Euclidis
ELEMENTORVM
LIBRI SEX
PRIORES.

Quorum demonſtrationes tum alibi ſparſim, tum maximè libro quinto ad faciliorem captum accommodauit

CAROLVS MALAPERTIVS Montenſis è Societate IESV.

Editio altera emendatior.

DVACI,
Typis BALTAZARIS BELLERI, ſub Circino aureo. ANNO 1625.

Cum Priuilegio.

IVVENTVTI MATHEMATVM STVDIOSÆ In Academia Duacensi.

HABETIS *ad manum, Iuuenes ornatissimi, Euclidis Elementa sex priora, hoc est Geometriæ, atque adeo Mathematum omnium fundamenta: in quibus explicandis si cuipiam videbor nonnulla subticendo minus accuratè*

Mathematicæ demonstratio-nis numeros omnes explere, is velim intelligat non Sophistis reuincendis, qui de industria velint in luce cæcutire, sed docilibus ingenijs & veritatis amantibus scribere me instituisse. Quibus profecto nescio an mediocri breuitate obscuriora fiant Mathemata, an molestiora nimia quorundam accuratione, qui seu lectorum ingenio, seu beneuolentiæ diffisi satis per sese obuia inculcant anxie, & ne quid omissum videatur, tot in vnum ratiocinationes congerunt,
quot

quot ſimul mente complecti ſit difficillimum. Id non alibi magis quam in libro quinto licebit intueri, ſi cui fuerit opportunum alios paſsim commentarios cum hoc noſtro conferre. Cum enim eius libri Theoremata in omnem Mathematicæ partem vim habere ampliſsimam cernerem, non dubitaui quin proximè cum primis naturæ pronuntiatis cohærerent, eáque proinde noua methodo ad prima ſtatim principia reuocaui, à quibus minimùm diſceſsiſsent. Quid enim attinebat per

Multiplicium, & probationum flexus Tyronem circumducere, si propositis clare terminorum notionibus ad ipsam quamprimum veritatem magno compendio poterat penetrare? Hoc sane consilium meum vt vt accipiant alij, vobis tamen Auditoribus meis vsu ipso facile probaturum esse confido. Satis vero amplum mihi theatrum estis; neque aliud propositum fuit in hoc opere recudendo, quam vestris seruire commodis, & eam, quæ mihi obtigit, Spartam ornare pro virili; ad cæ-

teros

teros si quid manabit emolumenti, ponatur in lucro. Vos interim, uti spero; laborem hunc meum, animum certe vestræ utilitatis studiosissimum æqui boniq; consuletis. Valete.

Priuilegium.

Ego infra ſcriptus Societatis IESV Prouincialis in Prouincia Gallo-Belgica iuxta priuilegium à Sereniſſimis Principibus noſtris ALBERTO & ISABELLA eidem Societati noſtræ conceſſum, quo omnibus prohibetur ne libros ab eiuſdem Societatis hominibus compoſitos, abſque Superiorum, permiſſione imprimant; facultatem do BALTAZARO BELLERO Typograpographo Duacenſi, vt librũ cui titulus eſt, Commentarius in priores ſex libros Elementorum Euclidis, & Inſtitutiones Arithmeticę practicæ CAROLI MALAPERTII è Societate IESV, ad Sex annos proximos imprimere & libere diſtribuere poſſit. Datum Tornaci 9. Nouembris 1619.

FLORENTIVS DE MONTMORENCY.

APPROBATIO.

Hic liber continens Euclidis Elementorum libros ſex priores: Item Oratio R. P. CAROLI MALAPERTII de laudibus Methematicæ nihil habet quod fidem concernat, eiuè aduerſetur. Datum Duaci 20. Decembris. 1619.

GEORGIVS COLVENERIVS
S. Theologiæ Doctor & Profeſſor, & Librorum in Academia Duacena Cenſor.

EV-

EVCLIDIS
Elementorum
LIBER I.
Definitiones.

1 PVnctum est cuius pars nulla.

2 Linea est longitudo latitudinis expers.

3 Lineæ extrema sunt puncta.

4 Linea recta est quæ ex æquo suis punctis, seu extremis interiacet: *Siue cuius extrema obumbrant omnia media. Aut, breuissima earum, quæ inter duo puncta duci possunt.*

5 Superficies est quæ longitudinem & latitudinem tantum habet.

6 Superficiei extrema sunt lineæ.

7 Plana superficies est quæ ex æquo suis extremis interijcitur.

8 Planus angulus est duarum linearũ in plana superficie se tangentium, & non in directum iacentium, alterius ad alteram inclinatio.

Vt planus angulus est A B C, quem constituunt lineæ A B, A C, quæ in eodem plano posita non iacent in directum, siue non efficiũt vnicam lineam rectam, & ad se mutuo inclinantur, seq; contingunt in puncto B.

9 Rectilineus angulus est qui rectis lineis constituitur.

10 Quando recta super rectam cõsistens æquales vtrimque angulos fecerit, rectus est vterque angulorum æqualium: quæ autem alteri insistit, dicitur linea perpendicularis.

Sic linea A B insistens ipsi C D, est eidem perpendicularis, quia angulos qui sunt deinceps A B C, AB D, efficit æquales, & vterque angulus idcirco est rectus.

11 Obtusus angulus est, qui maior est recto

12 Acutus, qui recto minor. *Vt obtusus angulus est A B C, maior recto B C; acutus verò & recto minor est A B D.*

13 Ter-

13 Terminus est quod cuiusque est extremum.

14 Figura est quæ sub aliquo, aut aliquibus terminis continetur.

15 Circulus est figura vnicæ lineę termino contenta, quam circumferentiam dicunt, à qua ad aliquod punctum intra contentum omnes lineæ sunt æquales.

16 Punctum autem illud dicitur centrum. *In circulo A B C F, centrum est D, ex quo linea D A, D B, D C, ad circumferentiam ducta, & omnes aliæ sunt æquales.*

17 Diameter circuli est recta per centrum acta, & ad ambitum vtrimque terminata. *Cuiusmodi est A C.*

18 Semicirculus est figura comprehensa à diametro & parte circumferentiæ, quæ diametro clauditur, *vt A B C.*

19 Segmentum circuli est, quod à recta linea & circumferentia continetur, *quale est E F G.*

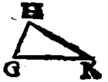
20 Rectilineæ figuræ sunt quæ rectis lineis continentur, Trilateræ quæ tribus, Quadrilateræ quæ quatuor, Multilateræ quæ pluribus.

21 Trilaterarum autem figurarum Triãgulum ęquilaterum est, quod tria latera habet ęqualia. *Quale est triangulum A B C.*

22 Iso-

22 Isosceles seu æquierus aut æquicrutum triangulum est quod duo tantum latera aut crura habet æqualia. *Quale est triangulum D E F, in quo duo tantum latera D E, D F, sunt æqualia.*

23 Scalenum triangulum est quod omnia tria latera habet inæqualia; vt G H K.



24 Rectangulum triangulum est quod continet angulum rectum. *Tale est A B C, in quo angulus B, est rectus.*

25 Amblygonium seu obtusangulum, quod angulum habet obtusum. *Tale est D E F, in quo angulus E, est obtusus.*

26 Oxigonium seu acutangulum quod tres acutos habet angulos. *Quale est G H I.*

27 Inter Quadrilateras Quadratum est, quod æquilaterum est & æquiangulum, seu quod & latera & angulos habet æqualia. *Vt A B C D.*

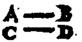
28 Altera parte longius figura est æquiangula quidem, at non æquilatera: *Qualis est figura* E F *G H.*

29 Rhombus est figura æquilatera non tamen æquiangula: *Qualis est I K L M.*

30 Rhomboides quæ opposita latera & angulos æquales habet, non tamen aut omnia latera aut omnes angulos habet æquales. *Vt O P Q R.*

31 Aliæ verò figuræ quęcunque quadrilateræ vocentur Trapezia. Quæ irregulares sunt & infinitæ. S T Y X, &c.

32 Parallelæ lineæ sunt quæ in eodem plano existentes, productæ in infinitum neutram in partem coincident. *Seu quæ pari vbiq; spatio inter se distant, vt linea A B. C D.*



Parallelogrammum verò est figura quadrilatera lineis parallelis descripta. *Vt figura E F G H, est parallelogrammum quia describitur lineis H G, F E, parallelis, & lineis H E, G F, similiter parallelis.*

Postu-

Postulata.

1 Petatur à quouis puncto ad aliud quodlibet rectam lineam ducere posse.
2 Terminatam & rectam lineam in directum & continuum protendere.
3 E quouis centro ad quoduis interuallum circulum describere.

Communes notiones seu Axiomata.

1 Quæ eidem sunt ęqualia, & inter se sunt ęqualia.
2 Si æqualibus addas ęqualia, tota erunt æqualia.
3 Si ab æqualibus demas æqualia, quę remanent erunt æqualia.
4 Si inæqualibus adijciantur æqualia, tota erunt inæqualia.
5 Si ab inæqualibus tollantur æqualia, quę remanent erunt inæqualia.
6 Quæ eiusdem dupla sunt, inter se sunt æqualia.
7 Quæ eiusdem sunt dimidia, sunt inter se æqualia.
8 Quæ mutuo sibi congruunt, sunt æqualia inter se.

9 To-

9 Totum est maius sua parte.

10 Omnes anguli recti sunt inter se æquales.

11 Si in duas rectas recta incidens angulos interiores & ad easdem partes duobus rectis minores fecerit, coincident duæ illæ lineæ, protractæ in illam partem, ad quam spectant duo anguli minores rectis. *Vt si in rectas A B, C D, cadens recta E F, faciat angulos internos & ad eandem partem A E F, E F C, minores duobus rectis, coincident illa linea protracta versus partem A C.*

12 Duæ rectæ spatium non comprehendunt.

13 Partes omnes simul sumptæ suo toti sunt æquales, & totum æquale est suis omnibus partibus.

Propositionum alia faciendum aliquid proponunt, & vocantur Problemata; alia in sola contemplatione sistunt, quæ idcirco Theoremata inscribuntur.

Notæ ad marginem.

Post.		Postulatum.
Ax.		Axioma.
Def.	id est	Definitio.
Const.		Constructio.
Hyp.		Hypothesis.

Prior

Prior numerus aliquid ex dictis, posterior librum significat. Vt def.6.1. hoc est, definitio sexta libri primi, &c.

Quando numerus solitarius apponitur, puta 3. intelligatur propositio tertia, &c.

Item cum numerus libri non additur intelligatur is liber in quo versamur.

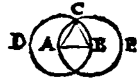
PRO-

PROPOSITIONES.

Propoſitio 1. Problema.

Super data recta linea terminata triangulum æquilaterum conſtituere.

SIT data recta A B. Cẽtro igitur A, ſpatio AB, deſcribatur circulus B C D, & centro B, ſpatio eodẽ ducatur circulus alter A C E, priorẽ ſecans in puncto C, iunganturq́; rectę lineæ CA, CB, & factum eſt quod proponitur. Rectè enim AB, AC, (quia ſunt ſemidiametri eiuſdem circuli BCD,) inter ſe ſunt *a* æquales, ſimiliterq́; ob eandem cauſſam æquales ſunt rectæ BA, BC. Nunc vero cum rectę AC, BC, vni & eidem AB, æquales ſint, erunt etiam inter ſe æquales; & ſic triangulum A B C, eſt æquilaterum. Super data ergo recta A B, conſtituimus triangulum æquilaterum, quod erat faciendum. *Ita concludi ſolent problemata.*

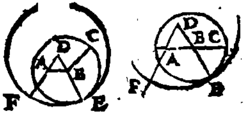


a 15.def.1

Pro-

Propos. 2. Problem.

Ad datum punctum datę rectæ lineę æqualem rectam ponere.



AD punctũ A, sit cõstituenda recta æqualis ipsi B C. Ductâ ergo rectâ A B, (nisi ante sit ducta) fiat super ea triangulum *a* æquilaterum A B D, & centro B, spatio B C, ducatur circulus C E; productâ deinde D B, vsque ad ambitum in E, centro D, spatio D E, describatur circulus E F, secans productam D A, in F, & factum erit quod petitur. Nam quia rectæ A F, B E, additis æqualibus A D, B D, fiunt ęquales, *a* inter se *b* erunt ęquales, quare recta A F, ipsi etiam B C, *c* æqualis est. Ad punctum ergo A, constituimus rectam A F, ipsi B C, æqualem, quod erat faciendum.

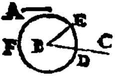
a 1.
a def. 15.
b ax. 3.
c 15. def.

Posset ita constitui punctum A, vt alia quoque sit praxis huius problematis, sed in re facili & primis initijs morosius agendum non puto cum Tyronibus; quod idem dicito seq. probl. & prop. 7.

Pro-

Propo. 3. Proble.

Datis rectis lineis inæqualibus de maiore minori parem auferre.



VT rectæ A, ex maiore BC, ęqualis auferatur; ad pūctū B, ponatur B E, *a* ipsi A, æqualis. Mox centro B, spatio B E, fiat circulus D E F, eritq; abscissa B D, ipsi A, æqualis; nam vtraque ipsi B E, est æqualis; A, quidem ex hypothesi, B D; autem quia est eiusdem circuli *b* semidiameter. *a* 1. 2. *b def.* 15.

Proble. 4. Theorema.

Duorum triangulorum si latus vnum vni, & alterum alteri sit æquale, anguli que inter illa latera contenti sint etiam pares; erunt & bases æquales; & ipsa tota triangula: sed & reliqui anguli reliquis angulis pares erunt, quibus æqualia latera subtenduntur.

Vt si

VT si in triãgulis A B C, D E F, latus A B, lateri D E, & latus A C, lateri D F, alterum alteri sit æquale (vel phrasi Græca vtrumque vtrique) simulque etiam pares anguli A, & D, dictis lateribus contenti; Dico basim B C, basi E F, esse æqualem, & cætera consequi vt est propositum. Nam si intelligamus triangulum triangulo superponi ita vt angulus A, congruat angulo D, congruent *a* latera A B, A C, lateribus D E, D F, alterum alteri, cui nempe est æquale. Sed congruent etiam bases, ideoque erunt æquales, cum enim puncta B, & C, cadant in E, & F, recta B C, cadet in E F, nam si supra, aut infra caderet, duę rectæ *b* spatium comprehenderent. Duorum ergo triangulorum, &c. Quod erat demonstrandum. *Ita concludi solent Theoremata.*

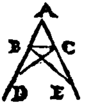
a 8. ax.

b ax. 11.

Propo. 5. Theore.

Trianguli Isosceles anguli ad basim sunt pares; & si æqualia latera producantur, pares quoque erunt anguli infra basim.

In trian-



IN triangulo iſoſcele A B C, latera A B, A C, producantur vt lubet, ſumptaque vtcunque recta A D, æqualis illi *a* capiatur A E, iungaturq; rectæ, C D, B E. Nũc quia triãgula A C D, A B E, ſe habẽt iuxta prop. 4. eſt enim A C, ipſi A B, æqualis ex ſuppoſitione, & A D, ipſi A E, ex conſtructione, anguluſque A, lateribus illis contentus eſt communis. Ob hæc *b* inquam baſes D C. & B E, ſunt pares, itemque angulus D, angulo E, & angulus A C D, angulo A B E. Rurſus triangula B C D, B C E, ſe habent iuxta prop. 4. Sunt enim anguli D, & E, æquales & æqualibus lateribus contenti; erunt igitur anguli infra baſim D B C, B C E, æquales; itemque anguli B C D, E B C: & quia totus angulus A C D, oſtenſus eſt æqualis toti A B E, ablatis paribus C B E, & D C B, qui remanent ſupra baſim ſunt *c* æquales. Trianguli igitur iſoſcelis, &c.

a 3.

b 4. 1.

c ax. 3.

Pro-

Propo. 6. Theore.

Si trianguli duo anguli fuerint æquales, erunt & latera angulis subtensa æqualia.

IN triangulo A B C, si æquales sũt anguli B, & A C B, erũt etiam latera A B, A C, subtensa dictis angulis, inter se æqualia. Nam si negas esse æqualia; sit alterum maius, puta A B; ex quo auferatur recta B D, ipsi A C, æqualis, ducaturque recta D C. Nunc verò cum duo triangula A B C, C B D, habeant latus B C, commune, & latera B D, *a* C A, sint æqualia, angulique contenti B, & A C B, *b* æquales, erit *c* triangulum D B C, triangulo A B C, hoc est totum parti, æquale, quod fieri non potest. Si ergo trianguli, &c.

a const.
b hyp.
c 4. I.

Conuertit hæc propositio priorem partem superioris: nam ibi ex æqualitate laterũ A B, & A C, colligebatur æqualitas angulorũ supra basim B C, hic vero vice versa ex æqualitate dictorũ angulorum colligitur æqualitas laterum. Solet autem Euclides eas tantum propositiones conuertere, cum ad probationem

tionem sequentium vtraque propositio est adhibenda, hoc est tam conuertens quam conuersa.

Propo. 7. Theore.

Super recta linea ductis ad quoduis punctum duabus rectis non ducentur super eadem ad aliud punctum versus easdem partes duæ aliæ. sic vt quæ ab eodem termino incipiunt, sint æquales.

SVper recta A B, ductis ad punctum C, duabus rectis A C, B C, ducantur si fieri potest aliæ duę A D, D B, ad aliud punctum D, ita vt C A, ipsi D A, (cum qua habet eundem terminum A) & C D, ipsi D B, æqualis sit, ducaturque insuper recta C D: quia igitur A C, A D, sunt æquales, erunt *a* anguli A C D, A D C, inter se æquales; maior erit proinde angulus A D C, angulo B C D, & multo maior angulus C D B; nunc verò quia C B, ponitur ęqualis ipsi D B, erit angulus *b* C D B, angulo B C D, ęqualis, qui tamen ante erat ostensus multo maior, *a* 5. *b* 5.

 non

non ergo ductæ sunt binæ æquales prioribus. Quod fuit demonstrandum.

Propo. 8. Theore.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint, & basim basi æqualem; habebunt etiam angulum lateribus contentum æqualem.

IN triangulis A B C, D E F, sint latera A B, A C, ipsis D E, D F, alterum alteri æqualia, itemq; basis B C, basi E F. Quod si negas angulos A, & D, lateribus contentos pares esse, intelligatur triangulum A B C, triangulo D E F, superponi, tunc verò necessariò punctum A, cadet in D, & sic angulus angulo congruet vt vult propositio: nam si non caderet in D, sed in G, aut aliud punctum. tunc duæ rectę duabus rectis æquales ducerentur ad aliud punctum, &c. quod ęst contra præcedentem. *Est conuertens primæ partis propos, 4.*

Propoſitio 9. Proble.

Datum angulum rectilineum ſecare biſariam.

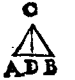
EX lateribus dati anguli B A C, ſumatur recta A B, vt lubet, & ipſi par A C, nec non ſuper ductam rectam B C, fiat triangulum æquilaterum B D C, ducaturque recta A D, per quam angulus B A C, diuidetur bifariam: nam A B, A C, æquales ſunt ex conſtructione, & A D, communis, eſtque inſuper baſis B D, baſi C D, æqualis, ſunt *a* ergo anguli B A D, C A D, æquales; quare angulus B A C, diuiſus eſt bifariam. Quod erat faciendum. *a* 8.

Propo. 10. Proble.

Datam rectam finitam ſecare biſariam.

SVper recta A B, fiat triangulum *a* ęquilaterum A B C, cuius angulus A C B, diuidatur bifariã per rectã C D, & recta A B, *a* 1.

 in punin puncto D, bifariam quoque secta erit: Nam triangula C A D, C B D, se habent iuxta 4. propo. Ergo bases A D, D B, sunt æquales.



Propo. II. Proble.

Ex dato puncto in linea recta perpendicularem excitare.

IN recta B C, detur punctum D, sumanturque vtcunque æquales rectæ D B, D C; inde super B C, structo triangulo æquilatero B C A; ex A, ducatur recta A D, & hęc erit ad angulos rectos ipsi B C; Nam latus D B, æquale est ipsi D C, ex constructione, & latus D A, commune, basis insuper B A, basi C A,

a 8. æqualis; sunt *a* ergo anguli A D B, A D C, æquales, ac proinde recti, & ipsa
b 10.*def.* A D, *b*, perpendicularis.

Pro-

Propoſ. 12. Problem.

A dato extra rectam infinitam puncto perpendicularem ducere ad eandem rectam.

DEtur punctum A, quo centro, ſpatio quocunq; ducatur circulus dummodo ſecet rectam B C, infinitam ſeu quantum opus erit productam, ductiſque rectis A B, A C, recta B C, diuidatur *a* bifariam in D, ducaturque recta *a* 10.
A D; & hæc eadem erit perpendicularis quæſita. Nam quia in triangulis A B D, A D C, æquales ſunt A B, *b* A C, æquales *b def.* 15.
item *c* B D, D C, & A D communis, an- *c conſt.*
guli A D B, *d* A D C, erunt æquales ac *d* 8.
proinde recti; ideoque recta A D, perpendicularis.

Propo. 13. Theorema.

Recta super rectam consistens aut duos rectos aut duobus rectis æquales angulos facit.

NAm recta A B, consistens super C D, aut facit vtrimque æquales angulos, & *a* proinde rectos; aut inæquales, & tunce ex puncto B, excitetur *b* perpendicularis B E, quia igitur in angulo A B C, continebatur vnus rectus E B C, & insuper angulus E B A, qui cum angulo A B D, facit alterum rectum, recta A B, constituebat angulos A B C, A B D, æquales *c* duobus rectis.

a def. 10.
b 11.
b ax. 12

Propositio 14. Theor.

Si ad punctum in recta linea datum duę rectæ non ad easdem partes ductæ angulos efficiant duobus rectis ęquales, in directum sunt illæ lineæ.

Nam

NAm si ad punctum B, ducantur duæ rectæ C B, B D, facientes cum recta A B, angulos æquales duobus rectis, & negas rectas C B, B D, iacere in directum, iaceat ergo B E, in directum ipsi C B; eruntque anguli A B C, A B E, æquales duobus rectis. At hoc esse non potest; nam anguli A B C, A B D, erant pares duobus rectis: nō sunt ergo pares duobus rectis anguli A B C, & A B E, alias totum & pars essent æqualia: sed neque alia duci potest ipsi C B, iacens in directum nisi B D; ergo, &c.

Propo. 15. Theore.

Si duæ rectæ se inuicem secuerint angulos ad verticem oppositos æquales facient.

REctæ A B, C D, secent se in E, eritque angulus C E B, angulo A E D (qui dicitur illi esse ad verticem oppositus) æqualis: nam siue A E D, siue C E B, adijciatur angulo interiecto A E C, constituet *a* æquales duobus rectis; quare anguli C E B, & A E D, *b* sunt æquales. *a* 13. *b* ax. 11.

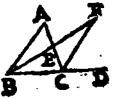
Similis demonstratio procedet in reliquis oppositis angulis ad verticem.

Propositio 16. Theore.

Omnis trianguli quouis latere producto externus angulus vtrolibet interno & opposito maior est.

VT in triangulo A B C, producto latere B C, angulus internus A C B, cum externo A C D, valet *a* duos rectos; idem autem internus A C B, cum angulo B, non valet duos rectos, aliàs enim rectæ B A, C A, non *b* concurrerent in A, ergo externus A C D, maior est interno & opposito B. Deinde producto latere A C, similiter monstrabitur externum B C E, maiorem esse angulo A: atqui angulus A C D, ad verticem æqualis est *c* ipsi B C E; ergo angulus A C D, ipso etiam A, est maior. Omnis igitur, &c.

a 13.
b ax. 11.
c 15.



Aliter. Triãguli A B C, latere B C, producto in D, latus A C bisecetur in E, ducaturque B F, ita vt E F, æqualis fiat ipsi

B E,

B E, iungaturque recta F C, quę erit æqualis ipsi A B: nam *a* duo latera E B, *a 4.*
E A, æqualia sunt duobus E F, E C, & anguli contenti ęquales ad verticem; Triangula ergo A E B, F E C, se habent iuxta 4. propo. & basis F C, basi A B, est æqualis, angulus item B A E, angulo E C F; sed hic est pars anguli externi E C D, ideoque minor, quare & angulus B A C, minor est externo A C D.

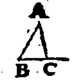
Quod si latus B C, bisecetur in E, producto latere A C; in G, & reliqua fiant vt prius eodem modo monstrabitur angulum B C G, & proinde angulum A C D, qui est huic ad verticem, maiorem esse angulo A B C. Omnis igitur, &c.

Propositio 17. Theore.

Omnis trianguli duo anguli quomodocumque sumpti minores sunt duobus rectis.

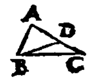
NAm si anguli B, & A C B, non essent minores duobus rectis rectæ B A, C A, non concurrerent in A. *a* *a ax. 11.*

 Ali-

Aliter: Angulus C, internus plus requirit quam angulum B, vt fiat æqualis duobus rectis; re-

b 13. quirit *b* enim angulum externum C, maiorem interno & opposito
c 16 1. *c* B; sunt ergo anguli B, & C, interni duobus rectis minores. Similiter alio latere producto de alijs quibusuis duobus angulis idem probabitur. Omnis ergo, &c.

Propo. 18. Theore.

Omnis trianguli maius latus maiorem angulum subtendit.

VT si trianguli A B C, maius est latus A C, quam A B, maior erit angulus A B C, quam angulus C, subtensus à latere minore A B: Sumatur enim A D, æqualis ipsi A B: Tunc verò quia æqualia sunt latera A B, A D, anguli

a 5. A B D, A D B, supra *a* basim sunt pares. Sed angulus A D B, est externus & op-
b 16.1. positus angulo C, ac proinde *b* maior; multo ergo maior est, totus angulus A B C, angulo C. Omnis igitur trianguli, &c.

Propo. 19. Theore.

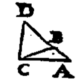
Omnis trianguli maior angulus maiori lateri opponitur.

SI angulus B, maior sit ipso C, erit & latus A C, maius quàm A B, non enim est minus aut æquale; nam tunc angulus B, esset minor *a* aut æqualis *b* ipsi C, est *a* 18.
ergo A C, maior quam A B. Quare om- *b* 5.
nis trianguli, &c.

Propo. 20. Theore.

Omnis trianguli duo latera quomodocunque sumpta, reliquo sunt maiora.

VT in triangulo A B C, dico latera A B, B C, simul sumpta esse maiora ipso A C; producatur enim A B, sic vt B D, æqualis sit ipsi B C, & proinde A D, æqualis sit ipsis A B, & B C;

Nunc vero quia B D, & B C, sunt 
a 5. æqualia; erunt pares a anguli D, & B C D; maior ergo vtroque erit totus angulus A C D; sed totum hunc angulum trianguli A D C,
b 19. subtendit latus A D, maior ergo est b recta A D, (quę æqualis est duabus A B, & B C) quam latus A C. Omnis ergo trianguli, &c.

Propo. 21 Theore.

Si à terminis vnius lateris in triangulo duæ rectæ intra triangulum iungantur, erunt hę lateribus trianguli minores; maiorem verò angulum continebunt.

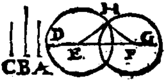
VT in triangulo A B C, dico latera B A, A C, esse maiora rectis B D, & D C, quæ intra triangulum iunguntur in D. Nam producto latere B D, in E, latera B D, D C, minora sunt ipsis B E, E C; quandoquidem C E, E D, simul
a 20. sumpta maiora a sint latere D C, & D B, sit commune; eandemque ob caussam latera B E, E C, minora sunt ipsis B A, A C;

A C; latera ergo B D, D C, multo minora sunt ipsis B A, A C. Secundo angulus B D C, externus *b* maior est interno & opposito D B C, & hic maior ipso A, interno & opposito; multo ergo maior est angulus B D C, ipso angulo A. Si ergo, &c. *b* 16.

Propositio 22. Proble.

Triangulum constituere cuius latera tribus datis lineis sint æqualia; oportet autem duas quomodocunque sumptas reliqua [a] *esse maiores.* *a* 20.

