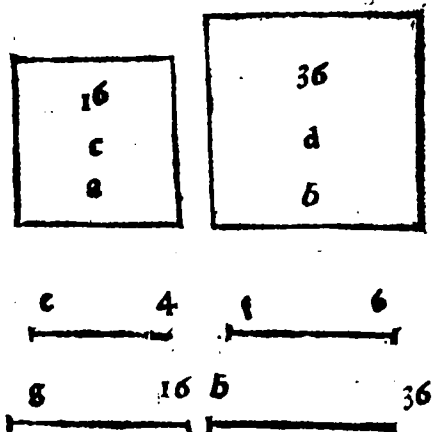


Anium duarum superficiez quadrataz quartus latera in longitudine cōmunicant ē. p. portio vnius ad alteram tanquā numeri quadrati ad numerus quadratum. Si vero fuerit p. portio supficiē qua drate ad superficiem quadratam: tanquā p. portio numeri quadrati ad numerum quadratum: erunt latera eaz in longitudine cōmunicantia. Quod si fuerit p. portio supficiē quadrate ad superficiem quadratā. non velut nume ri quadrati ad numerum quadratū: latera earum erunt in lon gitudine incōmensurabilia.

¶ Sint. a. f. b. duē lineę quadrate quaz quadrata sint. c. f. d. dico q. si. a. f. b. cōmunicant in longitudine erit p. portio. c. ad. d. sicut numeri qua drati ad numez quadratū f. cōuerso. ¶ Si aut p. portio. c. ad. d. nō sit sicut numeri quadrati ad numez quadratum. a. f. b. erunt incōmensurabiles in longitudine f. cōuerso. Verūtn istud argumētum quartū nō p. ponit. ¶ Primum patet sic. si. a. f. b. cōmunicant in longitudine ipse p. s. erunt in p. portione duoz numeroz q. sint. e. f. f. quoz quadrati sint. g. f. h. Quia ergo est. c. ad. d. sicut. a. ad. b. duplicata per. 18. sexti sequit ut sit et. c. ad. d. sicut. e. ad. f. duplicata. ¶ Sed et p. 11. octauī. g. ad. b. ut. e. ad. f. duplicata ergo. c. ad. d. sicut. g. ad. h. quod est primum. ¶ Secundum sic sit. c. ad. d. sicut. g. nūcus qdratus ad. h. numez. qdratū dico q. a. f. b. erūt i longitu dine cōicantes. Cum enim sit. c. ad. d. ut. a. ad. b. duplicata p. 18. sexti. f. g. ad. h. p. 1. octauī ut. e. ad. f. duplicata: quare f. simpla. a. ad. b. sicut simpla e. ad. f. p. 6. igitur sint. a. f. b. cōicantes quod est secundum. ¶ Tertium ue ro patet ex primo a destructione consequentis. ¶ Similiter quartum pa tet ex secundo a destructione consequentis. ¶ Ex tertia parte huius nota diamet. ē incōmensurabile costē. ¶ Cum. n. sit quadratū diametri dupli quadrato costet dupla uero p. portio non sit sicut numeroz quadratorum sequit diamet. ē incōmensurabilem costē in longitudine. Alioquin cū quaternarius sit numerus quadratus ēnt oēs pariter pares quadrati f. etiā alii infiniti q. nō sunt qdrati. ¶ Dicit aut A. 3. prio prio. ad istud incō ueniens si diameter ponatur cōmensurabilis costē q. impar numerus erit equalis pari quod f. patet. Sit enim diameter. a. b. cōmensurabilis la teri. a. c. eritq. per. 5. a. b. ad. a. c. sicut aliquis nūcus ad alium. Sin. ergo hī numeri. e. f. f. qui sint minimi i sua p. portione. eritq. ob hoc aliter eorum impar. Si enim uterq. par non erūt minimi quadrati quoq. eoz sint. g. f. b. si ergo. e. est. impar. erit quoq. ex. 30. noni. g. impar sit itaq. f. duplus ad. h. eritq. k. ex diffinitione par. ¶ Quia igitur. a. b. ad. a. c. ut e. ad. f. erit per. 18. sexti f. 11. octauī quadratum. a. b. ad quadratum. a. c. ut. g. ad. h. est itaq. g. duplus ad. h. sic enim est quadratū. a. b. ad quadra tum. a. c. p. penultimam primi f. quia etiam. k. est duplus ad. h. sequitur p. 9. quinti ut. g. nūcus impar sit equalis. k. nūcro pari. ¶ Quod si. e. sit par f. f. impar. erit p. portio. f. ad dimidiū. e. q. d. sit. l. sicut. a. c. ad dimidiū. a. b. q. d. sit. a. d. f. ideo erit p. portio qdrati. a. c. ad quadratū. a. d. sicut p. portio numeri. h. qui est impar per. 30. noni ad quadratum numeri. l. qui sit. m. cni. k. ponatur esse duplus. eritq. k. per diffinitionem par. At quia qdratū a. c. est duplum ad quadratum. a. d. per penultimam primi erit. h. duplus ad. m. cūq. k. sit etiam duplus ad. m. erit. per. 9. quinti numerus impar. b. equalis. k. numero pari quod est propositum.

Castigator.

¶ Videlicet quātum ad p. portionem arithmeticam nō aut quātum ad



pportionem geometricam. quia semper inter diametrum & costam. collocabit tertia subcōtinua ppportionalitate per. 9. sexti. & sic prima & tertia cōmunicabunt medie. per consequens. prima que est dianietet. cōmunicabit. tertia que est costa. &c. geometrice.

Propositio .8.



I fuerint due quantitates vni quātitati cōicantes ipsas quoq; inuicem cōmensurabiles ēē necesse ē.

Sit vtrq; duarū quantitarum. a. & b. cōicans quantitati. c. dico. a. & b. esse cōmensurabiles. ¶ Est enim per. 5. a. ad. c. sicut numerus ad numerū. similiter quoq; per eandem. c. ad. b. sicut numerus ad numerum. Sit itaq; numerus. d. ad numerum. e. sicut. a. ad. c. numerusq; .f. ad numerum. g. sicut. c. ad. b. At ppportiones que sunt. d. ad. e. & f. ad. g. continuantur in tribus terminis qui sunt. h. k. l. ut docet. 4. octauū. eritq; ptequā ppportionalitatem. a. ad. b. sicut. h. numerus ad. l. numerum. Per. 6. igitur sunt. a. & b. cōicantes qđ ē propositū. ¶ Ex hac quoq; sequitur qđ si fuerint due qntitates si bi inuicem cōicantes. cuiusq; vna earum cōmunicat & reliqua. & cuiusq; vna non cōmunicat nec reliqua. ¶ Sint enim due quantitates. a. & b. cōmunicantes ponatur. c. quelibet quantitas que sit. c. cum qua cōmunicet. a. dico qđ. b. cōmunicabit cum eadem. quod ex hac octaua patet cū vtrq; earum cōmunicet cū. a. ex ypothesi. ¶ Quod si iterum. a. & b. sint cōmunicantes vt prius ponatur. c. quelibet quantitas cum qua non cōmunicet. a. dico qđ. b. non cōmunicabit cum eadem. Si enim. c. cōmunicaret cum. b. cum. a. quoq; per ypoth. cōmunicet cum eodem. b. essent per hanc octauam. a. & c. cōmunicantes. sed positum erat qđ non essent quare constat quod diximus.

Castigator

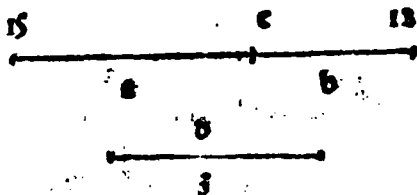
Communicātia proprie dicitur numero. ut in septimo & octauo & nono libris apparet. sed cōmensurabilitas proprie competit quantitati continue. Et ideo nimirum si auctor indifferēter aliquando vtitur vno & alio termino ut in ista octaua apparet.

Propositio .9.



Si fuerint due quantitates cōicantes. totum quoq; ex eis cōfectum vtriq; earum. erit cōmunicans. Si vero fuerit totum vtriq; cōmensurabile erūt ambe cōmensurabiles.

Sint due quantitates. a. & b. cōmensurabiles. dico totum ex eis cōpositum quod sit. c. vtriq; earum ēē cōmensurabile & cōuerso. Adhuc quoq; si totum ex eis cōpositum vni earum cōmunicet dico qđ cōmunicabit alteri & ipse similiter iter se. Idem quoq; in cōtrario. si enim. a. & b. sint incōicantes. dico qđ. c. vtriq; earum erit incōmunicans & cōuerso ac si. c. alteri earum sit incōmunicans erit quoq; incōmunicans & alteri & ipse etiam inter se. Sint itaq; primum. a. & b. cōmunicantes. suntq; earum cōis mensura. d. qui cum vtrq; earū numeret p conceptionem similē antepenultime numerabit. & c. quare p diffinitionem. c. cōicabit vtrq; earū. scilicet. a. & b. Ex cōuerso quoq; si. c. cōmunicet vtrq; earū. sit oim cōis mensura. d. cōstat itaq; p diffinitionem. a. & b. cōicantes esse. Sed cōmunicet. c. cū altera earū que sit. a. dico qđ cōicabit cū. b. & a. ēt & b. cōmunicabūt adinuicē. Sit. n. d. cōmuniter mensurans. c. & a. qđ igitur. d. mensurat totum & detractum per conceptionem ipsa mensurabit residuum videlicet. b. p definitionem ergo & c. cōicat cū. b. & a. cōmunicat quoq; cum. b. ¶ Si aut. a. & b. sint incōmunicantes erit. c. incōmunicans vtrq; earū. si enim cū vtrq; seu ēt cum altera earū cōmunicaret & ipse cōmunicaret adinuicem. quod est cōtra ypothesim. ¶ Similiter quoq; cōuerso si. c. ē incōicans vtrq; earū. seu etiam alteri earū. erit quoq; incōmunicans reliques & ipse inter se quod palam est ex predemonstratis a destructione consequentis.



Propositio

10.



Primum quatuor quantitarum proportionalium si fuerit prima communicans secunde: tertia quoque erit coicans quarte. Si vero prima incommensurabilis fuerit secunde: tertia quoque incommensurabilis erit quarte.

Sint quatuor quantitates proportionales. a. b. c. d. dico q. si. a. communicat cum. b. c. quoque communicabit cum. d. q. si. a. est incommensurabilis. b. c. quoque erit incommensurabilis. d. Et si. a. coicat cum. b. in potentia tñ. c. quoque communicabit cum. d. in potentia tantum. Verum il lud non proponit auctor quia facile patet ex demonstratione priorum. ¶ Si enim. a. coicat cū. b. erit per. 5. a. ad. b. sicut numerus ad numerum. Sit ergo sicut. e. ad. f. At quia est per ypothesim. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit. c. ad. d. sicut numerus. e. ad numerum. f. Per. 6. igitur est. c. coicans cum. d. quod est primum. ¶ Secundum patet ex primo a destructione consequentis. Si enim. a. est incommensurabilis. b. oportet. c. ē incommensurabilem. d. nam si esset ei commensurabilis cū sit ut. c. ad. d. sic. a. ad. b. p. ypothesim: ē p. primam ptem. a. communicans cum. b. sed non erat: quare constat totū quod proponit auctor. ¶ Quod aut adiunximus videlicet q. si. a. coicat cum. b. in potentia tñ. c. communicat cū. d. in potentia tñ. sic patet. ¶ Cū enim. a. non coicat cum. b. in longitudine: nec. c. quoque ex parte secunda huius coicabit cum. d. in longitudine. At vero cum quadratum. a. coicat cum quadrato. b. ex ypothesi erit per. 5. quadratum linee. a. ad quadratū linee. b. sicut numerus ad numerum qui sint. e. f. Et quia quadratum. c. ad quadratum. d. est sicut quadratum. a. ad quadratum. b. erit et quadratū. c. ad quadratum. d. sicut numerus. e. ad numerum. f. per. 6. igitur. c. f. d. coicant in potentia: q. quia non communicant in longitudine: constat ppositum.

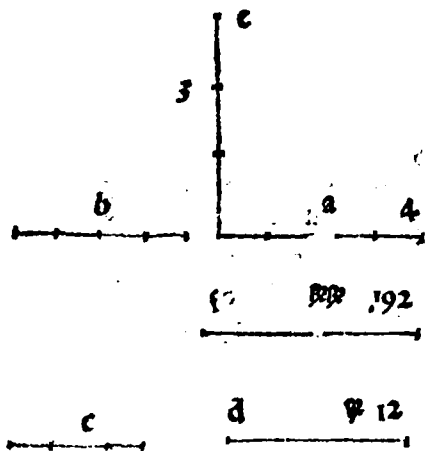
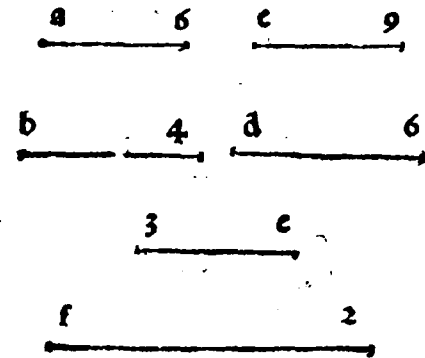
Propositio

11.



Proposita qualibet recta linea duas ei incommensurabiles alteram in longitudine tantum alteram in longitudine et potentia rectas lineas inuenire.

Sit linea. a. proposita: volo duas lineas reperire quas vna communicet cum. a. in potentia tñ: altera vero sit incommensurabilis ei in longitudine et in potentia. Sumo itaq. duos numeros nequaquam se habentes in pportione aliquorum numero quadratorum: sintq. hii. b. c. quos facile est sumere cū q. libet qdratus numerus ad quēlibet non quadratū ea habeat pportione quā nequaquam habent aliqui numeri quadrati confirmante hec. 11. ostendit duobus talibus numeris sumptis inuenio lineā. d. ad cuius quadratū se hēat quadratū linee a. sicut numerus. b. ad numerum. c. Hanc aut lineā ita repio diuido lineā. a. in tot ptes equales quot sunt vnitates in numero. b. quod facile facio adiuvante. 11. vel. 12. sexti: dehinc sup. extremitatē lineae. a. erigo lineā. e. ppendi calariter in qua toties cōtineat vna ex ptribus. a. quotiens vnitates est in. c. Quia igit ex prima sexti pportio quadrati linee. a. ad superficiē que fit ex a. in. e. ē sicut. a. ad. e. f. ideo sicut numeri. b. ad numerum. c. Si ponatur. d. in medio loco proportionalis inter. a. et. e. sicut docet. 9. sexti q. tunc per primam partem. 16. eiusdem quadratū. d. erit equale superficiē producte ex a. in. e. f. erit pportio quadrati linee. a. ad quadratum linee. d. sicut numeri. b. ad numerum. c. quare. a. et. d. sunt commensurabiles in potentia ex diffinitione et per vltimam ptem. 7. ipse sunt incommensurabiles in longitudine. Reperita est itaq. d. prima linea quam propositum erat inquire re. ¶ Alteram sic reperio interpono ut docet. 9. sexti lineam. f. medio loco proportionalem inter. a. et. d. eritq. per correl. 17. sexti quadratum. a. ad quadratum. f. sicut. a. ad. d. ¶ Itaq. per secundam partem. 10. quadratum. a. est incommensurabile quadrato. f. igitur linea. f. est incommensurabilis linee. a. in potentia quare et in longitudine et est itaq. f. secunda linea quā propositum erat reperire. Et sic patet propositum.



Castigator.

¶ Quia quadratū .a. ad qdratū .f. nō ē sicut nūeri qdrati .ad numez. quadratum nec simpliciter sicut alicuius numeri ad aliquem numez. qm si sic ēēt. Tunc p sexta huius cōuersam .s. ēēt quadratū .f. qdratū .a. cōcantia Et commensurabilia quod non sunt .cum sint sicut .a. ad .d. vt dictum est. Et ideo per tertiam partem sep. huius .a. f. f. latera dictoz. quadratorum i longitudine sunt incommensurabilia. vt dicit ibi f. c. quare linee .a. f. f. sunt in longitudine f. potentia incommensurabiles. vt queritur.

Propositio .12.



¶ Si enim quatuor lineaz. pportionalis si prima tanto amplius possit secunda quantū ē quadratū alicuius linee cōcantis sibi in longitudine. necesse est tertiam quoq. tanto amplius posse quarta quantū est quadratū alicuius linee cōcantis sibi in longitudine: q. si fuerit prima potentior secunda quadrato alicuius linee incommensurabilis sibi i longitudine. erit quoq. tertia potentior quarta quadrato alicuius linee sibi incommensurabilis in longitudine.

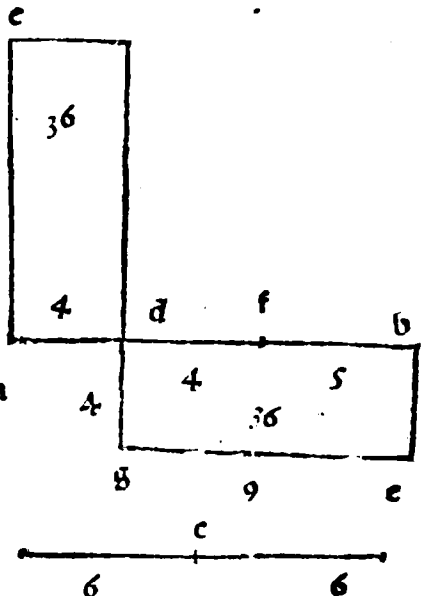
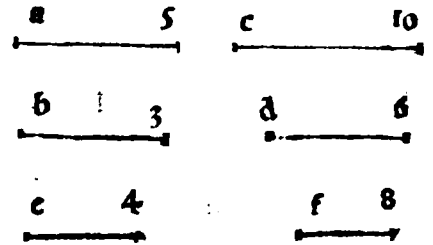
¶ Sint quatuor linee pportionales .a. b. c. d. sitq. .a. maior .b. f. c. maior d. Sit quoq. .a. potentior .b. quadrato linee e. f. c. potentior .d. quadrato linee .f. dico q. si a cōcat .e. in longitudine .c. quoq. cōcabit .f. in longitudine q. si a non cōcat .e. in longitudine nec .c. cōcabit .f. in longitudine. Quod f. si .a. cōcat .e. in potētia tñ .c. quoq. cōcabit .f. in potētia tñ. Vez tñ illud vltimū nō pponit auctor qa facile patet ex prio. demon. stratiōe. Cū sit .n. pportio .a. ad .b. sicut .c. ad .d. erit qdrati .a. ad quadratū .b. sicut quadrati .c. ad quadratū .d. f. quia quadratū .a. est equale quadratis duaz. lineaz. .b. f. c. similiter quadratū .c. quadratis duaz. linearum d. f. f. erit pportio quadratoz. duarū lineaz. .b. f. e. ad qdratū .e. sicut quadratorū .d. f. f. ad quadratū .f. ergo disiūctim erit quadratū .b. ad quadratū .e. sicut quadratū .d. ad quadratū .f. ergo .b. ad .e. sicut .d. ad .f. Item p equam pportionalitatē erit .a. ad .c. sicut .c. ad .f. ergo p primā pte decime cōstat pria p. huius f. p. fam fa. f. p. tertiā ibi adiūctā tertiā hic adiūctā.

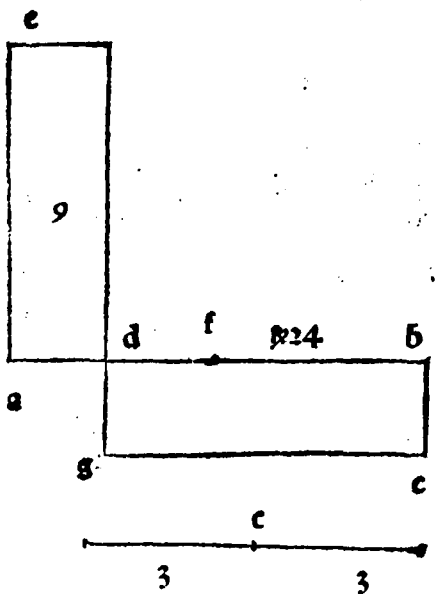
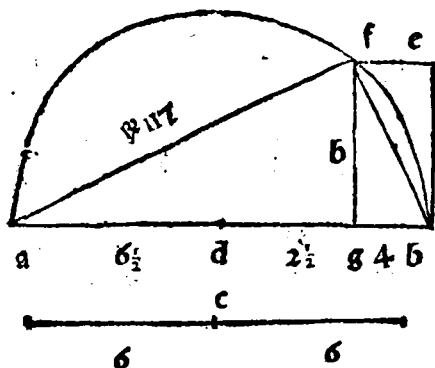
Propositio .13.



¶ Si erint due linee inaequales quarum longiorem in duo cōcantia diuidat superficies sibi adiuncta eq. lis quarte parti quadrati breuioris linee cui adiuncte superficies desit ad complendam totam lineas superficies quadrata necesse est ipsam lineam longiorem linea breuiori tanto amplius posse quantū est quadratū alicuius linee cōcantis eidem longiori in longitudine. Si vero fuerit longior potentior breuiori augmento quadrati linee cōcantis sibi in longitudine adiungaturq. ei superficies equalis quarte parti quadrati breuioris linee cui desit quadrata superficies superficiem sibi adiunctā eandem lineam longiorem in duas portiones commensurabiles diuidere necesse ē.

¶ Sint due linee .a. b. f. c. maior .a. b. f. adiungat ad lineā .a. b. superficies eq. lis q. rte pti qdrati linee .c. ita q. desit ad cōplēdā lineā .a. b. superficies qdrata hoc enim est possibile. per .17. sexti quod facile fiet hoc modo. ¶ Dicitur datur .a. b. in duas lineas .a. d. f. d. b. ita q. inter eas cadat medietas linee .c. continue proportionalis. ¶ Hoc autem qualiter fiat in fine demonstrationis huius docebitur. Eritq. ex .16. sexti superficies .a. d. in .d. b. que sit .d. x. equalis quadrato medietatis linee .c. quare ex .4. secundi erit eadem sub quadrupla quadrati linee .c. ¶ Deest quoq. ad complendam lineam .a. b. superficies quadrata: cū f. a. d. sit equalis .d. g. f. d. b. equalis .g. e. Dico itaq. q. si superficies .d. e. diuidat lineam .a. b. in duo cōcantia erit lineā .a. b. potē





rior linea. c. in quadrato alicuius lineae scum comunicantis in longitudi-
ne et e converso. ¶ Cū aut sit linea. a. b. maior linea. c. non erit. a. d. equa-
lis. d. b. sic enim esset superficies. d. e. quadrata: et quia ipsa est equalis qua-
drato medietatis lineae. c. esset. a. d. equalis medietati. c. et tota. a. b. toti. c.
quod est contra ypoth. Non est igit. a. d. equalis. d. b. Iam de maiori ca-
rū que sit. d. b. abscondatur. d. f. equalis. a. d. eritq. per. 8. secūdi quadratum
totius. a. b. equale his que sunt ex. d. b. in. d. a. quater et quadrato. f. b. Qua-
re linea. a. b. erit potētiō linea. c. in quadrato lineae. f. b. Quā necesse est
cōicari toti. a. b. si linea. a. d. est cōicans lineae. d. b. Si enim hoc fuerit erit
d. b. cōicans. d. f. siue equali quare p. 9. b. f. cōicat cum. f. d. et ideo toti. b.
d. et p. hoc cū tota. a. f. igit. et cū tota. a. b. sicq. patet primū. ¶ Cōuersum
huius sic patet sit. a. b. potētiō. c. i. linea. f. b. que cōicet scum in lōgiti-
dine. dico tūc q. superficies equalis quarte parti quadrati lineae. c. addita ad
lineam. a. b. ita q. desit superficies quadrata diuidet lineam. a. b. in duo cō-
municantia. Diuidatur enim. f. a. per equalia in. d. et fiat superficies. d. e.
ex. d. b. in. d. a. et deest ad complendam lineam. a. b. superficies quadra-
ta: eritq. per. 8. secūdi quadratum. a. b. equale quadruplo superficiei. d. e.
et quadrato. f. b. igitur quadruplum superficiei. d. e. est equale quadrato
c. quare superficies. d. e. sit equalis quarte parti quadrati. c. dico igit. q. d.
b. est cōicans cū. a. d. cū sit. f. b. comunicans cum. a. b. Si enim hoc fuerit
ut q. f. b. sit comunicans cū. a. b. erit et comunicans cū. a. f. p. 9. quare et
cum. a. d. sed et cū. d. f. sibi equali itaq. et. d. b. est comunicans cum. a. d.
q. d. est secūdu. Nunc aut monstrandū est qualiter linea. a. b. cū ipsa posi-
ta fuerit maior linea. c. possit sic diuidi ut inter ptes eius cadat medietas
lineae. c. continue proportionalis. ¶ Cū enim sic fuerit diuisa: superficies q. fiet
ex vna in alterā erit equalis quadrato medietatis lineae. c. et ipsa erit superfi-
cies equalis quarte parti quadrati lineae. c. adiuncta ad lineam. a. b. ita q.
desit superficies q. drata. Hoc enim sic fiet diuisa. a. b. per equalia in. d. lineae
super ea semicirculus. a. f. b. et similiter. b. e. perpendicularis ad. a. b. q. ponat
equalis medietati lineae. c. et ducatur. e. f. equidistans ad. a. b. vsq. quo se-
cet circūferentiā semicirculi in puncto. f. necesse est enim ut secet ea: cū li-
nea. a. b. sit maior linea. c. ¶ Et ducat. f. g. perpendicularis ad. a. b. q. cū per
34. primi sit equalis lineae. c. b. erit quoq. equalis medietati lineae. c. ¶ Du-
cant itaq. lineae. f. a. f. b. eritq. per primam partē. 30. tertii angulus. a. f. b. re-
ctus: ideo p. primam partē coroll. 8. sexti erit linea. f. g. medio loco pro-
portionalis inter. a. g. et. g. b. quare medietas lineae. c. que ē sibi equalis: erit
etiam proportionalis inter easdem quod est nostrum propositum.

Propositio 14.



¶ Si fuerint due lineae inaequales quarum longiorem
diuidat in duas partes incommensurabiles superfi-
cies equalis quarte parti quadrati brevioris sibi
adiuncta ita q. desit ad eius complectionē: superfi-
cies quadrata erit longior potētiō breviori ang-
mento quadrati lineae incommensurabilis ipsi lon-
gior in longitudine. Si vō longior potētiō fuerit breviori q. dra-
to lineae incommensurabilis sibi longiori in longitudine adiunga-
turq. ei superficies equalis parti quae te quadrati brevioris de-
fueritq. longiori superficies quadrata necesse est ut ipsa superfi-
cies sibi adiuncta eandem longiorem lineam in duas portiones
incommensurabiles diuidat.

¶ Hec. 14. ex contrario antecedentis premisse infert contrariū consequen-
tis pmissae et non differt eius dispositio a dispositione illius. sed et modus
argumentandi utrobique idē. Si enī. a. d. nō cōicet cū. d. b. nec. d. f. sibi ad eō
lis cōicabit cū eadē. d. b. itaq. p. 9. d. f. nō cōicabit cū. f. b. q. neq. a. f. sunt
enī. a. f. et. d. f. cōicantes tanq. numerans et numeratū: ideo neq. a. b. cō-
municabit cū linea. f. b. ¶ Q. d. si hoc fuerit videlicet si. a. b. non cōicet cū
f. b. non cōicabit cū. a. f. quare neq. cū. a. d. aut. d. f. Neq. igit. a. b. cū. d. a.

Potest quoque hec. 14. demonstrari per premissam. pma pars huius ex secunda illius & secunda ex prima a destructione consequentis. si enim. a. d. f. d. b. non cōicent nec etiam. a. b. f. b. cōicabūt nam si. a. b. f. b. f. cōicarent oportet per secundam partem premissę vt. a. d. cōicaret cum. d. b. sed possumus esse q non. Eodem modo de secunda pre. si enim. b. a. f. b. f. non cōmunicant nec. a. d. f. d. b. communicabunt. nam si sic sequitur per primam partem premissę vt. a. b. f. b. f. cōicent q n. cōicant quare patet ppositum.

Colligato.

¶ Dividere l duas portiones incommensurabiles & dividere in duo incommensurabilia conuertunt vt patet ex secunda pre huius decimequarte & quingiesima prima huius decimi infra vbi linea. d. b. rōalis dividit in puncto. f. in duo cōicantia ex quo patet q quis rationale cōicet rationali tñ rationale potest dividi in duas partes tales q neutra illarū cōmunicabit alteri vt si dividat. 10. in tales duas q pductum vnarū in alteram sit. 10. vna pars erit. 5. plus. 5. & altera. 5. minus. 5. qm vtraq ē incommensurabilis alteri & ē totū. 10. ideo. &c. **Propositio. 15.**



¶ Quis superficies rectangula quam continet lineę in longitudine rōales rōalis ēē probatur.

¶ Sint due lineę. a. b. f. b. c. continentes superficiem rectangula. a. c. rōales in longitudine dico superficiem. a. c. esse rōalem. ¶ Descripto enim quadrato cuius vis eam. vt. c. d. lineę. b. c. erit per primam sexti. c. d. ad. a. c. si erit. b. d. ad. a. b. quia igitur. b. d. cōmunicat in longitudine cū. a. b. ex ypothesi eo q. b. c. sua equalis cōmunicat cum ipsa erit per primam partem 10. c. d. cōmunicans. a. c. cum sit itaq. c. d. rōalis per diffinitionem erit & a. c. rōalis quod est ppositum.

Propositio. 16.



¶ Si ad iuncta fuerit lineę in longitudine rōali superficie rōalis rectangula latus eius secundum erit in longitudine rōale lateris primo l longitudine cōmensurable.

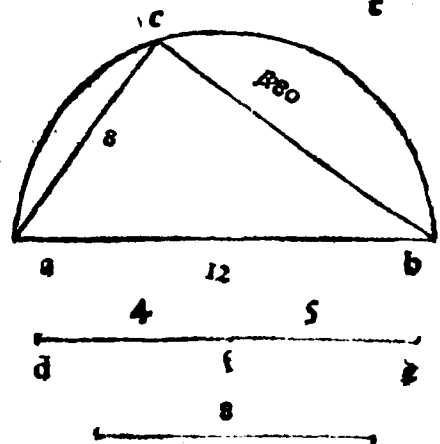
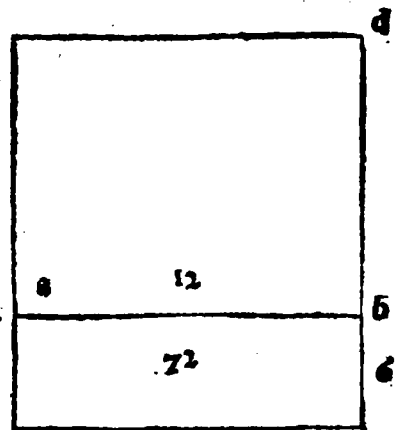
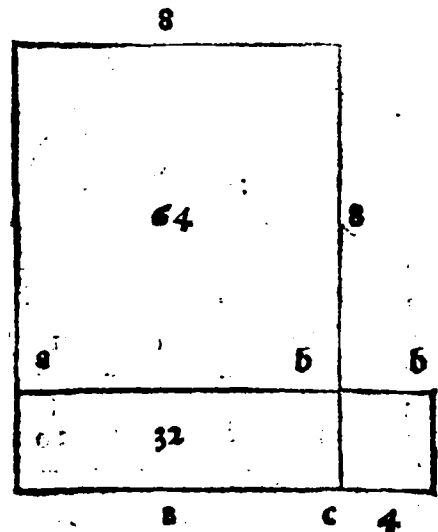
¶ Hec est quasi conuersa prioris vt si superficie. a. c. ad iuncta ad lineam. a. b. rōalem in longitudine fuerit rōalis dico q latus eius secundum quod est. b. c. erit etiam rōale in longitudine & cōmunicans lateri primo sit enim. a. d. quadratum. a. b. eritq. rōale ex diffinitione & propter hoc erit cōmunicans cum superficie. a. c. rōalis quia igitur p pma sexti sicut. a. d. ad. a. c. ita est ē. d. b. ad. b. c. cōicat aut. d. a. cū. a. c. erit p primam partem. 10. b. d. cōmunicat cum. b. c. ergo cum. b. a. sua equali scd. b. a. rōalis est quare per diffinitionem & b. c. constat itaq. ppositum.

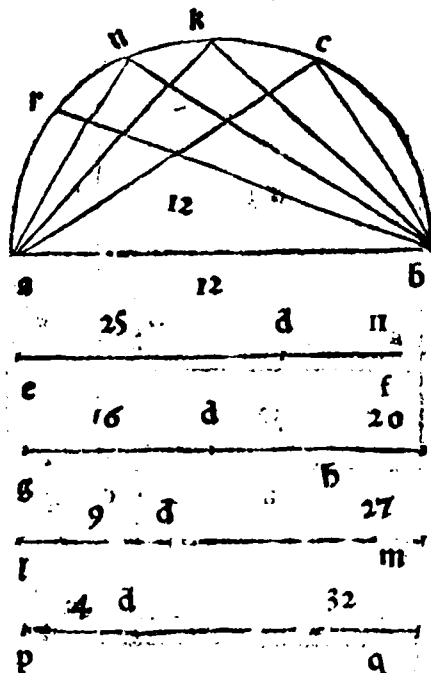
Propositio. 17.



¶ Si lineę inuenire potentia tantum rōales cōmensurabiles quantum longior plus possit breuior quadrato lineę sibi cōmensurabilis in longitudine.

¶ Propositum est inuenire duas lineas rōales potentia tantum cōmunicantes quarum longior sit potentior breuior quadrato lineę sibi cōmunicantis in longitudine. Sumo itaq. aliquam lineam rōalem que sit. a. b. super quam describo semicirculum. a. c. b. & sumpto aliquo numero vt. d. e. diuido ipsam l duorum minor. d. f. f. e. ita q sit proportio. d. e. ad. d. f. sicut numeri quadrati ad numerum quadratum non sit autem proportio. d. e. ad. f. e. vt numeri q arari ad numerum quadratum. talis autem numerus est quilibet quadratus diuisibilis in quadratum & non quadratum. vt. 9. qui dividitur in. 4. & 5. & oēs hōy eque multiplices & inuenio lineam. ad. cuius quadratum se hēat qdratū lineę. a. b. sicut numerus. d. e. ad num. d. f. q licet at ipsa reperiatur in demonstratione. 5. f. u. dictum est hanc lineam inuentam q





necessario est minor. a. b. coapto p primam quartam intra semicirculum. a. c. b. sitq. a. c. f. sub tendā lineā. c. b. dico duas lineas. a. b. f. c. b. eē quas que-
 rimus. Erit igit p primā pte. 30. tertii angulus. c. rectus. f. iō p penultimā
 primi quadratū. a. b. equale est qdrati. duaz. lineaz. a. c. f. c. b. f. q. a. ppor-
 tio qdrati. lineae. a. b. ad. qdratū lineae. a. c. f. sicut. d. e. ad. d. f. p. ypoth. erit p
 tueriam pportionalitatē pportio qdrati lineae. a. b. ad qdratū lineae. c. b. si
 cut. d. e. ad. f. e. ergo qdratum. c. b. cōicat cū quadrato. a. b. p. 6. huius. Erit
 igit qdratū. c. b. rōnale p diffinitionē cū cōicet rōnali supficiē. Et ga. c.
 f. a. b. sunt incommensurabiles p vltimā ptem. z. constat duas lineas. a.
 b. f. c. b. eē rōnales potētia m̄ cōicantes. ¶ At ga linea. a. b. ē potentior
 linea. c. b. in quadrato lineae. a. c. que p scōdam ptem. z. cōicat scō i lon-
 gitudine constat habitū eē ppositum. ¶ Si autē libeat plures duabus potē-
 tia p̄m rōnales cōicantes quaz. vna potentior sit qualibet aliaz. in qua-
 drato alicuius lineae scō cōicantis in longitudine recipere sit vt p̄us linea
 a. b. rōnalis in longitudine sup. quā describat semicirculus. a. c. b. suma-
 turq. nūerus. d. qdratus qui sit diuisibilis in multos qdratos ¶ Non qdratos
 quoz. non qdratoz. m̄me sit pportio sicut aliquoz. numeroz. qdratoz.
 tales autē nūci vltro se offerunt vt. 36. qui ē diuisibilis in. 35. f. u. itēq. i. 16.
 f. 20. rursusq. in. 9. f. z. ac itēz. in. 4. f. 32. istoz. p̄o non qdratoz. q. sunt
 11. 10. 17. 31. ad inuicē non ē pportio sicut alicuius numeri qdrati ad aliū.
 ¶ Est igit vt numerus. d. qdratus diuidat in. e. qdratū f. i. non qdratū
 sitq. qdratū lineae. a. b. ad qdratū lineae. a. c. sicut nūerus. d. ad numez. e.
 f. ducatur linea. c. b. f. constat ppositum vt p̄ius demonstratum ē. a. b. f. b.
 c. eē duas tales lineas quas ingrimus. ¶ Similiter quoq. diuidā. d. in. g. q-
 dratum f. h. non quadratū sitq. quadratū lineae. a. b. ad quadratū lineae. a.
 k. sicut. d. ad g. f. ducatur linea. k. b. erūtq. v̄p̄ius due lineae. a. b. f. b. k. q-
 les ingrimus. ¶ Eodē mō si rursus diuidatur. d. i. l. quadratū f. i. m. non q-
 dratū f. ponatur pportio quadrati lineae. a. b. ad quadratū lineae. a. n. sicut
 d. ad i. f. pducatur. n. b. erūt due lineae. a. b. f. b. n. quales ingrimus. Quod
 si rursus diuidatur. d. in. p. quadratū f. in. q. non quadratū ē fuerit ppor-
 tio quadrati lineae. a. b. ad quadratū lineae. a. r. sicut. d. ad p. f. p̄tracta fue-
 rit. linea. r. b. erūt ēt due lineae. a. b. f. b. r. quales ingrimus. ¶ Sunt itaq.
 lineae. a. b. b. c. b. k. b. n. b. r. potentia m̄rationales f. m. ea cōicantes quaz.
 vna videlicet. a. b. ē potentior q̄libet aliaz. in quadrato lineae scō cōican-
 tis in longitudine. Si igitur quatuor ē lineaz. b. c. b. k. b. n. b. r. nulla cōi-
 cat aliū in longitudine constat ppositū. Istud autē f. c. pbat. Patet. n. ex
 premis. s. q. quadratū lineae. b. c. ad quadratū lineae. a. b. ē sicut nūerus. f. ad
 numez. d. f. quadratū lineae. a. b. ad quadratū lineae. b. k. ē sicut numerus
 d. ad numez. h. ergo p equam pportionalitatem quadratum lineae. b. c.
 ad quadratum lineae. b. k. ē sicut numerus. f. ad numerum. h. sed nullus
 quatuor numerorum. f. h. m. q. se habet ex ypothēsi ad alium sicut nume-
 rus. quadratus ad numerum quadratum. quare per. 3. partem. z. due lineae
 b. c. b. k. sunt incommensurabiles in longitudine. ¶ Eadem rationē
 q̄libet due ex illis quatuor sunt incommensurabiles in longitudine ē
 liquet ergo quod volumus.

Castigator

b ¶ In ista infra vbi dicitur. Si igitur quatuor linearū . b. c. b. k. b. n. ¶
b. r. nulla communicat aliū ꝑ ꝑ. ¶ Nam si vna communicaret alteri vꝑ ꝑ. b.
c. cum . b. k. sequeretur q. linea . a. b. communicaret cum eadem. quia si com-
municant in longitudine earum quadrata se haberent sicut duo numeri
quadrati per primam partem. z. huius. ¶ tunc quadratum vnius earum
ad quadratum linee . a. b. etiam esset sicut numeri quadrati ad numerum
quadratum. ¶ tunc per secundam partem. z. huius essent eorum latera. scili-
cet linee . a. b. ¶ . b. k. seu . b. c. in longitudine commensurabilia. quod est
falsum. Vnde prius conclusum fuit oppositum. ¶ Et sic de quacūq. alia ꝑ.
¶ Erideo Euclides probat eas esse adinuicem incommensurabiles ve
ibi patet ꝑ. ¶

Castigato.

C De necessitate oportuit ponere duas lineas sequales ad hoc vt eant in longitudine incoicantes & solum in potentia coicantes rōnales. quia possunt esse due linee solum in potentia rōnales. Et non tñ in potentia coicantes. sed et in longitudine coicant vt sint latera duarū superficiū quadratarū quarū vna sit. n. pedū & alia trium pedū que cū sint sicut duo numeri quadrati. 4. 16. & 9. 36. p. primā ptem. 7. latera sunt. cōmensurabilia in longitudine. que latera dicuntur vulgares p. n. & p. 3. qm. p. 3. est medietas de p. n. & p. consequens quarta p. quadrati de p. n. vt. 3. Idem dicitur de illis decime octauē sequentis.

C Cum quadratum linee a. b. rōnales se debeat habere ad quadratum linee inueniende sicut numerus. d. e. ad numez. d. f. hoc est sicut numerus quadratus ad numez. quadratum linea. a. b. & linea inuenienda erunt cōcantes in longitudine ex secunda pte. 7. huius. Et erit pportio eaz. sicut lateris numeri quadrati. d. e. & lateris numeri quadrati. d. f. cum numero quadrato. d. e. & d. f. sit duplicata suo. correlatiuo. latez. p. u. octauā ac et dictaz. lineaz. quadrata p. 18. sexti sunt suo. correlatiuo. latez. in duplicata pportione que est similis illi latez. dictoz. numeroz. Et cum dicti numeri ponantur quadrati. 5. 9. & 4. 16. latera erunt. 3. & 2. inter q. ponatur vnitas. vt supra i. 5. huius apparet. Modo q. curq. fuerit illa linea. inuenienda erit coicans linee. a. b. posite. vt dictum ē. Et eaz. cōis mensura erit in a. b. toties quoties vnitas in 3. & i illa inuenienda erit. vt vnitas in 4. Et sic illa mēsurabit. a. b. secundū numez. 3. & illam inueniendā secundū numez. 2. ergo diuisa. a. b. in tot ptes egles. quod sunt vnitates i. 3. dñe ex illis erit linea inueniendā ad cuius quadratum se hēbit quadratum linee. a. b. sicut numerus. d. e. ad numez. d. f. rōnibus aductis quam posita i dicto semicirculo vt pmittitur coaptabit cetera sunt plana intueti sūt. Sed ponendo a. b. n. numerus. d. e. dēret eē. 144. eius. p. 7. n. & diuisa dēretur. a. b. in. n. ptes & d. f. 64.

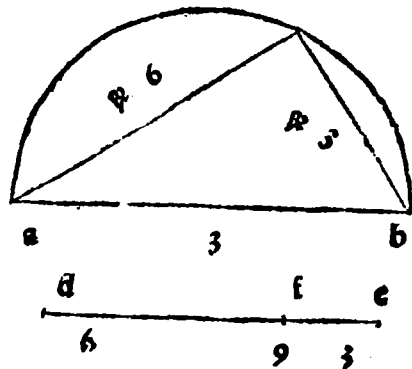
C Linea inuenienda facilliter habetur per. n. huius.

Propositio 18.



Pas lineas in potentia tantum rationales communicantes quarum longior plus possit breuiori quantum est quadratum linee sibi incommensurabilis in longitudine inuenire.

In hac quoq. remaneat eadē dispositio eedēq. ypotheser que in pmissa hoc solū mutato q. pportio numeri. d. e. ad neutrū duoz. numerorum. d. f. & f. e. sit sicut numeri quadrati ad numerum quadratum hoc autē facile fieti posito. d. e. quolibet numero quadrato diuiso in duos numeros non quadratos vt si. d. e. sit. 9. & d. f. 6. & f. e. 3. argumentando ut prius hoc duntaxat excepto q. a. b. & a. c. sint incoicantes in longitudine per vltimā partem. 7. **E**t sciendum q. due linee quales hēc & pmissa docent inuenire componunt binomii & minori earum abscissa de maiori que reliqua est dicitur residuū. Nota etiam q. linee tantum potentia rationales communicantes possunt esse vna rationalis & alia irrationalis sicut latera tetragonica duarū superficiū quarum vna sit. 25. pedum & alia. 24. sunt rationalia potentia tantum communicantia: latus enim prime superficiē est. 5. latus vero secunde non numeratur & possunt esse ambe irrationales vt latera tetragonica duarū superficiū quarum vna sit. 24. pedum & alia. 23. neutrius enim numeratur latus. suntq. i longitudine incoicantia ex vltima parte septime. **Q**uod si libeat et inuenire plures lineas duabus potentia tantum rōnales communicantes quarum vna sit potentior qualibet aliarum in quadrato linee secum non communicantis in longitudinem sumatur talis numerus qui possit pluries sic diuidi q. ipsius ad nullam suarū partium nec alicuius ad aliquam aliarum sit proportio vt numeri



quadrati ad numerum quadratum vt .25. potest diuidi in .2. §. 13. Item in
1. §. 10. & rursus in .7. §. 18. Et sit processus idem que fuit in premiffa.

Castigator.

¶ Vt in premiffa per quintam huius sed facilius per .a. huius inueniamur
linea ad cuius quadratum se habeat quadratum linee .a. b. sicut numerus
d. e. scilicet .9. ad numerum .d. f. scilicet .6. §. quia numerus .d. e. ponitur
quadratus eius latus erit notū .f. eius radix que in casu est .3. rationalis in
longitudine. §. latus numeri .d. f. §. 6. ē irrōnale. §. dicitur radix fūda. Itaq.
int er .3. §. §. 6. ponatur vnitas. Tunc per quintam vel .11. diuidatur linea
a. b. in tot partes quotiēs vnitas in .3. §. vna illarum erit eius mensura que
in linea inueniēda erit totiēs quotiēs vnitas in §. 6. Et sic linea inueniēda
erit .§. 6. §. linea .a. b. erit i casu .3. eius quadratum .9. Et quadratum
linee inueniente .a. c. erit .6. I deo per tertiam partem .7. incommensurabi
les in longitudine. ¶ Sed ponendo lineam .a. b. n. numerus .d. e. deberet
esse .144. §. d. f. 96. §. f. e. 48. nunc arguendo per euerfam propor. concludi
tur ut in precedenti.

Propositio. 19.



¶ nis superficies quam cōtinēt due linee poten
tialiter tantum rōnales cōcantes est irrōnalis di
citurq; superficies medialis eiusq; latus tetragoni
cum scilicet quod in eam potest ē irrōnale dici
turq; linea medialis.

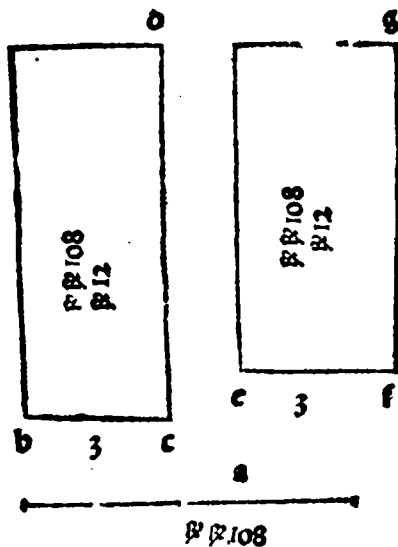
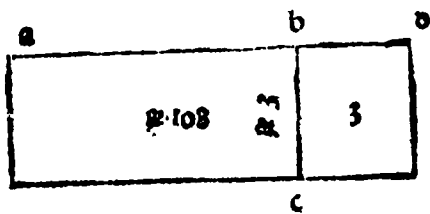
¶ Sint due linee .a. b. b. c. cōtinētes superficiem .a. c. rōnales
potētia tñ cōcantes que q̄liter repiātur ex premiffa. §. an pmissa. manife
stum ē dico superficiē .a. c. ē irrōnalem. Sit .n. c. d. quadratum .b. c. eritq; rō
nale p̄ ypothesim eo q̄ linea .b. c. ē rōnalis i potētia. §. q̄ ex prima sexti .a.
c. ad .c. d. sicut .a. b. ad .b. d. non cōicat aut .a. b. cū .b. d. q̄ ex ypothesi non
cōicat cum sua equali que ē .b. c. sequitur p̄ secundā prem. 10. ut ē .a. c. non
cōicet cū .c. d. q̄re p̄ diffinitionem superficies .a. c. est. irrōnalis. id eoq; §
suū latus tetragonū est ē irrōnale. Dicitur aut̄ hec superficies medialis qm̄
ipsa est medio loco p̄portionalis inter duas superficies rōnales videlicet in
ter q̄drata duarū linearū ipsam continentū §. lineā potēs in ipsam dicitur
medialis. qm̄ ipsa quoq; ē medio loco p̄portionalis inter duas lineas po
tētia tñ rōnales communicantes §. he due linee sunt latera dicte super
ficiē. Et hoc est q̄ volumus.

Propositio. 20.



¶ Im adiuncta fuerit linee in longitudine rationali
superficies equalis quadrato linee medialis latus
eius secundum potēcialiter tantum erit rationale
lateriq; primo in longitudine incommensurable.

¶ Hec ē quasi conuersa pmissa. Sit .a. linea medialis. sitq;
linea .b. c. rōnalis in longitudine cui adiungatur superficies
b. d. eq̄lis quadrato linee .a. q̄ hoc mō fieri subiungat̄ duabus lineis b. c. §.
a. linea .c. d. in continua proportionalitate vt docet .10. sexti. eritq; super
ficies ex .b. c. i. c. d. eq̄lis quadrato linee .a. p̄ .16. eiusdē dico latus eius fm̄
q̄d est .d. e. esse rōnale in potētia tñ §. incommensurable in longitudine la
teri .b. c. ¶ Eritq; ex pmissa p̄ diffinitionē linee medialis vt linea .a. possit
in aliquā superficie contentā a duabus lineis potentia tñ rōnalibus cōmu
nicantibus q̄ sit superficies .e. g. cuius latera .e. f. §. f. g. eruntq; due superficies
b. d. §. e. g. p̄ primam prem. 13. sexti. laterū mutuoꝝ pp̄ hoc q̄ ipse sunt eq̄
les §. rectangule p̄portio ergo .b. c. ad .e. f. est sicut .f. g. ad .c. d. quare p̄ .10.
am. b. c. cōicet in potentia cū .e. f. eo q̄ quadrata vtriusq; earū sunt ratio
nalia ex ypothesi. f. g. cōicabit in potentia cū .c. d. Cum igit̄ q̄dratum .f. g.
sit rōnale p̄ ypothesim eritq; quoq; quadratū .c. d. rōnale p̄ diffinitionem
at q̄ superficies .b. d. est irrōnalis sicut sua equalis .e. g. p̄ premissam seq̄
tur vt quadratū linee .c. d. nō cōicet cū superficie .b. d. Et q̄ q̄dratū linee .c.
d. ad superficiē .b. d. ē p̄ primā sexti sicut .c. d. ad .c. b. erit p̄ secundā partē .10. ut
c. d. nō cōicet cū .b. c. q̄re cū .b. c. sit rōnalis i longitudine ex ypothesi erit .c.
d. irrōnalis i longitudine §. potētia tñ rōnalis patet ergo p̄posita cōclusio.



Propositio .21.



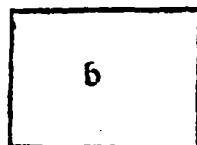
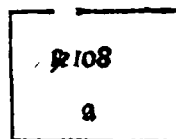
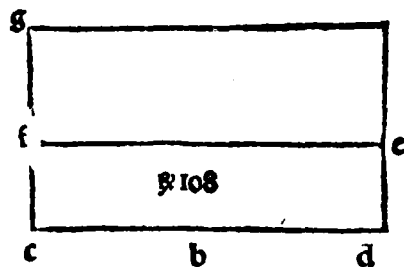
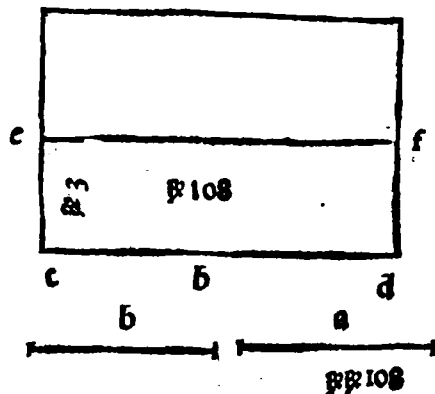
Prius linea communicans mediali est medialis.

Sit linea. a. medialis cui ponatur linea. b. esse cōicans siue in longitudine siue in potentia tñt dico q̄ etiā linea b. est medialis. Sit enim linea. c. d. rōnalis in lōgitudine cui adiungatur superficies. c. f. equalis quadrato linee. a. et item superficies. e. g. equalis quadrato linee. b. hoc aut qualiter fiat in premisa demonstratiōe dictum est. Eritq̄ per premisam linea. d. f. rōnalis in potentia tñt et incōmensurabilis linee. c. d. et quia p̄ primam sexti. e. g. ad. c. f. sicut. f. g. ad. d. f. cōicat autem. e. g. cum. c. f. eo q̄ quadratum. b. cōmunicat cū quadrato. a. per ypothesim quibus quadratis dicte superficies posite sunt equales sequitur per primam partem. 10. vt linea. f. g. cōmunicet cum linea. d. f. quare. f. g. est rōnalis in potentia tantum sicut est. d. f. et incōmensurabilis in longitudine linee. e. f. cum linea d. f. sibi cōicans sit incōmensurabilis eidem. e. f. eo q̄ siue equalis hoc enim probatum est in. 8. qd̄ si fuerint due quantitates cōicantes cuiusq̄ vna earum non cōicat nec reliquat itaq̄ per. 19. erit superficies. e. g. medialis et eius latus tetragonum quod est. b. mediale quod est propositum. **S**i militer quoq̄ omnis superficies cōicans superficiei mediali medialis esse conuincitur. Sit enim superficies. a. medialis cui ponatur superficies. b. et cōicans dico superficiem. b. esse medialem quod sic constabit. Sit linea. c. d. rōnalis in longitudine et adiungaturq̄ ei superficies. c. e. que sit equalis superficiei. a. quod hoc modo fiet. Inueniatur linea. c. f. ad quam sic se habeat vnum ex lateribus superficiei. a. sicut linea. c. d. se habet ad reliquum hec autem linea qualiter reperiatur in. 10. sexti dictum ē. Eritq̄ ex. 15. eiusdem superficies. d. f. equalis. a. I temq̄ eodem modo ad lineam. e. f. adiungat superficies. e. g. q̄ sit eq̄lis. b. erit itaq̄ p. 10. linea. c. f. potētia tñt rōnalis erit quoq̄ linee. c. d. in lōgitudine incōmensurabilis. Et q̄ a. a. f. b. erant cōmunicantes ex ypothesi erunt quoq̄ c. c. f. e. g. eis equales cōicantes itaq̄ per primam sexti et per primam partem. 10. huius erunt due linee. c. f. et f. g. cōicantes in longitudine. **E**st igitur linea. f. g. rōnalis in potētia tantum et linee. e. f. incōmensurabilis in longitudine quare per. 19. superficies. e. g. erit medialis cum linea. e. f. sit rōnalis in longitudine sicut. c. d. sibi equalis. **C**um sit ergo. b. equalis. e. g. erit quoq̄. b. medialis quod est p̄ positum. **E**t nota q̄ omnes superficies mediales cōmunicantes componunt superficiem medialem. Vnde tota. d. g. est medialis quia cum due linee. e. f. et f. g. sint rōnales in potentia tñt et non cōmunicantes in longitudine sequitur vt tota. c. g. sit rōnalis in potentia tantum et non cōmunicans. c. d. in longitudine itaq̄ per. 19. d. g. ē medialis. Eodemq̄ modo si sint plures.

Castigator.

Quia per nonam compositum ex. c. f. et f. g. quod est. c. g. cōmunicat vtriq̄. c. f. et f. g. tunc per octauam cum. f. g. non cōicet in longitudine cum. e. f. nec etiam. c. g. cōicabit ipsi. e. f. cum. c. g. per. 9. cōmunicet ipsi. f. g. et ideo per octauam cuiusq̄ non cōicat vnum nec reliquum cōmunicabit et c. ideo due linee. c. g. et c. d. cum sint rōnales potētia tñt cōmunicantes continent superficiem. d. g. totam medialem p. 19. et c.

Si vis scire an due linee seu quantitates irrationales sint cōmunicantes siue cōmensurabiles. primo videas vtrum sint equales si sic semper cōmunicant cum non sit maior cōmunicantia equalitate. si non sunt equales tunc vide que pars aut partes sit minor maioris redigendo eas ad vltimam earum depressiōem per viam fracti schisando t vt vulgo dicitur et si earum vltima depressiō habeat radicem discretam erunt cōmunicantes si non non erunt vt si sint. p. 90. et p. 40. earum vltima depressiō erit p. 3 cuius radix est 3 hoc est. p. 40. est due tertie. p. 90. ergo se hnt sicut duo ad tria. sicut numerus ad numerum. ideo per sextam huius sunt cōmunicantes et c.



Propositio .22.



Medialis differentia qua habet ad mediale a mediale: irrationalis esse probatur.

Sit vtraque duarum superficies. a. b. & a. medialis: dico q. superficies. b. que est earum differentia est irrationalis. **S**it enim linea. c. d. rationalis in longitudine cui adiungatur superficies. d. e. equalis superfici. a. & superficies. d. f. equalis totali superfici. a. b. Hoc autem equaliter fiat i. premissa do. cuimus. quia ergo. d. f. est equalis. a. b. & d. e. equalis. a. erit per conceptionem. g. f. equalis. b. Si itaq. superficies. b. non est irrationalis sed rationalis erit f. g. sua equalis rationalis. At cum linea. c. g. sit rationalis in longitudine sicut sua equalis. c. d. erit per. 16. linea. e. f. rationalis in longitudine & communicans linee. e. g. Per. 10. autem est vtraque duarum linearum. c. e. & c. f. potentialiter tantum rationalis & linee. c. d. incommensurabilis in longitudine: itaq. e. f. linea est incommensurabilis linee. c. e. in longitudine. **E**t quia per primam sexti quadratum linee. e. f. ad superficiem: que fit ex. e. f. in. c. e. est sicut. e. f. ad. c. e. sequitur per secundam partem. 10. ut quadratum linee. c. f. sit incommensurabile superfici. f. g. ex. e. f. in. c. e. quare & ipsum quadratum erit incommensurabile duplo superfici. ex. e. f. in. c. e. Quadratum vero. c. e. cum sit rationale est communicans quadrato e. f. Totum igitur ex ambobus compositum erit per. 9. communicans quadrato. e. f. & ideo incommensurabile duplo superfici. ex. e. f. in. c. e. **E**t quia per quartam secundi quadratum linee. c. f. est e. f. equalis duobus quadratis duarum linearum. c. e. & c. f. & duplo superfici. ex. c. e. in. c. f. **E**t duplum superfici. c. e. in. c. f. est incommensurabile aggregato ex duobus quadratis duarum linearum. c. e. & c. f. sequitur per ea que addita sunt in. 9. ut quadratum. c. f. sit incommensurabile aggregato ex duobus quadratis duarum linearum. c. e. & c. f. At cum aggregatum ex his quadratis sit rationale: sequitur quadratum linee. c. f. non esse rationale: & ideo linea. c. f. non est rationalis in potentia: & idcirco non erit superficies. d. f. medialis neq. a. b. sibi equalis quod est inconueniens cum sit contrarium positum: relinquitur igitur q. superficies. b. est irrationalis: quod est propositum.

Castigator.

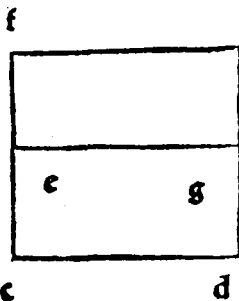
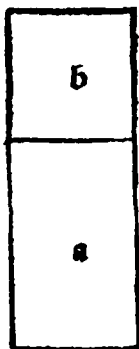
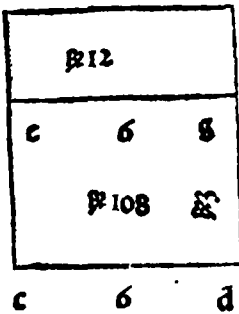
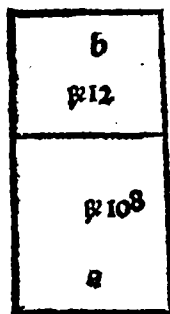
Quia o. mediale est irrationale sed non conuerso. ut supra. 19. huius. **S**cilicet si quantitates sint incommunicantes totum quoq. ex eis compositum seu compositum vtriq. earum erit incommunicans. & quia quadratum linee. c. f. est compositum ex duobus quadratis. e. f. & c. e. & duplo superfici. ex. c. e. in. e. f. sequitur per nonam tota. a. b. & 19. **C**um sub duplum sit pars proprie dicta dupli.

Propositio .23.



Medialis superficies quam continent due linee mediales potentialiter tantum communicantes: aut rationalis est aut medialis.

Sint due linee. a. b. & b. c. mediales potentia tantum communicantes: dico q. superficies. a. c. ab eis contenta aut est rationalis aut medialis. **S**int enim. d. e. quadratum linee. b. c. & a. e. quadratum linee. a. b. eruntq. ex ypothesi hec duo quadrata communicantia: & erit per primam sexti superficies. a. c. medialis medio loco proportionalis inter ipsa quadrata. Sumatur igitur linea. f. g. q. sit rationalis in longitudine: cui adiungatur superficies. f. h. equalis quadrato. a. e. & f. h. equalis superfici. a. c. & k. l. equalis quadrato. d. e. eruntq. hec tres superficies. f. h. k. & k. l. continue proportionales sicut sunt sue equales. a. e. a. c. & d. c. quare per primam sexti erunt etiam tres linee. g. h. b. m. & m. l. que sunt bases earum continue proportionales. **E**t cum superficies. f. h. k. l. sint communicantes sicut duo quadrata. a. e. & c. d. eis equalia: sequitur per primam sexti & 10. huius vt linea. g. b. sit communicans cu



m.l. vtraq. autem earum est rationalis in potentia per. 10. huius. Igitur superficies vnius earum in alteram est rationalis: omnis enim superficies quam continent due linee rationales in potentia: comunicantes in longitudine necessario est rationalis vt patet ex prima sexti & prima pte. 10. huius & ex diffinitione superficies rationalium. ¶ Et quia ex prima pte. 16. sexti quadratum linee. h. m. ē equale superficiei ex. g. b. in. m. l. erit quadratum linee. h. m. rationale. ¶ Si ergo linea. h. m. est rationalis in longitudine sue cōicans linee. k. m. que est equalis linee. f. g. erit per. 15. superficies. h. k. rationalis. ideoq. & sua equalis. a. c. Si autem linea. h. m. sit irrationalis in longitudine sue in cōmensurabilis linee. k. m. que est equalis linee. f. g. cum ipsa sit rationalis saltē in potētia: eo q. suū qdratū ē rōnale erit ex. 19. superficies. h. k. medialis: quare & sua equalis. a. c. cōstat ergo p. positum. ¶ Et nota q. si due linee. a. b. & b. c. essent mediales in longitudine cōmunicantes: esset superficies. a. c. medialis tñ. Esset enim superficies a. c. cōmunicans vtriq. duorum quadratorum. a. e. & c. d. per primā sexti & per presētē ypothēsīm & per. 10. huius: & ideo superficies. h. k. sibi equalis. a. c. esset comunicans vtriq. superficiei. f. b. & k. l. Igitur per primam sexti & 10. huius linea. h. m. esset cōmunicans vtriq. duar. linearum. g. b. & l. m. & quia hec ambe sunt rationales in potentia tantum: non cōicantes in longitudine linee. f. g. esset quoq. h. m. rationalis in potentia tñ non comunicans in longitudine linee. f. g. & ideo nec comunicans linee. h. p. quare per. 19. erit superficies. h. k. medialis tantum. & ideo etiā a. c. sibi equalis. ¶ Si autem due linee. a. b. & b. c. essent mediales neq. in longitudine neq. in potentia cōmunicantes: superficies. a. c. non esset rationalis neq. medialis. Si enim sic eēt scilicet q. due linee. a. b. & b. c. eēt mediales neq. in longitudine. neq. in potentia cōmunicantes: essent duo quadrata. a. e. & c. d. incommunicantia. itaq. & due superficies. f. b. & k. l. eis equalis quoq. essent incommunicantes: quare & due linee. g. b. & m. l. essent incommensurabiles per primam sexti & per secundam partem. 10. Et quia vtraq. earum est rationalis tantum in potentia per. 10. esset superficies. vnius earum in alterā medialis per. 19. Cum ergo quadratum linee h. m. sit equale dicte superficiei que sit ex. g. b. in. m. l. per primam partem 16. sexti esset per. 19. linea. h. m. linea medialis. Per. 15. ergo non esset superficies. h. k. rationalis. nec etiā p. 10. medialis: quare nec sua equalis. a. c.

Castigator.

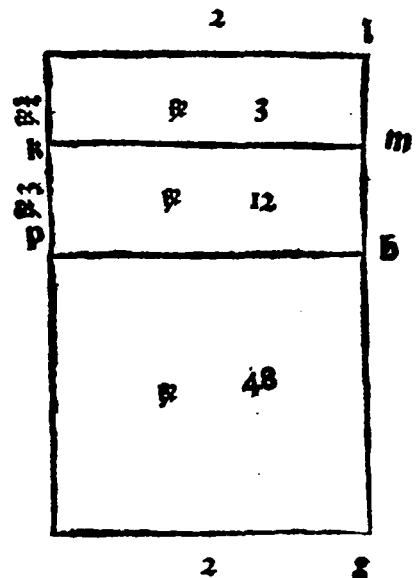
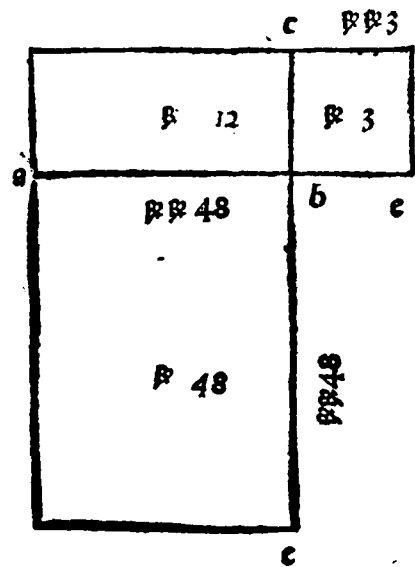
k. ¶ Qualiter fiat in tribus precedentibus dictum est. Videlicet per. 10. sexti positis tribus lineis quartam inuenire ad quam tertia se habeat sicut prima ad secundam: hoc autem totum sit vt deueniatur ad secundam partem. 13. sexti & arguatur superficies illas equales cum sint mutuum laterū & vnus angulus immo omnes vnius equetur angulo alterius &c. quatum trium linearum due sunt latera superficiei qdrate. a. s. secūda & tertia altera est linea. f. g. quarta inuenta est. g. h. tunc reliqua patent per decimam quintam sexti. Tunc erunt quatuor linee proportionales. prima. f. g. secūda vnum latus superficiei quadrate. a. tertia reliquum latus dicte superficiei quadrate. a. quarta erit linea inuenta per. 10. sexti. s. g. b. ita de reliquis. o. ¶ Scilicet q. nullo nodo posset esse rationalis sed tantum medialis.

Propositio. 24.



¶ Las líneas mediales potentia tantum comunicantes superficiemq. rationalem cōtinentes quarum longior sit potentior: breuiore: augumento quadrati linee comunicantis eidem longiori in longitudine inuenire.

¶ Cum omnes due linee mediales potentia tantum cōmunicantes cōtineant superficiem rōalem aut mediale ut ex premisa patet



docet inuenire eas duas que continent superficiem rationalem & eas que medialem. Vnde propositum est inuenire duas lineas mediales potentia tantum comunicantes quarum longior possit amplius breuiori in quadrato alicuius linee sibi communicantes in longitudine que contineant superficiem rationalem. ¶ Ad hoc fm doctrinam. 17. Sumo duas lineas a. & b. potentia tantum rationales communicantes quarum longior que sit. a. possit amplius breuiori que sit. b. in quadrato alicuius linee scum comunicantes in longitudine. Et ponam lineam. c. secundū doctrinam. 9. sexti medio loco proportionalem inter. a. & b. & ponam vt sit proportio a. ad. b. sicut. c. ad. d. q. qualiter fiat in 10. sexti dictum est. Dico tūc duas lineas. c. & d. esse quas querimus. patet enim ex. 19. q. superficies quam continent due linee. a. & b. est medialis: & quia per primam partem. 16. sexti q. dratum linee. c. est dicte superficiē equale erit igitur per. 19. linea. c. medialis. Cum autem sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. & b. communicat cum. a. in potentia tantum ex hypothesi: quia tam. a. q. b. rationalis est in potentia sequitur per. 10. q. c. quoq. communicet cum. d. in potentia tantum. Itaq. per. 11. cum. c. sit linea medialis: erit etiam. d. medialis: & per primam partem. 11. erit linea. c. potentior linee. d. in quadrato linee sibi comunicantis in longitudine. Si ergo due linee. c. & d. contineant superficiem rationalem ipse sunt quales inquirimus. Eas autem continere superficiem rationalem sic habeto: cum sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit permutatim a. ad. c. sicut. b. ad. d. sed erat. a. ad. c. sicut. c. ad. b. igitur ē. c. ad. b. sicut. b. ad. d. itaq. p. primam partem. 16. sexti superficies quam continent due linee. c. & d. est equalis quadrato. b. est autem quadratum. b. rationale per hypothesin cum ipsa sit rationalis in potentia: superficies ergo quam continent due linee c. & d. est rationalis: quare constat propositum.

Castigator.

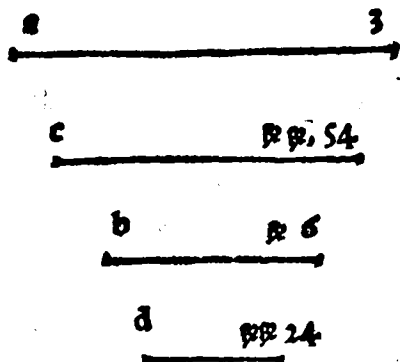
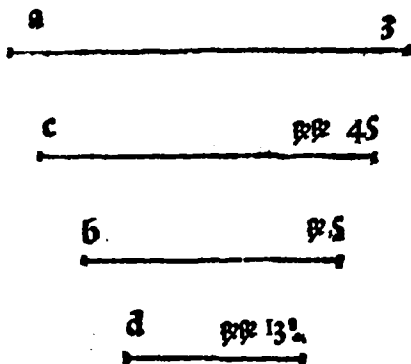
¶ Nota q. ista consequētia valet sic arguendo isse linee sunt rationales in longitudine ergo comunicant in longitudine & in potentia sed non e conuer. s. iste sunt rationales in potentia seu comunicantes in potentia ergo in longitudine quia. 2. & 3. sunt rationales in potētia & non in longitudine quis in vtraq. communicent & 2. & 3. comunicant in potentia & non in longitudine cum quadratorum suorum non sit proportio sicut numerorum quadratorum. ¶ In lineis medialibus non agitur de irrationalitate cum semp sunt irrationales quia sunt latera tetragonica superficiorum irrationalium vt in. 19. dicitur sed solum de eis dicitur comunicantia & cōmensurabilitas vt patet. n. ¶ Scilicet tribus lineis propositis quartā inuenire ad quam. 3. se habeat sicut prima ad secundam & in casu prima ē linea. a. scda linea. b. tertia linea. c. & quarta inuenta est linea. d. vt ibi dī.

Propositio .25.

Eas lineas mediales potentia tantum comunicantes superficiemq. rationalem continentes: quarum longior sit potētiō: breuiori quadrato linee eidem longiori in longitudine incōmensurabilis inuenire. ¶ Positis duabus lineis. a. & b. rationalibus potētia tūc cōicantibus quaz longior possit amplius breuiori qdrato linee scum non cōicantis in longitudine: que quidem reperiuntur fm doctrinā. 18. ceterisq. positionibus manētibz sicut in pmissa argumentādo mō cōsimili patebit duas lineas. c. & d. ēē quales querimus. Et nota q. due linee q. hec & pmissa docent inuenire cōponunt bimediale psum. & mino ri earum abscissa de maiori que reliqua est dī residuum mediale psum.

Propositio .26.

Eas lineas mediales potentia tantum comunicantes superficiemq. medialem continentes: quarum longior: breuiore tanto amplius possit quantum est quadratum alicuius linee incōmensurabilis ip si longiori in longitudine inuenire.



¶ Cum docuerit inuenire duas lineas mediales potentia tantum cōmunicantes superficiemq; rationalem continentes; quarum longior plus possit breuiori in quadrato linee secum communicantis in longitudine & se cum incommensurabilis in longitudine. Nunc docet inuenire duas lineas mediales potentia tñ communicantes superficiemq; medialem continentes quarum longior sit potentior breuiori in quadrato linee non secū cōicantis in longitudine; sed solum sibi incommensurabilis in longitudine. Illud enim facile habet ex isto. ¶ Sint itaq; tres linee sumpte fm doctrinam. 18. a. b. c. potentia tantum rationales & in ea solum cōmunicātes. Sitq; a. potentior. b. & c. quadrato linee sibi incommensurabilis in longitudine; & ponatur. d. medio loco proportioalis inter. a. & b. vt docet. 9. sexti; & sit. d. ad. e. sicut. a. ad. c. dico duas lineas. d. & e. esse quales inquirimus. Cum sit enim quadratum linee. d. equale superfici ei que cōtinetur sub. a. & b. per primam partem. 16. sexti. Sitq; superficies contenta sub. a. & b. medialisi; ex. 19. cum. a. & b. sint potentia tantum rationales communicātes; erit ex eadem linea. d. medialis. Quia. a. ad. c. sicut. d. ad. e. communicat autem. a. cum. c. in potentia tantum ex ypothesi. Sequitur ex. 10. vt. e. quoq; cōmunicet cū. d. in potentia tñ. I taq; per. 21. erit. e. linea medialis. Et etiam quia. a. est potentior. c. quadrato linee sibi incommensurabilis in longitudine erit quoq; per. 21. d. potentior. e. quadrato linee sibi incommensurabilis in longitudine. ¶ Si igitur due linee. d. & e. contineant superficiem medialem constat eas esse quales inquirimus. ¶ Eas autem continere superficiem medialem sic habetur. Cum sit ex ypothesi. a. ad. c. sicut. d. ad. e. erit permutatim. a. ad. d. sicut. c. ad. e. sed. a. ad. d. est sicut. d. ad. b. p ypothesim; itaq; d. ad. b. sicut. c. ad. e. igitur per primam partem. 15. sexti; superficies quam continent. d. & e. est equalis ei quam continent. c. & b. sed. b. & c. continent superficiem medialem per. 19. cum ipse sint rationales i potentia tantum communicantes ex ypothesi; itaq; d. & e. continent superficiem medialem. quod est propositum. ¶ Si autē cura esset inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiemq; medialem continentes; quarum longior esset potentior breuiori quadrato linee secum communicantis in longitudine. Sumeremus tres lineas fm doctrinam. 17. a. b. c. potentia tantum rationales & in ea solum communicātes; & poneremus lineam. a. esse potentio rem linea. c. quadrato alicuius linee sibi communicantis in longitudine; cetera vero manerent vt prius & argumentatione consimili concluderemus duas lineas. d. & e. esse quales proponitur inquirere. ¶ Et nota q; due linee quas hec. 26. docet inuenire componunt bimediale secundum & minori earum abscissa de maiori que reliqua est dicitur residuum mediale secundum.

Castigator.

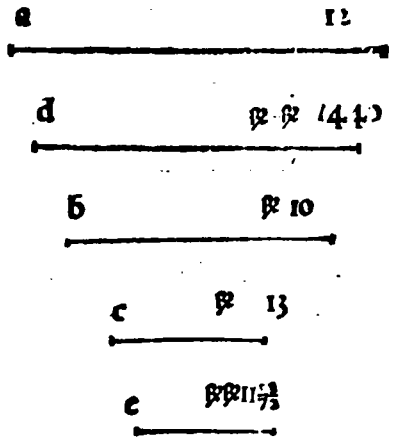
o ¶ Potentia linee. e. medialis ad potentiam linee. d. medialis est vt. 13. ad. 144. numerorum qui communicant; quoniam quadrati. 13. quod est 169. ad quadratum numeri. 144. quod est. 20736. est sicut numerorū quadratorum. I deo per secundam partem. 7. huius latera. 13. & 144. communicāt in longitudine & potētie. a. ad. b. est velut. 23. ad. 5. p. ¶ Propter hoc dixit supra i. 17. 18. si libeat plures lineas inuenire potentia tñ rationales cōmunicantes; vt posset tres quatuor & c. lineas mediales inuenire & c.

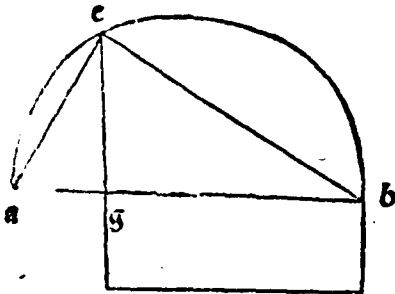
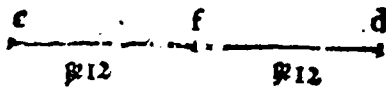
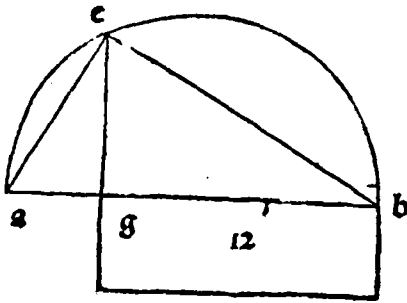
Propositio .27.



Eas lineas potentialiter incommensurabiles superficiemq; medialem continentes quarum quadrata ambo pariter accepta sint rationale inuenire.

¶ Propositum est inuenire duas lineas incommensurabiles tam in potentia q̄ in longitudine que contineant superficiem medialem & quadrata ambarum pariter accepta sint





ciant superficiem rationalem. Ad hec autem sumo p. 18. duas lineas. a. b. c. d. potentia tantum rationales communicantes quarum longior. que sit. a. b. sit potentior. c. d. quadrato alicuius linee secum incommensurabilis in longitudine. Et super lineam. a. b. describo semicirculum. a. e. b. et diuido lineam. c. d. per equalia ad punctum. f. et diuido lineam. a. b. ad punctum. g. ita q. linea. c. f. cadat in medio loco proportionalis inter. a. g. et g. b. et qualiter hoc fiat in. 13. dictum est. Et pono q. superficies. b. h. fiat ex. a. g. in. g. b. Eritq. ex prima parte. 16. sexti quadratum. c. f. equale superfici. b. h. et quia quadratum. c. f. est equale quarte parti quadrati. c. d. ex quarta secundi. Et quia superfici. b. h. deest ad complendum lineam. a. b. superficies quadrata. Cum. a. g. sit equalis. g. b. Et quia linea. a. b. potentior est linea. c. d. quadrato linee sibi incommensurabilis in longitudine ex hypothesi erit ex secunda parte. 14. linea. a. g. incommensurabilis linee g. b. Educo igitur a puncto. g. perpendicularem super lineam. a. b. v. q. ad circumferentiam semicirculi que sit. g. e. Et protraho lineas. a. e. c. b. quas dico esse quales querimus. Erit enim. e. g. equalis. c. f. eo q. vtraq. cadit in medio loco proportionalis inter. a. g. et g. b. prima quidem per primam partem coroll. 8. sexti. secunda vero per hypothesim propter quod quadratum vtriusq. earum per primam partem. 16. sexti est equale superfici. b. h. in. g. b. que est. b. h. ipse igitur sunt equalis. At quia per quartam sexti proportionis. a. e. ad. e. b. et f. sicut. a. g. ad. g. e. sunt aut. a. g. et g. e. g. b. continet proportionales erit. a. e. ad. e. b. duplicata sicut. a. g. ad. g. b. Quare per. 18. sexti erit quadrat. linee. a. e. ad quadratum linee. e. b. sicut. a. g. ad. g. b. Cum sit igitur. a. g. incommensurabilis. g. b. erit per secundam partem. 10. quadrat. a. e. incommensurabilis quadrato. e. b. quare due linee. a. e. et e. b. sunt incommensurabiles in potentia. Et quia per penultimam primi quadrat. a. b. est equale quadratis duarum line. a. e. et e. b. pariter acceptis quadrat. aut. a. b. est rationalis cum a. b. sit rationalis in potentia p. hypothesi erit quoq. quadrata duar. line. a. e. et e. b. pariter accepta rationale. Si vero he due linee continent superficiem medietatem habitum est propositum. Erat aut. c. d. rationalis in potentia et in ea tantum commensurabilis linee. a. b. quare et. c. f. et ideo et. g. e. sibi equalis erit potentia rationalis et tamen in eadem commensurabilis cum. a. b. itaq. per. 19. superficies ex. a. b. in. g. e. est medietas. Quia igitur per quartam sexti et per primam premissis eiusdem superficies. a. e. in. e. b. est sibi. s. superfici. a. b. in. g. e. equalis constat duas lineas. a. e. et e. b. esse quales volumus. Et nota q. due linee quas docet hec. 17. inuenire componunt lineam maiorem et minori earum abscessa que reliqua est dicitur linea minor.

Propositio .28.



Et las lineas pontetialiter icommenfurabiles super
ficiẽq̃ rōnalem continentes quaz ambo quadra
ta pariter accepta sint mediale inuenire.

¶ Sit hic prorsus eadem dispositio que prius in premissa.
Sint autem due linee. a. b. & c. d. quales pponit. 15. crūq;
simili argumētatione pmissē due linee. a. c. & e. b. quales
hec. 18. proponit. Cum sit enim. a. b. linea medialis erit eius quadratum
mediale per. 19. & ideo quadrata duarum linearū. a. c. & e. b. sunt media
le per penultimam primū & quia. a. b. & c. d. continent superficiē rationālē
sequitur etiam vt. a. b. in. c. f. & ideo in. g. e. sibi equalem contineat superfi
ciem rationālē itaq; & a. e. in. e. b. pater ergo quod queritur. **¶** Vnde
due linee quas hec. 18. docet inuenire componunt lineam potentē in rō
nale & mediale & minori earum abscisa de maiori que reliqua est dicitur
linea que iuncta cum rationali componit totum mediale.

Castigator.

In istis tribus. s. 27. 28. 29. vbi additur. 4. sexti. Imaginantur semper tres trianguli: vnus totalis ex. a. e. b. f. duo parciales. s. a. e. g. f. g. e. b. qui

oēs adinuicem sunt similes per.8. sexti: & ideo latus. a.e. magni respiciens angulū. b. eiusdē magni ad latus. g.e. parui. respiciēs eūdē angulū. b. rōne partū trianguli. g.e.b. efficitur lateris. a.b. magni respiciētis angulū. c. rectū ipsius magni ad latus. e.b. parui. s.g.e.b. respiciens angulū. g. rectū eiusdem partū: & quia omnes anguli recti sunt equales per petitionem & b. priorum laterum: est idem vtrobiq; respectu diuersorum.

Propositio .29.



Sas lineas potencialiter incommensurabiles superficies medietem continentēs quāz quadrata ambo pariter accepta sunt mediale duplo superficie vnus in alteram incommensurabile inuenire.

Huius quoq; dispositio a duarum premisarum dispositione non sit in quoquam diuersa. Sint autem lineae a.e. b.f. c.d. quales. 16. proponit etiamq; premissa argumentatione duae lineae. a.e. f. & e.b. quas inquirimus. Cum enim. a.b. sit linea medietem erūt quadrata duarum linearum. a. e. & e.b. pariter accepta mediale. **A**t cum. a.b. f. c.d. contineant superficiem medialem. sequitur vt. a.b. in. c. f. & ideo i.e.g. sibi equalem contineat quoq; superficiem medialem: oīs. n. superficies medietem communicans medietem esse conuincitur: quēadmodū in. 11. monstratum est. **S**uperficies igitur. a.e. in. e.b. medietem est cum ipsa sit equalis superficiei. a.b. in. g.e. **Q**uia vero linea. a.b. est incommensurabilis lineae. c.d. erit etiam incommensurabilis lineae. c.f. quare & lineae. e.g. quare per primam sexti & secundam partem. 10. huius superficies a.b. in. e.g. quae est equalis superficiei. a.e. in. e.b. erit incommensurabilis quadrato lineae. a.b. itaq; & quadratis duarum linearum. a.e. f. & e.b. pariter acceptis. **Q**uod cum ita sit sequitur quoq; vt duplum superficiei. a.e. in. e.b. sit incommensurabile quadratis predictis duarum linearū. a.e. f. & e.b. per acceptis & hoc erat monstrandum. **D**uae lineae quas. hec. 29. docet inuenire component lineam potentem in duo mediale & minori earum absceda de maiori quae reliqua est dicitur linea quae iuncta cum medietem facit totum mediale.

Castigator

Propter hoc q; multiplicia & submultiplicia eiusdē sunt generis. Vt & sine quinte diffinitionis quinti libri dictum fuit. Et ideo partes proprie semper sunt de ratione totius. Sic. c. f. cum sit medietas. c.d. etiam per. 9. & 8. huius & rectius concluditur propositum.

Propositio .30.

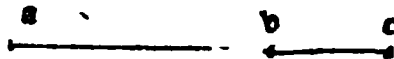
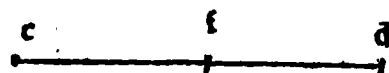
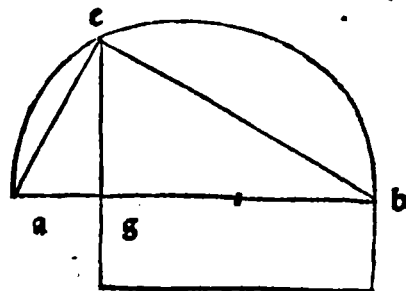


I due lineae potencialiter tantū rōnales cōcantes in longū directumq; cōiungant: tota linea ex his cōposita erit irrationalis: diciturq; binomium.