Dentur tres rectæ A, B, C, & ipsis sumantur ordine æquales D E, E F, F G:



tum centro E, spatio E D, ducatur circulus D H, & centro F, interuallo F G, ducatur circulus alter G H, iunganturque rectæ E H, F H, & factum est quod proponitur. Nam in triangulo E H F, recta E H, æqualis *a* est ipsi D E, hoc est ipsi A, E F, verò ipsi B, ac denique F H, ipsi F G, hoc est ipsi C. *a* 15. *def.* *& const.*

Pro-

Propo. 23. Proble.

Ad datum in recta punctum, dato angulo æqualem angulum rectilineum ponere.

DEtur angulus A, cui ad punctum B, in recta B C, æqualis sit ponendus. Sumptis vtcunque in lateribus dati anguli punctis D, & E, iungatur recta D E, constituaturque triãgulum B C F, a cuius latera sint tribus lateribus ipsius A D E, æqualia, ita vt B C, par sit ipsi A D; B F, ipsi A E; C F, ipsi D E. Quo facto triangula se habent iuxta 8. propo. Quare anguli A, & B, æquales, & sic factum est quod erat propositum.

a 22.

Pro-

Propo. 24. Theore.

Si duo triangula duo latera æqualia alterum alteri habuerint, & unum triangulum habeat angulum lateribus contentum maiorem, idem quoque habebit basim, basi alterius trianguli maiorem.

VT si latera A B A C, æqualia sint lateribus D E, D F, & angulus A, maior angulo E D F, maior quoque erit basis B C, basi E F. Nam si fiat angulus G D F, ipsi A æqualis, & latus D G ipsi D E, sit æquale, iunganturq́ue rectæ G E, G F. anguli *a* D G E, D E G, pares erunt; quare totus F E G, maior erit quam D G E, & multo maior quam F G E, quare recta *b* G F, & huic æqualis B C, maior est quam E F. Si duo ergo triangula, &c.

a 5.
b 19.

Pro-

Propositio 25. Theore.

Si duo triangula duobus lateribus duo latera æqualia habuerint alterum alteri, basim verò basi maiorem, angulum etiam maiori basi oppositum maiorem habebunt.

NAm si paria sint latera A B, A C, ipsis D E, D F, & basis B C, maior basi E F, angulus A, maior erit ipso D, si enim aut æqualis esset, aut minor,

a 4. basis etiam E F, ipsi B C, æqualis *a* esset,
b 24. aut *b* minor, contra hypothesim. Si ergo, &c.

Propositio 26. Theore.

Si duo triangula duos angulos duobus angulis pares habuerint alterum alteri, & unum latus uni lateri æquale, siue quod adiacet angulis æqua-

qualibus, siue quod vni æqualium angulorum subtenditur, erunt & reliqua latera alterum alteri æqualia, & reliquus angulus reliquo æqualis.

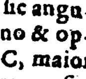
SInt in triãgulis A B C, D E F, anguli B, & A C B, æquales angulis E, & F, sintq; primo latera B C, E F, (quæ adiacent angulis æqualibus) æqualia: iam si latus B A, non est æquale ipsi E D, sit illo maius, & ex eo sumatur B G, æqualis ipsi E D, tum vero ducta C G, duo latera triangulorum B G C, & E D F, æqualia sunt, & anguli contenti B, & E, æquales vnde a anguli F, & G C B, pares erunt; quod esse non potest; nam hic angulus est pars ipsius A C B, qui æqualis ponebatur ipsi F, non est ergo maior B A, quam E D; sed neque minor, alias lateri E D, eadem quæ prius applicaretur demonstratio; ergo æqualis; & tunc triangula B A C, E D F, se habent iuxta 4. prop. & latera lateribus, anguli item angulis correspondentibus sunt æquales. Sint secundo, positis, vt prius, angulis B, & A C B, ipsis E, & F, æqualibus, latera E D, B A, (subtensa angulis a 4.

gulis ęqualibus A C B, D F E) ęqualia; iam si B C, non est æqualis ipsi E F, sit maior, sumaturque B H, ęqualis ipsi E F, ductaque A H, probabitur triangula B A H, & E D F, esse

b hyp. iuxta 4. (sunt *b* enim latera B A, E D, item B H, E F, æqualia, & anguli contenti æquales) quare angulum B H A, parem esse ipsi F, cui eidem æqualis est A C B; quod fieri nequit: nam sic angulus A H B, æqualis esset interno & opposito A C H; non est ergo B C, maior quàm E F, sed æqualis; quare rursus triangula B A C, E D F, sunt iuxta 4. propo. & cætera sequuntur vt prius.

Propositio 27. Theore.

Si in duas rectas recta incidens angulos alternos pares fecerit, parallelæ erunt illæ lineæ.



Sint duæ rectæ A B, C D, in quas cadat recta E F, faciens angulos alternos A E F, E F D, æquales; parallelæ ergo erunt rectæ A B C D; nam si concurrerent in G, & fieret triangulum E G F, esset angulus externus A E F, maior *a* in-

a 16.

terno

terno & opposito E F G, cui ponebatur æqualis. Eadē fiet demonstratio si dicā- tur cōcursuræ versus A; neutram ergo in partem concurrent, sed sunt *b* parallelæ. *b def. 32.*

Propositio 28. Theore.

Si in duas rectas recta incidens angulum externum interno & opposito ad easdem partes æqualem fecerit, aut duos internos ad easdem partes æquales duobus rectis, parallelę sunt illæ lineę.

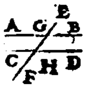
IN duas rectas A B, C D, incidens E F, faciat primò angulum externum E G B, æqualē interno G H D, & opposito ad easdē partes; quia ergo angulus E G B, æqualis est *a* angulo ad verticem A G H, erūt anguli alterni A G H, G H D, æquales; cum æquales sint vni tertio E G B: ergo lineæ A B, C D, *b* sunt parallelæ. Faciat secundo recta E F, angulos B G H, D H G, internos ad easdem partes, æquales duobus rectis; quia ergo angulus E G B, cum angulo B G H, valet duos *c* rectos & cum eodem B G H, angulus G H D, itidem valet duos rectos, sequitur *d* angulum exter-

a 15. *b 27.* *c 13.* *d ax. 1.*

externum E G B, æqualem esse interno G H D: quare per priorem partem huius propo. rectæ A B, C D, sunt parallelę.

Propositio 29. Theore.

Si recta in parallelas incidat anguli interni ad easdem partes duobus rectis ęquales erunt, anguli item alterni inter se æquales: ac denique angulus externus interno & opposito erit æqualis.



VT si in parallelas A B, C D, cadat recta E F, primo anguli interni tam versus A, quam versus B, pares erunt duobus rectis: nam si versus alterutram partem essent minores, lineæ ex
a ax.11. ea parte *a* productæ concurrerent, quare contra hypothesim non essent parallelæ.

Secundo quia angulus D H G, tam cum angulo H G B, quam cum angulo C H G, valet duos rectos, sequitur an-
b ax.1. gulos H G B, *b* & C H G, qui sunt alterni, inter se esse æquales.

Tertio eadem ratione quia B G H, siue cum externo E G B, siue cum interno G H D, valet duos rectos, sequitur externum E G B, parem esse interno G H D. *Si ergo recta, &c.*

Propositio 30. Theor.

Quæ eidem rectæ sunt parallelæ, & inter se sunt parallelæ.

Sint rectæ A B, C D, parallelæ ipsi E F, in quas omnes cadat recta G H. Quia ergo A B, E F, sunt parallelæ, anguli alterni A G I, G I F, sunt *a* æquales: *a* 29.
Sed angulus G I F, æqualis est *b* interno *b* 29.
& opposito I H D, (cum E F, C D, ponantur etiam parallelæ) sunt ergo inter se *c* æquales anguli A G H, G H D, re- *c ax.* 1.
cta ergo G H, cadens in rectas A B, C D, facit angulos alternos æquales, ideoque rectæ illæ sunt *d* parallelæ. *d* 27.

Pro-

Propositio 31. Proble.

Per datum punctum lineam datæ rectæ parallelam ducere.

DEtur recta A B, cui per
punctum C, ducenda sit
parallela. Ducatur ergo vt-
cumque ad rectam A B, recta
a 23. D C, & angulo C D B, constituatur *a* æ-
b 27. qualis E C D, eritque recta E C, *b* ipsi
A B, parallela; nam anguli alterni
E C D, C D B, sunt pares.

Propositio 32. Theore.

Omnis trianguli vno latere producto externus angulus duobus internis & oppositis est æqualis, & tres interni duobus rectis sunt æquales.

TRianguli A B C, produca-
tur latus quodcunque, puta
a 31. B C in D, ducaturque *a* C E ipsi
A B parallela. Quia ergo A C

cadit

cadit in parallelas A B, E C, angulus *b* A, *b* 29.
æqualis eſt alterno A C E. Rurſus quia
recta B C, cadit in eaſdem parallelas; an-
gulus *c* E C D, externus æqualis eſt in- *c* 29.
terno B. Totus igitur A C D, æqualis eſt
duobus internis A, & B, & probata eſt
prior pars propoſitionis. Nunc quia an-
gulus A C B, cum externo A C D, valet
d duos rectos, idem A C B, cum duobus *d* 13.
A & B, valebit duos rectos, cum A, & B,
oſtenſi ſint pares ipſi externo A C D.
Omnis igitur trianguli, &c.

Corollarium.

Hinc manifeſtum eſt in omni quadrilatero quatuor ſimul angulos quatuor rectis eſſe æquales: nam ducta recta ex vno angulo in oppoſitum, quadrilaterum diuidetur in duo triangula quæ ſingula habent angulos pares duobus rectis, anguli ergo totius quadrilateri valent quatuor rectos. Vt apparet in figura ſeq. propo.

Propo. 33. Theore.

Lineæ rectę quę æquales & parallelas ad easdem partes iungunt, sunt & ipsæ æquales & parallelæ.

REctas A B, C D, æquales & parallelas iungant ad easdem partes duæ aliæ A C, B D, ducaturque recta B C. Quia ergo recta B C, tangit parallelas A B, C D; an-
a 29. guli a alterni A B C, B C D, pares sunt. Nunc vero quia latera A B, C D, sunt æqualia, & latus C B, est commune, angulique contenti A B C, B C D, sunt æquales, triangula A B C, B C D, sunt iuxta 4. Quare basis A C, basi B D, est æqualis (quæ est prior pars propositionis) & insuper angulus C B D, angulo B C A, erit ęqualis. Nunc ergo quia in duas rectas A C, B D, cadens recta B C, facit angulos C B D, B C A, alternos æ-
b 27. quales, parallelæ b sunt A C, B D.

Pro-

Propo. 34. Theore.

Parallelogrammorum spatiorum opposita latera & anguli sunt æqualia; ipsaque parallelogramma à diametro secantur bifariam.

NAm in parallelogrãmo AD, ducta diametro B C, ãguli alterni *a* A B C, B C D, sunt pares, & rursus æquales sunt anguli *a* 29.
C B D, B C A; quia ergo triangula A B C, B C D, habent duos angulos pares, & latus B C, adiacens æqualibus angulis commune, reliqui *b* anguli A, & D, sunt pares, & latera omnia, & anguli correspondentes sunt æquales; tota denique triangula *c* æqualia sunt. Quare parallelogrammum A D, bifariam secatur à diametro B C, Igitur parallelogram. &c.

b 26. *c* 4.

C Pro-

Propo. 35. Theore.

Parallelogramma ſuper eadem baſi, & in eiſdem parallelis conſtituta, inter ſe ſunt æqualia.

SVper eadem baſi A B, conſtituta ſint duo parallelogramma A D, A F; ſintque A B, C F, lineæ parallelę. Conſiderentur deinde duo triangula C A E, D B F, in quibus latus A C, ęquale eſt *a* ipſi D B, & C E, alteri D F: nam C D, E F, ęqualia *b* ſunt vni & eidem A B, & addito communi D E, lineæ C E, D F, ſunt pares. Sed & angulus B D F, æqualis eſt ipſi C, cum in rectas C A, D B, cadat C F: ſunt ergo triãgula C A E, DBF: iuxta 4, & vndique æqualia. Quare ablato communi triangulo D E G, trapezia relicta C D G A, F E G B, ſunt æqualia; & addito communi triangulo A B G, parallelogramma A B C D, A B E F, ſunt paria.

a 34.
b 34.
c 29.

Pro-

Propo. 36. Theore.

Parallelogramma ſuper ęqualibus baſibus, & in eiſdem parallelis conſtituta, inter ſe ſunt æqualia.

Sint parallelogrãma A C, E G, inter parallelas A H, B G, ſuper baſibus paribus B C, F G, iunganturque rectę B E, C H: quæ quia iungunt æquales & parallelas B C, E H, ſunt & ipſę *a* æquales, & parallelæ: eſtque E B C H, parallelogrammum *b* æquale tam ipſi A C, cum ſit ſuper eadem baſi B C, quam alteri E G, cum ſit etiam ſuper eadem baſi E H. Sunt ergo & extrema parallelogramma A C, E G, *c* æqualia.

a 34. *b* 35. *c* ax. 1.

Propoſitio 37. Theore.

Triangula ſuper eadem baſi & inter parallelas eaſdem poſita, ſunt ęqualia.

SInt triangula, A B C, D B C, ſuper eadem baſi B C, inter parallelas B C, E F, ducanturque rectæ E B, F C, parallelæ ipſis A C, D B. Quia ergo parallelogrāma E B C A, D B C F, ſunt ſuper eadem baſi B C, & inter eaſdem parallelas, *a* erunt æqualia. At triangulum A B C, eſt dimidium *b* parallelogrammi E C; cumque triāgulum D B C, alterius parallelogrammi B F, ſit etiam dimidiū, erunt triangula A B C, *c* D B C inter ſe æqualia, quod erat demonſtrandum.

a 35.
b 34.
c ax. 7.

Propoſitio 38. Theore.

Triangula ſuper æqualibus baſibus & in eiſdem parallelis ſunt æqualia.

TRiangula A B C, D E F, ſint cōſtituta vt proponitur, ducanturque rectæ C G, F H, ipſis A B, D E, parallelę; eruntque parallelogramma B G, E H, iuxta 36, æqualia; vnde horum dimidia, hoc eſt *a* triangula A B C, D E F, erunt ęqualia.

a 34.

Pro-

Propositio 39. Theore.

Triangula æqualia super eadem basi & ad easdem partes constituta in eisdem sunt parallelis.

NAm si triágula ABC, D B C, super eadem basi B C, constituta, sint æqualia, & negas tamen rectam ex A, per D, ductam ipsi B C, esse parallelam; ducatur alia quæ sit parallela, puta A E, cui recta B D, occurrat in puncto E: ductâ ergo rectâ C E, erit triangulum A B C, æquale *a* triangulo E B C, quod fieri non potest: nam triangulum D B C; æquale ponitur eidem triangulo A B C; ergo totum & pars vni & eidem essent æqualia: non ergo erit alia quam A D, parallela ipsi B C. *a* 37.

Propo. 40. Theore.

Æqualia triangula & ad easdem partes super æqualibus basibus constituta sunt inter easdem parallelas.

NAm si triangula A B C, D C E, posita sint æqualia & super æqualibus basibus B C, C E; neges tamen rectam A D, ipsi B E, esse parallelam, sit parallela A F. cui occurrat C D, in puncto F. Tunc vero ductâ F E,
a 38. triangulū F C E, erit a ęquale ipsi A B C, cui eidem æquale ponitur triangulum D C E; erunt ergo pars & totum eidem ęqualia, quod esse nequit. *Et hanc manifestum est esse conuersam propo.* 38.

Propo. 41. Theorema.

Si parallelogrammum & triangulum eandem habuerint basim sintque in iisdem parallelis, erit parallelogrammum duplum trianguli.

Sint

Sint parallelogrãmũ ABCD, & triangulum EBC, ſuper eadem baſi BC, & inter parallelas AE, BC; ducaturque AC. Quia ergo triangula ABC, *a* EBC, ſunt æqualia, & ABC, eſt dimidium parallelogrammi BD, ſequitur etiam triãgulum EBC, eiuſdem parallelogrammi eſſe dimidium. *a* 37.

Propo. 42. Proble.

Dato triangulo æquale parallelogrammum conſtituere in dato angulo rectilineo.

Sint data triãgulũ ABC, & angulus D, baſiq́ue BC, bifariam ſecta in E, ducatur AE, agaturq́ue *a* per A recta AG, ipſi BC, parallela, mox ad E punctum, facto angulo FEC, *b* ipſi D, æquali, educatur ex C, recta CG, ipſi FE, parallela. Quia ergo triangula ABE, AEC, ſuper *c* æqualibus baſibus BC, EC, ſunt æqualia; & *a* 31. *b* 23. *c* 38.

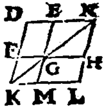
triangulum A E C, parallelogrammi super eadẽ basi E C, constructi *d* est dimidium, sequitur totum triangulũ A B C, esse æquale parallelogrãmo E G. Dato ergo triangulo æquale parallelogrammum constituimus, habens angulum F E C, dato angulo D, æqualem.

d 41.

Propo. 43. Theore.

Omnis parallelogrammi eorum quæ circa diametrum sunt parallelogrammorum complementa sunt inter se æqualia.

Circa diametrũ K N, parallelogrãmi L D, consistant parallelogramma F M, E H, complemẽta vero quæ dicuntur, sint parallelogramma D G, G L, per quæ diameter K N, non transit; quia igitur diameter K N, diuidit bifariã tria parallelogramma D L, F M, E H, *a* erunt triangula K F G, G E N, æqualia triangulis K M G, G H N, sed & totũ K D N, toti triangulo K L N, æquale est: comple-

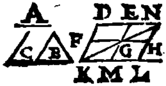


a 34.

plementa ergo D G, G L, sunt *b* etiam *b ax.1.*
æqualia. Omnis ergo parallelogrammi, &c.

Propo. 44. Proble.

Ad datam rectam parallelogrammum constituere, dato triangulo æquale, in dato angulo rectilineo.



Sit data recta A, triangulũ B, & ãgulus C: Fiat deinde parallelogrãmũ D G, *a* æquale triangulo B, habeatque angulum E G F, angulo C, æqualem. Post hęc producto latere F G, in H, ita vt G H, sit æqualis rectæ A, per H, agatur L N, *b* parallela ipsi E G, & occurrens lateri D E, in puncto N. Rursus producto latere D F, ducatur ex N, diameter per G, occurrens ipsi D F, in K, ductaque per K, recta K L, parallelâ ipsi F H, latus E G, producatur in M. Quo facto dico parallelogrammum G L, esse quod petitur: nam quia complementa *c* sunt ęqualia, cum complementum *d* G D, sit æquale triangulo B, erit etiam G L, eidem B, æquale; sed & angulus M G H, *e* æqualis est angulo F G E, opposito *e* ad *a 42.* *b 31.* *c 34.* *d. const.* *e 15.*

 ver-

verticem, quare & ipſi C, erit ęqualis; eſt. que recta G H, æqualis datæ rectæ A: Igitur ad datam rectam &c.

Propoſ. 45. Problem.

Dato rectilineo æquale parallelogrammum conſtituere in dato angulo rectilineo.

Sit datus angulus E. & rectilineum A B D C, in quo ductâ rectâ A D, fiat parallelogrammum F I,
a 44. *a* æquale triangulo A C D, in angulo H, qui ſit ipſi E, æqualis: protrahatur deinde latus H I, & ad rectam G I, in angulo G I L, (qui eſt æqualis ipſi
b 29. H, *b* quare & ipſi E,) fiat parallelogrammũ G L, æquale triangulo A B D, eritque tota figura F L, parallelogram-
c conſt. mum: rectę enim F H, K L, eidem *c* G I,
d 30. ideoque etiam inter ſe *d* ſunt parallelæ. Et quia tota H L, eſt vnica recta cuius
e conſt. partibus partes lineæ F K, ſunt *e* parallelæ ipſa etiã F K, erit vnica recta (quod etiam probari poteſt quia anguli H, &
f 34. F G I, itemque anguli L, & K G I, *f* æquales ſunt; Sicut ergo anguli H, & L,

valent

valent *g* duos rectos ita etiam anguli *g* 29.
F G I, K G I, ideoque F G K, est *h* vnica *h* 14.
recta) ac propterea figura F K L H, est parallelogrammum æquale dato rectilineo, vt patet.

Propositio 46. Proble.

A data recta linea quadratum describere.

SIt data recta A B, ad cuius extrema A & B *a* excitentur *a* 11.
perpendiculares C A, D B, ipsi A B, æquales, iungaturque recta C D, & constitutum est quadratum.
Cum enim anguli A & B, sint recti, *b* *b* 28.
erunt A C, D B, parallelæ, suntque etiam
c æquales, quare C D, A B, sunt quoque *c* *const.*
parallelæ & æquales; atque ita tria reliqua latera ipsi A B, sunt æqualia, & figura est parallelogramma cumque anguli
A & B; sint *d* recti *e* erunt etiam oppo- *d* *const.*
siti C, & D, recti: quare figura A D, est *e* 34.
quadratum, ex definit. 27.

Propositio 47. Theore.

In rectangulis triangulis quadratum quod à latere rectum angulum subtendente describitur, æquale est duobus simul quæ à laterib. rectum angulum continentibus describuntur, quadratis.

IN triangulo A B C, angulus B A C, rectus sit, fiantque super *a* lateribus A B, A C, quadrata B G, C H. Item fiat super latere B C, angulum rectũ subtendente quadratũ BK, quod dico ęquale esse duobus aliorũ laterum quadratis simul sumptis: ductâ enim A E, parallelâ ipsi B D, iungantur etiam rectæ A D, F C, Quo facto triangula A B D, F B C, sunt iuxta 4: nam latera B D, B A, ipsis B C, B F, æqualia sunt, & anguli contenti F B C, A B D, æquales, quandoquidem anguli F B A, C B D, recti sint & angulus A B C, communis: triangula ergo A B D, F B C, vt dixi, *b* sunt æqualia: sed trian-

a 46.

b 4.

triangulum A B D, est dimidium *e* paral- *e* 41.
lelogrammi B E, cum sit super eadem basi B D, inter parallelas B D, A E, & easdem ob causas triangulum F B C, est dimidium quadrati B G; quadratum ergo B G, æquale est parallelogrammo B E, cum eorum dimidia sint paria. Quod si similiter puncta B I, A K ductis lineis iungantur, eadem plane methodo probabitur parallelogrammum E C, quadrato C H, esse æquale. Totum igitur quadratum B K, reliquis duobus æquale est. In rectangulis igitur &c,

Propo. 48. Theore.

Si quadratum ab vno trianguli latere descriptum æquale est duobus reliquorum laterum quadratis, angulus quem reliqua latera continent est rectus.

IN triangulo A B C, sit latus A C, huiusmodi, vt eius quadratum æquale sit quadratis duorum reliquorum laterum A B, B C; dico angulum A B C, contentum iisdem lateribus esse rectum.

Nam

Nam si ducatur ex B, ipsi A B, perpendicularis B D, ipsi B C, ęqualis, iungaturque recta A D, tunc quia angulus A B D, rectus est, erit quadratum ipsius A D, æquale
a 47. quadratis *a* rectarum A B, & B D, vel B C; cumque quadratum ipsius A C, quadratis earundem A B, B C, ponatur æquale, erunt lineę A C, A D, æquales inter se. Quia ergo duo triangula A B C,
b 8. A B D, habent tria latera *b* æqualia, sunt etiam anguli omnes æquales qui sibi respondent: vnde quia angulus A B D, rectus est, rectus etiam erit A B C; si ergo quadratum &c. *Est conuersa præcedentis, vt satis patet.*

EVCLI-

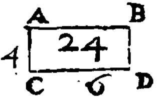
EVCLIDIS Elementorum

LIBER II.

Definitiones.

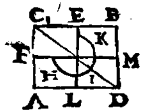
1. PArallelogrammum rectãgulum contineri dicitur sub duabus lineis quæ rectum angulum cõprehendunt.

VT parallelogrãmũ rectãgulum ABDC, cõtinetur sub rectis AB, AC, continentibus angulum rectum A. Item sub rectis AB, BD, &c. unde si intelligatur latus AC, duci in totum latus AB, peragratur tota quantitas dati rectanguli. Atque hinc etiam manauit illa loquendi formula in Arithmeticis, qua dicimus vnum numerum duci in alium, seu multiplicari per alium; si enim latus AC, sit 4 pedũ, & AB, sex pedũ ducendo 4 in 6 inueniatur area dati rectãguli pedum quadratorum 24.



2. In omni parallelogrammo spatio vnum quodlibet eorum quæ circa diametrum sunt parallelogrammorum cum duobus complementis Gnomon vocetur.

VT in parallelogrãmo A B, parallelogrãmũ L M, cũ duobus cõplementis E M, L F, vocatur Gnomon. Itẽ parallelogrãmũ F E, cum duobus iisdem complemẽtis est gnomon. Solet autem gnomon designari linea curua quæ transit per complementa & parallelogrãmum intermediũ qualis est HIK.



Nomen Gnomon assumptũ esse videtur ab instrumento fabrili quod Normam aut angulum rectũ dicimus; gallicè *vne Esquarre*, hæc enim figura, puta H I K, applicatur instar illius instrumenti parallelogrammo F E.

Propositiones.

Propo. 1. Theore.

Si fuerint duæ rectæ quarum altera secetur in quotcunque segmenta, re-

ctan-

& angulum sub duabus illis rectis contentum æquale erit omnibus simul rectangulis, quæ sub insecta & partibus lineæ sectę continentur.

SVb rectis A B, A C cõtineatur rectangulum A D, rectâque A B, vtcunque diuisâ in E & F, ducantur F H, & E G, ipsi B D, parallelæ; eruntque A G, E H, F D, rectangula; nã angulus E G H, ipsi C, *b* est æqualis, & omnes alios facile est ostendere alicui recto esse æquales, Manifestum est etiã rectangula partialia A G, E H, F D, simul sumpta toti rectangulo A D esse æqualia; nam *a* omnes partes simul sumptæ toti sunt æquales. Et hoc tantum vult propositio. Nam A B, A C, sunt duæ rectæ; quarum A B, secta est vtcunque in E, & F: ostensum est autem rectangulum A D, ipsis A B, A C, contentum, æquale esse rectangulis partialibus quæ continentur sub insecta A C, & partibus lineæ sectæ A B: rectangulum enim A G, continetur sub insecta A C, & parte A E; rectangulum vero E H, continetur sub E G, hoc est sub insecta A C, & sub parte G H, & sic de cæte-

b 29. 1.

a 11. ax.

cæteris. Si ergo fuerint, &c.

Idem videre est in numeris. Si enim dentur duo numeri 4 & 10, & alter eorum puta 10 diuidatur in quotuis partes 5, 3, 2, ex ductu seu multiplicatione ipsius 4 in omnes partes 5, 3, 2, fient 40. sicut ex multiplicatione eiusdem 4 in totum numerum 10.

Propositio 2. Theore.

Si recta secta sit vtcumque: rectangula sub tota & quolibet segmentorum comprehensa, æqualia sunt ei, quod à tota fit, quadrato.

Rectangulum A B, sit quadratum rectæ A C, rectaque A C, vtcumque diuisâ in E, ducatur E F, ipsi C B, parallela, & manifestum est, vt prius, a 1. rectangula partialia A F, E B, simul sumpta, toti A B, esse æqualia. Neque aliud vult propositio. Nam recta A C, vtcunque secta est in E; rectangula autem A F, E B, contenta sub A D, E F, (hoc est sub tota A C) & sub partibus A E, E C, æqualia sunt quadrato totius A C, quod est A B. Si ergo recta &c.

In nu-

In numeris: si 10 diuidatur in duas partes 7 & 3, ducendo 10 in 7, & in 3, fient 70 & 30, quæ simul æqualia sunt numero quadrato ipsius 10 qui est 100: dicimus enim numerum quadratum qui fit ex ductu cuiusuis numeri in seipsum; vt decies decem sunt numerus quadratus centum.

Propo. 3. Theore.

Si recta secta sit vtcunque, rectangulum sub tota & vno segmentorum comprehensum æquale est illi quod sub segmentis comprehenditur rectangulo vna cum quadrato, quod à predicto segmento describitur.

Recta A E, vtcunque secetur in C, sitque A B, quadratum segmenti A C, rectangulum vero A D, contineatur sub tota A E, & sub A F, hoc est sub æquali A C; & manifestum est vt prius rectangula A B, C D, simul sumta, toti A D, esse æqualia, Neque aliud vult hæc propositio.