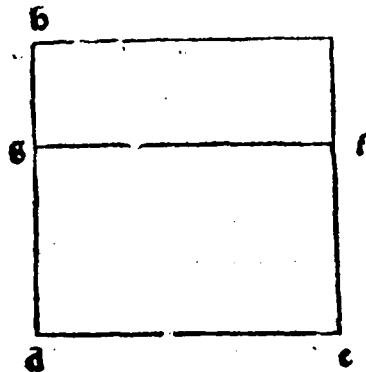
Sint due lineae. a.b. f. b.c. in continuū. directumq; coniuncte rationales in potentia tñ cōcantes: quas p. 17. & 18. reperies: dico totam lineā. a. c. ex eis cōpositam esse irrationalem & ipse vocatur binomium. Est enim p. quartam secundi quadratum. a. c. equale quadratis duarū linearū. a.b. f. b.c. & duplo superficie vnus earum in alterā: quadrata autē ambarum faciunt superficiē rationalem ex ypothesi: duplū vero superficiei vnus earum in alterā facit superficiem mediale ex. 19. itaq; quadrata ambarum pariter accepta faciūt superficiem incommensurabilem duplo superficiei vnus earū in alterā. erit igit. ex. 9. quadratū. a. c. incommensurabile duobus qdratis duarū linearū. a. b. f. b.c. pter acceptis quare irrationale p. diffinitionē cum duo illa qdrata faciant superficiem rationalem. ideoq; suū latus xetragonum quod est. a. c. irrationale quoq; p. diffinitionem: constat ergo propositum.

Castigator

Hec irrationalitas facit infra ad. 67. huius. Et sicut in ista. 30. probatur linea binomialis esse irrationalis per. 4. secundi. ita infra. 68. huius probatur idem de residuo q; sit linea irrationalis. mediante. 7. eiusdem.



fundit. §. 9. huius.



Propositio .31.

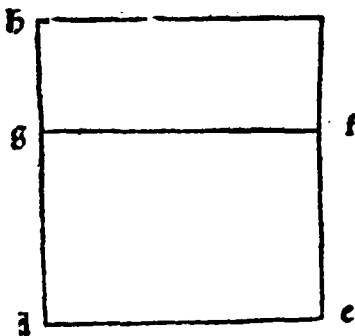


Sint due linee mediales potentia tantum cōicantes superficiemq; rationalem continentes directe cōiungantur tota linea ex his composita erit irrationalis diciturq; bimediale primum:

¶ Sint due linee. a. b. f. b. c. in continuum directumq; cōiuncte quales pponuntur quas p. 14. §. 15. reperies: dico totam lineam. a. c. ēē irrationalem & ipsa vocatur bimediale primum. Est. a. duplum superficiē. a. b. in. b. c. rōnale per ypothe. duoq; que quadrata duarum lineaz. a. b. f. b. c. pariter accepta faciunt mediale. cum vtrumq; quadratum sit mediale p ypothesum & vnum eorum cōicans alii: duplum igitur superficiē vnius earum in alterā est incōicans duobus qdratis piter acceptis: totum ergo aggregatum ex duplo superficiē & duobus quadratis & ipsum est quadratum totius. a. c. p quartam secūdi est incommensurable duplo superficiē vnius earū in alteram p. 9. huius cum itaq; duplū superficiē sit rationale erit quadratū. a. c. irrōnale. ideoq; & linea. a. c. qd est ppositum. ¶ I dē aliter sit linea. d. e. rōnalis in longitudine cui adiungatur superficies. d. f. equalis duobus quadratis duarū linearum. a. b. f. b. c. eritq; superficies bec. d. f. medialis cū vtrumq; quadratū sit mediale p ypothe. & vnum eorū cōicans alii quare p. 10. linea. d. g. est rōnalis in potentia tū non cōicans in longitudine lineē. d. e. Rursus ad lineam. f. g. que est equalis. d. e. adiungatur superficies. f. h. equalis duplo superficiē. a. b. in. b. c. eritq; f. h. rōnalis p ypothesum. quare per. 16. linea. g. h. erit rōnalis in longitudine. Due itaq; lineē. d. g. f. g. h. sunt potentialiter rōnales & in ea tm cōicantes: ergo p. 30. tota linea ex eis cōposita que est. d. h. est binominū & irrōnalis: quare p. 16. a destructione consequētis superficies. e. h. ē irrōnalis. At qā p quartam secūdi latus. ius tetragonici est linea. a. c. ipsa erit irrationalis per diffinitionem quod oportuit demonstrari.

Castigator

¶ I statum linearum aliquando longior est potetior brevior in quadrato lineē maiori communicantis. vt in. 14. aliquando non communicantis. 15. huius.



Propositio .32.



Sint due linee mediales potēialiter tantū cōicantes superficiēq; mediale continentes directe cōiungantur tota linea erit irrōnalis dicit q; bimediale fm.

¶ Sint due linee. a. b. f. b. c. mediales i contiū directūq; cōiuncte vt proponitur quas per. 16. contingit reperiri. Dico totam. a. c. ex eis cōpositam ēē irrationalem & ipsa vocatur bimediale secūdum. ¶ Esto enim linea. d. e. rōnalis in longitudine cui adiungatur superficies. d. f. equalis duobus quadratis duarum linearum. a. b. f. b. c. piter acceptis & qā ex ypothesi duo illa qdrata sunt cōicantia vt vtrumq; mediale: erit superficies. d. f. medialis quare per. 10. linea. d. g. que est eius latus secūdum est rationalis in potentia tantū: & lineē. d. e. incommensurabilis in longitudine. ¶ Rursus adiungatur ad lineam. g. f. que est equalis lineē. d. e. superficies. f. h. equalis duplo superficiē. a. b. in. b. c. eritq; etiam superficies. f. h. medialis: erat enim per ypothesim superficies. a. b. in. b. c. medialis. ergo duplum eius cui est equalis. f. h. erit mediale. Per. 10. igitur linea. g. h. rationalis in potētia tantum & incommensurabilis in longitudine lineē. g. f. ¶ Quia vero. a. b. f. b. c. sunt potentialiter tantum communicantes erit per. primam sexti & p secundam partem. 10. huius superficies vnius in alteram incommensurabilis quadrato vtriusq;. ¶ At quia quadrata earum communicant per ypothesim erit dicta superficies quare & duplum eius incommunicans duobus qua-

dratis earum pariter acceptis. Due ergo superficies. d. f. & f. h. sunt in com-
municantes per primam itaq; sexti & secundam partem. 10. huius erit li-
nea. d. g. incommensurabilis linee g. h. que cum sint rationales in poten-
tia erit per. 30. tota linea. d. b. binomium & irrationalis & ergo per. 46. a
destructione consequentis erit superficies. b. h. irrationalis. Et quia la-
tus eius tetragonum per quartam secunde est linea. a. c. sequitur per dif-
finitionem q; linea. a. c. sit irrationalis quod propositum erat ostendere.

Propositio 133.

¶ Quia p primam sexti superficies. a. c. ad utraq; quadratum est sicut
basis. a. b. ad basim. b. c. que sunt ex ypothesi due linee nec communicantes
in longitudine sed solum in potentia. Et ideo p secundam partem decime
huius superficies. a. c. etiam non communicat cum aliquo duorum quadra-
torum illarum duarum linearum. a. b. & b. c. quia superficies illa & dicta
quadrata sint irrationalia quia medialia. frustationem non comuni-
cant nisi se habeant sicut numeri per quintam huius.

¶ Quia dato opposito huius consequentis sequitur lineam. d. h. esse ra-
tionalem per. 16. quonon est. Et ideo irrationalis superficies. e. h. que si non
esse rationalis & tunc per. 46. ut dictum est.

Propositio 133.



¶ Si in coniuncte fuerint due linee potentialiter in-
commensurabiles superficiemq; medialem continentes
quarum ambo quadrata pariter accepta sunt rationales to-
ta linea erit irrationalis diciturq; linea maior.

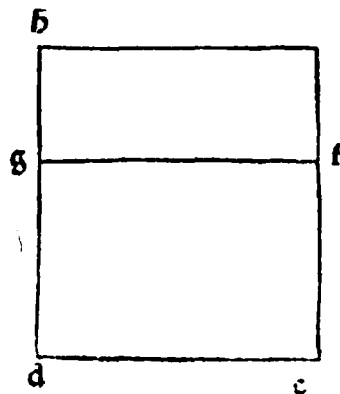
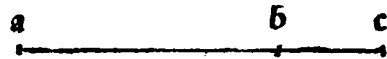
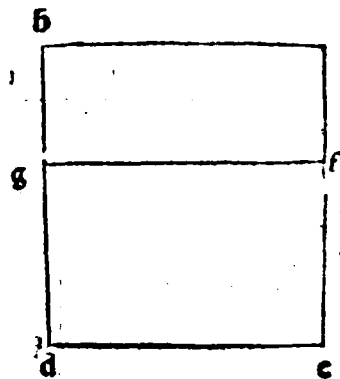
¶ Si autem due linee. a. b. & b. c. sibi in continuum directumq;
coniuncte sicut proponitur quas contingit ex. 11. repen-
tari dico. a. c. ex eis compositam esse lineam irrationalem & ipsa vocatur
linea maior. Cum enim ambo quadrata pariter accepta sint rationale su-
perficies vero alterius in alteram quare & eius duplum medialis per ypo-
thesim erit totum ex duobus quadratis pariter acceptis incommensurans
duplo superficiem unius in alteram. itaq; totum aggregatum ex duobus q;-
dratis & duplo superficiem & ipsum est equale quadrato. a. c. p quartam scd
est per. 9. huius incommensurable duobus quadratis. duarum linearum. a. b.
& b. c. pariter acceptis per diffinitionem ergo est quadratum linee. a. c. &
rationalis & linea. a. c. irrationalis quod est propositum. ¶ Idem aliter
ostenditur in premissis ad lineam. d. a. que sit irrationalis in longitudine adiungatur
superficies. d. f. que sit equalis duobus quadratis duarum linearum. a. b.
& b. c. pariter acceptis itaq; rationalis per ypothesim quare p. 16. latus eius
secundum quod est. d. g. erit etiam rationale in longitudine & communi-
cans linee. dicitur. Rursus ad lineam. f. g. adiungatur superficies. f. h. equalis
duplo superficiem. a. b. in b. c. eritq; medialis per ypothesim quare per. 10.
linea. g. h. que sit latus secundum est rationalis in potentia tantum
per. 30. igitur est linea. d. h. binomium & irrationalis ideoq; p. 46. a destruc-
tione consequentis superficies. e. h. est irrationalis quare latus eius tetra-
gonum quod per quartam secunde est. a. c. est irrationale per diffinitio-
nem. quod volumus ostendere.

Propositio 134.



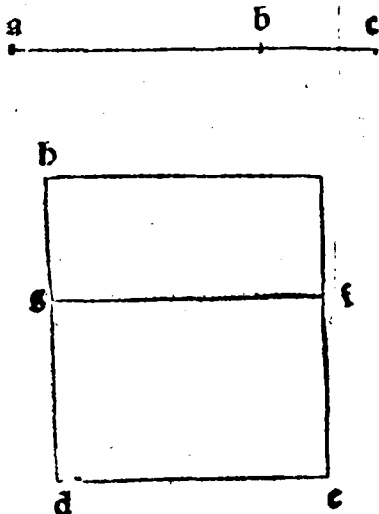
¶ Si in coniuncte fuerint due linee potentialiter in-
commensurabiles superficiemq; rationalem continen-
tes quarum ambo quadrata pariter accepta sunt
medialia tota linea erit irrationalis diciturq; po-
tens in rationale & mediale.

¶ Si ut in premissis due linee. a. b. & b. c. in continuum
directumq; coniuncte quales proponitur & ipse sunt ex. 18. sumende dico
q; tota linea. a. c. ex eis composita erit irrationalis & illa vocatur linea po-
tens in rationale & mediale. Cum sit enim superficies. a. b. in b. c. rationalis
p ypothesim ideoq; & duplum eius ac ambo quadrata pariter accepta



sunt mediale: sequitur per quartam secundi et 9. huius quemadmodum in premissis quod quadratum totius .a.c. sit incoscans duplo sufficiat .a.b.in.b.c. per diffinitionem igitur ipsum est irrationale et linea .a.c. irrationalis quod est propositum. ¶ Item aliter sit. ut in premissis linea .d.e. rationalis in longitudine sufficiat .d.f. sibi adiuncta equalis duobus quadratis prout acceptis duabus lineis .a.b. et .b.c. eritque medialis per hypothesim per 30. igitur erit linea .d.g. rationalis in potentia tantum non communicans in longitudine linee .d.e. Sitque superficies .f.h. adiuncta ad lineam .g.f. equalis duplo superficiet ex .a.b.in.b.c. eritque rationalis per hypothesim. Et ideo per 30. latus eius secundum quod est .g.b. rationale in longitudine quare per 30. linea .d.h. est binomium et irrationalis et superficies .e.h. per 16. a destructione consequentis est irrationalis. Cum itaque linea .a.c. sit eius latus tetragonum per quartam secundi sequitur ut .a.c. sit irrationalis per diffinitionem et constat ergo propositum.

Propositio 35.



¶ Si puncte fuerint due linee potencialiter incommensurabiles superficies mediale penitentes quare quadrata ambo pariter accepta sit mediale duplo superficiet unius in alteram incommensurable tota linea erit irrationalis diciturque potens in duo mediale.

¶ Sint quoque due linee hic .a.b. et .b.c. in continui dixeruntque commensurate ut ponitur quod ex 30. fuerint de sunt ideo quod linea .a.c. ex eis composita est irrationalis et ipsa dicitur potens in duo mediale. Ad iungatur namque ad lineam .d.e. que sit rationalis in longitudine sufficiat .d.f. equalis duobus quadratis duabus lineis .a.b. et .b.c. prout acceptis eritque medialis per hypothesim quare per 30. linea .d.g. erit rationalis in potentia tamen et incommensurable dicitur linee rationali in longitudine. ¶ Rursus ad lineam .g.f. que est equalis .d.e. adiungatur superficies .f.h. que sit equalis duplo superficiet unius in altera erit et ex hypothesi medialis quare per 30. linea .g.h. erit rationalis in potentia tamen. ¶ At quia per hypothesim ambo quadrata pariter accepta sunt incommensurable duplo superficiet unius in altera sequitur ut .d.f. sit incommensurable .f.h. quare per primam sexti et secundam partem 10. huius linee .d.g. et incommensurable .g.h. per 30. igitur est linea .d.h. binomium et irrationalis. Itaque superficies .e.h. est irrationalis et eius latus tetragonum quod est .a.c. ut sit premissis quare constat propositum. ¶ Si autem duplum superficiet .a.b.d. et .b.c. non esset incommensurable ambobus quadratis pariter acceptis erit linea .a.c. medialis. Esset enim .d.f. communicans .f.h. ideoque linea .d.g. linee .g.h. tota igitur .d.h. esset rationalis in potentia tantum et incommensurable in longitudine linee .d.e. per 19. igitur esset superficies .e.h. medialis eiusque latus tetragonum quod est .a.c. linea medialis. Ut autem facilius fiat doctrina sequentium premonstranda arbitramur hoc loco duo quorum primum est.

Castigator.

¶ Quia tota superficies .e.f. tunc esset medialis per 12. et 19. huius postea per 30. linea .d.h. que est latus secundum dictam superficiet .e.h. est solum in potentia rationalis lateris primo .d.e. in longitudine incommensurable. Et ideo per 19. latus tetragonum superficiet .e.h. est linea medialis quod est per 4. secundi linea .a.c. ut premitur. ¶ Vel sic et melius per 9. huius. Si autem duplum superficiet .a.b. in .b.c. non esset incommensurable seu incommensurable ambobus quadratis pariter acceptis. tunc esset eisdem incommensurable sue communicans quare per 9. totum ex eis scilicet .d.f. et .f.h. confectum. scilicet superficies .e.h. esset communicans utriusque superficiet scilicet .d.f. et .f.h. quare per 21. huius .e.h. tota esset etiam medialis superficies. Et ideo per 30. secundum latus eius quod est tota .d.h. est solum in potentia rationale et sic per 19. linea .a.c. que per 4. secundi est eius latus tetragonum esset linea mere medialis etc.

Si aliqua linea per duo inequalia diuidatur quadrata amborum sectionum pariter accepta: tanto amplius sunt duplo superficiei vnius earum in alteram quantum est quadratum eius linee quae maior excedit minorem.

Sit enim linea $a.b.$ diuisa per duo inequalia in puncto $c.$ sitq. maior portio $c.b.$ de qua sumatur $c.d.$ equalis $a.c.$ dico q. quadrata duarum linearum $a.c.$ & $c.b.$ sunt amplius duplo superficiei vnius in alteram in quadrato linee $d.b.$ Nam quod sit $a.c.$ in $c.b.$ bis cum quadratis duarum linearum $a.c.$ & $c.b.$ est quale ei quod fit ex $a.c.$ in $c.b.$ quater cum quadrato $d.b.$ Et q. verum hoc equalia sunt quadrato linee $a.b.$ primum quidem per quartam secundi. Secundum vero per $8.$ eiusdem. Demptis itaq. vtrinq. equalibus videlicet eo quod fit ex $a.c.$ in $c.b.$ bis erant residua quae sunt de prima quidem quadrata duarum linearum $a.c.$ & $c.b.$ De secundo vero quod fit ex $a.c.$ in $c.b.$ bis cum quadrato $d.b.$ equalia. Quare constat propositum. Et hoc ergo manifestum est q. si aliqua linea per duo inequalia diuidatur quadrato amborum partium pariter accepta plus sunt duplo superficiei vnius earum in alteram. Et hoc est pp. quod istud premisimus.

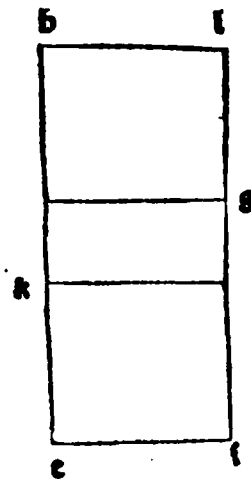
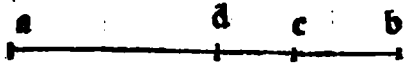
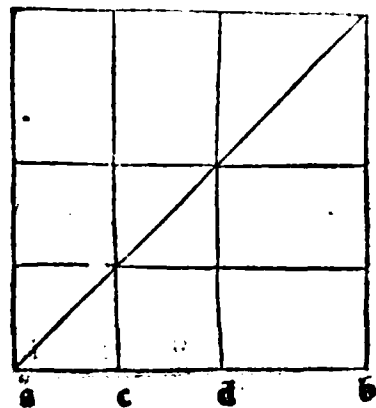
Si aliqua linea per duo inequalia itemq. alia duo inequalia diuidatur quadrata magis inequalia pariter accepta: tanto sunt amplius quadratis minus inequalium pariter acceptis quantum est duplum quadrati illius linee quae inter vtriusq. est sectiones & quadruplum eius quod fit ex eadem linea in eam quae est inter punctum sectionis minus inequalium & punctum quod diuidit totam lineam per equalia.

Sit linea $a.b.$ diuisa per duo inequalia in puncto $c.$ itemq. per alia minus inequalia in puncto $d.$ nunc per equalia in $e.$ dico q. quadrata duarum partium magis inequalium quae sunt $a.c.$ & $c.b.$ tantum sunt amplius duobus quadratis duarum linearum minus inequalium quae sunt $a.d.$ & $d.b.$ quantum est duplum quadrati linee $c.d.$ & quadruplum eius quod fit ex $c.d.$ in $d.e.$ Sunt enim per $9.$ secundi quadrata duarum linearum $a.c.$ & $c.b.$ pariter accepta dupla quadratis duarum linearum $b.c.$ & $c.c.$ pariter acceptis. at per eandem $9.$ secundi quadrata duarum linearum $a.d.$ & $d.b.$ pariter accepta dupla sunt quadratis duarum linearum $b.c.$ & $c.c.$ dupl. acceptis. I taq. quadrata duarum linearum $a.c.$ & $c.b.$ pariter accepta excedunt quadrata duarum linearum $a.d.$ & $d.b.$ pariter accepta in eo quo duplum quadrati linee $c.d.$ excedit duplum quadrati linee $d.e.$ hoc autem per quartam secundi est duplum quadrati linee $c.d.$ & quadruplum eius quod fit ex $c.d.$ in $d.e.$ quare constat propositum. Ex hoc manifestum est q. quanto fuerint sectiones alicuius linee magis inequales tanto erunt earum quadrata pariter accepta maiora & hoc est propter quod istud premisimus. **Propositio .36.**



Alias duas lineas sub eorum termino ex quibus coniunctum & nominatum est binomium diuidi impossibile est.

Sit linea $a.b.$ binominum critq. ex $30.$ composita ex duabus lineis in potentia tantum rationalibus communicantibus quae sunt $a.c.$ & $c.b.$ dico q. impossibile est eam diuidi in alias duas lineas sub hac diffinitione videlicet q. ipse sint potentia tantum rationales communicantes. Si enim potest diuidatur in $a.d.$ & $d.b.$ quae sint potentia rationales tm communicantes. Est q. quoq. linea $c.f.$ rationalis in longitudine cui adiungatur superficies $b.c.g.$ quae sit eq. quadratis duarum linearum $a.c.$ & $c.b.$ pariter acceptis & superficies $f.b.$ quae sit equalis quadrato linee $a.b.$ eritq. superficies $c.g.$ rationalis eo q. vtrunq. quadratorum linearum $a.c.$ & $c.b.$ pariter acceptis est rationale per hypothesim & superficies $g.b.$ medialis per $19.$ qm. ipsa est equalis duplo superficiei $a.c.$ in $c.b.$ per quartam secundi. Sit igitur nunc superficies $f.k.$ equalis quadratis duarum linearum $a.d.$ & $d.b.$ pariter acceptis



que cum sint diuerse a duabus lineis a. c. f. c. b. et per secundam præsentio-
stratorum antecedentium superficies f. k. diuersa a superficie e. g. Eam
ergo differentia sit. k. g. eritq. perquamam secundi excessus superficies f. b.
super. f. k. qui sit. k. l. equalis duplo eius quod sit. x. a. d. h. d. h. c. p. p. p. p.
hoc erit etiam superficies f. k. rationalis et superficies k. l. medialis itaq.
superficies k. g. cum ipsa sit differentia duorum superficierum rationalium
que sunt e. g. f. k. erit rationalis. Non enim diff. rationale a rationa-
li nisi in rationali et hoc dico diffinitione f. 9. huius hoc confirmatur.
Eadem quoq. cum ipsa sit differentia duorum superficierum mediarum
que sunt g. h. f. k. l. erit rationalis per aliquid quod est impossibile. h. c. b.

Configurator

b ¶ Ista adiunctio superficierum ad lineam rationalem in longitudine
equalium aliis superficieribus fit vbiq. in sequentibus et precedentibus et ut
visum est. quoniam admodum diffinitum est supra ut vigesima vigesima
primam vigesima secunda et vigesima tertia huius. Ideo ibi dicitur quia au-
ctor cum finem diligenter docuerit sufficit ei. Enobis. c. ¶ Existit ex se-
quentibus diffinitionibus linearum compositarum in duas componentes
ut patet apparet illa philosophantium maxime videlicet omnes res per
quarumq. causas componuntur per easdem res. necesse est. d. ¶ Cum
vtrq. diffinitio sit per inequalia scilicet in. c. f. in. d. quoniam linee compo-
nentes binomium semper sunt inequales per. x. f. b. huius quia longior
potentior brevior e. c.

Propositio 37.



¶ Immediati primo sui terminum suum in duas line-
as mediales diuisos sub eorum termino in alias du-
as lineas mediales idem diuidi est impossibile.

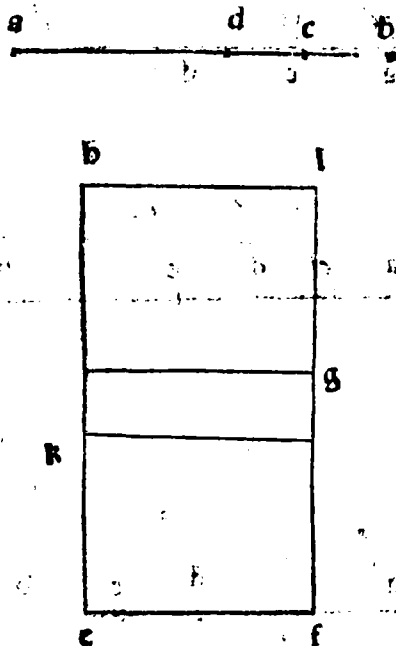
¶ Sit quoq. hic linea a. b. bimediata primum diuisa in
duas lineas mediales potentia tantum communicantes
superficiemq. rationalem continentem ex quibus 31. asse-
rit eam componi que sint a. c. f. c. b. dico q. impossibile est eam diuidi in
alias duas lineas sub eorum diffinitione. Quod impossibile fuerit diuidi
eam in puncto. d. assumptaq. linea rationali. e. f. adiungatur a. e. g. equa-
lis duobus quadratis duarum linearum a. c. f. c. b. f. superficies f. h. equa-
lis quadrato a. b. f. superficies f. k. equalis quadrato duarum linearum a.
d. f. d. b. eritq. per quartam secundum g. h. equalis duplo superficiei a. c. in
c. b. f. per eandem erit k. l. equalis duplo superficiei a. d. in. d. b. propter
ypothesin quoq. erit vtrq. duarum superficierum e. g. f. k. f. medialis et
vtrq. duarum g. h. f. k. l. rationalis. hoc autem impossibile esset cum
per primum superficies k. g. irrationalis ex. 12. per secundam autem eadē
esset rationalis ex diffinitione f. 9. quod est inconueniens.

Propositio 38.



¶ Immediata secundum nisi in duas lineas tantum sub
termino suo diuidi non potest.

¶ Sit ut prius linea a. b. bimediata secundum diuisa in
duas lineas a. c. f. c. b. mediales potentia tantum com-
municantes superficiemq. mediatam continentem ex quibus
32. proponit eam componi dico q. impossibile est eam
diuidi sub eorum diffinitione in alias duas. Sin autem diuidat in. d. sint
q. ut prius superficies e. g. f. h. f. k. adiuncte ad lineam rationalem. e. f.
eritq. per præsentem ypothesin vtrq. superficies e. g. f. g. h. medialis qua-
re per. 10. vtrq. duarum tantum f. g. f. g. l. erit rationalis in potentia tan-
tum non communicans in longitudine linee e. f. At quia due linee a. c.
f. c. b. erunt incommensurabiles in longitudine sequitur per primam sex-
ti et per secundam partem. 10. huius q. vtrunq. quadratorum linearum
a. c. f. c. b. sit incommensurable superficiei vnus in alteram cumq. dicta
quadrata communicent. ex ypothesi sequitur ut ambo quadrata pariter



accepta sunt incommensurabile superficies vnus in alteram: ideoq. & eius duplo: quare superficies. e.g. incommensurabilis est superficiei. g. h. & linea g. f. linee. g. l. per primam sexti & secundam partem. 10. huius itaq. per. 30. linea. f. l. est binomium diuisa p'm suum terminum in puncto. g. ¶ Eo-
demq. modo probabitur ipsam binomium esse medianibus superficie-
bus. e. m. & n. h. diuisam secundum suum terminum in puncto. m. quod
est impossibile per. 36. Non enim potest dici q. linea. f. l. diuisa sit ad pun-
cta. g. & m. in partes conuimiles. sic enim esset linea. f. m. equalis. g. l. sed
ipsa est maior linea. m. l. vt patet ex primo premisorum antecedentium
huius: & prima sexta enim. e. m. superficies sit maior. h. m. superficie. Hu-
ius autem demonstrationis modus potest esse communis. 37. ceterisque
eam sequentibus.

Propositio .39.



Linea maior nisi in duas lineas tantum ex quibus
constat subearum termino diuidi nō potest.

¶ Si quoq. hec linea maior. a. b. diuisa ad punctum. c.
in duas lineas potentialiter incommensurabiles superfi-
ciemq. medialem continentes quarum ambo quadrata
pariter accepta sunt rationales: ex talibus enim componi-
tur vt affirmat. 33. dico q. impossibile est ad alium punctum in alias du-
as lineas sub hac distmitione ipsam diuidi q. si potest sit hic ad. d. mane-
ant sub his eadem figura eedemq. ypotheses que prius & argue quemad-
modum in. 36. superficiem. g. k. esse rationalem & irrationalem: quod
est impossibile.

Propositio .40.



Linea potes in rationale & mediale nisi in suas du-
as lineas tantum sub termino suo non diuiditur.

¶ Hec quoq. 40. manentibus prioribus figura & positio-
nibus exceptoq. ipsa linea. a. b. diuidatur in punctum. c.
in illas duas lineas ex quibus. 34. dicit eam componi pro-
babitur quemadmodum. 37. Si autem aliter fuerit q. pro-
ponat erit superficies. k. g. rationalis & irrationalis quod esse non potest.

Propositio .41.

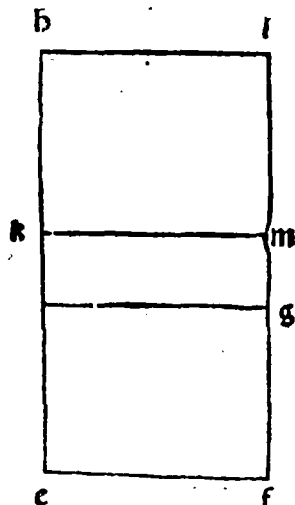


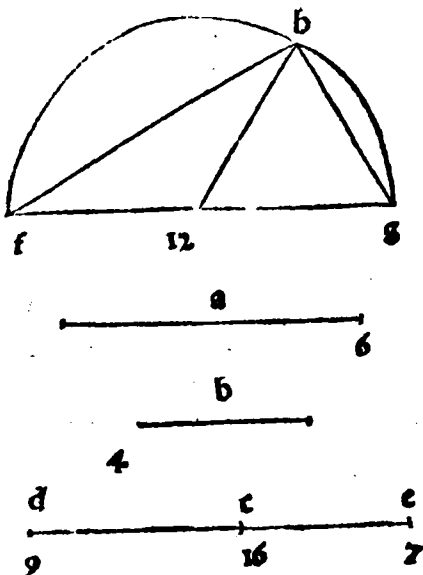
Linea potens in duo medialia nequit diuidi in al-
as duas sub termino earum ex quibus coniuncta
est: sed in suas tantum duas ex quibus componi-
tur est diuisibilis.

¶ Hec enim. 41. diuisa linea. a. b. ad punctum. c. in eas ex
quibus. 35. aserit eam componi ceterisq. vt supra tam figu-
ra q. positionibus manentibus probatur sicut. 38. nam dato opposito pro-
positi. Sequitur oppositum. 36. quod. est impossibile.

¶ Si fuerit binomij longior portio breuioze potentioz augmen-
to quadratilinee communicantis eidem longiori in longitudine
fueritq. eadem longioz linee posite rationali communicans ip-
sum: vocabitur binomium primum. Si vero breuioz posite ratio-
nali communicet dicetur binomium secundum. Quod si neutra
portionum eius posite rationali communicet appellabitur bino-
mum tertium. Item si longioz breuioze tanto amplius possit
quantum est quadratum alicuius linee ipsi longioz incommen-
surabilis in longitudine fueritq. longioz portionum posite linee
rationali communicans in longitudine ipsum nuncupabitur bi-
nomium quartum. Si vero breuioz posite rationali communi-
cet in longitudine quintum nominabitur. Si autem neutra por-
tionum eius posite rationali communicet in longitudine erit bi-
nomium sextum.

Propositio .42.





Inomium primum inuenire.

I Sit .a. linea rationalis posita sumanturq. duo numeri quadrati .b. & .c. quorum .c. sit diuisibilis in quadratum qui sit .d. & in nō quadratum qui sit .e. ponaturq. proportio quadrati linee .a. ad quadratum linee .f. g. sicut numeri .b. ad numerum .c. eritq. ex secunda parte .z. linea .f. g. communicans linee .a. rationali posite in longitudine. Super eam igitur lineetur .f. g. h. semicirculus; sitq. proportio quadrati linee .f. g. ad quadratum linee .f. h. sicut .c. ad .d. & ducatur linea .g. h. Dico ergo duas lineas .f. g. & .g. h. directe coniunctas componere binomium primum. Est enim linea .f. g. que est longior potentior linea .g. h. que est breuior in quadrata linee .f. h. per .30. tertii & penultimam primi; communicat autem linea .f. h. linee .f. g. in longitudine per secundam partem. & cum proportio quadratorum ipsarum .f. g. & .f. h. sit sicut numerorum quadratorum qui sunt .c. & .d. Linea vero .g. h. conuincitur esse rationalis in potētia tantum; nō communicans linee .f. g. in longitudine. Ideoq. neq. linee .a. rationali posite. Cum sit enim quadratum linee .f. g. ad quadratum linee .f. h. sicut numerus .c. ad numerum .d. erit per euerfam proportionalitatem quadratum linee .f. g. ad quadratum linee .g. h. sicut numerus .c. ad numerum .e. Cum itaq. .c. sit numerus quadratus .e. vero non quadratus; sequitur per vltimā partem .z. vt linea .g. h. sit incommensurabilis linee .f. g. in longitudine. Relinquitur igitur ipsam .g. h. esse rationalem in potētia tantum & a definitione lineas .f. g. & .g. h. componere binomium primum; quod erat inueniendum.

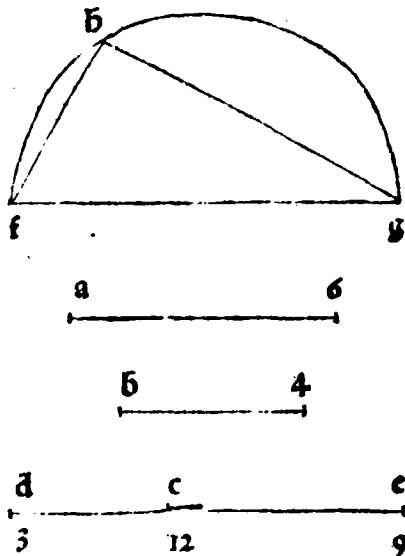
Castigator.

a Que .f. g. reperitur vt in .17. huius. sed ponendo numerum .b. minorem numero .c. s. b. 4. & c. 16. necessario linea .f. g. erit longior linea .a. & quia numerorum quadratorum proportio laterum suorum est duplicata per vndecimam octauī ac etiam dictarum linearum quadrata per 18. sexti. sunt suorum correlatiuorum laterum in duplicata proportionē que est similis illi laterum dictorum numerorum; & cum dicti numeri ponantur quadrati scilicet .4. & 16. eorum latera erunt .2. & 4. inter que ponat vnitas vt supra in quinta huius & .11. apparet. Modo quęcumq. fuerit illa linea inueniēda erit communicans linee .a. posite vt dictum est & earum communis mensura erit in .a. totiens & cetera. vt ibi dictum est in .17. possē inueniri alia .f. h. simili modo ad cuius quadratum se habeat quadratum linee .f. g. sicut .c. numeri ad .d. numerum penitus sicut inuenimus .f. g. & procedendo semper similiter habebis propositū & ideo supra in .17. docuit inuenire plures huiusmodi lineas & etiam dicendo si 16. dat .9. quid dabit .144.

Propositio. 43.

Inomium secundum reperire.

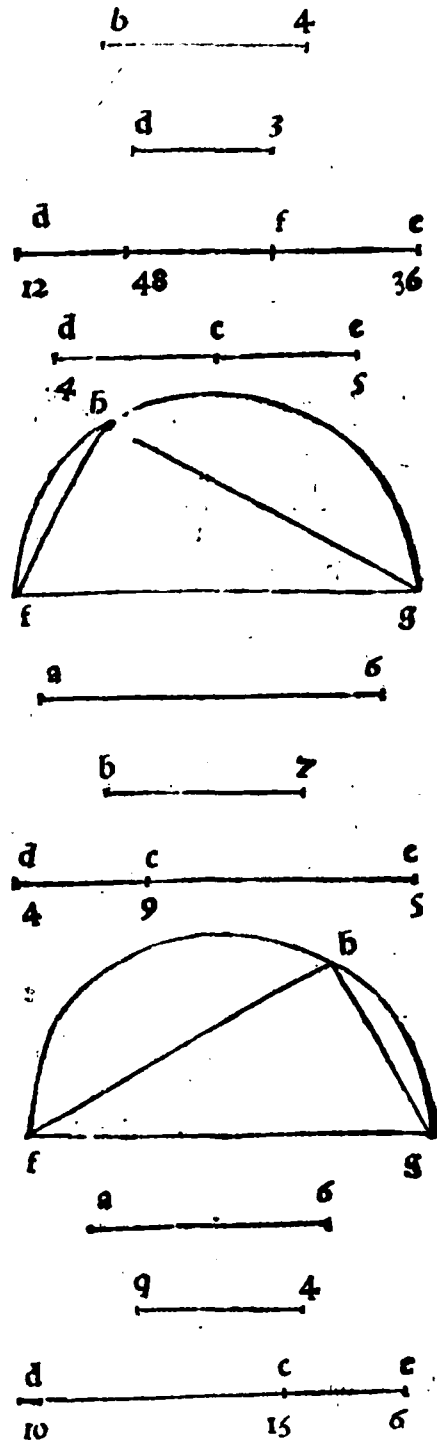
I Sit vt prius .a. rationalis linea posita .b. vero numerus quadratus .c. vero sit numerus non quadratus diuisibilis in .d. non quadratum & .e. quadratum. Ita tamen q. proportio totius .c. qui est non quadratus ad .d. qui est etiam non quadratus sit sicut numerorum quadratorum & talis autem numerus est .n. & 48. diuisibilis enim est .n. in .9. quadratum numerum & 3. non quadratum; estq. proportio .n. ad 3. sicut 16. ad 4. quorum vterq. quadratus eodem modo. 48. diuisibilis est in .36. & 12. Tales autem numeros sic reperiēs. Sit .a. numerus quadratus .b. quoq. sit vnitate minor. cuius quadratū sit .c. At vero .d. pueniat ex .b. in .a. eritq. ex prima incidentiū noni .b. d. fia. d. ad .c. Ducatur idē .a. in .c. & pueniat .e. eritq. .c. quadratus ex prima parte correl. secūde noni eo q. vterq. numero 3. a. & c. est qdratus p. hypothēsim. Fiat rursus .f. ex .a. in .d. eritq. .f. qualē qrimus. Est .n. ex vltima pte pdicti correl. numerus .f. nō qdratus; eo q. d. nūcne

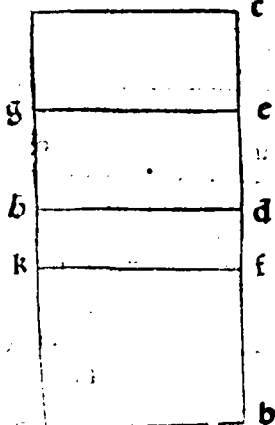
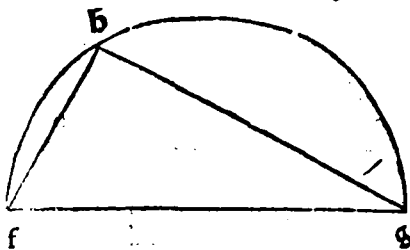
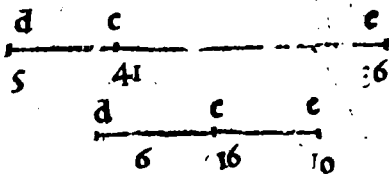
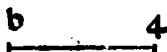
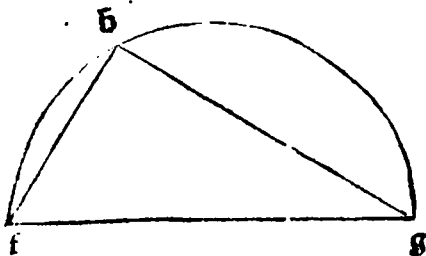


b

Propositio .44.

Thomium tertium inuestigare.
Binomium quoq; tertiu sic reperitur posita vt prius
 nea. a. rationali in longitudine sit. b. numerus primus. c. ve
 ro quadratus diuisibilis in quadratum. d. & non quadra
 tum. e. cetera Omnia sint vt prius: dico q. due linee. f. g. &
 g. h. cōpositum binomium tertium: neutra enim earum ē
 illis in longitudine linee. a. rationaff posite sed vtraq; in
 illis. f. g. quidem per vltimam partem. z. h. g. vero per equa
 ratem & vltimam partem. z. Est enim per equam propor
 tionem quadratorum linee. a. ad quadratum linee. g. h. sicut nume
 rorum. e. mediātibz hinc quidem quadrato linee. f.
 numero. c. numeri autem. b. f. c. non sunt in proportio
 ne quadratorum: cum. b. sit numerus primus. si enim esent
 e numerorum quadratorum: necesse eset per. 16. octauū





Octavam eiusdem tertium eis in continua proportionalitate interesse
eset igitur per. 17. eiusdem numerus. b. superficialis quod ē impossibile cū
sit primus p ypothe. incōmensurabilis ē itaq. linea. g. b. linee. a. rōnali po
site ex vltima parte. 7. Quia ergo linea. f. g. potentior est linea. g. b. in q
drato linee. f. h. ex. 30. tertii & penul. primi que communicat ei in longi
dine ex scda pte. 7. & eversa pportionalitate ex diffinitione binomii tertii
patet nostra intentio.

Propositio .45.

Binomium quartum scrutari.



In inuentione binomii quarti eodem mō procedendum
est sicut in inuentione primi. excepto q. quadratus nume
rus. c. diuidatur in duos non quadratos qui sint. d. f. & cetera
omnia negocianda sunt hic ex diffinitione binomii
quarti sicut ibi ex diffinitione binomii primi.

Propositio .46.

Binomium quintum querere.



Huius inuentio sic est sicut binomii secūdi. excepto q.
numerus. c. non quadratus diuidatur in. d. non quadratum
& e. quadratum. ita tñ q. proportio. c. ad. d. non sit sicut nu
meri quadrati ad numerum quadratum. Cetera oia sunt
hic pquirenda ex diffinitione binomii quinti sicut ibi q
ta sunt ex diffinitione binomii secūdi. Vel pone q. linea. g. b. sit cōcās linea
a. rationali posite in longitudine & pone numerum. c. quadratum diuisum
in duos non qdratos q. sint. d. f. & pone itaq. pportione qdrati linee. g. b.
ad qdratum. f. g. sicut numeri. c. ad. numerum. g. deinde a. trāse. propositū
ex vltima parte. 7. & pñibus ypothesibus & conuersa f. eversa proportio
nalitatibus & iterum ex vltima parte. 7. ex diffinitione binomii quinti.

Propositio .47.

In binomio sexto demum oportet insistere.



Binomium sextū sicut tertium scrutādū est & tñ erit hic
numerus qdratus. c. diuisus in duos non quadratos. d. f.
& cetera vt ibi erit. ex diffinitione binomii. 6. linea quā
cōponunt. f. g. & g. b. sibi inuicem directe cōiuncte binom
ium sextum quod est propositum inuenire.

Propositio .48.



Suerit superficies binomio pmo. lineaq. rōnali
pnta: latus qd super ea pt binomiu ē necesse ē.
Sit superficies. a. c. cōtenta linea rōnali. a. b. & binomiu
prio q. sit. b. c. dico q. latus tetragonici supfciei. a. c. ē binom
iu. Sit. n. pñctus. d. cōis terminus duar. portionū binom
ii primi. b. c. cuius maior portio sit. b. d. erit. rōnalis in
longitudine ex diffinitione & cōmensurabilis linee. a. b. rōnali posite. Diui
dat itē minor portio q. est. d. c. p. eq̄lia ad pñctū. e. lineaq. d. b. diuidam
sub ea cōditione ad pñctū. f. q. inter ptes eius q. sunt. b. f. & f. d. cadat. d. c.
medio loco proportionalis q. q. liter fiat in. n. dñt. est. Dicant at linee
c. g. d. h. f. k. eq̄ distantes linee. a. b. & g. ex diffinitione binomii. primi. li
nea. d. b. ē potētor linea. d. c. in qdrato linee sibi cōcantis in longitudie
sq̄t ex scda pte. 13. & q. due linee. b. f. & f. d. sint cōcātes p. g. igit ē vtraq. ear.
cōicans toti linee. b. d. q̄re p diffinitionē ambe sunt rōnals i lōgitudine
ideōq. p. 15. vtraq. duar. supfciez. a. f. & f. b. ē. rōnalis. Describat itaq. qua
dratū. l. m. cuius latus. l. r. eq̄le supfciei. a. f. cui. circūponat gnomon ptrafā
dyagonalē. l. m. n. ad eam q̄tātē q. ipsius gnomonis qdratū q. sit. m. n.
sit eq̄le supfciei. f. b. duar. eius supplemēta sint. p. m. & m. q. q. necesse est
esse equalia duabus supfciebus. d. g. & g. c. quod sic collige. Cum enim
sit linea. d. e. medio loco proportionalis inter lineas. b. f. & f. d. erit super
cies. d. g. ex prima sexti medio loco pportionalis inter supfcies. a. f. & f. b.
quare & inter quadrata. l. m. & m. n. Et quia supplemētū. p. m. est et me
dio loco pportionale inter qdrata dicta ex prima sexti sequit v. p. m. sit

equalis d. g. ideoq. m. q. g. c. Igitur linea l. p. est latus tetragonum super-
ficii a. c. hanc lineam dico esse binomium. Cum sint. n. ambo quadrata
l. m. f. m. n. rationalia erunt ex diffinitione due linee. l. r. f. r. p. potentia
liter rōnales. Est autem per primam sexti. a. f. ad. d. g. sicut. b. f. ad. d. e. Sed
b. f. est incommensurabilis. d. e. f. quia. b. f. est rationalis simpliciter vt p
batum est. d. e. vero quia cōicit in longitudine. d. e. rōnali in potētia m.
Eritq. ipsa rōnalis in potētia m. per. 18. quod ex premissis ypothesibus
manifestum ē. Itaq. p. secundam ptem. 10. superficies a. f. ē incommensura-
bilis superfici. d. g. igit. f. qdratum. l. m. supplemento. p. m. quare p. primā
sexti ē secundā ptem. 10. linea. l. r. est incommensurabilis linee. r. p. Ex. 30.
igitur constat lineam. l. p. esse binomium quod erat monstrandum.

Propositio .49.



Si fuerit superficies linea rōnali binomioq. secūdo
p. t. latus eius tetragonū erit bimediale primum.

C Si eadem figura eodemq. ypothesi que in premissa
eritq. ex diffinitione binomii secūdi linea. d. e. rationalis in longitudine quare per. 15. vtrāq. duarum superficiei-
rum. d. g. f. g. c. ideoq. f. duo supplementa. p. m. m. q. esse
rationalia linea vero. b. d. erit rationalis in potētia tantum f. diuisa
in duas lineas communicantes. f. d. f. b. f. ex diffinitione binomii secūdi
f. premissis ypothesibus f. secunda parte. 13. per. 19. igitur erit vtrāq. duarū
superficierum. a. f. f. b. f. ideoq. f. vtrūq. quadratorum. l. m. f. m. n. me-
diale itaq. ambe linee. l. r. f. r. p. sint mediales in potētia quoq. cōicantes
nam cū linea. b. f. cōicit linee. f. d. sequit. ut. a. f. cōicit. f. b. quare qdratum
tam. qdrato. m. n. ideoq. f. linea. l. r. linee. r. p. i potētia in longitudine at
mōi cōicant. qm̄ vna eā ad alterā ē sicut. l. m. ad. m. p. Cū igit. l. m. nō
cōicit. m. p. eo q. altera medialis videlicet. l. m. altera rōnalis videlicet
m. p. sequitur vt. l. r. nō cōmunicet in longitudine. r. p. quā igitur ipse
contineat superficiem rationalem que est. m. p. constat lineam. l. p. ex
32. huius esse bimediale primum.

Propositio .50.



Si binomio tertio ac linea rōnali superficies p. t.
neatur linea in oam potens erit bimediale secundus.

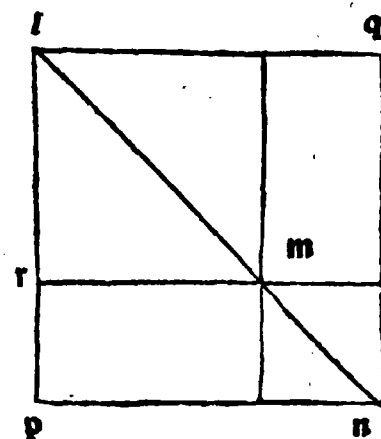
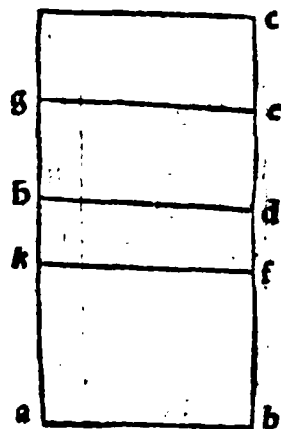
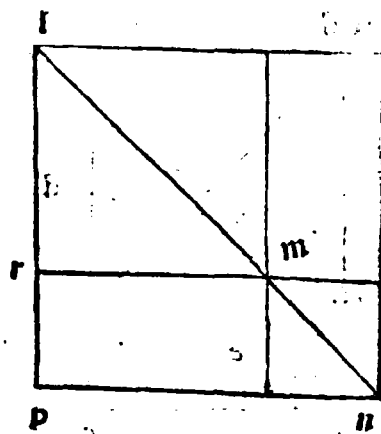
C Dispositio f. ypothesi maneat vt supra. Eritq. ex his
ypothesibus f. diffinitione binomii tertii f. 19. vnaqueq.
quatuor superficies in quas diuisa ē superficies. a. c. me-
dialis quare vtrūq. duorū qdratorū. l. m. m. n. f. vtrūq.
duorū supplementorū. p. m. f. m. q. d. q. r. mediale vtrāq. igit. duarū linea-
rum. l. r. f. r. p. erit medialis f. cum due superficies. a. f. f. b. f. sint commu-
nicantes eo q. due linee. b. f. f. d. f. sunt communicantes per secundam par-
tem. 13. erunt due linee. l. r. f. r. p. communicantes in potētia in longitu-
dine vero non. quia superficies. l. m. nō communicat cum superficie. m.
p. eo q. neq. a. f. communicat cum. d. g. Nam linea. b. f. nō communi-
cat cum. d. e. cum igit. ipsa contineat superficiem medialem que ē. p.
m. constat ex 32. lineam. l. p. esse bimediale secundum qd est propositum.

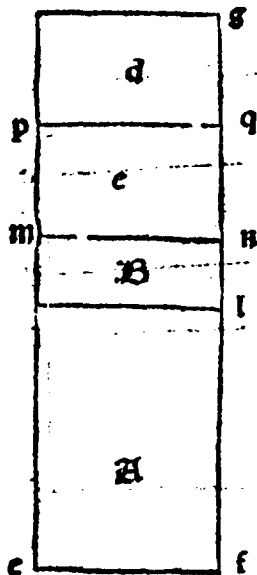
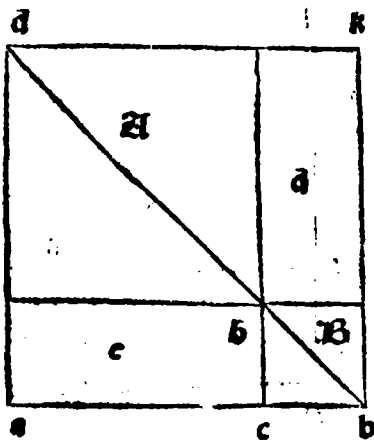
Propositio .51.



Si linea rationali binomioq. quarto superficies p. t.
neatur que eam superficiem potest ē linea maior.

C Cum ēis vt in premissis manētibz erit ex ypothe. f.
diffinitione binomii quarti f. 19. vtrāq. duarum superfi-
cierum. d. g. f. g. c. quare f. vtrāq. duarum. p. m. f. m. q.
medialis duorū quadrata. l. m. f. m. n. pariter accepta ra-
tionale eo q. superficies. a. d. est rationalis per diffinitionem binomii
quarti. f. 15. Et quia. d. b. diuiditur in puncto. f. in duo incommunicantia
per secundam partem. 14. erit superficies. a. f. incommensurabilis superfi-
ciei. f. h. I deoq. f. quadratum. l. m. quadrato. m. n. due igitur linee. l. r. f.
s. p. sint incommensurabiles in potētia que eam contineat superficiem





medialem. p. m. & earum quadrata ambo pariter accepta sunt rationale
constat per 33. lineam. l. p. esse lineam maiorem quod erat monstrandum.

Propositio. 52.



Ifuerit superficies linea rationali atq; binomio qu
to contenta quecumq; in eam linea potest in ra
tionalis & mediale esse ex necessitate convincitur.

E hic in hac quoq; est aliquid ex priorum dispositione
& positionibus mutandum, & eis enim manentibus erit
ex his que posita sunt in diffinitione binomii quinti huius
vtriusque duarum superficierum. d. g. & g. c. quare vtriusque duarum. p. m. & m.
q. rationalis. Totaque. a. d. quare & quo quadrata. l. m. & m. n. pariter acce
pta mediale ex 19. cumq; ex secunda parte. 14. sit linea. f. b. incommensurabi
lis linee. c. d. adeoque superficies. a. f. superficiei. f. b. & quadratum. l. m.
quadrato. m. n. erit linea. l. a. incommensurabilis in potentia linee. r. p. at
quia ipse continet superficiem rationalem. p. m. & earum quadrata ambo
pariter accepta sunt mediale concludere ex 34. lineam. l. p. esse potentem in
rationalis & mediale quod promissum est.

Propositio. 53.



I binomio sexto lineam rationali superficie con
tineatur linea que in eam potest in duo mediale
potens esse probatur.

Hec 33. adhuc te substat octavi a pingendo figurat
contenta enim est premissis dispositione & positionibus.
Quibus stantibus necesse est ex ipsis positis & dispositione
in diffinitione binomii postremi 39. quilibet ex superficieribus. a. d. & d.
g. & g. c. propter quod & ambo quadrata. l. m. & m. n. pariter accepta & p.
m. & m. q. esse mediale. Cumq; b. f. & f. d. propter quod a. f. & f. b. idco
q. l. m. & m. n. sunt incommensurabiles erunt due linee. l. r. & r. p. incom
mensurabiles in potentia. at quia ipse continet superficiem medialem.
p. m. earumq; ambo quadrata pariter accepta sunt mediale quod est. da
plo superficiei vnius in alteram incommensurabilis quod ex eo proba
tur q; superficies. b. h. est incommensurabilis superficiei. b. c. propter hoc
q; linea. d. b. est incommensurabilis linee. d. c. sequitur ex 35. lineam. l. p.
esse que potest in duo mediale.

Propositio. 54.

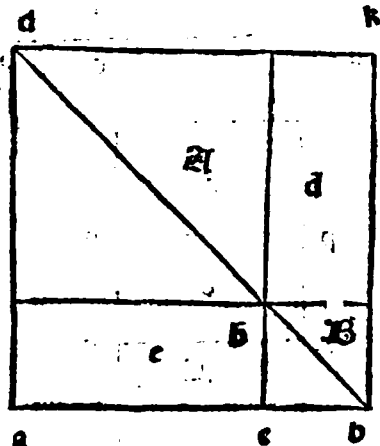


I linee rationali equis quadrato binomii rectan
gulum adiungat latius eius secundum binomium
primum esse continet.

Hec sex sequentes connexae sunt sex precedentium per
ordinem. Huius autem est hec intentio. Sit linea. a. b. binomii
divisa ad punctum. c. in duas lineas. a. c. & c. b. fm suam
diffinitionem aut terminum eiusq; a. b. quadratum sit. b. d. sitq; linea. e.
f. rationalis in longitudine cui adiungatur superficies. e. g. equalis qua
drato. b. d. **D**ico q; latius secundum huius superficiei quod est. linea. h.
g. est binomium primum. Dividatur enim quadratum. b. d. in duo qua
drata. b. b. & f. h. d. que sint quadrata duarum portionum binomii & in duo
supplementa. a. h. & f. b. h. quorum vtriusque continetur sub duabus portio
nibus binomii cuiusq; ex diffinitione binomii que habetur per 30. vtrum
q; istorum quadratorum rationale. & per 19. vtrumq; supplementorum
mediale. Ex superficiei igitur. e. g. abscondatur superficies. e. l. equalis qua
drato. d. h. & f. l. m. equalis quadrato. h. b. & f. n. p. equalis vni duorum supple
mentorum. a. h. vel h. h. Eritq; p. g. residua equalis reliquo supplemento.
Quare per primam sexti linea. n. g. est equalis linee. a. g. **E**x premissis

antem manifestum est q. vtraq. duarum superficierum. e. l. f. l. m. f. ideo tota superficies. o. n. est rationalis. Et vtraq. duarum equalium. n. p. f. p. g. ideo tota. m. g. medialis. quare per. 16. vtraq. duarum linearum. f. l. f. l. n. f. tota linea. f. n. rationalis in longitudine. Et linee. e. f. rationali posite adimmutabilis f. per. 10. vtraq. duarum. n. g. f. q. g. f. tota. n. g. rona licin potentia tantum incomensurabilis linee. m. n. f. ideo linee. e. f. sibi equali f. per consequens f. linee. f. n. in longitudine. Si igitur linea. f. n. quo est maior linea. n. g. vt ex primo dponunt antecedentium. 35. demonst rationi subiectorum f. prima sexti apparet fuerit potentior linea. n. g. minor in quadrato linee secum communicantis in longitudine. tunc ex diffinitione binomii primi manifestum est lineam. f. g. esse binomium primum. Hoc autem ita esse sic habeto. Cum inter duo quadrata. d. h. f. b. b. sit p. prima sexti superficies. a. h. medio loco proportionalis communicatur ex prioribus hypothesebus superficiei. m. q. esse inter superficies. e. l. f. l. m. medio loco proportionalis. Quare per primam sexti linea. n. g. que est medietas linee. n. g. est in medio loco pportionalis. inter duas lineas. f. l. f. l. n. quod igitur sit ex f. l. m. l. n. est quantum quod ex n. q. in f. p. 16. sexti ideoq. per. 4. secundi quantum quartam pars quadrati linee. n. g. Itaq. per primam partem. 13. cum linea. f. n. diuidatur a superficie sibi adiuncta equali quarte parti quadrati breuioris linee. n. g. itaq. ad complendam totam lineam. f. n. desit superficies quadrata in duo communicantia ad punctum. i. erit. f. n. potentior n. g. in quadrato linee sibi communicantis in longitudine. constat ergo propositum.

Propositio 35.



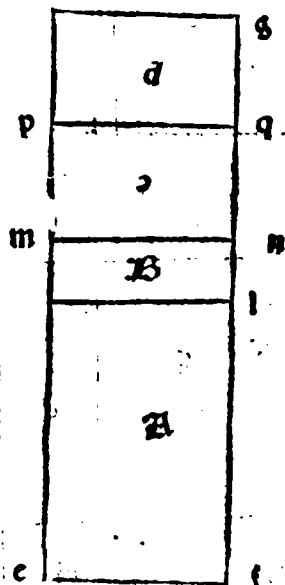
Linee rationali equa superficies quadrato binomiali primi adinmutabilis eius reliquum binomium secundum esse oportebit.

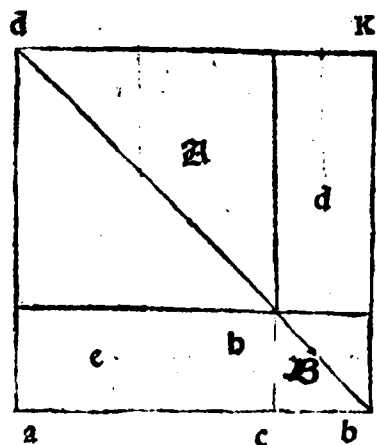
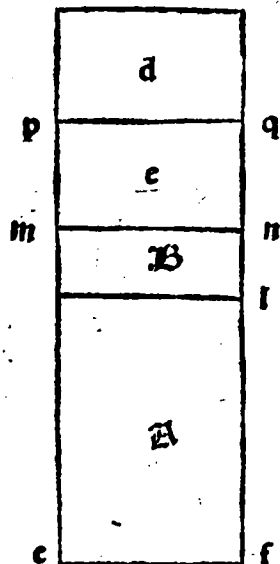
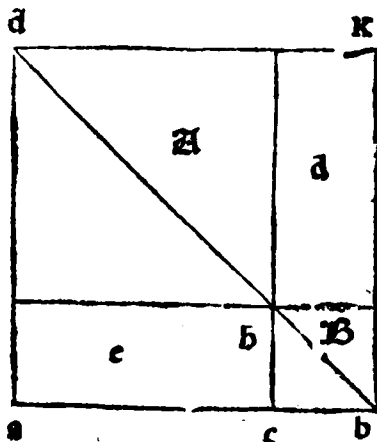
Sit linea. a. b. binomiali primum diuisa ad punctum c. secundum suam terminum. Cetera autem sunt vt prius dico lineam. f. g. esse binomium secundum erit enim superficies m. g. rationalis eo q. partes binomialis primi continent superficiesem rationalem f. superficies tres. e. l. m. f. tota. e. m. mediales communicantes eo q. portiones binomialis primi sine linee medietas potentia tantum communicantes ex. 32. per. 16. igitur erit linea. n. g. rationalis in longitudine co mensurabilis linee. e. f. rationali posite. Ep. 10. linea. f. a. rationali f. potentia m que cum sit maior linea. n. g. ex primo duorum antecedentium demonstrationi. 35. adiutorum f. prima. 6. eaq. potentior quadrato linee communicantis secum in longitudine ex prima parte. 13. erit a diffinitione linea. f. g. binomium secundum quod est propositum.

Configator.

Nota q. n. vales dicere p. 450. plus p. 18. q. est binomiali secundi quoniam dicere p. 450. plus p. 360. scilicet radix vniuersa l. totius compositi f. vales dicere q. accepta radice de 360. Et illa posita super radicem de 648. f. huius aggregati summe radicem quod probatur in quadrando eas. f. vna quoc. facit. p. 648. plus p. 360. vt patet operando f. cetera.

Quia ex primo duorum antecedentium cum linea. a. b. diuidatur per inequalia in puncto. c. quoniam due linee componentes binomiali primum vna est maior altera ex. 35. binomii. Et ideo duo quadrata earum sunt amplius duplo superficiei vnius in alteram quare superficies. e. ramator est superficie. m. g. cum. e. n. equatur duobus quadratis duarum linearum. a. c. f. c. b. f. m. g. duobus supplementis. Et ideo per primam sexti. n. f. maior est. m. g. reliqua sequuntur f. c.





Propositio 56.



Si ad iuncta fuerit lineæ i longitudine rōnali superficies rectāgula eq̄lis quadrato bimedialis secūdi latus eius sūm binomii tertiu esse necesse est.

¶ Si fuerit lineæ a. b. bimediale sūm diuisa p terminū suū ad punctū. c. reliqua vero oīa fuerint vt prius: erit lineæ f. g. binomii tertiu. Erit. n. ex. 31. ¶ nostris positōibus vtrāq. superficies. e. n. f. m. g. medialis: q̄re p. 20. vtrāq. duarū linearū. f. n. f. n. g. erit rōnalis in potētia tūat q̄a bimedialis secūdi partes sint cōcantes in potētia tū erit superficies. e. l. cōicans superficies. l. m. ¶ ideo lineæ. f. l. lineæ. l. n. potētiō: ergo est p primā partē. 13. f. n. q̄ sit. n. g. in quadrato lineæ sibi cōcantis in longitudine. Cūq. sint superficies. a. b. f. quadratū. h. b. in cōmensurabilia eo q̄ lineæ. a. c. f. c. b. incōmensurabiles: ideoq. f. ambo q̄drata pariter accepta amobus supplementis pariter acceptis: eo q̄ q̄drata sibi inuicē cōcant ex ypothesi supplementa quorū cū sibi inuicē sint eq̄lia: sequit vt superficies. e. n. sit incōmensurabilis superficies. m. g. ¶ ideo lineæ f. n. lineæ. n. g. p diffinitionē igit ē lineæ. f. g. binomii tertiu qd ē positiū.

Propositio 57.



Si lineæ rōnali rectangulum equū quadrato lineæ maioris adiungatur alterum se continentium laterum erit binomium quartum.

¶ Si hec quoq. fuerit lineæ a. b. lineæ maior diuisa sūm terminū suū ad punctū. c. cūctaq. reliqua non fuerint aliter q̄ prius: erit lineæ. f. g. binomii quartū. Cū enim sint ambo quadrata portionū lineæ maioris p̄ter accepta rōale erit superficies e. n. rōnalis: ideoq. p. 16. lineæ. f. n. rōnalis in lōgitudine cōicans lineæ. e. f. rōnali posite: superficies vero. m. g. erit medialis p̄ illud qd p̄tōes lineæ maioris continēt superficies medialis: itaq. per. 20. lineæ. n. g. est i potētia rationalis tū f. quia ēt portiones præfate lineæ. a. b. sunt potētiōliter incōmensurabiles superficies. e. l. incommensurabilis erit. l. m. ideoq. lineæ. f. l. lineæ. l. n. igitur p primā partem. 14. lineæ. f. n. est potētiōr lineæ. n. g. in quadrato lineæ sibi incommensurabilis: et diffinitione igitur est lineæ. f. g. binomium quartū: quod erat propositum.

Propositio 58.



Si lineæ rōnali q̄drato lineæ potētis supra rōnale et mediale eq̄lis parte altera lōgia forma adiungatur alterū latus eius binomii quintum ē necesse est.

¶ Proposita lineæ a. b. ea que p̄t supra mediale f. rōnale diuisa sūm eius diffinitionē ad punctū. c. nihil immet de reliq̄: sequiturq. lineæ. f. g. esse binomii quintū. Cū enim partes huius lineæ. a. b. cōtineant rōnalem superficiem necesse est vt superficies. g. m. ideoq. p. 16. lineæ. n. g. sit rationalis. Cumq. ambo quadrata p̄tium huius lineæ pariter accepta sint mediale erit superficies. e. n. medialis: f. per. 20. lineæ. f. n. rōnalis in potētia tūat quia portiones predictæ lineæ sunt incōmensurabiles in potētiōteris superficies. e. l. incōmensurabilis superficies. m. l. ideoq. f. lineæ. f. l. lineæ. l. n. potētiōr igitur est per primā partem. 14. lineæ. f. n. lineæ. n. g. in quadrato lineæ sibi incōmensurabilis: p̄ diffinitionem itaq. binomii quintū concludē propositum.

Propositio 59.



Et si ad iuncta fuerit lineæ rationali superficies rectangula equalis quadrato lineæ potētis in duo medialis eiusdes superficies latus sūm binomii sextum esse conuincitur.

¶ In hac. 59. sit lineæ a. b. lineæ potētis supra duo medialis: que aut p̄ter hec sunt sicut supra maneant f. erit tūc lineæ. f. g. binomium sextum quod ignorare nō poteris si p̄missis eius q. quod. 35. pponit imemori nō fueris: f. sic patet in hac nostra intentio.

Propositio 60.

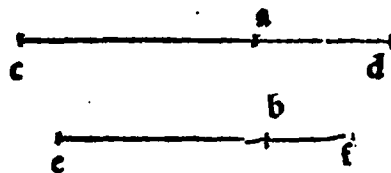
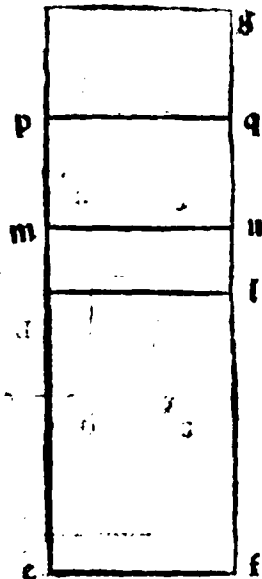


Pris. linea cuilibet binomiorum comunicans sub eadem specie binomium esse probatur.

Sit linea. a. binomium cuius vis speciei sit. linea. b. sibi cōicans in longitudine dico lineam. b. ēē binomii eiusdē speciei. quia. a. Sint enim binomiales portiones a. c. f. d. cruntq. ambe rationales in potentia tantū communicantes per 30. lineā vero. b. diuidatur per. e. f. p. p. portionem. c. ad. d. in. e. f. f. eritq. p. coniunctam ēē euerfam ēē permutatā proportionalitatem. c. ad. e. f. d. ad. f. sicut a. ad. b. cum sint igitur a. f. b. cōicantes erit etiam per primam partem. 10. c. f. e. itēq. d. f. f. cōicantes. Si igitur fuerit c. rationalis in potentia tantum erit f. e. si autem in longitudine f. e. Eodemq. modo si. d. est rationalis in potentia tñ vel etiam in longitudine erit quoq. f. f. similiter. f. ex. n. si potentior est. c. d. quadrato linee sibi cōmensurabilis in longitudine vel si forte incōmensurabilis erit. f. c. potentior. f. in quadrato linee sibi cōmensurabilis vel etiam incōmensurabilis necesse est ex diffinitionibus sex specierum binomiorū vt eiusdem speciei binomii sint a. f. b. Si autem linea. b. cōicet binomio. a. in potentia tñ erit etiam f. sic linea. b. binomium^b autē eiusdē speciei non est necessarium imo impossibile est vt ambo simul cadāt sub prima specie binomiorum. vel sub secunda quarta vel quinta: sed necesse est vt ambo cadāt sub primis tribus aut ambo sub tribus postremis: vnum enim eorum ēē i. aliquid ex tribus primis speciebus f. aliud in aliqua ex tribus postremis est impossibile. Cum enim a. comunicet cum. b. in potentia tantum. c. quoq. cum. e. f. d. cum. f. cōicabit tñ in potentia ex 10. Si igitur alterutra duarū linearum. c. f. d. fuerit rationalis in longitudine non erit sua compar ex lineis. e. f. f. rationalis in longitudine. Non est itaq. possibile vt. a. f. b. cadant simul sub aliqua ex illis speciebus binomiorum in quibus altera duarū portionum binomii est rationalis in longitudine. hec autem species sunt prima f. secunda quarta f. quinta. At vero quia per. n. due linee. c. f. e. simul potentiores sunt duabus lineis. d. f. f. in quadratis duarū linearum sibi in longitudine comunicantium aut incōicantium: necesse est vt ambo binomia. a. f. b. simul cadant sub primis tribus speciebus binomiorum aut simul sub tribus postremis ex diffinitione ipsarum specierum. Lineam autem. b. quid dubitas esse binomium cum sint enim. c. f. e. communicantes in potentia tantum: similiter quoq. d. f. f. sint autem. c. f. d. rationales in potentia tantum: conuincitur. e. f. f. esse rationales in potentia tantum: que quia nō cōicant in longitudine sicut nec eis proportionales. c. f. d. ipse componunt indubitanter binomium per 30. huius.

Corrigator.

Sub eadem specie. f. principali. Quia binomiorum due sunt species principales vt supra. 41. huius posite sunt prime speciei lōgiores binomiorum portiones potēiores sunt breuioribus in quadrato linee ei: dē lōgioribus cōicatis f. secūde speciei lōgiores potēiores sunt breuioribus in quadrato linee eiusdē lōgioribus incōmensurabilis in lōgitudine f. vtraq. ista habet tres species: prima habet binomii primū scdm f. tertiu. f. secūda quartū quintū f. sextū. b. Et ideo si duo binomia cōicant solū in potētia nō est possibile vt ambo cadāt sub eadē spē particulari primi secūdi quarti f. quinti. hoc est alteri illorū hñtium alterā portionē rōnalem: qā cōpares portiones eorū nō cōpōderent in rationalitate vel irrationalitate: sed erunt ambo sub tertia principali prime. aut sub tertia principali secūde. hoc est tertium aut sextum binomii. Sed qñ duo binomia cōicarent in longitudine f. eorum portiones essent in longitudine cōmensurabiles: tūc bñ possunt ēē sub eadē specie particulari: hoc est ambo sub prima ex primis tribus vel secunda vel tertia: f. sic sub eadem specie aliqua ex tribus postremis vt patet arguendo ex adductis coniuncta euerfa f. permutata proportionalitatibus: quia tunc semper eorum compares portiones con-



responderet in rationalitate irrationalitate cōcātiōe vel cōmēsurabilitate.

Propositio .61.



Per hanc lineam alterutri bimedialium cōmēsurabilis: sub eadem specie bimedialis esse ex necessitate conuincitur.

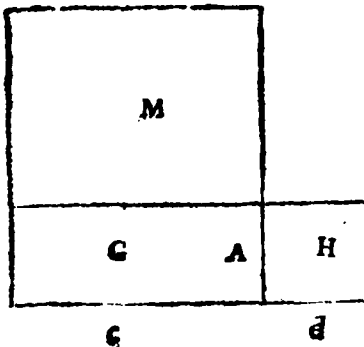
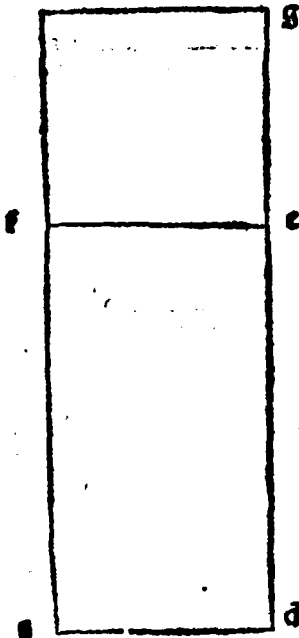
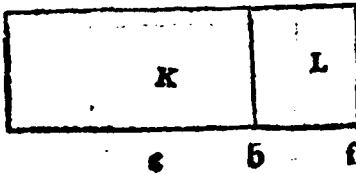
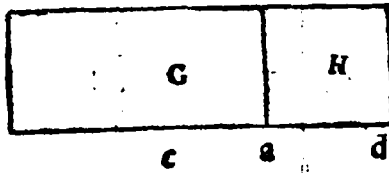
Veritatem habet quod dicitur siue in longitudine siue etiam in potentia tñ cōmunicet aliqua linea alterutri bimedialium. Sint enim due linee cōcāntes. a. f. b. quouis duorum modorū: predictorum. scilicet. a. bimediale primum vel secundum. dico q. etiā. b. est bimediale primum vel secundum: prout fuerit. a. Diuisio enim. a. bimediali in suas bimediales portiones ex quibus componitur p. 31. f. 31. que sint. c. f. d. b. quoq. diuisa in. e. f. f. fm proportionem. c. ad d. vt docet. 2. sexti postea. g. superficie contenta sub. c. f. d. f. k. sub. e. f. f. Et posito. b. quadrato. d. f. l. f. erit per coniunctam c. et c. et f. permutatam tam proportionalitatem quoniam admodum in premissa. c. ad e. f. d. ad f. sicut. a. ad b. Sicut igitur ex positione. a. f. b. sint cōcāntes i siue hoc sit in longitudine siue in potentia sic. c. f. e. itēq. d. f. f. similiter erunt cōcāntes. At quia. c. f. d. sunt mediales potētia tantum cōcāntes sequitur ex. 21. vt e. f. f. sint etiam mediales f. ex. 10. potētia tñ cōcāntes cum ipse per ypothesim sint proportionales. c. f. d. cōq. sit per primam sexti. g. ad. b. sicut. c. ad. d. f. k. ad. l. sicut. e. ad. f. erit. g. ad. b. sicut. k. ad. l. f. permutatim. g. ad. k. sicut. h. ad. l. quia igitur. b. est cōmunicans. l. eo q. duo eorum latera que sunt. d. f. f. cōcānt in longitudine vel in potētia fm q. a. f. b. in alternitorem cōmunicat: sequitur ex. 10. vt. g. f. k. quoq. sibi inuicem cōicēt. Erit igitur. k. rationalis aut medialis: prout fuerit. g. ex diffinitione superficie rationalis aut. 21. In hoc enim tñ differt bimediale primum a bimediali secundo q. portiones bimedialis primi in quas fm suum terminum diuiditur continent superficiem rōnalem: bimedialis autem secundi mediatem. Si igitur. a. fuerit bimediale primum erit superficies. g. rōnalis quare f. k. f. ideo. b. bimediale primum per. 31. Quod si. a. fuerit bimediale secundum erit superficies. g. medialis ob hoc etiam. f. k. b. itaq. p. 32. erit bimediale secundum quare constat propositum. ¶ Idem aliter ad lineā rōnalem. c. d. posita. a. alterutro bimedialiū f. b. sibi in longitudine vel potētia cōcāntes adiūgatur superficies. c. e. equalis quadrato. a. f. f. g. equalis quadrato. b. eruntq. superficies. c. e. f. f. g. cōmunicantes eo q. quadrata eis equalia que sunt quadrata linearum. a. f. b. sunt cōmunicantia ex ypothesi. ex prima igitur sexti f. 10. huius necesse est duas lineas. d. e. f. e. g. eē cōmunicantes f. quia si. a. fuerit bimediale primum linea. d. e. erit binomium secundum p. 55. ideoq. e. g. etiam binomium secundum per premisam. ¶ Quare latus tetragonum superficie. f. g. f. ipsum est. b. bimediale primum per. 49. At vero si. a. fuerit bimediale secundum linea. d. e. erit binomium tertium per. 56. ideo. e. g. est binomium tertium per premisam quare f. latus tetragonum superficie. f. g. f. ipsum ē. b. bimediale secundum per. 50. Manifestum est igitur verum esse quod proponitur.

Propositio .62.



Per hanc lineam cōcāns lineā maiori: est linea maior.

Et hec quoq. veritatem habet. si utrolibet modo cōcāns fuerit aliqua linea lineę maiori. Esto enim. a. linea maior. b. vero quouis sibi cōcāns modo: erit. b. linea maior. Diuisa namq. a. in eas portiones ex quibus constat p. 33. que sint. c. f. d. f. b. fm earum proportionem in. e. f. f. p. sitq. g. sit superficies cōtēta sub. c. f. d. f. k. sub. e. f. f. m. f. h. sint q. drata. c. f. d. at. n. f. l. e. f. f. erit. m. ad. b. sicut. n. ad. l. per secundam partē 18. sexti f. coniunctim. m. f. h. ad. b. sicut. n. f. l. ad. l. f. permutatim. m. f. h. ad. n. f. l. sicut. b. ad. l. quia ergo. h. cōicāt cum. l. eo q. d. cōicāt cum. f. aut in longitudine aut in potētia: prout. a. cōmunicat cum. b. sequitur vt ambo quadrata. m. f. h. pariter accepta cōmunicent cum amobus qua-



dratis. n. f. l. pariter acceptis. cum itaq. duo prima pariter accepta sint rationale per. 33. erunt quoq. f. duo postrema rationale per diffinitionem. At quia superficiem. k. necesse ē esse medialem sicut. g. ex. 11. lineasq. e. f. ē esse incommensurabiles in potentia sicut. a. f. d. ex. 10. concluditur per. 33. lineam. b. esse lineam que dicitur maior quod est propositum. ¶ I dē aliter. cum sit. a. linea maior cui. b. communicat siue hoc fuerit in longitudo siue in potentia sumpta linea rationali que sit. c. d. adiungatur superficies. ei. e. e. equalis quadrato lineae. a. deinde. f. g. equalis quadrato lineae. b. cum igitur quadrata duarum linearum. a. f. b. sint communicantia ex hypothesi. erit superficies. c. e. communicans superficiei. f. g. ideoq. per primam partem f. primam partem. 10. huius lineae. d. e. lineae. e. g. in longitudine. at quia ex. 57. linea. d. e. est binomium quartum erit quoq. per. 60. linea. e. g. binomium quartum igitur ex. 58. linea. b. potens in superficiem. f. g. est linea maior.

Propositio 63.



Si qua linea lineae potenti in rationale et mediale communicet ipsa in rationale et mediale potens esse comprobatur.

¶ Verum quoq. est q. qualitercumq. linea aliqua sit communicans potens in rationale et mediale siue in longitudine siue in potentia tantum ipsa etiam est potens in rationale et mediale quod sicut prius duplici modo probatum necesse est autem quantum ad primum modum ut sicut due lineae. c. f. d. sint in potentia incommensurabiles. ita sint etiam. e. f. f. per. 10. Et quemadmodum. g. est superficies rationalis nam tale continent portiones lineae potens in rationale et mediale. ita etiam per diffinitionem sit. k. rationalis et quemadmodum duo quadrata. m. f. h. pariter accepta sunt mediale: sic etiam per. 33. duo quadrata. n. f. l. pariter accepta erunt mediale: igitur ex. 54. b. est potens in rationale et mediale. ¶ Quantum autem ad secundum modum necesse est ex. 58. ut linea. d. e. sit binomium quartum. ideoq. f. per. 60. linea. e. g. est binomium quartum quare per. 58. latus tetragoni. cum superficiem. f. g. quod est. b. erit linea potens in rationale et mediale quod est propositum.

Corollaria

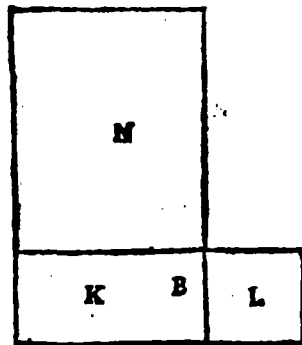
¶ Quia p. i. f. g. ad h. sicut. c. ad d. Ergo per. 4. quinti. sicut. e. ad f. f. sicut. k. ad l. ergo permutatum. g. ad h. sicut. b. ad i. f. per primam partem. 10. huius. g. communicat cum. k. quia h. prima communicat cum. l. secunda f. ideo per. 33. k. convincitur esse mediale. Et. f. hac via per diffinitionem. k. in. 63. convincitur esse rationalis quemadmodum l. 60. per. 33. mediale.

Propositio 64.



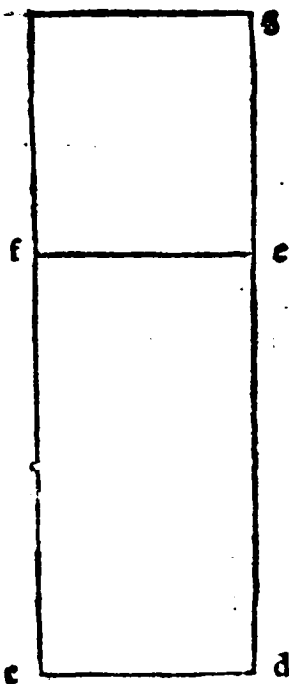
Si linea communicans potens in duo mediale sit ipsa quoq. potens est in duo mediale.

¶ Hec quoq. manifestabitur eisdem dispositione et positionibus eo duplici modo quo premisit probabitur. vera est siue in longitudine siue in potentia communicet linea b. cum linea. a. potens in duo mediale. Quoniam enim ad primum agumentationis modum erit per. 35. superficies. g. mediale. ideoq. f. k. per. 11. cum communicet ei duo quoq. quadrata. m. f. h. pariter accepta erunt ex eadem. 35. mediale: ideoq. duo. n. f. l. pariter accepta per. 11. at quia duo quadrata. m. f. b. pariter accepta ex predicta. 35. sunt incommensurable duplo superficiem. g. sequitur. p. 10. f. nostras positiones ut duo quoq. l. f. n. pariter accepta sunt incommensurable duplo superficiem. k. cum itaq. sint. e. f. f. incommensurabiles in potentia quemadmodum. c. f. d. erit ex. 35. linea. b. potens in duo mediale. quoniam autem ad secundum solite argumentationis modum erit. p. 59. d. e. binomium sextum. ideoq. ē p. 60. linea. e. g.



c

f



erit binomium secundum quare per 33. latus tetragonum superficiei. f. g. qd
est. b. erit potens in duo medialia quod est propositum.

Propositio .65.



Sine superficies quare altera rationalis altera vero
medialis coniungantur linea potens in tota superficie
inde compositam aliqua erit quatuor irrationalium li-
nearum videlicet aut binomium aut binomiale primum
aut linea maior aut potens in rationale et mediale.

¶ Vt si a. sit rationalis superficies et b. medialis erit linea po-
tens in totam. a. b. aliqua premissa quatuor. Sit. n. linea. c. d. rationalis
cui adiungat superficies. c. e. equalis. a. f. f. g. equalis. b. eritq. ex 16. linea.
d. e. rationalis in longitudine cōicans linee. e. d. rationali posite et ex 10. linea
e. g. rationalis in potentia tñ ex 30. linea. d. g. binomium cuius cum alte-
ra binomialium portionū qd est. d. e. sit rationalis in longitudine cōicans linee
rationali posite qd e. c. d. ipsum erit ex diffinitione species binomii aut bino-
mii primum aut secundum aut quartum aut quintum tertium aut sextum nō erit ex diffi-
nitione itaq. ex 48. 49. 51. 52. 53. linea potens in totam. e. g. que est equalis dua-
bus simul. a. f. b. erit aut binomium aut binomiale primum aut linea maior
aut potens in rationale et mediale quod est propositum. **¶** Binomiale vero se-
cundum aut potens in duo medialia non erit: quāsi esset binomiale sū-
m ex 36. linea. d. g. binomium tertium qd si esset potens in duo medialia
esset ex 39. linea. d. g. binomium sextum. sed neque enim vñ patet nostra intentio.

Propositio .66.



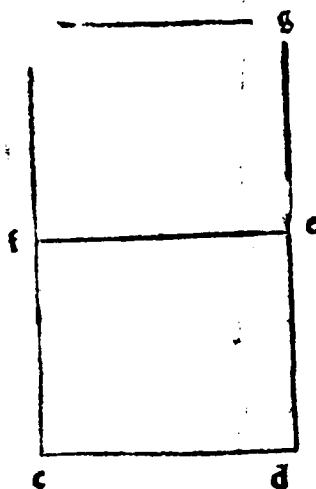
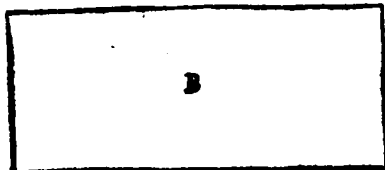
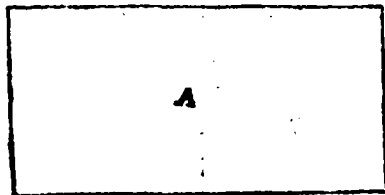
Sine diuise fuerint due superficies mediales in-
comensurabiles linea potens in totam superficiem
alterutra erit quare in rationalium linearum videlicet aut
binomiale secundum aut potens in duo medialia.

¶ Vt si a. f. b. sint due superficies mediales incomensura-
biles. sū. cōtinuō incommensurabiles eā composita ex eis mediale
ex 9. f. a. qd est linea potens in ea medialibus. ex 49. dico qd linea potens in cō-
posita ex ambabus erit aut binomiale secundum aut potens in duo medialia. Sit qd
dem linea. c. d. rationalis superficies. 70. sibi adiuncta. c. e. equalis. a. f. superficies
f. g. equalis. b. eritq. ex 10. linea. d. e. similiter quoq. linea. e. g. rationalis in po-
tēda tantum itaq. superficies. c. e. f. f. g. sū incommensurabiles sicut a. f. b.
et e. g. equalis. itaq. linee. d. e. f. e. g. ex priore sententia. 70. huius erit ex 30. linea
d. g. binomium cuius cum vtrāq. binomialium portionum que sunt. d.
e. f. e. g. sit incommensurabilis linee rationali posite que est. c. d. ipsum erit ex
diffinitione binomii tertium aut sextum: linea ergo potens in totam
e. g. equalē composita ex a. f. b. erit ex 50. f. 53. aut binomiale secundum
aut potens in duo medialia quod est propositum.

Castigator.

¶ Qualiter autem linee in longitudine rationali. e. d. posite adiungan-
tur superficies equalis superficiei. a. f. b. qualiter habeatur noticia cer-
ta theoricę et practice virtute. 10. sentit vt supra. 54. huius recte percipies hoc
prius addito qd cuiuslibet dictarum superficierum inuenies tetragonum
latus per vltimam secundi quo inuenio semper ponere illud secundam li-
nearum et primam. c. d. rationalem deinde per dictam. 10. sexti eis subim-
ges tertiam sub continua proportionalitate que ex noticia superficiali
et linee. c. d. rationalis posite etiam tertia. d. e. f. e. g. equant note. vt si in
66. a. superficies esset. 15. f. c. d. 6. tunc. d. e. esset. 15. f. si superficies. b.
esset. 150. linea. f. e. etiam. 6. sicut c. d. sua equalis. e. g. secundum latus esset
15. 5. Et sic apparet qd ex positione linee. c. d. rationalis maiori vel breui-
ori oritur maior vel minor eius secundum latus. d. e. f. e. g. vt si. c. d. po-
natur. 5. d. e. erit practice 15. f. e. g. 15. f. si. c. d. sit. 8. erit. d. e. 15. f. e. g.
15. 3. 5. per regulam trium dicendo si. 6. dant. 15. qd dabit. 15. f. e.

Propositio .67.





Imposita fuerit linea binomialis ceterisq; irrationales sequentes eam: non erit earum aliqua sub termino alterius.

¶ Vult q; si linea aliqua vt. a. fuerit ex sex prehabitis lineis irrationalibus que sunt binomium & eius quinque comites ipse non erit aliqua aliarum. Si enim quadrato eius equalis superficies adiungatur ad lineam rationalem. b. c. que sit. b. d. si quidem a. fuerit binomium. erit ex. 54. linea. c. d. binomium primum: que si fuerit bimediale primum. erit. c. d. ex. 55. binomium secundum: si aut bimediale secundum. erit. c. d. ex. 56. binomium tertium. Et si linea maior erit. c. d. ex. 57. binomium quartum. At si potens in rationale & mediale. aut si potens in duo mediale: erit ex. 58. c. d. binomium quintum: aut ex. 59. binomium sextum. Et quia impossibile est. c. d. esse simul sub diuersis speciebus binomiorum a diffinitione est impossibile. a. esse simul sub diuersis speciebus sex prehabitarum linearum irrationalium. **¶** De linea aut mediale constat q; ipsa quoque non sit aliqua sex sequentium videlicet neq; binomium neq; aliqua ex ipsius comitibus. Cum enim superficies equalis quadrato linee medialis adiungitur ad lineam rationalem: latus eius secundum est rationale in potentia ex. 20. cum aut superficies equalis quadrato binomii aut alicuius suarum comitum: latus eius secundum est binomium aut primum aut secundum & sic de ceteris per. 54. & 5. eam sequentes quare ipsum est irrationale & in longitudine & in potentia per. 30. **¶** Cum igitur sit impossibile eandem lineam esse rationalem in potentia & irrationalem tam in longitudine q; in potentia. nimirum impossibile lineam medialem esse binomial em aut aliquam ex quinque suis comitibus.

Castigator.

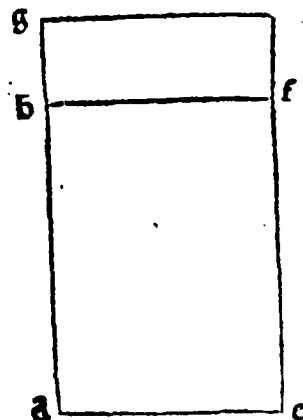
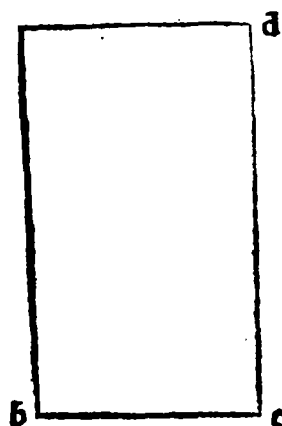
¶ Ibi. n. probatum est q; quadratum cuiuslibet binomii est incommensurable duobus quadratis duarum linearum componentium binomium p. 9. huius. & 4. secundi que quadrata semper sunt rationalia eo q; linee ille in potentia sunt rationales comitantes p. 17. & 18. huius. Et ideo p diffinitionem huius. 10. quadratum ipsum est irrationale cum non comitetur rationali. Sicq; patet binomium tam in longitudine q; in potentia esse irrationale. per. 30. huius.

Propositio .68



I linea de linea abscondatur fuerintq; ambe potentialiter tantum rationales comitantes: reliqua linea erit irrationalis diciturq; residuum.

¶ Si linea. b. c. abscondatur ex. a. b. sintq; ambe rationales tantum potentia comitantes quales docuit inuenire. 17. & 18. & hec sunt que component binomium. **¶** Dico q; a. c. reliqua est irrationalis & ipsa vocatur residuum. Constat enim ex. 7. secundi q; quadrata duarum linearum. a. b. & b. c. pariter accepta que component superficiem rationalem ex ypothesi & diffinitione rationalis superficiem. & 9. huius tantum sunt quantum duplum superficiem. a. b. in. b. c. cum quadrato. a. c. Cumq; ex. 19. superficies. a. b. in. b. c. sit medialis. ideoq; & duplum eius & mediale per. 11. & ideo. irrationale per. 19. sequitur vt ambo quadrata duarum linearum. a. b. & b. c. pariter accepta sint incommensurable duplo superficiem vnius earum in alteram: quare per. 9. & quadrato linee. a. c. ex diffinitione igitur quadratum linee. a. c. est irrationale cum ipsum sit incommensurable rationali videlicet duobus quadratis duarum linearum. a. b. & b. c. pariter acceptis. I taq; etiam ex diffinitione linea. a. c. est irrationalis quod est propositum. **¶** Exemplariter in figura esto superficies. e. g. equalis duobus quadratis duarum linearum. a. b. & b. c. pariter acceptis. Eritq; rationalis. **¶** I temq; sit superficies. d. f. equalis duplo superficiem vnius in alteram: eritq; ex. 19. medialis & erit ex. 7. secundi superficies. f. g. equalis quadrato linee. a. c. cum superficies. e. g. sit incommensurable superficiem. d. f. eadem erit ex. 9. incommensurable. f. g. quare. f. g. irrationalis & eius tetragonum latus. a. c.



Propositio .69.



Si fuerit linea de linea abscisa fuerintque ambe mediales potentialiter tantum communicantes superficies rationalem continentes reliqua linea erit irrationalis diciturque residuum mediale primum.

¶ Sit linea .b. c. abscisa ex linea .a. b. sintque ambe quales proponitur quas ex .24. & .25. reperies & hec sunt que componunt bimediale primum dico quod reliqua linea .a. c. erit irrationalis & ipsa dicitur residuum mediale primum. Erunt enim ambo earum quadrata pariter accepta mediale: duplum vero superficies unius in alteram rationale. itaque ambo quadrata pariter accepta incommensurable sunt duplo superficies unius in alteram quia itaque ambo quadrata pariter accepta componuntur ex duplo superficies unius in alteram & quadrato linee .a. c. sequitur per .9. ut quadratum linee .a. c. sit incommensurable duplo superficies unius in alteram quare tam ipsum quadratum quam latus eius .a. c. est irrationale per definitionem constat ergo propositum. Quod quoadmodum in premissa si libet potes declarare exemplariter in figura. ¶ Aliter idem fiet sit linea .d. e. rationalis in longitudine cui adiungat superficies .d. f. equalis duplo superficies unius in alteram & superficies .g. e. equalis ambobus quadratis pariter acceptis. eritque per .7. secundi superficies .f. g. equalis quadrato linee .a. c. cum itaque .p. ypothesim sit superficies .e. g. medialis erit per .20. linea .d. g. rationalis in potentia terminum. Cum vero sit superficies .e. h. rationalis per ypothesim erit ex .16. linea .d. h. rationalis in longitudine itaque per .68. linea .g. h. est residuum & irrationalis ideoque per .16. a. destructione consequentis superficies .f. g. est irrationalis & eius latus tetragonum quod est .a. c. est irrationale. Et sic patet propositum.

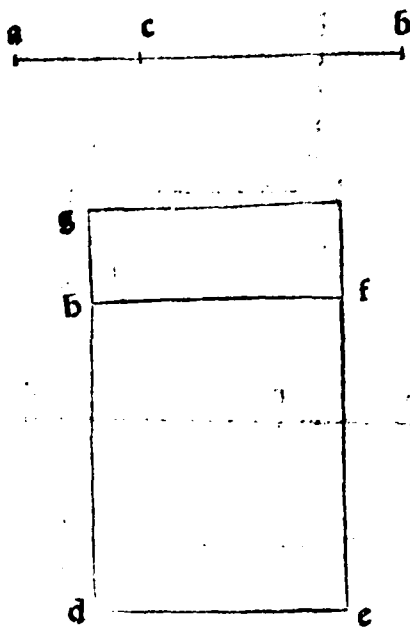
Propositio .70.



Si linea de linea secetur fuerintque ambe mediales potentialiter tantum communicantes continentesque mediale: reliqua linea erit irrationalis diciturque residuum mediale secundum.

¶ Sit hic quoque linea .b. c. abscisa ex linea .a. b. utraque autem .a. b. & .b. c. sint ut proponitur & ipse per .26. reperiuntur & sunt que componunt bimediale secundum: dico quod linea reliqua que est .a. c. est irrationalis & ipsa dicitur residuum mediale secundum. Sunt enim ex ypothesi & 21. ambo quadrata duarum linearum .a. b. & .b. c. pariter accepta mediale. similiter quoque duplum superficies unius in alteram est mediale. Cum itaque ex 22. mediale non deferat a mediali nisi in irrationaliter quadratum linee .a. c. in quo per .7. secundi duo quadrata linearum .a. b. & .b. c. pariter accepta excedunt duplum superficies unius in alteram irrationale quare & linea .a. c. irrationalis. ¶ Figurali quoque exemplo patefieri potest istud ut prius. Si enim sit .e. g. equalis ambobus quadratis .a. b. & .b. c. simul & .d. f. duplo superficies unius in alteram erit .f. g. per .7. secundi equalis quadrato .a. c. que cum sit dicta superficies unius medialis .e. g. ad superficiem medialem .d. f. ipsa est irrationalis per .22. & eius tetragonum latus .a. c. irrationale. ¶ Idem aliter. Sit linea .d. e. rationalis cui adiungat superficies .d. f. equalis duplo superficies unius in alteram & .e. g. equalis ambobus quadratis pariter acceptis. eritque per .7. secundi .f. g. equalis quadrato .a. c. quia 20. e. g. est medialis erit ex .20. linea .d. g. in potentia terminum rationalis. Similiter quoque cum .e. h. sit medialis erit ex eadem linea .d. h. rationalis. similiter in potentia terminum. Et quoniam .a. b. & .b. c. sunt incommensurabiles in longitudine ideoque quadratum utriusque earum superficies unius in alteram & per hoc ambo quadrata pariter accepta cum ipsa ex ypothesi coincident sunt quoque incommensurable duplo superficies unius in alteram sequitur ut .e. g. sit incommensurable .h. e. quapropter linea .d. g. linee .d. h. igitur ex .68. linea .g. h. est residuum & irrationalis ideoque per .16. a. destructione consequentis superficies .f. g. irrationalis & eius latus tetragonum .a. c. irrationale.

Propositio .71.





I linea de linea detrahatur fuerintq; ambe potentialiter incōmensurabiles continentesq; mediale quadrataq; earum ambo pariter accepta rationalē: reliqua linea erit irrationalis vocabit̃ q; minor.

¶ Si sint a. b. f. b. c. quales pponitur que p. 27. reperiunt̃ f. cōponūt lineam maiorem erit linea a. c. irrationalis f. ipsa est que dicitur linea minor. Quod qui premissa firmiter tenuerit positio nēq; diligenter attenderit duplici mōdo vt antecedentes facile probabit.

Propositio 72.



I linea de linea demat̃ fuerintq; ambe potentialiter incōmensurabiles superficiēq; rōnalem continentes quadrataq; earum ambo pariter accepta mediale: linea reliqua erit irrationalis diciturq; iuncta cum rōnali componēs totum mediale.

¶ Et hoc quoq; nescire nō pōt q; priora nouerit nisi a memoria exciderint: quoniam positis lineis a. b. f. b. c. vt pponitur que f. p. 28. reperiuntur lineam potentem in rationale f. mediale componunt: sit a. c. reliqua rōnalis ipsa dicit̃ que iuncta cū rōnali cōponit totū mediale.

Propositio 73.



I linea a linea detrahatur fuerintq; ambe potentialiter incōmensurabiles superficiēq; mediale continētes quadrataq; earū ambo pariter accepta mediale duplo superficiē alterius in alterā incōmensurable: reliqua linea erit irrationalis diciturq; iuncta cū mediāli faciens totum mediale.

¶ Sint ēt hic a. b. f. b. c. quales pponitur que per 29. reperiuntur f. ipse sunt que componunt lineam potentem in duo mediale eritq; a. c. reliqua irrationalis dicta que iuncta cum mediāli componit totum mediale quod vt facile premissa duplici argumentatione concludas procesum 20. moneo diligenter attendas. Est autem premittēdum hic antecedens necessarium ad demonstrationes sequentium quod est propositum.

¶ Si fuerint quatuor quantitates differentia prime quarum ad secundam sit sicut tertię ad quartam: erit permutatim differentia prime ad tertiam sicut secunde ad quartam.

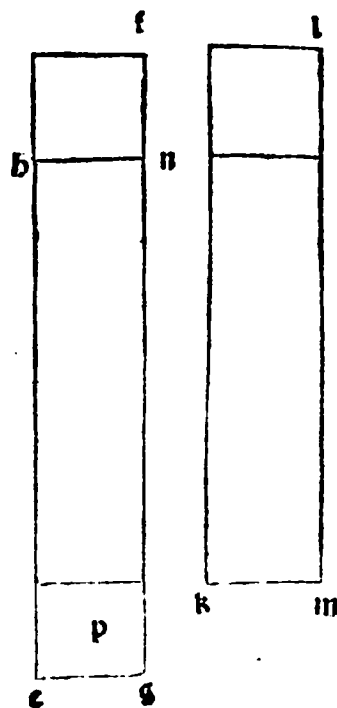
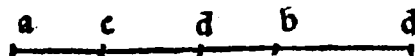
¶ Intelligendū ē hoc de quantitātibus eodem mō relatis vt cum prima maior fuerit secunda sic quoq; tertia maior quarta. cū vero minor f. minor. Exempli grā sit dñia a. ad b. sicut c. ad d. dico q; erit a. ad c. sic b. ad d. est enim per hanc cōem animi conceptionem. ¶ Differentia extremo est composita ex differentiis ipsorum ad media differentia a. ad c. composita est ex ea que est a. ad b. f. ea que est b. ad c. at ea que est b. ad d. per eandem conceptionem componitur ex ea que est b. ad c. f. ea que est c. ad d. f. quia ex ypothesi est differentia a. ad b. sicut c. ad d. ea vero que est b. ad c. est communis sequitur per communem scientiam vt sit a. ad c. sicut b. ad d. quod est propositum.

Castigator.

a **¶** Geometrice non arithmetice. I. sicut a. excedit b. in .f. ipsius a. vel in .f. ipsius b. q; etiam c. excedat d. in .f. ipsius c. vel in .f. ipsius d. f. si a. minuit a. b. tantūdem minuat c. ad d. quoniā arithmetice esset falsum quod dicitur. nam. b. prima differt a. 8. secunda per quatuor unitates. f. 6. tertia a. 4. quarta per duas unitates vnde excessus arithmetice non est idem sed geometricę.

¶ Et ex hoc sequitur commune dictum. f. quod proportio extremorum componitur ex pportionibus mediorum quod probatur presupposita ista veritate videlicet quanta est aliqua quātitas ad aliam: tanta ēt denominatur proportio eius ad ipsam. Et istud inductiue patet. Quoiā si fuerit vna equalis alteri. erit equa proportio inter illas. f. si dupla fuerit

m iiii



linea erit proportio dupla & si fuerit incommensurabiliter correspondens in longitudine & potentia erit & proportio irrationalis consimilis erit quia semp pportionum denominatio cōformis ē habitudini terminorū. Et hinc est argumentum q nulla quantitas excedit aliam iproportionabiliter quāis vna excedat aliam incommensurabiliter &c. ¶ Vnde hoc stante apparet comune dictum prepositum esse verum videlicet q proportio extremorum componitur ex pportionibus mediorum. Et accipio duas lineas. a. & c. duplam & subduplam. Tunc q proportio. a. ad. c. componitur ex proportionē medii vel mediorum sumptorum inter. a. & c. Et tantū amplius quantum excedit. b. medium. Igitur. a. excedit. c. secundum proportionem duorum excessuum sumptorum. Igitur excessus iste continet excessus istos quorum habitudo cōtinet habitudines & proportio proportionum. Et hoc voco proportionem componi ex proportionibus. Consimiliter quoq; si fuerint plura media tunc. n. ex omnibus pportionibus illorum inter se. & ad extrema componitur pportio extremorum. Et inde est q omnis proportio multipliciter resolui potest in proportionēs extremum in pportione dupla que resolui pot in duas proportionēs similes. & iste sunt irrōnales potest et resolui in duas proportionēs rōnales sed non similes. verbi gratia in sexquialteram & sexquiterciam sic enim quaternarius excedit binarium. puta proportionē sexquialtera que est ternariū ad binarium & secundum sexquiterciam que est quaternariū ad ternariū. Si aut accipias duplam proportionem secundum senarium. & ternarium inuenies plura media & proportionēs plures. Et sic semper ascendēdo ad maiores numeros &c. ¶ Etia pportio extremorū arithmetice componitur ex omnibus differentiis inter mediis q per ea que dicta sunt super diffinitione. n. quinti & i opere nostro magno ipreso ad cartas. 44. de numeris equaliter siue inequaliter se excedentibus colligere poter.

Propositio 74.



Sic linea nisi vna tantum residuo coniungi potest vt sint ambe sub termino earum que erant ante separationem.

¶ Si linea. a. c. residuū que fuerit reliqua abscisa. b. c. ex a. b. eruntq; a. b. & b. c. rationales tantum potentia communicantes ex. 68. dico q ipsa. a. c. nulli alii linee q. b. c. poterit componi sub hac diffinitione neq; maiori. b. c. neq; minori. b. c. Si autem potest componatur cum. c. d. indifferenter maiori aut minori q. c. b. eruntq; ob hoc ambe linee. a. d. & d. c. rationales in potentia tantū communicantes. Quia ergo ex. 7. secundi quadrata ambarum linearum a. b. & b. c. pariter accepta excedunt duplum superficiē vnus earum in alteram in quadrato. a. c. ¶ Similiter quoq; quadrata duarum linearum a. d. & d. c. pariter accepta excedunt duplum superficiē vnus ipsarum in alteram in quadrato eiusdem. a. c. ¶ Sequitur ex premisse antecedente vt differentia duorum quadratorum duarum linearum. a. b. & b. c. pariter accepta ad duo quadrata duarum linearum. a. d. & d. c. pariter accepta sit sicut differentia dupli superficiē. a. b. in. b. c. ad duplum superficiē. a. d. in. d. c. ¶ Cum autem sint duo quadrata vtriusq; sectionis pariter accepta rationale ex ypothesi duplum vero superficiē vnus in alteram portionum vtriusq; sectionis mediale per ypothe. & 19. ¶ Erit vna & eadem differentia duarum superficiērum rationalium & duarum medialium hoc autem est impossibile. Rationales enim superficies non differunt nisi in rationali superficiē vt patet per diffinitionem rationalis superficiē & per. 9. Medialis autem non differt a mediali nisi i irrationali superficie per. 21. ¶ Hoc autem sit manifestius in figura sic. Sit enim superficies. e. f. adiuncta ad lineam. e. g. equalis ambobus quadratis duarum linearum a. b. & b. c. pariter acceptis. At. g. h. sit equalis duplo superficiē vnus in alteram eritq; f. b. equalis quadrato linee. a. c. ex. 7. secundi ¶ Similiter quoq; sit. k. l. adiuncta ad lineam. k. m. equalis duobus quadratis

duarum linearum. a. d. & d. c. pariter acceptis f. m. n. sit equalis duplo si
perficiet vnus in alteram eritq. ex. 7. secundi. n. l. equalis quadrato lineae
a. c. ideoq. etiam equalis. b. f. est itaq. differentia. e. f. ad. g. h. sicut. k. l. ad
m. n. quare per antecedens premisum erit permixtum differentia. e. f. ad
k. l. & ipsa sit. p. sicut. g. h. ad. m. n. Et quia vtraq. duarum superficierum. e.
f. & k. l. est rationalis vtraq. vtro duarum superficierum. g. h. & m. n. me
dialis sequit impossibile videlicet superficiem. p. esse rationalem & irrationalem.

Propositio .75.



Medea linea nisi vna tantum residuo mediali primo
coniungi potest vt sunt ambe sub termino earum
que erant ante separationem.

Hec quoq. probabitur simili modo. Sint enim in vtraq.
sectione ambo quadrata pariter accepta mediale: duplu
vtro superficier vnus in alteram rationalis & quia vt pri
us eadem e differentia qdrato & vnus sectionis ad quadrata alterius que e
dupli superficier vnus ad duplum superficier alterius erit vna & eade super
ficies differentia duarum mediarum & duarum rationalium quod est
impossibile.

Propositio .76.



Medea linea residuo mediali secundo coniungibilis
est vt sub termino earum fiant nisi tantum que ab
ea ante separata erat.

Sit enim. a. c. residuum mediale secundum que fuit re
sidua abscissa. b. c. ex. a. b. eruntq. ex. 20. due linee. a. b. &
b. c. mediales potentia tm edicantes mediale continentes
dico q. ipsa. a. c. nulli linee alii f. c. b. sub hac diffinitione coniungi pot.
Similiter coniungatur linee. c. d. sup. linea. e. f. rationalis in longitudine
ad quam coniungatur superficies. e. h. equalis quadratis duarum linearum
.a. b. & b. c. pariter acceptis f. e. k. equalis quadratis linearum. a. d. & d. c.
pariter acceptis a qua abscindatur e. g. equalis quadrato lineae. e. eritq.
per. 7. secundi superficies. l. h. equalis duplo superficier. a. b. in. b. c. & l. k. p
eandem sit equalis duplo superficier. a. d. i. d. c. qui ergo quadrata amba
rum partium prime sectionis sunt mediale & duplum etiam superficier
mediale incommensurable duobus quadratis pariter acceptis que nesci
re diligens geometra non poterit qui positiones diligenter tenuerit erit
superficies. e. h. medialis cum ipsa sit equalis duobus quadratis pariter acce
ptis & superficies. l. h. medialis cum ipsa sit equalis duplo superficier vnus
in alteram: per. 20. igitur est vtraq. duarum linearum. f. b. & g. h. rationalis
in potentia tantum. & quia vna est incommensurable alii: eo q. superfi
cies. e. h. est incommensurable superficier. b. l. sicut duo quadrata duplo
superficier erit ex. 68. linea. f. g. residuum quare linea. f. g. que est residuum
componitur linee. g. h. vt sunt ambe sub termino earum que erant ante se
parationem. Similiter quoq. probabis eandem. f. g. cum linea. g. k. com
poni eadem conditione mediantibus superficieribus. e. k. & k. l. quarum
prima est equalis quadratis duarum linearum. a. d. & d. c. pariter acceptis
& secunda duplo superficier vnus in alteram quod est impossibile p. 24.
& hic modus demonstrationis potest esse communis. 75. ceterisq. qua
tor sequentibus eam.

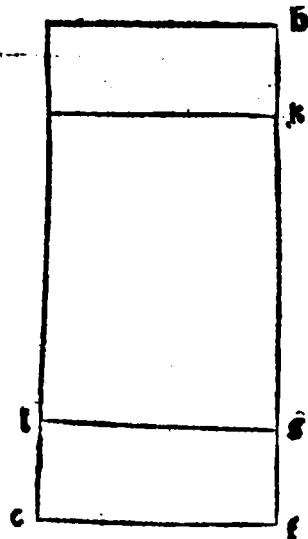
Propositio .77.

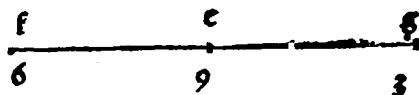
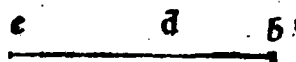
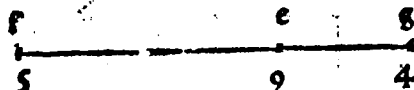
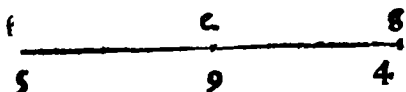
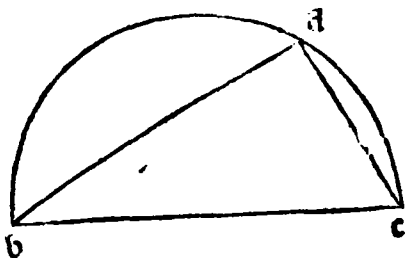


Medea linea minor coniungibilis est vt sub termino
suo fiat nisi tantum que ante sibi abscissionem con
iungebatur.

Intellige quid sit linea minor quod si obliuisceris con
sule. 22. & sine obiectione concludes propositum. Si quem
admodum in. 24. pcefferis poterisq. si libuerit quoadmodum in. 76. pcedere.

Propositio .78.





Propositio 77.
Linea que coniuncta cum rationali facit totum mediale nisi vni tantum componi non potest vt sub eorum termino fiant.

Quid sit linea que proponitur ex. 74. didicisti. cum ergo de ea volueris quod per hanc. 28. dicitur demonstrare a processu. 25. in quoq non deuias. sed sicut in. 26. si te delectaueris ingenio. ducere poteris procedere.

Propositio 79.



Linee que iuncta cum mediali facit totum mediale nisi vna linea tantum iungi nequit vt sub earum termino fiant que erant ante separationem.

Huius linee que iuncta cum mediali componit totum mediale magistra est. 74. de qua quod. bec. 29. ostendit sic concludere cogeris sicut de residuo mediali secundo quod per. 26. enunciatum est concludisti.

Pontis duabus lineis altera rationali altera vero residuo adiecta; ipsi residuo linea aliqua secundum eius terminum si fuerit totum inde compositum potentius linea adiecta in qua drato linee ipsi toti communicantis in longitudine: fueritque id totum posite rationali linee in longitudine commensurable quod posuit erat dicitur residuum primum. **S**i vero linea adiecta posite rationali communicet in longitudine dicitur residuum secundum. **Q**uod si fuerit utraque rationali posite in longitudine incommensurabilis vocabitur residuum tertium. **S**i fuerit tota linea potentior adiecta augmento quadrati linee ipsi toti incommensurabilis eademque tota posite rationali communicet in longitudine nuncupabitur residuum quartum. **S**i vero linea adiecta posite rationali coicet in longitudine vocabitur residuum quintum. **Q**uod si fuerit utraque posite rationali in longitudine incommensurabilis appellabitur residuum sextum.

Propositio 80.

Secundum primum inuestigare.



Ab inuentione omnium specierum residui facile nos absoluit inuencio per ordinem omnium specierum binomii. Nam in qualibet specie binomiorum si minor portio abscindatur de maiori linea reliqua erit residuum similis speciei vt patet ex diffinitionibus tam binomiorum quam residuorum: propriis tamen inuentionibus residuorum insisteret sic inquiramus primum. Sit linea. a. rationalis posita cui commensurabilis in longitudine sumatur. b. c. sitque. e. numerus quadratus diuisus in. f. non quadratum sed in quadratum. g. sitque proportio quadrati linee. b. c. ad quadratum linee. c. d. sicut. e. ad. f. eritque per vltimam partem. c. d. rationalis in potentia tantum. **C**um itaque sit. c. b. potentior. c. d. in quadrato linee sibi communicantis in longitudine quod patet sicut in explanatione binomii primi constat ex diffinitione lineam. b. d. esse residuum primum.

Propositio 81.

Secundum patet facere.



Ad habendum residuum secundum sit. a. linea rationalis posita; eiq. communicans in longitudine. c. d. et sit quadratum. c. d. ad quadratum. b. c. sicut. f. ad. e. eritque. b. d. residuum secundum ex diffinitione: si dubitas aut positas non seruas ypotheses aut binomii secundi repetitione indiges.

Propositio 82.

**Residuum tertium perscrutari.**

Residuum tertium sic habetur: posita ut prius. a. rationali numeroq. e. quadrato diuiso in. f. non quadratum. & g. quadrati assumptioq. h. numero primo ac quadrati linee. a. ad quadratum linee. b. c. sicut. h. ad. e. sit quadratum linee. b. c. ad quadratum linee. c. d. sicut. a. ad. f. eritq. ex diffinitione net de quo si hesitas consule binomium tertium: linea. d. b. residuum tertium.

Propositio .83.**Residuum quartum inuenire.**

Hic sicut in inuentione residui primi sit linea. b. c. communicans linee. a. rationali posite: numerus autem. e. quadratus sit diuisus in. f. & g. quorum sit uterq. non quadratus sitq. quadratum linee. b. c. ad quadratum linee. d. c. sicut. e. ad. f. & sciet ex diffinitione lineam. d. b. esse residuum quartum: si eorum que in inuentione binomii quarti didiceras obliquus non fuerit.

Propositio .84.**Residuum quintum demonstrare.**

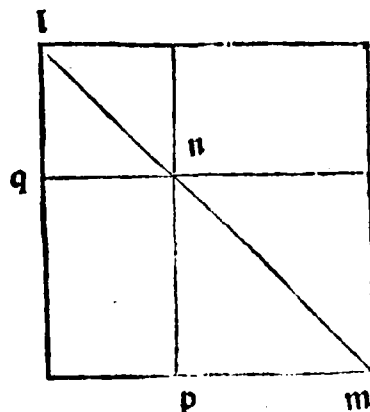
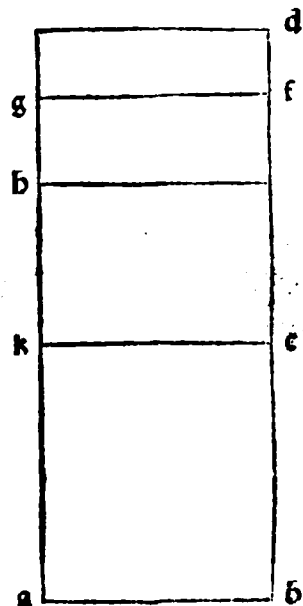
Cum residuum quintum inuenire libuerit erit linea. c. d. communicans linee. a. rationali posite in longitudine sicut erat in inquisitione secundi: & erit quadratus numerus e. diuisus in. f. & g. quorum neuter quadratus sicut in premissa & erit quadratum linee. c. d. ad quadratum. b. c. sicut. f. ad. e. ex quibus a diffinitione concludere licet habita sufficienti noticia binomii quinti: lineam. d. b. esse residuum quintum.

Propositio .85.**Residuum sextum demonstrando sit reperire.**

Residuum sextum sic reperitur: erit ut prius linea. a. rationalis posita & e. numerus quadratus diuisus in. f. & g. non quadratos & erit. h. numerus primus & quadrati linee a. ad quadratum linee. c. b. sicut. h. ad. e. At vero quadrati b. c. ad quadratum. c. d. ut. e. ad. f. eritq. ex diffinitione linea. d. b. residuum sextum: cui si non plene animus tuus assenserit exerce te conuenit in inuentione binomii sexti.

Propositio .86.**Si fuerit superficies linea rationali atq. residuo primo contenta latus eius tetragonum necesse est esse residuum.**

Sit superficies. a. c. contenta linea rationali. a. b. & residuo primo. b. c. dico latus tetragonum superfici. a. c. esse residuum. ¶ Ad iungatur enim ad lineam. b. c. linea. c. d. sitq. illa cuius detractione. b. c. fuerit residuum primum. Eritq. ex diffinitione b. d. rationalis ex longitudine & c. d. in potentia tantum. b. d. quoq. erit potentior. d. c. in quadrato linee secum communicantis in longitudine. Diuid itur igitur. d. c. per equalia in. e. & tota. b. d. diuidatur ea condicione in. f. g. inter. b. f. & f. d. sit. e. d. medio loco proportionaliter itq. ex secunda parte. g. b. f. communicans in longitudine. f. d. per. g. igitur utraq. earum commantrat cum tota linea. b. d. quare per diffinitionem ambe sunt rationales in longitudine. Duceantur itaq. linee. f. g. e. h. & c. k. equidistantes a. b. eritq. per. s. utraq. duar. superficies. a. f. & g. d. rationalis. Sit quadratum ergo. l. m. equale superfici. a. f. eritq. rationale & latus eius rationale in potentia. Intra illud quadrat. praesta diagonali linea. l. m. describatur quadratum. l. n. equale superfici. g. d. eritq. ipsum rationale & eius latus rationale in potentia protrahatur aut due linee. n. p. q. n. equidistantes lateribus totalis quadrati. ¶ Dico ergo quadratum. p. r. esse equale superfici. a. c. & eius latus quod est. n. p. est residuum. Cum enim linea. d. e. sit ex ypotbesi medio loco proportionalis inter. b. f. & f. d.



erit ex prima sexti superficies. d. h. medio loco proportionalis inter duas superficies. a. f. g. d. ideoq. $\frac{a}{f} = \frac{g}{d}$ inter duo quadrata. l. m. n. l. Cuius ex prima sexti sit superficies. l. p. medio loco proportionalis inter eadem duo quadrata erit. l. p. equalis. d. h. et etiam. h. c. $\frac{h}{c} = \frac{g}{d}$ quia quadratum. l. n. est equale g. d. erit. t. r. equale b. g. e. totus itaq. gnomon circumscribitur quadrato. m. n. est equalis. c. g. f. g. a. l. m. erat equale. a. f. relinquit. m. n. equale. a. c. g. aut n. p. latus quadrati. m. n. sit residuum sic collige. Est. n. vtriusq. duarum linearum. p. t. t. n. ronalis in potentia eo q. vtriusq. quadrati. l. m. f. n. l. $\frac{l}{m} = \frac{n}{f}$ ronale vnaq. earum est incomensurabilis alii p. primam sexti. r. o. huius. eo q. quadratum l. m. est incomensurabile. l. r. superficiei sicut superficies. a. f. superficiei. h. d. de quibus manifestum est q. ipse sunt incomensurabiles: est enim p. primam sexti vna earum ad alteram sicut linea. b. f. que est ronalis in longitudine ad lineam. d. e. que est ronalis in potentia tantum. Ex. 68. igitur linea. p. n. que pot. in superficiem. a. c. est residuum: hoc est quod intendimus.

Colligator.

a ¶ Quia cum ille due superficies sint ronale erunt quadrata illis equalia ronalia. Ideo quicquid fuerit de lateribus eorum tetragonis illa in potentia erunt ronalia: $\frac{a}{f} = \frac{g}{d}$ hoc non negat quin dicta latera possint et ronalia in longitudine: sed non est necessarium. Et ideo non erat ponendo illa ronalia in potentia. b. ¶ Per si ab equalibus equalia demas. Na. cu. l. p. sit equalis. d. h. si ab ipsa. l. p. dematur quadratum. l. n. remanebit supplementum. p. q. qd. est equale supplemento. t. r. $\frac{p}{q} = \frac{t}{r}$ si de superficie. d. h. dematur. g. d. q. posita est equalis ipsi quadrato. l. n. remanebit superficies. e. g. Et quia remota sunt equalia remanentia erunt equalia p. dicta com. sciunt: ideo. t. r. sequitur equari ipsi superficiei. e. g. vt dicit. c. ¶ Aliud quoq. est hic notandum videlicet q. dictatur illa. 36. q. latus tetragonici superficiei. a. c. erit residuum ab eius diff. s. p. n. $\frac{a}{c} = \frac{s}{p}$ non habemus q. dicta superficies. a. c. est. 24. m. p. 32. que habet ex ductu 4. m. p. 7. residui primi p. diff. ipsius in. a. b. s. in. 6. cuius tetragonum latus est vna radix ligata seu vniuersalis videlicet. p. v. 24. m. p. 32. $\frac{p}{v} = \frac{24}{32}$ hoc est p. ipsum. e. u. residuum cuiusvis speciei. s. primi secundi tertii quarti quinti vel sexti. $\frac{p}{v} = \frac{68}{18}$ ad constitutionem residui cuiuslibet requirit q. due linee inequales p. r. f. 18. huius sunt tria potentia ronale p. c. i. t. e. tunc de maiori abscissa minori reliqua d. r. residuum. modo ista linea practice ad sensum illius. 68. non erit residuum. s. p. v. 24. m. p. 32. quia. m. p. 32. est. p. p. f. 24. est simplex et mera radix. s. p. 24. cu. potentia eius est. 24. $\frac{p}{s} = \frac{24}{24}$ potentia. m. p. 32. est. p. 32. ecce rationale et irrationale: quoniam. p. p. est linea medialis et latus tetragonum superficiei irrationalis per. 19. huius. Et ideo. p. v. 24. m. p. 32. non erit residuum a diffinitione. Ad hoc dicendum q. cum dicatur duas lineas potentialiter tantum racionales communicantes non dicitur magis de potentia simplici scilicet de primaria multiplicatione in se q. de duplici vel triplici potentia hoc est in se bis vel ter et quater. cum omnes tales appellatione potentie omnes veniant. Et ideo quamuis in prima earum multiplicatione in se ex qua oritur. 24. f. m. p. 32. quod est quadratum radice vniuersalis illius: illa duplex. p. effecta est vnica scilicet. p. 32. et non communicat cum. 24. rationali: ideo secundario ducta in se qualibet erit vna. 576. f. alia. 32. que communicant. Et ideo intelligendum est de potentia vnica duplicata triplicata quadruplicata et quotiensvis multiplicata: quoniam omnes potentie nuncupantur quod notandum tibi multis in locis deferretur: presertim in isto decimo vbi agitur de lineis compositis et earum residuis seu recisis. de quibus et hoc notando clarius alias dicemus vt patebit. ¶ Item aliud mirabile est scilicet q. cum quadratum. l. m. equatur superficiei. a. f. que in casu est. u. cuius latus tetragonum est. p. 2. f. l. t. seu. l. q. vel. t. n. est. p. 3. sequitur. p. m. seu. p. n. vel. n. r. est latus tetragonum quadrati. p. r. quod est. p. 2. m. p. 3. pro residuo proposito quo in se duci facit. 4. m. p. 32. etiam dictum latus est. p. v. 24. m. p. 32. quod ratione quadrature p. batur illi equari scilicet. p. 2. m. p. 3. quod est no. dignissimum.



Si superficies aliqua linea rationali residuoq; secūdo contineatur lineam eandem potens erit residuum mediale primum.

In hac quoq; argue sicut in premisa ex diffinitione residui secūdi & secūda pte. 13. & nona & decimanona & 15. & 69.

Propositio. 88.



Si linea rationali residuoq; tertio superficies contineatur erit linea super eam potens residuum mediale secundum.

Priori demonstrationi insiste & facile concludes propositum ex diffinitione residui tertii & secūda parte. 13. & 9. & 19. & 70.

Propositio. 89.



Si fuerit superficies linea rationali residuoq; quarto contenta linea super eam potens erit linea minor.

In hac quoq; non aliter procedas q̄ prius. facile enim erit tibi propositum concludere. si premisam non despicis ex diffinitione residui quarti & secūda parte. 14. & 9. & 19. & 15. & 21. & sic patebit propositum.

Propositio. 90.



Si fuerit linea rationali residuoq; quinto superficies contenta latus eius tetragonum erit cum rationali componens mediale.

Nitere premisse argumētatione ex diffinitione residui quinti & secūda parte. 14. & 9. & 19. & 15. & 21. quod propositum est concludere.

Propositio. 91.



Si linea rationali residuoq; sexto superficies contineatur latus tetragonum quod super eam pot cum mediale constituens totum mediale esse comprobatur.

Nunc quoq; ultimo quod per hanc dicit premisso modo satage concludere ex diffinitione residui sexti & secūda parte. 14. & 9. & 19. & 23. in his aut oibus pcesum tuū nihil

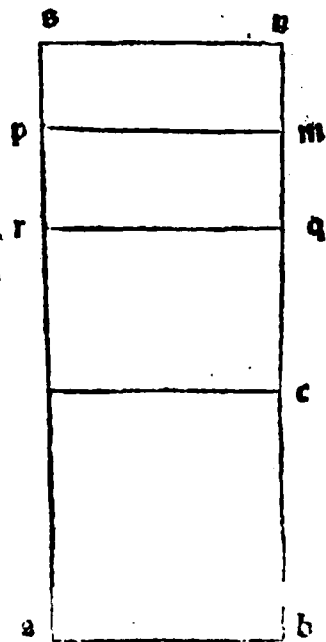
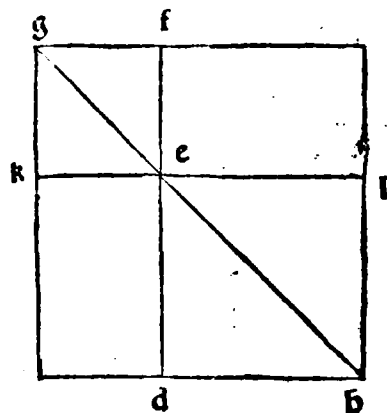
offendere poterit si primam eaz; & pfecte didiceris & memoriter tenueris & quid quoq; supponat soletter attenderis. Quod si forsan de aliquo in quadrato. l. m. te dubitare contigerit ad suum equale in superficie. a. d. tibi recurrendum erit & patebunt tuo ingenio.

Propositio. 92.

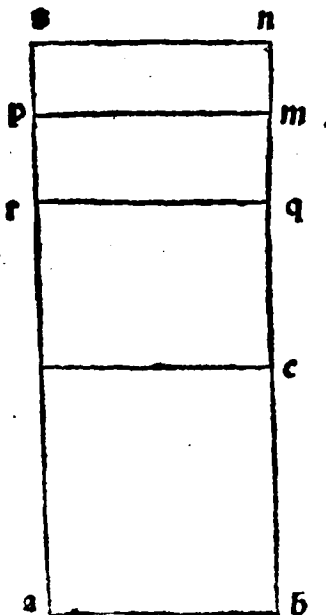
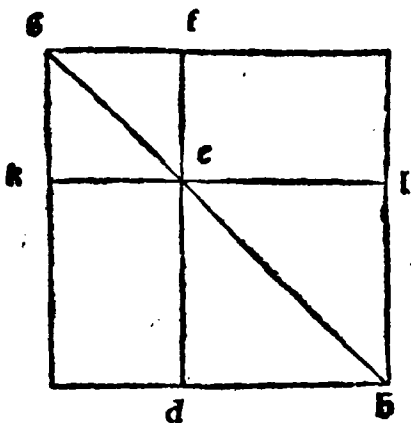


Si ad lineam rationales superficies equalis quadrato residui applicetur alterum latus residuum primum esse necesse est.

Hec sex sequentes sunt conuerse sex precedentium per ordinem. huius aut prime hec est intentio q̄ si sit superficies a. c. adiuncta ad lineā rōnalem. a. b. equalis quadrato residui quod sit. d. e. erit eius latus secundum quod est. b. c. necessario residuum primum. Adiciatur. n. lineæ. d. e. que proponitur esse residuum: linea p̄ cuius abscissione ipsa fuerit residuum: sitq; ei adiuncta. e. f. eritq; ex. 68. vtraq; duarum lineaz; d. f. & f. e. rōnalis in potētia & vna eaz; in cōmensurabilis alit describat ergo quadratū lineæ. f. e. quod sit. e. g. & q̄dratū. d. e. que posita est esse residuum quod sit. e. h. & adiciantur supplementa. d. k. & f. l. eritq; q̄dratū. g. h. tanq̄ quadratū lineæ. d. f. & quadratū. e. h. erit sicut superficies a. c. Erit et vtrūq; quadrato. g. h. & g. e. rōnale. Sit igit superficies. a. m. adiuncta ad lineā. a. b. equalis q̄drato. g. h. eritq; ob hoc rōnalis quare p̄. 16. linea. m. b. est rōnalis in longitudine. Sup̄ficies vero. p. n. sit eq̄lis q̄drato e. g. que et p̄ hoc erit rōnalis & p̄. 16. linea. m. n. rōnalis i lōgitudine. itaq; tota linea. b. n. est rōnalis p̄. 9. Diuidat aut. c. n. p̄ equalia. in. q. & ducatur q. r. eq̄ distans. a. b. eritq; ex prima sexti. c. r. equalis. r. n. Manifestum vero ē



¶ cum tota superficies .a.n. sit equalis duobus quadratis .g. b. f. e. g. pariter acceptis que sunt quadrata duarum linearum .d. f. f. f. e. f. superficies .a. c. sit equalis quadrato linee .d. e. g. e. b. erit p. 7. scilicet superficies residua ex .a. n. que est .c. f. equalis duplo superficie ex .d. f. in .f. e. Quare f. horum dimidia que sunt .r. n. f. d. g. necesse est esse equalia. ¶ Cum igitur ex prima sexti sit superficies .d. g. medio loco proportionalis inter duo quadrata .g. b. f. g. e. erit superficies .r. n. medio loco proportionalis inter duas superficies .a. m. f. p. n. ideoque per primam sexti erit et linea .q. n. medio loco proportionalis inter duas lineas .b. m. f. m. n. cuius sit .q. n. dimidium linee .n. e. f. linea .b. n. diuisa per punctum .m. in duo communicantia inter que cadit .q. n. medio loco proportionalis sequitur ex prima parte .3. q. linea .b. n. sit potentior linea .n. c. in quadrato linee secum cōcantis in longitudine. Quare ergo superficies .d. g. e. medialis ex .19. ex hypothesi autem superficies .c. r. sibi equalis medialis f. linea .c. q. rationalis in potentia tñ p. 10. ideoque et duplū eū quod ē linea .n. c. est rationalis tñ in potentia; quare ergo .b. n. est rationalis in longitudine cōmunicans linee .a. b. post rationalem f. potentior .n. c. in quadrato linee sibi cōmunicantis in longitudine; sequitur ex definitione lineam .b. c. esse residuum primum; quod est propositum.



Propositio 93.



¶ Si adiuncta fuerit superficies equalis quadrato residui medialis primi ad lineam rationalem alterum latus eius erit residuum secundum.

¶ Hic erit linea .d. e. residuum mediale primum; et linea .e. f. erit linea illa p. cuius abscissionem .d. e. fuerat residuum mediale primum; dico q. b. c. erit residuum secundum quod nescire nō poteris si demonstrationem premisse quousqueam solido amplectaris habitu insisteris f. quales lineas oporteat esse .d. f. f. e. vigilanter attenderis; de quo si dubitas .69. requirenda erit.

Propositio 94.



¶ Si superficies equalis quadrato residui medialis secundi applicata fuerit ad lineam rationalem; alter latus eius residuum tertium esse conuenit.

¶ Hic etiam erit .d. e. residuum mediale secundum f. sequetur ut sit .c. b. residuum tertium; quod ut facile concludas prime demonstrationi insistas f. quales lineas conueniat esse .d. f. f. e. ex .70. collige.

Propositio 95.



¶ Si adiuncta fuerit linee rationali superficies equalis quadrato linee minoris latus eius secundum erit residuum quartum.

¶ Si fuerit .d. e. linea minor asserit hec .95. q. b. c. erit residuum quartum; test autem sumendum ex .71. quales lineas esse necesse sit .d. f. f. e. cū .d. e. fuerit linea minori f. est asserendum propositum premisso modo; excepto q. in hac f. duabus sequentibus necesse est lineam .b. n. diuidi ad punctum .m. in duo incommensurabilia que in tribus premissis diuidebatur necessario in duo cōmensurabilia; nam in tribus premissis fuerant due linee .d. f. f. e. cōcantes in potentia tñ f. ideo earum quadrata cōcantis; pp. quod f. superficies .a. m. f. p. n. quadratis earum equales cōcantes. Quapropter et f. due linee .b. m. f. m. n. ideoque fuit in tribus premissis linea .b. n. potentior linea .n. c. in quadrato linee secum cōcantis in longitudine ex prima parte .3. In hac autem f. duabus sequentibus sunt due linee .d. f. f. e. incommensurabiles in potentia ut apparet ex .71. f. 72. f. 73. f. ideo earum quadrata ppter quod f. superficies .a. m. f. p. n. incommensurabiles propter quod f. due linee .b. m. f. m. n. incommensurabiles ideoque per primam partem .14. tam in hac q. in duabus sequentibus necesse ē lineā .b. n. esse potentiorē lineā .n. c. in quadrato linee sibi incommensurabilis in longitudine; cetera perquire ut prius.

Castigator.

¶ Quia inter eas cadit medio loco pportionalis linea, q. n. p. primam. ferti cū. e. r. Et ideo. n. n. sit medio loco pportionalis inter duas superficies. a. m. & p. n. sicut sua equalis. d. g. inter duo quadrata. g. h. & g. e. illis duabus superficibus. a. m. & p. n. equalia ex ypothesi.

Propositio .96.



¶ Ad lineam rationalem quadrato lineae cum ratio nali constituentis mediale equalis superficies adiungatur: latus eius secundū erit residuū quintus.

¶ Ponc similiter hic lineam. d. e. et illam q. iuncta cū rō nali cōponat totū mediale & attende ex. 72. quales lineas oporteat esse. d. f. & f. e. & concludes sine offendiculo si prius habite demonstrationi oportune insisteris lineam. b. c. esse residuum quintum.

Propositio .97.



¶ Ad lineā rōnalem superficies equalis quadrato lineae cū mediali cōponētis mediale adiungatur: latus eius alterum erit residuum sextum.

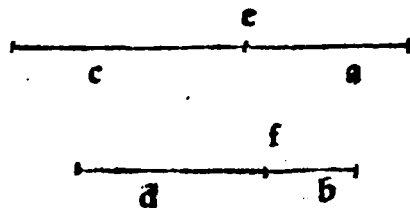
¶ Nunc vltimū conuenit lineā. d. e. et illā que iūcta cū mediali cōponit totū mediale cui adiuncta lineā. e. f. que videlicet sit illa per cuius abscissionē lineā. d. e. fuerat que pponitur si quales lineas. d. f. & f. e. esse oporteat ex. 73. didiceris priorem argumentationē firma mēte teneris sine obice quoq. lineā. b. c. et residuū sextum concludere poteris. si aut fortassis in aliquo te hesitare contigerit quicquid illud fuerit de quadrato. g. h. ad sibi equalem superficiē. a. n. cō ferendum erit & sic patebit propositum nostrum.

Propositio .98.



¶ Nis lineā residuo commensurabilis ipsa quoq. in termino 2 ordine est idem residuum.

¶ Quod. 60. & quatuor. eā sequentes de binomio eiusq. comitibus quinq. pposuerunt bec. 98. & quatuor. eā sequētes de residuo suisq. qnq. comitibus v. 2. esse pponunt q. bus qui vsq. ad solitum habitum insisterit has ignorare non poterit. Quicquid autem in illis de cōcantia in longitudine & potentia tantum dictum ē in is quoq. idem oportet intelligi. nam omnis lineā residuo communicans in longitudine siue in potentia tantum ipsa etiam est residuum. sed si communicat in longitudine non solum est ipsa residuum. sed etiam eiusdem speciei residuum. Verbi gratia: lineā. communicans in longitudine residuo primo est residuum primum & secundū communicans est secundum. sic quoq. in ceteris. Cum autem lineā communicat residuo in potentia tantum ipsam quoq. necesse est et residuum sed non eiusdem speciei: immo impossibile est vt lineā communicans in potentia tantum residuo primo aut secundo aut tertio aut quarto aut quinto cadat simul cum eo sub eadem specie sed necesse est vt ambo cadant simul sub tribus primis speciebus aut ambo simul sub tribus postremis. Sit itaq. exempli gratia. a. residuum cui communicet. b. in longitudine: dico q. b. erit residuum eiusdem speciei cum. a. Ad iungatur enim lineā. c. ad lineam. a. & illa sit per cuius abscissionem. a. fuit residuum: & ad. b. adiungatur alia que sit. d. ad quam sic se habeat. b. sicut. a. ad. c. sitq. composita ex. a. & c. e. composita vero ex. b. & d. sit. f. erit q. ex permutata proportionalitate. a. ad. b. sicut. c. ad. d. & per. 13. quinti erit. e. ad. f. sicut. a. ad. b. vel sicut. c. ad. d. ¶ Cum itaq. a. communicet. cum. b. erit per. 10. c. communicans. cum. d. & e. quoq. communicans cū f. & quia etiam est necessario ex permutata proportionalitate. e. ad. c. sicut. f. ad. d. sequitur per. 11. vt si fuerit. e. potentior. c. in quadrato lineae sibi communicantis in longitudine vel si forte incommensurabilis: sit sumit. f. potentior. d. at quoniam omnis lineā communicans in longitudi



ne linee rationali est similiter illi rationalis similiter dico q̄a ambe erūt
rationales in longitudine vel ambe in potentia tñ sequitur ex diffinitio
nibus residuorum vt. b. sit residuum eiusdem speciei cum. a. Si aut. b. coi
cat in potentia tantum cum. a. ipsa quoq. erit residuum non tamen eius
dem speciei necessario. sed quemadmodum dictum est cuius demonstra
tio ex his que in. 60. de binomiis dicta sunt colligenda est.

Propositio. .99.



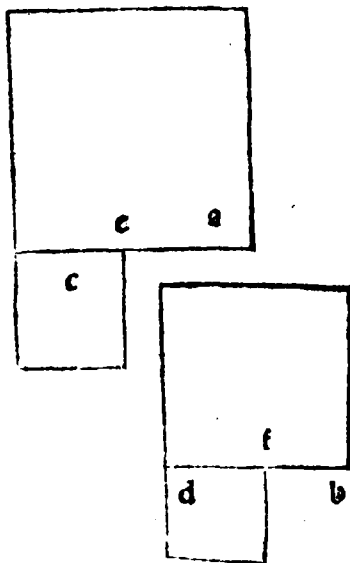
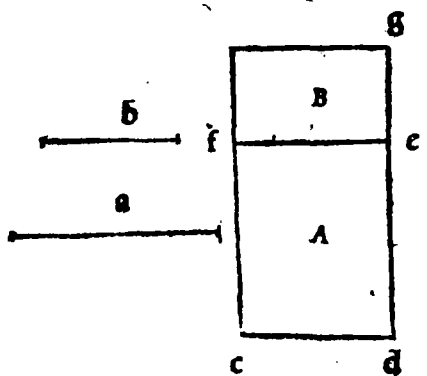
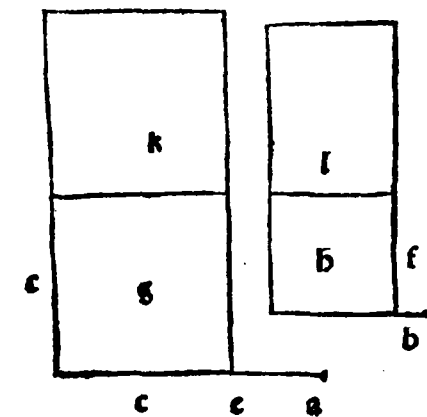
Enisi linea vtrilibet residuo mediali comunicā
est sub ipsius termino z ordine residuum mediale.
¶ Verum ē quod dicitur siue coicet linea cum vtrilibet
residuo mediali in longitudine siue in potentia. Sit. n. a.
vtrilibet residuum mediale cui. b. coicet in longitudine vel
potentia dico q. b. est etiam residuum mediale quale fuit
rit. a. ¶ Adiungatur enim linea. c. ad lineam. a. et sit. c. per cuius abscisio
nem. a. fuit residuum mediale: et ad. b. adiungatur alia q̄ sit. d. sitq. b. ad
d. sicut. a. ad. c. totaq. cōposita ex. a. et. c. sit. e. et ex. b. d. sit. f. describātur igit
quadrata. c. et. d. que sint. g. et. h. superficies e. in. c. sit. k. et. f. in. d. sit. l. Et
quia ē vt prius. e. ad. f. et. c. ad. d. sicut. a. ad. b. sunt aut. e. et. c. mediales potē
tia tñ coicantes. ex. 69. et. 70. sequit ex. 21. vt. f. et. d. eis comunicantes. sint
etiam mediales potentia tñ comunicantes: constat aut ex prima sexti q̄
sit. k. ad. g. sicut. e. ad. c. et. l. ad. h. sicut. f. ad. d. et quia est. e. ad. c. sicut. f. ad
d. sequitur vt sit. k. ad. g. sicut. l. ad. h. Et permutatim. k. ad. l. sicut. g. ad. h.
¶ Cum ergo. g. comunicet cum. h. sequit vt. k. coicet. cum. l. Stigitur. k. est
rationale quod est in residuo mediali primo erit etiam per diffinitionem
l. rōnalis quare per. 69. b. etiam est residuum mediale primum. Si aut. k.
sit medialis quod est in residuo mediali secundo: erit per. 21. etiam l. media
lis. ideoq. b. p. 70. residuum mediale secundum quare constat propositum.
¶ Idem aliter Si linea. b. coicet cum linea. a. que est vtrilibet residuum me
diale in longitudine vel in potentia sit superficies. c. e. adiuncta ad lineam
rationalem. c. d. equalis quadrato. a. et. f. g. equalis quadrato. b. erūtq. ob
hoc. c. e. et. f. g. coicantes quēadmodū et quadrata linea. a. et. b. eis equa
lia. ideoq. p. primam sexti et. 10. huius. d. e. et. e. g. sunt coicantes in longi
tudine: et quia si. a. est residuum mediale primum et linea. d. e. est residuum
secundum per. 93. et si. a. est residuum mediale scdm linea. d. e. est residuum
tertium per. 94. at cum. d. e. est residuum secundum linea. e. g. est etiam re
siduum secundum et cum illa est tertium. similiter et hec est tertium per. 98.
¶ Sequitur itaq. ex. 87. et. 88. vt. b. sit residuum mediale primum aut secū
dum prout fuerit. a. et sic patet quod intendimus.

Propositio .100.



I linea aliqua linee minorū communicet ipsa quo
q̄ et it linea minor.

¶ Facile est hanc probare duplici modo sicut premissam
siue coicet linea aliq̄ cū linea minori in lōgitudine siue in
potentia hoc aut appposito quantum ad primum modum
q̄ cum sit. f. ad. d. sicut. e. ad. c. erit ex scdā parte. 8. sexti qua
dratum. f. ad quadratum. d. sicut quadratum. e. ad quadratum. c. et cōiū
ctim quadrata duarum linearum. f. et. d. ad quadratum. d. sicut quadrata
duar. linea. e. et. c. ad quadratum. c. et pmutatim quadrata duar. linea.
f. et. d. ad qdrata duar. linea. e. et. c. sicut quadratum. d. ad qdratum. c. coi
cat aut quadratū. d. ad quadratū. c. ergo duo quadrata duar. linea. f. et
d. piter accepta coicant cū duobus qdratis duar. linea. e. et. c. piter acce
ptis: et q̄ ex. 21. qdrata duar. linea. e. et. c. piter accepta sint rōales: erit autē
p diffinitionē et duo quadrata duar. linea. f. et. d. piter accepta rōnale.
Cūq̄ sit superficies. k. medialis erit et. l. sibi coicans medialis: igit ex. 21. b. ē
nea minor. Quāntum autem ad secundum modum erit per. 95. linea. d.
e. residuum quartum ideoq. per. 98. et linea. e. g. erit etiam residuum quar
tum. ideoq. etiam per. 89. linea. b. est linea minor.





Propositio .101.

Panis linea cōicans linee cū rōnali cōponenti mediale est cum rationali componens mediale.

Hanc quoq; duplici predicto modo non est difficile probare: sue de cōicantia in longitudine sue de cōicantia in potētia tñ intelligat: sed quantū ad primum modū erunt duo quadrata duarum linearum. f. f. d. pariter accepta mediale p. u. quē admodum sunt duo quadrata duarum linearum. e. f. c. piter accepta ex. 72. quibus ipsa cōmunicant f. superficies. l. erit rationalis: per diffinitionem. quemadmodum est superficies. k. ex. 72. cum ipsa cōmunicans. ¶ Igitur ex. 72. b. est cum rationali componens mediale. quantum ad secundum modum: erit. d. e. residuum quintum ex. 69. ideoq; f. e. g. ex. 98. quare. b. est cum rationali componens mediale. per. 90.

Propositio .102.



Panis linea cōmensurabilis linee cū mediali cōstituenti mediale est cū mediali cōstituens mediale.

Hic quoq; pone lineam aliquam cōicare cū ea que cū mediali componit mediale indifferenter in longitudine vel potētia tñ pur volueris: f. duplici modo premissis sine difficultate concluder eam quoq; cum mediali componere mediale. erit etiam quantum ad primum modum superficies. l. medialis quemadmodum f. k. f. duo quoq; quadrata duarum linearum. f. f. d. pariter accepta mediale sicut f. duo quadrata duarum linearum. e. f. c. f. ga duo quoq; duarum linearum. e. f. c. ad. k. sicut duo duarum. f. f. d. ad. l. cū duo prima non communicent cum duplo. k. ex. 73. neq; duo secunda cōmunicabunt cum duplo. l. ex. 10. igitur ex. 73. b. est cum mediali cōponens mediale. Quātum aut ad scdum modum erit. d. e. residuum sextū ex. 92. ideoq; f. e. g. ex. 98. quare. b. est cū mediali cōponens mediale ex. 91.

Propositio .103.



Ide superficie rōnali superficies medialis abscondat linea in reliquam superficiem potens erit alterutra duarum irrationalium aut residuum aut linea minor.

Sit enim tota superficies constans ex. a. f. b. rationalis a qua detrahitur. b. que sit medialis dico q; linea potens in. a. residuum aut est residuum aut linea minor. Esto nāq; linea. c. d. rationalis superficiesq; c. e. sibi adiuncta sit tanq; a. f. f. g. tanq; b. f. tota. c. g. sicut tota. a. b. eritq; c. g. rationalis. ideoq; per. 16. linea. d. g. rationalis in longitudine f. f. g. erit medialis. ideoq; per. 10. e. g. rationalis in potētia tantum: est igitur ex diffinitione linea. d. e. residuum primum aut quartum: ergo per. 86. f. 89. linea potens in superficiem. c. e. f. ideo in superficiem. a. sibi equalem est residuum aut linea minor: quod est propositum.

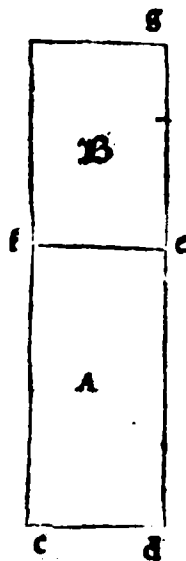
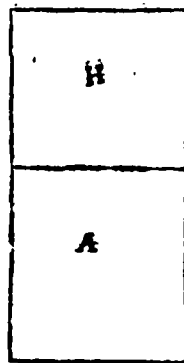
Propositio .104.



Ide superficie mediali superficies rationalis detrahitur linea in reliquam superficiem potens erit alterutra duarum irrationalium linearum aut residuum: mediale primum aut cum rationali componens mediale.

Hec quoq; sicut premissa probatur. Erit enim tota. a. b. medialis. b. autem rationalis: f. tunc dico quod in. a. residuum pōt aut ē residuum mediale primum aut cum rationali componens mediale. Cum enim. c. g. equalis sit. a. b. erit per. 10. linea. d. g. rationalis in potētia tantum: f. cū sit. f. g. equalis. b. erit per. 16. linea. e. g. rationalis in longitudine ergo a diffinitione erit linea. d. e. residuum scdum aut quintum quare per. 87. f. 90. latus tetragonum superficiem. c. e. f. ideo superficiem. a. est residuum mediale primum aut cum rationali componens mediale: quod est propositum nostrum.

Propositio .105.





Si superficies medialis a superfici mediali detra-
hatur fueritque reliqua toti incōmensurabilis que t
ipsam reliquam potest alterutra erit duarum irrationāliū
videlicet aut residuum mediale secundum aut cū
mediali componens mediale.

Si a duarum premissarum demonstratione non denias
concludes sine difficultate propositum. Sint enim tota. a. b. f. b. mediales
et sit. a. reliqua incōmensurabilis toti. (Aliter enim esset. a. medialis ex. 21.
et eius latus tetragonum mediale ex. 19.) tunc dico qd linea potens in. a.
est residuum mediale secundum aut cum mediali componens mediale.
¶ Nam cum sit. c. g. equalis. a. b. erit p. 20. linea. d. g. rationalis in poten-
tia tantum per eandem quoq. cum sit. f. g. equalis. b. erit etiam. e. g. ratio-
nalis in potentia tantum et cum sit. a. incōmensurabilis toti. a. b. erit. f. g.
incōmensurabilis. e. g. ideoq. per primam sexti. f. 10. huius erit etiam. e. g.
incōmensurabilis. d. g. igitur a diffinitione linea. d. e. erit residuum tertium
aut sextum: quare p. 88. et. 91. latus tetragonum superfici. c. e. et ideo su-
perfici. a. ē residuum mediale secundū aut cū mediali cōponens mediale.

Propositio 106.



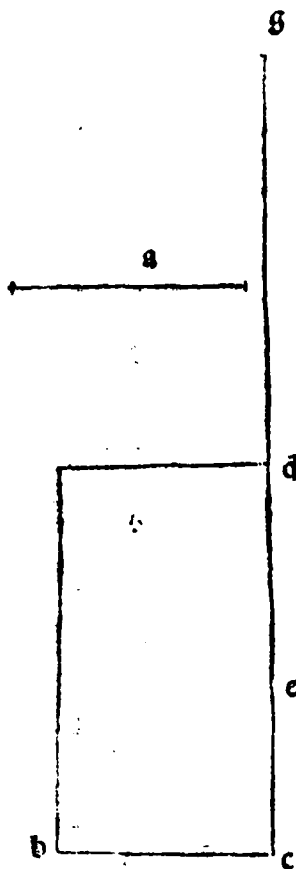
Linea irrationāliū que sunt residuum et post ipsas
subsecute vllam alii termino et ordine subesse im-
possibile est residuo quoq. bino mii terminum vel
ordinem puenire non est possibile.

Vult aut per hanc. 106. qd residuum et alie quinq. linee
irracionales eam sequentes differant specie et diffinitio-
ne abinuicem et nulla linea vna potest esse sub duabus neq. sub pluribus
speciebus harum sex lineaz. irrationaliū que sunt residuum et eius quinq.
cōites et qd omnes species residui differūt ab omnibus speciebus binomiū
nec est possibile lineam vnā simul esse residuum et binomiū quicūq.
speciei residui vel binomiū. ¶ Pars prima sic constat: qm superficies equa-
lis quadratis residui et suarum quinq. comitum cū adiungantur ad lineā
rōnalem habent secūda latera necessario diuersa abinuicē ex. 91. et quinq.
eam sequentibus. sunt aut secūda latera residuum primum et secundum
et deinceps vsq. ad sextum. ¶ Secūda pars constat hoc modo: si eadem li-
nea potest esse simul residuum et binomiū sit. a. cuius quadrato equalis
superficies adiungatur ad rōnalem lineā. b. c. sitq. b. d. eritq. ex. 54. linea
c. d. binomiū primum et ex. 91. residuum primū. ¶ In quantum ergo bi-
nomiū pmiū diuidat in suas binomiales portiones ad pūctum. c. sitq. ma-
ior portio. c. e. que erit rōnalis in longitudine p diffinitionem: inquantū
aut est residuum primum adiungatur ei. d. g. per cuius abscisionem fuerat
residuum primum: eritq. et ex diffinitione. c. g. rōnalis in longitudine. Cū
itaq. sit vtraq. duarum lineaz. c. g. et. c. e. rōnalis in longitudine erit et p
9. linea. e. g. rationalis in longitudine et qd linea. d. e. est rōnalis in poten-
tia tñ cū ipsa sit p ypoth. minor portio binomiū primi erit p. 68. linea. d.
g. residuum et quia ipsa erat rōnalis in potentia tñ cum p eius abscisionē
erit linea. c. d. residuum primū sequit iposibile p. 68. Quod vt clarius pateat
esto superficies. b. d. adiuncta ad lineam rōnalem. b. c. equalis quadrato
linee. d. g. cum itaq. linea. d. g. sit rationalis in potentia erit p. 16. linea. c. d.
rationalis in longitudine. at cum etiam linea. d. g. sit residuum erit ex. 91.
linea. c. d. residuum primum quod esse non potest cum linea que dicitur
residuum sit irrationalis per. 68.

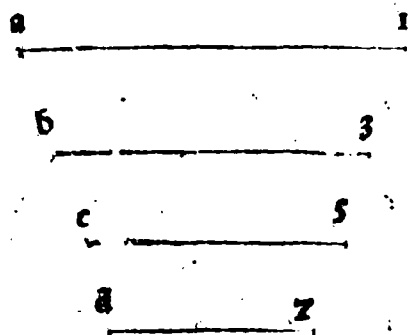
Propositio 107.



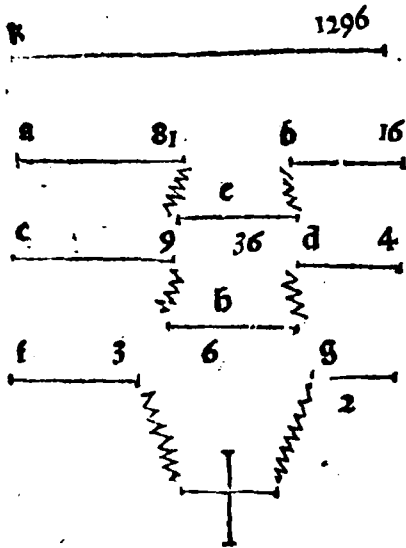
Linea que residuum dicitur vlla ve irrationalium
que post eam sunt nequit esse sub termino binomiū
aut sub termino et ordine vllius ceteraz lineaz. rō-
naliū que binomiū subsequunt: cū aut possibile
sit linearum irrationalium seriem in infinitum p-
duci non est possibile vllam earum cum ea que
precesserit in termino et ordine conuenire



¶ Vult per hanc vltimam libri .10. q. .13. irracionales linee de quibus in hoc decimo demonstratum est & ipse sunt linea medialis binomii & eius quinq. comites residuum & eius quinq. comites sint abinuicem singule a singulis specie differentes & q. nulla linea vna potest esse simul sub duabus aut pluribus speciebus eaz. & q. species linearum irrationalium possunt in infinitum produci quaz. nulla cum alia conuenit in diffinitione & ordine. Quod autem hec .13. linee videlicet medialis binomium & eius .5. comites residuum & eius .5. comites sint irracionales demonstratum esse superius meminitur de mediali quidem ex .19. de binomio autem & eius quinq. comitibus ex .30. & quinq. eam sequentibus: at vero de residuo suisq. quinq. comitibus ex .68. & quinq. & sequentibus. Nullam autem harum .13. lineaz. irrationalium posse conuenire in specie cum aliqua aliarum lineaz. sic collige. ¶ Esto enim ut ad vnam eandem lineam rationalem in longitudine adiungatur superficies equales quadratis predictarum .13. linearum irrationalium p. q. ordine se inuicem sequuntur: eritq. ex .20. secundum latus prime istarum .13. superficiem rationale in potentia tantum. ¶ Secunda autem latera secunde istarum .13. superficies & quinq. eam sequentium erunt oēs species binomiorum per ordinem videlicet binomium primum secundum & deinceps vsq. ad sextum ex .54. & quinq. eam sequentibus demonstratum esse meminitur. ¶ Secunda vero latera tertie superficies & quinq. eam sequentium sunt species residuorum in ordine videlicet residuum primum & residuum secundum & deinceps vsq. ad sextum quod ex .92. & quinq. eam sequentibus didicisti. Cum igitur ipsa linea rationalis in potentia tantum non conueniat cum aliqua specie binomiorum aut cum aliqua residuorum quoniam omne binomium per .30. & oē residuum per .68. est linea irrationalis & in longitudine & in potentia. Et cum nulla species residuorum conueniat cum aliqua specie binomiorum ex secunda parte penult. huius decimi sequitur ut oia secunda latera harum .13. superficies sint adinuicē diuersa: ideoq. per primam sexti & ipse .13. superficies sunt diuersę cum earum omnium altitudo sit vna quare etiam hec .13. linee irracionales propositę sunt singule a singulis diuersę. ¶ Possunt autem harum .13. lineaz. irrationalium species in infinitum produci. infinite enim sunt species linearum mediarum infinite quoq. binomiorum & sic de singulis. Quod hoc modo constat. Esto linea medialis. sumaturq. vnitas & quolibet numeri primi vt .3. .5. & .7. & sint totidem linee .b. .c. .d. quot sunt sumpti numeri primi. suntq. quadrata istaz. lineaz. .b. .c. .d. ad quadratū .a. sicut numeri primi ad vnitatem. eritq. linee .b. .c. .d. mediales ex .11. qm ipse communicant in potentia cum linea .a. mediali. omnes autem erunt diuersę in longitudine ab .a. & a se inuicem p. vltimā ptem. 2. quoniam nullius istorum numerorum ad vnitatem nec alicuius eorum ad alterum per .16. & .8. & correlarium secunde octauę & presentis ypothesis est proportio sicut numeri quadrati ad numerum quadratum. ¶ Erit ergo .a. & omnes sibi comunicantes in longitudine sub prima specie linearum mediarum .b. vero & omnes sibi comunicantes in longitudine sub secunda .c. aut & omnes eidem comunicantes vel communicabiles sub tertia .d. quoq. & omnes sibi comunicantes in longitudine sub quarta & quia numeri primi sunt infiniti vt ex .11. non didicisti. necesse est species linearum mediarum esse infinitas. ¶ Quod autem est dictum de linea mediali intellige de binomio suisq. .5. comitibus & residuo suisq. quinq. comitibus: nam sicut omnis linea communicans mediali est medialis suę communicet ei in longitudine suę in potentia vt probatum est in .11. ita etiam omnis linea communicans binomio aut alicui suarum quinq. comitum vel etiam residuo aut alicui suarum quinq. comitum in longitudine vel in potentia est secum sub eadem specie vt probatum est in .60. & quatuor eam sequentibus & 98. & quatuor eam sequentibus. ¶ Sunt igitur species harum .13. linearum irrationalium infinite quarum nulla conueniet cum precedenti in ordine vel diffinitione. ¶ Conuenit quoq. dī se aliter species lineaz. irrationalium esse infinitas



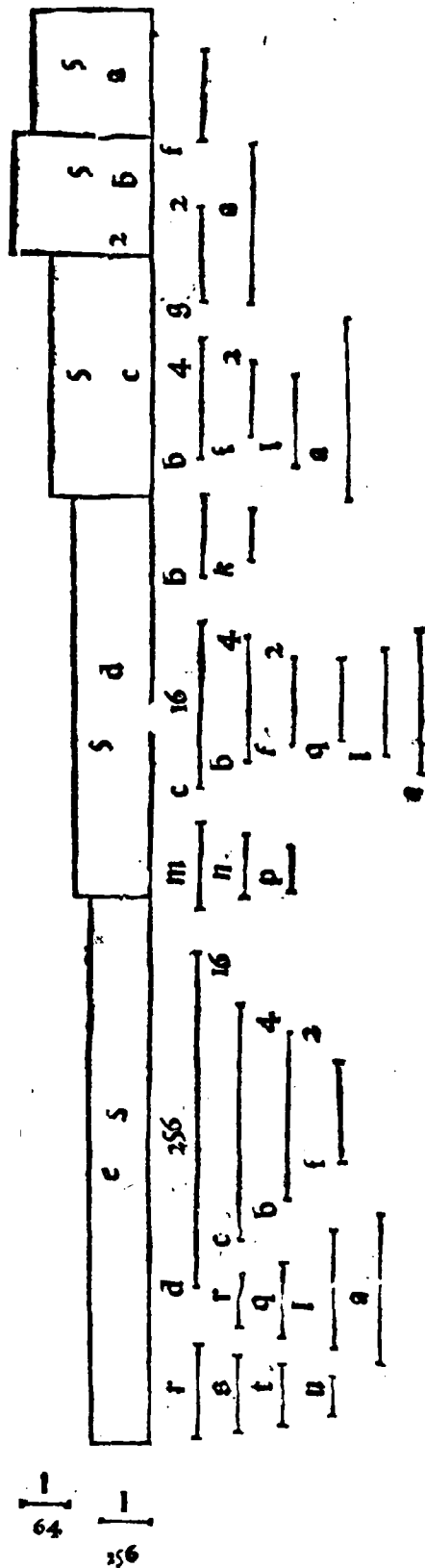
nam omne latus tetragonicum superficiiei dictæ a numero non quadrato
est irrationale per ultimam partem. 2. & per diffinitionem. cum itaq. tales
numeri sunt infiniti: erunt etiam species harum linearum irrationalium
infinite. ¶ Tertio modo contingit secundam partem huius vltime con-
clusionis libri decimi sic exponi: vt dicamus ab vnaqua. linea rōnālī.
in potentia tantum infinitas linearum irrationalium species p̄duci qua-
rum nullam cum aliqua earum que ipsam preceserint: possibile est in dis-
finitione & ordine conuenire. ¶ Verbi gratia. Sumatur aliqua superficies
rationalis dicta a numero non quadrato vt quinq. eritq. latus eius tetra-
gonicum irrationale in longitudine quoniam ipsum ē incommensurable
lateri tetragonico superficiiei rationalis dictæ a numero quadrato ex vlti-
ma parte. 2. Dico ergo q. huius lateris latus. iteq. scđi lateris latus & rursum
huius tertii lateris latus & sic in infinitum: sunt linee irrōnāles tam in lon-
gitudine q̄ in potentia: & q. nulla earum conuenit diffinitione vel specie
cum aliqua que eam preceserit in ordine. estq. latus tetragoniciū premisse
superficiiei quęcunq. dicta fuerit a numero nō quadrato earum omnium
sicut radix & principium & quelibet ipsarum est principium omniū ipsam
sequentium: & quęcunq. ab aliquo tetragonico latere cuiusq. talis superfi-
ciei proficiſcitur diuerſe sunt in longitudine & potentia ab omnibus que
a quoquam alio tetragonico latere talis superficiiei generantur: hoc dico
cum ipsarum superficiierum non fuerit proportio sicut numerorum qua-
dratorum. hec autem vt possumus firma demonstratione colligere ante-
cedens ad ipsa premittere oportet. sitq. istud.



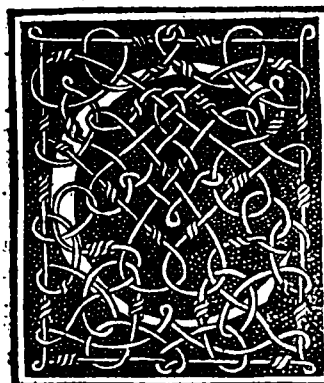
¶ Quibuslibet duobus inuicē ductis si quid licet p̄ducatur quo-
ta latera tetragonica duorum precedentium inuicem duces to-
tum tetragonicum latus ipsius producti produces.

¶ Verbi gratia sic vt ex. a. in. b. sit. k. at. c. & d. sint latera tetragonica. a. & b. fiat autem. c. ex. c. in. d. sintq. iterum. f. & g. latera tetragonica. c. & d. & fiat h. ex. f. in. g. dico q. h. est latus tetragonicum. c. & g. c. rursum est latus tetragonici. k. Cum enim ex. f. & g. fiat. c. & h. erit. c. ad. h. sicut. f. ad. g. sed & sic. h. ad. d. sicut. f. ad. g. eo q. ex. g. in. f. & in se sunt. h. & d. Sunt igitur. c. h. d. continue proportionales itaq. ex. h. in se quantum ex. c. in. d. quare. h. est latus tetragonicum. c. Eadem quoq. rōne cum ex. c. in se sit. a. l. d. sit. e. & ex. d. in se sit. b. erunt et. a. c. b. continue proportionales in propor-
tione. c. ad. d. Cum igitur ex. a. in. b. sit. k. sequitur etiam vt ex. e. in se sit. k. quare. e. ē latus tetragonicum. k. constat itaq. quod dicitur. R est itaq. de-
monstrare quod propositum est. Sit igitur superficies. a. rationalis dicta a numero non quadrato. vt. 5. sitq. linea. a. eius tetragonicum latus & sumatur quolibet linee rationales in longitudine que sunt. b. c. d. e. Sintq. dictæ a numeris quoz quisq. precedens sit tetragonicum latus proximo sequen-
tis: vt si. b. sit. 2. c. 4. d. 16. e. vero. 36. ad has autē lineas rōnāles in longitudi-
ne adiungatur superficies equalis. a. eruntq. secunda latera singularum rō-
nalia in longitudine per. 16. vt secundum latus. b. 2. & dimidium: secundū
c. vnum & quarta: secundum vero. d. vna quarta & vna. 16. at vero superfi-
ciei. e. secundum latus erit vna. 64. & vna. 36. Sit ergo. f. tetragonicum la-
tus. b. g. vero sit tetragonicum latus secundi lateris superficiiei. b. eritq. per
premissum antecedens vt ex. f. i. g. sit. a. Rursum sit. h. tetragonicum latus
secundi lateris. c. k. quoq. sit tetragonici latus. h. eritq. per predictum ante-
cedens vt ex. b. in. h. sit. a. & ex. f. in. k. sit tetragonicum latus. a. quod sit. l.
¶ Sit iterum. m. tetragonicum latus. scđi lateris superficiiei. d. sed cū. n. sit te-
tragonici latus. m. & p. tetragonicum. n. eritq. p. predictum ahs vt ex. c. in
m. fiat. a. & ex. b. in. n. l. & ex. f. in. p. tetragonici latus. l. quod sit. q. Am-
plius autem sit. r. tetragonicum latus lateris secundi superficiiei. e. sit quoq.
s. tetragonicum. r. & t. sit u. tetragonicum. t. ¶ Sequiturq. per dictum
antecedens vt ex. d. in. r. fiat. a. & ex. c. in. s. l. & ex. b. in. t. sit. q. & etiam ex
f. in. u. tetragonicum latus. q. quod sit. x. & sic in infinitum. Dico ergo has
lineas. a. l. q. x. quarum. a. ē tanquam radicale principium ēē irrationales

a. quidem in longitudine tantum: cetera vero in longitudine & in potētia. Et dico q̄ nulla earum conuenit cum alia in diffinitione vel ordine. ¶ Cum enim ex. f. in. g. & k. fiant. a. & l. erit. a. ad. l. sicut. g. ad. k. & quia ut patet ex dictis ypothesibus. g. & k. sunt incommensurabiles in longitudine & in potētia. sequitur et. vt. a. & l. sunt incommensurabiles in longitudine & in potētia. Eadem ratione. a. & q. ē enim. a. ad. q. sicut. g. ad. p. & pp̄ eandem cām et. a. & x. cum sint sicut. g. & u. Et hac via quoq̄ necesse est vt. l. & q. sint similiter incommensurabiles tam in longitudine q̄ in potētia. cum enim ex. f. in. k. & p. fiant. l. & q. erit. l. ad. q. vt. k. ad. p. at. k. & p. nec cōmensurabiles sunt in longitudine nec in potētia. Si enim sint erūt h. & n. cōmensurabiles. sed non sunt. at vero. l. & x. oportet esse vtroq̄ mō incommensurabiles: ē enim. l. ad. x. sicut. k. ad. u. eo q̄ ex. f. in. k. & u. sunt. l. & x. Sunt autē. k. & u. vtroq̄ mō incommensurabiles. Sinaut accidet. d. & b. esse cōmensurabiles quod est inconueniens. q̄. vero & x. q̄ sint quoq̄ in cōmensurabiles potētia & longitudine ex eo patet q̄ est. q. ad. x. sicut. p. ad. u. constat autem q̄. p. & n. sunt incommensurabiles. nā si non: erunt. n. & c. cōmensurabiles. ideoq̄. m. & s. sed non sunt. ¶ Manifestum est itaq̄ infinitas lineas irracionales esse in longitudine & in potētia incommensurabiles: & ideo diffinitione & specie differentes produci ex linea. a. rationali in potētia tantum ¶ Restat autem nunc ostendere q̄ quęcūq̄ irracionales linee ab aliqua linea rationali in potētia tantum hac via generantur: diuerse sunt ab omnibus tam in longitudine q̄ in potētia quę a qualibet alia linea rationali in potētia tantum quadratum cuius ad quadratum prioris non sit sicut numeri quadrati ad numerum quadratū hac eadem via egrediuntur: hoc quoq̄ sic constat. ¶ Sint. a. & b. rationales in potētia tantum sue tetragonica latera duarum superficierum dictarum a numeris non quadratis. sitq̄ vt illi numeri non sint in proportionē aliquorum numerorum quadratorum: linee quoq̄ quę procedunt hac via ab. a. sint. c. d. e. & a. b. procedant. f. g. h. dico q̄ nulla ex lineis. c. d. e. communicat in longitudine vel potētia cum aliqua ex lineis. f. g. h. Cū. n. sint. c. & f. tetragonica latera. a. & b. at. d. & g. tetragonica latera. c. & f. & e. & h. tetragonica. d. & g. nō ē possibile vt aliq̄ ex. c. d. e. cōicet cū sua cōpari ex. f. g. h. vel longitudine vel potētia. Si n. alterutro mō cōicet. e. cum. h. sequitur vt. d. communicet. cum. g. & c. cum. f. quare & a. cū b. etiam in longitudine quod est contra ypothesim. Vniuersaliter autem verum est dicere quamlibet harum esse vtroq̄ modo incommensurabile cuilibet istarum. Dato namq̄ q̄. d. communicet cum h. etiam in potētia tantum sequitur vt. c. quoq̄ communicet cum. g. & a. cum. f. quod non est possibile. ¶ Attendere autem oportet q̄ cum dico latus lateris nihil aliud intelligo q̄ latus superficierum denominate a latere priori. vnde. tetragonici latus linee. a. voco lineam illam quę potest in superficiem dictam a linea a. talis autem superficies est quam continet linea. a. & linea rationalis in longitudine dicta ab vno. Si ergo libet inuenire tetragonici latus cuius libet linee. Sit linea. a. cuius tetragonici latus volo inuenire. b. vero sit linea rationalis in longitudine dicta ab vnitatē & ipsa ē minima omnium linearum rationalium numeratarum ab integris. Medio loco proportio nalis inter eas sit. c. est igitur p. 16. sexti. c. tetragonici latus. a. I dem enim sit ex. a. in. b. & ex. c. in. f. At vero ex. a. in. b. sit superficies dicta ab. a. Quicquid enim a quolibet in vnum ducto producit ab eo q̄ vnum multiplicat denominat. Et nota q̄ cum. c. fuerit latus tetragonici linee a. in differenter contingit lineam. c. esse maiorem linea. a. & minorem prout. b. etiam fuerit maior aut minor.