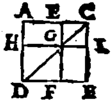
Nam

Nam recta A E, vtcunque secta est in C, & rectangulum A D, sub tota A E, & A F, hoc est sub parte A C, æquale est ipsi A B, quadrato partis A C, vna cum rectangulo C D, quod continetur sub C B, (hoc est sub parte A C,) & sub reliqua parte C E. Si ergo recta &c.

In numeris si 6 diuidatur in 4 & 2, productum ex 6 in 4 hoc est 24, æquale est ei quod fit ex 4 in 2, hoc est 8, vna cum quadrato ipsius 4 quod est 16.

Propositio 4. Theor.

Si recta secta sit vtcunque, quadratum quod à tota describitur æquale est segmentorum quadratis, vna cum rectangulo quod bis sub segmentis continetur.



Rectangulum A B, sit quadratũ ipsius A C; ductâque diametro D C, agatur E F, ipsi C B, parallela, secans diametrum vtcunque in G, per quod idem punctum agatur H I, ipsi A C, parellela: & manifestum

festum est vt prius quadratum AB, totius A C, esse æquale omnibus simul rectangulis intra se descriptis. Neque aliud vult propositio. Nam recta A C, secta est vtcunque in E, & eius quadratum A B, æquale est ipsis H F, E I, (quæ sunt quadrata segmentorum A E, E C) simul cum rectangulis A G, G B, quæ sunt rectangulum bis comprehensum sub partibus A E, E C: rectangulum enim A G, continetur sub A E, E G, hoc est sub A E, E C, & rectangulum G B, continetur sub G F, G I, hoc est sub A E, E C: rectangula enim H F, E I, sunt quadrata partium A E, E C, quod (etsi ex 33. 1. satis poterat intelligi) sic demonstro. Quia rectæ A E, G H, D F, iungunt parallelas æquales, sunt *a* & ipsæ inter se æquales. Item si ab æqualibus A C, B C, auferantur æquales E C, I C, quę remanēt A E, B I, & quę huic pares sunt G F, H D, omnes inter se erunt æquales. omnia igitur latera parallelogrammi H F, ęqualia sunt parti A E, suntque omnes anguli recti; nam quia H D F, rectus est & rectus etiam G F D (cum sit ęqualis ipsi B) etiam *b* oppositi reliqui erunt recti. Est ergo H F, quadratum ipsius A E. Similiterque ostendetur E I, esse quadratum partis E C. Et sic demonstrata est tota propositio.

a 33. 1.

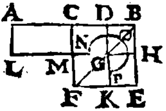
b 34 1.

In nu-

In numeris: Si 6 diuidatur in 4 & 2, quadratum ipsius 6 quod est 36 æquale est quadratis partium 4 & 2 hoc est 16 & 4, vna cum numero 8 bis repetito qui fit ex partibus 2 & 4 inter se multiplicatis.

Propositio 5. Theor.

Si recta secetur in æqualia & nõ æqualia: rectangulum sub inæqualibus segmentis totius comprehensum, vna cum quadrato segmenti intermedij, æquale est ei, quod à dimidia describitur, quadrato.



Recta A B, bifariam in C, & non bifariam in D, diuidatur; & super dimidia C B, fiat quadratum C E, ductaque diametro F B, agatur per D, recta D K, ipsi B E, parallela, secans diametrum in G, per quod punctum agatur L H, ipsi A B, parallela, & adiungatur recta A L, ipsi B H, parallela. Quo facto erit rectangulum A G, sub inæqualibus segmentis A D, D B, DB, hoc est DG, contentum, vna cum MK, quadrato medij segmenti CD, æquale quadrato dimidiæ CB, quod est CE. Nam rectangulum AM, æquale est ipsi DE, cum vtrumque ipsi CH, sit æquale; (AM, quidẽ ex const. DE autem per 36.1.) cætera autem nimirum CG, & MK, sunt communia. Quare si recta &c.

In numeris: Diuidatur numerus 10 æqualiter in 5 & 5, inequaliter in 7 & 3; ita vt numerus medius inter sectiones sit 2; quo dimidius numerus superat partem minorem ex inæqualibus: quæ est 3. eritq; numerus 21 ex 7 in 3 vna cum quadrato numeri intermedij 2 quod est 4, æquale quadrato dimidij 5, hoc est numero 25.

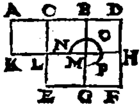
Corollarium.

Ex his manifestum est gnomonem NOP, toti rectangulo AG, esse æqualem; quandoquidem CG, sit commune, & DE, reliquo rectangulo AM, sit æquale.

Pro-

Propositio 6. Theor.

Si recta bifariam secetur eique in rectum quædam recta adijciatur, erit rectangulum sub tota cum adiecta, & sub adiecta contentum, una cum quadrato dimidiæ, æquale ei, quod a dimidia cum parte adiecta fit, quadrato.



Recta A B, bifariam secetur in C eique in rectum adijciatur vtcunque B D: inde super recta C D; fiat quadratum *a* CF, & per B, agatur B G, pararella ipsi D F, sumptâque D H, æquali ipsi D B, agatur per H, recta H K, ipsi A D, parallela & æqualis, iungaturque recta A K: quo facto demonstratur propositio. Nam quia rectangula A L, C M, sunt æqualia propter *b* æquales bases, & eidem C M, æquale est alterum complementum *c* M F, erit etiam M F, æquale *d* ipsi A L, & additis communibus C M, B H,

a 46.1.
b 36.1.
c 43. 1.
d ax.1.

B H, gnomon N O P, æqualis fiet toti rectangulo A H, (quod sanè rectangulum continetur sub tota composita A D, & sub D H, hoc est sub parte *e* adiecta D B) sed gnomon N O P, adiecto L G, quadrato partis dimidiæ C B, vt supra in simili *f* ostendimus, fit æqualis quadrato ipsius C D, quæ est pars dimidia cum adiecta B D. Igitur parallelogrammum A H, adiecto eodem quadrato L G, fiet *g* æquale eidem quadrato C F, quod erat probandum. *e* *const.* *f* *5. 2.* *g* *13. ax.*

In numeris: si 6 diuidatur æqualiter in 3 & 3, eique addatur 2; numerus 16 (qui fit ex toto 6 cum adiecto, in ipsum adiectum) vna cum quadrato dimidij, quod est 9 æqualis est quadrato ipsius 5, qui quidem numerus 5 cõponitur ex dimidio 3 & adiecto 2.

Propositio 7. Theor.

Si recta vtcunque secetur, quadrata totius & vtriusuis segmenti simul sumpta, paria sunt rectangulo bis sumpto sub tota & dicto segmento, vna cum adiuncto alterius segmenti quadrato.

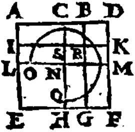
Recta A B, secta sit vtcunque in C, & super A B, fiat quadratũ A E, sumptaque B M, æquali ipsi B C, ducantur C L, M K, ipsis B E, A B parallelę: producto deinde L F, æquali ipsi C B, addatur quadratum L G, Erunt igitur, vt patet, quadratum totius A B, quod est A E, simul cum quadrato segmenti C B, quod est L G, a 13. ax. æqualia a rectangulis A M, M F, (quæ bis sumuntur sub tota A B, & segmento B C, cum B M, sit ipsi B C, æqualis, & in rectangulo M F, æqualia latera sint M G, G F, ipsis A B, B C) vna cum quadrato alterius segmenti A C, quod est K L, Si igitur recta &c.

In numeris: si 6 vtcunque diuidatur in 4 & 2, quadratum totius 6 vna cum quadrato ipsius 4, æqualia sunt numero 52, qui fit ex numero 6 bis in 4, vna cum quadrato alterius partis 2 quod est 4.

Propositio 8. Theore.

Si recta secetur vtcunque, rectangulũ quater comprehensum sub tota & vno segmẽtorum, vna cum alterius partis

partis quadrato æqualia sunt quadrato quod fit à tota & segmento, tanquam ab vna linea.

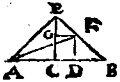


Recta A B, vtcunque secetur in C, cui adijciatur in rectum linea B D, ipsi B C, æqualis, ac super tota A B, & adiuncto segmento B D, fiat tanquam super vna linea quadratum A F, ducanturque B G, C H, I K, L M, lateribus quadrati A F, parallelæ, sic vt D K, K M, ipsis B D, B C, sint æquales. Erunt ergo in gnomone O R Q, rectangula quatuor contenta sub rectis A B, & B C. Nam circa R constituta sunt quadrata quatuor, quorum latera omnia ipsi B C, sunt æqualia; si igitur vnicuique ex quatuor complementis A S, & similibus, adijciatur suum quadratum, inuenientur in gnomone O R Q, quatuor vt dixi rectangula æqualia ipsi A R, quod continetur sub A B, B R, hoc est B C. Est vero gnomon O R Q. seu quatuor rectangula sub tota A B, & segmento B C, cum adiuncto E N, quadrato alterius partis A C, æqualis quadrato A F, quod fit super A D. vt patet. Si igitur recta &c. a 13. ax.

In numeris si 6 vtcunque secetur in 4. & 2. ducendo quater numerum 6 in 4 & addẽdo quadratum ipsius 2. fiet numerus æqualis quadrato ipsius 10 qui numerus componitur ex toto 6 & parte 4.

Propo. 9. Theore.

Si recta secetur per æqualia & non æqualia, quadrata partium inæqualium dupla sunt quadratorum ab vno dimidio, & ab ea linea quæ sectionibus interijcitur, descriptorum.



RECta A B, secetur æqualiter in C, inæqualiter in D; super quam ad C, erigatur C E, perpendicularis, & ipsi C A, vel C B, æqualis, ducanturque A E, E B, itemque D F, ipsi C E, & F G, ipsi C D, parallela, ac denique iungatur recta A F. Iam vero quia in triangulo A C E, latera C A, C E, æqualia sunt: anguli *a* C A E, A E C, pares erunt: est autem angulus E C A, rectus: duo ergo alij sunt semirecti. Similiterque in triangulo E C B, anguli C B E, B E C, semirecti sunt: totus ergo angu-

a 5. 1.

angulus A E B, rectus est. Cumque in triangulo E G F, angulus G rectus sit & G E F, semirectus, erit etiam angulus G F E, semirectus. Quare latera G E, G F, *b* æquales angulos subtendentia, sunt æqualia. Æqualis etiam vtriq; *c* est recta C D, cum C F, sit parallelogrammum: Quare si ab æqualibus C E, C B, auferãtur æqualia G E, C D, recta C G, hoc est D F, ipsi D B, erit æqualis. *b 6.1.* *c 34.1.*

His intellectis sic breuiter colligitur propositio. Quadrata partium inæqualium A D, & D F, siue D B, *d* æquiualent quadrato ipsius A F, & hoc quadratum ex A F, æquiualet ijs quæ fiunt ab A E, E F: Sed harum quadrata dupla sunt quadratis rectarum A C. dimidiæ, & C D, partis sectionibus interiectæ; cum enim A C, C E, sint pares, & A E, det quadratum vtriusque quadratis æquale, efficiet duplum quadrato ipsius A C; similiterque E F, dabit duplum quadrati ipsius G F, seu C D, Quare quadratum ipsius A F, & partium inæqualium A D, & D F, hoc est ipsius D B, duplum sunt quadratorum ex A C, C D; partis scilicet dimidiæ & lineæ sectionibus interiectæ. Si igitur recta &c. *d 47.1.*

In numeris: Numerus 10 diuidatur æqualiter in 5 & 5, inæqualiter in 7 & 3, sitque intermedia sectio 2, ut propositione quinta. Quadrata ergo 49 & 9 partium inæqualium 7 & 3. sunt duplum quadratorum partis dimidiæ 5 & sectionis intermediæ 2.

Propo. 10. Theore.

Si recta secetur bifariam & in rectum alia adyciatur, quadratum quod fit à tota cum adiecta, simul cum eo quod fit à sola adiuncta, duplũ sunt quadrati quod fit à dimidia, & alterius quod à dimidia & adiuncta describitur.

Recta A B, bifariam secetur in C, adiectâ vtcunque B D, cui ad C, erigatur perpendicularis C F, dimidiæ A C, æqualis, perficiaturq; parallelogrammũ F D, ductaque F B, occurrat lateri E D, producto in G, iunganturque A G, A F, eritque angulus a A F B, constans duobus semirectis, vt in simili ostensum est prop. 9. Quare & angulus F B C, semirectus est: semirectus

a 9.

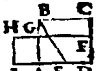
b quo-b quoque D B G, oppositus ad verticem, quare & D G B, semirectus erit, & latera c B D, D G, æqualia. Æqualia item erunt latera E G, d F E, quia anguli F G E, E F G, sunt semirecti. His positis quadratum ex A F, erit duplum quadrati dimidiæ A C, & cum rectæ E G, F E, ostensæ sint æquales, erit quadratum ex G F, duplum quadrati ex E F, hoc est ex dimidia C B, cum adiuncta B D. Sed & ipsius A G, quadratum æquiualet quadratis duarum A F, F G; & quadratum ex tota A B, cum adiuncta B D, vna cum quadrato ex D G, seu adiuncta B D, æquiualet quadrato ex A G. Quare harum linearum A B, B D, quadrata duplum quoque sunt quadratorum ex A C, & C D, quod erat demonstrandum.

b 15. 1.
c 6. 1.
d 47. 1.

In numeris: Diuidatur 6 æqualiter in 3 & 3, eique addatur 2, vt sit numerus compositus 8; quadrata igitur ipsius 8 & adiecti 2. duplum sunt quadratorum dimidij 3, & numeri 5 qui constat ex dimidio & adiecto.

Propo. 11. Proble.

Datam rectam ita secare, vt rectangulum sub tota & altero segmẽtorum, æquale sit quadrato quod fit à reliqua parte.



Sit data recta A B, ita secanda vt rectangulum sub tota & segmento altero, æquale sit quadrato partis alterius. Fiat igitur super A B, quadratum A C, diuisoque latere A D, bifariam in E, ducatur E B, cui æqualis fiat E I, latere D A, producto: fiat insuper quadratum super A I, quod sit G I, producto latere H G, in F: eritque recta A B, diuisa vt oportuit; siquidem rectangulum C G, sub tota C B, seu A B, & segmento B G, æquale est quadrato G I, quod fit à segmento altero G A: quia enim D A, secta est bifariam in E, eique in rectum
a 6. addita est A I, erit rectangulum *a* sub D I, A I, hoc est ipsum D H, vna cum quadrato dimidiæ E A, æquale quadrato
b 47.1. ipsius E I, seu E B. Est vero quadratum ipsius E B, *b* æquale quadratis ipsarum

A B,

A B, A E. Vnde rectangulum D H, cum quadrato ex A E, erit etiam æquale quadratis earundem A B, & A E. Ablato igitur communi quadrato ipsius A E, erit rectangulum D H, æquale quadrato ipsius A B, quod est A B C D: & rursus ablato ab hoc quadrato & rectangulo D H, communi rectangulo A F, rectangulum C G, relictum ex quadrato, æquale erit quadrato G I, quod reliquum est ex rectangulo. Datam igitur rectam ita secuimus vt rectangulum C G, sub tota A B, & altero segmento B G, quadrato partis alterius G A, sit æquale, quod erat faciendum.

Propo. 12. Theore.

In triangulo obtusangulo quadratum lateris angulum obtusum subtendentis tanto maius est quadratis laterum eundem angulum continẽtium, quantum est rectangulum bis comprehensum sub altcrutro latere continente (sub illo nempe in quod, cũ fuerit productum, placuerit perpendicularem ex opposito angulo de-

mittere & sub linea extrinsecus assumpta ad cuius extremum cadit ipsa perpendicularis.

IN triangulo A B C, angulus A C B, sit obtusus, productoque alterutro latere, puta B C, ex A demittatur A D, perpendicularis ipsi B C, cadens in D: Dico igitur quadratum lateris A B, obtuso angulo subtensi tanto esse maius quadratis laterum continentium B C, C A, quantum est rectangulum bis cõprehensum sub B C, & recta C D, extrinsecus sumpta, ad cuius extremum ex acuto angulo A cadit perpendicularis A D. Quia enim recta B D, secta est vtcunque in C, erit *a* quadratum ex B D, æquale quadratis ex B C, C D, & insuper rectangulo bis sub B C, C D, comprehenso: additoque vtrisque quadrato rectæ A D, erunt quadrata ipsarum B D, D A, æqualia quadratis trium rectarum B C, C D, D A, vna cum addito rectangulo bis sub B C, C D, contento. Sed quadratū rectæ A B, *b* æquiualet quadratis rectarum A D, D B. Igitur idem quadratum rectæ A B, æquiualet etiam tribus quadratis rectarum B C, C D,

a 4.

b 47. 1.

CD, DA, & rectangulo bis sub BC, CD, contento. Iam vero quia quadratum rectæ AC, æquale est quadratis ipsarum CD, DA, erit quadratum rectæ AB, æquale quadratis rectarum CB, CA, & rectangulo bis contento sub BC, CD. In triangulo igitur obtusangulo &c.

Propositio 13. Theore.

In triangulis acutangulis quadratum lateris acuto angulo subtensi tanto minus est quadratis laterum continentium eundem angulum, quantum est rectangulum bis comprehensum sub vno laterum continentium & sub assumpta interius linea prope acutum angulum ad cuius extremum cadit perpendicularis ab opposito angulo ducta.

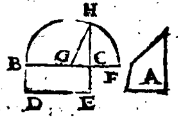
IN triangulo A B C, sit angulus acutus C, & ex alio quocũq; angulo, puta ex A, ducatur recta A D, perpendicularis ipsi B C. Dico igitur quadratum ipsius A B, angulum C, subtendentis, tanto minus esse quadratis ex B C, C A: quantum est rectangulum sub B C, D C, bis contentum. Quia enim recta B C, vtcunque secta est in D, quadrata ex B C, C D, paria sunt rectangulo bis sub B C, C D, vna cum *a* quadrato ex B D, sed duobus quadratis rectarum C D, D A, par est *b* quadratum ex C A: duo igitur quadrata ex B C, C A, paria sunt etiã rectangulo bis cõprehenso sub B D, D C, & quadrato ex B D, Iam vero quia quadratis ex B D, D A, æquale est *c* quod fit ex A B; erunt quadrata ex B C, C A, æqualia rectangulo bis contento sub B C, D C, & quadrato rectæ A B. Quare quadratum ex A B, tanto minus est quadratis ex B C, C A, quantum est rectangulum bis sub B D, D C, contentum, In triangulis igitur &c.

a 7.
b 47.1.
c 47.1.

Pro-

Propositio 14. Proble.

Dato rectilineo æquale quadratum describere.

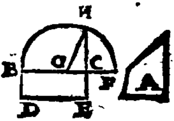


SIt datum rectilineum A, cui fiat *a* æquale parallelogrammũ B E; in quo si latera B C, C E, sunt æqualia, ipsum erit quadratum quale petebatur. Quod si latera non sunt æqualia, eorum alterutrum pura B C, producatur in F, ita vt C F, ipsi C E, æqualis sit, sectâque bifariam rectâ B F, in G, centro G, spatio G B, fiat semicirculus B H F, protracto latere E C, vsque dum secet circulum in H: eritque quadratum ipsius C H, æquale dato rectilineo A. Ductâ enim recta G H, quia recta B F, bifariam secta est in G, & non bifariam in C, erit rectangulum sub B C, C F, hoc est *b* rectangulum B E, cum quadrato ipsius G C, æquale quadrato ex G F, vel G H, quæ sunt *c* lineæ æquales, At quadrata ex G C, *d*

a 45. 1.
b 5.
c def. 15. 1.
d 47. 1.

C H,

CH, valent quadratũ ipsius GH; eadem ergo quadrata ex GC, CH, valent rectãgulum



BE, cum quadrato ipsius GC: relicto ergo communi quadrato rectæ GC, quadratum ipsius CH, valebit rectangulum BE, quod ab initio factum est ęquale rectilineo A. Quadratum ergo ipsius CH, æquale erit rectilineo A. Facto igitur quadrato super CH, constituerimus quadratum dato rectilineo æquale, quod erat faciendum.

EVCLIDIS

Elementorum

LIBER III.

Definitiones.

1 ÆQuales circuli sunt quorum diametri vel è centris lineę ad ambitum ductæ, sunt æquales.

2 Linea recta ci[illegible] tangere dicitur quæ cu[illegible] tangat, producta longius circulum non secat. *Talis est linea AB, quæ cum tangat circulum CDE, in puncto C, producta longius eum non secat.*

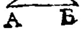
3 Circuli se tangere dicuntur qui cum se tangant, se tamen mutuo non secant. *Tales sunt circuli CDE, CFG.*

4 In

4 In circulo æqualiter distare à centro rectæ lineæ dicuntur cum perpendiculares à cẽtro ad ipſas ductę æquales ſunt. *Vt lineæ A B, C I, æqualiter distant à centro D, quia perpendiculares D E, D F, à centro D, ad ipſas ductæ, ſunt æquales.*

5 Segmentum circuli eſt figura quæ ſub recta linea & circuli circumferentia continetur. *Talis eſt figura contenta recta C I, & circumferentia C G I.*

6 Segmenti angulus eſt qui recta linea & circuli peripheria continetur. *Tales ſunt anguli A & B.*



7 In ſegmento autem angulus eſt cum in ſegmẽti circumferentia ſumptum fuerit punctum quodpiam, & ab illo ad lineæ terminos rectæ fuerint adiunctæ. *Sic angulus A B [illegible] ſegmento C B A.*

8 Cum vero comprehendentes angulum datæ lineæ aſſumunt peripheriam, illi ipſi aſſumptæ peripheriæ angulus dicitur inſiſtere. *vt angulus D A B, dicitur inſiſtere circumferentiæ D C B.*

9 Se-

9 Sector autem circuli est cum ad ipsum circuli centrum angulus fuerit constitutus. *vt si ad centrum A sit constitutus angulus B A C, figura B A C D, dicetur sector circuli.*

10 Similia circuli segmenta sunt quæ angulos capiunt æquales; aut in quibus anguli sunt æquales.

Propositiones.

Propos. 1. Problem.

Dati circuli centrum reperire.

IN circulo A B C, ducatur vtcunque recta A C, quâ bisectâ in *a* D, per idem punctũ D, agatur perpendicularis B G, *b* attingens vtrimque ambitum. Diuidatur *c* deinde recta B G, bifariam in F, eritque punctum F centrum circuli. Non enim erit aliud punctum in ipsa B G, cum centrum non possit in vlla linea esse nisi *d* vbi secatur bifariam. Sed neque extra rectam B G. Fac enim esse in E ducanturque E A, E D, E C; probabitur sanè angulum E D A, esse rectum; nam in triangulis A D E, C D E, latera A D, D C,

a 10.1.
b 1.1.
c 10.1.
d def. 15. 1.

e conſt. D C, e æqualia ſunt & D E, commune, æqualis item baſis A E, baſi E C, cum vtraque ducatur ex centro E, ad ambitum. Erunt f ergo anguli E D C, E D A, æquales, & proinde recti. Hoc autem eſſe non poteſt; nam angulus F D A, rectus eſt. Maior igitur recto eſt E D A. Non eſt igitur E centrum; ſed neque aliud punctum extra rectam B G. Dati ergo circuli centrum eſt F.

f 8. 1.

Propo. 2. Theore.

Si in circuli ambitu duo puncta ſumantur, recta ad illa puncta ducta intra circulum cadet.

SVmantur puncta A & B, & ex a centro inuento C, ducantur rectę C A, C B, C D, Dico punctum D, & quodlibet aliud rectæ A B, cadere intra circulum. Quia enim C A, C B, pares ſunt, pares erunt anguli b A & B, eritque angulus C D B, maior oppoſito interno A; quare c maior etiam angulo B; latus

a 1.

b 5.1.

c 16.1.

igitur

igitur C B, subtendens *d* angulum maiorem C D B, maius est latere C D, subtendente minorem angulum B. Latus tamen C B, tantum pertingit ad ambitum, quare C D, quod est minus, ad ambitum non pertinget. Non est igitur punctum D, extra circulum; quod idem ostendetur de quouis alio in recta A B, si ergo in circuli ambitu &c. *d* 18.1.

Propo. 3. Theore.

Si in circulo recta per centrum ducta aliam non ductam per centrum secet bifariam, secabit quoque ad angulos rectos. Et si ad rectos secet, secabit bifariam.

Recta A B, per centrum E, ducta secet C D, bifariam in F, ducanturque ex centro rectæ E C, E D. Quia ergo C E, C F, æqualia sunt lateribus D E, D F, & basis communis, erunt *a* anguli E F D, E F C, æquales, ac proinde recti. *a* 8.1.

Quod

Quod si anguli ad F recti sint; cum latera E C, E D, trianguli E C D, paria sint, anguli
b 6.1. C & D, *b* erunt æquales, & sic erunt in triangulis E F C, E F D, duo anguli C & E F C, duobus D & E F D, æquales; sed & latera E C, E D, angulis, æqualibus adiacentia sunt æqualia: æ-
c 26.1. qualis *c* ergo est basis F C, basi F D. Si igitur in circulo, &c.

Propo. 4. Proble.

Si in circulo rectæ se secent non per centrum ambæ ductæ, non secabunt se mutuo bifariam.

SI enim per centrum transit vna; certum est eam bifariam non secari, cum non nisi in centro possit secari bifariam, nec alterá ex hypothesi per centrum trãseat. Quod si neutræ per centrũ transeant vt sunt rectæ A B, C D, dicantur tamen se mutuo bifariam secare in puncto F; tunc ductâ á centro E rectâ E F,
a 3.1. erit angulus E F C, rectus cum *a* altera per centrum ducta alteram extra centrum secans bifariam secet ad,

rectos:

rectos: sed ob eandem causam angulus E F B, rectus erit; pares ergo essét anguli E F B, E F C, pars & totum, quod fieri nequit.

Propositio 5. Theor.

Si duo circuli se mutuó secent non habebunt idem centrum.

Circulorũ A B C, A D C, se mutuo in A & C, secantium sit idem centrum E si fieri potest; ducanturque E A quidẽ à cẽtro ad alterutrã sectionẽ, E D vero secans vtcunq; vtrumque circulum in punctis D & B. Quia igitur circuli A D C, centrum ponitur E, erunt E A, E D, æquales, & quia circuli A B C, idem centrum ponitur E, erunt E B, E A, æquales; ergo & inter se essent æquales E D, E B, pars & totum, quod esse nequit. Si ergo duo circuli &c.

Propositio 6. Theor.

Si duo circuli interius se tangant, non erit eorum idem centrum.

Nam

NAm si duo circuli se interius tangant in A & putentur habere idem centrum E, ductis rectis E A, quidem ad contactum, altera verò secante vtrumque circulum, puta E B, ostendetur, vt supra, E D & E B, partem scilicet & totum, æquales esse ipsi E A: quod absurdum est. Si duo ergo circuli &c.

Propositio 7. Theore.

In diametro circuli si aliud à centro punctũ accipiatur, à quo rectæ plures in circumferentiam cadant, maxima erit ea quæ per cẽtrum ducitur; minima reliquum eiusdem lineæ: aliarum vero maior est ea quę transeunti per centrum est propior, neque plures quam duæ æquales duci possunt in circulum ad vtrasque partes ipsius minimæ.

In dia-

IN diametro A B, sumatur punctum C, aliud à centro, D, ducanturque, vtcunque rectę C A, C E, C F, C G. Dico maximam earum esse C A, quæ transit per centrum D. Ductis enim rectis D E, D F, D G, trianguli G D C, duo latera G D, D C, quibus æqualis est A C, maiora erunt a reliquo G C. Maior ergo est A C, quam G C; eodemque modo eadem recta C A, quibusuis alijs ex C, ductis ostendetur esse maior. a 20.1.

2 Deinde quia latera E C, C D, maiora sunt reliquo E D, cui æqualis est B D, si commune auferatur C D, latus C E, maius remanebit quam B C, & pari ratione ostendetur ipsam B C, reliquis ex C, ductis esse minorem.

3 Rursum quia in triangulis G D C, F D C, duo latera G D, D C, duobus D F, D C, paria sunt, & angulus G D C, maior quam F D C, erit basis b G C, quæ propior est ipsi C A, maior remotiore C F. b 24.1.

4 Denique si angulo E D B, æqualis ponatur B D H, ducaturque CH, in triãgulis E D C, H D C, erũt bases C E, C H, æquales, cum anguli C D E, C D H, & latera c continentia sint æqualia. Neque c 4.1.

vero

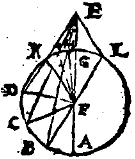
vero plures possunt duci ad partes minimę B C, æquales prioribus. Si enim cadant intra puncta E H, remotiores erunt à recta C A, ac proinde minores ipsis C E, C H. Si autem ducantur extra pūcta E H: erunt propiores ipsi C A, ac proinde maiores. Si igitur in diametro &c.

Propo. 8. Theore.

Si extra circulum sumatur punctum quodpiam, à quo ad circulum ducātur rectæ quædam lineæ, quarum vna per centrum transeat, cæteræ vt lubet ducantur, rectarum quæ ducuntur ad cauam peripheriā maxima erit quæ per centrum ducitur, & quæ huic propinquior, maior est remotiore. Extra circulum vero minima quæ ab assumpto puncto ad diametrum tendit, & quæ huic propior, minor est remotiore, & duæ tantum lineæ æquales cadunt ab eo puncto in circulum ad partes minimæ vel maximæ.

Extra

Extra circulũ A B-
C D, sumatur punctum E, à quo ducantur quotuis rectæ, quarum vna E A, per centrum F, transeat, cæteræ vero E B, &c. vt lubet cadãt



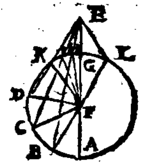
in circulum. Dico 1. rectarum quæ ducũtur ad concauum circuli, maximam esse E A, quæ transit per centrum F. Ductâ enim è centro recta F B, trianguli E F B, duo latera E F, F B, æqualia ipsi E A, maiora *a* erunt latere E B, & sic de reliquis. *a* 20.1.

2 Maior est etiam E B, quæ propior est ipsi E A, quam E C, aut alia remotior. Nam quia trianguli E F B, latera E F, E B, æqualia sunt lateribus E F, F C, trianguli E F C, & angulus E F B, maior quam E F C, maior *b* erit basis B E, quam C E. *b* 24.1.

3 Ductis rectis F H, F I, F K, quia trianguli E H F, maiora sunt duo *c* latera F H, H E, reliquo E F, si auferantur æqualia F G, F H, maior manebit E H, extra circulum, & reliquæ E I, E K, quã sit E G. Minima est ergo E G, quæ ad diametrũm G H, ducitur. *c* 20.1.

4 Quia intra triangulum E I F, ducuntur rectæ E H, H F, erunt hæ *d* minores *d* 21.1.

E



nores ipsis E I, I F, ablatis ergo æqualibus H F, I F, adhuc minor remanebit E H, quam E I, & ob eandem caussam minor est E I, quã E K, quare minor est semper, quæ minimæ E G, est propior.

5 Denique angulo K F G, si æqualis fiat G F L, ducaturque L E; quia triangula E K F, E L F, latus habent commune E F, & alterum K F, alteri L F, æquale, & parem angulum contentum lateribus, erunt bases *e* E L E K, æquales. Neque plures his duabus æquales duci possunt ex vtraque parte minimæ E G: nam aut propiores erunt aut remotiores à minima E G, quam sint E L, E K, quare his aut minores erunt aut maiores. Si ergo extra circulum &c.

e 4.1.

Propositio 9. Theore.

Si ab aliquo intra circulum puncto plures quam duę rectæ æquales ad ambitum ducantur, id punctum centrum est circuli.

EX puncto A intra circulum B C D, præter rectas A B, A C, æquales, sit ijsdem æqualis A D, du-

ctis-

ctisque rectis B C, C D, diuisisque bifariam in E & F, ducantur ad ambitum rectæ A B, A F. Quia ergo triangulorum A B F, A F C, latera omnia sunt æqualia, erunt anguli *a* ad F, æquales & recti, sicut etiam ad E. Quia ergo A F, rectam B C, diuidit bifariã ad rectos, in ea est cẽtrum circuli, & ob candẽ causam est etiã in recta E A, centrum circuli: Non potest ergo centrum aliud esse quam A, quia solum punctum A est vtrique A F & A E, commune. Si igitur &c. *a* 8.11

Propo. 10. Theore.

Circulus circulum in pluribus quam duobus punctis non secat.

Secent se si fieri potest, circuli in tribus punctis A, B, C, centroque circuli A B C, inuento *a* quod sit D, ducantur rectæ D A, D B, D C: quę quia æquales sunt, & attingunt etiam ambitum circuli A B E, sequitur *b* punctum D esse etiam centrum circuli A B E, quod absurdum *c* est. Non ergo secabunt se circuli in pluribus pũctis quam duobus. *a* 1. *b* 9. *c* 5.

Propo. 11. Theore.

Si duo circuli se interius contingant recta coniungens eorum centra producta incidet in contactum circulorum.

Circuli A B C, A D E, interius in A, se tangant: dico rectam quæ ducitur per centra F & G, qualis est F A, cadere in contactum A. Nam si fieri potest, recta coniungens centra sit B K, in qua centrum circuli A B C, sit I, & alterius H, iunganturque rectæ A H, A I. Quia ergo A H, H I, reliquo latere A I, a sunt maiora, & proinde maiora quàm I B, quę ex eodem centro ducitur, si auferatur communis H I, manebit A H, maior quàm B H. Est ergo H D, maior ipsâ H B, pars toto; quod absurdum est. Eadem demonstratio procedet si centrum circuli maioris extra minorem cadet. Si duo ergo &c.

a 20.1.

Pro-

Propo. 12. Theore.

Si duo circuli sese exterius contingant, linea recta centra coniungens per contactum transibit.

SI recta F G, iungens centra F & G, circulorum A B C, B D E, se tangentium exterius in B, non transit per contactum B, sed alibi secet in pūctis C & D, iungens centra F & G; ducantur rectę B F, B G; eruntque duo latera F B, B G, maiora *a* reliquo F G. *a* 20. 1. Sed sunt etiam minora, nam F C, ipsi F B, æqualis est, ex eodem centro F, similiterque G D, ipsi G B, erit æqualis. Superat ergo latus F G, reliqua duo latera segmento C D, quod est absurdum. Recta igitur F G, non iungit centra, & nulla iunget, nisi quæ transibit per contactum B.

Propositio 13. Theore.

Circulus circulum non tangit in pluribus punctis quam uno, siue intus tangat, siue extra.

NAm si circulũ A B C D, tangat circulus A E C F, interius in duobus punctis A & C, erunt diuersa *a* circulorum centra, eaque in recta A C, trãseunte per contactus *b*. Sit ergo G centrum ipsius A B C, & H ipsius A E C. Tunc autem quia in recta A C ponitur centrum circuli A B C esse G, esset *c* recta A C bifariam diuisa in G, & quia alterius circuli centrum est H, etiam in H esset diuisa bifariam; quod fieri nequit.

a 6.
b 11.
c 3.

SEd neque exterius circuli se in pluribus punctis tangent: Si enim in punctis B & C, se tangunt, ductâ rectâ A D, per centra A & D, A & D, nec non per contactum C, itemque ductis AB BD ad alterum contactum B, probaretur vt sup. *a* prop. latera AB, BD, & maiora & æqualia esse lateri AD. *a* 12.

Propo. 14. Theore.

In circulo æquales rectæ lineæ æqualiter à centro distant, & quæ distant à centro æqualiter æquales sunt inter se.

IN circulo ABC, sint pares rectæ AD, BC, & ex centro E, agantur EF, EG, ad rectos ipsis AD, BC, ideoque *a* secantes bifariam, iunganturque EA, EB. Quia ergo anguli ad F & G, sunt recti, quadratum ex EA, æquale est *b* quadratis laterum AF, EF: & similiter quadratum ex EB, duobus quadratis ex EG, GB. Nunc quia quadrata rectarum ęqualium EA, EB, sunt ęqualia, erũt etiam quadrata duo rectarũ EF, FA, æqualia duobus quadratis rectarum EG, GB, & ablatis quadratis rectarum

a 3.
b 47.1.

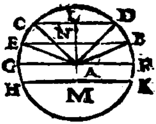
æqualium F A, G B, manebũt quadrata rectarum E F, E G, æqualia, quare E G, E F, sunt æquales, ac proinde A D B C, æqualiter à centro *c* distant.

c. def. 4.

E conuerso autem si positum sit rectas A D, B C, distare æqualiter à centro E, ostendetur ex superiori demonstratione ablatis quadratis rectarum E F E G, æqualium, quadrata reliquarum F A, G B, manere æqualia; proinde & ipsas esse æquales.

Propositio 15. Theore.

In circulo maxima est diameter, & cæterarum ea semper maior, quæ centro est propior.



PEr centrum A ductâ diametro E G, ducatur H K, propior centro quam C D, ad quas perpendicularibus è centro ductis A L, A M, ex A L, quę *a* necessario maior erit, sumatur A N, æqualis ipsi A M, & per N agatur B E, ad rectos ipsi A L,

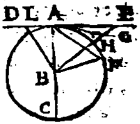
a. 4. *def.*

ſi A L, iunganturque rectæ A B, A C, A D, A E, Nunc vero quia B E, H K, æqualiter à centro b distantes ſunt æquales, & in triangulo A B E, duo latera A B, A E, æqualia diametro F G, maiora ſunt c quam B E; erit eadem diameter F G, maior quā B E, vel H K, aut quæuis alia. b 14. c 20. I.

a Rurſus quia duo latera A B, A E, duobus lateribus A C, A D, ſunt paria, & angulus B A E, maior ipſo C A D, erit baſis B E, ſeu H K, maior d quam C D, quæ eſt à centro remotior. In circulo igitur &c. d 24 I.

Propoſitio 16. Theore.

Quæ ab extremitate diametri ad rectos angulos linea ducitur extra circulum cadit. Neque alia recta cadere poteſt in locum inter ipſam rectam & peripheriam comprehenſum. Et ſemicirculi quidem angulus quouis acuto rectilineo maior eſt, reliquus autem minor.



AD punctum A extremum diametri A C, ductâ D E ipsi A C perpendiculari. Dico rectam D E extra circulum cadere. Si enim vis cadere intra, qualis esset D A F, ductâ ex centro rectâ B F, cũ trianguli A F B, duo latera B A, B F, paria sint, essent *a* etiam pares anguli B A F, (quem vis esse rectum) & B F A, quod absurdum est: duo enim recti *b* in triangulo esse nõ possunt. Eandem ob causam A F in circumferentiam cadere nequit; puta si dicatur quod recta A L cum circumferentia congruat: nam etiam tunc in triangulo B A L essent duo recti supra basim A L. Recta ergo D A necessario extra circulum cadit.

a 5.1.

b 17.1.

2 Sed neque alia recta cadet intra rectam A E, & ambitum F A. Si enim id putas de A G, ducatur ad eam è centro perpendicularis B G; & quia rectus est B G A, minor recto erit B A G: quare maior est B A, *c* quam B G, subtendens minorem recto. At hoc absurdum est; nam B A ipsi B H, parti totius B G, æqualis est, non ergo maior totâ B G.

c 19.1.

3 Angulus semicirculi B A F, quolibet

Vet acuto est maior: nam quiuis acutus cum sit minor recto B A E, debebit constitui per rectam, puta G A, quæ ad punctum A ducta necessario cadit intra circulum. Minorem ergo angulum faciet quam sit angulus semicirculi B A F.

4 Angulus reliquus H A E, quem contingentiæ dicimus, minor est quouis rectilineo; nam si minor aliquis constitui posset puta G A E, duceretur recta G A, in locum inter rectam A E, & peripheriam A H F, quod absurdum est. Quæ igitur &c.

Corollarium.

Hinc efficitur rectam ad extremum diametri perpendicularem tangere circulum, & in unico puncto tangere; nam si plura tangeret, caderet a intra circulum.

Propositio 17. Proble.

A dato puncto rectam lineam ducere quæ datum circulum tangat.

DAto puncto A, & circulo B D F, ducatur ex centro C recta C A, & eodẽ centro spatio CA, fiat circulus A E G; exciteturque ad D, recta D E, ad rectos ipsi C A. Inde iunctâ rectâ C E, agatur quoque rectâ A B; quam eandem dico tangere circulum B D F, in puncto B. Quia enim triangulorum A B C, E D C, duo latera A C, C B, duobus E C, C D, sunt paria, & angulus C, communis, hæc triangula se habent iuxta 4. 1. Quare cum angulus E D C, rectus sit, rectus quoque erit C B A; & proinde recta A B, circulum *a* tangit in B. A dato ergo puncto & c.

a 16.

Pro-

Propo. 18. Theore.

Si circulum tangat recta linea, ducta altera è centro ad contactum ipsi tangenti erit perpendicularis.

VT si recta A B circulum tangat in C, altera D C, ex centro D, ad contactum C, ducta, ipsi A B erit perpendicularis. Si enim anguli A C D, D C B, nō sunt recti, erit eorum *a* alteruter acutus, puta A C D, sed hic maior est angulo semicirculi E C D, erit ergo angulus semicirculi minor aliquo *b* acuto, quod fieri non potest. Anguli ergo A C D, D C B, sunt recti, ac proinde recta D C, tangenti A B, est perpendicularis.

a 13. 1.
b 16.

Propo. 19. Theore.

Si recta circulum tangat, & ad punctū cōtactus tangenti ipsi perpēdicularis excitetur, in ea erit circuli centrum.

Recta

RECta A B tangat in C circulum C D E, exciteturque ad tactum C, recta C E, ipsi A B perpendicularis, in qua si negas esse centrum circuli, sit ergo alibi, puta vbi F, ducaturque

a 18. F C, quæ ipsi A B erit a perpendicularis, quare rectus angulus A C E recto angulo A C F erit æqualis, pars videlicet toti, quod est absurdum. Non ergo alibi erit centrum quam in recta C E.

Propo. 20. Theore.

Ex eadem peripheriæ portione angulus ad centrum, duplus est eius qui ad ambitum extenditur.

SVper segmento A B, ad centrum C, fiat angulus A C B, & super eodem segmento A B, ad ambitum extendatur angulus A D B. Quia ergo trianguli C B D latera C B, C D sunt

a 5.1. æqualia, sunt a & anguli D, & C B D, ad basim æquales: sed his duobus internis

b 32.1. & oppositis b externus A C B est æqualis; idem igitur angulus externus

A C B,

A C B, qui est ad centrum, duplus est ipsius A D B, qui porrigitur ad ambitum. Ex eadem ergo &c.

Eadem demonstratio adhibebitur si triangula se intersecent. Vt angulus A C B ad centrum, duplus est ipsius A D B, qui ad ambitum. Nam ductâ rectâ D C E, erunt anguli C D A, C A D, *c* æquales, & his duobus æqualis externus *d* & oppositus A C E, cuius anguli quia pars vna angulus B C E, *e* duplus est anguli B D C, reliquus A C B, duplus etiam erit reliqui A D B, quod erat probãdum: est enim angulus A D B, angulus ad ambitum, & A C B, ad centrum, super eodem arcu A B.

c 5.1.
d 32.1.
e 32.1.

Propo. 21. Theore.

In circulo qui in eadem portione sunt anguli, æquales sunt.

SIt circulus A B E C, & in eius portione A B C,
a def. 9. sint anguli *a* A B C, A E C, ducaturque ad centrum angulus F.
b 20. Quia ergo tam angulus *b* B, quam E, est dimidium eiusdem anguli F, sequitur eos inter se esse pares. In circulo ergo &c.

QVod si anguli sint in semicirculo A B E C, aut in minori portione, tũc quia in triangulis B G A, E G C, anguli
c 15. 1. A G B, C G E, sunt *c* æquales, sicut & anguli B A E, E C B, qui in portione maiore E C D A, æquales iam sunt ostensi, erit etiam tertius A B C, tertio
d 32. 1. C E A, *d* æqualis, quod erat demonstrandum.

Propo. 22. Theore.

Quadrilaterorum in circulo descriptorum anguli oppositi duobus rectis sunt æquales.

Def.

DEscripto quadrilatero ABCD, in circulo ABD, ducantur rectæ AD, BC. Tunc vero quia anguli

CAD, CBD, in *a* eadem portione CABD, & similiter anguli DAB, DCB, in eadem portione BACD, sunt etiam pares; totus angulus CAB, duobus DCB, DBC, æqualis est: sed hi duo addito angulo CDB, fiunt *b* æquales duobus rectis (constituent enim triãgulum CDB) Idem igitur angulus CDB, adiunctus opposito CAB, efficiet quoque angulos pares duobus rectis.

a ax.

b 32.1.

Propo. 23. Theorema.

Super eadem recta dua circulorum portiones similes & inæquales ad easdem partes non constituentur.

SInt enim si fieri potest super AB, segmenta similia & inequalia ACB, ADB, ductisque rectis AD, BC,

BD, erunt anguli D, & ACB, pares super eadem *a* portione AB. At exter-

a ax.

nus

b 16.1. nus A C B, interiori & opposito b D, par esse nequit. Super eadem ergo recta &c.

Propositio 24. Theor.

Super æqualibus rectis lineis similia circulorum segmenta inter se sunt æqualia.

Vper rectis æqualibus A B, C D, constituta sint similia segmenta A E B, C F D, quæ si nõ sunt æqualia; collocetur A B recta super ipsam C D, cui congruet, cum ponatur æqualis. Quod si non congruerent etiam segmenta, tunc vel vnum extra alterum totum caderet & sic similia & inæqualia segmenta super eadem C D constituerentur, vel vnũ caderet partim extra, partim intra; & tunc circulus circulum secaret in pluribus punctis, quam duobus puta in C, F, D, si circuli perficerentur, quod vtrumuis a est absurdum, Super æqualibus ergo rectis &c.

a 23. & 10.

Pro-

Propo. 25. Proble.

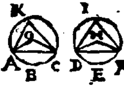
Data portione circuli describere circulum cuius est portio.

IN data portione A B C, sumantur vtcunque tria puncta A, B, C; iunganturque duabus rectis AB, BC; quibus in D & E bisectis, ad ea puncta excitentur perpendiculares D F, E F, vbi enim se secabunt puta in F, erit circuli centrum. Centrum enim erit tam in recta D F, *a* quam in altera E F. Non alibi ergo quam in F, alias duo essent vnius circuli centra. Centro ergo F, spatio F A, describetur circulus cuius portio est A B C. *a* 1.

Propos. 26. Theor.

Anguli æquales ad centra aut ad ambitum circulorum æqualium insistunt segmentis æqualibus.

Sint.



SInt æquales anguli A G C, D H F, ad centra G & H, ducanturque rectę A C, D F, Quia ergo triangulorum A G C, D H F, duo latera G A, G C, duobus H D H F, sunt paria, & anguli G & H, ponuntur

a 4 I. æquales; erit a basis A C, basi D F, ęqua-

b 24. lis, quare & arcus A B C, b arcui D E F, erit æqualis. Rursus si anguli K & I, sint ęquales, anguli G & H qui ad cētra sunt,

c 10. def. erūt c eorum dupli, ac proinde æquales: ideoq; vt prius, arcus A B C, D E F. (quibus tam anguli ad cētra quam ad ambitum insistunt) æquales erunt. Anguli ergo ad centra, &c.

Propositio 27. Theor.

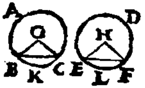
Anguli ad centra aut ambitum æqualium circulorum insistentes ęqualibus circulorum portionibus, sunt æquales.

SI enim anguli B D C, F H G, æqualium circulorum, æqualibus arcubus B K C, F L G, insistunt, & anguli ipsi non sunt æquales, sit B D C maior, fiatque angulus C D I, ipsi

ipsi F H G, æqualis; equales ergo erunt arcus C I, F G, quod est a absurdum, cum arcus B C & F G, positi sint æquales. Anguli ergo B D C, F H G, inequales esse non possunt, ac proinde b nec anguli A & E, qui sunt dimidij ipsorum D & H. Anguli ergo ad centra &c. a 28. b 20.

Propositio 28. Theor.

In æqualibus circulis equales rectæ auferunt & relinquunt æquales peripherias.



Nam si in paribus circulis A B C, D E F, rectæ B C, E F, sunt æquales; factis angulis ad centra G & H, erunt triangulorum G B C H E F, duo latera G B, G C, duobus H E, H F, æqualia, cumque basis B C, basi E F, sit etiam æqualis, equales erunt anguli a G & H. Æquales ergo portiones sunt b B K C, E L F; quibus ablatis, equales quoque relinquentur B A C, E D F. In æqualibus ergo &c. a 8. r. b 26.

Pro-

Propo. 29 Theore.

In æqualibus circulis æquales peripherias æquales rectæ lineæ subtendunt.

NAm in figuris superioribus si BKC, E L F, sumptę sint portiones ęquales, pares a erunt anguli G, & H: sed &
a 27. latera continentia sunt æqualia, quare b
b 41. bases B C, E F, quæ subtendunt æquales arcus inter se sunt æquales.

Propo. 30. Proble.

Datam circumferētiam secare bifariā.

DAtæ peripheriæ A B C, subtendatur recta A C, diuisa in D bifariam, ad quod punctum excitetur D B ipsi A C perpendicularis, eritque peripheria A B C bifariam in B, diuisa, Nam ductis rectis A B, B C, quia triāgulorum D A B, D B C latus D A ipsi D C, est æquale, & D B,

& D B commune, angulique ad D recti sunt, erunt *a* bases A B, B C æquales, *a 4.1.* ac proinde æquales *b* etiam peripheriæ *b 28.* A B, B C. Secta est igitur A B C bifariam in B; quod erat faciendum.

Propo. 31. Theore.

In circulo angulus qui in semicirculo rectus est: qui in portione maiore, minor recto; & qui in minore, maior: insuper maioris portionis angulus est maior recto; minoris, minor.

IN semicirculo ADC, fiat vtcunque angulus C D A, quem dico esse rectum. Nam ex E centro ductâ rectâ E D, & latere C D producto in F, quia trianguli E C D duo latera E C, E D sunt paria, pares quoque erũt anguli *a* ECD, *a 5.1.* E D C, & in triangulo E A D, pares erunt ob eandem causam anguli E D A, E A D; totus ergo angulus A D C, vna sui parte angulo C, & altera angulo E A D ęqualis est, sed ijsdem angulis C & E A D, oppositis & internis æqua-

b 32.1. æqualis est b externus F D A,
Sunt ergo æquales quoque inter se anguli A D C, A D F; ac proinde rectus vterque.

Et quia in triangulo A C D, angulus A D C, ostensus est rectus, minor
c 17.1. c recto erit angulus D C A, qui est in portione D C B A, maiore quam sit semicirculus.

Nunc vero sumpto vtcunque puncto G, in arcu D A, ductisque rectis D G, G A, quia quadrilaterum est C G, anguli
d 22. li oppositi d D C A, A G D, valent duos rectos; sed angulus D C E, minor recto est, recto ergo maior est angulus D G A, qui est in portione D G A, minore quam semicirculus.

Sed & angulus maioris portionis qui continetur recta A D, & circumferentia D A B C, maior est recto A D C, totum videlicet sua parte. Angulus denique minoris portionis qui continetur recta A D, & arcu D G A, minor est quam rectus A D F, pars videlicet quam totum. In circulo igitur &c.

Pro-

Propo. 32. Theorema.

Si circulum recta tetigerit, & à tactu ducatur recta altera secans circulum, anguli quos ad tangentem facit, æquales erunt ijs qui sunt in alternis circuli portionibus.

CIrculum A B C D, tangat recta E F, in puncto D, ex quo ducatur D B, vtcunque circulum secans in B, deinde excitata D A, ipsi E F, perpendiculari (quę erit *a* diameter) ducatur A B, (sumptoque quouis puncto in arcu B D, puta C, ducantur etiam rectę B C, C D. Quo facto dico angulos quos facit B D, cum tangente E F, æquales esse angulis, qui sunt in alternis circuli portionibus. Hoc est angulum B D E, parē esse ipsi B A D, qui est in portione A B D; & angulum B D F, parem esse ipsi B C D, qui est in portione D C B. Nā quia angulus A B D, in semicirculo *b* rectus est, reliqui duo B A D, B D A, vni recto *c* sunt pares; sed rectus est angulus A D E, valet ergo duos

a 18. *b* 31. *c* 32.1.

F

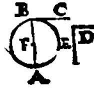
duos angulos B A D, B D A; ablato ergo communi B D A, reliqui B D E, & B A D, manent æquales. Amplius quia A C, quadrilaterum est, anguli A, & C, sunt *d* pares duobus rectis, sicut & anguli B D F, B D E: cum igitur angulus B D E, ipsi A, sit ostensus æqualis, reliqui B D E, B C D, inter se relinquuntur æquales; Si igitur circulum &c.

d 22.

Propo. 33. Proble.

Super data recta portionem circuli describere quæ capiat angulum dato angulo rectilineo æqualem.

SI angulus datus sit rectus vt D, & data recta sit A B, eâ diuisâ bifariam in F; centro F, spatio F B, ducetur semicirculus A E B, capiens *a* angulum rectum.



a 31.

SI vero angulus datus sit acutus, vt C, & data recta A B; applicetur ad eius *a* extremum A, angulus D A B,

a 23.1.

ipsi

ipsi C æqualis; deinde rectâ A B, diuisâ bifariam in E, excitetur E F, ad rectos ipsi A B, & ad A, recta A H, ad rectos ipsi A D, iungaturque G B, eruntque triangulorũ E A G, E B G, latera E A. E B, æqualia, & E G, commune, angulique cõtenti, ęquales, ęqualis ergo erit *b* basis GA, basi GB, quare si cẽtro G, spatio GA, ducatur circulus, transibit per extremum B; nunc vero ductâ rectâ H B, quia diametro A H, ad extremum A, ducta est ad rectos linea DA, tãget *c* hæc linea circulũ; & quia à contactu ductâ rectâ A B, circulũ secat, erit angulus D A B, seu angulus datus C, æqualis *d* angulo A H B, qui est in alterna sectione A F B, hæc ipsa igitur sectio H F B, super data AB, capit angulum dato angulo æqualem.

b 4.1.
c 16.
d 23.

Similis erit structura si detur angulus obtusus C, & similis item demonstratio, capiet enim arcus A H B, angulum obtusum B H A, ipsi G A I, hoc est dato angulo C, æqualem. Super data ergo &c.

Propositio 34. Proble.

A dato circulo portionem auferre quæ angulum capiat parem angulo dato.

SIt datus angulus F,& circulus ABC, cui ad quoduis punctum, puta C, applicetur *a* tangens D E, fiatque
a 16. angulus B C E, ipsi F, æqualis: eritque angulus quiuis in portione C A B, puta
b 32. B A C, *b* æqualis ipsi B C E, seu dato angulo F, cum angulus C A B, sit in alterna circuli sectione.

Propositio 35. Theore.

Si in circulo duæ rectæ se intersecent, rectangulum sub segmentis unius æquale erit rectangulo sub segmentis alterius contento.

In cir-

IN circulo A B C D, rectæ A C, B D, se intersecent in E; quæ sectio si sit in centro, tūc cum omnia segmenta sint æqualia, erit rectangulum sub segmentis vnius, æquale rectangulo sub segmentis alterius. Quod si in alterutra tantum puta A C, sit centrum circuli, secetque *a* alteram B D, æqualiter & ad rectos in E, tunc ductâ rectâ F D, ex centro F, quia recta A C, bifariam in F, & non bifariam in E, diuisa est, erit rectangulum *b* sub A E, E C, simul cum quadrato ipsius E F, æquale quadrato ipsius F C, vel F D, seu duobus ex *c* FE, E D; sed quadratum ipsius E D, est rectangulum sub partibus rectæ B D, sectæ æqualiter in E; Igitur rectangulum sub partibus E D, E B addito quadrato ex E F, æquale est quadrato ipsius F D, sicut & rectangulum sub partibus inæqualibus ipsius A C, adiuncto eodem quadrato ex E F, fiebat æquale quadrato ipsius F D; Ablato ergo communi quadrato ex E F, rectangula sub A E, E C, & sub B E, E D, remanent æqualia.

a 3.

b 5.2.

c 47.1.