Liber undecimus Euclidis de corporibus in genere et specie iuxta optimam Campani translationem. Magistro Luca Pacioli de burgo Sancti Sepulchri Ordinis minorum. Calligatore diligentissimo. feliciter Incipit.



Spus est quod longitudinem et latitudinem et altitudinem habet cuius termini sunt superficies. Linea erecta supra superficiem est que cum singulis sibi coterminibus lineis in ea superficie expansis angulos rectos facit. Linea autem hec supra eam superficiem perpendicularis esse et ad eandem orthogonaliter insistere dicitur.

Intelligatur enim linea. a. b. exurgere supra planum ita quod punctus. a. imaginetur in aere. b. in plano. Et a puncto b. ducantur plures linee in eodem plano

ut. b. c. b. d. et quotlibet alie. Si igitur ita fuerit quod linea. a. b. cum linea. b. c. et cum linea. b. d. et cum quolibet alia linea protracta a puncto. b. in plano illo angulum rectum contineat ipsa dicetur esse perpendicularis ad illam superficiem in qua protracte sunt hee linee videlicet. b. c. et b. d. et alie cum quibus ipsa ponitur continere angulum rectum.

Superficies autem erecta super superficiem est quotiens puncto uno eodem linee que est communis terminus illarum superficierum due perpendiculares conterminales superstant que rectum continentes angulum in eisdem superficiebus site sunt.

Verbi gratia imaginemur superficiem. a. b. c. d. exurgere super superficiem. e. f. g. h. i. a. c. d. e. f. g. h. i. intelligamus lineam. c. d. esse communem terminum amborum in ea itaque signet punctus. g. a quo ad lineam. c. d. extrahantur due linee perpendiculares una videlicet superficiem. c. d. e. f. g. h. i. et alia superficiem. a. b. c. d. q. sit. g. h. i. si igitur angulus quem continent hee due linee perpendiculares videlicet. g. h. i. g. k. erit rectus superficies. a. b. c. d. dicitur orthogonaliter erecta super superficiem. c. d. e. f. g. h. i.

Superficies equidistantes sunt que in utramlibet partem protracte non concurrent et si in infinitum producantur.

Intellectum est quod dicitur. Scire tamen debes quod omnes plane superficies aut sunt equidistantes ab invicem aut in omnem partem protracte concurrent alicubi et super rectam lineam se secabunt. Lineas autem rectas non est necessarium vel esse equidistantes vel in utramque partem protractas concurrere. Quippe que in eadem superficie non sunt nec equidistant ab invicem nec tamen quantumlibet protracte concurrent.

Equalia corpora sunt atque similia quorum terminales superficies numero ac quantitate equeles unius creatiois sunt atque similes. Similia corpora sunt que similibus superficiebus numero equeles continent.

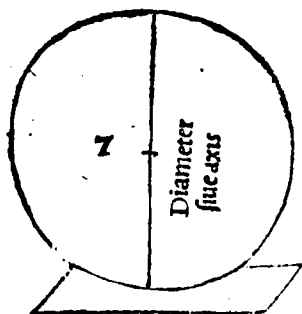
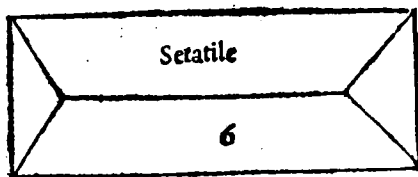
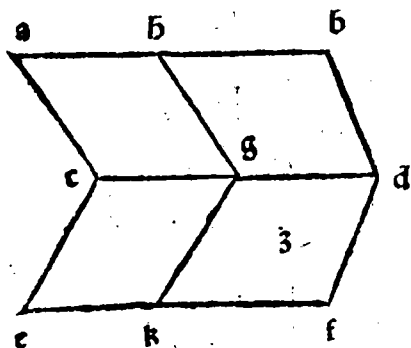
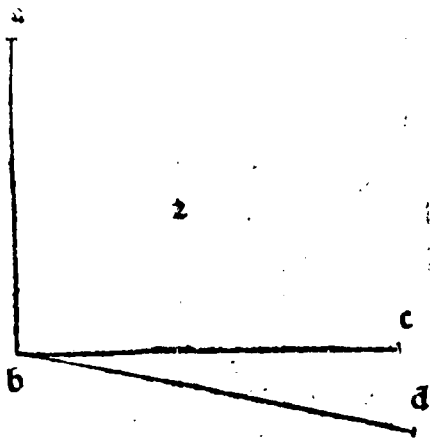
Si has duas definitiones de corporibus equalibus et similibus non intelligis ad definitionem similitudinis superficiem positam in principio sexti recurre.

Corpus feratile dicitur quod quinque superficiebus quarum tres parallelogramme sunt due vero triangule continetur.

Domus quatuor parietes equidistantes habenti tetragonum fastigium supremis duarum parietum lateribus equali et equidistanti superpositum feratilis corporis expressam similitudinem gerit.

Sphera est transitus arcus circuli dimidii circuli quotiens sumpto vel supremo semicirculo lineaque diametri fixa donec ad locum suum redeat arcus ipse circumducitur.

Super quamlibet lineam semicirculo descripto si linea illa fixa semicirculus tota revolutione circumducatur corpus quod describitur sphaera no



minatur cuius centrum constat esse centrum semicirculi circūducti.

Piramis laterata ē figura corporea quā continent superficies ab una quāque relique sunt ad vñū oppositū punctū sursum erecte.

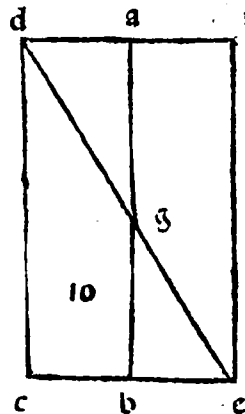
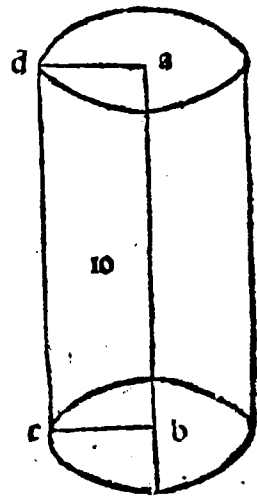
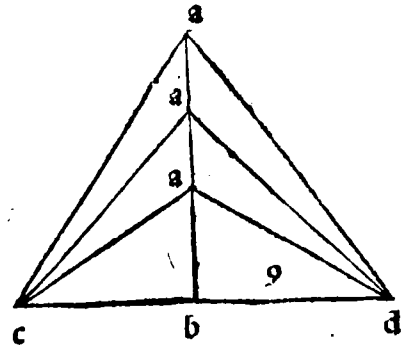
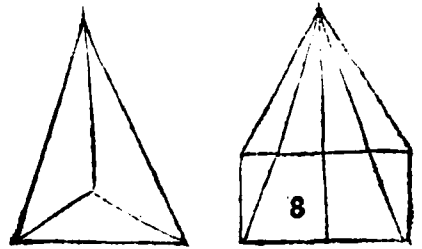
In omni laterata piramide cūctę superficies ipsam ambientes ab ipsius basi ad vñū punctum subleuantur qui conus piramidis dicitur suntq; oēs hec laterales superficies triangule basis vero frequēter nō ē triāgula.

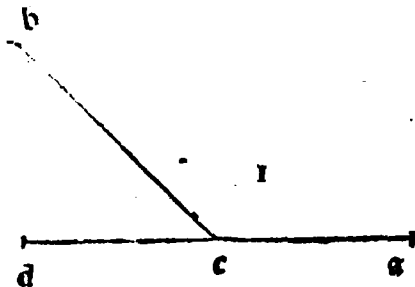
Piramis rotunda est figura solida: ellq; transitus trianguli rectanguli alterutro suorum laterum rectum angulum continētium fixo & donec vsq; ad locum vnde moueri cepit redeat triangulo ipso circūducto. **S**i autem latus fixum lateri circūducto fuerit equale erit figura rectangula. **S**i vero longius acutiangula. **S**i vero breuius obtusiangula erit. **A**xis autem ipsius figure est latus fixum. **B**asisq; sua circulus. **D**icitur autem figura hec piramis columnę rotunde.

Sit trigonus. a. b. c. rectum angulum habens qui sit. b. figuratq; alterū duorum laterum ambiētium rectum angulum. b. sitq; latus quod figitur a. b. quo fixo circūducatur trigonus quousq; ad locum vnde moueri cepit redeat corporea ergo figura que huius trigoni motu describitur rotunda piramis appellatur cuius tres sunt differentie. Alia enim est rectangula alia acutiangula. Tertia obtusiangula. Et prima quidem est quādo latus. a. b. lateri. b. c. fuerit equale. **E**st enim vt linea. b. c. cū rotatur trigoni peruenerit ad situm linee. b. d. ita q; punctus. c. cadat super punctum. d. fiatq; linea vna. hoc est vt ipsa tunc coniungatur situi a quo moueri cepit secundum rectitudinem: eritq; linea hic quasi. b. c. d. ¶ quia ex. 32. primi §. 5. eiusdē angulus. c. a. b. est medietas recti erit angulus. c. a. d. rectus iōq; piramis hec dicitur rectangula. ¶ **S**i aut latus. a. b. sit longius latere. b. c. erit acutiangula: erit. n. tunc ex. 32. primi §. 19. eiusdem angulus. c. a. b. minor medietate recti ideoq; totus angulus. c. a. d. est minor recto & acutus quare piramis acutiangula. ¶ **Q**uod si latus. a. b. fuerit breuius latere. b. c. erit angulus. c. a. b. maior medietate recti ex. 32. primi §. 19. eiusdem & totus. c. a. d. q; est duplus ad ipsum. c. a. b. maior recto & obtusus. igit & piramis conuenienter tunc dicitur obtusiangula. ¶ **A**xis autem huius piramidis dicitur linea. a. b. ¶ **B**asis vero eius circulus quem describit linea. c. b. super centrum. b. dicitur quoq; hec piramis columnę rotunde illius vi: delictet quam motu suo describeret parallelogramum proueniens ex. a. b. & b. c. latere. a. b. manente fixo.

Figura corporea rotunda cuius bases sunt circuli duo plani extremitatibus & crassitudine id est altitudine equales est transitus parallelogrami rectanguli latere rectum angulum continētē fixo ipsaq; superficies donec ad locum suum redeat circūducta diciturq; hec figura columna rotunda. **C**olumnę itaq; rotundę atq; spherę circuliq; vñū atq; idem est centrum.

Sit parallelogramum rectangulum. a. b. c. d. figuratq; latus. a. b. & eo fixo totū palellogramū quousq; ad locum suum cadat vel redeat circūducatur corporea ergo figura huius parallelogrami motu descripta rotunda columna nominatur cuius bases sunt duo circuli centrum est punctus b. alter vero est quem motu suo designat linea. d. a. & eius centrum est punctus. a. **A**xis autem huius columnę dicitur linea. a. b. que manet fixa in motu palellogrami. **Q**uod si imaginati fuerimus parallelogramum a. b. c. d. cum peruenerit rotatu suo ad situm. a. b. e. f. coniungi situi a quo moueri cepit secundum continuitatem superficiē plane: vt scilicet totū sit vñū parallelogramum. d. c. e. f. & protraximus in eo diametrum. d. e. erit quoq; diameter. d. e. diameter columnę. ¶ **Q**uod autem dicitur columnę & spherę & circuli idem esse centrum intelligi debet cum horum vna est eadēq; diameter. Verbi gratia diximus enim q; d. e. est diameter istius colūne. Spherā igit atq; circulū quoq; diameter ē linea. d. e. necesse est idē cent; hēre cū centro pposite colūne. Sit. n. vt linea. d. e. fecerit lineā





a. b. in puncto. g. critq. g. centrum colūne: diuidit enim axem columne p equalia & diametrum columne per equalia quod patet per .16. primi nā anguli qui sunt ad .g. sunt equalis ex .15. primi & anguli qui sunt ad .a. & b. recti ex ypothefi: linea quoq. a. d. est equalis linee. b. e. itaq. d. g. ē equalis. e. g. & a. g. equalis. g. b. cūq. anguli. c. f. f. sunt recti si super punctum. g. secundum spaciū. d. g. ac sup. lineā. d. e. circulus describat trāfibi ex cōuerfa prime ptis. 30. tertii p puncta. c. f. f. itaq. punctum .g. est centz. circuli cuius diameter est diameter colūne. ideoq. & sphaeræ quare māsse sum est omni parallelogramo rectangulo circulum omniq. columne rotunde sphaeram esse circūscriptibiles. Sicq. patet q. voluit istud theorema.

¶ Angulus corporeus siue solidus est quem continent anguli plani plures q̄ duo qui non in vna superficie siti ad vnum punctum angularem conueniunt.

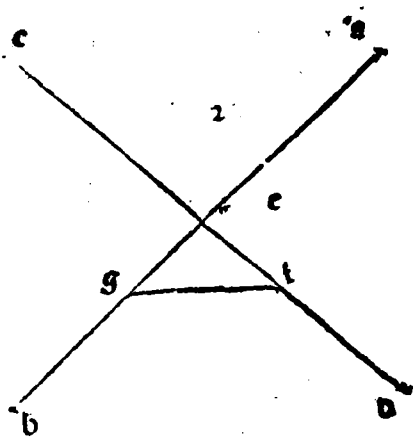
¶ Duo anguli plani angulum solidum perficere nequeunt sicut nec due recte linee nequeūt superficiem claudere. Angulos quoq. planos solidum angulum continentes in eadem superficie non conueniunt esse sitos sed in diuersis quemadmodum duas rectas lineas planum perficientes angulant non conueniunt sibi inuicem secundum suum rectitudinis applicari.

¶ Similes sunt figure corporee rotunde siue sint colūne siue eaz. pyramides quaz axes diametris suaz basiū sunt pportionales.

¶ Propositis enim duabus pyramidibus rotundis aut duabus columinis rotundis si fuerit pportio axis vnius earum ad diametrum sue basis sicut axis alterius ad diametrum sue basis ille due columne aut pyramides similes adinuicem esse dicuntur.

Castigator.

¶ Ista diffinitio equalium atq. similium corporum &c. p̄supponit quēdam corpora esse equalia & non similia & sunt illa quorum terminales superficies numero & quantitate vniusq. creationis. sed nō similes vt sunt superficies equidistantium laterum & rectorum angulorum in solido parallelogramo cuius linee angulares sunt supra superficiem orthogonaliter erecte & in illo cuius linee angulares non sunt orthogonaliter erecte que dam sunt eiusdem altitudinis sunt equalia si in equis basibus vt dicitur infra. 31. & 32. huius Et tamen non sunt similia a diff. similium superficierum in principio sexti posita. Quedam sunt similia & non equalia vt in eisdem parallelogramis inequalis altitudinis. Et sic dicendum est de aliis infinitis. quēdā sunt equalia & similia simul vt ex te dicere potes &c.



Propositio .1.



Inee recte partem esse in plano & partem in sublimi est impossibile.

¶ Sit linea .a. b. recta dico quod non est possibile vt pars eius sit in plano & pars sursum eleuata. si enim est possibile sit pars eius que est .a. c. sita. in plano & pars eius que est .c. b. in sublimi posita & protrahatur directe .a. c. i plano in quo ipsa sita est vsq. ad .d. critq. vt vni eideq. linee que ē linea .a. c. due linee penitus diuerse que sunt linee .c. b. & .c. d. ex eadem parte directe adiiciantur quod est impossibile ex .13. primi.

Propositio .2.



Dues linee due quarum altera alteram secat in vna superficie site sunt omnibz triangulus in vna superficie totus consistit.

¶ Sint due linee recte .a. b. & .c. d. se inuicem secantes in puncto. e. dico eas esse i superficie vna. & omnem triangulum dico esse i superficie vna totum. ¶ Signetur enim punctus. f. in. linea .c. d. & punctum .g. in linea .a. b. & ducatur linea .f. g. Quia igitur impossibile est partem trianguli. e. f. g. esse in plano & partē in sublimi quin etiam suarum terminalium linearum vnius aut plurium

pars similiter sit in plano. & pars similiter i sublimi cum de lineis hoc sit i possibile per premisam erit quoq; impossibile de triangulo. itaq; totus triangulus. e. f. g. est in superficie vna. Ex hac igitur secunda parte & premisa constar prima pars huius secunde propositionis.

Propositio .3.



Sinum duarum superficierum seinuicem secantium communis sectio est linea recta.

¶ De planis superficiebus intellige & verum erit quod dicimur. Sint itaq; due superficies plane. a. b. & c. d. seinuicē sectantes dico quod earum communis sectio erit linea recta. Esto enim duo puncta. e. & f. termini communis sectionis earum quę continuētur. per lineam rectam quę sit. e. f. si igitur linea. e. f. est in vtraq; duarum superficierum. a. b. & c. d. cōstat propositū: at vero si in neutra aut si non in altera cum ambo puncta. e. & f. sint in vtraq; superficierum. a. b. & c. d. in ea superficie in qua ipsa non fuerit probatur linea recta quę sit. c. h. & erunt igitur due rectę lineę. e. f. & c. h. habentes duos terminos communes quod est impossibile. sic enim due rectę lineę includerent superficiē quod ē cōtra petitionē vltimā pmi libri.

Propositio .4.



Si fuerit linea orthogonaliter ab incisione duarum linearum erecta intersecantium se ipsa ad earundē superficiem perpendicularis erit.

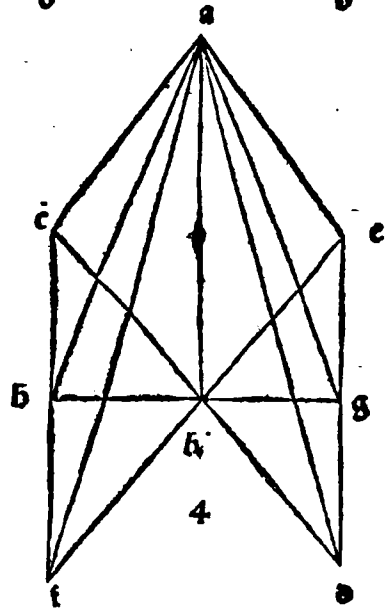
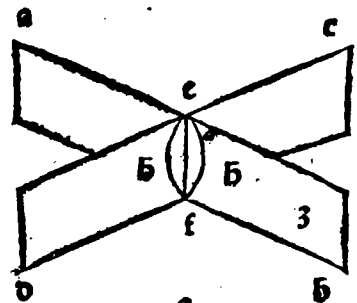
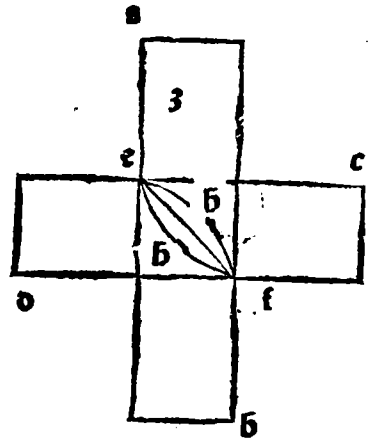
¶ Sit linea. a. b. orthogonaliter erecta super incisionem duarū lineaz. c. d. & e. f. secantiū se in puncto. b. de quibz cōstat p añ premisam q ipse sunt site in vna superficie dico q linea. a. b. ppendicularis ē ad ipsaz superficiem. Sint. n. c. b. & d. e. quales at vero. f. b. & b. e. quales & ptabant lineę. e. d. & c. f. quę erūt quales p. 4. primi & equidistantes p. 2. eiusdē. Signato itaq; puncto aliquo i linea c. d. quā sit. g. ducat linea. g. b. h. critz. ex. 26. primi. e. g. equalis. f. h. igitur a puncto. a. vel quonvis puncto lineę. a. b. demittatur ypothemisaliter lineę a. c. a. d. a. e. a. f. a. g. a. b. critz. ex. 4. primi. a. c. equalis. a. d. & a. e. equalis. a. f. Item p. 8. eiusdem erit angulus. a. e. d. equalis angulo. a. f. c. ergo p. 4. ipsius erit. a. g. equalis. a. b. & ideoq; p. 8. eiusdem erit angulus. a. b. g. equalis angulo. a. b. h. quare ex diffinitione vterq; est rectus & linea. a. b. ppendicularis ad lineam. g. h. ¶ Simili quoq; mō ptabis eādē esse ppendicularē ad oēs lineas protractas a puncto. b. in superficie duarum linearum c. d. & e. f. igitur ex diffinitione cōstat lineam. a. b. ēē ppendicularē ad superficiem in qua site sunt due lineę. c. d. & e. f. seinuicē secantes qđ est ppositū.

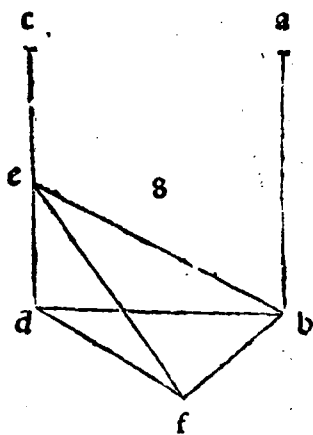
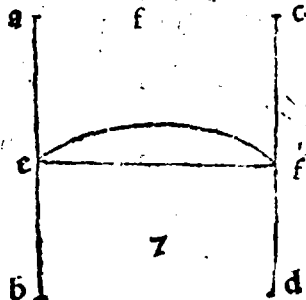
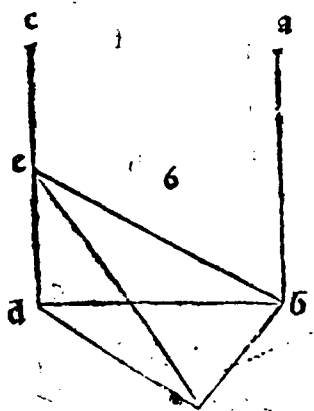
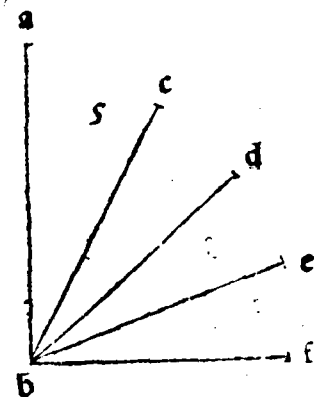
Propositio .5.



Si super tres lineas conterminales cōi earum termino erecta linea quedam orthogonaliter insulat eedem tres lineę in vna superficie site erunt.

¶ Sit linea. a. b. orthogonaliter erecta super cōem terminum trium lineaz. b. c. b. d. b. e. angulariter se cōtingentiū in puncto. b. quaz nulla alia directe applicetur quod idē effat seinuicem fecēt in puncto. b. ptracte. n. se secabunt dico q tres lineę. b. c. b. d. b. e. sunt in vna superficie site. ¶ Cōstat autē de quibzq; eaz dua bus q ipse sunt in vna superficie site p scđam huius vel p primam ptem. 2. huius. si igit linea. b. d. nō fuerit in superficie duarū lineaz. b. c. & b. e. sed ille due in plano: hec autē in sublimi erit vt hec superficies i qua site sunt due lineę. a. b. & b. d. si ptabatur & p illud quod notum est super quartā fecet illam in qua site sunt. b. c. & b. e. eritq; p. 3. huius cōmūis earum sectio linea recta & ipsa sit. b. f. Quia igitur ex premisa linea. a. b. ē ppendicularis ad superficiem duarum lineaz. b. c. & b. e. sequitur ex diffinitione vt ipsa sit perpendicularis ad lineam. b. f. quare angulus. a. b. f. est rectus cumq; etiam angulus. a. b. d. sit rectus ex ypothesi. sequitur impossibile videlicet partem suo toti esse equalem.





LIBER

Propositio .6.



 fuerint due linee super vnam superficiem perpendiculariores eas equidistantes esse necesse est.

P Sint due linee, a. b. f. c. d. perpendiculariores ad vnam superficiem dico eas esse equidistantes. ¶ Protrahatur. n. linea. b. d. eruntq. ex diffinitione duo anguli, a. b. d. f. c. d. b. recti. ¶ Si igitur due linee, a. b. f. c. d. sint i superficie vna ipse sunt equidistantes per secundam partem. 28. primi. I plas autem esse in superficie vna sic collige. a. puncto. b. super lineam. b. d. in plano cui perpendiculariter insistit. a. b. f. c. d. protrahe orthogonaliter lineam b. f. f. ex linea. c. d. sume. d. e. equalē. b. f. f. ptrahe lineas. e. b. f. e. f. f. d. f. erūt igit duo latera. e. d. f. d. b. trianguli. e. d. b. equalia duobus lateribus. f. b. f. d. b. trianguli. f. d. b. f. angulus. e. d. b. equalis angulo. f. b. d. cū vterq. sit rectus. I taq. per quartam primi linea. b. e. est equalis linee. d. f. iteq. cā duo latera. e. b. f. b. trianguli. e. b. f. sint equalia duobus lateribus. f. d. f. d. e. trianguli. f. d. e. f. basis. e. f. communis erit per. 8. primi angulus. e. b. f. equalis angulo. f. d. e. cū vterq. sit rectus. Q uia igitur angulus. f. d. e. est rectus a diffinitione erit etiam angulus. e. b. f. rectus: itaq. linea. f. b. perpendiculariter est erecta super communem terminum trium linearum. b. a. b. d. b. e. se contingentium angulariter in pūcto. b. quare per premisam ipse sunt in superficie vna. Cum igitur ex prima parte huius secunde linea c. d. sit in eadem superficie. cum vtraq. linearum. e. b. f. b. d. sequitur, a. b. f. c. d. esse in superficie vna: constat ergo propositum.

Propositio .7.



In duobus lineis equi distantibus duobus punctis signatis ab altero ad alterum recta linea ducatur: in qua superficie ille due linee site sunt eas quoque in eandem sitam esse necessario comprobatur.

Sint due linee. a. b. & c. d. equidistantes de quibus constat per diffinitionem ipse sunt in superficie una. In eis autem signentur duo puncta. e. & f. & producatur linea recta. e. f. dica itaq; lineam. e. f. esse sitam in superficie linearum. a. b. & c. d. ¶ Si autem sit. e. f. in alia superficie vt in sublimi dependens que superficies si probrahastrahatur scabit necessario superficiem i qua site sunt due linee. a. b. & c. d. eritq; per 3. huius cōis sectio earum linea recta eisdem punctis terminata quod est impossibile sic enim due recte linee concluderent superficiem.

Propositio .8.



 In idem planum due recte linee equidistanter erigatur altera vero earum orthogonaliter sistat reliquam quoq; ad idem planum perpendiculari rem esse conueniet.

Hec est quasi conuersa 6te. Sint enim due linee. a. b. c. d. equidistates & sit earum altera vt. c. d. erecta perpendiculariter super superficiem quamlibet dico reliquam earum que e. a. b. esse perpendicularem ad eandem superficiem. ¶ Fiat enim prorsus eade dispositio que in sexta t eritq; vt ibi vterq; duorum angulorum . e. d. b. c. f. b. e. rectus; primus quidem per positionem secundus autem per . 8. pmi quare per . 4. huius linea. f. b. est perpendiculariter erecta super superficiem in qua sunt due linee. b. d. f. b. e. cuq; per premisam due linee. a. b. c. d. sunt in eadem superficie cum duabus lineis. b. d. f. b. e. sequitur lineam. f. b. esse perpendiculariter erectam supra superficiem in qua est linea. b. a. a diffinitione igitur erit angulus. f. b. a. rectus & quia etiam angulus . d. b. a. est rectus per vltimam partem . 29. pmi t sequitur per quartam huius lineam . a. b. esse perpendicularem ad superficiem in qua site sunt due linee. b. d. f. b. e. quare constat propositum.

Propositio. .9.



Si duellinee vni non in vna superficie equidistant eas quoq; sibi inuicem equidistare necesse est.

Sit vtraq; duarum linearum .a.b. & .c.d. equidistant linee .e.f. nec sint omnes in superficie vna. dico q; eadem quoq; sibi inuicem sunt equidistantes. de his quidem que sunt omnes in superficie vna probatum ē per .30. primi. at vero de his que in vna superficie non sunt vt est hic .e.f. que intelligatur sursum erecta in sublimi. restat hoc loco probandum. Signetur itaq; in ea punctus .g. a quo educantur due perpendiculares ad duas lineas .a.b. & .c.d. que sunt .g.h. & .g.k. eritq; per .4. huius linee .e.f. perpendicularis ad superficiem videlicet illam in qua sunt sit due linee .g.h. & .g.k. itaq; p̄missam bis assumptā vtraq; illarū duarū linearū .a.b. & .c.d. perpendicularis ē ad eandē superficiē videlicet ad illā in qua sitae sunt dictae due linee .g.h. & .g.k. Per sextā huius igitur ipse sunt sibi inuicē equidistantes qd ē p̄positū.

Propositio .10.



Si duellinee se angulariter contingentes duabus aliis se ptingentibus eis oppositis equidistantes fuerint non aut in superficie vna qui ab eis sunt duo anguli equi sibi inuicem esse comprobantur.

Sint due linee .a.b. & .c.f. angulariter contingentes in puncto .a. equidistantes aliis duabus que sunt .d.e. & .f.d. f. se quoq; angulariter contingentibus in puncto .d. nec sint cum eis in superficie vna dico angulum .a.e. equalem angulo .d. ¶ Effe enim linea .d.e. equalis linee .a.b. cui ipsa posita ē esse equidistant. & .d.f. equalis .a.c. cui ē ipsa equidistare ponit. Et ducant linee .d.a. & .e.b. & .f.c. eritq; ex .33. primi bis assumpta vtraq; duarū linearū .b.e. & .c.f. equalis & equidistant linee .a.d. Per cōceptionem igitur & p̄missam eedē sunt equales & equidistantes sibi inuicem. & itaq; p. 33. primi denuo repetitā due linee .b.e. & .c.f. e. sunt etiam equales & equidistantes igitur p. 8. primi cōstat p̄positum.

Propositio .11.



Sincto in aere assignato ab eo ad datam superficiem perpendicularem ducere.

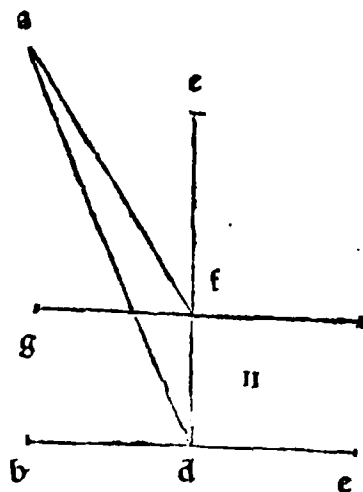
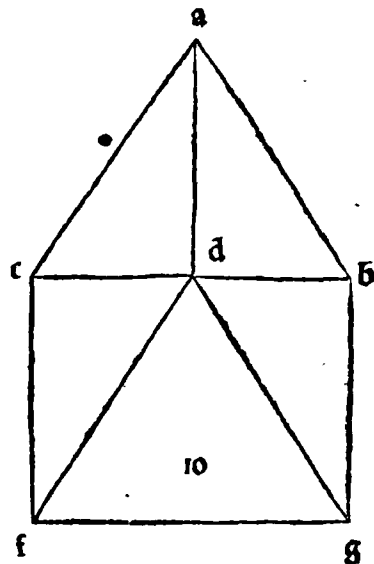
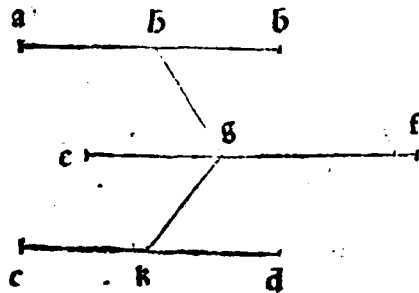
Sit punctus .a. sursum in aere a quo volumus ad superficiem subiacentem perpendicularem ducere. ducatur igitur in plano illo linea .b.c. vtrunq; contingerit ad quā ab ipso puncto .a. ducatur perpendicularis .a.d. scdm doctrinam .12. primi. Rursusq; a puncto .d. in plano illo ad quod ducenda est perpendicularis a puncto .a. extrahatur linea .d.e. que sit perpendicularis ad lineam .b.c. vt docet .12. primi. Ad hanc quoq; lineā .d.e. ducatur alia linea perpendicularis a puncto .a. que sit .a.f. hanc dico esse eam quam intendimus. ¶ Sit enim linea .f.g. equidistans linee .b.c. & quia vterq; duorū angulorum .b.d.a. & .b.d.f. est rectus erit ex quarta huius linee .b.d. perpendicularis ad superficiem in qua est triangulus .a.d.f. ideoq; etiam per .8. huius erit linea .g.f. perpendicularis ad eandem superficiem. Igitur a definitione erit angulus .g.f.a. rectus atq; etiam angulus .d.f.a. sit rectus sequitur ex quarta huius lineam .a.f. esse perpendicularem ad superficiem in qua sunt due linee .d.f. & .f.g. quod est p̄positum.

Propositio .12.



Superficie p̄posita punctoq; in ea assignato ab eo puncto ad datā superficiē lineā orthogonaliter erigere.

Cum a puncto quolibet in superficie p̄posita assignata perpendicularem educere libuerit a quolibet puncto sursum in aere ad libitum posito ad eandem superficiem perpendicularem quēadmodum p̄missa docuit demitte que si in assignatum punctum ceciderit ipsa est quam queris. Sinaut ab ipso assignato puncto ad demissam perpendicularē equidistantem ducto; itaq; per .8. huius probabitur esse eam quē.



Propositio .13.



Sas lineas super punctum vnu ad superficiem vnam orthogonaliter insilire est impossibile

Si enim possibile est vt due linee vni eidem superficiem super punctum vnum perpendiculariter insistant superficies in qua ipse perpendiculares, sive sunt intelligatur producti quousque secet superficiem cui dictae linee perpendiculariter insistant eritque per .3. huius communis earum sectio linea recta: & quia ex diffinitione vtraque illarum duarum perpendicularium cum comuni sectione continet angulum rectum sequitur vt angulus rectus sit pars anguli recti quod est impossibile. ¶ Quia eademmodum autem demonstratum est impossibile esse ab vno eodem puncto extra superficiem duas lineas super punctum vnum ad eandem superficiem esse perpendiculares ita etiam demonstrabimus impossibile esse duas lineas ab vno eodem puncto extra superficiem signato ad eandem superficiem protractas ad ipsam esse perpendiculares. ¶ Si enim hoc fuerit ipse erunt equidistantes ex .6. huius quod est impossibile ex diffinitione linearum equidistantium. ¶ Constat igitur ex hac quod si aliqua superficies plana aliam planam superficiem orthogonaliter secet & ab aliquo puncto secantis superficiei ad superficiem sectam perpendicularis ducatur: in communem earum sectionem eam cadere necesse est. Alioquin ab eodem puncto secantis superficiei ad communem earum sectionem perpendicularis protrahatur vt docet .12. primi & a puncto in quo incidit cum comuni sectione alia perpendicularis ad eandem communem sectionem in superficie secta educatur vt docet .11. primi. Eritque ex diffinitione superficiei super aliam superficiem orthogonaliter erecte angulus quem continet hee due linee perpendiculares rectus. quare per quartam huius prima harum duarum perpendicularium etiam est perpendicularis ad superficiem sectam. ergo ab vno puncto protracte sunt due linee perpendiculares ad eandem superficiem quod est impossibile: relinquitur itaque propositum nostrum.

Propositio .14.

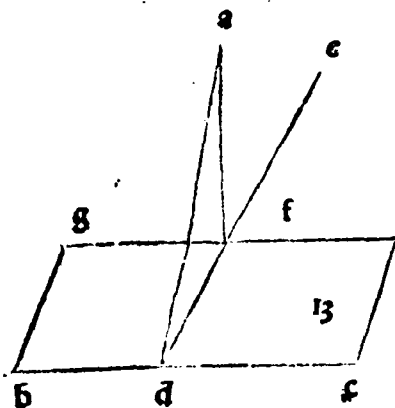


Si linea vna super duas superficies assignatas orthogonaliter insistat: ille due superficies si etiam in infinitum in quacunque partem protrahantur nunquam concurrent.

Posita enim linea vna duabus superficiebus orthogonaliter insistere si possibile est superficies illas concurrere. ¶ In earum coniunctione que per .2. huius erit linea recta punctusque quocumque modo signetur a quo due linee in illis duabus superficiebus ad lineam illam que ipsis perpendiculariter superstat protrahantur: eritque constitutus triangulus ex his duabus lineis & perpendiculari. ¶ Huius itaque trianguli vterque duorum angulorum qui super perpendicularem consistunt est rectus vt patet ex diffinitione linee supra superficiem perpendiculariter stantis hoc autem est impossibile per .31. primi.

Conuerfo quoque videlicet si super duas superficies equidistantes linea recta ceciderit que ad alteram earum perpendicularis sit ipsa quoque perpendicularis erit ad reliquam.

Positis enim duabus superficiebus equidistantibus intelligatur linea recta ambas penetrans que alteri earum perpendiculariter superstat: dico quod eadem linea relique superficiei perpendiculariter superstat. ¶ Sit enim superficies vna secans positas superficies equidistantes super lineam eas penetrantem eritque communis sectio huius superficiei secantis & alterius sectarum videlicet illius cui linea penetrans ponitur perpendiculariter insisteret continens angulum rectum cum ipsa linea penetrante ex diffinitione linee perpendicularis ad superficiem. ¶ Si igitur alia communis sectio ipsius superficiei secantis & reliqua duarum sectarum cum eadem linea penetrante non contineat angulum rectum erit ex vltima propositione primi vt ille due communes sectiones in alterutra partem pro-



trae necesseario concurrant quare & superficies quę postresunt equidistantes necesseario concurrunt. Et quia hoc est impossibile erit ille angulus re-
ctus. Eodemq; modo erit de qualibet alia superficie eadem superficies eq-
distantes secante super eadem lineam igitur ex quarta huius & ex ista 4.
constat vnum esse quod diximus.

Propositio .15.



Si fuerint due linee se contingentes angulariter eq-
distantes aliis duabus se angulariter contingentibus non autem in superficie vna & eisdem lineis
istente due superficies in nulla parte quāticūq;
producantur possunt concurrere.

¶ Sint due linee. a. b. & a. c. se angulariter contingentes
in puncto. a. equidistantes duabus lineis. d. e. & d. f. se angulariter contigē-
tibus in puncto. d. & nō sit in superficie vna dico earum superficies l. quā-
ticūq; p. tem & quāticūq; p.rahantur nūq; concurrere. Protrahatur & n.
a puncto. d. per doct. 5. huius perpendicularis ad superficiem duarum li-
nearum. i. a. b. & a. c. sitq; d. g. & a puncto. g. ducatur. g. h. equidistant. a. b. &
g. k. equidistant. a. c. crūq; ex diffinitione vterq; duorū angulorum. d. g. h.
d. g. k. rectus & per. 9. erit linea. d. f. equidistant. linee. g. k. & linea. d. e. equi-
distans linee. g. h. quare per vltimam partem. 29. primi vterq; duorū an-
gulorum. e. d. g. f. d. g. erit rectus ideoq; per quartā huius linea. d. g. erit p-
pendicularis ad superficiem duarum linearum. d. e. & d. f. atq; ipsa eadē
sit etiam ex ypothēsi perpendicularis ad superficiem duarum linearum. a.
b. & a. c. igitur ex premisa liquet quod est propositum.

Propositio .16.



Si duas superficies equidistantes vna superficies
secet cōes ear sectiones equidistantes erunt.

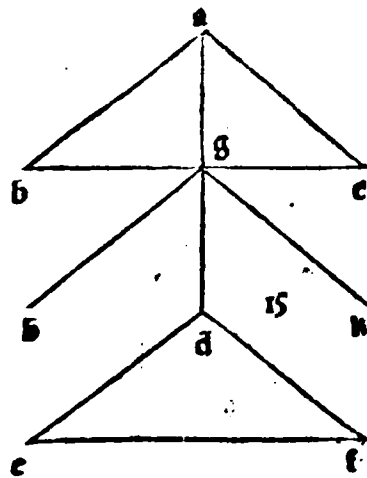
¶ Constat equidem ex temā q. vna superficie quāticūq;
duas superficies equidistantes secant cōmunes ear section-
es erunt due linee rectę que cū sint ambe sitę in superficie
secante. si ipse non fuerint equidistantes ponatur ad quod-
libet vnum punctum concurrere erit itaq; vs vtrius atq; idem punctus sit
in vtraq; illarum duarū sectionum cōmuniū cūq; vna illarū cōmuniū
sectionum sit in vna duarum superficies sectione & reliqua in altera. sequi-
tur superficies illas que posite sunt esse equidistantes concurrere. hoc autē
impossibile est. Erunt igitur cōes earum sectiones equidistantes quod est
propositum. **¶** Ex hac & premisa potes elicere conclusionem vnam simi-
lem. 30. primi videlicet istam. Si fuerint due superficies vni equidistan-
tes ipse quoq; erunt adinuicem equidistantes. Positis enim tribus superfi-
ciebus quarum vtraq; duarum extremarum equidistat medie dico q. ne-
cesse est ipsas extremas equidistare adinuicem. Socentur omnes ille tres su-
perfacies duabus superficiebus se quoq; inuicem secantibus eruntq; ex hac
26. cōes sectiones duarum extremarū superficies equidistantes sectionibus
medie & quare ex. 30. primi ipse etiam sectiones duarum extremarum su-
perficierum erunt equidistantes adinuicem. Et quia ipse contingunt se in cō-
muni sectione duarum superficierum tres positas superficies secantium ex
premissa euidenter constat quod diximus.

Propositio .17.



Si superficies tres vel plures equidistantes duas
rectas lineas se inuicem contingentes vel equidi-
stantes secant illarum linearum portiones propo-
tionales esse probantur.

¶ Intelligantur enim due rectę linee penetrantes quali-
teramq; contigerit tres superficies equidistantes aut etiam
plures tribus. dico itaq; duas portiones illarum linearum inter quālibet
duas superficies interceptas proportionales esse quibusque duabus inter
alias duas ex illis equidistantibus superficiebus interceptis. Contingant



nur enim due extremitates illarum duarum linearum ducta inter ear-
linea vna diagonaliter; eritq; hec diagonalis cum vtraq; illarum duarū
penetrantium superficies propositas in superficie vna illas equidistantes sup-
ficies postas secante. si ergo harum superficierum communes sectiones que p-
premissam erunt equidistantes cogitatione protrahatis ex prima parte secū
de sexti constabit propositum.

Propositio .18.



Sin superficie assignata orthogonaliter dixerit li-
nea: ois superficies a linea illa quouislibet ducta ad
eā de assignata superficie erit orthogonaliter erecta.

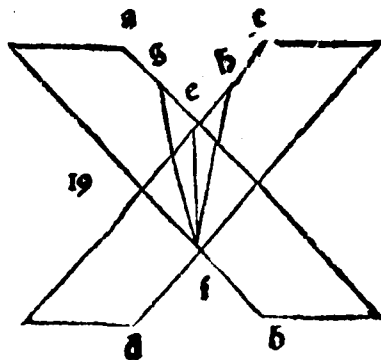
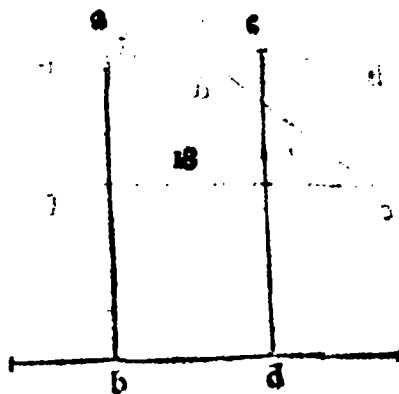
Sic enim linea .a. b. erecta perpendiculariter super assi-
gnatam superficiem .f. a linea .a. b. producatu superficies
quorū libuerit; quam dico super propositam superficiē
esse perpendiculariter erectam. ¶ Cum enim ipsa .f. erecta superficiem assi-
gnatam; erit earum communis sectio linea recta ex .3. huius. itaq; .b. d. in
hac ergo cōi sectione signato puncto quouislibet qui sit .d. extrahatur ab ea
in superficie que pducta est a linea .a. b. linea quedam perpendicularis ad
lineam .b. d. que sit .d. c. eritq; ex secunda parte ex .3. primi linea .c. d. equi-
distans lineæ .a. b. adeoq; ex .3. huius linea .c. d. est et perpendicularis ad sup-
ficiem propositam. ¶ Quia ergo hoc modo quilibet linea protrahit or-
thogonaliter a quolibet puncto lineæ .b. d. ad ipsam lineam .b. d. in ipsa
superficie que producta est a linea .a. b. est perpendicularis ad propositam
superficiem ex diffinitione superficiē supra superficiem orthogonaliter
erectę constat verum esse quod propositum est.

Propositio .19.



Sue superficies se inuicem secantes supra vnam
superficiem erecte fuerint orthogonaliter cōis ear-
sectionad eandem superficies perpendicularis erit

Sint due superficies .a. b. .f. c. d. se inuicem secantes erecte
orthogonaliter super assignatam superficiem; itaq; cōis ea-
rum sectio linea recta .e. f. hanc dico esse perpendicularē
ad assignatam superficiem. Alioquin a puncto .f. qui est communis sectio-
nis sectionum duarum superficierū se inuicem secantium. tērie superficiē
secte pducatur vna linea recta que sit .f. g. in superficie .a. b. perpendicularis
ad superficiem assignatam. Itēq; ab eodem puncto ducatur alia perpendi-
cularis ad eandem superficiem que sita sit in superficie .c. d. et ipsa sit .f. h. Erūt
q; due lineæ .f. g. .f. h. orthogonaliter insisteres super punctum vnum ad
superficiem assignatam; hoc autem impossibile per .3. huius. ¶ Tales autē
lineæ posse protrahi a puncto .f. in vtraq; duarum superficierum .a. b. .f. c. d.
cum .e. f. nō fuerit perpendicularis ad assignatam superficiem dubitare
nō cōuenit. ¶ Intelligatur quidem linea .f. b. cōis sectio superficiē .a. b.
et superficiē assignatę. Et linea .f. d. superficiē .c. d. et superficiē assignatę.
Si igitur linea .e. f. fuerit perpendicularis ad vtraq; duarum linearum .f. b.
et .f. d. ipsa etiam erit perpendicularis ad superficiem assignatam ex quā-
ta prima. Si autem ad neutram sit .f. g. perpendicularis ad .f. b. et .f. h. perpē-
dicularis ad .f. d. deinde a puncto .f. protrahe in superficie assignata vna
lineam perpendicularē ad lineam .f. b. que ex diffinitione superficiē fir-
per aliam superficiem orthogonaliter erecte cum linea .f. g. continebit an-
gulum rectum; per quartam igitur huius erit linea .f. g. perpendicularis ad
superficiem assignatam. ¶ Eodem quoq; modo protrahit alia linea a
puncto .f. in superficie assignata que sit perpendicularis ad lineam .f. d. se-
quetur ex diffinitione predicta et ex quarta huius lineam .f. h. esse perpē-
dicularem ad superficiem assignatam quod est impossibile per .3. huius.
¶ Quod si consistere lineam .e. f. esse perpendicularē ad lineam .f. b. sed
non ad lineam .f. d. sequetur modo consimili duas lineas .e. f. et .f. h. et per-
pendiculares ad superficiem assignatam; quod nihil minus ē impossibile.



Propositio .20.



Itres anguli superficiales solidi angulus contineat illorum trium angulorum quique duo pariter accepti reliquo sunt maiores.

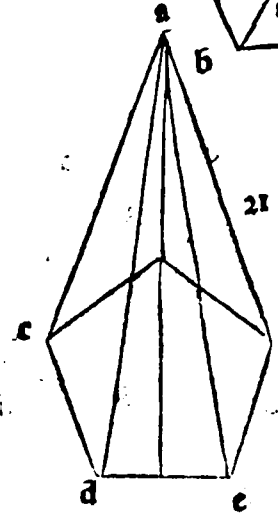
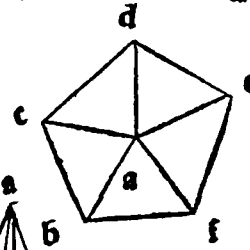
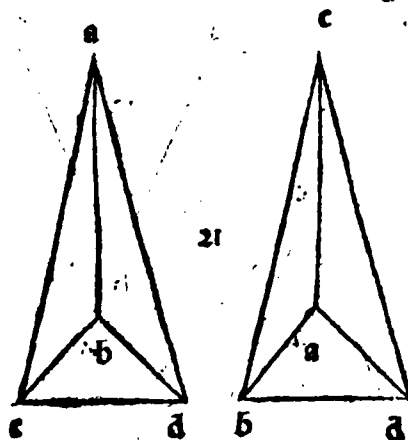
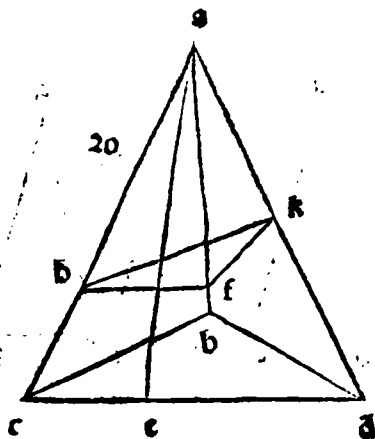
Sim tres linee a.b.a.c.a.d. pyramidaliter erecte supra superficiem b.c.d. continentes tres superficiales angulos ex quibus solidus perficitur angulus in puncto a. dico quoslibet duos ex ipsis superficialibus angulis solidum angulum in puncto a. constituentibus pariter acceptos tertio esse maiores. ¶ Si enim hi tres anguli superficiales fuerint sibi invicem equales tunc si duo tantum equales tertio existente minore utrobique duorum equalium constat per communem scientiam verum esse quod dicitur. ¶ Quod si eorum unus utrobique duorum reliquorum maior fuerit sue illi duo ponantur equales sue non equales adhuc constat illum maiorem cum utrobique duorum reliquorum pariter acceptorum tertio esse maiorem. Sed si illos duos minores pariter acceptos hoc tertio qui maior utrobique ponitur esse maiorem sic collige. ¶ Esto n. trium propositorum angulorum superficialium angulis c.a.d. maior utrobique reliquorum duorum. Ex ipso ergo abscindam angulum e.a.d. equallem angulo b.a.d. protracta linea a.e. Et sumatur ex hac linea a.e. linea a.g. ex linea a.b. linea h.a.f. quas ponam esse equales. Et protractam lineam a puncto g. qualitercumque contingat in superficie duarum linearum a.c. & a.d. quousque fecerit a.c. in puncto h. & a.d. in puncto k. & ipsa sit h.g. k. Et producam lineas f.h. & f.k. Cui sit igitur a.f. equalis a.g. posita a.f. ubi erit per quartam primi a.f. equalis k.g. Et quia ex 30. primi duo linee b.f. & f.k. sunt maiores linea b.k. erit per conceptionem b.f. maior b.g. idemque p. 35. primi cum sit linea a.f. equalis linee a.g. erit angulus f.a.b. maior angulo b.a.g. per conceptionem igitur constat duos angulos b.h.a. & f.a.k. pariter acceptos esse maiores angulo b.a.k. quod erat demonstrandum.

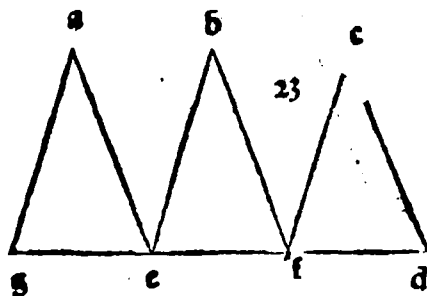
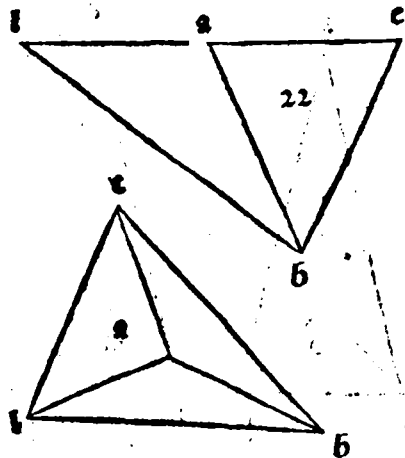
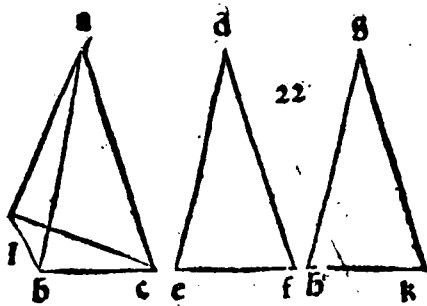
Propositio .21.



Angulus solidus quatuor rectis angulis minor esse probatur.

Anguli solidi quantitas ex angulorum superficialium ipsum solidum continentium quantitate determinatur hoc ergo .11. proportionaliter proponitur quousque quoslibet superficiales angulos solidum quoslibet continentes pariter acceptos quatuor rectis angulis esse minores. ¶ Sit enim triangula pyramis a.b.c.d. cuius supremus angulus cum possit esse quilibet suorum angulorum hic fit sit a. De quo dico quod tres superficiales anguli ipsum a. continentes sunt minores quatuor rectis. ¶ Constat enim ex 31. primi 9. angulos trium triangulorum hanc pyramidem circumstantium & ipsi sunt a.b.c.a.c.d.a.d.b. esse equales sex angulis rectis de tribus autem angulis basis eius est triangulus b.c.d. constat quousque per eadem quod ipsi sunt equales duobus rectis. ¶ Cum igitur sex anguli trium triangulorum predictorum hanc nostram pyramidem de cuius supremo angulo disputamus circumstantium qui in sex angulis tribus angulis basis reliquos tres angulos solidos pyramidis constituant sunt ex primis a ter assumpta maiores tribus angulis basis sequitur ipsos sex angulos esse maiores duobus rectis. Ex nonne igitur angulis trium triangulorum pyramidem circumstantium his sex angulis demptis erunt ex omni scientia reliqui tres & ipsi sunt qui constituunt solidum angulum a. minores 4. rectis. ¶ Si autem angulus a. supremus in assumpta pyramide pluribus angulis superficialibus quatuor tribus contineat quod erit si multitudine angulorum sue basis cum igitur omnes anguli omnium triangulorum ipsam pyramidem circumstantium pariter accepti sint ex 31. primi tot rectis angulis equales quantum est numerus angulorum sue basis duplicatus eo quod tot necesse est esse triangulos pyramidem circumdantes quot fuerint anguli sue basis. Cumque omnes anguli sue basis sint tot rectis angulis equales quantum est numerus angulorum suorum duplicatus demptis inde .4. ut in 31. primi demonstratum est. Cumque igitur omnes an-





guli triangulorum pyramidem circūdantium qui super latera basis ipsius pyramidis consistunt pariter accepti sunt maiores omnibus angulis basis pariter acceptis ut euidenter constat ex premissa totiens quot angulos basis habuerit repetita adhuc necessario sequitur ex cōmuni scientia superficiales angulos solidum angulum. a. continentes pariter acceptos esse minores quatuor rectis: cōinquam minores quo omnes anguli trigonōrū pyramidem circūdantium qui super latera basis statute pyramidis consistunt excedunt omnes angulos basis pariter acceptos.

Propositio .22:



¶ Tres anguli superficiales quorum quicq; duo pariter accepti tertio sunt maiores cūctis sibi inuicē equis lineis contineantur de tribus basibus angulos illos ab ipsarum linearum equalium terminis subtendentibus triangulum subitui vel constitui possibile est.

¶ Sint tres superficiales anguli. b. a. c. e. d. f. h. g. k. ut proponitur: tales videlicet ut quicq; duo eorum tertio sunt maiores. ¶ Sintq; sex latera eos continentia equalia que sint. a. b. a. c. d. e. d. f. g. h. g. k. ¶ Subtendantur eis tres bases que sint. b. c. e. f. h. k. ¶ Ex his ergo tribus basibus triangulum aio constitui posse. ¶ Esto enim angulus. b. a. l. equalis angulo. d. ¶ Linea. a. l. lineę. d. e. ¶ Protrahantur. l. b. l. c. eritq; ex. 4. primi linea. l. b. equalis lineę. e. f. Ex ypothesi vero constat totalem angulum. a. esse maiorem angulo. g. erant. n. quicq; duo ex tribus angulis. b. a. c. d. ¶ e. g. tertio maiores. Igitur ex. 14. primi linea. l. c. lineę. h. k. est maior. Cūq; sint ex. 10. primi due lineę. l. b. ¶ e. b. c. maiores lineę. l. c. sequitur duas lineas. l. b. ¶ b. c. esse multo fortius maiores lineę. h. k. ¶ Quia igitur. l. b. est. equalis. e. f. erunt due lineę. b. c. ¶ e. f. maiores lineę. h. k. Constat itaq; hoc modo quasq; duas lineas ex tribus lineis. b. c. e. f. h. k. esse longiores tertia. Igitur ex. 22. primi cōstat verum esse quod dicitur. Hoc dūtaxat addito q; si duo anguli. b. a. ¶ c. d. pariter accepti sunt equalēs duobus rectis erūt due lineę. l. a. ¶ c. ex. 14. primi linea vna: que cum sit equalis ex ypothesi duabus lineis. g. h. ¶ f. g. k. que ex. 10. primi longiores sunt lineę. h. k. cūq; ex eadē lineę due. l. b. ¶ f. b. c. sint longiores lineę. l. c. sequitur ut prius. b. c. ¶ e. f. pariter acceptas esse longiores. h. k. At ¶ si duo p̄dicti anguli sint maiores duobus rectis: erūt ex. 11. primi due lineę. a. l. ¶ a. c. ideoq; ¶ due. g. h. ¶ f. g. k. breuiorēs duabus que sunt. l. b. ¶ f. b. c. quare ut prius. b. c. ¶ e. f. pariter acceptę sint longiores lineę. h. k.

Propositio .23.



¶ Tribus angulis superficialibus propositis quorum quicq; duo pariter accepti tertio sunt maiores oēs aut tres simul quatuor rectis angulis minores: ex tribus illis equalibus qualescūq; sint solidum angulum constituere.

¶ Sint propositi tres anguli superficiales qui sunt. a. b. c. de tribus illis equalibus volumus verum solidum angulum. constituere. ¶ Oportet igitur ex. 10. huius ut quicq; duo eorum pariter accepti tertio sint maiores ¶ ex. 11. huius ut omnes pariter accepti quatuor rectis angulis sint minores ex ipsis itaq; sint hec posita: latera vero eos continentia cūcta ad inuicem sint equalia eiq; subtendantur tres bases ¶ ipse sint. d. e. e. f. ¶ e. f. d. eritq; ex premissa possibile de tribus lineis his basibus equalibus triangulum constitui. ¶ Sic igitur ex eis constitutus secundum doctrinam. 22. primi triangulus. d. e. f. cui sicut docuit quinta quarti circūscribatur circulus. d. e. f. supra centz. g. ¶ Protrahantur. g. d. g. e. g. f. ¶ cum sint adinuicem equalēs ex diffinitione circuli lateraq; tres p̄positos angulos ambiētia eęlia ex ypothesi necesse est ut earum quelibet quolibet illorum laterum sit minore equalē aut maiorem esse ē impossibile. Si enim linea eriens a centro. g. ad circūferētiā circuli. d. e. f. esset equalis alicui latę.

a. d. a. e. b. e. b. f. c. f. c. d. sequeretur propterea que posita sunt annuente. 8. primi tres angulos. a. b. c. ppositos et equales tribus angulis. d. g. e. e. g. f. e. g. d. cūq. bi tres sint equales quatuor rectis angulis vt facile patet ex. 13. protracta paulisper vna linearum orientium a centro ad circūferentiam in continuum et directum essent et tres anguli. a. b. c. equales et quatuor rectis quod est contra posita. ¶ Quod si esset maior superpositis tribus tri angulis quorum sunt anguli. a. b. c. tribus triangulis diuidentibus triangulum. d. e. f. vnoquoq. illi cum quo comunicat in basi ita q. bases superponantur basibus equales videlicet equalibus et anguli. a. b. c. cadant ad partem puncti. g. sequeretur ex. 11. primi tres angulos. a. b. c. et maiores tribus qui sunt. d. g. e. e. g. f. g. d. e. essent itaq. maiores quatuor rectis quod est amplius contrarium positis. ¶ Reliquitur itaq. vnum quodq. ex sex lateribus tres propositos angulos ambientibus maior esse linea egrediente a centro. g. ad circūferentiam. d. e. f. ideoq. et potentius. ¶ Sit igitur potentius in linea. g. h. que sit secundum. u. huius orthogonaliter erecta super superficiem trianguli vel circuli. d. e. f. Demittanturq. tres ypothemise. b. d. h. e. h. f. quas dico continere angulos tres superficiales equales tribus ppositis constituentes angulum solidum in puncto. h. Cum enim quadratū linee. a. d. sit equale duobus quadratis duarum linearum. d. g. et g. h. ex ypothesi. At quadratum linee. d. h. sit eqle eidem ex penultima primi necesse ē linea. a. d. et equale linee. d. h. Eodēq. mō ē linea. a. e. linee. e. h. igit ex. 8. primi a cū bases et sint eqles erit angulus. a. eqlis angulo. d. h. e. Si militer quoq. erit angulus. b. equalis angulo. e. h. f. et angulus. c. equalis angulo. f. b. d. quare constat factum et quod facere disposuimus.

Castigator.

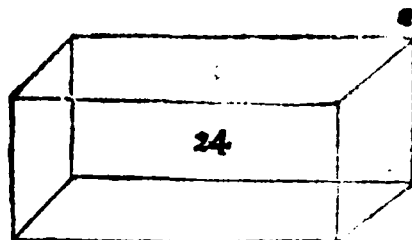
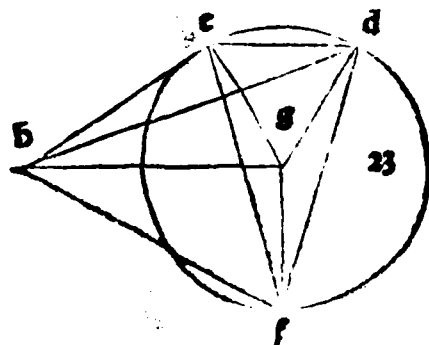
a ¶ Quia cum triangulus. d. e. f. sit constitutus ex tribus lineis equalibus illis tribus basibus presupponitur latus. e. d. huius trianguli. d. e. f. et equale illi basi. d. e. subtense angulo. a. Et ideo p. 8. primi concludit de angulis.

Propositio .24.

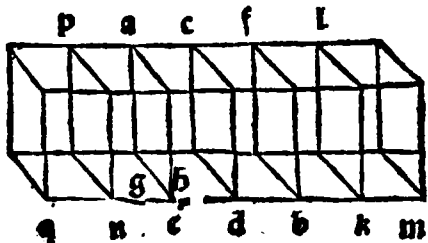


I super ficiebus equidistantibus solidus continetur eius opposite superficies sibi inuices equales sunt et equidistantium laterum.

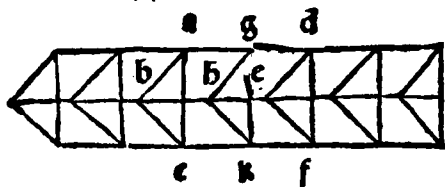
¶ Quicquid dicant alii solidum equidistantibus superficibus contentum superficibus paribus necesse est contineri que sicut esse non possunt pauciores sex ita possunt esse in omni numero pari senarium excedere. ¶ Constat enim eolumnā exagonam posse. 8. superficibus que bine et bine opposite sibi inuicem equidistant contineri sic quoq. octogonam. 10. et decagonam. 12. et ad istarum similitudinem in infinitum. ¶ Sed horum omnium solidorum equidistantibus superficibus contentorum que infinita esse pronuncio solum illud dicitur parallelogramum cuius omnes superficies ipsum ambiētes parallelograme sunt et istud sex superficibus diutaxat necesse est ambiri. De tali itaq. quod sex tantum superficibus ambitur dico debere intelligi q. hec. 24. proponit. Sit igitur tale solidum corpus. a. b. cuius omnino superficies fac vt solido habitu mente comprehendat patebitq. tibi vnāquāq. earū quatuor exteliquis secare. Cuius quatuor latera cum sint communes sectiones ipsius secantis et quatuor sectionum. Sint autem ille quatuor secte bine et bine secundum q. ad inuicem opponuntur equidistantes ex ypothesi sequitur ex. 16. bis assumpta vt quatuor latera huius superficiei secantis et quatuor sectionum sint adinuicem bina et bina equidistantia. Constat itaq. secundum. ¶ At vero ex. 34. primi manifestum est omnia latera opposita istarum sex superficierum esse equalia. ¶ Erunt igitur bina latera angulum planum continentia cuiusq. earum equalia binis lateribus angulum planum in superficie sibi opposita cōtinentibus. Anguli quoq. ab illis binis et binis lateribus cōtenti eqles p. 10. huius igit ex cōuersa penultime cōis scie in primo libro posite necesse ē quasq. duas superficies i solido. a. b. oppositas et sibi inuicē equales quod est ppositum.



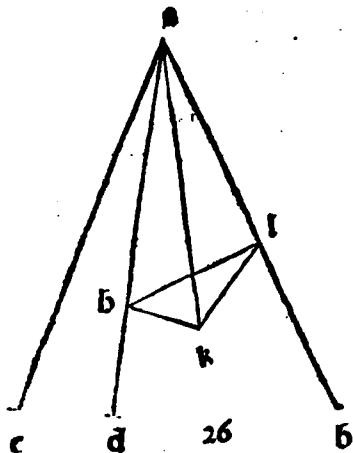
b



25



25



26

Propositio 25.



Si superficies quedam fecerit solidum parallelogramum equidistanter duabus ipsius solidi superficiebus oppositis duo partialia corpora que ad illam secantem superficiem velut ad communem terminum copulantur suis basibus sunt proportionalia.

Sit corpus .a. b. solidum parallelogramum & fecerit ipm. superficies .c. d. equidistanter duabus eius oppositis superficiebus que sunt .a. e. f. b. & sit superficies .g. b. basis ipsius solidi .a. b. de qua constat p. premissam q. ipsa sit equidistantium laterum. Et sit communis sectio duarum superficieum .c. d. & .g. b. linea .h. d. de qua constat per .3. huius q. ipsa sit linea recta & per .16. huius q. ipsa sit equidistans .g. e. id eoq. sunt due superficies .g. d. & .h. b. equidistantium laterum & ipse sunt bases duorum partialium corporum in que superficies .c. d. dividit solidum .a. b. Dico itaq. q. proportio solidi .a. d. ad solidum .b. c. sicut basis .g. d. ad basim .h. b. Protrahantur enim vtriusq. quantum libuerit. quatuor linee penetrantes superficiem .c. d. super eius angulos & ipse sunt .a. f. & .e. b. cum duabus reliquis sibi equidistantibus. Sumanturq. ex eis omnibus portiones ex parte puncti .b. quot libuerit que ponantur singule equales lineae .b. d. & ex parte puncti .f. e. alie similiter quot libuerit que ponantur equales lineae .c. d. sup quas vtriusq. constituantur solida parallelogramata secundum suarum longitudinem exigentium. Sintq. ex pte. puncti .b. solida .f. k. & .l. m. & ex parte puncti .e. solida .a. n. & .p. q. Erunt ex diffinitione corporum equalium atq. similium vnum quodq. solidorum .f. k. & .l. m. equale solido .e. b. & vnu quodq. .a. n. & .p. q. est equale .a. d. Fiat igitur argumentum quemadmodum in prima sexti. Est enim solidum .c. m. ita multiplex solidi .b. c. sic basis .h. m. basis .h. b. & si basis .b. m. est equalis basi .q. b. solidum .c. m. est. equale solidi .q. c. ex diffinitione corporum equalium atq. similium & si basis est minor basi & solidum est minus solido & si maior maior quod patet ex diffinitione eadem refecata maiori basi ad equalitatem minoris & descripro super eam solido parallelogramo. itaq. ex diffinitione incontinue proportionalitatis proportio solidi .a. d. ad solidum .c. b. sicut basis .g. d. ad basim .h. b. quod est propositum. **¶** Quod si superficies aliqua fecerit corpus fratile equidistanter duabus eius triangularibus superficiebus oppositis duo partialia corpora que ad illam secantem superficiem velut ad communem terminum copulantur suis basibus erunt proportionalia. **S**it enim .a. f. corpus fratile cuius sint due trigone superficies .a. b. c. d. e. f. Constat igitur ex diffinitione fratilis vnaquaq. trium superficieum que sunt .a. b. c. & .b. c. d. & .a. c. d. e. f. esse parallelogramum. Secet igitur superficies .g. h. k. istud fratile equidistanter duabus eius oppositis superficiebus que sunt .a. b. c. d. e. f. dico q. proportio fratilis .a. k. ad fratile .g. f. est sicut basis .a. k. ad basim .g. f. quod sicut de solidis parallelogramis probatur. Protrahitis enim in vtriusq. partem lineas .a. d. b. e. c. f. factisq. inter eas ex parte puncti .e. fratilibus equalibus fratili .g. f. & ex parte puncti .b. aliis equalibus fratili .a. k. vtriusq. quouis numero ex diffinitione incontinue proportionalitatis. si cum ista vigili mente perlustreris non erit tibi difficile concludere qd. diximus.

Propositio 26.



Si per datum punctum date linee angulo solido proposito equalem angulum solidum constituere.

Solidus angulus propositus sit .a. qui contineat tribus lineis .a. b. a. c. a. d. tres superficiales angulos ipsum solidum perficientes continentibus cui super punctum .e. lineae .e. f. propositae que ad libitum proponentis iaceant aut in sublimitate confurgat in eum equalē angulū solidū constituere qualiscūq. sit situs linee .e. f. a puncto .g. vbi cūq. volueris signato: productio lineae .g. e. erunt & ex secda huius due lineae .e. f. & .g. e. in superficie vna. In hac itaq. superficie

super punctum. e. datum in assignata linea secundum consilium. 23. Punctum
constitue angulum eodem angulo. b. a. c. si ipse sit. k. e. g. dehinc ex linea.
a. d. absconde linea. a. b. sicut volueris & a puncto. b. producit perpendiculari
larem. b. k. ad superficiem in qua sunt due linee. a. b. & a. c. quod qualiter
faciendum sit. u. huius docuit. Nec sit igitur tibi cura de puncto. k. Nihil. n.
refert ut perpendicularis. b. k. occurrat superficiem in qua sunt due linee. a. b.
& a. c. inter ipsas lineas aut extra aut in eay altera ducto tñ lineam. a. k.
postuq puncto. l. in linea. a. b. ubiq volueris p trabe lineas. k. l. & l. h. &
pone angulum. f. e. m. in superficie lineay. e. f. & e. g. equalem angulo. b. a. c.
& lineam. e. m. equalē lineay. a. k. & ex linea. e. f. sume lineam. e. p. equa
lem lineay. a. l. & a puncto. m. educ lineay. m. n. perpendicularē ad superfi
ciem in qua sunt due linee. e. f. & e. g. & pone eam equalē. b. k. & protra
he lineas. e. n. n. p. & p. m. dico igitur tres lineas. e. f. e. g. e. n. continere an
gulum solidū in puncto. e. equalē angulo. a. p. posito. Cum sine enim ex
ypothesi duo latera. a. k. & k. b. trianguli. a. k. b. equalia duobus lateribus
e. m. & m. n. trianguli. e. m. n. & anguli qui sunt ad. k. & ad. m. recti ex dis
tinctione linee perpendiculariter erecte supra superficiem. Erunt ex quar
ta primi due linee. a. b. & e. n. equalēs. Per eandem quoq. erunt due linee
k. l. & m. p. equalēs. Ideoq. & p. eandem. b. l. & n. p. equalēs cum sint. b. l.
& k. l. equalēs. m. n. & m. p. & anguli. b. k. l. & n. m. p. recti p. s. igitur p. s.
mi erit angulus. n. e. p. equalis angulo. b. a. l. ¶ Simili quoq. mō probabit
angulum. g. e. n. esse equalē angulo. c. a. d. Constat itaq. nos effectis quod
voluimus. Huic si studiosus insisteris quotcūq. lateribus. a. solidus angu
lus ppositus cōtineatur quod a te petit sine offendiculo perficere poteris.

Castigator.

a ¶ Non mireris de puncto. g. si ad libitum ponatur & linea. g. e. p traba
tur hoc. n. fit ut habeatur superficies ex secunda huius in qua angulus sup
ficialis sitetur & etiam per primam huius si punctus. g. directe obuiaret
puncto. e. nūc fieret linea vna q. tota ēē in eodē plano sine i eadē superficie.

Propositio 27.



¶ Si per assignatam lineam dato solido equidistan
tium superficierum simile solidum constituitur.

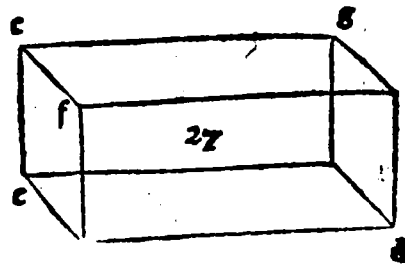
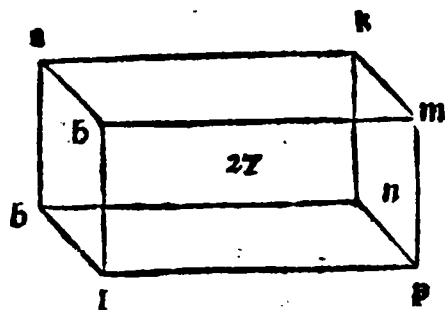
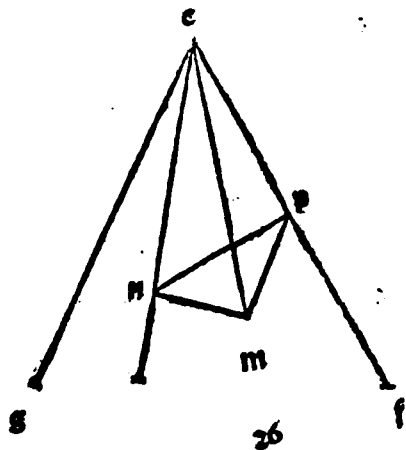
¶ Sit assignata linea. a. b. de cuius situ vtrum in plano
iaceat vel sursum exurgat nihil curetur sitq. assignatum
parallelogramum solidum corpus. c. d. cui super lineam
a. b. inbentur simile solidum fabricare. Sint igitur tres li
nee continentes superficiales angulos ex quibus componitur solidus an
gulus. c. inscripse litteris. o. e. c. f. c. g. At secundum precepta premisse super
punctum. a. lineay. a. b. constituatur angulus solidus equalis. c. quem con
tineant tres lineay. a. b. a. b. a. k. & auxilio. x. sexti sit proportio. c. e. ad. a. b.
& e. f. ad. a. b. & g. c. ad. a. k. proportio vna. Dehinc a tribus punctis. b. b.
k. protrahantur sex lineay. h. l. equidistant lineay. a. b. & b. m. equidistant li
nee. a. k. iterum. b. l. equidistant lineay. a. b. & b. n. equidistant lineay. a. k.
¶ Rursus quoq. k. n. equidistant. a. b. & k. m. equidistant. a. b. Amplius
autem protrahantur. m. p. equidistant. b. l. & p. l. equidistant. b. m. pro
trahatur quoq. & linea. p. n. eritq. completum solidum parallelogramum
a. p. quod dico esse simile solido. c. d. Hoc autem ex diffinitione similis
superficierum & diffinitione similium corporum si eorum memineris
facile concludes.

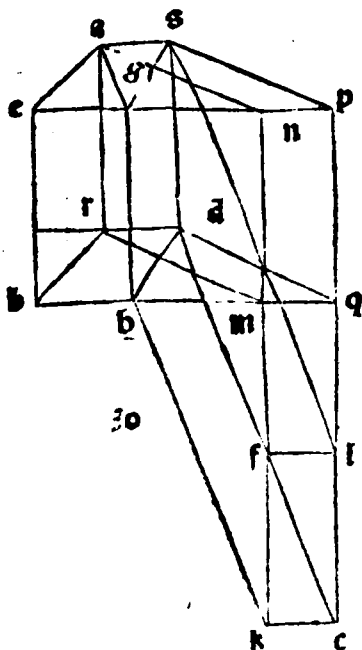
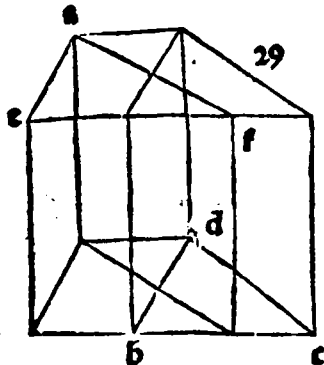
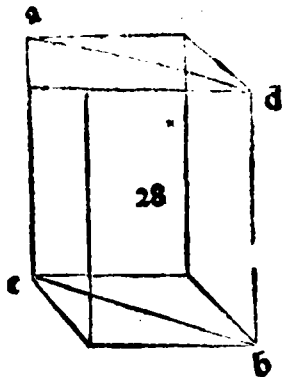
Propositio 28.



¶ Si superficies aliqua solidum parallelogramum su
per duas qualibet oppositas superficies eius ter
minales & super earum duas diametros fecerit eā
dem superficie corpus illud p. e. q. l. a. secare necesse est.

¶ Sit corpus. a. b. solidum parallelogramum de quo sit
positū & superficies. a. b. c. d. fecerit ipsum sup. diametros duay
superficiey oppositay solidum ipsum terminantiū que sint. a. d. & c. b. dico





q. ipsa dividit istud solidum propositum per equalia. Cōstat enim q. ipsa dividit illud solidum in duo seratilia: quorum superficies quadrilateras binas & binas adinuicem relatas secundum q. ipse sunt opposita latera solidi propositi manifestum est ex. 24. huius ēē equalēs cum solidum de quo loquimur positum sit esse parallelogramum. Ex eadem quoq. &. 41. pmi constat trilateras superficies dictorum seratiliū ēē equalēs. ¶ Igitur a diffinitione solidorum liquet quod propositum est.

¶ Castigator.

a ¶ Quia triangulus formatur sup vnam latrū superficiē, oppositarum & super idem formatur eadē superficies opposita. Et ideo per. 41. sunt eq. les dicti trianguli quoniam sunt medietates illarū superficiērum per communem scientiam. 2. in primo libro.

Propositio. 29.



Encta solida equidistantium superficialium eque alta atq. in eadem basi super vnam lineam constituta probantur esse equalia.

¶ Verum est q. solida equidistantium laterum eque alta siue inter superficies equidistantes super vnam & eandem basim constituta siue adinuicē eq. lia sicut de superficiebus equidistantium latez sup vnam basim & inter lineas equidistantes constitutis vt in. 35. primi demonstratum est. Sed talium solidorum quedam dicuntur constitui super lineam vnam & sunt illa quoz. supremaz. sup. ficiērum duo opposita latera sunt fm rectitudinem protracta linea vna & de talibus hec. 29. proponit demonstrandum ipsa omnia esse equalia ad inuicem. Sunt aut. eo. alia que non dicuntur constituta sup lineam vnam & sunt illa quoz. supremaz. superficiez. duo latera opposita quecuq. sumantur fm rectitudinem ptracta nō sunt linea vna & de talibus sequēs demonstrandum pponet ipsa quoq. oia esse adinuicem equalia. ¶ Sint itaq. duo solida parallelograma eque alta siue inter superficies equidistantes. a. b. & a. c. constituta super vnam basim que sit. a. d. quoz. supreme superficies sint. e. b. & f. c. Sintq. haz. supremarū superficiez. duo latera opposita cum secundum rectitudinem protrahantur linea vna & ipsa sint. e. & f. b. c. dico itaq. q. solida. a. b. & a. c. sunt equalia: hoc aut. si figuram eius secundum q. oportet actu vel cogitatione fabricaueris & quemadmodū in. 35. primi processeris idem faciens hic de seratilibus quod ibi de triangulis facile concludere poteris occurruntq. tibi hic eedem diuersitates in solidis que ibi in superficiebus occurrise nouisti.

¶ Castigator.

b ¶ Quoniam seratilia hic in que resoluitur ista duo solida parallelograma sunt omnia adinuicem equalia per diffi. corpoz. equalium atq. similitum & tunc per eōm scientiam quoz. dimidia sunt equalia tota quoq. equalia esse, quia illa seratilia semper sunt dimidia illorum parallelogramorum. Ideo & cetera.

Propositio. 30.



Encta solida equidistantium superficialium eque alta que in eadem basi non autem super lineam vnam fuerint constituta probantur esse equalia.

¶ Sint nunc duo solida parallelograma eque alta siue inter superficies equidistantes sintq. super vnam & eandem basim sed non super lineam vnam constituta: dico itez. ea ēē equalia. ¶ Effe enim duo solida palelograma. a. b. & a. c. eque alta siue inter superficies equidistantes constituta super vnam basim que sit. a. d. sed nō sup vna lineā: sintq. eo. supreme superficiez. e. b. & f. c. quaz. op. posita latera fm rectitudinē ptracta non erūt linea vna. Cūq. ipsa ex ypothesi sint in vna superficie eo q. solida pposita sunt inter superficies equidistantes: necesse est vt duo latera vnius earum ptracta secundum rectitudinem fecerit duo alterius eaz. ptracta fm rectitudinē: ptrahantur itaq. duo

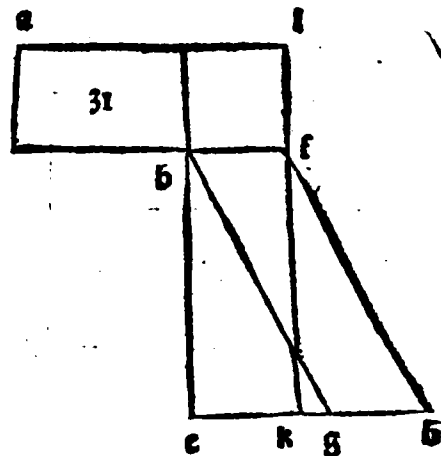
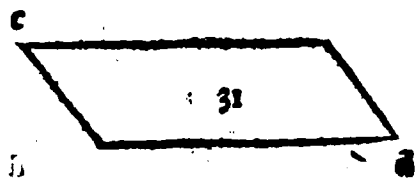
opposita latera superficies. e. b. que sint. a. g. f. h. b. f. duo opposita superficies. f. c. que sint. k. l. f. c. l. f. fecerit e super quatuor puncta. m. n. p. q. eritq. superficies. m. n. p. q. equidistantium laterum equalis vnicuique trium superficierum. quaz. vna est basis ppositis solidis cōis f. ipsa e. a. d. f. d. c. relique sunt super preme superficies corūde solidoz. f. ipse sunt. e. b. f. c. f. ductis itaq. lineis a quatuor punctis. m. n. p. q. ad quatuor angulos basis. a. d. sibi fm directā habitudinē relatis que sint. n. a. n. i. r. p. s. q. d. pfectū erit solidū palellogramum. a. q. in eadē basi cū vtroq. duoz. prior. f. eque altū f. sup. lineā vna cū vtroq. ipsoz. p. premisam igit vtrūlibet duoz. solidoz. ppositoz. que sunt. a. b. f. a. c. est equale solidū. a. q. p. conceptionē ergo ē solidū. a. b. egle solidū. a. c. q. re constat ppositum. ¶ Potes quoq. cōuersas huius f. p. misce phare si liber duendo ad impossibile. Pones. n. quolibet duo solida palellogama ēē qilia f. cōstituta sup. eandē basim eqdistancia f. demōstra bis ea ēē eque alta. Enitq. bē f. premisamue demonstrationis mediū impossibile aut ad qd. duces erit ptem suo toti ēē eglem. qd. euidenter patet si de illo solidū qd. abbas ēē menti aduersarius cū in ambo posita sint equalia f. sup. eandē basim cōstituta vnu solidū palellogramū eque altū. et rursiori abscideris hoc aut abscisum equale ēē demissiori cōuincet ex hac f. premissa. ideoq. f. tōi illi a quo ipsum abscinderis ex cōi. scientia.