SI vero in alterutra recta puta A C, sit centrū circuli F, & vtraque linea inæqualiter in E diuidatur, ductis

F D, & perpendiculari F G, rectangulũ ſub partibus A E, E C, cum quadrato ipſius E F,
d 52. par erit quadrato *d* ex F C, vel F D; Similiter rectangulum ſub B E, E D, cum quadrato ipſius E G, æqualia ſunt quadrato ex G D, & hoc cum quadrato ipſius G F, æquale eſt quadrato ipſius D F, quare additis ad rectangulũ ſub D E, E B, quadratis ipſarum E G,
e 47.1. G F, ſeu quadrato *e* ipſius E F, fiet rectãgulum ſub D E, E B, æquale quadrato
f 5.2. ex D F, cui etiam æquale erat *f* rectangulum ſub partibus ipſius A C, adiuncto quadrato ex E F, hoc ergo quadrato ex E F, communi ablato, rectangula ſub A E, E C, & B E, E D, manent æqualia.

Denique ſi neutra per centrum trãſeat, & vna ex illis bifariam ſecetur, aut neutra: ducatur per centrum F, & ſectiodem E recta G H, tunc vero quia oſtenſum eſt rectangulum ſub A E, E B, æquale eſſe rectangulo ſub G E, E H (ſiue A B, diuiſa ſit bifariam, ſiue non) item rectangulum ſub C E, E D, æquale eſſe eidem ſub G E, E H, (ſiue C D, bifariam ſecta ſit ſiue non) erit rectangulum ſub

A E E B,

A E E B, æquale rectangulo sub C E, E D. Quod erat demonstrandum. Si ergo in circulo &c.

Propo. 36. Theore.

Si à puncto extra circulum ducantur duæ rectæ, secans vna, altera tangens circulum; rectangulum sub tota secante & parte quæ eidem adiecta est vsque ad punctum, æquale erit quadrato tangentis.

EX puncto A ducatur A B, circulum secans, quæ primo transeat per centrum C, agaturque *a* insuper recta A D, circulum tangens in D, adiunctâ rectâ C D, quæ erit *b* ad rectos ipsi A D. Quia ergo recta B E, bifariam secta est in C, & ei adiuncta est E A, erit rectamgulum *c* sub A E, A B, cum quadrato ipsius E C, vel C D, æquale quadrato ex A C: sed hoc idem quadratum ex A C, valet duo simul *d* quadrata ex A D, C D; si igitur auferas quadratum commune ex D C, re-

a 17.
b 18.
c 6. 2.
d 47. 1.

ctangulum sub A E, A B, sit ęquale quadrato tangentis A D.

QVod si linea A B, nõ trãseat per C cẽtrum, ducatur ad eam CF, perpẽdicularis, item aliæ rectæ C D, C E, C A. Cũ igitur rectangulũ sub A E, A B, addito quadrato ipsius E F,
e 6 2. par sit e quadrato ex A F, addito communi quadrato ex F C, quadrata ex A F,
f 47 1. F C, seu f quadratum ex A C, æquale erit rectangulo sub A E, A B, vnà cum quadratis ex E F, F C, vel cum quadrato ipsius E C. Quia ergo rectangulum sub A E, A B cum quadrato ipsius C E vel C D, ęquiualet quadrato ipsius A C,
g 47 1. vel duarum g A D D C; si auferatur cõmune ex D C, vel C E, rectangulum sub A E, A B, manebit æquale quadrato ipsius A D, Quod erat demonstrandum. Si ergo à puncto &c.

Propositio 37. Theor.

Si à puncto extra circulum ducantur rectæ duæ, quarũ altera secet, altera in circulum incidat, sitque rectangulum sub secante, & adiecta parte vsque *usque ad punctum, æquale incidentis quadrato; recta illa incidens circulum tangit.*

EX pũcto D extra circulum A B F, ducatur recta D A, secans circulum in C, sitque rectangulum sub D A, D C, æquale quadrato rectæ D B. Dico rectam D B, tangere circulum. Nam ductâ rectâ D F, tangente *a* circulum in F iungantur è centro E rectæ E B E F, & si recta D A, non transit per centrum E, addatur etiam D E. Nunc vero quia rectangulo sub D A, D C, æquale est *b* quadratum tangentis D F, eidemque rectangulo sub D A, D C, ponitur æquale quadratum ipsius D B, erunt quadrata rectarum D F, D B, æqualia; ideoque & ipsæ æquales, Quia ergo triangulorum D F E, D B E, duo latera D F, F E, duobus D B, B E, sunt æqualia, & basis D E, communis; erunt *c* anguli D F E, D B E, æquales; est autem *d* angulus D F E rectus, rectus ergo etiam est D B E, ideoque *e* recta D B, circulum tangit. Si ergo extra circulum &c.

a 17.
b 36.
c 8.1.
d 18.
e 16.

EVCLIDIS

Elementorum

LIBER IV.

Definitiones.

I Figura rectilinea in altera rectilinea dicitur inscribi, cum ſinguli eius quæ inſcribitur anguli ſingula latera attingunt eius in qua dicitur inſcribi.

Vt triangulum ABC, inſcriptum eſt in triangulo DEF: at triangulum GHK, non inſcri-

bitur

bitur in triangulo L M N, quia angulus H, non attingit latus M L.

2 Figura circum figuram describi dicitur cum singula eius quæ circumscribitur latera singulos angulos tetigerint figurę, quæ intus est descripta.

Vt in superioribus exemplis triangulum D E F; est descriptum circa triangulum A B C, at triangulum L M N, non est descriptum circa G H K.

3 Figura rectilinea in circulo inscribi dicitur cum singuli eius anguli circulum tetigerint. *Vt in figura definitionis sexta triangulum A B C, circulo A D B, est inscriptum, non autem triangulum D E F.*

4 Figura vero rectilinea circa circulum describi dicitur, cum singula eius latera ambitum circuli tangunt, *Vt triangulum A B C, descriptum est circa circulum D E F.*

5 SImiliter & circulus in figura rectilinea inscriptus est, cum eius ambitus tangit singula latera figurę in qua circulus describi dicitur. *Vt circulus D E F, inscriptus est in triangulo A B C.*

6 CIrculus autem circa figuram describi dicitur, cum circuli ambitus tangit angulos omnes eius figuræ quã circũscribit. *Vt circulus ABCD, descriptus est circa triangulum A B C, non autem circa D E F.*

7 REcta linea in circulo accommodari vel aptari dicitur, cum eius extrema in circuli peripheria fuerint. *Vt linea A B, aptata est in circulo A B C, non autem C D.*

Propositiones.

Propositio 1. Proble.

In dato circulo rectam accommodare æqualem datę rectę lineæ, quæ circuli diametro maior non sit.

In cir-

IN circulo A B C, aptanda sit linea æqualis ipsi E, quæ diametro A C, maior nõ sit, nam maior diametro *a* nulla aptari poteſt. Quod ſi diametro A C, eſſet æqualis linea E, ipſa diameter A C, eſſet accommodata vt petitur. Si ergo linea E minor ſit diametro A C, abſcindatur æqualis A D, & centro A ſpatio A D, ducatur circulus B D; iuncta enim recta A B, aptata erit in circulo A B C, & erit æqualis ipſi E, cum E, ſit æqualis ipſi A D, cui æqualis etiam eſt A B. *a* 15. 3.

Propo. 2. Proble.

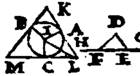
In dato circulo triangulum deſcribere dato triangulo æquiangulum.

SIt datus circulus A B C, & triangulum D E F. Ducta *a* tangente G H, ad punctum B, *a* 16. 3.
fiat angulus *b* H B C, æqualis ipſi D, & *b* 23. 1.
G B A ipſi E ponatur æqualis, ducaturque recta A C, & erit triangulum A B C quod petitur: nam quia angulus H B C æqualis eſt ipſi A in alterna *c* ſectione, & *c* 32. 3.
eadem

eadem de causa G B A, ipsi C; erit quoque angulus D ipsi A, & angulus E ipsi C ęqualis; qua-
d 32.1. re & tertius F, ipsi *d* angulo B æqualis erit. In dato ergo circulo &c.

Propo. 3. Proble.

Circa datum circulum triangulum describere dato triangulo æquiãgulum.



Sit datus circulus A B C, & triangulum D E F, productoque látere E F, in G, & H,
a 23.1. angulo D E G ęqualis fiat *a* ad cẽtrum angulus A I C, & angulus B I C, angulo D F H; necnon ad singula puncta A, B, C, ducantur *b* tangentes K L,
b 16.3. L M, M K: eritque triangulum K L M triangulo D E F, æquiangulum. Nam quia in quadrilatero A I C L anguli ad
c 18.3. A & C *c* sunt recti, reliqui L & A IC duobus rectis sunt pares: si enim ducatur L I, duo triangula A L I, C L I habẽt
d 32.1. angulos pares *d* quatuor rectis; cum igitur duo recti sint ad A & C, reliqui continebunt rectos alios duos. Si ergo anguli A L C, A I C, valent duos rectos, cum angulus A I C sit æqualis ipsi D E G, alter an-

ter angulus A L C par erit angulo DEF, quandoquidem anguli circa latus D E sint *e* duobus rectis æquales. Eodem modo in quadrilatero B I C M ostendetur angulum M esse ipsi D F E æqualem. Quare & tertius D, tertio angulo K erit æqualis. Circa datum ergo &c. *e* 15.1.

Propo. 4. Proble.

In dato triangulo circulum describere.

DAti trianguli A B C duo quiuis anguli CBA, A C B bisecētur *a* per rectas D B, D C, occurrentes in D, à quo puncto ducantur *b* D E, DF, D G, singulæ singulis lateribus trianguli dati perpendiculares. Nunc verò quia triangula DBF, DBE, habent singula ad E, & F, vnum angulum rectum, & alterum DBF, *c* alteri DBE æqualē, latus insuper DB commune; erunt *d* etiam latera D F, D E ęqualia; similiterque ostēdetur rectā D G, rectæ DF ęqualem esse. Si igitur centro D, spatio D F, ducatur circulus FEG, trāsibit per puncta E & G, tangetque latera omnia trianguli dati ABC, In dato ergo triangulo &c. *a* 9.1. *b* 12.1. *c* const. *d* 26.1.

PRO-

Propo. 5. Proble.

Circa datum triangulum circulum describere.

TRianguli dati ABC duo latera AB, AC, diuidantur bifariam in D & E; ad quæ puncta excitatis perpendicularibus coibunt illæ in puncto F, vel intra triangulum, vel in latere ipso, vel extra, vt in figuris ordine apparet. Ducantur insuper rectæ AF, BF, CF, si omnes, aut aliquæ earum ante non sunt ductæ. Quia ergo triangulorum ADF, BDF, latera DA DB, sunt æqualia, & DF commune angulique recti ad D; erit *a* basis AF, ipsi
a 4 1. FB æqualis, pariterque ostendetur FC ipsi FA, esse æqualem. Centro ergo F, spatio FA, ducetur circulus ACB, qui transibit per puncta C & B. Circa datum ergo triangulum.

Propositio 6. Proble.

In dato circulo quadratum describere.

IN dato circulo ABCD, secent se ad rectos in centro E diametri A C, B D, ducanturque rectæ A D, A B, C B, C D: ostendetur ergo omnes has lineas esse æquales bases triangulorum suorum per 4. 1. & sunt anguli supra illas bases, puta super A B, *a* æquales, quia æqualia sunt latera E A, E B: cum ergo omnes anguli ad E sint recti, omnes qui sunt supra bases erunt semirecti, totus ergo angulus A B D, & similes, sunt recti: figura ergo rectilinea A B C D, quadratum est, descriptum in circulo; quod erat faciendum. *a* 5. 1.

Propo. 7. Proble.

Circa datum circulum quadratum describere.

Ductis

DVctis diametris se secantibus ad rectos in E centro, per earum extrema A, B, C, D, ducantur *a* tangentes F G & similes, eritque figura rectilinea F G K H quadrata; in qua rectilineum A K est parallelogrammum, sunt enim *b* anguli ad A & C, recti; ergo latera *c* A G, C K parallela, similiterque parallelæ sunt A C, G K propter angulos ad B & E rectos. Cum ergo angulus A C K rectus sit, erit etiam *d* oppositus A G K rectus: similiterque ostendetur angulos ad F, H, K, rectos esse. Item G K æquale est opposito A C, *e* diametro circuli, & omnia alia latera figuræ F K ostendentur diametro circuli æqualia. Sunt ergo omnes anguli recti & latera æqualia in figura F K, & per consequens est quadratum, Circa datum ergo circulum. &c.

a 16.3.
b 18.3.
c 28.1.
d 34.1.
e 33.1.

Propo. 8. Proble.

In dato quadrato circulum describere.

DAti quadrati A D, lateribus A B, A C, bifariam sectis in E & F, per E recta E G, parallela ipsi A B,

& per

& per F ducatur F H ipsi A C similiter parallela; eruntque *a* lateribus quadrati & inter se æquales. Et quia A K parallelogrammum est, erunt latera opposita F K A E dimidium lateris *b* quadrati, æqualia: Similiterque ostendetur omnes rectas K E, K F, K G, K H, ęquales esse dimidio lateris quadrati, & inter se. Centro ergo K, spatio K E ducetur circulus E F G H tangens omnia latera quadrati. In dato ergo quadrato &c.

a 33.1.
b 34.1.

Propo. 9. Proble.

Circa datum quadratum circulum describere.

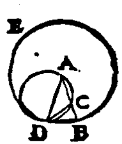
IN dato quadrato ABCD, ductis diametris se secantibus in E, quia trianguli A B D latera A B, A D sunt æqualia, erunt *a* anguli A D B A B D æquales, & semirecti, cum angulus DAB rectus sit; similiterque ostendetur omnes angulos geminos ad A, B, C, D, esse ęquales; quare latera *c* EA EB &c. inter se esse ęqualia. Cētro ergo E, spatio EA, ducetur circulus A B C D, trāsiens per omnia

a 5.1.
c 6.1.

omnia puncta extrema quadrati. Circa datum igitur quadratum &c.

Propo. 10. Proble.

Triangulum Isosceles constituere in quo vterque angulus ad basim sit duplus reliqui.



RECta A B, secetur in C, iuxta 11. 2. ita vt rectangulum sub A B, B C, sit æquale quadrato rectæ C A. Deinde facto centro A, spatio A B, ducatur circulus B D E, in quo aptetur *a* recta B D, ipsi A C, æqualis, iunctis insuper rectis A D, C D; eritque triangulum A B D æquicrurum. Quare *b* & anguli supra basim B D, sunt æquales. Nunc vero hosce angulos singulos esse duplum tertij anguli A, sic ostendo. Circa triangulum A C D, ducto *c* circulo D C A, quia rectangulum sub A B, B C, æquale est *d* quadrato ex C A, seu B D, per constructionem, & A C, circulum secat, ipsa B D, tangit *e* circulum D C A, quare angulus C D B, æqualis est *f* ipsi A in

a 1.
b 6. 1.
c 5.
d 11. 2.
e 37. 3.
f 32. 3.

A in alterno ſegmento; & cõmuni C D A addito, duo anguli A & C D A æquales ſunt duobus B D C & C D A, hoc eſt toti A D B, vel A B D. Et quia angulus externus B C D, duobus *g* internis A & A D C, æqualis eſt, erit idem B C D, par ipſi C B D, vel A D B; & proinde *h* rectæ D C, D B æquales, cum pares angulos ſubtendant. Et quia B D, poſita eſt ipſi C A æqualis, pares erunt rectę C D, C A. Quare *k* anguli A & C D A æquales. Duplus ergo eſt angulus externus B C D, ipſius A, & eiuſdem dupli quoque anguli ſunt C B D, A D B, qui ipſi externo B C D pares oſtenſi sũt. Triangulum ergo Iſoſceles &c.

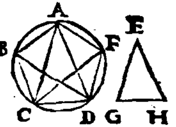
g 32.1.
h 6.1.
k 5.1.

Propo. 11. Proble.

In dato circulo pentagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere.

ASsũpto triãgulo *a* Iſoſcele E G H, cuius anguli G & H, dupli ſint ipſius E, in circulo A B C D, *b* fiat illi æquiangulum A C D, bifariamque

a 10.
b 2.



que diuidãtur anguli *c* ACD, ADC. Iunctis deinde rectis A B, B C, D F, F A, factum erit quod proponitur. Nam quia anguli A D B, B D C sunt pares, pares etiam erunt *d* arcus A B, & B C; & eãdem ob causam omnes reliqui arcus sunt æquales, & omnes *e* rectæ A B, B C, &c, æquales, quæ pares arcus subtendunt. Sed & angulus A B C, *f* angulo B C D & reliquis quatuor similibus est æqualis, eo quod in æqualibus segmentis sint omnes. In dato ergo circulo &c.

c 9.1.
d 26.1.
e 29.3.
f 27.3.

Propo. 12. Proble.

Circa datum circulum pentagonum æquilaterum describere.

IN dato circulo A-B C, notẽtur quinque puncta A, B, C, D, E, signantia quinque angulos pentagoni æquilateri in circulo *a* descripti, ad quæ puncta ex centro F

a 11.

tro F ducantur totidem rectæ F A, F B, &c. rursusque ad earum extrema ducantur tangentes quæ concurrent *b* in angulis G, H, K &c. factumque erit quod petitur. Nam quia in quadrilatero B F C K, quatuor anguli quatuor *c* rectis æquiualent, similiterque in quadrilatero C F D L, & anguli ad B & C recti sunt, sequitur angulos B K C B F C duobus rectis æquiualere: similiterque angulos C L D C F D: cumque B F C & C F D sint anguli æquales *d* ob pares arcus B C, C D, reliqui B K C & C L D erunt æquales; parique methodo ostendetur angulos reliquos pentagoni inter se esse æquales. Nunc vero esse æquilaterum sic ostendo. Ductis rectis F G, F M, erit quadratum ex F G, *e* equale quadratis tam ipsarum A F, A G, quam ipsarum E F E G. Quare ablatis quadratis æqualium A F E F, quadrata reliquarum A G G E manent æqualia, ac proinde rectæ A G G E sunt æquales. Cumque anguli F A G. F E G & continentia latera sint æqualia, erunt triangula A F G G F E iuxta 4.1. & idcirco anguli A F G, G F E æquales. Eadem methodo ostendetur triangula F E M, M F D esse iuxta 4.1. ac proinde angulos E F M M F D esse æquales. Quare anguli,

b ax.11.
c 32.1.
d 27.3.
e 47.1.

guli, E F G, cum sint dimidij ęqualiũ E F M, erunt inter se pares. Quia ergo in triangulis G F E, E F M, duo anguli circa rectã E F,

sunt pares, & latus adiacens E F, commune est, reliqua latera *h* & anguli erunt æqualia. Æquales sunt ergo rectæ G E, & E M, dimidiæ ipsius G M. Eodem modo ostendetur A G, esse dimidiam ipsius G H. Cumque dimidiæ G A, G E, ostensæ sint ęquales erunt & tota latera pentagoni G H, G M æqualia, similiterque de cæteris procedet demonstratio. Ergo &c.

h 26 1.

Propo. 13. Proble.

In dato pentagono æquilatero & æquiangulo circulum inscribere.

DAti pentagoni A B C D E, anguli duo proximi E A B, A B C, bisecentur *a* per rectas A F, B F, & à puncto F, in

quo concurrunt, ducantur etiam rectæ

F C &

F C & ceteræ ad reliquos angulos. Quia ergo triangulorum A B F, F B C duo latera B A, B C æqualia sunt, & B F commune, angulique contenti ad B sunt pares; erit *b* totum toti æquale triangulum; angulique & latera correspondentia æqualia: pares ergo sunt anguli B A F, B C F. Cumque anguli B A E B C D ponantur æquales, sicut B A F est dimidium totius anguli BAE, ita BCF dimidium erit totius B C D. Hic ergo angulus, & reliqui in orbem, secti sunt bifariam. Ducantur deinde F G, F H &c. singulæ singulis lateribus perpendiculares. Et quia triangulorum GFB, BFH duo anguli F G B, G B F duobus FHB, F B H sunt pares, & latus F B commune, æqualia *c* etiam erunt latera F G, F H, & his pari modo æquales erunt F K, F L, F M. Quare centro F spatio F G ductus circulus transibit per puncta H, K, L, M, & sic in pentagono circulus erit descriptus.

b 4. 1.

c 62. 1.

G Pro-

Propo. 14. Proble.

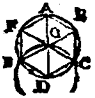
Circa datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum circulum describere.

DAti pentagoni A B C D E, angulis ABC B C D sectis bifariam per rectas F B, F C, in F conuenientes, ductisque rectis F A, F E, F D triangulorum A B F B F C duo latera B A, B F duobus B C, B F æqualia erunt; & anguli ad
a 4 I. B contenti æquales. Basis a ergo A F basi FC æqualis est; ostendeturque vt in sup. prop. reliquas FA, F D, F E diuidere bifariam angulos reliquos, & omnes esse lineas inter se æquales. Centro ergo F, spatio F B ductus circulus transibit per reliqua puncta C, D, E, A. Circa datum ergo &c.

Propo. 15. Proble.

In dato circulo hexagonum æquilaterũ & æquiangulum inscribere.

In da-



IN dato circulo ABCD, cuius centrum G, ducta diametro AD centro D, spatio DG ducatur circulus EGC, secans priorem in punctis E & C, ductisque per centrum G ad ambitum rectis CF, EB, iungantur rectæ DE, DC &c. eritque triangulum EGD æquilaterum (quare eius omnes anguli *a* erunt inter se pares, & quilibet erit pars tertia *b* duorum rectorum) cui per omnia ęquale est triãgulum DGC. Iam vero quia recta EG cadens *c* in rectã FC facit æquales duobus rectis, cũ anguli EGD, DGC, sint duæ tertiæ, duorum rectorum sequitur angulum EGF esse partem tertiã duorum rectorũ, & æqualem duobus prioribus angulis; sunt ergo tria *d* triangula EFG, EGD, DGC vndique æqualia; & quia anguli FGA, AGB, BGC sunt ad verticem angulis prioribus, omnes sex anguli ad G sunt ęquales: quare omnes circumferentiæ *e* AB, &c. omnesque *f* rectæ illis subtensæ sunt æquales. Est ergo hexagonum ABCDEF æquilaterum; quod idem est æquiangulum; nam omnes anguli FED, & alij, constant duabus tertijs duorum rectorum, vt ostensum est. In dato ergo &c.

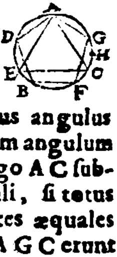
a 5.1.
b 32.1.
c 13.1.
d 4.1.
e 26.3.
f 29.3.

Corollarium.

Hinc manifestum est latus hexagoni æquale esse semidiametro circuli; nam latus DE æquale est semidiametro DG.

Propo. 16. Proble.

In dato circulo quindecagonum æquilaterum, & æquiangulum inscribere.



a 2. IN dato circulo ADC describatur a triangulum æquilaterum AEC, & pentagonum æquilaterum ADBFG, cuius angulus vnus constituatur ad aliquem angulum trianguli puta ad A. Quia ergo AC subtendit tertiam partem circuli, si totus circulus in quindecim partes æquales diuisus intelligatur, in arcu AGC erunt ex ijs quinque; & cum AG sit quinta pars, in eo arcu erunt partes tres; duæ ergo

ergo erunt in arcu G C: quo diuiso bifariam in H erit GH pars decima quinta circuli totius. Quare ductâ subtensâ G H, si aptētur *b* in circulo quatuordecim aliæ ęquales, incipiendo à puncto G vel H, descriptū erit in circulo quindecagonum æquilaterum; quod etiam erit *c* æquiangulum, cum eius anguli omnes subtendant arcus æquales tredecim laterum quindecagoni: nam angulus H ab arcu G H & eius subtensa cōprehensus subtendit arcum G A D H & sic de cæteris angulis q̃ue plura latera quindecagoni ducta essent. In dato ergo circulo &c.

b 1.

c 27.3.

EVCLIDIS

Elementorum

LIBER V.

Definitiones.

1 PArs est magnitudo magnitudinis, minor maioris, cum minor metitur maiorem. *Vt linea duorum pedum, pars est linea sex pedum, quia minor ter repetita metitur, & adaquat maiorem. Strictiore hoc significatu accepit Euclides nomen Partis, pro ea sola qua totum metitur, & dici solet*, Pars aliquota. *Vniuersalius*, Pars est quę aliquoties repetita metitur denique vel superat *maiorem: & sic comprehenditur etiam* Pars aliquanta, *qua totum suum non metitur, qualis pars est 2. respectu ipsius 5. Sub his por-*

his porro numerorum exemplis magnitudines intelligantur; puta linea pedum duorum, & pedum quinque.

2. Multiplex est magnitudo magnitudinis maior minoris, cum minor metitur maiorem. *Vt 6 est multiplex ipsius 2; Minor vero respectu maioris dicitur* Submultiplex. *Vniuersalius*; Multiplex est magnitudo magnitudinis maior minoris, cum minor repetita metitur, vel excedit maiorem: *atque ita Totum non tantum respectu partis Aliquota; sed etiam respectu Aliquanta dicetur multiplex, puta 5. respectu ipsius 2.*

3. Ratio est duarum eiusdem generis magnitudinum mutua quædam secundum quantitatem habitudo. *Quod Græci λόγος dicunt, Latini reddunt, Ratio, quæ aliud non est quam duarum eiusdem generis magnitudinum (nam quæ generis sunt diuersi, inter se conferri non possunt, puta linea cum superficie) comparatio secundum excessum & defectum, siue in ratione totius & partis, aut etiam secundum æqualitatem; quæ dicitur Ratio æqualitatis. Sunt ergo in omni ratione duo* Termini; *è quibus prior, qui in casu nominandi solet efferri, dicitur* Antecedens; *posterior vero qui in alio casu subiungitur, dicitur* Consequens. *Vt cum dico, linea 4. pedum est du-*

est dupla linea 2. pedum; antecedens huius rationis est linea 4. pedum, consequens vero est linea 2. Excessus autem antecedētis (nam antecedentis loco ponere solemus id quod maius est) supra consequens, dicatur Differentia terminorum.

Rationum vero alia est Rationalis, *quæ est inter magnitudines commensurabiles, & numeris exprimi potest, ut ratio dupla, tripla, & alia à numeris denominata,* Irrationalis *autem est, quæ est inter magnitudines incommensurabiles, & numeris exprimi nequit: qualis est inter latus & diametrum eiusdem Quadrati; quamuis enim diameter sit latere maior, definiri tamen non potest; quanto sit maior: neque enim dimidio, neque parte tertia, neque ulla alia numeris designabili, maior est diameter quam latus Quadrati. Dicuntur vero magnitudines illæ incommensurabiles, quibus nulla communis mensura potest adhiberi: nulla enim quantumuis exigua pars sumi potest, quæ latus simul & diametrum quadrati metiatur; nam si metiatur diametrum, non metietur latus; aut è conuerso.*

4. Rationem dicuntur habere inter se magnitudines, quæ multiplicatæ superare se mutuo possunt. *Nulla ergo est ratio finiti ad infinitum, lineæ ad superficiem; cum neque magnitudo finita infinitam, ne-*

que

quæ linea superficiem, quacunque multiplicatione facta, possit superare.

5. In eadem ratione esse dicuntur magnitudines, prima ad secundam, & tertia ad quartam, quando auctis quacunque multiplicatione antecedentibus (quæ sunt prima & tertia) auctis etiam eadem vel alia quacunque multiplicatione consequentibus (quæ sunt secunda & quarta) semper euenit vt cum multiplex primæ aut maior est aut æqualis, aut minor quam multiplex secundæ, talis quoque sit multiplex tertię ad multiplicem quartæ. *Quatuor magnitudines esse in eadem ratione non est aliud quam primam ita esse maiorem secunda, sicut tertia maior est quarta, siue secundam esse talem partem primæ, qualis pars tertia est magnitudo quarta, iuxta def. 3. An vero quatuor data magnitudines sint huiusmodi, hoc, quod attulimus, iudicio deprehendetur. Nam in magnitudinibus A B C D, si sumatur duplum*

G	8.	16.	12.	24.
F	12.	12.	18.	18.
E	8.	6.	12.	9.
	4.	2.	6.	3.
	A	B	C	D

antecedentium, & triplum cōsequentium, vt

G 5 *factum*

factum est in ordine E, tunc sicut multiplex primæ superat multiplicem secundæ, ita multiplex tertiæ multiplicem quartæ: at in ordine F, cum sumitur triplum antecedentium, & sextuplum consequentium, multipla primæ & secundæ, item tertiæ & quartæ, pariter sunt æqualia; in ordine autem G cum sumitur duplum antecedentium, & octuplum cõsequentium, tunc multipla primæ & tertiæ pariter minora sunt multiplis secundæ & quartæ; neque aliud vnquam eueniet in quibuscumque alijs multiplicationibus; vnde colligimus magnitudines A, B, C, D, esse in eadem ratione. Quamuis autem hoc exemplum in magnitudinibus commensurabilibus, & numeris propositum sit, idem tamen eueniet in ratione etiam irrationali, quod intelligatur in sequentibus etiam exemplis.