Propositio .31.



Polida eqdistantiū superficies in basibus equis cōstituta si fuerit eque alta lineas eoz. angulares sit p. bases orthogonaliter stiet. int. erunt equalia.

¶ Et hoc quod. y. ē q. oia solida palellogrami equis basibus atq. vtror. superficies eqdistantes sine eque alta cōstituta sunt adinuicē qilia sicut de superficiebus eqdistantiū later. super equeales bases f. inter lineas eqdistantes cōstitutis in .36. primū probauim. eff. At talis solidū. alia sunt quoz. angulares lineas super suas bases orthogonaliter erigunt de qbus hec. 31. pponit demonstrandum ea ēē equalia. Alia vero sunt quorum angulares lineas super suas bases nō sunt orthogonaliter erecte de qbus sequēs demonstrandū pponit ea ēē equalia. Intelligant itaq. super duas bases. a. b. f. c. d. que sint equalis f. eqdistantiū later. nō in vnius creatōis. sed sit. a. b. tetragonus longus. f. c. d. simili helmuaym duo solida eqdistantiū later. cōstituta eque alta sintq. lineas erecte sup. angulos ppositaz. basium perpendicularares ad ipsas dico hec duo solida adinuicē ēē equalia. Protrahant itaq. duo latera bases. a. b. f. sunt illa que cōtinent angulū. b. v. q. ad. f. f. e. f. fiat angulus. f. b. g. equalis angulo. c. basis. c. d. f. sumant due linee. b. f. f. b. g. equalis duobus lateribus basis. c. d. q. cōtinent angulū. c. f. perficiat superficies eqdistantiū later. b. b. que erit equalis f. similis basi. c. d. Dehinc prabatur. h. e. equidistantiū later. equalis. b. b. ex. 35. primiū cūq. b. h. sit equalis. c. d. erit per cōceptionem. b. k. equalis. a. b. Compleatur itaq. superficies equidistantiū later. b. l. p. tracta linea. k. f. quoz. cōcurrat cū vno ex lateribus cōtinetibus angulū. a. in puncto. l. Age ergo v. super tres superficies equidistantiū later. que sint. b. h. b. k. b. l. cōstituantur eque alta solida solido constituto super basim. a. b. sintq. lineas oīum solidoz. isto. erecte super bases perpendicularares ad ipsas f. appellantur bases f. solida super eas constituta eīdem nominibus. ¶ Manifestum est ergo ex diffinitione solidorum equalium atq. similium q. duo solida. b. h. f. c. d. equalia atq. similia sunt. ¶ De solidis autem. b. h. f. b. k. constat ex. 29. q. ipsa sunt equalia sunt. enim eque alta f. cōstituta super vnam f. eandē basim f. ipsa est superficies erecta super lineam. b. f. f. super lineam vnam est autem per. 25. proportio. solidi. a. b. ad solidū. b. l. sicut basis. a. b. ad basim. b. l. f. p. eandē solidi. b. k. ad solidū. b. l. sicut basis. b. k. ad basim. b. l. cūq. sit vtriusq. duarum basium. a. b. f. b. k. ad basim. b. l. vna proportio ex p. prima parte. 7. quinti erit vtriusq. duorum solidorum. a. b. f. b. k. ad



solidum. b. l. proportio vna igitur ex prima parte none quinti erunt duo solida. a. b. f. b. k. equalia: at quia solidum. b. k. est equale solido. b. h. solidumq. b. h. solido. c. d. sequitur ex communi scientia solidum. a. b. esse equale solido. c. d. quod est propositum.

Castigator.

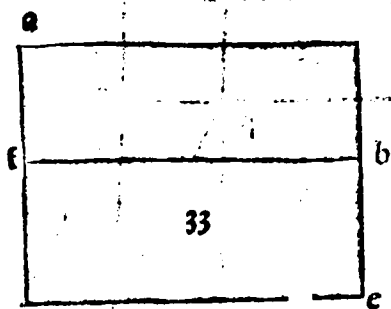
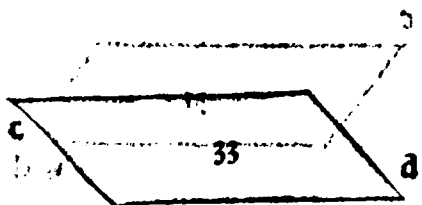
a ¶ Quia imaginatur super totam basim. a. f. vel. e. l. parallelogramm solidum constitutum & superficies erecta super lineam. b. f. equidistanter basibus oppositis ipsum secare.

Propositio 32.



¶ 3 solida equidistantium superficierum in equis basibus constituta eque alta fuerint linee autem angulares supra bases orthogonaliter non steterit ipsa esse equalia necesse est.

¶ Fabricatis duobus corporibus vt proponitur videlicet que sint equidistantium terminorum & eque alta & sup bases equas non autem super bases suas perpendiculariter erecta sed ambo super eas inclinata. Si autem a quatuor angulis supremarum superficierum ipsorum ad bases suas perpendiculares ducantur que ex. 6. erunt singulares equidistantes & etiam ex ypothesi singule singulis equales ipse enim solidorum propositorum altitudinem diffiniunt: & si inter eas solida equidistantium laterum perficiantur constabit ex premissa hec duo solida vltimo constituta esse ad inuicem equalia. Cumq. duorum priorum & duorum posteriorum sint eodem bases videlicet eorum superficies supermes constet ex. 29. vel. 30. & hac communi licentia quecuq. equalibus sunt equalia sibi inuicem sunt equalia verum esse quod propositum est. ¶ Ex his potes conuersas huius & premisse eisdem mediatis indirecte demonstrare si libet eodem modo & ad idem inconueniens sicut in conuersis duarum istas antecedentium deducendo. Pones enim duo solida parallelogramata esse equalia & super equales bases & conuincas ea esse eque alta vel pones ea esse eque alta & equalia & conuincas ea super bases equales.



Propositio 33.



¶ 2 solida equidistantium superficierum eque alta suis basibus sunt proportionalia.

¶ Sint duo solida equidistantium superficierum eque alta constituta super duas bases. a. b. & c. d. dico q. proportio illorum duorum solidorum vnius ad alterum est sicut proportio suarum basium que sunt. a. b. & c. d. vnius ad alteram. Constat quidem ex. 34. vtrunq. harum duarum basium esse equidistantium laterum. ¶ Duo igitur latera opposita & equidistantia in superficie. a. b. protrahantur & inter ea fiat superficies equidistantium laterum que sit. f. e. equalis. c. d. Dehinc supra superficiem. f. e. compleatur solidum parallelogramum eque altum ei quod constitutum est super basim a. b. sitq. amborum communis terminus illa superficies que exurgit super lineam. b. f. hec autem solida & sue bases eisdem nuncupentur nominibus. ¶ Quia igitur basis. f. e. est equalis basi. c. d. erit ex. 31. vel. 32. solidum. f. e. equale solido. c. d. At quia totale solidum. a. e. secat superficies exurgens super lineam. b. f. equidistanter duobus lateribus oppositis: erit ex. 25. proportio solidi. f. e. ad solidum. a. b. sicut basis. f. e. ad basim. a. b. Cumq. sint c. d. & f. e. tam bases q. solida equalia: bases quidem ex ypothesi solida autem ex. 31. vel. 32. Sequit ex. 7. quinti bis assumpta semel p. basibus & semel p. solidis q. solidorum. a. b. & c. d. basiumq. a. b. & c. d. sit proportio vna qd. demonstrare volumus. ¶ Huius quoq. conuersam eadem ipsa mediante demonstrare quod admodum conuersas precedentium non est difficile. Pones enim duo solida para-

llograma esse suis basibus proportionalia & conuincas ea esse eque alta ab yscifq. ab eo q. altius mentiet aduersarius vno solido palellogramo eque alto demissioni erunt abscursum & dimissus suis basibus proportionalia ex ypothesi & ex hac. 33. cumq. et eent totale altius a quo parziale abscurdi, sti & ipsum demissus eiusde basibus proportionalia ex ypothesi sequitur ex prima pte. 9. qnti totale q. aduersarius dicit altius & ptiale qd ab eo abscurdi sti esse equalia.

Propositio 34.



Sono solida equidistantium superficierum lineis altitudinum super bases orthogonaliter erectis fuerint equalia eorum bases eorundem altitudinibus mutuas esse. Si vero fuerint due bases suis altitudinibus mutue ipsa solida sibi inuicem equalia esse necesse est.

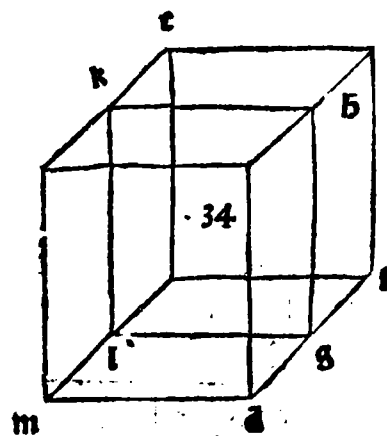
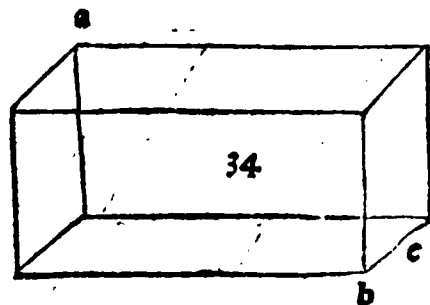
¶ Quocumq. sunt duo solida equidistantium superficierum equalia eorum bases & altitudines necesse est esse mutue scias & econuerso quemadmodum de superficierum equidistantium latez. equiangulis. 13. sexti proposuit. At tamen hac. 34. istud demonstrandum pponitur de illis solidis palellogramis in quibus linee altitudinum suis basibus palellogramis orthogonaliter insistant. Ea vero que sequitur proponit idem de ceteris. Sint ergo nunc duo solida palellogrami. a. b. & c. d. equalia quorum bases sint a. e. & c. f. lineaz. altitudinum ipsoz sunt super has bases orthogonaliter erecte & sit altitudo solidi a. b. linea e. b. & solidi c. d. linea f. d. si igitur fuerint due line. e. b. & f. d. determinantes ipsoz solidoz altitudines equales adinuicem cum ipsa quoq. solida sint ex ypothesi equalia. erunt ex conuersa. 31. bases eoz que sunt a. e. & c. f. equalis. ideoq. bases & altitudines erunt mutue sciq. constabit propositi prima pars. & econuerso constabit secunda ut si altitudines & bases sunt mutue ponantur altitudines equalis erunt quoq. bases equalis. ideoq. per. 31. & solida equalia & sic constat secunda pars. At si si line. e. b. & f. d. non fuerint equalis sit f. d. maior & ex ea resecetur. f. g. ad equalitatem. e. b. tribusq. ceteris lineis que sunt altitudines solidi c. d. ad eandem mensuram in punctis. h. k. l. resecatis perficiatur solidum palellogramum. c. g. eque altu solido a. b. eritq. ex premisa a. b. ad c. g. sicut a. e. ad c. f. Cum itaq. c. d. sit equalis a. b. erit ex prima parte. 7. qnti. c. d. ad c. g. sicut a. e. ad c. f. per premisam autem e proportio c. d. ad c. g. sicut m. f. ad f. l. qd patet si vna ex lateribus superficierum solidi c. d. & ipsa sit. l. m. intelligat basis ipsius. At p. prima sexti. f. m. ad f. l. sicut d. f. ad f. g. ideoq. p. 7. qnti. sicut d. f. ad b. e. Igitur a. e. ad c. f. sicut d. f. ad b. e. constat itaq. prima ps. Secdm prem cu sit conuersa pte conuerso mo pbabitur sit n. eade dispositio manente proportio a. e. ad c. f. sicut d. f. ad e. b. dico tunc solida a. b. & c. d. esse equalia erit. n. ex. 7. qnti. d. f. ad f. g. sicut a. e. ad c. f. sed ex premisa est a. b. ad c. g. sicut a. e. ad c. f. igitur a. b. ad c. g. sicut d. f. ad f. g. ex prima & sexti e. d. f. ad f. g. sicut m. f. ad f. l. & ex premisa c. d. ad c. g. sicut m. f. ad f. l. itaq. c. d. ad c. g. sicut a. b. ad c. g. igitur ex. 9. 5. a. b. & c. d. sunt equalia quod est propositum.

Propositio 35.



Sono solida equidistantium terminorum fuerint equalia eorum bases eorundem altitudinibus erunt mutue. Si vero bases sue altitudinibus suis mutue fuerint quelibet duo corpora equidistantium superficierum probantur esse equalia.

¶ Quod premisa proposuit de solidis palellogramis quoz linee altitudinum super bases suas orthogonaliter exurgunt. hec. 35. pponit in distincte de omnibus. Demonstrare autem couenit hanc ex premisa que ad modum demonstrauiamus. 31. & 33. Fabricatis enim duobus solidis equidistantium laterum quibuscumq. si linee altitudinum suis basibus orthogonaliter insistant constat vtz. esse quod dr ex premisa. ¶ Sinaut a quatuor angularibus punctis supremaz superficierum in vtroq. solido quaterne



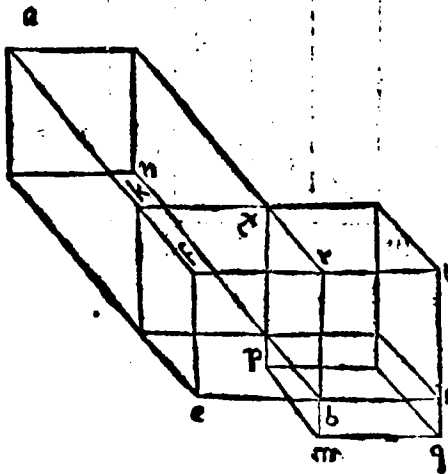
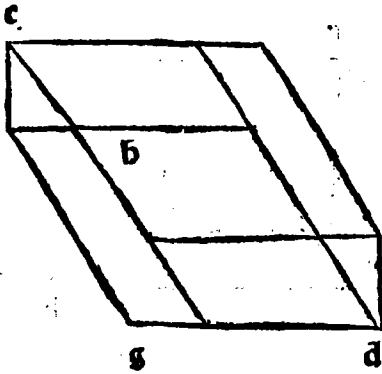
linee demittantur perpendiculariter ad bases vel a punctis angularibus in
firmantur superficiem quatenus erigantur inter quas duo solida para-
llograma perficiatur eque alta solidis prioribus. enitq. ex. 29. & 30. hec
duo solida duobus prioribus solidis equalia. cum igitur horum & eorum
sint eadem bases & eadem altitudines: sit aut ex premissa de posterioribus
verum quod hec. 35. proponit verum erit idem etiam de prioribus.

Propositio 36.



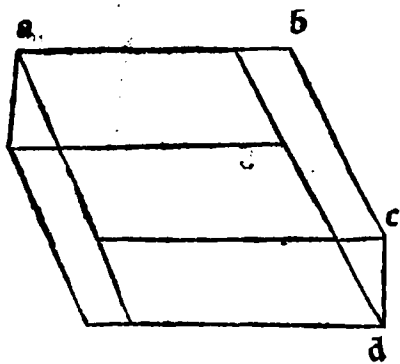
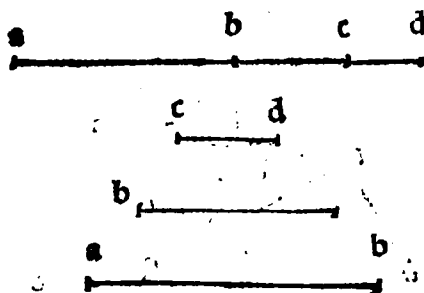
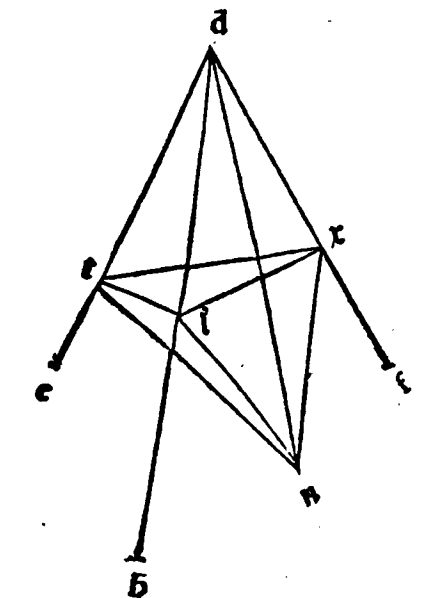
S duo solida equidistantium superficiem fue-
rint similia proportio erit utriusque ad alterum ta-
quam cuiuslibet sui lateris ad summi relatum latus
alterius proportio triplicata.

Sint enim duo solida. a. b. & c. d. parallelograma & si-
milis: dico quod proportio unius eorum ad alterum est sicut unius
lateris eius ad unum latus alterius quod sibi refertur proportio triplicata
quemadmodum duarum superficiem similium proportio est sicut quo-
rum relatorum laterum proportio duplicata ut in. 18. sexti demonstra-
tum est. Nam si solida. a. b. & c. d. fuerint equalia cum ipsa ponantur si-
milis erunt ex definitionibus similium corporum & similium superficie-
rum cuncta latera unius equalia suis relatis lateribus alterius ideoque cum
duarum quantitatum equalium proportio triplicata aut quotienslibet
sumpta non efficiat nisi equalitatis proportionem: constat in hoc casu ve-
rum esse quo proponitur. Si autem inequalia: sit. a. b. maius cuius lon-
gitudo sit. b. c. latitudo. e. f. altitudo. f. a. basis. e. r. & superius superficies. a.
n. Solidi vero. c. d. sit longitudo. d. g. latitudo. g. h. altitudo. h. c. constat
itaque ex definitione similium corporum & ex definitione similium sup-
ficierum & presenti ypothesi quod proportio. a. f. ad. c. h. & f. e. ad. h. g. & c. b.
ad. g. d. sit proportio una. Sumatur igitur ex linea. a. f. quam manifestum
est esse maiorem. c. h. linea. f. k. equalis. h. c. ceteraque tres determinantes alti-
tudinem solidi. a. b. refectantur ad equalitatem eius & inter eas complea-
tur solidum parallelogramum. k. b. eque altum solidi. c. d. & protrahan-
tur due linee basis. e. b. vsque ad. l. f. r. b. vsque ad. m. sitque. b. l. equalis. g. d. &
b. m. equalis. h. g. & perficiatur superficies equidistantium laterum. m. l.
que erit equalis & similis. h. d. Super eam igitur erigatur solidum parallelo-
gramum. p. q. secundum altitudinem prescriptam ex altitudine solidi. a. b.
eritque. p. q. equalis & simile solidi. c. d. ita sitque inter lineas. r. b. & b. l. perfi-
ciatur superficies equidistantium laterum. b. t. super quam quocumque erigatur
solidum parallelogramum. x. l. eque altum utriusque duorum solidorum. k. b.
& c. p. q. replendo alterutrum duorum angulorum entium inter ea.
Cum autem duo solida. a. b. p. q. sint similia eo quod ambo posita sunt simi-
lia solidi. c. d. corpora vero uni & eidem corpori similia inter se sunt simi-
lia ut patet ex definitione similium corporum & 20. sexti. Manifestum
est ex. 25. ter assumpta quod inter duo solida. a. b. & c. p. q. secundum continuam
proportionalitatem cadunt duo solida. k. b. & x. l. opportune ergo consti-
tuta vel constructa figura ypothesibusque memorie finne commendatis
ex prima sexti facile concludes propositum. Excute torporem & dilige-
ter attende scietque ex. 25. huius proportionem solidi. a. b. ad solidum. k. b.
esse sicut superficiem. a. r. ad superficiem. k. r. ideoque ex prima sexti sicut linee
a. f. ad lineam. k. f. Et proportionem solidi. k. b. ad solidum. x. l. sicut su-
perficiem. k. r. ad superficiem. x. t. ideoque sicut linee. f. r. ad lineam. r. t. Et p-
portionem solidi. x. l. ad solidum. p. q. sicut superficiem. r. l. ad superficiem
l. m. ideoque sicut linee. r. b. ad lineam. b. m. Ex ypothesi vero liquet quod
proportio linee. f. r. ad lineam. r. t. & linee. r. b. ad lineam. b. m. est sicut li-
nee. a. f. ad lineam. k. f. itaque ex definitione proportionis triplicate posita
in problemio quinto: constat quod proportio solidi. a. b. ad solidum. p. q.
ideoque etiam ad solidum. c. d. est sicut linee. a. f. ad lineam. k. f. triplicata &
quia linea. k. f. posita est equalis linee. c. h. patet enim esse quod dicitur.
Scire autem oportet quod quicquid per hanc. 36. & per. 7. eam continetur



[illegible]

¶ Sint duo anguli plani. a. f. d. eqles contenti lineis. a. b. f. a. c. f. d. e. f. d. f. f. super eos erigantur due linee ypothefimaliter. a. g. f. d. b. fitq; angulus. g. a. c. equalis angulo. b. d. f. f. angulus. g. a. b. equalis angulo. h. d. e. atq; in duabus ypothefimis. a. g. f. d. b. signentur quomodolibet duo puncta. k. f. l. a quibus secundum precepta. n. huius demittantur ad super fices angulorum, a. f. d. due perpendiculares que sint. k. m. f. l. n. f. pro trahantur due linee. a. m. f. d. n. ¶ Dico igitur angulum. g. a. m. esse equalem angulo. h. d. n. Si linea. a. k. est equalis. d. l. bene quidem. Sin autem ex linea. a. g. fumatur. a. p. equalis. d. l. at a puncto. p. demittatur linea p.



pendicularis ad superficiem anguli. a. que sit. p. q. manifestum est igitur q. punctum. q. est in linea. a. m. quod ex. 6. huius & diffinitione linearum equidistantium quas necesse est esse in superficie vna facile constar studio se intuenti. De hinc a puncto. q. ducatur perpendiculares due vna ad lineam. a. b. que sit. q. r. & alia ad lineam. a. c. que sit. q. s. similiter quoq. a puncto. n. ducantur due alie perpendiculares vna ad lineam. d. e. que sit. n. t. & alia ad lineam. d. f. que sit. n. x. & protrahantur. r. s. & t. x. iterumq. a punctis p. & l. demittantur ypothemise. p. q. p. r. p. s. & l. n. l. t. l. x. His itaq. positis figuris, prudenter disposita demonstrationem propositi sic collige. Constat ex penultima primi q. quadratum linee. a. p. est equale quadratis duarum linearum. a. q. & p. q. ac ex eadem q. quadratum. a. q. est equale quadratis duarum linearum. a. s. & s. q. itaq. quadratum. a. p. est equale quadratis trium linearum. a. s. s. q. & q. p. Sed ex eadem quadratum. s. p. est equale quadratis duarum linearum. s. q. & p. q. ergo quadratum. a. p. est equale quadratis duarum linearum. a. s. & s. p. ideoq. ex vltima primi angulus. a. s. p. est rectus: similisq. modo probabis vnūquēq. trium angulorum d. x. l. a. r. p. d. t. l. esse rectum. ¶ Cum igitur ex ypothesi sit angulus. s. a. p. equalis angulo. x. d. l. linea. a. p. linee. d. l. erit ex. 16. primi linea. d. x. equalis. a. s. & x. l. equalis. s. p. Eodem quoq. modo cum ex ypothesi sit angulus. r. a. p. equalis angulo. e. d. l. erit ex eadem linea. a. r. equalis. d. t. & r. p. equalis. t. l. quare per quartam primi linea. r. s. erit equalis linee. t. x. & angulus. a. r. s. equalis angulo. d. t. x. & angulus. a. s. r. angulo. d. x. t. est enim ex ypothesi angulus. a. equalis angulo. d. a conceptione igitur erit angulus. s. r. q. equalis angulo. x. t. n. & angulus. r. s. q. angulo. t. x. n. Sunt enim residui duorum rectorum demptis equalibus. Necesse ē itaq. ex. 16. primi vt linea. r. q. sit equalis. t. n. & q. s. equalis. n. x. Cumq. ex penultima primi quadratum linee. r. p. sit equale quadratis duarum linearum. r. q. & q. p. & quadratum linee. t. l. equale quadratis duarum linearum. t. n. & l. n. sint autem due linee. r. p. & t. l. equales: due quoq. que sunt. r. q. & t. n. equales: sequitur ex communi scientia duas que sunt. p. q. & l. n. esse equales. ¶ Eodem modo cum quadratum linee. a. p. sit equale quadratis duarum linearum que sunt. a. q. & q. p. similiter quadratum linee. d. l. quadratis duarum linearum que sunt. d. n. & n. l. sit autem. a. p. equalis. d. l. & p. q. equalis. l. n. sequitur ex communi scientia. a. q. esse equalem. d. n. ex. 8. igitur primi concludo propositum. Videlicet angulum. p. a. m. esse equalem angulo. l. n. d.

Propositio 38.



Solidum tribus lineis proportionalibus contentum equum erit solido quod a medie linee equis lateribus continetur. si anguli sui amboz sibi inuicem equales fuerint.

¶ De solidis parallelogramis intelligatur: de his enim qualiacunq. sint dū tamē equi angula verum est q. contentum a tribus lineis proportionalibus equale est ei quod a media earum continetur quemadmodum de superficiebus reſtangularis probatum est in. 16. sexti & de non reſtangularis elicitur euidenter ex ſecunda parte. 13. eiusdem. Sint igitur tres linee. a. b. b. c. & c. d. continue proportionales fiatq. ex eis vnus angulus solidus ad libitum & perficiatur solidum equidistantium laterum cuius linea. a. b. sit longitudo. b. c. vero altitudo. ſed. c. d. latitudo & ipsum solidum dicatur. a. d. ſumpta quoq. alia linea quelibet equali. b. c. que etiam vocetur. b. c. ſuper ipſius extremitatē que eſt. b. conſtituatur angulus ſolidus equalis angulo ſolido a. ſecundum quod docet. 16. linee q. cetera ſolidum angulum. b. continentes reſecentur ad equalitatem linee. b. c. & perficiatur ſolidum equidistantium ſuperficierum cuius longitudo latitudo & altitudo ſit linea. b. c. & ipſum appelletur. b. c. ¶ Dico itaq. duo ſolida. a. d. & b. c. eſſe equalia

¶ Manifestum est enim q̄ cuncte superficies vnus sunt equiangule suis re
latiuis superficiebus alterius quod ex .34. primi patere potest. nam cum
solidus angulus. b. ponatur equalis solido angulo .a. necesse est vt vnus
angulus vnus cuiusq̄ superficiei solidi .a. d. sit equalis vni angulo sue rela
tiue superficiei in solido .b. c. itaq̄ per .34. primi eorum oppositi erunt
equales. At quia vnus cuiusq̄ superficiei quadrilaterum omnes anguli sunt
equales quatuor reſtis ex .32. primi : necesse est duos reliquos vnus esse
equales duobus reliquis sue relative. cumq̄ ipsi duo reliqui in qualibet sint
etiam ad inuicem equales conuincitur necesseario vt vnusq̄q̄ ex superfi
ciebus solidi .a. d. sit equiangula sue relative in solido .b. c. quare ex secun
da parte .13. sexti bases duorum solidorum propositorum erunt equales.
Sunt enim equiangule & laterum mutuum. Si itaq̄ linee altitudinum
super bases ipsorum orthogonaliter insistant constat ex .31. ipsa esse equa
lia. cum enim hee linee sint equales & ipse determinant altitudinem soli
dorum erunt solida eque alta. At si linee altitudinum ipsorum non in
sistant suis basibus orthogonaliter ab ipsarum summitatibus ad bases
perpendicularibus demissis erunt ex premissa hec perpendiculares ad in
uicem equales. Ipse enim erunt sicut erant & in premisse demonstratio
nis figura due linee. p. q. & l. n. quas demonstrauimus oportere esse equa
les. Quia igitur omnium solidorum altitudo ex perpendicularibus a sum
mitatibus ipsorum ad suas bases descendentibus diffinitur erunt ex .32.
duo solida .a. d. & c. b. equalia. ¶ Conuersa quoq̄ huius possumus si dele
ctis conuerso modo probare. ¶ Vt si parallelogramum corpus .a. d. sit
equale & equiangulum corpori parallelogramo .b. c. & corpus .b. c. conti
neat a media triu lineaz continentiū corpus .a. d. erūt tres linee cōtinentes
corpus .a. b. cōtinue pportioales. Cū .n. duo solida palelograma .a. d. & c.
b. sint equalia & eque alta ex ypothēsi ipsa erūt sup bases equales per con
uersas .31. & .32. & quia ipse bases eorum sunt equiangule sequitur ex prima
parte .13. sexti q̄ ipse sunt mutuum laterum itaq̄ proportio .a. b. ad .b. c.
sicut .b. c. ad .c. d. quare constat propositum.

Castigator.

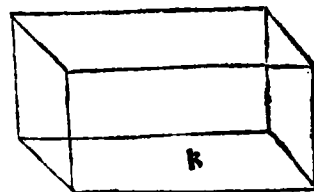
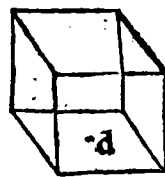
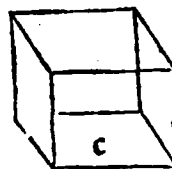
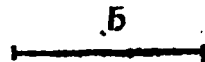
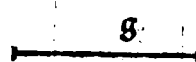
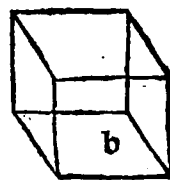
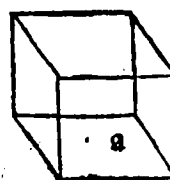
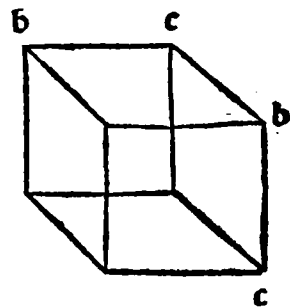
¶ Per conuersam .31. & .32. huius quoniam bases sunt equales ex prima .13.
sexti. I deo eque alta.

Propositio .39.



¶ Si fuerint quotlibet linee pportionales solida quo
q̄ sua equidistantium atq̄ similitum vnus cuiusq̄
creationis superficie erunt proportionalia. si
vero solida equidistantium atq̄ similitum vnus
cuiusq̄ creationis superficie fuerint propor
tionalia linee quoq̄ a quibus ipsa solida continen
tur erunt proportionales. Simile pponit vigesima prima sexti
de superficiebus.

¶ Sint enim .4. linee .a. b. & c. d. proportionales & super has fabricentur
quatuor solida parallelograma eisdem nominibus dicta que sint expres
se similia. duobus enim ad libitum fabricatis super duas lineas .a. & c. cete
ra secundum precepta .17. constituenda erunt dico hec .4. solida esse pro
portionalia & conuerso. Subiugantur enim duabus lineis .a. & b. in con
tinua proportionē due que sint .e. f. quemadmodum docet .10. sexti &
duabus lineis .c. & d. alie due que sint .g. & h. constat igitur ex .36. & ex
diffinitione proportionis triplicate que posita est in principio quinti &
ex hac ypothēsi q̄ solida .a. & b. sibi inuicem & solida .c. & d. sibi ad inuicem
sunt expresse similia q̄ proportio solidi .a. ad solidum .b. est sicut
proportio linee .a. ad lineam .f. & solidi quoq̄ .c. ad solidum .d. sicut li
nee .c. ad lineam .h. & quia per .21. quinti proportio linee .a. ad lineam
f. est sicut linee .c. ad lineam .h. erit ex .21. quinti solidum .a. ad solidum
b. sicut solidum .c. ad solidum .d. Constat igitur prima pars. ¶ Secūda sic



sunt duo solida. a. f. b. sibi ad inuicem similia duo que sint. c. f. d. sibi ad inuicem expresse similia. Sintq. cuncta parallelorama & ponantur pportionalia. dico q. linee. a. b. f. c. d. super quas sunt constituta sunt proportionales. Sit. n. ex. 10. sicut linea. a. ad lineam. b. ita linea. c. ad lineam. k. & fiat fm. 12. huius super lineam. k. solidū expresse simile solido. d. q. & dicatur. k. eritq. ex diffinitionibus similium corporum & similium superficiez. & 10. sexti corpus. k. expresse simile corpori. c. ideoq. per primā partē huius. 39. iam pbatam erit pportio solidi. a. ad solidum. b. sicut solidi. c. ad solidum. k. & quia eadem erat solidi. c. ad solidum. d. erit ex secunda parte none. quinti solidum. k. egle solido. d. cuiq. eet sibi expresse simile sequitur lineam. k. ee equalem linee. d. Equalitas enim non producit ex ali qua proportionē triplicata vel quocieslibet sumpta nisi ex equalis igitur ex secunda parte. 7. quinti constat et bmo pars secunda. Deciperis aut si arbitraris oportere vnu quodq. quatuor solidoz. a. b. c. d. ee simile cuilibet et alioz. necesse e. n. duo solida. a. f. b. sibi ad inuicē. iteq. duo. c. f. d. sibi ad inuicē ee similia: solida aut. c. f. d. solidis. a. f. b. ee similia cōtingens est: necessariū aut nō. ¶ I dē ex hac. 39. de feratilibus facile poteris cōcludere.

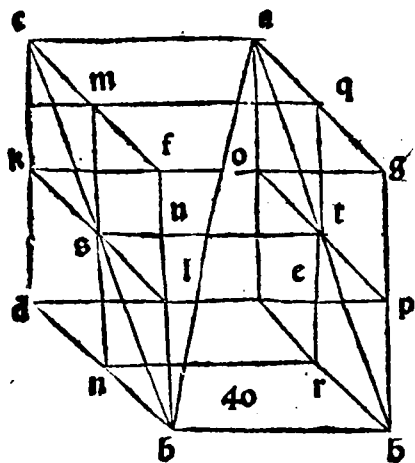
Propositio 40.



Si in scisa fuerint latera duarum oppositarū superficier cubi vnu quodq. i duo media exierintq. a punctis sectionum due superficies se viciissim secantes & cubum communem earum sectionem diametrum cubi per equalia secare & ab ipsa diametro versus utque per equalia secare necesse est.

¶ Statue cubum qui sit. a. b. de quo constat per diffinitionem q. omnes linee ipsum continentes sint equales & eius superficies rectangule tale eni in corpus cubum dicimus. Huius igitur basis sit superficies. a. c. d. e. superficies vero eius suprema. b. f. g. h. dextra vero eius superficies sit. a. e. g. h. sinistra at superficies sit. b. f. c. d. citerior quoq. sit. d. e. b. h. sed vltior a. c. g. f. eiusq. diameter sit. a. b. Diuidatur itaq. omnia latera duarum quarumlibet superficierum oppositarum eius per equalia: & sint nunc superficies quarum latera diuidantur dextra atq. sinistra. Diuidantur inquam quatuor latera: dextre quidem super quatuor puncta que sunt. o. p. q. r. Sinistre vero super quatuor que sint. k. l. m. n. & coniungantur puncta in his superficiebus opposita ductis lineis. o. p. f. q. r. que secant se in puncto t. I teq. k. l. f. m. n. que secant se in puncto s. & perficiantur due superficies secantes se inuicem & cubum: protractis ite lineis. o. k. f. p. l. q. m. f. r. n. sitq. harum duarum superficierum communis sectio linea. s. t. dico igitur q. linea. s. t. diuidit diametrum. a. b. & diuiditur ab eadem diametro per equalia: quod patet vtraq. enim earum transit per centrum cubi.

¶ Aliter vero conuenit quod propositum est demonstrare. Producantur enim due linee. t. a. f. t. h. & item due. s. c. s. b. eritq. ex. 4. primi. a. t. equalis. t. h. & s. c. equalis. s. b. constat autem ex prima parte. 29. primi: q. angulus. p. t. q. est equalis angulo. a. q. t. Et ex. 4. primi angulus. h. t. p. est equalis angulo. t. a. q. I taq. ex. 32. primi totus angulus. h. t. q. cum angulo. q. t. a. valet duos rectos: Quare ex. 14. pmi linea. a. h. erit linea vna. Similiter quoq. linea. a. b. erit linea vna. At q. ex. 9. huius linea. a. c. e. equidistans linee. b. h. Vtraq. enim est equidistans linee. d. e. cuiq. ipse sint equalis quia latera cubi. Sequitur ex. 33. primi duas lineas. a. h. f. c. b. ee equalis & equidistantes I deoq. per cōceptionem earum medietates que sunt a. t. f. b. s. erunt equales. Ex. 2. autem huius manifestum est quod linea. s. t. est in superficie duarum linearum. a. h. f. b. c. & ex eadē linea. a. b. que est diameter cubi. est etiam diameter superficier parallelograme. a. c. b. h. itaq. linea. s. t. secat diamet. a. b. Secet ergo ipsam in puncto. u. Dico ergo lineā. s. u. ee equalē linee. u. t. Et linea ē. a. u. linee. u. b. Intelligantur duo trianguli. a. t. u. b. s. u. quoz anguli q. sunt ad t. f. s. sunt equales ad inuicem. Similiter anguli eorūdem q. sunt ad a. f. b. egle ad inuicē ex priā



Castigator.

a ¶ Appellat hic inferius multiangulas quas in principio primi dixit
mulcilateras ff sunt a quadrilateris vsq. i infinitum semper tñ rectilinee.

¶ Duodecimus liber. Euclidis de multangularum seu multilateralum superficierum similium, circulis inscriptarum alterius ad alteram proportionibus ex optima Campani interpretatione. Magistro Luca Pacioli de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Monachorum. Castigatorum accuratissimo. Incipit.

Propositio .1.

¶ Penum duarum superficierum similium multangularum inter duos circulos descriptarum est proportio alterius ad alteram tamquam proportio quadratorum que ex diametris circulorum eas circumscribentium proueniunt.

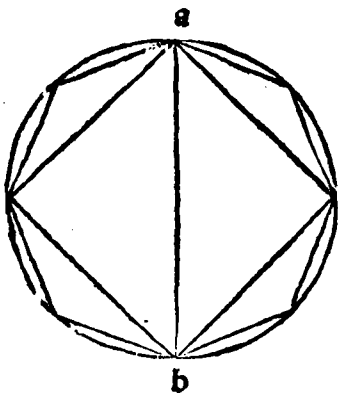
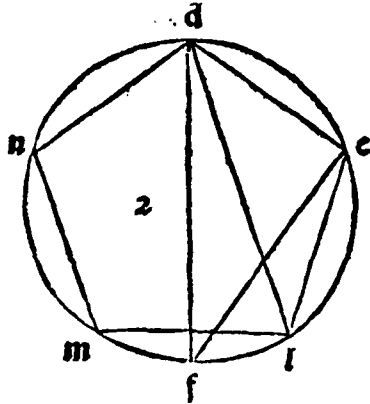
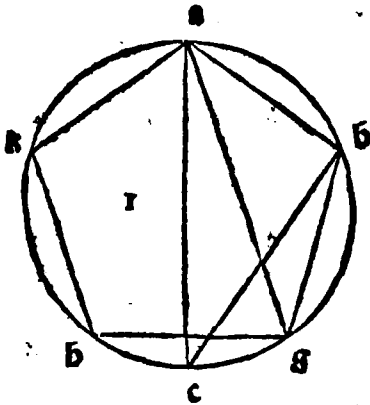
¶ Sint duo circuli. a. b. c. d. e. f. quibus inscribantur due quelibet figure polygonie que ponantur ad inuicem similes: suntque nunc pentagone inscripte ut docet. u. quarti. et ipse sint. a. b. g. b. k. aliud pentagonum. d. e. l. m. n. diametri quoque circulorum sint. a. c. f. d. f. dico itaque quod proportio pentagoni. a. b. g. b. k. ad pentagonum d. e. l. m. n. est sicut quadratum diametri. a. c. ad quadratum diametri. d. f. protabantur enim in utroque circulo due linee ab extremitate diametri ad extremitatem unius lateris pentagoni diametro non contentum nalis se inuicem cancellantes intra ipsum pentagonum in hoc quidem a. g. f. c. b. in illo autem d. l. f. e. eritque ex. 6. sexti triangulus. a. b. g. equiangulus triangulo. d. e. l. nam cum pentagoni ponantur ad inuicem similes: cum diffinitione similium superficies angulus. b. equalis angulo. e. f. latera ipsorum continentia proportionalia videlicet proportio. a. b. ad. d. e. sicut. b. g. ad. e. l. cum sint autem ex. 10. tertii duo anguli. f. f. l. sibi inuicem equales. Itemque duo alii. e. f. g. sibi inuicem equales erunt duo qui sunt. c. f. f. ad inuicem equales ex. hac cōscia: quod equalibus sunt equalia sibi quoque equa est necesse est. Et quia ex prima parte. 30. tertii uterque duorum angulorum. a. b. c. d. e. f. est rectus sequitur ex. 32. primi duos triangulos. a. b. c. d. e. f. esse equiangulos quare per quartam sexti proportio diametri. a. c. ad diametrum. d. f. est sicut lateris. a. b. ad latus. d. e. cum itaque ex. 14. parte. 13. sexti proportio duorum pentagonorum sit sicut proportio lateris. a. b. ad latus. d. e. proportio duplicata est per eandem proportionem quadrati diametri. a. c. ad quadratum diametri. d. f. sit sicut diametri. a. c. ad diametrum. d. f. duplicata per hanc cōsciam: quorum dimidia sunt equalia ipsa quoque ad inuicem esse equalia manifestum est quod propositum est.

Propositio .2.

¶ Penum duorum circulorum est proportio alterius ad alterum tamquam proportio quadrati sue diametri ad quadratum diametri alterius.



¶ Sint duo circuli. a. b. f. c. d. quorum diametri quoque dicuntur. a. b. f. c. d. dico itaque quod proportio circuli. a. b. ad circulum. c. d. est sicut quadratum. a. b. ad quadratum diametri. c. d. Manifestum enim est ex hac cōmuni scientia quanta est quelibet magnitudo ad aliquam secundam tantam necesse est esse quamlibet tertiam ad aliquam quartam quod proportio quadrati diametri. a. b. ad quadratum diametri. c. d. est sicut circuli. a. b. ad superficiem aliquam que sit. e. cuiuscunque figure aut forme ponatur: hanc autem impossibile est maiorem esse aut minorem circulo. c. d. Si enim est possibile ipsam esse minorem circulo. c. d. sit itaque minor in superficie. f. itaque circulus. c. d. sit equalis duabus superficieribus. e. f. pariter acceptis constat igitur ex prima. 10. quod totiens possit ex circulo. c. d. suisque residuis subtrahi minus dimidio quousque relinquatur quantitas aliqua minor. f. inscribatur ergo sibi



et docet. 6. quarti quadratū. c. d. g. h. de quo constat qd ipsum sit maior me-
diatate circuli. quādratum enim quod est duplum ad ipsum est circuli
circūscribens vt patet ex penultima primi ff. 7. quarti. Si igitur portiones
circuli. existentes super latera quadrati pariter accepte fuerint minus sup-
ficie. f. sufficit. Sint aut quatuor arcus existentes super dicta latera p equa-
lia diuidantur ff puncta ipsos arcus diuidentia cum extremitatibus late-
rum conueniantur per lineas rectas. verbi gratia. arcus. c. g. diuidatur per
equalia in puncto. k. ff. protrahantur linee. k. c. k. g. sicq. de ceteris. Erit
q. quilibet triangulorum descriptorum super latera quadrati maior me-
diatate portiones in qua existit eo qd oīs triangulus ysoceles est medie-
tas parallelogrami sue basis per. 41. primi. Sint itaq. portiones existentes
super latera octogoni in scripti pariter accepte minus superficie. f. si enim
nondum hoc esset nō cesarem diuidere arcus quoz latera vltime descri-
pte figure sunt corde per equalia: ff. inscribere figuram equilateram duplo
plurimum laterum prime semper subtrahendo ab ipsis circuli portionibus
maius dimidio quousq. per primā. 10. portiones super latera aliquis talis
figure circulo in scripte existentes pariter accepte erunt minus superficie. f.
Sint ergo nunc que dicte sunt eritq. ex conceptione octogonum. c. d. ma-
ius superficie. e. In circulo igitur. a. b. eadem via inscribatur simile octo-
gonum: quod dicatur. a. b. sicq. ex premissa proportio octogoni. a. b. ad
octogonum. c. d. sicut quadrati diametri. a. b. ad quadratum diametri. c.
d. ideoq. per. 11. quinti sicut proportio circuli. a. b. ad superficiem. e. itaq. p
mutationem polygoni. a. b. ad circulum. a. b. sicut polygoni. c. d. ad superfi-
ciem. e. cumq. sit polygonum. c. d. maius superficie. e. erit polygonum. a.
b. maius circulo. a. b. hoc aut impossibile non est ergo superficies. e. minor
circulo. c. d. Sed nec maior. Est enim si possibile sit: cum igitur sit ppo-
tio quadrati diametri. a. b. ad qdratum diametri. c. d. sicut circuli. a. b. ad
superficiē. e. erit eōuerso qdrati diametri. c. d. ad qdratū diametri. a. b. sicut
superficiē. e. ad circulū. a. b. ff. constat ex cōi scia i principio huius demonstratio-
nis posita qd eadē ē circuli. c. d. ad aliquā superficiē qd sit. f. eritq. ex. 14. qnti su-
p. f. minor circulo. a. b. itaq. proportio quadrati diametri. c. d. ad q-
dratum diametri. a. b. erit sicut circuli. c. d. ad superficiem. f. minorem cir-
culo. a. b. ¶ Sed ex hoc demonstrauimus paulo ante sequi impossibile qd vi-
dalicet polygonū in scriptū circulo maius esse circulo: sicut ergo superficies
e. non pōt ēē minor circulo. c. d. ita nec maior erit ergo necessario eqlis
quare per secundam partē. 7. quinti liquet quod propositum est.

Castigator.

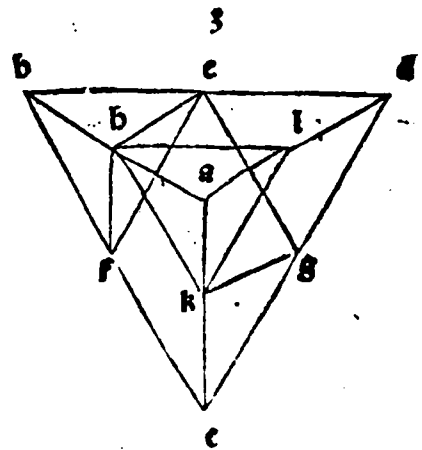
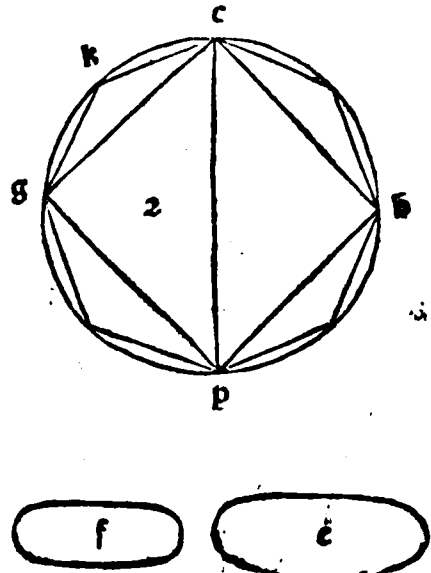
¶ Quia tūc sequeretur polygoni. c. d. ad circulū. c. d. ēē sicut circuli. a.
b. ad quātitatem. f. ff. sic polygonū. c. d. ēē maius circulo. c. d. quod ē im-
possibile cum sit pars eius vt paulo ante. concludisti polygonum. a. b.
esse maius circulo. a. b. ff.

Propositio .3.



¶ Pntis piramis cuius basis triangula scindī pōt i
duas equas piramides sibi inuice totiq. piramidi
similes vnaq. in duo serabilia qambo pariter acce-
pta dimidio totius piramidis necesse ēē maiora.

¶ Sit piramis. a. b. c. d. super basim triangulam. b. c. d.
eiusq. vertex solidus angulus. a. a quo demittantur tres
ypothemise. a. b. a. c. a. d. ad tres angulos basis: ff. diuidantur omnia late-
ra basis per equalia in tribus punctis. e. f. g. tres quoq. ypothemise per
equalia in tribus punctis. h. k. l. ff. protrahantur in basi due linee. e. f. ff. e.
g. eritq. basis eius diuisa in tres superficies quarum due sunt duo triangu-
li. b. e. f. e. g. d. quos ex secunda parte secunde forti ex diffinitione simi-
lium superficialium constat esse similes sibi inuicem ff. toti basi equa-
les ad inuicem ex. 8. primi tertia est tetragona: parallelograma ff. ipsa
est. e. f. g. c. quam constat esse duplam ad triangulum. e. g. d. ex. 40. ff.
41. primi demittant ergo nups a pūcto. b. due ypothefime. b. e. f. b. g. a



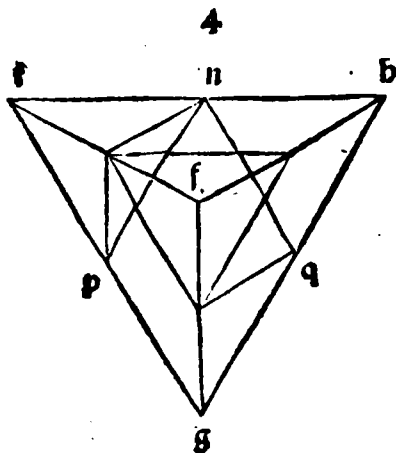
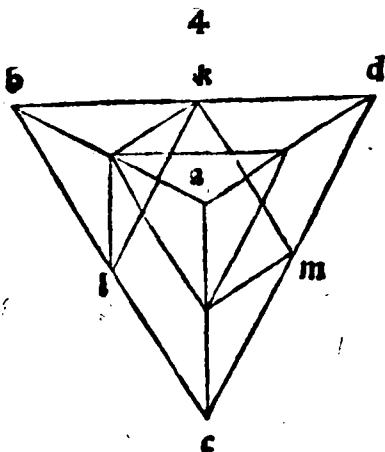
puncto. k. ypothemisa. k. g. & protrahantur linee. h. k. k. l. f. i. h. diuisa e
itaq. tota piramis. a. b. c. d. in duas pyramides que sunt. h. b. e. f. & a. h. k. l.
& duo seratilia quorum vnum est. e. h. f. g. k. e. & est super basim quadrangula. c. f. g. e. & aliud est. e. g. d. h. k. l. & est super basim triangulum. e. g. d. de duabus aut pyramidibus. h. b. e. f. a. h. k. l. q. ipse sunt equales adi n. a. cem sibi q. & toti pyramidi. a. b. c. d. similes constat ex diffinitione corp. rum equalium & similium & ex. 10. u. libri & ex secunda parte. 3. xxi. D. duobus aut seratilibus q. ipsa sunt eqlia constat ex vltima. u. libri. Quod vero ambo seratilia pariter accepta sunt malus medietate totius pyramidis ex hoc manifestum est q. vtrunq. illorum diuisibile est in duas pyramides quarum altera triangula equalis vni duarum in quas & seratilia totalis pyramidis diuiditur. altera vero quadrangula que dupla est ad reliquam quare patet ambo seratilia pariter accepta tres quartas esse totalis pyramidis diuise hanc proportionem si scire desideras. xxi. huius. u. libri consule. sed sufficit tibi scire quantum ad propositum illa duo seratilia pariter accepta duas partiales pyramides i quas & seratilia totalis diuiditur pariter acceptas quantalibet quantitate excedere.

Propositio 4.



P due pyramides eque alte quarum bases triangule singule in binas pyramides equalis sibi unicem ac toti similes binasq. seratilia equalia diuiditur erit proportio basis vnius ad basim alterius tanq. proportio duorum seratiliu suo. um ad duo seratilia alterius. eritq. pates oia seratilia que fuerint in vtralibet illarum pyramidum pariter accepta ad cuncta seratilia que in altera pyramide fuerint eandem habere proportionem q. basis eius pyramidis ad basim alterius pyramidis.

Sint due pyramides quarum bases triangule eque alte hec quidem. a. b. c. d. cuius conus punctus. a. basis triangulus. b. c. d. ypothemisa. a. b. a. c. a. d. illa vero. e. f. g. h. cuius conus punctus. e. basis triangulus. f. g. h. ypothemisa. e. f. e. g. e. h. hec aut due pyramides diuidantur sicut in premissa. Sintq. bases earum diuise hec quidem protractis lineis latera basis ipsius per equalia diuidentibus que sunt. k. l. & k. m. illa vero protractis lineis que sunt. n. p. n. q. dico ergo q. proportio basis. b. c. d. ad basim. f. g. h. est sicut duorum seratiliu pyramidis. a. pariter acceptorum ad duo seratilia pyramidis. e. pariter accepta. Manifestum est aut ex. 18. xxi. pte secunda q. pportio trianguli. b. c. d. ad triangulum. k. m. d. est sicut linee b. d. ad lineam. k. d. duplicata p eandem quoq. est proportio trianguli. f. g. h. ad triangulu. n. q. h. sicut linee. f. h. ad lineam. n. h. duplicata. Cuiq. sit linea. b. d. ad lineam. k. d. sicut linea. f. h. ad lineam. n. h. vtrubiq. n. e. dupla pportio erit triangulus. b. c. d. ad triangulum. k. m. d. sicut triangulus. f. g. h. ad triangulum. n. q. h. & pmutatim triangulus. b. c. d. ad triangulu. f. g. h. sicut triangulus. k. m. d. ad triangulu. n. q. h. triangulus aut. k. m. d. ad triangulu. n. q. h. e. sicut seratile exns sup ipm ad seratile exns sup illu p. 33. vndecimi huius quoq. seratilis ad illud e. sicut ambo seratiliu pyramidis. a. piter acceptorum ad ambo seratilia pyramidis. e. piter accepta ex. 15. xxi. necesse est. n. vt sit duplum ad duplum quemadmodu simplicium ad simplicium. itaq. concludere ex. u. xxi. quod propositum est. Dormitas aut si dubitas seratilia vnius harum pyramidum eque alta esse seratilibus pyramidis alterius. cu n. sint pyramides eque alte sit quoq. vtraq. ear. diuisa i duas pyramides eqlis sibi toti q. similes & in duo seratilia eqlia & sunt due partiales pyramides eque alte eo q. similes & equales quod facile patebit demissis a verticibus partialium pyramidum perpendicularibus ad bases ipsarum de quibus ppendicularibus ex. 37. vndecimi constat esse equales. Cuiq. altitudines harum partialium pyramidum pariter accepte componant altitudinem totalis pyramidis diuise. Sintq. ambo seratilia eque alta vni partialium pyramidum ei videlicet que superpartialem triangulum basis tota



Ita pyramidis componitur non est phas ambigere fratilia vnus earum pyramidum esse eque alta fratilibus alterius earum. Corollarium vero ex eo manifestum est qd similiter bases ptialiu pyramidu sic se habeat adinuicem sicut bina fratilia vnus ad bina fratilia alterius. Et quia bases partialium sic se habent adinuicem sicut bases totalium ex secunda parte. 18. sexti et permutata proportione constat ex 13. quinti verum esse quod corollarium proponit.

Propositio .5.



Pnes due pyramides eque alte quar bases triangule suis basibus sunt proportionales.

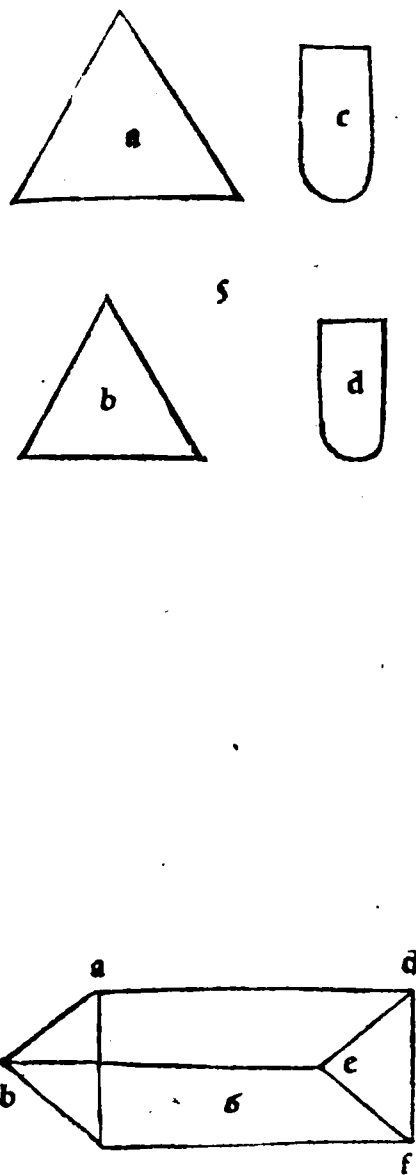
¶ Quod. 33. vndecimi pposuit de solidis parallelogramis et in fine. 36. vndecimi vey esse demonstrauimus de fratilibus. hec quinta. n. proponit de pyramidibus triangularibus. Intelligatur enim due pyramides eque alte quar bases sint duo trigoni. a. b. dico qd proportio pyramidis. a. ad pyramidem. b. est sicut basis. a. ad basim. b. quod eodem demonstrationis vel argumentationis genere demonstrandum est quo scandam huius demonstrauimus. sit enim vt basis. a. ad basim. b. ita pyramis. a. ad corpus c. de quo dico qd ipsum non erit minus neq maius pyramide. b. nam si possibile est vt sit minus esto minus in solido. d. vt pyramis. b. sit equalis duobus corporibus. c. et d. pariter acceptis diuisa itaq pyramide. b. vt pponit. 3. detrahantur ab ea duo fratilia que ex premissa sunt maius medietate pyramidis ipseus itemq ex vtraq duarum partialium residuarum pyramidum duo earum predicto modo diuisarum fratilia demantur et fiat hoc totiens quotusq ex pyramide. b. cogatur aduersarius p primam 10. confiteri relinqui minus solido. d. eruntq ex communi scientia fratilia detracta maius. c. fiat igitur a pyramide. a. similis fratilium detractio et intelligamus tot fratilia detracta esse ex pyramide. a. quot detraximus ex pyramide. b. eritq ex corollario premisse sicut basis. a. ad basim. b. ita fratilia detracta a pyramide. a. ad fratilia detracta a pyramide. b. sed sic erat pyramis. a. ad corpus. c. itaq fratilia pyramidis. a. ad fratilia pyramidis. b. sicut pyramis. a. ad corpus. c. et pmutati fratilia pyramidis. a. ad pyramidem. a. sicut fratilia pyramidis. b. ad corpus. c. Cumq sint fratilia pyramidis. b. maius corpore. c. erunt fratilia pyramidis. a. maius pyramide a. Et quia hoc est impossibile non erit corpus. c. minus pyramide. b. sed nec maius. hoc enim posito cum sit proportio basis. a. ad basim. b. sicut pyramidis. a. ad corpus. c. erit ecduerso basis. b. ad basim. a. sicut corporis. c. ad pyramidem. a. Eritq eadem ex communi scientia pyramidis. b. ad aliquod corpus quod sit. d. sequeturq ex 14. quinti qd corpus. d. sit minus pyramide. a. eo qd pyramis. b. ponitur minor corpore. c. Erit igitur basis. b. ad basim. a. sicut pyramis. b. ad corpus minus pyramide. a. Ex hoc autem demonstratum est sequi impossibile videlicet fratilia detracta ab aliquapiramide maius esse ea pyramide a qua detrahuntur ideoq relinquatur corpus. c. esse equale pyramidi. b. cum nec minus ea possit esse nec maius et proportionem pyramidis. a. ad pyramidem. b. esse sicut basis. a. ad basim b. hoc erat autem demonstrandum.

Propositio .6.



Pne corpus fratile in tres pyramides equales basesq triangulas habentes est diuisibile.

¶ Sit fratile. a. b. c. d. e. f. ipsum dico et diuisibile in tres pyramides triangulas equales. Protrahatur enim in vnaqua. suarum trium superficierum parallelogramarum linea diagonalis itaq vna earum diagonalium sit conterminalis reliquis duabus vt si protrahas lineas. b. d. b. f. e. f. a. quas propter confussionem protrahere contempsit eritq totum fratile in tres tria



gulas pyramides diuisum quas ex premiffa bis assumpta facile conflat esse
equales. Quoniam autem Euclides nihil demonstrandum proponit de
pyramidibus lateratis exceptis solidis his quarum sunt bases triangule vt
omnium cognitionem ex elementis que ponitur fufficienter elicere possi-
mus quedam arbitramur non inutile demonstrationibus hic positis ad-
iungere: solis enim elementis contentus Euclides multa pretermisit que
quamuis ex eis consequantur non tamen sine difficultate patent studen-
tibus horum primum est hoc.

¶ Si duo solida quorum alterum seratile alterum vero pyra-
mis cuius basis triangula super eandem basim aut super equa-
les trigonas aut seratile super quadrangulam: pyramis vero su-
per trigonam que quadrangule basis seratilis sit dimidiu posita
fuerint eque alta seratile pyramidi triplum esse conueniet.

¶ Si seratile propositum fuerit super basim trigonam tunc ex pyramide
proposita super propriam basim perficiatur seratile pyramidi propositæ
eque altum. Si vero seratile fuerit super basim quadrangulam tunc basi-
pyramidis adiciatur triangulus ex quo & basi pyramidis perficiatur sup-
ficies equidistantium laterum super quam ex ipsa pyramide compleatur
seratile pyramidi eque altum. Quia igitur istud seratile seratili priori est
eque altum & utronq; bases sunt equales ex hypothesi. sequitur ipsa esse
equalia hoc enim demonstratum est in .36. vndecimi. at quoniam ex
6. huius. 11. libri seratile secundum triplum est ad pyramidem propositam
nam ipsa est vna ex tribus pyramidibus in quas ipsum seratile diuiditur.
Erit quoque per communem scientiam propositum seratile triplum ad
propositam pyramidem.

¶ Si quotlibet pyramides quarum bases triangule super vnas
eandemq; basim sine super equales constitute fuerint: eque alte
eas esse ad inuicem equales necesse est.

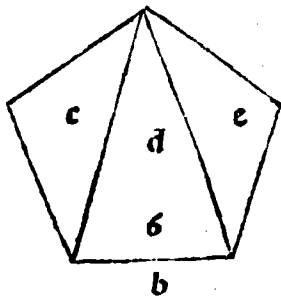
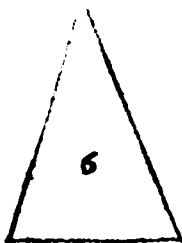
¶ Fabricato enim vno seratili eque alto pyramidibus propositis super
basim triangulam equalem basibus propositarum pyramidum aut super
basim quadrangulam duplam basibus earūdem tunc ipsum seratile tri-
plum ad pyramides singulas. hoc enim constat ex premiffa addita siue
interposita: igitur ex communi scientia cuncte propositæ pyramides sunt
vt diximus adinuicem equales.

¶ Omnes pyramides quarum bases triangule eque alte suis
basibus sunt proportionales.

¶ Fiant super bases propositarum pyramidum aut super alias trigonas
equales aut super parallelogramas duplas seratilia ipsis pyramidibus eque
alta erunt; ob hoc seratilia sibi inuicem eque alta & quia seratilia suis ba-
sibus sunt proportionalia vt probatum est in .36. vndecimi. 33. ipsius
mediante. Cumq; ex prima harum additarum manifestu sit hec seratilia
tripla esse ad propositas pyramides vnumquodq; videlicet ad suam rela-
tiuam basemq; ipsorum equales aut duplas esse basibus ipsarum sit aut ex .15.
quinti vt triplum ad triplum ita simplicium ad simplicium erunt quoque propo-
sitæ pyramides suis basibus proportionales.

¶ Si fuerint due quelibet pyramides eque alte fuerintq; altera
basis trigona: relique autem tetragona aut plurilatera: pyrami-
des ipsas suis basibus proportionales esse conueniet.

¶ Exempli gratia. Intelligantur due pyramides eque alte super duas ba-
ses. a. g. b. sitq; basis. a. triangula. b. vero pentagona. Et dicantur hec pyra-
mides. a. g. b. itaq; dico proportionem pyramidum. a. g. b. esse sicut basium
a. g. b. distinguat quidem pentagonus. b. in tres triangulos. c. d. e. eritq; tota
pyramis. b. distincta in tres pyramides eque altas quarum bases sunt trian-
guli. c. d. e. que etiam dicantur nominibus suarum basium. quia igitur
ex premiffa interposita proportio pyramidis. c. ad pyramidem. a. est sicut
trigoni. c. ad trigonum. a. g. pyramidis. d. a. pyramidem. a. g. sicut trigoni. d.



ad trigonum .a. iteq. piramis .c. ad piramidem .a. sicut trigoni .c. ad trigonum .a. ex .14. quinti bis assumpta. sequitur q. sit proportio aggregati ex omnibus piramidibus .c. d. e. & ipsum est piramis .b. ad piramidem .a. sicut aggregati ex omnibus trigonis .c. d. e. & ipsum est pentagonus .b. ad trigonum .a. constat igitur quod volumus.

Omnes laterate piramides eque alte suis basibus proportionales esse probantur.

Si altera earum fuerit super basim trigonam ex premissa interposita constat quod dicitur. Si autem basis vtriusq. fuerit polygonia vtrilibet ipsarum basium resoluta in triangulos & ipsa piramide in piramides triangularis: erit ex premissa interposita proportio vniuscuiusq. harum transuersarum piramidum inter quas altera propositarum diuiditur ad reliqua sicut sue basis ad basim alterius. itaq. per .14. quinti quoties oportet assu ptam constat verum esse quod diximus.

Propositio 7.



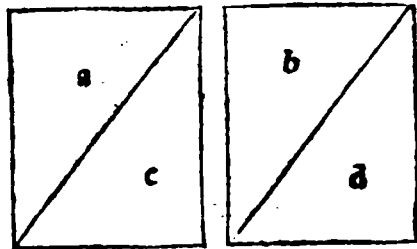
Pirames triangularum basium fuerint equeales earum bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases & altitudines fuerint mutue eadem piramides sibi invicem esse equeales necesse est.

Quod trigesima quarta & trigesima quinta vndecimi proposuerunt de solidis parallelogramis & nos in .36. eiusdem demon strauimus de seratilibus: hec septima .n. proponit de piramidibus habentibus bases triangulas. ¶ Intelligantur enim due piramides equeales super duos trigonos. vel triangulos. a. & .b. que dicantur. a. & .b. dico itaq. q. proportio basis .a. ad basim .b. est sicut proportio altitudinis piramidis .b. ad altitudinem piramidis .a. & si hoc fuerit dico piramides .a. & .b. esse equeales. Adhibeantur quidem duobus trigonis .a. & .b. duo alii qui sint .c. & .d. vt fiant ambe superficies .a. c. & .b. d. equidistantiū laterum & ex ipsis piramidibus super bases .a. c. & .b. d. compleantur solida parallelograma piramidibus propositis eque alta que similiter dicantur a. c. & .b. d. Manifestū igitur ē ex sexta huius .n. q. piramis .a. est sexta pars solidi .a. c. & piramis .b. sexta solidi .b. d. itaq. ex .35. vndecimi argue propo situm: primam quidem parent ex prima. secundam autem ex secunda.

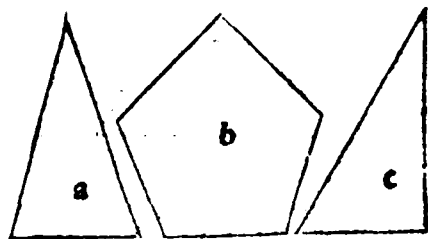
Quod si due quelibet piramides laterate fuerint equeales earum bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases earum altitudinibus ipsarum mutue fuerint eadem piramides equeales esse oportet.

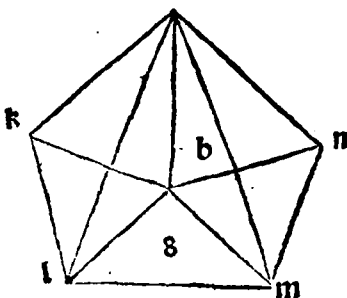
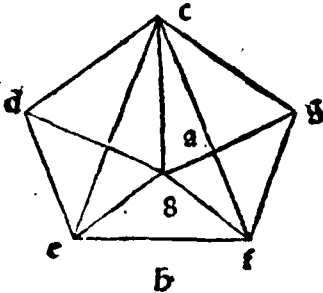
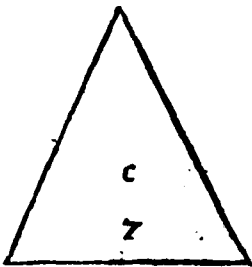
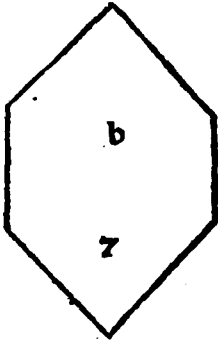
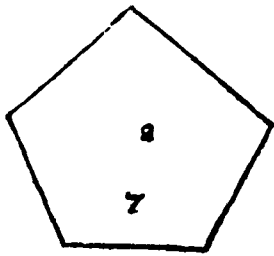
Si bases vtriusq. fuerint triangule demonstratum est verum esse quod diximus. Si sit altera tabitū igitur .a. basiq. alterius piramidis sit .b. & fiat ut trigonus .c. equalis polygonio .b. fiatq. super .c. piramis eque alta piramidi que est super .b. & sint .a. b. c. equiuoca nomina piramidū & basium. ¶ Quia igitur ex ypothesi due piramides .a. & .b. sint equeles & ex vltima interpositarum ad sextam huius dueq. piramides .b. & .c. sint equeles & erunt ex communi scientia due piramides .a. & .c. equeales: igitur bases earum sunt mutue ad altitudines earum ex prima parte .7. huius. Cumq. bases .b. & .c. sint equeles: altitudines quoq. piramidum .b. & .c. equeales. Erunt ex prima parte & secunda .7. quinti bases .a. & .b. mutue altitudinibus piramidum .a. & .b. ¶ Secunda pars conuerso mō probatur. nam si fite rit basis .a. ad basim .b. vt altitudo piramidis .b. ad altitudinē piramidis .a. erit ex .1. pte & pria .7. gnti basis .a. ad basim .c. sicut altitudo piramidis .b. ad altitudinē piramidis .a. itaq. ex scda pte huius .7. due piramides .a. & .c. sunt equeales quare p cōmunem sciam due quoq. piramides .a. & .b. sunt equeales. ¶ Si vero neutra propositarum piramidum fuerit

7



7





trigona sed vtraq. polygonia. Verbi gratia altera pentagona altera exago-
na que ad huc dicantur. a. & b. simantur similiter triangulus. c. equalis exa-
gono. b. super quem fiat piramis eque alta piramidi. b. eruntq. due pira-
midis. b. & c. equales. ideoq. due que sunt. a. & c. etiam per conceptionem
equales quare basis. a. ad basim. c. sicut altitudo piramidis. c. ad altitudi-
nem piramidis. a. hoc enim nuper demonstratum est. Est ergo ex septia
quinti basis. a. ad basim. b. sicut altitudo piramidis. b. ad altitudinem
piramidis. a. Conuersa conuerso modo patet. si enim basis. a. ad basim. b. fue-
rit vt altitudo piramidis. b. ad altitudinem piramidis. a. erit quoq. ex se-
ptima quinti basis. a. ad basim. c. vt altitudo piramidis. c. ad altitudinem
piramidis. a. ideoq. vt patet ex prioribus erunt due piramides. a. & c. equa-
les quare etiam ex communi scientia & due que sunt. a. & b. erunt etiam
equales. Et hoc est propositum.

Propositio 8.



Primum duarum piramidum similium quarum
bases triangule & portio alterius ad alteram tanq. la-
teris ad latus eius relatum. proportio triplicata.

Propositis duabus piramidibus bases triangulas habé-
tibus similibus ex ipsis per se duo solida parallelograma
quemadmodum dictum est in demonstratione premis-
se eruntq. hec duo solida parallelograma similia eo q. piramides ponun-
tur similes ad inuicem. nam duo solidi anguli qui sunt communes pira-
midibus & solidis parallelogramis superficialibus angulis numero & quan-
titate equalibus continentur & latera quoq. illos angulos superficiales co-
tinentia sunt proportionalia quare ex. 34. primi tres superficies solidorum
parallelogramorum communes angulos solidos constituentes sunt equi-
angule & laterum proportionalium. ideoq. similes ex diffinitione simi-
lium superficialium: quare ex. 14. & 13. quinti cuncte sex superficies horum
duorum solidorum parallelogramorum sunt similes ad inuicem: igitur
a diffinitione corporum similium erunt ipsa solida similia: quare cum p-
portio solidorum & piramidum sit vna ex. 15. quinti. nam solida sunt sex-
cupla piramidibus ex sexta huius. cumq. sit proportio solidorum vna si-
cut suorum relatinorum laterum triplicata ex. 36. vnde primi libri:
Sint autem latera solidorum eadem quoq. latera piramidum. erit quoq.
ex. 11. quinti proportio propositarum piramidum sicut suorum relatio-
num laterum proportio triplicata: quod est propositum.

Quod si fuerit due quilibet piramides laterate similes et it
proportio alterius ad alteram sicut sui lateris ad sibi relatum
latus alterius proportio triplicata.

Sint due laterate piramides quarum coni. a. & b. similes sintq. sup ba-
ses pentagonas que sunt. c. d. e. f. g. h. k. l. m. n. dico q. proportio earum est
sicut suorum relatinorum laterum triplicata. Constat enim ex diffinitio-
ne similium superficialium & corporum q. pentagoni qui sunt bases pro-
positarum piramidum sibi ad inuicem, cunctiq. reliqui trianguli ipsas
ambientes sibi inuicem sunt similes. Diuidantur itaq. bases amborum in
triangulos similes & numero, equales prout. 18. sexti proponit esse possibi-
les protractis in hac quidem lineis. c. e. & c. f. in illa vero. h. l. & h. m. Di-
co igitur istas piramides esse diuisas in piramides triangulas similes & nu-
mero equaliter. Constat enim ad inuicem due piramides. a. c. d. e. b.
h. k. l. quarum coni sunt. a. & b. constat autem ex ypothesi triangulum. c.
a. d. esse similem triangulo. b. h. k. & triangulum. d. a. e. triangulo. k. b. l.
& quia etiam ex ypothesi angulus. d. est equalis angulo. k. & latera. c.
d. & d. e. continentia angulum. d. sunt proportionalia lateribus. b. k. &
k. l. continentibus angulum. k. erunt ex. 6. sexti duo trianguli. c. d. e. & b.
k. l. equianguli. ideoq. per. 4. sexti erit proportio. c. d. ad. h. k. sicut. c. e.
ad. h. l. cumq. ex ypothesi sit proportio. c. a. ad. h. b. & etiam. a. c. ad. b. l. sicut

e.d.ad.h.k. erit ex .n. quinti. c.a.ad.b.b.f. a.e.ad.b.l. sicut.c.e.ad.b.l. igitur ex .s. sexti & diffinitione similium superficierum triangulus c.a.e. erit similis triangulo. b.b.l. manifestum est itaq; ex diffinitione similium corporum q; piramis. a.c.d.e. est similis piramidi. b.b.k.l. similiter quoq; constat piramidem. a.c.e.f. esse similem piramidi. b.b.l.m. & piramidem. a.c.f.g. piramidi. b.b.m.n. Quia ergo ex hac .s. proportio piramidis. a.c.d.e. ad piramidem. b.b.k.l. est sicut lateris .c.d. ad latus. h.k. triplicata & etiam piramidis .a.c.e.f. ad piramidem .b.b.l.m. sicut. c.e.f. ad .l.m. triplicata. ac etiam piramidis. a.c.f.g. ad piramidem. b.b.m.n. sicut. c.g. ad. h.n. triplicata cum sit ex ypothesi proportio. e.f. ad. l.m. & .c.g. ad. h.n. sicut. c.d. ad. h.k. sequitur ex .n. quinti vt proportio totalium piramidum a. f. b. sit sicut vnus harum partialium ad aliam vnā: igitur ex hac .s. & vndecima quinti constat verum esse quod diximus.

Omnino columne laterate eque alte suis basibus sunt proportionales.

Verum est quod dicitur super qualescūq; bases polygonias sine columne. Columnas autem lateratas vocamus solida corpora laterata quorū bases & superficies suppreme sunt similes & equales. cuncte vero reliquae superficies ipsa solida circumstantes sunt equidistantium laterum. Talem autem solidorum prima species est seratilis cum super vna suarum trilatorum superficierum intelligitur esse statum. Secunda vero species est columna cuius basis sit quadrilatera quam ex duobus seratilibus necesse est esse compositam. Tertia est cuius basis ē pentagona & ipsa ex tribus seratilibus perficitur. Simpliciter autē dico q; omnis laterata columna in tot corpora seratilia potest distingui in quot triangulos sua basis. I n^o teligantur itaq; due columne laterate. a. f. b. constitute super duas bases a. f. b. eque alte. dico q; proportio columnarum; a. f. b. est sicut basium. a. f. b. Distinguantur itaq; hee bases in triangulos: f. hee columne in seratilia: basis quidem. a. que ponatur esse quadrangula in duos trigonos s. c. f. d. & columnae. a. in duo seratilia. c. f. d. basis vero. b. que sit pentagona distinguatur in tres trigonos. e. f. g. & columnae. b. in tria seratilia que similiter vocentur. e. f. g. Manifestum est igitur ex his que in .36. v^o decimi dicta sunt q; proportio seratilis. c. ad seratile. e. est sicut basis. c. ad basim. e. & iterum seratilis. d. ad seratile. e. sicut basis. d. ad basim. e. quare per .24. quinti erit columne. a. ad seratile. e. sicut basis. a. ad basim. e. eadē ratione erit columnae. a. ad seratile. f. sicut basis. a. ad basim. f. at rursus columne. a. ad seratile. g. sicut basis. a. ad basim. g. Igitur ex .24. quinti quotiens necesse fuerit assumpta facile concludes propositum constat itaq; ex hoc q;

Omnino columne laterate super eandem basim vel super equales constitute si fuerint eque alte erunt equales.

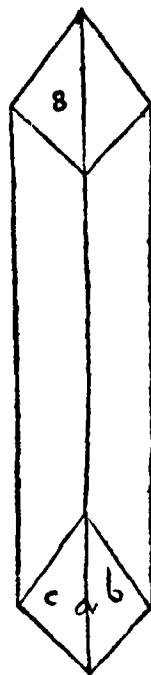
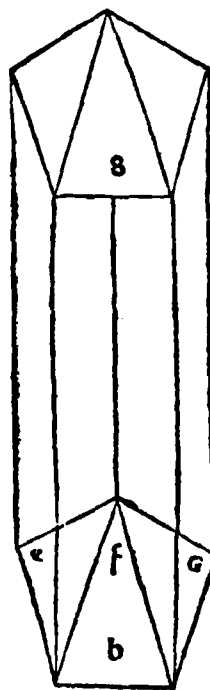
Cum enim vt proximo probatum est eque alte columne laterate sint suis basibus proportionales. ponantur autem bases esse aut eadē aut equales necesse est ex .24. quinti vt etiam columne sint equales constat quoq; q;

Si fuerint quelibet solida parallelograma seratilia & laterate columne eque alta ipsa quoq; suis basibus proportionalia esse necessario comprobantur.

Omnia enim hee species sunt lateratarum columnarum de quibus paulo ante vniuersaliter probatum est verum esse quod dicitur.

Omnino laterata columna tripla est ad suam piramidem.

Distinguitur basis columnae in triangulos & secundum numerum triangulorum illorum distinguatur columna in seratilia & piramis colli ne in piramides habentes bases triangulas que videlicet sunt bases seratiliū. constat itaq; vnumquodq; seratile ad eam piramidem que super eandem basim cum ipso seratili consistit triplum esse hoc enim demonstratum est in sexta huius duodecimi libri igitur ex .n. quinti omnia



seratilia pariter accepta ad omnes pyramides pariter acceptas heteris esse triplum cumq; ex omnibus seratilibus pariter acceptis columna & ex omnibus pyramidibus pariter acceptis pyramis columnne perficiantur constat veram esse hanc nostram propositionem.

¶ Si fuerint due quilibet columnne laterate equales earum bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases earum & altitudines mutue fuerint: easdem columnnes equales esse necesse est.

¶ Si enim columnne sint equales earum pyramides erunt equales eo qd omnis laterata columna est tripla ad suam pyramidem. si autem pyramides fuerint equales sue bases suis altitudinibus mutue erunt quemadmodum demonstratum est in septima huius. ¶ Quia igitur columnnarum suarumq; pyramidum eodem sunt bases & altitudines sunt eodem. constat prima pars propositi. ¶ Sint igitur bases & altitudines propositarum columnnarum lateratarum mutue: dico qd columnne erunt equales. cum enim eodem sunt bases eodemq; altitudines columnnarum suarumq; pyramidum tenent bases & altitudines pyramidum propositarum columnnarum mutue. si hoc ut posuimus est verum fuerit de columnnis. erunt itaq; pyramides equales prout in septima huius demonstratum est igitur & columnne equales cum ipse triplum sunt ad suas pyramides: quare patet secunda pars eius quo propositum est.

¶ Omnium duarum columnnarum lateratarum similium est proportio alterius ad alteram tanq; lateris ad suum: relatiuum latus proportio triplicata.

¶ Si columnne fuerint similes erunt ex diffinitione similium corporum bases earum ceteraq; superficies eas ambientes similes. Diuidantur itaq; bases earum in triangulos similes & numero equales quemadmodum. 13. sexti proponit esse possibile: & ipse columnne diuidantur in seratilia super hos triangulos existentia. stude igitur probare seratilia vnius suis relatiuis seratilibus alterius esse similia: quod facile probabis ex ypothefi & sexta & quarta & quinta sexti: & diffinitione similium superficialium & diffinitione similium corporum hoc aut probato erit ex. 36. vndecimi proportio vnius cuiusq; seratilis vnius ad suum relatiuum seratile alterius sicut sui lateris ad latus illius proportio triplicata: Et quia omnium laterum est proportio vna cum cuncta seratilia vnius sint similia suis relatiuis seratilibus alterius. sequitur ex vndecima quinti ut cunctarum seratiliu vnius ad sua relatiua seratilia alterius sit proportio vna: quare per. 13. quinti que est proportio vnius seratilis ad suum seratile relatiuum alterius eadem est omnium pariter acceptorum ad omnia pariter accepta & quia utrobique omnia seratilia pariter accepta componunt columnnas & relatiua latera seratiliu sunt relatiua latera columnnarum necesse est ex vndecima quinti ut proportio columnnarum sit sicut suorum relatiuorum laterum proportio triplicata quod est propositum.

Propositio .9.



Prius columna rotunda pyramidi sue triplex esse comprobatur.

¶ Supra circulum .a. intelligatur vna columna & vna pyramis secundum eandem suam altitudinem erecte decanturq; equinoce ipsa pyramis & columna & circulus nomine vno scilicet .a. dico itaq; qd columna .a. est tripla ad pyramidem .a. cuius probatio est quia neq; maior neq; minor potest esse qd tripla. Sit enim primum si possibile e maior qd tripla quantitate corporis b. ita qd si .b. corpus dematur de columna .a. erit residuum eius triplum ad pyramidem .a. Inscribatur ergo quadratum circulo .a. super quod erigatur duo seratilia eque alta columnne .a. de quibus duobus seratilibus parti

ter acceptis constat q̄ ipsa sunt plus medietate columnne. a. quemadmodum ipsum quadratum constat esse plus medietate circuli. a. Si enim ex ipsis seratilibus perficiantur solida parallelograma quorum ipsa sunt medietates: erit ipsa columna pars ipsorum duorum solidorum pariter acceptorum. ¶ Deinde super latera quadrati inscripti perficiam quatuor triangulos duum equalium laterum in portionibus circuli quarum portionum latera quadrati sunt corde diuisis arcibus illarum portionum per equalita t̄ sint illi trianguli. c. d. e. f. super quos etiam erige seratilia ad altitudinem columnne. a. t̄ manifestum est q̄ hec seratilia sunt maius medietate portionum columnne super portiones circuli consistendum quemadmodum t̄ ipsi trianguli sunt maius medietate portionum circuli. Fiat autē hoc totiens quousq̄ per primam. 10. cogatur aduersarius confiteri portiones columnne pariter acceptas esse minus corpore. b. ¶ Erit igitur columna laterata octogona quam componunt omnia seratilia pariter accepta quorum bases sunt trianguli diuidentes polygonum inscriptum circulo a. maius a triplo pyramidis rotunde. a. t̄ quia ipsa laterata columna est tripla ad suam pyramidem sicut demonstratum est in eis que premissa sunt. sequitur ex secunda parte. 10. quinti libri vt rotunda pyramis. a. sit minor laterata pyramide laterate columnne cuius basis est inscriptum polygonum basi rotunde pyramidis. a. quod est impossibile. Est enim pyramis laterata pars ipsius pyramidis rotunde: non est igitur pyramis. a. minus tertia parte sue columnne. sed nec plus tertia. Si enim possibile est: sit pyramis. a. plus tertia parte columnne. a. quantitate corporis. b. ita q̄ de tracto corpore. b. de pyramide. a. sit residuum ipsius pyramidis tertia pars columnne. a. igitur quemadmodum prius ex pyramide. a. intelligatur detrahi pyramis laterata sibi eque alta cuius basis sit quadratum circulo. a. inscriptum quam lateratam pyramidem constat esse plus dimidio pyramidis rotunde. Item de residuo pyramidis. a. rursus intelligantur detrahi pyramides eque alte statute super triangulos. c. d. e. f. qui sunt in portionibus basis t̄ hoc totiens fiat vt ex prima decimi relinquatur ex pyramide. a. minus corpore. b. Erit itaq̄ pyramis laterata inscripto polygonio superflans quam componunt laterate pyramides ex rotunda pyramide detracta maius tertia parte rotunde columnne. a. t̄ quia vt probatum est i precedentibus hec pyramis laterata est tertia pars sue columnne laterate. a. sequitur denovo ex secunda parte. 10. quinti libri columnnam rotundam. a. esse minorem columnna laterata eiusdem altitudinis cuius basis ē polygoniū basi rotunde pyramidis inscriptum: hoc autem impossibile: nam hec columna laterata pars est columnne rotunde: Cum igitur columna rotunda non possit esse minus triplo sue pyramidis neq̄ maius: erit necessaria tripla ad eam quod demonstrare volumus.