Ab hoc indicio iubet Euclides inuestigari an magnitudines in eadem ratione sint; quod quomodo cum natura intima proportionalium cohæreat sic ostendo. Quia ratio est magnitudinum secundum quantitatem comparatio; non est aliud magnitudines in eadem ratione esse, quam esse in eadem comparatione seu habitudine maioris & minoris, totius & partis; si nomen partis latinè sumatur, vt comprehendamus etiam proportionem irrationalem. Non potest autem è quatuor magnitudi-

tudinibus prima eandem habere comparationem maioris ad secundam minorem, quam habet tertia ad quartam; nisi secunda & quarta pari numero multiplicata similiter se habeant ad maiores, quo ad excessum & defectum. Si enim exempli gratia cum secunda B ter repetita non excedat primam A, quarta tamen D ter acceptа superet tertiam C, manifestum erit D non esse ita minus ipso C, sicut B ipso A;

12	3	5	2
A	B	C	D

aut quod idẽ est, C nõ esse ita maius ipso D, sicut est A ipso B, atque adeo quatuor illas magnitudines, non esse in eadem ratione. Iã vero perinde est conferre minores magnitudines B & D, ad maiores singulas A & C, atque ad easdem A & C pari numero multiplicatas. Nam necesse est quoque similes partes eodem modo se habere quo ad excessum & defectum ad sua tota æqualiter multiplicata. Si enim cum B sexies sumptum, non excedat A bis repetitum, D tamen sexies acceptum, superet C bis repetitum; manifestum etiam inde erit B non esse talem partem ipsius A, qualis est D ipsius C, seu quod idem est, C nõ ita esse maius ipso D sicut est A ipso B. Idipsum vero est, quod Euclides docet; iubet enim maiores magnitudines A & C æqualiter multiplicari, seu prima & tertia sumi æquemultiplices, multiplicari etiam *æqualiter minores, seu partes B & D; & si semper eodem modo se habeant in excessu & defectu ad tota A & C æqualiter multiplicata, rectè colligit, A esse in ea ratione ad B, in qua est C ad D. Atque hæc Euclidis definitio quibuscunq; magnitudinibus in eadem ratione positis competit, seu per se & solitarie accipiantur, seu figuris illigata. Quæ vero magnitudines ex ipsa, cui illigata sunt, configuratione eandem proportionem sortiuntur breuius & planius, sic definientur:*

In eadem ratione sunt magnitudines prima ad secundam, & tertia ad quartam, quando qua multiplicatione augetur prima supra secundam, eâdem quoque augetur tertia supra quartam. *Exempli caussa triangula inter easdem parallelas posita, puta A & B, & eorum bases C & D, sunt in eadem ratione; quia si prima magnitudo A duplo aut triplo maior sit, aut fiat quã secunda B; tertia etiã C. duplo aut triplo maior erit, quã quarta D; vt constat ex prop. 38. 1. Est ergo vt A ad B, ita C ad D.*

6. Magnitudines quæ in eadem ratione sunt proportionales vocentur. *Puta si fuerit vt prima ad secundam ita tertia ad quartam, quatuor illæ magnitudines dicentur proportionales. Et quidem si fuerit vt prima ad secundam, ita secunda ad tertiam, & ter-*

& tertia ad quartam, magnitudines illæ erunt Continuè proportionales, *quia proportio nullibi interrumpitur, vt videre est in magnitudinibus* 16. 8. 4. 2; *nā vt* 16. *ad* 8, *ita* 8. *ad* 4, *&* 4. *ad* 2. *Quod si non sit vt prima ad secundam ita secunda ad tertiam; sed tantum vt prima ad secundam, ita tertia ad quartam, vt fit in magnitudinibus* 4. 2. 6. 3, *magnitudines illæ proportionales quidem, non tamen continuè proportionales erunt, quia proportionis cursus interrumpitur inter secundam & tertiam.*

7. Quando vero facta antecedentium & consequentium multiplicatione, multiplex primæ excesserit multiplicē secundæ, multiplex autē tertię nō excesserit multiplicē quartæ, tūc prima ad secūdam maiorē habet rationē, quā tertia ad quartam. *Vt quia in magnitudinibus A, B, C, D, sumpto duplo antecedentium, & quadruplo consequentiū, multiplex ipsius A superat multiplicem secundæ B, cum tamen*

12.	8.	14.	16.
6.	2.	7.	4.
A.	B.	C.	D.

multiplex tertiæ C. non superet multiplicem quartæ D; ideo inquam, maiorem rationem habet A ad B, quam C ad D. Breuiter, ibi maior est ratio vbi maior est inæqualitas: ibi autem maior est inæqualitas vbi differentia termi-

terminorum aut pluries continet consequentem, aut est eius pars maior. Vt differentia terminorum A & B est 4, duplum scilicet consequentis 2; differẽtia vero inter C & D. est 3, minor consequente D; maior ergo inæqualitas est, maiorque ratio ipsius A ad B, quam ipsius C ad D.

8. Analogia seu Proportio est Rationum similitudo. *Puta similitudo quæ est inter duas rationes triplas, aut quadruplas dicitur Proportio, & Analogia Sape tamen apud auctores Proportio aliud non est quam simplex ratio, iuxta def. 3.*

9. Proportio in tribus minimum terminis cõsistit: *Cũ enim sit similitudo duarum rationum & vnaquæque sit inter duos terminos, quatuor terminos requiret Proportio; nisi terminus vnus bis repetatur: vt cum dico sicut 8 ad 4 ita 4 ad 2. Et tunc tres termini ad proportionem sufficient.*

10. Cum tres magnitudines proportionales fuerint, prima ad tertiam duplicatam rationem habere dicitur eius, quam habet ad secundam. *Vt quia proportionales sunt 8, 4, 2, prima 8 ad tertiam 2 dicitur duplicatam habere rationem eius quam habet ad secundam 4.*

11. Quãdo vero quatuor fuerint proportionales magnitudines, prima ad quartam triplicatam habet rationem

&c ita

& ita deinceps vno amplius, quamdiu proportio extiterit.

12. Homologæ dicuntur magnitudines antecedentes antecedentibus, & consequentes consequentibus. *Vt in quatuor proportionalibus, cum dico, Vt 6. ad 3. ita 4. ad 2. prima & tertia, quia ambæ sunt antecedentes, dicuntur inter se homologæ; sicut & secunda homologa est cum quarta; quia ambæ sunt consequentes.*

13. Alterna seu permutata ratio est quando ex quatuor proportionalibus antecedens cum antecedente seu prima cum tertia, & consequens cum consequente, hoc est secunda cum quarta comparatur.

Quia enim est		9		3		6		2
	Vt	A	ad	B	ita	C	ad	D
Erit per-		9		6		3		2
mutando	Vt	A	ad	C	ita	B	ad	D.

Quod intellige si inter primam & tertiam, & inter secundam & quartam, potest esse proportio, Vnde etiamsi sit vt triangulum A ad triangulũ B, ita basis C ad basim D; non tamen licet permutare vt A ad C &c. quia inter triangulum & lineam non potest esse proportio. De permutata ratione agitur infra prop. 16.

14. Con-

14. Conuersa ratio est cum consequens instar antecedentis sumitur, & ad antecedens velut ad consequens comparatur. *De qua vide prop. 4. in corollario.*

		9	3	6	2
Quia enim est.	Vt	A ad	B ita	C ad	D
Erit conuertendo.		3	9	2	6
	Vt	B ad	A ita	D ad	C.

15. Compositio rationis est cum antecedens simul cum consequente instar vnius sumitur, & ad consequens comparatur. *De qua vide prop. 18.*

Nam quia est.		9	3	6	2
	Vt	A ad	B ita	C ad	D
Erit componendo.		12	3	8	2
	Vt	AB ad	B ita	CD ad	D.

16. Diuisio rationis est cum differentia terminorum loco antecedentis sumitur, & ad consequens comparatur. *De qua vide prop. 17.*

Vt in exemplo sæpius proposito inter priores terminos, qui sunt 9. & 3, differentia est E 6. inter posteriores autem, qui sunt 6 & 2, differentia est. F 4.

Quia ergo est.		9	3	6	2
	Vt	A ad	B ita	C ad	D
Erit diuidendo.		6	3	4	2
	Vt	E ad	B ita	F ad	D.

17. Con-

17. Conuersio rationis est cum antecedens ad differentiam terminorum, velut ad consequens comparatur. *De qua vide prop.* 18.

Nam quia est.	9	3	6	2
Vt	A	B ita	C	D
Erit conuersione rationis.	9	6	6	4
Vt	A ad	E ita	C ad	F.

18. Proportio ex æquo est cum fuerint plures magnitudines, & aliç ipsis numero æquales quæ binæ & binæ in eadem ratione sumantur, fueritque vt in prioribus prima ad vltimam; ita etiam in posterioribus. Vel, est sumptio extremarum per subtractionem mediarum. *Vt si sint plures magnitudines A, B, C, & alia totidem D, E, F, bina & bina in eadem ratione, hoc est vt A ad B ita D ad E, & vt B ad C, ita E ad F; erit ex æquo, vt in prioribus A ad vltimam C, ita etiam in posterioribus prima D, ad F.*

12	6	3	8	4	2
A	B	C	D	E	F

Ergo ex æquo. Vt 12 ad 3 ita 8 ad 2.

19. Ordinata proportio est cum fuerit vt antecedens ad consequentem, ita antecedens ad consequentem, fuerit etiam vt consequens ad aliam quampiam, ita consequens ad aliam quampiam.

Duplici-

Dupliciter institui potest proportio ex æquo: vno modo quando tam in prioribus quam in posterioribus comparantur prima cum secunda, & secunda cum tertia; & hæc est ordinata proportio, quæ hic definitur, & de qua agitur prop. 20. & 22. eiusque exemplum positum est def. 18. Altero modo fit proportio ex æquo, cum ordo perturbatur in posterioribus, vt apparebit definitione sequenti.

20. Perturbata proportio est cum tribus existentibus magnitudinibus & totidem alijs, fuerit vt in prioribus antecedens ad consequentem, ita etiam in posterioribus: vt autem in prioribus consequens ad aliam quampiam, ita in posterioribus alia quæpiam ad antecedentem.

Vt si sit quemadmodum in prioribus A ad B, ita in posterioribus E ad F, vt vero in prioribus B consequens ad aliam quampiam C, ita in posterioribus alia quæpiam D ad antecedentem E, erit hæc perturbata proportio. de qua agitur propo. 21. & 23.

18	12	4	27	9	6
A	B	C	D	E	F

Ergo ex æquo. Vt 18 ad 4 ita 27 ad 6.

Lubet ad extremum breui schemate ponere sub oculos omnes hasce proportionum formas quas animo firmiter comter comprehendisse plurimum tyronibus proderit.

Quia est Vt	9 ad	3 ita	6 ad	2
Erit Permutando	9	6	3	2
Conuertendo	3	9	2	6
Componendo	12	3	8	2
Diuidendo	6	3	4	2
Conuersione rationis	9	6	6	4

Ex aquo ordin.		*Ex aquo perturb.*	
12. 6. 3.	8. 4. 2.	18. 12. 4.	27. 9. 6
A B C	D E F	A B C	D E F
12 ad 3	8 ad 2	18 ad 4	27 ad 6

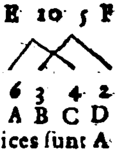
Neque vero difficile est aduertere ex ipsis numeris in omnibus hisce ordinibus quatuor magnitudines esse proportionales, seu minores quantitates esse similes maiorum partes: Nam *in permutata sicut 6 est pars subsesquialtera ipsius 9, ita 2 ipsius 3. Seu quod idem est, sicut 6 semel continetur in 9 & supersunt 3 pars dimidia ipsius 6; ita 2 semel continetur in 3. & superest 1. pars dimidia ipsius 2. Idem in reliquis ordinibus deprehendes.*

Pro-

Propoſitiones.

Propoſ. 1. Theor.

Si fuerint quotcunque magnitudines quotcũque magnitudinum numero æqualium æquemultiplices ſingulæ ſingularum; quam multiplex eſt vna vnius, tam multiplices erunt omnes omnium.



HOc eſt, Æquemultiplicium magnitudinum quam multiplices ſunt ſingulæ ſingularum, tam multiplices ſũt omnes omnium. Vt quia æquemultiplices ſunt A ad B, C ad D; ſi A & C colligantur in E, ſimiliterque B & D colligantur in F, quam multiplex erat A ipſius B, tam multiplex erit E ipſius F.

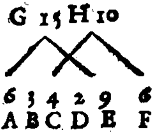
Non enim maiora aut minora ſunt tota quam ſuæ omnes partes: non poteſt proinde totum E pluries vel pauciore

ciore numero continere totum F, quam A & C partes omnes totius E, continerent B & D partes omnes totius F.

Propositio 2. Theor.

Si prima secundæ fuerit ita multiplex ut tertia quartæ, fuerit autem & quinta multiplex secundæ ut sexta quartę; erit composita ex prima & quinta secundæ ita multiplex, ut tertia & sexta primæ.

Sit prima A ita multiplex secundæ B, sicut tertia C quartæ D: quinta vero E ita multiplex secundæ B, ut sexta F quartæ D.



Dico compositam ex prima A & quinta E hoc est G, ita multiplicem fore secundæ B, sicut composita ex tertia & sexta hoc est H, multiplex est quartę D.

Nam quia B & D secunda & quarta, continentur pari numero in singulis suis multiplicibus, continebuntur quoque *a* pari numero in multiplicibus col- *a* 1.
lectis, hoc est in G, & H.

Pro-

Propo. 3. Theore.

Si prima secundæ ita est multiplex vt tertia quartæ, & primæ ac tertiæ sumantur æquemultiplices; erit multiplex primæ eam multiplex secundæ, quam multiplex est multiplex tertiæ ad quartam.

VT quia A continet B, sicut C ipsam D; si sumantur E & F æquemultiplices ipsarum A & C, B continebitur toties in E, quoties D in F.

Nam sumere multipla ipsarum A & C non est aliud quam sumere plures A & C; Sicut ergo B & D æqualiter continebantur in singulis A & C, continebuntur etiam a æqualiter in ijsdem pari numero multiplicatis in E & F.

E 8		F 12	
4	2	6	3
A	B	C	D

a 1.

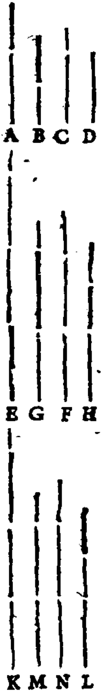
Pro-

Propoſitio 4. Theore.

Si prima ad ſecundam eam proportionẽ habuerit quam tertia ad quartã; habebunt quoque eandem rationem æquemultiplices primę & tertiæ ad æquemultiplices ſecundæ & quartę iuxta quamuis multiplicationem, ſi ſumantur vt inter ſe reſpondent.

E	F	G	H
8	6	12	9
4	2	6	3
A	B	C	D

VT ſi A habuerit eam rationẽ ad ſecũdam B, quam habet tertia C ad quartã D; ſumptis E & G æquemultiplicibus ipſarũ A & C, itemque F & H iiſdem vel alijs æquemultiplicibus ipſarum B & D: erit E multiplex ipſius A, ad F multiplicem ipſius B, ſicut G multiplex tertiæ C, ad H multiplicem quartę D. Nam, vt explicuimus ad def. 5. in ratione maioris & minoris, ſiue in proportione, perinde eſt conferre ſingulas B & D, ad ſingulas A & C, atque B & D æqualiter multiplicatas, ad A & C pari inter ſe numero multiplicatas. Si ergo ſingulæ A & C, ad ſingulas B & D eadem ratione ſe ne se habent, eædem A & C æqualiter multiplicatæ in E & G, erunt etiam in eadem ratione ad B & D æqualiter multiplicatas in F & H.



LOngiore circuitu idem sic concluditur: Sit prima A ad secundam B sicut tertia C ad quartam D. Sumptis deinde E & F, ipsarum A & C æquemultiplicibus & G & H æquemultiplicibus ipsarum B & D. Dico fore etiam E multiplicem primæ A, ad G multiplicem secundæ B, vt est F multiplex tertiæ C, ad H multiplicẽ quartæ D. Accipiantur enim K, L ipsarum E F, & M, N ipsarum G, H æquemultiplices. Tunc quia ęquemultiplex est E ipsius A, vt F ipsius C; acceptæque sunt ipsarum E F æquemultiplices K L, ita ergo multiplex est K ipsius A
a 1. sicut *a* L ipsius C. Eadem de causa ita multiplex est M ipsius B, vt N ipsius D. Et quia est vt A ad B ita C ad D, acceptæque sunt ipsarum A, C æquemultiplices K, L, ip-

ſarum vero B, D aliæ quæcunque M, N: ergo ſi K *b* ſuperat M, ſuperabit & L *b 6. def 5.* ipſam N, & ſi æqualis, æqualis; & ſi minor, minor: ſuntque K, L ipſarum E, F æquemultiplices, M vero & N ipſarum G, H. Eſt ergo vt E ad G ita F ad H. Si *c def 5.* ergo prima ad ſecundam &c.

Hac inquam forma demonſtrandi per aſſumptas æquemultiplices in ſequentibus quoque propoſitionibus poteſt adhiberi, in quibus ego vtar compendio. Nam definitione quinta rite percepta, facile aſſequemur earum propoſitionum veritatem abſque longo illo ambitu æquemultiplicium. Quod ſemel monuiſſe ſit ſatis.

Corollarium.

Demonſtrarem igitur hoc loco per æquemultiplices, Proportionem Conuerſam recte procedere, niſi ex terminis nimis quam eſſet manifeſta. Nam ſi A eſt ita maius ipſo B, ſicut C ipſo D, nimium eſt euidens B ita minus fore ipſo A, ſicut D minus eſt ipſo C, Neq; aliud dicit ratio cõuerſa, de qua def. 14. Quod ſi A & C ſumpta eſſent æqualia aut minora ipſis B & D, eſſet nihilominus æque euidens proportio Conuerſa; quod idem etiam

H pro

prosequentium propositione exemplis intelligatur, in quibus loco antecedentis solemus ponere id quod maius est, & iuxta illud exemplum propositionem declarare.

Propo. 5. Theore.

Si magnitudo magnitudis ita multiplex fuerit vt ablata ablatæ; reliqua reliquæ ita multiplex erit, vt tota totius.

E	4	F	2
C	8	D	4
A	12	B	6

VT quia A ita multiplex est ipsius B, sicut ablata C, ablatæ D; erit residua E, residuæ F ita multiplex, vt tota A totius B. si enim cum A sit duplum ipsius B, & pars ablata C, dupla similiter partis ablatæ D, non esset residua E duplex residuæ F, non continerentur, omnes partes totius B, in omnibus partibus totius A, sicut totum in toto; quod patet esse impossibile. Erit ergo residua residuæ ita multiplex, vt tota totius.

Pro-

Propo. 6. Theore.

Si duæ magnitudines duarum magnitudinum æquemultiplices fuerint, & ablatæ quædam earundem æquemultiplices, erunt reliquæ iisdem vel æquales vel æquemultiplices.

G	2	H	3	G	8	H	12
E	10	F	15	E	4	F	6
A	12	B	18	A	12	B	18
C	2	D	3	C	2	D	3

VT quia duę magnitudines A, B, duarum C, D, sunt ęquemultiplices, si auferantur ex A, B quæuis æquemultiplices earundem C, D, puta E & F; residuæ G & H erunt ijsdem C & D aut æquales, aut æquemultiplices. Cum enim C & D in totis A & B, & in eorum aliquibus partibus E & F æqualiter contineantur; æqualiter quoque a continebuntur in reliquis G & H. a 5.
Quare reliquæ G & H aut ijsdem C, D, sunt æquales, aut æquemultiplices.

Propoſ. 7. Theor.

Æquales ad eandem magnitudinem, & eadem ad æquales eandem habent rationem.

4	4	2
A	B	C

VT ſi A & B ſint æquales magnitudines, quæ erit ratio vnius, puta ipſius A, ad C; eadem erit alterius B ad eandem C. Item quam rationem habet C, ad A; eandem habet ad B æqualem ipſi A; quod manifeſtum eſt ex terminis, & ex ratione conuerſa.

Propoſitio 8. Theor.

Inæqualium magnitudinum maior ad eandem, maiorem habet rationem quam minor. Et eadem ad minorem, maiorem habet rationem quam ad maiorem magnitudinem.

Vt dua-

6	4	2
A	B	C

VT duarũ magnitudinum A & B, A maior rationem habet maiorem ad C, quam habeat B minor ad eandem C. Insuper maiorem rationem habet A ad minorem magnitudinem C, quam ad maiorem B. Vtraque pars patet ex terminis,& ex def. 7. & 5.

Propositio 9. Theore.

Quæ ad eandem eandem habent rationem, æquales sunt magnitudines. Item ad quas vna aliqua eandem habet rationem, illæ sunt æquales.

4	4	2
A	B	C

VT quia A & B eãdem habent rationem ad C, sũt inter se æquales. Item quia magnitudo C eandem habet rationem ad A & B. necesse est ipsas A & B inter se æquales esse. *est conuertens prop. 7. & per se euidens.*

Proposi. 10. Theore.

Magnitudinum habentium rationem ad eandem, qua maiorem habet, ea maior est. Cum vero eadem ad duas habet rationem, ea ad quam maior est ratio, est minor.

6	4	2	6	2	4
A	B	C	D	E	F

Et si A maiorem habet rationem ad C, quam B ad eandem C, A maior erit quam B. Item si D habet maiorem rationem ad E quam ad F, E minor est quam F. *Est conuertens prop. 8. & per se manifesta.*

Propo. 11. Theore.

Quæ eidem eædem sunt rationes, & inter se sunt eædem.

4	2	4	2	4	2
A	B	E	F	C	D

Et si rationes ipsarum A, B, & ipsarũ C, D sint eædem vni tertiæ ipsarum E F, erunt etiam eædem inter se.

Pro.

Propo. 12. Theor.

Si quotcunque magnitudines proportionales fuerint, erit ut una antecedẽtium ad unam consequentium, ita omnes antecedentes ad omnes consequentes.

VT si est A ad B sicut C ad D, erit E, hoc est omnes simul antecedentes, ad F omnes simul consequentes, sicut A ad B vel C ad D. Cum enim tota E & F sint diuisa in totidem partes, E scilicet in A & C, F vero in B & D, quæ singulæ ad singulas eandem habent rationem; non potest illa ratio esse alia quam quæ totorum inter se; alias omnes partes, omnibus partibus aliter essent maiores & minores, quam tota ipsa: quod fieri non potest, cum tota aliud nõ sint quam omnes suæ partes.

Propositio 13. Theore.

Si prima ad secundam eam habuerit rationem, quam tertia ad quartam; tertia vero ad quartam maiorem habeat, quam quinta ad sextam; maior quoque erit ratio prima ad secundam, quam quinta ad sextam.

9 3	6 2	8 4
A B	C D	E F

HOc est, Earũdem duarum proportionũ si vna maior est quam aliqua tertia, etiam altera maior erit: vt si sunt duæ rationes eædem inter A B & C D, sit autem maior ratio inter C, D, quam inter E, F; erit quoque maior ratio inter A, B, quam inter B F; quod ex terminis notum est.

Pro-

Propo. 14. Theor.

Si prima ad secundam eam habuerit rationem quam tertia ad quartam, sit autem prima magnitudo maior quam tertia, secunda quoque maior erit quam quarta; si minor, minor; si æqualis, æqualis.

6	3	4	2
A	B	C	D

VT si fuerit A ad B sicut C ad D, & A maior sit quam C; maior quoque erit B quam D. Cum enim B & D totorum A & C ponantur esse partes similes, si B sit pars maioris A, D vero minoris C, necessario B maior erit quam D, Quod si totum A, toti C, aut æquale esset aut minus, talis etiam foret pars B, respectu partis D, vt satis constat.

Propo. 15. Theore.

Partes cum pariter multiplicibus eandem rationem habent, si sumantur vt sibi respondent.

12	4	6	2
A	B	C	D

HOc est. Partes pari numero contentę in suis totis, eandem seruant inter se rationem ac tota ipsa, Vt magnitudines B & D quæ sunt eodem numero in totis A & C, eandem inter se habent rationem quam tota A & C. Nam si tota resoluantur in omnes partes similes ipsis B & D, tunc quæ erit ratio cuiuslibet ad quamlibet, eadem erit ratio omnium ad omnes, seu totius ad totum; vt per se notum est, & ex prop. 4.

Propo. 16. Theore.

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, etiam permutata proportionales erunt.

Vt si

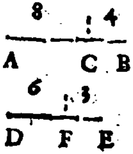
F	F	G	H
18	9	8	4
6	3	4	2
A	B	C	D

ET si est A ad B, sicut C ad D, erit etiam permutando vt A ad C, ita B ad D, quæ est alterna seu permutata ratio, de qua def. 13. Nam cum magnitudines B & D sint similes partes, & pari modo ac numero contentæ in totis A & C (hoc enim est esse in eadem *a* ratione) necesse est vt tota inter se ita se habeant sicut illæ partes inter se; cum totorum magnitudo & proportio, ex partium magnitudine & proportione consurgat. *a def.5.*

Aliter: Sumptis E, F, ipsarum A, B, & G, H, ipsarum C, D, quibuscunque æquæmultiplicibus, erunt multiplices E, F, G, H, in eadem ratione cum submultiplicibus *a* A, B, C, D. Quare E, F. G, H erūt proportionales, ac proinde si E maior, *b* minor, aut par sit ipsi G, talis quoque erit F ad H. Sed E, F, ipsarum A, B, & G, H, ipsarum C, D, sunt vtcunque æquemultiplices. Est ergo vt A *c* ad C, ita B ad D. *a 15.* *b def.5.* *c def.5.*

Propositio 17. Theor.

Si compositæ magnitudines proportionales fuerint, & diuisæ proportionales erunt.



Sint compositæ magnitudines A B, C B, D E, F E, proportionales, hoc est, vt A B ad C B, ita D E, ad F E; Dico fore etiam diuidendo, vt A C ad C B, ita D F ad F E. Quia enim tota A B, D E, similiter continent partes C B, F E, si eædem illæ partes è suis singulæ totis auferantur, similiter rursus in residuis A C, D F, continebuntur. *Atque ita probata est* Proportio per diuisionem *de qua def.* 16.

Propo. 18. Theore.

Si diuisæ magnitudines proportionales fuerint, & compositæ proportionales erunt.

Nam

NAm in præcedente exemplo, quia partes A C, D F similiter continent ipsas C B, F E; si hæ illis adiungantur, tota A B, D E rursus similiter continebunt suas partes C B, F E. *Atque ita probata est* proportio per compositionem, *de qua def.* 15.

Corollarium.

Ex his iam demonstrari potest proportio ex conuersione rationis: *Nam in eodem exemplo, est*

Vt AB ad CB ita DE ad FE.
Et diuid. Vt AC ad CB ita DF ad FE.
Et conue. Vt CB ad AC ita FE ad DF.
Ergo cōp. Vt AB ad AC ita DE ad DF.

Quæ postrema est conuersio rationis iuxta definitionem 16.

Hæc tamen proportio etiam per se probari potest. Nam

	12	4	9	3
Quia est,	Vt A ad	B ita	C ad	D.
Erit conuersio-	12	8	9	6
ne rationis,	Vt A ad	E ita	C ad	F.