Castigator.

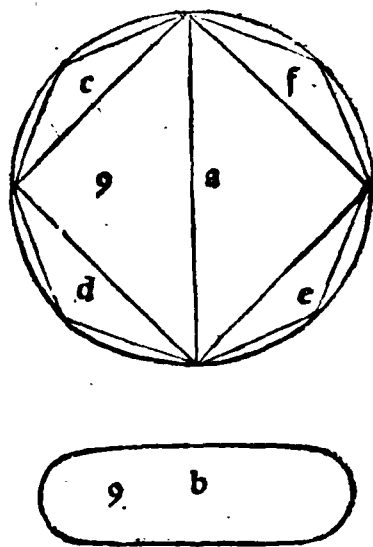
a. ¶ Quia minus deficit ad complendam totam columnnam q̄ triplo cui deficit corpus. b. q̄ maius est portionibus columnne p̄ter acceptis.
b. ¶ Cum quelibet tertia pars huius sit maior tertia parte illius rotunde. Ideo rota totali.

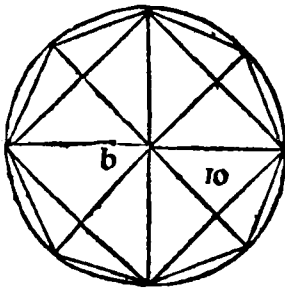
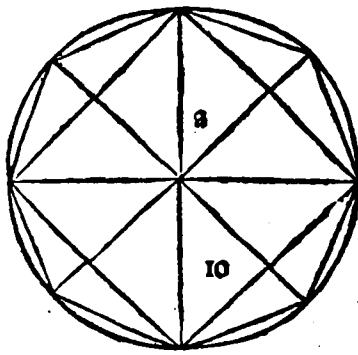
Propositio .10.



¶ Etiam duarum rotundarum pyramidū similium columnnarum vt rotundarum similium est p̄portio alterius ad alterā tanq̄ diametri sue basis ad diamet̄ basis alterius p̄portio triplicata.

¶ Sint duo circuli. a. t̄. b. super quos constituatur due rotunde pyramides similes duę columnne rotunde similes t̄ dicantur circuli t̄ pyramides t̄ columnne t̄ diametri circulorum his nobis. a. t̄. b. equinoce: dico itaq̄ q̄ proportio duarum pyramidum a. t̄. b. duarumq̄ columnnarum a. t̄. b. est sicut duarum diametrorum





a. f. b. pportio triplicata hoc autem si de pyramidibus confiteretur de columnis autem constabit ex. 15. quinti. cum omnis columna rotunda sit ex premissa tripla ad suam pyramidem de pyramidibus autem constabit hoc demonstratione ducente ad impossibile. Est enim per communem scientiam positam in principio secunde demonstrationis huius. n. libris que proportio diametri. a. ad diametrum. b. triplicata: eadem pyramidis. a. ad aliquod corpus. Illud igitur corpus sit. c. de quo dico q. ipsum non potest esse minus neq. maius piramide. b. Sit primo minus si fuerit possibile quantitate corporis. d. ita q. duo corpora. c. & d. pariter accepta sint quantum pyramidis. b. itaq. quemadmodum in secunda parte premissae ex piramide. b. detrahitur laterata piramis sibi eque alta cuius basis sit quadratum inscriptum circulo. b. & ex residuo eius detrahantur pyramides eiusdem altitudinis consistentes super trigonos portionum circuli. b. fiat itaq. hoc totiens quousq. cogente prima. 10. sit residuum pyramidis. b. minus corpore. d. erit ex communi. scientia laterata piramis detracta quam componunt partiales pyramides detractae maius corpore c. Inscrubatur itaq. circulo. a. polygonum simile illi quod est basis laterate pyramidis detractae a piramide. b. & ad angulos huius polygoni inscripti circulo. a. demitte lineas a cono pyramidis. a. perficiens super illud polygonum lateratam pyramidem eque altam rotunde pyramidis. a. hanc igitur studeas demonstrare esse similem laterate pyramidis detractae a rotunda piramide. b. quod hoc modo facies. In vtraq. piramide eriges axem ipsius qui erit ex diffinitione linea continuans verticem pyramidis cum centro basis & erit perpendicularis ad basim. De hinc a centr. basim protrahas in vtroq. circulo semidiametros ad omnes angulos vtriq. polygoni inscripti atq. ex diffinitione. similium pyramidum rotundarum sit pportio axis vnus ad axem alterius sicut diametri basis vnus ad diametrum basis alterius. ideoq. etiam ex. 15. quinti & equa proportionalitate sicut semidiametri ad semidiametrum. sunt autem vtrobiq. omnes anguli quos axes cum semidiametris continent recti necesse est ex sexta ppositione. sexti libri & q. t. eiusd. & diffinitione similium superficie. & similitudinis corporum diffinitione vt laterata piramis. a. sit similis laterate pyramidis. b. q. re per additam ad. s. huius proportionis laterate pyramidis. a. ad lateratam. b. est sicut lateris vnus ad suum relatum lat. alterius proportionis triplicata. ideoq. & sicut diametri. a. ad diametrum. b. triplicata. igitur quoq. sicut rotunde pyramidis. a. ad corpus. c. ex. 11. quinti quare permutatim proportio laterate pyramidis. a. ad rotundam pyramidem. a. sicut laterate pyramidis. b. ad corpus. c. Et quia laterata piramis. b. maior est corpore. c. erit laterata piramis. a. maior rotunda piramide. a. quod est impossibile cum sit pars eius. Non est ergo corpus. c. minus rotunda piramide. b. Restat itaq. probandum q. nec maius. Si enim aduersarius dicat ipsum esse maius tunc arguatur ex conuersa proportionalitate proportionem diametri. b. ad diametrum. a. triplicatam esse sicut corporis. c. ad rotundam pyramidem. a. sed ex conceptione eadem est rotunde pyramidis b. ad aliquod corpus aliud quod sit. d. & quia ex ypothesi corpus. c. maius est rotunda piramide. b. sequitur. ex. 14. quinti q. rotunda piramis. a. sit maior corpore. d. itaq. proportio rotunde pyramidis. b. ad corpus quod est minus rotunda piramide. a. videlicet ad. d. est sicut sue diametri. b. ad diametrum alterius proportio triplicata. hoc autem est impossibile. na ex hoc demonstrauimus sequi q. pars sit maior suo toto. cum ergo corpus. c. non possit minus esse neq. maius rotunda piramide. b. erit necessario sibi equale. ideoq. ex secunda parte. 7. quinti constat propositum. Non lateat autem nos huius demonstrationis processum ad eas dumtaxat columnas & pyramides rotundas coartari quarum axes suis basibus perpendiculariter insistant: tales enim diffinitae fuerunt in principio vndecimae cum tamen passio hic demonstrata communiter conueniat omnibus columnis rotundis similibus pyramidibusq. rotundis similibus sunt ex

rum axes super bases suas fuerint orthogonaliter erecte siue sup eas fuerint inclinate: & appellentur differentie causa hec rotunde columnne & piramides quarum basibus axes orthogonaliter superstant erecte: relique vero dicantur inclinate: & quia in principio .n. non sunt diffinitae columnne aut piramides rotunde nisi ille tantum quas erectas vocamus. hec quidem per motum parallelogrami rectanguli ille vero per motum trigoni rectanguli. ideo conueniens arbitramur diffinire columnas rotundas & piramides diffinitionibus communiter & vniuoce conuenientibus erectis & inclinatīs columnis & pyramidibus rotundis. Cum igitur extra superficiem alicuius circuli descripti signatur punctus qui cum circumferentia ipsius circuli per lineam rectam continuatur si linea ipsa signato puncto manente fixo descripto circulo quousq; ad locum vnde moueri inceperit. circumducatur: corpus quod a curua superficie quam motu suo describit hec linea & ab ipso circulo cui circumducitur continetur voco pyramidem rotundam. & circulum cui linea hec circumducitur voco basim ipsius pyramidis. fixum autem punctum extra circuli superficiem signatum voco conum pyramidis: lineamq; rectam continuantem centrum basis cum cono pyramidis appello axem seu sagittam pyramidis. Cuiq; hec sagitta fuerit perpendicularis ad basim dico pyramidem esse erectā. cum vero inclinata dico etiam pyramidem inclinatam. Cum autem fuerint duo circuli equales descripti in superficiebus equidistantibus quos vna plana superficies per eorum centra transiens secuerit fuerintq; continuate per lineam rectam due relative sectiones duarum circumscriptarum ipsorum circularum. Si linea hec in circumferentiis ipsorum circularum equidistanter sinu a quo moueri inceperit quousq; ad locum suum redeat circumducatur: corpus quod a curua superficie quam motu suo describit hec linea & a duobus propositis circulis continetur: voco columnam rotundam. cuius axis siue sagitta est linea recta centra duorum circularum continuans. Et cum hec sagitta fuerit perpendicularis ad superficiem vtriusq; duorum circularum: dico columnam esse rectam. Cum vero fuerit super basim inclinata dico columnam esse inclinatam. Cuiq; fuerint due rotunde piramides aut columnne a quarum axibus egrediantur due superficies super bases earum orthogonaliter erecte fuerintq; anguli quos axes & communes sectiones harum superficierum & basium continent adinuicem equales: & fuerit proportio axis vnius ad axem alterius sicut semidiametri basis vnius ad semidiametrum basis alterius: tunc illas duas piramides adinuicem aut illas duas columnas adinuicem dico similes esse. His diffinitionibus positis demonstrandum est q; omnium duarum rotundarum pyramidum similium columnarum vtriusque rotundarum similium siue erecte siue inclinate fuerint est proportio vnius ad alteram sicut diametri basis vnius ad diametrum basis alterius proportio triplicata quod de solis erectis demonstratum est ad hoc autem premittimus antecedens necessarium.

¶ Castigator.

a ¶ Diffinitio non dicit hoc sed ex permutata proportio. elicitur. Quoniam si proportio axis vnius ad diametrum siue basis est sicut axis alterius ad diametrum siue basis. Ergo permutatim axis vnius ad axem alterius sicut diametri vnius ad diametrum alterius &c.

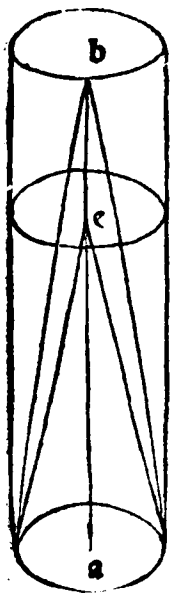
¶ Si fuerint due rotunde piramides adinuicem similes vtriusque quarum due plane superficies super axem secant fuerintq; harum duarum superficierum altera in vtraque piramide super basim eius orthogonaliter erecta at arcus basium inter illas duas superficies contenti similes: et ut anguli quos axes & due communes sectiones basium & earum superficierum que super

R. l. que ob hoc erit diameter circuli. a. protrahatur autem in circulo. a. alia diameter fecans hanc orthogonaliter que sit. m. n. sicq. inscribatur in circulo. a. quadratum. R. m. l. n. & diuidendo arcus portionum circuli. a. per equalia perficiatur in circulo. a. polygonum simile illi quod est inscriptum circulo. b. & ad singulos angulos huius polygoni demitte lineas rectas a cono pyramidis. a. perficiēs super illud polygonum lateratam pyramidem eque altam pyramidi. a. hanc autem lateratam pyramidem probabis esse similem laterate pyramidi detractae. a. rotunda pyramide. b. quod hoc modo facies produces axer cogitatione vel actu vtriusq. in vrisq. pyramidibus. a. & b. & a. centris basium protrahas lineas rectas ad omnes angulos inscriptorum polygoniorum. Eruntq. ex premisso antecedente omnes anguli quos continet axis pyramidis. a. cum singulis lineis ductis a centro circuli. a. ad angulos polygoni sibi inscripti equaliter suis relativis angulis quos continet axis pyramidis. b. cum singulis lineis ductis a centro circuli. b. ad angulos polygoni sibi inscripti. Et quia ex diffinitione rotundarum pyramidum similiarum proportio axis pyramidis. a. ad axem pyramidis. b. est sicut semidiametri circuli. a. ad semidiametrum circuli. b. sequitur ex sexta & quarta sexti & diffinitionibus similiarum superficialium & similiarum corporum q. due laterate pyramides. a. & b. sint similes. Cetera argue sicut prius in decima. constat itaq. de omnibus rotundis pyramidibus similibus quod proportio earum sit sicut diametrorum suarum basium triplicata. & quia omnis columna rotunda est tripla ad suam pyramidem. hoc enim sufficenter est demonstratum siue columnne & siue pyramides fuerint erecte siue inclinate sequitur ex. x. quinti vt etiam quorumlibet columnarum rotundarum similiarum sit proportio sicut suarum diametrorum triplicata.

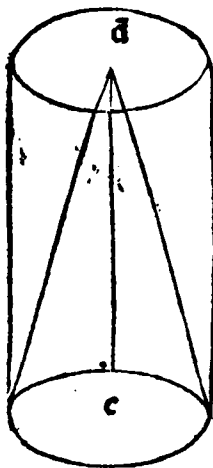
Propositio .ii.



Propones duas rotundas pyramides siue columnas eque altas suis basibus pportionales esse necesse ē. Et supra duos circulos. a. & b. statuatur vt prius due rotunde pyramides eque alte que dicantur similiter. a. & b. & due rotunde columne eque alte eisdem litteris ascripte a. & b. dico itaq. q. proportio duarum pyramidum. a. & b. duarumq. columnarum. a. & b. est sicut duorum circulorum. a. & b. quod de columnis manifestum erit si hoc prius de pyramidibus demonstrabit omnis enim rotunda columna tripla est ad suam pyramidem de pyramidibus autem constabit indirecta demonstratione hoc modo. Est enim ex communi scientia proportio rotunde pyramidis. a. ad aliquod corpus sicut circuli. a. ad circulum. b. illud corpus sit. c. dico itaq. q. corpus. c. non potest esse maius neq. minus rotunda pyramide. b. sit enim primo minus quantitate corporis. d. igitur circulo. b. inscribatur quadratum & detrahatur a rotunda pyramide. b. pyramis. laterata cuius sit basis quadratum circulo. b. inscriptum & ex portionibus pyramidis detrahantur pyramides super trigonos portionum circuli consistentes fiatq. hoc totiens quousq. sit. ex pyramide. b. residuum minus corpore. d. eritq. laterata pyramis detracta quam componunt partiales pyramides detractae maiore corpore c. inscribatur ergo circulo. a. polygonum simile illi polygonio quod ē basis laterate pyramidis. b. & perficiatur super ipsam pyramis laterata ductis lineis a vertice pyramidis laterate. a. ad angulos polygoni inscripti. Eruntq. due laterate pyramides. a. & b. eque alte. hoc. n. est ppositū de rotundis q. re pportio laterate pyramidis. a. ad lateratā pyramide. b. est sicut basis eius ad basim illius videlicet sicut polygoni. a. ad polygonū. b. hoc n. demonstratum est in sexta huius. At vero polygoni. a. ad polygonū.



12



b. est sicut circuli. a. ad circulum. b. quod manifestum est ex priā & secūda huius: itaq; laterate pyramidis. a. ad lateratam pyramidem. b. sicut rotundae pyramidis. a. ad corpus. c. quare permutatim laterate pyramidis. a. ad rotundā pyramidē. a. sicut laterate pyramidis. b. ad corpus. c. cumq; sit laterata pyramis. b. maior corpore. c. sequitur lateratam pyramidem. a. esse maiorem rotunda pyramidē. a. hoc autem impossibile est enim pars eius non erit ergo corpus. c. minus rotunda pyramidē. b. ¶ Si vero ponat aduersarius q; sit maius demonstrabimus. rursum idem impossibile consequens erit enim per conuersam proportionalitatem. proportio corporis. c. ad rotundam pyramidem. a. sicut circuli. b. ad circulum. a. sit quoq; eadem rotunde pyramidis. b. ad aliquod corpus quod sit. d. Cum igitur corpus c. sit maius rotunda pyramidē. b. per ypothesim erit ex 14. quinti rotunda pyramis. a. maior corpore. d. itaq; proportio circuli b. ad circulum. a. erit sicut rotunde pyramidis. b. ad quoddam corpus minus rotunda pyramidē. a. Sed hoc demonstratum est prius esse impossibile. sic enim sequitur q; pars sit maior suo toto. non est igitur corpus. c. neq; minus neq; maius rotunda pyramidē. b. sed tantum equale. itaq; ex secunda parte septime quinti concludere propositum. Vt autem facilius inconcussusq; demonstraretur quod sequitur: ad ipsam est antecedens vtile premittendum quod est.

¶ Si superficies quedam rotundam columnam equidistāter basi eius secuerit: erunt duo partialia corpora que ad illam secantem superficiem terminantur portionibus axis columnę proportionalia.

¶ Simile est hoc ei quod pposuit. 15. vndecimi libri de solidis parallelis gramis nec solum verum est hoc de columnis rotundis immo simpliciter de omnibus columnis siue laterate siue rotunde. Quod quā argumentationem prime sexti vel. 15. vndecimi firmiter tenuerit facile demonstrare poterit: hic enim non aliter q; ibi ex diffinitione incōtinue proportionalitatis que posita est in prohemio quinti libri arguendum est. propositum. ¶ Attendere autem oportet q; quęcūq; superficies secat columnam equidistāter basi ipsius secat etiam eam equidistāter superficiei basis eius oppositę. nam quęcūq; superficies vni superficiei sunt equidistantes ipse quoq; sunt equidistantes adinuicem vt ex his que dicta sunt ex decima sexta vndecimi libri didicisti: quare manifestum est q; omnes rotunde columnę quarum sunt bases equales altitudinibus suis sunt proportionales. Idem quoq; de lateratis. idem quoq; de pyramidibus rotundis & etiam de lateratis quod de pyramidibus constabit si prius de columnis probetur. Est enim omnis columna triplex ad suam pyramidem. Rotunda quidem ex nona huius: laterata vero ex his que supra in octauo demonstrata sunt.

Propositio .12.



Sive pyramides rotunde siue columnę fuerint equales siue bases & altitudines erunt mutue. Si vero siue bases & altitudines mutue fuerint ipsę pyramides siue columnę equales ēē necesse est.

¶ Altitudinem pyramidum determinant linee a conis ad bases perpendiculariter descendentes: columnarum autem a supremis earum superficiebus ad bases. Sint itaq; due rotunde pyramides. a. b. & c. d. equales: dueq; rotunde columnę. a. b. & c. d. equales sintq; communes bases tam pyramidum q; columnarum duo circuli. a. & c. communes quoq; altitudines tam pyramidum q; columnarum determinate per lineas. a. b. & c. d. dico q; proportio circuli. c. ad circulum. a. est sicut altitudinis. a. b. ad altitudinem. c. d. & conuerso. Hoc autem si de columnis probatum fuerit de pyramidibus certum erit: quoniam omnis columna rotunda tripla est ad suam pyramidem. Si itaq; due altitudines

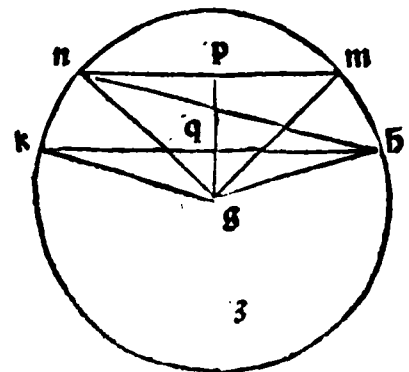
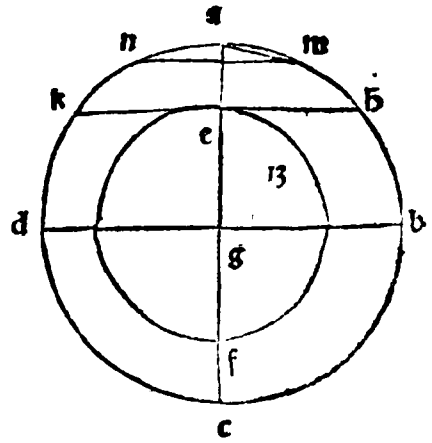
a. b. c. d. fuerint equales ex premiffa constat propositum. Si autem inequales sit. a. b. maior sumaturq. a. e. equalis. c. d. & fecetur columna. a. b. a sup. facie. e. egdistater basi eius. a. eritq. ex premisso antecedente columna. a. b. ad columnam. a. e. sicut altitudo. a. b. ad altitudinē. a. e. ideoq. ex pria pte. 2. quinti columna. c. d. ad columnā. a. e. sicut altitudo. a. b. ad altitudinē. a. e. quare p. scdam prem. 2. quinti sicut altitudo. a. b. ad altitudinē. c. d. ex premiffa autē ē columna. c. d. ad columnā. a. e. sicut circulus. c. ad circulū. a. itaq. p. 2. quinti est altitudo. a. b. ad altitudinem. c. d. sicut basis. c. ad basim. a. constat igitur pria ps. 7. Scda couerso mō cōstabit eadē dispositione manēte. Sit. n. vt basis. c. ad basim. a. sic altitudo. a. b. ad altitudinem. c. d. dico q. due columnae. a. b. c. d. sunt equales. Erit enim ex scda pte. 2. quinti altitudo. a. b. ad altitudinem. a. e. sicut basis. c. ad basim. a. & q. ex premiffa columna. c. d. ad columnā. a. e. ē sicut basis. c. ad basim. a. & ex p. misso antecedente columna. a. b. ad columnā. a. e. sicut altitudo. a. b. ad altitudinē. a. e. sequitur ex. 2. quinti vt columna. c. d. ad columnam. a. e. sit sicut columna. a. b. ad eandem. a. c. igitur ex prima parte. 9. quinti due columnae. a. b. c. d. sunt equales quare constat etiam scda pars.

Propositio 13.



Cum propositi fuerit duo circuli ab vno centro circūducti superficiem multangulam equalium laterum circulum minorem minime tangentium intra circulum maiorem describere.

Sint duo circuli. a. b. c. d. & e. f. ab vno cōi centro qd sit. g. circūducti. dico q. intra maiorem. qui sit. a. b. c. d. possibile est vnum polygonum quod sit equilaterū describi minore circulū q. est. e. f. nullo suo latere tangens. quā adrent. n. hi duo circuli duabus diametris sup. cent. ipsoz. orthogonaliter se invicem secantibus que sunt. a. c. & b. d. sitq. e. f. diameter minoris p. diametri. a. c. q. est diameter maioris. sitq. igitur a puncto. e. ducat vtrinq. vsq. ad circūferentiam maioris linea orthogonaliter super diamet. e. f. que occurrat circūferentie maioris hinc qdem in puncto. h. inde vero in puncto. k. eritq. ex correlario. 15. tertii linea. h. c. k. cōtingens circulū minore. Postea vero quadrante. a. b. maioris circuli diuide p. equalia in puncto. l. fm doctrinam 29. tertii de hinc rursus arcū. a. l. p. equalia ad punctū. m. cūq. hoc pluries feceris necessario tandem deuenies ad arcum qui minor erit arcu. a. h. sit hic. a. m. Hoc autē idcirco necessarium est quia cum fuerint due quantitates inequales si a maiori earū dematur eius dimidium. itēq. a residuo dimidium possibile est hoc totiens fieri quoties tandē minor minore earū relinquetur quemadmodum in prima. 20. demonstratum est. Cum igitur sic diuidendo ad arcum quantumcūq. minorem. a. b. fuerit deuenitum cuiusmodi ē arcus hic. a. m. sumat arcus. a. n. eq̄lis arcui. a. m. ducanturq. due linee. a. m. & n. m. Quia igitur arcus. a. k. ē eq̄lis arcui. a. b. qd ex scda pte tertii & quarta primi & 27. tertii manifestū ē. Et q. arcus. a. n. ē eq̄lis arcui. a. m. erit ex cōi scia arcus. n. k. eq̄lis arcui. m. h. ergo due linee. m. n. & k. h. sunt egdistantes Ergo linea. m. n. nō poterit tāgere circulū. e. f. q̄re multo fortius neq. linea. a. m. p. ipsum tāgere. **Q**uoniam igitur cōstat circulū. a. b. c. d. diuisibile ē ē p. archus equales arcui. a. m. ideoq. p. 13. tertii simul cōstat intra ipsum circulū posse chordulas eq̄les chordule. a. m. cōtinue coaptari circulū ipsum polygonie chordantes. manifestū ē intra circulū maiore posse vñū polygonū eq̄laterū cuius vñū latus ē linea. a. m. l. scribi & q. linea. a. m. nō cōtingit circulū minore patet ex pria pte. 13. tertii et diffinitione lineaz. a centro circuli eq̄liter egdistantium q. inscriptum polygonū nullo latere suo tangit circulū minore qd ē ppositum. **A**t qd dubitas duas lineas. m. n. & k. h. eq̄distantes cum sint duo arcus. n. k. & m. h. eq̄les hoc autē incūcursam fortitū est q. due linee circulū vñū nō autē se invicē secantes: si ex circūferentia equales arcus hinc inde lineis ipse intersint erunt egdistantes: due quidem a centro. g



lineam .g.p. perpendiculararem ad lineam .m.n. que fecit lineam .h.k. in pñ
cto .q. & protrahel lineas .g.m.g.n.g.k.g.h. & duobus arcibus .n.k. & .m.
h. subtende duas cordas que etiam dicantur .n.k. & .m.h. eruntq. ex .28. ter
tii hee corde equales .n.k. & .m.h. eo q. arcus equales. Et per secundam p
tem tertie eiusdem tertii erit linea .n.p. equalis linee .m.p. cū igitur vterq.
duorum angulorum qui sunt ad .p. sit rectus ex diffinitione perpendicula
laris erit ex quarta primi angulus .n.g.p. equalis angulo .p.g.m. At 70
per .8. primi angulus .k.g.n. est equalis angulo .h.g.m. itaq. per commun
nem scientiam que est si equalibus equalia addas tota erunt equalia erit
angulus .k.g.q. equalis angulo .q.g.h. ideoq. per quartam primi linea .k.
q. erit equalis linee .q.h. quare per primam partem tertie tertii linea .g.
q. erit perpendicularis ad lineam .k.h. igitur ex prima parte .28. primi due
linee .n.m. & .k.h. sunt equidistantes & hoc est quod dubitare conque
sus es. ¶ Hoc enim idem aliter demonstrare est possibile ducatur enim li
nea .n.h. eritq. ex vltima sexti angulus .h.n.m. equalis angulo .n.h.k. eo
q. arcus .h.m. est equalis arcui .n.k. ideo ex .27. primi linea .m.n. erit equi
distans linee .h.k. Conuersam quoq. si libuerit conuerso modo probabis
si enim linea .m.n. est equidistans linee .h.k. erit arcus .n.k. equalis arcui
m.h. erunt enim ex prima parte .29. primi duo anguli .h.n.m. & .n.h.k. &
les. ideoq. ex vltima sexti duo arcus .n.k. & .m.h. erunt etiam equales.

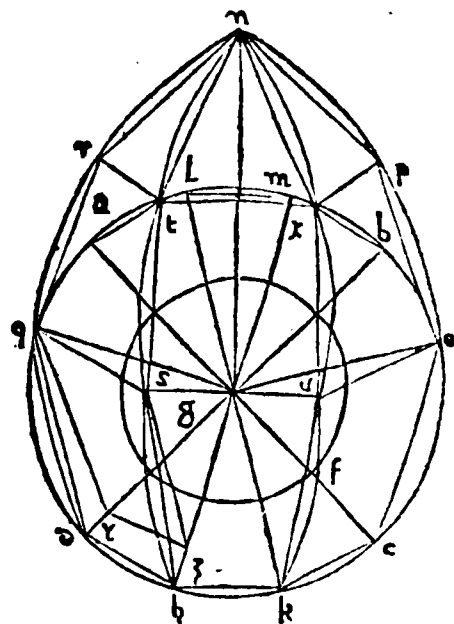
Propositio .14.

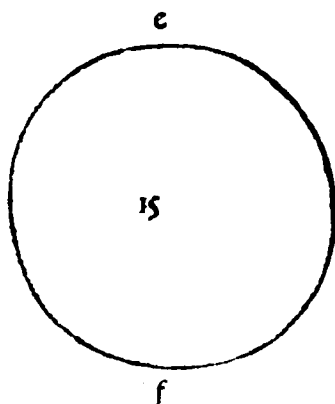
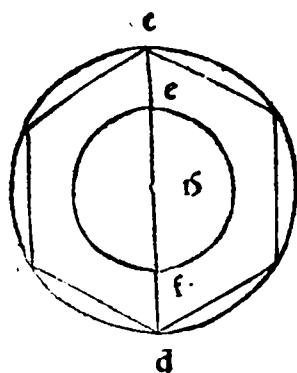
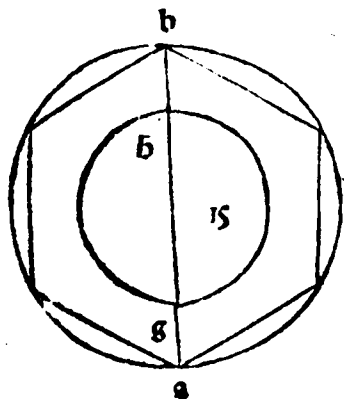


Elabus speris vnum centrum habentibus pro
positis intra maiorem earum solidum multarum
basium superficiem minoris sphere minime tan
gentium figuraliter constituere. Quia constituto
si in minori sphere siue in qualibet alia sphere si
mille corpus intelligibiliter constituitur erit pro
portio corporis multarum basium intra maiorem spheram co
stituti ad corpus multarum basium intra minorem spheram vel
aliam constitutum sicut diametri maioris sphere ad diametrum
minoris vel alterius sphere proportio triplicata.

¶ Sint propositae due sphere .a.b.c.d. & .e.f. vnum atq. idem centrum
quod sit .g. habentes & sit maior earum spera .a.b.c.d. minor vero spher
a .e.f. volumus aut intra maiorem earum vnum corpus multarum basium
constituere de quibus non intendimus q. ipse basium sint equales aut simi
les sed q. nulla earum tangat superficiem minoris sphere. Cum igitur hoc volue
rimus facere secabimus simul vtrinq. propositarum spherarum vna pla
na superficie per commune centrum earum transuertetentq. ex diffini
tione sphere & diffinitione circuli communes sectiones huius secantis su
perficie & superficie spherarum propositarum linee continentes cir
culos sint itaq. duo circuli .a.b.c.d. & .e.f. quorum centrum est centrum
sphere de quo propositum est quod ipsum sit .g. Quadrabimus igitur
hos duos circulos duabus diametris se supra commune centrum eorum
orthogonaliter secantibus que sint .a.c. & .d.b. postea maiori circulo scdm
precepta premisse inscribemus vnum polygonum equilaterum nullo
fiorum laterum tangens minorem circulum. Et sufficiat exempli causa
incripsisse duodecagonum equilaterum ita q. in quadrante ipsius maioris
circuli q. e.c.d. sint tria latera huius duodecagoni que sint corde .d.h.h.k.
& .k.e. que cum sint equales erunt quoq. ex prima parte .27. tertii arcus ear
um equales. Dehinc duobus punctis .h. & .k. que sunt extremitates me
die corde producemus duas diametros que sint .h.m. & .k.l. & super cen
trum .g. erigemus lineam .g.n. perpendiculararem ad superficiem circuli
.a.b.c.d. quam producemus quousq. obuiet superficiei sphere maioris
super punctum .n. ¶ Deinde intelligam quatuor superficies secantes

sphaeras propositas : quantum vnaqueq; fecerit eas super lineam. g.n. sed
prima earum supra lineam. g.n. & diametrum. d.b. secunda super lineam
g.n. & diametrum. h.m. tertia vero super lineam. g.n. & diametrum. k.l.
quarta autem super lineam. g.n. & diametrum. c.a. Enimq; ex diffinitio-
nibus sphere & circuli communes sectiones harum superficierum & sup-
ficii sphere maioris linee continentes circulos & erunt portiones inscri-
pte vt inter punctum. n. & quatuor puncta que sunt. d. h. k. c. quadrantes
horum circularum qui quadrantes sunt. d. n. h. n. & k. n. & c. n. hoc autē
ideo evenit eo qd oēs anguli quos continet linea. g.n. cū vnaqueq; diame-
trorum protractarum in superficie circuli. a. b. c. d. sunt recti ex diffinitio-
ne linee perpendicularis ad superficiem. Recti vero anguli in cetro quar-
te circumferentie subtenduntur. quod ex vltima forti euidenter apparet.
Ex diffinitione autem circularum equalium manifestum est qd vnus
quisq; horum quatuor circularum est equalis circulo. a. b. c. d. Nam dia-
meter oium ipsoꝝ ē diameter sphere maioris. igit per. x. qnti quadrātes
eorum sunt equaliter quare quinq; arcus qui sunt. d. n. h. n. k. n. c. n. & d. c.
sunt equaliter. In vnoquoq; ergo quatuor quadrātium circularum erecto
rum coaptentur ypothemisales chordę quantum quelibet sit equalis chor-
de circuli prostrati que sunt latera polygoni sibi inscripti & est vna cap-
corda. d. b. sintq; in primo quidem. d. q. q. r. & r. n. in secundo vero. h. s. s.
& t. n. in tertio autem. k. u. u. x. & x. n. & in quarto sunt. c. o. o. p. & p. n. &
protrahantur corausti coniungentes capita ypothemisalium chordarū
que sunt. q. s. s. u. u. o. & r. t. t. x. x. p. Vides igitur quarte parti superioris he-
mispherii maioris sphere que quidem quarta pars est. d. n. c. inscriptum ēē
corpus. g. basium quarum tres que coeunt in puncto. n. sunt triangule.
ceterę autem sunt quadrangule. suntq; harum quadrangulorum superficie
rum ypothemisalia latera equalia. kd non equidistantia. Corausti autē
inter quosq; duos circulos intercepti sunt equidistantes adinuicē & chor-
de circuli prostrati sed non sunt adinuicē equaliter. Hoc autem scies si p-
pendiculares a coraustis extremitatibus ad superficiem circuli iacen-
tis demiseris. de quibus constat qd ipse cadet super diametros circularum
quos corausti continent quod ex demonstratis in. 13. u. facile deprehen-
des. Verbi gratia. Sint a duobus terminis corausti. q. s. demisse due ppē-
diculares. q. y. & s. s. cadentes in diametris. d. b. & h. m. & protrahantur li-
neę. q. d. s. h. & y. z. eruntq; ex quarta xti duo trianguli. q. y. d. & s. s. h. si-
militer quare proportio duarum perpendiculariū. q. y. & s. s. erit sicut dua-
rum cordarū. q. d. & s. h. cumq; sint corde equaliter erunt etiam & perpen-
diculares equaliter. At ipse sunt equidistantes ex xti. u. ergo ex. 33. primi
coraustus. q. s. est equalis & equidistans lineę. y. s. & quia ex secunda parte se-
cunde xti lineę. y. s. est equidistans corde. d. b. & ideo minore ea sequi-
tur ex. 9. vndecimi vt coraustus. q. s. sit etiam equidistans corde. d. b. & mi-
nor ea ex conceptione. Cum itaq; corde que sunt latera polygoni inscri-
pti circulo iacenti & ipse sunt omnes equaliter corde. d. h. non tangent spha-
ram minorem: necesse est vt nullum latas harum basium corporis inscri-
pti siue quadrangule siue trigone tangat eandem minorem sphaeram
cum omnia hec latera sint ipsas cordis equalia aut miora. Simpliciter autē
dico qd nulla etiam harum basium de quibus manifestum est
ex secunda parte secunde. u. qd ipse sunt tote in superficie vna pōt aliquo
sui puncto contingere minorem sphaeram eo qd omnis linea recta ducta
super quemlibet punctum cuiusq; earum equidistanter corausto minor
est necessario corda prostrati circuli. Si igitur connexitatē aliarum quar-
tarum maioris sphere tam superioris hemispherii q̄ inferioris ad eius simi-
litudinem quadrilateris trilaterisq; superficiebus subtexantur etiaq; ma-
iori sphere corpus. x. basium superficiem minoris sphere minime tan-
gentium quęadmodū ppositum fuerat inscripsi. Dico insup qd si i alia q̄





libet sphaera simile corpus statuat erit proportio vnius ad alterum sicut diametri vnius sphaere ad diametrum alterius triplicata. Erant enim. 72. bases vtriusq. corporis bases totidem lateratarum pyramidum quarum omnium vertices erunt in centris ipsarum sphaerarum has autem pyramides per facies. si a singulis angulis inscriptorum corporum qui sunt extremitates cordarum & coraustorum lineas ad centra sphaerarum produxeris. Stude itaq. ex diffinitione similium corporum probare cunctas pyramides vnius esse similes suis relatiuis pyramidibus alterius. Quo probato erit ex 8. huius proportio vnius cuiusq. eorum ad suam relatiuam alterius sicut proportio semidiametrorum sphaerarum ipsarum triplicata. sunt enim semidiametri sphaerarum latera cunctarum pyramidum. At quia semidiametrorum & diametrorum est ex 15. quinti vna proportio ex 13. eiusdem facile concludes propositum.

Castigator.

a Cum polygonum descriptum secundum quantitatem linee. y. 3. sit pars polygoni descripti secundum quantitatem linee seu corde. d. h. v. patet intuitu. quoniam diametri suorum circulorum quibus imaginatur inscribi sunt inequales &c.

Propositio 15.



Primum duarum sphaerarum est proportio alterius ad alteram tanquam sue diametri ad diametrum alterius proportio triplicata.

Sint due sphaere. a. b. c. d. quarum diametri sunt. a. b. & c. d. dico q. proportio earum est sicut suarum diametrorum proportio triplicata. Cuius demonstratio est quoniam neq. ad minorem sphaeram q. sit sphaera. c. d. neq. ad maiorem est proportio sphaere. a. b. sicut diametri. a. b. ad diametrum. c. d. triplicata. Est quidem proportio sphaere. a. b. ad sphaeram. e. f. sicut diametri. a. b. sphaere a. b. ad diametrum. c. d. triplicata demonstrabo itaq. q. sphaera. e. f. non potest esse minor neq. maior q. sphaera. c. d. Si enim affirmet aduersarius eam esse minorem imaginabor ea includi a sphaera. c. d. & circumscribi ab eodem centro & inscribam sphaere. a. b. corpus multarum basium sphaeram. e. f. minime tangentium quod iam dicatur. c. d. & inscribam. a. b. corpus multarum basium simile corpori multarum basium. c. d. q. d. erit noie sue sphaere dicat. a. b. Et sphaera. c. d. aliud huic simile q. d. dicat noie sue sphaere. c. d. vt in pmissa ostensum est. constat itaq. ex secunda parte premisse. & 11. quinti q. proportio sphaere. a. b. ad sphaeram. e. f. est sicut corporis multarum basium quod est. a. b. ad corpus multarum basium. c. d. quod est. c. d. vtraq. enim est sicut diameter. a. b. ad diametrum. c. d. triplicata. hec autem ex ypoth. illa vero ex secunda parte premisset quare permutatim proportio sphaere. a. b. ad corpus multarum basium. a. b. est sicut sphaera. e. f. ad corpus multarum basium. c. d. Cum igitur sphaera. a. b. sit maior corpore multarum basium. a. b. erit etiam sphaera. e. f. maior corpore multarum basium. c. d. hoc autem est impossibile. na ipsa est pars eiusmodi. ergo sphaera. e. f. minor sphaera. c. d. Si autem dicat aduersarius esse maiorem confutabimus ipsum hoc modo: erit enim per conuersam proportionalitatem sphaera. e. f. ad sphaeram. a. b. sicut diametri. c. d. ad diametrum. a. b. triplicata. sit itaq. eadem sphaera. c. d. ad sphaeram. g. h. erit. ex 14. quinti sphaera. g. h. minor sphaera. a. b. eo q. sphaera. c. d. posita e minor sphaera. e. f. q. re proportio sphaere. c. d. ad aliquam sphaeram minorem sphaera. a. b. e sicut diametri. c. d. ad diametrum. a. b. triplicata. At hoc est impossibile nam ex hoc sequitur q. pars sit maior suo toto vt demonstratum est prius. itaq. sphaera. e. f. non est maior neq. minor q. sphaera. c. d. igitur ex 7. quinti concludere proposita conclusionem que imponit finem libro duodecimo.

Explicit liber duodecimus.

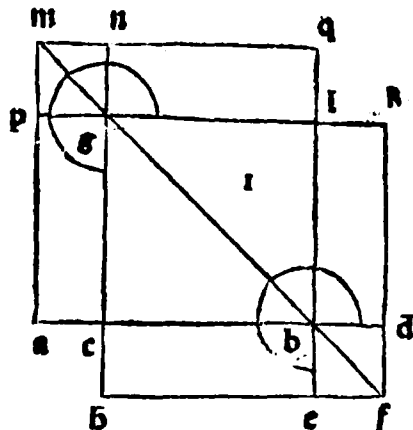
Uber tertiusdecimus Euclidis de admiranda vi linee secundum proportionem habentem medium duosq; extrema diuise & quinque corporum regularium formatione ex perfecta Campani translatione. **P**agistro Luca Paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minorum castigatore optimo Incipit.

Propositio .1.



Si diuisa fuerit linea secundum proportionem habentem medium duosq; extrema si maiori portioni linea in longum addatur equalis dimidio ipsius linee proportio nalliter diuise: quadratum linee ex eis duabus compositae quadrati medietatis eiusdem linee diuise quincuplum esse necesse est.

Si linea .a. b. diuisa in puncto .c. q; ut docet .29. sexti. & si maior portio eius linea .b. c. cui .b. c. directe adiungatur linea .a. b. d. que sit equalis medietati totius a. b. dico q; quadratum linee .c. d. erit quincuplum ad quadratum linee .b. d.



Quadrabo enim lineam .b. d. & sit eius quadratum .d. e. & circumponam huic quadrato gnomonem secundum quantitatem linee .b. c. protracta diametro .f. b. g. sitq; circumpositus gnomone .e. g. d. e. itq; ex .29. sexti superficies inde composita que sit .b. k. tang quadratum linee .c. d. Dico igitur quadratum .b. k. quincuplum esse ad quadratum .d. e. Sit igitur .e. l. quadratum circumpositi gnomonis .f. b. g. circumponatur alius gnomon ad quantitatem linee .a. c. protracta diametro .f. b. v. q; ad .m. sitq; hic gnomone .c. m. l. & protrahantur linee .c. n. & .p. l. equidistanter lateribus oppositis secantes se super diametrum .f. m. in puncto .g. Manifestum est autem ex .29. sexti q; compositum ex hoc secundo gnomone & quadrato .c. l. & ipsum quadratum sit .a. q. est quadratum linee .a. b. quod ex quarta secundi necesse est esse quadruplum ad quadratum .d. e. eo q; linea .b. d. est medietas linee .a. b. cumq; sit ex prima parte .16. sexti superficies .a. n. ideoq; per .43. primi superficies .m. l. equalis quadrato .c. l. propter quod enim .a. n. ideoq; & .m. l. ex .b. a. in .a. c. & .c. l. propter quod ex .c. b. in se & cum ex prima sexti sit .a. l. dupla ad .l. d. ideoq; equalis .l. d. & .c. e. pariter acceptis ex .43. primi erit ex hac communi scititia: si equalitas equalia addas tota fient equalia: quadratum .a. q. equale gnomoni .e. g. d. hic ergo gnomon quadruplus est ad quadratum .d. e. quemadmodum erat quadratum .a. q. itaq; totum quadratum .b. k. cum ipsum constet ex sumpto & quadruplo erit ex communi scientia quincuplum ad idem quod est propositum. Idem aliter ex quarta secundi constat q; quadratum linee .a. b. est quadruplum ad quadratum linee .b. d. At per secundam eiusdem quod sit ex .a. b. i. b. c. & in .a. c. est equale quadrato .a. b. quod autem ex .a. b. in .b. c. equum est ei quod ex .b. d. bis in .b. c. quod ex prima secundi manifestum est cum .a. b. sit dupla ad .b. d. At vero quod ex .a. b. in .a. c. est ex prima parte .16. sexti equale quadrato .b. c. itaq; per communem scientiam quod sit ex .b. d. bis in .b. c. & quod ex .b. c. in se est egle quadrato .a. b. & ideo est quadruplum ad quadratum .b. d. quare superaddito quadrato .b. d. erit totum aggregatum quincuplum ad quadratum .b. d. videlicet illud quod sit ex .b. d. bis in .b. c. cum quadrato .b. c. & quadrato .b. d. at quia ex quarta secundi hoc totum est equale quadrato .c. d. constat ut cum esse quod diximus.

Propositio .2.



In quolibet linee bipartite cuius quadrata quadrat
alterutius suarum portionum fit quincuplum in
longum sibi linea addatur donec eidem portio
reliqua portio cum addita linea fiat duplex eadem
duplex linea secundum proportionem habentem media
duosque extrema diuisa erit maior portio eius erit

linea media.

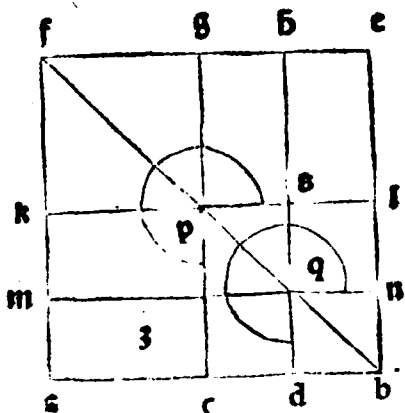
Hec est conuersa premisse duplici quoque modo sicut illa demonstrabitur
via retrograda eadem prius manente dispoſitione. verbi gratia. sit quadratum.
h. k. quincuplum ad quadratum. d. e. f. linea. a. b. dupla ad lineam
b. d. dico quod linea. a. b. diuisa est in puncto. c. secundum proportionem habentem
medium et duo extrema et maior portio eius est linea media ut est. c. b.
Constat autem ex. 4. secundi quod quadratum. a. q. quadruplum est ad quadratum.
d. e. itaque gnomon. g. d. e. equalis est quadrato. a. q. quare duo supplementa.
l. d. f. c. e. pariter accepta sunt quantum gnomon. c. m. l. Atque eadem
supplementa pariter accepta sunt ex prima sexti quantum a. l. ideoque quantum.
c. q. sequitur quod. c. q. sit equalis gnomoni. c. m. l. dempta igitur utroque
superficie. l. n. erit quadratum. c. l. equale superfici. a. n. cum igitur fiat superficies.
a. n. ex. a. b. in. a. c. sit autem quadratum. c. l. quadratum linee. c. b. erit ex
secunda parte. 16. sexti proportio. a. b. ad. b. c. sicut. b. c. ad. c. a. ex diffinitione
ergo linee secundum proportionem habentem medium et duo extrema diuise posita
in principio sexti libri concludere propositum. **I**tem aliter cum quadratum. c. d.
sit ex hypothesi quincuplum ad quadratum. b. d. quadratum vero. a. b. sit ex
quarta secundi quadruplum ad idem. at quadratum. c. d. sit ex eadem equale
quadrato. c. b. et quadrato. b. d. et ei quod sit ex. b. d. bis in. c. b. sequitur ut illud
quod sit ex. b. d. bis in. c. b. cum quadrato. c. b. sit equale quadrato. a. b. sed
ex. b. d. bis in. c. b. est quantum quod sit ex. a. b. in. b. c. eo quod a. b. dupla est ad
b. d. ergo quod sit ex. a. b. in. b. c. cum quadrato. b. c. est equale quadrato. a. b.
et quia ex secunda secundi quod sit ex. a. b. in. b. c. et in. a. d. est equale quadrato. a. b.
sequitur ex eadem scientia ut quadratum linee. b. c. sit equale et quod sit ex. a. b.
in. a. c. igitur ex secunda parte. 16. sexti et diffinitione constat propositum.

Propositio 3.



Si diuisa fuerit linea secundum proportionem habentem
medium et duo extrema si minor portio
tanquam dimidium maioris directe immatur erit
ut quadratum linee inde compositae quincuplum
sit quadrati quod ex ipsa maioris medietate
portionis describitur.

Sit linea. a. b. diuisa in puncto. c. secundum proportionem habentem
medium et duo extrema. sitque eius maior portio linea. c. b. et diuisa per equalia
in. d. dico quod quadratum linee. a. d. est quincuplum ad quadratum linee. c. d.
describatur enim quadratum. a. b. quod sit. a. e. in quo protrahatur
diagonis. b. f. et linee. g. c. et. d. h. itemque. R. l. et. m. n. equidistantes lateribus
compositis secantes se inuicem super diametrum in duobus punctis. p. et. q. et
extra diametrum in duobus aliis locis. r. et. s. manifestum igitur est ex. 11. sexti
vel ex correlario quarte secundi quod omnes superficies existentes in quadrato
a. e. quae diameter diuidit per medium sunt quadratae quatuor autem superficies
que sunt. a. r. m. p. p. h. et. s. e. constat ex. 43. primi et prima sexti et
ad inuicem equales. nam due postremae. p. b. et. s. e. sunt ad inuicem equales ex
prima sexti quoniam igitur ex praeterita hypothesi et diffinitione linee secundum quod proportionatur
diuise et prima parte. 16. sexti quadratum. c. l. est equale superfici. a. g. idque
et gnomoni. r. s. f. pro id quod superficies. a. r. est equalis superfici. p. h. et quoniam
ex quarta secundi quadratum. c. l. est quadruplum ad quadratum. r. s. quod
est tanquam quadratum linee. c. d. sequitur ex eadem scientia quod quadratum. m. b.
sit quincuplum quadrati. r. s. constat enim ex gnomone quadruplo. et. n. f. simplo.
hoc autem est propositum. **I**tem aliter cum sit linea. b. c. diuisa per
equalia in puncto. d. et addita est ei linea. a. c. erit ex. 6. secundi quod sit ex

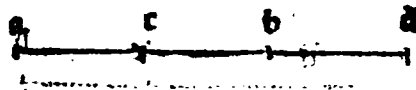


a. b. in. a. c. cum quadrato. c. d. interiacentis equale quadrato. a. d. ar. quā
quod sit ex. a. b. in. a. c. equale est quadrato. c. b. ex prima parte. 16. sexti
hoc autē est quadruplum ad quadratum. c. d. manifeste patet veritas eius
quod dī. Potes quoq. si libet ēr duplici modo ex consequēte huius sūb
āns concludere processu retrogrado. Sit. n. eadem disposuione manentib
quadrati. m. b. g. n. c. p. l. u. ad quadrati. r. s. f. eritq. gnomon. r. s. f. equale qdrato
c. l. Vtrūq. n. ē quadruplū ad qdratū. r. s. f. ar. q. superficies. a. g. ē equalis gno
monio p. d. i. c. t. o. necesse est. v. t. superficies eadē sit equalis quadrato p. d. i. c. t. o. q.
ex. a. c. l. a. parte. 16. sexti. ē diffinitione linea. a. b. ē diuisa in pūcto. c. f. m. p.
portionem hītem medium ē duo extrema ē maior portio eius est linea
c. b. ¶ Idē aliter cū sit ex yporbesi quadrati linee. a. d. quincuplū ad qua
dratum linee. c. d. ē ex. 6. f. c. i. idem ipsum quadratum sit equale ei quod
sit ex. a. b. in. a. c. cū quadrato. c. d. sequitur v. t. id quod sit ex. a. b. in. a. c. cū
quadrato. c. d. sit quincuplum ad idem quadratū. c. d. ideoq. eo dempro
bit residuum videlicet quod sit ex. a. b. i. a. c. quadruplum ad ipsum. f. g. a.
ē ex quarta secundi quadratum linee. c. b. est quadruplum ad idem neces
se ē v. t. quod sit ex. a. b. in. a. c. sit equale quadrato. c. b. quare itez. ex secū
da p. t. 16. sexti ē diffinitione linea. a. b. est diuisa p. m. proportionē hītem
medium ē duo extrema in puncto. c. ē maior eius portio est linea. c. b.

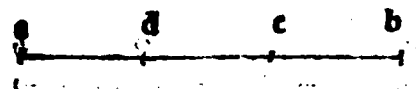
Propositio 4.



Secundum proportionem habentem medium et
duo extrema quolibet linea fuerit diuisa eius in lo
gum directe tanq. maior sectio adiciatur erit tota
lineam inde compositam sūm proportionem habē
tam medium et duo extrema diuisam esse et erit
eius maior portio linea prima.



¶ Sit linea. a. b. diuisa qua supponit p. portione in pūcto. c. ē sit eius ma
ior portio. c. b. totiq. a. b. adiciat directe linea. b. d. q. sit equalis. c. b. dico
q. tota. a. d. eadē p. portio ē diuisa est in puncto. b. ē maior eius portio ē li
nea. a. b. q. est linea prima. Est. n. ex diffinitione. a. b. ad. b. c. sicut. b. c. ad. c.
a. ut q. ex septima q. u. t. a. b. ad. b. d. sicut. ad. b. c. igit. ex vndecima eius
d. a. a. b. ad. b. d. sicut. b. c. ad. c. a. ¶ Quā p. cōuersum p. portio altat. b. d. ad
b. a. sicut. a. c. ad. c. b. ē cōuersum. d. a. ad. a. b. sicut. a. b. ad. b. c. Cūq. sit ex
septima q. u. t. a. b. ad. b. c. sicut. ad. b. d. erit ex vndecima eiusdem. d. a. ad
a. b. sicut. a. b. ad. b. d. Itaq. ex diffinitione linea. a. d. diuisa est in pūcto. b.
sūm proportionem hītem medium ē duo extrema ē maior portio eius ē
linea. a. b. quod est p. p. osuū. Eodem quoq. modo si ex maior portio
ne cuiuslibet linee secundum p. d. i. c. t. a. m. p. portio ē diuisa tanq. minor
portio detrahatur erit ipsa maior portio secundum eandem proportio
nē diuisa. eritq. maior portio eius linea detracta. v. t. b. g. a. Sit linea. a. b. si
cut. p. p. osuū in pūcto. c. diuisa sitq. maior portio. a. c. a. qua detrahatur
c. d. equalis. c. b. dico q. a. c. est diuisa sūm proportionem eandem in pun
cto. d. ē q. maior portio eius est linea. d. c. Cū enim sit ex diffinitione. b.
a. ad. a. c. sicut. a. c. ad. c. b. At ex septima q. u. t. a. c. ad. c. b. sicut. a. b. c. d.
erit ex vndecima eiusdem. b. a. ad. a. c. sicut. a. c. ad. c. d. ideoq. p. 19. q. u. t.
erit sicut. b. residuum ad. d. a. residuum. Sed ex septima eiusdem. c. b. ad
d. a. sicut. c. d. ad. d. a. itaq. a. c. ad. c. d. sicut. c. d. ad. d. a. ex diffinitione ergo
constat quod diximus. Nec igit. ea quam auctor proponit additio nec
ea quam ex opposito proponimus detractio quantumcūq. v. t. libet in
proximum tendat a p. portione diuisionis linee primitiue discordat.



Propositio 5.

Secundum proportionem habentem medium et
duo extrema quolibet linea fuerit diuisa quod ex
tota linea quodq. ex minori portione producit
ambo quadrata pariter accepta triplum sunt eius
quod ex maiore portione quadratum describitur.

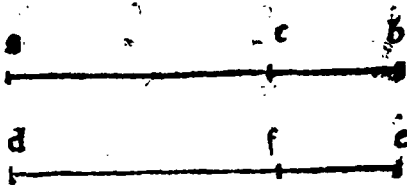
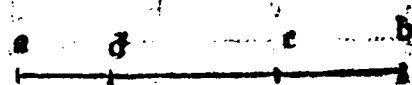
¶ Sit linea .a.b. diuisa per sepe dictam proportionem in puncto .c. siq. maior portio eius linea .c.b. dico q. quadrata duarum linearum .a.b. & .c. a. pariter accepta triplum sunt ad quadratum linee .c.b. . Nec enim duo quadrata pariter accepta sunt ex septima secundi quantum quadratum .c. b. & duplum eius quod fit ex .a.b. in .a.c. . I remq. quia quod fit ex .a.b. in .a.c. est equale quadrato .c.b. ex diffinitione & prima parte .16. sexti manifestum est propositum. ¶ Propositio .6.



¶ Omnis rationalis linee secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuise vtriusq. portionem residuum esse necesse est.

¶ Sit linea .a.b. secundum solitam proportionem diuisa in puncto .c. rationalis. dico q. vtraq. portio eius est residuum. Sit enim maior eius portio .a.c. cui directe adiu-

ciatur .a.d. equalis dimidio totius .a.b. eritq. etiam .d.a. rationalis ex .6. decimi libri & diffinitione. Constat autem ex prima huius q. quadratum linee .d.c. quincuplum est ad quadratum linee .d.a. igitur linea .d.c. est communicans linee .d.a. in potentia ex diffinitione. sed non in longitudine ex vltima parte .7. decimi quare per .98. decimi linea .a.c. est residuum cum due linee .c.d. & .d.a. sunt ambe rationales potentialiter tantum communicantes. & quia iterum si ad lineam rationalem .a.b. adiungatur superficies equalis quadrato linee .a.c. que est residuum erit latus eius secundum lineam .c.b. ex prima parte .16. sexti necesse est ex .91. decimi vt linea .c.b. sit residuum primum. Quare constat propositum. Amplius autem si linee sic diuise vt proponitur maior portio fuerit rationalis: erit minor residuum verbi gratia sit vt prius .a.b. diuisa in .c. secundum dictam proportionem & maior portio eius que est .a.c. sit rationalis que diuidatur per equalia in .d. eritq. ex tertia huius quadratum .d.b. quincuplum ad quadratum .d.c. at quia .d.c. est rationalis cum ipsa sit dimidium .a.c. sequitur vt due linee .d.b. & .d.c. sint rationales potentialiter tantum communicantes quare vt prius linea .c.b. est residuum. at vero si linea rationalis in potentia tantum secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuidatur adhuc necesse est vt vtraq. portio eius sit residuum. Sit enim .a.b. rationalis in potentia tantum diuisa sicut proponitur in puncto .c. & sit rationalis aliqua rationalis in longitudine que sit .d.e. que etiam diuidatur in .f. secundum predictam proportionem. Manifestum est igitur ex secunda .24. libri que sine admisso aliter eorum que sequuntur in cōcessa demonstratione roborat q. portio .a.b. ad .d.e. est sicut .a.c. ad .d.f. & sicut .c.b. ad .f.e. Cum ergo .a.b. cōiect. cū .d.e. in potentia sequit ex pma pte .10. decimi q. .a.c. cōiect. cū .d.f. & .c.b. cū .f.e. in potentia. Et q. vtraq. portio linee .d.e. est residuum vt patet ex predictis sequitur ex .98. decimi vt vtraq. portio linee .a.b. sit et residuum sed nō eūdem specie vt ibidē demonstratum est. Quare cōstat q. ois linea rōalis in lōgitudine vel in potentia tñ sit pportione hātem medium & duo extrema diuise vtraq. portio ē residuum. Et nota q. prima p pntis demonstratiōis qua demonstrat q. maior portio linee diuise fra pportione hātem medium & duo extrema sit residuum si tota linea sit rōalis pcedit ex sufficientibus siue tota linea ponat rōalis in longitudine siue in potētia tñ. Scda p pars qua demonstrat hoc de minori portione q. ipsa quoq. sit residuum si tota est rōalis non pcedit ex sufficientibus nisi tota sit rōalis in longitudine. Tertia aut p q. pbat q. minor portio est residuum sufficienter pcedit siue maior portio sit rōalis in longitudine siue in potentia tñ. Ad concludendum igr de maiori portioe linee pdicto mōdo diuise q. ipsa sit residuum sufficit ponere totam lineam diuisam esse rōalem in potentia tñ. sed ad cōcludendum quoq. hoc de minori portione mediante maiore sufficit ponere portione maiorem similiter rōalem in potentia tñ. sed ad cōcludendum hoc de minori portione mediante tota necesse est ponere totā lineam esse rōalem in longitudine aut vtēdum est secunda .14. libri quēadmodū dcm 6.

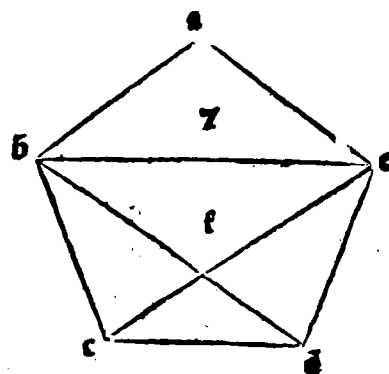


Propositio .7.



Iquis pentagonus tres equos habens fuerit equilaterus equiangularis quoque idem pentagonus esse probatur.

Sit pentagonus .a. b. c. d. e. equilaterus. sintque quilibet tres eius anguli siue continue siue incontinue sumantur adinuicem equales et sint prius incontinue sumpti. sintque anguli .a. c. d. illi tres qui ponuntur adinuicem equales dico totum pentagonum esse equiangularum. His angulis subtendantur chorde .b. c. b. d. f. e. c. et totus pentagonus dimidatur in trigonum et quadrilaterum cuius due diagonales sint chorde duorum proximorum equilium angulorum secantes se intra quadrilaterum ipsum in puncto .f. eritque per quartam primi basis .b. e. equalis basi .b. d. et angulus .a. e. b. equalis angulo .c. d. b. Cumque per quintam primi angulus .b. e. d. sit equalis angulo .b. d. e. eo quod duo latera .b. e. f. b. d. sunt equalia. erit ex corollaria scilicet totalis angulus .e. equalis totali angulo .d. Similiter probabis totalem angulum .b. esse equalem angulo totali .c. Est namque per quartam primi basis .b. e. equalis basi .c. e. et angulus .a. b. e. equalis angulo .d. c. e. per quintam autem eiusdem .f. primi est angulus .e. b. c. equalis angulo .e. c. b. igitur ex corollaria scilicet totalis angulus .b. e. et equalis totali angulo .c. Sint itaque tres anguli .b. c. d. continue sumpti equales et sic quoque erit pentagonus equiangularis: erit enim ex .4. primi basis .b. d. equalis basi .c. e. et angulus .c. d. b. angulo .d. e. c. et angulus .b. d. c. angulo .e. c. d. quare per sextam primi due linee .c. f. f. f. d. erunt equales cum duo anguli trianguli .f. c. d. qui sunt ad basim .c. d. sint equales. Igitur ex hac corollaria scilicet ab equalibus erit linea .f. b. equalis linee .f. e. erat enim tota .b. d. equalis toti .c. e. ideoque per quintam primi erit angulus .f. b. e. equalis angulo .f. e. b. per eandem autem est angulus .a. b. e. equalis angulo .a. e. b. itaque per eandem sciam angulus .b. totalis esse equalis angulo .e. totali tres enim partiales anguli componentes unum sunt equales tribus partialibus componentibus alium unumqueque suo relativo. Manifestum est igitur quod tres anguli .e. b. c. non continue sumpti in proposito pentagono sunt equales. Cum autem sic demonstratum est totum pentagonum esse equiangularum utrobique ergo modo constat propositum.

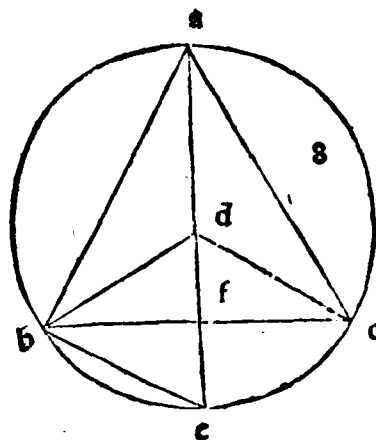


Propositio .8.



Inis trianguli equilateri quod a latere suo quadratum describitur triplum est quadrato dimidii diametri circuli a quo triangulus ipse circumscribitur.

Sit triangulus .a. b. c. equilaterus cui circumscribatur circulus .a. b. c. supra centrum .d. quemadmodum docet quinta quarti libri et protrahatur in eo diameter .a. d. e. dico ergo quod quadratum linee .a. b. triplum est ad quadratum semidiametri .a. d. Ducantur namque due linee .b. d. f. d. c. et arcui .b. c. subtendantur chorda .b. e. eritque ex octava primi angulus .b. a. d. equalis angulo .c. a. d. quare per ultimum sexti arcus .b. e. e. equalis arcui .e. c. Et quia ex .27. tertiis tres arcus .a. b. b. c. c. a. sunt adinuicem equales eo quod eorum chordae que sunt latera trigoni sunt equales ex hypothesi. Erit arcus .b. c. sexta pars circumferentie. ideoque chorda .b. e. erit latus exagoni equilateri ipsi circulo inscripti. quare per correl. 15. quarti linea .b. e. est equalis semidiametro .a. d. Manifestum est autem ex prima parte 30. tertiis quod angulus .a. b. e. est rectus. ideoque quadratum linee .a. e. est equale quadrato duarum linearum .a. b. f. b. e. pariter acceptis ex penultima primi. At vero quadratum .a. e. quadruplum ad quadratum .b. e. ex quarta secundi cum linea .a. e. sit dupla .b. e. Relinquitur ergo quadratum .a. b. triplum esse ad quadratum .b. e. et ideo ad quadratum .a. d. quod est propositum. Non lateat autem nos quod linea .b. c. que est latus trigoni dividit semidiametrum .d. e. per equalia. Esto quidem punctus diuisionis .f. constat igitur ex quarta primi quod .b. f. est equalis .f. c. ideoque per primam partem tertiis omnes anguli qui fiunt ad .f. sunt recti. Quare ex penultima primi quadratum .b. d. est equale quadrato duarum linearum .d. f. f. f. b. Quadratum vero .b. e. equalis quadrato duarum linearum que sunt .b. f. f. c. Et quia .b. d. est equalis .b. e. erit



ex cōi scia duo quadrata duaz lineaz. b. f. f. d. pariter accepta equalia duobus quadratis duaz lineaz. b. f. f. e. pariter acceptis. Dempto igitur vtrinq. quadrato. b. f. erit ex cōi scia qdratum. f. d. residuum equale qdrato. f. e. residuo quare f. linea. f. d. linee. f. e. ex hac cōi scia quaz quadrata sunt equalia eas lineas esse equales. Ex hoc itaq. manifestum est q. perpē dicularis ducta a centro circuli ad latus trigoni equilateri sibi inscripti eq. lis est dimidio linee ducte a cētro eiusdem circuli ad ipsius circūferentiā.

Castigator.

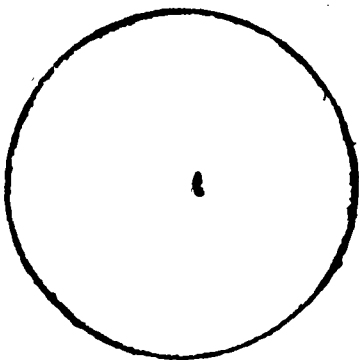
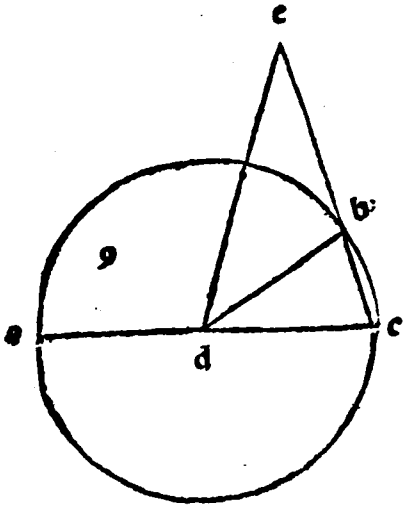
a ¶ Quia duo anguli ad. d. sunt equales adinuicem f. latera trianguloz illos continētia eq. lia. s. b. d. d. c. f. d. f. cōe vtriq. triangulo.

Propositio .9.



¶ Latus exagoni equilateri latusq. decagoni equilateri quos ambos vnus idemq. circulus circumf. rit sibi inuicem in longum di. ectumq. coniungan. tur tota linea ex eis composita fm proportionem habentem medium z duo extrema diuisa erit ma iorq. eius portio latus exagoni.

¶ Sit circulus. a. b. c. cuius centz. d. f. diameter. a. d. c. suz. arcus. c. b. quin. ta p. arcus semicirculi. a. b. c. qui sub. tendatur chorda. c. b. quam cōstare esse latus decagoni equilateri pposito circulo inscripti. Ad iungantur linee. c. b. incōtinuū f. directum linea. b. e. que ponatur esse eq. lis lateri exagoni eq. lateri predicto circulo inscripti. Dico totam lineā. c. e. diuisā esse. in p. ſto. b. fm p. portione hntem medium f. duo extrema f. maiore eius por. tionem dico esse lineā. b. e. q. est latus exagoni. Ducant. n. in centz. duē li. nec. e. d. f. b. d. eritq. angulus. e. equalis angulo. b. d. c. ex. s. primi p. hoc q. linea. e. b. est eq. lis linee. b. d. ex cor. l. s. quarti angulus quoq. d. b. c. est eq. lis angulo. c. e. s. primi quare ex. s. primi angulus. a. d. b. erit duplus ad angulum. d. b. c. f. quia p. eādem angulus. d. b. c. est duplus ad angulum. e. sequitur vt angulus. a. d. b. sit quadruplus ad angulum. e. Est. n. ex cōi scia qdruplum qcquid fuerit duplu dupli. Cūq. sit ēt idem angulus. a. d. b. qua druplus ad angulū. b. d. c. ex vltima sexti eo q. arcus. a. b. est qdruplus ad arcum. b. c. necesse est ex cōi scia vt āgulus. e. sit equalis angulo. b. d. c. Si igr. intelligant duo trianguli. d. e. c. totalis. f. b. d. c. partialis cū angulus. e. totalis sit eq. lis angulo. b. d. c. partialis f. angulus. c. sit cōis vtriusq. necesse est ex. s. p. m. i. vt ipsi sint equianguli. quare p. qrtam sexti p. portio duoz latez. e. c. f. c. d. cōtinentium angulum. c. in totali triangulo ē sicut duoz latez. d. c. f. c. b. cōtinentium eūdem angulū in ptiali triangulo qa ergo p. portio. e. c. ad. c. d. ē sicut ad. e. b. ex sc. l. pte. 7. quinti. f. d. c. ad. c. b. ē sicut e. b. ad eādem ex pma pte eiusdem. Sequit. ex. n. qnti vt sit p. portio. c. e. ad e. b. sicut. e. b. ad. b. c. I gr. a dione cōclude ppositam lineam. e. c. esse diui sam fm p. portione hntem mediū f. duo extrema f. maiorem portionē eius et latus exagoni q. oportuit nos demonstrare. Conuēsam quoq. de mōstrare cōuenit qd facile fiet via retrograda. Eā n. assumit Ptolomeus capitulo. 9. prime distōis almagesti ad demōstrandum qntitatem chor. daz. arcuū circuli. Dico itaq. q. si linea qlibet fm p. portione hntem mediū f. duo extrēa diuidat cuius circuli maior portio fuerit latus exagoni eius dem minor erit latus decagoni. At p. o cuius minor erit latus decagoni eiusdem maior erit latus exagoni. Sit. n. priori dispositiōe manēte linea e. c. diuisa in puncto. b. fm predictā p. portione f. maior eius portio sit. e. b. dico q. cuiuscūq. circuli linea. e. b. est latus exagoni eiusdē ē linea. b. c. latus decagoni. f. cuiuscūq. circuli linea. b. c. est latus decagoni eiusdē est linea. e. b. latus exagoni. Intelligo aut. hoc de exagonis f. decagōi. equi lateris. Si. n. sit. e. b. latus exagoni circulo. a. b. c. inscripti. erit per cor. l. s. quarti. e. b. equalis. d. c. f. quia p. portio. c. e. ad. e. b. est sicut. e. b. ad. b. c. ex ypothēsi erit ex. 7. quinti. c. e. ad. d. c. sicut. d. c. ad. c. b. igr. ex. 6. sexti duo triāguli. e. d. c. f. d. c. b. sunt equianguli Angulus ergo. e. est equalis angulo. b. d. c. ipso enim latera proportionalia respiciunt. cumq. sit angulus



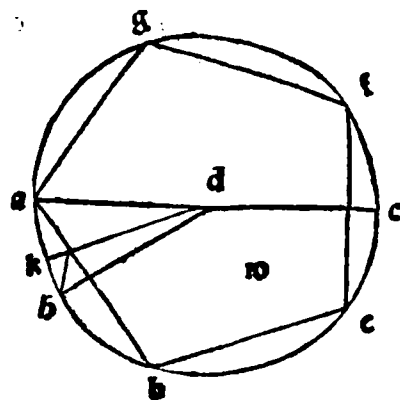
a.d.b. quadruplus ad angulum.e.ex.31. primi bis assumpta. & quinta eiusdem bis sequit vt et idē angulus.a.d.b. sit quadruplus ad angulum.b.d.c. Ideoq. ex vltima sexti arcus.a.b. quadruplus est ad arcum.b.c. Linea igitur.b.c. est latus decagoni circulo.a.b.c. inscripti. Qd si linea b.c. fuerit latus decagoni circuli.a.b.c. erit.e.b. latus exagoni eiusdem. Sit.n.e.b. latus exagoni circuli.f. eritq. ex predictis.b.c. latus decagoni eiusdem. Intelligentur igitur inscripti ee decagoni equilateri duobus circulis.a.b.c. & f. quoz oia latera erunt equalia linee.b.c. & quia ois figura equilatera circulo inscripta est equiangulara vt probatum est in.15. quarti libri sequitur vtrosq. decagones ee equiangulos. Cumq. oēs anguli vnus pter accepti sint equales oibz angulis alterius pariter acceptis sicut euidenter apparet ex demonstratis in.31. primi: necesse est ex hac cōi scia quorūlibet equalium decimas aut quorūlibet ptes eiusdē denotatiōis ee equales vt vnus hōz decagonoz sit equiangular alii. ideoq. similis ex dīone similitū supficietum. & quia si due figure similes duobus circulis inscribant: erit proportio duoz relatiuoz latez illaz figurarum sicut duaz diametroz illoz circuloz vt apparet ex correl.18. sexti libri & prima.11. cum latera decagonorum similia inscriptoz duobus circulis.a.b.c. & f. sint equalia sequitur vt diametroz sint equales. ideoq. & semidiametri ee equales. Sūt autē semidiametri & latus exagoni equalia ex correlario decime quite quarti. Erit ergo linea.e.b. latus exagoni circulo.a.b.c. inscripti sicut ipsa est latus exagoni circuli.f. sibi equalis. Hoc autē est quod demonstrare voluimus. Ex hac autem nōa huius.15. libri noueris exortam esse decimam q̄p ti libri que duum equalium laterum proponit trigonum describendum cuius vterq. duorum angulorum quos basis obtinet ad tertium duplus extat. Talis enim est vterq. triangulorum.e.d.c. & d.c.b. & simpliciter omnis cuius duo latera sint equalia maiori portioni alicuius linee diuise fm proportionem habentem medium duoz extrema & tertium quod est basis est equalē minori portioni linee eiusdem. Vel cuius duo latera sint equalia lateri exagoni equilateri alicui circulo inscripti: basis vero est equalis lateri decagoni equilateri eidem circulo inscripti quod est propositum.

Propositio .10.

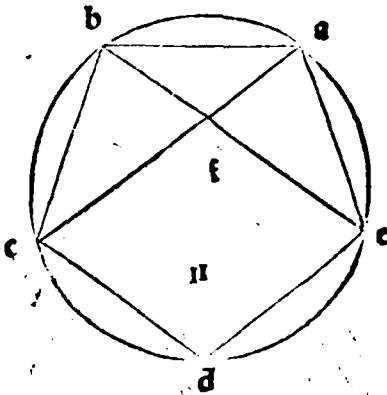


Pone latus pentagoni equilateri tanto potentius est latere exagoni equilateri quantum potest latus decagoni equilateri si sint in eodē circulo ambo inscripti.

Sic circulus.a.b.c. cuius centrum.d. & diameter.a.d.c. inscribatur ei pentagonus equilaterus qui sit.a.b.e.f.g. & a centro.d. protrahatur perpendicularis ad latus.a.b. que producat vrsq. quō obulet circumferentia in puncto.h. sitq. d.h. & protrahatur due chorde.a.h. & h.b. que erunt equalē adinuicē ex secunda parte.3. tertii & quarta primi. ideoq. er duo arcus.a.h. & h.b. equalē adinuicē ex.27. tertii. Est igitur vtraq. quartum chordarum.a.h. & h.b. latus decagoni equilateri proposito circulo inscripti. Dico itaq. q̄ quadratum linee.a.b. que est latus pentagoni ē equalē duobus quadratis duaz lineaz.b.d. & a.h. pter acceptis quaz prima est equalis lateri exagoni ex correl.15. quarti & scda ē latus decagoni p̄trahat.n.a centro.d. p̄pendicularis ad lineā a.h. q̄ est latus decagoni q̄ producat vrsq. ad circumferentiā: sitq. d.k. q̄ iacet lineam.a.b. q̄ est latus pentagoni in puncto.l. & Protrahat linea b.l. Cōstata autē ex scda pte tertii & 4. pmi.17. tertii q̄ linea.d.k. q̄ est p̄pendicularis ad chordam.a.h. simul dimidit p equalia chordam & arcū. Ideoq. arcus.a.k. est eq̄lis arcui.k.h. Quare ex vltima sexti angulus.a.d.l. est eq̄lis angulo.l.d.h. Ideoq. ex q̄nta primi basis.a.l. basi.l.h. Igr ex q̄nta primi angulus.l.a.h. eq̄lis est angulo.l.h.a. Cūq. ēt sit ex eadē angulus.h.a.b. eq̄lis angulo.h.b.a. sequit vt angulus.l.h.a. sit equalis angulo.h.b.a. Ergo ex.31. pmi duo trianguli.b.a.b. & a.b.l. sunt eq̄anguli. Est.n. angulus.b. maioris eq̄lis angu



lo. h. minoris & angulus. a. cōis est vtriq. Itaq. per quartam sexti pportio
 b. a. ad. a. h. ē sicut. a. h. ad. l. a. Quare ex prima parte. 16. sexti quod proue
 nit ex. b. a. in. a. l. est equale quadrato lineae. a. h. q̄ est latus decagoni. Cū sit
 aut̄ semicirculus. a. e. c. equalis semicirculo. a. f. c. & arcus. a. e. arcui. a. f. erit
 arcus. e. c. residuus equalis arcui. f. c. residuo. Quare arcus. e. c. est medietas
 arcus. e. f. ideoq. equalis arcui. a. h. & duplus ad arcum. b. h. Et quia arcus.
 e. b. ē duplus ad arcum. b. h. erit ex. 13. quinti totus arcus. c. e. b. duplus ad
 totum arcum. b. h. ideoq. ex vltima sexti angulus. c. d. b. ē duplus ad an
 gulum. b. d. l. cūq. ē angulus. c. d. b. duplus sit ad angulum. b. a. d. ex. 31. &
 quinta primi. sunt. n. duo latera. d. a. f. d. b. equalia erit angulus. b. d. l. cūq.
 lis angulo. b. a. d. itaq. per. 34. primi erit triangulus. b. d. l. equangulus trian
 gulo. b. a. d. Est. n. angulus. d. minoris eq̄lis angulo. a. maioris. & angulus. b
 est cōis vtriq. Ergo. per quartam sexti proportio. a. b. ad. b. d. est sicut. b. d.
 ad. l. b. quare per primam partem. 16. sexti quod prouenit ex. a. b. in. b. l. ē
 equale quadrato. d. b. at vero probatum est prius q̄ illud quod prouenit
 ex. a. b. in. l. a. est equale quadrato. a. b. Itaq. quod prouenit. ex. a.
 b. in. a. l. & in. l. b. est equale duobus quadratis duarum linearum. a. h.
 & b. d. & quia ex secunda secundi quod prouenit ex. a. b. in. l. a. & in. l. b. est
 equale quadrato lineae. a. b. Est autem linea. a. b. latus pentagoni equilate
 ri. proposito circulo in scripti. Linea vero. a. h. est latus decagoni equilate
 ri. & linea. b. d. est ex correlario. 15. quarti equalis lateri exagoni equilateri
 proposito circulo in scriptorum inconcussa demonstratiōe astruitur hoc
 quod dicitur.



Propositio .11.



S duobus propinquis angulis pentagoni equila
 teri intra circulum descripti a terminis suorum la
 teris due recte lineae sustentantur vtraq. alteram
 secundum proportionem habentem medius duo
 q̄s exiema secabit maio. q̄s ipsius portio lateri ipsi
 us pentagoni equalis erit.

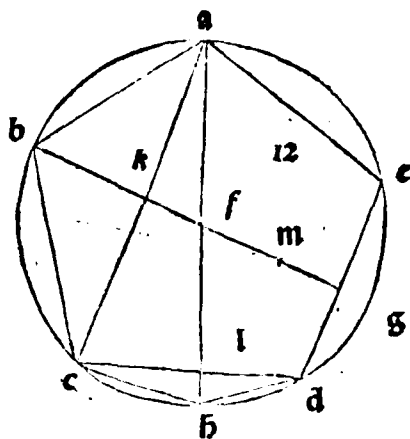
Sit pentagonus equilaterus. a. b. c. d. e. in scriptus circulo ei. dem literis
 signato & duobus eius propinquis angulis qui sunt. a. f. b. subtēdantur due
 recte lineae. a. c. f. b. e. secantes se inuicem in puncto. f. Dico itaq. vtrāq. ha
 rum esse diuisam in puncto. f. s̄m proportionem hāctm medium duoq.
 extrema. & q̄ maior portio vtriusq. est equalis lateri pentagoni. Mani
 festum est enim ex. 17. tertii q̄ quinq. arcus circuli pentagonum propositū
 circumscribentis quorum latera ipsius pentagoni sunt chordae sunt adin
 uicem reuales. Ideoq. ex vltima sexti quatuor anguli. a. e. b. a. b. e. b. a. c.
 & b. c. a. sunt adinuicem equales. Nam arcus. a. b. a. e. f. b. c. sunt adinuicē
 equales. Cūq. sit arcus. c. d. e. duplus ad arcum. b. c. erit quoq. ex vltima
 sexti angulus. c. a. e. duplus ad angulum. c. a. b. at vero ex. 31. primi angulus
 a. f. e. duplus est ad angulum. f. a. b. igitur angulus. a. f. e. est equalis angulo.
 f. a. e. Quare per sextam primi linea. a. e. est equalis lineae. f. e. Sunt aut̄
 duo trianguli. a. b. e. & a. f. b. equianguli per ea que dicta sunt & per. 31. pri
 mi. Est enim angulus. e. maioris equalis angulo. a. minoris & angulus. b.
 communis vtriq. Igitur per quartam sexti proportio. e. b. ad. b. a. sicut. b.
 a. ad. f. b. cūq. sit. c. f. equalis. a. b. eo q̄ ipsa vt probatum est equalis. a. e. Se
 quitur ex. 7. quinti. vt sit proportio. b. e. ad. e. f. sicut. e. f. ad. f. b. Quare p
 diffinitionem lineae. e. b. est diuisa s̄m proportionem habentem medium
 duoq. extrema & eius maior portio est equalis lateri ipsius pentagoni. Si
 autem hoc est verum de linea. e. b. erit quoq. ex. 7. quinti & quinta eius dē
 & diffinitione idem verum de linea. a. c. Nam tota. b. e. est equalis tota. a.
 c. ex quarta primi & portiones portionibus ex sexta primi & communi
 scientia portiones enim. a. f. & b. f. sunt equales ex sexta primi. ideoq. f. e.
 & f. c. residue erunt adinuicem equales ex conceptione. Vel potes si libet
 & facilius de linea. a. c. demonstrare propositum negotiando circa ipsum
 vt prius circa lineam. e. b.

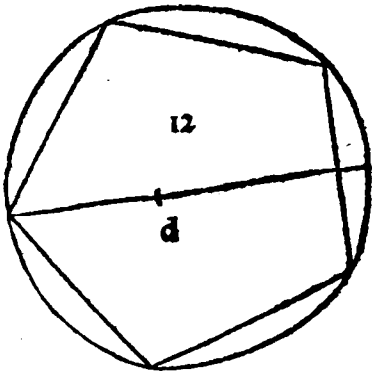
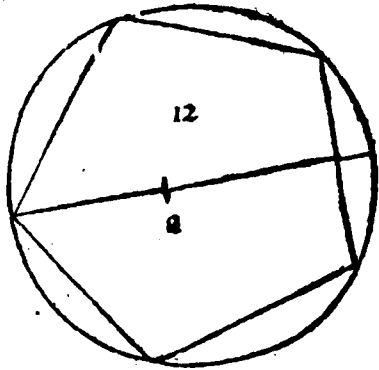
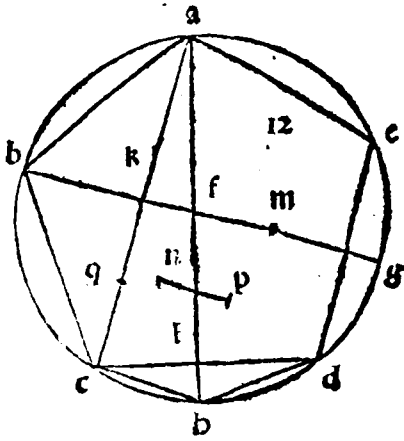
Propositio .12.