Cum enim in hac proportione iuxta def. 16. *antecedens ad differentiam terminorum comparetur, si differentia terminorum addantur consequentibus, antecedentia cum conse-*

consequentibus exæquabuntur; deinde vero si à consequentibus ita exæquatis auferantur similes partes B & D, necesse est vt residua, seu differentiæ terminorum, quæ sunt E & F, similiter contineantur in totis A & C; quod dicit proportio ex conuersione rationis.

Propositio 19. Theor.

Si fuerit vt tota ad totam, ita ablata ad ablatam, & reliqua ad reliquam erit vt tota ad totam.

E 4	F 2
C 8	D 4
A 12	B 6

ET si ablatę C & D sint inter se in ea ratione, qua totæ A & B, erunt etiam residuæ E & F, vt totæ A & B. Cum enim ablata C ita maior sit ablatâ D, vt tota A, totâ B; si E residua non esset eodem modo maior residuâ F, aliter essent maiores omnes partes omnibus partibus, quam totum toto: quod fieri non potest.

Pro-

Propo. 20. Theore.

Si fuerint tres magnitudines, & aliæ totidem, binæ & binæ in eadem ratione, ex æquo autem prima maior fuerit quam tertia; erit & quarta maior quam sexta, & si æqualis, æqualis; si minor, minor.

HÆc propositio facillime intelligetur ex ijs quæ dicemus ad prop. 22. quæ huic valde est affinis; ex præcedentibus tamen propositionibus sic etiam demonstrabitur.

Sint tres magnitudines A, B, C, & totidem aliæ D, E, F, binæ & binæ in eadem ratione hoc est vt A ad B, ita D ad E & vt B ad C ita E ad F. Dico si A maior, minor, aut par sit ipsi C, talem etiam fore D respectu ipsius F. Sit primum A maior quam C: Quia ergo A maior est quam C, & datur alia quædam B, habebit A ad B, maiorem *a* rationem quam C, ad eandẽ B. *a* 8.

12	9	6	8	6	4
A	B	C	D	E	F

Est au-

Est autẽ ex positis vt A ad B, sic D ad E & vt B ad C ita E ad F: ergo conuertendo, est vt C ad B ita F ad E; quare D ad E maiorem *b* habet rationem quam F ad E; maior ergo est *c* D quam F. Similiter procedet demonstratio si A ipsi C aut ęqualis ponatur, aut minor. Si ergo fuerint tres manitudines &c.

12. 9 6	8 6 4
A B C	D E F

b 13.

c 11.

Neque tantum vera est propositio si ternæ magnitudines sumantur, sed etiamsi quaternæ & quouis alio numero; semper enim si prima in prioribus minor, maior, aut æqualis est vltimæ, ita etiam erit in posterioribus. Vt si ternis magnitudinibus A, B, C, & D, E, F, addantur G & H, sitque C ad G, sicut F ad H tunc omissis B & E erunt A C G, & D, F, H, ternæ & ternæ magnitudines, & de his procedet demonstratio prius facta.

12 9 6 3	8 6 4 2
A B C G	D E F H

Pro-

Propo. 21. Theor.

Si fuerint tres magnitudines, & aliæ totidem, binæ & binæ in eadem sed perturbata ratione, ex æquo autem prima maior fuerit quam tertia, erit etiam quarta maior quam sexta: si minor, minor; si æqualis, æqualis.

Hæc propositio planius intelligetur ex 23. à qua parum differt.

18	12	4	27	9	6
A	B	C	D	E	F

Aliter: Sint tres magnitudines A, B, C, & totidem aliæ D, E, F, binæ & binæ in eadem, sed perturbata ratione; hoc est vt A ad B, sic E ad F & vt B ad C, sic D ad E. Dico, si A maior sit, minor, aut æqualis ipsi C, talem quoque fore D respectu ipsius F. Sit prima A maior ipsa C. Cum igitur A sit maior quam C, & detur alia quędam B, habebit *a* A ad B maiorem rationem quam C ad eandem B; sed ex positis vt A ad B, ita est E ad F, & vt B ad C ita D ad E, *a* 8.

ad E, ergo conuertendo vt C ad B, ita E ad D: quare

18	12	4	27	9	6
A	B	C	D	E	F

E ad F maiorem habet rationem, quam
b 23. *b* E ad D. Minor est *c* ergo F quam D.
c 10. Similiter ostendetur si A minor sit, aut æqualis ipsi C, talem quoque fore D respectu ipsius F. Si ergo fuerint tres magnitudines, &c.

Propo. 22. Theor.

Si fuerint quotcunque magnitudines, & aliæ totidem binæ & binæ in eadem ratione sumantur, erunt quoque ex æquo in eadem ratione.

Sint quotcunque magnitudines, A, B, C. & aliæ totidem

12	9	6	8	6	4
A	B	C	D	E	F

D, E, F, in eadem ratione; hoc est vt A ad B, ita D ad E, & vt B ad C, ita E ad F. Dico ex æquali fore illas in eadem ratione: ~~hoc est~~, fore A ad C, sicut D ad F. Nam quia tota A & D similiter continent magnitudines B & E, & partes C & F similiter continentur in ipsis B & E, necesse est vt eędem partes C & F similiter

liter continéatur in totis A & D. *Atque ita probata manet.* Proportio ex æquo ordinata *de qua def.* 19. *Manifesta item hinc fit veritas prop.* 20. *vt ibi polliciti sumus.*

Aliter: Quia ostensum *a* est si A superat C, D quoque superare F, & si minus, minus, &c. ita quoque *b* erit in æquemultiplicibus: hoc autem est quatuor magnitudines A, C, D, F, esse proportionales. *a* 20. *b def.* 5.

Propo. 23. Theore.

Si fuerint tres magnitudines, & aliæ totidem bina & bina in eadem sed perturbata ratione, erunt etiam ex æquo in eadem ratione.

18	12	4	27	9	6
A	B	C	D	E	F

ET si fuerit, iuxta def. 20. & prop. 21. sicut A ad B, ita E ad F; & sicut B ad C ita D ad E: erit ex æquo vt A ad C, ita D ad F. Qua enim proportione C minuitur infra B & per consequens infra A, eadem proportione D augetur supra E, & per consequens supra F; quare A ita maius erit ipso C sicut D ipso E.

Aliter:

Aliter: cum probatum sit, a si A superat C, D quoque superare F, aut minus esse, &c. ita quoque erit in æquemultiplicibus. Quare est ex æquo vt A ad C, ita D ad F. *Atque hæc est* Proportio exæquo perturbata, *de qua def.* 20.

18	12	4		27	9	6
A	B	C		D	E	F

Propo. 24. Theore.

Si prima ad secundam fuerit vt tertia ad quartam, quinta autem ad secundam eam habeat rationem quam sexta ad quartam, habebit composita ex prima & quinta eam rationem ad secundam, quam tertia & sexta simul ad quartam.

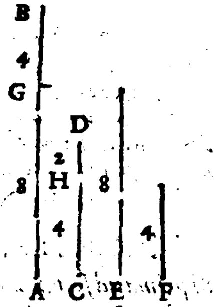
QVia enim secunda B est talis pars singularum A & E primæ & quintæ, qualis est quarta D singularum C & F, erit quoque B talis pars collectarum A & E, qualis est ipsarum C & F pari numero & modo collectarum.

10	4	2		6	3	15
E	A	B		C	D	F

Pro-

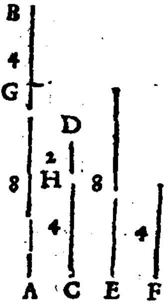
Propositio 25. Theore.

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, maxima cum minima duabus reliquis erunt maiores.



Sint quatuor magnitudines proportionales A B, C D, E, & F. Dico A B maximam, cum minima F, maiores esse duabus simul reliquis C D & E. Sumatur enim A G ęqualis ipsi E, & C H ipsi F. Quia ergo est vt A B ad C D ita E ad F, estque A G ipsi E, & C H ipsi F ęqualis, erit vt A B ad C D, ita A G ad C H; hoc est vt tota A B ad totam C D, ita ablata A G ad ablatam
C H, reliqua igitur G B, a. erit ad reli- a 19.
quam D H vt tota ad totam: Est autem A B ma-

AB maior quam CD, ergo maior quoque BG quam DH. Cūque AG ipsi E, & CH ipsi F æqualis sit; pares erunt AG & F, ipsis CH & E. Iam vero quia ipsis AG & F additur GB, ipsis vero CH & E additur DH minus quam GB, erunt post additionem AB & F maiores, quam CD & E. Si igitur quatuor magnitudines, &c.



Quæ sequuntur propositiones non sunt Euclidis, sed ex Pappo Alexandrino, & alijs adiecta; quarum certe non est magna necessitas si antecedentes rite sint percepta.

Propo. 26. Theor.

Si prima ad secundam maiorem habuerit rationem q am tertia ad quartam, habebit conuertendo secunda ad primam minorem rationē, quam quarta ad tertiam.

Hoc est si A est totum maius respectu ip-

8	4	5	3
A	B	C	D

sius

ſius B, quam C reſpectu quartæ D: erit B minor pars reſpectu ipſius A, quam D reſpectu ipſius C, quod per ſe eſt euidens; *& continetur in prop. 4.*

Propo. 27. Theorema.

Si prima ad ſecundam maiorem rationem habuerit, quam tertia ad quartam; habebit permutando prima ad tertiam maiorem rationem, quam ſecunda ad quartam.

8	4	5	3
A	B	C	D

Via enim D ponitur pars maior totius C, quam B totius A; non poteſt pars B ſupra partem D: tantum exceſſum habere, quantum habet totum A ſupra totum C.

Hanc quoque palam eſt prop. 16. contineri.

Propoſitio 28. Theore.

Si prima ad ſecundam maiorem habuerit rationem, quam tertia ad quartam, habebit prima cum ſecunda maiorem rationem ad ſecundam, quam tertia & quarta ad quartam.

Nam

NAm quia B est minor pars ipsius A, quam D ipsius C; si vtraque semel addatur, tam B ipsi A, quam D ipsi C, adhuc B minor pars erit totius E, quam D totius F.

$$\overbrace{\underset{A}{8} \quad \underset{B}{4}}^{E\ 12} \qquad \overbrace{\underset{C}{5} \quad \underset{D}{3}}^{F\ 8}$$

Continetur prop. 18.

Propo. 29. Theorema.

Si prima & secunda ad secundam maiorem habeant rationem, quam tertia & quarta ad quartam; habebit etiam diuidendo prima ad secundam maiorem rationem, quam tertia ad quartam.

NAm in exemplo superiore, Quia E est maius totum respectu partis B, quam F respectu ipsius D, si vtraque pars ex suo toto tollatur, A residuum ex E, maius erit respectu ipsius B, quam C residuum ex F, respectu ipsius D.

Continetur prop. 17.

Pro-

Propositio 30. Theore.

Si prima & secunda ad secundam maiorem rationem habeant, quam tertia & quarta ad quartam, habebunt per conuersionem rationis prima & secunda ad primam minorem rationem, quam tertia & quarta ad tertiam.

NAm si totum E maius est respectu ipsius B, quam F respectu ipsius D: B minor erit pars ipsius E, quam D totius F. quare residuum A maior erit pars totius E, quam residuum C totius F. Hoc autem idem est ac si dicas totum E minorem habere rationem ad primam A, quam totum F ad tertiam C. *Continetur prop. 19.*

Propo. 31. Theore.

Si sint tres magnitudines, & totidem aliæ, habeatque prima priorum maiorem rationem ad secundam, quam prima posteriorum ad secundam, secunda item priorum maiorem habeat ad tertiam, quam in posterioribus secunda ad tertiam, etiam ex æquo habebit prima priorum maiorem rationem ad tertiam, quam prima posteriorum ad tertiam.

16	8	4	9	5	3
A	B	C	D	E	F

NAm si magnitudines illæ sint A B C, D E F, permutando eas proportiones quæ in propositione ponuntur,

Erit maior A ad D quã B ad E.
Et eadẽ ratione maior B ad E quã C ad F.
Quare multo maior A ad D quã C ad F.
Ergo permut. maior A ad C quã D ad F.

Continetur prop. 20. & 22.

Pro-

Propo. 32. Theor.

Si sint tres magnitudines, & totidem aliæ, sitque maior ratio primæ priorum ad secundam, quam secundæ posteriorum ad tertiam: Item secundæ priorum ad tertiam, maior quam primæ posteriorum ad secundam: erit etiam ex æquo maior ratio primæ priorum ad tertiam, quam primæ posteriorum ad tertiam.

Sint illæ magnitudines A, B, C D, E, F, sitque præterea vt D ad E, ita G ad C, & vt E ad F, ita H ad G, collocabunturque ternæ & ternæ magnitudines D, E, F; H, G, C, in eadem sed perturbata ratione; eritque *a* ex æquo vt D ad F ita H ad C. *a* 23.

16	8	4	9	6	4	6	9
A	B	C	D	E	F	G	H

Nunc vero quia est vt D ad E, ita G ad C, maior erit *b* ratio ipsius B ad C, quam G ad C, ideoque B maior est quã *b* hyp.

16	8	4	9	6	4	6	9
A	B	C	D	E	F	G	H

G, & per consequẽs maior ratio est ipsius A ad G quam ad B: est autem A ad B, maior quam E ad F, multo ergo maior est A ad G quam E ad F. Rursus quia est H ad G, vt E ad F, maior erit A ad G, quam H ad G; quare A maior est quam H, & per consequens maior est A ad C, quam H ad eandem C. Sed ostensum fuit esse vt H ad C, ita D ad F, maior est ergo ratio ipsius A ad C, quam ipsius D ad F; quod est propositum.

Continetur prop. 21. & 23.

Proposi. 33. Theore.

Si tota ad totam maiorem rationem habuerit, quam ablata ad ablatam, habebit & reliqua ad reliquam maiorem rationem quam tota ad totam.

E	8	F	3
C	4	D	3
A	12	B	6

VT si totum A ad totum B maiorem habeat rationem, quam ablatum C, ad ablatum D; maio-

maiorem habebit residuum E ad residuum F, quam totum A, ad totum B. Nam sicut totum A est maius toto B, ita omnes simul partes, omnibus partibus. Quia ergo pars C minus superat partem D, quam totum A totum B; residua pars E debet magis superare residuam F, quam totum A totum B, vt excessu maiore ipsius E compensante defectum ipsius C, partes C & E ita sint maiores partibus D & F, sicut totum A maius est toto B.

*Continetur prop.*18.

Propos. 34. Theor.

Si sint quotcunque magnitudines, & aliæ totidem, sitque maior ratio primæ priorum ad primam posteriorum, quam secundæ ad secundam, & hæc maior quam tertiæ ad tertiam, & sic deinceps: habebunt omnes simul priores, ad omnes simul posteriores, maiorem rationem, quam omnes priores relicta prima ad posteriores omnes prima similiter relicta;

relicta; minorem autem quam prima priorum ad primam posteriorum; maiorem tamen quam vltima priorum ad vltimam posteriorum.

12	8	4	6	5	3
A	B	C	D	E	F

Sint quotcunque magnitudines A B C, & aliæ totidem D E F, ita se habentes vt proponitur.

Quia ergo maior est A ad D quã B ad E.
Erit permuta. maior A ad B quã D ad E.
Et cõponen. maior AB ad B quã DE ad E.
Et permut. maior AB ad DE quã B ad E.

Quia ergo maior est tota A B ad totam D E, quam ablata B ad ablatam E,
a 32. maior erit a reliqua A ad reliquam D, quam tota A B ad totam D E.

Eadẽ ratione maior erit B ad E quã tota BC ad totam E F.
Multo ergo maior est A ad D quã BC ad EF.
Et permuta. maior A ad BC quam D ad EF.
Et cõpo. maior A B C ad BC quã DEF ad EF.
Et permu maior ABC ad DEF quã BC ad EF
quod erat primo loco propositum,
Nunc vero quia maior est tota A B C, ad totam D E F, quam ablata B C ad ablatam E F, erit & maior reliqua A ad
b 32. reliquam D, quam tota A B C b ad totam D E F; quod erat secundum,

Deni-

Deniq; quia maior est B ad E quã C ad F.
Erit permuta. maior B ad C quã E ad F.
Et compo. maior BC ad C quã EF ad F.
Et permut. maior BC ad EF quã C ad F.
Ostensa est autem maior ABC ad DEF
quam B C ad EF.
Multo ergo maior est ABC ad DEF
quam C ad F.
Quod erat tertio loco propositum.

Eadem methodo procedetur si quaternæ proponantur magnitudines, aut aliæ plures quocunque numero.

EVCLIDIS

Elementorum

LIBER VI.

Definitiones.

1 SImiles figuræ rectilineæ sunt, quæ singulos angulos singulis æquales habent, & latera circa æquales angulos proportionalia.

VT triangula A B C, D E F, erunt similia, si singulos angulos singulis habeant pares, hoc est si angulus A, angulo D, anguli vero B & C, angulis E, & F sint æquales; item si latera circa æquales angulos sint proportionalia, hoc est si sit vt AB ad AC. ita DE ad DF

(hæ

(hac enim latera sunt circa aquales angulos A & D) & vt A B ad B C, ita D E, ad E F; ac denique vt A C ad C B, ita D F ad F E.

2 Reciprocę figuræ sunt cum in vtraque figura antecedentes & consequentes termini rationum fuerint.

HOc est figuræ reciproca sunt cum in vna figura reperitur antecedens vnius proportionis, cuius consequens est in secunda; & cum è contra antecedens alterius similis proportionis est in secunda figura, cuius consequens est in prima; vt triangula A B C D E F, erunt reciproca, si fuerit vt A B, ad D F; ita D E, ad A C, tunc enim antecedens prima proportionis reperitur in triangulo primo A B C & in altero est consequens, at secunda proportionis antecedens est in secundo triangulo, consequens in primo.

3 Extrema ac media ratione recta linea secta esse dicetur, cum est vt tota ad maius segmentum, ita maius segmentum ad minus.

SIc recta AB, erit secta in C, extrema ac media ratione, si fuerit vt tota AB ad maius segmentũ AC, ita AC maius, ad C B minus segmentum.

4 Altitudo cuiusque figuræ est linea perpendicularis à vertice ad basim deducta.

VT trianguli A B C altitudo est A D, ducta perpendiculariter a vertice ad basim B C. Item trianguli E F G, altitudo est E H, extra triangulum cadens in basim FG, productam in H.

5 Ratio ex rationibus componi dicitur, cum rationum quantitates inter se multiplicatæ aliquam rationem effecerint.

Quantitates rationum non sunt alia quam numeri à quibus denominatur proportio: sic 3. est quantitas proportionis triplæ, 2. duplæ, &c. Ratio ergo ex rationibus componitur, cum denominatores proportionum inter se multiplicati aliquam proportionem efficiunt; ut ex ratione dupla & tripla componitur sextupla; nam denominator duplæ qui est 2. & denominator triplæ qui est 3. inter se multiplicati faciunt 6. denominatorem proportionis sextuplæ compositæ.

Pro-

Propositiones.

Propo. 1. Theore.

Triangula & parallelogramma, quorum eadẽ sit altitudo, habent se vt bases.

Int triangula A B C, A C D, habentia eandẽ altitudinem a A C, item parallelogramma F C, C E, habentia eandem altitudinem A C. Dico illa inter se habere proportionem quam habent bases B C, & C D. Cum enim triangula sint constructa intra parallelas B D, E F, (sicut possunt constitui inter parallelas quæcunque alia triangula eiusdem altitudinis (si bases C B, & C D, sint æquales, erunt & triangula b super illis basibus æqualia. Quod si basis C B, maior esset, aut minor basi C D, esset quoque triangulum A B C, maius aut minus triangulo A C D; & sic quoque erit sumptis æquemultiplicibus tam basium quam triangulorum;

a def. 4. 6.

b 38. 1.

I. 6. nam

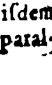
nam perinde est conferre singula ad singula, atque pariter multiplicata ad pariter multiplicata, quemadmodum defi nit. 5. lib. 5. explicatum est. Sunt ergo triangula A B C, A C D, inter se vt bases C B, & C D.

Iam vero si triangula sint vt bases, b 34.1. etiam parallelograma: *b* nam hæc sunt dupla triangulorum, partes autem æquemultiplicium *c* in eadem sunt ratione at- c 15.5. que ipsa æquemultiplicia.

Propo. 2. Theore.

Si in triangulo ducatur recta lateri parallela; secabit proportionaliter reliqua eiusdem trianguli latera. Et si trianguli latera secta sint proportionaliter recta per sectiones ducta tertio lateri erit parallela.

IN triangulo A B C, ducatur D E, ipsi B C, parallela; quo facto dico latera A B, A C secta esse proportionaliter; hoc est, esse vt A D, ad D B, ita A E, ad a 37.1. E C. Ductis enim rectis B E, C D, *a* erunt triangula B E D, D C E, in eisdem



paral-

parallelis æqualia, *b* & habebunt proinde eandem rationem ad triangulum A D E. *c* Sed quam proportionem habet triangulum A D E ad D E B, eandem habet basis A D, ad D B (cum triangula sint in eadem altitudine, quam ostenderet perpendicularis quæ ex E duci potest ad A B) & quam proportionem habet idem triangulum A D E, ad ipsum C D E, eandem habet basis A E, ad basim E C; Cum ergo ostensum sit ambo triangula D B E, D E C, eandem habere rationem ad ipsum A D E; bases quoque B D, E C, eandem habebunt proportionem ad latera D A & E A.

b 7.5.
c 1.

Iam vero si latera A B, A C, proportionaliter secta sint, cum sit ob eandem altitudinem vt A D ad D B, ita triangulum A D E *d* ad ipsum D E B; & vt A E ad E C ita A D E ad ipsum E D C; sicut in eadem ratione ponitur esse latera A D, D B, & A E, E C; erunt etiam triangula D B E, D E C in eadem ratione ad triangulum A D E; Erunt ergo *e* triangula D B E, D E C inter se æqualia: cumque habeant eandem basim D E, erunt *f* constituta inter parallelas: parallelæ ergo sunt B C & D E. Si ergo in triangulo &c.

d 1.
e 9.5.
f 39.1.

Pro-

Propo. 3. Theore.

Si trianguli angulus secetur bifariam, & recta angulum secans secet & basim, habebunt basis partes eandem rationem quam reliqua trianguli latera. Et si partes baseos eandem habeant rationem quam reliqua inter se latera, recta à vertice ad sectionem baseos ducta triã guli angulum secabit bifariam.

TRianguli A B C, angulus B A C, bisecetur per rectam A D; dico esse vt B D ad D C, ita B A, ad A C: per C, enim ducatur C E ipsi A D parallela, cui B A producta occurrat in E. Quia ergo in triangulo BEC, recta DA
a. 2. ipsi C E, est parallela, erit sicut B D, a ad D C, ita B A, ad A E, seu ad A C, quæ ipsi AE æqualis est; Si ergo trianguli angulus &c. esse autem rectam A C æqualem ipsi A E, sic ostendo. Quia recta

AC tan-

A C tangit parallelas AD, EC, anguli *b* alterni C A D, A C E sunt æquales; & quia recta A E, tangit easdem parallelas, angulus externus B A D interno & opposito A E C, est æqualis: sunt ergo anguli A E C, A C E, æquales; cum ostensi sint æquales angulis æqualibus B A D, & D A C; quare latera A C, AE, *d* sunt æqualia. *b* 29.1. *c* 29.1. *d* 6.1.

Iam vero si est vt B D ad D C, ita B A, ad AC, *e* ductâ vt prius C E, parallelâ ipsi A D, erit vt B D, ad D C, ita B A ad A E; *f* æquales ergo sunt A E & A C, *g* quare anguli quos subtendunt nimirum A E C, A C E sunt æquales: sed hos ostendemus vt prius esse æquales angulis B A D, D A C; sunt ergo anguli B A D, D A C, pares inter se; ac proinde angulus B A C sectus est bifariam. Si ergo trianguli angulus &c. *e* 2.6. *f* 9.5. *g* 5.1.

Propo. 4. Theore.

Æquiangulorum triangulorum latera circa æquales angulos sunt proportionalia, & latera æqualibus angulis subtensa sunt homologa.

Trian-

TRiãgula ABC, DEF sint æquiangula, ita vtanguli A & D B & E, C & F, singuli singulis æquales sint. Si igitur lateribus D E, D F circa angulũ D, sumantur circa æqualem angulum A æqualia latera A G, A H ducaturque H G, triangula A G H D E F erunt iuxta 4. 1. & rectæ H G,
a 28 1. B C, a parallelæ, cum angulus internus C, æqualis sit ipsi F hoc est angulo externo H G A. Erit ergo b vt A B ad A H
b 2. seu ad D E ita A C ad A G seu ad DF. Erit, inquã, Vt AB ad DE ita ACad DF. Et c permut. Vt ABad ACita DEad DF.

c 16 5. Quod est latera circa æquales angulos esse proportionalia. Eodem modo si sumantur B K B L ipsis E D E F æqualia, erunt triangula B K L, D E F, iuxta 4. 1. & K L, A C, parallelę, & eadem methodo ostendetur latera circa æquales angulos B & E proportionalia; sicut etiam circa æquales angulos C & F, si ad angulum C fieret similiter triangulum æquale ipsi E F D. Sunt autem in his proportionibus latera homologa quæ æqualibus angulis subtenduntur, nam A B & D E, quę sunt sub æqualibus angulis C & F, ambo sunt antecedentia;

& alia

& alia similiter. Æquiangulorum igitur &c.

Propositio 5. Theore.

Si duo triangula latera proportionalia habuerint, erunt æquiangula; eosque angulos habebunt æquales, quibus homologa latera subtenduntur,

EST conuertens præcedentis. Vt si triangula A B C, D E F, habent latera proportionalia, hoc est, si sit vt A B ad A C, ita D E ad D F, & erit etiam angulus A angulo D, æqualis, &c. vt vult propositio. Constituantur enim ad rectam B C anguli G B C, G C B, ipsis E, & F, æquales; *a* vt proinde etiã angulus G, angulo D, sit ęqualis, vnde sequetur triangula BGC, DEF esse æquiangula, *b* & eorum latera proportionalia. Tunc vero quia D E & D F habent eandem proportionẽ ad A B & A C, quam ad G B & G C, *c* necesse est A B ipsi G B, & A C, ipsi G C ęqualem esse, cumq; B C sit communis, tota trian-

a 38.1

b 4

c 9.5

aut vterque non minor recto erunt; hæc triangula æquiangula. Sint primum tertij anguli C & F vterque minor recto: quod si tunc negas angulos A B C, D E F, circa quos latera sunt proportionalia, esse æquales, sit maior A B C, in quo constituatur A B G, ipsi D E F æqualis, cumque in triangulis A B G, D E F, duo anguli D & E, duobus A, & A G B, sint æquales, *a* tertius
a 32.1.
F, tertio A B G erit æqualis, ac proinde tota triangula æquiangula. *b* Est ergo vt D E, ad D F, vel vt A B, ad B C,
b 4.
(nam ex hypothesi eadem est inter vtraque ratio) ita A B ad B G; esset *c* ergo sicut A B, ad B C, ita A B, ad B G, *d* quare rectæ B C, B G, essent æquales *e* & consequenter pares erunt anguli B G C, B C G; & cum B C G positus sit minor recto, etiam B G C minor erit recto: si ergo B G C, est minor recto, angulus B G A maior *f* erit recto, quem tamē ostēdimus æqualē esse angulo F, hoc est, minorem recto, cum angulus F positus sit recto minor: idem ergo angulus B G A esset maior & minor recto, quod est absurdum. Non possunt ergo anguli A B C, B E F, esse inæquales, quare & tertius F, tertio A C B æqualis erit, & trian-
c 11.5.
d 9.5.
e 5.1.
f 13.1.

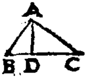
& triangula A B C, D E F, æquiangula.

Quod si tertij anguli C & F, ponantur vterque non minor recto, negetur tamen angulos E & A B C, esse æquales rursus probabitur rectas B C, B G, & angulos B G C, B C G, esse æquales; & cum positum sit hunc non esse minorem recto, nec ille esset minor recto g quod est absurdum nam in triangulo B G C, essent duo anguli recti, aut rectis maiores. Si duo ergo triangula &c. g 17 1.

Propositio 8. Theor.