N Circuli pentagonum equilaterum circumscribentis diametros fuerit rationalis eius latus pentagoni erit linea irrationalis ea scilicet que dicitur minor.

Sit pentagonus equilaterus, a. b. c. d. e. inscriptus circulo ei dem litteris a scripto cuius centrum. f. & due diametri. b. g. & a. h. sitque utraq; harum diametroz linea rationalis in longitudine dico tunc qd latus pentagoni inscripti erit linea irrationalis illa videlicet qd dicitur minor. Protrahatur. n. linea. a. c. qd fecit diametrum. b. g. in puncto k. Eritq; ex vltima sexti & quarta primi linea. a. c. diuisa a diametro. b. g. orthogonaliter & per equalia in puncto. k. qd cum semicirculus. b. a. g. sit equalis semicirculo. b. e. g. & arcus. b. c. arcui. b. a. sicut constat ex 17 tertii erit arcus. a. g. residuus equalis arcui. c. g. residuo. I 09. ex vltima sexti angulus. a. b. g. equalis est angulo. c. b. g. Cum itaq; duo latera. a. b. & b. k. trianguli. a. b. k. sint equalia duobus lateribus. c. b. & b. k. trianguli. c. b. k. & angulus. b. vnius angulo. b. alterius erit ex quarta primi basis. a. k. equalis basi. k. c. & oēs anguli qui sunt ad. k. sunt recti ex prima parte tertie tertii. Diameter aut. a. h. fecit latus pentagoni. c. d. in puncto. l. Eritq; similiter linea. c. d. diuisa a diametro. a. h. orthogonaliter & per equalia in puncto. l. Cū. n. sint duo arcus. a. d. b. & a. c. h. equales & arcus. a. c. sit equalis arcui. a. d. erunt duo residui semicirculoz qui sunt. c. h. & d. b. equaliter. Quibus si subtrahantur due chorde que sunt. c. h. & d. b. ipse quoq; ex. 28. tertii erunt equaliter & qd arcus. a. c. est equalis arcui. a. d. erit ex vltima sexti angulus. c. h. l. equalis angulo. d. h. l. I deoq; p quartam primi basis. c. l. est equalis basi. d. l. & oēs anguli qui sunt ad. l. recti ex prima parte tertie tertii. Itaq; duo trianguli. a. c. l. & a. f. k. sunt equianguli ex. 32. primi. Est. n. angulus. l. maioris equalis angulo. k. minoris eo qd uterq; est rectus & angulus. a. est cōis vtriq; itaque ex quarta sexti proportio. l. c. ad. c. a. est sicut. k. f. ad. f. a. Sumatur igitur ex diametro b. g. linea. f. m. equalis quarte parti semidiametri. eritq; per equam proportionem proportio. c. l. ad quartam partem lineae. a. c. qd sit. c. q. sicut. k. f. ad quartam partem lineae. f. a. que est. f. m. & qd per. 15. quinti proportio. c. d. ad. c. k. est sicut. c. l. ad. c. q. Sic enim est duplum ad duplum sicut iimplum ad iimplum. Erit per. 11. quinti. d. c. ad. c. k. sicut. k. f. ad. f. m. & coniunctim lineae constantis ex. d. c. & c. k. ad. c. k. sicut. k. m. ad. m. f. & iō per primam partem. 11. sexti proportio quadrati lineae cōposite ex. d. c. & c. k. ad quadratum lineae. c. k. sicut quadrati lineae. k. m. ad quadratum lineae. m. f. Cōstat aut ex premissa qd si linea. a. c. diuidatur fm proportionem hntem medium duoq; extrema maior portio eius erit equalis lineae. d. c. igitur linea constans ex. d. c. & c. k. cōponitur ex maiori portioe lineae diuise fm proportionem hntem mediū duoq; extrema & ex medietate totius lineae sic diuise. Est. n. c. k. medietas. a. c. Itaq; p primā istius. 13. libri quadratum lineae cōposite ex. d. c. & c. k. quincuplum quoq; est ad quadratum lineae. c. k. Ideoq; quadratum lineae. k. m. quincuplum quoq; est ad quadratum lineae. m. f. Cum sit boz quadratoz & illoz vna proportio est aut linea. b. m. quincupla ad lineam. m. f. Erat. n. m. f. qrtā pars semidiametri ppositi circuli. ergo qdratū lineae. k. m. ad qdratū lineae. m. f. ē sicut lineae b. m. ad lineā m. f. & qd ex secunda parte. 13. sexti quadratum lineae. k. m. ad quadratū lineae. m. f. est sicut lineae. k. m. ad lineam. m. f. duplicata. Erit ex vndecima quinti linea. b. m. ad lineam. m. f. sicut linea. k. m. ad lineā. m. f. duplicata. Igitur linea. k. m. est medio loco proportionalis inter duas lineas. b. m. & m. f. quod sic constat. Sit enim linea n. p. medio loco proportionalis inter eas sumpta secundum doctrinam none sexti eritq; ex diffinitione proportionis duplicatae que posita est in principio quinti proportio. b. m. ad m. f. sicut. b. m. ad n. p. duplicata : & quia. b. m. ad n. p. sicut. n. p. ad m. f. erit etiam ex. 11. quinti proportio. b. m. ad. m. f. sicut. n. p. ad m. f. duplicata. Igitur ex prima parte. 9. quinti due lineae. k. m. & n. p. sunt equales. I 09.



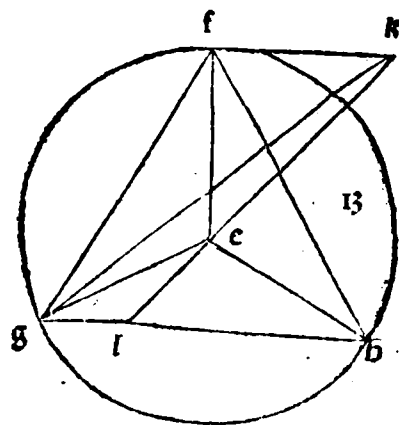
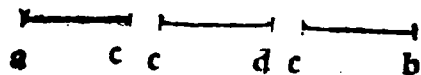


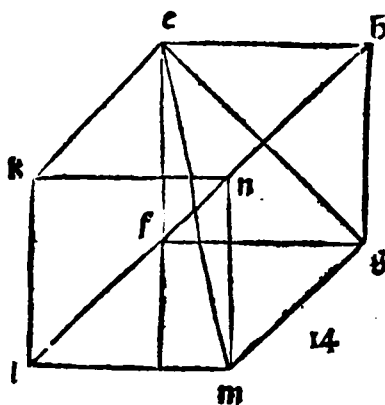
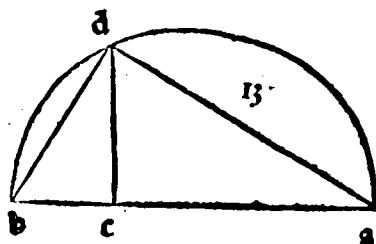
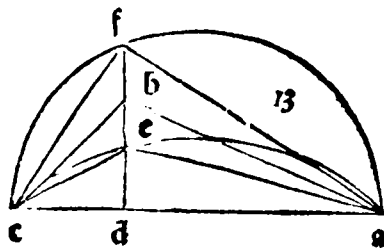
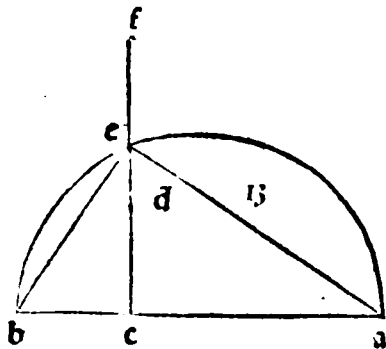
ex prima parte. 7. quinti & ex secunda parte eiusdem linea k. m. eff me-
dio loco proportionalis inter. b. m. f. m. f. Quare ex correl. 12. sexti pro-
portio quadrati linee. b. m. ad quadratum linee. m. k. est sicut est linee. b.
m. ad lineam. m. f. & quia linea. b. m. est quincupla ad lineam. m. f. erit q-
dratum linee. b. m. quincuplum ad quadratum linee. m. k. linea at. b. m.
est ronalis in longitudine. Ergo per vltimam ptem. 7. decimi linea. m. k.
est ronalis in potentia tñ & quia linea. b. m. est potentior linea. m. k. in q-
drato linee sibi incōmensurabilis in longitudine vt continuo probabitur
erit linea. b. k. residuum quartum ex d. f. f. initione residui quarti. Quod at
probandum assumpsimus sic patet. Sit numerus. r. quincuplus ad nume-
r. s. sintq. t. f. j. quantum. r. ac si esset. r. quinq. j. vnum. t. quatuor. Et sit li-
nea. b. m. potentior linea. m. k. in quadrato linee. x. Cū igitur sit qdratū
linee. b. m. ad quadratū linee. m. k. sicut numerus. r. ad nume-
r. s. erit puer-
sam proportionalitatem quadratum linee. b. m. ad quadratū linee. x. sicut
numerus. r. ad nume-
r. t. Quare per vltimam ptem 7. decimi linea. x. est
incōmensurabilis linee. b. m. in longitudine Nō est ergo dubium quin. b.
k. sit residuum quartum. Manifestum vero est ex. 34. tertii q illud quod
fit ex. b. k. in. k. g. est equale ei quod fit ex. a. k. in. k. c. I deoq. et ipsum idē
est equale quadrato. k. c. eo q. a. k. est equalis. k. c. ergo quadrato. b. k. ad-
dito vtriq. erit ex penultima primi quod fit ex. b. k. in. k. g. equale
quadrato. b. c. Et quia ex prima secundi quod fit ex. b. k. in. j. & in. k. g. ē
equale ei qd fit ex. b. k. in. g. b. Erut linea. b. c. latus tetragonum suplicie
contente a duabus lineis. g. b. f. k. b. & quia linea. g. b. est ronalis: lineave-
ro. b. k. est residuum quartū. & quia linea potens in superficiem lineae rōali
residuoq. quadrato cōtentam est linea minor vt constat ex. 89. decimi li-
bri necesse est lineam. b. c. que est latus pentagoni equilateri proposito cir-
culo in scripti esse lineam minorem. quod erat ex principio demonstan-
dum. Hoc ergo modo sequitur q latus pentagoni equilateri circulo in scri-
pti sit linea minor. si diameter circuli cui in scribitur fuerit rationalis in
longitudine. At vero si diameter circuli fuerit rōalis in potētia tñ adhuc
necesse est vt latus pētagoni equilateri sibi in scripti sit linea minor. Esto
enim linea. a. ronalis in potentia tñ supra quam de scribatur circulus ei-
de scripto in scribatur pentagonus equilaterus cuius vnum latus sit. b. c. dē
canturq. pentagonus & circulus. a. dico q linea. b. c. est linea minor. Suma-
tur enim aliqua linea ronalis in longitudine que sit d. f. super eam lineē
tur circulus cui in scribatur pentagonus equilaterus & sit vnum latus ipsi-
us linea. e. f. dicanturq. pentagonus & circulus. d. constat igitur ex hac. n.
q. e. f. est linea minor cum diameter. d. sit ronalis in lōgitudine. Qm̄ vō
proportio pentagoni. a. ad pētagonum. d. est sicut quadrati linee. b. c. ad
quadratum linee. e. f. vtraq. enim est ex secunda parte. 15. sexti: sicut linee
b. c. ad lineam. e. f. duplicata. Pentagoni autem. a. ad pentagonum. d. est
sicut quadrati diametri. a. ad quadratum diametri. d. ex prima. n. erit ex
n. quinti quadratum linee. c. b. ad quadratum linee. e. f. sicut quadratum
diametri. a. ad quadratum diametri. d. amq. quadrata duaz diametroy
a. & d. sint cōcantia quia ambo sunt ronalia ex ypothesi erunt quoq. ex
prima parte. 10. decimi quadrata duarum linearum. b. c. & e. f. cōcantia.
Ergo linea. b. c. cōcat in potentia cum linea. e. f. q. linea. e. f. est minor
sequitur ex. 100. decimi: q. ē. b. c. sit linea minor quod est propositum. Si
ue ergo diameter alicuius circuli sit rationalis in longitudine siue in poē-
tia tñ necesse est vt latus pētagoni eglateri sibi in scripti sit linea minor.



Propositio .13.

Pyramidem quator basium triangulariū & equilate-
rarum ab assignata sphaera circumscripibile fabrica-
re huius ergo sphaere diametros ad latus ipsius pi-
ramidis sexquialteram proportionem potentialiter
habere probatur.





di. 3. sexti & correlario. 17. eiusdē quadratū lineae. a. b. erit et sexquialter ad
 quadratum lineae. a. d. & qā lineae. a. d. ē eq̄lis lateri fabricate pyramidis. at
 70. a. b. est diameter | pere cōstat vtz esse quod per correlariū dī. Ne autē
 quemq̄ de vtriusq̄ veritate proposita hesitare cōtingat eā volumus hoc
 mō demonstratiōe firmare. Sit igitur sup̄ lineam. a. b. lineae. c. d. perpendi-
 cularis q̄ ponatur medio loco p̄portionalis inter partes lineae. a. b. q̄ sint. a.
 c. & c. b. ita q̄ p̄portio. a. c. ad. c. d. sit sicut. c. d. ad. c. b. Et super lineā. a. b.
 describatur semicirculus. a. e. b. Dico q̄ huius semicirculi circūferentia trā-
 sibat per punctū. d. q̄ est extremitas perpendicularis. Sin autē aut scabit li-
 neam. c. d. aut sup̄trāsibit eā totam ipsam trāsicens & includēs & nō cōtin-
 gēs. Secet ergo primo eā in pūcto. e. & ducātur lineae. e. b. & c. a. eritq̄ ex pri-
 ma parte. 30. tertii totalis angulus. a. e. b. reclus. Itaq̄ ex prima parte cor-
 rel. 8. sexti p̄portio. a. c. ad. c. e. ē sicut. c. e. ad. c. b. At 70. ex secūda parte
 8. q̄nti p̄portio. a. c. ad. c. e. ē maior q̄. a. c. ad. c. d. eo q̄. c. e. ē minor. q̄. c. d.
 Cū igitur sit. c. e. ad. c. b. sicut. a. c. ad. c. e. & c. d. ad. c. b. sicut. a. c. ad. c. d.
 erit per. 12. q̄nti. e. c. ad. c. b. maior q̄. c. d. ad. c. b. Idēq̄ per quodam partē
 ro quinti. e. c. est maior q̄. d. c. pars videlicet q̄ sū totum quod est impos-
 sibile. Non ergo scabit circūferentia semicirculi lineam. c. d. ¶ Supertrā-
 seat igitur & producat. c. d. v. q̄ ad circūferentiā sitq̄ tota. c. e. & protra-
 hātur lineae. e. b. & c. a. sequeturq̄ vt prius lineam. c. d. esse maiore q̄ sit lineā
 c. e. Quod est et impossibile. cōstat ergo propositū. Silr autē dicimus q̄ si
 fuerit aliq̄s angulus reclus cū basis subtrēdatur super quā semicirculus lineae
 tū ipsius circūferentiā per angulum reclus trāsire necesse ē. Conuersam
 70. huius proponit prima pars. 30. tertii. Quod autē dicimus sic cōstat.
 ¶ Sit. n. angulus. a. b. c. reclus cui subtrēdatur basis. a. c. & super eā lineetur
 semicirculus dico q̄ ipsius circūferentia trāsibit per pūctum. b. in quo cō-
 eunt lineae cōtinentes angulum reclus cuius demonstratio est q̄ neq̄ trāsibit
 supra neq̄ infra. Sin autē transeat: primo infra sitq̄. a. e. c. & ab. angulo. b.
 producat. lineā. b. d. perpendicularis ad basim. a. c. q̄ fecit circūferentia se-
 micirculi in pūcto. e. & protrahantur lineae. e. a. & c. e. c. eritq̄ angulus. a. e.
 c. reclus ex prima parte. 30. tertii. at ipse est maior angulo. a. b. c. per. 11. pri-
 mi hoc autē est impossibile ex tertia petitione cū vterq̄ sit reclus. Hic quā-
 dem ex ypothesi ille 70. ex prima parte. 30. tertii. Nō ergo trāsibit circum-
 ferentia semicirculi infra angulum. b. transeat itaq̄ supra & sit. a. f. c. produ-
 cat. autem perpendicularis. d. b. quousq̄ obuiet circūferentiae semicir-
 culi. a. f. c. in pūcto. f. & producantur lineae. f. a. f. c. eritq̄ ex prima parte
 30. tertii angulus. a. f. c. reclus. Cumq̄ et esset ex ypothesi angulus. a. b. c. re-
 ctus sequitur impossibile per. 11. primi sicut in principio. Reliquitur ergo
 quod diximus. Hoc autē necessarium est ad cognitionem eoꝝq̄ sequūtur.

Propositio .14.



Assignata sphaera circūscriptibilem cubum cōsti-
 tuere eiusdem aut sphaere diametrum lateri ipsius
 cubi potentialiter triplicem eē māifestum erit.

Assignate sphaere diametrum sit. a. b. super quā lineetur se-
 micirculus. a. d. b. diuidaturq̄ diameter in pūcto. c. pro-
 fus secundum conditionem premisse videlicet vt lineae. a.
 c. sit dupla ad lineam. c. b. & producat. c. d. perpendicularis ad. a. b. & pro-
 trahantur. d. b. & d. a. postea fiat vnum q̄dratum cuius omnia latera sint
 equalia lineae. b. d. sitq̄. e. f. g. h. super cuius quatuor angulos erigantur vt
 docet. n. vndecimi quatuor lineae perpendiculares ad superficiē ipsius q̄dra-
 ti quāz quilibet ponatur ē equalis lineae. b. d. sitq̄. e. k. f. l. g. m. h. n. crūq̄
 hee quatuor perpendiculares singule singulis eq̄distantes ex sexta vndeci-
 mit & anguli quos continent cum lateribus quadrati recti ex diffinitione
 lineae perpendicularis ad superficiē deinde cōiungātur extremitates istarū
 perpendicularium protractis lineis. k. l. l. m. m. n. n. k. eritq̄ cōpletus cubus
 sex superficiebus q̄dratis cōtensus. Cōstat. n. ex. 33. 34. p̄mi q̄ quatuor superficies
 ipsum ambientes & ipse sunt quāz opposita latera sint quatuor perpendi-

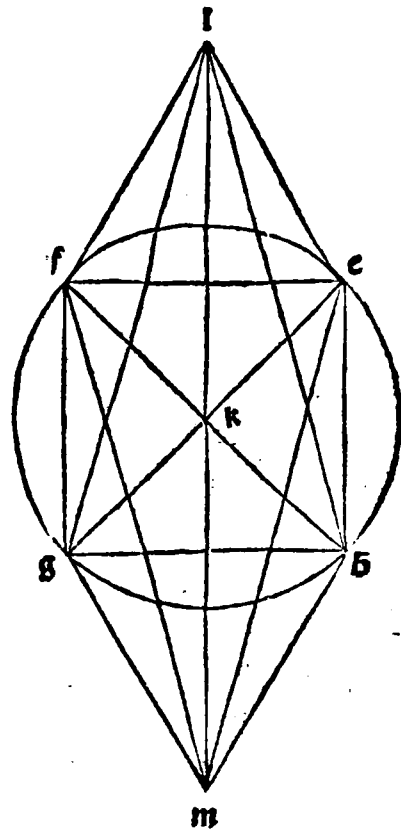
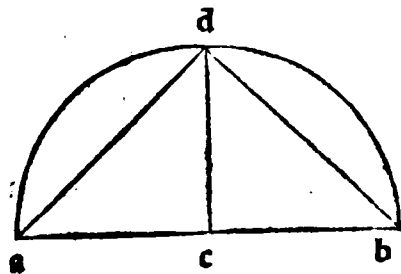
culares sunt oēs quadrati: de basi aut hoc possumus esse: at nō de suprema eius superficie q̄ est. k. l. m. n. q̄ ipsa quoq̄ sit quadrata. cōstat ex .33. primi §. 10. vndecimi. ideoq̄ ex quarta vndecimi manifestum ē singula latera eiusdem cubi duabus ipsius oppositis superficiebus orthogonaliter insistere. Vt aut cubum hūc ab assignata spera circūscriptibilem esse demonstramus in vna suarū superficie p̄trahat diagonalis. Verbi grā in basi eius sit. e. g. & ab huius diagonalis altera extremitate p̄trahatur diameter cubi. e. m. atq̄ ex penultima p̄mi q̄dratum. e. g. duplum ad q̄dratum. f. g. Iōq̄ & ad quadratum. g. m. eo. q̄. g. m. ē equalis. f. g. Sūt. n. oīa latera cubi adinuicē equalia. & quā rursus ex penultima primi quadratum. e. m. est ēquale quadratis duarū linearū. e. g. & g. m. p̄ hoc q̄ angulus. e. g. m. est rectus ex diffinitione linee p̄pendicularis ad superficiem. Erit quadratum. e. m. triplum ad quadratum. m. g. Constat. n. ex duplo & simplo. cūq̄ ex §. cūm dā p̄tē correlari. §. 8. fori & ex correlario. 17. eiusdem q̄dratum quoq̄ a. b. sit triplum ad q̄dratum. b. d. eo q̄ linea a. b. tripla ē ad lineam. b. c. sit aut. b. d. equalis. e. g. sequit̄ ex cōi. scia vt. e. m. q̄ est diameter cubi sit equa. l. a. b. q̄ est diameter sperē. Itaq̄. si sup. e. m. lineē semicirculus circūducā. quousq̄ ad locum vñ fuit initium motus redeat: spera descripta: erit ex diffinitione sperarum equalit̄ cōlis sperē assignate. At nō q̄a hic semicirculus trāsum faciet p̄ p̄ctum. g. eo q̄ angulus. e. g. m. est rectus eadēq̄ rōne p̄ ceteros singulos rectos angulos cubi q̄ ex ante ante hanc. 14. imēdiatē p̄missō manifestum est. Cōstat cōstitutum cubum ab assignata spera eo q̄ a sua equali circūscriptibilem esse quod demonstrare oportebat correlari nō demonstratio in istius demonstrationis processu preparauit.

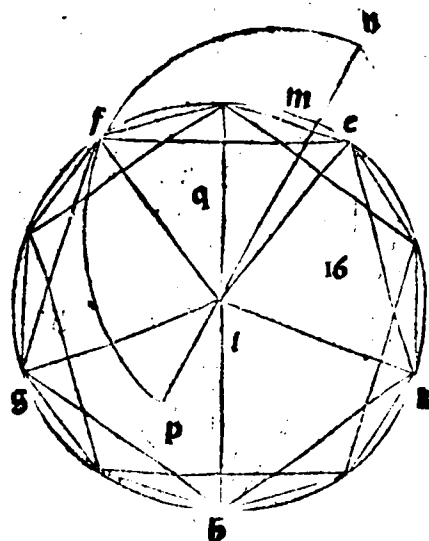
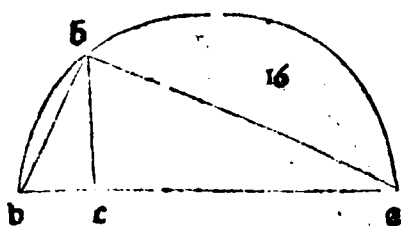
Propositio. 15.



Propus octo basium triangulariū & equilaterarū a spera proposita circūscriptibile cōponere. erit q̄ palam eiusdem sperē diametrū lateri ipsius corporis duplicem esse potentialiter.

Diameter sperē propositē sit. a. b. que dimidatur p̄. equalia in p̄cto. c. & sup. eam lineē semicirculus. a. d. b. ē p̄da cat. c. d. p̄pendicularis ad a. b. & iungat p̄ictus. d. cum a. & cum b. Describaturq̄ vnum quadratum cuius singula latera sint equalia lineē. b. d. sitq̄ quadratum. hoc e. f. g. h. in quo p̄trahant diametri due. e. g. & f. h. scilicet canes se inuicem in p̄cto. k. Cōstat igitur ex. 4. primi q̄ vtrāq̄ istam diametrorū sit equalis lineē. a. b. que est diameter sperē cum angulus. d. sit rectus ex prima p̄te. 30. tertiū & singuli quoq̄ anguli. e. f. g. h. recti ex diffinitione q̄drati. Cōstat rursus q̄ eadem due diametri. e. g. & f. h. dimidut se inuicem p̄ equalia in p̄cto. k. h. aut ex. 5. primi §. 32. & sexta eiusdem facile est elicere. Erigat itaq̄ super p̄ctum. k. linea. k. l. p̄pendicularis ad superficiem q̄drati q̄ ponatur equalis medietati diametri. e. g. vel. f. h. & de mittant ypothensē. l. e. l. f. l. g. l. h. etiamq̄ ex his q̄ posita sunt & penultimā primi quoniam oportuerit repetita singule harū ypothensarū equales sibi inuicem & equales lateribus quadrati. Habes ergo pyramidem quatuor equilaterarum triangulariumq̄ basium super quadratum constitutam. Hinc itaq̄ sub ipso quadrato similē pyramidē hoc mō appōe lineā. l. k. producas p̄forando quadratum vsq̄ ad. m. ita q̄. k. m. extis sub quadrato sit equalis. l. k. existenti supra & iunge p̄ctum. m. cum singulis angulis q̄drati p̄ducendo. 4. alias ypothensarū que sunt. m. e. m. f. m. g. m. h. de quibus quoq̄ manifestum est ex penultima primi quemadmodum de aliis q̄ sunt in superiori p̄te q̄ ipse sint equales ad inuicem & lateribus quadrati. Cōpleuimus igitur corpus. 8. basium triangularium & equilaterarum. Hoc autē ab assignata spera circūscriptibile esse sic habeto. Cōstat. n. q̄ linea. l. m. est equalis diametro assignate sperē: nam vtrāq̄ earum est equalis diametro quadrati. igitur si super. l. m. lineetur semicirculus qui circūuoluatur quousq̄ ad locum suum redeat: spera quam motu suo describet erit eq̄lis assignate sperē vt ex diffinitione sperarum equalium colligitur. Sic





vero semicirculus transibit per quatuor angulos quadrati & simpliciter per
oia puncta circumscriptionis circuli circumscribitis quadrati, eo qd semidiamete
ter quadrati ut linea f.k. & portiones lineae l.m. q sunt l.k. & k.m. sunt ad
inuicem equales, quare ex diffinitione eius quod e figuram unam alii figu
re inscribi fabricatum corpus inscripibile e / pere motu huius semicirculi
descripse. Itaq, & / pere assignate ex coceptu. cu ipse sine aduocato, qles ex dif
finitione. Correl. No manifeste constat sunt. n. due linee. d. b. & d. a. equales
ex. 4. primi ideoq, quadrati, a b, duplu est ad quadrati. b. d. ex penul. primi
latus aut fabricati corporis est equalis lineae. b. d. x. est ergo correlatiu.

Propositio 16.



Sopus viginti basium triangularium atq, equila
terarum a data sphaera diametrum rationalem ha
bete circumscriptibile fabricare. eritq, palam latius
eiusdem corporis esse lineam irrationalem eam scilicet
que dicitur minor.

Sit hic quoq, diameter assignate / pere. a. b. que ponat
esse rationalis sine in longitudine siue in potentia tunc e. diuidatur in puncto
c. ita qd a. c. sit quadrupla ad. c. b. & lineetur super eam semicirculus. a. d. b.
& pducatur. c. d. perpendicularis ad. a. b. & ptraatur linea. d. b. deinde fm q
titar lineae. d. b. lineetur circulus. e. f. g. b. k. supra centz. l. cui inscribat pe
tagonus equilateralis ei/dem litris annotatus ad cuius angulos a centro. l.
ducantur lineae. l. e. l. f. l. g. l. h. l. k. Rursus in eodem circulo inscribatu de
cagonus eglaterus diuidantur. n. cuncti arcus quoq, chorde sunt latera
tagoni p equalia & a punctis mediis ad extremitates cunctoz laterz inscri
pti pentagoni lineae recte dirigantur. Itaq, super singulos angulos pentago
ni erigatur cathetus fm q docet. n. vndecimi quorum quilibet sit e equali
lis lineae. b. d. & cotinuent extremitates hoz quinq, cathetoz quinq, corau
stis. Eruntq, ex. 6. vndecimi quinq, catheti erecti adinuicem equidistan
tes. Cumq, ipsi sint equales erunt quoq, ex. 33. p. uni quinq, corauisti eoru
extremitates iungentes equales lateribus pentagoni. Demitte igit a sum
mitatibus singulis singuloz cathetoz bina & binas ypothemisas ad duos
circumstantes angulos inscripti decagoni. & harum decem ypothemisaz a
quinq, extremitatibus cathetoz ad. s. puncta que sunt singuli anguli me
dia inscripti decagoni descenditum extremitates contrualium pentag
onum rursus ipsi circulo inscribendo qui quoq, erit eglaterus ex. 3. terni.
Cum hoc itaq, feceris videbis te perfecisse decem triangulos quoq, latera
sunt decem ypothemisaz & quinq, corauisti & s. latera huius scilicet pentago
ni inscripti. Hos ergo decem triangulos eglateros ec sic collige. Cum. n. ta
semidiameter descripti circuli q libet. erectorum cathetorum sit equalis
lineae. b. d. ex ypothetis erit ex correlario. s. quarti quilibet cathetoru equa
lis lateri exagoni equilateri circulo cuius semidiameter est equalis lineae
b. d. inscripti. Quia h. d. ex penul. primi vnaqueq, 10. ypothemisazum ta
to est potentior catheto quantum potest. latus decagoni. At vero. ex. 10.
huius latus quoq, pentagoni e tanto potentius eodem quam potest id e la
tus decagoni. Erit ex cois scia vnaqueq, h. az ypothemisaz equalis lateri
pentagoni. De corauistis aut iam patet q ipsi sint equales lateribus penta
goni. Itaq, cuncta latera horum decem trianguloz aut sunt latera penta
goni eglateri secunda vice circulo inscripti aut illis equalia sunt igitur egl
teri trianguli. Amplius aut super centz. circuli qd est punctum. l. erige alia
cathetu equalis p. onibus sit. l. m. cuiusq, superior e extremitate q est punctus
m. iunge cu singulis extremitatibus prioz per quinq, corauistos eritq, ex sex
ta vndecimi hic centralis cathetus singulis cathetorum angularium equi
distans. Ideoq, ex. 33. primi hi quinq, corauisti erunt semidiametro circuli
equales & ex correl. s. quarti quilibet eorum tanquam latus exagoni. cen
trali ergo catheto ex vtraq, parte adiciatur linea vna equalis lateri deca
goni. Supra quidem adiciatur ei. m. n. deorsum autem sub circulo adii
ciatur sibi a centro circuli. l. p. postea demittantur puncto. n. s. ypothemisaz

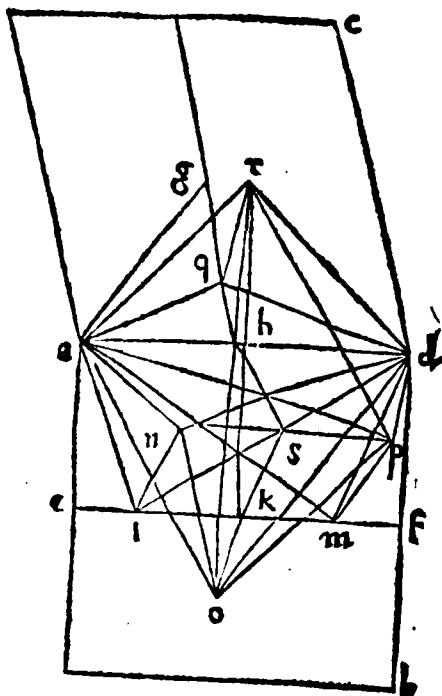
ad 5. superiores angulos decem triangulorum qui sunt in circuitu. & a puncto. p. alie. 5. ad alios quinque inferiores. Eruntque hec decem ypothemise equales adinuicem lateribus inscripti pentagoni ex penultima primi. & 10. huius quemadmodum de aliis decem prius demonstratum est. Habes ergo corpus. 20. basium triangularium atque equilateralium cuius cuncta latera sunt equalia lateribus pentagoni. Eius vero diameter est linea. n. p. Horum autem. 20. triangulorum decem consistunt in circuitu supra circulum. quique autem confluentur sursum ad punctum. n. concurrentes. At quinque reliqui deorsum emergunt super punctum. p. coeuntes. Hoc autem ycoedum corpus a data sphaera circumscriptibile esse sic erit manifestum. Cum linea. l. m. sit equalis lateri exagoni. & m. n. lateri decagoni equilaterorum quos circulus. e. f. g. circumscribit tota. l. n. erit ex nona partis libri diuisa secundum proportionem. h. m. & d. extre. i puncto. m. & maior portio eius erit linea. l. m. Diuidat itaque. l. m. per equalem. m. q. Eruntque ex cōi scia. p. q. equales. q. n. Nā. p. l. posita est equalis lateri decagoni quemadmodum. m. n. quare. q. n. ē medietas. n. p. quemadmodum ē. q. m. medietas. m. l. Cū ergo quadratum. n. q. sit ex 3. huius quinqueplū ad quadratum. q. m. erit quoque ex 5. quāti quadratum. p. n. quinqueplū ad quadratum. l. m. Est. n. ex quarta secundi quadratum. p. m. quadruplum ad quadratum. q. n. Quadratum quoque. l. m. quadruplum ad quadratum. q. n. ex eadem. Quadruplum autem ad quadruplum ē ut simplex ad simplex teste 5. quāti. at 70 quadratum. a. b. quinqueplū est ad quadratum. m. b. d. ex secunda parte correlarii. 8. sexti. & ex correlatio. 17. eiusdem: est ē. a. b. quinqueplū ad. b. c. eo quod. a. c. fuit ad eadem quadrupla. Quia ergo. l. m. est ex ypothesi equalis. b. d. erit ex cōi scia. a. b. equalis. n. p. Itaque si super lineam. n. p. semicirculus describat qui tādū: quod locū primum repetat circūuoluat sphaera ipsius motu descripta erit a diffinitione sphaeræ equalium equalis sphaere pposita. & quāti linea. l. m. est medio loco proportionalis inter. l. n. & n. m. ideoque inter. l. n. & p. l. erit quoque quilibet semidiameter circuli medio loco proportionalis inter. l. n. & p. l. p. & cum. l. m. sit equalis semidiametro circuli itaque semicirculus super. p. n. descriptus transibit per oīa puncta circumferentie circuli. e. f. g. Ideoque & per singulos angulos solidi fabricati in illa circumferentia consistentes: & quā eadē rōe singuli coramissi cōtinuantes extremitates angulariū cathedrorum: & extremitate cētralisunt medio loco proportionales inter. p. m. & m. n. eo quod quilibet eorum est equalis. l. m. sequitur ut idem semicirculus trāseat & per reliquos angulos figure ycoedre statuta. ē igitur corpus hoc inscripibile sphaere cuius diameter. p. n. Ideoque & sphaere cuius diameter. a. b. Latus autem huius solidi figure dico esse lineam minorem. Cōstat. n. q. linea. b. d. est rationalis in potentia cū eius quadratum sit subquinqueplū ad quadratum lineae. a. b. & posita est rationalis siue in longitudine siue in potētia tē. Itaque semidiameter atque semidiametri circuli. e. f. g. est ē rationalis in potentia. Nam eius semidiameter ē equalis. b. d. Igitur ex. n. huius latus pentagoni equilateri huius circulo inscripti est linea minor. at uerō sicut in huius demonstrationis processu patuit latus huius figure est quātum latus pentagoni: ergo latus huius figure. 20. alebaidatum est linea minor quemadmodum proponit.

Propositio .17.



Diximus duodecim basium pentagonarum equilateralium atque equiangularium ab assignata sphaera diametrum rationalem habente circumscriptibile consistere. eritque palam latus eiusdem corporis irrationale esse: id quod residuum dicitur.

Et fiat cubus secundum quod docet. 14. huius circumscriptibile ab assignata sphaera sitque huius cubi due superficies. a. b. & a. c. imaginemur at nunc quod. a. b. sit suprema superficies cubi & a. c. sit una ex lateralibus sitque linea. a. d. cōi istis duabus superficiibus. diuidantur itaque in superficie. a. b. duo opposita latera per equalem uidelicet. d. b. i puncto. f. & lateri oppositū i. e. & puncta diuisorū cōtinenti per lineam. e. f. latus quoque. a. d. & illud quod sibi oppositū i superficie. a. c. diuidat per equalem & puncta diuisorū cōtinuet linea recta cuius medietas sit



g. h. Sitq. pñctus. b. medius punctus linee. a. d. similiter linee. e. f. diuidat
 p equalia in. k. f. protrahatur. b. k. qualibet igit trium lineaz. e. k. k. f. f. g.
 b. diuide fm proportionem ha. me f. du. ext. in tribus punctis. l. m. q. sint
 q maiores portiones eaz. l. k. k. m. f. g. q. Quas manifestum est esse equa
 les cu tote lree diuise sunt equales videlicet quelibet eaz. medietati lateris
 cubi. Deinde a duobus punctis. l. f. m. erige perpendicularares vt docet. n. vñ
 decimi ad superficiem. a. b. quaz. vñq. ponas equalē lree. k. l. sint. l. n.
 f. m. p. similiter a puncto. q. erige perpendiculariter. q. r. ad superficiem. a. e.
 quam ponas equalē. g. q. ptrahe itaq. lineas. a. l. a. n. a. m. a. p. d. m. d. p. d.
 l. d. n. a. r. a. q. d. r. d. q. Manifestum est igitur ex quinta huius q. due linee
 k. e. f. e. l. potētia lter sunt triplū ad lineā. k. l. ideoq. et ad lineam. l. n. cū
 k. l. f. l. n. sint equales. At pñ. k. e. e. equalis. e. a. igit. due linee. a. e. f. e. l.
 sunt potētia triplū ad lineā. l. n. quare ex penul. primi. a. l. e. potētia tripla
 ad l. n. ideoq. p eadem. a. n. ē potētia quadrupla ad l. n. Cūq. ois linea sit
 potētia quadrupla ad medietatem sui sequit ex cōi scia q. a. n. sit dupla in
 longitudine ad l. n. f. q. a. l. m. dupla est ad l. k. At. k. l. f. l. n. sint equales
 erit. a. n. equalis l. m. sunt. n. eaz. dimidia equalia. Et q. ex. 33. primi. l. m.
 est equalis. n. p. erit. a. n. equalis. n. p. Eodē mō pbabis tres lineas. p. d. d. r.
 f. r. a. e. e. equalis sibi inuicem f. duabus predictis. Habemus itaq. ex his qñ
 q. lineis pētagonū equilaterū q. est. a. n. p. d. r. Sed fortasse dices ipsum nō
 esse pentagonum q. nec forsan ē totus in superficie vna q. d. esset necessariū
 ad hoc vt esset pētagonus. Quod ergo sit totus in superficie vna sic habeto.
 pdeat eq. dema pñcto. k. l. linea. k. s. perpendicularis ad superficiem. a. b. q. sit eq
 lis. l. k. eritq. ob hoc equalis vñq. duaz. lineaz. l. n. f. m. p. cūq. ipsa sit eq
 distans vñq. eaz. ex sexta vñdecimi. ideoq. cum amabus in eadem superf
 cie ex dione lineaz. equidistantium necesse est vt punctus. s. sit in linea. n.
 p. f. q. diuidat eā p equalia. ptrahanť igitur due linee. r. b. f. h. s. sint itaq.
 duo trianguli. k. s. h. f. q. r. b. sup vñū angulū videlicet. k. h. q. cōstituti f.
 est pportio. k. h. ad. q. r. sicut. k. s. ad. q. h. nā vt. g. h. ad. q. r. sic. k. h. ad. q.
 r. ex. 2. quinti. f. vt. r. q. ad. q. h. sic. k. s. ad. q. h. ex eadē. sed. g. h. ad. q. r. vt
 q. r. ad. q. h. eo q. q. r. est equalis. g. q. ergo. p. 30. sexti linea. r. h. s. est linea
 vna. Quare ex eadē vñdecimi totus pentagonus de quo disputamus
 est in superficie vna. Ipsum quoq. dico esse equiangulum. cū. n. e. k. sit dī
 uisa fm proportionem habentem medium duosq. extrema f. k. m. sit eq
 lis maiori portioni eius. erit quoq. ex. 4. presentis tota. e. n. diuisa fm p
 portionem habentem medium duosq. extrema: maior. quoq. portio eius
 lineaz. e. k. I deoq. pērs. due linee. e. m. f. m. k. I deoq. due. e. m. f. m. p.
 Nam. m. p. est. equalis. m. k. sunt potētia triplum ad lineam. e. k. I deoq.
 f. ad lineam. a. e. nam. a. e. est equalis. e. k. I taq. tres linee. a. e. e. m. f. m. p.
 sunt potētia quadruplum ad lineam. a. e. Constat aut per penultimam
 primi bis assumptam q. linea. a. p. est potētia equalis tribus lineis. a. e. f.
 e. m. f. m. p. I taq. a. p. est potētia quadrupla ad lineam. a. e. Latus vñ
 cubi cum sit duplum ad lineam. m. a. e. est potētia quoq. quadruplum ad ip
 sam ex. 4. secūdi. igitur ex cōi scētia. a. p. est lateri cubi equalis. Cūq.
 a. d. sit vñum ex lateribus cubi erit. a. p. equalis a. d. I deoq. ex. 8. primi an
 gulus. a. r. d. est equalis angulo. a. n. p. Eodem mō pbabis angulum. d. p.
 n. esse equalem angulo. d. r. a. quia pbabis lineam. d. n. esse potētia lter
 quadruplū ad medietatem lateris cubi. Cum igitur ex his pentagonus sit
 equilaterus f. habeat tres angulos equales ipse erit equangulus ex septim. a. pñ
 tis libri. Si itaq. hac via rōeq. cōsimili sup vñū quodq. reliquoz. latez. cu
 bi pentagonum equilaterū f. equiāgulum fabricemus pñciē solidum. n.
 superficiebus pentagonis equilateri f. equiangulis cōtēntum. Cubus. n. hēt
 n. latera. Reliquum autē est demonstrare solidum hoc esse a data spera
 circū. criptibile. ptrahe int igit a lineā. f. k. due superficies secātes cubū. quaz
 vna secet ipsum sup lineā. h. k. f. alia sup lineā. e. f. eritq. ex. 40. vñdecimi
 vt cōi scētio hāz. duaz. superficiez. secet diamet. cubi f. secet vñq. ab
 ipsa diāetro p equia. sit ergo cōi scētio eaz. vñq. ad diāet. cubi lineā. k. o.

¶ Ita q. o. sit centrum cubi. Et ducantur linee. o. a. o. n. o. p. o. d. o. r. Cōstat autē q. vtraq. duarum lineay. o. a. & o. d. est semidiameter cubi. I dō, equales. De linea autem. o. k. constat ex. 40. vndecimi q. ipsa est equalis e. k. videlicet medietati lateris cubi. Et quia. k. j. ē equalis. k. m. Erit. o. j. diuisa in puncto. k. fm proportionem habentem medium duosq. extrema q. maior portio eius erit linea. o. k. q. est equalis. e. k. Itaq. p. s. huius erunt due linee. o. j. & j. k. I dō. o. j. & j. p. Eo q. j. p. ad quas hec demōstratio non extenditur est equalis. k. j. triplum in potētia ad lineā. o. k. Et iō ad medietatem lateris cubi quare p. penul. primi. linea. o. p. ē potētia tripla ad medietatem lateris cubi. Ex correl. autē. 14. huius cōstat q. semidiameter p. ere tripla est in potētia ad medietatem lateris cubi quem circūscribit eadem spera. Itaq. o. p. est quanta semidiameter p. ere circūscribentis cubum p. positum. Eadem ratione cuncte linee ducte a puncto o. ad angulos singulos p. tagono. o. ium superlatera cubi descriptorum ad singulos angulos in q. qui proprii sunt pentagoni non autē cōes eis ē superficiebus cubi. s. p. prii quales sunt in pentagono statuto tres anguli. n. p. r. De illis autē lineis q. veniunt a puncto. o. ad angulos singulos pentagono. qui sunt cōes p. tagonis ē superficiebus cubi quales sunt in pentagono p. tri duo anguli. a. & d. cōstat q. ipse sunt equales semidiametro sperę circūscribentis cubum. I p. e. n. sunt semidiametri cubi ex. 40. vndecimi. At vero semidiameter cubi est tanq. semidiameter sperę ipsum circūscribētis quemadmodum ex rōcinatione. 14. appet. I q. oēs inee ducte a pūcto. o. ad singulos angulos duodecedri sunt q. les adinutē ē semidiametro sperę. Semicirculus itaq. super totam diametrum sperę vel cubi lineatus si circūducatur transibit p. oēs angulos eius quare per diff. nitionem ipsum est ab assignata spera circūscriptibile. Dico itē. q. latus huius figure est linea irrōnalis ista videlicet q. residuū dī si diameter sperę ipsum circūscribentis fuerit rōnalis in lōgitudine vel in potētia. Cum. n. diameter sperę sit ex. 14. huius tripla in potētia ad latus cubi erit latus cubi rōnale in potētia si diameter sperę fuerit rōnalis in longitudine vel in potētia. Cōstat autē ex. 11. q. linea. r. p. diuidit lineam. a. d. q. est latus cubi fm proportionē hntem mediū duosq. extrema ē q. portio eius maior equalis ē lateri pentagoni. Et quia maior portio eius est residuum ex sexta. huius manifestum est latus figure duodecedron ē residuum quod demonstrare volumus. Fabricata sunt igitur p. 13. ē quatuor eam sequētes quinq. corpora equilatera atq. equiangulara quorum vnūquodq. ē circūscriptibile ab assignata spera. Sūt autē hec solida. p. mum q. dem quatuor basium triāgularium. ē dī tetracedron. Secundum ē sex basium quadrata. ē dī cubus siue exacedron. Tertium octobasiū triāgularium. ē dī octoicedron. Quartum autē ē solidum ycoicedron ē est viginti basium triāgularium. Quintum vero ex. 11. basibus pentagonis cōstitit dī. duodecedron. Hec at quinq. solida regularia dicūt qm ipsa equiangulara sunt atq. eqlatera ē a spera atq. ab inuicem circūscriptibilia. plura vero his quinq. eqlatera q. sunt ē equiangulara ē est impossibile. Ad cōstitutionem cuiuslibet anguli solidi necesse est ad minus tres superficies angulos cōcurrere. Ex duobus enim solis superficialibus nequit solidus angulus cōpleri. q. ergo tres anguli cuiuslibet exagoni equilateri ē equiangulari sunt equales quatuor angulis rectis. At vero eptagoni ē cuiuslibet pluris laterum figure equilaterę atq. equiangularę tres anguli sunt maiores quatuor angulis rectis quemadmodum ex. 31. primi euidenter elicitur. omnis autem angulus solidus quatuor rectis angulis minor est teste. 11. vndecimi impossibile est tres angulos exagoni atq. eptagoni. ē simpliciter omnis plurilaterę figure equilaterę tamen atq. equiangularę solidum angulum cōstituerē. ideo nulla solida figura equilatera atq. equiangulari potest ex superficiebus exagonalibus aut plurium laterum cōstitui. Si enim tres anguli exagoni equilateri atq. equiangulari quentq. solidum angulum excedunt quatuor ē plures multo fortius eundem excedunt. Tres autem angulos p. tagoni equilateri atq. equiangulari minores ē se quatuor rectis angulis. mō

nifestum est & quatuor esse maiores: quare ex tribus angulis pentagoni equilateri atq; equianguli possibile est solidum angulum constitui: ex quatuor autem aut ex pluribus impossibile. ideoq; vnum duntaxat solidum ex pentagonis equilateris atq; equiangulis constitutum est illud videlicet quod duodecedron dicitur in quo anguli pentagonorum terni & terni solidos angulos perficiunt. Eadem quoq; est ratio in quadrilateris figuris equilateris & equiangulis q̄ in pentagonis: ois enim quadrilatera figura si equilatera equiangulaq; fuerit ipsa erit quadrata a diffinitione. Nam omnes eius anguli erunt recti per. 32. primi. Ex tribus igitur angulis talis superficialis figure possibile est solidum angulum constitui: ex quatuor autem aut ex pluribus impossibile est: propter quod ex talibus figuris superficialibus que cum quadrilatero ipse sunt equilateræ atq; equi angule vnicum solidum quod cubum dicimus: fabricatum est. Triangulorum autem equilaterorum sex anguli sunt equales quatuor rectis ex 32. primi pauciores ergo minores & plures maiores: igitur ex sex angulis talium trigonorum aut ex pluribus impossibile est angulum solidum fieri: ex quinq; & ex quatuor & ex tribus possibile. Cum itaq; tres anguli trigoni equilateri efficiunt angulum solidum: perficitur ex triangulis equilateris corpus quatuor basium triangularium atq; equilaterarū. Cum vero quatuor conserunt corpus octo basium quod octocedron diximus. At vero si quinq; triangulorum equilaterorum anguli solidum angulum contineant fiet corpus ycocedron viginti basium triangularium & equilaterarum. Quare ergo tot & talia sunt solida regularia & quare plura his non sint dictum est.

Configurator.

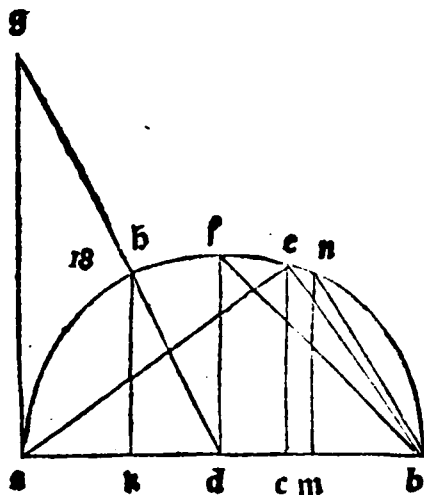
¶ Quia sicut totum ad totum ita dimidium ad dimidium. Nam ut ibi dicitur dyameter spere tripla est in potentia ad latus cubi ideo semidyameter similiter est potentia triplex ad medietatem lateris cubi ac si dyameter esset .6. eius potentia .36. & latus cubi esset .2. cuius potentia est .4. semidyameter .3. potentia eius .9. medietas lateris cubi esset .1. cuius potentia .3. que est subtripla ad potentiam .3. hoc est ad potentiam medietatis dyametri: pere & cetera.

Propositio .18.



Litera quinq; corporum premissorum ab eadem sphaera circumscriptibilium cuius spere sola dyametros nobis proposita fuerit per ipsam propositas dyametrum inuenire.

¶ Sit .a. b. dyameter alicuius spere nobis proposita. ex qua iubemur latera quinq; premissorum corporum describere. **¶** Diuidamus igitur hanc dyametrum in .c. ita q̄ .a. c. sit dupla ad .c. b. Et per equalia in .d. Et lineemus super eam semicirculum. a. f. b. ad cuius circumferentiam protrahantur due linee perpendiculares ad lineam a. b. que sint .c. e. & .d. f. Et iungamus .e. cum .a. & .c. cum .b. Manifestum ergo est ex demonstratione .13. q̄ .a. c. est latus figure quatuor basium triangularium & equilaterarum. Et ex demonstratione .14. q̄ .c. b. est latus cubi. Et ex demonstratione .15. q̄ .f. b. est latus figure octo basium triangularium & equilaterarum. Prodeat itaq; a puncto .a. linea .a. g. perpendicularis ad .a. b. & equalis eidem .a. b. & iungatur .g. cum .d. Sitq; b. punctus in quo .g. d. fecit circumferentiam semicirculi. Et ducatur .h. k. perpendicularis ad .a. b. & quia .g. a. est dupla ad .a. d. erit ex quarta sexti .b. k. dupla ad .k. d. Sunt enim duo trianguli .g. a. d. & .b. k. d. equianguli ex .32. primi eo q̄ angulus .a. maioris est equalis angulo .k. minoris namq; uterq; rectus & angulus .d. est communis vtriq;. Igitur ex quarta secundi .b. k. est potentia quadrupla ad .k. d. ergo ex penultima .primi .h.



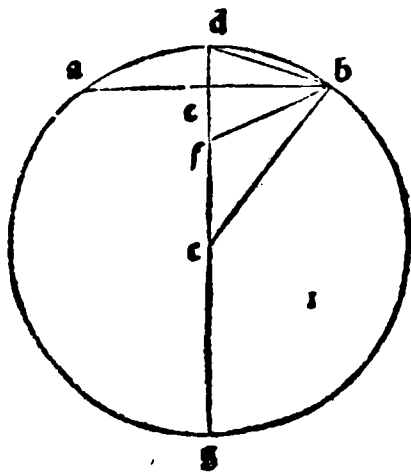
d. est potentia quincupla ad k. d. cumq. d. b. sit equalis. h. d. est enim d. centrum semicirculi. erit quoq. d. b. potentia quincupla ad k. d. At vero cum tota. a. b. sit dupla ad totam. b. d. quemadmodum. a. c. detracta ex prima. a. b. est dupla ad c. b. detractam ex secunda. b. d. eritq. ex. 19. quinti b. c. residua prime: dupla ad c. d. residuam secunde. I deoq. tota. b. d. est tripla ad d. c. I igitur quadratum. b. d. est noncuplum ad quadratum. d. c. quia ipsum erat quincuplum tantum ad quadratum. k. d. erit ex secunda parte decime quinti. quadratum. d. c. minus quadrato. k. d. I deoq. d. c. minor. k. d. Sit igitur. d. m. equalis. k. d. et prodeat. m. n. v. q. ad circumferentiam que sit perpendicularis ad. a. b. et tangatur. n. cum. b. Cum igitur. d. k. et d. m. sint equalis erunt ex diffinitione eius quod est aliquas lineas a. centro equidistare due linee. b. k. et m. n. equaliter distantes a centro. I deoq. equalis adinuicem ex secunda parte. 13. tertii et ex secunda parte tertie eiusdem. I itaq. m. n. est equalis. m. k. Nam. h. k. erat equalis ei. At quia. a. b. dupla est ad. b. d. et k. m. dupla est ad. d. k. et quadratum. b. d. quincuplum ad quadratum. d. k. erit ex. 15. quinti quadratum. a. b. similiter quincuplum ad quadratum. k. m. est enim quadratum dupli ad quadratum dupli sicut quadratum simpli ad quadratum simpli. Ex demonstratione enim. 16. manifestum est q. diameter speræ est potentialiter quincupla tam ad latus exagoni circuli figure. 10. basium. q. ad k. m. est equalis lateri exagoni circuli figure. 10. basium. Nam diameter speræ que est. a. b. est potentialiter quincupla tam ad latus exagoni circuli illius figure. q. ad. k. m. Rursus: q. ex demonstratione eiusdem manifestum est q. diameter speræ constat ex latere exagoni et duplici lateri decagoni circuli figure. 10. basium. Cum ergo. k. m. sit tanq. latus exagoni. At vero. a. k. sit equalis. m. b. Nam ipsa sunt residua equalium demptis equalibus. Erit. m. b. tanq. latus decagoni. Quia igitur. m. n. est tanq. latus exagoni. nam ipsa est equalis. k. m. erit ex penultima primi et. 10. huius n. b. tanq. latus pentagoni figure circuli. 10. basium. Et q. ex demonstratione. 16. apparet q. latus pentagoni circuli figure. 10. basium est latus eiusdem figure. 10. basium. Constat lineam. n. b. esse latus istius figure. Diuidatur itaq. e. b. que est latus cubi ab assignata spera circumscriptibilis secundum proportionem habentem medium duosq. extrema in puncto. p. Sitq. maior portio eius. p. b. Constat igitur ex demonstratione premissæ q. p. b. est latus figure. 12. basium. Inuenta ergo sunt latera. 5. premissorum corporum ex diametro speræ nobis propofita. Est enim latus. a. e. pyramidis. 4. basium. e. b. latus cubi. f. b. latus octocedri. At vero. n. b. latus ycocedri. Linea autem. p. b. latus duodecedri. Que autem horum laterum sint maiora aliis sic habetur. Constat enim q. a. e. est maior. f. b. nam arcus. a. e. est maior arcu. f. b. I tenq. f. b. est maior. e. b. Et. e. b. maior q. n. b. At vero. n. b. dico etiam esse maiorem q. p. b. Cum enim sit. a. c. dupla ad. c. b. erit ex quarta secundi quadratum. a. c. quadruplum ad quadratum. c. b. Constat autem ex secunda parte correlarii. 8. sexti et ex correlario. 17. eiusdē q. qdratū. a. b. triplū ē ad qdratū. b. e. sed. p. 12. sexti qdratum. a. b. ad quadratum. b. e. est sicut qdratum. b. e. ad qdratum. c. b. ex eo q. proportio. a. b. ad. b. e. est sicut. b. e. ad. b. c. ex secunda pte correlarii. 8. sexti itaq. p. 12. quinti quadratum. b. e. triplum est ad qdratū. c. b. et quia quadratum. a. c. quadruplum est ad idem quadratum vt ostēsum est erit ex prima parte. 10. quinti quadratum. a. c. minus quadrato. b. e. I deoq. linea. a. c. maior est linea. b. e. I deoq. a. m. multo maior. b. e. Manifestum vero est ex. 9. huius q. si linea. a. m. diuisa fuerit sm proportionem hntem medium duosq. extrema erit maior portio eius linea. k. m. q. est equalis m. n. At 10. cum. b. e. diuiditur sm eandem pportionem vt delict hntem mediū. duosq. extrēa maior eius portio ē linea. p. b. et itaq. tota. a. m. sit maior tota. b. e. erit. m. n. que est equalis maiori portioni. a. m. maior q. p. b. que est maior portio. b. e. Hoc autem manifestum est ex secunda. 14. libri que sine auxilio alicuius eorum que sequuntur firma de-

monstratione solidatur. Ergo p. 19. primi a fortiori. n. b. maior est q. p. b. Quare patet latera horum. s. corporum premissorum fere eo ordine quo corpora se inuicem sequuntur se inuicem excedere. In cubo enim diametretur & octocedro habet hic instantias. Nam latus octocedri excedit latus cubi quous cubus antecedit octocedrum. Cubum autem premitunt idcirco octocedro: quia eadem diuisione diametri assignate spere latus pyramidis. 4. bases triangulas habentis & latus cubi inuenitur. Est igitur. a. c. latus pyramidis maius lateribus ceterorum corporum. Post ipsi. in aut est f. b. latus octocedri maius sequentium corporum lateribus. Tertio ordine sequit in magnitudine. c. b. latus cubi. Quarto vero loco e. n. b. latus yccedron. Minimum autem est omnium. p. b. latus duodecedron vel duodecedri.

¶ Explicit liber Tertiusdecimus.

Quartusdecimus liber Euclidis de habitudinibus trianguli pentagoni hexagoni decagonique adinvicem respectu lineæ. Secundum proportionem habentem medium duosque extrema divisæ et corporum regularium adinvicem proportionibus ex optima Campani interpretatione. Magistro Luca Paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minorum Castigatore acutissimo feliciter. Incipit.

Propositio .I.



Anus perpendicularis a centro
circuli ducta ad latus pentagoni
intra circulum ipsum descripti.
Dimidio lateris decagoni atq; di
midio lateris hexagoni intra circ
lum eundem descriptorum am
bibus dimidiis in longum dire
ctiōis coniunctis equalis esse pro
batur. ¶ Patet igitur q; perpē
dicularis ducta a cētro circuli ad
latus pētagoni est equalis perpē
diculari ducta a cētro ad latus
trianguli dimidioq; lateris dec
goni intra eundem circulum de

Scripti directe coniunctis.

¶ Sir linea. a. b. latus pētagoni equilateri inscripti circulo cuius centz. c. ducatur a centro. c. perpendicularis ad lineam a. b. que per secundam p. tem tertie tertii diuidet ipsam per equalia & arcum eius etiam per equalia ex quarta primi & .17. tertii. Sitq. hec perpendicularis linea. c. d. secans a. b. in puncto. e. & arcum eius in puncto. d. Est igitur vt diximus linea. a. c. equalis linee. e. b. & arcus. a. d. arcui. d. b. Protrahaturq. linea. d. b. de qua cōstat q. ipsa est latus decagoni eglati rpposito circulo inscripti cum ipse subdantur medietati quinte totius circumscripente. Dico itaq. q. linea. e. c. est equalis medietati linee. c. d. & medietati linee. d. b. in longum directumq. coniunctis. Compleatur quidem diameter. d. c. sitq. d. c. g. & sit. e. f. equalis. e. d. & protrahatur. b. f. Eritq. ex. 4. primi. b. f. equalis. b. d. ideoq. p. 5. primi angulus. b. d. f. erit equalis angulo. b. f. d. Constat autē ex vltia fexti q. angulus. g. c. b. quadruplus est ad angulum. b. c. d. Eo q. arcus. g. b. quadruplus ē ad arcum. b. d. At vero angulus. g. c. b. per. 31. primi duplex est ad angulum. b. d. c. Nam ipse est extrinsecus duobus qui sunt. b. d. c. & d. b. c. At ipsi sunt equales ex. 5. primi. igitur angulus. b. d. c. duplus est ad angulum. b. c. d. Quare angulus quoq. b. f. d. duplus ē ad angulum. b. c. f. Sed angulus. b. f. d. est equalis duobus intrinsecis qui sunt. b. c. f. & c. b. f. per. 31. primi. Itaq. duo anguli. b. c. f. & c. b. f. sunt equales. Ideoq. per. 6.

primi. c. f. est equalis. b. f. I deoq. etiam. c. f. est equalis. b. d. Nam. b. d. & b. f. sint equales adinuicem. Quare dimidium. c. d. cum dimidio. b. d. est quantum dimidium. c. d. cum dimidio. c. f. at vero a dimidium. c. d. cum dimidio. c. f. est quantum dimidium. c. f. bis cum dimidio. f. d. Dimidium autem. c. f. bis est quantum. c. f. Et dimidium. f. d. est quantum. c. f. I itaq. c. e. est quantum dimidium. c. d. cum dimidio. d. b. quod est propositum. Correlarium autem sic constat manifestum est enim ex 8. tredecimi libri q. perpendicularis ducta a centro circuli ad latus trianguli sibi inscripti est equalis dimidio linee ducte a centro ad circumferentiam. Hoc quidem ibi demonstratum est & quasi correlarium conclusum. Cum igitur ex hac prima istius. 14. libri pateat q. perpendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni sit equalis dimidio linee ducte a centro ad circumferentiam & dimidio lateris decagoni; sequitur q. perpendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni sit equalis perpendiculari ducte a centro ad latus trianguli; dimidioq. lateris decagoni intra eundem circulum descripti; & hoc est quod ex correlario proponitur. Nunc ergo explicandum est quod ait Aristus in libro intitulato Expositio scientie. 5. corporum nec non & Apollonius in dono secundo; in proportionalitate figure. n. basium ad figuram. 10. basium dicens; q. proportio superficialium figure habentis. n. bases ad superficies figure habentis. 10. bases est tanq. proportio corporis. n. basium ad corpus. 10. basium. Linea & enim ducta a centro circuli pentagoni figure. n. basium duodecetri ad circumferentiam eius est quasi linea prodians a centro circuli trianguli figure. 10. basium ycocedri ad circumferentiam eius. Hec sunt ipsius magni apollonii verba. Intelligenda autem sunt de figura. 12. & figura. 10. basium ab vna eademq. sphaera circumscripibili. Est enim proportio corporis duodecetri ad corpus ycocedron cum ambo vna eademq. sphaera circumscribit. Sicut proportio omnium superficialium duodecetri pariter acceptarum ad omnes superficies ycocedri pariter acceptas quemadmodum Apollonius premisorum verborum prima parte commemorat; quod & decima huius. 14. libri solida demonstratione stabilitur. Et est circulus circumscribens pentagonum duodecetri equalis circulo circumscribenti trigonum ycocedri cum duodecedron & ycocedron eadem sphaera circumscribit quemadmodum ipse apollonius secunda parte premisorum verborum commemorat; quod etiam in quinta huius libri demonstratione firmatur; premitenda sunt igitur antecedentia ad tantorum virorum eloquia inconcussa veritate corroboranda.

Castigator.

2. At vero dimidium. c. d. cum dimidio. c. f. est quantum dimidium. c. f. bis cum dimidio. f. d. & cetera.

Propter hoc est notandum q. omnium duarum quantitatum in equalium semper dimidium maioris cum dimidio minoris est quantum dimidium minoris bis & dimidium differentie qua maior habundat a minore verbi gratia sint due linee ille in numeris. c. d. 12. f. c. 8. differentia. f. d. erit. 4. nam. c. d. est latus exagoni & c. f. latus decagoni ut dictum est & latus exagoni excedit latus decagoni in. f. d. dico q. medietas. c. d. que est 6. cum dimidio. c. f. quod est 4. que iuncta faciunt. 10. & sunt dimidia totalia equantur dimidio. c. f. bis. 12. & dimidio. f. d. quod est 2. que iuncta similiter faciunt. 10. & hoc in omni genere verificatur & ideo isto medio ipse concludit dicens dimidium autem. c. f. bis est quantum. c. f. totum & dimidium. f. d. est quantum. c. f. medietas differentie f. d. maioris ad minorem itaq. c. e. est quantum dimidium. c. d. cum dimidio. d. b. & cetera sine isto proposito non concluderet ut patet.

Propositio .2.



Sicquid accidit vni lineae diuise secundum proportionem habentem medium & duo extrema omni lineae similiter diuise probatur accidere &c.

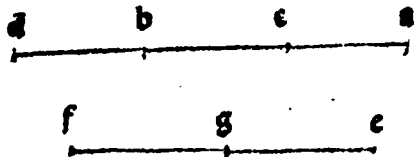
Sit vtraq; duarum linearum. a. b. & d. e. diuise secundum proportionem habentem medium duosque extrema hec quidem in. c. illa vero in. f. suntque maiores portiones huius quidem. a. c. illius autem. d. f. Dico itaque quod ambarum ad sui maiores portiones est vna proportio. Itemque ambarum ad sui minores portiones est proportio vna atque quodque maiorum portionum ad minores vna. Et e contrario si permutatum & coniunctum & disiectum & euersum. Nichil enim aliud est quicquid vni earum accidit. idem quoque alii accidere. Constat enim ex diffinitione lineae secundum proportionem habentem medium duosque extrema diuise & ex prima parte. 16. sexti quod illud quod fit ex. a. b. in. b. c. est equale quadrato. a. c. Eodemque modo quod fit ex. d. e. in. e. f. est equale quadrato. d. f. Ideoque proportio eius quod fit ex. a. b. in. b. c. ad quadratum. a. c. est sicut eius quod fit ex. d. e. in. e. f. ad quadratum. d. f. Vtraque enim est proportio equalitatis. Igitur quadruplum eius quod fit ex. a. b. in. b. c. ad quadratum. a. c. sicut quadruplum eius quod fit ex. d. e. in. e. f. ad quadratum. d. f. Quod ex. 15. quinti & permutata & equalitate manifestum est. Quare coniunctum quadruplum eius quod fit ex. a. b. in. b. c. cum quadrato. a. c. ad quadratum. a. c. sicut equalitatem eius quod fit ex. d. e. in. e. f. cum quadrato. d. f. ad quadratum. d. f. Adiungatur autem secundum rectitudinem ad lineam. a. b. vna linea que sit equalis. b. c. que dicatur. b. g. Et ad. d. e. adiungatur equalis. e. f. que dicatur. e. h. Manifestum est igitur ex octaua secundi libri quod quadruplum eius quod fit ex. a. b. in. b. g. cum quadrato. a. c. est equalitatem quadrato lineae. a. g. At vero similiter quadruplum eius quod fit ex. d. e. in. e. h. cum quadrato. d. f. est equale quadrato. d. h. Ad vero ex communi scientia quadruplum eius quod fit ex. a. b. in. b. c. equum est quadruplo eius quod fit ex. a. b. in. b. g. Eoque. b. c. & b. g. sunt equalis. Similiter quoque quadruplum eius quod fit ex. d. e. in. e. f. equum est quadruplo eius quod fit ex. d. e. in. e. h. Eoque. e. f. & e. h. sunt etiam equalis. Igitur ex prima parte septime quinti & ex. 11. eiusdem quadratum. a. g. ad quadratum. a. c. sicut quadratum. d. h. ad quadratum. d. f. Quare ex secunda parte. 11. sexti proportio lineae. a. g. ad lineam. a. c. est sicut lineae. d. h. ad lineam. d. f. Et coniuncti. a. g. & a. c. ad. a. c. sicut. d. h. & d. f. ad. d. f. At vero. a. g. & a. c. sunt tanquam duplum. a. b. & d. h. cum. d. f. tanquam duplum. d. e. Quare duplum. a. b. ad. a. c. sicut duplum. d. e. ad. d. f. Et permutatum duplum. a. b. ad. duplum. d. e. sicut. a. c. ad. d. f. Sed duplum. a. b. ad. duplum. d. e. sicut. a. b. ad. d. e. ex 15. quinti. Igitur. a. b. ad. d. e. sicut. a. c. ad. d. f. Itaque permutatum & euersum & conuersum & disiectum & coniunctum quod oportebat ostendere.

Propositio 3.



In isto latere exagoni secundum proportionem habentem medium duosque extrema maior eius portio erit latus decagoni circumscripti a circulo ipsius exagonum circumscribente.

Sit linea. a. b. latus exagoni alicuius circuli & diuisa secundum proportionem habentem medium duosque extrema in puncto. c. sitque maior portio eius. b. c. Dico quod cuiusquam circuli. a. b. est latus exagoni eiusdem. b. c. erit latus decagoni. Adiungatur enim ad lineam. a. b. linea. b. d. que sit latus decagoni illius circuli cuius. a. b. est latus exagoni. Erunt ex nona. 13. linea. a. d. diuisa secundum proportionem habentem medium duosque extrema & maior portio eius erit linea. a. b. Cum igitur vtraque duarum linearum. a. b. & a. d. sit diuisa secundum proportionem habentem medium duosque extrema. Igitur erit per premisam ambarum ipsarum ad sui maiores portiones vna proportio. Itaque. d. a. ad. a. b.



que est eius maior portio sicut a. b. ad b. c. que est etiam eius maior portio. Sed d. a. ad a. b. sicut a. b. ad b. d. ex diffinitione linee diuise secundum proportionem habentem medium duorum extrema et maior portio eius. Igitur ex vndecima quinti a. b. ad b. d. sicut a. b. ad b. c. Quare per eandem partem. 9. quinti b. d. et b. c. sunt equales. Cum ergo b. d. sit latus decagoni erit quoque ex communi scientia b. c. latus decagoni. Vel aliter ad lineam a. b. adiungatur b. d. equalis b. c. eritque ex. 4. tredecimi tota a. d. diuisa secundum proportionem habentem medium duorum extrema et maior portio eius linea a. b. Itaque per conuersam. 9. tredecimi quam continue post ipsam demonstrauimus cuius circuli linea a. b. est latus exagoni eiusdem linea b. d. Ideoque linea b. c. sibi equalis est latus decagoni. Possumus iterum idem alia via si libet demonstrare. Sit enim e. t. equalis a. b. que etiam diuidatur in g. secundum proportionem habentem medium duorum extrema. Et sit maior portio eius linea f. g. Constat igitur ex premisa quod quemadmodum a. b. est equalis e. f. sic a. c. est equalis e. g. et c. b. equalis g. f. Cumque fuerit b. d. adiuncta ad a. b. latus decagoni illius circuli cuius a. b. est latus exagoni erit sicut prius dictum est ex. 9. tredecimi tota a. d. diuisa secundum proportionem habentem medium duorum extrema. Et maior eius portio erit linea a. b. Itaque per premissam a. b. ad b. d. sicut f. g. ad g. e. Quare per primam partem. 5. sexti quod fit ex a. b. in g. e. equum est ei quod fit ex b. d. in f. g. Cumque a. b. sit equalis e. f. Et erit quod fit ex e. f. in g. e. equum est ei quod fit ex b. d. in f. g. Sed quod fit ex e. f. in g. e. equum est quadrato f. g. Ex diffinitione linee diuise secundum proportionem habentem medium duorum extrema. Et ex prima parte. 16. sexti. Igitur quod fit ex b. d. in f. g. est equale quadrato f. g. Ideoque ex prima sexti linea b. d. est equalis f. g. Et quia f. g. est equalis c. b. erit quoque c. b. equalis b. d. et latus decagoni quod oportebat ostendere.

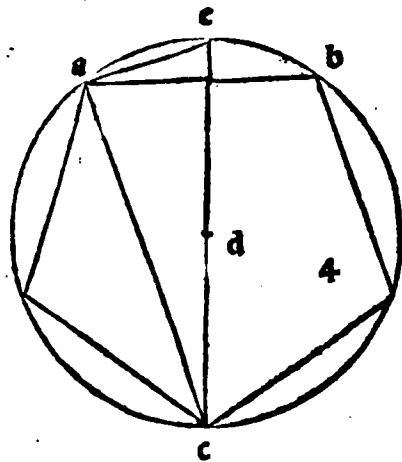
Propositio .4.



Quadratum lateris pentagoni intra circulum descripti quadratumque linee que illius pentagoni angulo subrenditur ambo hec quadrata pariter accepta quadrati medietatis diametri eiusdem circuli quincuplum esse pronuncio.

Sit in circulo a. b. c. cuius centrum d. inscriptus vnus pentagonus equilateralis cuius vnum latus sit a. b. et protrahatur diameter c. d. e. diuidens lineam a. b. et eius arcum per equalia. Est igitur arcus a. e. medietas quinte partis circumferentie illius circuli. Quare arcus a. c. est due quinte totius circumferentie. Protrahantur itaque due linee a. c. et a. e. Eruntque a. e. latus decagoni equilateri eo quod eius arcus est medietas quinte partis circumferentie. Linea vero a. c. erit que subrenditur vni ex angulis pentagoni predicti. Eo quod arcus a. c. est due quinte partes circumferentie circuli. Dico itaque quod quadrata duarum linearum a. b. et a. c. pariter accepta quincuplum sunt ad quadratum linee d. e. Est enim ex quarta secundi quadratum linee c. e. quadruplum ad quadratum linee d. e. Cum autem angulus c. a. e. sit rectus ex prima parte 30. tertii. eruntque ex penultima primi quadrata duarum linearum c. a. et a. e. quadruplum ad quadratum d. e. Igitur quadrata trium linearum c. a. et a. e. et d. e. quincuplum sunt ad quadratum linee d. e. et quia ex decima tredecimi libri quadratum a. b. est equale quadratis duarum linearum a. c. et d. e. sequitur ut quadrata duarum linearum a. b. et c. a. sint quincuplum ad quadratum d. e. quod est propositum.

Et ad manifestum est ergo quod quadratum lateris cubi atque quadratum lae ei is figure duodecimi basium cum cubum et figuras duodecimi basium eadem sphaera circumscribit ambo quadrata pariter accepta quincuplum sunt quadrati medietatis diametri circuli qui circumscribit pentagonum eiusdem figure duodecimi basium.

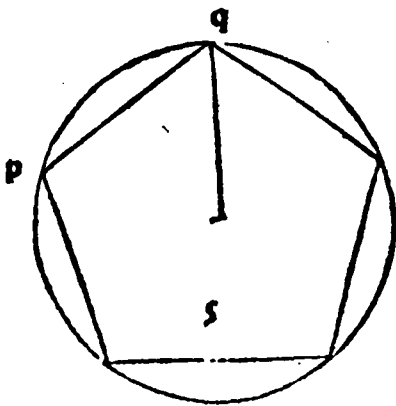
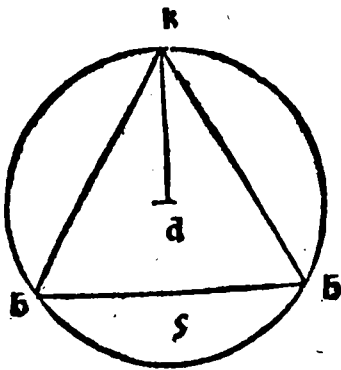
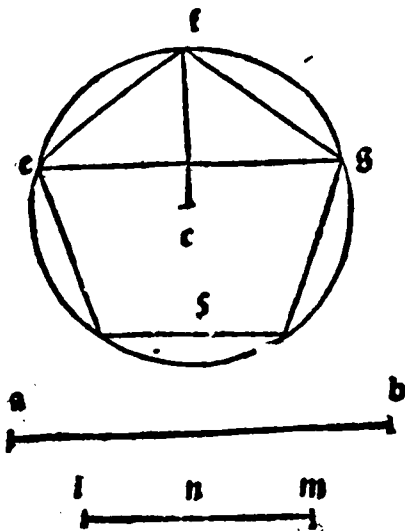


¶ Istud correlarium verè manifestum est: constat enim ex demonstratione, 12. & decimi libri qd latius cubi subtenitur angulo pentagoni duo decedri cum cubum ff duodecedron vna eademq; spera circumscribitur itaq; per hanc quantam sine obice constat correlarium. ff.

Propositio .5.

Entagonus figure duodecim basium triangulus
q3 figure vigintibasium quos eadem spei a circū-
scribit vno eodemq3 circulo circumscribuntur.

Sit spera cuius diameter a.b. circumscribitur duas sol-
das figuras videlicet duodecedron cuius vnus ex duode-
cim pentagonis sit.c.f. yccedron cuius vnus ex .30. tri-
angulis sit.d. Pentagono autem.c. Et trigono.d.super duo centra.d.f.
e.circumscribantur duo circuli huic,quidem.f.c.ex.14.quarti illi vero.
k.d.ex.5. eiuſdem. Dico itaq. q. hi duo circuli sperarum propositarum
quorum alter circumscribit pentagonum.c. Alter vero trigonum.d.sunt
equales. Signentur enim duo latera pentagoni.c.vnum ex suis angulis
continentia litteris.c.f.f.g.g. protrahatur linea.e.g.que sub tendat an-
gulum.f. Et semidiameter circuli que sit.c.f. Vnum quodq. ex lateribus
trigoni.d.signetur litteris.k.b. Et protrahatur semidiameter sui circuli
que sit.d.k. Dehinc sumatur linea.l.m.ad quam sit linea.a.b. que est dia-
meter sperę assignate quincupla in potentia. Que quidem.l.m. diuida-
tur in.n.secundum proportionem habentem medium duosq. extrema.
Sintq. maior portio eius linea.l.n. Et secundum quantitatē totius.l.m.
lineetur circulus.p.q. I taq. semidiameter circuli.p.q. sit equalis linee.l.
m. Eritq. ex correlario.15. quarti linea.l.m. tanq. latus exagoni equilateri
circulo.p.q. inscripti. I deoq. per tertiā huius linea.l.n. erit tanq. latus
decagoni equilateri eidem circulo inscripti. igitur ex .11. quarti inscri-
batur pentagonus equilaterus circulo.p.q. cuius vnum latus sit.p.q. eritq.
ex.10. tredecimi libri quadratum.p.q. equale quadratis duarum linea-
rum.l.m.f.l.n. pariter acceptis. Cōstat autem ex demonstratione.16. tre-
decimi.q. b.k. est. equalis.p.q. ergo quadratum.b.k. est equale quadra-
tis duarum linearum.l.m.f.l.n. pariter acceptis. At vero ex demonstra-
tione.17. tredecimi . manifestum est q. e.g. est latus cubi ab eadem spera
circumscriptibili. Quare per correlarium.14. tredecimi.a.b. que est dia-
meter sperę potentialiter est tripla ad.e.g. que est latus cubi. Si autem.e.
g. diuidatur secundum proportionem habentem medium duosq. extre-
ma patet ex demonstratione.17. tredecimi q. e.f. est tanq. maior portio
eius. igitur ex secunda huius.e.g.ad.l.m. sicut.e.f.ad.l.n. Nam vt tota ad
totam sic maior portio ad maiorem. itaq. per .11. sexti quadratum.e.g. ad
quadratum.l.m. sicut quadratum.e.f. ad quadratum.l.n. Quare per
13. quinti quadrata duarum linearum.e.g.f.e.f. pariter accepta ad qua-
drata duarum linearum.l.m.f.l.n. pariter accepta sicut quadratum.e.g.
ad quadratum.l.m. ergo per.15. quinti.f. permutatam proportionalita-
tem f. equam triplum. duorum quadratorum duarum linearum.e.g.f.
e.f. pariter acceptorum ad quadrata duarum linearum.l.m.f.l.n. pariter
accepta sicut triplum quadrati.e.g.ad. quadratum.l.m. Triplum autem
e.g. quadrati est tanq. quadratum.a.b. ex correlario.14. tredecimi. At
quadratum.a.b. est per ypotēsīm quincuplum ad quadratum.l.m. er-
go triplum quadrati.e.g. quincuplum quoq. est quadrati.l.m. Quare
etiam triplum quadratorum duarum linearum.e.g.f.e.f. pariter accepto-
rum est quincuplum ad quadrata duarum linearum.l.m.f.l.n. pariter
accepta. f. quia probatum est q. quadratum.b.k. est equale quadratis dua-
rum linearum.l.m.f.l.n. pariter acceptis. Sequitur ex communi scien-
tia vt triplum quadratorum.e.g.f.e.f. sit quincuplum ad quadratum.b.
k. Constat autem ex.g. tredecimi q. quincuplum quadrati.b.k. est quin-
decuplum ad quadratum.d.k. Nam simplum est triplum. Et ex quarta
huius constat q. triplum quadratorum.e.g.f.e.f. est quincuplum qua-



drati.e.f.nam simplum est quindecuplū. I taq. quincuplum quad. ari.c.f. est equale quincuplo quadrati.d.k.ideoq. per.x. quanti quadratum.c.f. est equale quadrato.d.k. Quare etiam linea.c.f. est equalis lineæ.d.k. Ergo ex diffinitione circulorum equalium circulus circumscribens pentagonum.c. est equalis circulo circumscribenti trigonum.d., quod erat ex principio demonstrandum. Nam semidiametri horum circulorum sunt equales videlicet.c.f. & d.k.

Propositio .6.



Quadratum quoq. quod est trigincuplum tetragoni qui sub perpendiculari ducta a centro circuli circumscribentis pentagonum figure duodecim basium ad latus pentagoni atq. sub latere ipsius pentagoni continetur omnibus superficiebus corporis duodecim basium pariter acceptis esse equale ex necessitate convincitur.

Sit pentagonus.a. vna ex.n. basibus figure duodecetri & vnum ex eius lateribus sit.b.c. sibiq. ex.14. quarti circumscribantur circulus supra centrum.a. & protrahantur lineæ.a.b. & a.c. & a.d. perpendicularis ad.b.c. Dico ergo q. trigincuplum eius quod fit ex.a.d.in.b.c. est equale omnibus superficiebus duodecetri pariter acceptis. Constat enim pentagonum a.c.s.e diuisibilem in quinq. triangulos equales triangulo.a.b.c.ex.g. primi itaq. omnes.n. pentagoni duodecetri cum omnes sint equales & similes pentagono.a. diuisibiles sint in.60. triangulos quorum quisq. per.g. primi est equalis triangulo.a.b.c. Quod autem fit ex.a.d.in.b.c. est duplum per.41. primi ad triangulum.a.b.c. ergo trigincuplum eius quod fit ex.a.d.in.b.c. est sexagincuplum ad triangulum.a.b.c. Nam vt simplum ad simplum sic duplum ad duplum. Cum itaq. omnes duodecetri superficies pariter accepte sint etiam sexagincuplum ad triangulum.a.b.c. sequitur vt trigincuplum eius quod fit ex.a.d.in.b.c. sit equale omnibus superficiebus duodecetri pariter acceptis quod est propositum.

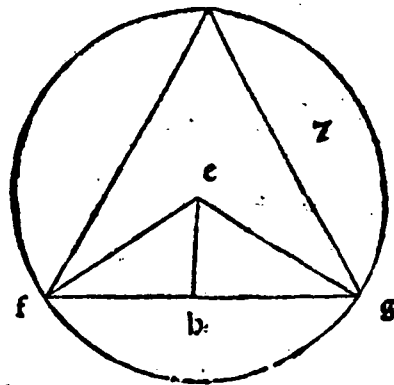
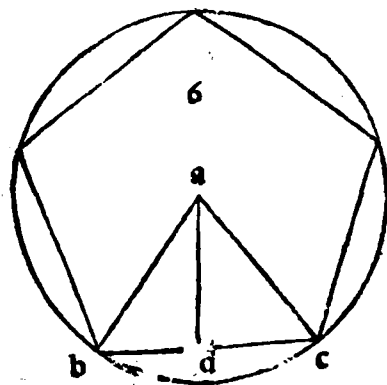
Propositio .7.



Quadratum quoq. quod est trigincuplum tetragoni qui sub perpendiculari ducta a centro circuli ad latus sibi inscripti trianguli figure viginti basium atq. sub ipso latere trianguli continetur equaliter est omnibus superficiebus figure viginti basium pariter acceptis.

Est enim hic trigonus.e.vna ex.10. basibus figure yocedri & vnū ex eis lateribus sit.f.g. Sibiq. ex.5. quarti circumscribantur circulus super centrum.e. & protrahantur lineæ.e.f. & e.g. & e.h. perpendicularis ad.f.g. Dico igitur q. trigincuplum eius quod fit ex.e.h.in.f.g. est equale omnibus superficiebus yocedri pariter acceptis. Constat enim trigonum.e. esse diuisibilem in tres trigonos quorum quilibet per octauam primi est equalis trigono.f.g. I taq. omnes.10. trigoni yocedri pariter accepti cum omnes sint equales similes trigono.e. sunt tanq. sexagincuplum trigoni.e.f.g. Et quia p.41. primi quod fit ex.e.h.in.f.g. est duplum trigoni.e.f.g. I dō trigincuplum huius est equale sexagincuplo illius sequitur vt trigincuplum.e.h.in.f.g. sit equale omnibus superficiebus yocedri pariter acceptis quod erat demonstrandum.