Si in triangulo rectangulo ab angulo recto in basim ducta sit perpendicularis, quæ ad perpendicularem sunt triangula, tum toti triangulo, tum inter se sunt similia.

IN triangulo A B C sit angulus B A C rectus, & ex A ad basim B C ducatur perpendicularis A D.



Quia ergo in triangulis A B C, A D C, anguli B A C, A D C recti sunt, & angulus C communis, a tertius A B C ter- a 32 1.

nem, quæ est inter partes ipsius A B, eandem quoque esse inter partes lineæ A E. Datam ergo rectam &c.

Propo. 11. Proble.

Datis duabus rectis tertiam proportionalem inuenire.

Datæ rectæ A B, A C angulum quemuis constituant, puta B A C, iungaturque recta C B. Mox productis lateribus A B, A C, sumatur ipsi A C æqualis B D, ducaturque D E ipsi B C parallela; eritque recta C E tertia proportionalis quæsita. Nam quia B C
a 2. ipsi DE est parallela, a erit vt AB ad BD, ita A C ad C E; est autem B D ipsi A C
b 7.5. æqualis; b Est ergo vt A B ad A C, ita A C ad C E; quod est rectam C E esse tertiam proportionalem.

Propo. 12. Proble.

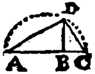
Tribus datis rectis quartam proportionalem inuenire.

Duæ

DVæ quælibet ex datis, puta A B & B C, in directum collocentur, tertia vero A D, cum ipsa A C angulum vtcunque constituat, iunctâque rectâ B D, agatur ipsi parallela C E; eritque recta D E quarta proportionalis quæsita. Nam quia ipsi C E parallela est D B, a erit vt A B ad B C, ita A D, ad D E. Tribus ergo datis A B, B C, A D, inuenta est quarta proportionalis D E.

Propo. 13. Proble.

Datis duabus rectis mediam proportionalem inuenire.



DAtę rectæ A B, B C in directum collocentur, & super A C cõstituatur semicirculus A D C: nam ad punctum B excitata perpendicularis vsque ad sectionem semicirculi in D, erit media proportionalis quæsita. Ductis enim rectis A D, D C, a erit angulus A D C, rectus, & à vertice D, ad basim A C ducta perpendicularis D B. b Quare inter partes baseos A C, media proportionalis est D B.

a 31.3.

b 8.

Proposi. 14. Theore.

Æqualium & vnum vni angulum æqualem habẽtium parallelogrammorum reciproca sunt latera circa æquales angulos: Et quorum latera circa vnum angulum ęqualem sunt reciproca, ea parallelogramma sunt æqualia.

SInt A E, E C, parallelogramma æqualia, habentia angulos ad E æquales, atque ita collocentur, vt latus B E, lateri D E iaceat in directũ, ac proinde etiam G E, ipsi E F: nam quia angulus F E B cum ipso FED valet
a 13. 1. a duos rectos, & anguli B E D, B E G æquales ponuntur, angulus F E B, cum B E G valent duos rectos ideoque G E F est vnica recta. Dico igitur esse vt D E ad B E, ita G E, ad E F, Perfecto enim parallelogrammo B F, cum parallelogramma A E, E C, sint æqualia, si-
b 7. 5. cut b vnum eorum, puta AE se habet ad B F, ita alterum E C ad idem B F; sed vt A E ad

AE, ad FB, ita est latus DE, ad BE; & vt EC, ad FB, ita latus GE ad EF, ergo est vt DE ad BE, ita *c* GE ad EF. *c* 11 5.
Quod erat demonstrandum.

E conuerso autem si ponantur latera circa æquales angulos ad E esse reciproca, ostendetur parallelogramma esse æqualia, nam si est vt DE ad BE, *d* ita *d* 1.
GE ad EF; erit etiam vt DE ad BE, ita AE ad FB; item vt GE ad EF, ita EC ad FB, *b* quare est etiam vt AE ad FB, ita *e* 9. 5.
EC ad idem FB. Parallelogramma igitur AE, EC, sunt æqualia.

Propo. 15. Theore.

Æqualium & vnum vni angulum æqualem habentium triangulorum reciproca sunt latera. Et quorum latera circa ęquales angulos sunt reciproca, ea triangula sunt æqualia.

PAtet propositio ex præcedente; nam triangula sunt dimidium parallelogrammorum, quæ sub duobus lateribus triangulorum æquales angulos continentibus de-

ſcribi poſſunt; quæ ergo eſt ratio parallelogrammorum & laterum, eadem eſt triangulorum; vt ſi ſint triangula æqualia ABC, BDE, quibus æquales ſint anguli ad B; ponatur B E ipſi A B, in directum, & ex conſequenti D B ipſi B C, perficianturq; parallelogrãma B G, B F. Tunc vero per preced. erunt latera circa angulos ad B, reciproca, quæ eadem ſunt latera triangulorum. Eadem methodo demonſtrabitur poſterior pars propoſitionis.

Propo. 16. Theor.

Si quatuor lineæ proportionales fuerint, erit quod ſub extremis continetur rectangulum, æquale ei quod ſub medijs. Et ſi rectangulum ſub extremis æquale eſt ei quod ſub medijs, quatuor illę lineę ſunt proportionales.

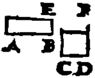
SInt quatuor lineę A B, CD, CF; AE, proportionales: quæ ita collocentur vt A E, A B, & C F, C D, re-

C D, rectos angulos A, & C, contineãt, compleanturque parallelogramma B E & D F; quæ dico esse æqualia; nam latera circa æquales angulos A & C, reciprocantur ex hypothesi. Sunt *a* ergo parallelogramma æqualia; quorum B E sub extremis lineis, D F sub medijs continetur.

E conuerso si sub ijsdem lineis constituantur parallelogramma, angulis A & C existentibus rectis, eaque parallelogramma sint æqualia, *a* erunt latera circa angulos A & C, reciproca, hoc est erit vt A B ad C D, ita C F, ad A E; si ergo quatuor lineæ &c. *a* 14.

Propositio 17. Theor.

Si tres rectæ proportionales, fuerint, quod sub extremis continetur rectangulum, æquale est quadrato quod à media describitur. Et si quadratum à media descriptum, rectangulo sub extremis est æquale, proportionales sunt tres illæ lineæ.



Sint tres lineæ AB, CD, BE proportionales; id est, vt AB ad CD, ita CD ad BE, fiatque sub extremis AB, BE rectangulum AE, & à media DC quadratum CF. Quia ergo est vt AB ad CD ita CD, vel illi æqualis DF, ad BE; erunt quatuor rectæ AB,
a 16. CD. DF. BE proportionales; a rectangulum ergo CF quod sub medijs CD, DF, continetur (hoc est quadratum CF) æquale est ipsi AE, quod continetur sub extremis AB, BE.

E conuerso si quadratum mediæ CD rectangulo sub extremis æquale ponatur, ostendetur tres illas lineas esse proportionales, vt in prop. præce. Si ergo tres rectæ &c.

Propo. 18. Proble.

Super data recta, dato rectilineo simile, similiterque positum describere.

Sit

Sit data recta AB, & datum rectilineum CD, in quo ducatur recta EF. Deinde ad puncta A & B rectæ AB constituantur anguli A & ABH æquales ipsis C & CFE; a erit proinde reliquus AHB, reliquo CEF æqualis, & triangula tota AHB, CEF æquiangula b & latera proportionalia. Amplius ad puncta H & B rectæ HB constituantur HBG, BHG, ipsis EFD, FED æquales, & proinde reliquus G reliquo D erit æqualis, & triangula, vt prius, æquiangula, lateraque proportionalia. Et factum est quod petitur. Nam cum triangula partialia rectilineorum AG, & CD ostensa sint omnibus angulis æqualia, & omnibus lateribus proproportianalia, sunt eæ figuræ similes, & similiter positæ. Quod si rectilineum datum plures angulos quam quatuor contineret, pluries esset repetenda æqualium angulorum constructio, pluribus quam duobus triangulis constitutis, & demonstratio procedet vt prius. Super data ergo recta &c.

a 32. 1.

b 4.

Propo. 19. Theor.

Similia triangula sunt in duplicatâ ratione suorum laterum homologorum.

SInt A B C, D E F triangula similia, habentia tres angulos, singulos singulis æquales & latera circa eos proportionalia: ita vt anguli B E & alij alijs sint æquales. Dico triangulum ABC ad DEF, duplicatam *a* habere eam rationem, quæ est inter quęuis latera homologa puta B C, E F. Sumatur enim ipsarum B C, E F, *b* tertia proportionalis B G, vt sit sicut B C ad E F, ita E F ad B G; ducaturque A G. Sunt ergo ex positis.

a def. 10. 5.

b 11.

Vt AB ad BC, ita DE ad EF.
Permut. Vt AB ad DE ita BC ad EF.
Sed Vt BC ad EF, ita E F *c* ad BG;

c conſt.

Triangulorum igitur A B G, D EF latera circa ęquales angulos B & E sunt reciproca, *d* ac proinde triangula illa sunt æqualia. Et quia est vt B C ad E F, ita E F ad B G, habet B C ad B G duplica-

d 15.

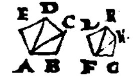
plicatam eam rationem quam habet ad E F. Vt vero BC ad BG, ita est triangulum A B C ad triangulum e A B G hoc e F. est ad D E F: quare A B C tam ad triangulum D E F, quam ad A B G duplicatam habet eam proportionem quæ est inter latera homologa, BC & EF. Similia ergo triangula &c.

Corollarium.

Ex his patet si tres lineæ proportionales fuerint, esse vt primam ad tertiam ita triangulum super prima descriptum ad simile similiterque positum super secunda. Nam ostensum est esse vt B C ad B G, ita triangulum A B C super prima B C, ad triangulum D E F simile similiterque positum super secunda E F.

Propo. 20. Theore.

Similia polygona in similia triangula diuiduntur, numero æqualia & totis homologa. Et polygona duplicatam inter se eam habent rationem, quæ est inter latera homologa.



Sint polygona Similia A B C D E, F G H K L, sintque anguli E A B, L F G ęquales angulus vero G angulo B, & sic ordine deinceps: singuli singulis sint æquales, sint denique latera circa æquales angulos proportionalia, vt E A ad A B ita L F ad F G &c; ideoque latera A B, F G, &c, erunt homologa.

Dico primo, hęc polygona ductis rectis A D, A C, F K, F H, diuidi in triangula similia. Nā quia āgulus B ęqualis est angulo G, & latera circa hos angulos proportionalia, *a* æquiangula erūt triāgula A B C, F G H & similia: eadē ratione ostēdetur triāgula D A E, K F L esse similia ob æquales angulos E & L, & latera circa eos proportionalia. Nūc vero *b* quia est vt A C ad C B ita F H ad H G (ob similia triangula A G B, F H G) & vt C B ad C D ita H G ad H K ob similia polygona; collocabuntur ternæ & ternę magnitudines in eadem ratione

A C, C B, C D. | F H, G H, H K.

c Ergo ex ęquo vt A C ad C D ita F H ad H K Et quoniam angulus B C D, ipsi G H K est æqualis, & ablatus A C B, ablato F H G, erunt reliqui A C D, F H K etiam æquales. *d* Quare triangula A D C, F K H

erunt

a 6.

b 4. 6.

c 22. 5.

d 6. 6.

erunt æquiangula & similia, cum circa æquales angulos A C D, FHK habeant latera proportionalia. Omnia ergo triangula ostensa sunt inter se singula singulis similia.

Dico secundo esse totis homologa, hoc est sicut vnum triangulum ad triangulum sibi respondens alterius polygoni, ita esse polygona tota inter se. Quia enim similia sunt triangula ABC, FGH, eerunt in duplicata ratione laterum homologorum A C, F H; & ob eandem caussam triangula ACD EHK; sunt in duplicata ratione eorundem laterum AC, FH. Quare vt triangulum ABC ad F G H, ita A C D ad F H K, similiterque ostendetur triangula AED, FLK esse in eadem duplicata ratione laterum eorundem A C, F H: sunt ergo triangula polygonorum proportionalia. Cum vero quotcunque magnitudines *f* quotcunque magnitudinum sunt proportionales, sicut est vna ad vnam ita omnes ad omnes. Est ergo polygonum ad polygonum sicut triangulum ad triangulum.

e 19.

f 12.5.

Dico tertio, polygona esse in duplicata ratione laterum homologorum A B, F G. Nam quia triangula sunt *g* in duplicata ratione laterum, & polygona

g 9.

ſunt vt triangula, erunt etiam polygona in duplicata laterum ratione. Similia ergo polygona &c.

Corollarium.

Eadem methodo probabitur omnes figuras rectilineas eſſe in duplicata ratione laterum homologorum.

Propo. 21. Theor.

Quæ eidem rectilineo ſunt ſimilia, & inter ſe ſunt ſimilia.

SI enim figuræ A B C, G H K eidem D E F ſint ſimiles; quia anguli A & G ſunt vni D æquales, erunt & inter ſe æquales; & ita probabitur omnes angulos, omnibus angulis eſſe æquales; & latera a circa eos eſſe proportionalia, ſi lateribus eiuſdem tertij ſint proportionalia, ac propterea A B C, G H K eſſe figuras ſimiles.

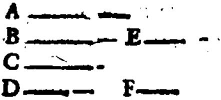
a 11.5.

Pro-

Propoſitio 22. Theore.

Si quatuor rectæ proportionales fuerint; rectilinea ſimilia & ſimiliter ab ijs deſcripta erunt proportionalia. Et ſi à rectis lineis ſimilia ſimiliterque deſcripta rectilinea proportionalia fuerint, ipſæ rectę lineæ proportionales erunt.

Sint quatuor rectæ A, B, C, D proportionales; dico deſcriptis ſimi-



libus rectilineis puta triangulis ſuper A & B, & ſimilibus ſeu triangulis ſeu alijs rectilineis ſuper C & D, hæc rectilinea fore proportionalia. Sumatur enim ipſarum A & B tertia *a* proportionalis E, *a* 11.
& ipſarum C & D, tertia proportionalis F; eritque ex æquo vt A *b* ad E, ita *b* 12.5.
C ad F. Vt autem A ad E, ita eſt rectilineum *c* ſuper A ad rectilineum ſuper B; *c* 20.
& vt C ad F; ita etiam rectilineum ſuper

C ad

C ad rectilineum super D. Ergo vt rectilineum super A ad rectilineum super B, ita rectilineum super C ad rectilineum super D. Et sic probatum est rectilinea esse proportionalia.

E conuerso autem si rectilinea sint proportionalia, & similia similiterq; posita, etiã latera erunt proportionalia; nã

d 20. rectilinea duplicatam *d* habent rationem, illam eandem, quæ est inter latera.

Propo. 23. Theore.

Æquiangula parallelogramma inter se rationem habent ex laterum rationibus compositam.

Sint parallelogramma A B, B C, habentiã angulos ad B æquales; & ita dispositã vt D B ipsi B G, (&

a 14. ideo F B *a* ipsi B E vt alibi diximus) iaceat in directũ, cõpleaturq; parallelogrammũ B H. Cũ ergo sit vt parallelo-

b 1. grãmũ AB *b* ad BH ita basis DB ad BG, & vt BH ad BC ita E B ad B F, erit ra-

c 5. def. tio ipsius A B ad B C composita *c* ex rationibus inter A B, B H, & inter

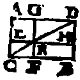
B H;

B H, B C; cumque hæ rationes eędem sint *d* cum ijs quæ sunt inter latera D B, B G, & inter latera E B, B F; erit quoque ratio ipsius A B ad B C composita ex rationibus laterum eorundem, quod erat demonstrandum. *d* 10.

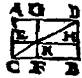
Proposi. 24. Theore.

In omni parallelogrammo, quę circa diametrum sunt parallelogramma, & toti, & inter se sunt similia.

IN parallelogrammo A B circa diametrum C D sint parallelogramma E F & G H, quæ dico esse & toti, & inter se similia. Nam quia parallelogrammum G H habet angulum ad D communem cum toto, & angulus D H K æqualis est *a* interno & opposito B; erunt etiam anguli H K G, K G D æquales reliquis A & A C B totius parallelogrammi; & eodem modo ostendetur angulos omnes parallelogrammi E F, angulis totius A B esse æquales. Iam vero quia triangula D K G, *a* 29.1.



b 29.1. D K H b æquiangula sunt, & similiter triangula D A C, D B C; erit vt D A c ad A C, ita D G ad G K; latera ergo



c 4. circa æquales angulos A & G sunt proportionalia. Rursus vt A C ad C D ita G K ad K D, & vt C D ad C B ita K D ad K H: Ergo

| A C, C D, C B | G K, K D K H

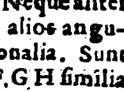
ex æquo vt A C, ad C B ita G K ad K H & sic latera circa æquales ãgulos G K H, A C B sunt proportionalia. Neque aliter monstrabitur latera circa alios angulos æquales esse proportionalia. Sunt ergo parallelogramma E F, G H similia toti A B, ac proinde etiam d inter se.

d 22.5.

Propo. 25. Proble.

Dato rectilineo simile similiterque positum, & alteri dato æquale constituere.

Sit constituendum rectilineum simile ipsi A, & æquale alteri B. Fiat ergo a super C D parallelogrammum C F; æquale ipsi A, &



a 44.1.

super

ſuper D F, in angulo F D H æquali ipſi E C D, fiat parallelogrammum D G, ipſi B æquale. Amplius rectarum C D, D H inueniatur *b* media proportionalis K L, *b* 13.
ſuper qua fiat rectilineum M, ſimile *c* ipſi A, eritque rectilineum M factum vt proponitur. Eſt enim ſimile ipſi A ex hypotheſi; eſſe autem æquale ipſi B ſic oſtendo. Quia rectæ C D, K L, D H ſunt proportionales, erit vt prima *d* CD ad tertiam D H, ita rectilineum ſuper primam, id eſt A, ad rectilineum ſuper ſecundam id eſt ad M: ſed vt C D ad D H, ita *e* parallelogrammum C F id eſt A, ad D H, hoc eſt ad B. Quare erit vt A ad B, ita A ad M, ideoque rectilinea B & M erunt æqualia. Dato ergo rectilineo &c. *c* 18. *d* 20. *e* 1.

Propoſ. 26. Theor.

Si a parallelogrammo auferatur parallelogrammum ſimile toti, & communem vnum angulum cum eo habens, hoc circa eandem diametrum cum toto conſiſtit.

Ex pa-

Ex parallelogrammo A B, auferatur simile C D, habens cum eo angulum eundem E, ducanturque rectæ E H, H G, quæ si non sunt diameter totius A B, sit ergo alia diameter, puta E F G, ducaturque F K ipsi H D

a 24. parallela, eruntque C K & AB a parallelogramma similia: est ergo vt A E ad E B, ita C E ad E K; sed quia similia etiã ponuntur C D & A B est vt A E ad EB, ita C E ad C D; habet igitur C E eandem rationem ad EK & ED; quare EK & E D sunt æqualia, pars & totum, quod fieri nequit. Non est ergo diameter E F G, neque alia erit quam E H G; quod erat probandum.

Propo. 27. Theorema.

Omnium parallelogrammorum secundum eandem rectam applicatorum & deficientium figuris parallelogrammis similibus ei quod à media describitur, maximum id est quod ad mediam applicatur, simile existens defectui.

Recta

Recta A B bisecetur in C, & super dimidia C B fiat vtcunque parallelogrammum C E, cuius diameter B D. Completo ergo parallelogrammo B H, parallelogrammum A D erit super dimidium A C, deficietque à toto B H, parallelogrammo C E; est que A D simile defectui C E. Hoc igitur parallelogrammum A D dico esse maximum eorum quæ super A B posita deficiunt parallelogrammis similibus & similiter positis ipsi defectui C E. Sumatur enim in recta D B quodcunque punctum, puta G, ducanturque K M & F L ipsis A B, B E parallelæ; eritque parallelogrammum A G positum super A B, & deficiens ipso K L quod simile est, & similiter *a* positum ipsi C E. Dico ergo parallelogrãmum A G minus esse ipso A D. Quia enim æqualia sunt F D, & D L ob bases *b* æquales H D, D E, & D L maius est quam G E hoc est quam C G (sunt enim C G & G E complementa ipsius C E, ideoque *c* æqualia) erit etiam F D maius quam C G, eodem excessu I M. Si igitur ipsis F D, C G commune addatur A I erit A D maius quam A G. Omnium ergo parallelogrammorum &c.

a 24.

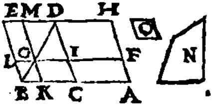
b 36 1.

c 43. 1.

Pro-

Propo. 28. Proble.

Ad datam lineam rectam dato rectilineo æquale parallelogrammum applicare deficiens figura parallelogramma, quæ sit similis alteri datæ. Oportet autem datum rectilineum
a 27. *non esse maius parallelogrammo, a quod ad dimidium datæ rectæ potest applicari.*



Repetatur exemplũ superioris propositionis, in quo ad rectam A B sit applicandum parallelogrammum æquale rectilineo N & deficiens parallelogrammo quod sit simile ipsi O. Super dimidia ergo ipsius AB fiat
a 18. parallelogrammum a C E, simile & similiter positum ipsi O. compleaturque parallelogrammum B H. Quod si contingeret C E vel A D ipsi N esse æquale, fa-

le, factum esset quod petitur. Si autem A D maius est quam N (nam minus esse non debet; cum enim AD sit omnium maximum quæ applicari possunt iuxta tenorem prop. præcedentis, si esset A D minus ipso N nullum aliud applicari posset ad AB æquale ipsi N) constituatur æquale excessui parallelogrammum I M, simile *b* similiterque positum ipsis O & C E, quodque propterea poni poterit circa *c* eandem diametrum D B. Iam vero productis rectis I G & M G, erit parallelogrammum A G applicatum rectæ A B deficiens parallelogrammo K L, simili ipsius I M, hoc est ipsius O. Idemque æquale est ipsi N. Nam quia ostensum est A G deficere ab AD, parallelogrammo I M, & rectilineum N ab eodem AD seu C E deficit eodem parallelogrammo I M, sequitur rectilineum N, & parallelogrammum A G esse æqualia. Ad datam ergo rectam &c.

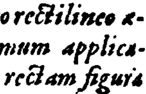
b 25.

c 26.

Pro-

Propo. 29. Proble.

Ad datam rectam dato rectilineo æquale parallelogrammum applicare, excedens datam rectam figura parallelogramma, quæ similis sit dato alteri parallelogrammo.



AD datam rectam A B sit applicandum parallelogrammum æquale rectilineo I, & excedens rectam A B parallelogrammo simili ipsius D. Super recta ergo E B dimidia ipsius AB fiat parallelogrammum cuiusuis magnitudinis, dummodo *a* simile sit ipsi D similiterque positum; fiatque rursus parallelogrammum G H simile eidem D, æquale *b* vero ipsis E F & I simul sumptis; habeatque angulum EKF communem cum parallelogrammo E F. Completis igitur parallelogrammis O E, G B, N L, cum G H sit positum æquale ipsis EF & I simul sumptis, ablato communi E F, gnomon P C R ipsi I erit æqualis.

a 18.

b 25.

Et quia

Et quia ob bases æquales *c* æqualia sunt *c* 36.1.
OE & GB, æqualia item *d* complemẽta *d* 43.1.
G B & B H, si loco ipsius BH substituatur æquale OE, erit parallelogrammum A M æquale gnomoni P C R; ideoque etiam rectililineo I. Quare ad rectam A B applicatum est parallelogrammum A M, æquale dato rectilineo I, excedẽs rectam A B figura parallelogrãma NL, quæ similis est dato parallelogrammo D, cum sit circa eãdem diametrum cum ipso EF, quod positum est simile ipsi D. Ad datam ergo rectam &c.

Propositio 30. Proble.

Datam lineam rectam extrema ac media ratione secare.

Recta A B ita secetur

in C, vt rectangulũ sub *a* tota A B & segmento B C, sit æquale quadrato alterius segmenti A C; eritque recta A B secta extrema & media ratione: nam erit *b* sicut AB, ad AC, ita AC ad CB. *a* 11.2. *b* 17.

Pro-

Propo. 31. Theore.

In rectangulis triangulis figura quæuis super latere rectum angulum subtendente, æqualis est figuris, quæ priori illi similes, & similiter positæ super lateribus rectum angulum continentibus describuntur.

IN triangulo ABC latus BC subtendat angulum rectũ BAC, & super BC descripta
a 18. sit figura *a* quæuis puta CD, cui similes & similiter positæ sint AE AF, super lateribus angulum rectum continentibus. Quia ergo tres omnes figuræ sunt similes, erunt in du-
b 20. plicata ratione laterum *b* homologorum; in qua etiam ratione essent quadrata eorundem laterum; sed quadrata
c 47 1. super AB AC essent æqualia *c* quadrato ipsius BC, ergo etiam figuræ similes super ijsdẽ AB AC, sunt æquales ipsi CD. In rectangulis ergo triangulis &c.

Pro-

Propo. 32. Theore.

Si duo triangula habentia duo latera duobus lateribus proportionalia ad vnum angulum componantur, ita vt latera homologa ſint parallela, reliqua latera in directum erunt conſtituta.

DVo triangula ABC, D C E habentia latera proportionalia, hoc eſt vt AB ad A C, ita DC ad D E, componantur ad conſtituendum angulum A C D; ſintq; tam antecedentia A B, D C, quam conſequentia A C, D E parallela. Dico reliqua latera B C, C E iacere in directum. Quia enim recta C D cadit in parallelas C A, E D; erunt *a* anguli alterni D & D C A ęquales; æquales item B A C, & A C D cum etiam recta A C cadat in parallelas A B & D C; ęquales ergo ſunt anguli A & D, cum eidem tertio A C D oſtenſi ſint æquales; & cum circa eos latera ſint *a* 29.1.

L pro-

b 6. proportionalia, æquiangula sunt b triangula ABC, DCE; anguli ergo B & DCE sunt æquales; additis ergo æqualibus A & ACD, pares erunt duo anguli B & A, duobus DCE, ACD, fide toti ACE: rursusque addito communi ACB, erunt duo anguli ACB, ACE pares tribus A, B, & ACB; sed hi tres æquales sunt duobus rectis, ergo & illi duo, ideoque
c 32.1. rectæ c BC & CE d iacent in directum.
d 14.1. Si ergo duo triangula.

Propositio 33. Theor.

In æqualibus circulis anguli eandem habent rationem cum peripheriis quibus insistunt, siue ad centra siue ad peripherias constituti insistant. Eandem insuper rationem habent sectores, quippe qui ad centra consistunt.

Sint æquales circuli ABC, DEF, quorum centra G & H; & arcubus BC, EF insistant ad centra anguli BGC, EHF. Dico hos angulos esse inter se vt arcu arcus B C & E F. Nam si arcus BC, EF, sunt æquales, a æquales sunt anguli B G C, E H F. Quare si alter arcus esset maior, puta B C, aut minor; maior quoque aut minor esset angulus B G C quam E H F, & sic quoque erit in b æquemultiplicibus; sunt ergo anguli BGC, EHF, sicut arcus B C, E F. a 27.3. b def. 5 5.

Eodem modo probabitur angulos A & D qui insistunt ad ambitum, esse vt sunt ijdem arcus.

Deniq; sector rectis B G, G C & arcu B C comprehensus, est ad sectorem E H F, sicut arcus B C ad arcum E F. Nam si arcus sunt æquales, æquales etiam erunt c ductæ rectæ B C, E F; & anguli ad centra d G & H, & tota triãgula e B G C, E H F æqualia, æquales item portiones circulorum quas auferunt f rectæ B C, E F, quare & sector B G C par erit ipsi E H F; quod si arcus B C maior esset ipso E F, cætera omnia essent maiora in circulo ABC, si minor, minora; & sic quoque erit g in æquæmultiplicibus: est ergo sector B G C, ad sectorem E H F sicut arcus B C ad arcum E F. In æqualibus ergo &c. c 29.3. d 27.3. e 4.1. f 28.3. g def. 5 5.

Corollarium.

Hinc manifestum quoque est sic esse sectorem ad sectorem, sicut est angulus ad angulum; cum vtraque rtaio eadem sit rationi arcus ad arcum; quare & inter se eadem sunt.

F I N I S.

Ad Maiorem Dei Gloriam.