Manifestum igitur est q. proportio superficialis figure duodecim basium in aliqua sphaera contenta ad superficies figure viginti basium in eadem sphaera conclusa est tanq. proportio tetragoni contenti sub latere pentagoni ipsius figure duodecim basium & sub perpendiculari ducta a centro sui circuli ad ipsius latus pentagoni ad tetragonum contentum sub latere trianguli ipsius figure viginti basium & perpendiculari ducta a centro sui circuli ad ipsum latus trianguli corporis viginti albedarum.



Propositio .8.

¶ Vt ab huius demonstrationis libri. 14. procesus ambiguitas omnis
abscedat: istud prescire oportet. Quod si aliqua linea secundum propor-
tionem habentem medium duosq. extrema fuerit diuisa & ex medietate
eius tanq. dimidium sue maioris portionis detrahatur: ipsa quoq. medie-
tas secundum proportionem habentem medium duosq. extrema diuisa
erit & eius maior portio est tanq. dimidium maioris sue diplex. Verbi gra-
tia sit. a. b. diuisa secundum proportionem habentem medium duosq.
extrema in. c. Et maior eius portio sit. a. c. & sit. d. e. tanq. dimidium a. b. Et
d. f. tanq. dimidium. a. c. Et ideo ergo q. d. e. diuisa est in. f. secundum pro-
portionem habentem medium duosq. extrema & maior portio eius est. d. f.
¶ Constat enim ex. 15. quod q. proportio a. b. ad a. c. est sicut. d. e. ad d. f.
¶ Videlicet duplum ad duplū tanq. simplum ad simplum. Quare pmutati.
a. b. ad d. e. sicut. a. c. ad d. f. Igitur per. 19. quinti. c. b. ad f. e. sicut. a. b.
ad d. e. Est itaq. c. b. dupla ad f. e. per centum est. a. b. ad d. e. Cum igitur
ta. a. b. sit dupla ad totam. d. e. & singule partes. a. b. ad singula. partes. d. e.
quare ex. 15. quinti & a. eiusdem: & diffinitione linee diuise secundū propor-
tionem habentem medium duosq. extrema. Erit linea. d. e. diuisa in. f.
quemadmodum proponitur. Nuncigitur demonstrationi eius quod p-
positum est insistamus. Ad cuius exemplum sit. a. b. c. circulus cuius cen-
trum. d. circūm. scribens pentagonum duodecedri & trigonum yocedri
que ambo pariter eadē spera circūm. scribitur concludit. Nam ex. 5. huius
manifestum est q. idem circulus huius pentagonum: & illius trigonum cir-
cum. scribit. Sit autem linea. a. b. latus pentagoni & linea. a. c. trigoni. Sit
q. linea. h. tanq. latus cubi ab eadem spera circūm. scripti. Dico itaq. q. pro-
portio omnium superficiesum duod. cedri pariter acceptarum ad omnes
superficies yocedri pariter acceptas est sicut linea. h. ad lineam. a. c. Pro-
ducatur quidem a. centro. d. perpendicularis ad a. b. q. transeat vsq. ad cir-
cūferentiam fecus. a. b. in puncto. e. & arcum eius in puncto. f. Hāc autē pē-
dicularum cōstat diuidere p. cōlā tam lineam a. b. q. eius arcum chordā q.
dem. a. b. p. secūm ptem tertie tertii: arcū vero eius p. qrtā pmi & 2. tertij.

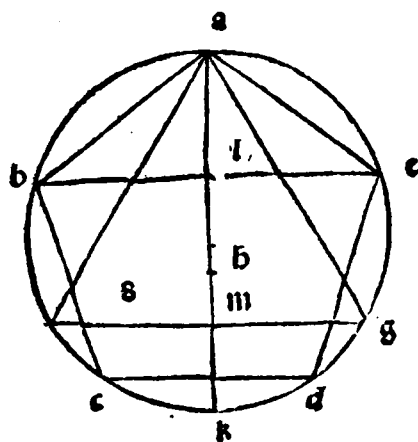
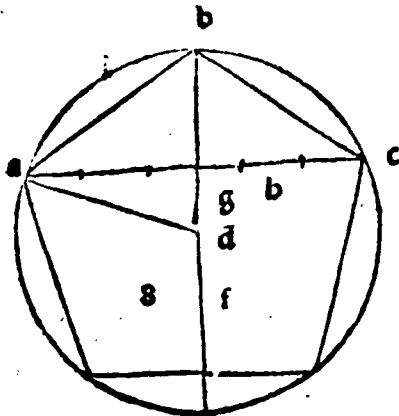
igitur arcus. f. a. decima pars circumferentie. Subtendatur itaq; sibi chor;
d. a. f. que erit latus decagoni equilateri eiusdem circuli. Erigitur ex. g.
tred. cimi linea constans ex. d. f. f. a. diuisa secundum proportionem ha-
bentem medium duosq; extrema. & maior portio eius erit linea. d. f. At
vero ex prima huius. d. e. est equalis dimidio. d. f. dimidioq; f. a. in lon-
gum directumq; coniunctis. Sit igitur. d. g. perpendicularis ad. a. c. eritq;
ex correlario. g. tred. cimi. g. d. tanq; dimidium. d. f. Itaq; si a linea. d. e.
que est tanq; dimidium. d. f. a. cum. d. f. f. a. sit linea vna: detrahatur
equalis. d. g. que est tanq; dimidium. d. f. erit per illud quod ante hoc pro-
batum est linea. d. e. diuisa secundum proportionem habentem medium.
duosq; extrema & maior portio erit tanq; g. d. Ex demonstratione autem
17. tred. cimi. constat q; si linea. h. que est latus cubi diuidaturq; secundum
proportionem habentem medium duosq; extrema maior portio eius erit
tanq; a. b. que est latus pentagoni figure. 12. basium. Itaq; per secundam ha-
uius proportio. b. ad. a. b. est sicut. d. e. ad. g. d. Quare per primam partem
15. xxi. quod prouenit ex. h. in. g. d. equum est ei quod sit ex. a. b. in. d. e.
Ex correlario autem premisse manifestum est q; proportio omnium su-
perficierum duodecimi cuius latus. a. b. pariter acceptum ad omnes su-
perficies yccedri cuius latus. a. c. pariter acceptas est sicut eius quod sit ex
a. b. in. d. e. ad illud quod sit ex. a. c. in. g. d. Igitur ex prima parte. 7. quin-
ti f. 12. eiusdem proportio eius quod prouenit ex. h. in. g. d. ad illud quod
prouenit ex. a. c. in. g. d. est. sicut omnium superficierum illius duodece-
dri ad omnes huius yccedri. At vero eius quod prouenit ex. h. in. g. d.
ad illud quod prouenit ex. a. c. in. g. d. est per primam xxi. sicut b. ad. a.
c. I taq; per 12. quinti proportio omnium superficierum illius duodecetri
ad omnes huius yccedri est sicut. b. ad. a. c. quod est propositum. Hoc ip-
sum aliter probare poterimus. si ad ipsum huius antecedens necessarium
preiudicemus quod est.

Si circulo cuiuslibet pentagonus equilaterus inscribatur re-
ctangulum q; sub dodrante diametri ipsius circuli & sub dexta-
te ipsius linee angulum ipsius pentagoni subincidentis contine-
tur eidem pentagono equum esse ex necessitate oportet.

Maiores nostri vnumquodq; integrum in. 12. partes equales intellecta
& ratione diuiserunt omnesq; eas simul hoc est ipsum totum assen: voca-
uerunt vndecim vero earum dixerunt deuncē. decem autem dextantem
nouem dodrantē. octo 70 bisse. at septem septuncem septatē vel quincem.
sex autem semis: quinq; qui nuncem. quatuor trientem. tres autem qua-
drantem. duas 70 sextantem. vnam autem appellauerūt vnciam ea q; p
ordinem talibus designare figuris q; sepiissime inueniunt in antiq; libris.

As.	Denar	Dextans	Dodrans	Bisse	Septunx.
Semis	Quantunx	Triens	Quadrans	Sextans	Vncia

Vnciam quoq; quam duodecimam partem assis fore diximus in alias
rursus. 12. fractiones. Sed alia via diuiserūt. nam medietatem vncie dixe-
runt semunciam. tertiam vero duellam. qrtā scilicet sextam sexculam.
octauam dragmam duodecimam semissiclam. decimā octauam tremis-
sem. vigesimā quartam scrupulum. quadagesimā octauam obulum.
septagesimā scindam bisiliquam. nonagesimā sextam ceracem.
Vltima vero que est centesima quadagesima quarta pars ipsius vncie sili
quam nominauerunt. His autem. 12. fractionibus vncie posteri ores adiun-
xere calcum. Est autem calx centesima nonagesima scinda pars vnciet
eius additionis causa fuit vt vsq; ad minimum extremum diatesiron &
diapentesimphoniarum tonorum semitonorumq; interua lis distincta
tam banum fractionum denominatio coniscenderet vel conpenderet



ipsas omnes fm' ordinem talibus annotauere figuris.

Σ ζ υ θ ρ α ο τ κ ε φ π η ι θ

Seminiaci Duella Sicilius Sexcula Dragma Emissella Tremissis

Σ ζ α ρ α θ β γ δ ε ζ η θ ι κ λ μ ν ο π ρ σ τ υ φ χ ψ ω

Scrupulus Obulus Bissiliqua Cerates Siliqua Calcus

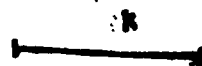
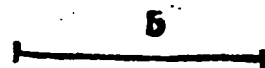
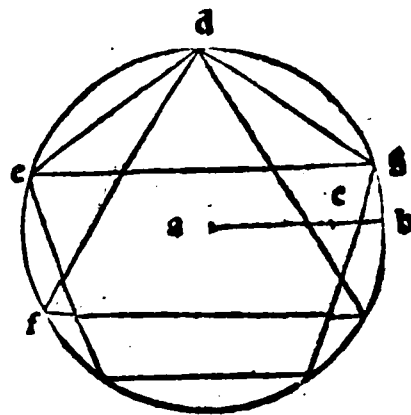
¶ Eius ergo quod dicitur sensus est: qd si in aliquo circulo pentagonus equilateralis inscribatur illud quod sit ex tribus quartis diametri circuli in quinq. sextas linee subtendentes vnum ex angulis inscripti pentagoni equale est pentagono, verbi gratia. Sit circulus. a. b. c. d. e. per centrum. d. c. q. ex. u. quarti inscribatur pentagonus equilateralis cuius duodecim latera vnu ex suis angulis continentia sint. a. b. f. b. c. Et angulo. b. subtendatur linea. a. c. f. protrahatur diameter. b. d. e. secans lineam. a. c. per equalia in puncto. g. Sitq. d. f. medietas. d. e. f. g. b. dupla ad. h. c. et itaq. b. f. dodrans diametri: est enim tres quarte ipsius f. a. b. et dextans. a. c. est enim. s. sexte eius: protrahatur autem linea. a. d. Dico qd illud quod prouenit ex. b. f. in. a. b. est equale pentagono inscripto circulo. Cum enim. a. g. sit perpendicularis ad. b. d. erit ex. 41. primi illud quod prouenit ex. b. d. in. a. g. duplum ad triangulum. a. b. d. I deoq. quod prouenit ex. b. f. in. a. g. triplum erit ad eundem triangulum. f. quod prouenit ex. b. f. in. b. g. duplum f. ex. b. f. in totam. a. h. quincuplum. Cum itaq. totus pentagonus quincuplus sit ad eundem triangulum constat qd istud quod sit ex. b. f. in. a. b. est equale pentagono f. illud erat demonstrandum. Quod igitur ex principio propositum est nunc alta via sicut promissimus demonstremus. Sint itaq. circulo cuius centrum. h. inscripti pentagonus figure. n. basium. f. trigonus figure. 10. hasium quas eadem spera circumscribit. Constat enim ex. 5. huius q. huius duodecetri pentagonus f. illius ycoedri trigonus ab eodem circulo circumducuntur. Sitq. pentagonus. a. b. c. d. e. f. trigonus. a. f. g. f. angulo. a. pentagoni subtendatur linea. b. e. que ex demonstratione. 12. tredecimi erit latus cubi quem eadem spera concludit. Protrahatur itaq. diameter. a. h. k. secans orthogonaliter f. per equalia vtriusq. duarum linearum. b. e. f. f. g. Hanc quidem in puncto. l. illam vero in puncto. m. Dico ergo qd proportio omnium superficierum duodecetri ad omnes ycoedri quorum pentagonus f. trigonus proposito circulo sint inscripti est sicut linee. b. e. que est latus cubi ab eadem spera conclusi ad lineam. f. g. que est latus trigoni ycoedri. Constat enim ex correlario octauae tredecimi qd linea. h. m. est. dimidium linee. a. b. I deo q. a. m. erit dodrans diametri. a. k. est enim eius tres quarte. Sit ergo. l. n. dupla ad. n. e. eritq. b. n. dextans. b. e. est enim quinq. eius sexte. I taq. per premisum antecedens quod prouenit ex. a. m. in. b. n. erit equale pentagono. a. b. c. d. e. Quod autem prouenit ex. a. m. in. m. f. est equale triangulo. a. f. g. Igitur ex prima sexti proportio pentagoni ad trigonum est sicut. b. n. ad. m. f. Quare duodecupli illius pentagoni ad vigincuplum istius trigoni sicut duodecupli linee. b. n. ad vigincuplum linee. m. f. qd ex. 15. quinti f. equa proportionalitate manifestum est. Duodecuplum autem. b. n. est tanq. decuplum. b. e. nam. n. dextans coequant. x. asces hoc est. x. tota: vigincuplum vero. m. f. est tanq. decuplum. f. g. nam. f. g. est dupla ad. m. f. Igitur duodecupli istius pentagoni ad vigincuplum istius trigoni est sicut decupli. b. e. ad decuplum. f. g. f. quia duodecuplum illius pentagoni est omnes superficies duodecetri: vigincuplum autem huius trigoni est omnes superficies ycoedri f. quia per. 15. quinti decupli. b. e. ad decuplum. f. g. sicut. b. e. simple ad. f. g. sin. plani erit per. u. quinti proportio omnium superficierum duodecetri pariter acceptarum ad omnes superficies ycoedri pariter acceptas sicut. b. e. ad. f. g. f. hoc est quod oportuit nos demonstrare.

Propositio 9.



Iuxta qualibet linea scdm. pportioem habentem medium duosq; extrema erit pportio linee potētis supra totam lineam eiusq; maiorem portionem ad lineam potētē supra totam eiusdemq; minorem portionem tanq; pportio lateris cubi ad latus tri anguli corporis viginti basium vna cum cubo ipso in eadem sphaera contenti.

Est linea. a. b. diuisa secundum proportionem habentem medium duosq; extrema & maior portio eius sit linea. a. c. & super centrum. a. secundum quantitatem linee. a. b. describatur circulus. d. b. e. Eiq; inscribatur ex. a. quarti pentagonus equilateralis cuius vnum latus sit. d. e. Et ex secunda eiusdem triangulus equilateralis cuius vnum latus sit. d. f. Et vni ex angulis pentagoni qui sit. d. subtrahatur linea. e. g. Constat igitur ex. s. huiusq; sphaera circumscribens duodecedron cuius pentagoni latus est. d. e. circumscribit simul ycocedron cuius trianguli latus est. d. f. Et ex demonstratione. 17. tredecimi manifestum est q; eadem sphaera circumscribit cubum cuius latus est. e. g. Sumatur ergo linea. h. potens super totam. a. b. & eius maiorem portionem. a. c. Et sumatur. k. potens super totam. a. b. & minorem eius portionem. b. c. Dico itaq; q; proportio. e. g. ad. d. f. hoc est lateris cubi ad latus trianguli ycocedri vna cum ipso cubo ab ipsa sphaera contenti: est sicut. h. ad. k. Constat quidem ex correlario. 5. quarti q; a. b. est tanq; latus exagoni equilateri circulo. b. d. e. inscripti. Igitur ex tertia huius. a. c. est tanq; latus decagoni eiusdem circuli. Itaq; per. 10. 13. d. e. potens est super totam. a. b. & eius maiorem portionem. a. c. Quare. d. e. est equalis. h. Nam quadratum vtriusq; earum tantum est quantum quadrata duarum linearum. a. b. & a. c. pariter accepta. Paret autem ex octava. 13. q; d. f. est tripla est potentialiter ad. a. b. At vero ex. 5. eiusdem patet q; k. quoq; tripla est potentialiter ad. a. c. ergo ex secunda parte. 11. sexti proportio. d. f. ad. a. b. est sicut. k. ad. a. c. Quare permutatum. d. f. ad. k. sicut. a. b. ad. a. c. Et quia ex demonstratione. 17. tredecimi manifestum est q; si. e. g. diuidatur secundum proportionem habentem medium duosq; extrema maior portio eius erit tanq; d. e. Erit per secundam huius proportionis. e. g. ad. d. e. sicut. a. b. ad. a. c. Quare per. 11. quinti erit quoq; e. g. ad. d. e. sicut. d. f. ad. k. Et permutatum. e. g. ad. d. f. sicut. d. e. ad. k. Et quia per primam partem. 7. quinti. d. e. ad. k. sicut. h. ad. k. Eo q; d. e. & h. sunt equales Erit per. 11. quinti. e. g. ad. d. f. sicut. h. ad. k. quod est propositum. Non solum autem est proportio. e. g. lateris cubi ad. d. f. latus trianguli ycocedri sicut. h. ad. k. immo simpliciter sicut quarumlibet duarum linearum vni/ us ad alteram: quarum altera potest super totam quamlibet lineam diuisam secundum proportionem habentem medium duosq; extrema & super eius maiorem portionem. Altera vero super totam & eius minorem portionem. Nam singulae lineae talium e pportio vna. Verbi gratia. Maneant priores ypotheses circa lineas a. b. h. & k. Et sumatur quoq; quelibet alia linea que sit. l. m. diuisa secundum proportionem habentem medium duosq; extrema in. n. & portio maior sit. l. n. Sitq; linea. p. potens super totam. l. m. & eius maiorem portionem. l. n. Et linea. q. sit potens super totam. l. m. & eius minorem portionem. m. n. Dico ergo q; proportio. p. ad. q. est sicut. h. ad. k. Cōstat enim ex secunda huius q; b. a. ad. a. c. est sicut. l. m. ad. l. n. Ergo per primam partem. 11. sexti quadrati. b. a. ad quadratum. a. c. est sicut quadrati. m. l. ad quadratum. n. l. Quare conium etim quadrati. h. ad quadratum. a. c. sicut quadrati. p. ad quadratum. l. n. Et permutatum qdrati. h. ad quadratū. p. sicut quadrati. a. c. a. qdratum. l. n. Eodē argumentatiōis genere sequit q; pportio qdrati. k. ad qdratū. q. est sicut quadrati. c. b. ad quadratum. n. m. Et quia ex secunda huius & ex prima parte. 11. sexti quadratum. a. c. ad quadratum. l. n. sicut quadratum. c. b. ad quadratum. m. n. Erit. ex. 11. quinti quadratum. h. ad quadratum. p. sicut quadratum. k. ad quadratum. q. Quare per secundam partem. 11.



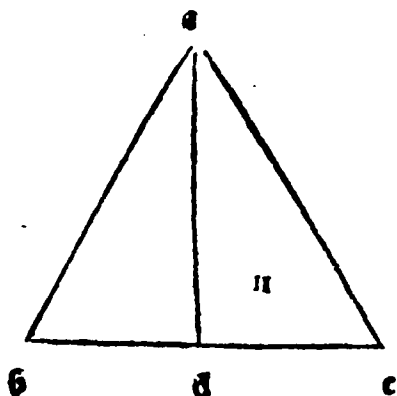
Quod oportebat demonstrare. Nunc igitur ad propositum redeamus.

Propositio. 10.



Proportio corporis duodecedri ad corpus yccedri que ambo vna eademq; spera includit: ē sicut omnium superficierum eius pariter acceptarum ad omnes superficies illius pariter acceptas.

Hoc est quod superius post demonstrationem prime huius auctoritate aristeli & Apollonii commemorauimus cuius demonstratio ex his que premissa sunt euidenter elicitur. Ex quinta quidem huius manifestum est q̄ circuli quorum alter circumscribit pentagonum duodecedri: reliquis vero trigonum yccedri que ambo corpora spera vna cohercet sunt adinuicem equales. Itaq; erunt perpendiculares a centro speræ ad superficies omnium circularum circumscriptentium pentagonos huius duodecedri & trigonos illius yccedri in eorum centra cadentes adinuicem equales sicut ex premissis manifestum est. Nam omnes hi circuli teste. s. huius sicut dictum est equales sunt sibi adinuicem. Piramides igitur quarum sunt bases pentagoni duodecedri: conī autem earum sunt centrum speræ. atq; piramides quarum bases sunt trigoni yccedri: & conī earum similiter centrum speræ sunt eque alte. Cunctarum quidem pyramidum altitudinem mensurant vel determinant a conis ad bases perpendiculares cadentes. Piramides autem eque altas suis basibus proportionales esse oportet quemadmodum in. 6. duodecimi probatum est. Itaq; proportio pyramidis cuius basis pentagonus duodecedri ad pyramidem cuius basis trigoni yccedri est sicut istius pentagoni ad hunc trigonum. Ideoq; per. 24. quinti proportio duodecupli illius pyramidis cuius basis pentagonus duodecedri. Ad pyramidem cuius basis trigonus yccedri sicut duodecupli illius pentagoni ad hunc trigonum. Hec autem. 12. pyramides quarum sunt bases. 12. pentagoni duodecedri sunt tanq̄ totum corpus ipsius duodecedri. At. 12. pentagoni tanq̄ omnes superficies eius. Itaq; proportio corporis duodecedri ad pyramidem cuius basis est trigonus yccedri est sicut proportio omnium superficierum duodecedri ad trigonum yccedri. Quare rursum ex. 24. quinti proportio corporis duodecedri ad vigincuplum illius pyramidis cuius basis est trigonus yccedri est sicut omnium superficierum duodecedri ad vigincuplum trigoni yccedri. Cum igitur vigincuplum huius pyramidis sit tanq̄ totum corpus yccedri ad vigincuplum istius trigoni tanq̄ omnes superficies ipsius yccedri erit proportio corporis duodecedri ad corpus yccedri que ambo vna eademq; spera concludit sicut proportio omnium superficierum corporis duodecedri pariter acceptarum ad omnes superficies corporis yccedri pariter acceptas. Hoc autem est predictorum philosophorum de proportione horum duorum corporum sententia fixa solidaq; demonstratione roborata. cui quoq; adiiciendum est hoc. Nam cum proportio lateris cubi ad latus trianguli corporis yccedri vna cum ipso cubo ab eadem spera conclusi sit sicut proportio omnium superficierum corporis duodecedri pariter acceptarum ad omnes superficies ipsius yccedri in eadem spera conclusi sicut ex. 8. huius demonstratum est: erit ex. 12. quinti proportio corporis duodecedri ad corpus yccedri que ambo spera vna circumuoluit tanq̄ proportio lateris cubi eidemq; speræ inscriptibilis ad latus ipsius trigoni yccedri. Amplius autem quia diuisa qualibet linea secundum proportionem habentem medium duoq; extrema est proportio lineæ potentis super totam & eius maiorem portionem ad lineam potentem super totam & eius minorem portionem sicut lateris cubi alicui speræ inscripti ad latus trigoni corporis yccedri ab eadem spera circumducti sicut ex. 9. huius demonstratum est: erit ex. 12. quinti ut diuisa qualibet linea secundum proportionem habentem medium duoq; extrema sit proportio lineæ potentis super totam & eius maiorem portionem ad lineam potentem super totam & eius minorem portionem veluti proportio corporis



ris duodecetri ad corpus yco:edri que ambo vna atq; eadem spera circū scribit. Ex d. cētis igitur manifestum est q; proportio lateris cubi alicui spe re inscripti ad latus trigoni yco:edri ab eadem spera circūscripti. Itēq; proportio cūctarum superficierum duodecetri ad cūctas superficies yco:edri que ambo super eadem spera circūscribit. Et rursus proportio linee potentis super quamlibet lineam diuisam fm proportionem habet medium duosq; extrema & super eius maiorem portionem ad lineā potentem super eandem & super eius minorem portionem atq; iterum pportio corporis duodecetri ad corpus yco:edri que ambo vna eadēq; spera cohercet est proportio vna. Mirabilis itaq; est potentia linee fm pportionem habentem medium duosq; extrema diuis: cui cum plurima pholosofantium admiratione digna conueniant hoc principium vel precipuum ex superiorum principiorum inuariabili procedit natura vt tam diuersa solida tū magnitudine tū basium numero tū etiam figura irrationali quadam symphonia rationabiliter conciliet. Quippe demonstratum est q; proportio duodecetri corporis ad yco:edron corpus que ambo spera vna coamibit est quasi proportio linee potentis super quamlibet lineam fm prefatam proportionem diuisam & super eius maiorem partem ad quamlibet lineam potentem super eandem & eius minorem partem quoniam vero de tribus ceteris corporibus regularibus non habemus aliquid dictum studeamus de ipsis aliquid dicere.

Propositio .11.



In omni triangulo equilatero si ab vno angulorum eius perpendicularis ad basim duca:ur latus eiusdem trianguli ad ipsam perpendicularem potentia liter sexquitergium esse conueniet

¶ Sit enim triangulus equilaterus. a. b. c. ducaturq; ab angulo. a. linea. a. d. perpendicularis ad basim: dico q; a. b. ē potentialiter sexquitergium ad a. d. Sunt quidem ex. 5. primi duo anguli b. f. c. equales. Et quia anguli ad . d. sunt recti erit per. 18. primi linea. b. c. diuisa per equalia in puncto. d. Itaq; ex quarta secundi quadratum. b. c. quadruplum est ad quadratum. b. d. ideoq; etiam quadratum. a. b. q̄druplum est ad quadratum. b. d. Est enim triangulus equilaterus. Quare per penul. primi quadrata duarum linearum. a. d. f. b. d. parit: accepta q̄druplum sunt ad q̄dratum. b. d. itaq; quadratum. a. d. triplum est ad q̄dratum. b. d. cōstat ergo ppositū.

Propositio .12.



In is trigonus equilaterus cuius est latus rationale superficies medialis esse probatur.

¶ Sit vt prius triangulus. a. b. c. equilaterus & sit latus eius a. b. rationale sue in longitudine sue in potentia tantum dico itaq; q; ipse triangulus est superficies medialis. Ductur enim perpendicularis. a. d. ab angulo. a. ad basim. Erit q; ex premisa & ex. 6. decimi & diōne superficiei rationalis quadratum linee. a. d. rationale & linea. a. d. rationalis in potentia. Ipsa autem ex vltima parte. 7. decimi mediante premisa erit incōmensurabilis linee. a. b. ideoq; & linee. b. d. que est tanq; eius dimidium. Sunt itaq; due linee. a. d. f. b. d. rationales potentialiter tantum cōmunicantes. Igitur ex. 19. decimi superficies vnius earum in alteram est medialis. Cūq; superficies vnius earū in alteram sit equalis trigono. a. b. c. cōstat vtrūq; esse quod diximus.

Propositio .13.



In te superficies vtriuslibet duorum solidorum quorum alterum est piramis quatuor: basium triangularium & equilaterarum reliquum vero est corpus octobasium triangularium & equilaterarū pariter accepte: si diameter spere ea circūferentis rationalis fuerit componunt superficiem medialem.

Nam si diameter sphere alterum duorum propositorum corporum circumscribens fuerit rationalis siue in longitudine siue in potentia tunc erit ex correlario .13. tredecimi libri latus pyramidis rationale in potentia & ex correlario .15. eiusdem latus quoque corporis octo basium rationale in potentia. Quare per premisam trianguli qui sunt bases vtriuslibet corporis erunt superficies mediales. Et quia trianguli vtriuslibet eorum sibi adinuicem sunt equales erunt ex .11. decimi omnes superficies vtriuslibet eorum pariter accepte componentes superficiem medialem quem admodum proponitur &c.

Propositio .14.



In tetracedron & octocedron vna eademque sphaera circumscribat erit vna ex basibus tetracedri sexquartaria ad vnam ex basibus octocedri. Omnes autem bases octocedri pariter acceptas ad omnes bases tetracedri pariter acceptas sexquialteram proportionem habere necesse est.

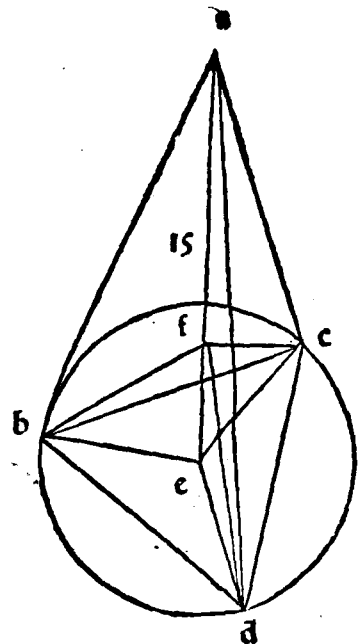
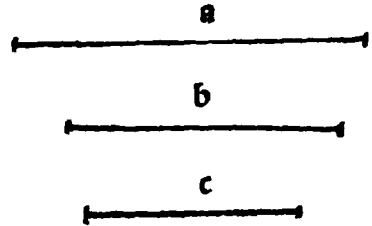
Sit aliqua sphaera cuius diameter .a. circumscribens pyramidem cuius latus .b. & octocedron cuius latus .c. Dico itaque quod triangulus equilateralis cuius latus .b. sexquartarius est ad triangulum equilaterum cuius latus .c. Et quod superficies quam componunt octo trianguli equilateri cuiusque quorum est latus .c. sexquialtera est ad superficiem quam componunt quatuor trianguli equilateri cuiusque quorum est latus .b. Constat enim ex correl. .13. tredecimi quod quadratum .a. ad quadratum .b. sicut .6. ad .4. Igitur e converso quadratum .b. ad quadratum .a. sicut .4. ad .6. Ex correlario vero .15. eiusdem manifestum est quod quadratum .a. ad quadratum .c. sicut .6. ad .3. Itaque per eam proportionalitatem quadratum .b. ad quadratum .c. sicut .4. ad .3. Quadratum autem .b. ad quadratum .c. est sicut trigonus equilateralis cuius latus .b. ad trigonum equilaterum cuius latus .c. Vtrobique enim est sicut .b. ad .c. proportio duplicata ex secunda parte .18. sexti. Igitur trigonus equilateralis cuius latus .b. ad trigonum equilaterum cuius latus .c. sicut .4. ad .3. Quare constat prima pars propositi. Ex quo euidenter elicitur secunda. Erit enim per conuersam proportionalitatem trigonus equilateralis cuius latus .c. ad trigonum equilaterum cuius latus .b. sicut tria ad quatuor. Ideoque octuplum trigoni equilateri cuius latus .c. ad quadruplum trigoni equilateri cuius latus .b. est. sicut octuplum ternarii ad quadruplum quaternarii. hoc est sicut .12. ad .16. Et quia octuplum trigoni equilateri cuius latus .c. est omnes bases octocedri cuius latus .c. & quadruplum trigoni equilateri cuius latus .b. est omnes bases pyramidis cuius latus .b. Et quia proportio .12. ad .16. est sexquialtera sequitur ut superficies quam componunt omnes bases octocedri cuius latus .c. ad superficiem quam componunt omnes bases pyramidis cuius latus .b. sexquialtera sicut diximus in proportionem respiciat.

Propositio .15.



Piramide quae in basium triangularem atque equilateram intra sphaeram quamlibet collocata si a quolibet angulorum eius per centrum sphaere recta linea ad basim ducatur in centrum circuli basini circumscribentis eam cadere atque eidem basi perpendiculariter insistere necessario comprobatur.

Sit pyramis .a. b. c. d. basium triangularem atque equilateram intra sphaeram aliquam cuius centrum sit .f. collocata. Et cum quilibet quatuor angulorum istius pyramidis possit esse conus eius at quilibet quatuor triangulorum basis. Imaginemur nunc eius solidum angulum .a. esse conum & triangulum .b. c. d. imaginemur esse basim. Atque huic basi intelligamus circumscriptum esse circulum .b. c. d. Dehinc a puncto .a.



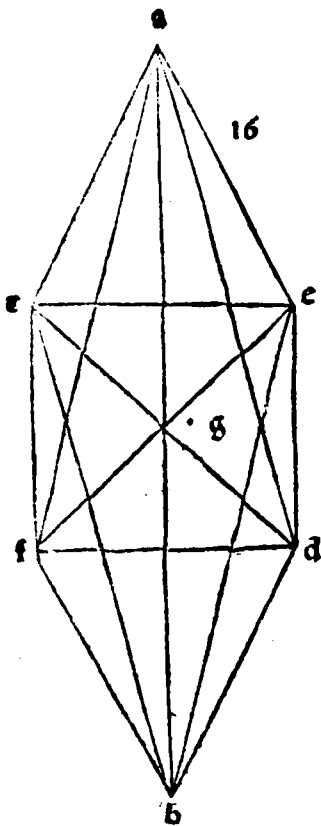
quem imaginati sumus conum pyramidis ducamus ad basim . b . c . d . lineam rectam transeuntē per punctum . f . qui est centrum sphere circumscriptis pyramidem de qua disputamus . Et occurrat hec linea superficiē . b . c . d . quam imaginati sumus basem pyramidis super punctum . e . Dico igitur q̄ punctum . e . est centrum circuli . b . c . d . f̄ q̄ linea a . f . e . est perpendicularis ad superficiē . b . c . d . Producam enim lineas . f . b . f . c . f . d . Et quia quatuor puncta . a . b . c . d . sunt in superficie sphere cuius cētrum f . propter hoc q̄ illam spheram positum est circumscribere hanc pyramidem . Erunt omnes quatuor linee . f . a . f . b . f . c . f . d . adinuicem equales sunt enim ducte a centro sphere ad eius superficiē . Ergo quia duo latera . a . f . f̄ . b . b . trianguli . a . f . b . sunt equalia duobus lateribus . a . f . f̄ . c . c . trianguli . a . f . c . f̄ . b . b . basi . a . b . basi . a . c . f̄ Nam pyramis posita est equilatera . Er̄it ex octaua primi angulus . a . f . b . equalis angulo . a . f . c . Ideoq̄ per . 13 . primi angulus quoq̄ . b . f . c . erit equalis angulo . c . f . e . f̄ Eodem modo probabis angulum . d . f . e . esse equalem angulo . c . f . e . f̄ Necesse est enim ex octaua primi ut angulus . a . f . e . sit equalis angulo . a . f . d . quare per . 8 . primi angulus quoq̄ . c . f . e . erit equalis angulo . d . f . e . Sunt igitur tres anguli . b . f . e . c . f . e . d . f . e . adinuicem equales . Protractis igitur lineis . e . b . e . c . f̄ . e . d . sequitur ex quarta primi bis assumpta eas esse adinuicem eq̄les . Ideoq̄ per . 9 . tertiū punctus . e . est centrum circuli . b . c . d . Et quia perpendicularis ducta a centro sphere ad superficiē cuiuslibet circuli eam secantis cadit super centrum eiusdem circuli sicut ex his que premissa sunt videlicet ex his que decimam huius immediate precedunt didicisti conuincitur lineam . a . f . e . esse perpendicularē ad superficiē circuli . a . b . c . quemadmodum proponitur . f̄ Sin autem erunt eiusdem circuli duo centra quod natura tanq̄ impossibile exhoruit .

Propositio . 16 .



Solidum octo basium triangularium atq̄ equilaterarum quod ab aliqua sphaera circumscribitur diuisibile est in duas pyramides eque altas quarum altitudo equalis est semidiametro sphere : basis autem vtriusq̄ quadratum quod est sub duplum quadrato diametri sphere .

Est corpus octo basium triangularium atq̄ equilaterarum cuius sex anguli sint . a . b . c . d . e . f . circumscriptum a sphaera cuius centrum . g . Cōstat itaq̄ q̄ sex puncta . a . b . c . d . e . f . sunt in superficie sphere cuius centrum . g . Si igitur centrū g . iungatur cum quolibet horum sex punctorum erunt due linee iungentes ipsum eis adinuicem equales cum ipse sint a centro sphere ad superficiē . Cum autem ex correl . 15 . tredecimi sit diameter spere potentialiter dupla ad latus huius corporis erit ex quarta secundi latus huius corporis potentialiter duplum ad semidiametrum sphere . Quadratum ergo e . f . duplum est ad quadratum . c . g . ideoq̄ equale duobus quadratis duarum linearum . c . g . f̄ . g . f̄ . itaq̄ per penul . primi angulus . c . g . f̄ . est rectus . eadē rōne quisq̄ triū angulorū . b . g . d . d . g . e . e . g . c̄ . ē rectus q̄re p . 14 . p̄mi c . g . d . f̄ . f̄ . g . c̄ . est linea vna : igitur ex secunda . n . quinq̄ puncta . e . f . d . e . g . sunt in superficie vna . Manifestum est autem ex quinta primi f̄ . 32 . eiusdem q̄ quilibet quatuor angulorum . c . e . d . f̄ . est rectus . igitur ex diffinitione quadrati superficies . c . e . d . f̄ . est quadrata . f̄ quia latus eius est latus propositi corporis . constat ex correlario . 15 . tredecimi istud quadratum esse subduplum quadrato diametri sphere . consimili quoq̄ ratiocinatione constat vtrāq̄ duarum linearum . a . g . f̄ . g . b . cum qualibet quatuor linearum . c . g . f̄ . g . d . g . e . g . continere angulum rectum . ideoq̄ ex . 4 . vn . decimi vtrāq̄ earum esse perpendicularē ad superficiē . c . e . d . f̄ . f̄ ambas scilicet . a . g . f̄ . g . b . per . 14 . primi componere lineam vnā : diuisum est igitur propositum corpus in pyramidem . a . c . f̄ . d . e . c̄ . ius basis



c.f.d.e. cuius basis quadratum .c. e.d.f. quod est subduplum quadrato diametri spere & etiam altitudo linee .a.g. que est semidiameter spere & in piramidem .b.c.f.d.e. cuius basis est predictum quadratum & eius altitudo linea .g.b. que est semidiameter spere : & hoc est quod oportebat ostendere.

Castigator.

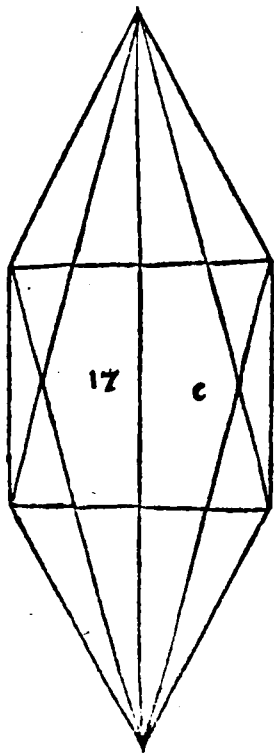
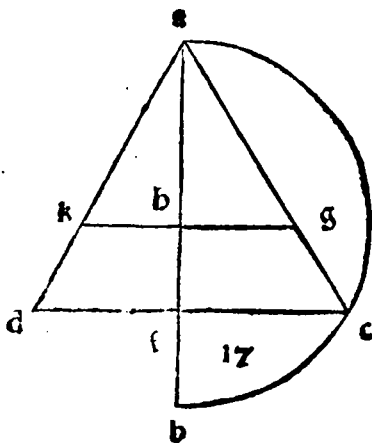
a ¶ Ista quarta scđi isto medio aducitur. Nam cū diameter spere diuidatur in duas partes equales ipsa diameter potentialiter est quadrupla ad sui medietatem. quia quadratum eius est equale duobus quadratis suarum duarum medietatum & duplo eius quod fit ex ductu vnus medietatis in alteram duplum autem illud sunt similiter duo alia quadrata earūdem duarum medietatum. Et sic apparet q̄ diameter est potentia quadrupla ad eius medietatem. Nunc autem quod est si bduplum alicuius ipsum est duplum ad quartam illius dupli vt .8. est si bduplus ad .16. Et ideo .8. qui est subduplus. est duplus ad quartam partem .16. videlicet illius duplum ad subduplum. Ita in pposito latus .g. basium. est potentia duplum ad medietatem diametri cum ipsum sit subduplum ad dia.

Propositio .17.



¶ Piramidem quatuor basium triangulariū atq; equilaterarum sphaera aliqua circumferente erit portio tetragoni qui sub linea potentialiter sub sex quitertia ad dodrantem lateris ipsius piramidis & sub linea super quinq; ptiente vicesimas septimas eiusdem dodrantis continetur ad quadratū diametri spere sicut corporis ipsius piramidis ad corpus octo basium triangularium atq; equilaterarum que ambo eadem sphaera circumducantur.

¶ Sit sphaera cuius diameter .a.b. & centrum .h. circumscribens piramidem quatuor basium triangularium atq; equilaterarum .a.c.d. & corpus octo basium triangularium atq; equilaterarum quod sit .e. Sitq; linea .f.m. potentialiter sub sex quitertia ad dodrantem linee .a.c. que est latus piramidis. Et linea .n.m. contineat dodrantem predictum & eius quinq; vicesimas septimas. Sitq; .p. quadratum diametri .a.b. Dico itaq; q̄ portio piramidis .a.c.d. ad octoedron .e. ē sicut superficiē .l.m. in .m.n. ad quadratum .p. Imaginemur enim solidum angulum .a. esse conum piramidis & basium piramidis cuius vnum latus est .d. c. secare diametrum spere in pūcto .f. Eritq; quemadmodum ex rationatione .13. tredecimi manifestum est .a.f. dupla ad .f.b. Cūq; etiam .a.b. sit dupla ad .b.h. erit ex .19. quinti .b.f. dupla ad .b.h. I deoq; .a.f. quadrupla ad .f.h. Imagine- mur igitur superficiem secantem piramidem .a.c.d. super centrum sphe- re equidistantem basi ipsius. Sitq; linea .g.k. communis sectio huius super- ficiei & trianguli .a.c.d. Eritq; undecimi proportio .c.a. ad .a.g. sicut f. 1. ad .a.h. ¶ Igitur .c.a. ad .a.g. sicut .4. ad .3. Sic etiam est ex versa pro- portionalitate .f.a. ad .a.h. Constat etiam ex secunda parte .19. primi & vndecimi & .10. eiusdem & prima parte secunde sexti & diffinitione si- milium superficialium & similium corporum q̄ piramis .a.g.k. est simi- lis piramidi .a.c.d. I deoq; ex .8. duodecimi proportio piramidis .a.c.d. ad piramidem .a.g.k. est sicut .c.a. ad .a.g. triplicata quare sicut .4. ad .3. tri- plicata. ¶ Constat autem ex secunda octauī q̄ portio quatuor ad tres triplicata ē sicut .64. ad .27. itaq; portio piramidis .a.c.d. ad piramidē .a.g.k. est sicut .64. ad .27. Fiat ergo triangulus equilaterus .q.r.s. ex linea equali .a.g. quam constat esse dodrantem linee .a.c. & pducatur linea .q.t. perpendicularis ad .r.s. eritq; ex .11. huius linea .q.t. potentialiter sub



sexquiteria ad lineam. q. r. Ideoq. equalis. l. m. Adiciat quoq. lineae. r. f. lineae. f. x. ita q. p. portio. r. x. ad. r. s. sit sicut. 64. ad. 17. Diuidatq. r. x. p. eq. lia in. v. vt sit. r. v. 31. de partibus illis de quibus. r. s. est. 17. aut. r. x. 64. Eritq. r. u. equalis. m. n. ¶ Et ducantur lineae. q. u. f. q. x. Eritq. ex pri. ma sexii proportio trianguli. q. r. x. ad triangulum. q. r. s. sicut. 64. ad. 17. Cumq. per eandem triangulus. q. r. x. sit duplus ad triangulum. q. r. u. At ex. 4. primi quod sit ex. q. t. in. r. u. duplum quoq. sit ad triangulum. q. r. u. Erit quod sit ex. q. t. in. r. u. f. ipsum est equale superfici. l. n. equa. le triangulo. q. r. x. Quare proportio superfici. l. n. ad triangulum. q. r. s. est sicut. 64. ad. 17. Ideoq. sicut pyramidis. a. c. d. ad pyramidē. a. g. k. Manifestum est autem ex. 15. huius q. linea. a. f. est perpendicularis ad basim pyramidis. a. c. d. Ideoq. per. 19. vndecimi linea. a. h. est etiam perpendicularis ad basim pyramidis. a. g. k. ¶ Igitur altitudo. a. g. k. pira. midis est semidiameter sphere. Diuidatur itaq. octo cedron. e. quemad. modum proponit premis. s. erit itaq. vtraq. duarum pyramidum i quas ipsum. e. diuiditur eque alta pyramidi. a. g. k. nam singularum altitudo est semidiameter sphere. Quia igitur omnes laterate pyramides eque al. te suis basibus sunt proportionales vt in. 6. duodecimi demonstratum est erit proportio pyramidis. a. g. k. ad vtraq. earum in quas diuiditur octo cedron. e. sicut basis eius ad bases earum. quare per. 14. quinti proportio pyramidis. a. g. k. ad totum octo cedron. e. est sicut sue basis quam cōstat esse equalem triangulo. q. r. s. ad bases ambarum pyramidum in quas diuiditur. e. pariter acceptas quas constat esse equales quadrato diame. tri. sphere per premi. sam videlicet. p. Quoniam ergo proportio pyrami. dis. a. c. d. ad pyramidem. a. g. k. est sicut trigoni vel tetragoni. l. n. ad tri. gonum. q. r. s. videlicet. 64. ad. 17. f. pyramidi. a. g. k. ad octo cedron. e. sicut trigoni. q. r. s. ad quadratum. p. Erit per equam proportionalitatem proportio pyramidis. a. c. d. ad octo cedron. e. sicut tetragoni. l. n. ad quadratum. p. f. hoc erat demonstrandum.

Castigator.

a ¶ Cum. a. f. sit quadrupla ad. f. h. f. a. h. tripla ad eandem sequitur vt. 4. ad. 3. f. cetera.

b ¶ Et etiam. 17. ad. 8. f. 15. ad. 64. f. c. quia per. 11. diffi. quinti quatuor. quantitatū cōtinue proportionalium prime ad quartam sicut prime ad secundam triplicata f. per secundam octauī quatuor numerorum mi. nimorum secundum suam proportionem semper duo extremi scilicet primus f. vltimus cum fuerint continue proportionales erunt de ne. cessitate cubi. Et ideo vnius ad alium semper proportio triplicata hoc est primi cubi ad secundum numerum triplicata per dictam diffinitio. nem quinti. f. c. Et ideo quamuis ibi acceperit. 64. f. 17. qui sunt duo. numeri cubi poterat accipere quoscunq. duos alios cubos indifferen. ter inequales. cetera quoq. proseguendo vt dicitur. 17. ad. 17. 17. ad. 17. vt per te experiri poteris. Sed in casu isto cum per euer. sam proportionalita. tem fuit proportio lateris vnius ad latus sibi relatum alterius vt. 4. ad. 3. triplicata fuit necesse sumere. 64. cubum. 4. f. 17. cubum ternariū argu. endo vt dictum est per secundam octauī. sed fuit lateris ad latus. 3. ad. 1. triplicata per. 8. n. tunc accepisset cubum ternariū. 17. f. cubum binariū 8. f. sic in ceteris f. c. erunt de. 4. f. 3. continue. 64. 48. 36. 27.

¶ Ex premis igitur manifestum est quod perpendicularis veniens a centro sphere pyramidem quatuor basium triangu. larum atq. equilaterarum circumscribentis ad quamlibet basim ipsius pyramidis equalis est sexte parti diametri sphere.

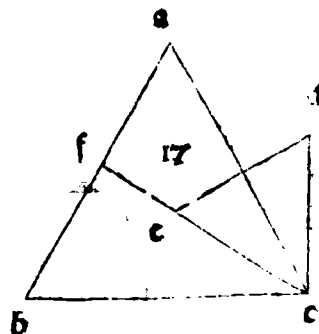
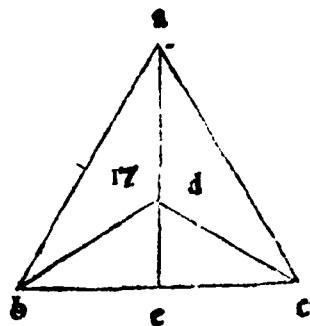
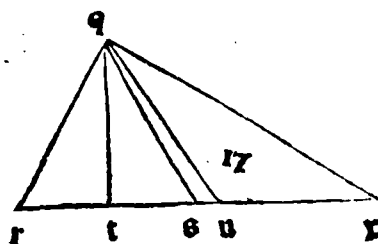
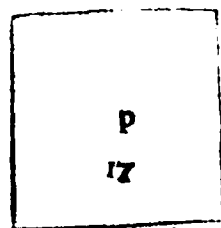
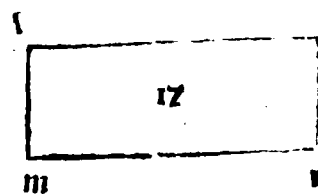
Cum enim cuncti trianguli pyramidem ambiētes sint similes & equales erunt quoq; circuli ipsos circumscribentes equales. ideoq; perpendicularares a centro spere ad eordem circulos in eorum centra erunt etiam equales. Perpendicularares autem cadentes ad circulos sunt perpendicularares ad bases pyramidis itaq; perpendicularares ad bases sunt adinuicem equales. Linea autem. b. f. est perpendicularis ad basim pyramidis. a. c. d. quam. b. f. quia constat ex predictis esse sextam partem diametri. a. b. relinquitur ergo esse verū quod per correl. concluditur. ¶ I dem aliter demonstrare contingit si prius hoc antecedens fuerit stabili ratione firmatum.

In omni triangulo equilatero linea descendens ab vno angulo eius orthogonaliter supra basim tripla est ad perpendiculararem que a centro circuli trigonum ipsum circumscribentis ad quolibet latus eius protrahitur.

Sit enim triangulus. a. b. c. equilaterus sitq; .d. centrum circuli ipsum circumscribentis a quo ducantur linee ad singulos angulos quas manifestum est esse equales cum sint a centro circuli ad circumferentiam. Sine enim tria puncta. a. b. c. incircumferentia circuli ipsum trigonum circumscribentis. protrahatur autem. a. d. in continuum & directum quousq; obuiet lateri. b. c. super punctum. e. constat igitur ex octaua primi q; angulus a. d. b. est equalis angulo. a. d. c. ideoq; ex. 13. primi angulus .b. d. c. est equalis angulo. c. d. e. quare per quartam primi. b. e. est equalis .e. c. & anguli qui sunt ad. s. recti. Itaq; .d. e. perpendicularis est ad. b. c. veniens a centro circuli circumscribentis trigonum. a. b. c. & .a. e. perpendicularis est etiam ad. b. c. veniens ab vno angulorum predicti trigoni. Dico ergo q; .a. e. tripla est. ad. c. d. Constat enim q; tetragonus qui fit ex. d. e. in. e. b. equalis est trigono. b. d. c. tetragonus quoq; qui fit ex. a. e. in. e. b. equalis est trigono. a. b. c. At quia trigonus. a. b. c. triplus est ad trigonum .d. b. c. eritq; tetragonus qui fit ex. a. e. in. e. b. triplus ad eum qui fit ex. d. e. in. e. b. Cū igitur ex prima sexti sit proportio tetragoni. a. e. in. e. b. ad tetragonum ex. d. e. in. e. b. sicut .a. e. ad .e. d. erit .a. e. tripla ad .e. d. quemadmodum proponitur.

Necesse est ergo vt perpendicularis cadens ab aliquo angulo alicuius trigoni equilateri super latus oppositum transeat per centrum circuli trigonum ipsum circumscribentis.

Nunc itaq; quod promissimus absoluiamus ad hoc autē imaginemur pyramidem quatuor basium triangularum atq; equilateralum cuius vna ex quatuor basibus cuius sit trigonus. a. b. c. circumscripam esse a sphaera cuius centrum. d. & protrahatur linea. d. e. perpendicularis ad superficiē trianguli .a. b. c. quam constat cadere in centrum circuli dictum trigonum circumscribentis. Dico igitur lineam. d. e. esse sextam partem diametri sphere propositam pyramidem circumscribētis. Pro ducam enim lineam. d. c. & lineam. c. f. perpendicularē ad lineam. a. b. quam. c. f. ex proximo correlario constat transire per punctum. e. & ex promisso antecedente triplam esse ad. e. f. Constat autem ex quarta secundi q; semicirculi quadratum diametri sphere cuius centrum. d. est. 36. quadratum semidiametri. d. c. 9. ex correl. autem. 13. tredecimi est quadratum. b. c. 49. Et per. 11. huius quadratum. c. f. 18. & per premissum antecedens quadratum. c. e. 8. Quia igitur ex penul. primi quadratum. d. c. est equale quadratis duarum linearum. d. e. & e. c. est autem quadratum. d. c. 9. & quadratum. c. e. 8. prout quadrati diametri sphere est. 36. relinquitur quadratū d. e. vnum prout quadratum diametri sphere est. 36. Itaq; linea. e. d. est vnum prout diameter sphere est. 6. quod oportebat probare. ¶ Eodem demonstrationis genere demonstrabitur nobis q; semidiameter sphere circumscribentis corpus. s. basium triangularium atq; equilateralum tripla est in potentia ad perpendicularē a centro sphere circumscribentis ipsum ad quamlibet suarum basium descendētem. ¶ Constat quidem quemadmodum dictum est prius q; cum omnes bases huius corporis



sunt equales & similes erunt circuli ipsas circumscribentes equales ideoque perpendiculares a centro sphere in ipsorum circulorum centra cadentes erunt adinuicem equales. Cumque perpendiculares ad circulos basium sint quoque perpendiculares ad bases sequitur ut perpendiculares a centro sphere ad singulas bases adinuicem sint equales. Si ergo quod dicimus de perpendiculari ad unam suarum basium probetur: relinquetur verum esse quod proponitur. ¶ Sit itaque ut prius triangulus .a. b. c. una ex basibus octoedri circumscripti a sphaera cuius centrum .d. & cetera quoque fiant ut prius. ¶ Cum igitur ex correl. 15. tredecimi diameter sphere sit potentialiter dupla ad latus octoedri. sequitur ut latus octoedri sit potentialiter duplum ad semidiametrum sphere. ideoque cum quadratum linee .b. c. est 12. erit quadratum linee .d. c. que est semidiameter sphere .6. ex .11. autem huius cum quadratum .b. c. est 12. quadratum .c. f. est 9. Ex premissis antecedente quadratum .c. e. est 4. itaque cum quadratum .d. c. que est semidiameter sphere est 6. quadratum .c. e. est 4. & quia ex penultima primi quadratum .d. c. est equale quadratis duarum linearum .c. e. f. e. d. sequitur ut quadratum .c. d. sit duo prout quadratum .d. e. est 6. constat ergo quod diximus.

Propositio .18.



Cubum quadrati quod ex diametro sphere cubum circumscribentis describitur equum est omnibus superficiebus ipsius cubi pariter acceptis: perpendicularis quoque a centro sphere ad qualibet ex superficiebus cubi producitur medietati lateris cubi eiusdem equalis esse ex necessitate. conuincitur.

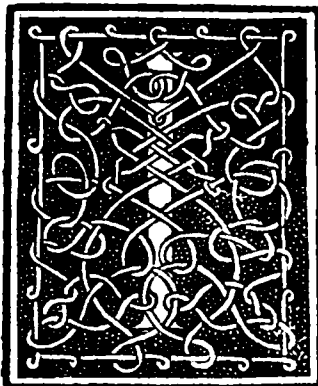
Manifestum est enim ex correlario .14. tredecimi quod diameter sphere cubum includentis tripla est in potentia ad latus cubi cum igitur quadratum diametri sphere triplum sit ad quadratum lateris cubi & ita triplum duplum quadrati diametri sphere equum sit sexcuplo quadrati lateris cubi. Sunt autem omnes superficies cubi sex quadrata que ex latere cubi in se producantur. itaque duplum quadrati diametri sphere equum est omnibus superficiebus cubi. Constat igitur prima pars secundam autem partem ex .18. & .19. & 40. vndecimi libri facile probabis.

Ex his ergo euenire necesse est ut ex medietate lateris cubi bisse quadrati producti ex diametro sphere ipsum cubum ambientis cubi soliditas producat.

Explicit liber decimusquartus.

Quintusdecimus. Et ultimus Euclidis liber de quinque regularium corporum alterius in altero reciproca formatione et de eorundem difficillime figurationis omissione secundum optimam Campani traductionem. Magistro Luca paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minorum Castigatores excellentissimo. Incipit quam feliciter.

Incipit Liber.xv. Propositio prima:



Intra propositum cubum corpus habens quatuor bases triangulas equalium laterum designare.

¶ Sit cubus cuius basis est quadratum a.b.c.d. suprema vero eius superficies quadratum e.f.g.h. Ipsum autem hac arte fabricare conveniet quadrato basis fm quamlibet lineam ex.45. primi descripto super singulos angulos eius ex.22. vndecimi cathetus secundum mensuram lateris ipsius quadrati erigatur quos ex.6. vndecimi constat esse equidistantes.

¶ Quinq; ergo eorum bini & bini co-
rausto eis imposito equidistat lateri

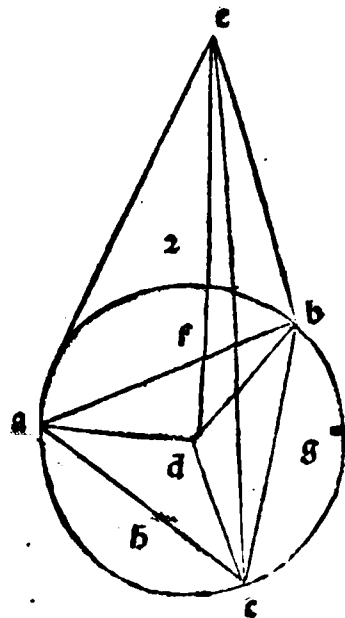
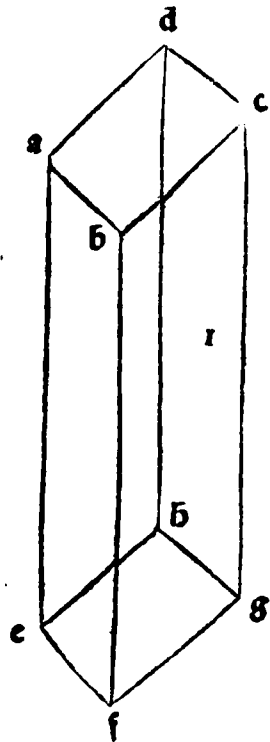
quadrati continentur. ¶ Constat igitur esse compositum cubum nam quatuor eius laterales superficies sunt quadrate ex.33. pmi & ex.34. eiusdē & diffinitione quadrati. De suprema autem superficie. manifestum est quoq; q; ipsa est quadrata ex.10. immo.24. vndecimi & hac cōmuni scia: que equalibus sunt equalia: sibi quoq; sunt equalia: & ex diffinitione quadrati. ¶ Si itaq; huic cubo libeat corpus quatuor basium triangulariū & equilateralum inscribere: in basi & in eius superficie suprema protrahatur due diametri quarum vna cōtinuet duas extremitates infimas duos cathetorum & alia continet suprema aliorum duorum quas animo intelliges. s.a.c.e. h.f. ¶ Dehinc a duobus punctis .h. & .f. terminatibus diametrum superficiē suppreme demitte ypothemis saliter binas & binas diametros que quatuor laterales superficies diuidant quas imaginaberis esse ab.h. quidem. a.h. & b.c. At vero ab.f.f.a. & f.c. Has autem diametros in hac plana figura protrahere contempsit ne multitudo linearum confunderet intellectum. ¶ Si igitur figuram hanc vt oportet actu vel animo compleueris videbis ex sex diagonalibus lineis sex superficies ipsius cubi diuidentibus pyramidem quatuor basium triangularium esse perfectam quā cubo pposito ex diffinitione constat esse inscriptam. Huius autē pyramidis bases equilateras esse constat eo q; ex quarta primi omnes isse sex diagonales sunt ad adinuicem equales.

Propositio .2.



Intra datum corpus habēs quatuor bases triangulas atq; equilateras corpus octo basium triangularium equalium laterum distinguere.

¶ Si intra pyramidem quatuor basium triangularium & equilateralum octocedron libeat inscribere prius conuenis pyramidem ipsam fabricare que ratione certa hoc modo componitur. ¶ Statuatur scdm cuiuslibet lineę quantitatem trigonius equilateralis qui sit. a.b.c. cui circumscribatur circulus supra centrum. d. Et exeat. d.e. perpendicularis ad superficiem ipsius trigoni ex.12. vndecimi que ponatur dupla esse in potentia ad semidiametrum circuli circūscribentis trigonum. a.b.c. Et a puncto .e. cadant tres ypothemise super tria puncta. a.b.c. ¶ Est itaq; completa piramis quatuor basium trilaterarum & equilateralum. Protrahantur enim. d.a.d.b.d.c. Cum igitur anguli quos continet linea.e.d. cum singulis lineis. d.a.d.b.d.c. sint recti ex diffinitione perpendicularis ad superficiem. cumq; quadratum lineę.e.d. sit ex ypothesi duplum ad quadratum semidiametri circuli. a.b.c. erit ex penultima primi quadratum vnius cuiusq; trium ypothemisarum lineaz. e.a.e.b.e.c. triplū ad quadratū semidiametri circuli. a.b.c. sed ex octaua tredecimi quadratū quodq; cuiusq; triū latez trianguli. a.b.c. triplū ē ad qdratū semidiametri eiusdē circuli. Igit oia latera stature pyramidis



sunt adinuicem equalia. Quare ipsa est equilateralum basium. ¶ Cum itaq; sibi octocedron includere voluerimus diuidemus vnum quodq; sex laterum eius in duo media & equalia & continuabimus medium punctum cuiusq; lateris cum medijs punctis cunctorum reliquorum laterum cum quibus ipsum continet & angulum superficiale. Verbi gratia diuidam latera basis in punctis. f. g. h. & ypothemisas cadentes ab. e. in punctis. k. l. m. & continuabo punctum. f. cum puncto. g. & cum. b. & cum. k. & cū. l. punctūq; m. cū eisdem. g. b. k. l. & g. cū. h. & cū. l. & k. cū eisdē. b. & l. Ecce itaq; perfectum est corpus octo basium triangularium his duodecim lineis media puncta laterum fabricate pyramidis iungentibus contentum. ¶ Has autem octo bases ex quarta primi quotiens oportet re petita equilateras esse manifestum est ipsum quoq; corpus statute pyramidi ex diffinitione inscriptum quemadmodum iussi eramus efficere.

Castigator.

a ¶ Ad inueniendum lineam in potentia duplam alteri modū habuisti in vltima secundi quando didicisti cuiuslibet figure rectis lineis contente latus tetragonum inuenire. Ad hoc ergo faciendum sufficit formare triangulum orthogonium cuius duo latera rectum angulum continentia sint equalia illi linee cui in potentia queris aliam duplam & tunc tertium latus erit linea quesita hoc est diametrum quadrati illius. Et sic triplam in potentia & quadruplam &c. iungendo semper inuentas orthogonally formato trigono semper tertium latus erit linea quesita per penultimam primi.

Propositio 3.



Citra cubum assignatum figuram octo basium triangularium equalium laterum constituere cubo intendimus inscribere octocedron.

¶ Qualiter autem cubum componere oporteat in priā huius sufficienter dictum est. Igitur fabricato cubo pyramis quatuor basium triangularium & equalium laterum in eo ex prima huius designetur. Ac intra ipsam pyramidē expremisā octocedron distinguatur. Quo facto simul etiam factum erit quod voluimus. ¶ Constat enim ex ratiocinatione prime latera cuncta ipsius in scripte pyramidis esse diagonos basium cubi. Et ex ratiocinatione premisse liquet cunctos angulos octocedri in hac pyramide distincti esse in lateribus ipsius pyramidis. Quare manifestum est omnia angularia puncta huius octocedri esse in basibus assignati cubi. Igitur ex diffinitione habemus propositum. ¶ Aliter idem centris cunctarum basium cubi quē admodum in nona quarti sic repertis a centro supreme superficiei eius ad centra quatuor lateralium superficierum quatuor ypothemisas demitte. Et a centro infime & ad earundem lateralium superficierum centra quatuor alias ypothemisas eleua. Centra quoq; quatuor lateralium quatuor rectis lineis continua ita videlicet q; centra earum tantum que se invicem secāt continuas. Verbi gratia. iungas centrum anterioris cū centro dextre & cū centro sinistre. & cetera quoq; vti iunges cū eisdem. hoc est cū centro dextre & cū centro sinistre. ¶ Habes itaq; corpus octo basium triangularium his. n. lineis q; cētra superficiez cubi cōplexū cōtinuant. ¶ Si igitur has bases equilateras esse probare volueris ta centris basium cubi ad cuncta ipsius latera perpendicularares protrahe quas necessarium est omnia latera ipsius cubi per equalia diuidere ex secunda parte tertie. ¶ Tertii quod planum est si vnicuiq; basium cubi circulum circumscriperis atq; ideo binas & binas super idem punctum in lateribus basium cubi constat concurrere easq; ex secunda parte. 13. tertii patet adinuicem esse equales & equidistantes lateribus cubi ex scda pte. 13. pmi idq; et singulas esse eqles dimidiolateris cubi. Igitur ex. 10. vndecimi manifestum est binas & binas earum super idem latus cubi in medio eius puncto concurrentes rectum angulum continere iteo q; omnes superficies cubi sunt quadrate. ¶ Quare igitur ille. n. li-

nec centra superficierum cubi continuantes & anguli quos hee linee super media puncta laterum cubi concurrentes bine & bine continent sub-
tenduntur ipse erunt ex quarta primi vel etiam si maius ex penultima pri-
mi adinuicem equales. Ergo est in proposito cubo designatum corpus
octo basium triangularium & equilaterarum. quod oportebat facere &c.

Propositio 4.



Intra datum corpus octo basium triangularius
atq; equilaterarum cubum figurare.

Non dubites quin corpus octo basium triangularium
atq; equilaterarum certo dogmate fabricabis hoc modo.

Qualibet recta linea super aliquod planum sursum or-
thogonaliter erecta eam per equalia diuide & a puncto
eius medio duas lineas hincinde perpendicularares extrahe que componat
lineam vnam. Eruntq; hee due lineae seinuicem secantes videlicet prima
que super positum planum est orthogonaliter erecta & alia que ipsam su-
per eius medium punctum orthogonaliter secat in eadem superficie sue
per primam partem secunde vndecimi. ¶ Ad superficiem igitur in qua
ipse site sunt super communem punctum sectionis earum quemadmodum
n. docet vndecimi perpendiculararem erige quam facias eandem superficiem
in vtrâq; partem penetrare. Et pone cunctas sex portiones harum trium
linearum a puncto in quo seinuicem secant equales. Sic enim quelibet
quamlibet per equalia & orthogonaliter diuidet. Ita q; cum sint tres queq;
due earum salutifere crucis venerandum signum ad angulos rectos con-
tinebunt a supremo igitur erecte lineae super positum planum puncto qua-
tuor ypothemisas ad extremitates duarum linearum ipsam secantium
demitte. Deinde ab infimo eiusdem erecte puncto quatuor alias ypo-
themisas ad easdem duarum secantium linearum extremitates eleua.

Postremo quoq; harum ypothemisarum extremitates quatuor rectis
lineis quadratum continentibus continua. ¶ Erunt enim hee duodecim
lineae videlicet quatuor ypothemise a supremo puncto erecte perpendicu-
laris descendentes quatuor que postreme ab eius infimo puncto sursum
eleuante & relique quatuor lineae harum ypothemisarum extremitates co-
tinuantes ex penul. primi siue iunctionis puncto pluries repetita adinuicem
equales. Quare constat corpus ab eisdem terminatum octo basibus
triangularibus equilaterisq; contineri. ¶ Si igitur huic corpori cubum in-
scribere delectat centra octo triangulorum ipsum ambientium inuenire
ex quinta quarti labora eaq; reperta. n. lineis rectis hac lege continua vt
centrum cuiusq; horum triangulorum cum centro cuiusq; triu ad ipsius
latera terminatorum per rectam lineam copuletur. Non est autem huius
rei idoneum figuram in plano depingere ideoq; restat vt quod dicitur
mente concipias ipsumq; si placet actu & opere cõpleas videbis enim. n. li-
neas horum triangulorum centra posita lege continuantes cubum conti-
nere quem restat vt equilateralis rectangularisq; superficiebus demonstras eẽ
conclusum. Non enim erit cubus ~~incommodus~~ eius superficies sunt quadra-
te. Ducito ergo a quolibet angulo trigonorum superficierum octocedri
perpendiculararem ad latus illi angulo oppositum. ¶ Has autem perpen-
dicularares ex. n. 14. libri cõstat esse adinuicem equales & diuidere latera
quibus perpendiculariter insistant per equalia. Ideoq; binas & binas sup
idem punctum lateris cui superstant cõuenire easdẽq; constat ex his que
in. 12. quartidecimi demonstrata sunt transire per centra triangulorum.
Ideoq; per extremitates laterum inclusi corporis transire ac earum por-
tiones que intra centra trigonorum & latera ipsorum que intercipiuntur ex
his etiam que in eadem demonstrata sunt constat esse equales. Angulos
quoq; ab his perpendicularibus binis & binis coeuntibus contentos ex. 8.
primi patet esse equales. ¶ Et quia hee perpendicularares sueq; portiones
inter centra & latera intercepte eosdem angulos ambiunt erunt quoq;

anguli quos linee a centrīs trigonorum ad latera perpendiculariter cadētes bīne & bīne continent ad inuicem equales. Cūq; latera illius corporis de quo disputamus hos angulos subtendant sequitur ex quarta primi frequenter sumpta corpus inclusum esse equilaterum at quoq; rectangulum. Protrahantur enim diagoni in singulis superficiebus. ¶ Hos diagonos ex quarta primi omnes ad inuicem equales esse conuincēs mediātib; angulis a duabus perpendicularibus per ipsarum diagononum extremitates transeuntibus contentis si prius hos angulos ex. 8. primi equales sibi inuicem esse probaueris. Cum igitur diametri tetragonarum basium corporis huius sint ad inuicem equales: latera quoq; earundem basium equalia esse necesse est ex. 8. primi multotiens repetita ipsas tetragonas bases ēē equiangulas. Atq; ex. 32. primi omnes anguli cuiusq; earum sint equales quatuor rectis. Sequitur eas ēē rectangulas. Itaq; ex diffinitione quadrati ipse sunt quadrate. Igitur inscriptum corpus manifestum est esse cubum sicut intendimus.

¶ Castigator.

¶ Nota de cubo tacitam descriptionem videlicet q; est corpus habens 6. superficies quadratas. 12. latera equalia octog; angulos solidos. 24. angulis superficialibus contentos &c.

Propositio .5.



Pyramidem quatuor basium triangularium atq; equilaterarū assignato corpori octo basium triangularium quēq; atq; equilaterarum inscribere.

¶ Assignato corpori octo basium inscribere secundum precepta premisse cubum cuboq; inscripto inscribere. ut docet prima huius pyramidem qualis proponitur cum igitur huius pyramidis anguli sint etiam anguli cubi quēadmodum ex demonstratione prime manifestum est. cuncti autem anguli cubi sunt ex premissa in superficiebus assignati octo cedri erunt quoq; cuncti anguli pyramidis huius in superficiebus corporis octo basium cui eam iubemur inscriberet quare ex diffinitione manifestum est nos fecisse quod queritur.

Propositio .6.



Atra datum corpus viginti basium 2 equalium laterum corpus duodecim basium pentagonalium 3 equalium laterum atq; equalium angulorum figuratim componere.

¶ Corpus. 20. basium non docemus hic fabricare quoniam ex. 16. tredecimi qua cōuenit arte hoc fieri satis euidentis ē. Eo igitur ut ibi docetur composito. si sibi corpus. 12. basium pentagonalium atq; equilaterarum includere delectat hac via procedendum est. ¶ Manifestum enim est. 20. triangulos. 60. superficiales angulos habere. ¶ quia ad constitutionem vnius cuiusq; solidi anguli corporis ycocedri quinq; superficiales conueniunt sicut ex demonstratione. 16. tredecimi colligitur. constat illud corpus duodecim solidis angulis compleri. Inuentis igitur ut in ante premissa centrīs cūctorum triangulorum totum ycocedron terminantium ea. 30. rectis lineis continua ita q; cuiusq; centrum centrīs omnium circūiacentium cum quibus communicat in latere per rectas lineas iungas. Cum ergo hoc feceris videbis ex illis. 30. lineis duodecim pentagonos constitui. 12. angulis solidis dati ycocedri oppositos. ¶ Hos itaq; pentagonos quēadmodum. 12. in ante premissa fecisti de basibus cubi equilateros esse probabis. ¶ Neque enim ut quorūlibet triangulorum duorum idem latus habentium centra eodem spatio distent. ¶ Restat ergo ut eos etiam equiangulos esse silogizes. ¶ Manifestum est autem ex ratiocinatione. 16. tredecimi datum corpus viginti basium ab eadem sphaera cuius diameter est tanq; diameter huius corporis videlicet lineam quē duos eius angulos oppositos continuat esse circūscriptibile.

¶ Si igitur hec diameter per medium fecetur punctus sectionis erit centz sphere ipsum circūscribens. Ab eo, itaq; ad superficies cūctorum pentagonorum perpendiculares ex.ii. vñdecimi ducito. Et à puncto in quo singulis pentagonis obuiauerint ad singulos eorum angulos rectas lineas dirigit. Deinde cētrum sphere cum singulis angulis ipsorum pentagonorum continuator. Age ergo eos proba esse equiangulos hoc modo. ¶ Cum enim omnes circuli circūscribentes trigonos ycocedri sint equales erunt omnes perpendiculares a centro sphere ad ipsos venientes & in eorum centra cadentes equales. Omnes ergo linee a cētro sphere ad angulos cuiuslibet pentagoni venientes sunt equales. Nam anguli pentagonorum sunt centra circulorum trigonos ipsos ycocedri circūscribitium ex ypothēsi. Igitur ex penultima primi eodem argumentationis genere quo superius in.14. silogizauimus sectorem prouenientem in superficie sphere cum aliqua plana superficies spheram secat nō super centrum eius esse circumferentiam continentem circulum. ¶ Necesse est quinq; lineas venientes a concursu perpendiculariter ducte a centro sphere ad superficies omnium pentagonorum ad quinq; angulos cuiusq; pentagoni esse adinuicem equales. Itaq; omnibus his duodecim pentagonis est circulus circūscriptibilis cum igitur ipsi sint equilateri conuincitur eos esse etiā equiangulos quod oportebat ostendere.

Propositio. 7.



Intra datum corpus duodecim basium pentagonarum equilaterarum atq; equiangularum corpus viginti basium triangularium atq; equilaterarum fabricare.

¶ Qualiter corpus duodecim basium pentagonarum equilaterarum atq; equiangularum componere oporteat ex.17. tñdecimi require. Sed qualiter corpus viginti basium triangulariū & equilaterarum sibi conueniat inscribi hic addisce. Suorum pentagonorum centris vt in.14. quartū sit repertis ea adinuicem.30. lineis hac lege continua vt vnus cuiusq; pentagoni centrum centro cuiusq; pentagoni secum in latere communicantis iungatur. Ita videlicet q; vnus cuiusq; pentagoni centrum centris quinq; pentagonorum terminantium vel circūiacentium continuentur. Cum igitur hoc feceris obuiant tibi viginti trianguli ab his.30. lineis centra pentagonorum continuantibus contenti. Eruntq; hi viginti trianguli viginti solidis angulis ipsius duodecedri oppositi amplectentes corpus viginti basium triangularium quas equilateras esse demonstrabimus & erunt.20. solidi anguli huius corporis. 20. basium in cētris. 20. pentagonorum corpus dati duodecedri terminantiū. ¶ Hos itaq; 20. triángulos eqlateros et sic pba. A cētris pētagonoz ducito perpendiculares ad latera eruntq; omnes perpendiculares equales binas ergo & binas pōdabz ex octaua primi equos angulos continere. Et qā linee continuantes centra pentagonorum his angulis a binis & binis perpendicularibus contentis subtenentur: cum omnes perpendiculares sint equales erunt ex quarta primi omnes linee cōtinuantes centra pentagonorum equales: quod e' propositum. ¶ Perpendiculares autem binas & binas equales angulos continere & omnes eas adinuicem esse equales sic collige. ¶ Ex quinta primi & 26. eiusdem constat singulas earum diuide & latera pentagonorum super que cadunt per equalitateasq; esse adinuicem equales ductis lineis. cētris pentagonorum ad singulos angulos oram: quare bine & binas. Item latus cadentes in eodem ipsius lateris puncto colunt eo q; itaq; linidit illud latus duobus pentagonis a quorum centris veniunt commune per equalia. ¶ Has igitur perpendiculares binas & binas vsq; ad angulos qbus cōmune latus in quo coeunt

oppositum per centra pentagonorum productio & eisdem angulis duas lineas subtendito quas ex demonstratione .17. tredecimi manifestum esse tanq̃ latus cubi ab eadem sphaera cum proposito duodecedro circumscriptibili .ideoq; patet eas esse equales eo q̃ omnia latera cubi sunt equalia .easdeq; liquet ex nona vndecimi esse equidistantes propter hoc q̃ ambe equidistant communi lateri in quo bine & bine perpendiculares conueniunt. ¶ At vero ipsas easdem constat ex his perpendicularibus per equalia diuidi .itaq; per .33. primi cuncte lineae cōtinuantes puncta in quibus bine & bine perpendiculares super has lineas quas tanq̃ cubi latera fore diximus concurrunt sunt adinuicem equales. ¶ Nam omnes sunt tanq̃ latus cubi. Igitur ex octaua primi anguli contenti a binis & binis perpendicularibus sunt equales; quare per quartam eiusdem lineae quoq; continuantes centra pentagonorum sunt sibi inuicem equales: inscriptū ergo est proposito duodecedro corpus viginti basium triangularium & equalium laterum sicut iussi eramus.

Propositio .8.



Duodecim basium pentagonarum atq; equilateralum proposito intra ipsum cubum distinguere.

¶ Cum duodecedron super cubi latera fabricetur ut constat ex .17. tredecimi minimum eo fabricato sibi conuenit cubum inscribi. ¶ Nam cum duodecim sint pentagoni sive vnus cuiusq; eorum vni angulo put cubi figuram videbis exigere chordam vnā subtenderis ex eis duodecim chordis sex equilateras rectangulasq; superficies cubi & corpus amplectentes perficies. ¶ Equilateras quidem eas esse cōstat ex quarta primi. Rectangulas autem eodem argumentationis genere quo id sexta huius basē duodecedri dato yocedro inscripti demonstrauimus esse equiangulas. Constat quidem ex decima septima tredecimi propositum duodecedron sphaere esse inscriptibile. Ergo a centro illius sphaere ad omnes has quadrilateras superficies perpendiculares: ut docet vndecima vndecimi protrahe. Et a puncto concursum ad singulos angulos illarum quadrilaterarum superficierum rectas lineas dirige. ¶ Ac eosdem angulos quadrilaterarum superficierum cum centro sphaere iunge. Eruntq; hee lineae centrum sphaere cum angulis quadrilaterarum superficierum continuantes semidiametri sphaere de quarū quadratis quia dempto quadrato perpendicularis remanent ex penultima primi quadrata linearum continuantium punctum concursus perpendicularium cum angulis quadrilaterarum superficierum. ¶ Necessē est omnibus his quadrilateris superficibus circulos esse circumscriptibiles ideoq; necesse est eas esse equiangulas cum sint equilaterae. ¶ Et quia ex 32. primi anguli cuiusq; earum pariter accepti sunt equales quatuor rectis angulis, sequitur eas esse rectangulas. Nihil ergo dēest in scripto corpori de ratione cubi.

Castigatio.

¶ Quia ex vnaquaq; corda & duobus lateribus pentagoni causa est ad hunc cubum equalium laterum habens vnum angulum pentagoni. Et ideo bine & bine accepti omnes primi arguuntur corde ille equalis vndiq; & cum eodem sunt lateribus. Tali duodecedro inscripto ex .17.3. sequitur sex superficies cubi & corpus amplectentes per equilateras prout cubus exigit quem dicitur dictum est supra .4. huius & cetera.

Propositio .9.

Propositio .9.



Item duodecedro sibi demum octocedron includere.
Composito duodecedro ut in .17. tertii decimi sex la-
tera suaz superficie; ea videlicet que cathetos sup sex li-
neas opposita latera superficie; cubi per equalia secantes
erectis tanq eoz corausti iungunt per equalia diuide i eaq;
bina et bina adinuicem coposita continua per tres lineas q
seuicem super median punctu diametri cubi ex .40. vndecimi per equa-
lia seabunt. Eruntq; ut quoq; due earum trium seuicem quoq; ad angu-
los rectos diuidat. Si igitur haz trium lineaz extremitates per .12. lineas
rectas cotinueris pueniet tibi corpus octo basiu triangulariu et eglate-
raz ex quarta pmi vel si manis ex penultima pmi qd oportebat ondere.

Propositio .10.



Atri assignatum duodecedron piramidem qua-
tuor basium triangularium atq; equilaterarum
adbucrestat distinguere.

Assignato duodecedro inscribe cubum ex octava
huius cuboq; piramidem ex prima. Cum igitur anguli pi-
ramidis sint in angulis cubi ut patet ex rationatione pme.
Et anguli cubi i angulis duodecedri ex rationatione octauae erit quoq;
anguli piramidis in angulis duodecedri. I taq; constat quod volumus.

Propositio .11.



Proposito yocedro in eo cubum figurare.

Yocedro inscribi duodecedron ex sexta. Ac duode-
cedro cubum ex octaua. Constat autem ex demonstratione
sexte q; omnes anguli duodecedri cadunt super centrum
basium yocedri. Et anguli cubi sunt in angulis duodece-
dri. Ita q; anguli cubi sunt in centris basium yocedri
habemus ergo propositum.

Propositio .12.



Ocedron datum piramidem quatuor basium tri-
angularium atq; equilateraz sibi postulat inscribi.

Si in dato yocedro ex premisa cubum inscripseris cu-
boq; ex prima piramide includeris quin postulationi yoc-
cedri satisfeceris huiusmodi non erit. Scire autem oportet
quod cum sint quinq; regularia corpora de quoz; mu-
tua ab invicem inscriptione in hoc .15. libro determinatur si vnū quodq;
eoz; cuilibet ceteroz; esset inscriptibile .20. eorundem inscriptiones accideret.
Quippe cuilibet eoz; quinq; eent cetera quatuor inscriptibilia. Ideoq;
quater quinq; inscriptiones quod est .20. necessario puenirent. At vero
piramidi solum octocedron conueniens est inscribi. Non .n. sunt in
piramide bases aut anguli aut latera in qbus anguli cubi aut yocedri aut
etiam duodecedri possint extrema ipsius piramidis contingere. Cubu
quoq; solius piramidis et octocedri ut octocedron solius piramidis et cu-
bi receptioi sunt apta. Quia .n. in eoz; alterutro .12. angulos yocedri.
Aut .20. angulos duodecedri. ita ut singuli in eorum singulis cadant
collocabis. Yocedron autem cetera conuenienti ambitione possit co-
plecti solius octocedri neq; receptaculum. Nam octocedron
bini opositione .12. pi-
riongaliter diuiduntur in .12. triangulos
manantur demonst. triangulos neq;
triangulos neq;

celo quod emadmodum pyramidis formam igni eo quod sursum sit pyrami-
dali figura euolet. ac octocedri aeri. ¶ Quippe sicut aer ignem motus
paritate sequitur sic octocedri forma pyramidis formam ad motum ha-
bilitate comittat. ¶ Viginti vero basium figuram aque diffundunt. na-
cum ipsa basium pluralitate plus ceteris circuletur in speram stuentis rei
motui magis quam scandentis conuenire visa est. ¶ Cubon vere figuram quod
dedere terre. Quod idem in figuris maior ad motum violentia indiget quod
thessera. ¶ Atque elementis quid fixius constantiusque reperitur terra. Si
igitur ex 20. inscriptionibus. 3. quas pyramis non substat binasque a qui-
bus naturam cubi et octocedri aliena est. ¶ Rursusque unam cui repa-
gnat octocedri reieceris erunt relique tantum. 12. inscriptiones.
Pyramidis quod est octocedri. Cubi vero octocedri bene. Octocedri autem
tres. Duodecedri autem quatuor. De quibus omnibus ut arbitror suffi-
cienter alias disputatum est.

propositio 13.



Albicato quod est quinquagularium corporum si-
bi spheram inscribere.

¶ Ex tertio decimo libro itaque manifestum est unumquodque
quod horum corporum esse spheram inscribibile. Nunc itaque
constabit unicuique spheram unicuique ipsorum esse in-
scribibilem. A circumscribere enim spheram centro ad bases
vniuersas cuiuslibet eorum perpendiculares exeant quas intra centra cir-
culorum bases ipsas circumscribentium cadere necesse est. cumque omnes
circulo eas circumscribentes sint equales eruntque hee perpendiculares equi-
les. Itaque si secundum quantitatem vnius earum circulum super centrum
circumscribentis spheram descriperis eiusque semicirculum quousque ad locum
unde moueri cepit redeat circumduxeris. Quia ipsum per extremita-
tes cunctarum perpendicularem necesse est transire conuincet ex correlario. s.
tertiis speram ipsius semicirculi motu descriptam vniuersas bases assigna-
ti corporis in concursibus perpendicularem coniungere. Non enim plus
potest spheram de basibus corporis contingere quam circumductus semi-
circulus dum mouebatur contingit. Quare assignato corpori constet
nos spheram quemadmodum propositum erat inscripsisse.

LAVS

FINIS.

Euclidis elementa.